

**Les relations de Lorentz et le temps :**  
**proposition d'utilisation d'un paramètre temporel**  
**tri-dimensionnel défini par un déplacement**  
**La question du temps en physique**

Bernard GUY  
Ecole nationale supérieure des mines de Saint-Etienne  
158, Cours Fauriel, 42023 Saint-Etienne cedex 2  
[guy@emse.fr](mailto:guy@emse.fr)

## Résumé

Deux grandes classes de transformations de Lorentz sont définies dans la littérature : - les transformations spéciales, ou boosts, et - les transformations générales. Ces dernières incluent des rotations spatiales et permettent des compositions de transformations de directions quelconques non permises par la composition des premières. Ces deux types de transformations reposent sur des hypothèses physiques différentes, les secondes n'étant pas une simple extension des premières de une à trois dimensions d'espace. Selon notre analyse, les transformations générales cachent un certain nombre de difficultés, tenant essentiellement en la perte de symétrie entre variables spatiales et temporelles, présente dans les transformations spéciales en se restreignant à un axe de coordonnées. Nous proposons de restaurer cette symétrie dans le cas général en utilisant un paramètre temporel associé à un déplacement dans l'espace et ayant un caractère vectoriel. Cela permet de soulager les diverses difficultés rencontrées. Cette approche est appuyée sur une nouvelle compréhension de nature fondamentale de la nature du temps et de l'espace : temps et espace ne sont pas des substances préexistantes de la nature à découvrir, ce sont des concepts à construire en opposition l'un à l'autre. Cette construction met en évidence des qualités d'incertitude, d'incomplétude etc., déjà repérées à propos de la mécanique quantique, et qui sont bien présentes dans la théorie de la relativité. L'approche proposée fournit un nouvel angle pour aborder divers problèmes en physique qui nous paraissent reliés à la question du temps. Elle permet aussi un nouveau regard sur les liens entre le temps de la physique et celui, ou ceux, de la culture et des sciences humaines ; de ce côté, elle permet d'éclairer diverses questions, comme certaines fameuses apories du temps.

**Mots clés** : théorie de la relativité; temps ; espace ; mouvement ; construction des concepts de temps et d'espace ; modification des relations de Lorentz ; temps-déplacement ; temps tridimensionnel ; incertitude ; symétrie temps-espace ; la question du temps en physique

## Introduction

L'objectif premier de cet article est de proposer une nouvelle formulation des relations de Lorentz, en prenant en compte un paramètre temporel défini par un mouvement dans l'espace, et ayant donc un caractère vectoriel. Le besoin de cette formulation est argumenté par l'examen du fonctionnement des relations de Lorentz standard. Nous pourrions prendre un autre angle d'attaque, en nous appuyant sur une réflexion plus fondamentale sur le lien entre les concepts de temps, d'espace et de mouvement : temps et espace ne sont pas des substances distinctes de la nature et données à l'avance, ils sont construits ensemble, en opposition l'un à l'autre. Cette réflexion fait l'objet de travaux séparés (voir par exemple Guy, 2004, 2005, 2006, 2009, 2010 a et b) et nous pourrions y faire allusion lorsque ce sera utile. Le nouveau cadre intellectuel proposé permet d'examiner un grand nombre de questions discutées aujourd'hui en physique.

On trouve dans la littérature consacrée à la théorie de la relativité de multiples façons de dériver les relations de Lorentz ; ces dernières relient les coordonnées d'espace et de temps  $(x',y',z',t')$  dans un référentiel  $R'$  en mouvement à leurs valeurs  $(x,y,z,t)$  dans un référentiel  $R$  « au repos ». Les différences entre les dérivations portent sur les hypothèses physiques adoptées et leur traduction mathématique. Les conditions d'homogénéité de l'espace et du temps, et la condition d'invariance de la forme des lois de la physique dans les différents référentiels (premier postulat d'Einstein) sont généralement requises tout d'abord ; elles conduisent à rechercher des transformations linéaires des coordonnées. Ensuite, les démarches se distinguent. Ainsi, on peut retenir ou non le deuxième postulat d'Einstein (constance de la vitesse de la lumière dans les différents référentiels), et le remplacer par des contraintes portant sur la structure des relations cherchées (structure de groupe, respect de certaines conditions de réciprocité) ou exprimant d'autres conditions générales par exemple sur la causalité (Rougé, 2002).

A l'arrivée, deux grands types de transformations sont distinguées par les auteurs : les transformations *spéciales* (ou boosts) concernant des repères en translation relative parallèlement à un axe de coordonnées (une seule dimension d'espace est formellement concernée), et les transformations *générales* de Lorentz qui intègrent des rotations spatiales et où les trois coordonnées d'espace jouent :

- *transformations spéciales* : nous choisissons l'axe des  $x$  ( $x'$ ) le long duquel se fait le mouvement relatif des repères. On adopte pour ces transformations les contraintes suivantes :  
- constance de la vitesse de la lumière écrite le long de l'axe des  $x$  (seulement...) : - si  $x = ct$ , alors  $x' = ct'$ , - si  $x = -ct$ , alors  $x' = -ct'$ , - absence de changements pour les deux autres coordonnées :  $y = y'$ ,  $z = z'$  ; ce qui fait quatre relations.

- *transformations générales* (parfois appelées vectorielles) : elles s'appliquent à des directions quelconques des mouvements relatifs des repères. Et pour elles, à la place des quatre contraintes précédentes, on demande la conservation de la forme quadratique  $Q = x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2$  exprimant la constance de la vitesse de la lumière dans toutes les directions et l'isotropie de l'espace (1 relation).

Dans le présent travail, nous voulons souligner que ces deux types de transformations, et les contraintes associées, correspondent à des démarches *distinctes* du point de vue physique : les transformations générales ne sont pas une simple extension mathématique des transformations spéciales pour 3 dimensions d'espace et des mouvements quelconques des référentiels (remarquons qu'on envisage déjà trois dimensions d'espace pour les transformations spéciales). Le nombre différent des contraintes envisagées et leur première signification le fait pressentir, en particulier : dans le premier cas la condition de propagation de la lumière est écrite dans une seule direction, dans le second elle est a priori envisagée dans toutes les directions.

Pourquoi est-on passé d'un système de contraintes à un autre? Lorsqu'il s'est agi d'étendre les transformations spéciales à des mouvements quelconques des référentiels, des difficultés sont apparues, montrant la nécessité de faire intervenir des rotations d'espace. Pour permettre d'emblée ces dernières, la conservation de la forme quadratique citée à l'instant a été requise. On retrouve alors une structure de groupe qui avait été perdue. Cependant un malaise subsiste dont fait état la littérature et dont nous reparlerons. Si la cohérence mathématique de la démarche « générale » ne fait pas de doute, cette dernière conduit sur plusieurs points à des écarts avec ce que nous attendons d'une théorie physique. Selon nous, le rôle donné au temps et ses relations aux dimensions d'espace est en cause. A une dimension d'espace, la parfaite symétrie entre le paramètre temporel et le paramètre spatial nous dit quelque chose sur la signification profonde du temps. On ne peut que perdre cette symétrie en passant à une collection de trois paramètres d'espace et un de temps.

Notre plan sera le suivant : dans une première partie, nous reprendrons de façon un peu détaillée la démarche « spéciale » et quelques unes de ses variantes utiles pour l'ensemble de notre propos. Nous montrerons (2° partie) comment l'on étend cette démarche à trois dimensions d'espace en faisant intervenir la rotation dite de Thomas, puis quelle démarche mathématique générale est adoptée (3° partie). Nous discuterons ensuite les problèmes qui se posent (4° partie). Nous ferons alors des propositions nouvelles relatives à la compréhension du temps, et verrons quelles conséquences cela a sur l'écriture de relations de Lorentz modifiées par rapport aux relations standard (5° partie). Nous terminerons par l'énoncé de pistes de recherche ainsi que par des éléments de discussion et de conclusion (6° et 7° parties).

## **1. Les transformations spéciales (ou « boosts »)**

Ni dans la démarche spéciale, ni dans les démarches générales, on ne conteste le point de départ selon lequel, pour décrire le monde, nous devons utiliser deux séries de paramètres :

- d'une part des paramètres spatiaux, en nombre égal à trois ( $x, y, z$ ), et - d'autre part un paramètre temporel scalaire ( $t$ ). L'existence du temps n'est pas discutée, on la prend comme acquise. Et partout où cela se pose, et malgré tout ce que l'on peut dire sur le concept unificateur d'espace-temps, on distingue toujours soigneusement à l'avance et dans les déroulements des calculs, les paramètres relatifs au temps de ceux relatifs à l'espace. On se comporte enfin comme si les outils pour mesurer les paramètres  $x, y, z, t$  (règles et horloges) sont donnés de façon indépendante et permettent de discuter, « de l'extérieur » du monde, les caractéristiques des divers phénomènes envisagés (propagation de la lumière, déplacement des repères, mesures de distances, de durées etc.).

Définissons donc une transformation de Lorentz, et relierons les valeurs des coordonnées  $x', y', z', t'$  dans un repère  $R'$  en mouvement relatif de vitesse  $v$  par rapport à un repère de départ (repère au repos)  $R$ , à leurs valeurs  $x, y, z, t$  dans ce dernier, et en fonction de  $v$ , soit :  $(x', y', z', t') = f(x, y, z, t; v)$ . Cherchons aussi l'équation de composition des transformations lorsqu'un nouveau repère  $R''$  se déplace par rapport à  $R'$  avec une vitesse  $v'$ . Nous nous posons en particulier les questions suivantes: la loi de passage entre  $(x, y, z, t)$  et  $(x'', y'', z'', t'')$ , est-elle la même que la première  $f$  ? quelle vitesse  $v''$  peut-on définir à partir de  $v$  et  $v'$ ,

soit  $v'' = h(v, v')$  ? a-t-on homomorphisme entre la loi d'addition des deux vitesses et celle de multiplication / composition des transformations des coordonnées ?

Les contraintes imposées au problème sont a priori de deux types indépendants :

- « structurelles » d'une part, qui s'imposent de façon générale sur les coordonnées quels que soient les repères et leur mouvement, et – « conjoncturelles » d'autre part relatives aux repères particuliers que l'on se donne et faisant intervenir leurs vitesses relatives.

### *Conditions structurelles*

Comme nous l'avons dit, l'homogénéité de l'espace et du temps et l'invariance de la forme des lois dans les différents repères nous conduit à chercher des relations linéaires  $x' = ax + bt$ ,  $t' = cx + dt$ . Le second postulat d'Einstein s'écrit sous la forme des deux conditions déjà citées (c'est la démarche historique que l'on peut lire dans les textes d'Einstein, 1905, ou de Lorentz) : - si  $x = ct$ , alors  $x' = ct'$ , - si  $x = -ct$ , alors  $x' = -ct'$ . Et l'on impose  $y = y'$ ,  $z = z'$ . L'ensemble de ces dernières conditions, en nombre égal à 4, a aussi un caractère conjoncturel dans notre terminologie, puisque la direction le long de laquelle nous imposons la constance de la vitesse de propagation de la lumière est précisément celle de déplacement des repères (le postulat d'isotropie de l'espace n'est pas utilisé pour l'instant).

### *Conditions conjoncturelles*

Les deux repères se déplacent le long de l'axe des  $x$ ,  $x'$  à la vitesse  $v$ . Les origines coïncident à  $t = t' = 0$ .

L'ensemble de ces conditions nous permet de trouver les quatre coefficients  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  et l'on obtient les relations de Lorentz bien connues :

$$x' = \gamma(x - vt)$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right)$$

avec  $\beta = v/c$  et  $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ . Dans le cas de la composition de deux déplacements de vitesses colinéaires  $v$  et  $v'$ , la transformation résultante a la même forme que les transformations élémentaires et nous donne la loi de composition des vitesses aussi bien connue (où tous les vecteurs vitesse n'ont qu'une composante le long de l'axe des  $x$  et se comportent comme des scalaires) :

$$v'' = v \oplus v' = \frac{v+v'}{1+\frac{vv'}{c^2}}$$

*Remarques :*

1) Si dans les relations précédentes on fait  $c = 1$ , on obtient les relations suivantes :

$$x' = \gamma(x - vt)$$

$$t' = \gamma(t - vx)$$

Cette écriture a déjà été proposée (avec des notations différentes) et commentée par H. Poincaré (1905). On observe une parfaite symétrie entre  $x$  et  $t$  et entre  $x'$  et  $t'$  (l'échange simultané de  $x$  et  $t$  et de  $x'$  et  $t'$  ne change rien). Au niveau des équations, rien ne distingue l'espace du temps. C'est dire que si l'on donne à  $t$  le sens d'une coordonnée d'espace, «  $x$  est un temps pour  $t$  ». C'est dire aussi que si  $t$  repère le mouvement permettant de passer de  $x$  à  $x'$ , on peut dire que  $x$  repère le mouvement permettant de passer de  $t$  à  $t'$ . *Une suite de positions  $x$  est équivalente à une suite de temps  $t$ .* Dans chaque cas on immobilise dans la pensée l'un ( $x$  ou  $t$ ) par rapport à l'autre ( $t$  ou  $x$ ). Cette belle symétrie n'est pas du tout anodine comme on le redira, et elle ne pourra qu'être brisée lorsque l'on rajoutera les coordonnées spatiales  $y$  et  $z$  dans la transformation,  $t$  restant scalaire.

2) Comme nous l'avons dit, divers auteurs ont adopté des jeux de conditions différentes. Certains ont voulu s'affranchir de conditions portant sur le phénomène « particulier » qu'est la propagation de la lumière. Ils l'ont fait en remplaçant les conditions (si  $x = ct$  alors  $x' = ct'$ ) et (si  $x = -ct$  alors  $x' = -ct'$ ) par d'autres conditions. Ainsi Lee et Kalotas (1975) demandent que si le repère  $R'$  se déplace à la vitesse  $v$  par rapport au repère  $R$ , alors le repère  $R$  se déplace à la vitesse  $-v$  par rapport au repère  $R'$  (ce que nous appellerons condition de réciprocité par la suite).

Lévy-Leblond (1976) quant à lui exige une condition de structure de groupe pour les transformations. Cela demande en particulier l'existence d'un inverse, ce qu'il exprime de la façon suivante : si  $v$  nous fait passer d'un repère à l'autre alors  $-v$  est la vitesse de la transformation inverse qui nous fait revenir au point de départ. Cette condition peut s'écrire  $[L(v)]^{-1} = L(-v)$  et se relie à la proposition de Lee et Kalotas.

3) Les résultats précédent montrent implicitement que la condition de constance de vitesse de la lumière (2° postulat) a un rôle mathématique équivalent à la condition  $[L(v)]^{-1} = L(-v)$ . Comment le comprendre ? Nous montrons dans l'Annexe 1 que, dans notre interprétation des relations entre les concepts de temps, espace et mouvement, le deuxième postulat se cache effectivement dans la simple possibilité d'écrire une vitesse relative entre deux points A et B, c'est-à-dire encore dans la condition de réciprocity des mouvements de deux repères. On voit aussi par là un lien entre conditions structurelles et conditions conjoncturelles : ce que l'on met à la place du 2° postulat fait intervenir explicitement la vitesse relative  $v$  des deux repères. La suite du texte éclairera ce point auquel nous donnerons une importance particulière.

## 2. Extension au cas de déplacements quelconques des repères. La rotation de Thomas

Envisageons maintenant le cas où la direction  $v$  est quelconque par rapport aux axes de coordonnées. La démarche, extension de la précédente, est alors la suivante : on opère une rotation des axes  $R$  et  $R'$  de telle façon que les nouveaux repères, que nous nommons  $R_v$  et  $R'_v$  aient leurs axes des  $x$  le long de  $v$ . On effectue alors une transformation de Lorentz telle que celle décrite précédemment. On revient ensuite aux repères de départ par une rotation inverse de la rotation initiale. La transformation obtenue en fin de compte est donnée par exemple dans Tonnelat (1959) :

$$x' = x + \frac{\alpha v_x}{v^2} (v_x x + v_y y + v_z z - c^2 t (1 + \sqrt{1 - \beta^2}))$$

$$y' = y + \frac{\alpha v_y}{v^2} (v_x x + v_y y + v_z z - c^2 t (1 + \sqrt{1 - \beta^2}))$$



$$z' = z + \frac{\alpha v_z}{v^2} (v_x x + v_y y + v_z z - c^2 t (1 + \sqrt{1 - \beta^2}))$$

$$t' = t - \frac{1}{c^2 \sqrt{1 - \beta^2}} (v_x x + v_y y + v_z z - c^2 t (1 - \sqrt{1 - \beta^2}))$$

Avec  $\beta = v/c$ ,  $\alpha = \gamma - 1$ ,  $v_x$ ,  $v_y$  et  $v_z$  étant les composantes de la vitesse  $v$  (de module  $v$  ; nous n'utiliserons pas de notations différentes pour un vecteur et son module, le contexte permettant en général de choisir). Nous pouvons écrire ces relations de façon condensée :  $(x', y', z', t')^T = L(v).(x, y, z, t)^T$ , où  $L(v)$  est une matrice 4x4 dont les coefficients peuvent être lus sur les relations précédentes, et où l'exposant T indique une transposition transformant un vecteur ligne en vecteur colonne. On peut alors essayer de composer deux transformations de ce type, de vitesses successives  $v$  et  $v'$ , non colinéaires et de directions quelconques. On constate que la composition  $L(v').L(v)$  ne redonne pas une loi identique à celle de départ, c'est-à-dire qu'il n'existe pas de vitesse  $v''$ , fonction de  $v$  et  $v'$ , permettant d'écrire une transformation unique  $L(v'')$  vérifiant  $L(v'') = L(v').L(v)$ . En d'autres termes, on perd l'homomorphisme entre le groupe d'addition des vitesses et celui de composition des transformations des repères (à condition de pouvoir les définir comme on le discute plus loin). Nous n'avons pas vu dans la littérature l'expression générale de  $L(v').L(v)$  (qui ne doit pas être simple !). On peut comprendre sans calcul l'impossibilité de trouver un tel  $L(v'')$  en remarquant que la transformation de Lorentz spéciale conserve les directions perpendiculaires à la direction de la vitesse de déplacement des repères (cf. les contraintes  $y = y'$ ,  $z = z'$ ). La composition de deux transformations dans des directions obliques ne conserve plus aucune direction perpendiculaire à quoi que ce soit, et n'est donc pas du même type. On peut aussi démontrer l'impossibilité précédente sur des exemples simplifiés en composant (à deux dimensions d'espace) un déplacement de vitesse  $(v_x, 0)$  par un déplacement de vitesse  $(0, v_y)$ . Le résultat n'est pas une transformation spéciale de Lorentz et n'est pas en tout cas celle correspondant à  $L(v)$  avec  $v = (v_x, v_y)$ ... On n'a pas de vitesse pour revenir au point de départ, ce qui fait dire à Brill (1999) que « l'on est perdu dans l'espace des vitesses ». Tout ceci montre que, en composant deux transformations spéciales de Lorentz, on n'a pas une loi de composition interne, et on n'a pas de structure de groupe.

On adopte alors une démarche différente, en cherchant d'abord une loi de composition des vitesses qui ne passe pas par les transformations des repères. On calcule pour cela le ratio  $dr'/dt'$  en fonction du ratio  $dr/dt$  et de  $v$ , connaissant la loi définissant  $L(v)$  pour  $v$  quelconque

(voir plus haut au début de la section 2), et où  $r$  désigne le vecteur  $(x, y, z)$  et  $r'$  le vecteur  $(x', y', z')$ . En appelant alors  $v$  le ratio  $dr/dt$  et  $v''$  le ratio  $dr'/dt'$ , on obtient une expression de  $v''$  en fonction de  $v$  et  $v'$  que nous écrivons ici (voir Tonnelat, 1959, par exemple) :

$$v'' = v \oplus v' = \frac{v+v'}{1+\frac{vv'}{c^2}} - \frac{1}{c^2} \frac{\gamma_v}{1+\gamma_v} \frac{v^2 v' - (vv')v}{1+\frac{vv'}{c^2}}$$

avec  $\gamma_v = (1 - (v/c)^2)^{-1/2}$ . Dans les relations écrites ici,  $v$  désigne un vecteur à trois composantes (de même pour  $v'$  et  $v''$ ), sauf dans  $\gamma_v$  où il désigne le module de  $v$ . On peut écrire aussi la relation précédente sous la forme:

$$v'' = v \oplus v' = \frac{v+v'}{1+\frac{vv'}{c^2}} + \frac{1}{c^2} \frac{\gamma_v}{1+\gamma_v} \frac{v \times (v \times v')}{1+\frac{vv'}{c^2}}$$

Où  $\times$  désigne le produit vectoriel. Ce qui donne pour la composante selon  $x$  par exemple

$$v''_x = \frac{v_x + v'_x}{1 + \frac{v_x v'_x + v_y v'_y + v_z v'_z}{c^2}} + \frac{1}{c^2} \frac{\gamma_v}{1 + \gamma_v} \frac{1}{1 + \frac{v_x v'_x + v_y v'_y + v_z v'_z}{c^2}} (v_y (v_x v'_y - v_y v'_x) - v_z (v_z v'_x - v_x v'_y))$$

Cette nouvelle loi  $v'' = v \oplus v'$  n'est plus commutative,  $v \oplus v'$  et  $v' \oplus v$  ont des orientations différentes, et sont aussi différents de  $v + v'$  ; mais il se trouve qu'ils ont même module. La loi de composition des vitesses se raccorde à la loi définie plus haut dans le cas de vitesses colinéaires.

Alors que l'on n'avait rien obtenu par la composition des transformations de Lorentz, on décide que telle est la loi de composition des vitesses pour les repères aussi. On constate alors que l'on peut mathématiquement faire coïncider le  $L(v'')$  d'une part, calculable en prenant l'expression de  $v''$  ci-dessus, et le produit  $L(v').L(v)$  d'autre part, en rajoutant une rotation d'espace à trois paramètres  $\text{Rot}(v, v')$ , fonction de  $v$  et  $v'$ , dite rotation de Thomas ; cette dernière opère une rotation du repère final  $R''$  par rapport au repère initial  $R$ , ou réciproquement du repère initial  $R$  par rapport au repère final  $R''$ .  $\text{Rot}(v, v')$  est la matrice de

rotation transformant le vecteur  $v' \oplus v$  en le vecteur  $v \oplus v'$  et laissant le temps  $t$  invariant, c'est-à-dire que  $v \oplus v' = \text{Rot}(v, v')v' \oplus v$ . Et l'on a  $[\text{Rot}(v, v')]^{-1} = \text{Rot}(v', v)$ . Les transformations s'écrivent :

$$L(v).L(v') = L(v \oplus v')\text{Rot}(v, v') = \text{Rot}(v, v')L(v' \oplus v)$$

Ou encore :

$$L(v'') = \text{Rot}(v, v')L(v).L(v') = L(v)L(v')\text{Rot}(v', v)$$

où la matrice de rotation spatiale est étendue à 4x4 dimensions en rajoutant les coefficients adéquats pour laisser invariant le temps (cf. Ungar, 1989, 1991). Il convient de bien voir dans les expressions précédentes les changements dans l'ordre des vecteurs  $v$  et  $v'$  suivant que l'on commence ou que l'on termine par la rotation de Thomas. La détermination des paramètres de cette rotation est rarement donnée dans le cas le plus général. Des expressions simplifiées sont parfois données dans le cas d'une nouvelle vitesse  $v'$  très proche de la vitesse  $v$ . Le problème de la perte de la direction invariante perpendiculairement à la vitesse de déplacement relatif final n'est pas discuté dans les travaux concernant la rotation de Thomas (voir aussi la section suivante).

### **3. Démarche à 3 dimensions d'espace, le groupe de Lorentz-Poincaré (transformations « générales »)**

En résumé de la section précédente, pour pouvoir composer deux transformations spéciales de Lorentz et garder une cohérence mathématique d'ensemble de la démarche, c'est-à-dire en particulier retrouver une transformation du même type que les transformations de départ, il faut rajouter des rotations d'espace. Celles-ci, peut-on dire, n'étaient pas prévues au départ (à une dimension d'espace, le problème des rotations ne se pose pas). Pour les permettre d'emblée, les mathématiciens proposent une démarche plus générale, en se plaçant dans un cadre d'hypothèses moins restrictives. On se donne simplement comme condition de conserver la forme quadratique  $Q = x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2$ . Cette condition est une conséquence du second postulat considéré comme valable dans toutes les directions,

de la linéarité des transformations et de l'isotropie de l'espace (Rougé, 2002). Toutes choses égales par ailleurs, on a trois relations de moins. On a alors des possibilités nouvelles, manifestées par des rotations d'espace définies par trois paramètres (une direction et un angle par exemple). L'ensemble des transformations qui laissent invariante la forme quadratique  $x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2$  constitue ce que l'on appelle le groupe de Lorentz, dont les éléments sont les transformations générales de Lorentz. Les matrices correspondantes sont notées  $\Lambda$  de coefficients  $\Lambda^\mu_\nu$  où les indices  $\mu$  et  $\nu$  prennent les valeurs 0, 1, 2, 3 ; l'indice 0 se réfère au temps, les trois autres à x, y et z. La conservation de la forme quadratique s'écrit

$$\Lambda^T G \Lambda = G$$

avec  $G = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ , matrice diagonale dont les coefficients diagonaux sont égaux à 1, -1, -1 et -1 respectivement. On vérifiera que les matrices  $\Lambda$  constituent un groupe c'est-à-dire que la composition de deux transformations générales de Lorentz est une transformation générale de Lorentz. Elle correspond à la composition d'une transformation spéciale par une rotation. Ce groupe est aussi appelé  $SO(1,3)$  (spécial orthogonal) en référence à la classification des groupes de Lie à plusieurs paramètres. Ici la dimension du groupe est égale à 6 (trois paramètres de vitesse  $v$  et trois paramètres de rotation). Ce groupe a été bien étudié par les mathématiciens et l'on peut y distinguer plusieurs composantes connexes (voir le détail par exemple dans Rougé, 2002). Ces composantes se définissent par le signe du déterminant de  $\Lambda$  (égal à  $\pm 1$ ), soit les transformations propres (déterminant = 1) ou impropres (déterminant = -1) ; et par le signe du coefficient temporel  $\Lambda^0_0$  : transformations orthochrones, s'il est positif, transformations antiorthochrones s'il est négatif. En rajoutant les translations d'espace et de temps, on obtient ce que l'on appelle le groupe de Poincaré.

#### 4. Problèmes posés

Les démarches et les résultats présentés dans les deux sections précédentes posent diverses questions. La plupart des difficultés, en particulier celles d'ordre mathématique, disparaissent si l'on adopte l'approche générale (section 3) ; toutefois, des interrogations sur le sens physique de la démarche subsistent. Il faut examiner et comparer l'ensemble des deux approches (spéciale et générale).

#### 4.1. Procédé d'obtention des relations de Lorentz lorsque le déplacement relatif n'est pas parallèle à un axe. Perte de symétrie entre variables spatiales et temporelles

Lorsque la vitesse de déplacement relatif des repères n'est pas parallèle à un axe de coordonnées, on prolonge comme on l'a vu la démarche spéciale en effectuant deux rotations des axes, une avant, et une après une transformation spéciale de Lorentz. Pour cette dernière, on a observé qu'il y a symétrie entre la variable temporelle et la variable d'espace, manifestée par l'invariance des relations obtenues en échangeant  $x$  et  $t$ ,  $x'$  et  $t'$ . En rajoutant deux autres dimensions d'espace, on perd cette symétrie, la variable d'espace n'étant plus unique. Mais on vérifiera que l'on ne peut restaurer aucune symétrie entre  $t$  et une combinaison des variables spatiales, comme on pourrait le chercher entre  $t$  et  $l = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$  le long de la direction  $v$ . Cela résulte du fait que, en effectuant les rotations rappelées ci-dessus, on n'a pas traité les groupes de variables spatiales et temporelles de la même façon, les transformations par rotation s'appliquant seulement aux variables d'espace, et non à la variable temporelle. Ces observations s'appliquent aussi aux transformations générales qui associent des transformations spéciales et des rotations d'espace.

#### 4.2. Procédé d'obtention de la loi de composition des vitesses de façon indépendante de la composition des repères. Perte de la correspondance entre vitesse et repère.

La composition de deux transformations spéciales de directions quelconques ne redonne pas une transformation spéciale, et ne permet pas d'obtenir une loi d'addition relativiste de deux vitesses. Comme on l'a vu, on calcule alors le ratio  $dr'/dt'$  (de composantes  $dx'/dt'$ ,  $dy'/dt'$ ,  $dz'/dt'$ ) dans un référentiel en mouvement à la vitesse  $v$ , et on le relie au ratio  $dr/dt$  (de coordonnées  $dx/dt$ ,  $dy/dt$ ,  $dz/dt$ ) dans le repère en repos. Il n'y a pas de second référentiel en mouvement envisagé (c'est à dire de troisième référentiel en comptant le repère au repos). On décide que la composition déterminée par cette méthode s'applique bien à la composition de deux repères en mouvement. On peut se poser la question de la cohérence de ce procédé, consistant à dissocier les concepts de repère et de vitesse pour le calcul (car l'association conduit à des difficultés), tout en associant ensuite l'un à l'autre après coup : on n'attache pas d'emblée de repère aux vecteurs  $dr/dt$  et  $dr'/dt'$ , alors qu'on le pourrait, mais on le fait après. A l'arrivée en effet, on a besoin de parler de plusieurs repères, associés à plusieurs vitesses, pour calculer une fonction  $L(v'')$  et la comparer aux fonctions  $L(v)$  et  $L(v')$  (et faire apparaître une rotation éventuelle). En procédant de cette façon, on finit par perdre la signification d'un

repère ou d'une vitesse qui deviennent immatériels et dont le statut semble laissé à un choix arbitraire de commodité. Si l'on garde un souci de concret, on doit attacher un repère mobile au mouvement d'un point matériel caractérisé par une vitesse, et repère et vitesse sont indissociablement liés (à une rotation près qui n'a pas ici d'importance). Dans la démarche adoptée au contraire, on se permet de dissocier les deux : mais comment définir l'un sans l'autre ?

#### 4.3 Changement de structure du problème posé

Ce flottement sur les relations entre repère et vitesse se retrouve dans la structure même du problème que l'on se pose. Le problème de départ peut s'énoncer de la façon suivante : *on se donne des repères différents*, et donc des vitesses différentes, et on veut calculer des formules de transformations  $L(v)$  et leurs compositions. Insistons : les repères sont donnés à l'avance avec les vitesses et, ce que l'on ignore, ce sont les lois  $L(v)$  et leurs compositions. Le problème auquel on aboutit est différent puisque l'on semble se donner les vitesses indépendamment des repères, et que l'on détermine par le calcul les repères en même temps que les lois  $L(v)$  cherchées : *on découvre que les repères ont pu tourner* et leur orientation est fonction des lois  $L(v)$  trouvées. Il y a une rupture de construction. Revenons à Einstein qui a fondé ses raisonnements sur des exemples concrets : on se donne un quai, on se donne un train qui se déplace par rapport à lui. Dans le cas de la composition de deux mouvements ou repères, il faut en plus imaginer quelqu'un qui marche dans le train dans une direction oblique par rapport au mouvement de ce dernier. Ici donc à l'arrivée, c'est comme si on découvrait que le quai a tourné, alors qu'on se l'était donné au départ ! Qu'est-ce qui tourne, si rien de matériel ne tourne ? Certes le groupe de Lorentz nous donne les changements de bases vectorielles les plus généraux, mais à quel problème physique voulons nous répondre ?

#### 4.4. Sens d'une grandeur et sa vision simple ou décomposée

En acceptant le déroulement précédent, nous sommes conduits à des effets étranges. Selon que l'on envisage une transformation d'un repère  $R$  à un repère  $R''$  de façon simple ou composée le résultat est changé : le simple fait d'imaginer qu'il y a un intermédiaire  $R'$  rend le terme différent. On ne peut plus envisager une grandeur à la fois comme simple ou décomposée, ce qui nous paraît une qualité essentielle pour une grandeur physique. Pouvoir le faire est aussi conforme à une requête de structure de groupe (cf. ci-dessus à propos de Lévy-

Leblond, 1976). Si on ne dit pas que  $R''$  est obtenu avec un intermédiaire on ne sait si ce repère a tourné ou non ? Si l'intermédiaire met en jeu des vitesses de grandeurs différentes, la rotation est plus ou moins importante... On retrouve un malaise sur la nature même d'un repère et ses relations avec les autres repères.  $R''$  est imposé par rapport à  $R'$ , qui était lui-même imposé par rapport à  $R$ , et découvert (construit) par la recherche par rapport à  $R$ .

#### 4.5. Perte de la condition de réciprocité

Comme dit plus haut (et voir l'Annexe 1), la condition que nous avons appelée de réciprocité nous paraît au cœur de la définition même d'une vitesse. Elle exprime une propriété de symétrie : si A voit B se déplacer à la vitesse  $v$ , B voit A se déplacer à la même vitesse (au signe près relié au choix d'orientation de l'espace). Une vitesse n'est pas la propriété d'un point mais exprime une relation entre deux points et est commune aux deux points. Pour les transformations qui impliquent des compositions de vitesses et des rotations, cette propriété n'est plus acquise dans le formalisme standard que nous avons rappelé. En effet le vecteur  $v \oplus v'$  (vitesse de  $R''$  par rapport à  $R$ ) et le vecteur  $v' \oplus v$  (vitesse de  $R$  par rapport à  $R''$ ) sont différents, ils ont des directions différentes. Aucun de ces deux vecteurs n'est porté par la direction qui relie les deux origines  $O$  et  $O''$  des deux repères. Il y a bien une vitesse le long de  $OO''$  mais ce n'est pas elle qui est utilisée. Par la rotation de Thomas on fait coïncider  $v \oplus v'$  et  $v' \oplus v$  mais on peut aussi vérifier (Mocanu, 1986, 1991, 1993) que la rotation ne rétablit pas les directions des vecteurs directeurs des axes de coordonnées. Remarquons que la façon dont une rotation est supposée restaurer la conservation des distances dans la direction perpendiculaire à la vitesse de la transformation spéciale de vitesse  $v''$  (obtenue par composition de deux vitesses  $v$  et  $v'$ ) mériterait aussi d'être décrite mathématiquement de façon détaillée... Des problèmes se posent également en retour pour la compréhension des vitesses  $v$  et  $v'$  elles-mêmes (et non seulement celle des vitesses  $v \oplus v'$  ou  $v' \oplus v$ ), en relation avec les rapports des repères entre eux. Pour définir  $v$  et  $v'$  on associe des paires de repères sans rotation ( $R$  et  $R'$ , ou  $R'$  et  $R''$ ) et on vérifie alors les conditions de réciprocité. Mais à l'arrivée après composition, les vitesses  $v$  et  $v'$  ont des propriétés différentes selon le point de vue adopté. La vitesse  $v'$  vérifie la condition de réciprocité par rapport à  $R'$  et  $R''$ , mais a des propriétés différentes dans  $R''$  compris comme ayant tourné où elle ne vérifie plus la condition de réciprocité quant aux relations entre  $R'$  et  $R''$  (de même pour  $v$  dans ses relations entre  $R$  et  $R'$  selon que  $R$  est considéré comme ayant tourné ou non).

On remarquera que la condition de réciprocity sur les vitesses et les repères est utilisée dans les traités contemporains pour démontrer la relation  $E = mc^2$ . On envisage pour cela des phénomènes particuliers comme des collisions entre particules et l'écriture de la conservation de la quantité de mouvement demande explicitement que la vitesse d'un premier repère par rapport à un second soit l'opposé de la vitesse du second par rapport au premier (Rougé, 2002). Il y a incohérence à tout le moins, cette condition n'étant plus vérifiée dans le cas général des compositions des transformations générales de Lorentz.

#### 4.6. Problèmes posés par Mocanu à propos de l'électromagnétisme

Les problèmes posés par la rotation de Thomas ont été étudiés en détail par Mocanu dans une série d'articles (1986, 1991, 1993). Outre les problèmes déjà évoqués dans la section précédente, cet auteur a montré que cette rotation ne permet pas au formalisme de fonctionner correctement pour les transformations relativistes du champ électromagnétique, pour les paires  $(\mathbf{J}, \rho)$  ou  $(\mathbf{E}, \mathbf{B})$  ou d'autres paires de vecteurs. En effectuant les transformations relativistes avec la rotation de Thomas, on n'a pas conservation d'invariants scalaires de l'électromagnétisme. Les transformations ne sont valables que pour la composition de vitesses colinéaires. Franco (2006) parle aussi de problèmes portant sur les transformations des différentes composantes du champ électromagnétique.

De très nombreux problèmes ou supposés problèmes sont discutés dans la littérature, nous ne pouvons en rendre compte, ni toujours apprécier leur pertinence, mais ils manifestent d'une autre façon le malaise dont nous venons de parler. Celui-ci se traduit selon notre analyse par une déconnexion trop forte entre la démarche mathématique et la démarche physique.

## **5. Propositions**

### 5.1. Le constat

Si nous voulons résumer la discussion précédente, nous dirons que les relations de Lorentz fonctionnent bien lorsqu'une seule dimension d'espace est véritablement concernée : on a dans ce cas une parfaite symétrie entre le paramètre temporel et le paramètre d'espace. Dans



cette configuration, la constance de la vitesse de la lumière est imposée le long d'une seule direction. Selon notre analyse, l'écoulement du temps peut alors être compris comme marqué par un mouvement à la vitesse  $c$  le long de l'axe d'espace où l'on définit la vitesse  $v$  du repère en mouvement. Toujours selon notre analyse, les deux vitesses  $v$  et  $c$  ne sont pas définies de façon indépendante l'une de l'autre ; ou encore  $c$  n'est pas définie toute seule indépendamment des autres phénomènes : on ne connaît que des ratios, en l'occurrence ici le ratio  $v/c$ . C'est dire aussi que les conditions que nous avons appelées structurelles et conjoncturelles sont liées.

Par opposition à ce bon fonctionnement pour  $1 + 1$  dimensions, l'extension des transformations de Lorentz à un déplacement relatif des repères de direction quelconque conduit à des insatisfactions. On impose dans ce cas la constance de la vitesse de la lumière isolément du reste et dans toutes les directions (conservation de la forme quadratique  $Q$ ). Les difficultés rencontrées se manifestent surtout à l'occasion des *compositions* de transformations de Lorentz ; leur application pratique est limitée, mais cela n'en fait pas moins apparaître des questions relatives à la structure d'ensemble. Les difficultés tiennent selon nous à la (mauvaise) compréhension du temps et de son lien avec l'espace. Comment comprendre le lien entre le temps et l'espace pour que, en modifiant l'*orientation* d'une vitesse  $v$ , les relations entre le paramètre  $t$  et les paramètres  $x$ ,  $y$  et  $z$  changent ? Comment l'écoulement du temps considéré comme un scalaire pourrait-il être lié au repérage dans l'espace et à ses rotations possibles ? Les dissymétries entre les directions de l'espace qui apparaissent posent aussi la question de leur indépendance entre elles.

En bref, *en relativité le passage de  $1 + 1$  dimensions (une pour le temps, une pour l'espace) à  $3 + 1$  (trois pour l'espace, une pour le temps) nous paraît défectueux*. Devant cette situation, nous pourrions dire : la théorie de la relativité ne marche pas; il faut trouver autre chose. Une autre attitude est possible, remarquant que la théorie fonctionne bien en  $1 + 1$  dimensions. On doit alors se poser la question : qu'est ce qui ne va pas dans le passage de une à trois dimensions d'espace? On n'a pas rajouté d'hypothèse, on a simplement effectué des opérations géométriques simples en trois dimensions, de type rotation, projection etc. Mais en faisant cela, on a brisé une symétrie entre l'espace et le temps qu'il nous paraît utile de rétablir.

## 5.2. Propositions

Nous proposons ainsi de modifier les relations de Lorentz. Nous allons le faire selon une approche physico-mathématique en continuité avec les développements précédents ; pour des compléments de justification, nous renvoyons à d'autres travaux reliés à une approche philosophique dont nous dirons un mot plus loin (section 7). Les points importants de notre démarche sont les suivants.

*1. Nous voulons associer le temps à une direction d'espace, c'est-à-dire définir le temps par un déplacement. Ce déplacement est défini par un phénomène particulier que nous choisissons. Ce choix est conforme au fonctionnement pratique des horloges où l'on associe toujours un intervalle de temps à un intervalle d'espace via un déplacement, que ce soit celui d'une pièce mécanique, du soleil, ou d'un signal lumineux. Le temps est alors défini par un vecteur  $t$  dans une direction donnée. Et dans le cas général on aura donc, en projetant cette coordonnée de position  $t$  le long des trois axes de coordonnées, trois composantes  $t_x$ ,  $t_y$  et  $t_z$ . Aujourd'hui, c'est la propagation de la lumière qui sert pour définir le temps, et l'on tient bien compte, pour décider des valeurs numériques des grandeurs temporelles et spatiales qui nous intéressent, de la direction des photons dans l'horloge à photons.*

*2- Nous voulons que la direction le long de laquelle nous définissons le déplacement « temporel » (et pour laquelle nous énonçons le second postulat) soit aussi celle des phénomènes en cours d'étude, par exemple le déplacement relatif des repères à la vitesse  $v$ . De façon générale, pour la bonne cohérence de la construction, nous pensons que la vitesse de tout mobile doit être définie dans la même direction que celle du « mobile-temps » (au sens du déplacement « temporel » de la section précédente) qui sert à la lui donner une valeur. Cette condition est conforme à l'interprétation selon laquelle on ne mesure pas plus  $c$  (vitesse de la lumière) que  $v$  de façon absolue et indépendante. Pour définir les étalons d'espace et de temps, on ne peut que comparer des phénomènes à d'autres phénomènes ; c'est-à-dire encore : pour mesurer  $v$ , il faut mettre en oeuvre  $c$  (l'étalon) dans la même direction, et réciproquement. En un mot, on ne connaît que des ratios  $v/c$  (voir aussi plus loin).*

*3- Nous voulons que la transformation obtenue vérifie la condition de réciprocité stipulant que si un repère  $R$  va à la vitesse  $v$  par rapport à un repère  $R'$ , alors le repère  $R'$  va à la vitesse*

-v par rapport à R. Cette condition contient le principe même de constance de la vitesse de la lumière (Annexe 1). Dans le cas général, cette condition de réciprocité doit être remplie pour chacune des composantes  $v_x$ ,  $v_y$ ,  $v_z$ , par définition d'une vitesse à trois dimensions. Exprimer l'isotropie de l'espace revient à dire que cette condition doit être remplie quelle que soit l'orientation de la vitesse  $v$ , mais *tout en gardant les vecteurs  $v$ ,  $c$  et  $t$  parallèles* (nous parlerons du vecteur  $c$  comme supporté par la propagation de la lumière). C'est-à-dire que l'on ne peut juger de la vitesse de la lumière dans toutes les directions à la fois, on commence toujours par une direction particulière. Cette exigence entraîne que la seule conservation de la forme quadratique  $Q$  (qui conduit à des résultats ne vérifiant pas la condition de réciprocité) ne peut suffire.

*4- Nous voulons une symétrie parfaite, dans les formules de transformations, entre le paramètre temporel maintenant vectoriel et le paramètre spatial vectoriel  $r(x, y, z)$ .* Cela exprime que l'espace et le temps sont mesurés par le même phénomène, en conformité avec la pratique d'aujourd'hui où les distances sont mesurées par des temps. Comme nous l'avons dit une suite de positions est équivalente à une suite de temps et réciproquement. C'est-à-dire que le point de vue « temporel » est le même que le point de vue « spatial ».

En bref, nous imposons une série de conditions qui combinent celles adoptées dans les démarches spéciale et générale classiques respectivement. Soulignons en particulier que nous ne retenons pas les hypothèses  $y = y'$  et  $z = z'$  des transformations spéciales, car elles ne respectent pas la condition de symétrie entre variable spatiale et temporelle, exprimée maintenant sous forme vectorielle ; et que nous imposons le second postulat selon une direction particulière (celle du déplacement relatif des repères), ce qui peut certes s'exprimer par la conservation de la forme quadratique  $Q$ , mais en rajoutant la contrainte du parallélisme des vecteurs  $v$  et  $t$ .

### 5.3. Résultats

On vérifiera que les nouvelles relations de Lorentz répondant aux exigences précédentes sont les suivantes :

$$\vec{r}' = \gamma(\vec{r} - v\vec{t}) \quad \vec{t}' = \gamma\left(\vec{t} - \frac{v}{c^2}\vec{r}\right)$$

Ce qui se développe en :

$$x' = \gamma(x - vt_x) \quad y' = \gamma(y - vt_y) \quad z' = \gamma(z - vt_z)$$

et

$$t'_x = \gamma\left(t_x - \frac{v}{c^2}x\right) \quad t'_y = \gamma\left(t_y - \frac{v}{c^2}y\right) \quad t'_z = \gamma\left(t_z - \frac{v}{c^2}z\right)$$

Avec  $t^2 = t_x^2 + t_y^2 + t_z^2$  et  $v(v_x, v_y, v_z)$  de module  $v$ .

### Remarques

1) Les relations précédentes sont semblables à celles des transformations spéciales pour les couples  $(x, t)$  et  $(x', t')$  (en ne tenant pas compte des conditions  $y = y'$ ,  $z = z'$ ) mais avec des vecteurs. Dans le facteur  $\gamma$  on notera que  $v$  intervient par son module qui est un scalaire. Ce scalaire intervient dans les facteurs  $vt$  et  $vr$  des transformations de Lorentz. Dans les transformations individuelles, on aurait éventuellement pu attendre des formulations contenant des termes du type  $v_x t_x$  ou  $v_x r_x$  par exemple, mais elles ne sont pas conformes à notre définition du temps comme déplacement parallèlement à  $v$ . Les vecteurs envisagés ici sont  $vt$  et  $vr$  le long de la direction  $r$  ou  $v$ , et se projettent en  $vt_x$  égal à  $v_x t$ , ou en  $vr_x$  égal à  $v_x r$ , du fait de l'égalité  $r_x/r = v_x/v = t_x/t$  ( $r_x$  est ici égal à  $x$ ).

Les vecteurs quelconques reliés par les transformations n'ont pas besoin d'être parallèles à la direction commune  $t, v$ . Celle-ci intervient pour donner sens aux étalons de mesure des distances et des temps utiles pour donner leurs valeurs numériques aux composantes de tous les vecteurs  $(x, y, z, t_x, t_y, t_z)$ .

2) On remarquera que, dans le cas où  $v$  est parallèle à  $Ox$ , on a  $t = t_x$ ,  $t_y = t_z = 0$  mais on n'a pas  $y' = y$ ,  $z' = z$ , mais  $y' = \gamma y$  et  $z' = \gamma z$ . Ce qui exprime en bref le fait que les mesures le long des axes d'espace sont concernées par le temps... Pour ce qui regarde les nouvelles composantes du temps, on a également

$$t'_x = \gamma(t_x - \frac{v}{c^2}x) \quad t'_y = -\gamma\frac{v}{c^2}y \quad t'_z = -\gamma\frac{v}{c^2}z$$

3) Franco (2006) a écrit des formules identiques à celles données ci-dessus. Si, pour parler du déplacement temporel, on envisage trois déplacements (que l'on pourra relier après-coup) le long des trois axes (au lieu d'en envisager un seul projeté selon les trois axes comme on vient de le faire), on écrit des transformations de Lorentz un peu différentes (voir Ziino, 1979 a et b ; Guy, 2004). L'adoption d'un déplacement unique projeté suivant les trois axes nous paraît plus conforme à la pratique.

#### 5. 4. Composition de déplacements

Que pouvons-nous dire alors sur la composition de plusieurs déplacements de repères ? Il faut désormais concevoir cette composition de façon générale, dans le cadre d'un temps compris lui-même comme un déplacement, parallèle à la vitesse  $v$  du mouvement relatif des repères, et en faisant intervenir ses projections selon les diverses directions utiles. En composant des déplacements de vitesses quelconques, nous allons devoir corrélérer des changements d'étalons orientés et associés aux changements des directions des vitesses. Cherchons comment on peut composer deux transformations de Lorentz (au sens de la section précédente) le long de deux directions  $v$  et  $v'$  quelconques. Les relations que nous avons données peuvent s'écrire dans un espace six-dimensionnel pour les vecteurs  $m = (r, t) = (x, y, z, t_x, t_y, t_z)^T$  avec  $t = (t_x^2 + t_y^2 + t_z^2)^{1/2}$ , et  $m'$  d'expression analogue en fonction de  $r'$  et  $t'$ . Soit :  $m' = L(v).m$ , en continuant d'utiliser la notation  $L(v)$ . On traite en réalité un seul et même espace de dimension trois compté deux fois,  $r$  et  $t$  ( $r'$  et  $t'$ ) y appartenant tous deux. Dans le premier repère, le temps est défini par la propagation d'un signal le long d'une certaine direction  $t$ , qui permet aussi de définir la règle servant à mesurer les distances ;  $t$  et  $v$  ont même direction. Si on change la direction  $v$  et que l'on envisage des déplacements le long d'une nouvelle direction  $v'$ , il faudra envisager des étalons de longueur et de temps (marqués par le mouvement du mobile marquant le temps) le long de cette nouvelle direction ; il faudra ainsi projeter tous les vecteurs utiles (ayant une signification temporelle comme spatiale) sur la nouvelle direction, avant d'écrire la transformation de Lorentz reliant les deux systèmes de référence. Désignons par  $m_v (r_v, t_v)$  les vecteurs envisagés selon la

direction  $v$  et par  $m_v$  ( $r_v$ ,  $t_v$ ) leurs projections selon  $v'$  (toutes les composantes de  $m$  sont soumises à l'opération de projection). Appelons  $\text{Proj}(v,v')$  la matrice donnant la projection d'un vecteur envisagé le long de la direction  $v$  sur la direction  $v'$ . C'est une matrice diagonale dont les coefficients sont des rapports de cosinus directeurs des directions  $v$  et  $v'$ . Sans changement de notation, on considérera que  $\text{Proj}(v,v')$  peut s'écrire dans un espace à deux fois trois dimensions, en répétant une seconde fois les coefficients pour avoir une matrice à 6 dimensions. On vérifiera que ces matrices de projection commutent avec les matrices  $L$ . Ainsi en passant de  $v$  à  $v'$  nous écrivons :  $m_{v'} = \text{Proj}(v,v')m_v$ . La transformation de Lorentz concerne deux vecteurs  $m$  et  $m'$ , où les composantes sont mesurées en utilisant la même direction des étalons ; pour la première transformation on a donc :  $m'_v = L(v).m_v$ . Pour composer avec une nouvelle transformation de Lorentz selon  $v'$ , on devra d'abord exprimer la relation précédente le long de cette nouvelle direction :  $m'_{v'} = \text{Proj}(v,v').L(v).m_v$  avant d'exprimer la nouvelle transformation par :  $m''_{v'} = L(v')m'_{v'}$ . En projetant le tout sur la direction initiale  $v$  par  $m''_v = \text{Proj}(v',v).m''_{v'}$  il vient finalement  $m''_v = L(v').L(v).m_v$ , où l'on a utilisé la propriété que les matrices  $L$  et  $\text{Proj}$  commutent, ainsi que l'identité  $\text{Proj}(v',v).\text{Proj}(v,v') = 1$ . On voit au total que, par composition, on a :

$$L(v'') = L(v).L(v')$$

en écriture vectorielle. On peut donc projeter sur la direction qu'on veut. On peut composer les relations vectorielles donnant  $r'$  et  $t'$  en fonction de  $r$  et  $t$  puis  $r''$  et  $t''$  en fonction de  $r'$  et  $t'$ . A chaque fois que  $v$  et  $v'$  interviennent en multiplication d'un vecteur, ce sont les modules qui sont écrits. La loi de composition des vitesses est alors :

$$v'' = v' \oplus v = \frac{v + v'}{1 + \frac{|v||v'|}{c^2}}$$

où  $v$  et  $v'$  sont des vecteurs de modules  $|v|$  et  $|v'|$ . Chaque composante se comporte comme un scalaire et en projetant sur les axes de coordonnées (compte-tenu des remarques données plus haut et selon lesquelles  $t.v_x = t_x.v$ ) on obtient, par exemple pour la composante selon l'axe des  $x$  :

$$v''_x = \frac{v_x + v'_x}{1 + \frac{|v_x| |v'_x|}{c^2}}$$

et ainsi de suite pour les autres composantes.

Ces nouvelles relations, grâce à la symétrie entre le temps vectoriel et la position, nous permettent de retrouver une loi de composition interne, et une structure de groupe abélien. Il n'est pas besoin de rajouter de rotation après-coup. Les formules de transformations des coordonnées et de composition des vitesses proposées ne posent pas les problèmes posés par les compositions de vitesses non colinéaires et par la rotation de Thomas. On vérifiera que, au total, les transformations proposées et leurs compositions ne présentent aucune des difficultés discutées dans la section 4.

#### 5.5. Note sur le temps tri-dimensionnel

On trouve dans la littérature de nombreux travaux proposant l'utilisation d'un temps tri-dimensionnel en relativité (par exemple : Demers, 1975 ; Pappas, 1978, 1979 ; Mignani & Recami, 1976 ; Barashenkov, 1997 ; Barashenkov et al., 1997 ; Barashenkov & Yuriev, 1997 ; Ziino, 1979a et b ; Kalitzin, 1976 ; Tsabary et Censor, 2004, sans parler de Franco, 2006, déjà cité). L'introduction d'un temps tri-dimensionnel évite formellement un certain nombre de problèmes dans le fonctionnement du formalisme de la relativité. Il est certes intéressant d'examiner comment il peut opérer, mais le manque de sens physique donné à un tel temps empêche une complète adhésion à ces approches, qui restent isolées. Et lorsque l'on se ramène à un temps scalaire par la norme construite sur les trois temps, sans compréhension du sens de cette norme (mouvement le long d'une certaine direction), on perd la linéarité des transformations. Ni Franco (2006), ni Tsabary et Censor (2004) n'ont retrouvé la structure de groupe pour la composition des vitesses, car ils n'ont pas vu que le temps correspond à un réel déplacement à projeter sur diverses directions. On ne peut accepter de donner un sens tri-dimensionnel au temps avec les auteurs cités ; on pourrait parler à la rigueur de paramètre pré-temporel mais cela ne correspond pas à notre compréhension. Tel qu'on essaie de le construire de façon générale (avec d'éventuelles limitations), le temps est un scalaire unique permettant d'ordonner les événements. Comme on l'a vu, nous donnons au temps le sens d'un déplacement, et le temps unique se « déroule » en correspondance avec la progression du

mobile le long de ce déplacement (que l'on peut projeter selon les axes de coordonnées). Ce déplacement est aussi celui où l'on définit les étalons de longueur. C'est ensuite par projection que l'on obtient des relations portant sur les coordonnées individuelles  $x$ ,  $y$  et  $z$  et que l'on fait apparaître les trois temps. Les degrés de liberté du temps sont ceux de l'espace et l'on ne rajoute pas le temps à l'espace, ni comme une dimension, ni comme trois.

## 6. Perspectives de recherche s'appuyant sur la dualité des paramètres temporels $t_i$ et spatiaux $x_i$

### 6.1 Dualité des paramètres $x^i$ et $t_i$

Esquissons ce qu'il faut considérer comme de simples pistes de recherche (dont l'avenir pourra dire ou non la pertinence) ; celles-ci s'appuient sur la dualité des deux séries de paramètres  $x^i$  et  $t_i$  que l'on peut définir dans la suite de la démarche précédente. Considérons pour cela les deux formes quadratiques  $\Sigma(x^i)^2 = (x^1)^2 + (x^2)^2 + (x^3)^2$  et  $\Sigma(t_i)^2 = (t_1)^2 + (t_2)^2 + (t_3)^2$  envisagées plus haut, et dont l'égalité, à  $c$  près, est une contrainte portant sur la dérivation des relations de Lorentz. Ecrivons-les de façon plus générale  $\Sigma g_{ij}x^i x^j$  et  $\Sigma g^{ij}t_i t_j$ , en faisant apparaître un tenseur d'ordre 2, dont les coefficients sont égaux à  $\delta_{ij}$  (symboles de Kronecker) dans les cas que nous avons étudiés. Ce tenseur –le tenseur métrique- fait apparaître explicitement les applications linéaires utiles pour passer de tout vecteur à un scalaire comme une norme ou telle ou telle de ses composantes. Sous cette forme,  $x$  et  $t$  se montrent comme les composantes de variances différentes d'une même grandeur, *donnant des règles différentes de transformations dans les changements de coordonnées*. Une telle écriture est aussi conforme à ce que l'on peut écrire en voulant étendre la présente approche à la relativité générale (conservation de la vitesse de la lumière dans un espace non euclidien). La conservation de la forme quadratique utile pour la détermination des relations de Lorentz peut s'écrire aussi  $\Sigma x^i t_i = \text{cste}$  (et de toutes les façons possibles avec les coefficients  $g_{ij}$  d'indices de hauteurs variables). Nous avons donné dans Guy (2004) les développements résultant de cette écriture et montré que le respect de la contrainte  $\Sigma x^i t_i = \text{cste}$  permet de dériver des relations générales, dont les relations de Lorentz apparaissent comme des cas particuliers. Celles-ci peuvent s'interpréter en termes de relations d'incertitudes couplées sur les écarts  $\delta x^i$  et  $\delta t_j$  :  $\delta x^i \delta t_i = -x^i t_i (w^i_i)^2$  où  $w^i_i$  est un coefficient intervenant dans un changement de base. Pour démontrer ces relations, on demande de conserver la forme quadratique  $Q$  « malgré » de petits



changements des référentiels traduits par des déplacements « non connus » des vecteurs de base. Ces derniers sont représentés par des variations des vecteurs de base dans le repère des anciens soit de façon générale  $\delta e_i = w^j e_j$ . Dans un cas simplifié à 1 + 1 dimensions la relation précédente s'écrit :  $\delta x \delta t = - x t \frac{v^4}{4c^4}$ , où l'on interprète les changements en termes d'une vitesse  $v$ .

### 6.2 Définition de deux séries de composantes pour toute grandeur physique

D'une façon plus générale, on peut associer à toute grandeur physique vectorielle  $G$  deux séries de composantes, que nous écrirons  $f^i$  de nature « spatiale », pour les unes, et  $g_j$  de nature « temporelle », pour les autres. Ces composantes devront respecter la théorie de la relativité dans son sens étendu, c'est-à-dire respecter les relations de changements de référentiels associés écrits en formalisme vectoriel. Comment comprendre cette dualité entre composantes spatiales et composantes temporelles ? Nous pouvons la comprendre par analogie avec la paire (E, B) de l'électromagnétisme où les deux vecteurs E et B expriment les effets réciproques des charges électriques dans leur relation statique et en mouvement respectivement. Nous considérerons de façon plus générale que, pour caractériser toute grandeur physique, nous avons besoin de deux points de vue associés : un point de vue mobile et un point de vue immobile, que nous pourrions exprimer aussi en dualité en termes de « conservation » ou en terme de « forces » respectivement (voir plus loin). Cette possibilité d'affecter deux séries de composantes à toute grandeur physique sur la base de la dualité entre des paramètres spatiaux  $x^i$  et temporel  $t_i$ , a été proposée par Tsabary et Censor (2004). Outre la paire (E, B) on peut l'étendre à d'autres paires comme (E, p) (où E désigne l'énergie et p la quantité de mouvement), (J, p) (J densité de courant et p de charge électrique) etc. pour des couples de grandeurs déjà regroupées dans la théorie de la relativité. Lorsque l'un des termes de la paire est un scalaire, on peut en dériver un vecteur en le multipliant par les cosinus directeurs du vecteur vitesse en jeu dans le changement de repères ou dans le phénomène étudié. Ainsi étant donnée une direction du temps  $t$  de cosinus directeurs  $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$ , à tout scalaire  $\rho$  on associe le vecteur  $(\alpha_x \rho, \alpha_y \rho, \alpha_z \rho)$  où  $t$  a pour composantes  $(\alpha_x t, \alpha_y t, \alpha_z t)$  ; on vérifie alors que

$$\sum_i \frac{\partial \alpha_i \rho}{\partial t_i} = \sum_i \frac{\partial \rho_i}{\partial t_i} = \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

En regroupant des grandeurs vectorielles et scalaires dans un même formalisme quadridimensionnel, la théorie de la relativité standard a procédé d'une façon très analogue et il conviendrait d'examiner en détail les modalités du passage entre le formalisme à 3 + 3 dimensions que nous proposons à celui à 3 + 1 dimensions, en relation avec le passage du temps tri-dimensionnel au temps scalaire comme ci-dessus.

#### 6.4. Relations générales portant sur les composantes spatiales et temporelles d'une grandeur physique

Munis de cette double dualité, portant à la fois sur les paramètres  $(t_i, x^i)$  et sur les grandeurs  $(f^i, g_i)$  nous pouvons proposer des lois très générales qui sont différentes façons d'exprimer les propriétés tensorielles des grandeurs et variables. Elles s'écrivent d'une multitude de façons différentes, pourvu que l'algèbre des indices et sommations soit respectée, quelque soit les opérateurs utilisés. Nous pouvons par exemple écrire :

$$\sum_i \frac{\partial f_i}{\partial t_i} + \sum_j \frac{\partial h^j}{\partial x^j} = 0 \quad \text{et} \quad \sum_i \frac{\partial f_i}{\partial x^i} + \sum_j \frac{\partial h^j}{\partial t_j} = 0$$

Tsabary et Censor (op. cit.) proposent ce genre de relations. On peut aussi évaluer entre elles des composantes de mêmes indices à condition qu'ils soient au même niveau. Cette approche peut s'appliquer aux couple  $(E, p)$ ,  $(J, \rho)$  etc. dont nous avons déjà parlé. Nous pouvons interpréter les lois ci-dessus comme des lois de conservation dans un sens très large ; c'est-à-dire en incluant les lois de type newtonien reliant gradient d'énergie à dérivée d'une quantité de mouvement, ou reliant flux et force en thermodynamique à condition de bien voir que l'on dérive les grandeurs le long des mouvements d'intérêt (conservation de la quantité de mouvement). Ainsi :

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \sum \frac{\partial p^i}{\partial x^i} \qquad \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial E}{\partial r}$$

pour la conservation de l'énergie et pour la deuxième loi de Newton respectivement, en dérivant E le long du mouvement r. On pourrait écrire de façon analogue

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \sum \frac{\partial J^i}{\partial x^i} \qquad \frac{\partial J}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial r}$$

Pour les relations entre charges et courants.

### 6.5. Généralisation

En prolongement de notre désir d'une symétrie parfaite en relativité entre paramètres temporels et paramètres spatiaux, nous pouvons proposer comme principe universel : *les lois de la physique sont invariantes par échange des paramètres spatiaux et temporels*. Ceci s'entend sous réserve que l'on a su les écrire avec un paramètre temporel vectoriel et en prenant soin de dériver, si cela se pose, le long des directions d'intérêt. Ce principe s'interprète à la lumière de la symétrie entre deux points de vue équivalents sur le monde, révélé par l'indifférence de l'échange des variables spatiales et temporelles dans les relations de Lorentz modifiées. Nous pouvons illustrer cela en disant : le monde vu par nous (qui utilisons le photon pour définir le temps et l'espace) est le même que celui vu par le photon (qui doit utiliser tel point de notre monde pour se repérer) ; ou encore : le monde vu par ceux qui attendent sur le quai et qui utilisent le mouvement du train pour définir leurs unités de temps et d'espace est le même que celui vu par les occupants du train qui utilisent le mouvement de la tour de la gare pour définir leurs unités de temps et d'espace. Par un tel échange des paramètres  $r$  et  $t$ , nous entendons que nous obtenons une loi physique possible, même si elle ne concerne apparemment pas strictement le même problème que celui de départ. Cela permet au minimum d'utiliser dans une nouvelle situation des méthodes de résolution mises au point dans un premier cas. On retrouve en physique de nombreuses situations de ce type avec une variable d'espace et une variable de temps, dont il faudrait reprendre l'examen dans cet esprit (systèmes dynamiques, processus stochastiques, mécanique et élasticité, analyse du chaos spatio-temporel, méthodes de renormalisation et invariance d'échelle, équation de Schrödinger dite « paraxiale », formulations de la cinétique et de la diffusion en thermodynamique ; principe ergodique en physique statistique où l'on affecte les mêmes lois de probabilités pour un ensemble de combinaisons de nature « spatiale » et pour un ensemble d'événements apparaissant au cours du temps etc. ; voir aussi Lesne, 2008). On peut considérer que le principe très général énoncé ci-avant rejoint les travaux de Noether sur les relations entre propriétés de symétrie et lois de conservation, vu dans le sens étendu comme ci-dessus : on parle de conservation pour la grandeur affectée par

la dérivée par rapport au temps, il faut alors faire intervenir l'autre grandeur associée et la variable d'espace, et l'on écrit les relations de conservation par paires.

### 6.6 Remarques sur les lois de Maxwell

Nous pouvons dans cet esprit nous arrêter un instant sur les équations de Maxwell. Soulignons tout d'abord que les phénomènes fondamentaux qui se manifestent derrière les lois de Maxwell sont des attractions/répulsions entre charges dépendant d'une part de leur distance (champ E, électrostatique) et d'autre part de leur vitesse relative lorsqu'elles se déplacent (champ B, magnétisme – nous ne ferons pas de différence ici entre B et H-). Ce qui importe, ce sont les positions et vitesses relatives *entre les charges*. Lorsque l'on s'intéresse au mouvement d'un conducteur (et non plus de charges individuelles) dans un champ magnétique ou d'un aimant à proximité d'un conducteur, et qu'on associe des vitesses à ces mouvements « macroscopiques », on comprend que l'on ne traite pas de façon rigoureusement exacte les positions et mouvements relatifs des charges individuelles prises deux à deux. Nous pensons que cela est à la source de certaines difficultés discutées par divers auteurs (voir par exemple Bartocci et Capria, 1991) sur des dissymétries entre les points de vue classique et relativiste sur les lois de l'électromagnétisme. Avant d'avoir repris le formalisme dans cette direction (voir aussi Gruffat, 2004), examinons les équations de Maxwell comme relations entre les champs E et B, sans considérer ni charge ni élément de courant additionnels (c'est-à-dire en éliminant pour l'instant les sources des problèmes). Dans ces conditions, ces équations expriment simplement le jeu de relations algébriques admissibles sur un couple de grandeurs associées que nous avons appelées de nature spatiale et temporelle respectivement, en fonction des paramètres eux-aussi associés d'espace et de temps. On peut écrire de cette façon diverses relations comme :

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{H} + \nabla_t \times \mathbf{E} &= 0 & \nabla \times \mathbf{E} + \nabla_t \times \mathbf{H} &= 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{H} - \nabla_t \cdot \mathbf{E} &= 0 & \nabla \cdot \mathbf{E} - \nabla_t \cdot \mathbf{H} &= 0 \end{aligned}$$

Où l'opérateur  $\nabla_t$  a pour composantes  $(\nabla_{tx}, \nabla_{ty}, \nabla_{tz})$ . Ces relations ont été écrites par Teli (1984) sur la base d'un temps tri-dimensionnel. On remarquera que Tsabary et Censor (op. cit.) ont proposé, aussi sur la base d'un temps tri-dimensionnel, des relations différentes :

$$-\frac{\partial B}{\partial t} = \nabla \times E \qquad \frac{\partial E}{\partial t} = \nabla \times B$$

Il sera intéressant de confronter ces diverses écritures en examinant les diverses façons d'écrire les équations de Maxwell dans le formalisme quadridimensionnel de la relativité (voir aussi Ivezić, 2006).

### 6.7. Applications à la gravitation

On peut s'appuyer sur les approches précédentes pour proposer une piste nouvelle relative à la gravitation. Procédons par analogie avec l'électromagnétisme : le champ électrique E (point de vue sur les charges statiques) est associé au champ magnétique B (point de vue sur les charges en mouvement) dans la paire (E, B) ; nous voulons y voir de façon plus générale le couple de deux points de vue « spatial » et « temporel » sur toute grandeur physique. Nous pourrions alors proposer d'associer au champ de gravitation g (analogue de E) un champ h ; celui-ci exprimera un point de vue « temporel » associé à g. Par analogie on peut s'attendre à ce qu'il exprime les actions résultant du mouvement relatif des masses (et non leur seule attraction statique dans g), de la même façon que la force de Lorentz associée au champ magnétique. On trouvera dans Guy (2010c) une proposition de ce type qui permettrait de retrouver certains résultats pris en compte par la relativité générale, mais aussi d'expliquer des anomalies nouvelles (relatives à la matière noire et l'énergie sombre, aux anomalies des mouvements des satellites Pioneer etc.), sous réserve que l'on puisse étalonner de façon précise la nouvelle constante qui intervient dans la loi de gravitation modifiée (travaux en cours).

## **7. Extensions, discussion et conclusions**

### 7.1. Construction et signification de l'espace et du temps

Dans les lignes qui précèdent, nous avons donné un aperçu sur une façon nouvelle de faire fonctionner le paramètre temps dans la physique, sur la base d'une certaine équivalence mathématique entre paramètres d'espace et paramètres de temps. En faisant cela, nous avons aménagé notre compréhension de l'espace et du temps, sans en contester fondamentalement l'existence. Mais nous pourrions aller plus loin, en sortant un instant de la physique et nous

situant en amont d'elle pour montrer comment le temps et l'espace sont construits à partir d'un monde où ils ne sont pas distingués. Cette démarche, développée par ailleurs (Guy, op. cit.) nous permet d'étendre le champ des problèmes que nous pouvons examiner en physique et au-delà. Dans les travaux cités, nous disons que les concepts de temps et d'espace ne révèlent pas des substances préexistantes du monde, mais expriment des relations entre les entités du monde. Nous pouvons opposer un ensemble de relations constantes, de valeur spatiale, à des relations fluctuantes, de valeur temporelle.

En somme l'espace (ou les relations spatiales) est (sont) construit(es) sur des mouvements arrêtés ou infiniment lents par rapport à d'autres mouvements qui nous permettent de construire le temps. Espace et temps sont construits en opposition l'un à l'autre dans une collection de mouvements relatifs. Ils sont les deux faces d'une même substance. Ce faisant nous donnons au mouvement un caractère primaire permettant à la fois de parler d'espace (amplitude du mouvement) et de temps (le procès du mouvement). Et nous associons à toute portion de réalité sensible un ou des mouvements. C'est, à notre sens, à une profonde révision des significations des concepts de temps, espace et mouvement que nous sommes appelés (voir Guy, 2006). Cela concerne l'espace tout autant que le temps. La conception même de l'espace est à reprendre en relation avec un mouvement et avec le temps. L'espace a son sens dans la connexion des différents points qui le constituent, ce qui fait apparaître le rôle des déplacements. Quel sens aurait l'espace comme collection de points sans lien les uns avec les autres ? La position d'un point renvoie à un déplacement depuis une origine. Cela nous conduit du côté des sciences cognitives où l'on apprend que l'espace est défini par le mouvement (Berthoz, 1997; Poincaré lui-même avait vu ce lien entre espace et mouvement). Il faut revoir aussi la signification du temps : il ne coule pas, nulle part, il n'est la propriété d'aucun point, il est relation, il est changement de relation, il est mouvement (Piaget et Inhelder, 1947).

Ainsi, de même que l'espace est multiple (multiplicité des lieux), nous pouvons concevoir *une multitude de relations et une multitude de temps*, en portant notre attention sur telle ou telle partie du monde, sur tel ou tel mouvement. Mais, par delà cette multitude de temps, il nous est indispensable d'avoir un temps unique pour communiquer entre nous et relier ces différents temps. *Ce temps unique, c'est le temps de la physique*, à bien comprendre dans ce cadre plus vaste. *Ce temps unique est un simple repère* (la position du soleil ou celle du photon dans

l'horloge atomique par exemple ), extérieur aux choses. Il ne signifie à la limite rien par rapport à la marche de telle ou telle partie du monde.

### 7.2 Nécessité d'une ouverture vers la philosophie

La cohérence mathématique et le bon fonctionnement des équations que nous avons présentées fournit une justification a posteriori de la validité de notre démarche. Il est clair toutefois que dire : « le temps est défini par le mouvement », mérite discussion. Nous sommes en effet confrontés à une contradiction : comment définir le mouvement, sans avoir d'abord défini l'espace ainsi que le temps lui-même ? Affronter ce type de question nous conduit à la frontière entre la physique et la philosophie. Nous trouvons à propos de la relativité une structure intellectuelle comparable à celle de la mécanique quantique, et abondamment commentée à son endroit ; elle n'avait pas été vue en relativité ni à propos des concepts de temps et d'espace. Cette structure est caractérisée par les propriétés suivantes :

- a) *contenu d'incertitude* : nous ne sommes pas sûr de la stricte correspondance entre les mots et les choses, nous ne sommes pas sûr des valeurs numériques que nous attribuons aux grandeurs physiques ; ce qui se traduit ici par : nous ne sommes pas complètement sûr du statut de mobilité ou d'immobilité de tel point matériel, nous ne sommes pas sûr de la valeur numérique attribuée à sa vitesse (voir les « relations d'incertitude » rappelées ci-dessus) ;
- b) *situation d'incomplétude* : le discours construit ne dit pas tout ; il ne se suffit pas à lui-même, on y observe la
- c) *présence de choix arbitraires*, c'est-à-dire soumis au libre arbitre et non strictement imposés par la réalité : nous choisissons de dire que la lumière a une vitesse constante et nous assumons ensuite ce choix dans la mise en œuvre de nos mesures et dans le fonctionnement de nos équations. Ces choix peuvent conduire à la
- d) *possibilité de modèles de pensée contradictoires entre eux* : nous pouvons construire plusieurs physiques fondées sur des choix différents du phénomène de vitesse décidée constante ; nous pourrions décider par exemple que c'est la rotation de la terre sur elle-même qui fournit l'étalon de temps (et non la propagation de la lumière). Nous sommes ainsi confrontés à des
- e) *situations de récursivité* où les mots sont définis les uns à partir des autres, et dont nous ne pouvons sortir qu'en montrant, en nous contentant de montrer, quelque chose de la « réalité », sans être sûr de son adéquation à des mots qui seraient comme définis en dehors du monde. En disant : ce phénomène (la lumière) nous sert de base « constante ».

### 7.3 Le temps dans la physique ; les problèmes de la physique aujourd'hui

#### *Deux constats*

Ceci nous permet de revenir à la physique d'aujourd'hui pour laquelle nous pouvons faire deux constats. Dans le premier, nous observons que la question du temps reste mal résolue. La physique contemporaine l'évite en prenant d'emblée un paramètre  $t$ , toute discussion sur sa construction étant d'avance écartée. Les nouvelles théories qui envisagent de nombreuses dimensions d'espace (les variantes de la théorie des cordes) ne se posent pas non plus la question du temps. Dans le second constat, nous remarquons que de nombreuses voix s'élèvent aujourd'hui pour parler de malaise en physique (e.g. Smolin, 2007), ou pour montrer un certain nombre de difficultés dans les théories existantes, relativité en particulier (par exemple les communautés Pirt –Physical interpretations of relativity theory-, ou Npa –Natural philosophy alliance- ; voir aussi la section 4). Nous ne pouvons examiner ici tous les débats, tant la littérature sur le sujet est abondante. Aucune de ces voix pourtant ne conteste l'existence du temps et sa représentation actuelle dans la physique. Rapprochant ces deux constats, il nous semble qu'une réflexion approfondie, de nature conceptuelle, sur le temps et ses liens à l'espace, est un préalable indispensable à tout progrès en physique. Outre les difficultés pour lesquelles nous avons proposé notre solution dans la section 5, la compréhension du temps et ses liens avec l'espace exposée à l'instant peut avoir une portée plus grande ; elle permet de discuter de nouvelles questions en physique elle-même. Evoquons-les brièvement.

#### *Le temps en mécanique quantique*

Certains auteurs tels Rovelli (1990, 1991) montrent que l'on peut s'en passer dans son formalisme (voir aussi Le Meur et Nowak, 2010). D'autres soulignent la mauvaise coexistence entre le temps de la relativité et certaines expériences de la mécanique quantique, qui leur font douter de l'existence du temps « à une certaine échelle » (Stefanov et al., 2003). On peut éviter ces difficultés en remarquant que le temps n'existe à aucune échelle, et comme nous l'avons dit, il est un simple repère... Comprendre les relations de Lorentz comme relations d'incertitude, ainsi que nous l'avons fait (section 6), conduit aussi à apaiser les relations entre relativité et mécanique quantique.



### *Constance de la vitesse de la lumière*

D'autres questions se posent à propos de la constance de la vitesse de la lumière, dans le temps ou dans les différentes directions de l'espace (Nodland et Ralston, 1997 ; Allais, 1999), de l'existence de vitesses supraluminiques (Scarani et Gisin, 2005) etc. On peut les aborder en remarquant que l'on est devant des choix conventionnels, certes indispensables et à assumer après-coup, mais que l'on peut ou doit en faire d'autres suivant les situations ce que l'on rencontre...

### *L'irréversibilité du temps*

Sur la question de l'irréversibilité encore, nous pouvons dire que le premier problème du temps n'est pas son irréversibilité mais son existence. Temps et espace n'existent pas tout seuls, ils sont relations, ils sont construits à partir du monde. Cette construction ne peut éviter certains arbitraires, incertitudes (que nous avons évoqués dans la section 7.2) etc. L'incertitude sur la définition des paramètres d'espace et de temps explique ce que nous pourrions appeler une irréversibilité ontologique. Elle se raccorde avec l'irréversibilité pratique pour des systèmes à grand nombre de particules, où l'on comprend la flèche du temps en prenant en compte les effets des incertitudes sur les conditions initiales, les effets des perturbations de divers types sur les trajectoires des particules du système etc. (voir analyse dans Guy, 2008)

### *Le choix d'une échelle de temps*

Notre approche est cinématique, et nous n'examinons pas ses conséquences sur la dynamique, c'est-à-dire ce qui touche aux forces, aux accélérations et aux masses (mis à part quelques remarques en Section 6). Précisons toutefois comment nous comprenons le choix d'une échelle de temps et son possible changement, ce qui paraît a priori lié à ces dernières questions. Dans la compréhension classique et dans le cas où il est non-linéaire, le passage d'une échelle de temps à une autre entraîne que les forces dans les différents repères ne sont plus colinéaires. Ceci pour dire qu'il semble exister une échelle de temps privilégiée en physique. Sans reprendre la question des accélérations à ré-écrire avec un temps tri-dimensionnel (d'après Ferigno, 2001, le problème de la non colinéarité des forces se pose déjà dans le cadre des relations de Lorentz standard), nous pouvons souligner que nous avons dû choisir à un moment donné un phénomène que nous avons décrété *incomparable* et qui nous sert pour mesurer ensemble les intervalles de temps et d'espace. Nous prenons aujourd'hui la

lumière pour laquelle nous disons  $x = ct$  tout le temps et partout. Quand nous disons incomparable, *nous nous interdisons de nous donner une loi de transformation* puisque précisément nous nous imposons  $x = ct$  tout le temps (c'est-à-dire  $x' = ct'$  ailleurs). Dans ces conditions, nous ne pouvons, pour le phénomène qui nous sert de référence passer de  $t$  à  $t'$  par une transformation dont nous pourrions étudier les conséquences pour d'autres aspects (dynamiques etc.). Si nous changeons de phénomène de référence et que nous décrétons que c'est la vitesse du son dans l'air qui nous sert de base, nous passons brutalement à une autre loi  $x = ct$ ,  $x' = ct'$  avec une autre valeur de  $c$ , sans pouvoir comparer la loi temporelle nouvelle à l'ancienne. En faisant cela, nous faisons un choix que nous assumons dans ses diverses conséquences, c'est-à-dire en construisant là-dessus une série de concepts, relations etc. (variation de la masse avec la vitesse par exemple).

#### 7.4 Le temps dans la culture, ses rapports avec le temps de la physique ; les apories du temps

Le temps continue de poser problème dans le domaine de la philosophie, et de toute la culture. Comment le temps existe-t-il, lui qui est composé du passé, qui n'existe plus, du futur, qui n'existe pas encore, et du présent, néant coïncé entre deux néants ? L'association du temps et de l'espace donne des éléments de réponse (Guy, 2010a). Il faut pour cela revenir à la source : le « mouvement ». Ainsi, comme nous l'avons dit, en nous intéressant à tel ou tel mouvement, nous opposerons ce qui est spatial (les mouvements « très lents ») à ce qui est temporel (les mouvements « sensibles »). Mais le temps ainsi défini reste « à côté » (dans son sens le plus banal) de l'espace. Un morceau de solide stable est en quelque sorte épargné par le temps qui coule « ailleurs ». Les catégories grammaticales du temps passé/présent/futur concernent non pas cette partie temporelle mobile extérieure aux choses stables, ni le temps universel qui n'est qu'un repère, mais l'ensemble espace + temps. Après Einstein, nous aurions déjà pu relier les catégories du temps à l'association indivisible espace-temps. Ce raccord exprime que la langue concerne le fonctionnement du monde dans son ensemble et non tel ou tel morceau plus ou moins artificiellement séparé (le temps par rapport à l'espace). Ainsi quand nous parlons de présent, nous parlons à la fois du nuage qui se fait et se défait, renvoyant au temps du changement, et de la montagne immobile et présente depuis des millénaires, renvoyant à l'espace. Il est absurde de dire que cette montagne disparaît constamment dans le passé pour renaître dans le présent. Elle est provisoirement hors du temps. Nous pourrions parler de passé présent, pour indiquer cette partie spatiale (non purement temporelle) du temps grammatical. Et cette montagne est aussi un présent du futur (un futur présent, au

moins futur proche). C'est tout le sens de sa présence. Ce qui est bien passé, passé du passé, c'est le moment qui a compté comme limite de temps, comme frontière de fluctuance (instant d' « agrégation »), où cette montagne a surgi, même si nous devons pour cela envisager de longues durées. De même pour le vrai du futur, le futur futur, qui verra ou non une désagrégation de la montagne et une nouvelle combinaison. Par l'adjonction de deux termes temporels pour désigner une même expérience (passé présent, futur futur etc.) nous pouvons faire apparaître des nuances sur le caractère mixte des catégories grammaticales à la fois spatiales et temporelles. Une autre façon de décrire les qualités du présent serait de chiffrer les proportions de ce qui change dans l'environnement, ou dans ce à quoi nous prêtons attention : un présent à 90% spatial et 10% temporel pour indiquer que la proportion de ce qui change ou que nous voyons changer (ou décidons de voir changer) autour de nous est de 10%. On conçoit que l'« épaisseur » de ce présent, sa durée, est fonction de ce pourcentage, en supposant implicitement qu'il ne peut pas varier trop rapidement (un présent à 90 % temporel - c'est la tempête, le chaos- est plus fugitif qu'un présent à 10% temporel, comme l'immobilité du désert).

Les difficultés qui se posent à propos du temps (multiplicité des temps, sens des catégories passé/présent/futur) s'éclairent par ce double constat - de multiplicité des relations / multiplicité des temps et - de choix inévitable d'un temps unique. Telle est la solution que nous proposons pour les apories du temps, fondée sur une nouvelle compréhension du temps et des relations temps espace. Elle permet de réconcilier le temps des physiciens à celui des humanités. Elle demande un examen détaillé de la répartition de ce qui se passe autour du sujet parlant. On conçoit qu'une telle analyse rigoureuse soit lourde à mener et que les expressions de la vie de tous les jours ne puissent éviter des incohérences logiques.

En conclusion, considérons le présent travail comme un angle d'attaque pour reprendre diverses questions qui se posent en physique et au-delà, et qui touchent à la question du temps et ses relations plus ou moins cachées avec l'espace.

### **Remerciements**

Je remercie les nombreuses personnes, de spécialités variées, avec lesquelles j'ai discuté les questions exposées ici. Mayeul Arminjon a attiré mon attention sur certains points mathématiques cruciaux de la première partie.

## Bibliographie

- Allais M. (1999) Des régularités très significatives dans les observations interférométriques de Dayton C. Miller 1925-1926, C. R. Acad. Sci. Paris, 237, Iib, 1405-1410.
- Barashenkov V.S. (1997) Six-dimensional space-time transformations, Comm. Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia, 11 p.
- Barashenkov, V.S., Pestov A.B. & Yuriev M.Z. (1997) Time multidimension in gravity, General Relativity and Gravitation, 29, 10, 1345-1351.
- Barashenkov V.S. & Yuriev M.Z. (1997) Electromagnetic waves in space with three-dimensional time, Il Nuovo Cimento B, 112, 1, 17-22.
- Bartocci U. and Capria M. M. (1991) Some remarks on classical electromagnetism and the principle of relativity, Am. J. Phys., 59, 11, 1030-1032.
- Berthoz A. (1997) Le sens du mouvement, Odile Jacob, Paris, 346 p.
- Brill M.H. (1999) Lost in velocity space : problems with the single-boost Lorentz transformation, Phys. Essays, 12, 3, 527-530.
- Demers P. (1975) Symétrisation de la longueur et du temps dans un espace de Lorentz  $C^3$  en algèbre linéaire, pouvant servir en théorie trichromatique des couleurs, Can. J. Phys., 53, 1687-1688.
- Einstein A. (1905) Sur l'électrodynamique des corps en mouvement, Annalen der Physik, XVII, 891-921.
- Ferrigno A. (2001) Is Einstein's light postulate a "law of nature"? Galilean Electrodynamics, 11, 1, 3-10.
- Franco J.A. (2006) Vectorial Lorentz transformations, Electronic Journal of Theoretical Physics, 9, 35-64.
- Gruffat J.J. (2004) Fondements d'une théorie newtonienne des mouvements relatifs, éditions EPU, Paris, 112.
- Guy B. (2004) L'éclair et le tonnerre, promenades entre l'espace et le temps ; à propos de la théorie de la relativité. Editions E.P.U., Paris, 224 p.
- Guy B. (2005) About the necessary associated re-assessments of space and time concepts: a clue to discuss open questions in relativity theory; in Physical interpretations of relativity theory IX, London 3-6 September 2004, Proceedings II, ISBN 1 873 694 09 1, PD Publications Liverpool, 202-207.

- Guy B. (2006) The links between the concepts of space, time and movement must be reassessed. Consequences in physics (relativity theory). Preliminary discussion. Ecole n. s. des Mines de Saint-Etienne, unpublished, 19 p.
- Guy B. (2008) Particles, scale, time construction, and the second law of thermodynamics, American Institute of Physics, Conference Proceedings, 1033, pp. 174-179. ISSN: 0094243X. ISBN: 9780735405578. DOI: 10.1063/1.2979024
- Guy B. (2009) Time is the other name of space (summarized approach), in: Proceedings of the natural philosophy alliance, 15th Annual conference of the NPA, 7-11 April 2008, Univ. New Mexico, Albuquerque, vol. 5, 1, ISSN 1555-4775, 70-72.
- Guy B. (2010a) Social groups, space, time; echoes of a dialogue between a physicist and an anthropologist, Ecole n.s des Mines de Saint-Etienne, unpublished, 26 p., Archives ouvertes HAL: <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00468407/en/>
- Guy B. (2010b) Contradictions in the thinking of space, time and motion, in Guy B. editor, Proceedings of the workshop on contradiction, Ecole n.s. des mines de Saint-Etienne, March 2009, Transvalor, Mines Press, ISBN 978-2-9111256-16-5, pp. 85-92.
- Guy B. (2010c) A modified law of gravitation taking account of the relative speeds of the moving masses. A preliminary study. 20 p. Archives ouvertes HAL : <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00472210/fr/>
- Ivezic T. (2006) Lorentz invariant Majorana formulation of the field equations and Dirac-like equation for the free photon; Electronic Journal of Theoretical Physics, 10, 131-142.
- Kalitzin N.S. (1975) Multitemporal theory of relativity, Publishing house of the Bulgarian Academy of Sciences, Sofia, 123 p.
- Lee A.R. and Kalotas T.M. (1975) Lorentz transformations from the first postulate, Am. J. Phys., 43, 5, 434-437.
- Le Meur H. et Nowak M. (2010) Le temps n'existe pas, La Recherche, 442, 39-49, Juin 2010.
- Lesne A. (2008) Usages détournés de la variable temporelle, Séminaire de philosophie et mathématiques, Ecole normale supérieure, Paris, 18 Février 2008.
- Lévy-Leblond J.M. (1976) One more derivation of the Lorentz transformation, Am. J. Phys. 44, 3, 271-277.
- Mignani R. and Recami E. (1976) Duration length symmetry in complex three-space and interpreting superluminal Lorentz transformations, Lett. Nuovo Cimento, 16, 15, 449-452.
- Mocanu C.I. (1986) Some difficulties within the framework of relativistic electrodynamics, Archiv für Elektrotechnik, 69, 97-110.
- Mocanu C.I. (1991) The paradox of Thomas rotation, Galilean Electrodynamics, 2, 67-74.

- Mocanu C.I. (1993) Kinematic confirmation of Thomas paradox, *Galilean Electrodynamics*, 4, 2, 23-28.
- Nodland B. et Ralston J.P. (1997) Indication of anisotropy in electromagnetic propagation over cosmological distances, *Phys. Rev. Lett.*, 78, 16, 3043-3046.
- Pappas P.T. (1978) Physics in six dimensions: an axiomatic formulation, *Lett. Nuovo Cimento*, 22, 15, 601-607.
- Pappas P.T. (1979) The “three-dimensional time” equation, *Lett. Nuovo Cimento*, 25, 14, 429-434.
- Piaget J. et Inhelder B. (1947) *La représentation de l’espace chez l’enfant*, PUF, Paris.
- Poincaré H. (1905) Sur la dynamique de l’électron, *Comptes-rendus de l’Académie des Sciences*, séance du 5 Juin 1905, 1504-1508.
- Rougé A. (2002) *Introduction à la relativité*, Les éditions de l’Ecole polytechnique, 182 p.
- Rovelli C. (1990) Quantum mechanics without time: a model, *Physical Review D*, 42, 8, 2638-2646.
- Rovelli C. (1991) Time in quantum gravity: an hypothesis, *Physical Review D*, 43, 2, 442-456.
- Scarani V. and Gisin N. (2005) Superluminal hidden communication as the underlying mechanism for quantum correlations: constraining models, *Brazilian Journal of Physics*, 35, 2A, 328-332.
- Smolin L. (2007) *Rien ne va plus en physique, l’échec de la théorie des cordes*, Dunod, 488 p.
- Stefanov A., Zbinden H., Gisin N. et Suarez A. (2003) Quantum correlation with moving beamsplitters in relativistic configuration, *Pramana, J. of Physics*, 59, 2, 181-188.
- Teli M.T. (1984) Pappas transformations through the invariance of electromagnetic field equations, *Lettere al nuovo cimento*, 39, 4, 55-59.
- Tonnellat M.A. (1959) *Les principes de la théorie électromagnétique et de la relativité*, Masson, Paris, 394 p.
- Tsabary G. and Censor A. (2004) An alternative mathematical model for special relativity, *ArXiv:math-ph/0402054v1* 19 Feb 2004, 17 p.
- Ungar A.A. (1989) The relativistic velocity composition paradox and the Thomas rotation, *Found. Phys.*, 19, 1385-1396.
- Ungar A.A. (1991) Successive Lorentz transformations of the electromagnetic field, *Found. Phys.*, 21, 5, 569-589.
- Ziino G. (1979a) On the theoretical reliability of a three-temporal Lorentz transformation, *Lett. Nuovo Cimento*, 24, 6, 171-174.

Ziino G. (1979b) On the possibility of a three-temporal Lorentz transformation, *Phys. Lett.*, 70A, 2, 87-88.

## Annexe 1

### *Equivalence entre le deuxième postulat d'Einstein et la définition d'une vitesse relative entre deux points A et B*

Dans notre compréhension de l'espace et du temps, la valeur de la vitesse  $v$  du mouvement relatif entre deux points matériels A et B n'est pas connue toute seule, mais est donnée par le ratio de  $v$  à une vitesse de référence  $c$ , soit  $v/c$ . Nous ne revenons pas sur la justification détaillée de cette proposition (cf. les divers travaux cités), la vitesse étant vue comme le rapport de deux temps ou de deux longueurs qu'on sait mettre en correspondance. Bornons-nous à dire que cela correspond effectivement à la façon de faire aujourd'hui où les étalons d'espace et de temps sont définis par le mouvement de la lumière à la « vitesse »  $c$ . Ainsi, vu d'un point A on affectera au mouvement d'un point B la vitesse  $v_1$  que nous écrirons provisoirement  $v_1 = v_{B/A}/c_A$ , où  $v_{B/A}$  est une distance ou un temps parcouru par B et évalué par/en A, et où  $c_A$  est pareillement une distance ou un temps parcouru par le déplacement étalon (la lumière) et évalué par/en A. De la même façon, nous pouvons écrire pour la vitesse de A évaluée par/en B :  $v_2 = v_{A/B}/c_B$ . Mais nous pouvons dire que, par définition, une vitesse d'un mouvement relatif entre deux points matériels A et B n'appartient ni à A ni à B, c'est une propriété partagée par les deux : il doit y avoir réciprocity des deux points de vue. C'est-à-dire que l'on doit pouvoir écrire  $v_1 = -v_2$ . Nous remarquerons alors que si on veut pouvoir écrire simplement  $v_{A/B} = -v_{B/A}$  en oubliant les étalons, il faut admettre que  $c_A = c_B$ , c'est-à-dire que la vitesse de la lumière pour B est la même que pour A, malgré le mouvement de B par rapport à A.

C'est-à-dire que la relativité est cachée là, dans la possibilité même de définir une vitesse ; c'est dire aussi que le deuxième postulat a un sens qui déborde de lui-même la seule lumière, comme l'ont montré de façon indirecte de nombreux auteurs en tentant de le remplacer par d'autres conditions. Ainsi il n'est pas étonnant que Lee et Kalotas que nous avons cités remplacent le 2<sup>o</sup> postulat par la condition de réciprocity : « si le mouvement du repère R' par rapport au repère R se fait à la vitesse  $v$ , alors le mouvement du repère R par rapport au repère R' se fait à la vitesse  $-v$  ». Ni que Lévy-Leblond demande aux transformations de respecter une structure de groupe, avec en particulier la condition, équivalente aux précédentes, d'existence d'un inverse pour une transformation  $L(v)$ , caractérisé par la vitesse  $-v$  de telle façon que  $L(-v) = [L(v)]^{-1}$  ou encore que le produit  $L(v).L(-v)$  soit l'identité. C'est redire que



l'évaluation de la constance de la vitesse de la lumière est toujours envisagée dans une direction donnée, et dans une confrontation à d'autres « phénomènes ». Ici le phénomène que nous étudions est le déplacement d'un point ou d'un repère à la vitesse  $v$ . La conservation de la forme quadratique  $x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2$  ne peut être requise partout a priori : elle l'est toujours d'abord le long de la direction du phénomène que nous étudions.

Tout cela vient de ce qu'il n'y a ni espace ni temps préexistants, ni règles ni horloges préexistantes, et que, même pour définir les étalons, nous ne pouvons que comparer des phénomènes à d'autres phénomènes. Tout est ramené à un phénomène de propagation que nous décidons unitaire quoiqu'il arrive. Comment dire la vitesse de B par rapport à A ? nous devons la comparer à un mouvement étalon. Comment dire la vitesse de A par rapport à B ?, nous devons la comparer à un mouvement étalon. Comment pouvons-nous comparer entre eux les divers mouvements étalon ? Il faudrait les comparer à un troisième mouvement étalon... et ainsi de suite : pour arrêter une régression qui nous conduirait à l'infini, on est en quelque sorte obligé de postuler une vitesse « constante » pour le mouvement étalon.

On peut illustrer cette procédure par l'expérience de pensée suivante : on mesure la vitesse d'un carrosse (qui se déplace d'Est en Ouest) à l'aide d'un cadran solaire. Dans le point de vue des occupants du carrosse, on doit pouvoir annoncer la même valeur de la vitesse par rapport au village de départ, malgré ce mouvement. On voit que les passagers en mouvement doivent affecter au mouvement du soleil la même vitesse que ceux restés dans le village, malgré leur mouvement. Cette obligation conduit à la structure même de la relativité (donnant lieu à des effets de dilatation /contraction que nous avons nommés « effets Philéas Fogg » en pensant au héros de Jules Verne, voir Guy 2004). La situation est la même aujourd'hui mais la vitesse étalon est celle d'un photon, caché dans une boîte que nous appelons horloge (atomique).