



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

### **Usage guidelines**

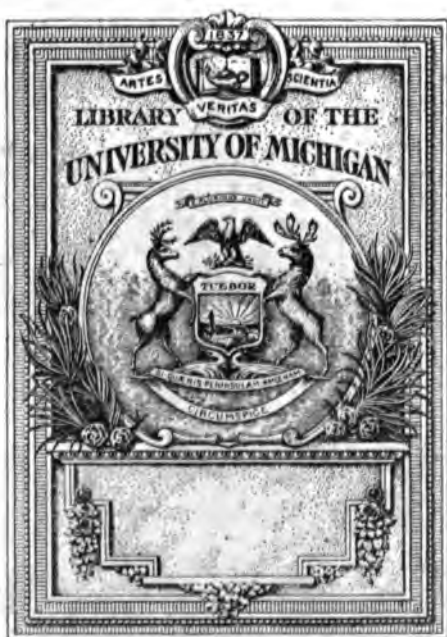
Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

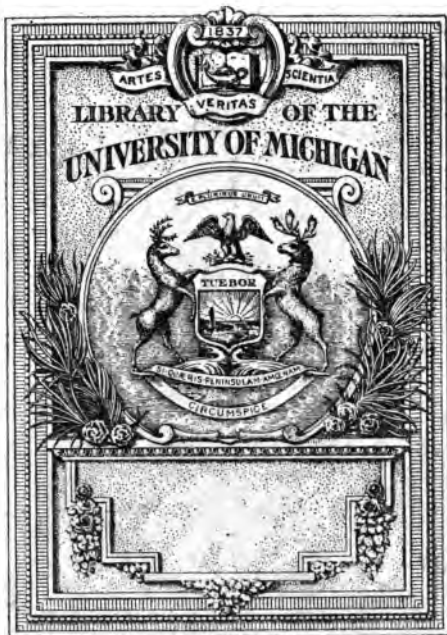
### **About Google Book Search**

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>

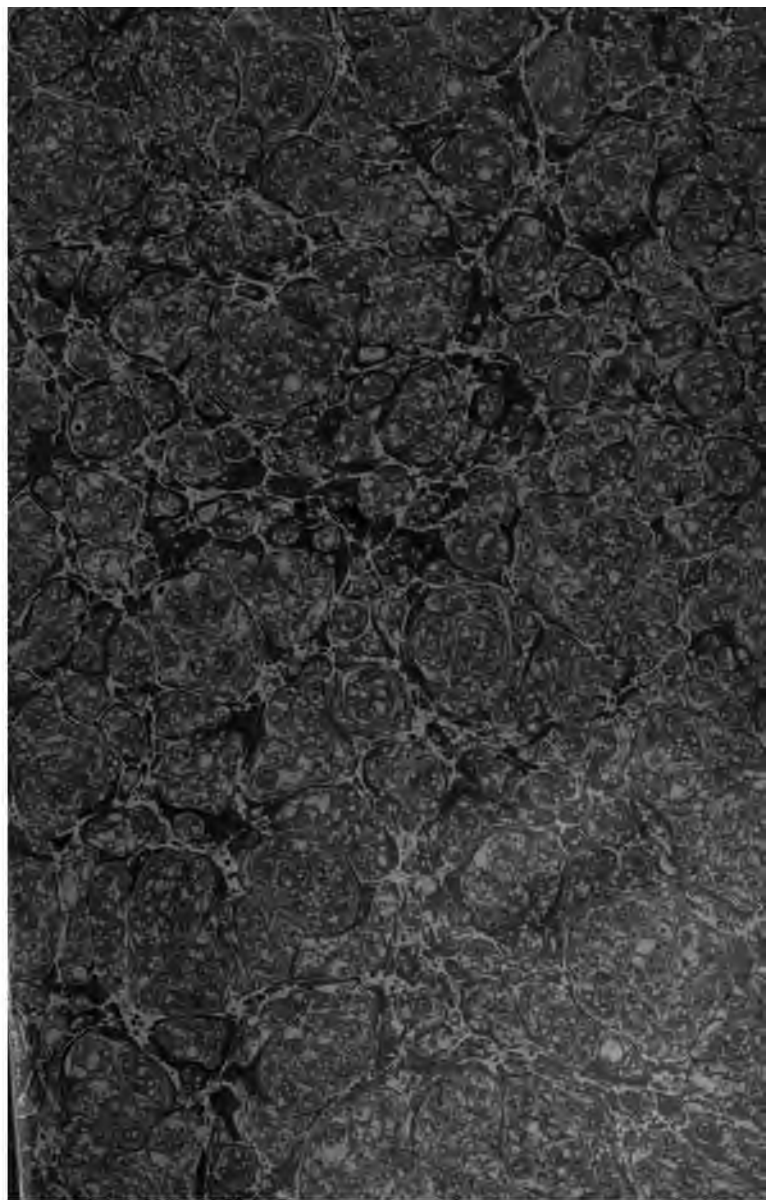


THE GIFT OF  
PROF. ALEXANDER ZIWET





THE GIFT OF  
PROF. ALEXANDER ZIWET





2/10/55  
C. H. ...

SES

A. ...

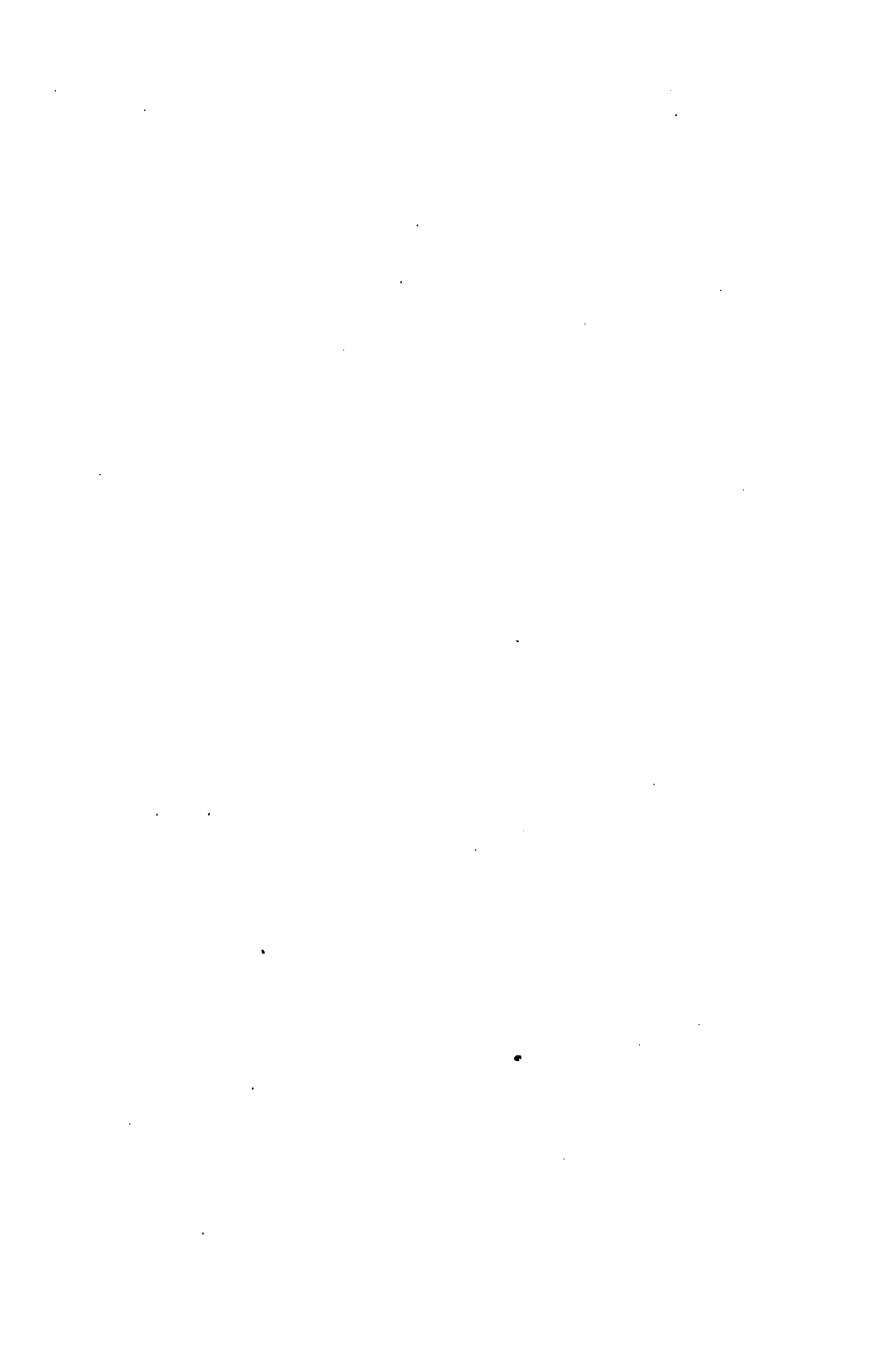
A 5,891

PA

38

. A4

18





Alexander Ziwil

**APOLLONII PERGAEI**  
**QUAE GRAECE EXSTANT**

CUM COMMENTARIIS ANTIQUIS.

---

EDIDIT ET LATINE INTERPRETATUS EST

**I. L. HEIBERG,**

DR. PHIL.

---

UOL. I.



LIPSIAE

IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.

MDCCCXCI.

1891

Alex. Ziwet  
97,  
8-30-1922  
2 vols;

LIPSIAN: TYPIS B. G. TEUBNERI.

## PRAEFATIO.

Conica Apollonii Pergaei, quae mathematicorum consensu summis iustissimisque efferuntur laudibus, post Halleium neminem editorem inuenerunt. et fortasse mathematicis, qui res solas spectant, aliquatenus interpretationibus satis fit; sed ne de iis dicam, quorum interest scire, quibus uerbis Apollonius ipse usus sit, et qua ratione formulas signaque nostrorum mathematicorum aequare potuerit, ipsis illis interpretationibus fundamentum certum tandem aliquando iactum esse oportet; quod Halleius, qui adhuc solus Conica Graece edidit, neque uoluit facere neque potuit, quae erat illis temporibus ratio artis criticae. itaque nouam editionem Conicorum codicibus Graecis perlustratis et collatis parare decreui, praesertim cum uiderem, editionem Halleii tam raram esse, ut etiam immodico pretio uix ac ne uix quidem posset comparari. sed ab initio mihi constabat, eos tantum libros, qui Graece exstarent, mihi tractandos esse. nam quamquam me non fugiebat, editionem ita mancam et quasi detruncatam fore, tamen a me impetrare non potui, ut interpretationem librorum V—VII, quam ex Arabico fecerat Halleius, nullis subsidiis criticis adiutus repeterem. et codices Arabicos propter linguae illius ignorantiam ipse adire non potui. imperfectum igitur maneat opus, donec aliquis linguae Arabicae

peritus codicibus Arabicis collatis nouam recensio-  
 illorum librorum instituerit. et ut sperare possimus,  
 hoc breui futurum esse, effecit L. L. M. Nixius edita  
 dissertatione, quae inscribitur Das fünfte Buch der  
 Conica des Apollonius von Perga in der arabischen  
 Uebersetzung des Thabit Ibn Corrah (Lipsiae 1889).  
 qui ut opus bene et utiliter inceptum ad finem per-  
 ducat, mecum optabunt, quicumque scripta mathema-  
 tica Graecorum nouerunt coluntque.

Quattuor libris Conicorum, qui Graece supersunt,  
 in uolumine altero adiungam fragmenta et Conicorum  
 et reliquorum operum Apollonii, quae Graece habemus,  
 et praeterea lemmata Pappi et commentaria Eutocii.  
 constat, huius uiri recensioem librorum I—IV solam  
 relictam esse; quare id primum mihi agendum erat,  
 ut ea e codicibus restitueretur. quantum de pristina  
 Conicorum forma ueri similiter statui potest, in pro-  
 legomenis criticis uoluminis alterius colligam; ibidem  
 de cognatione codicum uberius exponam. hic breuiter  
 indicabo, quibus codicibus nitatur recensio mea, et  
 quanti quisque aestimandus sit. sunt igitur hi:

V — cod. Vatican. Gr. 206 bombyc. saec. XII—XIII,  
 fol., duobus uoluminibus constans; continet  
 fol. 1—160 Conicorum libros I—IV, fol. 161—239  
 Sereni opuscula. in fine mutilus est et omnino  
 pessime habitus; singula folia plerumque charta  
 pellucida inducta sunt. manus recentior (m. 2)  
 lacunas quasdam (in Sereno) expleuit et in  
 Apollonio nonnulla addidit et emendauit, manus  
 recentissima (m. rec.) in margine nonnulla  
 adscripsit. contuli Romae 1887.

- v — cod. Vatic. Gr. 203, bombyc. saec. XIII, fol.; inter alia Conica continet fol. 56—84 e V descripta. cum e V descriptus sit, antequam is tempore et situ male habitus est, utilis est ad eos locos supplendos, qui in V euauerunt uel correcti sunt; etiam figurae, quae interdum in V cum marginibus sublatae uel detruncatae sunt, saepe e v restitui potuerunt. inspexi codicem Romae 1887 et enotauī, quae opus esse uidebantur.
- c — cod. Constantinopolitanus palatii ueteris nr. 40 bombyc. saec. XIII—XIV, fol., situ et madore paene pessumdatus, ceterum codicis V gemellus. is, cum a Fr. Blassio protractus esset et descriptus (Hermes XXIII p. 622 sq.), intercedente Ministerio nostro, quod res rationesque externas moderatur, Hauniam missus est et totus a me collatus 1889, sed cum plerumque cum V consentiat, scripturam plenam in adparatu non dedi, sed ea tantum, quae meliora praebet, sane paucissima; reliquam scripturae discrepantiam in prolegomenis criticis notabo. Conica habet fol. 349—516.
- p — cod. Paris. Gr. 2342 chartac. saec. XIII, fol. totum contuli Hauniae 1888, sed cum ab homine sermonis mathematicorum Graecorum peritissimo impudenter interpolatus sit, in adparatum eas tantum scripturas recepi, quae ad uerba Apollonii emendanda facerent; reliquas prolegomenis seruauī. quae meliora habet, sine dubio pleraque coniectura inuenta sunt.

ceterorum codicum nullum prorsus usum esse, in prolegomenis demonstrabo, nisi quod e cod. Paris. 2356 chartac. saec. XVI unam et alteram coniecturam probam recepi.

itaque recensio Conicorum tota codice V nititur, cuius scripturas omnes in adparatu indicaui. sicubi eius scriptura retineri non poterat, auctorem scripturae receptae nominaui („corr.“). qua in re praeter codices mihi praesto fuere:

Memus — Apollonii Pergei philosophi mathematiciqve excellentissimi Opera per Doctissimum Philosophum Ioannem Baptistam Memum Patrium Venetum Mathematicarumque Artium in Vrbe Veneta Lectorem Publicum De Graeco in Latinum Traducta et nouiter impressa. Venet. MDXXXVII fol.

Comm. uel Command. — Apollonii Pergaei conicorum libri quattuor... F. Commandinus Vrbinas mendis quamplurimis expurgata e Graeco conuertit et commentariis illustrauit. Bononiae MDLXVI fol.

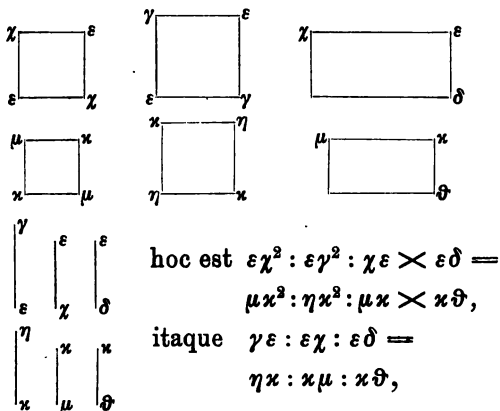
Halley — Apollonii Pergaei Conicorum libri octo et Sereni Antissensis de sectione cylindri et conii libri duo, ed. E. Halleus. Oxoniae MDCCX fol.

de fontibus horum librorum in prolegomenis uidebimus. Memo et Commandino emendationem tum quoque tribui, ubi tacite ueram scripturam interpretantur, nisi etiam errore non perspecto eodem modo interpretati essent.

in interpretatione mea propositiones Apollonii citaui libro et propositionis numero, ubi eiusdem

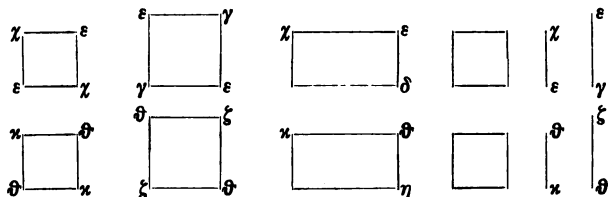
libri sunt, solo numero propositionis indicato; „Eucl.“ Elementa, „dat.“ Data Euclidis significat; lemmata Pappi numeris in Graeco ab Hultschio positus citantur.

Dixi infra p. 293 et alibi, in V interdum rectangula rectasque descripta esse; quae figurae quid significant, hic exponam. explicandi uiam mihi monstrauit Hieronymus G. Zeuthen, uir de Apollonio optime meritus. primum igitur in II, 50 inueniuntur hae figurae\*):



quae est ratiocinatio Apollonii p. 292, 27—294, 9. ergo figuras illas aliquis adscripsit ad ratiocinationem Apollonii illustrandam oculisque subiiciendam.

eodem modo paullo infra:



\*) Ubi V mutilus est, figuras e v suppleui; c eadem fere habet

quae figurarum series ad p. 296, 17 sq. pertinet, sed tam mutila est, ut difficile sit dictu, quo modo ordinanda sit. nam in V sola secunda series rectangulorum exstat, quorum unum litteris caret; reliqua e v petita sunt. omnia ordine decurrent, si quattuor illae rectae primo loco ponentur et pro duobus quadratis litteris carentibus describentur hae rectae

$$\begin{array}{ccc|ccc} \delta & & & \delta & & \\ \varepsilon & \chi & \varepsilon & \varepsilon & \chi & \\ & \varepsilon & \gamma & & \varepsilon & \\ \eta & & & \eta & & \\ \vartheta & \kappa & \zeta & \vartheta & \kappa & \\ & \vartheta & \vartheta & & \vartheta & \end{array} \quad \text{uel}$$

tum enim habebimus: quoniam  $\chi\varepsilon : \gamma\varepsilon = \kappa\vartheta : \vartheta\zeta$ , erit  $\chi\varepsilon^2 : \varepsilon\gamma^2 : \chi\varepsilon \times \varepsilon\delta = \kappa\vartheta^2 : \vartheta\zeta^2 : \kappa\vartheta \times \vartheta\eta$ ; quare  $\delta\varepsilon : \chi\varepsilon : \varepsilon\gamma = \eta\vartheta : \kappa\vartheta : \zeta\vartheta$  (uel  $\delta\varepsilon : \chi\varepsilon = \eta\vartheta : \kappa\vartheta$ ).

Ad II, 51:

$$\begin{array}{c} \varepsilon \\ \eta \\ \gamma \end{array} \quad \begin{array}{c} \eta \\ \gamma \end{array} \quad \begin{array}{c} \zeta \\ \lambda \\ \lambda \end{array} \quad \begin{array}{c} \kappa \\ \lambda \\ \lambda \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \varepsilon & \eta \\ \hline & \delta \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|} \hline \eta & \gamma \\ \hline \gamma & \eta \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|} \hline \zeta & \lambda \\ \hline & \vartheta \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|} \hline \kappa & \lambda \\ \hline \lambda & \kappa \\ \hline \end{array}$$

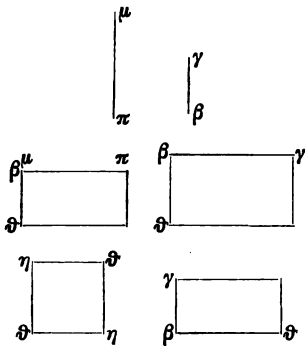
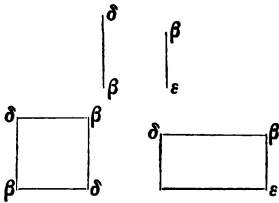
haec Vv, nisi quod V in  $\zeta\lambda$  pro  $\lambda$  habet  $\kappa$ . praeterea in v post quattuor rectas adduntur hae  $\begin{array}{|c|c|} \hline \eta & \eta \\ \hline \delta & \gamma \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|} \hline \lambda & \kappa \\ \hline \vartheta & \lambda \\ \hline \end{array}$  (in  $\lambda\vartheta$  littera  $\vartheta$  in solo c servata est). has rectas si cum Zeuthenio ultimo loco ponemus, habebimus

$\varepsilon\eta : \eta\gamma = \zeta\lambda : \kappa\lambda$  et  $\varepsilon\eta \times \eta\delta : \eta\gamma^2 = \zeta\lambda \times \lambda\vartheta : \kappa\lambda^2$ ;

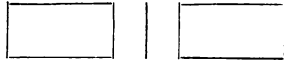


quare  $\eta\delta : \eta\gamma = \lambda\vartheta : \kappa\lambda$ , h. e. demonstrationem ab Apollonio omissam, triangulos  $\kappa\vartheta\lambda$ ,  $\gamma\eta\delta$  similes esse, u. p. 304, 17—19 et conf. Pappi lemma VII.

III, 15:

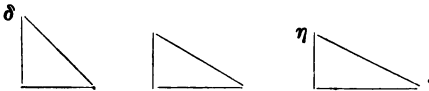


haec series figurarum illustrat, quae habet Apollonius p. 344, 14—24. in codicibus Vvc hae sunt discrepantiae: ante primas rectas habet V



in quadrato  $\delta\beta^2$  inferius  $\beta$  hab. vc, om. V, pro inferiore  $\delta$  hab.  $\epsilon$  Vvc; rectam  $\gamma\beta$  solus c habet; in rectangulo  $\beta\vartheta \times \mu\pi$  in latere inferiore add. litt.  $\eta - \vartheta$  Vvc; rectangulum  $\beta\gamma \times \beta\vartheta$  solus habet c; in quadrato  $\eta\vartheta^2$  omnes litteras om. V,

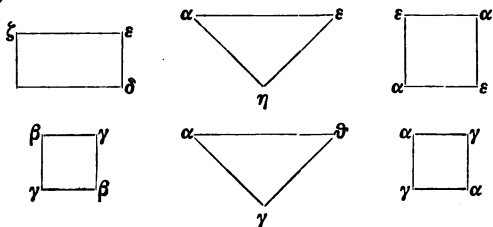
superiores  $\eta, \vartheta$  vc; pro rectangulo  $\gamma\beta \times \beta\vartheta$ , quod omisit V, triangulum  $\gamma\beta\vartheta$  habent vc; deinde v solus addit



erroribus emendatis hoc efficitur:

$$\begin{aligned} \delta\beta : \beta\epsilon &= \delta\beta^2 : \delta\beta \times \beta\epsilon = \mu\pi : \gamma\beta \\ &= \mu\pi \times \beta\vartheta : \beta\gamma \times \beta\vartheta = \vartheta\eta^2 : \beta\gamma \times \beta\vartheta. \end{aligned}$$

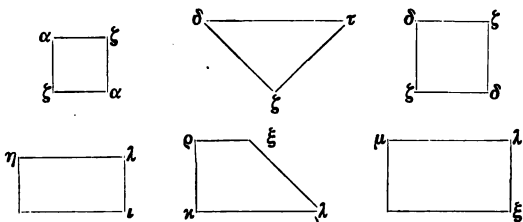
## III, 16:



hunc ordinem praebet c, in V binae figurae componuntur. in primo rectangulo  $\delta$  om. V; in priore triangulo  $\varepsilon$  et  $\eta$  permutat c, in altero  $\gamma$  om. V; in quadrato  $\alpha\gamma^2$  litteras inferiores om. V,  $\alpha$  inferius c. illustrantur uerba Apollonii p. 350, 5 sq.

$$\xi\varepsilon \times \varepsilon\delta : \alpha\varepsilon\eta : \alpha\varepsilon^2 = \gamma\beta^2 : \alpha\theta\gamma : \alpha\gamma^2.$$

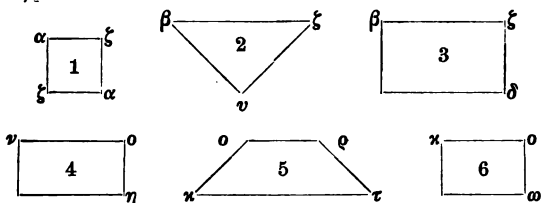
## III, 19 (in extrema prop. 17 leguntur):



hanc seriem om. c, primas tres figuras hab. v, om. V; in  $\alpha\xi^2$  litteras inferiores om. v; in  $\eta\lambda \times \lambda\iota$  litteras  $\eta$ ,  $\lambda$  om. V,  $\mu$  et  $\alpha$  earum loco hab. v; in  $\rho\kappa\lambda\xi$  litt.  $\xi$  om. V, pro ea  $\zeta$  hab. v; in  $\mu\lambda \times \lambda\xi$  litt.  $\mu$ ,  $\lambda$  hab. v, om. V. illustratur, ut uidit Zeuthen, locus p. 358, 2 sq.

$$\alpha\xi^2 : \delta\tau\xi : \delta\xi^2 = \eta\lambda \times \lambda\iota : \rho\xi\lambda\kappa : \mu\lambda \times \lambda\xi.$$

III, 21:

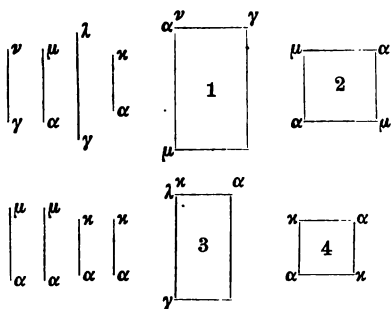


ordinem restituit Zeuthen; in c est  $\frac{1}{4} \frac{2}{5} \frac{3}{6}$ , fig. 6 hab. v,

om. Vc. in fig. 1 pro inferiore  $\alpha$  litt.  $\delta$  hab. Vvc; in fig. 2  $\beta$  om. Vvc,  $\xi$  om. Vv, hab. c; in fig. 3  $\delta$  om. V; in fig. 4 pro o hab.  $\vartheta$  v; in fig. 5 o hab. c,  $\vartheta$  v, om. V,  $\varphi$  om. V,  $\tau$  hab. c, om. Vv; in fig. 6  $\omega$  om. v, pro  $\kappa$ , o hab.  $\beta$ ,  $\vartheta$ . illustratur p. 362, 11 sq.

$$\alpha \xi^2 : \beta \xi v : \beta \xi \times \xi \delta = v o \times o \eta : \kappa o \varphi \tau : \kappa o \times o \omega.$$

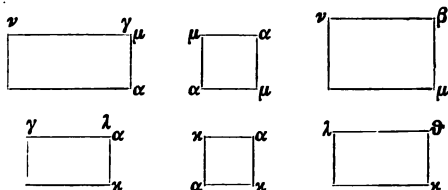
III, 54:



has om. c; in prima recta  $\kappa \alpha$  litt.  $\kappa$  om. V, hab. v; in fig. 2  $\alpha$ ,  $\mu$  ad partes dexteris om. V, hab. v; fig. 3 om. V,  $\alpha$  om. v, pro  $\gamma$  hab.  $\alpha$ . demonstratio

est proportionis p. 442, 12—13 ab Apollonio usurpatae; legenda enim

$\nu\gamma:\mu\alpha = \lambda\gamma:\kappa\alpha$  itaque  $\nu\gamma \times \mu\alpha : \mu\alpha^2 = \lambda\gamma \times \kappa\alpha : \kappa\alpha^2$ .  
 $\mu\alpha:\mu\alpha = \kappa\alpha:\kappa\alpha$



has om. c, posteriores tres om. V, hab.  $\nu$ ; in  $\nu\beta \times \beta\mu$  pro  $\mu$  hab.  $\nu$  uel  $\alpha$  V; in  $\lambda\vartheta\kappa$  pro  $\lambda$  litt.  $\alpha$  hab.  $\nu$ . legenda

$\nu\gamma \times \mu\alpha : \mu\alpha^2 : \nu\beta \times \beta\mu = \lambda\gamma \times \kappa\alpha : \kappa\alpha^2 : \lambda\vartheta \times \vartheta\kappa$ ,  
 quae illustrent uerba Apollonii p. 442, 14—15.

Praefandi finem faciam gratias quam maximas agens et praefectis bibliothecarum Parisiensis, cuius liberalitatem non semel expertus sum, et imperatoris Turcici, qui permisit, ut codex Constantinopolitanus hucusque peregrinaretur, et iis uiris, quibus intercedentibus mihi licuit codices illos Hauniam transmissos commode peruoluere, Christiano Bruun, bibliothecae regiae Hauniensis praefecto, et Petro A. F. S. Vedel, praeposito nostris cum populis externis rationibus.

Scr. Hauniae mense Octobri a. MDCCCXC.

I. L. Heiberg.

# APOLLONII CONICA.

---

## ΚΩΝΙΚΩΝ α'.

Ἀπολλώνιος Εὐδήμῳ χαίρειν.

Εἰ τῷ τε σώματι εὖ ἐπανάγεις καὶ τὰ ἄλλα κατὰ  
 γνώμην ἐστὶ σοι, καλῶς ἂν ἔχοι, μετρίως δὲ ἔχομεν  
 5 καὶ αὐτοί. καθ' ὃν δὲ καιρὸν ἤμην μετὰ σου ἐν  
 Περγάμῳ, ἐθεώρουν σε σπεύδοντα μετασχεῖν τῶν πε-  
 πραγμένων ἡμῖν κωνικῶν· πέπομφα οὖν σοι τὸ πρῶτον  
 βιβλίον διορθωσάμενος, τὰ δὲ λοιπά, ὅταν εὐαρεστή-  
 σωμεν, ἐξαποστελοῦμεν· οὐκ ἀμνημονεῖν γὰρ οἴομαι  
 10 σε παρ' ἐμοῦ ἀκηκοῦτα, διότι τὴν περὶ ταῦτα ἔφοδον  
 ἐποίησάμην ἀξιωθεὶς ὑπὸ Ναυκράτους τοῦ γεωμέτρου,  
 καθ' ὃν καιρὸν ἐσχόλαξε παρ' ἡμῖν παραγενηθεὶς εἰς  
 Ἀλεξάνδρειαν, καὶ διότι πραγματεύσαντες αὐτὰ ἐν ὀκτῶ  
 βιβλίοις ἐξ αὐτῆς μεταδεδώκαμεν αὐτὰ εἰς τὸ σπου-  
 15 δαιότερον διὰ τὸ πρὸς ἔκπλῳ αὐτὸν εἶναι οὐ διακαθά-  
 ραντες, ἀλλὰ πάντα τὰ ὑποκίπτοντα ἡμῖν θέντες ὡς  
 ἔσχατον ἐπελευσόμενοι. ὅθεν καιρὸν νῦν λαβόντες ἀεὶ  
 τὸ τυγχάνον διορθώσεως ἐκδίδομεν. καὶ ἐπεὶ συμ-  
 βέβηκε καὶ ἄλλους τινὰς τῶν συμμεμιχότων ἡμῖν  
 20 μετεληφέναι τὸ πρῶτον καὶ τὸ δεύτερον βιβλίον πρὶν  
 ἢ διορθωθῆναι, μὴ θαυμάσης, ἐὰν περιπίπτῃς αὐτοῖς  
 ἐτέρως ἔχουσιν. ἀπὸ δὲ τῶν ὀκτῶ βιβλίων τὰ πρῶτα

1. Ἀπολλωνίου Περγαίου κωνικῶν α' V. 8. εὐαρεστήσωμεν] in V est litterae ita coniunctae, ut similes fiant et. 15. διὰ — 16. τὰ] rep. mg. m. rec. V (15. εὐπλῳ) addito M̄ ἐξ ἀπογράφου

## CONICORUM LIBER I.

Apollonius Eudemo s.

Si corpore conualescis ceteraque tibi ex sententia sunt, bene est, equidem satis ualeo. quo autem tempore tecum Pergami eram, uidebam te cupidum esse conica a me elaborata cognoscendi. quare primum librum ad te misi, postquam eum emendauī, reliquos autem, quando iis contenti erimus, mittemus. neque enim credo, te oblitum esse, quod a me audisti, me ad haec adcessisse rogatu Naucratis geometrae, quo tempore Alexandriam profectus nobiscum degeret, nosque ea in octo libris elaborata statim festinantius paullo cum eo communicasse, quod in eo esset, ut discederet, ita ut ea non perpurgaremus, sed omnia, quae nobis in mentem uenirent, poneremus sperantes fore, ut postea perpoliremus. quare iam occasionem nacti, prout correctae sunt, ea edimus. et quoniam accidit, ut etiam alii quidam eorum, qui nobiscum uersati sunt, primum alterumque libros nacti sint, priusquam correcti essent, miratus ne sis, si in eos aliam habentes formam incideris. horum uero octo librorum quattuor priores ad institutionem elementarem

---

*εἰκονικοῦ*. γρ., quia magna ex parte euan.; sed quae dedimus, hab. cv. 15. *ἐκπλοῦν* cp, fort. recte. 16. *ὡς* — 17. *ἐπελευσόμενοι*] cv; euan. V., rep. mg. m. rec.

τέσσαρα πέπτωκεν εἰς ἀγωγὴν στοιχειώδη, περιέχει δὲ  
 τὸ μὲν πρῶτον τὰς γενέσεις τῶν τριῶν τομῶν καὶ τῶν  
 ἀντικειμένων καὶ τὰ ἐν αὐταῖς ἀρχικὰ συμπτώματα ἐπὶ  
 πλέον καὶ καθόλου μᾶλλον ἐξειργασμένα παρὰ τὰ ὑπὸ  
 5 τῶν ἄλλων γεγραμμένα, τὸ δὲ δεύτερον τὰ περὶ τὰς  
 διαμέτρους καὶ τοὺς ἄξονας τῶν τομῶν συμβαίνοντα  
 καὶ τὰς ἀσυμπτώτους καὶ ἄλλα γενικὴν καὶ ἀναγκαίαν  
 χρεῖαν παρεχόμενα πρὸς τοὺς διορισμούς· τίνας δὲ  
 διαμέτρους καὶ τίνας ἄξονας καλῶ, εἰδήσεις ἐκ τούτου  
 10 τοῦ βιβλίου. τὸ δὲ τρίτον πολλὰ καὶ παράδοξα θεω-  
 ρήματα χρήσιμα πρὸς τε τὰς συνθέσεις τῶν στερεῶν  
 τόπων καὶ τοὺς διορισμούς, ὧν τὰ πλεῖστα καὶ κάλλιστα  
 ξένα, ἃ καὶ κατανοήσαντες συνείδομεν μὴ συντιθέμενον  
 ὑπὸ Εὐκλείδου τὸν ἐπὶ τρεῖς καὶ τέσσαρας γραμμᾶς  
 15 τόπον, ἀλλὰ μόριον τὸ τυχὸν αὐτοῦ καὶ τοῦτο οὐκ  
 εὐτυχῶς· οὐ γὰρ ἦν δυνατὸν ἄνευ τῶν προσευρη-  
 μένων ἡμῖν τελειωθῆναι τὴν σύνθεσιν. τὸ δὲ τέταρτον,  
 ποσαχῶς αἱ τῶν κώνων τομαὶ ἀλλήλαις τε καὶ τῇ τοῦ  
 κύκλου περιφερείᾳ συμβάλλουσι, καὶ ἄλλα ἐκ περισσοῦ,  
 20 ὧν οὐδέτερον ὑπὸ τῶν πρὸ ἡμῶν γέγραπται, κώνου  
 τομῆ ἢ κύκλου περιφέρεια κατὰ πόσα σημεῖα συμ-  
 βάλλουσι. τὰ δὲ λοιπά ἐστι περιουσιαστικώτερα· ἔστι  
 γὰρ τὸ μὲν περὶ ἐλαχίστων καὶ μεγίστων ἐπὶ πλέον,  
 τὸ δὲ περὶ ἴσων καὶ ὁμοίων κώνου τομῶν, τὸ δὲ περὶ  
 25 διοριστικῶν θεωρημάτων, τὸ δὲ προβλημάτων κωνικῶν  
 διωρισμένων. οὐ μὴν ἀλλὰ καὶ πάντων ἐκδοθέντων  
 ἕξεστι τοῖς περιτυγχάνουσι κρίνειν αὐτά, ὡς ἂν αὐτῶν  
 ἕκαστος αἰρῆται. εὐτύχει.

1. πέπτωκεν] cp, πέπτωκε V. 5. τὰς] τοὺς V, corr. p.  
 9. καὶ] scripsi, ἢ V. 13. συνείδαμεν V (fort. recte; cfr.  
 εἶπα); corr. v. 17. -ων ἡμῖν — τό] cv; euan. V, rep. mg. m.



pertinent, continet autem primus origines trium sectionum oppositarumque et proprietates earum principales latius uniuersaliterque expositas, quam quae ceteri de iis scripserunt, alter, quae diametri axesque sectionum et asymptotae propria habent aliaque, quae usum generalem necessariumque ad determinationes praebent; quas autem diametros quosque axes adpellem, ex hoc libro comperies. tertius uero plurima et mira continet theoremata et ad compositionem locorum solidorum et ad determinationes utilia, quorum pleraque et pulcherrima noua sunt; quibus inuentis cognoui, locum ad tres et quattuor lineas minime ab Euclide componi, sed partem tantum fortuitam eius, et id quidem non optime; neque enim fieri potuit, ut compositio sine propositionibus a nobis adiectis perficeretur. quartus autem continet, quot modis sectiones conorum et inter se et cum ambitu circuli concurrant, et praeterea alia quaedam, quorum neutrum genus a prioribus tractatum est, in quot punctis sectio conici uel ambitus circuli concurrant [cum oppositis sectionibus]. reliqui autem libri ulterius progrediuntur. primus enim eorum de minimis et maximis latius tractat, secundus de conici sectionibus aequalibus et similibus, tertius de theorematibus ad determinationem pertinentibus, quartus problemata conica habet determinata. uerum enim uero omnibus editis iis, qui legent, licet, eos pro cuiusque uoluntate aestimare. uale.

---

rec. (add. γραι). 18. κώνων] CV; euan. V, rep. mg. m. rec.  
21. κατά] scr. ταῖς ἀντικειμέναις κατά; cfr. IV praef.

## Ὅροι πρώτοι.

Ἐὰν ἀπό τινος σημείου πρὸς κύκλου περιφέρειαν, ὅς οὐκ ἔστιν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ τῷ σημείῳ, εὐθεία ἐπιξευχθεῖσα ἐφ' ἑκάτερα προσεκβληθῆ, καὶ μένοντος  
 5 τοῦ σημείου ἢ εὐθεία περιενεχθεῖσα περὶ τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῆ, ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, τὴν γραφεῖσαν ὑπὸ τῆς εὐθείας ἐπιφάνειαν, ἢ σύγκειται ἐκ δύο ἐπιφανειῶν κατὰ  
 10 αὐξεται τῆς γραφούσης εὐθείας εἰς ἄπειρον προσεκβαλλομένης, καλῶ κωνικὴν ἐπιφάνειαν, κορυφὴν δὲ αὐτῆς τὸ μεμενηκὸς σημεῖον, ἄξονα δὲ τὴν διὰ τοῦ σημείου καὶ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἀγομένην εὐθεῖαν.

κῶνον δὲ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπὸ τε τοῦ κύκλου  
 15 καὶ τῆς μεταξὺ τῆς τε κορυφῆς καὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας κωνικῆς ἐπιφανείας, κορυφὴν δὲ τοῦ κώνου τὸ σημεῖον, ὃ καὶ τῆς ἐπιφανείας ἐστὶ κορυφή, ἄξονα δὲ τὴν ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου ἀγομένην εὐθεῖαν, βάσιν δὲ τὸν κύκλον.

20 τῶν δὲ κώνων ὀρθοὺς μὲν καλῶ τοὺς πρὸς ὀρθὰς ἔχοντας ταῖς βάσεις τοὺς ἄξονας, σκαληνοὺς δὲ τοὺς μὴ πρὸς ὀρθὰς ἔχοντας ταῖς βάσεις τοὺς ἄξονας.

πάσης καμπύλης γραμμῆς, ἥτις ἐστὶν ἐν ἐνὶ ἐπιπέδῳ, διάμετρον μὲν καλῶ εὐθεῖαν, ἥτις ἠγμένη ἀπὸ  
 25 τῆς καμπύλης γραμμῆς πάσας τὰς ἀγομένας ἐν τῇ γραμμῇ εὐθείας εὐθεῖα τινὶ παραλλήλους δίχα διαιρεῖ, κορυφὴν δὲ τῆς γραμμῆς τὸ πέρασ τῆς εὐθείας τὸ πρὸς τῇ γραμμῇ, τεταγμένως δὲ ἐπὶ τὴν διάμετρον κατῆχθαι ἐκάστην τῶν παραλλήλων.

29. κατῆχθαι] syll. αι comp. V, mg. m. rec. „χθαι . . . 17“.

## Definitiones I.

1. Si a puncto aliquo ad ambitum circuli, qui in eodem plano, in quo punctum, positus non est, ducta recta in utramque partem producit, et manente puncto recta per ambitum circuli circumacta in eundem rursus locum restituitur, unde ferri coepta est, superficiem recta descriptam, ex duabus superficiebus ad uerticem inter se positis compositam, quarum utraque in infinitum crescit recta describente in infinitum producta, superficiem conicam adpello, uerticem autem eius punctum manens, axem autem rectam per punctum et centrum circuli ductam.

2. Conum autem figuram comprehensam circulo et superficie conica inter uerticem ambitumque circuli posita, uerticem autem conii punctum, quod idem est uertex superficiei, axem autem rectam a uertice ad centrum circuli ductam, basim autem circumulum.

3. Conorum uero rectos adpello, qui axes ad bases perpendiculares habent, obliquos autem, qui axes ad bases perpendiculares non habent.

4. Omnis lineae curuae, quae in uno plano posita est, diametrum adpello rectam, quae a linea curua ducta omnes rectas in linea illa rectae alicui parallelas ductas in binas partes aequales secat, uerticem autem lineae terminum huius rectae in linea, singulas autem rectas parallelas ad diametrum ordinate ductas esse.

ὁμοίως δὲ καὶ δύο καμπύλων γραμμῶν ἐν ἐνὶ ἐπιπέδῳ κειμένων διάμετρον καλῶ πλαγίαν μὲν, ἣτις εὐθεία τέμνουσα τὰς δύο γραμμὰς πάσας τὰς ἀγομένους ἐν ἑκατέρῃ τῶν γραμμῶν παρά τινα εὐθείαν δίχα  
 5 τέμνει, κορυφὰς δὲ τῶν γραμμῶν τὰ πρὸς ταῖς γραμμαῖς πέρατα τῆς διαμέτρου, ὀρθίαν δέ, ἣτις κειμένη μεταξὺ τῶν δύο γραμμῶν πάσας τὰς ἀγομένους παραλλήλους εὐθείας εὐθεία τινὶ καὶ ἀπολαμβανομένας μεταξὺ τῶν γραμμῶν δίχα τέμνει, τεταγμένως δὲ ἐπὶ  
 10 τὴν διάμετρον κατῆχθαι ἐκάστην τῶν παραλλήλων.

συζυγεῖς καλῶ διαμέτρους [δύο] καμπύλης γραμμῆς καὶ δύο καμπύλων γραμμῶν εὐθείας, ὧν ἑκατέρα διάμετρος οὖσα τὰς τῆ ἑτέρα παραλλήλους δίχα διαιρεῖ.

ἄξονα δὲ καλῶ καμπύλης γραμμῆς καὶ δύο καμπύλων γραμμῶν εὐθείαν, ἣτις διάμετρος οὖσα τῆς γραμμῆς ἢ τῶν γραμμῶν πρὸς ὀρθὰς τέμνει τὰς παραλλήλους.

συζυγεῖς καλῶ ἄξονας καμπύλης γραμμῆς καὶ δύο καμπύλων γραμμῶν εὐθείας, αἵτινες διάμετροι οὖσαι  
 20 συζυγεῖς πρὸς ὀρθὰς τέμνουσι τὰς ἀλλήλων παραλλήλους.

α'.

Αἱ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας ἀγόμεναι εὐθεῖαι ἐπὶ τὰ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ σημεῖα ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ εἰσίν.

25 ἔστω κωνικὴ ἐπιφάνεια, ἥς κορυφὴ τὸ *A* σημεῖον, καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τὸ *B*, καὶ ἐπεξεύχθω τις εὐθεῖα ἡ *ΑΓΒ*. λέγω, ὅτι ἡ *ΑΓΒ* εὐθεῖα ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ἐστίν.

5. πρὸς] προσ' seq. lineola fortuita V. 6. ὀρθίαν] p; ὀρθείαν V, mg. m. rec. „ὀρθίαν ut infra“. 9. τέμνει] p, τέμνη V.  
 11. δύο] om. Halley cum Comm. 21. α'] cv, om. V.

5. Similiter uero etiam duarum linearum curuarum in uno plano positarum diametrum transuersam adpello rectam, quae duas illas lineas secans omnes rectas in utraque linea rectae alicui parallelas ductas in binas partes aequales secat, uertices autem linearum terminos diametri in linea positos, rectam autem, quae inter duas lineas posita omnes rectas rectae alicui parallelas ductas et inter lineas abscisas in binas partes aequales secat, singulas autem parallelas ad diametrum ordinate ductas esse.

6. Coniugatas diametros adpello lineae curuae duarumque linearum curuarum rectas, quarum utraque diametrum est et rectas alteri parallelas in binas partes aequales secat.

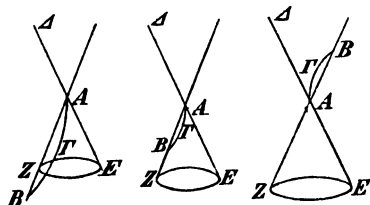
7. Axem uero lineae curuae duarumque linearum curuarum rectam adpello, quae diametrum est lineae linearumue et parallelas ad angulos rectos secat.

8. Axes coniugatos adpello lineae curuae duarumque linearum curuarum rectas, quae diametri coniugatae sunt et altera alterius parallelas ad rectos angulos secant.

I.

Rectae a uertice superficiei conicae ad puncta

superficiei ductae in superficie sunt.



sit superficies conica, cuius uertex sit  $A$  punctum, et sumatur in superficie conica punctum aliquod  $B$ , et

ducatur recta aliqua  $A\Gamma B$ . dico, rectam  $A\Gamma B$  in superficie esse.

εἰ γὰρ δυνατόν, μὴ ἔστω, καὶ ἔστω ἡ γεγραφεῖσα τὴν ἐπιφάνειαν εὐθεῖα ἡ  $\Delta E$ , ὁ δὲ κύκλος, καθ' οὗ φέρεται ἡ  $E\Delta$ , ὁ  $EZ$ . ἂν δὲ μένοντος τοῦ  $A$  σημείου ἡ  $\Delta E$  εὐθεῖα φέρεται κατὰ τῆς τοῦ  $EZ$  κύκλου περιφρειαίας, ἤξει καὶ διὰ τοῦ  $B$  σημείου, καὶ ἔσται δύο εὐθειῶν τὰ αὐτὰ πέρατα· ὅπερ ἄτοπον.

οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ  $A$  ἐπὶ τὸ  $B$  ἐπιξυγνυμένη εὐθεῖα οὐκ ἔστιν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ· ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ἄρα ἐστὶ.

10

πόρισμα.

καὶ φανερόν, ὅτι, ἂν ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τι σημείον τῶν ἐντὸς τῆς ἐπιφανείας ἐπιξυγνυθῇ εὐθεῖα, ἐντὸς πεσεῖται τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας, καὶ ἂν ἐπὶ τι τῶν ἐκτὸς ἐπιξυγνυθῇ, ἐκτὸς ἔσται τῆς ἐπιφανείας.

15

β'.

Ἐὰν ἐφ' ὁποτερασοῦν τῶν κατὰ κορυφὴν ἐπιφανειῶν δύο σημεία ληφθῇ, ἡ δὲ ἐπὶ τὰ σημεία ἐπιξυγνυμένη εὐθεῖα μὴ νεύῃ ἐπὶ τὴν κορυφήν, ἐντὸς πεσεῖται τῆς ἐπιφανείας, ἡ δὲ ἐπ' εὐθείας αὐτῇ ἐκτός.

20

ἔστω κωνικὴ ἐπιφάνεια, ἥς κορυφὴ μὲν τὸ  $A$  σημείον, ὁ δὲ κύκλος, καθ' οὗ φέρεται ἡ τὴν ἐπιφάνειαν γράφουσα εὐθεῖα, ὁ  $B\Gamma$ , καὶ εἰλήφθω ἐφ' ὁποτερασοῦν τῶν κατὰ κορυφὴν ἐπιφανειῶν δύο σημεία τὰ  $\Delta$ ,  $E$ , καὶ ἐπιξυγνυθεῖσα ἡ  $\Delta E$  μὴ νεύτω ἐπὶ τὸ  $A$  σημείον.

25

λέγω, ὅτι ἡ  $\Delta E$  ἐντὸς ἔσται τῆς ἐπιφανείας καὶ ἡ ἐπ' εὐθείας αὐτῇ ἐκτός.

ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $AE$ ,  $A\Delta$  καὶ ἐκβεβλήσθωσαν· πεσοῦνται δὲ ἐπὶ τὴν τοῦ κύκλου περιφρειαίαν. πιπτέ-

2. καθ'] *cv*; *ka-euan. V, rep. mg. m. rec.* 10. πόρισμα] *om. V.*

nam si fieri potest, ne sit, et  $\Delta E$  sit recta superficiem describens, circulus autem, per quem fertur, sit  $EZ$ . itaque, si manente puncto  $A$  recta  $\Delta E$  per ambitum circuli  $EZ$  fertur, etiam per punctum  $B$  ueniet, et duae rectae eosdem terminos habebunt; quod fieri non potest.

ergo fieri non potest, ut recta ab  $A$  ad  $B$  ducta in superficie non sit. ergo est in superficie.

### Corollarium.

et manifestum est, si a uertice ad punctum aliquod eorum, quae intra superficiem sunt, recta ducatur, eam intra superficiem conicam casuram esse, et si ad aliquod eorum ducatur, quae extra sunt, extra superficiem casuram.

### II.

Si in utralibet superficie earum, quae ad uerticem inter se positae sunt, duo puncta sumuntur, et recta puncta illa coniungens ad uerticem non cadit, intra superficiem cadet, producta uero in directum extra.

sit superficies conica, cuius uertex sit  $A$ , circulus autem, per quem recta superficiem describens fertur, sit  $B\Gamma$ , et in utralibet superficie earum, quae ad uerticem sunt inter se, duo puncta sumantur  $\Delta$ ,  $E$ , et ducta  $\Delta E$  ne cadat ad punctum  $A$ . dico,  $\Delta E$  intra superficiem esse, productam autem in directum extra.

ducantur  $AE$ ,  $AA$  et producantur; cadent igitur ad ambitum circuli [prop. I]. cadant in  $B$ ,  $\Gamma$ , et ducatur  $B\Gamma$ ;  $B\Gamma$  igitur intra circulum erit; quare etiam intra superficiem conicam. iam in  $\Delta E$  sumatur punctum aliquod  $Z$ , et ducta  $AZ$  producatur; cadet igitur

τωσαν κατὰ τὰ Β, Γ, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ ΒΓ· ἔσται ἄρα ἡ ΒΓ ἐντὸς τοῦ κύκλου· ὥστε καὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας. εἰλήφθω δὲ ἐπὶ τῆς ΔΕ τυχὸν σημεῖον τὸ Ζ, καὶ ἐπιξευχθεῖσα ἡ ΑΖ ἐκβεβλήσθω. πεσεῖται δὲ ἐπὶ 5 τὴν ΒΓ εὐθείαν· τὸ γὰρ ΒΓΑ τρίγωνον ἐν ἐνὶ ἔστιν ἐπιπέδῳ. πιπτέτω κατὰ τὸ Η. ἐπεὶ οὖν τὸ Η ἐντὸς ἔστι τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας, καὶ ἡ ΑΗ ἄρα ἐντὸς ἔστι τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας· ὥστε καὶ τὸ Ζ ἐντὸς ἔστι τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας. ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, ὅτι 10 καὶ πάντα τὰ ἐπὶ τῆς ΔΕ σημεῖα ἐντὸς ἔστι τῆς ἐπιφανείας· ἡ ἄρα ΔΕ ἐντὸς ἔστι τῆς ἐπιφανείας.

ἐκβεβλήσθω δὲ ἡ ΔΕ ἐπὶ τὸ Θ. λέγω δὲ, ὅτι ἐκτὸς πεσεῖται τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω τι αὐτῆς τὸ Θ μὴ ἐκτὸς τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας, 15 καὶ ἐπιξευχθεῖσα ἡ ΑΘ ἐκβεβλήσθω· πεσεῖται δὲ ἡ ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου ἢ ἐντὸς· ὅπερ ἔστιν ἀδύνατον· πίπτει γὰρ ἐπὶ τὴν ΒΓ ἐκβαλλομένην ὡς κατὰ τὸ Κ. ἡ ΕΘ ἄρα ἐκτὸς ἔστι τῆς ἐπιφανείας.

ἡ ἄρα ΔΕ ἐντὸς ἔστι τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας, καὶ 20 ἡ ἐπ' εὐθείας αὐτῇ ἐκτός.

γ'.

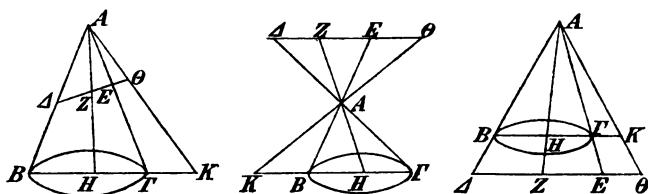
Ἐὰν κῶνος ἐπιπέδῳ τμηθῇ διὰ τῆς κορυφῆς, ἡ τομὴ τρίγωνόν ἐστιν.

ἔστω κῶνος, οὗ κορυφὴ μὲν τὸ Α σημεῖον, βάσις 25 δὲ ὁ ΒΓ κύκλος, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ τινὶ διὰ τοῦ Α σημείου, καὶ ποιέτω τομὰς ἐπὶ μὲν τῆς ἐπιφανείας τὰς ΑΒ, ΑΓ γραμμὰς, ἐν δὲ τῇ βάσει τὴν ΒΓ εὐθείαν. λέγω, ὅτι τὸ ΑΒΓ τρίγωνόν ἐστιν.

1. ἄρα] cv; euan. V, rep. mg. m. rec. 16. περιφέρειαν V (in alt. φ inc. fol. 3<sup>u</sup>), corr. m. rec. ἀδύνατον] cv, -τον euan. V. 20. ἐκτός] ἐκτός:— V. 28. ΑΒΓ] p, ΑΓ V, corr. m. 2 v.



ad rectam  $B\Gamma$ ; triangulus enim  $B\Gamma A$  in uno plano positus est [Eucl. XI, 2]. cadat in  $H$ . iam quoniam  $H$  intra superficiem conicam est, etiam  $AH$  intra superficiem conicam est [prop. I coroll.]; quare etiam  $Z$  intra superficiem conicam est. similiter igitur demonstrabimus, etiam omnia puncta rectae  $\Delta E$  intra superficiem esse; itaque  $\Delta E$  intra superficiem est.



iam  $\Delta E$  ad  $\Theta$  producat. dico, eam extra superficiem conicam cadere. nam si fieri potest, pars eius aliqua uelut  $\Theta$  extra superficiem conicam ne sit, et ducta  $A\Theta$  producat. cadet igitur aut in ambitum circuli aut intra [prop. I et coroll.]; quod fieri non potest. cadit enim in  $B\Gamma$  productam ut in  $K$ . itaque  $E\Theta$  extra superficiem est.

ergo  $\Delta E$  intra superficiem conicam est, producta autem in directum extra.

### III.

Si conus per uerticem plano secatur, sectio triangulus est.

sit conus, cuius uertex sit  $A$  punctum, basis autem circulus  $B\Gamma$ , et secetur plano aliquo per  $A$  punctum, et hoc sectiones efficiat in superficie linesas  $AB$ ,  $A\Gamma$ , in basi autem rectam  $B\Gamma$ . dico,  $AB\Gamma$  triangulum esse.

ἐπεὶ γὰρ ἡ ἀπὸ τοῦ  $A$  ἐπὶ τὸ  $B$  ἐπιξενυμένη κοινὴ τομὴ ἐστὶ τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου καὶ τῆς τοῦ κώνου ἐπιφανείας, εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ  $AB$ . ὁμοίως δὲ καὶ ἡ  $AG$ . ἐστὶ δὲ καὶ ἡ  $BΓ$  εὐθεῖα. τρίγωνον ὅρα ἐστὶ τὸ  $ABΓ$ .

ἐὰν ἄρα κώνος ἐπιπέδῳ τινὶ τμηθῆ διὰ τῆς κορυφῆς, ἡ τομὴ τρίγωνόν ἐστίν.

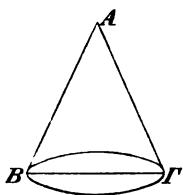
δ'.

Ἐὰν ὁποιασοῦν τῶν κατὰ κορυφὴν ἐπιφανειῶν ἐπιπέδῳ τινὶ τμηθῆ παραλλήλῳ τῷ κύκλῳ, καθ' οὗ φέρεται ἡ γράφουσα τὴν ἐπιφάνειαν εὐθεῖα, τὸ ἐναπολαμβανόμενον ἐπίπεδον μεταξὺ τῆς ἐπιφανείας κύκλος ἐστὶ τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ ἄξονος, τὸ δὲ περιεχόμενον σχῆμα ὑπὸ τε τοῦ κύκλου καὶ τῆς ἀπολαμβανόμενης ὑπὸ τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου κωνικῆς ἐπιφανείας πρὸς τῇ κορυφῇ κώνος ἐστὶ.

ἔστω κωνικὴ ἐπιφάνεια, ἧς κορυφὴ μὲν τὸ  $A$  σημείον, ὃ δὲ κύκλος, καθ' οὗ φέρεται ἡ τὴν ἐπιφάνειαν γράφουσα εὐθεῖα, ὃ  $BΓ$ , καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ τινὶ παραλλήλῳ τῷ  $BΓ$  κύκλῳ, καὶ ποιείτω ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τομὴν τὴν  $ΔE$  γραμμὴν. λέγω, ὅτι ἡ  $ΔE$  γραμμὴ κύκλος ἐστὶν ἐπὶ τοῦ ἄξονος ἔχων τὸ κέντρον.

εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ  $BΓ$  κύκλου τὸ  $Z$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $AZ$ . ἄξων ἄρα ἐστὶ καὶ συμβάλλει τῷ τέμνοντι ἐπιπέδῳ. συμβαλλέτω κατὰ τὸ  $H$ , καὶ ἐκβεβλήσθω τι διὰ τῆς  $AZ$  ἐπίπεδον. ἐστὶ δὲ ἡ τομὴ τρίγωνον τὸ  $ABΓ$ . καὶ ἐπεὶ τὰ  $Δ, H, E$  σημεία ἐν τῷ τέμνοντι ἐστὶν ἐπιπέδῳ, ἐστὶ δὲ καὶ ἐν τῷ τοῦ

7. ἐστίν] ἐστὶ :— V.



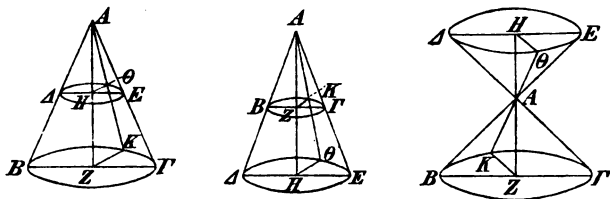
nam quoniam linea ab  $A$  ad  $B$  ducta communis est sectio plani secantis et superficiei conicae, recta est  $AB$ . et eadem de causa  $A\Gamma$ . uerum etiam  $B\Gamma$  recta est. itaque  $AB\Gamma$  triangulus est.

ergo si conus plano per uerticem secatur, sectio triangulus est.

IV.

Si utralibet superficies earum, quae ad uerticem sunt inter se, plano secatur aliquo ei circulo parallelo, per quem fertur recta superficiem describens, planum intra superficiem comprehensum circulus erit centrum in axe habens, figura autem a circulo et superficie conica plano secante abscisa ad uerticem comprehensa conus erit.

sit superficies conica, cuius uertex sit  $A$  punctum, circulus autem, per quem fertur recta superficiem



describens,  $B\Gamma$ , et secetur plano aliquo circulo  $B\Gamma$  parallelo, et hoc in superficie sectionem efficiat lineam  $\Delta E$ . dico, lineam  $\Delta E$  circulum esse centrum in axe habentem.

sumatur enim  $Z$  centrum circuli  $B\Gamma$ , et ducatur  $AZ$ . axis igitur est [def. 1] et cum plano secante

$ΑΒΓ$  ἐπιπέδῳ, εὐθείᾳ ἄρα ἐστὶν ἡ  $ΔΗΕ$ . εἰλήφθω  
 δὴ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς  $ΔΕ$  γραμμῆς τὸ  $Θ$ , καὶ ἐπι-  
 ζευχθεῖσα ἡ  $ΑΘ$  ἐκβεβλήσθω. συμβαλεῖ δὴ τῇ  $ΒΓ$   
 περιφερεία. συμβαλλέτω κατὰ τὸ  $Κ$ , καὶ ἐπεζεύχθωσαν  
 5 αὶ  $ΗΘ$ ,  $ΖΚ$ . καὶ ἐπεὶ δύο ἐπίπεδα παράλληλα τὰ  
 $ΔΕ$ ,  $ΒΓ$  ὑπὸ ἐπιπέδου τινὸς τέμνεται τοῦ  $ΑΒΓ$ , αὶ  
 κοιναὶ αὐτῶν τομαὶ παράλληλοί εἰσι· παράλληλος ἄρα  
 ἐστὶν ἡ  $ΔΕ$  τῇ  $ΒΓ$ . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ  $ΗΘ$  τῇ  
 $ΚΖ$  παράλληλος. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ  $ΖΑ$  πρὸς τὴν  $ΑΗ$ ,  
 10 οὕτως ἢ τε  $ΖΒ$  πρὸς  $ΔΗ$  καὶ ἡ  $ΖΓ$  πρὸς  $ΗΕ$  καὶ  
 ἡ  $ΖΚ$  πρὸς  $ΗΘ$ . καὶ εἰσὶν αὶ τρεῖς αὶ  $ΒΖ$ ,  $ΚΖ$ ,  $ΖΓ$   
 ἴσαι ἀλλήλαις· καὶ αὶ τρεῖς ἄρα αὶ  $ΔΗ$ ,  $ΗΘ$ ,  $ΗΕ$  ἴσαι  
 εἰσὶν ἀλλήλαις. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ πᾶσαι αὶ  
 ἀπὸ τοῦ  $Η$  σημείου πρὸς τὴν  $ΔΕ$  γραμμὴν προσ-  
 15 πίπτουσαι εὐθεῖαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί.

κύκλος ἄρα ἐστὶν ἡ  $ΔΕ$  γραμμὴ τὸ κέντρον ἔχων  
 ἐπὶ τοῦ ἄξονος.

καὶ φανερόν, ὅτι τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπὸ τε  
 τοῦ  $ΔΕ$  κύκλου καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτοῦ  
 20 πρὸς τῷ  $Α$  σημείῳ κωνικῆς ἐπιφανείας κῶνος ἐστὶ.

καὶ συναποδέδεικται, ὅτι ἡ κοινὴ τομὴ τοῦ τέμνον-  
 τος ἐπιπέδου καὶ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου διά-  
 μετρός ἐστὶ τοῦ κύκλου.

ε'.

25 Ἐὰν κῶνος σκαληνὸς ἐπιπέδῳ τμηθῇ διὰ τοῦ ἄξονος  
 πρὸς ὀρθὰς τῇ βάσει, τμηθῇ δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ  
 πρὸς ὀρθὰς μὲν τῷ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνῳ, ἀφαιροῦντι  
 δὲ πρὸς τῇ κορυφῇ τρίγωνον ὅμοιον μὲν τῷ διὰ τοῦ

6. τέμνεται τοῦ] bis (in extr. et pr. fol.) V, corr. m. 1.

11. αὶ] (alt.) p, om. V, corr. m. 2 v. 20. τῷ  $Α$  σημείῳ] sine causa rep. mg. m. rec. V.

concidit. concidat in  $H$ , et per  $AZ$  planum ducatur. sectio igitur  $AB\Gamma$  triangulus erit [prop. III]. et quoniam puncta  $A, H, E$  in plano secanti sunt, uerum etiam in plano  $AB\Gamma$ ,  $\Delta HE$  recta est [Eucl. XI, 3]. sumatur igitur in linea  $\Delta E$  punctum aliquod  $\Theta$ , et ducta  $A\Theta$  producat. concidet igitur cum ambitu  $B\Gamma$ . concidat in  $K$ , et ducantur  $H\Theta, ZK$ . et quoniam duo plana parallela  $\Delta E, B\Gamma$  plano  $AB\Gamma$  secantur, communes eorum sectiones parallelae sunt [Eucl. XI, 16]. itaque  $\Delta E$  rectae  $B\Gamma$  parallela est. eadem de causa etiam  $H\Theta$  rectae  $KZ$  parallela est. itaque [Eucl. VI, 4]  $ZA : AH = ZB : \Delta H = Z\Gamma : HE = ZK : H\Theta$ . et  $BZ = KZ = Z\Gamma$ . quare etiam  $\Delta H = H\Theta = HE$  [Eucl. V, 9]. iam similiter demonstrabimus, etiam omnes rectas ab  $H$  puncto ad lineam  $\Delta E$  adcidentes inter se aequales esse.

ergo linea  $\Delta E$  circulus est centrum in axe habens.

et manifestum est, figuram circulo  $\Delta E$  et superficie conica ab eo abscisa ad  $A$  punctum comprehensam conum esse.

et simul demonstratum est, sectionem communem plani secantis triangulique per axem positi diametrum circuli esse.

## V.

Si conus obliquus per axem plano ad basim perpendiculari secatur et simul alio plano secatur ad triangulum per axem positum perpendiculari, quod ad uerticem triangulum abscindat triangulo per axem posito similem, sed e contrario positum, sectio circulus erit; adpelletur autem talis sectio contraria.

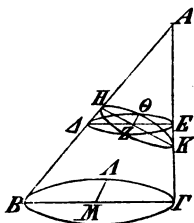
ἄξονος τριγώνω, ὑπεναντίως δὲ κείμενον, ἢ τομὴ κύκλος ἐστί, καλείσθω δὲ ἡ τοιαύτη τομὴ ὑπεναντία.

ἔστω κῶνος σκαληνός, οὗ κορυφή μὲν τὸ  $A$  σημειον, βάσις δὲ ὁ  $BΓ$  κύκλος, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδω  
 5 διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῶ πρὸς τὸν  $BΓ$  κύκλον, καὶ ποιείτω τομὴν τὸ  $ABΓ$  τρίγωνον. τετμήσθω δὲ καὶ ἑτέρω ἐπιπέδω πρὸς ὀρθὰς ὄντι τῷ  $ABΓ$  τριγώνω, ἀφαιροῦντι δὲ τρίγωνον πρὸς τῷ  $A$  σημείω τὸ  $AKH$  ὅμοιον μὲν τῷ  $ABΓ$  τριγώνω, ὑπεναντίως δὲ κείμενον, τουτέστιν  
 10 ὥστε ἴσην εἶναι τὴν ὑπὸ  $AKH$  γωνίαν τῇ ὑπὸ  $ABΓ$ . καὶ ποιείτω τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τὴν  $HΘK$  γραμμὴν. λέγω, ὅτι κύκλος ἐστὶν ἡ  $HΘK$  γραμμὴ.

εἰλήφθω γάρ τινα σημεῖα ἐπὶ τῶν  $HΘK$ ,  $BΓ$  γραμμῶν τὰ  $Θ$ ,  $Λ$ , καὶ ἀπὸ τῶν  $Θ$ ,  $Λ$  σημείων ἐπὶ τὸ διὰ  
 15 τοῦ  $ABΓ$  τριγώνου ἐπίπεδον κάθετοι ἤχθωσαν· πεσοῦνται δὲ ἐπὶ τὰς κοινὰς τομὰς τῶν ἐπιπέδων. πιπτέτωσαν ὡς αἱ  $ZΘ$ ,  $ΛM$ . παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ  $ZΘ$  τῇ  $ΛM$ . ἤχθω δὲ διὰ τοῦ  $Z$  τῇ  $BΓ$  παράλληλος ἡ  $ΔZE$ . ἐστὶ δὲ καὶ ἡ  $ZΘ$  τῇ  $ΛM$  παράλληλος· τὸ  
 20 ἄρα διὰ τῶν  $ZΘ$ ,  $ΔE$  ἐπίπεδον παράλληλόν ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ κώνου. κύκλος ἄρα ἐστὶν, οὗ διάμετρος ἡ  $ΔE$ . ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν  $ΔZ$ ,  $ZE$  τῷ ἀπο τῆς  $ZΘ$ . καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστὶν ἡ  $EΔ$  τῇ  $BΓ$ , ἡ ὑπὸ  $ΑΔE$  γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ  $ABΓ$ . ἡ δὲ ὑπὸ  $AKH$  τῇ  
 25 ὑπὸ  $ABΓ$  ὑπόκειται ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ  $AKH$  ἄρα τῇ ὑπὸ  $ΑΔE$  ἐστὶν ἴση. εἰσὶ δὲ καὶ αἱ πρὸς τῷ  $Z$  σημείω ἴσαι [κατὰ κορυφήν]. ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ  $ΔZH$  τρίγωνον τῷ  $KZE$  τριγώνω· ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ  $EZ$  πρὸς τὴν  $ZK$ , οὕτως ἡ  $HZ$  πρὸς  $ZΔ$ . τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν

6. δῆ] δὲ Eutocius. 8.  $AKH$ ]  $p$ ,  $KH$  V. 27. κατὰ κορυφήν] deleo; κατὰ κορυφήν γάρ  $p$ , in ras. m. 2 v.

sit conus obliquus, cuius uertex sit  $A$  punctum, basis autem circulus  $B\Gamma$ , et per axem secetur plano ad circulum  $B\Gamma$  perpendiculari, et hoc sectionem efficiat triangulum  $AB\Gamma$  [prop. III]. iam etiam alio plano secetur ad triangulum  $AB\Gamma$  perpendiculari, quod ad  $A$  punctum abscindat triangulum  $AKH$  similem triangulo  $AB\Gamma$ , sed e contrario positum, h. e. ita ut sit



$$\angle AKH = \angle AB\Gamma.$$

et in superficie efficiat sectionem lineam  $H\Theta K$ . dico, lineam  $H\Theta K$  circulum esse.

sumantur enim in lineis  $H\Theta K, B\Gamma$  puncta aliqua  $\Theta, A$ , et a punctis  $\Theta, A$  ad planum trianguli  $AB\Gamma$  perpendiculares ducantur; cadent igitur ad communes sectiones planorum [Eucl. XI def. 6]. cadant ut  $Z\Theta, AM$ . itaque  $Z\Theta, AM$  parallelae sunt [Eucl. XI, 6]. ducatur igitur per  $Z$  rectae  $B\Gamma$  parallela  $\Delta ZE$ . uerum etiam  $Z\Theta$  rectae  $AM$  parallela est. itaque planum rectarum  $Z\Theta, \Delta E$  basi conii parallelum est [Eucl. XI, 15]. quare circulus est, cuius diametrus est  $\Delta E$  [prop. IV]. itaque est [Eucl. VI, 8]  $\Delta Z \times ZE = Z\Theta^2$ . et quoniam  $E\Delta, B\Gamma$  parallelae sunt, erit  $\angle A\Delta E = \angle AB\Gamma$  [Eucl. I, 29]. uerum supposuimus, esse  $\angle AKH = \angle AB\Gamma$ ; quare etiam  $\angle AKH = \angle A\Delta E$ . uerum etiam anguli ad  $Z$  punctum positi aequales sunt [Eucl. I, 15]. itaque  $\Delta ZH \sim KZE$ . quare [Eucl. VI, 4]

$$EZ : ZK = HZ : Z\Delta.$$

itaque  $EZ \times Z\Delta = KZ \times ZH$  [Eucl. VI, 17].

$EZ\Delta$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν  $KZH$ . ἀλλὰ τῷ ὑπὸ τῶν  $EZ\Delta$  ἴσον ἐδείχθη τὸ ἀπὸ τῆς  $Z\Theta$ · καὶ τὸ ὑπὸ τῶν  $KZ$ ,  $ZH$  ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς  $Z\Theta$ . ὁμοίως δὴ δειχθήσονται καὶ πᾶσαι αἱ ἀπὸ τῆς  $H\Theta K$  γραμμῆς  
 5 ἐπὶ τὴν  $HK$  ἡγμέναι κάθετοι ἴσον δυνάμεναι τῷ ὑπὸ τῶν τμημάτων τῆς  $HK$ .

κύκλος ἄρα ἐστὶν ἡ τομῆ, οὗ διάμετρος ἡ  $HK$ .

ε'.

Ἐὰν κῶνος ἐπιπέδῳ τμηθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, ληφθῇ  
 10 δέ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τοῦ κῶνου ἐπιφανείας, ὃ μὴ ἐστὶν ἐπὶ τῆς πλευρᾶς τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου, καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἀχθῇ παράλληλος εὐθεία τινί, ἣ ἐστὶ κάθετος ἀπὸ τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου ἐπὶ τὴν βάσιν τοῦ τριγώνου, συμβαλεῖ τῷ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνῳ  
 15 καὶ προσεκβαλλομένη ἕως τοῦ ἑτέρου μέρους τῆς ἐπιφανείας δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τοῦ τριγώνου.

ἔστω κῶνος, οὗ κορυφὴ μὲν τὸ  $A$  σημεῖον, βάσις δὲ ὁ  $B\Gamma$  κύκλος, καὶ τετμήσθω ὁ κῶνος ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ποιείτω κοινὴν τομὴν τὸ  $AB\Gamma$  τρι-  
 20 γωνον, καὶ ἀπὸ τινος σημείου τῶν ἐπὶ τῆς  $B\Gamma$  περιφερείας τοῦ  $M$  κάθετος ἦχθω ἐπὶ τὴν  $B\Gamma$  ἢ  $MN$ . εἰλήφθω δὴ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κῶνου σημεῖόν τι τὸ  $\Delta$ , καὶ διὰ τοῦ  $\Delta$  τῇ  $MN$  παράλληλος ἦχθω ἢ  $\Delta E$ . λέγω, ὅτι ἡ  $\Delta E$  ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῷ ἐπιπέδῳ  
 25 τοῦ  $AB\Gamma$  τριγώνου καὶ προσεκβαλλομένη ἐπὶ τὸ ἕτερον μέρος τοῦ κῶνου, ἄχρις ἂν συμπέσῃ τῇ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ, δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ  $AB\Gamma$  τριγώνου.

1. ἐστὶ — 2. ἴσον] om. V, corr. p ( $KZ$ ,  $ZH$  et  $EZ$ ,  $Z\Delta$ ). 2.  $Z\Theta$ ]  $E\Theta$  V; corr. p. 5.  $HK$ ] p,  $H\Gamma$  V, corr. m. 2 v. 12. εὐθείᾳ] rep. mg. m. rec. V. 14. συμβαλεῖ V, sed corr.



demonstrauimus autem, esse  $EZ \times ZA = Z\Theta^2$ . quare etiam  $KZ \times ZH = Z\Theta^2$ .

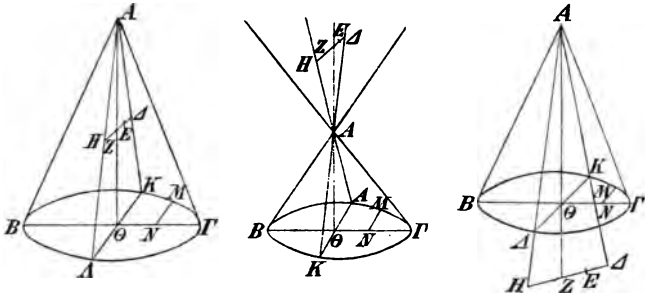
iam similiter demonstrabimus, etiam omnes rectas a linea  $H\Theta K$  ad  $HK$  perpendiculares ductas quadratas aequales esse rectangulo partium rectae  $HK$ .

ergo sectio circulus est, cuius diameter est  $HK$ .

VI.

Si conus plano per axem secatur, et in superficie conii punctum aliquod sumitur, quod in latere trianguli per axem positi non est, et ab eo recta ducitur parallela rectae ab ambitu circuli ad basim trianguli perpendiculari, ea cum triangulo per axem posito concurret et usque ad alteram partem superficiei producta a triangulo in duas partes aequales secabitur.

sit conus, cuius uertex sit  $A$  punctum, basis autem  $B\Gamma$  circulus, et secetur conus plano per axem, et hoc communem sectionem efficiat  $AB\Gamma$  triangulum, et a



puncto  $M$  ambitus  $B\Gamma$  ad  $B\Gamma$  perpendicularis ducatur  $MN$ . iam in superficie conii punctum aliquod sumatur  $\Delta$ , et per  $\Delta$  rectae  $MN$  parallela ducatur  $\Delta E$ . dico, rectam  $\Delta E$  productam cum plano trianguli  $AB\Gamma$

ἐπεξεύχθω ἡ  $ΑΔ$  καὶ ἐκβεβλήσθω· συμπεσεῖται ἄρα  
 τῇ περιφερείᾳ τοῦ  $ΒΓ$  κύκλου. συμπιπτεύω κατὰ τὸ  $K$ ,  
 καὶ ἀπὸ τοῦ  $K$  ἐπὶ τὴν  $ΒΓ$  κάθετος ἦχθω ἡ  $KΘΑ$ .  
 παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ  $KΘ$  τῇ  $MN$ . καὶ τῇ  $ΔΕ$  ἄρα.  
 5 ἐπεξεύχθω ἀπὸ τοῦ  $A$  ἐπὶ τὸ  $Θ$  ἡ  $AΘ$ . ἐπεὶ οὖν ἐν  
 τριγώνῳ τῷ  $AΘK$  τῇ  $ΘK$  παράλληλός ἐστὶν ἡ  $ΔΕ$ ,  
 ἡ  $ΔΕ$  ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ  $AΘ$ . ἡ δὲ  $AΘ$   
 ἐν τῷ τοῦ  $ΑΒΓ$  ἐστὶν ἐπιπέδῳ· συμπεσεῖται ἄρα ἡ  $ΔΕ$   
 τῷ τοῦ  $ΑΒΓ$  τριγώνου ἐπιπέδῳ. διὰ τὰ αὐτὰ καὶ τῇ  
 10  $AΘ$  συμπύπτει· συμπιπτεύω κατὰ τὸ  $Z$ , καὶ ἐκβεβλήσθω  
 ἡ  $ΔZ$  ἐπ' εὐθείας, ἄχρις ἂν συμπέσῃ τῇ τοῦ κώνου  
 ἐπιφανείᾳ. συμπιπτεύω κατὰ τὸ  $H$ . λέγω, ὅτι ἴση  
 ἐστὶν ἡ  $ΔZ$  τῇ  $ZH$ .

ἐπεὶ γὰρ τὰ  $A, H, Δ$  σημεῖα ἐν τῇ τοῦ κώνου  
 15 ἐστὶν ἐπιφανείᾳ, ἀλλὰ καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τῷ διὰ τῶν  
 $AΘ, AK, ΔH, ΚΑ$  ἐκβαλλομένῳ, ὅπερ διὰ τῆς κορυφῆς  
 τοῦ κώνου τριγωνόν ἐστι, τὰ  $A, H, Δ$  ἄρα σημεῖα ἐπὶ  
 τῆς κοινῆς ἐστὶ τομῆς τῆς τοῦ κώνου ἐπιφανείας καὶ  
 τοῦ τριγώνου. εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ διὰ τῶν  $A, H, Δ$ .  
 20 ἐπεὶ οὖν ἐν τριγώνῳ τῷ  $ΑΔΚ$  τῇ  $KΘΑ$  βάσει παρ-  
 ἀλληλος ἦκται ἡ  $ΔH$ , καὶ διῆκται τις ἀπὸ τοῦ  $A$  ἡ  
 $AZΘ$ , ἐστὶν ὡς ἡ  $KΘ$  πρὸς  $ΘΑ$ , ἡ  $ΔZ$  πρὸς  $ZH$ .  
 ἴση δὲ ἡ  $KΘ$  τῇ  $ΘΑ$ , ἐπεὶ περ ἐν κύκλῳ τῷ  $ΒΓ$  κάθ-  
 ετός ἐστὶν ἐπὶ τὴν διάμετρον ἡ  $ΚΑ$ . ἴση ἄρα καὶ  
 25 ἡ  $ΔZ$  τῇ  $ZH$ .

ξ'.

Ἐὰν κώνος ἐπιπέδῳ τμηθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, τμηθῇ  
 δὲ καὶ ἐτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστὶν  
 ἡ βᾶσις τοῦ κώνου, κατ' εὐθεῖαν πρὸς ὀρθᾶς οὔσαν

21. ἀπὸ τοῦ] cp, ἀποῦ V. 23. ἐν] ἐκ V; corr. p.

concurrere et ad alteram partem coniectam, donec cum superficie eius concurrat, a plano trianguli  $AB\Gamma$  in duas partes aequales secari.

ducatur  $A\Delta$  et producat; concurret igitur cum ambitu circuli  $B\Gamma$  [prop. I]. concurrat in  $K$ , et a  $K$  ad  $B\Gamma$  perpendicularis ducatur  $K\Theta A$ ; itaque  $K\Theta$  rectae  $MN$  parallela est [Eucl. I, 28]; quare etiam rectae  $\Delta E$  [Eucl. XI, 9]. ducatur ab  $A$  ad  $\Theta$  recta  $A\Theta$ . iam quoniam in triangulo  $A\Theta K$  rectae  $\Theta K$  parallela est  $\Delta E$ ,  $\Delta E$  producta cum  $A\Theta$  concurret [Eucl. VI, 2]. uerum  $A\Theta$  in plano trianguli  $AB\Gamma$  posita est. itaque  $\Delta E$  cum plano trianguli  $AB\Gamma$  concurret.

simul demonstrauius, eam etiam cum  $A\Theta$  concurrere. concurrat in  $Z$ , et  $\Delta Z$  in directum producat, donec cum superficie coniecti concurrat. concurrat in  $H$ . dico, esse  $\Delta Z = ZH$ .

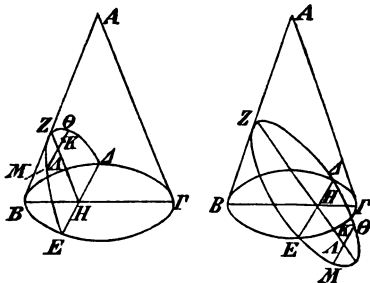
nam quoniam puncta  $A$ ,  $H$ ,  $\Delta$  in superficie coniecti sunt, uerum etiam in plano per  $A\Theta$ ,  $AK$ ,  $\Delta H$ ,  $KA$  ducto, quod triangulus est per uerticem coniecti [prop. III], puncta  $A$ ,  $H$ ,  $\Delta$  in communi sectione superficie coniecti triangulique sunt. itaque linea per  $A$ ,  $H$ ,  $\Delta$  ducta recta est. iam quoniam in triangulo  $A\Delta K$  basi  $K\Theta A$  parallela ducta est  $\Delta H$ , et ab  $A$  producta est  $AZ\Theta$ , erit  $K\Theta : \Theta A = \Delta Z : ZH$ . est autem  $K\Theta = \Theta A$ , quoniam in circulo  $B\Gamma$  ad diametrum perpendicularis est  $KA$  [Eucl. III, 3]. ergo etiam  $\Delta Z = ZH$ .

## VII.

Si conus per axem plano secatur et alio quoque plano secatur, quod id planum, in quo est basis coniecti, secundum rectam secat aut ad basim trianguli per

ἤτοι τῆ βάσει τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου ἢ τῆ ἐπ' εὐθείας αὐτῆ, αἱ ἀγόμεναι εὐθεῖαι ἀπὸ τῆς γενηθείσης τομῆς ἐν τῆ τοῦ κώνου ἐπιφανείᾳ, ἣν ἐποίησε τὸ τέμνον ἐπίπεδον, παράλληλοι τῆ πρὸς ὀρθᾶς τῆ βάσει τοῦ  
 5 τριγώνου εὐθείᾳ ἐπὶ τὴν κοινὴν τομὴν πεσοῦνται τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου καὶ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου καὶ προσεκβαλλόμεναι ἕως τοῦ ἐτέρου μέρους τῆς τομῆς δίχα τμηθῆσονται ὑπ' αὐτῆς, καὶ ἐὰν μὲν ὀρθὸς ἦ ὁ κώνος, ἢ ἐν τῆ βάσει εὐθεῖα πρὸς ὀρθᾶς ἔσται τῆ  
 10 κοινῆ τομῆ τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου καὶ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου, ἐὰν δὲ σκαληνός, οὐκ αἰεὶ πρὸς ὀρθᾶς ἔσται, ἀλλ' ὅταν τὸ διὰ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον πρὸς ὀρθᾶς ἦ τῆ βάσει τοῦ κώνου.

ἔστω κώνος, οὗ κορυφὴ μὲν τὸ  $A$  σημεῖον, βάσις  
 15 δὲ ὁ  $B\Gamma$  κύκλος, καὶ τετμησθῶ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ποιείτω τομὴν τὸ  $AB\Gamma$  τρίγωνον. τετμησθῶ δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἔστιν ὁ  $B\Gamma$  κύκλος, κατ' εὐθεῖαν τὴν  $\Delta E$  ἣτοι πρὸς ὀρθᾶς οὐσαν τῆ  $B\Gamma$  ἢ τῆ ἐπ' εὐθείας  
 20 αὐτῆ, καὶ ποιείτω τομὴν ἐν τῆ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τὴν  $\Delta Z E$ · κοινὴ δὲ τομὴ τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου καὶ τοῦ  $AB\Gamma$  τριγώνου ἢ  $ZH$ . καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς  $\Delta Z E$

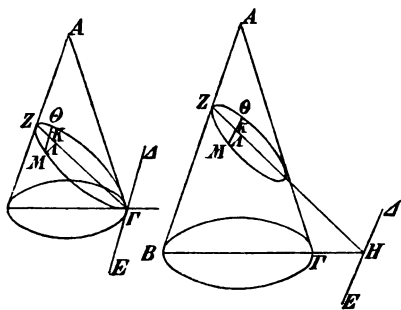


1. τοῦ] τῆ V; corr. p.  
 27. δῆ] scripsi; δέ V.

22. ἣτοι] ἦτ V, ἣτοι mg. m. rec.

axem positi aut ad eandem productam perpendicularem, rectae a sectione in superficie conii orta, quam planum secans effecit, parallelae ductae rectae ad basim trianguli perpendiculari cadent in communem sectionem plani secantis triangulique per axem positi et ad alteram partem sectionis productae in binas partes aequales ab ea secabuntur, et si conus rectus est, recta in basi posita perpendicularis erit ad communem sectionem plani secantis triangulique per axem positi, sin obliquus est, non semper perpendicularis erit, sed ita tantum, si planum per axem ductum ad basim conii perpendicularare est.

sit conus, cuius uertex sit  $A$  punctum, basis autem  $B\Gamma$  circulus, et plano per axem secetur, et hoc sectionem faciat triangulum  $AB\Gamma$ . secetur autem etiam



alio plano, quod planum, in quo est circulus  $B\Gamma$ , secundum rectam  $\Delta E$  secat aut ad  $B\Gamma$  aut ad eandem productam perpendicularem, et hoc in superficie conii sectionem efficiat  $\Delta ZE$ ; communis igitur

sectio plani secantis triangulique  $AB\Gamma$  est  $ZH$ . et sumatur in sectione  $\Delta ZE$  punctum aliquod  $\Theta$ , ducaturque per  $\Theta$  rectae  $\Delta E$  parallela  $\Theta K$ . dico,  $\Theta K$  cum recta  $ZH$  concurrere et ad alteram partem sectionis  $\Delta ZE$  productam a recta  $ZH$  in duas partes aequales secari.

τομῆς τὸ  $\Theta$ , καὶ ἤχθω διὰ τοῦ  $\Theta$  τῇ  $\Delta E$  παράλληλος ἢ  $\Theta K$ . λέγω, ὅτι ἡ  $\Theta K$  συμβαλεῖ τῇ  $ZH$  καὶ ἐκβαλλομένη ἕως τοῦ ἐτέρου μέρους τῆς  $\Delta ZE$  τομῆς δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τῆς  $ZH$  εὐθείας.

- 5 ἐπεὶ γὰρ κῶνος, οὗ κορυφὴ μὲν τὸ  $A$  σημείου, βάσις δὲ ὁ  $B\Gamma$  κύκλος, τέτμηται ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ποιεῖ τομὴν τὸ  $AB\Gamma$  τριγώνου, εἴληπται δέ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας, ὃ μὴ ἐστὶν ἐπὶ πλευρᾶς τοῦ  $AB\Gamma$  τριγώνου, τὸ  $\Theta$ , καὶ ἐστὶ κἀκεῖτος ἢ  $\Delta H$
- 10 ἐπὶ τὴν  $B\Gamma$ , ἢ ἄρα διὰ τοῦ  $\Theta$  τῇ  $\Delta H$  παράλληλος ἀγομένη, τουτέστιν ἢ  $\Theta K$ , συμβαλεῖ τῷ  $AB\Gamma$  τριγώνῳ καὶ προσεκβαλλομένη ἕως τοῦ ἐτέρου μέρους τῆς ἐπιφανείας δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τοῦ τριγώνου. ἐπεὶ οὖν ἡ διὰ τοῦ  $\Theta$  τῇ  $\Delta E$  παράλληλος ἀγομένη συμβάλλει
- 15 τῷ  $AB\Gamma$  τριγώνῳ καὶ ἐστὶν ἐν τῷ διὰ τῆς  $\Delta ZE$  τομῆς ἐπιπέδῳ, ἐπὶ τὴν κοινὴν ἄρα τομὴν πεσεῖται τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου καὶ τοῦ  $AB\Gamma$  τριγώνου. κοινὴ δὲ τομὴ ἐστὶ τῶν ἐπιπέδων ἢ  $ZH$ · ἢ ἄρα διὰ τοῦ  $\Theta$  τῇ  $\Delta E$  παράλληλος ἀγομένη πεσεῖται ἐπὶ τὴν  $ZH$ ·
- 20 καὶ προσεκβαλλομένη ἕως τοῦ ἐτέρου μέρους τῆς  $\Delta ZE$  τομῆς δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τῆς  $ZH$  εὐθείας.

ἦτοι δὴ ὁ κῶνος ὀρθός ἐστὶν, ἢ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον τὸ  $AB\Gamma$  ὀρθόν ἐστὶ πρὸς τὸν  $B\Gamma$  κύκλον, ἢ οὐδέτερον.

- 25 ἐστω πρότερον ὁ κῶνος ὀρθός· εἴη ἂν οὖν καὶ τὸ  $AB\Gamma$  τριγώνου ὀρθὸν πρὸς τὸν  $B\Gamma$  κύκλον. ἐπεὶ οὖν ἐπίπεδον τὸ  $AB\Gamma$  πρὸς ἐπίπεδον τὸ  $B\Gamma$  ὀρθόν ἐστὶ, καὶ τῇ κοινῇ αὐτῶν τομῇ τῇ  $B\Gamma$  ἐν ἐνὶ τῶν ἐπιπέδων τῷ  $B\Gamma$  πρὸς ὀρθᾶς ἦκται ἢ  $\Delta E$ , ἢ  $\Delta E$  ἄρα τῷ  $AB\Gamma$
- 30 τριγώνῳ ἐστὶ πρὸς ὀρθᾶς· καὶ πρὸς πάσας ἄρα τὰς ἀπτομένας αὐτῆς εὐθείας καὶ οὔσας ἐν τῷ  $AB\Gamma$

nam quoniam conus, cuius uertex est  $A$  punctum, basis autem circulus  $B\Gamma$ , plano per axem secatur, et hoc sectionem efficit triangulum  $AB\Gamma$ , in superficie autem sumptum est punctum  $\Theta$ , quod in latere trianguli  $AB\Gamma$  non est, et  $\Delta H$  ad  $B\Gamma$  perpendicularis est, recta per  $\Theta$  rectae  $\Delta H$  parallela ducta, hoc est  $\Theta K$ , cum triangulo  $AB\Gamma$  concurret et ad alteram partem superficiei producta a triangulo in duas partes aequales secabitur [prop. VI]. iam quoniam recta per  $\Theta$  rectae  $\Delta E$  parallela ducta cum triangulo  $AB\Gamma$  concurret et in plano sectionis  $\Delta ZE$  est, in communem sectionem plani secantis triangulique  $AB\Gamma$  cadet. communis autem planorum sectio est  $ZH$ ; itaque recta per  $\Theta$  rectae  $\Delta E$  parallela ducta in  $ZH$  cadet; et ad alteram partem sectionis  $\Delta ZE$  producta a recta  $ZH$  in duas partes aequales secabitur.

iam igitur aut rectus est conus, aut triangulus  $AB\Gamma$  per axem positus ad circulum  $B\Gamma$  perpendicularis est, aut neutrum.

prius conus rectus sit. itaque etiam triangulus  $AB\Gamma$  ad circulum  $B\Gamma$  perpendicularis est [def. 3; Eucl. XI, 18]. quoniam igitur planum  $AB\Gamma$  ad planum  $B\Gamma$  perpendicularare est, et in plano altero  $B\Gamma$  ad communem eorum sectionem  $B\Gamma$  perpendicularis ducta est  $\Delta E$ ,  $\Delta E$  ad triangulum  $AB\Gamma$  perpendicularis est [Eucl. XI def. 4]. quare etiam ad omnes rectas eam tangentes et in triangulo  $AB\Gamma$  positas perpendicularis est [Eucl. XI def. 3]. ergo etiam ad  $ZH$  perpendicularis est.

τριγώνω ὀρθή ἐστίν. ὥστε καὶ πρὸς τὴν  $ZH$  ἐστὶ πρὸς ὀρθάς.

μὴ ἔστω δὴ ὁ κῶνος ὀρθός. εἰ μὲν οὖν τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον ὀρθὸν ἐστὶ πρὸς τὸν  $BΓ$  κύκλον, ὁμοίως δεῖξομεν, ὅτι καὶ ἡ  $\Delta E$  τῆ  $ZH$  ἐστὶ πρὸς ὀρθάς. μὴ ἔστω δὴ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον τὸ  $ABΓ$  ὀρθὸν πρὸς τὸν  $BΓ$  κύκλον. λέγω, ὅτι οὐδὲ ἡ  $\Delta E$  τῆ  $ZH$  ἐστὶ πρὸς ὀρθάς. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω· ἔστι δὲ καὶ τῆ  $BΓ$  πρὸς ὀρθάς· ἡ ἄρα  $\Delta E$  ἑκατέρω τῶν  $BΓ, ZH$  ἐστὶ πρὸς ὀρθάς. καὶ τῷ διὰ τῶν  $BΓ, ZH$  ἐπιπέδῳ ἄρα πρὸς ὀρθάς ἐστὶ. τὸ δὲ διὰ τῶν  $BΓ, HZ$  ἐπίπεδόν ἐστὶ τὸ  $ABΓ$ · καὶ ἡ  $\Delta E$  ἄρα τῷ  $ABΓ$  τριγώνῳ ἐστὶ πρὸς ὀρθάς. καὶ πάντα ἄρα τὰ δι' αὐτῆς ἐπίπεδα τῷ  $ABΓ$  τριγώνῳ ἐστὶ πρὸς ὀρθάς. Ἐν δέ τι  $15$  τῶν διὰ τῆς  $\Delta E$  ἐπιπέδων ἐστὶν ὁ  $BΓ$  κύκλος· ὁ  $BΓ$  ἄρα κύκλος πρὸς ὀρθάς ἐστὶ τῷ  $ABΓ$  τριγώνῳ. ὥστε καὶ τὸ  $ABΓ$  τρίγωνον ὀρθὸν ἐστὶ πρὸς τὸν  $BΓ$  κύκλον· ὅπερ οὐχ ὑπόκειται. οὐκ ἄρα ἡ  $\Delta E$  τῆ  $ZH$  ἐστὶ πρὸς ὀρθάς.

20

πόρισμα.

ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι τῆς  $\Delta ZE$  τομῆς διάμετρος ἐστὶν ἡ  $ZH$ , ἐπεὶπερ τὰς ἀγομένας παραλλήλους εὐθείαι τινὶ τῆ  $\Delta E$  δίχα τέμνει, καὶ ὅτι δυνατόν ἐστὶν ὑπὸ τῆς διαμέτρου τῆς  $ZH$  παραλλήλους τινὰς δίχα  $25$  τέμνεσθαι καὶ μὴ πρὸς ὀρθάς.

η'.

Ἐὰν κῶνος ἐπιπέδῳ τμηθῆ διὰ τοῦ ἄξονος, τμηθῆ δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι τὴν βάσιν τοῦ κῶνου

1. ὥστε] ὡστ V. 3. τό] bis V in extr. et init. pag.; corr. c v p. 16. ὥστε] ὡστ V, ὥστε mg. m. rec. 20. πόρισμα] p, om. V.



ne sit igitur rectus conus. iam si triangulus per axem positus ad circulum  $B\Gamma$  perpendicularis est, eodem modo demonstrabimus, etiam  $\triangle E$  ad  $ZH$  perpendicularem esse. ne sit igitur triangulus per axem positus  $AB\Gamma$  ad circulum  $B\Gamma$  perpendicularis. dico, ne  $\triangle E$  quidem ad  $ZH$  perpendicularem esse. nam si fieri potest, sit. uerum etiam ad  $B\Gamma$  perpendicularis est.  $\triangle E$  igitur ad utramque  $B\Gamma, ZH$  perpendicularis est; quare etiam ad planum per  $B\Gamma, ZH$  ductum perpendicularis erit [Eucl. XI, 4]. planum autem rectarum  $B\Gamma, HZ$  est  $AB\Gamma$ ; quare  $\triangle E$  etiam ad triangulum  $AB\Gamma$  perpendicularis est. itaque etiam omnia plana per eam ducta ad triangulum  $AB\Gamma$  perpendicularia sunt [Eucl. XI, 18]. uerum inter plana per  $\triangle E$  ducta est circulus  $B\Gamma$ ; quare circulus  $B\Gamma$  ad triangulum  $AB\Gamma$  perpendicularis est. itaque etiam triangulus  $AB\Gamma$  ad circulum  $B\Gamma$  perpendicularis erit; quod contra hypothesim est. ergo  $\triangle E$  ad  $ZH$  perpendicularis non est.

#### Corollarium.

hinc manifestum est,  $ZH$  diametrum esse sectionis  $\triangle ZE$  [def. 4], quoniam rectas rectae alicui  $\triangle E$  parallelas ductas in binas partes aequales secat, et fieri posse, ut parallelae a diametro  $ZH$  in binas partes aequales secantur, etiam si ad angulos rectos non fiat.

#### VIII.

Si conus per axem plano secatur et alio quoque plano secatur, quod basim conici secundum rectam secat ad basim trianguli per axem positi perpendicularem,

ἔπει γὰρ ἡ ἀπὸ τοῦ  $A$  ἐπὶ τὸ  $B$  ἐπιξενγνυμένη κοινὴ τομὴ ἐστὶ τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου καὶ τῆς τοῦ κώνου ἐπιφανείας, εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ  $AB$  ὁμοίως δὲ καὶ ἡ  $AG$ . ἔστι δὲ καὶ ἡ  $BΓ$  εὐθεῖα. τρίγωνον  
5 ἄρα ἐστὶ τὸ  $ABΓ$ .

ἂν ἄρα κώνος ἐπιπέδῳ τινὶ τμηθῇ διὰ τῆς κορυφῆς, ἡ τομὴ τρίγωνόν ἐστίν.

δ'.

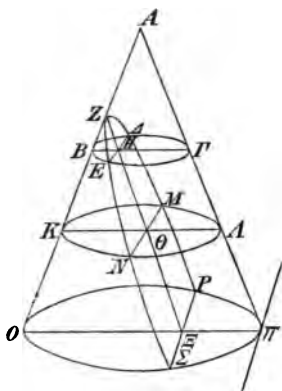
Ἐὰν ὁποτεραοῦν τῶν κατὰ κορυφὴν ἐπιφανειῶν  
10 ἐπιπέδῳ τινὶ τμηθῇ παραλλήλῳ τῷ κύκλῳ, καθ' οὗ φέρεται ἡ γράφουσα τὴν ἐπιφάνειαν εὐθεῖα, τὸ ἐναπολαμβανόμενον ἐπίπεδον μεταξὺ τῆς ἐπιφανείας κύκλος ἐστὶ τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ ἄξονος, τὸ δὲ περιεχόμενον σχῆμα ὑπὸ τε τοῦ κύκλου καὶ τῆς ἀπολαμβανο-  
15 μένης ὑπὸ τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου κωνικῆς ἐπιφανείας πρὸς τῇ κορυφῇ κώνος ἐστίν.

ἔστω κωνικὴ ἐπιφάνεια, ἧς κορυφὴ μὲν τὸ  $A$  σημείον, ὃ δὲ κύκλος, καθ' οὗ φέρεται ἡ τὴν ἐπιφάνειαν γράφουσα εὐθεῖα, ὃ  $BΓ$ , καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ τινὶ  
20 παραλλήλῳ τῷ  $BΓ$  κύκλῳ, καὶ ποιείτω ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τομὴν τὴν  $ΔE$  γραμμὴν. λέγω, ὅτι ἡ  $ΔE$  γραμμὴ κύκλος ἐστὶν ἐπὶ τοῦ ἄξονος ἔχων τὸ κέντρον.

εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ  $BΓ$  κύκλου τὸ  $Z$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $AZ$ . ἄξων ἄρα ἐστὶ καὶ συμβάλλει  
25 τῷ τέμνοντι ἐπιπέδῳ. συμβαλλέτω κατὰ τὸ  $H$ , καὶ ἐκβεβλήσθω τι διὰ τῆς  $AZ$  ἐπίπεδον. ἐστὶ δὴ ἡ τομὴ τρίγωνον τὸ  $ABΓ$ . καὶ ἔπει τὰ  $Δ, H, E$  σημεία ἐν τῷ τέμνοντι ἐστὶν ἐπιπέδῳ, ἔστι δὲ καὶ ἐν τῷ τοῦ

diameter autem sectionis in superficie ortae aut lateri alicui trianguli parallela est, aut extra uerticem coni cum eo concurrat, producitur autem in infinitum et superficies coni et planum secans, etiam sectio in infinitum crescet, et recta a sectione conii rectae in basi conii positae parallela ducta a diametro sectionis ad uerticem rectam cuiuslibet rectae datae aequalem abscindet.

sit conus. cuius uertex sit punctum  $A$ , basis autem circulus  $B\Gamma$ , et plano per axem secetur, quod sectionem efficiat triangulum  $AB\Gamma$ ; secetur autem etiam alio plano, quod circulum  $B\Gamma$  secundum



rectam  $\Delta E$  secet ad  $B\Gamma$  perpendicularem et in superficie conii sectionem efficiat lineam  $\Delta ZE$ . diameter autem  $ZH$  sectionis  $\Delta ZE$  aut rectae  $A\Gamma$  parallela sit aut producta cum ea extra punctum  $A$  concurrat. dico, si et superficies conii et planum secans in in-

finitum producantur, etiam sectionem  $\Delta ZE$  in infinitum crescere.

producatum enim et superficies conii et planum secans. manifestum igitur est, etiam rectas  $AB$ ,  $A\Gamma$ ,  $ZH$  simul produci. iam quoniam  $ZH$  aut rectae  $A\Gamma$  parallela est aut producta cum ea extra punctum  $A$  concurrat, rectae  $ZH$ ,  $A\Gamma$  productae ad partes  $\Gamma$ ,  $H$  uersus nunquam concurrent. producantur igitur, et in  $ZH$  punctum aliquod sumatur  $\Theta$ , et per  $\Theta$  punctum rectae

κατ' εὐθείαν πρὸς ὀρθὰς οὐσαν τῇ βάσει τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου, ἣ δὲ διάμετρος τῆς γινομένης ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τομῆς ἦτοι παρὰ μίαν ἢ τῶν τοῦ τριγώνου πλευρῶν ἢ συμπύπτῃ αὐτῇ ἐκτὸς τῆς κορυφῆς τοῦ  
 5 κώνου, προσεκβάλληται δὲ ἢ τε τοῦ κώνου ἐπιφάνεια καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον εἰς ἄπειρον, καὶ ἡ τομὴ εἰς ἄπειρον ἀϋξηθήσεται, καὶ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τῆς τομῆς πρὸς τῇ κορυφῇ πάσῃ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην ἀπολήψεται τις εὐθεῖα ἀγομένη ἀπὸ τῆς τοῦ κώνου τομῆς  
 10 παρὰ τὴν ἐν τῇ βάσει τοῦ κώνου εὐθείαν.

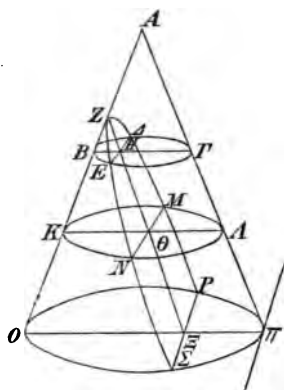
ἔστω κῶνος, οὗ κορυφή μὲν τὸ  $A$  σημεῖον, βᾶσις δὲ ὁ  $BΓ$  κύκλος, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ποιείτω τομὴν τὸ  $ABΓ$  τρίγωνον· τετμήσθω δὲ καὶ ἐτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι τὸν  $BΓ$  κύκλον κατ'  
 15 εὐθείαν τὴν  $ΔE$  πρὸς ὀρθὰς οὐσαν τῇ  $BΓ$ , καὶ ποιείτω τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τὴν  $ΔZE$  γραμμὴν· ἡ δὲ διάμετρος τῆς  $ΔZE$  τομῆς ἡ  $ZH$  ἦτοι παράλληλος ἔστω τῇ  $ΑΓ$  ἢ ἐκβαλλομένη συμπιπτέτω αὐτῇ ἐκτὸς τοῦ  $A$  σημείου. λέγω, ὅτι καί, ἐὰν ἢ τε τοῦ κώνου ἐπιφάνεια  
 20 καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον ἐκβάλληται εἰς ἄπειρον, καὶ ἡ  $ΔZE$  τομὴ εἰς ἄπειρον ἀϋξηθήσεται.

ἐκβεβλήσθω γὰρ ἢ τε τοῦ κώνου ἐπιφάνεια καὶ το τέμνον ἐπίπεδον· φανερόν δὴ, ὅτι καὶ αἱ  $AB$ ,  $ΑΓ$ ,  $ZH$  συνεκβληθήσονται. ἐπεὶ ἡ  $ZH$  τῇ  $ΑΓ$  ἦτοι παράλληλος ἔστιν ἢ ἐκβαλλομένη συμπιπτέτω αὐτῇ ἐκτὸς τοῦ  $A$   
 25 σημείου, αἱ  $ZH$ ,  $ΑΓ$  ἄρα ἐκβαλλόμεναι ὡς ἐπὶ τὰ  $Γ$ ,  $H$  μέρη οὐδέποτε συμπεσοῦνται. ἐκβεβλήσθωσαν οὖν, καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς  $ZH$  τυχόν τὸ  $\Theta$ , καὶ διὰ

4. συμπύπτῃ] p; συμπίπτει V. 5. προσεκβάλληται] scripsi; προσεκβαλήται V. 20. ἐκβαλήται V, corr. Halley. 28. τῆς] cp; τῇ V.

diameter autem sectionis in superficie ortae aut lateri alicui trianguli parallela est, aut extra uerticem conii cum eo concurrat, producitur autem in infinitum et superficies conii et planum secans, etiam sectio in infinitum crescet, et recta a sectione conii rectae in basi conii positae parallela ducta a diametro sectionis ad uerticem rectam cuiuslibet rectae datae aequalem abscindet.

sit conus, cuius uertex sit punctum  $A$ , basis autem circulus  $B\Gamma$ , et plano per axem secetur, quod sectionem efficiat triangulum  $AB\Gamma$ ; secetur autem etiam alio plano, quod circulum  $B\Gamma$  secundum



rectam  $AE$  secet ad  $B\Gamma$  perpendicularem et in superficie conii sectionem efficiat lineam  $AZE$ . diameter autem  $ZH$  sectionis  $AZE$  aut rectae  $AF$  parallela sit aut producta cum ea extra punctum  $A$  concurrat. dico, si et superficies conii et planum secans in in-

finitum producantur, etiam sectionem  $AZE$  in infinitum crescere.

producatum enim et superficies conii et planum secans. manifestum igitur est, etiam rectas  $AB$ ,  $AF$ ,  $ZH$  simul produci. iam quoniam  $ZH$  aut rectae  $AF$  parallela est aut producta cum ea extra punctum  $A$  concurrat, rectae  $ZH$ ,  $AF$  productae ad partes  $\Gamma$ ,  $H$  uersus nunquam concurrent. producantur igitur, et in  $ZH$  punctum aliquod sumatur  $\theta$ , et per  $\theta$  punctum rectae

κατ' εὐθείαν πρὸς ὀρθὰς οὐσαν τῇ βάσει τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου, ἡ δὲ διάμετρος τῆς γινομένης ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τομῆς ἦτοι παρὰ μίαν ἢ τῶν τοῦ τριγώνου πλευρῶν ἢ συμπύπτῃ αὐτῇ ἐκτὸς τῆς κορυφῆς τοῦ  
 5 κώνου, προσεκβάλληται δὲ ἢ τε τοῦ κώνου ἐπιφάνεια καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον εἰς ἄπειρον, καὶ ἡ τομὴ εἰς ἄπειρον ἀϋξηθήσεται, καὶ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τῆς τομῆς πρὸς τῇ κορυφῇ πάσῃ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην ἀπολήψεται τις εὐθεῖα ἀγομένη ἀπὸ τῆς τοῦ κώνου τομῆς  
 10 παρὰ τὴν ἐν τῇ βάσει τοῦ κώνου εὐθείαν.

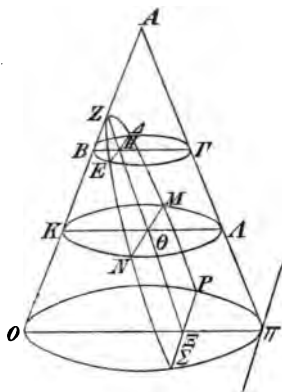
ἔστω κώνος, οὗ κορυφή μὲν τὸ  $A$  σημεῖον, βᾶσις δὲ ὁ  $BΓ$  κύκλος, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ποιείτω τομὴν τὸ  $ΑΒΓ$  τρίγωνον· τετμήσθω δὲ καὶ ἐτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι τὸν  $BΓ$  κύκλον κατ'  
 15 εὐθεῖαν τὴν  $ΔΕ$  πρὸς ὀρθὰς οὐσαν τῇ  $BΓ$ , καὶ ποιείτω τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τὴν  $ΔΖΕ$  γραμμὴν· ἡ δὲ διάμετρος τῆς  $ΔΖΕ$  τομῆς ἡ  $ZH$  ἦτοι παράλληλος ἔστω τῇ  $ΑΓ$  ἢ ἐκβαλλομένη συμπιπτέτω αὐτῇ ἐκτὸς τοῦ  $A$  σημείου. λέγω, ὅτι καί, ἐὰν ἢ τε τοῦ κώνου ἐπιφάνεια  
 20 καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον ἐκβάλληται εἰς ἄπειρον, καὶ ἡ  $ΔΖΕ$  τομὴ εἰς ἄπειρον ἀϋξηθήσεται.

ἐκβεβλήσθω γὰρ ἢ τε τοῦ κώνου ἐπιφάνεια καὶ το τέμνον ἐπίπεδον· φανερόν δὴ, ὅτι καὶ αἱ  $ΑΒ$ ,  $ΑΓ$ ,  $ZH$  συνεκβληθήσονται. ἐπεὶ ἡ  $ZH$  τῇ  $ΑΓ$  ἦτοι παράλληλος ἔστιν ἢ ἐκβαλλομένη συμπιπτει αὐτῇ ἐκτὸς τοῦ  $A$   
 25 σημείου, αἱ  $ZH$ ,  $ΑΓ$  ἄρα ἐκβαλλόμεναι ὡς ἐπὶ τὰ  $Γ$ ,  $H$  μέρη οὐδέποτε συμπεσοῦνται. ἐκβεβλήσθωσαν οὖν, καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς  $ZH$  τυχόν τὸ  $\Theta$ , καὶ διὰ

4. συμπύπτῃ] p; συμπιπτει V. 5. προσεκβάλληται] scripsi; προσεκβαλήται V. 20. ἐκβαλήται V, corr. Halley. 28. τῆς] cp; τῇ V.

diameter autem sectionis in superficie ortae aut lateri alicui trianguli parallela est, aut extra uerticem coni cum eo concurrat, producitur autem in infinitum et superficies coni et planum secans, etiam sectio in infinitum crescet, et recta a sectione conii rectae in basi conii positae parallela ducta a diametro sectionis ad uerticem rectam cuiuslibet rectae datae aequalem abscindet.

sit conus, cuius uertex sit punctum  $A$ , basis autem circulus  $B\Gamma$ , et plano per axem secetur, quod sectionem efficiat triangulum  $AB\Gamma$ ; secetur autem etiam alio plano, quod circulum  $B\Gamma$  secundum



rectam  $AE$  secet ad  $B\Gamma$  perpendicularem et in superficie conii sectionem efficiat lineam  $AZE$ . diameter autem  $ZH$  sectionis  $AZE$  aut rectae  $A\Gamma$  parallela sit aut producta cum ea extra punctum  $A$  concurrat. dico, si et superficies conii et planum secans in in-

finitum producantur, etiam sectionem  $AZE$  in infinitum crescere.

producatu enim et superficies conii et planum secans. manifestum igitur est, etiam rectas  $AB$ ,  $A\Gamma$ ,  $ZH$  simul produci. iam quoniam  $ZH$  aut rectae  $A\Gamma$  parallela est aut producta cum ea extra punctum  $A$  concurrat, rectae  $ZH$ ,  $A\Gamma$  productae ad partes  $\Gamma$ ,  $H$  uersus nunquam concurrent. producantur igitur, et in  $ZH$  punctum aliquod sumatur  $\Theta$ , et per  $\Theta$  punctum rectae

κατ' εὐθείαν πρὸς ὀρθὰς οὖσαν τῇ βάσει τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου, ἢ δὲ διάμετρος τῆς γινομένης ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τομῆς ἥτοι παρὰ μίαν ἢ τῶν τοῦ τριγώνου πλευρῶν ἢ συμπύπτῃ αὐτῇ ἐκτὸς τῆς κορυφῆς τοῦ  
 5 κώνου, προσεκβάλληται δὲ ἢ τε τοῦ κώνου ἐπιφάνεια καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον εἰς ἄπειρον, καὶ ἡ τομὴ εἰς ἄπειρον ἀυξηθήσεται, καὶ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τῆς τομῆς πρὸς τῇ κορυφῇ πάσῃ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην ἀπολήψεται τις εὐθεῖα ἀγομένη ἀπὸ τῆς τοῦ κώνου τομῆς  
 10 παρὰ τὴν ἐν τῇ βάσει τοῦ κώνου εὐθείαν.

ἔστω κῶνος, οὗ κορυφὴ μὲν τὸ  $A$  σημεῖον, βάσις δὲ ὁ  $BΓ$  κύκλος, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ποιείτω τομὴν τὸ  $ΑΒΓ$  τρίγωνον· τετμήσθω δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι τὸν  $BΓ$  κύκλον κατ'  
 15 εὐθείαν τὴν  $ΔΕ$  πρὸς ὀρθὰς οὖσαν τῇ  $BΓ$ , καὶ ποιείτω τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τὴν  $ΔΖΕ$  γραμμὴν· ἢ δὲ διάμετρος τῆς  $ΔΖΕ$  τομῆς ἡ  $ZH$  ἥτοι παράλληλος ἔστω τῇ  $ΑΓ$  ἢ ἐκβαλλομένη συμπιπτέτω αὐτῇ ἐκτὸς τοῦ  $A$  σημείου. λέγω, ὅτι καί, ἐὰν ἢ τε τοῦ κώνου ἐπιφάνεια  
 20 καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον ἐκβάλληται εἰς ἄπειρον, καὶ ἡ  $ΔΖΕ$  τομὴ εἰς ἄπειρον ἀυξηθήσεται.

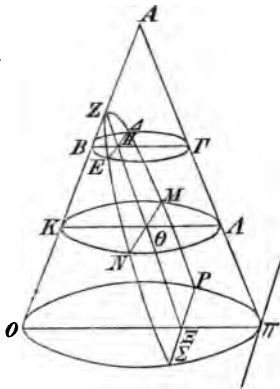
ἐκβεβλήσθω γὰρ ἢ τε τοῦ κώνου ἐπιφάνεια καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον· φανερόν δὲ, ὅτι καὶ αἱ  $ΑΒ$ ,  $ΑΓ$ ,  $ZH$  συνεκβληθῆσονται. ἐπεὶ ἡ  $ZH$  τῇ  $ΑΓ$  ἥτοι παράλληλος ἔστιν ἢ ἐκβαλλομένη συμπιπτει αὐτῇ ἐκτὸς τοῦ  $A$   
 25 σημείου, αἱ  $ZH$ ,  $ΑΓ$  ἄρα ἐκβαλλόμεναι ὡς ἐπὶ τὰ  $Γ$ ,  $H$  μέρη οὐδέποτε συμπεσοῦνται. ἐκβεβλήσθωσαν οὖν, καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς  $ZH$  τυχὸν τὸ  $\Theta$ , καὶ διὰ

4. συμπύπτῃ] p; συμπίπτει V. 5. προσεκβάλληται] scripsi; προσεμβαλλῆται V. 20. ἐκβαλλῆται V, corr. Halley. 28. τῆς] cp; τῇ V.



diametrus autem sectionis in superficie ortae aut lateri alicui trianguli parallela est, aut extra uerticem coni cum eo concurrat, producitur autem in infinitum et superficies coni et planum secans, etiam sectio in infinitum crescet, et recta a sectione conii rectae in basi conii positae parallela ducta a diametro sectionis ad uerticem rectam cuiuslibet rectae datae aequalem abscindet.

sit conus, cuius uertex sit punctum  $A$ , basis autem circulus  $B\Gamma$ , et plano per axem secetur, quod sectionem efficiat triangulum  $AB\Gamma$ ; secetur autem etiam alio plano, quod circulum  $B\Gamma$  secundum



rectam  $\Delta E$  secet ad  $B\Gamma$  perpendicularem et in superficie conii sectionem efficiat lineam  $\Delta ZE$ . diametrus autem  $ZH$  sectionis  $\Delta ZE$  aut rectae  $A\Gamma$  parallela sit aut producta cum ea extra punctum  $A$  concurrat. dico, si et superficies conii et planum secans in in-

finitum producantur, etiam sectionem  $\Delta ZE$  in infinitum crescere.

producatum enim et superficies conii et planum secans. manifestum igitur est, etiam rectas  $AB, A\Gamma, ZH$  simul produci. iam quoniam  $ZH$  aut rectae  $A\Gamma$  parallela est aut producta cum ea extra punctum  $A$  concurrat, rectae  $ZH, A\Gamma$  productae ad partes  $\Gamma, H$  uersus nunquam concurrent. producantur igitur, et in  $ZH$  punctum aliquod sumatur  $\theta$ , et per  $\theta$  punctum rectae

τοῦ  $\Theta$  σημείου τῆ μὲν  $B\Gamma$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $K\Theta\Delta$ ,  
 τῆ δὲ  $\Delta E$  παράλληλος ἡ  $M\Theta N$ . τὸ ἄρα διὰ τῶν  $K\Delta, MN$   
 ἐπίπεδον παράλληλόν ἐστὶ τῷ διὰ τῶν  $B\Gamma, \Delta E$ . κύκλος  
 ἄρα ἐστὶ τὸ  $K\Lambda MN$  ἐπίπεδον. καὶ ἐπεὶ τὰ  $\Delta, E, M, N$   
 5 σημεία ἐν τῷ τέμνοντί ἐστὶν ἐπιπέδῳ, ἐστὶ δὲ καὶ ἐν  
 τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, ἐπὶ τῆς κοινῆς ἄρα τομῆς  
 ἐστὶν· ἠϋξῆται ἄρα ἡ  $\Delta ZE$  μέχρι τῶν  $M, N$  σημείων.  
 αὐξηθεΐσης ἄρα τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου καὶ τοῦ  
 τέμνοντος ἐπιπέδου μέχρι τοῦ  $K\Lambda MN$  κύκλου ἠϋξῆται  
 10 καὶ ἡ  $\Delta ZE$  τομῆ μέχρι τῶν  $M, N$  σημείων. ὁμοίως  
 δὴ δείξομεν, ὅτι καί, ἐὰν εἰς ἄπειρον ἐκβάλληται ἡ τε  
 τοῦ κώνου ἐπιφάνεια καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον, καὶ ἡ  
 $M\Delta ZEN$  τομῆ εἰς ἄπειρον αὐξηθήσεται.

καὶ φανερόν, ὅτι πάσῃ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην  
 15 ἀπολήψεται τις ἀπὸ τῆς  $Z\Theta$  εὐθείας πρὸς τῷ  $Z$  σημείῳ.  
 ἐὰν γὰρ τῇ δοθείσῃ ἴσην θῶμεν τὴν  $Z\Xi$  καὶ διὰ τοῦ  $\Xi$   
 τῇ  $\Delta E$  παράλληλον ἀγάγωμεν, συμπεσεῖται τῇ τομῇ,  
 ὥσπερ καὶ ἡ διὰ τοῦ  $\Theta$  ἀπεδείχθη συμπίπτουσα τῇ  
 τομῇ κατὰ τὰ  $M, N$  σημεία· ὥστε ἄγεται τις εὐθεΐα  
 20 συμπίπτουσα τῇ τομῇ παράλληλος οὖσα τῇ  $\Delta E$  ἀπο-  
 λαμβάνουσα ἀπὸ τῆς  $ZH$  εὐθείαν ἴσην τῇ δοθείσῃ  
 πρὸς τῷ  $Z$  σημείῳ.

θ'.

Ἐὰν κῶνος ἐπιπέδῳ τμηθῆ συμπίπτουσι μὲν ἑκατέρῃ  
 25 πλευρᾷ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου, μήτε δὲ παρὰ  
 τὴν βάσιν ἠγμένῳ μήτε ὑπεναντίας, ἡ τομῆ οὐκ ἐστὶ  
 κύκλος.

ἔστω κῶνος, οὗ κορυφὴ μὲν τὸ  $A$  σημεῖον, βάσις  
 δὲ ὁ  $B\Gamma$  κύκλος, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ τινὶ μήτε

$B\Gamma$  parallela ducatur  $K\Theta A$ , rectae autem  $\Delta E$  parallela  $M\Theta N$ ; itaque planum rectarum  $K A$ ,  $M N$  plano rectarum  $B\Gamma$ ,  $\Delta E$  parallelum est [Eucl. XI, 15]. itaque planum  $K A M N$  circulus est [prop. IV]. et quoniam puncta  $\Delta$ ,  $E$ ,  $M$ ,  $N$  in plano secanti sunt, uerum etiam in superficie conii, in communi sectione sunt; quare  $\Delta Z E$  ad puncta  $M$ ,  $N$  creuit. itaque crescente superficie conii planoque secanti ad circulum  $K A M N$  etiam sectio  $\Delta Z E$  ad puncta  $M$ ,  $N$  creuit. similiter igitur demonstrabimus, si et superficies conii et planum secans in infinitum producantur, etiam sectionem  $M A Z E N$  in infinitum crescere.

et manifestum est, rectam quandam a  $Z\Theta$  recta ad  $Z$  punctum rectam cuius datae rectae aequalem abscisuram esse. nam si  $Z\Xi$  rectae datae aequalem ponimus et per  $\Xi$  rectae  $\Delta E$  parallelam ducimus, cum sectione concurreret, sicut etiam rectam per  $\Theta$  ductam cum sectione in punctis  $M$ ,  $N$  concurrere demonstrauimus. ergo recta quaedam cum sectione concurrens rectae  $\Delta E$  parallela ducitur, quae a  $Z H$  ad punctum  $Z$  rectam datae aequalem abscindat.

## IX.

Si conus plano secatur cum utroque latere trianguli per axem positi concurrenti, sed neque basi parallelo neque e contrario ducto, sectio circulus non erit.

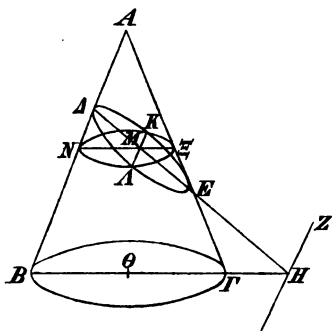
sit conus, cuius uertex sit  $A$  punctum, basis autem circulus  $B\Gamma$ , et secetur plano neque basi parallelo neque e contrario posito, quod in superficie sectionem efficiat lineam  $\Delta K E$ . dico, lineam  $\Delta K E$  circulum non esse.

παραλλήλων ὄντι τῇ βάσει μήτε ὑπεναντίως, καὶ ποιεῖται  
τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τὴν  $\Delta KE$  γραμμὴν. λέγω, ὅτι  
ἡ  $\Delta KE$  γραμμὴ οὐκ ἔσται κύκλος.

εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω, καὶ συμπιπτέτω τὸ τέμνον  
5 ἐπίπεδον τῇ βάσει, καὶ ἔστω τῶν ἐπιπέδων κοινὴ τομὴ  
ἡ  $ZH$ , τὸ δὲ κέντρον τοῦ  $B\Gamma$  κύκλου ἔστω τὸ  $\Theta$ , καὶ  
ἀπ' αὐτοῦ κάθετος ἤχθω ἐπὶ τὴν  $ZH$  ἢ  $\Theta H$ , καὶ ἐκ-  
βεβλήσθω διὰ τῆς  $H\Theta$  καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον καὶ  
ποιεῖται τομὰς ἐν τῇ κωνικῇ ἐπιφανείᾳ τὰς  $BA$ ,  $AG$   
10 εὐθείας. ἐπεὶ οὖν τὰ  $\Delta$ ,  $E$ ,  $H$  σημεῖα ἐν τε τῷ διὰ  
τῆς  $\Delta KE$  ἐπιπέδῳ ἐστίν, ἔστι δὲ καὶ ἐν τῷ διὰ τῶν  
 $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ , τὰ ἄρα  $\Delta$ ,  $E$ ,  $H$  σημεῖα ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς  
τῶν ἐπιπέδων ἐστίν· εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ  $HE\Delta$ . εἰλήφθω  
δὴ τι ἐπὶ τῆς  $\Delta KE$  γραμμῆς σημεῖον τὸ  $K$ , καὶ διὰ  
15 τοῦ  $K$  τῇ  $ZH$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $KA$ · ἔσται δὴ ἴση  
ἢ  $KM$  τῇ  $MA$ . ἡ ἄρα  $\Delta E$  διάμετρος ἐστὶ τοῦ  $\Delta K\Lambda E$   
κύκλου. ἤχθω δὴ διὰ τοῦ  $M$  τῇ  $B\Gamma$  παράλληλος ἡ  
 $NM\Xi$ · ἔστι δὲ καὶ ἡ  $KA$  τῇ  $ZH$  παράλληλος· ὥστε  
τὸ διὰ τῶν  $N\Xi$ ,  $KM$  ἐπίπεδον παράλληλόν ἐστὶ τῷ  
20 διὰ τῶν  $B\Gamma$ ,  $ZH$ , τουτέστι τῇ βάσει, καὶ ἔσται ἡ τομὴ  
κύκλος. ἔστω ὁ  $NK\Xi$ . καὶ ἐπεὶ ἡ  $ZH$  τῇ  $BH$  πρὸς  
ὀρθάς ἐστὶ, καὶ ἡ  $KM$  τῇ  $N\Xi$  πρὸς ὀρθάς ἐστὶν· ὥστε  
τὸ ὑπὸ τῶν  $NM\Xi$  ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς  $KM$ . ἔστι  
δὲ τὸ ὑπὸ τῶν  $\Delta ME$  ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς  $KM$ · κύκλος  
25 γὰρ ὑπόκειται ἡ  $\Delta KE\Lambda$  γραμμὴ, καὶ διάμετρος αὐτοῦ  
ἡ  $\Delta E$ . τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν  $NM\Xi$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $\Delta ME$ .  
ἔστιν ἄρα ὡς ἡ  $MN$  πρὸς  $M\Delta$ , οὕτως ἡ  $EM$  πρὸς  $M\Xi$ .  
ὁμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ  $\Delta MN$  τρίγωνον τῷ  $\Xi ME$  τρι-  
γώνῳ, καὶ ἡ ὑπὸ  $\Delta NM$  γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ  $ME\Xi$ .

16.  $\Delta K\Lambda E$ ]  $\Delta KE\Lambda$  p. 20.  $B\Gamma$ ] p, corr. ex B m. 2 V.  
21. ὁ] cp; om. V. 23. ἐστὶ] c, ἐστίν V.

nam si fieri potest, sit, et planum secans cum basi concurrat, communisque planorum sectio sit  $ZH$ , centrum autem circuli  $B\Gamma$  sit  $\Theta$ , et ab eo ad  $ZH$  perpendicularis ducatur  $\Theta H$ , et per  $H\Theta$  axemque planum ducatur, quod in superficie conica sectiones efficiat rectas  $BA$ ,  $A\Gamma$ . iam quoniam puncta  $\Delta$ ,  $E$ ,  $H$  et in plano per  $\Delta KE$  et in plano per  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$  sunt, puncta  $\Delta$ ,  $E$ ,  $H$  in communi planorum sectione sunt; quare  $HE\Delta$



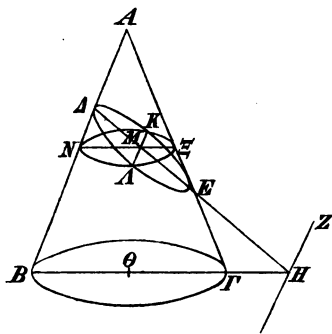
recta est [Eucl. XI, 3]. sumatur igitur in linea  $\Delta KE$  punctum aliquod  $K$ , et per  $K$  rectae  $ZH$  parallela ducatur  $KA$ ; erit igitur [prop. VII]  $KM = MA$ . itaque  $\Delta E$  diametrus est circuli  $\Delta KEA$  [prop. VII coroll.]. iam igitur per  $M$  rectae  $B\Gamma$  parallela ducatur  $NM\Xi$ . uerum etiam  $KA$  rectae  $ZH$  parallela est; quare planum rectorum  $N\Xi$ ,  $KM$  plano rectorum  $B\Gamma$ ,  $ZH$  parallelum est, hoc est basi [Eucl. XI, 15], et sectio circulus erit [prop. IV]. sit  $NK\Xi$ . et quoniam  $ZH$  ad  $BH$  perpendicularis est, etiam  $KM$  ad  $N\Xi$  perpendicularis est [Eucl. XI, 10]; quare  $NM \times M\Xi = KM^2$ . uerum  $\Delta M \times ME = KM^2$ ; supposuimus enim, lineam  $\Delta KEA$  circulum esse et  $\Delta E$  eius diametrum. itaque  $NM \times M\Xi = \Delta M \times ME$ . quare  $MN : M\Delta = EM : M\Xi$ . itaque  $\Delta MN \sim \Delta \Xi ME$  et  $\angle \Delta NM = \angle ME\Xi$ . est autem  $\angle \Delta NM = \angle AB\Gamma$ ; nam  $N\Xi$  rectae  $B\Gamma$  parallela est. quare etiam

παραλλήλων ὄντι τῇ βάσει μήτε ὑπεναντίως, καὶ ποιεῖται  
τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τὴν  $\Delta KE$  γραμμὴν. λέγω, ὅτι  
ἢ  $\Delta KE$  γραμμὴ οὐκ ἔσται κύκλος.

εἰ γὰρ δυνατὸν, ἔστω, καὶ συμπιπέτω τὸ τέμνον  
5 ἐπίπεδον τῇ βάσει, καὶ ἔστω τῶν ἐπιπέδων κοινὴ τομὴ  
ἢ  $ZH$ , τὸ δὲ κέντρον τοῦ  $B\Gamma$  κύκλου ἔστω τὸ  $\Theta$ , καὶ  
ἀπ' αὐτοῦ κάθετος ἤχθω ἐπὶ τὴν  $ZH$  ἢ  $\Theta H$ , καὶ ἐκ-  
βεβλήσθω διὰ τῆς  $H\Theta$  καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον καὶ  
ποιεῖται τομὰς ἐν τῇ κωνικῇ ἐπιφανείᾳ τὰς  $BA$ ,  $AG$   
10 εὐθείας. ἐπεὶ οὖν τὰ  $\Delta$ ,  $E$ ,  $H$  σημεῖα ἐν τε τῷ διὰ  
τῆς  $\Delta KE$  ἐπιπέδῳ ἐστίν, ἔστι δὲ καὶ ἐν τῷ διὰ τῶν  
 $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ , τὰ ἄρα  $\Delta$ ,  $E$ ,  $H$  σημεῖα ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς  
τῶν ἐπιπέδων ἐστίν· εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἢ  $HE\Delta$ . εἰλήφθω  
δὴ τι ἐπὶ τῆς  $\Delta KE$  γραμμῆς σημεῖον τὸ  $K$ , καὶ διὰ  
15 τοῦ  $K$  τῇ  $ZH$  παράλληλος ἤχθω ἢ  $KA$ · ἔσται δὴ ἴση  
ἢ  $KM$  τῇ  $MA$ . ἢ ἄρα  $\Delta E$  διάμετρος ἐστὶ τοῦ  $\Delta K\Lambda E$   
κύκλου. ἤχθω δὲ διὰ τοῦ  $M$  τῇ  $B\Gamma$  παράλληλος ἢ  
 $NM\Xi$ · ἔστι δὲ καὶ ἢ  $KA$  τῇ  $ZH$  παράλληλος· ὥστε  
τὸ διὰ τῶν  $N\Xi$ ,  $KM$  ἐπίπεδον παράλληλόν ἐστι τῷ  
20 διὰ τῶν  $B\Gamma$ ,  $ZH$ , τουτέστι τῇ βάσει, καὶ ἔσται ἢ τομὴ  
κύκλος. ἔστω ὁ  $NK\Xi$ . καὶ ἐπεὶ ἢ  $ZH$  τῇ  $BH$  πρὸς  
ὀρθάς ἐστὶ, καὶ ἢ  $KM$  τῇ  $N\Xi$  πρὸς ὀρθάς ἐστὶν· ὥστε  
τὸ ὑπὸ τῶν  $NM\Xi$  ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς  $KM$ . ἔστι  
δὲ τὸ ὑπὸ τῶν  $\Delta ME$  ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς  $KM$ · κύκλος  
25 γὰρ ὑπόκειται ἢ  $\Delta KE\Lambda$  γραμμὴ, καὶ διάμετρος αὐτοῦ  
ἢ  $\Delta E$ . τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν  $NM\Xi$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $\Delta ME$ .  
ἔστιν ἄρα ὡς ἢ  $MN$  πρὸς  $M\Delta$ , οὕτως ἢ  $EM$  πρὸς  $M\Xi$ .  
ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ  $\Delta MN$  τρίγωνον τῷ  $\Xi ME$  τρι-  
γώνῳ, καὶ ἢ ὑπὸ  $\Delta NM$  γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ  $ME\Xi$ .

16.  $\Delta K\Lambda E$ ]  $\Delta KE\Lambda$  p. 20.  $B\Gamma$ ] p, corr. ex B m. 2 V.  
21. ὁ] cp; om. V. 23. ἐστὶ] c, ἐστίν V.

nam si fieri potest, sit, et planum secans cum basi concurrat, communisque planorum sectio sit  $ZH$ , centrum autem circuli  $B\Gamma$  sit  $\Theta$ , et ab eo ad  $ZH$  perpendicularis ducatur  $\Theta H$ , et per  $H\Theta$  axemque planum ducatur, quod in superficie conica sectiones efficiat rectas  $BA$ ,  $AG$ . iam quoniam puncta  $A$ ,  $E$ ,  $H$  et in plano per  $\Delta KE$  et in plano per  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$  sunt, puncta  $A$ ,  $E$ ,  $H$  in communi planorum sectione sunt; quare  $HEA$



recta est [Eucl. XI, 3]. sumatur igitur in linea  $\Delta KE$  punctum aliquod  $K$ , et per  $K$  rectae  $ZH$  parallela ducatur  $KA$ ; erit igitur [prop. VII]  $KM = MA$ . itaque  $\Delta E$  diametrus est circuli  $\Delta KEA$  [prop. VII coroll.]. iam igitur per  $M$  rectae  $B\Gamma$  parallela ducatur  $NM\Xi$ . uerum etiam  $KA$  rectae  $ZH$  parallela est; quare planum rectarum  $N\Xi$ ,  $KM$  plano rectarum  $B\Gamma$ ,  $ZH$  parallelum est, hoc est basi [Eucl. XI, 15], et sectio circulus erit [prop. IV]. sit  $NK\Xi$ . et quoniam  $ZH$  ad  $BH$  perpendicularis est, etiam  $KM$  ad  $N\Xi$  perpendicularis est [Eucl. XI, 10]; quare  $NM \times M\Xi = KM^2$ . uerum  $\Delta M \times ME = KM^2$ ; supposuimus enim, lineam  $\Delta KEA$  circulum esse et  $\Delta E$  eius diametrum. itaque  $NM \times M\Xi = \Delta M \times ME$ . quare  $MN : M\Delta = EM : M\Xi$ . itaque  $\Delta MN \sim \Delta \Xi ME$  et  $\angle \Delta NM = \angle ME\Xi$ . est autem  $\angle \Delta NM = \angle AB\Gamma$ ; nam  $N\Xi$  rectae  $B\Gamma$  parallela est. quare etiam

τριγώνω ὀρθή ἐστίν. ὥστε καὶ πρὸς τὴν  $ZH$  ἐστὶ πρὸς ὀρθάς.

μὴ ἔστω δὴ ὁ κῶνος ὀρθός. εἰ μὲν οὖν τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον ὀρθόν ἐστὶ πρὸς τὸν  $BΓ$  κύκλον, ὁμοίως δεῖξομεν, ὅτι καὶ ἡ  $\Delta E$  τῆ  $ZH$  ἐστὶ πρὸς ὀρθάς.  
 5 μὴ ἔστω δὴ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον τὸ  $ABΓ$  ὀρθόν πρὸς τὸν  $BΓ$  κύκλον. λέγω, ὅτι οὐδὲ ἡ  $\Delta E$  τῆ  $ZH$  ἐστὶ πρὸς ὀρθάς. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω· ἐστὶ δὲ καὶ τῆ  $BΓ$  πρὸς ὀρθάς· ἡ ἄρα  $\Delta E$  ἑκατέρω τῶν  
 10  $BΓ$ ,  $ZH$  ἐστὶ πρὸς ὀρθάς. καὶ τῶ διὰ τῶν  $BΓ$ ,  $ZH$  ἐπιπέδω ἄρα πρὸς ὀρθάς ἐστὶ. τὸ δὲ διὰ τῶν  $BΓ$ ,  $HZ$  ἐπίπεδόν ἐστὶ τὸ  $ABΓ$ · καὶ ἡ  $\Delta E$  ἄρα τῶ  $ABΓ$  τριγώνω ἐστὶ πρὸς ὀρθάς. καὶ πάντα ἄρα τὰ δι' αὐτῆς ἐπίπεδα τῶ  $ABΓ$  τριγώνω ἐστὶ πρὸς ὀρθάς. ἐν δέ τι  
 15 τῶν διὰ τῆς  $\Delta E$  ἐπιπέδων ἐστὶν ὁ  $BΓ$  κύκλος· ὁ  $BΓ$  ἄρα κύκλος πρὸς ὀρθάς ἐστὶ τῶ  $ABΓ$  τριγώνω. ὥστε καὶ τὸ  $ABΓ$  τρίγωνον ὀρθόν ἐστὶ πρὸς τὸν  $BΓ$  κύκλον· ὅπερ οὐχ ὑπόκειται. οὐκ ἄρα ἡ  $\Delta E$  τῆ  $ZH$  ἐστὶ πρὸς ὀρθάς.

20

πόρισμα.

ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι τῆς  $\Delta ZE$  τομῆς διάμετρος ἐστὶν ἡ  $ZH$ , ἐπεὶπερ τὰς ἀγομένας παραλλήλους εὐθείας τινὲ τῆ  $\Delta E$  δίχα τέμνει, καὶ ὅτι δυνατόν ἐστὶν ὑπὸ τῆς διαμέτρου τῆς  $ZH$  παραλλήλους τινὰς δίχα  
 25 τέμνεσθαι καὶ μὴ πρὸς ὀρθάς.

η'.

Ἐὰν κῶνος ἐπιπέδω τμηθῆ διὰ τοῦ ἄξονος, τμηθῆ δὲ καὶ ἐτέρω ἐπιπέδω τέμνοντι τὴν βάσιν τοῦ κῶνου

1. ὥστε] ὥστ V. 3. τό] bis V in extr. et init. pag.; corr. cnp. 16. ὥστε] ὥστ V, ὥστε mg. m. rec. 20. πόρισμα] p, om. V.



ne sit igitur rectus conus. iam si triangulus per axem positus ad circulum  $B\Gamma$  perpendicularis est, eodem modo demonstrabimus, etiam  $\triangle E$  ad  $ZH$  perpendiculararem esse. ne sit igitur triangulus per axem positus  $AB\Gamma$  ad circulum  $B\Gamma$  perpendicularis. dico, ne  $\triangle E$  quidem ad  $ZH$  perpendiculararem esse. nam si fieri potest, sit. uerum etiam ad  $B\Gamma$  perpendicularis est.  $\triangle E$  igitur ad utramque  $B\Gamma, ZH$  perpendicularis est; quare etiam ad planum per  $B\Gamma, ZH$  ductum perpendicularis erit [Eucl. XI, 4]. planum autem rectarum  $B\Gamma, HZ$  est  $AB\Gamma$ ; quare  $\triangle E$  etiam ad triangulum  $AB\Gamma$  perpendicularis est. itaque etiam omnia plana per eam ducta ad triangulum  $AB\Gamma$  perpendicularia sunt [Eucl. XI, 18]. uerum inter plana per  $\triangle E$  ducta est circulus  $B\Gamma$ ; quare circulus  $B\Gamma$  ad triangulum  $AB\Gamma$  perpendicularis est. itaque etiam triangulus  $AB\Gamma$  ad circulum  $B\Gamma$  perpendicularis erit; quod contra hypothesim est. ergo  $\triangle E$  ad  $ZH$  perpendicularis non est.

### Corollarium.

hinc manifestum est,  $ZH$  diametrum esse sectionis  $\triangle ZE$  [def. 4], quoniam rectas rectae alicui  $\triangle E$  parallelas ductas in binas partes aequales secat, et fieri posse, ut parallelae a diametro  $ZH$  in binas partes aequales secantur, etiam si ad angulos rectos non fiat.

### VIII.

Si conus per axem plano secatur et alio quoque plano secatur, quod basim coni secundum rectam secat ad basim trianguli per axem positi perpendiculararem,

κατ' εὐθείαν πρὸς ὀρθὰς οὐσαν τῇ βάσει τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου, ἡ δὲ διάμετρος τῆς γινομένης ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τομῆς ἦτοι παρὰ μίαν ἢ τῶν τοῦ τριγώνου πλευρῶν ἢ συμπίπτῃ αὐτῇ ἐκτὸς τῆς κορυφῆς τοῦ  
 5 κώνου, προσεκβάλληται δὲ ἢ τε τοῦ κώνου ἐπιφάνεια καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον εἰς ἄπειρον, καὶ ἡ τομὴ εἰς ἄπειρον ἀξηθήσεται, καὶ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τῆς τομῆς πρὸς τῇ κορυφῇ πάσῃ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην ἀπολήψεται τις εὐθεῖα ἀγομένη ἀπὸ τῆς τοῦ κώνου τομῆς  
 10 παρὰ τὴν ἐν τῇ βάσει τοῦ κώνου εὐθείαν.

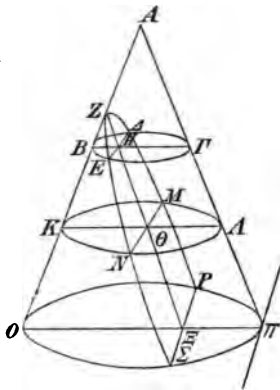
ἔστω κῶνος, οὗ κορυφή μὲν τὸ  $A$  σημεῖον, βᾶσις δὲ ὁ  $B\Gamma$  κύκλος, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ποιείτω τομὴν τὸ  $AB\Gamma$  τρίγωνον· τετμήσθω δὲ καὶ ἐτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι τὸν  $B\Gamma$  κύκλον κατ'  
 15 εὐθείαν τὴν  $\Delta E$  πρὸς ὀρθὰς οὐσαν τῇ  $B\Gamma$ , καὶ ποιείτω τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τὴν  $\Delta ZE$  γραμμὴν· ἡ δὲ διάμετρος τῆς  $\Delta ZE$  τομῆς ἡ  $ZH$  ἦτοι παράλληλος ἔστω τῇ  $A\Gamma$  ἢ ἐκβαλλομένη συμπίπτει αὐτῇ ἐκτὸς τοῦ  $A$  σημείου. λέγω, ὅτι καί, ἐὰν ἢ τε τοῦ κώνου ἐπιφάνεια  
 20 καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον ἐκβάλληται εἰς ἄπειρον, καὶ ἡ  $\Delta ZE$  τομὴ εἰς ἄπειρον ἀξηθήσεται.

ἐκβεβλήσθω γὰρ ἢ τε τοῦ κώνου ἐπιφάνεια καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον· φανερόν δὴ, ὅτι καὶ αἱ  $AB$ ,  $A\Gamma$ ,  $ZH$  συνεκβληθήσονται. ἐπεὶ ἡ  $ZH$  τῇ  $A\Gamma$  ἦτοι παράλληλος ἔστιν ἢ ἐκβαλλομένη συμπίπτει αὐτῇ ἐκτὸς τοῦ  $A$   
 25 σημείου, αἱ  $ZH$ ,  $A\Gamma$  ἄρα ἐκβαλλόμεναι ὡς ἐπὶ τὰ  $\Gamma$ ,  $H$  μέρη οὐδέποτε συμπεσοῦνται. ἐκβεβλήσθωσαν οὖν, καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς  $ZH$  τυχὸν τὸ  $\Theta$ , καὶ διὰ

4. συμπίπτῃ] p; συμπίπτει V. 5. προσεκβάλληται] scripsi; προσεκβαλῆται V. 20. ἐκβαλῆται V, corr. Halley. 28. τῆς] cp; τῇ V.

diameter autem sectionis in superficie ortae aut lateri alicui trianguli parallela est, aut extra uerticem conii cum eo concurrat, producitur autem in infinitum et superficies conii et planum secans, etiam sectio in infinitum crescit, et recta a sectione conii rectae in basi conii positae parallela ducta a diametro sectionis ad uerticem rectam cuiuslibet rectae datae aequalem abscindet.

sit conus, cuius uertex sit punctum  $A$ , basis autem circulus  $B\Gamma$ , et plano per axem secetur, quod sectionem efficiat triangulum  $AB\Gamma$ ; secetur autem etiam alio plano, quod circulum  $B\Gamma$  secundum



rectam  $\Delta E$  secet ad  $B\Gamma$  perpendicularem et in superficie conii sectionem efficiat lineam  $\Delta ZE$ . diameter autem  $ZH$  sectionis  $\Delta ZE$  aut rectae  $A\Gamma$  parallela sit aut producta cum ea extra punctum  $A$  concurrat. dico, si et superficies conii et planum secans in infinitum producantur, etiam sectionem  $\Delta ZE$  in infinitum crescere.

producatum enim et superficies conii et planum secans. manifestum igitur est, etiam rectas  $AB$ ,  $A\Gamma$ ,  $ZH$  simul produci. iam quoniam  $ZH$  aut rectae  $A\Gamma$  parallela est aut producta cum ea extra punctum  $A$  concurrat, rectae  $ZH$ ,  $A\Gamma$  productae ad partes  $\Gamma$ ,  $H$  uersus nunquam concurrent. producantur igitur, et in  $ZH$  punctum aliquod sumatur  $\Theta$ , et per  $\Theta$  punctum rectae

producatum enim et superficies conii et planum secans. manifestum igitur est, etiam rectas  $AB$ ,  $A\Gamma$ ,  $ZH$  simul produci. iam quoniam  $ZH$  aut rectae  $A\Gamma$  parallela est aut producta cum ea extra punctum  $A$  concurrat, rectae  $ZH$ ,  $A\Gamma$  productae ad partes  $\Gamma$ ,  $H$  uersus nunquam concurrent. producantur igitur, et in  $ZH$  punctum aliquod sumatur  $\Theta$ , et per  $\Theta$  punctum rectae

κατ' εὐθείαν πρὸς ὀρθὰς οὖσαν τῇ βάσει τοῦ διὰ τοῦ  
 ἄξονος τριγώνου, ἣ δὲ διάμετρος τῆς γινομένης ἐν τῇ  
 ἐπιφανείᾳ τομῆς ἦτοι παρὰ μίαν ἢ τῶν τοῦ τριγώνου  
 πλευρῶν ἢ συμπύπτῃ αὐτῇ ἐκτὸς τῆς κορυφῆς τοῦ  
 5 κώνου, προσεκβάλλεται δὲ ἢ τε τοῦ κώνου ἐπιφάνεια  
 καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον εἰς ἄπειρον, καὶ ἡ τομὴ εἰς  
 ἄπειρον ἀϋξηθήσεται, καὶ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τῆς τομῆς  
 πρὸς τῇ κορυφῇ πάσῃ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην ἀπο-  
 λήψεται τις εὐθεῖα ἀγομένη ἀπὸ τῆς τοῦ κώνου τομῆς  
 10 παρὰ τὴν ἐν τῇ βάσει τοῦ κώνου εὐθείαν.

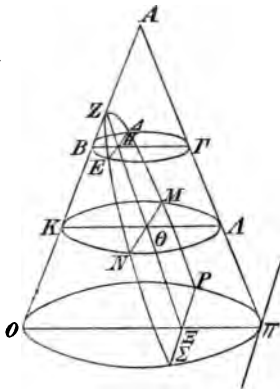
ἔστω κώνος, οὗ κορυφή μὲν τὸ  $A$  σημεῖον, βάσις  
 δὲ ὁ  $B\Gamma$  κύκλος, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος,  
 καὶ ποιείτω τομὴν τὸ  $AB\Gamma$  τρίγωνον· τετμήσθω δὲ  
 καὶ ἐτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι τὸν  $B\Gamma$  κύκλον κατ'  
 15 εὐθείαν τὴν  $\Delta E$  πρὸς ὀρθὰς οὖσαν τῇ  $B\Gamma$ , καὶ ποιείτω  
 τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τὴν  $\Delta ZE$  γραμμὴν· ἣ δὲ διά-  
 μετρος τῆς  $\Delta ZE$  τομῆς ἡ  $ZH$  ἦτοι παράλληλος ἔστω  
 τῇ  $A\Gamma$  ἢ ἐκβαλλομένη συμπίπτει αὐτῇ ἐκτὸς τοῦ  $A$   
 σημείου. λέγω, ὅτι καί, ἐὰν ἢ τε τοῦ κώνου ἐπιφάνεια  
 20 καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον ἐκβάλλεται εἰς ἄπειρον, καὶ ἡ  
 $\Delta ZE$  τομὴ εἰς ἄπειρον ἀϋξηθήσεται.

ἐκβεβλήσθω γὰρ ἢ τε τοῦ κώνου ἐπιφάνεια καὶ το  
 τέμνον ἐπίπεδον· φανερόν δὴ, ὅτι καὶ αἱ  $AB$ ,  $A\Gamma$ ,  $ZH$   
 συνεκβληθήσονται. ἐπεὶ ἡ  $ZH$  τῇ  $A\Gamma$  ἦτοι παράλλη-  
 25 λός ἐστιν ἢ ἐκβαλλομένη συμπίπτει αὐτῇ ἐκτὸς τοῦ  $A$   
 σημείου, αἱ  $ZH$ ,  $A\Gamma$  ἄρα ἐκβαλλόμεναι ὡς ἐπὶ τὰ  $\Gamma$ ,  $H$   
 μέρη οὐδέποτε συμπεσοῦνται. ἐκβεβλήσθωσαν οὖν, καὶ  
 εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς  $ZH$  τυχόν τὸ  $\Theta$ , καὶ διὰ

4. συμπύπτῃ] p; συμπίπτει V. 5. προσεκβάλλεται] scripsi;  
 προσεκβαλῆται V. 20. ἐκβαλῆται V, corr. Halley. 28. τῆς]  
 cp; τῇ V.

diameter autem sectionis in superficie ortae aut lateri alicui trianguli parallela est, aut extra uerticem conii cum eo concurrat, producitur autem in infinitum et superficies conii et planum secans, etiam sectio in infinitum crescet, et recta a sectione conii rectae in basi conii positae parallela ducta a diametro sectionis ad uerticem rectam cuiuslibet rectae datae aequalem abscindet.

sit conus, cuius uertex sit punctum  $A$ , basis autem circulus  $B\Gamma$ , et plano per axem secetur, quod sectionem efficiat triangulum  $AB\Gamma$ ; secetur autem etiam alio plano, quod circulum  $B\Gamma$  secundum



rectam  $AE$  secet ad  $B\Gamma$  perpendicularem et in superficie conii sectionem efficiat lineam  $AZE$ . diameter autem  $ZH$  sectionis  $AZE$  aut rectae  $A\Gamma$  parallela sit aut producta cum ea extra punctum  $A$  concurrat. dico, si et superficies conii et planum secans in in-

finitum producantur, etiam sectionem  $AZE$  in infinitum crescere.

producatur enim et superficies conii et planum secans. manifestum igitur est, etiam rectas  $AB$ ,  $A\Gamma$ ,  $ZH$  simul produci. iam quoniam  $ZH$  aut rectae  $A\Gamma$  parallela est aut producta cum ea extra punctum  $A$  concurrat, rectae  $ZH$ ,  $A\Gamma$  productae ad partes  $\Gamma$ ,  $H$  uersus nunquam concurrent. producantur igitur, et in  $ZH$  punctum aliquod sumatur  $\theta$ , et per  $\theta$  punctum rectae

τοῦ  $\Theta$  σημείου τῆ μὲν  $B\Gamma$  παράλληλος ἦχθω ἡ  $K\Theta A$ ,  
 τῆ δὲ  $\Delta E$  παράλληλος ἡ  $M\Theta N$ . τὸ ἄρα διὰ τῶν  $K A, MN$   
 ἐπίπεδον παράλληλόν ἐστὶ τῷ διὰ τῶν  $B\Gamma, \Delta E$ . κύκλος  
 ἄρα ἐστὶ τὸ  $K A M N$  ἐπίπεδον. καὶ ἐπεὶ τὰ  $\Delta, E, M, N$   
 5 σημεῖα ἐν τῷ τέμνοντι ἐστὶν ἐπιπέδῳ, ἐστὶ δὲ καὶ ἐν  
 τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, ἐπὶ τῆς κοινῆς ἄρα τομῆς  
 ἐστὶν ἠϋξῆται ἄρα ἡ  $\Delta Z E$  μέχρι τῶν  $M, N$  σημείων.  
 ἀϋξῆθεισης ἄρα τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου καὶ τοῦ  
 τέμνοντος ἐπιπέδου μέχρι τοῦ  $K A M N$  κύκλου ἠϋξῆται  
 10 καὶ ἡ  $\Delta Z E$  τομὴ μέχρι τῶν  $M, N$  σημείων. ὁμοίως  
 δὴ δείξομεν, ὅτι καί, ἐὰν εἰς ἄπειρον ἐκβάλληται ἢ τε  
 τοῦ κώνου ἐπιφάνεια καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον, καὶ ἡ  
 $M \Delta Z E N$  τομὴ εἰς ἄπειρον ἀϋξῆθήσεται.

καὶ φανερόν, ὅτι πάση τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην  
 15 ἀπολήψεται τις ἀπὸ τῆς  $Z\Theta$  εὐθείας πρὸς τῷ  $Z$  σημείῳ.  
 ἐὰν γὰρ τῇ δοθείσῃ ἴσην θῶμεν τὴν  $Z\Xi$  καὶ διὰ τοῦ  $\Xi$   
 τῇ  $\Delta E$  παράλληλον ἀγάγωμεν, συμπεσεῖται τῇ τομῇ,  
 ὥσπερ καὶ ἡ διὰ τοῦ  $\Theta$  ἀπεδείχθη συμπίπτουσα τῇ  
 τομῇ κατὰ τὰ  $M, N$  σημεῖα. ὥστε ἄγεται τις εὐθεῖα  
 20 συμπίπτουσα τῇ τομῇ παράλληλος οὖσα τῇ  $\Delta E$  ἀπο-  
 λαμβάνουσα ἀπὸ τῆς  $ZH$  εὐθείαν ἴσην τῇ δοθείσῃ  
 πρὸς τῷ  $Z$  σημείῳ.

θ'.

Ἐὰν κῶνος ἐπιπέδῳ τμηθῇ συμπίπτοντι μὲν ἑκατέρᾳ  
 25 πλευρᾷ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου, μήτε δὲ παρὰ  
 τὴν βάσιν ἠγμένῳ μήτε ὑπεναντίως, ἡ τομὴ οὐκ ἐστὶ  
 κύκλος.

ἔστω κῶνος, οὗ κορυφὴ μὲν τὸ  $A$  σημεῖον, βάσις  
 δὲ ὁ  $B\Gamma$  κύκλος, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ τινὶ μήτε

$B\Gamma$  parallela ducatur  $K\Theta A$ , rectae autem  $\Delta E$  parallela  $M\Theta N$ ; itaque planum rectarum  $KA$ ,  $MN$  plano rectarum  $B\Gamma$ ,  $\Delta E$  parallelum est [Eucl. XI, 15]. itaque planum  $KAMN$  circulus est [prop. IV]. et quoniam puncta  $\Delta$ ,  $E$ ,  $M$ ,  $N$  in plano secanti sunt, uerum etiam in superficie conii, in communi sectione sunt; quare  $\Delta ZE$  ad puncta  $M$ ,  $N$  creuit. itaque crescente superficie conii planoque secanti ad circulum  $KAMN$  etiam sectio  $\Delta ZE$  ad puncta  $M$ ,  $N$  creuit. similiter igitur demonstrabimus, si et superficies conii et planum secans in infinitum producantur, etiam sectionem  $M\Delta ZEN$  in infinitum crescere.

et manifestum est, rectam quandam a  $Z\Theta$  recta ad  $Z$  punctum rectam cuius datae rectae aequalem abscisuram esse. nam si  $Z\Xi$  rectae datae aequalem ponimus et per  $\Xi$  rectae  $\Delta E$  parallelam ducimus, cum sectione concurreret, sicut etiam rectam per  $\Theta$  ductam cum sectione in punctis  $M$ ,  $N$  concurrere demonstrauimus. ergo recta quaedam cum sectione concurrens rectae  $\Delta E$  parallela ducitur, quae a  $ZH$  ad punctum  $Z$  rectam datae aequalem abscindat.

## IX.

Si conus plano secatur cum utroque latere trianguli per axem positi concurrenti, sed neque basi parallelo neque e contrario ducto, sectio circulus non erit.

sit conus, cuius uertex sit  $A$  punctum, basis autem circulus  $B\Gamma$ , et secetur plano neque basi parallelo neque e contrario posito, quod in superficie sectionem efficiat lineam  $\Delta KE$ . dico, lineam  $\Delta KE$  circulum non esse.

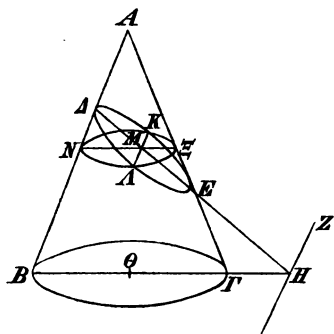
παραλλήλω ὄντι τῇ βάσει μήτε ὑπεναντίως, καὶ ποιεῖτω  
τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τὴν  $\Delta KE$  γραμμὴν. λέγω, ὅτι  
ἡ  $\Delta KE$  γραμμὴ οὐκ ἔσται κύκλος.

εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω, καὶ συμπιπτέτω τὸ τέμνον  
5 ἐπίπεδον τῇ βάσει, καὶ ἔστω τῶν ἐπιπέδων κοινὴ τομὴ  
ἡ  $ZH$ , τὸ δὲ κέντρον τοῦ  $B\Gamma$  κύκλου ἔστω τὸ  $\Theta$ , καὶ  
ἀπ' αὐτοῦ κάθετος ἤχθω ἐπὶ τὴν  $ZH$  ἢ  $\Theta H$ , καὶ ἐκ-  
βεβλήσθω διὰ τῆς  $H\Theta$  καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον καὶ  
ποιεῖτω τομὰς ἐν τῇ κωνικῇ ἐπιφανείᾳ τὰς  $BA$ ,  $AG$   
10 εὐθείας. ἐπεὶ οὖν τὰ  $\Delta$ ,  $E$ ,  $H$  σημεῖα ἐν τε τῷ διὰ  
τῆς  $\Delta KE$  ἐπιπέδῳ ἐστίν, ἔστι δὲ καὶ ἐν τῷ διὰ τῶν  
 $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ , τὰ ἄρα  $\Delta$ ,  $E$ ,  $H$  σημεῖα ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς  
τῶν ἐπιπέδων ἐστίν· εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ  $HE\Delta$ . εἰλήφθω  
δὴ τι ἐπὶ τῆς  $\Delta KE$  γραμμῆς σημεῖον τὸ  $K$ , καὶ διὰ  
15 τοῦ  $K$  τῇ  $ZH$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $KA$ . ἔσται δὴ ἴση  
ἢ  $KM$  τῇ  $MA$ . ἡ ἄρα  $\Delta E$  διάμετρος ἐστὶ τοῦ  $\Delta K\Lambda E$   
κύκλου. ἤχθω δὲ διὰ τοῦ  $M$  τῇ  $B\Gamma$  παράλληλος ἡ  
 $NM\Xi$ . ἔστι δὲ καὶ ἡ  $KA$  τῇ  $ZH$  παράλληλος· ὥστε  
τὸ διὰ τῶν  $N\Xi$ ,  $KM$  ἐπίπεδον παράλληλόν ἐστὶ τῷ  
20 διὰ τῶν  $B\Gamma$ ,  $ZH$ , τουτέστι τῇ βάσει, καὶ ἔσται ἡ τομὴ  
κύκλος. ἔστω ὁ  $NK\Xi$ . καὶ ἐπεὶ ἡ  $ZH$  τῇ  $BH$  πρὸς  
ὀρθὰς ἐστὶ, καὶ ἡ  $KM$  τῇ  $N\Xi$  πρὸς ὀρθὰς ἐστίν· ὥστε  
τὸ ὑπὸ τῶν  $NM\Xi$  ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς  $KM$ . ἔστι  
δὲ τὸ ὑπὸ τῶν  $\Delta ME$  ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς  $KM$ · κύκλος  
25 γὰρ ὑπόκειται ἡ  $\Delta KE\Lambda$  γραμμὴ, καὶ διάμετρος αὐτοῦ  
ἡ  $\Delta E$ . τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν  $NM\Xi$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $\Delta ME$ .  
ἔστιν ἄρα ὡς ἡ  $MN$  πρὸς  $M\Delta$ , οὕτως ἡ  $EM$  πρὸς  $M\Xi$ .  
ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ  $\Delta MN$  τρίγωνον τῷ  $\Xi ME$  τρι-  
γώνῳ, καὶ ἡ ὑπὸ  $\Delta NM$  γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ  $ME\Xi$ .

16.  $\Delta K\Lambda E$ ]  $\Delta KE\Lambda$  p. 20.  $B\Gamma$ ] p, corr. ex B m. 2 V.  
21. ὁ] cp; om. V. 23. ἐστὶ] c, ἐστίν V.



nam si fieri potest, sit, et planum secans cum basi concurrat, communisque planorum sectio sit  $ZH$ , centrum autem circuli  $B\Gamma$  sit  $\Theta$ , et ab eo ad  $ZH$  perpendicularis ducatur  $\Theta H$ , et per  $H\Theta$  axemque planum ducatur, quod in superficie conica sectiones efficiat rectas  $BA, A\Gamma$ . iam quoniam puncta  $\Delta, E, H$  et in plano per  $\Delta KE$  et in plano per  $A, B, \Gamma$  sunt, puncta  $\Delta, E, H$  in communi planorum sectione sunt; quare  $HEA$



recta est [Eucl. XI, 3]. sumatur igitur in linea  $\Delta KE$  punctum aliquod  $K$ , et per  $K$  rectae  $ZH$  parallela ducatur  $KA$ ; erit igitur [prop. VII]  $KM = MA$ . itaque  $\Delta E$  diametrus est circuli  $\Delta KEA$  [prop. VII coroll.]. iam igitur per  $M$  rectae  $B\Gamma$  parallela ducatur  $NM\Xi$ . uerum etiam  $KA$  rectae  $ZH$  parallela est; quare planum rectarum  $N\Xi, KM$  plano rectarum  $B\Gamma, ZH$  parallelum est, hoc est basi [Eucl. XI, 15], et sectio circulus erit [prop. IV]. sit  $NK\Xi$ . et quoniam  $ZH$  ad  $BH$  perpendicularis est, etiam  $KM$  ad  $N\Xi$  perpendicularis est [Eucl. XI, 10]; quare  $NM \times M\Xi = KM^2$ . uerum  $\Delta M \times ME = KM^2$ ; supposuimus enim, lineam  $\Delta KEA$  circulum esse et  $\Delta E$  eius diametrum. itaque  $NM \times M\Xi = \Delta M \times ME$ . quare  $MN : M\Delta = EM : M\Xi$ . itaque  $\Delta MN \sim \Delta \Xi ME$  et  $\angle \Delta NM = \angle ME\Xi$ . est autem  $\angle \Delta NM = \angle AB\Gamma$ ; nam  $N\Xi$  rectae  $B\Gamma$  parallela est. quare etiam

ἀλλὰ ἡ ὑπὸ  $\triangle NM$  γωνία τῇ ὑπὸ  $\triangle AB\Gamma$  ἐστὶν ἰσὴ  
 παράλληλος γὰρ ἡ  $N\Xi$  τῇ  $B\Gamma$ . καὶ ἡ ὑπὸ  $\triangle AB\Gamma$  ἰσὴ  
 ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ  $\triangle ME\Xi$ . ὑπεναντία ἄρα ἐστὶν ἡ τομ  
 ὅπερ οὐκ ὑπόκειται. οὐκ ἄρα κύκλος ἐστὶν ἡ  $\triangle K$   
 5 γραμμῆ.

ι'.

Ἐὰν ἐπὶ κώνου τομῆς ληφθῇ δύο σημεῖα, ἡ μὲν  
 ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιξεννυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τὴν  
 τομῆς, ἡ δὲ ἐπ' εὐθείας αὐτῇ ἐκτός.

- 10 ἔστω κῶνος, οὗ κορυφὴ μὲν τὸ  $A$  σημεῖον, βάσις  
 δὲ ὁ  $B\Gamma$  κύκλος, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος  
 καὶ ποιείτω τομὴν τὸ  $\triangle AB\Gamma$  τρίγωνον. τετμήσθω δὲ  
 καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ, καὶ ποιείτω τομὴν ἐν τῇ τοῦ κώνου  
 ἐπιφανείᾳ τὴν  $\triangle EZ$  γραμμὴν, καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῇ  
 15  $\triangle EZ$  δύο σημεῖα τὰ  $H, \Theta$ . λέγω, ὅτι ἡ μὲν ἐπὶ τὰ  
 $H, \Theta$  ἐπιξεννυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τῆς  $\triangle E$   
 γραμμῆς, ἡ δὲ ἐπ' εὐθείας αὐτῇ ἐκτός.

ἐπεὶ γὰρ κῶνος, οὗ κορυφὴ μὲν τὸ  $A$  σημεῖον  
 βάσις δὲ ὁ  $B\Gamma$  κύκλος, τέτμηται ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος  
 20 εἰληπται δὲ τινὰ σημεῖα ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας αὐτοῦ τὰ  
 $H, \Theta$ , ἃ μὴ ἐστὶν ἐπὶ τῆς πλευρᾶς τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος  
 τριγώνου, καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ  $H$  ἐπὶ τὸ  $\Theta$  ἐπιξεννυμένη  
 εὐθεῖα μὴ νεύη ἐπὶ τὸ  $A$ , ἡ ἄρα ἐπὶ τὰ  $H, \Theta$  ἐπι  
 25 ξεννυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κώνου καὶ ἡ ἐπὶ  
 εὐθεῖα αὐτῇ ἐκτός· ὥστε καὶ τῆς  $\triangle ZE$  τομῆς.

ια'.

Ἐὰν κῶνος ἐπιπέδῳ τμηθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, τμηθῶν  
 δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι τὴν βάσιν τοῦ κώνου

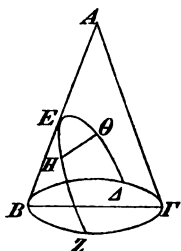
15. τὰ] (pr.) cp, corr. ex τῇ m. 2 V. 16.  $\triangle EZ$ ] |  
 $\triangle Z$  V. 22. τριγώνου] τοῦ τριγώνου V; corr. p. 23. μῆ] |  
 supra scr. m. 2 V, οὐ p.

$\angle AB\Gamma = \angle ME\Xi$ . itaque sectio e contrario est [prop. V]; quod contra hypothesim est. ergo linea  $\Delta KE$  circulus non est.

X.

Si in sectione conici duo puncta sumuntur, recta ad puncta ducta intra sectionem cadit, in directum autem producta extra.

sit conus, cuius uertex sit  $A$  punctum, basis autem circulus  $B\Gamma$ , et per axem plano secetur, quod sectionem efficiat  $AB\Gamma$  triangulum. iam alio quoque plano secetur, quod in superficie conici sectionem efficiat lineam  $\Delta EZ$ , et in  $\Delta EZ$  duo puncta sumantur  $H, \Theta$ . dico, rectam ad  $H, \Theta$  ductam intra lineam  $\Delta EZ$  cadere, in directum autem productam extra.



nam quoniam conus, cuius uertex est  $A$  punctum, basis autem circulus  $B\Gamma$ , plano per axem sectus est, et in superficie eius sumpta sunt puncta quaedam  $H, \Theta$ , quae in latere trianguli per axem positi non sunt, et recta ab  $H$  ad  $\Theta$  ducta ad  $A$  non cadit, recta ad  $H, \Theta$  ducta intra conum cadet, in directum autem producta extra [prop. II]. ergo etiam intra sectionem  $\Delta ZE$ , producta autem extra eam.

XI.

Si conus per axem plano secatur et alio quoque plano secatur, quod basim conici secundum rectam ad

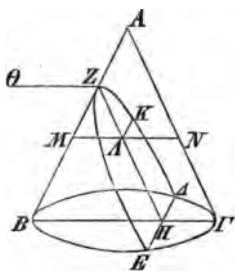
- κατ' εὐθείαν πρὸς ὀρθὰς οὐσαν τῇ βάσει τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου, ἔτι δὲ ἡ διάμετρος τῆς τομῆς παράλληλος ἢ μιᾷ πλευρᾷ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου, ἣτις ἂν ἀπὸ τῆς τομῆς τοῦ κώνου παράλληλος ἀχθῆ
- 5 τῇ κοινῇ τομῇ τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου καὶ τῆς βάσεως τοῦ κώνου μέχρι τῆς διαμέτρου τῆς τομῆς, δυνήσεται τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῆς ἀπὸ τῆς διαμέτρου πρὸς τῇ κορυφῇ τῆς τομῆς καὶ ἄλλης τινὸς εὐθείας, ἣ λόγον ἔχει πρὸς τὴν μεταξὺ τῆς τοῦ
- 10 κώνου γωνίας καὶ τῆς κορυφῆς τῆς τομῆς, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς βάσεως τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου πρὸς τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν· καλείσθω δὲ ἡ τοιαύτη τομὴ παραβολή.
- 15 ἔστω κώνος, οὗ τὸ  $A$  σημεῖον κορυφή, βάσις δὲ ὁ  $BΓ$  κύκλος, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδω διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ποιείτω τομὴν τὸ  $ABΓ$  τρίγωνον, τετμήσθω δὲ καὶ ἑτέρω ἐπιπέδω τέμνοντι τὴν βάσιν τοῦ κώνου κατ' εὐθείαν τὴν  $ΔE$  πρὸς ὀρθὰς οὐσαν τῇ  $BΓ$ , καὶ ποιείτω
- 20 τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τὴν  $ΔZE$ , ἣ δὲ διάμετρος τῆς τομῆς ἡ  $ZH$  παράλληλος ἔστω μιᾷ πλευρᾷ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου τῇ  $ΑΓ$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $Z$  σημείου τῇ  $ZH$  εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ  $ZΘ$ , καὶ πεποιήσθω, ὡς τὸ ἀπὸ  $BΓ$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $BAΓ$ , οὕτως
- 25 ἡ  $ZΘ$  πρὸς  $ZA$ , καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς τυχὸν τὸ  $K$ , καὶ διὰ τοῦ  $K$  τῇ  $ΔE$  παράλληλος ἡ  $KA$ . λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς  $KA$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν  $ΘZA$ . ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ  $A$  τῇ  $BΓ$  παράλληλος ἡ  $MN$ . ἔστι δὲ καὶ ἡ  $KA$  τῇ  $ΔE$  παράλληλος· τὸ ἄρα διὰ

14. Mg. m. rec. .... ολ' ... V.  
πεποιείσθω V, corr. m. 2.

24. πεποιήσθω] cp;

basim trianguli per axem positi perpendicularem secat, et si praeterea diametrus sectionis lateri alterutri trianguli per axem positi parallela est, quaelibet recta, quae a sectione conii parallela ducitur communi sectioni plani secantis basisque conii, usque ad diametrum sumpta quadrata aequalis erit rectangulo comprehenso recta ex diametro ab ea ad uerticem abscisa sectionis aliaque quadam recta, quae ad rectam inter angulum conii uerticemque sectionis positam rationem habet, quam quadratum basis trianguli per axem positi ad rectangulum reliquis duobus lateribus trianguli comprehensum; uocetur autem talis sectio parabola.

sit conus, cuius uertex sit  $A$  punctum, basis autem  $B\Gamma$  circulus, et per axem plano secetur, quod sectionem



efficiat triangulum  $AB\Gamma$ , secetur autem alio quoque plano, quod basim conii secundum rectam  $\Delta E$  secat ad  $B\Gamma$  perpendicularem et in superficie conii sectionem efficit  $\Delta ZE$ , diametrus autem sectionis  $ZH$  parallela sit  $A\Gamma$  lateri trianguli per axem positi, et a puncto  $Z$  ad rectam  $ZH$  perpendicularis ducatur  $Z\Theta$ , et fiat  $B\Gamma^2 : BA \times A\Gamma = Z\Theta : ZA$ ,

et in sectione punctum quodlibet  $K$  sumatur, et per  $K$  rectae  $\Delta E$  parallela ducatur  $KA$ . dico, esse

$$KA^2 = \Theta Z \times ZA.$$

ducatur enim per  $A$  rectae  $B\Gamma$  parallela  $MN$ . uerum etiam  $KA$  rectae  $\Delta E$  parallela est. itaque planum recta-

τῶν ΚΑ, ΜΝ ἐπίπεδον παράλληλόν ἐστι τῷ διὰ τῶν  
 ΒΓ, ΔΕ ἐπιπέδῳ, τουτέστι τῇ βάσει τοῦ κώνου. τὸ  
 ἄρα διὰ τῶν ΚΑ, ΜΝ ἐπίπεδον κύκλος ἐστίν, οὗ  
 διάμετρος ἡ ΜΝ. καὶ ἐστὶ κάθετος ἐπὶ τὴν ΜΝ ἡ  
 5 ΚΑ, ἐπεὶ καὶ ἡ ΔΕ ἐπὶ τὴν ΒΓ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν  
 ΜΑΝ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΚΑ. καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς  
 τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑΓ, οὕτως ἡ ΘΖ  
 πρὸς ΖΑ, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑΓ  
 λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ΒΓ  
 10 πρὸς ΓΑ καὶ ἡ ΒΓ πρὸς ΒΑ, ὁ ἄρα τῆς ΘΖ πρὸς  
 ΖΑ λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ τῆς ΒΓ πρὸς ΓΑ καὶ τοῦ  
 τῆς ΓΒ πρὸς ΒΑ. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΒΓ πρὸς ΓΑ, οὕτως  
 ἡ ΜΝ πρὸς ΝΑ, τουτέστιν ἡ ΜΑ πρὸς ΑΖ, ὡς δὲ  
 ἡ ΒΓ πρὸς ΒΑ, οὕτως ἡ ΜΝ πρὸς ΜΑ, τουτέστιν ἡ  
 15 ΑΜ πρὸς ΜΖ, καὶ λοιπὴ ἡ ΝΑ πρὸς ΖΑ. ὁ ἄρα τῆς  
 ΘΖ πρὸς ΖΑ λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ τῆς ΜΑ πρὸς ΑΖ  
 καὶ τοῦ τῆς ΝΑ πρὸς ΖΑ. ὁ δὲ συγκείμενος λόγος ἐκ  
 τοῦ τῆς ΜΑ πρὸς ΑΖ καὶ τοῦ τῆς ΑΝ πρὸς ΖΑ ὁ  
 τοῦ ὑπὸ ΜΑΝ ἐστὶ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΖΑ. ὡς ἄρα ἡ ΘΖ  
 20 πρὸς ΖΑ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΜΑΝ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΖΑ. ὡς δὲ  
 ἡ ΘΖ πρὸς ΖΑ, τῆς ΖΑ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης  
 οὕτως τὸ ὑπὸ ΘΖΑ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΖΑ. ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  
 ΜΑΝ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΖΑ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΘΖΑ πρὸς  
 τὸ ὑπὸ ΑΖΑ. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΜΑΝ τῷ ὑπὸ  
 25 ΘΖΑ. τὸ δὲ ὑπὸ ΜΑΝ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΚΑ.  
 καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΚΑ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΘΖΑ.

1. παράλληλον — 3. ἐπίπεδον] bis V (in repetitione τῷ διὰ  
 lin. 1 bis), corr. m. 2. 13. ΝΑ] cyp et e corr. (et m. 2 et  
 m. rec.) V. 14. ΜΑ] p, M corr. ex N m. 2 V. 15. ἡ] cp,  
 m. 2 V. 18. τοῦ] (alt.) om. V, corr. Halley. 28. οὕτως  
 — 24. ΑΖΑ] om. V, corr. Memus. 25. ΘΖΑ] ΘΑΖ V, corr. p  
 (τῶν ΘΖ, ΖΑ).

rum  $KA$ ,  $MN$  plano rectarum  $B\Gamma$ ,  $\Delta E$  parallelum est [Eucl. XI, 15], hoc est basi conii. quare planum rectarum  $KA$ ,  $MN$  circulus est, cuius diametrus est  $MN$  [prop. IV]. et  $KA$  ad  $MN$  perpendicularis est, quia etiam  $\Delta E$  ad  $B\Gamma$  perpendicularis [Eucl. XI, 10]; quare  $MA \times AN = KA^2$ . et quoniam est

$$B\Gamma^2 : BA \times A\Gamma = \Theta Z : ZA,$$

et est

$$B\Gamma^2 : BA \times A\Gamma = (B\Gamma : \Gamma A) \times (B\Gamma : BA),$$

erit

$$\Theta Z : ZA = (B\Gamma : \Gamma A) \times (\Gamma B : BA).$$

uerum

$$B\Gamma : \Gamma A = MN : NA = MA : AZ \text{ [Eucl. VI, 4]}$$

et

$$B\Gamma : BA = MN : MA = AM : MZ \text{ [ib.]} = NA : ZA \text{ [Eucl. VI, 2].}$$

quare

$$\Theta Z : ZA = (MA : AZ) \times (NA : ZA).$$

est autem

$$(MA : AZ) \times (AN : ZA) = MA \times AN : AZ \times ZA.$$

quare

$$\Theta Z : ZA = MA \times AN : AZ \times ZA.$$

est autem  $Z\Lambda$  communi altitudine sumpta

$$\Theta Z : ZA = \Theta Z \times Z\Lambda : AZ \times ZA.$$

itaque

$$MA \times AN : AZ \times ZA = \Theta Z \times Z\Lambda : AZ \times ZA.$$

itaque

$$MA \times AN = \Theta Z \times Z\Lambda \text{ [Eucl. V, 9].}$$

uerum  $MA \times AN = KA^2$ . quare etiam

$$KA^2 = \Theta Z \times Z\Lambda.$$

καλείσθω δὲ ἡ μὲν τοιαύτη τομὴ παραβολή, ἡ δὲ  
 ΘΖ παρ' ἣν δύνανται αἱ καταγόμεναι τεταγμένως ἐπὶ  
 τὴν ΖΗ διάμετρον, καλείσθω δὲ καὶ ὀρθία.

ιβ'.

5 Ἐὰν κῶνος ἐπιπέδῳ τμηθῆ διὰ τοῦ ἄξονος, τμηθῆ  
 δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι τὴν βάσιν τοῦ κῶνου  
 κατ' εὐθείαν πρὸς ὀρθὰς οὖσαν τῇ βάσει τοῦ διὰ τοῦ  
 ἄξονος τριγώνου, καὶ ἡ διάμετρος τῆς τομῆς ἐκβαλ-  
 λομένη συμπίπτῃ μιᾷ πλευρᾷ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος  
 10 τριγώνου ἐκτὸς τῆς τοῦ κῶνου κορυφῆς, ἥτις ἂν ἀπὸ  
 τῆς τομῆς ἀχθῆ παράλληλος τῇ κοινῇ τομῇ τοῦ  
 τέμνοντος ἐπιπέδου καὶ τῆς βάσεως τοῦ κῶνου, ἕως  
 τῆς διαμέτρου τῆς τομῆς δυνήσεται τι χωρίον πα-  
 ρακείμενον παρά τινα εὐθείαν, πρὸς ἣν λόγον ἔχει ἡ  
 15 ἐπ' εὐθείας μὲν οὖσα τῇ διαμέτρῳ τῆς τομῆς, ὑπο-  
 τείνουσα δὲ τὴν ἐκτὸς τοῦ τριγώνου γωνίαν, ὃν τὸ  
 τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ἡγμένης ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ  
 κῶνου παρὰ τὴν διάμετρον τῆς τομῆς ἕως τῆς βάσεως  
 τοῦ τριγώνου πρὸς τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν τῆς  
 20 βάσεως τμημάτων, ὧν ποιεῖ ἡ ἀχθεῖσα, πλάτος ἔχον  
 τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπ' αὐτῆς ἀπὸ τῆς διαμέτρου  
 πρὸς τῇ κορυφῇ τῆς τομῆς, ὑπερβάλλον εἶδει ὁμοίῳ  
 τε καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τε τῆς  
 ὑποτείνουσας τὴν ἐκτὸς γωνίαν τοῦ τριγώνου καὶ τῆς  
 25 παρ' ἣν δύνανται αἱ καταγόμεναι· καλείσθω δὲ ἡ  
 τοιαύτη τομὴ ὑπερβολή.

ἔστω κῶνος, οὗ κορυφὴ μὲν τὸ Α σημεῖον, βάσις  
 δὲ ὁ ΒΓ κύκλος, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ

4. ιβ'] p, om. V, m. 2 v. 15. εὐθείας] comp. V. μένουσα V,  
 corr. Command.



uocetur autem talis sectio parabola,  $\Theta Z$  autem recta parametrus rectarum ad  $ZH$  diametrum ordinate ductarum, uocetur autem etiam latus rectum.

## XII.

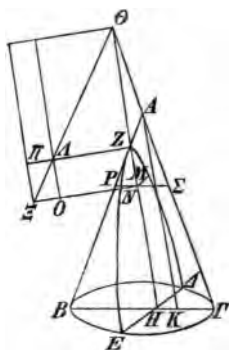
Si conus per axem plano secatur, secatur autem alio quoque plano, quod basim conii secundum rectam secat ad basim trianguli per axem positi perpendicularem, et diametrus sectionis producta cum latere aliquo trianguli per axem positi extra uerticem conii concurrit, quaelibet recta, quae a sectione ducitur parallela communi sectioni plani secantis basisque conii, ad diametrum sectionis sumpta quadrata aequalis erit spatio cuidam rectae applicato, ad quam recta in producta diametro sectionis posita, subtendens autem sub angulo trianguli extrinsecus posito, rationem habet, quam quadratum rectae a uertice conii ad basim trianguli diametro sectionis parallelae ductae ad rectangulum comprehensum partibus basis, quas efficit recta ducta, latitudinem habens rectam ab ea ex diametro ad uerticem sectionis abscisam, excedens figura simili similiterque posita rectangulo comprehenso recta sub angulo trianguli extrinsecus posito subtendenti parametroque; uocetur autem talis sectio hyperbola.

sit conus, cuius uertex sit  $A$  punctum, basis autem circulus  $B\Gamma$ , et per axem plano secetur, quod sectionem efficiat  $AB\Gamma$  triangulum, secetur autem alio quoque plano basim conii secanti secundum rectam  $\Delta E$  ad  $B\Gamma$  basim trianguli  $AB\Gamma$  perpendicularem, et in superficie conii sectionem efficiat lineam  $\Delta ZE$ , diametrus autem sectionis  $ZH$  producta cum  $A\Gamma$  latere trianguli

ἄξονος, καὶ ποιεῖται τομὴν τὸ  $ΑΒΓ$  τριγώνου, τετμήσθω  
 δὲ καὶ ἐτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι τὴν βάσιν τοῦ κώνου  
 κατ' εὐθείαν τὴν  $ΔΕ$  πρὸς ὀρθὰς οὕσαν τῇ  $ΒΓ$  βάσει  
 τοῦ  $ΑΒΓ$  τριγώνου, καὶ ποιεῖται τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ  
 5 τοῦ κώνου τὴν  $ΔΖΕ$  γραμμὴν, ἣ δὲ διάμετρος τῆς τομῆς  
 ἢ  $ZH$  ἐκβαλλομένη συμπιπτεύω μιᾷ πλευρᾷ τοῦ  $ΑΒΓ$   
 τριγώνου τῇ  $ΑΓ$  ἐκτὸς τῆς τοῦ κώνου κορυφῆς κατὰ  
 τὸ  $\Theta$ , καὶ διὰ τοῦ  $A$  τῇ διαμέτρῳ τῆς τομῆς τῇ  $ZH$   
 παράλληλος ἤχθω ἢ  $AK$ , καὶ τεμνέτω τὴν  $ΒΓ$ , καὶ  
 10 ἀπὸ τοῦ  $Z$  τῇ  $ZH$  πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἢ  $ZΛ$ , καὶ  
 πεποιήσθω, ὡς τὸ ἀπὸ  $KA$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $BKΓ$ , οὕτως  
 ἢ  $Z\Theta$  πρὸς  $ZΛ$ , καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς  
 τυχὸν τὸ  $M$ , καὶ διὰ τοῦ  $M$  τῇ  $ΔΕ$  παράλληλος  
 ἤχθω ἢ  $MN$ , διὰ δὲ τοῦ  $N$  τῇ  $ZΛ$  παράλληλος ἢ  
 15  $NOΞ$ , καὶ ἐπιξευχθεῖσα ἢ  $\ThetaΛ$  ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ  $\Xi$ ,  
 καὶ διὰ τῶν  $A$ ,  $\Xi$  τῇ  $ZN$  παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ  
 $AO$ ,  $\Xi\Pi$ . λέγω, ὅτι ἢ  $MN$  δύναται τὸ  $ZΞ$ , ὃ παρά-  
 κειται παρὰ τὴν  $ZΛ$  πλάτος ἔχον τὴν  $ZN$  ὑπερβάλλον  
 εἶδει τῷ  $AΞ$  ὁμοίῳ ὄντι τῷ ὑπὸ τῶν  $\Theta ZΛ$ .  
 20 ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ  $N$  τῇ  $ΒΓ$  παράλληλος ἢ  $PNΣ$ .  
 ἔστι δὲ καὶ ἢ  $NM$  τῇ  $ΔΕ$  παράλληλος· τὸ ἄρα διὰ  
 τῶν  $MN$ ,  $PΣ$  ἐπίπεδον παράλληλόν ἐστι τῷ διὰ τῶν  
 $ΒΓ$ ,  $ΔΕ$ , τουτέστι τῇ βάσει τοῦ κώνου. εἰάν ἄρα  
 ἐκβληθῇ τὸ διὰ τῶν  $MN$ ,  $PΣ$  ἐπίπεδον, ἢ τομῆ  
 25 κύκλος ἔσται, οὗ διάμετρος ἢ  $PNΣ$ . καὶ ἔστιν ἐπὶ  
 αὐτὴν κάθετος ἢ  $MN$ . τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν  $PNΣ$  ἴσον  
 ἔστι τῷ ἀπὸ τῆς  $MN$ . καὶ ἐπεὶ ἔστιν, ὡς τὸ ἀπὸ  $AK$   
 πρὸς τὸ ὑπὸ  $BKΓ$ , οὕτως ἢ  $Z\Theta$  πρὸς  $ZΛ$ , ὃ δὲ τοῦ

2. Ante τέμνοντι del. διὰ τοῦ ἄξονος m. 1 V. 11. πε-  
 ποιείσθω V, corr. p.  $KA$ ] p,  $KA$  V, corr. m. 2 v. 15.  $NOΞ$ ] p;  
 $OΞ$  corr. ex  $\OmegaΞ$  post ras. unius litt. V,  $\OmegaΞ$  supra scr. N m. 2 v.

$AB\Gamma$  extra uerticem conici concurrat in  $\Theta$ , et per  $A$  diametro sectionis  $ZH$  parallela ducatur  $AK$  secetque  $B\Gamma$ , et a  $Z$  ad  $ZH$  perpendicularis ducatur  $ZA$ , fiatque



$KA^2 : BK \times K\Gamma = Z\Theta : ZA$ ,  
 et in sectione sumatur punctum  
 aliquod  $M$ , et per  $M$  rectae  $\Delta E$   
 parallela ducatur  $MN$ , per  $N$   
 autem rectae  $ZA$  parallela  $NO\Xi$ ,  
 et ducta  $\Theta A$  producat ad  $\Xi$ ,  
 et per puncta  $A, \Xi$  rectae  $ZN$   
 parallelae ducantur  $AO, \Xi\Pi$ . dico,  
 esse  $MN^2 = Z\Xi$ , quod rectae  $ZA$

adplicatum est latitudinem habens  $ZN$  et excedens  
 figura  $A\Xi$  simili rectangulo  $\Theta Z \times ZA$  [Eucl. I, 26].

ducatur enim per  $N$  rectae  $B\Gamma$  parallela  $PN\Sigma$ ;  
 est autem etiam  $NM$  rectae  $\Delta E$  parallela; quare  
 planum rectarum  $MN, P\Sigma$  plano rectarum  $B\Gamma, \Delta E$   
 parallelum est [Eucl. XI, 15], hoc est basi conici. itaque  
 ducto plano rectarum  $MN, P\Sigma$  sectio circulus  
 erit, cuius diametrus est  $PN\Sigma$  [prop. IV]. et ad eam  
 perpendicularis est  $MN$ . itaque  $PN \times N\Sigma = MN^2$ .  
 et quoniam est

$$AK^2 : BK \times K\Gamma = Z\Theta : ZA,$$

et est

$$AK^2 : BK \times K\Gamma = (AK : K\Gamma) \times (AK : KB),$$

erit etiam

$$Z\Theta : ZA = (AK : K\Gamma) \times (AK : KB).$$

est autem

$$AK : K\Gamma = \Theta H : H\Gamma = \Theta N : N\Sigma$$
 [Eucl. VI, 4]

ἴση· ὥστε καὶ ἡ  $H\Theta$  τῇ  $\Theta\Phi$ . ἡ ἄρα  $\Theta H$  ἐκβαλλομένη ἕως τοῦ ἐτέρου μέρους τῆς τομῆς δίχα τέμνεται ὑπὸ τῆς  $\Delta\Theta$ .

ἰς'.

5 Ἐὰν διὰ τῆς διχοτομίας τῆς πλαγίας πλευρᾶς τῶν ἀντικειμένων ἀχθῆ τις εὐθεῖα παρὰ τεταγμένως κατηγμένην, διάμετρος ἔσται τῶν ἀντικειμένων συζυγῆς τῇ προὔπαρχούσῃ διαμέτρῳ.

ἔστωσαν ἀντικείμενοι, ὧν διάμετρος ἡ  $AB$ , καὶ  
10 τετμήσθω δίχα ἡ  $AB$  κατὰ τὸ  $\Gamma$ , καὶ διὰ τοῦ  $\Gamma$  ἤχθω παρὰ τεταγμένως κατηγμένην ἡ  $\Gamma\Delta$ . λέγω, ὅτι διάμετρος ἔστιν ἡ  $\Gamma\Delta$  συζυγῆς τῇ  $AB$ .

ἔστωσαν γὰρ παρ' αἷς δύνανται αἱ καταγόμεναι αἱ  
 $AE$ ,  $BZ$  εὐθεῖαι, καὶ ἐπιξευχθεῖσαι αἱ  $AZ$ ,  $BE$  ἐκ-  
15 βεβλήσθωσαν, καὶ εἰλήφθω τι ἐπὶ τῆς ἐτέρας τῶν τομῶν  
τυχὸν σημεῖον τὸ  $H$ , καὶ διὰ μὲν τοῦ  $H$  τῇ  $AB$  παρ-  
άλληλος ἤχθω ἡ  $H\Theta$ , ἀπὸ δὲ τῶν  $H$ ,  $\Theta$  κατήχθωσαν  
τεταγμένως αἱ  $HK$ ,  $\Theta\Lambda$ , διὰ δὲ τῶν  $K$ ,  $\Lambda$  ταῖς  $AE$ ,  $BZ$   
παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ  $KM$ ,  $\Lambda N$ . ἐπεὶ οὖν ἴση ἔστιν  
20 ἡ  $HK$  τῇ  $\Theta\Lambda$ , ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς  $HK$  τῷ ἀπὸ  
τῆς  $\Theta\Lambda$ . ἀλλὰ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς  $HK$  ἴσον ἔστι τῷ ὑπὸ  
τῶν  $AKM$ , τὸ δὲ ἀπὸ τῆς  $\Theta\Lambda$  ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν  $B\Lambda N$ .  
τὸ ἄρα ὑπὸ  $AKM$  ἴσον ἔστι τῷ ὑπὸ  $B\Lambda N$ . καὶ ἐπεὶ  
ἴση ἔστιν ἡ  $AE$  τῇ  $BZ$ , ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ  $AE$  πρὸς  $AB$ ,  
25 οὕτως ἡ  $BZ$  πρὸς  $BA$ . ἀλλ' ὡς μὲν ἡ  $AE$  πρὸς  $AB$ ,  
οὕτως ἡ  $MK$  πρὸς  $KB$ , ὡς δὲ ἡ  $ZB$  πρὸς  $BA$ , οὕτως  
ἡ  $NA$  πρὸς  $AA$ . καὶ ὡς ἄρα ἡ  $MK$  πρὸς  $KB$ , οὕτως

1. ἡ] (pr.) p, om. V. 4. ἰς'] p, om. V, m. 2 v. 6. παρα-  
τεταγμένως κατηγμένη V; corr. Halley. 11. παρατεταγμένως  
κατηγμένη V; corr. Halley. 21. ἴσον] om. V; corr. p.

et

$$AK : KB = ZH : HB = ZN : NP \text{ [ib.]}$$

itaque

$$\Theta Z : ZA = (\Theta N : N\Sigma) \times (ZN : NP).$$

est autem

$$(\Theta N : N\Sigma) \times (ZN : NP) = \Theta N \times NZ : \Sigma N \times NP.$$

quare

$$\Theta N \times NZ : \Sigma N \times NP = \Theta Z : ZA = \Theta N : N\Xi \text{ [ib.]}$$

sumpta autem communi altitudine  $ZN$  est

$$\Theta N : N\Xi = \Theta N \times NZ : ZN \times N\Xi.$$

quare etiam

$$\Theta N \times NZ : \Sigma N \times NP = \Theta N \times NZ : \Xi N \times NZ.$$

itaque

$$\Sigma N \times NP = \Xi N \times NZ \text{ [Eucl. V, 9].}$$

demonstrauimus autem, esse

$$MN^2 = \Sigma N \times NP.$$

itaque etiam

$$MN^2 = \Xi N \times NZ.$$

uerum

$$\Xi N \times NZ = \Xi Z.$$

ergo  $MN$  quadrata aequalis est rectangulo  $\Xi Z$ , quod rectae  $ZA$  adplicatum est latitudinem habens  $ZN$  et excedens spatio  $A\Xi$  simili rectangulo  $\Theta ZA$ . uocetur autem talis sectio hyperbola,  $AZ$  autem parametris rectarum ad  $ZH$  ordinate ductarum; uocetur autem eadem latus rectum, transuersum uero  $Z\Theta$ .

ἡ  $ΝΑ$  πρὸς τὴν  $ΑΑ$ . ἀλλ' ὡς ἡ  $ΜΚ$  πρὸς τὴν  $ΚΒ$ ,  
 τῆς  $ΚΑ$  κοινῶ ὕψους λαμβανομένης οὕτως τὸ ὑπὸ  
 $ΜΚΑ$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $ΒΚΑ$ , ὡς δὲ ἡ  $ΝΑ$  πρὸς  $ΑΑ$ ,  
 τῆς  $ΒΑ$  κοινῶ ὕψους λαμβανομένης οὕτως τὸ ὑπὸ  
 5  $ΝΑΒ$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $ΑΑΒ$ . καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $ΜΚΑ$   
 πρὸς τὸ ὑπὸ  $ΒΚΑ$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $ΝΑΒ$  πρὸς τὸ ὑπὸ  
 $ΑΑΒ$ . καὶ ἐναλλάξ, ὡς τὸ ὑπὸ  $ΜΚΑ$  πρὸς τὸ ὑπὸ  
 $ΝΑΒ$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $ΒΚΑ$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $ΑΑΒ$ . καὶ  
 ἐστὶν ἴσον τὸ ὑπὸ  $ΜΚΑ$  τῷ ὑπὸ  $ΝΑΒ$ . ἴσον ἄρα  
 10 ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ  $ΒΚΑ$  τῷ ὑπὸ  $ΑΑΒ$ . ἴση ἄρα ἡ  $ΑΚ$   
 τῇ  $ΑΒ$ . ἔστι δὲ καὶ ἡ  $ΑΓ$  τῇ  $ΓΒ$  ἴση· καὶ ὅλη ἄρα  
 ἡ  $ΚΓ$  ὅλη τῇ  $ΓΑ$  ἴση ἐστίν· ὥστε καὶ ἡ  $ΗΞ$  τῇ  $ΞΘ$ .  
 ἡ  $ΗΘ$  ἄρα δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς  $ΞΓΔ$ · καὶ ἐστὶ παρ-  
 ἀλληλος τῇ  $ΑΒ$ · διάμετρος ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ  $ΞΓΔ$  συ-  
 15 ζυγῆς τῇ  $ΑΒ$ .

### ὄροι β'.

Τῆς ὑπερβολῆς καὶ τῆς ἐλλείψεως ἑκατέρας ἡ διχο-  
 τομία τῆς διαμέτρου κέντρον τῆς τομῆς καλεῖσθω, ἡ  
 δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου πρὸς τὴν τομὴν προσπίπτουσα ἐκ  
 20 τοῦ κέντρου τῆς τομῆς.

ὁμοίως δὲ καὶ τῶν ἀντικειμένων ἡ διχοτομία τῆς  
 πλαγίας πλευρᾶς κέντρον καλεῖσθω.

ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἠγγμένη παρὰ τεταγμένως  
 κατηγμένην μέσον τε λόγον ἔχουσα τῶν τοῦ εἶδους  
 25 πλευρῶν καὶ δίχα τεμνομένη ὑπὸ τοῦ κέντρου δευτέρα  
 διάμετρος καλεῖσθω.

3.  $ΝΑ$ ]  $cv$ ,  $ΝΑ$  uel  $ΜΑ$   $V$ ,  $ΚΑ$   $p$ . 10. ἄρα] ἄρα καὶ  $cp$ ,  
 ἄρα ἐστίν  $Eutocius$ . 13.  $ΞΓΔ$ ]  $cv$ ,  $Γ$   $ins.$   $m.$  1  $V$ ;  $ΔΓΞ$   $p$ .  
 21. ἀντικειμένων  $V$ ;  $corr.$   $cvp$ . 23. παρατεταγμένως  $V$ ,  
 ut uulgo.

## XIII.

Si conus per axem plano secatur, secatur autem alio quoque plano, quod cum utroque latere trianguli per axem positi concurrat, sed neque basi conii parallelum ducitur neque e contrario, et si planum, in quo est basis conii, planumque secans concurrunt in recta perpendiculari aut ad basim trianguli per axem positi aut ad eam productam, quaelibet recta, quae a sectione conii communi sectioni planorum parallela ducitur, ad diametrum sectionis sumpta quadrata aequalis erit spatio adplicato rectae cuidam, ad quam diametrus sectionis rationem habet, quam habet quadratum rectae a uertice conii diametro sectionis parallelae ductae usque ad basim trianguli ad rectangulum comprehensum rectis ab ea ad latera trianguli abscisis, latitudinem habens rectam ab ea e diametro ad uerticem sectionis abscisam et figura deficiens simili similiterque posita rectangulo a diametro parametroque comprehenso; nocetur autem talis sectio ellipsis.

sit conus, cuius uertex sit  $A$  punctum, basis autem  $B\Gamma$  circulus, et per axem plano secetur, quod sectionem efficiat triangulum  $AB\Gamma$ , secetur autem alio quoque plano, quod cum utroque latere trianguli per axem positi concurrat, sed neque basi conii parallelum neque e contrario ductum sit, et in superficie conii sectionem efficiat lineam  $\Delta E$ ; communis autem sectio plani secantis eiusque plani, in quo est basis conii, sit  $ZH$  ad  $B\Gamma$  perpendicularis, diametrus autem sectionis sit  $E\Delta$ , et ab  $E$  ad  $E\Delta$  perpendicularis ducatur  $E\Theta$ , per  $A$  autem rectae  $E\Delta$  parallela ducatur  $AK$ , et fiat

κοινή δὲ τομὴ τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου καὶ τοῦ, ἐν ᾧ  
 ἔστιν ἡ βάσις τοῦ κώνου, ἔστω ἡ  $ZH$  πρὸς ὀρθὰς  
 οὔσα τῇ  $BΓ$ , ἡ δὲ διάμετρος τῆς τομῆς ἔστω ἡ  $EΔ$ ,  
 καὶ ἀπὸ τοῦ  $E$  τῇ  $EΔ$  πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ  $EΘ$ , καὶ  
 5 διὰ τοῦ  $A$  τῇ  $EΔ$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $AK$ , καὶ  
 πεποιήσθω ὡς τὸ ἀπὸ  $AK$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $BKΓ$ , οὔτως  
 ἡ  $ΔE$  πρὸς τὴν  $EΘ$ , καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς  
 τομῆς τὸ  $Λ$ , καὶ διὰ τοῦ  $Λ$  τῇ  $ZH$  παράλληλος ἤχθω  
 ἡ  $ΛM$ . λέγω, ὅτι ἡ  $ΛM$  δύναιται τι χωρίον, ὃ παρὰ-  
 10 κείται παρὰ τὴν  $EΘ$  πλάτος ἔχον τὴν  $EM$  ἐλλείπον  
 εἶδει ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ τῶν  $ΔEΘ$ .

ἐπεξεύχθω γὰρ ἡ  $ΔΘ$ , καὶ διὰ μὲν τοῦ  $M$  τῇ  $ΘE$   
 παράλληλος ἤχθω ἡ  $MΞN$ , διὰ δὲ τῶν  $Θ$ ,  $Ξ$  τῇ  $EM$   
 παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ  $ΘN$ ,  $ΞO$ , καὶ διὰ τοῦ  $M$  τῇ  
 15  $BΓ$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $ΠMP$ . ἐπεὶ οὖν ἡ  $ΠP$  τῇ  
 $BΓ$  παράλληλός ἐστιν, ἔστι δὲ καὶ ἡ  $ΛM$  τῇ  $ZH$   
 παράλληλος, τὸ ἄρα διὰ τῶν  $ΛM$ ,  $ΠP$  ἐπίπεδον παρ-  
 ἀλληλόν ἐστι τῷ διὰ τῶν  $ZH$ ,  $BΓ$  ἐπιπέδῳ, τουτέστι  
 τῇ βάσει τοῦ κώνου. ἐὰν ἄρα ἐκβληθῇ διὰ τῶν  $ΛM$ ,  
 20  $ΠP$  ἐπίπεδον, ἡ τομὴ κύκλος ἔσται, οὗ διάμετρος ἡ  
 $ΠP$ . καὶ ἔστι κάθετος ἐπ' αὐτὴν ἡ  $ΛM$ . τὸ ἄρα ὑπὸ  
 τῶν  $ΠMP$  ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς  $ΛM$ . καὶ ἐπεὶ ἔστιν,  
 ὡς τὸ ἀπὸ τῆς  $AK$  πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν  $BKΓ$ , οὔτως  
 ἡ  $EΔ$  πρὸς τὴν  $EΘ$ , ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ τῆς  $AK$  πρὸς τὸ  
 25 ὑπὸ τῶν  $BKΓ$  λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ, ὃν ἔχει ἡ  $AK$   
 πρὸς  $KB$ , καὶ ἡ  $AK$  πρὸς  $KΓ$ , ἀλλ' ὡς μὲν ἡ  $AK$   
 πρὸς  $KB$ , οὔτως ἡ  $EH$  πρὸς  $HB$ , τουτέστιν ἡ  $EM$   
 πρὸς  $MΠ$ , ὡς δὲ ἡ  $AK$  πρὸς  $KΓ$ , οὔτως ἡ  $ΔH$  πρὸς  
 $HΓ$ , τουτέστιν ἡ  $ΔM$  πρὸς  $MP$ , ὁ ἄρα τῆς  $ΔE$  πρὸς

4.  $EΘ$ ] e corr. m. 1 V. 6. πεποιείσθω V; corr. p. 13.  
 $MΞN$ ]  $MNΞ$  V; corr. Command. 15. †] (pr.) om. V; corr. p.





τὴν  $E\Theta$  λόγος σύγκειται ἐκ τε τοῦ τῆς  $EM$  πρὸς  $ΜΠ$   
καὶ τοῦ τῆς  $\Delta M$  πρὸς  $MP$ . ὁ δὲ συγκείμενος λόγος  
ἐκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἡ  $EM$  πρὸς  $ΜΠ$ , καὶ ἡ  $\Delta M$  πρὸς  
 $MP$ , ὁ τοῦ ὑπὸ τῶν  $EM\Delta$  ἐστὶ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν  
5  $ΠMP$ . ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ τῶν  $EM\Delta$  πρὸς τὸ  
ὑπὸ τῶν  $ΠMP$ , οὕτως ἡ  $\Delta E$  πρὸς τὴν  $E\Theta$ , τουτέστιν  
ἡ  $\Delta M$  πρὸς τὴν  $MΞ$ . ὡς δὲ ἡ  $\Delta M$  πρὸς  $MΞ$ , τῆς  
 $ME$  κοινῶς ὕψους λαμβανομένης οὕτως τὸ ὑπὸ  $\Delta ME$   
πρὸς τὸ ὑπὸ  $ΞME$ . καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $\Delta ME$  πρὸς  
10 τὸ ὑπὸ  $ΠMP$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $\Delta ME$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $ΞME$ .  
ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ  $ΠMP$  τῷ ὑπὸ  $ΞME$ . τὸ δὲ  
ὑπὸ  $ΠMP$  ἴσον ἐδείχθη τῷ ἀπὸ τῆς  $AM$  καὶ τὸ  
ὑπὸ  $ΞME$  ἄρα ἐστὶν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς  $AM$ . ἡ  $AM$   
ἄρα δύναται τὸ  $MO$ , ὃ παράκειται παρὰ τὴν  $\Theta E$  πλάτος  
15 ἔχον τὴν  $EM$  ἔλλειπον εἶδει τῷ  $ON$  ὁμοίῳ ὄντι τῷ  
ὑπὸ  $\Delta E\Theta$ . καλεῖσθω δὲ ἡ μὲν τοιαύτη τομὴ ἔλλειψις,  
ἡ δὲ  $E\Theta$  παρ' ἣν δύνανται αἱ καταγόμεναι ἐπὶ τὴν  
 $\Delta E$  τεταγμένως, ἡ δὲ αὐτὴ καὶ ὀρθία, πλαγία δὲ  
ἡ  $E\Delta$ .

20

ιδ'.

Ἐὰν αἱ κατὰ κορυφὴν ἐπιφάνειαι ἐπιπέδῳ τμηθῶσι  
μὴ διὰ τῆς κορυφῆς, ἐστὶ ἐν ἑκατέρῃ τῶν ἐπιφανειῶν  
τομὴ ἡ καλουμένη ὑπερβολή, καὶ τῶν δύο τομῶν ἣ  
τε διάμετρος ἡ αὐτὴ ἐστὶ, καὶ παρ' ἃς δύνανται αἱ  
25 ἐπὶ τὴν διάμετρον καταγόμεναι παράλληλοι τῇ ἐν τῇ  
βάσει τοῦ κώνου εὐθείᾳ ἴσαι, καὶ τοῦ εἶδους ἡ πλα-  
γία πλευρὰ κοινὴ ἢ μεταξὺ τῶν κορυφῶν τῶν τομῶν·  
καλεῖσθωσαν δὲ αἱ τοιαῦται τομαὶ ἀντικείμεναι.

4. ὁ τοῦ — 5.  $ΠMP$ ] bis V, corr. cp et m. 2 v. 20. ιδ'] p,  
om. V, m. 2 v. 25. ἐπὶ] παρὰ V p; corr. Halley. 26. εὐθείᾳ]  
ego, εὐθείαι V.

erit

$$\triangle E : E\Theta = (EM : M\Pi) \times (\triangle M : MP).$$

est autem

$$(EM : M\Pi) \times (\triangle M : MP) = EM \times M\Delta : \Pi M \times MP.$$

itaque

$$EM \times M\Delta : \Pi M \times MP = \triangle E : E\Theta = \triangle M : M\xi$$

[ib.]. sed sumpta communi altitudine  $ME$  est

$$\triangle M : M\xi = \triangle M \times ME : \xi M \times ME.$$

quare etiam

$$\triangle M \times ME : \Pi M \times MP = \triangle M \times ME : \xi M \times ME.$$

itaque

$$\Pi M \times MP = \xi M \times ME \text{ [Eucl. V, 9].}$$

demonstrauimus autem, esse

$$\Pi M \times MP = \triangle M^2.$$

quare etiam

$$\xi M \times ME = \triangle M^2.$$

ergo  $\triangle M$  quadrata aequalis est spatio  $MO$  ad  $\Theta E$  adplicato, quod latitudinem habet  $EM$  et spatio  $ON$  deficit simili rectangulo  $\triangle E \times E\Theta$ ; uocetur autem talis sectio ellipsis,  $E\Theta$  autem parametris rectarum ad  $\triangle E$  ordinate ductarum, eadem autem etiam latus rectum, transuersum uero  $E\Delta$ .

#### XIV.

Si superficies ad uerticem inter se positae plano secantur per uerticem non ducto, in utraque superficie sectio orietur hyperbola, quae uocatur, et ambarum sectionum diametrus eadem erit, et parametri rectarum ad diametrum rectae in basi conii positae parallelarum ductarum aequales, et transuersum figurae latus commune recta inter uertices sectionum posita; uocentur autem tales sectiones oppositae.

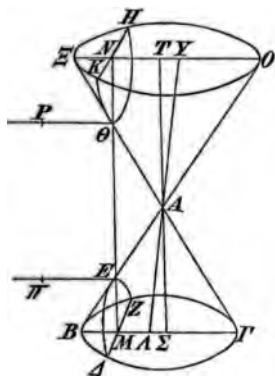
ἔστωσαν αἱ κατα κορυφήν ἐπιφάνειαι, ὧν κορυφή τὸ  $A$  σημειον, καὶ τετμήσθωσαν ἐπιπέδῳ μὴ διὰ τῆς κορυφῆς, καὶ ποιείτω ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τομὰς τὰς  $\Delta EZ$ ,  $H\Theta K$ . λέγω, ὅτι ἑκατέρω τῶν  $\Delta EZ$ ,  $H\Theta K$   
 5 τομῶν ἔστιν ἡ καλουμένη ὑπερβολή.

ἔστω γὰρ ὁ κύκλος, καθ' οὗ φέρεται ἡ τὴν ἐπιφάνειαν γράφουσα εὐθεῖα, ὁ  $B\Delta\Gamma Z$ , καὶ ἤχθω ἐν τῇ κατα κορυφήν ἐπιφανείᾳ παράλληλον αὐτῷ ἐπίπεδον τὸ  $\Xi H\Theta K$ . κοινὰ δὲ τομαὶ τῶν  $H\Theta K$ ,  $Z E\Delta$  τομῶν  
 10 καὶ τῶν κύκλων αἱ  $Z\Delta$ ,  $HK$ . ἔσονται δὴ παράλληλοι. ἄξων δὲ ἔστω τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας ἡ  $\Lambda AT$  εὐθεῖα, κέντρα δὲ τῶν κύκλων τὰ  $A$ ,  $\Gamma$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $A$  ἐπὶ τὴν  $Z\Delta$  κάθετος ἀχθεῖσα ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὰ  $B$ ,  $\Gamma$  σημεία, καὶ διὰ τῆς  $B\Gamma$  καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον  
 15 ἐκβεβλήσθω· ποιήσει δὴ τομὰς ἐν μὲν τοῖς κύκλοις παραλλήλους εὐθείας τὰς  $\Xi O$ ,  $B\Gamma$ , ἐν δὲ τῇ ἐπιφανείᾳ τὰς  $BAO$ ,  $\Gamma A\Xi$ . ἔσται δὴ καὶ ἡ  $\Xi O$  τῇ  $HK$  πρὸς ὀρθάς, ἐπειδὴ καὶ ἡ  $B\Gamma$  τῇ  $Z\Delta$  ἐστὶ πρὸς ὀρθάς, καὶ ἔστιν ἑκατέρω παράλληλος. καὶ ἐπεὶ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος  
 20 ἐπίπεδον ταῖς τομαῖς συμβάλλει κατα τὰ  $M$ ,  $N$  σημεία ἐντὸς τῶν γραμμῶν, δῆλον, ὡς καὶ τὰς γραμμὰς τέμνει τὸ ἐπίπεδον. τεμνέτω κατα τὰ  $\Theta$ ,  $E$ . τὰ ἄρα  $M$ ,  $E$ ,  $\Theta$ ,  $N$  σημεία ἐν τε τῷ διὰ τοῦ ἄξονός ἐστιν ἐπιπέδῳ καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ, ἐν ᾧ εἰσιν αἱ γραμμαὶ· εὐθεῖα ἄρα  
 25 ἔστιν ἡ  $ME\Theta N$  γραμμὴ. καὶ φανερόν, ὅτι τὰ τε  $\Xi$ ,  $\Theta$ ,  $A$ ,  $\Gamma$  ἐπ' εὐθείας ἐστὶ καὶ τὰ  $B$ ,  $E$ ,  $A$ ,  $O$ . ἐν τε γὰρ τῇ κωνικῇ ἐπιφανείᾳ ἐστὶ καὶ ἐν τῷ διὰ τοῦ ἄξονος ἐπιπέδῳ. ἤχθωσαν δὲ ἀπὸ μὲν τῶν  $\Theta$ ,  $E$  τῇ

3. ποιείτω] scripsi, ποιείτωσαν Vp. 9.  $Z E\Delta$ ,  $H\Theta K$  Halley cum Command. 20. συμβάλλει] συμ- contorte V, συμβ- rep. mg. m. rec.

sint superficies ad uerticem inter se positae, quarum uertex sit  $A$  punctum, et plano secentur per uerticem non posito, quod in superficie sectiones efficiat  $\Delta EZ$ ,  $H\Theta K$ . dico, utramque sectionem  $\Delta EZ$ ,  $H\Theta K$  hyperbolam esse, quae uocatur.

sit enim  $B\Delta\Gamma Z$  circulus, per quem recta superficiem describens fertur, et in superficie ad uerticem posita ei parallelum planum ducatur  $\Xi HOK$ ; com-



unes autem sectiones sectionum  $H\Theta K$ ,  $Z\Delta$  circularumque [prop. IV] sunt  $Z\Delta$ ,  $HK$ ; parallelae igitur erunt [Eucl. XI, 16]. axis autem superficiei conicae sit recta  $AA'$ , et centra circularum  $A$ ,  $T$ , et recta ab  $A$  ad  $Z\Delta$  perpendicularis ducta ad puncta  $B$ ,  $\Gamma$  producatur, et per  $B\Gamma$  axemque planum ducatur; sectiones igitur efficiet in circulis rectas

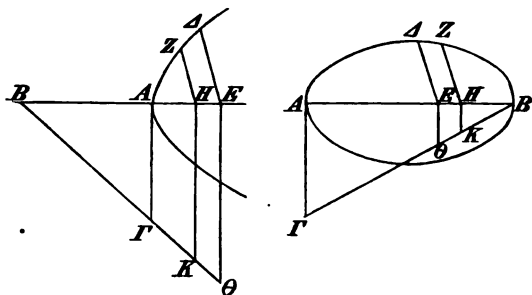
parallelas [ib.]  $\Xi O$ ,  $B\Gamma$ , in superficie autem  $BAO$ ,  $\Gamma A\Xi$ ; erit igitur etiam  $\Xi O$  ad  $HK$  perpendicularis, quoniam  $B\Gamma$  ad  $Z\Delta$  perpendicularis est et utraque utrique parallela [Eucl. XI, 10]. et quoniam planum per axem ductum cum sectionibus in punctis  $M$ ,  $N$  concurrat intra lineas positus, adparet, idem planum lineas secare. secet in punctis  $\Theta$ ,  $E$ . itaque puncta  $M$ ,  $E$ ,  $\Theta$ ,  $N$  et in plano per axem ducto et in plano, in quo lineae, posita sunt; recta igitur est linea  $ME\Theta N$  [Eucl. XI, 3]. et manifestum est, et  $\Xi$ ,  $\Theta$ ,  $A$ ,  $\Gamma$  in eadem recta esse et  $B$ ,  $E$ ,  $A$ ,  $O$ ; nam et in superficie conica sunt et in

ΘΕ πρὸς ὀρθὰς αἰ ΘΡ, ΕΠ, διὰ δὲ τοῦ Α τῆ ΜΕΘΝ  
 παράλληλος ἦχθω ἢ ΣΑΤ, καὶ πεποιήσθω, ὡς μὲν  
 τὸ ἀπὸ τῆς ΑΣ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΣΓ, οὕτως ἢ ΘΕ  
 πρὸς ΕΠ, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΤ πρὸς τὸ ὑπὸ ΟΤΞ,  
 5 οὕτως ἢ ΕΘ πρὸς ΘΡ. ἐπεὶ οὖν κῶνος, οὗ κορυφῆ  
 μὲν τὸ Α σημείον, βάσις δὲ ὁ ΒΓ κύκλος, τέτμηται  
 ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ πεποιήκε τομὴν τὸ ΑΒΓ  
 τρίγωνον, τέτμηται δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι  
 τὴν βάσιν τοῦ κῶνου κατ' εὐθείαν τὴν ΔΜΖ πρὸς  
 10 ὀρθὰς οὔσαν τῆ ΒΓ, καὶ πεποιήκε τομὴν ἐν τῇ ἐπι-  
 φανείᾳ τὴν ΔΕΖ, ἢ δὲ διάμετρος ἢ ΜΕ ἐμβαλλομένη  
 συμπέπτωκε μὲν πλευρᾷ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου  
 ἐκτὸς τῆς κορυφῆς τοῦ κῶνου, καὶ διὰ τοῦ Α σημείου  
 τῆ διαμέτρῳ τῆς τομῆς τῆ ΕΜ παράλληλος ἦκται ἢ  
 15 ΑΣ, καὶ ἀπὸ τοῦ Ε τῆ ΕΜ πρὸς ὀρθὰς ἦκται ἢ  
 ΕΠ, καὶ ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ ΑΣ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΣΓ,  
 οὕτως ἢ ΕΘ πρὸς ΕΠ, ἢ μὲν ΔΕΖ ἄρα τομὴ ὑπερ-  
 βολὴ ἐστὶν, ἢ δὲ ΕΠ παρ' ἣν δύνανται αἰ ἐπὶ τὴν  
 ΕΜ καταγόμεναι τεταγμένως, πλαγία δὲ τοῦ εἵδους  
 20 πλευρὰ ἢ ΘΕ. ὁμοίως δὲ καὶ ἢ ΗΘΚ ὑπερβολὴ  
 ἐστὶν, ἣς διάμετρος μὲν ἢ ΘΝ, ἢ δὲ ΘΡ παρ' ἣν  
 δύνανται αἰ ἐπὶ τὴν ΘΝ καταγόμεναι τεταγμένως,  
 πλαγία δὲ τοῦ εἵδους πλευρὰ ἢ ΘΕ.

λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἢ ΘΡ τῆ ΕΠ. ἐπεὶ γὰρ παράλ-  
 25 λήλος ἐστὶν ἢ ΒΓ τῆ ΞΟ, ἐστὶν ὡς ἢ ΑΣ πρὸς ΣΓ,  
 οὕτως ἢ ΑΤ πρὸς ΤΞ, καὶ ὡς ἢ ΑΣ πρὸς ΣΒ, οὕτως  
 ἢ ΑΤ πρὸς ΤΟ. ἀλλ' ὁ τῆς ΑΣ πρὸς ΣΓ λόγος  
 μετὰ τοῦ τῆς ΑΣ πρὸς ΣΒ ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΣ ἐστὶ πρὸς  
 τὸ ὑπὸ ΒΣΓ, ὁ δὲ τῆς ΑΤ πρὸς ΤΞ μετὰ τοῦ τῆς

2. πεποιείσθω V; corr. p. 3. ΒΣΓ] ΒΓΣ V; corr. Memus.  
 16. καὶ — 17. ΕΠ] bis V; corr. cp. 16. ΒΣΓ] ΒΓΣ V

transversi figurae abscisis rationem habent, quam latus rectum figurae ad transversum, inter se autem, quam spatia comprehensa rectis, uti diximus, abscisis.



sit hyperbola uel ellipsis uel ambitus circuli, cuius diametrus sit  $AB$ , parametrus autem  $A\Gamma$ , et ad diametrum ordinate ducantur  $\Delta E$ ,  $ZH$ . dico, esse

$$ZH^2 : AH \times HB = A\Gamma : AB,$$

$$ZH^2 : \Delta E^2 = AH \times HB : AE \times EB.$$

ducatur enim  $B\Gamma$  diagonalis figurae, et per  $E$ ,  $H$  rectae  $A\Gamma$  parallelae ducantur  $E\Theta$ ,  $HK$ . est igitur [prop. XII—XIII; de circulo u. Eutocius]

$ZH^2 = KH \times HA$ ,  $\Delta E^2 = \Theta E \times EA$ . et quoniam est  $KH : HB = \Gamma A : AB$  [Eucl. VI, 4], et  $AH$  communi altitudine sumpta

$$KH : HB = KH \times HA : BH \times HA,$$

erit

$\Gamma A : AB = KH \times HA : BH \times HA = ZH^2 : BH \times HA$ .  
iam eodem modo erit  $\Delta E^2 : BE \times EA = \Gamma A : AB$ .  
quare etiam  $ZH^2 : BH \times HA = \Delta E^2 : BE \times EA$ .  
et permutando [Eucl. V, 16]

$$ZH^2 : \Delta E^2 = BH \times HA : BE \times EA.$$

$AT$  πρὸς  $TO$  ὁ τοῦ ἀπὸ  $AT$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Xi TO$   
 ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ  $AS$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $B\Sigma\Gamma$ , οὕτως  
 τὸ ἀπὸ  $AT$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Xi TO$ . καὶ ἔστιν ὡς μὲν τὸ  
 ἀπὸ  $AS$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $B\Sigma\Gamma$ , ἢ  $\Theta E$  πρὸς  $E\Pi$ , ὡς δὲ  
 5 τὸ ἀπὸ  $AT$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Xi TO$ , ἢ  $\Theta E$  πρὸς  $\Theta P$ . καὶ  
 ὡς ἄρα ἢ  $\Theta E$  πρὸς  $E\Pi$ , ἢ  $E\Theta$  πρὸς  $\Theta P$ . ἴση ἄρα  
 ἔστιν ἢ  $E\Pi$  τῇ  $\Theta P$ .

ιε'.

Ἐὰν ἐν ἑλλείψει ἀπὸ τῆς διχοτομίας τῆς διαμέτρου  
 10 ἀχθείσα εὐθεία τεταγμένως ἐκβληθῇ ἐφ' ἐκάτερα ἕως  
 τῆς τομῆς, καὶ ποιηθῇ ὡς ἢ ἐκβληθεῖσα πρὸς τὴν  
 διάμετρον, ἢ διάμετρος πρὸς τινα εὐθείαν, ἥτις ἂν  
 ἀπὸ τῆς τομῆς ἀχθῇ ἐπὶ τὴν ἐκβληθεῖσαν παράλληλος  
 τῇ διαμέτρῳ, δυνήσεται τὸ παρακείμενον παρὰ τὴν  
 15 τρίτην ἀνάλογον πλάτος ἔχον τὴν ὑπ' αὐτῆς ἀπολαμ-  
 βανομένην πρὸς τῇ τομῇ ἑλλείπον εἶδει ὁμοίῳ τῷ πε-  
 ριεχομένῳ ὑπὸ τε τῆς ἐφ' ἣν ἄγονται καὶ τῆς παρ'  
 ἣν δύνανται, καὶ προσεκβαλλομένη ἕως τοῦ ἐτέρου  
 μέρους τῆς τομῆς δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τῆς ἐφ' ἣν  
 20 κατῆκται.

ἔστω ἑλλειψις, ἥς διάμετρος ἢ  $AB$ , καὶ τετμήσθω  
 ἢ  $AB$  δίχα κατὰ τὸ  $\Gamma$  σημεῖον, καὶ διὰ τοῦ  $\Gamma$  ἤχθω  
 τεταγμένως καὶ ἐκβεβλήσθω ἐφ' ἐκάτερα ἕως τῆς τομῆς  
 ἢ  $\Delta\Gamma E$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $\Delta$  σημείου τῇ  $\Delta E$  πρὸς ὀρθὰς  
 25 ἤχθω ἢ  $\Delta Z$ , καὶ ποιείσθω ὡς ἢ  $\Delta E$  πρὸς  $AB$ , οὕτως  
 ἢ  $AB$  πρὸς τὴν  $\Delta Z$ , καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς  
 τομῆς τὸ  $H$ , καὶ διὰ τοῦ  $H$  τῇ  $AB$  παράλληλος ἤχθω  
 ἢ  $H\Theta$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἢ  $EZ$ , καὶ διὰ μὲν τοῦ  $\Theta$  τῇ

8. ιε'] p, om. V, m. 2 v. 11. ποιήση V, corr. Halley. 19.  
 μέρους] μέτρον V, corr. p et m. 2 v. 23. ἐκβεβλήσθω] cp,  
 ἐκβλήσθω V, corr. m. rec. 24. τοῦ] p, om. V.





$\Delta Z$  παράλληλος ἤχθω ἢ  $\Theta A$ , δια δὲ τῶν  $Z, A$  τῆ  $\Theta A$   
 παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ  $ZK, AM$ . λέγω, ὅτι ἡ  $H\Theta$   
 δύναται τὸ  $\Delta A$ , ὃ παράκειται παρὰ τὴν  $\Delta Z$  πλάτος ἔχον  
 τὴν  $\Delta\Theta$  ἐλλείπον εἶδει τῷ  $\Delta Z$  ὁμοίῳ ὄντι τῷ ὑπὸ  $E\Delta Z$ .  
 5 ἔστω γὰρ παρ' ἣν δύνανται αἱ ἐπὶ τὴν  $AB$  κατ-  
 αγόμεναι τεταγμένως ἡ  $AN$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $BN$ , καὶ  
 διὰ μὲν τοῦ  $H$  τῆ  $\Delta E$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $H\Xi$ , δια  
 δὲ τῶν  $\Xi, \Gamma$  τῆ  $AN$  παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ  $\Xi O, \Gamma\Pi$ ,  
 διὰ δὲ τῶν  $N, O, \Pi$  τῆ  $AB$  παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ  
 10  $NT, OS, TP$ . ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς  $\Delta\Gamma$  τῷ  
 $A\Pi$ , τὸ δὲ ἀπὸ τῆς  $H\Xi$  τῷ  $AO$ . καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς ἡ  
 $BA$  πρὸς  $AN$ , οὕτως ἡ  $B\Gamma$  πρὸς  $\Gamma\Pi$ , καὶ ἡ  $\Pi T$  πρὸς  $TN$ ,  
 ἴση δὲ ἡ  $B\Gamma$  τῆ  $\Gamma A$ , τουτέστι τῆ  $T\Pi$ , καὶ ἡ  $\Gamma\Pi$  τῆ  $TA$ ,  
 ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ μὲν  $A\Pi$  τῷ  $TP$ , τὸ δὲ  $\Xi T$  τῷ  $TT$ .  
 15 καὶ ἐπεὶ το  $OT$  τῷ  $OP$  ἐστίν ἴσον, κοινὸν δὲ τὸ  $NO$ ,  
 τὸ  $TT$  ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ  $NS$ . ἀλλὰ τὸ  $TT$  τῷ  $T\Xi$  ἐστίν  
 ἴσον, κοινὸν δὲ τὸ  $T\Sigma$ . ὅλον ἄρα τὸ  $N\Pi$ , τουτέστι τὸ  
 $\Pi A$ , ἴσον ἐστὶ τῷ  $AO$  μετὰ τοῦ  $PO$ . ὥστε τὸ  $\Pi A$  τοῦ  
 $AO$  ὑπερέχει τῷ  $O\Pi$ . καὶ ἐστὶ το μὲν  $A\Pi$  ἴσον τῷ ἀπο  
 20 τῆς  $\Gamma A$ , τὸ δὲ  $AO$  ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς  $\Xi H$ , τὸ δὲ  $O\Pi$  ἴσον  
 τῷ ὑπὸ  $O\Sigma\Pi$ . τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς  $\Gamma A$  τοῦ ἀπο τῆς  $H\Xi$   
 ὑπερέχει τῷ ὑπὸ τῶν  $O\Sigma\Pi$ . καὶ ἐπεὶ ἡ  $\Delta E$  τέτμηται  
 εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ  $\Gamma$ , εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ  $\Theta$ , τὸ ἄρα  
 ὑπὸ τῶν  $E\Theta A$  μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς  $\Gamma\Theta$ , τουτέστι τῆς  
 25  $\Xi H$ , ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς  $\Gamma A$ . τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς  $\Gamma A$   
 τοῦ ἀπὸ τῆς  $\Xi H$  ὑπερέχει τῷ ὑπὸ τῶν  $E\Theta A$ . ὑπερεῖχε  
 δὲ τὸ ἀπὸ τῆς  $\Gamma A$  τοῦ ἀπὸ τῆς  $H\Xi$  τῷ ὑπὸ τῶν  
 $O\Sigma\Pi$ . τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν  $E\Theta A$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν  
 $O\Sigma\Pi$ . καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς ἡ  $\Delta E$  πρὸς  $AB$ , οὕτως ἡ

1.  $\Theta A$ ]  $\Theta A V$ ; corr. p. 10.  $NT$ ]  $NTP$  Halley cum  
 Command.,  $NP$  p. 12. διὰ τὸ δ' [τοῦ] ε' mg. m. 1 V

$ZK, AM$ . dico, esse  $H\Theta^2 = \Delta A$ , quod rectae  $\Delta Z$  adplicatum est latitudinem habens  $\Delta\Theta$  et figura deficiens  $AZ$  simili rectangulo  $E\Delta Z$ .

sit enim parametrus rectarum ad  $AB$  ordinate ductarum  $AN$ , ducaturque  $BN$ , et per  $H$  rectae  $\Delta E$  parallela ducatur  $H\xi$ , per  $\xi, \Gamma$  autem rectae  $AN$  parallelae ducantur  $\xi O, \Gamma\Pi$ , per  $N, O, \Pi$  autem rectae  $AB$  parallelae ducantur  $NT, O\Sigma, T\Pi$ ; itaque  $\Delta\Gamma^2 = A\Pi, H\xi^2 = AO$  [prop. XIII].

et quoniam est

$BA : AN = B\Gamma : \Gamma\Pi = \Pi T : TN$  [Eucl. VI, 4], et  $B\Gamma = \Gamma A = T\Pi, \Gamma\Pi = TA$ , erit  $A\Pi = TP, \xi T = TT$  [Eucl. VI, 1]. et quoniam  $OT = OP$  [Eucl. I, 43], et  $NO$  commune est, erit  $TT = N\Sigma$ . est autem  $TT = T\xi$ , et  $T\Sigma$  commune. quare  $N\Pi = AO + \Pi O$ , hoc est  $\Pi A = AO + \Pi O$ . itaque  $\Pi A \div AO = O\Pi$ . est autem

$$A\Pi = \Gamma\Delta^2, AO = \xi H^2, O\Pi = O\Sigma \times \Sigma\Pi;$$

itaque

$$\Gamma\Delta^2 \div H\xi^2 = O\Sigma \times \Sigma\Pi.$$

et quoniam  $\Delta E$  in  $\Gamma$  in partes aequales, in  $\Theta$  autem in inaequales secta est, erit  $E\Theta \times \Theta\Delta + \Gamma\Theta^2 = \Gamma\Delta^2$  [Eucl. II, 5] =  $E\Theta \times \Theta\Delta + \xi H^2$ . quare

$$\Gamma\Delta^2 \div \xi H^2 = E\Theta \times \Theta\Delta.$$

erat autem

$$\Gamma\Delta^2 \div H\xi^2 = O\Sigma \times \Sigma\Pi.$$

quare

$$E\Theta \times \Theta\Delta = O\Sigma \times \Sigma\Pi.$$

$\sigma\tau\upsilon\gamma\epsilon\lambda\omega\nu$  add. m. rec. 13.  $\Gamma\Pi$ ]  $B\Pi V$ ; corr. Memus.  $TA$ ]  $\sigma\tau\upsilon\gamma\epsilon\lambda\omega\nu$ ;  $\Pi N V, TN$   $\xi\sigma\tau\upsilon\nu$   $\xi\sigma\eta$  Halley,  $tn$  Command. et Memus.

ἴση· ὥστε καὶ ἡ  $H\Theta$  τῆ  $\Theta\Phi$ . ἡ ἄρα  $\Theta H$  ἐκβαλλομένη ἕως τοῦ ἑτέρου μέρους τῆς τομῆς δίχα τέμνεται ὑπὸ τῆς  $\Delta\Theta$ .

15'.

5 Ἐὰν διὰ τῆς διχοτομίας τῆς πλαγίας πλευρᾶς τῶν ἀντικειμένων ἄχθῃ τις εὐθεῖα παρὰ τεταγμένως κατηγμένην, διάμετρος ἔσται τῶν ἀντικειμένων συζυγῆς τῆ προὔπαρχούσῃ διαμέτρῳ.

ἔστωσαν ἀντικείμενοι, ὧν διάμετρος ἡ  $AB$ , καὶ 10 τετμήσθω δίχα ἡ  $AB$  κατὰ τὸ  $\Gamma$ , καὶ διὰ τοῦ  $\Gamma$  ἤχθῳ παρὰ τεταγμένως κατηγμένην ἡ  $\Gamma\Delta$ . λέγω, ὅτι διάμετρος ἔστιν ἡ  $\Gamma\Delta$  συζυγῆς τῆ  $AB$ .

ἔστωσαν γὰρ παρ' αἷς δύνανται αἱ καταγόμεναι αἱ  $AE$ ,  $BZ$  εὐθεῖαι, καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ  $AZ$ ,  $BE$  ἐκ- 15 βεβλήσθωσαν, καὶ εἰλήφθω τι ἐπὶ τῆς ἑτέρας τῶν τομῶν τυχὸν σημεῖον τὸ  $H$ , καὶ διὰ μὲν τοῦ  $H$  τῆ  $AB$  παράλληλος ἤχθῳ ἡ  $H\Theta$ , ἀπὸ δὲ τῶν  $H$ ,  $\Theta$  κατήχθωσαν τεταγμένως αἱ  $HK$ ,  $\Theta\Lambda$ , διὰ δὲ τῶν  $K$ ,  $\Lambda$  ταῖς  $AE$ ,  $BZ$  παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ  $KM$ ,  $\Lambda N$ . ἐπεὶ οὖν ἴση ἔστιν 20 ἡ  $HK$  τῆ  $\Theta\Lambda$ , ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς  $HK$  τῷ ἀπὸ τῆς  $\Theta\Lambda$ . ἀλλὰ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς  $HK$  ἴσον ἔστι τῷ ὑπὸ τῶν  $AKM$ , τὸ δὲ ἀπὸ τῆς  $\Theta\Lambda$  ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν  $B\Lambda N$ . τὸ ἄρα ὑπὸ  $AKM$  ἴσον ἔστι τῷ ὑπὸ  $B\Lambda N$ . καὶ ἐπεὶ ἴση ἔστιν ἡ  $AE$  τῆ  $BZ$ , ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ  $AE$  πρὸς  $AB$ , 25 οὕτως ἡ  $BZ$  πρὸς  $BA$ . ἀλλ' ὡς μὲν ἡ  $AE$  πρὸς  $AB$ , οὕτως ἡ  $MK$  πρὸς  $KB$ , ὡς δὲ ἡ  $ZB$  πρὸς  $BA$ , οὕτως ἡ  $NA$  πρὸς  $AA$ . καὶ ὡς ἄρα ἡ  $MK$  πρὸς  $KB$ , οὕτως

1. ἡ] (pr.) p, om. V. 4. 15'] p, om. V, m. 2 v. 6. παρατεταγμένως κατηγμένη V; corr. Halley. 11. παρατεταγμένως κατηγμένη V; corr. Halley. 21. ἴσον] om. V; corr. p.

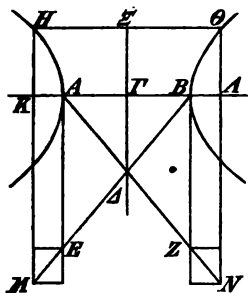
autem etiam  $A\Gamma = \Gamma B$ . quare etiam  $\Xi\Gamma = \Gamma X$ . itaque etiam  $H\Theta = \Theta\Phi$ . ergo  $\Theta H$  ad alteram partem sectionis producta in duas partes aequales secatur a  $\Lambda\Theta$ .

XVI.

Si per punctum medium lateris transversi oppositarum recta rectae ordinate ductae parallela ducitur, diametrus erit oppositarum cum diametro proposita coniugata.

sint oppositae, quarum diametrus sit  $AB$ , et  $AB$  in  $\Gamma$  in duas partes aequales secetur, per  $\Gamma$  autem rectae ordinate ductae parallela ducatur  $\Gamma\Delta$ . dico,  $\Gamma\Delta$  diametrum esse cum diametro  $AB$  coniugatam.

sint enim parametri rectae  $AE$ ,  $BZ$ , et ductae  $AZ$ ,  $BE$  producantur, sumaturque in alterutra sectione



quoduis punctum  $H$ , et per  $H$  rectae  $AB$  parallela ducatur  $H\Theta$ , ab  $H$ ,  $\Theta$  autem ordinate ducantur  $HK$ ,  $\Theta A$ , per  $K$ ,  $A$  autem rectis  $AE$ ,  $BZ$  parallelae ducantur  $KM$ ,  $\Lambda N$ . quoniam igitur

$$HK = \Theta A \text{ [Eucl. I, 34],}$$

erit etiam  $HK^2 = \Theta A^2$ . est autem

$$HK^2 = AK \times KM,$$

$$\Theta A^2 = BA \times \Lambda N \text{ [prop. XII;}$$

Eucl. I, 34]. quare  $AK \times KM = BA \times \Lambda N$ . et quoniam  $AE = BZ$  [prop. XIV], erit

$$AE : AB = BZ : BA \text{ [Eucl. V, 9].}$$

22.  $AKM - \tau\acute{\omega}\nu$ ] om. V; corr. p ( $KA$ ,  $AE$ ; corr. Memus). 23.  $\delta\iota\acute{\alpha} \tau\omicron\upsilon \lambda\delta' \tau\omicron\upsilon \alpha' \tau\acute{\omega}\nu \sigma\tau\omicron\iota\chi\epsilon\lambda\omicron\nu$  mg. m. 1 V. 19.  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ ] c,  $-\iota\nu$  in ras. m. 1 V. 25.  $BZ$ ] c, B eras. V;  $ZB$  p.

ἡ  $NA$  πρὸς τὴν  $AA$ . ἀλλ' ὡς ἡ  $MK$  πρὸς τὴν  $KB$ ,  
 τῆς  $KA$  κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης οὕτως τὸ ὑπὸ  
 $MKA$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $BKA$ , ὡς δὲ ἡ  $NA$  πρὸς  $AA$ ,  
 τῆς  $BA$  κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης οὕτως τὸ ὑπὸ  
 5  $NAB$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $AAB$ . καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $MKA$   
 πρὸς τὸ ὑπὸ  $BKA$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $NAB$  πρὸς τὸ ὑπὸ  
 $AAB$ . καὶ ἐναλλάξ, ὡς τὸ ὑπὸ  $MKA$  πρὸς τὸ ὑπὸ  
 $NAB$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $BKA$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $AAB$ . καὶ  
 ἐστὶν ἴσον τὸ ὑπὸ  $MKA$  τῷ ὑπὸ  $NAB$ . ἴσον ἄρα  
 10 ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ  $BKA$  τῷ ὑπὸ  $AAB$ . ἴση ἄρα ἡ  $AK$   
 τῇ  $AB$ . ἐστὶ δὲ καὶ ἡ  $AG$  τῇ  $GB$  ἴση· καὶ ὅλη ἄρα  
 ἡ  $KΓ$  ὅλη τῇ  $ΓA$  ἴση ἐστίν· ὥστε καὶ ἡ  $HΞ$  τῇ  $ΞΘ$ .  
 ἡ  $HΘ$  ἄρα δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς  $ΞΓΔ$ · καὶ ἐστὶ παρ-  
 ἀλληλος τῇ  $AB$ · διάμετρος ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ  $ΞΓΔ$  συ-  
 15 ζυγῆς τῇ  $AB$ .

### ὄροι β'.

Τῆς ὑπερβολῆς καὶ τῆς ἐλλείψεως ἑκατέρας ἡ διχο-  
 τομία τῆς διαμέτρου κέντρον τῆς τομῆς καλεῖσθω, ἡ  
 δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου πρὸς τὴν τομὴν προσπίπτουσα ἐκ  
 20 τοῦ κέντρου τῆς τομῆς.

ὁμοίως δὲ καὶ τῶν ἀντικειμένων ἡ διχοτομία τῆς  
 πλαγίας πλευρᾶς κέντρον καλεῖσθω.

ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἠγμένη παρὰ τεταγμένως  
 κατηγμένην μέσον τε λόγον ἔχουσα τῶν τοῦ εἶδους  
 25 πλευρῶν καὶ δίχα τεμνομένη ὑπὸ τοῦ κέντρου δευτέρα  
 διάμετρος καλεῖσθω.

3.  $NA$ ]  $cv$ ,  $NA$  uel  $MAV$ ,  $KA$  p. 10. ἄρα] ἄρα καὶ  $cp$ ,  
 ἄρα ἐστίν Eutocius. 13.  $ΞΓΔ$ ]  $cv$ ,  $Γ$  ins. m. 1  $V$ ;  $ΔΓΞ$  p.  
 21. ἀντικειμένων  $V$ ; corr.  $cvp$ . 23. παρατεταγμένως  $V$ ,  
 ut uulgo.

uerum  $AE : AB = MK : KB$ ,  $ZB : BA = NA : AA$   
[Eucl. VI, 4]. itaque etiam

$$MK : KB = NA : AA.$$

est autem communi altitudine sumpta  $KA$

$$MK : KB = MK \times KA : BK \times KA,$$

et communi altitudine  $BA$  sumpta

$$NA : AA = NA \times AB : AA \times AB.$$

quare etiam

$$MK \times KA : BK \times KA = NA \times AB : AA \times AB.$$

et permutando

$$MK \times KA : NA \times AB = BK \times KA : AA \times AB$$

[Eucl. V, 16]. et

$$MK \times KA = NA \times AB.$$

quare etiam  $BK \times KA = AA \times AB$ . itaque  $AK = AB$   
[u. Eutocius]. uerum etiam  $AF = FB$ . quare est  
 $KF = FB$ . quare etiam  $HE = EF$  [Eucl. I, 34].  
itaque  $HO$  a  $EFA$  in duas partes aequales secta est;  
et rectae  $AB$  parallela est. ergo etiam  $EFA$  dia-  
metrus est et cum diametro  $AB$  coniugata [def. 6].

### Definitiones alterae.

1. Et in hyperbola et in ellipsi punctum medium  
diametri centrum sectionis uocetur, recta autem a  
centro ad sectionem ducta radius sectionis.

2. et similiter etiam in oppositis punctum medium  
lateris transuersi centrum uocetur.

3. recta autem a centro rectae ordinate ductae  
parallela ducta, quae et mediam rationem habet laterum  
figurae et a centro in duas partes aequales secatur,  
diametrus altera uocetur.

ιξ'.

Ἐὰν ἐν κώνου τομῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τῆς γραμμῆς ἀχθῆ εὐθεῖα παρὰ τεταγμένως κατηγμένην, ἐκτὸς πεσεῖται τῆς τομῆς.

5 ἔστω κώνου τομῆ, ἧς διάμετρος ἡ  $AB$ . λέγω, ὅτι ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς, τουτέστι τοῦ  $A$  σημείου, παρὰ τεταγμένως κατηγμένην ἀγομένη εὐθεῖα ἐκτὸς πεσεῖται τῆς τομῆς.

εἰ γὰρ δυνατόν, πιπτέτω ἐντὸς ὡς ἡ  $AG$ . ἐπεὶ οὖν  
10 ἐν κώνου τομῇ εἴληπται τυχὸν σημεῖον τὸ  $\Gamma$ , ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ  $\Gamma$  σημείου ἐντὸς τῆς τομῆς ἀγομένη παρὰ τεταγμένως κατηγμένην συμβαλεῖ τῇ  $AB$  διαμέτρῳ καὶ δίχα τμηθήσεται ὑπ' αὐτῆς. ἡ  $AG$  ἄρα ἐκβαλλομένη  
15 δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τῆς  $AB$ . ὅπερ ἄτοπον· ἐκβαλλομένη γὰρ ἡ  $AG$  ἐκτὸς πίπτει τῆς τομῆς. οὐκ ἄρα ἡ ἀπο τοῦ  $A$  σημείου παρὰ τεταγμένως κατηγμένην ἀγομένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τῆς γραμμῆς· ἐκτὸς ἄρα πεσεῖται· διόπερ ἐφάπτεται τῆς τομῆς.

ιη'.

20 Ἐὰν κώνου τομῇ εὐθεῖα συμπίπτουσα ἐκβαλλομένη ἐφ' ἐκάτερα ἐκτος πίπτῃ τῆς τομῆς, ληφθῆ δέ τι σημεῖον ἐντὸς τῆς τομῆς, καὶ δι' αὐτοῦ παράλληλος ἀχθῆ τῇ συμπιπτούσῃ, ἡ ἀχθεῖσα ἐκβαλλομένη ἐφ' ἐκάτερα συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

25 ἔστω κώνου τομῆ καὶ συμπίπτουσα αὐτῇ ἡ  $AZB$  εὐθεῖα, καὶ ἐκβαλλομένη ἐφ' ἐκάτερα ἐκτὸς πιπτέτω τῆς τομῆς, καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐντὸς τῆς τομῆς τὸ  $\Gamma$ , καὶ διὰ τοῦ  $\Gamma$  τῇ  $AB$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $\Gamma A$ .

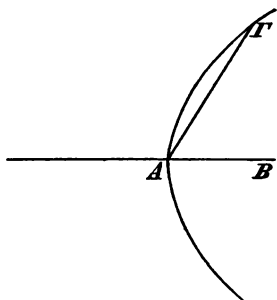
1. ιξ'] p, om. V, m. 2 v.    9.  $AG$ ] cvp,  $A$  e corr. m. 1 V.  
19. ιη'] p, om. V, m. 2 v.



## XVII.

Si in sectione conici a uertice lineae rectae rectae ordinate ductae parallela ducitur, extra sectionem cadet. sit conici sectio, cuius diametrus sit  $AB$ . dico, rectam a uertice, hoc est a puncto  $A$ , rectae ordinate ductae parallelam ductam extra sectionem cadere.

nam si fieri potest, intra cadat ut  $A\Gamma$ . iam quoniam in conici sectione sumptum est punctum aliquod



$\Gamma$ , recta a  $\Gamma$  puncto intra sectionem ducta rectae ordinate ductae parallela cum diametro  $AB$  concurrent et ab ea in duas partes aequales secabitur [prop. VII]. itaque  $A\Gamma$  producta ab  $AB$  in duas partes aequales secabitur; quod fieri non postet; producta enim  $A\Gamma$  extra sectionem

cadit [prop. X]. itaque recta ab  $A$  puncto rectae ordinate ductae parallela ducta intra lineam non cadet. ergo extra cadet; quare sectionem contingit.

## XVIII.

Si recta cum conici sectione concurrens in utramque partem producta extra sectionem cadit, et intra sectionem punctum aliquod sumitur, et per hoc rectae concurrenti parallela ducitur recta, recta ita ducta in utramque partem producta cum sectione concurrent.

sit conici sectio et cum ea concurrens recta  $AZB$ , et in utramque partem producta extra sectionem cadat,

λέγω, ὅτι ἡ  $\Gamma\Delta$  ἐκβαλλομένη ἐφ' ἑκάτερα συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

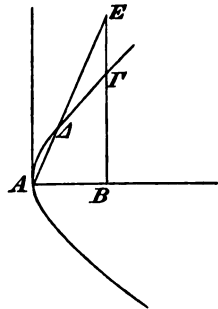
εἰλήφθω γάρ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ  $E$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $EZ$ . καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ  $AB$  5 τῇ  $\Gamma\Delta$ , καὶ τῇ  $AB$  συμπύπτει τις εὐθεῖα ἡ  $EZ$ , καὶ ἡ  $\Gamma\Delta$  ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ  $EZ$ . καὶ εἰ μὲν μεταξὺ τῶν  $E, Z$ , φανερόν, ὅτι καὶ τῇ τομῇ συμπύπτει, ἐὰν δὲ ἐκτὸς τοῦ  $E$  σημείου, πρότερον τῇ τομῇ συμπεσεῖται. ἡ ἄρα  $\Gamma\Delta$  ἐκβαλλομένη ὡς ἐπὶ τὰ  $\Delta, E$  10 μέρη συμπύπτει τῇ τομῇ. ὁμοίως δὴ δεῖξομεν, ὅτι καὶ ὡς ἐπὶ τὰ  $Z, B$  ἐκβαλλομένη συμπύπτει. ἡ  $\Gamma\Delta$  ἄρα ἐκβαλλομένη ἐφ' ἑκάτερα συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

ιβ'.

Ἐν πάσῃ κώνου τομῇ, ἣτις ἂν ἀπὸ τῆς διαμέτρου 15 παρὰ τεταγμένως κατηγμένην ἀχθῇ, συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

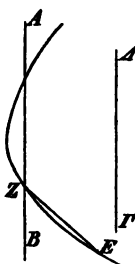
ἔστω κώνου τομῆ, ἥς διάμετρος ἡ  $AB$ , καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς διαμέτρου τὸ  $B$ , καὶ διὰ τοῦ  $B$  20 παρὰ τεταγμένως κατηγμένην ἔχθω ἡ  $B\Gamma$ . λέγω, ὅτι ἡ  $B\Gamma$  ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

εἰλήφθω γάρ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ  $\Delta$ . ἔστι δὲ καὶ τὸ  $A$  ἐπὶ τῆς τομῆς· ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ  $A$  25 ἐπὶ τὸ  $\Delta$  ἐπιξεννυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τῆς τομῆς. καὶ ἐπεὶ ἡ ἀπὸ τοῦ  $A$  παρὰ τεταγμένως κατηγμένην ἀγομένη εὐθεῖα ἐκτὸς πίπτει τῆς τομῆς, καὶ



et intra sectionem punctum aliquod  $\Gamma$  sumatur, et per  $\Gamma$  rectae  $AB$  parallela ducatur  $\Gamma\Delta$ . dico,  $\Gamma\Delta$  in utramque partem productam cum sectione concurrere.

sumatur enim in sectione punctum aliquod  $E$ , et ducatur  $EZ$ . et quoniam  $AB$  rectae  $\Gamma\Delta$  parallela



est, et cum  $AB$  recta  $EZ$  concurrat, etiam  $\Gamma\Delta$  producta cum  $EZ$  concurrat. et siue inter  $E, Z$  concurrat, manifestum est, eam etiam cum sectione concurrere, siue extra punctum  $E$ , prius cum sectione concurrat. itaque  $\Gamma\Delta$  ad partes  $\Delta, E$  uersus producta

cum sectione concurrat. similiter demonstrabimus, eam etiam ad  $Z, B$  uersus productam concurrere. ergo  $\Gamma\Delta$  in utramque partem producta cum sectione concurrat.

XIX.

In qualibet conici sectione recta, quaecumque a diametro rectae ordinate ductae parallela ducitur, cum sectione concurrat.

sit conici sectio, cuius diameter sit  $AB$ , et in diametro punctum aliquod  $B$  sumatur, et per  $B$  rectae ordinate ductae parallela ducatur  $B\Gamma$ . dico,  $B\Gamma$  productam cum sectione concurrere.

sumatur enim in sectione punctum aliquod  $\Delta$ ; uerum etiam  $A$  in sectione est; itaque recta ab  $A$  ad  $\Delta$  ducta intra sectionem cadet [prop. X]. et quoniam

In figura priore litteras  $A, B$  permutauit, altera in prop. 19 hab. V, sed numerus 18 (e corr.) additus ei est.

συμπύπτει αὐτῇ ἢ  $ΑΔ$ , καὶ ἐστὶ τῇ κατηγμένη παρα-  
 ἄλληλος ἢ  $ΒΓ$ , καὶ ἢ  $ΒΓ$  ἄρα συμπεσεῖται τῇ  $ΑΔ$ . καὶ  
 εἰ μὲν μεταξὺ τῶν  $Α$ ,  $Δ$  σημείων, φανερόν, ὅτι καὶ  
 τῇ τομῇ συμπεσεῖται, εἰ δὲ ἐκτὸς τοῦ  $Δ$  ὡς κατὰ τὸ  $Ε$ ,  
 5 πρότερον τῇ τομῇ συμπεσεῖται. ἢ ἄρα ἀπὸ τοῦ  $Β$  παρα-  
 τεταγμένως κατηγμένην ἀγομένη εὐθεῖα συμπεσεῖται τῇ  
 τομῇ.

κ'.

Ἐὰν ἐν παραβολῇ ἀπὸ τῆς τομῆς καταχθῶσι δύο  
 εὐθεῖαι ἐπὶ τὴν διάμετρον τεταγμένως, ἔσται ὡς τὰ  
 10 ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα πρὸς ἄλληλα, οὕτως αἱ ἀπο-  
 τεμνόμεναι ὑπ' αὐτῶν ἀπὸ τῆς διαμέτρου πρὸς τῇ  
 κορυφῇ τῆς τομῆς.

• ἔστω παραβολή, ἥς διάμετρος ἢ  $ΑΒ$ , καὶ εἰλήφθω  
 τινὰ σημεῖα ἐπ' αὐτῆς τὰ  $Γ$ ,  $Δ$ , καὶ ἀπὸ τῶν  $Γ$ ,  $Δ$   
 15 τεταγμένως κατήχθωσαν ἐπὶ τὴν  $ΑΒ$  αἱ  $ΓΕ$ ,  $ΔΖ$ .  
 λέγω, ὅτι ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ  $ΔΖ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΓΕ$ ,  
 οὕτως ἢ  $ΖΑ$  πρὸς  $ΑΕ$ .

ἔστω γὰρ παρ' ἴν δύνανται αἱ καταγόμεναι ἢ  $ΑΗ$   
 ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς  $ΔΖ$  τῷ ὑπὸ  $ΖΑΗ$ ,  
 20 τὸ δὲ ἀπὸ τῆς  $ΓΕ$  τῷ ὑπὸ τῶν  $ΕΑΗ$ . ἐστὶν ἄρα,  
 ὡς τὸ ἀπὸ  $ΔΖ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΓΕ$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $ΖΑΗ$   
 πρὸς τὸ ὑπὸ  $ΕΑΗ$ . ὡς δὲ τὸ ὑπὸ  $ΖΑΗ$  πρὸς τὸ ὑπὸ  
 $ΕΑΗ$ , οὕτως ἢ  $ΖΑ$  πρὸς  $ΑΕ$ · καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $ΔΖ$   
 πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΓΕ$ , οὕτως ἢ  $ΖΑ$  πρὸς  $ΑΕ$ .

25

κα'.

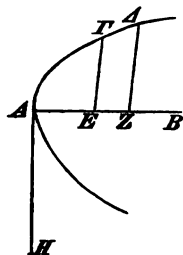
Ἐὰν ἐν ὑπερβολῇ ἢ ἐλλείψει ἢ κύκλου περιφερεία  
 εὐθεῖαι ἀχθῶσι τεταγμένως ἐπὶ τὴν διάμετρον, ἔσται

7. κ'] p, om. V, m. 2 v. 25. κα'] p, om. V, m. 2 v. 26.  
 ἦ] (alt.) ἢ V; corr. p. περιφέρεια V; corr. p.

recta ab  $A$  rectae ordinate ductae parallela ducta extra sectionem cadit [prop XVII], et cum illa concurrat  $AA$ , et  $B\Gamma$  rectae ordinate ductae parallela est, etiam  $B\Gamma$  cum  $AA$  concurrat. et siue inter puncta  $A$ ,  $\Delta$  concurrat, manifestum est, eam etiam cum sectione concurrere, siue extra  $\Delta$  concurrat ut in  $E$ , prius cum sectione concurrat. ergo recta a  $B$  rectae ordinate ductae parallela ducta cum sectione concurrat.

XX.

Si in parabola a sectione duae rectae ad diametrum ordinate ducuntur, erunt, ut quadrata earum inter se, ita rectae ab iis e diametro ad uerticem sectionis abscissae.



sit parabola, cuius diameter sit  $AB$ , et in ea puncta aliqua sumantur  $\Gamma$ ,  $\Delta$ , et a  $\Gamma$ ,  $\Delta$  ad  $AB$  ordinate ducantur  $\Gamma E$ ,  $\Delta Z$ . dico, esse

$$\Delta Z^2 : \Gamma E^2 = ZA : AE.$$

sit enim parameter  $AH$ . est igitur

[prop. XI]  $\Delta Z^2 = ZA \times AH$ ,  $\Gamma E^2 = EA \times AH$ .  
quare

$$\Delta Z^2 : \Gamma E^2 = ZA \times AH : EA \times AH.$$

est autem

$$ZA \times AH : EA \times AH = ZA : AE.$$

ergo etiam  $\Delta Z^2 : \Gamma E^2 = ZA : AE$ .

XXI.

Si in hyperbola uel ellipsi uel ambitu circuli rectae ad diametrum ordinate ducuntur, quadrata earum ad spatia comprehensa rectis ab iis ad terminos lateris

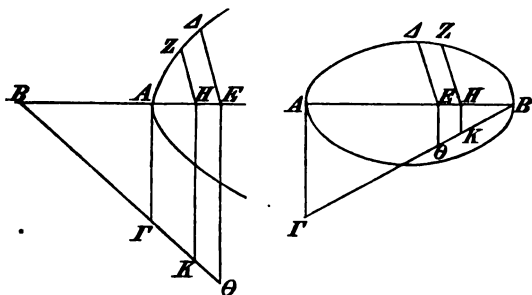
τὰ ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα πρὸς μὲν τὰ περιεχόμενα  
χωρία ὑπὸ τῶν ἀπολαμβανομένων ὑπ' αὐτῶν πρὸς τοῖς  
πέρασι τῆς πλαγίας πλευρᾶς τοῦ εἶδους ὡς τοῦ εἶδους  
ἢ ὀρθία πλευρὰ πρὸς τὴν πλαγίαν, πρὸς ἄλληλα δέ,  
5 ὡς τὰ περιεχόμενα χωρία ὑπὸ τῶν, ὡς εἴρηται, ἀπο-  
λαμβανομένων εὐθειῶν.

ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια, ἣς  
διάμετρος μὲν ἢ  $AB$ , παρ' ἣν δὲ δύνανται αἱ κατ-  
αγόμεναι ἢ  $AG$ , καὶ κατήχθωσαν ἐπὶ τὴν διάμετρον  
10 τεταγμένως αἱ  $ΔE$ ,  $ZH$ . λέγω, ὅτι ἐστίν, ὡς μὲν τὸ  
ἀπὸ τῆς  $ZH$  πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν  $AHB$ , οὕτως ἢ  $AG$   
πρὸς  $AB$ , ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τῆς  $ZH$  πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς  $ΔE$ ,  
οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν  $AHB$  πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν  $AEB$ .

ἐπεξεύχθω γὰρ ἢ  $BΓ$  διορίζουσα τὸ εἶδος, καὶ διὰ  
15 τῶν  $E$ ,  $H$  τῆ  $AG$  παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ  $EΘ$ ,  $HK$ .  
ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς  $ZH$  τῶ ὑπὸ  $KHA$ , τὸ  
δὲ ἀπὸ τῆς  $ΔE$  τῶ ὑπὸ  $ΘEA$ . καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς  
ἢ  $KH$  πρὸς  $HB$ , οὕτως ἢ  $ΓA$  πρὸς  $AB$ , ὡς δὲ ἢ  $KH$   
πρὸς  $HB$ , τῆς  $AH$  κοινῆ ὕψους λαμβανομένης οὕτως  
20 τὸ ὑπὸ  $KHA$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $BHA$ , ὡς ἄρα ἢ  $ΓA$   
πρὸς  $AB$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $KHA$ , τουτέστι τὸ ἀπὸ  $ZH$ ,  
πρὸς τὸ ὑπὸ  $BHA$ . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἐστὶ καὶ, ὡς τὸ  
ἀπὸ  $ΔE$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $BEA$ , οὕτως ἢ  $ΓA$  πρὸς  $AB$ .  
καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς  $ZH$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $BHA$ , οὕτως  
25 τὸ ἀπὸ  $ΔE$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $BEA$ . ἐναλλάξ, ὡς τὸ ἀπὸ  
 $ZH$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΔE$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $BHA$  πρὸς τὸ  
ὑπὸ  $BEA$ .

2. ὑπολαμβανομένων V; corr. p. 7. ἦ] ἢ V; corr. p. ἦ]  
ἢ V; corr. p. 10. μὲν] cp, supra scr. m. 1 V. 14. BΓ]  
HBΓ V; corr. p. 16. KHA] KAH V; corr. Memus. 22.  
τά] om. V; corr. p. 23. ἦ] p, om. V in extr. lin. 24. πρὸς]  
π in ras. m. 1 V. 27. BEA] BE, EA V; corr. Memus.

transversi figurae abscisis rationem habent, quam latus rectum figurae ad transversum, inter se autem, quam spatia comprehensa rectis, uti diximus, abscisis.



sit hyperbola uel ellipsis uel ambitus circuli, cuius diametrus sit  $AB$ , parametrus autem  $A\Gamma$ , et ad diametrum ordinate ducantur  $\Delta E$ ,  $ZH$ . dico, esse

$$ZH^2 : AH \times HB = A\Gamma : AB,$$

$$ZH^2 : \Delta E^2 = AH \times HB : AE \times EB.$$

ducatur enim  $B\Gamma$  diagonalis figurae, et per  $E$ ,  $H$  rectae  $A\Gamma$  parallelae ducantur  $E\Theta$ ,  $HK$ . est igitur [prop. XII—XIII; de circulo u. Eutocius]

$ZH^2 = KH \times HA$ ,  $\Delta E^2 = \Theta E \times EA$ . et quoniam est  $KH : HB = \Gamma A : AB$  [Eucl. VI, 4], et  $AH$  communi altitudine sumpta

$$KH : HB = KH \times HA : BH \times HA,$$

erit

$$\Gamma A : AB = KH \times HA : BH \times HA = ZH^2 : BH \times HA.$$

iam eodem modo erit  $\Delta E^2 : BE \times EA = \Gamma A : AB$ .

quare etiam  $ZH^2 : BH \times HA = \Delta E^2 : BE \times EA$ .

et permutando [Eucl. V, 16]

$$ZH^2 : \Delta E^2 = BH \times HA : BE \times EA.$$

κβ'.

Ἐὰν παραβολὴν ἢ ὑπερβολὴν εὐθεῖα τέμνη κατα  
 δύο σημεῖα μὴ συμπίπτουσα τῇ διαμέτρῳ ἐντός, ἐκ-  
 βαλλομένη συμπεσεῖται τῇ διαμέτρῳ τῆς τομῆς ἐκτός  
 5 τῆς τομῆς.

ἔστω παραβολὴ ἢ ὑπερβολή, ἥς διάμετρος ἡ  $AB$ ,  
 καὶ τεμνέτω τις εὐθεῖα τὴν τομὴν κατὰ δύο σημεῖα  
 τὰ  $\Gamma$ ,  $\Delta$ . λέγω, ὅτι ἡ  $\Gamma\Delta$  ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται  
 ἐκτός τῆς τομῆς τῇ  $AB$ .

10 κατήχθωσαν ἀπὸ τῶν  $\Gamma$ ,  $\Delta$  τεταγμένως αἱ  $\Gamma E$ ,  $\Delta B$ .  
 ἔστω δὲ πρῶτον ἡ τομὴ παραβολῆ. ἐπεὶ οὖν ἐν τῇ  
 παραβολῇ ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ τῆς  $\Gamma E$  πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς  
 $\Delta B$ , οὕτως ἡ  $EA$  πρὸς  $AB$ , μείζων δὲ ἡ  $AE$  τῆς  $AB$ ,  
 μείζον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς  $\Gamma E$  τοῦ ἀπὸ τῆς  $\Delta B$ .  
 15 ὥστε καὶ ἡ  $\Gamma E$  τῆς  $\Delta B$  μείζων ἐστί. καὶ εἰσι παρ-  
 ἀλληλοι· ἡ  $\Gamma\Delta$  ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ  $AB$   
 διαμέτρῳ ἐκτός τῆς τομῆς.

ἀλλὰ δὴ ἔστω ὑπερβολή. ἐπεὶ οὖν ἐν τῇ ὑπερ-  
 βολῇ ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ τῆς  $\Gamma E$  πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς  $BA$ ,  
 20 οὕτως τὸ ὑπὸ  $ZEA$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $ZBA$ , μείζον ἄρα  
 καὶ τὸ ἀπὸ τῆς  $\Gamma E$  τοῦ ἀπὸ τῆς  $\Delta B$ . καὶ εἰσι παρ-  
 ἀλληλοι· ἡ  $\Gamma\Delta$  ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ δια-  
 μέτρῳ τῆς τομῆς ἐκτός τῆς τομῆς.

κγ'.

25 Ἐὰν ἔλλειψιν εὐθεῖα τέμνη μεταξὺ κειμένη τῶν  
 δύο διαμέτρων, ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται ἑκατέρω τῶν  
 διαμέτρων ἐκτός τῆς τομῆς.

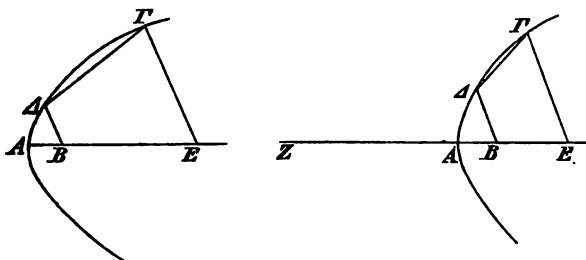
1. κβ'] p, om. V, m. 2 v. 13.  $AE$ ]  $AB$  V;  $EA$  p ( $A$  e  
 corr.). 15.  $\Delta B$ ]  $AB$  V; corr. p. 16. ἄρα] p, om. V. 18.  
 Mg. m. 1  $\Delta$ ι . . . . V. 24. κγ'] p, om. V, m. 2 v.



XXII.

Si recta cum diametro non concurrens intra sectionem parabolam uel hyperbolam in duobus punctis secat, producta cum diametro sectionis extra sectionem concurret.

sit parabola uel hyperbola, cuius diameter sit  $AB$ , et recta aliqua sectionem secet in duobus punctis



$\Gamma$ ,  $\Delta$ . dico, rectam  $\Gamma\Delta$  productam cum diametro  $AB$  extra sectionem concurrere.

a  $\Gamma$ ,  $\Delta$  enim ordinate ducantur  $\Gamma E$ ,  $\Delta B$ ; prius autem sectio sit parabola. iam quoniam in parabola est  $\Gamma E^2 : \Delta B^2 = EA : AB$  [prop. XX], et  $AE > AB$ , erit etiam  $\Gamma E^2 > \Delta B^2$ . quare etiam  $\Gamma E > \Delta B$ . et sunt parallelae; itaque  $\Gamma\Delta$  producta cum diametro  $AB$  extra sectionem concurret.

iam uero sit hyperbola. quoniam igitur in hyperbola est  $\Gamma E^2 : B\Delta^2 = ZE \times EA : ZB \times BA$  [prop. XXI], erit etiam  $\Gamma E^2 > \Delta B^2$ . et sunt parallelae; itaque  $\Gamma\Delta$  producta cum diametro sectionis extra sectionem concurret.

XXIII.

Si recta ellipsim secat inter ambas diametros posita, producta cum utraque diametro extra sectionem concurret.

ἔστω ἔλλειψις, ἧς διάμετροι αὖ αὖ  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$ , καὶ τεμνέτω τις εὐθεῖα τὴν τομὴν ἢ  $EZ$  μεταξὺ κειμένη τῶν  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  διαμέτρων. λέγω, ὅτι ἢ  $EZ$  ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται ἐκατέρω τῶν  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  ἐκτὸς τῆς τομῆς.

- 5 κατήχθωσαν γὰρ ἀπὸ τῶν  $E$ ,  $Z$  τεταγμένως ἐπὶ μὲν τὴν  $AB$  αὖ  $HE$ ,  $Z\Theta$ , ἐπὶ δὲ τὴν  $\Delta\Gamma$  αὖ  $EK$ ,  $Z\Lambda$ . ἔστιν ἄρα, ὡς μὲν τὸ ἀπὸ τῆς  $EH$  πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς  $Z\Theta$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $BHA$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $B\Theta A$ , ὡς δὲ τὸ ἀπὸ  $Z\Lambda$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $EK$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $\Delta\Lambda\Gamma$
- 10 πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Delta K\Gamma$ . καὶ ἔστι τὸ μὲν ὑπὸ  $BHA$  μείζον τοῦ ὑπὸ  $B\Theta A$ . ἔγγιον γὰρ τὸ  $H$  τῆς διχοτομίας· τὸ δὲ ὑπὸ  $\Delta\Lambda\Gamma$  τοῦ ὑπὸ  $\Delta K\Gamma$  μείζον· μείζον ἄρα καὶ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς  $HE$  τοῦ ἀπὸ  $Z\Theta$ , τὸ δὲ ἀπὸ  $Z\Lambda$  τοῦ ἀπὸ  $EK$ . μείζων ἄρα καὶ ἢ μὲν  $HE$  τῆς  $Z\Theta$ , ἢ δὲ
- 15  $Z\Lambda$  τῆς  $EK$ . καὶ ἔστι παράλληλος ἢ μὲν  $HE$  τῇ  $Z\Theta$ , ἢ δὲ  $Z\Lambda$  τῇ  $EK$ . ἢ  $EZ$  ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται ἐκατέρω τῶν  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  διαμέτρων ἐκτὸς τῆς τομῆς.

κδ'.

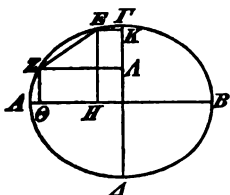
- Ἐὰν παραβολῇ ἢ ὑπερβολῇ εὐθεῖα καθ' ἓν σημεῖον
- 20 συμπίπτουσα ἐκβαλλομένη ἐφ' ἐκάτερα ἐκτὸς πίπτῃ τῆς τομῆς, συμπεσεῖται τῇ διαμέτρῳ.

- ἔστω παραβολῇ ἢ ὑπερβολῇ, ἧς διάμετρος ἡ  $AB$ , καὶ συμπιπέτω αὐτῇ εὐθεῖα ἢ  $\Gamma\Delta E$  κατὰ τὸ  $\Delta$  καὶ ἐκβαλλομένη ἐφ' ἐκάτερα ἐκτὸς πιπέτω τῆς τομῆς.
- 25 λέγω, ὅτι συμπεσεῖται τῇ  $AB$  διαμέτρῳ.

εἰλήφθω γὰρ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ  $Z$ , καὶ

1. αὖ] p, om. V. 6. διὰ κα' τοῦτον τοῦ βιβλίον mg.  
m. 1 V. 6.  $Z\Lambda$ ]  $ZN$  V; corr. p. 10. ἔστι] c, ἔστιν V.  
11. διὰ τὸ ε' τοῦ β' στοιχ. mg. m. 1 V. 18. κδ'] p, om. V,  
m. 2 v.

sit ellipsis, cuius diametri sint  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$ , et recta  $EZ$  inter diametros  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  posita sectionem secet. dico, rectam  $EZ$  productam cum utraque diametro  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  extra sectionem concurrere.



ducantur enim ab  $E$ ,  $Z$  ad  $AB$  ordinate  $HE$ ,  $Z\Theta$ , ad  $\Delta\Gamma$  autem  $EK$ ,  $Z\Lambda$ . erit igitur [prop. XXI]

$$EH^2 : Z\Theta^2 = BH \times HA : B\Theta \times \Theta A,$$

$$Z\Lambda^2 : EK^2 = \Delta\Lambda \times \Delta\Gamma : \Delta K : K\Gamma.$$

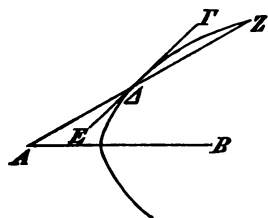
est autem  $BH \times HA > B\Theta \times \Theta A$ ;  $H$  enim puncto medio propius est [Eucl. II, 5]; et

$$\Delta\Lambda \times \Delta\Gamma > \Delta K \times K\Gamma \text{ [ib.]}$$

quare etiam  $HE^2 > Z\Theta^2$ ,  $Z\Lambda^2 > EK^2$ . itaque etiam  $HE > Z\Theta$ ,  $Z\Lambda > EK$ . et  $HE$  rectae  $Z\Theta$ ,  $Z\Lambda$  rectae  $EK$  parallela est. ergo  $EZ$  producta cum utraque diametro  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  extra sectionem concurret.

XXIV.

Si recta cum parabola uel hyperbola in uno puncto concurrens in utramque partem producta extra sectionem cadit, cum diametro concurret.



sit parabola uel hyperbola, cuius diameter sit  $AB$ , et recta  $\Gamma\Delta E$  cum ea in  $\Delta$  concurrat, et in utramque partem producta extra sectionem cadat.

dico, eam cum diametro  $AB$  concurrere.

sumatur enim in sectione punctum aliquod  $Z$ , et

ἐπεξεύχθω ἡ  $\Delta Z$ . ἡ  $\Delta Z$  ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ διαμέτρῳ τῆς τομῆς. συμπιπτεύω κατὰ τὸ  $A$ · καὶ ἔστι μεταξὺ τῆς τε τομῆς καὶ τῆς  $Z\Delta A$  ἢ  $\Gamma\Delta E$ . καὶ ἡ  $\Gamma\Delta E$  ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ διαμέτρῳ  
5 ἐκτὸς τῆς τομῆς.

κε'.

Ἐὰν ἐλλείψει εὐθεῖα συμπιπτούσα μεταξὺ τῶν δύο διαμέτρων ἐκβαλλομένη ἐφ' ἑκάτερα ἐκτὸς πίπτῃ τῆς τομῆς, συμπεσεῖται ἑκατέρῃ τῶν διαμέτρων.

10 ἔστω ἔλλειψις, ἧς διάμετροι αἱ  $AB, \Gamma\Delta$ , καὶ ταύτη συμπιπτεύω τις εὐθεῖα μεταξὺ τῶν δύο διαμέτρων ἢ  $EZ$  κατὰ τὸ  $H$  καὶ ἐκβαλλομένη ἐφ' ἑκάτερα ἐκτὸς πιπτεύω τῆς τομῆς. λέγω, ὅτι ἡ  $EZ$  συμπεσεῖται ἑκατέρῃ τῶν  $AB, \Gamma\Delta$ .

15 κατήχθωσαν ἀπὸ τοῦ  $H$  ἐπὶ τὰς  $AB, \Gamma\Delta$  τεταγμένως αἱ  $H\Theta, HK$ . ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ  $HK$  τῇ  $AB$ , συμπέπτωκε δὲ τις τῇ  $HK$  ἢ  $HZ$ , καὶ τῇ  $AB$  ἄρα συμπεσεῖται. ὁμοίως δὴ καὶ τῇ  $\Gamma\Delta$  συμπεσεῖται ἢ  $EZ$ .

κς'.

20 Ἐὰν ἐν παραβολῇ ἢ ὑπερβολῇ εὐθεῖα ἀχθῇ παρὰ τὴν διάμετρον τῆς τομῆς, συμπεσεῖται τῇ τομῇ καθ' ἓν μόνον σημεῖον.

ἔστω πρότερον παραβολή, ἧς διάμετρος ἡ  $AB\Gamma$ , ὀρθία δὲ ἡ  $A\Delta$ , καὶ τῇ  $AB$  παράλληλος ἤχθω ἢ  
25  $EZ$ . λέγω, ὅτι ἡ  $EZ$  ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

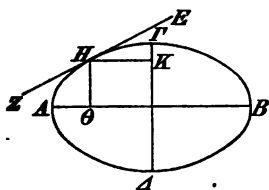
2. τῆς] ἐκτὸς τῆς Halley. 5. τῆς] om. in extr. lin. V, corr. v p. 6. κε'] p, om. V, m. 2 v. 16. HK] (pr.) p, corr. ex  $\Theta K$  m. 1 V. 18. ἡ] p, om. V. 19. κς'] p, om. V, m. 2 v. 20. ἐν] addidi; om. V. 23. ἡ] p, om. V.

ducatur  $\Delta Z$ .  $\Delta Z$  igitur producta cum diametro sectionis concurret [prop. XXII]. concurrat in  $A$ . et  $\Gamma \Delta E$  inter sectionem et rectam  $Z \Delta A$  posita est. ergo etiam  $\Gamma \Delta E$  producta cum diametro extra sectionem concurret.

XXV.

Si recta cum ellipsi inter ambas diametros concurrens in utramque partem producta extra sectionem cadit, cum utraque diametro concurret.

sit ellipsis, cuius diametri sint  $AB$ ,  $\Gamma \Delta$ , et cum ea recta  $EZ$  inter ambas diametros concurrat in  $H$



et in utramque partem producta extra sectionem cadat. dico,  $EZ$  cum utraque diametro  $AB$ ,  $\Gamma \Delta$  concurrere.

ab  $H$  ad  $AB$ ,  $\Gamma \Delta$  ordinate ducantur  $H\Theta$ ,  $HK$ . quoniam  $HK$  rectae  $AB$  parallela est, et recta aliqua  $HZ$  cum  $HK$  concurrat, etiam cum  $AB$  concurret. et eadem de causa etiam  $EZ$  cum  $\Gamma \Delta$  concurret.

XXVI.

Si in parabola uel hyperbola recta diametro sectionis parallela ducitur, cum sectione in uno puncto solo concurret.

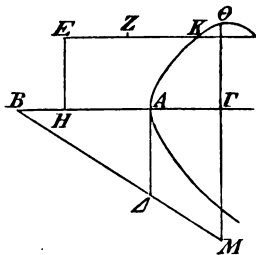
sit prius parabola, cuius diametrus sit  $AB\Gamma$ , latus autem rectum  $A\Delta$ , et rectae  $AB$  parallela ducatur  $EZ$ . dico,  $EZ$  productam cum sectione concurrere.

εἰλήφθω γάρ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς  $EZ$  τὸ  $E$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $E$  παρὰ τεταγμένως κατηγμένην ἤχθω ἡ  $EH$ , καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς  $HE$  μείζον ἔστω τὸ ὑπὸ  $\triangle A\Gamma$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $\Gamma$  τεταγμένως ἀνήχθω ἡ  $\Gamma\Theta$ . τὸ ἄρα  
 5 ἀπὸ τῆς  $\Theta\Gamma$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν  $\triangle A\Gamma$ . μείζον δὲ τὸ ὑπὸ  $\triangle A\Gamma$  τοῦ ἀπὸ  $EH$ . μείζον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ  $\Theta\Gamma$  τοῦ ἀπὸ  $EH$ . μείζων ἄρα καὶ ἡ  $\Theta\Gamma$  τῆς  $EH$ . καὶ εἰσι παράλληλοι. ἡ  $EZ$  ἄρα ἐκβαλλομένη τέμνει τὴν  $\Theta\Gamma$ . ὥστε καὶ τῇ τομῇ συμπεσεῖται.

10 συμπιπτέτω κατὰ τὸ  $K$ .

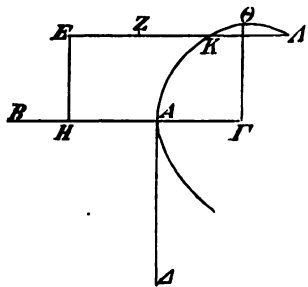
λέγω δὴ, ὅτι καὶ καθ' ἓν μόνον σημεῖον τὸ  $K$  συμπεσεῖται. εἰ γὰρ δυνατόν, συμπιπτέτω καὶ κατὰ τὸ  $\Lambda$ . ἐπεὶ οὖν παραβολὴν εὐθεῖα τέμνει κατὰ δύο σημεῖα, ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ διαμέτρῳ τῆς  
 15 τομῆς. ὅπερ ἄτοπον. ὑπόκειται γὰρ παράλληλος. ἡ  $EZ$  ἄρα ἐκβαλλομένη καθ' ἓν μόνον σημεῖον συμπίπτει τῇ τομῇ.

ἔστω δὴ ἡ τομὴ ὑπερβολή, πλαγία δὲ τοῦ εἶδους πλευρὰ ἡ  $AB$ , ὀρθία δὲ ἡ  $A\Delta$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $\Delta B$   
 20 καὶ ἐκβεβλήσθω. τῶν αὐτῶν δὴ κατασκευασθέντων ἤχθω ἀπὸ τοῦ  $\Gamma$  τῇ  $A\Delta$  παράλληλος ἡ  $\Gamma M$ . ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ  $M\Gamma A$  μείζον ἐστὶ τοῦ ὑπὸ  $\triangle A\Gamma$ , καὶ  
 25 ἐστὶ τῷ μὲν ὑπὸ  $M\Gamma A$  ἴσον τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Theta$ , τὸ δὲ ὑπὸ  $\triangle A\Gamma$  μείζον τοῦ ἀπὸ  $HE$ , μείζον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Theta$  τοῦ ἀπὸ  $EH$ . ὥστε καὶ ἡ  $\Gamma\Theta$  τῆς  $EH$  μείζων ἐστὶ, καὶ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον συμβήσεται.



4. τοῦ] insertum m. 1 V. 10. K] Γ V; corr. p. 18. τοῦ εἶδους] ενρ, ob pergam. ruptum incerta in V.

sumatur enim in  $EZ$  punctum aliquod  $E$ , et ab  $E$  rectae ordinate ductae parallela ducatur  $EH$ , et sit



$\Delta A \times A\Gamma > HE^2$ , a  $\Gamma$  autem ordinate erigatur  $\Gamma\Theta$ . est igitur  $\Theta\Gamma^2 = \Delta A \times A\Gamma$  [prop. XI]. est autem

$$\Delta A \times A\Gamma > EH^2.$$

itaque etiam  $\Theta\Gamma^2 > EH^2$ ; quare etiam  $\Theta\Gamma > EH$ . et sunt parallelae;  $EZ$  igitur producta rectam  $\Theta\Gamma$  secat.

ergo etiam cum sectione concurrit.

concurrat in  $K$ .

iam dico, eam etiam in solo puncto  $K$  concurrere. nam si fieri potest, etiam in  $A$  concurrat. quoniam igitur recta parabolam in duobus punctis secat, producta cum diametro sectionis concurrent [prop. XXII]; quod fieri non potest. supposuimus enim, eas parallelas esse. ergo  $EZ$  producta in uno solo puncto cum sectione concurrat.

iam igitur sectio hyperbola sit,  $AB$  autem latus sectionis transuersum et  $A\Delta$  latus rectum, ducaturque  $\Delta B$  et producat. iisdem igitur praeparatis a  $\Gamma$  rectae  $A\Delta$  parallela ducatur  $\Gamma M$ . iam quoniam

$$M\Gamma \times \Gamma A > \Delta A \times A\Gamma,$$

et

$$\Gamma\Theta^2 = M\Gamma \times \Gamma A \text{ [prop. XII],}$$

$$\Delta A \times A\Gamma > HE^2,$$

erit etiam  $\Gamma\Theta^2 > EH^2$ . quare etiam  $\Gamma\Theta > EH$ , et eadem, quae antea, euenient [prop. XXII].

κζ'.

Ἐὰν παραβολῆς τὴν διάμετρον εὐθεία τέμνη, ἐκβαλλομένη ἐφ' ἑκάτερα συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

ἔστω παραβολή, ἧς διάμετρος ἡ  $AB$ , καὶ ταύτην  
 5 τεμνέτω τις εὐθεία ἐντὸς τῆς τομῆς ἡ  $\Gamma\Delta$ . λέγω, ὅτι ἡ  $\Gamma\Delta$  ἐκβαλλομένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

ἤχθω γὰρ τις ἀπὸ τοῦ  $A$  παρὰ τεταγμένως κατηγμένην ἡ  $AE$ . ἡ  $AE$  ἄρα ἐκτὸς πεσεῖται τῆς τομῆς.  
 10 ἦτοι δὴ ἡ  $\Gamma\Delta$  τῇ  $AE$  παράλληλός ἐστιν ἢ οὐ.

εἰ μὲν οὖν παράλληλός ἐστιν αὐτῇ, τεταγμένως κατῆκται, ὥστε ἐκβαλλομένη ἐφ' ἑκάτερα συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

μὴ ἔστω δὴ παράλληλος τῇ  $AE$ , ἀλλ' ἐκβαλλομένη  
 15 συμπίπτει τῇ  $AE$  κατὰ τὸ  $E$ . ὅτι μὲν οὖν τῇ τομῇ συμπίπτει ἐπὶ τὰ μέρη, ἐφ' ἃ ἔστι τὸ  $E$ , φανερόν· εἰ γὰρ τῇ  $AE$  συμβάλλει, πολὺ πρότερον τέμνει τὴν τομῆν.

λέγω, ὅτι καὶ ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη ἐκβαλλομένη συμπίπτει τῇ τομῇ. ἔστω γὰρ παρ' ἣν δύνανται ἡ  
 20  $MA$  καὶ τεταγμένως ἡ  $HZ$ , καὶ τὸ ἀπὸ  $A\Delta$  ἴσον ἔστω τῷ ὑπὸ  $BAZ$ , καὶ παρατεταγμένως ἡ  $BK$  συμπίπτει τῇ  $\Delta\Gamma$  κατὰ τὸ  $\Gamma$ . ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ  $ZAB$  τῷ ἀπὸ  $A\Delta$ , ἔστιν ὡς ἡ  $AB$  πρὸς  $A\Delta$ , ἡ  $\Delta A$  πρὸς  $AZ$ . καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ  $B\Delta$  πρὸς λοιπὴν τὴν  
 25  $\Delta Z$  ἔστιν, ὡς ἡ  $BA$  πρὸς  $A\Delta$ . καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $B\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $Z\Delta$ , οὕτως τὸ ἀπὸ  $BA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $A\Delta$ . ἐπειδὴ δὲ ἴσον τὸ ἀπὸ  $A\Delta$  τῷ ὑπὸ  $BAZ$ ,

1. κζ'] p, om. V, m. 2 v. 21. BAZ] BZA V; corr. p (τῶν BA, AZ). BK] scripsi cum Memo; GK V; BΓp; ΓB Halley, sed p fig. K habet cum V. 23. διὰ ἐξ' τοῦ ε' στοιχ. mg. m. 1 V.



XXVII.

Si recta diametrum parabolae secat, in utramque partem producta cum sectione concurret.

sit parabola, cuius diametrus sit  $AB$ , et hanc recta aliqua  $\Gamma\Delta$  intra sectionem secet. dico,  $\Gamma\Delta$  in utramque partem productam cum sectione concurrere.

ducatur enim ab  $A$  rectae ordinate ductae parallela  $AE$ ;  $AE$  igitur extra sectionem cadet [prop. XVII].  $\Gamma\Delta$  igitur rectae  $AE$  aut parallela est aut non parallela.

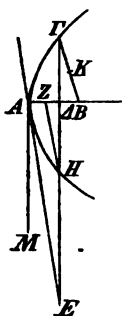
si igitur ei parallela est, ordinate ducta est; quare in utramque partem producta cum sectione concurret [prop. XIX]. ne sit igitur rectae  $AE$  parallela, et producta cum  $AE$  in  $E$  concurrat. iam igitur eam ad partes  $E$  uersus cum sectione concurrere, manifestum est; nam si cum  $AE$  concurrat, multo prius sectionem secat.

dico, eam etiam ad alteram partem productam cum sectione concurrere. sit enim  $MA$  parametris et  $HZ$  ordinate ducta, et sit  $A\Delta^2 = BA \times AZ$ , et  $BK$  rectae ordinate ductae parallela concurrat cum  $\Delta\Gamma$  in  $\Gamma$ . quoniam  $ZA \times AB = A\Delta^2$ , erit  $AB : A\Delta = \Delta A : AZ$  [Eucl. VI, 17]. quare etiam  $B\Delta : \Delta Z = BA : A\Delta$  [Eucl. V, 19]. quare etiam

$$B\Delta^2 : Z\Delta^2 = BA^2 : A\Delta^2.$$

---

24. διὰ τῆ' τοῦ ε' στοιχ. mg. m. 1 V. 25. διὰ κβ' τοῦ ε' στοιχ. mg. m. 1 V. 27. διὰ π τοῦ τῆ' τοῦ ε' στοιχ. mg. m. 1 V.



ἔστιν ὡς ἡ  $BA$  πρὸς  $AZ$ , οὕτως τὸ ἀπὸ  $BA$  πρὸς  
τὸ ἀπὸ  $AΔ$ , τουτέστι τὸ ἀπὸ  $BΔ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΔZ$ .  
ὡς δὲ τὸ ἀπὸ  $BΔ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΔZ$ , οὕτως τὸ ἀπὸ  
 $BΓ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ZH$ , ὡς δὲ ἡ  $AB$  πρὸς  $AZ$ , οὕτως  
5 το ὑπὸ  $BAM$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $ZAM$ . ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $BΓ$   
πρὸς τὸ ἀπὸ  $ZH$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $BAM$  πρὸς τὸ ὑπὸ  
 $ZAM$ · καὶ ἐναλλάξ, ὡς τὸ ἀπὸ  $BΓ$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $BAM$ ,  
οὕτως τὸ ἀπὸ  $ZH$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $ZAM$ . τὸ δὲ ἀπὸ  $ZH$   
ἴσον τῷ ὑπὸ  $ZAM$  διὰ τὴν τομὴν· καὶ τὸ ἀπὸ  $BΓ$  ἄρα  
10 ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $BAM$ . πλαγία δὲ ἡ  $AM$ , παρα-  
τεταγμένως δὲ ἡ  $BΓ$ . ἡ ἄρα τομὴ ἔρχεται διὰ τοῦ  $Γ$ ,  
καὶ συμπίπτει τῇ τομῇ ἡ  $ΓΔ$  κατὰ τὸ  $Γ$ .

κη'.

Ἐὰν εὐθεῖα ἐφάπτηται μιᾶς τῶν ἀντικειμένων,  
15 ληφθῆ δέ τι σημεῖον ἐντὸς τῆς ἐτέρας τομῆς, καὶ δι'  
αὐτοῦ παράλληλος ἀχθῆ τῇ ἐφαπτομένῃ εὐθεῖα, ἐκ-  
βαλλομένη ἐφ' ἐκάτερα συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

ἔστωσαν ἀντικείμενοι, ὧν ἡ  $AB$  διάμετρος, καὶ τῆς  
 $A$  τομῆς ἐφαπτέσθω τις εὐθεῖα ἡ  $ΓΔ$ , καὶ εἰλήφθω  
20 τι σημεῖον ἐντὸς τῆς ἐτέρας τομῆς τὸ  $E$ , καὶ διὰ τοῦ  
 $E$  τῇ  $ΓΔ$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $EZ$ . λέγω, ὅτι ἡ  $EZ$   
ἐκβαλλομένη ἐφ' ἐκάτερα συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

ἐπεὶ οὖν δέδεικται, ὅτι ἡ  $ΓΔ$  ἐκβαλλομένη συμ-  
πεσεῖται τῇ  $AB$  διαμέτρῳ, καὶ ἐστὶ παράλληλος αὐτῇ  
25 ἡ  $EZ$ , ἡ  $EZ$  ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ διαμέ-  
τρῳ· συμπιπτέτω κατὰ τὸ  $H$ , καὶ τῇ  $HB$  ἴση κείσθω  
ἡ  $AΘ$ , καὶ διὰ τοῦ  $Θ$  τῇ  $ZE$  παράλληλος ἤχθω ἡ

1.  $AZ$ ] sic V, sed pro Z alia forma eiusdem litterae re-  
stitutata manu 1. 2. τουτέστι —  $ΔZ$ ] bis V; corr. cp. 3. Mg.  
[διὰ δ'] τοῦ ε' m. 1 V. 5.  $BAM$ ]  $ABM$  V; corr. Memus.

quoniam autem est  $A\Delta^2 = BA \times AZ$ , erit

$$BA : AZ = BA^2 : A\Delta^2 \text{ [Eucl. V def. 9],}$$

hoc est  $BA : AZ = B\Delta^2 : \Delta Z^2$ . est autem

$$B\Delta^2 : \Delta Z^2 = B\Gamma^2 : ZH^2 \text{ [Eucl. VI, 4],}$$

et  $AB : AZ = BA \times AM : ZA \times AM$ . itaque

$$B\Gamma^2 : ZH^2 = BA \times AM : ZA \times AM.$$

et permutando [Eucl. V, 16]

$$B\Gamma^2 : BA \times AM = ZH^2 : ZA \times AM.$$

uerum propter sectionem est  $ZH^2 = ZA \times AM$  [prop. XI]. quare etiam  $B\Gamma^2 = BA \times AM$ . uerum  $AM$  latus transuersum est et  $B\Gamma$  rectae ordinate ductae parallela. ergo sectio per  $\Gamma$  ueniet [prop. XX], et  $\Gamma\Delta$  cum sectione concurrat in  $\Gamma$ .

### XXVIII.

Si recta alterutram oppositarum contingit et intra alteram sectionem punctum aliquod sumitur, et per id recta contingenti parallela ducitur, haec in utramque partem producta cum sectione concurrat.

sint oppositae, quarum diametrus sit  $AB$ , et sectionem  $A$  contingat recta  $\Gamma\Delta$ , et intra alteram sectionem punctum aliquod  $E$  sumatur, et per  $E$  rectae  $\Gamma\Delta$  parallela ducatur  $EZ$ . dico,  $EZ$  in utramque partem productam cum sectione concurrere.

quoniam igitur demonstrauius,  $\Gamma\Delta$  productam cum diametro  $AB$  concurrere [prop. XXIV], eique parallela est  $EZ$ ,  $EZ$  producta cum diametro concurrat in  $H$ , et ponatur  $A\Theta = HB$ , et per  $\Theta$  rectae  $ZE$  parallela ducatur  $\Theta K$ , ordinateque ducatur

---

8.  $\kappa\theta\delta$  —  $ZH$ ] bis V; corr. p. 11. [ $\delta\iota\alpha$ ]  $\kappa'$  του[του του βιβλιου] mg. m. 1 v. 13.  $\kappa\eta$ ] p, om. V, m. 2 v.

ΘΚ, καὶ τεταγμένως κατήχθω ἡ ΚΑ, καὶ τῇ ΑΘ ἴση  
 κείσθω ἡ ΗΜ, καὶ παρατεταγμένως ἤχθω ἡ ΜΝ,  
 καὶ προσεκβεβλήσθω ἐπ' εὐθείας ἡ ΗΝ. καὶ ἐπεὶ  
 παράλληλός ἐστιν ἡ ΚΑ τῇ ΜΝ, ἡ δὲ ΚΘ τῇ ΗΝ,  
 5 καὶ μία εὐθειά ἐστιν ἡ ΑΜ, ὁμοίον ἐστὶ τὸ ΚΘΑ  
 τρίγωνον τῷ ΗΜΝ τριγώνῳ. καὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΘ  
 τῇ ΗΜ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΚΑ τῇ ΜΝ. ὥστε καὶ  
 τὸ ἀπὸ ΚΑ τῷ ἀπὸ ΜΝ ἴσον ἐστὶ. καὶ ἐπεὶ ἴση  
 ἐστὶν ἡ ΑΘ τῇ ΗΜ, ἡ δὲ ΑΘ τῇ ΒΗ, κοινὴ δὲ ἡ  
 10 ΑΒ, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΑ τῇ ΑΜ· ἴσον ἄρα ἐστὶ  
 τὸ ὑπὸ ΒΑΑ τῷ ὑπὸ ΑΜΒ. ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΒΑΑ  
 πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΑ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΑΜΒ πρὸς τὸ ἀπὸ  
 ΜΝ. καὶ ἐστὶν, ὡς τὸ ὑπὸ ΒΑΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΚ,  
 ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΑΜΒ  
 15 πρὸς τὸ ἀπὸ ΜΝ, ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν. τὸ Ν  
 ἄρα πρὸς τῇ τομῇ ἐστὶν. ἡ ΕΖ ἄρα ἐκβαλλομένη  
 συμπεσεῖται τῇ τομῇ κατὰ τὸ Ν.

ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη  
 ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

20

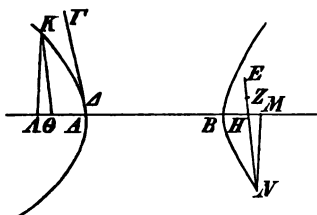
κθ'.

Ἐὰν ἐν ἀντικειμέναις εὐθεῖαι προσπίπτῃ διὰ τοῦ  
 κέντρου πρὸς ὁποτέραν τῶν τομῶν, ἐκβαλλομένη τεμεῖ  
 τὴν ἑτέραν τομῆν.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι, ὧν διάμετρος ἡ ΑΒ, κέντρον  
 25 δὲ τὸ Γ, καὶ ἡ ΓΔ τεμνέτω τὴν ΑΔ τομῆν. λέγω,  
 ὅτι καὶ τὴν ἑτέραν τομῆν τεμεῖ.

1. ΚΑ] cnp, ΘΚ e corr. m. 1 V. 9. ΒΗ] c, Β e corr.  
 m. 1 V. 11. ΒΑΑ] ΒΑΑ V; corr. p (ΒΑ, ΑΑ). ΒΑΑ]  
 ΒΑΑ V; corr. p (τῶν ΒΑ, ΑΑ). 20. κθ'] p, om. V, m. 2 v.  
 21. διά] euan. V. 22. τέμει V; corr. p.

$KA$ , et ponatur  $HM = A\Theta$ , et rectae ordinate ductae parallela ducatur  $MN$ , et in directum producat  $EH$ ,



ut fiat  $HN$ . iam quoniam  $KA$  rectae  $MN$ ,  $K\Theta$  rectae  $HN$  parallela est, et  $AM$  una est recta, erit

$$K\Theta A \sim HMN.$$

et  $A\Theta = HM$ ; quare

$$KA = MN$$

[Eucl. VI, 4]. quare etiam  $KA^2 = MN^2$ . et quoniam  $A\Theta = HM$ ,  $A\Theta = BH$ , et  $AB$  communis est, erit  $BA = AM$ . itaque erit

$$BA \times AA = AM \times MB.$$

quare

$$BA \times AA : KA^2 = AM \times MB : MN^2.$$

est autem ut  $BA \times AA$  ad  $KA^2$ , ita latus transversum ad latus rectum [prop. XXI]. quare etiam ut

$$AM \times MB : MN^2,$$

ita latus transversum ad latus rectum. ergo  $N$  in sectione est [ib.]. ergo  $EZ$  producta cum sectione in  $N$  concurret.

iam similiter demonstrabimus, eam etiam ad alteram partem productam cum sectione concurrere.

### XXIX.

Si in oppositis recta per centrum ad utramvis sectionum addidit, producta alteram sectionem secabit.

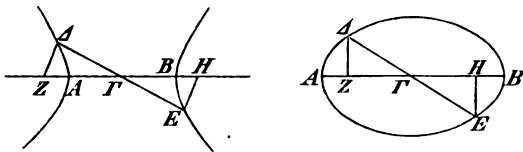
sint oppositae, quarum diametrus sit  $AB$ , centrum autem  $\Gamma$ , et  $\Gamma A$  sectionem  $AA$  secet. dico, eam etiam alteram sectionem secaturam esse.

τεταγμένως γὰρ κατήχθω ἡ  $EA$ , καὶ τῇ  $AE$  ἴση  
 κείσθω ἡ  $BZ$ , καὶ τεταγμένως ἤχθω ἡ  $ZH$ . καὶ ἐπεὶ  
 ἴση ἐστὶν ἡ  $EA$  τῇ  $BZ$ , κοινὴ δὲ ἡ  $AB$ , ἴσον ἄρα  
 τὸ ὑπὸ  $BEA$  τῷ ὑπὸ  $AZB$ . καὶ ἐπεὶ ἐστὶν, ὡς τὸ  
 5 ὑπὸ  $BEA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AE$ , ἡ πλαγία πρὸς τὴν  
 ὀρθίαν, ἀλλὰ καὶ ὡς τὸ ὑπὸ  $AZB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ZH$ ,  
 ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $BEA$   
 πρὸς τὸ ἀπὸ  $AE$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $AZB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  
 $ZH$ . ἴσον δὲ τὸ ὑπὸ  $BEA$  τῷ ὑπὸ  $AZB$ . ἴσον ἄρα  
 10 καὶ τὸ ἀπὸ  $EA$  τῷ ἀπὸ  $ZH$ . ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ  
 μὲν  $EG$  τῇ  $GZ$ , ἡ δὲ  $AE$  τῇ  $ZH$ , καὶ εὐθεῖά ἐστὶν  
 ἡ  $EZ$ , καὶ παράλληλος ἡ  $EA$  τῇ  $ZH$ , καὶ ἡ  $EH$  ἄρα  
 εὐθεῖά ἐστι. καὶ ἡ  $GD$  ἄρα τεμεῖ καὶ τὴν ἐτέραν τομῆν.

λ'.

15 Ἐὰν ἐν ἑλλείψει ἢ ἀντικείμεναις εὐθεῖαι ἀχθῇ ἐφ'  
 ἑκάτερα τοῦ κέντρου συμπίπτουσα τῇ τομῇ, δίχα τμη-  
 θήσεται κατὰ τὸ κέντρον.

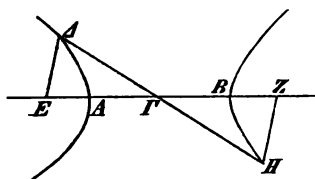
ἔστω ἑλλειψις ἢ ἀντικείμεναι, διάμετρος δὲ αὐτῶν  
 ἡ  $AB$ , κέντρον δὲ τὸ  $\Gamma$ , καὶ διὰ τοῦ  $\Gamma$  ἤχθω τις  
 20 εὐθεῖα ἡ  $ΔΓΕ$ . λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ  $ΓΔ$  τῇ  $ΓΕ$ .



ἤχθωσαν γὰρ τεταγμένως αἱ  $ΔZ$ ,  $EH$ . καὶ ἐπεὶ  
 ἐστὶν ὡς τὸ ὑπὸ  $BZA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ZΔ$ , ἡ πλαγία

6. ἀλλὰ — 7. ὀρθίαν] om. V; corr. Memus; cfr. p. 92, 1.  
 10. ἀπό] (pr.) ὑπό V; corr. p. 14. λ'] p, om. V, m. 2 v.

ordinate enim ducatur  $E\Delta$ , et ponatur  $BZ = AE$ ,  
ordinateque ducatur  $ZH$ . iam quoniam est  $EA = BZ$ ,



et  $AB$  communis est, erit  
 $BE \times EA = AZ \times ZB$ .

et quoniam est, ut

$$BE \times EA : \Delta E^2,$$

ita latus transuersum ad  
latus rectum, uerum etiam

ut  $AZ \times ZB : ZH^2$ , ita latus transuersum ad latus  
rectum [prop. XXI], erit etiam

$$BE \times EA : \Delta E^2 = AZ \times ZB : ZH^2.$$

est autem  $BE \times EA = AZ \times ZB$ . quare etiam  
 $\Delta E^2 = ZH^2$  [Eucl. V, 9].

quoniam igitur est  $E\Gamma = \Gamma Z$ ,  $\Delta E = ZH$ , et  $EZ$   
recta est, et  $E\Delta$  rectae  $ZH$  parallela, etiam  $\Delta H$   
recta est [cfr. Eucl. VI, 32]. ergo etiam  $\Gamma\Delta$  alteram  
quoque sectionem secabit.

### XXX.

Si in ellipsi uel oppositis recta ducitur ad utram-  
que partem centri cum sectione concurrentis, in centro  
in duas partes aequales secabitur.

sint ellipsis uel oppositae, earumque diametrus  $AB$ ,  
centrum autem  $\Gamma$ , et per  $\Gamma$  recta ducatur  $\Delta\Gamma E$ . dico,  
esse  $\Gamma\Delta = \Gamma E$ .

ordinate enim ducantur  $\Delta Z$ ,  $EH$ . et quoniam  
est, ut  $BZ \times ZA : Z\Delta^2$ , ita latus transuersum ad  
latus rectum, uerum etiam ut  $AH \times HB : HE^2$ , ita  
latus transuersum ad latus rectum [prop. XXI], erit

πρὸς τὴν ὀρθίαν, ἀλλὰ καὶ ὡς τὸ ὑπὸ  $AHB$  πρὸς τὸ  
ἀπὸ  $HE$ , ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, καὶ ὡς ἄρα τὸ  
ὑπὸ  $BZA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $Z\Delta$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $AHB$   
πρὸς τὸ ἀπὸ  $HE$ . καὶ ἐναλλάξ, ὡς τὸ ὑπὸ  $BZA$   
5 πρὸς τὸ ὑπὸ  $AHB$ , οὕτως τὸ ἀπὸ  $\Delta Z$  πρὸς τὸ ἀπὸ  
 $HE$ . ὡς δὲ τὸ ἀπὸ  $\Delta Z$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $HE$ , οὕτως τὸ  
ἀπὸ  $Z\Gamma$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma H$ . ἐναλλάξ ἄρα, ὡς τὸ ὑπὸ  
 $BZA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $Z\Gamma$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $AHB$  πρὸς τὸ  
ἀπὸ  $\Gamma H$ . καὶ ὡς ἄρα ἐπὶ μὲν τῆς ἐλλείψεως συνθέντι,  
10 ἐπὶ δὲ τῶν ἀντικειμένων ἀνάπαλιν καὶ ἀναστρέψαντι  
τὸ ἀπὸ  $A\Gamma$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma Z$ , οὕτως τὸ ἀπὸ  $B\Gamma$  πρὸς  
τὸ ἀπὸ  $\Gamma H$ . καὶ ἐναλλάξ. ἴσον δὲ τῷ ἀπὸ  $A\Gamma$  τὸ  
ἀπὸ  $\Gamma B$ . ἴσον ἄρα καὶ τῷ ἀπὸ  $Z\Gamma$  τὸ ἀπὸ  $\Gamma H$ . ἴση  
ἄρα ἢ  $Z\Gamma$  τῇ  $\Gamma H$ . καὶ εἰσι παρὰλληλοι αἱ  $\Delta Z$ ,  $HE$ .  
15 ἴση ἄρα καὶ ἢ  $\Delta\Gamma$  τῇ  $\Gamma E$ .

λα'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς ἐπὶ τῆς πλαγίας πλευρᾶς τοῦ εἶδους  
ληφθῆ τι σημεῖον μὴ ἐλάττονα ἀπολαμβάνον πρὸς τῇ  
κορυφῇ τῆς τομῆς τῆς ἡμισείας τῆς πλαγίας τοῦ εἶδους  
20 πλευρᾶς, καὶ ἀπ' αὐτοῦ προσπέσῃ εὐθεῖα πρὸς τὴν  
τομὴν, προσεκβληθεῖσα ἐντὸς πεσεῖται τῆς τομῆς κατὰ  
τὰ ἐπόμενα μέρη τῆς τομῆς.

ἔστω ὑπερβολή, ἧς διάμετρος ἢ  $AB$ , καὶ εἰλήφθω  
ἐπ' αὐτῆς σημεῖον ὅν τι τὸ  $\Gamma$  μὴ ἐλάττονα ἀπολαμ-  
25 βάνον τὴν  $\Gamma B$  τῆς ἡμισείας τῆς  $AB$ , καὶ προσπιπτέτω  
τις εὐθεῖα πρὸς τὴν τομὴν ἢ  $\Gamma\Delta$ . λέγω, ὅτι ἢ  $\Gamma\Delta$   
ἐκβαλλομένη ἐντὸς πεσεῖται τῆς τομῆς.

11. τό] (pr.) ὡς τό V; corr. p. Ante  $A\Gamma$  del. 1 litt. m. 1  
V;  $A\Gamma$  cp.  $\Gamma Z$  — 12. ἀπό (pr.)] bis V; corr. vp. 12. καὶ  
ἐναλλάξ] om. p, del. Halley. 16. λα'] p, om. V, m. 2 v. 21.  
προσεκβληθεῖσα] scripsi; ἢ προσβληθεῖσα V.



etiam  $BZ \times ZA : ZA^2 = AH \times HB : HE^2$ . et permutando [Eucl. V, 16]

$$BZ \times ZA : AH \times HB = AZ^2 : HE^2.$$

est autem

$$AZ^2 : HE^2 = Z\Gamma^2 : \Gamma H^2 \text{ [Eucl. VI, 4].}$$

permutando igitur

$$BZ \times ZA : Z\Gamma^2 = AH \times HB : \Gamma H^2 \text{ [Eucl. V, 16].}$$

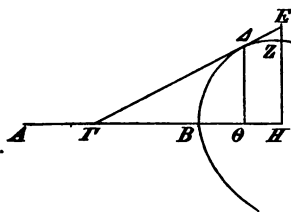
quare etiam, in ellipsi componendo [Eucl. V, 18], in oppositis autem e contrario [Eucl. V, 7 coroll.] et conuertendo [Eucl. V, 19 coroll.],

$$A\Gamma^2 : \Gamma Z^2 = B\Gamma^2 : \Gamma H^2$$

[Eucl. II, 5]; et permutando. est autem  $\Gamma B^2 = A\Gamma^2$ . quare etiam  $\Gamma H^2 = Z\Gamma^2$ . itaque  $Z\Gamma = \Gamma H$ . et  $AZ$ ,  $HE$  parallelae sunt. ergo etiam  $A\Gamma = \Gamma E$  [Eucl. VI, 4].

XXXI.

Si in hyperbola in latere transverso figurae punctum sumitur ad uerticem sectionis rectam abscindens non minorem dimidio latere transverso figurae, et ab eo recta ad sectionem adcidit, haec producta intra sectionem cadet ad partes eius sequentes.



sit hyperbola, cuius diametrus sit  $AB$ , et in ea punctum aliquod  $\Gamma$  sumatur abscindens  $\Gamma B$  non minorem dimidia  $AB$ , et ad sectionem adcidat recta  $\Gamma A$ . dico,  $\Gamma A$  productam intra sectionem cadere.

εἰ γὰρ δυνατόν, ἐκτὸς πιπτέτω τῆς τομῆς ὡς ἰ.  
 $\Gamma\Delta E$ , καὶ ἀπὸ τυχόντος σημείου τοῦ  $E$  τεταγμένως  
κατήχθω ἢ  $EH$ , καὶ ἢ  $\Delta\Theta$ , καὶ ἔστω πρότερον ἴση  
ἢ  $AG$  τῇ  $GB$ . καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ  $EH$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta\Theta$   
5 μείζονα λόγον ἔχει ἢ περὶ τὸ ἀπὸ  $ZH$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta\Theta$ ,  
ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ἀπὸ  $EH$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta\Theta$ , οὕτως τὸ  
ἀπὸ  $H\Gamma$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Theta$  διὰ τὸ παράλληλον εἶναι  
τὴν  $EH$  τῇ  $\Delta\Theta$ , ὡς δὲ τὸ ἀπὸ  $ZH$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta\Theta$ ,  
οὕτως τὸ ὑπὸ  $AHB$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $A\Theta B$  διὰ τὴν τομὴν,  
10 τὸ ἄρα ἀπὸ  $H\Gamma$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Theta$  μείζονα λόγον ἔχει  
ἢ περὶ τὸ ὑπο  $AHB$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $A\Theta B$ . ἐναλλάξ ἄρα  
τὸ ἀπὸ  $\Gamma H$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $AHB$  μείζονα λόγον ἔχει  
ἢ περὶ τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Theta$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $A\Theta B$ . διελόντι ἄρα  
τὸ ἀπὸ  $\Gamma B$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $AHB$  μείζονα λόγον ἔχει  
15 ἢ περὶ τὸ ἀπὸ  $\Gamma B$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $A\Theta B$ . ὅπερ ἀδύνατον.  
οὐκ ἄρα ἢ  $\Gamma\Delta E$  ἐκτὸς πεσεῖται τῆς τομῆς· ἐντὸς  
ἄρα. καὶ διὰ τοῦτο ἢ ἀπὸ τινος τῶν ἐπὶ τῆς  $AG$   
σημείων πολλῶ μᾶλλον ἐντὸς πεσεῖται, ἐπειδὴ καὶ τῆς  
 $\Gamma\Delta$  ἐντὸς πεσεῖται.

20

λβ'.

Ἐὰν κώνου τομῆς διὰ τῆς κορυφῆς εὐθεῖα παρὰ  
τεταγμένως κατηγμένην ἀχθῆ, ἐφάπτεται τῆς τομῆς,  
καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε κώνου τομῆς καὶ τῆς  
εὐθείας ἑτέρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται.  
25 ἔστω κώνου τομὴ πρότερον ἢ καλουμένη παραβολή,  
ἣς διάμετρος ἢ  $AB$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $A$  παρατεταγμένως  
ἢχθω ἢ  $AG$ .

ὅτι μὲν οὖν ἐκτὸς πίπτει τῆς τομῆς, δέδεικται.

5. ἀπό] (alt.) om. V; corr. p. 9.  $AHB$ ] c, B e corr.  
m. 1 V. 11. τό] (pr.) τὸ ὑπὲρ τό V; corr. p.  $A\Theta B$ ] c,  
B e corr. m. 1 V. 20. λβ'] p, om. V, m. 2 v.

nam si fieri potest, extra sectionem cadat ut  $\Gamma\Delta E$ , et a puncto aliquo  $E$  ordinate ducatur  $EH$ , et item ducatur  $\Delta\Theta$ , et prius sit  $A\Gamma = \Gamma B$ . quoniam igitur est

$$EH^2 : \Delta\Theta^2 > ZH^2 : \Delta\Theta^2 \text{ [Eucl. V, 8],}$$

est autem

$$EH^2 : \Delta\Theta^2 = H\Gamma^2 : \Gamma\Theta^2,$$

quia  $EH$ ,  $\Delta\Theta$  parallelæ sunt [Eucl. VI, 4], et

$$ZH^2 : \Delta\Theta^2 = AH \times HB : A\Theta \times \Theta B$$

propter sectionem [prop. XXI], erit

$$H\Gamma^2 : \Gamma\Theta^2 > AH \times HB : A\Theta \times \Theta B.$$

permutando igitur

$$\Gamma H^2 : AH \times HB > \Gamma\Theta^2 : A\Theta \times \Theta B.$$

dirimendo igitur  $\Gamma B^2 : AH \times HB > \Gamma B^2 : A\Theta \times \Theta B$

[u. Eutocius]; quod fieri non potest [Eucl. V, 8]. ergo  $\Gamma\Delta E$  extra sectionem non cadet; intra igitur. qua de causa recta a puncto aliquo rectæ  $A\Gamma$  ducta multo magis intra sectionem cadet, quoniam etiam intra  $\Gamma\Delta$  cadet.

### XXXII.

Si per uerticem sectionis conici recta rectæ ordinate ductæ parallela ducitur, sectionem contingit, nec in spatium inter sectionem conici et rectam positum alia recta incidet.

prius conici sectio sit parabola, quæ uocatur, cuius diametrus sit  $AB$ , et ab  $A$  rectæ ordinate ductæ parallela ducatur  $A\Gamma$ .

iam eam extra sectionem cadere, demonstraui[mus] [prop. XVII]. dico igitur, in spatium inter rectam  $A\Gamma$  et sectionem positum nullam aliam rectam incidere.

λέγω δὴ, ὅτι καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς  $ΑΓ$  εὐθείας καὶ τῆς τομῆς ἑτέρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται.

εἰ γὰρ δυνατόν, παρεμπίπτει ὡς ἡ  $ΑΔ$ , καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπ' αὐτῆς τυχὸν τὸ  $Δ$ , καὶ τεταγ-  
 5 μένως κατήχθω ἡ  $ΔΕ$ , καὶ ἔστω παρ' ἣν δύνανται αἱ καταγόμεναι τεταγμένως ἡ  $ΑΖ$ . καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ  $ΔΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΕΑ$  μείζονα λόγον ἔχει ἢ περὶ τὸ ἀπὸ  $ΗΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΕΑ$ , τὸ δὲ ἀπὸ  $ΗΕ$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $ΖΑΕ$ , καὶ τὸ ἀπὸ  $ΔΕ$  ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΕΑ$   
 10 μείζονα λόγον ἔχει ἢ περὶ τὸ ὑπὸ  $ΖΑΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΕΑ$ , τουτέστιν ἡ  $ΖΑ$  πρὸς  $ΑΕ$ . πεποιήσθω οὖν, ὡς τὸ ἀπὸ  $ΔΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΕΑ$ , οὕτως ἡ  $ΖΑ$  πρὸς  $ΑΘ$ , καὶ διὰ τοῦ  $Θ$  παράλληλος ἦχθω τῇ  $ΕΔ$  ἡ  $ΘΑΚ$ . ἐπεὶ οὖν ἐστὶν, ὡς τὸ ἀπὸ  $ΔΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΕΑ$ , ἡ  
 15  $ΖΑ$  πρὸς  $ΑΘ$ , τουτέστι τὸ ὑπὸ  $ΖΑΘ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΑΘ$ , καὶ ἐστὶν, ὡς μὲν τὸ ἀπὸ  $ΔΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΕΑ$ , οὕτως τὸ ἀπὸ  $ΚΘ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΘΑ$ , τῷ δὲ ὑπὸ  $ΖΑΘ$  ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ  $ΘΑ$ , καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $ΚΘ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΘΑ$ , οὕτως τὸ ἀπὸ  $ΑΘ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΘΑ$ . ἴση  
 20 ἄρα ἡ  $ΚΘ$  τῇ  $ΘΑ$ . ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς  $ΑΓ$  εὐθείας καὶ τῆς τομῆς ἑτέρα εὐθεῖα παρεμπεσεῖται.

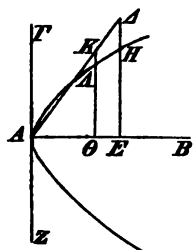
ἔστω δὴ ἡ τομὴ ὑπερβολὴ ἢ ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια, ἧς διάμετρος ἡ  $ΑΒ$ , ὀρθία δὲ ἡ  $ΑΖ$ , καὶ  
 25 ἐπιξενυχθεῖσα ἡ  $ΒΖ$  ἐμβεβλήσθω, καὶ ἀπὸ τοῦ  $Α$  παρατεταγμένως ἦχθω ἡ  $ΑΓ$ .

ὅτι μὲν οὖν ἐκτὸς πίπτει τῆς τομῆς, δέδεικται.

7. μείζονα — 8.  $ΕΑ$ ] om. V; corr. p (τῆς  $ΗΕ$  et τῆς  $ΕΑ$ ).

11. πεποιήσθω V; corr. p. 13.  $ΕΔ$ ]  $ΕΘ$  V; corr. p. 18. τό] (pr.) τῷ V; corr. p. 23. ἦ] ἡ V; corr. p. ἦ] ἡ V; corr. p.

nam si fieri potest, incidat ut  $AA$ , et in ea sumatur punctum aliquod  $\Delta$ , et ordinate ducatur  $\Delta E$ , parametrum autem rectarum ordinate ductarum sit



$AZ$ . et quoniam est  $\Delta E^2 : EA^2 > HE^2 : EA^2$  [Eucl. V, 8], et  $HE^2 = ZA \times AE$  [prop. XI], erit etiam

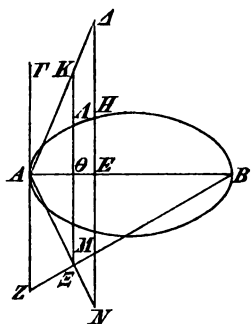
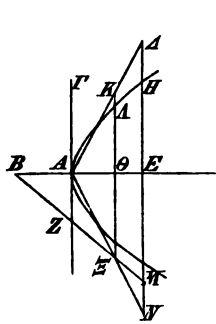
$$\Delta E^2 : EA^2 > ZA \times AE : EA^2, \text{ hoc est } \Delta E^2 : EA^2 > ZA : AE. \text{ fiat igitur } \Delta E^2 : EA^2 = ZA : A\Theta, \text{ et per } \Theta$$

rectae  $E\Delta$  parallela ducatur  $\Theta AK$ . quoniam igitur est  $\Delta E^2 : EA^2 = ZA : A\Theta = ZA \times A\Theta : A\Theta^2$ , est autem [Eucl. VI, 4]  $\Delta E^2 : EA^2 = K\Theta^2 : \Theta A^2$ , et

$$ZA \times A\Theta = \Theta A^2 \text{ [prop. XI],}$$

erit etiam  $K\Theta^2 : \Theta A^2 = A\Theta^2 : \Theta A^2$ . quare  $K\Theta = \Theta A$  [Eucl. V, 9]; quod absurdum est. ergo in spatium inter rectam  $A\Gamma$  et sectionem positum nulla recta alia incidet.

iam sit sectio hyperbola uel ellipsis uel ambitus circuli, cuius diametrum sit  $AB$ , latus autem rectum



$AZ$ , et ducta  $BZ$  producatum, ab  $A$  autem rectae ordinate ductae parallela ducatur  $A\Gamma$ .

λέγω δὴ, ὅτι καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς  $ΑΓ$  εὐθείας καὶ τῆς τομῆς ἕτερα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται.

εἰ γὰρ δυνατὸν, παρεμπιπτέτω ὡς ἡ  $ΑΔ$ , καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπ' αὐτῆς τυχὸν τὸ  $Δ$ , καὶ τεταγ-  
 5 μένωσ ἀπ' αὐτοῦ κατήχθω ἡ  $ΔΕ$ , καὶ διὰ τοῦ  $Ε$  τῆ  
 $ΑΖ$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $ΕΜ$ . καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ  $ΗΕ$   
 ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $ΑΕΜ$ , πεποιήσθω τῷ ἀπὸ  $ΔΕ$  ἴσον  
 τὸ ὑπὸ  $ΑΕΝ$ , καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ  $ΑΝ$  τεμνέτω τὴν  
 $ΖΜ$  κατὰ τὸ  $Ξ$ , καὶ διὰ μὲν τοῦ  $Ξ$  τῆ  $ΖΑ$  παρὰ-  
 10 ληλος ἤχθω ἡ  $ΞΘ$ , διὰ δὲ τοῦ  $Θ$  τῆ  $ΑΓ$  ἡ  $ΘΑΚ$ .  
 ἐπεὶ οὖν τὸ ἀπὸ  $ΔΕ$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπο  $ΑΕΝ$ , ἔστιν  
 ὡς ἡ  $ΝΕ$  πρὸς  $ΕΔ$ , ἡ  $ΔΕ$  πρὸς  $ΕΑ$ . καὶ ὡς ἄρα  
 ἡ  $ΝΕ$  πρὸς  $ΕΑ$ , τὸ ἀπὸ  $ΔΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΕΑ$ . ἀλλ'  
 ὡς μὲν ἡ  $ΝΕ$  πρὸς  $ΕΑ$ , ἡ  $ΞΘ$  πρὸς  $ΘΑ$ , ὡς δὲ τὸ  
 15 ἀπὸ  $ΔΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΕΑ$ , τὸ ἀπὸ  $ΚΘ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  
 $ΘΑ$ . ὡς ἄρα ἡ  $ΞΘ$  πρὸς  $ΘΑ$ , τὸ ἀπὸ  $ΚΘ$  πρὸς τὸ  
 ἀπὸ  $ΘΑ$ . μέση ἄρα ἀνάλογόν ἐστιν ἡ  $ΚΘ$  τῶν  $ΞΘΑ$ .  
 τὸ ἄρα ἀπὸ  $ΘΚ$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $ΑΘΞ$ . ἔστι δὲ καὶ  
 τὸ ἀπὸ  $ΑΘ$  τῷ ὑπὸ  $ΑΘΞ$  ἴσον διὰ τὴν τομὴν. τὸ  
 20 ἄρα ἀπὸ  $ΚΘ$  ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ  $ΘΑ$ . ὅπερ ἄτοπον.  
 οὐκ ἄρα εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε  $ΑΓ$  εὐθείας καὶ  
 τῆς τομῆς ἕτερα εὐθεῖα παρεμπεσεῖται.

λγ'.

Ἐὰν ἐν παραβολῇ ληφθῆ τι σημεῖον, καὶ ἀπ' αὐτοῦ  
 25 τεταγμένωσ ἐπὶ τὴν διάμετρον καταχθῆ, καὶ τῆ ἀπο-  
 λαμβανομένη ὑπ' αὐτῆς ἀπὸ τῆς διαμέτρου πρὸς τῆ  
 κορυφῆ τεθῆ ἴση ἐπ' εὐθείας ἀπ' ἄκρας αὐτῆς, ἡ ἀπὸ  
 τοῦ γενομένου σημείου ἐπὶ τὸ ληφθὲν σημεῖον ἐπι-  
 ζευγνυμένη ἐφάψεται τῆς τομῆς.

7. πεποιεῖσθω V; corr. p. τῷ] ενp, corr. ex τό m. 1 V.  
 23. λγ'] p, om. V, m. 2 v.

iam igitur eam extra sectionem cadere, demonstratum est [prop. XVII; Eucl. III, 16]. dico etiam, in spatium inter rectam  $AF$  et sectionem positum nullam aliam rectam incidere.

nam si fieri potest, incidat ut  $AA$ , et in ea punctum aliquod sumatur  $A$ , et ab eo ordinate ducatur  $AE$ , per  $E$  autem rectae  $AZ$  parallela ducatur  $EM$ . et quoniam est  $HE^2 = AE \times EM$  [prop. XII—XIII], fiat  $AE \times EN = AE^2$ , et ducta  $AN$  rectam  $ZM$  in  $\Xi$  secet, et per  $\Xi$  rectae  $ZA$  parallela ducatur  $\Xi\Theta$ , per  $\Theta$  autem rectae  $AF$  parallela  $\Theta AK$ . quoniam igitur  $AE^2 = AE \times EN$ , erit  $NE : EA = AE : EA$  [Eucl. VI, 17]; quare etiam  $NE : EA = AE^2 : EA^2$ . uerum  $NE : EA = \Xi\Theta : \Theta A$ ,  $AE^2 : EA^2 = K\Theta^2 : \Theta A^2$  [Eucl. VI, 4]. itaque  $\Xi\Theta : \Theta A = K\Theta^2 : \Theta A^2$ . media igitur proportionalis est  $K\Theta$  inter  $\Xi\Theta$ ,  $\Theta A$ . itaque [Eucl. VI, 17]  $\Theta K^2 = A\Theta \times \Theta \Xi$ . est autem etiam propter sectionem [prop. XII—XIII]  $A\Theta^2 = A\Theta \times \Theta \Xi$ . quare erit  $K\Theta^2 = A\Theta^2$ ; quod absurdum est. ergo in spatium inter rectam  $AF$  et sectionem alia recta non incidet.

XXXIII.

Si in parabola punctum aliquod sumitur, et ab eo ad diametrum recta ordinate ducitur, et rectae ab ea de diametro ad uerticem abscisae aequalis recta a termino eius in directum ponitur, recta a puncto ita orto ad sumptum punctum ducta sectionem continget.

sit parabola, cuius diametrus sit  $AB$ , et ordinate ducatur  $FA$ , ponaturque  $AE = EA$ , et ducatur  $AF$ . dico,  $AF$  productam extra sectionem cadere.

ἔστω παραβολή, ἧς διάμετρος ἡ  $AB$ , καὶ κατήχθω τεταγμένως ἡ  $\Gamma\Delta$ , καὶ τῇ  $E\Delta$  ἴση κείσθω ἡ  $AE$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $AG$ . λέγω, ὅτι ἡ  $AG$  ἐκβαλλομένη ἐκτὸς πεσεῖται τῆς τομῆς.

- 5 εἰ γὰρ δυνατόν, πιπτέτω ἐντὸς ὡς ἡ  $\Gamma Z$ , καὶ τεταγμένως κατήχθω ἡ  $HB$ . καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ  $BH$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Delta$  μείζονα λόγον ἔχει ἢ περὶ τὸ ἀπὸ  $ZB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Delta$ , ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ἀπὸ  $ZB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Delta$ , τὸ ἀπὸ  $BA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $A\Delta$ , ὡς δὲ τὸ ἀπὸ
- 10  $HB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Delta$ , ἡ  $BE$  πρὸς  $\Delta E$ , ἡ  $BE$  ἄρα πρὸς  $E\Delta$  μείζονα λόγον ἔχει ἢ περὶ τὸ ἀπὸ  $BA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $A\Delta$ . ἀλλ' ὡς ἡ  $BE$  πρὸς  $E\Delta$ , τὸ τετράκις ἰπὸ  $BEA$  πρὸς τὸ τετράκις ὑπὸ  $AE\Delta$ · καὶ τὸ τετράκις ἄρα ὑπὸ τῶν  $BEA$  πρὸς τὸ τετράκις ὑπὸ  $AE\Delta$  μεί-
- 15 ζονα λόγον ἔχει ἢ περὶ τὸ ἀπὸ  $BA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $A\Delta$ . ἐναλλάξ ἄρα τὸ τετράκις ὑπὸ  $BEA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AB$  μείζονα λόγον ἔχει ἢ περὶ τὸ τετράκις ὑπὸ  $AE\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $A\Delta$ . ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· ἴσης γὰρ οὔσης τῆς  $AE$  τῇ  $E\Delta$  τὸ τετράκις ὑπὸ  $AE\Delta$  τῷ ἀπὸ  $A\Delta$
- 20 ἐστὶν ἴσον, τὸ δὲ τετράκις ὑπὸ  $BEA$  τοῦ ἀπὸ  $BA$  ἐστὶν ἔλασσον· τῆς γὰρ  $AB$  οὐκ ἐστὶ διχοτομία τὸ  $E$  σημεῖον. οὐκ ἄρα ἡ  $AG$  ἐντὸς πίπτει τῆς τομῆς· ἐφάπτεται ἄρα.

λδ'.

- 25 Ἐὰν ἐπὶ ὑπερβολῆς ἢ ἐλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας ληφθῇ τι σημεῖον, καὶ ἀπ' αὐτοῦ καταχθῇ εὐθεῖα ἐπὶ τὴν διάμετρον τεταγμένως, καὶ ὃν ἔχουσι λόγον πρὸς ἀλλήλας αἱ ἀποτεμνόμεναι ὑπὸ τῆς κατηγμένης πρὸς τοῖς πέρασι τῆς πλαγίας τοῦ εἶδους

12. τό] (alt.) om. V; corr. p.  
corr. p. 20. τράκις V; corr. cp.

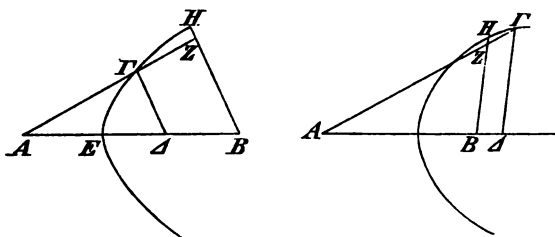
14. ὑπό] (alt.) ἄρα ὑπό V;  
22. ἐντός] ἐκτός V; corr. p.

24. λδ'] p, om. V, m. 2 v.





nam si fieri potest, cadat intra ut  $\Gamma Z$ , et ordinate ducatur  $HB$ . et quoniam est  $BH^2 : \Gamma \Delta^2 > ZB^2 : \Gamma \Delta^2$



[Eucl. V, 8], est autem  $ZB^2 : \Gamma \Delta^2 = BA^2 : A \Delta^2$   
 [Eucl. VI, 4],  $BH^2 : \Gamma \Delta^2 = BE : \Delta E$  [prop. XX], erit  
 $BE : E \Delta > BA^2 : A \Delta^2$ .

est autem

$$BE : E \Delta = 4BE \times EA : 4AE \times E \Delta.$$

quare etiam

$$4BE \times EA : 4AE \times E \Delta > BA^2 : A \Delta^2.$$

permutando igitur

$$4BE \times EA : AB^2 > 4AE \times E \Delta : A \Delta^2;$$

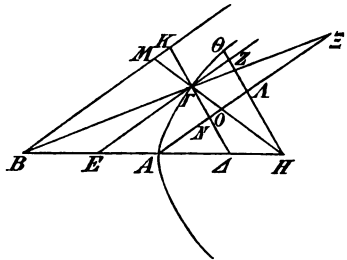
quod fieri non potest; nam quoniam est  $AE = E \Delta$ ,  
 erit  $4AE \times E \Delta = A \Delta^2$ ; est autem  $4BE \times EA < BA^2$   
 [Eucl. II, 5]; neque enim  $E$  medium punctum est.  
 itaque  $A \Gamma$  intra sectionem non cadit. ergo contingit.

XXXIV.

Si in hyperbola uel ellipsi uel ambitu circuli punctum sumitur, et ab eo recta ordinate ad diametrum ducitur, et quam rationem habent inter se rectae ab ordinate ducta ad terminos lateris transuersi figurae abscisae, eam habent partes lateris transuersi, ita ut

πλευρᾶς, τοῦτον ἔχη τὰ τμήματα τῆς πλαγίας πλευρᾶς, ὥστε ὁμόλογα εἶναι τὰ πρὸς τῇ κορυφῇ τμήματα, ἢ τὸ ἐπὶ τῆς πλαγίας πλευρᾶς ληφθὲν σημεῖον καὶ τὸ ἐπὶ τῆς τομῆς ἐπιξενυγνύουσα εὐθεῖα ἐφάπεται τῆς τομῆς.

5 ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια, ἥς διάμετρος ἢ  $AB$ , καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ  $\Gamma$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $\Gamma$  τεταγμένως ἦχθω ἢ  $\Gamma\Delta$ , καὶ πεποιήσθω  
 10 ὡς ἢ  $B\Delta$  πρὸς  $\Delta A$ , οὕτως ἢ  $BE$  πρὸς  $EA$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἢ  $E\Gamma$ . λέγω, ὅτι ἢ  $\Gamma E$  ἐφάπτεται τῆς τομῆς.



15 εἰ γὰρ δυνατόν, τεμνέτω ὡς ἢ  $E\Gamma Z$ , καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπ' αὐτῆς τὸ  $Z$ , καὶ τεταγμένως κατήχθω ἢ  $HZ\Theta$ , καὶ ἦχθωσαν διὰ τῶν  $A, B$  τῇ  $E\Gamma$  παράλληλοι αἱ  $A\Lambda, BK$ , καὶ ἐπιξενυχθεῖσαι αἱ  $\Delta\Gamma, B\Gamma, H\Gamma$  ἐκβεβλήσθωσαν ἐπὶ τὰ  $M, \Xi, K$  σημεῖα. καὶ ἐπεὶ ἐστίν,  
 20 ὡς ἢ  $B\Delta$  πρὸς  $\Delta A$ , οὕτως ἢ  $BE$  πρὸς  $EA$ , ἀλλ' ὡς μὲν ἢ  $B\Delta$  πρὸς  $\Delta A$ , οὕτως ἢ  $BK$  πρὸς  $AN$ , ὡς δὲ ἢ  $BE$  πρὸς  $AE$ , οὕτως ἢ  $B\Gamma$  πρὸς  $\Gamma\Xi$ , τουτέστιν ἢ  $BK$  πρὸς  $\Xi N$ , ὡς ἄρα ἢ  $BK$  πρὸς  $AN$ , ἢ  $BK$  πρὸς  $N\Xi$ . ἴση ἄρα ἐστὶν ἢ  $AN$  τῇ  $N\Xi$ . τὸ ἄρα ὑπὸ  $AN\Xi$   
 25 μείζον ἐστὶ τοῦ ὑπὸ  $AO\Xi$ . ἢ  $N\Xi$  ἄρα πρὸς  $\Xi O$  μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ ἢ  $OA$  πρὸς  $AN$ . ἀλλ' ὡς ἢ  $N\Xi$  πρὸς  $\Xi O$ , ἢ  $KB$  πρὸς  $BM$ . ἢ  $KB$  ἄρα πρὸς  $BM$  μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ ἢ  $OA$  πρὸς  $AN$ . τὸ ἄρα ὑπὸ  $KB, AN$  μείζον ἐστὶ τοῦ ὑπὸ  $MB, AO$ . ὥστε τὸ

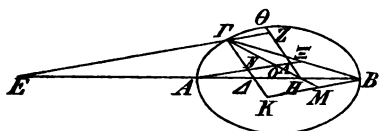
5. ἦ] ἢ V; corr. p. ἦ] ἢ V; corr. p. 9. πεποιείσθω V; corr. p. 17. HZΘ] HΞΘ V; corr. Memus; ΘZH p.

partes ad uerticem positae inter se respondeant, recta punctum in latere transuerso sumptum punctumque in sectione sumptum coniungens sectionem continget.

sit hyperbola uel ellipsis uel ambitus circuli, cuius diametrus sit  $AB$ , et in sectione punctum aliquod sumatur  $\Gamma$ , et a  $\Gamma$  ordinate ducatur  $\Gamma\Delta$ , et fiat

$$B\Delta : \Delta A = BE : EA,$$

ducaturque  $E\Gamma$ . dico,  $\Gamma E$  sectionem contingere.



nam si fieri potest, secet ut  $E\Gamma Z$ , et in ea punctum aliquod sumatur  $Z$ , ordinateque ducatur  $HZ\Theta$ , et per  $A, B$  rectae  $E\Gamma$  parallelae ducantur  $AA, BK$ , et ductae  $\Delta\Gamma, B\Gamma, H\Gamma$  ad puncta  $M, \Xi, K$  producantur. et quoniam est

$$B\Delta : \Delta A = BE : EA,$$

est autem etiam

$$B\Delta : \Delta A = BK : AN \text{ [Eucl. VI, 4],}$$

et [Eucl. VI, 2]

$BE : AE = B\Gamma : \Gamma\Xi = BK : \Xi N$  [Eucl. VI, 4], erit

$$BK : AN = BK : N\Xi.$$

itaque  $AN = N\Xi$  [Eucl. V, 9]. quare

$$AN \times N\Xi > AO \times O\Xi \text{ [Eucl. II, 5].}$$

itaque  $N\Xi : \Xi O > OA : AN$  [u. Eutocius]. est autem

$$N\Xi : \Xi O = KB : BM \text{ [Eucl. VI, 4].}$$

itaque  $KB : BM > OA : AN$ . quare

$$KB \times AN > MB \times AO.$$

itaque  $KB \times AN : \Gamma E^2 > MB \times AO : \Gamma E^2$  [Eucl. V, 8].

19.  $K, \Xi, M$  Halley.

25.  $\eta. N\Xi$ ]  $\eta\nu \xi\delta$  V, sed o del. m. 1; corr. cp.

ὑπὸ  $KB$ ,  $AN$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΓΕ$  μείζονα λόγον ἔχει  
 ἥπερ τὸ ὑπὸ  $MB$ ,  $AO$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΓΕ$ . ἀλλ' ὡς μὲν  
 τὸ ὑπὸ  $KB$ ,  $AN$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΓΕ$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $BΔA$   
 πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΔΕ$  διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν  $BKΔ$ ,  $ΕΓΔ$ ,  
 5  $NAΔ$  τριγώνων, ὡς δὲ τὸ ὑπὸ  $MB$ ,  $AO$  πρὸς τὸ ἀπὸ  
 $ΓΕ$ , οὕτως ἐστὶ τὸ ὑπὸ  $BHA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $HE$ . τὸ  
 ἄρα ὑπὸ  $BΔA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΔΕ$  μείζονα λόγον ἔχει  
 ἥπερ τὸ ὑπὸ  $BHA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $HE$ . ἐναλλάξ τὸ  
 ἄρα ὑπὸ  $BΔA$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $AH$ ,  $BH$  μείζονα λόγον ἔχει  
 10 ἥπερ τὸ ἀπὸ  $ΔΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $EH$ . ἀλλ' ὡς μὲν τὸ  
 ὑπὸ  $BΔA$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $AHB$ , οὕτως τὸ ἀπὸ  $ΓΔ$  πρὸς  
 τὸ ἀπὸ  $HΘ$ , ὡς δὲ τὸ ἀπὸ  $ΔΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $EH$ ,  
 οὕτως τὸ ἀπὸ  $ΓΔ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ZH$ . καὶ τὸ ἀπὸ  $ΓΔ$   
 ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΘH$  μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ τὸ  
 15 ἀπὸ  $ΓΔ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ZH$ . ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἢ  $ΘH$   
 τῆς  $ZH$ . ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἡ  $ΕΓ$  τέμνει  
 τὴν τομὴν· ἐφάπτεται ἄρα.

λε'.

Ἐὰν παραβολῆς εὐθεΐα ἐφάπτεται συμπίπτουσα τῇ  
 20 διαμέτρῳ ἐκτὸς τῆς τομῆς, ἢ ἀπὸ τῆς ἀφῆς εὐθεΐα  
 ἀχθεΐσα τεταγμένως ἐπὶ τὴν διάμετρον ἴσην ἀπολήψε-  
 ται ἀπὸ τῆς διαμέτρου πρὸς τῇ κορυφῇ τῆς τομῆς τῇ  
 μεταξὺ αὐτῆς καὶ τῆς ἐφαπτομένης, καὶ εἰς τὸν μεταξὺ  
 τόπον τῆς ἐφαπτομένης καὶ τῆς τομῆς οὐδεμία εὐθεΐα  
 25 παρεμπεσεῖται.

ἔστω παραβολή, ἣς διάμετρος ἡ  $AB$ , καὶ τεταγμένως  
 ἀνήχθω ἡ  $BΓ$ , καὶ ἔστω ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἡ  $ΑΓ$ .  
 λέγω, ὅτι ἡ  $AH$  ἴση ἐστὶ τῇ  $HB$ .

13.  $ZH$  — 14. ἀπό] bis V; corr. p.  
m. 2 v. 23. αὐτῆς] αὐτῇ V; corr. p.

18. λε'] p, om. V,

ut  $\Gamma E \times H : \Gamma E^2$ , h. e. ut  $H : E\Gamma$ , ita latus transuersum ad rectum. et quoniam est

$$ZE \times EA = \Gamma E \times H,$$

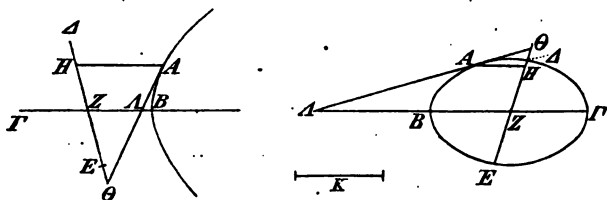
erit [Eucl. VI, 16]  $EZ : E\Gamma = H : EA$ . et quoniam est  $\Gamma E : EA = (\Gamma E : H) \times (H : EA)$ , et est, ut  $\Gamma E : H$ , ita latus rectum ad transuersum, et

$$H : AE = ZE : E\Gamma,$$

$\Gamma E : EA$  rationem habet compositam ex ea, quam habet latus rectum ad transuersum, eaque, quam habet  $ZE$  ad  $E\Gamma$ .

XL.

Si recta hyperbolam uel ellipsim uel ambitum circuli contingens cum altera diametro concurrat, et a puncto contactus recta ad eandem diametrum ducitur alteri diametro parallela, utracunq; recta sumpta erit, aut quae inter rectam ad diametrum ductam centrumque sectionis posita est, aut quae inter rectam illam contingentemque est, ad eam recta ad diametrum ducta rationem habebit compositam ex ea, quam habet latus transuersum ad rectum, eaque, quam habet altera rectarum illarum ad rectam ad diametrum ductam.



sit hyperbola uel ellipsis uel ambitus circuli  $AB$ , diametrus autem eius  $BZ\Gamma$  et diametrus altera  $\Delta ZE$ , ducaturque contingens  $\Theta AA$  et rectae  $B\Gamma$  parallela.

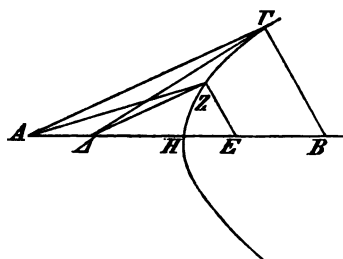
ἔστω τῷ ὑπὸ  $\Theta HZ$  ἴσον τὸ ὑπὸ  $HA, K$ . καὶ ἐπεὶ  
 ἔστιν, ὡς ἡ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν, τὸ ὑπὸ  $\Theta HZ$   
 πρὸς τὸ ἀπὸ  $HA$ , τῷ δὲ ὑπὸ  $\Theta HZ$  ἴσον τὸ ὑπὸ  
 $HA, K$ , καὶ τὸ ὑπὸ  $HA, K$  ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ  $HA$ ,  
 5 τούτέστιν ἡ  $K$  πρὸς  $AH$ , ἔστιν ὡς ἡ ὀρθία πρὸς τὴν  
 πλαγίαν. καὶ ἐπεὶ ἡ  $AH$  πρὸς  $HZ$  τὸν συγκείμενον  
 ἔχει λόγον ἐκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ  $AH$  πρὸς  $K$  καὶ ἐκ  
 τοῦ ὄν ἔχει ἡ  $K$  πρὸς  $HZ$ , ἀλλ' ὡς μὲν ἡ  $HA$  πρὸς  
 $K$ , ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, ὡς δὲ ἡ  $K$  πρὸς  $HZ$ ,  
 10 ἡ  $\Theta H$  πρὸς  $HA$  διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ ὑπὸ  $\Theta HZ$  τῷ  
 ὑπὸ  $AH, K$ , ἡ  $AH$  ἄρα πρὸς  $HZ$  τὸν συγκείμενον  
 ἔχει λόγον ἐκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν,  
 καὶ ἐκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ  $H\Theta$  πρὸς  $HA$ .

μα'.

15 Ἐὰν ἐν ὑπερβολῇ ἢ ἑλλείψει ἢ κύκλου περιφερεία  
 εὐθεῖα καταχθῆ τεταγμένως ἐπὶ τὴν διάμετρον, καὶ  
 ἀπὸ τε τῆς τεταγμένης καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου ἀνα-  
 γραφῆ εἶδη παραλληλόγραμμα ἰσογώνια, ἔχη δὲ ἡ  
 κατηγμένη πλευρὰ πρὸς τὴν λοιπὴν τοῦ εἶδους πλευρὰν  
 20 τὸν συγκείμενον λόγον ἐκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ ἐκ τοῦ  
 κέντρου πρὸς τὴν λοιπὴν τοῦ εἶδους πλευρὰν, καὶ ἐκ  
 τοῦ ὄν ἔχει ἡ τοῦ εἶδους τῆς τομῆς ὀρθία πλευρὰ  
 πρὸς τὴν πλαγίαν, τὸ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τοῦ κέντρου  
 καὶ τῆς κατηγμένης εἶδος τὸ ὁμοιον τῷ ἀπὸ τῆς ἐκ  
 25 τοῦ κέντρου εἶδει ἐπὶ μὲν τῆς ὑπερβολῆς μετξόν ἔστι  
 τοῦ ἀπὸ τῆς κατηγμένης εἶδους τῷ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ  
 κέντρου εἶδει, ἐπὶ δὲ τῆς ἑλλείψεως καὶ τῆς τοῦ κύκλου

1.  $\Theta HZ$ ]  $\Theta ZH$  V; corr. p (τῶν  $\Theta H, HZ$ ). 7. ἐκ τοῦ]  
 ἐξ οὗ V; corr. Halley. 13. ἐκ τοῦ] ἐξ οὗ V; corr. Halley.  
 14. μα'] p, om. V, m. 2 v. 21. τήν] p, om. V. λοιπὴν τήν c.  
 ἐκ τοῦ] ἐξ οὗ V; corr. Halley.

producta cum recta  $A\Gamma$  concurret [prop. XXXIII]; quod fieri non potest; ita enim duarum rectarum iidem



termini erunt. itaque  $AH$  rectae  $HB$  inaequalis non est. ergo aequalis est.

iam dico, in spatium inter rectam  $A\Gamma$  et sectionem positum nullam rectam incidere.

nam si fieri potest, incidat  $\Gamma\Delta$ , ponaturque

$HE = HD$ , et ordinate ducatur  $EZ$ . recta igitur a  $\Delta$  ad  $Z$  ducta sectionem contingit [prop. XXXIII]; producta igitur extra eam cadet. quare cum  $\Delta\Gamma$  concurret, et duarum rectarum iidem termini erunt; quod absurdum est. ergo in spatium inter sectionem et rectam  $A\Gamma$  positum nulla recta incidet.

### XXXVI.

Si hyperbolam uel ellipsim uel ambitum circuli recta contingit cum latere transuerso figurae concurrens, et a puncto contactus ad diametrum ordinate ducitur recta, erit, ut recta a contingenti ad terminum lateris transuersi abscisa ad rectam a contingenti ad alterum terminum lateris transuersi abscisam, ita recta ab ordinate ducta ad terminum lateris abscisa ad rectam ab ordinate ducta ad alterum terminum lateris abscisam, ita ut rectae inter se correspondentes continuae sint, et in spatium inter contingentem et sectionem conii positum alia recta non incidet.

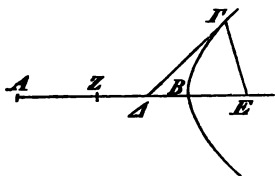
μεταξὺ τῆς κατηγμένης καὶ τῆς ἐφαπτομένης περιέξει χωρίον λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς κατηγμένης τετράγωνον, ὃν ἡ πλαγία πλευρὰ πρὸς τὴν ὀρθίαν.

- ἔστω ὑπερβολὴ ᾗ ἔλλειψις ᾗ κύκλου περιφέρεια,  
 5 ἣς διάμετρος ἡ  $AB$ , καὶ ἐφαπτομένη ἡχθῶ ἡ  $ΓΔ$ , καὶ κατήχθῶ τεταγμένως ἡ  $ΓΕ$ , κέντρον δὲ ἔστω τὸ  $Z$ . λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ  $ΔΖΕ$  τῷ ἀπὸ  $ZB$ , καὶ ὡς τὸ ὑπὸ  $ΔΕΖ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΕΓ$ , ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν.
- 10 ἐπεὶ γὰρ ἐφάπτεται ἡ  $ΓΔ$  τῆς τομῆς, καὶ τεταγμένως κατήχθαι ἡ  $ΓΕ$ , ἔσται, ὡς ἡ  $ΑΔ$  πρὸς  $ΔΒ$ , ἡ  $ΑΕ$  πρὸς  $ΕΒ$ . συνθέντι ἄρα ἐστίν, ὡς συναμφοτέρος ἡ  $ΑΔ$ ,  $ΔΒ$  πρὸς  $ΔΒ$ , οὕτως συναμφοτέρος ἡ  $ΑΕ$ ,  $ΕΒ$  πρὸς  $ΕΒ$ . καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ ἡμίση· ἐπὶ μὲν  
 15 τῆς ὑπερβολῆς ἐροῦμεν· ἀλλὰ συναμφοτέρου μὲν τῆς  $ΑΕ$ ,  $ΕΒ$  ἡμίσειά ἐστὶν ἡ  $ΖΕ$ , τῆς δὲ  $ΑΒ$  ἡ  $ΖΒ$ · ὡς ἄρα ἡ  $ΖΕ$  πρὸς  $ΕΒ$ , ἡ  $ΖΒ$  πρὸς  $ΒΔ$ . ἀναστρέψαντι ἄρα ἐστίν, ὡς ἡ  $ΕΖ$  πρὸς  $ΖΒ$ , ἡ  $ΖΒ$  πρὸς  $ΖΔ$ · ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ  $ΕΖΔ$  τῷ ἀπὸ  $ZB$ . καὶ ἐπεὶ  
 20 ἐστὶν, ὡς ἡ  $ΖΕ$  πρὸς  $ΕΒ$ , ἡ  $ΖΒ$  πρὸς  $ΒΔ$ , τουτέστιν ἡ  $ΑΖ$  πρὸς  $ΔΒ$ , ἐναλλάξ, ὡς ἡ  $ΑΖ$  πρὸς  $ΖΕ$ , ἡ  $ΔΒ$  πρὸς  $ΒΕ$ · συνθέντι, ὡς ἡ  $ΑΕ$  πρὸς  $ΕΖ$ , ἡ  $ΔΕ$  πρὸς  $ΕΒ$ · ὥστε τὸ ὑπὸ  $ΑΕΒ$  ἴσον τῷ ὑπὸ  $ΖΕΔ$ . ἔστι δὲ ὡς τὸ ὑπὸ  $ΑΕΒ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΓΕ$ , ἡ πλαγία πρὸς  
 25 τὴν ὀρθίαν· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $ΖΕΔ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΓΕ$ , ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν. ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως καὶ τοῦ κύκλου· ἀλλὰ συναμφοτέρου μὲν τῆς  $ΑΔ$ ,  $ΔΒ$  ἡμίσειά ἐστὶν ἡ  $ΔΖ$ , τῆς δὲ  $ΑΒ$  ἡμίσειά ἐστὶν ἡ

8.  $ΔΕΖ$ ]  $ΕΔΖ$  V; corr. Memus. 11.  $ΓΕ$ ]  $Ε$  V; corr. Memus. 13.  $ΑΔ$  —  $ΑΕ$ ] om. V; corr. Memus. 14. μὲν] scr. μὲν οὖν.



comprehendet aequale quadrato radii sectionis, cum  
 recta autem inter ordinate ductam et contingentem  
 posita spatium comprehendet, quod ad quadratum  
 ordinate ductae rationem habet,  
 quam latus transuersum ad  
 rectum.



sit hyperbola uel ellipsis  
 uel ambitus circuli, cuius dia-  
 metrus sit  $AB$ , et contingens  
 ducatur  $\Gamma A$ , ducaturque ordinate  $\Gamma E$ , centrum autem  
 sit  $Z$ . dico, esse  $\Delta Z \times ZE = ZB^2$ , et ut

$$\Delta E \times EZ : E\Gamma^2,$$

ita latus transuersum ad rectum.

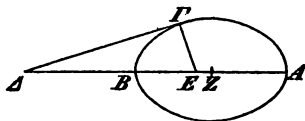
nam quoniam  $\Gamma A$  sectionem contingit, et  $\Gamma E$  ordinate  
 ducta est, erit  $A\Delta : \Delta B = AE : EB$  [prop. XXXVI].  
 componendo igitur  $A\Delta + \Delta B : \Delta B = AE + EB : EB$   
 [Eucl. V, 18]. et praecedentium dimidia sumantur  
 [Eucl. V, 15]. in hyperbola igitur sic ratiocinabimur:  
 est autem  $ZE = \frac{1}{2}(AE + EB)$ ,  $ZB = \frac{1}{2}AB$ . itaque  
 $ZE : EB = ZB : \Delta B$ . conuertendo igitur [Eucl. V, 19  
 coroll.]  $EZ : ZB = ZB : Z\Delta$ . itaque [Eucl. VI, 17]  
 $EZ \times Z\Delta = ZB^2$ . et quoniam est

$$ZE : EB = ZB : \Delta B = AZ : \Delta B,$$

permutando est [Eucl. V, 16]  $AZ : ZE = \Delta B : BE$ .  
 et componendo  $AE : EZ = \Delta E : EB$  [Eucl. V, 18].  
 quare  $AE \times EB = ZE \times E\Delta$  [Eucl. VI, 16]. est autem  
 ut  $AE \times EB : \Gamma E^2$ , ita latus transuersum ad rectum  
 [prop. XXI]. quare etiam ut  $ZE \times E\Delta : \Gamma E^2$ , ita  
 latus transuersum ad rectum.

$ZB$ . ὡς ἄρα ἡ  $Z\Delta$  πρὸς  $\Delta B$ , ἢ  $ZB$  πρὸς  $BE$ . ἀναστρέψαντι ἄρα ἐστίν, ὡς ἡ  $\Delta Z$  πρὸς  $ZB$ , ἢ  $BZ$  πρὸς  $ZE$ . ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ  $\Delta ZE$  τῷ ἀπὸ  $BZ$ .

5 ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ  $\Delta ZE$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $\Delta EZ$  καὶ τῷ ἀπὸ  $ZE$ , τὸ δὲ



ἀπὸ  $BZ$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $AEB$  μετὰ τοῦ ἀπὸ  $ZE$ . κοινὸν ἀφηγήσθω τὸ ἀπὸ  $EZ$ . λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ  $\Delta EZ$  λοιπῷ τῷ ὑπὸ  $AEB$  ἴσον ἔσται. ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $\Delta EZ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $GE$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $AEB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $GE$ . ἀλλ' ὡς τὸ ὑπὸ  $AEB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $GE$ , ἢ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν. ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $\Delta EZ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $EG$ , ἢ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν.

15

λη'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς ἢ ἐλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας εὐθεία ἐπιψάνουσα συμπίπτῃ τῇ δευτέρᾳ διαμέτρῳ, καὶ ἀπὸ τῆς ἀφῆς εὐθεῖα καταχθῆ ἐπὶ τὴν αὐτὴν διάμετρον παράλληλος τῇ ἐτέρᾳ διαμέτρῳ, ἢ ἀπολαμ-  
20 βανομένη εὐθεῖα ὑπὸ τῆς κατηγμένης πρὸς τῷ κέντρῳ τῆς τομῆς μετὰ μὲν τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπὸ τῆς ἐφαπτομένης πρὸς τῷ κέντρῳ τῆς τομῆς ἴσον περιέξει τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς δευτέρας διαμέτρου τετρα-  
γώνῳ, μετὰ δὲ τῆς μεταξὺ τῆς κατηγμένης καὶ τῆς  
25 ἐφαπτομένης περιέξει χωρὶον λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς κατηγμένης, ὃν ἔχει ἡ ὀρθία τοῦ εἶδους πλευρὰ πρὸς τὴν πλαγίαν.

3. ἴσον ἄρα ἐστὶ] c; euan. V, rep. mg. m. rec. 4. τῷ ἀπό] c; euan. V, rep. mg. m. rec. 10. λοιπῷ — 11.  $\Delta EZ$ ] om. V; corr. Halley. 15. λη'] p, om. V, m. 2 v. 21. μετὰ

in ellipsi autem et circulo sic: est autem

$$\Delta Z = \frac{1}{2}(A\Delta + \Delta B), \quad ZB = \frac{1}{2}AB.$$

erit igitur  $Z\Delta : \Delta B = ZB : BE$ . conuertendo igitur est [Eucl. V, 19 coroll.]  $\Delta Z : ZB = BZ : ZE$ . itaque [Eucl. VI, 17]  $\Delta Z \times ZE = BZ^2$ . est autem

$$\Delta Z \times ZE = \Delta E \times EZ + ZE^2$$

[Eucl. II, 3] et  $BZ^2 = AE \times EB + ZE^2$  [Eucl. II, 5]. auferatur, quod commune est,  $EZ^2$ . itaque erit

$$\Delta E \times EZ = AE \times EB.$$

erit igitur  $\Delta E \times EZ : \Gamma E^2 = AE \times EB : \Gamma E^2$  [Eucl. V, 7]. uerum ut  $AE \times EB : \Gamma E^2$ , ita latus transuersum ad rectum [prop. XXI]. ergo ut

$$\Delta E \times EZ : E\Gamma^2,$$

ita latus transuersum ad rectum.

### XXXVIII.

Si recta hyperbolam uel ellipsim uel ambitum circuli contingens cum altera diametro concurrat, et a puncto contactus recta ad eandem diametrum ducitur alteri diametro parallela, recta a recta ita ducta ad centrum sectionis abscisa cum recta a contingenti ad centrum sectionis abscisa spatium comprehendet aequale quadrato dimidiae alterius diametri, cum recta autem inter rectam ad diametrum ductam et contingentem posita spatium comprehendet, quod ad quadratum rectae ad diametrum ductae eam rationem habet, quam habet latus rectum figurae ad transuersum.

~~αδ~~] c; euan. V, rep. mg. m. rec. 22. ἐφαπτομένης] cv;  
 ἐφαπτο euan., rep. mg. m. rec. V; νης om. in extr. pag.

ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια, ἣς διάμετρος ἡ  $AHB$ , δευτέρα δὲ διάμετρος ἡ  $ΓΗΔ$ , ἐφαπτομένη δὲ ἔστω τῆς τομῆς ἡ  $EAZ$  συμπίπτουσα τῇ  $ΓΔ$  κατὰ τὸ  $Z$ , παράλληλος δὲ ἔστω τῇ  $AB$  ἢ  
 5  $\Theta E$ . λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ  $ZH\Theta$  τῷ ἀπὸ  $HΓ$  ἔστιν ἴσον, καὶ ἔστιν ὡς τὸ ὑπὸ  $H\Theta Z$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Theta E$ , ἡ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν.

ἤχθω τεταγμένως ἡ  $ME$ . ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ  $HMA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ME$ ; ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν.  
 10 ἀλλ' ἔστιν ὡς ἡ πλαγία ἢ  $BA$  πρὸς  $ΓΔ$ , ἡ  $ΓΔ$  πρὸς τὴν ὀρθίαν· καὶ ὡς ἄρα ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, τὸ ἀπὸ  $AB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΓΔ$ · καὶ τὰ τέταρτα, τουτέστι τὸ ἀπὸ  $HA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $HΓ$ · καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $HMA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ME$ , τὸ ἀπὸ  $HA$  πρὸς τὸ  
 15 ἀπὸ  $HΓ$ . τὸ δὲ ὑπὸ  $HMA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ME$  τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἕκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ  $HM$  πρὸς  $ME$ , τουτέστι πρὸς  $H\Theta$ , καὶ ἕκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ  $AM$  πρὸς  $ME$ . ἀνάπαλιν ἄρα ὁ τοῦ ἀπὸ  $ΓH$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $HA$  λόγος συνῆπται ἕκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ  $EM$  πρὸς  
 20  $MH$ , τουτέστιν ἡ  $\Theta H$  πρὸς  $HM$ , καὶ ἕκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ  $EM$  πρὸς  $MA$ , τουτέστιν ἡ  $ZH$  πρὸς  $HA$ . τὸ ἄρα ἀπὸ  $HΓ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $HA$  τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἕκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ  $\Theta H$  πρὸς  $HM$  καὶ ἕκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ  $ZH$  πρὸς  $HA$ , ὅς ἔστιν ὁ αὐτὸς τῷ ὄν ἔχει τὸ ὑπὸ  
 25  $ZH\Theta$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $MHA$ . ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $ZH\Theta$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $MHA$ , τὸ ἀπὸ  $ΓH$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $HA$  καὶ ἐναλλάξ ἄρα ἔστιν ὡς τὸ ὑπὸ  $ZH\Theta$  πρὸς τὸ ἀπὸ

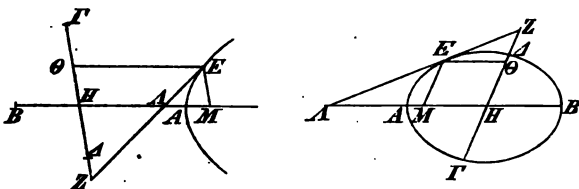
3.  $EAZ$ ]  $AZ$  V; corr. Comm. 6. τό] (pr.) cv, ins.  
 m. 1 V. 10. ἡ  $BA$ ] scripsi,  $BA$  V. πρὸς  $ΓΔ$ ] om. V;  
 corr. Memus. 14. ὑπὸ] ἀπὸ V; corr. p. 17. ἕκ τοῦ] scripsi,  
 ἕξ οὗ V. 18. τοῦ] om. V; corr. p. τό] om. V; corr. p.

sit hyperbola uel ellipsis uel ambitus circuli, cuius diametrus sit  $AHB$ , altera autem diametrus  $\Gamma H\Delta$ , et sectionem contingat  $EAZ$  cum  $\Gamma\Delta$  in  $Z$  concurrens, et  $\Theta E$  rectae  $AB$  parallela sit. dico, esse

$$ZH \times H\Theta = H\Gamma^2,$$

et ut  $H\Theta \times \Theta Z : \Theta E^2$ , ita latus rectum ad transuersum.

ordinate ducatur  $ME$ . erit igitur [prop. XXXVII] ut  $HM \times MA : ME^2$ , ita latus transuersum ad rectum. est autem, ut latus transuersum  $BA$  ad  $\Gamma\Delta$ , ita  $\Gamma\Delta$



ad latus rectum [def. alt. 3]. quare etiam, ut latus transuersum ad latus rectum, ita  $AB^2 : \Gamma\Delta^2$  [Eucl. V def. 9]; et partes quartae quoque [Eucl. V, 15], h. e.  $HA^2 : H\Gamma^2$ . quare etiam

$$HM \times MA : ME^2 = HA^2 : H\Gamma^2.$$

est autem

$HM \times MA : ME^2 = (HM : ME) \times (MA : ME)$   
 $= (HM : H\Theta) \times (MA : ME)$  [Eucl. I, 34]. itaque e contrario  $H\Gamma^2 : HA^2 = (EM : MH) \times (EM : MA)$   
 $= (\Theta H : HM) \times (ZH : HA)$  [Eucl. VI, 4]. est autem  $(\Theta H : HM) \times (ZH : HA) = ZH \times H\Theta : MH \times HA$ . erit igitur  $ZH \times H\Theta : MH \times HA = H\Gamma^2 : HA^2$ . et permutando [Eucl. V, 16] igitur

$$ZH \times H\Theta : H\Gamma^2 = MH \times HA : HA^2.$$

20. ἐκ τοῦ] ἐξ οὗ V; corr. Halley. 23. ἐκ τοῦ] (alt.) scripsi; ἐξ οὗ V.

ΓΗ, τὸ ὑπὸ ΜΗΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΑ. ἴσον δὲ τὸ  
ὑπὸ ΜΗΛ τῷ ἀπὸ ΗΑ ἴσον ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ ΖΗΘ  
τῷ ἀπὸ ΗΓ.

παλιν ἐπεὶ ἐστίν, ὡς ἡ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν,  
5 τὸ ἀπὸ ΕΜ πρὸς τὸ ὑπὸ ΗΜΛ, καὶ τὸ ἀπὸ ΕΜ  
πρὸς τὸ ὑπὸ ΗΜΛ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἕκ τε  
τοῦ ὄν ἔχει ἡ ΕΜ πρὸς ΗΜ, τουτέστιν ἡ ΘΗ πρὸς  
ΘΕ, καὶ τοῦ ὄν ἔχει ἡ ΕΜ πρὸς ΜΔ, τουτέστιν ἡ  
ΖΗ πρὸς ΗΔ, τουτέστιν ἡ ΖΘ πρὸς ΘΕ, ὅς ἐστίν ὁ  
10 αὐτὸς τῷ ὄν ἔχει τὸ ὑπὸ ΖΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΕ,  
ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΖΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΕ, ἡ ὀρθία πρὸς  
τὴν πλαγίαν.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων δεικτέον, ὅτι ἐστίν, ὡς ἡ  
μεταξὺ τῆς ἐφαπτομένης καὶ τοῦ πέρατος τῆς διαμέτρου  
15 ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῆ κατηγμένη πρὸς τὴν μεταξὺ τῆς ἐφαπ-  
τομένης καὶ τῆς δευτέρας διαμέτρου, ἡ μεταξὺ τοῦ  
ἐτέρου πέρατος καὶ τῆς κατηγμένης πρὸς τὴν μεταξὺ  
τοῦ ἐτέρου πέρατος καὶ τῆς κατηγμένης.

ἐπεὶ γὰρ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΖΗΘ τῷ ἀπὸ ΗΓ,  
20 τουτέστι τῷ ὑπὸ ΓΗΔ ἴση γὰρ ἡ ΓΗ τῇ ΗΔ τὸ  
ἄρα ὑπὸ ΖΗΘ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΓΗΔ ἐστίν ἄρα  
ὡς ἡ ΖΗ πρὸς ΗΔ, ἡ ΓΗ πρὸς ΗΘ. καὶ ἀναστρέ-  
ψαντι, ὡς ἡ ΗΖ πρὸς ΖΔ, ἡ ΗΓ πρὸς ΓΘ. καὶ τὰ  
διπλᾶ τῶν ἡγουμένων ἐστὶ δὲ διπλασία τῆς ΗΖ  
25 συναμφοτέρος ἡ ΓΖ, ΖΔ διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΓΗ  
τῇ ΗΔ, τῆς δὲ ΗΓ διπλασία ἡ ΓΔ ὡς ἄρα συναμ-  
φοτέρος ἡ ΓΖΔ πρὸς ΖΔ, ἡ ΔΓ πρὸς ΓΘ. καὶ  
διελόντι ὡς ἡ ΓΖ πρὸς ΖΔ, ἡ ΔΘ πρὸς ΘΓ ὅπερ  
ἔδει δεῖξαι.

5. καὶ τό — 6. ΗΜΛ] om. V; corr. Memus. 19. ΖΗΘ]  
ΖΘΗ V; corr. Memus. 23. ΗΖ] p, Z V, ΖΗ c. 25. Ante

est autem  $MH \times HA = HA^2$  [prop. XXXVII. ergo etiam  $ZH \times H\Theta = HG^2$ .

rursus quoniam est, ut latus rectum ad transversum, ita  $EM^2 : HM \times MA$ , et  $EM^2 : HM \times MA = (EM : HM) \times (EM : MA) = (\Theta H : \Theta E) \times (ZH : HA) = (\Theta H : \Theta E) \times (Z\Theta : \Theta E)$

$$[\text{Eucl. VI, 4}] = Z\Theta \times \Theta H : \Theta E^2,$$

erit, ut  $Z\Theta \times \Theta H : \Theta E^2$ , ita latus rectum ad transversum.

Iisdem suppositis demonstrandum, quam rationem habeat recta inter contingentem et terminum diametri ad easdem partes uersus posita, in quibus est recta ordinate ducta, ad rectam inter contingentem et alteram diametrum positam, eam habere rectam inter alterum terminum et rectam ordinate ductam positam ad rectam inter alterum terminum et rectam ordinate ductam positam.

nam quoniam est  $ZH \times H\Theta = HG^2$  [u. lin. 2], h. e.  $ZH \times H\Theta = \Gamma H \times H\Delta$  (nam  $\Gamma H = H\Delta$ ), erit [Eucl. VI, 16]  $ZH : H\Delta = \Gamma H : H\Theta$ . et conuertendo [Eucl. V, 19 coroll.]  $ZH : Z\Delta = H\Gamma : \Gamma\Theta$ . et praecedentium dupla sumantur [Eucl. V, 15]; est autem  $\Gamma Z + Z\Delta = 2HZ$ , quia  $\Gamma H = H\Delta$ , et  $\Gamma\Delta = 2HI$ . itaque  $\Gamma Z + Z\Delta : Z\Delta = \Delta\Gamma : \Gamma\Theta$ . et dirimendo [Eucl. V, 17]  $\Gamma Z : Z\Delta = \Delta\Theta : \Theta\Gamma$ ; quod erat demonstrandum.

#### Corollarium.

manifestum igitur ex iis, quae diximus, rectam  $EZ$  sectionem contingere, siue sit  $ZH \times H\Theta = HI^2$ ,

*διὰ* interponitur in extr. lin. V. in V, cui signo nihil nunc respondet. 26. ἢ  $\Gamma\Delta$ ]  $H\Delta$  V; corr. p.

φανερὸν δὴ ἐκ τῶν εἰρημένων, ὅτι ἡ  $EZ$  ἐφάπτεται τῆς τομῆς, ἕαν τε ἴσον ἢ τὸ ὑπὸ  $ZH\Theta$  τῷ ἀπὸ τῆς  $H\Gamma$ , ἕαν τε λόγον ἔχη τὸ ὑπὸ  $Z\Theta H$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Theta E$  τὸν εἰρημένον· δειχθήσεται γὰρ ἀντιστρόφως.

5

λθ'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς ἢ ἑλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας εὐθεῖα ἐπιψαύουσα συμπίπτῃ τῇ διαμέτρῳ, καὶ ἀπὸ τῆς ἀφῆς καταχθῆ εὐθεῖα ἐπὶ τὴν διάμετρον τεταγμένως, ἣτις ἂν ληφθῆ τῶν δύο εὐθειῶν, ὧν ἔστιν ἡ  
10 μὲν μεταξὺ τῆς κατηγμένης καὶ τοῦ κέντρου τῆς τομῆς, ἡ δὲ μεταξὺ τῆς κατηγμένης καὶ τῆς ἐφαπτομένης, ἔξει πρὸς αὐτὴν ἡ κατηγμένη τὸν συγκείμενον λόγον ἐκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἢ ἑτέρα τῶν δύο εὐθειῶν πρὸς τὴν κατηγμένην, καὶ ἐκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ τοῦ εἶδους ὀρθία  
15 πλευρὰ πρὸς τὴν πλαγίαν.

ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἑλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια, ἣς διάμετρος ἡ  $AB$ , κέντρον δὲ αὐτῆς τὸ  $Z$ , καὶ ἐφαπτομένη ἡχθῶ τῆς τομῆς ἡ  $\Gamma\Delta$ , καὶ τεταγμένως κατήχθῶ ἡ  $\Gamma E$ . λέγω, ὅτι ἡ  $\Gamma E$  πρὸς τὴν ἑτέραν  
20 τῶν  $ZE$ ,  $E\Delta$  τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἢ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν, καὶ ἐκ τοῦ ὄν ἔχει ἢ ἑτέρα τῶν  $ZE$ ,  $E\Delta$  πρὸς τὴν  $E\Gamma$ .

ἔστω γὰρ ἴσον τὸ ὑπὸ  $ZE\Delta$  τῷ ὑπὸ  $E\Gamma$ ,  $H$ . καὶ ἐπεὶ ἔστιν, ὡς τὸ ὑπὸ  $ZE\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma E$ , ἢ  
25 πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, ἴσον δὲ ἔστι τὸ ὑπὸ  $ZE\Delta$  τῷ ὑπὸ  $\Gamma E$ ,  $H$ , ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $\Gamma E$ ,  $H$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma E$ , τουτέστιν ἡ  $H$  πρὸς  $E\Gamma$ , ἢ πλαγία πρὸς τὴν

3.  $Z\Theta H$ ]  $ZH\Theta$  V; corr. Memus. 5. λθ'] p, om. V, m. 2 v.

9. δύο] p, β Vc. 13. ὄν] cp, o e corr. m. 1 V. 14. ἐκ τοῦ] ἐξ οὗ V; corr. Halley. 21. ἐκ τοῦ] ἐξ οὗ V; corr. Halley. 26. τῷ ὑπὸ  $\Gamma E$ ,  $H$ ] om. V; corr. p (τῶν  $\epsilon\gamma$  ἦ).

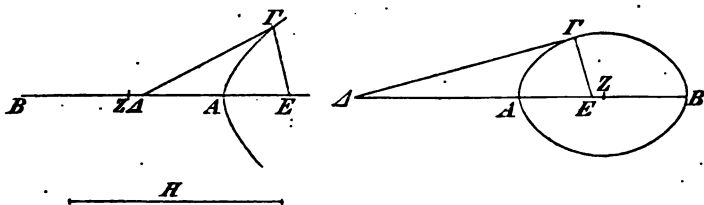


siue  $Z\Theta \times \Theta H$  ad  $\Theta E^2$  rationem habeat, quam diximus; e contrario enim demonstrabitur.

XXXIX.

Si recta hyperbolam uel ellipsim uel ambitum circuli contingens cum diametro concurrit, et a puncto contactus ad diametrum recta ordinate ducitur, utraque recta sumpta erit, aut quae inter rectam ordinate ductam centrumque sectionis posita est, aut quae inter ordinate ductam contingentemque, recta ordinate ducta ad eam rationem habebit compositam ex ea, quam habet altera rectarum illarum ad ordinate ductam, eaque, quam habet latus rectum figurae ad transversum.

sit hyperbola uel ellipsis uel ambitus circuli, cuius diameter sit  $AB$ , centrum autem eius sit  $Z$ , et ducatur sectionem contingens  $\Gamma A$ , ordinateque ducatur  $\Gamma E$ .



dico,  $\Gamma E$  ad alterutram rectarum  $ZE$ ,  $E\Delta$  rationem habere compositam ex ea, quam habet latus rectum ad transversum, eaque, quam habet altera rectarum  $ZE$ ,  $E\Delta$  ad  $E\Gamma$ .

sit enim  $ZE \times E\Delta = E\Gamma \times H$ . et quoniam est [prop. XXXVII], ut  $ZE \times E\Delta : \Gamma E^2$ , ita latus transversum ad rectum, et  $ZE \times E\Delta = \Gamma E \times H$ , erit

ὀρθίαν. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ  $ZED$  τῷ ὑπο  
 $ΓΕ$ ,  $H$ , ἐστὶν ὡς ἡ  $EZ$  πρὸς  $ΕΓ$ , ἡ  $H$  πρὸς  $ΕΔ$ .  
καὶ ἐπεὶ ἡ  $ΓΕ$  πρὸς  $ΕΔ$  τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον  
ἐκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ  $ΓΕ$  πρὸς  $H$  καὶ τοῦ ὄν ἔχει ἡ  
 $H$  πρὸς  $ΕΔ$ , ἀλλ' ἐστὶν ὡς μὲν ἡ  $ΓΕ$  πρὸς  $H$ , ἡ  
ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν, ὡς δὲ ἡ  $H$  πρὸς  $ΔΕ$ , ἡ  
 $ZE$  πρὸς  $ΕΓ$ , ἡ  $ΓΕ$  ἄρα πρὸς  $ΕΔ$  τὸν συγκείμενον  
ἔχει λόγον ἐκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν  
καὶ ἡ  $ZE$  πρὸς  $ΕΓ$ .

10

μ'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς ἢ ἑλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας  
εὐθεῖα ἐπιψαύουσα συμπύπτῃ τῇ δευτέρᾳ διαμέτρῳ,  
καὶ ἀπὸ τῆς ἀφῆς καταχθῆ εὐθεῖα ἐπὶ τὴν αὐτὴν διά-  
μετρον παράλληλος τῇ ἐτέρᾳ διαμέτρῳ, ἣτις ἂν ληφθῆ  
15 τῶν δύο εὐθειῶν, ἧν ἐστὶν ἡ μὲν μεταξὺ τῆς κατηγ-  
μένης καὶ τοῦ κέντρου τῆς τομῆς, ἡ δὲ μεταξὺ τῆς  
κατηγμένης καὶ τῆς ἐφαπτομένης, ἔξει πρὸς αὐτὴν ἡ  
κατηγμένη τὸν συγκείμενον λόγον ἐκ τε τοῦ ὄν ἔχει  
ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, καὶ ἐκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ ἐτέρα  
20 τῶν δύο εὐθειῶν πρὸς τὴν κατηγμένην.

ἔστω ὑπερβολῆ ἢ ἑλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια ἡ  
 $AB$ , διάμετρος δὲ αὐτῆς ἡ  $BZΓ$ , δευτέρα δὲ ἡ  $ΔZE$ ,  
καὶ ἐφαπτομένη ἡ  $χθω$  ἡ  $⊙ΛΑ$ , καὶ τῇ  $BΓ$  παράλληλος  
ἡ  $AH$ . λέγω, ὅτι ἡ  $AH$  πρὸς τὴν ἐτέραν τῶν  $⊙H$ ,  $ZH$   
25 τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ πλα-  
γία πρὸς τὴν ὀρθίαν καὶ ἡ ἐτέρα τῶν  $⊙H$ ,  $ZH$  πρὸς  
τὴν  $HA$ .

2. H] (pr.) Δ V; corr. p. 6. Δ E] Δ EΓ uel Δ EΔ V,  
Δ EΔ c; corr. p. 10. μ'] p, om. V, m. 2 v. 17. ἔξει] om. V;  
corr. Memus. 19. ἐκ τοῦ] scripsi; ἐξ οὐ V. 23. BΓ] AΓ V;  
corr. p (B e corr.).

ut  $\Gamma E \times H : \Gamma E^2$ , h. e. ut  $H : E\Gamma$ , ita latus transuersum ad rectum. et quoniam est

$$ZE \times EA = \Gamma E \times H,$$

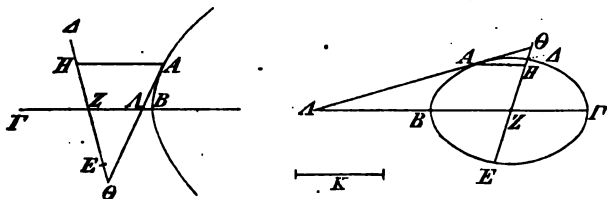
erit [Eucl. VI, 16]  $EZ : E\Gamma = H : EA$ . et quoniam est  $\Gamma E : EA = (\Gamma E : H) \times (H : EA)$ , et est, ut  $\Gamma E : H$ , ita latus rectum ad transuersum, et

$$H : EA = ZE : E\Gamma,$$

$\Gamma E : EA$  rationem habet compositam ex ea, quam habet latus rectum ad transuersum, eaque, quam habet  $ZE$  ad  $E\Gamma$ .

XL.

Si recta hyperbolam uel ellipsim uel ambitum circuli contingens cum altera diametro concurrit, et a puncto contactus recta ad eandem diametrum ducitur alteri diametro parallela, utracunq; recta sumpta erit, aut quae inter rectam ad diametrum ductam centrumque sectionis posita est, aut quae inter rectam illam contingentemque est, ad eam recta ad diametrum ducta rationem habebit compositam ex ea, quam habet latus transuersum ad rectum, eaque, quam habet altera rectarum illarum ad rectam ad diametrum ductam.



sit hyperbola uel ellipsis uel ambitus circuli  $AB$ , diametrus autem eius  $BZ\Gamma$  et diametrus altera  $\Delta ZE$ , ducaturque contingens  $\Theta AA$  et rectae  $B\Gamma$  parallela

ἔστω τῷ ὑπὸ  $\Theta HZ$  ἴσον τὸ ὑπὸ  $HA, K$ . καὶ ἐπεὶ ἔστιν, ὡς ἡ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν, τὸ ὑπὸ  $\Theta HZ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $HA$ , τῷ δὲ ὑπὸ  $\Theta HZ$  ἴσον τὸ ὑπὸ  $HA, K$ , καὶ τὸ ὑπὸ  $HA, K$  ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ  $HA$ ,  
 5 *τουτέστιν ἡ  $K$  πρὸς  $AH$ , ἔστιν ὡς ἡ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν. καὶ ἐπεὶ ἡ  $AH$  πρὸς  $HZ$  τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἕκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ  $AH$  πρὸς  $K$  καὶ ἕκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ  $K$  πρὸς  $HZ$ , ἀλλ' ὡς μὲν ἡ  $HA$  πρὸς  $K$ , ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, ὡς δὲ ἡ  $K$  πρὸς  $HZ$ ,*  
 10 *ἡ  $\Theta H$  πρὸς  $HA$  διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ ὑπὸ  $\Theta HZ$  τῷ ὑπὸ  $AH, K$ , ἡ  $AH$  ἄρα πρὸς  $HZ$  τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἕκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, καὶ ἕκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ  $H\Theta$  πρὸς  $HA$ .*

μα'.

15 Ἐὰν ἐν ὑπερβολῇ ἢ ἑλλείψει ἢ κύκλου περιφερεία εὐθεῖα καταχθῆ τεταγμένως ἐπὶ τὴν διάμετρον, καὶ ἀπὸ τε τῆς τεταγμένης καὶ τῆς ἕκ τοῦ κέντρου ἀναγραφῆ εἶδη παραλληλόγραμμα ἰσογώνια, ἐξῆ δὲ ἡ κατηγμένη πλευρὰ πρὸς τὴν λοιπὴν τοῦ εἶδους πλευρὰν  
 20 τὸν συγκείμενον λόγον ἕκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ ἕκ τοῦ κέντρου πρὸς τὴν λοιπὴν τοῦ εἶδους πλευρὰν, καὶ ἕκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ τοῦ εἶδους τῆς τομῆς ὀρθία πλευρὰ πρὸς τὴν πλαγίαν, τὸ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τοῦ κέντρου καὶ τῆς κατηγμένης εἶδος τὸ ὁμοιον τῷ ἀπὸ τῆς ἕκ  
 25 τοῦ κέντρου εἶδει ἐπὶ μὲν τῆς ὑπερβολῆς μείζον ἔστι τοῦ ἀπὸ τῆς κατηγμένης εἶδους τῷ ἀπὸ τῆς ἕκ τοῦ κέντρου εἶδει, ἐπὶ δὲ τῆς ἑλλείψεως καὶ τῆς τοῦ κύκλου

1.  $\Theta HZ$ ]  $\Theta ZH$  V; corr. p (τῶν  $\Theta H, HZ$ ). 7. ἕκ τοῦ]  $\xi$  οὐ V; corr. Halley. 13. ἕκ τοῦ]  $\xi$  οὐ V; corr. Halley.  
 14. μα'] p, om. V, m. 2 v. 21. τήν] p, om. V. λοιπὴν τήν c.  $\xi$  οὐ V; corr. Halley.

*AH*. dico, *AH* ad alterutram rectarum  $\odot H$ ,  $ZH$  rationem habere compositam ex ea, quam habet latus transuersum ad rectum, eaque, quam habet altera rectarum  $\odot H$ ,  $ZH$  ad *HA*.

sit  $HA \times K = \odot H \times HZ$ . et quoniam est, ut latus rectum ad transuersum, ita  $\odot H \times HZ : HA^2$  [prop. XXXVIII], et  $HA \times K = \odot H \times HZ$ , erit etiam, ut  $HA \times K : HA^2$ , h. e. ut  $K : AH$ , ita latus rectum ad transuersum. et quoniam est

$$AH : HZ = (AH : K) \times (K : HZ),$$

et ut  $HA : K$ , ita latus transuersum ad rectum, et  $K : HZ = \odot H : HA$ , quia  $\odot H \times HZ = AH \times K$  [Eucl. VI, 16],  $AH : HZ$  rationem habet compositam ex ea, quam habet latus transuersum ad rectum, eaque, quam habet  $H\odot$  ad *HA*.

### XLI.

Si in hyperbola uel ellipsi uel ambitu circuli recta ad diametrum ordinate ducitur, et in recta ordinate ducta radioque figurae parallelogrammae aequiangulae describuntur, latus autem ordinate ductum ad reliquum latus figurae rationem habet compositam ex ea, quam habet radius ad reliquum latus figurae, eaque, quam habet latus rectum figurae sectionis ad transuersum, figura in recta inter centrum rectamque ordinate ductam posita descripta similis figurae in radio descriptae in hyperbola excedit figuram in ordinate ducta descriptam figura in radio descripta, in ellipsi uero ambituque circuli adiuncta figura in ordinate ducta descripta aequalis est figurae in radio descriptae.

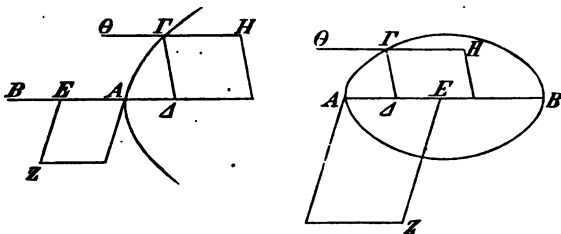
περιφερείας μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς κατηγμένης εἵδους ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου εἶδει.

ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια, ἣς διάμετρος ἢ  $AB$ , κέντρον δὲ τὸ  $E$ , καὶ τεταγμένως  
 5 κατήχθω ἢ  $ΓΔ$ , καὶ ἀπὸ τῶν  $EA$ ,  $ΓΔ$  ἰσογώνια εἶδη ἀναγεγράφθω τὰ  $AZ$ ,  $ΔH$ , καὶ ἢ  $ΓΔ$  πρὸς τὴν  $ΓH$  τὸν συγκείμενον ἐχέτω λόγον ἐκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἢ  $AE$  πρὸς  $EZ$ , καὶ ἐκ τοῦ ὄν ἔχει ἢ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν. λέγω, ὅτι ἐπὶ μὲν τῆς ὑπερβολῆς τὸ ἀπὸ τῆς  $EA$   
 10 εἶδος τὸ ὅμοιον τῷ  $AZ$  ἴσον ἐστὶ τοῖς  $AZ$ ,  $HΔ$ , ἐπὶ δὲ τῆς ἔλλειψεως καὶ τοῦ κύκλου τὸ ἀπὸ τῆς  $EA$  ὅμοιον τῷ  $AZ$  μετὰ τοῦ  $HΔ$  ἴσον ἐστὶ τῷ  $AZ$ .

πεποιήσθω γάρ, ὡς ἢ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν, ἢ  $ΔΓ$  πρὸς  $ΓΘ$ . καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς ἢ  $ΔΓ$  πρὸς  $ΓΘ$ ,  
 15 ἢ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν, ἀλλ' ὡς ἢ  $ΔΓ$  πρὸς  $ΓΘ$ , τὸ ἀπὸ τῆς  $ΔΓ$  πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν  $ΔΓΘ$ , ὡς δὲ ἢ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν, τὸ ἀπὸ  $ΔΓ$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $BΔA$ , ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ  $BΔA$  τῷ ὑπὸ  $ΔΓΘ$ . καὶ ἐπεὶ ἢ  $ΔΓ$  πρὸς  $ΓH$  τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ  
 20 τε τοῦ ὄν ἔχει ἢ  $AE$  πρὸς  $EZ$  καὶ τοῦ ὄν ἔχει ἢ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν, τουτέστιν ἢ  $ΔΓ$  πρὸς  $ΓΘ$ , εἶτι δὲ ἢ  $ΔΓ$  πρὸς  $ΓH$  τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἢ  $ΔΓ$  πρὸς  $ΓΘ$  καὶ ἐκ τοῦ ὄν ἔχει ἢ  $ΘΓ$  πρὸς  $ΓH$ , ὁ ἄρα συγκείμενος λόγος ἐκ τε τοῦ  
 25 ὄν ἔχει ἢ  $AE$  πρὸς  $EZ$  καὶ ἐκ τοῦ ὄν ἔχει ἢ  $ΔΓ$  πρὸς  $ΓΘ$  ὁ αὐτός ἐστι τῷ συγκειμένῳ λόγῳ ἐκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἢ  $ΔΓ$  πρὸς  $ΓΘ$  καὶ ἐκ τοῦ ὄν ἔχει ἢ  $ΘΓ$  πρὸς  $ΓH$ . κοινὸς ἀφηρησθῶ ὁ τῆς  $ΓΔ$  πρὸς  $ΓΘ$ .

8. ἐκ τοῦ] ἐξ οὗ V; corr. Halley. 13. πεποιείσθω V; corr. p. 25. ἐκ τοῦ] ἐξ οὗ V; corr. Halley. 25. ἐκ τοῦ] ἐξ οὗ V; corr. Halley. 27. ἐκ τοῦ] ἐξ οὗ V; corr. Halley.

sit hyperbola uel ellipsis uel ambitus circuli, cuius diametrus sit  $AB$ , centrum autem  $E$ , et ordinate ducatur  $\Gamma\Delta$ , et in  $EA$ ,  $\Gamma\Delta$  figurae aequiangularae describantur  $AZ$ ,  $\Delta H$ , rationemque habeat  $\Gamma\Delta : \Gamma H$  compositam ex ea, quam habet  $AE : EZ$ , eaque, quam



habet latus rectum ad transuersum. dico, in hyperbola figuram in  $E\Delta$  descriptam similem figurae  $AZ$  aequalem esse figuris  $AZ + H\Delta$ , in ellipsi autem et circulo figuram in  $E\Delta$  descriptam figurae  $AZ$  similem adiuncta figura  $H\Delta$  aequalem esse figurae  $AZ$ .

fiat enim, ut latus rectum ad transuersum, ita  $\Delta\Gamma$  ad  $\Gamma\Theta$ . et quoniam est, ut  $\Delta\Gamma : \Gamma\Theta$ , ita latus rectum ad transuersum, est autem  $\Delta\Gamma : \Gamma\Theta = \Delta\Gamma^2 : \Delta\Gamma \times \Gamma\Theta$ , et ut latus rectum ad transuersum, ita  $\Delta\Gamma^2$  ad  $B\Delta \times \Delta A$  [prop. XXI], erit  $B\Delta \times \Delta A = \Delta\Gamma \times \Gamma\Theta$ . [Eucl. V, 9]. et quoniam  $\Delta\Gamma : \Gamma H$  rationem habet compositam ex ea, quam habet  $AE : EZ$ , eaque, quam habet latus rectum ad transuersum, h. e.  $\Delta\Gamma : \Gamma\Theta$ , et praeterea est  $\Delta\Gamma : \Gamma H = (\Delta\Gamma : \Gamma\Theta) \times (\Theta\Gamma : \Gamma H)$ , erit  $(AE : EZ) \times (\Delta\Gamma : \Gamma\Theta) = (\Delta\Gamma : \Gamma\Theta) \times (\Theta\Gamma : \Gamma H)$ . auferatur, quae communis est, ratio  $\Gamma\Delta : \Gamma\Theta$ . itaque  $AE : EZ = \Theta\Gamma : \Gamma H$ . est autem

$$\Theta\Gamma : \Gamma H = \Theta\Gamma \times \Gamma\Delta : H\Gamma \times \Gamma\Delta,$$

λοιπὸς ἄρα ὁ τῆς  $AE$  πρὸς  $EZ$  λόγος λοιπῶ τῶ τῆς  
 $\Theta\Gamma$  πρὸς  $\Gamma\text{H}$  λόγῳ ἐστὶν ὁ αὐτός. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ  $\Theta\Gamma$   
 πρὸς  $\Gamma\text{H}$ , τὸ ὑπὸ  $\Theta\Gamma\Delta$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\text{H}\Gamma\Delta$ , ὡς δὲ  
 ἡ  $AE$  πρὸς  $EZ$ , τὸ ἀπὸ  $AE$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $AEZ$ . ὡς  
 5 ἄρα τὸ ὑπὸ  $\Theta\Gamma\Delta$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\text{H}\Gamma\Delta$ , τὸ ἀπὸ  $EA$   
 πρὸς τὸ ὑπὸ  $AEZ$ . τὸ δὲ ὑπὸ  $\Theta\Gamma\Delta$  ἴσον ἐδείχθη τῶ  
 ὑπὸ  $B\Delta A$ . ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $B\Delta A$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\text{H}\Gamma\Delta$ ,  
 τὸ ἀπὸ  $AE$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $AEZ$ . ἐναλλάξ, ὡς τὸ ὑπὸ  
 $B\Delta A$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AE$ , τὸ ὑπὸ  $\text{H}\Gamma\Delta$  πρὸς τὸ ὑπὸ  
 10  $AEZ$ . ὡς δὲ τὸ ὑπὸ  $\text{H}\Gamma\Delta$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $AEZ$ , τὸ  $\Delta\text{H}$   
 παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ  $ZA$ . ἰσογώνια γάρ ἐστι  
 καὶ λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν τῆς  
 $\text{H}\Gamma$  πρὸς  $AE$  καὶ τῆς  $\Gamma\Delta$  πρὸς  $EZ$ . καὶ ὡς ἄρα τὸ  
 ὑπὸ  $B\Delta A$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $EA$ , τὸ  $\text{H}\Delta$  πρὸς  $AZ$ .

15 λεκτέον τοίνυν ἐπὶ μὲν τῆς ὑπερβολῆς. [ὡς πάντα  
 πρὸς πάντα, ἐν πρὸς ἐν] ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $B\Delta A$  μετὰ  
 τοῦ ἀπὸ  $AE$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AE$ , τουτέστι τὸ ἀπὸ  $\Delta E$   
 πρὸς τὸ ἀπὸ  $EA$ , οὕτως τὰ  $\text{H}\Delta$ ,  $AZ$  πρὸς τὸ  $AZ$ .  
 ὡς δὲ τὸ ἀπὸ  $E\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $EA$ , οὕτως τὸ ἀπὸ  $E\Delta$   
 20 εἶδος τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένον τῶ  $AZ$   
 πρὸς τὸ  $AZ$ . ὡς ἄρα τὰ  $\text{H}\Delta$ ,  $AZ$  πρὸς τὸ  $AZ$ , οὕτως  
 τὸ ἀπὸ  $E\Delta$  εἶδος ὅμοιον τῶ  $AZ$  πρὸς τὸ  $AZ$ . τὸ  
 ἀπὸ  $E\Delta$  ἄρα εἶδος τὸ ὅμοιον τῶ  $AZ$  ἴσον ἐστὶ τοῖς  
 $\text{H}\Delta$ ,  $AZ$ .

25 ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως καὶ τῆς τοῦ κύκλου περι-  
 φερείας ἐροῦμεν. ἐπεὶ οὖν ὡς ὅλον ἐστὶ τὸ ἀπὸ  $AE$   
 πρὸς ὅλον τὸ  $AZ$ , οὕτως ἀφαιρεθὲν τὸ ὑπὸ  $A\Delta B$   
 πρὸς ἀφαιρεθὲν τὸ  $\Delta\text{H}$ , καὶ λοιπὸν ἐστὶ πρὸς λοιπόν,  
 ὡς ὅλον πρὸς ὅλον. ἀπὸ δὲ τοῦ ἀπὸ  $EA$  ἐὰν ἀφ-

15. ὡς πάντα — 16. ἐν] falsa sunt; debuit enim συνθέντι  
 dici; del. Comm. in notis fol. 30<sup>v</sup>. 17. τουτέστι — 18.  $EA$ ]



$AE : EZ = AE^2 : AE \times EZ$ . itaque erit

$$\Theta \Gamma \times \Gamma \Delta : H\Gamma \times \Gamma \Delta = EA^2 : AE \times EZ.$$

demonstrauimus autem, esse  $\Theta \Gamma \times \Gamma \Delta = B\Delta \times \Delta A$ .  
erit igitur  $B\Delta \times \Delta A : H\Gamma \times \Gamma \Delta = AE^2 : AE \times EZ$ .  
permutando [Eucl. V, 16]

$$B\Delta \times \Delta A : AE^2 = H\Gamma \times \Gamma \Delta : AE \times EZ.$$

est autem  $H\Gamma \times \Gamma \Delta : AE \times EZ = \Delta H : ZA$   
[Eucl. VI, 23]; nam parallelogramma aequiangula sunt  
et rationem habent ex lateribus compositam  $H\Gamma : AE$   
et  $\Gamma \Delta : EZ$ . quare etiam  $B\Delta \times \Delta A : EA^2 = H\Delta : AZ$ .  
dicendum igitur in hyperbola:

$$B\Delta \times \Delta A + AE^2 : AE^2 = H\Delta + AZ : AZ$$

[Eucl. V, 18], h. e. [Eucl. II, 6]

$$\Delta E^2 : EA^2 = H\Delta + AZ : AZ.$$

est autem, ut  $E\Delta^2 : EA^2$ , ita figura in  $E\Delta$  similis et  
similiter descripta figurae  $AZ$  ad  $AZ$  [Eucl. VI, 20  
coroll.]. itaque ut  $H\Delta + AZ : AZ$ , ita figura in  $E\Delta$   
descripta figurae  $AZ$  similis ad  $AZ$ . ergo figura in  
 $E\Delta$  descripta figurae  $AZ$  similis figuris  $H\Delta + AZ$   
aequalis est.

in ellipsi uero et ambitu circuli dicemus: quoniam  
est  $AE^2 : AZ = A\Delta \times \Delta B : \Delta H$  [Eucl. V, 16], erit  
etiam, ut totum ad totum, ita reliquum ad reliquum  
[Eucl. V, 19]. sin ab  $EA^2$  aufertur  $B\Delta \times \Delta A$ , relin-  
quitur  $\Delta E^2$  [Eucl. II, 5]. itaque

$$\Delta E^2 : AZ \div \Delta H = AE^2 : AZ.$$

est autem, ut  $AE^2 : AZ$ , ita  $\Delta E^2$  ad figuram in  $\Delta E$

bis V (altero loco  $E\Delta$  pro  $\Delta E$ ); corr. p. 23.  $E\Delta$ ]  $EZ$  V;  
corr. p ( $\tau\eta\varsigma$   $E\Delta$ ).

αιρεθῆ τὸ ὑπὸ  $B\Delta A$ , λοιπόν ἐστὶ τὸ ἀπὸ  $\Delta E$  ὡς  
 ἄρα τὸ ἀπὸ  $\Delta E$  πρὸς τὴν ὑπεροχὴν, ἣν ὑπερέχει τὸ  
 $AZ$  τοῦ  $\Delta H$ , οὕτως τὸ ἀπὸ  $AE$  πρὸς τὸ  $AZ$ . ἀλλ'  
 ὡς τὸ ἀπὸ  $AE$  πρὸς τὸ  $AZ$ , οὕτως τὸ ἀπὸ  $\Delta E$  πρὸς  
 5 τὸ ἀπὸ  $\Delta E$  εἶδος ὁμοιον τῷ  $AZ$  ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $\Delta E$   
 πρὸς τὴν ὑπεροχὴν, ἣν ὑπερέχει τὸ  $AZ$  τοῦ  $\Delta H$ ,  
 οὕτως τὸ ἀπὸ  $\Delta E$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta E$  εἶδος τὸ ὁμοιον  
 τῷ  $AZ$ . ἴσον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς  $\Delta E$  εἶδος ὁμοιον τῷ  
 $AZ$  τῇ ὑπεροχῇ, ἣν ὑπερέχει τὸ  $AZ$  τοῦ  $\Delta H$ . μετὰ  
 10 τοῦ  $\Delta H$  ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ  $AZ$ .

μβ'.

Ἐὰν παραβολῆς εὐθεῖα ἐπιψαύουσα συμπύκτη τῇ  
 διαμέτρῳ, καὶ ἀπὸ τῆς ἀφῆς εὐθεῖα καταχθῆ ἐπὶ τὴν  
 διάμετρον τεταγμένως, ληφθέντος δέ τινος ἐπὶ τῆς τομῆς  
 15 σημείου καταχθῶσιν ἐπὶ τὴν διάμετρον δύο εὐθεῖαι,  
 καὶ ἡ μὲν αὐτῶν παρὰ τὴν ἐφαπτομένην, ἡ δὲ παρὰ τὴν  
 ἀπὸ τῆς ἀφῆς κατηγμένην, τὸ γινόμενον ὑπ' αὐτῶν τρι-  
 γωνον ἴσον ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ παραλληλογράμμῳ ὑπό-  
 τε τῆς ἀπὸ τῆς ἀφῆς κατηγμένης καὶ τῆς ἀπολαμβανο-  
 20 μένης ὑπὸ τῆς παραλλήλου πρὸς τῇ κορυφῇ τῆς τομῆς.

ἔστω παραβολή, ἥς διάμετρος ἡ  $AB$ , καὶ ἤχθω  
 ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἡ  $AG$ , καὶ τεταγμένως κατήχθω  
 ἡ  $\Gamma\Theta$ , καὶ ἀπὸ τινος σημείου τυχόντος κατήχθω ἡ  $\Delta Z$ ,  
 καὶ διὰ μὲν τοῦ  $\Delta$  τῇ  $AG$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $\Delta E$ ,  
 25 διὰ δὲ τοῦ  $\Gamma$  τῇ  $BZ$  ἡ  $\Gamma H$ , διὰ δὲ τοῦ  $B$  τῇ  $\Theta\Gamma$   
 ἡ  $BH$ . λέγω, ὅτι τὸ  $\Delta EZ$  τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ  $HZ$   
 παραλληλογράμμῳ.

ἐπεὶ γὰρ τῆς τομῆς ἐφάπτεται ἡ  $AG$ , καὶ τεταγμένως

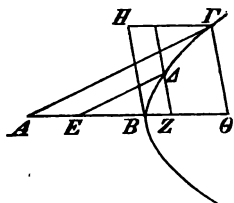
2. ἄρα] ἄρα οὖν V; corr. Halley. ἡ p, Halley. 3. τό]  
 (pr.) τοῦ V; corr. p. AZ] εν, α αζ V, mg. α m. rec.

descriptam figurae  $AZ$  similem [Eucl. VI, 20 coroll.; V, 16]. quare ut  $\triangle E^2 : AZ \div \triangle H$ , ita  $\triangle E^2$  ad figuram in  $\triangle E$  descriptam figurae  $AZ$  similem. itaque figura in  $\triangle E$  descripta figurae  $AZ$  similis aequalis est differentiae  $AZ \div \triangle H$  [Eucl. V, 9]. ergo adiuncta figura  $\triangle H$  figurae  $AZ$  aequalis est.

XLII.

Si recta parabolam contingens cum diametro concurrat, et a puncto contactus recta ad diametrum ordinate ducitur, sumpto autem in sectione puncto aliquo ad diametrum ducuntur duae rectae, altera contingenti, altera rectae a puncto contactus ordinate ductae parallela, triangulus ab his effectus aequalis est parallelogrammo comprehenso recta a puncto contactus ordinate ducta rectaque a parallela ad uerticem sectionis abscisa.

sit parabola, cuius diameter sit  $AB$ , et sectionem contingens ducatur  $A\Gamma$ , ordinateque ducatur  $\Gamma\Theta$ , et a puncto aliquo ducatur  $\triangle Z$ , ducaturque per  $\triangle$  rectae  $A\Gamma$  parallela  $\triangle E$ , per  $\Gamma$  autem rectae  $BZ$  parallela  $\Gamma H$ , per  $B$  autem rectae  $\Theta\Gamma$  parallela  $BH$ . dico, esse  $\triangle EZ = HZ$ .



nam quoniam  $A\Gamma$  sectionem contingit, et  $\Gamma\Theta$  ordinate ducta est, erit [prop. XXXV]  $AB = B\Theta$ . itaque  $A\Theta = 2\Theta B$ . quare  $A\Theta\Gamma = B\Gamma$

6.  $\eta$  Halley. 9.  $\eta$  p, Halley. 10.  $\alpha\alpha$ ] addidi; om. V; ante  $\mu\epsilon\tau\acute{\alpha}$  lin. 9 add.  $\tau\acute{o}$   $\alpha\alpha$   $\alpha\pi\acute{o}$   $\triangle E$   $\epsilon\lambda\delta\omicron\varsigma$   $\tau\acute{o}$   $\delta\mu\omicron\iota\omicron\nu$   $\tau\tilde{\omega}$   $AZ$  Halley cum Memo. 11.  $\mu\beta'$ ] p, om. V, m. 2 v. 12.  $\mu\alpha\alpha\beta\omicron\lambda\eta$  V; corr. Halley. 14.  $\epsilon\pi\iota$   $\tau\eta\varsigma$ ] c, insert. m. 1 V.

κατῆκται ἡ  $\Gamma\Theta$ , ἴση ἐστὶν ἡ  $AB$  τῆ  $B\Theta$ . διπλασία  
 ἄρα ἐστὶν ἡ  $A\Theta$  τῆς  $\Theta B$ . τὸ  $A\Theta\Gamma$  ἄρα τρίγωνον  
 τῷ  $B\Gamma$  παραλληλογράμῳ ἐστὶν ἴσον. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν,  
 ὡς τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Theta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta Z$ , ἡ  $\Theta B$  πρὸς  $BZ$  διὰ  
 5 τὴν τομὴν, ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Theta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta Z$ ,  
 τὸ  $A\Gamma\Theta$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $E\Delta Z$  τρίγωνον, ὡς δὲ ἡ  
 $\Theta B$  πρὸς  $BZ$ , τὸ  $H\Theta$  παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ  $HZ$   
 παραλληλόγραμμον, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ  $A\Gamma\Theta$  τρίγωνον  
 πρὸς τὸ  $E\Delta Z$  τρίγωνον, τὸ  $\Theta H$  παραλληλόγραμμον  
 10 πρὸς τὸ  $ZH$  παραλληλόγραμμον. ἐναλλάξ ἄρα ἐστίν,  
 ὡς τὸ  $A\Theta\Gamma$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $B\Gamma$  παραλληλόγραμμον,  
 τὸ  $E\Delta Z$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $HZ$  παραλληλόγραμμον.  
 ἴσον δὲ τὸ  $A\Gamma\Theta$  τρίγωνον τῷ  $H\Theta$  παραλληλογράμῳ.  
 ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ  $E\Delta Z$  τρίγωνον τῷ  $HZ$  παραλληλο-  
 15 γράμῳ.

μγ'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς ἢ ἐλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας  
 εὐθεῖα ἐπιψάνουσα συμπύπτῃ τῇ διαμέτρῳ, καὶ ἀπὸ τῆς  
 ἀφῆς καταχθῆ εὐθεῖα τεταγμένως ἐπὶ τὴν διάμετρον,  
 20 καὶ ταύτῃ διὰ τῆς κορυφῆς παράλληλος ἀχθῆ συμ-  
 πύπτουσα τῇ διὰ τῆς ἀφῆς καὶ τοῦ κέντρου ἡγμένη  
 εὐθεῖα, ληφθέντος δὲ τινος σημείου ἐπὶ τῆς τομῆς  
 ἀχθῶσι δύο εὐθεῖαι ἐπὶ τὴν διάμετρον, ὧν ἡ μὲν  
 παρὰ τὴν ἐφαπτομένην, ἡ δὲ παρὰ τὴν ἀπὸ τῆς ἀφῆς  
 25 κατηγμένην, τὸ γινόμενον ὑπ' αὐτῶν τριγώνον ἐπὶ τῆς  
 ὑπερβολῆς, οὗ ἀποτεμνυεὶ τριγώνου ἢ διὰ τοῦ κέντρου  
 καὶ τῆς ἀφῆς, ἔλασσον ἔσται τῷ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέν-  
 τρου τῷ ὁμοίῳ τῷ ἀποτεμνομένῳ, ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως  
 καὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας μετὰ τοῦ ἀποτεμνο-

2.  $\Theta B$ ]  $\tau\theta\beta$  V; corr. p. 7. πρὸς τὸ  $HZ$  παραλληλόγραμ-  
 μον] om. V; corr. φ. 10. πρὸς] τῆς πρὸς V; corr. p.

[Eucl. I, 41]. et quoniam est  $\Gamma\Theta^2 : \Delta Z^2 = \Theta B : BZ$   
 proper sectionem [prop. XX], et

$$\Gamma\Theta^2 : \Delta Z^2 = A\Gamma\Theta : E\Delta Z \text{ [Eucl. VI, 19],}$$

$$\Theta B : BZ = H\Theta : HZ \text{ [Eucl. VI, 1],}$$

erit

$$A\Gamma\Theta : E\Delta Z = \Theta H : ZH.$$

permutando igitur [Eucl. V, 16]

$$A\Theta\Gamma : B\Gamma = E\Delta Z : HZ.$$

est autem  $A\Gamma\Theta = H\Theta$ . ergo  $E\Delta Z = HZ$ .

### XLIII.

Si recta hyperbolam uel ellipsim uel ambitum circuli contingens cum diametro concurrit, et a puncto contactus recta ad diametrum ordinate ducitur, per uerticem autem huic parallela ducitur recta cum recta per punctum contactus centrumque ducta concurrens, et sumpto in sectione puncto aliquo duae rectae ad diametrum ducuntur, quarum altera rectae contingenti, altera rectae a puncto contactus ordinate ductae parallela est, triangulus ab his effectus in hyperbola triangulo a recta per centrum punctumque contactus ducta absciso minor erit triangulo in radio descripto simili triangulo illi absciso, in ellipsi autem ambituque circuli adiuncto triangulo ad centrum absciso aequalis erit triangulo in radio descripto simili triangulo illi absciso.

12. τό (pr.) — παραλλήλογραμμον] om. V; corr. p (οὕτω τό).

16. μγ] p, om. V, m. 2 v. 26. η] ἦ V; corr. p. 27. τφ] τσθ V; corr. p („ei“ Memus).

- τῆς κορυφῆς τῆς ἐτέρας τομῆς παράλληλος ἀχθῆ συμπίπτουσα τῇ διὰ τῆς ἀφῆς καὶ τοῦ κέντρου ἡγμένη εὐθεία, ληφθέντος δὲ ἐπὶ τῆς τομῆς, οὗ ἔτυχε σημείου, καταχθῶσιν εὐθείαι ἐπὶ τὴν διάμετρον, ὧν ἡ μὲν
- 5 παρὰ τὴν ἐφαπτομένην, ἡ δὲ παρὰ τὴν κατηγμένην ἀπὸ τῆς ἀφῆς τεταγμένως, τὸ γινόμενον ὑπ' αὐτῶν τριγώνον, οὗ ἀποτεμνεί τριγώνου ἡ κατηγμένη πρὸς τῷ κέντρῳ τῆς τομῆς, ἔλασσον ἔσται τῷ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τριγώνῳ ὁμοίῳ τῷ ἀποτεμνομένῳ.
- 10 ἔστωσαν ἀντικείμεναι αἱ  $AZ$ ,  $BE$ , διάμετρος δὲ αὐτῶν ἡ  $AB$ , κέντρον δὲ τὸ  $\Gamma$ , καὶ ἀπὸ τινος σημείου τῶν ἐπὶ τῆς  $ZA$  τομῆς τοῦ  $Z$  ἐφαπτομένη ἤχθῳ τῆς τομῆς ἡ  $ZH$ , τεταγμένως δὲ ἡ  $ZO$ , καὶ ἐπεξεύχθῳ ἡ  $\Gamma Z$  καὶ ἐκβεβλήσθῳ ὡς ἡ  $\Gamma E$ , καὶ διὰ τοῦ  $B$  τῇ  $ZO$
- 15 παράλληλος ἡ  $BA$ , καὶ σημειόν τι ἐπὶ τῆς  $BE$  τομῆς τὸ  $N$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $N$  τεταγμένως κατήχθῳ ἡ  $N\Theta$ , τῇ δὲ  $ZH$  παράλληλος ἤχθῳ ἡ  $NK$ . λέγω, ὅτι τὸ  $\Theta KN$  τριγώνον τοῦ  $\Gamma M\Theta$  τριγώνου ἔλασσόν ἐστι τῷ  $\Gamma BA$  τριγώνῳ.
- 20 διὰ γὰρ τοῦ  $E$  τῆς  $BE$  τομῆς ἐφαπτομένη ἤχθῳ ἡ  $E\Delta$ , τεταγμένως δὲ ἡ  $E\Xi$ . ἐπεὶ οὖν ἀντικείμεναι εἰσιν αἱ  $ZA$ ,  $BE$ , ὧν διάμετρος ἡ  $AB$ , ἡ δὲ διὰ τοῦ κέντρου ἡ  $Z\Gamma E$ , καὶ ἐφαπτόμεναι τῶν τομῶν αἱ  $ZH$ ,  $E\Delta$ , τῇ  $ZH$  παράλληλός ἐστίν ἡ  $\Delta E$ . ἡ δὲ  $NK$  παράλληλός
- 25 ἐστὶ τῇ  $ZH$ · καὶ τῇ  $E\Delta$  ἄρα παράλληλός ἐστίν ἡ  $NK$ , ἡ δὲ  $M\Theta$  τῇ  $BA$ . ἐπεὶ οὖν ὑπερβολή ἐστίν ἡ  $BE$ ,

8. ἐκ τοῦ] om. V; corr. p. 14. ἡ  $\Gamma Z$  καὶ ἐκβεβλήσθῳ] bis V; corr. p. 15. καὶ] καὶ εἰλήφθῳ Halley praeunte Commandino („relictum sit“ Memus). 17.  $\Theta KN$ ] p,  $\Theta K V$ .

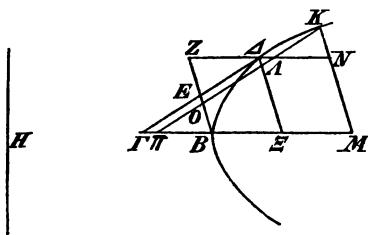
21.  $E\Xi$ ]  $EZ$  V; corr. p. 23.  $Z\Gamma E$ ] p, Eutocius;  $Z\Gamma E$  V.

25. ἄρα] p; om. V.  $NK$ ] pvc; in V pro certo legi non potest.

XLIX.

Si recta parabolam contingens cum diametro concurrat, per contactum autem recta diametro parallela ducitur, a uertice autem recta ordinate ductae parallela, et fit, ut pars contingentis inter ordinate ductam punctumque contactus posita ad partem parallelae inter punctum contactus et ordinate ductam positam, ita recta aliqua ad duplam contingentis, quaecunque recta a sectione [contingenti parallela] ad rectam per punctum contactus diametro parallelam ductam ducitur, quadrata aequalis est rectangulo comprehenso recta assumpta rectaque ab illa ad punctum contactus abscisa.

sit parabola, cuius diameter sit  $MB\Gamma$ , contingens autem  $\Gamma\Delta$ , et per  $\Delta$  rectae  $B\Gamma$  parallela ducatur  $Z\Delta N$ ,



ordinate autem ducatur  $ZB$ , et fiat

$$E\Delta : \Delta Z = H : 2\Gamma\Delta,$$

sumaturque punctum aliquod  $K$  in sectione, per  $K$  autem rectae  $\Gamma\Delta$  parallela ducatur  $K\Lambda\Pi$ . dico, esse

$K\Lambda^2 = H \times \Delta\Lambda$ , h. e. si  $\Delta\Lambda$  diameter sit, latus rectum esse  $H$  [prop. XI].

ordinate enim ducantur  $\Delta\xi$ ,  $KNM$ . et quoniam  $\Gamma\Delta$  contingit sectionem,  $\Delta\xi$  autem ordinate ducta est, erit  $\Gamma B = B\xi$  [prop. XXXV]. est autem  $B\xi = Z\Delta$  [Eucl. I, 34]; itaque etiam  $\Gamma B = Z\Delta$ . quare etiam

senserat. 16. πεποιεῖσθω V; corr p. 27. EZΔ] pvc, Z  
 corr. ex Δ m. 1 V. 28. προσκειῖσθω] p; προκειῖσθω V.

ἥς διάμετρος ἡ  $AB$ , κέντρον δὲ τὸ  $\Gamma$ , ἐφαπτομένη δὲ  
 τῆς τομῆς ἡ  $\Delta E$ , τεταγμένως δὲ ἡ  $E\Xi$ , καὶ τῇ  $E\Xi$   
 παράλληλός ἐστὶν ἡ  $BA$ , καὶ εἰληπται ἐπὶ τῆς τομῆς  
 σημεῖον τὸ  $N$ , ἀφ' οὗ τεταγμένως μὲν κατῆκται ἡ  $N\Theta$ ,  
 5 παράλληλος δὲ ἡκται τῇ  $\Delta E$  ἡ  $KN$ , τὸ ἄρα  $N\Theta K$   
 τρίγωνον τοῦ  $\Theta M\Gamma$  τριγώνου ἑλασσόν ἐστι τῷ  $B\Gamma A$   
 τριγώνῳ· τοῦτο γὰρ ἐν τῷ μγ' θεωρήματι δέδεικται.

μέ'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς ἢ ἐλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας  
 10 εὐθεῖα ἐπιψαύουσα συμπίπτῃ τῇ δευτέρᾳ διαμέτρῳ,  
 καὶ ἀπὸ τῆς ἀφῆς καταχθῆ τις εὐθεῖα ἐπὶ τὴν αὐτὴν  
 διάμετρον παράλληλος τῇ ἑτέρᾳ διαμέτρῳ, καὶ διὰ τῆς  
 ἀφῆς καὶ τοῦ κέντρου εὐθεῖα ἐκβληθῆ, ληφθέντος δέ,  
 οὗ ἔτυχεν, ἐπὶ τῆς τομῆς σημείου ἀχθῶσι δύο εὐθεῖαι  
 15 ἐπὶ τὴν δευτέραν διάμετρον, ὧν ἡ μὲν παρὰ τὴν ἐφ-  
 απτομένην, ἡ δὲ παρὰ τὴν κατηγμένην, τὸ γινόμενον  
 ὑπ' αὐτῶν τρίγωνον, οὗ ἀποτεμνυεὶ τριγώνου ἢ κατ-  
 ηγμένη πρὸς τῷ κέντρῳ, ἐπὶ μὲν τῆς ὑπερβολῆς μεῖζον  
 ἔσται τῷ τριγώνῳ, οὗ βάσις μὲν ἡ ἐφαπτομένη, κορυφὴ  
 20 δὲ τὸ κέντρον τῆς τομῆς, ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως καὶ  
 τοῦ κύκλου μετὰ τοῦ ἀποτεμνομένου ἴσον ἔσται τῷ  
 τριγώνῳ, οὗ βάσις μὲν ἡ ἐφαπτομένη, κορυφὴ δὲ τὸ  
 κέντρον τῆς τομῆς.

Ἐστω ὑπερβολῆ ἢ ἐλλείψεως ἢ κύκλου περιφέρεια ἢ  
 25  $AB\Gamma$ , ἥς διάμετρος μὲν ἡ  $A\Theta$ , δευτέρα δὲ ἡ  $\Theta\Delta$ ,  
 κέντρον δὲ τὸ  $\Theta$ , καὶ ἡ μὲν  $\Gamma M\Lambda$  ἐφαπτέσθω κατὰ  
 τὸ  $\Gamma$ , ἡ δὲ  $\Gamma\Delta$  ἤχθω παρὰ τὴν  $A\Theta$ , καὶ ἐπιζευχθεῖσα  
 ἡ  $\Theta\Gamma$  ἐκβεβλήσθω, καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς τομῆς τυχόν

6.  $B\Gamma A$ ]  $\Gamma B\Gamma A$  V; corr. p. 8. με'] p, om. V, m. 2 v.  
 10. τῇ δευτέρᾳ] bis V (in extr. et prima pag.); corr. cyp.



*BA* autem rectae *EΞ* parallela est, et in sectione sumptum est punctum *N*, a quo ordinate ducta est *NΘ*, rectae autem *ΔE* parallela *KN*, erit

$$NΘK = ΘMΓ \text{ :- } BΓA;$$

hoc enim in propositione XLIII demonstratum est.

XLV.

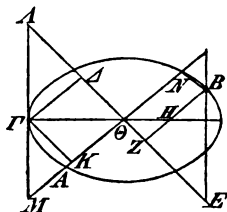
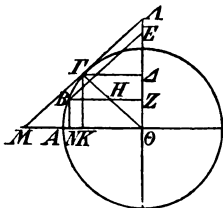
Si recta hyperbolam uel ellipsim uel ambitum circuli contingens cum altera diametro concurrat, et a puncto contactus recta ad eandem diametrum alteri diametro parallela ducitur, per punctum autem contactus centrumque recta producitur, et sumpto in sectione puncto aliquo duae rectae ad alteram diametrum ducuntur, quarum altera contingenti, altera rectae ordinate ductae parallela est, triangulus ab his effectus triangulo, quem recta ordinate ducta ad centrum abscindit, in hyperbola maior erit triangulo, cuius basis est recta contingens, uertex autem centrum sectionis, in ellipsi autem circuloque adiuncto triangulo absciso aequalis erit triangulo, cuius basis est recta contingens, uertex autem centrum sectionis.

sit hyperbola uel ellipsis uel ambitus circuli *ABΓ*, cuius diameter sit *AΘ*, altera autem *ΘΔ*, centrum autem *Θ*, et *ΓΜΑ* in *Γ* contingat, *ΓΔ* autem rectae *AΘ* parallela ducatur, et ducta *ΘΓ* producat, sumatur autem in sectione punctum aliquod *B*, et a *B* rectis *ΑΓ*, *ΓΔ* parallelae ducantur *BE*, *BZ*. dico, esse

17. *τείγωνον*] *ΔΓ* V (h. e. *Δ'*). 25. *ή*] (alt.) c, om. V. *ΘΔ*] *ΔΘΑ* Halley.

σημείον τὸ  $B$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $B$  ἤχθωσαν αἱ  $BE$ ,  $BZ$   
 παρὰ τὰς  $AG$ ,  $GA$ . λέγω, ὅτι ἐπὶ μὲν τῆς ὑπερβολῆς  
 τὸ  $BEZ$  τρίγωνον τοῦ  $H\Theta Z$  μείζον ἐστὶ τῷ  $AG\Theta$ ,  
 ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως καὶ τοῦ κύκλου μετὰ τοῦ  $ZH\Theta$   
 5 ἴσον ἐστὶ τῷ  $GA\Theta$ .

ἤχθωσαν γὰρ αἱ  $ΓΚ$ ,  $BN$  παρὰ τὴν  $ΔΘ$ . ἐπεὶ οὖν  
 ἐφάπτεται ἡ  $ΓΜ$ , κατῆκται δὲ ἡ  $ΓΚ$ , ἡ  $ΓΚ$  πρὸς  $K\Theta$   
 τὸν συγκείμενον λόγον ἔχει ἐκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ  $ΜΚ$   
 πρὸς  $KΓ$ , καὶ τοῦ ὄν ἔχει τοῦ εἶδους ἡ ὀρθία πλευρὰ  
 10 πρὸς τὴν πλαγίαν· ὡς δὲ ἡ  $ΜΚ$  πρὸς  $KΓ$ , ἡ  $ΓΔ$   
 πρὸς  $ΔΑ$ · ἡ  $ΓΚ$  ἄρα πρὸς  $K\Theta$  λόγον ἔχει τὸν συγ-  
 κείμενον ἐκ τοῦ τῆς  $ΓΔ$  πρὸς  $ΔΑ$  καὶ τῆς ὀρθίας  
 πρὸς τὴν πλαγίαν. καὶ ἐστὶ τὸ  $ΓΔΑ$  τρίγωνον τὸ ἀπὸ  
 τῆς  $K\Theta$  εἶδος, τὸ δὲ  $ΓΚ\Theta$ , τουτέστι τὸ  $ΓΔ\Theta$ , τὸ ἀπὸ  
 15 τῆς  $ΓΚ$ , τουτέστι τῆς  $Δ\Theta$ · τὸ  $ΓΔΑ$  ἄρα τρίγωνον  
 τοῦ  $ΓΚ\Theta$  ἐπὶ μὲν τῆς ὑπερβολῆς μείζον ἐστὶ τῷ ἀπὸ  
 τῆς  $A\Theta$  τριγώνῳ ὁμοίῳ τῷ  $ΓΔΑ$ , ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως  
 καὶ τοῦ κύκλου τὸ  $ΓΔ\Theta$  μετὰ τοῦ  $ΓΔΑ$  ἴσον ἐστὶ τῷ  
 αὐτῷ· καὶ γὰρ ἐπὶ τῶν διπλασίων αὐτῶν τοῦτο ἐδείχθη  
 20 ἐν τῷ τεσσαρακοστῷ πρώτῳ θεωρήματι. ἐπεὶ οὖν τὸ  
 $ΓΔΑ$  τρίγωνον τοῦ  $ΓΚ\Theta$  ἦτοι τοῦ  $ΓΔ\Theta$  διαφέρει

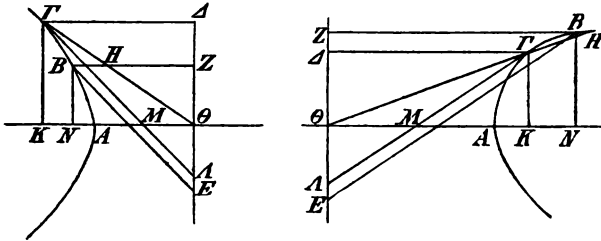


τῷ ἀπὸ τῆς  $A\Theta$  τριγώνῳ ὁμοίῳ τῷ  $ΓΔΑ$ , διαφέρει  
 δὲ καὶ τῷ  $Γ\Theta A$  τριγώνῳ, ἴσον ἄρα τὸ  $Γ\Theta A$  τριγώνων

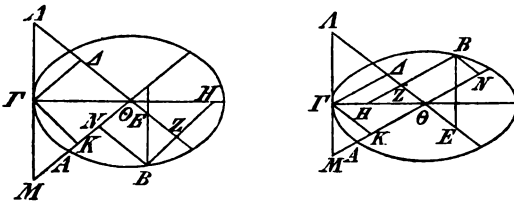
Fig. priorem bis hab. V.

in hyperbola  $BEZ = H\theta Z + \Lambda\Gamma\theta$ , in ellipsi autem et circulo  $BEZ + ZH\theta = \Gamma\Lambda\theta$ .

ducantur enim rectae  $\Delta\theta$  parallelae  $\Gamma K$ ,  $BN$ . quoniam igitur  $\Gamma M$  contingit,  $\Gamma K$  autem ordinate ducta est,  $\Gamma K : K\theta$  rationem habebit compositam ex



ratione, quam habet  $MK : K\Gamma$ , eaque, quam habet latus rectum figurae ad transversum [prop. XXXIX]. est autem [Eucl. VI, 4]  $MK : K\Gamma = \Gamma\Delta : \Delta\Lambda$ . quare  $\Gamma K : K\theta$  rationem habet compositam ex ratione  $\Gamma\Delta : \Delta\Lambda$  eaque, quam habet latus rectum ad transversum. et triangulus  $\Gamma\Delta\Lambda$  figura est in  $K\theta$  descripta,  $\Gamma K\theta$  autem siue  $\Gamma\Delta\theta$  figura in  $\Gamma K$  siue  $\Delta\theta$  descripta. itaque in hyperbola  $\Gamma\Delta\Lambda$  triangulus triangulo  $\Gamma K\theta$



maior est triangulo in  $\Lambda\theta$  descripto simili triangulo  $\Gamma\Delta\Lambda$ , in ellipsi autem circuloque  $\Gamma\Delta\theta$  adiuncto  $\Gamma\Delta\Lambda$

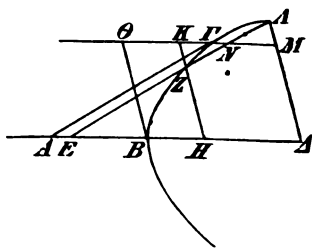
Fig. primam bis V.

τῷ ἀπὸ τῆς  $A\Theta$  ὁμοίῳ τῷ  $\Gamma\Delta\Lambda$  τριγώνῳ. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν  $BZE$  τρίγωνον ὁμοίον ἐστὶ τῷ  $\Gamma\Delta\Lambda$ , τὸ δὲ  $HZ\Theta$  τῷ  $\Gamma\Delta\Theta$ , τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν  $BZE$  τὸ ἀπὸ τῆς  $N\Theta$  μεταξὺ τῆς κατηγμένης  $\epsilon$  καὶ τοῦ κέντρου, τὸ δὲ  $HZ\Theta$  τὸ ἀπὸ τῆς  $BN$  κατηγμένης, τουτέστι τῆς  $Z\Theta$ . καὶ διὰ τὰ δεδειγμένα πρότερον τὸ  $BZE$  τοῦ  $H\Theta Z$  διαφέρει τῷ ἀπὸ τῆς  $A\Theta$  ὁμοίῳ τῷ  $\Gamma\Delta\Lambda$ . ὥστε καὶ τῷ  $\Gamma\Lambda\Theta$ .

μς'.

- 10 Ἐὰν παραβολῆς εὐθεία ἐπιψαύουσα συμπίπτῃ τῇ διαμέτρῳ, ἢ διὰ τῆς ἀφῆς παράλληλος ἀγομένη τῇ διαμέτρῳ ἐπὶ ταῦτά τῃ τομῇ τὰς ἀγομένας ἐν τῇ τομῇ παρὰ τὴν ἐφαπτομένην δίχα τέμνει.

- ἔστω παραβολή, ἥς διάμετρος ἡ  $AB\Delta$ , καὶ ἐφαπ-  
 15 απτέσθω τῆς τομῆς ἡ  $AG$ , διὰ δὲ τοῦ  $\Gamma$  τῇ  $A\Delta$   
 παράλληλος ἤχθω ἡ  $\Theta\Gamma M$ ,  
 καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς τομῆς  
 τυχὸν σημεῖον τὸ  $\Lambda$ , καὶ  
 ἤχθω τῇ  $AG$  παράλληλος  
 20 ἡ  $ANZE$ . λέγω, ὅτι ἐστὶν  
 ἴση ἡ  $AN$  τῇ  $NZ$ .



- ἤχθωσαν τεταγμένως αἱ  
 $B\Theta$ ,  $KZH$ ,  $\Lambda M\Delta$ . ἐπεὶ  
 οὖν διὰ τὰ δεδειγμένα ἐν τῷ τεσσαρακοστῷ δευτέρῳ  
 25 θεωρήματι ἴσον ἐστὶ τὸ  $E\Lambda\Delta$  τρίγωνον τῷ  $B\Lambda M$  παρ-  
 αλληλογράμμῳ, τὸ δὲ  $EZH$  τῷ  $BK$ , λοιπὸν ἄρα τὸ

4. τὸ] (alt.) om. V; corr. Halley.  $N\Theta$ ] pvc; Vincertum est in V. 8.  $\Gamma\Delta\Lambda$ ]  $\Gamma\Delta\Delta$  V; corr. p. 9. μς'] p, om. V, m. 2 v. 12. ταῦτά] ταῦτα V; corr. p. 23.  $KZH$ ]  $ZHK$  V; corr. p.  $\Lambda M\Delta$ ]  $\Lambda M$  V; corr. Comm.

eidem aequalis est; nam in figuris, quae iis duplo maiores sunt, hoc demonstratum est in propositione **XLI**. quoniam igitur triangulus  $\Gamma\Delta\Delta$  a  $\Gamma K\Theta$  siue  $\Gamma\Delta\Theta$  differt triangulo in  $A\Theta$  descripto simili triangulo  $\Gamma\Delta\Delta$ , uerum etiam triangulo  $\Gamma\Theta A$  differt, triangulus  $\Gamma\Theta A$  triangulo in  $A\Theta$  descripto simili triangulo  $\Gamma\Delta\Delta$  aequalis est. quoniam igitur triangulus  $BZE$  triangulo  $\Gamma\Delta\Delta$  similis est [Eucl. I, 29] et  $HZ\Theta$  triangulo  $\Gamma\Delta\Theta$ , eandem rationem habent<sup>1)</sup>. et  $BZE$  in  $N\Theta$  descriptus est inter rectam ordinatam centrumque,  $HZ\Theta$  autem in  $BN$  ordinate ducta siue  $Z\Theta$ ; et propter ea, quae antea demonstrata sunt [prop. **XLI**],  $BZE$  ab  $H\Theta Z$  differt triangulo in  $A\Theta$  descripto simili triangulo  $\Gamma\Delta\Delta$ . ergo etiam triangulo  $\Gamma\Delta\Theta$  differt.

**XLVI.**

Si recta parabolam contingens cum diametro concurrat, recta per punctum contactus diametro parallela ducta ad partes sectionis uersus rectas in sectione contingenti parallelas ductas in binas partes aequales secabit.

sit parabola, cuius diametrus sit  $AB\Delta$ , et sectionem contingat  $A\Gamma$ , per  $\Gamma$  autem rectae  $A\Delta$  parallela ducatur  $\Theta\Gamma M$ , et in sectione sumatur punctum aliquod  $A$ , ducaturque rectae  $A\Gamma$  parallela  $ANZE$ . dico, esse  $AN = NZ$ .

ducantur ordinate  $B\Theta$ ,  $HZK$ ,  $AM\Delta$ . quoniam igitur propter ea, quae in propositione **XLII** demon-

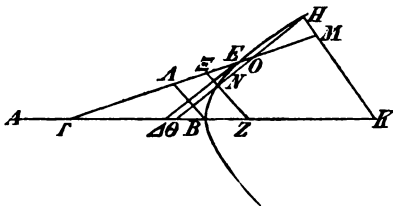
1) Hoc est: latera eandem inter se rationem habent (Eucl. VI, 4); itaque in proportione  $\Gamma K : K\Theta$  cet. substitui possunt rationes laterum triangulorum  $BZE$ ,  $HZ\Theta$ , ita ut conditioni propositionis 41 satis fiat.

$HM$  παραλληλόγραμμον λοιπὸν τῷ  $AZH\Delta$  τετραπλεύρῳ ἔστιν ἴσον. κοινὸν ἀφηρήσθω τὸ  $M\Delta HZN$  πεντάπλευρον· λοιπὸν ἄρα τὸ  $KZN$  τρίγωνον τῷ  $AMN$  ἴσον ἔστί. καὶ ἔστι παραλληλος ἡ  $KZ$  τῇ  $AM$ . ἴση δ' ἄρα ἡ  $ZN$  τῇ  $AN$ .

μζ'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς ἢ ἑλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας εὐθεῖα ἐπιψαύουσα συμπίπτῃ τῇ διαμέτρῳ, καὶ διὰ τῆς ἀφῆς καὶ τοῦ κέντρου εὐθεῖα ἀχθῇ ἐπὶ ταῦτά τῃ  
10 τομῇ, δίχα τεμεῖ τὰς ἀγομένας ἐν τῇ τομῇ παρὰ τὴν ἐφαπτομένην.

ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἑλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια, ἧς διάμετρος μὲν ἡ  $AB$ , κέντρον δὲ τὸ  $\Gamma$ , καὶ ἐφαπτομένη



τῆς τομῆς ἤχθω ἡ  $AE$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $GE$  καὶ ἐκ-  
15 βεβλήσθω, καὶ εἰλήφθω τυχὸν ἐπὶ τῆς τομῆς σημεῖον τὸ  $N$ , καὶ διὰ τοῦ  $N$  παραλληλος ἤχθω ἡ  $\Theta NOH$ . λέγω, ὅτι ἴση ἔστιν ἡ  $NO$  τῇ  $OH$ .

κατήχθωσαν γὰρ τεταγμένως αἱ  $\Xi NZ$ ,  $BA$ ,  $HMK$ . διὰ τὰ δεδειγμένα ἄρα ἐν τῷ μγ' θεωρήματι ἴσον ἔστί  
20 τὸ μὲν  $\Theta NZ$  τρίγωνον τῷ  $ABZ\Xi$  τετραπλεύρῳ, τὸ

2.  $M\Delta HZH$  cv et, ut uidetur, V; corr. p. 4.  $AM$   
 $AN$  V; corr. p. 6. μζ'] p, om. V, m. 2 v. 9. ταῦτά] ταῦτα V;

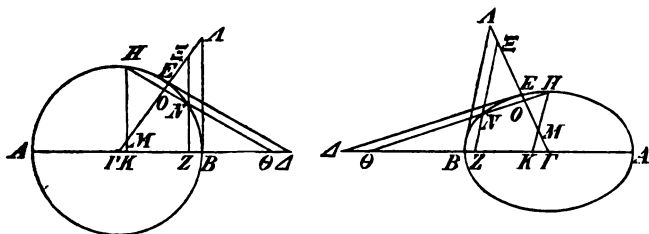
strata sunt,  $E\Lambda\Delta = BM$  et  $EZH = BK$ , erit  
 $HM = \Lambda ZH\Delta$ .

auferatur, quod commune est, pentagonum  $M\Delta HZN$ ;  
 itaque  $KZN = \Lambda MN$ . est autem  $KZ$  rectae  $\Lambda M$   
 parallela. ergo  $ZN = \Lambda N$  [Eucl. VI, 22 coroll.].

XLVII.

Si recta hyperbolam uel ellipsim uel ambitum cir-  
 culi contingens cum diametro concurrat, et per punc-  
 tum contactus centrumque recta ad partes sectionis  
 uersus ducitur, rectas in sectione contingenti parallelas  
 ductas in binas partes aequales secabit.

sit hyperbola uel ellipsis uel ambitus circuli, cuius  
 diameter sit  $AB$ , centrum autem  $\Gamma$ , et sectionem



contingens ducatur  $\Delta E$ , ducaturque  $\Gamma E$  et producat, et in sectione sumatur punctum aliquod  $N$ , et per  $N$  parallela ducatur  $\Theta NOH$ . dico, esse  $NO = OH$ .

ordinate enim ducantur  $\Xi NZ$ ,  $B\Lambda$ ,  $HMK$ . itaque propter ea, quae in propositione XLIII demonstrata sunt, erit  $\Theta NZ = \Lambda BZ\Xi$ ,  $H\Theta K = \Lambda BKM$ . quare etiam  $NHKZ = MKZ\Xi$ . auferatur, quod commune

corr. p. 16.  $\Theta NOH\Lambda V$ ; corr. p. 20.  $\Theta NZ$ ]  $BNZ V$ ;  
 corr. p.  $AB\Xi Z V$ ; corr. p.

δὲ  $H\Theta K$  τρίγωνον τῷ  $ABKM$ · καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ  $NHKZ$  τετράπλευρον λοιπῷ τῷ  $MKZΞ$  ἐστὶν ἴσον· κοινὸν ἀφηρήσθω τὸ  $ONZKM$  πεντάπλευρον· λοιπὸν ἄρα τὸ  $OMH$  τρίγωνον λοιπῷ τῷ  $NΞO$  ἐστὶν ἴσον.  
 5 καὶ ἐστὶ παράλληλος ἡ  $MH$  τῇ  $NΞ$ · ἴση ἄρα ἡ  $NO$  τῇ  $OH$ .

μη'.

Ἐὰν μιᾶς τῶν ἀντικειμένων εὐθεῖα ἐπιψαύουσα συμπίπτῃ τῇ διαμέτρῳ, καὶ διὰ τῆς ἀφῆς καὶ τοῦ  
 10 κέντρου εὐθεῖα ἐκβληθεῖσα τέμῃ τὴν ἑτέραν τομῆν, ἣτις ἂν ἀχθῆ ἔν τῇ ἑτέρᾳ τομῇ παρὰ τὴν ἐφαπτομένην, δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τῆς ἐκβληθείσης.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι, ὧν διάμετρος μὲν ἡ  $AB$ , κέντρον δὲ τὸ  $\Gamma$ , καὶ τῆς  $A$  τομῆς ἐφαπτέσθω ἡ  $KA$ ,  
 15 καὶ ἐπεζεύχθω ἡ  $\Delta\Gamma$  καὶ ἐκβεβλήσθω, καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς  $B$  τομῆς τὸ  $N$ , καὶ διὰ τοῦ  $N$  τῇ  $AK$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $NH$ . λέγω, ὅτι ἡ  $NO$  τῇ  $OH$  ἐστὶν ἴση.

ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ  $E$  ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἡ  $E\Delta$ .  
 20 ἡ  $E\Delta$  ἄρα τῇ  $AK$  παράλληλός ἐστὶν. ὥστε καὶ τῇ  $NH$ . ἐπεὶ οὖν ὑπερβολή ἐστὶν ἡ  $BNH$ , ἧς κέντρον τὸ  $\Gamma$ , καὶ ἐφαπτομένη ἡ  $\Delta E$ , καὶ ἐπέξενκται ἡ  $\Gamma E$ , καὶ εἰληπται ἐπὶ τῆς τομῆς σημεῖον τὸ  $N$ , καὶ δι' αὐτοῦ παράλληλος τῇ  $\Delta E$  ἤκται ἡ  $NH$ , διὰ τὸ προ-  
 25 δεδειγμένον ἐπὶ τῆς ὑπερβολῆς ἴση ἐστὶν ἡ  $NO$  τῇ  $OH$ .

2.  $MKΞZ V$ ; corr. Comm. 4.  $NΞO$ ]  $\Theta NΞO V$ ; corr. p.  
 6.  $OH$ ]  $\Sigma H V$ ; corr. p. 7.  $\mu\eta'$ ] p, om. V, m. 2 v.



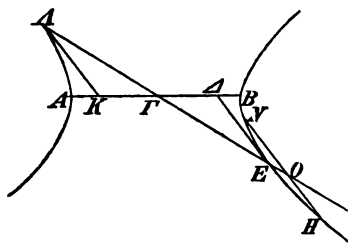
est, pentagonum  $ONZKM$ . erit igitur  $OMH = N\Xi O$ .  
 et  $MH$  rectae  $N\Xi$  parallela est; ergo est  $NO = OH$   
 [Eucl. VI, 22 coroll.].

XLVIII.

Si recta alterutram oppositarum contingens cum  
 diametro concurrat, et per punctum contactus centrum-  
 que producta recta alteram sectionem secat, quaecun-  
 que recta in altera sectione ducitur contingenti par-  
 allela, a recta illa producta in duas partes aequales  
 secabitur.

sint oppositae, quarum diametrus sit  $AB$ , centrum  
 autem  $\Gamma$ , et sectionem  $A$  contingat  $KA$ , ducaturque  
 $\Delta\Gamma$  et producat, in  $B$  autem sectione punctum ali-  
 quod sumatur  $N$ , et per  $N$  rectae  $\Delta K$  parallela duca-  
 tur  $NH$ . dico, esse  $NO = OH$ .

ducatur enim per  $E$  sectionem contingens  $E\Delta$ ;  
 $E\Delta$  igitur rectae  $\Delta K$  parallela est [u. Eutocius ad



prop. XLIV]. quare  
 etiam rectae  $NH$  [Eucl.  
 I, 30]. quoniam igitur  
 $BNH$  hyperbola est,  
 cuius centrum est  $\Gamma$ , et  
 contingit  $\Delta E$ , et ducta  
 est  $\Gamma E$ , in sectione  
 autem sumptum est

punctum  $N$ , et per id rectae  $\Delta E$  parallela ducta est  
 $NH$ , propter id, quod de hyperbola antea demon-  
 stratum est [prop. XLVII], erit  $NO = OH$ .

μθ'.

Ἐὰν παραβολῆς εὐθεία ἐπιψαύουσα συμπίπτῃ τῇ  
 διαμέτρῳ, καὶ διὰ μὲν τῆς ἀφῆς ἀχθῆ παράλληλος τῇ  
 διαμέτρῳ, ἀπὸ δὲ τῆς κορυφῆς ἀχθῆ παρὰ τεταγμένως  
 5 κατηγμένην, καὶ ποιηθῆ, ὡς τὸ τμημα τῆς ἐφαπτο-  
 μένης τὸ μεταξὺ τῆς ἀνηγμένης καὶ τῆς ἀφῆς πρὸς τὸ  
 τμημα τῆς παραλλήλου τὸ μεταξὺ τῆς ἀφῆς καὶ τῆς  
 ἀνηγμένης, οὕτως εὐθείά τις πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς  
 ἐφαπτομένης, ἣτις ἂν ἀπὸ τῆς τομῆς ἀχθῆ ἐπὶ τὴν  
 10 διὰ τῆς ἀφῆς ἡγμένην εὐθείαν παράλληλον τῇ δια-  
 μέτρῳ, δυνήσεται τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ  
 τῆς πεπορισμένης εὐθείας καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης  
 ὑπ' αὐτῆς πρὸς τῇ ἀφῆ.

ἔστω παραβολή, ἣς διάμετρος ἡ  $MBΓ$ , ἐφαπτομένη  
 15 δὲ ἡ  $ΓΔ$ , καὶ διὰ τοῦ  $Δ$  τῇ  $BΓ$  παράλληλος ἡχθῶ  
 ἡ  $ZΔN$ ; τεταγμένως δὲ ἀνήχθῶ ἡ  $ZB$ , καὶ πεποιήσθῶ  
 ὡς ἡ  $EΔ$  πρὸς  $ΔZ$ , εὐθείά τις ἡ  $H$  πρὸς τὴν δι-  
 πλασίαν τῆς  $ΓΔ$ , καὶ εὐθεία τις σημείον ἐπὶ τῆς  
 τομῆς τὸ  $K$ , καὶ ἡχθῶ διὰ τοῦ  $K$  τῇ  $ΓΔ$  παράλληλος  
 20 ἡ  $KΑΠ$ . λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς  $KΑ$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  
 τῆς  $H$  καὶ τῆς  $ΔΔ$ , τουτέστιν ὅτι διαμέτρου οὔσης  
 τῆς  $ΔΔ$  ὀρθία ἐστὶν ἡ  $H$ .

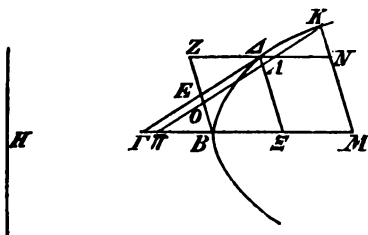
κατήχθῳσαν γὰρ τεταγμένως αὖ  $ΔΞ$ ,  $KNM$ . καὶ  
 ἐπεὶ ἡ  $ΓΔ$  ἐφάπτεται τῆς τομῆς, τεταγμένως δὲ κατ-  
 25 ἡκται ἡ  $ΔΞ$ , ἴση ἐστὶν ἰ  $ΓB$  τῇ  $BΞ$ . ἡ δὲ  $BΞ$  τῇ  
 $ZΔ$  ἴση ἐστὶ· καὶ ἡ  $ΓB$  ἄρα τῇ  $ZΔ$  ἐστὶν ἴση. ὥστε  
 καὶ τὸ  $EΓB$  τρίγωνον τῷ  $EZΔ$  τριγώνῳ. κοινὸν  
 προσκείμεθῶ τὸ  $ΔEBMN$  σχῆμα· τὸ ἄρα  $ΔΓMN$

1. μθ' ] p, om. V, m. 2 v. 5. κατηγμένη V; corr. Halley.  
 9. Hic alicubi desiderari παρὰ τὴν ἐφαπτομένην, iam Memus

XLIX.

Si recta parabolam contingens cum diametro concurrat, per contactum autem recta diametro parallela ducitur, a vertice autem recta ordinate ductae parallela, et fit, ut pars contingentis inter ordinate ductam punctumque contactus posita ad partem parallelae inter punctum contactus et ordinate ductam positam, ita recta aliqua ad duplam contingentis, quaecunque recta a sectione [contingenti parallela] ad rectam per punctum contactus diametro parallelam ductam ducitur, quadrata aequalis est rectangulo comprehenso recta assumpta rectaque ab illa ad punctum contactus abscisa.

sit parabola, cuius diameter sit  $MB\Gamma$ , contingens autem  $\Gamma\Delta$ , et per  $\Delta$  rectae  $B\Gamma$  parallela ducatur  $Z\Delta N$ ,



ordinate autem ducatur  $ZB$ , et fiat

$$E\Delta : \Delta Z = H : 2\Gamma\Delta,$$

sumaturque punctum aliquod  $K$  in sectione, per  $K$  autem rectae  $\Gamma\Delta$  parallela ducatur  $K\Delta II$ . dico, esse

$K\Delta^2 = H \times \Delta A$ , h. e. si  $\Delta A$  diameter sit, latus rectum esse  $H$  [prop. XI].

ordinate enim ducantur  $\Delta E$ ,  $KNM$ . et quoniam  $\Gamma\Delta$  contingit sectionem,  $\Delta E$  autem ordinate ducta est, erit  $\Gamma B = B E$  [prop. XXXV]. est autem  $B E = Z\Delta$  [Eucl. I, 34]; itaque etiam  $\Gamma B = Z\Delta$ . quare etiam

senserat. 16. πεποιείσθω V; corr p. 27. EZΔ] pvc, Z corr. ex Δ m. 1 V. 28. προσκείσθω] p; προσκείσθω V.

τετράπλευρον τῷ  $ZM$  παραλληλογράμμῳ ἔστιν ἴσον,  
 τουτέστι τῷ  $KΠM$  τριγώνῳ. κοινὸν ἀφηρήσθω τὸ  
 $ΛΠMN$  τετράπλευρον· λοιπὸν ἄρα τὸ  $KAN$  τρίγωνον  
 τῷ  $ΔΓ$  παραλληλογράμμῳ ἔστιν ἴσον. καὶ ἔστιν ἴση  
 5 ἡ ὑπὸ  $ΔΑΠ$  γωνία τῇ ὑπὸ  $KAN$ · διπλασίον ἄρα ἔστι  
 τὸ ὑπὸ  $KAN$  τοῦ ὑπὸ  $ΔΔΓ$ . καὶ ἐπεὶ ἔστιν, ὡς ἡ  
 $EΔ$  πρὸς  $ΔΖ$ , ἡ  $H$  πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς  $ΓΔ$ , ἔστι  
 δὲ καὶ ὡς ἡ  $EΔ$  πρὸς  $ΔΖ$ , ἡ  $ΚΑ$  πρὸς  $AN$ , καὶ ὡς  
 ἄρα ἡ  $H$  πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς  $ΓΔ$ , ἡ  $ΚΑ$  πρὸς  
 10  $AN$ . ἀλλ' ὡς μὲν ἡ  $ΚΑ$  πρὸς  $AN$ , τὸ ἀπὸ  $ΚΑ$  πρὸς  
 τὸ ὑπὸ  $KAN$ , ὡς δὲ ἡ  $H$  πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς  $ΔΓ$ ,  
 τὸ ὑπὸ  $H, ΔΔ$  πρὸς τὸ δις ὑπὸ  $ΓΔΑ$ · ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  
 $ΚΑ$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $KAN$ , τὸ ὑπὸ  $H, ΔΔ$  πρὸς τὸ δις  
 ὑπὸ  $ΓΔΑ$ . καὶ ἐναλλάξ· ἴσον δέ ἔστι τὸ ὑπὸ  $KAN$   
 15 τῷ δις ὑπὸ  $ΓΔΑ$ · ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ  $ΚΑ$  τῷ  
 ὑπὸ  $H, ΔΔ$ .

ν'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς ἢ ἐλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας  
 εὐθεῖα ἐπιψάουσα συμπύκτη τῇ διαμέτρῳ, καὶ διὰ  
 20 τῆς ἀφῆς καὶ τοῦ κέντρου εὐθεῖα ἐκβληθῆ, ἀπὸ δὲ  
 τῆς κορυφῆς ἀναχθεῖσα εὐθεῖα παρὰ τεταγμένως κατ-  
 ηγμένην συμπύκτη τῇ διὰ τῆς ἀφῆς καὶ τοῦ κέντρου  
 ἡγμένη εὐθεία, καὶ ποιηθῆ, ὡς τὸ τμήμα τῆς ἐφαπτο-  
 μένης τὸ μεταξὺ τῆς ἀφῆς καὶ τῆς ἀνηγμένης πρὸς τὸ  
 25 τμήμα τῆς ἡγμένης διὰ τῆς ἀφῆς καὶ τοῦ κέντρου τὸ  
 μεταξὺ τῆς ἀφῆς καὶ τῆς ἀνηγμένης, εὐθεία τις πρὸς  
 τὴν διπλασίαν τῆς ἐφαπτομένης, ἥτις ἂν ἀπὸ τῆς τομῆς  
 ἀχθῆ ἐπὶ τὴν διὰ τῆς ἀφῆς καὶ τοῦ κέντρου ἡγμένην

6. τοῦ] p, corr. ex τό m. 1 V, τῆ c. 14. καί — 15.  $ΓΔΑ$ ] bis V; corr. p. 17. ν'] p, om. V, m. 2 v. 21. κατηγμένη V; corr. p.

$E\Gamma B = EZ\Delta$  [Eucl. VI, 19]. communis adiiciatur figura  $\Delta EBMN$ ; erit igitur  $\Delta\Gamma MN = ZM = K\Pi M$  [prop. XLII]. auferatur, quod commune est, quadrangulum  $\Delta\Pi MN$ . erit igitur  $KAN = \Delta\Gamma$ . est autem  $\angle \Delta A\Pi = \angle KAN$  [Eucl. I, 15]. itaque erit [u. Eutocius]  $KA \times AN = 2\Delta\Delta \times \Delta\Gamma$ . et quoniam est  $E\Delta : \Delta Z = H : 2\Gamma\Delta$ , est autem etiam [Eucl. VI, 4]  $E\Delta : \Delta Z = KA : AN$ , erit etiam  $H : 2\Gamma\Delta = KA : AN$ . uerum  $KA : AN = KA^2 : KA \times AN$ ,

$$H : 2\Gamma\Delta = H \times \Delta A : 2\Gamma\Delta \times \Delta A.$$

itaque  $KA^2 : KA \times AN = H \times \Delta A : 2\Gamma\Delta \times \Delta A$ . et permutando [Eucl. V, 16]; est autem

$$KA \times AN = 2\Gamma\Delta \times \Delta A.$$

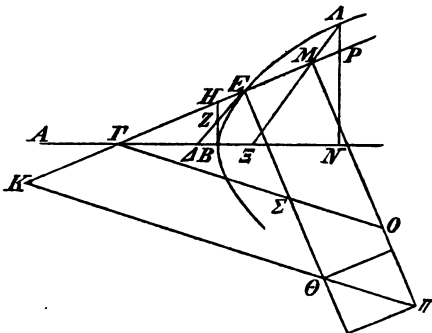
ergo etiam  $KA^2 = H \times \Delta A$ .

L.

Si recta hyperbolam uel ellipsim uel ambitum circuli contingens cum diametro concurrat, et per punctum contactus centrumque recta producat, a uertice autem recta ordinate ductae parallela cum recta per punctum contactus centrumque ducta concurrat, et fit, ut pars contingentis inter punctum contactus et ordinate ductam posita ad partem rectae per punctum contactus centrumque ductae inter punctum contactus et ordinate ductam positam, ita recta aliqua ad duplam contingentis, quaecunque recta a sectione ad rectam per punctum contactus centrumque ductam contingentem parallela ducatur, quadrata aequalis erit spatio rectangulo rectae adsumptae applicato latitudinem habenti rectam ab illa ad punctum contactus abscisam, in hyperbola figura excedenti simili

εὐθείαν παράλληλος τῇ ἐφαπτομένῃ, δυνήσεται τι χωρίον ὀρθογώνιον παρακείμενον παρὰ τὴν πορισθείσαν πλάτος ἔχον τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπ' αὐτῆς πρὸς τῇ ἀφῆ ἐπὶ μὲν τῆς ὑπερβολῆς ὑπερβάλλον εἶδει ὁμοίω  
 5 τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῆς διπλασίας τῆς μεταξὺ τοῦ κέντρου καὶ τῆς ἀφῆς καὶ τῆς πορισθείσης εὐθείας, ἐπὶ δὲ τῆς ἔλλειψεως καὶ τοῦ κύκλου ἔλλειπον.

ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια, ἣς διάμετρος ἢ  $AB$ , κέντρον δὲ τὸ  $\Gamma$ , ἐφαπτομένη δὲ  
 10 ἢ  $\Delta E$ , καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἢ  $\Gamma E$  ἐκβεβλήσθω ἐφ' ἐκάτερα, καὶ κείσθω τῇ  $E\Gamma$  ἴση  
 15 ἢ  $\Gamma K$ , καὶ διὰ τοῦ  $B$  τεταγμένως ἀνήχθω ἢ  $BZH$ , διὰ δὲ τοῦ  $E$  τῇ  $E\Gamma$  πρὸς ὀρθὰς  
 20 ἤχθω ἢ  $E\Theta$ , καὶ



γινέσθω, ὡς ἢ  $ZE$  πρὸς  $EH$ , οὕτως ἢ  $E\Theta$  πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς  $E\Delta$ , καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἢ  $\Theta K$  ἐκβεβλήσθω, καὶ εἰλήφθω τι ἐπὶ τῆς τομῆς σημεῖον τὸ  $\Lambda$ , καὶ δι' αὐτοῦ τῇ  $E\Delta$  παράλληλος ἤχθω ἢ  $AM\Xi$ , τῇ δὲ  $BH$   
 25 ἢ  $\Lambda PN$ , τῇ δὲ  $E\Theta$  ἢ  $M\Pi$ . λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ  $\Lambda M$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $EM\Pi$ .

ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ  $\Gamma$  τῇ  $K\Pi$  παράλληλος ἢ  $\Gamma\Sigma O$ . καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἢ  $E\Gamma$  τῇ  $\Gamma K$ , ὡς δὲ ἢ  $E\Gamma$  πρὸς  $K\Gamma$ , ἢ  $E\Sigma$  πρὸς  $\Sigma\Theta$ , ἴση ἄρα καὶ ἢ  $E\Sigma$  τῇ  $\Sigma\Theta$ .

21.  $ZE$ ]  $p$ ;  $\Xi E$   $V$ ; corr. postea  $V$ .  $EH$ ]  $p$ ;  $H$   $V$ ; corr. postea  $V$ .

idem autem ad triangulum  $MZN$  perpendicularis est, communis eorum sectio  $\Xi A$  perpendicularis est ad triangulum  $MZN$  [Eucl. XI, 19], h. e. ad  $KZA$ ; quare etiam ad omnes rectas eam tangentes et in triangulo positas perpendicularis est [Eucl. XI def. 3]. itaque etiam ad utramque  $MN$ ,  $AB$  perpendicularis est. rursus quoniam conus, cuius basis est  $MN\Xi$  circulus, uertex autem  $Z$  punctum, plano sectus est ad triangulum  $MZN$  perpendiculari, quod sectionem efficit circulum  $MN\Xi$ , uerum etiam alio plano sectus est, subiacenti scilicet, basim conii secundum rectam  $\Xi A$  secanti perpendicularem ad  $MN$ , quae communis est sectio circuli  $MN\Xi$  triangulique  $MZN$ , et  $AB$  communis sectio plani subiacentis triangulique  $MZN$  lateri conii  $ZKM$  parallela est, sectio conii in plano subiacenti orta parabola est, diametrus autem eius  $AB$  [prop. XI], et rectae a sectione ad  $AB$  ordinate ductae in angulo recto ducentur; nam parallelae sunt rectae  $\Xi A$  ad  $AB$  perpendiculari. et quoniam est  $\Gamma\Delta : \Theta = \Theta : EA$ , et  $EA = AZ = ZK$ ,  $\Theta = EZ = AK$ , erit

$$\Gamma\Delta : AK = AK : AZ.$$

quare etiam  $\Gamma\Delta : AZ = AK^2 : AZ^2$  [Eucl. V def. 9]  $= AK^2 : AZ \times ZK$ . ergo  $\Gamma\Delta$  latus rectum sectionis est; hoc enim in propositione XI demonstratum est.

## LIII.

Iisdem suppositis ne sit rectus datus angulus, eique aequalis ponatur  $\angle \Theta AE$ , sit autem  $A\Theta = \frac{1}{2}\Gamma\Delta$ ,

*δὲ καὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον πρὸς τὸ  $MZN$  τρίγωνον* (praeunte Memo). quae mutatio cum parum probabilis sit, praetulerim uerba *ἐπεὶ οὖν* lin. 27 — *τρίγωνον* lin. 29 delere; sed fortasse interpolatio peius etiam grassata est. etiam uerba *τοῦτο ἐστὶ τὸ  $KZA$*  p. 162 lin. 1—2 inutilia sunt.

καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς ἡ  $ZE$  πρὸς  $EH$ , ἡ  $\Theta E$  πρὸς τὴν  
διπλασίαν τῆς  $E\Delta$ , καὶ ἐστὶ τῆς  $E\Theta$  ἡμίσεια ἡ  $E\Sigma$ ,  
ἐστὶν ἄρα, ὡς ἡ  $ZE$  πρὸς  $EH$ , ἡ  $\Sigma E$  πρὸς  $E\Delta$ . ὡς  
δὲ ἡ  $ZE$  πρὸς  $EH$ , ἡ  $\Lambda M$  πρὸς  $MP$ · ὡς ἄρα ἡ  $\Lambda M$   
5 πρὸς  $MP$ , ἡ  $\Sigma E$  πρὸς  $E\Delta$ . καὶ ἐπεὶ τὸ  $PNG$  τρί-  
γωνον τοῦ  $HBG$  τριγώνου, τουτέστι τοῦ  $\Gamma\Delta E$ , ἐπὶ  
μὲν τῆς ὑπερβολῆς μείζον ἐδείχθη, ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως  
καὶ τοῦ κύκλου ἔλασσον τῷ  $\Lambda N\Xi$ , κοινῶν ἀφαιρεθέν-  
των ἐπὶ μὲν τῆς ὑπερβολῆς τοῦ τε  $E\Gamma\Delta$  τριγώνου  
10 καὶ τοῦ  $NPM\Xi$  τετραπλεύρου, ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως  
καὶ τοῦ κύκλου τοῦ  $M\Xi\Gamma$  τριγώνου, τὸ  $\Lambda MP$  τρί-  
γωνον τῷ  $ME\Delta\Xi$  τετραπλεύρῳ ἐστὶν ἴσον. καὶ ἐστὶ  
παράλληλος ἡ  $M\Xi$  τῇ  $\Delta E$ , ἡ δὲ ὑπὸ  $\Lambda MP$  τῇ ὑπὸ  
 $EM\Xi$  ἐστὶν ἴση· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ  $\Lambda MP$  τῷ  
15 ὑπὸ τῆς  $EM$  καὶ συναμφοτέρου τῆς  $E\Delta$ ,  $M\Xi$ . καὶ  
ἐπεὶ ἐστίν, ὡς ἡ  $MG$  πρὸς  $GE$ , ἡ τε  $M\Xi$  πρὸς  $E\Delta$   
καὶ ἡ  $MO$  πρὸς  $E\Sigma$ , ὡς ἄρα ἡ  $MO$  πρὸς  $E\Sigma$ , ἡ  $M\Xi$   
πρὸς  $\Delta E$ . καὶ συνθέντι, ὡς συναμφοτέρος ἡ  $MO$ ,  $\Sigma E$   
πρὸς  $E\Sigma$ , οὕτως συναμφοτέρος ἡ  $M\Xi$ ,  $E\Delta$  πρὸς  $E\Delta$ .  
20 ἐναλλάξ, ὡς συναμφοτέρος ἡ  $MO$ ,  $\Sigma E$  πρὸς συναμφο-  
τερον τὴν  $\Xi M$ ,  $E\Delta$ , ἡ  $\Sigma E$  πρὸς  $E\Delta$ . ἀλλ' ὡς μὲν  
συναμφοτέρος ἡ  $MO$ ,  $E\Sigma$  πρὸς συναμφοτέρον τὴν  
 $M\Xi$ ,  $\Delta E$ , τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς  $MO$ ,  $E\Sigma$  καὶ τῆς  
 $EM$  πρὸς τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς  $M\Xi$ ,  $E\Delta$  καὶ  
25 τῆς  $EM$ , ὡς δὲ ἡ  $\Sigma E$  πρὸς  $E\Delta$ , ἡ  $ZE$  πρὸς  $EH$ ,  
τουτέστιν ἡ  $\Lambda M$  πρὸς  $MP$ , τουτέστι τὸ ἀπὸ  $\Lambda M$  πρὸς  
τὸ ὑπὸ  $\Lambda MP$ · ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς  
 $MO$ ,  $E\Sigma$  καὶ τῆς  $ME$  πρὸς τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου  
τῆς  $M\Xi$ ,  $E\Delta$  καὶ τῆς  $EM$ , τὸ ἀπὸ  $\Lambda M$  πρὸς τὸ ὑπὸ

2. ἐστι] ἐστίν V; corr. pc.

12. τῷ] τό V; corr. p.



h. e.  $P\Gamma = \Gamma\Delta E + \Delta N\Xi$  [u. Eutocius ad prop. XLIII],  
 in ellipsi autem circuloque  $P\Gamma = H\Gamma \div \Delta N\Xi$ ,  
 h. e. [u. ibidem]  $P\Gamma + \Delta N\Xi = \Gamma\Delta E$ , ablati, quae  
 communia sunt, in hyperbola  $E\Gamma\Delta$  et  $NPM\Xi$ , in  
 ellipsi autem circuloque  $M\Xi\Gamma$ , erit  $\Delta MP = ME\Delta\Xi$ .  
 est autem  $M\Xi$  rectae  $\Delta E$  parallela, et

$$\angle \Delta MP = EM\Xi \text{ [Eucl. I, 15];}$$

itaque erit [u. Eutocius ad prop. XLIX]

$$\Delta M \times MP = EM \times (E\Delta + M\Xi).$$

et quoniam est

$$M\Gamma : \Gamma E = M\Xi : E\Delta, \quad M\Gamma : \Gamma E = MO : E\Sigma$$

[Eucl. VI, 4], erit

$$MO : E\Sigma = M\Xi : \Delta E.$$

et componendo [Eucl. V, 18]

$$MO + \Sigma E : E\Sigma = M\Xi + E\Delta : E\Delta;$$

permutando [Eucl. V, 16]

$$MO + \Sigma E : \Xi M + E\Delta = \Sigma E : E\Delta.$$

est autem

$$\begin{aligned} MO + E\Sigma : M\Xi + \Delta E &= (MO + E\Sigma) \\ &\times EM : (M\Xi + E\Delta) \times EM, \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} \Sigma E : E\Delta = ZE : EH = \Delta M : MP \text{ [Eucl. VI, 4]} \\ = \Delta M^2 : \Delta M \times MP; \end{aligned}$$

itaque erit

$$\begin{aligned} (MO + E\Sigma) \times ME : (M\Xi + E\Delta) \times EM \\ = \Delta M^2 : \Delta M \times MP. \end{aligned}$$

et permutando

$$\begin{aligned} (MO + E\Sigma) \times ME : M\Delta^2 \\ = (M\Xi + E\Delta) \times ME : \Delta M \times MP \text{ [Eucl. V, 16].} \end{aligned}$$

*AMP.* και ἐναλλάξ, ὡς τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς  
*MO, EΣ* και τῆς *ME* πρὸς τὸ ἀπὸ *MA*, οὕτως τὸ  
 ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς *MΞ, EA* και τῆς *ME* πρὸς  
 τὸ ὑπὸ *AMP.* ἴσον δὲ τὸ ὑπὸ *AMP* τῶ ὑπὸ τῆς *ME*  
 5 και συναμφοτέρου τῆς *MΞ, EA*. ἴσον ἄρα και τὸ ἀπὸ  
*AM* τῶ ὑπὸ *EM* και συναμφοτέρου τῆς *MO, EΣ.* και  
 ἐστὶν ἡ μὲν *ΣΕ* τῆ *ΣΘ* ἴση, ἡ δὲ *ΣΘ* τῆ *ΟΠ*. ἴσον  
 ἄρα τὸ ἀπὸ *AM* τῶ ὑπὸ *EMΠ.*

να'.

- 10 Ἐὰν ὁποτερασοῦν τῶν ἀντικειμένων εὐθεία ἐπι-  
 ψαύουσα συμπύπτη τῆ διαμέτρῳ, και διὰ μὲν τῆς ἀφῆς  
 και τοῦ κέντρου ἐκβληθῆ τις εὐθεία ἕως τῆς ἐτέρας  
 τομῆς, ἀπὸ δὲ τῆς κορυφῆς εὐθεία ἀναχθῆ παρὰ τε-  
 ταγμένως κατηγμένην και συμπύπτη τῆ διὰ τῆς ἀφῆς  
 15 και τοῦ κέντρου ἡγμένην εὐθεία, και γενηθῆ, ὡς τὸ  
 τμῆμα τῆς ἐφαπτομένης τὸ μεταξὺ τῆς ἀνηγμένης και  
 τῆς ἀφῆς πρὸς τὸ τμῆμα τῆς ἡγμένης διὰ τῆς ἀφῆς  
 και τοῦ κέντρου τὸ μεταξὺ τῆς ἀφῆς και τῆς ἀν-  
 ηγμένης, εὐθεία τις πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ἐφαπτο-  
 20 μένης, ἥτις ἂν ἐν τῆ ἐτέρῳ τῶν τομῶν ἀχθῆ ἐπὶ τὴν  
 διὰ τῆς ἀφῆς και τοῦ κέντρου ἡγμένην εὐθείαν παρ-  
 ἀλληλος τῆ ἐφαπτομένη, δυνήσεται τὸ παρακείμενον  
 ὀρθογώνιον παρὰ τὴν προσπορισθεῖσαν πλάτος ἔχον  
 τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπ' αὐτῆς πρὸς τῆ ἀφῆ ὑπερ-  
 25 βάλλον εἶδει ὁμοίῳ τῶ περιεχομένῳ ὑπὸ τῆς μεταξὺ  
 τῶν ἀντικειμένων και τῆς προσπορισθείσης εὐθείας.

ἔστωσαν ἀντικείμενοι, ὧν διάμετρος ἡ *AB*, κέντρον

2. ἀπό] ὑπό V; corr. p (ἀπό τῆς). 9. να'] p, om. V,  
 m. 2 v. 14. κατηγμένη V; corr. p. 23. προσπορισθεῖσαν]  
 scripsi; προσπορισθεῖσαν V.

est autem

$$AM \times MP = ME \times (M\xi + E\Delta);$$

quare etiam

$$AM^2 = EM \times (MO + E\Sigma). \dagger$$

et  $\Sigma E = \Sigma\Theta$ ,  $\Sigma\Theta = O\Pi$  [Eucl. I, 34]. ergo

$$AM^2 = EM \times M\Pi.$$

LI.

Si recta alterutram oppositarum contingens cum diametro concurrat, et per punctum contactus centrumque recta usque ad alteram sectionem producat, a uertice autem recta ordinate ductae parallela ducitur et cum recta per punctum contactus centrumque ducta concurrat, et fit, ut pars contingentis inter ordinate ductam punctumque contactus posita ad partem rectae per punctum contactus centrumque ductae inter punctum contactus et ordinate ductam positam, ita recta aliqua ad duplam contingentis, quaecunque recta in alterutra sectione ad rectam per punctum contactus centrumque ductam contingenti parallela ducitur, quadrata aequalis erit rectangulo rectae adsumptae adplicato latitudinem habenti rectam ab illa ad punctum contactus abscisam excedenti figura simili spatio comprehenso recta inter oppositas posita rectaque adsumpta.

sint oppositae, quarum diametrus sit  $AB$ , centrum autem  $E$ , et sectionem  $B$  contingens ducatur  $\Gamma A$ , ducaturque  $\Gamma E$  et producat, ordinate autem ducatur  $BAH$ , et fiat  $A\Gamma : \Gamma H = K : 2\Gamma A$  iam rectas in sectione  $B\Gamma$  rectae  $\Gamma A$  parallelas ad  $E\Gamma$  productam ductas quadratas aequales esse spatiis rectae  $K$  ad-

δὲ τὸ  $E$ , καὶ ἤχθω τῆς  $B$  τομῆς ἐφαπτομένη ἢ  $ΓΔ$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἢ  $ΓΕ$  καὶ ἐκβεβλήσθω, καὶ ἤχθω τεταγμένως ἢ  $ΒΔΗ$ , καὶ πεποιήσθω, ὡς ἢ  $ΔΓ$  πρὸς  $ΓΗ$ , εὐθείά τις ἢ  $K$  πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς  $ΓΔ$ .

- 5 ὅτι μὲν οὖν αἱ ἐν τῇ  $ΒΓ$  τομῇ παράλληλοι τῇ  $ΓΔ$  ἐπὶ τὴν ἐπ' εὐθείας τῇ  $ΕΓ$  δύνανται τὰ παρὰ τὴν  $K$  παρακείμενα χωρὶα πλάτη ἔχοντα τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπ' αὐτῶν πρὸς τῇ ἀφῆ ὑπερβάλλοντα εἶδει ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ  $ΓΖ, K$ , φανερόν· διπλασία γάρ ἐστὶν ἢ  $ZΓ$  τῆς  $ΓΕ$ .
- 10 λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἐν τῇ  $ZΑ$  τομῇ τὸ αὐτὸ συμβήσεται.

- ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ  $Z$  ἐφαπτομένη τῆς  $AZ$  τομῆς ἢ  $MZ$ , καὶ τεταγμένως ἀνήχθω ἢ  $AΞN$ . καὶ ἐπεὶ ἀντικείμεναί εἰσιν αἱ  $ΒΓ, AZ$ , ἐφαπτόμεναι δὲ αὐτῶν
- 15 αἱ  $ΓΔ, MZ$ , ἴση ἄρα καὶ παράλληλός ἐστὶν ἢ  $ΓΔ$  τῇ  $MZ$ . ἴση δὲ καὶ ἢ  $ΓΕ$  τῇ  $EZ$ · καὶ ἢ  $ΕΔ$  ἄρα τῇ  $ΕΜ$  ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν, ὡς ἢ  $ΔΓ$  πρὸς  $ΓΗ$ , ἢ  $K$  πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς  $ΓΔ$ , τουτέστι τῆς  $MZ$ , καὶ ὡς ἄρα ἢ  $ΞΖ$  πρὸς  $ZN$ , ἢ  $K$  πρὸς τὴν διπλασίαν
- 20 τῆς  $MZ$ . ἐπεὶ οὖν ὑπερβολή ἐστὶν ἢ  $AZ$ , ἣς διάμετρος ἢ  $AB$ , ἐφαπτομένη δὲ ἢ  $MZ$ , καὶ τεταγμένως ἦκται ἢ  $AN$ , καὶ ἐστὶν, ὡς ἢ  $ΞΖ$  πρὸς  $ZN$ , ἢ  $K$  πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς  $ZM$ , ὅσαι ἂν ἀπὸ τῆς τομῆς παράλληλοι τῇ  $ZM$  ἀχθῶσιν ἐπὶ τὴν ἐπ' εὐθείας τῇ  $EZ$ , δυνήσονται
- 25 τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῆς  $K$  εὐθείας καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν πρὸς τῷ  $Z$  σημείῳ ὑπερβάλλον εἶδει ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ  $ΓΖ, K$ .

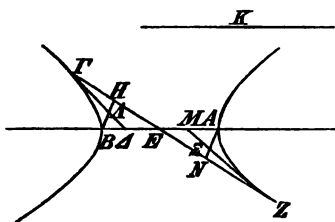
3. πεποιείσθω V; corr. p. 13.  $AΞN$ ]  $ANΞ$  V; corr. p.  
 18. ἢ  $K$ ]  $HK$  V; corr. p. 22. ἢ  $K$ ] cp,  $HK$  V, sed corr.  
 m. 1. 27. ὑπερβάλλοντα V; corr. Memus, sed nescio, an ferri  
 possit.  $ΓΖ, K$ ]  $ΓΚΖ$  V; corr. p.

plicatis latitudines habentibus rectas ab ipsis ad punctum contactus abscisas excedentibus figura simili spatio  $\Gamma Z \times K$ , manifestum est [prop. L]; nam

$$Z\Gamma = 2\Gamma E \text{ [prop. XXX].}$$

dico igitur, idem etiam in sectione  $Z A$  accidere.

per  $Z$  enim sectionem  $AZ$  contingens ducatur  $MZ$ , ordinateque ducatur  $A\Xi N$ . et quoniam oppositae sunt



$B\Gamma, AZ$ , contingunt autem eas  $\Gamma A, MZ$ , aequales et parallelae erunt  $\Gamma A, MZ$  [u. Eutocius ad prop. XLIV]. uerum etiam  $\Gamma E = EZ$ ; quare etiam  $E A = E M$  [Eucl.

I, 4]<sup>1)</sup>. et quoniam est  $A\Gamma : \Gamma H = K : 2\Gamma A = K : 2MZ$ , erit etiam [Eucl. VI, 4]  $\Xi Z : ZN = K : 2MZ$ . quoniam igitur  $AZ$  hyperbola est, cuius diametrus est  $AB$ , contingens autem  $MZ$ , et ordinate ducta est  $AN$ , est autem

$$\Xi Z : ZN = K : 2ZM,$$

quaecunque rectae a sectione ad  $EZ$  productam rectae  $ZM$  parallelae ducuntur, quadratae aequales erunt rectangulo comprehenso recta  $K$  rectisque ab ipsis ad  $Z$  punctum abscisas excedenti figura simili spatio  $\Gamma Z \times K$  [prop. L].

1) Uerba  $\lambda\sigma\eta$  δέ lin. 16 —  $\xi\sigma\tau\nu$   $\lambda\sigma\eta$  lin. 17 prorsus inutilia sunt.

Δεδειγμένων δὲ τούτων συμφανές, ὅτι ἐν μὲν τῇ  
 παραβολῇ ἐκάστη τῶν παρὰ τὴν ἐκ τῆς γενέσεως διά-  
 μετρον ἀπαγομένων εὐθειῶν διάμετρος ἔστιν, ἐν δὲ  
 τῇ ὑπερβολῇ καὶ τῇ ἑλλείψει καὶ ταῖς ἀντικειμέναις  
 5 ἐκάστη τῶν διὰ τοῦ κέντρου ἀγομένων εὐθειῶν, καὶ  
 διότι ἐν μὲν τῇ παραβολῇ αἱ καταγόμεναι ἐφ' ἐκάστην  
 τῶν διαμέτρων παρὰ τὰς ἐφαπτομένας τὰ παρὰ τὴν  
 αὐτὴν παρακείμενα ὀρθογώνια δυνήσονται, ἐν δὲ τῇ  
 10 ὑπερβολῇ καὶ ταῖς ἀντικειμέναις τὰ παρὰ τὴν αὐτὴν  
 παρακείμενα χωρία καὶ ὑπερβάλλοντα τῷ αὐτῷ εἶδει,  
 ἐν δὲ τῇ ἑλλείψει τὰ παρὰ τὴν αὐτὴν παρακείμενα  
 καὶ ἑλλείποντα τῷ αὐτῷ εἶδει, καὶ διότι πάντα, ὅσα  
 προδέδεικται περὶ τὰς τομὰς συμβαίνοντα συμπαρα-  
 βαλλομένων τῶν ἀρχικῶν διαμέτρων, καὶ τῶν ἄλλων  
 15 διαμέτρων παραλαμβανομένων τὰ αὐτὰ συμβήσεται.

νβ'.

Εὐθείας δοθείσης ἐν ἐπιπέδῳ καθ' ἐν σημείου  
 πεπερασμένης εὐρεῖν ἐν τῷ ἐπιπέδῳ κώνου τομὴν τὴν  
 καλουμένην παραβολήν, ἧς διάμετρος ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα,  
 20 κορυφὴ δὲ τὸ πέρασ τῆς εὐθείας, ἧτις δὲ ἂν ἀπὸ τῆς  
 τομῆς καταχθῆ ἐπὶ τὴν διάμετρον ἐν δοθείσῃ γωνία,  
 δυνήσεται τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τε τῆς ἀπο-  
 λαμβανομένης ὑπ' αὐτῆς πρὸς τῇ κορυφῇ τῆς τομῆς  
 καὶ ἑτέρας τινὸς δοθείσης εὐθείας.  
 25 ἔστω θέσει δεδομένη εὐθεῖα ἡ  $AB$  πεπερασμένη  
 κατὰ τὸ  $A$ , ἑτέρα δὲ ἡ  $\Gamma A$  τῷ μεγέθει, ἡ δὲ δοθεῖσα  
 γωνία ἔστω πρότερον ὀρθή· δεῖ δὴ εὐρεῖν ἐν τῷ ὑπο-

1. πόρισμα add. p. 3. ἀγομένων p. 13. συμπαρα-  
 βαλλομένων] συμπαραλαμβανομένων Halley. 16. νβ'] p, om. V,  
 m. 2 v. 23. αὐτῆς] cp, αὐτῆ supra scripto σ m. 1 V.

His autem demonstratis simul adparet, in parabola omnes rectas diametro originali parallelas diametros esse [prop. XLVI], in hyperbola autem et ellipsi et oppositis omnes rectas per centrum ductas [prop. XLVII—XLVIII], et in parabola rectas ad singulas diametros contingentibus parallelas ductas quadratas aequales esse rectangulis adplicatis eidem rectae [prop. XLIX], in hyperbola autem oppositisque spatiis eidem rectae adplicatis et eadem figura excedentibus [prop. L—LI], in ellipsi autem spatiis eidem rectae adplicatis et eadem figura deficientibus [prop. L], et omnia, quae antea demonstrauius in sectionibus adcidere adhibitis diametris principalibus, etiam ceteris diametris adsumptis eadem adcidere.

## LII.

Data in plano recta in uno puncto terminata in plano inuenire coni sectionem, parabola quae uocatur, ita ut eius diametrus sit data recta, uertex autem terminus rectae, et quaecunque recta a sectione in dato angulo ad diametrum ducitur, quadrata aequalis sit rectangulo comprehenso recta ab ea ad uerticem sectionis abscisa aliaque recta data.

positione data sit recta  $AB$  in  $A$  terminata, magnitudine autem alia  $\Gamma A$ , angulus autem datus prius sit rectus. oportet igitur in plano subiacenti parabolam inuenire, ita ut eius diametrus sit  $AB$ , uertex autem  $A$ , latus autem rectum  $\Gamma A$ , et rectae ordinate ductae in recto angulo ducantur, h. e. ita ut  $AB$  axis sit.

· producat  $AB$  ad  $E$ , et sumatur  $\Gamma H = \frac{1}{4}\Gamma A$ , et sit  $EA > \Gamma H$ , sumatur autem  $\odot$  media rectorum

κείμενων ἐπιπέδῳ παραβολῆν, ἧς διάμετρος μὲν ἡ  $AB$ , κορυφή δὲ τὸ  $A$ , ὀρθία δὲ ἡ  $\Gamma\Delta$ , αἱ δὲ καταγόμεναι τεταγμένως ἐν ὀρθῇ γωνίᾳ καταχθήσονται, τουτέστιν ἵνα ἄξων ἡ ἡ  $AB$ .

- 5 ἐκβεβλήσθω ἡ  $AB$  ἐπὶ τὸ  $E$ , καὶ εἰλήφθω τῆς  $\Gamma\Delta$  τέταρτον μέρος ἡ  $\Gamma H$ , τῆς δὲ  $\Gamma H$  μείζων ἔστω ἡ  $EA$ , καὶ τῶν  $\Gamma\Delta$ ,  $EA$  μέση ἀνάλογον εἰλήφθω ἡ  $\Theta$ . ἔστιν ἄρα ὡς ἡ  $\Gamma\Delta$  πρὸς  $EA$ , τὸ ἀπὸ  $\Theta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $EA$ . ἡ δὲ  $\Gamma\Delta$  τῆς  $EA$  ἐλάττων ἔστιν ἢ τετραπλασία· καὶ
- 10 τὸ ἀπὸ  $\Theta$  ἄρα τοῦ ἀπὸ  $EA$  ἐλαττόν ἐστιν ἢ τετραπλασίον. ἡ  $\Theta$  ἄρα τῆς  $EA$  ἐλάττων ἔστιν ἢ διπλή· ὥστε δύο αἱ  $EA$  τῆς  $\Theta$  μείζονές εἰσι. δυνατὸν ἄρα ἔστιν ἐκ τῆς  $\Theta$  καὶ δύο τῶν  $EA$  τρίγωνον συστήσασθαι. συνεστᾶτω τοίνυν ἐπὶ τῆς  $EA$  τρίγωνον τὸ  $EAZ$
- 15 ὀρθὸν πρὸς τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον ὥστε ἴσην εἶναι τὴν μὲν  $EA$  τῇ  $AZ$ , τὴν δὲ  $\Theta$  τῇ  $ZE$ , καὶ ἦχθω τῇ μὲν  $ZE$  παράλληλος ἡ  $AK$ , τῇ δὲ  $EA$  ἡ  $ZK$ , καὶ νοείσθω κῶνος, οὗ κορυφή τὸ  $Z$  σημεῖον, βάσις δὲ ὁ περὶ διάμετρον τὴν  $KA$  κύκλος ὀρθὸς ὢν πρὸς τὸ διὰ
- 20 τῶν  $AZK$  ἐπίπεδον. ἔσται δὲ ὀρθὸς ὁ κῶνος· ἴση γὰρ ἡ  $AZ$  τῇ  $ZK$ . τετμήσθω δὲ ὁ κῶνος ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῷ  $KA$  κύκλῳ, καὶ ποιείτω τομὴν τὸν  $MNΞ$  κύκλον, ὀρθὸν δηλονότι πρὸς τὸ διὰ τῶν  $MZN$  ἐπίπεδον, καὶ ἔστω τοῦ  $MNΞ$  κύκλου καὶ τοῦ  $MZN$
- 25 τριγώνου κοινὴ τομὴ ἡ  $MN$ . διάμετρος ἄρα ἐστὶ τοῦ κύκλου. ἔστω δὲ τοῦ ὑποκειμένου ἐπιπέδου καὶ τοῦ κύκλου κοινὴ τομὴ ἡ  $\Xi A$ . ἐπεὶ οὖν ὁ  $MNΞ$  κύκλος ὀρθὸς ἐστὶ πρὸς τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον, ὀρθὸς δὲ ἐστὶ καὶ πρὸς τὸ  $MZN$  τρίγωνον, ἡ κοινὴ ἄρα αὐτῶν

10. ἄρα] scripsi;  $A$   $V$ . ἐλαττον] ἐλάττων  $V$ ; corr. Halley.



idem autem ad triangulum  $MZN$  perpendicularis est, communis eorum sectio  $\Xi A$  perpendicularis est ad triangulum  $MZN$  [Eucl. XI, 19], h. e. ad  $KZA$ ; quare etiam ad omnes rectas eam tangentes et in triangulo positas perpendicularis est [Eucl. XI def. 3]. itaque etiam ad utramque  $MN$ ,  $AB$  perpendicularis est. rursus quoniam conus, cuius basis est  $MN\Xi$  circulus, uertex autem  $Z$  punctum, plano sectus est ad triangulum  $MZN$  perpendiculari, quod sectionem efficit circulum  $MN\Xi$ , uerum etiam alio plano sectus est, subiacenti scilicet, basim conii secundum rectam  $\Xi A$  secanti perpendicularem ad  $MN$ , quae communis est sectio circuli  $MN\Xi$  triangulique  $MZN$ , et  $AB$  communis sectio plani subiacentis triangulique  $MZN$  lateri conii  $ZKM$  parallela est, sectio conii in plano subiacenti orta parabola est, diametrus autem eius  $AB$  [prop. XI], et rectae a sectione ad  $AB$  ordinate ductae in angulo recto ducentur; nam parallelae sunt rectae  $\Xi A$  ad  $AB$  perpendiculari. et quoniam est  $\Gamma\Delta : \Theta = \Theta : EA$ , et  $EA = AZ = ZK$ ,  $\Theta = EZ = AK$ , erit

$$\Gamma\Delta : AK = AK : AZ.$$

quare etiam  $\Gamma\Delta : AZ = AK^2 : AZ^2$  [Eucl. V def. 9]  $= AK^2 : AZ \times ZK$ . ergo  $\Gamma\Delta$  latus rectum sectionis est; hoc enim in propositione XI demonstratum est.

### LIII.

Iisdem suppositis ne sit rectus datus angulus, eique aequalis ponatur  $\angle \Theta AE$ , sit autem  $A\Theta = \frac{1}{2} \Gamma\Delta$ ,

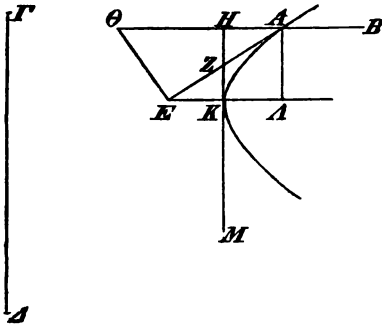
*δὲ καὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον πρὸς τὸ  $MZN$  τρίγωνον* (praeeunte Memo). quae mutatio cum parum probabilis sit, praetulerim uerba *ἐπεὶ οὖν* lin. 27 — *τρίγωνον* lin. 29 delere; sed fortasse interpolatio peius etiam grassata est. etiam uerba *τούτῃστι τὸ  $KZA$*  p. 162 lin. 1—2 inutilia sunt.

ἔστω ἡμίσεια ἡ  $A\Theta$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $\Theta$  ἐπὶ τὴν  $AE$   
 κάθετος ἤχθω ἡ  $\Theta E$ , καὶ διὰ τοῦ  $E$  τῆ  $B\Theta$  παράλ-  
 ληλος ἡ  $EA$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $A$  ἐπὶ τὴν  $EA$  κάθετος  
 ἤχθω ἡ  $AA$ , καὶ τετμήσθω ἡ  $EA$  δίχα κατὰ τὸ  $K$ ,  
 5 καὶ ἀπὸ τοῦ  $K$  τῆ  $EA$  πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ  $KM$  καὶ  
 ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὰ  $Z, H$ , καὶ τῶ ἀπὸ τῆς  $AA$  ἴσον  
 ἔστω τὸ ὑπὸ  $AKM$ . καὶ δύο δοθεῖσων εὐθειῶν τῶν  
 $AK, KM$ , τῆς μὲν  $KA$  θέσει πεπερασμένης κατὰ τὸ  
 $K$ , τῆς δὲ  $KM$  μεγέθει, καὶ γωνίας ὀρθῆς γεγράφθω  
 10 παραβολή, ἧς διάμετρος ἡ  $KA$ , κορυφή δὲ τὸ  $K$ ,  
 ὀρθία δὲ ἡ  $KM$ , ὡς προδέδεικται· ἤξει δὲ διὰ τοῦ  
 $A$  διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ ἀπὸ  $AA$  τῶ ὑπὸ  $AKM$ , καὶ  
 ἐφάπεται τῆς τομῆς ἡ  $EA$  διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν  $EK$   
 τῆ  $KA$ . καὶ ἔστιν ἡ  $\Theta A$  τῆ  $EKA$  παράλληλος· ἡ  
 15  $\Theta AB$  διάμετρος ἄρα ἔστι τῆς τομῆς, αὐτὴν δὲ ἐπ' αὐτὴν  
 ἀπὸ τῆς τομῆς καταγόμεναι παράλληλοι τῆ  $AE$  δίχα  
 τμηθήσονται ὑπὸ τῆς  $AB$ . καταχθήσονται δὲ ἐν γω-  
 νία τῆ ὑπὸ  $\Theta AE$ . καὶ ἐπεὶ ἴση ἔστιν ἡ ὑπὸ  $AE\Theta$   
 γωνία τῆ ὑπὸ  $AHZ$ , κοινὴ δὲ ἡ πρὸς τῶ  $A$ , ὅμοιον  
 20 ἄρα ἔστι τὸ  $\Theta E$  τρίγωνον τῶ  $AHZ$ . ὡς ἄρα ἡ  
 $\Theta A$  πρὸς  $EA$ , ἡ  $ZA$  πρὸς  $AH$ · ὡς ἄρα ἡ διπλασία  
 τῆς  $A\Theta$  πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς  $AE$ , ἡ  $ZA$  πρὸς  
 $AH$ . ἡ δὲ  $GA$  τῆς  $\Theta A$  διπλῆ· ὡς ἄρα ἡ  $ZA$   
 πρὸς  $AH$ , ἡ  $GA$  πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς  $AE$ .  
 25 διὰ δη τὰ δεδειγμένα ἐν τῶ μθ' θεωρήματι ὀρθία ἔστιν  
 ἡ  $GA$ .

11. δέ] (alt.) fort. δή.  
 ἄρα διάμετρος p, Halley.

13.  $EK$ ]  $EKT$  V; corr. p. 15.  
 18.  $\Theta AE$  — 19. τῆ ὑπό] bis V;  
 corr. p.

et a  $\Theta$  ad  $AE$  perpendicularis ducatur  $\Theta E$ , per  $E$  autem rectae  $B\Theta$  parallela  $EA$ , et ab  $A$  ad  $EA$  perpendicularis ducatur  $AA$ ,  $EA$  autem in  $K$  in duas



partes aequales secetur, et a  $K$  ad  $EA$  perpendicularis ducatur  $KM$  producatumque ad  $Z$ ,  $H$ , et sit

$$AK \times KM = AA^2.$$

datis autem duabus rectis  $AK$ ,  $KM$ , quarum  $KA$  positione data est ad  $K$  terminata,  $KM$  autem ma-

gnitudine, et angulo recto describatur parabola, cuius diametrus sit  $KA$ , uertex autem  $K$ , et latus rectum  $KM$ , ita ut supra demonstratum est [prop. LII]; per  $A$  igitur ueniet, quia  $AK \times KM = AA^2$  [prop. XI], et  $EA$  sectionem continget, quia  $EK = KA$  [prop. XXXIII]. et  $\Theta A$  rectae  $EKA$  parallela est; itaque  $\Theta AB$  diametrus sectionis est, et rectae a sectione ad eam ductae rectae  $AE$  parallelae ab  $AB$  in binas partes aequales secabuntur [prop. XLVI]. ducentur autem in angulo  $\Theta AE$  [Eucl. I, 29]. et quoniam est  $\angle AEO = \angle AHZ$ , communis autem angulus ad  $A$  positus, erit

$$A\Theta E \sim AHZ.$$

quare [Eucl. VI, 4]  $\Theta A : EA = ZA : AH$ . itaque  $2A\Theta : 2AE = ZA : AH$  [Eucl. V, 15]. est autem  $\Gamma A = 2\Theta A$ ; itaque  $ZA : AH = \Gamma A : 2AE$ . ergo propter ea, quae in propositione XLIX demonstrata sunt,  $\Gamma A$  latus rectum est.

νδ'.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν πεπερασμένων πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις τῆς ἐτέρας ἐκβαλλομένης ἐπὶ ταῦτὰ τῇ ὀρθῇ γωνίᾳ εὐρεῖν ἐπὶ τῆς προσεκβληθείσης κώνου τομῆν  
 5 τὴν καλουμένην ὑπερβολὴν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ταῖς εὐθείαις, ὅπως ἢ μὲν προσεκβληθεῖσα διάμετρος εἴη τῆς τομῆς, κορυφὴ δὲ τὸ πρὸς τῇ γωνίᾳ σημεῖον, ἣτις δὲ ἂν καταχθῆ ἀπὸ τῆς τομῆς ἐπὶ τὴν διάμετρον γωνίαν ποιοῦσα ἴσην τῇ δοθείσῃ, ἴδυνήσεται παρα-  
 10 κείμενον ὀρθογώνιον παρὰ τὴν ἐτέραν εὐθειαν πλάτος ἔχον τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπὸ τῆς κατηγμένης πρὸς τῇ κορυφῇ ὑπερβάλλον εἶδει ὁμοίῳ καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ ὑπὸ τῶν ἐξ ἀρχῆς εὐθειῶν.

ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι πεπερασμέναι  
 15 πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ  $AB$ ,  $BΓ$ , καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ  $AB$  ἐπὶ τὸ  $\Delta$ . δεῖ δὴ εὐρεῖν ἐν τῷ διὰ τῶν  $ABΓ$  ἐπιπέδῳ ὑπερβολήν, ἥς διάμετρος μὲν ἔσται ἡ  $AB\Delta$ , κορυφὴ δὲ τὸ  $B$ , ὀρθία δὲ ἡ  $BΓ$ , αἱ δὲ καταγόμεναι ἀπὸ τῆς τομῆς ἐπὶ τὴν  $B\Delta$  ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ  
 20 δυνήσονται τὰ παρὰ τὴν  $BΓ$  παρακείμενα πλάτη ἔχοντα τὰς ἀπολαμβανομένας ὑπ' αὐτῶν πρὸς τῷ  $B$  ὑπερβάλλοντα εἶδει ὁμοίῳ καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ ὑπὸ τῶν  $ABΓ$ .

ἔστω ἡ δοθεῖσα γωνία πρότερον ὀρθή, καὶ ἀνε-  
 25 στάτω ἀπὸ τῆς  $AB$  ἐπίπεδον ὀρθὸν πρὸς τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον, καὶ ἐν αὐτῷ περὶ τὴν  $AB$  κύκλος γεγράφθω ὁ  $AEBZ$ , ὥστε τὸ τμήμα τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου τὸ ἐν τῷ  $AEB$  τμήματι πρὸς τὸ τμήμα τῆς διαμέτρου

1. νδ'] p, om. V. 3. ταῦτά] ταῦτα V; corr. p. 4. ἐπὶ τῆς προσεκβληθείσης] superuacua uidebantur Commandino

## LIV.

Datis duabus rectis terminatis inter se perpendicularibus altera ad angulum rectum uersus producta in recta producta sectionem conii inuenire, hyperbola quae uocatur, in plano rectorum posita, ita ut recta producta diametrus sectionis sit, uertex autem punctum ad angulum positum, et quaecunque recta a sectione ad diametrum ducitur angulum efficiens dato aequalem, quadrata aequalis sit rectangulo alteri rectae adplicato latitudinem habenti rectam ab ordinate ducta ad uerticem abscisam excedenti figura simili similiterque posita figurae rectis a principio datis comprehensae.

sint datae duae rectae terminatae inter se perpendiculares  $AB$ ,  $B\Gamma$ , producatique  $AB$  ad  $\Delta$ . oportet igitur in plano rectorum  $AB$ ,  $B\Gamma$  hyperbolam inuenire, cuius diametrus sit  $AB\Delta$ , uertex autem  $B$ , latus rectum autem  $B\Gamma$ , et rectae a sectione ad  $B\Delta$  in dato angulo ductae quadratae aequales sint spatiis rectae  $B\Gamma$  adplicatis latitudines habentibus rectas ab iis ad  $B$  abscisas excedentibus figura simili similiterque posita rectangulo  $AB \times B\Gamma$ .

prius igitur angulus datus rectus sit, et in  $AB$  planum ad planum subiacens perpendiculare erigatur, et in eo circum  $AB$  circulus describatur  $AEBZ$ , ita ut pars diametri circuli in segmento  $AEB$  posita ad partem diametri in  $AZB$  positam maiorem rationem non habeat quam  $AB : B\Gamma$  [u. Eutocius], et  $AEB$  in puncto  $E$  in duas partes aequales secetur, ab  $E$

fol. 84<sup>v</sup>. 6. ελη] η̄ p. 13. τω̄] om. V; corr. p. 19. τῆς] c v p, in V litt. σ in ras. est m. 1. 21. τω̄] τὸ V; corr. p.

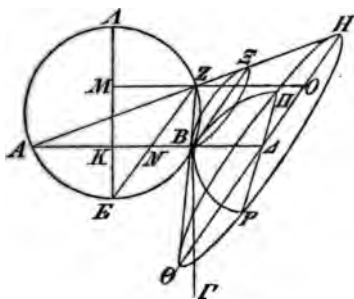
τὸ ἐν τῷ  $AZB$  μὴ μείζονα λόγον ἔχειν τοῦ ὄν ἔχει  
 ἢ  $AB$  πρὸς  $BΓ$ , καὶ τετμησθῶ ἢ  $AEB$  δίχα κατὰ  
 τὸ  $E$ , καὶ ἤχθῶ ἀπὸ τοῦ  $E$  ἐπὶ τὴν  $AB$  κάθετος ἢ  
 $EK$  καὶ ἐκβεβλήσθῶ ἐπὶ τὸ  $A$ · διάμετρος ἄρα ἐστὶν  
 5 ἢ  $EA$ . εἰ μὲν οὖν ἐστὶν, ὡς ἢ  $AB$  πρὸς  $BΓ$ , ἢ  $EK$   
 πρὸς  $KA$ , τῷ  $A$  ἂν ἐχρησάμεθα, εἰ δὲ μὴ, γινέσθῶ  
 ὡς ἢ  $AB$  πρὸς  $BΓ$ , ἢ  $EK$  πρὸς ἐλάσσονα τῆς  $KA$   
 τὴν  $KM$ , καὶ διὰ τοῦ  $M$  τῇ  $AB$  παράλληλος ἤχθῶ  
 ἢ  $MZ$ , καὶ ἐπεξέυχθωσαν αἱ  $AZ$ ,  $EZ$ ,  $ZB$ , καὶ διὰ  
 10 τοῦ  $B$  τῇ  $ZE$  παράλληλος ἢ  $BΞ$ . ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν  
 ἢ ὑπὸ  $AZE$  γωνία τῇ ὑπὸ  $EZB$ , ἀλλ' ἢ μὲν ὑπὸ  
 $AZE$  τῇ ὑπὸ  $AΞB$  ἐστὶν ἴση, ἢ δὲ ὑπὸ  $EZB$  τῇ  
 ὑπὸ  $ΞBZ$  ἐστὶν ἴση, καὶ ἢ ὑπὸ  $ΞBZ$  ἄρα τῇ ὑπὸ  
 $ZΞB$  ἐστὶν ἴση· ἴση ἄρα καὶ ἢ  $ZB$  τῇ  $ZΞ$ . νοείσθῶ  
 15 κῶνος, οὗ κορυφὴ μὲν τὸ  $Z$  σημεῖον, βάσις δὲ ὁ περὶ  
 τὴν  $BΞ$  διάμετρον κύκλος ὀρθὸς ὦν πρὸς τὸ  $BZΞ$   
 τρίγωνον· ἐστὶ δὴ ὁ κῶνος ὀρθός· ἴση γὰρ ἢ  $ZB$   
 τῇ  $ZΞ$ . ἐκβεβλήσθωσαν δὴ αἱ  $BZ$ ,  $ZΞ$ ,  $MZ$ , καὶ  
 τετμησθῶ ὁ κῶνος ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῷ  $BΞ$  κύκλῳ·  
 20 ἐστὶ δὴ ἢ τομὴ κύκλος. ἔστω ὁ  $HΠP$ · ὥστε διά-  
 μετρος ἐστὶ τοῦ κύκλου ἢ  $HΘ$ . κοινὴ δὲ τομὴ τοῦ  
 $HΘ$  κύκλου καὶ τοῦ ὑποκειμένου ἐπιπέδου ἔστω ἢ  
 $ΠAP$ · ἐστὶ δὴ ἢ  $ΠAP$  πρὸς ἑκατέραν τῶν  $HΘ$ ,  $AB$   
 ὀρθή· ἑκάτερος γὰρ τῶν  $ΞB$ ,  $ΘH$  κύκλος ὀρθός ἐστὶ  
 25 πρὸς τὸ  $ZHΘ$  τρίγωνον, ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ὑποκειμενον  
 ἐπίπεδον ὀρθὸν πρὸς τὸ  $ZHΘ$ · καὶ ἢ κοινὴ ἄρα  
 αὐτῶν τομὴ ἢ  $ΠAP$  ὀρθή ἐστὶ πρὸς τὸ  $ZHΘ$ · καὶ  
 πρὸς πάσας ἄρα τὰς ἀπτομένας αὐτῆς εὐθείας καὶ  
 οὔσας ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ὀρθὰς ποιεῖ γωνίας. καὶ

1. μείζονα λόγον] p, μείζον ἀνάλογον V; corr. v (in e circumflexus in acutum mut. m. 1). 17.  $ZB$ ] c, B e corr.

autem ad  $AB$  perpendicularis ducatur  $EK$  producaturque ad  $A$ ;  $EA$  igitur diametrus est [Eucl. III, 1]. iam si sit  $AB : B\Gamma = EK : KA$ , puncto  $A$  utamur; sin minus, fiat  $AB : B\Gamma = EK : KM$  minorem quam  $KA$ , et per  $M$  rectae  $AB$  parallela ducatur  $MZ$ , ducanturque  $AZ$ ,  $EZ$ ,  $ZB$ , et per  $B$  rectae  $ZE$  parallela ducatur  $B\Xi$ . quoniam igitur est

$$\angle AZE = \angle EZB \text{ [Eucl. III, 27],}$$

est autem  $\angle AZE = \angle A\Xi B$ ,  $\angle EZB = \angle \Xi BZ$  [Eucl. I, 29], erit etiam  $\angle \Xi BZ = \angle Z\Xi B$ ; quare etiam  $ZB = Z\Xi$  [Eucl. I, 6]. fingatur conus, cuius uertex sit  $Z$  punctum, basis autem circulus circum  $B\Xi$  diametrum descriptus ad triangulum  $BZ\Xi$  perpendi-



cularis. is conus igitur rectus erit [def. 3]; nam  $ZB = Z\Xi$ . producantur igitur  $BZ$ ,  $Z\Xi$ ,  $MZ$ , conusque plano circulo  $B\Xi$  parallelo secetur; sectio igitur circulus erit [prop. IV]. sit  $H\Pi P$ .  $H\Theta$  igitur diametrus circuli erit [prop. IV

coroll.]. communis autem sectio circuli  $H\Theta$  planique subiacentis sit  $\Pi\Delta P$ ; erit igitur  $\Pi\Delta P$  ad utramque  $H\Theta$ ,  $\Delta B$  perpendicularis; nam uterque circulus  $\Xi B$ ,  $\Theta H$  ad triangulum  $ZH\Theta$  perpendicularis est, planum autem subiacens et ipsum ad  $ZH\Theta$  perpendicularare est; itaque

m. 1 V. 18.  $Z\Xi$ ] (pr.) c,  $\Xi$  e corr. m. 1 V. 24. ἐκάρτερος  
 — 29. γωνίας] mihi suspecta.

ἐπεὶ κῶνος, οὗ βάσις μὲν ὁ  $H\Theta$  κύκλος, κορυφή δὲ  
 τὸ  $Z$ , τέτμηται ἐπιπέδῳ ὀρθῶ πρὸς τὸ  $ZH\Theta$  τρίγωνον,  
 τέτμηται δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τῷ ὑποκειμένῳ κατ'  
 εὐθείαν τὴν  $\Pi\Delta P$  πρὸς ὀρθὰς τῇ  $H\Delta\Theta$ , ἣ δὲ κοινή  
 5 τομὴ τοῦ τε ὑποκειμένου ἐπιπέδου καὶ τοῦ  $HZ\Theta$ ,  
 τουτέστιν ἡ  $\Delta B$ , ἐκβαλλομένη ἐπὶ τὸ  $B$  συμπίπτει τῇ  
 $HZ$  κατὰ τὸ  $A$ , ὑπερβολὴ ἄρα ἔσται ἡ τομὴ διὰ τὰ  
 προοδεδειγμένα ἡ  $\Pi B P$ , ἧς κορυφή μὲν ἔστι τὸ  $B$   
 σημεῖον, αἱ δὲ καταγόμεναι ἐπὶ τὴν  $B\Delta$  τεταγμένως  
 10 ἐν ὀρθῇ γωνίᾳ καταχθῆσονται· παράλληλοι γάρ εἰσι  
 τῇ  $\Pi\Delta P$ . καὶ ἐπεὶ ἔστιν, ὡς ἡ  $AB$  πρὸς  $B\Gamma$ , ἡ  $EK$   
 πρὸς  $KM$ , ὡς δὲ ἡ  $EK$  πρὸς  $KM$ , ἡ  $EN$  πρὸς  $NZ$ ,  
 τουτέστι τὸ ὑπὸ  $ENZ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $NZ$ , ὡς ἄρα ἡ  
 $AB$  πρὸς  $B\Gamma$ , τὸ ὑπὸ  $ENZ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $NZ$ . ἴσον  
 15 δὲ τὸ ὑπὸ  $ENZ$  τῷ ὑπὸ  $ANB$ . ὡς ἄρα ἡ  $AB$  πρὸς  
 $\Gamma B$ , τὸ ὑπὸ  $ANB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $NZ$ . τὸ δὲ ὑπὸ  
 $ANB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $NZ$  τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον  
 ἐκ τοῦ τῆς  $AN$  πρὸς  $NZ$  καὶ τῆς  $BN$  πρὸς  $NZ$ .  
 ἀλλ' ὡς μὲν ἡ  $AN$  πρὸς  $NZ$ , ἡ  $A\Delta$  πρὸς  $\Delta H$  καὶ  
 20 ἡ  $ZO$  πρὸς  $OH$ , ὡς δὲ ἡ  $BN$  πρὸς  $NZ$ , ἡ  $ZO$  πρὸς  
 $O\Theta$ . ἡ ἄρα  $AB$  πρὸς  $B\Gamma$  τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον  
 ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ἡ  $ZO$  πρὸς  $OH$  καὶ ἡ  $ZO$  πρὸς  $O\Theta$ ,  
 τουτέστι τὸ ἀπὸ  $ZO$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $HO\Theta$ . ἔστιν ἄρα,  
 ὡς ἡ  $AB$  πρὸς  $B\Gamma$ , τὸ ἀπὸ  $ZO$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $HO\Theta$ .  
 25 καὶ ἔστι παράλληλος ἡ  $ZO$  τῇ  $A\Delta$ . πλαγία μὲν ἄρα  
 πλευρά ἔστιν ἡ  $AB$ , ὀρθία δὲ ἡ  $B\Gamma$ . ταῦτα γὰρ ἐν  
 τῷ ἰβ' θεωρήματι δέδεικται.

2. ἐπιπέδῳ — 3. τέτμηται] om. V; addidi praeuentibus  
 Memo et Halleio (qui praeterea addunt καὶ ποιεῖ τομὴν τὸν  
 $H\Pi\Theta P$  κύκλον, cfr. p. 162, 6 sq., et lin. 3 post ὑποκειμένῳ  
 uerba τέτμηται τὴν βάσιν τοῦ κῶνου). 27. τῷ ἰβ'] ἰβ' V;  
 corr. p.



etiam communis eorum sectio  $\Pi \Delta P$  ad  $ZH\odot$  perpendicularis est [Eucl. XI, 19]; quare etiam ad omnes rectas eam tangentes et in eodem plano positas rectos angulos efficit [Eucl. XI def. 3]. et quoniam conus, cuius basis est  $H\odot$  circulus, uertex autem  $Z$ , plano sectus est ad triangulum  $ZH\odot$  perpendiculari, uerum etiam alio plano sectus est, subiacenti scilicet, secundum rectam  $\Pi \Delta P$  ad  $H\Delta\odot$  perpendicularem, et communis sectio plani subiacentis triangulique  $HZ\odot$ , hoc est  $\Delta B$ , ad  $B$  uersus producta cum  $HZ$  in  $A$  concurrat, propter ea, quae antea demonstrauius [prop. XII], hyperbola erit  $\Pi B P$ , cuius uertex est  $B$  punctum, rectae autem ad  $B\Delta$  ordinate ductae in recto angulo ducentur; nam rectae  $\Pi \Delta P$  parallelae erunt. et quoniam est  $AB : B\Gamma = EK : KM$ , et  $EK : KM = EN : NZ$  [Eucl. VI, 2] =  $EN \times NZ : NZ^2$ , erit.

$$AB : B\Gamma = EN \times NZ : NZ^2.$$

est autem

$$EN \times NZ = AN \times NB \text{ [Eucl. III, 35].}$$

quare

$$AB : \Gamma B = AN \times NB : NZ^2.$$

est autem

$$AN \times NB : NZ^2 = (AN : NZ) \times (BN : NZ),$$

et

$$AN : NZ = A\Delta : \Delta H = ZO : OH \text{ [Eucl. VI, 4],}$$

et [ib.]  $BN : NZ = ZO : O\odot$ . itaque

$$AB : B\Gamma = (ZO : OH) \times (ZO : O\odot) = ZO^2 : HO \times O\odot.$$

quare  $AB : B\Gamma = ZO^2 : HO \times O\odot$ . et  $ZO$  rectae  $A\Delta$  parallela est. ergo  $AB$  latus transuersum est, rectum autem  $B\Gamma$ ; haec enim in propositione XII demonstrata sunt.

νε'.

Μὴ ἔστω δὴ ἡ δεδομένη γωνία ὀρθή, καὶ ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι εὐθεῖαι αἱ  $AB$ ,  $AG$ , ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία ἔστω ἴση τῇ ὑπὸ τῶν  $BA\Theta$ . δεῖ δὴ γράψαι ὑπερβολήν, ἧς διάμετρος μὲν ἔσται ἡ  $AB$ , ὀρθία δὲ ἡ  $AG$ , αἱ δὲ καταγόμεναι ἐν τῇ ὑπὸ  $\Theta AB$  γωνία καταχθήσονται.

τετμήσθω ἡ  $AB$  δίχα κατὰ τὸ  $\Delta$ , καὶ ἐπὶ τῆς  $A\Delta$  γεγράφθω ἡμικύκλιον τὸ  $AZ\Delta$ , καὶ ἤχθω τις εἰς τὸ ἡμικύκλιον παράλληλος τῇ  $A\Theta$  ἡ  $ZH$  ποιούσα τὸν τοῦ ἀπὸ  $ZH$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Delta HA$  λόγον τὸν αὐτὸν τῷ τῆς  $AG$  πρὸς  $AB$ , καὶ ἐπεξέχθω ἡ  $Z\Theta\Delta$  καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ  $\Delta$ , καὶ τῶν  $Z\Delta\Theta$  μέση ἀνάλογον ἔστω ἡ  $\Delta A$ , καὶ κείσθω τῇ  $\Delta A$  ἴση ἡ  $\Delta K$ , τῷ δὲ ἀπὸ τῆς  $AZ$  ἴσον ἔστω τὸ ὑπὸ  $AZM$ , καὶ ἐπεξέχθω ἡ  $KM$ , καὶ διὰ τοῦ  $A$  πρὸς ὀρθῆς ἤχθω τῇ  $KZ$  ἡ  $AN$  καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ  $\Xi$ . καὶ δύο δοθεισῶν εὐθειῶν πεπερασμένων πρὸς ὀρθᾶς ἀλλήλαις τῶν  $KA$ ,  $AN$  γεγράφθω ὑπερβολή, ἧς πλαγία μὲν πλευρὰ ἔσται ἡ  $KA$ , ὀρθία δὲ ἡ  $AN$ , αἱ δὲ καταγόμεναι ἐπὶ τὴν διάμετρον ἀπὸ τῆς τομῆς ἐν ὀρθῇ γωνία καταχθήσονται πλάτη ἔχουσαι τὰς ἀπολαμβανομένας ὑπ' αὐτῶν πρὸς τῷ  $A$  ὑπερβάλλοντα εἶδει ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ  $KAN$ . ἧξει δὲ ἡ τομὴ διὰ τοῦ  $A$  ἴσον γὰρ ἔστι τὸ ἀπὸ  $AZ$  τῷ ὑπὸ  $AZM$ . καὶ ἐφάπεται αὐτῆς ἡ  $A\Theta$ . τὸ γὰρ ὑπὸ  $Z\Delta\Theta$  ἴσον ἔστι τῷ ἀπὸ  $\Delta A$ . ὥστε ἡ  $AB$  διάμετρος ἔστι τῆς τομῆς. καὶ ἐπεὶ ἔστιν ὡς

1. νε'] p, Eutocius; om. V. 3. αἱ] (alt.) p; om. V (ἡ Halley). 9.  $AZ\Delta$ ]  $\Delta$  e corr. m. 1 V. 12.  $AB$ ] τὴν διπλασίαν τῆς  $A\Delta$  Comm. fol. 38<sup>v</sup> cum Eutocio. 13. ἐπὶ τὸ  $\Delta$ ] scripsi coll. p. 170, 6; ἴση ἡ  $\Delta$  V, ἡ  $Z\Delta$  p; om. Memus,

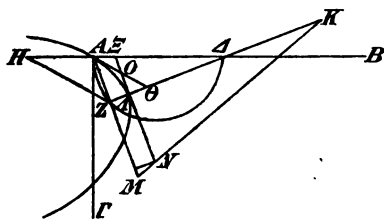
LV.

Iam igitur datus angulus rectus ne sit, et datae rectae sint  $AB$ ,  $AG$ , datus autem angulus angulo  $BAC$  aequalis sit. oportet igitur hyperbolam describere, ita ut diametrus sit  $AB$ , latus rectum autem  $AG$ , et ordinate ductae in angulo  $CAB$  ducantur.

secetur  $AB$  in duas partes aequales in  $\Delta$ , et in  $A\Delta$  semicirculus describatur  $AZ\Delta$ , ad semicirculum autem recta ducatur  $ZH$  rectae  $AC$  parallela, quae faciat  $ZH^2 : \Delta H \times HA = AG : AB$ , ducaturque  $ZC\Delta$  et ad  $\Delta$  uersus producat, et sit  $\Delta A$  rectarum  $Z\Delta$ ,  $\Delta C$  media proportionalis, fiatque  $\Delta K = \Delta A$ ,

$$AZ \times ZM = AZ^2,$$

et ducatur  $KM$ , per  $A$  autem ad  $KZ$  perpendicularis ducatur  $AN$  producat, et datis duabus rectis terminatis inter se perpendicularibus  $KA$ ,  $AN$



hyperbola describatur, cuius latus transuersum sit  $KA$ , rectum autem  $AN$ , et rectae a sectione ad diametrum ductae in angulo recto ducantur latitudines habentes

rectas ab iis ad  $A$  abscisas excedentes figura simili rectangulo  $KA \times AN$  [prop. LIV]; sectio igitur ea per  $A$

Comm., Halley. 14. ἴση] c, ι corr. ex η V. 15. τῆς AZ ἴσων] ἴσων V; corr. p. 17. ἐπὶ τὸ Ξ] ἐπὶ τὰ O, Ξ Halley. 20. ἔσται] ἔστω Halley praeunte Comm. 22. ἔχουσαι] καὶ δυνήσονται τὰ παρὰ τὴν AN παρακείμενα ὀρθογώνια πλάτη ἔχοντα Halley praeunte Commandino. 24. δέ] c et, ut uidetur, V; δὴ p, Halley.

ἡ  $ΓΑ$  πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς  $ΑΔ$ , τουτέστι τὴν  
 $ΑΒ$ , τὸ ἀπὸ  $ZH$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $ΔΗΑ$ , ἀλλ' ἡ μὲν  
 $ΓΑ$  πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς  $ΑΔ$  τὸν συγκείμενον  
 ἔχει λόγον ἕκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ  $ΓΑ$  πρὸς τὴν διπλασίαν  
 5 τῆς  $ΑΘ$  καὶ ἕκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ διπλασία τῆς  $ΑΘ$  πρὸς  
 τὴν διπλασίαν τῆς  $ΔΑ$ , τουτέστιν ἡ  $ΘΑ$  πρὸς  $ΑΔ$ ,  
 τουτέστιν ἡ  $ZH$  πρὸς  $ΗΔ$ , ἡ  $ΓΑ$  ἄρα πρὸς  $ΑΒ$  τὸν  
 συγκείμενον ἔχει λόγον ἕκ τε τοῦ τῆς  $ΓΑ$  πρὸς τὴν  
 διπλασίαν τῆς  $ΑΘ$  καὶ τοῦ τῆς  $ZH$  πρὸς  $ΗΔ$ . ἔχει  
 10 δὲ καὶ τὸ ἀπο  $ZH$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $ΔΗΑ$  τὸν συγκεί-  
 μενον λόγον ἕκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ  $ZH$  πρὸς  $ΗΔ$  καὶ ἡ  
 $ZH$  πρὸς  $ΗΑ$ . ὁ ἄρα συγκείμενος λόγος ἕκ τοῦ τῆς  
 $ΓΑ$  πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς  $ΑΘ$  καὶ τοῦ τῆς  $ZH$   
 πρὸς  $ΗΔ$  ὁ αὐτός ἐστι τῷ συγκειμένῳ ἕκ τοῦ τῆς  
 15  $ZH$  πρὸς  $ΗΑ$  καὶ τοῦ τῆς  $ZH$  πρὸς  $ΗΔ$ . κοινὸς  
 ἀφηρήσθω ὁ τῆς  $ZH$  πρὸς  $ΗΔ$  λόγος· ἐστὶν ἄρα  
 ὡς ἡ  $ΓΑ$  πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς  $ΑΘ$ , ἡ  $ZH$  πρὸς  
 $ΗΑ$ . ὡς δὲ ἡ  $ZH$  πρὸς  $ΗΑ$ , ἡ  $ΟΑ$  πρὸς  $ΑΞ$ . ὡς  
 ἄρα ἡ  $ΓΑ$  πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς  $ΑΘ$ , ἡ  $ΟΑ$  πρὸς  
 20  $ΑΞ$ . ὅταν δὲ τοῦτο ἦ, παρ' ἣν δύνανται ἐστὶν ἡ  
 $ΑΓ$ . τοῦτο γὰρ δέδεικται ἐν τῷ ν' θεωρήματι.

## νς'.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν πεπερασμένων πρὸς ὀρθὰς  
 ἀλλήλαις εὐρεῖν περι διάμετρον τὴν ἑτέραν αὐτῶν  
 25 κώνου τομὴν τὴν καλουμένην ἔλλειψιν ἐν τῷ αὐτῷ  
 ἐπιπέδῳ ταῖς εὐθείαις, ἥς κορυφή ἐστὶ τὸ πρὸς τῇ  
 ὀρθῇ γωνίᾳ σημείου, αὐτὴ δὲ καταγόμεναι ἀπὸ τῆς τομῆς  
 ἐπὶ τὴν διάμετρον ἐν γωνίᾳ δοθείσῃ δυνήσονται τὰ

5. ἕκ τοῦ] ἐξ οὗ V; corr. Halley. 22. νς'] p, Eutocius;  
 om. V. 24. εὐρεῖν] εὐρη V; corr. p.

ueniet, quia  $AZ^2 = AZ \times ZM$  [prop. XII]. et eam  
continget  $A\Theta$  [prop. XXXVII]; nam  $Z\Delta \times \Delta\Theta = \Delta A^2$ .  
quare  $AB$  diametrus sectionis est [prop. LI coroll.].  
et quoniam est

$$\Gamma A : 2A\Delta = \Gamma A : AB = ZH^2 : \Delta H \times HA,$$

et

$$\Gamma A : 2A\Delta = (\Gamma A : 2A\Theta) \times (2A\Theta : 2\Delta A),$$

et

$$2A\Theta : 2\Delta A = \Theta A : A\Delta = ZH : H\Delta \text{ [Eucl. VI, 4],}$$

erit

$$\Gamma A : AB = (\Gamma A : 2A\Theta) \times (ZH : H\Delta).$$

uerum etiam

$$ZH^2 : \Delta H \times HA = (ZH : H\Delta) \times (ZH : HA).$$

itaque,

$$(\Gamma A : 2A\Theta) \times (ZH : H\Delta) = (ZH : HA) \times (ZH : H\Delta).$$

auferatur, quae communis est, ratio  $ZH : H\Delta$ . itaque

$$\Gamma A : 2A\Theta = ZH : HA. \text{ est autem [Eucl. VI, 4]}$$

$ZH : HA = OA : A\Xi$ . itaque erit

$$\Gamma A : 2A\Theta = OA : A\Xi.$$

sin hoc est, parametrus est  $A\Gamma$ ; hoc enim in propo-  
sitione L demonstratum est.

## LVI.

Datis duabus rectis terminatis inter se perpendi-  
cularibus circum alteram earum diametrum descriptam  
coni sectionem inuenire, ellipsis quae uocatur, in plano  
rectarum positam, ita ut uertex sit punctum ad rectum  
angulum positum, rectae autem a sectione ad diametrum  
in dato angulo ductae quadratae aequales sint rectan-  
gulis alteri rectae adplicatis latitudinem habentibus

παρακείμενα ὀρθογώνια παρὰ τὴν ἑτέραν εὐθείαν πλάτος ἔχοντα τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπ' αὐτῶν πρὸς τῇ κορυφῇ τῆς τομῆς ἔλλείποντα εἶδει ὁμοίῳ τε καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ ὑπὸ τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν περιεχομένῳ.

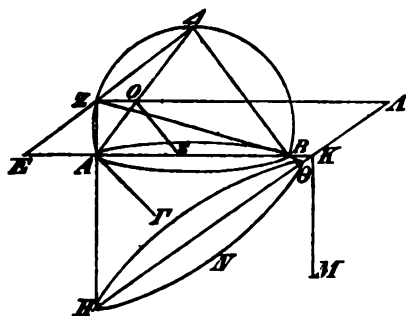
ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ  $AB$ ,  $AG$  πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις, ὧν μείζων ἡ  $AB$ . δεῖ δὲ ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ γράψαι ἔλλειψιν, ἣς διάμετρος μὲν ἔσται ἡ  $AB$ , κορυφή δὲ τὸ  $A$ , ὀρθία δὲ ἡ  $AG$ , αἱ δὲ καταγόμεναι καταχθῆσονται ἀπὸ τῆς τομῆς ἐπὶ τὴν  $AB$  ἐν δεδομένη γωνίᾳ καὶ δυνήσονται τὰ παρὰ τὴν  $AG$  παρακείμενα πλάτη ἔχοντα τὰς ἀπολαμβανομένας ὑπ' αὐτῶν πρὸς τῷ  $A$  ἔλλείποντα εἶδει ὁμοίῳ τε καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ ὑπὸ τῶν  $BAΓ$ .

ἔστω δὲ ἡ δοθεῖσα γωνία πρότερον ὀρθή, καὶ ἀνεστάτω ἀπὸ τῆς  $AB$  ἐπίπεδον ὀρθὸν πρὸς τὸ ὑποκείμενον, καὶ ἐν αὐτῷ ἐπὶ τῆς  $AB$  τμήμα κύκλου γεγράφθω τὸ  $AΔB$ , οὗ διχοτομία ἔστω τὸ  $Δ$ , καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ  $ΔA$ ,  $ΔB$ , καὶ κείσθω τῇ  $AG$  ἴση ἡ  $AΞ$ , καὶ διὰ τοῦ  $Ξ$  τῇ  $ΔB$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $ΞO$ , διὰ δὲ τοῦ  $O$  τῇ  $AB$  παράλληλος ἡ  $OZ$ , καὶ ἐπεζεύχθω ἡ  $ΔZ$  καὶ συμπιπέτω τῇ  $AB$  ἐκβληθείσῃ κατὰ τὸ  $E$ . ἔσται δὲ, ὡς ἡ  $AB$  πρὸς  $AG$ , ἡ  $BA$  πρὸς  $AΞ$ , τουτέστιν ἡ  $ΔA$  πρὸς  $AO$ , τουτέστιν ἡ  $ΔE$  πρὸς  $EZ$ . καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ  $AZ$ ,  $ZB$  καὶ ἐκβεβλήσθωσαν, καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς  $ZA$  τυχὸν σημείου τὸ  $H$ , καὶ δι' αὐτοῦ τῇ  $ΔE$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $HA$  καὶ συμπιπέτω τῇ  $AB$  ἐκβληθείσῃ κατὰ τὸ  $K$ . ἐκβεβλήσθω δὲ ἡ  $ZO$  καὶ συμπιπέτω τῇ  $HK$  κατὰ

13. τῷ] c, corr. ex τό m. 1 V. 15. δε] fort. δῆ. δοθεῖσα] c, & corr. ex δ m. 1 V.

rectam ab iis ad uerticem sectionis abscisam deficientibus figura simili similiterque posita rectangulo datis rectis comprehenso.

sint datae duae rectae  $AB$ ,  $A\Gamma$  inter se perpendiculares, quarum maior sit  $AB$ . oportet igitur in plano



subiacenti ellipsim describere, ita ut eius diametrus sit  $AB$ , uertex autem  $A$ , latus rectum autem  $A\Gamma$ , et rectae ordinate a sectione ad  $AB$  ductae in dato angulo ducantur et quadratae aequales sint spatiis

rectae  $A\Gamma$  adplicatis latitudines habentibus rectas ab iis ad  $A$  abscisas deficientibus figura simili similiterque posita rectangulo  $BA \times A\Gamma$ .

prius igitur angulus datus rectus sit, et in  $AB$  planum ad subiacens perpendiculare erigatur, in eoque in  $AB$  segmentum circuli describatur  $A\Delta B$ , cuius punctum medium sit  $\Delta$ , ducanturque  $\Delta A$ ,  $\Delta B$ , et ponatur  $A\Xi = A\Gamma$ , per  $\Xi$  autem rectae  $\Delta B$  parallela ducatur  $\Xi O$ , per  $O$  autem rectae  $AB$  parallela  $OZ$ , et ducatur  $\Delta Z$  concurratque cum  $AB$  producta in  $E$ . erit igitur [Eucl. V, 7]

$$AB : A\Gamma = BA : A\Xi = \Delta A : AO \text{ [Eucl. VI, 4]} \\ = \Delta E : EZ \text{ [Eucl. VI, 2].}$$

ducantur  $AZ$ ,  $ZB$  producanturque, et in  $ZA$  punctum

Figuram bis hab. V.

Apollonius, ed. Heiberg.

τὸ  $\Lambda$ . ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ  $\Lambda\Delta$  περιφέρεια τῇ  $\Delta B$ , ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $AB\Delta$  γωνία τῇ ὑπὸ  $\Delta ZB$ . καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ  $EZA$  γωνία δυσὶ ταῖς ὑπὸ  $Z\Delta A$ ,  $Z\Lambda\Delta$  ἐστὶν ἴση, ἀλλ' ἡ μὲν ὑπὸ  $Z\Lambda\Delta$  τῇ ὑπὸ  $ZB\Delta$  ἐστὶν ἴση,  
 5 ἡ δὲ ὑπὸ  $Z\Delta A$  τῇ ὑπὸ  $ZBA$ , καὶ ἡ ὑπὸ  $EZA$  ἄρα τῇ ὑπὸ  $\Delta BA$  ἐστὶν ἴση, τουτέστι τῇ ὑπὸ  $BZ\Delta$ . ἔστι δὲ καὶ παράλληλος ἡ  $\Delta E$  τῇ  $\Lambda H$ . ἡ ἄρα ὑπὸ  $EZA$  τῇ ὑπὸ  $ZH\Theta$  ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ ὑπὸ  $\Delta ZB$  τῇ ὑπὸ  $Z\Theta H$ . ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ  $ZH\Theta$  τῇ ὑπὸ  $Z\Theta H$  ἐστὶν  
 10 ἴση, καὶ ἡ  $ZH$  τῇ  $Z\Theta$  ἐστὶν ἴση.

γεγράφθω δὴ περὶ τὴν  $\Theta H$  κύκλος ὁ  $H\Theta N$  ὀρθὸς πρὸς τὸ  $\Theta HZ$  τρίγωνον, καὶ νοεῖσθω κῶνος, οὗ βάσις μὲν ὁ  $H\Theta N$  κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ  $Z$  σημεῖον· ἔσται δὴ ὁ κῶνος ὀρθὸς διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν  $HZ$  τῇ  $Z\Theta$ . καὶ ἐπεὶ  
 15 ὁ  $H\Theta N$  κύκλος ὀρθὸς ἐστὶ πρὸς τὸ  $\Theta HZ$  ἐπίπεδον, ἔστι δὲ καὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον ὀρθὸν πρὸς τὸ διὰ τῶν  $H\Theta Z$  ἐπίπεδον, καὶ ἡ κοινὴ τομὴ αὐτῶν ἄρα πρὸς τὸ διὰ τῶν  $H\Theta Z$  ἐπίπεδον ὀρθὴ ἔσται. ἔστω δὴ ἡ κοινὴ τομὴ αὐτῶν ἡ  $KM$ . ἡ  $KM$  ἄρα ὀρθὴ  
 20 ἐστὶ πρὸς ἑκατέραν τῶν  $AK$ ,  $KH$ . καὶ ἐπεὶ κῶνος, οὗ βάσις μὲν ὁ  $H\Theta N$  κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ  $Z$  σημεῖον, τέτμηται ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος καὶ ποιεῖ τομὴν το  $H\Theta Z$  τρίγωνον, τέτμηται δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τῷ διὰ τῶν  $AK$ ,  $KM$ , ὃ ἐστὶ τὸ ὑποκείμενον, κατ' εὐ-  
 25 θεῖαν τὴν  $KM$  πρὸς ὀρθὰς οὕσαν τῇ  $HK$ , καὶ τὸ ἐπίπεδον συμπίπτει ταῖς  $ZH$ ,  $Z\Theta$  πλευραῖς τοῦ κῶνου, ἡ ἄρα γινομένη τομὴ ἔλλειψίς ἐστὶν, ἧς διάμετρος

3.  $Z\Delta A$ ,  $Z\Lambda\Delta$ ] scripsi;  $\Xi\Lambda\Delta$  V ( $Z\Lambda\Delta$ ,  $\Lambda\Delta Z$  p;  $Z\Lambda\Delta$ ,  $Z\Delta\Lambda$  iam Halley praeunte Memo). 4.  $Z\Lambda\Delta$ ]  $Z\Delta\Lambda$  V; corr. p.  $ZB\Delta$ ] v p; B e corr. m. 1 V c. 5.  $ZBA$ ] p v c; B e corr. m. 1 V. 9.  $Z\Theta H$ ] (pr.) p v c; H e corr. m. 1 V.  $Z\Theta H$ ] (alt.) p v c; H e corr. m. 1 V. 13.  $H\Theta N$ ]  $H\Theta K$  V; corr. p.



aliquod  $H$  sumatur, per id autem rectae  $\Delta E$  parallela ducatur  $HA$ , quae cum  $AB$  producta in  $K$  concurrat. producatur igitur  $ZO$  et cum  $HK$  in  $A$  concurrat. quoniam igitur arcus  $AA$  arcui  $\Delta B$  aequalis est, erit [Eucl. III, 27]  $\angle ABA = \angle \Delta ZB$ . et quoniam est [Eucl. I, 32]  $\angle EZA = \angle \Delta A + \angle AA$ , et

$$\angle ZAA = \angle ZBA,$$

$\angle ZAA = \angle ZBA$  [Eucl. III, 27], erit etiam

$$\angle EZA = \angle \Delta BA = \angle BZA.$$

uerum etiam  $\Delta E$  parallela est rectae  $AH$ . quare  $\angle EZA = \angle ZH\Theta$ ,  $\angle \Delta ZB = \angle Z\Theta H$  [Eucl. I, 29]. quare etiam  $\angle ZH\Theta = \angle Z\Theta H$  et [Eucl. I, 6]  $ZH = Z\Theta$ .

describatur igitur circum  $\Theta H$  circulus  $H\Theta N$  ad triangulum  $\Theta HZ$  perpendicularis, et fingatur conus, cuius basis sit  $H\Theta N$  circulus, uertex autem  $Z$  punctum; conus igitur rectus erit, quia  $HZ = Z\Theta$  [def. 3]. et quoniam circulus  $H\Theta N$  ad planum  $\Theta HZ$  perpendicularis est, uerum etiam planum subiacens ad planum rectarum  $H\Theta$ ,  $\Theta Z$  perpendicularare est, etiam communis eorum sectio ad planum rectarum  $H\Theta$ ,  $\Theta Z$  perpendicularis erit [Eucl. XI, 19].  $KM$  igitur communis eorum sectio sit. itaque  $KM$  ad utramque  $AK$ ,  $KH$  perpendicularis est [Eucl. XI def. 3]. et quoniam conus, cuius basis est  $H\Theta N$  circulus, uertex autem  $Z$  punctum, plano per axem sectus est, quod sectionem efficit triangulum  $H\Theta Z$ , uerum etiam alio plano rectarum  $AK$ ,  $KM$ , quod est planum subiacens, sectus est secundum rectam  $KM$  ad  $HK$  perpendiculararem, et hoc planum cum  $ZH$ ,  $Z\Theta$  lateribus conii concurrat, sectio orta ellipsis est, cuius diametrus est  $AB$ , ordinate ductae autem in recto angulo ducentur

ἐστὶν ἡ  $AB$ , αἱ δὲ καταγόμεναι καταχθῆσονται ἐν  
 ὀρθῇ γωνίᾳ· παράλληλοι γάρ εἰσι τῇ  $KM$ . καὶ ἐπεὶ  
 ἐστὶν, ὡς ἡ  $\Delta E$  πρὸς  $EZ$ , τὸ ὑπὸ  $\Delta EZ$ , τουτέστι  
 τὸ ὑπὸ  $BEA$ , πρὸς τὸ ἀπὸ  $EZ$ , τὸ δὲ ὑπὸ  $BEA$   
 5 πρὸς τὸ ἀπὸ  $EZ$  τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ τοῦ  
 τῆς  $BE$  πρὸς  $EZ$  καὶ τοῦ τῆς  $AE$  πρὸς  $EZ$ , ἀλλ'  
 ὡς μὲν ἡ  $BE$  πρὸς  $EZ$ , ἡ  $BK$  πρὸς  $K\Theta$ , ὡς δὲ ἡ  
 $AE$  πρὸς  $EZ$ , ἡ  $AK$  πρὸς  $KH$ , τουτέστιν ἡ  $Z\Lambda$   
 πρὸς  $\Lambda H$ , ἡ  $BA$  ἄρα πρὸς  $AG$  τὸν συγκείμενον ἔχει  
 10 λόγον ἐκ τοῦ τῆς  $Z\Lambda$  πρὸς  $\Lambda H$  καὶ τοῦ τῆς  $Z\Lambda$  πρὸς  
 $\Lambda\Theta$ , ὅς ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ ὄν ἔχει τὸ ἀπὸ  $Z\Lambda$  πρὸς  
 τὸ ὑπὸ  $H\Lambda\Theta$ · ὡς ἄρα ἡ  $BA$  πρὸς  $AG$ , τὸ ἀπὸ  $Z\Lambda$   
 πρὸς τὸ ὑπὸ  $H\Lambda\Theta$ . ὅταν δὲ τοῦτο ἦ, ὀρθία τοῦ  
 εἰδους πλευρά ἐστὶν ἡ  $AG$ , ὡς δέδεικται ἐν τῷ  $\gamma\gamma'$   
 15 θεωρήματι.

νξ'.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἔστω ἡ  $AB$  ἐλάσσων τῆς  
 $AG$ , καὶ δέον ἔστω περὶ διάμετρον τὴν  $AB$  γράψαι  
 ἔλλειψιν, ὥστε ὀρθίαν εἶναι τὴν  $AG$ .  
 20 τετμήσθω ἡ  $AB$  δίχα κατὰ τὸ  $\Delta$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $\Delta$   
 τῇ  $AB$  πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ  $E\Delta Z$ , καὶ τῷ ὑπὸ  $BA\Gamma$   
 ἴσον ἔστω τὸ ἀπὸ  $ZE$ , ὥστε ἴσην εἶναι τὴν  $Z\Delta$  τῇ  
 $\Delta E$ , καὶ τῇ  $AB$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $ZH$ , καὶ  
 πεποιήσθω, ὡς ἡ  $AG$  πρὸς  $AB$ , ἡ  $EZ$  πρὸς  $ZH$ .  
 25 μείζων ἄρα καὶ ἡ  $EZ$  τῆς  $ZH$ . καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ  
 τὸ ὑπὸ  $\Gamma AB$  τῷ ἀπὸ  $EZ$ , ἔστιν ὡς ἡ  $\Gamma A$  πρὸς  $AB$ ,  
 τὸ ἀπὸ  $ZE$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AB$  καὶ τὸ ἀπὸ  $\Delta Z$  πρὸς

7. Post  $K\Theta$  add. τουτέστιν ἡ  $Z\Lambda$  πρὸς  $\Lambda\Theta$  Halley prae-  
 eunte Memo. 14. τῷ  $\gamma\gamma'$  δὲ  $\bar{\Gamma} V$ ; corr. p. 16. νξ'] p,  
 Eutocius; om. V. 18. περὶ] pc; ἐπί V? 24. πεποιείσθω V;  
 corr. p. 26. ἀπό] pc, πό post ras. 1 litt. V.

[prop. XIII]; sunt enim rectae  $KM$  parallelae. et quoniam est

$$\Delta E : EZ = \Delta E \times EZ : EZ^2 = BE \times EA : EZ^2$$

[cfr. Eucl. III, 36], et

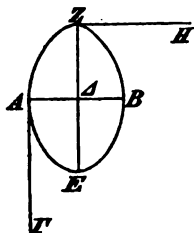
$$BE \times EA : EZ^2 = (BE : EZ) \times (AE : EZ),$$

est autem  $BE : EZ = BK : K\Theta$ ,

$\Delta E : EZ = \Delta K : KH = ZA : AH$  [Eucl. VI, 4],  
erit  $BA : A\Gamma = (ZA : AH) \times (ZA : A\Theta)$  [ibid.]. et  
 $(ZA : AH) \times (ZA : A\Theta) = ZA^2 : HA \times A\Theta$ . quare  
 $BA : A\Gamma = ZA^2 : HA \times A\Theta$ . sin hoc est,  $A\Gamma$  latus  
rectum est sectionis, ut in propositione XIII demon-  
stratum est.

LVII.

Iisdem suppositis sit  $AB < A\Gamma$ , et oporteat cir-  
cum  $AB$  diametrum ellipsim describere, ita ut  $A\Gamma$   
latus rectum sit.



$AB$  in  $\Delta$  in duas partes aequales  
secetur, et a  $\Delta$  ad  $AB$  perpendicularis  
ducatur  $E\Delta Z$ , et sit

$$ZE^2 = BA \times A\Gamma,$$

ita ut sit  $Z\Delta = \Delta E$ , rectae autem  
 $AB$  parallela ducatur  $ZH$ , et fiat

$$A\Gamma : AB = EZ : ZH;$$

itaque  $EZ > ZH$  [Eucl. V, 14]. et quoniam est  
 $\Gamma A \times AB = EZ^2$ , erit

$$\Gamma A : AB = ZE^2 : AB^2$$
 [Eucl. VI, 17; V def. 9]

$$= \Delta Z^2 : \Delta A^2$$
 [Eucl. V, 15].

est autem  $\Gamma A : AB = EZ : ZH$ . quare etiam

τὸ ἀπὸ  $\Delta A$ . ὡς δὲ ἡ  $\Gamma A$  πρὸς  $AB$ , ἡ  $EZ$  πρὸς  $ZH$ .  
 ὡς ἄρα ἡ  $EZ$  πρὸς  $ZH$ , τὸ ἀπὸ  $Z\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  
 $\Delta A$ . τὸ δὲ ἀπὸ  $Z\Delta$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $Z\Delta E$ . ὡς  
 ἄρα ἡ  $EZ$  πρὸς  $ZH$ , τὸ ὑπὸ  $E\Delta Z$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta A$ .  
 5 δύο οὖν εὐθειῶν πεπερασμένων πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις  
 κειμένων καὶ μείζονος οὔσης τῆς  $EZ$  γεγράφθω ἔλλειψις,  
 ἧς διάμετρος μὲν ἡ  $EZ$ , ὀρθία δὲ ἡ  $ZH$ . ἥξει δὴ  
 ἡ τομὴ διὰ τοῦ  $A$  διὰ τὸ εἶναι ὡς τὸ ὑπὸ  $Z\Delta E$  πρὸς  
 τὸ ἀπὸ  $\Delta A$ , ἡ  $EZ$  πρὸς  $ZH$ . καὶ ἐστὶν ἴση ἡ  $A\Delta$   
 10 τῇ  $\Delta B$ . ἐλεύσεται οὖν καὶ διὰ τοῦ  $B$ . γέγραπται  
 οὖν ἔλλειψις περὶ τὴν  $AB$ . καὶ ἐπεὶ ἐστὶν, ὡς ἡ  $\Gamma A$   
 πρὸς  $AB$ , τὸ ἀπὸ  $Z\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta A$ , το δὲ ἀπο  
 $\Delta A$  ἴσον τῷ ὑπὸ  $A\Delta B$ , ὡς ἄρα ἡ  $\Gamma A$  πρὸς  $AB$ , τὸ  
 ἀπὸ  $\Delta Z$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $A\Delta B$ . ὥστε ὀρθία ἐστὶν  
 15 ἡ  $A\Gamma$ .

νγ'.

Ἄλλὰ δὴ μὴ ἔστω ἡ δοθεῖσα γωνία ὀρθή, καὶ  
 ἔστω αὐτῇ ἴση ἡ ὑπὸ  $B\Delta A$ , καὶ τετμήσθω ἡ  $AB$   
 δίχα κατὰ τὸ  $E$ , καὶ ἐπὶ τῆς  $AE$  γεγράφθω ἡμικύκλιον  
 20 τὸ  $AZE$ , καὶ ἐν αὐτῷ τῇ  $A\Delta$  παράλληλος ἦχθω ἡ  
 $ZH$  ποιούσα τὸν τοῦ ἀπὸ  $ZH$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $AHE$   
 λόγον τὸν αὐτὸν τῷ τῆς  $\Gamma A$  πρὸς τὴν  $AB$ , καὶ ἐπε-  
 ζεύχθωσαν αἱ  $AZ$ ,  $EZ$  καὶ ἐκβεβλήσθωσαν, καὶ εἰ-  
 λήφθω τῶν  $\Delta EZ$  μέση ἀνάλογον ἡ  $E\Theta$ , καὶ τῇ  $E\Theta$   
 25 ἴση κείσθω ἡ  $EK$ , καὶ πεποιήσθω τῷ ἀπὸ  $AZ$  ἴσον  
 τὸ ὑπὸ  $\Theta Z A$ , καὶ ἐπεζεύχθω ἡ  $K A$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $\Theta$   
 τῇ  $\Theta Z$  πρὸς ὀρθὰς ἦχθω ἡ  $\Theta M\Xi$  παράλληλος γινομένη  
 τῇ  $AZ A$ . ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ  $Z$ . καὶ δύο δοθειῶν  
 εὐθειῶν πεπερασμένων πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις τῶν

9. ἡ] (pr.) debuit τήν. 16. νγ'] p, Eutocius; om. V. 27.  
 $\Theta M\Xi$ ] fort.  $\Theta M$ ;  $\mu\theta$ ,  $\theta$  e corr., p.

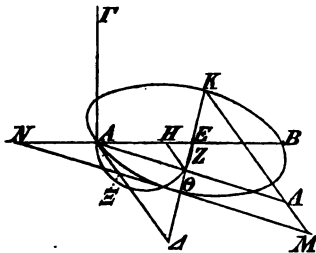
$EZ:ZH = Z\Delta^2:\Delta A^2$ . est autem  $Z\Delta^2 = Z\Delta \times \Delta E$ ; itaque  $EZ:ZH = E\Delta \times \Delta Z:\Delta A^2$ . duabus igitur rectis terminatis inter se perpendicularibus positis, quarum maior est  $EZ$ , describatur ellipsis, cuius diametrus sit  $EZ$ , latus rectum autem  $ZH$  [prop. LVI]; sectio igitur per  $A$  ueniet, quia est

$$Z\Delta \times \Delta E:\Delta A^2 = EZ:ZH \text{ [prop. XXI].}$$

et  $\Delta\Delta = \Delta B$ ; quare etiam per  $B$  ueniet [ibid.]. itaque circum  $AB$  ellipsis descripta est. et quoniam est  $\Gamma A:AB = Z\Delta^2:\Delta A^2$ , et  $\Delta A^2 = \Delta\Delta \times \Delta B$ , erit  $\Gamma A:AB = \Delta Z^2:\Delta\Delta \times \Delta B$ . ergo  $A\Gamma$  latus rectum est [prop. XXI].

LVIII.

Iam uero datus angulus rectus ne sit, eique aequalis sit  $\angle BAA$ , et  $AB$  in  $E$  in duas partes aequales sectur, in  $AE$  autem semicirculus describatur  $AZE$ ,



et in eo rectae  $AA$  parallela ducatur  $ZH$ , quae efficiat  $ZH^2:AH \times HE = \Gamma A:AB$ , et ducantur  $AZ$ ,  $EZ$  producanturque, et inter  $\Delta E$ ,  $EZ$  media proportionalis sit  $E\Theta$ , ponaturque  $EK = E\Theta$ , et fiat  $\Theta Z \times ZA = AZ^2$ ,

ducaturque  $KA$ , a  $\Theta$  autem ad rectam  $\Theta Z$  perpendicularis ducatur  $\Theta M\Xi$ , quae rectae  $AZA$  parallela fit [Eucl. I, 28]; nam angulus ad  $Z$  positus rectus est [Eucl. III, 31]. et datis duabus rectis terminatis inter se perpendicularibus  $K\Theta$ ,  $\Theta M$  describatur ellipsis,

$K\Theta$ ,  $\Theta M$  γεγράφθω ἑλλειψις, ἣς διάμετρος πλαγία ἡ  $K\Theta$ , ὀρθία δὲ τοῦ εἵδους πλευρὰ ἡ  $\Theta M$ , αἱ δὲ καταγόμεναι ἐπὶ τὴν  $\Theta K$  ἐν ὀρθῇ γωνίᾳ καταχθήσονται· ἦξει δὴ ἡ τομὴ διὰ τοῦ  $A$  διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ ἀπὸ  
 5  $ZA$  τῷ ὑπὸ  $\Theta ZA$ . καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν  $\Theta E$  τῇ  $EK$ , ἡ δὲ  $AE$  τῇ  $EB$ , ἦξει καὶ διὰ τοῦ  $B$  ἡ τομὴ, καὶ ἔσται κέντρον μὲν τὸ  $E$ , διάμετρος δὲ ἡ  $AEB$ . καὶ ἐφάπεται τῆς τομῆς ἡ  $AA$  διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ ὑπὸ  $\Delta EZ$  τῷ ἀπὸ  $E\Theta$ . καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς ἡ  $GA$   
 10 πρὸς  $AB$ , τὸ ἀπὸ  $ZH$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $AHE$ , ἀλλ' ἡ μὲν  $GA$  πρὸς  $AB$  τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ τοῦ τῆς  $GA$  πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς  $\Delta A$  καὶ τοῦ τῆς διπλασίας τῆς  $A\Delta$  πρὸς τὴν  $AB$ , τουτέστι τῆς  $\Delta A$  πρὸς  $AE$ , τὸ δὲ ἀπὸ  $ZH$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $AHE$  τὸν συγκείμενον  
 15 ἔχει λόγον ἐκ τοῦ τῆς  $ZH$  πρὸς  $HE$  καὶ τοῦ τῆς  $ZH$  πρὸς  $HA$ , ὁ ἄρα συγκείμενος λόγος ἐκ τοῦ τῆς  $GA$  πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς  $A\Delta$  καὶ τοῦ τῆς  $\Delta A$  πρὸς  $AE$  ὁ αὐτός ἐστι τῷ συγκειμένῳ ἐκ τοῦ τῆς  $ZH$  πρὸς  $HE$  καὶ τοῦ τῆς  $ZH$  πρὸς  $HA$ . ἀλλ' ὡς ἡ  $\Delta A$   
 20 πρὸς  $AE$ , ἡ  $ZH$  πρὸς  $HE$ . καὶ κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τούτου τοῦ λόγου ἔσται ὡς ἡ  $GA$  πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς  $A\Delta$ , ἡ  $ZH$  πρὸς  $HA$ , τουτέστιν ἡ  $\Xi A$  πρὸς  $AN$ . ὅταν δὲ τοῦτο ἦ, ὀρθία τοῦ εἵδους πλευρὰ ἐστὶν ἡ  $AG$ .

νθ'.

25 Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις πεπερασμένων εὐρεῖν ἀντικειμένας, ὧν διάμετρος ἐστὶ μία τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν, κορυφὴ δὲ τὰ πέρατα τῆς εὐθείας, αἱ δὲ καταγόμεναι ἐν ἑκατέρῃ τῶν τομῶν ἐν

18.  $ZH$ ] p c, Z e corr. m. 1 V. 20. καὶ κοινοῦ] p, κοινοῦ V, κοινοῦ ἄρα Comm. 24. νθ'] p, Eutocius; om. V. 27. κορυφαί p.

ita ut diametrus transuersa sit  $K\Theta$ , latus autem rectum figurae  $\Theta M$ , et rectae ad  $\Theta K$  ordinate ductae in angulo recto ducantur [prop. LVI—LVII]. sectio igitur per  $A$  ueniet, quia  $Z A^2 = \Theta Z \times Z A$  [prop. XIII]. et quoniam est  $\Theta E = EK$ ,  $AE = EB$ , sectio etiam per  $B$  ueniet, et  $E$  centrum erit, diametrus autem  $AEB$  [prop. LI coroll.]. et  $\Delta A$  sectionem continget [prop. XXXVIII], quia  $\Delta E \times EZ = E\Theta^2$ . et quoniam est

$$\Gamma A : AB = ZH^2 : AH \times HE,$$

est autem

$$\begin{aligned} \Gamma A : AB &= (\Gamma A : 2 \Delta A) \times (2 \Delta A : AB) \\ &= (\Gamma A : 2 \Delta A) \times (\Delta A : AE), \end{aligned}$$

et

$$ZH^2 : AH \times HE = (ZH : HE) \times (ZH : HA),$$

erit

$$(\Gamma A : 2 \Delta A) \times (\Delta A : AE) = (ZH : HE) \times (ZH : HA).$$

uerum

$$\Delta A : AE = ZH : HE \text{ [Eucl. VI, 4].}$$

hac igitur ratione, quae communis est, ablata erit

$$\Gamma A : 2 \Delta A = ZH : HA = \Xi A : AN \text{ [Eucl. VI, 4].}$$

sin hoc est, latus rectum figurae est  $A\Gamma$  [prop. L].

### LIX.

Datis duabus rectis terminatis inter se perpendicularibus oppositas inuenire, ita ut earum diametrus sit alterutra datarum rectarum, uertex autem termini rectae, et rectae in alterutra sectionum in angulo dato ductae quadratae aequales sint spatiis alteri adplicatis et

τῇ δοθείσῃ γωνία δυνήσονται τὰ κατὰ τὴν ἑτέραν παρακείμενα καὶ ὑπερβάλλοντα ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν περιεχομένῳ.

ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι πρὸς ὀρθὰς ἀλλή-  
 5 λαις πεπερασμέναι αἱ  $BE$ ,  $B\Theta$ , ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία ἔστω ἡ  $H$ . δεῖ δὴ γράψαι ἀντικειμένης περὶ μίαν τῶν  $BE$ ,  $B\Theta$ , ὥστε τὰς καταγομένας κατάγεσθαι ἐν γωνία τῇ  $H$ .

καὶ δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν  $BE$ ,  $B\Theta$  γεγράφθω  
 10 ὑπερβολή, ἧς διάμετρος ἔσται πλαγία ἡ  $BE$ , ὀρθία δὲ τοῦ εἶδους πλευρὰ ἡ  $\Theta B$ , αἱ δὲ καταγόμεναι ἐπὶ τὴν ἐπ' εὐθείας τῇ  $BE$  καταχθήσονται ἐν γωνία τῇ  $H$ , καὶ ἔστω ἡ  $AB\Gamma$ . τοῦτο γὰρ ὡς δεῖ γενέσθαι, προ-  
 15 γέγραπται. ἤχθω δὴ διὰ τοῦ  $E$  τῇ  $BE$  πρὸς ὀρθὰς ἡ  $EK$  ἴση οὖσα τῇ  $B\Theta$ , καὶ γεγράφθω ὁμοίως ἄλλη ὑπερβολή ἡ  $\Delta EZ$ , ἧς διάμετρος μὲν ἡ  $BE$ , ὀρθία δὲ τοῦ εἶδους πλευρὰ ἡ  $EK$ , αἱ δὲ καταγόμεναι ἀπὸ τῆς τομῆς τεταγμένως καταχθήσονται ἐν τῇ ἐφεξῆς γωνία τῇ  $H$ . φανερόν δὴ, ὅτι αἱ  $B$ ,  $E$  εἰσιν ἀντικείμεναι,  
 20 διάμετρος δὲ αὐτῶν μία ἐστὶ, καὶ αἱ ὀρθίαι ἴσαι.

## ξ'.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν δίχα τεμνουσῶν ἀλλήλας γράψαι περὶ ἑκατέραν αὐτῶν ἀντικειμένης τομάς, ὥστε εἶναι αὐτῶν συζυγεῖς διαμέτρους τὰς εὐθείας, καὶ τὴν  
 25 τῶν δύο ἀντικειμένων διάμετρον τὸ τῶν ἐτέρων ἀντι-

6. δῆ] c, δῆ uel δέ corr. ex δεῖ p („utique“ Comm.), δεῖ V; om. Halley cum Memo. 18. ἐφεξῆς] male del. Halley.

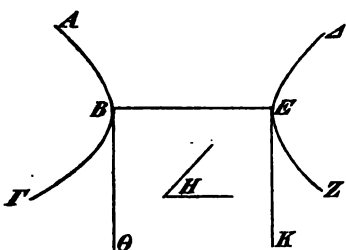
19. δῆ] corr. ex δέ m. 1 V. 20. αἱ ὀρθίαι] scripsi; διορθίαι (sic) V; ὀρθίαι p et post lacunam c, Halley. 21. ξ'] p, Eutocius; om. V.



figura excedentibus simili rectangulo datis rectis comprehenso.

sint datae duae rectae terminatae inter se perpendiculares  $BE$ ,  $B\Theta$ , datus autem angulus sit  $H$ . oportet igitur circum alterutram rectarum  $BE$ ,  $B\Theta$  oppositas describere, ita ut rectae ordinatae in angulo  $H$  ducantur.

et datis duabus rectis  $BE$ ,  $B\Theta$  describatur hyperbola, ita ut diametrus transuersa sit  $BE$ , latus autem



rectum figurae  $\Theta B$ , et rectae ad  $BE$  productam ordinate ductae in angulo  $H$  ducantur; quo modo enim hoc fieri possit, antea expositum est [prop. LV]. ducatur igitur per  $E$  ad  $BE$  per-

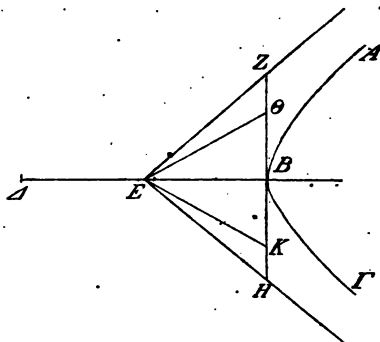
pendicularis  $EK$ , quae aequalis sit rectae  $B\Theta$ , et eodem modo alia hyperbola describatur  $\Delta EZ$ , ita ut diametrus sit  $BE$ , latus autem rectum figurae  $EK$ , et rectae a sectione ordinate ductae in angulo ducantur, qui angulo  $H$  deinceps positus est [prop. LV]. manifestum est igitur, sectiones  $B$ ,  $E$  oppositas esse et unam eandemque diametrum habere, lateraque recta aequalia esse.

LX.

Datis duabus rectis inter se in binas partes aequales secantibus circum utramque sectiones oppositas describere, ita ut diametri earum coniugatae sint rectae datae, et diametrus duarum oppositarum quadrata aequalis sit figurae alterarum oppositarum, similiter-

κατὰ τὸ  $B$  ἢ  $\Theta K$ . λέγω, ὅτι ἐκβαλλομένη ἡ  $\Theta K$  συμ-  
 πεσεῖται ταῖς  $ZE, EH$ .

εἰ γὰρ δυνατόν, μὴ συμπιπέτω, καὶ ἐπιξυχθεῖσα  
 ἡ  $EB$  ἐκβεβλήσθω, καὶ κείσθω τῇ  $BE$  ἴση ἡ  $EA$ .  
 5 διάμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ  
 $BA$ . κείσθω δὴ τῷ  
 τετάρτῳ τοῦ πρὸς τῇ  
 $BA$  εἵδους ἴσον τὸ  
 ἀφ' ἑκατέρας τῶν  $\Theta B$ ,  
 10  $BK$ , καὶ ἐπεξεύχθω-  
 σαν αἱ  $E\Theta, EK$ .  
 ἀσύμπτωτοι ἄρα εἰσὶν  
 ὅπερ ἄτοπον· ὑπό-  
 κεινται γὰρ αἱ  $ZE, EH$   
 15 ἀσύμπτωτοι. ἡ ἄρα  
 $K\Theta$  ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται ταῖς  $EZ, EH$  ἀσυμπτώ-  
 τοις κατὰ τὰ  $Z, H$ .



λέγω δὴ, ὅτι καὶ τὸ ἀφ' ἑκατέρας τῶν  $BZ, BH$   
 ἴσον ἔσται τῷ τετάρτῳ τοῦ πρὸς τῇ  $BA$  εἵδους.  
 20 μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω τῷ τετάρτῳ τοῦ  
 εἵδους ἴσον τὸ ἀφ' ἑκατέρας τῶν  $B\Theta, BK$ . ἀσύμπτωτοι  
 ἄρα εἰσὶν αἱ  $\Theta E, EK$ . ὅπερ ἄτοπον. τὸ ἄρα ἀφ'  
 ἑκατέρας τῶν  $ZB, BH$  ἴσον ἔσται τῷ τετάρτῳ τοῦ  
 πρὸς τῇ  $BA$  εἵδους.

25

δ'.

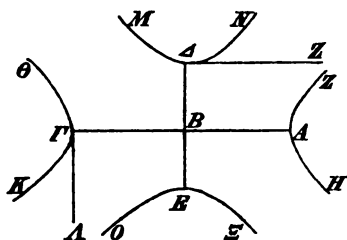
Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν γωνίαν περιεχουσῶν καὶ  
 σημείου ἐντὸς τῆς γωνίας γράψαι διὰ τοῦ σημείου  
 κώνου τομὴν τὴν καλουμένην ὑπερβολήν, ὥστε ἀσυμ-  
 πτώτους αὐτῆς εἶναι τὰς δοθείσας εὐθείας.

1. ἡ] (pr.) ἡ V; corr. p. 18. ὅτι] p, om. V. 20. εἰ] p,  
 ἡ V; corr. m. 2 v. 21. BK] p,  $\Theta K$  V.

que etiam diametrus alterarum oppositarum quadrata aequalis sit figurae alterarum oppositarum.

sint datae duae rectae inter se in binas partes aequales secantes  $AG$ ,  $AE$ . oportet igitur circum utramque diametrum oppositas describere, ita ut  $AG$ ,  $AE$  in iis coniugatae sint, et  $AE^2$  aequalis sit figurae oppositarum circum  $AG$  descriptarum,  $AG^2$  autem figurae oppositarum circum  $AE$ .

sit  $AG \times GA = AE^2$ , et  $AG$  ad  $GA$  perpendicularis sit. et datis duabus rectis inter se perpendicularibus  $AG$ ,  $GA$  describantur oppositae  $ZAH$ ,  $\Theta GK$ , ita ut diametrus sit transversa  $GA$ , latus autem rectum  $GA$ , et rectae a sectionibus ad  $GA$  ordinate ductae in dato angulo ducantur [prop. LIX]. erit igitur  $AE$  altera diametrus oppositarum [deff. alt. 3]; nam et mediam habet rationem inter latera figurae



[Eucl. VI, 17] et rectae ordinate ductae parallela in  $B$  in duas partes aequales secta est. rursus igitur sit  $AE \times AZ = AG^2$ , et  $AZ$  ad  $AE$  perpendicularis sit. et datis duabus rectis inter se perpendicularibus positis  $EA$ ,  $AZ$  oppositae describantur  $M\Delta N$ ,  $O E \Xi$ , ita ut diametrus transversa sit  $AE$ , latus autem rectum figurae  $AZ$ , et rectae a sectionibus ordinate

ἡ μὲν  $ΑΓ$  τὰς τῆ  $ΔΕ$  παραλλήλους μεταξὺ  
 $ZAH, ΘΓΚ$  τομῶν δίχα τέμνει, ἡ δὲ  $ΔΕ$  τὰς τῆ  
 ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

καλείσθωσαν δὲ αὐταὶ αἱ τομαὶ συζυγεῖς.

---

In fine: Ἀπολλωνίου κωνικῶν α' m. 2 V.

---

ductae ad  $\Delta E$  in dato angulo ducantur [prop. LIX]; erit igitur etiam  $A\Gamma$  altera diameter sectionum  $M\Delta N$ ,  $\Xi EO$  [def. alt. 3]. ergo  $A\Gamma$  rectas rectae  $\Delta E$  parallelas inter sectiones  $ZAH$ ,  $\Theta\Gamma K$  positas in binas partes aequales secat,  $\Delta E$  autem rectas rectae  $A\Gamma$  parallelas [prop. XVI]; quod oportebat fieri [cfr. def. 6].

tales autem sectiones coniugatae uocentur.

---

## ΚΩΝΙΚΩΝ β'.

Ἀπολλώνιος Εὐδήμῳ χαίρειν.

Εἰ ὑγιαίνεις, ἔχοι ἂν καλῶς· καὶ αὐτὸς δὲ μετριῶς ἔχω.

- 5 Ἀπολλώνιον τὸν υἱόν μου πέπομφα πρὸς σε κομίζοντά σοι τὸ β' βιβλίον τῶν συντεταγμένων ἡμῖν κωνικῶν. διέλθε οὖν αὐτὸ ἐπιμελῶς καὶ τοῖς ἀξίοις τῶν τοιούτων κοινωνεῖν μεταδίδου· καὶ Φιλωνίδης δὲ ὁ γεωμέτρης, ὃν καὶ συνέστησά σοι ἐν Ἐφέσῳ, ἐάν
- 10 ποτε ἐπιβαλῆ εἰς τοὺς κατὰ Πέργαμον τόπους, μεταδὸς αὐτῷ, καὶ σεαυτοῦ ἐπιμελοῦ, ἵνα ὑγιαίνης. εὐτύχει.

α'.

- Ἐὰν ὑπερβολῆς κατὰ κορυφὴν εὐθεῖα ἐφάπτηται, καὶ ἀπ' αὐτῆς ἐφ' ἑκάτερα τῆς διαμέτρου ἀποληφθῆ
- 15 ἴση τῇ δυναμένη τὸ τέταρτον τοῦ εἵδους, αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς τομῆς ἐπὶ τὰ ληφθέντα πέρατα τῆς ἐφαπτομένης ἀγόμεναι εὐθεῖαι οὐ συμπεσοῦνται τῇ τομῇ.

- ἔστω ὑπερβολή, ἧς διάμετρος ἡ  $AB$ , κέντρον δὲ τὸ  $\Gamma$ , ὀρθία δὲ ἡ  $BZ$ , καὶ ἐφαπτέσθω τῆς τομῆς κατὰ
- 20 τὸ  $B$  ἡ  $\Delta E$ , καὶ τῷ τετάρτῳ τοῦ ὑπὸ τῶν  $ABZ$  εἵδους ἴσον ἔστω τὸ ἀφ' ἑκατέρας τῶν  $B\Delta$ ,  $BE$ , καὶ ἐπι-

---

Ἀπολλωνίου κωνικῶν β<sup>ο</sup>ν (β m. 2) V, et v (β corr. ex α m. 2).  
3. ὑγιαίνεις p. 12. α'] vρ, om. V, ut deinceps.

## CONICORUM LIBER II.

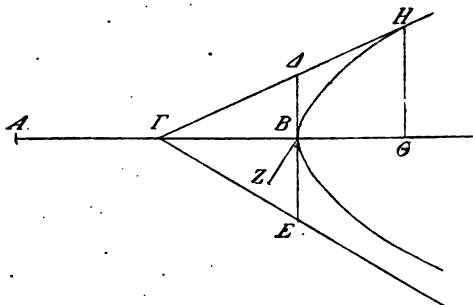
Apollonius Eudemo s.

Si uales, bene est; equidem satis ualeo.

Apollonium filium ad te misi secundum librum conicorum a me conscriptorum perlaturum. eum igitur diligenter peruolue et cum iis comunica, qui talibus rebus digni sunt. et cum Philonide quoque geometra, quem tibi Ephesi commendauit, si quando ad uiciniam Pergami uenerit, eum comunica, atque cura, ut ualeas. uale.

I.

Si recta hyperbolam in uertice contingit, et ex ea in utramque partem diametri recta aufertur aequalis



rectae, quae quadrata quartae parti figurae aequalis est, rectae a centro sectionis ad terminos sumptos contingentis ductae cum sectione non concurrent.

ξενχθεῖσαι αἱ  $\Gamma\Delta$ ,  $\Gamma\text{E}$  ἐκβεβλήσθωσαν. λέγω, ὅτι οὐ συμπεσοῦνται τῇ τομῇ.

εἰ γὰρ δυνατόν, συμπιπτεύω ἡ  $\Gamma\Delta$  τῇ τομῇ κατὰ τὸ  $H$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $H$  τεταγμένως κατήχθω ἡ  $H\Theta$ .  
 5 παράλληλος ἄρα ἐστὶ τῇ  $\Delta B$ . ἐπεὶ οὖν ἐστίν, ὡς ἡ  $AB$  πρὸς  $BZ$ , τὸ ἀπὸ  $AB$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $ABZ$ , ἀλλὰ τοῦ μὲν ἀπὸ  $AB$  τέταρτον μέρος τὸ ἀπὸ  $\Gamma B$ , τοῦ δὲ ὑπὸ  $ABZ$  τέταρτον τὸ ἀπὸ  $B\Delta$ , ὡς ἄρα ἡ  $AB$  πρὸς  $BZ$ , τὸ ἀπὸ  $\Gamma B$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta B$ , τουτέστι τὸ ἀπὸ  
 10  $\Gamma\Theta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Theta H$ . ἐστὶ δὲ καὶ ὡς ἡ  $AB$  πρὸς  $BZ$ , τὸ ὑπὸ  $A\Theta B$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Theta H$ . ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Theta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Theta H$ , τὸ ὑπὸ  $A\Theta B$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Theta H$ . ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ  $A\Theta B$  τῷ ἀπὸ  $\Gamma\Theta$ . ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα ἡ  $\Gamma\Delta$  συμπεσεῖται τῇ τομῇ. ὁμοίως δὲ δεῖ-  
 15 ξομεν, ὅτι οὐδὲ ἡ  $\Gamma\text{E}$  ἀσύμπτωτοι ἄρα εἰσὶ τῇ τομῇ αἱ  $\Gamma\Delta$ ,  $\Gamma\text{E}$ .

β'.

Τῶν αὐτῶν ὄντων δεικτέον, ὅτι ἑτέρα ἀσύμπτωτος οὐκ ἐστὶ τέμνουσα τὴν περιεχομένην γωνίαν ὑπὸ τῶν  
 20  $\Delta\Gamma\text{E}$ .

εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ἡ  $\Gamma\Theta$ , καὶ διὰ τοῦ  $B$  τῇ  $\Gamma\Delta$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $B\Theta$  καὶ συμπιπτεύω τῇ  $\Gamma\Theta$  κατὰ τὸ  $\Theta$ , καὶ τῇ  $B\Theta$  ἴση κείσθω ἡ  $\Delta H$ , καὶ ἐπι-  
 25 ξευχθεῖσα ἡ  $H\Theta$  ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὰ  $K$ ,  $\Lambda$ ,  $M$ . ἐπεὶ οὖν αἱ  $B\Theta$ ,  $\Delta H$  ἴσαι εἰσὶ καὶ παράλληλοι, καὶ αἱ  $\Delta B$ ,  $H\Theta$  ἴσαι εἰσὶ καὶ παράλληλοι. καὶ ἐπεὶ ἡ  $AB$  δίχα τέμνεται κατὰ τὸ  $\Gamma$ , καὶ πρόσκειται αὐτῇ τις ἡ  $BA$ , τὸ ὑπὸ  $A\Lambda B$  μετὰ τοῦ ἀπὸ  $\Gamma B$  ἴσον ἐστὶ τῷ

4. τοῦ] p, τῆς V. 5. ἡ] p, om. V. 10.  $\Theta H$ ] c, e corr. m. 1 V. 11.  $A\Theta B$ ]  $AB\Theta$  V;  $A\Theta$ ,  $\Theta B$  p.



sit hyperbola, cuius diametrus sit  $AB$ , centrum autem  $\Gamma$ , latus rectum autem  $BZ$ , et  $\Delta E$  sectionem in  $B$  contingat, sit autem

$$B\Delta^2 = BE^2 = \frac{1}{4}AB \times BZ,$$

et ductae  $\Gamma\Delta$ ,  $\Gamma E$  producantur. dico, eas cum sectione non concurrere.

nam si fieri potest,  $\Gamma\Delta$  cum sectione in  $H$  concurrat, et ab  $H$  ordinate ducatur  $H\Theta$ ; erit igitur rectae  $\Delta B$  parallela [cfr. I, 17]. quoniam igitur est  $\Delta B : BZ = AB^2 : AB \times BZ$ , et  $\Gamma B^2 = \frac{1}{4}AB^2$ ,

$$B\Delta^2 = \frac{1}{4}AB \times BZ,$$

erit  $AB : BZ = \Gamma B^2 : \Delta B^2 = \Gamma\Theta^2 : \Theta H^2$  [Eucl. VI, 4]. est autem etiam  $AB : BZ = A\Theta \times \Theta B : \Theta H^2$  [I, 21]. itaque  $\Gamma\Theta^2 : \Theta H^2 = A\Theta \times \Theta B : \Theta H^2$ . quare

$$A\Theta \times \Theta B = \Gamma\Theta^2 \text{ [Eucl. V, 9];}$$

quod absurdum est [Eucl. II, 6]. ergo  $\Gamma\Delta$  cum sectione non concurrent. iam similiter demonstrabimus, ne  $\Gamma E$  quidem concurrere. ergo  $\Gamma\Delta$ ,  $\Gamma E$  asymptotae sectionis sunt.

## II.

Iisdem positis demonstrandum, aliam asymptotam non esse secantem angulum rectis  $\Delta\Gamma$ ,  $\Gamma E$  comprehensum.

nam si fieri potest, sit  $\Gamma\Theta$ , et per  $B$  rectae  $\Gamma\Delta$  parallela ducatur  $B\Theta$  et cum  $\Gamma\Theta$  in  $\Theta$  concurrat, ponaturque  $\Delta H = B\Theta$ , et ducta  $H\Theta$  ad  $K$ ,  $A$ ,  $M$  producat. iam quoniam  $B\Theta$ ,  $\Delta H$  aequales sunt et parallelae, etiam  $\Delta B$ ,  $H\Theta$  aequales sunt et parallelae [Eucl. I, 33]. et quoniam  $AB$  in  $\Gamma$  in duas partes

ἀπὸ  $\Gamma\Lambda$ . ὁμοίως δὴ ἐπειδὴ παράλληλός ἐστιν ἡ  $HM$   
 τῇ  $\Delta E$ , καὶ ἴση ἡ  $\Delta B$  τῇ  $BE$ , ἴση ἄρα καὶ ἡ  $HA$   
 τῇ  $AM$ . καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ  $H\Theta$  τῇ  $\Delta B$ , μείζων  
 ἄρα ἡ  $HK$  τῆς  $\Delta B$ . ἐστὶ δὲ καὶ ἡ  $KM$  τῆς  $BE$   
 5 μείζων; ἐπεὶ καὶ ἡ  $AM$  τὸ ἄρα ὑπὸ  $MKH$  μείζον  
 ἐστὶ τοῦ ὑπὸ  $\Delta BE$ ; τουτέστι τοῦ ἀπὸ  $\Delta B$ . ἐπεὶ οὖν  
 ἐστὶν, ὡς ἡ  $AB$  πρὸς  $BZ$ , τὸ ἀπὸ  $\Gamma B$  πρὸς τὸ ἀπὸ  
 $B\Delta$ , ἀλλ' ὡς μὲν ἡ  $AB$  πρὸς  $BZ$ , τὸ ὑπὸ  $AAB$  πρὸς  
 τὸ ἀπὸ  $AK$ , ὡς δὲ τὸ ἀπὸ  $\Gamma B$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $B\Delta$ , τὸ  
 10 ἀπὸ  $\Gamma\Lambda$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AH$ , καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Lambda$   
 πρὸς τὸ ἀπὸ  $AH$ , τὸ ὑπὸ  $AAB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AK$ .  
 ἐπεὶ οὖν ἐστὶν, ὡς ὅλον τὸ ἀπὸ  $A\Gamma$  πρὸς ὅλον τὸ ἀπὸ  
 $AH$ , οὕτως ἀφαιρεθὲν τὸ ὑπὸ  $AAB$  πρὸς ἀφαιρεθὲν  
 τὸ ἀπὸ  $AK$ , καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ  $\Gamma B$  πρὸς λοιπὸν  
 15 τὸ ὑπὸ  $MKH$  ἐστὶν, ὡς τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Lambda$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AH$ ,  
 τουτέστι τὸ ἀπὸ  $\Gamma B$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta B$ . ἴσον ἄρα τὸ  
 ἀπὸ  $\Delta B$  τῷ ὑπὸ  $MKH$ . ὅπερ ἄτοπον· μείζον γὰρ  
 αὐτοῦ, δέδεικται. οὐκ ἄρα ἡ  $\Gamma\Theta$  ἀσύμπτωτός ἐστι  
 τῇ τομῇ.

20

γ'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς εὐθεῖα ἐφάπτηται, συμπεσεῖται ἑκα-  
 τέρα τῶν ἀσύμπτωτων καὶ δίχα τμηθήσεται κατὰ τὴν  
 ἀφήν, καὶ τὸ ἀφ' ἑκατέρας τῶν τμημάτων αὐτῆς τετρα-  
 γωνον ἴσον ἐστὶ τῷ τετάρτῳ τοῦ γινομένου εἰδους  
 25 πρὸς τῇ διὰ τῆς ἀφῆς ἀγομένη διαμέτρῳ.

ἔστω ὑπερβολῆ ἡ  $AB\Gamma$ , κέντρον δὲ αὐτῆς τὸ  $E$   
 καὶ ἀσύμπτωτοι αἱ  $ZE$ ,  $EH$ , καὶ ἐφαπτέσθω τις αὐτῆς

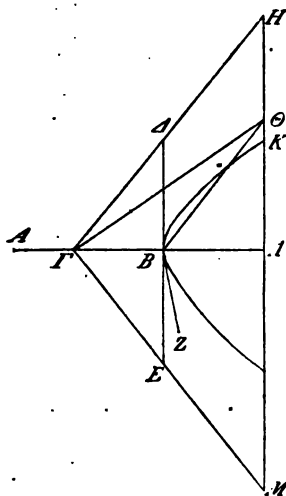
9. Post pr. ἀπό ins.  $AH$  καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Lambda$  πρὸς τὸ  
 ἀπὸ  $AH$  τὸ ὑπὸ  $AAB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $V$  (ex lin. 10—11 petita).

15.  $MKH$ ] ante  $H$  eras. 1 litt.  $V$ . τό] (pr.) τ supra scr.  
 m. 1  $V$ . 18.  $\Gamma\Theta$ ] p,  $\Gamma\Delta$   $V$ .

aequales secta est, eique adiecta est  $BA$ , erit

$$AA \times AB + \Gamma B^2 = \Gamma A^2 \text{ [Eucl. II, 6].}$$

iam eodem modo, quoniam  $HM$  rectae  $\Delta E$  parallela est, et  $\Delta B = BE$ , erit etiam  $HA = AM$  [Eucl. VI, 1].



et quoniam est  $H\Theta = \Delta B$ , erit  $HK > \Delta B$ . uerum etiam  $KM > BE$ , quoniam etiam  $AM > BE$ . itaque

$MK \times KH > \Delta B \times BE$ ,  
h. e.  $> \Delta B^2$ . quoniam igitur  
 $AB : BZ = \Gamma B^2 : B\Delta^2$  [prop. I],  
uerum [I, 21]

$AB : BZ = AA \times AB : AK^2$ ,  
et [Eucl. VI, 4]

$\Gamma B^2 : B\Delta^2 = \Gamma A^2 : AH^2$ ,  
erit etiam

$\Gamma A^2 : AH^2 = AA \times AB : AK^2$ .

quoniam igitur est, ut totum

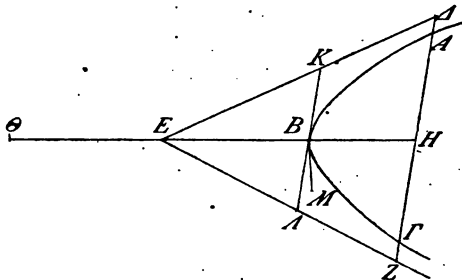
$A\Gamma^2$  ad totum  $AH^2$ , ita ablatum  $AA \times AB$  ad ablatum  $AK^2$ , erit etiam reliquum  $\Gamma B^2 : MK \times KH$  [Eucl. II, 5] =  $\Gamma A^2 : AH^2$  [Eucl. V, 19] =  $\Gamma B^2 : \Delta B^2$ . itaque  $\Delta B^2 = MK \times KH$  [Eucl. V, 9]; quod absurdum est; demonstrauius enim, esse  $MK \times KH > \Delta B^2$ . ergo  $\Gamma\Theta$  asymptota sectionis non est.

III.

Si recta hyperbolam contingit, utrique asymptotae concurreret et in puncto contactus in duas partes aequales secabitur, quadratumque utriusque partis eius aequale erit quartae parti figurae ad diametrum per punctum contactus ductam effectae.

μένου εἶδους πρὸς τῇ διχοτομούσῃ διαμέτρῳ τὰς ἀγο-  
μένας παρὰ τὴν ἠγμένην εὐθείαν.

ἔστω ὑπερβολὴ ἡ  $AB\Gamma$ , ἀσύμπτωτοι δὲ αὐτῆς αἱ  
 $\Delta E$ ,  $E Z$ , καὶ ἤχθω τῆς ἡ  $\Delta Z$  τέμνουσα τὴν τομὴν  
5 καὶ τὰς ἀσύμπτώτους, καὶ τετμήσθω ἡ  $A\Gamma$  δίχα κατὰ  
τὸ  $H$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $HE$ , καὶ κείσθω τῇ  $BE$  ἴση



ἡ  $E\Theta$ , καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ  $B$  τῇ  $\Theta EB$  πρὸς ὀρθὰς ἡ  
 $BM$ . διάμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ  $B\Theta$ , ὀρθία δὲ ἡ  $BM$ .  
λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ  $\Delta AZ$  ἴσον ἐστὶ τῷ τετάρτῳ τοῦ ὑπὸ  
10 τῶν  $\Theta BM$ , ὁμοίως δὴ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν  $\Delta \Gamma Z$ .

ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ  $B$  ἐφαπτόμενη τῆς τομῆς ἡ  $KA$ .  
παράλληλος ἄρα ἐστὶ τῇ  $\Delta Z$ . καὶ ἐπεὶ δέδεικται, ὡς  
ἡ  $\Theta B$  πρὸς  $BM$ , τὸ ἀπὸ  $EB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $BK$ , τουτ-  
ἐστὶ τὸ ἀπὸ  $EH$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $HA$ , ὡς δὲ ἡ  $\Theta B$  πρὸς  
15  $BM$ , τὸ ὑπὸ  $\Theta HB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $HA$ , ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  
 $EH$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $HA$ , τὸ ὑπὸ  $\Theta HB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $HA$ .  
ἐπεὶ οὖν ἐστὶν, ὡς ὅλον τὸ ἀπὸ  $EH$  πρὸς ὅλον τὸ  
ἀπὸ  $\Delta H$ , οὕτως ἀφαιρεθὲν τὸ ὑπὸ  $\Theta HB$  πρὸς ἀφ-  
αιρεθὲν τὸ ἀπὸ  $AH$ , καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ  $EB$  πρὸς

1. εἶδους] ενρ, euan. V. 15. ὡς ἄρα — 16. ἀπὸ  $HA$ ] addidi e p (τῆς  $EH$ ; τῆς  $HA$  οὕτως; τῶν  $\Theta H, HB$ ; τῆς  $HA$ ); om. V; cfr. p. 196, 10—11.

sit hyperbola  $ABI$ , centrum autem eius  $E$  et asymptotae  $ZE$ ,  $EH$ , eamque contingat in  $B$  recta aliqua  $\odot K$ . dico,  $\odot K$  productam cum  $ZE$ ,  $EH$  concurrere.

nam si fieri potest, ne concurrat, et ducta  $EB$  producat, ponaturque  $E\Delta = BE$ ;  $B\Delta$  igitur diametrus est. ponatur igitur  $\odot B^2$  et  $BK^2$  quartae parti figurae ad  $B\Delta$  effectae aequale, ducanturque  $E\odot$ ,  $EK$ . hae igitur asymptotae sunt [prop. I]; quod absurdum est [prop. II]; supposuimus enim,  $ZE$ ,  $EH$  asymptotas esse. ergo  $K\odot$  producta cum asymptotis  $EZ$ ,  $EH$  in  $Z$ ,  $H$  concurrent.

iam dico, esse etiam  $BZ^2$  et  $BH^2$  quartae parti figurae ad  $B\Delta$  effectae aequalia.

ne sint enim, sed; si fieri potest, sit  $B\odot^2$  et  $BK^2$  quartae parti figurae aequalé. itaque  $\odot E$ ,  $EK$  asymptotae sunt [prop. I]; quod absurdum est [prop. II]. ergo  $ZB^2$  et  $BH^2$  quartae parti figurae ad  $B\Delta$  effectae aequalia sunt.

## IV.

Datis duabus rectis angulum comprehendentibus punctoque intra angulum posito per punctum coni sectionem, hyperbola quae uocatur, ita describere, ut datae rectae asymptotae sint.

sint duae rectae  $A\Gamma$ ,  $AB$  quemuis angulum comprehendentes ad  $A$  positum, datumque sit punctum aliquod  $\Delta$ , et oporteat per  $\Delta$  in asymptotis  $\Gamma AB$  hyperbolam describere.

λοιπὸν τὸ ὑπὸ  $\Delta AZ$  ἔστιν, ὡς τὸ ἀπὸ  $EH$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $H\Delta$ , τουτέστι τὸ ἀπὸ  $EB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $BK$ . Ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ  $Z\Delta\Delta$  τῷ ἀπὸ  $BK$ .

ὁμοίως δὴ δειχθήσεται καὶ τὸ ὑπὸ  $\Delta\Gamma Z$  τῷ ἀπὸ  $B\Lambda$ . Ἴσον δὲ τὸ ἀπὸ  $KB$  τῷ ἀπὸ  $B\Lambda$ . Ἴσον ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ  $Z\Delta\Delta$  τῷ ὑπὸ  $Z\Gamma\Delta$ .

ια'.

Ἐὰν ἑκατέραν τῶν περιεχουσῶν τὴν ἐφεξῆς γωνίαν τῆς περιεχούσης τὴν ὑπερβολὴν τέμνη τις εὐθεΐα, συμ-  
10 πεσεῖται τῇ τομῇ καθ' ἓν μόνον σημεῖον, καὶ τὸ περι-  
εχόμενον ὑπὸ τῶν ἀπολαμβανομένων εὐθειῶν μεταξὺ  
τῶν περιεχουσῶν καὶ τῆς τομῆς ἴσον ἔσται τῷ τετάρτῳ  
μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ἡγμένης διαμέτρου παρὰ τὴν τέμνου-  
σαν εὐθείαν.

15 ἔστω ὑπερβολή, ἧς ἀσύμπτωτοι αἱ  $\Gamma A$ ,  $\Delta\Delta$ , καὶ  
ἐκβεβλήσθω ἡ  $\Delta A$  ἐπὶ τὸ  $E$ , καὶ διὰ τινος σημείου  
τοῦ  $E$  διήχθω ἡ  $EZ$  τέμνουσα τὰς  $E\Lambda$ ,  $A\Gamma$ .

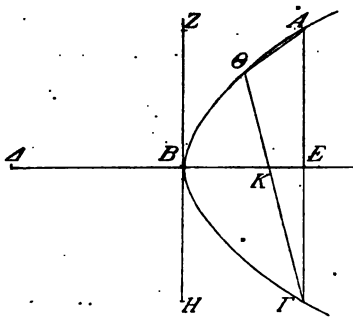
ὅτι μὲν οὖν συμπίπτει τῇ τομῇ καθ' ἓν μόνον  
σημεῖον, φανερόν· ἡ γὰρ διὰ τοῦ  $A$  τῇ  $EZ$  παράλληλος  
20 ἀγομένη ὡς ἡ  $AB$  τεμεῖ τὴν ὑπὸ  $\Gamma A\Delta$  γωνίαν καὶ  
συμπεσεῖται τῇ τομῇ καὶ διάμετρος αὐτῆς ἔσται· ἡ  $EZ$   
ἄρα συμπεσεῖται τῇ τομῇ καθ' ἓν μόνον σημεῖον.

συμπιπτέτω κατὰ τὸ  $H$ .

λέγω δὴ, ὅτι καὶ τὸ ὑπὸ τῶν  $EHZ$  ἴσον ἔστί τῷ  
25 ἀπὸ τῆς  $AB$ .

ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ  $H$  τεταγμένως ἡ  $\Theta H\Lambda K$ · ἡ ἄρα  
διὰ τοῦ  $B$  ἐφαπτομένη παράλληλός ἐστι τῇ  $H\Theta$ . ἔστω

4. τῷ]  $\epsilon\nu\rho$ , corr. ex τό m. 1 V. 5.  $B\Lambda$  ἴσον? 15.  
 $A\Delta$ ]  $\epsilon\nu\rho$ , corr. ex  $\Gamma\Delta$  m. 1 V. 24. δὴ] δέ V; corr. Halley.



nam si minus, per  $\Gamma$  rectae  $ZH$  parallela ducatur  $\Gamma\theta$ , ducaturque  $\theta A$ . iam quoniam  $AB\Gamma$  parabola uel hyperbola est, cuius diametrus est  $\Delta E$ , contingens autem  $ZH$ , eique parallela  $\Gamma\theta$ , erit  $\Gamma K = K\theta$  [I, 46–47]. uerum etiam  $\Gamma E = EA$ .

itaque  $A\theta$ ,  $KE$  parallelae erunt [Eucl. VI, 2]; quod fieri non potest; nam  $A\theta$  producta cum  $B\Delta$  concurrit [I, 22]:

VI.

Si diametrus ellipsis uel circuli ambitus rectam aliquam non per centrum ductam in duas partes aequales secat, recta in termino diametri sectionem contingens rectae in duas partes aequales sectae parallela erit.

sit ellipsis uel circuli ambitus, cuius diametrus sit  $AB$ , et  $AB$  rectam  $\Gamma\Delta$  non per centrum ductam in duas partes aequales secet in  $E$ . dico, rectam in  $A$  sectionem contingentem rectae  $\Gamma\Delta$  parallelam esse.

ne sit enim, sed, si fieri potest, sit  $\Delta Z$  rectae in  $A$  contingenti parallela. itaque erit  $\Delta H = ZH$  [I, 47]. uerum etiam  $\Delta E = E\Gamma$ . itaque  $\Gamma Z$ ,  $HE$  parallelae sunt [Eucl. VI, 2]; quod absurdum est. nam siue  $H$  punctum centrum est sectionis  $AB$ ,  $\Gamma Z$  cum  $AB$  concurret [I, 23], siue non est, supponatur  $K$  centrum, et ducta  $\Delta K$  producat ad  $\theta$ , ducaturque  $\Gamma\theta$ . quoniam igitur  $\Delta K = K\theta$  et etiam  $\Delta E = E\Gamma$ ,  $\Gamma\theta$  rectae

ἡ  $\Delta E$  τῆ  $E\Gamma$ , παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ  $\Gamma\Theta$  τῆ  $AB$ .  
ἀλλὰ καὶ ἡ  $\Gamma Z$  ὅπερ ἄτοπον. ἡ ἄρα κατὰ τὸ  $A$  ἐφ-  
απτομένη παράλληλός ἐστὶ τῆ  $\Gamma A$ .

ξ'.

5 Ἐὰν κώνου τομῆς ἡ κύκλου περιφερείας εὐθεῖα ἐφάπτηται, καὶ ταύτη παράλληλος ἀχθῆ ἐν τῇ τομῇ καὶ δίχα τμηθῆ, ἡ ἀπὸ τῆς ἀφῆς ἐπὶ τὴν διχοτομίαν ἐπιξενχθεῖσα εὐθεῖα διάμετρος ἐστὶ τῆς τομῆς.

ἔστω κώνου τομῆ ἡ κύκλου περιφέρεια ἡ  $AB\Gamma$ ,  
10 ἐφαπτομένη δὲ αὐτῆς ἡ  $ZH$ , καὶ τῆ  $ZH$  παράλληλος ἡ  $A\Gamma$  καὶ δίχα τετμήσθω κατὰ τὸ  $E$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $BE$ . λέγω, ὅτι ἡ  $BE$  διάμετρος ἐστὶ τῆς τομῆς.

μὴ γάρ, ἀλλὰ, εἰ δυνατόν, ἔστω διάμετρος τῆς  
τομῆς ἡ  $B\Theta$ . ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ  $A\Theta$  τῆ  $\Theta\Gamma$ . ὅπερ  
15 ἄτοπον· ἡ γὰρ  $AE$  τῆ  $E\Gamma$  ἴση ἐστὶν. οὐκ ἄρα ἡ  $B\Theta$   
διάμετρος ἐστὶ τῆς τομῆς. ὁμοίως δὲ δεῖξομεν, ὅτι  
οὐδὲ ἄλλη τις πλὴν τῆς  $BE$ .

η'.

Ἐὰν ὑπερβολῆ εὐθεῖα συμπίπτῃ κατὰ δύο σημεῖα,  
20 ἐκβαλλομένη ἐφ' ἐκάτερα συμπεσεῖται ταῖς ἀσύμπτωτοις,  
καὶ αἱ ἀπολαμβανόμεναι ἀπ' αὐτῆς ὑπὸ τῆς τομῆς πρὸς  
ταῖς ἀσύμπτωτοις ἴσαι ἔσονται.

ἔστω ὑπερβολῆ ἡ  $AB\Gamma$ , ἀσύμπτωτοι δὲ αἱ  $E\Delta$ ,  $\Delta Z$ ,  
καὶ τῆ  $AB\Gamma$  συμπίπτει τις ἡ  $A\Gamma$ . λέγω, ὅτι ἐκ-  
25 βαλλομένη ἐφ' ἐκάτερα συμπεσεῖται ταῖς ἀσύμπτωτοις.  
τετμήσθω ἡ  $A\Gamma$  δίχα κατὰ τὸ  $H$ , καὶ ἐπεξεύχθω

1.  $\Gamma\Theta$ ] *cnp*, *euan*. V.  
δυνατόν] *cn*, -όν *euan*. V.

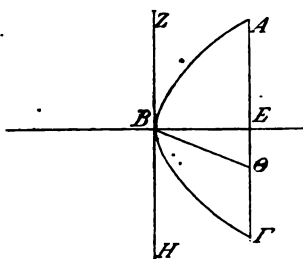
8. διάμετρον V; *corr.* p. 13.  
21. αἱ] *om.* V, *corr.* p.



$AB$  parallela est [Eucl. VI, 2]. verum etiam  $\Gamma Z$  ei parallela est; quod absurdum est [Eucl. I, 30]. ergo recta in  $A$  contingens rectae  $\Gamma A$  parallela est.

VII.

Si recta conic sectionem uel circuli ambitum contingit, et in sectione recta huic parallela ducitur et in duas partes aequales secatur, recta a puncto



contactus ad medium punctum ducta diameter sectionis erit.

sit conic sectio uel circuli ambitus  $AB\Gamma$ , contingens autem  $ZH$ , et rectae  $ZH$  parallela  $A\Gamma$ , quae in  $E$  in duas partes aequales secatur,

ducaturque  $BE$ . dico,  $BE$  diametrum sectionis esse.

ne sit enim, sed, si fieri potest, diameter sectionis sit  $B\Theta$ . itaque  $A\Theta = \Theta\Gamma$  [I def. pr. 4]; quod absurdum est; nam  $AE = E\Gamma$ . ergo  $B\Theta$  diameter sectionis non erit. iam eodem modo demonstrabimus, ne aliam quidem ullam diametrum esse praeter  $BE$ .

VIII.

Si recta cum hyperbola in duobus punctis concurrat, in utramque partem producta cum asymptotis concurrent, et rectae ex ea ad asymptotas a sectione abscisae aequales erunt.

sit hyperbola  $AB\Gamma$ , asymptotae autem  $EA$ ,  $AZ$ , et cum  $AB\Gamma$  concurrat recta aliqua  $A\Gamma$ . dico, eam in utramque partem productam cum asymptotis concurrere.

ἡ  $\Delta H$ . διάμετρος ἄρα ἐστὶ τῆς τομῆς· ἡ ἄρα κατὰ τὸ  $B$  ἐφαπτομένη παράλληλός ἐστι τῇ  $ΑΓ$ . ἔστω οὖν ἐφαπτομένη ἡ  $\Theta BK$ · συμπεσεῖται δὴ ταῖς  $E\Delta$ ,  $\Delta Z$ . ἐπεὶ οὖν παράλληλός ἐστὶν ἡ  $ΑΓ$  τῇ  $K\Theta$ , καὶ ἡ  $K\Theta$   
 5 συμπίπτει ταῖς  $\Delta K$ ,  $\Delta\Theta$ , καὶ ἡ  $ΑΓ$  ἄρα συμπεσεῖται ταῖς  $\Delta E$ ,  $\Delta Z$ .

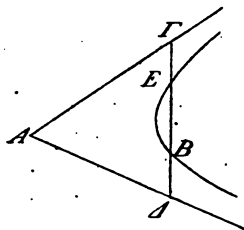
συμπίπτει κατὰ τὰ  $E$ ,  $Z$ · καὶ ἐστὶν ἴση ἡ  $\Theta B$  τῇ  $BK$ · ἴση ἄρα καὶ ἡ  $ZH$  τῇ  $HE$ . ὥστε καὶ ἡ  $\Gamma Z$  τῇ  $AE$ .

10

δ'.

Ἐὰν εὐθεῖα συμπίπτουσα ταῖς ἀσυμπτώτοις δίχα τέμνηται ὑπὸ τῆς ὑπερβολῆς, καθ' ἓν μόνον σημεῖον ἄπτεται τῆς τομῆς.

εὐθεῖα γὰρ ἡ  $\Gamma\Delta$  συμπί-  
 15 πτουσα ταῖς  $\Gamma A\Delta$  ἀσυμπτώτοις δίχα τεμνέσθω ὑπὸ τῆς ὑπερβολῆς κατὰ τὸ  $E$  σημεῖον. λέγω, ὅτι κατ' ἄλλο σημεῖον οὐχ ἄπτεται τῆς τομῆς.



20

εἰ γὰρ δυνατόν, ἀπέσθω κατὰ τὸ  $B$ . ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ  $\Gamma E$  τῇ  $B\Delta$ · ὅπερ ἄτοπον· ὑπόκειται γὰρ ἡ  $\Gamma E$  τῇ  $E\Delta$  ἴση. οὐκ ἄρα καθ' ἕτερον σημεῖον ἄπτεται τῆς τομῆς.

ι'.

25

Ἐὰν εὐθεῖα τις τέμνουσα τὴν τομὴν συμπίπτῃ ἑκατέρω τῶν ἀσυμπτῶτων, τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν ἀπολαμβανομένων εὐθειῶν μεταξὺ τῶν ἀσυμπτῶτων καὶ τῆς τομῆς ἴσον ἐστὶ τῷ τετάρτῳ τοῦ γινο-

1. ἡ] (alt.) c, renouat. m. rec. V.  
 15.  $\Gamma A\Delta$ ] c,  $\Delta$  e corr. m. 1 V.

5.  $\Delta\Theta$ ]  $K\Theta$  V, corr. p.

ducatur enim  $\Delta H$  et producatum ad  $A$ ;  $\Gamma$ . iam quoniam est  $A\Delta \times \Delta\Gamma = AH \times H\Gamma$  [prop. X], erit [Eucl. VI, 16]  $AH : A\Delta = \Delta\Gamma : \Gamma H$ . est autem [Eucl. VI, 4]  $AH : A\Delta = H\Theta : E\Delta$ ,

$$\Delta\Gamma : \Gamma H = \Delta Z : HK. .$$

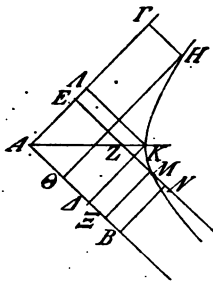
itaque  $\Theta H : \Delta E = \Delta Z : HK$ . ergo erit [Eucl. VI, 16]  $E\Delta \times \Delta Z = \Theta H \times HK$ .

XIII.

Si in loco asymptotis sectioneque comprehenso recta aliqua alteri asymptotae parallela ducitur, cum sectione in uno puncto solo concurret.

sit hyperbola, cuius asymptotae sint  $\Gamma A$ ,  $AB$ , et sumatur punctum aliquod  $E$ , et per  $E$  rectae  $AB$  parallela ducatur  $EZ$ . dico, eam cum sectione concurrere.

nam, si fieri potest, ne concurret, et in sectione sumatur punctum aliquod  $H$ , et per  $H$  rectis  $\Gamma A$ ,



$AB$  parallelae ducantur  $H\Gamma$ ,  $H\Theta$ , fiatque  $\Gamma H \times H\Theta = AE \times EZ$ , et ducatur  $AZ$  producatumque; concurret igitur cum sectione [prop. II].

concurrat in  $K$ , et rectis  $\Gamma A$ ,  $AB$  parallelae per  $K$  ducantur  $KA$ ,  $KL$ ; itaque  $\Gamma H \times H\Theta = AK \times KL$  [prop. XII].

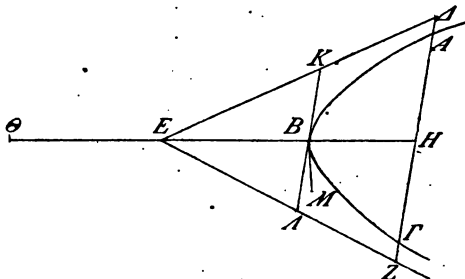
supposuimus autem, esse etiam  $\Gamma H \times H\Theta = AE \times EZ$ .

itaque erit  $\Delta K \times KA = AE \times EZ = KA \times AA$  [Eucl. I, 34]; quod fieri non potest; est enim et

Figura in V v imperfecta est.

μένου είδους πρὸς τῇ διχοτομούσῃ διαμέτρῳ τὰς ἀγο-  
 μένας παρὰ τὴν ἠγμένην εὐθείαν.

ἔστω ὑπερβολὴ ἡ  $AB\Gamma$ , ἀσύμπτωτοι δὲ αὐτῆς αἱ  
 $\Delta E$ ,  $EZ$ , καὶ ἤχθω τὴς ἡ  $\Delta Z$  τέμνουσα τὴν τομῆν  
 5 καὶ τὰς ἀσύμπτώτους, καὶ τετμήσθω ἡ  $AG$  δίχα κατὰ  
 τὸ  $H$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $HE$ , καὶ κείσθω τῇ  $BE$  ἴση



ἡ  $E\Theta$ , καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ  $B$  τῇ  $\Theta EB$  πρὸς ὀρθὰς ἡ  
 $BM$ . διάμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ  $B\Theta$ , ὀρθία δὲ ἡ  $BM$ .  
 λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ  $\Delta AZ$  ἴσον ἐστὶ τῷ τετάρτῳ τοῦ ὑπὸ  
 10 τῶν  $\Theta BM$ , ὁμοίως δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν  $\Delta \Gamma Z$ .

ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ  $B$  ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἡ  $KA$ .  
 παράλληλος ἄρα ἐστὶ τῇ  $\Delta Z$ . καὶ ἐπεὶ δέδεικται, ὡς  
 ἡ  $\Theta B$  πρὸς  $BM$ , τὸ ἀπὸ  $EB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $BK$ , τουτ-  
 ἐστὶ τὸ ἀπὸ  $EH$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $HA$ , ὡς δὲ ἡ  $\Theta B$  πρὸς  
 15  $BM$ , τὸ ὑπὸ  $\Theta HB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $HA$ , ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  
 $EH$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $HA$ , τὸ ὑπὸ  $\Theta HB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $HA$ .  
 ἐπεὶ οὖν ἐστὶν, ὡς ὅλον τὸ ἀπὸ  $EH$  πρὸς ὅλον τὸ  
 ἀπὸ  $\Delta H$ , οὕτως ἀφαιρεθὲν τὸ ὑπὸ  $\Theta HB$  πρὸς ἀφ-  
 αιρεθὲν τὸ ἀπὸ  $AH$ , καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ  $EB$  πρὸς

1. εἴδους] ενρ, euan. V. 15. ὡς ἄρα — 16. ἀπὸ  $HA$ ] addidi e p (τῆς  $EH$ ; τῆς  $HA$ · οὕτω; τῶν  $\Theta H$ ,  $HB$ ; τῆς  $HA$ ); om. V; cfr. p. 196, 10—11.

rectas ductae rectae parallelas in binas partes aequales secat.

sit hyperbola  $AB\Gamma$ , asymptotae autem eius  $\Delta E$ ,  $EZ$ , et ducatur recta aliqua  $\Delta Z$  sectionem asymptotasque secans, et  $A\Gamma$  in  $H$  in duas partes aequales secetur, ducaturque  $HE$ , et ponatur  $E\Theta = BE$ , ducaturque a  $B$  ad  $\Theta EB$  perpendicularis  $BM$ ; itaque  $B\Theta$  diametrus est [prop. VII],  $BM$  autem latus rectum.<sup>1)</sup> dico, esse

$$\Delta A \times AZ = \frac{1}{4} \Theta B \times BM = \Delta \Gamma \times \Gamma Z.$$

ducatur enim per  $B$  sectionem contingens  $KA$ ; ea igitur rectae  $\Delta Z$  parallela est [prop. V]. et quoniam demonstrauimus, esse

$$\Theta B : BM = EB^2 : BK^2 \text{ [prop. I] } = EH^2 : H\Delta^2$$

[Eucl. VI, 4], et

$$\Theta B : BM = \Theta H \times HB : HA^2 \text{ [I, 21],}$$

erit etiam

$$EH^2 : H\Delta^2 = \Theta H \times HB : HA^2.$$

iam quoniam est, ut totum  $EH^2$  ad totum  $\Delta H^2$ , ita ablatum  $\Theta H \times HB$  ad ablatum  $HA^2$ , erit etiam [Eucl. V, 19] reliquum  $EB^2$  [Eucl. II, 6] ad reliquum  $\Delta A \times AZ$  [Eucl. II, 5] =  $EH^2 : H\Delta^2 = EB^2 : BK^2$  [Eucl. VI, 4]. itaque [Eucl. V, 9]

$$ZA \times A\Delta = BK^2$$

[tum u. prop. III].

1) Intellegitur igitur factum esse, ut sit

$$\Theta B : BM = \Theta H \times HB : AH^2.$$

nec opus est hoc cum Memo discrete adicere, ut fecit Ha...

λοιπὸν τὸ ὑπὸ  $\Delta AZ$  ἔστιν, ὡς τὸ ἀπὸ  $EH$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $H\Delta$ , τουτέστι τὸ ἀπὸ  $EB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $BK$ . ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ  $Z\Delta\Delta$  τῷ ἀπὸ  $BK$ .

ὁμοίως δὴ δειχθήσεται καὶ τὸ ὑπὸ  $\Delta\Gamma Z$ , τῷ ἀπὸ  $B\Lambda$ . ἴσον δὲ τὸ ἀπὸ  $KB$  τῷ ἀπὸ  $B\Lambda$ . ἴσον ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ  $Z\Delta\Delta$  τῷ ὑπὸ  $Z\Gamma\Delta$ .

ια'.

Ἐὰν ἑκατέραν τῶν περιεχουσῶν τὴν ἐφεξῆς γωνίαν τῆς περιεχοῦσης τὴν ὑπερβολὴν τέμνη τις εὐθεῖα, συμ-  
10 πεσεῖται τῇ τομῇ καθ' ἓν μόνον σημεῖον, καὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ἀπολαμβανομένων εὐθειῶν μεταξὺ τῶν περιεχουσῶν καὶ τῆς τομῆς ἴσον ἔσται τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ἡγμένης διαμέτρου παρὰ τὴν τέμνουσαν εὐθείαν.

15 ἔστω ὑπερβολή, ἣς ἀσύμπτωτοι αἱ  $\Gamma A$ ,  $\Delta\Delta$ , καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ  $\Delta A$  ἐπὶ τὸ  $E$ , καὶ διὰ τινος σημείου τοῦ  $E$  διέχθω ἡ  $EZ$  τέμνουσα τὰς  $E\Delta$ ,  $A\Gamma$ .

ὅτι μὲν οὖν συμπίπτει τῇ τομῇ καθ' ἓν μόνον σημεῖον, φανερόν· ἡ γὰρ διὰ τοῦ  $A$  τῇ  $EZ$  παράλληλος  
20 ἀγομένη ὡς ἡ  $AB$  τεμεῖ τὴν ὑπὸ  $\Gamma A\Delta$  γωνίαν καὶ συμπεσεῖται τῇ τομῇ καὶ διάμετρος αὐτῆς ἔσται· ἡ  $EZ$  ἄρα συμπεσεῖται τῇ τομῇ καθ' ἓν μόνον σημεῖον.

συμπιπτέτω κατὰ τὸ  $H$ .

λέγω δὴ, ὅτι καὶ τὸ ὑπὸ τῶν  $EHZ$  ἴσον ἔστι τῷ  
25 ἀπὸ τῆς  $AB$ .

ἡχθω γὰρ διὰ τοῦ  $H$  τεταγμένως ἡ  $\Theta HAK$ · ἡ ἄρα διὰ τοῦ  $B$  ἐφαπτομένη παράλληλός ἐστι τῇ  $H\Theta$ . ἔστω

4. τῷ] ενρ, corr. ex τό m. 1 V. 5.  $B\Lambda$  ἴσον? 15.  $\Delta\Delta$ ] ενρ, corr. ex  $\Gamma\Delta$  m. 1 V. 24. δὴ] δέ V; corr. Halley.

iam similiter demonstrabimus, esse etiam

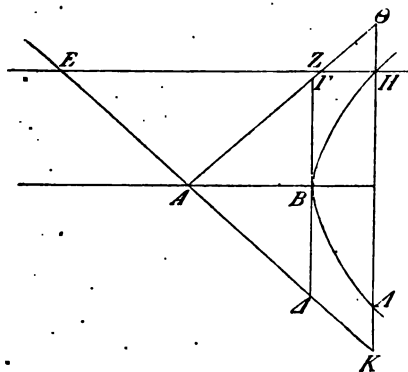
$$\Delta\Gamma \times \Gamma Z = BA^2.$$

uerum  $KB^2 = BA^2$  [prop. III]. ergo etiam

$$ZA \times AA = Z\Gamma \times \Gamma\Delta.$$

XI.

Si recta aliqua utramque rectam, quae angulum ad angulum hyperbolam continentem deinceps positum comprehendunt, secat, cum sectione in uno solo puncto concurreret, et rectangulum comprehensum rectis inter rectas comprehendentes sectionemque abscisis aequale



erit quartae parti quadrati diametri rectae secanti parallelae ductae.

sit hyperbola, cuius asymptotae sint  $\Gamma A, AA$ , producaturque  $AA$  ad  $E$ , et per punctum aliquod  $E$  ducatur  $EZ$  rectas  $EA, A\Gamma$  secans.

iam eam in uno solo puncto cum sectione concurrere, manifestum est; nam recta per  $A$  rectae  $EZ$  parallela ducta ut  $AB$  angulum  $\Gamma AA$  secabit et cum sectione concurreret [prop. II] diametrusque eius erit [I, 51 coroll.]; itaque  $EZ$  in uno solo puncto cum sectione concurreret [I, 26].

In figura A in v om., in V posita est m. 2 in intersectione rectarum AB, O K.

δέ τι σημεῖον ἕτερον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ  $H$ , καὶ διὰ τοῦ  $H$  τὰς  $EA$ ,  $AZ$  παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ  $H\Theta$ ,  $HK$ . λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ  $E\Delta Z$  τῷ ὑπὸ  $\Theta HK$ .

ἐπεξεύχθω γὰρ ἡ  $\Delta H$  καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὰ  $A$ ,  $\Gamma$ .  
 5 ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ  $A\Delta\Gamma$  τῷ ὑπὸ  $AHG$ , ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ  $AH$  πρὸς  $A\Delta$ , ἢ  $\Delta\Gamma$  πρὸς  $\Gamma H$ . ἀλλ' ὡς μὲν ἡ  $AH$  πρὸς  $A\Delta$ , ἢ  $H\Theta$  πρὸς  $EA$ , ὡς δὲ ἡ  $\Delta\Gamma$  πρὸς  $\Gamma H$ , ἢ  $\Delta Z$  πρὸς  $HK$ . ὡς ἄρα ἡ  $\Theta H$  πρὸς  $\Delta E$ , ἢ  $AZ$  πρὸς  $HK$ . ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ  $E\Delta Z$  τῷ  
 10 ὑπὸ  $\Theta HK$ .

γ'.

Ἐὰν ἐν τῷ ἀφοριζομένῳ τόπῳ ὑπὸ τῶν ἀσυμπτώτων καὶ τῆς τομῆς παράλληλος ἀχθῆ τις εὐθεῖα τῇ ἐτέρᾳ τῶν ἀσυμπτῶτων, συμπεσεῖται τῇ τομῇ καθ' ἐν  
 15 μόνον σημεῖον.

ἔστω ὑπερβολή, ἧς ἀσύμπτωτοι αἱ  $GA$ ,  $AB$ , καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον τὸ  $E$ , καὶ δι' αὐτοῦ τῇ  $AB$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $EZ$ . λέγω, ὅτι συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

εἰ γὰρ δυνατόν, μὴ συμπιπέτω, καὶ εἰλήφθω τι  
 20 σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ  $H$ , καὶ διὰ τοῦ  $H$  παρὰ τὰς  $GA$ ,  $AB$  ἤχθωσαν αἱ  $H\Gamma$ ,  $H\Theta$ , καὶ τὸ ὑπὸ  $\Gamma H\Theta$  ἴσον ἔστω τῷ ὑπὸ  $AEZ$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $AZ$  καὶ ἐκβεβλήσθω· συμπεσεῖται δὴ τῇ τομῇ. συμπιπέτω κατὰ τὸ  $K$ , καὶ διὰ τοῦ  $K$  παρὰ τὰς  $GAB$  ἤχθωσαν  
 25 αἱ  $KA$ ,  $K\Delta$ . τὸ ἄρα ὑπὸ  $\Gamma H\Theta$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $\Delta KA$ . ὑπόκειται δὲ καὶ τῷ ὑπὸ  $AEZ$  ἴσον· τὸ ἄρα ὑπὸ  $\Delta KA$ , τουτέστι τὸ ὑπὸ  $K\Delta A$ , ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $AEZ$ . ὅπερ

5. Post pr. ὑπό rep.  $E\Delta Z$  lin. 3 — ὑπό lin. 5 (pr.)  $V\gamma$ ; corr.  $V$  m. 2, p.c. 7.  $E\Delta$ ] τὸ  $E\Delta$   $V$ ; corr. p. 16.  $\Gamma A$ ]  $\Gamma\Delta$   $v$  et ut uidetur e corr. m. 1  $V$ ; corr. p.c. 24. παρὰ]  $c$ ,  $\pi$  corr. ex \* m. 1  $V$ .



ducatur enim  $\Delta H$  et producatum ad  $A, \Gamma$ . iam quoniam est  $A\Delta \times \Delta\Gamma = AH \times H\Gamma$  [prop. X], erit [Eucl. VI, 16]  $AH : A\Delta = \Delta\Gamma : \Gamma H$ . est autem [Eucl. VI, 4]  $AH : A\Delta = H\Theta : E\Delta$ ,

$$\Delta\Gamma : \Gamma H = \Delta Z : HK. .$$

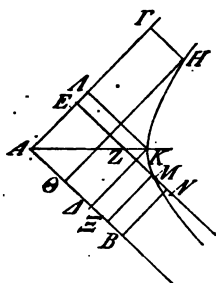
itaque  $\Theta H : \Delta E = \Delta Z : HK$ . ergo erit [Eucl. VI, 16]  $E\Delta \times \Delta Z = \Theta H \times HK$ .

XIII.

Si in loco asymptotis sectioneque comprehenso recta aliqua alteri asymptotae parallela ducitur, cum sectione in uno puncto solo concurreret.

sit hyperbola, cuius asymptotae sint  $\Gamma A, AB$ , et sumatur punctum aliquod  $E$ , et per  $E$  rectae  $AB$  parallela ducatur  $EZ$ . dico, eam cum sectione concurrere.

nam, si fieri potest, ne concurrat, et in sectione sumatur punctum aliquod  $H$ , et per  $H$  rectis  $\Gamma A, AB$  parallelae ducantur  $H\Gamma, H\Theta$ ,



fiatque  $\Gamma H \times H\Theta = AE \times EZ$ , et ducatur  $AZ$  producatumque; concurret igitur cum sectione [prop. II].

concurrat in  $K$ , et rectis  $\Gamma A, AB$  parallelae per  $K$  ducantur  $KA, K\Delta$ ; itaque  $\Gamma H \times H\Theta = AK \times K\Delta$  [prop. XII]. supposuimus autem, esse etiam  $\Gamma H \times H\Theta = AE \times EZ$ .

itaque erit  $\Delta K \times K\Delta = AE \times EZ = KA \times \Delta A$  [Eucl. I, 34]; quod fieri non potest; est enim et

Figura in V v imperfecta est.

ἀδύνατον· μείζων γάρ ἐστι καὶ ἡ  $ΚΑ$  τῆς  $ΕΖ$  καὶ ἡ  $ΑΑ$  τῆς  $ΑΕ$ . συμπεσεῖται ἄρα ἡ  $ΕΖ$  τῇ τομῇ.

συμπιπτέτω κατὰ τὸ  $Μ$ .

λέγω δὴ, ὅτι κατ' ἄλλο οὐ συμπεσεῖται. εἰ γὰρ  
5 δυνατόν, συμπιπτέτω καὶ κατὰ τὸ  $Ν$ , καὶ διὰ τῶν  $Μ, Ν$   
τῇ  $ΓΑ$  παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ  $ΜΞ, ΝΒ$ . τὸ ἄρα  
ὑπὸ  $ΕΜΞ$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $ΕΝΒ$ . ὅπερ ἀδύνατον.  
οὐκ ἄρα καθ' ἕτερον σημεῖον συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

ιδ'.

10 Αἱ ἀσύμπτωτοι καὶ ἡ τομῇ εἰς ἄπειρον ἐκβαλλό-  
μεναι ἔγγιον τε προσάγουσιν ἑαυταῖς καὶ παντὸς τοῦ  
δοθέντος διαστήματος εἰς ἕλαττον ἀφικνοῦνται διά-  
στημα.

ἔστω ὑπερβολή, ἧς ἀσύμπτωτοι αἱ  $ΑΒ, ΑΓ$ , δοθὲν  
15 δὲ διάστημα τὸ  $Κ$ . λέγω, ὅτι αἱ  $ΑΒ, ΑΓ$  καὶ ἡ τομῇ  
ἐκβαλλόμεναι ἔγγιον τε προσάγουσιν ἑαυταῖς καὶ εἰς  
ἕλασσον ἀφίξονται διάστημα τοῦ  $Κ$ .

ἤχθωσαν γὰρ τῇ ἐφαπτομένῃ παράλληλοι αἱ  $ΕΘΖ,$   
 $ΓΗΔ$ , καὶ ἐπεξέυχθω ἡ  $ΑΘ$  καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ  $Ξ$ .  
20 ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ  $ΓΗΔ$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $ΖΘΕ$ , ἔστιν  
ἄρα, ὡς ἡ  $ΔΗ$  πρὸς  $ΖΘ$ , ἡ  $ΘΕ$  πρὸς  $ΓΗ$ . μείζων  
δὲ ἡ  $ΔΗ$  τῆς  $ΖΘ$ . μείζων ἄρα καὶ ἡ  $ΕΘ$  τῆς  $ΓΗ$ .  
ὁμοίως δὴ δεῖξομεν, ὅτι καὶ αἱ κατὰ τὸ ἐξῆς ἐλάττονές  
εἰσιν.

25 εἰλήφθω δὲ τοῦ  $Κ$  διαστήματος ἕλαττον τὸ  $ΕΑ$ ,  
καὶ διὰ τοῦ  $Α$  τῇ  $ΑΓ$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $ΑΝ$ . συμ-

4. ὅτι] addidi; om. V. 5. καί] (pr.) om. cp. 7.  $ΕΜΞ$ ] c,  
 $Ξ$  corr. ex Z m. 1 V. 19.  $ΑΘ$ ] p,  $Α$  incertum V,  $ΕΘ$  c. 23.  
ἕλαττον V; corr. p.



πεσεῖται ἄρα τῇ τομῇ. συμπιπτέτω κατὰ τὸ  $N$ , καὶ διὰ τοῦ  $N$  τῇ  $EZ$  παράλληλος ἤχθω ἢ  $MNB$ . ἢ ἄρα  $MN$  ἴση ἐστὶ τῇ  $EA$  καὶ διὰ τοῦτο ἐλάττων τῆς  $K$ .

· πόρισμα.

- 5 ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι πασῶν τῶν ἀσυμπτῶτων τῇ τομῇ ἔγγιόν εἰσιν αἱ  $AB$ ,  $AG$ , καὶ ἡ ὑπὸ τῶν  $BAG$  περιεχομένη γωνία ἐλάσσων ἐστὶ δηλαδὴ τῆς ὑπὸ ἐτέρων ἀσυμπτῶτων τῇ τομῇ περιεχομένης.

ιε'.

- 10 Τῶν ἀντικειμένων τομῶν κοιναὶ εἰσιν αἱ ἀσύμπτωτοι.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι τομαί, ὧν διάμετρος ἢ  $AB$ , κέντρον δὲ τὸ  $\Gamma$ . λέγω, ὅτι τῶν  $A$ ,  $B$  τομῶν κοιναὶ εἰσιν αἱ ἀσύμπτωτοι.

- 15 ἤχθωσαν διὰ τῶν  $A$ ,  $B$  σημείων ἐφαπτόμεναι τῶν τομῶν αἱ  $\Delta AE$ ,  $ZBH$  παράλληλοι ἄρα εἰσίν. ἀπειλήφθω δὴ ἐκάστη τῶν  $\Delta A$ ,  $AE$ ,  $ZB$ ,  $BH$  ἴσον δυναμένη τῶ τετάρτῳ τοῦ παρὰ τὴν  $AB$  εἰδους· ἴσαι ἄρα αἱ  $\Delta A$ ,  $AE$ ,  $ZB$ ,  $BH$ . ἐπεξεύχθωσαν δὴ αἱ  
20  $\Gamma\Delta$ ,  $\Gamma E$ ,  $\Gamma Z$ ,  $\Gamma H$ . φανερόν δὴ, ὅτι ἐπ' εὐθείας ἐστὶν ἢ  $\Delta\Gamma$  τῇ  $\Gamma H$  καὶ ἢ  $\Gamma E$  τῇ  $\Gamma Z$  διὰ τὰς παραλλήλους. ἐπεὶ οὖν ὑπερβολὴ ἐστίν, ἣς διάμετρος ἢ  $AB$ , ἐφαπτομένη δὲ ἢ  $\Delta E$ , καὶ ἐκατέρα τῶν  $\Delta A$ ,  $AE$  δύναται τὸ τέταρτον τοῦ παρὰ τὴν  $AB$  εἰδους, ἀσύμπτωτοι  
25 ἄρα εἰσίν αἱ  $\Delta\Gamma$ ,  $\Gamma E$ . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τῇ  $B$  ἀσύμπτωτοί εἰσιν αἱ  $Z\Gamma$ ,  $\Gamma H$ . τῶν ἀντικειμένων ἄρα κοιναὶ εἰσιν ἀσύμπτωτοι.

2.  $MNB$ ]  $NMB$  V; corr. p. 4. πόρισμα] om. V. 5. ἀσυμπτῶτων] c, á- supra scr. m. 1 V. 21.  $\Gamma Z$ ]  $EZ$  V, corr. p.

ducatur  $AN$ ; concurret igitur cum sectione [prop. XIII]. concurrat in  $N$ , et per  $N$  rectae  $EZ$  parallela ducatur  $MNB$ . ergo erit [Eucl. I, 34]  $MN = EA < K$ .

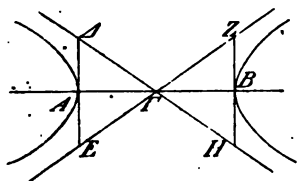
Corollarium.

Iam hinc manifestum est, omnibus rectis cum sectione non concurrentibus propiores esse  $AB$ ,  $A\Gamma$ , et proinde angulum  $B\Lambda\Gamma$  minorem esse quouis angulo ab aliis rectis cum sectione non concurrentibus comprehenso.

XV.

Sectionum oppositarum communes sunt asymptotae. sint sectiones oppositae, quarum diametrus sit  $AB$ , centrum autem  $\Gamma$ . dico, sectionum  $A$ ,  $B$  communes esse asymptotas.

per puncta  $A$ ,  $B$  sectiones contingentes ducantur  $\Delta AE$ ,  $ZBH$ ; parallelae igitur sunt [prop. V]. ponantur



igitur  $\Delta A$ ,  $AE$ ,  $ZB$ ,  $BH$  singulae quartae parti figurae rectae  $AB$  adplicatae aequales quadratae; est igitur  $\Delta A = AE = ZB = BH$ . iam ducantur  $\Gamma\Delta$ ,  $\Gamma E$ ,  $\Gamma Z$ ,

$\Gamma H$ . manifestum igitur est propter parallelas [Eucl. I, 33], in eadem recta esse  $\Delta\Gamma$ ,  $\Gamma H$  et  $\Gamma E$ ,  $\Gamma Z$ . iam quoniam hyperbola est, cuius diametrus est  $AB$ , contingens autem  $\Delta E$ ; et utraque  $\Delta A$ ,  $AE$  quartae parti figurae rectae  $AB$  adplicatae quadrata aequalis est, asymptotae sunt  $\Delta\Gamma$ ,  $\Gamma E$  [prop. I]. eadem igitur de causa sectionis  $B$  asymptotae sunt  $Z\Gamma$ ,  $\Gamma H$ . ergo oppositarum communes sunt asymptotae.

15'.

Ἐὰν ἐν ἀντικειμέναις ἀχθῆ τις εὐθεῖα τέμνουσα  
ἐκατέραν τῶν περιεχοῦσῶν τὴν ἐφεξῆς γωνίαν τῶν  
περιεχοῦσῶν τὰς τομάς, συμπεσεῖται ἐκατέρῃ τῶν ἀντι-  
5 κειμένων καθ' ἓν μόνον σημεῖον, καὶ αἱ ἀπολαμβανό-  
μεναι ἀπ' αὐτῆς ὑπὸ τῶν τομῶν πρὸς ταῖς ἀσύμπτωτοις  
ἴσαι ἔσονται.

ἔστωσαν γὰρ ἀντικείμεναι αἱ  $A, B$ , ὧν κέντρον μὲν  
τὸ  $\Gamma$ , ἀσύμπτωτοι δὲ αἱ  $\Delta\Gamma H, E\Gamma Z$ , καὶ διήχθω τις  
10 εὐθεῖα τέμνουσα ἐκατέραν τῶν  $\Delta\Gamma, \Gamma Z$  ἢ  $\Theta K$ . λέγω,  
ὅτι ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται ἐκατέρῃ τῶν τομῶν καθ'  
ἓν σημεῖον μόνον.

ἐπεὶ γὰρ τῆς  $A$  τομῆς ἀσύμπτωτοί εἰσιν αἱ  $\Delta\Gamma, \Gamma E$ ,  
καὶ διήκται τις εὐθεῖα ἢ  $\Theta K$  τέμνουσα ἐκατέραν τῶν  
15 περιεχοῦσῶν τὴν ἐφεξῆς γωνίαν τὴν ὑπὸ  $\Delta\Gamma Z$ , ἢ  $K\Theta$   
ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ τομῇ. ὁμοίως δὴ  
καὶ τῇ  $B$ .

συμπιπτέτω κατὰ τὰ  $A, M$ .

ἤχθω διὰ τοῦ  $\Gamma$  τῇ  $AM$  παράλληλος ἢ  $A\Gamma B$ . ἴσον  
20 ἄρα ἐστὶ τὸ μὲν ὑπὸ  $K\Lambda\Theta$  τῷ ἀπὸ  $A\Gamma$ , τὸ δὲ ὑπὸ  
 $\Theta MK$  τῷ ἀπὸ  $\Gamma B$ . ὥστε καὶ τὸ ὑπὸ  $K\Lambda\Theta$  τῷ ὑπὸ  
 $\Theta MK$  ἐστὶν ἴσον, καὶ ἢ  $\Lambda\Theta$  τῇ  $KM$ .

15'.

Τῶν κατὰ συζυγίαν ἀντικειμένων κοιναὶ εἰσιν αἱ  
25 ἀσύμπτωτοι.

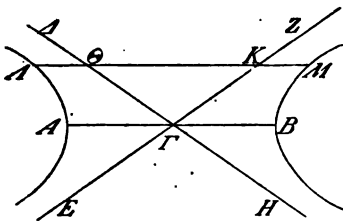
ἔστωσαν συζυγεῖς ἀντικείμεναι, ὧν αἱ διάμετροι  
συζυγεῖς αἱ  $AB, \Gamma\Delta$ , κέντρον δὲ τὸ  $E$ . λέγω, ὅτι  
κοιναὶ αὐτῶν εἰσιν αἱ ἀσύμπτωτοι.

9.  $\Delta\Gamma H, E\Gamma Z$ ]  $\Delta\Gamma$  ἢ  $EZ$  V; corr. p. 10.  $\Gamma Z$ ] c, corr.  
ex  $\Delta Z$  m. 1 V. 18.  $\tau\acute{\alpha}$ ] τό V; corr. p.

XVI.

Si in oppositis recta ducitur utramque rectam secans, quae angulum angulis sectiones continentibus deinceps positum comprehendunt, cum utraque opposita in uno solo puncto concurreret, et rectae ex ea a sectionibus ad asymptotas abscissae aequales erunt.

sint enim oppositae  $A, B$ , quarum centrum sit  $\Gamma$ ; asymptotae autem  $\Delta\Gamma H, E\Gamma Z$  [prop. XV], ducaturque



recta aliqua  $\Theta K$  utramque  $\Delta\Gamma, \Gamma Z$  secans. dico, eam productam cum utraque sectione in uno solo puncto concurrere.

nam quoniam sectionis  $A$  asymptotae sunt  $\Delta\Gamma, \Gamma E$ , et ducta est recta aliqua  $\Theta K$  utramque rectarum angulum  $\Delta\Gamma Z$  deinceps positum comprehendentium secans,  $K\Theta$  producta cum sectione concurreret [prop. XI]. similiter igitur etiam cum  $B$  concurreret.

concurrat in  $A, M$ .

per  $\Gamma$  rectae  $AM$  parallela ducatur  $A\Gamma B$ ; itaque [prop. XI]  $KA \times A\Theta = A\Gamma^2$ ,  $\Theta M \times MK = \Gamma B^2$ . quare etiam  $KA \times A\Theta = \Theta M \times MK$  et  $A\Theta = KM$ .

XVII.

Oppositarum coniugatarum communes sunt asymptotae.

sint oppositae coniugatae, quarum diametri coniugatae sint  $AB, \Gamma A$ , centrum autem  $E$ . dico, earum asymptotas communes esse.

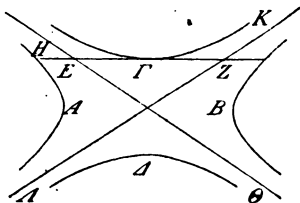
ἤχθωσαν γὰρ ἐφαπτόμεναι τῶν τομῶν διὰ τῶν  
 $A, B, \Gamma, \Delta$  σημείων αἱ  $ZAH, H\Delta\Theta, \Theta BK, K\Gamma Z$   
 παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ  $ZH\Theta K$ . ἐπεξεύχθωσαν  
 οὖν αἱ  $ZE\Theta, KEH$  εὐθεῖαι ἄρα εἰσὶ καὶ διάμετροι  
 5 τοῦ παραλληλογράμμου, καὶ δίχα τέμνονται πᾶσαι  
 κατὰ τὸ  $E$  σημεῖον. καὶ ἐπεὶ τὸ πρὸς τῇ  $AB$  εἶδος  
 ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς  $\Gamma\Delta$  τετραγώνῳ, ἴση δὲ ἡ  $\Gamma E$   
 τῇ  $E\Delta$ , ἕκαστον ἄρα τῶν ἀπὸ  $ZA, AH, KB, B\Theta$   
 τέταρτόν ἐστι τοῦ πρὸς τῇ  $AB$  εἶδους. ἀσύμπτωτοι  
 10 ἄρα εἰσὶ τῶν  $A, B$  τομῶν αἱ  $ZE\Theta, KEH$ . ὁμοίως  
 δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ τῶν  $\Gamma, \Delta$  τομῶν αἱ αὐταὶ εἰσιν  
 ἀσύμπτωτοι. τῶν ἄρα κατὰ συζυγίαν ἀντικειμένων  
 κοιναὶ εἰσιν ἀσύμπτωτοι.

ιη'.

15 Ἐὰν μιᾷ τῶν κατὰ συζυγίαν ἀντικειμένων συμ-  
 πύπτουσα εὐθεῖα ἐκβαλλομένη ἐφ' ἑκάτερα ἐκτὸς πίπτῃ  
 τῆς τομῆς, συμπεσεῖται ἑκα-  
 τέρα τῶν ἐφεξῆς τομῶν καθ'  
 ἓν μόνον σημεῖον.

20 ἔστωσαν κατὰ συζυγίαν  
 ἀντικείμεναι τομαὶ αἱ  $A, B,$   
 $\Gamma, \Delta$ , καὶ τῇ  $\Gamma$  τις εὐθεῖα  
 συμπιπτέτω ἢ  $EZ$  καὶ ἐκ-  
 βαλλομένη ἐφ' ἑκάτερα ἐκτὸς πιπτέτω τῆς τομῆς. λέγω,  
 25 ὅτι συμπεσεῖται ἑκατέρα τῶν  $A, B$  τομῶν καθ' ἓν  
 μόνον σημεῖον.

ἔστωσαν γὰρ ἀσύμπτωτοι τῶν τομῶν αἱ  $H\Theta, K\Lambda$ .

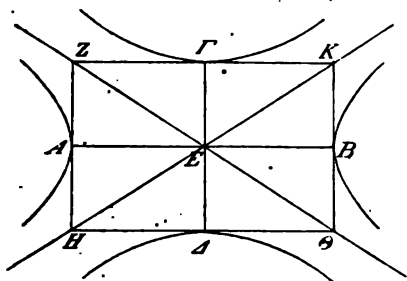


8. ἀπό] ὑπό V; corr. Memus.  
 Paris. gr. 2356; ξὰν ἐν cp.  
 m. 1 V.

15. Ἐὰν] ἐν V; corr.  
 16. πίπτῃ] c, corr. ex πίη



nam sectionem contingentes per puncta  $A, B, \Gamma, \Delta$  ducantur  $ZAH, H\Delta\Theta, \Theta BK, K\Gamma Z$ ; parallelogrammum igitur est  $ZH\Theta K$  [prop. V]. ducantur igitur



$ZE\Theta, KEH$ ; rectae igitur sunt diametri- que parallelogrammi, et in puncto  $E$  omnes in binas partes aequales secantur [cfr. prop. XV]. et quoniam figura rectae  $AB$  adplicata

aequalis est  $\Gamma\Delta^2$  [I, 56], et  $\Gamma E = E\Delta$ , singula quadrata  $Z\Delta^2, AH^2, KB^2, B\Theta^2$  quarta pars sunt figurae ad  $AB$  adplicatae. itaque  $ZE\Theta, KEH$  asymptotae sunt sectionum  $A, B$  [prop. I]. iam similiter demonstrabimus, easdem etiam sectionum  $\Gamma, \Delta$  asymptotas esse. ergo oppositarum coniugarum communes sunt asymptotae.

XVIII.

Si recta cum una oppositarum coniugarum concurrans in utramque partem producta extra sectionem cadit, cum utraque deinceps positaram sectionum in uno solo puncto concurret.

sint sectiones oppositae coniugatae  $A, B, \Gamma, \Delta$ , et cum  $\Gamma$  recta aliqua  $EZ$  concurrat productaque in utramque partem extra sectionem cadat. dico, eam cum utraque sectione  $A, B$  in uno solo puncto concurrere.

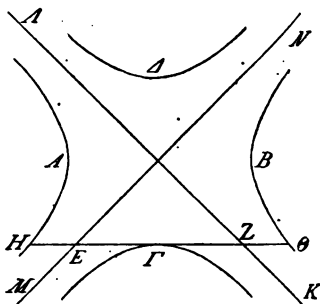
sint enim  $H\Theta, KA$  asymptotae sectionum...

ἡ  $EZ$  ἄρα συμπίπτει ἐκατέρα τῶν  $H\Theta$ ,  $ΚΑ$ . φανερόν οὖν, ὡς καὶ ταῖς  $A$ ,  $B$  τομαῖς συμπεσεῖται καθ' ἓν μόνον σημεῖον.

ιδ'.

5 Ἐὰν τῶν κατὰ συζυγίαν ἀντικειμένων ἀχθῆ τις εὐθεῖα ἐπιψαύουσα, ἧς ἔτυχε τῶν τόμων, συμπεσεῖται ταῖς ἐφεξῆς τομαῖς καὶ δίχα τμηθήσεται κατὰ τὴν ἀφήν.

ἔστωσαν κατὰ συζυγίαν  
10 ἀντικείμεναι αἱ  $A, B, Γ, Δ$ , καὶ τῆς  $Γ$  ἐφαπτέσθω τις εὐθεῖα ἡ  $ΕΓΖ$ . λέγω, ὅτι ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται ταῖς  $A, B$  τομαῖς καὶ δίχα  
15 τμηθήσεται κατὰ τὸ  $Γ$ .



ὅτι μὲν οὖν συμπεσεῖται  
ταῖς  $A, B$  τομαῖς, φανερόν· συμπίπτειω κατὰ τὰ  $H, \Theta$ .  
λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ  $ΓΗ$  τῇ  $Γ\Theta$ .

ἠχθωσαν γὰρ αἱ ἀσύμπτωτοι τῶν τομῶν αἱ  
20  $ΚΑ, ΜΝ$ . ἴση ἄρα ἡ  $ΕΗ$  τῇ  $Ζ\Theta$  καὶ ἡ  $ΓΕ$  τῇ  $ΓΖ$ , καὶ ὅλη ἡ  $ΓΗ$  τῇ  $Γ\Theta$  ἐστὶν ἴση.

κ'.

Ἐὰν μιᾶς τῶν κατὰ συζυγίαν ἀντικειμένων εὐθεῖα ἐφαπτήται, καὶ διὰ τοῦ κέντρου αὐτῶν ἀχθῶσι δύο  
25 εὐθεῖαι, ὧν ἡ μὲν διὰ τῆς ἀφῆς, ἡ δὲ παρὰ τὴν ἐφαπτομένην, ἕως οὗ συμπέσῃ μιᾶ τῶν ἐφεξῆς τομῶν, ἡ κατὰ τὴν σύμπτωσιν ἐφαπτομένη τῆς τομῆς εὐθεῖα παράλληλος ἐστὶ τῇ διὰ τῆς ἀφῆς καὶ τοῦ κέντρου

12.  $ΕΓΖ$ ] scripsi;  $ΓΕΖ$  Vp. 25. ἡ] (alt.) c, ἡ ἡ V, ἡ ἡ p. 27. κατὰ] κατὰ τὰ V; corr. pc.

$EZ$  cum utraque  $H\Theta$ ,  $KA$  concurrat [prop. III]. manifestum igitur, eam etiam cum sectionibus  $A$ ,  $B$  in uno solo puncto concurrere [prop. XVI].

## XIX.

Si in oppositis coniugatis recta aliqua ducitur quamlibet sectionum contingens, cum sectionibus deinceps positus concurrat et in puncto contactus in duas partes aequales secabitur.

sint  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ ,  $\Delta$  oppositae coniugatae, et sectionem  $\Gamma$  contingat recta aliqua  $E\Gamma Z$ . dico, eam productam cum sectionibus  $A$ ,  $B$  concurrere et in  $\Gamma$  in duas partes aequales secari.

iam eam cum sectionibus  $A$ ,  $B$  concurrere, manifestum est [prop. XVIII]. concurrat in  $H$ ,  $\Theta$ .

dico, esse  $\Gamma H = \Gamma \Theta$ .

ducantur enim asymptotae sectionum  $KA$ ,  $MN$ . itaque  $EH = Z\Theta$  [prop. XVI],  $\Gamma E = \Gamma Z$  [prop. III] et  $\Gamma H = \Gamma \Theta$ .

## XX.

Si recta unam oppositarum coniugarum contingit, et per centrum earum duae rectae ducuntur, quarum altera per punctum contactus, altera contingenti parallela est, dum cum altera sectionum deinceps positarum conueniat, recta in puncto concursus sectionem contingens rectae per punctum contactus centrumque ductae parallela erit, rectae autem per puncta contactus centrumque ductae diametri coniugatae oppositarum erunt.

sint oppositae coniugatae, quarum diametri coniugatae sint  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$ , centrum autem  $X$ , et sectionem

ἡγμένη, αἱ δὲ διὰ τῶν ἀφῶν καὶ τοῦ κέντρού συζυγεῖς ἔσονται διάμετροι τῶν ἀντικειμένων.

ἔστωσαν κατὰ συζυγίαν ἀντικείμεναι, ὧν διάμετροι συζυγεῖς αἱ  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$ , κέντρον δὲ τὸ  $X$ , καὶ τῆς  $A$   
 5 τομῆς ἡχθῶ ἐφαπτομένη ἡ  $EZ$  καὶ ἐκβληθεῖσα συμ-  
 πιπτέτω τῇ  $\Gamma X$  κατὰ τὸ  $T$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $EX$  καὶ  
 ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ  $\Xi$ , καὶ διὰ τοῦ  $X$  τῇ  $EZ$  παρά-  
 ληλος ἡχθῶ ἡ  $XH$ , καὶ διὰ τοῦ  $H$  ἐφαπτομένη τῆς  
 τομῆς ἡχθῶ ἡ  $\Theta H$ . λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστὶν ἡ  
 10  $\Theta H$  τῇ  $XE$ , αἱ δὲ  $HO$ ,  $E\Xi$  συζυγεῖς εἰσὶ διάμετροι.

ἡχθῶσαν γὰρ τεταγμένως αἱ  $KE$ ,  $HA$ ,  $\Gamma\Pi$ ,  
 παρ' αἷς δὲ δύνανται αἱ καταγόμεναι, ἔστωσαν αἱ  
 $AM$ ,  $\Gamma N$ . ἐπεὶ οὖν ἐστὶν, ὡς ἡ  $BA$  πρὸς  $AM$ , ἡ  
 $N\Gamma$  πρὸς  $\Gamma\Delta$ , ἀλλ' ὡς μὲν ἡ  $BA$  πρὸς  $AM$ , τὸ ὑπὸ  
 15  $XKZ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $KE$ , ὡς δὲ ἡ  $N\Gamma$  πρὸς  $\Gamma\Delta$ , τὸ  
 ἀπὸ  $HA$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $X\Lambda\Theta$ , καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  
 $XKZ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $EK$ , τὸ ἀπὸ  $HA$  πρὸς τὸ ὑπὸ  
 $X\Lambda\Theta$ . ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ  $XKZ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $KE$  τὸν  
 συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ τοῦ τῆς  $XK$  πρὸς  $KE$   
 20 καὶ τοῦ τῆς  $ZK$  πρὸς  $KE$ , τὸ δὲ ἀπὸ  $HA$  πρὸς τὸ  
 ὑπὸ  $X\Lambda\Theta$  τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ τοῦ, ὃν ἔχει  
 ἡ  $HA$  πρὸς  $AX$ , καὶ ἡ  $HA$  πρὸς  $\Lambda\Theta$ . ὁ ἄρα συγ-  
 κείμενος λόγος ἐκ τοῦ τῆς  $XK$  πρὸς  $KE$  καὶ τῆς  $ZK$   
 πρὸς  $KE$  ὁ αὐτός ἐστι τῷ συγκειμένῳ λόγῳ ἐκ τοῦ τῆς  
 25  $HA$  πρὸς  $AX$  καὶ τοῦ τῆς  $HA$  πρὸς  $\Lambda\Theta$ . ὧν ὁ τῆς  $ZK$   
 πρὸς  $KE$  λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς  $HA$  πρὸς  $AX$  λόγῳ.  
 ἐκάστη γὰρ τῶν  $EK$ ,  $KZ$ ,  $ZE$  ἐκάστη τῶν  $X\Lambda$ ,  $\Lambda H$ ,  $HX$   
 παράλληλός ἐστι. λοιπὸς ἄρα ὁ τῆς  $XK$  πρὸς  $KE$

6. τό] p, om. V, add. e corr. vc. 9. ἐστι V; corr. pc.

10.  $E\Xi$ ]  $EZ\Xi$  V; corr. p? ( $\xi\xi$ ?). 15. ἡ] c, e corr. m. 1 V.



- λόγος ὁ αὐτός ἐστὶ τῷ τῆς  $ΗΑ$  πρὸς  $ΑΘ$ . καὶ περὶ  
 ἴσας γωνίας τὰς πρὸς τοῖς  $K, Α$  ἀνάλογόν εἰσιν αἱ  
 πλευραί· ὁμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ  $EΚΧ$  τρίγωνον τῷ  
 $HΘΑ$  καὶ ἴσας ἔξει τὰς γωνίας, ὑφ' αἷς αἱ ὁμόλογοι  
 5 πλευραὶ ὑποτείνουσιν. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $EΚΧ$   
 τῆ ὑπὸ  $ΑΗΘ$ . ἐστὶ δὲ καὶ ὅλη ἡ ὑπὸ  $KΧΗ$  τῆ ὑπὸ  
 $ΑΗΧ$  ἴση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ  $EΧΗ$  τῆ ὑπὸ  
 $ΘΗΧ$  ἐστὶν ἴση. παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ  $EΧ$   
 τῆ  $HΘ$ .
- 10 πεποιήσθω δὴ, ὡς ἡ  $ΠΗ$  πρὸς  $ΗΡ$ , οὕτως ἡ  $ΘΗ$   
 πρὸς  $Σ$ · ἡ  $Σ$  ἄρα ἡμίσειά ἐστὶ τῆς παρ' ἣν δύνανται  
 αἱ ἐπὶ τὴν  $ΗΟ$  διάμετρον καταγόμεναι ἐν ταῖς  $Γ, Α$   
 τομαῖς. καὶ ἐπεὶ τῶν  $A, Β$  τομῶν δευτέρα διάμετρος  
 ἐστὶν ἡ  $ΓΑ$ , καὶ συμπύπτει αὐτῇ ἡ  $ΕΤ$ , τὸ ἄρα ὑπὸ  
 15 τῆς  $ΤΧ$  καὶ τῆς  $EΚ$  ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ  $ΓΧ$ · ἐὰν γὰρ  
 ἀπὸ τοῦ  $E$  τῆ  $KΧ$  παράλληλον ἄγωμεν, τὸ ὑπὸ τῆς  
 $ΤΧ$  καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπὸ τῆς παραλλήλου  
 ἴσον ἔσται τῷ ἀπὸ  $ΓΧ$ . διὰ δὲ τοῦτο ἐστὶν, ὡς ἡ  
 $ΤΧ$  πρὸς  $EΚ$ , τὸ ἀπὸ  $ΤΧ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΧΓ$ . ἀλλ'  
 20 ὡς μὲν ἡ  $ΤΧ$  πρὸς  $EΚ$ , ἡ  $ΤΖ$  πρὸς  $ΖΕ$ , τουτέστι  
 τὸ  $ΤΧΖ$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $EΖΧ$ , ὡς δὲ τὸ ἀπὸ  $ΤΧ$   
 πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΓΧ$ , τὸ  $ΧΤΖ$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $ΧΓΠ$ ,  
 τουτέστι πρὸς τὸ  $HΘΧ$ . ὡς ἄρα τὸ  $ΤΧΖ$  πρὸς τὸ  
 $EΖΧ$ , τὸ  $ΤΖΧ$  πρὸς τὸ  $ΧΗΘ$ . ἴσον ἄρα τὸ  $HΘΧ$   
 25 τρίγωνον τῷ  $ΧΕΖ$ . ἔχει δὲ καὶ τὴν ὑπὸ  $ΘΗΧ$   
 γωνίαν τῆ ὑπὸ  $ΧΕΖ$  γωνία ἴσην· παράλληλος γὰρ ἐστὶν  
 ἡ μὲν  $EΧ$  τῆ  $HΘ$ , ἡ δὲ  $EΖ$  τῆ  $ΗΧ$ . ἀντιπεπόνθασιν  
 ἄρα αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας. ἐστὶν ἄρα

10. πεποιείσθω V; corr. p.c. 14. συμπύπτει V; corr. p. 16.  
 ἄγωμεν] ἀγομένην V; corr. Halley; ἀγάγωμεν p. 26. ὑπό] p,  
 om. V. ἴσην] om. V; corr. p.

et latera angulos aequales ad  $K, A$  positos comprehendentia proportionalia sunt; similes igitur sunt trianguli  $EKX, H\Theta A$  et angulos aequales habebunt, sub quibus latera correspondentia subtendunt [Eucl. VI, 6]. erit igitur  $\angle EXK = \angle AH\Theta$ . est autem etiam

$$\angle KXH = \angle AHX \text{ [Eucl. I, 29];}$$

quare etiam  $\angle EXH = \angle \Theta HX$ . ergo  $EX$  rectae  $H\Theta$  parallela est [Eucl. I, 27].

iam fiat  $\Pi H : HP = \Theta H : \Sigma$ . itaque  $\Sigma$  dimidia est parametrus diametri  $HO$  in sectionibus  $\Gamma, A$  [I, 51]. et quoniam sectionum  $A, B$  altera diametrus est  $\Gamma A$  [I, 56], et cum ea concurrat  $ET$ , erit

$$TX \times EK = \Gamma X^2;$$

nam si ab  $E$  rectam rectae  $KX$  parallelam duxerimus, rectangulum comprehensum recta  $TX$  rectaque a parallela abscisa aequale erit quadrato  $\Gamma X$  [I, 38]. propterea autem est  $TX : EK = TX^2 : X\Gamma^2$  [Eucl. VI, 17; V def. 9]. est autem [Eucl. VI, 4]

$TX : EK = TZ : ZE = \triangle TXZ : EZX$  [Eucl. VI, 1], et [Eucl. VI, 19]

$TX^2 : \Gamma X^2 = XTZ : X\Gamma\Pi = XTZ : H\Theta X$  [u. I, 43]. itaque  $TXZ : EZX = TZ X : XH\Theta$ . quare [Eucl. V, 9]  $H\Theta X = XEZ$ . habent autem etiam  $\angle \Theta HX = XEZ$  [Eucl. I, 29]; nam parallelae sunt  $EX, H\Theta$  et  $EZ, HX$ . itaque latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportione sunt [Eucl. VI, 15]; est igitur  $H\Theta : EX = EZ : HX$ ; quare [Eucl. VI, 16]

$$\Theta H \times HX = XE \times EZ.$$

et quoniam est  $\Sigma : \Theta H = PH : H\Pi$ , et

$$PH : H\Pi = XE : EZ \text{ [Eucl. VI, 4]}$$

(parallelae enim sunt), erit etiam  $\Sigma : \Theta H = XE : EZ$ .

ὡς ἡ  $H\Theta$  πρὸς τὴν  $EX$ , ἡ  $EZ$  πρὸς τὴν  $HX$ . ἴσον  
 ἄρα τὸ ὑπὸ  $\Theta HX$  τῷ ὑπὸ  $XEZ$ . καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς  
 ἡ  $\Sigma$  πρὸς τὴν  $\Theta H$ , ἡ  $PH$  πρὸς  $HP$ , ὡς δὲ ἡ  $PH$   
 πρὸς  $HP$ , ἡ  $XE$  πρὸς  $EZ$ : παράλληλοι γάρ· καὶ  
 5 ὡς ἄρα ἡ  $\Sigma$  πρὸς τὴν  $\Theta H$ , ἡ  $XE$  πρὸς  $EZ$ . ἀλλ'  
 ὡς μὲν ἡ  $\Sigma$  πρὸς  $\Theta H$ , τῆς  $XH$  κοινοῦ ὕψους λαμ-  
 βανομένης τὸ ὑπὸ  $\Sigma$ ,  $XH$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Theta HX$ , ὡς δὲ  
 ἡ  $XE$  πρὸς  $EZ$ , τὸ ἀπὸ  $XE$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $XEZ$ . καὶ  
 ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $\Sigma$ ,  $XH$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Theta HX$ , τὸ ἀπὸ  
 10  $XE$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $XEZ$ . ἐναλλάξ, ὡς τὸ ὑπὸ  $\Sigma$ ,  $HX$   
 πρὸς τὸ ἀπὸ  $EX$ , τὸ ὑπὸ  $\Theta HX$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $ZEX$ .  
 ἴσον δὲ τὸ ὑπὸ  $\Theta HX$  τῷ ὑπὸ  $XEZ$ : ἴσον ἄρα καὶ  
 τὸ ὑπὸ  $\Sigma$ ,  $HX$  τῷ ἀπὸ  $EX$ . καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ὑπὸ  
 $\Sigma$ ,  $HX$  τέταρτον τοῦ παρὰ τὴν  $HO$  εἰδους· ἢ τε  
 15 γὰρ  $HX$  τῆς  $HO$  ἐστὶν ἡμίσεια, καὶ ἡ  $\Sigma$  τῆς παρ'  
 ἦν δύνανται· τὸ δὲ ἀπὸ  $EX$  τέταρτον τοῦ ἀπὸ τῆς  
 $E\Xi$ . ἴση γὰρ ἡ  $EX$  τῇ  $X\Xi$ . τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς  $E\Xi$   
 ἴσον ἐστὶ τῷ πρὸς τῇ  $HO$  εἶδει. ὁμοίως δὲ δείξομεν,  
 ὅτι καὶ ἡ  $HO$  δύναται τὸ παρὰ τὴν  $E\Xi$  εἶδος. αἱ  
 20 ἄρα  $E\Xi$ ,  $HO$  συζυγεῖς εἰσι διάμετροι τῶν  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ ,  $\Delta$   
 ἀντικειμένων.

κα'.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων δεικτέον, ὅτι ἡ σύμπτωσις  
 τῶν ἐφαπτομένων πρὸς μίαν τῶν ἀσυμπτῶτων ἐστίν.  
 25 ἔστωσαν κατὰ συζυγίαν ἀντικείμενα τομαί, ὧν αἱ  
 διάμετροι αἱ  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$ , καὶ ἐφαπτόμεναι ἠχθῶσαν  
 αἱ  $AE$ ,  $E\Gamma$ . λέγω, ὅτι το  $E$  σημεῖον πρὸς τῇ ἀσυμ-  
 πτώτῳ ἐστίν.

1. ἡ] (pr.) om. V; corr. p. ἡ] (alt.) τῇ  $H\Theta$  ἢ V; corr. p.  
 11.  $ZEX$ ] c, E e corr. m. 1 V. 15. ἡ  $\Sigma$ ] ἡς V; corr. p.  
 19. ἡ] om. V; corr. p. 20.  $HO$ ]  $HO\Sigma$  V; corr. p. 24.  
 μίαν] μιᾶ? 25. τομαί] pν, αἱ τομαί c et deleto αἱ V.



est autem, communi altitudine sumpta  $XH$ ,

$$\Sigma : \Theta H = \Sigma \times XH : \Theta H \times HX,$$

et  $XE : EZ = XE^2 : XE \times EZ$ . quare etiam

$$\Sigma \times XH : \Theta H \times HX = XE^2 : XE \times EZ.$$

permutando [Eucl. V, 16]

$$\Sigma \times XH : EX^2 = \Theta H \times HX : ZE \times EX.$$

uerum  $\Theta H \times HX = XE \times EZ$ . quare etiam [Eucl. V, 14]

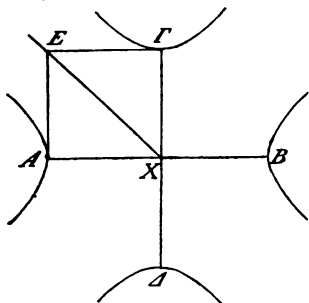
$\Sigma \times HX = EX^2$ . et  $\Sigma \times HX$  quarta pars est figuræ rectæ  $HO$  adplicatæ; nam et  $HX$  rectæ  $HO$  [I, 30] et  $\Sigma$  parametri dimidia est; et

$$EX^2 = \frac{1}{4} E\Xi^2;$$

nam  $EX = X\Xi$  [I, 30]. itaque  $E\Xi^2$  æquale est figuræ rectæ  $HO$  adplicatæ. iam similiter demonstrabimus, etiam  $HO$  quadratam æqualem esse figuræ rectæ  $E\Xi$  adplicatæ. ergo  $E\Xi$ ,  $HO$  diametri coniugatæ sunt oppositarum  $A, B, \Gamma, \Delta$  [I, 56].

### XXI.

Iisdem suppositis demonstrandum, concursum contingentium in una asymptotarum esse.



sint sectiones oppositæ coniugatæ, quarum diametri sint  $AB, \Gamma\Delta$ , et contingentes ducantur  $AE, E\Gamma$ . dico, punctum  $E$  in asymptota esse.

nam quoniam  $\Gamma X^2$  æquale est quartæ parti figuræ ad  $AB$  adplicatæ [I, 56], et  $\Gamma X^2 = AE^2$ , etiam  $AE^2$  quartæ parti figuræ ad  $AB$  adplicatæ æquale est. ducatur  $EX$ ;

ἐπεὶ γὰρ τὸ ἀπὸ  $\Gamma X$  ἴσον ἐστὶ τῷ τετάρτῳ τοῦ πρὸς τῇ  $AB$  εἵδους, τῷ δὲ ἀπὸ  $\Gamma X$  ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ  $AE$ , καὶ τὸ ἀπὸ  $AE$  ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ πρὸς τῇ  $AB$  εἵδους. ἐπεξεύχθω ἡ  $EX$ . ἀσύμ-  
 5 πτωτος ἄρα ἐστὶν ἡ  $EX$ . τὸ ἄρα  $E$  σημεῖον πρὸς τῇ ἀσυμπτώτῳ ἐστίν.

κβ'.

Ἐὰν ἐν ταῖς κατὰ συζυγίαν ἀντικειμέναις ἐκ τοῦ κέντρου εὐθεία ἀχθῆ πρὸς ὁποιοανοῦν τῶν τομῶν, καὶ  
 10 ταύτη παράλληλος ἀχθῆ συμπίπτουσα μιᾷ τῶν ἐφεξῆς τομῶν καὶ ταῖς ἀσυμπτώτοις, τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν τῆς ἀχθείσης τμημάτων τῶν γινομένων μεταξὺ τῆς τομῆς καὶ τῶν ἀσυμπτώτων ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τετραγώνῳ.

ἔστωσαν κατὰ συζυγίαν ἀντικείμεναι τομαὶ αὐ αὐ  
 15  $A, B, \Gamma, \Delta$ , ἀσύμπωτοι δὲ τῶν τομῶν ἔστωσαν αὐ  $XEZ, XH\Theta$ , καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ  $X$  διήχθω τις εὐθεία ἡ  $X\Gamma\Delta$ , καὶ παράλληλος αὐτῇ ἤχθω τέμνουσα τὴν τε ἐφεξῆς τομὴν καὶ τὰς ἀσυμπτώτους ἡ  $\Theta E$ .  
 20 λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ  $EK\Theta$  ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ  $\Gamma X$ .

τεμῆσθω δίχα ἡ  $K\Lambda$  κατὰ τὸ  $M$ , καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ  $MX$  ἐκβεβλήσθω· διάμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ  $AB$  τῶν  $A, B$  τομῶν. καὶ ἐπεὶ ἡ κατὰ τὸ  $A$  ἐφαπτομένη παράλληλος ἐστὶ τῇ  $E\Theta$ , ἡ ἄρα  $E\Theta$  ἐπὶ τὴν  
 25  $AB$  τεταγμένως ἐστὶ κατηγμένη. καὶ κέντρον τὸ  $X$ . αὐ αὐ  $AB, \Gamma\Delta$  ἄρα συζυγεῖς εἰσι διάμετροι. τὸ ἄρα ἀπὸ  $\Gamma X$  ἴσον ἐστὶ τῷ τετάρτῳ τοῦ παρὰ τὴν  $AB$  εἵδους. τῷ δὲ τετάρτῳ μέρει τοῦ παρὰ τὴν  $AB$  εἵδους

4. τοῦ] bis V, corr. cvp. 12. τῶν] (alt.) addidi; om. V.  
 17.  $XEZ, XH\Theta$ ]  $EXZ, HX\Theta$  p, Halley cum Commandino;  
 sed cfr. lin. 18. 19.  $\Theta E$ ]  $\Theta X$  V; corr. Memus (et);  $\Theta KE$  p.

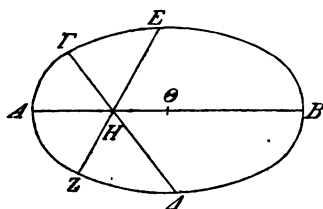
ductae enim  $AZ$ ,  $A\Theta$  producantur, ducaturque  $Z\Theta$ .  
 et quoniam  $EZ$ ,  $H\Theta$  productae angulos  $AZ\Theta$ ,  $A\Theta Z$   
 secant, hi autem anguli duobus rectis minores sunt  
 [Eucl. I, 17],  $EZ$ ,  $H\Theta$  productae inter se concurrent  
 extra sectionem, sed intra angulum  $BAG$ .

iam similiter hoc demonstrabimus, etiam si  $EZ$ ,  
 $H\Theta$  sectiones contingunt.

XXVI.

Si in ellipsi uel circulo duae rectae inter se secant  
 non per centrum positae, non in binas partes aequales  
 inter se secant.

nam si fieri potest, in ellipsi uel circulo duae  
 rectae  $\Gamma A$ ,  $EZ$  non per centrum positae inter se in



binas partes aequales se-  
 cent in  $H$ , centrum autem  
 sectionis sit  $\Theta$ , ductaque  
 $H\Theta$  ad  $A$ ,  $B$  producat.

iam quoniam  $AB$  dia-  
 metrus est rectam  $EZ$  in  
 duas partes aequales se-  
 cans, recta in  $A$  contingens rectae  $EZ$  parallela est  
 [prop. VI]. similiter igitur demonstrabimus, eam etiam  
 rectae  $\Gamma A$  parallelam esse. quare etiam  $EZ$  rectae  $\Gamma A$   
 parallela est [Eucl. I, 30]; quod fieri non potest.  
 ergo  $\Gamma A$ ,  $EZ$  inter se in binas partes aequales non  
 secant.

XXVII.

Si ellipsim uel circulum duae rectae contingunt,  
 rectae contingentes parallelae erunt, si recta puncta  
 contactus coniungens per centrum sectionis cadit, sin  
 minus, in eadem parte centri concurrent.

περιεχέσθω. λέγω, ὅτι ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται ἀλλήλαις.

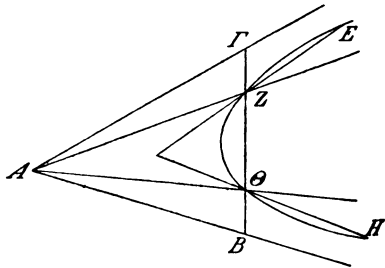
ἤχθωσαν διὰ τῶν  $B, \Gamma$  διάμετροι τῆς τομῆς αἱ  $EBZ, H\Theta$ . παράλληλοι ἄρα εἰσὶ καὶ καθ' ἓν μόνον  
 5 σημεῖον ἑκατέρω τὴν τομὴν τέμνει. ἐπεξεύχθω δὴ ἡ  $B\Gamma$ . αἱ ἄρα ὑπὸ  $EB\Gamma, B\Gamma H$  γωνίαι δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν, αἱ δὲ  $\Delta\Gamma, BA$  ἐκβαλλόμεναι ἐλάττονας ποιοῦσι δύο ὀρθῶν. συμπεσοῦνται ἄρα ἀλλήλαις ἐκτὸς τῆς τομῆς.

10

κε'.

Ἐὰν ὑπερβολῇ δύο εὐθεῖαι συμπίπτωσιν ἑκατέρα κατὰ δύο σημεία, μηδετέρας δὲ αὐτῶν ἢ σύμπτωσις ὑπὸ τῶν τῆς ἐτέρας συμπτώσεων περιέχεται, συμπεσοῦνται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι ἐκτὸς μὲν τῆς τομῆς, ἐντὸς  
 15 δὲ τῆς περιεχούσης τὴν τομὴν γωνίας.

ἔστω ὑπερβολῇ, ἧς ἀσύμπτωτοι αἱ  $AB, A\Gamma$ , καὶ τεμνέτωσαν δύο εὐθεῖαι τὴν τομὴν αἱ  $EZ, H\Theta$ , καὶ μηδετέρας αὐτῶν ἢ σύμπτωσις ὑπὸ τῶν  
 20 τῆς ἐτέρας περιεχέσθω. λέγω, ὅτι αἱ  $EZ, H\Theta$  ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται ἐκτὸς μὲν τῆς τομῆς,  
 25 ἐντὸς δὲ τῆς ὑπὸ  $\Gamma AB$  γωνίας.



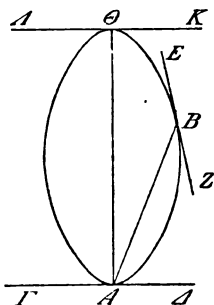
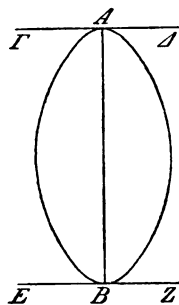
ἐπιξευχθεῖσαι γὰρ αἱ  $AZ, A\Theta$  ἐκβεβλήσθωσαν, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $Z\Theta$ . καὶ ἐπεὶ αἱ  $EZ, H\Theta$  ἐκβαλλόμεναι τέμνουσι τὰς ὑπὸ  $AZ\Theta, A\Theta Z$  γωνίας, εἰσὶ δὲ αἱ

6.  $B\Gamma H$ ] p, om. V.  
 15. γωνίαν V; corr. p.

13. συμπτώσεως V; corr. Memus.

sit ellipsis uel circulus  $AB$ , contingantque  $\Gamma A \Delta$ ,  $EBZ$ , et ducatur  $AB$  cadatque prius per centrum. dico,  $\Gamma \Delta$  et  $EZ$  parallelas esse.

nam quoniam  $AB$  diametrus sectionis est,  $\Gamma \Delta$  autem in  $A$  contingit,  $\Gamma \Delta$  rectis ad  $AB$  ordinate



ductis parallela est [I, 17]. eadem igitur de causa etiam  $BZ$  iisdem parallela est. ergo etiam  $\Gamma \Delta$  et  $EZ$  parallelae sunt [Eucl. I, 30].

iam  $AB$  per centrum ne cadat, ut in secunda figura est, et ducatur diametrus  $A\Theta$ , per  $\Theta$  autem contingens  $K\Theta A$ ; itaque  $K\Theta A$  et  $\Gamma \Delta$  parallelae sunt [u. supra]. ergo  $EZ$  producta cum  $\Gamma \Delta$  concurret in eadem parte centri, in qua est  $AB$  [Eucl. I *alr.* 5].

XXVIII.

Si in conic sectione uel circulo recta aliqua duas rectas parallelas in binas partes secat, diametrus sectionis erit.

in conic sectione enim duae rectae parallelae  $AB$ ,  $\Gamma \Delta$  in  $E$ ,  $Z$  in binas partes aequales secantur, et ducta  $EZ$  producatur. dico, eam diametrum sectionis esse.

nam si minus, sit  $H\Theta Z$ , si fieri potest. itaque recta in  $H$  contingens rectae  $AB$  parallela est [prop. V—VI]. quare eadem rectae  $\Gamma \Delta$  parallela est

είρημέναι γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες, αἱ  $EZ$ ,  $H\Theta$  ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται ἀλλήλαις ἐκτὸς μὲν τῆς τομῆς, ἐντὸς δὲ τῆς ὑπὸ  $BAG$  γωνίας.

ὁμοίως δὴ δεῖξομεν, ἅν ἐφαπτόμεναι ὧσι τῶν τομῶν  
 5 αἱ  $EZ$ ,  $H\Theta$ .

κς'.

Ἐὰν ἐν ἐλλείψει ἢ κύκλου περιφερεία δύο εὐθείαι τέμνουσιν ἀλλήλας μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὔσαι, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα.

10 εἰ γὰρ δυνατόν, ἐν ἐλλείψει ἢ κύκλου περιφερεία δύο εὐθείαι αἱ  $ΓΔ$ ,  $EZ$  μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὔσαι τεμνέτωσαν ἀλλήλας δίχα κατὰ τὸ  $H$ , καὶ ἔστω κέντρον τῆς τομῆς τὸ  $\Theta$ , καὶ ἐπιξενυθεῖσα ἡ  $H\Theta$  ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὰ  $A$ ,  $B$ .

15 ἐπεὶ οὖν διάμετρος ἐστὶν ἡ  $AB$  τὴν  $EZ$  δίχα τέμνουσα, ἡ ἄρα κατὰ τὸ  $A$  ἐφαπτομένη παράλληλός ἐστι τῇ  $EZ$ . ὁμοίως δὴ δεῖξομεν, ὅτι καὶ τῇ  $ΓΔ$ . ὧστε καὶ ἡ  $EZ$  παράλληλός ἐστι τῇ  $ΓΔ$ . ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα αἱ  $ΓΔ$ ,  $EZ$  δίχα τέμνουσιν ἀλλήλας.

20 κς'.

Ἐὰν ἐλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας δύο εὐθείαι ἐπιψαύουσιν, ἐὰν μὲν ἡ τὰς ἀφὰς ἐπιξενυγνύουσα διὰ τοῦ κέντρου τῆς τομῆς ἢ, παράλληλοι ἔσονται αἱ ἐφαπτόμεναι, ἐὰν δὲ μὴ, συμπεσοῦνται ἐπὶ τὰ αὐτὰ  
 25 μέρη τοῦ κέντρου.

ἔστω ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια ἡ  $AB$ , καὶ ἐφαπτέσθωσαν αὐτῆς αἱ  $ΓΑΔ$ ,  $EBZ$ , καὶ ἐπεξεύχθω.

4. ἅν] καὶ V; corr. p. 14. τά] τό V; corr. p. 19.  
 δίχα] om. V; corr. p. 27. EBZ] BEZ V; corr. p.

[Eucl. I, 30]. et  $H\Theta$  diametrus est; itaque  $\Gamma\Theta = \Theta\Delta$  [I def. 4]. quod absurdum est; supposuimus enim, esse  $\Gamma E = E\Delta$ . itaque  $H\Theta$  diametrus non est. iam similiter demonstrabimus, ne aliam quidem ullam diametrum esse praeter  $EZ$ . ergo  $EZ$  diametrus sectionis erit.

## XXIX.

Si in conii sectione uel circulo duae rectae contingentes concurrunt, recta a puncto earum concursus ad punctum medium rectae puncta contactus coniungentis ducta diametrus sectionis est.

sit conii sectio uel circulus, quam contingentes ducantur rectae  $AB, A\Gamma$  in  $A$  concurrentes, et ducta  $B\Gamma$  in  $\Delta$  in duas partes aequales secetur, ducaturque  $A\Delta$ . dico, eam diametrum sectionis esse.

nam si fieri potest, sit  $\Delta E$  diametrus, ducaturque  $E\Gamma$ ; ea igitur sectionem secabit [I, 35—36]. secet in  $Z$ , et per  $Z$  rectae  $\Gamma\Delta B$  parallela ducatur  $ZKH$ . iam quoniam  $\Gamma\Delta = \Delta B$ , erit etiam [Eucl. VI, 4]  $Z\Theta = \Theta H$ . et quoniam recta in  $A$  contingens rectae  $B\Gamma$  parallela est [prop. V—VI], et etiam  $ZH$  rectae  $B\Gamma$  parallela est, erit etiam  $ZH$  rectae in  $A$  contingenti parallela. itaque  $Z\Theta = \Theta K$  [I, 46—47]; quod fieri non potest. itaque  $\Delta E$  diametrus non est. iam similiter demonstrabimus, ne aliam quidem ullam diametrum esse praeter  $A\Delta$ .

Halley. 17.  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$  — 18.  $\acute{\iota}\sigma\eta$ ] om. V, corr. Memus. 19.  $A$ ] cv, corr. ex  $A$  m. 1 V. 20.  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$ ] καὶ  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$  V, corr. Memus

ἡ  $AB$  καὶ ἔστω πρότερον διὰ τοῦ κέντρου. λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ  $\Gamma\Delta$  τῇ  $EZ$ .

ἐπεὶ γὰρ διάμετρος ἐστὶν ἡ  $AB$  τῆς τομῆς, καὶ ἐφάπτεται κατὰ τὸ  $A$  ἡ  $\Gamma\Delta$ , ἡ  $\Gamma\Delta$  ἄρα παράλληλός ἐστι ταῖς ἐπὶ τὴν  $AB$  τεταγμένως κατηγμέναις. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ  $BZ$  παράλληλός ἐστι ταῖς αὐταῖς. καὶ ἡ  $\Gamma\Delta$  ἄρα τῇ  $EZ$  παράλληλός ἐστι.

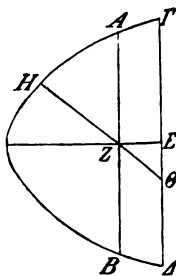
μὴ ἐρχέσθω δὴ ἡ  $AB$  διὰ τοῦ κέντρου, ὡς ἔχει ἐπὶ τῆς δευτέρας καταγραφῆς, καὶ ἦχθω διάμετρος ἡ  $A\Theta$ , καὶ διὰ τοῦ  $\Theta$  ἐφαπτομένη ἡ  $K\Theta\Lambda$ . παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ  $K\Lambda$  τῇ  $\Gamma\Delta$ . ἡ ἄρα  $EZ$  ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ  $\Gamma\Delta$  ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τοῦ κέντρου, ἐν οἷς ἐστὶν ἡ  $AB$ .

κη'.

15 Ἐὰν ἐν κώνου τομῇ ἢ κύκλου περιφερεία δύο παραλλήλους εὐθείας εὐθείᾳ τις δίχα τέμνη, διάμετρος ἔσται τῆς τομῆς.

ἐν γὰρ κώνου τομῇ δύο εὐθεῖαι παράλληλοι αἱ  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  δίχα τεμήσθωσαν κατὰ τὰ  $E$ ,  $Z$ , καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ  $EZ$  ἐκβεβλήσθω. λέγω, ὅτι διάμετρος ἐστὶ τῆς τομῆς.

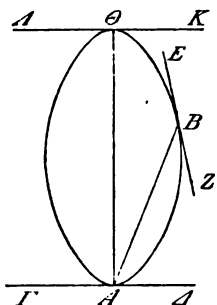
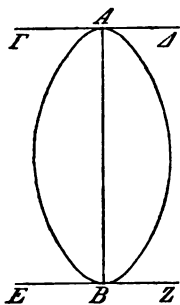
εἰ γὰρ μὴ, ἔστω, εἰ δυνατόν, ἡ  $HZ\Theta$ . ἡ ἄρα κατὰ τὸ  $H$  ἐφαπτομένη παράλληλός ἐστὶ τῇ  $AB$ . ὥστε ἡ αὐτὴ παράλληλός ἐστὶ τῇ  $\Gamma\Delta$ . καὶ ἐστὶ διάμετρος ἡ  $H\Theta$ . ἴση ἄρα ἡ  $\Gamma\Theta$  τῇ  $\Theta\Lambda$ . ὅπερ ἄτοπον. ὑπόκειται γὰρ ἡ  $\Gamma E$  τῇ  $E\Lambda$  ἴση. οὐκ ἄρα διάμετρος ἐστὶν





sit ellipsis uel circulus  $AB$ , contingantque  $\Gamma A \Delta$ ,  $EBZ$ , et ducatur  $AB$  cadatque prius per centrum. dico,  $\Gamma A$  et  $EZ$  parallelas esse.

nam quoniam  $AB$  diametrus sectionis est,  $\Gamma A$  autem in  $A$  contingit,  $\Gamma A$  rectis ad  $AB$  ordinate



ductis parallela est [I, 17]. eadem igitur de causa etiam  $BZ$  iisdem parallela est. ergo etiam  $\Gamma A$  et  $EZ$  parallelae sunt [Eucl. I, 30].

iam  $AB$  per centrum ne cadat, ut in secunda figura est, et ducatur diametrus  $A\Theta$ , per  $\Theta$  autem contingens  $K\Theta A$ ; itaque  $KA$  et  $\Gamma A$  parallelae sunt [u. supra]. ergo  $EZ$  producta cum  $\Gamma A$  concurret in eadem parte centri, in qua est  $AB$  [Eucl. I *alr.* 5].

XXVIII.

Si in conii sectione uel circulo recta aliqua duas rectas parallelas in binas partes secat, diametrus sectionis erit.

in conii sectione enim duae rectae parallelae  $AB$ ,  $\Gamma A$  in  $E$ ,  $Z$  in binas partes aequales secantur, et ducta  $EZ$  producatur. dico, eam diametrum sectionis esse.

nam si minus, sit  $H\Theta Z$ , si fieri potest. itaque recta in  $H$  contingens rectae  $AB$  parallela est [prop. V—VI]. quare eadem rectae  $\Gamma A$  parallela est

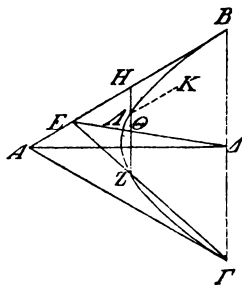
ἡ  $H\Theta$ . ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδὲ ἄλλη τις πλήν  
τῆς  $EZ$ . ἡ  $EZ$  ἄρα διάμετρος ἔσται τῆς τομῆς.

καθ'.

Ἐὰν ἐν κώνου τομῇ ἢ κύκλου περιφερεία δύο  
5 εὐθεῖαι ἐφαπτόμεναι συμπίπτωσιν, ἀπὸ τῆς συμπτώ-  
σεως αὐτῶν ἐπὶ τὴν διχοτομίαν τῆς τὰς ἀφὰς ἐπι-  
ξενυγνυούσης ἀγομένη εὐθεῖα διάμετρος ἔσται τῆς τομῆς.

ἔστω κώνου τομῇ ἢ κύκλου περιφέρεια, ἧς ἐφα-  
πτόμεναι εὐθεῖαι ἤχθωσαν αἱ  $AB$ ,  $AG$  συμπίπτουσαι  
10 κατὰ τὸ  $A$ , καὶ ἐπιξενυθεῖσα ἡ  $BΓ$  δίχα τετμήσθω  
κατὰ τὸ  $\Delta$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $A\Delta$ . λέγω, ὅτι διάμετρος  
ἔσται τῆς τομῆς.

εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω διάμετρος ἡ  $\Delta E$ , καὶ ἐπε-  
ξεύχθω ἡ  $EΓ$ . τεμεῖ δὴ τὴν τομῆν. τεμνέτω κατὰ  
15 τὸ  $Z$ , καὶ διὰ τοῦ  $Z$  τῇ  $\Gamma\Delta B$   
παράλληλος ἤχθω ἡ  $ZKH$ . ἐπεὶ  
οὖν ἴση ἔστιν ἡ  $\Gamma\Delta$  τῇ  $\Delta B$ ,  
ἴση καὶ ἡ  $Z\Theta$  τῇ  $\Theta H$ . καὶ ἐπεὶ  
ἡ κατὰ τὸ  $A$  ἐφαπτομένη παρ-  
20 ἀλληλός ἐσται τῇ  $BΓ$ , ἔσται δὲ  
καὶ ἡ  $ZH$  τῇ  $BΓ$  παράλληλος,  
καὶ ἡ  $ZH$  ἄρα παράλληλός ἐσται  
τῇ κατὰ τὸ  $A$  ἐφαπτομένῃ. ἴση  
ἄρα ἡ  $Z\Theta$  τῇ  $\Theta K$ . ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα διά-  
25 μετρος ἔστιν ἡ  $\Delta E$ . ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδὲ  
ἄλλη τις πλήν τῆς  $A\Delta$ .



5. ἀπό] ἢ ἀπό p. 13.  $\Delta E$ ] corr. ex BE m. 1. V, BE  
cv,  $E\Delta$  p. 16.  $ZKH$ ]  $ZHK$  V,  $Z\Theta H$  p et Comm.; corr.

[Eucl. I, 30]. et  $H\Theta$  diametrus est; itaque  $\Gamma\Theta = \Theta\Delta$  [I def. 4]. quod absurdum est; supposuimus enim, esse  $\Gamma E = E\Delta$ . itaque  $H\Theta$  diametrus non est. iam similiter demonstrabimus, ne aliam quidem ullam diametrum esse praeter  $EZ$ . ergo  $EZ$  diametrus sectionis erit.

## XXIX.

Si in conii sectione uel circulo duae rectae contingentes concurrunt, recta a puncto earum concursus ad punctum medium rectae puncta contactus coniungentis ducta diametrus sectionis est.

sit conii sectio uel circulus, quam contingentes ducantur rectae  $AB, \Gamma\Gamma$  in  $A$  concurrentes, et ducta  $B\Gamma$  in  $\Delta$  in duas partes aequales secetur, ducaturque  $AA$ . dico, eam diametrum sectionis esse.

nam si fieri potest, sit  $\Delta E$  diametrus, ducaturque  $E\Gamma$ ; ea igitur sectionem secabit [I, 35—36]. secet in  $Z$ , et per  $Z$  rectae  $\Gamma\Delta B$  parallela ducatur  $ZKH$ . iam quoniam  $\Gamma\Delta = \Delta B$ , erit etiam [Eucl. VI, 4]  $Z\Theta = \Theta H$ . et quoniam recta in  $\Delta$  contingens rectae  $B\Gamma$  parallela est [prop. V—VI], et etiam  $ZH$  rectae  $B\Gamma$  parallela est, erit etiam  $ZH$  rectae in  $\Delta$  contingenti parallela. itaque  $Z\Theta = \Theta K$  [I, 46—47]; quod fieri non potest. itaque  $\Delta E$  diametrus non est. iam similiter demonstrabimus, ne aliam quidem ullam diametrum esse praeter  $AA$ .

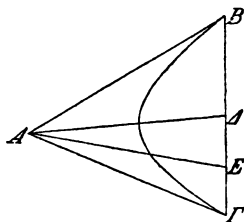
Halley. 17.  $\xi\sigma\tau\iota\nu$  — 18.  $\dot{\iota}\sigma\eta$ ] om. V, corr. Memus. 19.  $A$ ] cv, corr. ex  $A$  m. 1 V. 20.  $\xi\sigma\tau\iota$ ] καὶ  $\xi\sigma\tau\iota$  V, corr. Memus.

λ'.

Ἐὰν κώνου τομῆς ἢ κύκλου περιφερείας δύο εὐθείαι ἐφαπτόμεναι συμπίπτωσιν, ἢ ἀπὸ τῆς συμπτώσεως ἀγομένη διάμετρος δίχα τεμεῖ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιξενγνύουσαν εὐθεΐαν.

ἔστω κώνου τομῆ ἢ κύκλου περιφέρεια ἢ  $BΓ$ , καὶ ἤχθωσαν αὐτῆς δύο ἐφαπτόμεναι αἱ  $ΒΑ$ ,  $ΑΓ$  συμπίπτουσαι κατὰ τὸ  $A$ , καὶ ἐπεζεύχθω ἡ  $BΓ$ , καὶ ἤχθω διὰ τοῦ  $A$  διάμετρος τῆς τομῆς ἢ  $ΑΔ$ . λέγω, ὅτι  
10 ἔστιν ἴση ἢ  $ΔΒ$  τῇ  $ΔΓ$ .

μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω ἴση ἢ  $ΒΕ$  τῇ  $ΕΓ$ , καὶ ἐπεζεύχθω ἢ  $ΑΕ$ . ἢ  $ΑΕ$  ἄρα διάμετρος ἐστὶ τῆς τομῆς. ἔστι δὲ καὶ ἢ  $ΑΔ$ . ὅπερ ἄτοπον. εἴτε γὰρ ἔλλειψίς ἐστὶν  
15 ἢ τομῆ, τὸ  $A$ , καθ' ὃ συμβάλλουσιν ἀλλήλαις αἱ διάμετροι, κέντρον ἔσται τῆς τομῆς ἐκτός· ὅπερ ἀδύνατον· εἴτε παραβολή ἐστὶν ἢ τομῆ, συμπίπτουσιν  
20 ἀλλήλαις αἱ διάμετροι· εἴτε ὑπερβολή ἐστὶ, καὶ συμπίπτουσι τῇ τομῇ αἱ  $ΒΑ$ ,  $ΑΓ$  μὴ περιέχουσαι τὰς ἑαυτῶν συμπτώσεις, ἐντός ἐστὶ τῆς περιεχούσης τὴν ὑπερβολὴν γωνίας· ἀλλὰ καὶ ἐπ' αὐτῆς· κέντρον γὰρ ὑπόκειται διαμέτρων οὐσῶν τῶν  $ΔΑ$ ,  $ΑΕ$ . ὅπερ  
25 ἄτοπον. οὐκ ἄρα ἢ  $ΒΕ$  τῇ  $ΕΓ$  ἐστὶν ἴση.



λα'.

Ἐὰν ἑκατέρας τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθείαι ἐφαπτόνται, ἐὰν μὲν ἢ τὰς ἀφὰς ἐπιξενγνύουσα διὰ τοῦ

11. εἰ] ἢ V; corr. p. 17. ἐκτός] ἐκτός ὄν?

## XXX.

Si conic sectionem uel circulum duae rectae contingentes concurrunt, diameter a puncto concursus ducta rectam puncta contactus coniungentem in duas partes aequales secabit.

sit  $B\Gamma$  conic sectio uel circulus, eamque contingentes duae rectae ducantur  $BA$ ,  $A\Gamma$  in  $A$  concurrentes, et ducatur  $B\Gamma$ , per  $A$  autem diameter sectionis ducatur  $A\Delta$ . dico, esse  $\Delta B = \Delta\Gamma$ .

ne sit enim, sed, si fieri potest, sit  $BE = E\Gamma$ , ducaturque  $AE$ ;  $AE$  igitur diameter est sectionis [prop. XXIX]. uerum etiam  $A\Delta$  diameter est; quod absurdum est. nam siue ellipsis est sectio,  $A$  punctum, in quo diametri inter se concurrunt, centrum erit sectionis extra sectionem positum; quod fieri non potest; siue sectio parabola est, diametri inter se concurrunt [contra I, 51 coroll.]; siue hyperbola est, et  $BA$ ,  $A\Gamma$  cum sectione concurrunt puncta concursus non comprehendentes, punctum earum concursus intra angulum hyperbolam comprehendentem positum est [prop. XXV extr.]; uerum etiam in eo positum est; nam supposuimus, centrum id esse, si quidem diametri sunt  $\Delta A$ ,  $AE$ ; quod absurdum est. ergo non est  $BE = E\Gamma$ .

## XXXI.

Si utramque oppositam duae rectae contingunt, contingentes parallelae erunt, si recta puncta contactus coniungens per centrum cadit, sin minus, in eadem parte concurrent, in qua est centrum.

sint sectiones oppositae  $A$ ,  $B$ , easque contingant

κέντρου πίπτῃ, παράλληλοι ἔσονται αἱ ἐφαπτόμεναι, ἔαν δὲ μὴ, συμπεσοῦνται ἐπὶ ταῦτὰ τῷ κέντρῳ.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι τομαὶ αἱ  $A, B$ , καὶ ἐφαπτόμεναι αὐτῶν ἔστωσαν αἱ  $\Gamma\Delta, EBZ$  κατὰ τὰ  $A, B$ ,  
 5 ἢ δὲ ἀπὸ τοῦ  $A$  ἐπὶ τὸ  $B$  ἐπιξενυγνυμένη πιπτέτω πρότερον διὰ τοῦ κέντρου τῶν τομῶν. λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστὶν ἡ  $\Gamma\Delta$  τῇ  $EZ$ .

ἐπεὶ γὰρ ἀντικείμεναι εἰσι τομαί, ὧν διάμετρος ἐστὶν ἡ  $AB$ , καὶ μιᾶς αὐτῶν ἐφάπτεται ἡ  $\Gamma\Delta$  κατὰ  
 10 τὸ  $A$ , ἡ ἄρα διὰ τοῦ  $B$  τῇ  $\Gamma\Delta$  παράλληλος ἀγομένη ἐφάπτεται τῆς τομῆς. ἐφάπτεται δὲ καὶ ἡ  $EZ$ : παράλληλός ἐστὶν ἄρα ἡ  $\Gamma\Delta$  τῇ  $EZ$ .

μὴ ἔστω δὲ ἡ ἀπὸ τοῦ  $A$  ἐπὶ τὸ  $B$  διὰ τοῦ κέντρου τῶν τομῶν, καὶ ἦχθῶ διάμετρος τῶν τομῶν ἡ  $AH$ ,  
 15 καὶ ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἦχθῶ ἡ  $\Theta K$ . ἡ  $\Theta K$  ἄρα παράλληλός ἐστι τῇ  $\Gamma\Delta$ . καὶ ἐπεὶ ὑπερβολῆς εὐθεΐαι ἐφάπτονται αἱ  $EZ, \Theta K$ , συμπεσοῦνται ἄρα. καὶ ἐστὶ παράλληλος ἡ  $\Theta K$  τῇ  $\Gamma\Delta$ : καὶ αἱ  $\Gamma\Delta, EZ$  ἄρα ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται. καὶ φανερόν, ὅτι ἐπὶ ταῦτὰ  
 20 τῷ κέντρῳ.

λβ'.

Ἐὰν ἑκατέρω τῶν ἀντικειμένων εὐθεΐαι συμπίπτωσι καθ' ἓν ἐφαπτόμεναι ἢ κατὰ δύο τέμνουσαι, ἐκβληθεῖσαι δὲ αἱ εὐθεΐαι συμπίπτωσιν, ἢ σύμπτωσις αὐτῶν εἶσται  
 25 ἐν τῇ ἐφεξῆς γωνίᾳ τῆς περιεχοῦσης τὴν τομὴν γωνίας.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι τομαὶ καὶ τῶν ἀντικειμένων ἦτοι καθ' ἓν ἐφαπτόμεναι ἦτοι κατὰ δύο τέμνουσαι εὐθεΐαι αἱ  $AB, \Gamma\Delta$ , καὶ ἐκβαλλόμεναι συμπίπτέτωσαν.

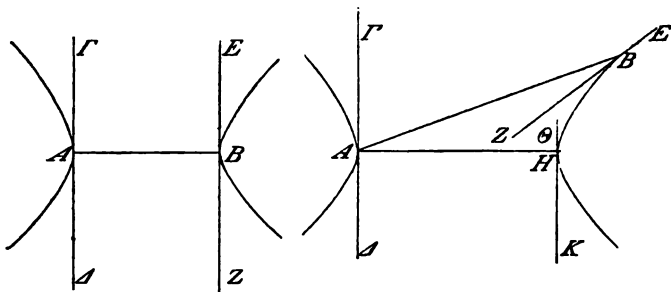
1. αἱ] om. V; corr. p. συμπίπτουσιν V; corr. p.

22. συμπίπτουσι V; corr. p.

24.

$\Gamma A \Delta$ ,  $EBZ$  in punctis  $A$ ,  $B$ , recta autem ab  $A$  ad  $B$  ducta prius per centrum cadat. dico, parallelas esse  $\Gamma A$  et  $EZ$ .

nam quoniam sectiones oppositae sunt, quarum diametrus est  $AB$ , alteramque earum contingit  $\Gamma A$  in  $A$ , recta per  $B$  rectae  $\Gamma A$  parallela ducta sectionem contingit [I, 44]. uerum etiam  $EZ$  contingit. ergo  $\Gamma A$ ,  $EZ$  parallelae sunt.

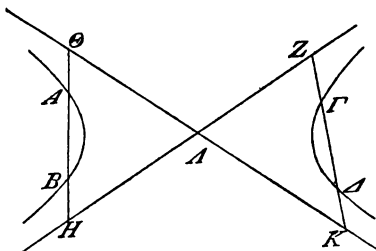


iam recta ab  $A$  ad  $B$  ducta per centrum sectionum ne cadat, ducaturque diametrus sectionum  $AH$ , et sectionem contingens ducatur  $\Theta K$ ; itaque  $\Theta K$  et  $\Gamma A$  parallelae sunt [u. supra].<sup>1</sup> et quoniam rectae  $EZ$ ,  $\Theta K$  hyperbolam contingunt, coincident [prop. XXV extr.]. et  $\Theta K$ ,  $\Gamma A$  parallelae sunt. ergo etiam  $\Gamma A$ ,  $EZ$  productae concurrent. et manifestum est, eas concurrere in eadem parte, in qua sit centrum.

XXXII.

Si cum utraque opposita rectae concurrunt aut in singulis punctis contingentes aut in binis secantes, et productae rectae illae concurrunt, punctum earum concursus in angulo deinceps posito angulo sectionem comprehendenti erit positum.

λέγω, ὅτι ἡ σύμπτωσις αὐτῶν ἔσται ἐν τῇ ἐφεξῆς γωνίᾳ τῆς περιεχοῦσης τὴν τομὴν γωνίας.



ἔστωσαν ἀσύμπτωτοι τῶν τομῶν αἱ  $ZH$ ,  $\Theta K$  ἡ  $AB$  ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται ταῖς ἀσύμπτωτοῖς.   
 5 συμπιπτέτω κατὰ τὰ  $\Theta$ ,  $H$ . καὶ ἐπεὶ ὑπόκεινται συμπίπτουσαι αἱ  $ZK$ ,  $\Theta H$ , φανερόν, ὅτι ἦτοι ἐν τῷ ὑπὸ τὴν  $\Theta AZ$  γωνίαν τόπως συμπεσοῦνται ἢ ἐν τῷ ὑπὸ τὴν  $K\Delta H$ . ὁμοίως δὲ καί, ἐὰν ἐφάπτωνται.

λγ'.

- 10 Ἐὰν μιᾷ τῶν ἀντικειμένων εὐθεῖα συμπίπτουσα ἐκβληθεῖσα ἐφ' ἑκάτερα ἐκτὸς πίπτῃ τῆς τομῆς, οὐ συμπεσεῖται τῇ ἐτέρᾳ τομῇ, ἀλλὰ πεσεῖται διὰ τῶν τριῶν τόπων, ὧν ἔστιν εἷς μὲν ὁ ὑπὸ τὴν περιέχουσαν γωνίαν τὴν τομὴν, δύο δὲ οἱ ὑπὸ τὰς γωνίας τὰς ἐφεξῆς   
 15 τῆς περιεχοῦσης τὴν τομὴν γωνίας.

ἔστωσαν ἀντικείμενα τομαὶ αἱ  $A$ ,  $B$ , καὶ τὴν  $A$  τεμνέτω τις εὐθεῖα ἢ  $\Gamma\Delta$  καὶ ἐκβαλλομένη ἐφ' ἑκάτερα ἐκτὸς πίπτέτω τῆς τομῆς. λέγω, ὅτι ἡ  $\Gamma\Delta$  οὐ συμπίπτει τῇ  $B$  τομῇ.

ἤχθωσαν γὰρ ἀσύμπτωτοι τῶν τομῶν αἱ  $EZ$ ,  $H\Theta$ .

3. σύμπτωτοι V; corr. p.      6.  $ZK$ ]  $ZH$  V; corr. Halley.  
 8. τήν] p, om. V.



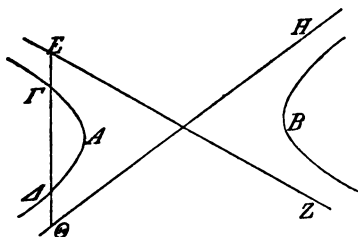
sint sectiones oppositae sectionesque oppositas aut in singulis punctis contingentes aut in binis secantes rectae  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$ , eaeque productae concurrant. dico, punctum earum concursus in angulo deinceps posito angulo sectionem comprehendenti esse positum.

asymptotae sectionum sint  $ZH$ ,  $\Theta K$ ; itaque  $AB$  producta cum asymptotis concurret [prop. VIII]. concurret in  $\Theta$ ,  $H$ . et quoniam supposuimus,  $ZK$  et  $\Theta H$  concurrere, manifestum est, eas aut in spatio sub angulo  $\Theta\Delta Z$  concurrere aut in spatio sub  $K\Delta H$ . et similiter etiam, si contingunt [prop. III].

XXXIII.

Si recta, quae cum altera opposita concurret, in utramque partem producta extra sectionem cadit, cum altera sectione non concurret, sed per tria spatia cadet, quorum unum est spatium sub angulo sectionem comprehendenti positum, duo autem spatia sub angulis angulo sectionem comprehendenti deinceps positis.

sint oppositae sectiones  $A$ ,  $B$ , sectionemque  $A$  secet recta aliqua  $\Gamma\Delta$  et in utramque partem producta extra



sectionem cadat. dico, rectam  $\Gamma\Delta$  cum  $B$  sectione non concurrere.

ducantur enim asymptotae sectionum  $EZ$ ,  $H\Theta$ ;  $\Gamma\Delta$  igitur producta cum asymptotis concurret [prop. VIII]. concurret autem in  $E$ ,  $\Theta$  solis.

ergo cum  $B$  sectione non concurret.

ἡ  $\Gamma\Delta$  ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται ταῖς ἀσυμπτάτοις. οὐ συμπίπτει δὲ κατ' ἄλλα ἢ τὰ  $E, \Theta$ . ὥστε οὐ συμπεσεῖται οὐδὲ τῇ  $B$  τομῇ.

καὶ φανερόν, ὅτι διὰ τῶν τριῶν τόπων πεσεῖται.  
 5 ἂν γὰρ ἑκατέρω τῶν ἀντικειμένων συμπίπτῃ τις εὐθεῖα, οὐδεμιᾶ τῶν ἀντικειμένων συμπεσεῖται κατὰ δύο σημεῖα. εἰ γὰρ συμπεσεῖται κατὰ δύο σημεῖα, διὰ τὸ προοδεδειγμένον τῇ ἑτέρω τομῇ οὐ συμπεσεῖται.

λδ'.

10 Ἐὰν μιᾶς τῶν ἀντικειμένων εὐθείᾳ τις ἐπιψαύῃ, καὶ ταύτῃ παράλληλος ἄχθῃ ἐν τῇ ἑτέρω τομῇ, ἢ ἀπὸ τῆς ἀφῆς ἐπὶ μέσῃν τὴν παράλληλον ἀγομένη εὐθεῖα διάμετρος ἔσται τῶν ἀντικειμένων.

ἔστωσαν ἀντικείμενα τομαὶ αἱ  $A, B$ , καὶ μιᾶς  
 15 αὐτῶν τῆς  $A$  ἐφαπτέσθω τις εὐθεῖα ἢ  $\Gamma\Delta$  κατὰ τὸ  $A$ , καὶ τῇ  $\Gamma\Delta$  παράλληλος ἤχθω ἐν τῇ ἑτέρω τομῇ ἢ  $EZ$ , καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ  $H$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἢ  $AH$ . λέγω, ὅτι ἢ  $AH$  διάμετρος ἔστι τῶν ἀντικειμένων.

εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ἢ  $A\Theta K$ . ἢ ἄρα κατὰ τὸ  $\Theta$   
 20 ἐφαπτομένη παράλληλός ἐστι τῇ  $\Gamma\Delta$ . ἀλλὰ καὶ ἢ  $\Gamma\Delta$  παράλληλός ἐστι τῇ  $EZ$ . καὶ ἢ κατὰ τὸ  $\Theta$  ἄρα ἐφαπτομένη παράλληλός ἐστι τῇ  $EZ$ . ἴση ἄρα ἐστὶν ἢ  $EK$  τῇ  $KZ$ . ὅπερ ἀδύνατον. ἢ γὰρ  $EH$  τῇ  $HZ$  ἐστὶν ἴση. οὐκ ἄρα διάμετρος ἐστὶν ἢ  $A\Theta$  τῶν ἀντικειμέ-  
 25 νων. ἢ  $AB$  ἄρα.

λε'.

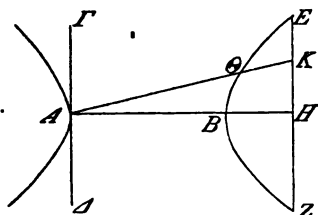
Ἐὰν ἢ διάμετρος ἐν μιᾷ τῶν ἀντικειμένων εὐθειᾶν τινα δίχα τέμνῃ, ἢ ἐπιψαύουσα τῆς ἑτέρας τομῆς κατὰ

et manifestum est, eam per tria illa spatia cadere. nam si recta cum utraque opposita concurrat, cum neutra oppositarum in duobus punctis concurreret; si enim in duobus punctis concurreret, propter id, quod supra demonstratum est, cum altera sectione non concurreret.

XXXIV.

Si recta alteram oppositarum contingit, eique parallela in altera sectione ducitur recta, recta a puncto contactus ad mediam parallelam ducta diametrus erit oppositarum.

sint sectiones oppositae  $A, B$ , et alteram earum  $A$  contingat recta aliqua  $\Gamma\Delta$  in  $A$ , rectaeque  $\Gamma\Delta$



parallela in altera sectione ducatur  $EZ$  et in  $H$  in duas partes aequales secetur, ducaturque  $AH$ . dico,  $AH$  diametrum esse oppositarum.

nam si fieri potest, sit  $A\Theta K$ . recta igitur in  $\Theta$  contingens rectae  $\Gamma\Delta$  parallela est [prop. XXXI]. est autem etiam  $\Gamma\Delta$  rectae  $EZ$  parallela; quare recta in  $\Theta$  contingens rectae  $EZ$  parallela est [Eucl. I, 30]. itaque  $EK = KZ$  [I, 47]; quod fieri non potest; est enim  $EH = HZ$ . itaque  $A\Theta$  diametrus oppositarum non est. ergo  $AB$  diametrus est.

XXXV.

Si diametrus in altera oppositarum rectam aliquam in duas partes aequales secat, recta alteram sectionem

τὸ πέρασ τῆς διαμέτρου παράλληλος ἔσται τῇ δίχα τεμνομένη εὐθεία.

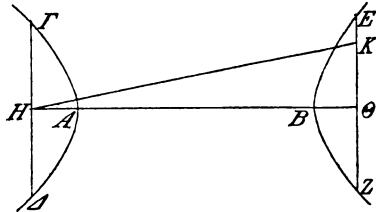
ἔστωσαν ἀντικείμεναι τομαὶ αἱ  $A, B$ , ἡ δὲ διάμετρος αὐτῶν ἡ  $AB$  τεμνέτω ἐν τῇ  $B$  τομῇ δίχα τὴν  $\Gamma\Delta$  εὐθεῖαν κατὰ τὸ  $E$ . λέγω, ὅτι ἡ κατὰ τὸ  $A$  ἐφαπτομένη τῆς τομῆς παράλληλός ἐστι τῇ  $\Gamma\Delta$ .

εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω τῇ κατὰ τὸ  $A$  ἐφαπτομένη τῆς τομῆς παράλληλος ἡ  $\Delta Z$ . ἴση ἄρα ἡ  $\Delta H$  τῇ  $HZ$ . ἔστι δὲ καὶ ἡ  $\Delta E$  τῇ  $E\Gamma$  ἴση. παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ  $\Gamma Z$  τῇ  $E\Gamma$ . ὅπερ ἀδύνατον· ἐκβαλλομένη γὰρ αὐτῇ συμπίπτει. οὐκ ἄρα παράλληλός ἐστὶν ἡ  $\Delta Z$  τῇ κατὰ τὸ  $A$  ἐφαπτομένη τῆς τομῆς οὐδὲ ἄλλη τις πλὴν τῆς  $\Gamma\Delta$ .

λς'.

Ἐὰν ἐν ἑκατέρᾳ τῶν ἀντικειμένων εὐθεῖαι ἀχθῶσι παράλληλοι οὖσαι, ἡ τὰς διχοτομίας αὐτῶν ἐπιξενγνύουσα εὐθεῖα διάμετρος ἔσται τῶν ἀντικειμένων.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι τομαὶ αἱ  $A, B$ , καὶ ἐν ἑκατέρᾳ αὐτῶν ἡχθῶσαν εὐθεῖαι αἱ  $\Gamma\Delta, EZ$ , καὶ ἔστωσαν παράλληλοι, καὶ τετμήσθω ἑκατέρα



αὐτῶν δίχα κατὰ τὰ  $H, \Theta$  σημεία, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $H\Theta$ . λέγω, ὅτι ἡ  $H\Theta$  διάμετρος ἐστὶ τῶν ἀντικειμένων.

εἰ γὰρ μή, ἔστω ἡ  $HK$ . ἡ ἄρα κατὰ τὸ  $A$  ἐφαπτομένη παράλληλός ἐστὶ τῇ  $\Gamma\Delta$ . ὥστε καὶ τῇ  $EZ$ . ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ  $EK$  τῇ  $KZ$ . ὅπερ ἀδύνατον, ἐπεὶ καὶ

4. B] δίχα V; corr. p.

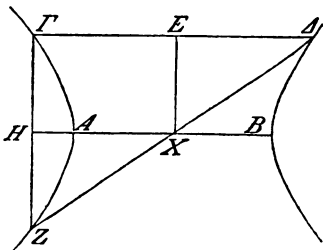


ἡ  $E\Theta$  τῇ  $\Theta Z$  ἔστιν ἴση. οὐκ ἄρα ἡ  $HK$  διάμετρος ἔστι τῶν ἀντικειμένων. ἡ  $H\Theta$  ἄρα.

λζ'.

Ἐὰν ἀντικειμένως εὐθεῖα τέμνη μὴ διὰ τοῦ κέντρου, ἢ ἀπὸ τῆς διχοτομίας αὐτῆς ἐπὶ τὸ κέντρον ἐπιξεννυμένη διάμετρος ἔστι τῶν ἀντικειμένων ἢ λεγομένη ὀρθία, πλαγία δὲ συζυγῆς αὐτῇ ἢ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀγομένη παράλληλος τῇ δίχα τεμνομένη.

ἔστωσαν ἀντικείμενοι τομαὶ αἱ  $A, B$ , καὶ τὰς  $A, B$   
 10 τεμνέτω τις εὐθεῖα ἡ  $\Gamma\Delta$  μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὕσα καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ  $E$ , καὶ τὸ κέντρον τῶν τομῶν ἔστω τὸ  $X$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $XE$ , καὶ διὰ  
 15 τοῦ  $X$  τῇ  $\Gamma\Delta$  παράλληλος ἡχθῶ ἡ  $AB$ . λέγω, ὅτι αἱ  $AB, EX$  συζυγεῖς εἰσι διάμετροι τῶν τομῶν.

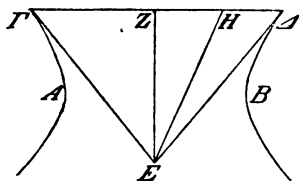


ἐπεξεύχθω γὰρ ἡ  $\Delta X$  καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ  $Z$ ,  
 20 καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $\Gamma Z$ . ἴση ἄρα ἔστιν ἡ  $\Delta X$  τῇ  $XZ$ . ἔστι δὲ καὶ ἡ  $\Delta E$  τῇ  $E\Gamma$  ἴση· παράλληλος ἄρα ἔστιν ἡ  $EX$  τῇ  $Z\Gamma$ . ἐκβεβλήσθω ἡ  $BA$  ἐπὶ τὸ  $H$ . καὶ ἐπεὶ ἴση ἔστιν ἡ  $\Delta X$  τῇ  $XZ$ , ἴση ἄρα καὶ ἡ  $EX$  τῇ  $ZH$ · ὥστε καὶ ἡ  $\Gamma H$  ἴση τῇ  $ZH$ . ἡ ἄρα κατὰ τὸ  $A$   
 25 ἐφαπτομένη παράλληλος ἔστι τῇ  $\Gamma Z$ · ὥστε καὶ τῇ  $EX$ . αἱ  $EX, AB$  ἄρα συζυγεῖς εἰσι διάμετροι.

λη'.

Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐπιψαύωσι συμπίπτουσαι, ἢ ἀπὸ τῆς συμπτώσεως ἐπιξεννυμένη ἐπὶ

sint  $A, B$  sectiones oppositae, sectionesque  $A, B$  contingentes duae rectae ducantur  $\Gamma E, E\Delta$ , ducaturque  $\Gamma\Delta$ , et diameter ducatur  $EZ$ . dico, esse  $\Gamma Z = Z\Delta$ .



nam si minus,  $\Gamma\Delta$  in  $H$  in duas partes aequales secetur, ducaturque  $HE$ ;  $HE$  igitur diameter est [prop. XXXVIII]. uerum etiam  $EZ$

diameter est; centrum igitur est  $E$ . itaque concursus contingentium in centro est sectionum; quod absurdum est [prop. XXXII]. itaque  $\Gamma Z, Z\Delta$  inaequales non sunt. ergo  $\Gamma Z = Z\Delta$ .

XL.

Si duae rectae oppositas contingentes concurrunt, et per punctum concursus recta ducitur rectae puncta contactus coniungenti parallela cum sectionibus concurrens, rectae a punctis concursus ad mediam rectam puncta contactus coniungentem ductae sectiones contingunt.

sint  $A, B$  sectiones oppositae, ducanturque duae rectae sectiones  $A, B$  contingentes  $\Gamma E, E\Delta$ , et ducatur  $\Gamma\Delta$ , per  $E$  autem rectae  $\Gamma\Delta$  parallela ducatur  $ZEH$ , et  $\Gamma\Delta$  in  $\Theta$  in duas partes aequales secetur, ducanturque  $Z\Theta, \Theta H$ . dico, rectas  $Z\Theta, \Theta H$  sectiones contingere.

ducatur  $E\Theta$ ;  $E\Theta$  igitur diameter est recta, transversa autem cum ea coniugata recta est per centrum rectae  $\Gamma\Delta$  parallela ducta [prop. XXXVIII]. sumatur centrum  $X$ , et rectae  $\Gamma\Delta$  parallela ducatur  $AXB$ . itaque  $\Theta$

μέσῃν τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιξενγνύουσαν διάμετρος ἔσται τῶν ἀντικειμένων ἢ λεγομένη ὀρθία, πλαγία δὲ συζυγῆς αὐτῇ ἢ διὰ τοῦ κέντρου ἀγομένη παρὰ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιξενγνύουσαν.

5 ἔστωσαν ἀντικείμεναι τομαὶ αἱ  $A, B$ , ἐφαπτόμεναι δὲ τῶν τομῶν αἱ  $\Gamma X, X\Delta$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἢ  $\Gamma\Delta$  καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ  $E$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἢ  $EX$ . λέγω, ὅτι ἢ  $EX$  διάμετρος ἔστιν ἢ λεγομένη ὀρθία, πλαγία δὲ συζυγῆς αὐτῇ ἢ διὰ τοῦ κέντρου τῇ  $\Gamma\Delta$  παράλληλος  
10 ἀγομένη.

ἔστω γάρ, εἰ δυνατόν, διάμετρος ἢ  $EZ$ , καὶ εἰλήφθω τυχὸν σημεῖον τὸ  $Z$ . συμπεσεῖται ἄρα ἢ  $\Delta X$  τῇ  $EZ$ . συμπιπέτω κατὰ τὸ  $Z$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἢ  $\Gamma Z$ . συμβαλεῖ ἄρα ἢ  $\Gamma Z$  τῇ τομῇ. συμβαλέτω κατὰ τὸ  $A$ , καὶ  
15 διὰ τοῦ  $A$  τῇ  $\Gamma\Delta$  παράλληλος ἤχθω ἢ  $AB$ . ἐπεὶ οὖν διάμετρος ἔστιν ἢ  $EZ$ , καὶ τὴν  $\Gamma\Delta$  δίχα τέμνει, καὶ τὰς παραλλήλους αὐτῇ δίχα τέμνει. ἴση ἄρα ἔστιν ἢ  $AH$  τῇ  $HB$ . καὶ ἐπεὶ ἴση ἔστιν ἢ  $\Gamma E$  τῇ  $E\Delta$ , καὶ ἔστιν ἐν τριγώνῳ τῷ  $\Gamma Z\Delta$ , ἴση ἄρα καὶ ἢ  $AH$  τῇ  $HK$ .  
20 ὥστε καὶ ἢ  $HK$  τῇ  $HB$  ἔστιν ἴση· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἢ  $EZ$  διάμετρος ἔσται.

λθ'.

Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐφάπτονται συμπίπτουσαι, ἢ διὰ τοῦ κέντρου καὶ τῆς συμπτώσεως  
25 τῶν ἐφαπτομένων ἀγομένη δίχα τέμνει τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιξενγνύουσαν εὐθεῖαν.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι τομαὶ αἱ  $A, B$ , καὶ τῶν  $A, B$  δύο εὐθεῖαι ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι αἱ  $\Gamma E, E\Delta$ , καὶ

14.  $\Gamma Z$ ] cp, corr. ex  $\Gamma\Delta$  V, sed obscure. 19.  $\Gamma Z\Delta$ ]  $Z\Delta$  V; corr. p.



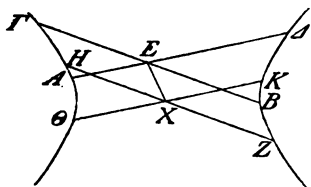
$AB$  diametri sunt coniugatae. et  $\Gamma\Theta$  ad diametrum secundam ordinate ducta est, sectionem contingens autem  $\Gamma E$  cum secunda diametro concurrens; itaque [I, 38] rectangulum  $EX \times X\Theta$  aequale est quadrato dimidiae secundae diametri, hoc est quartae parti figurae ad  $AB$  adplicatae [I def. alt. 3]. et quoniam  $ZE$  ordinate ducta est, et ducta est  $Z\Theta$ , propterea  $Z\Theta$  sectionem  $A$  contingit [I, 38]. eadem de causa etiam  $H\Theta$  sectionem  $B$  contingit. ergo  $Z\Theta$ ,  $\Theta H$  sectiones  $A$ ,  $B$  contingunt.

XLI.

Si in oppositis duae rectae inter se secant non per centrum ductae, in binas partes aequales inter se non secant.

sint  $A$ ,  $B$  sectiones oppositae, et in  $A$ ,  $B$  duae rectae  $\Gamma B$ ,  $A\Delta$  non per centrum ductae in  $E$  inter se secant. dico, eas in binas partes aequales inter se non secare.

nam si fieri potest, secant, centrum autem sectionum sit  $X$ , et ducatur  $EX$ ;  $EX$  igitur diameter est [prop. XXXVII]. ducatur per  $X$  rectae  $B\Gamma$  parallela  $XZ$ ;  $XZ$  igitur diameter est et cum  $EX$  coniugata [ibid.]. itaque



recta in  $Z$  contingens rectae  $EX$  parallela est [I def. 6]. iam eadem de causa ducta  $\Theta K$  rectae  $A\Delta$  parallela recta in  $\Theta$  contingens rectae  $EX$  parallela est; quare etiam recta in  $Z$  contingens rectae in  $\Theta$  contingententi parallela est [Eucl. I, 30]:

recta in  $Z$  contingens rectae in  $\Theta$  contingententi parallela est [Eucl. I, 30]:

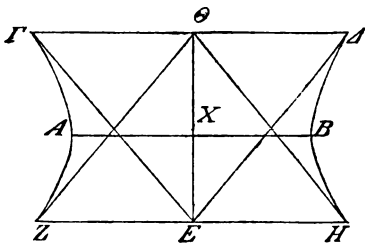
ἐπεξεύχθω ἡ  $\Gamma\Delta$ , καὶ διάμετρος ἤχθω ἡ  $EZ$ . λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ  $\Gamma Z$  τῇ  $Z\Delta$ .

εἰ γὰρ μὴ, τετμήσθω ἡ  $\Gamma\Delta$  δίχα κατὰ τὸ  $H$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $HE$ . ἡ  $HE$  ἄρα διάμετρος ἐστίν. ἐστὶ  
 5 δὲ καὶ ἡ  $EZ$ . κέντρον ἄρα ἐστὶ τὸ  $E$ . ἡ ἄρα σύμπτωσις τῶν ἐφαπτομένων ἐπὶ τοῦ κέντρου ἐστὶ τῶν τομῶν. ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστὶν ἡ  $\Gamma Z$  τῇ  $Z\Delta$ . ἴση ἄρα.

μ'.

10 Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐφαπτόμεναι συμπίπτωσι, καὶ διὰ τῆς συμπτώσεως εὐθεῖα ἀχθῆ παρα τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιζευγνύουσαν συμπίπτουσα ταῖς τομαῖς, αἱ ἀπὸ τῶν συμπτώσεων ἀγόμεναι ἐπὶ μέσῃ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιζευγνύουσαν ἐφάπτονται τῶν τομῶν.

15 ἔστωσαν ἀντικείμεναι τομαὶ αἱ  $A, B$ , καὶ τῶν  $A, B$  δύο εὐθεῖαι ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι αἱ  $\Gamma E, E\Delta$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $\Gamma\Delta$ , καὶ διὰ τοῦ  $E$  τῇ  $\Gamma\Delta$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $ZEH$ ,  
 20 καὶ τετμήσθω ἡ  $\Gamma\Delta$  δίχα κατὰ τὸ  $\Theta$ , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $Z\Theta, \Theta H$ . λέγω, ὅτι αἱ  $Z\Theta, \Theta H$  ἐφάπτονται τῶν τομῶν.



25 ἐπεξεύχθω ἡ  $E\Theta$ . διάμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ  $E\Theta$  ὀρθία, πλαγία δὲ συζυγῆς αὐτῇ ἡ διὰ τοῦ κέντρου τῇ  $\Gamma\Delta$  παράλληλος ἀγομένη. εἰλήφθω τὸ κέντρον τὸ  $X$ , καὶ

4. ἡ  $HE$ ] om. V; corr. p. 7. οὐκ ἄρα ἄνισός] addidi; om. V. 14. ἐφάπτονται V; corr. pc. 24. ἐφάπτονται V; infra  $\omega$  macula est (o?); corr. p.

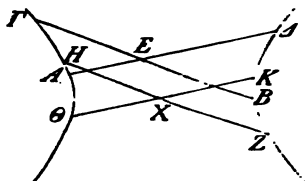
$AB$  diametri sunt coniugatae. et  $\Gamma\Theta$  ad diametrum secundam ordinate ducta est, sectionem contingens autem  $\Gamma E$  cum secunda diametro concurrens; itaque [I, 38] rectangulum  $EX \times X\Theta$  aequale est quadrato dimidiae secundae diametri, hoc est quartae parti figurae ad  $AB$  adplicatae [I def. alt. 3]. et quoniam  $ZE$  ordinate ducta est, et ducta est  $Z\Theta$ , propterea  $Z\Theta$  sectionem  $A$  contingit [I, 38]. eadem de causa etiam  $H\Theta$  sectionem  $B$  contingit. ergo  $Z\Theta$ ,  $\Theta H$  sectiones  $A$ ,  $B$  contingunt.

XLI.

Si in oppositis duae rectae inter se secant non per centrum ductae, in binas partes aequales inter se non secant.

sint  $A$ ,  $B$  sectiones oppositae, et in  $A$ ,  $B$  duae rectae  $\Gamma B$ ,  $A\Delta$  non per centrum ductae in  $E$  inter se secant. dico, eas in binas partes aequales inter se non secare.

nam si fieri potest, secant, centrum autem sectionum sit  $X$ , et ducatur  $EX$ ;  $EX$  igitur diameter

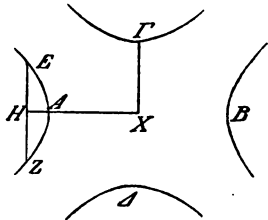


est [prop. XXXVII]. ducatur per  $X$  rectae  $B\Gamma$  parallela  $XZ$ :  $XZ$  igitur diameter est et cum  $EX$  coniugata [Ibid.]. itaque recta in  $Z$  contingens rectae

$EX$  parallela est [I def. 6]. iam eadem de causa ducta  $\Theta K$  rectae  $A\Delta$  parallela recta in  $\Theta$  contingens rectae  $EX$  parallela est; quare etiam recta in  $Z$  contingens rectae in  $\Theta$  contingenti parallela est [Ibid.].

ἐπὶ μέσῃ τὴν τέμνουσαν ἀχθῆ, ἣ δὲ παρὰ τὴν τέμνουσαν, συζυγεῖς ἔσονται διάμετροι τῶν ἀντικειμένων.

ἔστωσαν κατὰ συζυγίαν ἀντικείμεναι τομαὶ αἱ  $A, B, \Gamma, \Delta$ , καὶ τεμνέτω τὴν  $A$  εὐθεΐά τις κατὰ δύο  
5 σημεῖα τὰ  $E, Z$ , καὶ τεμησθῶ δίχα ἡ  $ZE$  τῷ  $H$ , καὶ ἔστω κέντρον τὸ  $X$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $XH$ , παράλληλος δὲ ἤχθω τῇ  $EZ$  ἢ  $\Gamma X$ . λέγω, ὅτι αἱ  $AX, X\Gamma$  συζυγεῖς εἰσι διά-  
10 μετροι.



ἐπεὶ γὰρ διάμετρος ἡ  $AX$ , καὶ τὴν  $EZ$  δίχα τέμνει, ἣ κατὰ τὸ  $A$  ἐφαπτομένη παράλληλός ἐστι τῇ  $EZ$ . ὥστε καὶ τῇ  $\Gamma X$ . ἐπεὶ οὖν ἀντικείμεναι εἰσι τομαί, καὶ  
15 μᾶς αὐτῶν τῆς  $A$  ἤκται ἐφαπτομένη κατὰ τὸ  $A$ , ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου τοῦ  $X$  ἢ μὲν ἐπὶ τὴν ἀφὴν ἐπιζεύγνυται ἡ  $XA$ , ἣ δὲ παρὰ τὴν ἐφαπτομένην ἤκται ἡ  $\Gamma X$ , αἱ  $XA, \Gamma X$  ἄρα συζυγεῖς εἰσι διάμετροι· τοῦτο γὰρ προδέδεικται.

20

μδ'.

Τῆς δοθείσης κώνου τομῆς τὴν διάμετρον εὐρεῖν.  
ἔστω ἡ δοθεῖσα κώνου τομῆ, ἐφ' ἧς τὰ  $A, B, \Gamma, \Delta$ ,  $E$  σημεῖα. δεῖ δὴ αὐτῆς τὴν διάμετρον εὐρεῖν.

γεγονέτω, καὶ ἔστω ἡ  $\Gamma\Theta$ . ἀχθεισῶν δὲ τεταγ-  
25 μένωσ τῶν  $\Delta Z, E\Theta$  καὶ ἐκβληθεισῶν ἔσται ἴση ἢ μὲν  $\Delta Z$  τῇ  $ZB$ , ἣ δὲ  $E\Theta$  τῇ  $\Theta A$ . ἐὰν οὖν τάξωμεν τὰς  $B\Delta, EA$  θέσει οὔσας παραλλήλους, ἔσται δοθέντα τὰ  $\Theta, Z$  σημεῖα. ὥστε θέσει ἔσται ἡ  $\Theta Z\Gamma$ .

6. ἔστω] τό V; corr. p (ἔστω τῶν τομῶν τό). 18.  $XA$ ]  $\Gamma A$  V; corr. Halley;  $AX$  p, Comm. 22.  $E$ ] om. V; corr. Comm.

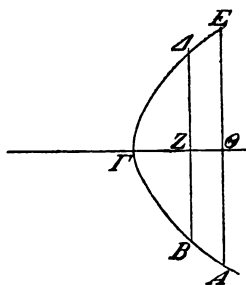
sint  $A, B, \Gamma, \Delta$  sectiones oppositae coniugatae, et recta aliqua sectionem  $A$  in duobus punctis  $E, Z$  secet, seceturque  $EZ$  in  $H$  in duas partes aequales, centrum autem sit  $X$ , et ducatur  $XH$ , rectae autem  $EZ$  parallela ducatur  $\Gamma X$ . dico, rectas  $AX, X\Gamma$  diametros coniugatas esse.

nam quoniam  $AX$  diametrus est et rectam  $EZ$  in duas partes aequales secat, recta in  $A$  contingens rectae  $EZ$  parallela est [prop. V]; quare etiam rectae  $\Gamma X$  [Eucl. I, 30]. quoniam igitur sectiones oppositae sunt, et unam earum  $A$  in  $A$  contingens ducta est recta, a centro autem  $X$  ad punctum contactus ducta est  $XA$ , contingenti autem parallela ducta est  $\Gamma X$ ; rectae  $XA, \Gamma X$  diametri coniugatae sunt; hoc enim antea demonstratum est [prop. XX].

XLIV.

Datae coni sectionis diametrum inuenire.

sit data sectio coni, in qua sunt puncta  $A, B, \Gamma, \Delta, E$ . oportet igitur diametrum eius inuenire.



factum sit, sitque  $\Gamma\Theta$ . itaque rectis  $\Delta Z, E\Theta$  ordinate ductis productisque erit  $\Delta Z = ZB, E\Theta = \Theta A$  [I def. 4]. itaque si rectas  $B\Delta, EA$ ; quae parallelae sunt, positione fixerimus, data erunt puncta  $\Theta, Z$ . ergo  $\Theta Z\Gamma$  positione data erit.

componetur hoc modo:

datae coni sectio, in qua sunt puncta  $A, B, \Gamma, \Delta$  et parallelae ducantur rectae  $B\Delta, AE$  secentur

συντεθήσεται δὴ οὕτως· ἔστω ἡ δοθεῖσα κώνου  
τομή, ἐφ' ἧς τὰ  $A, B, \Gamma, \Delta, E$  σημεῖα, καὶ ἤχθωσαν  
παράλληλοι αἱ  $B\Delta, AE$  καὶ τετμησθωσαν δίχα κατὰ  
τὰ  $Z, \Theta$ . καὶ ἐπιξευχθεῖσα ἡ  $Z\Theta$  διάμετρος ἔσται τῆς  
6 τομῆς. τῷ δὲ αὐτῷ τρόπῳ καὶ ἀπείρους εὐρήσομεν  
διαμέτρους.

με'.

Τῆς δοθείσης ἐλλείψεως ἡ ὑπερβολῆς τὸ κέντρον  
εὐρεῖν.

- 10 τοῦτο δὲ φανερόν· ἐὰν γὰρ διαχθῶσι δύο διά-  
μετροὶ τῆς τομῆς αἱ  $AB, \Gamma\Delta$ , καθ' ὃ τέμνουσιν ἀλ-  
λήλας, ἔσται τῆς τομῆς τὸ κέντρον, ὡς ὑπόκειται.

μς'.

Τῆς δοθείσης κώνου τομῆς τὸν ἄξονα εὐρεῖν.

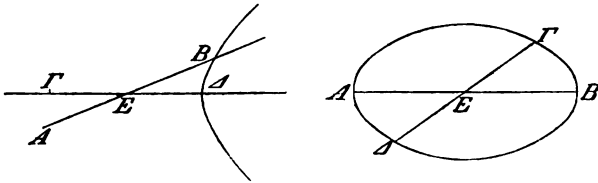
- 15 ἔστω ἡ δοθεῖσα κώνου τομὴ πρότερον παραβολή,  
ἐφ' ἧς τὰ  $Z, \Gamma, E$ . δεῖ δὴ αὐτῆς τὸν ἄξονα εὐρεῖν.  
ἤχθω γὰρ αὐτῆς διάμετρος ἡ  $AB$ . εἰ μὲν οὖν ἡ  
 $AB$  ἄξων ἔστί, γερονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν· εἰ δὲ  
οὐ, γερονέτω, καὶ ἔστω ἄξων ὁ  $\Gamma\Delta$ . ὁ  $\Gamma\Delta$  ἄρα ἄξων  
20 παράλληλός ἐστι τῇ  $AB$  καὶ τὰς ἀγομένας ἐπ' αὐτὴν  
κάθετους δίχα τέμνει. αἱ δὲ ἐπὶ τὴν  $\Gamma\Delta$  κάθετοι  
καὶ ἐπὶ τὴν  $AB$  κάθετοί εἰσιν· ὥστε ἡ  $\Gamma\Delta$  τὰς ἐπὶ  
τὴν  $AB$  κάθετους δίχα τέμνει. ἐὰν οὖν τάξω τὴν  
 $EZ$  κάθετον ἐπὶ τὴν  $AB$ , ἔσται θέσει, καὶ διὰ τοῦτο  
25 ἴση ἐστὶν ἡ  $E\Delta$  τῇ  $\Delta Z$ . δοθέν ἄρα ἔστι τὸ  $\Delta$ . διὰ  
δεδομένου ἄρα τοῦ  $\Delta$  παρὰ θέσει τὴν  $AB$  ἤκται ἡ  
 $\Gamma\Delta$ . θέσει ἄρα ἔστιν ἡ  $\Gamma\Delta$ .

συντεθήσεται δὴ οὕτως· ἔστω ἡ δοθεῖσα παρα-

in binas partes aequales in  $Z, \Theta$ . et ducta  $Z\Theta$  diametrus sectionis erit [I def. 4]. eodem autem modo etiam innumerabiles diametros inueniemus.

XLV.

Datae ellipsis uel hyperbolae centrum inuenire.  
hoc autem manifestum est. nam si duae diametri



sectionis ducuntur  $AB, \Gamma\Delta$  [prop. XLIV], ubi inter se secant, centrum erit sectionis, ut infra descriptum est.

XLVI.

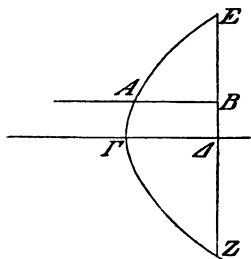
Datae conii sectionis axem inuenire.

sit data conii sectio prius parabola, in qua sunt  $Z, \Gamma, E$ . oportet igitur axem eius inuenire.

ducatur enim diametrus eius  $AB$  [prop. XLIV]. iam si  $AB$  axis est, factum erit propositum; sin minus, factum sit, et axis sit  $\Gamma\Delta$ ; axis igitur  $\Gamma\Delta$  rectae  $AB$  parallela est [I, 51 coroll.] et rectas ad eam perpendiculares ductas in binas partes aequales secat [I def. 7]. rectae autem ad  $\Gamma\Delta$  perpendiculares etiam ad  $AB$  perpendiculares sunt; quare  $\Gamma\Delta$  rectas ad  $AB$  perpendiculares in binas partes aequales secat. iam si fixero  $EZ$  ad  $AB$  perpendicularem, positione data

Figuras prop. XLV in prop. XLIV habet V; in prop. XLV mg. ἐγράφη τὸ σχῆμα ἄνω m. 1.

βολή, ἐφ' ἧς τὰ  $Z$ ,  $E$ ,  $A$ , καὶ ἤχθω αὐτῆς διάμετρος ἡ  $AB$ , καὶ ἐπ' αὐτήν κάθετος ἤχθω ἡ  $BE$  καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ  $Z$ . εἰ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν ἡ  $EB$  τῇ  $BZ$ , φανερόν, ὅτι ἡ  $AB$  ἄξων  
 5 ἐστίν· εἰ δὲ οὐ, τετμήσθω ἡ  $EZ$  δίχα τῷ  $\Delta$ , καὶ τῇ  $AB$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $\Gamma\Delta$ . φανερόν δὲ, ὅτι ἡ  $\Gamma\Delta$  ἄξων ἐστὶ τῆς τομῆς· παράλληλος γὰρ  
 10 οὐσα τῇ διαμέτρῳ, τουτέστι διάμετρος οὐσα, τὴν  $EZ$  δίχα τε καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει. τῆς ἄρα δοθείσης παραβολῆς ὁ ἄξων ἠϋρεται ὁ  $\Gamma\Delta$ .  
 καὶ φανερόν, ὅτι εἷς ἄξων ἐστὶ τῆς παραβολῆς. εἰ  
 15 γὰρ ἄλλος ἔσται ὡς ὁ  $AB$ , ἔσται τῇ  $\Gamma\Delta$  παράλληλος. καὶ τὴν  $EZ$  τέμνει· ὥστε καὶ δίχα. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ  $BE$  τῇ  $BZ$ . ὅπερ ἄτοπον.



μζ'.

Τῆς δοθείσης ὑπερβολῆς ἢ ἐλλείψεως τὸν ἄξωνα  
 20 εὐρεῖν.

ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἐλλειψὶς ἡ  $AB\Gamma$ . δεῖ δὲ αὐτῆς τὸν ἄξωνα εὐρεῖν.

εὐρήσθω καὶ ἔστω ὁ  $K\Delta$ , κέντρον δὲ τῆς τομῆς τὸ  $K$ . ἡ ἄρα  $K\Delta$  τὰς ἐπ' αὐτήν τεταγμένως κατα-  
 25 γομένας δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει.

ἤχθω κάθετος ἡ  $\Gamma\Delta A$ , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $KA$ ,  $K\Gamma$ . ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ  $\Gamma\Delta$  τῇ  $\Delta A$ , ἴση ἄρα ἡ  $\Gamma K$  τῇ  $KA$ .

3. ἐπί] om. V; corr. p. 13. εὔρηται cp. 21. ἐλλειψὶς] c, ἐλειψὶς, supra scr. l m. 1, V. 23.  $K\Delta$ ]  $A\Delta$  V; corr. p. 26.  $KA$ ]  $K\Delta$  V; corr. p.



erit [Eucl. dat. 30], et ob causam, quam indicauimus, erit  $EA = AZ$ . quare  $\Delta$  datum est. per datum igitur punctum  $\Delta$  rectae  $AB$  positione datae parallela ducta est  $\Gamma\Delta$ ; ergo  $\Gamma\Delta$  positione data est [Eucl. dat. 28].

componetur hoc modo: sit data parabola, in qua sunt puncta  $Z, E, A$ , et eius diametrus ducatur  $AB$  [prop. XLIV], ad eamque perpendicularis ducatur  $BE$  et ad  $Z$  producat. iam si  $EB = BZ$ , manifestum est,  $AB$  axem esse [I def. 7]; sin minus,  $EZ$  in  $\Delta$  in duas partes aequales secetur, et rectae  $AB$  parallela ducatur  $\Gamma\Delta$ . manifestum igitur,  $\Gamma\Delta$  axem esse sectionis. nam diametro parallela ducta, h. e. ipsa diametrus [I, 51 coroll.], rectam  $EZ$  et in duas partes aequales et ad angulos rectos secat [I def. 7]. ergo datae parabolae axis inuentus est  $\Gamma\Delta$ .

et manifestum est, unum solum axem esse parabolae. nam si alius quoque erit ut  $AB$ , rectae  $\Gamma\Delta$  parallela erit [I, 51 coroll.]. et rectam  $EZ$  secat; quare etiam in duas partes aequales eam secat [I def. 4]. itaque  $BE = BZ$ ; quod absurdum est.

## XLVII.

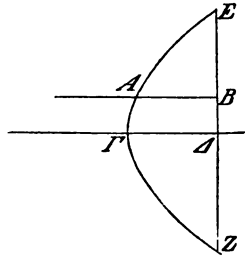
Datae hyperbolae uel ellipsis axem inuenire.

sit  $AB\Gamma$  hyperbola uel ellipsis. oportet igitur axem eius inuenire.

inuentus sit et sit  $K\Delta$ , centrum autem sectionis sit  $K$ ; itaque  $K\Delta$  rectas ad eam ordinate ductas in binas partes aequales et ad angulos rectos secat [I def. 7]

ducatur perpendicularis  $\Gamma\Delta A$ , ducanturque  $K\Gamma$ . iam quoniam est  $\Gamma\Delta = \Delta A$ , erit etiam  $\Gamma K =$

βολή, ἐφ' ἧς τὰ  $Z, E, A$ , καὶ ἤχθω αὐτῆς διάμετρος ἡ  $AB$ , καὶ ἐπ' αὐτήν κάθετος ἤχθω ἡ  $BE$  καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ  $Z$ . εἰ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν ἡ  $EB$  τῇ  $BZ$ , φανερόν, ὅτι ἡ  $AB$  ἄξων  
 5 ἐστίν· εἰ δὲ οὐ, τετμήσθω ἡ  $EZ$  δίχα τῷ  $\Delta$ , καὶ τῇ  $AB$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $\Gamma\Delta$ . φανερόν δὲ, ὅτι ἡ  $\Gamma\Delta$  ἄξων ἐστὶ τῆς τομῆς· παράλληλος γὰρ  
 10 οὖσα τῇ διαμέτρῳ, τουτέστι διάμετρος οὖσα, τὴν  $EZ$  δίχα τε καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει. τῆς ἄρα δοθείσης παραβολῆς ὁ ἄξων ἠϋρεται ὁ  $\Gamma\Delta$ .  
 καὶ φανερόν, ὅτι εἷς ἄξων ἐστὶ τῆς παραβολῆς. εἰ  
 15 γὰρ ἄλλος ἔσται ὡς ὁ  $AB$ , ἔσται τῇ  $\Gamma\Delta$  παράλληλος. καὶ τὴν  $EZ$  τέμνει· ὥστε καὶ δίχα. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ  $BE$  τῇ  $BZ$ . ὅπερ ἄτοπον.



μζ'.

Τῆς δοθείσης ὑπερβολῆς ἢ ἐλλείψεως τὸν ἄξωνα  
 20 εὐρεῖν.

ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἐλλειψὶς ἡ  $AB\Gamma$ . δεῖ δὲ αὐτῆς τὸν ἄξωνα εὐρεῖν.

εὐρήσθω καὶ ἔστω ὁ  $K\Delta$ , κέντρον δὲ τῆς τομῆς τὸ  $K$ . ἡ ἄρα  $K\Delta$  τὰς ἐπ' αὐτήν τεταγμένως κατα-  
 25 γομένας δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει.

ἤχθω κάθετος ἡ  $\Gamma\Delta A$ , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $KA, K\Gamma$ . ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ  $\Gamma\Delta$  τῇ  $\Delta A$ , ἴση ἄρα ἡ  $\Gamma K$  τῇ  $KA$ .

3. ἐπί] om. V; corr. p. 13. εϋρεται cp. 21. ἐλλειψις] c, ἔλειψις, supra scr. l m. 1, V. 23.  $K\Delta$ ]  $A\Delta$  V; corr. p. 26.  $KA$ ]  $K\Delta$  V; corr. p.

erit [Eucl. dat. 30], et ob causam, quam indicauimus, erit  $E\Delta = \Delta Z$ . quare  $\Delta$  datum est. per datum igitur punctum  $\Delta$  rectae  $AB$  positione datae parallela ducta est  $\Gamma\Delta$ ; ergo  $\Gamma\Delta$  positione data est [Eucl. dat. 28].

componetur hoc modo: sit data parabola, in qua sunt puncta  $Z, E, A$ , et eius diametrus ducatur  $AB$  [prop. XLIV], ad eamque perpendicularis ducatur  $BE$  et ad  $Z$  producat. iam si  $EB = BZ$ , manifestum est,  $AB$  axem esse [I def. 7]; sin minus,  $EZ$  in  $\Delta$  in duas partes aequales secetur, et rectae  $AB$  parallela ducatur  $\Gamma\Delta$ . manifestum igitur,  $\Gamma\Delta$  axem esse sectionis. nam diametro parallela ducta, h. e. ipsa diametrus [I, 51 coroll.], rectam  $EZ$  et in duas partes aequales et ad angulos rectos secat [I def. 7]. ergo datae parabolae axis inuentus est  $\Gamma\Delta$ .

et manifestum est, unum solum axem esse parabolae. nam si alius quoque erit ut  $AB$ , rectae  $\Gamma\Delta$  parallela erit [I, 51 coroll.]. et rectam  $EZ$  secat; quare etiam in duas partes aequales eam secat [I def. 4]. itaque  $BE = BZ$ ; quod absurdum est.

### XLVII.

Datae hyperbolae uel ellipsis axem inuenire.

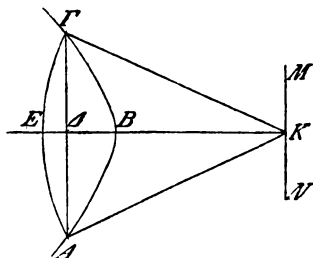
sit  $AB\Gamma$  hyperbola uel ellipsis. oportet igitur axem eius inuenire.

inuentus sit et sit  $K\Delta$ , centrum autem sectionis sit  $K$ ; itaque  $K\Delta$  rectas ad eam ordinate ductas in binas partes aequales et ad angulos rectos secat [I def. 7].

ducatur perpendicularis  $\Gamma\Delta A$ , ducanturque  $KA, K\Gamma$ . iam quoniam est  $\Gamma\Delta = \Delta A$ , erit etiam  $\Gamma K = KA$

ἐὰν οὖν τάξωμεν δοθέν τὸ  $\Gamma$ , ἔσται δοθεῖσα ἡ  $\Gamma\text{Κ}$ .  
 ὥστε ὁ κέντρον τῷ  $\text{Κ}$ , διαστήματι δὲ τῷ  $\text{Κ}\Gamma$  κύκλος  
 γραφόμενος ἤξει καὶ διὰ τοῦ  $\text{Α}$  καὶ ἔσται θέσει δε-  
 δομένος. ἔστι δὲ καὶ ἡ  $\text{Α}\text{Β}\Gamma$  τομῆ δοθεῖσα θέσει·  
 5 δοθέν ἄρα τὸ  $\text{Α}$ . ἔστι δὲ καὶ τὸ  $\Gamma$  δοθέν· θέσει  
 ἄρα ἡ  $\Gamma\text{Α}$ . καὶ ἔστιν ἴση ἡ  $\Gamma\Delta$  τῇ  $\Delta\text{Α}$ · δοθέν  
 ἄρα τὸ  $\Delta$ . ἀλλὰ καὶ τὸ  $\text{Κ}$  δοθέν· δοθεῖσα ἄρα τῇ  
 θέσει ἡ  $\Delta\text{Κ}$ .

συντεθήσεται δὴ οὕτως· ἔστω ἡ δοθεῖσα ὑπερ-  
 10 βολὴ ἢ ἔλλειψις ἡ  $\text{Α}\text{Β}\Gamma$ , καὶ εἰλήφθω αὐτῆς κέντρον  
 τὸ  $\text{Κ}$ · εἰλήφθω δὲ ἐπὶ τῆς τομῆς τυχὸν σημεῖον τὸ  
 $\Gamma$ , καὶ κέντρον τῷ  $\text{Κ}$ , δια-  
 στήματι δὲ τῷ  $\text{Κ}\Gamma$  κύκλος  
 γεγράφθω ὁ  $\Gamma\text{Ε}\text{Α}$ , καὶ  
 15 ἐπεξεύχθω ἡ  $\Gamma\text{Α}$  καὶ δίχα  
 τετμήσθω κατὰ τὸ  $\Delta$ , καὶ  
 ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $\text{Κ}\Gamma$ ,  $\text{Κ}\Delta$ ,  
 $\text{Κ}\text{Α}$ , καὶ διήχθω ἡ  $\text{Κ}\Delta$   
 ἐπὶ τὸ  $\text{Β}$ .



20 ἐπεὶ οὖν ἴση ἔστιν ἡ  $\text{Α}\Delta$  τῇ  $\Delta\Gamma$ , κοινὴ δὲ ἡ  
 $\Delta\text{Κ}$ , δύο ἄρα αἱ  $\Gamma\Delta\text{Κ}$  δύο ταῖς  $\text{Α}\Delta\text{Κ}$  ἴσαι εἰσὶ, καὶ  
 βάσις ἡ  $\text{Κ}\text{Α}$  τῇ  $\text{Κ}\Gamma$  ἴση. ἡ ἄρα  $\text{Κ}\text{Β}\Delta$  τὴν  $\text{Α}\Delta\Gamma$   
 δίχα τε καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει. ἄξων ἄρα ἔστιν ἡ  $\text{Κ}\Delta$ .  
 ἤχθω διὰ τοῦ  $\text{Κ}$  τῇ  $\Gamma\text{Α}$  παράλληλος ἡ  $\text{Μ}\text{Κ}\text{Ν}$ · ἡ  
 25 ἄρα  $\text{Μ}\text{Ν}$  ἄξων ἐστὶ τῆς τομῆς συζυγῆς τῇ  $\text{Β}\text{Κ}$ .

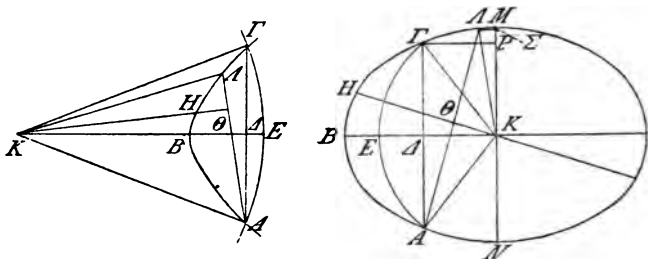
μη'.

Λεδειγμένων δὴ τούτων ἐξῆς ἔστω δεῖξαι, ὅτι ἄλ-  
 λοι ἄξονες τῶν αὐτῶν τομῶν οὐκ εἰσὶν.

7. δοθεῖσα] om. V; corr. p (δοθέν om.). 9. δὴ] p, δέ V.  
 17.  $\text{Κ}\Delta$ ] καὶ V; corr. p; del. Halley.

nam si fieri potest, etiam alius axis sit  $KH$ . eodem igitur modo, quo antea, ducta perpendiculari  $A\Theta$  erit  $A\Theta = \Theta A$  [I def. 4]; quare etiam  $AK = KA$  [Eucl. I, 4]. uerum etiam  $AK = K\Gamma$  [ibid.]. itaque etiam  $KA = K\Gamma$ ; quod absurdum est.

iam circulum  $AE\Gamma$  in alio puncto inter  $A, B, \Gamma$  cum sectione non concurrere, in hyperbola manifestum



est; in ellipsi autem perpendiculares ducantur  $\Gamma P$ ,  $A\Sigma$ . quoniam igitur est  $K\Gamma = KA$  (nam radii sunt), est etiam  $\Gamma K^2 = KA^2$ . est autem

$$\Gamma P^2 + PK^2 = \Gamma K^2$$

et  $K\Sigma^2 + \Sigma A^2 = AK^2$  [Eucl. I, 47]. itaque

$$\Gamma P^2 + PK^2 = A\Sigma^2 + \Sigma K^2.$$

quare  $\Gamma P^2 \div A\Sigma^2 = \Sigma K^2 \div KP^2$ . rursus quoniam est  $MP \times PN + PK^2 = KM^2$  [Eucl. II, 5], et etiam  $M\Sigma \times \Sigma N + \Sigma K^2 = KM^2$  [ibid.], erit

$$MP \times PN + PK^2 = M\Sigma \times \Sigma N + \Sigma K^2.$$

itaque  $\Sigma K^2 \div KP^2 = MP \times PN \div M\Sigma \times \Sigma N$ . demonstrauius autem, esse

$$\Sigma K^2 \div KP^2 = \Gamma P^2 \div A\Sigma^2;$$

itaque  $\Gamma P^2 \div A\Sigma^2 = MP \times PN \div M\Sigma \times \Sigma N$ . et quoniam  $\Gamma P$ ,  $A\Sigma$  ordinate ductae sunt, erit

$$\Gamma P^2 : MP \times PN = A\Sigma^2 : M\Sigma \times \Sigma N$$
 [I, 21];

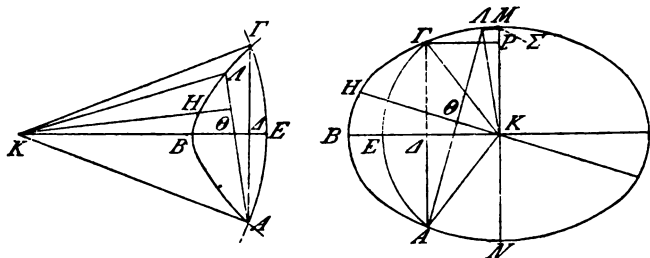
εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω καὶ ἕτερος ἄξων ὁ ΚΗ.  
κατὰ τὰ αὐτὰ δὴ τοῖς ἐμπροσθεν ἀχθείσης καθέτου  
τῆς ΑΘ ἴση ἔσται ἢ ΑΘ τῇ ΘΑ· ὥστε καὶ ἢ ΑΚ  
τῇ ΚΑ. ἀλλὰ καὶ τῇ ΚΓ· ἴση ἄρα ἢ ΚΑ τῇ ΚΓ  
5 ὅπερ ἄτοπον.

ὅτι μὲν οὖν καὶ ὁ ΑΕΓ κύκλος κατ' ἄλλο σημεῖον  
μεταξὺ τῶν Α, Β, Γ οὐ συμβάλλει τῇ τομῇ, ἐπὶ μὲν  
τῆς ὑπερβολῆς φανερόν· ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως κάθει-  
τοι ἤχθωσαν αἱ ΓΡ, ΑΣ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἢ ΚΓ  
10 τῇ ΚΑ· ἐκ κέντρου γάρ· ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ ΓΚ  
τῷ ἀπὸ ΚΑ. ἀλλὰ τῷ μὲν ἀπὸ ΓΚ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ  
ΓΡ, ΡΚ, τῷ δὲ ἀπὸ ΑΚ ἴσα τὰ ἀπὸ ΚΣ, ΣΑ· τὰ  
ἄρα ἀπὸ ΓΡ, ΡΚ τοῖς ἀπὸ ΑΣ, ΣΚ ἐστὶν ἴσα. ᾧ  
ἄρα διαφέρει τὸ ἀπὸ ΓΡ τοῦ ἀπὸ ΑΣ, τούτῳ δια-  
15 φέρει τὸ ἀπὸ ΣΚ τοῦ ἀπὸ ΚΡ. πάλιν ἐπειδὴ τὸ  
ὑπὸ ΜΡΝ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΡΚ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΚΜ,  
ἔστι δὲ καὶ τὸ ὑπὸ ΜΣΝ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΣΚ ἴσον  
τῷ ἀπὸ ΚΜ, τὸ ἄρα ὑπὸ ΜΡΝ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΡΚ  
ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΜΣΝ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΣΚ. ᾧ ἄρα  
20 διαφέρει τὸ ἀπὸ ΣΚ τοῦ ἀπὸ ΚΡ, τούτῳ διαφέρει  
τὸ ὑπὸ ΜΡΝ τοῦ ὑπὸ ΜΣΝ. ἐδείχθη δὲ, ὅτι, ᾧ  
διαφέρει τὸ ἀπὸ ΣΚ τοῦ ἀπὸ ΚΡ, τούτῳ διαφέρει  
τὸ ἀπὸ ΓΡ τοῦ ἀπὸ ΑΣ· ᾧ ἄρα διαφέρει τὸ ἀπὸ  
ΓΡ τοῦ ἀπὸ ΣΑ, τούτῳ διαφέρει τὸ ὑπὸ ΜΡΝ τοῦ  
25 ὑπὸ ΜΣΝ. καὶ ἐπεὶ κατηγμένα ἐῖσιν αἱ ΓΡ, ΑΣ,  
ἔστιν, ὡς τὸ ἀπὸ ΓΡ πρὸς τὸ ὑπὸ ΜΡΝ, τὸ ἀπὸ ΑΣ  
πρὸς τὸ ὑπὸ ΜΣΝ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἐν ἀμφοτέροις  
ἢ αὐτῇ ὑπεροχῇ· ἴσον ἄρα τὸ μὲν ἀπὸ ΓΡ τῷ ὑπὸ

2. τὰ] bis V; corr. cyp. 10. καί] p v, om. c, supra scr.  
m. 1 V. 11. τῷ] (alt.) p c, corr. ex τό m. 1 V. 18. τῷ] p c,  
corr. ex τό m. 1 V.

nam si fieri potest, etiam alius axis sit  $KH$ . eodem igitur modo, quo antea, ducta perpendiculari  $A\Theta$  erit  $A\Theta = \Theta A$  [I def. 4]; quare etiam  $AK = KA$  [Eucl. I, 4]. uerum etiam  $AK = K\Gamma$  [ibid.]. itaque etiam  $KA = K\Gamma$ ; quod absurdum est.

iam circulum  $AEG\Gamma$  in alio puncto inter  $A, B, \Gamma$  cum sectione non concurrere, in hyperbola manifestum



est; in ellipsi autem perpendiculares ducantur  $\Gamma P$ ,  $A\Sigma$ . quoniam igitur est  $K\Gamma = KA$  (nam radii sunt), est etiam  $\Gamma K^2 = KA^2$ . est autem

$$\Gamma P^2 + PK^2 = \Gamma K^2$$

et  $K\Sigma^2 + \Sigma A^2 = AK^2$  [Eucl. I, 47]. itaque

$$\Gamma P^2 + PK^2 = A\Sigma^2 + \Sigma K^2.$$

quare  $\Gamma P^2 \div A\Sigma^2 = \Sigma K^2 \div KP^2$ . rursus quoniam est  $MP \times PN + PK^2 = KM^2$  [Eucl. II, 5], et etiam  $M\Sigma \times \Sigma N + \Sigma K^2 = KM^2$  [ibid.], erit

$$MP \times PN + PK^2 = M\Sigma \times \Sigma N + \Sigma K^2.$$

itaque  $\Sigma K^2 \div KP^2 = MP \times PN \div M\Sigma \times \Sigma N$ . demonstrauius autem, esse

$$\Sigma K^2 \div KP^2 = \Gamma P^2 \div A\Sigma^2;$$

itaque  $\Gamma P^2 \div A\Sigma^2 = MP \times PN \div M\Sigma \times \Sigma N$ . et quoniam  $\Gamma P$ ,  $A\Sigma$  ordinate ductae sunt, erit

$$\Gamma P^2 : MP \times PN = A\Sigma^2 : M\Sigma \times \Sigma N$$
 [I, 21];

$MPN$ , τὸ δὲ ἀπὸ  $ΑΣ$  τῷ ὑπὸ  $ΜΣΝ$ . κύκλος ἄρα ἐστὶν ἡ  $ΑΓΜ$  γραμμὴ· ὅπερ ἄτοπον· ὑπόκειται γὰρ ἔλλειψις.

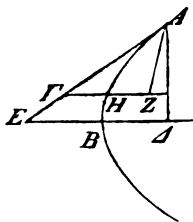
μθ'.

- 5 Κώνου τομῆς δοθείσης καὶ σημείου μὴ ἐντὸς τῆς τομῆς ἀγαγεῖν ἀπὸ τοῦ σημείου εὐθεῖαν καθ' ἓν ἐπιψάουσαν τῆς τομῆς.

ἔστω ἡ δοθεῖσα κώνου τομὴ πρότερον παραβολή, ἣς ἄξων ὁ  $ΒΔ$ . δεῖ δὴ ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, ὃ μὴ ἐστὶν ἐντὸς τῆς τομῆς, ἀγαγεῖν εὐθεῖαν, ὡς πρόκειται.

τὸ δὴ δοθὲν σημεῖον ἦτοι ἐπὶ τῆς γραμμῆς ἐστὶν ἢ ἐπὶ τοῦ ἄξωνος ἢ ἐν τῷ λοιπῷ ἐκτὸς τόπῳ.

ἔστω οὖν ἐπὶ τῆς γραμμῆς, καὶ ἔστω τὸ  $A$ , καὶ 15 γερονέτω, καὶ ἔστω ἡ  $ΑΕ$ , καὶ κάθετος ἦχθῶ ἡ  $ΑΔ$ · ἔσται δὴ θέσει. καὶ ἴση ἐστὶν ἡ  $ΒΕ$  τῇ  $ΒΔ$ · καὶ ἐστὶ δοθεῖσα ἡ  $ΒΔ$ · δοθεῖσα ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ  $ΒΕ$ . καὶ ἐστὶ τὸ  $Β$  δοθὲν· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ  $Ε$ . 20 ἀλλὰ καὶ τὸ  $A$ · θέσει ἄρα ἡ  $ΑΕ$ .



συντεθήσεται δὴ οὕτως· ἦχθῶ ἀπὸ τοῦ  $A$  κάθετος ἡ  $ΑΔ$ , καὶ κείσθῶ τῇ  $ΒΔ$  ἴση ἡ  $ΒΕ$ , καὶ ἐπεξεύχθῶ ἡ  $ΑΕ$ . φανερὸν δὴ, ὅτι ἐφάπτεται τῆς τομῆς.

- 25 ἔστω πάλιν τὸ δοθὲν σημεῖον ἐπὶ τοῦ ἄξωνος τὸ  $E$ , καὶ γερονέτω, καὶ ἦχθῶ ἐφαπτομένη ἡ  $ΑΕ$ , καὶ κάθετος ἦχθῶ ἡ  $ΑΔ$ · ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ  $ΒΕ$  τῇ  $ΒΔ$ . καὶ δοθεῖσα ἡ  $ΒΕ$ · δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ  $ΒΔ$ . καὶ ἐστὶ δοθὲν τὸ  $Β$ · δοθὲν ἄρα καὶ τὸ  $Δ$ . καὶ ἐστὶν ὀρθὴ

17.  $ΒΔ$ ] (alt.) p, corr. ex  $ΓΔ$  m. 2 V;  $ΓΔ$  cv.



[dat. 29]. quare  $A$  datum est [dat. 25]. uerum etiam  $E$  datum est. ergo  $AE$  positione data est [dat. 26].

componetur hoc modo: ponatur  $B\Delta = BE$ , et a  $\Delta$  ad  $E\Delta$  perpendicularis erigatur  $\Delta A$ , ducaturque  $AE$ . manifestum igitur,  $AE$  contingere [I, 35].

et manifestum est, etiam si datum punctum idem sit ac  $B$ , rectam a  $B$  perpendicularem ductam sectionem contingere [I, 17].

iam sit  $\Gamma$  punctum datum, et factum sit, sitque  $\Gamma A$ , per  $\Gamma$  autem axi, hoc est rectae  $B\Delta$ , parallela ducatur  $\Gamma Z$ ; itaque  $\Gamma Z$  positione data est [dat. 28]. et ab  $A$  ad  $\Gamma Z$  ordinate ducatur  $AZ$ ; itaque erit [I, 35]  $\Gamma H = ZH$ . et  $H$  datum est [dat. 25]; itaque etiam  $Z$  datum est [dat. 27]. et  $ZA$  ordinate erecta est, hoc est rectae in  $H$  contingenti parallela; itaque  $ZA$  positione data est [dat. 28]. quare  $A$  datum est [dat. 25]. uerum etiam  $\Gamma$  datum est. ergo  $\Gamma A$  positione data est [dat. 26].

componetur hoc modo: per  $\Gamma$  rectae  $B\Delta$  parallela ducatur  $\Gamma Z$ , et ponatur  $ZH = \Gamma H$ , rectaeque in  $H$  contingenti parallela ducatur  $ZA$ , ducaturque  $A\Gamma$ . manifestum igitur [I, 35], hanc problema effecturam esse.

Rursus sit hyperbola, cuius axis sit  $\Delta B\Gamma$ , centrum autem  $\Theta$ , asymptotae autem  $\Theta E$ ,  $\Theta Z$ . datum igitur punctum aut in sectione dabitur aut in axe aut intra angulum  $E\Theta Z$  aut in spatio deinceps posito aut in altera asymptotarum sectionem continentium aut in spatio inter rectas posito, quae angulum angulo  $Z\Theta F$  ad uerticem positum continent.

ἢ  $\Delta A$ . θέσει ἄρα ἢ  $\Delta A$ . δοθὲν ἄρα τὸ  $A$ . ἀλλὰ  
καὶ τὸ  $E$ . θέσει ἄρα ἢ  $AE$ .

συντεθήσεται δὴ οὕτως· κείσθω τῇ  $BE$  ἴση ἢ  $BA$ ,  
καὶ ἀπὸ τοῦ  $\Delta$  τῇ  $E\Delta$  ὀρθὴ ἢ  $\Delta A$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἢ  
5  $AE$ . φανερὸν δὴ, ὅτι ἐφάπτεται ἢ  $AE$ .

φανερὸν δέ, ὅτι καὶ ἐὰν τὸ δοθὲν σημεῖον τὸ αὐτὸ  
ἢ τῷ  $B$ , ὅτι ἢ ἀπὸ τοῦ  $B$  ὀρθὴ ἀγομένη ἐφάπτεται  
τῆς τομῆς.

ἔστω δὴ τὸ δοθὲν σημεῖον τὸ  $\Gamma$ , καὶ γερονέτω,  
10 καὶ ἔστω ἢ  $\Gamma A$ , καὶ διὰ τοῦ  $\Gamma$  τῷ ἄξονι, τουτέστι  
τῇ  $BA$ , παράλληλος ἤχθω ἢ  $\Gamma Z$ . θέσει ἄρα ἐστὶν  
ἢ  $\Gamma Z$ . καὶ ἀπὸ τοῦ  $A$  ἐπὶ τὴν  $\Gamma Z$  τεταγμένως ἤχθω  
ἢ  $AZ$ . ἔσται δὴ ἴση ἢ  $\Gamma H$  τῇ  $ZH$ . καὶ ἐστὶ δοθὲν  
τὸ  $H$ . δοθὲν ἄρα καὶ τὸ  $Z$ . καὶ ἀνήκται ἢ  $ZA$   
15 τεταγμένως, τουτέστι παράλληλος τῇ κατὰ τὸ  $H$  ἐφαπ-  
τομένη· θέσει ἄρα ἐστὶν ἢ  $ZA$ . δοθὲν ἄρα καὶ τὸ  
 $A$ . ἀλλὰ καὶ τὸ  $\Gamma$ . θέσει ἄρα ἐστὶν ἢ  $\Gamma A$ .

συντεθήσεται οὕτως· ἤχθω διὰ τοῦ  $\Gamma$  παράλληλος  
τῇ  $BA$  ἢ  $\Gamma Z$ , καὶ κείσθω τῇ  $\Gamma H$  ἢ  $ZH$  ἴση, καὶ τῇ  
20 κατὰ τὸ  $H$  ἐφαπτομένη παράλληλος ἤχθω ἢ  $ZA$ , καὶ ἐπε-  
ξεύχθω ἢ  $AG$ . φανερὸν δὴ, ὅτι ποιήσει τὸ πρόβλημα.

Ἔστω πάλιν ὑπερβολή, ἧς ἄξων ὁ  $\Delta B\Gamma$ , κέντρον δὲ  
τὸ  $\Theta$ , ἀσύμπτωτοι δὲ αἱ  $\Theta E$ ,  $\Theta Z$ . τὸ δὴ διδόμενον  
σημεῖον ἦτοι ἐπὶ τῆς τομῆς δοθήσεται ἢ ἐπὶ τοῦ ἄξονος  
25 ἢ ἐντὸς τῆς ὑπὸ τῶν  $E\Theta Z$  γωνίας ἢ ἐν τῷ ἐφεξῆς  
τόπῳ ἢ ἐπὶ μιᾶς τῶν ἀσυμπτῶτων τῶν περιεχουσῶν  
τὴν τομὴν ἢ ἐν τῷ μεταξὺ τῶν περιεχουσῶν τὴν κατὰ  
κορυφὴν τῆς ὑπὸ  $Z\Theta E$  γωνίας.

6. ὅτι] del. Halley. τό] (pr.) addidi; om. V. 10. ἢ] p c,  
corr. ex x m. 1 V. 22.  $\Delta B\Gamma$ ]  $B\Delta\Gamma$  V; corr. p. 23. δῆ]  
scripsi; δέ V p.

primum in sectione sit ut  $A$ , et factum sit, sitque contingens  $AH$ , et perpendicularis ducatur  $A\Delta$ , transversum autem figurae latus sit  $B\Gamma$ . erit igitur [I, 36]  $\Gamma\Delta : \Delta B = \Gamma H : HB$ . uerum ratio  $\Gamma\Delta : \Delta B$  data est [dat. 1]; nam utraque data est; itaque etiam ratio  $\Gamma H : HB$  data est. et  $B\Gamma$  data est; itaque  $H$  datum est [dat. 7]. uerum etiam  $A$  datum est; ergo  $AH$  positione data est [dat. 26].

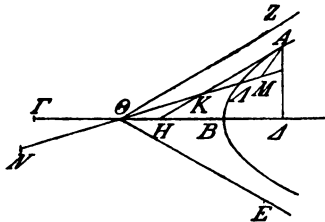
componetur hoc modo: ab  $A$  perpendicularis ducatur  $A\Delta$ , sitque  $\Gamma H : HB = \Gamma\Delta : \Delta B$ , et ducatur  $AH$ . manifestum igitur [I, 34], rectam  $AH$  sectionem contingere.

iam rursus in axe sit datum punctum  $H$ , et factum sit, et  $AH$  contingens ducta sit, ducaturque perpendicularis  $A\Delta$ . eadem igitur de causa [I, 36] erit  $\Gamma H : HB = \Gamma\Delta : \Delta B$ . et  $B\Gamma$  data est; itaque  $\Delta$  datum est [dat. 7]. et  $\Delta A$  perpendicularis erecta est; itaque  $\Delta A$  positione data est [dat. 29]. uerum etiam sectio positione data est; itaque  $A$  datum est [dat. 25]. uerum etiam  $H$ ; ergo  $AH$  positione data est [dat. 26].

componetur hoc modo: supponantur cetera eadem, et fiat  $\Gamma\Delta : \Delta B = \Gamma H : HB$ , perpendicularisque erigatur  $\Delta A$ , et ducatur  $AH$ . manifestum igitur, rectam  $AH$  problema efficere [I, 34], et ab  $H$  aliam rectam sectionem contingentem ad alteram partem duci posse.

iisdem suppositis datum punctum  $K$  in spatio intra angulum  $E\Theta Z$  posito sit, et oporteat a  $K$  rectam ducere sectionem contingentem. factum sit, sitque  $KA$ , et ducta  $K\Theta$  producatur, ponatur-

- ἔστω πρότερον ἐπὶ τῆς τομῆς ὡς τὸ  $A$ , καὶ γεγο-  
 νέντω, καὶ ἔστω ἐφαπτομένη ἡ  $AH$ , καὶ ἤχθω κάθετος  
 ἡ  $A\Delta$ , πλαγία δὲ τοῦ  
 εἴδους πλευρὰ ἔστω ἡ  
 5  $B\Gamma$ . ἔσται δὴ, ὡς ἡ  $\Gamma\Delta$   
 πρὸς  $\Delta B$ , οὕτως ἡ  $\Gamma H$   
 πρὸς  $HB$ . λόγος δὲ τῆς  
 $\Gamma\Delta$  πρὸς  $\Delta B$  δοθεὶς· δο-  
 θεῖσα γὰρ ἑκατέρα· λόγος  
 10 ἄρα καὶ τῆς  $\Gamma H$  πρὸς  $HB$  δοθεὶς. καὶ ἔστι δοθεῖσα  
 ἡ  $B\Gamma$ . δοθέν ἄρα τὸ  $H$ . ἀλλὰ καὶ τὸ  $A$ . θέσει ἄρα  
 ἡ  $AH$ .



- συντεθήσεται οὕτως· ἤχθω ἀπὸ τοῦ  $A$  κάθετος  
 ἡ  $A\Delta$ , καὶ τῷ τῆς  $\Gamma\Delta$  πρὸς  $\Delta B$  λόγῳ ὁ αὐτὸς ἔστω  
 15 ὁ τῆς  $\Gamma H$  πρὸς  $HB$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $AH$ . φανερόν  
 δὴ, ὅτι ἡ  $AH$  ἐφάπτεται τῆς τομῆς.

- πάλιν δὴ ἔστω τὸ δοθέν σημεῖον ἐπὶ τοῦ ἄξονος  
 τὸ  $H$ , καὶ γερονέντω, καὶ ἤχθω ἡ  $AH$  ἐφαπτομένη, καὶ  
 κάθετος ἤχθω ἡ  $A\Delta$ . κατὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἔσται, ὡς ἡ  
 20  $\Gamma H$  πρὸς  $HB$ , οὕτως ἡ  $\Gamma\Delta$  πρὸς  $\Delta B$ . καὶ ἔστι δο-  
 θεῖσα ἡ  $B\Gamma$ . δοθέν ἄρα τὸ  $\Delta$ . καὶ ἔστιν ὀρθὴ ἡ  
 $\Delta A$ . θέσει ἄρα ἔστιν ἡ  $\Delta A$ . θέσει δὲ καὶ ἡ τομῆ·  
 δοθέν ἄρα τὸ  $A$ . ἀλλὰ καὶ τὸ  $H$ . θέσει ἄρα ἔστιν ἡ  $AH$ .

- συντεθήσεται δὴ οὕτως· ὑποκείσθω τὰ μὲν ἄλλα  
 25 τὰ αὐτὰ, καὶ τῷ τῆς  $\Gamma H$  πρὸς  $HB$  λόγῳ ὁ αὐτὸς·  
 πεποιήσθω ὁ τῆς  $\Gamma\Delta$  πρὸς  $\Delta B$ , καὶ ὀρθὴ ἤχθω ἡ  $\Delta A$ ,  
 καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $AH$ . φανερόν δὴ, ὅτι ἡ  $AH$  ποιεῖ τὸ  
 πρόβλημα, καὶ ὅτι ἀπὸ τοῦ  $H$  ἀχθθήσεται ἐτέρα ἐφαπ-  
 τομένη τῆς τομῆς ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη.

8.  $\Delta B$ ]  $AB$  V; corr. p.  
 ( $\Gamma B$ ). 24. δὴ] δέ Halley.

21.  $B\Gamma$ ]  $B\Gamma\Delta$  V; corr. Halley

primum in sectione sit ut  $A$ , et factum sit, sitque contingens  $AH$ , et perpendicularis ducatur  $A\Delta$ , transversum autem figurae latus sit  $B\Gamma$ . erit igitur [I, 36]  $\Gamma\Delta : \Delta B = \Gamma H : HB$ . uerum ratio  $\Gamma\Delta : \Delta B$  data est [dat. 1]; nam utraque data est; itaque etiam ratio  $\Gamma H : HB$  data est. et  $B\Gamma$  data est; itaque  $H$  datum est [dat. 7]. uerum etiam  $A$  datum est; ergo  $AH$  positione data est [dat. 26].

componetur hoc modo: ab  $A$  perpendicularis ducatur  $A\Delta$ , sitque  $\Gamma H : HB = \Gamma\Delta : \Delta B$ , et ducatur  $AH$ . manifestum igitur [I, 34], rectam  $AH$  sectionem contingere.

iam rursus in axe sit datum punctum  $H$ , et factum sit, et  $AH$  contingens ducta sit, ducaturque perpendicularis  $A\Delta$ . eadem igitur de causa [I, 36] erit  $\Gamma H : HB = \Gamma\Delta : \Delta B$ . et  $B\Gamma$  data est; itaque  $\Delta$  datum est [dat. 7]. et  $\Delta A$  perpendicularis erecta est; itaque  $\Delta A$  positione data est [dat. 29]. uerum etiam sectio positione data est; itaque  $A$  datum est [dat. 25]. uerum etiam  $H$ ; ergo  $AH$  positione data est [dat. 26].

componetur hoc modo: supponantur cetera eadem, et fiat  $\Gamma\Delta : \Delta B = \Gamma H : HB$ , perpendicularisque erigatur  $\Delta A$ , et ducatur  $AH$ . manifestum igitur, rectam  $AH$  problema efficere [I, 34], et ab  $H$  aliam rectam sectionem contingentem ad alteram partem duci posse.

iisdem suppositis datum punctum  $K$  in spatio intra angulum  $E\Theta Z$  posito sit, et oporteat a  $K$  rectam ducere sectionem contingentem. factum sit, sitque  $KA$ , et ducta  $K\Theta$  producat, ponatur-

τοῦ  $A$  τῆ  $E\Theta$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $AD$ . ἔσται δὴ ἴση ἡ  $\Delta\Theta$  τῆ  $\Delta Z$ , ἐπεὶ καὶ ἡ  $ZA$  τῆ  $AE$  ἴση ἐστί. καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ  $Z\Theta$ . δοθὲν ἄρα τὸ  $\Delta$ . καὶ διὰ δεδομένου τοῦ  $\Delta$  παρὰ θέσει τὴν  $E\Theta$  παράλληλος ἡκται ἡ  $\Delta A$ . θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ  $\Delta A$ . θέσει δὲ καὶ ἡ τομῆ· δοθὲν ἄρα τὸ  $A$ . ἀλλὰ καὶ τὸ  $Z$ . θέσει ἄρα ἡ  $ZAE$ .

συντεθήσεται δὴ οὕτως· ἔστω ἡ τομῆ ἡ  $AB$ , καὶ αὐτὴ  $E\Theta$ ,  $\Theta Z$  ἀσύμπτωτοι, καὶ τὸ δοθὲν σημεῖον ἐπὶ μιᾶς τῶν ἀσυμπτῶτων τῶν περιεχουσῶν τὴν τομὴν τὸ  $Z$ , καὶ τετμησθῶ ἡ  $Z\Theta$  δίχα κατὰ τὸ  $\Delta$ ; καὶ διὰ τοῦ  $\Delta$  τῆ  $\Theta E$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $\Delta A$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $ZA$ . καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ  $Z\Delta$  τῆ  $\Delta\Theta$ , ἴση ἄρα καὶ ἡ  $ZA$  τῆ  $AE$ . ὥστε διὰ τὰ προοδεδειγμένα ἡ  $ZAE$  ἐφάπτεται τῆς τομῆς.

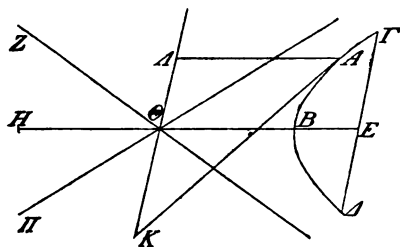
τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἔστω τὸ δοθὲν σημεῖον ἐν τῷ ὑπὸ τὴν γωνίαν τὴν ἐξῆς τόπῳ τῶν περιεχουσῶν τὴν τομὴν, καὶ ἔστω τὸ  $K$ . δεῖ δὴ ἀπὸ τοῦ  $K$  ἀγαγεῖν ἐφαπτομένην τῆς τομῆς. καὶ γερονέτω, καὶ ἔστω ἡ  $KA$ , καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ  $K\Theta$  ἐκβεβλήσθω· ἔσται δὴ θέσει. ἐὰν δὲ ἐπὶ τῆς τομῆς ληφθῆι δοθὲν σημεῖον τὸ  $\Gamma$ , καὶ διὰ τοῦ  $\Gamma$  τῆ  $K\Theta$  παράλληλος ἀχθῆι ἡ  $\Gamma\Delta$ , ἔσται θέσει. καὶ ἐὰν τμηθῆι ἡ  $\Gamma\Delta$  δίχα κατὰ τὸ  $E$ , καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ  $\Theta E$  ἐκβληθῆι, ἔσται θέσει διάμετρος οὔσα συζυγῆς τῆ  $K\Theta$ . κείσθω δὲ τῆ  $B\Theta$  ἴση ἡ  $\Theta H$ , καὶ διὰ τοῦ  $A$  τῆ  $B\Theta$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $AA$ . ἔσται δὲ διὰ τὸ εἶναι τὰς  $KA$ ,  $BH$  συζυγεῖς διαμέτρους καὶ ἐφαπτομένην τὴν  $AK$  καὶ τὴν  $AA$  ἀχθεῖσαν παρὰ τὴν  $BH$  τὸ ὑπὸ τῶν  $K\Theta A$

8. δῆ] p, δέ V. 10. τῶν] (alt.) καὶ Vp; corr. Comm. 14. ZAE] scripsi, ZA Vp. 24.  $\Theta E$ ]  $\Theta EA$  V; corr. Memus;  $\Theta EB$  c,  $EB\Theta$  p.

positione data est; quare  $A$  datum est [dat. 25]. uerum etiam  $Z$  datum est; ergo positione data est  $ZAE$  [dat. 26].

componetur hoc modo: sit  $AB$  sectio, et  $E\Theta$ ,  $\Theta Z$  asymptotae, et datum punctum  $Z$  in altera asymptotarum sectionem continentium positum, seceturque in  $\Delta$  in duas partes aequales  $Z\Theta$ , et per  $\Delta$  rectae  $\Theta E$  parallela ducatur  $\Delta A$ , ducaturque  $ZA$ . et quoniam est  $Z\Delta = \Delta\Theta$ , erit etiam  $ZA = AE$  [Eucl. VI, 2]. ergo propter ea, quae supra demonstraui[mus] [prop. IX],  $ZAE$  sectionem contingit.

iisdem suppositis datum punctum in spatio sub angulo posito, qui deinceps est rectis sectionem continentibus, positum sit, et sit  $K$ . oportet igitur a  $K$



rectam sectionem contingentem ducere. et factum sit, sitque  $KA$ , et ducta  $K\Theta$  producatur; itaque positione data erit [dat. 26]. si igitur in sectione

datum punctum  $\Gamma$  sumitur, et per  $\Gamma$  rectae  $K\Theta$  parallela ducitur  $\Gamma A$ , positione data erit [dat. 28]. et si  $\Gamma A$  in  $E$  in duas partes aequales secatur, ductaque  $\Theta E$  producitur, positione data erit [dat. 7, 26], et diametrus erit cum  $K\Theta$  coniugata [I def. 6]. ponatur igitur  $\Theta H = B\Theta$ , et per  $A$  rectae  $B\Theta$  parallela ducatur  $AA'$ . itaque quoniam  $KA$ ,  $BH$  diametri coniugatae sunt, et  $AK$  contingens,  $AA'$  autem rectae  $BH$  parallela, erit [I, 38; deff. alt. 3]  $K\Theta \times \Theta A$

ἴσον τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ πρὸς τῇ  $BH$  εἵδους. δοθὲν ἄρα τὸ ὑπὸ  $K\Theta A$ . καὶ ἐστὶ δοθεῖσα ἡ  $K\Theta$ . δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ  $\Theta A$ . ἀλλὰ καὶ τῇ θέσει· καὶ ἐστὶ δοθὲν τὸ  $\Theta$ . δοθὲν ἄρα καὶ τὸ  $A$ . καὶ διὰ τοῦ  $A$  παρὰ  
 5 θέσει τὴν  $BH$  ἤκται ἡ  $AA$ . θέσει ἄρα ἡ  $AA$ . θέσει δὲ καὶ ἡ τομῆ· δοθὲν ἄρα τὸ  $A$ . ἀλλὰ καὶ τὸ  $K$ . θέσει ἄρα ἡ  $AK$ .

συντεθήσεται δὴ οὕτως· ὑποκείσθω τὰ μὲν ἄλλα τὰ αὐτά, τὸ δὲ δοθὲν σημείον τὸ  $K$  ἐν τῷ προειρη-  
 10 μένῳ τόπῳ, καὶ ἐπιξενυχθεῖσα ἡ  $K\Theta$  ἐκβεβλήσθω, καὶ εἰλήφθω τι σημείον τὸ  $\Gamma$ , καὶ τῇ  $K\Theta$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $\Gamma A$ , καὶ τετμήσθω ἡ  $\Gamma A$  δίχα τῷ  $E$ , καὶ ἐπιξενυχθεῖσα ἡ  $E\Theta$  ἐκβεβλήσθω, καὶ τῇ  $B\Theta$  ἴση κείσθω ἡ  $\Theta H$ . ἡ ἄρα  $HB$  πλαγία διάμετρος ἐστὶ  
 15 συζυγῆς τῇ  $K\Theta A$ . κείσθω δὴ τῷ τετάρτῳ τοῦ παρὰ τὴν  $BH$  εἵδους ἴσον τὸ ὑπὸ  $K\Theta A$ , καὶ διὰ τοῦ  $A$  τῇ  $BH$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $AA$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $KA$ . φανερὸν δὴ, ὅτι ἡ  $KA$  ἐφάπτεται τῆς τομῆς διὰ τὴν ἀντιστροφὴν τοῦ θεωρήματος.

20 εἰάν δὲ ἐν τῷ μεταξὺ τόπῳ τῶν  $Z\Theta\Pi$  δοθῇ, ἀδύνατον ἔσται τὸ πρόβλημα. ἡ γὰρ ἐφαπτομένη τεμεί τὴν  $H\Theta$ . ὥστε συμπεσεῖται ἑκατέρῃ τῶν  $Z\Theta\Pi$ . ὅπερ ἀδύνατον διὰ τὰ δεδειγμένα ἐν τῷ λα' τοῦ πρώτου καὶ ἐν τῷ τρίτῳ τούτου τοῦ βιβλίου.

25 Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἔστω ἡ τομῆ ἔλλειψις, τὸ δὲ δοθὲν σημείον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ  $A$ , καὶ δέον ἔστω ἀπὸ τοῦ  $A$  ἀγαγεῖν ἐφαπτομένην τῆς τομῆς. γερονέτω, καὶ ἔστω ἡ  $AH$ , καὶ τεταγμένως ἀπὸ τοῦ  $A$  ἐπὶ τὸν  $B\Gamma$  ἄξονα ἤχθω ἡ  $AA$ . ἔσται δὴ δοθὲν τὸ  $A$ , καὶ

8. δὴ] δὲ Halley. 19. ἀναστροφὴν V p; corr. Halley. τοῦ 1η' θεωρήματος τοῦ πρώτου βιβλίου Halley cum Commandino.



quartae parti figurae ad  $BH$  adplicatae aequale. itaque  $K\Theta \times \Theta A$  datum est. et  $K\Theta$  data est [dat. 26]; itaque etiam  $\Theta A$  data est [dat. 57]. uerum etiam positione data est; et  $\Theta$  datum est; itaque etiam  $A$  datum est [dat. 27]. et per  $A$  rectae  $BH$  positione datae parallela ducta est  $AA$ ; itaque  $AA$  positione data est [dat. 28]. uerum etiam sectio positione data est; itaque  $A$  datum est [dat. 25]. uerum etiam  $K$  datum est; ergo  $AK$  positione data est [dat. 26].

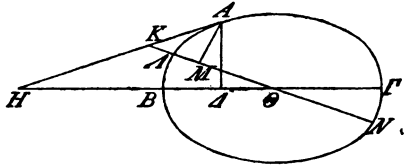
componetur hoc modo: cetera eadem supponantur, datum autem punctum  $K$  in spatio positum, quod significauimus, et ducta  $K\Theta$  producat, sumaturque punctum aliquod  $\Gamma$ , et rectae  $K\Theta$  parallela ducatur  $\Gamma A$ , seceturque in  $E$  in duas partes aequales  $\Gamma A$ , et ducta  $E\Theta$  producat, ponaturque  $\Theta H = B\Theta$ ; itaque  $HB$  diametrus transversa est cum  $K\Theta A$  coniugata [I def. 6]. ponatur igitur  $K\Theta \times \Theta A$  quartae parti figurae ad  $BH$  adplicatae aequale, et per  $A$  rectae  $BH$  parallela ducatur  $AA$ , ducaturque  $KA$ . manifestum igitur propter conuersionem theorematis supra citati [I, 38], rectam  $KA$  sectionem contingere.

sin punctum in spatio inter  $Z\Theta$ ,  $\Theta\Pi$  posito datum erit, problema effici non poterit. nam recta contingens rectam  $H\Theta$  secabit; quare cum utraque  $Z\Theta$ ,  $\Theta\Pi$  concidet; quod fieri non potest propter ea, quae demonstraui in prop. XXXI libri primi et in tertia huius libri.

Iisdem suppositis sectio ellipsis sit datumque punctum  $A$  in sectione positum, et oporteat ab  $A$  rectam sectionem contingentem ducere. factum sit, sitque  $AH$ , et ab  $A$  ad axem  $B\Gamma$  ordinate ducatur

ἔσται, ὡς ἡ  $\Gamma\Delta$  πρὸς  $\Delta B$ , οὕτως ἡ  $\Gamma H$  πρὸς  $H B$ .  
καὶ ἔστι λόγος τῆς  $\Gamma\Delta$  πρὸς  $\Delta B$  δοθεῖς· λόγος ἄρα  
καὶ τῆς  $\Gamma H$  πρὸς  $H B$  δοθεῖς. δοθὲν ἄρα τὸ  $H$ . ἀλλὰ  
καὶ τὸ  $A$ . θέσει ἄρα ἔστιν ἡ  $AH$ .

5 συντεθήσεται δὴ οὕτως· ἦχθω κάθετος ἡ  $AD$ ,  
καὶ τῷ τῆς  $\Gamma\Delta$  πρὸς  $\Delta B$  λόγῳ ὁ αὐτὸς ἔστω ὁ τῆς  
 $\Gamma H$  πρὸς  $H B$ , καὶ  
ἐπεξεύχθω ἡ  $AH$ .  
φανερὸν δὴ, ὅτι  
10 ἡ  $AH$  ἐφάπτεται,  
ὡσπερ καὶ ἐπὶ τῆς  
ὑπερβολῆς.



ἔστω δὴ πάλιν τὸ δοθὲν σημεῖον τὸ  $K$ , καὶ δεῖν  
ἔστω ἀγαγεῖν ἐφαπτομένην. γερονέτω, καὶ ἔστω ἡ  
15  $KA$ , καὶ ἐπιξενυθεῖσα ἡ  $KA\Theta$  ἐπὶ τὸ  $\Theta$  κέντρον ἐκ-  
βελήσθω ἐπὶ τὸ  $N$ . ἔσται δὴ θέσει. καὶ ἐὰν ἀχθῇ  
ἡ  $AM$  τεταγμένως, ἔσται ὡς ἡ  $NK$  πρὸς  $KA$ , οὕτως  
ἡ  $NM$  πρὸς  $MA$ . λόγος δὲ τῆς  $KN$  πρὸς  $KA$   
δοθεῖς· λόγος ἄρα καὶ τῆς  $MN$  πρὸς  $AM$  δοθεῖς.  
20 δοθὲν ἄρα τὸ  $M$ . καὶ ἀνήκται ἡ  $MA$ · παράλλη-  
λος γάρ ἐστι τῇ κατὰ τὸ  $A$  ἐφαπτομένῃ· θέσει ἄρα  
ἡ  $MA$ . δοθὲν ἄρα τὸ  $A$ . ἀλλὰ καὶ τὸ  $K$ . θέσει  
ἄρα ἡ  $KA$ .

ἡ δὲ σύνθεσις ἡ αὐτὴ τῇ πρὸ αὐτοῦ.

25

ν'.

Τῆς δοθείσης κώνου τομῆς ἐφαπτομένην ἀγαγεῖν,  
ἥτις πρὸς τῷ ἄξονι γωνίαν ποιήσει ἐπὶ ταῦτὰ τῇ τομῇ  
ἴσην τῇ δοθείσῃ ὀξείᾳ γωνίᾳ.

$AA$ ; itaque  $A$  datum est [dat. 28, 25], eritque [I, 36]  $\Gamma A : AB = \Gamma H : HB$ . et ratio  $\Gamma A : AB$  data est [dat. 1]; itaque etiam ratio  $\Gamma H : HB$  data est. quare  $H$  datum est. uerum etiam  $A$  datum est. ergo positione data est  $AH$  [dat. 26].

componetur hoc modo: ducatur perpendicularis  $AA$ , sitque  $\Gamma H : HB = \Gamma A : AB$ , et ducatur  $AH$ . manifestum igitur, ut in hyperbola, rectam  $AH$  contingere [I, 34].

iam rursus datum punctum sit  $K$ , et oporteat contingentem ducere. factum sit, sitque  $KA$ , et ducta ad centrum  $\odot$  recta  $KA \odot$  ad  $N$  producat; positione igitur data erit [dat. 26]. et si  $AM$  ordinate ducitur, erit  $NM : MA = NK : KA$  [I, 36]. uerum ratio  $KN : KA$  data est [dat. 1]; quare etiam ratio  $MN : AM$  data est. itaque  $M$  datum est [dat. 7]. et erecta<sup>1)</sup> est  $MA$ ; rectae enim in  $A$  contingenti parallela est. itaque  $MA$  positione data est [dat. 29]. quare  $A$  datum est [dat. 25]. uerum etiam  $K$  datum est. ergo  $KA$  positione data est [dat. 26].

compositio autem eadem est ac in praecedenti [I, 34].

## L.

Datam conic sectionem contingentem ducere rectam, quae ad axem ad easdem partes, in quibus est sectio, angulum efficiat dato angulo acuto aequalem.

conic sectio prius sit parabola, cuius axis sit  $AB$ . oportet igitur sectionem contingentem rectam ducere, quae ad axem  $AB$  ad easdem partes, in quibus est sectio, angulum efficiat dato angulo acuto aequalem.

1) Sc. in dato angulo.

ἔστω κώνου τομὴ πρότερον παραβολή, ἧς ἄξων ὁ  $AB$ . δεῖ δὴ ἀγαγεῖν ἐφαπτομένην τῆς τομῆς, ἣτις πρὸς τῷ  $AB$  ἄξονι γωνίαν ποιήσει ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῇ τομῇ ἴσην τῇ δοθείσῃ ὀξείᾳ.

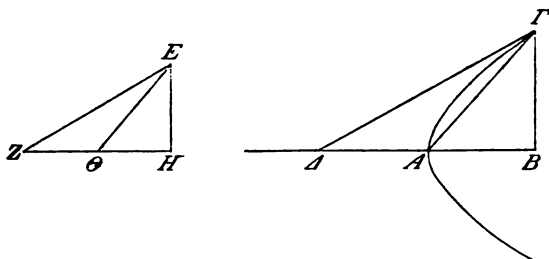
5 γεγονέτω, καὶ ἔστω ἡ  $\Gamma\Delta$ . δοθείσα ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $B\Delta\Gamma$  γωνία. ἤχθω κάθετος ἡ  $B\Gamma$ . ἐστὶ δὴ καὶ ἡ πρὸς τῷ  $B$  δοθείσα. λόγος ἄρα τῆς  $\Delta B$  πρὸς  $B\Gamma$  δοθείς. τῆς δὲ  $B\Delta$  πρὸς  $BA$  λόγος ἐστὶ δοθείς· καὶ τῆς  $AB$  ἄρα πρὸς  $B\Gamma$  λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ ἐστὶ  
10 δοθείσα ἡ πρὸς τῷ  $B$  γωνία· δοθείσα ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ  $BA\Gamma$ . καὶ ἐστὶ πρὸς θέσει τῇ  $BA$  καὶ δοθέντι τῷ  $A$ . θέσει ἄρα ἡ  $\Gamma A$ . θέσει δὲ καὶ ἡ τομὴ· δοθὲν ἄρα τὸ  $\Gamma$ . καὶ ἐφάπτεται ἡ  $\Gamma\Delta$ . θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ  $\Gamma\Delta$ .

15 συντεθήσεται δὴ τὸ πρόβλημα οὕτως· ἔστω ἡ δοθείσα κώνου τομὴ πρότερον παραβολή, ἧς ἄξων ὁ  $AB$ , ἡ δὲ δοθείσα γωνία ὀξεία ἡ ὑπὸ  $EZH$ , καὶ εἰλήφθω σημεῖον ἐπὶ τῆς  $EZ$  τὸ  $E$ , καὶ κάθετος ἤχθω ἡ  $EH$ , καὶ τετμήσθω δίχα ἡ  $ZH$  τῷ  $\Theta$ , καὶ ἐπεξεύχθω  
20 ἡ  $\Theta E$ , καὶ τῇ ὑπὸ τῶν  $H\Theta E$  γωνία ἴση συνεστήτω ἡ ὑπὸ τῶν  $BA\Gamma$ , καὶ ἤχθω κάθετος ἡ  $B\Gamma$ , καὶ τῇ  $BA$  ἴση κείσθω ἡ  $A\Delta$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $\Gamma\Delta$ . ἐφαπτομένη ἄρα ἐστὶν ἡ  $\Gamma\Delta$  τῆς τομῆς.

λέγω δὴ, ὅτι ἡ ὑπὸ τῶν  $\Gamma\Delta B$  τῇ ὑπὸ τῶν  $EZH$   
25 ἐστὶν ἴση.

ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν, ὡς ἡ  $ZH$  πρὸς  $H\Theta$ , οὕτως ἡ  $\Delta B$  πρὸς  $BA$ , ἐστὶ δὲ καὶ ὡς ἡ  $\Theta H$  πρὸς  $HE$ , οὕτως ἡ  $AB$  πρὸς  $B\Gamma$ , δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν, ὡς ἡ  $ZH$  πρὸς  $HE$ , οὕτως ἡ  $\Delta B$  πρὸς τὴν  $B\Gamma$ . καὶ εἰσὶν ὀρθαὶ αἱ

factum sit, sitque  $\Gamma\Delta$ ; itaque  $\angle B\Delta\Gamma$  datus est. perpendicularis ducatur  $B\Gamma$ ; itaque etiam angulus ad  $B$  positus datus est. quare ratio  $\Delta B : B\Gamma$  data est [dat. 40]. uerum ratio  $B\Delta : BA$  data est [dat. 1].



itaque etiam ratio  $AB : B\Gamma$  data est [dat. 8]. et angulus ad  $B$  positus datus est; quare etiam  $\angle B\Delta\Gamma$  datus est [dat. 41]. et ad rectam  $BA$  positione datam punctumque datum  $A$  positus est; itaque  $\Gamma A$  positione data est [dat. 29]. uerum etiam sectio positione data est; itaque  $\Gamma$  datum est [dat. 25]. et  $\Gamma\Delta$  contingit; ergo  $\Gamma\Delta$  positione data est.

componetur problema hoc modo: sit data conic sectio prius parabola, cuius axis sit  $AB$ , angulus autem acutus datus sit  $EZH$ , sumaturque in  $EZ$  punctum  $E$ , et perpendicularis ducatur  $EH$ , seceturque  $ZH$  in  $\Theta$  in duas partes aequales, et ducatur  $\Theta E$ , construaturn autem  $\angle B\Delta\Gamma = H\Theta E$ , et perpendicularis ducatur  $B\Gamma$ , ponaturque  $\Delta A = BA$ , et ducatur  $\Gamma\Delta$ . itaque  $\Gamma\Delta$  sectionem contingit [I, 35].

iam dico, esse  $\angle \Gamma\Delta B = EZH$ .

nam quoniam est  $ZH : H\Theta = \Delta B : BA$ , et [Eucl. VI, 2] etiam  $\Theta H : HE = AB : B\Gamma$ , ex aequo

Η, καὶ ἤχθω ἀπ' αὐτοῦ ἐπὶ τὴν  $\Theta K$  κάθετος ἢ  $HK$ .  
 ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $ZXA$  τῇ ὑπὸ  $A\Theta K$ , εἰσὶ  
 δὲ καὶ αἱ πρὸς τοῖς  $A, K$  γωνίαι ὀρθαί, ἐστὶν ἄρα,  
 ὡς ἢ  $XA$  πρὸς  $AZ$ , ἢ  $\Theta K$  πρὸς  $KA$ . ἢ δὲ  $\Theta K$  πρὸς  
 5  $KA$  μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὴν  $HK$ . καὶ ἢ  $XA$   
 πρὸς  $AZ$  ἄρα μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἢ  $\Theta K$  πρὸς  
 $KH$ . ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ  $XA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AZ$  μείζονα  
 λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ  $\Theta K$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $KH$ . ὡς  
 δὲ τὸ ἀπὸ  $XA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AZ$ , ἢ πλαγία πρὸς τὴν  
 10 ὀρθίαν· καὶ ἢ πλαγία ἄρα πρὸς τὴν ὀρθίαν μείζονα  
 λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ  $\Theta K$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $KH$ . ἐὰν  
 δὴ ποιήσωμεν, ὡς τὸ ἀπὸ  $XA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AZ$ , οὕτως  
 ἄλλο τι πρὸς τὸ ἀπὸ  $KH$ , μείζον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ  $\Theta K$ .  
 ἔστω τὸ ὑπὸ  $MK\Theta$ . καὶ ἐπεξεύχθω ἢ  $HM$ . ἐπεὶ  
 15 οὖν μείζον ἐστὶ τὸ ἀπὸ  $MK$  τοῦ ὑπὸ  $MK\Theta$ , τὸ ἄρα  
 ἀπὸ  $MK$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $KH$  μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ  
 τὸ ὑπὸ  $MK\Theta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $KH$ , τουτέστι τὸ ἀπὸ  $XA$   
 πρὸς τὸ ἀπὸ  $AZ$ . καὶ ἐὰν ποιήσωμεν, ὡς τὸ ἀπὸ  
 $MK$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $KH$ , οὕτως τὸ ἀπὸ  $XA$  πρὸς ἄλλο  
 20 τι, ἐστὶ πρὸς ἕλαττον τοῦ ἀπὸ  $AZ$ . καὶ ἢ ἀπὸ τοῦ  
 $X$  ἐπὶ τὸ ληφθὲν σημεῖον ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ὅμοια  
 ποιήσει τὰ τρίγωνα, καὶ διὰ τοῦτο μείζων ἐστὶν ἢ  
 ὑπὸ  $ZXA$  τῆς ὑπὸ  $HMK$ . κείσθω δὴ τῇ ὑπὸ  $HMK$   
 ἴση ἢ ὑπο  $AX\Gamma$ . ἢ ἄρα  $X\Gamma$  τεμεῖ τὴν τομὴν. τεμ-  
 25 νέτω κατὰ τὸ  $\Gamma$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $\Gamma$  ἐφαπτομένη τῆς  
 τομῆς ἤχθω ἢ  $\Gamma\Delta$ , καὶ κάθετος ἢ  $\Gamma E$ . ὅμοιον ἄρα  
 ἐστὶ τὸ  $\Gamma X E$  τρίγωνον τῷ  $HMK$ . ἐστὶν ἄρα, ὡς τὸ  
 ἀπὸ  $X E$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $E\Gamma$ , τὸ ἀπὸ  $MK$  πρὸς τὸ ἀπὸ

15. τοῦ] pc, corr. ex τό m. 1 V. 20. AZ] c, AZ uel AΔ  
 (littera Z obscura) V; AΔ vp. 26. ὅμοια cv et, ut uidetur,  
 V; corr. p.

bola, cuius axis sit  $AB$ , asymptota autem  $XZ$ , et datus angulus acutus  $K\Theta H > AXZ$ , et sit

$$\angle K\Theta A = AXZ,$$

ducaturque ab  $A$  ad  $AB$  perpendicularis  $AZ$ , in  $H\Theta$  autem punctum aliquod sumatur  $H$ , ducaturque ab eo ad  $\Theta K$  perpendicularis  $HK$ . iam quoniam est

$$\angle ZXA = \angle \Theta K,$$

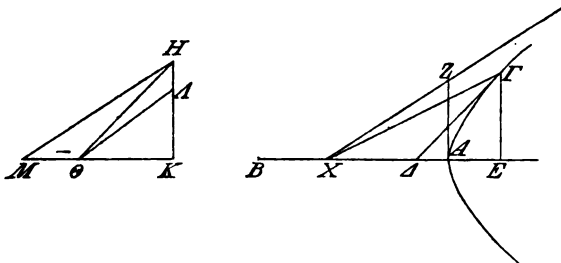
et etiam anguli ad  $A, K$  positi recti sunt, erit

$$XA : AZ = \Theta K : KA \text{ [Eucl. VI, 4].}$$

est autem  $\Theta K : KA > \Theta K : KH$  [Eucl. V, 8]. itaque etiam  $XA : AZ > \Theta K : KH$ . quare etiam

$$XA^2 : AZ^2 > \Theta K^2 : KH^2.$$

est autem, ut  $XA^2 : AZ^2$ , ita latus transversum ad rectum [prop. I]; quare etiam latus transversum ad



latus rectum maiorem rationem habet quam  $\Theta K^2 : KH^2$ . itaque si fecerimus, ut  $XA^2 : AZ^2$ , ita aliam magnitudinem ad  $KH^2$ , ea maior erit quam  $\Theta K^2$  [Eucl. V, 8]. sit  $MK \times K\Theta$ , et ducatur  $HM$ . iam quoniam est  $MK^2 > MK \times K\Theta$ , erit [Eucl. V, 8]

$$MK^2 : KH^2 > MK \times K\Theta : KH^2,$$

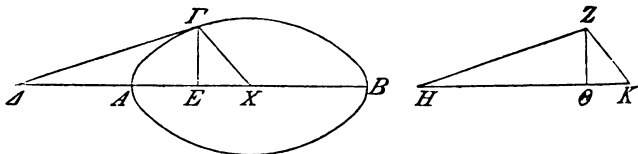
hoc est  $MK^2 : KH^2 > XA^2 : AZ^2$ . et si fecerimus,

In Vc figurae huic adiectae sunt VI rectae totidemque rectangula, quae quid sibi uelint, in praefatione exponam; om. p.

ΚΗ. ἔστι δὲ καί, ὡς ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, τό  
 τε ὑπὸ ΧΕΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ καὶ το ὑπὸ ΜΚΘ  
 πρὸς το ἀπὸ ΚΗ. καὶ ἀνάπαλιν, ὡς τὸ ἀπὸ ΓΕ πρὸς  
 τὸ ὑπο ΧΕΔ, τὸ ἀπὸ ΗΚ πρὸς τὸ ὑπὸ ΜΚΘ· δι'  
 5 ἴσου ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ ΧΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΧΕΔ, τὸ ἀπὸ  
 ΜΚ πρὸς τὸ ὑπὸ ΜΚΘ. καὶ ὡς ἄρα ἡ ΧΕ πρὸς  
 ΕΔ, ἡ ΜΚ πρὸς ΚΘ. ἦν δὲ καί, ὡς ἡ ΓΕ πρὸς  
 ΕΧ, ἡ ΗΚ πρὸς ΚΜ· δι' ἴσου ἄρα, ὡς ἡ ΓΕ πρὸς  
 ΕΔ, ἡ ΗΚ πρὸς ΚΘ. καὶ εἰσιν ὀρθαὶ αἱ πρὸς τοῖς  
 10 Ε, Κ γωνίαι· ἴση ἄρα ἡ πρὸς τῷ Δ γωνία τῇ  
 ὑπὸ ΗΘΚ.

Ἔστω ἡ τομὴ ἔλλειψις, ἣς ἄξων ὁ ΑΒ. δεῖ δὲ  
 ἐφαπτομένην ἀγαγεῖν τῆς τομῆς, ἣτις πρὸς τῷ ἄξονι  
 ἐπὶ ταῦτά τῇ τομῇ ἴσην γωνίαν περιέξει τῇ δοθείσῃ  
 15 ὀξείᾳ γωνίᾳ.

γεγονέτω, καὶ ἔστω ἡ ΓΔ· δοθείσα ἄρα ἔστιν ἡ  
 ὑπὸ τῶν ΓΔΑ γωνία. ἤχθω κάθετος ἡ ΓΕ· λόγος



ἄρα τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ δοθείς. ἔστω  
 κέντρον τῆς τομῆς τὸ Χ, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ ΓΧ. τοῦ  
 20 δὲ ἀπὸ τῆς ΓΕ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΔΕΧ λόγος ἐστὶ  
 δοθείς· ὁ γὰρ αὐτός ἐστι τῷ τῆς ὀρθίας πρὸς τὴν  
 πλαγίαν· καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ΔΕ ἄρα πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΔΕΧ  
 λόγος ἐστὶ δοθείς· καὶ τῆς ΔΕ ἄρα πρὸς ΕΧ λόγος

4. πρὸς] om. V; corr. p. 13. ἦτις] ἡ τῆς V; corr. p. 16.  
 ἡ] (alt.) om. V; corr. p. 20. δὲ] δέ V; corr. Halley.



ut  $MK^2 : KH^2$ , ita  $XA^2$  ad aliam magnitudinem, erit ad magnitudinem minorem quam  $AZ^2$  [Eucl. V, 8]; et recta a  $X$  ad punctum sumptum ducta triangulos similes efficiet [Eucl. VI, 6], et ideo erit

$$\angle ZXA > HMK.^1)$$

ponatur igitur  $\angle AX\Gamma = HMK$ ;  $X\Gamma$  igitur sectionem secabit [prop. II]. secet in  $\Gamma$ , et a  $\Gamma$  sectionem contingens ducatur  $\Gamma\Delta$  [prop. XLIX], et  $\Gamma E$  perpendicularis; itaque triangulus  $\Gamma XE$  triangulo  $HMK$  similis est. quare  $XE^2 : E\Gamma^2 = MK^2 : KH^2$  [Eucl. VI, 4]. est autem etiam, ut latus transversum ad rectum, ita  $XE \times E\Delta : E\Gamma^2$  [I, 37] et  $MK \times K\Theta : KH^2$ . et e contrario [Eucl. V, 7 coroll.] erit

$$\Gamma E^2 : XE \times E\Delta = HK^2 : MK \times K\Theta.$$

ex aequo igitur [Eucl. V, 20]

$$XE^2 : XE \times E\Delta = MK^2 : MK \times K\Theta.$$

quare etiam  $XE : E\Delta = MK : K\Theta$ . erat autem etiam  $\Gamma E : EX = HK : KM$ . ex aequo igitur [Eucl. V, 20]  $\Gamma E : E\Delta = HK : K\Theta$ . et anguli ad  $E, K$  positi recti sunt; itaque  $\angle \Delta = H\Theta K$  [Eucl. VI, 6].

Iam sit sectio ellipsis, cuius axis sit  $AB$ . oportet igitur rectam sectionem contingentem ducere, quae ad axem ad easdem partes, in quibus est sectio, angulum comprehendat dato angulo acuto aequalem.

factum sit, sitque  $\Gamma\Delta$ ; itaque  $\angle \Gamma\Delta A$  datus est. perpendicularis ducatur  $\Gamma E$ ; itaque ratio  $\Delta E^2 : E\Gamma^2$  data est [dat. 1]. sit  $X$  centrum sectionis, et ducatur  $\Gamma X$ . itaque ratio  $\Gamma E^2 : \Delta E \times EX$  data est; nam

---

1) Nam ob similitudinem trianguli  $HMK$  eiusque, quem efficit recta a  $X$  ad sumptum punctum ( $x$ ) ducta, erit  $\angle HMK = AXx$ ; et  $\angle AXx < AXZ$ , quia  $Ax < AZ$ .

ἔστι δοθείς. τῆς δὲ  $\Delta E$  πρὸς  $E\Gamma$ · καὶ τῆς  $\Gamma E$  ἄρα πρὸς  $E\chi$  λόγος ἔστι δοθείς. καὶ ἔστιν ὀρθή ἢ πρὸς τῷ  $E$ · δοθείσα ἄρα ἢ πρὸς τῷ  $\chi$  γωνία. καὶ ἔστι πρὸς θέσει καὶ δοθέντι σημείῳ· δοθέν ἄρα ἔστι τὸ  
 5  $\Gamma$  σημεῖον. καὶ ἀπὸ δεδομένου τοῦ  $\Gamma$  ἐφαπτομένη ἢ  $\Gamma\Delta$ · θέσει ἄρα ἢ  $\Gamma\Delta$ .

συντεθήσεται δὴ τὸ πρόβλημα οὕτως· ἔστω ἢ μὲν δοθείσα γωνία ὀξεῖα ἢ ὑπὸ τῶν  $ZH\Theta$ , καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς  $ZH$  τὸ  $Z$ , καὶ κάθετος ἤχθω ἢ  $Z\Theta$ ; καὶ πε-  
 10 ποιήσθω, ὡς ἢ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν, τὸ ἀπὸ τῆς  $Z\Theta$  πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν  $H\Theta K$ , καὶ ἐπεξέυχθω ἢ  $KZ$ , καὶ ἔστω κέντρον τῆς τομῆς τὸ  $X$ , καὶ τῇ ὑπὸ τῶν  $HKZ$  γωνία ἴση συνεστάτω ἢ ὑπὸ τῶν  $AX\Gamma$ , καὶ ἤχθω ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἢ  $\Gamma\Delta$ . λέγω, ὅτι ἢ  $\Gamma\Delta$   
 15 ποιεῖ τὸ πρόβλημα, τουτέστιν, ὅτι ἴση ἔστιν ἢ ὑπὸ τῶν  $\Gamma\Delta E$  γωνία τῇ ὑπὸ τῶν  $ZH\Theta$ .

ἐπεὶ γὰρ ἔστιν, ὡς ἢ  $XE$  πρὸς  $E\Gamma$ , οὕτως ἢ  $K\Theta$  πρὸς  $Z\Theta$ , καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς  $XE$  πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς  $E\Gamma$ , οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς  $K\Theta$  πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς  $Z\Theta$ .  
 20 ἔστι δὲ καί, ὡς τὸ ἀπὸ τῆς  $\Gamma E$  πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν  $\Delta EX$ , οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς  $Z\Theta$  πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν  $K\Theta H$ . ἑκάτερος γὰρ ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς ὀρθίας πρὸς τὴν πλαγίαν. καὶ δι' ἴσου· ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $XE$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $XE\Delta$ , οὕτως τὸ ἀπὸ  $K\Theta$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $H\Theta K$ .  
 25 καὶ ὡς ἄρα ἢ  $XE$  πρὸς τὴν  $E\Delta$ , οὕτως ἢ  $K\Theta$  πρὸς τὴν  $\Theta H$ . ἔστι δὲ καί, ὡς ἢ  $XE$  πρὸς  $\Gamma E$ , ἢ  $K\Theta$  πρὸς  $Z\Theta$ · δι' ἴσου ἄρα ἔστιν, ὡς ἢ  $\Delta E$  πρὸς  $E\Gamma$ , οὕτως ἢ  $H\Theta$  πρὸς τὴν  $Z\Theta$ . καὶ περι ὀρθῶς γωνίας

1. Post  $E\Gamma$  add. λόγος ἔστι δοθείς p.  $\Gamma E$ ]  $XE$  Vp; corr. Memus. 12. ἔστω] τό V; correxi praeunte Halleio (del. καὶ τό). 13.  $HKZ$ ]  $HZ$  V; corr. p ( $HK, KZ$ ). 22. ὅ

eadem est ac ratio lateris recti ad transuersum [I, 37].  
 quare etiam ratio  $\Delta E^2 : \Delta E \times EX$  data est [dat. 8].  
 itaque etiam ratio  $\Delta E : EX$  data est. uerum ratio  
 $\Delta E : E\Gamma$  data; quare etiam ratio  $\Gamma E : EX$  data est  
 [dat. 8]. et angulus ad  $E$  positus rectus est; itaque  
 angulus ad  $X$  positus datus est [dat. 41]. et ad  
 rectam positione datam punctumque datum positus  
 est; itaque punctum  $\Gamma$  datum est [dat. 29, 25]. et  
 a dato puncto  $\Gamma$  contingens ducta est  $\Gamma\Delta$ ; ergo  $\Gamma\Delta$   
 positione data est.

componetur problema hoc modo: sit  $ZH\Theta$  datus  
 angulus acutus, sumaturque in  $ZH$  punctum  $Z$ , et  
 perpendicularis ducatur  $Z\Theta$ , fiatque, ut latus rectum  
 ad transuersum, ita  $Z\Theta^2$  ad  $H\Theta \times \Theta K$ , ducaturque  
 $KZ$ , centrum autem sectionis sit  $X$ , et construat  
 $\angle AX\Gamma = \angle HKZ$ , ducaturque sectionem contingens  
 $\Gamma\Delta$  [prop. XLIX]. dico,  $\Gamma\Delta$  problema efficere, hoc  
 est, esse  $\angle \Gamma\Delta E = ZH\Theta$ .

nam quoniam est [Eucl. VI, 4]  $XE : E\Gamma = K\Theta : Z\Theta$ ,  
 erit etiam  $XE^2 : E\Gamma^2 = K\Theta^2 : Z\Theta^2$ . est autem etiam

$$\Gamma E^2 : \Delta E \times EX = Z\Theta^2 : K\Theta \times \Theta H;$$

utraque enim eadem est ac ratio lateris recti ad  
 transuersum [I, 37]. et ex aequo [Eucl. V, 20]; erit  
 igitur  $XE^2 : XE \times E\Delta = K\Theta^2 : H\Theta \times \Theta K$ . quare  
 etiam  $XE : E\Delta = K\Theta : \Theta H$ . est autem etiam

$$XE : \Gamma E = K\Theta : Z\Theta.$$

itaque ex aequo [Eucl. V, 20]  $\Delta E : E\Gamma = H\Theta : Z\Theta$ .

om. V; corr. p. 24. οὐτῶς] οὐ Vv, οὐτῶ p. KΘ] p,  
 KΘ uel KO V; KO cv. HΘK] KHΘ Vv, τῶν KΘ, ΘH p;  
 corr. Memus.

αί πλευραὶ ἀνάλογον· ἡ ἄρα ὑπὸ  $\Gamma\Delta E$  γωνία τῇ ὑπὸ  $ZH\Theta$  γωνία ἐστὶν ἴση. ἡ  $\Gamma\Delta$  ἄρα ποιεῖ τὸ πρόβλημα.

να'.

5 Τῆς δοθείσης κώνου τομῆς ἀγαγεῖν ἐφαπτομένην, ἥτις πρὸς τῇ διὰ τῆς ἀφῆς ἠγμένη διαμέτρῳ ἴσην περιέξει γωνίαν τῇ δοθείσῃ ὀξείᾳ.

ἔστω ἡ δοθεῖσα κώνου τομὴ πρότερον παραβολή, ἥς ἄξων ὁ  $AB$ , ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία ἡ  $\Theta$ . δεῖ δὴ  
10 ἀγαγεῖν τῆς παραβολῆς ἐφαπτομένην, ἥτις μετὰ τῆς ἀπὸ τῆς ἀφῆς διαμέτρου ἴσην περιέξει γωνίαν τῇ πρὸς τῷ  $\Theta$ .

γεγονέτω, καὶ ἤχθω ἐφαπτομένη ἡ  $\Gamma\Delta$  ποιούσα πρὸς τῇ διὰ τῆς ἀφῆς ἠγμένη διαμέτρῳ τῇ  $E\Gamma$  τὴν  
15 ὑπὸ  $E\Gamma\Delta$  γωνίαν ἴσην τῇ  $\Theta$ , καὶ συμπιπτέτω ἡ  $\Gamma\Delta$  τῷ ἄξωνι κατὰ τὸ  $\Delta$ . ἐπεὶ οὖν παράλληλός ἐστὶν ἡ  $A\Delta$  τῇ  $E\Gamma$ , ἡ ὑπὸ  $A\Delta\Gamma$  γωνία τῇ ὑπὸ  $E\Gamma\Delta$  ἴση ἐστὶ. δοθεῖσα δὲ ἡ ὑπὸ  $E\Gamma\Delta$  ἴση γάρ ἐστὶ τῇ  $\Theta$ . δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ  $A\Delta\Gamma$ .

20 συντεθήσεται δὴ οὕτως· ἔστω παραβολή, ἥς ἄξων ὁ  $AB$ , ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία ἡ  $\Theta$ . ἤχθω ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἡ  $\Gamma\Delta$  ποιούσα πρὸς τῷ ἄξωνι τὴν ὑπὸ τῶν  $A\Delta\Gamma$  γωνίαν ἴσην τῇ  $\Theta$ , καὶ διὰ τοῦ  $\Gamma$  τῇ  $AB$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $E\Gamma$ . ἐπεὶ οὖν ἡ  $\Theta$  γωνία ἴση ἐστὶ  
25 τῇ ὑπὸ  $A\Delta\Gamma$ , ἡ δὲ ὑπὸ  $A\Delta\Gamma$  ἴση τῇ ὑπὸ  $E\Gamma\Delta$ , καὶ ἡ  $\Theta$  ἄρα ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ  $E\Gamma\Delta$ .

Ἔστω ἡ τομὴ ὑπερβολή, ἥς ἄξων ὁ  $AB$ , κέντρον δὲ τὸ  $E$ , ἀσύμπτωτος δὲ ἡ  $ET$ , ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία

9. ἡ  $\Theta$ ]  $H\Theta V$ ; corr. Memus. 15.  $E\Gamma\Delta$ ]  $E\Gamma A V$ ; corr. p. 23.  $A\Delta\Gamma$ ]  $\Delta A\Gamma V$ ; corr. p ( $\Gamma\Delta A$ ).

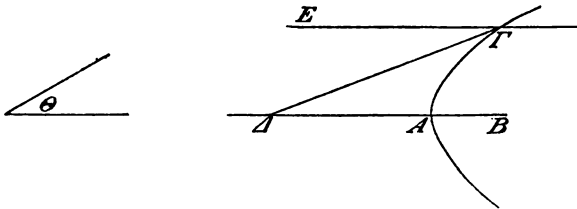
et latera rectos angulos comprehendentia proportionalia sunt; itaque  $\angle \Gamma \Delta E = ZH\Theta$  [Eucl. VI, 6]. ergo  $\Gamma \Delta$  problema efficit.

LI.

Datam conic sectionem contingentem rectam ducere, quae cum diametro per punctum contactus ducta angulum comprehendat dato angulo acuto aequalem.

data conic sectio prius sit parabola, cuius axis sit  $AB$ , datus autem angulus sit  $\Theta$ . oportet igitur parabola contingentem rectam ducere, quae cum diametro a puncto contactus ducta angulum comprehendat angulo  $\Theta$  aequalem.

sit factum, contingensque ducta sit  $\Gamma \Delta$  ad  $E\Gamma$  diametrum per punctum contactus ductam angulum  $E\Gamma \Delta$  efficiens angulo  $\Theta$  aequalem, et  $\Gamma \Delta$  cum axe



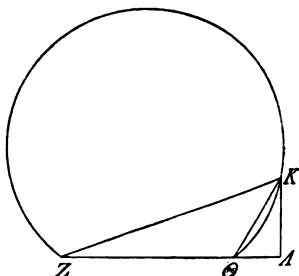
concurrat in  $\Delta$ . iam quoniam  $A\Delta$  rectae  $E\Gamma$  parallela est [I, 51 coroll.], erit  $\angle A\Delta\Gamma = E\Gamma\Delta$  [Eucl. I, 29]. uerum  $\angle E\Gamma\Delta$  datus est; est enim  $\angle E\Gamma\Delta = \Theta$ ; ergo etiam  $\angle A\Delta\Gamma$  datus est.

componetur hoc modo: sit parabola, cuius axis sit  $AB$ , datus autem angulus sit  $\Theta$ . ducatur sectionem contingens  $\Gamma \Delta$  ad axem efficiens angulum  $A\Delta\Gamma$

Hic quoque figurae adiecta sunt quattuor rectangula rectaeque in Vvc; om. p.

ὄξεα ἡ  $\Omega$ , καὶ ἐφαπτομένη ἡ  $\Gamma\Delta$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $\Gamma\text{E}$  ποιούσα τὸ πρόβλημα, καὶ ἤχθω κάθετος ἡ  $\Gamma\text{H}$ .  
δοθεὶς ἄρα λόγος ἐστὶ τῆς πλαγίας πρὸς τὴν ὀρθίαν·  
ὥστε καὶ τοῦ ὑπὸ  $\text{E}\text{H}\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma\text{H}$ . ἐκκείσθω

5 δὴ τις εὐθεῖα δεδομένη ἡ  $\text{Z}\Theta$ , καὶ ἐπ' αὐτῆς γεγράφθω κύκλου τμήμα δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ  $\Omega$ . ἔσται ἄρα μείζον ἡμικυκλίου. καὶ  
10 ἀπὸ τινος σημείου τῶν ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ  $\text{K}$  ἤχθω κάθετος ἡ  $\text{K}\Lambda$  ποιούσα τὸν τοῦ ὑπὸ  $\text{Z}\Lambda\Theta$



πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Lambda\text{K}$  λόγον τὸν αὐτὸν τῷ τῆς πλαγίας  
15 πρὸς τὴν ὀρθίαν, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $\text{ZK}$ ,  $\text{K}\Theta$ . ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $\text{ZK}\Theta$  γωνία τῇ ὑπὸ  $\text{E}\Gamma\Delta$ , ἀλλὰ καὶ ἐστὶν, ὡς ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, τὸ τε ὑπὸ  $\text{E}\text{H}\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\text{H}\Gamma$  καὶ τὸ ὑπὸ  $\text{Z}\Lambda\Theta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Lambda\text{K}$ , ὁμοιον ἄρα τὸ  $\text{KZ}\Lambda$  τρίγωνον τῷ  $\text{E}\Gamma\text{H}$   
20 τριγώνῳ καὶ τὸ  $\text{Z}\Theta\text{K}$  τῷ  $\text{E}\Gamma\Delta$ . ὥστε ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $\Theta\text{ZK}$  γωνία [τουτέστιν ἡ  $\Omega$ ] τῇ ὑπὸ  $\Gamma\text{E}\Delta$ .

συντεθήσεται δὴ οὕτως· ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα ὑπερβολὴ ἡ  $\text{A}\Gamma$ , ἀξων δὲ ὁ  $\text{A}\text{B}$ , κέντρον δὲ τὸ  $\text{E}$ , ἡ δὲ δοθεῖσα ὄξεα γωνία ἡ  $\Omega$ , ὁ δὲ δοθεὶς λόγος  
25 τῆς πλαγίας πρὸς τὴν ὀρθίαν ὁ αὐτὸς τῷ τῆς  $\text{X}\Psi$  πρὸς  $\text{X}\Phi$ , καὶ δίχα τεμήσθω ἡ  $\Psi\Phi$  κατὰ τὸ  $\Gamma$ , καὶ ἐκκείσθω δεδομένη εὐθεῖα ἡ  $\text{Z}\Theta$ , καὶ ἐπ' αὐτῆς γε-

14.  $\Lambda\text{K}$ ]  $\text{AK}$  V; corr. p. τῷ] τόν V; corr. p. 19.  $\text{E}\Gamma\text{H}$ ]  $\text{E}\Gamma\text{K}$  V; corr. Comm. 21.  $\Theta\text{ZK}$ ]  $\text{Z}\Theta\text{K}$  V; corr. Comm. τουτέστιν ἡ  $\Omega$ ] del. Comm.  $\Gamma\text{E}\Delta$ ]  $\text{E}\Gamma\Delta$ , E postea inserta m. 1, V; corr. Comm. 23.  $\text{A}\Gamma$ ]  $\text{pc}$ , A e corr. m. 1 V.

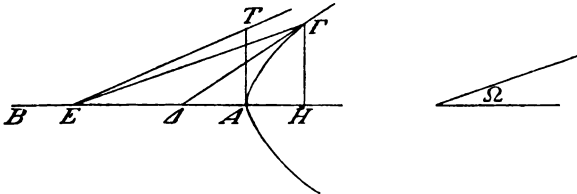
angulo  $\Theta$  aequalem [prop. L], per  $\Gamma$  autem rectae  $AB$  parallela ducatur  $E\Gamma$ . iam quoniam est

$$\angle \Theta = \angle A\Gamma$$

et  $\angle A\Gamma = \angle E\Gamma$  [Eucl. I, 29], erit etiam

$$\angle \Theta = \angle E\Gamma.$$

Sit sectio hyperbola, cuius axis sit  $AB$ , centrum autem  $E$ , et asymptota  $ET$ , datus autem angulus acutus  $\Omega$ , et contingens  $\Gamma\Delta$ , ducaturque  $\Gamma E$  problema

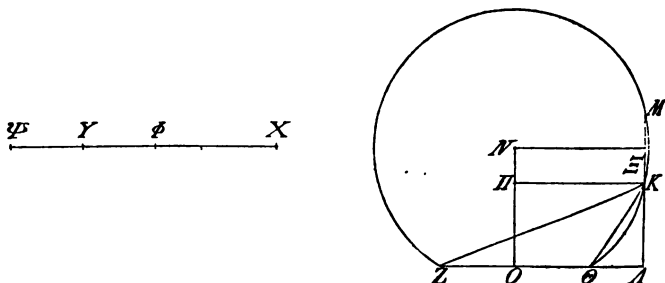


efficiens, et perpendicularis ducatur  $\Gamma H$ . ratio igitur lateris transuersi ad rectum data est; quare etiam ratio  $EH \times HA : \Gamma H^2$  data est [I, 37]. sumatur igitur data recta  $Z\Theta$ , in eaque segmentum circuli describatur angulum angulo  $\Omega$  aequalem capiens [Eucl. III, 33]; erit igitur semicirculo maius [Eucl. III, 31]. et a puncto aliquo ambitus  $K$  perpendicularis ducatur  $KA$  rationem  $ZA \times A\Theta : AK^2$  aequalem efficiens rationi lateris transuersi ad rectum, ducanturque  $ZK, K\Theta$ . iam quoniam est  $\angle ZK\Theta = \angle E\Gamma\Delta$ , et ut latus transuersum ad rectum, ita et  $EH \times HA : \Gamma H^2$  et  $ZA \times A\Theta : AK^2$ , trianguli  $KZA, E\Gamma H$  et  $Z\Theta K, E\Gamma\Delta$  similes erunt [u. Pappi lemma IX]. ergo

$$\angle \Theta ZK = \angle E\Gamma\Delta.$$

componetur hoc modo: sit data hyperbola  $A\Gamma$ , axis autem  $AB$ , et centrum  $E$ , datus uero angulus acutus sit  $\Omega$ , et data ratio lateris transuersi ad

γράφω τμήμα κύκλου μείζον ἡμικυκλίου δεχόμενον  
γωνίαν τῇ  $\Omega$  ἴσην, καὶ ἔστω τὸ  $ZK\Theta$ , καὶ εἰλήφθω  
τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ  $N$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $N$  ἐπὶ τὴν  
 $Z\Theta$  κάθετος ἤχθω ἡ  $NO$ , καὶ τετραγώνω ἡ  $NO$  εἰς  
5 τὸν τῆς  $\Gamma\Phi$  πρὸς  $\Phi X$  λόγον κατὰ τὸ  $\Pi$ , καὶ διὰ τοῦ



$\Pi$  τῇ  $Z\Theta$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $\Pi K$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $K$   
κάθετος ἤχθω ἡ  $K\Lambda$  ἐπὶ τὴν  $Z\Theta$  ἐκβληθείσαν, καὶ  
ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $ZK$ ,  $K\Theta$ , καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ  $\Lambda K$   
ἐπὶ τὸ  $M$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $N$  ἐπ' αὐτὴν κάθετος ἤχθω  
10 ἡ  $N\Xi$  παράλληλος ἄρα ἐστὶ τῇ  $Z\Theta$ . καὶ διὰ τοῦτο  
ἐστίν, ὡς ἡ  $N\Pi$  πρὸς  $\Pi O$ , τουτέστιν ἡ  $\Gamma\Phi$  πρὸς  
 $\Phi X$ , ἡ  $\Xi K$  πρὸς  $K\Lambda$ . καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ δι-  
πλάσια, ὡς ἡ  $\Psi\Phi$  πρὸς  $\Phi X$ , ἡ  $MK$  πρὸς  $K\Lambda$  συν-  
θέντι, ὡς ἡ  $\Psi X$  πρὸς  $X\Phi$ , ἡ  $M\Lambda$  πρὸς  $\Lambda K$ . ἀλλ'  
15 ὡς ἡ  $M\Lambda$  πρὸς  $\Lambda K$ , τὸ ὑπὸ  $M\Lambda K$  πρὸς τὸ ἀπὸ  
 $\Lambda K$  ὡς ἄρα ἡ  $\Psi X$  πρὸς  $X\Phi$ , τὸ ὑπὸ  $M\Lambda K$  πρὸς  
τὸ ἀπὸ  $\Lambda K$ , τουτέστι τὸ ὑπὸ  $Z\Lambda\Theta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Lambda K$ .  
ἀλλ' ὡς ἡ  $\Psi X$  πρὸς  $X\Phi$ , ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν·

3. τοῦ] (alt.) pc, e corr. m. 1 V. 4. κάθετος ἤχθω] sine  
causa in mg. repet. m. rec. V. 6. τῇ  $Z\Theta$  et ἤχθω repet. in mg.  
m. rec. V. 7.  $K\Lambda$ ]  $K\Lambda$  V; corr. p. 15.  $M\Lambda K$ ]  $M\Lambda K$  V;  
corr. p (τῶν  $M\Lambda$ ,  $\Lambda K$ ).



rectum aequalis sit rationi  $X\Phi : X\Phi$ , seceturque in  $T$  in duas partes aequales  $\Psi\Phi$ , et sumatur data recta  $Z\Theta$ , in eaque segmentum circuli semicirculo maius describatur angulum angulo  $\Omega$  aequalem capiens [Eucl. III, 33]; sitque  $ZK\Theta$ , et sumatur centrum circuli  $N$ , et ab  $N$  ad  $Z\Theta$  perpendicularis ducatur  $NO$ , et  $NO$  in  $\Pi$  secundum rationem  $T\Phi : \Phi X$  secetur, per  $\Pi$  autem rectae  $Z\Theta$  parallela ducatur  $\Pi K$ , et a  $K$  ad  $Z\Theta$  productam perpendicularis ducatur  $KA$ , ducanturque  $ZK$ ,  $K\Theta$ , et  $AK$  ad  $M$  producat, ab  $N$  autem ad eam perpendicularis ducatur  $N\Xi$ ; ea igitur rectae  $Z\Theta$  parallela est [Eucl. I, 27]. qua de causa est

$$N\Pi : \Pi O = \Xi K : KA \text{ [Eucl. VI, 2]} = T\Phi : \Phi X.$$

et sumptis duplis antecedentium [Eucl. V, 15] erit  $\Psi\Phi : \Phi X = MK : KA$  [Eucl. III, 3]. componendo [Eucl. V, 18]  $\Psi X : X\Phi = MA : AK$ . uerum

$$MA : AK = MA \times AK : AK^2;$$

quare etiam

$$\Psi X : X\Phi = MA \times AK : AK^2 = ZA \times A\Theta : AK^2$$

[Eucl. III, 36]. uerum ut  $\Psi X : X\Phi$ , ita latus transuersum ad rectum; itaque etiam ut

$$ZA \times A\Theta : AK^2,$$

ita latus transuersum ad rectum. iam ab  $A$  ad  $AB$  perpen-

Ad figuras codicis V quod adinet, in hyperbola praeter nostras (omissa tamen priore segmenti descriptione in analysi) duas figuras segmenti habet, alteram ita ut  $\Pi$  in  $N$  cadat addito  $\epsilon\pi\lambda$   $\nu$ . . . m. 1, alteram ita ut supra  $N$  cadat adscripto m. 1:  $\delta\tau\alpha\nu \eta \mu\epsilon\lambda\lambda\omega\nu \eta \delta\omicron\theta\lambda\iota\alpha \pi\lambda\epsilon\nu\theta\acute{\alpha}$ ; secundam nostram segmenti descriptionem bis habet et praeterea solita illa IV rectangula rectasque. omnia eadem c, in priore figura:  $\epsilon\pi\lambda$   $\delta\acute{\omicron}\tau\eta\tau\omicron\varsigma$   $\delta\acute{\upsilon}\omicron$   $\pi\lambda\epsilon\nu\theta\acute{\omega}\nu$ , in altera  $\delta\tau\epsilon \eta \nu\kappa\lambda$ .

καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $Z\Lambda\Theta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Lambda K$ , ἡ πλαγία  
 πρὸς τὴν ὀρθίαν. ἤχθω δὴ ἀπὸ τοῦ  $A$  τῇ  $AB$  πρὸς  
 ὀρθὰς ἡ  $AT$ . ἐπεὶ οὖν ἔστιν, ὡς τὸ ἀπὸ  $EA$  πρὸς  
 τὸ ἀπὸ  $AT$ , ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, ἔστι δὲ καί,  
 5 ὡς ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, τὸ ὑπὸ  $Z\Lambda\Theta$  πρὸς τὸ  
 ἀπὸ  $\Lambda K$ , τὸ δὲ ἀπὸ  $Z\Lambda$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Lambda K$  μείζονα  
 λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ὑπὸ  $Z\Lambda\Theta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Lambda K$ , καὶ  
 τὸ ἀπὸ  $Z\Lambda$  ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Lambda K$  μείζονα λόγον ἔχει  
 ἤπερ τὸ ἀπὸ  $EA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AT$ . καὶ εἰσιν αἱ  
 10 πρὸς τοῖς  $A, \Lambda$  γωνίαι ὀρθαί· ἐλάσσων ἄρα ἔστιν ἡ  
 $Z$  γωνία τῆς  $E$ . συνεστήτω οὖν τῇ ὑπὸ  $\Lambda ZK$  γωνίᾳ  
 ἴση ἡ ὑπὸ  $AE\Gamma$ . συμπεσεῖται ἄρα ἡ  $E\Gamma$  τῇ τομῇ.  
 συμπιπέτω κατὰ τὸ  $\Gamma$ . ἤχθω δὴ ἀπὸ τοῦ  $\Gamma$  ἑφαπ-  
 τομένη ἡ  $\Gamma\Delta$ , κάθετος δὲ ἡ  $\Gamma H$ . ἔσται δὴ, ὡς ἡ  
 15 πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, οὕτως τὸ ὑπὸ  $E H \Delta$  πρὸς  
 τὸ ἀπὸ  $\Gamma H$ . καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $Z\Lambda\Theta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  
 $\Lambda K$ , τὸ ὑπὸ  $E H \Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $H\Gamma$ . ὁμοιον ἄρα  
 ἔστί τὸ  $KZ\Lambda$  τρίγωνον τῷ  $E\Gamma H$  τριγώνῳ καὶ τὸ  
 20  $K\Theta\Lambda$  τῷ  $\Gamma H \Delta$  καὶ τὸ  $KZ\Theta$  τῷ  $\Gamma E \Delta$ . ὥστε ἡ ὑπὸ  
 $E\Gamma\Delta$  γωνία ἴση ἔστί τῇ ὑπὸ  $ZK\Theta$ , τουτέστι τῇ  $\Omega$ .

ἐὰν δὲ ὁ τῆς πλαγίας πρὸς τὴν ὀρθίαν λόγος ἴσος  
 ἢ πρὸς ἴσον, ἡ  $K\Lambda$  ἐφάπτεται τοῦ  $ZK\Theta$  κύκλου, καὶ  
 ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὸ  $K$  ἐπιξεννυμένη παράλ-  
 ληλος ἔσται τῇ  $Z\Theta$  καὶ αὐτὴ ποιήσει τὸ πρόβλημα.

25

νβ'.

Ἐὰν ἐλλείψεως εὐθεία ἐπιψαύη, ἣν ποιεῖ γωνίαν  
 πρὸς τῇ διὰ τῆς ἀφῆς ἀγομένη διαμέτρῳ, οὐκ ἐλάσσων  
 ἔστί τῆς ἐφεξῆς τῇ περιεχομένη ὑπὸ τῶν πρὸς μέσην  
 τὴν τομὴν κλωμένων εὐθειῶν.

1. καὶ ὡς — 2. ὀρθίαν] bis V, sed corr. 8.  $Z\Lambda$ ]  $Z\Delta$  V;  
 corr. p. 15. πρὸς] (alt.) repet. mg. m. rec. V. 16. ὑπὸ

dicularis ducatur  $AT$ . quoniam igitur est, ut  $EA^2 : AT^2$ , ita latus transuersum ad rectum [prop. I], uerum etiam ut latus transuersum ad rectum, ita

$$ZA \times A\Theta : AK^2,$$

et  $ZA^2 : AK^2 > ZA \times A\Theta : AK^2$ , erit etiam

$$ZA^2 : AK^2 > EA^2 : AT^2.$$

et anguli ad  $A$ ,  $A$  positi recti sunt; itaque erit  $\angle Z < E$  [u. Pappi lemma VI]. construatur igitur  $\angle AEG = \angle AZK$ ;  $E\Gamma$  igitur cum sectione concurret [prop. II]. concurrat in  $\Gamma$ . a  $\Gamma$  igitur contingens ducatur  $\Gamma\Delta$  [prop. XLIX], perpendicularis autem  $\Gamma H$ ; erit igitur, ut latus transuersum ad rectum, ita  $EH \times H\Delta : \Gamma H^2$  [I, 37]. quare etiam

$$ZA \times A\Theta : AK^2 = EH \times H\Delta : H\Gamma^2.$$

itaque similes sunt trianguli  $KZA$ ,  $E\Gamma H$  et  $K\Theta A$ ,  $\Gamma H\Delta$  et  $KZ\Theta$ ,  $\Gamma E\Delta$  [u. Pappi lemma IX]. ergo

$$\angle E\Gamma\Delta = \angle ZK\Theta = \Omega.$$

sin ratio lateris transuersi ad rectum aequalis est ad aequale,  $KA$  circulum  $ZK\Theta$  contingit [Eucl. III, 16], et recta a centro ad  $K$  ducta rectae  $Z\Theta$  parallela erit et ipsa problema efficiet.

### LII.

Si recta ellipsim contingit, angulus, quem ad diametrum per punctum contactus ductam efficit, minor non est eo, qui deinceps est angulo a rectis ad mediam sectionem fractis cōprehenso.

sit ellipsis, cuius axes sint  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$ , centrum autem  $E$ , et maior axis sit  $AB$ , contingatque sectionem

---

$Z\Delta\Theta$ ]  $\nu\zeta\lambda\theta$  V; corr. Memus.      20.  $ZK\Theta$ ]  $Z\Theta K$  V; corr. Comm.      21.  $\iota\sigma\sigma\zeta$ ]  $\iota\sigma\sigma\nu$  Halley.      27.  $\tau\eta$ ]  $\tau\eta\nu$  V; corr. p.

ἔστω ἔλλειψις, ἧς ἄξονες μὲν οἱ  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$ , κέντρον δὲ τὸ  $E$ , μείζων δὲ ἔστω τῶν ἀξόνων ἡ  $AB$ , καὶ ἐφαπτέσθω τῆς τομῆς ἡ  $HZA$ , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $ΑΓ$ ,  $ΓB$ ,  $ZE$ , καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ  $BΓ$  ἐπὶ τὸ  $A$ . λέγω, ὅτι οὐκ ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $AZE$  γωνία τῆς ὑπὸ  $ΑΓA$ .

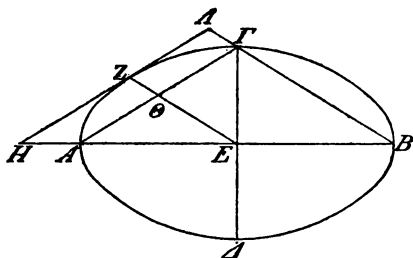
ἡ γὰρ  $ZE$  τῇ  $AB$  ἦτοι παράλληλος ἐστὶν ἢ οὐ. ἔστω πρότερον παράλληλος· καὶ ἐστὶν ἴση ἡ  $AE$  τῇ  $EB$ . ἴση ἄρα καὶ ἡ  $A\Theta$  τῇ  $\ThetaΓ$ . καὶ ἐστὶ διά-  
 10 μετρος ἡ  $ZE$ . ἡ ἄρα κατὰ τὸ  $Z$  ἐφαπτομένη παράλληλος ἐστὶ τῇ  $ΑΓ$ . ἐστὶ δὲ καὶ ἡ  $ZE$  τῇ  $AB$  παράλληλος· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ  $Z\ThetaΓA$ , καὶ διὰ τοῦτο ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $AZ\Theta$  τῇ ὑπὸ  $ΑΓ\Theta$ .

καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἑκατέρω τῶν  $AE$ ,  $EB$  τῆς  
 15  $EG$ , ἀμβλειά ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $ΑΓB$ . ὀξεῖα ἄρα ἡ ὑπὸ  $ΑΓA$ . ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ  $AZE$ . καὶ διὰ τοῦτο ἀμβλειά ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $HZE$ .

μὴ ἔστω δὴ ἡ  $EZ$  τῇ  $AB$  παράλληλος, καὶ ἦχθω κάθετος ἡ  $ZK$ . οὐκ ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $ABE$  τῇ  
 20 ὑπὸ  $ZEA$ . ὀρθὴ δὲ ἡ πρὸς τῷ  $E$  ὀρθῇ τῇ πρὸς τῷ  $K$  ἐστὶν ἴση [οὐκ ἄρα ὁμοίον ἐστὶ τὸ  $ΓEB$  τρίγωνον τῷ  $ZEK$ ]. οὐκ ἄρα ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ  $BE$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $EG$ , τὸ ἀπὸ  $EK$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $KZ$ . ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ  $BE$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $EG$ , τὸ ὑπὸ  $AEB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  
 25  $EG$  καὶ ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν καὶ τὸ ὑπὸ  $HKE$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $KZ$ . οὐκ ἄρα ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ  $HKE$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $KZ$ , τὸ ἀπὸ  $KE$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $KZ$ . οὐκ

2. μείζων V; corr. p. ἡ] ὁ p. 16.  $ΑΓA$ ]  $ΑΓΔ$ ,  $\Delta$  e corr. m. 1, V; corr. p. 17.  $HZE$ ]  $ZHE$  V; corr. p. 18.  $AB$ ] c,  $AA$  v, et fort. V, in quo  $\alpha$  et  $\beta$  difficulter distinguuntur;  $BA$  p. 23. τὸ ἀπὸ  $EK$  — 24.  $EG$ ] om. V; corr. Comm.

$HZA$ , et ducantur  $A\Gamma$ ,  $\Gamma B$ ,  $ZE$ , et  $B\Gamma$  ad  $A$  producantur. dico, non esse  $\angle AZE < \angle \Gamma A$ .



$ZE$  enim aut rectae  $AB$  parallela est aut non parallela.

prius sit parallela; et

$$AE = EB;$$

itaque etiam

$$\angle A\Theta = \Theta\Gamma$$

[Eucl. VI, 2]. et

$ZE$  diametrus est; itaque recta in  $Z$  contingens rectae  $A\Gamma$  parallela est [prop. VI]. uerum etiam  $ZE$  rectae  $AB$  parallela est;  $Z\Theta\Gamma A$  igitur parallelogrammum est; quare  $\angle AZ\Theta = \angle \Gamma\Theta$  [Eucl. I, 34].

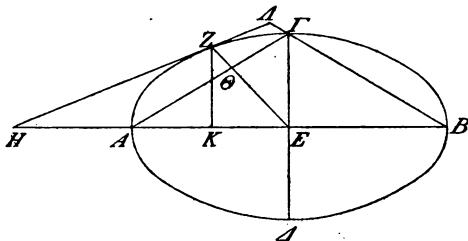
et quoniam est  $AE = EB > E\Gamma$ ,  $\angle A\Gamma B$  obtusus est [Eucl. II, 12]; itaque  $\angle \Gamma A$  acutus est. quare etiam  $\angle AZE$  acutus. ergo  $\angle HZE$  obtusus est.

iam  $EZ$  rectae  $AB$  parallela ne sit, et perpendicularis ducatur  $ZK$ ; itaque non est  $\angle ABE = \angle ZEA$ . uerum angulus rectus ad  $E$  positus angulo recto ad  $K$  posito aequalis est<sup>1)</sup>; itaque non est [u. Pappi lemma XII]  $BE^2 : E\Gamma^2 = EK^2 : KZ^2$ . est autem  $BE^2 : E\Gamma^2 = AE \times EB : E\Gamma^2 =$  latus transversum ad rectum [I, 21]  $= HK \times KE : KZ^2$  [I, 37]. itaque non est  $HK \times KE : KZ^2 = KE^2 : KZ^2$ . ergo non est  $HK = KE$ . sumatur segmentum circuli

1) Uerba  $\sigma\upsilon\kappa \acute{\alpha}\rho\alpha$  —  $ZEK$  lin. 21—22 falsa sunt (possunt enim esse similes) et sine dubio subditua.

25.  $\tau\eta\nu \delta\phi\theta\iota\alpha\nu$ ] repet. mg. m. rec. V. 26.  $\sigma\upsilon\kappa \acute{\alpha}\rho\alpha$  — 27.  $KZ$  (pr.)] om. V; corr. Halley. praeceunte Commandino.

ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ  $HK$  τῇ  $KE$ . ἐκκείσθω κύκλου τμη-  
μα τὸ  $MTN$  δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ ὑπὸ  $AGB$   
ἀμβλεῖα δὲ ἡ ὑπὸ  $AGB$ . ἔλασσον ἄρα ἡμικυκλίου  
5. τμημά ἐστι τὸ  $MTN$ . πεποιήσθω δὴ, ὡς ἡ  $HK$   
πρὸς  $KE$ , ἡ  $NΞ$  πρὸς  $ΞM$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $Ξ$  πρὸς  
ὀρθὰς ἤχθω ἡ  $ΤΞΧ$ , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $NT$ ,  $TM$ ,  
καὶ τετμήσθω δίχα ἡ  $MN$  κατὰ τὸ  $T$ , καὶ πρὸς ὀρθὰς



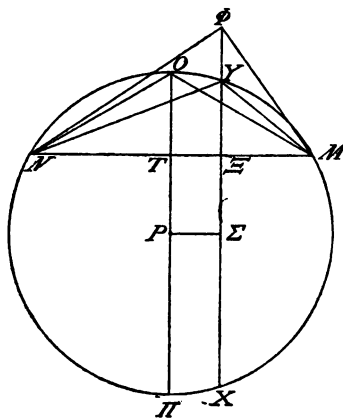
ἤχθω ἡ  $OTΠ$ . διάμετρος ἄρα ἐστίν. ἔστω κέντρον  
τὸ  $P$ , καὶ ἀπ' αὐτοῦ κάθετος ἡ  $PΣ$ , καὶ ἐπεξεύχθωσαν  
10. αἱ  $ON$ ,  $OM$ . ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ  $MON$  ἴση ἐστὶ τῇ  
ὑπὸ  $AGB$ , καὶ δίχα τέτμηται ἑκατέρα τῶν  $AB$ ,  $MN$   
κατὰ τα  $E$ ,  $T$ , καὶ ὀρθαὶ εἰσὶν αἱ πρὸς τοῖς  $E$ ,  $T$   
γωνίαι, ὅμοια ἄρα τὰ  $OTN$ ,  $BEΓ$  τρίγωνα. ἔστιν  
ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ  $TN$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $TO$ , οὕτως τὸ ἀπὸ  
15.  $BE$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $EG$ . καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ  $TP$  τῇ  
 $ΣΞ$ , μείζων δὲ ἡ  $PO$  τῆς  $ΣΤ$ , ἡ  $PO$  ἄρα πρὸς  $PT$   
μείζονα ἔχει λόγον ἥπερ ἡ  $ΤΣ$  πρὸς  $ΣΞ$ . καὶ ἀνα-  
στρέψαντι ἡ  $PO$  πρὸς  $OT$  ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἥπερ  
ἡ  $ΣΤ$  πρὸς  $ΤΞ$ . καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ διπλάσια  
20. ἡ ἄρα  $ΠO$  πρὸς  $TO$  ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ  
 $ΧΤ$  πρὸς  $ΤΞ$ . καὶ διελόντι ἡ  $ΠΤ$  πρὸς  $TO$  ἐλάσ-

2. τῇ]  $pc$ , e corr. m. 1 V. 4. πεποιήσθω V; corr.  $pc$ . 6.  
 $TΞX$ ]  $ΞTX$  V; corr. p. 8.  $OTΠ$ ]  $TOΠ$  V; corr. p. 17.

$MTN$  angulum capiens angulo  $A\Gamma B$  aequalem;  $\angle A\Gamma B$  autem obtusus est; itaque segmentum  $MTN$  semicirculo minus est [Eucl. III, 31]. fiat igitur

$$N\Xi : \Xi M = HK : KE,$$

et ab  $\Xi$  perpendicularis ducatur  $T\Xi X$ , ducanturque  $NT$ ,  $TM$ , et  $MN$  in  $T$  in duas partes aequales



secetur, et perpendicularis ducatur  $OT\Pi$ ; ea igitur diameter est [Eucl. III, 1 coroll.]. sit  $P$  centrum, ab eoque perpendicularis  $P\Sigma$ , et ducantur  $ON$ ,  $OM$ . quoniam igitur est

$$\angle MON = A\Gamma B,$$

et utraque  $AB$ ,  $MN$  in  $E$ ,  $T$  in binas partes aequales secta est, et anguli ad  $E$ ,  $T$  positi recti

sunt, trianguli  $OTN$ ,  $BEG$  similes sunt. erit igitur

$$TN^2 : TO^2 = BE^2 : EG^2 \text{ [Eucl. VI, 4].}$$

et quoniam est  $TP = \Sigma\Xi$  [Eucl. I, 34], et  $PO > \Sigma T$  [Eucl. III, 15], erit  $PO : PT > T\Sigma : \Sigma\Xi$  [Eucl. V, 8].

et conuertendo  $PO : OT < \Sigma T : T\Xi$ . et sumptis antecedentium duplis [Eucl. V, 15] erit

$$\Pi O : TO < XT : T\Xi.$$

et dirimendo  $\Pi T : TO < X\Xi : T\Xi$ . est autem

Praeter has figuras V duas alias habet his similes.

$\xi\chi\epsilon\iota$  λόγον] c, λόγον V, λόγον  $\xi\chi\epsilon\iota$  p. 20.  $TO$ ] τὸ  $\overline{OT}$  V; (in τὸ des. fol. 90v); corr. Halley. 21.  $TO$ ] τὸ  $\overline{TO}$  V; corr. p.

σονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ  $XΞ$  πρὸς  $ΤΞ$ . ἀλλ' ὡς μὲν  
 ἡ  $ΠΤ$  πρὸς  $ΤΟ$ , τὸ ἀπὸ  $ΤΝ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΤΟ$  καὶ  
 τὸ ἀπὸ  $ΒΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΕΓ$  καὶ ἡ πλαγία πρὸς τὴν  
 ὀρθίαν καὶ τὸ ὑπὸ  $ΗΚΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΚΖ$ . τὸ ἄρα  
 5 ὑπὸ  $ΗΚΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΚΖ$  ἐλάσσονα λόγον ἔχει  
 ἥπερ ἡ  $XΞ$  πρὸς  $ΞΤ$ , τουτέστι τὸ ὑπὸ  $XΞΤ$  πρὸς τὸ  
 ἀπὸ  $ΞΤ$ , τουτέστι τὸ ὑπὸ  $NΞM$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΞΤ$ .  
 εἰν ἄρα ποιήσωμεν, ὡς τὸ ὑπὸ  $ΗΚΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  
 $ΚΖ$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $MΞN$  πρὸς ἄλλο τι, ἔσται πρὸς  
 10 μείζον τοῦ ἀπὸ  $ΞΤ$ . ἔστω πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΞΦ$ . ἐπεὶ  
 οὖν ἔστιν, ὡς ἡ  $ΗΚ$  πρὸς  $ΚΕ$ , οὕτως ἡ  $NΞ$  πρὸς  
 $ΞM$ , καὶ πρὸς ὀρθάς εἰσιν αἱ  $ΚΖ$ ,  $ΞΦ$ , καὶ ἔστιν,  
 ὡς τὸ ὑπὸ  $ΗΚΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΚΖ$ , τὸ ὑπὸ  $MΞN$   
 πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΞΦ$ , διὰ ταῦτα ἴση ἔστιν ἡ ὑπὸ  $ΗΖΕ$  γωνία  
 15 τῇ ὑπὸ  $MΦN$ . μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ  $ΜΤΝ$ , τουτέστιν  
 ἡ ὑπὸ  $ΑΓΒ$ , τῆς ὑπὸ  $ΗΖΕ$  γωνίας, ἡ δὲ ἐφεξῆς ἡ  
 ὑπὸ  $AZ^{\circ}$  μείζων ἔστι τῆς ὑπὸ  $AΓ^{\circ}$ .

οὐκ ἐλάσσων ἄρα ἡ ὑπὸ  $AZ^{\circ}$  τῆς ὑπὸ  $AΓ^{\circ}$ .

νγ'.

20 Τῆς δοθείσης ἐλλείψεως ἐφαπτομένην ἀγαγεῖν, ἣτις  
 πρὸς τῇ διὰ τῆς ἀφῆς ἀγομένη διαμέτρῳ γωνίαν  
 ποιήσει ἴσην τῇ δοθείσῃ ὀξείᾳ· δεῖ δὴ τὴν διδομένην  
 ὀξείαν γωνίαν μὴ ἐλάσσονα εἶναι τῆς ἐφεξῆς τῇ περι-  
 εχομένην ὑπὸ τῶν πρὸς μέσην τὴν τομὴν κλωμένων  
 25 εὐθειῶν.

ἔστω ἡ δοθεῖσα ἐλλειψις, ἧς μείζων μὲν ἄξων ὁ  
 $AB$ , ἐλάσσων δὲ ὁ  $ΓΔ$ , κέντρον δὲ τὸ  $E$ , καὶ ἐπε-  
 ζεύχθωσαν αἱ  $ΑΓ$ ,  $ΓΒ$ , ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία ἔστω ἡ

1.  $XΞ$ ] p c, corr. ex  $XT$  m. 1 V. 7.  $NΞM$ ] c,  $Ξ$  corr.  
 ex  $Γ$  m. 1 V. 9.  $MΞN$ ]  $MNΞ$  V; corr. p (τῶν  $NΞ$ ,  $ΞM$ ).



$HT:TO = TN^2:TO^2$  [Eucl. VI, 8 coroll.; VI, 19 coroll.]  
 $= BE^2:ET^2 =$  latus transuersum ad rectum [I, 21] =  
 $HK \times KE:KZ^2$  [I, 37]. itaque

$$HK \times KE:KZ^2 < XE:ET,$$

hoc est  $< XE \times ET:ET^2$ , hoc est [Eucl. III, 35]  
 $HK \times KE:KZ^2 < NE \times EM:ET^2$ . itaque si fe-  
cerimus, ut  $HK \times KE:KZ^2$ , ita  $ME \times EN$  ad aliam  
aliquam magnitudinem, erit ad maiorem quam  $ET^2$   
[Eucl. V, 10]. sit

$$HK \times KE:KZ^2 = ME \times EN:EP^2.$$

iam quoniam est  $HK:KE = NE:EM$ , perpendi-  
cularesque sunt  $KZ, EP$ , et est

$$HK \times KE:KZ^2 = ME \times EN:EP^2,$$

erit [u. Pappi lemma XI]  $\angle HZE = M\Phi N$ . itaque  
 $\angle MTN > HZE$  [Eucl. I, 21], hoc est

$$\angle A\Gamma B > HZE,$$

et angulus deinceps positus  $\angle AZ\Theta > \angle A\Gamma\Theta$  [Eucl. I, 13].  
ergo non est  $\angle AZ\Theta < \angle A\Gamma\Theta$ .

### LIII.

Datam ellipsim contingentem rectam ducere, quae  
ad diametrum per punctum contactus ductam angulum  
efficiat aequalem dato angulo acuto; oportet igitur,  
datum angulum acutum non minorem esse angulo,  
qui deinceps positus est angulo rectis ad mediam sec-  
tionem fractis comprehenso [prop. LII].

sit data ellipsis, cuius maior axis sit  $AB$ , minor  
autem  $\Gamma A$ , et centrum  $E$ , ducanturque  $A\Gamma, \Gamma B$ ,

13.  $KZ$ ] pc, corr. ex  $KH$  m. 1 V.  $ME \times EN$ ]  $MN \times E$  V;  $\tau\omega\nu$   
 $NE, EM$  p. 14. [ $\sigma\eta$ ] om. V; correxi cum Memo. 16.  
 $HZE$ ] p,  $H$  postea ins. m. 1 V; e corr. c. 19.  $\nu\gamma'$ ]  $\xi\gamma'$  m. rec. V

Τ οὐκ ἐλάσσων τῆς ὑπὸ  $ΑΓΗ$ . ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ  $ΑΓΒ$  οὐκ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς  $X$ .

ἡ  $Τ$  ἄρα τῆς ὑπὸ  $ΑΓΗ$  ἢ μείζων ἐστὶν ἢ ἴση.

ἔστω πρότερον ἴση· καὶ διὰ τοῦ  $E$  τῇ  $ΒΓ$  παρ-  
 5 ἄλληλος ἤχθω ἡ  $EΚ$ , καὶ διὰ τοῦ  $K$  ἐφαπτομένη τῆς  
 τομῆς ἤχθω ἡ  $KΘ$ . ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ  $ΑΕ$  τῇ  
 $ΕΒ$ , καὶ ἐστὶν, ὡς ἡ  $ΑΕ$  πρὸς  $ΕΒ$ , ἡ  $ΑΖ$  πρὸς  $ΖΓ$ ,  
 ἴση ἄρα ἡ  $ΑΖ$  τῇ  $ΓΖ$ . καὶ ἐστὶ διάμετρος ἡ  $ΚΕ$   
 ἡ ἄρα κατὰ τὸ  $K$  ἐφαπτομένη τῆς τομῆς, τουτέστιν  
 10 ἡ  $ΘΚΗ$ , παράλληλός ἐστὶ τῇ  $ΓΑ$ . ἐστὶ δὲ καὶ ἡ  $EΚ$   
 τῇ  $ΗΒ$  παράλληλος· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ  
 $KΖΓΗ$ · καὶ διὰ τοῦτο ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $ΗΚΖ$  γωνία  
 τῇ ὑπὸ  $ΗΓΖ$  γωνία. ἡ δὲ ὑπὸ  $ΗΓΖ$  τῇ δοθείσῃ,  
 τουτέστι τῇ  $Τ$ , ἴση ἐστὶ· καὶ ἡ ὑπὸ  $ΗΚΕ$  ἄρα ἐστὶν  
 15 ἴση τῇ  $Τ$ .

ἔστω δὲ μείζων ἡ  $Τ$  γωνία τῆς ὑπὸ  $ΑΓΗ$ · ἀνά-  
 παλιν δὲ ἡ  $X$  τῆς ὑπὸ  $ΑΓΒ$  ἐλάσσων ἐστὶν.

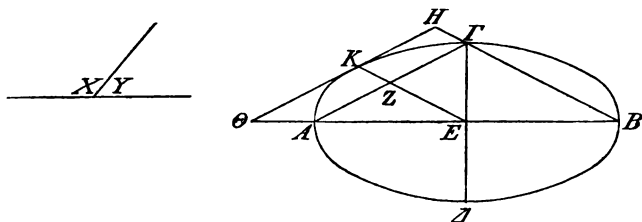
ἐκκείσθω κύκλος, καὶ ἀφηρήσθω ἀπ' αὐτοῦ τμήμα,  
 καὶ ἔστω τὸ  $ΜΝΠ$ , δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ  $X$ , καὶ  
 20 τετμήσθω ἡ  $ΜΠ$  δίχα κατὰ τὸ  $O$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $O$  τῇ  
 $ΜΠ$  πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ  $ΝΟΡ$ , καὶ ἐπεξέυχθωσαν αὐ-  
 $ΝΜ$ ,  $ΝΠ$ · ἡ ἄρα ὑπὸ  $ΜΝΠ$  γωνία τῆς ὑπὸ  $ΑΓΒ$   
 ἐλάσσων ἐστὶν. ἀλλὰ τῆς μὲν ὑπὸ  $ΜΝΠ$  ἡμίσειά  
 ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $ΜΝΟ$ , τῆς δὲ ὑπὸ  $ΑΓΒ$  ἡ ὑπὸ  $ΑΓΕ$   
 25 ἐλάσσων ἄρα ἡ ὑπὸ  $ΜΝΟ$  τῆς ὑπὸ  $ΑΓΕ$ . καὶ ὀφ-  
 θαὶ αὐτὴ πρὸς τοῖς  $E$ ,  $O$ · ἡ ἄρα  $ΑΕ$  πρὸς  $ΕΓ$  μείζονα  
 λόγον ἔχει ἢ περὶ ἡ  $ΟΜ$  πρὸς  $ΟΝ$ . ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ

1. ὥστε] pc, ω e corr. m. 1 V. 8. τῇ ΓΖ] om. V; corr. p (τῇ ΖΓ). 13. ΗΓΖ] (pr.) pc, Γ corr. ex K m. 1 V. 14. ἐστὶν] c, ἐστὶ V. 19. τὸ ΜΝΠ] τομὴ π V; corr. p. 24. ΜΝΟ] pc, O e corr. m. 1 V.

datus autem angulus sit  $T$  non minor angulo  $A\Gamma H$ ;  
quare etiam  $\angle A\Gamma B$  angulo  $X$  minor non est [Eucl. I, 13].

erit igitur aut  $\angle T > A\Gamma H$  aut  $T = A\Gamma H$ .

prius sit  $T = A\Gamma H$ ; et per  $E$  rectae  $B\Gamma$  par-  
allela ducatur  $EK$ , per  $K$  autem sectionem contingens  
ducatur  $K\Theta$  [prop. XLIX]. quoniam igitur est



$AE = EB$ , et  $AE : EB = AZ : Z\Gamma$  [Eucl. VI, 2],  
erit etiam  $AZ = Z\Gamma$  [Eucl. V, 16, 14]. et  $KE$  dia-  
metrus est; itaque recta in  $K$  contingens, hoc est  
 $\Theta KH$ , rectae  $\Gamma A$  parallela est [prop. VI]. uerum  
etiam  $EK$  rectae  $HB$  parallela est; itaque  $KZ\Gamma H$   
parallelogrammum est; et ea de causa  $\angle HKZ = H\Gamma Z$   
[Eucl. I, 34]. est autem  $H\Gamma Z = T$ . ergo etiam  
 $\angle HKE = T$ .

iam uero sit  $T > A\Gamma H$ ; e contrario igitur [Eucl. I, 13]  
 $\angle X < A\Gamma B$ .

sumatur circulus, ab eoque abscindatur segmentum,  
quod sit  $MNII$ , angulum capiens angulo  $X$  aequalem  
[Eucl. III, 33], et  $MII$  in  $O$  in duas partes aequales  
secetur, ab  $O$  autem ad  $MII$  perpendicularis ducatur  
 $NOP$ , ducanturque  $NM$ ,  $NII$ ; erit igitur

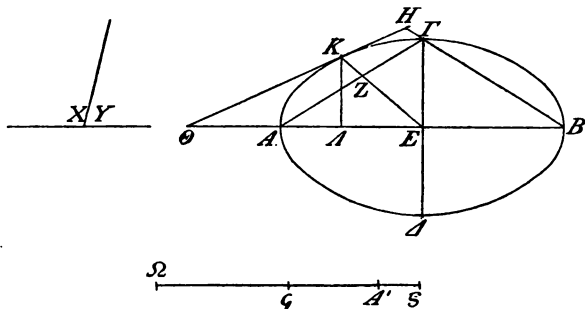
$$\angle MNII < A\Gamma B.$$

est autem  $MNO = \frac{1}{2} MNII$  et  $A\Gamma E = \frac{1}{2} A\Gamma B$

---

Hanc figuram om. V.

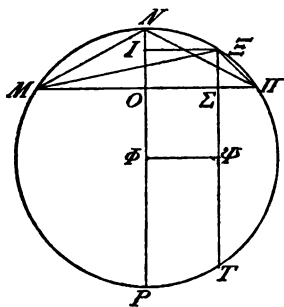
τῆς  $AE$  πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς  $EΓ$  μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ τὸ ἀπὸ  $MO$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $NO$ . ἀλλὰ τὸ μὲν ἀπὸ  $AE$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $AEB$ , τὸ δὲ ἀπὸ  $MO$  ἴσον τῷ ὑπὸ



$MOΠ$ , τουτέστι τῷ ὑπὸ  $NOP$ . τὸ ἄρα ὑπὸ  $AEB$   
 5 πρὸς τὸ ἀπὸ  $EΓ$ , τουτέστιν ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ  $PO$  πρὸς  $ON$ . γενέσθω δὴ, ὡς ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, ἡ  $\Omega A'$  πρὸς  $A' \varsigma$ , καὶ δίχα τετμήσθω ἡ  $\Omega \varsigma$  κατὰ το  $\rho$ . ἐπεὶ οὖν ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ  
 10  $PO$  πρὸς  $ON$ , καὶ ἡ  $\Omega A'$  πρὸς  $A' \varsigma$  μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ  $PO$  πρὸς  $ON$ . καὶ συνθέντι ἡ  $\Omega \varsigma$  πρὸς τὴν  $\varsigma A'$  μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ  $PN$  πρὸς  $NO$ . ἔστω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ  $\Phi$ . ὥστε καὶ ἡ  $\rho \varsigma$  πρὸς  $\varsigma A'$  μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ  $\Phi N$  πρὸς  $NO$ .  
 15 καὶ διελόντι ἡ  $A' \rho$  πρὸς  $A' \varsigma$  μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ  $\Phi O$  πρὸς  $ON$ . γινέσθω δὴ, ὡς ἡ  $A' \rho$  πρὸς  $A' \varsigma$ , οὕτως ἡ  $\Phi O$  πρὸς ἐλάττωνα τῆς  $ON$ , οἷον τὴν  $IO$ , καὶ παράλληλος ἤχθω ἡ  $IΞ$  καὶ ἡ  $ΞΓ$  καὶ ἡ  $\Phi\Psi$ . ἔσται ἄρα, ὡς ἡ  $A' \rho$  πρὸς  $A' \varsigma$ , ἡ  $\Phi O$  πρὸς  $OI$  καὶ ἡ  $\Psi\Sigma$

7.  $\Omega A'$ ]  $\overline{\omega, \alpha} V$ , et sic deinceps.  $\rho$  saepe litterae  $\varsigma$  similis est in  $V$ . 10.  $\Omega A'$ ]  $\overline{\omega, \alpha} V$ ; corr. p.  $A' \varsigma$ ]  $\overline{\alpha \varsigma} V$ ; corr. p.

[Eucl. I, 4]; itaque  $MNO < AGE$ . et anguli ad  $E$ ,  $O$  positi recti sunt; itaque  $AE:EG > OM:ON$  [u.



Pappi lemma V]. quare etiam  $AE^2:EG^2 > MO^2:NO^2$ . est autem  $AE^2 = AE \times EB$  et  $MO^2 = MO \times OP$   $= NO \times OP$  [Eucl. III, 35].

itaque

$AE \times EB:EG^2 > PO:ON$ , hoc est [I, 21] latus transversum ad rectum maiorem rationem habet quam  $PO:ON$ .

fiat igitur, ut latus transversum ad rectum, ita  $\Omega A':A'\varsigma$ , seceturque  $\Omega\varsigma$  in  $\varsigma$  in duas partes aequales. iam quoniam latus transversum ad rectum maiorem rationem habet quam  $PO:ON$ , erit etiam

$$\Omega A':A'\varsigma > PO:ON.$$

et componendo

$$\Omega\varsigma:\varsigma A' > PN:NO.$$

sit  $\Phi$  centrum circuli; itaque etiam

$$\varsigma\varsigma:\varsigma A' > \Phi N:NO.$$

et dirimendo  $A'q:A'\varsigma > \Phi O:ON$ . fiat igitur

$$A'q:A'\varsigma = \Phi O:IO,$$

quae minor est quam  $ON$  [Eucl. V, 8], ducanturque parallelae  $I\xi$ ,  $\xi T$ ,  $\Phi\Psi$ . erit igitur

$$A'q:A'\varsigma = \Phi O:OI = \Psi\Sigma:\Sigma\xi$$
 [Eucl. I, 34];

et componendo  $\varsigma\varsigma:\varsigma A' = \Psi\xi:\xi\Sigma$  [Eucl. V, 18].

In his figuris om. V angulos  $X, T$  et rectam  $\Omega\varsigma$ .

13.  $\omega\sigma\tau\epsilon$ ] bis V (in alt.  $\omega$  corr. ex  $\kappa$  m. 1); corr. pvc.

16.  $A'\varsigma$ ]  $\alpha\varsigma$  V; corr. p. 19.  $A'\varsigma$ ]  $\alpha\varsigma$  V; corr. p.

πρὸς ΣΞ· καὶ συνθέντι, ὡς ἡ ς ε πρὸς ε Α', ἡ ΨΞ  
 πρὸς ΞΣ. καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ διπλάσια, ὡς ἡ  
 Ως πρὸς ε Α', ἡ ΤΞ πρὸς ΞΣ. καὶ διελόντι, ὡς ἡ  
 Ω Α' πρὸς Α'ς, τουτέστιν ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν,  
 5 ἡ ΤΣ πρὸς ΣΞ. ἐπεξεύχθωσαν δὴ αἱ ΜΞ, ΞΠ, καὶ  
 συνεστιάτω πρὸς τῆ ΑΕ εὐθεία καὶ τῷ Ε σημείῳ τῆ  
 ὑπὸ ΜΠΞ γωνία ἴση ἢ ὑπὸ ΑΕΚ, καὶ διὰ τοῦ Κ  
 ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἤχθω ἡ ΚΘ, καὶ τεταγμένως  
 κατήχθω ἡ ΚΑ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΜΠΞ  
 10 γωνία τῆ ὑπὸ ΑΕΚ, ὀρθὴ δὲ ἡ πρὸς τῷ Σ ὀρθὴ  
 τῆ πρὸς τῷ Α ἴση, ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΞΣΠ τῷ  
 ΚΕΑ τρίγωνῳ. καὶ ἐστὶν, ὡς ἡ πλαγία πρὸς τὴν  
 ὀρθίαν, ἡ ΤΣ πρὸς ΣΞ, τουτέστι τὸ ὑπὸ ΤΣΞ πρὸς  
 τὸ ἀπὸ ΞΣ, τουτέστι τὸ ὑπὸ ΜΣΠ πρὸς τὸ ἀπὸ ΞΣ·  
 15 ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΚΑΕ τρίγωνον τῷ ΣΞΠ τρίγωνῳ  
 καὶ τῷ ΚΘΕ τὸ ΜΞΠ, καὶ διὰ τοῦτο ἴση ἐστὶν ἡ  
 ὑπὸ ΜΞΠ γωνία τῆ ὑπὸ ΘΚΕ. ἡ δὲ ὑπὸ ΜΞΠ τῆ  
 ὑπὸ ΜΝΠ ἐστὶν ἴση, τουτέστι τῆ Χ· καὶ ἡ ὑπο  
 ΘΚΕ ἄρα τῆ Χ ἐστὶν ἴση. καὶ ἡ ἐφεξῆς ἄρα ἡ ὑπὸ  
 20 ΗΚΕ τῆ ἐφεξῆς τῆ Γ ἐστὶν ἴση.

διῆκται ἄρα τῆς τομῆς ἐφαπτομένη ἡ ΗΘ πρὸς τῆ  
 διὰ τῆς ἀφῆς ἀγομένη διαμέτρῳ τῆ ΚΕ γωνίαν ποι-  
 οῦσα τὴν ὑπὸ ΗΚΕ ἴσην τῆ δοθείσῃ τῆ Γ· ὅπερ  
 ἔδει ποιῆσαι.

1. ΣΞ] in ras. p, EΞ V. ἡ] (pr.) om. V; corr. p. ε Α']  
 ε̄α c et corr. ex ε̄ α m. 1 V; corr. Memus; ς ε p. Α et Α' (α)  
 inter se simillimas hab. V. 5. ΣΞ] e corr. p, ΣΖ V. 6.  
 καί] om. V; corr. p. 7. ΑΕΚ] ΕΑΚ V; corr. p. 10.  
 τῆ] pvc, τ euan. in V. τῷ] τό V; corr. p. Σ] Κ V;  
 corr. p. 11. τῷ] (pr.) τό V; corr. p. τῷ ΚΕΑ] mg. repet.  
 m. rec. V. 13. τουτέστι — 14. ΞΣ (pr.)] bis V (altero loco  
 ΤΣΖ pro ΤΣΞ); corr. p. 20. Γ] ῥ V, ut lin. 23. 23.  
 Ante ἴσην del. γωνίαν m. 1 V (om. pcv). ὅπερ ἔδει ποιῆσαι]

et sumptis duplis antecedentium [Eucl. V, 15]

$$\Omega\epsilon : \epsilon A' = T\xi : \xi\Sigma \text{ [Eucl. III, 3].}$$

et dirimendo [Eucl. V, 17]  $\Omega A' : A'\epsilon = T\Sigma : \Sigma\xi =$   
 latus transuersum ad rectum. iam ducantur  $M\xi$ ,  
 $\xi\Pi$ , et ad  $AE$  rectam punctumque eius  $E$  construatur  
 $\angle A EK = M\Pi\xi$  [Eucl. I, 23], per  $K$  autem sectionem  
 contingens ducatur  $K\Theta$  [prop XLIX], et ordinate  
 ducatur  $KA$ . iam quoniam est  $\angle M\Pi\xi = A EK$ , et  
 rectus angulus ad  $\Sigma$  positus recto angulo ad  $A$  posito  
 aequalis, aequianguli sunt trianguli  $\xi\Sigma\Pi$ ,  $KEA$ . est  
 autem, ut latus transuersum ad rectum, ita

$$T\Sigma : \Sigma\xi = T\Sigma \times \Sigma\xi : \xi\Sigma^2 = \text{[Eucl. III, 35]}$$

$$M\Sigma \times \Sigma\Pi : \xi\Sigma^2.$$

itaque<sup>1)</sup> trianguli  $KAE$ ,  $\xi\Sigma\Pi$  et  $K\Theta E$ ,  $M\xi\Pi$  similes  
 sunt; quare erit  $\angle M\xi\Pi = \Theta KE$ . est autem

$$\angle M\xi\Pi = M\Pi\Pi \text{ [Eucl. III, 21] } = X;$$

itaque etiam  $\angle \Theta KE = X$ . ergo etiam anguli iis  
 deinceps positi aequales sunt [Eucl. I, 13]  $HKE = \Upsilon$ .

ergo sectionem contingens ducta est  $H\Theta$  ad diame-  
 trum per punctum contactus ductam  $KE$  angulum effi-  
 ciens  $HKE$  dato angulo  $\Upsilon$  aequalem; quod oportebat fieri.

---

1) E lemmate XI Pappi; nam ut latus transuersum ad  
 rectum, ita  $\Theta A \times AE : KA^2$  (I, 37).

---

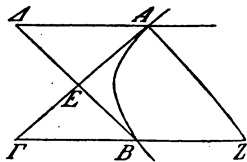
om. p. In fine (fol. 92<sup>v</sup>; fol. 93<sup>r</sup> occupant figurae huius prop.):  
*ἐνταῦθα δοκεῖ εἶναι τέλος τοῦ δευτέρου τῶν κωνικῶν Ἀπολλωνίου*  
 m. 2 V.

## ΚΩΝΙΚΩΝ γ'.

α'.

Ἐὰν κώνου τομῆς ἢ κύκλου περιφερείας εὐθείαι ἐπιψαύουσαι συμπίπτωσιν, ἀχθῶσι δὲ διὰ τῶν ἀψῶν διάμετροι συμπίπτουσαι ταῖς ἐφαπτομέναις, ἴσα ἔσται  
 5 τὰ γινόμενα κατὰ κορυφὴν τριγῶνα.

ἔστω κώνου τομὴ ἢ κύκλου περιφέρεια ἡ  $AB$ , καὶ τῆς  $AB$  ἐφαπτέσθωσαν ἡ τε  $AG$  καὶ ἡ  $BD$  συμπίπτουσαι κατὰ τὸ  $E$ , καὶ ἡχθῶσαν διὰ τῶν  $A, B$  διάμετροι  
 10 τῆς τομῆς αἱ  $GB, DA$  συμπίπτουσαι ταῖς ἐφαπτομέναις κατὰ τὰ  $\Gamma, \Delta$ . λέγω, ὅτι ἴσον ἔστί τὸ  $A\Delta E$  τρίγωνον τῷ  $EB\Gamma$ .



ἡχθῶ γὰρ ἀπὸ τοῦ  $A$  παρὰ τὴν  $BD$  ἢ  $AZ$  τε  
 15 ταγμαένως ἄρα κατῆκται. ἔσται δὲ ἐπὶ μὲν τῆς παραβολῆς ἴσον τὸ  $A\Delta BZ$  παραλληλόγραμμον τῷ  $AGZ$  τριγῶνῳ, καὶ κοινοῖ ἀφαιρουμένου τοῦ  $AEBZ$  λοιπὸν τὸ  $A\Delta E$  τρίγωνον ἴσον ἔστί τῷ  $\Gamma BE$  τριγῶνῳ.

ἐπὶ δὲ τῶν λοιπῶν συμπίπτωσαν αἱ διάμετροι  
 20 κατὰ τὸ  $H$  κέντρον.

Titulum non habet V, in quo liber incipit fol. 93<sup>r</sup>;  
 Ἀπολλωνίου τοῦ Περγαίου κωνικῶν τρίτον p. 1. α'] m. rec. V,  
 ut semper deinceps. 16.  $A\Delta BZ$ ]  $AB\Delta Z$  V; corr. Halley.

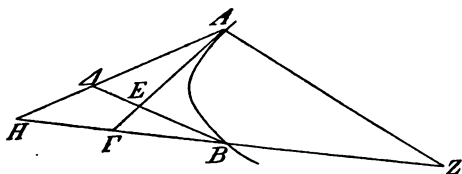


## CONICORUM LIBER III.

### I.

Si rectae conici sectionem uel circuli ambitum contingentes inter se concurrunt, et per puncta contactus diametri ducuntur cum contingentibus concurrentes, trianguli ita orti, qui ad uerticem inter se positi sunt, aequales erunt.

sit  $AB$  conici sectio uel ambitus circuli, et lineam  $AB$  contingant  $A\Gamma$ ,  $B\Delta$  in  $E$  concurrentes, per  $A$ ,



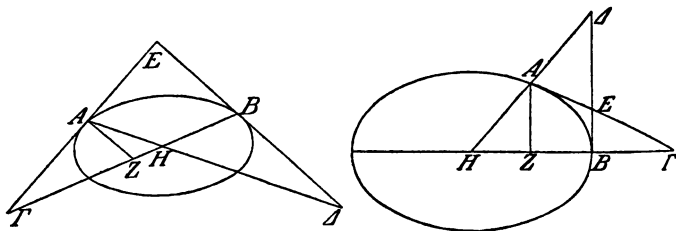
$B$  autem diametri sectionis ducantur  $\Gamma B$ ,  $\Delta A$  cum contingentibus in  $\Gamma$ ,  $\Delta$  concurrentes. dico, esse

$$A\Delta E = EBF.$$

ducatur enim ab  $A$  rectae  $B\Delta$  parallela  $AZ$ ; ordinate igitur ducta est [I def. 5]. in parabola igitur erit [I, 42]  $A\Delta BZ = A\Gamma Z$ , et ablato, quod commune est,  $AEBZ$  reliquum erit  $A\Delta E = \Gamma B E$ .

in reliquis autem diametri in  $H$  centro concurrant.

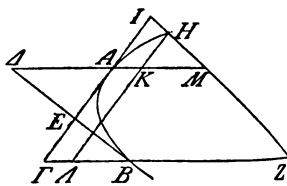
ἐπεὶ οὖν κατῆκται ἡ  $AZ$ , καὶ ἐφάπτεται ἡ  $AG$ ,  
τὸ ὑπὸ  $ZHG$  ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ  $BH$ . ἔστιν ἄρα, ὡς  
ἡ  $ZH$  πρὸς  $HB$ , ἡ  $BH$  πρὸς  $HG$ . καὶ ὡς ἄρα ἡ



$ZH$  πρὸς  $HG$ , τὸ ἀπὸ  $ZH$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $HB$ . ἀλλ'  
5 ὡς τὸ ἀπὸ  $ZH$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $HB$ , τὸ  $AHZ$  πρὸς τὸ  
τὸ  $\Delta HB$ , ὡς δὲ ἡ  $ZH$  πρὸς  $HG$ , τὸ  $AHZ$  πρὸς  $AHG$   
καὶ ὡς ἄρα τὸ  $AHZ$  πρὸς τὸ  $AHG$ , τὸ  $AHZ$  πρὸς  
τὸ  $\Delta HB$ . ἴσον ἄρα τὸ  $AHG$  τῷ  $\Delta HB$ . κοινὸν ἀφη-  
ρήσθω τὸ  $\Delta HGE$ . λοιπὸν ἄρα τὸ  $AE\Delta$  τρίγωνον  
10 ἴσον ἐστὶ τῷ  $ΓEB$ .

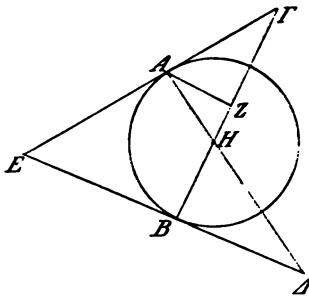
β'.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἐὰν ἐπὶ τῆς τομῆς ἢ τῆς  
τοῦ κύκλου περιφερείας ληφθῆ τι σημεῖον, καὶ δι'  
αὐτοῦ παράλληλοι ἀχθῶσι  
15 ταῖς ἐφαπτομέναις ἕως τῶν  
διαμέτρων, τὸ γινόμενον  
τετράπλευρον πρὸς τε μιᾶ  
τῶν ἐφαπτομένων καὶ μιᾶ  
τῶν διαμέτρων ἴσον ἔσται  
20 τῷ γινόμενῳ τριγώνῳ πρὸς τε τῇ αὐτῇ ἐφαπτομένῃ καὶ  
τῇ ἐτέρᾳ τῶν διαμέτρων.



ἔστω γὰρ κώνου τομῆ ἢ κύκλου περιφέρεια ἡ  $AB$

iam quoniam  $AZ$  ordinate ducta est, et  $A\Gamma$  contingit, erit  $ZH \times H\Gamma = BH^2$  [I, 37]. itaque

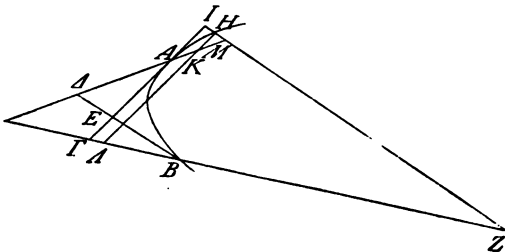


$ZH : HB = BH : H\Gamma$   
 [Eucl. VI, 17]; quare etiam  
 $ZH : H\Gamma = ZH^2 : HB^2$   
 [Eucl. V def. 9]. est autem  
 $ZH^2 : HB^2 = AHZ : \Delta HB$   
 [Eucl. VI, 19], et  
 $ZH : H\Gamma = AHZ : AH\Gamma$   
 [Eucl. VI, 1]. quare etiam  
 $\Delta AHZ : AH\Gamma = AHZ : \Delta H\Gamma$

itaque  $AH\Gamma = \Delta H\Gamma$  [Eucl. V, 9]. auferatur, quod commune est,  $\Delta H\Gamma E$ ; reliquum igitur  $AE\Delta = \Gamma EB$ .

II.

Iisdem suppositis si in sectione uel ambitu circuli punctum aliquod sumitur, et per id rectae contingentibus parallelae ducuntur usque ad diametros, quadrangulus ad alteram contingentium alteramque diametro-



rum ortus aequalis erit triangulo ad eandem contingentem alteramque diametrum orto.

sit enim  $AB$  conici sectio uel ambitus circuli contingentesque  $AE\Gamma$ ,  $BE\Delta$ , diametri autem  $A\Delta$ ,  $B\Gamma$ ,

καὶ ἐφαπτόμεναι αἱ  $ΑΕΓ$ ,  $ΒΕΔ$ , διάμετροι δὲ αἱ  $ΑΔ$ ,  $ΒΓ$ , καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ  $Η$ , καὶ ἤχθωσαν παρὰ τὰς ἐφαπτομένας αἱ  $ΗΚΑ$ ,  $ΗΜΖ$ . λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ  $ΑΙΜ$  τρίγωνον τῷ  $ΓΛΗΙ$  τε-  
5 τετραπλεύρῳ.

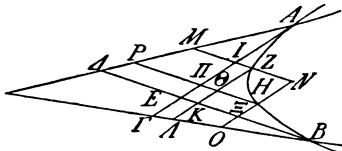
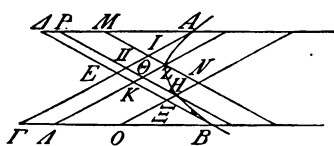
ἐπεὶ γὰρ δέδεικται τὸ  $ΗΚΜ$  τρίγωνον τῷ  $ΑΔ$  τετραπλεύρῳ ἴσον, κοινὸν προσκείσθω ἢ ἀφηρήσθω τὸ  $ΙΚ$  τετράπλευρον, καὶ γίνεται τὸ  $ΑΙΜ$  τρίγωνον ἴσον τῷ  $ΓΗ$  τετραπλεύρῳ.

10

γ'.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἐὰν ἐπὶ τῆς τομῆς ἢ τῆς περιφερείας β' σημεῖα ληφθῆ, καὶ δι' αὐτῶν παράλληλοι ἀχθῶσι ταῖς ἐφαπτομέναις ἕως τῶν διαμέτρων, τα γινόμενα ὑπὸ τῶν ἀχθεισῶν τετράπλευρα, βεβηκότα  
15 δὲ ἐπὶ τῶν διαμέτρων, ἴσα ἔσται ἀλλήλοις.

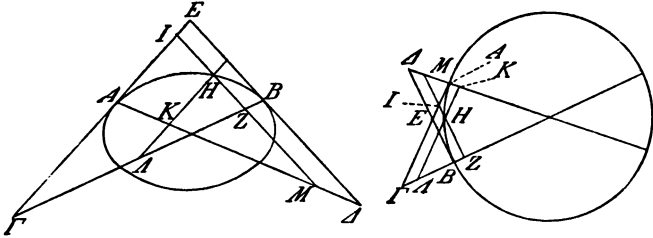
ἔστω γὰρ ἡ τομὴ καὶ αἱ ἐφαπτόμεναι καὶ αἱ διάμετροι, ὡς προεῖρηται, καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς τομῆς δύο τυχόντα σημεῖα τὰ  $Ζ$ ,  $Η$ , καὶ διὰ μὲν τοῦ  $Ζ$  ταῖς ἐφαπτομέναις παράλληλοι ἤχθωσαν ἢ τε  $ΖΘΚΑ$  καὶ



20 ἢ  $ΝΖΙΜ$ , διὰ δὲ τοῦ  $Η$  ἢ τε  $ΗΞΟ$  καὶ ἡ  $ΘΠΡ$ . λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ μὲν  $ΛΗ$  τετράπλευρον τῷ  $ΜΘ$ , τὸ δὲ  $ΛΝ$  τῷ  $ΡΝ$ .

4.  $ΓΛΗΙ$ ] V?, p;  $ΓΛΗ$  c, et v, sed corr. m. 2. V in prop. II quinque praeterea figg. habet.

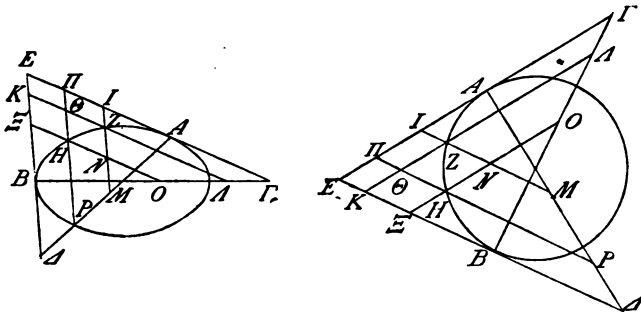
et sumatur in sectione punctum aliquod  $H$ , ducanturque contingentibus parallelae  $HKA$ ,  $HMZ$ . dico, esse  $AIM = \Gamma\Lambda HI$ .



nam quoniam demonstratum est [I, 42—43], esse  $HKM = \Lambda\Lambda$ , commune adiciatur uel auferatur quadrangulus  $IK$ . tum erit  $AIM = \Gamma H$ .

III.

Iisdem suppositis si in sectione uel ambitu circuli duo puncta sumuntur, et per ea rectae contingentibus parallelae usque ad diametros ducuntur, quadranguli



rectis ita ductis effecti et in diametris collocati inter se aequales erunt.

sit enim sectio et contingentibus et diametri, sicut

ἐπεὶ γὰρ προδέδεικται ἴσον τὸ  $PΠA$  τριγώνον  
 τῷ  $ΓΗ$  τετραπλεύρῳ, τὸ δὲ  $AMI$  τῷ  $ΓΖ$ , τὸ δὲ  
 $ΑΡΠ$  τοῦ  $AMI$  μείζον ἐστὶ τῷ  $ΠΜ$  τετραπλεύρῳ,  
 καὶ τὸ  $ΓΗ$  ἄρα τοῦ  $ΓΖ$  μείζον ἐστὶ τῷ  $ΜΠ$  τετρα-  
 5 πλεύρῳ· ὥστε τὸ  $ΓΗ$  ἴσον ἐστὶ τῷ  $ΓΖ$  καὶ τῷ  $ΠΜ$ ,  
 τουτέστι τῷ  $ΓΘ$  καὶ τῷ  $PZ$ . κοινὸν ἀφηγήσθω τὸ  
 $ΓΘ$ . λοιπὸν ἄρα τὸ  $ΑΗ$  ἴσον ἐστὶ τῷ  $ΘΜ$ . καὶ ὅλον  
 ἄρα τὸ  $AN$  τῷ  $PN$  ἴσον ἐστίν.

δ'.

10 Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐπιφανύσῃ  
 συμπίπτωσιν ἀλλήλαις, ἀχθῶσι δὲ διὰ τῶν ἀφῶν διά-  
 μετροὶ συμπίπτουσιν ταῖς ἐφαπτομέναις, ἴσα ἔσται τα  
 πρὸς ταῖς ἐφαπτομέναις τρίγωνα.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι αἱ  $A, B$ , αἱ δὲ ἐφαπτόμεναι  
 15 αὐτῶν αἱ  $ΑΓ, ΒΓ$  συμπιπέτωσαν κατὰ τὸ  $Γ$ , κέντρον  
 δὲ ἔστω τῶν τομῶν τὸ  $Δ$ , καὶ ἐπεζεύχθω ἡ  $AB$  καὶ  
 ἡ  $ΓΔ$  καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ  $E$ , ἐπεζεύχθωσαν δὲ  
 καὶ αἱ  $ΔA, ΒΔ$  καὶ ἐκβεβλήσθωσαν ἐπὶ τὰ  $Z, H$ .  
 λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ  $ΑΗΔ$  τρίγωνον τῷ  $ΒΔΖ$ , τὸ  
 20 δὲ  $ΑΓΖ$  τῷ  $ΒΓΗ$ .

ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ  $Θ$  ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἡ  
 $ΘA$ . παράλληλος ἄρα ἐστὶ τῇ  $ΑΗ$ . καὶ ἐπεὶ ἴση  
 ἐστὶν ἡ  $ΑΔ$  τῇ  $ΔΘ$ , ἴσον ἂν εἴη τὸ  $ΑΗΔ$  τρίγωνον  
 τῷ  $ΘAΔ$ . ἀλλὰ τὸ  $ΔΘA$  τῷ  $ΒΔΖ$  ἐστὶν ἴσον· καὶ  
 25 τὸ  $ΑΗΔ$  ἄρα τῷ  $ΒΔΖ$  ἐστὶν ἴσον. ὥστε καὶ τὸ  $ΑΓΖ$   
 τῷ  $ΒΓΗ$  ἴσον.

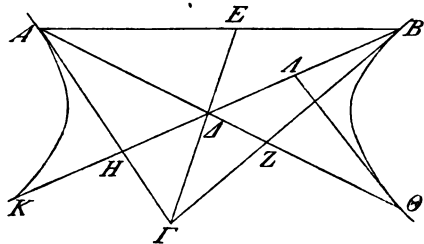
antea diximus, sumantur autem in sectione duo quaelibet puncta  $Z, H$ , et per  $Z$  contingentibus parallelae ducantur  $Z\Theta K\Lambda$ ,  $NZIM$ , per  $H$  autem  $H\Xi O$ ,  $\Theta\Pi P$ . dico, esse  $\Lambda H = M\Theta$ ,  $\Lambda N = PN$ .

quoniam enim antea demonstraui[mus] [prop. II], esse  $P\Pi A = \Gamma H$ ,  $AMI = \Gamma Z$ , et  $AP\Pi = AMI + \Pi M$ , erit etiam  $\Gamma H = \Gamma Z + \Pi M$ . itaque  $\Gamma H = \Gamma\Theta + PZ$ . auferatur, quod commune est,  $\Gamma\Theta$ ; reliquum igitur  $\Lambda H = \Theta M$ . ergo  $\Lambda N = PN$ .

IV.

Si duae rectae sectiones oppositas contingentes inter se concurrunt, et per puncta contactus diametri ducantur cum contingentibus concurrentes, trianguli ad contingentes positi aequales erunt.

sint  $A, B$  sectiones oppositae, easque contingentes  $A\Gamma, B\Gamma$  in  $\Gamma$  concurrant, centrum autem sectionum



sit  $\Delta$ , ducaturque  $AB$  et  $\Gamma\Delta$ , quae ad  $E$  producantur, et ducantur etiam  $\Delta A, B\Delta$  producanturque ad  $Z, H$ . dico, esse

$$AH\Delta = B\Delta Z$$

$$\text{et } A\Gamma Z = B\Gamma H.$$

per  $\Theta$  enim sectionem contingens ducatur  $\Theta\Lambda$ ; ea igitur rectae  $AH$  parallela est [Eutocius ad I, 44]. et quoniam est [I, 30]  $A\Delta = \Delta\Theta$ , erit  $AH\Delta = \Theta\Delta\Delta$  [Eucl. VI, 19]. est autem  $\Delta\Theta\Delta = B\Delta Z$  [prop. I]; quare etiam  $AH\Delta = B\Delta Z$ . ergo etiam  $A\Gamma Z = B\Gamma H$ .

ε'.

Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐπιψαύουσαι  
 συμπίπτωσι, καὶ ληφθῆ ἑφ' ὀποτέρας τῶν τομῶν ση-  
 μεῖόν τι, καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἀχθῶσι δύο εὐθεῖαι, ἡ μὲν  
 5 παρὰ τὴν ἐφαπτομένην, ἡ δὲ παρὰ τὴν τὰς ἀφᾶς  
 ἐπιξυγνύουσαν, τὸ γινόμενον ὑπ' αὐτῶν τρίγωνον  
 πρὸς τῆ διαὰ τῆς συμπτώσεως ἡγμένη διαμέτρῳ τοῦ  
 ἀπολαμβανομένου τριγώνου πρὸς τῆ συμπτώσει τῶν  
 ἐφαπτομένων διαφέρει τῷ ἀπολαμβανομένῳ τριγώνῳ  
 10 πρὸς τε τῆ ἐφαπτομένη καὶ τῆ διαὰ τῆς ἀφῆς ἀγομένη  
 διαμέτρῳ.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι αἱ  $A, B$ , ὧν κέντρον τὸ  $\Gamma$ ,  
 καὶ ἐφαπτόμεναι αἱ  $E\Delta, \Delta Z$  συμπίπτέτωσαν κατὰ τὸ  
 $\Delta$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $EZ$  καὶ ἡ  $\Gamma\Delta$  καὶ ἐκβεβλήσθω,  
 15 καὶ αἱ  $Z\Gamma, E\Gamma$  ἐπιξυχθεῖσαι ἐκβεβλήσθωσαν, καὶ  
 εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ  $H$ , καὶ δι' αὐτοῦ  
 ἡχθῶ παρὰ μὲν τὴν  $EZ$  ἡ  $\Theta HK\Lambda$ , παρὰ δὲ τὴν  $\Delta Z$   
 ἡ  $H\Lambda$ . λέγω, ὅτι τὸ  $H\Theta M$  τρίγωνον τοῦ  $K\Theta\Delta$  δια-  
 φέρει τῷ  $K\Delta Z$ .

20 ἐπεὶ γὰρ δέδεικται ἡ  $\Gamma\Delta$  διάμετρος τῶν ἀντικει-  
 μένων, ἡ δὲ  $EZ$  τεταγμένως ἐπ' αὐτὴν κατηγμένη, καὶ  
 ἡ μὲν  $H\Theta$  παρὰ τὴν  $EZ$ , ἡ δὲ  $MH$  παρὰ τὴν  $\Delta Z$ ,  
 τὸ ἄρα  $MH\Theta$  τρίγωνον τοῦ  $\Gamma\Lambda\Theta$  τριγώνου διαφέρει  
 τῷ  $\Gamma\Delta Z$ . ὥστε τὸ  $MH\Theta$  τοῦ  $K\Theta\Delta$  τριγώνου δια-  
 25 φέρει τῷ  $KZ\Lambda$ .

καὶ φανερόν, ὅτι ἴσον γίνεται τὸ  $KZ\Lambda$  τρίγωνον  
 τῷ  $MHK\Delta$  τετραπλεύρῳ.

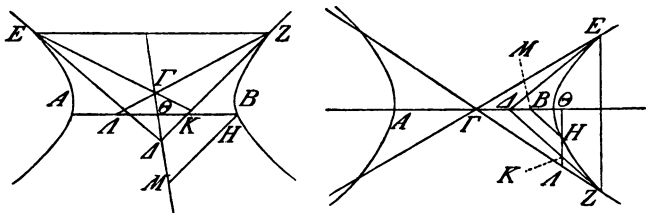
3. συμπίπτουσι V; corr. p.c. ■ 17.  $\Theta HK\Lambda$ ] V;  $H\Theta K\Lambda$  p.



V.

Si duae rectae oppositas contingentes inter se concurrunt, et in utraque sectione punctum aliquod sumitur, ab eoque duae rectae ducuntur altera contingenti parallela, altera rectae puncta contactus coniungenti parallela, triangulus ab iis ad diametrum per punctum concursus ductam effectus a triangulo ad punctum concursus contingentium absciso differt triangulo ad contingentem diametrumque per punctum contactus ductam absciso.

sint oppositae  $A, B$ , quarum centrum sit  $\Gamma$ , et contingentes  $E\Delta, \Delta Z$  in  $\Delta$  concurrant, ducaturque  $EZ$  et  $\Gamma\Delta$ , quae producat, et  $Z\Gamma, E\Gamma$  ductae pro-



ducantur, sumaturque in sectione punctum aliquod  $H$ , et per id ducatur  $\Theta H K \Lambda$  rectae  $EZ$  parallela,  $HM$  autem rectae  $\Delta Z$  parallela. dico, esse

$$H\Theta M = K\Theta \Delta + K\Lambda Z.$$

quoniam enim demonstraui[mus] [II, 39 et 38],  $\Gamma\Delta$  diametrum esse oppositarum, et  $EZ$  ad eam ordinate ducta est, et  $H\Theta$  rectae  $EZ$  parallela,  $MH$  autem rectae  $\Delta Z$  parallela, erit [I, 45]

$$MH\Theta = \Gamma\Lambda\Theta + \Gamma\Delta Z.$$

ergo  $MH\Theta = K\Theta \Delta + KZ\Lambda$ .

et manifestum est, esse  $KZ\Lambda = MHK\Delta$ .

ε'.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἐὰν ἐπὶ μιᾶς τῶν ἀντικειμένων ληφθῆ τι σημεῖον, καὶ ἀπ' αὐτοῦ παράλληλοι ἀχθῶσι ταῖς ἐφαπτομέναις συμπίπτουσαι ταῖς τε ἐφαπτομέναις καὶ ταῖς διαμέτροις, τὸ γινόμενον ὑπ' αὐτῶν τετράπλευρον πρὸς τῆ μιᾶ τῶν ἐφαπτομένων καὶ τῆ μιᾶ τῶν διαμέτρων ἴσον ἔσται τῷ γινομένῳ τριγώνῳ πρὸς τε τῆ αὐτῆ ἐφαπτομένη καὶ τῆ ἑτέρα τῶν διαμέτρων.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι, ὧν διάμετροι αἱ  $ΑΕΓ$ ,  $ΒΕΔ$ , καὶ τῆς  $ΑΒ$  τομῆς ἐφαπτέσθωσαν αἱ  $ΑΖ$ ,  $ΒΗ$  συμπίπτουσαι ἀλλήλαις κατὰ τὸ  $Θ$ , εἰλήφθω δέ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ  $Κ$ , καὶ ἀπ' αὐτοῦ ταῖς ἐφαπτομέναις παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ  $ΚΜΑ$ ,  $ΚΝΞ$ . λέγω, ὅτι τὸ  $ΚΖ$  τετράπλευρον τῷ  $ΑΙΝ$  τριγώνῳ ἔστιν ἴσον.

ἐπεὶ οὖν ἀντικείμεναι αἱ  $ΑΒ$ ,  $ΓΔ$ , καὶ τῆς  $ΑΒ$  ἐφάπτεται ἡ  $ΑΖ$  συμπίπτουσα τῆ  $ΒΔ$ , καὶ παρὰ τὴν  $ΑΖ$  ἦκται ἡ  $ΚΑ$ , ἴσον ἔστι τὸ  $ΑΙΝ$  τρίγωνον τῷ  $ΚΖ$  τετραπλεύρῳ.

ζ'.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἐὰν ἐφ' ἑκατέρας τῶν τομῶν σημεία τινα ληφθῆ, καὶ ἀπ' αὐτῶν παράλληλοι ἀχθῶσι ταῖς ἐφαπτομέναις συμπίπτουσαι ταῖς τε ἐφαπτομέναις καὶ ταῖς διαμέτροις, τὰ γινόμενα ὑπὸ τῶν ἀχθεισῶν τετράπλευρα, βεβηκότα δὲ ἐπὶ τῶν διαμέτρων, ἴσα ἔσται ἀλλήλοις.

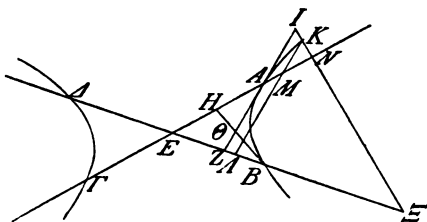
ὑποκείσθω γὰρ τὰ προειρημένα, καὶ εἰλήφθω ἐφ' ἑκατέρας τῶν τομῶν σημεία τὰ  $Κ$ ,  $Α$ , καὶ δι' αὐτῶν

2. ὑποκειμένων] repet. mg. m. rec. V. 8. τῆ] (alt.) om. V; corr. p. 13.  $ΚΜΑ$ ]  $ΚΑΜ$  V; corr. p. 22. συμπίπτουσαι] pcv; euan. V, rep. mg. m. rec.

VI.

Iisdem suppositis si in altera oppositarum punctum aliquod sumitur, et ab eo rectae contingentibus parallelae ducuntur et cum contingentibus et cum diametris concurrentes, quadrangulus ab iis ad alteram contingentium alteramque diametrum effectus aequalis erit triangulo ad eandem contingentem alteramque diametrum orto.

sint oppositae, quarum diametri sint  $AET$ ,  $BEA$ , et sectionem  $AB$  contingant  $AZ$ ,  $BH$  inter se in  $\theta$



concurrentes, sumatur autem in sectione punctum aliquod  $K$ , ab eoque contingentibus parallelae ducantur  $KMA$ ,  $KNB$ . dico, esse  $KZ = AIN$ .

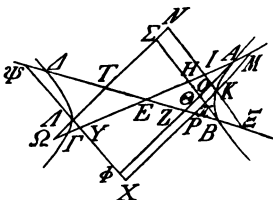
iam quoniam  $AB$ ,  $\Gamma A$  sectiones oppositae sunt, et sectionem  $AB$  contingit  $AZ$  cum  $B A$  concurrens, rectae autem  $AZ$  parallela ducta est  $KA$ , erit [prop. II]  $AIN = KZ$ .

VII.

Iisdem suppositis si in utraque sectione puncta aliqua sumuntur, et ab iis contingentibus parallelae ducuntur rectae et cum contingentibus et cum diametris concurrentes, quadranguli rectis ita ductis effecti et in diametris collocati inter se aequales erunt.

παρὰ μὲν τὴν  $AZ$  ἤχθωσαν ἡ  $MKΠΡΧ$  καὶ ἡ  $ΝΣΤΛΩ$ ,  
παρὰ δὲ τὴν  $BH$  ἡ  $ΝΙΟΚΞ$  καὶ ἡ  $ΧΦΤΛΨ$ . λέγω,  
ὅτι ἔσται τὰ τῆς προτάσεως.

ἐπεὶ γὰρ τὸ  $ΑΟΙ$  τρί-  
5 γωνον τῷ  $ΡΟ$  τετραπλεύρῳ  
ἐστὶν ἴσον, κοινὸν προσ-  
κεισθῶ τὸ  $ΕΟ$ . ὅλον ἄρα τὸ  
 $ΑΕΖ$  τρίγωνον ἴσον ἐστὶ  
τῷ  $ΚΕ$ . ἐστὶ δὲ καὶ τὸ



10  $ΒΕΗ$  τρίγωνον ἴσον τῷ  $ΑΕ$  τετραπλεύρῳ, καὶ ἐστὶ  
τὸ  $ΑΕΖ$  τρίγωνον ἴσον τῷ  $ΒΗΕ$ . καὶ τὸ  $ΑΕ$  ἄρα  
ἴσον ἐστὶ τῷ  $ΙΚΡΕ$ . κοινὸν προσκεισθῶ τὸ  $ΝΕ$ .  
ὅλον ἄρα τὸ  $ΤΚ$  ἴσον ἐστὶ τῷ  $ΙΑ$ , καὶ τὸ  $ΚΤ$  τῷ  $ΡΑ$ .

η'.

15 Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων εἰλήφθω ἀντὶ τῶν  $Κ, Α$   
τὰ  $Γ, Δ$ , καθ' ἃ συμβάλλουσιν αἱ διάμετροι ταῖς τομαῖς,  
καὶ δι' αὐτῶν ἤχθωσαν αἱ παράλληλοι ταῖς ἐφαπ-  
τομέναις.

λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ  $ΔΗ$  τετράπλευρον τῷ  $ΖΓ$   
20 καὶ τὸ  $ΞΙ$  τῷ  $ΟΤ$ .

ἐπεὶ γὰρ ἴσον ἐδείχθη τὸ  $ΑΗΘ$  τρίγωνον τῷ  
 $ΘΒΖ$ , καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ  $Α$  ἐπὶ τὸ  $Β$  παράλληλος τῇ ἀπὸ  
τοῦ  $Η$  ἐπὶ τὸ  $Ζ$ , ἀνάλογον ἄρα ἐστίν, ὡς ἡ  $ΑΕ$  πρὸς  
 $ΕΗ$ , ἡ  $ΒΕ$  πρὸς  $ΕΖ$ . καὶ ἀναστρέψαντι, ὡς ἡ  $ΕΑ$   
25 πρὸς  $ΑΗ$ , ἡ  $ΕΒ$  πρὸς  $ΒΖ$ . ἐστὶ δὲ καί, ὡς ἡ  $ΓΑ$   
πρὸς  $ΑΕ$ , ἡ  $ΔΒ$  πρὸς  $ΒΕ$ . ἑκατέρα γὰρ ἑκατέρας  
διπλῆ· δι' ἴσου ἄρα, ὡς ἡ  $ΓΑ$  πρὸς  $ΑΗ$ , ἡ  $ΔΒ$

4. γάρ] cp, et V, sed deinde del. 1 litt. m. 1. 12. τὸ  
NE] cp, corr. ex τὸν ε V. 20. τό] τῷ V; corr. Halley. τῷ]  
τό cp. 21. τῷ] cp, corr. ex τό m. 1 V. 23. Η] p cv, euan. V.

supponantur enim, quae antea diximus, et in utraque sectione puncta sumantur  $K, A$ , per eaque rectae  $AZ$  parallelae ducantur  $MK\Pi PX, N\Sigma T\Lambda\Omega$ , rectae autem  $BH$  parallelae  $NIOK\xi, X\Phi T\Lambda\Psi$ . dico, euenire, quae in propositione dicta sunt.

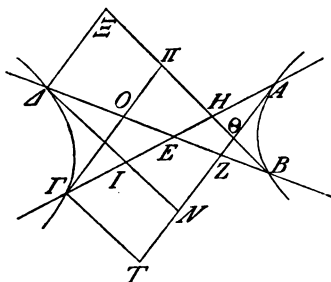
nam quoniam est  $AOI = PO$  [prop. II], commune adiciatur  $EO$ ; itaque erit  $AEZ = KE$ . est autem etiam [u. Eutocius ad prop. VI]  $BEH = AE$ , et [prop. I]  $AEZ = BHE$ ; itaque etiam  $AE = IKPE$ . commune adiciatur  $NE$ ; ergo  $TK = IA$ ; et etiam  $KT = PA$ .

VIII.

Iisdem suppositis pro  $K, A$  sumantur  $\Gamma, \Delta$ , in quibus diametri cum sectionibus concurrant, per eaque ducantur rectae contingentibus parallelae.

dico, esse  $\Delta H = Z\Gamma, \xi I = OT$ .

quoniam enim demonstrauius, esse  $AH\Theta = \Theta BZ$  [prop. I], et recta ab  $A$  ad  $B$  ducta rectae ab  $H$  ad



$Z$  ductae parallela est [II, 39 et Pappi lemma I], erit [Eucl. VI, 4]

$$AE : EH = BE : EZ;$$

et conuertendo

$$EA : AH = EB : BZ$$

[Eucl. V, 19 coroll.]. est autem etiam

$$\Gamma A : AE = \Delta B : BE;$$

nam utraque utraque duplo maior est [I, 30]. ex aequo igitur [Eucl. V, 20]  $\Gamma A : AH = \Delta B : BZ$ . et trianguli similes sunt propter parallelas; itaque

$$\Gamma T A : A\Theta H = \xi B \Delta : \Theta B Z$$
 [Eucl. VI, 19].

πρὸς  $BZ$ . καὶ ἐστὶν ὅμοια τὰ τρίγωνα διὰ τὰς παρ-  
 αλλήλους· ὡς ἄρα τὸ  $\Gamma\Delta$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $A\Theta H$ ,  
 τὸ  $\Xi B\Delta$  πρὸς τὸ  $\Theta BZ$ . καὶ ἐναλλάξ· ἴσον δὲ τὸ  
 $AH\Theta$  τῷ  $\Theta ZB$ . ἴσον ἄρα καὶ τὸ  $\Gamma A\Gamma$  τῷ  $\Delta B\Xi$ .  
 5 ὦν τὸ  $AH\Theta$  ἴσον ἐδείχθη τῷ  $B\Theta Z$ . λοιπὸν ἄρα τὸ  
 $\Delta\Theta$  τετράπλευρον ἴσον τῷ  $\Gamma\Theta$ . ὥστε καὶ τὸ  $\Delta H$   
 τῷ  $\Gamma Z$ .

καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστὶν ἡ  $\Gamma O$  τῇ  $AZ$ , ἴσον  
 ἐστὶ τὸ  $\Gamma O E$  τρίγωνον τῷ  $A E Z$ . ὁμοίως δὲ καὶ τὸ  
 10  $\Delta E I$  τῷ  $B E H$ . ἀλλὰ τὸ  $B E H$  τῷ  $A E Z$  ἴσον· καὶ  
 τὸ  $\Gamma O E$  ἄρα ἴσον τῷ  $\Delta E I$ . ἐστὶ δὲ καὶ τὸ  $H\Delta$  τε-  
 τράπλευρον ἴσον τῷ  $Z\Gamma$ . ὅλον ἄρα τὸ  $\Xi I$  ἴσον ἐστὶ  
 τῷ  $O T$ .

θ'.

15 Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἐὰν τὸ μὲν ἕτερον τῶν  
 σημείων μεταξὺ ἧ τῶν διαμέτρων, οἷον τὸ  $K$ , τὸ δὲ  
 ἕτερον ἐνὶ τῶν  $\Gamma, \Delta$  ταυτόν, οἷον τὸ  $\Gamma$ , καὶ ἀχθῶσιν  
 αἱ παράλληλοι, λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ  $\Gamma E O$  τρίγωνον  
 τῷ  $K E$  τετραπλεύρῳ καὶ τὸ  $\Lambda O$  τῷ  $\Lambda M$ .

20 τοῦτο δὲ φανερόν. ἐπεὶ γὰρ ἴσον ἐδείχθη τὸ  $\Gamma E O$   
 τρίγωνον τῷ  $A E Z$ , τὸ δὲ  $A E Z$  ἴσον τῷ  $K E$  τε-  
 τραπλεύρῳ, καὶ τὸ  $\Gamma E O$  ἄρα ἴσον τῷ  $K E$  τετραπλεύρῳ.  
 ὥστε καὶ τὸ  $\Gamma P M$  ἴσον ἐστὶ τῷ  $K O$ , καὶ τὸ  $K\Gamma$  ἴσον  
 τῷ  $\Lambda O$ .

25 ι'.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων εἰλήφθω τὰ  $K, \Lambda$  σημεία  
 μὴ καθ' ὃ συμβάλλουσιν αἱ διάμετροι ταῖς τομαῖς.

δεικτέον δὴ, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ  $\Lambda T P X$  τετράπλευρον  
 τῷ  $\Omega X K I$  τετραπλεύρῳ.

4.  $\Delta B\Xi$ ]  $\Delta E\Xi$  V; corr. p ( $\Xi\Delta B$ ).

et permutando [Eucl. V, 16]; est autem [prop. I]  $AH\Theta = \Theta ZB$ ; quare etiam  $T\Lambda\Gamma = \Delta B\Xi$ .

quorum est  $AH\Theta = B\Theta Z$ , ut demonstrauius; itaque reliquum  $\Delta\Theta = \Gamma\Theta$ . quare etiam  $\Delta H = \Gamma Z$ .

et quoniam  $\Gamma O, AZ$  parallelae sunt, erit [Eucl. VI, 19]  $\Gamma O E = A E Z$ .<sup>1)</sup> eodem autem modo etiam

$$\Delta E I = B E H.$$

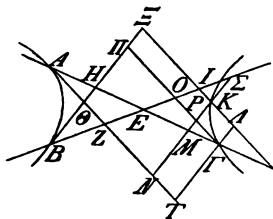
est autem  $B E H = A E Z$  [prop. I]; quare etiam

$$\Gamma O E = \Delta E I.$$

est autem etiam  $H\Delta = Z\Gamma$ ; ergo  $\Xi I = O T$ .

IX.

Iisdem suppositis si alterum punctum inter diametros est ut  $K$ , alterum autem idem atque alterutrum



punctorum  $\Gamma, \Delta$  ut  $\Gamma$ , et ducuntur parallelae, dico, esse  $\Gamma E O = K E$ ,  $\Lambda O = \Lambda M$ .

et hoc manifestum est. quoniam enim demonstrauius [Eucl. VI, 19; cfr. prop. VIII], esse  $\Gamma E O = A E Z$ ,

et est  $A E Z = K E$  [Eutocius ad prop. VI], erit etiam  $\Gamma E O = K E$ . ergo etiam  $\Gamma P M = K O$  et  $K\Gamma^2 = \Lambda O$ .

X.

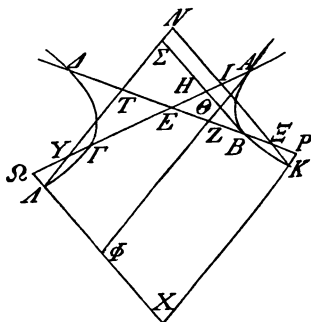
Iisdem suppositis puncta  $K, \Lambda$  ne sumantur, ubi diametri cum sectionibus concurrunt.

demonstrandum igitur, esse  $\Lambda T P X = \Omega X K I$ .

1) Nam  $\Gamma E = E A$  (I, 30).

2) H. e.  $K M \Gamma \Lambda$ .

ἐπεὶ γὰρ ἐφάπτονται αἱ  $AZ$ ,  $BH$ , καὶ διὰ τῶν  
 ἀφῶν διάμετροί εἰσιν αἱ  $AE$ ,  $BE$ , καὶ παρὰ τὰς  
 ἐφαπτομένας εἰσὶν αἱ  $AT$ ,  
 $KI$ , μείζον ἔστι τὸ  $TTE$   
 5 τριγώνου τοῦ  $TΩA$  τῷ  
 $EZA$ . ὁμοίως δὲ καὶ τὸ  
 $ΞEI$  τοῦ  $ΞPK$  μείζον ἔστι  
 τῷ  $BEH$ . ἴσον δὲ τὸ  $AEZ$   
 τῷ  $BEH$ . τῷ αὐτῷ ἄρα  
 10 ὑπερέχει τό τε  $TET$  τοῦ  
 $TΩA$  καὶ τὸ  $ΞEI$  τοῦ  
 $ΞPK$ . τὸ  $TTE$  ἄρα μετὰ  
 τοῦ  $ΞPK$  ἴσον ἔστι τῷ  
 $ΞEI$  μετὰ τοῦ  $TΩA$ . κοινὸν προσκεισθῶ τὸ  $KΞETAX$ .  
 15 τὸ  $ATPX$  ἄρα τετράπλευρον ἴσον ἔστι τῷ  $ΩXKI$   
 τετραπλεύρῳ.



ια'.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἐὰν ἐφ' ὁποτέρας τῶν  
 τομῶν σημειῖόν τι ληφθῆ, καὶ ἀπ' αὐτοῦ παράλληλοι  
 20 ἀχθῶσιν ἢ μὲν παρὰ τὴν ἐφαπτομένην, ἢ δὲ παρὰ τὴν  
 τὰς ἀφὰς ἐπιξενγνίουσιν, τὸ γινόμενον ὑπ' αὐτῶν  
 τριγώνου πρὸς τῇ διὰ τῆς συμπτώσεως τῶν ἐφαπτομένων  
 ἡγμένη διαμέτρῳ διαφέρει τοῦ ἀπολαμβανομένου τρι-  
 γώνου πρὸς τε τῇ ἐφαπτομένη καὶ τῇ διὰ τῆς ἀφῆς  
 25 ἡγμένη διαμέτρῳ τῷ ἀπολαμβανομένῳ τριγώνῳ πρὸς  
 τῇ συμπτώσει τῶν ἐφαπτομένων.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι αἱ  $AB$ ,  $ΓΔ$ , καὶ ἐφαπτόμεναι  
 αἱ  $AE$ ,  $ΔE$  συμπιπτέωσαν κατὰ τὸ  $E$ , καὶ ἔστω

5.  $TΩA$ ]  $pcv$ ,  $Ω$  e corr. m. 1 V. 9. τῷ] (alt.)  $pc$ , corr. ex  
 τό m. 1 V. αὐτῷ]  $pc$ , corr. ex αὐτό m. 1 V. 14.  $KΞETX$   
 $Vp$ ; corr. Memus.



nam quoniam  $AZ$ ,  $BH$  contingunt, et  $AE$ ,  $BE$  diametri sunt per puncta contactus ductae, contingentesque parallelae sunt  $AT$ ,  $KI$ , erit

$$TTE = TQA + EZA,$$

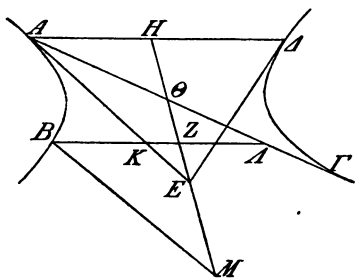
et eodem modo etiam  $E EI = EPK + BEH$  [I, 44]. est autem  $AEZ = BEH$  [prop. I]. itaque erit

$$TEP \div TQA = EEI \div EPK.$$

quare erit  $TTE + EPK = EEI + TQA$ . commune adiciatur  $KEETA$ ; ergo erit  $ATPX = QXKI$ .

XI.

Iisdem suppositis si in utralibet sectione punctum aliquod sumitur, et ab eo rectae ducuntur parallelae altera contingenti, altera rectae puncta contactus coniungenti, triangulus ab iis ad diametrum per punctum concursus contingentium ductam effectus a triangulo absciso ad contingentem diametrumque per punctum



contactus ductam differt triangulo ad punctum concursus contingentium absciso.

sint oppositae  $AB$ ,  $\Gamma A$ , et contingentes  $AE$ ,  $\Delta E$  in  $E$  concurrant, centrum autem sit  $\odot$ , ducanturque  $AA$ ,

$E\odot H$ , et in sectione  $AB$  punctum aliquod sumatur  $B$ , et per id ducatur  $BZA$  rectae  $AH$  parallela,  $BM$  autem rectae  $AE$  parallela. dico, esse  $BZM = AK\Lambda + KEZ$ .

In V duae praeterea ad prop. XI figurae sunt.

κέντρον τὸ  $\Theta$ , καὶ ἐπεζεύχθωσαν ἡ τε  $ΑΔ$  καὶ ἡ  $ΕΘΗ$ , εἰλήφθω δὲ ἐπὶ τῆς  $ΑΒ$  τομῆς τυχὸν σημεῖον τὸ  $Β$ , καὶ δι' αὐτοῦ ἤχθωσαν παρὰ μὲν τὴν  $ΑΗ$  ἢ  $ΒΖΑ$ , παρὰ δὲ τὴν  $ΑΕ$  ἢ  $ΒΜ$ . λέγω, ὅτι τὸ  $ΒΖΜ$   
 5 τρίγωνον τοῦ  $ΑΚΑ$  διαφέρει τῷ  $ΚΕΖ$ .

ὅτι μὲν γὰρ ἡ  $ΑΔ$  δίχα τέμνεται ὑπὸ τῆς  $ΕΘ$ , φανερόν, καὶ ὅτι ἡ  $ΕΘ$  διάμετρος ἐστὶ συζυγῆς τῇ διὰ τοῦ  $\Theta$  παρὰ τὴν  $ΑΔ$  ἀγομένη· ὥστε κατηγμένη ἐστὶν ἡ  $ΑΗ$  ἐπὶ τὴν  $ΕΗ$ .

10 ἐπεὶ οὖν διάμετρος ἐστὶν ἡ  $ΗΕ$ , καὶ ἐφάπτεται μὲν ἡ  $ΑΕ$ , κατηγμένη δὲ ἡ  $ΑΗ$ , ληφθέντος δὲ ἐπὶ τῆς τομῆς τοῦ  $Β$  σημείου κατήχθησαν ἐπὶ τὴν  $ΕΗ$  ἢ μὲν  $ΒΖ$  παρὰ τὴν  $ΑΗ$ , ἢ δὲ  $ΒΜ$  παρὰ τὴν  $ΑΕ$ , δῆλον, ὅτι τὸ  $ΒΜΖ$  τρίγωνον τοῦ  $ΑΘΖ$  διαφέρει  
 15 τῷ  $\Theta ΑΕ$ . ὥστε καὶ τὸ  $ΒΖΜ$  τοῦ  $ΑΚΑ$  διαφέρει τῷ  $ΚΖΕ$ .

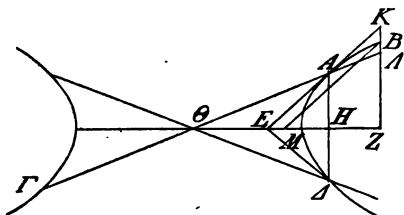
καὶ συναποδέδεικται, ὅτι τὸ  $ΒΚΕΜ$  τετράπλευρον ἴσον ἐστὶ τῷ  $ΑΚΑ$  τριγώνῳ.

ιβ'.

20 Τῶν αὐτῶν ὄντων ἐὰν ἐπὶ μιᾶς τῶν τομῶν  $\beta$  σημεία ληφθῆ, καὶ ἀφ' ἑκατέρου παραλλήλοι ἀχθῶσιν, ὁμοίως ἴσα ἔσται τὰ γινόμενα ὑπ' αὐτῶν τετράπλευρα.  
 ἔστω γὰρ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον, καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς  $ΑΒ$  τομῆς τυχόντα σημεία τὰ  $Β, Κ$ , καὶ δι' αὐτῶν  
 25 ἤχθωσαν παραλλήλοι τῇ  $ΑΔ$  αἱ  $ΑΒΜΝ, ΚΞΟΠ$ , τῇ δὲ  $ΑΕ$  αἱ  $ΒΞΡ, ΑΚΣ$ . λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ  $ΒΠ$  τῷ  $ΚΡ$ .

25.  $ΑΒΜΝ$ ]  $ΒΑΜΝ$  V; corr. p. 26.  $ΑΚΣ$ ]  $ΚΑΣ$  V; corr. p.

nam hoc quidem manifestum est,  $A\Delta$  ab  $E\Theta$  in duas partes aequales secari [II, 39], et  $E\Theta$  diametrum esse



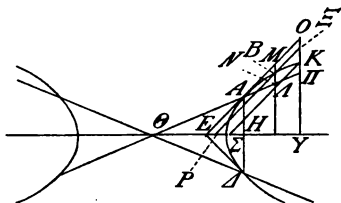
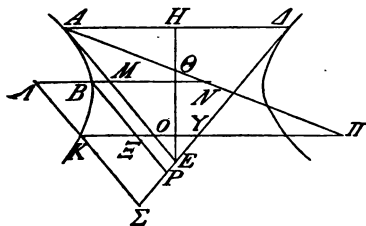
cum ea coniugatam, quae per  $\Theta$  rectae  $A\Delta$  parallela ducitur [II, 38]; quare  $AH$  ad  $HE$  ordinate ducta est [I def. 6].

iam quoniam  $HE$  diametrus est, et contingit  $AE$ , ordinate autem ducta est  $AH$ , et sumpto in sectione puncto  $B$  ad  $EH$  ductae sunt  $BZ$  rectae  $AH$  parallela et  $BM$  rectae  $AE$  parallela, adparet, esse  $BMZ = \Lambda\Theta Z + \Theta AE$  [I, 45]<sup>1)</sup>. ergo etiam  $BZM = AK\Lambda + KZE$ .

et simul demonstratum est, esse  $BKEM = AK\Lambda$ .

XII.

Iisdem positis si in altera sectione duo puncta sumuntur, et ab utroque parallelae ducuntur, eodem modo quadranguli ab iis effecti aequales erunt.



sint enim eadem, quae antea, et in  $AB$  sectione puncta quaelibet sumantur  $B, K$ , et per ea ducantur

1) In secunda figura ex I, 43 erit

$$BMZ = \Lambda\Theta Z \div \Theta AE = KZE \div AK\Lambda.$$

et hoc significat illud διαφέρει.

ἐπεὶ γὰρ δέδεικται ἴσον τὸ μὲν  $ΑΟΠ$  τρίγωνον  
 τῷ  $ΚΟΕΣ$  τετραπλεύρῳ, τὸ δὲ  $ΑΜΝ$  τῷ  $ΒΜΕΡ$ ,  
 λοιπὸν ἄρα τὸ  $ΚΡ$  λιπὸν ἢ προσλαβὸν τὸ  $ΒΟ$  ἴσον  
 ἐστὶ τῷ  $ΜΠ$ . καὶ κοινοῦ προστεθέντος ἢ ἀφαιρου-  
 5 μένου τοῦ  $ΒΟ$  τὸ  $ΒΠ$  ἴσον ἐστὶ τῷ  $ΞΣ$ .

ιγ'.

Ἐὰν ἐν ταῖς κατὰ συζυγίαν ἀντικειμέναις τῶν  
 ἐφεξῆς τομῶν εὐθεῖαι ἐφαπτόμεναι συμπίπτωσι, καὶ  
 διὰ τῶν ἀφῶν διάμετροι ἄχθῶσιν, ἴσα ἔσται τὰ τρί-  
 10 γωνα, ὧν κορυφή κοινὴ τὸ κέντρον ἐστὶ τῶν ἀντι-  
 κειμένων.

ἔστωσαν συζυγεῖς ἀντικείμεναι, ἐφ' ὧν τὰ  $A, B,$   
 $Γ, Δ$  σημεία, καὶ τῶν  $A, B$  τομῶν ἐφαπτέσθωσαν  
 αἱ  $BE, AE$  συμπίπτουσαι κατὰ τὸ  $E$ , καὶ ἔστω κέν-  
 15 τρον τὸ  $Θ$ , καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ  $AΘ, ΒΘ$  ἐκβεβλή-  
 σθωσαν ἐπὶ τὰ  $Δ, Γ$ . λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ  $BZΘ$   
 τρίγωνον τῷ  $AHΘ$  τριγώνῳ.

ἤχθωσαν γὰρ διὰ τῶν  $A, Θ$  παρὰ τὴν  $BE$  αἱ  
 $AK, AΘM$ . ἐπεὶ οὖν ἐφάπτεται τῆς  $B$  τομῆς ἡ  $BZE$ ,  
 20 καὶ διὰ τῆς ἀφῆς διάμετρος ἐστὶν ἡ  $ΔΘB$ , καὶ παρὰ  
 τὴν  $BE$  ἐστὶν ἡ  $AM$ , συζυγῆς ἐστὶν ἡ  $AM$  διάμετρος  
 τῇ  $BΔ$  διαμέτρῳ ἢ καλουμένη δευτέρα διάμετρος·  
 διὰ δὲ τοῦτο κατῆκται ἡ  $AK$  τεταγμένως ἐπὶ τὴν  
 $BΔ$ . καὶ ἐφάπτεται ἡ  $AH$  τὸ ἄρα ὑπὸ  $KΘH$  ἴσον  
 25 ἐστὶ τῷ ἀπὸ  $BΘ$ . ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ  $KΘ$  πρὸς  $ΘB$ , ἢ  
 $BΘ$  πρὸς  $HΘ$ . ἀλλ' ὡς ἡ  $KΘ$  πρὸς  $ΘB$ , ἢ  $KA$  πρὸς

3. λειπὸν V; corr. p. 4. προστιθεῖ V, προστιθέντος εν,  
 corr. p; fort. προστιθεμένου. Deinde del. ἢ m. 1 V. 13.  
 σημεία] delendum? 19.  $AΘM$ ]  $ΘAM$  V; corr. p. 24.  $KΘH$ ]  
 $KHΘ$  V; corr. Memus. 25. ἀπό] om. V; corr. p.

$ABMN, K\Xi O\Gamma\Pi$  rectae  $A\Delta$  parallelae, rectae autem  $AE$  parallelae  $B\Xi P, AK\Sigma$ . dico, esse  $B\Pi = KP$ .

nam quoniam demonstratum est [prop. XI coroll.], esse  $AO\Pi = KOE\Sigma$  et  $AMN = BMEP$ , erit

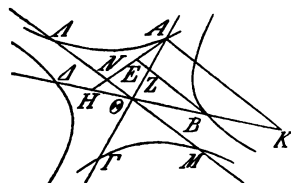
$$KP \div BO = M\Pi$$

uel<sup>1)</sup>  $KP + BO = M\Pi$ . et communi adiecto uel ablato  $BO$ , erit  $B\Pi = \Xi\Sigma$ .

XIII.

Si in oppositis coniugatis rectae sectiones deinceps positae contingentes inter se concurrunt, et per puncta contactus diametri ducuntur, aequales erunt trianguli, quorum uertex communis centrum est oppositarum.

sint oppositae coniugatae, in quibus sint puncta  $A, B, \Gamma, \Delta$ , et sectiones  $A, B$  contingant  $BE, AE$



in  $E$  concurrentes, centrum autem sit  $\odot$ , et ductae  $A\odot, B\odot$  ad  $\Delta, \Gamma$  producantur. dico, esse  $BZ\odot = AH\odot$ .

ducantur enim per  $A, \odot$  rectae  $BE$  parallelae  $AK, A\odot M$ . iam quoniam sectionem  $B$  contingit  $BZE$ , et per punctum contactus diameter ducta est  $\Delta\odot B$ , et rectae  $BE$  parallela est  $AM$ ,  $AM$  diameter est cum diametro  $B\Delta$  coniugata, secunda diameter quae uocatur [II, 20]; qua de causa  $AK$  ad  $B\Delta$  ordinate ducta est [I def. 6]. et  $AH$  contingit; itaque erit [I, 38]  $K\odot \times \odot H = B\odot^2$ . quare [Eucl. VI, 17]

$$K\odot : \odot B = B\odot : H\odot.$$

uerum  $K\odot : \odot B = KA : BZ = A\odot : \odot Z$  [Eucl. VI, 4];

1) In secunda figura.

$BZ$  καὶ ἡ  $A\Theta$  πρὸς  $\Theta Z$ · καὶ ὡς ἄρα ἡ  $A\Theta$  πρὸς  $Z\Theta$ , ἡ  $B\Theta$  πρὸς  $H\Theta$ . καὶ εἰσιν αἱ ὑπὸ  $B\Theta Z$ ,  $H\Theta Z$  δυὸν ὀρθαῖς ἴσαι· ἴσον ἄρα τὸ  $AH\Theta$  τρίγωνον τῷ  $B\Theta Z$  τριγώνῳ.

5

ιδ'.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἐὰν ἐφ' ὁποτέρας τῶν τομαῶν σημειόν τι ληφθῆ, καὶ ἀπ' αὐτοῦ παράλληλοι ἀχθῶσι ταῖς ἐφαπτομέναις ἕως τῶν διαμέτρων, τὸ γινόμενον πρὸς τῷ κέντρῳ τριγώνου τοῦ γινομένου  
10 περὶ τὴν αὐτὴν γωνίαν τριγώνου διοίσει τριγώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἐφαπτομένην, κορυφὴν δὲ τὸ κέντρον.

ἔστω τὰ μὲν ἄλλα τὰ αὐτά, εἰλήφθω δὲ τι σημειον ἐπὶ τῆς  $B$  τομῆς τὸ  $\Xi$ , καὶ δι' αὐτοῦ παρὰ μὲν τὴν  
15  $AH$  ἤχθωσαν ἡ  $\Xi P\Sigma$ , παρὰ δὲ τὴν  $BE$  ἡ  $\Xi TO$ . λέγω, ὅτι τὸ  $O\Theta T$  τρίγωνον τοῦ  $\Xi\Sigma T$  διαφέρει τῷ  $\Theta BZ$ .

ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ  $A$  παρὰ τὴν  $BZ$  ἡ  $AT$ . ἐπεὶ οὖν διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον τῆς  $AA$  τομῆς διά-  
20 μετρος μὲν ἐστὶν ἡ  $A\Theta M$ , συζυγῆς δὲ αὐτῇ καὶ δευτέρα διάμετρος ἡ  $A\Theta B$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $A$  ἐφάπτεται ἡ  $AH$ , κατῆκται δὲ παρὰ τὴν  $AM$  ἡ  $AT$ , ἔξει ἡ  $AT$  πρὸς τὴν  $TH$  τὸν συγκείμενον λόγον ἐκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ  $\Theta T$  πρὸς  $TA$  καὶ ἐκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ τοῦ  
25 πρὸς τῇ  $AM$  εἰδους πλαγία πλευρὰ πρὸς τὴν ὀρθίαν. ἀλλ' ὡς ἡ  $AT$  πρὸς  $TH$ , ἡ  $\Xi T$  πρὸς  $T\Sigma$ , ὡς δὲ ἡ  $\Theta T$  πρὸς  $TA$ , ἡ  $\Theta T$  πρὸς  $TO$  καὶ ἡ  $\Theta B$  πρὸς  $BZ$ ,

4.  $B\Theta Z$ ]  $A\Theta Z$  V; corr. Memus. 15. ἤχθω?  $\Xi TO$ ]  $\Xi OT$  V; corr. p. 18.  $BZ$ ] cnp; in V obscurum est B. 22.  $AM$ ] p, A e corr. m. 1 V; corr. ex  $AM$  c;  $AM$  v. 24. ἐκ τοῦ] ἐξ οὗ V; corr. ego; τοῦ p. 27.  $TO$ ] cnp, O obscuratum in V.

itaque etiam  $A\Theta : Z\Theta = B\Theta : H\Theta$ . et

$$\angle B\Theta Z + H\Theta Z$$

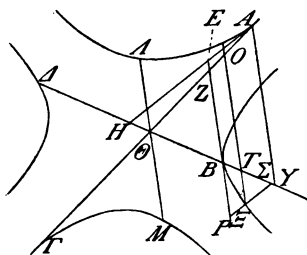
duobus rectis aequales sunt; ergo  $AH\Theta = B\Theta Z$  [u. Eutocius].

XIV.

Iisdem suppositis si in utralibet sectionum punctum aliquod sumitur, et ab eo contingentibus parallelae rectae usque ad diametros ducuntur, triangulus ad centrum ortus a triangulo in eodem angulo orto differet triangulo basim habenti contingentem, uerticem autem centrum.

sint cetera eadem, sumatur autem in  $B$  sectione punctum aliquod  $\Xi$ , et per id rectae  $AH$  parallela

ducatur  $\Xi P\Sigma$ , rectae autem  $BE$  parallela  $\Xi TO$ . dico, esse  $O\Theta T = \Xi\Sigma T + \Theta BZ$ .



ducatur enim ab  $A$  rectae  $BZ$  parallela  $AT$ . iam quoniam eadem de causa, qua antea,  $A\Theta M$  diametrus est sectionis  $AA$ ,  $A\Theta B$  autem cum ea con-

iugata et secunda diametrus [II, 20], et ab  $A$  contingit  $AH$ , rectae autem  $AM$  parallela ducta est  $AT$ , habebit  $AT : TH$  rationem compositam ex ratione  $\Theta T : TA$  et ea, quam habet latus transuersum figurae ad  $AM$  adplicatae ad rectum [I, 40]. est autem

$$AT : TH = \Xi T : T\Sigma$$

et  $\Theta T : TA = \Theta T : TO = \Theta B : BZ$  [Eucl. VI, 4], et ut latus transuersum figurae ad  $AM$  adplicatae ad

ὡς δὲ ἡ τοῦ πρὸς τῇ  $AM$  εἵδους πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, ἡ τοῦ πρὸς τῇ  $B\Delta$  ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν. ἔξει ἄρα ἡ  $\Xi T$  πρὸς  $T\Sigma$  τὸν συνημμένον λόγον ἐκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ  $\Theta B$  πρὸς  $BZ$ , τουτέστιν ἡ  $\Theta T$   
 5 πρὸς  $TO$ , καὶ τοῦ ὄν ἔχει ἡ τοῦ πρὸς τῇ  $B\Delta$  εἵδους ὀρθία πλευρὰ πρὸς τὴν πλαγίαν. καὶ διὰ τὰ δεδειγμένα ἐν τῷ μα' τοῦ α' βιβλίου τὸ  $T\Theta O$  τρίγωνον τοῦ  $\Xi T\Sigma$  διαφέρει τῷ  $BZ\Theta$ .  
 ὥστε καὶ τῷ  $AH\Theta$ .

10

ιε'.

Ἐὰν μιᾶς τῶν κατὰ συζυγίαν ἀντικειμένων εὐθείαι ἐπιψαύουσαι συμπίπτωσι, καὶ διὰ τῶν ἀφῶν διάμετροι ἀχθῶσι, ληφθῆ δέ τι σημεῖον ἐφ' ὀποτέρας τῶν συζυγῶν τομῶν, καὶ ἀπ' αὐτοῦ παράλληλοι ἀχθῶσι ταῖς  
 15 ἐφαπτομέναις ἕως τῶν διαμέτρων, τὸ γινόμενον ὑπ' αὐτῶν πρὸς τῇ τομῇ τρίγωνον τοῦ γινομένου τριγώνου πρὸς τῷ κέντρῳ μεῖζόν ἐστι τριγώνῳ τῷ βάσει μὲν ἔχοντι τὴν ἐφαπτομένην, κορυφὴν δὲ τὸ κέντρον τῶν ἀντικειμένων.

20

ἔστωσαν κατὰ συζυγίαν ἀντικείμεναι αἱ  $AB$ ,  $H\Sigma$ ,  $T$ ,  $\Xi$ , ὧν κέντρον τὸ  $\Theta$ , καὶ τῆς  $AB$  τομῆς ἐφαπτέσθωσαν αἱ  $A\Delta E$ ,  $B\Delta\Gamma$ , καὶ διὰ τῶν  $A$ ,  $B$  ἀφῶν ἤχθωσαν διάμετροι αἱ  $A\Theta Z\Phi$ ,  $B\Theta T$ , καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς  $H\Sigma$  τομῆς σημεῖόν τι τὸ  $\Sigma$ , καὶ δι' αὐτοῦ  
 25 ἤχθω παρὰ μὲν τὴν  $B\Gamma$  ἢ  $\Sigma Z A$ , παρὰ δὲ τὴν  $AE$  ἢ  $\Sigma T$ . λέγω, ὅτι τὸ  $\Sigma A T$  τρίγωνον τοῦ  $\Theta A Z$  τριγώνου μεῖζόν ἐστι τῷ  $\Theta \Gamma B$ .

ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ  $\Theta$  παρὰ τὴν  $B\Gamma$  ἢ  $\Xi\Theta H$ , παρὰ

5.  $TO$ ]  $T\Theta V$ ; corr. Memus. 23.  $B\Theta T$ ]  $T V$ ; corr. p.  
 28. τήν]  $\nu\rho$ , τή  $V$ ; τό c.



rectum, ita latus rectum figurae ad  $B\Delta$  adplicatae ad transversum [I, 56]. itaque ratio  $\Xi T : T\Sigma$  rationem habebit compositam ex ratione  $\Theta B : BZ$  siue  $\Theta T : TO$  et ea, quam habet latus rectum figurae ad  $B\Delta$  adplicatae ad transversum. et propter ea, quae in propositione XLI libri primi demonstrauius, erit

$$T\Theta O = \Xi T\Sigma + BZ\Theta.$$

quare etiam  $T\Theta O = \Xi T\Sigma + AH\Theta$  [prop. XIII].

XV.

Si rectae unam sectionum oppositarum coniugarum contingentes concurrunt, et per puncta contactus diametri ducuntur, in quavis autem sectionum coniugarum punctum aliquod sumitur, et ab eo contingentibus parallelae rectae usque ad diametros ducuntur, triangulus ab iis ad sectionem effectus triangulo ad centrum orto maior est triangulo basim habenti contingentem, uerticem autem centrum oppositarum.

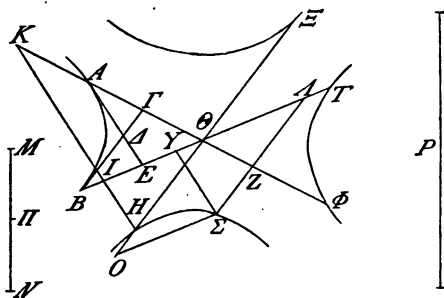
sint oppositae coniugatae  $AB$ ,  $H\Sigma$ ,  $T$ ,  $\Xi$ , quarum centrum sit  $\Theta$ , et sectionem  $AB$  contingant  $A\Delta E$ ,  $B\Delta\Gamma$ , per  $A$ ,  $B$  autem puncta contactus ducantur diametri  $A\Theta Z\Phi$ ,  $B\Theta T$ , et in sectione  $H\Sigma$  sumatur punctum aliquod  $\Sigma$ , et per id rectae  $B\Gamma$  parallela ducatur  $\Sigma ZA$ , rectae autem  $AE$  parallela  $\Sigma T$ . dico, esse  $\Sigma AT = \Theta AZ + \Theta\Gamma B$ .

ducatur enim per  $\Theta$  rectae  $B\Gamma$  parallela  $\Xi\Theta H$ , per  $H$  autem rectae  $AE$  parallela  $KIH$ , et rectae  $BT$  parallela  $\Sigma O$ ; manifestum igitur, esse  $\Xi H$ ,  $BT$  diametros coniugatas [II, 20], et rectam  $\Sigma O$  rectae  $BT$  parallelam ad  $\Theta HO$  ordinate ductam esse [I def. 6], et  $\Sigma A\Theta O$  parallelogrammum esse.

δὲ τὴν  $AE$  διὰ τοῦ  $H$  ἢ  $KIH$ , παρὰ δὲ τὴν  $BT$  ἢ  $\Sigma O$  φανερόν δὴ, ὅτι συζυγῆς ἐστὶ διάμετρος ἢ  $\Xi H$  τῆ  $BT$ , καὶ ὅτι ἢ  $\Sigma O$  παράλληλος οὖσα τῆ  $BT$  κατῆκται τεταγμένως ἐπὶ τὴν  $\Theta HO$ , καὶ ὅτι παρα-  
 5 ληλόγραμμόν ἐστὶ τὸ  $\Sigma \Delta \Theta O$ .

ἐπεὶ οὖν ἐφάπτεται ἢ  $B\Gamma$ , καὶ διὰ τῆς ἀφῆς ἐστὶν ἢ  $B\Theta$ , καὶ ἐτέρα ἐφαπτομένη ἐστὶν ἢ  $AE$ , γεγονέτω ὡς ἢ  $\Delta B$  πρὸς  $BE$ , ἢ  $MN$  πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς  $B\Gamma$  ἢ ἄρα  $MN$  ἐστὶν ἢ καλουμένη ὀρθία τοῦ παρὰ  
 10 τὴν  $BT$  εἶδους. δίχα τετμήσθω ἢ  $MN$  κατὰ τὸ  $\Pi$  ἐστὶν ἄρα, ὡς ἢ  $\Delta B$  πρὸς  $BE$ , ἢ  $M\Pi$  πρὸς  $B\Gamma$ . πεποιήσθω δὴ, ὡς ἢ  $\Xi H$  πρὸς  $TB$ , ἢ  $TB$  πρὸς  $P$  ἐστὶ δὴ καὶ ἢ  $P$  ἢ καλουμένη ὀρθία τοῦ παρὰ τὴν  $\Xi H$  εἶδους. ἐπεὶ οὖν ἐστὶν, ὡς ἢ  $\Delta B$  πρὸς  $BE$ , ἢ  
 15  $M\Pi$  πρὸς  $\Gamma B$ , ἀλλ' ὡς μὲν  $\eta$   $\Delta B$  πρὸς  $BE$ , τὸ ἀπὸ  $\Delta B$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Delta BE$ , ὡς δὲ ἢ  $M\Pi$  πρὸς  $\Gamma B$ , τὸ ὑπὸ  $M\Pi$ ,  $B\Theta$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Gamma B\Theta$ , ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $\Delta B$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Delta BE$ , τὸ ὑπὸ  $\Pi M$ ,  $B\Theta$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Gamma B\Theta$ . ἴσον δὲ τὸ ὑπὸ  $M\Pi$ ,  $B\Theta$  τῷ ἀπὸ  $\Theta H$ ,  
 20 διότι τὸ μὲν ἀπὸ  $\Xi H$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $TB$ ,  $MN$ , καὶ τὸ μὲν ὑπὸ  $M\Pi$ ,  $B\Theta$  τέταρτον τοῦ ὑπὸ  $TB$ ,  $MN$ , τὸ δὲ ἀπὸ  $H\Theta$  τέταρτον τοῦ ἀπὸ  $H\Xi$  ἐστὶν ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ  $\Delta B$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Delta BE$ , τὸ ἀπὸ  $H\Theta$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Gamma B\Theta$ . ἐναλλάξ, ὡς τὸ ἀπὸ  $\Delta B$  πρὸς τὸ  
 25 ἀπὸ  $H\Theta$ , τὸ ὑπὸ  $\Delta BE$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Gamma B\Theta$ . ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ἀπὸ  $\Delta B$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Theta H$ , τὸ  $\Delta BE$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $H\Theta I$  ὅμοια γάρ· ὡς δὲ τὸ ὑπὸ  $\Delta BE$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Gamma B\Theta$ , τὸ  $\Delta BE$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $\Gamma B\Theta$ · ὡς ἄρα τὸ  $\Delta BE$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $H\Theta I$ , τὸ  $\Delta BE$  πρὸς

iam quoniam  $B\Gamma$  contingit, et  $B\Theta$  per punctum contactus ducta est, et alia contingens est  $AE$ , fiat



$\Delta B : BE = MN : 2B\Gamma$ ;  $MN$  igitur latus est, rectum quod uocatur, figurae ad  $BT$  adplicatae [I, 50]. secetur  $MN$  in  $\Pi$  in duas partes aequales; itaque

$$\Delta B : BE = M\Pi : B\Gamma.$$

fiat igitur  $\Xi H : TB = TB : P$ ; itaque etiam  $P$  latus erit, rectum quod uocatur, figurae ad  $\Xi H$  adplicatae [I, 56]. iam quoniam  $\Delta B : BE = M\Pi : B\Gamma$ , uerum  $\Delta B : BE = \Delta B^2 : \Delta B \times BE$  et

$$M\Pi : B\Gamma = M\Pi \times B\Theta : B\Gamma \times B\Theta,$$

erit  $\Delta B^2 : \Delta B \times BE = \Pi M \times B\Theta : B\Gamma \times B\Theta$ . est autem  $M\Pi \times B\Theta = \Theta H^2$ , quia  $\Xi H^2 = TB \times MN$  [I, 56], et [I, 30]  $M\Pi \times B\Theta = \frac{1}{4} TB \times MN$ ,

$$H\Theta^2 = \frac{1}{4} H\Xi^2;$$

itaque erit  $\Delta B^2 : \Delta B \times BE = H\Theta^2 : B\Gamma \times B\Theta$ . permutando [Eucl. V, 16]

$$\Delta B^2 : H\Theta^2 = \Delta B \times BE : B\Gamma \times B\Theta.$$

In V praeter hanc figuram rectangula quaedam triangulique inueniuntur.

τὸ  $\Gamma B \Theta$ . ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ  $H \Theta I$  τῷ  $\Gamma B \Theta$  [τὸ ἄρα  $H \Theta K$  τρίγωνον τοῦ  $\Theta I K$  διαφέρει τῷ  $I \Theta H$ , τουτέστι τῷ  $\Gamma B \Theta$ ]. πάλιν ἐπεὶ ἡ  $\Theta B$  πρὸς  $B \Gamma$  τὸν συνημμένον ἔχει λόγον ἐκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ  $\Theta B$  πρὸς  
 5  $M \Pi$  καὶ ἡ  $\Pi M$  πρὸς  $B \Gamma$ , ἀλλ' ὡς ἡ  $\Theta B$  πρὸς  $M \Pi$ , ἡ  $T B$  πρὸς  $M N$  καὶ ἡ  $P$  πρὸς  $\Xi H$ , ὡς δὲ ἡ  $M \Pi$  πρὸς  $B \Gamma$ , ἡ  $\Delta B$  πρὸς  $B E$ , ἔξει ἄρα ἡ  $\Theta B$  πρὸς  $B \Gamma$  τὸν συγκειμένον λόγον ἐκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ  $\Delta B$  πρὸς  $B E$  καὶ ἡ  $P$  πρὸς  $\Xi H$ . καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν  
 10 ἡ  $B \Gamma$  τῇ  $\Sigma A$ , καὶ ὅμοιον τὸ  $\Theta \Gamma B$  τρίγωνον τῷ  $\Theta A Z$ , καὶ ἐστίν, ὡς ἡ  $\Theta B$  πρὸς  $\Gamma B$ , ἡ  $\Theta A$  πρὸς  $A Z$ , ἔξει ἄρα ἡ  $\Theta A$  πρὸς  $A Z$  τὸν συνημμένον λόγον ἐκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ  $P$  πρὸς  $\Xi H$  καὶ ἡ  $\Delta B$  πρὸς  $B E$ , τουτέστιν ἡ  $\Theta H$  πρὸς  $\Theta I$ . ἐπεὶ οὖν ὑπερβολή ἐστίν  
 15 ἡ  $H \Sigma$  διάμετρον ἔχουσα τὴν  $\Xi H$ , ὀρθίαν δὲ τὴν  $P$ , καὶ ἀπὸ τίνος σημείου τοῦ  $\Sigma$  κατῆκται ἡ  $\Sigma O$ , καὶ ἀναγράφεται ἀπὸ μὲν τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τῆς  $\Theta H$  εἶδος τὸ  $\Theta I H$ , ἀπὸ δὲ τῆς κατηγμένης τῆς  $\Sigma O$  ἦτοι τῆς  $\Theta A$  ἴσης ἀντῆ τὸ  $\Theta A Z$ , ἀπὸ δὲ τῆς  $\Theta O$  μεταξὺ  
 20 τοῦ κέντρου καὶ τῆς κατηγμένης ἦτοι τῆς  $\Sigma A$  ἴσης ἀντῆ τὸ  $\Sigma A \Gamma$  εἶδος ὅμοιον τῷ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τῷ  $\Theta I H$ , καὶ ἔχει τοὺς συγκειμένους λόγους, ὡς εἴρηται, τὸ  $\Sigma A \Gamma$  τρίγωνον τοῦ  $\Theta A Z$  μείζόν ἐστὶ τῷ  $\Theta \Gamma B$ .

25

ισ'.

Ἐὰν κώνου τομῆς ἢ κύκλου περιφερείας δύο εὐθεΐαι ἐπιψαύουσαι συμπίπτωσιν, ἀπὸ δὲ τίνος σημείου

1. τὸ ἄρα — 3.  $\Gamma B \Theta$ ] deleo; nam inutilia sunt. 2. τῷ  $I \Theta H$ ]  $\omega$ .  $\theta\eta$  V; corr. pc. 6. ἡ P]  $\eta\epsilon$  V; corr. p.  $\Xi H$ ]  $\Xi N$  V; corr. Memus. 7.  $B E$ ]  $c\epsilon$ ,  $B E$  uel  $K E$  V,  $K E$  v. 9.  $\Xi H$ ]  $\Xi N$  V; corr. Memus. 10.  $B \Gamma$ ]  $B$  V; corr. p. καί] bis V; corr. cpv. 19. ἴση V; corr. Memus.

est autem [Eucl. VI, 19]  $\triangle B^2 : \odot H^2 = \triangle BE : H\odot I$ ;  
 trianguli enim hi similes sunt [Eucl. I, 29]; et  
 $\triangle B \times BE : \Gamma B \times B\odot = \triangle BE : \Gamma B\odot$  [Eucl. VI, 23].  
 itaque  $\triangle BE : H\odot I = \triangle BE : \Gamma B\odot$ . quare  $H\odot I = \Gamma B\odot$   
 [Eucl. V, 9]. itaque erit

$$H\odot K = \odot IK + I\odot H = \odot IK + \Gamma B\odot.$$

rursus quoniam est

$$\odot B : B\Gamma = (\odot B : M\Pi) \times (M\Pi : B\Gamma)$$

et  $\odot B : M\Pi = TB : MN$  [I, 30] =  $P : \Xi H$  et

$$M\Pi : B\Gamma = \triangle B : BE,$$

erit  $\odot B : B\Gamma = (\triangle B : BE) \times (P : \Xi H)$ . et quoniam  
 $B\Gamma$ ,  $\Sigma A$  parallelae sunt, et trianguli  $\odot \Gamma B$ ,  $\odot AZ$   
 similes [Eucl. I, 29], et  $\odot B : \Gamma B = \odot A : AZ$   
 [Eucl. VI, 4], erit

$$\odot A : AZ = (P : \Xi H) \times (\triangle B : BE)$$

$$= [\text{Eucl. VI, 4}] (P : \Xi H) \times (\odot H : \odot I).$$

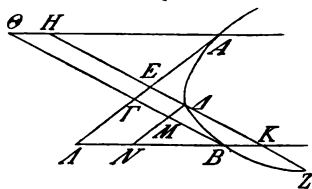
iam quoniam hyperbola est  $H\Sigma$  diametrum habens  
 $\Xi H$ , latus rectum autem  $P$ , et a puncto aliquo  $\Sigma$   
 ordinate ducta est  $\Sigma O$ , et in radio  $\odot H$  figura de-  
 scripta est  $\odot IH$ , in ordinata autem  $\Sigma O$  siue  $\odot A$   
 [Eucl. I, 34] ei aequali  $\odot AZ$ , et in  $\odot O$  inter centrum  
 ordinatamque posita siue in  $\Sigma A$  ei aequali  $\Sigma AT$   
 figura figurae  $\odot IH$  in radio descriptae similis, et  
 rationes compositas habet, ut diximus, erit [I, 41]  
 $\Sigma AT = \odot AZ + \odot \Gamma B$ .

## XVI.

Si duae rectae conic sectionem uel circuli ambitum  
 contingentes concurrunt, et a puncto aliquo in sectione

τῶν ἐπὶ τῆς τομῆς ἀχθῆ εὐθεῖα παρά τινα τῶν ἐφαπτομένων τέμνουσα τὴν τομὴν καὶ τὴν ἐτέραν τῶν ἐφαπτομένων, ἔσται, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ἐφαπτομένων τετράγωνα πρὸς ἄλληλα, οὕτως τὸ περιεχόμενον  
 5 χωρίον ὑπὸ τῶν μεταξὺ τῆς τομῆς καὶ τῆς ἐφαπτομένης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἀπολαμβανομένης πρὸς τῆ ἀφῆ τετράγωνον.

ἔστω κώνου τομὴ ἢ  
 10 κύκλου περιφέρεια ἢ  $AB$ , καὶ ἐφαπτέσθωσαν αὐτῆς

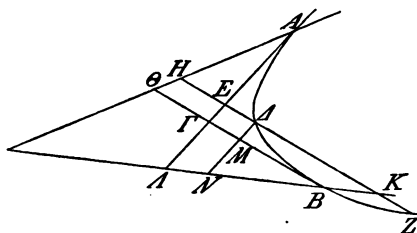


αὶ  $AG$ ,  $GB$  συμπίπτουσαι κατὰ τὸ  $G$ , καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς  $AB$  τομῆς τὸ  $\Delta$ , καὶ δι' αὐτοῦ ἤχθω παρά τὴν  $GB$  ἢ  $E\Delta Z$ . λέγω, ὅτι ἔστιν, ὡς τὸ ἀπὸ  $B\Gamma$   
 15 πρὸς τὸ ἀπὸ  $AG$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $ZE\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $EA$ .

ἤχθωσαν γὰρ διὰ τῶν  $A, B$  διάμετροι ἢ τε  $AH\Theta$  καὶ ἢ  $KB\Lambda$ , διὰ δὲ τοῦ  $\Delta$  τῆ  $A\Lambda$  παράλληλος ἢ  $\Delta MN$ . φανερόν αὐτόθεν, ὅτι ἴση ἔστιν ἢ  $\Delta K$  τῆ  $KZ$  καὶ τὸ  $AEH$  τριγώνον τῷ  $\Delta\Delta$  τετραπλευρῷ καὶ  
 20 τὸ  $B\Lambda\Gamma$  τριγώνον τῷ  $A\Gamma\Theta$ .

ἐπεὶ οὖν ἢ  $ZK$  τῆ  $K\Delta$  ἔστιν ἴση, καὶ πρόσκειται ἢ  $\Delta E$ , τὸ ὑπὸ  $ZE\Delta$  μετὰ τοῦ ἀπὸ  $\Delta K$  ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ  $KE$ . καὶ ἐπεὶ ὁμοίόν ἐστι τὸ  $E\Lambda K$  τριγώνον τῷ  $\Delta NK$ , ἔστιν, ὡς τὸ ἀπὸ  $EK$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $K\Delta$ ,  
 25 οὕτως τὸ  $E\Lambda K$  τριγώνον πρὸς τὸ  $\Delta NK$ . καὶ ἐναλλάξ· καὶ ὡς ὅλον τὸ ἀπὸ  $EK$  πρὸς ὅλον τὸ  $E\Lambda K$  τριγώνον, οὕτως ἀφαιρεθὲν τὸ ἀπὸ  $\Delta K$  πρὸς ἀφαιρεθὲν τὸ  $\Delta NK$  τριγώνον· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ  $ZE\Delta$  πρὸς λοιπὸν τὸ  $\Delta\Delta$  ἔστιν, ὡς τὸ ἀπὸ  $EK$  πρὸς

posito recta alteri contingentium parallela ducitur sectionem alteramque contingentem secans, erit, ut quadrata contingentium inter se, ita spatium comprehensum rectis inter sectionem contingentemque

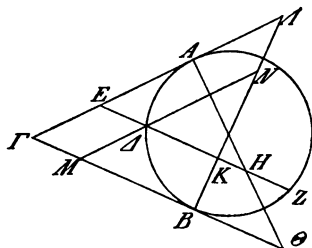


positis ad quadratum rectae ad punctum contactus abscissae.

sit  $AB$  coniectio uel ambitus circuli, et contingant  $A\Gamma$ ,  $\Gamma B$  in  $\Gamma$  concurrentes, sumaturque in sectione  $AB$  punctum aliquod  $\Delta$ , et per id ducatur  $E\Delta Z$  rectae  $\Gamma B$  parallela. dico, esse

$B\Gamma^2 : A\Gamma^2 = ZE \times E\Delta : EA^2$ .

ducantur enim per  $A$ ,  $B$



diametri  $AH\Theta$ ,  $KBA$ , per  $\Delta$  autem rectae  $AA$  parallela  $\Delta MN$ ; statim igitur adparet, esse  $\Delta K = KZ$  [I, 46–47], et  $AEH = \Delta\Delta$  [prop. II] et  $B\Delta\Gamma = A\Gamma\Theta$  [prop. I].

iam quoniam est  $ZK = K\Delta$ , et adiecta est  $\Delta E$ , erit [Eucl. II, 6]  $ZE \times E\Delta + \Delta K^2 = KE^2$ . et quoniam trianguli  $EAK$ ,  $\Delta NK$  similes sunt, erit [Eucl. VI, 19]

$$EK^2 : K\Delta^2 = EKA : \Delta NK.$$

et permutando [Eucl. V, 16]

$$EK^2 : EAK = \Delta K^2 : \Delta NK;$$

In V praeter nostras figuras et tria rectangula totidemque triangulos duae figurae adsunt alium casum in parabola et hyperbola repraesentantes.

τὸ  $ΕΔΚ$  τρίγωνον. ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ  $ΕΚ$  πρὸς τὸ  $ΕΔΚ$ , οὕτως τὸ ἀπὸ  $ΓΒ$  πρὸς τὸ  $ΔΓΒ$ · καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $ΖΕΔ$  πρὸς τὸ  $ΔΔ$  τετράπλευρον, τὸ ἀπὸ  $ΓΒ$  πρὸς τὸ  $ΔΓΒ$  τρίγωνον. ἴσον δὲ τὸ μὲν  $ΔΔ$  τῷ  
 5  $ΑΕΗ$  τριγώνῳ, τὸ δὲ  $ΔΓΒ$  τῷ  $ΑΘΓ$ · καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $ΖΕΔ$  πρὸς τὸ  $ΑΕΗ$  τρίγωνον, τὸ ἀπὸ  $ΓΒ$  πρὸς τὸ  $ΑΘΓ$ . ἐναλλάξ, ὡς τὸ ὑπὸ  $ΖΕΔ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΓΒ$ , τὸ  $ΑΕΗ$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $ΑΘΓ$ . ὡς δὲ τὸ  $ΑΗΕ$  πρὸς τὸ  $ΑΘΓ$ , τὸ ἀπὸ  $ΕΑ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  
 10  $ΑΓ$ · καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $ΖΕΔ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΓΒ$ , τὸ ἀπὸ  $ΕΑ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΑΓ$ . καὶ ἐναλλάξ.

ιξ'.

Ἐὰν κώνου τομῆς ἢ κύκλου περιφερείας δύο εὐ-  
 θεῖαι ἐπιψαύουσαι συμπίπτωσι, ληφθῆ δὲ ἐπὶ τῆς  
 15 τομῆς δύο τυχόντα σημεῖα, καὶ ἀπ' αὐτῶν ἀχθῶσιν ἐν τῇ τομῇ παρὰ τὰς ἐφαπτομένας τέμνουσαι ἀλλήλας τε καὶ τὴν γραμμὴν, ἔσται, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ἐφαπτομένων τετράγωνα πρὸς ἄλληλα, τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν ὁμοίως λαμβανομένων εὐθειῶν.

20 ἔστω κώνου τομῆ ἢ κύκλου περιφέρεια ἡ  $ΑΒ$ , καὶ τῆς  $ΑΒ$  ἐφαπτόμεναι αἱ  $ΑΓ$ ,  $ΓΒ$  συμπίπτουσαι κατὰ τὸ  $Γ$ , καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς τομῆς τυχόντα σημεῖα τὰ  $Δ$ ,  $Ε$ , καὶ δι' αὐτῶν παρὰ τὰς  $ΑΓ$ ,  $ΓΒ$  ἤχθωσαν αἱ  $ΕΖΙΚ$ ,  $ΔΖΗΘ$ . λέγω, ὅτι ἔστιν, ὡς τὸ ἀπὸ  $ΑΓ$   
 25 πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΓΒ$ , τὸ ὑπὸ  $ΚΖΕ$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $ΘΖΔ$ .

ἤχθωσαν γὰρ διὰ τῶν  $Α$ ,  $Β$  διάμετροι αἱ  $ΑΑΜΝ$ ,  $ΒΟΞΠ$ , καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ τε ἐφαπτόμεναι καὶ αἱ παράλληλοι μέχρι τῶν διαμέτρων, καὶ ἤχθωσαν ἀπὸ

8.  $ΓΒ$ ]  $γρε$ , corr. ex  $ΓΕΒ$  m. 1 V. 24. ἀπὸ  $ΑΓ$ ]  $ΑΓ$  V; corr. p.



quare etiam [Eucl. V, 19] reliquum

$$ZE \times EA : \Delta\Delta = EK^2 : EAK.$$

est autem  $EK^2 : EAK = \Gamma B^2 : \Lambda\Gamma B$  [Eucl. VI, 4];  
quare etiam  $ZE \times EA : \Delta\Delta = \Gamma B^2 : \Lambda\Gamma B$ . est autem  
 $\Delta\Delta = AEH$  et  $\Lambda\Gamma B = A\Theta\Gamma$ ; itaque etiam

$$ZE \times EA : AEH = \Gamma B^2 : A\Theta\Gamma.$$

permutando [Eucl. V, 16]

$$ZE \times EA : \Gamma B^2 = AEH : A\Theta\Gamma.$$

est autem [Eucl. VI, 4]  $AHE : A\Theta\Gamma = EA^2 : A\Gamma^2$ ;  
itaque etiam  $ZE \times EA : \Gamma B^2 = EA^2 : A\Gamma^2$ . et per-  
mutando [Eucl. V, 16].

### XVII.

Si duae rectae conici sectionem uel ambitum circuli contingentes concurrunt, et in sectione duo quaelibet puncta sumuntur, ab iisque in sectione contingentibus parallelae ducuntur rectae et inter se et lineam secantes, erunt, ut quadrata contingentium inter se, ita rectangula comprehensa rectis eodem modo sumptis.

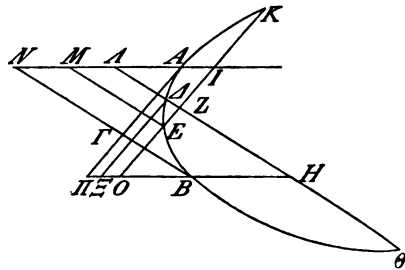
sit  $AB$  conici sectio uel ambitus circuli et  $AB$  contingentes  $A\Gamma, \Gamma B$  in  $\Gamma$  concurrentes, sumanturque in sectione puncta quaelibet  $\Delta, E$ , et per ea rectis  $A\Gamma, \Gamma B$  parallelae ducantur  $EZIK, \Delta ZH\Theta$ . dico, esse  $A\Gamma^2 : \Gamma B^2 = KZ \times ZE : \Theta Z \times Z\Delta$ .

ducantur enim per  $A, B$  diametri  $A\Lambda MN, BO\Xi\Pi$ , producanturque et contingentes et parallelae usque ad diametros, et a  $\Delta, E$  contingentibus parallelae ducantur  $\Delta\Xi, EM$ ; manifestum igitur, esse  $KI = IE, \Theta H = H\Delta$  [I, 46—47].

τῶν  $\Delta$ ,  $E$  παρὰ τὰς ἐφαπτομένας αἱ  $\Delta\Xi$ ,  $EM$  φανερόν δὴ, ὅτι ἡ  $KI$  τῇ  $IE$  ἐστὶν ἴση καὶ ἡ  $\Theta H$  τῇ  $H\Delta$ .

ἐπεὶ οὖν ἡ  $KE$  τέμνεται εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ  $I$ ,  
 5 εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ  $Z$ , τὸ ὑπὸ  $KZE$  μετὰ τοῦ ἀπὸ  
 $ZI$  ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ  $EI$ . καὶ ἐπεὶ ὁμοιά ἐστὶ τὰ  
 τρίγωνα διὰ τὰς παραλλήλους, ἐστὶν, ὡς ὅλον τὸ ἀπὸ  
 $EI$  πρὸς ὅλον τὸ  $IME$  τρίγωνον, οὕτως ἀφαιρεθὲν

10 ἀφαιρεθὲν τὸ  $ZIA$   
 τρίγωνον. καὶ λοι-  
 πὸν ἄρα τὸ ὑπὸ  
 $KZE$  πρὸς λοιπὸν  
 τὸ  $ZM$  τετρά-  
 15 πλευρόν ἐστὶν, ὡς  
 ὅλον τὸ ἀπὸ  $EI$   
 πρὸς ὅλον τὸ  $MEI$



τρίγωνον. ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ  $EI$  πρὸς τὸ  $IME$  τρί-  
 γωνον, τὸ ἀπὸ  $GA$  πρὸς τὸ  $G\Delta N$ . ὡς ἄρα το  
 20 ὑπὸ  $KZE$  πρὸς τὸ  $ZM$  τετράπλευρον, οὕτως τὸ ἀπὸ  
 $AG$  πρὸς τὸ  $G\Delta N$ . ἴσον δὲ τὸ μὲν  $AGN$  τῷ  $\Gamma\Pi B$ ,  
 τὸ δὲ  $ZM$  τῷ  $Z\Xi$ . ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $KZE$  πρὸς τὸ  
 $Z\Xi$ , τὸ ἀπὸ  $AG$  πρὸς τὸ  $\Gamma B\Pi$ . ὁμοίως δὴ δειχθήσεται  
 καί, ὡς τὸ ὑπὸ  $\Theta Z\Delta$  πρὸς τὸ  $\Xi Z$ , οὕτως τὸ ἀπὸ  $\Gamma B$   
 25 πρὸς τὸ  $\Gamma\Pi B$ . ἐπεὶ οὖν ἐστὶν, ὡς μὲν τὸ ὑπὸ  $KZE$   
 πρὸς τὸ  $Z\Xi$  τετράπλευρον, τὸ ἀπὸ  $AG$  πρὸς  $\Gamma\Pi B$ ,  
 διὰ δὲ τὸ ἀνάπαλιν, ὡς τὸ  $Z\Xi$  τετράπλευρον πρὸς τὸ  
 ὑπὸ  $\Theta Z\Delta$ , τὸ  $\Gamma\Pi B$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma B$ , δι' ἴσον ἄρα,

1.  $\Delta\Xi$ ] c, corr. ex  $\Delta Z$  m. 1 V. 5.  $KZE$ ]  $ZKE$  V;  
 corr. Memus. 18.  $IME$ ] V?,  $IEM$  cp. 19.  $G\Delta N$ ] ἀπὸ  
 $G\Delta N$  V; corr. p. 25.  $\Gamma\Pi B$ ]  $\Gamma\Pi$  V; corr. Memus (gbr).

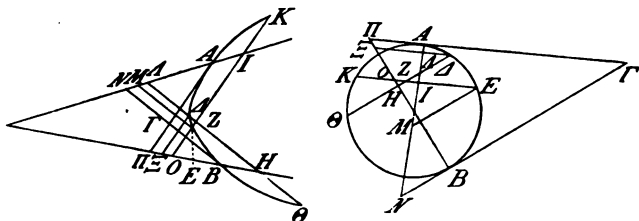
quoniam igitur  $KE$  in  $I$  in partes aequales secta est, in  $Z$  autem in inaequales, erit

$$KZ \times ZF + ZI^2 = EI^2 \text{ [Eucl. II, 5].}$$

et quoniam trianguli propter parallelas similes sunt [Eucl. I, 29], erit  $EI^2 : IME = IZ^2 : ZIA$  [Eucl. VI, 19; V, 16]. itaque etiam reliquum [Eucl. V, 19]

$$KZ \times ZE : ZM = EI^2 : MEI.$$

est autem  $EI^2 : IME = \Gamma A^2 : \Gamma AN$  [Eucl. VI, 19 V, 16]; itaque  $KZ \times ZE : ZM = A\Gamma^2 : \Gamma AN$ . est



autem  $A\Gamma N = \Gamma\Pi B$  [prop. I] et  $ZM = Z\Xi$  [prop. III]; itaque  $KZ \times ZE : Z\Xi = A\Gamma^2 : \Gamma B\Pi$ . iam similiter demonstrabimus, esse etiam

$$\Theta Z \times Z\Delta : \Xi Z = \Gamma B^2 : \Gamma\Pi B.$$

iam quoniam est  $KZ \times ZE : Z\Xi = A\Gamma^2 : \Gamma\Pi B$  et e contrario [Eucl. V, 7 coroll.]

$$Z\Xi : \Theta Z \times Z\Delta = \Gamma\Pi B : \Gamma B^2,$$

ex aequo erit [Eucl. V, 22]

$$A\Gamma^2 : B\Gamma^2 = KZ \times ZE : \Theta Z \times Z\Delta.$$

In Vvc praeterea rectangula et trianguli quidam inveniuntur.

ὡς τὸ ἀπὸ  $ΑΓ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΒΓ$ , τὸ ὑπὸ  $ΚΖΕ$  πρὸς  
τὸ ὑπὸ  $ΘΖΔ$ .

ιη'.

Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθείαι ἐπιψάνουσαι  
5 συμπίπτωσι, καὶ ληφθῇ τι σημεῖον ἐφ' ὅποτερασούν  
τῶν τομῶν, καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἀχθῇ τις εὐθεῖα παρὰ τινα  
τῶν ἐφαπτομένων τέμνουσα τὴν τομὴν καὶ τὴν ἑτέραν  
ἐφαπτομένην, ἔσται, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ἐφαπτομένων  
τετράγωνα πρὸς ἄλληλα, οὕτως τὸ περιεχόμενον ὑπὸ  
10 τῶν μεταξὺ τῆς τομῆς καὶ τῆς ἐφαπτομένης πρὸς τὸ  
ἀπὸ τῆς ἀπολαμβανομένης πρὸς τῇ ἀφῇ τετράγωνον.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι αἱ  $ΑΒ$ ,  $ΜΝ$  καὶ ἐφαπτόμεναι  
αἱ  $ΑΓΑ$ ,  $ΒΓΘ$  καὶ διὰ τῶν ἀφῶν διάμετροι αἱ  $ΑΜ$ ,  
 $ΒΝ$ , καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς  $ΜΝ$  τομῆς τυχὸν σημεῖον  
15 τὸ  $Δ$ , καὶ δι' αὐτοῦ ἤχθω παρὰ τὴν  $ΒΘ$  ἡ  $ΕΔΖ$ .  
λέγω, ὅτι ἔστιν, ὡς τὸ ἀπὸ  $ΒΓ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΓΑ$ , τὸ  
ὑπὸ  $ΖΕΔ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΑΕ$ .

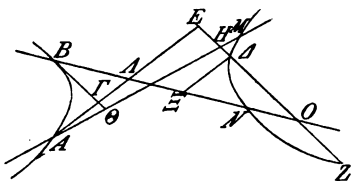
ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ  $Δ$  τῇ  $ΑΕ$  παράλληλος ἡ  $ΔΞ$ .  
ἐπεὶ οὖν ὑπερβολὴ ἔστιν ἡ  $ΑΒ$  καὶ διάμετρος αὐτῆς  
20 ἡ  $ΒΝ$  καὶ ἐφαπτομένη ἡ  $ΒΘ$  καὶ τῇ  $ΒΘ$  παράλληλος  
ἡ  $ΔΖ$ , ἴση ἄρα ἔστιν ἡ  $ΖΟ$  τῇ  $ΟΔ$ . καὶ πρόσκειται  
ἡ  $ΕΔ$ . τὸ ἄρα ὑπὸ  $ΖΕΔ$  μετὰ τοῦ ἀπὸ  $ΔΟ$  ἴσον  
ἔστί τῷ ἀπὸ  $ΕΟ$ . καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ  $ΕΑ$   
τῇ  $ΔΞ$ , ὁμοίον ἔστι τὸ  $ΕΟΑ$  τρίγωνον τῷ  $ΔΞΟ$ .  
25 ἔστιν ἄρα, ὡς ὅλον τὸ ἀπὸ  $ΕΟ$  πρὸς τὸ  $ΕΟΑ$ , οὕτως  
ἀφαιρεθὲν τὸ ἀπὸ  $ΔΟ$  πρὸς ἀφαιρεθὲν τὸ  $ΞΔΟ$  τρί-  
γωνον· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ  $ΔΕΖ$  πρὸς τὸ  $ΔΑ$   
τετράπλευρόν ἐστιν, ὡς τὸ ἀπὸ  $ΕΟ$  πρὸς τὸ  $ΕΟΑ$ .  
ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ  $ΟΕ$  πρὸς τὸ  $ΟΕΑ$  τρίγωνον, τὸ ἀπὸ

1. πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΒΓ$ ] om. V; corr. p (τῆς  $ΓΒ$ ). 15.  $ΕΔΖ$ ]  
 $ΔΕΖ$  V; corr. p.

XVIII.

Si duae rectae oppositas contingentes concurrunt, et in alterutra sectionum sumitur punctum aliquod, ab eoque recta alteri contingentium parallela ducitur sectionem alteramque contingentem secans, erit, ut quadrata contingentium inter se, ita rectangulum comprehensum rectis inter sectionem contingentemque positis ad quadratum rectae ad punctum contactus abscissae.

sint oppositae  $AB$ ,  $MN$  contingentesque  $A\Gamma A$ ,  $B\Gamma\Theta$  et per puncta contactus diametri  $AM$ ,  $BN$ ,



sumaturque in sectione  $MN$  punctum aliquod  $\Delta$ , et per id rectae  $B\Theta$  parallela ducatur  $E\Delta Z$ . dico, esse  $B\Gamma^2 : \Gamma A^2 = ZE \times E\Delta : AE^2$ .

ducatur enim per  $\Delta$  rectae  $AE$  parallela  $\Delta\Xi$ . iam quoniam hyperbola est  $AB$  et diametrus eius  $BN$  contingensque  $B\Theta$  et rectae  $B\Theta$  parallela  $\Delta Z$ , erit [I, 48]  $ZO = O\Delta$ . et adiecta est  $E\Delta$ ; itaque erit [Eucl. II, 6]  $ZE \times E\Delta + \Delta O^2 = EO^2$ . et quoniam  $EA$ ,  $\Delta\Xi$  parallelae sunt, trianguli  $EOA$ ,  $\Delta\Xi O$  similes sunt [Eucl. I, 29]; itaque  $EO^2 : EO A = \Delta O^2 : \Xi \Delta O$  [Eucl. VI, 19; V, 16]; quare etiam reliquum

$$\Delta E \times EZ : \Delta A = EO^2 : EO A \text{ [Eucl. V, 19].}$$

est autem  $OE^2 : OE A = B\Gamma^2 : B\Gamma A$  [Eucl. VI, 19;

ΒΓ πρὸς τὸ ΒΓΑ τρίγωνον· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  
 ΖΕΔ πρὸς τὸ ΔΑ τετράπλευρον, τὸ ἀπὸ ΒΓ πρὸς  
 τὸ ΒΓΑ τρίγωνον. ἴσον δὲ τὸ ΔΑ τετράπλευρον  
 τῷ ΑΕΗ τριγώνῳ, τὸ δὲ ΒΔΓ τῷ ΑΓΘ· ὡς ἄρα  
 5 τὸ ὑπὸ ΖΕΔ πρὸς τὸ ΑΕΗ, τὸ ἀπὸ ΒΓ πρὸς τὸ  
 ΑΓΘ. ἔστι δὲ καὶ ὡς τὸ ΑΕΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΑ,  
 οὕτως τὸ ΑΓΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΓ· δι' ἴσου ἄρα ἐστίν,  
 ὡς τὸ ἀπὸ ΒΓ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΑ, τὸ ὑπὸ ΖΕΔ πρὸς  
 τὸ ἀπὸ ΕΑ.

10

ιθ'.

Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθείαι ἐφαπτόμεναι  
 συμπίπτωσιν, ἀχθῶσι δὲ παράλληλοι ταῖς ἐφαπτο-  
 μέναις ἀλλήλας τέμνουσαι καὶ τὴν τομήν, ἔσται, ὡς  
 τὰ ἀπὸ τῶν ἐφαπτομένων τετράγωνα πρὸς ἄλληλα, οὕτως  
 15 τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν μεταξὺ τῆς τομῆς καὶ τῆς  
 συμπτώσεως τῶν εὐθειῶν πρὸς τὸ περιεχόμενον ὑπὸ  
 τῶν ὁμοίως λαμβανομένων εὐθειῶν.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι, ὧν διάμετροι αἱ ΑΓ, ΒΔ,  
 κέντρον δὲ τὸ Ε, καὶ ἐφαπτόμεναι αἱ ΑΖ, ΖΔ συμ-  
 20 πιπτόμεναι κατὰ τὸ Ζ, καὶ ἀπὸ τινων σημείων ἤχθω-  
 σαν παρὰ τὰς ΑΖΔ αἱ ΗΘΙΚΑ, ΜΝΞΟΑ. λέγω,  
 ὅτι ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ ΑΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΔ, τὸ ὑπὸ  
 ΗΑΙ πρὸς τὸ ὑπὸ ΜΑΞ.

ἤχθωσαν παρὰ τὰς ΑΖΔ διὰ τῶν Ξ, Ι αἱ ΙΠ,  
 25 ΞΡ. καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ ΑΖ πρὸς τὸ ΑΖΣ  
 τρίγωνον, τὸ ἀπὸ ΘΑ πρὸς τὸ ΘΑΟ καὶ τὸ ἀπὸ ΘΙ  
 πρὸς τὸ ΘΙΠ, καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ ΗΑΙ πρὸς  
 λοιπὸν τὸ ΙΠΟΑ τετράπλευρόν ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ ΑΖ

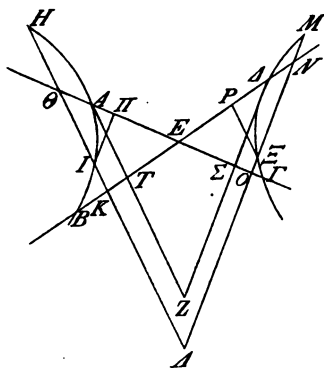
3. ΒΓΑ] ΒΓ V; corr. p. 18. αἱ] bis V; corr. evp. 21.  
 ΜΝΞΟΑ] ΜΝΞΟ V; corr. p. 23. ΗΑΙ] ΗΜ V; corr. p.  
 24. ΙΠ, ΞΡ] ΙΞ, ΠΡ V; corr. p.

V, 16]; quare etiam  $ZE \times EA : \Delta A = B\Gamma^2 : B\Gamma A$ .  
 est autem  $\Delta A = AEH$  [prop. VI],  $B\Lambda\Gamma = A\Gamma\Theta$   
 [prop. I]; itaque  $ZE \times EA : AEH = B\Gamma^2 : A\Gamma\Theta$ .  
 est autem etiam  $AEH : EA^2 = A\Gamma\Theta : A\Gamma^2$  [Eucl. VI, 19;  
 V, 16]. ex aequo igitur [Eucl. V, 22]

$$B\Gamma^2 : \Gamma A^2 = ZE \times EA : EA^2.$$

XIX.

Si duae rectae oppositas contingentes concurrunt,  
 et ducuntur rectae contingentibus parallelae inter se  
 sectionemque secantes, erit, ut quadrata contingentium  
 inter se, ita rectangulum  
 comprehensum rectis inter  
 sectionem punctumque con-  
 cursus rectarum positis ad  
 rectangulum compren-  
 sum rectis eodem modo  
 sumptis.



sint oppositae, quarum  
 diametri sint  $A\Gamma, B\Delta$ ,  
 centrum autem  $E$ , et con-  
 tingentes  $AZ, Z\Delta$  con-  
 currant in  $Z$ , et a punctis

quibuslibet rectis  $AZ, Z\Delta$  parallelae ducantur  $H\Theta IKA, MN\Xi O A$ . dico, esse

$$AZ^2 : Z\Delta^2 = HA \times AI : MA \times A\Xi.$$

per  $\Xi, I$  rectis  $AZ, Z\Delta$  parallelae ducantur  $I\Pi, \Xi P$ . et quoniam est

$AZ^2 : AZ\Sigma = \Theta A^2 : \Theta A O = \Theta I^2 : \Theta I\Pi$  [Eucl. VI, 19;  
 V, 16], erit etiam reliquum [I, 48; Eucl. II, 6]

$$HA \times AI : I\Pi O A = AZ^2 : AZ\Sigma$$
 [Eucl. V, 19].

πρὸς τὸ  $AZ\Sigma$  τρίγωνον. ἴσον δὲ τὸ  $AZ\Sigma$  τῷ  $\Delta ZT$   
καὶ τὸ  $\Pi O\Lambda I$  τῷ  $KP\Xi A$ . καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $AZ$   
πρὸς τὸ  $\Delta TZ$ , τὸ ὑπὸ  $H\Lambda I$  πρὸς τὸ  $P\Xi AK$ . ὡς  
δὲ τὸ  $\Delta TZ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $Z\Delta$ , τὸ  $P\Xi AK$  πρὸς τὸ  
6 ὑπὸ  $M\Lambda\Xi$ . καὶ δι' ἴσου ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ  $AZ$  πρὸς  
τὸ ἀπὸ  $Z\Delta$ , τὸ ὑπὸ  $H\Lambda I$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $M\Lambda\Xi$ .

κ'.

Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθείαι ἐφαπτόμεναι  
συμπίπτωσι, καὶ διὰ τῆς συμπτώσεως ἀχθῆ τις εὐθεῖα  
10 παρὰ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιξενγνύουσαν συμπίπτουσα ἐκατέρᾳ  
τῶν τομῶν, ἀχθῆ δέ τις ἑτέρα εὐθεῖα παρὰ τὴν αὐτὴν  
τέμνουσα τὰς τε τομὰς καὶ τὰς ἐφαπτομένας, ἔσται, ὡς τὸ  
περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ἀπὸ τῆς συμπτώσεως ταῖς τομαῖς  
προσπιπτουσῶν εὐθειῶν πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης  
15 τετράγωνον, τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν μεταξὺ τῶν  
τομῶν καὶ τῆς ἐφαπτομένης εὐθειῶν πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς  
ἀπολαμβανομένης πρὸς τῇ ἀφῆ τετράγωνον.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι αἱ  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$ , ὧν κέντρον  
τὸ  $E$ , ἐφαπτόμεναι δὲ αἱ  $AZ$ ,  $\Gamma Z$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  
20  $A\Gamma$  καὶ αἱ  $EZ$ ,  $AE$  καὶ ἐκβεβλήσθωσαν, καὶ ἤχθω  
διὰ τοῦ  $Z$  παρὰ τὴν  $A\Gamma$  ἢ  $BZ\Theta$ , καὶ εἰλήφθω, ὃ  
ἔτυχε, σημεῖον τὸ  $K$ , καὶ δι' αὐτοῦ παρὰ τὴν  $A\Gamma$   
ἤχθω ἡ  $K\Lambda\Sigma MN\Xi$ . λέγω, ὅτι ἔστιν, ὡς τὸ ὑπὸ  
 $BZ\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ZA$ , τὸ ὑπὸ  $K\Lambda\Xi$  πρὸς τὸ  
25 ἀπὸ  $AA$ .

ἤχθωσαν γὰρ ἀπὸ τῶν  $K$ ,  $B$  παρὰ τὴν  $AZ$  αἱ  
 $K\Pi$ ,  $B\rho$ . ἐπεὶ οὖν ἔστιν, ὡς τὸ ἀπὸ  $BZ$  πρὸς τὸ

3.  $H\Lambda I$ ]  $HM V$ ; corr. Memus. 16. εὐθειῶν] εὐθείας  $V$ ;  
corr. Comm. 24.  $K\Lambda\Xi$ ]  $AK\Xi V$ ; corr. Memus (hlx).



est autem  $AZ\Sigma = \Delta ZT$  [prop. IV] et [prop. VII]  $\Pi O AI = KP\Xi A$ ; quare etiam

$$AZ^2 : \Delta TZ = HA \times AI : P\Xi AK.$$

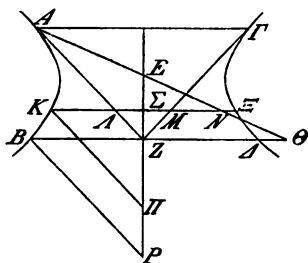
est autem  $\Delta TZ : Z\Delta^2 = P\Xi AK : MA \times A\Xi$ . ergo etiam ex aequo [Eucl. V, 22]

$$AZ^2 : Z\Delta^2 = HA \times AI : MA \times A\Xi.$$

XX.

Si duae rectae oppositas contingentes concurrunt, et per punctum concursus recta ducitur rectae puncta contactus coniungenti parallela cum utraque sectione concurrens, et alia quoque recta eidem parallela ducitur et sectiones et contingentes secans, erit, ut rectangulum rectis a puncto concursus ad sectiones adidentibus comprehensum ad quadratum contingentis, ita rectangulum comprehensum rectis inter sectiones con-

tinentemque positis ad quadratum rectae ad punctum contactus abscisae.



sint oppositae  $AB, \Gamma\Delta$ , quarum centrum sit  $E$ , contingentes autem  $AZ, \Gamma Z$ , ducaturque  $A\Gamma$  et  $EZ, AE$  et producantur, per  $Z$  autem rectae  $A\Gamma$  parallela

ducatur  $BZ\Theta$ , et sumatur quoduis punctum  $K$ , et per id rectae  $A\Gamma$  parallela ducatur  $KAE\Sigma MN\Xi$ . dico, esse  $BZ \times Z\Delta : Z\Delta^2 = KA \times A\Xi : A\Delta^2$ .

ducantur enim a  $K, B$  rectae  $AZ$  parallelae  $KII, BP$ . iam quoniam est

In fig. pro  $K$  (V.p) posuerunt  $H$  Memus aliiue.

*BZP* τρίγωνον, τὸ ἀπὸ *KΣ* πρὸς τὸ *KΣΠ* καὶ τὸ  
 ἀπὸ *ΛΣ* πρὸς τὸ *ΛΣΖ*, καὶ λοιπὸν τὸ ὑπὸ *ΚΛΞ*  
 πρὸς τὸ *ΚΛΖΠ* τετράπλευρον, ἴσον δὲ τὸ μὲν ἀπὸ  
*BZ* τῷ ὑπὸ *BZΔ*, τὸ δὲ *BPZ* τρίγωνον τῷ  
 5 *AZΘ*, τὸ δὲ *ΚΛΖΠ* τετράπλευρον τῷ *ΑΔΝ* τρι-  
 γώνῳ, ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ ὑπὸ *BZΔ* πρὸς τὸ *AZΘ*  
 τρίγωνον, τὸ ὑπὸ *ΚΛΞ* πρὸς τὸ *ΑΔΝ*. ὡς δὲ τὸ  
*AZΘ* πρὸς τὸ ἀπὸ *AZ*, τὸ *ΑΔΝ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΑΔ*  
 δι' ἴσου ἄρα, ὡς τὸ ὑπὸ *BZΔ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΖΑ*, τὸ  
 10 ὑπὸ *ΚΛΞ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΑΔ*.

κα'.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἐὰν ἐπὶ τῆς τομῆς δύο  
 σημεῖα ληφθῆ, καὶ δι' αὐτῶν ἄχθῶσιν εὐθεῖαι ἡ μὲν  
 παρὰ τὴν ἐφαπτομένην, ἡ δὲ παρὰ τὴν τὰς ἀφᾶς  
 15 ἐπιξενγνύουσαν, τέμνουσαι ἀλλήλας τε καὶ τὰς τομάς,  
 ἔσται, ὡς τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ἀπὸ τῆς συμπτώ-  
 σεως ταῖς τομαῖς προσπιπτουσῶν πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς  
 ἐφαπτομένης τετράγωνον, τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν  
 μεταξὺ τῶν τομῶν καὶ τῆς συμπτώσεως πρὸς τὸ  
 20 περιεχόμενον ὑπὸ τῶν μεταξὺ τῆς τομῆς καὶ τῆς συμ-  
 πτώσεως εὐθειῶν.

ἔστω γὰρ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον, εἰλήφθω δὲ τὰ  
*H, K* σημεῖα, καὶ δι' αὐτῶν ἤχθωσαν παρὰ μὲν τὴν  
*AZ* αἱ *NΞΗΟΠΡ*, *KΣΤ*, παρὰ δὲ τὴν *ΑΓ* αἱ

1. *KΣΠ*] ἀπὸ *KΣΠ* V; corr. p. 2. *ΛΣΖ*] *ΛΕΖ* V;  
 corr. p (*ΛΖΣ*). *ΚΛΞ*] *ΑΚΞ* corr. ex *ΑΚΖ* m. 1 V; corr.  
 Memus (hlx). 3. Ante ἴσον add. ἔσται ὡς τὸ ἀπὸ *BZ* πρὸς  
 τὸ *BZP* Halley cum Command.; lacunam p. 6. ὑπὸ *BZΔ*]  
 ἀπὸ *BZ* V; corr. Memus. τό] (alt.) om. V; corr. p. 7.  
*ΚΛΞ*] *ΑΚΞ* V; corr. Memus (hlx). *ΑΔΝ*] *ΑΔΜ* V; corr. p.  
 10. *ΚΛΞ*] *ΑΚΞ* V; corr. Memus (hlx). 19. πρὸς — 20.  
 συμπτώσεως] om. V; corr. Comm.

$BZ^2 : BZP = K\Sigma^2 : K\Sigma\Pi$   
 $= A\Sigma^2 : A\Sigma Z$  [Eucl. VI, 19; V, 16]  
 $= KA \times A\Xi$  [Eucl. II, 5] :  $KAZ\Pi$  [Eucl. V, 19],  
 et  $BZ^2 = BZ \times ZA$  [II, 39, 38],  $BPZ = AZ\Theta$   
 [prop. XI],  $KAZ\Pi = AAN$  [prop. V], erit

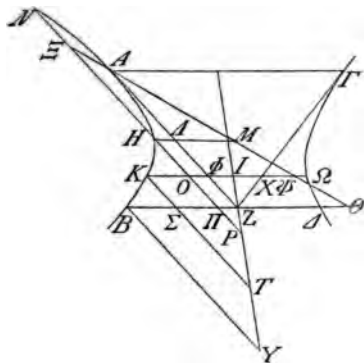
$$BZ \times ZA : AZ\Theta = KA \times A\Xi : AAN.$$

est autem  $AZ\Theta : AZ^2 = AAN : AA^2$  [Eucl. VI, 19; V, 16]; ergo ex aequo [Eucl. V, 22]

$$BZ \times ZA : ZA^2 = KA \times A\Xi : AA^2.$$

XXI.

Iisdem suppositis si in sectione duo puncta sumuntur, et per ea rectae ducuntur, altera contingenti parallela, altera rectae puncta contactus coniungenti



parallela, secantes et inter se et sectiones, erit, ut rectangulum comprehensum rectis a puncto concursus ad sectiones addidentibus ad quadratum contingenti, ita rectangulum comprehensum rectis inter sectiones punctumque concursus

positis ad rectangulum comprehensum rectis inter sectionem punctumque concursus positis.

sint enim eadem, quae antea, et sumantur  $H, K$  puncta, per eaque rectae  $AZ$  parallelae ducantur

ΗΛΜ, ΚΟΦΙΧΨΩ. λέγω, ὅτι ἐστίν, ὡς τὸ ὑπὸ ΒΖΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΑ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΚΟΩ πρὸς τὸ ὑπὸ ΝΟΗ.

ἐπεὶ γάρ ἐστιν, ὡς τὸ ἀπὸ ΑΖ πρὸς τὸ ΑΖΘ  
 5 τρίγωνον, τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὸ ΑΔΜ καὶ τὸ ἀπὸ ΞΟ  
 πρὸς τὸ ΞΟΨ καὶ τὸ ἀπὸ ΞΗ πρὸς τὸ ΞΗΜ, ὡς ἄρα  
 ὅλον τὸ ἀπὸ ΞΟ πρὸς ὅλον τὸ ΞΟΨ, οὕτως ἀφαιρεθὲν  
 τὸ ἀπὸ ΞΗ πρὸς ἀφαιρεθὲν τὸ ΞΗΜ. καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ  
 ὑπὸ ΝΟΗ πρὸς λοιπὸν τὸ ΗΟΨΜ τετράπλευρόν ἐστιν,  
 10 ὡς τὸ ἀπὸ ΑΖ πρὸς τὸ ΑΖΘ. ἴσον δὲ τὸ μὲν ΑΖΘ τῷ  
 ΒΤΖ, τὸ δὲ ΗΟΨΜ τῷ ΚΟΡΤ. ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  
 ΑΖ πρὸς τὸ ΒΤΖ, τὸ ὑπὸ ΝΟΗ πρὸς τὸ ΚΟΡΤ.  
 ὡς δὲ τὸ ΒΤΖ τρίγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΖ, τουτίσκι  
 τὸ ὑπὸ ΒΖΔ, οὕτως ἐδείχθη τὸ ΚΟΡΤ πρὸς τὸ ὑπὸ  
 15 ΚΟΩ. δι' ἴσον ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ ΑΖ πρὸς τὸ ὑπὸ  
 ΒΖΔ, τὸ ὑπὸ ΝΟΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΚΟΩ. καὶ ἀνάπαλιν,  
 ὡς τὸ ὑπὸ ΒΖΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΑ, τὸ ὑπὸ ΚΟΩ  
 πρὸς τὸ ὑπὸ ΝΟΗ.

κβ'.

20 Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι παράλληλοι  
 ἐπιψαύσιν, ἀχθῶσι δέ τινες εὐθεῖαι τέμνουσαι ἀλ-  
 λήλας καὶ τὰς τομάς, ἡ μὲν παρὰ τὴν ἐφαπτομένην,  
 ἡ δὲ παρὰ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιξενγνύουσαν, ἔσται, ὡς  
 ἡ τοῦ πρὸς τῇ τὰς ἀφὰς ἐπιξενγνυούσῃ εἶδους πλαγία  
 25 πλευρὰ πρὸς τὴν ὀρθίαν, τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν  
 μεταξὺ τῶν τομῶν καὶ τῆς συμπτώσεως πρὸς τὸ  
 περιεχόμενον ὑπὸ τῶν μεταξὺ τῆς τομῆς καὶ τῆς συμ-  
 πτώσεως.

7. τό] (alt.) pcv, e corr. m. 1 V. 12. ΚΟΡΠ V; corr. Memus.  
 14. ΚΟΡΤ] pc, T corr. ex Π m. 1 V. 17. ΚΟΩ] c, corr.  
 ex ΚΟ, ΟΩ m. 1 V. 24. ἡ] p, om. V. 25. πλευρᾶι V; corr. p.  
 26. τῶν τομῶν — 27. μεταξὺ] om. V; corr. Paris. 2355 mg.

$NΞHOΠΡ, KΣΤ$ , rectae autem  $AΓ$  parallelae  $HΛM$ ,  $KOΦΙΧΨΩ$ <sup>1)</sup>. dico, esse

$$BZ \times ZA : ZA^2 = KO \times OΩ : NO \times OH.$$

quoniam enim est

$$AZ^2 : AZΘ = AΛ^2 : AΛM$$

=  $ΞO^2 : ΞOΨ = ΞH^2 : ΞHM$  [Eucl. VI, 19; V, 16],  
erit, ut totum  $ΞO^2$  ad totum  $ΞOΨ$ , ita ablatum  $ΞH^2$   
ad ablatum  $ΞHM$ . itaque etiam reliquum [I, 47;  
Eucl. II, 6]  $NO \times OH : HOΨM = AZ^2 : AZΘ$   
[Eucl. V, 19]. est autem  $AZΘ = BTZ$  [prop. XI],  
 $HOΨM = KOPT$  [prop. XII]; itaque

$$AZ^2 : BZT = NO \times OH : KOPT.$$

demonstrauimus autem, esse

$$BTZ : BZ^2 = KOPT : KO \times OΩ \text{ [prop. XX]}$$

$$= \text{[I, 39, 38]} BTZ : BZ \times ZA;$$

itaque ex aequo [Eucl. V, 22]

$$AZ^2 : BZ \times ZA = NO \times OH : KO \times OΩ.$$

et e contrario [Eucl. V, 7 coroll.]

$$BZ \times ZA : ZA^2 = KO \times OΩ : NO \times OH.$$

## XXII.

Si sectiones oppositas duae rectae parallelae contingunt, et ducuntur rectae quaedam secantes et inter se et sectiones, altera contingenti parallela, altera rectae puncta contactus coniungenti parallela, erit, ut latus transuersum figurae rectae puncta contactus coniungenti adplicatae ad rectum, ita rectangulum comprehensum rectis inter sectiones punctumque con-

1) In figura codicis V punctum  $Ψ$  intra sectionem  $ΓΔ$  cadit, ita ut haec recta dicenda esset  $KOΦΙΧΩΨ$ . adiecta sunt sex rectangula.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι αἱ  $A, B$ , ἐφαπτόμεναι δὲ αὐτῶν αἱ  $ΑΓ, ΒΔ$  παράλληλοι ἔστωσαν, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $ΑΒ$ . διήχθωσαν δὴ ἡ μὲν  $ΕΞΗ$  παρὰ τὴν  $ΑΒ$ , ἡ δὲ  $ΚΕΛΜ$  παρὰ τὴν  $ΑΓ$ . λέγω, ὅτι ἔστιν, ὡς ἡ  
 5  $ΑΒ$  πρὸς τὴν ὀρθίαν τοῦ εἰδους πλευράν, το ὑπὸ  $ΗΕΞ$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $ΚΕΜ$ .

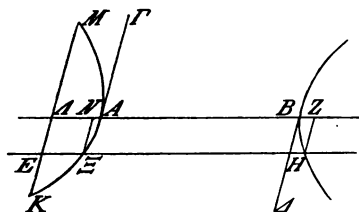
ἤχθωσαν διὰ τῶν  $H, Ξ$  παρὰ τὴν  $ΑΓ$  αἱ  $ΞΝ, ΗΖ$ .  
 ἐπεὶ γὰρ αἱ  $ΑΓ, ΒΔ$  ἐφαπτόμεναι τῶν τομῶν παράλληλοι εἰσι, διάμετρος μὲν ἡ  $ΑΒ$ , τεταγμένως  
 10 δὲ ἐπ' αὐτὴν κατηγμέναι αἱ  $ΚΑ, ΞΝ, ΗΖ$ . ἔσται οὖν, ὡς ἡ  $ΑΒ$  πρὸς τὴν ὀρθίαν πλευράν, τό τε ὑπὸ  $ΒΔΑ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΑΚ$  καὶ τὸ ὑπὸ  $ΒΝΑ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΝΞ$ , τουτέστι τὸ ἀπὸ  $ΑΕ$ . ἔστιν ἄρα, ὡς ὅλον τὸ ὑπὸ  $ΒΔΑ$  πρὸς ὅλον τὸ ἀπὸ  $ΚΑ$ , οὕτως ἀφαι-  
 15 ρεθὲν τὸ ὑπὸ  $ΒΝΑ$ , τουτέστι τὸ ὑπὸ  $ΖΑΝ$ . ἴση γὰρ ἡ  $ΝΑ$  τῇ  $ΒΖ$ . πρὸς ἀφαιρεθὲν τὸ ἀπὸ  $ΑΕ$  καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ  $ΖΑΝ$  πρὸς λοιπὸν τὸ ὑπὸ  $ΚΕΜ$  ἔστιν, ὡς ἡ  $ΑΒ$  πρὸς τὴν ὀρθίαν. ἴσον δὲ τὸ ὑπὸ  $ΖΑΝ$  τῷ ὑπὸ  $ΗΕΞ$ . ὡς ἄρα ἡ  $ΑΒ$  τοῦ  
 20 εἰδους πλαγία πλευρὰ πρὸς τὴν ὀρθίαν, τὸ ὑπὸ  $ΗΕΞ$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $ΚΕΜ$ .

κγ'.

Ἐὰν ἐν ταῖς κατα συζυγίαν ἀντικειμέναις δύο εὐθεῖαι τῶν κατ' ἐναντίον τομῶν ἐπιψάουσαι συμ-  
 25 πίπτωσιν ἐπὶ μιᾷ, ἥς ἔτυχον, τομῆς, ἀχθῶσι δὲ τινες παρὰ τὰς ἐφαπτομένας τέμνουσαι ἀλλήλας καὶ τὰς ἐτέρας ἀντικειμένας, ἔσται, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ἐφαπτομένων

3. δῆ] δέ Halley. 4.  $ΕΚΛΜ$  V, corr. p. 8. γάρ] οὖν?  
 24. συμπίπτουσιν v, V (ou corr. in ω?); corr. pc.

cursus positus ad rectangulum comprehensum rectis inter sectionem punctumque concursus positus.



sint oppositae  $A, B$ , easque contingentes  $A\Gamma, B\Delta$  parallelae sint, et ducatur  $AB$ . ducantur igitur rectae  $AB$  parallela  $E\Xi H$ , rectae  $A\Gamma$  autem parallela

$KE\Lambda M$ . dico, esse, ut  $AB$  ad latus rectum figurae, ita  $HE \times E\Xi : KE \times EM$ .

per  $H, \Xi$  rectae  $A\Gamma$  parallelae ducantur  $\Xi N, HZ$ .

iam quoniam  $A\Gamma, B\Delta$  sectiones contingentes parallelae sunt, diameter est  $AB$  et ad eam ordinate ductae  $KA, \Xi N, HZ$  [II, 31]; erit igitur [I, 21]  $AB$ : latus rectum

$$\begin{aligned} &= BA \times \Lambda A : \Lambda K^2 = BN \times NA : N\Xi^2 \\ &= BN \times NA : \Lambda E^2 \text{ [Eucl. I, 34].} \end{aligned}$$

est igitur, ut totum  $BA \times \Lambda A$  ad totum  $\Lambda K^2$ , ita ablatum  $BN \times NA$ , hoc est  $ZA \times AN$  (nam  $NA = BZ$  [I, 21]), ad ablatum  $\Lambda E^2$ ; quare etiam reliquum [u. Pappi lemma IV]  $ZA \times AN$  ad reliquum [I, 47; Eucl. II, 5]  $KE \times EM$  est, ut  $AB$  ad latus rectum. est autem  $ZA \times AN = HE \times E\Xi$  [Eucl. I, 34]; ergo ut  $AB$  latus figurae transversum ad rectum, ita  $HE \times E\Xi : KE \times EM$ .

### XXIII.

Si in oppositis coniugatis duae rectae sectiones inter se oppositas contingentes in quavis sectionum concurrunt, et contingentibus parallelae rectae du-

τετράγωνα πρὸς ἄλληλα, τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν μεταξὺ τῶν τομῶν καὶ τῆς συμπτώσεως εὐθειῶν πρὸς τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ὁμοίως λαμβανομένων εὐθειῶν.

- 5 ἔστωσαν κατὰ συζυγίαν ἀντικείμεναι αἱ  $AB, ΓΔ, EZ, ΗΘ$ , κέντρον δὲ αὐτῶν τὸ  $K$ , καὶ τῶν  $AB, EZ$  τομῶν ἐφαπτόμεναι αἱ  $AΦΓΔ, ΕΧΔΔ$  συμπιπτεύσαν κατὰ τὸ  $Δ$ , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $AK, EK$  καὶ ἐκβεβλήσθωσαν ἐπὶ τὰ  $B, Z$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $H$  παρὰ  
 10 τὴν  $ΑΔ$  ἤχθω ἡ  $HMNΞO$ , ἀπὸ δὲ τοῦ  $Θ$  παρὰ τὴν  $ΕΑ$  ἡ  $ΘΠΡΞΣ$ . λέγω, ὅτι ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ  $ΕΑ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΑΔ$ , τὸ ὑπο  $ΘΞΣ$  πρὸς τὸ ὑπο  $ΗΞO$ .

- ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ  $Σ$  παρὰ μὲν τὴν  $ΑΔ$  ἡ  $ΣΤ$ ,  
 15 παρὰ δὲ τὴν  $ΕΑ$  ἀπὸ τοῦ  $O$  ἡ  $OΤ$ . ἐπεὶ οὖν συζυγῶν ἀντικειμένων τῶν  $AB, ΓΔ, EZ, ΗΘ$  διάμετρος ἐστὶν ἡ  $BE$ , καὶ ἐφάπτεται τῆς τομῆς ἡ  $ΕΑ$ , καὶ παρ' αὐτὴν ἤκται ἡ  $ΘΣ$ , ἴση ἐστὶν ἡ  $ΘΠ$  τῇ  $ΠΣ$ , καὶ διὰ τὰ αὐτὰ ἡ  $HM$  τῇ  $MO$ . καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς  
 20 τὸ ἀπὸ  $ΕΑ$  πρὸς τὸ  $ΕΦΔ$  τρίγωνον, τὸ ἀπὸ  $ΠΣ$  πρὸς τὸ  $ΠΤΣ$  καὶ τὸ ἀπὸ  $ΠΞ$  πρὸς τὸ  $ΠΝΞ$ , καὶ λοιπὸν τὸ ὑπο  $ΘΞΣ$  πρὸς τὸ  $ΤΝΞΣ$  τετράπλευρόν ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ  $ΕΑ$  πρὸς τὸ  $ΦΛΕ$  τρίγωνον. ἴσον δὲ τὸ μὲν  $ΕΦΔ$  τρίγωνον τῷ  $ΑΛΧ$ , τὸ δὲ  $ΤΝΞΣ$   
 25 τετράπλευρον τῷ  $ΞΡΤO$ . ἐστὶν ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ  $ΕΑ$  πρὸς τὸ  $ΑΛΧ$ , τὸ ὑπο  $ΘΞΣ$  πρὸς τὸ  $ΞOΤΡ$  τετράπλευρον. ἐστὶ δέ, ὡς τὸ  $ΑΧΔ$  τρίγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΑΔ$ , τὸ  $ΞΡΤO$  πρὸς τὸ ὑπο  $ΗΞO$ . δι' ἴσον

10.  $MNΞO$  V; corr. p. 11.  $ΕΑ]$   $ρεν$ , corr. ex  $EΘ$  m. 1 V. 15.  $O ἡ OΤ]$   $οη ον$  V; corr. 2355 mg. 22.  $ΘΞΣ]$   $ΘΣΞ$  corr. ex  $ΘΓΞ$  m. 1 V; corr. Memus.

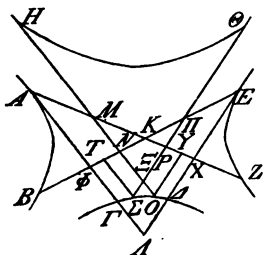


cuntur secantes et inter se et sectiones oppositas alteras, erit, ut quadrata contingentium inter se, ita rectangulum comprehensum rectis inter sectiones punctumque concursus positis ad rectangulum comprehensum rectis eodem modo sumptis.

sint oppositae coniugatae  $AB, \Gamma\Delta, EZ, H\Theta$ , centrum autem earum  $K$ , et  $A\Phi\Gamma\Delta, EX\Delta\Lambda$  sectiones  $AB, EZ$  contingentes in  $A$  concurrant, ducanturque  $AK, EK$  et producantur ad  $B, Z$ , ab  $H$  autem rectae  $AA$  parallela ducatur  $HMN\Xi O$  et a  $\Theta$  rectae  $EA$  parallela  $\Theta\Pi P\Xi\Sigma$ . dico, esse

$$EA^2 : AA^2 = \Theta\Xi \times \Xi\Sigma : H\Xi \times \Xi O.$$

per  $\Sigma$  enim ducatur  $\Sigma T$  rectae  $AA$  parallela, ab  $O$  autem  $OT$  rectae  $EA$  parallela. iam quoniam oppo-



sitarum coniugarum  $AB, \Gamma\Delta, EZ, H\Theta$  diametrus est  $BE$ , et  $EA$  sectionem contingit, eique parallela ducta est  $\Theta\Sigma$ , erit [II, 20; I def. 5]  $\Theta\Pi = \Pi\Sigma$  et eadem de causa  $HM = MO$ . et quoniam est

$$EA^2 : E\Phi A = \Pi\Sigma^2 : \Pi T\Sigma = \Pi\Xi^2 : \Pi N\Xi$$

[Eucl. VI, 19; V, 16], erit etiam reliquum [Eucl. II, 5]  $\Theta\Xi \times \Xi\Sigma : TN\Xi\Sigma = EA^2 : \Phi\Lambda E$  [Eucl. V, 19]. est autem [prop. IV]  $E\Phi A = A\Lambda X$  et<sup>1)</sup>

$$TN\Xi\Sigma = \Xi P T O;$$

itaque  $EA^2 : A\Lambda X = \Theta\Xi \times \Xi\Sigma : \Xi O T P$ . est autem

1) Ex prop. XV, quae tum quoque ualet, cum rectae contingentes suam quaeque sectionum oppositarum contingunt.

ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ  $ΕΔ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΑΔ$ , τὸ ὑπὸ  $ΘΞΣ$   
πρὸς τὸ ὑπὸ  $ΗΞΟ$ .

κδ'.

Ἐὰν ἐν ταῖς κατὰ συζυγίαν ἀντικειμέναις ἀπὸ τοῦ  
5 κέντρου διαχθῶσι πρὸς τὰς τομὰς δύο εὐθεῖαι, καὶ  
λέγῃται αὐτῶν ἡ μὲν πλαγία διάμετρος, ἡ δὲ ὀρθία,  
ἀχθῶσι δὲ τινες παρὰ τὰς δύο διαμέτρους συμπλίντου-  
σαι ἀλλήλαις καὶ ταῖς τομαῖς, ἡ δὲ σύμπτωσις ἢ τῶν  
εὐθειῶν ἐν τῷ μεταξὺ τόπῳ τῶν τεσσάρων τομῶν, τὸ  
10 περιεχόμενον ὑπὸ τῶν τμημάτων τῆς παραλλήλου τῇ  
πλαγίᾳ μετὰ τοῦ πρὸς ὃ λόγον ἔχει τὸ ὑπὸ τῶν  
τμημάτων τῆς παραλλήλου τῇ ὀρθίᾳ, ὃν το ἀπὸ τῆς  
ὀρθίας πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς πλαγίας τετραγώνον, ἴσον  
ἔσται τῷ δις ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς πλαγίας τετραγώνῳ.  
15 ἔστωσαν κατὰ συζυγίαν ἀντικείμεναι αἱ  $A, B, Γ, Δ$ ,  
ᾧν κέντρον το  $E$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $E$  διήχθωσαν ἢ τε  
 $ΑΕΓ$  πλαγία καὶ ἢ  $ΔΕΒ$  ὀρθία, καὶ παρὰ τὰς  $ΑΓ$ ,  
 $ΔΒ$  ἤχθωσαν αἱ  $ZHΘΙΚΑ$ ,  $MNΞΟΠΡ$  συμπλίντου-  
σαι ἀλλήλαις κατὰ τὸ  $Ξ$ . ἔστω δὲ πρότερον τὸ  $Ξ$   
20 ἐντὸς τῆς ὑπὸ  $ΣΕΦ$  γωνίας ἢ τῆς ὑπὸ  $ΥΕΤ$ . λέγω,  
ὅτι τὸ ὑπὸ  $ZΞΑ$  μετὰ τοῦ πρὸς ὃ λόγον ἔχει τὸ  
ὑπὸ  $MΞΡ$ , ὃν τὸ ἀπὸ  $ΔΒ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΑΓ$ , ἴσον  
ἔστι τῷ δις ἀπὸ  $ΑΕ$ .

ἤχθωσαν γὰρ ἀσύμπτωτοι τῶν τομῶν αἱ  $ΣΕΤ$ ,  
25  $ΥΕΦ$ , καὶ διὰ τοῦ  $A$  ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἢ  
 $ΣΗΑΦ$ . ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ  $ΣΑΦ$  ἴσον ἔστι τῷ ἀπὸ  
 $ΔΕ$ , ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ ὑπὸ  $ΣΑΦ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΕΑ$ ,  
οὕτως τὸ ἀπὸ  $ΔΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΕΑ$ . τὸ δὲ ὑπὸ

1. τὸ ὑπό] τοῦ  $V$ ; corr. p. 9. ἐν] εν, euan.  $V$ . 11. ὃ  
λόγον] ὄλον  $V$ ; corr. p. 26.  $ΣΗΑΦ$ ]  $ΑΗΣΦ$   $V$ ; corr. p  
( $ΦΑΗΣ$ ).

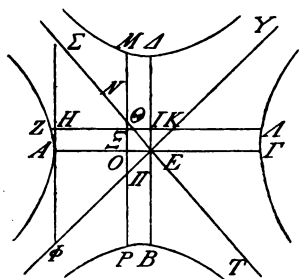
[eodem modo]  $AXA : AA^2 = EPTO : HE \times EO$ . ergo  
ex aequo [Eucl. V, 22]

$$EA^2 : AA^2 = OE \times ES : HE \times EO.$$

XXIV.

Si in oppositis coniugatis a centro ad sectiones  
duae rectae ducuntur, et altera earum diametrus trans-  
uersa, altera recta sumitur, duabus autem diametris  
illis parallelae rectae quaedam ducuntur et inter se  
et cum sectionibus concurrentes, et punctum con-  
cursus in spatio inter quattuor sectiones posito est,  
rectangulum comprehensum partibus rectae diametro  
transuersae parallelae cum spatio, ad quod rectangulum  
comprehensum partibus rectae diametro rectae par-  
allelae rationem habet, quam quadratum diametri  
rectae ad quadratum transuersae, aequale erit duplo  
quadrato dimidiae diametri transuersae.

sint  $A, B, \Gamma, \Delta$  oppositae coniugatae, quarum  
centrum sit  $E$ , et ab  $E$  ducatur  $AEG$  diametrus



transuersa et  $\Delta EB$  recta,  
rectisque  $A\Gamma, \Delta B$  par-  
allelae ducantur  $ZH\Theta IKA,$   
 $MN\Xi O\Pi P$  in  $\Xi$  inter se  
concurrentes;  $\Xi$  autem prius  
intra angulum  $\Sigma E\Phi$  uel  
 $\Upsilon ET$  positum sit. dico,  
 $Z\Xi \times \Xi A$  cum spatio, ad  
quod  $M\Xi \times \Xi P$  rationem

habet, quam  $\Delta B^2 : A\Gamma^2$ , aequale esse spatio  $2AE^2$ .  
ducantur enim  $\Sigma ET, \Upsilon E\Phi$  asymptotae sectionum, et

In hac propositione duas tantum figuras habet V.

$\Sigma\Lambda\Phi$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AE$  λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον  
 ἐκ τε τοῦ τῆς  $\Sigma A$  πρὸς  $AE$  καὶ τοῦ τῆς  $\Phi A$  πρὸς  
 $AE$ . ἀλλ' ὡς μὲν ἢ  $\Sigma A$  πρὸς  $AE$ , ἢ  $NΞ$  πρὸς  $ΞΘ$ ,  
 ὡς δὲ ἢ  $\Phi A$  πρὸς  $AE$ , ἢ  $ΠΞ$  πρὸς  $ΞΚ$ . ὁ ἄρα  
 5 τοῦ ἀπὸ  $\Delta E$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AE$  λόγος σύγκειται ἐκ τε  
 τοῦ τῆς  $NΞ$  πρὸς  $ΞΘ$  καὶ τοῦ τῆς  $ΠΞ$  πρὸς  $ΞΚ$ .  
 σύγκειται δὲ ἐκ τῶν αὐτῶν ὁ τοῦ ὑπὸ  $ΠΞN$  πρὸς τὸ  
 ὑπὸ  $KΞΘ$ . ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $\Delta E$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AE$ , τὸ  
 ὑπὸ  $ΠΞN$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $KΞΘ$ . καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $\Delta E$   
 10 πρὸς τὸ ἀπὸ  $AE$ , τὸ ἀπὸ  $\Delta E$  μετὰ τοῦ ὑπὸ  $ΠΞN$  πρὸς  
 τὸ ἀπὸ  $AE$  μετὰ τοῦ ὑπὸ  $KΞΘ$ . ἴσον δὲ τὸ μὲν ἀπο  
 $\Delta E$  τῷ ὑπὸ  $\Pi MN$ , τουτέστι τῷ ὑπὸ  $PNM$ , τὸ δὲ ἀπὸ  
 $AE$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $KZΘ$ , τουτέστι τῷ ὑπὸ  $AΘZ$ .  
 ὡς ἄρα το ἀπο  $\Delta E$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $EA$ , τὸ ὑπὸ  $ΠΞN$   
 15 μετὰ τοῦ ὑπὸ  $PNM$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $KΞΘ$  μετὰ τοῦ  
 ὑπὸ  $AΘZ$ . ἴσον δὲ τὸ ὑπὸ  $ΠΞN$  μετὰ τοῦ ὑπὸ  
 $PNM$  τῷ ὑπὸ  $PΞM$ . ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $\Delta E$  πρὸς τὸ  
 ἀπὸ  $EA$ , τὸ ὑπο  $PΞM$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $KΞΘ$  μετὰ τοῦ  
 ὑπὸ  $KZΘ$ . δεικτέον οὖν, ὅτι τὸ ὑπὸ  $ZΞA$  μετὰ τοῦ  
 20 ὑπὸ  $KΞΘ$  καὶ τοῦ ὑπὸ  $KZΘ$  ἴσον ἐστὶ τῷ δις ἀπὸ  
 $EA$ . κοινὸν ἀφηγήσθω τὸ ἀπὸ  $AE$ , τουτέστι τὸ ὑπὸ  
 $KZΘ$ . λοιπὸν ἄρα δεικτέον, ὅτι τὸ ὑπὸ  $KΞΘ$  μετὰ  
 τοῦ ὑπὸ  $AΞZ$  ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ  $AE$ . ἐστὶ δέ· τὸ  
 γὰρ ὑπὸ  $KΞΘ$  μετὰ τοῦ ὑπὸ  $AΞZ$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  
 25  $AΘZ$ , τουτέστι τῷ ὑπὸ  $KZΘ$ , τουτέστι τῷ ἀπὸ  $AE$ .  
 συμπιπέτωσαν δὴ αἱ  $ZA$ ,  $MP$  ἐπὶ μιᾶς τῶν  
 ἀσυμπτῶτων κατὰ τὸ  $\Theta$ . ἴσον δὴ ἐστὶ τὸ ὑπὸ  $ZΘA$   
 τῷ ἀπὸ  $AE$  καὶ τὸ ὑπὸ  $MΘP$  τῷ ἀπὸ  $\Delta E$ . ἔστιν

13.  $AΘZ$ ]  $AΘΞ$  V; corr. Memus. 16.  $AΘZ$ ]  $AΘΞ$  V;  
 corr. Memus. 17.  $PNM$ ]  $PMN$  V; corr. p (τῶν  $PN$ ,  $NM$ ).  
 25.  $AΘZ$ ]  $AZΘ$  V; corr. Memus.

per  $A$  sectionem contingens  $\Sigma HA\Phi$ . iam quoniam est  $\Sigma A \times A\Phi = \Delta E^2$  [I, 56; II, 1], erit [Eucl. V, 7]  $\Sigma A \times A\Phi : EA^2 = \Delta E^2 : EA^2$ . est autem

$$\Sigma A \times A\Phi : AE^2 = (\Sigma A : AE) \times (\Phi A : AE).$$

uerum  $\Sigma A : AE = N\Xi : \Xi\Theta$ ,  $\Phi A : AE = \Pi\Xi : \Xi K$  [Eucl. VI, 4]; itaque

$$\Delta E^2 : AE^2 = (N\Xi : \Xi\Theta) \times (\Pi\Xi : \Xi K)$$

$$= \Pi\Xi \times \Xi N : K\Xi \times \Xi\Theta$$

$$= \Delta E^2 + \Pi\Xi \times \Xi N : AE^2 + K\Xi \times \Xi\Theta$$
 [Eucl. V, 12].

est autem  $\Delta E^2 = \Pi M \times MN$  [II, 11] =  $PN \times NM$  [II, 16], et [eodem modo]

$$AE^2 = KZ \times Z\Theta = \Lambda\Theta \times \Theta Z;$$

erit igitur

$$\Delta E^2 : EA^2$$

$$= \Pi\Xi \times \Xi N + PN \times NM : K\Xi \times \Xi\Theta + \Lambda\Theta \times \Theta Z.$$

est autem  $\Pi\Xi \times \Xi N + PN \times NM = P\Xi \times \Xi M$  [u. Pappi lemma V, 2]; itaque

$$\Delta E^2 : EA^2 = P\Xi \times \Xi M : K\Xi \times \Xi\Theta + KZ \times Z\Theta.$$

demonstrandum igitur, esse

$$Z\Xi \times \Xi A + K\Xi \times \Xi\Theta + KZ \times Z\Theta = 2EA^2.$$

aufferatur, quod commune est,  $AE^2 = KZ \times Z\Theta$ . itaque reliquum est, ut demonstremus, esse

$$K\Xi \times \Xi\Theta + \Lambda\Xi \times \Xi Z = AE^2.$$

et est; nam

$$K\Xi \times \Xi\Theta + \Lambda\Xi \times \Xi Z = \Lambda\Theta \times \Theta Z$$

$$= KZ \times Z\Theta$$
 [u. Pappi lemma V, 1] =  $AE^2$ .

iam uero  $Z\Lambda$ ,  $MP$  in altera asymptotarum concurrant in  $\Theta$ . itaque  $Z\Theta \times \Theta A = AE^2$  et

$$M\Theta \times \Theta P = \Delta E^2$$
 [II, 11, 16];

itaque  $\Delta E^2 : EA^2 = M\Theta \times \Theta P : Z\Theta \times \Theta A$ . uolumus igitur, esse  $2Z\Theta \times \Theta A = 2AE^2$ . et est.

ἄρα, ὡς το ἀπὸ  $\Delta E$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $EA$ , τὸ ὑπὸ  $MOP$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $Z\Theta A$ . ὥστε τὸ δις ὑπὸ  $Z\Theta A$  ἴσον ζητοῦμεν τῷ δις ἀπὸ  $AE$ . ἔστι δέ.

ἔστω δὲ τὸ  $\Xi$  ἐντὸς τῆς ὑπο  $\Sigma EK$  γωνίας ἢ τῆς  
 5 ὑπο  $\Phi ET$ . ἔσται δὴ ὁμοίως διὰ τὴν συναφὴν τῶν λόγων, ὡς τὸ ἀπὸ  $\Delta E$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $EA$ , τὸ ὑπὸ  $\Pi \Xi N$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $K \Xi \Theta$ . τῷ δὲ ἀπὸ  $\Delta E$  ἴσον ἔστι τὸ ὑπὸ  $\Pi MN$ , τουτέστι τὸ ὑπὸ  $PNM$ , τῷ δὲ ἀπο  $AE$  ἴσον ἔστι τὸ ὑπὸ  $A\Theta Z$ . ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ υπο  
 10  $PNM$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $A\Theta Z$ , οὕτως ἀφαιρεθὲν τὸ ὑπο  $\Pi \Xi N$  πρὸς ἀφαιρεθὲν τὸ ὑπὸ  $K \Xi \Theta$ . καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ  $P \Xi M$  πρὸς λοιπὴν τὴν ὑπεροχὴν, ἢ ὑπερέχει το ἀπο  $AE$  τοῦ ὑπὸ  $K \Xi \Theta$ . δεικτέον ἄρα, ὅτι το ὑπὸ  $Z \Xi A$  προσλαβὼν τὴν ὑπεροχὴν, ἢ ὑπερ-  
 15 ἔχει τὸ ἀπὸ  $AE$  τοῦ ὑπὸ  $K \Xi \Theta$ , ἴσον ἔστι τῷ δις ἀπὸ  $AE$ . κοινὸν ἀφηγήσθω τὸ ἀπὸ  $AE$ , τουτέστι τὸ ὑπὸ  $Z\Theta A$ . λοιπὸν ἄρα δεικτέον, ὅτι τὸ ὑπὸ  $K \Xi \Theta$  μετα τῆς ὑπεροχῆς, ἢ ὑπερέχει τὸ ἀπὸ  $AE$  τοῦ ὑπὸ  $K \Xi \Theta$ , ἴσον ἔστι τῷ ἀπὸ  $AE$ . ἔστι δέ· τὸ γὰρ ἔλασσον το  
 20 ὑπὸ  $K \Xi \Theta$  προσλαβὼν τὴν ὑπεροχὴν ἴσον ἔστι τῷ μείζονι τῷ ἀπὸ  $AE$ .

κε'.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἔστω ἡ σύμπτωσις τῶν παραλλήλων ταῖς  $AG$ ,  $BA$  ἐντὸς μιᾶς τῶν  $A$ ,  $B$  το-  
 25 μῶν, ὡς ὑπόκειται, κατὰ τὸ  $\Xi$ .

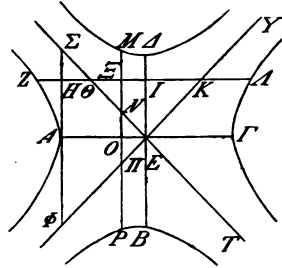
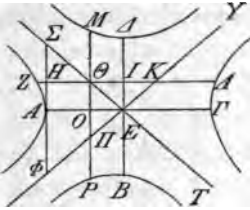
λέγω, ὅτι τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν τμημάτων τῆς παραλλήλου τῆ πλαγία, τουτέστι τὸ ὑπὸ  $O \Xi N$ , τοῦ πρὸς ὃ λόγον ἔχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν τμημά-

8. τό] (pr.) τῷ V; corr. p.  $A\Theta Z$ ]  $\Theta AZ$  V; corr. Memus.

9. τό] (pr.) c, τῷ Vp.

10. 13. Post  $K \Xi \Theta$  add. ἔστιν ὡς

iam uero  $\Xi$  intra angulum  $\Sigma EK$  uel  $\Phi ET$  positum sit. itaque eodem modo propter compositionem rationum erit  $\Delta E^2 : EA^2 = \Pi \Xi \times \Xi N : K \Xi \times \Xi \Theta$ .



est autem  $\Pi M \times MN = \Delta E^2$  [II, 11] =  $PN \times NM$  [II, 16], et  $\Delta \Theta \times \Theta Z = AE^2$  [II, 11, 16]. itaque est  $PN \times NM : \Delta \Theta \times \Theta Z = \Pi \Xi \times \Xi N : K \Xi \times \Xi \Theta$ . quare etiam reliquum [u. Pappi lemma V, 1]

$P \Xi \times \Xi M : AE^2 \div K \Xi \times \Xi \Theta = \Delta E^2 : EA^2$  [Eucl. V, 19]. demonstrandum igitur, esse

$Z \Xi \times \Xi A + (AE^2 \div K \Xi \times \Xi \Theta) = 2 AE^2$ . auferatur, quod commune est,  $AE^2 = Z \Theta \times \Theta A$ . itaque reliquum est, ut demonstremus, esse [u. Pappi lemma V, 2]  $K \Xi \times \Xi \Theta + (AE^2 \div K \Xi \times \Xi \Theta) = AE^2$ . et est; nam  $K \Xi \times \Xi \Theta + AE^2 \div K \Xi \times \Xi \Theta = AE^2$ .

XXV.

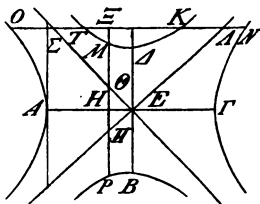
Iisdem suppositis punctum concursus rectarum rectis  $AG, BA$  parallelarum intra alterutram sectionum  $A, B$  positum sit, sicut infra descriptum est, in  $\Xi$ .

dico, rectangulum comprehensum partibus rectae diametro transuersae parallelae, hoc est  $O \Xi \times \Xi N$ ,

$\tau\omicron$  ἀπὸ  $\Delta E$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $EA$  Halley praeeunte Commandino.  
18.  $\tau\omicron\upsilon$  — 19.  $AE$ ] bis V; corr. p.c.

των τῆς παραλλήλου τῆ ὀρθία, τουτέστι τὸ ὑπὸ  $PΞM$ , ὄν τὸ ἀπὸ τῆς ὀρθίας πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς πλαγίας, μείζον ἔσται τῷ δις ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς πλαγίας τετραγώνῳ.

διὰ γὰρ τὰ αὐτὰ ἔστιν, ὡς τὸ ἀπὸ  $\Delta E$  πρὸς τὸ  
 5 ἀπὸ  $EA$ , τὸ ὑπὸ  $\Pi\Xi\Theta$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Sigma\Xi\Lambda$ . ἴσον δὲ  
 τὸ μὲν ἀπὸ  $\Delta E$  τῷ ὑπὸ  $\Pi M\Theta$ ,  
 τὸ δὲ ἀπὸ  $AE$  τῷ ὑπὸ  $\Lambda O\Sigma$ .  
 καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $\Delta E$  πρὸς  
 τὸ ἀπὸ  $AE$ , τὸ ὑπὸ  $\Pi M\Theta$   
 10 πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Lambda O\Sigma$ . καὶ ἐπεὶ  
 ἔστιν, ὡς ὅλον τὸ ὑπὸ  $\Pi\Xi\Theta$   
 πρὸς ὅλον τὸ ὑπὸ  $\Lambda\Xi\Sigma$ ,  
 οὕτως ἀφαιρεθὲν τὸ ὑπὸ  $\Pi M\Theta$  πρὸς ἀφαιρεθὲν  
 τὸ ὑπὸ  $\Lambda O\Sigma$ , τουτέστι τὸ ὑπὸ  $\Sigma T\Lambda$ , καὶ λοιπὸν  
 15 ἄρα τὸ ὑπὸ  $PΞM$  πρὸς λοιπὸν τὸ ὑπὸ  $TΞK$  ἔστιν,  
 ὡς τὸ ἀπὸ  $\Delta E$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AE$ . δεικτέον ἄρα, ὅτι  
 τὸ ὑπὸ  $OΞN$  τοῦ ὑπὸ  $TΞK$  μείζον ἔστι τῷ δις ἀπὸ  
 $AE$ . κοινὸν ἀφηγήσθω τὸ ὑπὸ  $TΞK$ . λοιπὸν ἄρα  
 δεικτέον, ὅτι τὸ ὑπὸ  $OTN$  ἴσον ἔστι τῷ δις ἀπὸ  $AE$ .  
 20 ἔστι δέ.



κς'.

Ἐὰν δὲ ἡ κατὰ τὸ  $\Xi$  σύμπτωσης τῶν παραλλήλων ἐντὸς  
 ἢ μιᾶς τῶν  $A, \Gamma$  τομῶν, ὡς ὑπόκειται, τὸ περιεχόμενον  
 ὑπὸ τῶν τμημάτων τῆς παραλλήλου τῆ πλαγία, του-  
 25 ἔστι τὸ ὑπὸ  $\Lambda\Xi Z$ , τοῦ πρὸς ὃ λόγον ἔχει τὸ ὑπὸ τῆς  
 ἐτέρας τῶν τμημάτων, τουτέστι τὸ ὑπὸ  $PΞH$ , ὄν τὸ  
 ἀπὸ τῆς ὀρθίας πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς πλαγίας, ἔλασσον  
 ἔσται τῷ δις ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς πλαγίας τετραγώνῳ.  
 ἐπεὶ γὰρ διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερόν ἔστιν, ὡς τὸ

6. ὑπό] bis V; corr. pc. 7. τό] τῷ V; corr. p.  $\Lambda O\Sigma$   
 c, corr. ex  $\Lambda O, O\Sigma$  m. 1 V. 14.  $\Sigma T\Lambda$ ]  $N\Sigma O V$ ; corr. Halley.



spatio, ad quod rectangulum comprehensum partibus rectae diametro rectae parallelae, hoc est  $P\Xi \times \Xi M$ , rationem habet, quam quadratum diametri rectae ad quadratum transuersae, maius erit duplo quadrato dimidiae diametri transuersae.

eadem enim de causa est

$$\Delta E^2 : EA^2 = \Pi\Xi \times \Xi\Theta : \Sigma\Xi \times \Xi A.$$

est autem [II, 11]  $\Delta E^2 = \Pi M \times M\Theta$ ,  $AE^2 = AO \times O\Sigma$ .  
quare etiam  $\Delta E^2 : AE^2 = \Pi M \times M\Theta : AO \times O\Sigma$ .  
et quoniam est

$$\begin{aligned} \Pi\Xi \times \Theta\Xi : \Lambda\Xi \times \Xi\Sigma &= \Pi M \times M\Theta : AO \times O\Sigma \\ &= \Pi M \times M\Theta : \Sigma T \times T\Lambda \quad [\text{II, 22}], \end{aligned}$$

erit etiam reliquum [II, 16; Pappi lemma IV]

$$\begin{aligned} P\Xi \times \Xi M : T\Xi \times \Xi K & \text{ [u. Pappi lemma V, 2 et II, 8]} \\ &= \Delta E^2 : AE^2 \quad [\text{Eucl. V, 19}]. \end{aligned}$$

demonstrandum igitur, esse

$$O\Xi \times \Xi N = T\Xi \times \Xi K + 2AE^2.$$

auferatur, quod commune est,  $T\Xi \times \Xi K$ ; reliquum igitur est, ut demonstremus, esse  $OT \times TN = 2AE^2$  [II, 8, 16 et Pappi lemma V, 2]. et est [II, 23].

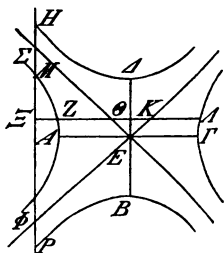
### XXVI.

Sin punctum concursus parallelarum  $\Xi$  intra alteram sectionum  $A, \Gamma$  positum est, sicut infra descriptum est, rectangulum comprehensum partibus rectae diametro transuersae parallelae, hoc est  $\Lambda\Xi \times \Xi Z$ , spatio, ad quod rectangulum comprehensum partibus alterius, hoc est  $P\Xi \times \Xi H$ , rationem habet, quam quadratum diametri rectae ad quadratum transuersae, minus erit duplo quadrato dimidiae diametri transuersae.

nam quoniam eadem de causa, qua antea, est

ἀπὸ  $\Lambda E$  πρὸς τὸ ἀπο  $E A$ , τὸ ὑπὸ  $\Phi \Xi \Sigma$  πρὸς τὸ  
 ὑπὸ  $K \Xi \Theta$ , καὶ ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ  $P \Xi H$  λόγον ἔχει τὸν  
 τοῦ ἀπὸ τῆς ὀρθίας πρὸς τὸ ἀπὸ  
 τῆς πλαγίας πρὸς τὸ ὑπὸ  $K \Xi \Theta$   
 5 μετὰ τοῦ ἀπὸ  $A E$ . δεικτέον ἄρα,  
 ὅτι τὸ ὑπὸ  $\Lambda \Xi Z$  τοῦ ὑπὸ  $K \Xi \Theta$   
 μετὰ τοῦ ἀπὸ  $A E$  ἔλασσόν ἐστι  
 τῷ δις ἀπὸ  $A E$ .

κοινὸν ἀφηγήσθω τὸ ἀπὸ  $A E$ .  
 10 λοιπὸν ἄρα δεικτέον, ὅτι τὸ ὑπὸ  
 $\Lambda \Xi Z$  τοῦ ὑπὸ  $K \Xi \Theta$  ἔλασσόν ἐστι τῷ ἀπὸ  $A E$ , του-  
 ἐστι τῷ ὑπὸ  $\Lambda \Theta Z$ . ἔστι δέ· τὸ γὰρ ὑπὸ  $\Lambda \Theta Z$  μετὰ τοῦ  
 ὑπὸ  $\Lambda \Xi Z$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $K \Xi \Theta$ .



κζ'.

15 Ἐὰν ἐλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας συζυγεῖς διά-  
 μετροὶ ἀχθῶσι, καὶ λέγεται αὐτῶν ἡ μὲν ὀρθία, ἡ δὲ  
 πλαγία, καὶ παρ' αὐτάς ἀχθῶσι δύο εὐθείαι συμ-  
 πίπτουσαι ἀλλήλαις καὶ τῇ γραμμῇ, τὰ ἀπὸ τῶν ἀπο-  
 λαμβανομένων εὐθειῶν ἐπ' εὐθείας τῆς παρὰ τὴν  
 20 πλαγίαν ἠγμένης μεταξὺ τῆς συμπτώσεως τῶν εὐθειῶν  
 καὶ τῆς γραμμῆς τετράγωνα προσλαμβάνοντα τὰ ἀπὸ τῶν  
 ἀπολαμβανομένων εὐθειῶν ἐπ' εὐθείας τῆς παρὰ τὴν  
 ὀρθίαν ἠγμένης μεταξὺ τῆς συμπτώσεως τῶν εὐθειῶν  
 καὶ τῆς γραμμῆς ὅμοια καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα εἶδη  
 25 τῷ ὑποκειμένῳ εἶδει πρὸς τῇ ὀρθίᾳ διαμέτρῳ ἴσα ἐστὶ  
 τῷ ἀπὸ τῆς πλαγίας διαμέτρου τετραγώνῳ.

ἔστω γὰρ ἐλλείψις ἢ κύκλου περιφέρεια ἡ  $ΑΒΓΔ$ ,  
 ἧς κέντρον τὸ  $E$ , καὶ ἠχθῶσαν αὐτῆς δύο συζυγεῖς

3. τοῦ ἀπό] ἀπὸ τοῦ V; corr. p. 6.  $\Lambda \Xi Z$ ] c, corr. ex  
 $\Lambda \Xi \Theta$  m. 1 V. 11. τῷ] pc, mutat. in τοῦ m. 1 V; τοῦ v.  
 25. διαμέτρῳ] μέτρῳ V; corr. p.

$\Delta E^2 : EA^2 = \Phi E \times E \Sigma : KE \times E \Theta$ , erit etiam totum  
[u. Pappi lemma V, 2, coll. II, 11, 16]

$PE \times EH : KE \times E \Theta + AE^2 = \Delta E^2 : EA^2$  [Eucl. V, 12].  
demonstrandum igitur, esse

$$AE \times EZ + 2AE^2 = KE \times E \Theta + AE^2.$$

auferatur, quod commune est,  $AE^2$ ; itaque reli-  
quum est, ut demonstremus, esse

$$AE \times EZ + AE^2 = KE \times E \Theta,$$

hoc est [II, 11, 16]  $AE \times EZ = KE \times E \Theta \div A \Theta \times \Theta Z$ .  
et est; nam  $A \Theta \times \Theta Z + AE \times EZ = KE \times E \Theta$   
[u. Pappi lemma IV, coll. II, 16].

### XXVII.

Si ellipsis uel ambitus circuli diametri coniugatae  
ducuntur, et altera earum diametrus recta sumitur,  
altera transuersa, iisque parallelae duae rectae ducuntur  
inter se et cum linea concurrentes, quadrata rectarum  
in recta diametro transuersae parallela ducta inter  
punctum concursus rectarum lineamque abscisarum ad-  
sumptis figuris descriptis in rectis in recta diametro  
rectae parallela ducta inter punctum concursus recta-  
rum lineamque abscisis, quae figurae similes simili-  
terque descriptae sunt figurae ad diametrum rectam  
suppositae, aequalia erunt quadrato diametri trans-  
uersae.

sit enim ellipsis uel ambitus circuli  $AB\Gamma\Delta$ , cuius  
centrum sit  $E$ , et ducantur duae eius diametri con-  
iugatae, recta  $AET$ , transuersa autem  $BE\Delta$ , rectisque  
 $A\Gamma$ ,  $B\Delta$  parallelae ducantur  $NZH\Theta$ ,  $KZAM$ . dico,  
 $NZ^2 + Z\Theta^2$  adsumptis figuris in  $KZ$ ,  $ZM$  similibus

διάμετροι, ὀρθία μὲν ἡ  $ΑΕΓ$ , πλαγία δὲ ἡ  $ΒΕΔ$ , καὶ παρὰ τὰς  $ΑΓ$ ,  $ΒΔ$  ἤχθωσαν αἱ  $ΝΖΗΘ$ ,  $ΚΖΛΜ$ . λέγω, ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν  $ΝΖ$ ,  $ΖΘ$  τετράγωνα προσλαβόντα τὰ ἀπὸ τῶν  $ΚΖ$ ,  $ΖΜ$  εἶδη ὅμοια καὶ ὁμοίως ἀναγε-  
 5 γραμμένα τῷ πρὸς τῆ  $ΑΓ$  εἶδει ἴσα ἔσται τῷ ἀπὸ τῆς  $ΒΔ$  τετραγώνῳ.

ἤχθω ἀπὸ τοῦ  $Ν$  παρὰ τὴν  $ΑΕ$  ἡ  $ΝΞ$ · τεταγμέ-  
 νως ἄρα κατήκται ἐπὶ τὴν  $ΒΔ$ . καὶ ἔστω ὀρθία ἡ  $ΒΠ$ .  
 ἐπεὶ οὖν ἔστιν, ὡς ἡ  $ΒΠ$  πρὸς  $ΑΓ$ , ἡ  $ΑΓ$  πρὸς  $ΒΔ$ ,  
 10 καὶ ὡς ἄρα ἡ  $ΒΠ$  πρὸς  $ΒΔ$ , τὸ ἀπὸ  $ΑΓ$  πρὸς τὸ  
 ἀπὸ  $ΒΔ$ . τὸ δὲ ἀπὸ  $ΒΔ$  ἴσον ἔστί τῷ πρὸς τῆ  
 $ΑΓ$  εἶδει· ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ  $ΒΠ$  πρὸς  $ΒΔ$ , τὸ ἀπὸ  
 $ΑΓ$  τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΑΓ$  εἶδος. ὡς δὲ τὸ  
 ἀπὸ  $ΑΓ$  τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΑΓ$  εἶδος, τὸ  
 15 ἀπὸ  $ΝΞ$  τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΝΞ$  εἶδος ὅμοιον  
 τῷ πρὸς τῆ  $ΑΓ$  εἶδει· καὶ ὡς ἄρα ἡ  $ΠΒ$  πρὸς  $ΒΔ$ ,  
 τὸ ἀπὸ  $ΝΞ$  τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΝΞ$  εἶδος  
 ὅμοιον τῷ πρὸς τῆ  $ΑΓ$  εἶδει. ἔστι δὲ καί, ὡς ἡ  
 $ΠΒ$  πρὸς  $ΒΔ$ , τὸ ἀπὸ  $ΝΞ$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $ΒΞΔ$ · ἴσον  
 20 ἄρα ἔστί τὸ ἀπὸ  $ΝΞ$  εἶδος, τουτέστι τὸ ἀπὸ  $ΖΔ$ ,  
 ὅμοιον τῷ πρὸς τῆ  $ΑΓ$  εἶδει, τῷ ὑπὸ  $ΒΞΔ$ . ὁμοίως  
 δὴ δείξομεν, ὅτι τὸ ἀπὸ  $ΚΛ$  εἶδος ὅμοιον τῷ πρὸς  
 τῆ  $ΑΓ$  εἶδει ἴσον ἔστί τῷ ὑπὸ  $ΒΛΔ$ . καὶ ἐπεὶ εὐθεία  
 ἡ  $ΝΘ$  τέμνεται εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ  $Η$ , εἰς δὲ ἄνισα  
 25 κατὰ τὸ  $Ζ$ , τὰ ἀπὸ τῶν  $ΘΖ$ ,  $ΖΝ$  τετράγωνα διπλάσια  
 εἰσι τῶν ἀπὸ  $ΘΗ$ ,  $ΗΖ$ , τουτέστι τῶν ἀπὸ  $ΝΗ$ ,  $ΗΖ$ .  
 διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὰ ἀπὸ  $ΜΖ$ ,  $ΖΚ$  τετράγωνα δι-  
 πλάσια ἔστι τῶν ἀπὸ  $ΚΛΖ$  τετραγώνων, καὶ τὰ ἀπὸ

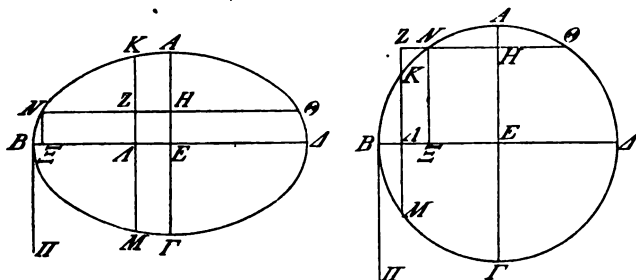
3.  $ΝΖ$ ] p, corr. ex  $ΝΞ$  m. 1 V. 13. τό] (pr.) om. V;  
 corr. p. 17.  $ΝΞ$ ] (alt.) pc, corr. ex  $ΝΖ$  m. 1 V. 26. τῶν]  
 (pr.) pc, corr. ex τῷ m. 1 V.

similiterque descriptis figurae ad  $A\Gamma$  adplicatae esse  $= B\Delta^2$ .

ducatur ab  $N$  rectae  $AE$  parallela  $N\Xi$ ; ea igitur ad  $B\Delta$  ordinate ducta est [I def. 6]. et latus rectum sit  $B\Pi$ . iam quoniam est [I def. alt. 3]

$$B\Pi : A\Gamma = A\Gamma : B\Delta,$$

erit etiam  $B\Pi : B\Delta = A\Gamma^2 : B\Delta^2$  [Eucl. V def. 9]. uerum  $B\Delta^2$  figurae ad  $A\Gamma$  adplicatae aequale est [I, 15]. itaque ut  $B\Pi : B\Delta$ , ita  $A\Gamma^2$  ad figuram



ad  $A\Gamma$  adplicatam. uerum ut  $A\Gamma^2$  ad figuram ad  $A\Gamma$  adplicatam, ita  $N\Xi^2$  ad figuram ad  $N\Xi$  adplicatam figurae ad  $A\Gamma$  adplicatae similem [Eucl. VI, 22]. quare etiam, ut  $\Pi B : B\Delta$ , ita  $N\Xi^2$  ad figuram ad  $N\Xi$  adplicatam figurae ad  $A\Gamma$  adplicatae similem. uerum etiam [I, 21]  $\Pi B : B\Delta = N\Xi^2 : B\Xi \times \Xi\Delta$ . itaque [Eucl. V, 9] figura ad  $N\Xi$ , hoc est [Eucl. I, 34] ad  $Z\Delta$ , adplicata figurae ad  $A\Gamma$  adplicatae similis aequalis est rectangulo  $B\Xi \times \Xi\Delta$ . iam similiter demonstrabimus, figuram ad  $K\Delta$  adplicatam figurae ad  $A\Gamma$  adplicatae similem aequalem esse rectangulo  $B\Delta \times \Delta\Delta$ . et quoniam recta  $N\Theta$  in  $H$  in partes aequales [I def. 6], in  $Z$  autem in inaequales secta est,

ΜΖΚ εἶδη ὅμοια τῷ πρὸς τῇ ΑΓ εἶδει διπλάσιά ἐστι  
 τῶν ἀπὸ ΚΑΖ ὁμοίων εἰδῶν. ἴσα δὲ ἐστι τὰ μὲν  
 ἀπὸ ΚΑΖ εἶδη τοῖς ὑπὸ ΒΞΔ, ΒΑΔ, τὰ δὲ ἀπὸ ΝΗΖ  
 τετράγωνα τοῖς ἀπὸ ΞΕΑ· τὰ ἄρα ἀπὸ ΝΖ⊙ τετρά-  
 5 γωνα μετὰ τῶν ἀπὸ ΚΖΜ εἰδῶν ὁμοίων τῷ πρὸς τῇ  
 ΑΓ εἶδει διπλάσιά ἐστι τῶν ὑπὸ ΒΞΔ, ΒΑΔ καὶ  
 τῶν ἀπὸ ΞΕΑ. καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ ΒΔ τέτμηται εἰς  
 μὲν ἴσα κατὰ τὸ Ε, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Ξ, τὸ ὑπὸ  
 ΒΞΔ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΞΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΒΕ. ὁμοίως  
 10 δὲ καὶ τὸ ὑπὸ ΒΑΔ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΑΕ ἴσον ἐστὶ τῷ  
 ἀπὸ ΒΕ· ὥστε τὰ ὑπὸ ΒΞΔ καὶ ὑπὸ ΒΑΔ καὶ τὰ  
 ἀπὸ ΞΕ, ΑΕ ἴσα ἐστὶ τῷ δις ἀπὸ ΒΕ. τὰ ἄρα ἀπὸ  
 ΝΖ⊙ τετράγωνα μετὰ τῶν ἀπὸ ΚΖΜ εἰδῶν ὁμοίων  
 τῷ πρὸς τῇ ΓΑ εἶδει διπλάσιά ἐστι τοῦ δις ἀπὸ ΒΕ.  
 15 ἐστι δὲ καὶ τὸ ἀπὸ ΒΔ διπλάσιον τοῦ δις ἀπὸ ΒΕ·  
 τὰ ἄρα ἀπὸ ΝΖ⊙ τετράγωνα προσλαβόντα τὰ ἀπὸ  
 ΚΖΜ εἶδη ὅμοια τῷ πρὸς τῇ ΑΓ εἶδει ἴσα ἐστὶ τῷ  
 ἀπὸ ΒΔ.

κη'.

20 Ἐὰν ἐν ταῖς κατὰ συζυγίαν ἀντικειμέναις συζυγεῖς  
 διάμετροι ἀχθῶσι, καὶ λέγεται αὐτῶν ἡ μὲν ὀρθία,  
 ἡ δὲ πλαγία, ἀχθῶσι δὲ παρ' αὐτάς δύο εὐθεῖαι συμ-  
 πίπτουσαι ἀλλήλαις καὶ ταῖς τομαῖς, τὰ ἀπὸ τῶν λαμ-  
 βανομένων εὐθειῶν ἐπ' εὐθείας τῆς παρὰ τὴν ὀρθίαν  
 25 ἡγμένης μετὰ τῆς συμπτώσεως τῶν εὐθειῶν καὶ τῶν  
 τομῶν τετράγωνα πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν ἀπολαμβανομένων  
 εὐθειῶν ἐπ' εὐθείας τῆς παρὰ τὴν πλαγίαν ἡγμένης  
 μετὰ τῆς συμπτώσεως τῶν εὐθειῶν καὶ τῶν τομῶν

9. μετὰ] pc, μ e corr. m. 1 V. 10. δέ] δὴ Halley. 23.  
 ἀπολαμβανομένων Halley. 26. τὰ] τό V; corr. p. 27. ἡγ-  
 μένης] τῆς ἡγμένης V; corr. p.

erit [Eucl. II, 9]

$\Theta Z^2 + ZN^2 = 2(\Theta H^2 + HZ^2) = 2(NH^2 + HZ^2)$ .  
eadem de causa erit etiam

$$MZ^2 + ZK^2 = 2(KA^2 + AZ^2),$$

et figurae in  $MZ$ ,  $ZK$  descriptae figurae in  $KA$ ,  $AZ$  descriptae similes duplo maiores sunt figuris in  $KA$ ,  $AZ$  similibus descriptis [Eucl. VI, 22]. uerum figurae in  $KA$ ,  $AZ$  descriptae rectangulis  $B\Xi \times \Xi A$ ,  $BA \times AA$  aequales sunt, et  $NH^2 + HZ^2 = \Xi E^2 + EA^2$  [Eucl. I, 34]; itaque  $NZ^2 + Z\Theta^2$  cum figuris in  $KZ$ ,  $ZM$  figurae ad  $AG$  adplicatae similibus descriptis duplo maiora sunt quam  $B\Xi \times \Xi A + BA \times AA + \Xi E^2 + EA^2$ . et quoniam recta  $BA$  in  $E$  in partes aequales, in  $\Xi$  autem in partes inaequales secta est, erit [Eucl. II, 5]  $B\Xi \times \Xi A + \Xi E^2 = BE^2$ . et eodem modo

$$BA \times AA + AE^2 = BE^2.$$

quare erit

$B\Xi \times \Xi A + BA \times AA + \Xi E^2 + AE^2 = 2BE^2$ .  
itaque  $NZ^2 + Z\Theta^2$  cum figuris in  $KZ$ ,  $ZM$  figurae ad  $GA$  adplicatae similibus descriptis aequalia sunt  $4BE^2$ . uerum etiam  $BA^2 = 4BE^2$ . itaque  $NZ^2 + Z\Theta^2$  adsumptis figuris in  $KZ$ ,  $ZM$  figurae ad  $AG$  adplicatae similibus descriptis quadrato  $BA^2$  aequalia sunt.

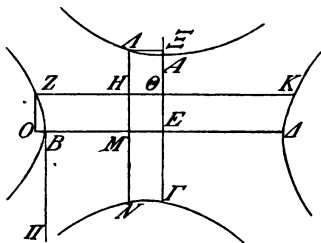
### XXVIII.

Si in oppositis coniugatis diametri coniugatae ducuntur, et altera earum diametrus recta sumitur, altera transuersa, iisque parallelae duae rectae ducuntur inter se et cum sectionibus concurrentes, quadrata rectarum in recta diametro rectae parallela ducta inter punctum concursus rectarum sectionesque sumptarum ad qua-

τετράγωνα λόγον ἔχουσιν, ὃν τὸ ἀπὸ τῆς ὀρθίας τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς πλαγίας τετράγωνον.

ἔστωσαν κατὰ συζυγίαν ἀντικείμεναι αἱ  $A, B, \Gamma, \Delta$ ,  
 5 διάμετροι δὲ αὐτῶν ὀρθία μὲν ἡ  $AE\Gamma$ , πλαγία δὲ ἡ  
 $BE\Delta$ , καὶ παρ' αὐτὰς ἤχθωσαν αἱ  $ZH\Theta K, \Lambda HMN$   
 τέμνουσαι ἀλλήλας καὶ  
 τὰς τομάς. λέγω, ὅτι τὰ  
 ἀπὸ τῶν  $\Lambda HN$  τετρά-  
 γωνα πρὸς τὰ ἀπὸ  $ZHK$   
 10 λόγον ἔχει, ὃν τὸ ἀπὸ τῆς  
 $A\Gamma$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $B\Delta$ .

ἤχθωσαν γάρ ἀπὸ  
 τῶν  $Z, \Lambda$  τεταγμένως αἱ  
 $A\Xi, ZO$ . παράλληλοι ἄρα εἰσὶ ταῖς  $A\Gamma, B\Delta$ . ἀπὸ  
 15 δὲ τοῦ  $B$  ἤχθω ἡ ὀρθία τῆς  $B\Delta$  ἡ  $B\Pi$ . φανερόν  
 δὴ, ὅτι ἐστίν, ὡς ἡ  $\Pi B$  πρὸς  $B\Delta$ , τὸ ἀπὸ  $A\Gamma$  πρὸς  
 τὸ ἀπὸ  $B\Delta$  καὶ τὸ ἀπὸ  $AE$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $EB$  καὶ  
 τὸ ἀπὸ  $ZO$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $BO\Delta$  καὶ τὸ ὑπὸ  $\Gamma\Xi A$   
 πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Lambda\Xi$ . ἔστιν ἄρα, ὡς ἐν τῶν ἡγουμένων  
 20 πρὸς ἐν τῶν ἐπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα  
 πρὸς ἅπαντα τὰ ἐπόμενα· ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $A\Gamma$  πρὸς  
 τὸ ἀπὸ  $B\Delta$ , τὸ ὑπὸ  $\Gamma\Xi A$  μετὰ τοῦ ἀπὸ  $AE$  καὶ τοῦ  
 ἀπὸ  $OZ$ , τουτέστι τοῦ ἀπὸ  $E\Theta$ , πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Delta OB$   
 μετὰ τοῦ ἀπὸ  $BE$  καὶ τοῦ ἀπὸ  $\Lambda\Xi$ , τουτέστι τοῦ ἀπὸ  
 25  $ME$ . ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ  $\Gamma\Xi A$  μετὰ τοῦ ἀπὸ  $AE$  ἴσον  
 ἐστὶ τῷ ἀπὸ  $\Xi E$ , τὸ δὲ ὑπὸ  $\Delta OB$  μετὰ τοῦ ἀπὸ  $BE$   
 ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ  $OE$ . ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $A\Gamma$  πρὸς τὸ  
 ἀπὸ  $B\Delta$ , τὰ ἀπὸ  $\Xi E\Theta$  πρὸς τὰ ἀπὸ  $OEM$ , τουτέστι  
 τὰ ἀπὸ  $\Lambda MH$  πρὸς τὰ ἀπὸ  $Z\Theta H$ . καὶ ἐστὶ τῶν μὲν



5.  $BE\Delta$ ]  $AE\Delta$  V; corr. p.  $\Lambda HMN$ ]  $H\Lambda MN$  V;  
 corr. p. 14.  $A\Gamma, B\Delta$ ]  $AB, \Gamma\Delta$  V; corr. p. 19.  $\Lambda\Xi$ ] p;



drata rectarum in recta diametro transversae parallela ducta inter punctum concursus rectarum sectionesque abscisarum eam rationem habent, quam quadratum diametri rectae ad quadratum diametri transversae.

sint oppositae coniugatae  $A, B, \Gamma, \Delta$ , diametri autem earum recta  $A\Gamma$ , transversa  $B\Delta$ , iisque parallelae ducantur  $ZH\Theta K$ ,  $\Lambda HMN$  inter se sectionesque secantes. dico, esse

$$\Lambda H^2 + HN^2 : ZH^2 + HK^2 = A\Gamma^2 : B\Delta^2.$$

ducantur enim a  $Z, \Lambda$  ordinate  $\Lambda\Xi, ZO$ ; eae igitur rectis  $A\Gamma, B\Delta$  parallelae erunt [I def. 6]. a  $B$  autem latus rectum transversi lateris  $B\Delta$  ducatur  $B\Pi$ . manifestum igitur, esse

$$\begin{aligned} \Pi B : B\Delta &= A\Gamma^2 : B\Delta^2 \text{ [I def. alt. 3; Eucl. V def. 9]} \\ &= AE^2 : EB^2 \text{ [Eucl. V, 15]} = ZO^2 : BO \times O\Delta \text{ [I, 21]} \\ &= \Gamma\Xi \times \Xi A : \Lambda\Xi^2 \text{ [I, 56].} \end{aligned}$$

itaque, ut unum praecedentium ad unum sequentium, ita omnia praecedentia ad omnia sequentia [Eucl. V, 12]; quare erit

$$\begin{aligned} &A\Gamma^2 : B\Delta^2 \\ &= \Gamma\Xi \times \Xi A + AE^2 + OZ^2 : \Delta O \times OB + BE^2 + \Lambda\Xi^2 \\ &= \Gamma\Xi \times \Xi A + AE^2 + E\Theta^2 : \Delta O \times OB + BE^2 + ME^2 \end{aligned}$$

[Eucl. I, 34]. est autem

$$\Gamma\Xi \times \Xi A + AE^2 = \Xi E^2, \Delta O \times OB + BE^2 = OE^2$$

[Eucl. II, 6]; itaque

$$\begin{aligned} A\Gamma^2 : B\Delta^2 &= \Xi E^2 + E\Theta^2 : OE^2 + EM^2 \\ &= \Lambda M^2 + MH^2 : Z\Theta^2 + \Theta H^2 \text{ [Eucl. I, 34].} \end{aligned}$$

$\Lambda\Xi$  c et corr. m. 1 ex  $\Delta Z$  V. 23.  $\tau\theta\upsilon$ ] p v; euan. V. 29.  
 $Z\Theta H$ ]  $ZH\Theta$  V; corr. Memus.

λόγον ἔχει, ὄν τὸ ἀπο  $ΑΓ$  πρὸς τὸ ἀπο  $ΒΔ$ · καὶ τὰ ἀπὸ  $ΞΗΘ$  ἄρα μετὰ τοῦ δις ἀπὸ  $ΕΑ$  πρὸς τὰ ἀπο  $ΖΗΚ$  λόγον ἔχει, ὄν τὸ ἀπὸ  $ΑΓ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΒΔ$ .

λ'.

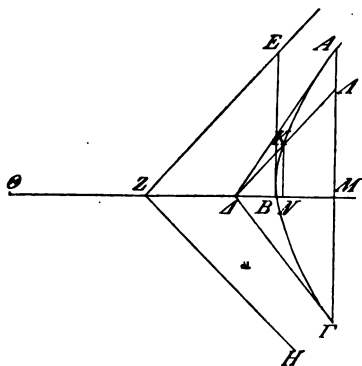
- 5 Ἐὰν ὑπερβολῆς δύο εὐθείαι ἐφαπτόμεναι συμπίπτωσι, καὶ διὰ μὲν τῶν ἀφῶν εὐθεῖα ἐκβληθῆ, διὰ δὲ τῆς συμπτώσεως ἀχθῆ εὐθεῖα παρά τινα τῶν ἀσυμπύτων τέμνουσα τὴν τε τομὴν καὶ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιζευγνύουσαν, ἢ μεταξὺ τῆς συμπτώσεως καὶ τῆς τὰς ἀφὰς ἐπιζευγνυούσης δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τῆς τομῆς.
- 10 ἔστω ὑπερβολὴ ἢ  $ΑΒΓ$ , καὶ ἐφαπτόμεναι μὲν αἱ  $ΑΔΓ$ , ἀσύμπυτοι δὲ αἱ  $ΕΖΗ$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἢ  $ΑΓ$ , καὶ διὰ τοῦ  $Δ$  παρὰ τὴν  $ΖΕ$  ἤχθω ἢ  $ΔΚΑ$ . λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἢ  $ΔΚ$  τῇ  $ΚΑ$ .
- 15 ἐπεξεύχθω γὰρ ἢ  $ΖΔΒΜ$  καὶ ἐκβεβλήσθω ἐφ' ἐκείτερα, καὶ κείσθω τῇ  $ΒΖ$  ἴση ἢ  $ΖΘ$ , καὶ διὰ τῶν  $Β, Κ$  σημείων παρὰ τὴν  $ΑΓ$  ἤχθωσαν αἱ  $ΒΕ, ΚΝ$ · τεταγμένως ἄρα κατηγμέναι εἰσί. καὶ ἐπεὶ ὁμοίόν ἐστι το  $ΒΕΖ$  τρίγωνον τῷ  $ΔΝΚ$ , ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ
- 20  $ΔΝ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΝΚ$ , τὸ ἀπὸ  $ΒΖ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΒΕ$ . ὡς δὲ τὸ ἀπὸ  $ΒΖ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΒΕ$ , οὕτως ἢ  $ΘΒ$  πρὸς τὴν ὀρθίαν· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $ΔΝ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΝΚ$ , ἢ  $ΘΒ$  πρὸς τὴν ὀρθίαν. ἀλλ' ὡς ἢ  $ΘΒ$  πρὸς τὴν ὀρθίαν, οὕτως τὸ ὑπὸ  $ΘΝΒ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΝΚ$ .
- 25 καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $ΔΝ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΝΚ$ , τὸ ὑπὸ  $ΘΝΒ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΝΚ$ . ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ  $ΘΝΒ$  τῷ ἀπὸ  $ΔΝ$ . ἔστι δὲ καὶ τὸ ὑπὸ  $ΜΖΔ$  ἴσον τῷ ἀπὸ

3. ἀπ.] (alt.) om. V; corr. p. 13. ΖΕ] ΖΗ V; corr. Comm. (ef). 23. ἀλλ' — 24. ὀρθίαν] om. V; corr. Memus.

uerum  $AH^2 + HN^2 : ZH^2 + HK^2 = A\Gamma^2 : B\Delta^2$   
 [prop. XXVIII]; quare etiam  
 $\cancel{A}H^2 + HO^2 + 2EA^2 : ZH^2 + HK^2 = A\Gamma^2 : B\Delta^2$ .

XXX.

Si duae rectae hyperbolam contingentes concurrunt, et per puncta contactus recta ducitur, per punctum concursus autem recta alterutri asymptotarum parallela ducitur secans et sectionem et rectam puncta contactus coniungentem, recta inter punctum concursus rectamque puncta contactus coniungentem posita a sectione in duas partes aequales secabitur.



sit hyperbola  $AB\Gamma$   
 et contingentes  $A\Delta$ ,  
 $\Delta\Gamma$ , asymptotae autem  
 $EZ$ ,  $ZH$ , ducaturque  
 $A\Gamma$ , et per  $\Delta$  rectae  
 $Z\epsilon$  parallela ducatur  
 $\Delta K\Lambda$ . dico, esse

$$\Delta K = K\Lambda.$$

ducaturenim  $Z\Delta BM$   
 et in utramque partem  
 producat, ponaturque  
 $Z\Theta = BZ$ , per puncta

$B$ ,  $K$  autem rectae  $A\Gamma$  parallelae ducantur  $BE$ ,  $KN$ ;  
 eae igitur ordinate ductae sunt [I def. 4]. et quoniam  
 trianguli  $BEZ$ ,  $\Delta NK$  similes sunt [Eucl. I, 29], erit  
 $\Delta N^2 : NK^2 = BZ^2 : BE^2$  [Eucl. VI, 4].

uerum ut  $BZ^2 : BE^2$ , ita  $\Theta B$  ad latus rectum [II, 1];  
 itaque etiam, ut  $\Delta N^2 : NK^2$ , ita  $\Theta B$  ad latus rectum.  
 est autem, ut  $\Theta B$  ad latus rectum, ita  $\Theta N \times NB : NK^2$

$ZB$ , διότι ἡ μὲν  $AA$  ἐφάπτεται, ἡ δὲ  $AM$  κατῆκται ὥστε καὶ τὸ ὑπὸ  $\Theta NB$  μετὰ τοῦ ἀπὸ  $ZB$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $MZA$  μετὰ τοῦ ἀπὸ  $AN$ . τὸ δὲ ὑπὸ  $\Theta NB$  μετὰ τοῦ ἀπὸ  $ZB$  ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ  $ZN$ . καὶ τὸ ὑπὸ  
 5  $MZA$  ἄρα μετὰ τοῦ ἀπὸ  $AN$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $ZN$ .  
 ἡ ἄρα  $AM$  δίχα τέμνεται κατὰ τὸ  $N$  προσκειμένην ἔχουσα τὴν  $AZ$ . καὶ παράλληλοι εἰσιν αἱ  $KN$ ,  $AM$ . ἴση ἄρα ἡ  $AK$  τῇ  $KA$ .

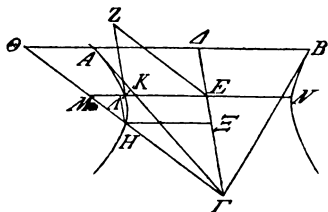
λα'.

10 Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐφαπτόμεναι συμπίπτωσι, καὶ διὰ μὲν τῶν ἀφῶν εὐθεῖα ἐκβληθῇ, διὰ δὲ τῆς συμπτώσεως ἄχθῃ εὐθεῖα παρὰ τὴν ἀσύμπτωτον τέμνουσα τὴν τε τομὴν καὶ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιζευγνύουσαν, ἡ μεταξὺ τῆς συμπτώσεως καὶ τῆς τὰς  
 15 ἀφὰς ἐπιζευγνυούσης δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τῆς τομῆς.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι αἱ  $A, B$ , ἐφαπτόμεναι δὲ αἱ  $A\Gamma B$ , καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ  $AB$  ἐκβεβλήσθω, ἀσύμπτωτος δὲ ἔστω ἡ  $ZE$ , καὶ διὰ τοῦ  $\Gamma$  παρὰ τὴν  $ZE$  ἤχθω  
 20 ἡ  $\Gamma H\Theta$ . λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ  $\Gamma H$  τῇ  $H\Theta$ .

ἐπεζεύχθω ἡ  $\Gamma E$  καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ  $\Delta$ , καὶ διὰ τῶν  $E, H$  παρὰ τὴν  
 25  $AB$  ἤχθωσαν ἡ  $NEKM$  καὶ ἡ  $H\Xi$ , διὰ δὲ τῶν  $H, K$  παρὰ τὴν  $\Gamma\Delta$  αἱ  $KZ, H\Lambda$ .

ἐπεὶ ὁμοίον ἐστὶ τὸ  $KZE$  τῷ  $M\Lambda H$ , ἔστιν, ὡς τὸ ἀπὸ  $KE$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $KZ$ , το ἀπο  $M\Lambda$  πρὸς το ἀπὸ



17.  $A\Gamma B$ ]  $A\Gamma V$ ; corr. p ( $A\Gamma, B\Gamma$ ). 19.  $\Gamma$ ]  $\Gamma A V$ ; corr. p. 25.  $NEKM$ ]  $E\bar{K} \bar{M}\bar{N} V$ ; corr. Halley. 28. τό] (tert.) om.  $V$  (in fine lineae); corr. p.

[I, 21]; quare etiam  $\Delta N^2 : NK^2 = \Theta N \times NB : NK^2$ .  
 quare  $\Theta N \times NB = \Delta N^2$  [Eucl. V, 9]. est autem  
 etiam  $MZ \times ZA = ZB^2$  [I, 37], quia  $AA$  contingit,  
 $AM$  autem ordinate ducta est. itaque etiam

$$\Theta N \times NB + ZB^2 = MZ \times ZA + \Delta N^2.$$

uerum  $\Theta N \times NB + ZB^2 = ZN^2$  [Eucl. II, 6]; quare  
 etiam  $MZ \times ZA + \Delta N^2 = ZN^2$ ; itaque  $\Delta M$  in  $N$   
 in duas partes aequales secta est adiectam habens  $\Delta Z$   
 [Eucl. II, 6]. et  $KN$ ,  $AM$  parallelae sunt; ergo  
 [Eucl. VI, 2]  $\Delta K = KA$ .

XXXI.

Si duae rectae sectiones oppositas contingentes concurrunt, et per puncta contactus recta ducitur, per punctum concursus autem recta asymptotae parallela ducitur secans et sectionem et rectam puncta contactus coniungentem, recta inter punctum concursus rectamque puncta contactus coniungentem posita a sectione in duas partes aequales secabitur.

sint oppositae  $A$ ,  $B$ , contingentes autem  $AG$ ,  $GB$ ,  
 et ducta  $AB$  producat, asymptota autem sit  $ZE$ ,  
 et per  $\Gamma$  rectae  $ZE$  parallela ducatur  $\Gamma H\Theta$ . dico,  
 esse  $\Gamma H = H\Theta$ .

ducatur  $\Gamma E$  et ad  $A$  producat, per  $E$ ,  $H$  autem  
 rectae  $AB$  parallelae ducantur  $NEKM$ ,  $H\Xi$  et per  
 $H$ ,  $K$  rectae  $\Gamma A$  parallelae  $KZ$ ,  $HA$ .

quoniam  $KZE$ ,  $MAH$  similes sunt [Eucl. I, 29],  
 erit  $KE^2 : KZ^2 = MA^2 : AH^2$  [Eucl. VI, 4]. demon-  
 strauimus autem [prop. XXX ex II, 1 et I, 21], esse  
 $EK^2 : KZ^2 = NA \times AK : AH^2$ . itaque [Eucl. V, 9]  
 $NA \times AK = MA^2$ . commune adiiciatur  $KE^2$ ; itaque

ΑΗ. ὡς δὲ το ἀπὸ ΕΚ πρὸς το ἀπο ΚΖ, δέδεικται  
 τὸ ὑπὸ ΝΑΚ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΗ· ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ  
 ΝΑΚ τῷ ἀπὸ ΜΑ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπο ΚΕ·  
 τὸ ἄρα ὑπὸ ΝΑΚ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΚΕ, τουτέστι τὸ ἀπὸ  
 5 ΑΕ, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΗΞ, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ ΜΑ, ΚΕ.  
 ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΗΞ πρὸς τὰ ἀπὸ ΜΑ, ΚΕ, οὕτως τὸ  
 ἀπὸ ΞΓ πρὸς τὰ ἀπὸ ΑΗ, ΚΖ· ἴσον ἄρα τὸ ἀπὸ ΞΓ  
 τοῖς ἀπὸ ΗΑ, ΚΖ. ἴσον δὲ τὸ μὲν ἀπὸ ΑΗ τῷ ἀπὸ  
 ΞΕ, τὸ δὲ ἀπὸ ΚΖ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς δευτέρας  
 10 διαμέτρου, τουτέστι τῷ ὑπο ΓΕΔ· το ἄρα ἀπὸ ΓΞ  
 ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ ΞΕ καὶ τῷ ὑπὸ ΓΕΔ. ἡ ἄρα  
 ΓΔ δίχα μὲν τέμνεται κατὰ τὸ Ξ, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ  
 το Ε. καὶ παράλληλος ἡ ΔΘ τῇ ΗΞ· ἴση ἄρα ἡ ΓΗ  
 τῇ ΗΘ.

15

λβ'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς δύο εὐθεῖαι ἐφαπτόμεναι συμ-  
 πίπτωσι, καὶ διὰ τῶν ἀφῶν εὐθεῖα ἐκβληθῆ, διὰ δὲ  
 τῆς συμπτώσεως τῶν ἐφαπτομένων ἀχθῆ εὐθεῖα παρά  
 τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιξενγνύουσαν, διὰ δὲ τῆς διχοτομίας  
 20 τῆς τὰς ἀφὰς ἐπιξενγνυούσης ἀχθῆ εὐθεῖα παρά τινά  
 τῶν ἀσυμπτῶτων, ἡ μεταξὺ τῆς διχοτομίας καὶ τῆς  
 παραλλήλου ἀπολαμβανομένη δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τῆς  
 τομῆς.

ἔστω ὑπερβολὴ ἡ ΑΒΓ, ἧς κέντρον τὸ Δ, ἀσύμ-  
 25 πτωτος δὲ ἡ ΑΕ, καὶ ἐφαπτέσθωσαν αἱ ΑΖ, ΖΓ, καὶ  
 ἐπεξεύχθω ἡ ΓΑ καὶ ἡ ΖΔ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὰ  
 Η, Θ· φανερόν δὴ, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΑΘ τῇ ΘΓ. ἤχθω  
 δὴ διὰ μὲν τοῦ Ζ παρά τὴν ΑΓ ἢ ΖΚ, διὰ δὲ τοῦ Θ

6. ΗΞ] p, corr. ex ΗΓ m. 1 V; ΗΓΞ cv. τὰ] τό V;  
 corr. p. 7. τὰ] τό V; corr. p. 26. ΖΔ] ΞΔ v c et V?;  
 corr. p.

$$NA \times AK + KE^2 = MA^2 + KE^2 = AE^2 \text{ [Eucl. II, 6]} \\ = H\Xi^2 \text{ [Eucl. I, 34].}$$

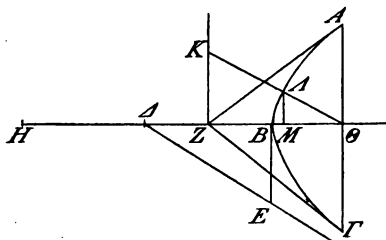
est autem  $H\Xi^2 : MA^2 + KE^2 = \Xi\Gamma^2 : AH^2 + KZ^2$  [Eucl. VI, 4; V, 12]; itaque  $\Xi\Gamma^2 = HA^2 + KZ^2$ . est autem  $AH^2 = \Xi E^2$  [Eucl. I, 34] et  $KZ^2$  quadrato dimidiaē secundae diametri aequale [II, 1], hoc est  $KZ^2 = \Gamma E \times E\Delta$  [I, 38]; itaque

$$\Gamma\Xi^2 = \Xi E^2 + \Gamma E \times E\Delta.$$

$\Gamma\Delta$  igitur in  $\Xi$  in duas partes aequales, in  $E$  autem in inaequales secta est [Eucl. II, 5]. et  $\Delta\Theta$ ,  $H\Xi$  parallelae sunt; ergo  $\Gamma H = H\Theta$  [Eucl. VI, 2].

XXXII.

Si duae rectae hyperbolam contingentes concurrunt, et per puncta contactus recta ducitur, per punctum autem concursus contingentium recta rectae puncta contactus coniungenti parallela ducitur, et per punctum medium rectae puncta contactus coniungentis recta



alterutri asymptotarum parallela ducitur, recta inter punctum medium parallelamque abscisa a sectione in duas partes aequales secabitur.

sit hyperbola  $AB\Gamma$ , cuius centrum sit  $\Delta$ , asymptota autem  $\Delta E$ , et contingant  $AZ$ ,  $Z\Gamma$ , ducaturque  $\Gamma A$  et  $Z\Delta$ , quae ad  $H$ ,  $\Theta$  producantur; manifestum igitur, esse  $A\Theta = \Theta\Gamma$  [II, 30]. iam per  $Z$  rectae  $A\Gamma$  par-

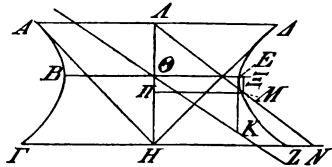
παρὰ τὴν  $\Delta E$  ἢ  $\Theta \Lambda K$ . λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ  $K\Lambda$   
τῇ  $\Theta \Lambda$ .

ἤχθωσαν διὰ τῶν  $B, \Lambda$  παρὰ τὴν  $\Lambda \Gamma$  αἱ  $\Lambda M, BE$   
ἐστὶ δὴ, ὡς προδεδεικται, ὡς τὸ ἀπὸ  $\Delta B$  πρὸς τὸ  
5 ἀπὸ  $BE$ , τὸ τε ἀπὸ  $\Theta M$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $M\Lambda$  καὶ τὸ ὑπο  
 $BMH$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $M\Lambda$  ἴσον ἄρα το ὑπὸ  $HMB$  τῷ  
ἀπὸ  $M\Theta$ . ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ὑπὸ  $\Theta \Delta Z$  ἴσον τῷ ἀπὸ  $\Delta B$ ,  
διότι ἐφάπτεται ἡ  $AZ$ , καὶ κατῆκται ἡ  $A\Theta$ . τὶ ἄρα  
ὑπὸ  $HMB$  μετὰ τοῦ ἀπὸ  $\Delta B$ , ὅ ἐστὶ τὸ ἀπὸ  $\Delta M$ ,  
10 ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $\Theta \Delta Z$  μετὰ τοῦ ἀπὸ  $M\Theta$ . δίχα ἄρα  
τέτμηται ἡ  $Z\Theta$  κατὰ τὸ  $M$  προσκειμένην ἔχουσα τὴν  
 $\Delta Z$ . καὶ εἰσι παράλληλοι αἱ  $KZ, \Lambda M$ . ἴση ἄρα ἡ  $K\Lambda$   
τῇ  $\Lambda\Theta$ .

λγ'.

15 Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐφαπτόμεναι  
συμπίπτωσι, καὶ διὰ μὲν τῶν ἀφῶν εὐθεῖα ἐκβληθῇ,  
διὰ δὲ τῆς συμπτώσεως τῶν ἐφαπτομένων ἀχθῇ εὐθεῖα  
παρὰ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιξεννύουσαν, διὰ δὲ τῆς διχο-  
τομίας τῆς τὰς ἀφὰς ἐπιξεννυούσης ἀχθῇ εὐθεῖα παρὰ  
20 τινὰ τῶν ἀσυμππτῶτων συμπίπτουσα τῇ τομῇ καὶ τῇ  
διὰ τῆς συμπτώσεως ἠγμένη παραλλήλῳ, ἡ μεταξὺ τῆς  
διχοτομίας καὶ τῆς παρ-  
αλλήλου ὑπὸ τῆς τομῆς  
δίχα διαιρεθῆσεται.

25 ἔστωσαν ἀντικείμεναι  
αἱ  $AB\Gamma, \Delta EZ$  καὶ ἐφ-  
απτόμεναι αἱ  $AH, \Delta H$ ,  
κέντρον δὲ τὸ  $\Theta$ , ἀσύμπτωτος δὲ ἡ  $K\Theta$ , καὶ ἐπε-  
ξεύχθω ἡ  $\Theta H$  καὶ ἐκβεβλήσθω, ἐπεξεύχθω δὲ καὶ ἡ



7. τῷ] pc, corr. ex τό m. 1 V. 11. ZΘ] ΞΘ V; corr.  
Memus. 27. ΔH] HΔ Halley cum Comm.



allela ducatur  $ZK$ , per  $\odot$  autem rectae  $\triangle E$  parallela  $\odot AK$ . dico, esse  $K\Lambda = \odot A$ .

per  $B$ ,  $A$  rectae  $\triangle \Gamma$  parallelae ducantur  $AM$ ,  $BE$ ; erit igitur, ut antea demonstratum est [prop. XXX ex II, 1 et I, 21]

$$\triangle B^2 : BE^2 = \odot M^2 : MA^2 \text{ [Eucl. VI, 4]} = BM \times MH : MA^2.$$

itaque [Eucl. V, 9]  $HM \times MB = M\odot^2$ . uerum etiam  $\odot A \times AZ = \triangle B^2$ , quia  $AZ$  contingit, et  $A\odot$  ordinate ducta est [I, 37]. itaque

$$HM \times MB + \triangle B^2 = \odot A \times AZ + M\odot^2 = \triangle M^2$$

[Eucl. II, 6].  $Z\odot$  igitur in  $M$  in duas partes aequales secta est adiectam habens  $AZ$  [Eucl. II, 6]. et  $KZ$ ,  $AM$  parallelae sunt; ergo  $K\Lambda = A\odot$  [Eucl. VI, 2].

### XXXIII.

Si duae rectae oppositas contingentes concurrunt, per puncta autem contactus recta ducitur, et per punctum concursus contingentium recta rectae puncta contactus coniungenti parallela ducitur, per punctum autem medium rectae puncta contactus coniungentis recta alterutri asymptotarum parallela ducitur concurrens cum sectione et cum recta per punctum concursus parallela ducta, recta inter punctum medium parallelamque posita a sectione in duas partes aequales secabitur.

sint oppositae  $AB\Gamma$ ,  $\triangle EZ$  contingentesque  $AH$ ,  $\triangle H$ , centrum autem  $\odot$  et asymptota  $K\odot$ , ducaturque  $\odot H$  et producat, ducatur autem etiam  $A\Lambda\Lambda$ ; manifestum igitur, eam in  $A$  in duas partes aequales secari [II, 30]. iam per  $H$ ,  $\odot$  rectae  $A\Lambda$  parallelae ducantur  $B\odot E$ ,

$ΑΔΔ$ · φανερόν δὴ, ὅτι δίχα τέμνεται κατὰ τὸ  $Δ$ . ἤχθωσαν δη διὰ τῶν  $Η, Θ$  παρὰ τὴν  $ΑΔ$  αἱ  $ΒΘΕ, ΓΗΖ$ , παρα δὲ τὴν  $ΘΚ$  διὰ τοῦ  $Δ$  ἡ  $ΑΜΝ$ . λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ  $ΑΜ$  τῇ  $ΜΝ$ .

- 5 κατήχθωσαν γὰρ ἀπὸ τῶν  $Ε, Μ$  παρὰ τὴν  $ΗΘ$  αἱ  $ΕΚ, ΜΞ$ , διὰ δὲ τοῦ  $Μ$  παρὰ τὴν  $ΑΔ$  ἡ  $ΜΠ$ .  
ἐπεὶ οὖν διὰ τὰ δεδειγμένα ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ  $ΘΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΕΚ$ , τὸ ὑπὸ  $ΒΞΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΞΜ$ , ὡς ἄρα τὸ ἀπο  $ΘΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΕΚ$ , τὸ ὑπο  $ΒΞΕ$   
10 μετὰ τοῦ ἀπὸ  $ΘΕ$ , ὃ ἐστὶ τὸ ἀπὸ  $ΘΞ$ , πρὸς τὰ ἀπὸ  $ΚΕ, ΞΜ$ . τὸ δὲ ἀπὸ  $ΚΕ$  ἴσον δέδεικται τῷ ὑπὸ  $ΗΘΑ$ , καὶ τὸ ἀπὸ  $ΞΜ$  τῷ ἀπὸ  $ΘΠ$ · ἐστὶν ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ  $ΘΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΕΚ$ , τὸ ἀπὸ  $ΘΞ$ , τουτέστι το ἀπὸ  $ΜΠ$ , πρὸς τὸ ὑπὸ  $ΑΘΗ$  μετὰ τοῦ ἀπὸ  $ΘΠ$ . ὡς δὲ  
15 τὸ ἀπὸ  $ΘΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΚΕ$ , τὸ ἀπὸ  $ΜΠ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΠΑ$ · ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $ΜΠ$  πρὸς τὸ ἀπο  $ΠΑ$ , τὸ ἀπο  $ΜΠ$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $ΗΘΑ$  μετὰ τοῦ ἀπο  $ΘΠ$ . ἴσον ἄρα τὸ ἀπὸ  $ΑΠ$  τῷ ὑπὸ  $ΗΘΑ$  μετὰ τοῦ ἀπο  $ΘΠ$ . εὐθεῖα ἄρα ἡ  $ΑΗ$  τέμνεται εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ  $Π$ , εἰς  
20 δὲ ἄνισα κατὰ τὸ  $Θ$ . καὶ εἰσι παράλληλοι αἱ  $ΜΠ, ΗΝ$ · ἴση ἄρα ἡ  $ΑΜ$  τῇ  $ΜΝ$ .

λδ'.

- Ἐὰν ὑπερβολῆς ἐπὶ μιᾶς τῶν ἀσυμπτῶτων ληφθῆ τι σημεῖον, καὶ ἀπ' αὐτοῦ εὐθεῖα ἐφάπτηται τῆς τομῆς,  
25 καὶ διὰ τῆς ἀφῆς ἀχθῆ παράλληλος τῇ ἀσυμπτῶτι, ἡ διὰ τοῦ ληφθέντος σημείου ἀγομένη παράλληλος τῇ ἑτέρᾳ τῶν ἀσυμπτῶτων ὑπὸ τῆς τομῆς εἰς ἴσα διαιρεθῆσεται.

6. τήν]  $pc$ ,  $\tau$  corr. ex  $\delta$  m. 1 V. 8.  $BΞE$ ]  $ΞE$  V; corr. Memus. 9.  $BΞE$ ]  $c$ , corr. ex  $BZE$  m. 1 V. 10.  $ΘΕ$ ,  $\delta$ ]

$\Gamma H Z$ , rectae autem  $\Theta K$  parallela per  $A$  recta  $AMN$ . dico, esse  $AM = MN$ .

ducantur enim ab  $E$ ,  $M$  rectae  $H\Theta$  parallelae  $EK$ ,  $M\xi$ , per  $M$  autem rectae  $AA$  parallela  $M\Pi$ .

quoniam igitur propter ea, quae demonstrata sunt [prop. XXX ex II, 1 et I, 21],

$$\Theta E^2 : EK^2 = B\xi \times \xi E : \xi M^2,$$

erit

$$\begin{aligned} \Theta E^2 : EK^2 &= B\xi \times \xi E + \Theta E^2 : KE^2 + \xi M^2 \text{ [Eucl. V, 12]} \\ &= \Theta \xi^2 : KE^2 + \xi M^2 \text{ [Eucl. II, 6].} \end{aligned}$$

demonstrauimus autem [I, 38 coll. II, 1 et I deff. alt. 3], esse  $H\Theta \times \Theta A = KE^2$ , et [Eucl. I, 34]  $\xi M^2 = \Theta \Pi^2$ ; itaque

$$\begin{aligned} \Theta E^2 : EK^2 &= \Theta \xi^2 : A\Theta \times \Theta H + \Theta \Pi^2 \\ &= M\Pi^2 : A\Theta \times \Theta H + \Theta \Pi^2 \text{ [Eucl. I, 34].} \end{aligned}$$

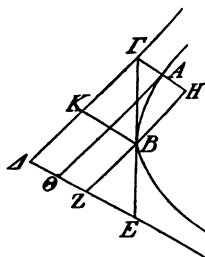
est autem  $\Theta E^2 : KE^2 = M\Pi^2 : \Pi A^2$  [Eucl. VI, 4]; itaque  $M\Pi^2 : \Pi A^2 = M\Pi^2 : H\Theta \times \Theta A + \Theta \Pi^2$ . quare  $A\Pi^2 = H\Theta \times \Theta A + \Theta \Pi^2$  [Eucl. V, 9]. itaque recta  $AH$  in  $\Pi$  in partes aequales, in  $\Theta$  autem in inaequales secta est [Eucl. II, 5]. et  $M\Pi$ ,  $HN$  parallelae sunt; ergo  $AM = MN$  [Eucl. VI, 2].

XXXIV.

Si in hyperbola in alterutra asymptotarum punctum aliquod sumitur, et ab eo recta sectionem contingit, per punctum contactus autem recta asymptotae parallela ducitur, recta per punctum sumptum alteri asymptotae parallela ducta a sectione in partes aequales secabitur.

$\Theta \xi^2$  V; corr. p. 11.  $H\Theta A$ ]  $\Theta H A$  V; corr. p ( $\tau \tilde{\omega} \nu$   $H\Theta$ ,  $\Theta A$ ).  
 14.  $A\Theta H$ ]  $\Theta A$ ,  $\Theta H$  V; corr. p ( $\tau \tilde{\omega} \nu$   $H\Theta$ ,  $\Theta A$ ).

ἔστω ὑπερβολὴ ἡ  $AB$ , ἀσύμπτωτοι δὲ αἱ  $\Gamma\Delta E$ ,  
καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς  $\Gamma\Delta$  τυχόν σημεῖον τὸ  $\Gamma$ , καὶ  
δι' αὐτοῦ ἤχθω ἐφαπτομένη τῆς  
τομῆς ἡ  $\Gamma B E$ , καὶ διὰ μὲν τοῦ  $B$   
5 παρὰ τὴν  $\Gamma\Delta$  ἤχθω ἡ  $Z B H$ , διὰ  
δὲ τοῦ  $\Gamma$  τῆς  $\Delta E$  ἡ  $\Gamma A H$ . λέγω,  
ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ  $\Gamma A$  τῆς  $A H$ .



ἤχθω γὰρ διὰ μὲν τοῦ  $A$  τῆς  
 $\Gamma\Delta$  παράλληλος ἡ  $A\Theta$ , διὰ δὲ τοῦ  
10  $B$  τῆς  $\Delta E$  ἡ  $B K$ . ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν  
ἡ  $\Gamma B$  τῆς  $B E$ , ἴση ἄρα καὶ ἡ  $\Gamma K$  τῆς  $K\Delta$  καὶ ἡ  $\Delta Z$   
τῆς  $Z E$ . καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ  $K B Z$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  
 $\Gamma A\Theta$ , ἴση δὲ ἡ  $B Z$  τῆς  $\Delta K$ , τουτέστι τῆς  $\Gamma K$ , καὶ ἡ  
 $A\Theta$  τῆς  $\Delta\Gamma$ , τὸ ἄρα ὑπὸ  $\Delta\Gamma A$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $K\Gamma H$ .  
15 ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ  $\Delta\Gamma$  πρὸς  $\Gamma K$ , ἡ  $\Gamma H$  πρὸς  $A\Gamma$ . διπλῆ  
δὲ ἡ  $\Delta\Gamma$  τῆς  $\Gamma K$ . διπλῆ ἄρα καὶ ἡ  $\Gamma H$  τῆς  $A\Gamma$ . ἴση  
ἄρα ἡ  $\Gamma A$  τῆς  $A H$ .

λε'.

Τῶν αὐτῶν ὄντων ἐὰν ἀπὸ τοῦ ληφθέντος σημείου  
20 εὐθεΐά τις ἀχθῆι τέμνουσα τὴν τομὴν κατὰ δύο σημεία,  
ἔσται, ὡς ὅλη πρὸς τὴν ἐκτὸς ἀπολαμβανομένην, τὰ  
τεμνόμενα τῆς ἐντὸς ἀπολαμβανομένης εὐθείας.

ἔστω γὰρ ἡ  $AB$  ὑπερβολὴ καὶ αἱ  $\Gamma\Delta E$  ἀσύμπτωτοι  
καὶ ἡ  $\Gamma B E$  ἐφαπτομένη καὶ ἡ  $\Theta B$  παράλληλος, καὶ  
25 διὰ τοῦ  $\Gamma$  διήχθω τις εὐθεΐα ἡ  $\Gamma A\Lambda Z H$  τέμνουσα  
τὴν τομὴν κατὰ τὰ  $A, Z$ . λέγω, ὅτι ἐστίν, ὡς ἡ  $Z\Gamma$   
πρὸς  $\Gamma A$ , ἡ  $Z\Lambda$  πρὸς  $A\Lambda$ .

ἤχθωσαν γὰρ διὰ τῶν  $\Gamma, A, B, Z$  παρὰ τὴν  $\Delta E$

12.  $K B Z$ ]  $K Z B$  V; corr. p (τῶν  $K B, B Z$ ).  
 $\overline{\eta\gamma\alpha}$  V; corr. p.

21. ἡ ὅλη?

17.  $\Gamma A$ ]

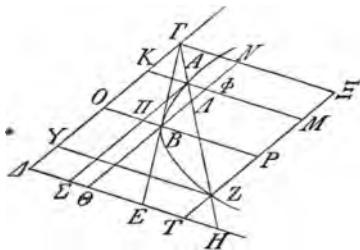
sit hyperbola  $AB$ , asymptotae autem  $\Gamma A$ ,  $\Delta E$ , et in  $\Gamma A$  punctum quoduis sumatur  $\Gamma$ , et per id sectionem contingens ducatur  $\Gamma B E$ , et per  $B$  rectae  $\Gamma A$  parallela ducatur  $Z B H$ , per  $\Gamma$  autem rectae  $\Delta E$  parallela  $\Gamma A H$ . dico, esse  $\Gamma A = A H$ .

ducatur enim per  $A$  rectae  $\Gamma A$  parallela  $A \Theta$ , per  $B$  autem rectae  $\Delta E$  parallela  $B K$ . iam quoniam est  $\Gamma B = B E$  [II, 3], erit etiam  $\Gamma K = K A$  et  $\Delta Z = Z E$  [Eucl. VI, 2]. et quoniam  $K B \times B Z = \Gamma A \times A \Theta$  [II, 12], et  $B Z = \Delta K$  [Eucl. I, 34]  $= \Gamma K$ , et  $A \Theta = \Delta \Gamma$  [ib.], erit  $\Delta \Gamma \times \Gamma A = K \Gamma \times \Gamma H$ . itaque [Eucl. VI, 16]  $\Delta \Gamma : \Gamma K = \Gamma H : \Delta \Gamma$ . uerum  $\Delta \Gamma = 2 \Gamma K$ ; itaque etiam  $\Gamma H = 2 \Delta \Gamma$ . ergo  $\Gamma A = A H$ .

XXXV.

Iisdem positis si a puncto sumpto recta ducitur sectionem in duobus punctis secans, erunt, ut tota ad partem extrinsecus abscisam, ita partes rectae intra abscisae.

sit enim hyperbola  $AB$ , asymptotae  $\Gamma A$ ,  $\Delta E$ , contingens  $\Gamma B E$ , parallela  $\Theta B$ , et per  $\Gamma$  recta ducatur  $\Gamma A \Lambda Z H$  sectionem secans in  $A$ ,  $Z$ . dico, esse



$Z \Gamma : \Gamma A = Z \Lambda : A \Lambda$ . dico, esse

$Z \Gamma : \Gamma A = Z \Lambda : A \Lambda$ .

nam per  $\Gamma$ ,  $A$ ,  $B$ ,  $Z$  rectae  $\Delta E$  parallelae ducantur  $\Gamma N \Xi$ ,  $K A M$ ,  $O P B P$ ,  $Z T$ , per  $A$ ,  $Z$

autem rectae  $\Gamma A$  parallelae  $A \Pi \Sigma$ ,  $T Z P M \Xi$ .

quoniam igitur  $A \Gamma = Z H$  [II, 8], erit etiam

αί ΓΝΞ, ΚΑΜ, ΟΠΒΡ, ΖΤ, διὰ δὲ τῶν Α, Ζ παρὰ τὴν ΓΔ αἱ ΑΠΣ, ΤΖΡΜΞ.

ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῆ ΖΗ, ἴση ἄρα καὶ ἡ ΚΑ τῆ ΤΗ. ἡ δὲ ΚΑ τῆ ΔΣ· καὶ ἡ ΤΗ ἄρα τῆ  
 5 ΔΣ ἴση. ὥστε καὶ ἡ ΓΚ τῆ ΔΤ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΓΚ τῆ ΔΤ, ἴση καὶ ἡ ΔΚ τῆ ΓΤ· ὡς ἄρα ἡ ΔΚ πρὸς ΚΓ, ἡ ΤΓ πρὸς ΓΚ. ὡς δὲ ἡ ΤΓ πρὸς ΓΚ, ἡ ΖΓ πρὸς ΓΑ, ὡς δὲ ἡ ΖΓ πρὸς ΓΑ, ἡ ΜΚ πρὸς ΚΑ, ὡς δὲ ἡ ΜΚ πρὸς ΚΑ, τὸ ΜΔ πρὸς ΔΑ, ὡς  
 10 δὲ ἡ ΔΚ πρὸς ΚΓ, τὸ ΘΚ πρὸς ΚΝ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ΜΔ πρὸς τὸ ΔΑ, τὸ ΘΚ πρὸς ΚΝ. ἴσον δὲ τὸ ΑΔ τῷ ΔΒ, τουτέστι τῷ ΟΝ· ἴση γὰρ ἡ ΓΒ τῆ ΒΕ καὶ ἡ ΔΟ τῆ ΟΓ. ὡς ἄρα τὸ ΔΜ πρὸς ΟΝ, τὸ ΚΘ πρὸς ΚΝ, καὶ λοιπὸν τὸ ΜΘ πρὸς λοιπὸν τὸ ΒΚ  
 15 ἔστιν, ὡς ὅλον τὸ ΔΜ πρὸς ὅλον τὸ ΟΝ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΚΣ τῷ ΘΟ, κοινὸν ἀφηρησῶ τὸ ΔΠ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΚΠ ἴσον ἐστὶ τῷ ΠΘ. κοινὸν προσ-  
 κείσθω τὸ ΑΒ· ὅλον ἄρα τὸ ΚΒ ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΘ. ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ ΜΔ πρὸς ΔΑ, οὕτως τὸ ΜΘ πρὸς  
 20 ΘΑ. ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ΜΔ πρὸς ΔΑ, ἡ ΜΚ πρὸς ΚΑ, τουτέστιν ἡ ΖΓ πρὸς ΓΑ, ὡς δὲ τὸ ΜΘ πρὸς ΘΑ, ἡ ΜΦ πρὸς ΦΑ, τουτέστιν ἡ ΖΑ πρὸς ΑΑ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΖΓ πρὸς ΓΑ, ἡ ΖΑ πρὸς ΑΑ.

λς'.

25 Τῶν αὐτῶν ὄντων ἐὰν ἡ ἀπὸ τοῦ σημείου δια-  
 γομένη εὐθεῖα μήτε τὴν τομὴν τέμνη κατὰ δύο σημεία  
 μήτε παράλληλος ἢ τῆ ἀσυμπτώτῳ, συμπεσεῖται μὲν

2. ΖΤΡΜΞ V; corr. p.  
 ΔΚ] (pr.) ΔΓ V; corr. p.  
 22. ΖΑ] ΧΑ V; corr. p.

4. ΚΑ] (pr.) ΓΑ V; corr. p. 6.  
 15. ΔΜ] ΔΜ V; corr. Comm.

$KA = TH$  [Eucl. VI, 4]. uerum  $KA = \Delta\Sigma$  [Eucl. I, 34]; itaque etiam  $TH = \Delta\Sigma$ . quare etiam  $\Gamma K = \Delta T$  [Eucl. VI, 4; I, 34]. et quoniam  $\Gamma K = \Delta T$ , erit etiam  $\Delta K = \Gamma T$ . itaque  $\Delta K : K\Gamma = T\Gamma : \Gamma K$  [Eucl. V, 7]. est autem

$$T\Gamma : \Gamma K = Z\Gamma : \Gamma A \text{ [Eucl. VI, 4]} \\ = MK : KA \text{ [Eucl. VI, 4; V, 12, 16]} = M\Delta : \Delta A$$

[Eucl. VI, 1], et [ib.]  $\Delta K : K\Gamma = \Theta K : KN$ ; quare etiam  $M\Delta : \Delta A = \Theta K : KN$ . est autem

$$\Delta A = \Delta B \text{ [II, 12]} = ON \text{ [Eucl. VI, 1];}$$

nam  $\Gamma B = BE$  [II, 3] et  $\Delta O = O\Gamma$  [Eucl. VI, 2]. itaque  $\Delta M : ON = K\Theta : KN$ , et reliquum

$$M\Theta : BK = \Delta M : ON \text{ [Eucl. V, 19].}$$

et quoniam est  $K\Sigma = \Theta O$  [II, 12], auferatur, quod commune est,  $\Delta\Pi$ ; itaque reliquum  $K\Pi = \Pi\Theta$ . commune adiiciatur  $AB$ ; itaque totum  $KB = A\Theta$ . quare  $M\Delta : \Delta A = M\Theta : \Theta A$ . uerum

$$M\Delta : \Delta A = MK : KA \text{ [Eucl. VI, 1]} = Z\Gamma : \Gamma A,$$

et

$$M\Theta : \Theta A = M\Phi : \Phi A \text{ [Eucl. VI, 1]} = ZA : AA \text{ [Eucl. VI, 2].}$$

ergo etiam  $Z\Gamma : \Gamma A = ZA : AA$ .

### XXXVI.

Iisdem positis si recta a puncto illo ducta neque sectionem in duobus punctis secat neque asymptotae parallela est, cum sectione opposita concurret, et ut tota ad partem inter sectionem parallelamque per punctum contactus ductam, ita erit recta inter sectio-

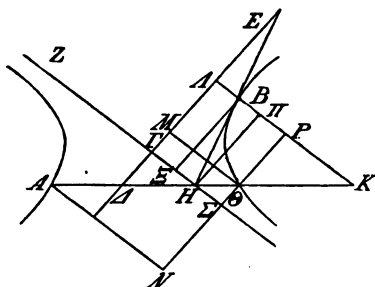
- τῇ ἀντικειμένη τομῇ, ἔσται δέ, ὡς ὅλη πρὸς τὴν μεταξὺ τῆς τομῆς καὶ τῆς διὰ τῆς ἀφῆς παραλλήλου, ἢ μεταξὺ τῆς ἀντικειμένης καὶ τῆς ἀσυμπτώτου πρὸς τὴν μεταξὺ τῆς ἀσυμπτώτου καὶ τῆς ἐτέρας τομῆς.
- 5 ἔστωσαν ἀντικείμενοι αἱ  $A, B$ , ὧν κέντρον τὸ  $\Gamma$ , ἀσύμπτατοι δὲ αἱ  $\Delta E, ZH$ , καὶ ἐπὶ τῆς  $\Gamma H$  σημειον εἰλήφθω τὸ  $H$ , καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἤχθω ἢ μὲν  $HBE$  ἐφαπτομένη, ἢ δὲ  $H\Theta$  μήτε παράλληλος οὕσα τῇ  $\Gamma E$  μήτε τὴν τομὴν τέμνουσα κατὰ δύο σημεία.
- 10 ὅτι μὲν ἢ  $\Theta H$  ἐκβαλλομένη συμπύπτει τῇ τε  $\Gamma \Delta$  καὶ διὰ τοῦτο καὶ τῇ  $A$  τομῇ, δέδεικται. συμπύπτειω κατὰ τὸ  $A$ , καὶ ἤχθω διὰ τοῦ  $B$  τῇ  $\Gamma H$  παράλληλος ἢ  $KB\Lambda$ . λέγω, ὅτι ἐστίν, ὡς ἢ  $AK$  πρὸς  $K\Theta$ , οὕτως ἢ  $AH$  πρὸς  $H\Theta$ .
- 15 ἤχθωσαν γὰρ ἀπὸ τῶν  $A, \Theta$  σημείων παρὰ τὴν  $\Gamma H$  αἱ  $\Theta M, AN$ , ἀπὸ δὲ τῶν  $B, H, \Theta$  παρὰ τὴν  $\Delta E$  αἱ  $B\Xi, H\Pi, P\Theta\Sigma N$ . ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἢ  $A\Delta$  τῇ  $H\Theta$ , ἔστιν, ὡς ἢ  $AH$  πρὸς  $H\Theta$ , ἢ  $\Delta\Theta$  πρὸς  $\Theta H$ . ἀλλ' ὡς μὲν ἢ  $AH$  πρὸς  $H\Theta$ , ἢ  $N\Sigma$  πρὸς  $\Sigma\Theta$ , ὡς δὲ ἢ
- 20  $\Delta\Theta$  πρὸς  $\Theta H$ , ἢ  $\Gamma\Sigma$  πρὸς  $\Sigma H$ . καὶ ὡς ἄρα ἢ  $N\Sigma$  πρὸς  $\Sigma\Theta$ , ἢ  $\Gamma\Sigma$  πρὸς  $\Sigma H$ . ἀλλ' ὡς μὲν ἢ  $N\Sigma$  πρὸς  $\Sigma\Theta$ , τὸ  $NG$  πρὸς  $\Gamma\Theta$ , ὡς δὲ ἢ  $\Gamma\Sigma$  πρὸς  $\Sigma H$ , τὸ  $PG$  πρὸς  $PH$ . καὶ ὡς ἄρα τὸ  $NG$  πρὸς τὸ  $\Gamma\Theta$ , τὸ  $GP$  πρὸς τὸ  $PH$ . καὶ ὡς ἔν πρὸς ἔν, οὕτως ἅπαντα πρὸς
- 25 ἅπαντα. ὡς ἄρα τὸ  $NG$  πρὸς  $\Gamma\Theta$ , ὅλον τὸ  $NA$  πρὸς  $\Gamma\Theta$  καὶ  $PH$ . καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἢ  $EB$  τῇ  $BH$ , ἴση ἐστὶ καὶ ἢ  $AB$  τῇ  $B\Pi$  καὶ τὸ  $A\Xi$  τῷ  $BH$ . τὸ δὲ  $A\Xi$  ἴσον τῷ  $\Gamma\Theta$  καὶ τὸ  $BH$  ἄρα ἴσον τῷ  $\Gamma\Theta$ . ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ  $NG$  πρὸς  $\Gamma\Theta$ , οὕτως ὅλον τὸ  $AN$  πρὸς τὸ  $BH$

1. ἢ ὅλη? 2. ἀφῆς] om. V; corr. Memus. 13.  $KB\Lambda$ ]  $BK\Lambda$  V; corr. p ( $ABK$ ). 17.  $P\Theta\Sigma N$ ]  $\Theta P\Sigma N$  V; corr. p.



nem oppositam asymptotamque posita ad rectam inter asymptotam alteramque sectionem positam.

sint oppositae  $A, B$ , quarum centrum sit  $\Gamma$ , asymptotae autem  $\Delta E; ZH$ , et in  $\Gamma H$  sumatur punctum  $H$ ,



ab eoque contingens ducatur  $HBE$ ,  $H\Theta$  autem ita, ut neque rectae  $\Gamma E$  parallela sit neque sectionem in duobus punctis secet.

iam rectam  $\Theta H$  productam et cum  $\Gamma A$  concurrere et ea de

causa cum sectione, demonstratum est [II, 11]. concurrat in  $A$ , et per  $B$  rectae  $\Gamma H$  parallela ducatur  $KBA$ . dico, esse  $AK : K\Theta = AH : H\Theta$ .

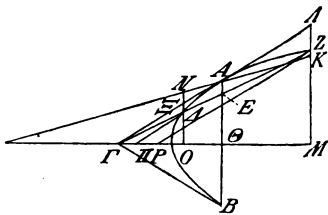
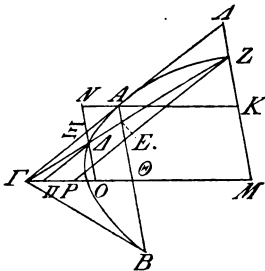
ducantur enim a punctis  $A, \Theta$  rectae  $\Gamma H$  parallelae  $\Theta M, AN$ , a  $B, H, \Theta$  autem rectae  $\Delta E$  parallelae  $B\Xi, H\Pi, P\Theta\Sigma N$ . quoniam igitur  $\Delta\Delta = H\Theta$  [II, 16], erit  $AH : H\Theta = \Delta\Theta : \Theta H$  [Eucl. V, 7]. uerum  $AH : H\Theta = N\Sigma : \Sigma\Theta$  [Eucl. VI, 2] et  $\Delta\Theta : \Theta H = \Gamma\Sigma : \Sigma H$  [Eucl. VI, 4; V, 12, 16]; quare etiam  $N\Sigma : \Sigma\Theta = \Gamma\Sigma : \Sigma H$ . uerum  $N\Sigma : \Sigma\Theta = N\Gamma : \Gamma\Theta$  et  $\Gamma\Sigma : \Sigma H = P\Gamma : PH$  [Eucl. VI, 1]; quare etiam  $N\Gamma : \Gamma\Theta = P\Gamma : PH$ . et ut unum ad unum, ita omnia ad omnia [Eucl. V, 12]; itaque  $N\Gamma : \Gamma\Theta = NA : \Gamma\Theta + PH$ . et quoniam est  $EB = BH$  [II, 3], erit etiam [Eucl. VI, 2; I, 34]  $AB = B\Pi$ ,  $A\Xi = BH$  [Eucl. VI, 1]. est autem  $A\Xi = \Gamma\Theta$  [II, 12]; quare etiam  $BH = \Gamma\Theta$ . itaque

18.  $\eta \Delta\Theta$  — 19.  $H\Theta$ ] om. V; corr. Comm. 22.  $\tau\delta N\Gamma$   
 $\tau\delta\upsilon \bar{\gamma}$  V; corr. pvc. 26.  $PH$ ]  $\eta \bar{\varrho}\eta$  V; corr. p.

καὶ  $PH$ , τουτέστι τὸ  $PΞ$ . ἴσον δὲ τὸ  $PΞ$  τῷ  $ΛΘ$ , ἐπεὶ καὶ τὸ  $ΓΘ$  τῷ  $BΓ$  καὶ τὸ  $ΜΒ$  τῷ  $ΞΘ$ . ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ  $ΝΓ$  πρὸς τὸ  $ΓΘ$ , οὕτως τὸ  $ΝΛ$  πρὸς  $ΛΘ$ . ἀλλ' ὡς μὲν τὸ  $ΝΓ$  πρὸς  $ΓΘ$ , ἢ  $ΝΣ$  πρὸς  $ΣΘ$ , τουτέστιν ἢ  $ΑΗ$  πρὸς  $ΗΘ$ , ὡς δὲ τὸ  $ΝΛ$  πρὸς  $ΛΘ$ , ἢ  $ΝΡ$  πρὸς  $ΡΘ$ , τουτέστιν ἢ  $ΑΚ$  πρὸς  $ΚΘ$ · καὶ ὡς ἄρα ἢ  $ΑΚ$  πρὸς  $ΚΘ$ , ἢ  $ΑΗ$  πρὸς  $ΗΘ$ .

λζ'.

Ἐὰν κώνου τομῆς ἢ κύκλου περιφερείας ἴ, τῶν 10 ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐφαπτόμεναι συμπύπτωσι, καὶ ἐπὶ μὲν τὰς ἀφὰς αὐτῶν ἐπιζευχθῆ εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς συμπύπτσεως τῶν ἐφαπτομένων διαχθῆ τις τέμνουσα τὴν γραμμὴν κατὰ δύο σημεῖα, ἔσται, ὡς ὅλη πρὸς τὴν ἐκτὸς ἀπολαμβανομένην, τὰ γινόμενα τμή- 15 ματα ὑπὸ τῆς τὰς ἀφὰς ἐπιζευγνυούσης.



ἔστω κώνου τομῆ ἢ  $ΑΒ$  καὶ ἐφαπτόμεναι αἱ  $ΑΓ, ΓΒ$ , καὶ ἐπεζεύχθω ἢ  $ΑΒ$ , καὶ διήχθω ἢ  $ΓΔΕΖ$ . λέγω, ὅτι ἔστί, ὡς ἢ  $ΓΖ$  πρὸς  $ΓΔ$ , ἢ  $ΖΕ$  πρὸς  $ΕΔ$ .

ἤχθωσαν διὰ τῶν  $Γ, Α$  διάμετροι τῆς τομῆς αἱ

2.  $BΓ$ ]  $BΘ V$ ; corr. Memus. 13. ἢ ὅλη? 15. τῆς] τῆς ἐπὶ  $V$ ; corr. Memus. 18.  $ΓΖ$ ]  $ΓΔ V$ ; corr. p ( $ΖΓ$ ).  $ΓΔ$ ]  $ΓΖ V$ ; corr. p.

$NG : \Gamma\Theta = AN : BH + PH = AN : P\Xi$ . est autem  $P\Xi = A\Theta$ , quoniam etiam  $\Gamma\Theta = B\Gamma$  [II, 12] et  $MB = \Xi\Theta$ . itaque  $NG : \Gamma\Theta = NA : A\Theta$ . uerum

$NG : \Gamma\Theta = N\Sigma : \Sigma\Theta$  [Eucl. VI, 1] =  $AH : H\Theta$  [Eucl. VI, 2], et

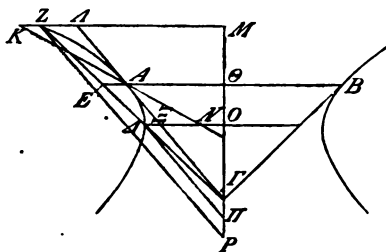
$$NA : A\Theta = NP : P\Theta \text{ [Eucl. VI, 1]}$$

$$= AK : K\Theta \text{ [Eucl. VI, 4; V, 12, 16].}$$

ergo etiam  $AK : K\Theta = AH : H\Theta$ .

XXXVII.

Si duae rectae conii sectionem uel ambitum circuli uel sectiones oppositas contingentes concurrunt, et ad puncta contactus earum recta ducitur, a puncto autem concursus contingentium recta ducitur lineam in duobus punctis secans, erunt, ut tota ad partem extrinsecus abscisam, ita partes a recta puncta contactus coniungenti effectae.



sit conii sectio  $AB$  contingentesque  $AG$ ,  $GB$ , et ducatur  $AB$ , ducaturque  $\Gamma\Delta EZ$ . dico, esse

$$\Gamma Z : \Gamma\Delta = ZE : E\Delta.$$

per  $\Gamma$ ,  $A$  diametri sectionis ducantur  $\Gamma\Theta$ ,  $AK$ ,

Praeter nostras figuras duas habet V alios casus in oppositis representantes.

$\Gamma\Theta$ ,  $AK$ , διὰ δὲ τῶν  $Z$ ,  $\Delta$  παρα τὰς  $A\Theta$ ,  $AG$  αὐτὰς  
 $\Delta\Pi$ ,  $ZP$ ,  $AZM$ ,  $N\Delta O$ . ἐπεὶ οὖν παράλληλός ἐστιν  
ἡ  $AZM$  τῇ  $\Xi\Delta O$ , ἐστίν, ὡς ἡ  $Z\Gamma$  πρὸς  $\Gamma\Delta$ , ἡ  $AZ$   
πρὸς  $\Xi\Delta$  καὶ ἡ  $ZM$  πρὸς  $\Delta O$  καὶ ἡ  $AM$  πρὸς  $\Xi O$ .  
5 καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $AM$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Xi O$ , τὸ ἀπὸ  $ZM$   
πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta O$ . ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ἀπὸ  $AM$  πρὸς τὸ  
ἀπὸ  $\Xi O$ , τὸ  $AM\Gamma$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $\Xi\Gamma O$ , ὡς δὲ τὸ  
ἀπὸ  $ZM$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $O\Delta$ , τὸ  $ZPM$  τρίγωνον πρὸς  
τὸ  $\Delta\Pi O$  καὶ ὡς ἄρα τὸ  $AGM$  πρὸς τὸ  $\Xi O\Gamma$ , τὸ  
10  $ZPM$  πρὸς τὸ  $\Delta\Pi O$ , καὶ λοιπὸν τὸ  $AGPZ$  τετρά-  
πλευρον πρὸς λοιπὸν τὸ  $\Xi\Gamma\Pi\Delta$ . ἴσον δὲ τὸ μὲν  
 $AGPZ$  τετράπλευρον τῷ  $A\Delta K$  τριγώνῳ, τὸ δὲ  $\Xi\Gamma\Pi\Delta$   
τῷ  $AN\Xi$ . ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $AM$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Xi O$ , τὸ  
 $A\Delta K$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $AN\Xi$ . ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ἀπὸ  
15  $AM$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Xi O$ , τὸ ἀπὸ  $Z\Gamma$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Delta$ ,  
ὡς δὲ τὸ  $A\Delta K$  πρὸς τὸ  $AN\Xi$ , τὸ ἀπὸ  $AA$  πρὸς τὸ  
ἀπὸ  $A\Xi$  καὶ τὸ ἀπὸ  $ZE$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $E\Delta$  καὶ ὡς  
ἄρα τὸ ἀπὸ  $Z\Gamma$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Delta$ , τὸ ἀπὸ  $ZE$  πρὸς  
τὸ ἀπὸ  $E\Delta$ . καὶ διὰ τοῦτο ὡς ἡ  $Z\Gamma$  πρὸς  $\Gamma\Delta$ , ἡ  $ZE$   
20 πρὸς  $\Delta E$ .

λη'.

Τῶν αὐτῶν ὄντων ἕαν διὰ τῆς συμπτώσεως τῶν  
ἐφαπτομένων ἀχθῆ τις εὐθεῖα παρὰ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπι-  
ξευγνύουσαν, καὶ διὰ μέσης τῆς τὰς ἀφὰς ἐπιξευγ-  
25 νουόσης ἀχθεῖσα εὐθεῖα τέμνη τὴν τομὴν κατὰ δύο  
σημεῖα καὶ τὴν διὰ τῆς συμπτώσεως παράλληλον τῇ  
τὰς ἀφὰς ἐπιξευγνυόσῃ, ἐστίν, ὡς ὅλη ἡ διηγμένη  
πρὸς τὴν ἐκτὸς ἀπολαμβανομένην μεταξὺ τῆς τομῆς

10.  $AGPZ$ ] p,  $AGPZ$  corr. ex  $AGP\Xi$  m. 1 V. 15.  $AM$   
— τὸ ἀπό (alt.)] om. V; corr. p (τῆς  $AM$ , τῆς  $\Xi O$ , ἀπὸ τῆς).

per  $Z$ ,  $\Delta$  autem rectis  $A\Theta$ ,  $A\Gamma$  parallelae  $\Delta\Pi$ ,  $ZP$ ,  $AZM$ ,  $N\Delta O$ . iam quoniam  $AZM$ ,  $\Xi\Delta O$  parallelae sunt, erit

$$Z\Gamma : \Gamma\Delta = AZ : \Xi\Delta \text{ [Eucl. VI, 4]} = ZM : \Delta O = AM : \Xi O;$$

quare etiam  $AM^2 : \Xi O^2 = ZM^2 : \Delta O^2$ . uerum

$$AM^2 : \Xi O^2 = AM\Gamma : \Xi\Gamma O \text{ [Eucl. VI, 19]},$$

et  $ZM^2 : O\Delta^2 = ZPM : \Delta\Pi O$ ; quare etiam

$$A\Gamma M : \Xi O\Gamma = ZPM : \Delta\Pi O = A\Gamma PZ : \Xi\Gamma\Pi\Delta \text{ [Eucl. V, 19]}.$$

uerum  $A\Gamma PZ = A\Lambda K$ ,  $\Xi\Gamma\Pi\Delta = AN\Xi$  [II, 30; II, 5-6; III, 2; - III, 11]; itaque

$$AM^2 : \Xi O^2 = A\Lambda K : AN\Xi.$$

est autem  $AM^2 : \Xi O^2 = Z\Gamma^2 : \Gamma\Delta^2$ ,

$$A\Lambda K : AN\Xi = A\Lambda^2 : A\Xi^2 \text{ [Eucl. VI, 19]}$$

$$= ZE^2 : E\Delta^2 \text{ [Eucl. VI, 2]};$$

quare etiam  $Z\Gamma^2 : \Gamma\Delta^2 = ZE^2 : E\Delta^2$ . ergo

$$Z\Gamma : \Gamma\Delta = ZE : \Delta E.$$

### XXXVIII.

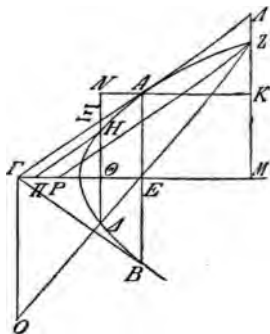
Iisdem positis si per punctum concursus contingentium recta ducitur rectae puncta contactus coniungenti parallela, rectaque per mediam rectam puncta contactus coniungentem ducta sectionem secat in duobus punctis rectamque per punctum concursus rectae puncta contactus coniungenti parallelam ductam, erunt, ut tota recta ita ducta ad partem extrinsecus inter sectionem parallelamque abscisam, ita partes a recta ad puncta contactus ducta effectae.

καὶ τῆς παραλλήλου, τὰ γινόμενα τμήματα ὑπὸ τῆς ἐπὶ τὰς ἀφὰς ἐπιξεννυμένης.

ἔστω ἡ  $AB$  τομὴ καὶ αἱ  $ΑΓ, ΒΓ$  ἐφαπτόμεναι καὶ ἡ  $AB$  τὰς ἀφὰς ἐπιξεννύουσα καὶ αἱ  $AN, ΓΜ$  διά-  
5 μετροὶ· φανερὸν δῆ, ὅτι ἡ  $AB$   
δίχα τέμνεται κατὰ τὸ  $E$ .

ἤχθω ἀπὸ τοῦ  $Γ$  τῆ  $AB$   
παράλληλος ἡ  $ΓΟ$ , καὶ διήχθω  
διὰ τοῦ  $E$  ἡ  $ΖΕΔΟ$ . λέγω,  
10 ὅτι ἐστίν, ὡς ἡ  $ΖΟ$  πρὸς  $ΟΔ$ ,  
ἡ  $ΖΕ$  πρὸς  $ΕΔ$ .

ἤχθωσαν γὰρ ἀπὸ τῶν  
 $Z, Δ$  παρά τὴν  $AB$  αἱ  
 $ΛΖΚΜ, ΔΘΗΞΝ$ , διὰ δὲ  
15 τῶν  $Z, Η$  παρά τὴν  $ΑΓ$



αἱ  $ZP, ΗΠ$ . ὁμοίως δῆ τοῖς πρότερον δειχθήσεται,  
ὅτι ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ  $ΛΜ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΞΘ$ , τὸ ἀπὸ  
 $ΛΑ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΑΞ$ . καὶ ἐστίν, ὡς μὲν τὸ ἀπὸ  $ΛΜ$   
πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΞΘ$ , τὸ ἀπὸ  $ΑΓ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΓΞ$  καὶ  
20 τὸ ἀπὸ  $ΖΟ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΟΔ$ , ὡς δὲ τὸ ἀπὸ  $ΛΑ$  πρὸς  
τὸ ἀπὸ  $ΑΞ$ , τὸ ἀπὸ  $ΖΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΕΔ$ · ὡς ἄρα  
τὸ ἀπὸ  $ΖΟ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΟΔ$ , τὸ ἀπὸ  $ΖΕ$  πρὸς τὸ  
ἀπὸ  $ΕΔ$ , καὶ ὡς ἡ  $ΖΟ$  πρὸς  $ΟΔ$ , ἡ  $ΖΕ$  πρὸς  $ΕΔ$ .

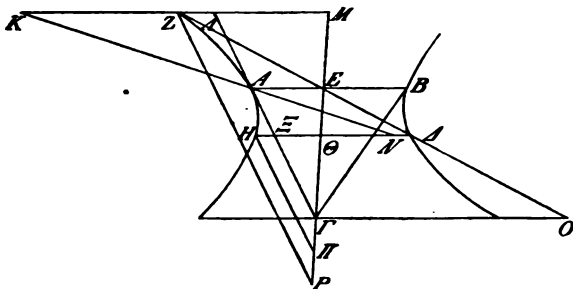
### λθ'.

25 Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεΐαι ἐφαπτόμεναι  
συμπίπτωσι, καὶ διὰ τῶν ἀφῶν εὐθεΐα ἐκβληθῆ, ἀπὸ  
δὲ τῆς συμπτώσεως τῶν ἐφαπτομένων ἀχθεῖσα εὐθεΐα

9. ΖΕΟΔ V; corr. p. 13. Ζ] Ξ V; corr. p. 14.  
ΔΘΗΝΞΝ V; corr. Memus. 20. ΟΔ] ΑΔ V; corr. p. 23.  
In ΕΔ (alt.) desinit uol. I codicis V (fol. 120).

sit sectio  $AB$ , contingentes  $AG$ ,  $BG$ , puncta contactus coniungens  $AB$ , diametri  $AN$ ,  $GM$ ; manifestum igitur,  $AB$  in  $E$  in duas partes aequales secari [II, 30, 39].

a  $\Gamma$  rectae  $AB$  parallela ducatur  $\Gamma O$ , et per  $E$  ducatur  $ZEAO$ . dico, esse  $ZO : OA = ZE : EA$ .



nam a  $Z$ ,  $A$  rectae  $AB$  parallelae ducantur  $AZKM$ ,  $A\Theta H\Xi N$ , per  $Z$ ,  $H$  autem rectae  $AG$  parallelae  $ZP$ ,  $H\Pi$ . iam eodem modo, quo antea, demonstrabimus, esse  $AM^2 : \Xi\Theta^2 = AA^2 : A\Xi^2$  [u. prop. XXXVII]. est autem

$$AM^2 : \Xi\Theta^2 = AG^2 : G\Xi^2 \text{ [Eucl. VI, 4]} \\ = ZO^2 : OA^2 \text{ [Eucl. VI, 2],}$$

et  $AA^2 : A\Xi^2 = ZE^2 : EA^2$  [Eucl. VI, 2]; itaque  $ZO^2 : OA^2 = ZE^2 : EA^2$  et  $ZO : OA = ZE : EA$ .

XXXIX.

Si duae rectae oppositas contingentes concurrunt, et per puncta contactus recta ducitur, a puncto autem concursus contingentium ducta recta utramque sectio-

In V figura 2 minus adcurate descripta est; V praeterea tertiam figuram oppositarum habet.

τέμνη ἑκατέρα τῶν τομῶν καὶ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπι-  
 ζευγνύουσαν, ἔσται, ὡς ὅλη ἢ διηγμένη πρὸς τὴν ἐκτὸς  
 ἀπολαμβανομένην μεταξὺ τῆς τομῆς καὶ τῆς τὰς ἀφὰς  
 ἐπιζευγνύουσης, οὕτως τὰ γινόμενα τμήματα τῆς εὐθείας  
 5 ὑπὸ τῶν τομῶν καὶ τῆς συμπτώσεως τῶν ἐφαπτομένων.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι αἱ  $A, B$ , ὧν κέντρον τὸ  $\Gamma$ ,  
 ἐφαπτόμεναι δὲ αἱ  $A\Delta, \Delta B$ , καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ  
 $AB, \Gamma\Delta$  ἐκβεβλήσθωσαν, καὶ διὰ τοῦ  $\Delta$  διήχθω τις  
 εὐθεῖα ἢ  $E\Delta ZH$ . λέγω, ὅτι ἔστιν, ὡς ἡ  $EH$  πρὸς  
 10  $HZ$ , ἢ  $E\Delta$  πρὸς  $\Delta Z$ .

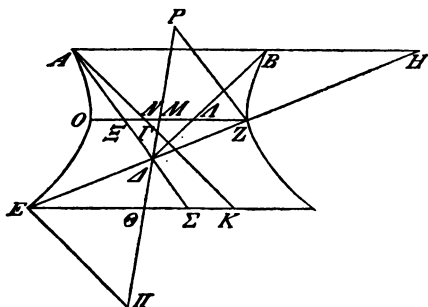
ἐπιζεύχθω γὰρ ἡ  $A\Gamma$  καὶ ἐκβεβλήσθω, καὶ διὰ τῶν  
 $E, Z$  παρὰ μὲν τὴν  $AB$  ἤχθωσαν αἱ  $E\Theta\Sigma, Z\Lambda MN\Xi O$ ,  
 παρὰ δὲ τὴν  $A\Delta$  αἱ  $E\Pi, ZP$ .

ἐπεὶ οὖν παράλληλοί εἰσιν αἱ  $Z\Xi, E\Sigma$  καὶ δι-  
 15 ηγμέναι εἰς αὐτὰς αἱ  $EZ, \Xi\Sigma, \Theta M$ , ἔστιν, ὡς ἡ  $E\Theta$   
 πρὸς  $\Theta\Sigma$ , ἢ  $ZM$  πρὸς  $M\Xi$ . καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ  $E\Theta$   
 πρὸς  $ZM$ , ἢ  $\Theta\Sigma$  πρὸς  $\Xi M$ . καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $\Theta E$   
 πρὸς τὸ ἀπὸ  $MZ$ , τὸ ἀπὸ  $\Theta\Sigma$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Xi M$ . ἀλλ'  
 ὡς μὲν τὸ ἀπὸ  $E\Theta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $MZ$ , τὸ  $E\Theta\Pi$  τρί-  
 20 γωνον πρὸς τὸ  $ZPM$ , ὡς δὲ τὸ ἀπὸ  $\Theta\Sigma$  πρὸς τὸ ἀπὸ  
 $\Xi M$ , τὸ  $\Delta\Theta\Sigma$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $\Xi M\Delta$ . καὶ ὡς ἄρα  
 τὸ  $E\Theta\Pi$  πρὸς τὸ  $ZPM$ , τὸ  $\Delta\Theta\Sigma$  πρὸς τὸ  $\Xi M\Delta$ .  
 ἴσον δὲ τὸ μὲν  $E\Theta\Pi$  τοῖς  $A\Sigma K, \Theta\Delta\Sigma$ , τὸ δὲ  $PMZ$   
 τοῖς  $A\Xi N, \Delta M\Xi$ . ὡς ἄρα τὸ  $\Delta\Theta\Sigma$  πρὸς τὸ  $\Xi M\Delta$ ,  
 25 τὸ  $A\Sigma K$  μετὰ τοῦ  $\Theta\Delta\Sigma$  πρὸς τὸ  $A\Xi N$  μετὰ τοῦ  
 $\Xi M\Delta$ , καὶ λοιπὸν τὸ  $A\Sigma K$  πρὸς λοιπὸν τὸ  $A\Xi N$   
 ἔστιν, ὡς τὸ  $\Delta\Sigma\Theta$  πρὸς τὸ  $\Delta\Xi M$ . ἀλλ' ὡς μὲν τὸ

4. τῆς] ὑπὸ τῆς V; ἐπὶ τῆς p; corr. Memus. 8.  $\Delta$ ] E V;  
 corr. Memus. 12.  $\Xi\Lambda MN\Xi O$  V; corr. p. 16.  $ZM$ ]  $\Xi M$  V;  
 corr. p. 24.  $A\Xi N$ ]  $A\Xi M$  V; corr. Memus. 26. τό] (pr.)  
 ego; ὡς τό V; ἄρα τό Halley.



nem rectamque puncta contactus coniungentem secat, erunt, ut tota recta ita ducta ad partem extrinsecus inter sectionem rectamque puncta contactus coniun-



gentem abscisam, ita partes rectae a sectionibus punctoque concursus contingentium effectae.

sint oppositae *A, B*, quarum centrum sit  $\Gamma$ , contingentes autem

$A\Delta$ ,  $\Delta B$ , et ductae  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  producantur, per  $\Delta$  autem ducatur recta aliqua  $E\Delta ZH$ . dico, esse

$$EH : HZ = E\Delta : \Delta Z.$$

ducatur enim  $A\Gamma$  et producat, et per  $E, Z$  rectae  $AB$  parallelae ducantur  $E\Theta\Sigma$ ,  $Z\Lambda MN\Xi O$ , rectae autem  $A\Delta$  parallelae  $E\Pi$ ,  $ZP$ .

iam quoniam parallelae sunt  $Z\Xi$ ,  $E\Sigma$ , et in eas incidunt  $EZ$ ,  $\Xi\Sigma$ ,  $\Theta M$ , erit [Eucl. VI, 4]  $E\Theta : \Theta\Sigma = ZM : M\Xi$ . et permutando [Eucl. V, 16]  $E\Theta : ZM = \Theta\Sigma : \Xi M$ ; quare etiam  $\Theta E^2 : MZ^2 = \Theta\Sigma^2 : \Xi M^2$ . est autem [Eucl. VI, 19]

$E\Theta^2 : MZ^2 = E\Theta\Pi : ZPM$ ,  $\Theta\Sigma^2 : \Xi M^2 = \Delta\Theta\Sigma : \Xi M\Delta$ ; itaque etiam  $E\Theta\Pi : ZPM = \Delta\Theta\Sigma : \Xi M\Delta$ . est autem  $E\Theta\Pi = A\Sigma K + \Theta\Delta\Sigma$ ,  $ZPM = A\Xi N + \Delta M\Xi$  [prop. XI]; itaque

$\Delta\Theta\Sigma : \Xi M\Delta = A\Sigma K + \Theta\Delta\Sigma : A\Xi N + \Xi M\Delta$  et [Eucl. V, 19]  $A\Sigma K : A\Xi N = \Delta\Sigma\Theta : \Delta\Xi M$ . est autem

$\Lambda\Sigma\text{Κ}$  πρὸς τὸ  $\text{ΑΝ}\Xi$ , τὸ ἀπὸ  $\text{ΚΑ}$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\text{ΑΝ}$ ,  
 τουτέστι τὸ ἀπὸ  $\text{ΕΗ}$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\text{ΖΗ}$ , ὡς δὲ τὸ  $\Delta\Theta\Sigma$   
 πρὸς τὸ  $\Xi\Delta\text{Μ}$ , τὸ ἀπὸ  $\Theta\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta\text{Μ}$ , του-  
 5 ἐστι τὸ ἀπὸ  $\text{ΕΔ}$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta\text{Ζ}$ . καὶ ὡς ἄρα ἡ  $\text{ΕΗ}$   
 πρὸς  $\text{ΗΖ}$ , ἡ  $\text{ΕΔ}$  πρὸς  $\Delta\text{Ζ}$ .

μ'.

Τῶν αὐτῶν ὄντων ἐὰν διὰ τῆς συμπτώσεως τῶν  
 ἐφαπτομένων ἀχθῆ εὐθεῖα παρὰ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπι-  
 ζευγνύουσαν, καὶ ἀπὸ μέσης τῆς τὰς ἀφὰς ἐπιζευγ-  
 10 νούσης ἀχθεῖσα εὐθεῖα τέμνη ἑκατέραν τῶν τομῶν  
 καὶ τὴν παρὰ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιζευγνύουσαν, ἔσται,  
 ὡς ὅλη ἡ διηγμένη πρὸς τὴν ἐκτὸς ἀπολαμβανομένην  
 μεταξὺ τῆς παραλλήλου καὶ τῆς τομῆς, οὕτως τὰ γι-  
 νόμενα τμήματα τῆς εὐθείας ὑπὸ τῶν τομῶν καὶ τῆς  
 15 τὰς ἀφὰς ἐπιζευγνύουσας.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι αἱ  $A, B$ , ὧν κέντρον τὸ  $\Gamma$ ,  
 ἐφαπτόμεναι δὲ αἱ  $A\Delta, \Delta B$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $AB$   
 καὶ ἡ  $\Gamma\Delta E$ . ἴση ἄρα ἡ  $AE$  τῇ  $EB$ . καὶ ἀπὸ μὲν  
 τοῦ  $\Delta$  παρὰ τὴν  $AB$  ἤχθω ἡ  $Z\Delta H$ , ἀπὸ δὲ τοῦ  $E$ ,  
 20 ὡς ἐτυχεν, ἡ  $AE$ . λέγω, ὅτι ἔστιν, ὡς ἡ  $\Theta\Delta$  πρὸς  
 $\Delta K$ , ἡ  $\Theta E$  πρὸς  $EK$ .

ἤχθωσαν ἀπὸ τῶν  $\Theta, K$  παρὰ μὲν τὴν  $AB$  αἱ  
 $NM\Theta\Xi, KO\Pi$ , παρὰ δὲ τὴν  $A\Delta$  αἱ  $\Theta P, K\Sigma$ , καὶ  
 διήχθω ἡ  $\Xi A\Gamma T$ .

25 ἐπεὶ οὖν εἰς παραλλήλους τὰς  $\Xi M, K\Pi$  διηγμένοι  
 εἰσὶν αἱ  $\Xi A\Gamma, M A\Pi$ , ἔστιν, ὡς ἡ  $\Xi A$  πρὸς  $A\Gamma$ ,  
 ἡ  $M A$  πρὸς  $A\Pi$ . ἀλλ' ὡς ἡ  $\Xi A$  πρὸς  $A\Gamma$ , ἡ  $\Theta E$

20.  $\Delta E$ ] ego;  $\Delta E V$ ;  $\Theta E K A$  Halley cum Memo. 23.  
 $NM\Theta\Xi$ ]  $\Theta M N\Xi V$ ; corr. p ( $\Xi\Theta M N$ ). 24.  $\Xi A\Gamma T$ ]  
 $A\Gamma\Xi T V$ ; corr. p. 26.  $M A\Pi$ ]  $M A\Gamma V$ ; corr. p. 27.  $M A$ ]  
 $M\Delta V$ ; corr. p.

$$A\Sigma K : AN\xi = KA^2 : AN^2 \text{ [Eucl. VI, 19]} \\ = EH^2 : ZH^2 \text{ [Eucl. VI, 2; VI, 4; V, 12; V, 16],}$$

et

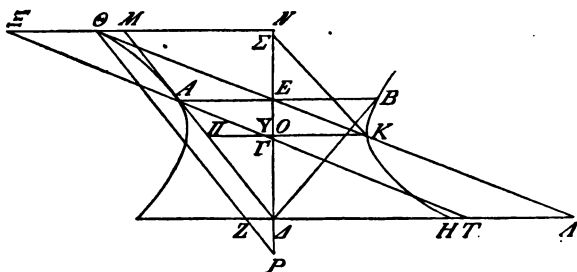
$$\Delta\Theta\Sigma : \xi\Delta M = \Theta\Delta^2 : \Delta M^2 \text{ [Eucl. VI, 19]} \\ = E\Delta^2 : \Delta Z^2 \text{ [Eucl. VI, 4].}$$

ergo etiam  $EH : HZ = E\Delta : \Delta Z$ .

XL.

Iisdem positis si per punctum concursus contingentium recta ducitur rectae puncta contactus coniungenti parallela, et recta a media recta puncta contactus coniungenti ducta utramque sectionem secat rectamque rectae puncta contactus coniungenti parallelam, erunt, ut tota recta ita ducta ad partem extrinsecus inter parallelam sectionemque abscisam, ita partes rectae a sectionibus rectaque puncta contactus coniungenti effectae.

sint oppositae  $A, B$ , quarum centrum sit  $\Gamma$ , contingentes autem  $A\Delta, \Delta B$ , et ducantur  $AB$  et  $\Gamma\Delta E$ ;



itaque  $AE = EB$  [II, 39]. et a  $\Delta$  rectae  $AB$  parallela ducatur  $Z\Delta H$ , ab  $E$  autem quoquo modo  $AE$ . dico, esse  $\Theta A : AK = \Theta E : EK$ .

πρὸς  $EK$ · ὡς δὲ ἡ  $\Theta E$  πρὸς  $EK$ , ἡ  $\Theta N$  πρὸς  $KO$   
 διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν  $\Theta EN$ ,  $KEO$  τριγώνων· ὡς  
 ἄρα ἡ  $\Theta N$  πρὸς  $KO$ , ἡ  $MA$  πρὸς  $AI$ · καὶ ὡς ἄρα  
 τὸ ἀπὸ  $\Theta N$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $KO$ , τὸ ἀπὸ  $MA$  πρὸς τὸ  
 5 ἀπὸ  $AI$ . ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ἀπὸ  $\Theta N$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $OK$ ,  
 τὸ  $\Theta PN$  τριγώνου πρὸς τὸ  $KSO$ , ὡς δὲ τὸ ἀπὸ  $MA$   
 πρὸς τὸ ἀπὸ  $AI$ , τὸ  $\Xi MA$  τριγώνου πρὸς τὸ  $AT\Pi$ ·  
 καὶ ὡς ἄρα τὸ  $\Theta NP$  πρὸς τὸ  $KOS$ , τὸ  $\Xi MA$  πρὸς  
 τὸ  $AT\Pi$ . ἴσον δὲ τὸ  $\Theta NP$  τοῖς  $\Xi AM$ ,  $MN\Delta$ , τὸ  
 10 δὲ  $\Sigma OK$  τοῖς  $AT\Pi$ ,  $\Delta O\Pi$ · καὶ ὡς ἄρα τὸ  $\Xi MA$   
 μετὰ τοῦ  $MN\Delta$  τριγώνου πρὸς τὸ  $AT\Pi$  τριγώνου  
 μετὰ τοῦ  $\Pi\Delta O$  τριγώνου, οὕτως τὸ  $\Xi MA$  τριγώνου  
 πρὸς τὸ  $\Pi\Gamma A$  τριγώνου· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ  $NM\Delta$   
 πρὸς λοιπὸν τὸ  $\Delta O\Pi$  τριγώνον ἔστιν, ὡς ὅλον πρὸς  
 15 ὅλον. ἀλλ' ὡς τὸ  $\Xi MA$  τριγώνου πρὸς τὸ  $AT\Pi$   
 τριγώνου, τὸ ἀπὸ  $\Xi A$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AT$ , ὡς δὲ τὸ  
 $M\Delta N$  πρὸς τὸ  $\Pi\Delta O$ , τὸ ἀπὸ  $MN$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Pi O$ ·  
 καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $MN$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Pi O$ , τὸ ἀπὸ  
 $\Xi A$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AT$ . ὡς δὲ τὸ ἀπὸ  $MN$  πρὸς τὸ  
 20 ἀπὸ  $\Pi O$ , τὸ ἀπὸ  $N\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $O\Delta$ , ὡς δὲ τὸ  
 ἀπὸ  $\Xi A$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AT$ , τὸ ἀπὸ  $\Theta E$  πρὸς τὸ ἀπὸ  
 $EK$ , ὡς δὲ τὸ ἀπὸ  $N\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta O$ , τὸ ἀπὸ  $\Theta A$   
 πρὸς τὸ ἀπὸ  $AK$ · καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $\Theta E$  πρὸς τὸ  
 ἀπὸ  $EK$ , τὸ ἀπὸ  $\Theta A$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AK$ . ἔστιν ἄρα,  
 25 ὡς ἡ  $\Theta E$  πρὸς  $EK$ , ἡ  $\Theta A$  πρὸς  $AK$ .

μα'.

Ἐὰν παραβολῆς τρεῖς εὐθεῖαι ἐφαπτόμεναι συμπίπτωσιν ἀλλήλαις, εἰς τὸν αὐτὸν λόγον τμηθήσονται.

4. πρὸς] (alt.) bis V; corr. p.c. 8. τὸ  $\Xi MA$ ] om. V;  
 corr. p. 13.  $\Xi NM\Delta$  V; corr. p ( $MN\Delta$ ). 25.  $\Theta E$ ] cp,  
 E obscurum in V;  $\Theta\Sigma$  v.

a  $\Theta$ ,  $K$  rectae  $AB$  parallelae ducantur  $NM\Theta\xi$ ,  $KO\Pi$ , rectae autem  $A\Delta$  parallelae  $\Theta P$ ,  $K\Sigma$ , et ducatur  $\xi A\Gamma T$ .

quoniam igitur in parallelas  $\xi M$ ,  $K\Pi$  incidunt  $\xi AT$ ,  $M\Pi$ , erit [Eucl. VI, 4]  $\xi A : AT = MA : A\Pi$ . uerum  $\xi A : AT = \Theta E : EK$  [Eucl. VI, 2]; et

$$\Theta E : EK = \Theta N : KO$$

propter similitudinem triangulorum  $\Theta EN$ ,  $KEO$  [Eucl. VI, 4]; itaque  $\Theta N : KO = MA : A\Pi$ . quare etiam  $\Theta N^2 : KO^2 = MA^2 : A\Pi^2$ . uerum

$\Theta N^2 : OK^2 = \Theta PN : K\Sigma O$ ,  $MA^2 : A\Pi^2 = \xi MA : AT\Pi$  [Eucl. VI, 19]; itaque etiam  $\Theta NP : KO\Sigma = \xi MA : AT\Pi$ . est autem [prop. XI]  $\Theta NP = \xi AM + MN\Delta$  et  $\Sigma OK = AT\Pi + \Delta O\Pi$ ; quare etiam

$$\xi MA + MN\Delta : AT\Pi + \Delta O\Pi = \xi MA : \Pi T A.$$

itaque etiam [Eucl. V, 19]  $NM\Delta : \Delta O\Pi$ , ut totum ad totum. est autem

$\xi MA : AT\Pi = \xi A^2 : AT^2$ ,  $M\Delta N : \Delta O\Pi = MN^2 : \Pi O^2$  [Eucl. VI, 19]; quare etiam  $MN^2 : \Pi O^2 = \xi A^2 : AT^2$ . uerum

$$MN^2 : \Pi O^2 = N\Delta^2 : O\Delta^2 \text{ [Eucl. VI, 4],}$$

$$\xi A^2 : AT^2 = \Theta E^2 : EK^2 \text{ [Eucl. VI, 2],}$$

$N\Delta^2 : \Delta O^2 = \Theta A^2 : AK^2$  [Eucl. VI, 4; VI, 2; V, 12; V, 16]; itaque etiam  $\Theta E^2 : EK^2 = \Theta A^2 : AK^2$ . ergo

$$\Theta E : EK = \Theta A : AK.$$

### XLI.

Si tres rectae parabolam contingentes inter se concurrunt, secundum eandem rationem secabuntur.

ἔστω παραβολὴ ἡ  $AB\Gamma$ , ἐφαπτόμεναι δὲ αἱ  $A\Delta E$ ,  $EZ\Gamma$ ,  $\Delta BZ$ . λέγω, ὅτι ἐστίν, ὡς ἡ  $\Gamma Z$  πρὸς  $ZE$ , ἡ  $E\Delta$  πρὸς  $\Delta A$  καὶ ἡ  $ZB$  πρὸς  $B\Delta$ .

ἐπεξεύχθω γὰρ ἡ  $A\Gamma$  καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ  
 5 τὸ  $H$ .

ὅτι μὲν οὖν ἡ ἀπὸ τοῦ  $E$  ἐπὶ τὸ  $H$  διάμετρος ἐστὶ τῆς τομῆς, φανερόν.

εἰ μὲν οὖν διὰ τοῦ  $B$  ἐρχεται, παράλληλός ἐστὶν ἡ  $\Delta Z$  τῇ  $A\Gamma$  καὶ δίχα τμηθήσεται κατὰ τὸ  $B$  ὑπὸ  
 10 τῆς  $EH$ , καὶ διὰ τοῦτο ἴση ἐστὶ ἡ  $A\Delta$  τῇ  $\Delta E$  καὶ ἡ  $\Gamma Z$  τῇ  $ZE$ , καὶ φανερόν τὸ ζητούμενον.

μὴ ἐρχέσθω διὰ τοῦ  $B$ , ἀλλὰ διὰ τοῦ  $\Theta$ , καὶ ἦχθω διὰ τοῦ  $\Theta$  παρὰ τὴν  $A\Gamma$  ἡ  $K\Theta A$ . ἐφάπεται ἄρα τῆς τομῆς κατὰ τὸ  $\Theta$ , καὶ διὰ τὰ εἰρημμένα ἴση ἐστὶ ἡ  $AK$   
 15 τῇ  $KE$  καὶ ἡ  $A\Gamma$  τῇ  $AE$ . ἦχθω διὰ μὲν τοῦ  $B$  παρὰ τὴν  $EH$  ἡ  $MNB\Xi$ , διὰ δὲ τῶν  $A, \Gamma$  παρὰ τὴν  $\Delta Z$  αἱ  $AO, \Gamma\Pi$ . ἐπεὶ οὖν παράλληλός ἐστὶν ἡ  $MB$  τῇ  $E\Theta$ , διάμετρος ἐστὶν ἡ  $MB$ · καὶ ἐφάπτεται κατὰ τὸ  $B$  ἡ  $\Delta Z$ · κατηγμέναι ἄρα εἰσὶν αἱ  $AO, \Gamma\Pi$ . καὶ ἐπεὶ  
 20 διάμετρος ἐστὶν ἡ  $MB$ , ἐφαπτομένη δὲ ἡ  $\Gamma M$ , κατηγμένη δὲ ἡ  $\Gamma\Pi$ , ἴση ἐστὶ ἡ  $MB$  τῇ  $B\Pi$ · ὥστε καὶ ἡ  $MZ$  τῇ  $Z\Gamma$ . καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ  $MZ$  τῇ  $Z\Gamma$  καὶ ἡ  $E\Delta$  τῇ  $A\Gamma$ , ἔστιν, ὡς ἡ  $M\Gamma$  πρὸς  $\Gamma Z$ , ἡ  $E\Gamma$  πρὸς  $\Gamma A$ · καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ  $M\Gamma$  πρὸς  $\Gamma E$ , ἡ  $Z\Gamma$  πρὸς  $\Gamma A$ .  
 25 ἀλλ' ὡς ἡ  $M\Gamma$  πρὸς  $\Gamma E$ , ἡ  $\Xi\Gamma$  πρὸς  $\Gamma H$ · καὶ ὡς ἄρα ἡ  $Z\Gamma$  πρὸς  $\Gamma A$ , ἡ  $\Xi\Gamma$  πρὸς  $\Gamma H$ . ὡς δὲ ἡ  $H\Gamma$  πρὸς  $\Gamma A$ , ἡ  $A\Gamma$  πρὸς  $\Gamma E$  [διπλασία γὰρ ἑκατέρω]· δι' ἴσου ἄρα, ὡς ἡ  $A\Gamma$  πρὸς  $\Gamma E$ , ἡ  $E\Gamma$  πρὸς  $\Gamma Z$ ,

13.  $K\Theta A$ ]  $\Theta K A V$ ; corr. p. 20. Post  $MB$  del. m. 1  
 τῇ  $E\Theta$  διάμετρος ἐστὶν ἡ  $MB V$ . 21. ἐστὶν] bis  $V$ ; corr. p. v.c.  
 27. διπλασία γὰρ ἑκατέρω] deleo.

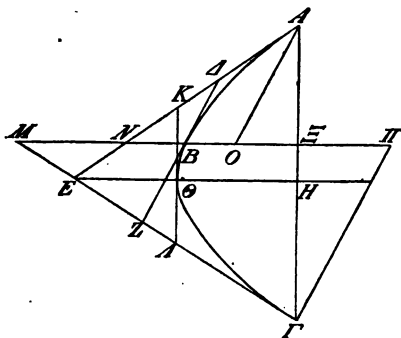
sit parabola  $AB\Gamma$ , contingentes autem  $A\Delta E$ ,  $EZ\Gamma$ ,  $\Delta BZ$ . dico, esse  $\Gamma Z : ZE = EA : \Delta A = ZB : B\Delta$ .

ducatur enim  $A\Gamma$  et in  $H$  in duas partes aequales secetur.

iam rectam ab  $E$  ad  $H$  ductam diametrum esse sectionis, manifestum est [II, 29].

iam si ea per  $B$  cadit,  $\Delta Z$  rectae  $A\Gamma$  parallela erit [II, 5] et ad  $B$  ab  $EH$  in duas partes aequales secabitur [Eucl. VI, 4], qua de causa erit  $A\Delta = \Delta E$ ,

$\Gamma Z = ZE$  [I, 35; Eucl. VI, 2], et manifestum est, quod quaerimus.



iam ne cadat per  $B$ , sed per  $\Theta$ , et per  $\Theta$  rectae  $A\Gamma$  parallela ducatur  $K\Theta A$ ; ea igitur sectionem continget in  $\Theta$  [I, 32], et

propter ea, quae diximus, erit  $AK = KE$ ,  $A\Gamma = \Delta E$ . iam per  $B$  rectae  $EH$  parallela ducatur  $MNB\Xi$ , per  $A, \Gamma$  autem rectae  $\Delta Z$  parallelae  $AO, \Gamma\Pi$ . quoniam igitur  $MB, E\Theta$  parallelae sunt, diameter est  $MB$  [I, 51 coroll.]; et  $\Delta Z$  in  $B$  contingit; itaque  $AO, \Gamma\Pi$  ordinate ductae sunt [I def.4]. et quoniam  $MB$  diameter est, contingens  $\Gamma M$ , ordinate ducta  $\Gamma\Pi$ , erit  $MB = B\Pi$  [I, 35]; quare etiam  $MZ = Z\Gamma$  [Eucl. VI, 2]. et quoniam est  $MZ = Z\Gamma$ ,  $EA = A\Gamma$ , erit

$$M\Gamma : \Gamma Z = E\Gamma : \Gamma A$$

et permutando [Eucl. V, 16]  $M\Gamma : \Gamma E = Z\Gamma : \Gamma A$ .

καὶ ἀναστρέφονται, ὡς ἡ  $ΕΓ$  πρὸς  $ΕΖ$ , ἡ  $ΓΑ$  πρὸς  $ΑΞ$   
 διελόντι, ὡς ἡ  $ΓΖ$  πρὸς  $ΖΕ$ , ἡ  $ΓΞ$  πρὸς  $ΞΑ$ . πάλιν  
 ἐπεὶ διάμετρος ἐστὶν ἡ  $ΜΒ$  καὶ ἐφαπτομένη ἡ  $ΑΝ$   
 καὶ κατηγμένη ἡ  $ΑΟ$ , ἴση ἐστὶν ἡ  $ΝΒ$  τῇ  $ΒΟ$  καὶ ἡ  
 5  $ΝΔ$  τῇ  $ΔΑ$ . ἐστὶ δὲ καὶ ἡ  $ΕΚ$  τῇ  $ΚΑ$  ὡς ἄρα ἡ  
 $ΑΕ$  πρὸς  $ΑΚ$ , ἡ  $ΝΑ$  πρὸς  $ΑΔ$  ἐναλλάξ, ὡς ἡ  $ΕΑ$   
 πρὸς  $ΑΝ$ , ἡ  $ΚΑ$  πρὸς  $ΑΔ$ . ἀλλ' ὡς ἡ  $ΕΑ$  πρὸς  $ΑΝ$ ,  
 ἡ  $ΗΑ$  πρὸς  $ΑΞ$  καὶ ὡς ἄρα ἡ  $ΚΑ$  πρὸς  $ΑΔ$ , ἡ  $ΗΑ$   
 πρὸς  $ΑΞ$ . ἐστὶ δὲ καί, ὡς ἡ  $ΓΑ$  πρὸς  $ΑΗ$ , ἡ  $ΕΑ$   
 10 πρὸς  $ΑΚ$  [διπλασία γὰρ ἑκατέρα ἑκατέρας]· δι' ἴσου  
 ἄρα, ὡς ἡ  $ΓΑ$  πρὸς  $ΑΞ$ , ἡ  $ΕΑ$  πρὸς  $ΑΔ$ · διελόντι,  
 ὡς ἡ  $ΓΞ$  πρὸς  $ΞΑ$ , ἡ  $ΕΔ$  πρὸς  $ΔΑ$ . ἐδείχθη δὲ καί,  
 ὡς ἡ  $ΓΞ$  πρὸς  $ΑΞ$ , ἡ  $ΓΖ$  πρὸς  $ΖΕ$  ὡς ἄρα ἡ  $ΓΖ$   
 πρὸς  $ΖΕ$ , ἡ  $ΕΔ$  πρὸς  $ΑΔ$ . πάλιν ἐπεὶ ἐστὶν, ὡς ἡ  
 15  $ΓΞ$  πρὸς  $ΞΑ$ , ἡ  $ΓΠ$  πρὸς  $ΑΟ$ , καὶ ἐστὶν ἡ μὲν  $ΓΠ$   
 τῆς  $ΒΖ$  διπλῆ, ἐπεὶ καὶ ἡ  $ΓΜ$  τῆς  $ΜΖ$ , ἡ δὲ  $ΑΟ$   
 τῆς  $ΒΔ$ , ἐπεὶ καὶ ἡ  $ΑΝ$  τῆς  $ΝΔ$ , ὡς ἄρα ἡ  $ΓΞ$   
 πρὸς  $ΞΑ$ , ἡ  $ΖΒ$  πρὸς  $ΒΔ$  καὶ ἡ  $ΓΖ$  πρὸς  $ΖΕ$  καὶ  
 ἡ  $ΕΔ$  πρὸς  $ΔΑ$ .

20

μβ'.

Ἐὰν ἐν ὑπερβολῇ ἢ ἐλλείψει ἡ κύκλου περιφερεία  
 ἢ ταῖς ἀντικειμέναις ἀπ' ἄκρας τῆς διαμέτρου ἀχθῶσι  
 παρὰ τεταγμένως κατηγμένην, ἄλλη δέ τις, ὡς ἔτυχεν,  
 ἀχθῆ ἐφαπτομένη, ἀποτεμεῖ ἀπ' αὐτῶν εὐθείας ἴσον  
 25 περιεχοῦσας τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ πρὸς τῇ αὐτῇ δια-  
 μέτρῳ εἶδους.

ἔστω γάρ τις τῶν προειρημένων τομῶν, ἧς διά-  
 μετρος ἡ  $ΑΒ$ , καὶ ἀπὸ τῶν  $Α$ ,  $Β$  ἤχθωσαν παρὰ

1.  $ΑΞ$ ] *vc*, corr. ex  $ΑΓ$  m. 1  $V$ . 10. διπλασία — ἑκα-  
 τέρας] *deleo*. 21. ἐν] *om.*  $V$ ; corr. *p*.



uerum  $MG:GE = EG:GH$  [Eucl. VI, 4]; itaque etiam  $ZG:GA = EG:GH$ . est autem

$$HG:GA = AG:GE;$$

nam utraque duplo maior est; ex aequo igitur [Eucl.V,22]  $AG:GE = EG:GZ$ , et conuertendo [Eucl.V, 19 coroll.]  $EG:EZ = GA:AG$ ; dirimendo [Eucl. V, 17]

$$GZ:ZE = GE:EA.$$

rursus quoniam diameter est  $MB$ , contingens  $AN$ , ordinate ducta  $AO$ , erit  $NB=BO$  [I, 35] et [Eucl.VI,2]  $ND=DA$ . est autem etiam  $EK=KA$ ; quare  $AE:AK = NA:AD$ , et permutando [Eucl. V, 16]  $EA:AN = KA:AD$ . est autem  $EA:AN = HA:AG$  [Eucl. VI, 4]; quare etiam  $KA:AD = HA:AG$ . est autem etiam  $GA:AH = EA:AK$ ; nam utraque duplo maior est utraque; itaque ex aequo  $GA:AG = EA:AD$  [Eucl.V,22]; dirimendo [Eucl.V,17]  $GE:EA = AD:DA$ . demonstrauimus autem etiam, esse  $GE:AG = GZ:ZE$ ; itaque  $GZ:ZE = AD:DA$ . rursus quoniam est  $GE:AG = GP:AO$  [Eucl. VI, 4; V, 16], et  $GP=2BZ$  [Eucl.VI,4], quoniam etiam  $GM=2MZ$ , et  $AO=2BA$  [Eucl. VI, 4], quoniam etiam  $AN=2ND$ , erit

$$GE:AG = ZB:BA = GZ:ZE = AD:DA.$$

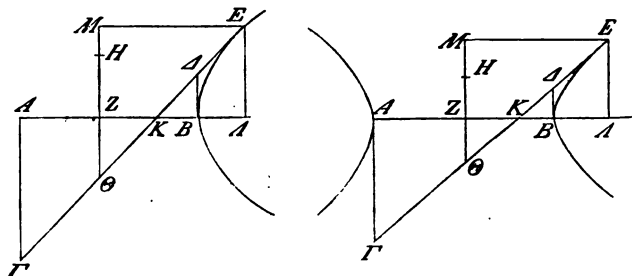
## XLII.

Si in hyperbola uel ellipsi uel circulo uel oppositis a terminis diametri rectae ducuntur rectae ordinate ductae parallelae, alia autem aliqua quoquo modo contingens ducitur, haec ab illis rectas abscindet rectangulum comprehendentes aequale quartae parti figurae eidem diametro adplicatae.

sit enim aliqua sectionum, quas diximus, cuius

τεταγμένως κατηγμένην αἰ  $ΑΓ$ ,  $ΒΔ$ , ἄλλη δέ τις ἐφαπτέσθω κατὰ τὸ  $Ε$  ἢ  $ΓΕΔ$ . λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ  $ΑΓ$ ,  $ΒΔ$  ἴσον ἐστὶ τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ πρὸς τῇ  $ΑΒ$  εἵδους.

- 5 ἔστω γὰρ κέντρον τὸ  $Ζ$ , καὶ δι' αὐτοῦ ἤχθω παρὰ τὰς  $ΑΓ$ ,  $ΒΔ$  ἢ  $ΖΗΘ$ . ἐπεὶ οὖν αἰ  $ΑΓ$ ,  $ΒΔ$  παράλληλοι εἰσιν, ἔστι δὲ καὶ ἡ  $ΖΗ$  παράλληλος, συζυγῆς



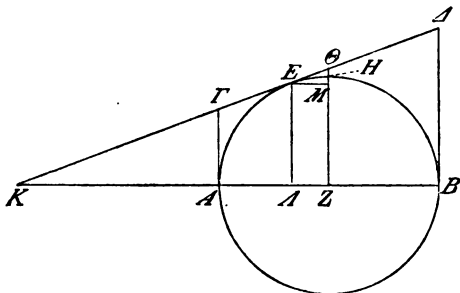
ἄρα διάμετρος ἐστὶ τῇ  $ΑΒ$ . ὥστε τὸ ἀπὸ  $ΖΗ$  ἴσον ἐστὶ τῷ τετάρτῳ τοῦ πρὸς τῇ  $ΑΒ$  εἵδους.<sup>1</sup>

- 10 εἰ μὲν οὖν ἡ  $ΖΗ$  ἐπὶ τῆς ἐλλείψεως καὶ τοῦ κύκλου διὰ τοῦ  $Ε$  ἔρχεται, ἴσαι γίνονται αἰ  $ΑΓ$ ,  $ΖΗ$ ,  $ΒΔ$ , καὶ φανερὸν ἀντόθεν, ὅτι τὸ ὑπὸ  $ΑΓ$ ,  $ΒΔ$  ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ  $ΖΗ$ , τουτέστι τῷ τετάρτῳ τοῦ πρὸς τῇ  $ΑΒ$  εἵδους.
- 15 μὴ ἐρχέσθω δὴ, καὶ συμπιπέτωσαν αἰ  $ΔΓ$ ,  $ΒΑ$  ἐκβαλλόμεναι κατὰ τὸ  $Κ$ , καὶ διὰ τοῦ  $Ε$  παρὰ μὲν τὴν  $ΑΓ$  ἤχθω ἢ  $ΕΛ$ , παρὰ δὲ τὴν  $ΑΒ$  ἢ  $ΕΜ$ . ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ  $ΚΖΑ$  τῷ ἀπὸ  $ΑΖ$ , ἔστιν, ὡς ἡ  $ΚΖ$  πρὸς  $ΖΑ$ , ἢ  $ΖΑ$  πρὸς  $ΖΑ$ , καὶ ἡ  $ΚΑ$  πρὸς
- 20  $ΑΑ$  ἐστίν, ὡς ἡ  $ΚΖ$  πρὸς  $ΖΑ$ , τουτέστι πρὸς  $ΖΒ$ .

20. ἔστιν] scripsi, ἔστι δὲ Vp. ΖΑ] pcv, Α e corr. m. 1 V.  
ΖΒ] pcv; Β e corr. m. 1 V.

diameter sit  $AB$ , et ab  $A, B$  rectae ordinate ductae parallelae ducantur  $A\Gamma, B\Delta$ , alia autem recta  $\Gamma E\Delta$  in  $E$  contingat. dico,  $A\Gamma \times B\Delta$  quartae parti figurae ad  $AB$  adplicatae aequale esse.

sit enim centrum  $Z$ , et per id rectis  $A\Gamma, B\Delta$  parallela ducatur  $ZH$ . quoniam igitur  $A\Gamma, B\Delta$



parallelae sunt, et etiam  $ZH$  iis parallela est, diameter est coniugata cum  $AB$  [I def. 6]; quare  $ZH^2$  quartae parti figurae ad  $AB$  adplicatae aequale est [I deff. alt. 3].

iam si in ellipsi circuloque  $ZH$  per  $E$  cedit, erit  $A\Gamma = ZH = B\Delta$ , et statim adparet, esse

$$A\Gamma \times B\Delta = ZH^2,$$

hoc est quartae parti figurae ad  $AB$  adplicatae aequale.

iam per  $E$  ne cadat, et  $\Delta\Gamma, BA$  productae concurrant in  $K$ , per  $E$  autem rectae  $A\Gamma$  parallela ducatur  $EA$  et rectae  $AB$  parallela  $EM$ . iam quoniam est [I, 37]  $KZ \times ZA = AZ^2$ , erit  $KZ : ZA = ZA : ZA$  [Eucl. VI, 17] et

$$KA : AA = KZ : ZA \text{ [Eucl. V, 12; — V, 19 coroll.; V, 16]} \\ = KZ : ZB.$$

ἀνάκαλιον, ὡς ἡ  $BZ$  πρὸς  $ZK$ , ἡ  $AA$  πρὸς  $AK$  συν-  
 θέντι ἢ διαλόντι, ὡς ἡ  $BK$  πρὸς  $KZ$ , ἡ  $AK$  πρὸς  $KA$ .  
 καὶ ὡς ἄρα ἡ  $AB$  πρὸς  $Z\Theta$ , ἡ  $EA$  πρὸς  $GA$ . τὸ ἄρα  
 ὑπὲρ  $AB$ ,  $GA$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $Z\Theta$ ,  $EA$ , τουτέστι τῷ  
 5 ὑπὸ  $\Theta ZM$ . τὸ δὲ ὑπὸ  $\Theta ZM$  ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ  $ZH$ ,  
 τουτέστι τῷ τετάρτῳ τοῦ πρὸς τῇ  $AB$  εἰδους· καὶ τὸ  
 ὑπὸ  $AB$ ,  $GA$  ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ τετάρτῳ τοῦ πρὸς  
 τῇ  $AB$  εἰδους.

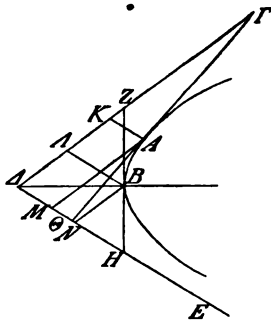
μγ'.

10. Ἐὰν ὑπερβολῆς εὐθετα ἐπιφανῆ, ἀποτεμεῖ ἀπὸ τῶν  
 ἀσυμπτῶτων πρὸς τῷ κέντρῳ τῆς τομῆς εὐθείας ἴσον  
 περιεχούσας τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ἀποτεμνομένων  
 εὐθειῶν ὑπὸ τῆς ἐφαπτομένης κατὰ τὴν πρὸς τῷ ἄξονι  
 κορυφῇ τῆς τομῆς.

15. ἔστω ὑπερβολὴ ἡ  $AB$ , ἀσύμπτωτοι δὲ αἱ  $GA, E$ ,  
 ἄξων δὲ ὁ  $B\Delta$ , καὶ ἤχθῳ διὰ τοῦ  $B$  ἐφαπτομένη ἡ  
 $ZBH$ , ἄλλη δέ τις, ὡς ἔτυχεν,  
 ἐφαπτομένη ἡ  $GA\Theta$ . λέγω, ὅτι  
 τὸ ὑπὸ  $Z\Delta H$  ἴσον ἐστὶ τῷ

20 ὑπὸ  $GA\Theta$ .

ἤχθωσαν γὰρ ἀπὸ τῶν  $A, B$   
 παρὰ μὲν τὴν  $\Delta H$  αἱ  $AK, B\Lambda$ ,  
 παρὰ δὲ τὴν  $GA$  αἱ  $AM, BN$ .  
 ἐπεὶ οὖν ἐφάπτεται ἡ  $GA\Theta$ ,  
 25 ἴση ἡ  $GA$  τῇ  $A\Theta$ . ὥστε ἡ  $GA\Theta$   
 τῆς  $\Theta A$  διπλῆ καὶ ἡ  $GA$  τῆς  
 $AM$  καὶ ἡ  $\Delta\Theta$  τῆς  $AK$ . τὸ ἄρα ὑπὸ  $GA\Theta$  τετρα-  
 πλάσιόν ἐστὶ τοῦ ὑπὸ  $KAM$ . ὁμοίως δὲ δειχθήσεται



1. ἡ] (pr.) om. V; corr. p. 10. ἀποτεμεῖ] cp, supra add.  
 η m. 1 V: ἀπὸ τῶν] bis V; corr. pc. 16. ἄξων] pcv, ξ e  
 corr. m. 1 V. 17. ZBH] BZH V; corr. p.

e contrario [Eucl. V, 7 coroll.]  $BZ : ZK = AA : AK$ .  
 componendo [Eucl. V, 18] uel dirimendo [Eucl. V, 17]  
 $BK : KZ = AK : KA$ . quare etiam

$$\Delta B : Z\Theta = EA : \Gamma A \text{ [Eucl. VI, 4].}$$

itaque [Eucl. VI, 16]  $\Delta B \times \Gamma A = Z\Theta \times EA = \Theta Z \times ZM$   
 [Eucl. I, 34]. uerum  $\Theta Z \times ZM = ZH^2$  [I, 38], hoc  
 est quartae parti figurae ad  $\Delta B$  adplicatae aequale.  
 ergo etiam  $\Delta B \times \Gamma A$  quartae parti figurae ad  $\Delta B$   
 adplicatae aequale est.

XLIII.

Si recta hyperbolam contingit, ab asymptotis ad  
 centrum sectionis rectas abscindet rectangulum com-  
 prehendentem aequale rectangulo comprehenso rectis  
 abscisis a recta in uertice sectionis ad axem posito  
 contingenti.

sit hyperbola  $AB$ , asymptotae autem  $\Gamma A$ ,  $\Delta E$ ,  
 axis autem  $B A$ , et per  $B$  contingens ducatur  $ZBH$ ,  
 alia autem quaeuis contingens  $\Gamma A\Theta$ . dico, esse

$$Z\Delta \times \Delta H = \Gamma \Delta \times \Delta \Theta.$$

ducantur enim ab  $A, B$  rectae  $\Delta H$  parallelae  $AK$ ,  
 $B A$ , rectae autem  $\Gamma A$  parallelae  $AM, BN$ . iam  
 quoniam  $\Gamma A\Theta$  contingit, erit  $\Gamma A = A\Theta$  [II, 3]. quare  
 erit  $\Gamma \Theta = 2\Theta A$ ,  $\Gamma \Delta = 2AM$  [Eucl. VI, 2; I, 34],  
 $\Delta \Theta = 2AK$  [Eucl. VI, 4]. itaque erit

$$\Gamma \Delta \times \Delta \Theta = 4KA \times AM.$$

iam eodem modo demonstrabimus, esse

$$Z\Delta \times \Delta H = 4AB \times BN.$$

est autem  $KA \times AM = AB \times BN$  [II, 12]. ergo  
 etiam  $\Gamma \Delta \times \Delta \Theta = Z\Delta \times \Delta H$ .

τὸ ὑπὸ  $Z\Delta H$  τετραπλάσιον τοῦ ὑπὸ  $\Delta B N$ . ἴσον δὲ τὸ ὑπὸ  $K\Delta M$  τῷ ὑπὸ  $\Delta B N$ . ἴσον ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ  $\Gamma\Delta\Theta$  τῷ ὑπὸ  $Z\Delta H$ .

ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, κἂν ἡ  $\Delta B$  ἑτέρα τις ἢ  
 5 διάμετρος καὶ μὴ ἄξων.

μδ'.

Ἐὰν υπερβολῆς ἢ τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθείαι ἐφαπτόμεναι συμπέπτωσι ταῖς ἀσύμπτωτοις, αἱ ἐπὶ τὰς τομαῖς ἀγόμεναι παράλληλοι ἔσονται τῇ τὰς ἀφᾶς ἐπι-  
 10 ζευγνουσίῃ.

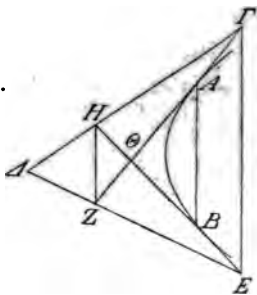
ἔστω γὰρ ἡ ὑπερβολὴ ἢ ἀντικείμεναι ἡ  $AB$ , ἀσύμ-  
 πτωτοι δὲ αἱ  $\Gamma\Delta E$  καὶ ἐφαπτόμεναι αἱ  $\Gamma\Delta\Theta Z$ ,  $EB\Theta H$ ,  
 καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ  $\Delta B$ ,  $ZH$ ,  
 $\Gamma E$ . λέγω, ὅτι παράλληλοι  
 15 εἰσιν.

ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ  $\Gamma\Delta Z$  ἴσον  
 τῷ ὑπὸ  $H\Delta E$ , ἔστιν ἄρα, ὡς  
 ἢ  $\Gamma\Delta$  πρὸς  $\Delta E$ , ἢ  $H\Delta$  πρὸς  
 $\Delta Z$ . παράλληλος ἄρα ἔστιν ἡ  
 20  $\Gamma E$  τῇ  $ZH$ . καὶ διὰ τοῦτο  
 ὡς ἡ  $\Theta Z$  πρὸς  $Z\Gamma$ , ἢ  $\Theta H$   
 πρὸς  $HE$ . ὡς δὲ ἡ  $HE$  πρὸς  
 $HB$ , ἢ  $\Gamma Z$  πρὸς  $AZ$ . διπλῆ γὰρ ἑκατέρα· δι' ἴσου  
 ἄρα ὡς ἡ  $\Theta H$  πρὸς  $HB$ , ἢ  $\Theta Z$  πρὸς  $Z\Delta$ . παρ-  
 25 ἄλληλος ἄρα ἔστιν ἡ  $ZH$  τῇ  $AB$ .

με'.

Ἐὰν ἐν ὑπερβολῇ ἢ ἑλλείψει ἢ κύκλου περιφερείᾳ  
 ἢ ταῖς ἀντικειμέναις ἀπ' ἄκρου τοῦ ἄξωνος ἀχθῶσιν

13.  $AB$ ]  $AH V$ ; corr. p. 17. τῷ] τό  $V$ ; corr. p.c. ἔστιν  
 — 18.  $\Gamma\Delta$ ] om.  $V$ ; corr. p.

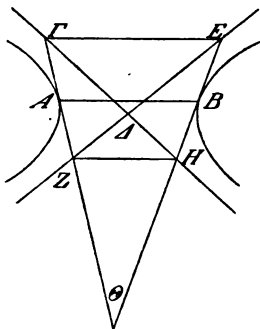


iam eodem modo hoc demonstrabimus, etiam si  $\Delta B$  alia aliqua diametrus est, non axis.

XLIV.

Si duae rectae hyperbolam uel oppositas contingentes cum asymptotis concurrunt, rectae ad puncta sectionis ductae parallelae erunt rectae puncta contactus coniungenti.

sit enim  $AB$  aut hyperbola aut oppositae, asymptotae autem  $\Gamma A$ ,  $\Delta E$  contingentesque  $\Gamma A \Theta Z$ ,  $EB \Theta H$ , et ducantur  $AB$ ,  $ZH$ ,  $\Gamma E$ . dico, eas parallelas esse.



nam quoniam est

$$\Gamma \Delta \times \Delta Z = H \Delta \times \Delta E$$

[prop. XLIII; cfr. Eutocius],  
erit [Eucl. VI, 16]

$$\Gamma \Delta : \Delta E = H \Delta : \Delta Z;$$

itaque [Eucl. VI, 6; I, 27, 28]

$\Gamma E$  et  $ZH$  parallelae sunt. qua  
de causa erit

$$\Theta Z : Z \Gamma = \Theta H : H E \text{ [Eucl. VI, 2].}$$

est autem  $HE : HB = \Gamma Z : AZ$ ; nam utraque duplo maior est utraque [II, 3]. ex aequo igitur [Eucl V, 22]  $\Theta H : HB = \Theta Z : ZA$ . ergo [Eucl. VI, 2]  $ZH$ ,  $AB$  parallelae sunt.

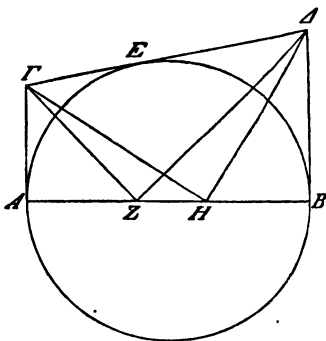
XLV.

Si in hyperbola uel ellipsi uel circulo uel oppositis a terminis axis rectae perpendiculares ducuntur, et quartae parti figurae aequale axi adplicatur in utramque partem spatium in hyperbola oppositisque figura

εὐθείαι πρὸς ὀρθάς, καὶ τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ εἵδους ἴσον παρὰ τὸν ἄξονα παραβληθῆ ἑφ' ἑκάτερα ἐπὶ μὲν τῆς ὑπερβολῆς καὶ τῶν ἀντικειμένων ὑπερβάλλον εἶδει τετραγώνῳ, ἐπὶ δὲ τῆς

5 ἑλλείψεως ἑλλείπον, ἀχθῆ δέ τις εὐθεῖα ἐφαπτομένη τῆς τομῆς συμπίπτουσα ταῖς πρὸς ὀρθάς εὐθείαις, αἱ ἀπὸ τῶν συμπτώσεων

10 ἀγόμεναι εὐθεῖαι ἐπὶ τὰ ἐκ τῆς παραβολῆς γενηθέντα σημεῖα ὀρθὰς ποιούσιν γωνίας πρὸς τοῖς εἰρημένοις σημείοις.



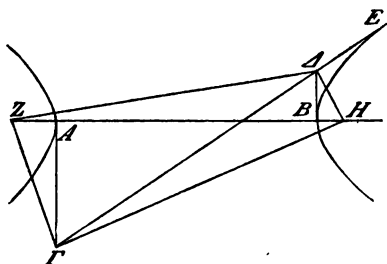
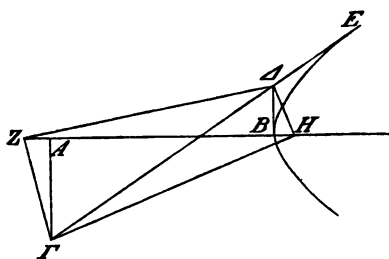
15 ἔστω μία τῶν εἰρημένων τομῶν, ἧς ἄξων ὁ  $AB$ , πρὸς ὀρθάς δὲ αἱ  $AG$ ,  $BD$ , ἐφαπτομένη δὲ ἡ  $GE$ , καὶ τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ εἵδους ἴσον παραβεβλήσθω ἑφ' ἑκάτερα, ὡς εἴρηται, τὸ ὑπὸ  $AZB$  καὶ τὸ ὑπὸ  $AHB$ , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $GZ$ ,  $GH$ ,  $AZ$ ,  $AH$ . λέγω, 20 ὅτι ἡ τε ὑπὸ  $GZA$  καὶ ἡ ὑπὸ  $GHA$  γωνία ὀρθή ἐστίν.

ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ  $AG$ ,  $BD$  ἴσον ἐδείχθη τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ πρὸς τῇ  $AB$  εἵδους, ἔστι δὲ καὶ τὸ ὑπὸ  $AZB$  ἴσον τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ εἵδους, τὸ ἄρα ὑπὸ 25  $AG$ ,  $AB$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ  $AZB$ . ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ  $GA$  πρὸς  $AZ$ , ἡ  $ZB$  πρὸς  $BD$ . καὶ ὀρθαὶ αἱ πρὸς τοῖς  $A$ ,  $B$  σημείοις γωνίαι· ἴση ἄρα ἡ μὲν ὑπὸ  $AGZ$  γωνία τῇ ὑπὸ  $BZA$ , ἡ δὲ ὑπὸ  $AZG$  τῇ ὑπὸ  $ZAB$ . καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ  $GAZ$  ὀρθή ἐστίν, αἱ ἄρα ὑπὸ  $AGZ$ ,

20.  $GZA$ ] p;  $GAZ$  vc,  $GAZ'$  V (lineolae a manu 2?).  
27. ὑπό] pc, supra scr. m. 1 V.



quadrata excedens, in ellipsi autem deficiens, sectionemque contingens recta ducitur cum rectis perpendicularibus concurrentibus, rectae a punctis concursus ad puncta



adplicatione orta ductae ad puncta, quae diximus, rectos angulos efficiunt.

sit aliqua sectionum, quas diximus, cuius axis sit  $AB$ , perpendiculares autem  $A\Gamma$ ,  $B\Delta$  contingensque  $\Gamma E\Delta$ , et quartae parti figurae aequale in utramque partem adplicetur ita, ut diximus,  $AZ \times ZB$  et  $AH \times HB$ , ducanturque  $\Gamma Z$ ,  $\Gamma H$ ,

$\Delta Z$ ,  $\Delta H$ . dico, angulos  $\Gamma Z\Delta$  et  $\Gamma H\Delta$  rectos esse.

nam quoniam demonstrauius, esse  $A\Gamma \times B\Delta$  quartae parti figurae ad  $AB$  adplicatae aequale [prop. XLII], uerum etiam  $AZ \times ZB$  quartae parti figurae aequale est, erit  $A\Gamma \times \Delta B = AZ \times ZB$ . itaque  $\Gamma A : AZ = ZB : B\Delta$  [Eucl. VI, 16]. et anguli ad  $A$ ,  $B$  positi recti sunt; itaque [Eucl. VI, 6]  $\angle A\Gamma Z = BZ\Delta$ ,  $\angle AZ\Gamma = Z\Delta B$ . et quoniam  $\angle \Gamma AZ$  rectus est,  $\angle A\Gamma Z + \angle AZ\Gamma$  uni recto aequales sunt [Eucl. I, 32]. et demonstrauius etiam, esse

$$\angle A\Gamma Z = \angle ZB\Delta;$$

itaque  $\angle \Gamma ZA + \angle ZB\Delta$  uni recto aequales erunt. ergo

$AZΓ$  μιᾶ ὀρθῆ ἴσαι εἰσίν. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ  $ΑΓΖ$  ἴση τῇ ὑπὸ  $ΔΖΒ$ . αἱ ἄρα ὑπὸ  $ΓΖΑ$ ,  $ΔΖΒ$  μιᾶ ὀρθῆ ἴσαι εἰσί. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ  $ΔΖΓ$  ὀρθή ἐστίν. ὁμοίως δὲ δεῖχθήσεται καὶ ἡ ὑπὸ  $ΓΗΔ$  ὀρθή.

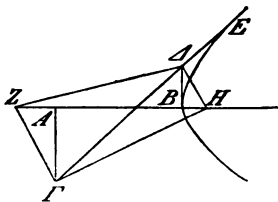
5

μς'.

Τῶν αὐτῶν ὄντων αἱ ἐπιξυγνύμεναι ἴσας ποιούσι γωνίας πρὸς ταῖς ἐφαπτομέναις.

τῶν γὰρ αὐτῶν ὑποκειμένων λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ  $ΑΓΖ$  γωνία τῇ ὑπὸ  $ΔΓΗ$ , ἡ δὲ ὑπὸ  $ΓΔΖ$   
10 τῇ ὑπὸ  $ΒΔΗ$ .

ἐπεὶ γὰρ ἐδείχθη ὀρθὴ ἑκατέρω τῶν ὑπὸ  $ΓΖΔ$ ,  $ΓΗΔ$ , ὁ περὶ διάμετρον τὴν  $ΓΔ$  γραφόμενος κύκλος ἤξει διὰ τῶν  $Z$ ,  $H$  σημείων· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ  
15 ὑπὸ  $ΔΓΗ$  τῇ ὑπὸ  $ΔΖΗ$ . ἐν γὰρ τῷ αὐτῷ τμήματι τοῦ κύκλου εἰσίν. ἡ δὲ ὑπὸ  $ΔΖΗ$  ἐδείχθη ἴση τῇ ὑπὸ  $ΑΓΖ$ . ὥστε ἡ ὑπὸ  $ΔΓΗ$   
20 ἴση τῇ ὑπὸ  $ΑΓΖ$ . ὁμοίως δὲ καὶ ἡ ὑπὸ  $ΓΔΖ$  τῇ ὑπὸ  $ΒΔΗ$ .



μς'.

Τῶν αὐτῶν ὄντων ἡ ἀπὸ τῆς συμπτώσεως τῶν ἐπιξυχθεισῶν ἐπὶ τὴν ἀφὴν ἀγομένη πρὸς ὀρθὰς ἔσται  
25 τῇ ἐφαπτομένῃ.

ὑποκείσθω γὰρ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον, καὶ συμπιπέτωσαν ἀλλήλαις αἱ μὲν  $ΓΗ$ ,  $ZΔ$  κατὰ τὸ  $\Theta$ , αἱ

4.  $ΓΗΔ$ ] p,  $ΓΔ''H'$  V (lineolae a m. 2?),  $ΓΔΗ$  vc. 9.  $ΓΔΖ$ ] cp,  $ΓΔΞ$  V. 19.  $ΔΓΗ$ ]  $ΔΓΖ$  V; corr. p.

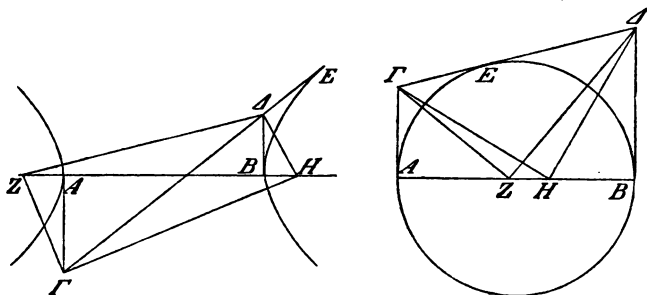
reliquus angulus  $\angle Z\Gamma$  rectus est [Eucl. I, 13]. iam eodem modo demonstrabimus, etiam  $\angle \Gamma H\Delta$  rectum esse.

XLVI.

Iisdem positis rectae ductae ad contingentes angulos aequales efficiunt.

nam iisdem suppositis dico, esse  $\angle A\Gamma Z = \angle \Gamma H\Delta$ ,  $\angle \Gamma\Delta Z = \angle B\Delta H$ .

quoniam enim demonstrauius, utrumque angulum  $\Gamma Z\Delta$ ,  $\Gamma H\Delta$  rectum esse [prop. XLV], circulus circum diametrum  $\Gamma\Delta$  descriptus per puncta  $Z, H$  ueniet [Eucl. III, 31]; itaque  $\angle \Delta\Gamma H = \angle \Delta ZH$  [Eucl. III, 21];



nam in eodem segmento circuli positi sunt. demonstrauius autem, esse  $\angle \Delta ZH = \angle A\Gamma Z$  [prop. XLV]; quare etiam  $\angle \Delta\Gamma H = \angle A\Gamma Z$ . et eodem modo demonstrauius, esse etiam  $\angle \Gamma\Delta Z = \angle B\Delta H$ .

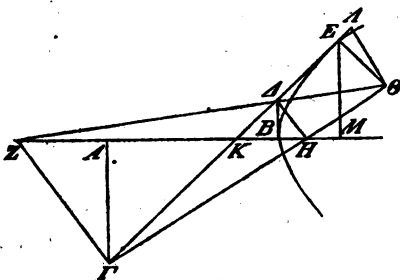
XLVII.

Iisdem positis recta a puncto concursus rectarum ductarum ad punctum contactus ducta ad contingentem perpendicularis erit.

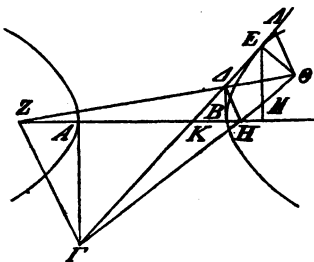
supponantur enim eadem, quae antea, et  $\Gamma H, Z\Delta$

δὲ  $\Gamma\Delta$ ,  $ΒΑ$  ἐκβαλλόμεναι κατὰ τὸ  $K$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $E\Theta$ . λέγω, ὅτι κάθετός ἐστιν ἡ  $E\Theta$  ἐπὶ τὴν  $\Gamma\Delta$ .

εἰ γὰρ μή, ἤχθω ἀπὸ τοῦ  $\Theta$  ἐπὶ τὴν  $\Gamma\Delta$  κάθετος ἡ  $\Theta\Lambda$ . ἐπεὶ οὖν ἴση ἡ ὑπὸ  $\Gamma\Delta Z$  τῇ ὑπὸ  $H\Delta B$ , ἐστὶ δὲ καὶ ὀρθῇ ἡ ὑπὸ  $\Delta B H$  ὀρθῇ τῇ ὑπὸ  $\Delta\Lambda\Theta$  ἴση,



ὅμοιον ἄρα τὸ  $\Delta H B$  τριγώνον τῷ  $\Delta\Lambda\Theta$ . ὡς ἄρα ἡ  $H\Delta$  πρὸς  $\Delta\Theta$ , ἡ  $B\Delta$  πρὸς  $\Delta\Lambda$ . ἀλλ' ὡς ἡ  $H\Delta$  πρὸς  $\Delta\Theta$ , ἡ  $Z\Gamma$  πρὸς  $\Gamma\Theta$  διὰ τὸ ὀρθὰς εἶναι τὰς πρὸς τοῖς  $Z, H$  καὶ τὰς πρὸς τῷ  $\Theta$  ἴσας· ὡς δὲ ἡ

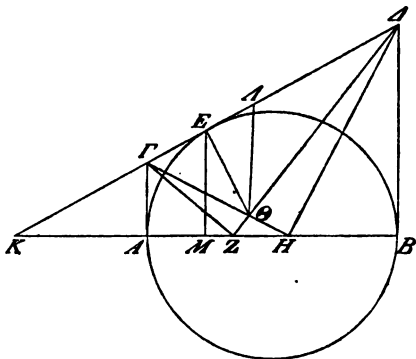


$\Gamma Z$  πρὸς  $\Gamma\Theta$ , ἡ  $A\Gamma$  πρὸς  $\Gamma\Lambda$  διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν  $AZ\Gamma$ ,  $A\Gamma\Theta$  τριγώνων· καὶ ὡς ἄρα ἡ  $B\Delta$  πρὸς  $\Delta\Lambda$ , ἡ  $A\Gamma$  πρὸς  $\Gamma\Lambda$ . ἐναλλάξ, ὡς ἡ  $\Delta B$  πρὸς  $\Gamma A$ , ἡ  $\Delta\Lambda$  πρὸς  $A\Gamma$ . ἀλλ' ὡς ἡ  $\Delta B$  πρὸς  $\Gamma A$ , ἡ  $BK$  πρὸς  $K A$ · καὶ ὡς ἄρα ἡ  $\Delta\Lambda$  πρὸς  $\Gamma\Lambda$ , ἡ  $BK$  πρὸς  $K A$ . ἤχθω ἀπὸ τοῦ  $E$  παρὰ τὴν  $A\Gamma$  ἡ  $EM$ · τεταγμένως ἄρα ἔσται κατηγμένη ἐπὶ τὴν  $AB$ · καὶ ἔσται, ὡς ἡ  $BK$  πρὸς  $K A$ , ἡ  $BM$  πρὸς  $M A$ . ὡς δὲ ἡ  $BM$  πρὸς  $M A$ , ἡ  $\Delta E$  πρὸς  $E\Gamma$ · καὶ ὡς ἄρα ἡ  $\Delta\Lambda$  πρὸς  $A\Gamma$ , ἡ  $\Delta E$

7. ἴση ἐστὶν ἡ cp.  $\Gamma\Delta Z$ ] pvc, in V littera Z mire deformata. 10.  $\Delta B H$ ]  $B\Delta''H'$  V (lineolae a m. 2); corr. p. 12. τό] τὸ ὑπὸ V; corr. p.

inter se concurrant in  $\Theta$ ,  $\Gamma\Delta$  autem et  $BA$  productae in  $K$ , ducaturque  $E\Theta$ . dico, esse  $E\Theta$  ad  $\Gamma\Delta$  perpendiculararem.

nam si minus, a  $\Theta$  ad  $\Gamma\Delta$  perpendicularis ducatur  $\Theta\Lambda$ . quoniam igitur  $\angle \Gamma\Delta Z = H\Delta B$  [prop. XLVI],



et  $\angle \Delta BH = \Delta \Lambda \Theta$  (nam recti sunt), trianguli  $\Delta HB$ ,  $\Delta \Theta \Delta$  similes sunt. itaque  $H\Delta : \Delta \Theta = B\Delta : \Delta \Lambda$  [Eucl. VI, 4]. uerum  $H\Delta : \Delta \Theta = Z\Gamma : \Gamma \Theta$  [ibid.], quia anguli ad  $Z$ ,  $H$  positi recti sunt [prop. XLV] et anguli ad  $\Theta$  positi aequales; et [Eucl. VI, 4]  $\Gamma Z : \Gamma \Theta = A\Gamma : \Gamma \Delta$  propter similitudinem triangulorum  $AZ\Gamma$ ,  $\Lambda \Gamma \Theta$  [prop. XLVI]; quare etiam

$$B\Delta : \Delta \Lambda = A\Gamma : \Gamma \Delta.$$

permutando [Eucl. V, 16]  $\Delta B : \Gamma \Delta = \Delta \Lambda : A\Gamma$ . uerum  $\Delta B : \Gamma \Delta = BK : KA$  [Eucl. VI, 4]; quare etiam  $\Delta \Lambda : \Gamma \Delta = BK : KA$ . ducatur ab  $E$  rectae  $A\Gamma$  parallela  $EM$ ; ea igitur ad  $AB$  ordinate ducta erit [I def. 4]; et erit  $BK : KA = BM : MA$  [I, 36]. est autem  $BM : MA = \Delta E : E\Gamma$  [Eucl. VI, 2]; ita-

πρὸς  $ΕΓ$ . ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα ἡ  $ΘΑ$  κάθετός ἐστιν, οὐδὲ ἄλλη τις πλὴν τῆς  $ΘΕ$ .

μη'.

Τῶν αὐτῶν ὄντων δεικτέον, ὅτι αἱ ἀπὸ τῆς ἀφῆς  
5 ἐπὶ τὰ ἐκ τῆς παραβολῆς γινόμενα σημεῖα ἴσας ποιουῖσι  
γωνίας πρὸς τῇ ἐφαπτομένῃ.

ὑποκείσθω γὰρ τὰ αὐτά, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ  
 $EZ$ ,  $EH$ . λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $ΓΕΖ$  γωνία  
τῇ ὑπὸ  $HEA$ .

10 ἐπεὶ γὰρ ὀρθαὶ εἰσὶν αἱ ὑπὸ  $ΔΗΘ$ ,  $ΔΕΘ$  γωνίαι,  
ὁ περὶ διάμετρον τὴν  $ΔΘ$  γραφόμενος κύκλος ἤξει  
διὰ τῶν  $E$ ,  $H$  σημείων· ὥστε ἴση ἔσται ἡ ὑπὸ  $ΔΘΗ$   
τῇ ὑπὸ  $ΔΕΗ$ . ἐν γὰρ τῷ αὐτῷ τμήματι. ὁμοίως δὲ  
καὶ ἡ ὑπὸ  $ΓΕΖ$  τῇ ὑπὸ  $ΓΘΖ$  ἐστὶν ἴση. ἡ δὲ ὑπὸ  
15  $ΓΘΖ$  τῇ ὑπὸ  $ΔΘΗ$  ἴση· κατὰ κορυφὴν γάρ· καὶ ἡ  
ὑπὸ  $ΓΕΖ$  ἄρα τῇ ὑπὸ  $ΔΕΗ$  ἐστὶν ἴση.

μθ'.

Τῶν αὐτῶν ὄντων ἐὰν ἀπὸ τινος τῶν σημείων  
κάθετος ἀχθῆ ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένην, αἱ ἀπὸ τοῦ γενο-  
20 μένου σημείου ἐπὶ τὰ πέρατα τοῦ ἄξονος ὀρθὴν ποιουῖσι  
γωνίαν.

ὑποκείσθω γὰρ τὰ αὐτά, καὶ ἀπὸ τοῦ  $H$  ἐπὶ τὴν  
 $ΓΔ$  κάθετος ἤχθῃ ἡ  $HΘ$ , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $ΑΘ$ ,  $ΒΘ$ .  
λέγω, ὅτι ἡ ὑπὸ  $ΑΘΒ$  γωνία ὀρθή ἐστὶν.

25 ἐπεὶ γὰρ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ  $ΔΒΗ$  καὶ ἡ ὑπὸ  $ΔΘΗ$ , ὁ  
περὶ διάμετρον τὴν  $ΔΗ$  γραφόμενος κύκλος ἤξει διὰ

4. αἱ] om. V; corr. p. 19. γενομένου] γινομένου Halley.  
24.  $AΘB$ ]  $ABΘ$  V; corr. p.

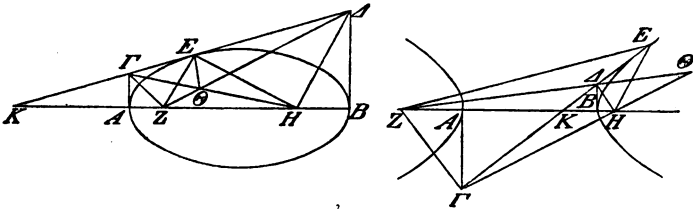
que etiam  $\angle A : \angle \Gamma = \angle E : \angle \Gamma$ ; quod absurdum est. ergo  $\odot A$  perpendicularis non est nec ulla alia praeter  $\odot E$ .

XLVIII.

Iisdem positis demonstrandum, rectas a puncto contactus ad puncta adplicatione orta ductas ad contingentem angulos aequales efficere.

supponantur enim eadem, ducanturque  $EZ$ ,  $EH$ . dico, esse  $\angle \Gamma EZ = \angle HEA$ .

nam quoniam anguli  $\angle H\odot$ ,  $\angle E\odot$  recti sunt [prop. XLV, XLVII], circulus circum diametrum  $\Delta\odot$



descriptus per puncta  $E$ ,  $H$  ueniet [Eucl. III, 31]; quare  $\angle \Delta\odot H = \angle E\odot H$  [Eucl. III, 21]; nam in eodem segmento positi sunt. eadem de causa etiam

$$\angle \Gamma EZ = \angle \Gamma\odot Z.$$

est autem  $\angle \Gamma\odot Z = \angle \Delta\odot H$  [Eucl. I, 15]; nam ad uerticem positi sunt. ergo etiam  $\angle \Gamma EZ = \angle HEA$ .

XLIX.

Iisdem positis si ab aliquo punctorum perpendicularis ad contingentem ducitur, rectae a puncto ita orto ad terminos axis ductae rectum angulum efficiunt.

supponantur enim eadem, et ab  $H$  ad  $\Gamma A$  perpendicularis ducatur  $H\odot$ , ducanturque  $A\odot$ ,  $B\odot$ . dico, angulum  $\angle A\odot B$  rectum esse.

πρὸς  $ΕΓ$ . ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα ἡ  $ΘΑ$  κάθετός ἐστιν,  
οὐδὲ ἄλλη τις πλὴν τῆς  $ΘΕ$ .

μη'.

Τῶν αὐτῶν ὄντων δεικτέον, ὅτι αἱ ἀπὸ τῆς ἀφῆς  
5 ἐπὶ τὰ ἐκ τῆς παραβολῆς γινόμενα σημεῖα ἴσας ποιούσι  
γωνίας πρὸς τῇ ἐφαπτομένῃ.

ὑποκείσθω γὰρ τὰ αὐτά, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ  
 $EZ, EH$ . λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $ΓΕΖ$  γωνία  
τῇ ὑπὸ  $ΗΕΔ$ .

10 ἐπεὶ γὰρ ὀρθαὶ εἰσὶν αἱ ὑπὸ  $ΔΗΘ, ΔΕΘ$  γωνίαι,  
ὁ περὶ διάμετρον τὴν  $ΔΘ$  γραφόμενος κύκλος ἤξει  
διὰ τῶν  $E, H$  σημείων· ὥστε ἴση ἐστὶ ἡ ὑπὸ  $ΔΘΗ$   
τῇ ὑπὸ  $ΔΕΗ$ . ἐν γὰρ τῷ αὐτῷ τμήματι. ὁμοίως δὲ  
καὶ ἡ ὑπὸ  $ΓΕΖ$  τῇ ὑπὸ  $ΓΘΖ$  ἐστὶν ἴση. ἡ δὲ ὑπὸ  
15  $ΓΘΖ$  τῇ ὑπὸ  $ΔΘΗ$  ἴση· κατὰ κορυφὴν γάρ· καὶ ἡ  
ὑπὸ  $ΓΕΖ$  ἄρα τῇ ὑπὸ  $ΔΕΗ$  ἐστὶν ἴση.

μθ'.

Τῶν αὐτῶν ὄντων ἐὰν ἀπὸ τινος τῶν σημείων  
κάθετος ἀχθῆ ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένην, αἱ ἀπὸ τοῦ γενο-  
20 μένου σημείου ἐπὶ τὰ πέρατα τοῦ ἄξονος ὀρθὴν ποιούσι  
γωνίαν.

υποκείσθω γὰρ τὰ αὐτά, καὶ ἀπὸ τοῦ  $H$  ἐπὶ τὴν  
 $ΓΔ$  κάθετος ἤχθῃ ἡ  $ΗΘ$ , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $ΑΘ, ΒΘ$ .  
λέγω, ὅτι ἡ ὑπὸ  $ΑΘΒ$  γωνία ὀρθή ἐστὶν.

25 ἐπεὶ γὰρ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ  $ΔΒΗ$  καὶ ἡ ὑπὸ  $ΔΘΗ$ , ὁ  
περὶ διάμετρον τὴν  $ΔΗ$  γραφόμενος κύκλος ἤξει διὰ

4. αἱ] om. V; corr. p. 19. γενομένου] γινομένου Halley.  
24.  $ΑΘΒ$ ]  $ΑΒΘ$  V; corr. p.



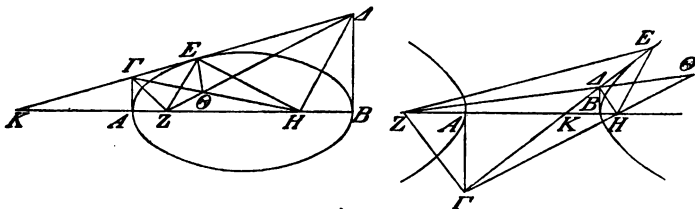
que etiam  $\angle A : \angle \Gamma = \angle E : \angle \Gamma$ ; quod absurdum est. ergo  $\odot A$  perpendicularis non est nec ulla alia praeter  $\odot E$ .

XLVIII.

Iisdem positis demonstrandum, rectas a puncto contactus ad puncta adplicatione orta ductas ad contingentem angulos aequales efficere.

supponantur enim eadem, ducanturque  $EZ$ ,  $EH$ . dico, esse  $\angle \Gamma EZ = \angle HEA$ .

nam quoniam anguli  $\angle H\odot$ ,  $\angle E\odot$  recti sunt [prop. XLV, XLVII], circulus circum diametrum  $\Delta\odot$



descriptus per puncta  $E$ ,  $H$  ueniet [Eucl. III, 31]; quare  $\angle \Delta\odot H = \angle E\odot H$  [Eucl. III, 21]; nam in eodem segmento positi sunt. eadem de causa etiam

$$\angle \Gamma EZ = \angle \Gamma\odot Z.$$

est autem  $\angle \Gamma\odot Z = \angle \Delta\odot H$  [Eucl. I, 15]; nam ad uerticem positi sunt. ergo etiam  $\angle \Gamma EZ = \angle HEA$ .

XLIX.

Iisdem positis si ab aliquo punctorum perpendicularis ad contingentem ducitur, rectae a puncto ita orto ad terminos axis ductae rectum angulum efficiunt.

supponantur enim eadem, et ab  $H$  ad  $\Gamma A$  perpendicularis ducatur  $H\odot$ , ducanturque  $A\odot$ ,  $B\odot$ . dico, angulum  $A\odot B$  rectum esse.

ἴση. ὥστε καὶ ἡ  $EA$  τῆ  $AM$  ἴση. καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη  
 ἡ ὑπὸ  $GEZ$  γωνία τῆ ὑπὸ  $AEH$  ἴση, ἡ δὲ ὑπὸ  $GEZ$   
 ἴση ἐστὶ τῆ ὑπὸ  $EMH$ , ἴση ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ  $EMH$   
 τῆ ὑπὸ  $MEH$ . ἴση ἄρα καὶ ἡ  $EH$  τῆ  $HM$ . ἀλλὰ  
 5 καὶ ἡ  $EA$  τῆ  $AM$  ἐδείχθη ἴση· κάθετος ἄρα ἡ  $HA$   
 ἐπὶ τὴν  $EM$ . ὥστε διὰ τὸ προδειχθὲν ὀρθὴ ἐστὶν ἡ  
 ὑπὸ  $AAB$ , καὶ ὁ περὶ διάμετρον τὴν  $AB$  γραφόμενος  
 κύκλος ἤξει διὰ τοῦ  $A$ . καὶ ἐστὶν ἴση ἡ  $\odot A$  τῆ  $\odot B$ .  
 10 ἴση ἐστὶ τῆ  $\odot B$ .

να'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς ἢ τῶν ἀντικειμένων παρὰ τὸν ἄξονα  
 ἴσον ἐφ' ἐκάτερα παραβληθῆ τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ  
 εἶδους ὑπερβάλλον εἶδει τετραγώνῳ, καὶ ἀπὸ τῶν γενο-  
 15 μένων ἐκ τῆς παραβολῆς σημείων κλασθῶσιν εὐθεῖαι  
 πρὸς ὅποτερανοῦν τῶν τομῶν, ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος  
 υπερέχει τῷ ἄξονι.

ἔστω γὰρ ὑπερβολὴ ἢ ἀντικείμενοι, ὧν ἄξων ὁ  $AB$ ,  
 κέντρον δὲ τὸ  $\Gamma$ , καὶ τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ εἶδους ἴσον  
 20 ἔστω ἐκάτερον τῶν ὑπὸ  $AAB$ ,  $AEB$ , καὶ ἀπὸ τῶν  $E$ ,  $A$   
 σημείων κεκλάσθωσαν πρὸς τὴν γραμμὴν αἱ  $EZ$ ,  $ZA$ .  
 λέγω, ὅτι ἡ  $EZ$  τῆς  $ZA$  ὑπερέχει τῆ  $AB$ .

ἤχθω διὰ τοῦ  $Z$  ἐφαπτομένη ἡ  $ZK\odot$ , διὰ δὲ τοῦ  $\Gamma$   
 παρὰ τὴν  $ZA$  ἡ  $H\Gamma\odot$ . ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $K\odot H$   
 25 τῆ ὑπὸ  $KZA$ . ἐναλλάξ γάρ. ἡ δὲ ὑπὸ  $KZA$  ἴση τῆ  
 ὑπὸ  $HZ\odot$  καὶ ἡ ὑπὸ  $HZ\odot$  ἄρα ἴση ἐστὶ τῆ ὑπὸ  
 $H\odot Z$ . ἴση ἄρα ἡ  $HZ$  τῆ  $H\odot$ . ἡ δὲ  $ZH$  τῆ  $HE$   
 ἴση, ἐπεὶ καὶ ἡ  $AE$  τῆ  $BA$  καὶ ἡ  $AG$  τῆ  $GB$  καὶ ἡ

3.  $EMH$ ] (pr.)  $EHM$  V; corr. p. 23.  $ZK\odot$ ]  $Z\odot K$  V;  
 corr. p.  $\Gamma$ ]  $p\epsilon v$ ; corr. ex  $K$  m. 1 V. 27.  $H\odot$  — 28. καὶ  
 (alt.)] bis V; corr. p.

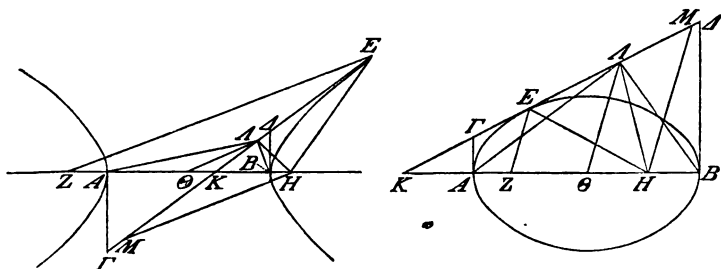
nam quoniam  $\angle ABH, \angle \Theta H$  recti sunt, circulus circum diametrum  $\Delta H$  descriptus per  $\Theta, B$  ueniet [Eucl. III, 31], et  $\angle H\Theta B = B\Delta H$  [Eucl. III, 21]. demonstrauius autem, esse  $\angle AH\Gamma = B\Delta H$  [prop. XLV]; quare etiam  $\angle B\Theta H = AH\Gamma = A\Theta\Gamma$  [Eucl. III, 31, 21]. itaque etiam  $\angle \Gamma\Theta H = A\Theta B$ . uerum  $\angle \Gamma\Theta H$  rectus est; ergo etiam  $\angle A\Theta B$  rectus est.

L.

Iisdem positis si a centro sectionis ad contingentem recta ducitur parallela rectae per punctum contactus alterumque punctorum ductae, dimidio axi aequalis erit.

sint enim eadem, quae antea, et centrum sit  $\Theta$ , ducaturque  $EZ$ , et  $\Delta\Gamma, BA$  in  $K$  concurrant, per  $\Theta$  autem rectae  $EZ$  parallela ducatur  $\Theta A$ . dico, esse  $\Theta A = \Theta B$ .

ducantur enim  $EH, AA, \Delta H, \Delta B$ , et per  $H$  rectae  $EZ$  parallela ducatur  $HM$ . quoniam igitur est  $AZ \times ZB = AH \times HB$  [ex hypothesis; cfr. prop XLV],



erit  $AZ = HB$ . uerum etiam  $A\Theta = \Theta B$ ; quare etiam  $Z\Theta = \Theta H$ . itaque etiam  $EA = AM$  [Eucl. VI, 2].

ἴση. ὥστε καὶ ἡ  $ΕΛ$  τῆ  $ΑΜ$  ἴση. καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη  
 ἡ ὑπὸ  $ΓΕΖ$  γωνία τῆ ὑπο  $ΔΕΗ$  ἴση, ἡ δὲ ὑπὸ  $ΓΕΖ$   
 ἴση ἐστὶ τῆ ὑπὸ  $ΕΜΗ$ , ἴση ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ  $ΕΜΗ$   
 τῆ ὑπὸ  $ΜΕΗ$ . ἴση ἄρα καὶ ἡ  $ΕΗ$  τῆ  $ΗΜ$ . ἀλλὰ  
 5 καὶ ἡ  $ΕΛ$  τῆ  $ΑΜ$  ἐδείχθη ἴση· κάθετος ἄρα ἡ  $ΗΛ$   
 ἐπὶ τὴν  $ΕΜ$ . ὥστε διὰ τὸ προδειχθὲν ὀρθὴ ἐστὶν ἡ  
 ὑπὸ  $ΑΛΒ$ , καὶ ὁ περὶ διάμετρον τὴν  $ΑΒ$  γραφόμενος  
 κύκλος ἤξει διὰ τοῦ  $Α$ . καὶ ἐστὶν ἴση ἡ  $⊙Α$  τῆ  $⊙Β$ .  
 10 ἴση ἐστὶ τῆ  $⊙Β$ .

να'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς ἢ τῶν ἀντικειμένων παρὰ τὸν ἄξονα  
 ἴσον ἐφ' ἑκάτερα παραβληθῆ τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ  
 εἰδους ὑπερβάλλον εἶδει τετραγώνῳ, καὶ ἀπὸ τῶν γενο-  
 15 μένων ἐκ τῆς παραβολῆς σημείων κλασθῶσιν εὐθεῖαι  
 πρὸς ὁποτέρων οὖν τῶν τομῶν, ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος  
 ὑπερέχει τῷ ἄξονι.

ἔστω γὰρ ὑπερβολὴ ἢ ἀντικείμεναι, ὧν ἄξων ὁ  $ΑΒ$ ,  
 κέντρον δὲ τὸ  $Γ$ , καὶ τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ εἰδους ἴσον  
 20 ἔστω ἑκάτερον τῶν ὑπὸ  $ΑΔΒ$ ,  $ΑΕΒ$ , καὶ ἀπὸ τῶν  $Ε$ ,  $Δ$   
 σημείων κεκλάσθωσαν πρὸς τὴν γραμμὴν αἱ  $ΕΖ$ ,  $ΖΔ$ .  
 λέγω, ὅτι ἡ  $ΕΖ$  τῆς  $ΖΔ$  ὑπερέχει τῆ  $ΑΒ$ .

ἤχθω διὰ τοῦ  $Ζ$  ἐφαπτομένη ἡ  $ΖΚ⊙$ , διὰ δὲ τοῦ  $Γ$   
 παρὰ τὴν  $ΖΔ$  ἡ  $ΗΓ⊙$ . ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $Κ⊙Η$   
 25 τῆ ὑπὸ  $ΚΖΔ$ . ἐναλλάξ γάρ. ἡ δὲ ὑπὸ  $ΚΖΔ$  ἴση τῆ  
 ὑπὸ  $ΗΖ⊙$ . καὶ ἡ ὑπὸ  $ΗΖ⊙$  ἄρα ἴση ἐστὶ τῆ ὑπὸ  
 $Η⊙Ζ$ . ἴση ἄρα ἡ  $ΗΖ$  τῆ  $Η⊙$ . ἡ δὲ  $ΖΗ$  τῆ  $ΗΕ$   
 ἴση, ἐπεὶ καὶ ἡ  $ΑΕ$  τῆ  $ΒΔ$  καὶ ἡ  $ΑΓ$  τῆ  $ΓΒ$  καὶ ἡ

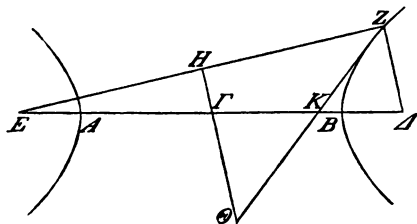
3.  $ΕΜΗ$ ] (pr.)  $ΕΗΜ$  V; corr. p. 23.  $ΖΚ⊙$ ]  $Ζ⊙Κ$  V;  
 corr. p.  $Γ$ ]  $πεν$ ; corr. ex K m. 1 V. 27.  $Η⊙$  — 28. καὶ  
 (alt.)] bis V; corr. p.

et quoniam demonstraui[m]us [prop. XLVIII], esse  $\angle \Gamma EZ = \angle E H$ , et est [Eucl. I, 29]  $\angle \Gamma EZ = \angle E M H$ , erit etiam  $\angle E M H = \angle M E H$ . itaque etiam  $E H = H M$  [Eucl. I, 6]. demonstraui[m]us autem, esse etiam  $E A = A M$ ; itaque  $H A$  ad  $E M$  perpendicularis est [Eucl. I, 8]. quare propter id, quod antea demonstraui[m]us [prop. XLIX],  $\angle A A B$  rectus est, et [Eucl. III, 31] circulus circum diametrum  $A B$  descriptus per  $A$  ueniet. et  $\odot A = \odot B$ ; ergo etiam radius semicirculi  $\odot A = \odot B$ .

LI.

Si axi hyperbolae uel oppositarum ad utramque partem adplicatur spatium quartae parti figurae aequale figura quadrata excedens, et a punctis adplicatione ortis ad utramuis sectionum franguntur rectae, maior minorem excedit axe.

sit enim hyperbola uel oppositae, quarum axis sit  $A B$ , centrum autem  $\Gamma$ , quartaeque parti figurae aequalia sint



$$A \Delta \times \Delta B,$$

$$A E \times E B,$$

et a punctis  $E, \Delta$  ad lineam frangantur  $E Z, Z \Delta$ . dico, esse

$$E Z = Z \Delta + A B.$$

nam per  $Z$  contingens ducatur  $Z K \odot$ , per  $\Gamma$  autem rectae  $Z \Delta$  parallela  $H \Gamma \odot$ ; itaque [Eucl. I, 29]  $\angle K \odot H = \angle K Z \Delta$ ; nam alterni sunt. uerum [prop. XLVIII]  $\angle K Z \Delta = \angle H Z \odot$ ; quare etiam  $\angle H Z \odot = \angle H \odot Z$ . ita-

νγ'.

Ἐὰν ἐν ὑπερβολῇ ἢ ἐλλείψει ἢ κύκλου περιφερεία  
ἢ ταῖς ἀντικειμέναις ἀπ' ἄκρας τῆς διαμέτρου ἀχθῶσιν  
παρὰ τεταγμένως κατηγμένην, καὶ ἀπὸ τῶν αὐτῶν  
5 περάτων πρὸς τὸ αὐτὸ σημεῖον τῆς γραμμῆς ἀχθεῖσαι  
εὐθείαι τέμνωσι τὰς παραλλήλους, τὸ περιεχόμενον  
ὑπὸ τῶν ἀποτεμνομένων ἴσον ἐστὶ τῷ πρὸς τῇ αὐτῇ  
διαμέτρῳ εἶδει.

ἔστω μία τῶν εἰρημένων τομῶν ἢ  $ABΓ$ , ἥς διά-  
10 μετρος ἢ  $ΑΓ$ , καὶ παρὰ τεταγμένως κατηγμένην ἤχθω-  
σαν αἱ  $ΑΔ$ ,  $ΓΕ$ , καὶ διήχθωσαν αἱ  $ΑΒΕ$ ,  $ΓΒΔ$ .  
λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ  $ΑΔ$ ,  $ΕΓ$  ἴσον ἐστὶ τῷ εἶδει τῷ πρὸς  
τῇ  $ΑΓ$ .

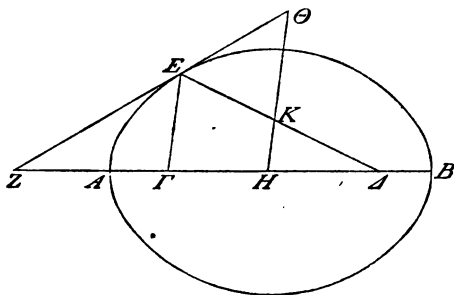
ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ  $B$  παρὰ τεταγμένως κατηγμένην  
15 ἢ  $BZ$ . ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ ὑπὸ  $AZΓ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ZB$ ,  
ἢ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν καὶ πρὸς τὸ εἶδος τὸ ἀπὸ  
τῆς  $ΑΓ$  τετράγωνον. ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ  $AZΓ$  πρὸς τὸ  
ἀπὸ  $BZ$  λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ τῆς  $AZ$  πρὸς  $ZB$   
καὶ τοῦ τῆς  $ΓZ$  πρὸς  $ZB$ . ὁ ἄρα τοῦ εἶδους πρὸς τὸ  
20 ἀπὸ τῆς  $ΑΓ$  τετράγωνον λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ τῆς  
 $ZB$  πρὸς  $ZA$  καὶ τοῦ τῆς  $BZ$  πρὸς  $ΓZ$ . ἀλλ' ὡς  
μὲν ἢ  $AZ$  πρὸς  $ZB$ , ἢ  $ΑΓ$  πρὸς  $ΓΕ$ , ὡς δὲ ἢ  $ΓZ$   
πρὸς  $ZB$ , ἢ  $ΓΑ$  πρὸς  $ΑΔ$ . ὁ ἄρα τοῦ εἶδους πρὸς  
τὸ ἀπὸ τῆς  $ΑΓ$  τετράγωνον λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ  
25 τῆς  $ΓΕ$  πρὸς  $ΓΑ$  καὶ τοῦ τῆς  $ΑΔ$  πρὸς  $ΓΑ$ . σύγ-  
κείται δὲ καὶ ὁ τοῦ ὑπὸ  $ΑΔ$ ,  $ΓΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΑΓ$   
τετράγωνον ἐκ τῶν αὐτῶν· ὡς ἄρα τὸ εἶδος πρὸς τὸ

2. ἐν] e corr. p, om. Vc. 10. τεταγμένως κατηγμένην]  
τεταγμένην V; corr. Halley. 11. διήχθωσαν] v, διή- corr.  
ex η m. 1 V; ἤχθωσαν c. 12.  $ΑΔ$ ] p εν, post  $A$  del. B m. 1 V.  
21.  $ZA$ ]  $BA$  V; corr. Comm.

que [Eucl. I, 6]  $HZ = H\Theta$ . est autem  $ZH = HE$  [Eucl. VI, 2], quoniam  $AE = B\Delta$ ,  $A\Gamma = \Gamma B$ ,  $E\Gamma = \Gamma\Delta$ . itaque etiam  $H\Theta = EH$ ; quare  $ZE = 2H\Theta$ . et quoniam demonstrauimus, esse  $\Gamma\Theta = \Gamma B$  [prop. L], erit  $EZ = 2(H\Gamma + \Gamma B)$ . uerum  $Z\Delta = 2H\Gamma$  [Eucl. VI, 4] et  $AB = 2\Gamma B$ . ergo  $EZ = Z\Delta + AB$ .

LII.

Si in ellipsi maiori axi ad utramque partem adplicatur spatium quartae parti figurae aequale figura quadrata deficiens, et a punctis adplicatione ortis ad



lineam franguntur rectae, eae axi aequales erunt.

sit ellipsis, cuius axis maior sit  $AB$ , et quartae parti figurae aequalia sint

$A\Gamma \times \Gamma B$ ,  $A\Delta \times \Delta B$ , et a  $\Gamma$ ,  $\Delta$  ad lineam frangantur  $\Gamma E$ ,  $E\Delta$ . dico, esse  $\Gamma E + E\Delta = AB$ .

ducatur contingens  $ZE\Theta$ , centrum autem sit  $H$ , et per id rectae  $GE$  parallela ducatur  $HK\Theta$ . iam quoniam  $\angle \Gamma EZ = \Theta EK$  [prop. XLVIII], et [Eucl. I, 29]  $\angle ZEG = E\Theta K$ , erit etiam  $\angle E\Theta K = \Theta EK$ . quare etiam  $\Theta K = KE$  [Eucl. I, 6]. et quoniam  $AH = HB$  et  $A\Gamma = \Delta B$ , erit etiam  $\Gamma H = H\Delta$ ; quare etiam  $EK = K\Delta$  [Eucl. VI, 2]. ideo  $E\Delta = 2\Theta K$ ,

$$E\Gamma = 2KH \text{ [Eucl. VI, 4],}$$

ἀπὸ τῆς  $ΑΓ$  τετράγωνον, οὕτως τὸ ὑπὸ  $ΑΔ, ΓΕ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΑΓ$  τετράγωνον. ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ  $ΑΔ, ΓΕ$  τῷ παρα τὴν  $ΑΓ$  εἶδει.

πδ'.

5 Ἐὰν κώνου τομῆς ἢ κύκλου περιφερείας δύο εὐθείαι ἐφακτόμεναι συμπέκτωσι, διὰ δὲ τῶν ἀπῶν παράλληλοι ἀχθῶσι ταῖς ἐφακτομέναις, καὶ ἀπὸ τῶν ἀπῶν πρὸς τὸ αὐτὸ σημεῖον τῆς γραμμῆς διαχθῶσιν εὐθείαι τέρ-  
 10 νουσαι τὰς παραλλήλους, τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν ἀποτεμνομένων πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκξευ-  
 γνουούσης τὰς ἀπὰς τετράγωνον λόγον ἔχει τὸν συ-  
 γκαίμενον ἐκ τε τοῦ, ὃν ἔχει τῆς ἐκξευγνουούσης τὴν  
 σύμπετωσιν τῶν ἐφακτομένων καὶ τὴν διχοτομίαν τῆς  
 τὰς ἀπὰς ἐκξευγνουούσης τὸ ἐντὸς τρίγωνον πρὸς τὸ  
 15 λοιπὸν θυσάμει, καὶ τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τῶν ἐφακτο-  
 μένων περιεχόμενον ὀρθογώνιον πρὸς τὸ τέταρτον  
 μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς τὰς ἀπὰς ἐκξευγνουούσης τετρα-  
 γώνου.

ἔστω κώνου τομῆ ἢ κύκλου περιφέρεια ἢ  $ΑΒΓ$   
 20 καὶ ἐφακτόμεναι αἱ  $ΑΔ, ΓΔ$ , καὶ ἐκξεύχθω ἢ  $ΑΓ$   
 καὶ δίχα τεμηθῶ κατὰ τὸ  $E$ , καὶ ἐκξεύχθω ἢ  $ΔΒΕ$ .  
 καὶ ἤχθω ἀπὸ μὲν τοῦ  $A$  παρὰ τὴν  $ΓΔ$  ἢ  $AZ$ , ἀπὸ  
 δὲ τοῦ  $Γ$  παρὰ τὴν  $ΑΔ$  ἢ  $ΓΗ$ , καὶ εἰλήφθω τι ση-  
 μείον ἐπὶ τῆς γραμμῆς τὸ  $Θ$ , καὶ ἐκξευχθεῖσαι αἱ  
 25  $ΑΘ, ΓΘ$  ἐμβεβλήσθωσαν ἐπὶ τὰ  $H, Z$ . λέγω, ὅτι τὸ  
 ὑπὸ  $AZ, ΓΗ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΑΓ$  τὸν συγκείμενον ἔχει  
 λόγον ἐκ τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ  $EB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΒΔ$

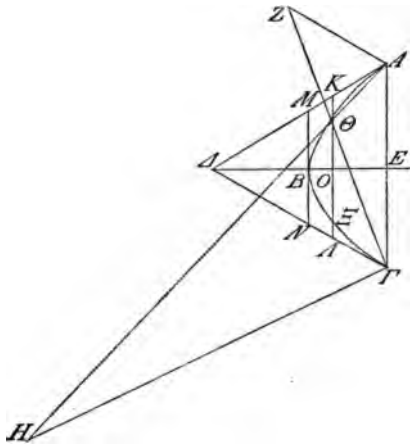


est autem etiam

$AD \times GE : A\Gamma^2 = (GE : GA) \times (AD : GA)$ ;  
 itaque ut figura ad  $A\Gamma^2$ , ita  $AD \times GE : A\Gamma^2$ . ergo  
 $AD \times GE$  figurae ad  $A\Gamma$  adplicatae aequale est  
 [Eucl. V, 9].

LIV.

Si duae rectae coni sectionem uel circuli ambitum  
 contingentes concurrunt, et per puncta contactus con-  
 tingentibus parallelae ducuntur, et a punctis con-  
 tactus ad idem punctum lineae ducuntur rectae par-  
 allelas secantes, rectangulum comprehensum partibus  
 abscisis ad quadratum rectae puncta contactus coniun-



gentis rationem  
 habet compositam  
 ex ea, quam habet  
 pars interior rec-  
 tae coniungentis  
 punctum concur-  
 suscontingentium  
 punctumque me-  
 dium rectae

puncta contactus  
 coniungentis ad  
 reliquam potentia,  
 et ea, quam habet  
 rectangulum con-  
 tingentibus comprehensum ad quartam partem qua-  
 drati rectae puncta contactus coniungentis.

sit coni sectio uel ambitus circuli  $AB\Gamma$  contingen-

In Vv figurae adiectae sunt rectae octo et sex rectangula  
 uel amplius cum litteris.

καὶ τὸ ὑπὸ  $AΔΓ$  πρὸς τὸ τέταρτον τοῦ ἀπὸ  $ΑΓ$ ,  
τουτέστι τὸ ὑπὸ  $ΑΕΓ$ .

ἤχθω γὰρ ἀπὸ μὲν τοῦ  $\Theta$  παρὰ τὴν  $ΑΓ$  ἡ  $Κ\Theta\Xi\Delta$ ,  
ἀπὸ δὲ τοῦ  $B$  ἡ  $MBN$ . φανερόν δὴ, ὅτι ἐφάπτεται  
5 ἡ  $MN$ . ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ  $ΑΕ$  τῇ  $ΕΓ$ , ἴση ἐστὶ  
καὶ ἡ  $MB$  τῇ  $BN$  καὶ ἡ  $ΚΟ$  τῇ  $ΟΔ$  καὶ ἡ  $\Theta O$  τῇ  $O\Xi$   
καὶ ἡ  $K\Theta$  τῇ  $\Xi\Delta$ . ἐπεὶ οὖν ἐφάπτονται αἱ  $MB, MA$ ,  
καὶ παρὰ τὴν  $MB$  ἤκται ἡ  $K\Theta\Delta$ , ἐστὶν, ὡς τὸ ἀπὸ  
 $AM$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $MB$ , τουτέστι τὸ ὑπὸ  $MBN$ , το  
10 ἀπὸ  $AK$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Xi K\Theta$ , τουτέστι τὸ ὑπὸ  $\Lambda\Theta K$   
[καὶ ἐναλλάξ, ὡς τὸ ἀπὸ  $AM$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AK$ , το  
ὑπὸ  $NBM$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Lambda\Theta K$ ]. ὡς δὲ τὸ ὑπὸ  $NG, MA$   
πρὸς τὸ ἀπὸ  $MA$ , τὸ ὑπὸ  $ΔΓ, KA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $KA$ .  
δι' ἴσου ἄρα, ὡς τὸ ὑπὸ  $NG, MA$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $NBM$ ,  
15 τὸ ὑπὸ  $ΔΓ, KA$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Lambda\Theta K$ . τὸ δὲ ὑπὸ  
 $ΔΓ, KA$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Lambda\Theta K$  τὸν συγκείμενον ἔχει  
λόγον ἐκ τοῦ τῆς  $ΓΔ$  πρὸς  $\Lambda\Theta$ , τουτέστι τῆς  $ΖΑ$   
πρὸς  $ΑΓ$ , καὶ τοῦ τῆς  $AK$  πρὸς  $K\Theta$ , τουτέστι τῆς  $ΗΓ$   
πρὸς  $ΓΑ$ , ὅς ἐστὶν ὁ αὐτὸς τῶ, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ  $ΗΓ, ΖΑ$   
20 πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΓΑ$ . ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ  $NG, MA$  πρὸς τὸ  
ὑπὸ  $NBM$ , τὸ ὑπὸ  $ΗΓ, ΖΑ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΓΑ$ . τὸ δὲ  
ὑπὸ  $ΓN, MA$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $NBM$  τοῦ ὑπὸ  $NΔM$   
μέσου λαμβανομένου τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ  
τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ  $ΓN, AM$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $NΔM$   
25 καὶ τὸ ὑπὸ  $NΔM$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $NBM$ . τὸ ἄρα ὑπὸ  
 $ΗΓ, ΖΑ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΓΑ$  τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον  
ἐκ τοῦ τοῦ ὑπὸ  $ΓN, AM$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $NΔM$  καὶ  
τοῦ ὑπὸ  $NΔM$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $NBM$ . ἀλλ' ὡς μὲν τὸ  
ὑπὸ  $NG, AM$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $NΔM$ , τὸ ἀπὸ  $EB$  πρὸς

3.  $K\Theta O\Xi\Delta$ ] p,  $\Theta K\Lambda\Xi O V$ . 4.  $MBN$ ] p,  $BMN V$ . 11.  
καί—12.  $\Lambda\Theta K$ ] deleo cum Halleio. 27. τοῦ τοῦ] scripsi; τοῦ V.

tesque  $A\Delta$ ,  $\Gamma\Delta$ , et ducatur  $A\Gamma$  seceturque in  $E$  in duas partes aequales, et ducatur  $\Delta BE$ , et ab  $A$  rectae  $\Gamma\Delta$  parallela ducatur  $AZ$ , a  $\Gamma$  autem rectae  $A\Delta$  parallela  $\Gamma H$ , sumaturque in linea punctum aliquod  $\Theta$ , et ductae  $A\Theta$ ,  $\Gamma\Theta$  ad  $H$ ,  $Z$  producantur. dico, esse  $AZ \times \Gamma H : A\Gamma^2 = (EB^2 : B\Delta^2) \times (A\Delta \times \Delta\Gamma : \frac{1}{4}A\Gamma^2)$   
 $= (EB^2 : B\Delta^2) \times (A\Delta \times \Delta\Gamma : AE \times E\Gamma).$

ducatur enim a  $\Theta$  rectae  $A\Gamma$  parallela  $K\Theta O \Xi A$ , a  $B$  autem  $MBN$ ; manifestum igitur,  $MN$  contingere [I, 32]. iam quoniam  $AE = E\Gamma$ , erit etiam  $MB = BN$ ,  $KO = OA$  [Eucl. VI, 4; V, 16] et  $\Theta O = O\Xi$  [II, 7; I, 46–47],  $K\Theta = \Xi A$ . quoniam igitur  $MB$ ,  $MA$  contingunt, et rectae  $MB$  parallela ducta est  $K\Theta A$ , erit [prop. XVI]  $AM^2 : MB^2 = AK^2 : \Xi K \times K\Theta$ , hoc est  $AM^2 : MB \times BN = AK^2 : A\Theta \times \Theta K$ . est autem

$$N\Gamma \times MA : MA^2 = A\Gamma \times KA : KA^2$$

[Eucl. VI, 2; V, 18]; ex aequo igitur

$$N\Gamma \times MA : NB \times BM = A\Gamma \times KA : A\Theta \times \Theta K$$

[Eucl. V, 22]. est autem

$$\begin{aligned} A\Gamma \times KA : A\Theta \times \Theta K &= (\Gamma A : A\Theta) \times (AK : K\Theta) \\ &= (ZA : A\Gamma) \times (H\Gamma : \Gamma A) \text{ [Eucl. VI, 4]} \\ &= H\Gamma \times ZA : \Gamma A^2. \end{aligned}$$

itaque  $N\Gamma \times MA : NB \times BM = H\Gamma \times ZA : \Gamma A^2$ . est autem

$$\begin{aligned} &\Gamma N \times MA : NB \times BM \\ &= (\Gamma N \times MA : N\Delta \times \Delta M) \times (N\Delta \times \Delta M : NB \times BM) \\ &\text{medio sumpto } N\Delta \times \Delta M. \text{ itaque} \\ &\quad H\Gamma \times ZA : \Gamma A^2 \\ &= (\Gamma N \times AM : N\Delta \times \Delta M) \times (N\Delta \times \Delta M : NB \times BM). \end{aligned}$$

τὸ ἀπὸ  $B\Delta$ , ὡς δὲ τὸ ὑπὸ  $N\Delta M$  πρὸς τὸ ὑπο  $NBM$ ,  
 τὸ ὑπὸ  $\Gamma\Delta A$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Gamma E A$ . τὸ ἄρα ὑπὸ  $H\Gamma$ ,  $AZ$   
 πρὸς τὸ ἀπὸ  $A\Gamma$  τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ τοῦ  
 τοῦ ἀπὸ  $BE$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $B\Delta$  καὶ τοῦ ὑπὸ  $\Gamma\Delta A$   
 5 πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Gamma E A$ .

νε'.

Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐφαπτόμεναι  
 συμπύκτωσι, καὶ διὰ μὲν τῆς συμπύκσεως ἄχθῃ εὐθεῖα  
 παρὰ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιξεννύουσαν, ἀπὸ δὲ τῶν ἀφῶν  
 10 διαχθῶσι παράλληλοι ταῖς ἐφαπτομέναις, προσβληθῶσι  
 δὲ ἀπὸ τῶν ἀφῶν πρὸς τὸ αὐτὸ σημεῖον τῆς ἐτέρας  
 τομῆς τέμνουσαι τὰς παραλλήλους, τὸ περιεχόμενον  
 ὑπὸ τῶν ἀποτεμνομένων πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς τὰς ἀφὰς  
 ἐπιξεννύουσης τετράγωνον λόγον ἔξει, ὃν το ὑπο  
 15 τῶν ἐφαπτομένων περιεχόμενον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἡγ-  
 μένης διὰ τῆς συμπύκσεως παρὰ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπι-  
 ξεννύουσαν ἕως τῆς τομῆς.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι αἱ  $AB\Gamma$ ,  $\Delta EZ$ , ἐφαπτόμεναι  
 δὲ αὐτῶν αἱ  $AH$ ,  $H\Delta$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $A\Delta$ , καὶ ἀπο  
 20 μὲν τοῦ  $H$  παρὰ τὴν  $A\Delta$  ἡχθῶ ἡ  $\Gamma HE$ , ἀπὸ δὲ τοῦ  $A$   
 παρὰ τὴν  $\Delta H$  ἡ  $AM$ , ἀπὸ δὲ τοῦ  $\Delta$  παρὰ τὴν  $AH$   
 ἡ  $\Delta M$ , εἰλήφθω δὲ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς  $\Delta Z$  τομῆς  
 τὸ  $Z$ , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $ANZ$ ,  $Z\Delta\Theta$ . λέγω, ὅτι  
 ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ  $\Gamma H$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $AH\Delta$ , τὸ ἀπὸ  $A\Delta$   
 25 πρὸς τὸ ὑπὸ  $A\Theta$ ,  $N\Delta$ .

ἡχθῶ γὰρ διὰ τοῦ  $Z$  παρὰ τὴν  $A\Delta$  ἡ  $Z\Delta KB$ .

ἐπεὶ οὖν δέδεικται, ὅτι ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ  $EH$   
 πρὸς τὸ ἀπὸ  $H\Delta$ , οὕτως τὸ ὑπὸ  $B\Delta Z$  πρὸς τὸ ἀπὸ

3. τοῦ τοῦ] τοῦ V; corr. Halley. 23. Ante λέγω spatium  
 4—5 litt. hab. V.

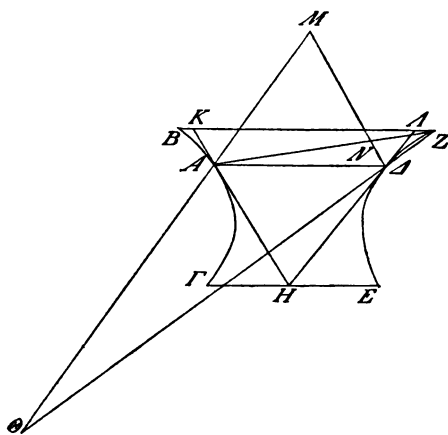
uerum  $NG \times AM : ND \times DM = EB^2 : BA^2$  [u. Eutocius] et

$ND \times DM : NB \times BM = \Gamma A \times \Delta A : \Gamma E \times EA$  [ibid.]; ergo

$$HG \times AZ : \Gamma A^2 = (BE^2 : BA^2) \times (\Gamma A \times \Delta A : \Gamma E \times EA).$$

LV.

Si duae rectae oppositas contingentes concurrunt, et per punctum concursus recta ducitur rectae puncta contactus coniungenti parallela, a punctis contactus autem rectae contingentibus parallelae ducuntur, et a punctis contactus ad idem punctum alterius sectionis



rectae adcidunt parallelas secantes, rectangulum comprehensum partibus abscisis ad quadratum rectae puncta contactus coniungentis rationem habebit, quam rectangulum comprehensum contingentibus ad quadra-

tum rectae per punctum concursus ductae rectae puncta contactus coniungenti parallelae usque ad sectionem.

sint oppositae  $AB\Gamma$ ,  $\Delta EZ$  easque contingentes  $AH$ ,  $H\Delta$ , ducaturque  $A\Delta$ , et ab  $H$  rectae  $A\Delta$  par-

$\Delta\Lambda$ , ἴση δὲ ἰ μὲν  $\Gamma\text{H}$  τῇ  $\text{EH}$ , ἡ δὲ  $\text{BK}$  τῇ  $\Lambda\text{Z}$ ,  
 ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $\Gamma\text{H}$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\text{H}\Delta$ , τὸ ὑπὸ  $\text{KZ}\Lambda$   
 πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Lambda\Delta$ . ἔστι δὲ καί, ὡς τὸ ἀπὸ  $\Delta\text{H}$  πρὸς  
 τὸ ὑπὸ  $\Delta\text{H}\Lambda$ , τὸ ἀπὸ  $\Delta\Lambda$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Delta\Lambda$ ,  $\text{AK}$ .  
 5 δι' Ἰσου ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ  $\Gamma\text{H}$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Delta\text{H}\Lambda$ , τὸ  
 ὑπὸ  $\text{KZ}\Lambda$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Delta\Lambda$ ,  $\text{AK}$ . ὁ δὲ τοῦ ὑπο  
 $\text{KZ}\Lambda$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\text{AK}$ ,  $\Delta\Lambda$  λόγος ὁ συγκείμενος  
 ἐστὶν ἐκ τοῦ τῆς  $\text{ZK}$  πρὸς  $\text{KA}$  καὶ τοῦ τῆς  $\text{Z}\Lambda$  πρὸς  
 $\Lambda\Delta$ . ἀλλ' ὡς μὲν ἡ  $\text{ZK}$  πρὸς  $\text{KA}$ , ἡ  $\Lambda\Delta$  πρὸς  $\Delta\text{N}$ ,  
 10 ὡς δὲ ἡ  $\text{Z}\Lambda$  πρὸς  $\Lambda\Delta$ , ἡ  $\Lambda\Delta$  πρὸς  $\Theta\Lambda$ . ὁ ἄρα τοῦ  
 ἀπὸ  $\Gamma\text{H}$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Delta\text{H}\Lambda$  λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ  
 τῆς  $\Lambda\Delta$  πρὸς  $\Delta\text{N}$  καὶ τοῦ τῆς  $\Delta\Lambda$  πρὸς  $\Lambda\Theta$ . σύγκει-  
 ται δὲ καὶ ὁ τοῦ ἀπὸ  $\Lambda\Delta$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Lambda\Theta$ ,  $\text{N}\Delta$   
 λόγος ἐκ τῶν αὐτῶν· ἐστὶν ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ  $\Gamma\text{H}$  πρὸς  
 15 τὸ ὑπὸ  $\text{AH}\Delta$ , τὸ ἀπὸ  $\Lambda\Delta$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\text{N}\Delta$ ,  $\Lambda\Theta$ .  
 [ἀνάπαλιν, ὡς τὸ ὑπὸ  $\text{AH}\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma\text{H}$ , τὸ  
 ὑπὸ  $\text{N}\Delta$ ,  $\Lambda\Theta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Lambda\Delta$ ].

νς'.

Ἐὰν μιᾶς τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐφαπ-  
 20 τόμεναι συμπίπτωσι, διὰ δὲ τῶν ἀφῶν παράλληλοι  
 ἀχθῶσι ταῖς ἐφαπτομέναις, καὶ ἀπο τῶν ἀφῶν πρὸς  
 τὸ αὐτὸ σημεῖον τῆς ἐτέρας τομῆς ἀχθῶσιν εὐθεῖαι  
 τέμνουσαι τὰς παραλλήλους, τὸ περιεχόμενον ὀρθο-  
 γώνιον ὑπὸ τῶν ἀποτεμνομένων λόγον ἔξει πρὸς τὸ  
 25 ἀπὸ τῆς τὰς ἀφὰς ἐπιζευγνυούσης τετραγώνου τὸν  
 συγκείμενον ἐκ τε τοῦ, ὃν ἔχει τῆς ἐπιζευγνυούσης  
 τὴν σύμπτωσιν καὶ τὴν διχοτομίαν ἢ μεταξὺ τῆς διχοτο-  
 μίας καὶ τῆς ἐτέρας τομῆς πρὸς τὴν μεταξὺ τῆς αὐτῆς

16. ἀνάπαλιν — 17.  $\Lambda\Delta$ ] deleo. 24. λόγον ἔξει] bis V;  
 corr. pc.

allela ducatur  $\Gamma HE$ , ab  $A$  autem rectae  $\Delta H$  parallela  $AM$ , a  $\Delta$  autem rectae  $AH$  parallela  $\Delta M$ , et in sectione  $\Delta Z$  sumatur punctum aliquod  $Z$ , ducanturque  $\Delta NZ$ ,  $Z\Delta\Theta$ . dico, esse

$$\Gamma H^2 : AH \times H\Delta = A\Delta^2 : A\Theta \times N\Delta.$$

nam per  $Z$  rectae  $A\Delta$  parallela ducatur  $ZAKB$ . quoniam igitur demonstratum est, esse

$EH^2 : H\Delta^2 = BA \times AZ : \Delta A^2$  [prop. XX],  
et  $\Gamma H = EH$ ,  $BK = AZ$  [II, 38; Eucl. VI, 4], erit  
 $\Gamma H^2 : H\Delta^2 = KZ \times ZA : \Delta A^2$ . uerum etiam  
 $\Delta H^2 : \Delta H \times HA = \Delta A^2 : \Delta A \times AK$  [Eucl. VI, 2];  
ex aequo igitur [Eucl. V, 22]

$$\Gamma H^2 : \Delta H \times HA = KZ \times ZA : \Delta A \times AK.$$

uerum

$KZ \times ZA : AK \times \Delta A = (ZK : KA) \times (ZA : \Delta A)$ .  
est autem  $ZK : KA = \Delta A : \Delta N$ ,

$$ZA : \Delta A = \Delta A : \Theta A$$
 [Eucl. VI, 4];

itaque  $\Gamma H^2 : \Delta H \times HA = (\Delta A : \Delta N) \times (\Delta A : A\Theta)$ .  
est autem

$$A\Delta^2 : A\Theta \times N\Delta = (\Delta A : \Delta N) \times (\Delta A : A\Theta).$$

ergo  $\Gamma H^2 : AH \times H\Delta = A\Delta^2 : N\Delta \times A\Theta$ .

### LVI.

Si duae rectae alteram oppositarum contingentes concurrunt, et per puncta contactus contingentibus parallelae ducuntur, a punctis contactus autem ad idem punctum alterius sectionis rectae ducuntur secantes parallelas, rectangulum comprehensum partibus abscisis ad quadratum rectae puncta contactus coniungentis rationem habebit compositam ex ea, quam habet rectae punctum concursus punctumque medium

τομῆς καὶ τῆς συμπτώσεως δυνάμει, καὶ τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ὑπο τῶν ἐφαπτομένων περιεχόμενον πρὸς τὸ τέταρτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς τὰς ἀφὰς ἐπιξενυγνυούσης.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι αἱ  $AB, \Gamma\Delta$ , ὧν κέντρον τὸ  $O$ ,  
 5 ἐφαπτόμεναι δὲ αἱ  $AEZH, BE\Theta K$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $AB$  καὶ δίχα τεμηθῆθω κατὰ τὸ  $A$ , καὶ ἐπιξενυχθεῖσα ἡ  $AE$  διήχθω ἐπὶ τὸ  $\Delta$ , καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ  $A$  παρὰ τὴν  $BE$  ἢ  $AM$ , ἀπὸ δὲ τοῦ  $B$  παρὰ τὴν  $AE$  ἢ  $BN$ , εἰλήφθω δὲ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς  $\Gamma\Delta$  τομῆς τὸ  $\Gamma$ , καὶ  
 10 ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $\Gamma BM, \Gamma AN$ . λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ  $BN, AM$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AB$  λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τοῦ τοῦ ἀπὸ  $AD$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $AE$  καὶ τοῦ ὑπὸ  $AEB$  πρὸς τὸ τέταρτον τοῦ ἀπὸ  $AB$ , τουτέστι τὸ ὑπὸ  $AAB$ .

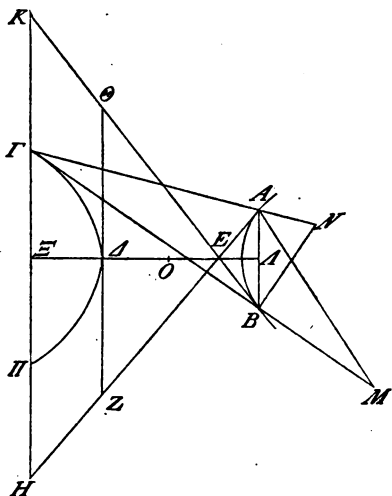
15 ἤχθωσαν γὰρ ἀπὸ τῶν  $\Gamma, \Delta$  παρὰ τὴν  $AB$  αἱ  $H\Gamma K, \Theta\Delta Z$ . φανερὸν δὴ, ὅτι [ἴση ἐστὶν ἡ  $AA$  τῇ  $AB$ ] ἴση ἐστὶ καὶ ἡ  $\Theta\Delta$  τῇ  $\Delta Z$  καὶ ἡ  $K\Xi$  τῇ  $\Xi H$ . ἐστὶ δὲ καὶ ἡ  $\Xi\Gamma$  τῇ  $\Xi\Pi$ . ὥστε καὶ ἡ  $\Gamma K$  τῇ  $H\Pi$ . καὶ ἐπεὶ ἀντικείμεναί εἰσιν αἱ  $AB, \Delta\Gamma$ , ἐφαπτόμεναι  
 20 δὲ αἱ  $BE\Theta, \Theta\Delta$ , καὶ παρὰ τὴν  $\Delta\Theta$  ἢ  $KH$ , ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ  $B\Theta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Theta\Delta$ , τὸ ἀπὸ  $BK$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Pi K\Gamma$ . ἴσον δὲ τὸ μὲν ἀπὸ  $\Theta\Delta$  τῷ ὑπὸ  $\Theta\Delta Z$ , τὸ δὲ ὑπὸ  $\Pi K\Gamma$  τῷ ὑπὸ  $K\Gamma H$ . ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ  $B\Theta$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $\Theta\Delta Z$ , τὸ ἀπὸ  $BK$  πρὸς  
 25 τὸ ὑπὸ  $K\Gamma H$ . ἐστὶ δὲ καί, ὡς τὸ ὑπὸ  $ZA, \Theta B$  πρὸς

5.  $AEZH$ ] p;  $AENZ$  V, H e corr. m. 1;  $AENZ$  cv. 12. ἐκ] om. V (extr. lin.); corr. p (ἐκ τε). τοῦ τοῦ] scripsi, τοῦ V.

14. ὑπό] bis V (extr. et initio lineae); corr. cp. 16.  $H\Gamma K$ ] Halley;  $\Gamma H K$  V,  $K\Gamma H$  p.  $\Theta\Delta Z$ ] p,  $\Delta\Theta Z$  V. ἴση — 17.  $AB$ ] deleo. 17. ἴση ἐστὶ] om. p.  $\Theta\Delta$ ]  $\Delta\delta$  V; corr. p;  $\Delta\Delta$  c.  $\Xi H$ ]  $ZH$  V; corr. p. 18.  $\Gamma K$ ] pcv, K e corr. m. 1 V. 19.  $\Delta\Gamma$ ]  $\Delta E$  V; corr. p. 20.  $BE\Theta$ ]  $BE$  V; corr. Halley. 22. πρὸς] bis V (extr. et init. lin.); corr. pc. 23.  $K\Gamma H$ ]  $\Gamma K H$  V; corr. p.



coniungentis pars inter punctum medium alteramque sectionem posita ad rectam inter eandem sectionem punctumque concursus positam potentia, eaque, quam



habet rectangulum contingentibus comprehensum ad quartam partem quadrati rectae puncta contactus coniungentis.

sint oppositae  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$ , quarum centrum sit  $O$ , contingentes autem

$AEZH$ ,  $BE\Theta K$ , ducaturque  $AB$  et in  $\Delta$  in duas partes aequales secetur, ducta autem  $AE$  ad  $\Delta$  producat, et

ab  $A$  rectae  $BE$  parallela ducatur  $AM$ , a  $B$  autem rectae  $AE$  parallela  $BN$ , sumaturque in sectione  $\Gamma\Delta$  punctum aliquod  $\Gamma$ , et ducantur  $\Gamma BM$ ,  $\Gamma AN$ . dico, esse  $BN \times AM : AB^2 = (\Delta\Delta^2 : \Delta E^2) \times (AE \times EB : \frac{1}{4} AB^2) = (\Delta\Delta^2 : \Delta E^2) \times (AE \times EB : \Delta\Delta \times \Delta B)$ .

ducantur enim a  $\Gamma$ ,  $\Delta$  rectae  $AB$  parallelae  $H\Gamma K$ ,  $\Theta\Delta Z$ ; manifestum igitur, esse et  $\Theta\Delta = \Delta Z$  et  $K\Xi = \Xi H$  [Eucl. VI, 4]. uerum etiam  $\Xi\Gamma = \Xi\Pi$  [I, 47]; itaque etiam  $\Gamma K = H\Pi$ . et quoniam oppositae sunt  $AB$ ,  $\Delta\Gamma$ , contingentes autem  $BE\Theta$ ,  $\Theta\Delta$ , et  $KH$  rectae  $\Delta\Theta$  parallela, erit [prop. XVIII]

$$B\Theta^2 : \Theta\Delta^2 = BK^2 : \Pi K \times K\Gamma.$$



est autem  $\Theta \Delta^2 = \Theta \Delta \times \Delta Z$ ,

$$\Pi K \times K \Gamma = K \Gamma \times \Gamma H;$$

itaque  $B\Theta^2 : \Theta \Delta \times \Delta Z = BK^2 : K \Gamma \times \Gamma H$ .

uerum etiam  $Z\Delta \times \Theta B : \Theta B^2 = H\Delta \times KB : KB^2$   
[Eucl. VI, 2, 4; V, 12]; ex aequo igitur

$AZ \times \Theta B : \Theta \Delta \times \Delta Z = KB \times AH : K \Gamma \times \Gamma H$   
[Eucl. V, 22]. est autem, medio sumpto  $\Theta E \times EZ$ ,

$$AZ \times \Theta B : \Theta \Delta \times \Delta Z \\ = (AZ \times \Theta B : \Theta E \times EZ) \times (\Theta E \times EZ : \Theta \Delta \times \Delta Z).$$

et  $AZ \times \Theta B : \Theta E \times EZ = \Delta \Delta^2 : \Delta E^2$  [Eucl. VI, 4; V, 12, 16],

$\Theta E \times EZ : \Theta \Delta \times \Delta Z = AE \times EB : A\Delta \times AB$   
[u. Pappi lemma XIII]; itaque

$$AH \times BK : K \Gamma \times \Gamma H \\ = (\Delta \Delta^2 : \Delta E^2) \times (AE \times EB : A\Delta \times AB).$$

est autem

$$AH \times KB : K \Gamma \times \Gamma H = (BK : K \Gamma) \times (AH : H \Gamma).$$

uerum  $KB : K \Gamma = MA : AB$ ,  $AH : H \Gamma = BN : BA$   
[Eucl. VI, 4]. ergo

$$(MA : AB) \times (NB : BA) \\ = (\Delta \Delta^2 : \Delta E^2) \times (AE \times EB : A\Delta \times AB) \\ = AM \times BN : AB^2.$$

