



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

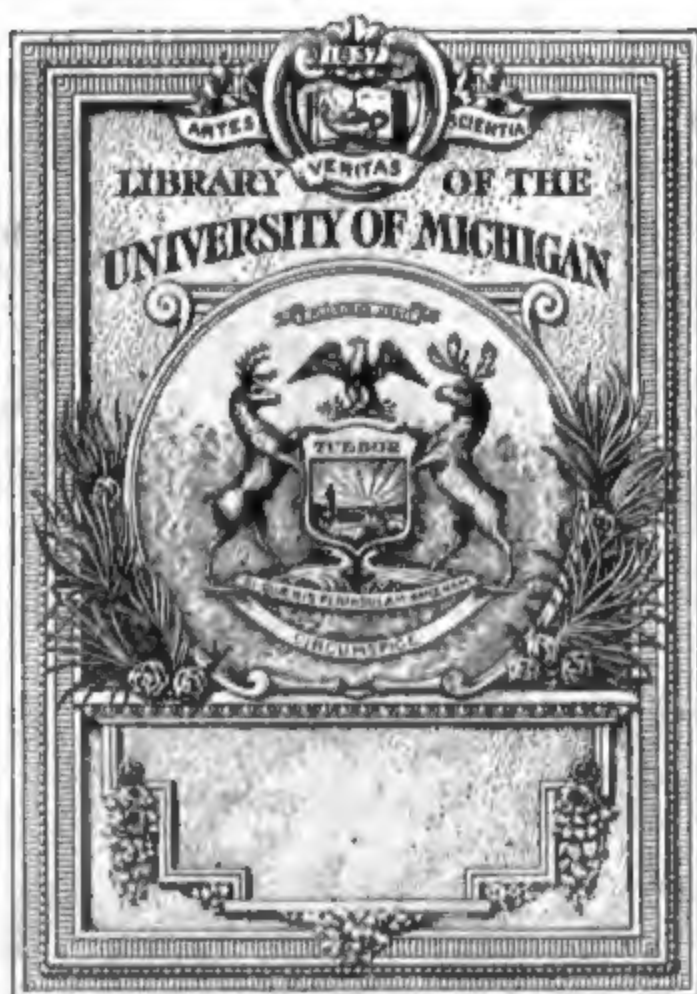
Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

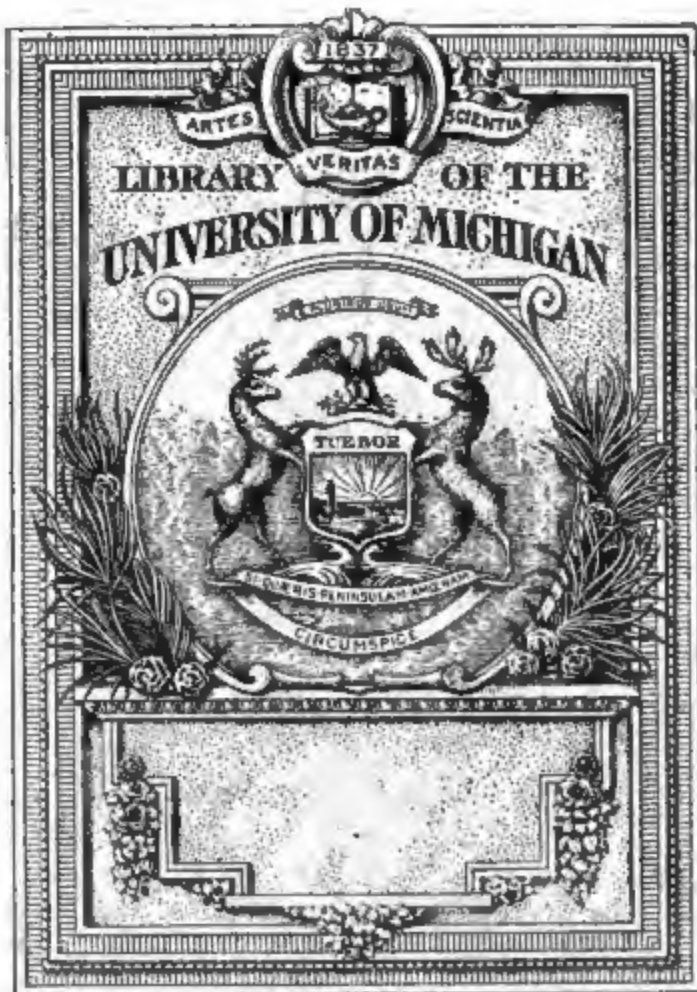
About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>

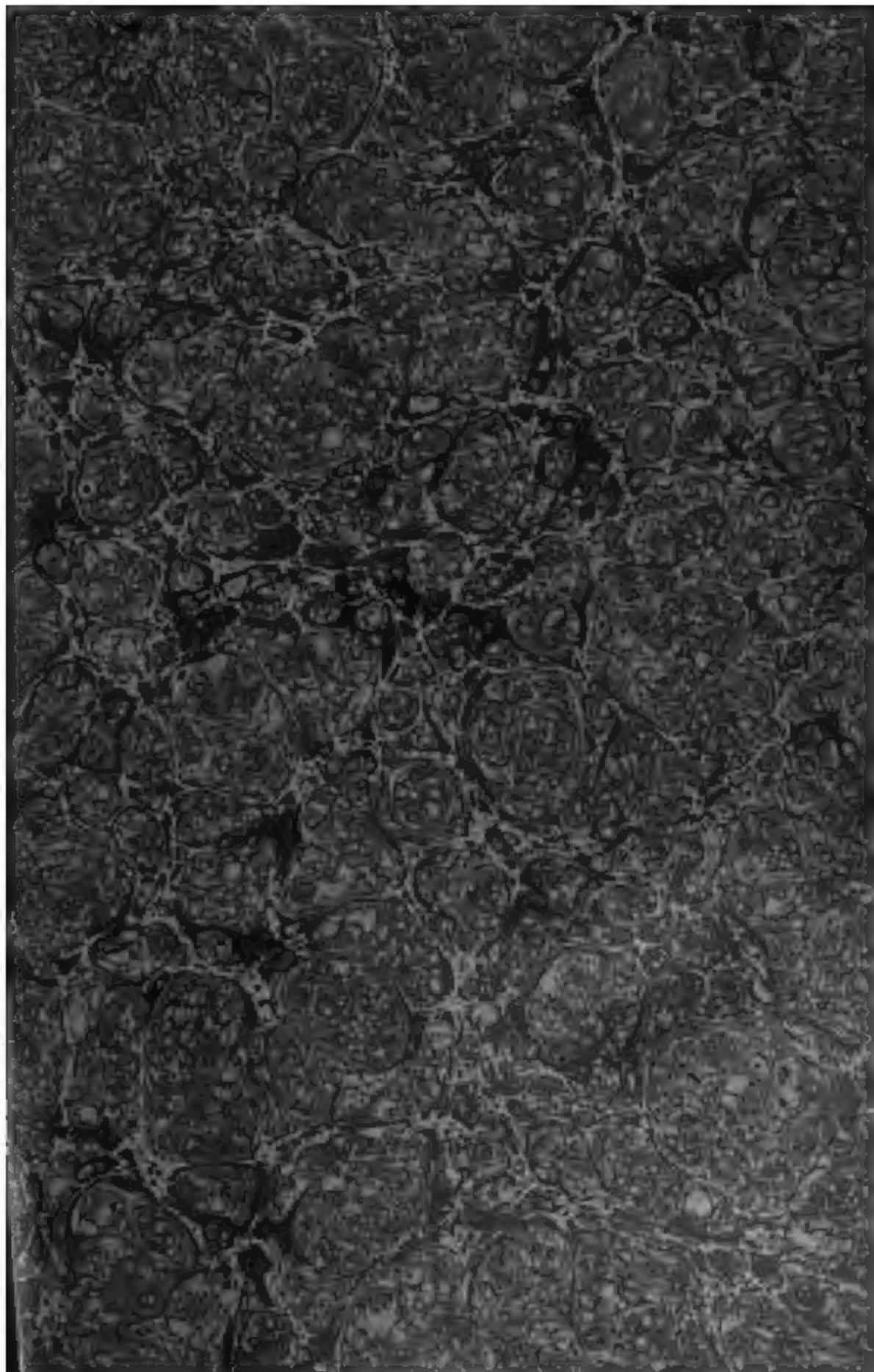


THE GIFT OF
PROF. ALEXANDER ZIWET





THE GIFT OF
PROF. ALEXANDER ZIWET

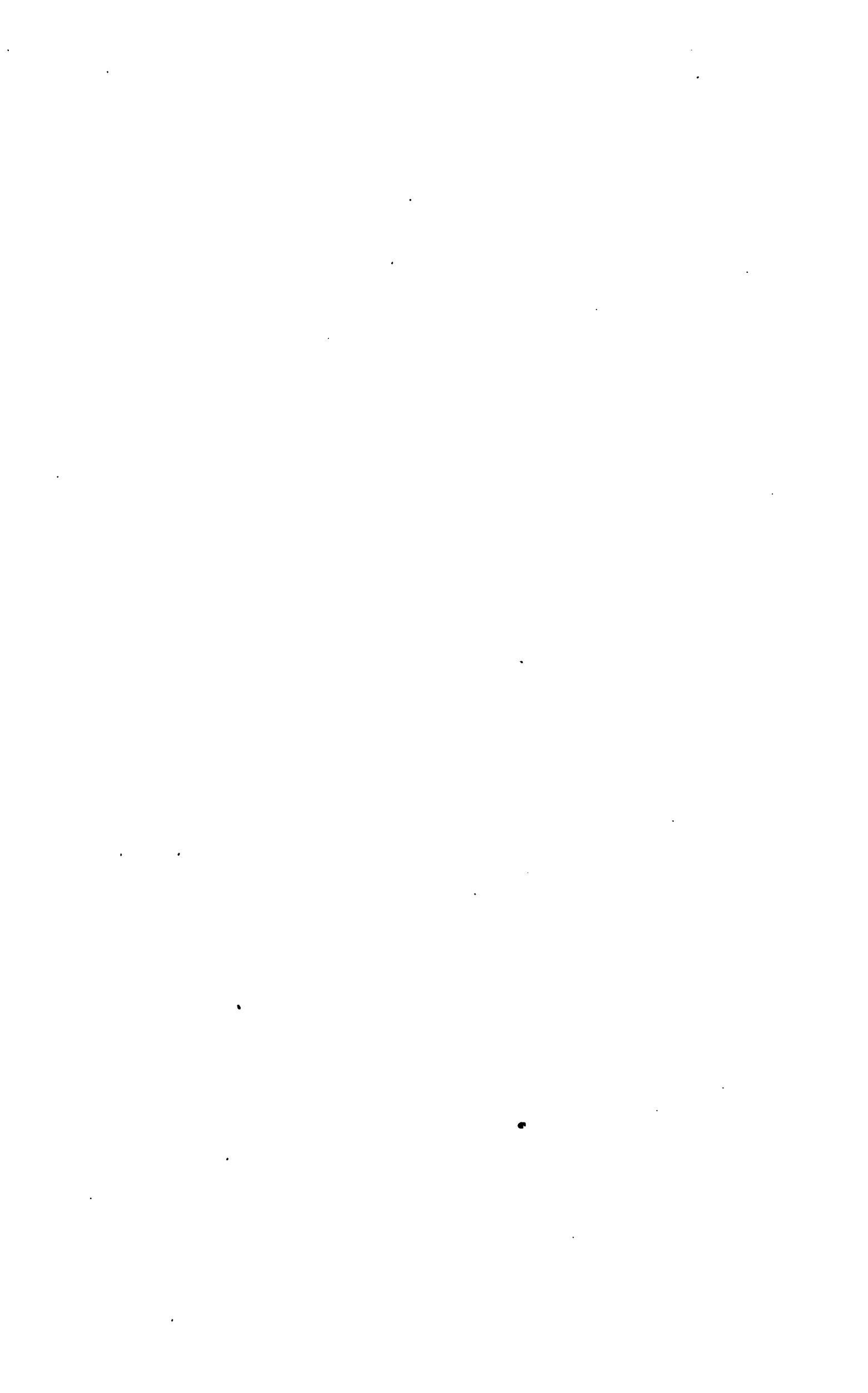


Handwritten notes at the top left, including a checkmark and some illegible characters.

888
A

A 5,891

PA
38
A
18



Alexander Zivert

APOLLONII PERGAEI
QUAE GRAECE EXSTANT

CUM COMMENTARIIS ANTIQUIS.

EDIDIT ET LATINE INTERPRETATUS EST

I. L. HEIBERG,

DR. PHIL.

VOL. I.



LIPSIAE

IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.

MDCCXCI.

1891

Alex. Ziwet

gt.

8-30-1922

2 vols.

PRAEFATIO.

Conica Apollonii Pergaei, quae mathematicorum consensu summis iustissimisque efferuntur laudibus, post Halleium neminem editorem inuenerunt. et fortasse mathematicis, qui res solas spectant, aliquatenus interpretationibus satis fit; sed ne de iis dicam, quorum interest scire, quibus uerbis Apollonius ipse usus sit, et qua ratione formulas signaque nostrorum mathematicorum aequare potuerit, ipsis illis interpretationibus fundamentum certum tandem aliquando iactum esse oportet; quod Halleius, qui adhuc solus Conica Graece edidit, neque uoluit facere neque potuit, quae erat illis temporibus ratio artis criticae. itaque nouam editionem Conicorum codicibus Graecis perlustratis et collatis parare decreui, praesertim cum uiderem, editionem Halleii tam raram esse, ut etiam immodico pretio uix ac ne uix quidem posset comparari. sed ab initio mihi constabat, eos tantum libros, qui Graece exstarent, mihi tractandos esse. nam quamquam me non fugiebat, editionem ita mancam et quasi detruncatam fore, tamen a me impetrare non potui, ut interpretationem librorum V—VII, quam ex Arabico fecerat Halleius, nullis subsidiis criticis adiutus repeterem. et codices Arabicos propter linguae illius ignorantiam ipse adire non potui. imperfectum igitur maneat opus, donec aliquis linguae Arabicae

a*

peritus codicibus Arabicis collatis nouam recensionem illorum librorum instituerit. et ut sperare possimus, hoc breui futurum esse, effecit L. L. M. Nixius edita dissertatione, quae inscribitur *Das fünfte Buch der Conica des Apollonius von Perga in der arabischen Uebersetzung des Thabit Ibn Corrah* (Lipsiae 1889). qui ut opus bene et utiliter inceptum ad finem perducatur, mecum optabunt, quicumque scripta mathematica Graecorum nouerunt coluntque.

Quattuor libris Conicorum, qui Graece supersunt, in uolumine altero adiungam fragmenta et Conicorum et reliquorum operum Apollonii, quae Graece habemus, et praeterea lemmata Pappi et commentaria Eutocii. constat, huius uiri recensionem librorum I—IV solam relictam esse; quare id primum mihi agendum erat, ut ea e codicibus restitueretur. quantum de pristina Conicorum forma ueri similiter statui potest, in prolegomenis criticis uoluminis alterius colligam; ibidem de cognatione codicum uberius exponam. hic breuiter indicabo, quibus codicibus nitatur recensio mea, et quanti quisque aestimandus sit. sunt igitur hi:

V — cod. Vatican. Gr. 206 bombyc. saec. XII—XIII, fol., duobus uoluminibus constans; continet fol. 1—160 Conicorum libros I—IV, fol. 161—239 Sereni opuscula. in fine mutilus est et omnino pessime habitus; singula folia plerumque charta pellucida inducta sunt. manus recentior (m. 2) lacunas quasdam (in Sereno) expleuit et in Apollonio nonnulla addidit et emendauit, manus recentissima (m. rec.) in margine nonnulla adscripsit. contuli Romae 1887.

- v — cod. Vatic. Gr. 203, bombyc. saec. XIII, fol.; inter alia Conica continet fol. 56—84 e V descripta. cum e V descriptus sit, antequam is tempore et situ male habitus est, utilis est ad eos locos supplendos, qui in V euauerunt uel correcti sunt; etiam figurae, quae interdum in V cum marginibus sublatae uel detruncatae sunt, saepe e v restitui potuerunt. inspexi codicem Romae 1887 et enotauit, quae opus esse uidebantur.
- c — cod. Constantinopolitanus palatii ueteris nr. 40 bombyc. saec. XIII—XIV, fol., situ et madore paene pessumdatus, ceterum codicis V gemellus. is, cum a Fr. Blassio protractus esset et descriptus (Hermes XXIII p. 622 sq.), intercedente Ministerio nostro, quod res rationesque externas moderatur, Hauniam missus est et totus a me collatus 1889, sed cum plerumque cum V consentiat, scripturam plenam in adparatu non dedi, sed ea tantum, quae meliora praebet, sane paucissima; reliquam scripturae discrepantiam in prolegomenis criticis notabo. Conica habet fol. 349—516.
- p — cod. Paris. Gr. 2342 chartac. saec. XIII, fol. totum contuli Hauniae 1888, sed cum ab homine sermonis mathematicorum Graecorum peritissimo impudenter interpolatus sit, in adparatum eas tantum scripturas recepi, quae ad uerba Apollonii emendanda facerent; reliquas prolegomenis seruauit. quae meliora habet, sine dubio pleraque coniectura inuenta sunt.

ceterorum codicum nullum prorsus usum esse, in prolegomenis demonstrabo, nisi quod e cod. Paris. 2356 chartae. saec. XVI unam et alteram coniecturam probam recepi.

itaque recensio Conicorum tota codice V nititur, cuius scripturas omnes in adparatu indicaui. sicubi eius scriptura retineri non poterat, auctorem scripturae receptae nominaui („corr.“). qua in re praeter codices mihi praesto fuere:

Memus — Apollonii Pergei philosophi mathematiciqve excellentissimi Opera per Doctissimum Philosophum Ioannem Baptistam Memum Patri-tium Venetum Mathematicarumque Artium in Vrbe Veneta Lectorem Publicum De Graeco in Latinum Traducta et nouiter impressa. Venet. MDXXXVII fol.

Comm. uel Command. — Apollonii Pergaei conicorum libri quattuor... F. Commandinus Urbinas mendis quamplurimis expurgata e Graeco conuertit et commentariis illustravit. Bononiae MDLXVI fol.

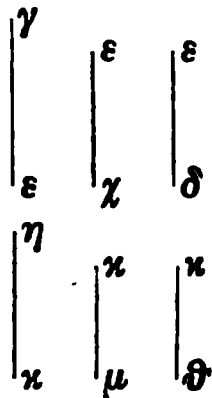
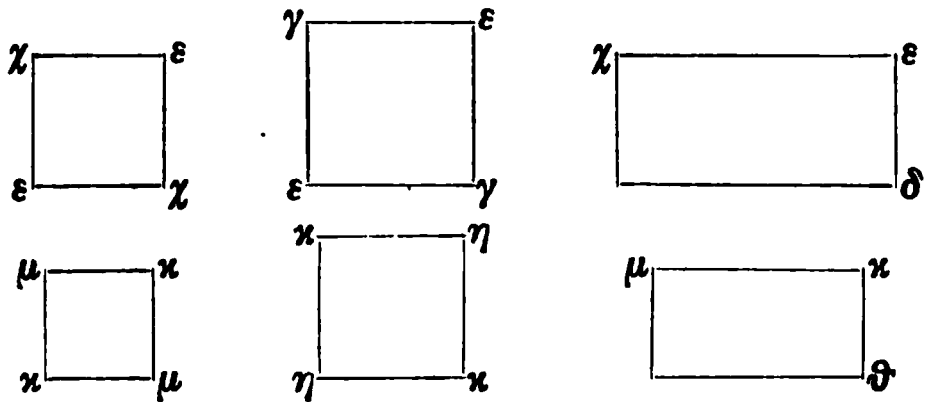
Halley — Apollonii Pergaei Conicorum libri octo et Sereni Antissensis de sectione cylindri et conii libri duo, ed. E. Halleus. Oxoniae MDCCX fol.

de fontibus horum librorum in prolegomenis uidebimus. Memo et Commandino emendationem tum quoque tribui, ubi tacite ueram scripturam interpretantur, nisi etiam errore non perspecto eodem modo interpretati essent.

in interpretatione mea propositiones Apollonii citauit libro et propositionis numero, ubi eiusdem

libri sunt, solo numero propositionis indicato; „Eucl.“ Elementa, „dat.“ Data Euclidis significat; lemmata Pappi numeris in Graeco ab Hultschio positis citantur.

Dixi infra p. 293 et alibi, in V interdum rectangula rectasque descripta esse; quae figurae quid significant, hic exponam. explicandi uiam mihi monstrauit Hieronymus G. Zeuthen, uir de Apollonio optime meritis. primum igitur in II, 50 inueniuntur hae figurae*):



hoc est $\epsilon\chi^2 : \epsilon\gamma^2 : \chi\epsilon \times \epsilon\delta =$

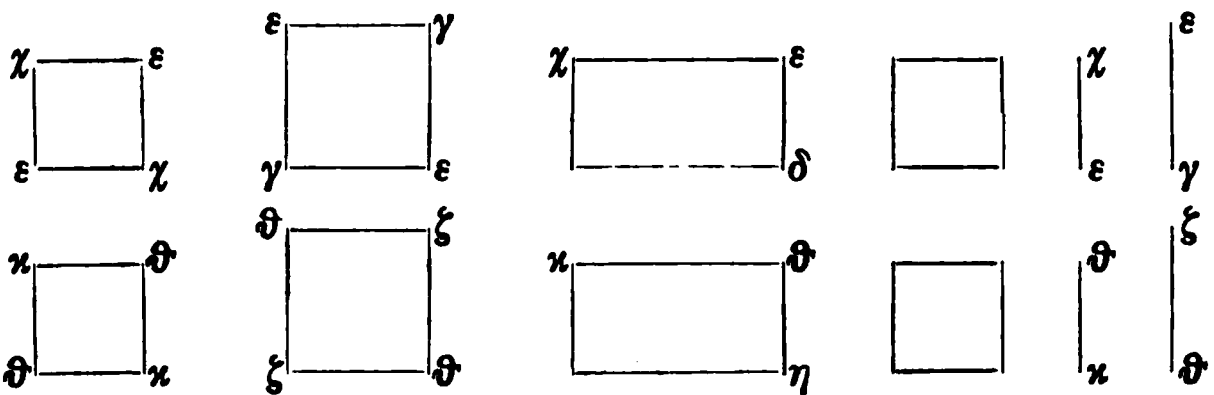
$\mu\kappa^2 : \eta\kappa^2 : \mu\kappa \times \kappa\theta,$

itaque $\gamma\epsilon : \epsilon\chi : \epsilon\delta =$

$\eta\kappa : \kappa\mu : \kappa\theta,$

quae est ratiocinatio Apollonii p. 292, 27—294, 9. ergo figuras illas aliquis adscripsit ad ratiocinationem Apollonii illustrandam oculisque subiiciendam.

eodem modo paullo infra:



*) Ubi V mutilus est, figuras e v suppleui; c eadem fere habet

quae figurarum series ad p. 296, 17 sq. pertinet, sed tam mutila est, ut difficile sit dictu, quo modo ordinanda sit. nam in V sola secunda series rectangularum exstat, quorum unum litteris caret; reliqua e v petita sunt. omnia ordine decurrent, si quattuor illae rectae primo loco ponentur et pro duobus quadratis litteris carentibus describentur hae rectae

$$\begin{array}{ccc}
 \left. \begin{array}{c} \delta \\ \varepsilon \end{array} \right| & \left. \begin{array}{c} \chi \\ \varepsilon \end{array} \right| & \left. \begin{array}{c} \varepsilon \\ \gamma \end{array} \right| \\
 & \text{uel} & \\
 \left. \begin{array}{c} \eta \\ \vartheta \end{array} \right| & \left. \begin{array}{c} \kappa \\ \vartheta \end{array} \right| & \left. \begin{array}{c} \xi \\ \vartheta \end{array} \right|
 \end{array}$$

tum enim habebimus: quoniam $\chi\varepsilon : \gamma\varepsilon = \kappa\vartheta : \vartheta\xi$, erit $\chi\varepsilon^2 : \varepsilon\gamma^2 : \chi\varepsilon \times \varepsilon\delta = \kappa\vartheta^2 : \vartheta\xi^2 : \kappa\vartheta \times \vartheta\eta$; quare $\delta\varepsilon : \chi\varepsilon : \varepsilon\gamma = \eta\vartheta : \kappa\vartheta : \xi\vartheta$ (uel $\delta\varepsilon : \chi\varepsilon = \eta\vartheta : \kappa\vartheta$).

Ad II, 51:

$$\begin{array}{cccc}
 & \left. \begin{array}{c} \varepsilon \\ \eta \end{array} \right| & \left. \begin{array}{c} \eta \\ \gamma \end{array} \right| & \left. \begin{array}{c} \xi \\ \lambda \end{array} \right| \\
 & & & \left. \begin{array}{c} \kappa \\ \lambda \end{array} \right| \\
 \varepsilon \square \eta & \eta \square \gamma & \xi \square \lambda & \kappa \square \lambda \\
 \delta & \gamma & \vartheta & \lambda
 \end{array}$$

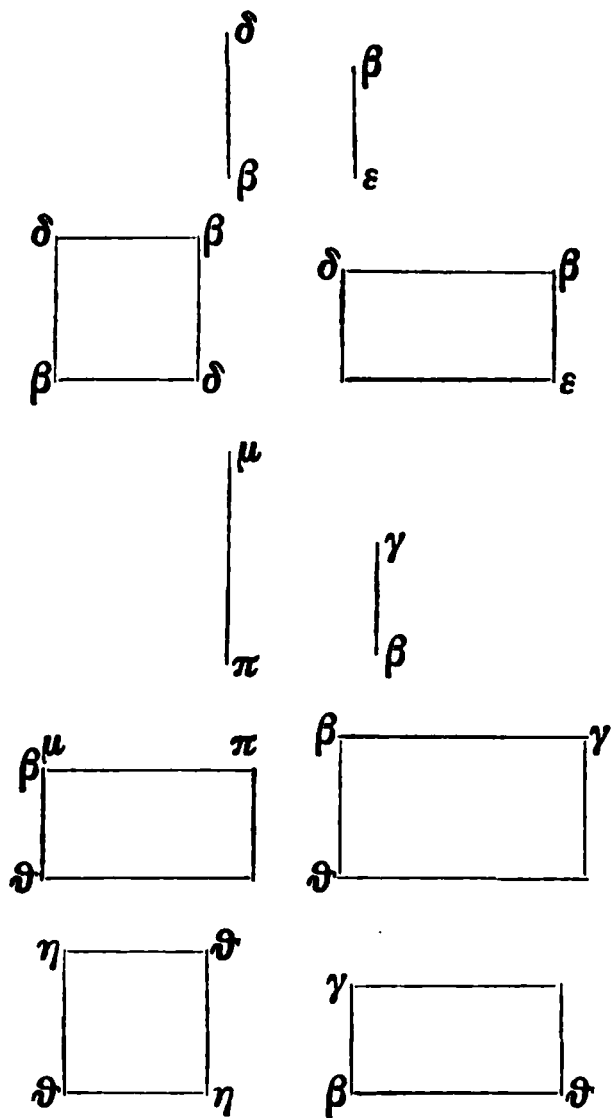
haec Vv, nisi quod V in $\xi\lambda$ pro λ habet κ . praeterea in vc post quattuor rectas adduntur hae

$\left. \begin{array}{c} \eta \\ \delta \end{array} \right| \left. \begin{array}{c} \eta \\ \gamma \end{array} \right| \left. \begin{array}{c} \lambda \\ \vartheta \end{array} \right| \left. \begin{array}{c} \kappa \\ \lambda \end{array} \right|$ (in $\lambda\vartheta$ littera ϑ in solo c seruata est). has rectas si cum Zeuthenio ultimo loco ponemus, habebimus

$$\varepsilon\eta : \eta\gamma = \xi\lambda : \kappa\lambda \text{ et } \varepsilon\eta \times \eta\delta : \eta\gamma^2 = \xi\lambda \times \lambda\vartheta : \kappa\lambda^2;$$

quare $\eta\delta : \eta\gamma = \lambda\vartheta : \kappa\lambda$, h. e. demonstrationem ab Apollonio omissam, triangulos $\kappa\vartheta\lambda$, $\gamma\eta\delta$ similes esse, u. p. 304, 17—19 et conf. Pappi lemma VII.

III, 15:

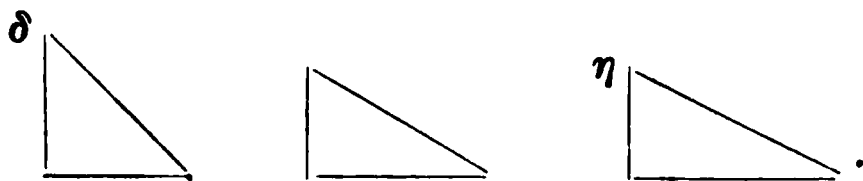


haec series figurarum illustrat, quae habet Apollonius p. 344, 14—24. in codicibus Vvc hae sunt discrepantiae: ante primas rectas habet V



in quadrato $\delta\beta^2$ inferius β hab. vc, om. V, pro inferiore δ hab. ε Vvc; rectam $\gamma\beta$ solus c habet; in rectangulo $\beta\vartheta \times \mu\pi$ in latere inferiore add. litt. $\eta - \vartheta$ Vvc; rectangulum $\beta\gamma \times \beta\vartheta$ solus habet c; in quadrato $\eta\vartheta^2$ omnes litteras om. V,

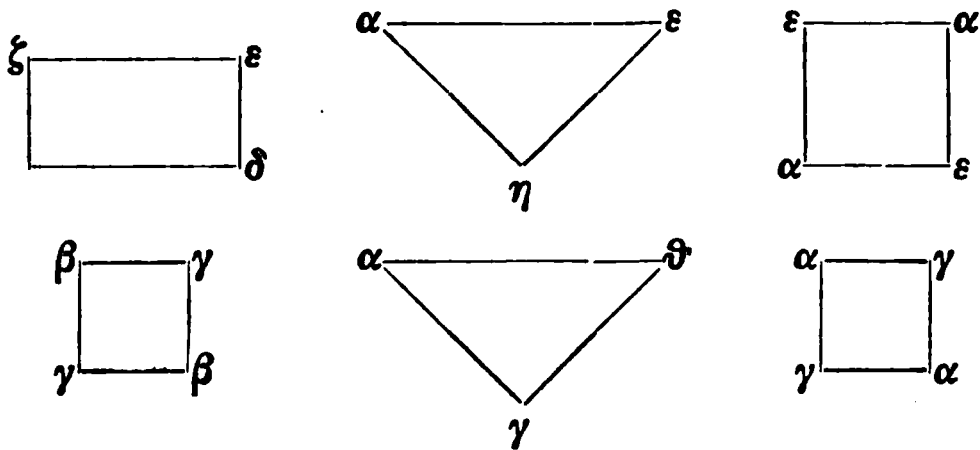
superiores η, ϑ vc; pro rectangulo $\gamma\beta \times \beta\vartheta$, quod omisit V, triangulum $\gamma\beta\vartheta$ habent vc; deinde v solus addit



erroribus emendatis hoc efficitur:

$$\begin{aligned} \delta\beta : \beta\varepsilon &= \delta\beta^2 : \delta\beta \times \beta\varepsilon = \mu\pi : \gamma\beta \\ &= \mu\pi \times \beta\vartheta : \beta\gamma \times \beta\vartheta = \vartheta\eta^2 : \beta\gamma \times \beta\vartheta. \end{aligned}$$

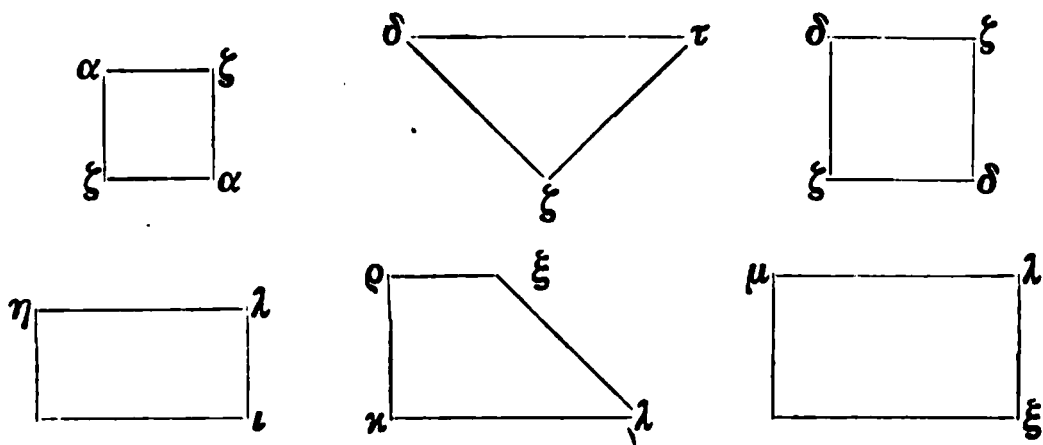
III, 16:



hunc ordinem praebet c, in V binae figurae componuntur. in primo rectangulo δ om. V; in priore triangulo ϵ et η permutat c, in altero γ om. V; in quadrato $\alpha\gamma^2$ litteras inferiores om. V, α inferius c. illustrantur uerba Apollonii p. 350, 5 sq.

$$\xi\epsilon \times \epsilon\delta : \alpha\epsilon\eta : \alpha\epsilon^2 = \gamma\beta^2 : \alpha\vartheta\gamma : \alpha\gamma^2.$$

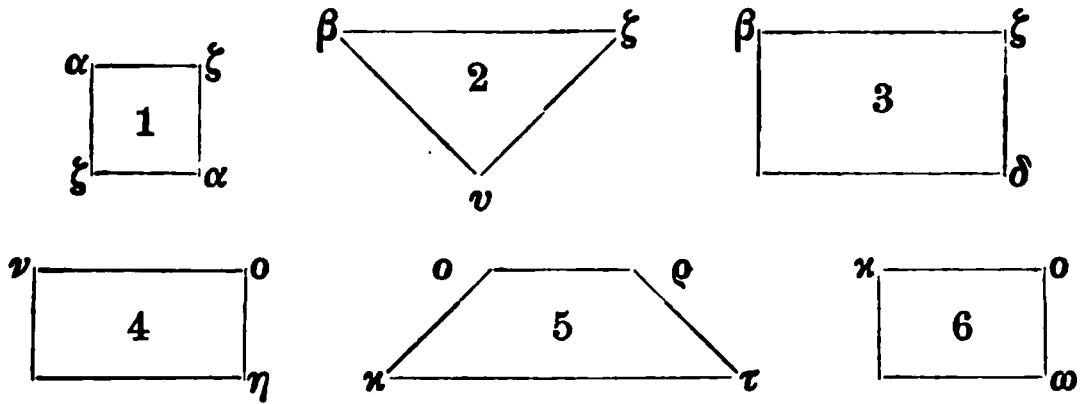
III, 19 (in extrema prop. 17 leguntur):



hanc seriem om. c, primas tres figuras hab. v, om. V; in $\alpha\xi^2$ litteras inferiores om. v; in $\eta\lambda \times \lambda\iota$ litteras η, λ om. V, μ et α earum loco hab. v; in $\rho\kappa\lambda\xi$ litt. ξ om. V, pro ea ξ hab. v; in $\mu\lambda \times \lambda\xi$ litt. μ, λ hab. v, om. V. illustratur, ut uidit Zeuthen, locus p. 358, 2 sq.

$$\alpha\xi^2 : \delta\tau\xi : \delta\xi^2 = \eta\lambda \times \lambda\iota : \rho\xi\lambda\kappa : \mu\lambda \times \lambda\xi.$$

III, 21:

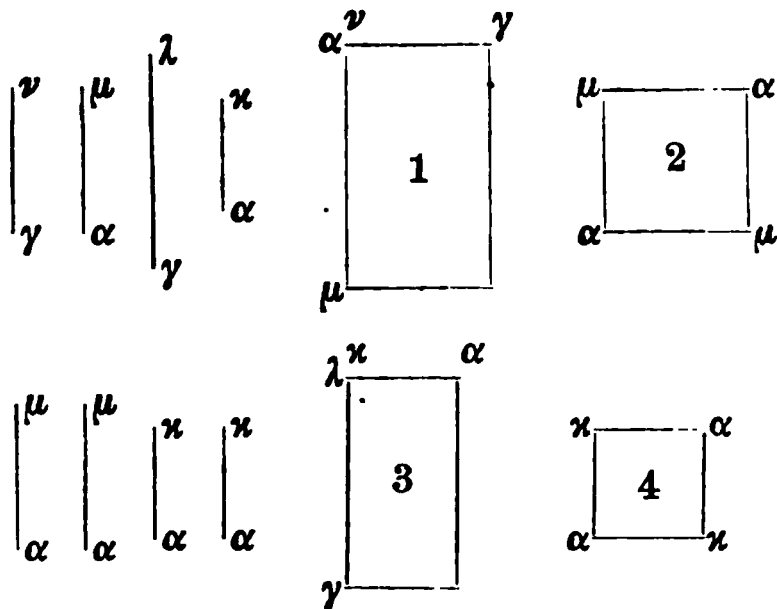


ordinem restituit Zeuthen; in c est $\begin{matrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \\ & 3 \end{matrix}$, fig. 6 hab. v,

om. Vc. in fig. 1 pro inferiore α litt. δ hab. Vvc; in fig. 2 β om. Vvc, ξ om. Vv, hab. c; in fig. 3 δ om. V; in fig. 4 pro o hab. ϑ v; in fig. 5 o hab. c, ϑ v, om. V, ρ om. V, τ hab. c, om. V-v; in fig. 6 ω om. v, pro κ , o hab. β , ϑ . illustratur p. 362, 11 sq.

$$\alpha\xi^2 : \beta\xi v : \beta\xi \times \xi\delta = v o \times o\eta : \kappa o \rho \tau : \kappa o \times o\omega.$$

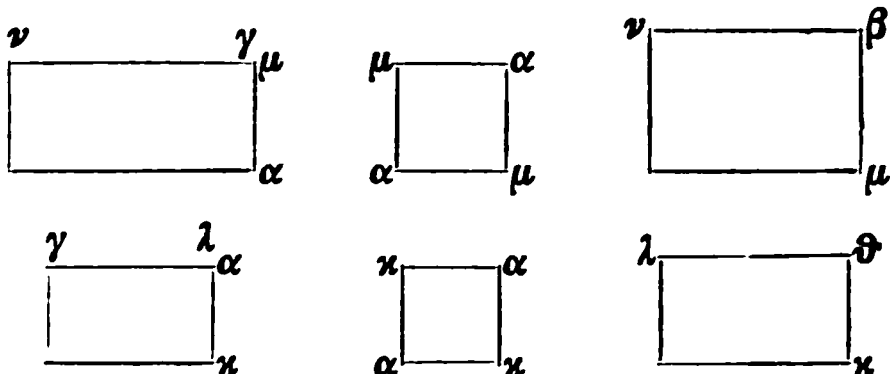
III, 54:



has om. c; in prima recta $\kappa\alpha$ litt. κ om. V, hab. v; in fig. 2 α , μ ad partes dexteras om. V, hab. v; fig. 3 om. V, α om. v, pro γ hab. α . demonstratio

est proportionis p. 442, 12—13 ab Apollonio usurpatae; legenda enim

$\nu\gamma : \mu\alpha = \lambda\gamma : \kappa\alpha$ itaque $\nu\gamma \times \mu\alpha : \mu\alpha^2 = \lambda\gamma \times \kappa\alpha : \kappa\alpha^2$.
 $\mu\alpha : \mu\alpha = \kappa\alpha : \kappa\alpha$



has om. c, posteriores tres om. V, hab. v; in $\nu\beta \times \beta\mu$ pro μ hab. ν uel α V; in $\lambda\vartheta\kappa$ pro λ litt. α hab. v. legenda

$\nu\gamma \times \mu\alpha : \mu\alpha^2 : \nu\beta \times \beta\mu = \gamma\lambda \times \alpha\kappa : \alpha\kappa^2 : \lambda\vartheta \times \vartheta\kappa$,
 quae illustrent uerba Apollonii p. 442, 14—15.

Praefandi finem faciam gratias quam maximas agens et praefectis bibliothecarum Parisiensis, cuius liberalitatem non semel expertus sum, et imperatoris Turcici, qui permisit, ut codex Constantinopolitanus hucusque peregrinaretur, et iis uiris, quibus intercedentibus mihi licuit codices illos Hauniam transmissos commode peruoluere, Christiano Bruun, bibliothecae regiae Hauniensis praefecto, et Petro A. F. S. Vedel, praeposito nostris cum populis externis rationibus.

Scr. Hauniae mense Octobri a. MDCCCXC.

I. L. Heiberg.

APOLLONII CONICA.

ΚΩΝΙΚΩΝ α'.

Ἀπολλώνιος Εὐδήμῳ χαίρειν.

Εἰ τῷ τε σώματι εὖ ἐπανάγεις καὶ τὰ ἄλλα κατὰ
 γνώμην ἐστὶ σοι, καλῶς ἂν ἔχοι, μετρίως δὲ ἔχομεν
 5 καὶ αὐτοί. καθ' ὃν δὲ καιρὸν ἤμην μετὰ σου ἐν
 Περγᾶμῳ, ἐθεώρουν σε σπεύδοντα μετασχεῖν τῶν πε-
 πραγμένων ἡμῖν κωνικῶν· πέπομφα οὖν σοι τὸ πρῶτον
 βιβλίον διορθωσάμενος, τὰ δὲ λοιπά, ὅταν εὐαρεστή-
 σωμεν, ἐξαποστελοῦμεν· οὐκ ἀμνημονεῖν γὰρ οἶομαί
 10 σε παρ' ἐμοῦ ἀκηκοότα, διότι τὴν περὶ ταῦτα ἔφοδον
 ἐποησάμην ἀξιωθεὶς ὑπὸ Ναυκράτους τοῦ γεωμέτρου,
 καθ' ὃν καιρὸν ἐσχόλαξε παρ' ἡμῖν παραγενηθεὶς εἰς
 Ἀλεξάνδρειαν, καὶ διότι πραγματεύσαντες αὐτὰ ἐν ὀκτώ
 βιβλίοις ἐξ αὐτῆς μεταδεδώκαμεν αὐτὰ εἰς τὸ σπου-
 15 δαιότερον διὰ τὸ πρὸς ἔκπλω αὐτὸν εἶναι οὐ διακαθά-
 ραντες, ἀλλὰ πάντα τὰ ὑποπίπτοντα ἡμῖν θέντες ὡς
 ἔσχατον ἐπελευσόμενοι. Ὅθεν καιρὸν νῦν λαβόντες ἀεὶ
 τὸ τυγχάνον διορθώσεως ἐκδίδομεν. καὶ ἐπεὶ συμ-
 βέβηκε καὶ ἄλλους τινὰς τῶν συμμεμιχότων ἡμῖν
 20 μετειληφέναι τὸ πρῶτον καὶ τὸ δεύτερον βιβλίον πρὶν
 ἢ διορθωθῆναι, μὴ θαυμάσης, ἐὰν περιπίπτῃς αὐτοῖς
 ἑτέρως ἔχουσιν. ἀπὸ δὲ τῶν ὀκτὼ βιβλίων τὰ πρῶτα

1. Ἀπολλωνίου Περγαίου κωνικῶν α' V. 8. εὐαρεστήσωμεν] in V est litterae ita coniunctae, ut similes fiant ετ. 15. διὰ — 16. τά] rep. mg. m. rec. V (15. εὐπλω) addito M ἐξ ἀπογράφου

CONICORUM LIBER I.

Apollonius Eudemo s.

Si corpore conualescis ceteraque tibi ex sententia sunt, bene est, equidem satis ualeo. quo autem tempore tecum Pergami eram, uidebam te cupidum esse conica a me elaborata cognoscendi. quare primum librum ad te misi, postquam eum emendauit, reliquos autem, quando iis contenti erimus, mittemus. neque enim credo, te oblitum esse, quod a me audisti, me ad haec adcessisse rogatu Naucratis geometrae, quo tempore Alexandriam profectus nobiscum degeret, nosque ea in octo libris elaborata statim festinantius paullo cum eo communicasse, quod in eo esset, ut discederet, ita ut ea non perpurgaremus, sed omnia, quae nobis in mentem uenirent, poneremus sperantes fore, ut postea perpoliremus. quare iam occasionem nacti, prout correctae sunt, ea edimus. et quoniam accidit, ut etiam alii quidam eorum, qui nobiscum uersati sunt, primum alterumque libros nacti sint, priusquam correcti essent, miratus ne sis, si in eos aliam habentes formam incideris. horum uero octo librorum quattuor priores ad institutionem elementarem

εἰκονικοῦ. γρ., quia magna ex parte euan.; sed quae dedimus, hab. cv. 15. ἔκπλοιν cp, fort. recte. 16. ὡς — 17. ἐπελευσόμενοι] cv; euan. V., rep. mg. m. rec.

τέσσαρα πέπτωκεν εἰς ἀγωγὴν στοιχειώδη, περιέχει δὲ
 τὸ μὲν πρῶτον τὰς γενέσεις τῶν τριῶν τομῶν καὶ τῶν
 ἀντικειμένων καὶ τὰ ἐν αὐταῖς ἀρχικὰ συμπτώματα ἐπὶ
 πλέον καὶ καθόλου μᾶλλον ἐξειργασμένα παρὰ τὰ ὑπὸ
 5 τῶν ἄλλων γεγραμμένα, τὸ δὲ δεύτερον τὰ περὶ τὰς
 διαμέτρους καὶ τοὺς ἄξονας τῶν τομῶν συμβαίνοντα
 καὶ τὰς ἀσυμπτώτους καὶ ἄλλα γενικὴν καὶ ἀναγκαίαν
 χρεῖαν παρεχόμενα πρὸς τοὺς διορισμούς· τίνας δὲ
 διαμέτρους καὶ τίνας ἄξονας καλῶ, εἰδήσεις ἐκ τούτου
 10 τοῦ βιβλίου. τὸ δὲ τρίτον πολλὰ καὶ παράδοξα θεω-
 ρήματα χρήσιμα πρὸς τε τὰς συνθέσεις τῶν στερεῶν
 τόπων καὶ τοὺς διορισμούς, ὧν τὰ πλεῖστα καὶ κάλλιστα
 ξένα, ἃ καὶ κατανοήσαντες συνείδομεν μὴ συντιθέμενον
 ὑπὸ Εὐκλείδου τὸν ἐπὶ τρεῖς καὶ τέσσαρας γραμμὰς
 15 τόπον, ἀλλὰ μόριον τὸ τυχὸν αὐτοῦ καὶ τοῦτο οὐκ
 εὐτυχῶς· οὐ γὰρ ἦν δυνατὸν ἄνευ τῶν προσευρη-
 μένων ἡμῖν τελειωθῆναι τὴν σύνθεσιν. τὸ δὲ τέταρτον,
 ποσαχῶς αἱ τῶν κώνων τομαὶ ἀλλήλαις τε καὶ τῇ τοῦ
 κύκλου περιφέρειᾳ συμβάλλουσι, καὶ ἄλλα ἐκ περισσοῦ,
 20 ὧν οὐδέτερον ὑπὸ τῶν πρὸ ἡμῶν γέγραπται, κώνου
 τομῇ ἢ κύκλου περιφέρεια κατὰ πόσα σημεῖα συμ-
 βάλλουσι. τὰ δὲ λοιπά ἐστι περιουσιαστικώτερα· ἔστι
 γὰρ τὸ μὲν περὶ ἐλαχίστων καὶ μεγίστων ἐπὶ πλέον,
 τὸ δὲ περὶ ἴσων καὶ ὁμοίων κώνου τομῶν, τὸ δὲ περὶ
 25 διοριστικῶν θεωρημάτων, τὸ δὲ προβλημάτων κωνικῶν
 διωρισμένων. οὐ μὲν ἀλλὰ καὶ πάντων ἐκδοθέντων
 ἔξεστι τοῖς περιτυγχάνουσι κρίνειν αὐτά, ὡς ἂν αὐτῶν
 ἕκαστος αἰρῆται. εὐτύχει.

1. πέπτωκεν] cp, πέπτωκε V. 5. τὰς] τοὺς V, corr. p.
 9. καί] scripsi, ἢ V. 13. συνείδαμεν V (fort. recte; cfr.
 εἶπα); corr. v. 17. -νων ἡμῖν — τό] cv; euan. V, rep. mg. m.

pertinent, continet autem primus origines trium sectionum oppositarumque et proprietates earum principales latius uniuersaliusque expositas, quam quae ceteri de iis scripserunt, alter, quae diametri axesque sectionum et asymptotae propria habent aliaque, quae usum generalem necessariumque ad determinationes praebent; quas autem diametros quosque axes adpellem, ex hoc libro comperies. tertius uero plurima et mira continet theoremata et ad compositionem locorum solidorum et ad determinationes utilia, quorum pleraque et pulcherrima noua sunt; quibus inuentis cognoui, locum ad tres et quattuor lineas minime ab Euclide componi, sed partem tantum fortuitam eius, et id quidem non optime; neque enim fieri potuit, ut compositio sine propositionibus a nobis adiectis perficeretur. quartus autem continet, quot modis sectiones conorum et inter se et cum ambitu circuli concurrant, et praeterea alia quaedam, quorum neutrum genus a prioribus tractatum est, in quot punctis sectio conici uel ambitus circuli concurrant [cum oppositis sectionibus]. reliqui autem libri ulterius progrediuntur. primus enim eorum de minimis et maximis latius tractat, secundus de conic sectionibus aequalibus et similibus, tertius de theorematis ad determinationem pertinentibus, quartus problemata conica habet determinata. uerum enim uero omnibus editis iis, qui legent, licet, eos pro cuiusque uoluntate aestimare. uale.

rec. (add. γραι). 18. κώνων] cv; euan. V, rep. mg. m. rec.
21. κατά] scr. ταῖς ἀντικειμέναις κατά; cfr. IV praef.

Ὅροι πρώτοι.

Ἐὰν ἀπό τινος σημείου πρὸς κύκλου περιφέρειαν, ὅς οὐκ ἔστιν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ τῷ σημείῳ, εὐθεία ἐπιξευχθεῖσα ἐφ' ἐκάτερα προσεκβληθῆ, καὶ μένοντος
 5 τοῦ σημείου ἢ εὐθεία περιενεχθεῖσα περὶ τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῆ, ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, τὴν γραφεῖσαν ὑπὸ τῆς εὐθείας ἐπιφάνειαν, ἢ σύγκειται ἐκ δύο ἐπιφανειῶν κατὰ
 10 αὐξεται τῆς γραφούσης εὐθείας εἰς ἄπειρον προσεκβαλλομένης, καλῶ κωνικὴν ἐπιφάνειαν, κορυφὴν δὲ αὐτῆς τὸ μεμενηκὸς σημεῖον, ἄξονα δὲ τὴν διὰ τοῦ σημείου καὶ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἀγομένην εὐθείαν.

κῶνον δὲ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπὸ τε τοῦ κύκλου
 15 καὶ τῆς μεταξὺ τῆς τε κορυφῆς καὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας κωνικῆς ἐπιφανείας, κορυφὴν δὲ τοῦ κώνου τὸ σημεῖον, ὃ καὶ τῆς ἐπιφανείας ἐστὶ κορυφή, ἄξονα δὲ τὴν ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου ἀγομένην εὐθείαν, βάσιν δὲ τὸν κύκλον.

20 τῶν δὲ κώνων ὀρθοὺς μὲν καλῶ τοὺς πρὸς ὀρθὰς ἔχοντας ταῖς βάσεσι τοὺς ἄξονας, σκαληνοὺς δὲ τοὺς μὴ πρὸς ὀρθὰς ἔχοντας ταῖς βάσεσι τοὺς ἄξονας.

πάσης καμπύλης γραμμῆς, ἣτις ἐστὶν ἐν ἐνὶ ἐπιπέδῳ, διάμετρον μὲν καλῶ εὐθείαν, ἣτις ἠγμένη ἀπὸ
 25 τῆς καμπύλης γραμμῆς πάσας τὰς ἀγομένας ἐν τῇ γραμμῇ εὐθείας εὐθεία τινὶ παραλλήλους δίχα διαιρεῖ, κορυφὴν δὲ τῆς γραμμῆς τὸ πέρασ τῆς εὐθείας τὸ πρὸς τῇ γραμμῇ, τεταγμένως δὲ ἐπὶ τὴν διάμετρον κατῆχθαι ἐκάστην τῶν παραλλήλων.

29. κατῆχθαι] syll. αι comp. V, mg. m. rec. „χθαι . . . 17“.

Definitiones I.

1. Si a puncto aliquo ad ambitum circuli, qui in eodem plano, in quo punctum, positus non est, ducta recta in utramque partem producit, et manente puncto recta per ambitum circuli circumacta in eundem rursus locum restituitur, unde ferri coepta est, superficiem recta descriptam, ex duabus superficiebus ad uerticem inter se positis compositam, quarum utraque in infinitum crescit recta describente in infinitum producta, superficiem conicam adpello, uerticem autem eius punctum manens, axem autem rectam per punctum et centrum circuli ductam.

2. Conum autem figuram comprehensam circulo et superficie conica inter uerticem ambitumque circuli posita, uerticem autem conici punctum, quod idem est uertex superficiei, axem autem rectam a uertice ad centrum circuli ductam, basim autem circulum.

3. Conorum uero rectos adpello, qui axes ad bases perpendiculares habent, obliquos autem, qui axes ad bases perpendiculares non habent.

4. Omnis lineae curuae, quae in uno plano posita est, diametrum adpello rectam, quae a linea curua ducta omnes rectas in linea illa rectae alicui parallelas ductas in binas partes aequales secat, uerticem autem lineae terminum huius rectae in linea, singulas autem rectas parallelas ad diametrum ordinate ductas esse.

ὁμοίως δὲ καὶ δύο καμπύλων γραμμῶν ἐν ἐνὶ ἐπιπέδῳ κειμένων διάμετρον καλῶν πλαγίαν μὲν, ἣτις εὐθεῖα τέμνουσα τὰς δύο γραμμὰς πάσας τὰς ἀγομένας ἐν ἑκατέρῃ τῶν γραμμῶν παρά τινα εὐθεῖαν δίχα
 5 τέμνει, κορυφὰς δὲ τῶν γραμμῶν τὰ πρὸς ταῖς γραμμαῖς πέρατα τῆς διαμέτρου, ὀρθίαν δέ, ἣτις κειμένη μεταξὺ τῶν δύο γραμμῶν πάσας τὰς ἀγομένας παραλλήλους εὐθείας εὐθεία τινὶ καὶ ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τῶν γραμμῶν δίχα τέμνει, τεταγμένως δὲ ἐπὶ
 10 τὴν διάμετρον κατῆχθαι ἑκάστην τῶν παραλλήλων.

συζυγεῖς καλῶν διαμέτρους [δύο] καμπύλης γραμμῆς καὶ δύο καμπύλων γραμμῶν εὐθείας, ὧν ἑκατέρῃ διάμετρος οὔσα τὰς τῆ ἑτέρας παραλλήλους δίχα διαιρεῖ.

ἄξονα δὲ καλῶν καμπύλης γραμμῆς καὶ δύο καμπύλων γραμμῶν εὐθεῖαν, ἣτις διάμετρος οὔσα τῆς γραμμῆς ἢ τῶν γραμμῶν πρὸς ὀρθὰς τέμνει τὰς παραλλήλους.

συζυγεῖς καλῶν ἄξονας καμπύλης γραμμῆς καὶ δύο καμπύλων γραμμῶν εὐθείας, αἵτινες διάμετροι οὔσαι
 20 συζυγεῖς πρὸς ὀρθὰς τέμνουσι τὰς ἀλλήλων παραλλήλους.

α'.

Αἱ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας ἀγομεναι εὐθεῖαι ἐπὶ τὰ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ σημεῖα ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ εἰσίν.

25 ἔστω κωνικὴ ἐπιφάνεια, ἥς κορυφὴ τὸ *A* σημεῖον, καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τὸ *B*, καὶ ἐπεξεύχθω τις εὐθεῖα ἢ *ΑΓΒ*. λέγω, ὅτι ἢ *ΑΓΒ* εὐθεῖα ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ἐστίν.

5. πρὸς] προσ' seq. lineola fortuita V. 6. ὀρθίαν] p; ὀρθείαν V, mg. m. rec. „ὀρθίαν ut infra“. 9. τέμνει] p, τέμνη V.
 11. δύο] om. Halley cum Comm. 21. α'] cv, om. V.

5. Similiter uero etiam duarum linearum curuarum in uno plano positarum diametrum transuersam adpello rectam, quae duas illas lineas secans omnes rectas in utraque linea rectae alicui parallelas ductas in binas partes aequales secat, uertices autem linearum terminos diametri in linea positos, rectam autem, quae inter duas lineas posita omnes rectas rectae alicui parallelas ductas et inter lineas abscisas in binas partes aequales secat, singulas autem parallelas ad diametrum ordinate ductas esse.

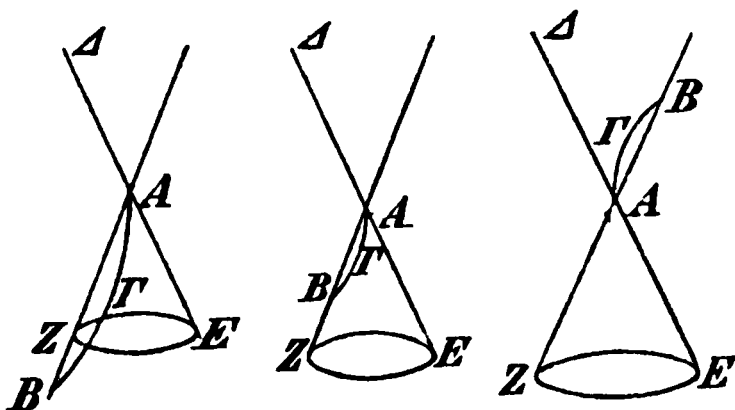
6. Coniugatas diametros adpello lineae curuae duarumque linearum curuarum rectas, quarum utraque diametrus est et rectas alteri parallelas in binas partes aequales secat.

7. Axem uero lineae curuae duarumque linearum curuarum rectam adpello, quae diametrus est lineae linearumue et parallelas ad angulos rectos secat.

8. Axes coniugatos adpello lineae curuae duarumque linearum curuarum rectas, quae diametri coniugatae sunt et altera alterius parallelas ad rectos angulos secant.

I.

Rectae a uertice superficiei conicae ad puncta superficiei ductae in superficie sunt.



sit superficies conica, cuius uertex sit A punctum, et sumatur in superficie conica punctum aliquod B , et.

ducatur recta aliqua $A\Gamma B$. dico, rectam $A\Gamma B$ in superficie esse.

εἰ γὰρ δυνατόν, μὴ ἔστω, καὶ ἔστω ἡ γεγραφεῖσα τὴν ἐπιφάνειαν εὐθεῖα ἡ ΔE , ὁ δὲ κύκλος, καθ' οὗ φέρεται ἡ $E\Delta$, ὁ EZ . ἔὰν δὲ μένοντος τοῦ A σημείου ἡ ΔE εὐθεῖα φέρηται κατὰ τῆς τοῦ EZ κύκλου περι-
 5 φερείας, ἥξει καὶ διὰ τοῦ B σημείου, καὶ ἔσται δύο εὐθειῶν τὰ αὐτὰ πέρατα· ὅπερ ἄτοπον.

οὐκ ἄρα ἡ ἀπὸ τοῦ A ἐπὶ τὸ B ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα οὐκ ἔστιν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ· ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ἄρα ἐστί.

10

πόρισμα.

καὶ φανερόν, ὅτι, ἔὰν ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τι σημεῖον τῶν ἐντὸς τῆς ἐπιφανείας ἐπιζευχθῆ εὐθεῖα, ἐντὸς πεσεῖται τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας, καὶ ἔὰν ἐπὶ τι τῶν ἐκτὸς ἐπιζευχθῆ, ἐκτὸς ἔσται τῆς ἐπιφανείας.

15

β'.

Ἐὰν ἐφ' ὅποτερασούν τῶν κατὰ κορυφὴν ἐπιφανειῶν δύο σημεῖα ληφθῆ, ἡ δὲ ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα μὴ νεύῃ ἐπὶ τὴν κορυφήν, ἐντὸς πεσεῖται τῆς ἐπιφανείας, ἡ δὲ ἐπ' εὐθείας αὐτῇ ἐκτός.

20

ἔστω κωνικὴ ἐπιφάνεια, ἧς κορυφὴ μὲν τὸ A σημεῖον, ὁ δὲ κύκλος, καθ' οὗ φέρεται ἡ τὴν ἐπιφάνειαν γράφουσα εὐθεῖα, ὁ $B\Gamma$, καὶ εἰλήφθω ἐφ' ὅποτερασούν τῶν κατὰ κορυφὴν ἐπιφανειῶν δύο σημεῖα τὰ Δ, E , καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΔE μὴ νευέτω ἐπὶ τὸ A σημεῖον.

25

λέγω, ὅτι ἡ ΔE ἐντὸς ἔσται τῆς ἐπιφανείας καὶ ἡ ἐπ' εὐθείας αὐτῇ ἐκτός.

ἐπεξεύχθωσαν αἱ $AE, A\Delta$ καὶ ἐκβεβλήσθωσαν· πεσοῦνται δὲ ἐπὶ τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν. πιπτέ-

2. καθ'] cv; κα- euan. V, rep. mg. m. rec. 10. πόρισμα] om. V.

nam si fieri potest, ne sit, et ΔE sit recta superficiem describens, circulus autem, per quem fertur, sit EZ . itaque, si manente puncto A recta ΔE per ambitum circuli EZ fertur, etiam per punctum B ueniet, et duae rectae eosdem terminos habebunt; quod fieri non potest.

ergo fieri non potest, ut recta ab A ad B ducta in superficie non sit. ergo est in superficie.

Corollarium.

et manifestum est, si a uertice ad punctum aliquod eorum, quae intra superficiem sunt, recta ducatur, eam intra superficiem conicam casuram esse, et si ad aliquod eorum ducatur, quae extra sunt, extra superficiem casuram.

II.

Si in utralibet superficie earum, quae ad uerticem inter se positae sunt, duo puncta sumuntur, et recta puncta illa coniungens ad uerticem non cadit, intra superficiem cadet, producta uero in directum extra.

sit superficies conica, cuius uertex sit A , circulus autem, per quem recta superficiem describens fertur, sit $B\Gamma$, et in utralibet superficie earum, quae ad uerticem sunt inter se, duo puncta sumantur Δ , E , et ducta ΔE ne cadat ad punctum A . dico, ΔE intra superficiem esse, productam autem in directum extra.

ducantur AE , $A\Delta$ et producantur; cadent igitur ad ambitum circuli [prop. I]. cadant in B , Γ , et ducatur $B\Gamma$; $B\Gamma$ igitur intra circulum erit; quare etiam intra superficiem conicam. iam in ΔE sumatur punctum aliquod Z , et ducta AZ producat; cadet igitur

τωσαν κατὰ τὰ B, Γ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $B\Gamma$. ἔσται ἄρα
 ἡ $B\Gamma$ ἐντὸς τοῦ κύκλου· ὥστε καὶ τῆς κωνικῆς ἐπι-
 φανείας. εἰλήφθω δὴ ἐπὶ τῆς ΔE τυχὸν σημεῖον τὸ Z ,
 καὶ ἐπιξευχθεῖσα ἡ AZ ἐκβεβλήσθω. πεσεῖται δὴ ἐπὶ
 5 τὴν $B\Gamma$ εὐθείαν· τὸ γὰρ $B\Gamma A$ τρίγωνον ἐν ἐνὶ ἐστὶν
 ἐπιπέδῳ. πιπτέτω κατὰ τὸ H . ἐπεὶ οὖν τὸ H ἐντὸς
 ἐστὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας, καὶ ἡ AH ἄρα ἐντὸς
 ἐστὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας· ὥστε καὶ τὸ Z ἐντὸς ἐστὶ
 τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι
 10 καὶ πάντα τὰ ἐπὶ τῆς ΔE σημεῖα ἐντὸς ἐστὶ τῆς ἐπι-
 φανείας· ἡ ἄρα ΔE ἐντὸς ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας.

ἐκβεβλήσθω δὴ ἡ ΔE ἐπὶ τὸ Θ . λέγω δὴ, ὅτι
 ἐκτὸς πεσεῖται τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας. εἰ γὰρ δυνατὸν,
 ἔστω τι αὐτῆς τὸ Θ μὴ ἐκτὸς τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας,
 15 καὶ ἐπιξευχθεῖσα ἡ $A\Theta$ ἐκβεβλήσθω· πεσεῖται δὴ ἡ ἐπὶ
 τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου ἢ ἐντὸς· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνα-
 τον· πίπτει γὰρ ἐπὶ τὴν $B\Gamma$ ἐκβαλλομένην ὡς κατὰ
 τὸ K . ἡ $E\Theta$ ἄρα ἐκτὸς ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας.

ἡ ἄρα ΔE ἐντὸς ἐστὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας, καὶ
 20 ἡ ἐπ' εὐθείας αὐτῇ ἐκτὸς.

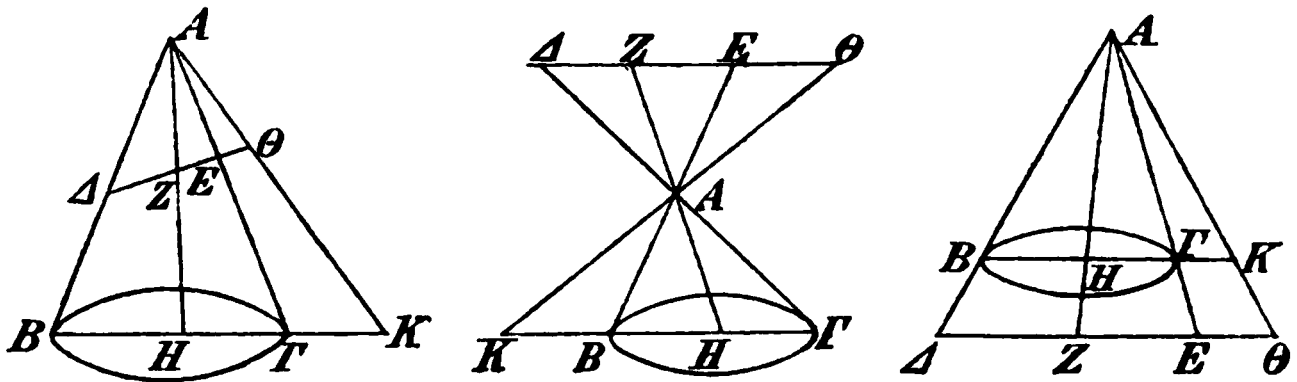
γ'.

Ἐὰν κῶνος ἐπιπέδῳ τμηθῇ διὰ τῆς κορυφῆς, ἡ
 τομὴ τρίγωνόν ἐστίν.

ἔστω κῶνος, οὗ κορυφὴ μὲν τὸ A σημεῖον, βάσις
 25 δὲ ὁ $B\Gamma$ κύκλος, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ τινὶ διὰ τοῦ A
 σημείου, καὶ ποιείτω τομὰς ἐπὶ μὲν τῆς ἐπιφανείας
 τὰς $AB, A\Gamma$ γραμμάς, ἐν δὲ τῇ βάσει τὴν $B\Gamma$ εὐθείαν.
 λέγω, ὅτι τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνόν ἐστίν.

1. ἄρα] cv; euan. V, rep. mg. m. rec. 16. περιφέρεια V
 (in alt. φ inc. fol. 3^a), corr. m. rec. ἀδύνατον] cv, -τον
 euan. V. 20. ἐκτὸς] ἐκτός:— V. 28. $AB\Gamma$] p, $A\Gamma V$, corr. m. 2 v.

ad rectam $B\Gamma$; triangulus enim $B\Gamma A$ in uno plano positus est [Eucl. XI, 2]. cadat in H . iam quoniam H intra superficiem conicam est, etiam AH intra superficiem conicam est [prop. I coroll.]; quare etiam Z intra superficiem conicam est. similiter igitur demonstrabimus, etiam omnia puncta rectae ΔE intra superficiem esse; itaque ΔE intra superficiem est.



iam ΔE ad Θ producat. dico, eam extra superficiem conicam cadere. nam si fieri potest, pars eius aliqua uelut Θ extra superficiem conicam ne sit, et ducta $A\Theta$ producat. cadet igitur aut in ambitum circuli aut intra [prop. I et coroll.]; quod fieri non potest. cadit enim in $B\Gamma$ productam ut in K . itaque $E\Theta$ extra superficiem est.

ergo ΔE intra superficiem conicam est, producta autem in directum extra.

III.

Si conus per uerticem plano secatur, sectio triangulus est.

sit conus, cuius uertex sit A punctum, basis autem circulus $B\Gamma$, et secetur plano aliquo per A punctum, et hoc sectiones efficiat in superficie lineas AB , $A\Gamma$, in basi autem rectam $B\Gamma$. dico, $AB\Gamma$ triangulum esse.

ἐπεὶ γὰρ ἡ ἀπὸ τοῦ A ἐπὶ τὸ B ἐπιξεννυμένη κοινὴ τομὴ ἐστὶ τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου καὶ τῆς τοῦ κώνου ἐπιφανείας, εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ AB . ὁμοίως δὲ καὶ ἡ AG . ἐστὶ δὲ καὶ ἡ $BΓ$ εὐθεῖα. τρίγωνον
 5 ἄρα ἐστὶ τὸ $ABΓ$.

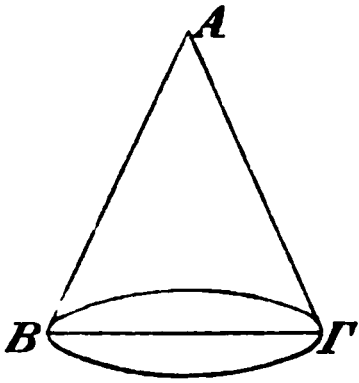
ἐὰν ἄρα κώνος ἐπιπέδῳ τινὶ τμηθῆ διὰ τῆς κορυφῆς, ἡ τομὴ τρίγωνόν ἐστίν.

δ'.

Ἐὰν ὁποιοῦν τῶν κατὰ κορυφὴν ἐπιφανειῶν
 10 ἐπιπέδῳ τινὶ τμηθῆ παραλλήλῳ τῷ κύκλῳ, καθ' οὗ φέρεται ἡ γράφουσα τὴν ἐπιφάνειαν εὐθεῖα, τὸ ἐναπολαμβανόμενον ἐπίπεδον μεταξὺ τῆς ἐπιφανείας κύκλος ἐστὶ τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ ἄξονος, τὸ δὲ περιεχόμενον σχῆμα ὑπὸ τε τοῦ κύκλου καὶ τῆς ἀπολαμβανο-
 15 μένης ὑπὸ τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου κωνικῆς ἐπιφανείας πρὸς τῇ κορυφῇ κώνος ἐστὶ.

ἔστω κωνικὴ ἐπιφάνεια, ἧς κορυφὴ μὲν τὸ A σημείον, ὃ δὲ κύκλος, καθ' οὗ φέρεται ἡ τὴν ἐπιφάνειαν γράφουσα εὐθεῖα, ὃ $BΓ$, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ τινὶ
 20 παραλλήλῳ τῷ $BΓ$ κύκλῳ, καὶ ποιείτω ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τομὴν τὴν $ΔE$ γραμμὴν. λέγω, ὅτι ἡ $ΔE$ γραμμὴ κύκλος ἐστὶν ἐπὶ τοῦ ἄξονος ἔχων τὸ κέντρον.

εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ $BΓ$ κύκλου τὸ Z , καὶ ἐπεζεύχθω ἡ AZ . ἄξων ἄρα ἐστὶ καὶ συμβάλλει
 25 τῷ τέμνοντι ἐπιπέδῳ. συμβαλλέτω κατὰ τὸ H , καὶ ἐκβεβλήσθω τι διὰ τῆς AZ ἐπίπεδον. ἐστὶ δὲ ἡ τομὴ τρίγωνον τὸ $ABΓ$. καὶ ἐπεὶ τὰ $Δ, H, E$ σημεία ἐν τῷ τέμνοντι ἐστὶν ἐπιπέδῳ, ἐστὶ δὲ καὶ ἐν τῷ τοῦ



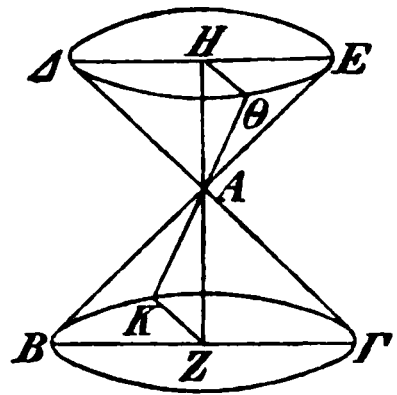
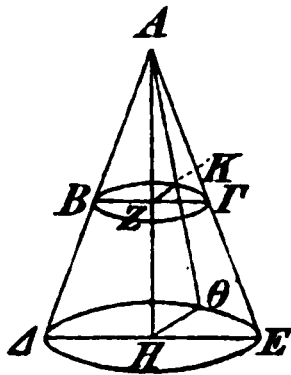
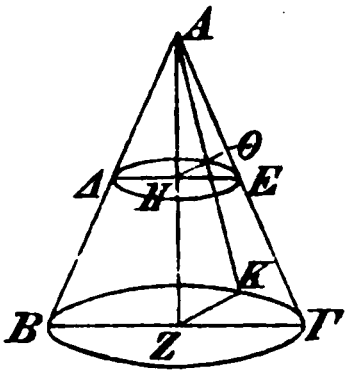
nam quoniam linea ab A ad B ducta communis est sectio plani secantis et superficiei conicae, recta est AB . et eadem de causa $A\Gamma$. uerum etiam $B\Gamma$ recta est. itaque $AB\Gamma$ triangulus est.

ergo si conus plano per uerticem secatur, sectio triangulus est.

IV.

Si utralibet superficies earum, quae ad uerticem sunt inter se, plano secatur aliquo ei circulo parallelo, per quem fertur recta superficiem describens, planum intra superficiem comprehensum circulus erit centrum in axe habens, figura autem a circulo et superficie conica plano secante abscisa ad uerticem comprehensa conus erit.

sit superficies conica, cuius uertex sit A punctum, circulus autem, per quem fertur recta superficiem



describens, $B\Gamma$, et secetur plano aliquo circulo $B\Gamma$ parallelo, et hoc in superficie sectionem efficiat lineam ΔE . dico, lineam ΔE circulum esse centrum in axe habentem.

sumatur enim Z centrum circuli $B\Gamma$, et ducatur AZ . axis igitur est [def. 1] et cum plano secante

$ΑΒΓ$ ἐπιπέδῳ, εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ $ΔΗΕ$. εἰλήφθω
 δὴ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς $ΔΕ$ γραμμῆς τὸ $Θ$, καὶ ἐπι-
 ζευχθεῖσα ἡ $ΑΘ$ ἐκβεβλήσθω. συμβαλεῖ δὴ τῇ $ΒΓ$
 περιφερεία. συμβαλλέτω κατὰ τὸ $Κ$, καὶ ἐπεξεύχθωσαν
 5 αὐτῶν αἱ $ΗΘ$, $ΖΚ$. καὶ ἐπεὶ δύο ἐπίπεδα παράλληλα τὰ
 $ΔΕ$, $ΒΓ$ ὑπὸ ἐπιπέδου τινὸς τέμνεται τοῦ $ΑΒΓ$, αὐ-
 κοινὰ αὐτῶν τομαὶ παράλληλοί εἰσι· παράλληλος ἄρα
 ἐστὶν ἡ $ΔΕ$ τῇ $ΒΓ$. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ $ΗΘ$ τῇ
 $ΚΖ$ παράλληλος. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ $ΖΑ$ πρὸς τὴν $ΑΗ$,
 10 οὕτως ἢ τε $ΖΒ$ πρὸς $ΔΗ$ καὶ ἡ $ΖΓ$ πρὸς $ΗΕ$ καὶ
 ἡ $ΖΚ$ πρὸς $ΗΘ$. καὶ εἰσὶν αὐτῶν αἱ $ΒΖ$, $ΚΖ$, $ΖΓ$
 ἴσαι ἀλλήλαις· καὶ αὐτῶν αἱ $ΔΗ$, $ΗΘ$, $ΗΕ$ ἴσαι
 εἰσὶν ἀλλήλαις. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ πᾶσαι αὐ-
 15 πίπτουσαι εὐθεῖαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶ.

κύκλος ἄρα ἐστὶν ἡ $ΔΕ$ γραμμὴ τὸ κέντρον ἔχων
 ἐπὶ τοῦ ἄξονος.

καὶ φανερόν, ὅτι τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπὸ τε
 τοῦ $ΔΕ$ κύκλου καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτοῦ
 20 πρὸς τῷ $Α$ σημείῳ κωνικῆς ἐπιφανείας κωνός ἐστι.

καὶ συναποδέδεικται, ὅτι ἡ κοινὴ τομὴ τοῦ τέμνον-
 τος ἐπιπέδου καὶ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου διά-
 μετρός ἐστι τοῦ κύκλου.

ε'.

25 Ἐὰν κωνὸς σκαληνὸς ἐπιπέδῳ τμηθῇ διὰ τοῦ ἄξονος
 πρὸς ὀρθὰς τῇ βάσει, τμηθῇ δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ
 πρὸς ὀρθὰς μὲν τῷ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνῳ, ἀφαιροῦντι
 δὲ πρὸς τῇ κορυφῇ τρίγωνον ὅμοιον μὲν τῷ διὰ τοῦ

6. τέμνεται τοῦ] bis (in extr. et pr. fol.) V, corr. m. 1.
 11. αὐτῶν] (alt.) p, om. V, corr. m. 2 v. 20. τῷ $Α$ σημείῳ]
 sine causa rep. mg. m. rec. V.

concidit. concidat in H , et per AZ planum ducatur. sectio igitur $AB\Gamma$ triangulus erit [prop. III]. et quoniam puncta Δ , H , E in plano secanti sunt, uerum etiam in plano $AB\Gamma$, ΔHE recta est [Eucl. XI, 3]. sumatur igitur in linea ΔE punctum aliquod Θ , et ducta $A\Theta$ producat. concidet igitur cum ambitu $B\Gamma$. concidat in K , et ducantur $H\Theta$, ZK . et quoniam duo plana parallela ΔE , $B\Gamma$ plano $AB\Gamma$ secantur, communes eorum sectiones parallelae sunt [Eucl. XI, 16]. itaque ΔE rectae $B\Gamma$ parallela est. eadem de causa etiam $H\Theta$ rectae KZ parallela est. itaque [Eucl. VI, 4] $ZA : AH = ZB : \Delta H = Z\Gamma : HE = ZK : H\Theta$. et $BZ = KZ = Z\Gamma$. quare etiam $\Delta H = H\Theta = HE$ [Eucl. V, 9]. iam similiter demonstrabimus, etiam omnes rectas ab H puncto ad lineam ΔE adcentes inter se aequales esse.

ergo linea ΔE circulus est centrum in axe habens.

et manifestum est, figuram circulo ΔE et superficie conica ab eo abscisa ad A punctum comprehensam conum esse.

et simul demonstratum est, sectionem communem plani secantis triangulique per axem positi diametrum circuli esse.

V.

Si conus obliquus per axem plano ad basim perpendiculari secatur et simul alio plano secatur ad triangulum per axem positum perpendiculari, quod ad uerticem triangulum abscindat triangulo per axem posito similem, sed e contrario positum, sectio circulus erit; adpelletur autem talis sectio contraria.

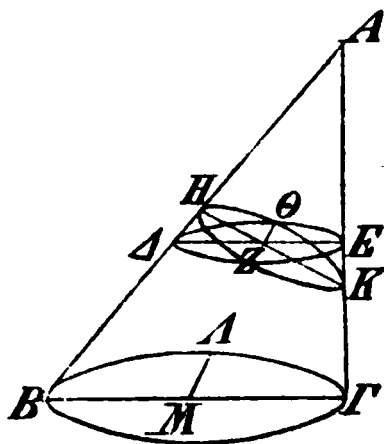
ἄξονος τριγώνῳ, ὑπεναντίως δὲ κείμενον, ἢ τομὴ κύκλος ἐστὶ, καλείσθω δὲ ἢ τοιαύτη τομὴ ὑπεναντία.

ἔστω κῶνος σκαληνός, οὗ κορυφή μὲν τὸ A σημείον, βάσις δὲ ὁ $BΓ$ κύκλος, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ
 5 διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῶ πρὸς τὸν $BΓ$ κύκλον, καὶ ποιείτω τομὴν τὸ $ABΓ$ τρίγωνον. τετμήσθω δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ὄντι τῷ $ABΓ$ τριγώνῳ, ἀφαιροῦντι δὲ τρίγωνον πρὸς τῷ A σημείῳ τὸ AKH ὅμοιον μὲν τῷ $ABΓ$ τριγώνῳ, ὑπεναντίως δὲ κείμενον, τουτέστιν
 10 ὥστε ἴσην εἶναι τὴν ὑπὸ AKH γωνίαν τῇ ὑπὸ $ABΓ$. καὶ ποιείτω τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τὴν $HΘK$ γραμμὴν. λέγω, ὅτι κύκλος ἐστὶν ἢ $HΘK$ γραμμή.

εἰλήφθω γάρ τινα σημεῖα ἐπὶ τῶν $HΘK$, $BΓ$ γραμμῶν τὰ $Θ$, $Λ$, καὶ ἀπὸ τῶν $Θ$, $Λ$ σημείων ἐπὶ τὸ διὰ
 15 τοῦ $ABΓ$ τριγώνου ἐπίπεδον κάθετοι ἤχθωσαν· πεσοῦνται δὲ ἐπὶ τὰς κοινὰς τομὰς τῶν ἐπιπέδων. πιπτέτωσαν ὡς αἱ $ZΘ$, $ΛM$. παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἢ $ZΘ$ τῇ $ΛM$. ἤχθω δὲ διὰ τοῦ Z τῇ $BΓ$ παράλληλος ἢ $ΔZE$. ἐστὶ δὲ καὶ ἢ $ZΘ$ τῇ $ΛM$ παράλληλος· τὸ
 20 ἄρα διὰ τῶν $ZΘ$, $ΔE$ ἐπίπεδον παράλληλόν ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ κώνου. κύκλος ἄρα ἐστὶν, οὗ διάμετρος ἢ $ΔE$. ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν $ΔZ$, ZE τῷ ἀπο τῆς $ZΘ$. καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστὶν ἢ $EΔ$ τῇ $BΓ$, ἢ ὑπὸ $ΔΔE$ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ $ABΓ$. ἢ δὲ ὑπὸ AKH τῇ
 25 ὑπὸ $ABΓ$ ὑπόκειται ἴση· καὶ ἢ ὑπὸ AKH ἄρα τῇ ὑπὸ $ΔΔE$ ἐστὶν ἴση. εἰσὶ δὲ καὶ αἱ πρὸς τῷ Z σημείῳ ἴσαι [κατὰ κορυφήν]. ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ $ΔZH$ τρίγωνον τῷ KZE τριγώνῳ· ἐστὶν ἄρα ὡς ἢ EZ πρὸς τὴν ZK , οὕτως ἢ HZ πρὸς $ZΔ$. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν

6. δὴ] δέ Eutocius. 8. AKH] p , KH V. 27. κατὰ κορυφήν] deleo; κατὰ κορυφήν γάρ p , in ras. m. 2 v.

sit conus obliquus, cuius uertex sit A punctum, basis autem circulus $B\Gamma$, et per axem secetur plano ad circulum $B\Gamma$ perpendiculari, et hoc sectionem efficiat triangulum $AB\Gamma$ [prop. III]. iam etiam alio plano secetur ad triangulum $AB\Gamma$ perpendiculari, quod ad A punctum abscindat triangulum AKH similem triangulo $AB\Gamma$, sed e contrario positum, h. e. ita ut sit



$$\angle AKH = \angle AB\Gamma.$$

et in superficie efficiat sectionem lineam $H\Theta K$. dico, lineam $H\Theta K$ circulum esse.

sumantur enim in lineis $H\Theta K$, $B\Gamma$ puncta aliqua Θ , Δ , et a punctis Θ , Δ ad planum trianguli $AB\Gamma$ perpendiculares ducantur; cadent igitur ad communes sectiones planorum [Eucl. XI def. 6]. cadant ut $Z\Theta$, ΔM . itaque $Z\Theta$, ΔM parallelae sunt [Eucl. XI, 6]. ducatur igitur per Z rectae $B\Gamma$ parallela ΔZE . uerum etiam $Z\Theta$ rectae ΔM parallela est. itaque planum rectarum $Z\Theta$, ΔE basi conici parallelum est [Eucl. XI, 15]. quare circulus est, cuius diameter est ΔE [prop. IV]. itaque est [Eucl. VI, 8] $\Delta Z \times ZE = Z\Theta^2$. et quoniam $E\Delta$, $B\Gamma$ parallelae sunt, erit $\angle A\Delta E = \angle AB\Gamma$ [Eucl. I, 29]. uerum supposuimus, esse $\angle AKH = \angle AB\Gamma$; quare etiam $\angle AKH = \angle A\Delta E$. uerum etiam anguli ad Z punctum positi aequales sunt [Eucl. I, 15]. itaque $\Delta ZH \sim KZE$. quare [Eucl. VI, 4]

$$EZ : ZK = HZ : Z\Delta.$$

itaque $EZ \times Z\Delta = KZ \times ZH$ [Eucl. VI, 17].

$EZ\Delta$ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν KZH . ἀλλὰ τῷ ὑπὸ τῶν $EZ\Delta$ ἴσον ἐδείχθη τὸ ἀπὸ τῆς $Z\Theta$ · καὶ τὸ ὑπὸ τῶν KZ, ZH ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $Z\Theta$. ὁμοίως δὴ δειχθήσονται καὶ πᾶσαι αἱ ἀπὸ τῆς $H\Theta K$ γραμμῆς
 5 ἐπὶ τὴν HK ἠγμέναι κάθετοι ἴσον δυνάμεναι τῷ ὑπὸ τῶν τμημάτων τῆς HK .

κύκλος ἄρα ἐστὶν ἡ τομή, οὗ διάμετρος ἡ HK .

ε'.

Ἐὰν κῶνος ἐπιπέδῳ τμηθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, ληφθῇ
 10 δέ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τοῦ κώνου ἐπιφανείας, ὃ μὴ ἐστὶν ἐπὶ τῆς πλευρᾶς τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου, καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἀχθῇ παράλληλος εὐθεία τινί, ἣ ἐστὶ κάθετος ἀπὸ τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου ἐπὶ τὴν βάσιν τοῦ τριγώνου, συμβαλεῖ τῷ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνῳ
 15 καὶ προσεκβαλλομένη ἕως τοῦ ἑτέρου μέρους τῆς ἐπιφανείας δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τοῦ τριγώνου.

ἔστω κῶνος, οὗ κορυφή μὲν τὸ A σημεῖον, βάσις δὲ ὁ $B\Gamma$ κύκλος, καὶ τετμήσθω ὁ κῶνος ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ποιείτω κοινὴν τομὴν τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον, καὶ ἀπὸ τινος σημείου τῶν ἐπὶ τῆς $B\Gamma$ περιφερείας τοῦ M κάθετος ἤχθω ἐπὶ τὴν $B\Gamma$ ἢ MN . εἰλήφθω δὴ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου σημεῖόν τι τὸ Δ , καὶ διὰ τοῦ Δ τῇ MN παράλληλος ἤχθω ἡ ΔE . λέγω, ὅτι ἡ ΔE ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῷ ἐπιπέδῳ
 20 τοῦ $AB\Gamma$ τριγώνου καὶ προσεκβαλλομένη ἐπὶ τὸ ἕτερον μέρος τοῦ κώνου, ἄχρις ἂν συμπέσῃ τῇ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ, δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ $AB\Gamma$ τριγώνου.

1. ἐστὶ — 2. ἴσον] om. V, corr. p (KZ, ZH et $EZ, Z\Delta$). 2. $Z\Theta$] $E\Theta$ V; corr. p. 5. HK] p, $H\Gamma$ V, corr. m. 2 v. 12. εὐθεία] rep. mg. m. rec. V. 14. συμβαλεῖ V, sed corr.

demonstrauimus autem, esse $EZ \times Z\Delta = Z\Theta^2$. quare etiam $KZ \times ZH = Z\Theta^2$.

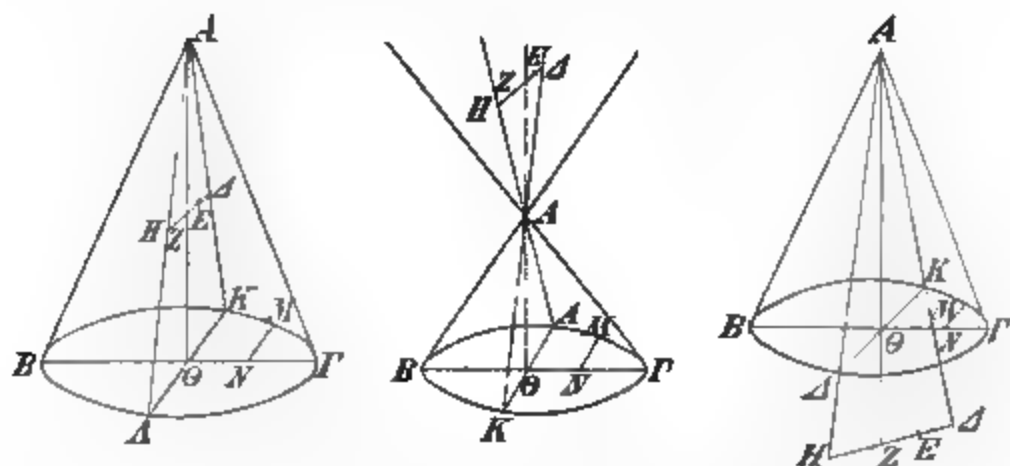
iam similiter demonstrabimus, etiam omnes rectas a linea $H\Theta K$ ad HK perpendiculares ductas quadratas aequales esse rectangulo partium rectae HK .

ergo sectio circulus est, cuius diametrus est HK .

VL

Si conus plano per axem secatur, et in superficie conici punctum aliquod sumitur, quod in latere trianguli per axem positi non est, et ab eo recta ducitur parallela rectae ab ambitu circuli ad basim trianguli perpendiculari, ea cum triangulo per axem posito concurret et usque ad alteram partem superficiei producta a triangulo in duas partes aequales secabitur.

sit conus, cuius uertex sit A punctam, basis autem $B\Gamma$ circulus, et secetur conus plano per axem, et hoc communem sectionem efficiat $AB\Gamma$ triangulum, et a



puncto M ambitus $B\Gamma$ ad $B\Gamma$ perpendicularis ducatur MN . iam in superficie conici punctum aliquod sumatur Δ , et per Δ rectae MN parallela ducatur ΔE . dico, rectam ΔE productam cum plano trianguli $AB\Gamma$

ἐπεξεύχθω ἡ $ΑΔ$ καὶ ἐκβεβλήσθω· συμπεσεῖται ἄρα
 τῇ περιφερείᾳ τοῦ $ΒΓ$ κύκλου. συμπιπτέτω κατὰ τὸ K ,
 καὶ ἀπὸ τοῦ K ἐπὶ τὴν $ΒΓ$ κάθετος ἡχθῶ ἡ $KΘΑ$.
 παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ $KΘ$ τῇ MN . καὶ τῇ $ΔΕ$ ἄρα.
 5 ἐπεξεύχθω ἀπὸ τοῦ A ἐπὶ τὸ $Θ$ ἡ $AΘ$. ἐπεὶ οὖν ἐν
 τριγώνῳ τῷ $AΘK$ τῇ $ΘK$ παράλληλός ἐστὶν ἡ $ΔΕ$,
 ἡ $ΔΕ$ ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ $AΘ$. ἡ δὲ $AΘ$
 ἐν τῷ τοῦ $ΑΒΓ$ ἐστὶν ἐπιπέδῳ· συμπεσεῖται ἄρα ἡ $ΔΕ$
 τῷ τοῦ $ΑΒΓ$ τριγώνου ἐπιπέδῳ. διὰ τὰ αὐτὰ καὶ τῇ
 10 $AΘ$ συμπίπτει· συμπιπτέτω κατὰ τὸ Z , καὶ ἐκβεβλήσθω
 ἡ $ΔZ$ ἐπ' εὐθείας, ἄχρις ἂν συμπέσῃ τῇ τοῦ κώνου
 ἐπιφανείᾳ. συμπιπτέτω κατὰ τὸ H . λέγω, ὅτι ἴση
 ἐστὶν ἡ $ΔZ$ τῇ ZH .

ἐπεὶ γὰρ τὰ $A, H, Λ$ σημεῖα ἐν τῇ τοῦ κώνου
 15 ἐστὶν ἐπιφανείᾳ, ἀλλὰ καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τῷ διὰ τῶν
 $AΘ, AK, ΔH, KΛ$ ἐκβαλλομένῳ, ὅπερ διὰ τῆς κορυφῆς
 τοῦ κώνου τρίγωνόν ἐστι, τὰ $A, H, Λ$ ἄρα σημεῖα ἐπὶ
 τῆς κοινῆς ἐστὶ τομῆς τῆς τοῦ κώνου ἐπιφανείας καὶ
 τοῦ τριγώνου. εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ διὰ τῶν $A, H, Λ$.
 20 ἐπεὶ οὖν ἐν τριγώνῳ τῷ $AΔK$ τῇ $KΘΑ$ βάσει παρ-
 ἀλληλος ἡκται ἡ $ΔH$, καὶ διῆκται τις ἀπὸ τοῦ A ἡ
 $AZΘ$, ἐστὶν ὡς ἡ $KΘ$ πρὸς $ΘΑ$, ἡ $ΔZ$ πρὸς ZH .
 ἴση δὲ ἡ $KΘ$ τῇ $ΘΑ$, ἐπεὶπερ ἐν κύκλῳ τῷ $ΒΓ$ κάθ-
 ετός ἐστὶν ἐπὶ τὴν διάμετρον ἡ $KΛ$. ἴση ἄρα καὶ
 25 ἡ $ΔZ$ τῇ ZH .

ξ'.

Ἐὰν κώνος ἐπιπέδῳ τμηθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, τμηθῇ
 δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστὶν
 ἡ βάση τοῦ κώνου, κατ' εὐθεῖαν πρὸς ὀρθὰς οὖσαν

concurrere et ad alteram partem conici productam, donec cum superficie eius concurrat, a plano trianguli $AB\Gamma$ in duas partes aequales secari.

ducatur $A\Delta$ et producat; concurret igitur cum ambitu circuli $B\Gamma$ [prop. I]. concurrat in K , et a K ad $B\Gamma$ perpendicularis ducatur $K\Theta A$; itaque $K\Theta$ rectae MN parallela est [Eucl. I, 28]; quare etiam rectae ΔE [Eucl. XI, 9]. ducatur ab A ad Θ recta $A\Theta$. iam quoniam in triangulo $A\Theta K$ rectae ΘK parallela est ΔE , ΔE producta cum $A\Theta$ concurret [Eucl. VI, 2]. uerum $A\Theta$ in plano trianguli $AB\Gamma$ posita est. itaque ΔE cum plano trianguli $AB\Gamma$ concurret.

simul demonstrauius, eam etiam cum $A\Theta$ concurrere. concurrat in Z , et ΔZ in directum producat, donec cum superficie conici concurrat. concurrat in H . dico, esse $\Delta Z = ZH$.

nam quoniam puncta A , H , Δ in superficie conici sunt, uerum etiam in plano per $A\Theta$, AK , ΔH , KA ducto, quod triangulus est per uerticem conici [prop. III], puncta A , H , Δ in communi sectione superficiei conici triangulique sunt. itaque linea per A , H , Δ ducta recta est. iam quoniam in triangulo $A\Delta K$ basi $K\Theta A$ parallela ducta est ΔH , et ab A producta est $AZ\Theta$, erit $K\Theta : \Theta A = \Delta Z : ZH$. est autem $K\Theta = \Theta A$, quoniam in circulo $B\Gamma$ ad diametrum perpendicularis est KA [Eucl. III, 3]. ergo etiam $\Delta Z = ZH$.

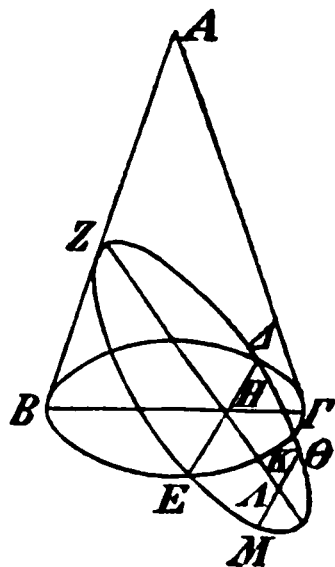
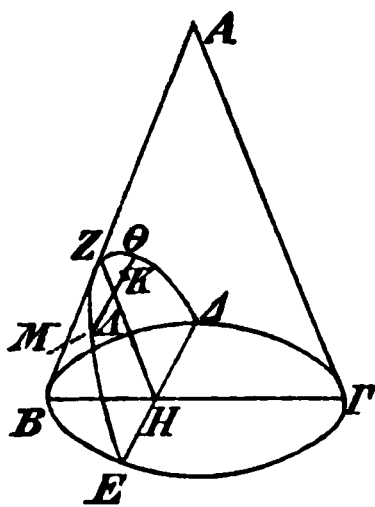
VII.

Si conus per axem plano secatur et alio quoque plano secatur, quod id planum, in quo est basis conici, secundum rectam secat aut ad basim trianguli per

ἤτοι τῆ βάσει τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου ἢ τῆ ἐπ' εὐθείας αὐτῆ, αἱ ἀγόμεναι εὐθεῖαι ἀπὸ τῆς γενηθείσης τομῆς ἐν τῆ τοῦ κώνου ἐπιφανείᾳ, ἣν ἐποίησε τὸ τέμνον ἐπίπεδον, παράλληλοι τῆ πρὸς ὀρθὰς τῆ βάσει τοῦ
 5 τριγώνου εὐθεῖα ἐπὶ τὴν κοινὴν τομὴν πεσοῦνται τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου καὶ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου καὶ προσεκβαλλόμεναι ἕως τοῦ ἑτέρου μέρους τῆς τομῆς δίχα τμηθήσονται ὑπ' αὐτῆς, καὶ ἐὰν μὲν ὀρθὸς ἦ ὁ κώνος, ἢ ἐν τῆ βάσει εὐθεῖα πρὸς ὀρθὰς ἔσται τῆ
 10 κοινῆ τομῆ τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου καὶ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου, ἐὰν δὲ σκαληνός, οὐκ αἰεὶ πρὸς ὀρθὰς ἔσται, ἀλλ' ὅταν τὸ διὰ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον πρὸς ὀρθὰς ἦ τῆ βάσει τοῦ κώνου.

ἔστω κώνος, οὗ κορυφὴ μὲν τὸ A σημεῖον, βάσις
 15 δὲ ὁ $BΓ$ κύκλος, καὶ τετμήσθω ἐπίπεδω διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ποιείτω τομὴν τὸ

$ABΓ$ τρίγωνον. τε-
 τμήσθω δὲ καὶ ἑτέρω
 ἐπίπεδω τέμνοντι τὸ
 20 ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἔστιν ὁ $BΓ$ κύκλος, κατ' εὐθεῖαν τὴν $ΔE$ ἣτοι πρὸς ὀρθὰς οὔσαν τῆ $BΓ$ ἢ τῆ ἐπ' εὐθείας
 25 αὐτῆ, καὶ ποιείτω το-



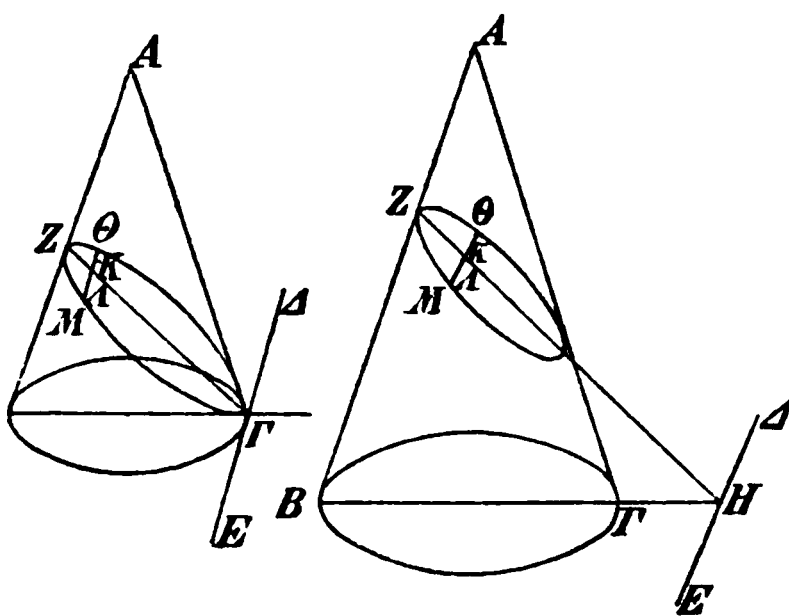
μὴν ἐν τῆ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τὴν $ΔZE$. κοινὴ δὲ τομὴ τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου καὶ τοῦ $ABΓ$ τριγώνου ἢ ZH . καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς $ΔZE$

1. τοῦ] τῆ V; corr. p.
 27. δῆ] scripsi; δέ V.

22. ἣτοι] ἣτ V, ἣτοι mg. m. rec.

axem positi aut ad eandem productam perpendicularem, rectae a sectione in superficie conii orta, quam planum secans effecit, parallelae ductae rectae ad basim trianguli perpendiculari cadent in communem sectionem plani secantis triangulique per axem positi et ad alteram partem sectionis productae in binas partes aequales ab ea secabuntur, et si conus rectus est, recta in basi posita perpendicularis erit ad communem sectionem plani secantis triangulique per axem positi, sin obliquus est, non semper perpendicularis erit, sed ita tantum, si planum per axem ductum ad basim conii perpendiculare est.

sit conus, cuius uertex sit A punctum, basis autem $B\Gamma$ circulus, et plano per axem secetur, et hoc sectionem faciat triangulum $AB\Gamma$. secetur autem etiam



alio plano, quod planum, in quo est circulus $B\Gamma$, secundum rectam ΔE secat aut ad $B\Gamma$ aut ad eandem productam perpendicularem, et hoc in superficie conii sectionem efficiat ΔZE ; communis igitur

sectio plani secantis triangulique $AB\Gamma$ est ZH . et sumatur in sectione ΔZE punctum aliquod Θ , ducaturque per Θ rectae ΔE parallela ΘK . dico, ΘK cum recta ZH concurrere et ad alteram partem sectionis ΔZE productam a recta ZH in duas partes aequales secari.

τομῆς τὸ Θ , καὶ ἤχθω διὰ τοῦ Θ τῆ ΔE παράλληλος ἢ ΘK . λέγω, ὅτι ἡ ΘK συμβαλεῖ τῆ ZH καὶ ἐκβαλλομένη ἕως τοῦ ἑτέρου μέρους τῆς ΔZE τομῆς δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τῆς ZH εὐθείας.

5 ἐπεὶ γὰρ κῶνος, οὗ κορυφή μὲν τὸ A σημεῖον, βάσις δὲ ὁ $B\Gamma$ κύκλος, τέτμηται ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ποιεῖ τομὴν τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον, εἴληπται δέ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας, ὃ μὴ ἐστὶν ἐπὶ πλευρᾶς τοῦ $AB\Gamma$ τριγώνου, τὸ Θ , καὶ ἐστὶ κἀθετος ἢ ΔH
 10 ἐπὶ τὴν $B\Gamma$, ἢ ἄρα διὰ τοῦ Θ τῆ ΔH παράλληλος ἀγομένη, τουτέστιν ἢ ΘK , συμβαλεῖ τῷ $AB\Gamma$ τριγώνῳ καὶ προσεκβαλλομένη ἕως τοῦ ἑτέρου μέρους τῆς ἐπιφανείας δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τοῦ τριγώνου. ἐπεὶ οὖν ἢ διὰ τοῦ Θ τῆ ΔE παράλληλος ἀγομένη συμβάλλει
 15 τῷ $AB\Gamma$ τριγώνῳ καὶ ἐστὶν ἐν τῷ διὰ τῆς ΔZE τομῆς ἐπιπέδῳ, ἐπὶ τὴν κοινὴν ἄρα τομὴν πεσεῖται τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου καὶ τοῦ $AB\Gamma$ τριγώνου. κοινὴ δὲ τομὴ ἐστὶ τῶν ἐπιπέδων ἢ ZH . ἢ ἄρα διὰ τοῦ Θ τῆ ΔE παράλληλος ἀγομένη πεσεῖται ἐπὶ τὴν ZH .
 20 καὶ προσεκβαλλομένη ἕως τοῦ ἑτέρου μέρους τῆς ΔZE τομῆς δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τῆς ZH εὐθείας.

ἦτοι δὴ ὁ κῶνος ὀρθός ἐστὶν, ἢ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον τὸ $AB\Gamma$ ὀρθόν ἐστὶ πρὸς τὸν $B\Gamma$ κύκλον, ἢ οὐδέτερον.

25 ἔστω πρότερον ὁ κῶνος ὀρθός· εἴη ἂν οὖν καὶ τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον ὀρθὸν πρὸς τὸν $B\Gamma$ κύκλον. ἐπεὶ οὖν ἐπίπεδον τὸ $AB\Gamma$ πρὸς ἐπίπεδον τὸ $B\Gamma$ ὀρθόν ἐστὶ, καὶ τῆ κοινῆ αὐτῶν τομῆ τῆ $B\Gamma$ ἐν ἐνὶ τῶν ἐπιπέδων τῷ $B\Gamma$ πρὸς ὀρθὰς ἦκται ἢ ΔE , ἢ ΔE ἄρα τῷ $AB\Gamma$
 30 τριγώνῳ ἐστὶ πρὸς ὀρθὰς· καὶ πρὸς πάσας ἄρα τὰς ἀπτομένας αὐτῆς εὐθείας καὶ οὔσας ἐν τῷ $AB\Gamma$

nam quoniam conus, cuius uertex est A punctum, basis autem circulus $B\Gamma$, plano per axem secatur, et hoc sectionem efficit triangulum $AB\Gamma$, in superficie autem sumptum est punctum Θ , quod in latere trianguli $AB\Gamma$ non est, et ΔH ad $B\Gamma$ perpendicularis est, recta per Θ rectae ΔH parallela ducta, hoc est ΘK , cum triangulo $AB\Gamma$ concurret et ad alteram partem superficiei producta a triangulo in duas partes aequales secabitur [prop. VI]. iam quoniam recta per Θ rectae ΔE parallela ducta cum triangulo $AB\Gamma$ concurret et in plano sectionis ΔZE est, in communem sectionem plani secantis triangulique $AB\Gamma$ cadet. communis autem planorum sectio est ZH ; itaque recta per Θ rectae ΔE parallela ducta in ZH cadet; et ad alteram partem sectionis ΔZE producta a recta ZH in duas partes aequales secabitur.

iam igitur aut rectus est conus, aut triangulus $AB\Gamma$ per axem positus ad circulum $B\Gamma$ perpendicularis est, aut neutrum.

prius conus rectus sit. itaque etiam triangulus $AB\Gamma$ ad circulum $B\Gamma$ perpendicularis est [def. 3; Eucl. XI, 18]. quoniam igitur planum $AB\Gamma$ ad planum $B\Gamma$ perpendiculare est, et in plano altero $B\Gamma$ ad communem eorum sectionem $B\Gamma$ perpendicularis ducta est ΔE , ΔE ad triangulum $AB\Gamma$ perpendicularis est [Eucl. XI def. 4]. quare etiam ad omnes rectas eam tangentes et in triangulo $AB\Gamma$ positas perpendicularis est [Eucl. XI def. 3]. ergo etiam ad ZH perpendicularis est.

τριγώνῳ ὀρθή ἐστίν. ὥστε καὶ πρὸς τὴν ZH ἐστὶ πρὸς ὀρθάς.

μὴ ἔστω δὴ ὁ κῶνος ὀρθός. εἰ μὲν οὖν τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον ὀρθόν ἐστὶ πρὸς τὸν $BΓ$ κύκλον, ὁμοίως δείξομεν, ὅτι καὶ ἡ ΔE τῇ ZH ἐστὶ πρὸς ὀρθάς. μὴ ἔστω δὴ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον τὸ $ABΓ$ ὀρθὸν πρὸς τὸν $BΓ$ κύκλον. λέγω, ὅτι οὐδὲ ἡ ΔE τῇ ZH ἐστὶ πρὸς ὀρθάς. εἰ γὰρ δυνατὸν, ἔστω· ἐστὶ δὲ καὶ τῇ $BΓ$ πρὸς ὀρθάς· ἡ ἄρα ΔE ἑκατέρω τῶν $BΓ$, ZH ἐστὶ πρὸς ὀρθάς. καὶ τῷ διὰ τῶν $BΓ$, ZH ἐπιπέδῳ ἄρα πρὸς ὀρθάς ἐστὶ. τὸ δὲ διὰ τῶν $BΓ$, HZ ἐπίπεδόν ἐστὶ τὸ $ABΓ$ · καὶ ἡ ΔE ἄρα τῷ $ABΓ$ τριγώνῳ ἐστὶ πρὸς ὀρθάς. καὶ πάντα ἄρα τὰ δι' αὐτῆς ἐπίπεδα τῷ $ABΓ$ τριγώνῳ ἐστὶ πρὸς ὀρθάς. Ἐν δέ τι 15 τῶν διὰ τῆς ΔE ἐπιπέδων ἐστὶν ὁ $BΓ$ κύκλος· ὁ $BΓ$ ἄρα κύκλος πρὸς ὀρθάς ἐστὶ τῷ $ABΓ$ τριγώνῳ. ὥστε καὶ τὸ $ABΓ$ τρίγωνον ὀρθὸν ἐστὶ πρὸς τὸν $BΓ$ κύκλον· ὅπερ οὐχ ὑπόκειται. οὐκ ἄρα ἡ ΔE τῇ ZH ἐστὶ πρὸς ὀρθάς.

20

πόρισμα.

ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι τῆς ΔZE τομῆς διάμετρος ἐστὶν ἡ ZH , ἐπεὶπερ τὰς ἀγομένας παραλλήλους εὐθεία τινὶ τῇ ΔE δίχα τέμνει, καὶ ὅτι δυνατὸν ἐστὶν ὑπὸ τῆς διαμέτρου τῆς ZH παραλλήλους τινὰς δίχα 25 τέμνεσθαι καὶ μὴ πρὸς ὀρθάς.

η'.

Ἐὰν κῶνος ἐπιπέδῳ τμηθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, τμηθῇ δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι τὴν βάσιν τοῦ κώνου

1. ὥστε] ὥστ V. 3. τό] bis V in extr. et init. pag.; corr. cnp. 16. ὥστε] ὥστ V, ὥστε mg. m. rec. 20. πόρισμα] p, om. V.

ne sit igitur rectus conus. iam si triangulus per axem positus ad circulum $B\Gamma$ perpendicularis est, eodem modo demonstrabimus, etiam $\triangle A E$ ad ZH perpendicularem esse. ne sit igitur triangulus per axem positus $AB\Gamma$ ad circulum $B\Gamma$ perpendicularis. dico, ne $\triangle A E$ quidem ad ZH perpendicularem esse. nam si fieri potest, sit. uerum etiam ad $B\Gamma$ perpendicularis est. $\triangle A E$ igitur ad utramque $B\Gamma$, ZH perpendicularis est; quare etiam ad planum per $B\Gamma$, ZH ductum perpendicularis erit [Eucl. XI, 4]. planum autem rectarum $B\Gamma$, HZ est $AB\Gamma$; quare $\triangle A E$ etiam ad triangulum $AB\Gamma$ perpendicularis est. itaque etiam omnia plana per eam ducta ad triangulum $AB\Gamma$ perpendicularia sunt [Eucl. XI, 18]. uerum inter plana per $\triangle A E$ ducta est circulus $B\Gamma$; quare circulus $B\Gamma$ ad triangulum $AB\Gamma$ perpendicularis est. itaque etiam triangulus $AB\Gamma$ ad circulum $B\Gamma$ perpendicularis erit; quod contra hypothesim est. ergo $\triangle A E$ ad ZH perpendicularis non est.

Corollarium.

hinc manifestum est, ZH diametrum esse sectionis $\triangle Z E$ [def. 4], quoniam rectas rectae alicui $\triangle A E$ parallelas ductas in binas partes aequales secat, et fieri posse, ut parallelae a diametro ZH in binas partes aequales secentur, etiam si ad angulos rectos non fiat.

VIII.

Si conus per axem plano secatur et alio quoque plano secatur, quod basim conii secundum rectam secat ad basim trianguli per axem positi perpendicularem,

ἐπεὶ γὰρ ἡ ἀπὸ τοῦ A ἐπὶ τὸ B ἐπιξενυμένη κοινὴ τομὴ ἐστὶ τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου καὶ τῆς τοῦ κώνου ἐπιφανείας, εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ AB . ὁμοίως δὲ καὶ ἡ AG . ἐστὶ δὲ καὶ ἡ $BΓ$ εὐθεῖα. τρίγωνον
 5 ἄρα ἐστὶ τὸ $ABΓ$.

ἔαν ἄρα κώνος ἐπιπέδῳ τινὶ τμηθῆ διὰ τῆς κορυφῆς, ἡ τομὴ τρίγωνόν ἐστίν.

δ'.

Ἐὰν ὁποτεροῦν τῶν κατὰ κορυφὴν ἐπιφανειῶν
 10 ἐπιπέδῳ τινὶ τμηθῆ παραλλήλῳ τῷ κύκλῳ, καθ' οὗ φέρεται ἡ γράφουσα τὴν ἐπιφάνειαν εὐθεῖα, τὸ ἐναπολαμβανόμενον ἐπίπεδον μεταξὺ τῆς ἐπιφανείας κύκλος ἐστὶ τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ ἄξονος, τὸ δὲ περιεχόμενον σχῆμα ὑπὸ τε τοῦ κύκλου καὶ τῆς ἀπολαμβανο-
 15 μένης ὑπὸ τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου κωνικῆς ἐπιφανείας πρὸς τῇ κορυφῇ κώνος ἐστὶ.

ἔστω κωνικὴ ἐπιφάνεια, ἥς κορυφὴ μὲν τὸ A σημείον, ὃ δὲ κύκλος, καθ' οὗ φέρεται ἡ τὴν ἐπιφάνειαν γράφουσα εὐθεῖα, ὃ $BΓ$, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ τινὶ
 20 παραλλήλῳ τῷ $BΓ$ κύκλῳ, καὶ ποιείτω ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τομὴν τὴν $ΔE$ γραμμὴν. λέγω, ὅτι ἡ $ΔE$ γραμμὴ κύκλος ἐστὶν ἐπὶ τοῦ ἄξονος ἔχων τὸ κέντρον.

εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ $BΓ$ κύκλου τὸ Z , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ AZ . ἄξων ἄρα ἐστὶ καὶ συμβάλλει
 25 τῷ τέμνοντι ἐπιπέδῳ. συμβαλλέτω κατὰ τὸ H , καὶ ἐκβεβλήσθω τι διὰ τῆς AZ ἐπίπεδον. ἐστὶ δὲ ἡ τομὴ τρίγωνον τὸ $ABΓ$. καὶ ἐπεὶ τὰ $Δ, H, E$ σημεία ἐν τῷ τέμνοντι ἐστὶν ἐπιπέδῳ, ἐστὶ δὲ καὶ ἐν τῷ τοῦ

κατ' εὐθείαν πρὸς ὀρθὰς οὖσαν τῇ βάσει τοῦ διὰ τοῦ
 ἄξονος τριγώνου, ἢ δὲ διάμετρος τῆς γινομένης ἐν τῇ
 ἐπιφανείᾳ τομῆς ἦτοι παρὰ μίαν ἢ τῶν τοῦ τριγώνου
 πλευρῶν ἢ συμπίπτῃ αὐτῇ ἐκτὸς τῆς κορυφῆς τοῦ
 5 κώνου, προσεκβάλληται δὲ ἢ τε τοῦ κώνου ἐπιφάνεια
 καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον εἰς ἄπειρον, καὶ ἡ τομὴ εἰς
 ἄπειρον αὐξηθήσεται, καὶ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τῆς τομῆς
 πρὸς τῇ κορυφῇ πάσῃ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην ἀπο-
 λήψεται τις εὐθεῖα ἀγομένη ἀπὸ τῆς τοῦ κώνου τομῆς
 10 παρὰ τὴν ἐν τῇ βάσει τοῦ κώνου εὐθείαν.

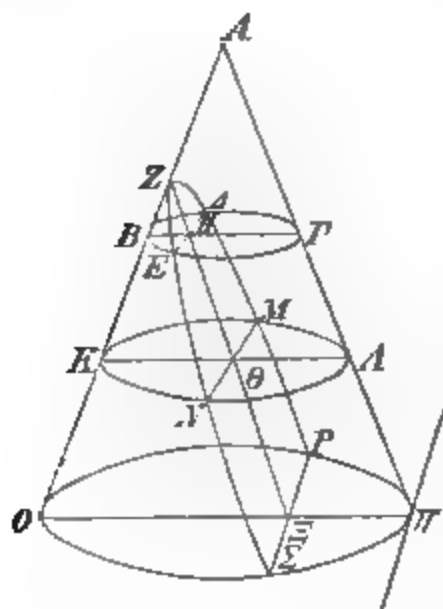
ἔστω κώνος, οὗ κορυφή μὲν τὸ A σημεῖον, βάσις
 δὲ ὁ $BΓ$ κύκλος, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος,
 καὶ ποιείτω τομὴν τὸ $ΑΒΓ$ τρίγωνον· τετμήσθω δὲ
 καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι τὸν $BΓ$ κύκλον κατ'
 15 εὐθείαν τὴν $ΔΕ$ πρὸς ὀρθὰς οὖσαν τῇ $BΓ$, καὶ ποιείτω
 τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τὴν $ΔΖΕ$ γραμμὴν· ἡ δὲ διά-
 μετρος τῆς $ΔΖΕ$ τομῆς ἢ ZH ἦτοι παράλληλος ἔστω
 τῇ $ΑΓ$ ἢ ἐκβαλλομένη συμπίπτῃ αὐτῇ ἐκτὸς τοῦ A
 σημείου. λέγω, ὅτι καί, ἐὰν ἢ τε τοῦ κώνου ἐπιφάνεια
 20 καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον ἐκβάλληται εἰς ἄπειρον, καὶ ἡ
 $ΔΖΕ$ τομὴ εἰς ἄπειρον αὐξηθήσεται.

ἐκβεβλήσθω γὰρ ἢ τε τοῦ κώνου ἐπιφάνεια καὶ το
 τέμνον ἐπίπεδον· φανερόν δὲ, ὅτι καὶ αἱ $ΑΒ$, $ΑΓ$, ZH
 συνεκβληθήσονται. ἐπεὶ ἡ ZH τῇ $ΑΓ$ ἦτοι παράλλη-
 25 λός ἐστιν ἢ ἐκβαλλομένη συμπίπτει αὐτῇ ἐκτὸς τοῦ A
 σημείου, αἱ ZH , $ΑΓ$ ἄρα ἐκβαλλόμεναι ὡς ἐπὶ τὰ $Γ$, H
 μέρη οὐδέποτε συμπεσοῦνται. ἐκβεβλήσθωσαν οὖν, καὶ
 εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς ZH τυχὸν τὸ Θ , καὶ διὰ

4. συμπίπτῃ] p; συμπίπτει V. 5. προσεκβάλληται] scripsi;
 προσεκβαλῆται V. 20. ἐκβαλῆται V, corr. Halley. 28. τῆς]
 c p; τῇ V.

diameter autem sectionis in superficie ortae aut lateri alicui trianguli parallela est, aut extra uerticem conicum eo concurrat, producitur autem in infinitum et superficies conicum et planum secans, etiam sectio in infinitum crescet, et recta a sectione conicum rectae in basi conicum positae parallela ducta a diametro sectionis ad uerticem rectam cuiuslibet rectae datae aequalem abscindet.

sit conus, cuius uertex sit punctum A , basis autem circulus $B\Gamma$, et plano per axem secetur, quod sectionem efficiat triangulum $AB\Gamma$; se-



cutur autem etiam alio plano, quod circulum $B\Gamma$ secundum rectam ΔE secet ad $B\Gamma$ perpendicularem et in superficie conicum sectionem efficiat lineam ΔZE . diameter autem ZH sectionis ΔZE aut rectae $A\Gamma$ parallela sit aut producta cum ea extra punctum A concurrat. dico, si et superficies conicum et planum secans in in-

finitum producantur, etiam sectionem ΔZE in infinitum crescere.

producatu enim et superficies conicum et planum secans. manifestum igitur est, etiam rectas AB , $A\Gamma$, ZH simul produci. iam quoniam ZH aut rectae $A\Gamma$ parallela est aut producta cum ea extra punctum A concurrat, rectae ZH , $A\Gamma$ productae ad partes Γ , H uersus nunquam concurrent. producantur igitur, et in ZH punctum aliquod sumatur Θ , et per Θ punctum rectae

κατ' εὐθείαν πρὸς ὀρθὰς οὖσαν τῇ βάσει τοῦ διὰ τοῦ
 ἄξονος τριγώνου, ἢ δὲ διάμετρος τῆς γινομένης ἐν τῇ
 ἐπιφανείᾳ τομῆς ἦτοι παρὰ μίαν ἢ τῶν τοῦ τριγώνου
 πλευρῶν ἢ συμπίπτῃ αὐτῇ ἐκτὸς τῆς κορυφῆς τοῦ
 5 κώνου, προσεκβάλληται δὲ ἢ τε τοῦ κώνου ἐπιφάνεια
 καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον εἰς ἄπειρον, καὶ ἡ τομὴ εἰς
 ἄπειρον αὐξηθήσεται, καὶ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τῆς τομῆς
 πρὸς τῇ κορυφῇ πάσῃ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην ἀπο-
 λήψεται τις εὐθεῖα ἀγομένη ἀπὸ τῆς τοῦ κώνου τομῆς
 10 παρὰ τὴν ἐν τῇ βάσει τοῦ κώνου εὐθείαν.

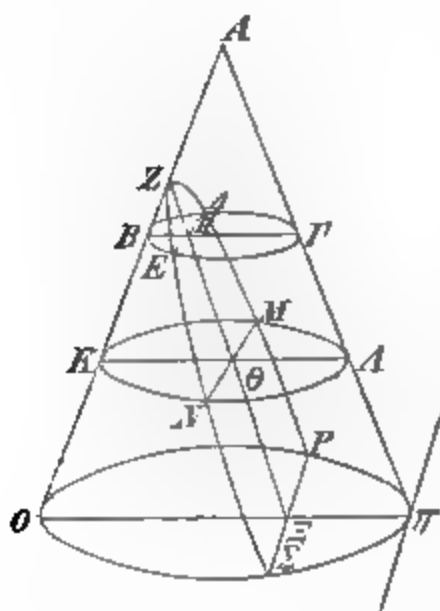
ἔστω κώνος, οὗ κορυφὴ μὲν τὸ A σημεῖον, βάσις
 δὲ ὁ $BΓ$ κύκλος, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος,
 καὶ ποιείτω τομὴν τὸ $ΑΒΓ$ τρίγωνον· τετμήσθω δὲ
 καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι τὸν $BΓ$ κύκλον κατ'
 15 εὐθείαν τὴν $ΔΕ$ πρὸς ὀρθὰς οὖσαν τῇ $BΓ$, καὶ ποιείτω
 τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τὴν $ΔΖΕ$ γραμμὴν· ἢ δὲ διά-
 μετρος τῆς $ΔΖΕ$ τομῆς ἢ ZH ἦτοι παράλληλος ἔστω
 τῇ $ΑΓ$ ἢ ἐκβαλλομένη συμπίπτῃ αὐτῇ ἐκτὸς τοῦ A
 σημείου. λέγω, ὅτι καί, ἐὰν ἢ τε τοῦ κώνου ἐπιφάνεια
 20 καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον ἐκβάλληται εἰς ἄπειρον, καὶ ἡ
 $ΔΖΕ$ τομὴ εἰς ἄπειρον αὐξηθήσεται.

ἐκβεβλήσθω γὰρ ἢ τε τοῦ κώνου ἐπιφάνεια καὶ το
 τέμνον ἐπίπεδον· φανερόν δὲ, ὅτι καὶ αἱ $ΑΒ$, $ΑΓ$, ZH
 συνεκβληθήσονται. ἐπεὶ ἡ ZH τῇ $ΑΓ$ ἦτοι παράλλη-
 25 λός ἐστιν ἢ ἐκβαλλομένη συμπίπτει αὐτῇ ἐκτὸς τοῦ A
 σημείου, αἱ ZH , $ΑΓ$ ἄρα ἐκβαλλόμεναι ὡς ἐπὶ τὰ $Γ$, H
 μέρη οὐδέποτε συμπεσοῦνται. ἐκβεβλήσθωσαν οὖν, καὶ
 εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς ZH τυχὸν τὸ Θ , καὶ διὰ

4. συμπίπτῃ] p; συμπίπτει V. 5. προσεκβάλληται] scripsi;
 προσεκβαλῆται V. 20. ἐκβαλῆται V, corr. Halley. 28. τῆς]
 c p; τῇ V.

diameter autem sectionis in superficie ortae aut lateri alicui trianguli parallela est, aut extra uerticem conicum eo concurrat, producitur autem in infinitum et superficies conicum et planum secans, etiam sectio in infinitum crescet, et recta a sectione conicum rectae in basi conicum positae parallela ducta a diametro sectionis ad uerticem rectam cuilibet rectae datae aequalem abscindet.

sit conus, cuius uertex sit punctum A , basis autem circulus $B\Gamma$, et plano per axem secetur, quod sectionem efficiat triangulum $AB\Gamma$; se-



sectur autem etiam alio plano, quod circulum $B\Gamma$ secundum rectam ΔE secet ad $B\Gamma$ perpendiculararem et in superficie conicum sectionem efficiat lineam ΔZE . diameter autem ZH sectionis ΔZE aut rectae $A\Gamma$ parallela sit aut producta cum ea extra punctum A concurrat. dico, si et superficies conicum et planum secans in in-

finitum producantur, etiam sectionem ΔZE in infinitum crescere.

producatu enim et superficies conicum et planum secans. manifestum igitur est, etiam rectas AB , $A\Gamma$, ZH simul produci. iam quoniam ZH aut rectae $A\Gamma$ parallela est aut producta cum ea extra punctum A concurrat, rectae ZH , $A\Gamma$ productae ad partes Γ , H uersus nunquam concurrent. producantur igitur, et in ZH punctum aliquod sumatur Θ , et per Θ punctum rectae

κατ' εὐθείαν πρὸς ὀρθὰς οὖσαν τῇ βάσει τοῦ διὰ τοῦ
 ἄξονος τριγώνου, ἢ δὲ διάμετρος τῆς γινομένης ἐν τῇ
 ἐπιφανείᾳ τομῆς ἦτοι παρὰ μίαν ἢ τῶν τοῦ τριγώνου
 πλευρῶν ἢ συμπίπτῃ αὐτῇ ἐκτὸς τῆς κορυφῆς τοῦ
 5 κώνου, προσεκβάλληται δὲ ἢ τε τοῦ κώνου ἐπιφάνεια
 καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον εἰς ἄπειρον, καὶ ἡ τομὴ εἰς
 ἄπειρον ἀύξηθήσεται, καὶ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τῆς τομῆς
 πρὸς τῇ κορυφῇ πάσῃ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην ἀπο-
 λήψεται τις εὐθεῖα ἀγομένη ἀπὸ τῆς τοῦ κώνου τομῆς
 10 παρὰ τὴν ἐν τῇ βάσει τοῦ κώνου εὐθείαν.

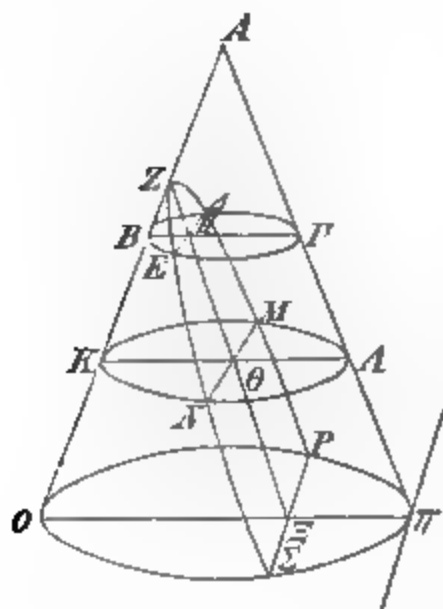
ἔστω κώνος, οὗ κορυφή μὲν τὸ A σημεῖον, βάσις
 δὲ ὁ $BΓ$ κύκλος, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος,
 καὶ ποιείτω τομὴν τὸ $ABΓ$ τρίγωνον· τετμήσθω δὲ
 καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι τὸν $BΓ$ κύκλον κατ'
 15 εὐθείαν τὴν $ΔE$ πρὸς ὀρθὰς οὖσαν τῇ $BΓ$, καὶ ποιείτω
 τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τὴν $ΔZE$ γραμμὴν· ἢ δὲ διά-
 μετρος τῆς $ΔZE$ τομῆς ἢ ZH ἦτοι παράλληλος ἔστω
 τῇ $AΓ$ ἢ ἐκβαλλομένη συμπίπτῃ αὐτῇ ἐκτὸς τοῦ A
 σημείου. λέγω, ὅτι καί, ἐὰν ἢ τε τοῦ κώνου ἐπιφάνεια
 20 καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον ἐκβάλληται εἰς ἄπειρον, καὶ ἡ
 $ΔZE$ τομὴ εἰς ἄπειρον ἀύξηθήσεται.

ἐκβεβλήσθω γὰρ ἢ τε τοῦ κώνου ἐπιφάνεια καὶ το
 τέμνον ἐπίπεδον· φανερόν δὲ, ὅτι καὶ αἱ AB , $AΓ$, ZH
 συνεκβληθήσονται. ἐπεὶ ἡ ZH τῇ $AΓ$ ἦτοι παράλλη-
 25 λός ἐστιν ἢ ἐκβαλλομένη συμπίπτει αὐτῇ ἐκτὸς τοῦ A
 σημείου, αἱ ZH , $AΓ$ ἄρα ἐκβαλλόμεναι ὡς ἐπὶ τὰ $Γ$, H
 μέρη οὐδέποτε συμπεσοῦνται. ἐκβεβλήσθωσαν οὖν, καὶ
 εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς ZH τυχὸν τὸ Θ , καὶ διὰ

4. συμπίπτῃ] p; συμπίπτει V. 5. προσεκβάλληται] scripsi;
 προσεκβαλήται V. 20. ἐκβαλήται V, corr. Halley. 28. τῆς]
 cp; τῇ V.

diameter autem sectionis in superficie ortae aut lateri alicui trianguli parallela est, aut extra uerticem conicum eo concurrat, producitur autem in infinitum et superficies conicum et planum secans, etiam sectio in infinitum crescet, et recta a sectione conicum rectae in basi conicum positae parallela ducta a diametro sectionis ad uerticem rectam cuilibet rectae datae aequalem abscindet.

sit conus, cuius uertex sit punctum A , basis autem circulus $B\Gamma$, et plano per axem secetur, quod sectionem efficiat triangulum $AB\Gamma$; se-



cutur autem etiam alio plano, quod circulum $B\Gamma$ secundum rectam ΔE secet ad $B\Gamma$ perpendiculararem et in superficie conicum sectionem efficiat lineam ΔZE . diameter autem ZH sectionis ΔZE aut rectae $A\Gamma$ parallela sit aut producta cum ea extra punctum A concurrat. dico, si et superficies conicum et planum secans in in-

finitum producantur, etiam sectionem ΔZE in infinitum crescere.

producatur enim et superficies conicum et planum secans. manifestum igitur est, etiam rectas AB , $A\Gamma$, ZH simul produci. iam quoniam ZH aut rectae $A\Gamma$ parallela est aut producta cum ea extra punctum A concurrat, rectae ZH , $A\Gamma$ productae ad partes Γ , H uersus nunquam concurrent. producantur igitur, et in ZH punctum aliquod sumatur Θ , et per Θ punctum rectae

τοῦ Θ σημείου τῆ μὲν $B\Gamma$ παράλληλος ἦχθω ἡ $K\Theta\Delta$,
 τῆ δὲ ΔE παράλληλος ἡ $M\Theta N$. τὸ ἄρα διὰ τῶν $K\Delta, MN$
 ἐπίπεδον παράλληλόν ἐστὶ τῷ διὰ τῶν $B\Gamma, \Delta E$. κύκλος
 ἄρα ἐστὶ τὸ $K\Delta MN$ ἐπίπεδον. καὶ ἐπεὶ τὰ Δ, E, M, N
 5 σημεῖα ἐν τῷ τέμνοντί ἐστὶν ἐπιπέδῳ, ἐστὶ δὲ καὶ ἐν
 τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, ἐπὶ τῆς κοινῆς ἄρα τομῆς
 ἐστὶν· ἠϋξῆται ἄρα ἡ ΔZE μέχρι τῶν M, N σημείων.
 ἀϋξηθείσης ἄρα τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου καὶ τοῦ
 τέμνοντος ἐπιπέδου μέχρι τοῦ $K\Delta MN$ κύκλου ἠϋξῆται
 10 καὶ ἡ ΔZE τομὴ μέχρι τῶν M, N σημείων. ὁμοίως
 δὴ δείξομεν, ὅτι καί, ἐὰν εἰς ἄπειρον ἐκβάλληται ἡ τε
 τοῦ κώνου ἐπιφάνεια καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον, καὶ ἡ
 $M\Delta ZEN$ τομὴ εἰς ἄπειρον ἀϋξηθήσεται.

καὶ φανερόν, ὅτι πάση τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην
 15 ἀπολήψεται τις ἀπὸ τῆς $Z\Theta$ εὐθείας πρὸς τῷ Z σημείῳ.
 ἐὰν γὰρ τῇ δοθείσῃ ἴσην θῶμεν τὴν $Z\Xi$ καὶ διὰ τοῦ Ξ
 τῇ ΔE παράλληλον ἀγάγωμεν, συμπεσεῖται τῇ τομῇ,
 ὥσπερ καὶ ἡ διὰ τοῦ Θ ἀπεδείχθη συμπίπτουσα τῇ
 τομῇ κατὰ τὰ M, N σημεῖα· ὥστε ἄγεται τις εὐθεῖα
 20 συμπίπτουσα τῇ τομῇ παράλληλος οὔσα τῇ ΔE ἀπο-
 λαμβάνουσα ἀπὸ τῆς ZH εὐθεῖαν ἴσην τῇ δοθείσῃ
 πρὸς τῷ Z σημείῳ.

θ'.

Ἐὰν κώνος ἐπιπέδῳ τμηθῇ συμπίπτοντι μὲν ἑκατέρᾳ
 25 πλευρᾷ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου, μήτε δὲ παρὰ
 τὴν βάσιν ἠγμένῳ μήτε ὑπεναντίως, ἡ τομὴ οὐκ ἐστὶ
 κύκλος.

ἔστω κώνος, οὗ κορυφή μὲν τὸ A σημεῖον, βάσις
 δὲ ὁ $B\Gamma$ κύκλος, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ τινὶ μήτε

$B\Gamma$ parallela ducatur $K\Theta A$, rectae autem ΔE parallela $M\Theta N$; itaque planum rectarum $K A$, $M N$ plano rectarum $B\Gamma$, ΔE parallelum est [Eucl. XI, 15]. itaque planum $K A M N$ circulus est [prop. IV]. et quoniam puncta Δ , E , M , N in plano secanti sunt, uerum etiam in superficie conii, in communi sectione sunt; quare $\Delta Z E$ ad puncta M , N creuit. itaque crescente superficie conii planoque secanti ad circulum $K A M N$ etiam sectio $\Delta Z E$ ad puncta M , N creuit. similiter igitur demonstrabimus, si et superficies conii et planum secans in infinitum producantur, etiam sectionem $M \Delta Z E N$ in infinitum crescere.

et manifestum est, rectam quandam a $Z\Theta$ recta ad Z punctum rectam cuius datae rectae aequalem abscisuram esse. nam si $Z\Xi$ rectae datae aequalem ponimus et per Ξ rectae ΔE parallelam ducimus, cum sectione concurret, sicut etiam rectam per Θ ductam cum sectione in punctis M , N concurrere demonstrauimus. ergo recta quaedam cum sectione concurrens rectae ΔE parallela ducitur, quae a $Z H$ ad punctum Z rectam datae aequalem abscindat.

IX.

Si conus plano secatur cum utroque latere trianguli per axem positi concurrenti, sed neque basi parallelo neque e contrario ducto, sectio circulus non erit.

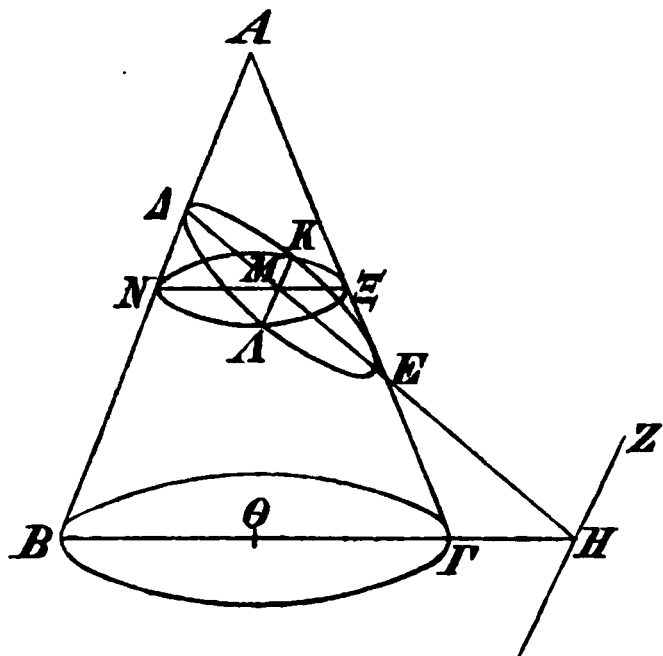
sit conus, cuius uertex sit A punctum, basis autem circulus $B\Gamma$, et secetur plano neque basi parallelo neque e contrario posito, quod in superficie sectionem efficiat lineam $\Delta K E$. dico, lineam $\Delta K E$ circulum non esse.

παραλλήλω ὄντι τῇ βάσει μήτε ὑπεναντίως, καὶ ποιείτω
τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τὴν ΔKE γραμμὴν. λέγω, ὅτι
ἡ ΔKE γραμμὴ οὐκ ἔσται κύκλος.

εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω, καὶ συμπιπτέτω τὸ τέμνον
5 ἐπίπεδον τῇ βάσει, καὶ ἔστω τῶν ἐπιπέδων κοινὴ τομὴ
ἡ ZH , τὸ δὲ κέντρον τοῦ $B\Gamma$ κύκλου ἔστω τὸ Θ , καὶ
ἀπ' αὐτοῦ κάθετος ἤχθω ἐπὶ τὴν ZH ἢ ΘH , καὶ ἐκ-
βεβλήσθω διὰ τῆς $H\Theta$ καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον καὶ
ποιείτω τομὰς ἐν τῇ κωνικῇ ἐπιφανείᾳ τὰς BA , $A\Gamma$
10 εὐθείας. ἐπεὶ οὖν τὰ Δ , E , H σημεῖα ἐν τε τῷ διὰ
τῆς ΔKE ἐπιπέδῳ ἐστίν, ἔστι δὲ καὶ ἐν τῷ διὰ τῶν
 A , B , Γ , τὰ ἄρα Δ , E , H σημεῖα ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς
τῶν ἐπιπέδων ἐστίν· εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ $HE\Delta$. εἰλήφθω
δή τι ἐπὶ τῆς ΔKE γραμμῆς σημεῖον τὸ K , καὶ διὰ
15 τοῦ K τῇ ZH παράλληλος ἤχθω ἡ KA . ἔσται δὴ ἴση
ἡ KM τῇ MA . ἡ ἄρα ΔE διάμετρος ἐστὶ τοῦ ΔKAE
κύκλου. ἤχθω δὲ διὰ τοῦ M τῇ $B\Gamma$ παράλληλος ἡ
 $NM\Xi$. ἔστι δὲ καὶ ἡ KA τῇ ZH παράλληλος· ὥστε
τὸ διὰ τῶν $N\Xi$, KM ἐπίπεδον παράλληλόν ἐστὶ τῷ
20 διὰ τῶν $B\Gamma$, ZH , τουτέστι τῇ βάσει, καὶ ἔσται ἡ τομὴ
κύκλος. ἔστω ὁ $NK\Xi$. καὶ ἐπεὶ ἡ ZH τῇ BH πρὸς
ὀρθὰς ἐστὶ, καὶ ἡ KM τῇ $N\Xi$ πρὸς ὀρθὰς ἐστίν· ὥστε
τὸ ὑπὸ τῶν $NM\Xi$ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς KM . ἔστι
δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΔME ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς KM · κύκλος
25 γὰρ ὑπόκειται ἡ ΔKEA γραμμὴ, καὶ διάμετρος αὐτοῦ
ἡ ΔE . τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $NM\Xi$ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΔME .
ἔστιν ἄρα ὡς ἡ MN πρὸς $M\Delta$, οὕτως ἡ EM πρὸς $M\Xi$.
ὁμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΔMN τρίγωνον τῷ ΞME τρι-
γώνῳ, καὶ ἡ ὑπὸ ΔNM γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ $ME\Xi$.

16. ΔKAE] ΔKEA p. 20. $B\Gamma$] p, corr. ex B m. 2 V.
21. ὁ] cp; om. V. 23. ἐστὶ] c, ἐστίν V.

nam si fieri potest, sit, et planum secans cum basi concurrat, communisque planorum sectio sit ZH , centrum autem circuli $B\Gamma$ sit Θ , et ab eo ad ZH perpendicularis ducatur ΘH , et per $H\Theta$ axemque planum ducatur, quod in superficie conica sectiones efficiat rectas $BA, A\Gamma$. iam quoniam puncta Δ, E, H et in plano per ΔKE et in plano per A, B, Γ sunt, puncta Δ, E, H in communi planorum sectione sunt; quare $HE\Delta$



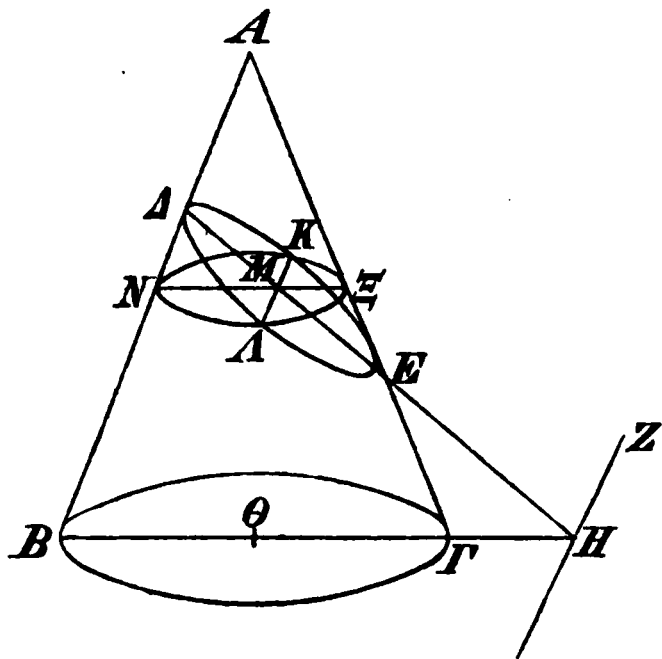
recta est [Eucl. XI, 3]. sumatur igitur in linea ΔKE punctum aliquod K , et per K rectae ZH parallela ducatur KA ; erit igitur [prop. VII] $KM = MA$. itaque ΔE diametrus est circuli ΔKEA [prop. VII coroll.]. iam igitur per M rectae $B\Gamma$ parallela ducatur $NMΞ$. uerum etiam KA rectae ZH parallela est; quare planum rectarum $NΞ, KM$ plano rectarum $B\Gamma, ZH$ parallelum est, hoc est basi [Eucl. XI, 15], et sectio circulus erit [prop. IV]. sit $NKΞ$. et quoniam ZH ad BH perpendicularis est, etiam KM ad $NΞ$ perpendicularis est [Eucl. XI, 10]; quare $NM \times MΞ = KM^2$. uerum $\Delta M \times ME = KM^2$; supposuimus enim, lineam ΔKEA circulum esse et ΔE eius diametrum. itaque $NM \times MΞ = \Delta M \times ME$. quare $MN : M\Delta = EM : MΞ$. itaque $\Delta \Delta MN \sim \Delta \Xi ME$ et $\angle \Delta NM = \angle MEΞ$. est autem $\angle \Delta NM = \angle AB\Gamma$; nam $NΞ$ rectae $B\Gamma$ parallela est. quare etiam

παραλλήλω ὄντι τῇ βάσει μήτε ὑπεναντίως, καὶ ποιείτω
τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τὴν ΔKE γραμμὴν. λέγω, ὅτι
ἡ ΔKE γραμμὴ οὐκ ἔσται κύκλος.

εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω, καὶ συμπιπτέτω τὸ τέμνον
5 ἐπίπεδον τῇ βάσει, καὶ ἔστω τῶν ἐπιπέδων κοινὴ τομὴ
ἡ ZH , τὸ δὲ κέντρον τοῦ $B\Gamma$ κύκλου ἔστω τὸ Θ , καὶ
ἀπ' αὐτοῦ κάθετος ἤχθω ἐπὶ τὴν ZH ἢ ΘH , καὶ ἐκ-
βεβλήσθω διὰ τῆς $H\Theta$ καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον καὶ
ποιείτω τομὰς ἐν τῇ κωνικῇ ἐπιφανείᾳ τὰς BA , $A\Gamma$
10 εὐθείας. ἐπεὶ οὖν τὰ Δ , E , H σημεῖα ἐν τε τῷ διὰ
τῆς ΔKE ἐπιπέδῳ ἐστίν, ἔστι δὲ καὶ ἐν τῷ διὰ τῶν
 A , B , Γ , τὰ ἄρα Δ , E , H σημεῖα ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς
τῶν ἐπιπέδων ἐστίν· εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ $HE\Delta$. εἰλήφθω
δὴ τι ἐπὶ τῆς ΔKE γραμμῆς σημεῖον τὸ K , καὶ διὰ
15 τοῦ K τῇ ZH παράλληλος ἤχθω ἡ KA · ἔσται δὴ ἴση
ἡ KM τῇ MA . ἡ ἄρα ΔE διάμετρος ἐστὶ τοῦ $\Delta K\Lambda E$
κύκλου. ἤχθω δὴ διὰ τοῦ M τῇ $B\Gamma$ παράλληλος ἡ
 $NM\Xi$ · ἔστι δὲ καὶ ἡ KA τῇ ZH παράλληλος· ὥστε
τὸ διὰ τῶν $N\Xi$, KM ἐπίπεδον παράλληλόν ἐστὶ τῷ
20 διὰ τῶν $B\Gamma$, ZH , τουτέστι τῇ βάσει, καὶ ἔσται ἡ τομὴ
κύκλος. ἔστω ὁ $NK\Xi$. καὶ ἐπεὶ ἡ ZH τῇ BH πρὸς
ὀρθὰς ἐστὶ, καὶ ἡ KM τῇ $N\Xi$ πρὸς ὀρθὰς ἐστίν· ὥστε
τὸ ὑπὸ τῶν $NM\Xi$ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς KM . ἔστι
δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΔME ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς KM · κύκλος
25 γὰρ ὑπόκειται ἡ $\Delta KE\Lambda$ γραμμὴ, καὶ διάμετρος αὐτοῦ
ἡ ΔE . τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $NM\Xi$ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΔME .
ἔστιν ἄρα ὡς ἡ MN πρὸς $M\Delta$, οὕτως ἡ EM πρὸς $M\Xi$.
ὁμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΔMN τρίγωνον τῷ ΞME τρι-
γώνῳ, καὶ ἡ ὑπὸ ΔNM γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ $ME\Xi$.

16. $\Delta K\Lambda E$] $\Delta KE\Lambda$ p. 20. $B\Gamma$] p, corr. ex B m. 2 V.
21. ὁ] cp; om. V. 23. ἐστί] c, ἐστίν V.

nam si fieri potest, sit, et planum secans cum basi concurrat, communisque planorum sectio sit ZH , centrum autem circuli $B\Gamma$ sit Θ , et ab eo ad ZH perpendicularis ducatur ΘH , et per $H\Theta$ axemque planum ducatur, quod in superficie conica sectiones efficiat rectas $BA, A\Gamma$. iam quoniam puncta Δ, E, H et in plano per ΔKE et in plano per A, B, Γ sunt, puncta Δ, E, H in communi planorum sectione sunt; quare $HE\Delta$



recta est [Eucl. XI, 3]. sumatur igitur in linea ΔKE punctum aliquod K , et per K rectae ZH parallela ducatur KA ; erit igitur [prop. VII] $KM = MA$. itaque ΔE diametrus est circuli ΔKEA [prop. VII coroll.]. iam igitur per M rectae $B\Gamma$ parallela ducatur $NMΞ$. uerum etiam KA rectae ZH parallela est; quare planum rectarum $NΞ, KM$ plano rectarum $B\Gamma, ZH$ parallelum est, hoc est basi [Eucl. XI, 15], et sectio circulus erit [prop. IV]. sit $NKΞ$. et quoniam ZH ad BH perpendicularis est, etiam KM ad $NΞ$ perpendicularis est [Eucl. XI, 10]; quare $NM \times MΞ = KM^2$. uerum $\Delta M \times ME = KM^2$; supposuimus enim, lineam ΔKEA circulum esse et ΔE eius diametrum. itaque $NM \times MΞ = \Delta M \times ME$. quare $MN : M\Delta = EM : MΞ$. itaque $\Delta \Delta MN \sim \Delta \Xi ME$ et $\angle \Delta NM = \angle MΞΞ$. est autem $\angle \Delta NM = \angle AB\Gamma$; nam $NΞ$ rectae $B\Gamma$ parallela est. quare etiam

recta est [Eucl. XI, 3]. sumatur igitur in linea ΔKE punctum aliquod K , et per K rectae ZH parallela ducatur KA ; erit igitur [prop. VII] $KM = MA$. itaque ΔE diametrus est circuli ΔKEA [prop. VII coroll.]. iam igitur per M rectae $B\Gamma$ parallela ducatur $NMΞ$. uerum etiam KA rectae ZH parallela est; quare planum rectarum $NΞ, KM$ plano rectarum $B\Gamma, ZH$ parallelum est, hoc est basi [Eucl. XI, 15], et sectio circulus erit [prop. IV]. sit $NKΞ$. et quoniam ZH ad BH perpendicularis est, etiam KM ad $NΞ$ perpendicularis est [Eucl. XI, 10]; quare $NM \times MΞ = KM^2$. uerum $\Delta M \times ME = KM^2$; supposuimus enim, lineam ΔKEA circulum esse et ΔE eius diametrum. itaque $NM \times MΞ = \Delta M \times ME$. quare $MN : M\Delta = EM : MΞ$. itaque $\Delta \Delta MN \sim \Delta \Xi ME$ et $\angle \Delta NM = \angle MΞΞ$. est autem $\angle \Delta NM = \angle AB\Gamma$; nam $NΞ$ rectae $B\Gamma$ parallela est. quare etiam

τριγώνῳ ὀρθή ἐστίν. ὥστε καὶ πρὸς τὴν ZH ἐστὶ πρὸς ὀρθάς.

μὴ ἔστω δὴ ὁ κῶνος ὀρθός. εἰ μὲν οὖν τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον ὀρθόν ἐστὶ πρὸς τὸν $BΓ$ κύκλον, 5 ὁμοίως δεῖξομεν, ὅτι καὶ ἡ ΔE τῇ ZH ἐστὶ πρὸς ὀρθάς. μὴ ἔστω δὴ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον τὸ $ABΓ$ ὀρθὸν πρὸς τὸν $BΓ$ κύκλον. λέγω, ὅτι οὐδὲ ἡ ΔE τῇ ZH ἐστὶ πρὸς ὀρθάς. εἰ γὰρ δυνατὸν, ἔστω· ἐστὶ δὲ καὶ τῇ $BΓ$ πρὸς ὀρθάς· ἡ ἄρα ΔE ἑκατέρῃ τῶν 10 $BΓ$, ZH ἐστὶ πρὸς ὀρθάς. καὶ τῷ διὰ τῶν $BΓ$, ZH ἐπιπέδῳ ἄρα πρὸς ὀρθάς ἐστὶ. τὸ δὲ διὰ τῶν $BΓ$, HZ ἐπίπεδόν ἐστὶ τὸ $ABΓ$ · καὶ ἡ ΔE ἄρα τῷ $ABΓ$ τριγώνῳ ἐστὶ πρὸς ὀρθάς. καὶ πάντα ἄρα τὰ δι' αὐτῆς ἐπίπεδα τῷ $ABΓ$ τριγώνῳ ἐστὶ πρὸς ὀρθάς. ἐν δέ τι 15 τῶν διὰ τῆς ΔE ἐπιπέδων ἐστὶν ὁ $BΓ$ κύκλος· ὁ $BΓ$ ἄρα κύκλος πρὸς ὀρθάς ἐστὶ τῷ $ABΓ$ τριγώνῳ. ὥστε καὶ τὸ $ABΓ$ τρίγωνον ὀρθὸν ἐστὶ πρὸς τὸν $BΓ$ κύκλον· ὅπερ οὐχ ὑπόκειται. οὐκ ἄρα ἡ ΔE τῇ ZH ἐστὶ πρὸς ὀρθάς.

20

πόρισμα.

ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι τῆς ΔZE τομῆς διάμετρος ἐστὶν ἡ ZH , ἐπεὶπερ τὰς ἀγομένας παραλλήλους εὐθείας τινὲ τῇ ΔE δίχα τέμνει, καὶ ὅτι δυνατὸν ἐστὶν ὑπὸ τῆς διαμέτρου τῆς ZH παραλλήλους τινὰς δίχα 25 τέμνεσθαι καὶ μὴ πρὸς ὀρθάς.

η'.

Ἐὰν κῶνος ἐπιπέδῳ τμηθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, τμηθῇ δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνουσι τὴν βάσιν τοῦ κώνου

1. ὥστε] ὡστ V. 3. τό] bis V in extr. et init. pag.; corr. c v p. 16. ὥστε] ὡστ V, ὥστε mg. m. rec. 20. πόρισμα] p, om. V.

ne sit igitur rectus conus. iam si triangulus per axem positus ad circulum $B\Gamma$ perpendicularis est, eodem modo demonstrabimus, etiam $\triangle E$ ad ZH perpendicularem esse. ne sit igitur triangulus per axem positus $AB\Gamma$ ad circulum $B\Gamma$ perpendicularis. dico, ne $\triangle E$ quidem ad ZH perpendicularem esse. nam si fieri potest, sit. uerum etiam ad $B\Gamma$ perpendicularis est. $\triangle E$ igitur ad utramque $B\Gamma$, ZH perpendicularis est; quare etiam ad planum per $B\Gamma$, ZH ductum perpendicularis erit [Eucl. XI, 4]. planum autem rectarum $B\Gamma$, HZ est $AB\Gamma$; quare $\triangle E$ etiam ad triangulum $AB\Gamma$ perpendicularis est. itaque etiam omnia plana per eam ducta ad triangulum $AB\Gamma$ perpendicularia sunt [Eucl. XI, 18]. uerum inter plana per $\triangle E$ ducta est circulus $B\Gamma$; quare circulus $B\Gamma$ ad triangulum $AB\Gamma$ perpendicularis est. itaque etiam triangulus $AB\Gamma$ ad circulum $B\Gamma$ perpendicularis erit; quod contra hypothesim est. ergo $\triangle E$ ad ZH perpendicularis non est.

Corollarium.

hinc manifestum est, ZH diametrum esse sectionis $\triangle ZE$ [def. 4], quoniam rectas rectae alicui $\triangle E$ parallelas ductas in binas partes aequales secat, et fieri posse, ut parallelae a diametro ZH in binas partes aequales secentur, etiam si ad angulos rectos non fiat.

VIII.

Si conus per axem plano secatur et alio quoque plano secatur, quod basim coni secundum rectam secat ad basim trianguli per axem positi perpendicularem,

κατ' εὐθείαν πρὸς ὀρθὰς οὖσαν τῇ βάσει τοῦ διὰ τοῦ
 ἄξονος τριγώνου, ἢ δὲ διάμετρος τῆς γινομένης ἐν τῇ
 ἐπιφανείᾳ τομῆς ἦτοι παρὰ μίαν ἢ τῶν τοῦ τριγώνου
 πλευρῶν ἢ συμπίπτῃ αὐτῇ ἐκτὸς τῆς κορυφῆς τοῦ
 5 κώνου, προσεκβάλληται δὲ ἢ τε τοῦ κώνου ἐπιφάνεια
 καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον εἰς ἄπειρον, καὶ ἡ τομὴ εἰς
 ἄπειρον αὐξηθήσεται, καὶ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τῆς τομῆς
 πρὸς τῇ κορυφῇ πάσῃ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην ἀπο-
 λήψεται τις εὐθεῖα ἀγομένη ἀπὸ τῆς τοῦ κώνου τομῆς
 10 παρὰ τὴν ἐν τῇ βάσει τοῦ κώνου εὐθείαν.

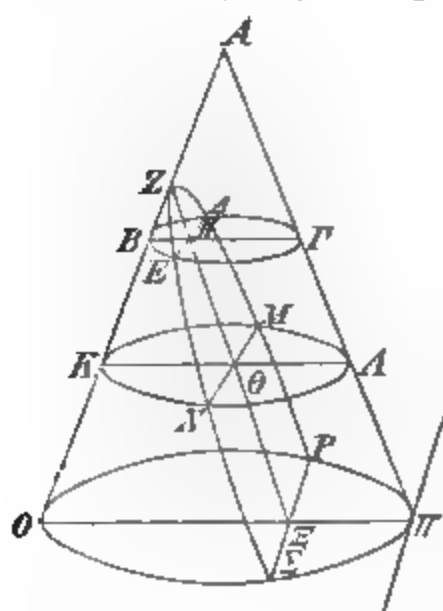
ἔστω κώνος, οὗ κορυφή μὲν τὸ A σημεῖον, βάσις
 δὲ ὁ $B\Gamma$ κύκλος, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος,
 καὶ ποιείτω τομὴν τὸ $AB\Gamma$ τρίγωνον· τετμήσθω δὲ
 καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι τὸν $B\Gamma$ κύκλον κατ'
 15 εὐθείαν τὴν ΔE πρὸς ὀρθὰς οὖσαν τῇ $B\Gamma$, καὶ ποιείτω
 τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τὴν ΔZE γραμμὴν· ἡ δὲ διά-
 μετρος τῆς ΔZE τομῆς ἢ ZH ἦτοι παράλληλος ἔστω
 τῇ $A\Gamma$ ἢ ἐκβαλλομένη συμπίπτῃ αὐτῇ ἐκτὸς τοῦ A
 σημείου. λέγω, ὅτι καί, ἐὰν ἢ τε τοῦ κώνου ἐπιφάνεια
 20 καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον ἐκβάλληται εἰς ἄπειρον, καὶ ἡ
 ΔZE τομὴ εἰς ἄπειρον αὐξηθήσεται.

ἐκβεβλήσθω γὰρ ἢ τε τοῦ κώνου ἐπιφάνεια καὶ το
 τέμνον ἐπίπεδον· φανερόν δὴ, ὅτι καὶ αἱ AB , $A\Gamma$, ZH
 συνεκβληθήσονται. ἐπεὶ ἡ ZH τῇ $A\Gamma$ ἦτοι παράλλη-
 25 λός ἐστιν ἢ ἐκβαλλομένη συμπίπτει αὐτῇ ἐκτὸς τοῦ A
 σημείου, αἱ ZH , $A\Gamma$ ἄρα ἐκβαλλόμεναι ὡς ἐπὶ τὰ Γ , H
 μέρη οὐδέποτε συμπεσοῦνται. ἐκβεβλήσθωσαν οὖν, καὶ
 εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς ZH τυχὸν τὸ Θ , καὶ διὰ

4. συμπίπτῃ] p; συμπίπτει V. 5. προσεκβάλληται] scripsi;
 προσεκβαλῆται V. 20. ἐκβαλῆται V, corr. Halley. 28. τῆς]
 cp; τῇ V.

diameter autem sectionis in superficie ortae aut lateri alicui trianguli parallela est, aut extra uerticem conicum eo concurrit, producitur autem in infinitum et superficies conici et planum secans, etiam sectio in infinitum crescet, et recta a sectione conici rectae in basi conici positae parallela ducta a diametro sectionis ad uerticem rectam cuilibet rectae datae aequalem abscindet.

sit conus, cuius uertex sit punctum A , basis autem circulus $B\Gamma$, et plano per axem secetur, quod sectionem efficiat triangulum $AB\Gamma$; se-



cutur autem etiam alio plano, quod circulum $B\Gamma$ secundum rectam ΔE secet ad $B\Gamma$ perpendicularem et in superficie conici sectionem efficiat lineam ΔZE . diameter autem ZH sectionis ΔZE aut rectae $A\Gamma$ parallela sit aut producta cum ea extra punctum A concurret. dico, si et superficies conici et planum secans in in-

finitum producantur, etiam sectionem ΔZE in infinitum crescere.

producatur enim et superficies conici et planum secans. manifestum igitur est, etiam rectas AB , $A\Gamma$, ZH simul produci. iam quoniam ZH aut rectae $A\Gamma$ parallela est aut producta cum ea extra punctum A concurret, rectae ZH , $A\Gamma$ productae ad partes Γ , H uersus nunquam concurrent. producantur igitur, et in ZH punctum aliquod sumatur θ , et per θ punctum rectae

κατ' εὐθείαν πρὸς ὀρθὰς οὖσαν τῇ βάσει τοῦ διὰ τοῦ
 ἄξονος τριγώνου, ἢ δὲ διάμετρος τῆς γινομένης ἐν τῇ
 ἐπιφανείᾳ τομῆς ἦτοι παρὰ μίαν ἢ τῶν τοῦ τριγώνου
 πλευρῶν ἢ συμπίπτῃ αὐτῇ ἐκτὸς τῆς κορυφῆς τοῦ
 5 κώνου, προσεκβάλληται δὲ ἢ τε τοῦ κώνου ἐπιφάνεια
 καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον εἰς ἄπειρον, καὶ ἡ τομὴ εἰς
 ἄπειρον ἀύξηθήσεται, καὶ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τῆς τομῆς
 πρὸς τῇ κορυφῇ πάσῃ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην ἀπο-
 λήψεται τις εὐθεῖα ἀγομένη ἀπὸ τῆς τοῦ κώνου τομῆς
 10 παρὰ τὴν ἐν τῇ βάσει τοῦ κώνου εὐθείαν.

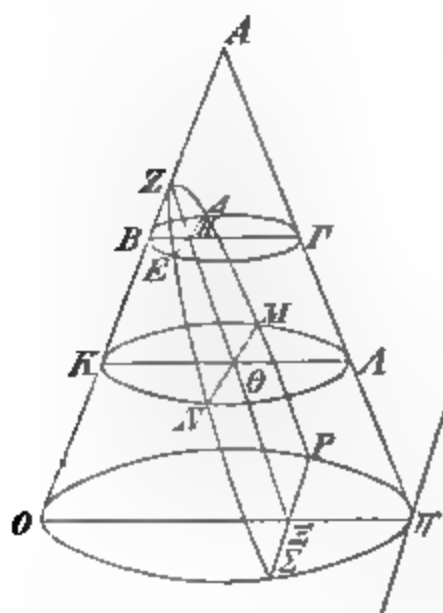
ἔστω κώνος, οὗ κορυφὴ μὲν τὸ A σημεῖον, βάσις
 δὲ ὁ $BΓ$ κύκλος, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος,
 καὶ ποιείτω τομὴν τὸ $ABΓ$ τρίγωνον· τετμήσθω δὲ
 καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι τὸν $BΓ$ κύκλον κατ'
 15 εὐθείαν τὴν $ΔE$ πρὸς ὀρθὰς οὖσαν τῇ $BΓ$, καὶ ποιείτω
 τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τὴν $ΔZE$ γραμμὴν· ἡ δὲ διά-
 μετρος τῆς $ΔZE$ τομῆς ἢ ZH ἦτοι παράλληλος ἔστω
 τῇ $AΓ$ ἢ ἐκβαλλομένη συμπίπτῃ αὐτῇ ἐκτὸς τοῦ A
 σημείου. λέγω, ὅτι καί, ἐὰν ἢ τε τοῦ κώνου ἐπιφάνεια
 20 καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον ἐκβάλληται εἰς ἄπειρον, καὶ ἡ
 $ΔZE$ τομὴ εἰς ἄπειρον ἀύξηθήσεται.

ἐκβεβλήσθω γὰρ ἢ τε τοῦ κώνου ἐπιφάνεια καὶ το
 τέμνον ἐπίπεδον· φανερόν δὴ, ὅτι καὶ αἱ AB , $AΓ$, ZH
 συνεκβληθήσονται. ἐπεὶ ἡ ZH τῇ $AΓ$ ἦτοι παράλλη-
 25 λός ἐστιν ἢ ἐκβαλλομένη συμπίπτει αὐτῇ ἐκτὸς τοῦ A
 σημείου, αἱ ZH , $AΓ$ ἄρα ἐκβαλλόμεναι ὡς ἐπὶ τὰ $Γ$, H
 μέρη οὐδέποτε συμπεσοῦνται. ἐκβεβλήσθωσαν οὖν, καὶ
 εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς ZH τυχὸν τὸ Θ , καὶ διὰ

4. συμπίπτῃ] p; συμπίπτει V. 5. προσεκβάλληται] scripsi;
 προσεκβαλῆται V. 20. ἐκβαλῆται V, corr. Halley. 28. τῆς]
 c p; τῇ V.

diameter autem sectionis in superficie ortae aut lateri alicui trianguli parallela est, aut extra uerticem conicum eo concurrat, producitur autem in infinitum et superficies conicum et planum secans, etiam sectio in infinitum crescet, et recta a sectione conicum rectae in basi conicum positae parallela ducta a diametro sectionis ad uerticem rectam cuiuslibet rectae datae aequalem abscindet.

sit conus, cuius uertex sit punctum A , basis autem circulus $B\Gamma$, et plano per axem secetur, quod sectionem efficiat triangulum $AB\Gamma$; se-



cutur autem etiam alio plano, quod circulum $B\Gamma$ secundum rectam ΔE secet ad $B\Gamma$ perpendiculararem et in superficie conicum sectionem efficiat lineam ΔZE . diameter autem ZH sectionis ΔZE aut rectae $A\Gamma$ parallela sit aut producta cum ea extra punctum A concurrat. dico, si et superficies conicum et planum secans in in-

finitum producantur, etiam sectionem ΔZE in infinitum crescere.

producatu enim et superficies conicum et planum secans. manifestum igitur est, etiam rectas AB , $A\Gamma$, ZH simul produci. iam quoniam ZH aut rectae $A\Gamma$ parallela est aut producta cum ea extra punctum A concurrat, rectae ZH , $A\Gamma$ productae ad partes Γ , H uersus nunquam concurrent. producantur igitur, et in ZH punctum aliquod sumatur Θ , et per Θ punctum rectae

τοῦ Θ σημείου τῆ μὲν $B\Gamma$ παράλληλος ἦχθω ἢ $K\Theta\Lambda$,
 τῆ δὲ ΔE παράλληλος ἢ $M\Theta N$. τὸ ἄρα διὰ τῶν $K\Lambda, MN$
 ἐπίπεδον παράλληλόν ἐστι τῷ διὰ τῶν $B\Gamma, \Delta E$. κύκλος
 ἄρα ἐστὶ τὸ $K\Lambda MN$ ἐπίπεδον. καὶ ἐπεὶ τὰ Δ, E, M, N
 5 σημεῖα ἐν τῷ τέμνοντί ἐστὶν ἐπιπέδῳ, ἔστι δὲ καὶ ἐν
 τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, ἐπὶ τῆς κοινῆς ἄρα τομῆς
 ἐστὶν· ἠϋξῆται ἄρα ἢ ΔZE μέχρι τῶν M, N σημείων.
 ἀϋξηθείσης ἄρα τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου καὶ τοῦ
 τέμνοντος ἐπιπέδου μέχρι τοῦ $K\Lambda MN$ κύκλου ἠϋξῆται
 10 καὶ ἢ ΔZE τομὴ μέχρι τῶν M, N σημείων. ὁμοίως
 δὴ δείξομεν, ὅτι καί, ἐὰν εἰς ἄπειρον ἐκβάλληται ἢ τε
 τοῦ κώνου ἐπιφάνεια καὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον, καὶ ἢ
 $M\Delta ZEN$ τομὴ εἰς ἄπειρον ἀϋξηθήσεται.

καὶ φανερόν, ὅτι πάσῃ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην
 15 ἀπολήψεται τις ἀπὸ τῆς $Z\Theta$ εὐθείας πρὸς τῷ Z σημείῳ.
 ἐὰν γὰρ τῇ δοθείσῃ ἴσην θῶμεν τὴν $Z\Xi$ καὶ διὰ τοῦ Ξ
 τῇ ΔE παράλληλον ἀγάγωμεν, συμπεσεῖται τῇ τομῇ,
 ὥσπερ καὶ ἢ διὰ τοῦ Θ ἀπεδείχθη συμπίπτουσα τῇ
 τομῇ κατὰ τὰ M, N σημεῖα· ὥστε ἄγεται τις εὐθεῖα
 20 συμπίπτουσα τῇ τομῇ παράλληλος οὔσα τῇ ΔE ἀπο-
 λαμβάνουσα ἀπὸ τῆς ZH εὐθεῖαν ἴσην τῇ δοθείσῃ
 πρὸς τῷ Z σημείῳ.

θ'.

Ἐὰν κῶνος ἐπιπέδῳ τμηθῇ συμπίπτοντι μὲν ἑκατέρᾳ
 25 πλευρᾷ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου, μήτε δὲ παρὰ
 τὴν βάσιν ἠγμένῳ μήτε ὑπεναντίως, ἢ τομὴ οὐκ ἔσται
 κύκλος.

ἔστω κῶνος, οὗ κορυφή μὲν τὸ A σημεῖον, βάσις
 δὲ ὁ $B\Gamma$ κύκλος, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ τινὶ μήτε

$B\Gamma$ parallela ducatur $K\Theta A$, rectae autem ΔE parallela $M\Theta N$; itaque planum rectarum $K A$, $M N$ plano rectarum $B\Gamma$, ΔE parallelum est [Eucl. XI, 15]. itaque planum $K A M N$ circulus est [prop. IV]. et quoniam puncta Δ , E , M , N in plano secanti sunt, uerum etiam in superficie conii, in communi sectione sunt; quare $\Delta Z E$ ad puncta M , N creuit. itaque crescente superficie conii planoque secanti ad circulum $K A M N$ etiam sectio $\Delta Z E$ ad puncta M , N creuit. similiter igitur demonstrabimus, si et superficies conii et planum secans in infinitum producantur, etiam sectionem $M \Delta Z E N$ in infinitum crescere.

et manifestum est, rectam quandam a $Z\Theta$ recta ad Z punctum rectam cuius datae rectae aequalem abscisuram esse. nam si $Z\Xi$ rectae datae aequalem ponimus et per Ξ rectae ΔE parallelam ducimus, cum sectione concurrent, sicut etiam rectam per Θ ductam cum sectione in punctis M , N concurrere demonstrauimus. ergo recta quaedam cum sectione concurrentis rectae ΔE parallela ducitur, quae a $Z H$ ad punctum Z rectam datae aequalem abscindat.

IX.

Si conus plano secatur cum utroque latere trianguli per axem positi concurrenti, sed neque basi parallelo neque e contrario ducto, sectio circulus non erit.

sit conus, cuius uertex sit A punctum, basis autem circulus $B\Gamma$, et secetur plano neque basi parallelo neque e contrario posito, quod in superficie sectionem efficiat lineam $\Delta K E$. dico, lineam $\Delta K E$ circulum non esse.

παραλλήλῳ ὄντι τῇ βάσει μήτε ὑπεναντίως, καὶ ποιεῖτω
τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τὴν ΔKE γραμμὴν. λέγω, ὅτι
ἡ ΔKE γραμμὴ οὐκ ἔσται κύκλος.

εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω, καὶ συμπιπτέτω τὸ τέμνον
5 ἐπίπεδον τῇ βάσει, καὶ ἔστω τῶν ἐπιπέδων κοινὴ τομὴ
ἡ ZH , τὸ δὲ κέντρον τοῦ $B\Gamma$ κύκλου ἔστω τὸ Θ , καὶ
ἀπ' αὐτοῦ κάθετος ἤχθω ἐπὶ τὴν ZH ἢ ΘH , καὶ ἐκ-
βεβλήσθω διὰ τῆς $H\Theta$ καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον καὶ
ποιεῖτω τομὰς ἐν τῇ κωνικῇ ἐπιφανείᾳ τὰς BA , AG
10 εὐθείας. ἐπεὶ οὖν τὰ Δ , E , H σημεῖα ἐν τε τῷ διὰ
τῆς ΔKE ἐπιπέδῳ ἐστίν, ἔστι δὲ καὶ ἐν τῷ διὰ τῶν
 A , B , Γ , τὰ ἄρα Δ , E , H σημεῖα ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς
τῶν ἐπιπέδων ἐστίν· εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ $HE\Delta$. εἰλήφθω
δὴ τι ἐπὶ τῆς ΔKE γραμμῆς σημεῖον τὸ K , καὶ διὰ
15 τοῦ K τῇ ZH παράλληλος ἤχθω ἡ KA · ἔσται δὴ ἴση
ἡ KM τῇ MA . ἡ ἄρα ΔE διάμετρος ἐστὶ τοῦ $\Delta K\Delta E$
κύκλου. ἤχθω δὴ διὰ τοῦ M τῇ $B\Gamma$ παράλληλος ἡ
 $NMΞ$ · ἔστι δὲ καὶ ἡ KA τῇ ZH παράλληλος· ὥστε
τὸ διὰ τῶν $NΞ$, KM ἐπίπεδον παράλληλόν ἐστὶ τῷ
20 διὰ τῶν $B\Gamma$, ZH , τουτέστι τῇ βάσει, καὶ ἔσται ἡ τομὴ
κύκλος. ἔστω ὁ $NKΞ$. καὶ ἐπεὶ ἡ ZH τῇ BH πρὸς
ὀρθὰς ἐστὶ, καὶ ἡ KM τῇ $NΞ$ πρὸς ὀρθὰς ἐστίν· ὥστε
τὸ ὑπὸ τῶν $NMΞ$ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς KM . ἔστι
δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΔME ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς KM · κύκλος
25 γὰρ ὑπόκειται ἡ ΔKEA γραμμὴ, καὶ διάμετρος αὐτοῦ
ἡ ΔE . τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $NMΞ$ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΔME .
ἔστιν ἄρα ὡς ἡ MN πρὸς $M\Delta$, οὕτως ἡ EM πρὸς $MΞ$.
ὁμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΔMN τρίγωνον τῷ ΞME τρι-
γώνῳ, καὶ ἡ ὑπὸ ΔNM γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ $MEΞ$.

16. $\Delta K\Delta E$] ΔKEA p. 20. $B\Gamma$] p, corr. ex B m. 2 V.
21. ὁ] cp; om. V. 23. ἐστὶ] c, ἐστίν V.

ἀλλὰ ἡ ὑπὸ $\triangle N M$ γωνία τῇ ὑπὸ $A B \Gamma$ ἐστὶν ἰσοπαραβάλληλος γὰρ ἡ $N \Xi$ τῇ $B \Gamma$ · καὶ ἡ ὑπὸ $A B \Gamma$ ἰσοῖση ἐστὶ τῇ ὑπὸ $M E \Xi$. ὑπεναντία ἄρα ἐστὶν ἡ τομὴ ὅπερ οὐχ ὑπόκειται. οὐκ ἄρα κύκλος ἐστὶν ἡ $\triangle K$
 5 γραμμὴ.

ι'.

Ἐὰν ἐπὶ κώνου τομῆς ληφθῇ δύο σημεῖα, ἡ μὲν ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιξεννυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τῆς τομῆς, ἡ δὲ ἐπ' εὐθείας αὐτῇ ἐκτός.

10 ἔστω κώνος, οὗ κορυφὴ μὲν τὸ A σημεῖον, βάσις δὲ ὁ $B \Gamma$ κύκλος, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος καὶ ποιείτω τὸμὴν τὸ $A B \Gamma$ τρίγωνον. τετμήσθω δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ, καὶ ποιείτω τομὴν ἐν τῇ τοῦ κώνου ἐπιφανείᾳ τὴν $\triangle E Z$ γραμμὴν, καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῇ
 15 $\triangle E Z$ δύο σημεῖα τὰ H, Θ . λέγω, ὅτι ἡ μὲν ἐπὶ τῇ H, Θ ἐπιξεννυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τῆς $\triangle E Z$ γραμμῆς, ἡ δὲ ἐπ' εὐθείας αὐτῇ ἐκτός.

ἐπεὶ γὰρ κώνος, οὗ κορυφὴ μὲν τὸ A σημεῖον, βάσις δὲ ὁ $B \Gamma$ κύκλος, τέτμηται ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος
 20 εἰληπταὶ δὲ τινὰ σημεῖα ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας αὐτοῦ τὰ H, Θ , ἃ μὴ ἐστὶν ἐπὶ τῆς πλευρᾶς τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου, καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ H ἐπὶ τὸ Θ ἐπιξεννυμένη εὐθεῖα μὴ νεύῃ ἐπὶ τὸ A , ἡ ἄρα ἐπὶ τὰ H, Θ ἐπιξεννυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κώνου καὶ ἡ ἐπὶ
 25 εὐθεῖα αὐτῇ ἐκτός· ὥστε καὶ τῆς $\triangle Z E$ τομῆς.

ια'.

Ἐὰν κώνος ἐπιπέδῳ τμηθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, τμηθῆσθαι δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι τὴν βάσιν τοῦ κώνου

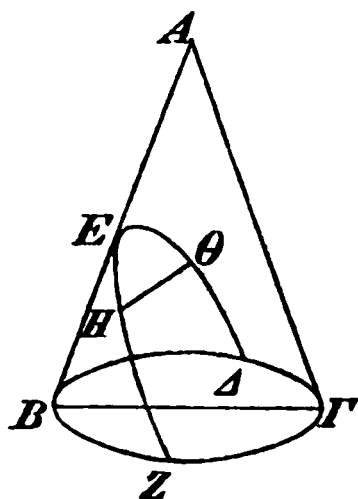
15. τὰ] (pr.) cp, corr. ex τῇ m. 2 V. 16. $\triangle E Z$] $\triangle Z$ V. 22. τριγώνου] τοῦ τριγώνου V; corr. p. 23. μὴ] supra scr. m. 2 V, οὐ p.

$\angle AB\Gamma = \angle ME\Xi$. itaque sectio e contrario est [prop. V]; quod contra hypothesim est. ergo linea ΔKE circulus non est.

X.

Si in sectione conici duo puncta sumuntur, recta ad puncta ducta intra sectionem cadit, in directum autem producta extra.

sit conus, cuius uertex sit A punctum, basis autem circulus $B\Gamma$, et per axem plano secetur, quod sectionem efficiat $AB\Gamma$ triangulum. iam



alio quoque plano secetur, quod in superficie conici sectionem efficiat lineam ΔEZ , et in ΔEZ duo puncta sumantur H, Θ . dico, rectam ad H, Θ ductam intra lineam ΔEZ cadere, in directum autem productam extra.

nam quoniam conus, cuius uertex est A punctum, basis autem circulus $B\Gamma$, plano per axem sectus est, et in superficie eius sumpta sunt puncta quaedam H, Θ , quae in latere trianguli per axem positi non sunt, et recta ab H ad Θ ducta ad A non cadit, recta ad H, Θ ducta intra conum cadet, in directum autem producta extra [prop. II]. ergo etiam intra sectionem ΔZE , producta autem extra eam.

XI.

Si conus per axem plano secatur et alio quoque plano secatur, quod basim conici secundum rectam ad

κατ' εὐθείαν πρὸς ὀρθὰς οὖσαν τῇ βάσει τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου, ἔτι δὲ ἡ διάμετρος τῆς τομῆς παράλληλος ἢ μιᾷ πλευρᾷ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου, ἣτις ἂν ἀπὸ τῆς τομῆς τοῦ κώνου παράλληλος ἀχθῇ
 5 τῇ κοινῇ τομῇ τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου καὶ τῆς βάσεως τοῦ κώνου μέχρι τῆς διαμέτρου τῆς τομῆς, δυνήσεται τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῆς ἀπὸ τῆς διαμέτρου πρὸς τῇ κορυφῇ τῆς τομῆς καὶ ἄλλης τινὸς εὐθείας, ἢ λόγον ἔχει πρὸς τὴν μεταξὺ τῆς τοῦ
 10 κώνου γωνίας καὶ τῆς κορυφῆς τῆς τομῆς, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς βάσεως τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου πρὸς τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν· καλείσθω δὲ ἡ τοιαύτη τομὴ παραβολή.

15 ἔστω κώνος, οὗ τὸ A σημεῖον κορυφή, βάσις δὲ ὁ $BΓ$ κύκλος, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ποιείτω τομὴν τὸ $ABΓ$ τρίγωνον, τετμήσθω δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι τὴν βάσιν τοῦ κώνου κατ' εὐθείαν τὴν $ΔE$ πρὸς ὀρθὰς οὖσαν τῇ $BΓ$, καὶ ποιείτω
 20 τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τὴν $ΔZE$, ἢ δὲ διάμετρος τῆς τομῆς ἢ ZH παράλληλος ἔστω μιᾷ πλευρᾷ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου τῇ $ΑΓ$, καὶ ἀπὸ τοῦ Z σημείου τῇ ZH εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἢ $ZΘ$, καὶ πεποιήσθω, ὡς τὸ ἀπὸ $BΓ$ πρὸς τὸ ὑπὸ $BAΓ$, οὕτως
 25 ἢ $ZΘ$ πρὸς ZA , καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς τυχὸν τὸ K , καὶ διὰ τοῦ K τῇ $ΔE$ παράλληλος ἢ KA . λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς KA ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν $ΘZA$.

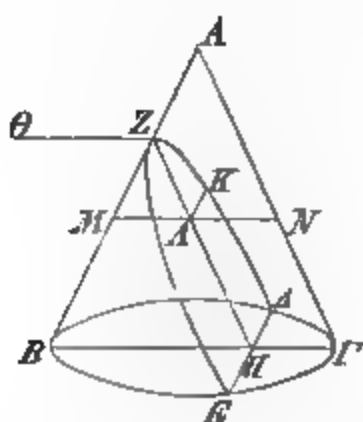
ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ A τῇ $BΓ$ παράλληλος ἢ MN . ἔστι δὲ καὶ ἢ KA τῇ $ΔE$ παράλληλος· τὸ ἄρα διὰ

14. Mg. m. rec. οὐ . . . V. πεποιεῖσθω V, corr. m. 2.

24. πεποιήσθω] cp;

basim trianguli per axem positi perpendicularem secat, et si praeterea diametrus sectionis lateri alterutri trianguli per axem positi parallela est, quaelibet recta, quae a sectione conii parallela ducitur communi sectioni plani secantis basisque conii, usque ad diametrum sumpta quadrata aequalis erit rectangulo comprehenso recta ex diametro ab ea ad uerticem abscisa sectionis aliaque quadam recta, quae ad rectam inter angulum conii uerticemque sectionis positam rationem habet, quam quadratum basis trianguli per axem positi ad rectangulum reliquis duobus lateribus trianguli comprehensum; uocetur autem talis sectio parabola.

sit conus, cuius uertex sit A punctum, basis autem $B\Gamma$ circulus, et per axem plano secetur, quod sectionem



efficiat triangulum $AB\Gamma$, secetur autem alio quoque plano, quod basim conii secundum rectam ΔE secat ad $B\Gamma$ perpendicularem et in superficie conii sectionem efficit ΔZE , diametrus autem sectionis ZH parallela sit $A\Gamma$ lateri trianguli per axem positi, et a puncto Z ad rectam ZH perpen-

dicularis ducatur $Z\Theta$, et fiat $B\Gamma^2 : BA \times A\Gamma = Z\Theta : ZA$, et in sectione punctum quodlibet K sumatur, et per K rectae ΔE parallela ducatur KA . dico, esse

$$KA^2 = \Theta Z \times ZA.$$

ducatur enim per A rectae $B\Gamma$ parallela MN . uerum etiam KA rectae ΔE parallela est. itaque planum recta-

τῶν $ΚΑ$, $ΜΝ$ ἐπίπεδον παράλληλόν ἐστι τῷ διὰ τῶν
 $ΒΓ$, $ΔΕ$ ἐπιπέδῳ, τουτέστι τῇ βάσει τοῦ κώνου. τὸ
 ἄρα διὰ τῶν $ΚΑ$, $ΜΝ$ ἐπίπεδον κύκλος ἐστίν, οὗ
 διάμετρος ἡ $ΜΝ$. καὶ ἔστι κάθετος ἐπὶ τὴν $ΜΝ$ ἢ
 5 $ΚΑ$, ἐπεὶ καὶ ἡ $ΔΕ$ ἐπὶ τὴν $ΒΓ$. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν
 $ΜΑΝ$ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $ΚΑ$. καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς
 τὸ ἀπὸ τῆς $ΒΓ$ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν $ΒΑΓ$, οὕτως ἡ $ΘΖ$
 πρὸς $ΖΑ$, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς $ΒΓ$ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν $ΒΑΓ$
 λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἡ $ΒΓ$
 10 πρὸς $ΓΑ$ καὶ ἡ $ΒΓ$ πρὸς $ΒΑ$, ὁ ἄρα τῆς $ΘΖ$ πρὸς
 $ΖΑ$ λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ τῆς $ΒΓ$ πρὸς $ΓΑ$ καὶ τοῦ
 τῆς $ΓΒ$ πρὸς $ΒΑ$. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ $ΒΓ$ πρὸς $ΓΑ$, οὕτως
 ἡ $ΜΝ$ πρὸς $ΝΑ$, τουτέστιν ἡ $ΜΑ$ πρὸς $ΑΖ$, ὡς δὲ
 ἡ $ΒΓ$ πρὸς $ΒΑ$, οὕτως ἡ $ΜΝ$ πρὸς $ΜΑ$, τουτέστιν ἡ
 15 $ΑΜ$ πρὸς $ΜΖ$, καὶ λοιπὴ ἡ $ΝΑ$ πρὸς $ΖΑ$. ὁ ἄρα τῆς
 $ΘΖ$ πρὸς $ΖΑ$ λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ τῆς $ΜΑ$ πρὸς $ΑΖ$
 καὶ τοῦ τῆς $ΝΑ$ πρὸς $ΖΑ$. ὁ δὲ συγκείμενος λόγος ἐκ
 τοῦ τῆς $ΜΑ$ πρὸς $ΑΖ$ καὶ τοῦ τῆς $ΑΝ$ πρὸς $ΖΑ$ ὁ
 τοῦ ὑπὸ $ΜΑΝ$ ἐστὶ πρὸς τὸ ὑπὸ $ΑΖΑ$. ὡς ἄρα ἡ $ΘΖ$
 20 πρὸς $ΖΑ$, οὕτως τὸ ὑπὸ $ΜΑΝ$ πρὸς τὸ ὑπὸ $ΑΖΑ$. ὡς δὲ
 ἡ $ΘΖ$ πρὸς $ΖΑ$, τῆς $ΖΑ$ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης
 οὕτως τὸ ὑπὸ $ΘΖΑ$ πρὸς τὸ ὑπὸ $ΑΖΑ$. ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ
 $ΜΑΝ$ πρὸς τὸ ὑπὸ $ΑΖΑ$, οὕτως τὸ ὑπὸ $ΘΖΑ$ πρὸς
 τὸ ὑπὸ $ΑΖΑ$. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ $ΜΑΝ$ τῷ ὑπὸ
 25 $ΘΖΑ$. τὸ δὲ ὑπὸ $ΜΑΝ$ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $ΚΑ$.
 καὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ΚΑ$ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν $ΘΖΑ$.

1. παράλληλον — 3. ἐπίπεδον] bis V (in repetitione τῷ διὰ
 lin. 1 bis), corr. m. 2. 13. $ΝΑ$] cvp et e corr. (et m. 2 et
 m. rec.) V. 14. $ΜΑ$] p, M corr. ex N m. 2 V. 15. ἡ] cp,
 m. 2 V. 18. τοῦ] (alt.) om. V, corr. Halley. 28. οὕτως
 — 24. $ΑΖΑ$] om. V, corr. Memus. 25. $ΘΖΑ$] $ΘΑΖ$ V, corr. p
 (τῶν $ΘΖ$, $ΖΑ$).

rum KA , MN plano rectarum $B\Gamma$, ΔE parallelum est [Eucl. XI, 15], hoc est basi conii. quare planum rectarum KA , MN circulus est, cuius diameter est MN [prop. IV]. et KA ad MN perpendicularis est, quia etiam ΔE ad $B\Gamma$ perpendicularis [Eucl. XI, 10]; quare $MA \times AN = KA^2$. et quoniam est

$$B\Gamma^2 : BA \times A\Gamma = \Theta Z : ZA,$$

et est

$$B\Gamma^2 : BA \times A\Gamma = (B\Gamma : \Gamma A) \times (B\Gamma : BA),$$

erit

$$\Theta Z : ZA = (B\Gamma : \Gamma A) \times (\Gamma B : BA).$$

uerum

$$B\Gamma : \Gamma A = MN : NA = MA : AZ \text{ [Eucl. VI, 4]}$$

et

$$B\Gamma : BA = MN : MA = AM : MZ \text{ [ib.] } = NA : ZA \text{ [Eucl. VI, 2].}$$

quare

$$\Theta Z : ZA = (MA : AZ) \times (NA : ZA).$$

est autem

$$(MA : AZ) \times (AN : ZA) = MA \times AN : AZ \times ZA.$$

quare

$$\Theta Z : ZA = MA \times AN : AZ \times ZA.$$

est autem ZA communi altitudine sumpta

$$\Theta Z : ZA = \Theta Z \times ZA : AZ \times ZA.$$

itaque

$$MA \times AN : AZ \times ZA = \Theta Z \times ZA : AZ \times ZA.$$

itaque

$$MA \times AN = \Theta Z \times ZA \text{ [Eucl. V, 9].}$$

uerum $MA \times AN = KA^2$. quare etiam

$$KA^2 = \Theta Z \times ZA.$$

καλείσθω δὲ ἡ μὲν τοιαύτη τομὴ παραβολή, ἡ δὲ
 ΘΖ παρ' ἣν δύνανται αἱ καταγόμεναι τεταγμένως ἐπὶ
 τὴν ΖΗ διάμετρον, καλείσθω δὲ καὶ ὀρθία.

ιβ'.

5 Ἐὰν κώνος ἐπιπέδῳ τμηθῆ διὰ τοῦ ἄξονος, τμηθῆ
 δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι τὴν βάσιν τοῦ κώνου
 κατ' εὐθείαν πρὸς ὀρθὰς οὔσαν τῇ βάσει τοῦ διὰ τοῦ
 ἄξονος τριγώνου, καὶ ἡ διάμετρος τῆς τομῆς ἐκβαλ-
 10 λομένη συμπίπτῃ μιᾷ πλευρᾷ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος
 τριγώνου ἐκτὸς τῆς τοῦ κώνου κορυφῆς, ἣτις ἂν ἀπὸ
 τῆς τομῆς ἀχθῆ παράλληλος τῇ κοινῇ τομῇ τοῦ
 τέμνοντος ἐπιπέδου καὶ τῆς βάσεως τοῦ κώνου, ἕως
 τῆς διαμέτρου τῆς τομῆς δυνήσεται τι χωρίου πα-
 ρακείμενον παρά τινα εὐθείαν, πρὸς ἣν λόγον ἔχει ἡ
 15 ἐπ' εὐθείας μὲν οὔσα τῇ διαμέτρῳ τῆς τομῆς, ὑπο-
 τείνουσα δὲ τὴν ἐκτὸς τοῦ τριγώνου γωνίαν, ὃν τὸ
 τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ἡγμένης ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ
 κώνου παρὰ τὴν διάμετρον τῆς τομῆς ἕως τῆς βάσεως
 τοῦ τριγώνου πρὸς τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν τῆς
 20 βάσεως τμημάτων, ὧν ποιεῖ ἡ ἀχθεῖσα, πλάτος ἔχον
 τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπ' αὐτῆς ἀπὸ τῆς διαμέτρου
 πρὸς τῇ κορυφῇ τῆς τομῆς, ὑπερβάλλον εἶδει ὁμοίῳ
 τε καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τε τῆς
 ὑποτείνουσας τὴν ἐκτὸς γωνίαν τοῦ τριγώνου καὶ τῆς
 25 παρ' ἣν δύνανται αἱ καταγόμεναι· καλείσθω δὲ ἡ
 τοιαύτη τομὴ ὑπερβολή.

ἔστω κώνος, οὗ κορυφή μὲν τὸ Α σημεῖον, βάσις
 δὲ ὁ ΒΓ κύκλος, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ

4. ιβ'] p, om. V, m. 2 v. 15. εὐθείας] comp. V. μένουσα V,
 corr. Command.

uocetur autem talis sectio parabola, $\odot Z$ autem recta parametrus rectarum ad ZH diametrum ordinate ductarum, uocetur autem etiam latus rectum.

XII.

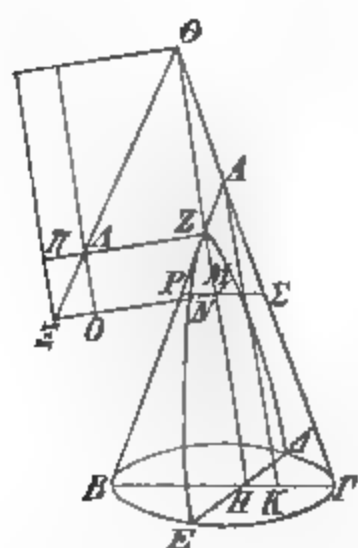
Si conus per axem plano secatur, secatur autem alio quoque plano, quod basim conii secundum rectam secat ad basim trianguli per axem positi perpendiculararem, et diametrus sectionis producta cum latere aliquo trianguli per axem positi extra uerticem conii concurrat, quaelibet recta, quae a sectione ducitur parallela communi sectioni plani secantis basisque conii, ad diametrum sectionis sumpta quadrata aequalis erit spatio cuidam rectae adplicato, ad quam recta in producta diametro sectionis posita, subtendens autem sub angulo trianguli extrinsecus posito, rationem habet, quam quadratum rectae a uertice conii ad basim trianguli diametro sectionis parallelae ductae ad rectangulum comprehensum partibus basis, quas efficit recta ducta, latitudinem habens rectam ab ea ex diametro ad uerticem sectionis abscisam, excedens figura simili similiterque posita rectangulo comprehenso recta sub angulo trianguli extrinsecus posito subtendenti parametroque; uocetur autem talis sectio hyperbola.

sit conus, cuius uertex sit A punctum, basis autem circulus $B\Gamma$, et per axem plano secetur, quod sectionem efficiat $AB\Gamma$ triangulum, secetur autem alio quoque plano basim conii secanti secundum rectam ΔE ad $B\Gamma$ basim trianguli $AB\Gamma$ perpendiculararem, et in superficie conii sectionem efficiat lineam ΔZE , diametrus autem sectionis ZH producta cum $A\Gamma$ latere trianguli

ἄξονος, καὶ ποιεῖτω τομὴν τὸ $ΑΒΓ$ τριγώνου, τετμήσθω
 δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι τὴν βάσιν τοῦ κώνου
 κατ' εὐθείαν τὴν $ΔΕ$ πρὸς ὀρθὰς οὔσαν τῇ $ΒΓ$ βάσει
 τοῦ $ΑΒΓ$ τριγώνου, καὶ ποιεῖτω τομὴν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ
 5 τοῦ κώνου τὴν $ΔΖΕ$ γραμμὴν, ἣ δὲ διάμετρος τῆς τομῆς
 ἣ $ΖΗ$ ἐκβαλλομένη συμπιπτέτω μιᾷ πλευρᾷ τοῦ $ΑΒΓ$
 τριγώνου τῇ $ΑΓ$ ἐκτὸς τῆς τοῦ κώνου κορυφῆς κατὰ
 τὸ $Θ$, καὶ διὰ τοῦ $Α$ τῇ διαμέτρῳ τῆς τομῆς τῇ $ΖΗ$
 παράλληλος ἤχθω ἣ $ΑΚ$, καὶ τεμνέτω τὴν $ΒΓ$, καὶ
 10 ἀπὸ τοῦ $Ζ$ τῇ $ΖΗ$ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἣ $ΖΑ$, καὶ
 πεποιήσθω, ὡς τὸ ἀπὸ $ΚΑ$ πρὸς τὸ ὑπὸ $ΒΚΓ$, οὔτως
 ἣ $ΖΘ$ πρὸς $ΖΑ$, καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς
 τυχὸν τὸ $Μ$, καὶ διὰ τοῦ $Μ$ τῇ $ΔΕ$ παράλληλος
 ἤχθω ἣ $ΜΝ$, διὰ δὲ τοῦ $Ν$ τῇ $ΖΑ$ παράλληλος ἣ
 15 $ΝΟΞ$, καὶ ἐπιξευχθεῖσα ἣ $ΘΑ$ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ $Ξ$,
 καὶ διὰ τῶν $Α$, $Ξ$ τῇ $ΖΝ$ παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ
 $ΑΟ$, $ΞΠ$. λέγω, ὅτι ἣ $ΜΝ$ δύναται τὸ $ΖΞ$, ὃ παρά-
 κειται παρὰ τὴν $ΖΑ$ πλάτος ἔχον τὴν $ΖΝ$ ὑπερβάλλον
 εἶδει τῶ $ΑΞ$ ὁμοίῳ ὄντι τῶ ὑπὸ τῶν $ΘΖΑ$.
 20 ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ $Ν$ τῇ $ΒΓ$ παράλληλος ἣ $ΡΝΣ$.
 ἔστι δὲ καὶ ἣ $ΝΜ$ τῇ $ΔΕ$ παράλληλος· τὸ ἄρα διὰ
 τῶν $ΜΝ$, $ΡΣ$ ἐπίπεδον παράλληλόν ἐστι τῶ διὰ τῶν
 $ΒΓ$, $ΔΕ$, τουτέστι τῇ βάσει τοῦ κώνου. ἐὰν ἄρα
 ἐκβληθῇ τὸ διὰ τῶν $ΜΝ$, $ΡΣ$ ἐπίπεδον, ἣ τομὴ
 25 κύκλος ἔσται, οὗ διάμετρος ἣ $ΡΝΣ$. καὶ ἔστιν ἐπ'
 αὐτὴν κάθετος ἣ $ΜΝ$. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $ΡΝΣ$ ἴσον
 ἐστὶ τῶ ἀπὸ τῆς $ΜΝ$. καὶ ἐπεὶ ἔστιν, ὡς τὸ ἀπὸ $ΑΚ$
 πρὸς τὸ ὑπὸ $ΒΚΓ$, οὔτως ἣ $ΖΘ$ πρὸς $ΖΑ$, ὁ δὲ τοῦ

2. Ante τέμνοντι del. διὰ τοῦ ἄξονος m. 1 V. 11. πε-
 ποιείσθω V, corr. p. $ΚΑ$] p, $ΚΑ$ V, corr. m. 2 v. 15. $ΝΟΞ$] p;
 $ΟΞ$ corr. ex $ΩΞ$ post ras. unius litt. V, $ΩΞ$ supra scr. N m. 2 v.

$AB\Gamma$ extra uerticem conii concurrat in Θ , et per A diametro sectionis ZH parallela ducatur AK secetque



$B\Gamma$, et a Z ad ZH perpendicularis ducatur ZA , fiatque

$KA^2 : BK \times K\Gamma = Z\Theta : ZA$,
 et in sectione sumatur punctum aliquod M , et per M rectae ΔE parallela ducatur MN , per N autem rectae ZA parallela $NOXi$, et ducta ΘA producat ad Xi , et per puncta A, Xi rectae ZN parallelae ducantur $AO, Xi\Pi$. dico, esse $MN^2 = ZXi$, quod rectae ZA

adplicatum est latitudinem habens ZN et excedens figura $A Xi$ simili rectangulo $\Theta Z \times ZA$ [Eucl. I, 26].

ducatur enim per N rectae $B\Gamma$ parallela $PN\Sigma$; est autem etiam NM rectae ΔE parallela; quare planum rectarum $MN, P\Sigma$ plano rectarum $B\Gamma, \Delta E$ parallelum est [Eucl. XI, 15], hoc est basi conii. itaque ducto plano rectarum $MN, P\Sigma$ sectio circulus erit, cuius diameter est $PN\Sigma$ [prop. IV]. et ad eam perpendicularis est MN . itaque $PN \times N\Sigma = MN^2$. et quoniam est

$$AK^2 : BK \times K\Gamma = Z\Theta : ZA,$$

et est

$$AK^2 : BK \times K\Gamma = (AK : K\Gamma) \times (AK : KB),$$

erit etiam

$$Z\Theta : ZA = (AK : K\Gamma) \times (AK : KB).$$

est autem

$$AK : K\Gamma = \Theta H : H\Gamma = \Theta N : N\Sigma$$
 [Eucl. VI, 4]

ἴση· ὥστε καὶ ἡ $HΘ$ τῇ $ΘΦ$. ἡ ἄρα $ΘΗ$ ἐκβαλλομένη ἕως τοῦ ἑτέρου μέρους τῆς τομῆς δίχα τέμνεται ὑπὸ τῆς $ΔΘ$.

ις'.

5 Ἐὰν διὰ τῆς διχοτομίας τῆς πλαγίας πλευρᾶς τῶν ἀντικειμένων ἀχθῆ τις εὐθεῖα παρὰ τεταγμένως κατηγμένην, διάμετρος ἔσται τῶν ἀντικειμένων συζυγῆς τῇ προὔπαρχούσῃ διαμέτρῳ.

ἔστωσαν ἀντικείμενοι, ὧν διάμετρος ἡ AB , καὶ
10 τετμήσθω δίχα ἡ AB κατὰ τὸ $Γ$, καὶ διὰ τοῦ $Γ$ ἤχθω παρὰ τεταγμένως κατηγμένην ἡ $ΓΔ$. λέγω, ὅτι διάμετρος ἔστιν ἡ $ΓΔ$ συζυγῆς τῇ AB .

ἔστωσαν γὰρ παρ' ἃς δύνανται αἱ καταγόμεναι αἱ
 AE, BZ εὐθεῖαι, καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ AZ, BE ἐκ-
15 βεβλήσθωσαν, καὶ εἰλήφθω τι ἐπὶ τῆς ἑτέρας τῶν τομῶν
τυχὸν σημεῖον τὸ H , καὶ διὰ μὲν τοῦ H τῇ AB παρ-
άλληλος ἤχθω ἡ $HΘ$, ἀπὸ δὲ τῶν $H, Θ$ κατήχθωσαν
τεταγμένως αἱ $HK, ΘΛ$, διὰ δὲ τῶν $K, Λ$ ταῖς AE, BZ
παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ $KM, ΛN$. ἐπεὶ οὖν ἴση ἔστιν
20 ἡ HK τῇ $ΘΛ$, ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς HK τῷ ἀπὸ
τῆς $ΘΛ$. ἀλλὰ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς HK ἴσον ἔστι τῷ ὑπὸ
τῶν AKM , τὸ δὲ ἀπὸ τῆς $ΘΛ$ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν BLN .
τὸ ἄρα ὑπὸ AKM ἴσον ἔστι τῷ ὑπὸ BLN . καὶ ἐπεὶ
ἴση ἔστιν ἡ AE τῇ BZ , ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ AE πρὸς AB ,
25 οὕτως ἡ BZ πρὸς BA . ἀλλ' ὡς μὲν ἡ AE πρὸς AB ,
οὕτως ἡ MK πρὸς KB , ὡς δὲ ἡ ZB πρὸς BA , οὕτως
ἡ $NΛ$ πρὸς LA . καὶ ὡς ἄρα ἡ MK πρὸς KB , οὕτως

1. ἡ] (pr.) p, om. V. 4. ις'] p, om. V, m. 2 v. 6. παρα-
τεταγμένως κατηγμένη V; corr. Halley. 11. παρατεταγμένως
κατηγμένη V; corr. Halley. 21. ἴσον] om. V; corr. p.

et

$$AK : KB = ZH : HB = ZN : NP \text{ [ib.]}$$

itaque

$$\Theta Z : ZA = (\Theta N : N\Sigma) \times (ZN : NP).$$

est autem

$$(\Theta N : N\Sigma) \times (ZN : NP) = \Theta N \times NZ : \Sigma N \times NP.$$

quare

$$\Theta N \times NZ : \Sigma N \times NP = \Theta Z : ZA = \Theta N : N\Xi \text{ [ib.]}$$

sumpta autem communi altitudine ZN est

$$\Theta N : N\Xi = \Theta N \times NZ : ZN \times N\Xi.$$

quare etiam

$$\Theta N \times NZ : \Sigma N \times NP = \Theta N \times NZ : \Xi N \times NZ.$$

itaque

$$\Sigma N \times NP = \Xi N \times NZ \text{ [Eucl. V, 9].}$$

demonstrauimus autem, esse

$$MN^2 = \Sigma N \times NP.$$

itaque etiam

$$MN^2 = \Xi N \times NZ.$$

uerum

$$\Xi N \times NZ = \Xi Z.$$

ergo MN quadrata aequalis est rectangulo ΞZ , quod rectae ZA adplicatum est latitudinem habens ZN et excedens spatio $A\Xi$ simili rectangulo ΘZA . uocetur autem talis sectio hyperbola, AZ autem parametrum rectarum ad ZH ordinate ductarum; uocetur autem eadem latus rectum, transuersum uero $Z\Theta$.

ἡ $ΝΑ$ πρὸς τὴν $ΑΑ$. ἀλλ' ὡς ἡ $ΜΚ$ πρὸς τὴν $ΚΒ$,
 τῆς $ΚΑ$ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης οὕτως τὸ ὑπὸ
 $ΜΚΑ$ πρὸς τὸ ὑπὸ $ΒΚΑ$, ὡς δὲ ἡ $ΝΑ$ πρὸς $ΑΑ$,
 τῆς $ΒΑ$ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης οὕτως τὸ ὑπὸ
 5 $ΝΑΒ$ πρὸς τὸ ὑπὸ $ΑΑΒ$. καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ $ΜΚΑ$
 πρὸς τὸ ὑπὸ $ΒΚΑ$, οὕτως τὸ ὑπὸ $ΝΑΒ$ πρὸς τὸ ὑπὸ
 $ΑΑΒ$. καὶ ἐναλλάξ, ὡς τὸ ὑπὸ $ΜΚΑ$ πρὸς τὸ ὑπὸ
 $ΝΑΒ$, οὕτως τὸ ὑπὸ $ΒΚΑ$ πρὸς τὸ ὑπὸ $ΑΑΒ$. καὶ
 ἐστὶν ἴσον τὸ ὑπὸ $ΜΚΑ$ τῷ ὑπὸ $ΝΑΒ$. ἴσον ἄρα
 10 ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ $ΒΚΑ$ τῷ ὑπὸ $ΑΑΒ$. ἴση ἄρα ἡ $ΑΚ$
 τῇ $ΑΒ$. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ $ΑΓ$ τῇ $ΓΒ$ ἴση· καὶ ὅλη ἄρα
 ἡ $ΚΓ$ ὅλη τῇ $ΓΑ$ ἴση ἐστίν· ὥστε καὶ ἡ $ΗΞ$ τῇ $ΞΘ$.
 ἡ $ΗΘ$ ἄρα δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς $ΞΓΔ$ · καὶ ἐστὶ παρ-
 ἀλληλος τῇ $ΑΒ$ · διάμετρος ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ $ΞΓΔ$ συ-
 15 ζυγῆς τῇ $ΑΒ$.

ὄροι β'.

Τῆς ὑπερβολῆς καὶ τῆς ἐλλείψεως ἑκατέρας ἡ διχο-
 τομία τῆς διαμέτρου κέντρον τῆς τομῆς καλεῖσθω, ἡ
 δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου πρὸς τὴν τομὴν προσπίπτουσα ἐκ
 20 τοῦ κέντρου τῆς τομῆς.

ὁμοίως δὲ καὶ τῶν ἀντικειμένων ἡ διχοτομία τῆς
 πλαγίας πλευρᾶς κέντρον καλεῖσθω.

ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἠγμένη παρὰ τεταγμένως
 κατηγμένην μέσον τε λόγον ἔχουσα τῶν τοῦ εἶδους
 25 πλευρῶν καὶ δίχα τεμνομένη ὑπὸ τοῦ κέντρου δευτέρα
 διάμετρος καλεῖσθω.

3. $ΝΑ$] cv , $ΝΑ$ uel $ΜΑ$ V , $ΚΑ$ p . 10. ἄρα] ἄρα καὶ cp ,
 ἄρα ἐστίν $Eutocius$. 13. $ΞΓΔ$] cv , $Γ$ ins. m. 1 V ; $ΔΓΞ$ p .

21. ἀντικειμένων V ; corr. cvp . 23. παρατεταγμένως V ,
 ut uulgo.

XIII.

Si conus per axem plano secatur, secatur autem alio quoque plano, quod cum utroque latere trianguli per axem positi concurrat, sed neque basi conii parallelum ducitur neque e contrario, et si planum, in quo est basis conii, planumque secans concurrunt in recta perpendiculari aut ad basim trianguli per axem positi aut ad eam productam, quaelibet recta, quae a sectione conii communi sectioni planorum parallela ducitur, ad diametrum sectionis sumpta quadrata aequalis erit spatio adplicato rectae cuidam, ad quam diametrus sectionis rationem habet, quam habet quadratum rectae a uertice conii diametro sectionis parallelae ductae usque ad basim trianguli ad rectangulum comprehensum rectis ab ea ad latera trianguli abscisis, latitudinem habens rectam ab ea e diametro ad uerticem sectionis abscisam et figura deficiens simili similiterque posita rectangulo a diametro parametroque comprehenso; uocetur autem talis sectio ellipsis.

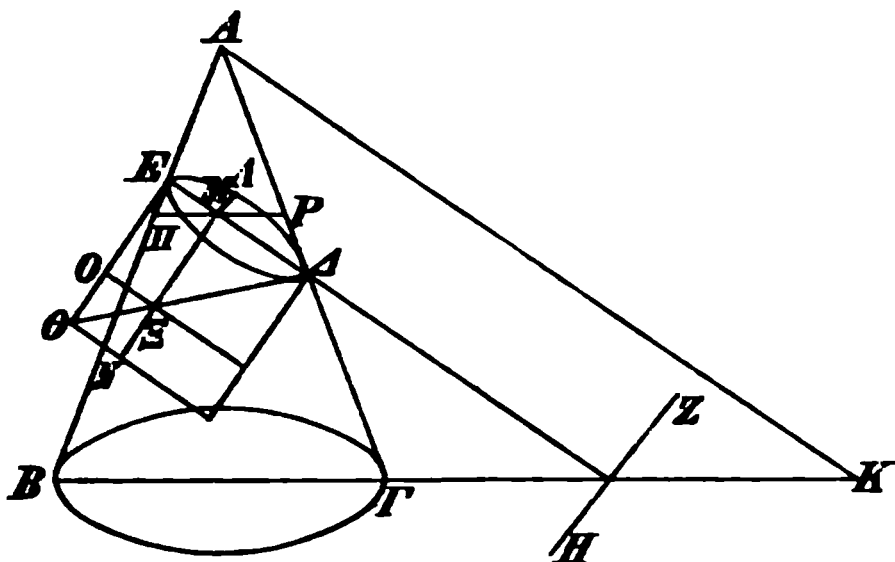
sit conus, cuius uertex sit A punctum, basis autem $B\Gamma$ circulus, et per axem plano secetur, quod sectionem efficiat triangulum $AB\Gamma$, secetur autem alio quoque plano, quod cum utroque latere trianguli per axem positi concurrat, sed neque basi conii parallelum neque e contrario ductum sit, et in superficie conii sectionem efficiat lineam ΔE ; communis autem sectio plani secantis eiusque plani, in quo est basis conii, sit ZH ad $B\Gamma$ perpendicularis, diametrus autem sectionis sit $E\Delta$, et ab E ad $E\Delta$ perpendicularis ducatur $E\Theta$, per A autem rectae $E\Delta$ parallela ducatur AK , et fiat

κοινή δὲ τομὴ τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου καὶ τοῦ, ἐν ᾧ
 ἐστὶν ἡ βάσις τοῦ κώνου, ἔστω ἡ ZH πρὸς ὀρθὰς
 οὖσα τῇ $BΓ$, ἡ δὲ διάμετρος τῆς τομῆς ἔστω ἡ $EΔ$,
 καὶ ἀπὸ τοῦ E τῇ $EΔ$ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ $EΘ$, καὶ
 5 διὰ τοῦ A τῇ $EΔ$ παράλληλος ἤχθω ἡ AK , καὶ
 πεποιήσθω ὡς τὸ ἀπὸ AK πρὸς τὸ ὑπὸ $BKΓ$, οὕτως
 ἡ $ΔE$ πρὸς τὴν $EΘ$, καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς
 τομῆς τὸ $Λ$, καὶ διὰ τοῦ $Λ$ τῇ ZH παράλληλος ἤχθω
 ἡ $ΛM$. λέγω, ὅτι ἡ $ΛM$ δύναται τι χωρίον, ὃ παρὰ-
 10 κείται παρὰ τὴν $EΘ$ πλάτος ἔχον τὴν EM ἐλλείπον
 εἶδει ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ τῶν $ΔEΘ$.

ἐπεξεύχθω γὰρ ἡ $ΔΘ$, καὶ διὰ μὲν τοῦ M τῇ $ΘE$
 παράλληλος ἤχθω ἡ $MΞN$, διὰ δὲ τῶν $Θ, Ξ$ τῇ EM
 παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ $ΘN, ΞO$, καὶ διὰ τοῦ M τῇ
 15 $BΓ$ παράλληλος ἤχθω ἡ $ΠMP$. ἐπεὶ οὖν ἡ $ΠP$ τῇ
 $BΓ$ παράλληλός ἐστιν, ἔστι δὲ καὶ ἡ $ΛM$ τῇ ZH
 παράλληλος, τὸ ἄρα διὰ τῶν $ΛM, ΠP$ ἐπίπεδον παρ-
 ἀλληλὸν ἐστὶ τῷ διὰ τῶν $ZH, BΓ$ ἐπιπέδῳ, τουτέστι
 τῇ βάσει τοῦ κώνου. εἰ ἄρα ἐκβληθῇ διὰ τῶν $ΛM,$
 20 $ΠP$ ἐπίπεδον, ἡ τομὴ κύκλος ἐστὶ, οὗ διάμετρος ἡ
 $ΠP$. καὶ ἐστὶ κάθετος ἐπ' αὐτὴν ἡ $ΛM$. τὸ ἄρα ὑπὸ
 τῶν $ΠMP$ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $ΛM$. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν,
 ὡς τὸ ἀπὸ τῆς AK πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν $BKΓ$, οὕτως
 ἡ $EΔ$ πρὸς τὴν $EΘ$, ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ τῆς AK πρὸς τὸ
 25 ὑπὸ τῶν $BKΓ$ λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ, ὃν ἔχει ἡ AK
 πρὸς KB , καὶ ἡ AK πρὸς $KΓ$, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ AK
 πρὸς KB , οὕτως ἡ EH πρὸς HB , τουτέστιν ἡ EM
 πρὸς $MΠ$, ὡς δὲ ἡ AK πρὸς $KΓ$, οὕτως ἡ $ΔH$ πρὸς
 $HΓ$, τουτέστιν ἡ $ΔM$ πρὸς MP , ὁ ἄρα τῆς $ΔE$ πρὸς

4. $EΘ$] e corr. m. 1 V. 6. πεποιείσθω V; corr. p. 13.
 $MΞN$] $MNΞ$ V; corr. Command. 15. ῥ] (pr.) om. V; corr. p.

$\Delta E : E\Theta = AK^2 : BK \times K\Gamma$, et in sectione sumatur punctum aliquod Λ , et per Λ rectae ZH parallela ducatur ΛM . dico, ΛM quadratam aequalem esse spatio rectae $E\Theta$ adplicato, quod latitudinem habeat EM et figura deficiat simili rectangulo $\Delta E \times E\Theta$.



ducatur enim $\Delta\Theta$, et per M rectae ΘE parallela ducatur $M\xi N$, per Θ , ξ autem rectae EM parallelae ducantur ΘN , ξO , et per M rectae $B\Gamma$ parallela ducatur ΠMP . iam quoniam ΠP rectae $B\Gamma$ parallela est, et etiam ΛM rectae ZH parallela, planum rectarum ΛM , ΠP plano rectarum ZH , $B\Gamma$ parallelum est [Eucl. XI, 15], hoc est basi con. itaque si per ΛM , ΠP planum ducitur, sectio circulus erit, cuius diameter erit ΠP [prop. IV]. et ad eam perpendicularis est ΛM ; itaque erit $\Lambda M^2 = \Pi M \times MP$. et quoniam est

$$AK^2 : BK \times K\Gamma = E\Delta : E\Theta,$$

et est

$$AK^2 : BK \times K\Gamma = (AK : KB) \times (AK : K\Gamma),$$

et est

$$AK : KB = EH : HB = EM : M\Pi \text{ [Eucl. VI, 4],}$$

$$AK : K\Gamma = \Delta H : H\Gamma = \Delta M : MP \text{ [ib.],}$$

τὴν $E\Theta$ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς EM πρὸς MP
 καὶ τοῦ τῆς ΔM πρὸς MP . ὁ δὲ συγκείμενος λόγος
 ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἡ EM πρὸς MP , καὶ ἡ ΔM πρὸς
 MP , ὁ τοῦ ὑπὸ τῶν $EM\Delta$ ἐστὶ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν
 5 MPM . ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ τῶν $EM\Delta$ πρὸς τὸ
 ὑπὸ τῶν MPM , οὕτως ἡ ΔE πρὸς τὴν $E\Theta$, τουτέστιν
 ἡ ΔM πρὸς τὴν $M\Xi$. ὡς δὲ ἡ ΔM πρὸς $M\Xi$, τῆς
 ME κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης οὕτως τὸ ὑπὸ ΔME
 πρὸς τὸ ὑπὸ ΞME . καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΔME πρὸς
 10 τὸ ὑπὸ MPM , οὕτως τὸ ὑπὸ ΔME πρὸς τὸ ὑπὸ ΞME .
 ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ MPM τῷ ὑπὸ ΞME . τὸ δὲ
 ὑπὸ MPM ἴσον ἐδείχθη τῷ ἀπὸ τῆς AM . καὶ τὸ
 ὑπὸ ΞME ἄρα ἐστὶν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς AM . ἡ AM
 ἄρα δύναται τὸ MO , ὃ παράκειται παρὰ τὴν ΘE πλάτος
 15 ἔχον τὴν EM ἔλλειπον εἶδει τῷ ON ὁμοίῳ ὄντι τῷ
 ὑπὸ $\Delta E\Theta$. καλείσθω δὲ ἡ μὲν τοιαύτη τομὴ ἔλλειψις,
 ἡ δὲ $E\Theta$ παρ' ἣν δύνανται αἱ καταγόμεναι ἐπὶ τὴν
 ΔE τεταγμένως, ἡ δὲ αὐτὴ καὶ ὀρθία, πλαγία δὲ
 ἡ $E\Delta$.

20

ιδ'.

Ἐὰν αἱ κατὰ κορυφὴν ἐπιφάνειαι ἐπιπέδῳ τμηθῶσι
 μὴ διὰ τῆς κορυφῆς, ἔσται ἐν ἑκατέρῃ τῶν ἐπιφανειῶν
 τομὴ ἡ καλουμένη ὑπερβολή, καὶ τῶν δύο τομῶν ἡ
 τε διάμετρος ἡ αὐτὴ ἔσται, καὶ παρ' ἃς δύνανται αἱ
 25 ἐπὶ τὴν διάμετρον καταγόμεναι παράλληλοι τῇ ἐν τῇ
 βάσει τοῦ κώνου εὐθείᾳ ἴσαι, καὶ τοῦ εἶδους ἡ πλα-
 γία πλευρὰ κοινὴ ἡ μεταξὺ τῶν κορυφῶν τῶν τομῶν.
 καλείσθωσαν δὲ αἱ τοιαῦται τομαὶ ἀντικείμεναι.

4. ὁ τοῦ — 5. MPM] bis V, corr. cp et m. 2 v. 20. ιδ'] p,
 om. V, m. 2 v. 25. ἐπὶ] παρὰ Vp; corr. Halley. 26. εὐθεία]
 ego, εὐθείαι V.

erit

$$\Delta E : E\Theta = (EM : M\Pi) \times (\Delta M : MP).$$

est autem

$$(EM : M\Pi) \times (\Delta M : MP) = EM \times M\Delta : \Pi M \times MP.$$

itaque

$$EM \times M\Delta : \Pi M \times MP = \Delta E : E\Theta = \Delta M : M\Xi$$

[ib.]. sed sumpta communi altitudine ME est

$$\Delta M : M\Xi = \Delta M \times ME : \Xi M \times ME.$$

quare etiam

$$\Delta M \times ME : \Pi M \times MP = \Delta M \times ME : \Xi M \times ME.$$

itaque

$$\Pi M \times MP = \Xi M \times ME \text{ [Eucl. V, 9].}$$

demonstrauimus autem, esse

$$\Pi M \times MP = \Delta M^2.$$

$$\text{quare etiam } \Xi M \times ME = \Delta M^2.$$

ergo ΔM quadrata aequalis est spatio MO ad ΘE adplicato, quod latitudinem habet EM et spatio ON deficit simili rectangulo $\Delta E \times E\Theta$; uocetur autem talis sectio ellipsis, $E\Theta$ autem parametris rectarum ad ΔE ordinate ductarum, eadem autem etiam latus rectum, transuersum uero $E\Delta$.

XIV.

Si superficies ad uerticem inter se positae plano secantur per uerticem non ducto, in utraque superficie sectio orietur hyperbola, quae uocatur, et ambarum sectionum diametris eadem erit, et parametri rectarum ad diametrum rectae in basi conii positae parallelarum ductarum aequales, et transuersum figurae latus commune recta inter uertices sectionum posita; uocentur autem tales sectiones oppositae.

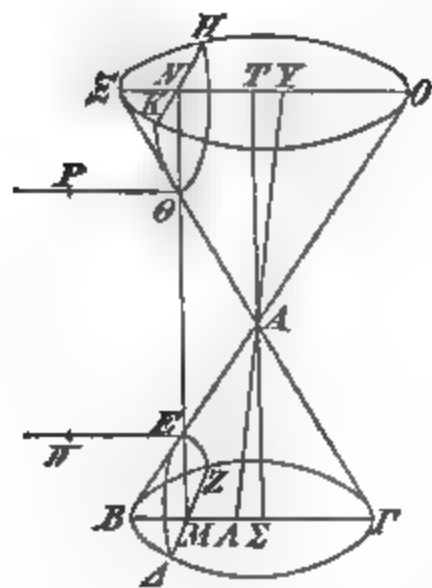
ἔστωσαν αἱ κατα κορυφήν ἐπιφάνειαι, ὧν κορυφή
 τὸ A σημεῖον, καὶ τετμήσθωσαν ἐπιπέδῳ μὴ διὰ τῆς
 κορυφῆς, καὶ ποιείτω ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τομὰς τὰς
 ΔEZ , $H\Theta K$. λέγω, ὅτι ἑκατέρω τῶν ΔEZ , $H\Theta K$
 5 τομῶν ἐστὶν ἡ καλουμένη ὑπερβολή.

ἔστω γὰρ ὁ κύκλος, καθ' οὗ φέρεται ἡ τὴν ἐπι-
 φάνειαν γράφουσα εὐθεῖα, ὁ $B\Delta\Gamma Z$, καὶ ἤχθῳ ἐν τῇ
 κατὰ κορυφήν ἐπιφανείᾳ παράλληλον αὐτῷ ἐπίπεδον
 τὸ $\Xi H\Theta K$. κοιναὶ δὲ τομαὶ τῶν $H\Theta K$, $Z E \Delta$ τομῶν
 10 καὶ τῶν κύκλων αἱ $Z\Delta$, HK . ἔσονται δὴ παράλ-
 ληλοι. ἄξων δὲ ἔστω τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας ἡ $\Lambda A\Upsilon$
 εὐθεῖα, κέντρα δὲ τῶν κύκλων τὰ Λ , Υ , καὶ ἀπὸ τοῦ
 Λ ἐπὶ τὴν $Z\Delta$ κάθετος ἀχθεῖσα ἐκβεβλήσθῳ ἐπὶ τὰ
 B , Γ σημεῖα, καὶ διὰ τῆς $B\Gamma$ καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον
 15 ἐκβεβλήσθῳ· ποιήσῃ δὴ τομὰς ἐν μὲν τοῖς κύκλοις
 παραλλήλους εὐθείας τὰς ΞO , $B\Gamma$, ἐν δὲ τῇ ἐπιφανείᾳ
 τὰς BAO , $\Gamma A\Xi$. ἔσται δὴ καὶ ἡ ΞO τῇ HK πρὸς
 ὀρθάς, ἐπειδὴ καὶ ἡ $B\Gamma$ τῇ $Z\Delta$ ἐστὶ πρὸς ὀρθάς, καὶ
 ἐστὶν ἑκατέρω παράλληλος. καὶ ἐπεὶ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος
 20 ἐπίπεδον ταῖς τομαῖς συμβάλλει κατὰ τὰ M , N σημεῖα
 ἐντὸς τῶν γραμμῶν, δῆλον, ὡς καὶ τὰς γραμμὰς τέμνει
 τὸ ἐπίπεδον. τεμνέτω κατὰ τὰ Θ , E . τὰ ἄρα M , E , Θ , N
 σημεῖα ἐν τε τῷ διὰ τοῦ ἄξονός ἐστὶν ἐπιπέδῳ καὶ
 ἐν τῷ ἐπιπέδῳ, ἐν ᾧ εἰσὶν αἱ γραμμαί· εὐθεῖα ἄρα
 25 ἐστὶν ἡ $ME\Theta N$ γραμμὴ. καὶ φανερόν, ὅτι τὰ τε
 Ξ , Θ , A , Γ ἐπ' εὐθείας ἐστὶ καὶ τὰ B , E , A , O . ἐν
 τε γὰρ τῇ κωνικῇ ἐπιφανείᾳ ἐστὶ καὶ ἐν τῷ διὰ τοῦ
 ἄξονος ἐπιπέδῳ. ἤχθωσαν δὲ ἀπὸ μὲν τῶν Θ , E τῇ

3. ποιείτω] scripsi, ποιείτωσαν V p. 9. $Z E \Delta$, $H\Theta K$ Halley
 cum Command. 20. συμβάλλει] συμ- contorte V, συμβ- rep.
 mg. m. rec.

sint superficies ad uerticem inter se positae, quarum uertex sit A punctum, et plano secentur per uerticem non posito, quod in superficie sectiones efficiat ΔEZ , $H\Theta K$. dico, utramque sectionem ΔEZ , $H\Theta K$ hyperbolam esse, quae uocatur.

sit enim $B\Delta\Gamma Z$ circulus, per quem recta superficiem describens fertur, et in superficie ad uerticem posita ei parallelum planum ducatur ΞHOK ; com-



munes autem sectiones sectionum $H\Theta K$, $Z\Delta$ circulatorumque [prop. IV] sunt $Z\Delta$, HK ; parallelae igitur erunt [Eucl. XI, 16]. axis autem superficiei conicae sit recta $AA'T$, et centra circulorum A , T , et recta ab A ad $Z\Delta$ perpendicularis ducta ad puncta B , Γ producat, et per $B\Gamma$ axemque planum ducatur; sectiones igitur efficiet in circulis rectas

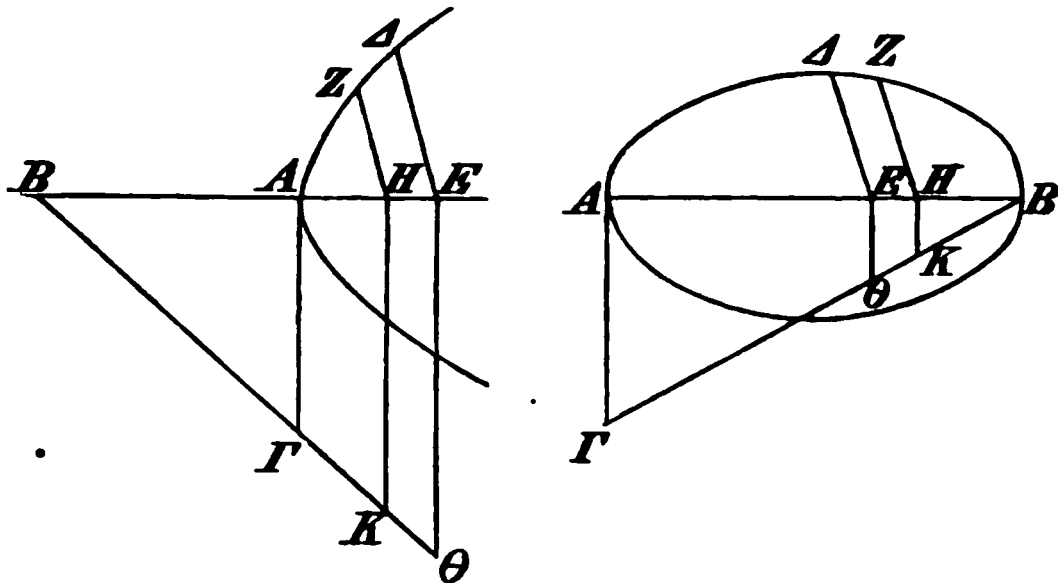
parallelas [ib.] ΞO , $B\Gamma$, in superficie autem $B\Delta O$, $\Gamma A \Xi$; erit igitur etiam ΞO ad HK perpendicularis, quoniam $B\Gamma$ ad $Z\Delta$ perpendicularis est et utraque utrique parallela [Eucl. XI, 10]. et quoniam planum per axem ductum cum sectionibus in punctis M , N concurrit intra lineas positae, adparet, idem planum lineas secare. secet in punctis Θ , E . itaque puncta M , E , Θ , N et in plano per axem ducto et in plano, in quo lineae, posita sunt; recta igitur est linea $ME\Theta N$ [Eucl. XI, 3]. et manifestum est, et Ξ , Θ , A , Γ in eadem recta esse et B , E , A , O ; nam et in superficie conica sunt et in

ΘE πρὸς ὀρθὰς αἰ ΘP , $E\Pi$, διὰ δὲ τοῦ A τῆ $ME\Theta N$
 παράλληλος ἦχθω ἡ $\Sigma A T$, καὶ πεποιήσθω, ὡς μὲν
 τὸ ἀπὸ τῆς $A\Sigma$ πρὸς τὸ ὑπὸ $B\Sigma\Gamma$, οὕτως ἡ ΘE
 πρὸς $E\Pi$, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τῆς $A T$ πρὸς τὸ ὑπὸ $O T\Xi$,
 5 οὕτως ἡ $E\Theta$ πρὸς ΘP . ἐπεὶ οὖν κῶνος, οὗ κορυφῆ
 μὲν τὸ A σημεῖον, βάσις δὲ ὁ $B\Gamma$ κύκλος, τέτμηται
 ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ πεποιήκε τομὴν τὸ $AB\Gamma$
 τρίγωνον, τέτμηται δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τέμνοντι
 τὴν βάσιν τοῦ κώνου κατ' εὐθεΐαν τὴν $\Delta M Z$ πρὸς
 10 ὀρθὰς οὕσαν τῆ $B\Gamma$, καὶ πεποιήκε τομὴν ἐν τῇ ἐπι-
 φανείᾳ τὴν $\Delta E Z$, ἡ δὲ διάμετρος ἡ ME ἐκβαλλομένη
 συμπέπτωκε μιᾷ πλευρᾷ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος τριγώνου
 ἐκτὸς τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου, καὶ διὰ τοῦ A σημείου
 τῆ διαμέτρῳ τῆς τομῆς τῆ EM παράλληλος ἦκται ἡ
 15 $A\Sigma$, καὶ ἀπὸ τοῦ E τῆ EM πρὸς ὀρθὰς ἦκται ἡ
 $E\Pi$, καὶ ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ $A\Sigma$ πρὸς τὸ ὑπὸ $B\Sigma\Gamma$,
 οὕτως ἡ $E\Theta$ πρὸς $E\Pi$, ἡ μὲν $\Delta E Z$ ἄρα τομὴ ὑπερ-
 βολὴ ἐστὶν, ἡ δὲ $E\Pi$ παρ' ἣν δύνανται αἰ ἐπὶ τὴν
 EM καταγόμεναι τεταγμένως, πλαγία δὲ τοῦ εἴδους
 20 πλευρὰ ἡ ΘE . ὁμοίως δὲ καὶ ἡ $H\Theta K$ ὑπερβολὴ
 ἐστὶν, ἧς διάμετρος μὲν ἡ ΘN , ἡ δὲ ΘP παρ' ἣν
 δύνανται αἰ ἐπὶ τὴν ΘN καταγόμεναι τεταγμένως,
 πλαγία δὲ τοῦ εἴδους πλευρὰ ἡ ΘE .

λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΘP τῆ $E\Pi$. ἐπεὶ γὰρ παράλ-
 25 ληλός ἐστὶν ἡ $B\Gamma$ τῆ ΞO , ἐστὶν ὡς ἡ $A\Sigma$ πρὸς $\Sigma\Gamma$,
 οὕτως ἡ $A T$ πρὸς $T\Xi$, καὶ ὡς ἡ $A\Sigma$ πρὸς ΣB , οὕτως
 ἡ $A T$ πρὸς $T O$. ἀλλ' ὁ τῆς $A\Sigma$ πρὸς $\Sigma\Gamma$ λόγος
 μετὰ τοῦ τῆς $A\Sigma$ πρὸς ΣB ὁ τοῦ ἀπὸ $A\Sigma$ ἐστὶ πρὸς
 τὸ ὑπὸ $B\Sigma\Gamma$, ὁ δὲ τῆς $A T$ πρὸς $T\Xi$ μετὰ τοῦ τῆς

2. πεποιείσθω V; corr. p. 3. $B\Sigma\Gamma$] $B\Gamma\Sigma$ V; corr. Memus.
 16. καὶ — 17. $E\Pi$] bis V; corr. cp. 16. $B\Sigma\Gamma$] $B\Gamma\Sigma$ V

transuersi figurae abscisis rationem habent, quam latus rectum figurae ad transuersum, inter se autem, quam spatia comprehensa rectis, uti diximus, abscisis.



sit hyperbola uel ellipsis uel ambitus circuli, cuius diameter sit AB , parametris autem $A\Gamma$, et ad diametrum ordinate ducantur ΔE , ZH . dico, esse

$$ZH^2 : AH \times HB = A\Gamma : AB,$$

$$ZH^2 : \Delta E^2 = AH \times HB : AE \times EB.$$

ducatur enim $B\Gamma$ diagonalis figurae, et per E , H rectae $A\Gamma$ parallelae ducantur $E\Theta$, HK . est igitur [prop. XII—XIII; de circulo u. Eutocius]

$ZH^2 = KH \times HA$, $\Delta E^2 = \Theta E \times EA$. et quoniam est $KH : HB = \Gamma A : AB$ [Eucl. VI, 4], et AH communi altitudine sumpta

$$KH : HB = KH \times HA : BH \times HA,$$

erit

$$\Gamma A : AB = KH \times HA : BH \times HA = ZH^2 : BH \times HA.$$

iam eodem modo erit $\Delta E^2 : BE \times EA = \Gamma A : AB$.

quare etiam $ZH^2 : BH \times HA = \Delta E^2 : BE \times EA$.

et permutando [Eucl. V, 16]

$$ZH^2 : \Delta E^2 = BH \times HA : BE \times EA.$$

AT πρὸς TO ὁ τοῦ ἀπὸ AT πρὸς τὸ ὑπὸ ΞTO ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ AS πρὸς τὸ ὑπὸ $B\Sigma\Gamma$, οὕτως τὸ ἀπὸ AT πρὸς τὸ ὑπὸ ΞTO . καὶ ἔστιν ὡς μὲν τὸ ἀπὸ AS πρὸς τὸ ὑπὸ $B\Sigma\Gamma$, ἢ ΘE πρὸς $E\Pi$, ὡς δὲ
 5 τὸ ἀπὸ AT πρὸς τὸ ὑπὸ ΞTO , ἢ ΘE πρὸς ΘP . καὶ ὡς ἄρα ἢ ΘE πρὸς $E\Pi$, ἢ $E\Theta$ πρὸς ΘP . ἴση ἄρα ἔστιν ἢ $E\Pi$ τῇ ΘP .

ιε'.

Ἐὰν ἐν ἑλλείψει ἀπὸ τῆς διχοτομίας τῆς διαμέτρου
 10 ἀχθείσα εὐθεῖα τεταγμένως ἐκβληθῆ ἔφ' ἐκάτερα ἕως τῆς τομῆς, καὶ ποιηθῆ ὡς ἢ ἐκβληθείσα πρὸς τὴν διάμετρον, ἢ διάμετρος πρὸς τινὰ εὐθεῖαν, ἣτις ἂν ἀπὸ τῆς τομῆς ἀχθῆ ἐπὶ τὴν ἐκβληθείσαν παράλληλος τῇ διαμέτρῳ, δυνήσεται τὸ παρακείμενον παρὰ τὴν
 15 τρίτην ἀνάλογον πλάτος ἔχον τὴν ὑπ' αὐτῆς ἀπολαμβανομένην πρὸς τῇ τομῇ ἑλλείπον εἶδει ὁμοίῳ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τε τῆς ἔφ' ἣν ἄγονται καὶ τῆς παρ' ἣν δύνανται, καὶ προσεκβαλλομένη ἕως τοῦ ἑτέρου μέρους τῆς τομῆς δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τῆς ἔφ' ἣν
 20 κατῆκται.

ἔστω ἑλλειψις, ἥς διάμετρος ἢ AB , καὶ τετμήσθω ἢ AB δίχα κατὰ τὸ Γ σημεῖον, καὶ διὰ τοῦ Γ ἤχθω τεταγμένως καὶ ἐκβεβλήσθω ἔφ' ἐκάτερα ἕως τῆς τομῆς ἢ $\Delta\Gamma E$, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ σημείου τῇ ΔE πρὸς ὀρθὰς
 25 ἤχθω ἢ ΔZ , καὶ ποιείσθω ὡς ἢ ΔE πρὸς AB , οὕτως ἢ AB πρὸς τὴν ΔZ , καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ H , καὶ διὰ τοῦ H τῇ AB παράλληλος ἤχθω ἢ $H\Theta$, καὶ ἐπεξεύχθω ἢ EZ , καὶ διὰ μὲν τοῦ Θ τῇ

8. ιε'] p, om. V, m. 2 v. 11. ποιήση V, corr. Halley. 19. μέρους] μέτρον V, corr. p et m. 2 v. 23. ἐκβεβλήσθω] cp, ἐκβλήσθω V, corr. m. rec. 24. τοῦ] p, om. V.

erit igitur $A\Sigma^2 : B\Sigma \times \Sigma\Gamma = AT^2 : \Xi T \times TO$. est autem $\Theta E : E\Pi = A\Sigma^2 : B\Sigma \times \Sigma\Gamma$,

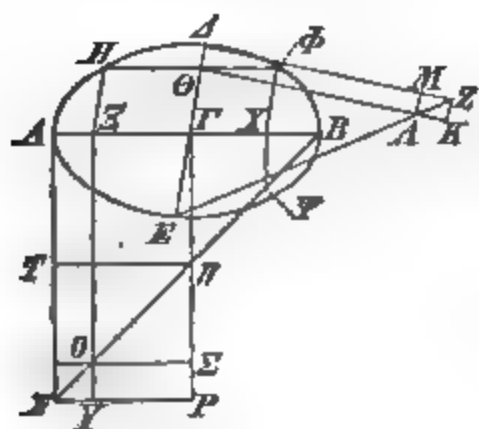
$$\Theta E : \Theta P = AT^2 : \Xi T \times TO.$$

quare etiam $\Theta E : EH = E\Theta : \Theta P$. ergo $E\Pi = \Theta P$ [Eucl. V, 9].

XV.

Si in ellipsi recta a puncto medio diametri ordinate ducta in utramque partem usque ad sectionem producitur, et fit, ut producta ad diametrum, ita diameter ad rectam aliquam, quaelibet recta, quae a sectione ad productam diametro parallela ducitur, quadrata aequalis erit spatio tertiae illi proportionali adplicato, quod latitudinem habet rectam ab ea ad sectionem abscisam et figura deficit simili rectangulo ab ea, ad quam ducuntur, parametroque comprehenso, et ad alteram partem sectionis producta a recta, ad quam ducta est, in duas partes aequales secabitur.

sit ellipsis, cuius diameter sit AB , et secetur AB in Γ puncto in duas partes aequales, et per Γ ordinate ducatur et in utramque



partem usque ad sectionem producat $\Delta\Gamma E$, et a Δ puncto ad ΔE perpendicularis ducatur ΔZ , fiatque

$$AB : \Delta Z = \Delta E : AB,$$

et sumatur punctum aliquod H in sectione, et per H rectae AB parallela ducatur $H\Theta$,

ducaturque EZ , et per Θ rectae ΔZ parallela ducatur ΘA , per Z , A autem rectae ΘA parallelae ducantur

ΔZ παράλληλος ἤχθω ἢ $\Theta \Delta$, δια δὲ τῶν Z, Δ τῆ $\Theta \Delta$
 παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ $ZK, \Delta M$. λέγω, ὅτι ἡ $H\Theta$
 δύναται τὸ $\Delta \Delta$, ὃ παράκειται παρὰ τὴν ΔZ πλάτος ἔχον
 τὴν $\Delta \Theta$ ἑλλείπον εἶδει τῷ ΔZ ὁμοίῳ ὄντι τῷ ὑπὸ $E \Delta Z$.
 5 ἔστω γὰρ παρ' ἣν δύνανται αἱ ἐπὶ τὴν AB κατ-
 αγόμεναι τεταγμένως ἢ AN , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ BN , καὶ
 διὰ μὲν τοῦ H τῆ ΔE παράλληλος ἤχθω ἢ $H\Xi$, δια
 δὲ τῶν Ξ, Γ τῆ AN παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ $\Xi O, \Gamma \Pi$,
 διὰ δὲ τῶν N, O, Π τῆ AB παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ
 10 NT, OS, TP . ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς $\Delta \Gamma$ τῷ
 AP , τὸ δὲ ἀπὸ τῆς $H\Xi$ τῷ AO . καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς ἢ
 BA πρὸς AN , οὕτως ἢ $B\Gamma$ πρὸς $\Gamma \Pi$, καὶ ἢ ΠT πρὸς TN ,
 ἴση δὲ ἢ $B\Gamma$ τῆ ΓA , τουτέστι τῆ $T \Pi$, καὶ ἢ $\Gamma \Pi$ τῆ $T A$,
 ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ μὲν AP τῷ TP , τὸ δὲ ΞT τῷ $T \Gamma$.
 15 καὶ ἐπεὶ τὸ OT τῷ OP ἐστίν ἴσον, κοινὸν δὲ τὸ NO ,
 τὸ $T \Gamma$ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ $N \Sigma$. ἀλλὰ τὸ $T \Gamma$ τῷ $T \Xi$ ἐστίν
 ἴσον, κοινὸν δὲ τὸ $T \Sigma$. ὅλον ἄρα τὸ $N \Pi$, τουτέστι τὸ
 ΠA , ἴσον ἐστὶ τῷ AO μετὰ τοῦ ΠO . ὥστε τὸ ΠA τοῦ
 AO ὑπερέχει τῷ $O \Pi$. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν AP ἴσον τῷ ἀπο
 20 τῆς $\Gamma \Delta$, τὸ δὲ AO ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΞH , τὸ δὲ $O \Pi$ ἴσον
 τῷ ὑπὸ $O \Sigma \Pi$. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς $\Gamma \Delta$ τοῦ ἀπο τῆς $H \Xi$
 ὑπερέχει τῷ ὑπὸ τῶν $O \Sigma \Pi$. καὶ ἐπεὶ ἡ ΔE τέτμηται
 εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ Γ , εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Θ , τὸ ἄρα
 ὑπὸ τῶν $E \Theta \Delta$ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς $\Gamma \Theta$, τουτέστι τῆς
 25 ΞH , ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $\Gamma \Delta$. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς $\Gamma \Delta$
 τοῦ ἀπὸ τῆς ΞH ὑπερέχει τῷ ὑπὸ τῶν $E \Theta \Delta$. ὑπερεἶχε
 δὲ τὸ ἀπὸ τῆς $\Gamma \Delta$ τοῦ ἀπὸ τῆς $H \Xi$ τῷ ὑπὸ τῶν
 $O \Sigma \Pi$. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $E \Theta \Delta$ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν
 $O \Sigma \Pi$. καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς ἢ ΔE πρὸς AB , οὕτως ἢ

1. $\Theta \Delta$] $\Theta \Delta$ V; corr. p. 10. NT] NTP Halley cum
 Command., NP p. 12. διὰ τὸ δ' [τοῦ] ε' mg. m. 1 V

$ZK, \Delta M.$ dico, esse $H\Theta^2 = \Delta\Delta$, quod rectae ΔZ adplicatum est latitudinem habens $\Delta\Theta$ et figura deficiens ΔZ simili rectangulo $E\Delta Z$.

sit enim parametrus rectarum ad AB ordinate ductarum AN , ducaturque BN , et per H rectae ΔE parallela ducatur $H\Xi$, per Ξ, Γ autem rectae AN parallelae ducantur $\Xi O, \Gamma\Pi$, per N, O, Π autem rectae AB parallelae ducantur $N\Upsilon, O\Sigma, T\Pi$; itaque
 $\Delta\Gamma^2 = \Delta\Pi, H\Xi^2 = \Delta O$ [prop. XIII].

et quoniam est

$BA : AN = B\Gamma : \Gamma\Pi = \Pi T : TN$ [Eucl. VI, 4],
 et $B\Gamma = \Gamma A = T\Pi, \Gamma\Pi = TA$, erit $\Delta\Pi = TP$,
 $\Xi T = T\Upsilon$ [Eucl. VI, 1]. et quoniam $OT = OP$
 [Eucl. I, 43], et NO commune est, erit $T\Upsilon = N\Sigma$.
 est autem $T\Upsilon = T\Xi$, et $T\Sigma$ commune. quare
 $N\Pi = \Delta O + \Pi O$, hoc est $\Pi A = \Delta O + \Pi O$. itaque
 $\Pi A \div \Delta O = O\Pi$. est autem

$$\Delta\Pi = \Gamma\Delta^2, \Delta O = \Xi H^2, O\Pi = O\Sigma \times \Sigma\Pi;$$

itaque

$$\Gamma\Delta^2 \div H\Xi^2 = O\Sigma \times \Sigma\Pi.$$

et quoniam ΔE in Γ in partes aequales, in Θ autem in inaequales secta est, erit $E\Theta \times \Theta\Delta + \Gamma\Theta^2 = \Gamma\Delta^2$
 [Eucl. II, 5] = $E\Theta \times \Theta\Delta + \Xi H^2$. quare

$$\Gamma\Delta^2 \div \Xi H^2 = E\Theta \times \Theta\Delta.$$

erat autem

$$\Gamma\Delta^2 \div H\Xi^2 = O\Sigma \times \Sigma\Pi.$$

quare

$$E\Theta \times \Theta\Delta = O\Sigma \times \Sigma\Pi.$$

στοιχείων add. m. rec. 13. $\Gamma\Pi$] $B\Pi V$; corr. Memus. TA] *scripsi*; $\Pi N V, TN$ *ἐστὶν ἴση* Halley, *tn* Command. et Memus.

ἴση· ὥστε καὶ ἡ $H\Theta$ τῆ $\Theta\Phi$. ἡ ἄρα ΘH ἐκβαλλομένη ἕως τοῦ ἑτέρου μέρους τῆς τομῆς δίχα τέμνεται ὑπὸ τῆς $\Delta\Theta$.

ις'.

5 Ἐὰν διὰ τῆς διχοτομίας τῆς πλαγίας πλευρᾶς τῶν ἀντικειμένων ἀχθῆ τις εὐθεῖα παρὰ τεταγμένως κατηγμένην, διάμετρος ἔσται τῶν ἀντικειμένων συζυγῆς τῆ προὔπαρχούσης διαμέτρου.

ἔστωσαν ἀντικείμενοι, ὧν διάμετρος ἡ AB , καὶ
10 τεμήσθω δίχα ἡ AB κατὰ τὸ Γ , καὶ διὰ τοῦ Γ ἤχθω παρὰ τεταγμένως κατηγμένην ἡ $\Gamma\Delta$. λέγω, ὅτι διάμετρος ἔστιν ἡ $\Gamma\Delta$ συζυγῆς τῆ AB .

ἔστωσαν γὰρ παρ' ἃς δύνανται αἱ καταγόμεναι αἱ
 AE, BZ εὐθεῖαι, καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ AZ, BE ἐκ-
15 βεβλήσθωσαν, καὶ εἰλήφθω τι ἐπὶ τῆς ἑτέρας τῶν τομῶν τυχὸν σημεῖον τὸ H , καὶ διὰ μὲν τοῦ H τῆ AB παράλληλος ἤχθω ἡ $H\Theta$, ἀπὸ δὲ τῶν H, Θ κατήχθωσαν τεταγμένως αἱ $HK, \Theta\Lambda$, διὰ δὲ τῶν K, Λ ταῖς AE, BZ παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ $KM, \Lambda N$. ἐπεὶ οὖν ἴση ἔστιν
20 ἡ HK τῆ $\Theta\Lambda$, ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς HK τῷ ἀπὸ τῆς $\Theta\Lambda$. ἀλλὰ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς HK ἴσον ἔστι τῷ ὑπὸ τῶν AKM , τὸ δὲ ἀπὸ τῆς $\Theta\Lambda$ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν $B\Lambda N$. τὸ ἄρα ὑπὸ AKM ἴσον ἔστι τῷ ὑπὸ $B\Lambda N$. καὶ ἐπεὶ ἴση ἔστιν ἡ AE τῆ BZ , ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ AE πρὸς AB , οὕτως ἡ BZ πρὸς BA . ἀλλ' ὡς μὲν ἡ AE πρὸς AB , οὕτως ἡ MK πρὸς KB , ὡς δὲ ἡ ZB πρὸς BA , οὕτως ἡ NA πρὸς AA . καὶ ὡς ἄρα ἡ MK πρὸς KB , οὕτως

1. ἡ] (pr.) p, om. V. 4. ις'] p, om. V, m. 2 v. 6. παρατεταγμένως κατηγμένη V; corr. Halley. 11. παρατεταγμένως κατηγμένη V; corr. Halley. 21. ἴσον] om. V; corr. p.

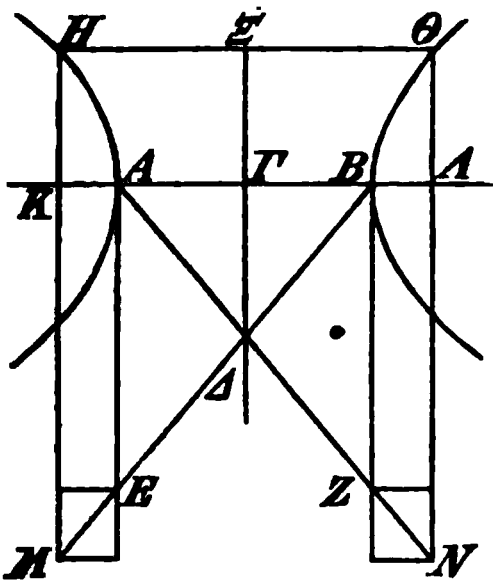
autem etiam $AG = GB$. quare etiam $\Xi\Gamma = \Gamma\chi$ itaque etiam $H\Theta = \Theta\Phi$. ergo ΘH ad alteram partem sectionis producta in duas partes aequales secatur a $\Delta\Theta$.

XVI.

Si per punctum medium lateris transuersi oppositarum recta rectae ordinate ductae parallela ducitur, diameter erit oppositarum cum diametro proposita coniugata.

sint oppositae, quarum diameter sit AB , et AB in Γ in duas partes aequales secetur, per Γ autem rectae ordinate ductae parallela ducatur $\Gamma\Delta$. dico, $\Gamma\Delta$ diametrum esse cum diametro AB coniugatam.

sint enim parametri rectae AE , BZ , et ductae AZ , BE producantur, sumaturque in alterutra sectione



quoduis punctum H , et per H rectae AB parallela ducatur $H\Theta$, ab H , Θ autem ordinate ducantur HK , $\Theta\Lambda$, per K , Λ autem rectis AE , BZ parallelae ducantur KM , ΛN . quoniam igitur

$$HK = \Theta\Lambda \text{ [Eucl. I, 34],}$$

erit etiam $HK^2 = \Theta\Lambda^2$. est autem

$$HK^2 = AK \times KM,$$

$$\Theta\Lambda^2 = B\Lambda \times \Lambda N \text{ [prop. XII;}$$

Eucl. I, 34]. quare $AK \times KM = B\Lambda \times \Lambda N$. et quoniam $AE = BZ$ [prop. XIV], erit

$$AE : AB = BZ : BA \text{ [Eucl. V, 9].}$$

22. AKM — τῶν] om. V; corr. p (KA , AE ; corr. Memus). 23. διὰ τοῦ λδ' τοῦ α' τῶν στοιχείων mg. m. 1 V. 19. ἐστίν] c, -ίν in ras. m. 1 V. 25. BZ] c, B eras. V; ZB p.

ἡ $ΝΑ$ πρὸς τὴν $ΑΑ$. ἀλλ' ὡς ἡ $ΜΚ$ πρὸς τὴν $ΚΒ$,
 τῆς $ΚΑ$ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης οὕτως τὸ ὑπὸ
 $ΜΚΑ$ πρὸς τὸ ὑπὸ $ΒΚΑ$, ὡς δὲ ἡ $ΝΑ$ πρὸς $ΑΑ$,
 τῆς $ΒΑ$ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης οὕτως τὸ ὑπὸ
 5 $ΝΑΒ$ πρὸς τὸ ὑπὸ $ΑΑΒ$. καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ $ΜΚΑ$
 πρὸς τὸ ὑπὸ $ΒΚΑ$, οὕτως τὸ ὑπὸ $ΝΑΒ$ πρὸς τὸ ὑπὸ
 $ΑΑΒ$. καὶ ἐναλλάξ, ὡς τὸ ὑπὸ $ΜΚΑ$ πρὸς τὸ ὑπὸ
 $ΝΑΒ$, οὕτως τὸ ὑπὸ $ΒΚΑ$ πρὸς τὸ ὑπὸ $ΑΑΒ$. καὶ
 ἐστὶν ἴσον τὸ ὑπὸ $ΜΚΑ$ τῷ ὑπὸ $ΝΑΒ$. ἴσον ἄρα
 10 ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ $ΒΚΑ$ τῷ ὑπὸ $ΑΑΒ$. ἴση ἄρα ἡ $ΑΚ$
 τῇ $ΑΒ$. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ $ΑΓ$ τῇ $ΓΒ$ ἴση· καὶ ὅλη ἄρα
 ἡ $ΚΓ$ ὅλη τῇ $ΓΑ$ ἴση ἐστίν· ὥστε καὶ ἡ $ΗΞ$ τῇ $ΞΘ$.
 ἡ $ΗΘ$ ἄρα δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς $ΞΓΔ$. καὶ ἐστὶ παρ-
 ἀλληλος τῇ $ΑΒ$. διάμετρος ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ $ΞΓΔ$ συ-
 15 ζυγῆς τῇ $ΑΒ$.

ὄροι β'.

Τῆς ὑπερβολῆς καὶ τῆς ἐλλείψεως ἑκατέρας ἡ διχο-
 τομία τῆς διαμέτρου κέντρον τῆς τομῆς καλείσθω, ἡ
 δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου πρὸς τὴν τομὴν προσπίπτουσα ἐκ
 20 τοῦ κέντρου τῆς τομῆς.

ὁμοίως δὲ καὶ τῶν ἀντικειμένων ἡ διχοτομία τῆς
 πλαγίας πλευρᾶς κέντρον καλείσθω.

ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἠγμένη παρὰ τεταγμένως
 κατηγμένην μέσον τε λόγον ἔχουσα τῶν τοῦ εἶδους
 25 πλευρῶν καὶ δίχα τεμνομένη ὑπὸ τοῦ κέντρου δευτέρα
 διάμετρος καλείσθω.

3. $ΝΑ$] cv , $ΝΑ$ uel $ΜΑ$ V , $ΚΑ$ p . 10. ἄρα] ἄρα καὶ cp ,
 ἄρα ἐστίν $Eutocius$. 13. $ΞΓΔ$] cv , $Γ$ $ins.$ $m.$ 1 V ; $ΔΓΞ$ p .

21. ἀντικειμένων V ; $corr.$ cvp . 23. παρατεταγμένως V ,
 ut uulgo.

uerum $AE : AB = MK : KB$, $ZB : BA = NA : AA$
[Eucl. VI, 4]. itaque etiam

$$MK : KB = NA : AA.$$

est autem communi altitudine sumpta KA

$$MK : KB = MK \times KA : BK \times KA,$$

et communi altitudine BA sumpta

$$NA : AA = NA \times AB : AA \times AB.$$

quare etiam

$$MK \times KA : BK \times KA = NA \times AB : AA \times AB.$$

et permutando

$$MK \times KA : NA \times AB = BK \times KA : AA \times AB$$

[Eucl. V, 16]. et

$$MK \times KA = NA \times AB.$$

quare etiam $BK \times KA = AA \times AB$. itaque $AK = AB$
[u. Eutocius]. uerum etiam $AG = GB$. quare est
 $K\Gamma = \Gamma A$. quare etiam $H\Xi = \Xi\Theta$ [Eucl. I, 34].
itaque $H\Theta$ a $\Xi\Gamma A$ in duas partes aequales secta est;
et rectae AB parallela est. ergo etiam $\Xi\Gamma A$ dia-
metrus est et cum diametro AB coniugata [def. 6].

Definitiones alterae.

1. Et in hyperbola et in ellipsi punctum medium
diametri centrum sectionis uocetur, recta autem a
centro ad sectionem ducta radius sectionis.

2. et similiter etiam in oppositis punctum medium
lateris transuersi centrum uocetur.

3. recta autem a centro rectae ordinate ductae
parallela ducta, quae et mediam rationem habet laterum
figurae et a centro in duas partes aequales secatur,
diametrus altera uocetur.

ιξ'.

Ἐὰν ἐν κώνου τομῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τῆς γραμμῆς ἀχθῆ εὐθεῖα παρὰ τεταγμένως κατηγμένην, ἐκτὸς πεσεῖται τῆς τομῆς.

5 ἔστω κώνου τομή, ἧς διάμετρος ἡ AB . λέγω, ὅτι ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς, τουτέστι τοῦ A σημείου, παρὰ τεταγμένως κατηγμένην ἀγομένη εὐθεῖα ἐκτὸς πεσεῖται τῆς τομῆς.

εἰ γὰρ δυνατόν, πιπτέτω ἐντὸς ὡς ἡ AG . ἐπεὶ οὖν
10 ἐν κώνου τομῇ εἴληπται τυχὸν σημεῖον τὸ Γ , ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ Γ σημείου ἐντὸς τῆς τομῆς ἀγομένη παρὰ τεταγμένως κατηγμένην συμβαλεῖ τῇ AB διαμέτρῳ καὶ δίχα τμηθήσεται ὑπ' αὐτῆς. ἡ AG ἄρα ἐκβαλλομένη δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τῆς AB ὅπερ ἄτοπον· ἐκβαλλο-
15 μένη γὰρ ἡ AG ἐκτὸς πίπτει τῆς τομῆς. οὐκ ἄρα ἡ ἀπο τοῦ A σημείου παρὰ τεταγμένως κατηγμένην ἀγομένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τῆς γραμμῆς· ἐκτὸς ἄρα πεσεῖται· διόπερ ἐφάπτεται τῆς τομῆς.

ιη'.

20 Ἐὰν κώνου τομῇ εὐθεῖα συμπιπτουσα ἐκβαλλομένη ἐφ' ἐκάτερα ἐκτος πίπτῃ τῆς τομῆς, ληφθῆ δέ τι σημεῖον ἐντὸς τῆς τομῆς, καὶ δι' αὐτοῦ παράλληλος ἀχθῆ τῇ συμπιπτούσῃ, ἡ ἀχθεῖσα ἐκβαλλομένη ἐφ' ἐκάτερα συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

25 ἔστω κώνου τομή καὶ συμπιπτουσα αὐτῇ ἡ AZB εὐθεῖα, καὶ ἐκβαλλομένη ἐφ' ἐκάτερα ἐκτὸς πιπτέτω τῆς τομῆς, καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐντὸς τῆς τομῆς τὸ Γ , καὶ διὰ τοῦ Γ τῇ AB παράλληλος ἤχθω ἡ $\Gamma\Delta$.

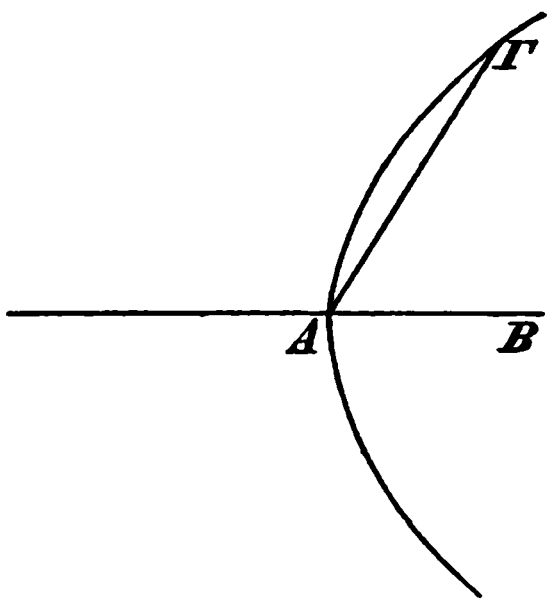
1. ιξ'] p, om. V, m. 2 v. 9. AG] cnp, A e corr. m. 1 V.
19. ιη'] p, om. V, m. 2 v.

XVII.

Si in sectione conici a uertice lineae rectae rectae ordinate ductae parallela ducitur, extra sectionem cadet.

sit conici sectio, cuius diametrus sit AB . dico, rectam a uertice, hoc est a puncto A , rectae ordinate ductae parallelam ductam extra sectionem cadere.

nam si fieri potest, intra cadat ut $A\Gamma$. iam quoniam in conici sectione sumptum est punctum aliquod



Γ , recta a Γ puncto intra sectionem ducta rectae ordinate ductae parallela cum diametro AB concurret et ab ea in duas partes aequales secabitur [prop. VII]. itaque $A\Gamma$ producta ab AB in duas partes aequales secabitur; quod fieri non postet; producta enim $A\Gamma$ extra sectionem

cadit [prop. X]. itaque recta ab A puncto rectae ordinate ductae parallela ducta intra lineam non cadet. ergo extra cadet; quare sectionem contingit.

XVIII.

Si recta cum conici sectione concurrens in utramque partem producta extra sectionem cadit, et intra sectionem punctum aliquod sumitur, et per hoc rectae concurrenti parallela ducitur recta, recta ita ducta in utramque partem producta cum sectione concurret.

sit conici sectio et cum ea concurrens recta AZB , et in utramque partem producta extra sectionem cadat,

λέγω, ὅτι ἡ $\Gamma\Delta$ ἐκβαλλομένη ἐφ' ἐκάτερα συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

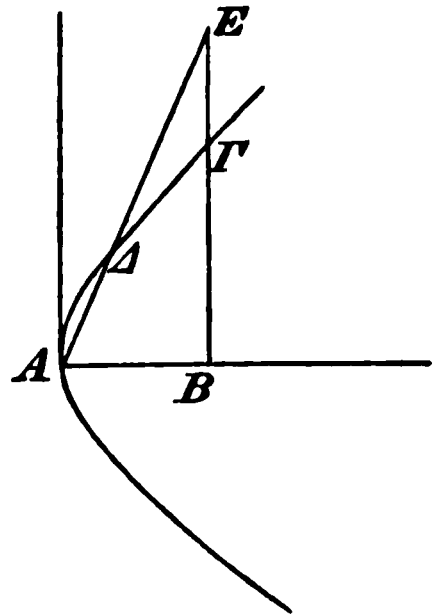
εἰλήφθω γάρ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ E , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ EZ . καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστὶν ἡ AB 5 τῇ $\Gamma\Delta$, καὶ τῇ AB συμπίπτει τις εὐθεῖα ἡ EZ , καὶ ἡ $\Gamma\Delta$ ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ EZ . καὶ εἰ μὲν μεταξὺ τῶν E, Z , φανερόν, ὅτι καὶ τῇ τομῇ συμπίπτει, ἐὰν δὲ ἐκτὸς τοῦ E σημείου, πρότερον τῇ τομῇ συμπεσεῖται. ἡ ἄρα $\Gamma\Delta$ ἐκβαλλομένη ὡς ἐπὶ τὰ Δ, E 10 μέρη συμπίπτει τῇ τομῇ. ὁμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι καὶ ὡς ἐπὶ τὰ Z, B ἐκβαλλομένη συμπίπτει. ἡ $\Gamma\Delta$ ἄρα ἐκβαλλομένη ἐφ' ἐκάτερα συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

ιθ'.

Ἐν πάσῃ κώνου τομῇ, ἣτις ἂν ἀπὸ τῆς διαμέτρου 15 παρὰ τεταγμένως κατηγμένην ἀχθῇ, συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

ἔστω κώνου τομή, ἥς διάμετρος ἡ AB , καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς διαμέτρου τὸ B , καὶ διὰ τοῦ B 20 παρὰ τεταγμένως κατηγμένην ἔχθω ἡ $B\Gamma$. λέγω, ὅτι ἡ $B\Gamma$ ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

εἰλήφθω γάρ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ Δ . ἔστι δὲ καὶ τὸ A ἐπὶ 25 τῆς τομῆς. ἡ ἄρα ἀπὸ τοῦ A ἐπὶ τὸ Δ ἐπιξενυγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τῆς τομῆς. καὶ ἐπεὶ ἡ ἀπὸ τοῦ A παρὰ τεταγμένως κατηγμένην ἀγομένη εὐθεῖα ἐκτὸς πίπτει τῆς τομῆς, καὶ

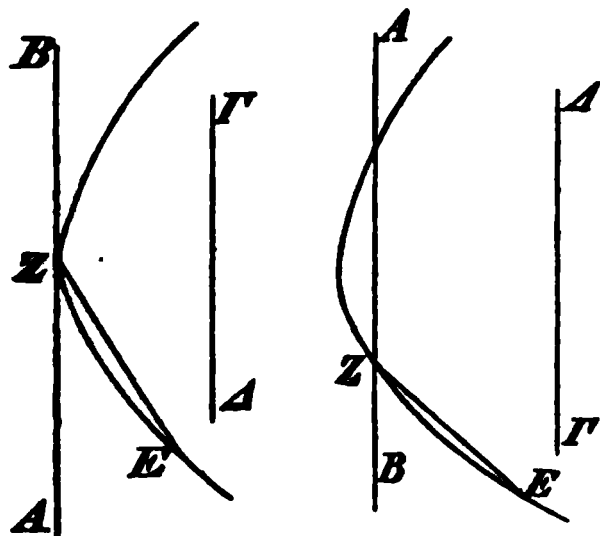


11. ἐμπίπτει V; corr. p.

13. ιθ'] p, om. V, m. 2 v.

et intra sectionem punctum aliquod Γ sumatur, et per Γ rectae AB parallela ducatur $\Gamma\Delta$. dico, $\Gamma\Delta$ in utramque partem productam cum sectione concurrere.

sumatur enim in sectione punctum aliquod E , et ducatur EZ . et quoniam AB rectae $\Gamma\Delta$ parallela



est, et cum AB recta EZ concurrit, etiam $\Gamma\Delta$ producta cum EZ concurret. et siue inter E, Z concurrit, manifestum est, eam etiam cum sectione concurrere, siue extra punctum E , prius cum sectione concurret. itaque $\Gamma\Delta$ ad partes Δ, E uersus producta

cum sectione concurrit. similiter demonstrabimus, eam etiam ad Z, B uersus productam concurrere. ergo $\Gamma\Delta$ in utramque partem producta cum sectione concurret.

XIX.

In qualibet conici sectione recta, quaecunque a diametro rectae ordinate ductae parallela ducitur, cum sectione concurret.

sit conici sectio, cuius diameter sit AB , et in diametro punctum aliquod B sumatur, et per B rectae ordinate ductae parallela ducatur $B\Gamma$. dico, $B\Gamma$ productam cum sectione concurrere.

sumatur enim in sectione punctum aliquod Δ ; uerum etiam A in sectione est; itaque recta ab A ad Δ ducta intra sectionem cadet [prop. X]. et quoniam

In figura priore litteras A, B permutaui, altera in prop. 19 hab. V, sed numerus 18 (e corr.) additus ei est.

συμπίπτει αὐτῇ ἢ $ΑΔ$, καὶ ἐστὶ τῇ κατηγμένη παρα-
 ἄλληλος ἢ $ΒΓ$, καὶ ἢ $ΒΓ$ ἄρα συμπεσεῖται τῇ $ΑΔ$. καὶ
 εἰ μὲν μεταξὺ τῶν $Α, Δ$ σημείων, φανερόν, ὅτι καὶ
 τῇ τομῇ συμπεσεῖται, εἰ δὲ ἐκτὸς τοῦ $Δ$ ὡς κατὰ τὸ $Ε$,
 5 πρότερον τῇ τομῇ συμπεσεῖται. ἢ ἄρα ἀπὸ τοῦ $Β$ παρα-
 τεταγμένως κατηγμένην ἀγομένη εὐθεῖα συμπεσεῖται τῇ
 τομῇ.

κ'.

Ἐὰν ἐν παραβολῇ ἀπὸ τῆς τομῆς καταχθῶσι δύο
 εὐθεῖαι ἐπὶ τὴν διάμετρον τεταγμένως, ἔσται ὡς τὰ
 10 ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα πρὸς ἄλληλα, οὕτως αἱ ἀπο-
 τεμνόμεναι ὑπ' αὐτῶν ἀπὸ τῆς διαμέτρου πρὸς τῇ
 κορυφῇ τῆς τομῆς.

• ἔστω παραβολή, ἧς διάμετρος ἢ $ΑΒ$, καὶ εἰλήφθω
 τινὰ σημεία ἐπ' αὐτῆς τὰ $Γ, Δ$, καὶ ἀπὸ τῶν $Γ, Δ$
 15 τεταγμένως κατήχθωσαν ἐπὶ τὴν $ΑΒ$ αἱ $ΓΕ, ΔΖ$.
 λέγω, ὅτι ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ $ΔΖ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΓΕ$,
 οὕτως ἢ $ΖΑ$ πρὸς $ΑΕ$.

ἔστω γὰρ παρ' ἣν δύνανται αἱ καταγόμεναι ἢ $ΑΗ$.
 ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς $ΔΖ$ τῷ ὑπὸ $ΖΑΗ$,
 20 τὸ δὲ ἀπὸ τῆς $ΓΕ$ τῷ ὑπὸ τῶν $ΕΑΗ$. ἔστιν ἄρα,
 ὡς τὸ ἀπὸ $ΔΖ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΓΕ$, οὕτως τὸ ὑπὸ $ΖΑΗ$
 πρὸς τὸ ὑπὸ $ΕΑΗ$. ὡς δὲ τὸ ὑπὸ $ΖΑΗ$ πρὸς τὸ ὑπὸ
 $ΕΑΗ$, οὕτως ἢ $ΖΑ$ πρὸς $ΑΕ$. καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ $ΔΖ$
 πρὸς τὸ ἀπὸ $ΓΕ$, οὕτως ἢ $ΖΑ$ πρὸς $ΑΕ$.

25

κα'.

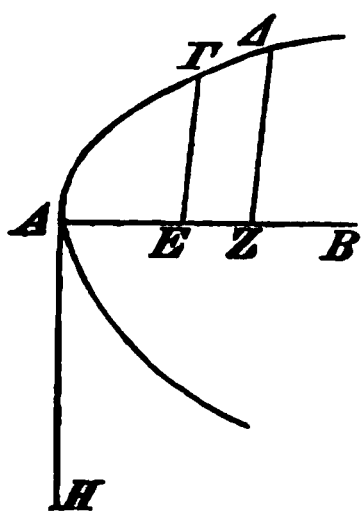
Ἐὰν ἐν ὑπερβολῇ ἢ ἐλλείψει ἢ κύκλου περιφερείᾳ
 εὐθεῖαι ἀχθῶσι τεταγμένως ἐπὶ τὴν διάμετρον, ἔσται

7. κ'] p, om. V, m. 2 v. 25. κα'] p, om. V, m. 2 v. 26.
 ἦ] (alt.) ἢ V; corr. p. περιφέρεια V; corr. p.

recta ab A rectae ordinate ductae parallela ducta extra sectionem cadit [prop XVII], et cum illa concurrat $A\Delta$, et $B\Gamma$ rectae ordinate ductae parallela est, etiam $B\Gamma$ cum $A\Delta$ concurret. et siue inter puncta A , Δ concurrat, manifestum est, eam etiam cum sectione concurrere, siue extra Δ concurrat ut in E , prius cum sectione concurret. ergo recta a B rectae ordinate ductae parallela ducta cum sectione concurret.

XX.

Si in parabola a sectione duae rectae ad diametrum ordinate ducuntur, erunt, ut quadrata earum inter se, ita rectae ab iis e diametro ad uerticem sectionis abscisae.



sit parabola, cuius diametrus sit AB , et in ea puncta aliqua sumantur Γ , Δ , et a Γ , Δ ad AB ordinate ducantur ΓE , ΔZ . dico, esse

$$\Delta Z^2 : \Gamma E^2 = ZA : AE.$$

sit enim parametrum AH . est igitur

[prop. XI] $\Delta Z^2 = ZA \times AH$, $\Gamma E^2 = EA \times AH$.

quare

$$\Delta Z^2 : \Gamma E^2 = ZA \times AH : EA \times AH.$$

est autem

$$ZA \times AH : EA \times AH = ZA : AE.$$

ergo etiam $\Delta Z^2 : \Gamma E^2 = ZA : AE$.

XXI.

Si in hyperbola uel ellipsi uel ambitu circuli rectae ad diametrum ordinate ducuntur, quadrata earum ad spatia comprehensa rectis ab iis ad terminos lateris

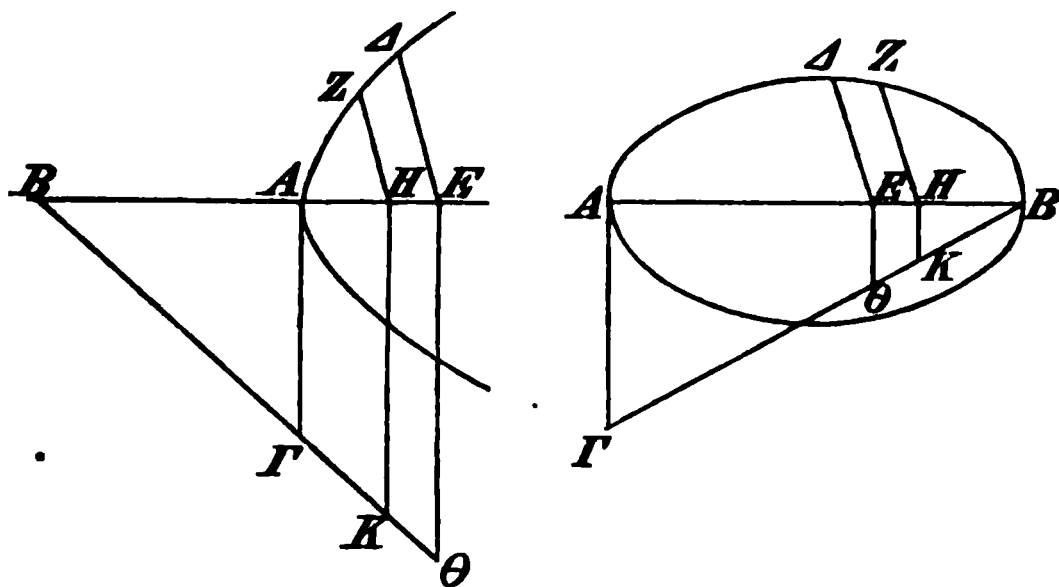
τὰ ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα πρὸς μὲν τὰ περιεχόμενα
χωρία ὑπὸ τῶν ἀπολαμβανομένων ὑπ' αὐτῶν πρὸς τοῖς
πέρασι τῆς πλαγίας πλευρᾶς τοῦ εἶδους ὡς τοῦ εἶδους
ἢ ὀρθία πλευρὰ πρὸς τὴν πλαγίαν, πρὸς ἄλληλα δέ,
δ ὡς τὰ περιεχόμενα χωρία ὑπὸ τῶν, ὡς εἴρηται, ἀπο-
λαμβανομένων εὐθειῶν.

ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια, ἣς
διάμετρος μὲν ἡ AB , παρ' ἣν δὲ δύνανται αἱ κατ-
αγόμεναι ἡ AG , καὶ κατήχθωσαν ἐπὶ τὴν διάμετρον
10 τεταγμένως αἱ DE , ZH . λέγω, ὅτι ἐστίν, ὡς μὲν τὸ
ἀπὸ τῆς ZH πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν AHB , οὕτως ἡ AG
πρὸς AB , ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ZH πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς DE ,
οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν AHB πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν AEB .

ἐπεξεύχθω γὰρ ἡ $BΓ$ διορίζουσα τὸ εἶδος, καὶ διὰ
15 τῶν E , H τῇ AG παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ $EΘ$, HK .
ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς ZH τῷ ὑπὸ KHA , τὸ
δὲ ἀπὸ τῆς DE τῷ ὑπὸ $ΘEA$. καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς
ἡ KH πρὸς HB , οὕτως ἡ GA πρὸς AB , ὡς δὲ ἡ KH
πρὸς HB , τῆς AH κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης οὕτως
20 τὸ ὑπὸ KHA πρὸς τὸ ὑπὸ BHA , ὡς ἄρα ἡ GA
πρὸς AB , οὕτως τὸ ὑπὸ KHA , τουτέστι τὸ ἀπὸ ZH ,
πρὸς τὸ ὑπὸ BHA . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἐστὶ καὶ, ὡς τὸ
ἀπὸ DE πρὸς τὸ ὑπὸ BEA , οὕτως ἡ GA πρὸς AB .
καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ZH πρὸς τὸ ὑπὸ BHA , οὕτως
25 τὸ ἀπὸ DE πρὸς τὸ ὑπὸ BEA . ἐναλλάξ, ὡς τὸ ἀπὸ
 ZH πρὸς τὸ ἀπὸ DE , οὕτως τὸ ὑπὸ BHA πρὸς τὸ
ὑπὸ BEA .

2. ὑπολαμβανομένων V; corr. p. 7. ἦ] ἡ V; corr. p. ἦ]
ἡ V; corr. p. 10. μὲν] cp, supra scr. m. 1 V. 14. BΓ]
HBΓ V; corr. p. 16. KHA] KAH V; corr. Memus. 22.
τά] om. V; corr. p. 23. ἦ] p, om. V in extr. lin. 24. πρὸς]
π in ras. m. 1 V. 27. BEA] BE, EA V; corr. Memus.

transuersi figurae abscisis rationem habent, quam latus rectum figurae ad transuersum, inter se autem, quam spatia comprehensa rectis, uti diximus, abscisis.



sit hyperbola uel ellipsis uel ambitus circuli, cuius diameter sit AB , parametris autem $A\Gamma$, et ad diametrum ordinate ducantur ΔE , ZH . dico, esse

$$ZH^2 : AH \times HB = A\Gamma : AB,$$

$$ZH^2 : \Delta E^2 = AH \times HB : AE \times EB.$$

ducatur enim $B\Gamma$ diagonalis figurae, et per E , H rectae $A\Gamma$ parallelae ducantur $E\Theta$, HK . est igitur [prop. XII—XIII; de circulo u. Eutocius]

$ZH^2 = KH \times HA$, $\Delta E^2 = \Theta E \times EA$. et quoniam est $KH : HB = \Gamma A : AB$ [Eucl. VI, 4], et AH communi altitudine sumpta

$$KH : HB = KH \times HA : BH \times HA,$$

erit

$$\Gamma A : AB = KH \times HA : BH \times HA = ZH^2 : BH \times HA.$$

iam eodem modo erit $\Delta E^2 : BE \times EA = \Gamma A : AB$.

quare etiam $ZH^2 : BH \times HA = \Delta E^2 : BE \times EA$.

et permutando [Eucl. V, 16]

$$ZH^2 : \Delta E^2 = BH \times HA : BE \times EA.$$

κβ'.

Ἐὰν παραβολὴν ἢ ὑπερβολὴν εὐθεῖα τέμνη κατα
 δύο σημεῖα μὴ συμπίπτουσα τῇ διαμέτρῳ ἐντός, ἐκ-
 βαλλομένη συμπεσεῖται τῇ διαμέτρῳ τῆς τομῆς ἐκτός
 5 τῆς τομῆς.

ἔστω παραβολὴ ἢ ὑπερβολή, ἧς διάμετρος ἡ AB ,
 καὶ τεμνέτω τις εὐθεῖα τὴν τομὴν κατὰ δύο σημεῖα
 τὰ Γ, Δ . λέγω, ὅτι ἡ $\Gamma\Delta$ ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται
 ἐκτός τῆς τομῆς τῇ AB .

10 κατήχθωσαν ἀπὸ τῶν Γ, Δ τεταγμένως αἱ $\Gamma E, \Delta B$.
 ἔστω δὲ πρῶτον ἡ τομὴ παραβολή. ἐπεὶ οὖν ἐν τῇ
 παραβολῇ ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΓE πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς
 ΔB , οὕτως ἡ EA πρὸς AB , μείζων δὲ ἡ AE τῆς AB ,
 μείζον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΓE τοῦ ἀπὸ τῆς ΔB .
 15 ὥστε καὶ ἡ ΓE τῆς ΔB μείζων ἐστί. καὶ εἰσι παρ-
 ἀλληλοι· ἡ $\Gamma\Delta$ ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ AB
 διαμέτρῳ ἐκτός τῆς τομῆς.

ἀλλὰ δὴ ἔστω ὑπερβολή. ἐπεὶ οὖν ἐν τῇ ὑπερ-
 βολῇ ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΓE πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς $B\Delta$,
 20 οὕτως τὸ ὑπὸ ZEA πρὸς τὸ ὑπὸ ZBA , μείζον ἄρα
 καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΓE τοῦ ἀπὸ τῆς ΔB . καὶ εἰσι παρ-
 ἀλληλοι· ἡ $\Gamma\Delta$ ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ δια-
 μέτρῳ τῆς τομῆς ἐκτός τῆς τομῆς.

κγ'.

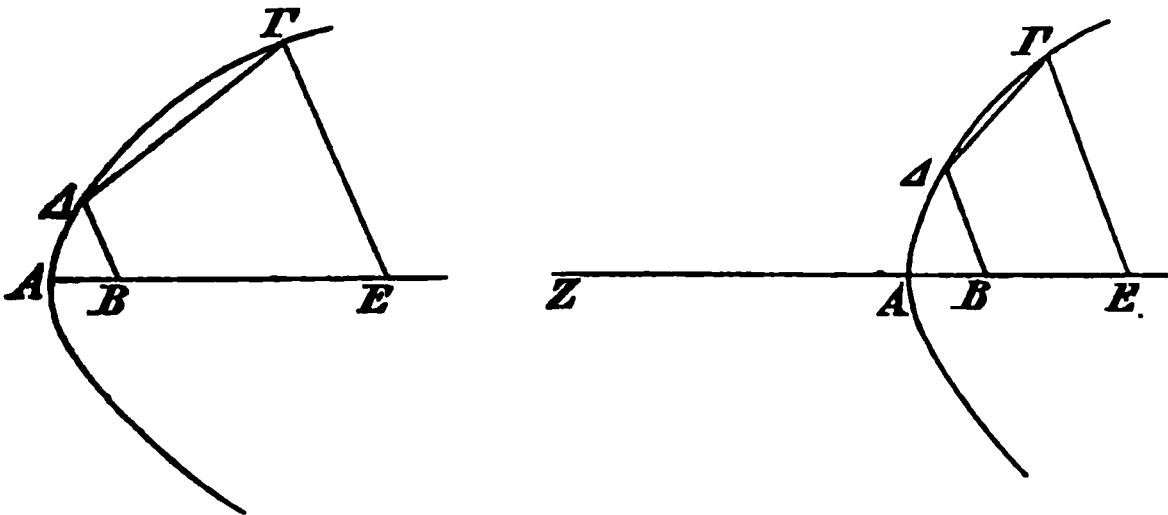
25 Ἐὰν ἔλλειψιν εὐθεῖα τέμνη μεταξὺ κειμένη τῶν
 δύο διαμέτρων, ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται ἐκατέρῃα τῶν
 διαμέτρων ἐκτός τῆς τομῆς.

1. κβ'] p, om. V, m. 2 v. 13. AE] AB V; EA p (A e
 corr.). 15. ΔB] AB V; corr. p. 16. ἄρα] p, om. V. 18.
 Mg. m. 1 Δ ι.... V. 24. κγ'] p, om. V, m. 2 v.

XXII.

Si recta cum diametro non concurrens intra sectionem parabolam uel hyperbolam in duobus punctis secat, producta cum diametro sectionis extra sectionem concurret.

sit parabola uel hyperbola, cuius diametrus sit AB , et recta aliqua sectionem secet in duobus punctis



Γ , Δ . dico, rectam $\Gamma\Delta$ productam cum diametro AB extra sectionem concurrere.

a Γ , Δ enim ordinate ducantur ΓE , ΔB ; prius autem sectio sit parabola. iam quoniam in parabola est $\Gamma E^2 : \Delta B^2 = EA : AB$ [prop. XX], et $AE > AB$, erit etiam $\Gamma E^2 > \Delta B^2$. quare etiam $\Gamma E > \Delta B$. et sunt parallelae; itaque $\Gamma\Delta$ producta cum diametro AB extra sectionem concurret.

iam uero sit hyperbola. quoniam igitur in hyperbola est $\Gamma E^2 : \Delta B^2 = ZE \times EA : ZB \times BA$ [prop. XXI], erit etiam $\Gamma E^2 > \Delta B^2$. et sunt parallelae; itaque $\Gamma\Delta$ producta cum diametro sectionis extra sectionem concurret.

XXIII.

Si recta ellipsim secat inter ambas diametros posita, producta cum utraque diametro extra sectionem concurret.

ἔστω ἔλλειψις, ἧς διάμετροι αἱ $AB, \Gamma\Delta$, καὶ τεμνέτω
τις εὐθεῖα τὴν τομὴν ἢ EZ μεταξὺ κειμένη τῶν $AB, \Gamma\Delta$
διαμέτρων. λέγω, ὅτι ἡ EZ ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται
ἐκατέρα τῶν $AB, \Gamma\Delta$ ἐκτὸς τῆς τομῆς.

5 κατήχθωσαν γὰρ ἀπὸ τῶν E, Z τεταγμένως ἐπὶ
μὲν τὴν AB αἱ $HE, Z\Theta$, ἐπὶ δὲ τὴν $\Delta\Gamma$ αἱ $EK, Z\Lambda$.
ἔστιν ἄρα, ὡς μὲν τὸ ἀπὸ τῆς EH πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς
 $Z\Theta$, οὕτως τὸ ὑπὸ BHA πρὸς τὸ ὑπὸ $B\Theta A$, ὡς δὲ
τὸ ἀπὸ $Z\Lambda$ πρὸς τὸ ἀπὸ EK , οὕτως τὸ ὑπὸ $\Delta\Lambda\Gamma$
10 πρὸς τὸ ὑπὸ $\Delta K\Gamma$. καὶ ἔστι τὸ μὲν ὑπὸ BHA μείζον
τοῦ ὑπὸ $B\Theta A$. ἔγγιον γὰρ τὸ H τῆς διχοτομίας· τὸ
δὲ ὑπὸ $\Delta\Lambda\Gamma$ τοῦ ὑπὸ $\Delta K\Gamma$ μείζον· μείζον ἄρα καὶ
τὸ μὲν ἀπὸ τῆς HE τοῦ ἀπὸ $Z\Theta$, τὸ δὲ ἀπὸ $Z\Lambda$ τοῦ
ἀπὸ EK . μείζων ἄρα καὶ ἡ μὲν HE τῆς $Z\Theta$, ἡ δὲ
15 $Z\Lambda$ τῆς EK . καὶ ἔστι παράλληλος ἡ μὲν HE τῇ $Z\Theta$,
ἡ δὲ $Z\Lambda$ τῇ EK . ἡ EZ ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται
ἐκατέρα τῶν $AB, \Gamma\Delta$ διαμέτρων ἐκτὸς τῆς τομῆς.

κδ'.

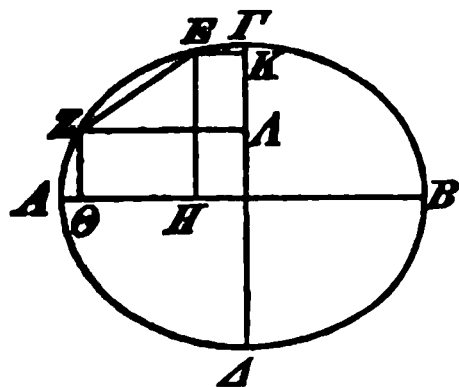
Ἐὰν παραβολῇ ἢ ὑπερβολῇ εὐθεῖα καθ' ἓν σημεῖον
20 συμπίπτουσα ἐκβαλλομένη ἐφ' ἐκάτερα ἐκτὸς πίπτῃ τῆς
τομῆς, συμπεσεῖται τῇ διαμέτρῳ.

ἔστω παραβολῇ ἢ ὑπερβολῇ, ἧς διάμετρος ἡ AB ,
καὶ συμπιπέτω αὐτῇ εὐθεῖα ἢ $\Gamma\Delta E$ κατὰ τὸ Δ καὶ
ἐκβαλλομένη ἐφ' ἐκάτερα ἐκτὸς πίπτέτω τῆς τομῆς.
25 λέγω, ὅτι συμπεσεῖται τῇ AB διαμέτρῳ.

εἰλήφθω γὰρ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ Z , καὶ

1. αἱ] p, om. V. 6. διὰ κα' τούτου τοῦ βιβλίου mg.
m. 1 V. 6. $Z\Lambda$] ZN V; corr. p. 10. ἔστι] c, ἔστιν V.
11. διὰ τὸ ε' τοῦ β' στοιχ. mg. m. 1 V. 18. κδ'] p, om. V,
m. 2 v.

sit ellipsis, cuius diametri sint AB , $\Gamma\Delta$, et recta EZ inter diametros AB , $\Gamma\Delta$ posita sectionem secet. dico, rectam EZ productam cum utraque diametro AB , $\Gamma\Delta$ extra sectionem concurrere.



ducantur enim ab E , Z ad AB ordinate HE , $Z\Theta$, ad $\Delta\Gamma$ autem EK , $Z\Lambda$. erit igitur [prop. XXI]

$$EH^2 : Z\Theta^2 = BH \times HA : B\Theta \times \Theta A,$$

$$Z\Lambda^2 : EK^2 = \Delta\Lambda \times \Lambda\Gamma : \Delta K \times K\Gamma.$$

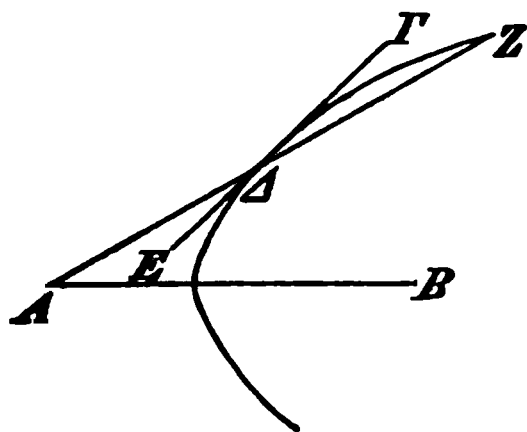
est autem $BH \times HA > B\Theta \times \Theta A$; H enim puncto medio propius est [Eucl. II, 5]; et

$$\Delta\Lambda \times \Lambda\Gamma > \Delta K \times K\Gamma \text{ [ib.]}$$

quare etiam $HE^2 > Z\Theta^2$, $Z\Lambda^2 > EK^2$. itaque etiam $HE > Z\Theta$, $Z\Lambda > EK$. et HE rectae $Z\Theta$, $Z\Lambda$ rectae EK parallela est. ergo EZ producta cum utraque diametro AB , $\Gamma\Delta$ extra sectionem concurret.

XXIV.

Si recta cum parabola uel hyperbola in uno puncto concurrens in utramque partem producta extra sectionem cadit, cum diametro concurret.



sit parabola uel hyperbola, cuius diameter sit AB , et recta $\Gamma\Delta E$ cum ea in Δ concurrat, et in utramque partem producta extra sectionem cadat.

dico, eam cum diametro AB concurrere.

sumatur enim in sectione punctum aliquod Z , et

ἐπεξεύχθω ἡ ΔZ . ἡ ΔZ ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ διαμέτρῳ τῆς τομῆς. συμπιπτέτω κατὰ τὸ A καὶ ἐστὶ μεταξὺ τῆς τε τομῆς καὶ τῆς $Z\Delta A$ ἢ $\Gamma\Delta E$. καὶ ἡ $\Gamma\Delta E$ ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ διαμέτρῳ
5 ἐκτὸς τῆς τομῆς.

κε'.

Ἐὰν ἐλλείψει εὐθεῖα συμπίπτουσα μεταξὺ τῶν δύο διαμέτρων ἐκβαλλομένη ἐφ' ἑκάτερα ἐκτὸς πίπτῃ τῆς τομῆς, συμπεσεῖται ἑκατέρω τῶν διαμέτρων.

10 ἔστω ἔλλειψις, ἧς διάμετροι αἱ $AB, \Gamma\Delta$, καὶ ταύτῃ συμπιπτέτω τις εὐθεῖα μεταξὺ τῶν δύο διαμέτρων ἡ EZ κατὰ τὸ H καὶ ἐκβαλλομένη ἐφ' ἑκάτερα ἐκτὸς πιπτέτω τῆς τομῆς. λέγω, ὅτι ἡ EZ συμπεσεῖται ἑκατέρω τῶν $AB, \Gamma\Delta$.

15 κατήχθωσαν ἀπὸ τοῦ H ἐπὶ τὰς $AB, \Gamma\Delta$ τεταγμένως αἱ $H\Theta, HK$. ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ HK τῇ AB , συμπέπτωκε δέ τις τῇ HK ἢ HZ , καὶ τῇ AB ἄρα συμπεσεῖται. ὁμοίως δὲ καὶ τῇ $\Gamma\Delta$ συμπεσεῖται ἡ EZ .

κς'.

20 Ἐὰν ἐν παραβολῇ ἢ ὑπερβολῇ εὐθεῖα ἀχθῇ παρὰ τὴν διάμετρον τῆς τομῆς, συμπεσεῖται τῇ τομῇ καθ' ἓν μόνον σημεῖον.

ἔστω πρότερον παραβολή, ἧς διάμετρος ἡ $AB\Gamma$, ὀρθία δὲ ἡ $A\Delta$, καὶ τῇ AB παράλληλος ἡχθῶ ἡ
25 EZ . λέγω, ὅτι ἡ EZ ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

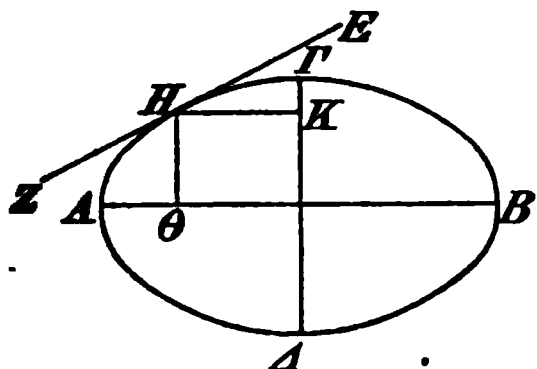
2. τῆς] ἐκτὸς τῆς Halley. 5. τῆς] om. in extr. lin. V, corr. v p. 6. κε'] p, om. V, m. 2 v. 16. HK] (pr.) p, corr. ex ΘK m. 1 V. 18. ἡ] p, om. V. 19. κς'] p, om. V, m. 2 v. 20. ἐν] addidi; om. V. 23. ἡ] p, om. V.

ducatur ΔZ . ΔZ igitur producta cum diametro sectionis concurret [prop. XXII]. concurrat in A . et $\Gamma \Delta E$ inter sectionem et rectam $Z \Delta A$ posita est. ergo etiam $\Gamma \Delta E$ producta cum diametro extra sectionem concurret.

XXV.

Si recta cum ellipsi inter ambas diametros concurrens in utramque partem producta extra sectionem cadit, cum utraque diametro concurret.

sit ellipsis, cuius diametri sint AB , $\Gamma \Delta$, et cum ea recta EZ inter ambas diametros concurrat in H



et in utramque partem producta extra sectionem cadat. dico, EZ cum utraque diametro AB , $\Gamma \Delta$ concurrere.

ab H ad AB , $\Gamma \Delta$ ordinate ducantur $H\Theta$, HK . quoniam HK rectae AB parallela est, et recta aliqua HZ cum HK concurrit, etiam cum AB concurret. et eadem de causa etiam EZ cum $\Gamma \Delta$ concurret.

XXVI.

Si in parabola uel hyperbola recta diametro sectionis parallela ducitur, cum sectione in uno puncto solo concurret.

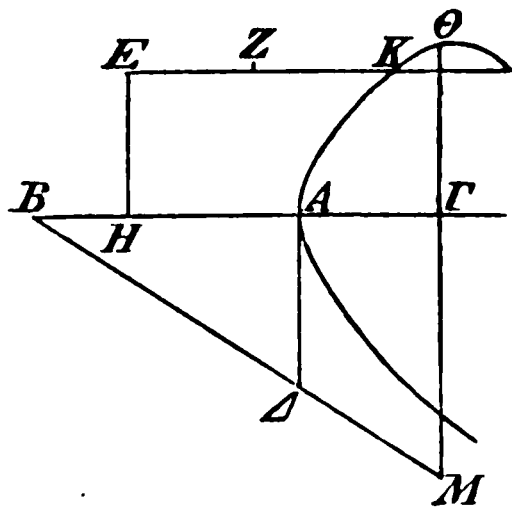
sit prius parabola, cuius diametrus sit $AB\Gamma$, latus autem rectum $A\Delta$, et rectae AB parallela ducatur EZ . dico, EZ productam cum sectione concurrere.

εἰλήφθω γάρ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς EZ τὸ E , καὶ ἀπὸ τοῦ E παρὰ τεταγμένως κατηγμένην ἤχθω ἡ EH , καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς HE μείζον ἔστω τὸ ὑπὸ $\triangle AG$, καὶ ἀπὸ τοῦ Γ τεταγμένως ἀνήχθω ἡ $\Gamma\Theta$. τὸ ἄρα
 5 ἀπὸ τῆς $\Theta\Gamma$ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν $\triangle AG$. μείζον δὲ τὸ ὑπὸ $\triangle AG$ τοῦ ἀπὸ EH . μείζον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ $\Theta\Gamma$ τοῦ ἀπὸ EH . μείζων ἄρα καὶ ἡ $\Theta\Gamma$ τῆς EH . καὶ εἰσι παράλληλοι· ἡ EZ ἄρα ἐκβαλλομένη τέμνει τὴν $\Theta\Gamma$. ὥστε καὶ τῇ τομῇ συμπεσεῖται.

10 συμπιπτέτω κατὰ τὸ K .

λέγω δὴ, ὅτι καὶ καθ' ἓν μόνον σημεῖον τὸ K συμπεσεῖται. εἰ γὰρ δυνατόν, συμπιπτέτω καὶ κατὰ τὸ A . ἐπεὶ οὖν παραβολὴν εὐθεῖα τέμνει κατὰ δύο σημεῖα, ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ διαμέτρῳ τῆς
 15 τομῆς· ὅπερ ἄτοπον· ὑπόκειται γὰρ παράλληλος. ἡ EZ ἄρα ἐκβαλλομένη καθ' ἓν μόνον σημεῖον συμπίπτει
 • τῇ τομῇ.

ἔστω δὴ ἡ τομὴ ὑπερβολή, πλαγία δὲ τοῦ εἴδους πλευρὰ ἡ AB , ὀρθία δὲ ἡ $A\Delta$, καὶ ἐπέξεύχθω ἡ $\triangle B$
 20 καὶ ἐκβεβλήσθω. τῶν αὐτῶν δὴ κατασκευασθέντων ἤχθω ἀπὸ τοῦ Γ τῇ $A\Delta$ παράλληλος ἡ ΓM . ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ $M\Gamma A$ μείζον ἐστὶ τοῦ ὑπὸ $\triangle AG$, καὶ
 25 ἐστὶ τῷ μὲν ὑπὸ $M\Gamma A$ ἴσον τὸ ἀπὸ $\Gamma\Theta$, τὸ δὲ ὑπὸ $\triangle AG$ μείζον τοῦ ἀπὸ HE , μείζον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ $\Gamma\Theta$ τοῦ ἀπὸ EH . ὥστε καὶ ἡ $\Gamma\Theta$ τῆς EH μείζων ἐστὶ, καὶ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον συμβήσεται.



4. τοῦ] insertum m. 1 V. 10. K] Γ V; corr. p. 18.
 τοῦ εἴδους] cnp, ob pergam. ruptum incerta in V.

κξ'.

Ἐὰν παραβολῆς τὴν διάμετρον εὐθεῖα τέμνη, ἐκβαλλομένη ἐφ' ἐκάτερα συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

ἔστω παραβολή, ἧς διάμετρος ἡ AB , καὶ ταύτην
 δ τεμνέτω τις εὐθεῖα ἐντὸς τῆς τομῆς ἡ $\Gamma\Delta$. λέγω,
 ὅτι ἡ $\Gamma\Delta$ ἐκβαλλομένη ἐφ' ἐκάτερα τὰ μέρη συμπεσεῖται
 τῇ τομῇ.

ἤχθω γάρ τις ἀπὸ τοῦ A παρὰ τεταγμένως κατηγ-
 μένην ἡ AE . ἡ AE ἄρα ἐκτὸς πεσεῖται τῆς τομῆς.
 10 ἦτοι δὴ ἡ $\Gamma\Delta$ τῇ AE παράλληλός ἐστιν ἢ οὐ.

εἰ μὲν οὖν παράλληλός ἐστιν αὐτῇ, τεταγμένως
 κατῆκται, ὥστε ἐκβαλλομένη ἐφ' ἐκάτερα συμπεσεῖται
 τῇ τομῇ.

μὴ ἔστω δὴ παράλληλος τῇ AE , ἀλλ' ἐκβαλλομένη
 15 συμπίπτει τῇ AE κατὰ τὸ E . ὅτι μὲν οὖν τῇ τομῇ
 συμπίπτει ἐπὶ τὰ μέρη, ἐφ' ἃ ἐστι τὸ E , φανερόν· εἰ
 γὰρ τῇ AE συμβάλλει, πολὺ πρότερον τέμνει τὴν τομῆν.

λέγω, ὅτι καὶ ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη ἐκβαλλομένη
 συμπίπτει τῇ τομῇ. ἔστω γὰρ παρ' ἣν δύνανται ἡ
 20 MA καὶ τεταγμένως ἡ HZ , καὶ τὸ ἀπὸ $A\Delta$ ἴσον
 ἔστω τῷ ὑπὸ BAZ , καὶ παρατεταγμένως ἡ BK συμ-
 πιπτέτω τῇ $\Delta\Gamma$ κατὰ τὸ Γ . ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ
 ZAB τῷ ἀπὸ $A\Delta$, ἐστὶν ὡς ἡ AB πρὸς $A\Delta$, ἡ ΔA
 πρὸς AZ . καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ $B\Delta$ πρὸς λοιπὴν τὴν
 25 ΔZ ἐστὶν, ὡς ἡ BA πρὸς $A\Delta$. καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ
 $B\Delta$ πρὸς τὸ ἀπο $Z\Delta$, οὕτως τὸ ἀπὸ BA πρὸς τὸ
 ἀπο $A\Delta$. ἐπειδὴ δὲ ἴσον τὸ ἀπὸ $A\Delta$ τῷ ὑπὸ BAZ ,

1. κξ'] p, om. V, m. 2 v. 21. BAZ] BZA V; corr. p (τῶν
 BA, AZ). BK] scripsi cum Memo; ΓK V; $B\Gamma$ p; ΓB Halley, sed
 in fig. K habet cum V. 23. διὰ ιξ' τοῦ ε' στοιχ. mg. m. 1 V.

ἔστιν ὡς ἡ BA πρὸς AZ , οὕτως τὸ ἀπὸ BA πρὸς
τὸ ἀπὸ $A\Delta$, τουτέστι τὸ ἀπὸ $B\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔZ .
ὡς δὲ τὸ ἀπὸ $B\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔZ , οὕτως τὸ ἀπὸ
 $B\Gamma$ πρὸς τὸ ἀπὸ ZH , ὡς δὲ ἡ AB πρὸς AZ , οὕτως
5 το ὑπὸ BAM πρὸς τὸ ὑπὸ ZAM . ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ $B\Gamma$
πρὸς τὸ ἀπὸ ZH , οὕτως τὸ ὑπὸ BAM πρὸς τὸ ὑπὸ
 ZAM · καὶ ἐναλλάξ, ὡς τὸ ἀπὸ $B\Gamma$ πρὸς τὸ ὑπὸ BAM ,
οὕτως τὸ ἀπὸ ZH πρὸς τὸ ὑπὸ ZAM . τὸ δὲ ἀπὸ ZH
ἴσον τῷ ὑπὸ ZAM διὰ τὴν τομήν· καὶ τὸ ἀπὸ $B\Gamma$ ἄρα
10 ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ BAM . πλαγία δὲ ἡ AM , παρα-
τεταγμένως δὲ ἡ $B\Gamma$. ἡ ἄρα τομὴ ἔρχεται διὰ τοῦ Γ ,
καὶ συμπίπτει τῇ τομῇ ἡ $\Gamma\Delta$ κατὰ τὸ Γ .

κη'.

Ἐὰν εὐθεῖα ἐφάπτηται μιᾶς τῶν ἀντικειμένων,
15 ληφθῆ δέ τι σημεῖον ἐντὸς τῆς ἐτέρας τομῆς, καὶ δι'
αὐτοῦ παράλληλος ἀχθῆ τῇ ἐφαπτομένη εὐθεῖα, ἐκ-
βαλλομένη ἐφ' ἐκάτερα συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

ἔστωσαν ἀντικείμενοι, ὧν ἡ AB διάμετρος, καὶ τῆς
 A τομῆς ἐφαπτέσθω τις εὐθεῖα ἡ $\Gamma\Delta$, καὶ εἰλήφθω
20 τι σημεῖον ἐντὸς τῆς ἐτέρας τομῆς τὸ E , καὶ διὰ τοῦ
 E τῇ $\Gamma\Delta$ παράλληλος ἤχθω ἡ EZ . λέγω, ὅτι ἡ EZ
ἐκβαλλομένη ἐφ' ἐκάτερα συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

ἐπεὶ οὖν δέδεικται, ὅτι ἡ $\Gamma\Delta$ ἐκβαλλομένη συμ-
πεσεῖται τῇ AB διαμέτρῳ, καὶ ἐστὶ παράλληλος αὐτῇ
25 ἡ EZ , ἡ EZ ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ διαμέ-
τρῳ· συμπιπτέτω κατὰ τὸ H , καὶ τῇ HB ἴση κείσθω
ἡ $A\Theta$, καὶ διὰ τοῦ Θ τῇ ZE παράλληλος ἤχθω ἡ

1. AZ] sic V, sed pro Z alia forma eiusdem litterae re-
stituta manu 1. 2. τουτέστι — ΔZ] bis V; corr. cp. 3. Mg.
[διὰ δ'] τοῦ 5' m. 1 V. 5. BAM] ABM V; corr. Memus.

quoniam autem est $A\Delta^2 = BA \times AZ$, erit
 $BA : AZ = BA^2 : A\Delta^2$ [Eucl. V def. 9],
hoc est $BA : AZ = B\Delta^2 : \Delta Z^2$. est autem
 $B\Delta^2 : \Delta Z^2 = B\Gamma^2 : ZH^2$ [Eucl. VI, 4],
et $AB : AZ = BA \times AM : ZA \times AM$. itaque
 $B\Gamma^2 : ZH^2 = BA \times AM : ZA \times AM$.
et permutando [Eucl. V, 16]

$$B\Gamma^2 : BA \times AM = ZH^2 : ZA \times AM.$$

uerum propter sectionem est $ZH^2 = ZA \times AM$
[prop. XI]. quare etiam $B\Gamma^2 = BA \times AM$. uerum
 AM latus transuersum est et $B\Gamma$ rectae ordinate
ductae parallela. ergo sectio per Γ ueniet [prop. XX],
et $\Gamma\Delta$ cum sectione concurrat in Γ .

XXVIII.

Si recta alterutram oppositarum contingit et intra
alteram sectionem punctum aliquod sumitur, et per id
recta contingenti parallela ducitur, haec in utramque
partem producta cum sectione concurret.

sint oppositae, quarum diameter sit AB , et sec-
tionem A contingat recta $\Gamma\Delta$, et intra alteram sec-
tionem punctum aliquod E sumatur, et per E rectae
 $\Gamma\Delta$ parallela ducatur EZ . dico, EZ in utramque
partem productam cum sectione concurrere.

quoniam igitur demonstrauius, $\Gamma\Delta$ productam
cum diametro AB concurrere [prop. XXIV], eique par-
allela est EZ , EZ producta cum diametro concurret;
concurrat in H , et ponatur $A\Theta = HB$, et per Θ rec-
tae ZE parallela ducatur ΘK , ordinateque ducatur

8. πρὸς — ZH] bis V; corr. p. 11. [διὰ] κ' τοῦ[του τοῦ
βιβλίου] mg. m. 1 V. 13. κη'] p, om. V, m. 2 v.

ΘK , καὶ τεταγμένως κατήχθω ἡ $ΚΛ$, καὶ τῇ $Λ\Theta$ ἴση
 κείσθω ἡ $ΗΜ$, καὶ παρατεταγμένως ἤχθω ἡ $ΜΝ$,
 καὶ προσεκβεβλήσθω ἐπ' εὐθείας ἡ $ΗΝ$. καὶ ἐπεὶ
 παράλληλός ἐστιν ἡ $ΚΛ$ τῇ $ΜΝ$, ἡ δὲ $Κ\Theta$ τῇ $ΗΝ$,
 5 καὶ μία εὐθεία ἐστιν ἡ $ΛΜ$, ὁμοίον ἐστὶ τὸ $Κ\Theta Λ$
 τρίγωνον τῷ $ΗΜΝ$ τριγώνῳ. καὶ ἴση ἐστὶν ἡ $Λ\Theta$
 τῇ $ΗΜ$. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ $ΚΛ$ τῇ $ΜΝ$. ὥστε καὶ
 τὸ ἀπὸ $ΚΛ$ τῷ ἀπὸ $ΜΝ$ ἴσον ἐστὶ. καὶ ἐπεὶ ἴση
 ἐστὶν ἡ $Λ\Theta$ τῇ $ΗΜ$, ἡ δὲ $Α\Theta$ τῇ $ΒΗ$, κοινὴ δὲ ἡ
 10 $ΑΒ$, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ $ΒΛ$ τῇ $ΑΜ$. ἴσον ἄρα ἐστὶ
 τὸ ὑπὸ $ΒΛΑ$ τῷ ὑπὸ $ΑΜΒ$. ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ $ΒΛΑ$
 πρὸς τὸ ἀπὸ $ΚΛ$, οὕτως τὸ ὑπὸ $ΑΜΒ$ πρὸς τὸ ἀπὸ
 $ΜΝ$. καὶ ἐστὶν, ὡς τὸ ὑπὸ $ΒΛΑ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΛΚ$,
 ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ $ΑΜΒ$
 15 πρὸς τὸ ἀπὸ $ΜΝ$, ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν. τὸ N
 ἄρα πρὸς τῇ τομῇ ἐστὶν. ἡ EZ ἄρα ἐκβαλλομένη
 συμπεσεῖται τῇ τομῇ κατὰ τὸ N .

ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη
 ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

20

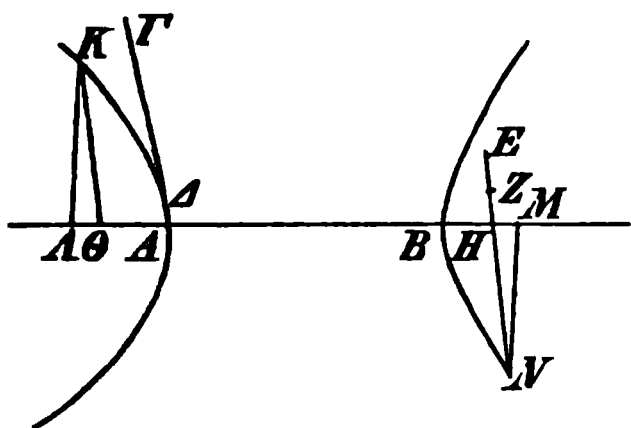
κθ'.

Ἐὰν ἐν ἀντικειμέναις εὐθεῖα προσπίπτῃ διὰ τοῦ
 κέντρου πρὸς ὁποτέραν τῶν τομῶν, ἐκβαλλομένη τεμεῖ
 τὴν ἑτέραν τομὴν.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι, ὧν διάμετρος ἡ $ΑΒ$, κέντρον
 25 δὲ τὸ Γ , καὶ ἡ $\Gamma Δ$ τεμνέτω τὴν $Α Δ$ τομὴν. λέγω,
 ὅτι καὶ τὴν ἑτέραν τομὴν τεμεῖ.

1. $ΚΛ$] cnp , ΘK e corr. m. 1 V. 9. $ΒΗ$] c, B e corr.
 m. 1 V. 11. $ΒΛΑ$] $ΒΑΛ$ V; corr. p ($ΒΛ$, $ΛΑ$). $ΒΛΑ$]
 $ΒΑΛ$ V; corr. p (τῶν $ΒΛ$, $ΛΑ$). 20. κθ'] p, om. V, m. 2 v.
 21. διά] euan. V. 22. τέμει V; corr. p.

KA , et ponatur $HM = A\Theta$, et rectae ordinate ductae parallela ducatur MN , et in directum producat EH ,



ut fiat HN . iam quoniam KA rectae MN , $K\Theta$ rectae HN parallela est, et AM una est recta, erit

$$K\Theta A \sim HMN.$$

et $A\Theta = HM$; quare

$$KA = MN$$

[Eucl. VI, 4]. quare etiam $KA^2 = MN^2$. et quoniam $A\Theta = HM$, $A\Theta = BH$, et AB communis est, erit $BA = AM$. itaque erit

$$BA \times AA = AM \times MB.$$

quare

$$BA \times AA : KA^2 = AM \times MB : MN^2.$$

est autem ut $BA \times AA$ ad KA^2 , ita latus transuersum ad latus rectum [prop. XXI]. quare etiam ut

$$AM \times MB : MN^2,$$

ita latus transuersum ad latus rectum. ergo N in sectione est [ib.]. ergo EZ producta cum sectione in N concurret.

iam similiter demonstrabimus, eam etiam ad alteram partem productam cum sectione concurrere.

XXIX.

Si in oppositis recta per centrum ad utramvis sectionum adcidit, producta alteram sectionem secabit.

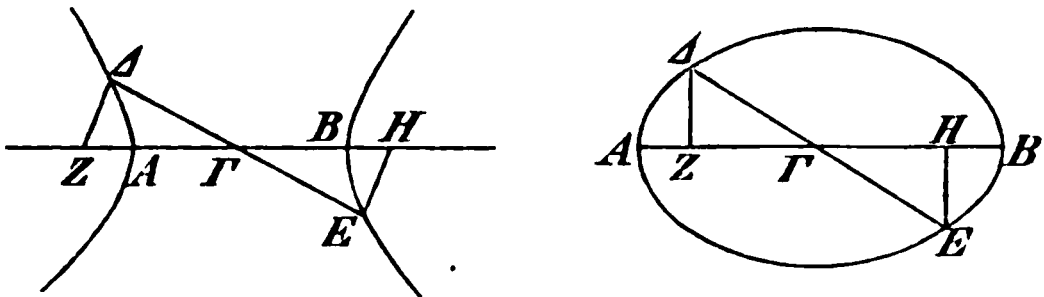
sint oppositae, quarum diameter sit AB , centrum autem Γ , et ΓA sectionem $A A$ secet. dico, eam etiam alteram sectionem secaturam esse.

τεταγμένως γὰρ κατήχθω ἡ $E\Delta$, καὶ τῇ AE ἴση
 κείσθω ἡ BZ , καὶ τεταγμένως ἤχθω ἡ ZH . καὶ ἐπεὶ
 ἴση ἐστὶν ἡ EA τῇ BZ , κοινὴ δὲ ἡ AB , ἴσον ἄρα
 τὸ ὑπὸ BEA τῷ ὑπὸ AZB . καὶ ἐπεὶ ἐστὶν, ὡς τὸ
 5 ὑπὸ BEA πρὸς τὸ ἀπὸ ΔE , ἡ πλαγία πρὸς τὴν
 ὀρθίαν, ἀλλὰ καὶ ὡς τὸ ὑπὸ AZB πρὸς τὸ ἀπὸ ZH ,
 ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ BEA
 πρὸς τὸ ἀπὸ ΔE , οὕτως τὸ ὑπὸ AZB πρὸς τὸ ἀπὸ
 ZH . ἴσον δὲ τὸ ὑπὸ BEA τῷ ὑπὸ AZB . ἴσον ἄρα
 10 καὶ τὸ ἀπὸ $E\Delta$ τῷ ἀπὸ ZH . ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ
 μὲν $E\Gamma$ τῇ ΓZ , ἡ δὲ ΔE τῇ ZH , καὶ εὐθειά ἐστὶν
 ἡ EZ , καὶ παράλληλος ἡ $E\Delta$ τῇ ZH , καὶ ἡ ΔH ἄρα
 εὐθειά ἐστι. καὶ ἡ $\Gamma\Delta$ ἄρα τεμεῖ καὶ τὴν ἑτέραν τομήν.

λ'.

15 Ἐὰν ἐν ἑλλείψει ἢ ἀντικειμέναις εὐθεῖα ἀχθῆ ἑφ'
 ἑκάτερα τοῦ κέντρου συμπίπτουσα τῇ τομῇ, δίχα τμη-
 θήσεται κατὰ τὸ κέντρον.

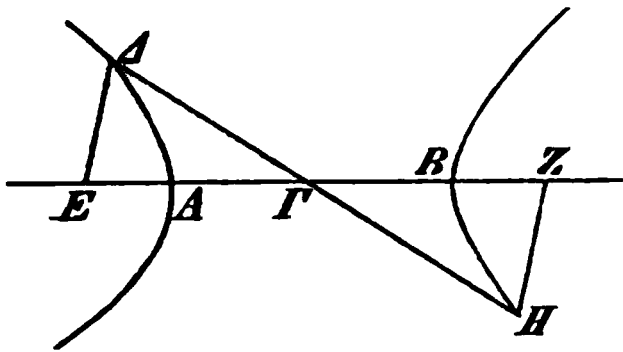
ἔστω ἑλλειψις ἢ ἀντικείμεναι, διάμετρος δὲ αὐτῶν
 ἡ AB , κέντρον δὲ τὸ Γ , καὶ διὰ τοῦ Γ ἤχθω τις
 20 εὐθεῖα ἡ $\Delta\Gamma E$. λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ $\Gamma\Delta$ τῇ ΓE .



ἤχθωσαν γὰρ τεταγμένως αἱ ΔZ , EH . καὶ ἐπεὶ
 ἐστὶν ὡς τὸ ὑπὸ BZA πρὸς τὸ ἀπὸ $Z\Delta$, ἡ πλαγία

6. ἀλλά — 7. ὀρθίαν] om. V; corr. Memus; cfr. p. 92, 1.
 10. ἀπό] (pr.) ὑπό V; corr. p. 14. λ'] p, om. V, m. 2 v.

ordinate enim ducatur $E\Delta$, et ponatur $BZ = AE$, ordinateque ducatur ZH . iam quoniam est $EA = BZ$,



et AB communis est, erit $BE \times EA = AZ \times ZB$.

et quoniam est, ut

$$BE \times EA : \Delta E^2,$$

ita latus transversum ad latus rectum, uerum etiam

ut $AZ \times ZB : ZH^2$, ita latus transversum ad latus rectum [prop. XXI], erit etiam

$$BE \times EA : \Delta E^2 = AZ \times ZB : ZH^2.$$

est autem $BE \times EA = AZ \times ZB$. quare etiam $\Delta E^2 = ZH^2$ [Eucl. V, 9].

quoniam igitur est $E\Gamma = \Gamma Z$, $\Delta E = ZH$, et EZ recta est, et $E\Delta$ rectae ZH parallela, etiam ΔH recta est [cfr. Eucl. VI, 32]. ergo etiam $\Gamma\Delta$ alteram quoque sectionem secabit.

XXX.

Si in ellipsi uel oppositis recta ducitur ad utramque partem centri cum sectione concurrens, in centro in duas partes aequales secabitur.

sint ellipsis uel oppositae, earumque diametrus AB , centrum autem Γ , et per Γ recta ducatur $\Delta\Gamma E$. dico, esse $\Gamma\Delta = \Gamma E$.

ordinate enim ducantur ΔZ , EH . et quoniam est, ut $BZ \times ZA : Z\Delta^2$, ita latus transversum ad latus rectum, uerum etiam ut $AH \times HB : HE^2$, ita latus transversum ad latus rectum [prop. XXI], erit

πρὸς τὴν ὀρθίαν, ἀλλὰ καὶ ὡς τὸ ὑπὸ AHB πρὸς τὸ
 ἀπὸ HE , ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, καὶ ὡς ἄρα τὸ
 ὑπὸ BZA πρὸς τὸ ἀπὸ $Z\Delta$, οὕτως τὸ ὑπὸ AHB
 πρὸς τὸ ἀπὸ HE . καὶ ἐναλλάξ, ὡς τὸ ὑπὸ BZA
 5 πρὸς τὸ ὑπὸ AHB , οὕτως τὸ ἀπὸ ΔZ πρὸς τὸ ἀπὸ
 HE . ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΔZ πρὸς τὸ ἀπὸ HE , οὕτως τὸ
 ἀπὸ $Z\Gamma$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓH . ἐναλλάξ ἄρα, ὡς τὸ ὑπὸ
 BZA πρὸς τὸ ἀπὸ $Z\Gamma$, οὕτως τὸ ὑπὸ AHB πρὸς τὸ
 ἀπὸ ΓH . καὶ ὡς ἄρα ἐπὶ μὲν τῆς ἐλλείψεως συνθέντι,
 10 ἐπὶ δὲ τῶν ἀντικειμένων ἀνάπαλιν καὶ ἀναστρέψαντι
 τὸ ἀπὸ $A\Gamma$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓZ , οὕτως τὸ ἀπὸ $B\Gamma$ πρὸς
 τὸ ἀπὸ ΓH . καὶ ἐναλλάξ. ἴσον δὲ τῷ ἀπὸ $A\Gamma$ τὸ
 ἀπὸ ΓB . ἴσον ἄρα καὶ τῷ ἀπὸ $Z\Gamma$ τὸ ἀπὸ ΓH . ἴση
 ἄρα ἡ $Z\Gamma$ τῇ ΓH . καὶ εἰσι παράλληλοι αἱ ΔZ , HE .
 15 ἴση ἄρα καὶ ἡ $\Delta\Gamma$ τῇ ΓE .

λα'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς ἐπὶ τῆς πλαγίας πλευρᾶς τοῦ εἴδους
 ληφθῆ τι σημεῖον μὴ ἐλάττονα ἀπολαμβάνον πρὸς τῇ
 κορυφῇ τῆς τομῆς τῆς ἡμισείας τῆς πλαγίας τοῦ εἴδους
 20 πλευρᾶς, καὶ ἀπ' αὐτοῦ προσπέσῃ εὐθεῖα πρὸς τὴν
 τομὴν, προσεκβληθεῖσα ἐντὸς πεσεῖται τῆς τομῆς κατὰ
 τὰ ἐπόμενα μέρη τῆς τομῆς.

ἔστω ὑπερβολή, ἧς διάμετρος ἡ AB , καὶ εἰλήφθω
 ἐπ' αὐτῆς σημεῖον ὅν τι τὸ Γ μὴ ἐλάττονα ἀπολαμ-
 25 βάνον τὴν ΓB τῆς ἡμισείας τῆς AB , καὶ προσπιπέτω
 τις εὐθεῖα πρὸς τὴν τομὴν ἡ $\Gamma\Delta$. λέγω, ὅτι ἡ $\Gamma\Delta$
 ἐκβαλλομένη ἐντὸς πεσεῖται τῆς τομῆς.

11. τό] (pr.) ὡς τό V; corr. p. Ante $A\Gamma$ del. 1 litt. m. 1
 V; $A\Gamma$ cp. ΓZ — 12. ἀπό (pr.)] bis V; corr. vp. 12. καὶ
 ἐναλλάξ] om. p, del. Halley. 16. λα'] p, om. V, m. 2 v. 21.
 προσεκβληθεῖσα] scripsi; ἡ προσβληθεῖσα V.

etiam $BZ \times ZA : Z\Delta^2 = AH \times HB : HE^2$. et permutando [Eucl. V, 16]

$$BZ \times ZA : AH \times HB = \Delta Z^2 : HE^2.$$

est autem

$$\Delta Z^2 : HE^2 = Z\Gamma^2 : \Gamma H^2 \text{ [Eucl. VI, 4].}$$

permutando igitur

$$BZ \times ZA : Z\Gamma^2 = AH \times HB : \Gamma H^2 \text{ [Eucl. V, 16].}$$

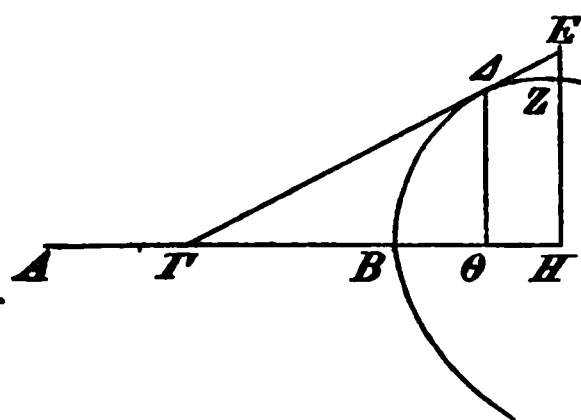
quare etiam, in ellipsi componendo [Eucl. V, 18], in oppositis autem e contrario [Eucl. V, 7 coroll.] et conuertendo [Eucl. V, 19 coroll.],

$$A\Gamma^2 : \Gamma Z^2 = B\Gamma^2 : \Gamma H^2$$

[Eucl. II, 5]; et permutando. est autem $\Gamma B^2 = A\Gamma^2$. quare etiam $\Gamma H^2 = Z\Gamma^2$. itaque $Z\Gamma = \Gamma H$. et $\Delta Z, HE$ parallelae sunt. ergo etiam $\Delta\Gamma = \Gamma E$ [Eucl. VI, 4].

XXXI.

Si in hyperbola in latere transverso figurae punctum sumitur ad uerticem sectionis rectam abscindens non minorem dimidio latere transverso figurae, et ab eo recta ad sectionem adcidit, haec producta intra sectionem cadet ad partes eius sequentes.



sit hyperbola, cuius diameter sit AB , et in ea punctum aliquod Γ sumatur abscindens ΓB non minorem dimidia AB , et ad sectionem adcidat recta $\Gamma\Delta$. dico, $\Gamma\Delta$ productam intra sectionem cadere.

εἰ γὰρ δυνατόν, ἐκτὸς πιπτέτω τῆς τομῆς ὡς ἰ,
 $\Gamma\Delta E$, καὶ ἀπὸ τυχόντος σημείου τοῦ E τεταγμένως
κατήχθω ἡ EH , καὶ ἡ $\Delta\Theta$, καὶ ἔστω πρότερον ἴση
ἢ AG τῇ GB . καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ EH πρὸς τὸ ἀπὸ $\Delta\Theta$
5 μείζονα λόγον ἔχει ἢ περὶ τὸ ἀπὸ ZH πρὸς τὸ ἀπὸ $\Delta\Theta$,
ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ἀπὸ EH πρὸς τὸ ἀπὸ $\Delta\Theta$, οὕτως τὸ
ἀπὸ $H\Gamma$ πρὸς τὸ ἀπὸ $\Gamma\Theta$ διὰ τὸ παράλληλον εἶναι
τὴν EH τῇ $\Delta\Theta$, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ZH πρὸς τὸ ἀπὸ $\Delta\Theta$,
οὕτως τὸ ὑπὸ AHB πρὸς τὸ ὑπὸ $A\Theta B$ διὰ τὴν τομὴν,
10 τὸ ἄρα ἀπὸ $H\Gamma$ πρὸς τὸ ἀπὸ $\Gamma\Theta$ μείζονα λόγον ἔχει
ἢ περὶ τὸ ὑπὸ AHB πρὸς τὸ ὑπὸ $A\Theta B$. ἐναλλάξ ἄρα
τὸ ἀπὸ ΓH πρὸς τὸ ὑπὸ AHB μείζονα λόγον ἔχει
ἢ περὶ τὸ ἀπὸ $\Gamma\Theta$ πρὸς τὸ ὑπὸ $A\Theta B$. διελόντι ἄρα
τὸ ἀπὸ ΓB πρὸς τὸ ὑπὸ AHB μείζονα λόγον ἔχει
15 ἢ περὶ τὸ ἀπὸ ΓB πρὸς τὸ ὑπὸ $A\Theta B$. ὅπερ ἀδύνατον.
οὐκ ἄρα ἡ $\Gamma\Delta E$ ἐκτὸς πεσεῖται τῆς τομῆς· ἐντὸς
ἄρα. καὶ διὰ τοῦτο ἡ ἀπὸ τινος τῶν ἐπὶ τῆς AG
σημείων πολλῶ μᾶλλον ἐντὸς πεσεῖται, ἐπειδὴ καὶ τῆς
 $\Gamma\Delta$ ἐντὸς πεσεῖται.

20

λβ'.

Ἐὰν κώνου τομῆς διὰ τῆς κορυφῆς εὐθεῖα παρὰ
τεταγμένως κατηγμένην ἀχθῆ, ἐφάπτεται τῆς τομῆς,
καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε κώνου τομῆς καὶ τῆς
εὐθείας ἑτέρα εὐθεῖα οἱ παρεμπεσεῖται.

25 ἔστω κώνου τομὴ πρότερον ἢ καλουμένη παραβολή,
ἣς διάμετρος ἡ AB , καὶ ἀπὸ τοῦ A παρατεταγμένως
ἤχθω ἡ AG .

ὅτι μὲν οὖν ἐκτὸς πίπτει τῆς τομῆς, δέδεικται.

5. ἀπό] (alt.) om. V; corr. p. 9. AHB] c, B e corr.
m. 1 V. 11. τό] (pr.) τὸ ὑπὲρ τό V; corr. p. $A\Theta B$] c,
B e corr. m. 1 V. 20. λβ'] p, om. V, m. 2 v.

nam si fieri potest, extra sectionem cadat ut $\Gamma\Delta E$, et a puncto aliquo E ordinate ducatur EH , et item ducatur $\Delta\Theta$, et prius sit $A\Gamma = \Gamma B$. quoniam igitur est

$$EH^2 : \Delta\Theta^2 > ZH^2 : \Delta\Theta^2 \text{ [Eucl. V, 8],}$$

est autem

$$EH^2 : \Delta\Theta^2 = H\Gamma^2 : \Gamma\Theta^2,$$

quia EH , $\Delta\Theta$ parallelæ sunt [Eucl. VI, 4], et

$$ZH^2 : \Delta\Theta^2 = AH \times HB : A\Theta \times \Theta B$$

propter sectionem [prop. XXI], erit

$$H\Gamma^2 : \Gamma\Theta^2 > AH \times HB : A\Theta \times \Theta B.$$

permutando igitur

$$\Gamma H^2 : AH \times HB > \Gamma\Theta^2 : A\Theta \times \Theta B.$$

dirimendo igitur $\Gamma B^2 : AH \times HB > \Gamma B^2 : A\Theta \times \Theta B$ [u. Eutocius]; quod fieri non potest [Eucl. V, 8]. ergo $\Gamma\Delta E$ extra sectionem non cadet; intra igitur. quae de causa recta a puncto aliquo rectae $A\Gamma$ ducta multo magis intra sectionem cadet, quoniam etiam intra $\Gamma\Delta$ cadet.

XXXII.

Si per uerticem sectionis conici recta rectae ordinate ductae parallela ducitur, sectionem contingit, nec in spatium inter sectionem conici et rectam positum alia recta incidet.

prius conici sectio sit parabola, quae uocatur, cuius diametrus sit AB , et ab A rectae ordinate ductae parallela ducatur $A\Gamma$.

iam eam extra sectionem cadere, demonstraui[mus] [prop. XVII]. dico igitur, in spatium inter rectam $A\Gamma$ et sectionem positum nullam aliam rectam incidere.

λέγω δὴ, ὅτι καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς $ΑΓ$ εὐθείας καὶ τῆς τομῆς ἑτέρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται.

εἰ γὰρ δυνατόν, παρεμπιπτέτω ὡς ἡ $ΑΔ$, καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπ' αὐτῆς τυχὸν τὸ $Δ$, καὶ τεταγ-
 5 μένως κατήχθω ἡ $ΔΕ$, καὶ ἔστω παρ' ἣν δύνανται αἱ καταγόμεναι τεταγμένως ἡ $ΑΖ$. καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ $ΔΕ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΕΑ$ μείζονα λόγον ἔχει ἢπερ τὸ ἀπὸ $ΗΕ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΕΑ$, τὸ δὲ ἀπὸ $ΗΕ$ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ $ΖΑΕ$, καὶ τὸ ἀπὸ $ΔΕ$ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ $ΕΑ$
 10 μείζονα λόγον ἔχει ἢπερ τὸ ὑπὸ $ΖΑΕ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΕΑ$, τουτέστιν ἡ $ΖΑ$ πρὸς $ΑΕ$. πεποιήσθω οὖν, ὡς τὸ ἀπὸ $ΔΕ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΕΑ$, οὕτως ἡ $ΖΑ$ πρὸς $ΑΘ$, καὶ διὰ τοῦ $Θ$ παράλληλος ἦχθω τῇ $ΕΔ$ ἡ $ΘΔΚ$. ἐπεὶ οὖν ἐστὶν, ὡς τὸ ἀπὸ $ΔΕ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΕΑ$, ἡ
 15 $ΖΑ$ πρὸς $ΑΘ$, τουτέστι τὸ ὑπὸ $ΖΑΘ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΑΘ$, καὶ ἐστὶν, ὡς μὲν τὸ ἀπὸ $ΔΕ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΕΑ$, οὕτως τὸ ἀπὸ $ΚΘ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΘΑ$, τῷ δὲ ὑπὸ $ΖΑΘ$ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ $ΘΑ$, καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ $ΚΘ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΘΑ$, οὕτως τὸ ἀπὸ $ΑΘ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΘΑ$. ἴση
 20 ἄρα ἡ $ΚΘ$ τῇ $ΘΑ$. ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς $ΑΓ$ εὐθείας καὶ τῆς τομῆς ἑτέρα εὐθεῖα παρεμπεσεῖται.

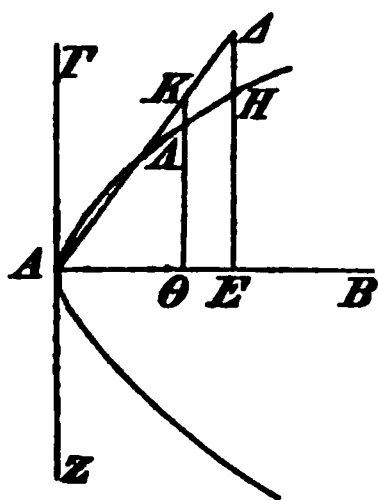
ἔστω δὴ ἡ τομὴ ὑπερβολὴ ἢ ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια, ἧς διάμετρος ἡ $ΑΒ$, ὀρθία δὲ ἡ $ΑΖ$, καὶ
 25 ἐπιξενυχθεῖσα ἡ $ΒΖ$ ἐκβεβλήσθω, καὶ ἀπὸ τοῦ $Α$ παρατεταγμένως ἦχθω ἡ $ΑΓ$.

ὅτι μὲν οὖν ἐκτὸς πίπτει τῆς τομῆς, δέδεικται.

7. μείζονα — 8. $ΕΑ$] om. V; corr. p (τῆς $ΗΕ$ et τῆς $ΕΑ$).

11. πεποιείσθω V; corr. p. 13. $ΕΔ$] $ΕΘ$ V; corr. p. 18. τό] (pr.) τῷ V; corr. p. 23. ἦ] ἡ V; corr. p. ἦ] ἡ V; corr. p.

nam si fieri potest, incidat ut $A\Delta$, et in ea sumatur punctum aliquod Δ , et ordinate ducatur ΔE , parametrum autem rectarum ordinate ductarum sit AZ . et quoniam est



$\Delta E^2 : EA^2 > HE^2 : EA^2$ [Eucl. V, 8],
et $HE^2 = ZA \times AE$ [prop. XI], erit etiam

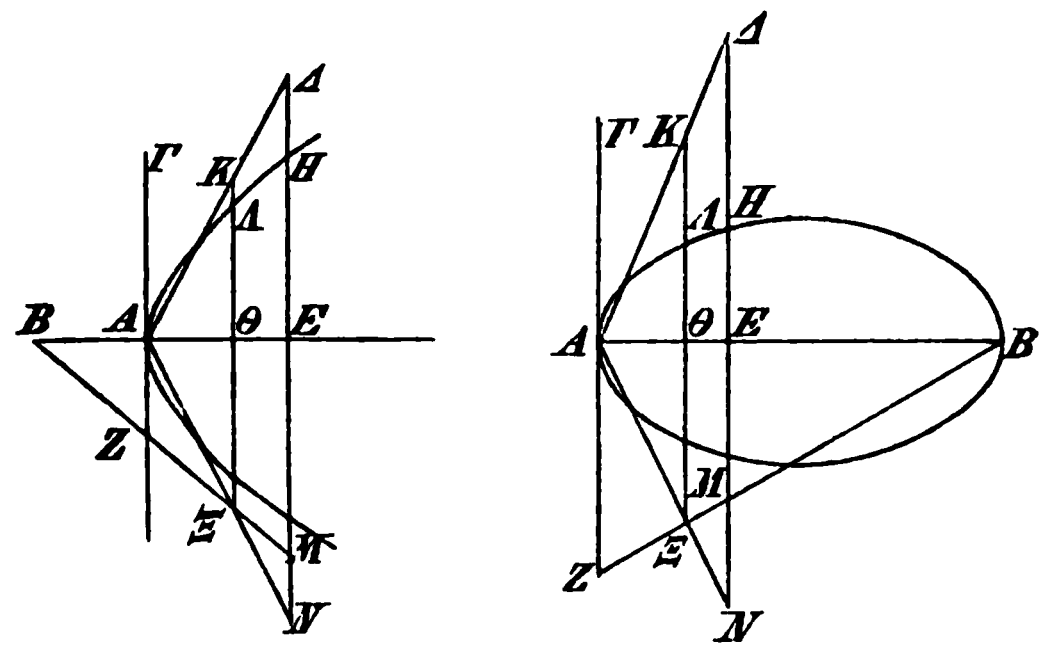
$\Delta E^2 : EA^2 > ZA \times AE : EA^2$,
hoc est $\Delta E^2 : EA^2 > ZA : AE$. fiat igitur $\Delta E^2 : EA^2 = ZA : A\Theta$, et per Θ

rectae $E\Delta$ parallela ducatur $\Theta\Lambda K$. quoniam igitur est $\Delta E^2 : EA^2 = ZA : A\Theta = ZA \times A\Theta : A\Theta^2$, est autem [Eucl. VI, 4] $\Delta E^2 : EA^2 = K\Theta^2 : \Theta A^2$, et

$$ZA \times A\Theta = \Theta A^2 \text{ [prop. XI],}$$

erit etiam $K\Theta^2 : \Theta A^2 = A\Theta^2 : \Theta A^2$. quare $K\Theta = \Theta A$ [Eucl. V, 9]; quod absurdum est. ergo in spatium inter rectam $A\Gamma$ et sectionem positum nulla recta alia incidet.

iam sit sectio hyperbola uel ellipsis uel ambitus circuli, cuius diametrum sit AB , latus autem rectum



AZ , et ducta BZ producatum, ab A autem rectae ordinate ductae parallela ducatur $A\Gamma$.

λέγω δὴ, ὅτι καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς $ΑΓ$ εὐθείας καὶ τῆς τομῆς ἑτέρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται.

εἰ γὰρ δυνατόν, παρεμπιπτέτω ὡς ἡ $ΑΔ$, καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπ' αὐτῆς τυχόν τὸ $Δ$, καὶ τεταγ-
 5 μένως ἀπ' αὐτοῦ κατήχθω ἡ $ΔΕ$, καὶ διὰ τοῦ $Ε$ τῆ
 $ΑΖ$ παράλληλος ἤχθω ἡ $ΕΜ$. καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ $ΗΕ$
 ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ $ΑΕΜ$, πεποιήσθω τῷ ἀπὸ $ΔΕ$ ἴσον
 τὸ ὑπὸ $ΑΕΝ$, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ $ΑΝ$ τεμνέτω τὴν
 $ΖΜ$ κατὰ τὸ $Ξ$, καὶ διὰ μὲν τοῦ $Ξ$ τῆ $ΖΑ$ παράλ-
 10 ληλος ἤχθω ἡ $ΞΘ$, διὰ δὲ τοῦ $Θ$ τῆ $ΑΓ$ ἡ $ΘΑΚ$.
 ἐπεὶ οὖν τὸ ἀπὸ $ΔΕ$ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπο $ΑΕΝ$, ἔστιν
 ὡς ἡ $ΝΕ$ πρὸς $ΕΔ$, ἡ $ΔΕ$ πρὸς $ΕΑ$. καὶ ὡς ἄρα
 ἡ $ΝΕ$ πρὸς $ΕΑ$, τὸ ἀπὸ $ΔΕ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΕΑ$. ἀλλ'
 ὡς μὲν ἡ $ΝΕ$ πρὸς $ΕΑ$, ἡ $ΞΘ$ πρὸς $ΘΑ$, ὡς δὲ τὸ
 15 ἀπὸ $ΔΕ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΕΑ$, τὸ ἀπὸ $ΚΘ$ πρὸς τὸ ἀπὸ
 $ΘΑ$. ὡς ἄρα ἡ $ΞΘ$ πρὸς $ΘΑ$, τὸ ἀπὸ $ΚΘ$ πρὸς τὸ
 ἀπὸ $ΘΑ$. μέση ἄρα ἀνάλογόν ἐστὶν ἡ $ΚΘ$ τῶν $ΞΘΑ$.
 τὸ ἄρα ἀπὸ $ΘΚ$ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ $ΑΘΞ$. ἔστι δὲ καὶ
 τὸ ἀπὸ $ΑΘ$ τῷ ὑπὸ $ΑΘΞ$ ἴσον διὰ τὴν τομὴν. τὸ
 20 ἄρα ἀπὸ $ΚΘ$ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ $ΘΑ$. ὅπερ ἄτοπον.
 οὐκ ἄρα εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε $ΑΓ$ εὐθείας καὶ
 τῆς τομῆς ἑτέρα εὐθεῖα παρεμπεσεῖται.

λγ'.

Ἐὰν ἐν παραβολῇ ληφθῆ τι σημεῖον, καὶ ἀπ' αὐτοῦ
 25 τεταγμένως ἐπὶ τὴν διάμετρον καταχθῆ, καὶ τῆ ἀπο-
 λαμβανομένη ὑπ' αὐτῆς ἀπὸ τῆς διαμέτρου πρὸς τῆ
 κορυφῆ τεθῆ ἴση ἐπ' εὐθείας ἀπ' ἄκρας αὐτῆς, ἡ ἀπὸ
 τοῦ γενομένου σημείου ἐπὶ τὸ ληφθὲν σημεῖον ἐπι-
 ζευγνυμένη ἐφάψεται τῆς τομῆς.

7. πεποιείσθω V; corr. p. τῷ] cvp, corr. ex τό m. 1 V.
 23. λγ'] p, om. V, m. 2 v.

iam igitur eam extra sectionem cadere, demonstratum est [prop. XVII; Eucl. III, 16]. dico etiam, in spatium inter rectam $A\Gamma$ et sectionem positum nullam aliam rectam incidere.

nam si fieri potest, incidat ut $A\Delta$, et in ea punctum aliquod sumatur Δ , et ab eo ordinate ducatur ΔE , per E autem rectae AZ parallela ducatur EM . et quoniam est $HE^2 = AE \times EM$ [prop. XII—XIII], fiat $AE \times EN = \Delta E^2$, et ducta AN rectam ZM in Ξ secet, et per Ξ rectae ZA parallela ducatur $\Xi\Theta$, per Θ autem rectae $A\Gamma$ parallela $\Theta A K$. quoniam igitur $\Delta E^2 = AE \times EN$, erit $NE : E\Delta = \Delta E : EA$ [Eucl. VI, 17]; quare etiam $NE : EA = \Delta E^2 : EA^2$. uerum $NE : EA = \Xi\Theta : \Theta A$, $\Delta E^2 : EA^2 = K\Theta^2 : \Theta A^2$ [Eucl. VI, 4]. itaque $\Xi\Theta : \Theta A = K\Theta^2 : \Theta A^2$. media igitur proportionalis est $K\Theta$ inter $\Xi\Theta$, ΘA . itaque [Eucl. VI, 17] $\Theta K^2 = A\Theta \times \Theta \Xi$. est autem etiam propter sectionem [prop. XII—XIII] $A\Theta^2 = A\Theta \times \Theta \Xi$. quare erit $K\Theta^2 = A\Theta^2$; quod absurdum est. ergo in spatium inter rectam $A\Gamma$ et sectionem alia recta non incidet.

XXXIII.

Si in parabola punctum aliquod sumitur, et ab eo ad diametrum recta ordinate ducitur, et rectae ab ea de diametro ad uerticem abscisae aequalis recta a termino eius in directum ponitur, recta a puncto ita orto ad sumptum punctum ducta sectionem continget.

sit parabola, cuius diametrus sit AB , et ordinate ducatur $\Gamma\Delta$, ponaturque $AE = E\Delta$, et ducatur $A\Gamma$. dico, $A\Gamma$ productam extra sectionem cadere.

ἔστω παραβολή, ἧς διάμετρος ἡ AB , καὶ κατήχθω τεταγμένως ἡ $\Gamma\Delta$, καὶ τῇ $E\Delta$ ἴση κείσθω ἡ AE , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ AG . λέγω, ὅτι ἡ AG ἐκβαλλομένη ἐκτὸς πεσεῖται τῆς τομῆς.

5 εἰ γὰρ δυνατόν, πιπτέτω ἐντὸς ὡς ἡ ΓZ , καὶ τεταγμένως κατήχθω ἡ HB . καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ BH πρὸς τὸ ἀπὸ $\Gamma\Delta$ μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ τὸ ἀπὸ ZB πρὸς τὸ ἀπὸ $\Gamma\Delta$, ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ἀπὸ ZB πρὸς τὸ ἀπὸ $\Gamma\Delta$, τὸ ἀπὸ BA πρὸς τὸ ἀπὸ $A\Delta$, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ
10 HB πρὸς τὸ ἀπὸ $\Gamma\Delta$, ἡ BE πρὸς ΔE , ἡ BE ἄρα πρὸς $E\Delta$ μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ τὸ ἀπὸ BA πρὸς τὸ ἀπὸ $A\Delta$. ἀλλ' ὡς ἡ BE πρὸς $E\Delta$, τὸ τετράκις ὑπὸ BEA πρὸς τὸ τετράκις ὑπὸ AED . καὶ τὸ τετράκις ἄρα ὑπὸ τῶν BEA πρὸς τὸ τετράκις ὑπὸ AED μεί-
15 ζονα λόγον ἔχει ἢ περ τὸ ἀπὸ BA πρὸς τὸ ἀπὸ $A\Delta$. ἐναλλάξ ἄρα τὸ τετράκις ὑπὸ BEA πρὸς τὸ ἀπὸ AB μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ τὸ τετράκις ὑπὸ AED πρὸς τὸ ἀπὸ $A\Delta$. ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. ἴσης γὰρ οὔσης τῆς AE τῇ $E\Delta$ τὸ τετράκις ὑπὸ AED τῷ ἀπὸ $A\Delta$
20 ἐστὶν ἴσον, τὸ δὲ τετράκις ὑπὸ BEA τοῦ ἀπὸ BA ἐστὶν ἔλασσον. τῆς γὰρ AB οὐκ ἔστι διχοτομία τὸ E σημείου. οὐκ ἄρα ἡ AG ἐντὸς πίπτει τῆς τομῆς· ἐφάπτεται ἄρα.

λδ'.

25 Ἐὰν ἐπὶ ὑπερβολῆς ἢ ἐλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας ληφθῇ τι σημεῖον, καὶ ἀπ' αὐτοῦ καταχθῇ εὐθεῖα ἐπὶ τὴν διάμετρον τεταγμένως, καὶ ὃν ἔχουσι λόγον πρὸς ἀλλήλας αἱ ἀποτεμνόμεναι ὑπὸ τῆς κατηγμένης πρὸς τοῖς πέρασι τῆς πλαγίας τοῦ εἶδους

12. τό] (alt.) om. V; corr. p.

corr. p. 20. τράκις V; corr. cp.

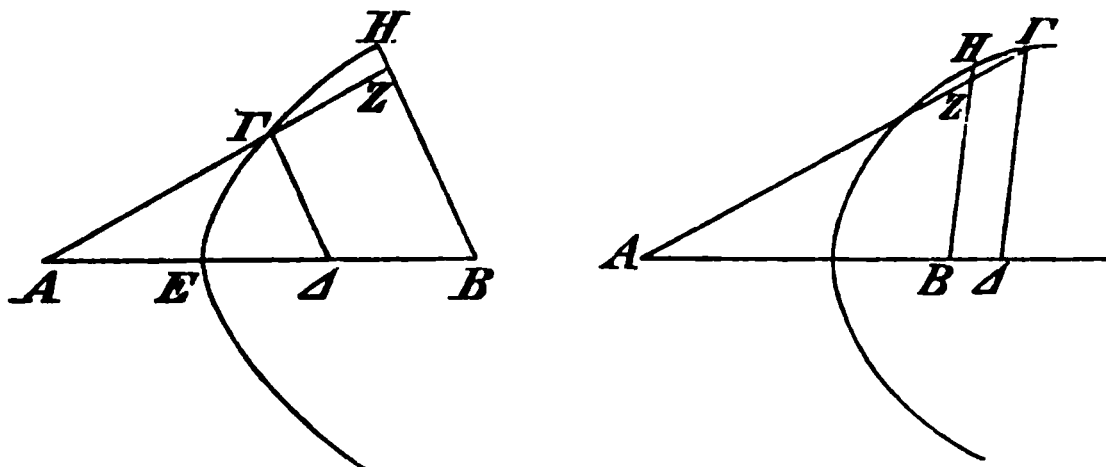
24. λδ'] p, om. V, m. 2 v.

14. ὑπό] (alt.) ἄρα ὑπό V;

22. ἐντός] ἐκτός V; corr. p.



nam si fieri potest, cadat intra ut ΓZ , et ordinate ducatur HB . et quoniam est $BH^2 : \Gamma \Delta^2 > ZB^2 : \Gamma \Delta^2$



[Eucl. V, 8], est autem $ZB^2 : \Gamma \Delta^2 = BA^2 : A \Delta^2$
 [Eucl. VI, 4], $BH^2 : \Gamma \Delta^2 = BE : \Delta E$ [prop. XX], erit
 $BE : E \Delta > BA^2 : A \Delta^2$.

est autem

$$BE : E \Delta = 4BE \times EA : 4AE \times E \Delta.$$

quare etiam

$$4BE \times EA : 4AE \times E \Delta > BA^2 : A \Delta^2.$$

permutando igitur

$$4BE \times EA : AB^2 > 4AE \times E \Delta : A \Delta^2;$$

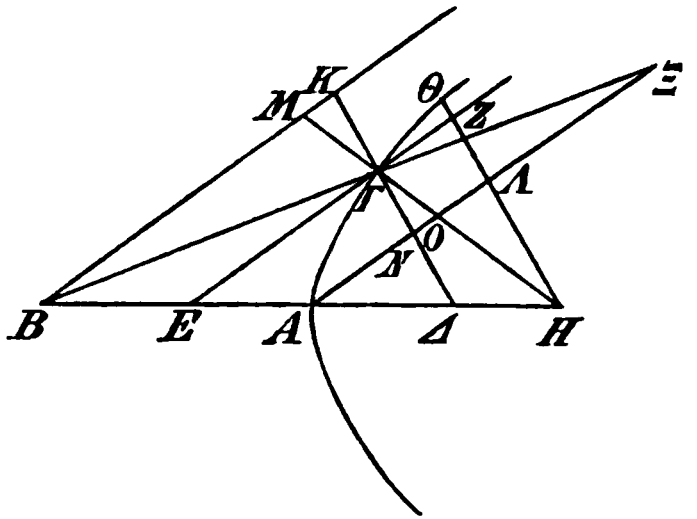
quod fieri non potest; nam quoniam est $AE = E \Delta$,
 erit $4AE \times E \Delta = A \Delta^2$; est autem $4BE \times EA < BA^2$
 [Eucl. II, 5]; neque enim E medium punctum est.
 itaque AG intra sectionem non cadit. ergo contingit.

XXXIV.

Si in hyperbola uel ellipsi uel ambitu circuli punctum sumitur, et ab eo recta ordinate ad diametrum ducitur, et quam rationem habent inter se rectae ab ordinate ducta ad terminos lateris transuersi figurae abscisae, eam habent partes lateris transuersi, ita ut

πλευρᾶς, τοῦτον ἔχη τὰ τμήματα τῆς πλαγίας πλευρᾶς, ὥστε ὁμόλογα εἶναι τὰ πρὸς τῇ κορυφῇ τμήματα, ἢ τὸ ἐπὶ τῆς πλαγίας πλευρᾶς ληφθὲν σημεῖον καὶ τὸ ἐπὶ τῆς τομῆς ἐπιζευγνύουσα εὐθεῖα ἐφάπτεται τῆς τομῆς.

5 ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια, ἧς διάμετρος ἡ AB , καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ Γ , καὶ ἀπὸ τοῦ Γ τεταγμένως ἤχθω ἡ $\Gamma\Delta$, καὶ πεποιήσθω ὡς ἡ $B\Delta$ πρὸς ΔA , οὕτως ἡ BE πρὸς EA , καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $E\Gamma$. λέγω, ὅτι ἡ ΓE ἐφάπτεται τῆς τομῆς.



15 εἰ γὰρ δυνατὸν, τεμνέτω ὡς ἡ $E\Gamma Z$, καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπ' αὐτῆς τὸ Z , καὶ τεταγμένως κατήχθω ἡ $HZ\Theta$, καὶ ἤχθωσαν διὰ τῶν A, B τῇ $E\Gamma$ παράλληλοι αἱ AL, BK , καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ $\Delta\Gamma, B\Gamma, H\Gamma$ ἐκβεβλήσθωσαν ἐπὶ τὰ M, Ξ, K σημεῖα. καὶ ἐπεὶ ἔστιν, ὡς ἡ $B\Delta$ πρὸς ΔA , οὕτως ἡ BE πρὸς EA , ἀλλ' ὡς μὲν ἡ $B\Delta$ πρὸς ΔA , οὕτως ἡ BK πρὸς AN , ὡς δὲ ἡ BE πρὸς AE , οὕτως ἡ $B\Gamma$ πρὸς $\Gamma\Xi$, τουτέστιν ἡ BK πρὸς ΞN , ὡς ἄρα ἡ BK πρὸς AN , ἡ BK πρὸς $N\Xi$. ἴση ἄρα ἔστιν ἡ AN τῇ $N\Xi$. τὸ ἄρα ὑπὸ $AN\Xi$ μείζον ἔστι τοῦ ὑπὸ $AO\Xi$. ἡ $N\Xi$ ἄρα πρὸς ΞO μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ ἡ OA πρὸς AN . ἀλλ' ὡς ἡ $N\Xi$ πρὸς ΞO , ἡ KB πρὸς BM . ἡ KB ἄρα πρὸς BM μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ ἡ OA πρὸς AN . τὸ ἄρα ὑπὸ KB, AN μείζον ἔστι τοῦ ὑπὸ MB, AO . ὥστε τὸ

5. ἦ] ἡ V; corr. p. ἦ] ἡ V; corr. p. 9. πεποιείσθω V; corr. p. 17. $HZ\Theta$] $H\Xi\Theta$ V; corr. Memus; ΘZH p.

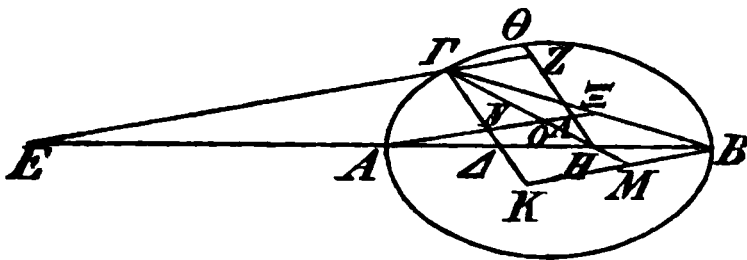
partes ad uerticem positae inter se respondeant, recta punctum in latere transuerso sumptum punctumque in sectione sumptum coniungens sectionem continget.

sit hyperbola uel ellipsis uel ambitus circuli, cuius diametrus sit AB , et in sectione punctum aliquod sumatur Γ , et a Γ ordinate ducatur $\Gamma\Delta$, et fiat

$$B\Delta : \Delta A = BE : EA,$$

ducaturque $E\Gamma$. dico,

ΓE sectionem contingere.



nam si fieri potest,

secet ut $E\Gamma Z$, et in ea punctum aliquod sumatur Z , ordinateque ducatur HZ , et per A, B rectae $E\Gamma$ parallelae ducantur AA, BK , et ductae $\Delta\Gamma, B\Gamma, H\Gamma$ ad puncta M, Ξ, K producantur. et quoniam est

$$B\Delta : \Delta A = BE : EA,$$

est autem etiam

$$B\Delta : \Delta A = BK : AN \text{ [Eucl. VI, 4]},$$

et [Eucl. VI, 2]

$$BE : AE = B\Gamma : \Gamma\Xi = BK : \Xi N \text{ [Eucl. VI, 4]},$$

erit

$$BK : AN = BK : N\Xi.$$

itaque $AN = N\Xi$ [Eucl. V, 9]. quare

$$AN \times N\Xi > AO \times O\Xi \text{ [Eucl. II, 5]}.$$

itaque $N\Xi : \Xi O > OA : AN$ [u. Eutocius]. est autem

$$N\Xi : \Xi O = KB : BM \text{ [Eucl. VI, 4]}.$$

itaque $KB : BM > OA : AN$. quare

$$KB \times AN > MB \times AO.$$

itaque $KB \times AN : \Gamma E^2 > MB \times AO : \Gamma E^2$ [Eucl. V, 8].

19. K, Ξ, M Halley. corr. cp.

25. $\eta. N\Xi$] $\eta\nu \xi\delta$ V, sed o del. m. 1;

ὑπὸ KB , AN πρὸς τὸ ἀπὸ $ΓΕ$ μείζονα λόγον ἔχει
 ἢπερ τὸ ὑπὸ MB , AO πρὸς τὸ ἀπὸ $ΓΕ$. ἀλλ' ὡς μὲν
 τὸ ὑπὸ KB , AN πρὸς τὸ ἀπὸ $ΓΕ$, οὕτως τὸ ὑπὸ $BΔA$
 πρὸς τὸ ἀπὸ $ΔΕ$ διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν $BKΔ$, $ΕΓΔ$,
 5 $NAΔ$ τριγώνων, ὡς δὲ τὸ ὑπὸ MB , AO πρὸς τὸ ἀπὸ
 $ΓΕ$, οὕτως ἐστὶ τὸ ὑπὸ BHA πρὸς τὸ ἀπὸ HE . τὸ
 ἄρα ὑπὸ $BΔA$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΔΕ$ μείζονα λόγον ἔχει
 ἢπερ τὸ ὑπὸ BHA πρὸς τὸ ἀπὸ HE . ἐναλλάξ τὸ
 ἄρα ὑπὸ $BΔA$ πρὸς τὸ ὑπὸ AH , BH μείζονα λόγον ἔχει
 10 ἢπερ τὸ ἀπὸ $ΔΕ$ πρὸς τὸ ἀπὸ EH . ἀλλ' ὡς μὲν τὸ
 ὑπὸ $BΔA$ πρὸς τὸ ὑπὸ AHB , οὕτως τὸ ἀπὸ $ΓΔ$ πρὸς
 τὸ ἀπὸ $HΘ$, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ $ΔΕ$ πρὸς τὸ ἀπὸ EH ,
 οὕτως τὸ ἀπὸ $ΓΔ$ πρὸς τὸ ἀπὸ ZH . καὶ τὸ ἀπὸ $ΓΔ$
 ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ $ΘH$ μείζονα λόγον ἔχει ἢπερ τὸ
 15 ἀπὸ $ΓΔ$ πρὸς τὸ ἀπὸ ZH . ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἡ $ΘH$
 τῆς ZH . ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἡ $ΕΓ$ τέμνει
 τὴν τομήν· ἐφάπτεται ἄρα.

λε'.

Ἐὰν παραβολῆς εὐθεΐα ἐφάπτηται συμπίπτουσα τῇ
 20 διαμέτρῳ ἐκτὸς τῆς τομῆς, ἢ ἀπὸ τῆς ἀφῆς εὐθεΐα
 ἀχθεΐσα τεταγμένως ἐπὶ τὴν διάμετρον ἴσην ἀπολήψε-
 ται ἀπὸ τῆς διαμέτρου πρὸς τῇ κορυφῇ τῆς τομῆς τῇ
 μεταξὺ αὐτῆς καὶ τῆς ἐφαπτομένης, καὶ εἰς τὸν μεταξὺ
 τόπον τῆς ἐφαπτομένης καὶ τῆς τομῆς οὐδεμία εὐθεΐα
 25 παρεμπεσεῖται.

ἔστω παραβολή, ἥς διάμετρος ἡ AB , καὶ τεταγμένως
 ἀνήχθω ἡ $BΓ$, καὶ ἔστω ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἡ $ΑΓ$.
 λέγω, ὅτι ἡ AH ἴση ἐστὶ τῇ HB .

13. ZH — 14. ἀπό] bis V; corr. p.
 m. 2 v. 23. αὐτῆς] αὐτῇ V; corr. p.

18. λε'] p, om. V,

ἔστω τῷ ὑπὸ $\Theta H Z$ ἴσον τὸ ὑπὸ $H A, K$. καὶ ἐπεὶ
 ἔστιν, ὡς ἡ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν, τὸ ὑπὸ $\Theta H Z$
 πρὸς τὸ ἀπὸ $H A$, τῷ δὲ ὑπὸ $\Theta H Z$ ἴσον τὸ ὑπὸ
 $H A, K$, καὶ τὸ ὑπὸ $H A, K$ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ $H A$,
 5 τουτέστιν ἡ K πρὸς $A H$, ἔστιν ὡς ἡ ὀρθία πρὸς τὴν
 πλαγίαν. καὶ ἐπεὶ ἡ $A H$ πρὸς $H Z$ τὸν συγκείμενον
 ἔχει λόγον ἕκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ $A H$ πρὸς K καὶ ἕκ
 τοῦ ὄν ἔχει ἡ K πρὸς $H Z$, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ $H A$ πρὸς
 K , ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, ὡς δὲ ἡ K πρὸς $H Z$,
 10 ἡ ΘH πρὸς $H A$ διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ ὑπὸ $\Theta H Z$ τῷ
 ὑπὸ $A H, K$, ἡ $A H$ ἄρα πρὸς $H Z$ τὸν συγκείμενον
 ἔχει λόγον ἕκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν,
 καὶ ἕκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ $H \Theta$ πρὸς $H A$.

μα'.

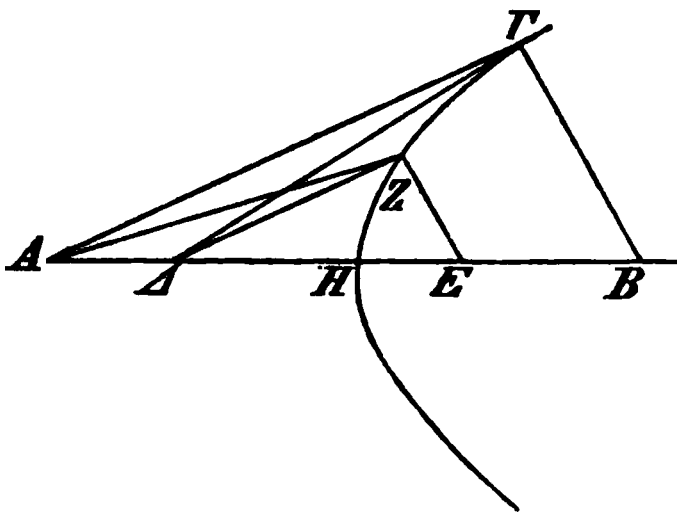
15 Ἐὰν ἐν ὑπερβολῇ ἢ ἑλλείψει ἢ κύκλου περιφερεία
 εὐθεῖα καταχθῆ τεταγμένως ἐπὶ τὴν διάμετρον, καὶ
 ἀπὸ τε τῆς τεταγμένης καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου ἀνα-
 γραφῆ εἶδη παραλληλόγραμμα ἰσογώνια, ἔχη δὲ ἡ
 κατηγμένη πλευρὰ πρὸς τὴν λοιπὴν τοῦ εἶδους πλευρὰν
 20 τὸν συγκείμενον λόγον ἕκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ ἐκ τοῦ
 κέντρου πρὸς τὴν λοιπὴν τοῦ εἶδους πλευρὰν, καὶ ἕκ
 τοῦ ὄν ἔχει ἡ τοῦ εἶδους τῆς τομῆς ὀρθία πλευρὰ
 πρὸς τὴν πλαγίαν, τὸ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τοῦ κέντρου
 καὶ τῆς κατηγμένης εἶδος τὸ ὅμοιον τῷ ἀπὸ τῆς ἐκ
 25 τοῦ κέντρου εἶδει ἐπὶ μὲν τῆς ὑπερβολῆς μείζον ἔστι
 τοῦ ἀπὸ τῆς κατηγμένης εἶδους τῷ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ
 κέντρου εἶδει, ἐπὶ δὲ τῆς ἑλλείψεως καὶ τῆς τοῦ κύκλου

1. $\Theta H Z$] $\Theta Z H$ V; corr. p (τῶν $\Theta H, H Z$). 7. ἐκ τοῦ]
 ἐξ οὗ V; corr. Halley. 13. ἐκ τοῦ] ἐξ οὗ V; corr. Halley.

14. μα'] p, om. V, m. 2 v. 21. τὴν] p, om. V. λοιπὴν τὴν c.
 ἐκ τοῦ] ἐξ οὗ V; corr. Halley.

producta cum recta $A\Gamma$ concurret [prop. XXXIII]; quod fieri non potest; ita enim duarum rectarum iidem

termini erunt. itaque AH rectae HB inaequalis non est. ergo aequalis est.



iam dico, in spatium inter rectam $A\Gamma$ et sectionem positum nullam rectam incidere.

nam si fieri potest, incidat $\Gamma\Delta$, ponaturque

$HE = H\Delta$, et ordinate ducatur EZ . recta igitur a Δ ad Z ducta sectionem contingit [prop. XXXIII]; producta igitur extra eam cadet. quare cum $\Delta\Gamma$ concurret, et duarum rectarum iidem termini erunt; quod absurdum est. ergo in spatium inter sectionem et rectam $A\Gamma$ positum nulla recta incidet.

XXXVI.

Si hyperbolam uel ellipsim uel ambitum circuli recta contingit cum latere transuerso figurae concurrens, et a puncto contactus ad diametrum ordinate ducitur recta, erit, ut recta a contingenti ad terminum lateris transuersi abscisa ad rectam a contingenti ad alterum terminum lateris transuersi abscisam, ita recta ab ordinate ducta ad terminum lateris abscisa ad rectam ab ordinate ducta ad alterum terminum lateris abscisam, ita ut rectae inter se correspondentes continuae sint, et in spatium inter contingentem et sectionem conici positum alia recta non incidet.

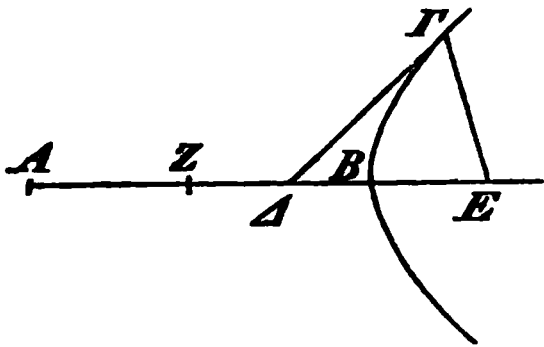
μεταξὺ τῆς κατηγμένης καὶ τῆς ἐφαπτομένης περιέξει χωρίον λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς κατηγμένης τετράγωνον, ὃν ἡ πλαγία πλευρὰ πρὸς τὴν ὀρθίαν.

ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια, 5 ἣς διάμετρος ἡ AB , καὶ ἐφαπτομένη ἡχθῶ ἡ $\Gamma\Delta$, καὶ κατήχθῶ τεταγμένως ἡ ΓE , κέντρον δὲ ἔστω τὸ Z . λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΔZE τῷ ἀπὸ ZB , καὶ ὡς τὸ ὑπὸ ΔEZ πρὸς τὸ ἀπὸ $E\Gamma$, ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν.

10 ἐπεὶ γὰρ ἐφάπτεται ἡ $\Gamma\Delta$ τῆς τομῆς, καὶ τεταγμένως κατήκται ἡ ΓE , ἔσται, ὡς ἡ $A\Delta$ πρὸς ΔB , ἡ AE πρὸς EB . συνθέντι ἄρα ἐστίν, ὡς συναμφοτέρος ἡ $A\Delta$, ΔB πρὸς ΔB , οὕτως συναμφοτέρος ἡ AE , EB πρὸς EB . καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ ἡμίση· ἐπὶ μὲν 15 τῆς ὑπερβολῆς ἐροῦμεν· ἀλλὰ συναμφοτέρου μὲν τῆς AE , EB ἡμίσειά ἐστὶν ἡ ZE , τῆς δὲ AB ἡ ZB · ὡς ἄρα ἢ ZE πρὸς EB , ἢ ZB πρὸς $B\Delta$. ἀναστρέψαντι ἄρα ἐστίν, ὡς ἡ EZ πρὸς ZB , ἢ ZB πρὸς $Z\Delta$ · ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ $EZ\Delta$ τῷ ἀπὸ ZB . καὶ ἐπεὶ 20 ἐστὶν, ὡς ἡ ZE πρὸς EB , ἢ ZB πρὸς $B\Delta$, τουτέστιν ἢ AZ πρὸς ΔB , ἐναλλάξ, ὡς ἡ AZ πρὸς ZE , ἢ ΔB πρὸς BE · συνθέντι, ὡς ἡ AE πρὸς EZ , ἢ ΔE πρὸς EB · ὥστε τὸ ὑπὸ AEB ἴσον τῷ ὑπὸ $ZE\Delta$. ἐστὶ δὲ ὡς τὸ ὑπὸ AEB πρὸς τὸ ἀπὸ ΓE , ἡ πλαγία πρὸς 25 τὴν ὀρθίαν· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ $ZE\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓE , ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν. ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως καὶ τοῦ κύκλου· ἀλλὰ συναμφοτέρου μὲν τῆς $A\Delta$, ΔB ἡμίσειά ἐστὶν ἡ ΔZ , τῆς δὲ AB ἡμίσειά ἐστὶν ἡ

8. ΔEZ] $E\Delta Z$ V; corr. Memus. 11. ΓE] E V; corr. Memus. 13. $A\Delta - AE$] om. V; corr. Memus. 14. μέν] scr. μὲν οὖν.

comprehendet aequale quadrato radii sectionis, cum
 recta autem inter ordinate ductam et contingentem
 posita spatium comprehendet, quod ad quadratum



ordinate ductae rationem habet,
 quam latus transuersum ad
 rectum.

sit hyperbola uel ellipsis
 uel ambitus circuli, cuius dia-
 metrus sit AB , et contingens

ducatur $\Gamma\Delta$, ducaturque ordinate ΓE , centrum autem
 sit Z . dico, esse $\Delta Z \times ZE = ZB^2$, et ut

$$\Delta E \times EZ : E\Gamma^2,$$

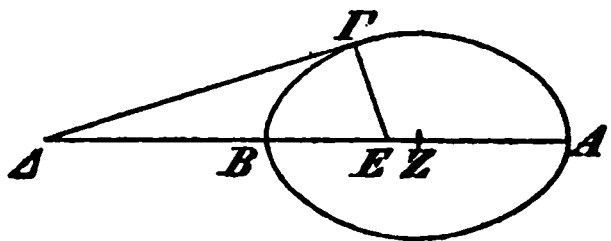
ita latus transuersum ad rectum.

nam quoniam $\Gamma\Delta$ sectionem contingit, et ΓE ordinate
 ducta est, erit $A\Delta : \Delta B = AE : EB$ [prop. XXXVI].
 componendo igitur $A\Delta + \Delta B : \Delta B = AE + EB : EB$
 [Eucl. V, 18]. et praecedentium dimidia sumantur
 [Eucl. V, 15]. in hyperbola igitur sic ratiocinabimur:
 est autem $ZE = \frac{1}{2}(AE + EB)$, $ZB = \frac{1}{2}AB$. itaque
 $ZE : EB = ZB : \Delta B$. conuertendo igitur [Eucl. V, 19
 coroll.] $EZ : ZB = ZB : Z\Delta$. itaque [Eucl. VI, 17]
 $EZ \times Z\Delta = ZB^2$. et quoniam est

$$ZE : EB = ZB : \Delta B = AZ : \Delta B,$$

permutando est [Eucl. V, 16] $AZ : ZE = \Delta B : BE$.
 et componendo $AE : EZ = \Delta E : EB$ [Eucl. V, 18].
 quare $AE \times EB = ZE \times E\Delta$ [Eucl. VI, 16]. est autem
 ut $AE \times EB : \Gamma E^2$, ita latus transuersum ad rectum
 [prop. XXI]. quare etiam ut $ZE \times E\Delta : \Gamma E^2$, ita
 latus transuersum ad rectum.

ZB · ὡς ἄρα ἡ $Z\Delta$ πρὸς ΔB , ἡ ZB πρὸς BE . ἀναστρέψαντι ἄρα ἐστίν, ὡς ἡ ΔZ πρὸς ZB , ἡ BZ πρὸς ZE . ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΔZE τῷ ἀπὸ BZ .



5 ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ ΔZE ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΔEZ καὶ τῷ ἀπὸ ZE , τὸ δὲ ἀπὸ BZ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ AEB μετὰ τοῦ ἀπὸ ZE . κοινὸν ἀφηρήσθω τὸ ἀπὸ EZ . λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ
10 ΔEZ λοιπῶ τῷ ὑπὸ AEB ἴσον ἔσται. ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΔEZ πρὸς τὸ ἀπὸ GE , οὕτως τὸ ὑπὸ AEB πρὸς τὸ ἀπὸ GE . ἀλλ' ὡς τὸ ὑπὸ AEB πρὸς τὸ ἀπὸ GE , ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν. ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΔEZ πρὸς τὸ ἀπὸ EG , ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν.

15

λη'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς ἢ ἐλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας εὐθεῖα ἐπιψαύουσα συμπίπτῃ τῇ δευτέρᾳ διαμέτρῳ, καὶ ἀπὸ τῆς ἀφῆς εὐθεῖα καταχθῆ ἐπὶ τὴν αὐτὴν διάμετρον παράλληλος τῇ ἑτέρᾳ διαμέτρῳ, ἡ ἀπολαμ-
20 βανομένη εὐθεῖα ὑπὸ τῆς κατηγμένης πρὸς τῷ κέντρῳ τῆς τομῆς μετὰ μὲν τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπὸ τῆς ἐφαπτομένης πρὸς τῷ κέντρῳ τῆς τομῆς ἴσον περιέξει τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς δευτέρας διαμέτρου τετρα-
25 ῳγώνῳ, μετὰ δὲ τῆς μεταξὺ τῆς κατηγμένης καὶ τῆς ἐφαπτομένης περιέξει χωρίον λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς κατηγμένης, ὃν ἔχει ἡ ὀρθία τοῦ εἶδους πλευρὰ πρὸς τὴν πλαγίαν.

3. ἴσον ἄρα ἐστὶ] c; euan. V, rep. mg. m. rec. 4. τῷ ἀπό] c; euan. V, rep. mg. m. rec. 10. λοιπῶ — 11. ΔEZ] om. V; corr. Halley. 15. λη'] p, om. V, m. 2 v. 21. μετὰ

in ellipsi autem et circulo sic: est autem

$$\Delta Z = \frac{1}{2}(A\Delta + \Delta B), \quad ZB = \frac{1}{2}AB.$$

erit igitur $Z\Delta : \Delta B = ZB : BE$. conuertendo igitur est [Eucl. V, 19 coroll.] $\Delta Z : ZB = BZ : ZE$. itaque [Eucl. VI, 17] $\Delta Z \times ZE = BZ^2$. est autem

$$\Delta Z \times ZE = \Delta E \times EZ + ZE^2$$

[Eucl. II, 3] et $BZ^2 = AE \times EB + ZE^2$ [Eucl. II, 5]. auferatur, quod commune est, EZ^2 . itaque erit

$$\Delta E \times EZ = AE \times EB.$$

erit igitur $\Delta E \times EZ : \Gamma E^2 = AE \times EB : \Gamma E^2$ [Eucl. V, 7]. uerum ut $AE \times EB : \Gamma E^2$, ita latus transuersum ad rectum [prop. XXI]. ergo ut

$$\Delta E \times EZ : E\Gamma^2,$$

ita latus transuersum ad rectum.

XXXVIII.

Si recta hyperbolam uel ellipsim uel ambitum circuli contingens cum altera diametro concurrit, et a puncto contactus recta ad eandem diametrum ducitur alteri diametro parallela, recta a recta ita ducta ad centrum sectionis abscisa cum recta a contingenti ad centrum sectionis abscisa spatium comprehendet aequale quadrato dimidiae alterius diametri, cum recta autem inter rectam ad diametrum ductam et contingentem posita spatium comprehendet, quod ad quadratum rectae ad diametrum ductae eam rationem habet, quam habet latus rectum figurae ad transuersum.

λέν] c; euan. V, rep. mg. m. rec. 22. ἐφαπτομένης] cv;
ἐφαπτο euan., rep. mg. m. rec. V; νης om. in extr. pag.

ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια,
 ἣς διάμετρος ἡ AHB , δευτέρα δὲ διάμετρος ἡ $ΓΗΔ$,
 ἐφαπτομένη δὲ ἔστω τῆς τομῆς ἡ $ΕΛΖ$ συμπίπτουσα
 τῇ $ΓΔ$ κατὰ τὸ Z , παράλληλος δὲ ἔστω τῇ AB ἢ
 5 $ΘΕ$. λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ $ZHΘ$ τῷ ἀπὸ $HΓ$ ἔστιν ἴσον,
 καὶ ἔστιν ὡς τὸ ὑπὸ $HΘZ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΘΕ$, ἢ ὀρθία
 πρὸς τὴν πλαγίαν.

ἤχθω τεταγμένως ἡ $ΜΕ$. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ
 $ΗΜΑ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΜΕ$; ἢ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν.
 10 ἀλλ' ἔστιν ὡς ἡ πλαγία ἡ $ΒΑ$ πρὸς $ΓΔ$, ἢ $ΓΔ$ πρὸς
 τὴν ὀρθίαν· καὶ ὡς ἄρα ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν,
 τὸ ἀπὸ $ΑΒ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΓΔ$ · καὶ τὰ τέταρτα, τουτ-
 ἔστι τὸ ἀπὸ $ΗΑ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΗΓ$ · καὶ ὡς ἄρα τὸ
 ὑπὸ $ΗΜΑ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΜΕ$, τὸ ἀπὸ $ΗΑ$ πρὸς τὸ
 15 ἀπὸ $ΗΓ$. τὸ δὲ ὑπὸ $ΗΜΑ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΜΕ$ τὸν
 συγκείμενον ἔχει λόγον ἕκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἢ $ΗΜ$ πρὸς
 $ΜΕ$, τουτέστι πρὸς $ΗΘ$, καὶ ἕκ τοῦ ὄν ἔχει ἢ $ΑΜ$
 πρὸς $ΜΕ$. ἀνάπαλιν ἄρα ὁ τοῦ ἀπὸ $ΓΗ$ πρὸς τὸ
 ἀπὸ $ΗΑ$ λόγος συνῆπται ἕκ τοῦ ὄν ἔχει ἢ $ΕΜ$ πρὸς
 20 $ΜΗ$, τουτέστιν ἢ $ΘΗ$ πρὸς $ΗΜ$, καὶ ἕκ τοῦ ὄν ἔχει
 ἢ $ΕΜ$ πρὸς $ΜΑ$, τουτέστιν ἢ ZH πρὸς $ΗΑ$. τὸ ἄρα
 ἀπὸ $ΗΓ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΗΑ$ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον
 ἕκ τοῦ ὄν ἔχει ἢ $ΘΗ$ πρὸς $ΗΜ$ καὶ ἕκ τοῦ ὄν ἔχει
 ἢ ZH πρὸς $ΗΑ$, ὅς ἔστιν ὁ αὐτὸς τῷ ὄν ἔχει τὸ ὑπὸ
 25 $ZHΘ$ πρὸς τὸ ὑπὸ $ΜΗΑ$. ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ $ZHΘ$
 πρὸς τὸ ὑπὸ $ΜΗΑ$, τὸ ἀπὸ $ΓΗ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΗΑ$.
 καὶ ἐναλλάξ ἄρα ἔστιν ὡς τὸ ὑπὸ $ZHΘ$ πρὸς τὸ ἀπὸ

3. $ΕΛΖ$] $ΛΖ$ V; corr. Comm.
 m. 1 V. 10. ἢ $ΒΑ$] scripsi, $ΒΑ$ V.
 corr. Memus. 14. ὑπὸ] ἀπό V; corr. p.
 ἐξ οὗ V. 18. τοῦ] om. V; corr. p.

6. τό] (pr.) cv, ins.
 πρὸς $ΓΔ$] om. V;
 17. ἕκ τοῦ] scripsi,
 τό] om. V; corr. p.

sit hyperbola uel ellipsis uel ambitus circuli, cuius diametrus sit AHB , altera autem diametrus $\Gamma H \Delta$, et sectionem contingat $E \Delta Z$ cum $\Gamma \Delta$ in Z concurrens, et ΘE rectae AB parallela sit. dico, esse

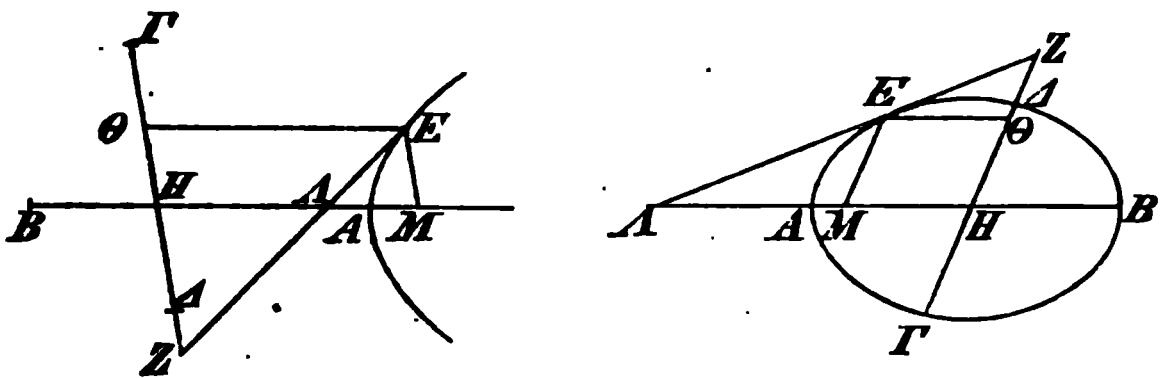
$$ZH \times H\Theta = H\Gamma^2,$$

et ut $H\Theta \times \Theta Z : \Theta E^2$, ita latus rectum ad transuersum.

ordinate ducatur ME . erit igitur [prop. XXXVII]

ut $HM \times M\Delta : ME^2$, ita latus transuersum ad rectum.

est autem, ut latus transuersum BA ad $\Gamma \Delta$, ita $\Gamma \Delta$



ad latus rectum [def. alt. 3]. quare etiam, ut latus transuersum ad latus rectum, ita $AB^2 : \Gamma \Delta^2$ [Eucl. V def. 9]; et partes quartae quoque [Eucl. V, 15], h. e. $HA^2 : H\Gamma^2$. quare etiam

$$HM \times M\Delta : ME^2 = HA^2 : H\Gamma^2.$$

est autem

$$HM \times M\Delta : ME^2 = (HM : ME) \times (\Delta M : ME) = (HM : H\Theta) \times (\Delta M : ME) \text{ [Eucl. I, 34]. itaque e}$$

$$\text{contrario } \Gamma H^2 : HA^2 = (EM : MH) \times (EM : M\Delta) = (\Theta H : HM) \times (ZH : H\Delta) \text{ [Eucl. VI, 4]. est autem}$$

$$(\Theta H : HM) \times (ZH : H\Delta) = ZH \times H\Theta : MH \times H\Delta.$$

erit igitur $ZH \times H\Theta : MH \times H\Delta = \Gamma H^2 : HA^2$. et

permutando [Eucl. V, 16] igitur

$$ZH \times H\Theta : \Gamma H^2 = MH \times H\Delta : HA^2.$$

20. ἐκ τοῦ] ἐξ οὗ V; corr. Halley. 23. ἐκ τοῦ] (alt.) scripsi; ἐξ οὗ V.

ΓΗ, τὸ ὑπὸ ΜΗΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΑ. ἴσον δὲ τὸ
 ὑπὸ ΜΗΛ τῷ ἀπὸ ΗΑ. ἴσον ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ ΖΗΘ
 τῷ ἀπὸ ΗΓ.

πάλιν ἐπεὶ ἐστίν, ὡς ἡ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν,
 5 τὸ ἀπὸ ΕΜ πρὸς τὸ ὑπὸ ΗΜΛ, καὶ τὸ ἀπὸ ΕΜ
 πρὸς τὸ ὑπὸ ΗΜΛ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἕκ τε
 τοῦ ὄν ἔχει ἡ ΕΜ πρὸς ΗΜ, τουτέστιν ἡ ΘΗ πρὸς
 ΘΕ, καὶ τοῦ ὄν ἔχει ἡ ΕΜ πρὸς ΜΛ, τουτέστιν ἡ
 ΖΗ πρὸς ΗΛ, τουτέστιν ἡ ΖΘ πρὸς ΘΕ, ὅς ἐστίν ὁ
 10 αὐτὸς τῷ ὄν ἔχει τὸ ὑπὸ ΖΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΕ,
 ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΖΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΕ, ἡ ὀρθία πρὸς
 τὴν πλαγίαν.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων δεικτέον, ὅτι ἐστίν, ὡς ἡ
 μεταξὺ τῆς ἐφαπτομένης καὶ τοῦ πέρατος τῆς διαμέτρου.
 15 ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῆ κατηγμένη πρὸς τὴν μεταξὺ τῆς ἐφαπ-
 τομένης καὶ τῆς δευτέρας διαμέτρου, ἡ μεταξὺ τοῦ
 ἑτέρου πέρατος καὶ τῆς κατηγμένης πρὸς τὴν μεταξὺ
 τοῦ ἑτέρου πέρατος καὶ τῆς κατηγμένης.

ἐπεὶ γὰρ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΖΗΘ τῷ ἀπὸ ΗΓ,
 20 τουτέστι τῷ ὑπὸ ΓΗΔ. ἴση γὰρ ἡ ΓΗ τῇ ΗΔ. τὸ
 ἄρα ὑπὸ ΖΗΘ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΓΗΔ. ἐστίν ἄρα
 ὡς ἡ ΖΗ πρὸς ΗΔ, ἡ ΓΗ πρὸς ΗΘ. καὶ ἀναστρέ-
 ψαντι, ὡς ἡ ΗΖ πρὸς ΖΔ, ἡ ΗΓ πρὸς ΓΘ. καὶ τὰ
 διπλᾶ τῶν ἡγουμένων. ἐστὶ δὲ διπλασία τῆς ΗΖ
 25 συναμφοτέρος ἡ ΓΖ, ΖΔ διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΓΗ
 τῇ ΗΔ, τῆς δὲ ΗΓ διπλασία ἡ ΓΔ. ὡς ἄρα συναμ-
 φοτέρος ἡ ΓΖΔ πρὸς ΖΔ, ἡ ΔΓ πρὸς ΓΘ. καὶ
 διελόντι ὡς ἡ ΓΖ πρὸς ΖΔ, ἡ ΔΘ πρὸς ΘΓ. ὅπερ
 ἔδει δεῖξαι.

5. καὶ τό — 6. ΗΜΛ] om. V; corr. Memus. 19. ΖΗΘ]
 ΖΘΗ V; corr. Memus. 23. ΗΖ] p, Z V, ΖΗ c. 25. Ante

est autem $MH \times H.A = HA^2$ [prop. XXXVII. ergo etiam $ZH \times H\Theta = H\Gamma^2$.

rursus quoniam est, ut latus rectum ad transuersum, ita $EM^2 : HM \times M.A$, et $EM^2 : HM \times M.A = (EM : HM) \times (EM : M.A) = (\Theta H : \Theta E) \times (ZH : H.A) = (\Theta H : \Theta E) \times (Z\Theta : \Theta E)$

[Eucl. VI, 4] = $Z\Theta \times \Theta H : \Theta E^2$,

erit, ut $Z\Theta \times \Theta H : \Theta E^2$, ita latus rectum ad transuersum.

Iisdem suppositis demonstrandum, quam rationem habeat recta inter contingentem et terminum diametri ad easdem partes uersus posita, in quibus est recta ordinate ducta, ad rectam inter contingentem et alteram diametrum positam, eam habere rectam inter alterum terminum et rectam ordinate ductam positam ad rectam inter alterum terminum et rectam ordinate ductam positam.

nam quoniam est $ZH \times H\Theta = H\Gamma^2$ [u. lin. 2], h. e. $ZH \times H\Theta = \Gamma H \times H.A$ (nam $\Gamma H = H.A$), erit [Eucl. VI, 16] $ZH : H.A = \Gamma H : H\Theta$. et conuertendo [Eucl. V, 19 coroll.] $ZH : Z.A = H\Gamma : \Gamma\Theta$. et praecedentium dupla sumantur [Eucl. V, 15]; est autem $\Gamma Z + Z.A = 2HZ$, quia $\Gamma H = H.A$, et $\Gamma.A = 2H\Gamma$. itaque $\Gamma Z + Z.A : Z.A = A\Gamma : \Gamma\Theta$. et dirimendo [Eucl. V, 17] $\Gamma Z : Z.A = A\Theta : \Theta\Gamma$; quod erat demonstrandum.

Corollarium.

manifestum igitur ex iis, quae diximus, rectam EZ sectionem contingere, siue sit $ZH \times H\Theta = H\Gamma^2$,

diá interponitur in extr. lin. V. in V, cui signo nihil nunc respondet. 26. η $\Gamma.A$] $H.A$ V; corr. p.

φανερὸν δὴ ἐκ τῶν εἰρημένων, ὅτι ἡ EZ ἐφάπτεται τῆς τομῆς, εἴαν τε ἴσον ἢ τὸ ὑπὸ $ZH\Theta$ τῶ ἀπὸ τῆς $H\Gamma$, εἴαν τε λόγον ἔχη τὸ ὑπὸ $Z\Theta H$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘE τὸν εἰρημένον· δειχθήσεται γὰρ ἀντιστρόφως.

5

λθ'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς ἢ ἐλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας εὐθεῖα ἐπιψάνουσα συμπίπτῃ τῇ διαμέτρῳ, καὶ ἀπὸ τῆς ἀφῆς καταχθῆ εὐθεῖα ἐπὶ τὴν διάμετρον τεταγμένως, ἥτις ἂν ληφθῆ τῶν δύο εὐθειῶν, ὧν ἐστὶν ἡ
10 μὲν μεταξὺ τῆς κατηγμένης καὶ τοῦ κέντρου τῆς τομῆς, ἡ δὲ μεταξὺ τῆς κατηγμένης καὶ τῆς ἐφαπτομένης, ἔξει πρὸς αὐτὴν ἡ κατηγμένη τὸν συγκείμενον λόγον ἐκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἢ ἑτέρα τῶν δύο εὐθειῶν πρὸς τὴν κατηγμένην, καὶ ἐκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ τοῦ εἶδους ὀρθία
15 πλευρὰ πρὸς τὴν πλαγίαν.

ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια, ἥς διάμετρος ἡ AB , κέντρον δὲ αὐτῆς τὸ Z , καὶ ἐφαπτομένη ἡχθῶ τῆς τομῆς ἡ $\Gamma\Delta$, καὶ τεταγμένως κατήχθῶ ἡ ΓE . λέγω, ὅτι ἡ ΓE πρὸς τὴν ἑτέραν
20 τῶν ZE , $E\Delta$ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἢ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν, καὶ ἐκ τοῦ ὄν ἔχει ἢ ἑτέρα τῶν ZE , $E\Delta$ πρὸς τὴν $E\Gamma$.

ἔστω γὰρ ἴσον τὸ ὑπὸ $ZE\Delta$ τῶ ὑπὸ $E\Gamma$, H . καὶ ἐπεὶ ἐστὶν, ὡς τὸ ὑπὸ $ZE\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓE , ἢ
25 πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, ἴσον δὲ ἐστὶ τὸ ὑπὸ $ZE\Delta$ τῶ ὑπὸ ΓE , H , ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΓE , H πρὸς τὸ ἀπὸ ΓE , τουτέστιν ἡ H πρὸς $E\Gamma$, ἢ πλαγία πρὸς τὴν

3. $Z\Theta H$] $ZH\Theta$ V; corr. Memus. 5. λθ'] p, om. V, m. 2 v.

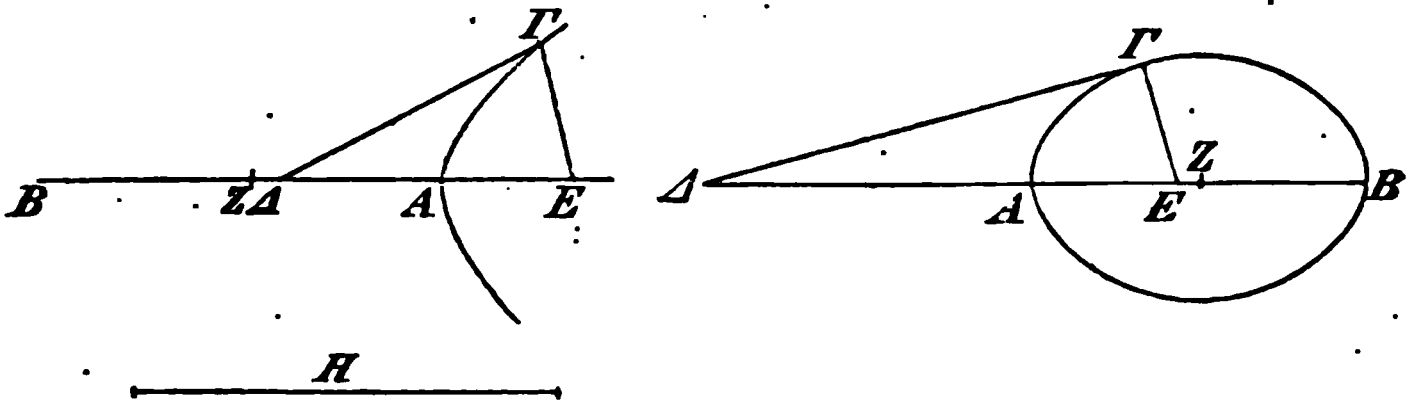
9. δύο] p, β Vc. 13. ὄν] cp, o e corr. m. 1 V. 14. ἐκ τοῦ] ἐξ οὗ V; corr. Halley. 21. ἐκ τοῦ] ἐξ οὗ V; corr. Halley. 26. τῶ ὑπὸ ΓE , H] om. V; corr. p (τῶν $\epsilon\gamma$ ἦ).

siue $Z\Theta \times \Theta H$ ad ΘE^2 rationem habeat, quam diximus; e contrario enim demonstrabitur.

XXXIX.

Si recta hyperbolam uel ellipsim uel ambitum circuli contingens cum diametro concurrit, et a puncto contactus ad diametrum recta ordinate ducitur, utraque recta sumpta erit, aut quae inter rectam ordinate ductam centrumque sectionis posita est, aut quae inter ordinate ductam contingentemque, recta ordinate ducta ad eam rationem habebit compositam ex ea, quam habet altera rectarum illarum ad ordinate ductam, eaque, quam habet latus rectum figurae ad transuersum.

sit hyperbola uel ellipsis uel ambitus circuli, cuius diametrus sit AB , centrum autem eius sit Z , et ducatur sectionem contingens $\Gamma\Delta$, ordinateque ducatur ΓE .



dico, ΓE ad alterutram rectarum ZE , $E\Delta$ rationem habere compositam ex ea, quam habet latus rectum ad transuersum, eaque, quam habet altera rectarum ZE , $E\Delta$ ad $E\Gamma$.

sit enim $ZE \times E\Delta = E\Gamma \times H$. et quoniam est [prop. XXXVII], ut $ZE \times E\Delta : \Gamma E^2$, ita latus transuersum ad rectum, et $ZE \times E\Delta = \Gamma E \times H$, erit

ὀρθίαν. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ ZED τῷ ὑπο
 $ΓΕ, Η$, ἐστὶν ὡς ἡ EZ πρὸς $ΕΓ$, ἡ H πρὸς $ΕΔ$.
καὶ ἐπεὶ ἡ $ΓΕ$ πρὸς $ΕΔ$ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον
ἐκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ $ΓΕ$ πρὸς H καὶ τοῦ ὄν ἔχει ἡ
6 H πρὸς $ΕΔ$, ἀλλ' ἐστὶν ὡς μὲν ἡ $ΓΕ$ πρὸς H , ἡ
ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν, ὡς δὲ ἡ H πρὸς $ΔΕ$, ἡ
 ZE πρὸς $ΕΓ$, ἡ $ΓΕ$ ἄρα πρὸς $ΕΔ$ τὸν συγκείμενον
ἔχει λόγον ἐκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν
καὶ ἡ ZE πρὸς $ΕΓ$.

10

μ'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς ἢ ἐλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας
εὐθεῖα ἐπιψαύουσα συμπίπτῃ τῇ δευτέρᾳ διαμέτρῳ,
καὶ ἀπὸ τῆς ἀφῆς καταχθῆ εὐθεῖα ἐπὶ τὴν αὐτὴν διά-
μετρον παράλληλος τῇ ἐτέρᾳ διαμέτρῳ, ἣτις ἂν ληφθῆ
15 τῶν δύο εὐθειῶν, ὧν ἐστὶν ἡ μὲν μεταξὺ τῆς κατηγ-
μένης καὶ τοῦ κέντρου τῆς τομῆς, ἡ δὲ μεταξὺ τῆς
κατηγμένης καὶ τῆς ἐφαπτομένης, ἔξει πρὸς αὐτὴν ἡ
κατηγμένη τὸν συγκείμενον λόγον ἐκ τε τοῦ ὄν ἔχει
ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, καὶ ἐκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ ἐτέρα
20 τῶν δύο εὐθειῶν πρὸς τὴν κατηγμένην.

ἔστω ὑπερβολῆ ἢ ἐλλειψὶς ἢ κύκλου περιφέρεια ἡ
 AB , διάμετρος δὲ αὐτῆς ἡ $BZΓ$, δευτέρα δὲ ἡ $ΔZE$,
καὶ ἐφαπτομένη ἡχθῶ ἡ $ΘAA$, καὶ τῇ $BΓ$ παράλληλος
ἡ AH . λέγω, ὅτι ἡ AH πρὸς τὴν ἐτέραν τῶν $ΘH, ZH$
25 τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ πλα-
γία πρὸς τὴν ὀρθίαν καὶ ἡ ἐτέρα τῶν $ΘH, ZH$ πρὸς
τὴν HA .

8. H] (pr.) $Δ V$; corr. p. 6. $Δ E$] $Δ EΓ$ uel $Δ EΔ V$,
 $Δ EΔ c$; corr. p. 10. $μ'$] p, om. V, m. 2 v. 17. ἔξει] om. V;
corr. Memus. 19. ἐκ τοῦ] scripsi; ἐξ οὗ V. 23. $BΓ$] $AΓ V$;
corr. p (B e corr.).

ut $\Gamma E \times H : \Gamma E^2$, h. e. ut $H : E\Gamma$, ita latus transuersum ad rectum. et quoniam est

$$ZE \times E\Delta = \Gamma E \times H,$$

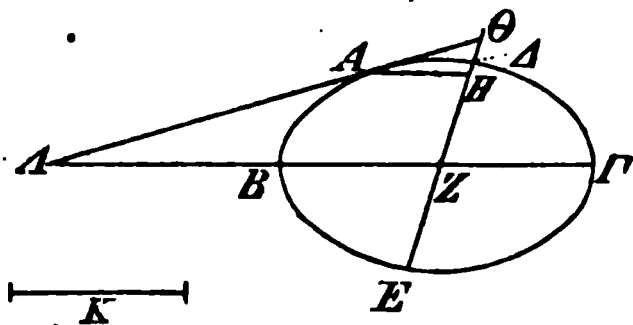
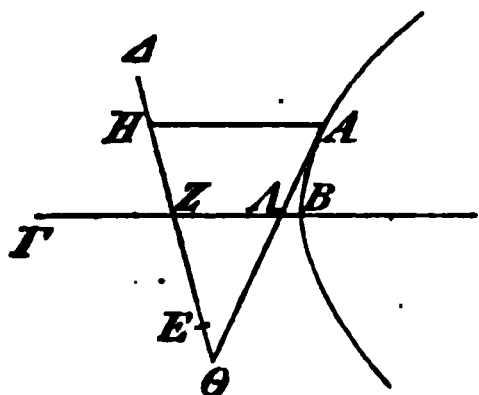
erit [Eucl. VI, 16] $EZ : E\Gamma = H : E\Delta$. et quoniam est $\Gamma E : E\Delta = (\Gamma E : H) \times (H : E\Delta)$, et est, ut $\Gamma E : H$, ita latus rectum ad transuersum, et

$$H : \Delta E = ZE : E\Gamma,$$

$\Gamma E : E\Delta$ rationem habet compositam ex ea, quam habet latus rectum ad transuersum, eaque, quam habet ZE ad $E\Gamma$.

XL.

Si recta hyperbolam uel ellipsim uel ambitum circuli contingens cum altera diametro concurrit, et a puncto contactus recta ad eandem diametrum ducitur alteri diametro parallela, utracunque recta sumpta erit, aut quae inter rectam ad diametrum ductam centrumque sectionis posita est, aut quae inter rectam illam contingentemque est, ad eam recta ad diametrum ducta rationem habebit compositam ex ea, quam habet latus transuersum ad rectum, eaque, quam habet altera rectarum illarum ad rectam ad diametrum ductam.



sit. hyperbola uel ellipsis uel ambitus circuli AB , diametrus autem eius $BZ\Gamma$ et diametrus altera ΔZE , ducaturque contingens ΘAA et rectae $B\Gamma$ parallela

ἔστω τῶ ὑπὸ ΘHZ ἴσον τὸ ὑπὸ HA, K . καὶ ἐπεὶ
 ἔστιν, ὡς ἡ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν, τὸ ὑπὸ ΘHZ
 πρὸς τὸ ἀπὸ HA , τῶ δὲ ὑπὸ ΘHZ ἴσον τὸ ὑπὸ
 HA, K , καὶ τὸ ὑπὸ HA, K ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ HA ,
 5 τουτέστιν ἡ K πρὸς AH , ἔστιν ὡς ἡ ὀρθία πρὸς τὴν
 πλαγίαν. καὶ ἐπεὶ ἡ AH πρὸς HZ τὸν συγκείμενον
 ἔχει λόγον ἔκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ AH πρὸς K καὶ ἔκ
 τοῦ ὄν ἔχει ἡ K πρὸς HZ , ἀλλ' ὡς μὲν ἡ HA πρὸς
 K , ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, ὡς δὲ ἡ K πρὸς HZ ,
 10 ἡ ΘH πρὸς HA διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ ὑπὸ ΘHZ τῶ
 ὑπὸ AH, K , ἡ AH ἄρα πρὸς HZ τὸν συγκείμενον
 ἔχει λόγον ἔκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν,
 καὶ ἔκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ $H\Theta$ πρὸς HA .

μα'.

15 Ἐὰν ἐν ὑπερβολῇ ἢ ἐλλείψει ἢ κύκλου περιφερεία
 εὐθεῖα καταχθῆ τεταγμένως ἐπὶ τὴν διάμετρον, καὶ
 ἀπὸ τε τῆς τεταγμένης καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου ἀνα-
 γραφῆ εἶδη παραλληλόγραμμα ἰσογώνια, ἔχη δὲ ἡ
 κατηγμένη πλευρὰ πρὸς τὴν λοιπὴν τοῦ εἶδους πλευρὰν
 20 τὸν συγκείμενον λόγον ἔκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἢ ἔκ τοῦ
 κέντρου πρὸς τὴν λοιπὴν τοῦ εἶδους πλευρὰν, καὶ ἔκ
 τοῦ ὄν ἔχει ἡ τοῦ εἶδους τῆς τομῆς ὀρθία πλευρὰ
 πρὸς τὴν πλαγίαν, τὸ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τοῦ κέντρου
 καὶ τῆς κατηγμένης εἶδος τὸ ὅμοιον τῶ ἀπὸ τῆς ἐκ
 25 τοῦ κέντρου εἶδει ἐπὶ μὲν τῆς ὑπερβολῆς μείζον ἔστι
 τοῦ ἀπὸ τῆς κατηγμένης εἶδους τῶ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ
 κέντρου εἶδει, ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως καὶ τῆς τοῦ κύκλου

1. ΘHZ] ΘZH V; corr. p (τῶν $\Theta H, HZ$). 7. ἐκ τοῦ]
 ἐξ οὗ V; corr. Halley. 13. ἐκ τοῦ] ἐξ οὗ V; corr. Halley.
 14. μα'] p, om. V, m. 2 v. 21. τὴν] p, om. V. λοιπὴν τὴν c.
 ἐκ τοῦ] ἐξ οὗ V; corr. Halley.

AH. dico, *AH* ad alterutram rectarum $\odot H$, ZH rationem habere compositam ex ea, quam habet latus transuersum ad rectum, eaque, quam habet altera rectarum $\odot H$, ZH ad *HA*.

sit $HA \times K = \odot H \times HZ$. et quoniam est, ut latus rectum ad transuersum, ita $\odot H \times HZ : HA^2$ [prop. XXXVIII], et $HA \times K = \odot H \times HZ$, erit etiam, ut $HA \times K : HA^2$, h. e. ut $K : AH$, ita latus rectum ad transuersum. et quoniam est

$$AH : HZ = (AH : K) \times (K : HZ),$$

et ut $HA : K$, ita latus transuersum ad rectum, et $K : HZ = \odot H : HA$, quia $\odot H \times HZ = AH \times K$ [Eucl. VI, 16], $AH : HZ$ rationem habet compositam ex ea, quam habet latus transuersum ad rectum, eaque, quam habet $H\odot$ ad *HA*.

XLI.

Si in hyperbola uel ellipsi uel ambitu circuli recta ad diametrum ordinate ducitur, et in recta ordinate ducta radioque figurae parallelogrammae aequiangulae describuntur, latus autem ordinate ductum ad reliquum latus figurae rationem habet compositam ex ea, quam habet radius ad reliquum latus figurae, eaque, quam habet latus rectum figurae sectionis ad transuersum, figura in recta inter centrum rectamque ordinate ductam posita descripta similis figurae in radio descriptae in hyperbola excedit figuram in ordinate ducta descriptam figura in radio descripta, in ellipsi uero ambituque circuli adiuncta figura in ordinate ducta descripta aequalis est figurae in radio descriptae.

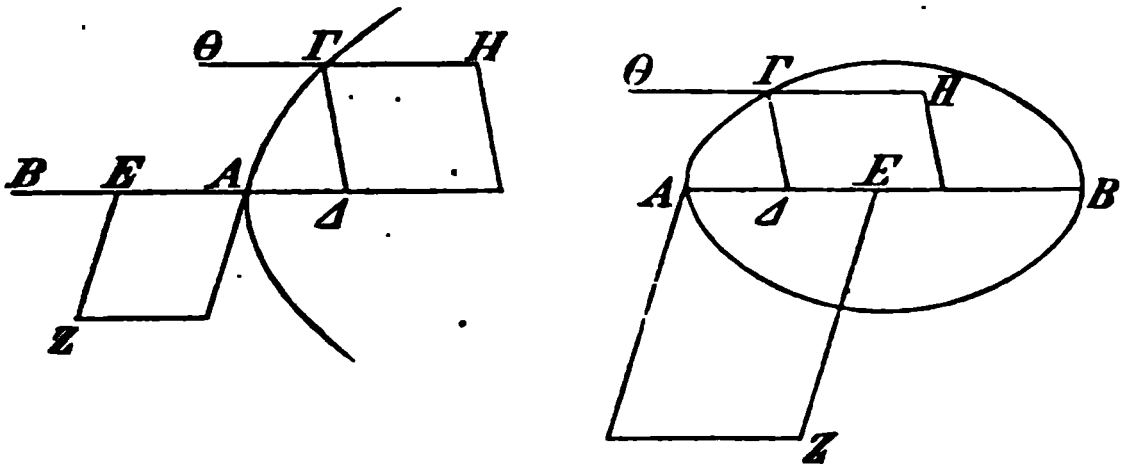
περιφερείας μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς κατηγμένης εἵδους ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου εἶδει.

ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια, ἧς διάμετρος ἡ AB , κέντρον δὲ τὸ E , καὶ τεταγμένως
 5 κατήχθω ἡ $\Gamma\Delta$, καὶ ἀπὸ τῶν EA , $\Gamma\Delta$ ἰσογώνια εἶδη ἀναγεγράφθω τὰ AZ , ΔH , καὶ ἡ $\Gamma\Delta$ πρὸς τὴν ΓH τὸν συγκείμενον ἐχέτω λόγον ἐκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ AE πρὸς EZ , καὶ ἐκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν. λέγω, ὅτι ἐπὶ μὲν τῆς ὑπερβολῆς τὸ ἀπὸ τῆς $E\Delta$
 10 εἶδος τὸ ὅμοιον τῷ AZ ἴσον ἐστὶ τοῖς AZ , $H\Delta$, ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως καὶ τοῦ κύκλου τὸ ἀπὸ τῆς $E\Delta$ ὅμοιον τῷ AZ μετὰ τοῦ $H\Delta$ ἴσον ἐστὶ τῷ AZ .

πεποιήσθω γάρ, ὡς ἡ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν, ἡ $\Delta\Gamma$ πρὸς $\Gamma\Theta$. καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς ἡ $\Delta\Gamma$ πρὸς $\Gamma\Theta$,
 15 ἡ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν, ἀλλ' ὡς ἡ $\Delta\Gamma$ πρὸς $\Gamma\Theta$, τὸ ἀπὸ τῆς $\Delta\Gamma$ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν $\Delta\Gamma\Theta$, ὡς δὲ ἡ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν, τὸ ἀπὸ $\Delta\Gamma$ πρὸς τὸ ὑπὸ $B\Delta A$, ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ $B\Delta A$ τῷ ὑπὸ $\Delta\Gamma\Theta$. καὶ ἐπεὶ ἡ $\Delta\Gamma$ πρὸς ΓH τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ
 20 τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ AE πρὸς EZ καὶ τοῦ ὄν ἔχει ἡ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν, τουτέστιν ἡ $\Delta\Gamma$ πρὸς $\Gamma\Theta$, ἔτι δὲ ἡ $\Delta\Gamma$ πρὸς ΓH τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ $\Delta\Gamma$ πρὸς $\Gamma\Theta$ καὶ ἐκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ $\Theta\Gamma$ πρὸς ΓH , ὁ ἄρα συγκείμενος λόγος ἐκ τε τοῦ
 25 ὄν ἔχει ἡ AE πρὸς EZ καὶ ἐκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ $\Delta\Gamma$ πρὸς $\Gamma\Theta$ ὁ αὐτός ἐστὶ τῷ συγκειμένῳ λόγῳ ἐκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ $\Delta\Gamma$ πρὸς $\Gamma\Theta$ καὶ ἐκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ $\Theta\Gamma$ πρὸς ΓH . κοινὸς ἀφηρήσθω ὁ τῆς $\Gamma\Delta$ πρὸς $\Gamma\Theta$.

8. ἐκ τοῦ] ἐξ οὗ V; corr. Halley. 13. πεποιείσθω V; corr. p. 23. ἐκ τοῦ] ἐξ οὗ V; corr. Halley. 25. ἐκ τοῦ] ἐξ οὗ V; corr. Halley. 27. ἐκ τοῦ] ἐξ οὗ V; corr. Halley.

sit hyperbola uel ellipsis uel ambitus circuli, cuius diametrus sit AB , centrum autem E , et ordinate ducatur $\Gamma\Delta$, et in EA , $\Gamma\Delta$ figurae aequiangulae describantur AZ , ΔH , rationemque habeat $\Gamma\Delta : \Gamma H$ compositam ex ea, quam habet $AE : EZ$, eaque, quam



habet latus rectum ad transuersum. dico, in hyperbola figuram in $E\Delta$ descriptam similem figurae AZ aequalem esse figuris $AZ + H\Delta$, in ellipsi autem et circulo figuram in $E\Delta$ descriptam figurae AZ similem adiuncta figura $H\Delta$ aequalem esse figurae AZ .

fiat enim, ut latus rectum ad transuersum, ita $\Delta\Gamma$ ad $\Gamma\Theta$. et quoniam est, ut $\Delta\Gamma : \Gamma\Theta$, ita latus rectum ad transuersum, est autem $\Delta\Gamma : \Gamma\Theta = \Delta\Gamma^2 : \Delta\Gamma \times \Gamma\Theta$, et ut latus rectum ad transuersum, ita $\Delta\Gamma^2$ ad $B\Delta \times \Delta A$ [prop. XXI], erit $B\Delta \times \Delta A = \Delta\Gamma \times \Gamma\Theta$. [Eucl. V, 9]. et quoniam $\Delta\Gamma : \Gamma H$ rationem habet compositam ex ea, quam habet $AE : EZ$, eaque, quam habet latus rectum ad transuersum, h. e. $\Delta\Gamma : \Gamma\Theta$, et praeterea est $\Delta\Gamma : \Gamma H = (\Delta\Gamma : \Gamma\Theta) \times (\Theta\Gamma : \Gamma H)$, erit $(AE : EZ) \times (\Delta\Gamma : \Gamma\Theta) = (\Delta\Gamma : \Gamma\Theta) \times (\Theta\Gamma : \Gamma H)$. auferatur, quae communis est, ratio $\Gamma\Delta : \Gamma\Theta$. itaque $AE : EZ = \Theta\Gamma : \Gamma H$. est autem

$$\Theta\Gamma : \Gamma H = \Theta\Gamma \times \Gamma\Delta : H\Gamma \times \Gamma\Delta,$$

λοιπὸς ἄρα ὁ τῆς AE πρὸς EZ λόγος λοιπῶ τῶ τῆς
 $\Theta\Gamma$ πρὸς $\Gamma\Delta$ λόγῳ ἐστὶν ὁ αὐτός. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ $\Theta\Gamma$
 πρὸς $\Gamma\Delta$, τὸ ὑπὸ $\Theta\Gamma\Delta$ πρὸς τὸ ὑπὸ $H\Gamma\Delta$, ὡς δὲ
 ἡ AE πρὸς EZ , τὸ ἀπὸ AE πρὸς τὸ ὑπὸ AEZ . ὡς
 5 ἄρα τὸ ὑπὸ $\Theta\Gamma\Delta$ πρὸς τὸ ὑπὸ $H\Gamma\Delta$, τὸ ἀπὸ EA
 πρὸς τὸ ὑπὸ AEZ . τὸ δὲ ὑπὸ $\Theta\Gamma\Delta$ ἴσον ἐδείχθη τῶ
 ὑπὸ $B\Delta A$. ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ $B\Delta A$ πρὸς τὸ ὑπὸ $H\Gamma\Delta$,
 τὸ ἀπὸ AE πρὸς τὸ ὑπὸ AEZ . ἐναλλάξ, ὡς τὸ ὑπὸ
 $B\Delta A$ πρὸς τὸ ἀπὸ AE , τὸ ὑπὸ $H\Gamma\Delta$ πρὸς τὸ ὑπὸ
 10 AEZ . ὡς δὲ τὸ ὑπὸ $H\Gamma\Delta$ πρὸς τὸ ὑπὸ AEZ , τὸ ΔH
 παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ ZA . ἰσογώνια γάρ ἐστι
 καὶ λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν τῆς
 $H\Gamma$ πρὸς AE καὶ τῆς $\Gamma\Delta$ πρὸς EZ . καὶ ὡς ἄρα τὸ
 ὑπὸ $B\Delta A$ πρὸς τὸ ἀπὸ EA , τὸ $H\Delta$ πρὸς AZ .

15 λεκτέον τοίνυν ἐπὶ μὲν τῆς ὑπερβολῆς· [ὡς πάντα
 πρὸς πάντα, ἐν πρὸς ἐν] ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ $B\Delta A$ μετὰ
 τοῦ ἀπὸ AE πρὸς τὸ ἀπὸ AE , τουτέστι τὸ ἀπὸ ΔE
 πρὸς τὸ ἀπὸ EA , οὕτως τὰ $H\Delta$, AZ πρὸς τὸ AZ .
 ὡς δὲ τὸ ἀπὸ $E\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ EA , οὕτως τὸ ἀπὸ $E\Delta$
 20 εἶδος τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένον τῶ AZ
 πρὸς τὸ AZ . ὡς ἄρα τὰ $H\Delta$, AZ πρὸς τὸ AZ , οὕτως
 τὸ ἀπὸ $E\Delta$ εἶδος ὅμοιον τῶ AZ πρὸς τὸ AZ . τὸ
 ἀπὸ $E\Delta$ ἄρα εἶδος τὸ ὅμοιον τῶ AZ ἴσον ἐστὶ τοῖς
 $H\Delta$, AZ .

25 ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως καὶ τῆς τοῦ κύκλου περι-
 φερείας ἐροῦμεν· ἐπεὶ οὖν ὡς ὅλον ἐστὶ τὸ ἀπὸ AE
 πρὸς ὅλον τὸ AZ , οὕτως ἀφαιρεθὲν τὸ ὑπὸ $A\Delta B$
 πρὸς ἀφαιρεθὲν τὸ ΔH , καὶ λοιπὸν ἐστὶ πρὸς λοιπόν,
 ὡς ὅλον πρὸς ὅλον. ἀπὸ δὲ τοῦ ἀπὸ EA ἐὰν ἀφ-

15. ὡς πάντα — 16. ἐν] falsa sunt; debuit enim συνθέντι
 dici; del. Comm. in notis fol. 30^v. 17. τουτέστι — 18. EA]

$AE : EZ = AE^2 : AE \times EZ.$ itaque erit

$$\odot \Gamma \times \Gamma \Delta : H\Gamma \times \Gamma \Delta = EA^2 : AE \times EZ.$$

demonstrauimus autem, esse $\odot \Gamma \times \Gamma \Delta = B\Delta \times \Delta A.$
erit igitur $B\Delta \times \Delta A : H\Gamma \times \Gamma \Delta = AE^2 : AE \times EZ.$
permutando [Eucl. V, 16]

$$B\Delta \times \Delta A : AE^2 = H\Gamma \times \Gamma \Delta : AE \times EZ.$$

est autem $H\Gamma \times \Gamma \Delta : AE \times EZ = \Delta H : ZA$
[Eucl. VI, 23]; nam parallelogramma aequiangula sunt
et rationem habent ex lateribus compositam $H\Gamma : AE$
et $\Gamma \Delta : EZ.$ quare etiam $B\Delta \times \Delta A : EA^2 = H\Delta : AZ.$
dicendum igitur in hyperbola:

$$B\Delta \times \Delta A + AE^2 : AE^2 = H\Delta + AZ : AZ$$

[Eucl. V, 18], h. e. [Eucl. II, 6]

$$\Delta E^2 : EA^2 = H\Delta + AZ : AZ.$$

est autem, ut $E\Delta^2 : EA^2,$ ita figura in $E\Delta$ similis et
similiter descripta figurae AZ ad AZ [Eucl. VI, 20
coroll.]. itaque ut $H\Delta + AZ : AZ,$ ita figura in $E\Delta$
descripta figurae AZ similis ad $AZ.$ ergo figura in
 $E\Delta$ descripta figurae AZ similis figuris $H\Delta + AZ$
aequalis est.

in ellipsi uero et ambitu circuli dicemus: quoniam
est $AE^2 : AZ = A\Delta \times \Delta B : \Delta H$ [Eucl. V, 16], erit
etiam, ut totum ad totum, ita reliquum ad reliquum
[Eucl. V, 19]. sin ab EA^2 aufertur $B\Delta \times \Delta A,$ relin-
quitur ΔE^2 [Eucl. II, 5]. itaque

$$\Delta E^2 : AZ \div \Delta H = AE^2 : AZ.$$

est autem, ut $AE^2 : AZ,$ ita ΔE^2 ad figuram in ΔE

αιρεθῆ τὸ ὑπὸ $B\Delta A$, λοιπὸν ἔστι τὸ ἀπὸ ΔE . ὡς
 ἄρα τὸ ἀπὸ ΔE πρὸς τὴν ὑπεροχὴν, ἣν ὑπερέχει τὸ
 AZ τοῦ ΔH , οὕτως τὸ ἀπὸ AE πρὸς τὸ AZ . ἀλλ'
 ὡς τὸ ἀπὸ AE πρὸς τὸ AZ , οὕτως τὸ ἀπὸ ΔE πρὸς
 5 τὸ ἀπὸ ΔE εἶδος ὁμοιον τῷ AZ . ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΔE
 πρὸς τὴν ὑπεροχὴν, ἣν ὑπερέχει τὸ AZ τοῦ ΔH ,
 οὕτως τὸ ἀπὸ ΔE πρὸς τὸ ἀπὸ ΔE εἶδος τὸ ὁμοιον
 τῷ AZ . ἴσον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΔE εἶδος ὁμοιον τῷ
 AZ τῇ ὑπεροχῇ, ἣν ὑπερέχει τὸ AZ τοῦ ΔH . μετὰ
 10 τοῦ ΔH ἄρα ἴσον ἔστι τῷ AZ .

μβ'.

Ἐὰν παραβολῆς εὐθεία ἐπιψαύουσα συμπύπτῃ τῇ
 διαμέτρῳ, καὶ ἀπὸ τῆς ἀφῆς εὐθεία καταχθῆ ἐπὶ τὴν
 διάμετρον τεταγμένως, ληφθέντος δέ τινος ἐπὶ τῆς τομῆς
 15 σημείου καταχθῶσιν ἐπὶ τὴν διάμετρον δύο εὐθεῖαι,
 καὶ ἡ μὲν αὐτῶν παρὰ τὴν ἐφαπτομένην, ἡ δὲ παρὰ τὴν
 ἀπὸ τῆς ἀφῆς κατηγμένην, τὸ γινόμενον ὑπ' αὐτῶν τρί-
 γωνον ἴσον ἔστι τῷ περιεχομένῳ παραλληλογράμμῳ ὑπό-
 τε τῆς ἀπὸ τῆς ἀφῆς κατηγμένης καὶ τῆς ἀπολαμβανο-
 20 μένης ὑπὸ τῆς παραλλήλου πρὸς τῇ κορυφῇ τῆς τομῆς.

ἔστω παραβολή, ἥς διάμετρος ἡ AB , καὶ ἤχθω
 ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἡ AG , καὶ τεταγμένως κατήχθω
 ἡ $\Gamma\Theta$, καὶ ἀπὸ τινος σημείου τυχόντος κατήχθω ἡ ΔZ ,
 καὶ διὰ μὲν τοῦ Δ τῇ AG παράλληλος ἤχθω ἡ ΔE ,
 25 διὰ δὲ τοῦ Γ τῇ BZ ἡ ΓH , διὰ δὲ τοῦ B τῇ $\Theta\Gamma$
 ἡ BH . λέγω, ὅτι τὸ ΔEZ τρίγωνον ἴσον ἔστι τῷ HZ
 παραλληλογράμμῳ.

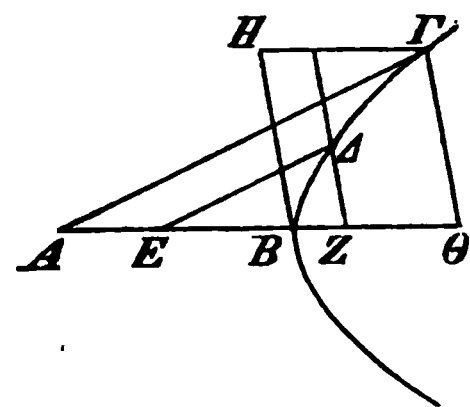
ἐπεὶ γὰρ τῆς τομῆς ἐφάπτεται ἡ AG , καὶ τεταγμένως

2. ἄρα] ἄρα οὖν V; corr. Halley. ἡ p, Halley. 3. τό]
 (pr.) τοῦ V; corr. p. AZ] cv, α $\alpha\zeta$ V, mg. α m. rec.

descriptam figurae AZ similem [Eucl. VI, 20 coroll.; V, 16]. quare ut $\Delta E^2 : AZ \div \Delta H$, ita ΔE^2 ad figuram in ΔE descriptam figurae AZ similem. itaque figura in ΔE descripta figurae AZ similis aequalis est differentiae $AZ \div \Delta H$ [Eucl. V, 9]. ergo adiuncta figura ΔH figurae AZ aequalis est.

XLII.

Si recta parabolam contingens cum diametro concurrat, et a puncto contactus recta ad diametrum ordinate ducitur, sumpto autem in sectione puncto aliquo ad diametrum ducuntur duae rectae, altera contingenti, altera rectae a puncto contactus ordinate ductae parallela, triangulus ab his effectus aequalis est parallelogrammo comprehenso recta a puncto contactus ordinate ducta rectaque a parallela ad uerticem sectionis abscisa.



sit parabola, cuius diameter sit AB , et sectionem contingens ducatur $A\Gamma$, ordinateque ducatur $\Gamma\Theta$, et a puncto aliquo ducatur ΔZ , ducaturque per Δ rectae $A\Gamma$ parallela ΔE , per Γ autem rectae BZ parallela ΓH , per B autem rectae $\Theta\Gamma$ parallela BH . dico, esse $\Delta EZ = HZ$.

nam quoniam $A\Gamma$ sectionem contingit, et $\Gamma\Theta$ ordinate ducta est, erit [prop. XXXV] $AB = B\Theta$. itaque $A\Theta = 2\Theta B$. quare $A\Theta\Gamma = B\Gamma$.

6. η Halley. 9. η p, Halley. 10. $\alpha\epsilon\alpha$] addidi; om. V; ante $\mu\epsilon\tau\acute{\alpha}$ lin. 9 add. $\tau\acute{o}$ $\alpha\epsilon\alpha$ $\acute{\alpha}\pi\omicron$ ΔE $\epsilon\acute{\iota}\delta\omicron\varsigma$ $\tau\acute{o}$ $\delta\omicron\mu\omicron\iota\omicron\nu$ $\tau\acute{\omega}$ AZ Halley cum Memo. 11. $\mu\beta'$] p, om. V, m. 2 v. 12. $\mu\alpha\rho\alpha\beta\omicron\lambda\eta$ V; corr. Halley. 14. $\acute{\epsilon}\pi\iota$ $\tau\eta\varsigma$] c, insert. m. 1 V.

κατῆκται ἡ $\Gamma\Theta$, ἴση ἐστὶν ἡ AB τῇ $B\Theta$. διπλασία
 ἄρα ἐστὶν ἡ $A\Theta$ τῆς ΘB . τὸ $A\Theta\Gamma$ ἄρα τρίγωνον
 τῷ $B\Gamma$ παραλληλογράμῳ ἐστὶν ἴσον. καὶ ἐπεὶ ἐστίν,
 ὡς τὸ ἀπὸ $\Gamma\Theta$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔZ , ἡ ΘB πρὸς BZ διὰ
 5 τὴν τομήν, ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ἀπὸ $\Gamma\Theta$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔZ ,
 τὸ $A\Gamma\Theta$ τρίγωνον πρὸς τὸ $E\Delta Z$ τρίγωνον, ὡς δὲ ἡ
 ΘB πρὸς BZ , τὸ $H\Theta$ παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ HZ
 παραλληλόγραμμον, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ $A\Gamma\Theta$ τρίγωνον
 πρὸς τὸ $E\Delta Z$ τρίγωνον, τὸ ΘH παραλληλόγραμμον
 10 πρὸς τὸ ZH παραλληλόγραμμον. ἐναλλάξ ἄρα ἐστίν,
 ὡς τὸ $A\Theta\Gamma$ τρίγωνον πρὸς τὸ $B\Gamma$ παραλληλόγραμμον,
 τὸ $E\Delta Z$ τρίγωνον πρὸς τὸ HZ παραλληλόγραμμον.
 ἴσον δὲ τὸ $A\Gamma\Theta$ τρίγωνον τῷ $H\Theta$ παραλληλογράμῳ·
 ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ $E\Delta Z$ τρίγωνον τῷ HZ παραλληλο-
 15 γράμῳ.

μγ'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς ἢ ἐλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας
 εὐθεῖα ἐπιψάουσα συμπίπτῃ τῇ διαμέτρῳ, καὶ ἀπὸ τῆς
 ἀφῆς καταχθῆ εὐθεῖα τεταγμένως ἐπὶ τὴν διάμετρον,
 20 καὶ ταύτῃ διὰ τῆς κορυφῆς παράλληλος ἀχθῆ συμ-
 πίπτουσα τῇ διὰ τῆς ἀφῆς καὶ τοῦ κέντρου ἠγμένη
 εὐθείᾳ, ληφθέντος δὲ τινος σημείου ἐπὶ τῆς τομῆς
 ἀχθῶσι δύο εὐθεῖαι ἐπὶ τὴν διάμετρον, ὧν ἡ μὲν
 παρὰ τὴν ἐφαπτομένην, ἡ δὲ παρὰ τὴν ἀπὸ τῆς ἀφῆς
 25 κατηγμένην, τὸ γινόμενον ὑπ' αὐτῶν τρίγωνον ἐπὶ τῆς
 ὑπερβολῆς, οὗ ἀποτεμένει τριγώνου ἢ διὰ τοῦ κέντρου
 καὶ τῆς ἀφῆς, ἔλασσον ἔσται τῷ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέν-
 τρου τῷ ὁμοίῳ τῷ ἀποτεμνομένῳ, ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως
 καὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας μετὰ τοῦ ἀποτεμνο-

2. ΘB] $\overline{\tau\theta\beta}$ V; corr. p. 7. πρὸς τὸ HZ παραλληλόγραμ-
 μον] om. V; corr. p. 10. πρὸς] τῆς πρὸς V; corr. p.

[Eucl. I, 41]. et quoniam est $\Gamma\Theta^2 : \Delta Z^2 = \Theta B : BZ$
 proper sectionem [prop. XX], et

$$\Gamma\Theta^2 : \Delta Z^2 = A\Gamma\Theta : E\Delta Z \text{ [Eucl. VI, 19],}$$

$$\Theta B : BZ = H\Theta : HZ \text{ [Eucl. VI, 1],}$$

erit

$$A\Gamma\Theta : E\Delta Z = \Theta H : ZH.$$

permutando igitur [Eucl. V, 16]

$$A\Theta\Gamma : B\Gamma = E\Delta Z : HZ.$$

est autem $A\Gamma\Theta = H\Theta$. ergo $E\Delta Z = HZ$.

XLIII.

Si recta hyperbolam uel ellipsim uel ambitum circuli contingens cum diametro concurrat, et a puncto contactus recta ad diametrum ordinate ducitur, per uerticem autem huic parallela ducitur recta cum recta per punctum contactus centrumque ducta concurrens, et sumpto in sectione puncto aliquo duae rectae ad diametrum ducuntur, quarum altera rectae contingenti, altera rectae a puncto contactus ordinate ductae parallela est, triangulus ab his effectus in hyperbola triangulo a recta per centrum punctumque contactus ducta absciso minor erit triangulo in radio descripto simili triangulo illi absciso, in ellipsi autem ambituque circuli adiuncto triangulo ad centrum absciso aequalis erit triangulo in radio descripto simili triangulo illi absciso.

12. τό (pr.) — παραλληλόγραμμον] om. V; corr. p (ούτω τό).

16. μγ'] p, om. V, m. 2 v. 26. η] η V; corr. p. 27. τω] τω V; corr. p („ei“ Memus).

- τῆς κορυφῆς τῆς ἐτέρας τομῆς παράλληλος ἄχθῃ συμπίπτουσα τῇ διὰ τῆς ἀφῆς καὶ τοῦ κέντρου ἠγμένη εὐθεία, ληφθέντος δὲ ἐπὶ τῆς τομῆς, οὗ ἔτυχε σημείου, καταχθῶσιν εὐθεῖαι ἐπὶ τὴν διάμετρον, ὧν ἡ μὲν
 5 παρὰ τὴν ἐφαπτομένην, ἡ δὲ παρὰ τὴν κατηγμένην ἀπὸ τῆς ἀφῆς τεταγμένως, τὸ γινόμενον ὑπ' αὐτῶν τριγώνον, οὗ ἀποτεμένει τριγώνου ἡ κατηγμένη πρὸς τῷ κέντρῳ τῆς τομῆς, ἔλασσον ἔσται τῷ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τριγώνῳ ὁμοίῳ τῷ ἀποτεμνομένῳ.
- 10 ἔστωσαν ἀντικείμεναι αἱ AZ , BE , διάμετρος δὲ αὐτῶν ἡ AB , κέντρον δὲ τὸ Γ , καὶ ἀπὸ τινος σημείου τῶν ἐπὶ τῆς ZA τομῆς τοῦ Z ἐφαπτομένη ἤχθῃ τῆς τομῆς ἡ ZH , τεταγμένως δὲ ἡ ZO , καὶ ἐπεξεύχθῃ ἡ ΓZ καὶ ἐκβεβλήσθῃ ὡς ἡ ΓE , καὶ διὰ τοῦ B τῇ ZO
 15 παράλληλος ἡ BA , καὶ σημείον τι ἐπὶ τῆς BE τομῆς τὸ N , καὶ ἀπὸ τοῦ N τεταγμένως κατήχθῃ ἡ $N\Theta$, τῇ δὲ ZH παράλληλος ἤχθῃ ἡ NK . λέγω, ὅτι τὸ ΘKN τριγώνον τοῦ $\Gamma M\Theta$ τριγώνου ἔλασσόν ἐστι τῷ ΓBA τριγώνῳ.
- 20 διὰ γὰρ τοῦ E τῆς BE τομῆς ἐφαπτομένη ἤχθῃ ἡ $E\Delta$, τεταγμένως δὲ ἡ $E\Xi$. ἐπεὶ οὖν ἀντικείμεναί εἰσιν αἱ ZA , BE , ὧν διάμετρος ἡ AB , ἡ δὲ διὰ τοῦ κέντρου ἡ $Z\Gamma E$, καὶ ἐφαπτόμεναι τῶν τομῶν αἱ ZH , $E\Delta$, τῇ ZH παράλληλός ἐστίν ἡ ΔE . ἡ δὲ NK παράλληλός
 25 ἐστὶ τῇ ZH · καὶ τῇ $E\Delta$ ἄρα παράλληλός ἐστίν ἡ NK , ἡ δὲ $M\Theta$ τῇ BA . ἐπεὶ οὖν ὑπερβολή ἐστίν ἡ BE ,

8. ἐκ τοῦ] om. V; corr. p. 14. ἡ ΓZ καὶ ἐκβεβλήσθῃ] bis V; corr. p. 15. καὶ] καὶ εἰλήφθῃ Halley praeunte Commandino („relictum sit“ Memus). 17. ΘKN] p, ΘK V.

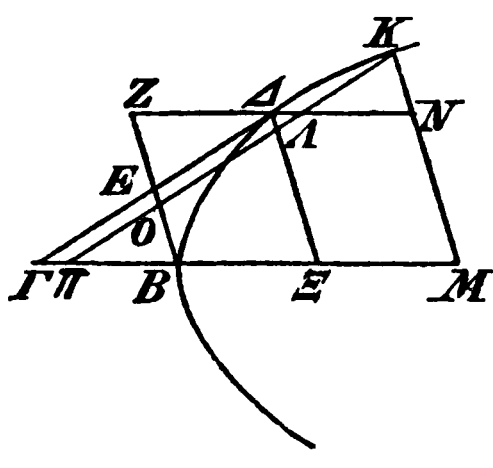
21. $E\Xi$] EZ V; corr. p. 23. $Z\Gamma E$] p, Eutocius; $Z\Gamma E$ V.

25. ἄρα] p; om. V. NK] pvc; in V pro certo legi non potest.

XLIX.

Si recta parabolam contingens cum diametro concurrat, per contactum autem recta diametro parallela ducitur, a uertice autem recta ordinate ductae parallela, et fit, ut pars contingentis inter ordinate ductam punctumque contactus posita ad partem parallelae inter punctum contactus et ordinate ductam positam, ita recta aliqua ad duplam contingentis, quaecunque recta a sectione [contingenti parallela] ad rectam per punctum contactus diametro parallelam ductam ducitur, quadrata aequalis est rectangulo comprehenso recta adsumpta rectaque ab illa ad punctum contactus abscisa.

sit parabola, cuius diameter sit $MB\Gamma$, contingens autem $\Gamma\Delta$, et per Δ rectae $B\Gamma$ parallela ducatur $Z\Delta N$,



ordinate autem ducatur ZB , et fiat

$$E\Delta : \Delta Z = H : 2\Gamma\Delta,$$

sumaturque punctum aliquod K in sectione, per K autem rectae $\Gamma\Delta$ parallela ducatur $K\Lambda\Pi$. dico, esse

$K\Lambda^2 = H \times \Delta\Lambda$, h. e. si $\Delta\Lambda$ diameter sit, latus rectum esse H [prop. XI].

ordinate enim ducantur $\Delta\Xi$, KNM . et quoniam $\Gamma\Delta$ contingit sectionem, $\Delta\Xi$ autem ordinate ducta est, erit $\Gamma B = B\Xi$ [prop. XXXV]. est autem $B\Xi = Z\Delta$ [Eucl. I, 34]; itaque etiam $\Gamma B = Z\Delta$. quare etiam

senserat. 16. πεποιείσθω V; corr p. 27. EZΔ] pvc, Z
 corr. ex Δ m. 1 V. 28. προσκειείσθω] p; προκειείσθω V.

ἧς διάμετρος ἡ AB , κέντρον δὲ τὸ Γ , ἐφαπτομένη δὲ τῆς τομῆς ἡ ΔE , τεταγμένως δὲ ἡ $E\Xi$, καὶ τῇ $E\Xi$ παράλληλός ἐστὶν ἡ BA , καὶ εἴληπται ἐπὶ τῆς τομῆς σημεῖον τὸ N , ἀφ' οὗ τεταγμένως μὲν κατῆκται ἡ $N\Theta$, ὅ παράλληλος δὲ ἦκται τῇ ΔE ἡ KN , τὸ ἄρα $N\Theta K$ τρίγωνον τοῦ $\Theta M \Gamma$ τριγώνου ἔλασσόν ἐστὶ τῷ $B \Gamma A$ τριγώνῳ· τοῦτο γὰρ ἐν τῷ μγ' θεωρήματι δέδεικται.

με'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς ἢ ἐλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας
 10 εὐθεῖα ἐπιψάουσα συμπίπτῃ τῇ δευτέρᾳ διαμέτρῳ,
 καὶ ἀπὸ τῆς ἀφῆς καταχθῆ τις εὐθεῖα ἐπὶ τὴν αὐτὴν
 διάμετρον παράλληλος τῇ ἐτέρᾳ διαμέτρῳ, καὶ διὰ τῆς
 ἀφῆς καὶ τοῦ κέντρου εὐθεῖα ἐκβληθῆ, ληφθέντος δέ,
 οὗ ἔτυχεν, ἐπὶ τῆς τομῆς σημείου ἀχθῶσι δύο εὐθεῖαι
 15 ἐπὶ τὴν δευτέραν διάμετρον, ὧν ἡ μὲν παρὰ τὴν ἐφαπτομένην,
 ἡ δὲ παρὰ τὴν κατηγμένην, τὸ γινόμενον ὑπ' αὐτῶν
 τρίγωνον, οὗ ἀποτεμνυεῖ τριγώνου ἢ κατηγμένη
 πρὸς τῷ κέντρῳ, ἐπὶ μὲν τῆς ὑπερβολῆς μεῖζον
 ἔσται τῷ τριγώνῳ, οὗ βάσις μὲν ἡ ἐφαπτομένη, κορυφὴ
 20 δὲ τὸ κέντρον τῆς τομῆς, ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως καὶ
 τοῦ κύκλου μετὰ τοῦ ἀποτεμνομένου ἴσον ἔσται τῷ
 τριγώνῳ, οὗ βάσις μὲν ἡ ἐφαπτομένη, κορυφὴ δὲ τὸ
 κέντρον τῆς τομῆς.

ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἐλλειψὶς ἢ κύκλου περιφέρεια ἡ
 25 $AB\Gamma$, ἧς διάμετρος μὲν ἡ $A\Theta$, δευτέρα δὲ ἡ $\Theta\Delta$,
 κέντρον δὲ τὸ Θ , καὶ ἡ μὲν $\Gamma M A$ ἐφαπτέσθω κατὰ
 τὸ Γ , ἡ δὲ $\Gamma\Delta$ ἦχθω παρὰ τὴν $A\Theta$, καὶ ἐπιζευχθεῖσα
 ἡ $\Theta\Gamma$ ἐκβεβλήσθω, καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς τομῆς τυχόν

6. $B \Gamma A$] $\Gamma B \Gamma A$ V; corr. p. 8. με'] p, om. V, m. 2 v.
 10. τῇ δευτέρᾳ] bis V (in extr. et prima pag.); corr. cvp.

BA autem rectae $E\Xi$ parallela est, et in sectione sumptum est punctum N , a quo ordinate ducta est $N\Theta$, rectae autem ΔE parallela KN , erit

$$N\Theta K = \Theta M \Gamma \text{ :- } B \Gamma \Delta;$$

hoc enim in propositione XLIII demonstratum est.

XLV.

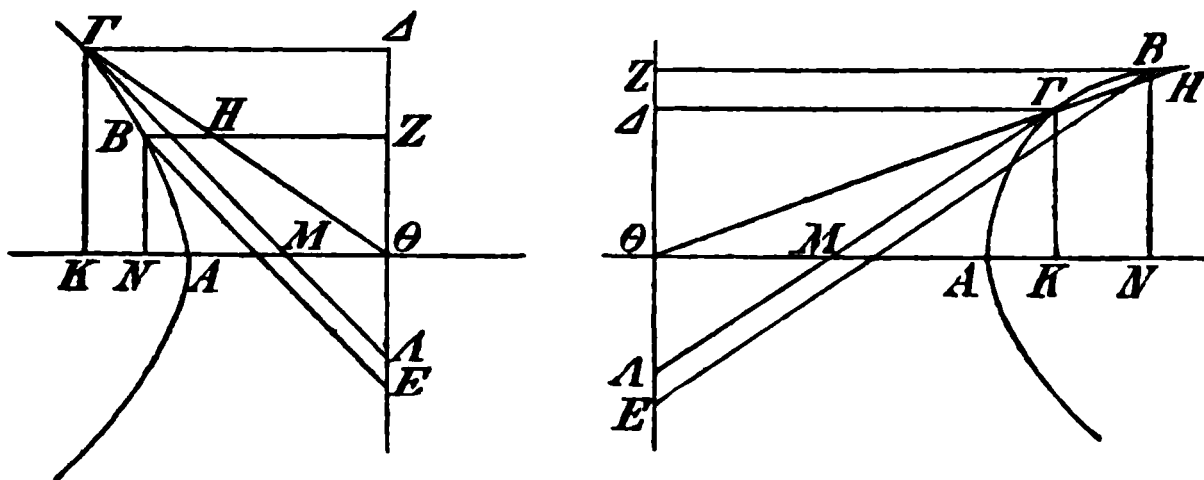
Si recta hyperbolam uel ellipsim uel ambitum circuli contingens cum altera diametro concurrat, et a puncto contactus recta ad eandem diametrum alteri diametro parallela ducitur, per punctum autem contactus centrumque recta producit, et sumpto in sectione puncto aliquo duae rectae ad alteram diametrum ducuntur, quarum altera contingenti, altera rectae ordinate ductae parallela est, triangulus ab his effectus triangulo, quem recta ordinate ducta ad centrum abscindit, in hyperbola maior erit triangulo, cuius basis est recta contingens, uertex autem centrum sectionis, in ellipsi autem circuloque adiuncto triangulo absciso aequalis erit triangulo, cuius basis est recta contingens, uertex autem centrum sectionis.

sit hyperbola uel ellipsis uel ambitus circuli $AB\Gamma$, cuius diametrus sit $A\Theta$, altera autem $\Theta\Delta$, centrum autem Θ , et $\Gamma M \Delta$ in Γ contingat, $\Gamma\Delta$ autem rectae $A\Theta$ parallela ducatur, et ducta $\Theta\Gamma$ producat, sumatur autem in sectione punctum aliquod B , et a B rectis $\Delta\Gamma$, $\Gamma\Delta$ parallelae ducantur BE , BZ . dico, esse

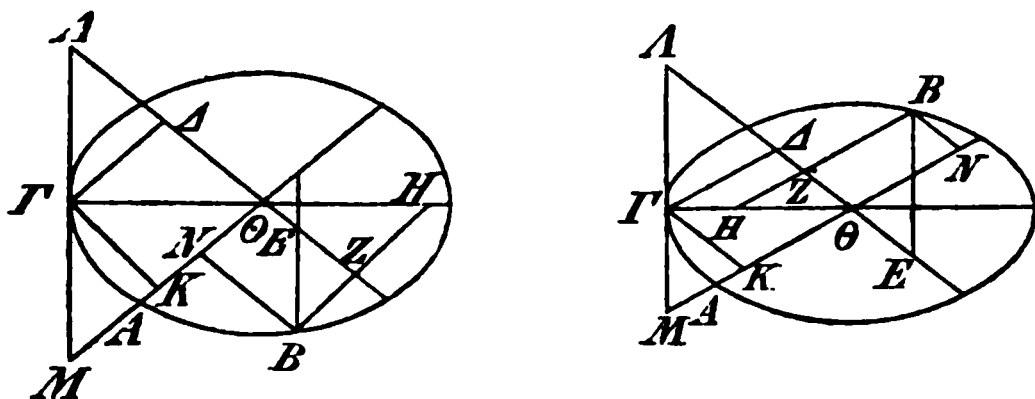
17. $\tau\rho\acute{\iota}\gamma\omega\nu\nu\omicron\nu$] $\Delta I' V$ (h. e. Δ'). 25. η] (alt.) c, om. V. $\Theta\Delta$] $\Delta\Theta\Delta$ Halley.

in hyperbola $BEZ = H\Theta Z + \Lambda\Gamma\Theta$, in ellipsi autem et circulo $BEZ + ZH\Theta = \Gamma\Lambda\Theta$.

ducantur enim rectae $\Delta\Theta$ parallelae ΓK , BN . quoniam igitur ΓM contingit, ΓK autem ordinate ducta est, $\Gamma K : K\Theta$ rationem habebit compositam ex



ratione, quam habet $MK : K\Gamma$, eaque, quam habet latus rectum figurae ad transversum [prop. XXXIX]. est autem [Eucl. VI, 4] $MK : K\Gamma = \Gamma\Delta : \Delta\Lambda$. quare $\Gamma K : K\Theta$ rationem habet compositam ex ratione $\Gamma\Delta : \Delta\Lambda$ eaque, quam habet latus rectum ad transversum. et triangulus $\Gamma\Delta\Lambda$ figura est in $K\Theta$ descripta, $\Gamma K\Theta$ autem siue $\Gamma\Delta\Theta$ figura in ΓK siue $\Delta\Theta$ descripta. itaque in hyperbola $\Gamma\Delta\Lambda$ triangulus triangulo $\Gamma K\Theta$



maior est triangulo in $A\Theta$ descripto simili triangulo $\Gamma\Delta\Lambda$, in ellipsi autem circuloque $\Gamma\Delta\Theta$ adiuncto $\Gamma\Delta\Lambda$

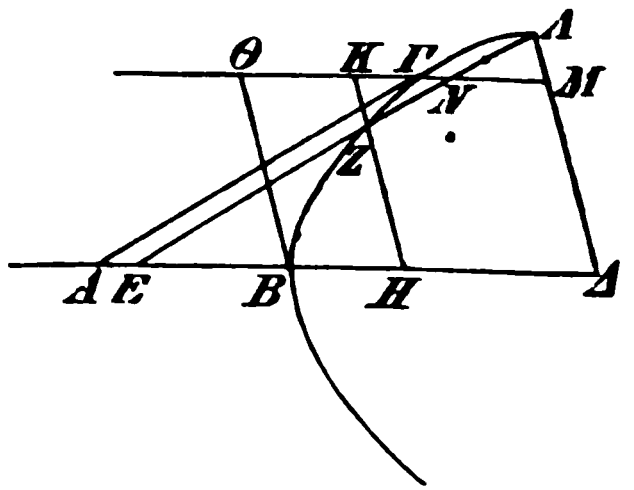
Fig. primam bis V.

τῷ ἀπὸ τῆς $A\Theta$ ὁμοίῳ τῷ $\Gamma\Delta\Lambda$ τριγώνῳ. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν BZE τρίγωνον ὁμοίον ἐστὶ τῷ $\Gamma\Delta\Lambda$, τὸ δὲ $HZ\Theta$ τῷ $\Gamma\Delta\Theta$, τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει. καὶ ἐστὶ τὸ μὲν BZE τὸ ἀπὸ τῆς $N\Theta$ μεταξὺ τῆς κατηγμένης δ καὶ τοῦ κέντρου, τὸ δὲ $HZ\Theta$ τὸ ἀπὸ τῆς BN κατηγμένης, τουτέστι τῆς $Z\Theta$. καὶ διὰ τὰ δεδειγμένα πρότερον τὸ BZE τοῦ $H\Theta Z$ διαφέρει τῷ ἀπὸ τῆς $A\Theta$ ὁμοίῳ τῷ $\Gamma\Delta\Lambda$. ὥστε καὶ τῷ $\Gamma\Delta\Theta$.

μς'.

10 Ἐὰν παραβολῆς εὐθεῖα ἐπιψαύουσα συμπίπτῃ τῇ διαμέτρῳ, ἢ διὰ τῆς ἀφῆς παράλληλος ἀγομένη τῇ διαμέτρῳ ἐπὶ ταῦτὰ τῇ τομῇ τὰς ἀγομένας ἐν τῇ τομῇ παρὰ τὴν ἐφαπτομένην δίχα τέμνει.

ἔστω παραβολή, ἧς διάμετρος ἡ $AB\Delta$, καὶ ἐφαπτέσθω τῆς τομῆς ἡ AG , διὰ δὲ τοῦ Γ τῇ $A\Delta$ παράλληλος ἤχθω ἡ $\Theta\Gamma M$, καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς τομῆς τιχὸν σημεῖον τὸ Λ , καὶ ἤχθω τῇ AG παράλληλος ἡ $ANZE$. λέγω, ὅτι ἐστὶν ἴση ἡ AN τῇ NZ .



ἤχθωσαν τεταγμένως αἱ $B\Theta$, KZH , $AM\Delta$. ἐπεὶ οὖν διὰ τὰ δεδειγμένα ἐν τῷ τεσσαρακοστῷ δευτέρῳ θεωρήματι ἴσον ἐστὶ τὸ $E\Lambda\Delta$ τρίγωνον τῷ $B\Delta$ παραλληλογράμῳ, τὸ δὲ EZH τῷ BK , λοιπὸν ἄρα τὸ

4. τό] (alt.) om. V; corr. Halley. $N\Theta$] pnc; N incertum est in V. 8. $\Gamma\Delta\Delta$] $\Gamma\Delta\Delta$ V; corr. p. 9. μς'] p, om. V, m. 2 v. 12. ταῦτὰ] ταῦτα V; corr. p. 23. KZH] ZHK V; corr. p. $AM\Delta$] AM V; corr. Comm.

eidem aequalis est; nam in figuris, quae iis duplo maiores sunt, hoc demonstratum est in propositione XLI. quoniam igitur triangulus $\Gamma\Delta\Lambda$ a ΓK^Θ siue $\Gamma\Delta^\Theta$ differt triangulo in A^Θ descripto simili triangulo $\Gamma\Delta\Lambda$, uerum etiam triangulo $\Gamma^\Theta\Lambda$ differt, triangulus $\Gamma^\Theta\Lambda$ triangulo in A^Θ descripto simili triangulo $\Gamma\Delta\Lambda$ aequalis est. quoniam igitur triangulus BZE triangulo $\Gamma\Delta\Lambda$ similis est [Eucl. I, 29] et HZ^Θ triangulo $\Gamma\Delta^\Theta$, eandem rationem habent¹⁾. et BZE in N^Θ descriptus est inter rectam ordinatam centrum-que, HZ^Θ autem in BN ordinate ducta siue Z^Θ ; et propter ea, quae antea demonstrata sunt [prop. XLI], BZE ab $H^\Theta Z$ differt triangulo in A^Θ descripto simili triangulo $\Gamma\Delta\Lambda$. ergo etiam triangulo $\Gamma\Lambda^\Theta$ differt.

XLVI.

Si recta parabolam contingens cum diametro concurrat, recta per punctum contactus diametro parallela ducta ad partes sectionis uersus rectas in sectione contingenti parallelas ductas in binas partes aequales secabit.

sit parabola, cuius diametrus sit $AB\Delta$, et sectionem contingat $A\Gamma$, per Γ autem rectae $A\Delta$ parallela ducatur $^\Theta\Gamma M$, et in sectione sumatur punctum aliquod Λ , ducaturque rectae $A\Gamma$ parallela $\Lambda N Z E$. dico, esse $\Lambda N = NZ$.

ducantur ordinate B^Θ , HZK , $\Lambda M\Delta$. quoniam igitur propter ea, quae in propositione XLII demon-

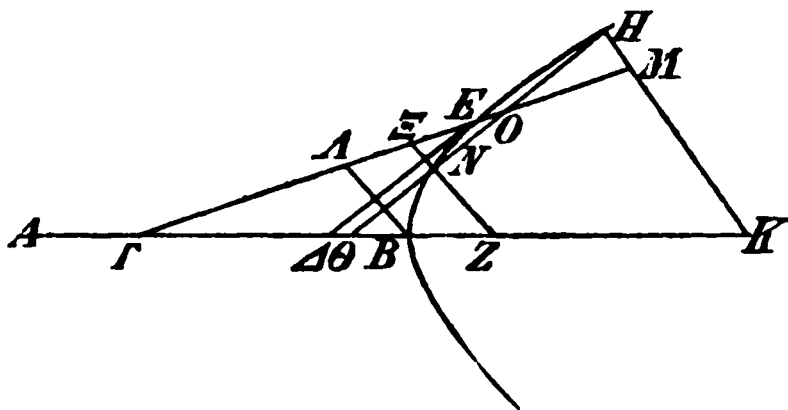
1) Hoc est: latera eandem inter se rationem habent (Eucl. VI, 4); itaque in proportione $\Gamma K : K^\Theta$ cet. substitui possunt rationes laterum triangulorum BZE , HZ^Θ , ita ut conditioni propositionis 41 satis fiat.

ΗΜ παραλληλόγραμμον λοιπῶ τῶ ΔΖΗΔ τετραπλεύρω
 ἐστὶν ἴσον. κοινὸν ἀφηρήσθω τὸ ΜΔΗΖΝ πεντά-
 πλευρον· λοιπὸν ἄρα τὸ ΚΖΝ τρίγωνον τῶ ΔΜΝ
 ἴσον ἐστὶ. καὶ ἐστὶ παράλληλος ἡ ΚΖ τῇ ΔΜ· ἴση
 ὅ ἄρα ἡ ΖΝ τῇ ΔΝ.

μζ'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς ἢ ἐλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας
 εὐθεῖα ἐπιψάουσα συμπίπτῃ τῇ διαμέτρῳ, καὶ διὰ
 τῆς ἀφῆς καὶ τοῦ κέντρου εὐθεῖα ἀχθῇ ἐπὶ ταῦτά τῇ
 10 τομῇ, δίχα τεμεῖ τὰς ἀγομένας ἐν τῇ τομῇ παρὰ τὴν
 ἐφαπτομένην.

ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια, ἧς
 διάμετρος μὲν ἡ ΑΒ, κέντρον δὲ τὸ Γ, καὶ ἐφαπτομένη



τῆς τομῆς ἤχθω ἡ ΔΕ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΕ καὶ ἐκ-
 15 βεβλήσθω, καὶ εἰλήφθω τυχὸν ἐπὶ τῆς τομῆς σημεῖον
 τὸ Ν, καὶ διὰ τοῦ Ν παράλληλος ἤχθω ἡ ΘΝΟΗ.
 λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΝΟ τῇ ΟΗ.

κατήχθωσαν γὰρ τεταγμένως αἱ ΕΝΖ, ΒΔ, ΗΜΚ.
 διὰ τὰ δεδειγμένα ἄρα ἐν τῶ μζ' θεωρήματι ἴσον ἐστὶ
 20 τὸ μὲν ΘΝΖ τρίγωνον τῶ ΔΒΖΕ τετραπλεύρω, τὸ

2. ΜΔΗΖΗ cv et, ut uidetur, V; corr. p. 4. ΔΜ]
 ΔΝ V; corr. p. 6. μζ'] p, om. V, m. 2 v. 9. ταῦτά] ταῦτα V;

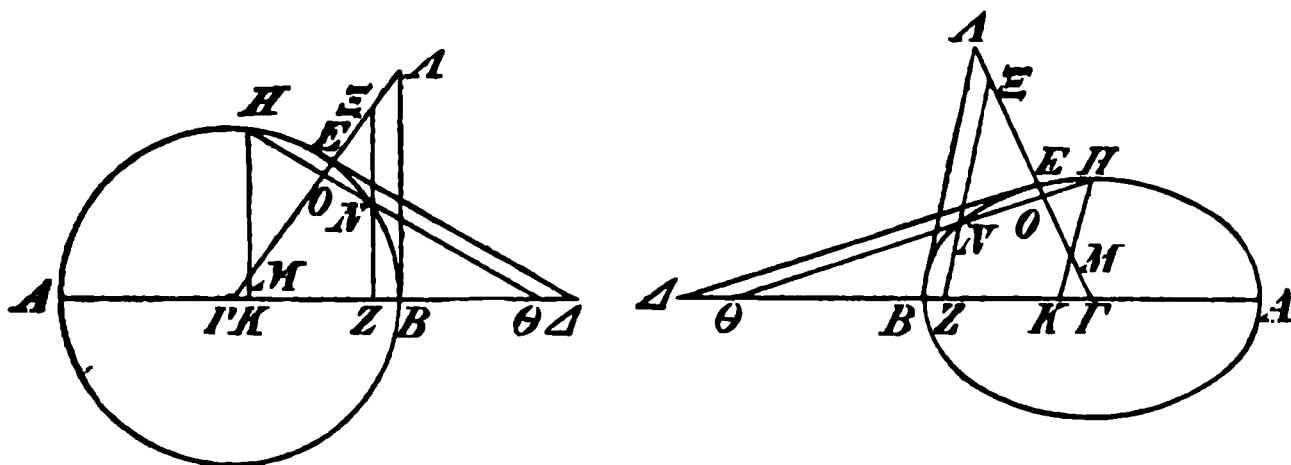
strata sunt, $E\Lambda\Delta = BM$ et $EZH = BK$, erit
 $HM = \Lambda ZH\Delta$.

auferatur, quod commune est, pentagonum $M\Delta HZN$;
 itaque $KZN = \Lambda MN$. est autem KZ rectae ΛM
 parallela. ergo $ZN = \Lambda N$ [Eucl. VI, 22 coroll.].

XLVII.

Si recta hyperbolam uel ellipsim uel ambitum cir-
 culi contingens cum diametro concurrit, et per punc-
 tum contactus centrumque recta ad partes sectionis
 uersus ducitur, rectas in sectione contingenti parallelas
 ductas in binas partes aequales secabit.

sit hyperbola uel ellipsis uel ambitus circuli, cuius
 diametrus sit AB , centrum autem Γ , et sectionem



contingens ducatur ΔE , ducaturque ΓE et producatur,
 et in sectione sumatur punctum aliquod N , et per N
 parallela ducatur ΘNOH . dico, esse $NO = OH$.

ordinate enim ducantur ΞNZ , $B\Lambda$, HMK . itaque
 propter ea, quae in propositione XLIII demonstrata
 sunt, erit $\Theta NZ = \Lambda BZ\Xi$, $H\Theta K = \Lambda BKM$. quare
 etiam $NHKZ = MKZ\Xi$. auferatur, quod commune

corr. p. 16. $\Theta NOH\Lambda V$; corr. p. 20. ΘNZ] $BNZ V$;
 corr. p. $\Lambda B\Xi Z V$; corr. p.

δὲ $HΘK$ τρίγωνον τῷ $ABKM$ · καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ
 $NHKZ$ τετράπλευρον λοιπῷ τῷ $MKZΞ$ ἐστὶν ἴσον.
 κοινὸν ἀφηγήσθω τὸ $ONZKM$ πεντάπλευρον· λοιπὸν
 ἄρα τὸ OMH τρίγωνον λοιπῷ τῷ $NΞO$ ἐστὶν ἴσον.
 5 καὶ ἐστὶ παράλληλος ἡ MH τῇ $NΞ$ · ἴση ἄρα ἡ NO
 τῇ OH .

μη'.

Ἐὰν μιᾶς τῶν ἀντικειμένων εὐθεῖα ἐπιψάουσα
 συμπίπτῃ τῇ διαμέτρῳ, καὶ διὰ τῆς ἀφῆς καὶ τοῦ
 10 κέντρου εὐθεῖα ἐκβληθεῖσα τέμῃ τὴν ἑτέραν τομῆν,
 ἣτις ἂν ἀχθῇ ἐν τῇ ἑτέρᾳ τομῇ παρὰ τὴν ἐφαπτομένην,
 δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τῆς ἐκβληθείσης.

ἔστωσαν ἀντικείμενα, ὧν διάμετρος μὲν ἡ AB ,
 κέντρον δὲ τὸ Γ , καὶ τῆς A τομῆς ἐφαπτέσθω ἡ KL ,
 15 καὶ ἐπεξεύχθω ἡ AG καὶ ἐκβεβλήσθω, καὶ εἰλήφθω τι
 σημεῖον ἐπὶ τῆς B τομῆς τὸ N , καὶ διὰ τοῦ N τῇ AK
 παράλληλος ἤχθω ἡ NH . λέγω, ὅτι ἡ NO τῇ OH
 ἐστὶν ἴση.

ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ E ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἡ ED .
 20 ἡ ED ἄρα τῇ AK παράλληλός ἐστὶν. ὥστε καὶ τῇ
 NH . ἐπεὶ οὖν ὑπερβολή ἐστὶν ἡ BNH , ἧς κέντρον
 τὸ Γ , καὶ ἐφαπτομένη ἡ DE , καὶ ἐπέξενκται ἡ GE ,
 καὶ εἴληπται ἐπὶ τῆς τομῆς σημεῖον τὸ N , καὶ δι'
 αὐτοῦ παράλληλος τῇ DE ἤκται ἡ NH , διὰ τὸ προ-
 25 δεδειγμένον ἐπὶ τῆς ὑπερβολῆς ἴση ἐστὶν ἡ NO
 τῇ OH .

2. $MKΞZ$ V; corr. Comm. 4. $NΞO$] $ΘNΞO$ V; corr. p.
 6. OH] ΣH V; corr. p. 7. $\mu\eta'$] p, om. V, m. 2 v.

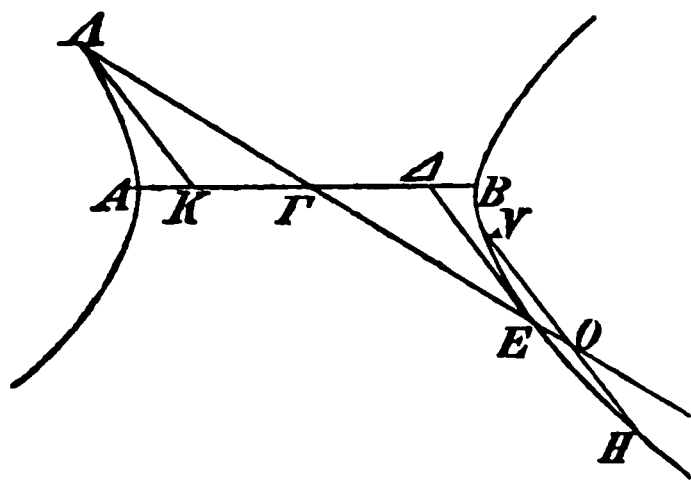
est, pentagonum $ONZKM$. erit igitur $OMH = N\Xi O$.
 et MH rectae $N\Xi$ parallela est; ergo est $NO = OH$
 [Eucl. VI, 22 coroll.].

XLVIII.

Si recta alterutram oppositarum contingens cum
 diametro concurrat, et per punctum contactus centrum-
 que producta recta alteram sectionem secat, quaecun-
 que recta in altera sectione ducitur contingenti par-
 allela, a recta illa producta in duas partes aequales
 secabitur.

sint oppositae, quarum diameter sit AB , centrum
 autem Γ , et sectionem A contingat KA , ducaturque
 $\Delta\Gamma$ et producat, in B autem sectione punctum ali-
 quod sumatur N , et per N rectae ΔK parallela duca-
 tur NH . dico, esse $NO = OH$.

ducatur enim per E sectionem contingens $E\Delta$;
 $E\Delta$ igitur rectae ΔK parallela est [u. Eutocius ad



prop. XLIV]. quare
 etiam rectae NH [Eucl.
 I, 30]. quoniam igitur
 BNH hyperbola est,
 cuius centrum est Γ , et
 contingit ΔE , et ducta
 est ΓE , in sectione
 autem sumptum est

punctum N , et per id rectae ΔE parallela ducta est
 NH , propter id, quod de hyperbola antea demon-
 stratum est [prop. XLVII], erit $NO = OH$.

μθ'.

Ἐὰν παραβολῆς εὐθεία ἐπιψάουσα συμπίπτῃ τῇ
 διαμέτρῳ, καὶ διὰ μὲν τῆς ἀφῆς ἀχθῆ παράλληλος τῇ
 διαμέτρῳ, ἀπὸ δὲ τῆς κορυφῆς ἀχθῆ παρὰ τεταγμένως
 5 κατηγμένην, καὶ ποιηθῆ, ὡς τὸ τμήμα τῆς ἐφαπτο-
 μένης τὸ μεταξὺ τῆς ἀνηγμένης καὶ τῆς ἀφῆς πρὸς τὸ
 τμήμα τῆς παραλλήλου τὸ μεταξὺ τῆς ἀφῆς καὶ τῆς
 ἀνηγμένης, οὕτως εὐθεϊά τις πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς
 ἐφαπτομένης, ἣτις ἂν ἀπὸ τῆς τομῆς ἀχθῆ ἐπὶ τὴν
 10 διὰ τῆς ἀφῆς ἠγμένην εὐθεϊαν παράλληλον τῇ δια-
 μέτρῳ, δυνήσεται τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ
 τῆς πεπορισμένης εὐθείας καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης
 ὑπ' αὐτῆς πρὸς τῇ ἀφῆ.

ἔστω παραβολή, ἣς διάμετρος ἡ $MBΓ$, ἐφαπτομένη
 15 δὲ ἡ $ΓΔ$, καὶ διὰ τοῦ $Δ$ τῇ $BΓ$ παράλληλος ἡχθῶ
 ἡ $ZΔN$; τεταγμένως δὲ ἀνήχθῶ ἡ ZB , καὶ πεποιήσθῶ
 ὡς ἡ $EΔ$ πρὸς $ΔZ$, εὐθεϊά τις ἡ H πρὸς τὴν δι-
 πλασίαν τῆς $ΓΔ$, καὶ εἰλήφθῶ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς
 τομῆς τὸ K , καὶ ἡχθῶ διὰ τοῦ K τῇ $ΓΔ$ παράλληλος
 20 ἡ $KΛΠ$. λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς $KΛ$ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ
 τῆς H καὶ τῆς $ΔΛ$, τουτέστιν ὅτι διαμέτρου οὔσης
 τῆς $ΔΛ$ ὀρθία ἐστὶν ἡ H .

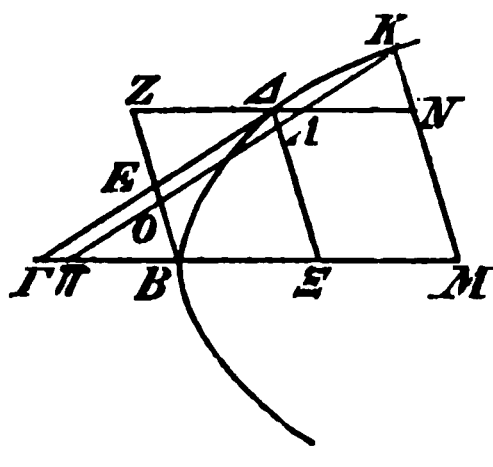
κατήχθωσαν γὰρ τεταγμένως αἱ $ΔΞ$, KNM . καὶ
 ἐπεὶ ἡ $ΓΔ$ ἐφάπτεται τῆς τομῆς, τεταγμένως δὲ κατ-
 25 ἤκται ἡ $ΔΞ$, ἴση ἐστὶν ἡ $ΓB$ τῇ $BΞ$. ἡ δὲ $BΞ$ τῇ
 $ZΔ$ ἴση ἐστὶ καὶ ἡ $ΓB$ ἄρα τῇ $ZΔ$ ἐστὶν ἴση. ὥστε
 καὶ τὸ $EΓB$ τρίγωνον τῷ $EZΔ$ τριγώνῳ. κοινὸν
 προσκείσθῶ τὸ $ΔEBMN$ σχῆμα· τὸ ἄρα $ΔΓMN$

1. μθ'] p, om. V, m. 2 v. 5. κατηγμένη V; corr. Halley.
 9. Hic alicubi desiderari παρὰ τὴν ἐφαπτομένην, iam Memus

XLIX.

Si recta parabolam contingens cum diametro concurrat, per contactum autem recta diametro parallela ducitur, a uertice autem recta ordinate ductae parallela, et fit, ut pars contingentis inter ordinate ductam punctumque contactus posita ad partem parallelae inter punctum contactus et ordinate ductam positam, ita recta aliqua ad duplam contingentis, quaecunque recta a sectione [contingenti parallela] ad rectam per punctum contactus diametro parallelam ductam ducitur, quadrata aequalis est rectangulo comprehenso recta assumpta rectaque ab illa ad punctum contactus abscisa.

sit parabola, cuius diameter sit $MB\Gamma$, contingens autem $\Gamma\Delta$, et per Δ rectae $B\Gamma$ parallela ducatur $Z\Delta N$,



ordinate autem ducatur ZB , et fiat

$$E\Delta : \Delta Z = H : 2\Gamma\Delta,$$

sumaturque punctum aliquod K in sectione, per K autem rectae $\Gamma\Delta$ parallela ducatur $K\Lambda$. dico, esse

$K\Lambda^2 = H \times \Delta\Lambda$, h. e. si $\Delta\Lambda$ diameter sit, latus rectum esse H [prop. XI].

ordinate enim ducantur $\Delta\Xi$, KNM . et quoniam $\Gamma\Delta$ contingit sectionem, $\Delta\Xi$ autem ordinate ducta est, erit $\Gamma B = B\Xi$ [prop. XXXV]. est autem $B\Xi = Z\Delta$ [Eucl. I, 34]; itaque etiam $\Gamma B = Z\Delta$. quare etiam

senserat. 16. πεποιείσθω V; corr p. 27. EΖΔ] pvc, Ζ
 corr. ex Δ m. 1 V. 28. προσκείσθω] p; προκείσθω V.

τετράπλευρον τῷ ZM παραλληλογράμῳ ἐστὶν ἴσον,
 τουτέστι τῷ KPM τριγώνῳ. κοινὸν ἀφηρήσθω τὸ
 $ΛPMN$ τετράπλευρον· λοιπὸν ἄρα τὸ KAN τρίγωνον
 τῷ $ΔΓ$ παραλληλογράμῳ ἐστὶν ἴσον. καὶ ἐστὶν ἴση
 5 ἡ ὑπὸ $ΔΔΠ$ γωνία τῇ ὑπὸ KAN · διπλασίον ἄρα ἐστὶ
 τὸ ὑπὸ KAN τοῦ ὑπὸ $ΔΔΓ$. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν, ὡς ἡ
 $EΔ$ πρὸς $ΔΖ$, ἡ H πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς $ΓΔ$, ἔστι
 δὲ καὶ ὡς ἡ $EΔ$ πρὸς $ΔΖ$, ἡ $ΚΑ$ πρὸς AN , καὶ ὡς
 ἄρα ἡ H πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς $ΓΔ$, ἡ $ΚΑ$ πρὸς
 10 AN . ἀλλ' ὡς μὲν ἡ $ΚΑ$ πρὸς AN , τὸ ἀπὸ $ΚΑ$ πρὸς
 τὸ ὑπὸ KAN , ὡς δὲ ἡ H πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς $ΔΓ$,
 τὸ ὑπὸ $H, ΔΔ$ πρὸς τὸ δις ὑπὸ $ΓΔΔ$ · ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ
 $ΚΑ$ πρὸς τὸ ὑπὸ KAN , τὸ ὑπὸ $H, ΔΔ$ πρὸς τὸ δις
 ὑπὸ $ΓΔΔ$. καὶ ἐναλλάξ· ἴσον δὲ ἐστὶ τὸ ὑπὸ KAN
 15 τῷ δις ὑπὸ $ΓΔΔ$ · ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ $ΚΑ$ τῷ
 ὑπὸ $H, ΔΔ$.

ν'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς ἢ ἐλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας
 εὐθεῖα ἐπιψάουσα συμπίπτῃ τῇ διαμέτρῳ, καὶ διὰ
 20 τῆς ἀφῆς καὶ τοῦ κέντρου εὐθεῖα ἐκβληθῇ, ἀπὸ δὲ
 τῆς κορυφῆς ἀναχθεῖσα εὐθεῖα παρὰ τεταγμένως κατ-
 ηγμένην συμπίπτῃ τῇ διὰ τῆς ἀφῆς καὶ τοῦ κέντρου
 ἡγμένην εὐθείᾳ, καὶ ποιηθῇ, ὡς τὸ τμήμα τῆς ἐφαπτο-
 μένης τὸ μεταξὺ τῆς ἀφῆς καὶ τῆς ἀνηγμένης πρὸς τὸ
 25 τμήμα τῆς ἡγμένης διὰ τῆς ἀφῆς καὶ τοῦ κέντρου τὸ
 μεταξὺ τῆς ἀφῆς καὶ τῆς ἀνηγμένης, εὐθεῖά τις πρὸς
 τὴν διπλασίαν τῆς ἐφαπτομένης, ἣτις ἂν ἀπὸ τῆς τομῆς
 ἀχθῇ ἐπὶ τὴν διὰ τῆς ἀφῆς καὶ τοῦ κέντρου ἡγμένην

6. τοῦ] p, corr. ex τό m. 1 V, τῇ c. 14. καί — 15. $ΓΔΔ$] bis V; corr. p. 17. ν'] p, om. V, m. 2 v. 21. κατηγμένη V; corr. p.

$EGB = EZ\Delta$ [Eucl. VI, 19]. communis adiiciatur figura $\Delta EBMN$; erit igitur $\Delta GMN = ZM = K\Pi M$ [prop. XLII]. auferatur, quod commune est, quadrangulum $\Delta\Pi MN$. erit igitur $KAN = \Delta\Gamma$. est autem $\angle \Delta A\Pi = \angle KAN$ [Eucl. I, 15]. itaque erit [u. Euto-
cius] $K\Lambda \times \Lambda N = 2\Delta\Delta \times \Delta\Gamma$. et quoniam est $E\Delta : \Delta Z = H : 2\Gamma\Delta$, est autem etiam [Eucl. VI, 4] $E\Delta : \Delta Z = K\Lambda : \Lambda N$, erit etiam $H : 2\Gamma\Delta = K\Lambda : \Lambda N$. uerum $K\Lambda : \Lambda N = K\Lambda^2 : K\Lambda \times \Lambda N$,

$$H : 2\Gamma\Delta = H \times \Delta\Delta : 2\Gamma\Delta \times \Delta\Delta.$$

itaque $K\Lambda^2 : K\Lambda \times \Lambda N = H \times \Delta\Delta : 2\Gamma\Delta \times \Delta\Delta$. et permutando [Eucl. V, 16]; est autem

$$K\Lambda \times \Lambda N = 2\Gamma\Delta \times \Delta\Delta.$$

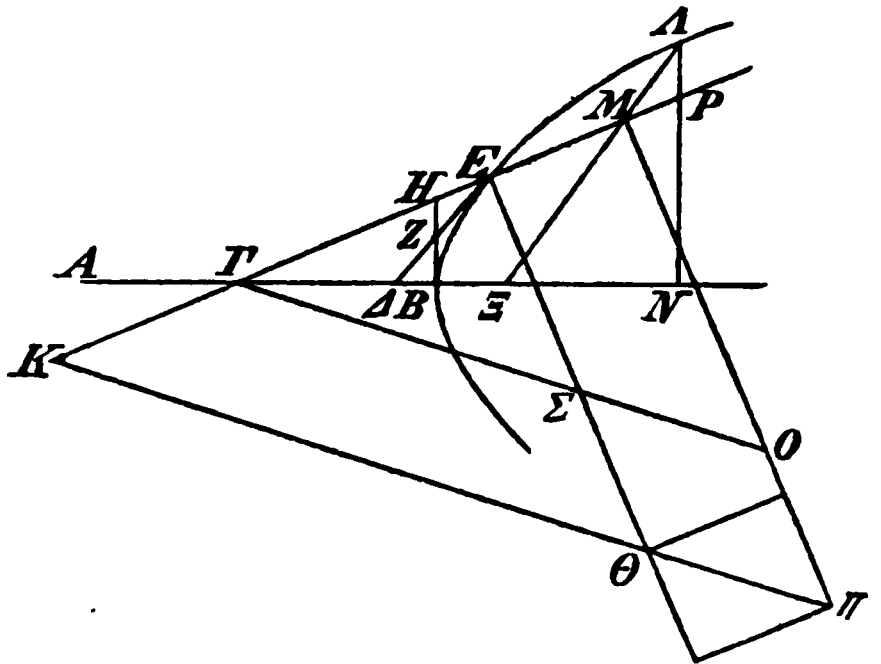
ergo etiam $K\Lambda^2 = H \times \Delta\Delta$.

L.

Si recta hyperbolam uel ellipsim uel ambitum circuli contingens cum diametro concurrit, et per punctum contactus centrumque recta producitur, a uertice autem recta ordinate ductae parallela cum recta per punctum contactus centrumque ducta concurrit, et fit, ut pars contingentis inter punctum contactus et ordinate ductam posita ad partem rectae per punctum contactus centrumque ductae inter punctum contactus et ordinate ductam positam, ita recta aliqua ad duplam contingentis, quae-
cunque recta a sectione ad rectam per punctum con-
tactus centrumque ductam contingenti parallela ducitur, quadrata aequalis erit spatio rectangulo rectae adsumptae adplicato latitudinem habenti rectam ab illa ad punctum contactus abscisam, in hyperbola figura excedenti simili

εὐθείαν παράλληλος τῇ ἐφαπτομένῃ, δυνήσεται τι χωρίον ὀρθογώνιον παρακείμενον παρὰ τὴν πορισθεῖσαν πλάτος ἔχον τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπ' αὐτῆς πρὸς τῇ ἀφῇ ἐπὶ μὲν τῆς ὑπερβολῆς ὑπερβάλλον εἶδει ὁμοίῳ
 5 τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῆς διπλασίας τῆς μεταξὺ τοῦ κέντρου καὶ τῆς ἀφῆς καὶ τῆς πορισθείσης εὐθείας, ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως καὶ τοῦ κύκλου ἐλλείπον.

ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια, ἣς διάμετρος ἡ AB , κέντρον δὲ τὸ Γ , ἐφαπτομένη δὲ
 10 ἡ ΔE , καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΓE ἐκβεβλήσθω ἐφ' ἑκάτερα, καὶ κείσθω τῇ $E\Gamma$ ἴση
 15 ἡ ΓK , καὶ διὰ τοῦ B τεταγμένως ἀνήχθω ἡ BZH , διὰ δὲ τοῦ E τῇ $E\Gamma$ πρὸς ὀρθὰς
 20 ἤχθω ἡ $E\Theta$, καὶ γινέσθω, ὡς ἡ ZE πρὸς EH , οὕτως ἡ $E\Theta$ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς $E\Delta$, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΘK ἐκβεβλήσθω, καὶ εἰλήφθω τι ἐπὶ τῆς τομῆς σημεῖον τὸ Λ , καὶ δι' αὐτοῦ τῇ $E\Delta$ παράλληλος ἤχθω ἡ $\Lambda M\Xi$, τῇ δὲ BH
 25 ἡ ΛPN , τῇ δὲ $E\Theta$ ἡ $M\Pi$. λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ ΛM ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ $EM\Pi$.



ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ Γ τῇ $K\Pi$ παράλληλος ἡ $\Gamma\Sigma O$. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ $E\Gamma$ τῇ ΓK , ὡς δὲ ἡ $E\Gamma$ πρὸς $K\Gamma$, ἡ $E\Sigma$ πρὸς $\Sigma\Theta$, ἴση ἄρα καὶ ἡ $E\Sigma$ τῇ $\Sigma\Theta$.

21. $ZE]$ p; ΞE V v; corr. postea V. $EH]$ p; H V v; corr. postea V.

idem autem ad triangulum MZN perpendicularis est, communis eorum sectio ΞA perpendicularis est ad triangulum MZN [Eucl. XI, 19], h. e. ad KZA ; quare etiam ad omnes rectas eam tangentes et in triangulo positas perpendicularis est [Eucl. XI def. 3]. itaque etiam ad utramque MN , AB perpendicularis est. rursus quoniam conus, cuius basis est $MN\Xi$ circulus, uertex autem Z punctum, plano sectus est ad triangulum MZN perpendiculari, quod sectionem efficit circulum $MN\Xi$, uerum etiam alio plano sectus est, subiacenti scilicet, basim conici secundum rectam ΞA secanti perpendicularem ad MN , quae communis est sectio circuli $MN\Xi$ triangulique MZN , et AB communis sectio plani subiacentis triangulique MZN lateri conici ZKM parallela est, sectio conici in plano subiacenti orta parabola est, diametrus autem eius AB [prop. XI], et rectae a sectione ad AB ordinate ductae in angulo recto ducentur; nam parallelae sunt rectae ΞA ad AB perpendiculari. et quoniam est $\Gamma\Delta : \Theta = \Theta : EA$, et $EA = AZ = ZK$, $\Theta = EZ = AK$, erit

$$\Gamma\Delta : AK = AK : AZ.$$

quare etiam $\Gamma\Delta : AZ = AK^2 : AZ^2$ [Eucl. V def. 9] $= AK^2 : AZ \times ZK$. ergo $\Gamma\Delta$ latus rectum sectionis est; hoc enim in propositione XI demonstratum est.

LIII.

Iisdem suppositis ne sit rectus datus angulus, eique aequalis ponatur $\angle \Theta AE$, sit autem $A\Theta = \frac{1}{2}\Gamma\Delta$,

δὲ καὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον πρὸς τὸ MZN τρίγωνον (praeeunte Memo). quae mutatio cum parum probabilis sit, praetulerim uerba *ἐπεὶ οὖν* lin. 27 — *τρίγωνον* lin. 29 delere; sed fortasse interpolatio peius etiam grassata est. etiam uerba *τούτῃ ἐστι τὸ KZA* p. 162 lin. 1—2 inutilia sunt.

καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς ἡ ZE πρὸς EH , ἡ ΘE πρὸς τὴν
διπλασίαν τῆς $E\Delta$, καὶ ἐστὶ τῆς $E\Theta$ ἡμίσεια ἡ $E\Sigma$,
ἐστὶν ἄρα, ὡς ἡ ZE πρὸς EH , ἡ ΣE πρὸς $E\Delta$. ὡς
δὲ ἡ ZE πρὸς EH , ἡ ΛM πρὸς MP . ὡς ἄρα ἡ ΛM
5 πρὸς MP , ἡ ΣE πρὸς $E\Delta$. καὶ ἐπεὶ τὸ PNG τρί-
γωνον τοῦ HBG τριγώνου, τουτέστι τοῦ $\Gamma\Delta E$, ἐπι-
μὲν τῆς ὑπερβολῆς μείζον ἐδείχθη, ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως
καὶ τοῦ κύκλου ἔλασσον τῷ $\Lambda N\Xi$, κοινῶν ἀφαιρεθέν-
των ἐπὶ μὲν τῆς ὑπερβολῆς τοῦ τε $E\Gamma\Delta$ τριγώνου
10 καὶ τοῦ $NPM\Xi$ τετραπλεύρου, ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως
καὶ τοῦ κύκλου τοῦ $M\Xi\Gamma$ τριγώνου, τὸ ΛMP τρί-
γωνον τῷ $ME\Delta\Xi$ τετραπλεύρῳ ἐστὶν ἴσον. καὶ ἐστὶ
παράλληλος ἡ $M\Xi$ τῇ ΔE , ἡ δὲ ὑπὸ ΛMP τῇ ὑπὸ
 $EM\Xi$ ἐστὶν ἴση· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΛMP τῷ
15 ὑπὸ τῆς EM καὶ συναμφοτέρου τῆς $E\Delta$, $M\Xi$. καὶ
ἐπεὶ ἐστίν, ὡς ἡ $M\Gamma$ πρὸς ΓE , ἡ τε $M\Xi$ πρὸς $E\Delta$
καὶ ἡ MO πρὸς $E\Sigma$, ὡς ἄρα ἡ MO πρὸς $E\Sigma$, ἡ $M\Xi$
πρὸς ΔE . καὶ συνθέντι, ὡς συναμφοτέρος ἡ MO , ΣE
πρὸς $E\Sigma$, οὕτως συναμφοτέρος ἡ $M\Xi$, $E\Delta$ πρὸς $E\Delta$.
20 ἐναλλάξ, ὡς συναμφοτέρος ἡ MO , ΣE πρὸς συναμφο-
τερον τὴν ΞM , $E\Delta$, ἡ ΣE πρὸς $E\Delta$. ἀλλ' ὡς μὲν
συναμφοτέρος ἡ MO , $E\Sigma$ πρὸς συναμφοτέρον τὴν
 $M\Xi$, ΔE , τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς MO , $E\Sigma$ καὶ τῆς
 EM πρὸς τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς $M\Xi$, $E\Delta$ καὶ
25 τῆς EM , ὡς δὲ ἡ ΣE πρὸς $E\Delta$, ἡ ZE πρὸς EH ,
τουτέστιν ἡ ΛM πρὸς MP , τουτέστι τὸ ἀπὸ ΛM πρὸς
τὸ ὑπὸ ΛMP . ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς
 MO , $E\Sigma$ καὶ τῆς ME πρὸς τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου
τῆς $M\Xi$, $E\Delta$ καὶ τῆς EM , τὸ ἀπὸ ΛM πρὸς τὸ ὑπὸ

2. ἐστι] ἐστὶν V; corr. pc.

12. τῷ] τό V; corr. p.

h. e. $PNG = \Gamma \Delta E + AN\xi$ [u. Eutocius ad prop. XLIII],
 in ellipsi autem circuloque $PNG = HB\Gamma \div AN\xi$,
 h. e. [u. ibidem] $PNG + AN\xi = \Gamma \Delta E$, ablatis, quae
 communia sunt, in hyperbola $E\Gamma\Delta$ et $NPM\xi$, in
 ellipsi autem circuloque $M\xi\Gamma$, erit $AMP = ME\Delta\xi$.
 est autem $M\xi$ rectae ΔE parallela, et

$$\angle AMP = EM\xi \text{ [Eucl. I, 15];}$$

itaque erit [u. Eutocius ad prop. XLIX]

$$AM \times MP = EM \times (E\Delta + M\xi).$$

et quoniam est

$$M\Gamma : \Gamma E = M\xi : E\Delta, \quad M\Gamma : \Gamma E = MO : E\Sigma$$

[Eucl. VI, 4], erit

$$MO : E\Sigma = M\xi : \Delta E.$$

et componendo [Eucl. V, 18]

$$MO + \Sigma E : E\Sigma = M\xi + E\Delta : E\Delta;$$

permutando [Eucl. V, 16]

$$MO + \Sigma E : \xi M + E\Delta = \Sigma E : E\Delta.$$

est autem:

$$\begin{aligned} MO + E\Sigma : M\xi + \Delta E &= (MO + E\Sigma) \\ &\times EM : (M\xi + E\Delta) \times EM, \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} \Sigma E : E\Delta &= ZE : EH = AM : MP \text{ [Eucl. VI, 4]} \\ &= AM^2 : AM \times MP; \end{aligned}$$

itaque erit

$$\begin{aligned} (MO + E\Sigma) \times ME : (M\xi + E\Delta) \times EM \\ = AM^2 : AM \times MP. \end{aligned}$$

et permutando

$$\begin{aligned} (MO + E\Sigma) \times ME : MA^2 \\ = (M\xi + E\Delta) \times ME : AM \times MP \text{ [Eucl. V, 16].} \end{aligned}$$

AMP . καὶ ἐναλλάξ, ὡς τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς MO , $EΣ$ καὶ τῆς ME πρὸς τὸ ἀπὸ MA , οὕτως τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς $MΞ$, $EΔ$ καὶ τῆς ME πρὸς τὸ ὑπὸ AMP . ἴσον δὲ τὸ ὑπὸ AMP τῷ ὑπὸ τῆς ME
 5 καὶ συναμφοτέρου τῆς $MΞ$, $EΔ$. ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ AM τῷ ὑπὸ EM καὶ συναμφοτέρου τῆς MO , $EΣ$. καὶ ἔστιν ἡ μὲν $ΣΕ$ τῇ $ΣΘ$ ἴση, ἡ δὲ $ΣΘ$ τῇ $OΠ$. ἴσον ἄρα τὸ ἀπὸ AM τῷ ὑπὸ $EMΠ$.

να'.

10 Ἐὰν ὁποτερασοῦν τῶν ἀντικειμένων εὐθεῖα ἐπι-
 ψάουσα συμπίπτῃ τῇ διαμέτρῳ, καὶ διὰ μὲν τῆς ἀφῆς
 καὶ τοῦ κέντρου ἐκβληθῇ τις εὐθεῖα ἕως τῆς ἐτέρας
 τομῆς, ἀπὸ δὲ τῆς κορυφῆς εὐθεῖα ἀναχθῇ παρὰ τε-
 ταγμένως κατηγμένην καὶ συμπίπτῃ τῇ διὰ τῆς ἀφῆς
 15 καὶ τοῦ κέντρου ἡγμένην εὐθείᾳ, καὶ γενηθῇ, ὡς τὸ
 τμήμα τῆς ἐφαπτομένης τὸ μεταξὺ τῆς ἀνηγμένης καὶ
 τῆς ἀφῆς πρὸς τὸ τμήμα τῆς ἡγμένης διὰ τῆς ἀφῆς
 καὶ τοῦ κέντρου τὸ μεταξὺ τῆς ἀφῆς καὶ τῆς ἀν-
 ηγμένης, εὐθεῖά τις πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ἐφαπτο-
 20 μένης, ἣτις ἂν ἐν τῇ ἐτέρᾳ τῶν τομῶν ἀχθῇ ἐπὶ τὴν
 διὰ τῆς ἀφῆς καὶ τοῦ κέντρου ἡγμένην εὐθεῖαν παρ-
 ἀλληλος τῇ ἐφαπτομένην, δυνήσεται τὸ παρακείμενον
 ὀρθογώνιον παρὰ τὴν προσπορισθεῖσαν πλάτος ἔχον
 τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπ' αὐτῆς πρὸς τῇ ἀφῇ ὑπερ-
 25 βάλλον εἶδει ὁμοίῳ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῆς μεταξὺ
 τῶν ἀντικειμένων καὶ τῆς προσπορισθείσης εὐθείας.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι, ὧν διάμετρος ἡ AB , κέντρον

2. ἀπό] ὑπό V; corr. p (ἀπὸ τῆς). 9. να'] p, om. V,
 m. 2 v. 14. κατηγμένη V; corr. p. 23. προσπορισθεῖσαν]
 scripsi; προπορισθεῖσαν V.

est autem

$$AM \times MP = ME \times (ME + EA);$$

quare etiam

$$AM^2 = EM \times (MO + ES). \dagger$$

et $SE = SO$, $SO = OP$ [Eucl. I, 34]. ergo

$$AM^2 = EM \times MP.$$

LI.

Si recta alterutram oppositarum contingens cum diametro concurrat, et per punctum contactus centrumque recta usque ad alteram sectionem producat, a uertice autem recta ordinate ductae parallela ducitur et cum recta per punctum contactus centrumque ducta concurrat, et fit, ut pars contingentis inter ordinate ductam punctumque contactus posita ad partem rectae per punctum contactus centrumque ductae inter punctum contactus et ordinate ductam positam, ita recta aliqua ad duplam contingentis, quaecunque recta in alterutra sectione ad rectam per punctum contactus centrumque ductam contingenti parallela ducitur, quadrata aequalis erit rectangulo rectae adsumptae adplicato latitudinem habenti rectam ab illa ad punctum contactus abscisam excedenti figura simili spatio comprehenso recta inter oppositas posita rectaque adsumpta.

sint oppositae, quarum diametrus sit AB , centrum autem E , et sectionem B contingens ducatur ΓA , ducaturque ΓE et producat, ordinate autem ducatur BAH , et fiat $A\Gamma : \Gamma H = K : 2\Gamma A$ iam rectas in sectione $B\Gamma$ rectae ΓA parallelas ad $E\Gamma$ productam ductas quadratas aequales esse spatiis rectae K ad-

δὲ τὸ E , καὶ ἤχθω τῆς B τομῆς ἐφαπτομένη ἢ $\Gamma\Delta$, καὶ ἐπεζεύχθω ἢ ΓE καὶ ἐκβεβλήσθω, καὶ ἤχθω τεταγμένως ἢ $B\Lambda H$, καὶ πεποιήσθω, ὡς ἢ $\Lambda\Gamma$ πρὸς ΓH , εὐθείά τις ἢ K πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς $\Gamma\Delta$.

5 ὅτι μὲν οὖν αἱ ἐν τῇ $B\Gamma$ τομῇ παράλληλοι τῇ $\Gamma\Delta$ ἐπὶ τὴν ἐπ' εὐθείας τῇ $E\Gamma$ δύνανται τὰ παρὰ τὴν K παρακείμενα χωρία πλάτη ἔχοντα τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπ' αὐτῶν πρὸς τῇ ἀφῆ ὑπερβάλλοντα εἶδει ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ $\Gamma Z, K$, φανερόν· διπλασία γάρ ἐστίν ἢ $Z\Gamma$ τῆς ΓE .
10 λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἐν τῇ $Z\Lambda$ τομῇ τὸ αὐτὸ συμβήσεται.

ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ Z ἐφαπτομένη τῆς AZ τομῆς ἢ MZ , καὶ τεταγμένως ἀνήχθω ἢ $A\Xi N$. καὶ ἐπεὶ ἀντικείμεναί εἰσιν αἱ $B\Gamma, AZ$, ἐφαπτόμεναι δὲ αὐτῶν
15 αἱ $\Gamma\Delta, MZ$, ἴση ἄρα καὶ παράλληλός ἐστίν ἢ $\Gamma\Delta$ τῇ MZ . ἴση δὲ καὶ ἢ ΓE τῇ EZ · καὶ ἢ $E\Delta$ ἄρα τῇ EM ἐστίν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς ἢ $\Lambda\Gamma$ πρὸς ΓH , ἢ K πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς $\Gamma\Delta$, τουτέστι τῆς MZ , καὶ ὡς ἄρα ἢ ΞZ πρὸς ZN , ἢ K πρὸς τὴν διπλασίαν
20 τῆς MZ . ἐπεὶ οὖν ὑπερβολή ἐστίν ἢ AZ , ἣς διάμετρος ἢ AB , ἐφαπτομένη δὲ ἢ MZ , καὶ τεταγμένως ἤκται ἢ AN , καὶ ἐστίν, ὡς ἢ ΞZ πρὸς ZN , ἢ K πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ZM , ὅσαι ἂν ἀπὸ τῆς τομῆς παράλληλοι τῇ ZM ἀχθῶσιν ἐπὶ τὴν ἐπ' εὐθείας τῇ EZ , δυνήσονται
25 τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῆς K εὐθείας καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν πρὸς τῷ Z σημείῳ ὑπερβάλλον εἶδει ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ $\Gamma Z, K$.

3. πεποιείσθω V; corr. p. 13. $A\Xi N$] $AN\Xi$ V; corr. p.
18. ἢ K] HK V; corr. p. 22. ἢ K] cp, HK V, sed corr.
m. 1. 27. ὑπερβάλλοντα V; corr. Memus, sed nescio, an ferri
possit. $\Gamma Z, K$] ΓKZ V; corr. p.

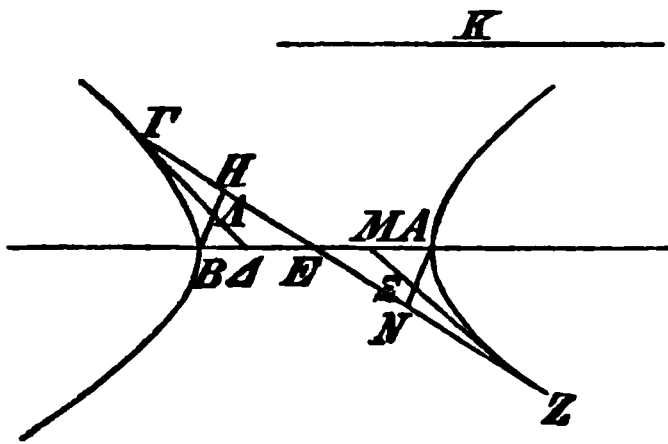
plicatis latitudines habentibus rectas ab ipsis ad punctum contactus abscisas excedentibus figura simili spatio $\Gamma Z \times K$, manifestum est [prop. L]; nam

$$Z\Gamma = 2\Gamma E \text{ [prop. XXX].}$$

dico igitur, idem etiam in sectione $Z A$ accidere.

per Z enim sectionem AZ contingens ducatur MZ , ordinateque ducatur $A\xi N$. et quoniam oppositae sunt

$B\Gamma$, AZ , contingunt autem eas $\Gamma\Delta$, MZ , aequales et parallelae erunt $\Gamma\Delta$, MZ [u. Eutocius ad prop. XLIV]. uerum etiam $\Gamma E = EZ$; quare etiam $E\Delta = EM$ [Eucl.



I, 4]¹⁾. et quoniam est $A\Gamma : \Gamma H = K : 2\Gamma\Delta = K : 2MZ$, erit etiam [Eucl. VI, 4] $\xi Z : ZN = K : 2MZ$. quoniam igitur AZ hyperbola est, cuius diameter est AB , contingens autem MZ , et ordinate ducta est AN , est autem

$$\xi Z : ZN = K : 2ZM,$$

quaecunque rectae a sectione ad EZ productam rectae ZM parallelae ducuntur, quadratae aequales erunt rectangulo comprehenso recta K rectisque ab ipsis ad Z punctum abscisis excedenti figura simili spatio $\Gamma Z \times K$ [prop. L].

1) Uerba ἴση δέ lin. 16 — ἐστὶν ἴση lin. 17 prorsus inutilia sunt.

Δεδειγμένων δὲ τούτων συμφανές, ὅτι ἐν μὲν τῇ
 παραβολῇ ἐκάστη τῶν παρὰ τὴν ἐκ τῆς γενέσεως διά-
 μετρον ἀπαγομένων εὐθειῶν διάμετρος ἐστίν, ἐν δὲ
 τῇ ὑπερβολῇ καὶ τῇ ἐλλείψει καὶ ταῖς ἀντικειμέναις
 5 ἐκάστη τῶν διὰ τοῦ κέντρου ἀγομένων εὐθειῶν, καὶ
 διότι ἐν μὲν τῇ παραβολῇ αἱ καταγόμεναι ἐφ' ἐκάστην
 τῶν διαμέτρων παρὰ τὰς ἐφαπτομένας τὰ παρὰ τὴν
 αὐτὴν παρακείμενα ὀρθογώνια δυνήσονται, ἐν δὲ τῇ
 ὑπερβολῇ καὶ ταῖς ἀντικειμέναις τὰ παρὰ τὴν αὐτὴν
 10 παρακείμενα χωρία καὶ ὑπερβάλλοντα τῷ αὐτῷ εἶδει,
 ἐν δὲ τῇ ἐλλείψει τὰ παρὰ τὴν αὐτὴν παρακείμενα
 καὶ ἐλλείποντα τῷ αὐτῷ εἶδει, καὶ διότι πάντα, ὅσα
 προδέδεικται περὶ τὰς τομὰς συμβαίνοντα συμπαρα-
 βαλλομένων τῶν ἀρχικῶν διαμέτρων, καὶ τῶν ἄλλων
 15 διαμέτρων παραλαμβανομένων τὰ αὐτὰ συμβήσεται.

νβ'.

Εὐθείας δοθείσης ἐν ἐπιπέδῳ καθ' ἐν σημεῖον
 πεπερασμένης εὐρεῖν ἐν τῷ ἐπιπέδῳ κώνου τομὴν τὴν
 καλουμένην παραβολήν, ἥς διάμετρος ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα,
 20 κορυφή δὲ τὸ πέρασ τῆς εὐθείας, ἥτις δὲ ἂν ἀπὸ τῆς
 τομῆς καταχθῆ ἐπὶ τὴν διάμετρον ἐν δοθείσῃ γωνία,
 δυνήσεται τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τε τῆς ἀπο-
 λαμβανομένης ὑπ' αὐτῆς πρὸς τῇ κορυφῇ τῆς τομῆς
 καὶ ἑτέρας τινὸς δοθείσης εὐθείας.
 25 ἔστω θέσει δεδομένη εὐθεῖα ἡ AB πεπερασμένη
 κατὰ τὸ A , ἑτέρα δὲ ἡ $\Gamma\Delta$ τῷ μεγέθει, ἡ δὲ δοθεῖσα
 γωνία ἔστω πρότερον ὀρθή· δεῖ δὴ εὐρεῖν ἐν τῷ ὑπο-

1. πόρισμα add. p. 3. ἀγομένων p. 13. συμπαρα-
 βαλλομένων] συμπαραλαμβανομένων Halley. 16. νβ'] p, om. V,
 m. 2 v. 23. αὐτῆς] cp, αὐτῇ supra scripto σ m. 1 V.

His autem demonstratis simul adparet, in parabola omnes rectas diametro originali parallelas diametros esse [prop. XLVI], in hyperbola autem et ellipsi et oppositis omnes rectas per centrum ductas [prop. XLVII—XLVIII], et in parabola rectas ad singulas diametros contingentibus parallelas ductas quadratas aequales esse rectangulis adplicatis eidem rectae [prop. XLIX], in hyperbola autem oppositisque spatiis eidem rectae adplicatis et eadem figura excedentibus [prop. L—LI], in ellipsi autem spatiis eidem rectae adplicatis et eadem figura deficientibus [prop. L], et omnia, quae antea demonstrauius in sectionibus adcidere adhibitis diametris principalibus, etiam ceteris diametris adsumptis eadem adcidere.

LII.

Data in plano recta in uno puncto terminata in plano inuenire conic sectionem, parabola quae uocatur, ita ut eius diameter sit data recta, uertex autem terminus rectae, et quaecunque recta a sectione in dato angulo ad diametrum ducitur, quadrata aequalis sit rectangulo comprehenso recta ab ea ad uerticem sectionis abscisa aliaque recta data.

positione data sit recta AB in A terminata, magnitudine autem alia $\Gamma\Delta$, angulus autem datus prius sit rectus. oportet igitur in plano subiacenti parabolam inuenire, ita ut eius diameter sit AB , uertex autem A , latus autem rectum $\Gamma\Delta$, et rectae ordinate ductae in recto angulo ducantur, h. e. ita ut AB axis sit.

· producat AB ad E , et sumatur $\Gamma H = \frac{1}{4}\Gamma\Delta$, et sit $EA > \Gamma H$, sumatur autem Θ media rectarum

κειμένῳ ἐπιπέδῳ παραβολήν, ἧς διάμετρος μὲν ἡ AB , κορυφή δὲ τὸ A , ὀρθία δὲ ἡ $\Gamma\Delta$, αἱ δὲ καταγόμεναι τεταγμένως ἐν ὀρθῇ γωνίᾳ καταχθήσονται, τουτέστιν ἵνα ἄξων ἡ ἡ AB .

5 ἐκβεβλήσθω ἡ AB ἐπὶ τὸ E , καὶ εἰλήφθω τῆς $\Gamma\Delta$ τέταρτον μέρος ἡ ΓH , τῆς δὲ ΓH μείζων ἔστω ἡ EA , καὶ τῶν $\Gamma\Delta$, EA μέση ἀνάλογον εἰλήφθω ἡ Θ . ἔστιν ἄρα ὡς ἡ $\Gamma\Delta$ πρὸς EA , τὸ ἀπὸ Θ πρὸς τὸ ἀπὸ EA . ἡ δὲ $\Gamma\Delta$ τῆς EA ἐλάττων ἐστὶν ἢ τετραπλασία· καὶ
 10 τὸ ἀπὸ Θ ἄρα τοῦ ἀπὸ EA ἐλαττόν ἐστὶν ἢ τετραπλάσιον. ἡ Θ ἄρα τῆς EA ἐλάττων ἐστὶν ἢ διπλῆ· ὥστε δύο αἱ EA τῆς Θ μείζονές εἰσι. δυνατὸν ἄρα ἐστὶν ἐκ τῆς Θ καὶ δύο τῶν EA τρίγωνον συστήσασθαι. συνεστάτω τοίνυν ἐπὶ τῆς EA τρίγωνον τὸ EAZ
 15 ὀρθὸν πρὸς τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον ὥστε ἴσην εἶναι τὴν μὲν EA τῇ AZ , τὴν δὲ Θ τῇ ZE , καὶ ἤχθω τῇ μὲν ZE παράλληλος ἡ AK , τῇ δὲ EA ἡ ZK , καὶ νοείσθω κῶνος, οὗ κορυφή τὸ Z σημεῖον, βάσις δὲ ὁ περὶ διάμετρον τὴν KA κύκλος ὀρθὸς ὢν πρὸς τὸ διὰ
 20 τῶν AZK ἐπίπεδον. ἔσται δὴ ὀρθὸς ὁ κῶνος· ἴση γὰρ ἡ AZ τῇ ZK . τετμήσθω δὲ ὁ κῶνος ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῷ KA κύκλῳ, καὶ ποιείτω τομὴν τὸν $MN\Xi$ κύκλον, ὀρθὸν δηλονότι πρὸς τὸ διὰ τῶν MZN ἐπίπεδον, καὶ ἔστω τοῦ $MN\Xi$ κύκλου καὶ τοῦ MZN
 25 τριγώνου κοινὴ τομὴ ἡ MN . διάμετρος ἄρα ἐστὶ τοῦ κύκλου. ἔστω δὲ τοῦ ὑποκειμένου ἐπιπέδου καὶ τοῦ κύκλου κοινὴ τομὴ ἡ ΞA . ἐπεὶ οὖν ὁ $MN\Xi$ κύκλος ὀρθός ἐστι πρὸς τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον, ὀρθὸς δὲ ἐστὶ καὶ πρὸς τὸ MZN τρίγωνον, ἡ κοινὴ ἄρα αὐτῶν

10. ἄρα] scripsi; A V. ἐλαττον] ἐλάττων V; corr. Halley.

idem autem ad triangulum MZN perpendicularis est, communis eorum sectio ΞA perpendicularis est ad triangulum MZN [Eucl. XI, 19], h. e. ad KZA ; quare etiam ad omnes rectas eam tangentes et in triangulo positas perpendicularis est [Eucl. XI def. 3]. itaque etiam ad utramque MN , AB perpendicularis est. rursus quoniam conus, cuius basis est $MN\Xi$ circulus, uertex autem Z punctum, plano sectus est ad triangulum MZN perpendiculari, quod sectionem efficit circulum $MN\Xi$, uerum etiam alio plano sectus est, subiacenti scilicet, basim conii secundum rectam ΞA secanti perpendicularem ad MN , quae communis est sectio circuli $MN\Xi$ triangulique MZN , et AB communis sectio plani subiacentis triangulique MZN lateri conii ZKM parallela est, sectio conii in plano subiacenti orta parabola est, diametrus autem eius AB [prop. XI], et rectae a sectione ad AB ordinate ductae in angulo recto ducentur; nam parallelae sunt rectae ΞA ad AB perpendiculari. et quoniam est $\Gamma\Delta : \Theta = \Theta : EA$, et $EA = AZ = ZK$, $\Theta = EZ = AK$, erit

$$\Gamma\Delta : AK = AK : AZ.$$

quare etiam $\Gamma\Delta : AZ = AK^2 : AZ^2$ [Eucl. V def. 9] $= AK^2 : AZ \times ZK$. ergo $\Gamma\Delta$ latus rectum sectionis est; hoc enim in propositione XI demonstratum est.

LIII.

Iisdem suppositis ne sit rectus datus angulus, eique aequalis ponatur $\angle \Theta AE$, sit autem $A\Theta = \frac{1}{2}\Gamma\Delta$,

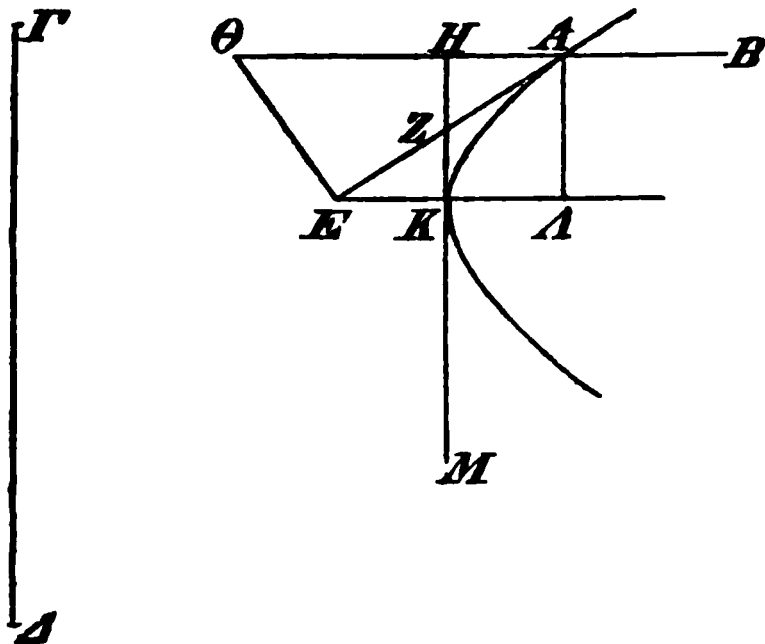
δὲ καὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον πρὸς τὸ MZN τρίγωνον (praeunte Memo). quae mutatio cum parum probabilis sit, praetulerim uerba *ἐπεὶ οὖν* lin. 27 — *τρίγωνον* lin. 29 delere; sed fortasse interpolatio peius etiam grassata est. etiam uerba *τοῦτ' ἐστὶ τὸ KZA* p. 162 lin. 1—2 inutilia sunt.

ἔστω ἡμίσεια ἡ $A\Theta$, καὶ ἀπὸ τοῦ Θ ἐπὶ τὴν AE
 κάθετος ἡχθῶ ἡ ΘE , καὶ διὰ τοῦ E τῆ $B\Theta$ παράλ-
 ληλος ἡ EA , καὶ ἀπὸ τοῦ A ἐπὶ τὴν EA κάθετος
 ἡχθῶ ἡ AA , καὶ τετμήσθῶ ἡ EA δίχα κατὰ τὸ K ,
 5 καὶ ἀπὸ τοῦ K τῆ EA πρὸς ὀρθὰς ἡχθῶ ἡ KM καὶ
 ἐκβεβλήσθῶ ἐπὶ τὰ Z, H , καὶ τῶ ἀπὸ τῆς AA ἴσον
 ἔστω τὸ ὑπὸ AKM . καὶ δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν
 AK, KM , τῆς μὲν KA θέσει πεπερασμένης κατὰ τὸ
 K , τῆς δὲ KM μεγέθει, καὶ γωνίας ὀρθῆς γεγράφθῶ
 10 παραβολή, ἧς διάμετρος ἡ KA , κορυφή δὲ τὸ K ,
 ὀρθία δὲ ἡ KM , ὡς προδέδεικται· ἡξίει δὲ διὰ τοῦ
 A διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ ἀπὸ AA τῶ ὑπὸ AKM , καὶ
 ἐφάπεται τῆς τομῆς ἡ EA διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν EK
 τῆ KA . καὶ ἐστὶν ἡ ΘA τῆ EKA παράλληλος· ἡ
 15 ΘAB διάμετρος ἄρα ἐστὶ τῆς τομῆς, αἱ δὲ ἐπ' αὐτὴν
 ἀπὸ τῆς τομῆς καταγόμεναι παράλληλοι τῆ AE δίχα
 τμηθήσονται ὑπὸ τῆς AB . καταχθήσονται δὲ ἐν γω-
 νία τῆ ὑπὸ ΘAE . καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ $AE\Theta$
 γωνία τῆ ὑπὸ AHZ , κοινὴ δὲ ἡ πρὸς τῶ A , ὅμοιον
 20 ἄρα ἐστὶ τὸ $A\Theta E$ τρίγωνον τῶ AHZ . ὡς ἄρα ἡ
 ΘA πρὸς EA , ἡ ZA πρὸς AH · ὡς ἄρα ἡ διπλασία
 τῆς $A\Theta$ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς AE , ἡ ZA πρὸς
 AH . ἡ δὲ ΓA τῆς ΘA διπλῆ· ὡς ἄρα ἡ ZA
 πρὸς AH , ἡ ΓA πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς AE .
 25 διὰ δὴ τὰ δεδειγμένα ἐν τῶ μθ' θεωρήματι ὀρθία ἐστὶν
 ἡ ΓA .

11. δέ] (alt.) fort. δή.
 ἄρα διάμετρος p, Halley.
 corr. p.

13. EK] EKT V; corr. p. 15.
 18. ΘAE — 19. τῆ ὑπό] bis V;
 corr. p.

et a Θ ad AE perpendicularis ducatur ΘE , per E autem rectae $B\Theta$ parallela $E\Lambda$, et ab A ad $E\Lambda$ perpendicularis ducatur $A\Lambda$, $E\Lambda$ autem in K in duas



partes aequales secetur, et a K ad $E\Lambda$ perpendicularis ducatur KM producatumque ad Z , H , et sit

$$AK \times KM = A\Lambda^2.$$

datis autem duabus rectis AK , KM , quarum KA positione data est ad K terminata, KM autem ma-

gnitudine, et angulo recto describatur parabola, cuius diameter sit KA , uertex autem K , et latus rectum KM , ita ut supra demonstratum est [prop. LII]; per A igitur ueniet, quia $AK \times KM = A\Lambda^2$ [prop. XI], et EA sectionem continget, quia $EK = KA$ [prop. XXXIII]. et ΘA rectae EKA parallela est; itaque ΘAB diameter sectionis est, et rectae a sectione ad eam ductae rectae AE parallelae ab AB in binas partes aequales secabuntur [prop. XLVI]. ducentur autem in angulo ΘAE [Eucl. I, 29]. et quoniam est $\angle AE\Theta = \angle AHZ$, communis autem angulus ad A positus, erit

$$A\Theta E \sim AHZ.$$

quare [Eucl. VI, 4] $\Theta A : EA = ZA : AH$. itaque $2A\Theta : 2AE = ZA : AH$ [Eucl. V, 15]. est autem $\Gamma\Delta = 2\Theta A$; itaque $ZA : AH = \Gamma\Delta : 2AE$. ergo propter ea, quae in propositione XLIX demonstrata sunt, $\Gamma\Delta$ latus rectum est.

νδ'.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν πεπερασμένων πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις τῆς ἐτέρας ἐκβαλλομένης ἐπὶ ταῦτὰ τῆ ὀρθῆ γωνία εὐρεῖν ἐπὶ τῆς προσεκβληθείσης κώνου τομῆν
 5 τὴν καλουμένην ὑπερβολὴν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ταῖς εὐθείαις, ὅπως ἡ μὲν προσεκβληθεῖσα διάμετρος εἴη τῆς τομῆς, κορυφὴ δὲ τὸ πρὸς τῆ γωνία σημεῖον, ἣτις δὲ ἂν καταχθῆ ἀπὸ τῆς τομῆς ἐπὶ τὴν διάμετρον γωνίαν ποιοῦσα ἴσην τῆ δοθείσῃ, ἴδυνήσεται παρα-
 10 κείμενον ὀρθογώνιον παρὰ τὴν ἐτέραν εὐθεῖαν πλάτος ἔχον τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπὸ τῆς κατηγμένης πρὸς τῆ κορυφῆ ὑπερβάλλον εἶδει ὁμοίῳ καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ ὑπὸ τῶν ἐξ ἀρχῆς εὐθειῶν.

ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι πεπερασμέναι
 15 πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ AB , $BΓ$, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ AB ἐπὶ τὸ Δ . δεῖ δὴ εὐρεῖν ἐν τῷ διὰ τῶν $ABΓ$ ἐπιπέδῳ ὑπερβολὴν, ἥς διάμετρος μὲν ἔσται ἡ $AB\Delta$, κορυφὴ δὲ τὸ B , ὀρθία δὲ ἡ $BΓ$, αἱ δὲ καταγόμεναι ἀπὸ τῆς τομῆς ἐπὶ τὴν $B\Delta$ ἐν τῆ δοθείσῃ γωνία
 20 ἴδυνήσονται τὰ παρὰ τὴν $BΓ$ παρακείμενα πλάτη ἔχοντα τὰς ἀπολαμβανομένας ὑπ' αὐτῶν πρὸς τῷ B ὑπερβάλλοντα εἶδει ὁμοίῳ καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ ὑπὸ τῶν $ABΓ$.

ἔστω ἡ δοθεῖσα γωνία πρότερον ὀρθή, καὶ ἀνε-
 25 στάτω ἀπὸ τῆς AB ἐπίπεδον ὀρθὸν πρὸς τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον, καὶ ἐν αὐτῷ περὶ τὴν AB κύκλος γεγράφθω ὁ $AEBZ$, ὥστε τὸ τμήμα τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου τὸ ἐν τῷ AEB τμήματι πρὸς τὸ τμήμα τῆς διαμέτρου

1. νδ'] p, om. V. 3. ταῦτά] ταῦτα V; corr. p. 4. ἐπὶ τῆς προσεκβληθείσης] superuacua uidebantur Commandino

LIV.

Datis duabus rectis terminatis inter se perpendicularibus altera ad angulum rectum uersus producta in recta producta sectionem conii inuenire, hyperbola quae uocatur, in plano rectarum posita, ita ut recta producta diametrus sectionis sit, uertex autem punctum ad angulum positum, et quaecunque recta a sectione ad diametrum ducitur angulum efficiens dato aequalem, quadrata aequalis sit rectangulo alteri rectae adplicato latitudinem habenti rectam ab ordinate ducta ad uerticem abscisam excedenti figura simili similiterque posita figurae rectis a principio datis comprehensae.

sint datae duae rectae terminatae inter se perpendiculares AB , $B\Gamma$, producatique AB ad Δ . oportet igitur in plano rectarum AB , $B\Gamma$ hyperbolam inuenire, cuius diametrus sit $AB\Delta$, uertex autem B , latus rectum autem $B\Gamma$, et rectae a sectione ad $B\Delta$ in dato angulo ductae quadratae aequales sint spatiis rectae $B\Gamma$ adplicatis latitudines habentibus rectas ab iis ad B abscisas excedentibus figura simili similiterque posita rectangulo $AB \times B\Gamma$.

prius igitur angulus datus rectus sit, et in AB planum ad planum subiacens perpendiculare erigatur, et in eo circum AB circulus describatur $AEBZ$, ita ut pars diametri circuli in segmento AEB posita ad partem diametri in AZB positam maiorem rationem non habeat quam $AB : B\Gamma$ [u. Eutocius], et AEB in puncto E in duas partes aequales secetur, ab E

fol. 84^v. 6. εἰη] ἦ p. 13. τῶ] om. V; corr. p. 19. τῆς] cvp, in V litt. σ in ras. est m. 1. 21. τῶ] τὸ V; corr. p.

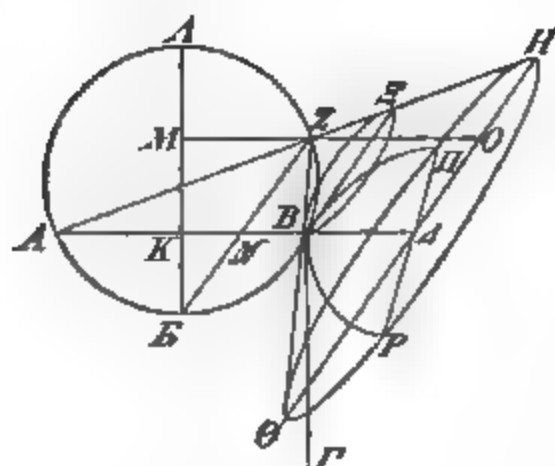
τὸ ἐν τῷ AZB μὴ μείζονα λόγον ἔχειν τοῦ ὄν ἔχει
 ἢ AB πρὸς $BΓ$, καὶ τετμήσθω ἢ AEB δίχα κατὰ
 τὸ E , καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ E ἐπὶ τὴν AB κάθετος ἢ
 EK καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ A διάμετρος ἄρα ἐστὶν
 5 ἢ EA . εἰ μὲν οὖν ἐστὶν, ὡς ἢ AB πρὸς $BΓ$, ἢ EK
 πρὸς KA , τῷ A ἂν ἐχρησάμεθα, εἰ δὲ μὴ, γινέσθω
 ὡς ἢ AB πρὸς $BΓ$, ἢ EK πρὸς ἐλάσσονα τῆς KA
 τὴν KM , καὶ διὰ τοῦ M τῇ AB παράλληλος ἤχθω
 ἢ MZ , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ AZ , EZ , ZB , καὶ διὰ
 10 τοῦ B τῇ ZE παράλληλος ἢ $BΞ$. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν
 ἢ ὑπὸ AZE γωνία τῇ ὑπὸ EZB , ἀλλ' ἢ μὲν ὑπὸ
 AZE τῇ ὑπὸ $AΞB$ ἐστὶν ἴση, ἢ δὲ ὑπὸ EZB τῇ
 ὑπὸ $ΞBZ$ ἐστὶν ἴση, καὶ ἢ ὑπὸ $ΞBZ$ ἄρα τῇ ὑπὸ
 $ZΞB$ ἐστὶν ἴση· ἴση ἄρα καὶ ἢ ZB τῇ $ZΞ$. νοείσθω
 15 κῶνος, οὗ κορυφή μὲν τὸ Z σημεῖον, βάσις δὲ ὁ περὶ
 τὴν $BΞ$ διάμετρον κύκλος ὀρθὸς ὦν πρὸς τὸ $BZΞ$
 τρίγωνον· ἐστὶ δὴ ὁ κῶνος ὀρθός· ἴση γὰρ ἢ ZB
 τῇ $ZΞ$. ἐκβεβλήσθωσαν δὴ αἱ BZ , $ZΞ$, MZ , καὶ
 τετμήσθω ὁ κῶνος ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῷ $BΞ$ κύκλῳ·
 20 ἐστὶ δὴ ἢ τομὴ κύκλος. ἔστω ὁ $HΠΡ$ · ὥστε διά-
 μετρος ἐστὶ τοῦ κύκλου ἢ $HΘ$. κοινὴ δὲ τομὴ τοῦ
 $HΘ$ κύκλου καὶ τοῦ ὑποκειμένου ἐπιπέδου ἔστω ἢ
 $ΠΔΡ$ · ἐστὶ δὴ ἢ $ΠΔΡ$ πρὸς ἑκατέραν τῶν $HΘ$, $ΔB$
 ὀρθή· ἑκάτερος γὰρ τῶν $ΞB$, $ΘH$ κύκλος ὀρθός ἐστι
 25 πρὸς τὸ $ZHΘ$ τρίγωνον, ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ὑποκείμενον
 ἐπίπεδον ὀρθὸν πρὸς τὸ $ZHΘ$ · καὶ ἢ κοινὴ ἄρα
 αὐτῶν τομὴ ἢ $ΠΔΡ$ ὀρθή ἐστὶ πρὸς τὸ $ZHΘ$ · καὶ
 πρὸς πάσας ἄρα τὰς ἀπτομένας αὐτῆς εὐθείας καὶ
 οὔσας ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ὀρθὰς ποιεῖ γωνίας. καὶ

1. μείζονα λόγον] p, μείζον ἀνάλογον V; corr. v (in ι
 circumflexus in acutum mut. m. 1). 17. ZB] c, B e corr.

antem ad AB perpendicularis ducatur EK producatu-
que ad A ; EA igitur diameter est [Eucl. III, 1].
iam si sit $AB:BF = EK:KA$, puncto A utamur;
sin minus, fiat $AB:BF = EK:KM$ minorem quam
 KA , et per M rectae AB parallela ducatur MZ ,
ducanturque AZ , EZ , ZB , et per B rectae ZE
parallela ducatur $BΞ$. quoniam igitur est

$$\angle AZE = \angle EZB \text{ [Eucl. III, 27],}$$

est autem $\angle AZE = \angle AΞB$, $\angle EZB = \angle ΞBZ$
[Eucl. I, 29], erit etiam $\angle ΞBZ = \angle ZΞB$; quare etiam
 $ZB = ZΞ$ [Eucl. I, 6]. fingatur conus, cuius uertex
sit Z punctum, basis autem circulus circum $BΞ$
diametrum descriptus ad triangulum $BZΞ$ perpendi-



cularis. is conus igitur
rectus erit [def. 3]; nam
 $ZB = ZΞ$. producan-
tur igitur BZ , $ZΞ$, MZ ,
conusque plano circulo
 $BΞ$ parallelo secetur;
sectio igitur circulus erit
[prop. IV]. sit $HΠP$.
 $HΘ$ igitur diameter
circuli erit [prop. IV

coroll.]. communis autem sectio circuli $HΘ$ planique
subiacentis sit $ΠΔP$; erit igitur $ΠΔP$ ad utramque
 $HΘ$, $ΔB$ perpendicularis; nam uterque circulus $ΞB$, $ΘH$
ad triangulum $ZHΘ$ perpendicularis est, planum autem
subiacens et ipsum ad $ZHΘ$ perpendicularare est; itaque

m. 1 V. 18. $ZΞ$] (pr.) c, $Ξ$ e corr. m. 1 V. 24. ἐκάτερος
— 29. γωνίας] mihi suspecta.

ἐπεὶ κῶνος, οὗ βάσις μὲν ὁ $H\Theta$ κύκλος, κορυφή δὲ
 τὸ Z , τέτμηται ἐπιπέδῳ ὀρθῶ πρὸς τὸ $ZH\Theta$ τρίγωνον,
 τέτμηται δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τῷ ὑποκειμένῳ κατ'
 εὐθείαν τὴν $\Pi\Delta P$ πρὸς ὀρθὰς τῇ $H\Delta\Theta$, ἣ δὲ κοινὴ
 5 τομὴ τοῦ τε ὑποκειμένου ἐπιπέδου καὶ τοῦ $HZ\Theta$,
 τουτέστιν ἡ ΔB , ἐκβαλλομένη ἐπὶ τὸ B συμπίπτει τῇ
 HZ κατὰ τὸ A , ὑπερβολὴ ἄρα ἔσται ἡ τομὴ διὰ τὰ
 προοδεδειγμένα ἡ $\Pi B P$, ἧς κορυφὴ μὲν ἔστι τὸ B
 σημεῖον, αἱ δὲ καταγόμεναι ἐπὶ τὴν $B\Delta$ τεταγμένως
 10 ἐν ὀρθῇ γωνίᾳ καταχθῆσονται· παράλληλοι γάρ εἰσι
 τῇ $\Pi\Delta P$. καὶ ἐπεὶ ἔστιν, ὡς ἡ AB πρὸς $B\Gamma$, ἡ EK
 πρὸς KM , ὡς δὲ ἡ EK πρὸς KM , ἡ EN πρὸς NZ ,
 τουτέστι τὸ ὑπὸ ENZ πρὸς τὸ ἀπὸ NZ , ὡς ἄρα ἡ
 AB πρὸς $B\Gamma$, τὸ ὑπὸ ENZ πρὸς τὸ ἀπὸ NZ . ἴσον
 15 δὲ τὸ ὑπὸ ENZ τῷ ὑπὸ ANB . ὡς ἄρα ἡ AB πρὸς
 ΓB , τὸ ὑπὸ ANB πρὸς τὸ ἀπὸ NZ . τὸ δὲ ὑπὸ
 ANB πρὸς τὸ ἀπὸ NZ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον
 ἐκ τοῦ τῆς AN πρὸς NZ καὶ τῆς BN πρὸς NZ .
 ἀλλ' ὡς ἔστι μὲν ἡ AN πρὸς NZ , ἡ $A\Delta$ πρὸς ΔH καὶ
 20 ἡ ZO πρὸς OH , ὡς δὲ ἡ BN πρὸς NZ , ἡ ZO πρὸς
 $O\Theta$. ἡ ἄρα AB πρὸς $B\Gamma$ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον
 ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ἡ ZO πρὸς OH καὶ ἡ ZO πρὸς $O\Theta$,
 τουτέστι τὸ ἀπὸ ZO πρὸς τὸ ὑπὸ $HO\Theta$. ἔστιν ἄρα,
 ὡς ἡ AB πρὸς $B\Gamma$, τὸ ἀπὸ ZO πρὸς τὸ ὑπὸ $HO\Theta$.
 25 καὶ ἔστι παράλληλος ἡ ZO τῇ $A\Delta$. πλαγία μὲν ἄρα
 πλευρὰ ἔστιν ἡ AB , ὀρθία δὲ ἡ $B\Gamma$. ταῦτα γὰρ ἐν
 τῷ $\text{ιβ}'$ θεωρήματι δέδεικται.

2. ἐπιπέδῳ — 3. τέτμηται] om. V; addidi praeuentibus
 Memo et Halleio (qui praeterea addunt καὶ ποιεῖ τομὴν τὸν
 $H\Pi\Theta P$ κύκλον, cfr. p. 162, 6 sq., et lin. 3 post ὑποκειμένῳ
 uerba τέμνοντι τὴν βάσιν τοῦ κῶνου). 27. τῷ $\text{ιβ}'$] $\text{ξ β}'$ V;
 corr. p.

etiam communis eorum sectio $\Pi \Delta P$ ad ZH^\ominus perpendicularis est [Eucl. XI, 19]; quare etiam ad omnes rectas eam tangentes et in eodem plano positas rectos angulos efficit [Eucl. XI def. 3]. et quoniam conus, cuius basis est H^\ominus circulus, uertex autem Z , plano sectus est ad triangulum ZH^\ominus perpendiculari, uerum etiam alio plano sectus est, subiacenti scilicet, secundum rectam $\Pi \Delta P$ ad $H \Delta^\ominus$ perpendicularem, et communis sectio plani subiacentis triangulique HZ^\ominus , hoc est ΔB , ad B uersus producta cum HZ in A concurrat, propter ea, quae antea demonstrauius [prop. XII], hyperbola erit $\Pi B P$, cuius uertex est B punctum, rectae autem ad $B \Delta$ ordinate ductae in recto angulo ducentur; nam rectae $\Pi \Delta P$ parallelae erunt. et quoniam est $AB : B\Gamma = EK : KM$, et $EK : KM = EN : NZ$ [Eucl. VI, 2] $= EN \times NZ : NZ^2$, erit.

$$AB : B\Gamma = EN \times NZ : NZ^2.$$

est autem

$$EN \times NZ = AN \times NB \text{ [Eucl. III, 35].}$$

quare

$$AB : \Gamma B = AN \times NB : NZ^2.$$

est autem

$$AN \times NB : NZ^2 = (AN : NZ) \times (BN : NZ),$$

et

$$AN : NZ = A\Delta : \Delta H = ZO : OH \text{ [Eucl. VI, 4],}$$

et [ib.] $BN : NZ = ZO : O^\ominus$. itaque

$$AB : B\Gamma = (ZO : OH) \times (ZO : O^\ominus) = ZO^2 : HO \times O^\ominus.$$

quare $AB : B\Gamma = ZO^2 : HO \times O^\ominus$. et ZO rectae $A\Delta$ parallela est. ergo AB latus transuersum est, rectum autem $B\Gamma$; haec enim in propositione XII demonstrata sunt.

νε'.

Μὴ ἔστω δὴ ἡ δεδομένη γωνία ὀρθή, καὶ ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι εὐθεῖαι αἱ AB , AG , ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία ἔστω ἴση τῇ ὑπὸ τῶν $BA\Theta$. δεῖ δὴ γράψαι ὑπερβολήν, ἧς διάμετρος μὲν ἔσται ἡ AB , ὀρθία δὲ ἡ AG , αἱ δὲ καταγόμεναι ἐν τῇ ὑπὸ ΘAB γωνία καταχθήσονται.

τετμήσθω ἡ AB δίχα κατὰ τὸ Δ , καὶ ἐπὶ τῆς $A\Delta$ γεγράφθω ἡμικύκλιον τὸ $AZ\Delta$, καὶ ἤχθω τις εἰς τὸ ἡμικύκλιον παράλληλος τῇ $A\Theta$ ἡ ZH ποιούσα τὸν τοῦ ἀπὸ ZH πρὸς τὸ ὑπὸ ΔHA λόγον τὸν αὐτὸν τῷ τῆς AG πρὸς AB , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $Z\Theta\Delta$ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Δ , καὶ τῶν $Z\Delta\Theta$ μέση ἀνάλογον ἔστω ἡ ΔA , καὶ κείσθω τῇ $A\Delta$ ἴση ἡ ΔK , τῷ δὲ ἀπὸ τῆς AZ ἴσον ἔστω τὸ ὑπὸ AZM , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ KM , καὶ διὰ τοῦ A πρὸς ὀρθᾶς ἤχθω τῇ KZ ἡ AN καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Ξ . καὶ δύο δοθεισῶν εὐθειῶν πεπερασμένων πρὸς ὀρθᾶς ἀλλήλαις τῶν KA , AN γεγράφθω ὑπερβολή, ἧς πλαγία μὲν πλευρὰ ἔσται ἡ KA , ὀρθία δὲ ἡ AN , αἱ δὲ καταγόμεναι ἐπὶ τὴν διάμετρον ἀπὸ τῆς τομῆς ἐν ὀρθῇ γωνία καταχθήσονται πλάτη ἔχουσαι τὰς ἀπολαμβανομένας ὑπ' αὐτῶν πρὸς τῷ A ὑπερβάλλοντα εἶδει ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ KAN . ἤξει δὲ ἡ τομὴ διὰ τοῦ A ἴσον γάρ ἐστι τὸ ἀπὸ AZ τῷ ὑπὸ AZM . καὶ ἐφάψεται αὐτῆς ἡ $A\Theta$. τὸ γὰρ ὑπὸ $Z\Delta\Theta$ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΔA . ὥστε ἡ AB διάμετρος ἐστὶ τῆς τομῆς. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς

1. νε'] p, Eutocius; om. V. 3. αἱ] (alt.) p; om. V (ἡ Halley). 9. $AZ\Delta$] Δ e corr. m. 1 V. 12. AB] τὴν διπλασίαν τῆς $A\Delta$ Comm. fol. 38^v cum Eutocio. 13. ἐπὶ τὸ Δ] scripsi coll. p. 170, 6; ἴση ἡ ΔV , ἡ $Z\Delta$ p; om. Memus,

LV.

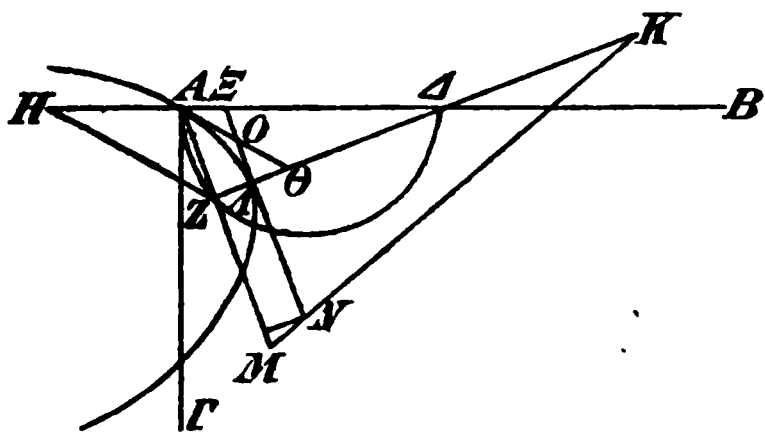
Iam igitur datus angulus rectus ne sit, et datae rectae sint AB , $A\Gamma$, datus autem angulus angulo $BA\Theta$ aequalis sit. oportet igitur hyperbolam describere, ita ut diameter sit AB , latus rectum autem $A\Gamma$, et ordinate ductae in angulo ΘAB ducantur.

secetur AB in duas partes aequales in Δ , et in $A\Delta$ semicirculus describatur $AZ\Delta$, ad semicirculum autem recta ducatur ZH rectae $A\Theta$ parallela, quae faciat $ZH^2 : \Delta H \times HA = A\Gamma : AB$, ducaturque $Z\Theta\Delta$ et ad Δ uersus producat, et sit $\Delta\Lambda$ rectarum $Z\Delta$, $\Delta\Theta$ media proportionalis, fiatque $\Delta K = \Delta\Delta$,

$$AZ \times ZM = AZ^2,$$

et ducatur KM , per Λ autem ad KZ perpendicularis ducatur ΛN producat, et datis duabus rectis terminatis inter se perpendicularibus $K\Lambda$, ΛN

hyperbola describatur, cuius latus transuersum sit $K\Lambda$, rectum autem ΛN , et rectae a sectione ad diametrum ductae in angulo recto ducantur latitudines habentes



rectas ab iis ad Λ abscisas excedentes figura simili rectangulo $K\Lambda \times \Lambda N$ [prop. LIV]; sectio igitur ea per A

Comm., Halley. 14. ἴση] c, ι corr. ex η V. 15. τῆς AZ ἴσον] ἴσων V; corr. p. 17. ἐπὶ τὸ Ξ] ἐπὶ τὰ O, Ξ Halley. 20. ἔσται] ἔστω Halley praeunte Comm. 22. ἔχουσαι] καὶ δυνήσονται τὰ παρὰ τὴν ΛN παρακείμενα ὀρθογώνια πλάτη ἔχοντα Halley praeunte Commandino. 24. δέ] c et, ut uidetur, V; δὴ p, Halley.

ἡ $ΓΑ$ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς $ΑΔ$, τουτέστι τὴν
 $ΑΒ$, τὸ ἀπὸ ZH πρὸς τὸ ὑπὸ $ΔΗΑ$, ἀλλ' ἡ μὲν
 $ΓΑ$ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς $ΑΔ$ τὸν συγκείμενον
 ἔχει λόγον ἐκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ $ΓΑ$ πρὸς τὴν διπλασίαν
 5 τῆς $ΑΘ$ καὶ ἐκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ διπλασία τῆς $ΑΘ$ πρὸς
 τὴν διπλασίαν τῆς $ΔΑ$, τουτέστιν ἡ $ΘΑ$ πρὸς $ΑΔ$,
 τουτέστιν ἡ ZH πρὸς $ΗΔ$, ἡ $ΓΑ$ ἄρα πρὸς $ΑΒ$ τὸν
 συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ τε τοῦ τῆς $ΓΑ$ πρὸς τὴν
 διπλασίαν τῆς $ΑΘ$ καὶ τοῦ τῆς ZH πρὸς $ΗΔ$. ἔχει
 10 δὲ καὶ τὸ ἀπὸ ZH πρὸς τὸ ὑπὸ $ΔΗΑ$ τὸν συγκεί-
 μενον λόγον ἐκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ ZH πρὸς $ΗΔ$ καὶ ἡ
 ZH πρὸς $ΗΑ$. ὁ ἄρα συγκείμενος λόγος ἐκ τοῦ τῆς
 $ΓΑ$ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς $ΑΘ$ καὶ τοῦ τῆς ZH
 πρὸς $ΗΔ$ ὁ αὐτός ἐστι τῷ συγκειμένῳ ἐκ τοῦ τῆς
 15 ZH πρὸς $ΗΑ$ καὶ τοῦ τῆς ZH πρὸς $ΗΔ$. κοινὸς
 ἀφηρησθῶ ὁ τῆς ZH πρὸς $ΗΔ$ λόγος· ἔστιν ἄρα
 ὡς ἡ $ΓΑ$ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς $ΑΘ$, ἡ ZH πρὸς
 $ΗΑ$. ὡς δὲ ἡ ZH πρὸς $ΗΑ$, ἡ $ΟΑ$ πρὸς $ΑΞ$. ὡς
 ἄρα ἡ $ΓΑ$ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς $ΑΘ$, ἡ $ΟΑ$ πρὸς
 20 $ΑΞ$. ὅταν δὲ τοῦτο ἦ, παρ' ἣν δύνανται ἔστιν ἡ
 $ΑΓ$. τοῦτο γὰρ δέδεικται ἐν τῷ ν' θεωρήματι.

νς'.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν πεπερασμένων πρὸς ὀρθὰς
 ἀλλήλαις εὐρεῖν περὶ διάμετρον τὴν ἑτέραν αὐτῶν
 25 κώνου τομὴν τὴν καλουμένην ἔλλειψιν ἐν τῷ αὐτῷ
 ἐπιπέδῳ ταῖς εὐθείαις, ἥς κορυφὴ ἔσται τὸ πρὸς τῇ
 ὀρθῇ γωνίᾳ σημείου, αἱ δὲ καταγόμεναι ἀπὸ τῆς τομῆς
 ἐπὶ τὴν διάμετρον ἐν γωνίᾳ δοθείσῃ δυνήσονται τὰ

5. ἐκ τοῦ] ἐξ οὗ V; corr. Halley. 22. νς'] ρ, Eutocius;
 om. V. 24. εὐρεῖν] εὔρη V; corr. ρ.

ueniet, quia $AZ^2 = AZ \times ZM$ [prop. XII]. et eam
continget $A\Theta$ [prop. XXXVII]; nam $Z\Delta \times \Delta\Theta = \Delta A^2$.
quare AB diametrus sectionis est [prop. LI coroll.].
et quoniam est

$$\Gamma A : 2A\Delta = \Gamma A : AB = ZH^2 : \Delta H \times HA,$$

et

$$\Gamma A : 2A\Delta = (\Gamma A : 2A\Theta) \times (2A\Theta : 2\Delta A),$$

et

$$2A\Theta : 2\Delta A = \Theta A : A\Delta = ZH : H\Delta \text{ [Eucl. VI, 4],}$$

erit

$$\Gamma A : AB = (\Gamma A : 2A\Theta) \times (ZH : H\Delta).$$

uerum etiam

$$ZH^2 : \Delta H \times HA = (ZH : H\Delta) \times (ZH : HA).$$

itaque,

$$(\Gamma A : 2A\Theta) \times (ZH : H\Delta) = (ZH : HA) \times (ZH : H\Delta).$$

auferatur, quae communis est, ratio $ZH : H\Delta$. itaque

$$\Gamma A : 2A\Theta = ZH : HA. \text{ est autem [Eucl. VI, 4]}$$

$ZH : HA = OA : A\Xi$. itaque erit

$$\Gamma A : 2A\Theta = OA : A\Xi.$$

sin hoc est, parametrus est $A\Gamma$; hoc enim in propo-
sitione L demonstratum est.

LVI.

Datis duabus rectis terminatis inter se perpendi-
cularibus circum alteram earum diametrum descriptam
coni sectionem inuenire, ellipsis quae uocatur, in plano
rectarum positam, ita ut uertex sit punctum ad rectum
angulum positum, rectae autem a sectione ad diametrum
in dato angulo ductae quadratae aequales sint rectan-
gulis alteri rectae adplicatis latitudinem habentibus

παρακείμενα ὀρθογώνια παρὰ τὴν ἑτέραν εὐθείαν πλάτος ἔχοντα τὴν ἀπολαμβανομένην ὑπ' αὐτῶν πρὸς τῇ κορυφῇ τῆς τομῆς ἔλλείποντα εἶδει ὁμοίῳ τε καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ ὑπὸ τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν πε-
5 ριεχομένῳ.

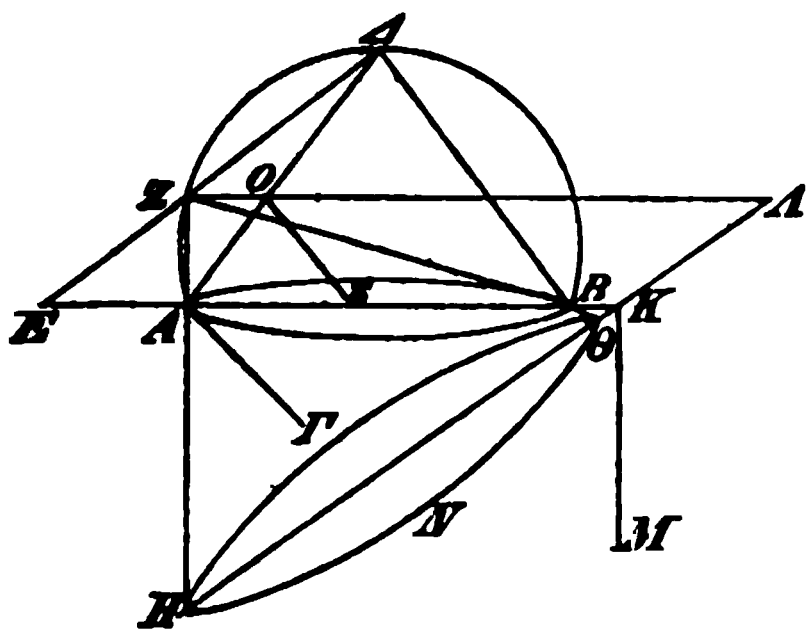
ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ AB , AG πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις, ὧν μείζων ἡ AB . δεῖ δὲ ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ γράψαι ἔλλειψιν, ἧς διάμετρος μὲν ἔσται ἡ AB , κορυφὴ δὲ τὸ A , ὀρθία δὲ ἡ AG ,
10 αἱ δὲ καταγόμεναι καταχθήσονται ἀπὸ τῆς τομῆς ἐπὶ τὴν AB ἐν δεδομένη γωνίᾳ καὶ δυνησονται τὰ παρὰ τὴν AG παρακείμενα πλάτη ἔχοντα τὰς ἀπολαμβανομένας ὑπ' αὐτῶν πρὸς τῷ A ἔλλείποντα εἶδει ὁμοίῳ τε καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ ὑπὸ τῶν BAG .

ἔστω δὲ ἡ δοθεῖσα γωνία πρότερον ὀρθή, καὶ ἀνεστάτω ἀπὸ τῆς AB ἐπίπεδον ὀρθὸν πρὸς τὸ ὑποκείμενον, καὶ ἐν αὐτῷ ἐπὶ τῆς AB τμῆμα κύκλου γεγράφθω τὸ $A\Delta B$, οὗ διχοτομία ἔστω τὸ Δ , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ΔA , ΔB , καὶ κείσθω τῇ AG ἴση
20 ἡ $A\Xi$, καὶ διὰ τοῦ Ξ τῇ ΔB παράλληλος ἦχθω ἡ ΞO , διὰ δὲ τοῦ O τῇ AB παράλληλος ἡ OZ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ ΔZ καὶ συμπιπέτω τῇ AB ἐκβληθείσῃ κατὰ τὸ E . ἔσται δὲ, ὡς ἡ AB πρὸς AG , ἡ BA πρὸς $A\Xi$, τουτέστιν ἡ ΔA πρὸς AO , τουτέστιν ἡ
25 ΔE πρὸς EZ . καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ AZ , ZB καὶ ἐκβεβλήσθωσαν, καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ZA τυχὸν σημείου τὸ H , καὶ δι' αὐτοῦ τῇ ΔE παράλληλος ἦχθω ἡ HA καὶ συμπιπέτω τῇ AB ἐκβληθείσῃ κατὰ τὸ K . ἐκβεβλήσθω δὲ ἡ ZO καὶ συμπιπέτω τῇ HK κατὰ

13. τῷ] c, corr. ex τό m. 1 V. 15. δέ] fort. δή. δοθεῖσα] c, θ corr. ex δ m. 1 V.

rectam ab iis ad uerticem sectionis abscisam deficientibus figura simili similiterque posita rectangulo datis rectis comprehenso.

sint datae duae rectae AB , $A\Gamma$ inter se perpendiculares, quarum maior sit AB . oportet igitur in plano



subiacenti ellipsim describere, ita ut eius diameter sit AB , uertex autem A , latus rectum autem $A\Gamma$, et rectae ordinate a sectione ad AB ductae in dato angulo ducantur et quadratae aequales sint spatiis

rectae $A\Gamma$ adplicatis latitudines habentibus rectas ab iis ad A abscisas deficientibus figura simili similiterque posita rectangulo $BA \times A\Gamma$.

prius igitur angulus datus rectus sit, et in AB planum ad subiacens perpendiculare erigatur, in eoque in AB segmentum circuli describatur $A\Delta B$, cuius punctum medium sit Δ , ducanturque ΔA , ΔB , et ponatur $A\Xi = A\Gamma$, per Ξ autem rectae ΔB parallela ducatur ΞO , per O autem rectae AB parallela OZ , et ducatur ΔZ concurratque cum AB producta in E . erit igitur [Eucl. V, 7]

$$AB : A\Gamma = BA : A\Xi = \Delta A : AO \text{ [Eucl. VI, 4]} \\ = \Delta E : EZ \text{ [Eucl. VI, 2].}$$

ducantur AZ , ZB producanturque, et in ZA punctum

Figuram bis hab. V.

τὸ Δ . ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ $\Delta\Delta$ περιφέρεια τῇ ΔB ,
 ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ $AB\Delta$ γωνία τῇ ὑπὸ ΔZB . καὶ ἐπεὶ
 ἡ ὑπὸ EZA γωνία δυσὶ ταῖς ὑπὸ $Z\Delta A$, $Z\Delta\Delta$ ἐστὶν
 ἴση, ἀλλ' ἡ μὲν ὑπὸ $Z\Delta\Delta$ τῇ ὑπὸ $ZB\Delta$ ἐστὶν ἴση,
 5 ἡ δὲ ὑπὸ $Z\Delta A$ τῇ ὑπὸ ZBA , καὶ ἡ ὑπὸ EZA ἄρα
 τῇ ὑπὸ $\Delta B A$ ἐστὶν ἴση, τουτέστι τῇ ὑπὸ $BZ\Delta$. ἔστι
 δὲ καὶ παράλληλος ἡ ΔE τῇ ΛH . ἡ ἄρα ὑπὸ EZA
 τῇ ὑπὸ $ZH\Theta$ ἐστὶν ἴση, ἡ δὲ ὑπὸ ΔZB τῇ ὑπὸ
 $Z\Theta H$. ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ $ZH\Theta$ τῇ ὑπὸ $Z\Theta H$ ἐστὶν
 10 ἴση, καὶ ἡ ZH τῇ $Z\Theta$ ἐστὶν ἴση.

γεγράφθω δὴ περὶ τὴν ΘH κύκλος ὁ $H\Theta N$ ὀρθὸς
 πρὸς τὸ ΘHZ τρίγωνον, καὶ νοείσθω κῶνος, οὗ βάσις
 μὲν ὁ $H\Theta N$ κύκλος, κορυφή δὲ τὸ Z σημεῖον· ἔσται δὴ ὁ
 κῶνος ὀρθὸς διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν HZ τῇ $Z\Theta$. καὶ ἐπεὶ
 15 ὁ $H\Theta N$ κύκλος ὀρθὸς ἐστὶ πρὸς τὸ ΘHZ ἐπίπεδον,
 ἔστι δὲ καὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον ὀρθὸν πρὸς τὸ
 διὰ τῶν $H\Theta Z$ ἐπίπεδον, καὶ ἡ κοινὴ τομὴ αὐτῶν ἄρα
 πρὸς τὸ διὰ τῶν $H\Theta Z$ ἐπίπεδον ὀρθὴ ἔσται. ἔστω
 δὴ ἡ κοινὴ τομὴ αὐτῶν ἡ KM . ἡ KM ἄρα ὀρθὴ
 20 ἐστὶ πρὸς ἑκατέραν τῶν AK , KH . καὶ ἐπεὶ κῶνος,
 οὗ βάσις μὲν ὁ $H\Theta N$ κύκλος, κορυφή δὲ τὸ Z σημεῖον,
 τέτμηται ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος καὶ ποιεῖ τομὴν το
 $H\Theta Z$ τρίγωνον, τέτμηται δὲ καὶ ἑτέρῳ ἐπιπέδῳ τῷ
 διὰ τῶν AK , KM , ὃ ἐστὶ τὸ ὑποκείμενον, κατ' εὐ-
 25 θεΐαν τὴν KM πρὸς ὀρθὰς οὔσαν τῇ HK , καὶ τὸ
 ἐπίπεδον συμπίπτει ταῖς ZH , $Z\Theta$ πλευραῖς τοῦ κῶνου,
 ἡ ἄρα γινομένη τομὴ ἔλλειψίς ἐστὶν, ἧς διάμετρος

3. $Z\Delta A$, $Z\Delta\Delta$] scripsi; $\Xi A\Delta V$ ($Z\Delta\Delta$, $A\Delta Z$ p; $Z\Delta\Delta$, $Z\Delta A$
 iam Halley praeunte Memo). 4. $Z\Delta\Delta$] $Z\Delta A$ V; corr. p.

$ZB\Delta$] vp; B e corr. m. 1 Vc. 5. ZBA] pvc; B e corr.
 m. 1 V. 9. $Z\Theta H$] (pr.) pvc; H e corr. m. 1 V. $Z\Theta H$] (alt.)
 pvc; H e corr. m. 1 V. 13. $H\Theta N$] $H\Theta K$ V; corr. p.

aliquod H sumatur, per id autem rectae ΔE parallela ducatur HA , quae cum AB producta in K concurrat. producat igitur ZO et cum HK in A concurrat. quoniam igitur arcus $A\Delta$ arcui ΔB aequalis est, erit [Eucl. III, 27] $\angle AB\Delta = \angle \Delta ZB$. et quoniam est [Eucl. I, 32] $\angle EZA = \angle Z\Delta A + \angle A\Delta$, et

$$\angle Z\Delta A = \angle ZB\Delta,$$

$\angle Z\Delta A = \angle ZBA$ [Eucl. III, 27], erit etiam

$$\angle EZA = \angle \Delta BA = \angle BZ\Delta.$$

uerum etiam ΔE parallela est rectae AH . quare $\angle EZA = \angle ZH\odot$, $\angle \Delta ZB = \angle Z\odot H$ [Eucl. I, 29]. quare etiam $\angle ZH\odot = \angle Z\odot H$ et [Eucl. I, 6] $ZH = Z\odot$.

describatur igitur circum $\odot H$ circulus $H\odot N$ ad triangulum $\odot HZ$ perpendicularis, et fingatur conus, cuius basis sit $H\odot N$ circulus, uertex autem Z punctum; conus igitur rectus erit, quia $HZ = Z\odot$ [def. 3]. et quoniam circulus $H\odot N$ ad planum $\odot HZ$ perpendicularis est, uerum etiam planum subiacens ad planum rectarum $H\odot$, $\odot Z$ perpendicularare est, etiam communis eorum sectio ad planum rectarum $H\odot$, $\odot Z$ perpendicularis erit [Eucl. XI, 19]. KM igitur communis eorum sectio sit. itaque KM ad utramque AK , KH perpendicularis est [Eucl. XI def. 3]. et quoniam conus, cuius basis est $H\odot N$ circulus, uertex autem Z punctum, plano per axem sectus est, quod sectionem efficit triangulum $H\odot Z$, uerum etiam alio plano rectarum AK , KM , quod est planum subiacens, sectus est secundum rectam KM ad HK perpendiculararem, et hoc planum cum ZH , $Z\odot$ lateribus conu concurrat, sectio orta ellipsis est, cuius diametrus est AB , ordinate ductae autem in recto angulo ducentur

ἔστιν ἡ AB , αἱ δὲ καταγόμεναι καταχθήσονται ἐν
 ὀρθῇ γωνίᾳ· παράλληλοι γάρ εἰσι τῇ KM . καὶ ἐπεὶ
 ἔστιν, ὡς ἡ $ΔE$ πρὸς EZ , τὸ ὑπὸ $ΔEZ$, τουτέστι
 τὸ ὑπὸ BEA , πρὸς τὸ ἀπὸ EZ , τὸ δὲ ὑπὸ BEA
 5 πρὸς τὸ ἀπὸ EZ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ τοῦ
 τῆς BE πρὸς EZ καὶ τοῦ τῆς AE πρὸς EZ , ἀλλ'
 ὡς μὲν ἡ BE πρὸς EZ , ἡ BK πρὸς $KΘ$, ὡς δὲ ἡ
 AE πρὸς EZ , ἡ AK πρὸς KH , τουτέστιν ἡ $ZΛ$
 πρὸς $ΛH$, ἡ BA ἄρα πρὸς $ΑΓ$ τὸν συγκείμενον ἔχει
 10 λόγον ἐκ τοῦ τῆς $ZΛ$ πρὸς $ΛH$ καὶ τοῦ τῆς $ZΛ$ πρὸς
 $ΛΘ$, ὅς ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ ὄν ἔχει τὸ ἀπὸ $ZΛ$ πρὸς
 τὸ ὑπὸ $ΗΛΘ$. ὡς ἄρα ἡ BA πρὸς $ΑΓ$, τὸ ἀπὸ $ZΛ$
 πρὸς τὸ ὑπὸ $ΗΛΘ$. ὅταν δὲ τοῦτο ᾗ, ὀρθία τοῦ
 εἶδους πλευρά ἐστιν ἡ $ΑΓ$, ὡς δέδεικται ἐν τῷ $ιγ'$
 15 θεωρήματι.

νξ'.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἔστω ἡ AB ἐλάσσων τῆς
 $ΑΓ$, καὶ δεῖον ἔστω περὶ διάμετρον τὴν AB γράψαι
 ἔλλειψιν, ὥστε ὀρθίαν εἶναι τὴν $ΑΓ$.
 20 τετμήσθω ἡ AB δίχα κατὰ τὸ $Δ$, καὶ ἀπὸ τοῦ $Δ$
 τῇ AB πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ $EΔZ$, καὶ τῷ ὑπὸ $ΒΑΓ$
 ἴσον ἔστω τὸ ἀπὸ ZE , ὥστε ἴσην εἶναι τὴν $ZΔ$ τῇ
 $ΔE$, καὶ τῇ AB παράλληλος ἤχθω ἡ ZH , καὶ
 πεποιήσθω, ὡς ἡ $ΑΓ$ πρὸς AB , ἡ EZ πρὸς ZH .
 25 μείζων ἄρα καὶ ἡ EZ τῆς ZH . καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ
 τὸ ὑπὸ $ΓΑΒ$ τῷ ἀπὸ EZ , ἔστιν ὡς ἡ $ΓΑ$ πρὸς AB ,
 τὸ ἀπὸ ZE πρὸς τὸ ἀπὸ AB καὶ τὸ ἀπὸ $ΔZ$ πρὸς

7. Post $KΘ$ add. τουτέστιν ἡ $ZΛ$ πρὸς $ΛΘ$ Halley prae-
 eunte Memo. 14. τῷ $ιγ'$] ᾧ $\bar{\Gamma}$ V; corr. p. 16. νξ'] p,
 Eutocius; om. V. 18. περὶ] pc; ἐπί V? 24. πεποιείσθω V;
 corr. p. 26. ἀπό] pc, πό post ras. 1 litt. V.

[prop. XIII]; sunt enim rectae KM parallelae. et quoniam est

$$\Delta E : EZ = \Delta E \times EZ : EZ^2 = BE \times EA : EZ^2$$

[cfr. Eucl. III, 36], et

$$BE \times EA : EZ^2 = (BE : EZ) \times (EA : EZ),$$

est autem $BE : EZ = BK : K\Theta$,

$$AE : EZ = AK : KH = Z\Lambda : \Lambda H \text{ [Eucl. VI, 4],}$$

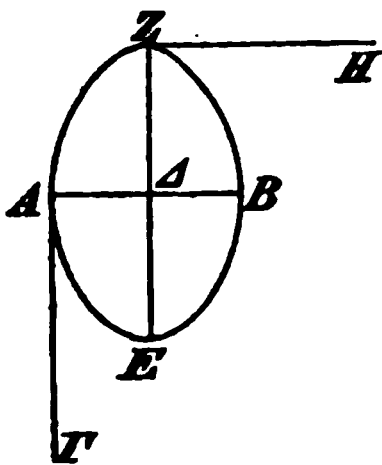
erit $BA : A\Gamma = (Z\Lambda : \Lambda H) \times (Z\Lambda : \Lambda\Theta)$ [ibid.]. et

$$(Z\Lambda : \Lambda H) \times (Z\Lambda : \Lambda\Theta) = Z\Lambda^2 : H\Lambda \times \Lambda\Theta. \text{ quare}$$

$BA : A\Gamma = Z\Lambda^2 : H\Lambda \times \Lambda\Theta$. sin hoc est, $A\Gamma$ latus rectum est sectionis, ut in propositione XIII demonstratum est.

LVII.

Iisdem suppositis sit $AB < A\Gamma$, et oporteat circum AB diametrum ellipsim describere, ita ut $A\Gamma$ latus rectum sit.



AB in Δ in duas partes aequales secetur, et a Δ ad AB perpendicularis ducatur $E\Delta Z$, et sit

$$ZE^2 = BA \times A\Gamma,$$

ita ut sit $Z\Delta = \Delta E$, rectae autem AB parallela ducatur ZH , et fiat

$$A\Gamma : AB = EZ : ZH;$$

itaque $EZ > ZH$ [Eucl. V, 14]. et quoniam est $\Gamma A \times AB = EZ^2$, erit

$$\begin{aligned} \Gamma A : AB &= ZE^2 : AB^2 \text{ [Eucl. VI, 17; V def. 9]} \\ &= \Delta Z^2 : \Delta A^2 \text{ [Eucl. V, 15].} \end{aligned}$$

est autem $\Gamma A : AB = EZ : ZH$. quare etiam

τὸ ἀπὸ ΔA . ὡς δὲ ἡ ΓA πρὸς AB , ἡ EZ πρὸς ZH .
ὡς ἄρα ἡ EZ πρὸς ZH , τὸ ἀπὸ $Z\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ
 ΔA . τὸ δὲ ἀπὸ $Z\Delta$ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ $Z\Delta E$. ὡς
ἄρα ἡ EZ πρὸς ZH , τὸ ὑπὸ $E\Delta Z$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔA .
5 δύο οὖν εὐθειῶν πεπερασμένων πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις
κειμένων καὶ μείζονος οὔσης τῆς EZ γεγράφθω ἔλλειψις,
ἧς διάμετρος μὲν ἡ EZ , ὀρθία δὲ ἡ ZH . ἤξει δὴ
ἡ τομὴ διὰ τοῦ A διὰ τὸ εἶναι ὡς τὸ ὑπὸ $Z\Delta E$ πρὸς
τὸ ἀπὸ ΔA , ἡ EZ πρὸς ZH . καὶ ἐστὶν ἴση ἡ ΔA
10 τῇ ΔB . ἐλεύσεται οὖν καὶ διὰ τοῦ B . γέγραπται
οὖν ἔλλειψις περὶ τὴν AB . καὶ ἐπεὶ ἐστὶν, ὡς ἡ ΓA
πρὸς AB , τὸ ἀπὸ $Z\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔA , το δὲ ἀπο
 ΔA ἴσον τῷ ὑπὸ $A\Delta B$, ὡς ἄρα ἡ ΓA πρὸς AB , τὸ
ἀπὸ ΔZ πρὸς τὸ ὑπὸ $A\Delta B$. ὥστε ὀρθία ἐστὶν
15 ἡ $A\Gamma$.

νη'.

Ἄλλὰ δὴ μὴ ἔστω ἡ δοθεῖσα γωνία ὀρθή, καὶ
ἔστω αὐτῇ ἴση ἡ ὑπὸ $B\Delta A$, καὶ τετμήσθω ἡ AB
δίχα κατὰ τὸ E , καὶ ἐπὶ τῆς AE γεγράφθω ἡμικύκλιον
20 τὸ AZE , καὶ ἐν αὐτῷ τῇ ΔA παράλληλος ἤχθω ἡ
 ZH ποιούσα τὸν τοῦ ἀπὸ ZH πρὸς τὸ ὑπὸ AHE
λόγον τὸν αὐτὸν τῷ τῆς ΓA πρὸς τὴν AB , καὶ ἐπε-
ξεύχθωσαν αἱ AZ , EZ καὶ ἐκβεβλήσθωσαν, καὶ εἰ-
λήφθω τῶν ΔEZ μέση ἀνάλογον ἡ $E\Theta$, καὶ τῇ $E\Theta$
25 ἴση κείσθω ἡ EK , καὶ πεποιήσθω τῷ ἀπὸ AZ ἴσον
τὸ ὑπὸ $\Theta Z\Delta$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $K\Delta$, καὶ ἀπὸ τοῦ Θ
τῇ ΘZ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ $\Theta M\Xi$ παράλληλος γινομένη
τῇ $AZ\Delta$. ὀρθὴ γὰρ ἡ πρὸς τῷ Z . καὶ δύο δοθεισῶν
εὐθειῶν πεπερασμένων πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις τῶν

9. ἡ] (pr.) debuit τήν. 16. νη'] p, Eutocius; om. V. 27.
 $\Theta M\Xi$] fort. ΘM ; $\bar{\mu}\theta$, θ e corr., p.

$K\Theta$, ΘM γεγράφθω ἔλλειψις, ἧς διάμετρος πλαγία ἡ $K\Theta$, ὀρθία δὲ τοῦ εἵδους πλευρὰ ἡ ΘM , αἱ δὲ καταγόμεναι ἐπὶ τὴν ΘK ἐν ὀρθῇ γωνίᾳ καταχθήσονται· ἧξει δὴ ἡ τομὴ διὰ τοῦ A διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ ἀπὸ $Z A$ τῷ ὑπὸ $\Theta Z A$. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΘE τῇ $E K$, ἡ δὲ $A E$ τῇ $E B$, ἧξει καὶ διὰ τοῦ B ἡ τομὴ, καὶ ἔσται κέντρον μὲν τὸ E , διάμετρος δὲ ἡ $A E B$. καὶ ἐφάπεται τῆς τομῆς ἡ ΔA διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ ὑπὸ $\Delta E Z$ τῷ ἀπὸ $E\Theta$. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν, ὡς ἡ ΓA

10 πρὸς $A B$, τὸ ἀπὸ $Z H$ πρὸς τὸ ὑπὸ $A H E$, ἀλλ' ἡ μὲν ΓA πρὸς $A B$ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ τοῦ τῆς ΓA πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ΔA καὶ τοῦ τῆς διπλασίας τῆς $A \Delta$ πρὸς τὴν $A B$, τουτέστι τῆς ΔA πρὸς $A E$, τὸ δὲ ἀπὸ $Z H$ πρὸς τὸ ὑπὸ $A H E$ τὸν συγκείμενον

15 ἔχει λόγον ἐκ τοῦ τῆς $Z H$ πρὸς $H E$ καὶ τοῦ τῆς $Z H$ πρὸς $H A$, ὁ ἄρα συγκείμενος λόγος ἐκ τοῦ τῆς ΓA πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς $A \Delta$ καὶ τοῦ τῆς ΔA πρὸς $A E$ ὁ αὐτός ἐστι τῷ συγκειμένῳ ἐκ τοῦ τῆς $Z H$ πρὸς $H E$ καὶ τοῦ τῆς $Z H$ πρὸς $H A$. ἀλλ' ὡς ἡ ΔA

20 πρὸς $A E$, ἡ $Z H$ πρὸς $H E$. καὶ κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τούτου τοῦ λόγου ἔσται ὡς ἡ ΓA πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς $A \Delta$, ἡ $Z H$ πρὸς $H A$, τουτέστιν ἡ ΞA πρὸς $A N$. ὅταν δὲ τοῦτο ἦ, ὀρθία τοῦ εἵδους πλευρὰ ἐστὶν ἡ $A \Gamma$.

νθ'.

25 Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις πεπερασμένων εὐρεῖν ἀντικειμένας, ὧν διάμετρος ἐστὶ μία τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν, κορυφὴ δὲ τὰ πέρατα τῆς εὐθείας, αἱ δὲ καταγόμεναι ἐν ἑκατέρᾳ τῶν τομῶν ἐν

18. $Z H$] p c, $Z e$ corr. m. 1 V. 20. καὶ κοινοῦ] p, κοινοῦ V, κοινοῦ ἄρα Comm. 24. νθ'] p, Eutocius; om. V. 27. κορυφαί p.

ita ut diameter transuersa sit $K\Theta$, latus autem rectum figurae ΘM , et rectae ad ΘK ordinate ductae in angulo recto ducantur [prop. LVI—LVII]. sectio igitur per A ueniet, quia $ZA^2 = \Theta Z \times ZA$ [prop. XIII]. et quoniam est $\Theta E = EK$, $AE = EB$, sectio etiam per B ueniet, et E centrum erit, diameter autem AEB [prop. LI coroll.]. et ΔA sectionem continget [prop. XXXVIII], quia $\Delta E \times EZ = E\Theta^2$. et quoniam est

$$\Gamma A : AB = ZH^2 : AH \times HE,$$

est autem

$$\begin{aligned} \Gamma A : AB &= (\Gamma A : 2\Delta A) \times (2\Delta A : AB) \\ &= (\Gamma A : 2\Delta A) \times (\Delta A : AE), \end{aligned}$$

et

$$ZH^2 : AH \times HE = (ZH : HE) \times (ZH : HA),$$

erit

$$(\Gamma A : 2\Delta A) \times (\Delta A : AE) = (ZH : HE) \times (ZH : HA).$$

uerum

$$\Delta A : AE = ZH : HE \text{ [Eucl. VI, 4].}$$

hac igitur ratione, quae communis est, ablata erit

$$\Gamma A : 2\Delta A = ZH : HA = EA : AN \text{ [Eucl. VI, 4].}$$

sin hoc est, latus rectum figurae est $A\Gamma$ [prop. L].

LIX.

Datis duabus rectis terminatis inter se perpendicularibus oppositas inuenire, ita ut earum diameter sit alterutra datarum rectarum, uertex autem termini rectae, et rectae in alterutra sectionum in angulo dato ductae quadratae aequales sint spatiis alteri adplicatis et

τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ συνήσονται τὰ παρὰ τὴν ἑτέραν
 παρακείμενα καὶ ὑπερβάλλοντα ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ τῶν δο-
 θεισῶν εὐθειῶν περιεχομένῳ.

ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι πρὸς ὀρθὰς ἀλλή-
 5 λαις πεπερασμέναι αἱ $BE, B\Theta$, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία
 ἔστω ἡ H . δεῖ δὴ γράψαι ἀντικειμένας περὶ μίαν τῶν
 $BE, B\Theta$, ὥστε τὰς καταγομένας κατάγεσθαι ἐν γωνίᾳ
 τῇ H .

καὶ δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν $BE, B\Theta$ γεγράφθω
 10 ὑπερβολή, ἧς διάμετρος ἔσται πλαγία ἡ BE , ὀρθία δὲ
 τοῦ εἶδους πλευρὰ ἡ ΘB , αἱ δὲ καταγόμεναι ἐπὶ τὴν
 ἐπ' εὐθείας τῇ BE καταχθήσονται ἐν γωνίᾳ τῇ H ,
 καὶ ἔστω ἡ $AB\Gamma$. τοῦτο γὰρ ὡς δεῖ γενέσθαι, προ-
 γέγραπται. ἤχθω δὴ διὰ τοῦ E τῇ BE πρὸς ὀρθὰς
 15 ἡ EK ἴση οὖσα τῇ $B\Theta$, καὶ γεγράφθω ὁμοίως ἄλλη
 ὑπερβολή ἡ ΔEZ , ἧς διάμετρος μὲν ἡ BE , ὀρθία δὲ
 τοῦ εἶδους πλευρὰ ἡ EK , αἱ δὲ καταγόμεναι ἀπὸ τῆς
 τομῆς τεταγμένως καταχθήσονται ἐν τῇ ἐφεξῆς γωνίᾳ
 τῇ H . φανερὸν δὴ, ὅτι αἱ B, E εἰσιν ἀντικείμεναι,
 20 διάμετρος δὲ αὐτῶν μία ἐστί, καὶ αἱ ὀρθίαι ἴσαι.

ξ'.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν δίχα τεμνουσῶν ἀλλήλας
 γράψαι περὶ ἑκατέραν αὐτῶν ἀντικειμένας τομάς, ὥστε
 εἶναι αὐτῶν συζυγεῖς διαμέτρους τὰς εὐθείας, καὶ τὴν
 25 τῶν δύο ἀντικειμένων διάμετρον τὸ τῶν ἑτέρων ἀντι-

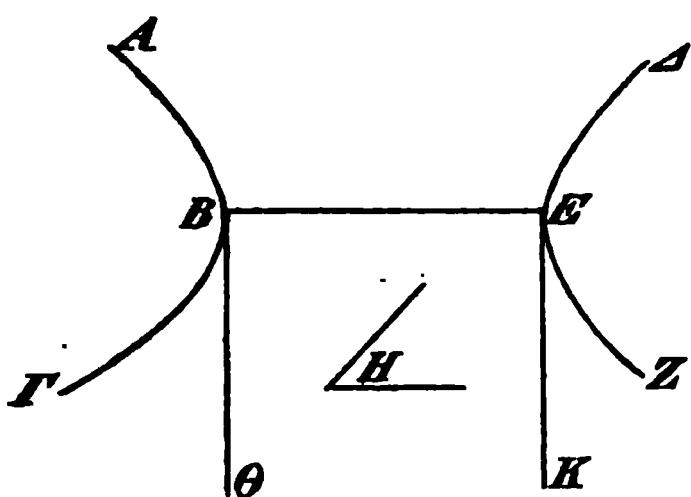
6. δῆ] c, δῆ uel δέ corr. ex δεῖ p („utique“ Comm.),
 δεῖ V; om. Halley cum Memo. 18. ἐφεξῆς] male del. Halley.

19. δῆ] corr. ex δέ m. 1 V. 20. αἱ ὀρθίαι] scripsi; διορθίαι
 (sic) V; ὀρθίαι p et post lacunam c, Halley. 21. ξ'] p, Eu-
 tocius; om. V.

figura excedentibus simili rectangulo datis rectis comprehenso.

sint datae duae rectae terminatae inter se perpendiculares BE , $B\Theta$, datus autem angulus sit H . oportet igitur circum alterutram rectarum BE , $B\Theta$ oppositas describere, ita ut rectae ordinatae in angulo H ducantur.

et datis duabus rectis BE , $B\Theta$ describatur hyperbola, ita ut diameter transversa sit BE , latus autem



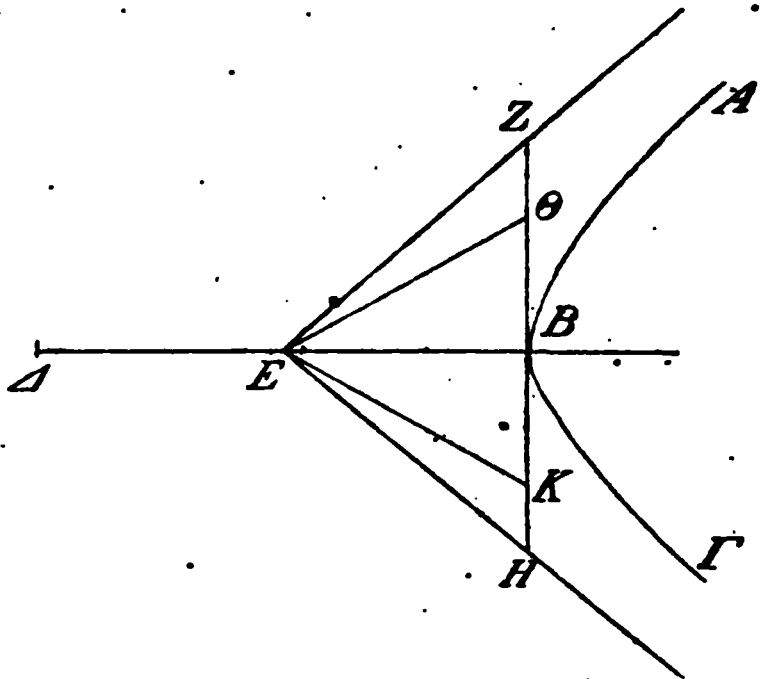
rectum figurae ΘB , et rectae ad BE productam ordinate ductae in angulo H ducantur; quo modo enim hoc fieri possit, antea expositum est [prop. LV]. ducatur igitur per E ad BE perpendicularis EK , quae aequalis sit rectae $B\Theta$, et eodem modo alia hyperbola describatur ΔEZ , ita ut diameter sit BE , latus autem rectum figurae EK , et rectae a sectione ordinate ductae in angulo ducantur, qui angulo H deinceps positus est [prop. LV]. manifestum est igitur, sectiones B , E oppositas esse et unam eandemque diametrum habere, lateraque recta aequalia esse.

LX.

Datis duabus rectis inter se in binas partes aequales secantibus circum utramque sectiones oppositas describere, ita ut diametri earum coniugatae sint rectae datae, et diameter duarum oppositarum quadrata aequalis sit figurae alterarum oppositarum, similiter-

κατὰ τὸ B ἢ ΘK . λέγω, ὅτι ἐκβαλλομένη ἡ ΘK συμ-
 πεσεῖται ταῖς ZE, EH .

εἰ γὰρ δυνατόν, μὴ συμπιπτέτω, καὶ ἐπιζευχθεῖσα
 ἡ EB ἐκβεβλήσθω, καὶ κείσθω τῇ BE ἴση ἡ $E\Delta$.
 5 διάμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ
 $B\Delta$. κείσθω δὴ τῷ
 τετάρτῳ τοῦ πρὸς τῇ
 $B\Delta$ εἵδους ἴσον τὸ
 ἀφ' ἑκατέρας τῶν ΘB ,
 10 BK , καὶ ἐπεζεύχθω-
 σαν αἱ $E\Theta, EK$.
 ἀσύμπτωτοι ἄρα εἰσὶν
 ὅπερ ἄτοπον. ὑπό-
 κεινται γὰρ αἱ ZE, EH
 15 ἀσύμπτωτοι. ἡ ἄρα
 $K\Theta$ ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται ταῖς EZ, EH ἀσυμπτώ-
 τοις κατὰ τὰ Z, H .



λέγω δὴ, ὅτι καὶ τὸ ἀφ' ἑκατέρας τῶν BZ, BH
 ἴσον ἔσται τῷ τετάρτῳ τοῦ πρὸς τῇ $B\Delta$ εἵδους.

20 μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω τῷ τετάρτῳ τοῦ
 εἵδους ἴσον τὸ ἀφ' ἑκατέρας τῶν $B\Theta, BK$. ἀσύμπτωτοι
 ἄρα εἰσὶν αἱ $\Theta E, EK$. ὅπερ ἄτοπον. τὸ ἄρα ἀφ'
 ἑκατέρας τῶν ZB, BH ἴσον ἔσται τῷ τετάρτῳ τοῦ
 πρὸς τῇ $B\Delta$ εἵδους.

25

δ'.

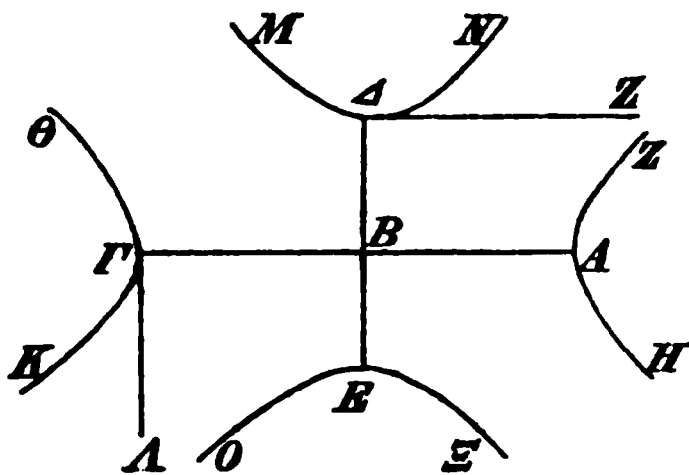
Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν γωνίαν περιεχουσῶν καὶ
 σημείου ἐντὸς τῆς γωνίας γράψαι διὰ τοῦ σημείου
 κώνου τομὴν τὴν καλουμένην ὑπερβολήν, ὥστε ἀσυμ-
 πτώτους αὐτῆς εἶναι τὰς δοθείσας εὐθείας.

1. ἡ] (pr.) ἡ. V; corr. p. 18. ὅτι] p, om. V. 20. εἰ] p,
 ἡ V; corr. m. 2 v. 21. BK] p, ΘK V.

que etiam diametrus alterarum oppositarum quadrata aequalis sit figurae alterarum oppositarum.

sint datae duae rectae inter se in binas partes aequales secantes $\Delta\Gamma$, ΔE . oportet igitur circum utramque diametrum oppositas describere, ita ut $\Delta\Gamma$, ΔE in iis coniugatae sint, et ΔE^2 aequalis sit figurae oppositarum circum $\Delta\Gamma$ descriptarum, $\Delta\Gamma^2$ autem figurae oppositarum circum ΔE .

sit $\Delta\Gamma \times \Gamma\Delta = \Delta E^2$, et $\Delta\Gamma$ ad $\Gamma\Delta$ perpendicularis sit. et datis duabus rectis inter se perpendicularibus $\Delta\Gamma$, $\Gamma\Delta$ describantur oppositae ZAH , $\Theta\Gamma K$, ita ut diametrus sit transversa $\Gamma\Delta$, latus autem rectum $\Gamma\Delta$, et rectae a sectionibus ad $\Gamma\Delta$ ordinate ductae in dato angulo ducantur [prop. LIX]. erit igitur ΔE altera diametrus oppositarum [deff. alt. 3]; nam et mediam habet rationem inter latera figurae



[Eucl. VI, 17] et rectae ordinate ductae parallela in B in duas partes aequales secta est. rursus igitur sit $\Delta E \times \Delta Z = \Delta\Gamma^2$, et ΔZ ad ΔE perpendicularis sit. et datis duabus rectis inter se perpendicularibus positae $E\Delta$, ΔZ oppositae describantur $M\Delta N$, $O E \Xi$, ita ut diametrus transversa sit ΔE , latus autem rectum figurae ΔZ , et rectae a sectionibus ordinate

ἡ μὲν $ΑΓ$ τὰς τῆ $ΔΕ$ παραλλήλους μεταξὺ
 ZAH , $ΘΓΚ$ τομῶν δίχα τέμνει, ἡ δὲ $ΔΕ$ τὰς τῆ
 ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

καλείσθωσαν δὲ αὐταὶ αἱ τομαὶ συζυγεῖς.

In fine: Ἀπολλωνίου κωνικῶν α' m. 2 V.

ductae ad ΔE in dato angulo ducantur [prop. LIX]; erit igitur etiam $A\Gamma$ altera diameter sectionum $M\Delta N$, ΞEO [deff. alt. 3]. ergo $A\Gamma$ rectas rectae ΔE parallelas inter sectiones ZAH , $\Theta\Gamma K$ positas in binas partes aequales secat, ΔE autem rectas rectae $A\Gamma$ parallelas [prop. XVI]; quod oportebat fieri [cfr. def. 6].

tales autem sectiones coniugatae uocentur.

ΚΩΝΙΚΩΝ β'.

Ἀπολλώνιος Εὐδήμῳ χαίρειν.

Εἰ ὑγιαίνεις, ἔχοι ἂν καλῶς· καὶ αὐτὸς δὲ μετρίως ἔχω.

5 Ἀπολλώνιον τὸν υἱόν μου πέπομφα πρὸς σε κομίζοντά σοι τὸ β' βιβλίον τῶν συντεταγμένων ἡμῖν κωνικῶν. δῖελθε οὖν αὐτὸ ἐπιμελῶς καὶ τοῖς ἀξιόις τῶν τοιούτων κοινωνεῖν μεταδίδου· καὶ Φιλωνίδης δὲ ὁ γεωμέτρης, ὃν καὶ συνέδτησά σοι ἐν Ἐφέσῳ, ἐάν
10 ποτε ἐπιβαλῆ εἰς τοὺς κατὰ Πέργαμον τόπους, μεταδὸς αὐτῷ, καὶ σεαυτοῦ ἐπιμελοῦ, ἵνα ὑγιαίνης. εὐτύχει.

α'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς κατὰ κορυφήν εὐθειᾶ ἐφάπτηται, καὶ ἀπ' αὐτῆς ἐφ' ἑκάτερα τῆς διαμέτρου ἀποληφθῆ
15 ἴση τῇ δυναμένῃ τὸ τέταρτον τοῦ εἶδους, αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς τομῆς ἐπὶ τὰ ληφθέντα πέρατα τῆς ἐφαπτομένης ἀγόμεναι εὐθεῖαι οὐ συμπεσοῦνται τῇ τομῇ.

ἔστω ὑπερβολή, ἧς διάμετρος ἡ AB , κέντρον δὲ τὸ Γ , ὀρθία δὲ ἡ BZ , καὶ ἐφαπτέσθω τῆς τομῆς κατὰ
20 τὸ B ἢ ΔE , καὶ τῷ τετάρτῳ τοῦ ὑπὸ τῶν ABZ εἶδους ἴσον ἔστω τὸ ἀφ' ἑκατέρας τῶν $B\Delta$, BE , καὶ ἐπι-

Ἀπολλωνίου κωνικῶν β^{ον} (β m. 2) V, et v (β corr. ex α m. 2).
3. ὑγιαίνοις p. 12. α'] vρ, om. V, ut deinceps.

CONICORUM LIBER II.

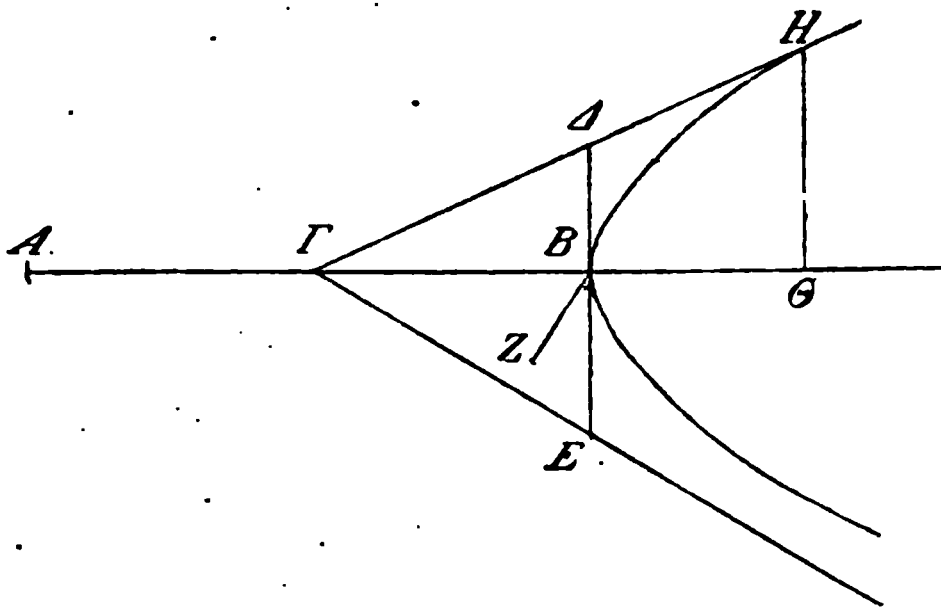
Apollonius Eudemo s.

Si uales, bene est; equidem satis ualeo.

Apollonium filium ad te misi secundum librum conicorum a me conscriptorum perlaturum. eum igitur diligenter peruolue et cum iis communica, qui talibus rebus digni sunt. et cum Philonide quoque geometra, quem tibi Ephesi commendauit, si quando ad uiciniam Pergami uenerit, eum communica, atque cura, ut ualeas. uale.

I.

Si recta hyperbolam in uertice contingit, et ex ea in utramque partem diametri recta aufertur aequalis



rectae, quae quadrata quartae parti figurae aequalis est, rectae a centro sectionis ad terminos sumptos contingenti ductae cum sectione non concurrent.

ζευχθεῖσαι αἱ $\Gamma\Delta$, ΓE ἐκβεβλήσθωσαν. λέγω, ὅτι οὐ
συμπεσοῦνται τῇ τομῇ.

εἰ γὰρ δυνατόν, συμπιπέτω ἡ $\Gamma\Delta$ τῇ τομῇ κατὰ
τὸ H , καὶ ἀπὸ τοῦ H τεταγμένως κατήχθω ἡ $H\Theta$.
5 παράλληλος ἄρα ἐστὶ τῇ ΔB . ἐπεὶ οὖν ἐστίν, ὡς ἡ
 AB πρὸς BZ , τὸ ἀπὸ AB πρὸς τὸ ὑπὸ ABZ , ἀλλὰ
τοῦ μὲν ἀπο AB τέταρτον μέρος τὸ ἀπὸ ΓB , τοῦ δὲ
ὑπὸ ABZ τέταρτον τὸ ἀπὸ $B\Delta$, ὡς ἄρα ἡ AB πρὸς
 BZ , τὸ ἀπὸ ΓB πρὸς τὸ ἀπὸ ΔB , τουτέστι τὸ ἀπὸ
10 $\Gamma\Theta$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘH . ἐστὶ δὲ καὶ ὡς ἡ AB πρὸς BZ ,
τὸ ὑπὸ $A\Theta B$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘH . ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ $\Gamma\Theta$
πρὸς τὸ ἀπὸ ΘH , τὸ ὑπὸ $A\Theta B$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘH .
ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ $A\Theta B$ τῷ ἀπὸ $\Gamma\Theta$. ὅπερ ἄτοπον.
οὐκ ἄρα ἡ $\Gamma\Delta$ συμπεσεῖται τῇ τομῇ. ὁμοίως δὴ δει-
15 ξομεν, ὅτι οὐδὲ ἡ ΓE ἀσύμπτωτοι ἄρα εἰσὶ τῇ
τομῇ αἱ $\Gamma\Delta$, ΓE .

β'.

Τῶν αὐτῶν ὄντων δεικτέον, ὅτι ἑτέρα ἀσύμπτωτος
οὐκ ἔστι τέμνουσα τὴν περιεχομένην γωνίαν ὑπὸ τῶν
20 $\Delta\Gamma E$.

εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ἡ $\Gamma\Theta$, καὶ διὰ τοῦ B τῇ
 $\Gamma\Delta$ παράλληλος ἤχθω ἡ $B\Theta$ καὶ συμπιπέτω τῇ $\Gamma\Theta$
κατὰ τὸ Θ , καὶ τῇ $B\Theta$ ἴση κείσθω ἡ ΔH , καὶ ἐπι-
ζευχθεῖσα ἡ $H\Theta$ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὰ K , Λ , M . ἐπεὶ
25 οὖν αἱ $B\Theta$, ΔH ἴσαι εἰσὶ καὶ παράλληλοι, καὶ αἱ
 ΔB , $H\Theta$ ἴσαι εἰσὶ καὶ παράλληλοι. καὶ ἐπεὶ ἡ AB
δίχα τέμνεται κατὰ τὸ Γ , καὶ πρόσκειται αὐτῇ τις ἡ
 $B\Lambda$, τὸ ὑπὸ $A\Lambda B$ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓB ἴσον ἐστὶ τῷ

4. τοῦ] p, τῆς V. 5. ἡ] p, om. V. 10. ΘH] c, e corr.
m. 1 V. 11. $A\Theta B$] $AB\Theta$ V; $A\Theta$, ΘB p.

sit hyperbola, cuius diametrus sit AB , centrum autem Γ , latus rectum autem BZ , et ΔE sectionem in B contingat, sit autem

$$B\Delta^2 = BE^2 = \frac{1}{4} AB \times BZ,$$

et ductae $\Gamma\Delta$, ΓE producantur. dico, eas cum sectione non concurrere.

nam si fieri potest, $\Gamma\Delta$ cum sectione in H concurrat, et ab H ordinate ducatur $H\Theta$; erit igitur rectae ΔB parallela [cfr. I, 17]. quoniam igitur est $AB : BZ = AB^2 : AB \times BZ$, et $\Gamma B^2 = \frac{1}{4} AB^2$,

$$B\Delta^2 = \frac{1}{4} AB \times BZ,$$

erit $AB : BZ = \Gamma B^2 : \Delta B^2 = \Gamma\Theta^2 : \Theta H^2$ [Eucl. VI, 4]. est autem etiam $AB : BZ = A\Theta \times \Theta B : \Theta H^2$ [I, 21]. itaque $\Gamma\Theta^2 : \Theta H^2 = A\Theta \times \Theta B : \Theta H^2$. quare

$$A\Theta \times \Theta B = \Gamma\Theta^2 \text{ [Eucl. V, 9];}$$

quod absurdum est [Eucl. II, 6]. ergo $\Gamma\Delta$ cum sectione non concurret. iam similiter demonstrabimus, ne ΓE quidem concurrere. ergo $\Gamma\Delta$, ΓE asymptotae sectionis sunt.

II.

Iisdem positis demonstrandum, aliam asymptotam non esse secantem angulum rectis $\Delta\Gamma$, ΓE comprehensum.

nam si fieri potest, sit $\Gamma\Theta$, et per B rectae $\Gamma\Delta$ parallela ducatur $B\Theta$ et cum $\Gamma\Theta$ in Θ concurrat, ponaturque $\Delta H = B\Theta$, et ducta $H\Theta$ ad K , Λ , M producat. iam quoniam $B\Theta$, ΔH aequales sunt et parallelae, etiam ΔB , $H\Theta$ aequales sunt et parallelae [Eucl. I, 33]. et quoniam AB in Γ in duas partes

ἀπὸ ΓΑ. ὁμοίως δὴ ἐπειδὴ παράλληλός ἐστιν ἡ ΗΜ
 τῇ ΔΕ, καὶ ἴση ἡ ΔΒ τῇ ΒΕ, ἴση ἄρα καὶ ἡ ΗΑ
 τῇ ΑΜ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΗΘ τῇ ΔΒ, μείζων
 ἄρα ἡ ΗΚ τῆς ΔΒ. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ΚΜ τῆς ΒΕ
 5 μείζων, ἐπεὶ καὶ ἡ ΑΜ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΜΚΗ μείζον
 ἐστὶ τοῦ ὑπὸ ΔΒΕ, τουτέστι τοῦ ἀπὸ ΔΒ. ἐπεὶ οὖν
 ἐστὶν, ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΒΖ, τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ
 ΒΔ, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΑΒ πρὸς ΒΖ, τὸ ὑπὸ ΑΛΒ πρὸς
 τὸ ἀπὸ ΑΚ, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΔ, τὸ
 10 ἀπὸ ΓΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΗ, καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΓΑ
 πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΗ, τὸ ὑπὸ ΑΛΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΚ.
 ἐπεὶ οὖν ἐστὶν, ὡς ὅλον τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς ὅλον τὸ ἀπὸ
 ΑΗ, οὕτως ἀφαιρεθὲν τὸ ὑπὸ ΑΛΒ πρὸς ἀφαιρεθὲν
 τὸ ἀπὸ ΑΚ, καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς λοιπὸν
 15 τὸ ὑπὸ ΜΚΗ ἐστὶν, ὡς τὸ ἀπὸ ΓΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΗ,
 τουτέστι τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΒ. ἴσον ἄρα τὸ
 ἀπὸ ΔΒ τῷ ὑπὸ ΜΚΗ· ὅπερ ἄτοπον· μείζον γὰρ
 αὐτοῦ δέδεικται. οὐκ ἄρα ἡ ΓΘ ἀσύμπτωτός ἐστι
 τῇ τομῇ.

20

γ'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς εὐθεῖα ἐφάπτηται, συμπεσεῖται ἑκα-
 τέρα τῶν ἀσυμπτῶτων καὶ δίχα ἀμνηθήσεται κατὰ τὴν
 ἀφήν, καὶ τὸ ἀφ' ἑκατέρας τῶν τμημάτων αὐτῆς τετρα-
 γωνον ἴσον ἔσται τῷ τετάρτῳ τοῦ γινομένου εἴδους
 25 πρὸς τῇ διὰ τῆς ἀφῆς ἀγομένη διαμέτρῳ.

ἔστω ὑπερβολῆ ἡ ΑΒΓ, κέντρον δὲ αὐτῆς τὸ Ε
 καὶ ἀσύμπτωτοι αἱ ΖΕ, ΕΗ, καὶ ἐφαπτέσθω τις αὐτῆς

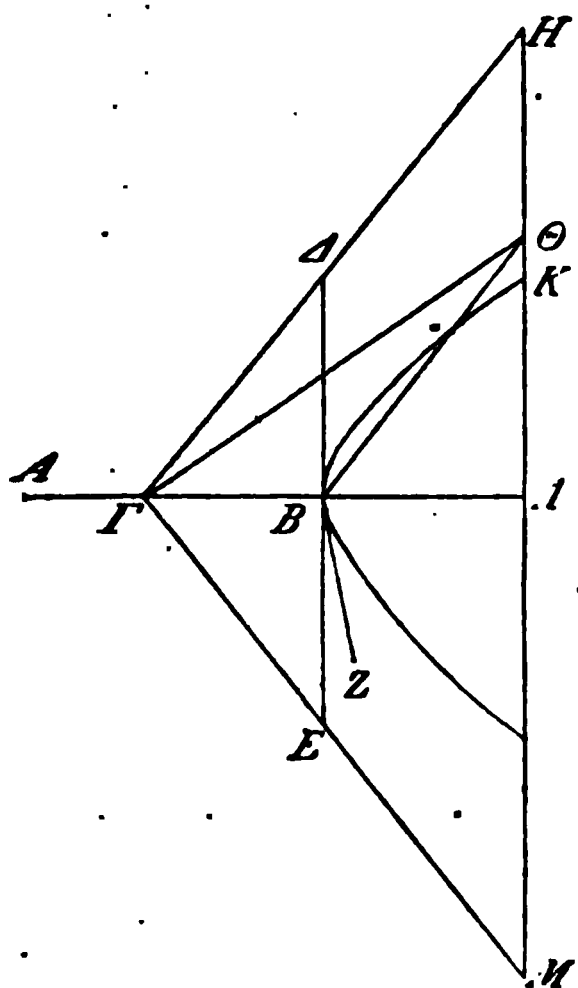
9. Post pr. ἀπό ins. ΑΗ καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΓΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΗ τὸ ὑπὸ ΑΛΒ πρὸς τὸ ἀπὸ V (ex lin. 10—11 petita).

15. ΜΚΗ] ante H eras. 1 litt. V. τό] (pr.) τ supra scr. m. 1 V. 18. ΓΘ] ρ, ΓΔ V.

aequales secta est, eique adiecta est $B\Lambda$, erit

$$A\Lambda \times \Lambda B + \Gamma B^2 = \Gamma A^2 \text{ [Eucl. II, 6].}$$

iam eodem modo, quoniam HM rectae ΔE parallela est, et $\Delta B = BE$, erit etiam $H\Lambda = \Lambda M$ [Eucl. VI, 1].



et quoniam est $H\Theta = \Delta B$, erit $HK > \Delta B$. uerum etiam $KM > BE$, quoniam etiam $\Lambda M > BE$. itaque

$$MK \times KH > \Delta B \times BE,$$

h. e. $> \Delta B^2$. quoniam igitur $AB : BZ = \Gamma B^2 : B\Delta^2$ [prop. I], uerum [I, 21]

$$AB : BZ = A\Lambda \times \Lambda B : \Lambda K^2,$$

et [Eucl. VI, 4]

$$\Gamma B^2 : B\Delta^2 = \Gamma A^2 : \Lambda H^2,$$

erit etiam

$$\Gamma A^2 : \Lambda H^2 = A\Lambda \times \Lambda B : \Lambda K^2.$$

quoniam igitur est, ut totum $\Lambda\Gamma^2$ ad totum ΛH^2 , ita ab-

latum $A\Lambda \times \Lambda B$ ad ablatum ΛK^2 , erit etiam reliquum $\Gamma B^2 : MK \times KH$ [Eucl. II, 5] $= \Gamma A^2 : \Lambda H^2$ [Eucl. V, 19] $= \Gamma B^2 : \Delta B^2$. itaque $\Delta B^2 = MK \times KH$ [Eucl. V, 9]; quod absurdum est; demonstrauius enim, esse $MK \times KH > \Delta B^2$. ergo $\Gamma\Theta$ asymptota sectionis non est.

III.

Si recta hyperbolam contingit, utrique asymptotae concurret et in puncto contactus in duas partes aequales secabitur, quadratumque utriusque partis eius aequale erit quartae parti figurae ad diametrum per punctum contactus ductam effectae.

sit hyperbola ABI , centrum autem eius E et asymptotae ZE , EH , eamque contingat in B recta aliqua ΘK . dico, ΘK productam cum ZE , EH concurrere.

nam si fieri potest, ne concurrat, et ducta EB producat, ponaturque $E\Delta = BE$; $B\Delta$ igitur diameter est. ponatur igitur ΘB^2 et BK^2 quartae parti figurae ad $B\Delta$ effectae aequale, ducanturque $E\Theta$, EK . hae igitur asymptotae sunt [prop. I]; quod absurdum est [prop. II]; supposuimus enim, ZE , EH asymptotas esse. ergo $K\Theta$ producta cum asymptotis EZ , EH in Z , H concurret.

iam dico, esse etiam BZ^2 et BH^2 quartae parti figurae ad $B\Delta$ effectae aequalia.

ne sint enim, sed, si fieri potest, sit $B\Theta^2$ et BK^2 quartae parti figurae aequalé. itaque ΘE , EK asymptotae sunt [prop. I]; quod absurdum est [prop. II]. ergo ZB^2 et BH^2 quartae parti figurae ad $B\Delta$ effectae aequalia sunt.

IV.

Datis duabus rectis angulum comprehendentibus punctoque intra angulum posito per punctum coni sectionem, hyperbola quae uocatur, ita describere, ut datae rectae asymptotae sint.

sint duae rectae $A\Gamma$, AB quemuis angulum comprehendentes ad A positum, datumque sit punctum aliquod Δ , et oporteat per Δ in asymptotis ΓAB hyperbolam describere.

λοιπὸν τὸ ὑπὸ ΔAZ ἔστιν, ὡς τὸ ἀπὸ $E\dot{H}$ πρὸς τὸ ἀπὸ $H\Delta$, τουτέστι τὸ ἀπὸ EB πρὸς τὸ ἀπὸ BK . ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ZAD τῷ ἀπὸ BK .

ὁμοίως δὴ δειχθήσεται καὶ τὸ ὑπὸ ΔGZ τῷ ἀπὸ $B\dot{A}$. ἴσον δὲ τὸ ἀπὸ KB τῷ ἀπὸ BA . ἴσον ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ ZAD τῷ ὑπὸ ZGD .

ια'.

Ἐὰν ἑκατέραν τῶν περιεχουσῶν τὴν ἐφεξῆς γωνίαν τῆς περιεχοῦσης τὴν ὑπερβολὴν τέμνη τις εὐθεΐα, συμ-
10 πεσεῖται τῇ τομῇ καθ' ἓν μόνον σημεῖον, καὶ τὸ περι-
εχόμενον ὑπὸ τῶν ἀπολαμβανομένων εὐθειῶν μεταξὺ
τῶν περιεχουσῶν καὶ τῆς τομῆς ἴσον ἔσται τῷ τετάρτῳ
μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ἠγμένης διαμέτρου παρὰ τὴν τέμνου-
σαν εὐθεΐαν.

15 ἔστω ὑπερβολή, ἣς ἀσύμπτωτοι αἱ GA, AD , καὶ
ἐκβεβλήσθω ἡ DA ἐπὶ τὸ E , καὶ διὰ τινος σημείου
τοῦ E διέχθω ἡ EZ τέμνουσα τὰς EA, AG .

ὅτι μὲν οὖν συμπίπτει τῇ τομῇ καθ' ἓν μόνον
σημεῖον, φανερόν· ἡ γὰρ διὰ τοῦ A τῇ EZ παράλληλος
20 ἀγομένη ὡς ἡ AB τεμεῖ τὴν ὑπὸ GAD γωνίαν καὶ
συμπεσεῖται τῇ τομῇ καὶ διάμετρος αὐτῆς ἔσται· ἡ EZ
ἄρα συμπεσεῖται τῇ τομῇ καθ' ἓν μόνον σημεῖον.

συμπιπέτω κατὰ τὸ H .

λέγω δὴ, ὅτι καὶ τὸ ὑπὸ τῶν EHZ ἴσον ἔστί τῷ
25 ἀπὸ τῆς AB .

ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ H τεταγμένως ἡ ΘHAK · ἡ ἄρα
διὰ τοῦ B ἐφαπτομένη παράλληλός ἐστι τῇ $H\Theta$. ἔστω

4. τῷ] cnp , corr. ex τό m. 1 V. 5. BA ἴσον? 15.
 AD] cnp , corr. ex GD m. 1 V. 24. δὴ] δέ V; corr. Halley.

ἡ ΔE τῆ $E\Gamma$, παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ $\Gamma\Theta$ τῆ AB .
 ἀλλὰ καὶ ἡ ΓZ ὅπερ ἄτοπον. ἡ ἄρα κατὰ τὸ A ἐφαπτομένη παράλληλός ἐστι τῆ $\Gamma\Delta$.

ξ'.

5 Ἐὰν κώνου τομῆς ἢ κύκλου περιφερείας εὐθεῖα ἐφάπτηται, καὶ ταύτη παράλληλος ἀχθῆ ἔν τῆ τομῆ καὶ δίχα τμηθῆ, ἢ ἀπὸ τῆς ἀφῆς ἐπὶ τὴν διχοτομίαν ἐπιξευχθεῖσα εὐθεῖα διάμετρος ἐστὶ τῆς τομῆς.

ἔστω κώνου τομῆ ἢ κύκλου περιφέρεια ἡ $AB\Gamma$,
 10 ἐφαπτομένη δὲ αὐτῆς ἡ ZH , καὶ τῆ ZH παράλληλος ἡ $A\Gamma$ καὶ δίχα τεμήσθω κατὰ τὸ E , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ BE . λέγω, ὅτι ἡ BE διάμετρος ἐστὶ τῆς τομῆς.

μὴ γάρ, ἀλλὰ, εἰ δυνατόν, ἔστω διάμετρος τῆς
 τομῆς ἡ $B\Theta$. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ $A\Theta$ τῆ $\Theta\Gamma$. ὅπερ
 15 ἄτοπον· ἡ γὰρ AE τῆ $E\Gamma$ ἴση ἐστίν. οὐκ ἄρα ἡ $B\Theta$ διάμετρος ἐστὶ τῆς τομῆς. ὁμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι οὐδὲ ἄλλη τις πλὴν τῆς BE .

η'.

Ἐὰν ὑπερβολῆ εὐθεῖα συμπίπτῃ κατὰ δύο σημεῖα,
 20 ἐκβαλλομένη ἐφ' ἑκάτερα συμπεσεῖται ταῖς ἀσύμπτωτοις, καὶ αἱ ἀπολαμβανόμεναι ἀπ' αὐτῆς ὑπὸ τῆς τομῆς πρὸς ταῖς ἀσύμπτωτοις ἴσαι ἔσονται.

ἔστω ὑπερβολῆ ἡ $AB\Gamma$, ἀσύμπτωτοι δὲ αἱ $E\Delta$, ΔZ ,
 καὶ τῆ $AB\Gamma$ συμπίπτῃ τις ἡ $A\Gamma$. λέγω, ὅτι ἐκ-
 25 βαλλομένη ἐφ' ἑκάτερα συμπεσεῖται ταῖς ἀσύμπτωτοις.
 τεμήσθω ἡ $A\Gamma$ δίχα κατὰ τὸ H , καὶ ἐπεξεύχθω

1. $\Gamma\Theta$] cnp , $euan$. V.
 δυνατόν] cn , -όν $euan$. V.

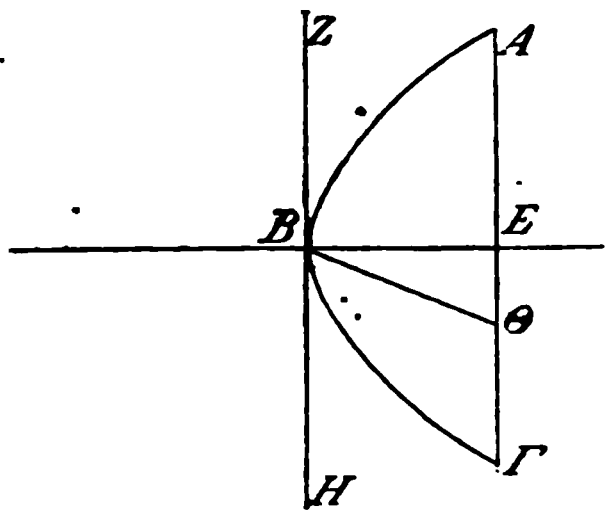
8. διάμετρον V; $corr$. p.
 21. αἱ] om . V, $corr$. p.

13.

AB parallela est [Eucl. VI, 2]. uerum etiam ΓZ ei parallela est; quod absurdum est [Eucl. I, 30]. ergo recta in A contingens rectae $\Gamma \Delta$ parallela est.

VII.

Si recta conic sectionem uel circuli ambitum contingit, et in sectione recta huic parallela ducitur et in duas partes aequales secatur, recta a puncto



contactus ad medium punctum ducta diametrus sectionis erit.

sit conic sectio uel circuli ambitus $AB\Gamma$, contingens autem ZH , et rectae ZH parallela $A\Gamma$, quae in E in duas partes aequales secetur,

ducaturque BE . dico, BE diametrum sectionis esse.

ne sit enim, sed, si fieri potest, diametrus sectionis sit $B\Theta$. itaque $A\Theta = \Theta\Gamma$ [I deff. pr. 4]; quod absurdum est; nam $AE = E\Gamma$. ergo $B\Theta$ diametrus sectionis non erit. iam eodem modo demonstrabimus, ne aliam quidem ullam diametrum esse praeter BE .

VIII.

Si recta cum hyperbola in duobus punctis concurrat, in utramque partem producta cum asymptotis concurrat, et rectae ex ea ad asymptotas a sectione abscissae aequales erunt.

sit hyperbola $AB\Gamma$, asymptotae autem $E\Delta$, ΔZ , et cum $AB\Gamma$ concurrat recta aliqua $A\Gamma$. dico, eam in utramque partem productam cum asymptotis concurrere.

ἡ ΔH . διάμετρος ἄρα ἐστὶ τῆς τομῆς· ἡ ἄρα κατὰ τὸ B ἐφαπτομένη παράλληλός ἐστι τῇ AG . ἔστω οὖν ἐφαπτομένη ἡ ΘBK · συμπεσεῖται δὴ ταῖς $E\Delta$, ΔZ . ἐπεὶ οὖν παράλληλός ἐστιν ἡ AG τῇ $K\Theta$, καὶ ἡ $K\Theta$ συμπίπτει ταῖς ΔK , $\Delta\Theta$, καὶ ἡ AG ἄρα συμπεσεῖται ταῖς ΔE , ΔZ .

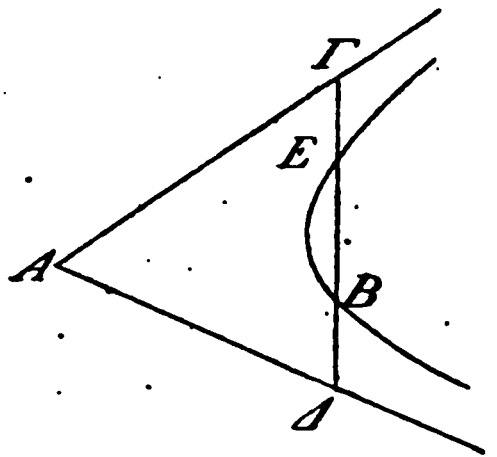
συμπίπτει κατὰ τὰ E , Z · καὶ ἐστὶν ἴση ἡ ΘB τῇ BK · ἴση ἄρα καὶ ἡ ZH τῇ HE . ὥστε καὶ ἡ ΓZ τῇ AE .

10

θ'.

Ἐὰν εὐθεῖα συμπίπτουσα ταῖς ἀσυμπτώτοις δίχα τέμνηται ὑπὸ τῆς ὑπερβολῆς, καθ' ἓν μόνον σημεῖον ἄπτεται τῆς τομῆς.

εὐθεῖα γὰρ ἡ $\Gamma\Delta$ συμπίπτουσα ταῖς ΓA , Δ ἀσυμπτώτοις δίχα τεμνέσθω ὑπὸ τῆς ὑπερβολῆς κατὰ τὸ E σημεῖον. λέγω, ὅτι κατ' ἄλλο σημεῖον οὐχ ἄπτεται τῆς τομῆς.



εἰ γὰρ δυνατόν, ἀπτέσθω κατὰ τὸ B . ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΓE τῇ $B\Delta$ · ὅπερ ἄτοπον· ὑπόκειται γὰρ ἡ ΓE τῇ $E\Delta$ ἴση. οὐκ ἄρα καθ' ἕτερον σημεῖον ἄπτεται τῆς τομῆς.

ι'.

Ἐὰν εὐθεῖά τις τέμνουσα τὴν τομὴν συμπίπτῃ ἑκατέρω τῶν ἀσυμπτῶτων, τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν ἀπολαμβανομένων εὐθειῶν μεταξύ τῶν ἀσυμπτῶτων καὶ τῆς τομῆς ἴσον ἐστὶ τῷ τετάρτῳ τοῦ γινο-

1. ἡ] (alt.) c, renouat. m. rec. V. 5. $\Delta\Theta$] $K\Theta$ V, corr. p.
15. $\Gamma A\Delta$] c, Δ e corr. m. 1 V.

ducatur enim ΔH et producat^r ad A ; Γ . iam quoniam est $A\Delta \times \Delta\Gamma = AH \times H\Gamma$ [prop. X], erit [Eucl. VI, 16] $AH : A\Delta = \Delta\Gamma : \Gamma H$. est autem [Eucl. VI, 4] $AH : A\Delta = H\Theta : E\Delta$,

$$\Delta\Gamma : \Gamma H = \Delta Z : HK.$$

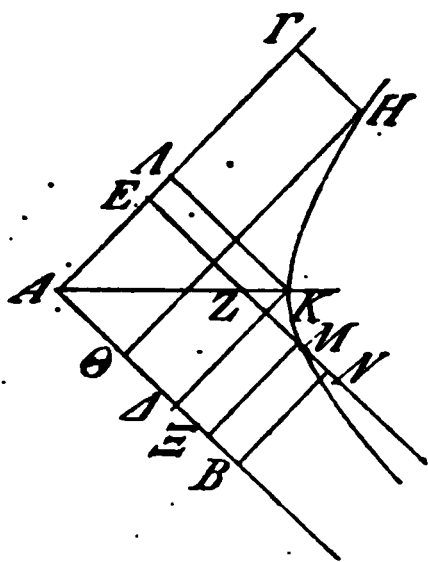
itaque $\Theta H : \Delta E = \Delta Z : HK$. ergo erit [Eucl. VI, 16] $E\Delta \times \Delta Z = \Theta H \times HK$.

XIII.

Si in loco asymptotis sectioneque comprehenso recta aliqua alteri asymptotae parallela ducitur, cum sectione in uno puncto solo concurret.

sit hyperbola, cuius asymptotae sint ΓA , AB , et sumatur punctum aliquod E , et per E rectae AB parallela ducatur EZ . dico, eam cum sectione concurrere.

nam, si fieri potest, ne concurrat, et in sectione sumatur punctum aliquod H , et per H rectis ΓA ,



AB parallelae ducantur $H\Gamma$, $H\Theta$, fiatque $\Gamma H \times H\Theta = AE \times EZ$,

et ducatur AZ producat^rque; concurret igitur cum sectione [prop. II].

concurrat in K , et rectis ΓA , AB parallelae per K ducantur $K\Lambda$, $K\Delta$;

itaque $\Gamma H \times H\Theta = \Lambda K \times K\Delta$ [prop. XII]. supposuimus autem,

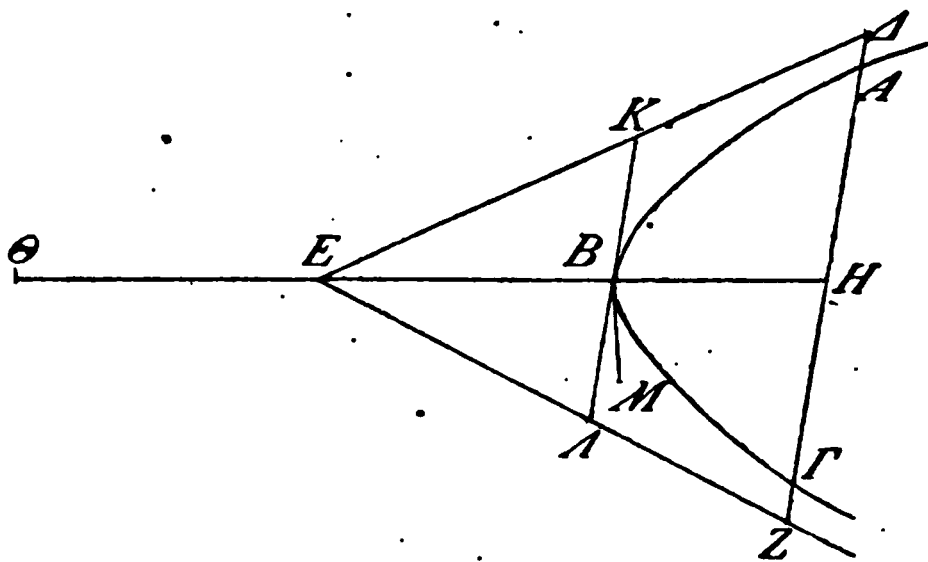
esse etiam $\Gamma H \times H\Theta = AE \times EZ$.

itaque erit $\Delta K \times K\Lambda = AE \times EZ = K\Lambda \times \Lambda A$ [Eucl. I, 34]; quod fieri non potest; est enim et

Figura in V v imperfecta est.

μένον· εἶδους πρὸς τῇ διχοτομούσῃ διαμέτρῳ τὰς ἀγο-
 μένας παρὰ τὴν ἠγμένην εὐθείαν.

ἔστω ὑπερβολὴ ἡ $AB\Gamma$, ἀσύμπτωτοι δὲ αὐτῆς αἱ
 ΔE , EZ , καὶ ἤχθω τις ἡ ΔZ τέμνουσα τὴν τομῆν
 5 καὶ τὰς ἀσύμπτώτους, καὶ τετμήσθω ἡ $A\Gamma$ δίχα κατὰ
 τὸ H , καὶ ἐπεζεύχθω ἡ HE , καὶ κείσθω τῇ BE ἴση



ἡ $E\Theta$, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ B τῇ ΘEB πρὸς ὀρθὰς ἡ
 BM · διάμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ $B\Theta$, ὀρθία δὲ ἡ BM .
 λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ ΔAZ ἴσον ἐστὶ τῷ τετάρτῳ τοῦ ὑπὸ
 10 τῶν ΘBM , ὁμοίως δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν $\Delta \Gamma Z$.

ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ B ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἡ KA
 παράλληλος ἄρα ἐστὶ τῇ ΔZ . καὶ ἐπεὶ δέδεικται, ὡς
 ἡ ΘB πρὸς BM , τὸ ἀπὸ EB πρὸς τὸ ἀπὸ BK , τουτ-
 ἐστὶ τὸ ἀπὸ EH πρὸς τὸ ἀπὸ $H\Delta$, ὡς δὲ ἡ ΘB πρὸς
 15 BM , τὸ ὑπὸ ΘHB πρὸς τὸ ἀπὸ HA , ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ
 EH πρὸς τὸ ἀπὸ $H\Delta$, τὸ ὑπὸ ΘHB πρὸς τὸ ἀπὸ HA .
 ἐπεὶ οὖν ἐστὶν, ὡς ὅλον τὸ ἀπὸ EH πρὸς ὅλον τὸ
 ἀπὸ ΔH , οὕτως ἀφαιρεθὲν τὸ ὑπὸ ΘHB πρὸς ἀφ-
 αιρεθὲν τὸ ἀπὸ AH , καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ἀπὸ EB πρὸς

1. εἶδους] *ενρ, euan. V.* 15. ὡς ἄρα — 16. ἀπὸ HA] *addidi e p (τῆς EH ; τῆς $H\Delta$ · οὕτω; τῶν $\Theta H, HB$; τῆς HA); om. V; cfr. p. 196, 10—11.*

rectas ductae rectae parallelas in binas partes aequales secat.

sit hyperbola $AB\Gamma$, asymptotae autem eius ΔE , EZ , et ducatur recta aliqua ΔZ sectionem asymptotasque secans, et $A\Gamma$ in H in duas partes aequales secetur, ducaturque HE , et ponatur $E\Theta = BE$, ducaturque a B ad ΘEB perpendicularis BM ; itaque $B\Theta$ diameter est [prop. VII], BM autem latus rectum.¹⁾ dico, esse

$$\Delta A \times AZ = \frac{1}{4} \Theta B \times BM = \Delta \Gamma \times \Gamma Z.$$

ducatur enim per B sectionem contingens $K\Lambda$; ea igitur rectae ΔZ parallela est [prop. V]. et quoniam demonstrauius, esse

$$\Theta B : BM = EB^2 : BK^2 \text{ [prop. I]} = EH^2 : H\Delta^2$$

[Eucl. VI, 4], et

$$\Theta B : BM = \Theta H \times HB : HA^2 \text{ [I, 21]},$$

erit etiam

$$EH^2 : H\Delta^2 = \Theta H \times HB : HA^2.$$

iam quoniam est, ut totum EH^2 ad totum ΔH^2 , ita ablatum $\Theta H \times HB$ ad ablatum HA^2 , erit etiam [Eucl. V, 19] reliquum EB^2 [Eucl. II, 6] ad reliquum $\Delta A \times AZ$ [Eucl. II, 5] = $EH^2 : H\Delta^2 = EB^2 : BK^2$ [Eucl. VI, 4]. itaque [Eucl. V, 9]

$$ZA \times A\Delta = BK^2$$

[tum u. prop. III].

1) Intellegitur igitur factum esse, ut sit

$$\Theta B : BM = \Theta H \times HB : AH^2.$$

nec opus est hoc cum Memo discrete adicere, ut fecit Ha...
 Apollonius, ed. Heiberg.

λοιπὸν τὸ ὑπὸ ΔAZ ἔστιν, ὡς τὸ ἀπὸ $E\dot{H}$ πρὸς τὸ ἀπὸ $H\Delta$, τουτέστι τὸ ἀπὸ EB πρὸς τὸ ἀπὸ BK . ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ZAD τῷ ἀπὸ BK .

ὁμοίως δὴ δειχθήσεται καὶ τὸ ὑπὸ ΔGZ τῷ ἀπὸ BA . ἴσον δὲ τὸ ἀπὸ KB τῷ ἀπὸ BA . ἴσον ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ ZAD τῷ ὑπὸ ZGD .

ια'.

Ἐὰν ἑκατέραν τῶν περιεχουσῶν τὴν ἐφεξῆς γωνίαν τῆς περιεχοῦσης τὴν ὑπερβολὴν τέμνη τις εὐθεΐα, συμ-
10 πεσεῖται τῇ τομῇ καθ' ἓν μόνον σημεῖον, καὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ἀπολαμβανομένων εὐθειῶν μεταξὺ τῶν περιεχουσῶν καὶ τῆς τομῆς ἴσον ἔσται τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ἠγμένης διαμέτρου παρὰ τὴν τέμνουσαν εὐθεΐαν.

15 ἔστω ὑπερβολή, ἣς ἀσύμπτωτοι αἱ GA, AD , καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ DA ἐπὶ τὸ E , καὶ διὰ τινος σημείου τοῦ E διέχθω ἡ EZ τέμνουσα τὰς EA, AG .

ὅτι μὲν οὖν συμπίπτει τῇ τομῇ καθ' ἓν μόνον σημεῖον, φανερόν· ἡ γὰρ διὰ τοῦ A τῇ EZ παράλληλος
20 ἀγομένη ὡς ἡ AB τεμεῖ τὴν ὑπὸ GAD γωνίαν καὶ συμπεσεῖται τῇ τομῇ καὶ διάμετρος αὐτῆς ἔσται· ἡ EZ ἄρα συμπεσεῖται τῇ τομῇ καθ' ἓν μόνον σημεῖον.

συμπιπτέτω κατὰ τὸ H .

λέγω δὴ, ὅτι καὶ τὸ ὑπὸ τῶν EHZ ἴσον ἐστὶ τῷ
25 ἀπὸ τῆς AB .

ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ H τεταγμένως ἡ ΘHAK · ἡ ἄρα διὰ τοῦ B ἐφαπτομένη παράλληλός ἐστι τῇ $H\Theta$. ἔστω

4. τῷ] *cnp*, corr. ex τό m. 1 V. 5. BA ἴσον? 15. AD] *cnp*, corr. ex GD m. 1 V. 24. δὴ] δέ V; corr. Halley.

iam similiter demonstrabimus, esse etiam

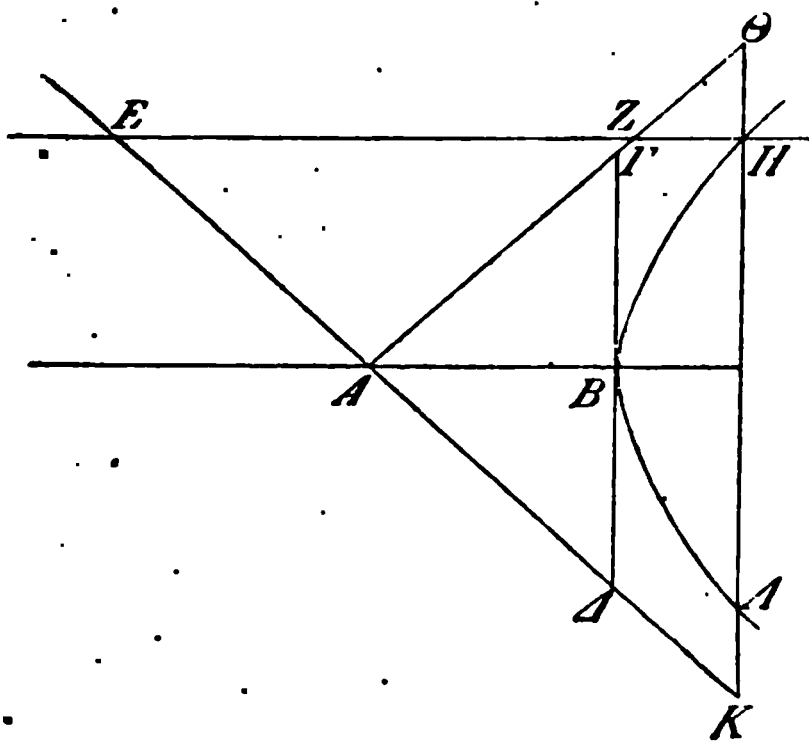
$$\Delta\Gamma \times \Gamma Z = BA^2.$$

uerum $KB^2 = BA^2$ [prop. III]. ergo etiam

$$ZA \times A\Delta = Z\Gamma \times \Gamma\Delta.$$

XI.

Si recta aliqua utramque rectam, quae angulum ad angulum hyperbolam continentem deinceps positum comprehendunt, secat, cum sectione in uno solo puncto concurret, et rectangulum comprehensum rectis inter rectas comprehendentes sectionemque abscisis aequale



erit quartae parti quadrati diametri rectae secanti parallelae ductae.

sit hyperbola, cuius asymptotae sint ΓA , $A\Delta$, producaturque ΔA ad E , et per punctum aliquod E ducatur EZ rectas EA , $A\Gamma$ secans.

iam eam in uno solo puncto cum sectione concurrere, manifestum est; nam recta per A rectae EZ parallela ducta ut AB angulum $\Gamma A\Delta$ secabit et cum sectione concurret [prop. II] diametrusque eius erit [I, 51 coroll.]; itaque EZ in uno solo puncto cum sectione concurret [I, 26].

In figura A in v om., in V posita est $m. 2$ in intersectione rectarum AB , $\odot K$.

δέ τι σημείον ἕτερον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ H , καὶ διὰ τοῦ H ταῖς $E\Delta$, ΔZ παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ $H\Theta$, HK . λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ $E\Delta Z$ τῷ ὑπὸ ΘHK .

ἐπεξεύχθω γὰρ ἡ ΔH καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὰ A , Γ .
 5 ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ $A\Delta\Gamma$ τῷ ὑπὸ AHG , ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ AH πρὸς $A\Delta$, ἡ $\Delta\Gamma$ πρὸς ΓH . ἀλλ' ὡς μὲν ἡ AH πρὸς $A\Delta$, ἡ $H\Theta$ πρὸς $E\Delta$, ὡς δὲ ἡ $\Delta\Gamma$ πρὸς ΓH , ἡ ΔZ πρὸς HK . ὡς ἄρα ἡ ΘH πρὸς ΔE , ἡ ΔZ πρὸς HK . ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ $E\Delta Z$ τῷ
 10 ὑπὸ ΘHK .

ιγ'.

Ἐὰν ἐν τῷ ἀφοριζομένῳ τόπῳ ὑπὸ τῶν ἀσύμπτω-
 των καὶ τῆς τομῆς παράλληλος ἀχθῆ τις εὐθεῖα τῇ
 ἑτέρᾳ τῶν ἀσύμπτῶτων, συμπεσεῖται τῇ τομῇ καθ' ἐν
 15 μόνον σημείον.

ἔστω ὑπερβολή, ἣς ἀσύμπτωτοι αἱ ΓA , AB , καὶ εἰλήφθω τι σημείον τὸ E , καὶ δι' αὐτοῦ τῇ AB πα-
 ἄλληλος ἤχθω ἡ EZ . λέγω, ὅτι συμπεσεῖται τῇ τομῇ.
 εἰ γὰρ δυνατόν, μὴ συμπιπέτω, καὶ εἰλήφθω τι
 20 σημείον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ H , καὶ διὰ τοῦ H παρὰ
 τὰς ΓA , AB ἤχθωσαν αἱ $H\Gamma$, $H\Theta$, καὶ τὸ ὑπὸ $\Gamma H\Theta$
 ἴσον ἔστω τῷ ὑπὸ $A EZ$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ AZ καὶ
 ἐκβεβλήσθω συμπεσεῖται δὲ τῇ τομῇ. συμπιπέτω
 κατὰ τὸ K , καὶ διὰ τοῦ K παρὰ τὰς ΓAB ἤχθωσαν
 25 αἱ KA , $K\Delta$. τὸ ἄρα ὑπὸ $\Gamma H\Theta$ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΔKA .
 ὑπόκειται δὲ καὶ τῷ ὑπὸ $A EZ$ ἴσον· τὸ ἄρα ὑπὸ ΔKA ,
 τουτέστι τὸ ὑπὸ $KA\Delta$, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ $A EZ$. ὅπερ

5. Post pr. ὑπό rep. $E\Delta Z$ lin. 3 — ὑπό lin. 5 (pr.) V v; corr. V m. 2, pc. 7. $E\Delta$] τὸ $E\Delta$ V; corr. p. 16. ΓA] $\Gamma\Delta$ v et ut uidetur e corr. m. 1 V; corr. pc. 24. παρὰ] c, π corr. ex x m. 1 V.

ducatur enim ΔH et producat^r ad A, Γ . iam quoniam est $A\Delta \times \Delta\Gamma = AH \times H\Gamma$ [prop. X], erit [Eucl. VI, 16] $AH : A\Delta = \Delta\Gamma : \Gamma H$. est autem [Eucl. VI, 4] $AH : A\Delta = H\Theta : E\Delta$,

$$\Delta\Gamma : \Gamma H = \Delta Z : HK.$$

itaque $\Theta H : \Delta E = \Delta Z : HK$. ergo erit [Eucl. VI, 16] $E\Delta \times \Delta Z = \Theta H \times HK$.

XIII.

Si in loco asymptotis sectioneque comprehenso recta aliqua alteri asymptotae parallela ducitur, cum sectione in uno puncto solo concurret.

sit hyperbola, cuius asymptotae sint $\Gamma A, AB$, et sumatur punctum aliquod E , et per E rectae AB parallela ducatur EZ . dico, eam cum sectione concurrere.

nam, si fieri potest, ne concurrat, et in sectione sumatur punctum aliquod H , et per H rectis $\Gamma A, AB$ parallelae ducantur $H\Gamma, H\Theta$,

fiatque $\Gamma H \times H\Theta = AE \times EZ$, et ducatur AZ producat^rque; concurret igitur cum sectione [prop. II].

concurrat in K , et rectis $\Gamma A, AB$ parallelae per K ducantur $K\Lambda, K\Delta$; itaque $\Gamma H \times H\Theta = \Delta K \times K\Delta$ [prop. XII].

supposuimus autem, esse etiam $\Gamma H \times H\Theta = AE \times EZ$.

itaque erit $\Delta K \times K\Lambda = AE \times EZ = K\Lambda \times \Lambda A$ [Eucl. I, 34]; quod fieri non potest; est enim et

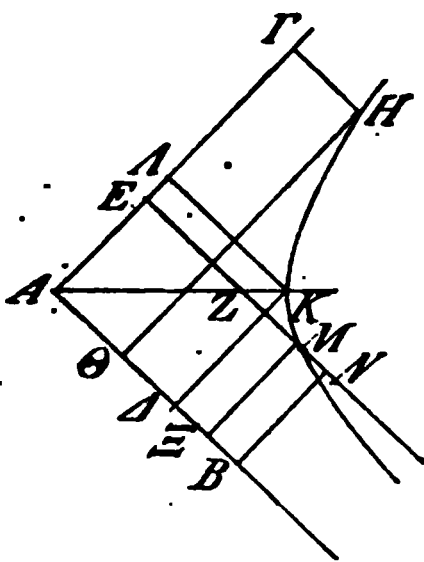


Figura in V v imperfecta est.

ἀδύνατον· μείζων γάρ ἐστι καὶ ἡ $ΚΑ$ τῆς $ΕΖ$ καὶ ἡ $ΛΑ$ τῆς $ΑΕ$. συμπεσεῖται ἄρα ἡ $ΕΖ$ τῇ τομῇ.

συμπιπτέτω κατὰ τὸ $Μ$.

λέγω δὴ, ὅτι κατ' ἄλλο οὐ συμπεσεῖται. εἰ γὰρ
 5 δυνατόν, συμπιπτέτω καὶ κατὰ τὸ $Ν$, καὶ διὰ τῶν $Μ, Ν$
 τῇ $ΓΑ$ παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ $ΜΞ, ΝΒ$. τὸ ἄρα
 ὑπὸ $ΕΜΞ$ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ $ΕΝΒ$. ὅπερ ἀδύνατον.
 οὐκ ἄρα καθ' ἕτερον σημεῖον συμπεσεῖται τῇ τομῇ.

ιδ'.

10 Αἱ ἀσύμπτωτοι καὶ ἡ τομὴ εἰς ἄπειρον ἐκβαλλόμε-
 ναι ἔγγιόν τε προσάγουσιν ἑαυταῖς καὶ παντὸς τοῦ
 δοθέντος διαστήματος εἰς ἔλαττον ἀφικνοῦνται διά-
 στημα.

ἔστω ὑπερβολή, ἧς ἀσύμπτωτοι αἱ $ΑΒ, ΑΓ$, δοθέν
 15 δὲ διάστημα τὸ $Κ$. λέγω, ὅτι αἱ $ΑΒ, ΑΓ$ καὶ ἡ τομὴ
 ἐκβαλλόμεναι ἔγγιόν τε προσάγουσιν ἑαυταῖς καὶ εἰς
 ἔλασσον ἀφίξονται διάστημα τοῦ $Κ$.

ἤχθωσαν γὰρ τῇ ἐφαπτομένη παράλληλοι αἱ $ΕΘΖ$,
 $ΓΗΔ$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $ΑΘ$ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ $Ξ$.
 20 ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ $ΓΗΔ$ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ $ΖΘΕ$, ἔστιν
 ἄρα, ὡς ἡ $ΔΗ$ πρὸς $ΖΘ$, ἡ $ΘΕ$ πρὸς $ΓΗ$. μείζων
 δὲ ἡ $ΔΗ$ τῆς $ΖΘ$. μείζων ἄρα καὶ ἡ $ΕΘ$ τῆς $ΓΗ$.
 ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ αἱ κατὰ τὸ ἐξῆς ἐλάττονές
 εἰσιν.

25 εἰλήφθω δη τοῦ $Κ$ διαστήματος ἔλαττον τὸ $ΕΛ$,
 καὶ διὰ τοῦ $Λ$ τῇ $ΑΓ$ παράλληλος ἤχθω ἡ $ΛΝ$. συμ-

4. ὅτι] addidi; om. V. 5. καί] (pr.) om. cp. 7. $ΕΜΞ$] c,
 $Ξ$ corr. ex Z m. 1 V. 19. $ΑΘ$] p, A incertum V, $ΕΘ$ c. 23.
 ἔλαττον V; corr. p.

$KA > EZ$ et $AA > AE$. ergo EZ cum sectione concurret.

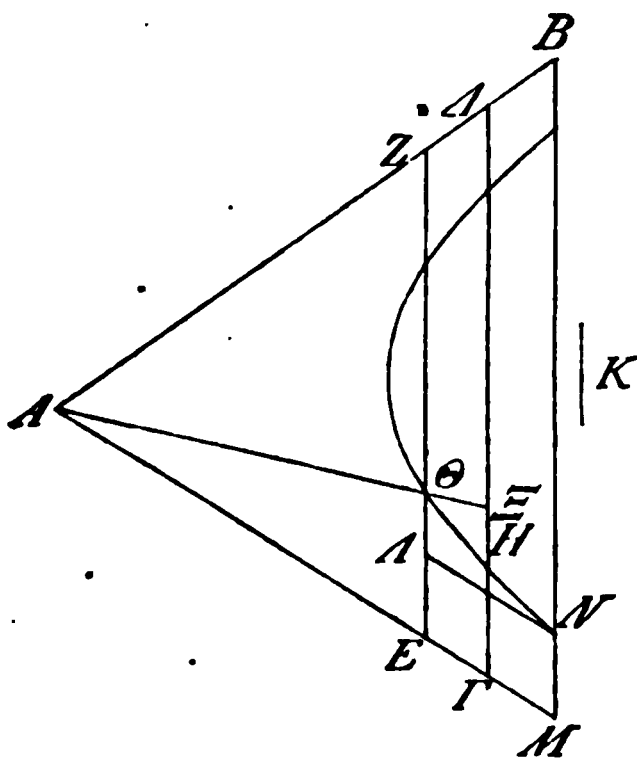
concurrat in M .

iam dico, eam in nullo alio puncto concurrere. nam si fieri potest, concurrat etiam in N , et per M , N rectae ΓA parallelae ducantur $M\Xi$, NB . itaque $EM \times M\Xi = EN \times NB$ [prop. XII]; quod fieri non potest. ergo in nullo alio puncto cum sectione concurret.

XIV.

Asymptotae et sectio in infinitum productae semper magis inter se adpropinquant et ad distantiam omni data distantia minorem perueniunt.

sit hyperbola, cuius asymptotae sint AB , $A\Gamma$, data autem distantia sit K . dico, rectas AB , $A\Gamma$ sectionem-



que productas semper magis inter se adpropinquare et ad distantiam minorem quam K peruenturas esse.

ducantur enim contingenti parallelae $E\Theta Z$, $\Gamma H \Delta$, ducaturque $A\Theta$ et producat ad Ξ . iam quoniam est [prop. X]

$$\Gamma H \times H \Delta = Z\Theta \times \Theta E,$$

erit [Eucl. VI, 16]

$$\Delta H : Z\Theta = \Theta E : \Gamma H.$$

uerum $\Delta H > Z\Theta$; itaque etiam [Eucl. V, 14] $E\Theta > \Gamma H$. iam similiter demonstrabimus, etiam distantias sequentes minores esse.

iam sumatur $E\Lambda < K$, et per Λ rectae $A\Gamma$ parallela

πεσειται ἄρα τῇ τομῇ. συμπιπέτω κατὰ τὸ N , καὶ διὰ τοῦ N τῇ EZ παράλληλος ἤχθω ἢ MNB . ἢ ἄρα MN ἴση ἐστὶ τῇ EA καὶ διὰ τοῦτο ἐλάττων τῆς K .

.. πόρισμα.

5 ἕκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι πασῶν τῶν ἀσυμπτῶτων τῇ τομῇ ἔγγιόν εἰσιν αἱ AB , AG , καὶ ἡ ὑπὸ τῶν BAG περιεχομένη γωνία ἐλάσσων ἐστὶ δηλαδὴ τῆς ὑπὸ ἑτέρων ἀσυμπτῶτων τῇ τομῇ περιεχομένης.

ιε'.

10 Τῶν ἀντικειμένων τομῶν κοιναὶ εἰσιν αἱ ἀσύμπτωτοι.

ἔστωσαν ἀντικείμενοι τομαί, ὧν διάμετρος ἢ AB , κέντρον δὲ τὸ Γ . λέγω, ὅτι τῶν A , B τομῶν κοιναὶ εἰσιν αἱ ἀσύμπτωτοι.

15 ἤχθωσαν διὰ τῶν A , B σημείων ἐφαπτόμεναι τῶν τομῶν αἱ ΔAE , ZBH παράλληλοι ἄρα εἰσὶν. ἀπειλήφθω δὴ ἐκάστη τῶν ΔA , AE , ZB , BH ἴσον δυναμένη τῷ τετάρτῳ τοῦ παρὰ τὴν AB εἶδους· ἴσαι ἄρα αἱ ΔA , AE , ZB , BH . ἐπεξεύχθωσαν δὴ αἱ
20 $\Gamma\Delta$, ΓE , ΓZ , ΓH . φανερόν δὴ, ὅτι ἐπ' εὐθείας ἐστὶν ἢ $\Delta\Gamma$ τῇ ΓH καὶ ἢ ΓE τῇ ΓZ διὰ τὰς παραλλήλους. ἐπεὶ οὖν ὑπερβολὴ ἐστὶν, ἧς διάμετρος ἢ AB , ἐφαπτομένη δὲ ἢ ΔE , καὶ ἑκατέρα τῶν ΔA , AE δύναται τὸ τέταρτον τοῦ παρὰ τὴν AB εἶδους, ἀσύμπτωτοι
25 ἄρα εἰσὶν αἱ $\Delta\Gamma$, ΓE . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τῇ B ἀσύμπτωτοί εἰσιν αἱ $Z\Gamma$, ΓH . τῶν ἀντικειμένων ἄρα κοιναὶ εἰσιν ἀσύμπτωτοι.

2. MNB] NMB V; corr. p. 4. πόρισμα] om. V. 5. ἀσυμπτῶτων] c, ἀ- supra scr. m. 1 V. 21. ΓZ] EZ V, corr. p.

ducatur AN ; concurret igitur cum sectione [prop. XIII]. concurrat in N , et per N rectae EZ parallela ducatur MNB . ergo erit [Eucl. I, 34] $MN = EA < K$.

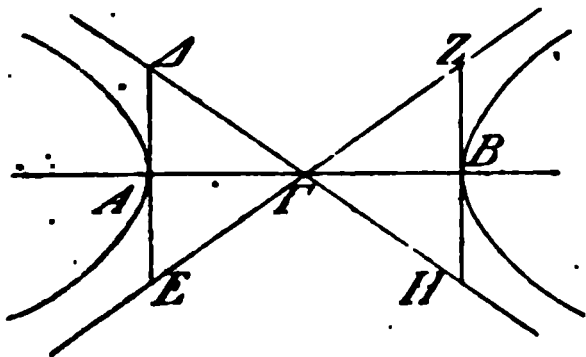
Corollarium.

Iam hinc manifestum est, omnibus rectis cum sectione non concurrentibus propiores esse AB , AG , et proinde angulum BAG minorem esse quouis angulo ab aliis rectis cum sectione non concurrentibus comprehenso.

XV.

Sectionum oppositarum communes sunt asymptotae. sint sectiones oppositae, quarum diametrus sit AB , centrum autem Γ . dico, sectionum A , B communes esse asymptotas.

per puncta A , B sectiones contingentes ducantur ΔAE , ZBH ; parallelae igitur sunt [prop. V]. ponantur



igitur ΔA , AE , ZB , BH singulae quartae parti figurae rectae AB adplicatae aequales quadratae; est igitur $\Delta A = AE = ZB = BH$. iam ducantur $\Gamma\Delta$, ΓE , ΓZ ,

ΓH . manifestum igitur est propter parallelas [Eucl. I, 33], in eadem recta esse $\Delta\Gamma$, ΓH et ΓE , ΓZ . iam quoniam hyperbola est, cuius diametrus est AB , contingens autem ΔE ; et utraque ΔA , AE quartae parti figurae rectae AB adplicatae quadrata aequalis est, asymptotae sunt $\Delta\Gamma$, ΓE [prop. I]. eadem igitur de causa sectionis B asymptotae sunt $Z\Gamma$, ΓH . ergo oppositarum communes sunt asymptotae.

ις'.

Ἐὰν ἐν ἀντικειμέναις ἀχθῆ τις εὐθεῖα τέμνουσα
 ἑκατέραν τῶν περιεχοσῶν τὴν ἐφεξῆς γωνίαν τῶν
 περιεχοσῶν τὰς τομάς, συμπεσεῖται ἑκατέρα τῶν ἀντι-
 5 κειμένων καθ' ἓν μόνον σημεῖον, καὶ αἱ ἀπολαμβανό-
 μεναι ἀπ' αὐτῆς ὑπὸ τῶν τομῶν πρὸς ταῖς ἀσύμπτωτοις
 ἴσαι ἔσονται.

ἔστωσαν γὰρ ἀντικείμεναι αἱ A, B , ὧν κέντρον μὲν
 τὸ Γ , ἀσύμπτωτοι δὲ αἱ $\Delta\Gamma H, E\Gamma Z$, καὶ διήχθω τις
 10 εὐθεῖα τέμνουσα ἑκατέραν τῶν $\Delta\Gamma, \Gamma Z$ ἢ ΘK . λέγω,
 ὅτι ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται ἑκατέρα τῶν τομῶν καθ'
 ἓν σημεῖον μόνον.

ἐπεὶ γὰρ τῆς A τομῆς ἀσύμπτωτοί εἰσιν αἱ $\Delta\Gamma, \Gamma E$,
 καὶ διήκται τις εὐθεῖα ἢ ΘK τέμνουσα ἑκατέραν τῶν
 15 περιεχοσῶν τὴν ἐφεξῆς γωνίαν τὴν ὑπὸ $\Delta\Gamma Z$, ἢ $K\Theta$
 ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ τομῇ. ὁμοίως δὲ
 καὶ τῇ B .

συμπιπτέτω κατὰ τὰ A, M .

ἤχθω διὰ τοῦ Γ τῇ AM παράλληλος ἢ AGB . ἴσον
 20 ἄρα ἐστὶ τὸ μὲν ὑπὸ $K\Lambda\Theta$ τῷ ἀπὸ AG , τὸ δὲ ὑπὸ
 ΘMK τῷ ἀπὸ GB . ὥστε καὶ τὸ ὑπὸ $K\Lambda\Theta$ τῷ ὑπὸ
 ΘMK ἐστὶν ἴσον, καὶ ἢ $\Lambda\Theta$ τῇ KM .

ιζ'.

Τῶν κατὰ συζυγίαν ἀντικειμένων κοιναί εἰσιν αἱ
 25 ἀσύμπτωτοι.

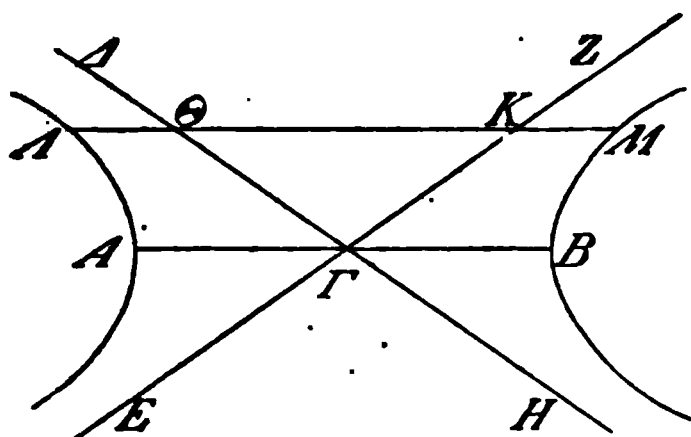
ἔστωσαν συζυγεῖς ἀντικείμεναι, ὧν αἱ διάμετροι
 συζυγεῖς αἱ $AB, \Gamma\Delta$, κέντρον δὲ τὸ E . λέγω, ὅτι
 κοιναὶ αὐτῶν εἰσιν αἱ ἀσύμπτωτοι.

9. $\Delta\Gamma H, E\Gamma Z$] $\Delta\Gamma$ ἢ EZ V; corr. p. 10. ΓZ] c, corr.
 ex ΔZ m. 1 V. 18. τὰ] τό V; corr. p.

XVI.

Si in oppositis recta ducitur utramque rectam secans, quae angulum angulis sectiones continentibus deinceps positum comprehendunt, cum utraque opposita in uno solo puncto concurret, et rectae ex ea a sectionibus ad asymptotas abscisae aequales erunt.

sint enim oppositae A, B , quarum centrum sit Γ , asymptotae autem $\Delta\Gamma H, E\Gamma Z$ [prop. XV], ducaturque



recta aliqua ΘK utramque $\Delta\Gamma, \Gamma Z$ secans. dico, eam productam cum utraque sectione in uno solo puncto concurrere.

nam quoniam sectionis A asymptotae sunt $\Delta\Gamma, \Gamma E$, et ducta est recta aliqua ΘK utramque rectarum angulum $\Delta\Gamma Z$ deinceps positum comprehendentium secans, $K\Theta$ producta cum sectione concurret [prop. XI]. similiter igitur etiam cum B concurret.

concurrat in Λ, M .

per Γ rectae ΛM parallela ducatur $A\Gamma B$; itaque [prop. XI] $K\Lambda \times \Lambda\Theta = A\Gamma^2$, $\Theta M \times MK = \Gamma B^2$. quare etiam $K\Lambda \times \Lambda\Theta = \Theta M \times MK$ et $\Lambda\Theta = KM$.

XVII.

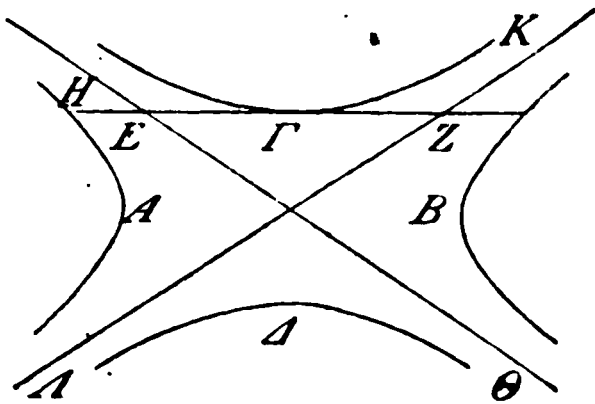
Oppositarum coniugarum communes sunt asymptotae.

sint oppositae coniugatae, quarum diametri coniugatae sint $AB, \Gamma\Delta$, centrum autem E . dico, earum asymptotas communes esse.

ἤχθωσαν γὰρ ἐφαπτόμεναι τῶν τομῶν διὰ τῶν
 A, B, Γ, Δ σημείων αἱ $ZAH, H\Delta\Theta, \Theta BK, K\Gamma Z$
 παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ $ZH\Theta K$. ἐπεξεύχθωσαν
 οὖν αἱ $ZE\Theta, KEH$ εὐθεῖαι ἄρα εἰσὶ καὶ διάμετροι
 5 τοῦ παραλληλογράμμου, καὶ δίχα τέμνονται πᾶσαι
 κατὰ τὸ E σημεῖον. καὶ ἐπεὶ τὸ πρὸς τῇ AB εἶδος
 ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς $\Gamma\Delta$ τετραγώνῳ, ἴση δὲ ἡ ΓE
 τῇ $E\Delta$, ἕκαστον ἄρα τῶν ἀπὸ $ZA, AH, KB, B\Theta$
 τέταρτόν ἐστι τοῦ πρὸς τῇ AB εἶδους. ἀσύμπτωτοι
 10 ἄρα εἰσὶ τῶν A, B τομῶν αἱ $ZE\Theta, KEH$. ὁμοίως
 δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ τῶν Γ, Δ τομῶν αἱ αὐταὶ εἰσιν
 ἀσύμπτωτοι. τῶν ἄρα κατὰ συζυγίαν ἀντικειμένων
 κοιναὶ εἰσιν ἀσύμπτωτοι.

ιη'.

15 Ἐὰν μιᾷ τῶν κατὰ συζυγίαν ἀντικειμένων συμ-
 πίπτουσα εὐθεῖα ἐκβαλλομένη ἐφ' ἑκάτερα ἐκτὸς πίπτῃ
 τῆς τομῆς, συμπεσεῖται ἑκα-
 τέρα τῶν ἐφεξῆς τομῶν καθ'
 ἓν μόνον σημεῖον.



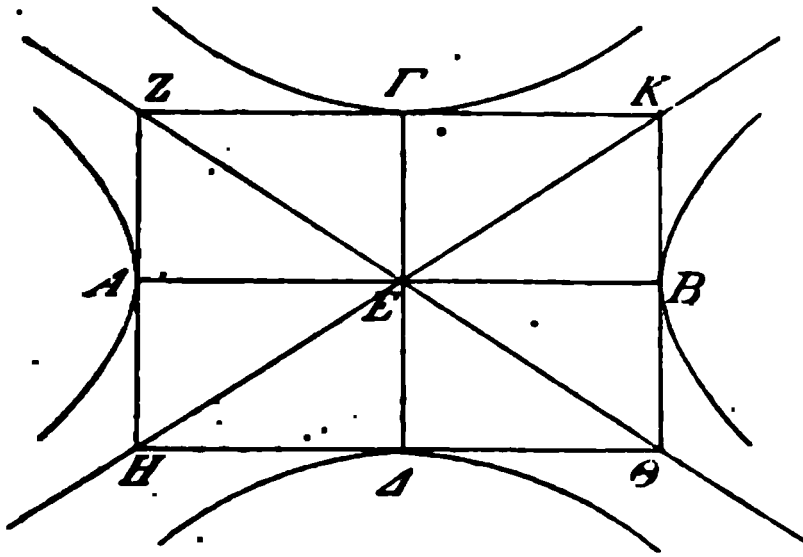
20 ἔστωσαν κατὰ συζυγίαν
 ἀντικείμεναι τομαὶ αἱ $A, B,$
 Γ, Δ , καὶ τῇ Γ τις εὐθεῖα
 συμπίπτέτω ἡ EZ καὶ ἐκ-
 βαλλομένη ἐφ' ἑκάτερα ἐκτὸς πιπτέτω τῆς τομῆς. λέγω,
 25 ὅτι συμπεσεῖται ἑκατέρα τῶν A, B τομῶν καθ' ἓν
 μόνον σημεῖον.

ἔστωσαν γὰρ ἀσύμπτωτοι τῶν τομῶν αἱ $H\Theta, KA$.

8. ἀπό] ὑπό V; corr. Memus.
 Paris. gr. 2356; ἔαν ἐν c p.
 m. 1 V.

15. Ἐάν] ἐν V; corr.
 16. πίπτῃ] c, corr. ex πίπη

nam sectionem contingentes per puncta A, B, Γ, Δ ducantur $ZAH, H\Theta, \Theta BK, K\Gamma Z$; parallelogrammum igitur est $ZH\Theta K$ [prop. V]. ducantur igitur $ZE\Theta, KEH$; rectae igitur sunt diametri- que parallelogrammi, et in puncto E omnes in binas partes aequales secantur [cfr. prop. XV]. et quoniam figura



rectae AB adplicata

aequalis est $\Gamma\Delta^2$ [I, 56], et $\Gamma E = E\Delta$, singula quadrata $ZA^2, AH^2, KB^2, B\Theta^2$ quarta pars sunt figurae ad AB adplicatae. itaque $ZE\Theta, KEH$ asymptotae sunt sectionum A, B [prop. I]. iam similiter demonstrabimus, easdem etiam sectionum Γ, Δ asymptotas esse. ergo oppositarum coniugarum communes sunt asymptotae.

XVIII.

Si recta cum una oppositarum coniugarum concurrens in utramque partem producta extra sectionem cadit, cum utraque deinceps positaram sectionum in uno solo puncto concurret.

sint sectiones oppositae coniugatae A, B, Γ, Δ , et cum Γ recta aliqua EZ concurrat productaque in utramque partem extra sectionem cadat. dico, eam cum utraque sectione A, B in uno solo puncto concurrere.

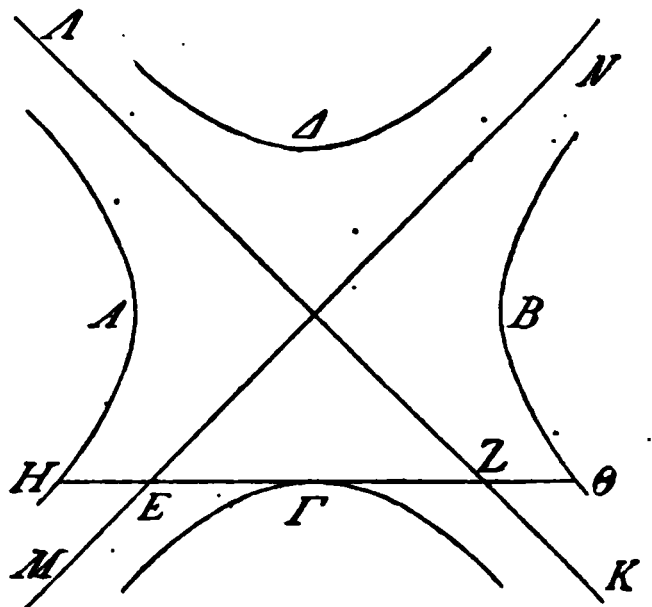
sint enim $H\Theta, KA$ asymptotae sectionum A, B .

η EZ ἄρα συμπίπτει ἐκατέρω τῶν $H\Theta$, $K\Lambda$. φανερόν οὖν, ὡς καὶ ταῖς A , B τομαῖς συμπεσεῖται καθ' ἓν μόνον σημεῖον.

ιθ'.

5 Ἐὰν τῶν κατὰ συζυγίαν ἀντικειμένων ἀχθῆ τις εὐθεῖα ἐπιψαύουσα, ἧς ἔτυχε τῶν τῶν τῶν, συμπεσεῖται ταῖς ἐφεξῆς τομαῖς καὶ δίχα τμηθήσεται κατὰ τὴν ἀφήν.

ἔστωσαν κατὰ συζυγίαν
10 ἀντικείμενοι αἱ A , B , Γ , Δ , καὶ τῆς Γ ἐφαπτέσθω τις εὐθεῖα ἡ $E\Gamma Z$. λέγω, ὅτι ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται ταῖς A , B τομαῖς καὶ δίχα
15 τμηθήσεται κατὰ τὸ Γ .



ὅτι μὲν οὖν συμπεσεῖται ταῖς A , B τομαῖς, φανερόν· συμπίπτέτω κατὰ τὰ H , Θ . λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΓH τῇ $\Gamma\Theta$.

ἤχθωσαν γὰρ αἱ ἀσύμπτωτοι τῶν τομῶν αἱ
20 $K\Lambda$, MN . ἴση ἄρα ἡ EH τῇ $Z\Theta$ καὶ ἡ ΓE τῇ ΓZ , καὶ ὅλη ἡ ΓH τῇ $\Gamma\Theta$ ἐστὶν ἴση.

κ'.

Ἐὰν μιᾶς τῶν κατὰ συζυγίαν ἀντικειμένων εὐθεῖα ἐφάπτηται, καὶ διὰ τοῦ κέντρου αὐτῶν ἀχθῶσι δύο
25 εὐθεῖαι, ὧν ἡ μὲν διὰ τῆς ἀφῆς, ἡ δὲ παρὰ τὴν ἐφαπτομένην, ἕως οὗ συμπέσῃ μιᾶ τῶν ἐφεξῆς τομῶν, ἡ κατὰ τὴν σύμπτωσιν ἐφαπτομένη τῆς τομῆς εὐθεῖα παράλληλος ἐστὶ τῇ διὰ τῆς ἀφῆς καὶ τοῦ κέντρου

12. $E\Gamma Z$] scripsi; $\Gamma E Z$ V p. 25. ἡ] (alt.) c, ἡ ἡ V, ἡ ἡ p. 27. κατὰ] κατὰ τὰ V; corr. pc.

EZ cum utraque $H\Theta$, KA concurrat [prop. III]. manifestum igitur, eam etiam cum sectionibus A , B in uno solo puncto concurrere [prop. XVI].

XIX.

Si in oppositis coniugatis recta aliqua ducitur quamlibet sectionum contingens, cum sectionibus deinceps positae concurrat et in puncto contactus in duas partes aequales secabitur.

sint A , B , Γ , Δ oppositae coniugatae, et sectionem Γ contingat recta aliqua $E\Gamma Z$. dico, eam productam cum sectionibus A , B concurrere et in Γ in duas partes aequales secari.

iam eam cum sectionibus A , B concurrere, manifestum est [prop. XVIII]. concurrat in H , Θ .

dico, esse $\Gamma H = \Gamma \Theta$.

ducantur enim asymptotae sectionum KA , MN . itaque $EH = Z\Theta$ [prop. XVI], $\Gamma E = \Gamma Z$ [prop. III] et $\Gamma H = \Gamma \Theta$.

XX.

Si recta unam oppositarum coniugarum contingit, et per centrum earum duae rectae ducuntur, quarum altera per punctum contactus, altera contingenti parallela est, dum cum altera sectionum deinceps positae conueniat, recta in puncto concursus sectionem contingens rectae per punctum contactus centrumque ductae parallela erit, rectae autem per puncta contactus centrumque ductae diametri coniugatae oppositarum erunt.

sint oppositae coniugatae, quarum diametri coniugatae sint AB , $\Gamma\Delta$, centrum autem X , et sectionem

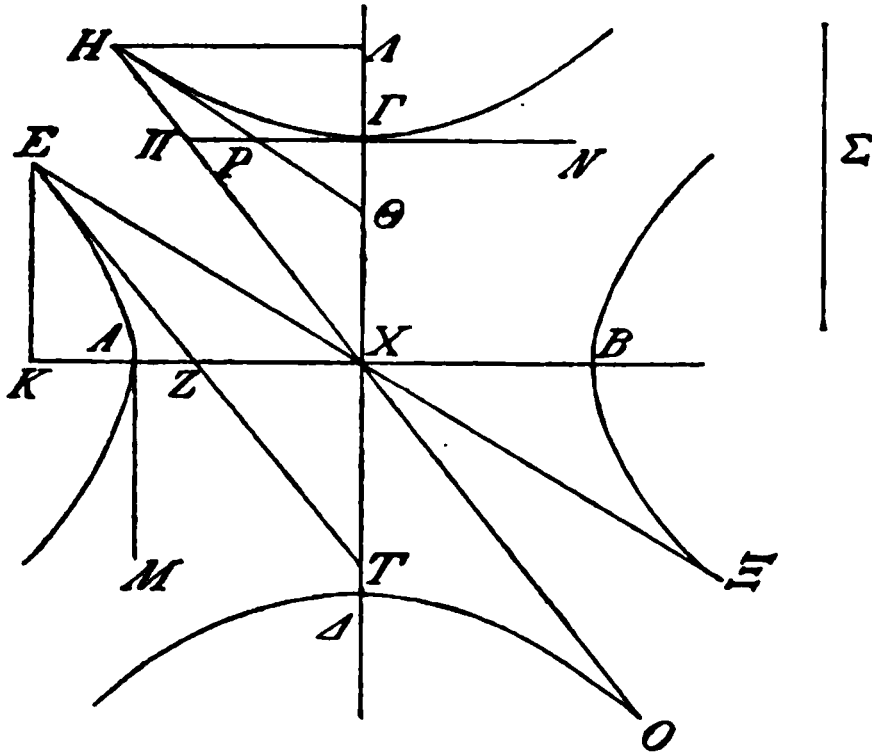
ἡγμένη, αἱ δὲ διὰ τῶν ἀφῶν καὶ τοῦ κέντρου συζυγεῖς ἔσονται διάμετροι τῶν ἀντικειμένων.

ἔστωσαν κατὰ συζυγίαν ἀντικείμενοι, ὧν διάμετροι συζυγεῖς αἱ AB , $\Gamma\Delta$, κέντρον δὲ τὸ X , καὶ τῆς A
 5 τομῆς ἡχθῶ ἐφαπτομένη ἢ EZ καὶ ἐκβληθεῖσα συμ-
 πιπτέτω τῇ ΓX κατὰ τὸ T , καὶ ἐπεξεύχθῶ ἢ EX καὶ
 ἐκβεβλήσθῶ ἐπὶ τὸ Ξ , καὶ διὰ τοῦ X τῇ EZ παράλ-
 ληλος ἡχθῶ ἢ XH , καὶ διὰ τοῦ H ἐφαπτομένη τῆς
 τομῆς ἡχθῶ ἢ ΘH . λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστὶν ἢ
 10 ΘH τῇ XE , αἱ δὲ HO , $E\Xi$ συζυγεῖς εἰσι διάμετροι.

ἡχθῶσαν γὰρ τεταγμένως αἱ KE , HA , $\Gamma\Pi$,
 παρ' ἃς δὲ δύνανται αἱ καταγόμεναι, ἔστωσαν αἱ
 AM , ΓN . ἐπεὶ οὖν ἐστὶν, ὡς ἢ BA πρὸς AM , ἢ
 NG πρὸς $\Gamma\Delta$, ἀλλ' ὡς μὲν ἢ BA πρὸς AM , τὸ ὑπὸ
 15 XKZ πρὸς τὸ ἀπὸ KE , ὡς δὲ ἢ NG πρὸς $\Gamma\Delta$, τὸ
 ἀπὸ HA πρὸς τὸ ὑπὸ $X\Lambda\Theta$, καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ
 XKZ πρὸς τὸ ἀπὸ KE , τὸ ἀπὸ HA πρὸς τὸ ὑπὸ
 $X\Lambda\Theta$. ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ XKZ πρὸς τὸ ἀπὸ KE τὸν
 συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ τοῦ τῆς XK πρὸς KE
 20 καὶ τοῦ τῆς ZK πρὸς KE , τὸ δὲ ἀπὸ HA πρὸς τὸ
 ὑπὸ $X\Lambda\Theta$ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ τοῦ, ὃν ἔχει
 ἢ HA πρὸς ΛX , καὶ ἢ HA πρὸς $\Lambda\Theta$. ὁ ἄρα συγ-
 κείμενος λόγος ἐκ τοῦ τῆς XK πρὸς KE καὶ τῆς ZK
 πρὸς KE ὁ αὐτός ἐστι τῷ συγκειμένῳ λόγῳ ἐκ τοῦ τῆς
 25 HA πρὸς ΛX καὶ τοῦ τῆς HA πρὸς $\Lambda\Theta$. ὧν ὁ τῆς ZK
 πρὸς KE λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς HA πρὸς ΛX λόγῳ.
 ἐκάστη γὰρ τῶν EK , KZ , ZE ἐκάστη τῶν $X\Lambda$, ΛH , HX
 παράλληλός ἐστι. λοιπὸς ἄρα ὁ τῆς XK πρὸς KE

6. τό] p, om. V, add. e corr. v c. 9. ἐστι V; corr. p c.
 10. $E\Xi$] $EZ\Xi$ V; corr. p? ($\xi\xi$?). 15. ἢ] c, e corr. m. 1 V.

A contingens ducatur *EZ* productaque cum *ΓX* in *T* concurrat, et ducatur *EX* producatique ad *Ξ*, et per *X* rectae *EZ* parallela ducatur *XH*, per *H* autem



sectionem contingens ducatur ΘH . dico, esse ΘH rectae *XE* parallelam et *HO*, *EΞ* coniugatas esse diametros.

ducantur enim ordinate *KE*, *HΛ*, *ΓΠ*, parametri autem sint *AM*, *ΓN*. iam quoniam est

$$BA : AM = N\Gamma : \Gamma\Delta \text{ [I, 56],}$$

$$\text{et } BA : AM = XK \times KZ : KE^2,$$

$$N\Gamma : \Gamma\Delta = H\Lambda^2 : X\Lambda \times \Lambda\Theta \text{ [I, 37],}$$

$$\text{erit etiam } XK \times KZ : KE^2 = H\Lambda^2 : X\Lambda \times \Lambda\Theta.$$

$$\text{uerum } XK \times KZ : KE^2 = (XK : KE) \times (ZK : KE)$$

$$\text{et } H\Lambda^2 : X\Lambda \times \Lambda\Theta = (H\Lambda : \Lambda X) \times (H\Lambda : \Lambda\Theta).$$

itaque

$$(XK : KE) \times (ZK : KE) = (H\Lambda : \Lambda X) \times (H\Lambda : \Lambda\Theta).$$

quarum rationum est $ZK : KE = H\Lambda : \Lambda X$ [Eucl. I, 29;

VI, 4]; nam singulae *EK*, *KZ*, *ZE* singulis *XΛ*, *ΛH*,

HX parallelae sunt [I def. 6]. itaque

$$XK : KE = H\Lambda : \Lambda\Theta.$$

λόγος ὁ αὐτός ἐστὶ τῷ τῆς $ΗΛ$ πρὸς $ΛΘ$. καὶ περὶ ἴσας γωνίας τὰς πρὸς τοῖς $K, Λ$ ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί· ὁμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ $EΚΧ$ τρίγωνον τῷ $ΗΘΛ$ καὶ ἴσας ἔξει τὰς γωνίας, ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι 5 πλευραὶ ὑποτείνουσιν. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ $EΚΧ$ τῇ ὑπὸ $ΛΗΘ$. ἐστὶ δὲ καὶ ὅλη ἡ ὑπὸ $KΧΗ$ τῇ ὑπὸ $ΛΗΧ$ ἴση· καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ $EΧΗ$ τῇ ὑπὸ $ΘΗΧ$ ἐστὶν ἴση. παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ $ΕΧ$ τῇ $ΗΘ$.

10 πεποιήσθω δὴ, ὡς ἡ $ΠΗ$ πρὸς $ΗΡ$, οὕτως ἡ $ΘΗ$ πρὸς $Σ$ · ἡ $Σ$ ἄρα ἡμίσειά ἐστὶ τῆς παρ' ἣν δύνανται αἱ ἐπὶ τὴν $ΗΟ$ διάμετρον καταγόμεναι ἐν ταῖς $Γ, Δ$ τομαῖς. καὶ ἐπεὶ τῶν $A, Β$ τομῶν δευτέρα διάμετρος ἐστὶν ἡ $ΓΔ$, καὶ συμπίπτει αὐτῇ ἡ $ΕΤ$, τὸ ἄρα ὑπὸ 15 τῆς $ΤΧ$ καὶ τῆς $EΚ$ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ $ΓΧ$ · ἐὰν γὰρ ἀπὸ τοῦ E τῇ $KΧ$ παράλληλον ἄγωμεν, τὸ ὑπὸ τῆς $ΤΧ$ καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπὸ τῆς παραλλήλου ἴσον ἔσται τῷ ἀπὸ $ΓΧ$. διὰ δὲ τοῦτό ἐστὶν, ὡς ἡ $ΤΧ$ πρὸς $EΚ$, τὸ ἀπὸ $ΤΧ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΧΓ$. ἀλλ' 20 ὡς μὲν ἡ $ΤΧ$ πρὸς $EΚ$, ἡ $ΤΖ$ πρὸς $ΖΕ$, τουτέστι τὸ $ΤΧΖ$ τρίγωνον πρὸς τὸ $ΕΖΧ$, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ $ΤΧ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΓΧ$, τὸ $ΧΤΖ$ τρίγωνον πρὸς τὸ $ΧΓΠ$, τουτέστι πρὸς τὸ $ΗΘΧ$. ὡς ἄρα τὸ $ΤΧΖ$ πρὸς τὸ $ΕΖΧ$, τὸ $ΤΖΧ$ πρὸς τὸ $ΧΗΘ$. ἴσον ἄρα τὸ $ΗΘΧ$ 25 τρίγωνον τῷ $ΧΕΖ$. ἔχει δὲ καὶ τὴν ὑπὸ $ΘΗΧ$ γωνίαν τῇ ὑπὸ $ΧΕΖ$ γωνίᾳ ἴσην· παράλληλος γὰρ ἐστὶν ἡ μὲν $ΕΧ$ τῇ $ΗΘ$, ἡ δὲ $ΕΖ$ τῇ $ΗΧ$. ἀντιπεπόνθασιν ἄρα αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας. ἐστὶν ἄρα

10. πεποιείσθω V; corr. p.c. 14. συμπίπτει V; corr. p. 16. ἄγωμεν] ἀγομένην V; corr. Halley; ἀγάγωμεν p. 26. ὑπό] p, om. V. ἴσην] om. V; corr. p.

et latera angulos aequales ad K, A positos comprehendentia proportionalia sunt; similes igitur sunt trianguli $EKX, H\Theta A$ et angulos aequales habebunt, sub quibus latera correspondentia subtendunt [Eucl. VI, 6]. erit igitur $\angle EXK = \angle AH\Theta$. est autem etiam

$$\angle KXH = \angle AHX \text{ [Eucl. I, 29];}$$

quare etiam $\angle EXH = \angle \Theta HX$. ergo EX rectae $H\Theta$ parallela est [Eucl. I, 27].

iam fiat $\Pi H : HP = \Theta H : \Sigma$. itaque Σ dimidia est parametrus diametri HO in sectionibus Γ, A [I, 51]. et quoniam sectionum A, B altera diametrus est ΓA [I, 56], et cum ea concurrat ET , erit

$$TX \times EK = \Gamma X^2;$$

nam si ab E rectam rectae KX parallelam duxerimus, rectangulum comprehensum recta TX rectaque a parallela abscisa aequale erit quadrato ΓX [I, 38]. propterea autem est $TX : EK = TX^2 : X\Gamma^2$ [Eucl. VI, 17; V def. 9]. est autem [Eucl. VI, 4]

$TX : EK = TZ : ZE = \triangle TXZ : EZX$ [Eucl. VI, 1], et [Eucl. VI, 19]

$$TX^2 : \Gamma X^2 = XTZ : X\Gamma\Pi = XTZ : H\Theta X \text{ [u. I, 43].}$$

itaque $TXZ : EZX = TZ X : XH\Theta$. quare [Eucl. V, 9]

$H\Theta X = XEZ$. habent autem etiam $\angle \Theta HX = XEZ$ [Eucl. I, 29]; nam parallelae sunt $EX, H\Theta$ et EZ, HX . itaque latera aequales angulos comprehendentia

in contraria proportione sunt [Eucl. VI, 15]; est igitur $H\Theta : EX = EZ : HX$; quare [Eucl. VI, 16]

$$\Theta H \times HX = XE \times EZ.$$

et quoniam est $\Sigma : \Theta H = PH : H\Pi$, et

$$PH : H\Pi = XE : EZ \text{ [Eucl. VI, 4]}$$

(parallelae enim sunt), erit etiam $\Sigma : \Theta H = XE : EZ$.

ὡς ἡ $H\Theta$ πρὸς τὴν EX , ἡ EZ πρὸς τὴν HX . ἴσον
 ἄρα τὸ ὑπὸ ΘHX τῷ ὑπὸ XEZ . καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς
 ἡ Σ πρὸς τὴν ΘH , ἡ PH πρὸς $H\Pi$, ὡς δὲ ἡ PH
 πρὸς $H\Pi$, ἡ XE πρὸς EZ : παράλληλοι γάρ· καὶ
 5 ὡς ἄρα ἡ Σ πρὸς τὴν ΘH , ἡ XE πρὸς EZ . ἀλλ'
 ὡς μὲν ἡ Σ πρὸς ΘH , τῆς XH κοινοῦ ὕψους λαμ-
 βανομένης τὸ ὑπὸ Σ , XH πρὸς τὸ ὑπὸ ΘHX , ὡς δὲ
 ἡ XE πρὸς EZ , τὸ ἀπὸ XE πρὸς τὸ ὑπὸ XEZ . καὶ
 ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ Σ , XH πρὸς τὸ ὑπὸ ΘHX , τὸ ἀπὸ
 10 XE πρὸς τὸ ὑπὸ XEZ . ἐναλλάξ, ὡς τὸ ὑπὸ Σ , HX
 πρὸς τὸ ἀπὸ EX , τὸ ὑπὸ ΘHX πρὸς τὸ ὑπὸ ZEX .
 ἴσον δὲ τὸ ὑπὸ ΘHX τῷ ὑπὸ XEZ . ἴσον ἄρα καὶ
 τὸ ὑπὸ Σ , HX τῷ ἀπὸ EX . καὶ ἐστὶ τὸ μὲν ὑπὸ
 Σ , HX τέταρτον τοῦ παρὰ τὴν HO εἶδους· ἢ τε
 15 γὰρ HX τῆς HO ἐστὶν ἡμίσεια, καὶ ἡ Σ τῆς παρ'
 ἣν δύναται· τὸ δὲ ἀπὸ EX τέταρτον τοῦ ἀπὸ τῆς
 $E\Xi$. ἴση γὰρ ἡ EX τῇ $X\Xi$. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς $E\Xi$
 ἴσον ἐστὶ τῷ πρὸς τῇ HO εἶδει. ὁμοίως δὲ δείξομεν,
 ὅτι καὶ ἡ HO δύναται τὸ παρὰ τὴν $E\Xi$ εἶδος. αἱ
 20 ἄρα $E\Xi$, HO συζυγεῖς εἰσι διάμετροι τῶν A, B, Γ, Δ
 ἀντικειμένων.

κα'.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων δεικτέον, ὅτι ἡ σύμπτωσις
 τῶν ἐφαπτομένων πρὸς μίαν τῶν ἀσυμπτῶτων ἐστίν.
 25 ἔστωσαν κατὰ συζυγίαν ἀντικείμενα τομαί, ὧν αἱ
 διάμετροι αἱ $AB, \Gamma\Delta$, καὶ ἐφαπτόμεναι ἠχθῶσαν
 αἱ $AE, E\Gamma$. λέγω, ὅτι το E σημεῖον πρὸς τῇ ἀσυμ-
 πτώτῳ ἐστίν.

1. ἡ] (pr.) om. V; corr. p. ἡ] (alt.) τῇ $H\Theta$ ἡ V; corr. p.
 11. ZEX] c, E e corr. m. 1 V. 15. ἡ Σ] ἡς V; corr. p.
 19. ἡ] om. V; corr. p. 20. HO] $HO\Sigma$ V; corr. p. 24.
 μίαν] μιᾶ? 25. τομαί] pν, αἱ τομαί c et deleto αἱ V.

est autem, communi altitudine sumpta XH ,

$$\Sigma : \Theta H = \Sigma \times XH : \Theta H \times HX,$$

et $XE : EZ = XE^2 : XE \times EZ$. quare etiam

$$\Sigma \times XH : \Theta H \times HX = XE^2 : XE \times EZ.$$

permutando [Eucl. V, 16]

$$\Sigma \times XH : EX^2 = \Theta H \times HX : ZE \times EX.$$

uerum $\Theta H \times HX = XE \times EZ$. quare etiam [Eucl. V, 14]

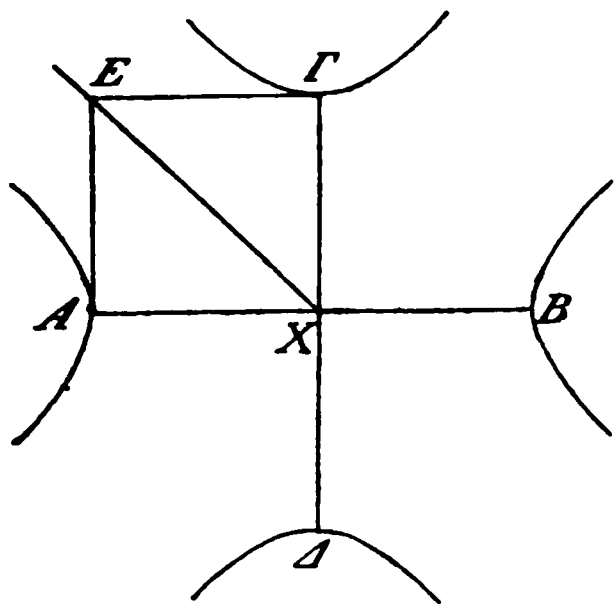
$\Sigma \times HX = EX^2$. et $\Sigma \times HX$ quarta pars est figurae rectae HO adplicatae; nam et HX rectae HO [I, 30] et Σ parametri dimidia est; et

$$EX^2 = \frac{1}{4} E\Xi^2;$$

nam $EX = X\Xi$ [I, 30]. itaque $E\Xi^2$ aequale est figurae rectae HO adplicatae. iam similiter demonstrabimus, etiam HO quadratam aequalem esse figurae rectae $E\Xi$ adplicatae. ergo $E\Xi$, HO diametri coniugatae sunt oppositarum A, B, Γ, Δ [I, 56].

XXI.

Iisdem suppositis demonstrandum, concursum contingentium in una asymptotarum esse.



sint sectiones oppositae coniugatae, quarum diametri sint $AB, \Gamma\Delta$, et contingentes ducantur $AE, E\Gamma$. dico, punctum E in asymptota esse.

nam quoniam ΓX^2 aequale est quartae parti figurae ad AB adplicatae [I, 56], et $\Gamma X^2 = AE^2$, etiam AE^2 quartae parti figurae ad AB adplicatae aequale est. ducatur EX ;

ἐπεὶ γὰρ τὸ ἀπὸ ΓX ἴσον ἐστὶ τῷ τετάρτῳ τοῦ
 πρὸς τῇ AB εἵδους, τῷ δὲ ἀπὸ ΓX ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ
 AE , καὶ τὸ ἀπὸ AE ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ τετάρτῳ μέρει
 τοῦ πρὸς τῇ AB εἵδους. ἐπεζεύχθω ἡ EX . ἀσύμ-
 5 πτωτος ἄρα ἐστὶν ἡ EX . τὸ ἄρα E σημεῖον πρὸς τῇ
 ἀσυμπτῶτι ἐστίν.

κβ'.

Ἐὰν ἐν ταῖς κατὰ συζυγίαν ἀντικειμέναις ἐκ τοῦ
 κέντρου εὐθεῖα ἀχθῆ πρὸς ὁποιανοῦν τῶν τομῶν, καὶ
 10 ταύτη παράλληλος ἀχθῆ συμπίπτουσα μιᾷ τῶν ἐφεξῆς
 τομῶν καὶ ταῖς ἀσυμπτῶτις, τὸ περιεχόμενον ὑπὸ
 τῶν τῆς ἀχθείσης τμημάτων τῶν γινομένων μεταξὺ
 τῆς τομῆς καὶ τῶν ἀσυμπτῶτων ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς
 ἐκ τοῦ κέντρου τετραγώνῳ.

ἔστωσαν κατὰ συζυγίαν ἀντικείμεναι τομαὶ αἱ
 A, B, Γ, Δ , ἀσύμπτωτοι δὲ τῶν τομῶν ἔστωσαν αἱ
 $XEZ, XH\Theta$, καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ X διήχθω τις
 εὐθεῖα ἡ $X\Gamma\Delta$, καὶ παράλληλος αὐτῇ ἤχθω τέμνουσα
 τὴν τε ἐφεξῆς τομὴν καὶ τὰς ἀσυμπτῶτους ἡ ΘE .
 20 λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ $EK\Theta$ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΓX .

τετμήσθω δίχα ἡ KA κατὰ τὸ M , καὶ ἐπιζευχ-
 θείσα ἡ MX ἐκβεβλήσθω· διάμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ
 AB τῶν A, B τομῶν. καὶ ἐπεὶ ἡ κατὰ τὸ A ἐφαπ-
 τομένη παράλληλός ἐστι τῇ $E\Theta$, ἡ ἄρα $E\Theta$ ἐπὶ τὴν
 25 AB τεταγμένως ἐστὶ κατηγμένη. καὶ κέντρον τὸ X .
 αἱ $AB, \Gamma\Delta$ ἄρα συζυγεῖς εἰσι διάμετροι. τὸ ἄρα
 ἀπὸ ΓX ἴσον ἐστὶ τῷ τετάρτῳ τοῦ παρὰ τὴν AB
 εἵδους. τῷ δὲ τετάρτῳ μέρει τοῦ παρὰ τὴν AB εἵδους

4. τοῦ] bis V, corr. c v p. 12. τῶν] (alt.) addidi; om. V.
 17. $XEZ, XH\Theta$] $EXZ, HX\Theta$ p, Halley cum Commandino;
 sed cfr. lin. 18. 19. ΘE] ΘX V; corr. Memus (et); ΘKE p.

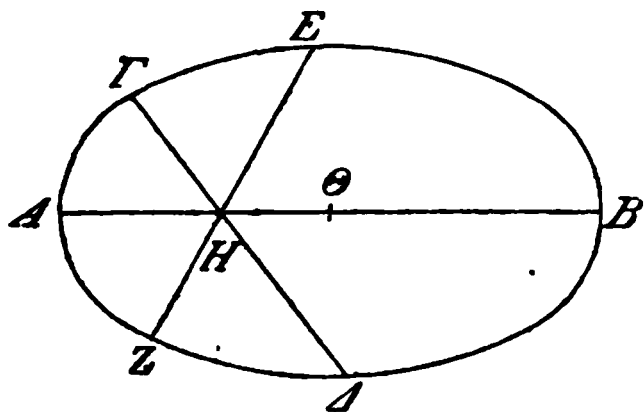
ductae enim AZ , $A\Theta$ producantur, ducaturque $Z\Theta$.
 et quoniam EZ , $H\Theta$ productae angulos $AZ\Theta$, $A\Theta Z$
 secant, hi autem anguli duobus rectis minores sunt
 [Eucl. I, 17], EZ , $H\Theta$ productae inter se concurrent
 extra sectionem, sed intra angulum BAG .

iam similiter hoc demonstrabimus, etiam si EZ ,
 $H\Theta$ sectiones contingunt.

XXVI.

Si in ellipsi uel circulo duae rectae inter se secant
 non per centrum positae, non in binas partes aequales
 inter se secant.

nam si fieri potest, in ellipsi uel circulo duae
 rectae $\Gamma\Delta$, EZ non per centrum positae inter se in



binas partes aequales se-
 cent in H , centrum autem
 sectionis sit Θ , ductaque
 $H\Theta$ ad A , B producatur.

iam quoniam AB dia-
 metrus est rectam EZ in
 duas partes aequales se-

cans, recta in A contingens rectae EZ parallela est
 [prop. VI]. similiter igitur demonstrabimus, eam etiam
 rectae $\Gamma\Delta$ parallelam esse. quare etiam EZ rectae $\Gamma\Delta$
 parallela est [Eucl. I, 30]; quod fieri non potest.
 ergo $\Gamma\Delta$, EZ inter se in binas partes aequales non
 secant.

XXVII.

Si ellipsim uel circulum duae rectae contingunt,
 rectae contingentes parallelae erunt, si recta puncta
 contactus coniungens per centrum sectionis cadit, sin
 minus, in eadem parte centri concurrent.

περιεχέσθω. λέγω, ὅτι ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται ἀλλήλαις.

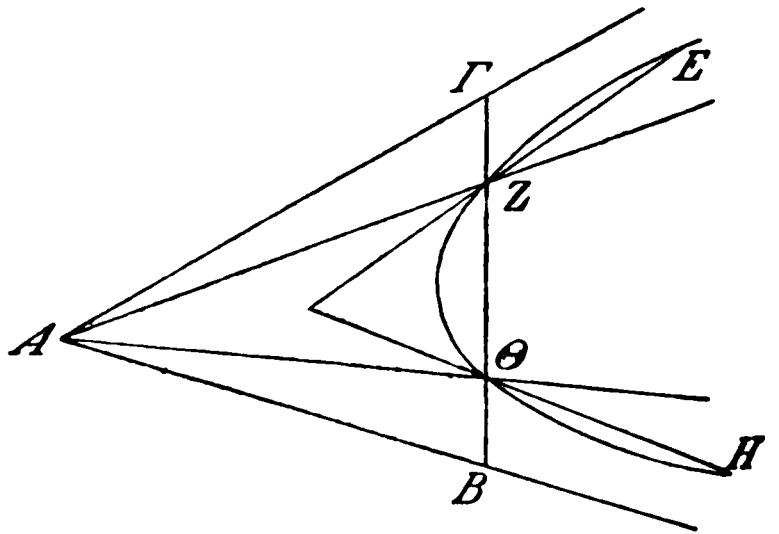
ἤχθωσαν διὰ τῶν B, Γ διάμετροι τῆς τομῆς αἱ $EBZ, H\Theta$. παράλληλοι ἄρα εἰσὶ καὶ καθ' ἓν μόνον
 5 σημεῖον ἑκατέρα τὴν τομὴν τέμνει. ἐπεξεύχθω δὲ ἡ $B\Gamma$. αἱ ἄρα ὑπὸ $EB\Gamma, B\Gamma H$ γωνίαι δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν, αἱ δὲ $\Delta\Gamma, BA$ ἐκβαλλόμεναι ἐλάττονας ποιοῦσι δύο ὀρθῶν. συμπεσοῦνται ἄρα ἀλλήλαις ἐκτὸς τῆς τομῆς.

10

κε'.

Ἐὰν ὑπερβολῇ δύο εὐθεῖαι συμπίπτωσιν ἑκατέρα κατὰ δύο σημεῖα, μηδετέρας δὲ αὐτῶν ἢ σύμπτωσις ὑπὸ τῶν τῆς ἑτέρας συμπτώσεων περιέχεται, συμπεσοῦνται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι ἐκτὸς μὲν τῆς τομῆς, ἐντὸς
 15 δὲ τῆς περιεχούσης τὴν τομὴν γωνίας.

ἔστω ὑπερβολή, ἧς ἀσύμπτωτοι αἱ $AB, A\Gamma$, καὶ τεμνέτωσαν δύο εὐθεῖαι τὴν τομὴν αἱ $EZ, H\Theta$, καὶ μηδετέρας αὐτῶν ἢ σύμπτωσις ὑπὸ τῶν
 20 τῆς ἑτέρας περιεχέσθω. λέγω, ὅτι αἱ $EZ, H\Theta$ ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται ἐκτὸς μὲν τῆς τομῆς, ἐντὸς δὲ τῆς ὑπὸ ΓAB γωνίας.



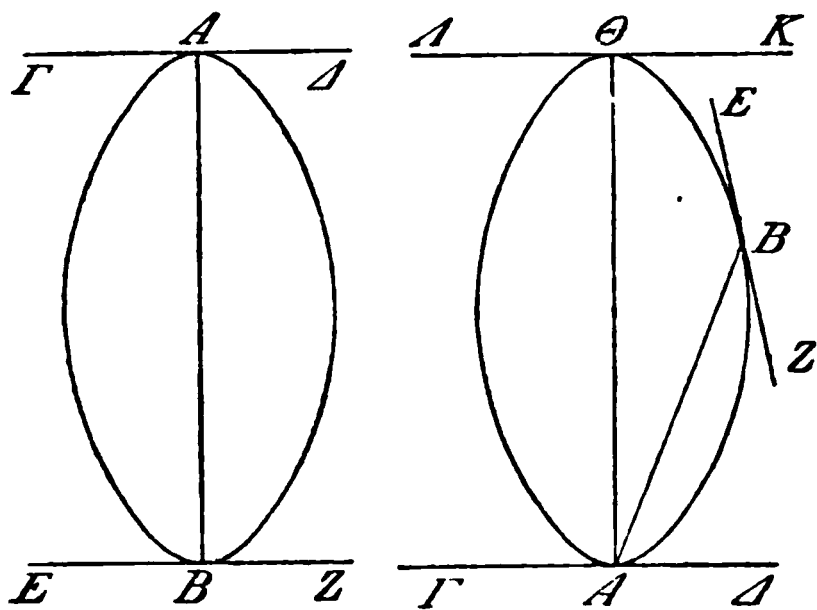
ἐπιζευχθεῖσαι γὰρ αἱ $AZ, A\Theta$ ἐκβεβλήσθωσαν, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $Z\Theta$. καὶ ἐπεὶ αἱ $EZ, H\Theta$ ἐκβαλλόμεναι τέμνουσι τὰς ὑπὸ $AZ\Theta, A\Theta Z$ γωνίας, εἰσὶ δὲ αἱ

6. $B\Gamma H$] p, om. V.
 15. γωνίαν V; corr. p.

13. συμπτώσεως V; corr. Memus.

sit ellipsis uel circulus AB , contingantque $\Gamma A \Delta$, EBZ , et ducatur AB cadatque prius per centrum. dico, $\Gamma \Delta$ et EZ parallelas esse.

nam quoniam AB diametrus sectionis est, $\Gamma \Delta$ autem in A contingit, $\Gamma \Delta$ rectis ad AB ordinate



ductis parallela est [I, 17]. eadem igitur de causa etiam BZ iisdem parallela est. ergo etiam $\Gamma \Delta$ et EZ parallelae sunt [Eucl. I, 30].

iam AB per centrum ne cadat, ut in secunda figura

est, et ducatur diametrus $A \Theta$, per Θ autem contingens $K \Theta A$; itaque $K A$ et $\Gamma \Delta$ parallelae sunt [u. supra]. ergo EZ producta cum $\Gamma \Delta$ concurret in eadem parte centri, in qua est AB [Eucl. I *alr.* 5].

XXVIII.

Si in conic sectione uel circulo recta aliqua duas rectas parallelas in binas partes secat, diametrus sectionis erit.

in conic sectione enim duae rectae parallelae AB , $\Gamma \Delta$ in E , Z in binas partes aequales secantur, et ducta EZ producat. dico, eam diametrum sectionis esse.

nam si minus, sit $H \Theta Z$, si fieri potest. itaque recta in H contingens rectae AB parallela est [prop. V—VI]. quare eadem rectae $\Gamma \Delta$ parallela est

εἰρημέναι γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες, αἱ EZ , $H\Theta$ ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται ἀλλήλαις ἐκτὸς μὲν τῆς τομῆς, ἐντὸς δὲ τῆς ὑπὸ $BA\Gamma$ γωνίας.

ὁμοίως δὴ δείξομεν, κἂν ἐφαπτόμεναι ὡς ἰ τῶν τομῶν
 5 αἱ EZ , $H\Theta$.

κς'.

Ἐὰν ἐν ἐλλείψει ἢ κύκλου περιφερεία δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὔσαι, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα.

10 εἰ γὰρ δυνατόν, ἐν ἐλλείψει ἢ κύκλου περιφερεία δύο εὐθεῖαι αἱ $\Gamma\Delta$, EZ μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὔσαι τεμνέτωσαν ἀλλήλας δίχα κατὰ τὸ H , καὶ ἔστω κέντρον τῆς τομῆς τὸ Θ , καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ $H\Theta$ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὰ A , B .

15 ἐπεὶ οὖν διάμετρος ἐστὶν ἡ AB τὴν EZ δίχα τέμνουσα, ἡ ἄρα κατὰ τὸ A ἐφαπτομένη παράλληλός ἐστι τῇ EZ . ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ τῇ $\Gamma\Delta$. ὥστε καὶ ἡ EZ παράλληλός ἐστι τῇ $\Gamma\Delta$. ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα αἱ $\Gamma\Delta$, EZ δίχα τέμνουσιν ἀλλήλας.

20

κζ'.

Ἐὰν ἐλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας δύο εὐθεῖαι ἐπιψαύωσιν, ἐὰν μὲν ἡ τὰς ἀφὰς ἐπιζευγνύουσα διὰ τοῦ κέντρου τῆς τομῆς ἢ, παράλληλοι ἔσονται αἱ ἐφαπτόμεναι, ἐὰν δὲ μή, συμπεσοῦνται ἐπὶ τὰ αὐτὰ
 25 μέρη τοῦ κέντρου.

ἔστω ἔλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια ἡ AB , καὶ ἐφαπτέσθωσαν αὐτῆς αἱ $\Gamma A\Delta$, EBZ , καὶ ἐπεζεύχθω.

4. κἂν] καὶ V; corr. p. 14. τά] τό V; corr. p. 19.
 δίχα] om. V; corr. p. 27. EBZ] BEZ V; corr. p.

[Eucl. I, 30]. et $H\Theta$ diametrus est; itaque $\Gamma\Theta = \Theta\Delta$ [I def. 4]. quod absurdum est; supposuimus enim, esse $\Gamma E = E\Delta$. itaque $H\Theta$ diametrus non est. iam similiter demonstrabimus, ne aliam quidem ullam diametrum esse praeter EZ . ergo EZ diametrus sectionis erit.

XXIX.

Si in conic sectione uel circulo duae rectae contingentes concurrunt, recta a puncto earum concursus ad punctum medium rectae puncta contactus coniungentis ducta diametrus sectionis est.

sit conic sectio uel circulus, quam contingentes ducantur rectae $AB, A\Gamma$ in A concurrentes, et ducta $B\Gamma$ in Δ in duas partes aequales secetur, ducaturque $A\Delta$. dico, eam diametrum sectionis esse.

nam si fieri potest, sit ΔE diametrus, ducaturque $E\Gamma$; ea igitur sectionem secabit [I, 35—36]. secet in Z , et per Z rectae $\Gamma\Delta B$ parallela ducatur ZKH . iam quoniam $\Gamma\Delta = \Delta B$, erit etiam [Eucl. VI, 4] $Z\Theta = \Theta H$. et quoniam recta in A contingens rectae $B\Gamma$ parallela est [prop. V—VI], et etiam ZH rectae $B\Gamma$ parallela est, erit etiam ZH rectae in A contingenti parallela. itaque $Z\Theta = \Theta K$ [I, 46—47]; quod fieri non potest. itaque ΔE diametrus non est. iam similiter demonstrabimus, ne aliam quidem ullam diametrum esse praeter $A\Delta$.

Halley. 17. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ — 18. $\acute{\iota}\sigma\eta$] om. V, corr. Memus. 19. Δ] cv, corr. ex A m. 1 V. 20. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$] $\kappa\alpha\lambda\ \acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$ V, corr. Memus

ἡ AB καὶ ἔστω πρότερον διὰ τοῦ κέντρου. λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ $\Gamma\Delta$ τῇ EZ .

ἐπεὶ γὰρ διάμετρος ἐστὶν ἡ AB τῆς τομῆς, καὶ ἐφάπτεται κατὰ τὸ A ἡ $\Gamma\Delta$, ἡ $\Gamma\Delta$ ἄρα παράλληλός ἐστι ταῖς ἐπὶ τὴν AB τεταγμένως κατηγμέναις. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ BZ παράλληλός ἐστι ταῖς αὐταῖς. καὶ ἡ $\Gamma\Delta$ ἄρα τῇ EZ παράλληλός ἐστι.

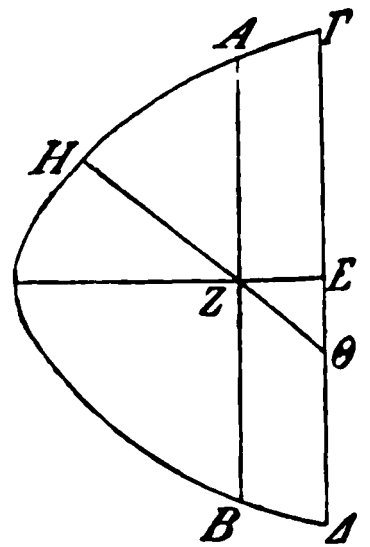
μὴ ἐρχέσθω δὴ ἡ AB διὰ τοῦ κέντρου, ὡς ἔχει ἐπὶ τῆς δευτέρας καταγραφῆς, καὶ ἤχθω διάμετρος ἡ $A\Theta$, καὶ διὰ τοῦ Θ ἐφαπτομένη ἡ $K\Theta\Lambda$. παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ $K\Lambda$ τῇ $\Gamma\Delta$. ἡ ἄρα EZ ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται τῇ $\Gamma\Delta$ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τοῦ κέντρου, ἐν οἷς ἐστὶν ἡ AB .

κη'.

15 Ἐὰν ἐν κώνου τομῇ ἢ κύκλου περιφερεία δύο παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖά τις δίχα τέμνη, διάμετρος ἔσται τῆς τομῆς.

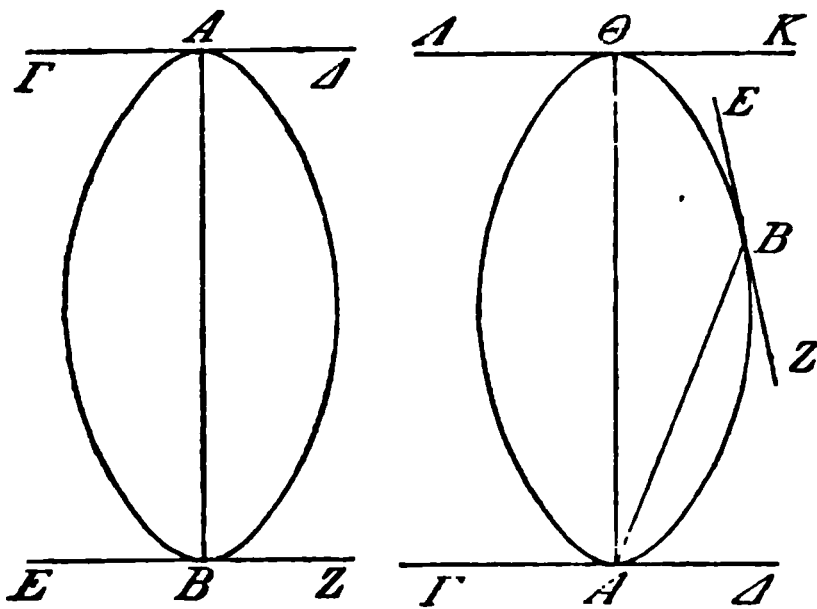
ἐν γὰρ κώνου τομῇ δύο εὐθεῖαι παράλληλοι αἱ $AB, \Gamma\Delta$ δίχα τετμήσθωσαν κατὰ τὰ E, Z , καὶ ἐπιξευχθεῖσα ἡ EZ ἐκβεβλήσθω. λέγω, ὅτι διάμετρος ἐστὶ τῆς τομῆς.

εἰ γὰρ μή, ἔστω, εἰ δυνατόν, ἡ $HZ\Theta$. ἡ ἄρα κατὰ τὸ H ἐφαπτομένη παράλληλός ἐστὶ τῇ AB . ὥστε ἡ αὐτὴ παράλληλός ἐστὶ τῇ $\Gamma\Delta$. καὶ ἐστὶ διάμετρος ἡ $H\Theta$. ἴση ἄρα ἡ $\Gamma\Theta$ τῇ $\Theta\Delta$. ὅπερ ἄτοπον. ὑπόκειται γὰρ ἡ ΓE τῇ $E\Delta$ ἴση. οὐκ ἄρα διάμετρος ἐστὶν



sit ellipsis uel circulus AB , contingantque $\Gamma A \Delta$, EBZ , et ducatur AB cadatque prius per centrum. dico, $\Gamma \Delta$ et EZ parallelas esse.

nam quoniam AB diametrus sectionis est, $\Gamma \Delta$ autem in A contingit, $\Gamma \Delta$ rectis ad AB ordinate



ductis parallela est [I, 17]. eadem igitur de causa etiam BZ iisdem parallela est. ergo etiam $\Gamma \Delta$ et EZ parallelae sunt [Eucl. I, 30].

iam AB per centrum ne cadat, ut in secunda figura est, et ducatur diametrus $A \Theta$, per Θ autem contingens $K \Theta A$; itaque $K A$ et $\Gamma \Delta$ parallelae sunt [u. supra]. ergo EZ producta cum $\Gamma \Delta$ concurret in eadem parte centri, in qua est AB [Eucl. I *air.* 5].

XXVIII.

Si in conic sectione uel circulo recta aliqua duas rectas parallelas in binas partes secat, diametrus sectionis erit.

in conic sectione enim duae rectae parallelae AB , $\Gamma \Delta$ in E , Z in binas partes aequales secantur, et ducta EZ producat. dico, eam diametrum sectionis esse.

nam si minus, sit $H \Theta Z$, si fieri potest. itaque recta in H contingens rectae AB parallela est [prop. V—VI]. quare eadem rectae $\Gamma \Delta$ parallela est

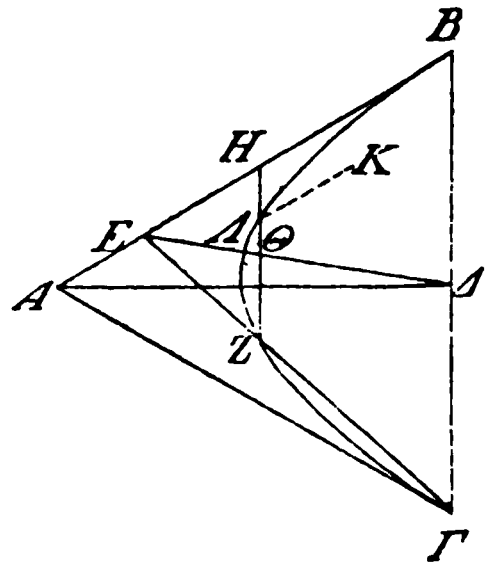
ἢ $H\Theta$. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδὲ ἄλλη τις πλὴν τῆς EZ . ἢ EZ ἄρα διάμετρος ἔσται τῆς τομῆς.

κθ'.

Ἐὰν ἐν κώνου τομῇ ἢ κύκλου περιφερεία δύο
5 εὐθεῖαι ἐφαπτόμεναι συμπίπτωσιν, ἀπὸ τῆς συμπτώσεως αὐτῶν ἐπὶ τὴν διχοτομίαν τῆς τὰς ἀφᾶς ἐπιξενυγνυούσης ἀγομένη εὐθεῖα διάμετρος ἔστι τῆς τομῆς.

ἔστω κώνου τομῇ ἢ κύκλου περιφέρεια, ἧς ἐφαπτόμεναι εὐθεῖαι ἤχθωσαν αἱ $AB, A\Gamma$ συμπίπτουσαι
10 κατὰ τὸ A , καὶ ἐπιξενυχθεῖσα ἢ $B\Gamma$ δίχα τετμήσθω κατὰ τὸ Δ , καὶ ἐπεξεύχθω ἢ $A\Delta$. λέγω, ὅτι διάμετρος ἔστι τῆς τομῆς.

εἰ γὰρ δυνατὸν, ἔστω διάμετρος ἢ ΔE , καὶ ἐπεξεύχθω ἢ $E\Gamma$. τεμεῖ δὴ τὴν τομὴν. τεμνέτω κατὰ
15 τὸ Z , καὶ διὰ τοῦ Z τῇ $\Gamma\Delta B$ παράλληλος ἤχθω ἢ ZKH . ἐπεὶ οὖν ἴση ἔστιν ἢ $\Gamma\Delta$ τῇ ΔB , ἴση καὶ ἢ $Z\Theta$ τῇ ΘH . καὶ ἐπεὶ ἢ κατὰ τὸ A ἐφαπτομένη παρ-
20 ἄλληλός ἔστι τῇ $B\Gamma$, ἔστι δὲ καὶ ἢ ZH τῇ $B\Gamma$ παράλληλος, καὶ ἢ ZH ἄρα παράλληλός ἔστι τῇ κατὰ τὸ A ἐφαπτομένη. ἴση ἄρα ἢ $Z\Theta$ τῇ ΘK . ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα διά-
25 μετρος ἔστιν ἢ ΔE . ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδὲ ἄλλη τις πλὴν τῆς $A\Delta$.



5. ἀπό] ἢ ἀπό p. 13. ΔE] corr. ex BE m. 1. V, BE cv, $E\Delta$ p. 16. ZKH] ZHK V, $Z\Theta H$ p et Comm.; corr.

[Eucl. I, 30]. et $H\Theta$ diametrus est; itaque $\Gamma\Theta = \Theta\Delta$ [I def. 4]. quod absurdum est; supposuimus enim, esse $\Gamma E = E\Delta$. itaque $H\Theta$ diametrus non est. iam similiter demonstrabimus, ne aliam quidem ullam diametrum esse praeter EZ . ergo EZ diametrus sectionis erit.

XXIX.

Si in conic sectione uel circulo duae rectae contingentes concurrunt, recta a puncto earum concursus ad punctum medium rectae puncta contactus coniungentis ducta diametrus sectionis est.

sit conic sectio uel circulus, quam contingentes ducantur rectae AB , $A\Gamma$ in A concurrentes, et ducta $B\Gamma$ in Δ in duas partes aequales secetur, ducaturque $A\Delta$. dico, eam diametrum sectionis esse.

nam si fieri potest, sit ΔE diametrus, ducaturque $E\Gamma$; ea igitur sectionem secabit [I, 35—36]. secet in Z , et per Z rectae $\Gamma\Delta B$ parallela ducatur ZKH . iam quoniam $\Gamma\Delta = \Delta B$, erit etiam [Eucl. VI, 4] $Z\Theta = \Theta H$. et quoniam recta in A contingens rectae $B\Gamma$ parallela est [prop. V—VI], et etiam ZH rectae $B\Gamma$ parallela est, erit etiam ZH rectae in A contingenti parallela. itaque $Z\Theta = \Theta K$ [I, 46—47]; quod fieri non potest. itaque ΔE diametrus non est. iam similiter demonstrabimus, ne aliam quidem ullam diametrum esse praeter $A\Delta$.

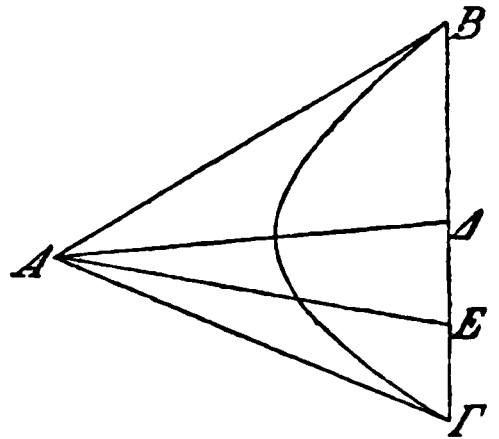
Halley. 17. $\xi\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ — 18. $\acute{\iota}\sigma\eta$] om. V, corr. Memus. 19. Δ] cv, corr. ex A m. 1 V. 20. $\xi\sigma\tau\acute{\iota}$] καὶ $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$ V, corr. Memus.

λ'.

Ἐὰν κώνου τομῆς ἢ κύκλου περιφερείας δύο εὐθεῖαι ἐφαπτόμεναι συμπίπτωσιν, ἢ ἀπὸ τῆς συμπτώσεως ἀγομένη διάμετρος δίχα τεμεῖ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιξενγνύουσαν εὐθεῖαν.

ἔστω κώνου τομὴ ἢ κύκλου περιφέρεια ἡ $BΓ$, καὶ ἤχθωσαν αὐτῆς δύο ἐφαπτόμεναι αἱ BA , $AΓ$ συμπίπτουσαι κατὰ τὸ A , καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $BΓ$, καὶ ἤχθω διὰ τοῦ A διάμετρος τῆς τομῆς ἡ $AΔ$. λέγω, ὅτι
10 ἔστιν ἴση ἡ $ΔB$ τῇ $ΔΓ$.

μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω ἴση ἡ BE τῇ $EΓ$, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ AE . ἡ AE ἄρα διάμετρος ἐστὶ τῆς τομῆς. ἔστι δὲ καὶ ἡ $AΔ$. ὅπερ ἄτοπον. εἴτε γὰρ ἔλλειψίς ἐστὶν
15 ἡ τομὴ, τὸ A , καθ' ὃ συμβάλλουσιν ἀλλήλαις αἱ διάμετροι, κέντρον ἔσται τῆς τομῆς ἐκτός. ὅπερ ἀδύνατον. εἴτε παραβολὴ ἐστὶν ἡ τομὴ, συμπίπτουσιν
20 ἀλλήλαις αἱ διάμετροι. εἴτε ὑπερβολὴ ἐστὶ, καὶ συμπίπτουσι τῇ τομῇ αἱ BA , $AΓ$ μὴ περιέχουσαι τὰς ἑαυτῶν συμπτώσεις, ἐντός ἐστὶ τῆς περιεχούσης τὴν ὑπερβολὴν γωνίας. ἀλλὰ καὶ ἐπ' αὐτῆς κέντρον γὰρ ὑπόκειται διαμέτρων οὐσῶν τῶν $ΔA$, AE . ὅπερ
25 ἄτοπον. οὐκ ἄρα ἡ BE τῇ $EΓ$ ἐστὶν ἴση.



λα'.

Ἐὰν ἑκατέρας τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐφαπτόνται, εἰ μὲν ἡ τὰς ἀφὰς ἐπιξενγνύουσα διὰ τοῦ

11. εἰ] ἡ V; corr. p.

17. ἐκτός] ἐκτός ὄν?

XXX.

Si conic sectionem uel circulum duae rectae contingentes concurrunt, diameter a puncto concursus ducta rectam puncta contactus coniungentem in duas partes aequales secabit.

sit $B\Gamma$ conic sectio uel circulus, eamque contingentes duae rectae ducantur BA , $A\Gamma$ in A concurrentes, et ducatur $B\Gamma$, per A autem diameter sectionis ducatur $A\Delta$. dico, esse $\Delta B = \Delta \Gamma$.

ne sit enim, sed, si fieri potest, sit $BE = E\Gamma$, ducaturque AE ; AE igitur diameter est sectionis [prop. XXIX]. uerum etiam $A\Delta$ diameter est; quod absurdum est. nam siue ellipsis est sectio, A punctum, in quo diametri inter se concurrunt, centrum erit sectionis extra sectionem positum; quod fieri non potest; siue sectio parabola est, diametri inter se concurrunt [contra I, 51 coroll.]; siue hyperbola est, et BA , $A\Gamma$ cum sectione concurrunt puncta concursus non comprehendentes, punctum earum concursus intra angulum hyperbolam comprehendentem positum est [prop. XXV extr.]; uerum etiam in eo positum est; nam supposuimus, centrum id esse, si quidem diametri sunt ΔA , AE ; quod absurdum est. ergo non est $BE = E\Gamma$.

XXXI.

Si utramque oppositam duae rectae contingunt, contingentes parallelae erunt, si recta puncta contactus coniungens per centrum cadit, sin minus, in eadem parte concurrent, in qua est centrum.

sint sectiones oppositae A , B , easque contingant

κέντρου πίπτῃ, παράλληλοι ἔσονται αἱ ἐφαπτόμεναι, ἔαν δὲ μή, συμπεσοῦνται ἐπὶ ταῦτ' αὐτῷ κέντρῳ.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι τομαὶ αἱ A, B , καὶ ἐφαπτόμεναι αὐτῶν ἔστωσαν αἱ $\Gamma\Delta, EBZ$ κατὰ τὰ A, B ,
 5 ἢ δὲ ἀπὸ τοῦ A ἐπὶ τὸ B ἐπιξενυγνυμένη πιπτέτω πρότερον διὰ τοῦ κέντρου τῶν τομῶν. λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ $\Gamma\Delta$ τῇ EZ .

ἐπεὶ γὰρ ἀντικείμεναί εἰσι τομαί, ὧν διάμετρος ἐστιν ἡ AB , καὶ μιᾶς αὐτῶν ἐφάπτεται ἡ $\Gamma\Delta$ κατὰ
 10 τὸ A , ἢ ἄρα διὰ τοῦ B τῇ $\Gamma\Delta$ παράλληλος ἀγομένη ἐφάπτεται τῆς τομῆς. ἐφάπτεται δὲ καὶ ἡ EZ : παράλληλός ἐστιν ἄρα ἡ $\Gamma\Delta$ τῇ EZ .

μὴ ἔστω δὲ ἡ ἀπὸ τοῦ A ἐπὶ τὸ B διὰ τοῦ κέντρου τῶν τομῶν, καὶ ἦχθῶ διάμετρος τῶν τομῶν ἡ AH ,
 15 καὶ ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἦχθῶ ἡ ΘK : ἡ ΘK ἄρα παράλληλός ἐστι τῇ $\Gamma\Delta$. καὶ ἐπεὶ ὑπερβολῆς εὐθεῖαι ἐφάπτονται αἱ $EZ, \Theta K$, συμπεσοῦνται ἄρα. καὶ ἐστὶ παράλληλος ἡ ΘK τῇ $\Gamma\Delta$: καὶ αἱ $\Gamma\Delta, EZ$ ἄρα ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται. καὶ φανερόν, ὅτι ἐπὶ ταῦτ'
 20 τῷ κέντρῳ.

λβ'.

Ἐὰν ἑκατέρω τῶν ἀντικειμένων εὐθεῖαι συμπίπτωσι καθ' ἓν ἐφαπτόμεναι ἢ κατὰ δύο τέμνουσαι, ἐκβληθεῖσαι δὲ αἱ εὐθεῖαι συμπίπτωσιν, ἢ σύμπτωσις αὐτῶν ἔσται
 25 ἐν τῇ ἐφεξῆς γωνίᾳ τῆς περιεχούσης τὴν τομὴν γωνίας.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι τομαὶ καὶ τῶν ἀντικειμένων ἦτοι καθ' ἓν ἐφαπτόμεναι ἦτοι κατὰ δύο τέμνουσαι εὐθεῖαι αἱ $AB, \Gamma\Delta$, καὶ ἐκβαλλόμεναι συμπίπτέτωσαν.

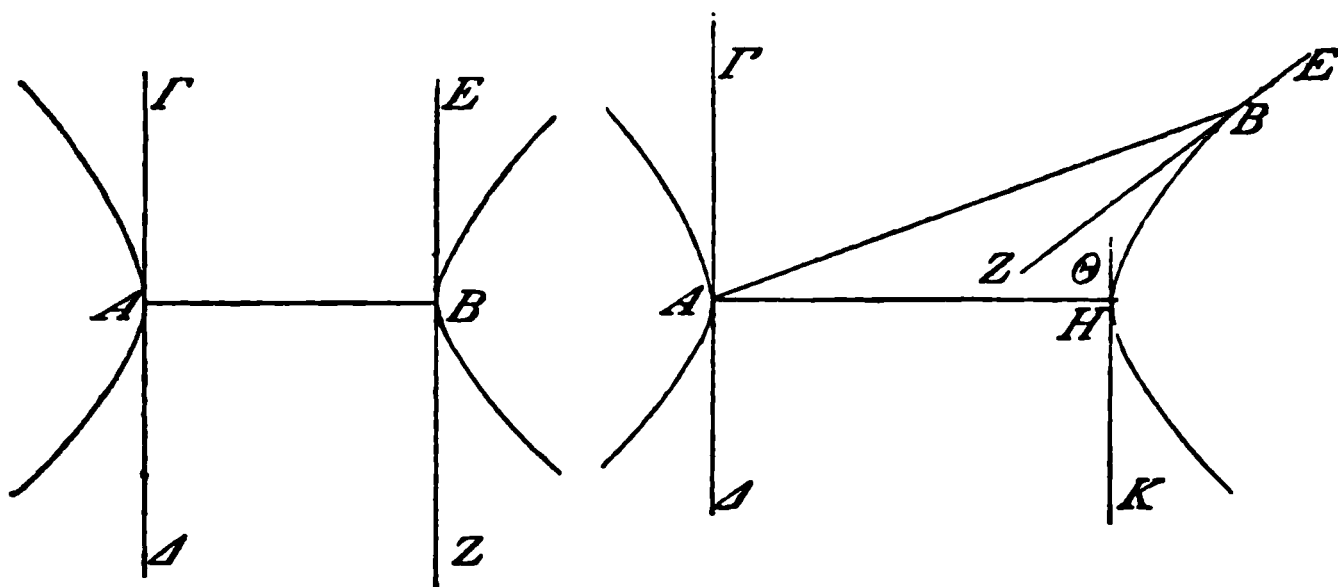
1. αἱ] om. V; corr. p. συμπίπτουσιν V; corr. p.

22. συμπίπτουσιν V; corr. p.

24.

$\Gamma A \Delta$, EBZ in punctis A , B , recta autem ab A ad B ducta prius per centrum cadat. dico, parallelas esse $\Gamma \Delta$ et EZ .

nam quoniam sectiones oppositae sunt, quarum diameter est AB , alteramque earum contingit $\Gamma \Delta$ in A , recta per B rectae $\Gamma \Delta$ parallela ducta sectionem contingit [I, 44]. uerum etiam EZ contingit. ergo $\Gamma \Delta$, EZ parallelae sunt.

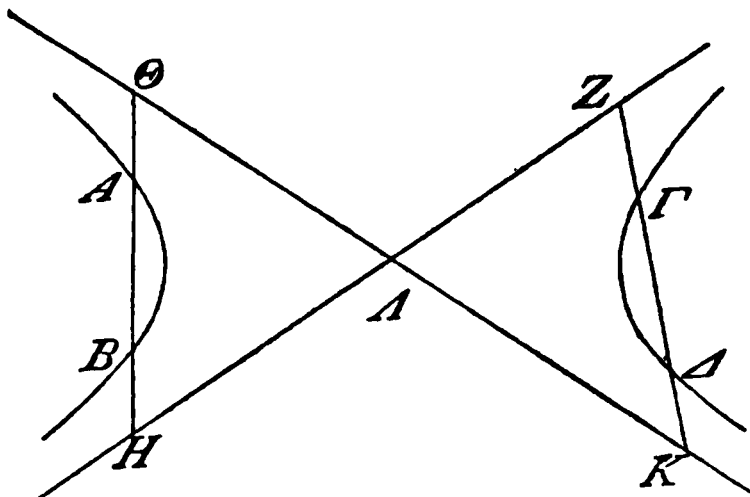


iam recta ab A ad B ducta per centrum sectionum ne cadat, ducaturque diameter sectionum AH , et sectionem contingens ducatur ΘK ; itaque ΘK et $\Gamma \Delta$ parallelae sunt [u. supra].¹ et quoniam rectae EZ , ΘK hyperbolam contingunt, coincident [prop. XXV extr.]. et ΘK , $\Gamma \Delta$ parallelae sunt. ergo etiam $\Gamma \Delta$, EZ productae concurrent. et manifestum est, eas concurrere in eadem parte, in qua sit centrum.

XXXII.

Si cum utraque opposita rectae concurrunt aut in singulis punctis contingentes aut in binis secantes, et productae rectae illae concurrunt, punctum earum concursus in angulo deinceps posito angulo sectionem comprehendenti erit positum.

λέγω, ὅτι ἡ σύμπτωσις αὐτῶν ἔσται ἐν τῇ ἐφεξῆς γωνίᾳ τῆς περιεχούσης τὴν τομὴν γωνίας.



ἔστωσαν ἀσύμπτωτοι τῶν τομῶν αἱ ZH , ΘK · ἡ AB ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται ταῖς ἀσυμπτώτοις.
 5 συμπίπτει κατὰ τὰ Θ , H . καὶ ἐπεὶ ὑπόκεινται συμπίπτουσαι αἱ ZK , ΘH , φανερόν, ὅτι ἦτοι ἐν τῷ ὑπὸ τὴν $\Theta \Lambda Z$ γωνίαν τόπῳ συμπεσοῦνται ἢ ἐν τῷ ὑπὸ τὴν $K \Lambda H$. ὁμοίως δὲ καί, ἐὰν ἐφάπτωνται.

λγ'.

- 10 Ἐὰν μιᾷ τῶν ἀντικειμένων εὐθεῖα συμπίπτουσα ἐκβληθεῖσα ἐφ' ἑκάτερα ἐκτὸς πίπτῃ τῆς τομῆς, οὐ συμπεσεῖται τῇ ἑτέρᾳ τομῇ, ἀλλὰ πεσεῖται διὰ τῶν τριῶν τόπων, ὧν ἔστιν εἷς μὲν ὁ ὑπὸ τὴν περιέχουσαν γωνίαν τὴν τομὴν, δύο δὲ οἱ ὑπὸ τὰς γωνίας τὰς ἐφεξῆς
 15 τῆς περιεχούσης τὴν τομὴν γωνίας.

ἔστωσαν ἀντικείμενοι τομαὶ αἱ A , B , καὶ τὴν A τεμνέτω τις εὐθεῖα ἡ $\Gamma \Delta$ καὶ ἐκβαλλομένη ἐφ' ἑκάτερα ἐκτὸς πίπτει τῆς τομῆς. λέγω, ὅτι ἡ $\Gamma \Delta$ οὐ συμπίπτει τῇ B τομῇ.

ἤχθωσαν γὰρ ἀσύμπτωτοι τῶν τομῶν αἱ EZ , $H\Theta$.

3. σύμπτωτοι V; corr. p.
 8. τήν] p, om. V.

6. ZK] ZH V; corr. Halley.

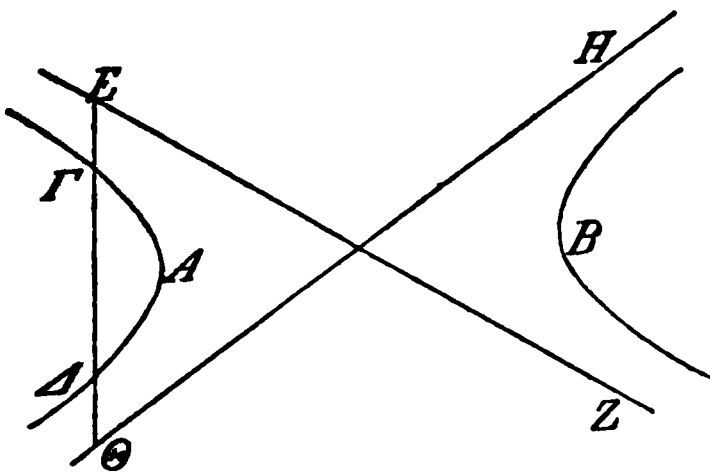
sint sectiones oppositae sectionesque oppositas aut in singulis punctis contingentes aut in binis secantes rectae AB , $\Gamma\Delta$, eaeque productae concurrant. dico, punctum earum concursus in angulo deinceps posito angulo sectionem comprehendenti esse positum.

asymptotae sectionum sint ZH , ΘK ; itaque AB producta cum asymptotis concurret [prop. VIII]. concurret in Θ , H . et quoniam supposuimus, ZK et ΘH concurrere, manifestum est, eas aut in spatio sub angulo ΘAZ concurrere aut in spatio sub $K\Delta H$. et similiter etiam, si contingunt [prop. III].

XXXIII.

Si recta, quae cum altera opposita concurret, in utramque partem producta extra sectionem cadit, cum altera sectione non concurret, sed per tria spatia cadet, quorum unum est spatium sub angulo sectionem comprehendenti positum, duo autem spatia sub angulis angulo sectionem comprehendenti deinceps positis.

sint oppositae sectiones A , B , sectionemque A secet recta aliqua $\Gamma\Delta$ et in utramque partem producta extra



sectionem cadat. dico, rectam $\Gamma\Delta$ cum B sectione non concurrere.

ducantur enim asymptotae sectionum EZ , $H\Theta$; $\Gamma\Delta$ igitur producta cum asymptotis concurret [prop. VIII]. con-

currit autem in E , Θ solis. ergo cum B sectione non concurret.

ἡ $\Gamma\Delta$ ἄρα ἐκβαλλομένη συμπεσεῖται ταῖς ἀσυμπτώτοις. οὐ συμπίπτει δὲ κατ' ἄλλα ἢ τὰ E, Θ . ὥστε οὐ συμπεσεῖται οὐδὲ τῇ B τομῇ.

καὶ φανερόν, ὅτι διὰ τῶν τριῶν τόπων πεσεῖται.
 5 ἔαν γὰρ ἑκατέρω τῶν ἀντικειμένων συμπίπτῃ τις εὐθεῖα, οὐδεμιᾶ τῶν ἀντικειμένων συμπεσεῖται κατὰ δύο σημεία. εἰ γὰρ συμπεσεῖται κατὰ δύο σημεία, διὰ τὸ προοδεδειγμένον τῇ ἑτέρω τομῇ οὐ συμπεσεῖται.

λδ'.

10 Ἐὰν μιᾶς τῶν ἀντικειμένων εὐθεῖά τις ἐπιψάνῃ, καὶ ταύτῃ παράλληλος ἀχθῇ ἐν τῇ ἑτέρω τομῇ, ἢ ἀπὸ τῆς ἀφῆς ἐπὶ μέσην τὴν παράλληλον ἀγομένη εὐθεῖα διάμετρος ἔσται τῶν ἀντικειμένων.

ἔστωσαν ἀντικείμενοι τομαὶ αἱ A, B , καὶ μιᾶς
 15 αὐτῶν τῆς A ἐφαπτέσθω τις εὐθεῖα ἡ $\Gamma\Delta$ κατὰ τὸ A , καὶ τῇ $\Gamma\Delta$ παράλληλος ἤχθω ἐν τῇ ἑτέρω τομῇ ἡ EZ , καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ H , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ AH . λέγω, ὅτι ἡ AH διάμετρος ἔστι τῶν ἀντικειμένων.

εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ἡ $A\Theta K$. ἡ ἄρα κατὰ τὸ Θ
 20 ἐφαπτομένη παράλληλός ἐστι τῇ $\Gamma\Delta$. ἀλλὰ καὶ ἡ $\Gamma\Delta$ παράλληλός ἐστι τῇ EZ : καὶ ἡ κατὰ τὸ Θ ἄρα ἐφαπτομένη παράλληλός ἐστι τῇ EZ . ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ EK τῇ KZ : ὅπερ ἀδύνατον· ἢ γὰρ EH τῇ HZ ἐστὶν ἴση. οὐκ ἄρα διάμετρος ἐστὶν ἡ $A\Theta$ τῶν ἀντικειμέ-
 25 νων. ἡ AB ἄρα.

λε'.

Ἐὰν ἡ διάμετρος ἐν μιᾷ τῶν ἀντικειμένων εὐθεῖάν τινα δίχα τέμνῃ, ἢ ἐπιψάνουσα τῆς ἑτέρας τομῆς κατὰ

13. διάμετρον V; corr. p.

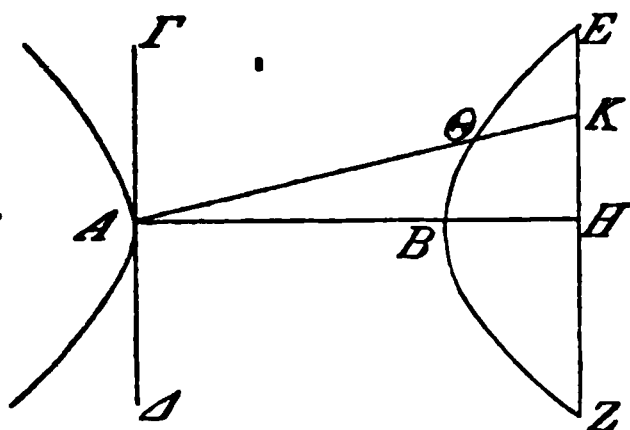
17. τό] bis V; corr. cnp.

et manifestum est, eam per tria illa spatia cadere. nam si recta cum utraque opposita concurrat, cum neutra oppositarum in duobus punctis concurrat; si enim in duobus punctis concurrat, propter id, quod supra demonstratum est, cum altera sectione non concurrat.

XXXIV.

Si recta alteram oppositarum contingit, eique parallela in altera sectione ducitur recta, recta a puncto contactus ad mediam parallelam ducta diametrus erit oppositarum.

sint sectiones oppositae A, B , et alteram earum A contingat recta aliqua $\Gamma\Delta$ in A , rectaeque $\Gamma\Delta$



parallela in altera sectione ducatur EZ et in H in duas partes aequales secetur, ducaturque AH . dico, AH diametrum esse oppositarum.

nam si fieri potest, sit $A\Theta K$. recta igitur in Θ

contingens rectae $\Gamma\Delta$ parallela est [prop. XXXI]. est autem etiam $\Gamma\Delta$ rectae EZ parallela; quare recta in Θ contingens rectae EZ parallela est [Eucl. I, 30]. itaque $EK = KZ$ [I, 47]; quod fieri non potest; est enim $EH = HZ$. itaque $A\Theta$ diametrus oppositarum non est. ergo AB diametrus est.

XXXV.

Si diametrus in altera oppositarum rectam aliquam in duas partes aequales secat, recta alteram sectionem

τὸ πέρασ τῆς διαμέτρου παράλληλος ἔσται τῇ δίχα τεμνομένη εὐθεία.

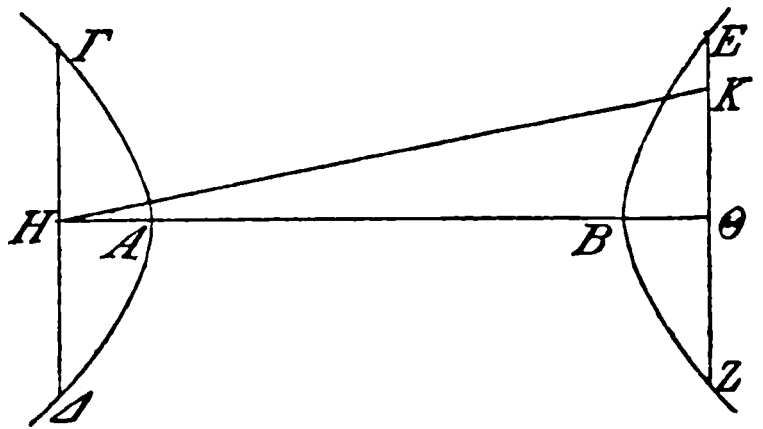
ἔστωσαν ἀντικείμενοι τομαὶ αἱ A, B , ἡ δὲ διάμετρος αὐτῶν ἡ AB τεμνέτω ἐν τῇ B τομῇ δίχα τὴν $\Gamma\Delta$ εὐθεῖαν κατὰ τὸ E . λέγω, ὅτι ἡ κατὰ τὸ A ἐφαπτομένη τῆς τομῆς παράλληλός ἐστι τῇ $\Gamma\Delta$.

εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω τῇ κατὰ τὸ A ἐφαπτομένη τῆς τομῆς παράλληλος ἡ ΔZ . ἴση ἄρα ἡ ΔH τῇ HZ . ἔστι δὲ καὶ ἡ ΔE τῇ $E\Gamma$ ἴση. παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΓZ τῇ EH . ὅπερ ἀδύνατον· ἐκβαλλομένη γὰρ αὐτῇ συμπίπτει. οὐκ ἄρα παράλληλός ἐστὶν ἡ ΔZ τῇ κατὰ τὸ A ἐφαπτομένη τῆς τομῆς οὐδὲ ἄλλη τις πλὴν τῆς $\Gamma\Delta$.

λς'.

Ἐὰν ἐν ἑκατέρῃ τῶν ἀντικειμένων εὐθεῖαι ἀχθῶσι παράλληλοι οὐσαι, ἡ τὰς διχοτομίας αὐτῶν ἐπιζευγνύουσα εὐθεῖα διάμετρος ἔσται τῶν ἀντικειμένων.

ἔστωσαν ἀντικείμενοι τομαὶ αἱ A, B , καὶ ἐν ἑκατέρῃ αὐτῶν ἡχθῶσαν εὐθεῖαι αἱ $\Gamma\Delta, EZ$, καὶ ἔστωσαν παράλληλοι, καὶ τετμήσθω ἑκατέρῃ



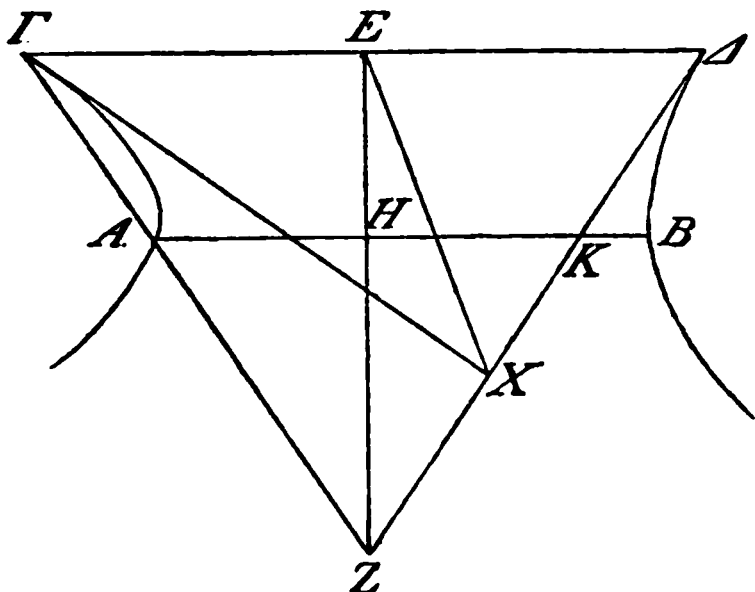
αὐτῶν δίχα κατὰ τὰ H, Θ σημεία, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $H\Theta$. λέγω, ὅτι ἡ $H\Theta$ διάμετρος ἔσται τῶν ἀντικειμένων.

εἰ γὰρ μή, ἔστω ἡ HK . ἡ ἄρα κατὰ τὸ A ἐφαπτομένη παράλληλός ἐστι τῇ $\Gamma\Delta$. ὥστε καὶ τῇ EZ . ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ EK τῇ KZ . ὅπερ ἀδύνατον, ἐπεὶ καὶ

4. B] δίχα V; corr. p.

coniugata recta erit per centrum ducta rectae puncta contactus coniungenti parallela.

sint A, B sectiones oppositae, sectionesque contingant $\Gamma X, X\Delta$, et ducatur $\Gamma\Delta$ seceturque in duas partes aequales in E , et ducatur EX . dico, EX diametrum esse, recta quae uocatur, transuersam autem



cum ea coniugatam rectam per centrum rectae $\Gamma\Delta$ parallelam ductam.

sit enim, si fieri potest, EZ diametrum, et sumatur punctum aliquod Z ; ΔX igitur cum EZ concurret. concurrat in

Z , ducaturque ΓZ ; ΓZ igitur cum sectione concurret [I, 32]. concurrat in A , et per A rectae $\Gamma\Delta$ parallela ducatur AB . iam quoniam EZ diametrum est et rectam $\Gamma\Delta$ in duas partes aequales secat, etiam rectas ei parallelas in binas partes aequales secat [I def. 4]. itaque $AH = HB$. et quoniam est $\Gamma E = E\Delta$, et in triangulo sunt $\Gamma Z\Delta$, erit etiam $AH = HK$ [Eucl. VI, 4]. quare etiam $HK = HB$; quod fieri non potest. ergo EZ diametrum non erit.

XXXIX.

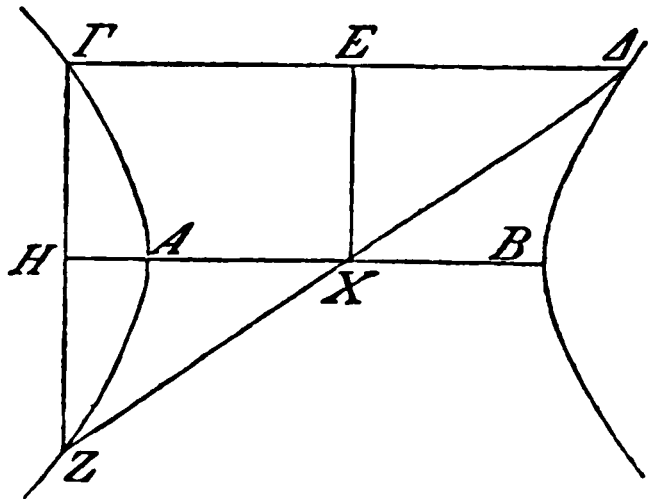
Si duae rectae concurrentes oppositas contingunt, recta per centrum punctumque concursus contingentium ducta rectam puncta contactus coniungentem in duas partes aequales secat.

ἡ $E\Theta$ τῆ ΘZ ἔστιν ἴση. οὐκ ἄρα ἡ HK διάμετρος ἔστι τῶν ἀντικειμένων. ἡ $H\Theta$ ἄρα.

λξ'.

Ἐὰν ἀντικειμένας εὐθεῖα τέμνη μὴ διὰ τοῦ κέντρου, ἢ ἡ ἀπὸ τῆς διχοτομίας αὐτῆς ἐπὶ τὸ κέντρον ἐπιξεννυμένη διάμετρος ἔστι τῶν ἀντικειμένων ἢ λεγομένη ὀρθία, πλαγία δὲ συζυγῆς αὐτῇ ἢ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀγομένη παράλληλος τῇ δίχα τεμνομένη.

ἔστωσαν ἀντικείμενα τομαὶ αἱ A, B , καὶ τὰς A, B
 10 τεμνέτω τις εὐθεῖα ἡ $\Gamma\Delta$ μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὕσα καὶ τεμήσθω δίχα κατὰ τὸ E , καὶ τὸ κέντρον τῶν τομῶν ἔστω τὸ X , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ XE , καὶ διὰ
 15 τοῦ X τῆ $\Gamma\Delta$ παράλληλος ἤχθω ἡ AB . λέγω, ὅτι αἱ AB, EX συζυγεῖς εἰσι διάμετροι τῶν τομῶν.

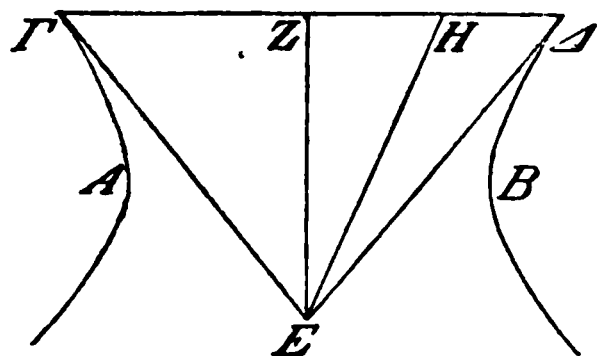


ἐπεξεύχθω γὰρ ἡ ΔX καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Z ,
 20 καὶ ἐπεξεύχθω ἡ ΓZ . ἴση ἄρα ἔστιν ἡ ΔX τῆ XZ . ἔστι δὲ καὶ ἡ ΔE τῆ $E\Gamma$ ἴση· παράλληλος ἄρα ἔστιν ἡ EX τῆ $Z\Gamma$. ἐκβεβλήσθω ἡ BA ἐπὶ τὸ H . καὶ ἐπεὶ ἴση ἔστιν ἡ ΔX τῆ XZ , ἴση ἄρα καὶ ἡ EX τῆ ZH . ὥστε καὶ ἡ ΓH ἴση τῆ ZH . ἡ ἄρα κατὰ τὸ A
 25 ἐφαπτομένη παράλληλός ἐστι τῆ ΓZ . ὥστε καὶ τῆ EX . αἱ EX, AB ἄρα συζυγεῖς εἰσι διάμετροι.

λη'.

Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐπιψαύωσι συμπίπτουσαι, ἢ ἀπὸ τῆς συμπτώσεως ἐπιξεννυμένη ἐπὶ

sint A, B sectiones oppositae, sectionesque A, B contingentes duae rectae ducantur $\Gamma E, E\Delta$, ducaturque $\Gamma\Delta$, et diameter ducatur EZ . dico, esse $\Gamma Z = Z\Delta$.



nam si minus, $\Gamma\Delta$ in H in duas partes aequales secetur, ducaturque HE ; HE igitur diameter est [prop. XXXVIII]. uerum etiam EZ

diameter est; centrum igitur est E . itaque concursus contingentium in centro est sectionum; quod absurdum est [prop. XXXII]. itaque $\Gamma Z, Z\Delta$ inaequales non sunt. ergo $\Gamma Z = Z\Delta$.

XL.

Si duae rectae oppositae contingentes concurrunt, et per punctum concursus recta ducitur rectae puncta contactus coniungenti parallela cum sectionibus concurrens, rectae a punctis concursus ad mediam rectam puncta contactus coniungentem ductae sectiones contingunt.

sint A, B sectiones oppositae, ducanturque duae rectae sectiones A, B contingentes $\Gamma E, E\Delta$, et ducatur $\Gamma\Delta$, per E autem rectae $\Gamma\Delta$ parallela ducatur ZEH , et $\Gamma\Delta$ in Θ in duas partes aequales secetur, ducanturque $Z\Theta, \Theta H$. dico, rectas $Z\Theta, \Theta H$ sectiones contingere.

ducatur $E\Theta$; $E\Theta$ igitur diameter est recta, transversa autem cum ea coniugata recta est per centrum rectae $\Gamma\Delta$ parallela ducta [prop. XXXVIII]. sumatur centrum X , et rectae $\Gamma\Delta$ parallela ducatur AXB . itaque Θ

μέσῃν τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιζευγνύουσαν διάμετρος ἔσται τῶν ἀντικειμένων ἢ λεγομένη ὀρθία, πλαγία δὲ συζυγῆς αὐτῇ ἢ διὰ τοῦ κέντρου ἀγομένη παρὰ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιζευγνύουσαν.

5 ἔστωσαν ἀντικείμεναι τομαὶ αἱ A, B , ἐφαπτόμεναι δὲ τῶν τομῶν αἱ $\Gamma X, X\Delta$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $\Gamma\Delta$ καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ E , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ EX . λέγω, ὅτι ἡ EX διάμετρος ἔστιν ἢ λεγομένη ὀρθία, πλαγία δὲ συζυγῆς αὐτῇ ἢ διὰ τοῦ κέντρου τῇ $\Gamma\Delta$ παράλληλος
10 ἀγομένη.

ἔστω γάρ, εἰ δυνατόν, διάμετρος ἡ EZ , καὶ εἰλήφθω τυχὸν σημεῖον τὸ Z . συμπεσεῖται ἄρα ἡ ΔX τῇ EZ . συμπιπτέτω κατὰ τὸ Z , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ ΓZ . συμβαλεῖ ἄρα ἡ ΓZ τῇ τομῇ. συμβαλέτω κατὰ τὸ A , καὶ
15 διὰ τοῦ A τῇ $\Gamma\Delta$ παράλληλος ἦχθω ἡ AB . ἐπεὶ οὖν διάμετρος ἔστιν ἡ EZ , καὶ τὴν $\Gamma\Delta$ δίχα τέμνει, καὶ τὰς παραλλήλους αὐτῇ δίχα τέμνει. ἴση ἄρα ἔστιν ἡ AH τῇ HB . καὶ ἐπεὶ ἴση ἔστιν ἡ ΓE τῇ $E\Delta$, καὶ ἔστιν ἐν τριγώνῳ τῷ $\Gamma Z\Delta$, ἴση ἄρα καὶ ἡ AH τῇ HK .
20 ὥστε καὶ ἡ HK τῇ HB ἔστιν ἴση· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἡ EZ διάμετρος ἔσται.

λθ'.

Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐφάπτονται συμπίπτουσαι, ἢ διὰ τοῦ κέντρου καὶ τῆς συμπτώσεως
25 τῶν ἐφαπτομένων ἀγομένη δίχα τέμνει τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιζευγνύουσαν εὐθεῖαν.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι τομαὶ αἱ A, B , καὶ τῶν A, B δύο εὐθεῖαι ἦχθωσαν ἐφαπτόμεναι αἱ $\Gamma E, E\Delta$, καὶ

14. ΓZ] cp, corr. ex $\Gamma\Delta$ V, sed obscure.
 $Z\Delta$ V; corr. p.

19. $\Gamma Z\Delta$]

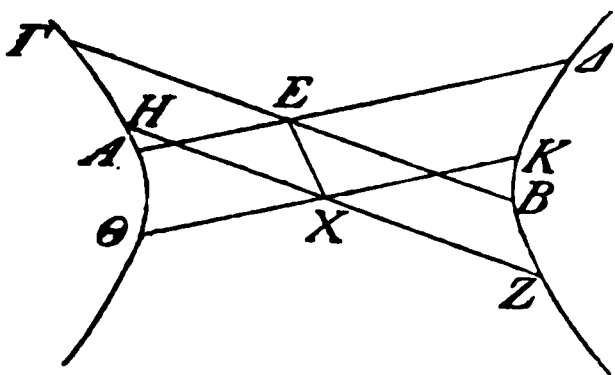
AB diametri sunt coniugatae. et $\Gamma\Theta$ ad diametrum secundam ordinate ducta est, sectionem contingens autem ΓE cum secunda diametro concurrens; itaque [I, 38] rectangulum $EX \times X\Theta$ aequale est quadrato dimidiae secundae diametri, hoc est quartae parti figurae ad AB adplicatae [I def. alt. 3]. et quoniam ZE ordinate ducta est, et ducta est $Z\Theta$, propterea $Z\Theta$ sectionem A contingit [I, 38]. eadem de causa etiam $H\Theta$ sectionem B contingit. ergo $Z\Theta$, ΘH sectiones A , B contingunt.

XLI.

Si in oppositis duae rectae inter se secant non per centrum ductae, in binas partes aequales inter se non secant.

sint A , B sectiones oppositae, et in A , B duae rectae ΓB , $A\Delta$ non per centrum ductae in E inter se secant. dico, eas in binas partes aequales inter se non secare.

nam si fieri potest, secant, centrum autem sectionum sit X , et ducatur EX ; EX igitur diameter est [prop. XXXVII]. ducatur per X rectae $B\Gamma$ parallela XZ ; XZ igitur diameter est et cum EX coniugata [ibid.]. itaque



recta in Z contingens rectae EX parallela est [I def. 6]. iam eadem de causa ducta ΘK rectae $A\Delta$ parallela recta in Θ contingens rectae EX parallela est; quare etiam recta in Z contingens rectae in Θ contingenti parallela est [Eucl. I, 30]:

recta in Z contingens rectae in Θ contingenti parallela est [Eucl. I, 30]:

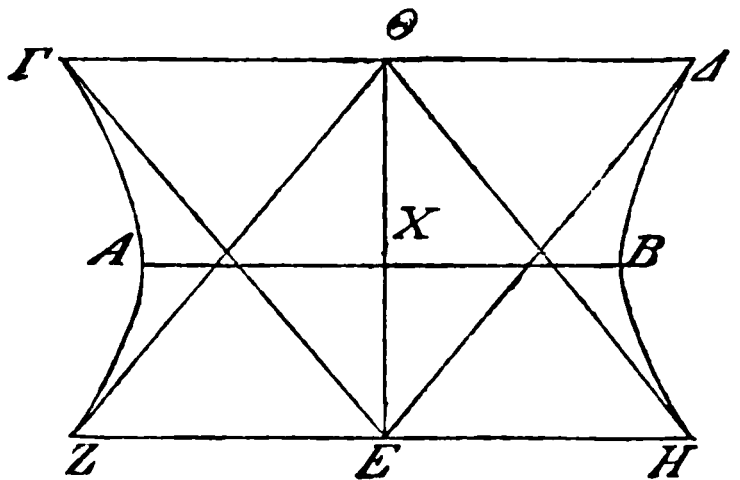
ἐπεξεύχθω ἡ $\Gamma\Delta$, καὶ διάμετρος ἤχθω ἡ EZ . λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΓZ τῇ $Z\Delta$.

εἰ γὰρ μή, τετμήσθω ἡ $\Gamma\Delta$ δίχα κατὰ τὸ H , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ HE . ἡ HE ἄρα διάμετρος ἐστίν. ἐστὶ
5 δὲ καὶ ἡ EZ . κέντρον ἄρα ἐστὶ τὸ E . ἡ ἄρα σύμ-
πτωσις τῶν ἐφαπτομένων ἐπὶ τοῦ κέντρου ἐστὶ τῶν
τομῶν· ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστίν ἡ ΓZ
τῇ $Z\Delta$. ἴση ἄρα.

μ'.

10 Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐφαπτόμεναι
συμπίπτωσι, καὶ διὰ τῆς συμπτώσεως εὐθεῖα ἀχθῆ
παρὰ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιξενγνύουσαν συμπίπτουσα ταῖς
τομαῖς, αἱ ἀπὸ τῶν συμπτώσεων ἀγόμεναι ἐπὶ μέσῃ
τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιξενγνύουσαν ἐφάπτονται τῶν τομῶν.

15 ἔστωσαν ἀντικείμεναι τομαὶ αἱ A, B , καὶ τῶν A, B
δύο εὐθεῖαι ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι αἱ $\Gamma E, E\Delta$, καὶ
ἐπεξεύχθω ἡ $\Gamma\Delta$, καὶ
διὰ τοῦ E τῇ $\Gamma\Delta$ παρ-
ἀλληλος ἤχθω ἡ ZEH ,
20 καὶ τετμήσθω ἡ $\Gamma\Delta$
δίχα κατὰ τὸ Θ , καὶ ἐπε-
ξεύχθωσαν αἱ $Z\Theta, \Theta H$.
λέγω, ὅτι αἱ $Z\Theta, \Theta H$
ἐφάπτονται τῶν τομῶν.



25 ἐπεξεύχθω ἡ $E\Theta$. διάμετρος ἄρα ἐστὶν ἡ $E\Theta$ ὀρθία,
πλαγία δὲ συζυγῆς αὐτῇ ἡ διὰ τοῦ κέντρου τῇ $\Gamma\Delta$
παράλληλος ἀγομένη. εἰλήφθω τὸ κέντρον τὸ X , καὶ

4. ἡ HE] om. V; corr. p. 7. οὐκ ἄρα ἄνισός] addidi;
om. V. 14. ἐφάπτωνται V; corr. p.c. 24. ἐφάπτωνται V;
infra ω macula est (o?); corr. p.

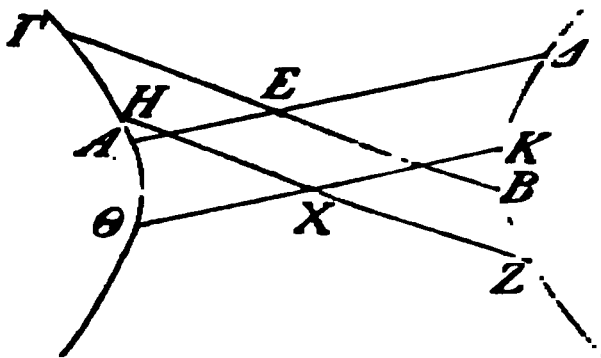
AB diametri sunt coniugatae. et $\Gamma\Theta$ ad diametrum secundam ordinate ducta est, sectionem contingens autem ΓE cum secunda diametro concurrens; itaque [I, 38] rectangulum $EX \times X\Theta$ aequale est quadrato dimidiae secundae diametri, hoc est quartae parti figurae ad AB adplicatae [I def. alt. 3]. et quoniam ZE ordinate ducta est, et ducta est $Z\Theta$, propterea $Z\Theta$ sectionem A contingit [I, 38]. eadem de causa etiam $H\Theta$ sectionem B contingit. ergo $Z\Theta$, ΘH sectiones A , B contingunt.

XLI.

Si in oppositis duae rectae inter se secant non per centrum ductae, in binas partes aequales inter se non secant.

sint A , B sectiones oppositae, et in A , B duae rectae ΓB , $A\Delta$ non per centrum ductae in E inter se secant. dico, eas in binas partes aequales inter se non secare.

nam si fieri potest, secant, centrum autem sectionum sit X , et ducatur EX ; EX igitur diameter est [prop. XXXVII]. ducatur per X rectae $B\Gamma$ parallela XZ : XZ igitur diameter est et cum EX coniugata est. itaque

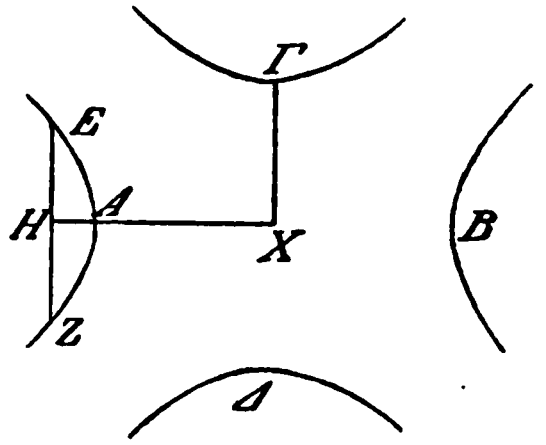


recta in Z contingens rectae

EX parallela est [I def. 6]. iam etiam de Z ducta ΘK rectae $A\Delta$ parallela recta in Θ contingens rectae EX parallela est; quare etiam recta in Z contingens rectae in Θ contingenti parallela est.

ἐπὶ μέσην τὴν τέμνουσαν ἀχθῆ, ἣ δὲ παρὰ τὴν τέμνουσαν, συζυγεῖς ἔσονται διάμετροι τῶν ἀντικειμένων.

ἔστωσαν κατὰ συζυγίαν ἀντικείμεναι τομαὶ αἱ A, B, Γ, Δ , καὶ τεμνέτω τὴν A εὐθεῖά τις κατὰ δύο
 5 σημεῖα τὰ E, Z , καὶ τετμήσθω δίχα ἡ ZE τῷ H , καὶ ἔστω κέντρον τὸ X , καὶ ἐπεζεύχθω ἡ XH , παράλληλος δὲ ἤχθω τῇ EZ ἢ ΓX . λέγω, ὅτι αἱ $AX, X\Gamma$ συζυγεῖς εἰσι διά-
 10 μετροι.



ἐπεὶ γὰρ διάμετρος ἡ AX , καὶ τὴν EZ δίχα τέμνει, ἣ κατὰ τὸ A ἐφαπτομένη παράλληλός ἐστι τῇ EZ · ὥστε καὶ τῇ ΓX . ἐπεὶ οὖν ἀντικείμεναι εἰσι τομαί, καὶ
 15 μιᾶς αὐτῶν τῆς A ἤκται ἐφαπτομένη κατὰ τὸ A , ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου τοῦ X ἢ μὲν ἐπὶ τὴν ἀφήν ἐπιζεύγνυται ἡ XA , ἣ δὲ παρὰ τὴν ἐφαπτομένην ἤκται ἡ ΓX , αἱ $XA, \Gamma X$ ἄρα συζυγεῖς εἰσι διάμετροι· τοῦτο γὰρ προδέδεικται.

20

μδ'.

Τῆς δοθείσης κώνου τομῆς τὴν διάμετρον εὐρεῖν. ἔστω ἡ δοθεῖσα κώνου τομή, ἐφ' ἧς τὰ A, B, Γ, Δ, E σημεῖα. δεῖ δὴ αὐτῆς τὴν διάμετρον εὐρεῖν.

γεγονέτω, καὶ ἔστω ἡ $\Gamma\Theta$. ἀχθεισῶν δὲ τεταγ-
 25 μένως τῶν $\Delta Z, E\Theta$ καὶ ἐκβληθεισῶν ἔσται ἴση ἡ μὲν ΔZ τῇ ZB , ἣ δὲ $E\Theta$ τῇ ΘA . ἐὰν οὖν τάξωμεν τὰς $B\Delta, EA$ θέσει οὔσας παραλλήλους, ἔσται δοθέντα τὰ Θ, Z σημεῖα. ὥστε θέσει ἔσται ἡ $\Theta Z\Gamma$.

6. ἔστω] τό V; corr. p (ἔστω τῶν τομῶν τό). 18. XA] ΓA V; corr. Halley; AX p, Comm. 22. E] om. V; corr. Comm.

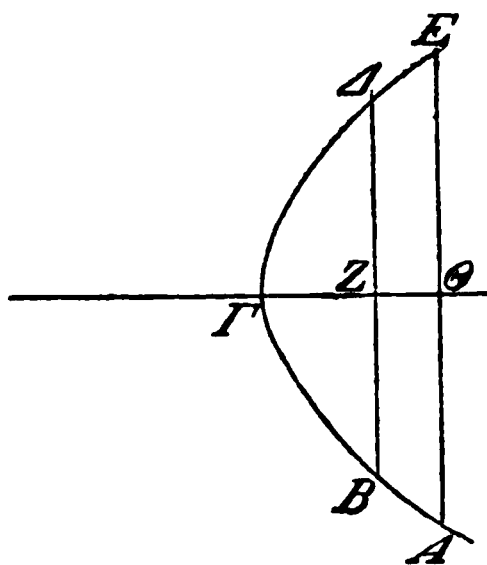
sint A, B, Γ, Δ sectiones oppositae coniugatae, et recta aliqua sectionem A in duobus punctis E, Z secet, seceturque EZ in H in duas partes aequales, centrum autem sit X , et ducatur XH , rectae autem EZ parallela ducatur ΓX . dico, rectas $AX, X\Gamma$ diametros coniugatas esse.

nam quoniam AX diametrus est et rectam EZ in duas partes aequales secat, recta in A contingens rectae EZ parallela est [prop. V]; quare etiam rectae ΓX [Eucl. I, 30]. quoniam igitur sectiones oppositae sunt, et unam earum A in A contingens ducta est recta, a centro autem X ad punctum contactus ducta est XA , contingenti autem parallela ducta est ΓX ; rectae $XA, \Gamma X$ diametri coniugatae sunt; hoc enim antea demonstratum est [prop. XX].

XLIV.

Datae coni sectionis diametrum inuenire.

sit data sectio coni, in qua sunt puncta A, B, Γ, Δ, E . oportet igitur diametrum eius inuenire.



factum sit, sitque $\Gamma\Theta$. itaque rectis $\Delta Z, E\Theta$ ordinate ductis productisque erit $\Delta Z = ZB, E\Theta = \Theta A$ [I def. 4]. itaque si rectas $B\Delta, EA$; quae parallelae sunt, positione fixerimus, data erunt puncta Θ, Z . ergo $\Theta Z\Gamma$ positione data erit.

componetur hoc modo:

data coni sectio, in qua sunt puncta A, B, Γ, Δ et parallelae ducantur rectae $B\Delta, AE$ secentur

συντεθήσεται δὴ οὕτως· ἔστω ἡ δοθεῖσα κώνου τομή, ἐφ' ἧς τὰ A, B, Γ, Δ, E σημεῖα, καὶ ἤχθωσαν παράλληλοι αἱ $B\Delta, AE$ καὶ τετμήσθωσαν δίχα κατὰ τὰ Z, Θ . καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ $Z\Theta$ διάμετρος ἔσται τῆς δ τομῆς. τῷ δὲ αὐτῷ τρόπῳ καὶ ἀπείρους εὐρήσομεν διαμέτρους.

με'.

Τῆς δοθείσης ἐλλείψεως ἢ ὑπερβολῆς τὸ κέντρον εὐρεῖν.

10 τοῦτο δὲ φανερόν· ἐὰν γὰρ διαχθῶσι δύο διάμετροι τῆς τομῆς αἱ $AB, \Gamma\Delta$, καθ' ὃ τέμνουσιν ἀλλήλας, ἔσται τῆς τομῆς τὸ κέντρον, ὡς ὑπόκειται.

μς'.

Τῆς δοθείσης κώνου τομῆς τὸν ἄξονα εὐρεῖν.

15 ἔστω ἡ δοθεῖσα κώνου τομή πρότερον παραβολή, ἐφ' ἧς τὰ Z, Γ, E . δεῖ δὴ αὐτῆς τὸν ἄξονα εὐρεῖν.

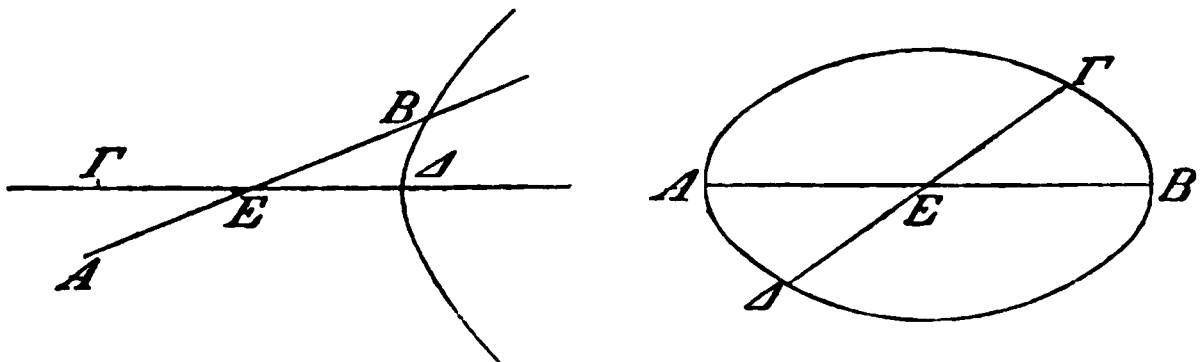
ἤχθω γὰρ αὐτῆς διάμετρος ἡ AB . εἰ μὲν οὖν ἡ AB ἄξων ἐστί, γεγυμένον ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν· εἰ δὲ οὐ, γεγυμένον, καὶ ἔστω ἄξων ὁ $\Gamma\Delta$. ὁ $\Gamma\Delta$ ἄρα ἄξων
20 παράλληλός ἐστι τῇ AB καὶ τὰς ἀγομένας ἐπ' αὐτὴν καθέτους δίχα τέμνει. αἱ δὲ ἐπὶ τὴν $\Gamma\Delta$ κάθετοι καὶ ἐπὶ τὴν AB κάθετοί εἰσιν· ὥστε ἡ $\Gamma\Delta$ τὰς ἐπὶ τὴν AB καθέτους δίχα τέμνει. ἐὰν οὖν τάξω τὴν EZ κάθετον ἐπὶ τὴν AB , ἔσται θέσει, καὶ διὰ τοῦτο
25 ἴση ἐστὶν ἡ $E\Delta$ τῇ ΔZ . δοθέν ἄρα ἐστὶ τὸ Δ . διὰ δεδομένου ἄρα τοῦ Δ παρὰ θέσει τὴν AB ἤκται ἡ $\Gamma\Delta$. θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ $\Gamma\Delta$.

συντεθήσεται δὴ οὕτως· ἔστω ἡ δοθεῖσα παρα-

in binas partes aequales in Z , Θ . et ducta $Z\Theta$ diametrus sectionis erit [I def. 4]. eodem autem modo etiam innumerabiles diametros inueniemus.

XLV.

Datae ellipsis uel hyperbolae centrum inuenire.
hoc autem manifestum est. nam si duae diametri



sectionis ducuntur AB , $\Gamma\Delta$ [prop. XLIV], ubi inter se secant, centrum erit sectionis, ut infra descriptum est.

XLVI.

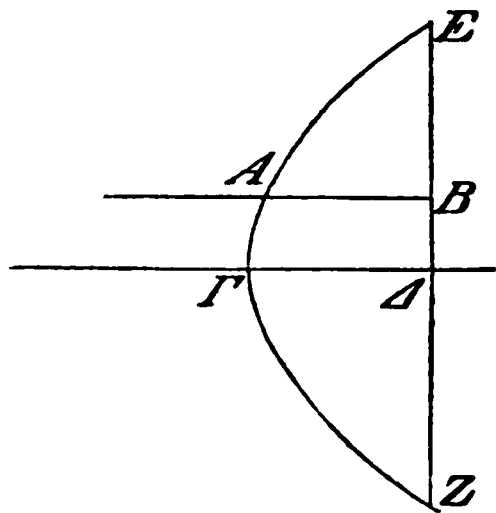
Datae conic sectionis axem inuenire.

sit data conic sectio prius parabola, in qua sunt Z , Γ , E . oportet igitur axem eius inuenire.

ducatur enim diametrus eius AB [prop. XLIV]. iam si AB axis est, factum erit propositum; sin minus, factum sit, et axis sit $\Gamma\Delta$; axis igitur $\Gamma\Delta$ rectae AB parallela est [I, 51 coroll.] et rectas ad eam perpendiculares ductas in binas partes aequales secat [I def. 7]. rectae autem ad $\Gamma\Delta$ perpendiculares etiam ad AB perpendiculares sunt; quare $\Gamma\Delta$ rectas ad AB perpendiculares in binas partes aequales secat. iam si fixero EZ ad AB perpendicularem, positione data

Figuras prop. XLV in prop. XLIV habet V; in prop. XLV mg. ἐγράφη τὸ σχῆμα ἄνω m. 1.

βολή, ἐφ' ἧς τὰ Z, E, A , καὶ ἤχθω αὐτῆς διάμετρος ἡ AB , καὶ ἐπ' αὐτὴν κάθετος ἤχθω ἡ BE καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Z . εἰ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν ἡ EB τῇ BZ , φανερόν, ὅτι ἡ AB ἄξων
 5 ἐστίν· εἰ δὲ οὐ, τετμήσθω ἡ EZ δίχα τῷ Δ , καὶ τῇ AB παράλληλος ἤχθω ἡ $\Gamma\Delta$. φανερόν δὴ, ὅτι ἡ $\Gamma\Delta$ ἄξων ἐστὶ τῆς τομῆς· παράλληλος γὰρ
 10 οὖσα τῇ διαμέτρῳ, τουτέστι διάμετρος οὖσα, τὴν EZ δίχα τε καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει. τῆς ἄρα δοθείσης παραβολῆς ὁ ἄξων ηὔρηται ὁ $\Gamma\Delta$.
 καὶ φανερόν, ὅτι εἷς ἄξων ἐστὶ τῆς παραβολῆς. εἰ
 15 γὰρ ἄλλος ἔσται ὡς ὁ AB , ἔσται τῇ $\Gamma\Delta$ παράλληλος. καὶ τὴν EZ τέμνει ὥστε καὶ δίχα. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ BE τῇ BZ . ὅπερ ἄτοπον.



μζ'.

Τῆς δοθείσης ὑπερβολῆς ἢ ἐλλείψεως τὸν ἄξονα
 20 εὔρειν.

ἔστω ὑπερβολή ἢ ἐλλειψις ἡ $AB\Gamma$. δεῖ δὴ αὐτῆς τὸν ἄξονα εὔρειν.

εὔρησθω καὶ ἔστω ὁ $K\Delta$, κέντρον δὲ τῆς τομῆς τὸ K . ἡ ἄρα $K\Delta$ τὰς ἐπ' αὐτὴν τεταγμένως κατα-
 25 γομένας δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει.

ἤχθω κάθετος ἡ $\Gamma\Delta A$, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ $KA, K\Gamma$. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ $\Gamma\Delta$ τῇ ΔA , ἴση ἄρα ἡ ΓK τῇ KA .

3. ἐπί] om. V; corr. p. 13. εὔρηται c p. 21. ἐλλειψις] c, ἐλειψις, supra scr. λ m. 1, V. 23. $K\Delta$] $A\Delta$ V; corr. p. 26. KA] $K\Delta$ V; corr. p.

erit [Eucl. dat. 30], et ob causam, quam indicauimus, erit $E\Delta = \Delta Z$. quare Δ datum est. per datum igitur punctum Δ rectae AB positione datae parallela ducta est $\Gamma\Delta$; ergo $\Gamma\Delta$ positione data est [Eucl. dat. 28].

componetur hoc modo: sit data parabola, in qua sunt puncta Z, E, A , et eius diametrus ducatur AB [prop. XLIV], ad eamque perpendicularis ducatur BE et ad Z producat. iam si $EB = BZ$, manifestum est, AB axem esse [I def. 7]; sin minus, EZ in Δ in duas partes aequales secetur, et rectae AB parallela ducatur $\Gamma\Delta$. manifestum igitur, $\Gamma\Delta$ axem esse sectionis. nam diametro parallela ducta, h. e. ipsa diametrus [I, 51 coroll.], rectam EZ et in duas partes aequales et ad angulos rectos secat [I def. 7]. ergo datae parabolae axis inuentus est $\Gamma\Delta$.

et manifestum est, unum solum axem esse parabolae. nam si alius quoque erit ut AB , rectae $\Gamma\Delta$ parallela erit [I, 51 coroll.]. et rectam EZ secat; quare etiam in duas partes aequales eam secat [I def. 4]. itaque $BE = BZ$; quod absurdum est.

XLVII.

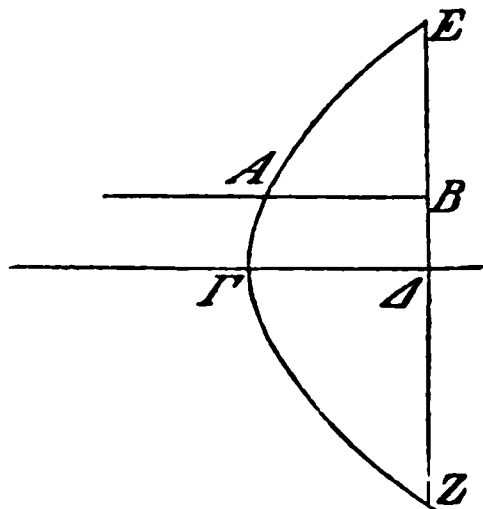
Datae hyperbolae uel ellipsis axem inuenire.

sit $AB\Gamma$ hyperbola uel ellipsis. oportet igitur axem eius inuenire.

inuentus sit et sit $K\Delta$, centrum autem sectionis sit K ; itaque $K\Delta$ rectas ad eam ordinate ductas in binas partes aequales et ad angulos rectos secat [I def. 7]

ducatur perpendicularis $\Gamma\Delta A$, ducanturque $KK\Gamma$. iam quoniam est $\Gamma\Delta = \Delta A$, erit etiam $\Gamma K =$.

βολή, ἐφ' ἧς τὰ Z, E, A , καὶ ἤχθω αὐτῆς διάμετρος ἡ AB , καὶ ἐπ' αὐτὴν κάθετος ἤχθω ἡ BE καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Z . εἰ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν ἡ EB τῇ BZ , φανερόν, ὅτι ἡ AB ἄξων
 5 ἐστίν· εἰ δὲ οὐ, τετμήσθω ἡ EZ δίχα τῷ Δ , καὶ τῇ AB παράλληλος ἤχθω ἡ $\Gamma\Delta$. φανερόν δὲ, ὅτι ἡ $\Gamma\Delta$ ἄξων ἐστὶ τῆς τομῆς· παράλληλος γὰρ
 10 οὖσα τῇ διαμέτρῳ, τουτέστι διάμετρος οὖσα, τὴν EZ δίχα τε καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει. τῆς ἄρα δοθείσης παραβολῆς ὁ ἄξων ἡρῆται ὁ $\Gamma\Delta$. καὶ φανερόν, ὅτι εἷς ἄξων ἐστὶ τῆς παραβολῆς. εἰ
 15 γὰρ ἄλλος ἔσται ὡς ὁ AB , ἔσται τῇ $\Gamma\Delta$ παράλληλος. καὶ τὴν EZ τέμνει· ὥστε καὶ δίχα. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ BE τῇ BZ . ὅπερ ἄτοπον.



μζ'.

Τῆς δοθείσης ὑπερβολῆς ἢ ἐλλείψεως τὸν ἄξονα
 20 εὐρεῖν.

ἔστω ὑπερβολὴ ἢ ἔλλειψις ἡ $AB\Gamma$. δεῖ δὲ αὐτῆς τὸν ἄξονα εὐρεῖν.

εὐρήσθω καὶ ἔστω ὁ $K\Delta$, κέντρον δὲ τῆς τομῆς τὸ K . ἡ ἄρα $K\Delta$ τὰς ἐπ' αὐτὴν τεταγμένως κατα-
 25 γομένας δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει.

ἤχθω κάθετος ἡ $\Gamma\Delta A$, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ $KA, K\Gamma$. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ $\Gamma\Delta$ τῇ ΔA , ἴση ἄρα ἡ ΓK τῇ KA .

3. ἐπί] om. V; corr. p. 13. εὐρηται cp. 21. ἔλλειψις] c, ἔλειψις, supra scr. λ m. 1, V. 23. $K\Delta$] $A\Delta$ V; corr. p. 26. KA] $K\Delta$ V; corr. p.

erit [Eucl. dat. 30], et ob causam, quam indicauimus, erit $E\Delta = \Delta Z$. quare Δ datum est. per datum igitur punctum Δ rectae AB positione datae parallela ducta est $\Gamma\Delta$; ergo $\Gamma\Delta$ positione data est [Eucl. dat. 28].

componetur hoc modo: sit data parabola, in qua sunt puncta Z, E, A , et eius diametrus ducatur AB [prop. XLIV], ad eamque perpendicularis ducatur BE et ad Z producat. iam si $EB = BZ$, manifestum est, AB axem esse [I def. 7]; sin minus, EZ in Δ in duas partes aequales secetur, et rectae AB parallela ducatur $\Gamma\Delta$. manifestum igitur, $\Gamma\Delta$ axem esse sectionis. nam diametro parallela ducta, h. e. ipsa diametrus [I, 51 coroll.], rectam EZ et in duas partes aequales et ad angulos rectos secat [I def. 7]. ergo datae parabolae axis inuentus est $\Gamma\Delta$.

et manifestum est, unum solum axem esse parabolae. nam si alius quoque erit ut AB , rectae $\Gamma\Delta$ parallela erit [I, 51 coroll.]. et rectam EZ secat; quare etiam in duas partes aequales eam secat [I def. 4]. itaque $BE = BZ$; quod absurdum est.

XLVII.

Datae hyperbolae uel ellipsis axem inuenire.

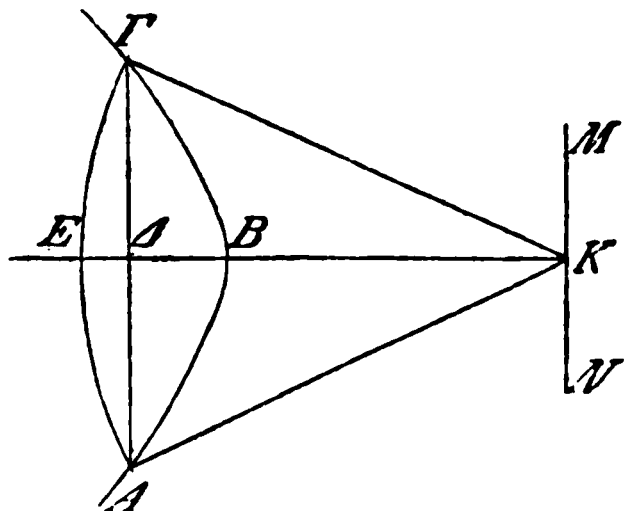
sit $AB\Gamma$ hyperbola uel ellipsis. oportet igitur axem eius inuenire.

inuentus sit et sit $K\Delta$, centrum autem sectionis sit K ; itaque $K\Delta$ rectas ad eam ordinate ductas in binas partes aequales et ad angulos rectos secat [I def. 7].

ducatur perpendicularis $\Gamma\Delta A$, ducanturque $KA, K\Gamma$. iam quoniam est $\Gamma\Delta = \Delta A$, erit etiam $\Gamma K = KA$

ἐὰν οὖν τάξωμεν δοθέν τὸ Γ , ἔσται δοθεῖσα ἡ ΓK .
 ὥστε ὁ κέντρον τῷ K , διαστήματι δὲ τῷ $\text{K}\Gamma$ κύκλος
 γραφόμενος ἤξει καὶ διὰ τοῦ A καὶ ἔσται θέσει δε-
 δομένος. ἔστι δὲ καὶ ἡ $\text{A}\text{B}\Gamma$ τομὴ δοθεῖσα θέσει·
 5 δοθέν ἄρα τὸ A . ἔστι δὲ καὶ τὸ Γ δοθέν· θέσει
 ἄρα ἡ ΓA . καὶ ἔστιν ἴση ἡ $\Gamma\Delta$ τῇ ΔA . δοθέν
 ἄρα τὸ Δ . ἀλλὰ καὶ τὸ K δοθέν· δοθεῖσα ἄρα τῇ
 θέσει ἡ ΔK .

συντεθήσεται δὴ οὕτως· ἔστω ἡ δοθεῖσα ὑπερ-
 10 βολὴ ἢ ἔλλειψις ἡ $\text{A}\text{B}\Gamma$, καὶ εἰλήφθω αὐτῆς κέντρον
 τὸ K . εἰλήφθω δὲ ἐπὶ τῆς τομῆς τυχὸν σημεῖον τὸ
 Γ , καὶ κέντρον τῷ K , δια-
 στήματι δὲ τῷ $\text{K}\Gamma$ κύκλος
 γεγράφθω ὁ $\Gamma\text{E}\text{A}$, καὶ
 15 ἐπεξεύχθω ἡ ΓA καὶ δίχα
 τετμήσθω κατὰ τὸ Δ , καὶ
 ἐπεξεύχθωσαν αἱ $\text{K}\Gamma$, $\text{K}\Delta$,
 KA , καὶ διήχθω ἡ $\text{K}\Delta$
 ἐπὶ τὸ B .



20 ἐπεὶ οὖν ἴση ἔστιν ἡ $\text{A}\Delta$ τῇ $\Delta\Gamma$, κοινὴ δὲ ἡ
 ΔK , δύο ἄρα αἱ $\Gamma\Delta\text{K}$ δύο ταῖς $\text{A}\Delta\text{K}$ ἴσαι εἰσὶ, καὶ
 βάσις ἡ KA τῇ $\text{K}\Gamma$ ἴση. ἡ ἄρα $\text{K}\text{B}\Delta$ τὴν $\text{A}\Delta\Gamma$
 δίχα τε καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει. ἄξων ἄρα ἔστιν ἡ $\text{K}\Delta$.

ἤχθω διὰ τοῦ K τῇ ΓA παράλληλος ἡ MKN . ἡ
 25 ἄρα MN ἄξων ἐστὶ τῆς τομῆς συζυγῆς τῇ BK .

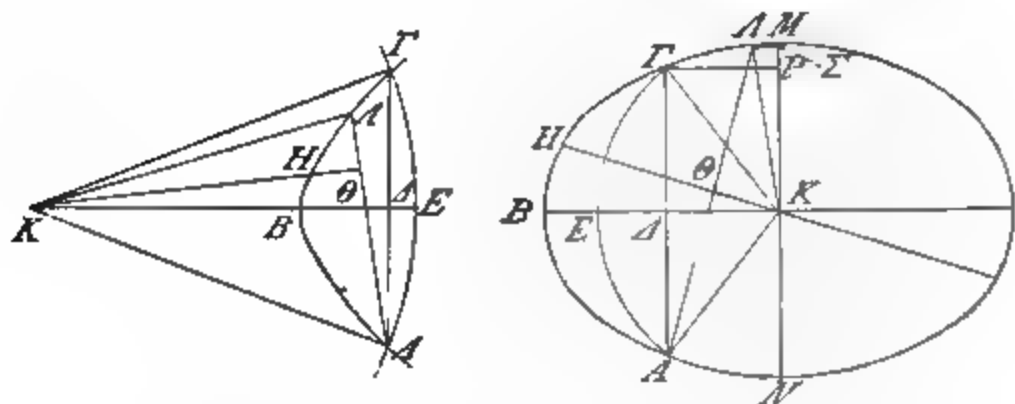
μη'.

Δεδειγμένων δὴ τούτων ἐξῆς ἔστω δεῖξαι, ὅτι ἄλ-
 λοι ἄξονες τῶν αὐτῶν τομῶν οὐκ εἰσὶν.

7. δοθεῖσα] om. V; corr. p (δοθέν om.). 9. δὴ] p, δέ V.
 17. $\text{K}\Delta$] καὶ V; corr. p; del. Halley.

nam si fieri potest, etiam alius axis sit KH . eodem igitur modo, quo antea, ducta perpendiculari $A\Theta$ erit $A\Theta = \Theta A$ [I def. 4]; quare etiam $AK = KA$ [Eucl. I, 4]. uerum etiam $AK = K\Gamma$ [ibid.]. itaque etiam $KA = K\Gamma$; quod absurdum est.

iam circulum AEG in alio puncto inter A, B, Γ cum sectione non concurrere, in hyperbola manifestum



est; in ellipsi autem perpendiculares ducantur ΓP , $A\Sigma$. quoniam igitur est $K\Gamma = KA$ (nam radii sunt), est etiam $\Gamma K^2 = KA^2$. est autem

$$\Gamma P^2 + PK^2 = \Gamma K^2$$

et $K\Sigma^2 + \Sigma A^2 = AK^2$ [Eucl. I, 47]. itaque

$$\Gamma P^2 + PK^2 = A\Sigma^2 + \Sigma K^2.$$

quare $\Gamma P^2 \div A\Sigma^2 = \Sigma K^2 \div KP^2$. rursus quoniam est $MP \times PN + PK^2 = KM^2$ [Eucl. II, 5], et etiam $M\Sigma \times \Sigma N + \Sigma K^2 = KM^2$ [ibid.], erit

$$MP \times PN + PK^2 = M\Sigma \times \Sigma N + \Sigma K^2.$$

itaque $\Sigma K^2 \div KP^2 = MP \times PN \div M\Sigma \times \Sigma N$. demonstrauimus autem, esse

$$\Sigma K^2 \div KP^2 = \Gamma P^2 \div A\Sigma^2;$$

itaque $\Gamma P^2 \div A\Sigma^2 = MP \times PN \div M\Sigma \times \Sigma N$. et quoniam ΓP , $A\Sigma$ ordinate ductae sunt, erit

$$\Gamma P^2 : MP \times PN = A\Sigma^2 : M\Sigma \times \Sigma N$$
 [I, 21];

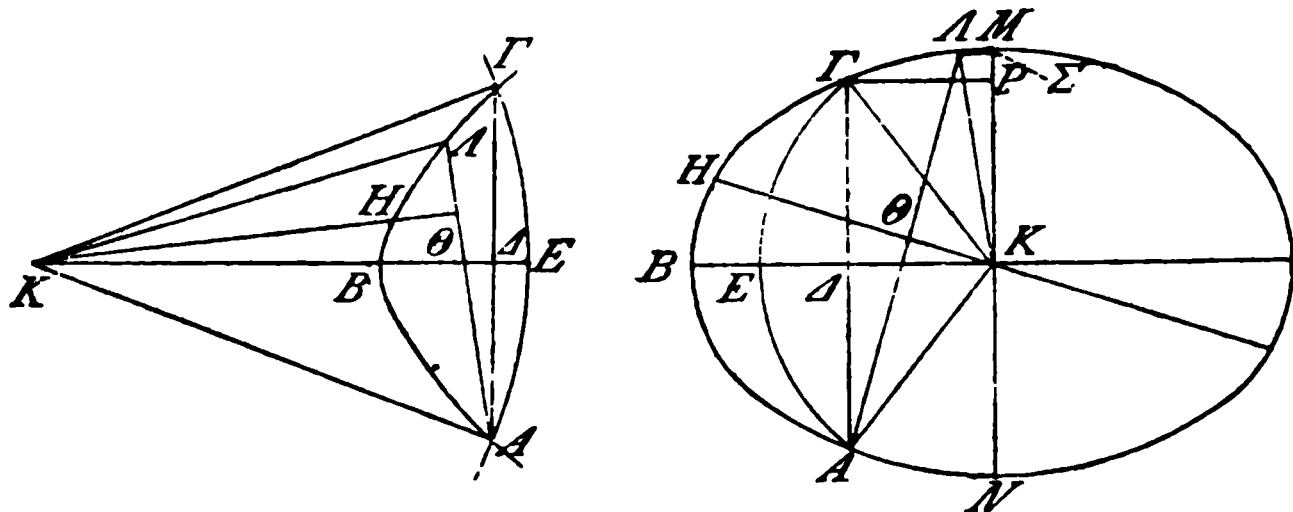
εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω καὶ ἕτερος ἄξων ὁ ΚΗ.
κατὰ τὰ αὐτὰ δὴ τοῖς ἔμπροσθεν ἀχθείσης καθέτου
τῆς ΑΘ ἴση ἔσται ἡ ΑΘ τῇ ΘΛ· ὥστε καὶ ἡ ΑΚ
τῇ ΚΛ. ἀλλὰ καὶ τῇ ΚΓ· ἴση ἄρα ἡ ΚΛ τῇ ΚΓ·
5 ὅπερ ἄτοπον.

ὅτι μὲν οὖν καὶ ὁ ΑΕΓ κύκλος κατ' ἄλλο σημεῖον
μεταξὺ τῶν Α, Β, Γ οὐ συμβάλλει τῇ τομῇ, ἐπὶ μὲν
τῆς ὑπερβολῆς φανερόν· ἐπὶ δὲ τῆς ἐλλείψεως κάθε-
τοι ἤχθωσαν αἱ ΓΡ, ΛΣ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΚΓ
10 τῇ ΚΛ· ἐκ κέντρου γάρ· ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ ΓΚ
τῷ ἀπὸ ΚΛ. ἀλλὰ τῷ μὲν ἀπὸ ΓΚ ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ
ΓΡ, ΡΚ, τῷ δὲ ἀπὸ ΑΚ ἴσα τὰ ἀπὸ ΚΣ, ΣΛ· τὰ
ἄρα ἀπὸ ΓΡ, ΡΚ τοῖς ἀπὸ ΛΣ, ΣΚ ἐστὶν ἴσα. ὧ
ἄρα διαφέρει τὸ ἀπὸ ΓΡ τοῦ ἀπὸ ΛΣ, τούτῳ δια-
15 φέρει τὸ ἀπὸ ΣΚ τοῦ ἀπὸ ΚΡ. πάλιν ἐπειδὴ τὸ
ὑπὸ ΜΡΝ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΡΚ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΚΜ,
ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ὑπὸ ΜΣΝ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΣΚ ἴσον
τῷ ἀπὸ ΚΜ, τὸ ἄρα ὑπὸ ΜΡΝ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΡΚ
ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΜΣΝ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΣΚ. ὧ ἄρα
20 διαφέρει τὸ ἀπὸ ΣΚ τοῦ ἀπὸ ΚΡ, τούτῳ διαφέρει
τὸ ὑπὸ ΜΡΝ τοῦ ὑπὸ ΜΣΝ. ἐδείχθη δέ, ὅτι, ὧ
διαφέρει τὸ ἀπὸ ΣΚ τοῦ ἀπὸ ΚΡ, τούτῳ διαφέρει
τὸ ἀπὸ ΓΡ τοῦ ἀπὸ ΛΣ· ὧ ἄρα διαφέρει τὸ ἀπὸ
ΓΡ τοῦ ἀπὸ ΣΛ, τούτῳ διαφέρει τὸ ὑπὸ ΜΡΝ τοῦ
25 ὑπὸ ΜΣΝ. καὶ ἐπεὶ κατηγμένα εἰσὶν αἱ ΓΡ, ΛΣ,
ἐστὶν, ὡς τὸ ἀπὸ ΓΡ πρὸς τὸ ὑπὸ ΜΡΝ, τὸ ἀπὸ ΛΣ
πρὸς τὸ ὑπὸ ΜΣΝ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἐν ἀμφοτέροις
ἡ αὐτὴ ὑπεροχὴ· ἴσον ἄρα τὸ μὲν ἀπὸ ΓΡ τῷ ὑπὸ

2. τὰ] bis V; corr. cvp. 10. καί] p v, om. c, supra scr.
m. 1 V. 11. τῷ] (alt.) pc, corr. ex τό m. 1 V. 18. τῷ] pc,
corr. ex τό m. 1 V.

nam si fieri potest, etiam alius axis sit KH . eodem igitur modo, quo antea, ducta perpendiculari $A\Theta$ erit $A\Theta = \Theta A$ [I def. 4]; quare etiam $AK = KA$ [Eucl. I, 4]. uerum etiam $AK = K\Gamma$ [ibid.]. itaque etiam $KA = K\Gamma$; quod absurdum est.

iam circulum $AE\Gamma$ in alio puncto inter A, B, Γ cum sectione non concurrere, in hyperbola manifestum



est; in ellipsi autem perpendiculares ducantur ΓP , $\Lambda\Sigma$. quoniam igitur est $K\Gamma = KA$ (nam radii sunt), est etiam $\Gamma K^2 = KA^2$. est autem

$$\Gamma P^2 + PK^2 = \Gamma K^2$$

et $K\Sigma^2 + \Sigma\Lambda^2 = AK^2$ [Eucl. I, 47]. itaque

$$\Gamma P^2 + PK^2 = \Lambda\Sigma^2 + \Sigma K^2.$$

quare $\Gamma P^2 \div \Lambda\Sigma^2 = \Sigma K^2 \div KP^2$. rursus quoniam est $MP \times PN + PK^2 = KM^2$ [Eucl. II, 5], et etiam $M\Sigma \times \Sigma N + \Sigma K^2 = KM^2$ [ibid.], erit

$$MP \times PN + PK^2 = M\Sigma \times \Sigma N + \Sigma K^2.$$

itaque $\Sigma K^2 \div KP^2 = MP \times PN \div M\Sigma \times \Sigma N$. demonstrauius autem, esse

$$\Sigma K^2 \div KP^2 = \Gamma P^2 \div \Lambda\Sigma^2;$$

itaque $\Gamma P^2 \div \Sigma\Lambda^2 = MP \times PN \div M\Sigma \times \Sigma N$. et quoniam ΓP , $\Lambda\Sigma$ ordinate ductae sunt, erit

$$\Gamma P^2 : MP \times PN = \Lambda\Sigma^2 : M\Sigma \times \Sigma N$$
 [I, 21];

MPN , τὸ δὲ ἀπὸ $ΛΣ$ τῷ ὑπὸ $MΣN$. κύκλος ἄρα ἐστὶν ἡ $ΛΓΜ$ γραμμὴ· ὅπερ ἄτοπον· ὑπόκειται γὰρ ἔλλειψις.

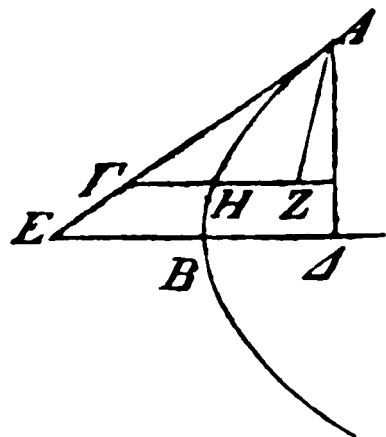
μθ'.

5 Κώνου τομῆς δοθείσης καὶ σημείου μὴ ἐντὸς τῆς τομῆς ἀγαγεῖν ἀπὸ τοῦ σημείου εὐθεῖαν καθ' ἓν ἐπιψάφουσαν τῆς τομῆς.

ἔστω ἡ δοθεῖσα κώνου τομὴ πρότερον παραβολή, ἧς ἄξων ὁ $BΔ$. δεῖ δὴ ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, 10 ὃ μὴ ἐστὶν ἐντὸς τῆς τομῆς, ἀγαγεῖν εὐθεῖαν, ὡς πρόκειται.

τὸ δὴ δοθὲν σημεῖον ἦτοι ἐπὶ τῆς γραμμῆς ἐστὶν ἢ ἐπὶ τοῦ ἄξωνος ἢ ἐν τῷ λοιπῷ ἐκτὸς τόπῳ.

ἔστω οὖν ἐπὶ τῆς γραμμῆς, καὶ ἔστω τὸ A , καὶ 15 γεγονέτω, καὶ ἔστω ἡ AE , καὶ κάθετος ἤχθῳ ἡ $AΔ$ · ἔσται δὴ θέσει. καὶ ἴση ἐστὶν ἡ BE τῇ $BΔ$ · καὶ ἐστὶ δοθεῖσα ἡ $BΔ$ · δοθεῖσα ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ BE . καὶ ἐστὶ τὸ B δοθέν· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ E . 20 ἀλλὰ καὶ τὸ A · θέσει ἄρα ἡ AE .



συντεθήσεται δὴ οὕτως· ἤχθῳ ἀπὸ τοῦ A κάθετος ἡ $AΔ$, καὶ κείσθῳ τῇ $BΔ$ ἴση ἡ BE , καὶ ἐπεξεύχθῳ ἡ AE . φανερόν δὴ, ὅτι ἐφάπτεται τῆς τομῆς.

25 ἔστω πάλιν τὸ δοθὲν σημεῖον ἐπὶ τοῦ ἄξωνος τὸ E , καὶ γεγονέτω, καὶ ἤχθῳ ἐφαπτομένη ἡ AE , καὶ κάθετος ἤχθῳ ἡ $AΔ$ · ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ BE τῇ $BΔ$. καὶ δοθεῖσα ἡ BE · δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ $BΔ$. καὶ ἐστὶ δοθὲν τὸ B · δοθὲν ἄρα καὶ τὸ $Δ$. καὶ ἐστὶν ὀρθή

17. $BΔ$] (alt.) p, corr. ex $ΓΔ$ m. 2 V; $ΓΔ$ cv.

[dat. 29]. quare A datum est [dat. 25]. uerum etiam E datum est. ergo AE positione data est [dat. 26].

componetur hoc modo: ponatur $B\Delta = BE$, et a Δ ad $E\Delta$ perpendicularis erigatur ΔA , ducaturque AE . manifestum igitur, AE contingere [I, 35].

et manifestum est, etiam si datum punctum idem sit ac B , rectam a B perpendicularem ductam sectionem contingere [I, 17].

iam sit Γ punctum datum, et factum sit, sitque ΓA , per Γ autem axi, hoc est rectae $B\Delta$, parallela ducatur ΓZ ; itaque ΓZ positione data est [dat. 28]. et ab A ad ΓZ ordinate ducatur AZ ; itaque erit [I, 35] $\Gamma H = ZH$. et H datum est [dat. 25]; itaque etiam Z datum est [dat. 27]. et ZA ordinate erecta est, hoc est rectae in H contingenti parallela; itaque ZA positione data est [dat. 28]. quare A datum est [dat. 25]. uerum etiam Γ datum est. ergo ΓA positione data est [dat. 26].

componetur hoc modo: per Γ rectae $B\Delta$ parallela ducatur ΓZ , et ponatur $ZH = \Gamma H$, rectaeque in H contingenti parallela ducatur ZA , ducaturque $A\Gamma$. manifestum igitur [I, 35], hanc problema effecturam esse.

Rursus sit hyperbola, cuius axis sit $\Delta B\Gamma$, centrum autem Θ , asymptotae autem ΘE , ΘZ . datum igitur punctum aut in sectione dabitur aut in axe aut intra angulum $E\Theta Z$ aut in spatio deinceps posito aut in altera asymptotarum sectionem continentium aut in spatio inter rectas posito, quae angulum angulo $Z\Theta F$ ad uerticem positum continent.

ἢ ΔA . θέσει ἄρα ἢ ΔA . δοθὲν ἄρα τὸ A . ἀλλὰ καὶ τὸ E . θέσει ἄρα ἢ AE .

συντεθήσεται δὴ οὕτως· κείσθω τῇ BE ἴση ἢ $B\Delta$, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ τῇ $E\Delta$ ὀρθὴ ἢ ΔA , καὶ ἐπεξεύχθω ἢ AE . φανερὸν δὴ, ὅτι ἐφάπτεται ἢ AE .

φανερὸν δέ, ὅτι καὶ ἐὰν τὸ δοθὲν σημεῖον τὸ αὐτὸ ἢ τῷ B , ὅτι ἢ ἀπὸ τοῦ B ὀρθὴ ἀγομένη ἐφάπτεται τῆς τομῆς.

ἔστω δὴ τὸ δοθὲν σημεῖον τὸ Γ , καὶ γεγονέτω, 10 καὶ ἔστω ἢ ΓA , καὶ διὰ τοῦ Γ τῷ ἄξονι, τουτέστι τῇ $B\Delta$, παράλληλος ἤχθω ἢ ΓZ . θέσει ἄρα ἐστὶν ἢ ΓZ . καὶ ἀπὸ τοῦ A ἐπὶ τὴν ΓZ τεταγμένως ἤχθω ἢ AZ . ἔσται δὴ ἴση ἢ ΓH τῇ ZH . καὶ ἐστὶ δοθὲν τὸ H . δοθὲν ἄρα καὶ τὸ Z . καὶ ἀνήκται ἢ ZA 15 τεταγμένως, τουτέστι παράλληλος τῇ κατὰ τὸ H ἐφαπτομένη· θέσει ἄρα ἐστὶν ἢ ZA . δοθὲν ἄρα καὶ τὸ A . ἀλλὰ καὶ τὸ Γ . θέσει ἄρα ἐστὶν ἢ ΓA .

συντεθήσεται οὕτως· ἤχθω διὰ τοῦ Γ παράλληλος τῇ $B\Delta$ ἢ ΓZ , καὶ κείσθω τῇ ΓH ἢ ZH ἴση, καὶ τῇ 20 κατὰ τὸ H ἐφαπτομένη παράλληλος ἤχθω ἢ ZA , καὶ ἐπεξεύχθω ἢ AG . φανερὸν δὴ, ὅτι ποιήσει τὸ πρόβλημα.

Ἔστω πάλιν ὑπερβολή, ἣς ἄξων ὁ $\Delta B\Gamma$, κέντρον δὲ τὸ Θ , ἀσύμπτωτοι δὲ αἱ ΘE , ΘZ . τὸ δὴ διδόμενον σημεῖον ἦτοι ἐπὶ τῆς τομῆς δοθήσεται ἢ ἐπὶ τοῦ ἄξονος 25 ἢ ἐντὸς τῆς ὑπὸ τῶν $E\Theta Z$ γωνίας ἢ ἐν τῷ ἐφεξῆς τόπῳ ἢ ἐπὶ μιᾶς τῶν ἀσυμπτῶτων τῶν περιεχουσῶν τὴν τομὴν ἢ ἐν τῷ μεταξὺ τῶν περιεχουσῶν τὴν κατὰ κορυφὴν τῆς ὑπὸ $Z\Theta E$ γωνίας.

6. ὅτι] del. Halley. τό] (pr.) addidi; om. V. 10. ἢ] p.c., corr. ex κ m. 1 V. 22. $\Delta B\Gamma$] $B\Delta\Gamma$ V; corr. p. 23. δὴ] scripsi; δέ V p.

primum in sectione sit ut A , et factum sit, sitque contingens AH , et perpendicularis ducatur $A\Delta$, transversum autem figurae latus sit $B\Gamma$. erit igitur [I, 36] $\Gamma\Delta : \Delta B = \Gamma H : HB$. uerum ratio $\Gamma\Delta : \Delta B$ data est [dat. 1]; nam utraque data est; itaque etiam ratio $\Gamma H : HB$ data est. et $B\Gamma$ data est; itaque H datum est [dat. 7]. uerum etiam A datum est; ergo AH positione data est [dat. 26].

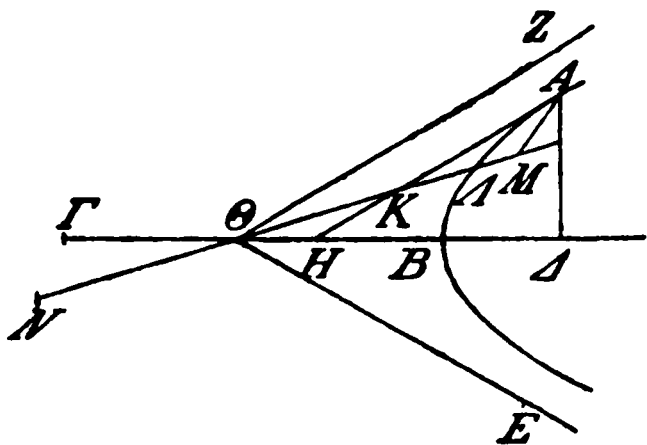
componetur hoc modo: ab A perpendicularis ducatur $A\Delta$, sitque $\Gamma H : HB = \Gamma\Delta : \Delta B$, et ducatur AH . manifestum igitur [I, 34], rectam AH sectionem contingere.

iam rursus in axe sit datum punctum H , et factum sit, et AH contingens ducta sit, ducaturque perpendicularis $A\Delta$. eadem igitur de causa [I, 36] erit $\Gamma H : HB = \Gamma\Delta : \Delta B$. et $B\Gamma$ data est; itaque Δ datum est [dat. 7]. et ΔA perpendicularis erecta est; itaque ΔA positione data est [dat. 29]. uerum etiam sectio positione data est; itaque A datum est [dat. 25]. uerum etiam H ; ergo AH positione data est [dat. 26].

componetur hoc modo: supponantur cetera eadem, et fiat $\Gamma\Delta : \Delta B = \Gamma H : HB$, perpendicularisque erigatur ΔA , et ducatur AH . manifestum igitur, rectam AH problema efficere [I, 34], et ab H aliam rectam sectionem contingentem ad alteram partem duci posse.

iisdem suppositis datum punctum K in spatio intra angulum $E\Theta Z$ posito sit, et oporteat a K rectam ducere sectionem contingentem. factum sit, sitque KA , et ducta $K\Theta$ producat, ponatur-

ἔστω πρότερον ἐπὶ τῆς τομῆς ὡς τὸ A , καὶ γε-
 γονέτω, καὶ ἔστω ἐφαπτομένη ἡ AH , καὶ ἤχθω κάθετος
 ἡ $A\Delta$, πλαγία δὲ τοῦ
 5 $B\Gamma$ ἔσται δὴ, ὡς ἡ $\Gamma\Delta$
 πρὸς ΔB , οὕτως ἡ ΓH
 πρὸς $H B$. λόγος δὲ τῆς
 $\Gamma\Delta$ πρὸς ΔB δοθείς· δο-
 θεῖσα γὰρ ἑκατέρα· λόγος
 10 ἄρα καὶ τῆς ΓH πρὸς $H B$ δοθείς. καὶ ἔστι δοθεῖσα
 ἡ $B\Gamma$ · δοθὲν ἄρα τὸ H . ἀλλὰ καὶ τὸ A · θέσει ἄρα
 ἡ AH .



συντεθήσεται οὕτως· ἤχθω ἀπὸ τοῦ A κάθετος
 ἡ $A\Delta$, καὶ τῷ τῆς $\Gamma\Delta$ πρὸς ΔB λόγῳ ὁ αὐτὸς ἔστω
 15 ὁ τῆς ΓH πρὸς $H B$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ AH . φανερόν
 δὴ, ὅτι ἡ AH ἐφάπτεται τῆς τομῆς.

πάλιν δὴ ἔστω τὸ δοθὲν σημεῖον ἐπὶ τοῦ ἄξονος
 τὸ H , καὶ γεγονέτω, καὶ ἤχθω ἡ AH ἐφαπτομένη, καὶ
 κάθετος ἤχθω ἡ $A\Delta$. κατὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἔσται, ὡς ἡ
 20 ΓH πρὸς $H B$, οὕτως ἡ $\Gamma\Delta$ πρὸς ΔB . καὶ ἔστι δο-
 θεῖσα ἡ $B\Gamma$ · δοθὲν ἄρα τὸ Δ . καὶ ἔστιν ὀρθὴ ἡ
 ΔA · θέσει ἄρα ἔστιν ἡ ΔA . θέσει δὲ καὶ ἡ τομῆ·
 δοθὲν ἄρα τὸ A . ἀλλὰ καὶ τὸ H · θέσει ἄρα ἔστιν ἡ AH .

συντεθήσεται δὴ οὕτως· ὑποκείσθω τὰ μὲν ἄλλα
 25 τὰ αὐτὰ, καὶ τῷ τῆς ΓH πρὸς $H B$ λόγῳ ὁ αὐτὸς
 πεποιήσθω ὁ τῆς $\Gamma\Delta$ πρὸς ΔB , καὶ ὀρθὴ ἤχθω ἡ ΔA ,
 καὶ ἐπεξεύχθω ἡ AH . φανερόν δὴ, ὅτι ἡ AH ποιεῖ τὸ
 πρόβλημα, καὶ ὅτι ἀπὸ τοῦ H ἀχθήσεται ἕτερα ἐφαπ-
 τομένη τῆς τομῆς ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη.

8. ΔB] AB V; corr. p.
 (ΓB). 24. δὴ] δέ Halley.

21. $B\Gamma$] $B\Gamma\Delta$ V; corr. Halley

primum in sectione sit ut A , et factum sit, sitque contingens AH , et perpendicularis ducatur $A\Delta$, transversum autem figurae latus sit $B\Gamma$. erit igitur [I, 36] $\Gamma\Delta : \Delta B = \Gamma H : HB$. uerum ratio $\Gamma\Delta : \Delta B$ data est [dat. 1]; nam utraque data est; itaque etiam ratio $\Gamma H : HB$ data est. et $B\Gamma$ data est; itaque H datum est [dat. 7]. uerum etiam A datum est; ergo AH positione data est [dat. 26].

componetur hoc modo: ab A perpendicularis ducatur $A\Delta$, sitque $\Gamma H : HB = \Gamma\Delta : \Delta B$, et ducatur AH . manifestum igitur [I, 34], rectam AH sectionem contingere.

iam rursus in axe sit datum punctum H , et factum sit, et AH contingens ducta sit, ducaturque perpendicularis $A\Delta$. eadem igitur de causa [I, 36] erit $\Gamma H : HB = \Gamma\Delta : \Delta B$. et $B\Gamma$ data est; itaque Δ datum est [dat. 7]. et ΔA perpendicularis erecta est; itaque ΔA positione data est [dat. 29]. uerum etiam sectio positione data est; itaque A datum est [dat. 25]. uerum etiam H ; ergo AH positione data est [dat. 26].

componetur hoc modo: supponantur cetera eadem, et fiat $\Gamma\Delta : \Delta B = \Gamma H : HB$, perpendicularisque erigatur ΔA , et ducatur AH . manifestum igitur, rectam AH problema efficere [I, 34], et ab H aliam rectam sectionem contingentem ad alteram partem duci posse.

iisdem suppositis datum punctum K in spatio intra angulum $E\Theta Z$ posito sit, et oporteat a K rectam ducere sectionem contingentem. factum sit, sitque KA , et ducta $K\Theta$ producat, ponatur-

τοῦ A τῆ $E\Theta$ παράλληλος ἤχθω ἡ $A\Delta$. ἔσται δὴ ἴση ἡ $\Delta\Theta$ τῆ ΔZ , ἐπεὶ καὶ ἡ $Z A$ τῆ $A E$ ἴση ἐστί. καὶ ἐστὶ δοθεῖσα ἡ $Z\Theta$. δοθέν ἄρα τὸ Δ . καὶ διὰ δεδομένου τοῦ Δ παρὰ θέσει τὴν $E\Theta$ παράλληλος ἤκται ἡ ΔA . θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ ΔA . θέσει δὲ καὶ ἡ τομὴ· δοθέν ἄρα τὸ A . ἀλλὰ καὶ τὸ Z . θέσει ἄρα ἡ $Z A E$.

συντεθήσεται δὴ οὕτως· ἔστω ἡ τομὴ ἡ $A B$, καὶ αἱ $E\Theta$, ΘZ ἀσύμπτωτοι, καὶ τὸ δοθέν σημεῖον ἐπὶ
 10 μιᾶς τῶν ἀσύμπτωτων τῶν περιεχουσῶν τὴν τομὴν τὸ Z , καὶ τετμήσθω ἡ $Z\Theta$ δίχα κατὰ τὸ Δ ; καὶ διὰ τοῦ Δ τῆ ΘE παράλληλος ἤχθω ἡ ΔA , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $Z A$. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ $Z \Delta$ τῆ $\Delta\Theta$, ἴση ἄρα καὶ ἡ $Z A$ τῆ $A E$. ὥστε διὰ τὰ προδεδειγμένα ἡ $Z A E$
 15 ἐφάπτεται τῆς τομῆς.

τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἔστω τὸ δοθέν σημεῖον ἐν τῷ ὑπὸ τὴν γωνίαν τὴν ἐξῆς τόπῳ τῶν περιεχουσῶν τὴν τομὴν, καὶ ἔστω τὸ K . δεῖ δὴ ἀπὸ τοῦ K ἀγαγεῖν ἐφαπτομένην τῆς τομῆς. καὶ γεγονέτω, καὶ
 20 ἔστω ἡ $K A$, καὶ ἐπιξευχθεῖσα ἡ $K\Theta$ ἐκβεβλήσθω· ἔσται δὴ θέσει. ἐὰν δὴ ἐπὶ τῆς τομῆς ληφθῆῃ δοθέν σημεῖον τὸ Γ , καὶ διὰ τοῦ Γ τῆ $K\Theta$ παράλληλος ἀχθῆῃ ἡ $\Gamma \Delta$, ἔσται θέσει. καὶ ἐὰν τμηθῆῃ ἡ $\Gamma \Delta$ δίχα κατὰ τὸ E , καὶ ἐπιξευχθεῖσα ἡ ΘE ἐκβληθῆῃ, ἔσται
 25 θέσει διάμετρος οὔσα συζυγῆς τῆ $K\Theta$. κείσθω δὴ τῆ $B\Theta$ ἴση ἡ ΘH , καὶ διὰ τοῦ A τῆ $B\Theta$ παράλληλος ἤχθω ἡ $A \Lambda$. ἔσται δὴ διὰ τὸ εἶναι τὰς $K A$, $B H$ συζυγεῖς διαμέτρους καὶ ἐφαπτομένην τὴν $A K$ καὶ τὴν $A \Lambda$ ἀχθεῖσαν παρὰ τὴν $B H$ τὸ ὑπὸ τῶν $K \Theta \Lambda$

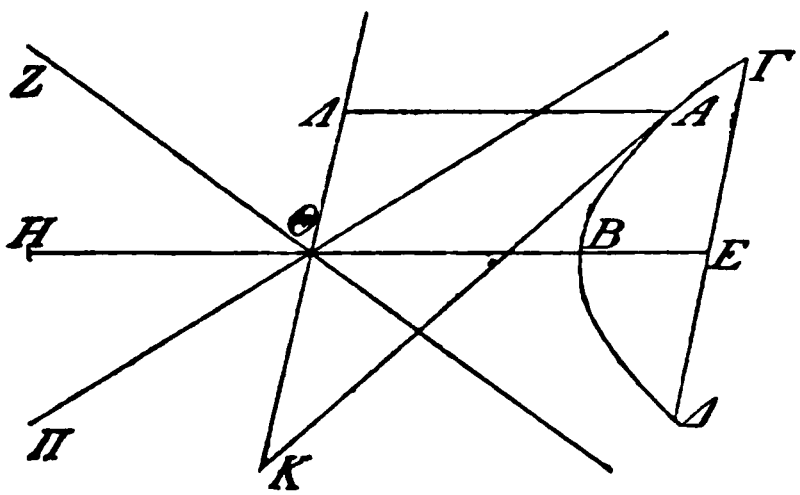
8. δὴ] p, δέ V. 10. τῶν] (alt.) καὶ Vp; corr. Comm. 14. ZAE] scripsi, ZA Vp. 24. ΘE] $\Theta E A$ V; corr. Memus; $\Theta E B$ c, $E B \Theta$ p.

positione data est; quare A datum est [dat. 25]. uerum etiam Z datum est; ergo positione data est ZAE [dat. 26].

componetur hoc modo: sit AB sectio, et $E\Theta$, ΘZ asymptotae, et datum punctum Z in altera asymptotarum sectionem continentium positum, seceturque in Δ in duas partes aequales $Z\Theta$, et per Δ rectae ΘE parallela ducatur ΔA , ducaturque ZA . et quoniam est $Z\Delta = \Delta\Theta$, erit etiam $ZA = AE$ [Eucl. VI, 2]. ergo propter ea, quae supra demonstrauius [prop. IX], ZAE sectionem contingit.

iisdem suppositis datum punctum in spatio sub angulo posito, qui deinceps est rectis sectionem continentibus, positum sit, et sit K . oportet igitur a K

rectam sectionem contingentem ducere. et factum sit, sitque KA , et ducta $K\Theta$ producat; itaque positione data erit [dat. 26]. si igitur in sectione



datum punctum Γ sumitur, et per Γ rectae $K\Theta$ parallela ducitur $\Gamma\Delta$, positione data erit [dat. 28]. et si $\Gamma\Delta$ in E in duas partes aequales secatur, ductaque ΘE producit, positione data erit [dat. 7, 26], et diameter erit cum $K\Theta$ coniugata [I def. 6]. ponatur igitur $\Theta H = B\Theta$, et per A rectae $B\Theta$ parallela ducatur AA' . itaque quoniam KA , BH diametri coniugatae sunt, et AK contingens, AA' autem rectae BH parallela, erit [I, 38; deff. alt. 3] $K\Theta \times \Theta A$

ἴσον τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ πρὸς τῇ BH εἵδους. δοθὲν ἄρα τὸ ὑπὸ $K\Theta A$. καὶ ἐστὶ δοθεῖσα ἡ $K\Theta$. δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΘA . ἀλλὰ καὶ τῇ θέσει· καὶ ἐστὶ δοθὲν τὸ Θ . δοθὲν ἄρα καὶ τὸ A . καὶ διὰ τοῦ A παρὰ
 5 θέσει τὴν BH ἤκται ἡ AA . θέσει ἄρα ἡ AA . θέσει δὲ καὶ ἡ τομὴ· δοθὲν ἄρα τὸ A . ἀλλὰ καὶ τὸ K . θέσει ἄρα ἡ AK .

συντεθήσεται δὴ οὕτως· ὑποκείσθω τὰ μὲν ἄλλα τὰ αὐτά, τὸ δὲ δοθὲν σημεῖον τὸ K ἐν τῷ προειρη-
 10 μένῳ τόπῳ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ $K\Theta$ ἐκβεβλήσθω, καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον τὸ Γ , καὶ τῇ $K\Theta$ παράλληλος ἤχθω ἡ ΓA , καὶ τετμήσθω ἡ ΓA δίχα τῷ E , καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ $E\Theta$ ἐκβεβλήσθω, καὶ τῇ $B\Theta$ ἴση κείσθω ἡ ΘH . ἡ ἄρα HB πλαγία διάμετρος ἐστὶ
 15 συζυγῆς τῇ $K\Theta A$. κείσθω δὴ τῷ τετάρτῳ τοῦ παρὰ τὴν BH εἵδους ἴσον τὸ ὑπὸ $K\Theta A$, καὶ διὰ τοῦ A τῇ BH παράλληλος ἤχθω ἡ AA , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ KA . φανερὸν δὴ, ὅτι ἡ KA ἐφάπτεται τῆς τομῆς διὰ τὴν ἀντιστροφὴν τοῦ θεωρήματος.

20 ἔαν δὲ ἐν τῷ μεταξὺ τόπῳ τῶν $Z\Theta\Pi$ δοθῇ, ἀδύνατον ἔσται τὸ πρόβλημα. ἡ γὰρ ἐφαπτομένη τεμεῖ τὴν $H\Theta$. ὥστε συμπεσεῖται ἑκατέρᾳ τῶν $Z\Theta\Pi$. ὅπερ ἀδύνατον διὰ τὰ δεδειγμένα ἐν τῷ λα' τοῦ πρώτου καὶ ἐν τῷ τρίτῳ τούτου τοῦ βιβλίου.

25 Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἔστω ἡ τομὴ ἔλλειψις, τὸ δὲ δοθὲν σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ A , καὶ δέον ἔστω ἀπὸ τοῦ A ἀγαγεῖν ἐφαπτομένην τῆς τομῆς. γεγυῖται, καὶ ἔστω ἡ AH , καὶ τεταγμένως ἀπὸ τοῦ A ἐπὶ τὸν $B\Gamma$ ἄξονα ἤχθω ἡ $A\Delta$. ἔσται δὴ δοθὲν τὸ Δ , καὶ

8. δὴ] δέ Halley. 19. ἀναστροφὴν V p; corr. Halley. τοῦ λα' θεωρήματος τοῦ πρώτου βιβλίου Halley cum Commandino.

quartae parti figurae ad BH adplicatae aequale. itaque $K^\Theta \times \Theta A$ datum est. et K^Θ data est [dat. 26]; itaque etiam ΘA data est [dat. 57]. uerum etiam positione data est; et Θ datum est; itaque etiam A datum est [dat. 27]. et per A rectae BH positione datae parallela ducta est AA ; itaque AA positione data est [dat. 28]. uerum etiam sectio positione data est; itaque A datum est [dat. 25]. uerum etiam K datum est; ergo AK positione data est [dat. 26].

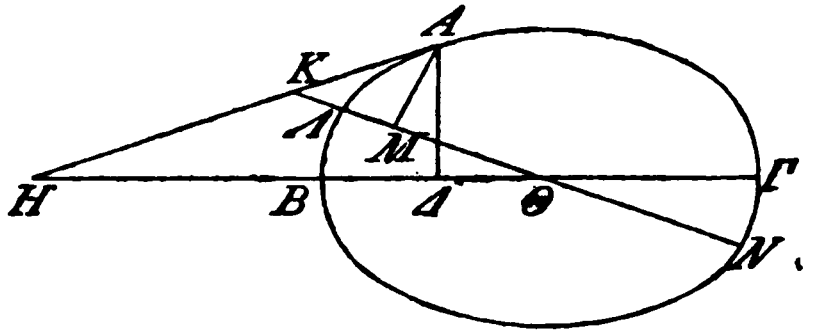
componetur hoc modo: cetera eadem supponantur, datum autem punctum K in spatio positum, quod significauimus, et ducta K^Θ producat, sumaturque punctum aliquod Γ , et rectae K^Θ parallela ducatur ΓA , seceturque in E in duas partes aequales ΓA , et ducta E^Θ producat, ponaturque $\Theta H = B^\Theta$; itaque HB diametrus transuersa est cum $K^\Theta A$ coniugata [I def. 6]. ponatur igitur $K^\Theta \times \Theta A$ quartae parti figurae ad BH adplicatae aequale, et per A rectae BH parallela ducatur AA , ducaturque KA . manifestum igitur propter conuersionem theorematis supra citati [I, 38], rectam KA sectionem contingere.

sin punctum in spatio inter Z^Θ , $\Theta \Pi$ posito datum erit, problema effici non poterit. nam recta contingens rectam H^Θ secabit; quare cum utraque Z^Θ , $\Theta \Pi$ concidet; quod fieri non potest propter ea, quae demonstraui in prop. XXXI libri primi et in tertia huius libri.

Iisdem suppositis sectio ellipsis sit datumque punctum A in sectione positum, et oporteat ab A rectam sectionem contingentem ducere. factum sit, sitque AH , et ab A ad axem $B\Gamma$ ordinate ducatur

ἔσται, ὡς ἡ $\Gamma\Delta$ πρὸς ΔB , οὕτως ἡ ΓH πρὸς $H B$.
καὶ ἔστι λόγος τῆς $\Gamma\Delta$ πρὸς ΔB δοθείς· λόγος ἄρα
καὶ τῆς ΓH πρὸς $H B$ δοθείς. δοθέν ἄρα τὸ H . ἀλλὰ
καὶ τὸ A . θέσει ἄρα ἔστιν ἡ $A H$.

5 συντεθήσεται δὴ οὕτως· ἤχθω κάθετος ἡ $A\Delta$,
καὶ τῷ τῆς $\Gamma\Delta$ πρὸς ΔB λόγῳ ὁ αὐτὸς ἔστω ὁ τῆς
 ΓH πρὸς $H B$, καὶ
ἐπεζεύχθω ἡ $A H$.
φανερὸν δὴ, ὅτι
10 ἡ $A H$ ἐφάπτεται,
ὡσπερ καὶ ἐπὶ τῆς
ὑπερβολῆς.



ἔστω δὴ πάλιν τὸ δοθέν σημεῖον τὸ K , καὶ δέον
ἔστω ἀγαγεῖν ἐφαπτομένην. γερονέτω, καὶ ἔστω ἡ
15 $K A$, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ $K\Lambda\Theta$ ἐπὶ τὸ Θ κέντρον ἐκ-
βεβλήσθω ἐπὶ τὸ N . ἔσται δὴ θέσει. καὶ ἐὰν ἀχθῇ
ἡ $A M$ τεταγμένως, ἔσται ὡς ἡ $N K$ πρὸς $K A$, οὕτως
ἡ $N M$ πρὸς $M A$. λόγος δὲ τῆς $K N$ πρὸς $K A$
δοθείς· λόγος ἄρα καὶ τῆς $M N$ πρὸς $A M$ δοθείς.
20 δοθέν ἄρα τὸ M . καὶ ἀνῆκται ἡ $M A$. παράλλη-
λος γάρ ἐστι τῇ κατὰ τὸ A ἐφαπτομένην· θέσει ἄρα
ἡ $M A$. δοθέν ἄρα τὸ A . ἀλλὰ καὶ τὸ K . θέσει
ἄρα ἡ $K A$.

ἡ δὲ σύνθεσις ἡ αὐτὴ τῇ πρὸ αὐτοῦ.

25

ν'.

Τῆς δοθείσης κώνου τομῆς ἐφαπτομένην ἀγαγεῖν,
ἥτις πρὸς τῷ ἄξονι γωνίαν ποιήσει ἐπὶ ταῦτά τῇ τομῇ
ἴσην τῇ δοθείσῃ ὀξείᾳ γωνίᾳ.

$A\Delta$; itaque Δ datum est [dat. 28, 25], eritque [I, 36] $\Gamma\Delta : \Delta B = \Gamma H : HB$. et ratio $\Gamma\Delta : \Delta B$ data est [dat. 1]; itaque etiam ratio $\Gamma H : HB$ data est. quare H datum est. uerum etiam A datum est. ergo positione data est AH [dat. 26].

componetur hoc modo: ducatur perpendicularis $A\Delta$, sitque $\Gamma H : HB = \Gamma\Delta : \Delta B$, et ducatur AH . manifestum igitur, ut in hyperbola, rectam AH contingere [I, 34].

iam rursus datum punctum sit K , et oporteat contingentem ducere. factum sit, sitque KA , et ducta ad centrum \odot recta $K\Lambda \odot$ ad N producat; positione igitur data erit [dat. 26]. et si AM ordinate ducitur, erit $NM : MA = NK : KA$ [I, 36]. uerum ratio $KN : KA$ data est [dat. 1]; quare etiam ratio $MN : AM$ data est. itaque M datum est [dat. 7]. et erecta¹⁾ est MA ; rectae enim in A contingenti parallela est. itaque MA positione data est [dat. 29]. quare A datum est [dat. 25]. uerum etiam K datum est. ergo KA positione data est [dat. 26].

compositio autem eadem est ac in praecedenti [I, 34].

L.

Datam conic sectionem contingentem ducere rectam, quae ad axem ad easdem partes, in quibus est sectio, angulum efficiat dato angulo acuto aequalem.

conic sectio prius sit parabola, cuius axis sit AB . oportet igitur sectionem contingentem rectam ducere, quae ad axem AB ad easdem partes, in quibus est sectio, angulum efficiat dato angulo acuto aequalem.

1) Sc. in dato angulo.

ἔστω κώνου τομὴ πρότερον παραβολή, ἧς ἄξων ὁ AB . δεῖ δὴ ἀγαγεῖν ἐφαπτομένην τῆς τομῆς, ἣτις πρὸς τῷ AB ἄξονι γωνίαν ποιήσῃ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῇ τομῇ ἴσην τῇ δοθείσῃ ὀξείᾳ.

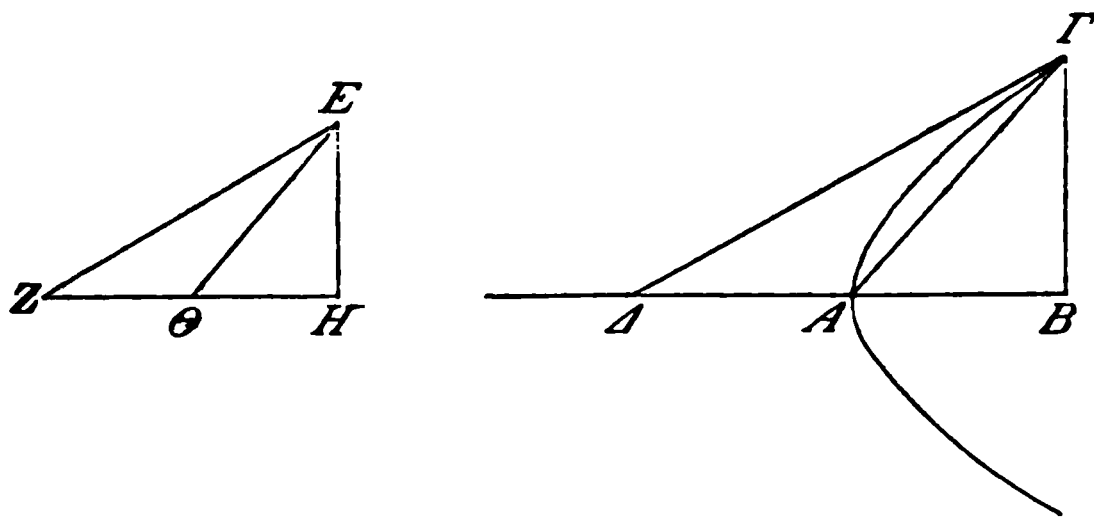
5 γεγονέτω, καὶ ἔστω ἡ $\Gamma\Delta$. δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ $B\Delta\Gamma$ γωνία. ἤχθῃ κάθετος ἡ $B\Gamma$. ἔστι δὴ καὶ ἡ πρὸς τῷ B δοθεῖσα. λόγος ἄρα τῆς ΔB πρὸς $B\Gamma$ δοθείς. τῆς δὲ $B\Delta$ πρὸς BA λόγος ἐστὶ δοθείς· καὶ τῆς AB ἄρα πρὸς $B\Gamma$ λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ ἐστὶ
10 δοθεῖσα ἡ πρὸς τῷ B γωνία· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ BAG . καὶ ἐστὶ πρὸς θέσει τῇ BA καὶ δοθέντι τῷ A . θέσει ἄρα ἡ ΓA . θέσει δὲ καὶ ἡ τομῆ· δοθέν ἄρα τὸ Γ . καὶ ἐφάπτεται ἡ $\Gamma\Delta$. θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ $\Gamma\Delta$.

15 συντεθήσεται δὴ τὸ πρόβλημα οὕτως· ἔστω ἡ δοθεῖσα κώνου τομὴ πρότερον παραβολή, ἧς ἄξων ὁ AB , ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία ὀξεῖα ἡ ὑπὸ EZH , καὶ εἰλήφθῃ σημεῖον ἐπὶ τῆς EZ τὸ E , καὶ κάθετος ἤχθῃ ἡ EH , καὶ τετμήσθῃ δίχα ἡ ZH τῷ Θ , καὶ ἐπεξεύχθῃ
20 ἡ ΘE , καὶ τῇ ὑπὸ τῶν $H\Theta E$ γωνία ἴση συνεστῆτω ἡ ὑπὸ τῶν BAG , καὶ ἤχθῃ κάθετος ἡ $B\Gamma$, καὶ τῇ BA ἴση κείσθῃ ἡ $A\Delta$, καὶ ἐπεξεύχθῃ ἡ $\Gamma\Delta$. ἐφαπτομένη ἄρα ἐστὶν ἡ $\Gamma\Delta$ τῆς τομῆς.

λέγω δὴ, ὅτι ἡ ὑπὸ τῶν $\Gamma\Delta B$ τῇ ὑπὸ τῶν EZH
25 ἐστὶν ἴση.

ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν, ὡς ἡ ZH πρὸς $H\Theta$, οὕτως ἡ ΔB πρὸς BA , ἔστι δὲ καὶ ὡς ἡ ΘH πρὸς HE , οὕτως ἡ AB πρὸς $B\Gamma$, δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν, ὡς ἡ ZH πρὸς HE , οὕτως ἡ ΔB πρὸς τὴν $B\Gamma$. καὶ εἰσὶν ὀρθαὶ αἱ

factum sit, sitque $\Gamma\Delta$; itaque $\angle B\Delta\Gamma$ datus est. perpendicularis ducatur $B\Gamma$; itaque etiam angulus ad B positus datus est. quare ratio $\Delta B : B\Gamma$ data est [dat. 40]. uerum ratio $B\Delta : BA$ data est [dat. 1].



itaque etiam ratio $AB : B\Gamma$ data est [dat. 8]. et angulus ad B positus datus est; quare etiam $\angle B\Delta\Gamma$ datus est [dat. 41]. et ad rectam BA positione datam punctumque datum A positus est; itaque ΓA positione data est [dat. 29]. uerum etiam sectio positione data est; itaque Γ datum est [dat. 25]. et $\Gamma\Delta$ contingit; ergo $\Gamma\Delta$ positione data est.

componetur problema hoc modo: sit data coni sectio prius parabola, cuius axis sit AB , angulus autem acutus datus sit EZH , sumaturque in EZ punctum E , et perpendicularis ducatur EH , seceturque ZH in Θ in duas partes aequales, et ducatur ΘE , construaturn autem $\angle B\Delta\Gamma = H\Theta E$, et perpendicularis ducatur $B\Gamma$, ponaturque $A\Delta = BA$, et ducatur $\Gamma\Delta$. itaque $\Gamma\Delta$ sectionem contingit [I, 35].

iam dico, esse $\angle \Gamma\Delta B = EZH$.

nam quoniam est $ZH : H\Theta = \Delta B : BA$, et [Eucl. VI, 2] etiam $\Theta H : HE = AB : B\Gamma$, ex aequo

Η, καὶ ἤχθω ἀπ' αὐτοῦ ἐπὶ τὴν ΘK κάθετος ἢ HK .
 ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ZXA τῇ ὑπὸ $A\Theta K$, εἰσὶ
 δὲ καὶ αἱ πρὸς τοῖς A, K γωνίαι ὀρθαί, ἔστιν ἄρα,
 ὡς ἢ XA πρὸς AZ , ἢ ΘK πρὸς KA . ἢ δὲ ΘK πρὸς
 5 KA μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὴν HK . καὶ ἢ XA
 πρὸς AZ ἄρα μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἢ ΘK πρὸς
 KH . ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ XA πρὸς τὸ ἀπὸ AZ μείζονα
 λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ ΘK πρὸς τὸ ἀπὸ KH . ὡς
 δὲ τὸ ἀπὸ XA πρὸς τὸ ἀπὸ AZ , ἢ πλαγία πρὸς τὴν
 10 ὀρθίαν· καὶ ἢ πλαγία ἄρα πρὸς τὴν ὀρθίαν μείζονα
 λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ ΘK πρὸς τὸ ἀπὸ KH . ἐὰν
 δὴ ποιήσωμεν, ὡς τὸ ἀπὸ XA πρὸς τὸ ἀπὸ AZ , οὕτως
 ἄλλο τι πρὸς τὸ ἀπὸ KH , μείζον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ ΘK .
 ἔστω τὸ ὑπὸ $MK\Theta$. καὶ ἐπεξεύχθω ἢ HM . ἐπεὶ
 15 οὖν μείζον ἐστὶ τὸ ἀπὸ MK τοῦ ὑπὸ $MK\Theta$, τὸ ἄρα
 ἀπὸ MK πρὸς τὸ ἀπὸ KH μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ
 τὸ ὑπὸ $MK\Theta$ πρὸς τὸ ἀπὸ KH , τουτέστι τὸ ἀπὸ XA
 πρὸς τὸ ἀπὸ AZ . καὶ ἐὰν ποιήσωμεν, ὡς τὸ ἀπὸ
 MK πρὸς τὸ ἀπὸ KH , οὕτως τὸ ἀπὸ XA πρὸς ἄλλο
 20 τι, ἔστι πρὸς ἔλαττον τοῦ ἀπὸ AZ . καὶ ἢ ἀπὸ τοῦ
 X ἐπὶ τὸ ληφθὲν σημεῖον ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ὅμοια
 ποιήσει τὰ τρίγωνα, καὶ διὰ τοῦτο μείζων ἐστὶν ἢ
 ὑπὸ ZXA τῆς ὑπὸ HMK . κείσθω δὴ τῇ ὑπὸ HMK
 ἴση ἢ ὑπὸ $AX\Gamma$. ἢ ἄρα $X\Gamma$ τεμεῖ τὴν τομὴν. τεμ-
 25 νέτω κατὰ τὸ Γ , καὶ ἀπὸ τοῦ Γ ἐφαπτομένη τῆς
 τομῆς ἤχθω ἢ $\Gamma\Delta$, καὶ κάθετος ἢ ΓE . ὅμοιον ἄρα
 ἐστὶ τὸ $\Gamma X E$ τρίγωνον τῷ HMK . ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ
 ἀπὸ $X E$ πρὸς τὸ ἀπὸ $E\Gamma$, τὸ ἀπὸ MK πρὸς τὸ ἀπὸ

15. τοῦ] pc, corr. ex τό m. 1 V. 20. AZ] c, AZ uel A J
 (littera Z obscura) V; A Δ vp. 26. ὅμοια cv et, ut uidetur,
 V; corr. p.

bola, cuius axis sit AB , asymptota autem XZ , et datus angulus acutus $K\Theta H > AXZ$, et sit

$$\angle K\Theta A = AXZ,$$

ducaturque ab A ad AB perpendicularis AZ , in $H\Theta$ autem punctum aliquod sumatur H , ducaturque ab eo ad ΘK perpendicularis HK . iam quoniam est

$$\angle ZXA = \angle \Theta K,$$

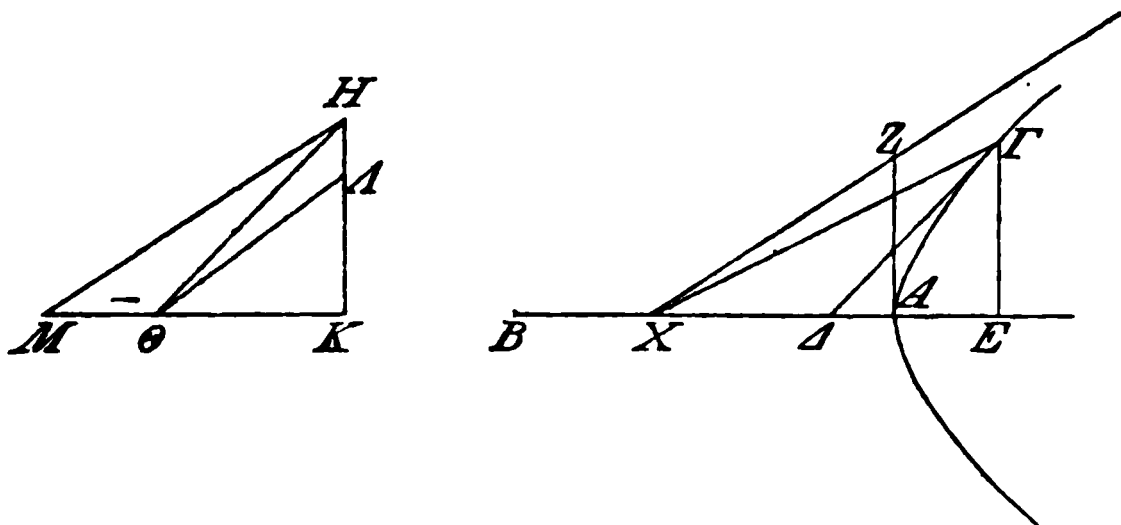
et etiam anguli ad A , K positi recti sunt, erit

$$XA : AZ = \Theta K : KA \text{ [Eucl. VI, 4].}$$

est autem $\Theta K : KA > \Theta K : KH$ [Eucl. V, 8]. itaque etiam $XA : AZ > \Theta K : KH$. quare etiam

$$XA^2 : AZ^2 > \Theta K^2 : KH^2.$$

est autem, ut $XA^2 : AZ^2$, ita latus transversum ad rectum [prop. I]; quare etiam latus transversum ad



latus rectum maiorem rationem habet quam $\Theta K^2 : KH^2$. itaque si fecerimus, ut $XA^2 : AZ^2$, ita aliam magnitudinem ad KH^2 , ea maior erit quam ΘK^2 [Eucl. V, 8]. sit $MK \times K\Theta$, et ducatur HM . iam quoniam est $MK^2 > MK \times K\Theta$, erit [Eucl. V, 8]

$$MK^2 : KH^2 > MK \times K\Theta : KH^2,$$

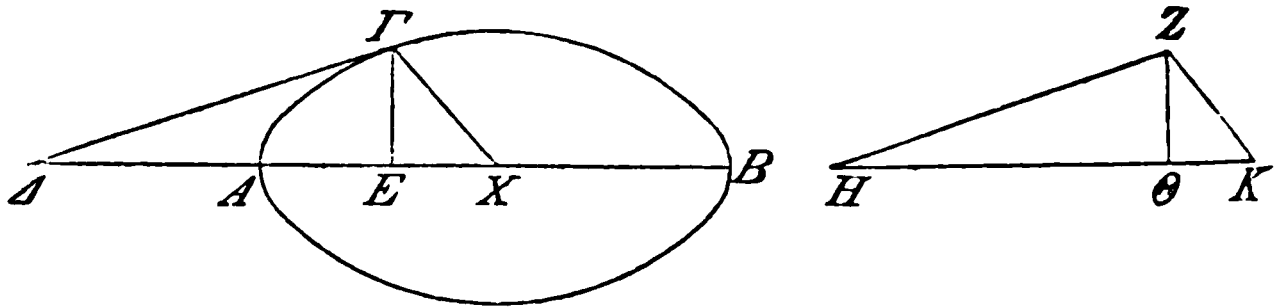
hoc est $MK^2 : KH^2 > XA^2 : AZ^2$. et si fecerimus,

In Vvc figurae huic adiectae sunt VI rectae totidemque rectangula, quae quid sibi uelint, in praefatione exponam; om. p.

KH . ἔστι δὲ καί, ὡς ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, τό
 τε ὑπὸ $XE\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ $E\Gamma$ καὶ το ὑπὸ $MK\Theta$
 πρὸς το ἀπὸ KH . καὶ ἀνάπαλιν, ὡς τὸ ἀπὸ ΓE πρὸς
 τὸ ὑπο $XE\Delta$, τὸ ἀπὸ HK πρὸς τὸ ὑπὸ $MK\Theta$. δι'
 5 ἴσου ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ XE πρὸς τὸ ὑπὸ $XE\Delta$, τὸ ἀπὸ
 MK πρὸς τὸ ὑπὸ $MK\Theta$. καὶ ὡς ἄρα ἡ XE πρὸς
 $E\Delta$, ἡ MK πρὸς $K\Theta$. ἦν δὲ καί, ὡς ἡ ΓE πρὸς
 $E\Delta$, ἡ HK πρὸς $K\Theta$. δι' ἴσου ἄρα, ὡς ἡ ΓE πρὸς
 $E\Delta$, ἡ HK πρὸς $K\Theta$. καὶ εἰσιν ὀρθαὶ αἱ πρὸς τοῖς
 10 E, K γωνίαι. ἴση ἄρα ἡ πρὸς τῷ Δ γωνία τῇ
 ὑπὸ $H\Theta K$.

Ἐστω ἡ τομὴ ἔλλειψις, ἧς ἄξων ὁ AB . δεῖ δὲ
 ἐφαπτομένην ἀγαγεῖν τῆς τομῆς, ἣτις πρὸς τῷ ἄξονι
 ἐπὶ ταῦτά τῇ τομῇ ἴσην γωνίαν περιέξει τῇ δοθείσῃ
 15 ὀξείᾳ γωνίᾳ.

γεγονέτω, καὶ ἔστω ἡ $\Gamma\Delta$. δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ
 ὑπὸ τῶν $\Gamma\Delta A$ γωνία. ἤχθω κάθετος ἡ ΓE . λόγος



ἄρα τοῦ ἀπὸ τῆς ΔE πρὸς τὸ ἀπὸ $E\Gamma$ δοθείς. ἔστω
 κέντρον τῆς τομῆς τὸ X , καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓX . τοῦ
 20 δὲ ἀπὸ τῆς ΓE πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν $\Delta E X$ λόγος ἐστὶ
 δοθείς· ὁ γὰρ αὐτός ἐστι τῷ τῆς ὀρθίας πρὸς τὴν
 πλαγίαν· καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ΔE ἄρα πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν $\Delta E X$
 λόγος ἐστὶ δοθείς· καὶ τῆς ΔE ἄρα πρὸς $E X$ λόγος

4. πρὸς] om. V; corr. p. 13. ἦτις] ἡ τῆς V; corr. p. 16.
 ἡ] (alt.) om. V; corr. p. 20. δὲ] δέ V; corr. Halley.

ut $MK^2 : KH^2$, ita XA^2 ad aliam magnitudinem, erit ad magnitudinem minorem quam AZ^2 [Eucl. V, 8]; et recta a X ad punctum sumptum ducta triangulos similes efficiet [Eucl. VI, 6], et ideo erit

$$\angle ZXA > HMK.^1)$$

ponatur igitur $\angle AX\Gamma = HMK$; $X\Gamma$ igitur sectionem secabit [prop. II]. secet in Γ , et a Γ sectionem contingens ducatur $\Gamma\Delta$ [prop. XLIX], et ΓE perpendicularis; itaque triangulus ΓXE triangulo HMK similis est. quare $XE^2 : E\Gamma^2 = MK^2 : KH^2$ [Eucl. VI, 4]. est autem etiam, ut latus transuersum ad rectum, ita $XE \times E\Delta : E\Gamma^2$ [I, 37] et $MK \times K\Theta : KH^2$. et e contrario [Eucl. V, 7 coroll.] erit

$$\Gamma E^2 : XE \times E\Delta = HK^2 : MK \times K\Theta.$$

ex aequo igitur [Eucl. V, 20]

$$XE^2 : XE \times E\Delta = MK^2 : MK \times K\Theta.$$

quare etiam $XE : E\Delta = MK : K\Theta$. erat autem etiam $\Gamma E : EX = HK : KM$. ex aequo igitur [Eucl. V, 20] $\Gamma E : E\Delta = HK : K\Theta$. et anguli ad E, K positi recti sunt; itaque $\angle \Delta = H\Theta K$ [Eucl. VI, 6].

Iam sit sectio ellipsis, cuius axis sit AB . oportet igitur rectam sectionem contingentem ducere, quae ad axem ad easdem partes, in quibus est sectio, angulum comprehendat dato angulo acuto aequalem.

factum sit, sitque $\Gamma\Delta$; itaque $\angle \Gamma\Delta A$ datus est. perpendicularis ducatur ΓE ; itaque ratio $\Delta E^2 : E\Gamma^2$ data est [dat. 1]. sit X centrum sectionis, et ducatur ΓX . itaque ratio $\Gamma E^2 : \Delta E \times EX$ data est; nam

1) Nam ob similitudinem trianguli HMK eiusque, quem efficit recta a X ad sumptum punctum (x) ducta, erit $\angle HMK = AXx$; et $\angle AXx < AXZ$, quia $Ax < AZ$.

ἐστὶ δοθεῖς. τῆς δὲ ΔE πρὸς $E\Gamma$ · καὶ τῆς ΓE ἄρα πρὸς EX λόγος ἐστὶ δοθεῖς. καὶ ἐστὶν ὀρθή ἢ πρὸς τῷ E · δοθεῖσα ἄρα ἢ πρὸς τῷ X γωνία. καὶ ἐστὶ πρὸς θέσει καὶ δοθέντι σημείῳ· δοθέν ἄρα ἐστὶ τὸ
 5 Γ σημεῖον. καὶ ἀπὸ δεδομένου τοῦ Γ ἐφαπτομένη ἢ $\Gamma\Delta$ · θέσει ἄρα ἢ $\Gamma\Delta$.

συντεθήσεται δὴ τὸ πρόβλημα οὕτως· ἔστω ἢ μὲν δοθεῖσα γωνία ὀξεῖα ἢ ὑπὸ τῶν $ZH\Theta$, καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ZH τὸ Z , καὶ κάθετος ἤχθω ἢ $Z\Theta$; καὶ πε-
 10 ποιήσθω, ὡς ἢ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν, τὸ ἀπὸ τῆς $Z\Theta$ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν $H\Theta K$, καὶ ἐπεζεύχθω ἢ KZ , καὶ ἔστω κέντρον τῆς τομῆς τὸ X , καὶ τῇ ὑπὸ τῶν HKZ γωνία ἴση συνεστάτω ἢ ὑπὸ τῶν $AX\Gamma$, καὶ ἤχθω ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἢ $\Gamma\Delta$. λέγω, ὅτι ἢ $\Gamma\Delta$
 15 ποιεῖ τὸ πρόβλημα, τουτέστιν, ὅτι ἴση ἐστὶν ἢ ὑπὸ τῶν $\Gamma\Delta E$ γωνία τῇ ὑπὸ τῶν $ZH\Theta$.

ἐπεὶ γάρ ἐστὶν, ὡς ἢ XE πρὸς $E\Gamma$, οὕτως ἢ $K\Theta$ πρὸς $Z\Theta$, καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς XE πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς $E\Gamma$, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς $K\Theta$ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς $Z\Theta$.
 20 ἔστι δὲ καί, ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΓE πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΔEX , οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς $Z\Theta$ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν $K\Theta H$. ἑκάτερος γὰρ ὁ αὐτός ἐστὶ τῷ τῆς ὀρθίας πρὸς τὴν πλαγίαν. καὶ δι' ἴσου· ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ XE πρὸς τὸ ὑπὸ $XE\Delta$, οὕτως τὸ ἀπὸ $K\Theta$ πρὸς τὸ ὑπὸ $H\Theta K$.
 25 καὶ ὡς ἄρα ἢ XE πρὸς τὴν $E\Delta$, οὕτως ἢ $K\Theta$ πρὸς τὴν ΘH . ἔστι δὲ καί, ὡς ἢ XE πρὸς ΓE , ἢ $K\Theta$ πρὸς $Z\Theta$. δι' ἴσου ἄρα ἐστίν, ὡς ἢ ΔE πρὸς $E\Gamma$, οὕτως ἢ $H\Theta$ πρὸς τὴν $Z\Theta$. καὶ περὶ ὀρθᾶς γωνίας

1. Post $E\Gamma$ add. λόγος ἐστὶ δοθεῖς p. ΓE] XE Vp; corr. Memus. 12. ἔστω] τό V; correxi praeunte Halleio (del. καὶ τό). 13. HKZ] HZ V; corr. p (HK, KZ). 22. ὁ]

eadem est ac ratio lateris recti ad transuersum [I, 37].
 quare etiam ratio $\Delta E^2 : \Delta E \times EX$ data est [dat. 8].
 itaque etiam ratio $\Delta E : EX$ data est. uerum ratio
 $\Delta E : E\Gamma$ data; quare etiam ratio $\Gamma E : EX$ data est
 [dat. 8]. et angulus ad E positus rectus est; itaque
 angulus ad X positus datus est [dat. 41]. et ad
 rectam positione datam punctumque datum positus
 est; itaque punctum Γ datum est [dat. 29, 25]. et
 a dato puncto Γ contingens ducta est $\Gamma\Delta$; ergo $\Gamma\Delta$
 positione data est.

componetur problema hoc modo: sit $ZH\Theta$ datus
 angulus acutus, sumaturque in ZH punctum Z , et
 perpendicularis ducatur $Z\Theta$, fiatque, ut latus rectum
 ad transuersum, ita $Z\Theta^2$ ad $H\Theta \times \Theta K$, ducaturque
 KZ , centrum autem sectionis sit X , et construatur
 $\angle AX\Gamma = \angle HKZ$, ducaturque sectionem contingens
 $\Gamma\Delta$ [prop. XLIX]. dico, $\Gamma\Delta$ problema efficere, hoc
 est, esse $\angle \Gamma\Delta E = ZH\Theta$.

nam quoniam est [Eucl. VI, 4] $XE : E\Gamma = K\Theta : Z\Theta$,
 erit etiam $XE^2 : E\Gamma^2 = K\Theta^2 : Z\Theta^2$. est autem etiam

$$\Gamma E^2 : \Delta E \times EX = Z\Theta^2 : K\Theta \times \Theta H;$$

utraque enim eadem est ac ratio lateris recti ad
 transuersum [I, 37]. et ex aequo [Eucl. V, 20]; erit
 igitur $XE^2 : XE \times E\Delta = K\Theta^2 : H\Theta \times \Theta K$. quare
 etiam $XE : E\Delta = K\Theta : \Theta H$. est autem etiam

$$XE : \Gamma E = K\Theta : Z\Theta.$$

itaque ex aequo [Eucl. V, 20] $\Delta E : E\Gamma = H\Theta : Z\Theta$.

om. V; corr. p. 24. οὐτως] οὐ Vv, οὐτω p. $K\Theta$] p,
 $K\Theta$ uel KO V; KO cv. $H\Theta K$] $KH\Theta$ Vv, τῶν $K\Theta$, ΘH p;
 corr. Memus.

αί πλευραὶ ἀνάλογον· ἡ ἄρα ὑπὸ $\Gamma\Delta E$ γωνία τῇ ὑπὸ $ZH\Theta$ γωνία ἐστὶν ἴση. ἡ $\Gamma\Delta$ ἄρα ποιεῖ τὸ πρόβλημα.

να'.

5 Τῆς δοθείσης κώνου τομῆς ἀγαγεῖν ἐφαπτομένην, ἣτις πρὸς τῇ διὰ τῆς ἀφῆς ἠγμένη διαμέτρῳ ἴσην περιέξει γωνίαν τῇ δοθείσῃ ὀξείᾳ.

ἔστω ἡ δοθεῖσα κώνου τομὴ πρότερον παραβολή, ἣς ἄξων ὁ AB , ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία ἡ Θ . δεῖ δὲ
10 ἀγαγεῖν τῆς παραβολῆς ἐφαπτομένην, ἣτις μετὰ τῆς ἀπὸ τῆς ἀφῆς διαμέτρου ἴσην περιέξει γωνίαν τῇ πρὸς τῷ Θ .

γεγονέτω, καὶ ἦχθῳ ἐφαπτομένη ἡ $\Gamma\Delta$ ποιούσα πρὸς τῇ διὰ τῆς ἀφῆς ἠγμένη διαμέτρῳ τῇ $E\Gamma$ τὴν
15 ὑπὸ $E\Gamma\Delta$ γωνίαν ἴσην τῇ Θ , καὶ συμπιπέτω ἡ $\Gamma\Delta$ τῷ ἄξονι κατὰ τὸ Δ . ἐπεὶ οὖν παράλληλός ἐστὶν ἡ $A\Delta$ τῇ $E\Gamma$, ἡ ὑπὸ $A\Delta\Gamma$ γωνία τῇ ὑπὸ $E\Gamma\Delta$ ἴση ἐστί. δοθεῖσα δὲ ἡ ὑπὸ $E\Gamma\Delta$ ἴση γάρ ἐστὶ τῇ Θ · δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ $A\Delta\Gamma$.

20 συντεθήσεται δὴ οὕτως· ἔστω παραβολή, ἣς ἄξων ὁ AB , ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία ἡ Θ . ἦχθῳ ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἡ $\Gamma\Delta$ ποιούσα πρὸς τῷ ἄξονι τὴν ὑπὸ τῶν $A\Delta\Gamma$ γωνίαν ἴσην τῇ Θ , καὶ διὰ τοῦ Γ τῇ AB παράλληλος ἦχθῳ ἡ $E\Gamma$. ἐπεὶ οὖν ἡ Θ γωνία ἴση ἐστὶ
25 τῇ ὑπὸ $A\Delta\Gamma$, ἡ δὲ ὑπὸ $A\Delta\Gamma$ ἴση τῇ ὑπὸ $E\Gamma\Delta$, καὶ ἡ Θ ἄρα ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ $E\Gamma\Delta$.

Ἔστω ἡ τομὴ ὑπερβολή, ἣς ἄξων ὁ AB , κέντρον δὲ τὸ E , ἀσύμπτωτος δὲ ἡ ET , ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία

9. ἡ Θ] $H\Theta$ V; corr. Memus. 15. $E\Gamma\Delta$] $E\Gamma A$ V; corr. p.
23. $A\Delta\Gamma$] $\Delta A\Gamma$ V; corr. p ($\Gamma\Delta A$).

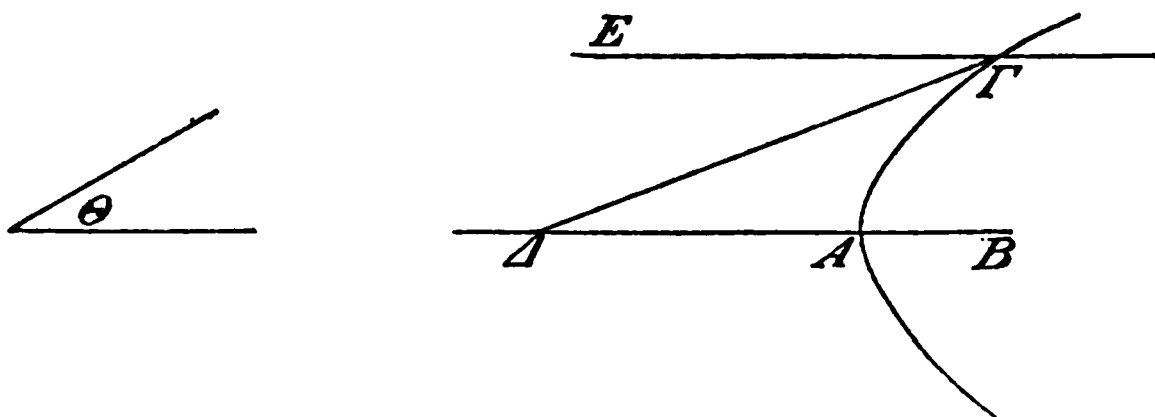
et latera rectos angulos comprehendentia proportionalia sunt; itaque $\angle \Gamma \Delta E = \angle H \Theta$ [Eucl. VI, 6]. ergo $\Gamma \Delta$ problema efficit.

LI.

Datam conicam sectionem contingentem rectam ducere, quae cum diametro per punctum contactus ducta angulum comprehendat dato angulo acuto aequalem.

data conicæ sectio prius sit parabola, cuius axis sit AB , datus autem angulus sit Θ . oportet igitur parabola contingentem rectam ducere, quae cum diametro a puncto contactus ducta angulum comprehendat angulo Θ aequalem.

sit factum, contingensque ducta sit $\Gamma \Delta$ ad $E\Gamma$ diametrum per punctum contactus ductam angulum $E\Gamma \Delta$ efficiens angulo Θ aequalem, et $\Gamma \Delta$ cum axe

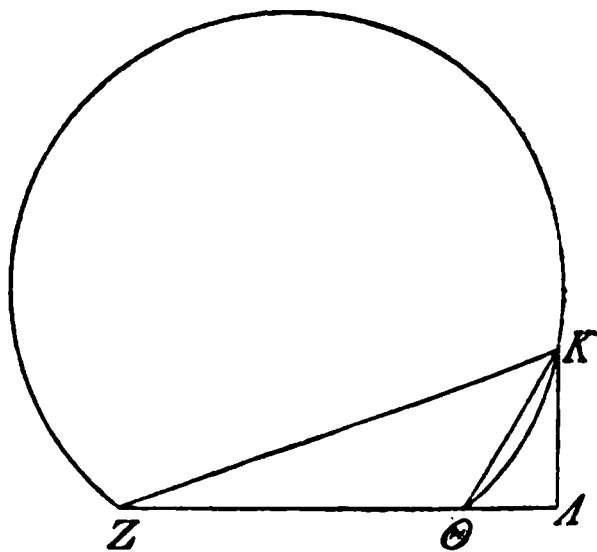


concurrat in Δ . iam quoniam $A\Delta$ rectae $E\Gamma$ parallela est [I, 51 coroll.], erit $\angle A\Delta\Gamma = \angle E\Gamma\Delta$ [Eucl. I, 29]. uerum $\angle E\Gamma\Delta$ datus est; est enim $\angle E\Gamma\Delta = \Theta$; ergo etiam $\angle A\Delta\Gamma$ datus est.

componetur hoc modo: sit parabola, cuius axis sit AB , datus autem angulus sit Θ . ducatur sectionem contingens $\Gamma \Delta$ ad axem efficiens angulum $A\Delta\Gamma$

Hic quoque figurae adiecta sunt quattuor rectangula rectaeque in Vvc; om. p.

ὀξεῖα ἢ Ω , καὶ ἐφαπτομένη ἢ $\Gamma\Delta$, καὶ ἐπεξεύχθω ἢ $\Gamma\epsilon$ ποιούσα τὸ πρόβλημα, καὶ ἤχθω κάθετος ἢ $\Gamma\eta$.
δοθεὶς ἄρα λόγος ἐστὶ τῆς πλαγίας πρὸς τὴν ὀρθίαν·
ὥστε καὶ τοῦ ὑπὸ $\epsilon\eta\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ $\Gamma\eta$. ἐκκείσθω
5 δὴ τις εὐθεῖα δεδομένη ἢ
 $Z\Theta$, καὶ ἐπ' αὐτῆς γεγράφ-
θω κύκλου τμήμα δεχόμε-
νον γωνίαν ἴσην τῇ Ω . ἐστὶ
ἄρα μείζον ἡμικυκλίου. καὶ
10 ἀπὸ τινος σημείου τῶν ἐπὶ
τῆς περιφερείας τοῦ K
ἤχθω κάθετος ἢ $K\Lambda$ ποι-
ούσα τὸν τοῦ ὑπὸ $Z\Lambda\Theta$
πρὸς τὸ ἀπὸ ΛK λόγον τὸν αὐτὸν τῷ τῆς πλαγίας
15 πρὸς τὴν ὀρθίαν, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ $ZK, K\Theta$. ἐπεὶ
οὖν ἴση ἐστὶν ἢ ὑπὸ $ZK\Theta$ γωνία τῇ ὑπὸ $\epsilon\Gamma\Delta$,
ἀλλὰ καὶ ἐστὶν, ὡς ἢ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, τό-
τε ὑπὸ $\epsilon\eta\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ $\eta\Gamma$ καὶ τὸ ὑπὸ $Z\Lambda\Theta$ πρὸς
τὸ ἀπὸ ΛK , ὅμοιον ἄρα τὸ $KZ\Lambda$ τρίγωνον τῷ $\epsilon\Gamma\eta$
20 τριγώνῳ καὶ τὸ $Z\Theta K$ τῷ $\epsilon\Gamma\Delta$. ὥστε ἴση ἐστὶν ἢ ὑπὸ
 ΘZK γωνία [τουτέστιν ἢ Ω] τῇ ὑπὸ $\Gamma\epsilon\Delta$.



συντεθήσεται δὴ οὕτως· ἔστω ἢ μὲν δοθεῖσα
ὑπερβολὴ ἢ $A\Gamma$, ἀξων δὲ ὁ AB , κέντρον δὲ τὸ E ,
ἢ δὲ δοθεῖσα ὀξεῖα γωνία ἢ Ω , ὁ δὲ δοθεὶς λόγος
25 τῆς πλαγίας πρὸς τὴν ὀρθίαν ὁ αὐτὸς τῷ τῆς $X\Phi$
πρὸς $X\Phi$, καὶ δίχα τετμήσθω ἢ $\Psi\Phi$ κατὰ τὸ Γ , καὶ
ἐκκείσθω δεδομένη εὐθεῖα ἢ $Z\Theta$, καὶ ἐπ' αὐτῆς γε-

14. ΛK] AK V; corr. p. τῷ] τὸν V; corr. p. 19. $\epsilon\Gamma\eta$] $\epsilon\Gamma K$ V; corr. Comm. 21. ΘZK] $Z\Theta K$ V; corr. Comm.
τουτέστιν ἢ Ω] del. Comm. $\Gamma\epsilon\Delta$] $\epsilon\Gamma\Delta$, E postea inserta
m. 1, V; corr. Comm. 23. $A\Gamma$] pc , A e corr. m. 1 V.

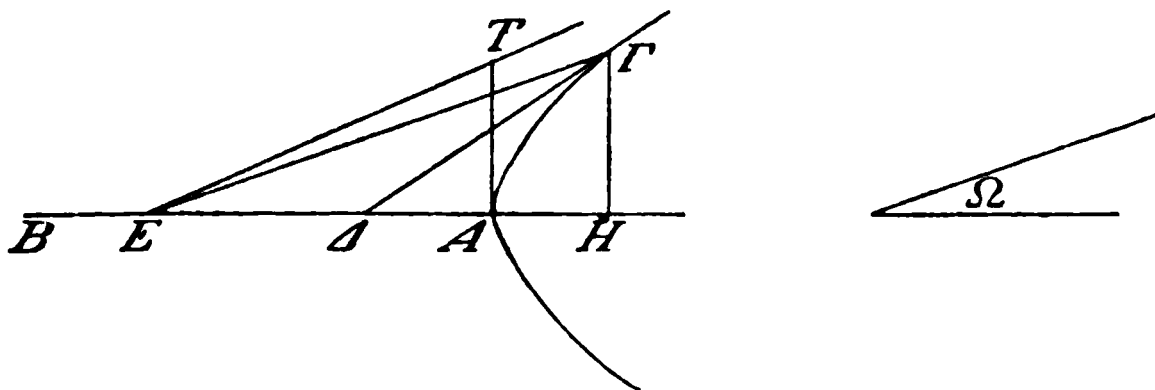
angulo Θ aequalem [prop. L], per Γ autem rectae AB parallela ducatur $E\Gamma$. iam quoniam est

$$\angle \Theta = \angle A\Delta\Gamma$$

et $\angle A\Delta\Gamma = \angle E\Gamma\Delta$ [Eucl. I, 29], erit etiam

$$\angle \Theta = \angle E\Gamma\Delta.$$

Sit sectio hyperbola, cuius axis sit AB , centrum autem E , et asymptota ET , datus autem angulus acutus Ω , et contingens $\Gamma\Delta$, ducaturque ΓE problema

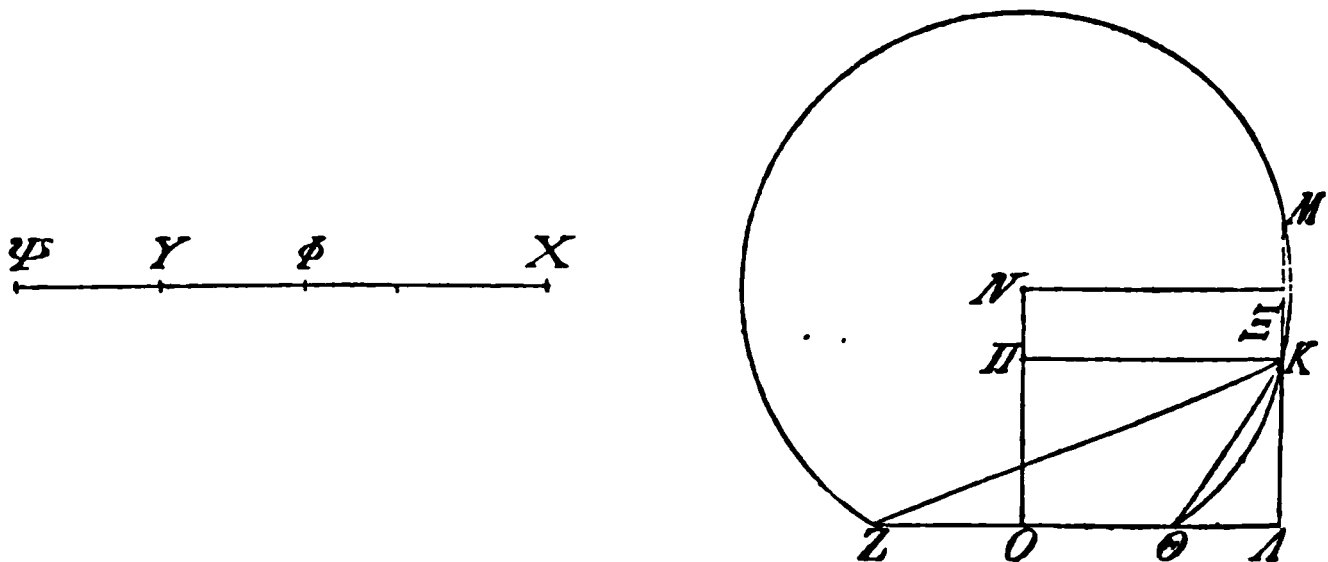


efficiens, et perpendicularis ducatur ΓH . ratio igitur lateris transuersi ad rectum data est; quare etiam ratio $EH \times H\Delta : \Gamma H^2$ data est [I, 37]. sumatur igitur data recta $Z\Theta$, in eaque segmentum circuli describatur angulum angulo Ω aequalem capiens [Eucl. III, 33]; erit igitur semicirculo maius [Eucl. III, 31]. et a puncto aliquo ambitus K perpendicularis ducatur $K\Delta$ rationem $Z\Delta \times \Delta\Theta : \Delta K^2$ aequalem efficiens rationi lateris transuersi ad rectum, ducanturque ZK , $K\Theta$. iam quoniam est $\angle ZK\Theta = \angle E\Gamma\Delta$, et ut latus transuersum ad rectum, ita et $EH \times H\Delta : H\Gamma^2$ et $Z\Delta \times \Delta\Theta : \Delta K^2$, trianguli $KZ\Delta$, $E\Gamma H$ et $Z\Theta K$, $E\Gamma\Delta$ similes erunt [u. Pappi lemma IX]. ergo

$$\angle \Theta ZK = \angle E\Gamma\Delta.$$

componetur hoc modo: sit data hyperbola $A\Gamma$, axis autem AB , et centrum E , datus uero angulus acutus sit Ω , et data ratio lateris transuersi ad

γράφθω τμήμα κύκλου μείζον ἡμικυκλίου δεχόμενον
γωνίαν τῆς Ω ἴσην, καὶ ἔστω τὸ $Z\Theta$, καὶ εἰλήφθω
τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ N , καὶ ἀπὸ τοῦ N ἐπὶ τὴν
 $Z\Theta$ κάθετος ἤχθω ἡ NO , καὶ τετμήσθω ἡ NO εἰς
 δ τὸν τῆς $\Gamma\Phi$ πρὸς ΦX λόγον κατὰ τὸ Π , καὶ διὰ τοῦ



Π τῆς $Z\Theta$ παράλληλος ἤχθω ἡ ΠK , καὶ ἀπὸ τοῦ K
κάθετος ἤχθω ἡ $ΚΑ$ ἐπὶ τὴν $Z\Theta$ ἐκβληθείσαν, καὶ
ἐπεξεύχθωσαν αἱ ZK , $K\Theta$, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ AK
ἐπὶ τὸ M , καὶ ἀπὸ τοῦ N ἐπ' αὐτὴν κάθετος ἤχθω
10 ἡ $N\Xi$ · παράλληλος ἄρα ἐστὶ τῆς $Z\Theta$. καὶ διὰ τοῦτο
ἐστίν, ὡς ἡ $N\Pi$ πρὸς ΠO , τουτέστιν ἡ $\Gamma\Phi$ πρὸς
 ΦX , ἡ ΞK πρὸς $ΚΑ$. καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ δι-
πλάσια, ὡς ἡ $\Psi\Phi$ πρὸς ΦX , ἡ MK πρὸς $ΚΑ$ · συν-
θέντι, ὡς ἡ ΨX πρὸς $X\Phi$, ἡ $M\Lambda$ πρὸς AK . ἀλλ'
15 ὡς ἡ $M\Lambda$ πρὸς AK , τὸ ὑπὸ $M\Lambda K$ πρὸς τὸ ἀπὸ
 AK · ὡς ἄρα ἡ ΨX πρὸς $X\Phi$, τὸ ὑπὸ $M\Lambda K$ πρὸς
τὸ ἀπὸ AK , τουτέστι τὸ ὑπὸ $Z\Lambda\Theta$ πρὸς τὸ ἀπὸ AK .
ἀλλ' ὡς ἡ ΨX πρὸς $X\Phi$, ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν·

3. τοῦ] (alt.) ρc , e corr. m. 1 V. 4. κάθετος ἤχθω] sine causa in mg. repet. m. rec. V. 6. τῆς $Z\Theta$ et ἤχθω repet. in mg. m. rec. V. 7. $ΚΑ$] $ΚΑ$ V; corr. ρ . 15. $M\Lambda K$] MAK V; corr. ρ (τῶν $M\Lambda$, AK).

rectum aequalis sit rationi $X\Psi : X\Phi$, seceturque in \mathcal{T} in duas partes aequales $\Psi\Phi$, et sumatur data recta $Z\Theta$, in eaque segmentum circuli semicirculo maius describatur angulum angulo Ω aequalem capiens [Eucl. III, 33]; sitque $ZK\Theta$, et sumatur centrum circuli N , et ab N ad $Z\Theta$ perpendicularis ducatur NO , et NO in Π secundum rationem $\mathcal{T}\Phi : \Phi X$ secetur, per Π autem rectae $Z\Theta$ parallela ducatur ΠK , et a K ad $Z\Theta$ productam perpendicularis ducatur $K\Lambda$, ducanturque ZK , $K\Theta$, et ΛK ad M producat, ab N autem ad eam perpendicularis ducatur $N\xi$; ea igitur rectae $Z\Theta$ parallela est [Eucl. I, 27]. qua de causa est

$N\Pi : \Pi O = \xi K : K\Lambda$ [Eucl. VI, 2] = $\mathcal{T}\Phi : \Phi X$.
 et sumptis duplis antecedentium [Eucl. V, 15] erit
 $\Psi\Phi : \Phi X = MK : K\Lambda$ [Eucl. III, 3]. componendo
 [Eucl. V, 18] $\Psi X : X\Phi = M\Lambda : \Lambda K$. uerum

$$M\Lambda : \Lambda K = M\Lambda \times \Lambda K : \Lambda K^2;$$

quare etiam

$\Psi X : X\Phi = M\Lambda \times \Lambda K : \Lambda K^2 = Z\Lambda \times \Lambda\Theta : \Lambda K^2$
 [Eucl. III, 36]. uerum ut $\Psi X : X\Phi$, ita latus
 transuersum ad rectum; itaque etiam ut

$$Z\Lambda \times \Lambda\Theta : \Lambda K^2,$$

ita latus transuersum ad rectum. iam ab A ad AB perpen-

Ad figuras codicis V quod adtinet, in hyperbola praeter nostras (omissa tamen priore segmenti descriptione in analysi) duas figuras segmenti habet, alteram ita ut Π in N cadat addito $\acute{\epsilon}\pi\lambda\ \acute{\iota}\dots\ m. 1$, alteram ita ut supra N cadat adscripto $m. 1$: $\acute{\omicron}\tau\alpha\nu\ \acute{\eta}\ \mu\acute{\epsilon}\iota\zeta\omega\nu\ \acute{\eta}\ \acute{\omicron}\rho\theta\lambda\alpha\ \pi\lambda\epsilon\nu\rho\acute{\alpha}$; secundam nostram segmenti descriptionem bis habet et praeterea solita illa IV **rectangula** rectasque. omnia eadem c , in priore figura: $\acute{\epsilon}\pi\lambda\ \acute{\iota}\acute{\omicron}\tau\eta\tau\omicron\varsigma\ \acute{\delta}\nu\omicron\ \pi\lambda\epsilon\nu\rho\acute{\omega}\nu$, in altera $\acute{\omicron}\tau\epsilon\ \acute{\eta}\ \kappa\tau\lambda$.

καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ $Z\Lambda\Theta$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛK , ἡ πλαγία
 πρὸς τὴν ὀρθίαν. ἤχθω δὴ ἀπὸ τοῦ A τῆ AB πρὸς
 ὀρθὰς ἡ AT . ἐπεὶ οὖν ἔστιν, ὡς τὸ ἀπὸ EA πρὸς
 τὸ ἀπὸ AT , ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, ἔστι δὲ καί,
 5 ὡς ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, τὸ ὑπὸ $Z\Lambda\Theta$ πρὸς τὸ
 ἀπὸ ΛK , τὸ δὲ ἀπὸ $Z\Lambda$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛK μείζονα
 λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ὑπὸ $Z\Lambda\Theta$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛK , καὶ
 τὸ ἀπὸ $Z\Lambda$ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ ΛK μείζονα λόγον ἔχει
 ἤπερ τὸ ἀπὸ EA πρὸς τὸ ἀπὸ AT . καὶ εἰσιν αἱ
 10 πρὸς τοῖς A, Λ γωνίαι ὀρθαί· ἐλάσσων ἄρα ἔστιν ἡ
 Z γωνία τῆς E . συνεστάτω οὖν τῆ ὑπὸ ΛZK γωνία
 ἴση ἡ ὑπὸ $AE\Gamma$. συμπεσεῖται ἄρα ἡ $E\Gamma$ τῆ τομῆ.
 συμπιπέτω κατὰ τὸ Γ . ἤχθω δὴ ἀπὸ τοῦ Γ ἐφαπ-
 τομένη ἡ $\Gamma\Delta$, κάθετος δὲ ἡ ΓH . ἔσται δὴ, ὡς ἡ
 15 πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, οὕτως τὸ ὑπὸ $E H \Delta$ πρὸς
 τὸ ἀπὸ ΓH . καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ $Z\Lambda\Theta$ πρὸς τὸ ἀπὸ
 ΛK , τὸ ὑπὸ $E H \Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ $H\Gamma$. ὁμοιον ἄρα
 ἔστι τὸ $KZ\Lambda$ τρίγωνον τῷ $E\Gamma H$ τριγώνῳ καὶ τὸ
 $K\Theta\Lambda$ τῷ $\Gamma H \Delta$ καὶ τὸ $KZ\Theta$ τῷ $\Gamma E \Delta$. ὥστε ἡ ὑπὸ
 20 $E\Gamma\Delta$ γωνία ἴση ἔστι τῆ ὑπὸ $ZK\Theta$, τουτέστι τῆ Ω .

ἔὰν δὲ ὁ τῆς πλαγίας πρὸς τὴν ὀρθίαν λόγος ἴσος
 ἢ πρὸς ἴσον, ἡ $K\Lambda$ ἐφάπτεται τοῦ $ZK\Theta$ κύκλου, καὶ
 ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὸ K ἐπιζευγνυμένη παράλ-
 ληλος ἔσται τῆ $Z\Theta$ καὶ αὐτὴ ποιήσει τὸ πρόβλημα.

25

νβ'.

Ἐὰν ἐλλείψεως εὐθειᾶ ἐπιψαύη, ἣν ποιεῖ γωνίαν
 πρὸς τῆ διὰ τῆς ἀφῆς ἀγομένη διαμέτρῳ, οὐκ ἐλάσσων
 ἔστι τῆς ἐφεξῆς τῆ περιεχομένη ὑπὸ τῶν πρὸς μέσην
 τὴν τομὴν κλωμένων εὐθειῶν.

1. καὶ ὡς — 2. ὀρθίαν] bis V, sed corr. 8. $Z\Lambda$] $Z\Delta$ V;
 corr. p. 15. πρὸς] (alt.) repet. mg. m. rec. V. 16. ὑπὸ

dicularis ducatur AT . quoniam igitur est, ut $EA^2 : AT^2$, ita latus transuersum ad rectum [prop. I], uerum etiam ut latus transuersum ad rectum, ita

$$ZA \times \Lambda^\Theta : AK^2,$$

et $ZA^2 : AK^2 > ZA \times \Lambda^\Theta : AK^2$, erit etiam

$$ZA^2 : AK^2 > EA^2 : AT^2.$$

et anguli ad A , Λ positi recti sunt; itaque erit $\angle Z < E$ [u. Pappi lemma VI]. construatur igitur $\angle AEG = \angle ZK$; $E\Gamma$ igitur cum sectione concurret [prop. II]. concurrat in Γ . a Γ igitur contingens ducatur $\Gamma\Delta$ [prop. XLIX], perpendicularis autem ΓH ; erit igitur, ut latus transuersum ad rectum, ita $EH \times H\Delta : \Gamma H^2$ [I, 37]. quare etiam

$$ZA \times \Lambda^\Theta : AK^2 = EH \times H\Delta : H\Gamma^2.$$

itaque similes sunt trianguli KZA , $E\Gamma H$ et $K^\Theta\Lambda$, $\Gamma H\Delta$ et KZ^Θ , $\Gamma E\Delta$ [u. Pappi lemma IX]. ergo

$$\angle E\Gamma\Delta = \angle ZK^\Theta = \Omega.$$

sin ratio lateris transuersi ad rectum aequalis est ad aequale, $K\Lambda$ circulum ZK^Θ contingit [Eucl. III, 16], et recta a centro ad K ducta rectae Z^Θ parallela erit et ipsa problema efficiet.

LII.

Si recta ellipsim contingit, angulus, quem ad diametrum per punctum contactus ductam efficit, minor non est eo, qui deinceps est angulo a rectis ad mediam sectionem fractis comprehenso.

sit ellipsis, cuius axes sint AB , $\Gamma\Delta$, centrum autem E , et maior axis sit AB , contingatque sectionem

ZA^Θ] $\overline{v\zeta\lambda\theta}$ V; corr. Memus.

20. ZK^Θ] $Z^\Theta K$ V; corr.

Comm. 21. $\dot{\iota}\sigma\omicron\varsigma$] $\dot{\iota}\sigma\upsilon$ Halley.

27. $\tau\eta\grave{\nu}$] $\tau\eta\nu$ V; corr. p.

ἔστω ἔλλειψις, ἧς ἄξονες μὲν οἱ AB , $\Gamma\Delta$, κέντρον δὲ τὸ E , μείζων δὲ ἔστω τῶν ἀξόνων ἡ AB , καὶ ἐφαπτέσθω τῆς τομῆς ἡ HZA , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ AG , GB , ZE , καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ $B\Gamma$ ἐπὶ τὸ A . λέγω, ὅτι οὐκ ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ὑπὸ AZE γωνία τῆς ὑπὸ AGA .

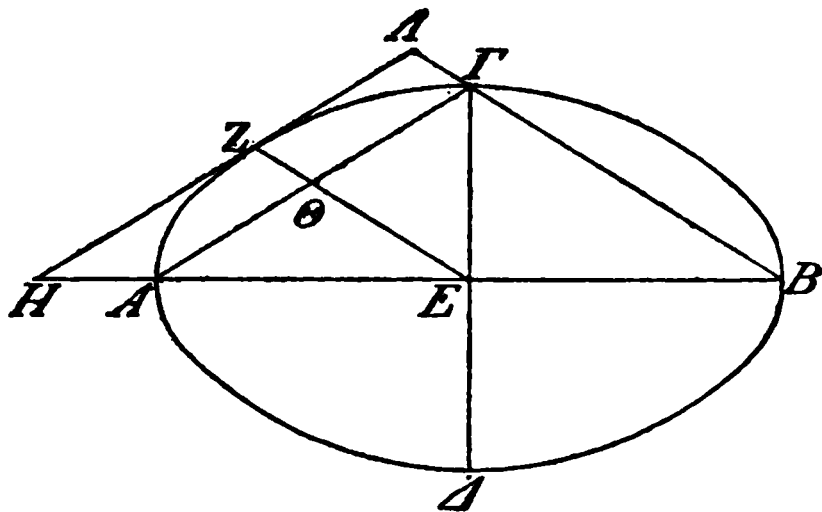
ἡ γὰρ ZE τῇ AB ἦτοι παράλληλός ἐστὶν ἢ οὐ. ἔστω πρότερον παράλληλος· καὶ ἐστὶν ἴση ἡ AE τῇ EB . ἴση ἄρα καὶ ἡ $A\Theta$ τῇ $\Theta\Gamma$. καὶ ἐστὶ διά-
 10 μετρος ἡ ZE . ἡ ἄρα κατὰ τὸ Z ἐφαπτομένη παράλληλός ἐστὶ τῇ AG . ἔστι δὲ καὶ ἡ ZE τῇ AB παράλληλος· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ $Z\Theta\Gamma A$, καὶ διὰ τοῦτο ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ $AZ\Theta$ τῇ ὑπὸ $A\Gamma\Theta$.

καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἑκατέρα τῶν AE , EB τῆς EG , ἀμβλεία ἐστὶν ἡ ὑπὸ AGB . ὀξεῖα ἄρα ἡ ὑπὸ AGA . ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ AZE . καὶ διὰ τοῦτο ἀμβλεία ἐστὶν ἡ ὑπὸ HZE .

μὴ ἔστω δὲ ἡ EZ τῇ AB παράλληλος, καὶ ἦχθω κάθετος ἡ ZK . οὐκ ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ABE τῇ ὑπὸ ZEA . ὀρθὴ δὲ ἡ πρὸς τῷ E ὀρθῇ τῇ πρὸς τῷ K ἐστὶν ἴση [οὐκ ἄρα ὁμοίον ἐστὶ τὸ $ΓEB$ τρίγωνον τῷ ZEK]. οὐκ ἄρα ἐστὶν, ὡς τὸ ἀπὸ BE πρὸς τὸ ἀπὸ EG , τὸ ἀπὸ EK πρὸς τὸ ἀπὸ KZ . ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ BE πρὸς τὸ ἀπὸ EG , τὸ ὑπὸ AEB πρὸς τὸ ἀπὸ EG καὶ ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν καὶ τὸ ὑπὸ HKE πρὸς τὸ ἀπὸ KZ . οὐκ ἄρα ἐστὶν, ὡς τὸ ἀπὸ HKE πρὸς τὸ ἀπὸ KZ , τὸ ἀπὸ KE πρὸς τὸ ἀπὸ KZ . οὐκ

2. μείζων V; corr. p. ἡ] ὁ p. 16. AGA] $AG\Delta$, Δ e corr. m. 1, V; corr. p. 17. HZE] ZHE V; corr. p. 18. AB] c, AA v, et fort. V, in quo α et β difficulter distinguuntur; BA p. 23. τὸ ἀπὸ EK — 24. EG] om. V; corr. Comm.

HZA , et ducantur $A\Gamma$, ΓB , ZE , et $B\Gamma$ ad A producantur. dico, non esse $\angle AZE < \angle \Gamma A$.



ZE enim aut rectae AB parallela est aut non parallela.

prius sit parallela; et

$$AE = EB;$$

itaque etiam

$$\angle AZE = \angle \Gamma A$$

[Eucl. VI, 2]. et

ZE diametrus est; itaque recta in Z contingens rectae $A\Gamma$ parallela est [prop. VI]. uerum etiam ZE rectae AB parallela est; $Z\Theta\Gamma A$ igitur parallelogrammum est; quare $\angle AZ\Theta = \angle \Gamma\Theta$ [Eucl. I, 34].

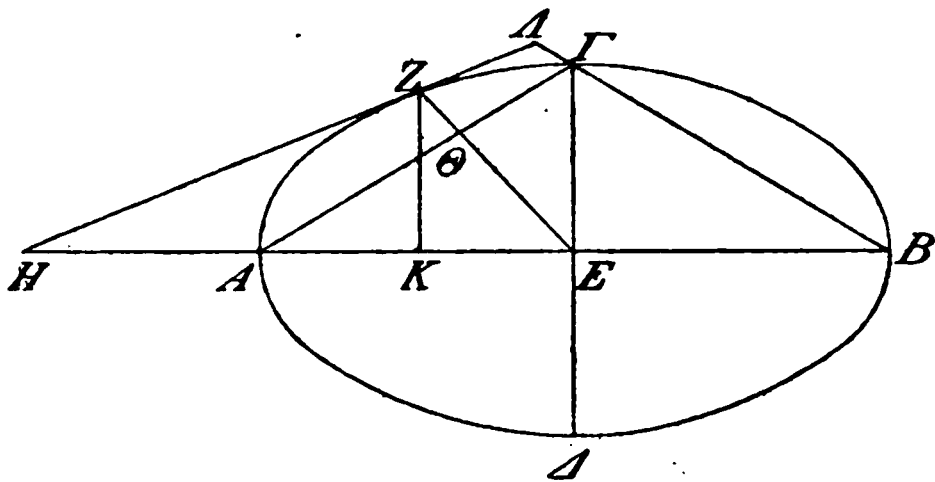
et quoniam est $AE = EB > E\Gamma$, $\angle A\Gamma B$ obtusus est [Eucl. II, 12]; itaque $\angle \Gamma A$ acutus est. quare etiam $\angle AZE$ acutus. ergo $\angle HZE$ obtusus est.

iam EZ rectae AB parallela ne sit, et perpendicularis ducatur ZK ; itaque non est $\angle ABE = \angle ZEA$. uerum angulus rectus ad E positus angulo recto ad K posito aequalis est¹⁾; itaque non est [u. Pappi lemma XII] $BE^2 : E\Gamma^2 = EK^2 : KZ^2$. est autem $BE^2 : E\Gamma^2 = AE \times EB : E\Gamma^2 =$ latus transuersum ad rectum [I, 21] $= HK \times KE : KZ^2$ [I, 37]. itaque non est $HK \times KE : KZ^2 = KE^2 : KZ^2$. ergo non est $HK = KE$. sumatur segmentum circuli

1) Uerba $\text{o}\nu\kappa \text{ } \acute{\alpha}\rho\alpha$ — ZEK lin. 21—22 falsa sunt (possunt enim esse similes) et sine dubio subditina.

25. τὴν ὀρθίαν] repet. mg. m. rec. V. 26. $\text{o}\nu\kappa \text{ } \acute{\alpha}\rho\alpha$ — 27. KZ (pr.)] om. V; corr. Halley. praeunte Commandino.

ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ HK τῇ KE . ἐκκείσθω κύκλου τμη-
μα τὸ $M\Gamma N$ δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ ὑπὸ AGB
ἀμβλεῖα δὲ ἡ ὑπὸ AGB . ἔλασσον ἄρα ἡμικυκλίου
τμημά ἐστι τὸ $M\Gamma N$. πεποιήσθω δὴ, ὡς ἡ HK
5· πρὸς KE , ἡ $NΞ$ πρὸς $ΞM$, καὶ ἀπὸ τοῦ $Ξ$ πρὸς
ὀρθὰς ἤχθω ἡ $\Gamma Ξ X$, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ $N\Gamma$, ΓM ,
καὶ τετμήσθω δίχα ἡ MN κατὰ τὸ T , καὶ πρὸς ὀρθὰς



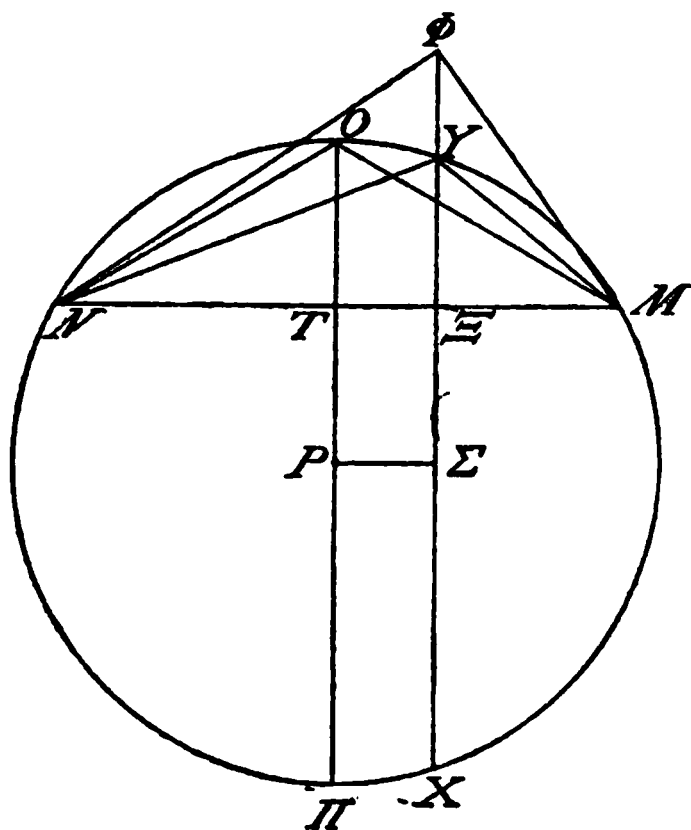
ἤχθω ἡ $OT\Pi$ διάμετρος ἄρα ἐστίν. ἔστω κέντρον
τὸ P , καὶ ἀπ' αὐτοῦ κάθετος ἡ $P\Sigma$, καὶ ἐπεξεύχθωσαν
10· αἱ ON , OM . ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ MON ἴση ἐστὶ τῇ
ὑπὸ AGB , καὶ δίχα τέτμηται ἑκατέρα τῶν AB , MN
κατὰ τα E , T , καὶ ὀρθαί εἰσιν αἱ πρὸς τοῖς E , T
γωνίαι, ὅμοια ἄρα τὰ OTN , $BE\Gamma$ τρίγωνα. ἔστιν
ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ TN πρὸς τὸ ἀπὸ TO , οὕτως τὸ ἀπὸ
15· BE πρὸς τὸ ἀπὸ $E\Gamma$. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ TP τῇ
 $\Sigma\Xi$, μείζων δὲ ἡ PO τῆς ΣT , ἡ PO ἄρα πρὸς PT
μείζονα ἔχει λόγον ἤπερ ἡ $\Gamma\Sigma$ πρὸς $\Sigma\Xi$. καὶ ἀνα-
στρέψαντι ἡ PO πρὸς OT ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ
ἡ ΣT πρὸς $\Gamma\Xi$. καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ διπλάσια·
20· ἡ ἄρα $ΠO$ πρὸς TO ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ
 $X\Gamma$ πρὸς $\Gamma\Xi$. καὶ διελόντι ἡ ΠT πρὸς TO ἐλάσ-

2. τῇ] ρc , e corr. m. 1 V. 4. πεποιείσθω V; corr. ρc . 6.
 $\Gamma\Xi X$] $\Xi\Gamma X$ V; corr. ρ . 8. $OT\Pi$] $TO\Pi$ V; corr. ρ . 17.

MTN angulum capiens angulo $A\Gamma B$ aequalem; $\angle A\Gamma B$ autem obtusus est; itaque segmentum MTN semicirculo minus est [Eucl. III, 31]. fiat igitur

$$N\Xi : \Xi M = HK : KE,$$

et ab Ξ perpendicularis ducatur $\Upsilon\Xi X$, ducanturque NT , ΥM , et MN in T in duas partes aequales



secetur, et perpendicularis ducatur $OT\Pi$; ea igitur diameter est [Eucl. III, 1 coroll.]. sit P centrum, ab eoque perpendicularis $P\Sigma$, et ducantur ON , OM . quoniam igitur est

$$\angle MON = A\Gamma B,$$

et utraque AB , MN in E , T in binas partes aequales secta est, et anguli ad E , T positi recti

sunt, trianguli OTN , BEG similes sunt. erit igitur

$$TN^2 : TO^2 = BE^2 : EG^2 \text{ [Eucl. VI, 4].}$$

et quoniam est $TP = \Sigma\Xi$ [Eucl. I, 34], et $PO > \Sigma T$ [Eucl. III, 15], erit $PO : PT > \Upsilon\Sigma : \Sigma\Xi$ [Eucl. V, 8]. et conuertendo $PO : OT < \Sigma T : \Upsilon\Xi$. et sumptis antecedentium duplis [Eucl. V, 15] erit

$$\Pi O : TO < XT : \Upsilon\Xi.$$

et dirimendo $\Pi T : TO < X\Xi : \Upsilon\Xi$. est autem

Praeter has figuras V duas alias habet his similes.

$\xi\chi\epsilon\iota$ λόγον] c, λόγον V, λόγον $\xi\chi\epsilon\iota$ p. 20. TO] τὸ \overline{ot} V; (in τὸ des. fol. 90^v); corr. Halley. 21. TO] τὸ \overline{to} V; corr. p.

σονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ $XΞ$ πρὸς $ΤΞ$. ἀλλ' ὡς μὲν
 ἡ $ΠΤ$ πρὸς $ΤΟ$, τὸ ἀπὸ $ΤΝ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΤΟ$ καὶ
 τὸ ἀπὸ $ΒΕ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΕΓ$ καὶ ἡ πλαγία πρὸς τὴν
 ὀρθίαν καὶ τὸ ὑπὸ $ΗΚΕ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΚΖ$. τὸ ἄρα
 5 ὑπὸ $ΗΚΕ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΚΖ$ ἐλάσσονα λόγον ἔχει
 ἥπερ ἡ $XΞ$ πρὸς $ΞΤ$, τουτέστι τὸ ὑπὸ $XΞΤ$ πρὸς τὸ
 ἀπὸ $ΞΤ$, τουτέστι τὸ ὑπὸ $NΞΜ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΞΤ$.
 ἐὰν ἄρα ποιήσωμεν, ὡς τὸ ὑπὸ $ΗΚΕ$ πρὸς τὸ ἀπὸ
 $ΚΖ$, οὕτως τὸ ὑπὸ $MΞΝ$ πρὸς ἄλλο τι, ἔσται πρὸς
 10 μείζον τοῦ ἀπὸ $ΞΤ$. ἔστω πρὸς τὸ ἀπὸ $ΞΦ$. ἐπεὶ
 οὖν ἔστιν, ὡς ἡ $ΗΚ$ πρὸς $ΚΕ$, οὕτως ἡ $NΞ$ πρὸς
 $ΞΜ$, καὶ πρὸς ὀρθάς εἰσιν αἱ $ΚΖ$, $ΞΦ$, καὶ ἔστιν,
 ὡς τὸ ὑπὸ $ΗΚΕ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΚΖ$, τὸ ὑπὸ $MΞΝ$
 πρὸς τὸ ἀπὸ $ΞΦ$, διὰ ταῦτα ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΗΖΕ$ γωνία
 15 τῇ ὑπὸ $MΦΝ$. μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ $ΜΤΝ$, τουτέστιν
 ἡ ὑπὸ $ΑΓΒ$, τῆς ὑπὸ $ΗΖΕ$ γωνίας, ἡ δὲ ἐφεξῆς ἡ
 ὑπὸ $ΛΖΘ$ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ $ΛΓΘ$.

οὐκ ἐλάσσων ἄρα ἡ ὑπὸ $ΛΖΘ$ τῆς ὑπὸ $ΛΓΘ$.

νγ'.

20 Τῆς δοθείσης ἐλλείψεως ἐφαπτομένην ἀγαγεῖν, ἣτις
 πρὸς τῇ διὰ τῆς ἀφῆς ἀγομένη διαμέτρῳ γωνίαν
 ποιήσει ἴσην τῇ δοθείσῃ ὀξείᾳ· δεῖ δὴ τὴν διδομένην
 ὀξείαν γωνίαν μὴ ἐλάσσονα εἶναι τῆς ἐφεξῆς τῇ περι-
 εχομένη ὑπὸ τῶν πρὸς μέσην τὴν τομὴν κλωμένων
 25 εὐθειῶν.

ἔστω ἡ δοθεῖσα ἐλλειψις, ἥς μείζων μὲν ἄξων ὁ
 $ΑΒ$, ἐλάσσων δὲ ὁ $ΓΔ$, κέντρον δὲ τὸ $Ε$, καὶ ἐπε-
 ζεύχθωσαν αἱ $ΑΓ$, $ΓΒ$, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία ἔστω ἡ

1. $XΞ$] pc, corr. ex $XΤ$ m. 1 V. 7. $NΞΜ$] c, $Ξ$ corr.
 ex $Γ$ m. 1 V. 9. $MΞΝ$] $MNΞ$ V; corr. p (τῶν $NΞ$, $ΞΜ$).

$PT:TO = TN^2:TO^2$ [Eucl. VI, 8 coroll.; VI, 19 coroll.]
 $= BE^2:EG^2 =$ latus transversum ad rectum [I, 21] =
 $HK \times KE:KZ^2$ [I, 37]. itaque

$$HK \times KE:KZ^2 < XE:ET,$$

hoc est $< XE \times ET:ET^2$, hoc est [Eucl. III, 35]
 $HK \times KE:KZ^2 < NX \times EM:ET^2$. itaque si fe-
 cerimus, ut $HK \times KE:KZ^2$, ita $ME \times EN$ ad aliam
 aliquam magnitudinem, erit ad maiorem quam ET^2
 [Eucl. V, 10]. sit

$$HK \times KE:KZ^2 = ME \times EN:EP^2.$$

iam quoniam est $HK:KE = NE:EM$, perpendi-
 cularesque sunt KZ, EP , et est

$$HK \times KE:KZ^2 = ME \times EN:EP^2,$$

erit [u. Pappi lemma XI] $\angle HZE = M\Phi N$. itaque
 $\angle MTN > HZE$ [Eucl. I, 21], hoc est

$$\angle AGB > HZE,$$

et angulus deinceps positus $\angle AZ\Theta > \angle A\Gamma\Theta$ [Eucl. I, 13].

ergo non est $\angle AZ\Theta < \angle A\Gamma\Theta$.

LIII.

Datam ellipsim contingentem rectam ducere, quae
 ad diametrum per punctum contactus ductam angulum
 efficiat aequalem dato angulo acuto; oportet igitur,
 datum angulum acutum non minorem esse angulo,
 qui deinceps positus est angulo rectis ad mediam sec-
 tionem fractis comprehenso [prop. LII].

sit data ellipsis, cuius maior axis sit AB , minor
 autem ΓA , et centrum E , ducanturque $A\Gamma, \Gamma B$,

13. KZ] pc , corr. ex KH m. 1 V. $ME \times EN$] $MN \times E$ V; $\tau\tilde{\omega}\nu$
 NE, EM p. 14. [$\zeta\eta$] om. V; correxi cum Memo. 16.
 HZE] p, H postea ins. m. 1 V; e corr. c. 19. $\nu\gamma'$] $\xi\gamma'$ m. rec. V

Υ οὐκ ἐλάσσων τῆς ὑπὸ ΑΓΗ· ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΒ οὐκ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς Χ.

ἡ Υ ἄρα τῆς ὑπὸ ΑΓΗ ἢ μείζων ἐστὶν ἢ ἴση.

ἔστω πρότερον ἴση· καὶ διὰ τοῦ Ε τῆ ΒΓ παρ-
 5 ἀλληλος ἤχθω ἡ ΕΚ, καὶ διὰ τοῦ Κ ἐφαπτομένη τῆς
 τομῆς ἤχθω ἡ ΚΘ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ τῆ
 ΕΒ, καὶ ἐστὶν, ὡς ἡ ΑΕ πρὸς ΕΒ, ἡ ΑΖ πρὸς ΖΓ,
 ἴση ἄρα ἡ ΑΖ τῆ ΓΖ. καὶ ἐστὶ διάμετρος ἡ ΚΕ·
 ἡ ἄρα κατὰ τὸ Κ ἐφαπτομένη τῆς τομῆς, τουτέστιν
 10 ἡ ΘΚΗ, παράλληλός ἐστὶ τῆ ΓΑ. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ΕΚ
 τῆ ΗΒ παράλληλος· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ
 ΚΖΓΗ· καὶ διὰ τοῦτο ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΗΚΖ γωνία
 τῆ ὑπὸ ΗΓΖ γωνία. ἡ δὲ ὑπὸ ΗΓΖ τῆ δοθείση,
 τουτέστι τῆ Υ, ἴση ἐστὶ· καὶ ἡ ὑπὸ ΗΚΕ ἄρα ἐστὶν
 15 ἴση τῆ Υ.

ἔστω δὴ μείζων ἡ Υ γωνία τῆς ὑπὸ ΑΓΗ· ἀνά-
 παλιν δὴ ἡ Χ τῆς ὑπὸ ΑΓΒ ἐλάσσων ἐστίν.

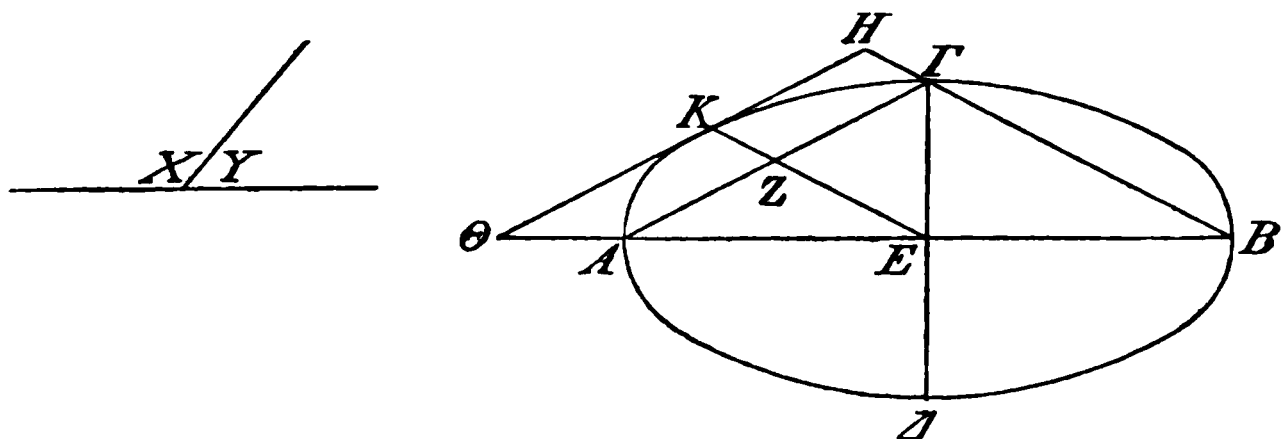
ἐκκείσθω κύκλος, καὶ ἀφηρήσθω ἀπ' αὐτοῦ τμήμα,
 καὶ ἔστω τὸ ΜΝΠ, δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῆ Χ, καὶ
 20 τετμήσθω ἡ ΜΠ δίχα κατὰ τὸ Ο, καὶ ἀπὸ τοῦ Ο τῆ
 ΜΠ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΝΟΡ, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αὐ
 ΝΜ, ΝΠ· ἡ ἄρα ὑπὸ ΜΝΠ γωνία τῆς ὑπὸ ΑΓΒ
 ἐλάσσων ἐστίν. ἀλλὰ τῆς μὲν ὑπὸ ΜΝΠ ἡμίσειά
 ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΜΝΟ, τῆς δὲ ὑπὸ ΑΓΒ ἡ ὑπὸ ΑΓΕ·
 25 ἐλάσσων ἄρα ἡ ὑπὸ ΜΝΟ τῆς ὑπὸ ΑΓΕ. καὶ ὀρ-
 θαὶ αὐτὰ πρὸς τοῖς Ε, Ο· ἡ ἄρα ΑΕ πρὸς ΕΓ μείζονα
 λόγον ἔχει ἢπερ ἡ ΟΜ πρὸς ΟΝ. ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ

1. ὥστε] pc, ω e corr. m. 1 V. 8. τῆ ΓΖ] om. V; corr. p
 (τῆ ΖΓ). 13. ΗΓΖ] (pr.) pc, Γ corr. ex K m. 1 V. 14. ἐστίν]
 c, ἐστὶ V. 19. τὸ ΜΝΠ] τομὴ π V; corr. p. 24. ΜΝΟ] pc,
 Ο e corr. m. 1 V.

datus autem angulus sit \mathcal{T} non minor angulo $A\Gamma H$; quare etiam $\angle A\Gamma B$ angulo X minor non est [Eucl. I, 13].

erit igitur aut $\angle \mathcal{T} > A\Gamma H$ aut $\mathcal{T} = A\Gamma H$.

prius sit $\mathcal{T} = A\Gamma H$; et per E rectae $B\Gamma$ parallela ducatur EK , per K autem sectionem contingens ducatur $K\Theta$ [prop. XLIX]. quoniam igitur est



$AE = EB$, et $AE : EB = AZ : Z\Gamma$ [Eucl. VI, 2], erit etiam $AZ = \Gamma Z$ [Eucl. V, 16, 14]. et KE diametrus est; itaque recta in K contingens, hoc est ΘKH , rectae ΓA parallela est [prop. VI]. uerum etiam EK rectae HB parallela est; itaque $KZ\Gamma H$ parallelogrammum est; et ea de causa $\angle HKZ = H\Gamma Z$ [Eucl. I, 34]. est autem $H\Gamma Z = \mathcal{T}$. ergo etiam $\angle HKE = \mathcal{T}$.

iam uero sit $\mathcal{T} > A\Gamma H$; e contrario igitur [Eucl. I, 13] $\angle X < A\Gamma B$.

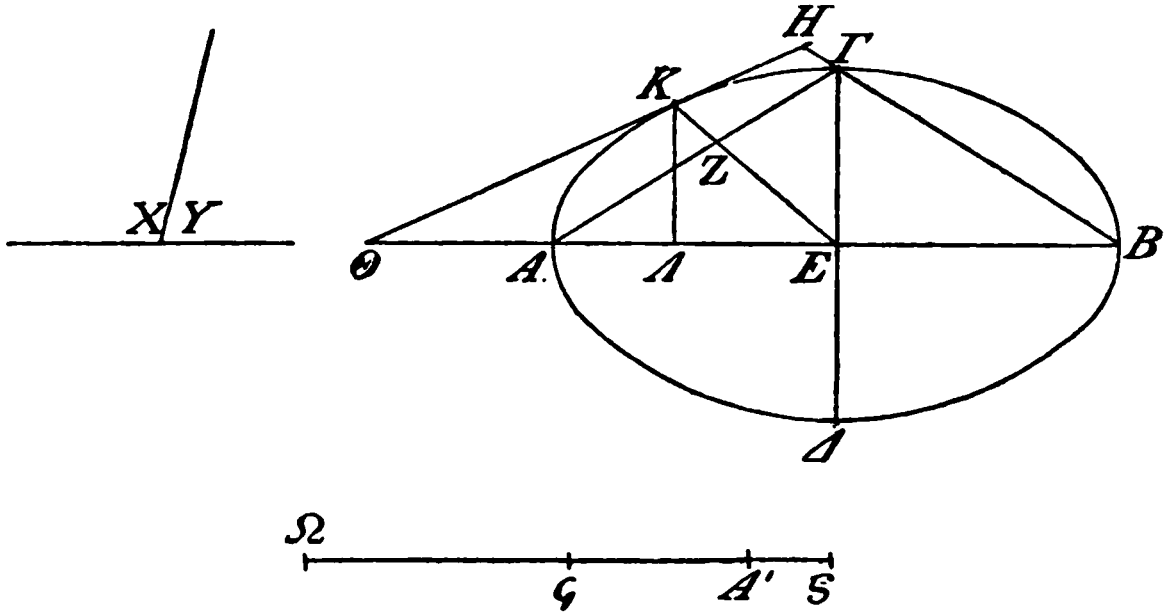
sumatur circulus, ab eoque abscindatur segmentum, quod sit $MN\Pi$, angulum capiens angulo X aequalem [Eucl. III, 33], et $M\Pi$ in O in duas partes aequales secetur, ab O autem ad $M\Pi$ perpendicularis ducatur $NO P$, ducanturque NM , $N\Pi$; erit igitur

$$\angle MN\Pi < A\Gamma B.$$

est autem $MNO = \frac{1}{2}MN\Pi$ et $A\Gamma E = \frac{1}{2}A\Gamma B$

Hanc figuram om. V.

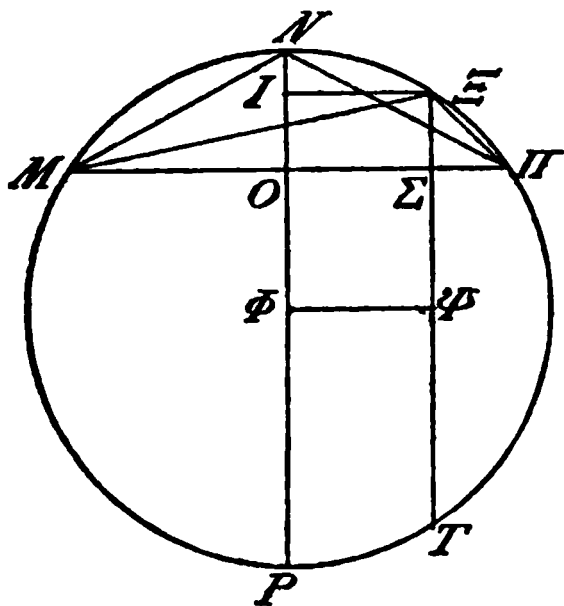
τῆς AE πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς EG μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ τὸ ἀπὸ MO πρὸς τὸ ἀπὸ NO . ἀλλὰ τὸ μὲν ἀπὸ AE ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ AEB , τὸ δὲ ἀπὸ MO ἴσον τῷ ὑπὸ



$MOΠ$, τουτέστι τῷ ὑπὸ $ΝΟΡ$. τὸ ἄρα ὑπὸ AEB
 5 πρὸς τὸ ἀπὸ EG , τουτέστιν ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν,
 μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ PO πρὸς ON . γενέσθω
 δὴ, ὡς ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, ἡ $ΩΑ'$ πρὸς $Α'ς$,
 καὶ δίχα τετμήσθω ἡ $Ως$ κατὰ το $ζ$. ἐπεὶ οὖν ἡ
 πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ
 10. PO πρὸς ON , καὶ ἡ $ΩΑ'$ πρὸς $Α'ς$ μείζονα λόγον
 ἔχει ἥπερ ἡ PO πρὸς ON . καὶ συνθέντι ἡ $Ως$ πρὸς
 τὴν $ςΑ'$ μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ PN πρὸς NO .
 ἔστω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ $Φ$. ὥστε καὶ ἡ $ςς$
 πρὸς $ςΑ'$ μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ $ΦN$ πρὸς NO .
 15 καὶ διελόντι ἡ $Α'ζ$ πρὸς $Α'ς$ μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ
 ἡ $ΦO$ πρὸς ON . γινέσθω δὴ, ὡς ἡ $Α'ζ$ πρὸς $Α'ς$,
 οὕτως ἡ $ΦO$ πρὸς ἐλάττωνα τῆς ON , οἷον τὴν IO ,
 καὶ παράλληλος ἦχθω ἡ $IΞ$ καὶ ἡ $ΞT$ καὶ ἡ $ΦΨ$. ἔσται
 ἄρα, ὡς ἡ $Α'ζ$ πρὸς $Α'ς$, ἡ $ΦO$ πρὸς OI καὶ ἡ $ΨΣ$

7. $ΩΑ'] \overline{\alpha} V$, et sic deinceps. $ς$ saepe litterae $ς$ similis est in V . 10. $ΩΑ'] \overline{\sigma} V$; corr. p. $Α'ς] \overline{\alpha} V$; corr. p.

[Eucl. I, 4]; itaque $MNO < AGE$. et anguli ad E , O positi recti sunt; itaque $AE : EG > OM : ON$ [u.



Pappi lemma V]. quare etiam $AE^2 : EG^2 > MO^2 : NO^2$. est autem $AE^2 = AE \times EB$ et $MO^2 = MO \times OP$ [Eucl. III, 35].

itaque

$AE \times EB : EG^2 > PO : ON$, hoc est [I, 21] latus transversum ad rectum maiorem rationem habet quam $PO : ON$.

fiat igitur, ut latus transversum ad rectum, ita $\Omega A' : A' \varsigma$, seceturque $\Omega \varsigma$ in ς in duas partes aequales. iam quoniam latus transversum ad rectum maiorem rationem habet quam $PO : ON$, erit etiam

$$\Omega A' : A' \varsigma > PO : ON.$$

et componendo

$$\Omega \varsigma : \varsigma A' > PN : NO.$$

sit Φ centrum circuli; itaque etiam

$$\varsigma \varsigma : \varsigma A' > \Phi N : NO.$$

et dirimendo $A' \varsigma : A' \varsigma > \Phi O : ON$. fiat igitur

$$A' \varsigma : A' \varsigma = \Phi O : IO,$$

quae minor est quam ON [Eucl. V, 8], ducanturque parallelae $I \Xi$, ΞT , $\Phi \Psi$. erit igitur

$$A' \varsigma : A' \varsigma = \Phi O : OI = \Psi \Sigma : \Sigma \Xi$$
 [Eucl. I, 34];

et componendo $\varsigma \varsigma : \varsigma A' = \Psi \Xi : \Xi \Sigma$ [Eucl. V, 18].

In his figuris om. V angulos X, T et rectam $\Omega \varsigma$.

13. $\omega \sigma \tau \epsilon$] bis V (in alt. ω corr. ex κ m. 1); corr. pvc.

16. $A' \varsigma$] $\alpha \varsigma$ V; corr. p. 19. $A' \varsigma$] $\alpha \varsigma$ V; corr. p.

πρὸς $\Sigma\Xi$ · καὶ συνθέντι, ὡς ἡ $\varsigma\alpha$ πρὸς $\varsigma A'$, ἡ $\Psi\Xi$
 πρὸς $\Xi\Sigma$. καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ διπλάσια, ὡς ἡ
 $\Omega\varsigma$ πρὸς $\varsigma A'$, ἡ $T\Xi$ πρὸς $\Xi\Sigma$. καὶ διελόντι, ὡς ἡ
 $\Omega A'$ πρὸς $A'\varsigma$, τουτέστιν ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν,
 5 ἡ $T\Sigma$ πρὸς $\Sigma\Xi$. ἐπεξεύχθωσαν δὴ αἱ $M\Xi$, $\Xi\Pi$, καὶ
 συνεστάτω πρὸς τῇ AE εὐθείᾳ καὶ τῷ E σημείῳ τῇ
 ὑπὸ $MP\Xi$ γωνία ἴση ἢ ὑπὸ AEK , καὶ διὰ τοῦ K
 ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἤχθω ἡ $K\Theta$, καὶ τεταγμένως
 κατήχθω ἡ KL . ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ $MP\Xi$
 10 γωνία τῇ ὑπὸ AEK , ὀρθὴ δὲ ἡ πρὸς τῷ Σ ὀρθῇ
 τῇ πρὸς τῷ A ἴση, ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ $\Xi\Sigma\Pi$ τῷ
 KEA τριγώνῳ. καὶ ἐστὶν, ὡς ἡ πλαγία πρὸς τὴν
 ὀρθίαν, ἡ $T\Sigma$ πρὸς $\Sigma\Xi$, τουτέστι τὸ ὑπὸ $T\Sigma\Xi$ πρὸς
 τὸ ἀπὸ $\Xi\Sigma$, τουτέστι τὸ ὑπὸ $M\Sigma\Pi$ πρὸς τὸ ἀπὸ $\Xi\Sigma$.
 15 ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ KEA τρίγωνον τῷ $\Sigma\Xi\Pi$ τριγώνῳ
 καὶ τῷ $K\Theta E$ τὸ $M\Xi\Pi$, καὶ διὰ τοῦτο ἴση ἐστὶν ἡ
 ὑπὸ $M\Xi\Pi$ γωνία τῇ ὑπὸ ΘKE . ἡ δὲ ὑπὸ $M\Xi\Pi$ τῇ
 ὑπὸ MNP ἐστὶν ἴση, τουτέστι τῇ X . καὶ ἡ ὑπὸ
 ΘKE ἄρα τῇ X ἐστὶν ἴση. καὶ ἡ ἐφεξῆς ἄρα ἡ ὑπὸ
 20 HKE τῇ ἐφεξῆς τῇ Γ ἐστὶν ἴση.

διῆκται ἄρα τῆς τομῆς ἐφαπτομένη ἡ $H\Theta$ πρὸς τῇ
 διὰ τῆς ἀφῆς ἀγομένη διαμέτρῳ τῇ KE γωνίαν ποι-
 οῦσα τὴν ὑπὸ HKE ἴσην τῇ δοθείσῃ τῇ Γ . ὅπερ
 ἔδει ποιῆσαι.

1. $\Sigma\Xi$] in ras. p, $E\Xi$ V. ἡ] (pr.) om. V; corr. p. $\varsigma A'$
 $\bar{\varsigma}\alpha$ c et corr. ex $\varsigma\bar{\alpha}$ m. 1 V; corr. Memus; $\varsigma\alpha$ p. A et A' (α)
 inter se simillimas hab. V. 5. $\Sigma\Xi$] e corr. p, ΣZ V. 6.
 καί] om. V; corr. p. 7. AEK] EAK V; corr. p. 10.
 τῇ] pvc, τ euan. in V. τῷ] τό V; corr. p. Σ] K V;
 corr. p. 11. τῷ] (pr.) τό V; corr. p. τῷ KEA] mg. repet.
 m. rec. V. 13. τουτέστι — 14. $\Xi\Sigma$ (pr.)] bis V (altero loco
 $T\Sigma Z$ pro $T\Sigma\Xi$); corr. p. 20. Γ] $\bar{\gamma}$ V, ut lin. 23. 23.
 Ante ἴσην del. γωνίαν m. 1 V (om. pcv). ὅπερ ἔδει ποιῆσαι]

et sumptis duplis antecedentium [Eucl. V, 15]

$$\Omega\varsigma : \varsigma A' = T\xi : \xi\Sigma \text{ [Eucl. III, 3].}$$

et dirimendo [Eucl. V, 17] $\Omega A' : A'\varsigma = T\Sigma : \Sigma\xi =$
 latus transuersum ad rectum. iam ducantur $M\xi$,
 $\xi\Pi$, et ad AE rectam punctumque eius E construatur
 $\angle AEK = M\Pi\xi$ [Eucl. I, 23], per K autem sectionem
 contingens ducatur $K\Theta$ [prop XLIX], et ordinate
 ducatur $K\Lambda$. iam quoniam est $\angle M\Pi\xi = AEK$, et
 rectus angulus ad Σ positus recto angulo ad Λ posito
 aequalis, aequianguli sunt trianguli $\xi\Sigma\Pi$, $KE\Lambda$. est
 autem, ut latus transuersum ad rectum, ita

$$T\Sigma : \Sigma\xi = T\Sigma \times \Sigma\xi : \xi\Sigma^2 = \text{[Eucl. III, 35]}$$

$$M\Sigma \times \Sigma\Pi : \xi\Sigma^2.$$

itaque¹⁾ trianguli $KE\Lambda$, $\xi\Sigma\Pi$ et $K\Theta E$, $M\xi\Pi$ similes
 sunt; quare erit $\angle M\xi\Pi = \Theta KE$. est autem

$$\angle M\xi\Pi = M\Pi\Pi \text{ [Eucl. III, 21] } = X;$$

itaque etiam $\angle \Theta KE = X$. ergo etiam anguli iis
 deinceps positi aequales sunt [Eucl. I, 13] $HKE = \Upsilon$.

ergo sectionem contingens ducta est $H\Theta$ ad diame-
 trum per punctum contactus ductam KE angulum effi-
 ciens HKE dato angulo Υ aequalem; quod oportebat fieri.

1) E lemmate XI Pappi; nam ut latus transuersum ad
 rectum, ita $\Theta\Lambda \times \Lambda E : K\Lambda^2$ (I, 37).

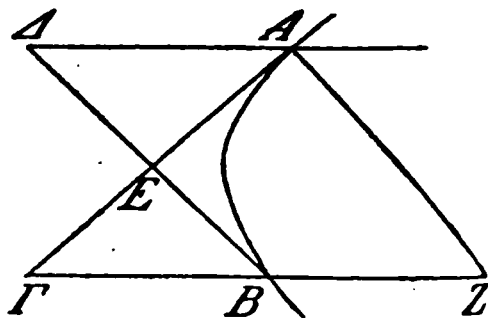
om. p. In fine (fol. 92^v; fol. 93^r occupant figurae huius prop.):
ἐνταῦθα δοκεῖ εἶναι τέλος τοῦ δευτέρου τῶν κωνικῶν Ἀπολλωνίου
 m. 2 V.

ΚΩΝΙΚΩΝ γ'.

α'.

Ἐὰν κώνου τομῆς ἢ κύκλου περιφερείας εὐθείαι ἐπιψάνουσαι συμπίπτωσιν, ἀχθῶσι δὲ διὰ τῶν ἀφῶν διάμετροι συμπίπτουσαι ταῖς ἐφαπτομέναις, ἴσα ἔσται
 5 τὰ γινόμενα κατὰ κορυφὴν τρίγωνου.

ἔστω κώνου τομὴ ἢ κύκλου περιφέρεια ἡ AB , καὶ τῆς AB ἐφαπτέσθωσαν ἡ τε AG καὶ ἡ $B\Delta$ συμπίπτουσαι κατὰ τὸ E , καὶ ἤχθωσαν διὰ τῶν A, B διάμετροι
 10 τῆς τομῆς αἱ $\Gamma B, \Delta A$ συμπίπτουσαι ταῖς ἐφαπτομέναις κατὰ τὰ Γ, Δ . λέγω, ὅτι ἴσον ἔστί τὸ $A\Delta E$ τρίγωνον τῷ $EB\Gamma$.



ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ A παρὰ τὴν $B\Delta$ ἢ AZ τεταγμένως ἄρα κατῆκται. ἔσται δὴ ἐπὶ μὲν τῆς παραβολῆς ἴσον τὸ $A\Delta BZ$ παραλληλόγραμμον τῷ $A\Gamma Z$ τριγώνῳ, καὶ κοινοῖ ἀφαιρουμένου τοῦ $AEBZ$ λοιπὸν τὸ $A\Delta E$ τρίγωνον ἴσον ἔστί τῷ ΓBE τριγώνῳ.

ἐπὶ δὲ τῶν λοιπῶν συμπιπέτωσαν αἱ διάμετροι
 20 κατὰ τὸ H κέντρον.

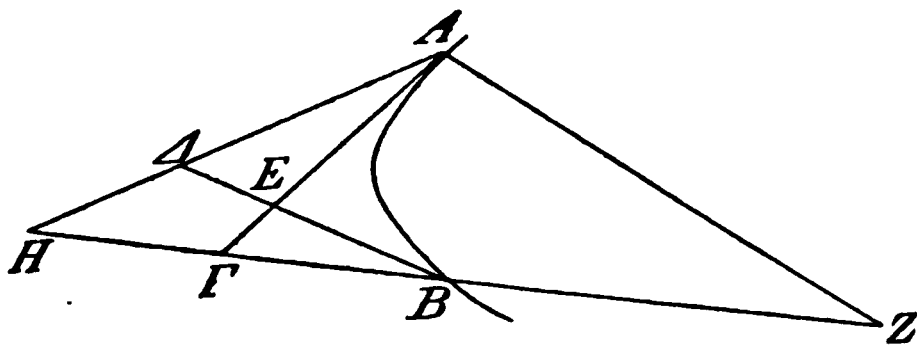
Titulum non habet V, in quo liber incipit fol. 93v; Ἀπολλωνίου τοῦ Περγαίου κωνικῶν τρίτον p. 1. α'] m. rec. V, ut semper deinceps. 16. $A\Delta BZ$] $AB\Delta Z$ V; corr. Halley.

CONICORUM LIBER III.

I.

Si rectae conic sectionem uel circuli ambitum contingentes inter se concurrunt, et per puncta contactus diametri ducuntur cum contingentibus concurrentes, trianguli ita orti, qui ad uerticem inter se positi sunt, aequales erunt.

sit AB conic sectio uel ambitus circuli, et lineam AB contingant $A\Gamma$, $B\Delta$ in E concurrentes, per A ,



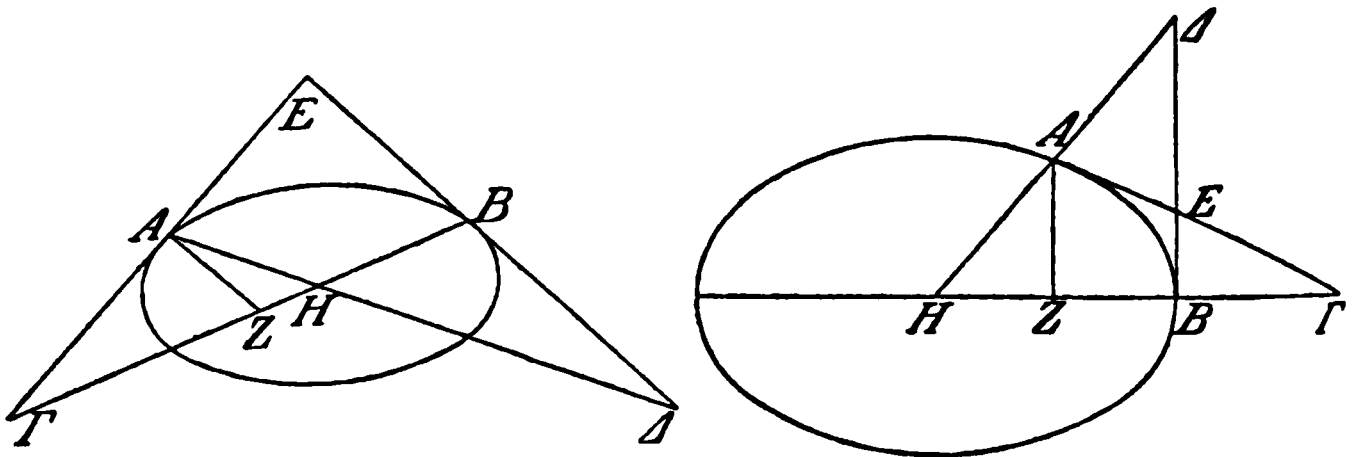
B autem diametri sectionis ducantur ΓB , ΔA cum contingentibus in Γ , Δ concurrentes. dico, esse

$$A\Delta E = EBG.$$

ducatur enim ab A rectae $B\Delta$ parallela AZ ; ordinate igitur ducta est [I def. 5]. in parabola igitur erit [I, 42] $A\Delta BZ = A\Gamma Z$, et ablato, quod commune est, $AEBZ$ reliquum erit $A\Delta E = \Gamma B E$.

in reliquis autem diametri in H centro concurrant.

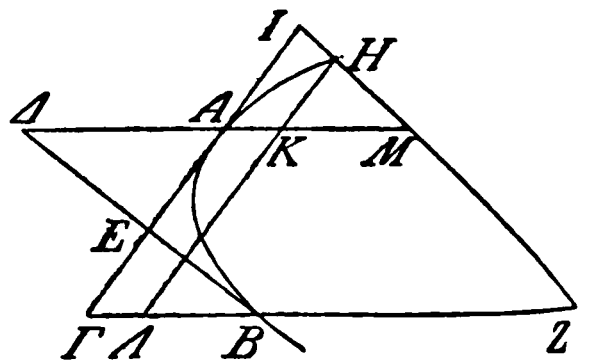
ἐπεὶ οὖν κατῆκται ἡ AZ , καὶ ἐφάπτεται ἡ AG ,
τὸ ὑπὸ ZHG ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ BH . ἔστιν ἄρα, ὡς
ἡ ZH πρὸς HB , ἡ BH πρὸς $HΓ$. καὶ ὡς ἄρα ἡ



ZH πρὸς $HΓ$, τὸ ἀπὸ ZH πρὸς τὸ ἀπὸ HB . ἀλλ'
ὅς ὡς τὸ ἀπὸ ZH πρὸς τὸ ἀπὸ HB , τὸ AHZ πρὸς τὸ
 ΔHB , ὡς δὲ ἡ ZH πρὸς $HΓ$, τὸ AHZ πρὸς $AHΓ$.
καὶ ὡς ἄρα τὸ AHZ πρὸς τὸ $AHΓ$, τὸ AHZ πρὸς
 ΔHB . ἴσον ἄρα τὸ $AHΓ$ τῷ ΔHB . κοινὸν ἀφη-
ρήσθω τὸ $\Delta HΓE$. λοιπὸν ἄρα τὸ $AE\Delta$ τρίγωνον
10 ἴσον ἐστὶ τῷ $ΓEB$.

β'.

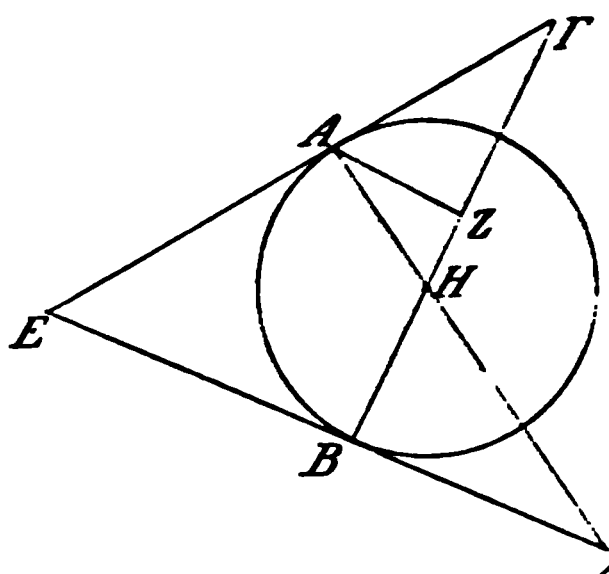
Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἐὰν ἐπὶ τῆς τομῆς ἢ τῆς
τοῦ κύκλου περιφερείας ληφθῇ τι σημεῖον, καὶ δι'
αὐτοῦ παράλληλοι ἀχθῶσι
15 ταῖς ἐφαπτομέναις ἕως τῶν
διαμέτρων, τὸ γινόμενον
τετράπλευρον πρὸς τε μιᾶ
τῶν ἐφαπτομένων καὶ μιᾶ
τῶν διαμέτρων ἴσον ἔσται
20 τῷ γινομένῳ τριγώνῳ πρὸς τε τῇ αὐτῇ ἐφαπτομένῃ καὶ
τῇ ἐτέρᾳ τῶν διαμέτρων.



ἔστω γὰρ κώνου τομῆ ἢ κύκλου περιφέρεια ἡ AB

ὅς ὡς] pc, corr. ex ὁ m. 1 V.

iam quoniam AZ ordinate ducta est, et $A\Gamma$ contingit, erit $ZH \times H\Gamma = BH^2$ [I, 37]. itaque

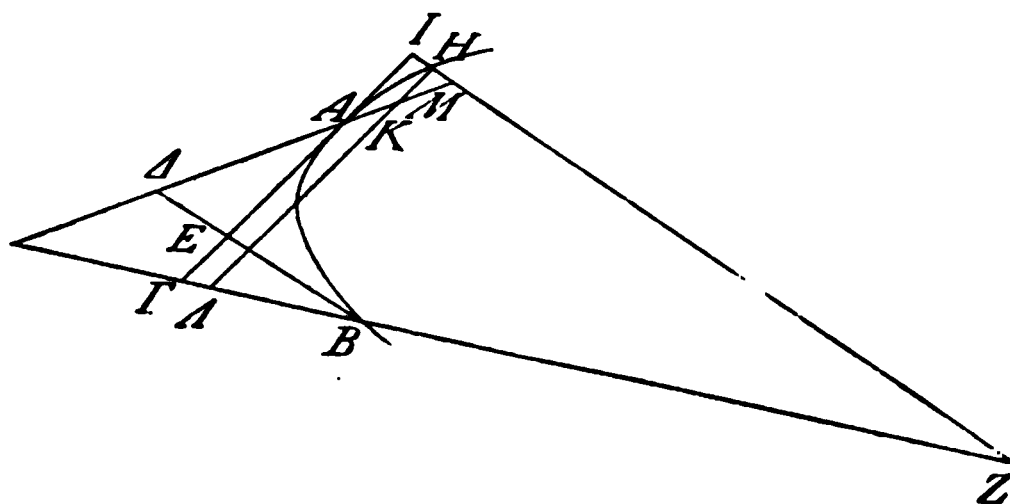


$ZH : HB = BH : H\Gamma$ [Eucl. VI, 17]; quare etiam $ZH : H\Gamma = ZH^2 : HB^2$ [Eucl. V def. 9]. est autem $ZH^2 : HB^2 = \triangle AHZ : \triangle H\Gamma B$ [Eucl. VI, 19], et $ZH : H\Gamma = AHZ : AH\Gamma$ [Eucl. VI, 1]. quare etiam $\triangle AHZ : AH\Gamma = AHZ : \triangle H\Gamma B$.

itaque $\triangle AH\Gamma = \triangle H\Gamma B$ [Eucl. V, 9]. auferatur, quod commune est, $\triangle H\Gamma E$; reliquum igitur $\triangle AEB = \triangle H\Gamma B$.

II.

Iisdem suppositis si in sectione uel ambitu circuli punctum aliquod sumitur, et per id rectae contingentibus parallelae ducuntur usque ad diametros, quadrangulus ad alteram contingentium alteramque diametro-



rum ortus aequalis erit triangulo ad eandem contingentem alteramque diametrum orto.

sit enim AB coni sectio uel ambitus circuli contingentesque $A\Gamma$, $B\Gamma$, diametri autem $A\Delta$, $B\Gamma$,

καὶ ἐφαπτόμεναι αἱ $ΑΕΓ$, $ΒΕΔ$, διάμετροι δὲ αἱ $ΑΔ$, $ΒΓ$, καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ $Η$, καὶ ἤχθωσαν παρὰ τὰς ἐφαπτομένας αἱ $ΗΚΑ$, $ΗΜΖ$. λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ $ΑΙΜ$ τρίγωνον τῷ $ΓΛΗΙ$ τετραπλεύρῳ.

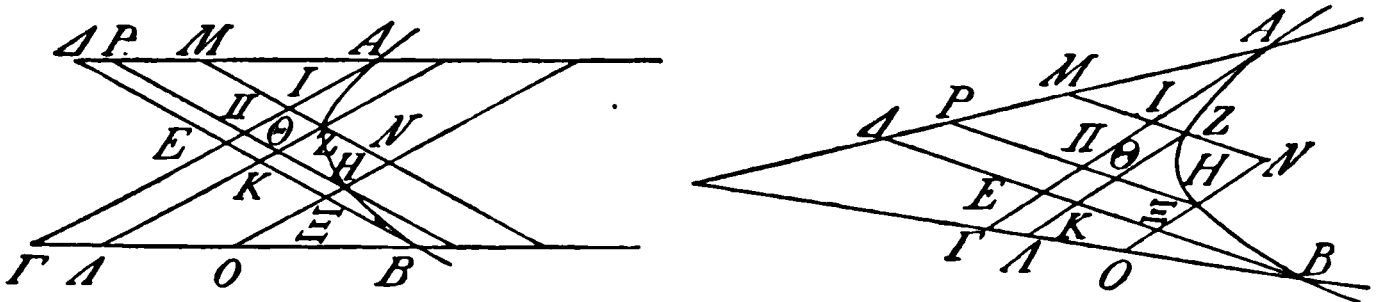
ἐπεὶ γὰρ δέδεικται τὸ $ΗΚΜ$ τρίγωνον τῷ $ΑΔ$ τετραπλεύρῳ ἴσον, κοινὸν προσκείσθω ἢ ἀφηρησθῶ τὸ $ΙΚ$ τετράπλευρον, καὶ γίνεται τὸ $ΑΙΜ$ τρίγωνον ἴσον τῷ $ΓΗ$ τετραπλεύρῳ.

10

γ'.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἐὰν ἐπὶ τῆς τομῆς ἢ τῆς περιφερείας $\bar{\beta}$ σημεῖα ληφθῆ, καὶ δι' αὐτῶν παράλληλοι ἀχθῶσι ταῖς ἐφαπτομέναις ἕως τῶν διαμέτρων, τα γινόμενα ὑπὸ τῶν ἀχθεισῶν τετράπλευρα, βεβηκότα δὲ ἐπὶ τῶν διαμέτρων, ἴσα ἔσται ἀλλήλοις.

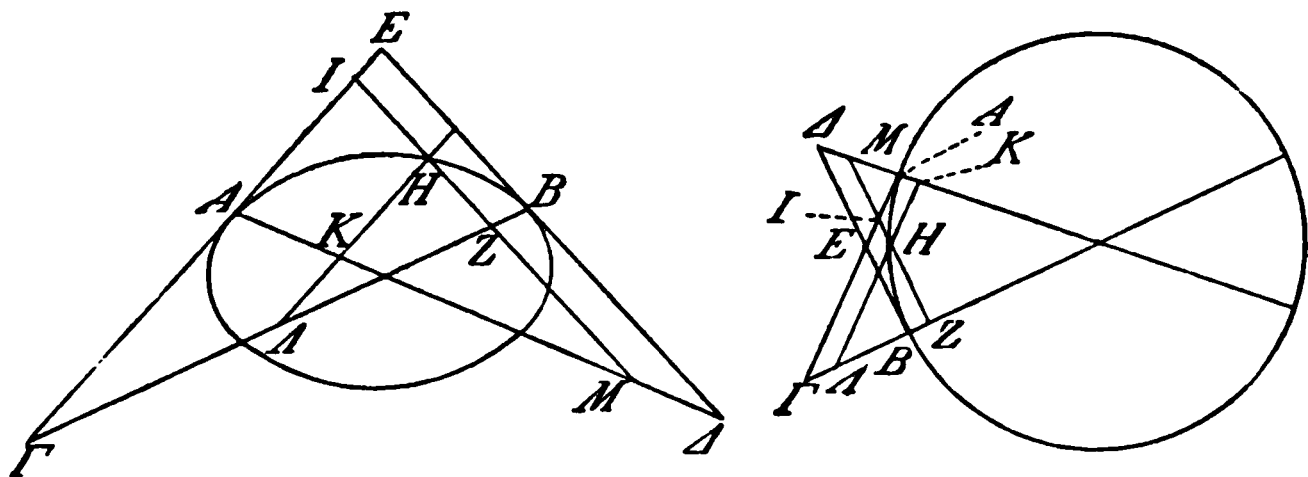
ἔστω γὰρ ἡ τομὴ καὶ αἱ ἐφαπτόμεναι καὶ αἱ διάμετροι, ὡς προείρηται, καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς τομῆς δύο τυχίντα σημεῖα τὰ $Ζ$, $Η$, καὶ διὰ μὲν τοῦ $Ζ$ ταῖς ἐφαπτομέναις παράλληλοι ἤχθωσαν ἢ τε $ΖΘΚΑ$ καὶ



20 ἢ $ΝΖΙΜ$, διὰ δὲ τοῦ $Η$ ἢ τε $ΗΞΟ$ καὶ ἢ $ΘΠΡ$. λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ μὲν $ΑΗ$ τετράπλευρον τῷ $ΜΘ$, τὸ δὲ $ΑΝ$ τῷ $ΡΝ$.

4. $ΓΛΗΙ$] $V?$, p ; $ΓΛΗ$ c , et v , sed corr. m . 2. V in prop. Π quinque praeterea figg. habet.

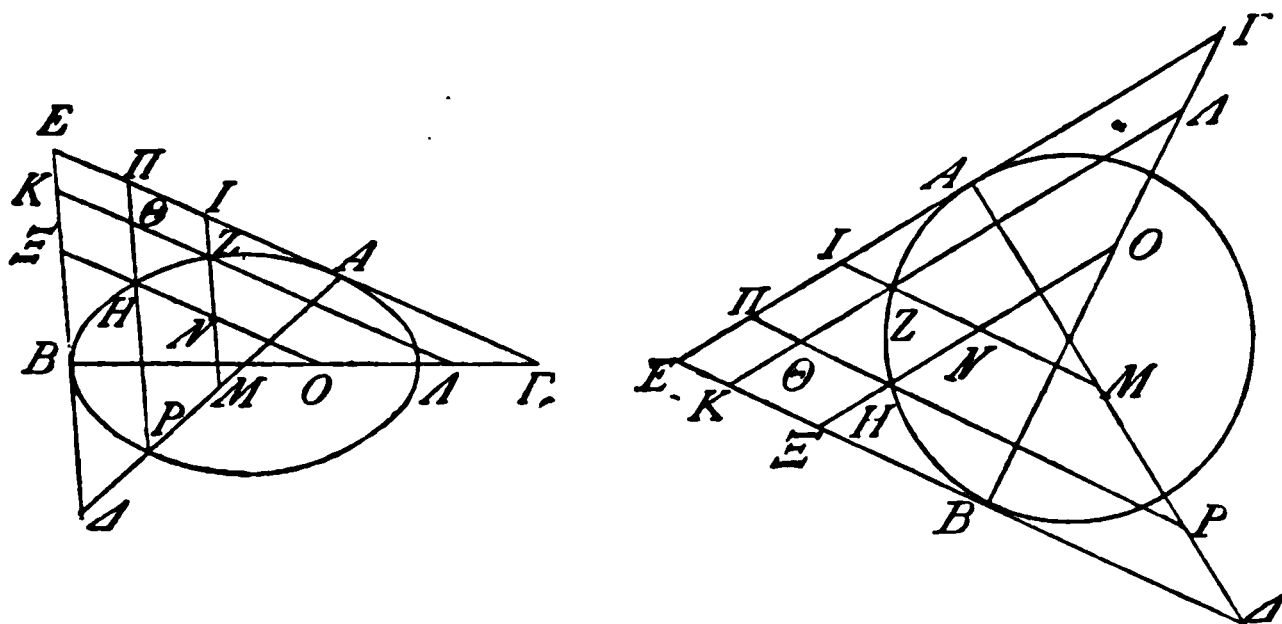
et sumatur in sectione punctum aliquod H , ducantur-
que contingentibus parallelae $HK\Lambda$, HMZ . dico, esse
 $AIM = \Gamma\Lambda HI$.



nam quoniam demonstratum est [I, 42—43], esse
 $HKM = A\Lambda$, commune adiciatur uel auferatur qua-
drangulus IK . tum erit $AIM = \Gamma H$.

III.

Iisdem suppositis si in sectione uel ambitu circuli
duo puncta sumuntur, et per ea rectae contingentibus
parallelae usque ad diametros ducuntur, quadranguli



rectis ita ductis effecti et in diametris collocati inter
se aequales erunt.

sit enim sectio et contingentes et diametri, sicut

ἐπεὶ γὰρ προδέδεικται ἴσον τὸ $PΠΑ$ τρίγωνον
 τῷ $ΓΗ$ τετραπλεύρῳ, τὸ δὲ $ΑΜΙ$ τῷ $ΓΖ$, τὸ δὲ
 $ΑΡΠ$ τοῦ $ΑΜΙ$ μείζον ἐστὶ τῷ $ΠΜ$ τετραπλεύρῳ,
 καὶ τὸ $ΓΗ$ ἄρα τοῦ $ΓΖ$ μείζον ἐστὶ τῷ $ΜΠ$ τετρα-
 5 πλεύρῳ· ὥστε τὸ $ΓΗ$ ἴσον ἐστὶ τῷ $ΓΖ$ καὶ τῷ $ΠΜ$,
 τουτέστι τῷ $ΓΘ$ καὶ τῷ $ΡΖ$. κοινὸν ἀφηγήσθω τὸ
 $ΓΘ$. λοιπὸν ἄρα τὸ $ΑΗ$. ἴσον ἐστὶ τῷ $ΘΜ$. καὶ ὅλον
 ἄρα τὸ $ΑΝ$ τῷ $ΡΝ$ ἴσον ἐστίν.

δ'.

10 Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐπιψαύουσαι
 συμπίπτωσιν ἀλλήλαις, ἀχθῶσι δὲ διὰ τῶν ἀφῶν διά-
 μετροὶ συμπίπτουσαι ταῖς ἐφαπτομέναις, ἴσα ἔσται τα
 πρὸς ταῖς ἐφαπτομέναις τρίγωνα.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι αἱ A, B , αἱ δὲ ἐφαπτόμεναι
 15 αὐτῶν αἱ $ΑΓ, ΒΓ$ συμπιπέτωσαν κατὰ τὸ $Γ$, κέντρον
 δὲ ἔστω τῶν τομῶν τὸ $Δ$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $ΑΒ$ καὶ
 ἡ $ΓΔ$ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ $Ε$, ἐπεξεύχθωσαν δὲ
 καὶ αἱ $ΔΑ, ΒΔ$ καὶ ἐκβεβλήσθωσαν ἐπὶ τὰ $Ζ, Η$.
 λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ $ΑΗΔ$ τρίγωνον τῷ $ΒΔΖ$, τὸ
 20 δὲ $ΑΓΖ$ τῷ $ΒΓΗ$.

ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ $Θ$ ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἡ
 $ΘΔ$. παράλληλος ἄρα ἐστὶ τῇ $ΑΗ$. καὶ ἐπεὶ ἴση
 ἐστὶν ἡ $ΑΔ$ τῇ $ΔΘ$, ἴσον ἂν εἴη τὸ $ΑΗΔ$ τρίγωνον
 τῷ $ΘΔΔ$. ἀλλὰ τὸ $ΔΘΔ$ τῷ $ΒΔΖ$ ἐστὶν ἴσον· καὶ
 25 τὸ $ΑΗΔ$ ἄρα τῷ $ΒΔΖ$ ἐστὶν ἴσον. ὥστε καὶ τὸ $ΑΓΖ$
 τῷ $ΒΓΗ$ ἴσον.

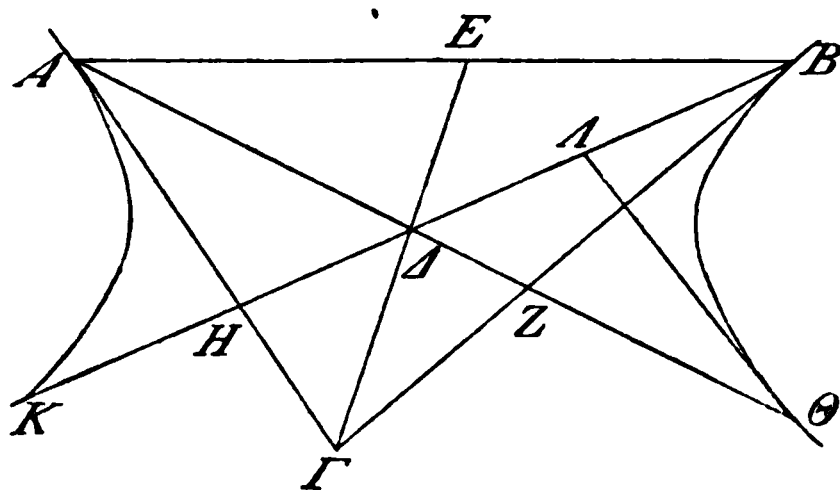
antea diximus, sumantur autem in sectione duo quae-
libet puncta Z, H , et per Z contingentibus parallelae
ducantur $Z\Theta K\Lambda$, $NZIM$, per H autem $H\Xi O$, $\Theta\Pi P$.
dico, esse $\Lambda H = M\Theta$, $\Lambda N = PN$.

quoniam enim antea demonstraui[m]us [prop. II], esse
 $P\Pi A = \Gamma H$, $AMI = \Gamma Z$, et $AP\Pi = AMI + \Pi M$,
erit etiam $\Gamma H = \Gamma Z + \Pi M$. itaque $\Gamma H = \Gamma\Theta + PZ$.
auferatur, quod commune est, $\Gamma\Theta$; reliquum igitur
 $\Lambda H = \Theta M$. ergo $\Lambda N = PN$.

IV.

Si duae rectae sectiones oppositas contingentes
inter se concurrunt, et per puncta contactus diametri
ducuntur cum contingentibus concurrentes, trianguli
ad contingentes positi aequales erunt.

sint A, B sectiones oppositae, easque contingentes
 $A\Gamma$, $B\Gamma$ in Γ concurrant, centrum autem sectionum



sit Δ , ducaturque
 AB et $\Gamma\Delta$, quae
ad E producat[ur],
et ducantur etiam
 ΔA , $B\Delta$ produ-
canturque ad Z, H .
dico, esse

$$\begin{aligned} AH\Delta &= B\Delta Z \\ \text{et } A\Gamma Z &= B\Gamma H. \end{aligned}$$

per Θ enim sectionem contingens ducatur $\Theta\Lambda$; ea
igitur rectae AH parallela est [Eutocius ad I, 44].
et quoniam est [I, 30] $A\Delta = \Delta\Theta$, erit $AH\Delta = \Theta\Lambda\Delta$
[Eucl. VI, 19]. est autem $\Delta\Theta\Lambda = B\Delta Z$ [prop. I];
quare etiam $AH\Delta = B\Delta Z$. ergo etiam $A\Gamma Z = B\Gamma H$.

ε'.

Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθείαι ἐπιψάνουσαι
 συμπίπτωσι, καὶ ληφθῆ ἕφ' ὁποτέρας τῶν τομῶν ση-
 μείον τι, καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἀχθῶσι δύο εὐθείαι, ἡ μὲν
 5 παρὰ τὴν ἐφαπτομένην, ἡ δὲ παρὰ τὴν τὰς ἀφᾶς
 ἐπιξενυγνύουσαν, τὸ γινόμενον ὑπ' αὐτῶν τρίγωνον
 πρὸς τῇ διὰ τῆς συμπτώσεως ἠγμένη διαμέτρῳ τοῦ
 ἀπολαμβανομένου τριγώνου πρὸς τῇ συμπτώσει τῶν
 ἐφαπτομένων διαφέρει τῷ ἀπολαμβανομένῳ τριγώνῳ
 10 πρὸς τε τῇ ἐφαπτομένην καὶ τῇ διὰ τῆς ἀφῆς ἀγομένη
 διαμέτρῳ.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι αἱ A, B , ὧν κέντρον τὸ Γ ,
 καὶ ἐφαπτόμεναι αἱ $E\Delta, \Delta Z$ συμπίπτωσαν κατὰ τὸ
 Δ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ EZ καὶ ἡ $\Gamma\Delta$ καὶ ἐκβεβλήσθω,
 15 καὶ αἱ $Z\Gamma, E\Gamma$ ἐπιξενυχθεῖσαι ἐκβεβλήσθωσαν, καὶ
 εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ H , καὶ δι' αὐτοῦ
 ἤχθω παρὰ μὲν τὴν EZ ἡ $\Theta H K \Lambda$, παρὰ δὲ τὴν ΔZ
 ἡ $H M$. λέγω, ὅτι τὸ $H\Theta M$ τρίγωνον τοῦ $K\Theta\Delta$ δια-
 φέρει τῷ $K\Delta Z$.

20 ἐπεὶ γὰρ δέδεικται ἡ $\Gamma\Delta$ διάμετρος τῶν ἀντικει-
 μένων, ἡ δὲ EZ τεταγμένως ἐπ' αὐτὴν κατηγμένη, καὶ
 ἡ μὲν $H\Theta$ παρὰ τὴν EZ , ἡ δὲ MH παρὰ τὴν ΔZ ,
 τὸ ἄρα $MH\Theta$ τρίγωνον τοῦ $\Gamma\Lambda\Theta$ τριγώνου διαφέρει
 τῷ $\Gamma\Delta Z$. ὥστε τὸ $MH\Theta$ τοῦ $K\Theta\Delta$ τριγώνου δια-
 25 φέρει τῷ $KZ\Lambda$.

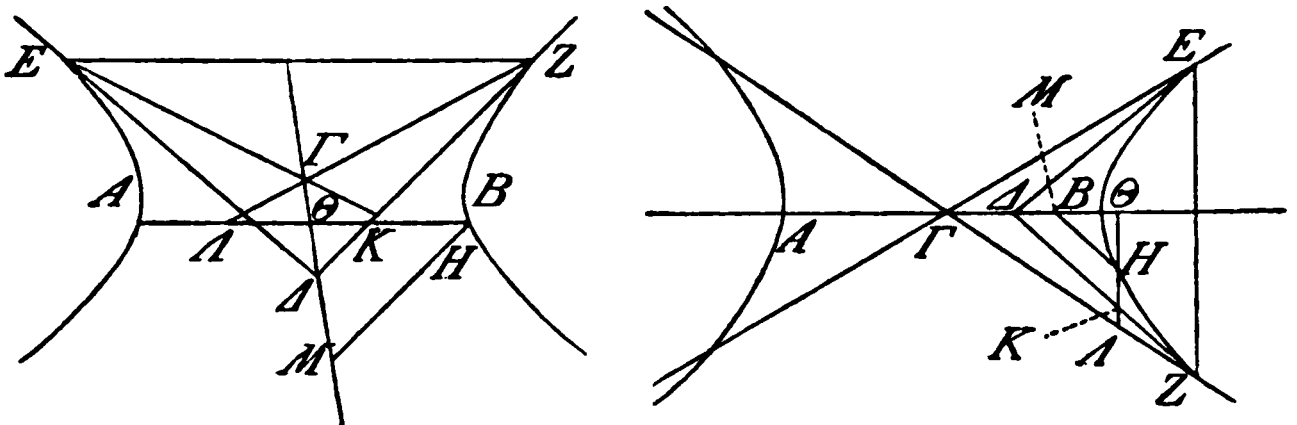
καὶ φανερόν, ὅτι ἴσον γίνεται τὸ $KZ\Lambda$ τρίγωνον
 τῷ $MH K \Delta$ τετραπλεύρῳ.

3. συμπίπτουσι V; corr. p.c. ■ 17. $\Theta H K \Lambda$] V; $H\Theta K \Lambda$ p.

V.

Si duae rectae oppositas contingentes inter se concurrunt, et in utraque sectione punctum aliquod sumitur, ab eoque duae rectae ducuntur altera contingenti parallela, altera rectae puncta contactus coniungenti parallela, triangulus ab iis ad diametrum per punctum concursus ductam effectus a triangulo ad punctum concursus contingentium absciso differt triangulo ad contingentem diametrumque per punctum contactus ductam absciso.

sint oppositae A, B , quarum centrum sit Γ , et contingentes $E\Delta, \Delta Z$ in Δ concurrant, ducaturque EZ et $\Gamma\Delta$, quae producat, et $Z\Gamma, E\Gamma$ ductae pro-



ducantur, sumaturque in sectione punctum aliquod H , et per id ducatur $\Theta HK\Lambda$ rectae EZ parallela, HM autem rectae ΔZ parallela. dico, esse

$$H\Theta M = K\Theta \Delta + K\Lambda Z.$$

quoniam enim demonstrauius [II, 39 et 38], $\Gamma\Delta$ diametrum esse oppositarum, et EZ ad eam ordinate ducta est, et $H\Theta$ rectae EZ parallela, MH autem rectae ΔZ parallela, erit [I, 45]

$$MH\Theta = \Gamma\Lambda\Theta + \Gamma\Delta Z.$$

ergo $MH\Theta = K\Theta \Delta + KZ\Lambda.$

et manifestum est, esse $KZ\Lambda = MHK\Delta.$

ς'.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἐὰν ἐπὶ μιᾶς τῶν ἀντικειμένων ληφθῆ τι σημεῖον, καὶ ἀπ' αὐτοῦ παράλληλοι ἀχθῶσι ταῖς ἐφαπτομέναις συμπίπτουσαι ταῖς τε ἐφαπτομέναις καὶ ταῖς διαμέτροις, τὸ γινόμενον ὑπ' αὐτῶν τετράπλευρον πρὸς τῇ μιᾷ τῶν ἐφαπτομένων καὶ τῇ μιᾷ τῶν διαμέτρων ἴσον ἔσται τῷ γινομένῳ τριγώνῳ πρὸς τε τῇ αὐτῇ ἐφαπτομένῃ καὶ τῇ ἑτέρᾳ τῶν διαμέτρων.

ἔστωσαν ἀντικείμενοι, ὧν διάμετροι αἱ $AEΓ$, $BEΔ$,
 10 καὶ τῆς AB τομῆς ἐφαπτέσθωσαν αἱ AZ , BH συμπίπτουσαι ἀλλήλαις κατὰ τὸ Θ , εἰλήφθω δέ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τομῆς τὸ K , καὶ ἀπ' αὐτοῦ ταῖς ἐφαπτομέναις παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ $KMΛ$, $KNΞ$. λέγω, ὅτι τὸ KZ τετράπλευρον τῷ AIN τριγώνῳ ἔστιν ἴσον.

15 ἐπεὶ οὖν ἀντικείμενοι αἱ AB , $ΓΔ$, καὶ τῆς AB ἐφάπτεται ἡ AZ συμπίπτουσα τῇ $BΔ$, καὶ παρὰ τὴν AZ ἤκται ἡ $KΛ$, ἴσον ἔστί τὸ AIN τρίγωνον τῷ KZ τετραπλεύρῳ.

ξ'.

20 Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἐὰν ἐφ' ἑκατέρας τῶν τομῶν σημειᾶ τινα ληφθῆ, καὶ ἀπ' αὐτῶν παράλληλοι ἀχθῶσι ταῖς ἐφαπτομέναις συμπίπτουσαι ταῖς τε ἐφαπτομέναις καὶ ταῖς διαμέτροις, τὰ γινόμενα ὑπὸ τῶν ἀχθεισῶν τετράπλευρα, βεβηκότα δὲ ἐπὶ τῶν διαμέτρων,
 25 ἴσα ἔσται ἀλλήλοις.

ὑποκείσθω γὰρ τὰ προειρημένα, καὶ εἰλήφθω ἐφ' ἑκατέρας τῶν τομῶν σημειᾶ τὰ K , $Λ$, καὶ δι' αὐτῶν

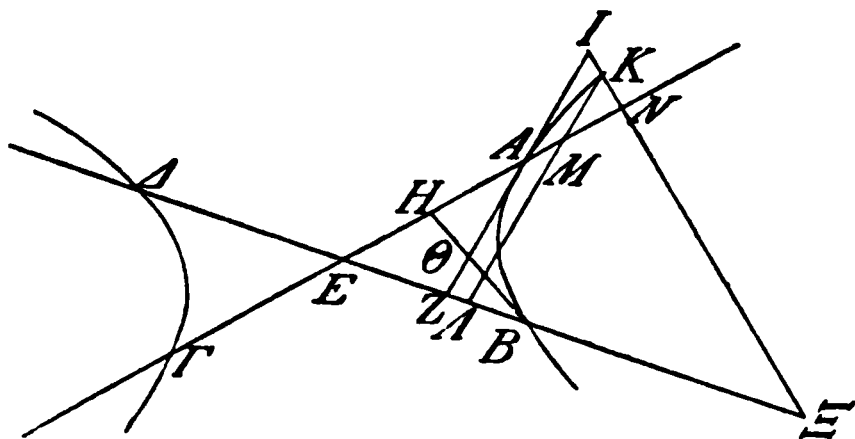
2. ὑποκειμένων] repet. mg. m. rec. V. corr. p. 13. $KMΛ$] $KΛM$ V; corr. p. pcv; euan. V, rep. mg. m. rec.

8. τῇ] (alt.) om. V; 22. συμπίπτουσαι]

VI.

Iisdem suppositis si in altera oppositarum punctum aliquod sumitur, et ab eo rectae contingentibus parallelae ducuntur et cum contingentibus et cum diametris concurrentes, quadrangulus ab iis ad alteram contingentium alteramque diametrum effectus aequalis erit triangulo ad eandem contingentem alteramque diametrum orto.

sint oppositae, quarum diametri sint AEG , $BE\Delta$, et sectionem AB contingant AZ , BH inter se in Θ



concurrentes, sumatur autem in sectione punctum aliquod K , ab eoque contingentibus parallelae ducantur KMA , $KN\Xi$. dico, esse $KZ = AIN$.

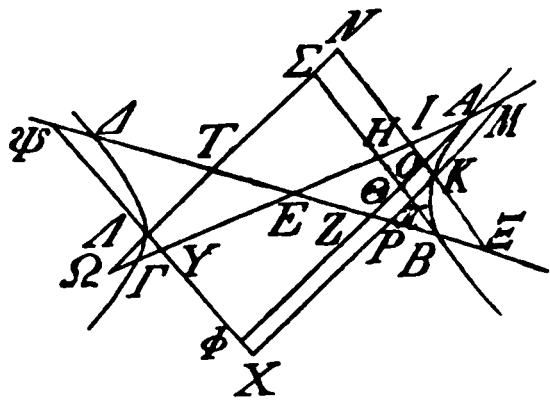
iam quoniam AB , $\Gamma\Delta$ sectiones oppositae sunt, et sectionem AB contingit AZ cum $B\Delta$ concurrens, rectae autem AZ parallela ducta est KA , erit [prop. II] $AIN = KZ$.

VII.

Iisdem suppositis si in utraque sectione puncta aliqua sumuntur, et ab iis contingentibus parallelae ducuntur rectae et cum contingentibus et cum diametris concurrentes, quadranguli rectis ita ductis effecti et in diametris collocati inter se aequales erunt.

παρὰ μὲν τὴν AZ ἤχθωσαν ἡ $MKΠΡΧ$ καὶ ἡ $NΣΤΛΩ$,
παρὰ δὲ τὴν BH ἡ $NΙΟΚΞ$ καὶ ἡ $ΧΦΥΛΨ$. λέγω,
ὅτι ἔσται τὰ τῆς προτάσεως.

ἐπεὶ γὰρ τὸ $ΑΟΙ$ τρί-
5 γωνον τῷ $ΡΟ$ τετραπλεύρῳ
ἔστιν ἴσον, κοινὸν προσ-
κείσθω τὸ $ΕΟ$. ὅλον ἄρα τὸ
 $ΑΕΖ$ τρίγωνον ἴσον ἐστὶ
τῷ $ΚΕ$. ἔστι δὲ καὶ τὸ



10 $ΒΕΗ$ τρίγωνον ἴσον τῷ $ΛΕ$ τετραπλεύρῳ, καὶ ἐστὶ
τὸ $ΑΕΖ$ τρίγωνον ἴσον τῷ $ΒΗΕ$. καὶ τὸ $ΛΕ$ ἄρα
ἴσον ἐστὶ τῷ $ΙΚΡΕ$. κοινὸν προσκείσθω τὸ $ΝΕ$.
ὅλον ἄρα τὸ $ΤΚ$ ἴσον ἐστὶ τῷ $ΙΛ$, καὶ τὸ $ΚΥ$ τῷ $ΡΛ$.

η'.

15 Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων εἰλήφθω ἀντὶ τῶν $K, Λ$
τὰ $Γ, Δ$, καθ' ἃ συμβάλλουσιν αἱ διάμετροι ταῖς τομαῖς,
καὶ δι' αὐτῶν ἤχθωσαν αἱ παράλληλοι ταῖς ἐφαπ-
τομέναις.

λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ $ΔΗ$ τετράπλευρον τῷ $ΖΓ$
20 καὶ τὸ $ΞΙ$ τῷ $ΟΤ$.

ἐπεὶ γὰρ ἴσον ἐδείχθη τὸ $ΑΗΘ$ τρίγωνον τῷ
 $ΘΒΖ$, καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ A ἐπὶ τὸ B παράλληλος τῇ ἀπὸ
τοῦ H ἐπὶ τὸ Z , ἀνάλογον ἄρα ἐστίν, ὡς ἡ $ΑΕ$ πρὸς
 $ΕΗ$, ἡ $ΒΕ$ πρὸς $ΕΖ$. καὶ ἀναστρέψαντι, ὡς ἡ $ΕΑ$
25 πρὸς $ΑΗ$, ἡ $ΕΒ$ πρὸς $ΒΖ$. ἔστι δὲ καί, ὡς ἡ $ΓΑ$
πρὸς $ΑΕ$, ἡ $ΔΒ$ πρὸς $ΒΕ$. ἑκατέρα γὰρ ἑκατέρας
διπλῆ· δι' ἴσου ἄρα, ὡς ἡ $ΓΑ$ πρὸς $ΑΗ$, ἡ $ΔΒ$

4. γάρ] cp, et V, sed deinde del. 1 litt. m. 1. 12. τὸ
 NE] cp, corr. ex τὸν ε V. 20. τό] τῷ V; corr. Halley. τῷ]
τό cp. 21. τῷ] cp, corr. ex τό m. 1 V. 23. H] p c v, euan. V.

supponantur enim, quae antea diximus, et in utraque sectione puncta sumantur K, Λ , per eaque rectae AZ parallelae ducantur $MK\Pi PX, N\Sigma T\Lambda\Omega$, rectae autem BH parallelae $NIOK\Xi, X\Phi T\Lambda\Psi$. dico, euenire, quae in propositione dicta sunt.

nam quoniam est $AOI = PO$ [prop. II], commune adiiciatur EO ; itaque erit $AEZ = KE$. est autem etiam [u. Eutocius ad prop. VI] $BEH = \Lambda E$, et [prop. I] $AEZ = BHE$; itaque etiam $\Lambda E = IKPE$. commune adiiciatur NE ; ergo $TK = I\Lambda$; et etiam $K\Gamma = P\Lambda$.

VIII.

Iisdem suppositis pro K, Λ sumantur Γ, Δ , in quibus diametri cum sectionibus concurrant, per eaque ducantur rectae contingentibus parallelae.

dico, esse $\Delta H = Z\Gamma, \Xi I = OT$.

quoniam enim demonstrauius, esse $AH\Theta = \Theta BZ$ [prop. I], et recta ab A ad B ducta rectae ab H ad

Z ductae parallela est [II, 39 et Pappi lemma I], erit [Eucl. VI, 4]

$$AE : EH = BE : EZ;$$

et conuertendo

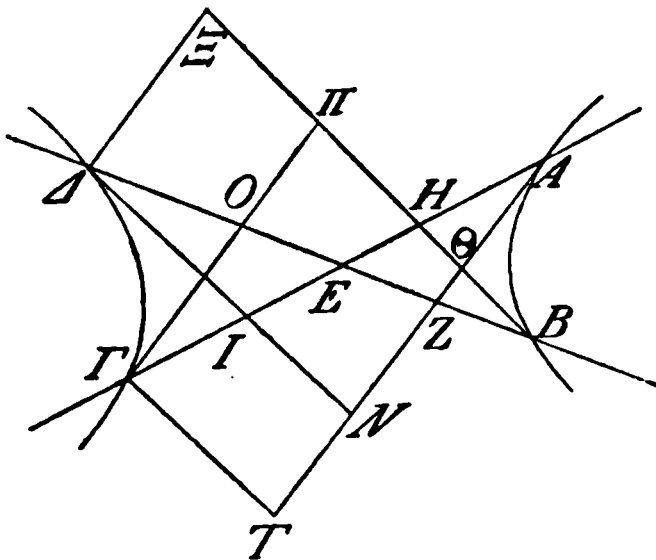
$$EA : AH = EB : BZ$$

[Eucl. V, 19 coroll.]. est autem etiam

$$\Gamma A : AE = \Delta B : BE;$$

nam utraque utraque duplo maior est [I, 30]. ex aequo igitur [Eucl. V, 20] $\Gamma A : AH = \Delta B : BZ$. et trianguli similes sunt propter parallelas; itaque

$$\Gamma T A : A\Theta H = \Xi B \Delta : \Theta B Z$$
 [Eucl. VI, 19].



πρὸς BZ . καὶ ἐστὶν ὅμοια τὰ τρίγωνα διὰ τὰς παρ-
αλλήλους· ὡς ἄρα τὸ $\Gamma\Theta A$ τρίγωνον πρὸς τὸ $A\Theta H$,
τὸ $\Xi B \Delta$ πρὸς τὸ $\Theta B Z$. καὶ ἐναλλάξ· ἴσον δὲ τὸ
 $AH\Theta$ τῷ $\Theta Z B$ · ἴσον ἄρα καὶ τὸ $T A \Gamma$ τῷ $\Delta B \Xi$.
5 ὦν τὸ $AH\Theta$ ἴσον ἐδείχθη τῷ $B\Theta Z$ · λοιπὸν ἄρα τὸ
 $\Delta\Theta$ τετράπλευρον ἴσον τῷ $\Gamma\Theta$. ὥστε καὶ τὸ ΔH
τῷ ΓZ .

καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστὶν ἡ ΓO τῇ AZ , ἴσον
ἐστὶ τὸ $\Gamma O E$ τρίγωνον τῷ $A E Z$. ὁμοίως δὲ καὶ τὸ
10 $\Delta E I$ τῷ $B E H$. ἀλλὰ τὸ $B E H$ τῷ $A E Z$ ἴσον· καὶ
τὸ $\Gamma O E$ ἄρα ἴσον τῷ $\Delta E I$. ἐστὶ δὲ καὶ τὸ $H \Delta$ τε-
τετράπλευρον ἴσον τῷ $Z \Gamma$. ὅλον ἄρα τὸ ΞI ἴσον ἐστὶ
τῷ $O T$.

θ'.

15 $T\omega\upsilon\upsilon$ αὐτῶν ὑποκειμένων ἐὰν τὸ μὲν ἕτερον τῶν
σημείων μεταξὺ ἧ τῶν διαμέτρων, οἷον τὸ K , τὸ δὲ
ἕτερον ἐνὶ τῶν Γ, Δ ταύτων, οἷον τὸ Γ , καὶ ἀχθῶσιν
αὶ παράλληλοι, λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ $\Gamma E O$ τρίγωνον
τῷ $K E$ τετραπλεύρῳ καὶ τὸ ΛO τῷ ΛM .

20 τοῦτο δὲ φανερόν. ἐπεὶ γὰρ ἴσον ἐδείχθη τὸ $\Gamma E O$
τρίγωνον τῷ $A E Z$, τὸ δὲ $A E Z$ ἴσον τῷ $K E$ τε-
τετραπλεύρῳ, καὶ τὸ $\Gamma E O$ ἄρα ἴσον τῷ $K E$ τετραπλεύρῳ.
ὥστε καὶ τὸ $\Gamma P M$ ἴσον ἐστὶ τῷ $K O$, καὶ τὸ $K \Gamma$ ἴσον
τῷ ΛO .

25

ι'.

$T\omega\upsilon\upsilon$ αὐτῶν ὑποκειμένων εἰλήφθω τὰ K, Λ σημεία
μὴ καθ' ὃ συμβάλλουσιν αὶ διάμετροι ταῖς τομαῖς.

δεικτέον δὴ, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ $\Lambda T P X$ τετράπλευρον
τῷ $\Omega X K I$ τετραπλεύρῳ.

4. $\Delta B \Xi$] $\Delta E \Xi$ V; corr. p ($\Xi \Delta B$).

et permutando [Eucl. V, 16]; est autem [prop. I] $AH\Theta = \Theta ZB$; quare etiam $T\Lambda\Gamma = \Delta B\xi$.

quorum est $AH\Theta = B\Theta Z$, ut demonstrauius; itaque reliquum $\Delta\Theta = \Gamma\Theta$. quare etiam $\Delta H = \Gamma Z$.

et quoniam $\Gamma O, AZ$ parallelae sunt, erit [Eucl. VI, 19] $\Gamma O E = A E Z$.¹⁾ eodem autem modo etiam

$$\Delta E I = B E H.$$

est autem $B E H = A E Z$ [prop. I]; quare etiam

$$\Gamma O E = \Delta E I.$$

est autem etiam $H\Delta = Z\Gamma$; ergo $\xi I = O T$.

IX.

Iisdem suppositis si alterum punctum inter diametros est ut K , alterum autem idem atque alterutrum

punctorum Γ, Δ ut Γ , et ducuntur parallelae, dico, esse $\Gamma E O = K E$, $\Lambda O = \Lambda M$.

et hoc manifestum est. quoniam enim demonstrauius [Eucl. VI, 19; cfr. prop. VIII], esse $\Gamma E O = A E Z$,

et est $A E Z = K E$ [Eutocius ad prop. VI], erit etiam $\Gamma E O = K E$. ergo etiam $\Gamma P M = K O$ et $K\Gamma^2) = \Lambda O$.

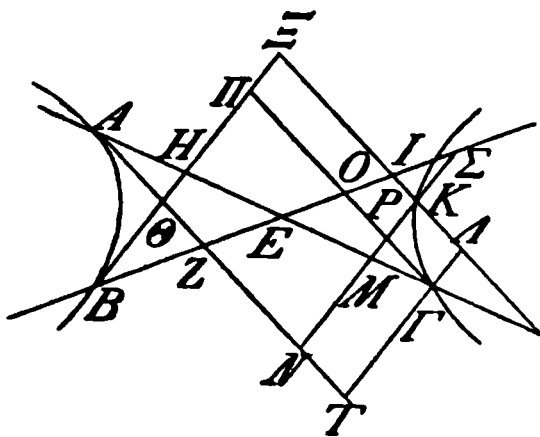
X.

Iisdem suppositis puncta K, Λ ne sumantur, ubi diametri cum sectionibus concurrunt.

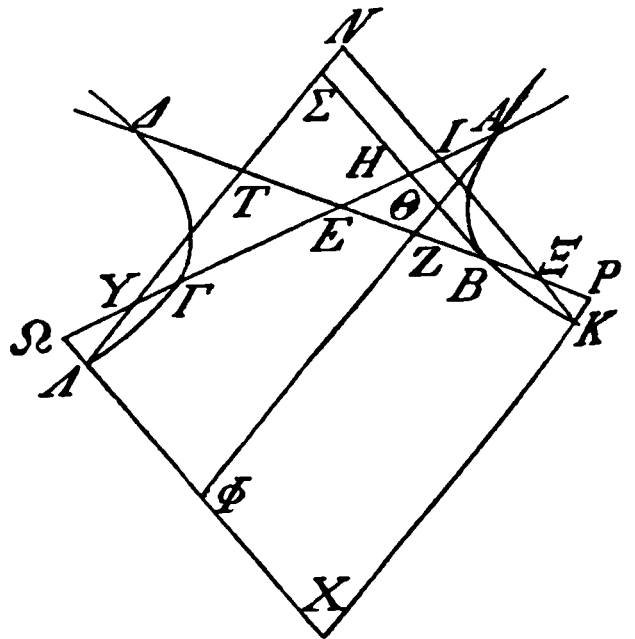
demonstrandum igitur, esse $\Lambda T P X = \Omega X K I$.

1) Nam $\Gamma E = E A$ (I, 30).

2) H. e. $K M \Gamma \Lambda$.



ἐπεὶ γὰρ ἐφάπτονται αἱ AZ , BH , καὶ διὰ τῶν
 ἀφῶν διάμετροί εἰσιν αἱ AE , BE , καὶ παρὰ τὰς
 ἐφαπτομένας εἰσὶν αἱ AT ,
 KI , μείζον ἐστὶ τὸ TTE
 5 τριγώνον τοῦ $\Gamma\Omega\Lambda$ τῷ
 EZA . ὁμοίως δὲ καὶ τὸ
 ΞEI τοῦ ΞPK μείζον ἐστὶ
 τῷ BEH . ἴσον δὲ τὸ AEZ
 τῷ BEH . τῷ αὐτῷ ἄρα
 10 ὑπερέχει τό τε $TE\Gamma$ τοῦ
 $\Gamma\Omega\Lambda$ καὶ τὸ ΞEI τοῦ
 ΞPK . τὸ TTE ἄρα μετὰ
 τοῦ ΞPK ἴσον ἐστὶ τῷ
 ΞEI μετὰ τοῦ $\Gamma\Omega\Lambda$. κοινὸν προσκείσθω τὸ $K\xi ET\Lambda X$.
 15 τὸ ΛTPX ἄρα τετράπλευρον ἴσον ἐστὶ τῷ ΩXKI
 τετραπλεύρῳ.



ια'.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἐὰν ἐφ' ὁποτέρας τῶν
 τομῶν σημείον τι ληφθῆ, καὶ ἀπ' αὐτοῦ παράλληλοι
 20 ἀχθῶσιν ἢ μὲν παρὰ τὴν ἐφαπτομένην, ἢ δὲ παρὰ τὴν
 τὰς ἀφὰς ἐπιξευγνίουσιν, τὸ γινόμενον ὑπ' αὐτῶν
 τριγώνον πρὸς τῇ διὰ τῆς συμπτώσεως τῶν ἐφαπτομένων
 ἠγμένη διαμέτρῳ διαφέρει τοῦ ἀπολαμβανομένου τρι-
 γώνου πρὸς τε τῇ ἐφαπτομένῃ καὶ τῇ διὰ τῆς ἀφῆς
 25 ἠγμένη διαμέτρῳ τῷ ἀπολαμβανομένῳ τριγώνῳ πρὸς
 τῇ συμπτώσει τῶν ἐφαπτομένων.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι αἱ AB , $\Gamma\Delta$, καὶ ἐφαπτόμεναι
 αἱ AE , ΔE συμπιπέτωσαν κατὰ τὸ E , καὶ ἔστω

5. $\Gamma\Omega\Lambda$] $\rho\epsilon\nu$, Ω e corr. m. 1 V. 9. τῷ] (alt.) $\rho\epsilon$, corr. ex
 τό m. 1 V. αὐτῷ] $\rho\epsilon$, corr. ex αὐτό m. 1 V. 14. $K\xi ETX$
 Vp; corr. Memus.

nam quoniam AZ , BH contingunt, et AE , BE diametri sunt per puncta contactus ductae, contingentibusque parallelae sunt AT , KI , erit

$$TTE = T\Omega A + EZA,$$

et eodem modo etiam $\Xi EI = \Xi PK + BEH$ [I, 44]. est autem $AEZ = BEH$ [prop. I]. itaque erit

$$TE\tau \div T\Omega A = \Xi EI \div \Xi PK.$$

quare erit $TTE + \Xi PK = \Xi EI + T\Omega A$. commune adiiciatur $K\Xi ET\Delta X$; ergo erit $ATPX = \Omega XKI$.

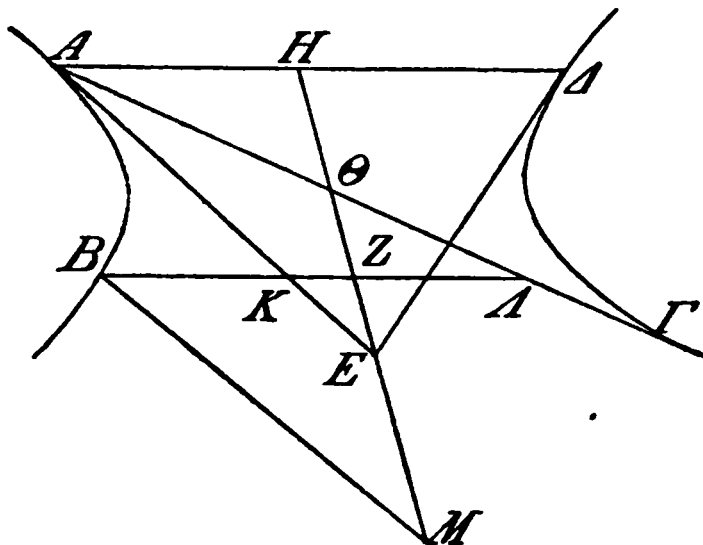
XI.

Iisdem suppositis si in utralibet sectione punctum aliquod sumitur, et ab eo rectae ducuntur parallelae altera contingenti, altera rectae puncta contactus coniungenti, triangulus ab iis ad diametrum per punctum concursus contingentium ductam effectus a triangulo absciso ad contingentem diametrumque per punctum

contactus ductam differt triangulo ad punctum concursus contingentium absciso.

sint oppositae AB , $\Gamma\Delta$, et contingentes AE , ΔE in E concurrant, centrum autem sit Θ , ducanturque $A\Delta$,

$E\Theta H$, et in sectione AB punctum aliquod sumatur B , et per id ducatur $BZ\Delta$ rectae AH parallela, BM autem rectae AE parallela. dico, esse $BZM = AK\Delta + KEZ$.



In V duae praeterea ad prop. XI figurae sunt.

κέντρον τὸ Θ , καὶ ἐπεξεύχθωσαν ἢ τε $A\Delta$ καὶ ἡ $E\Theta H$, εἰλήφθω δὲ ἐπὶ τῆς AB τομῆς τυχὸν σημεῖον τὸ B , καὶ δι' αὐτοῦ ἤχθωσαν παρὰ μὲν τὴν AH ἢ $BZ\Lambda$, παρὰ δὲ τὴν AE ἢ BM . λέγω, ὅτι τὸ BZM
 5 τρίγωνον τοῦ $AK\Lambda$ διαφέρει τῷ KEZ .

ὅτι μὲν γὰρ ἡ $A\Delta$ δίχα τέμνεται ὑπὸ τῆς $E\Theta$, φανερόν, καὶ ὅτι ἡ $E\Theta$ διάμετρος ἐστὶ συζυγῆς τῇ διὰ τοῦ Θ παρὰ τὴν $A\Delta$ ἀγομένη· ὥστε κατηγμένη ἐστὶν ἡ AH ἐπὶ τὴν EH .

10 ἐπεὶ οὖν διάμετρος ἐστὶν ἡ HE , καὶ ἐφάπτεται μὲν ἡ AE , κατηγμένη δὲ ἡ AH , ληφθέντος δὲ ἐπὶ τῆς τομῆς τοῦ B σημείου κατήχθησαν ἐπὶ τὴν EH ἢ μὲν BZ παρὰ τὴν AH , ἢ δὲ BM παρὰ τὴν AE , δῆλον, ὅτι τὸ BMZ τρίγωνον τοῦ $A\Theta Z$ διαφέρει
 15 τῷ ΘAE . ὥστε καὶ τὸ BZM τοῦ $AK\Lambda$ διαφέρει τῷ KZE .

καὶ συναποδέδεικται, ὅτι τὸ $BKEM$ τετράπλευρον ἴσον ἐστὶ τῷ $AK\Lambda$ τριγώνῳ.

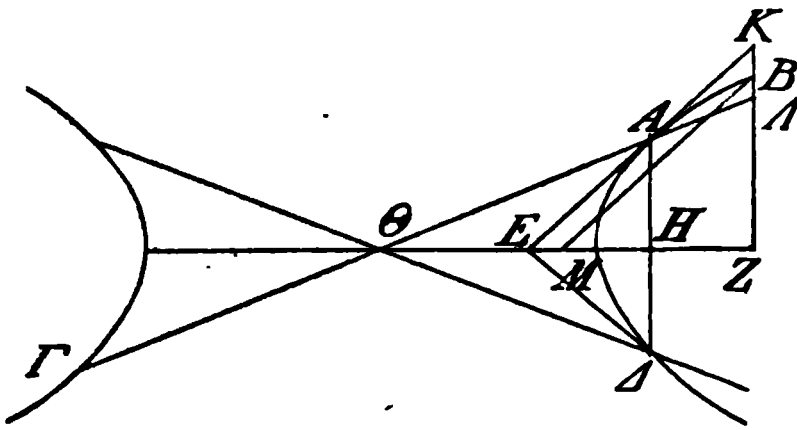
ιβ'.

20 Τῶν αὐτῶν ὄντων ἐὰν ἐπὶ μιᾶς τῶν τομῶν $\bar{\beta}$ σημεία ληφθῆ, καὶ ἀφ' ἑκατέρου παράλληλοι ἀχθῶσιν, ὁμοίως ἴσα ἐστὶ τὰ γινόμενα ὑπ' αὐτῶν τετράπλευρα.
 ἔστω γὰρ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον, καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς AB τομῆς τυχόντα σημεία τὰ B, K , καὶ δι' αὐτῶν
 25 ἤχθωσαν παράλληλοι τῇ $A\Delta$ αἱ $ABMN, K\Xi O\Gamma\Pi$, τῇ δὲ AE αἱ $B\Xi P, AK\Sigma$. λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ $B\Pi$ τῷ KP .

25. $ABMN$] $BAMN$ V; corr. p.
 corr. p.

26. $AK\Sigma$] $K\Lambda\Sigma$ V;

nam hoc quidem manifestum est, $A\Delta$ ab $E\Theta$ in duas partes aequales secari [II, 39], et $E\Theta$ diametrum esse



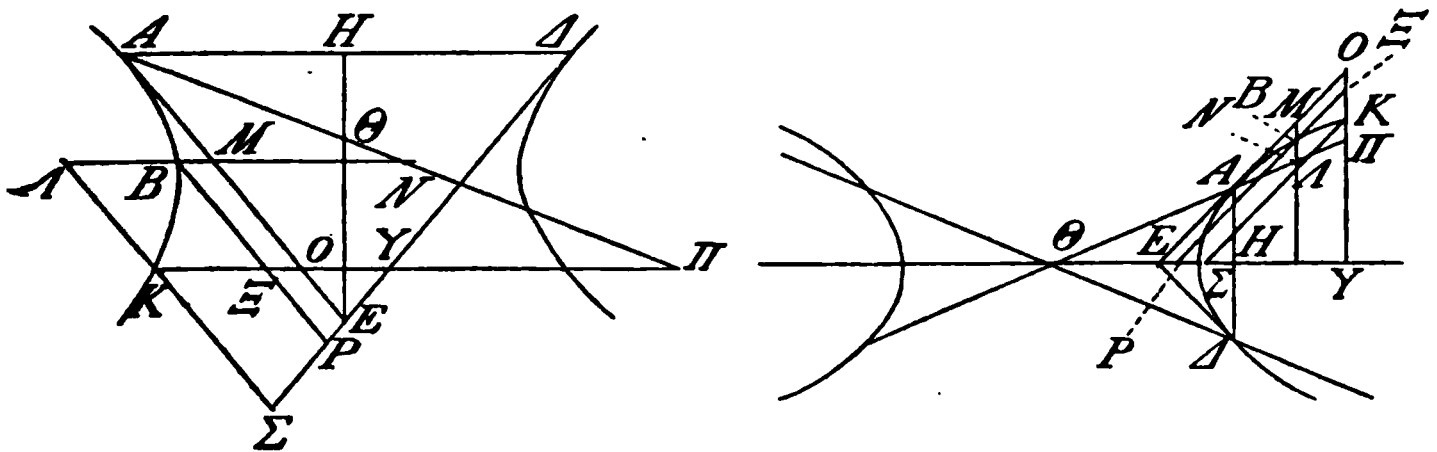
cum ea coniugatam, quae per Θ rectae $A\Delta$ parallela ducitur [II, 38]; quare AH ad HE ordinate ducta est [I def. 6].

iam quoniam HE diametrus est, et contingit AE , ordinate autem ducta est AH , et sumpto in sectione puncto B ad EH ductae sunt BZ rectae AH parallela et BM rectae AE parallela, adparet, esse $BMZ = \Lambda\Theta Z + \Theta AE$ [I, 45]¹⁾. ergo etiam $BZM = AK\Lambda + KZE$.

et simul demonstratum est, esse $BKEM = \Lambda KA$.

XII.

Iisdem positis si in altera sectione duo puncta sumuntur, et ab utroque parallelae ducuntur, eodem modo quadranguli ab iis effecti aequales erunt.



sint enim eadem, quae antea, et in AB sectione puncta quaelibet sumantur B, K , et per ea ducantur

1) In secunda figura ex I, 43 erit
 $BMZ = \Lambda\Theta Z \div \Theta AE = KZE \div AK\Lambda$.
 et hoc significat illud διαφέρει.

ἐπεὶ γὰρ δέδεικται ἴσον τὸ μὲν $ΑΟΠ$ τρίγωνον
 τῷ $ΚΟΕΣ$ τετραπλεύρῳ, τὸ δὲ $ΑΜΝ$ τῷ $ΒΜΕΡ$,
 λοιπὸν ἄρα τὸ $ΚΡ$ λιπὸν ἢ προσλαβὸν τὸ $ΒΟ$ ἴσον
 ἐστὶ τῷ $ΜΠ$. καὶ κοινοῦ προστεθέντος ἢ ἀφαιρου-
 5 μένου τοῦ $ΒΟ$ τὸ $ΒΠ$ ἴσον ἐστὶ τῷ $ΞΣ$.

ιγ'.

Ἐὰν ἐν ταῖς κατὰ συζυγίαν ἀντικειμέναις τῶν
 ἐφεξῆς τομῶν εὐθείαι ἐφαπτόμεναι συμπίπτωσι, καὶ
 διὰ τῶν ἀφῶν διάμετροι ἀχθῶσιν, ἴσα ἔσται τὰ τρί-
 10 γωνα, ὧν κορυφὴ κοινὴ τὸ κέντρον ἐστὶ τῶν ἀντι-
 κειμένων.

ἔστωσαν συζυγεῖς ἀντικείμεναι, ἐφ' ὧν τὰ $Α, Β,$
 $Γ, Δ$ σημεία, καὶ τῶν $Α, Β$ τομῶν ἐφαπτέσθωσαν
 αἱ $ΒΕ, ΑΕ$ συμπίπτουσαι κατὰ τὸ $Ε$, καὶ ἔστω κέν-
 15 τρον τὸ $Θ$, καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ $ΑΘ, ΒΘ$ ἐκβεβλή-
 σθωσαν ἐπὶ τὰ $Δ, Γ$. λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ $ΒΖΘ$
 τρίγωνον τῷ $ΑΗΘ$ τριγώνῳ.

ἤχθωσαν γὰρ διὰ τῶν $Α, Θ$ παρὰ τὴν $ΒΕ$ αἱ
 $ΑΚ, ΑΘΜ$. ἐπεὶ οὖν ἐφάπτεται τῆς $Β$ τομῆς ἡ $ΒΖΕ$,
 20 καὶ διὰ τῆς ἀφῆς διάμετρος ἐστὶν ἡ $ΔΘΒ$, καὶ παρὰ
 τὴν $ΒΕ$ ἐστὶν ἡ $ΑΜ$, συζυγῆς ἐστὶν ἡ $ΑΜ$ διάμετρος
 τῆ $ΒΔ$ διαμέτρῳ ἢ καλουμένη δευτέρα διάμετρος·
 διὰ δὲ τοῦτο κατῆκται ἡ $ΑΚ$ τεταγμένως ἐπὶ τὴν
 $ΒΔ$. καὶ ἐφάπτεται ἡ $ΑΗ$ · τὸ ἄρα ὑπὸ $ΚΘΗ$ ἴσον
 25 ἐστὶ τῷ ἀπὸ $ΒΘ$. ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ $ΚΘ$ πρὸς $ΘΒ$, ἢ
 $ΒΘ$ πρὸς $ΗΘ$. ἀλλ' ὡς ἡ $ΚΘ$ πρὸς $ΘΒ$, ἢ $ΚΑ$ πρὸς

3. λειπόν V; corr. p. 4. προστιθέν V, προστιθέντος cv,
 corr. p; fort. προστιθεμένον. Deinde del. ἢ m. 1 V. 13.
 σημεία] delendum? 19. $ΑΘΜ$] $ΘΑΜ$ V; corr. p. 24. $ΚΘΗ$]
 $ΚΗΘ$ V; corr. Memus. 25. ἀπό] om. V; corr. p.

$ABMN, KΞOΓΠ$ rectae $AΔ$ parallelae, rectae autem AE parallelae $BΞP, ΔKΣ$. dico, esse $BΠ = KP$.

nam quoniam demonstratum est [prop. XI coroll.], esse $AOΠ = KOEΣ$ et $AMN = BMEP$, erit

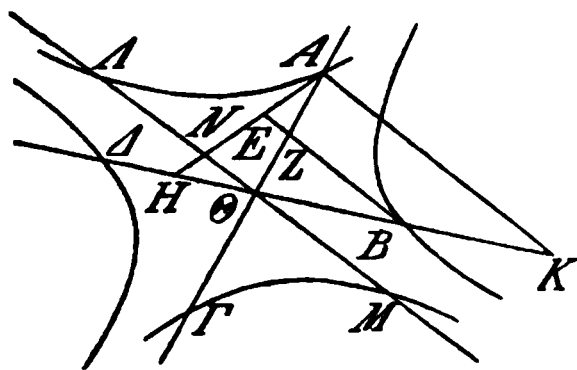
$$KP \div BO = MΠ$$

uel¹⁾ $KP + BO = MΠ$. et communi adiecto uel ablato BO , erit $BΠ = ΞΣ$.

XIII.

Si in oppositis coniugatis rectae sectiones deinceps positae contingentes inter se concurrunt, et per puncta contactus diametri ducuntur, aequales erunt trianguli, quorum uertex communis centrum est oppositarum.

sint oppositae coniugatae, in quibus sint puncta $A, B, Γ, Δ$, et sectiones A, B contingant BE, AE



in E concurrentes, centrum autem sit $Θ$, et ductae $AΘ, BΘ$ ad $Δ, Γ$ producantur. dico, esse $BZΘ = AHΘ$.

ducantur enim per $A, Θ$ rectae BE parallelae $AK, AΘM$. iam quoniam sectionem B contingit BZE , et per punctum contactus diametrus ducta est $ΔΘB$, et rectae BE parallela est AM , AM diametrus est cum diametro $BΔ$ coniugata, secunda diametrus quae uocatur [II, 20]; qua de causa AK ad $BΔ$ ordinate ducta est [I def. 6]. et AH contingit; itaque erit [I, 38] $KΘ \times ΘH = BΘ^2$. quare [Eucl. VI, 17]

$$KΘ : ΘB = BΘ : HΘ.$$

uerum $KΘ : ΘB = KA : BZ = AΘ : ΘZ$ [Eucl. VI, 4];

1) In secunda figura.

BZ καὶ ἡ $A\Theta$ πρὸς ΘZ · καὶ ὡς ἄρα ἡ $A\Theta$ πρὸς $Z\Theta$, ἡ $B\Theta$ πρὸς $H\Theta$. καὶ εἰσιν αἱ ὑπὸ $B\Theta Z$, $H\Theta Z$ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι· ἴσον ἄρα τὸ $AH\Theta$ τρίγωνον τῷ $B\Theta Z$ τριγώνῳ.

5

ιδ'.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἐὰν ἐφ' ὁποτέρας τῶν τομῶν σημείον τι ληφθῆ, καὶ ἀπ' αὐτοῦ παράλληλοι ἀχθῶσι ταῖς ἐφαπτομέναις ἕως τῶν διαμέτρων, τὸ γινόμενον πρὸς τῷ κέντρῳ τριγώνου τοῦ γινομένου
10 περὶ τὴν αὐτὴν γωνίαν τριγώνου διοίσει τριγώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἐφαπτομένην, κορυφὴν δὲ τὸ κέντρον.

ἔστω τὰ μὲν ἄλλα τὰ αὐτά, εἰλήφθω δέ τι σημείον ἐπὶ τῆς B τομῆς τὸ Ξ , καὶ δι' αὐτοῦ παρὰ μὲν τὴν
15 AH ἤχθωσαν ἡ $\Xi P\Sigma$, παρὰ δὲ τὴν BE ἡ ΞTO . λέγω, ὅτι τὸ $O\Theta T$ τρίγωνον τοῦ $\Xi\Sigma T$ διαφέρει τῷ ΘBZ .

ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ A παρὰ τὴν BZ ἡ AT . ἐπεὶ οὖν διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον τῆς AL τομῆς διά-
20 μετρος μὲν ἐστὶν ἡ $A\Theta M$, συζυγῆς δὲ αὐτῇ καὶ δευτέρα διάμετρος ἡ $A\Theta B$, καὶ ἀπὸ τοῦ A ἐφάπτεται ἡ AH , κατῆκται δὲ παρὰ τὴν AM ἡ AT , ἔξει ἡ AT πρὸς τὴν ΓH τὸν συγκείμενον λόγον ἕκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ ΘT πρὸς ΓA καὶ ἕκ τοῦ ὄν ἔχει ἡ τοῦ
25 πρὸς τῇ AM εἰδους πλαγία πλευρὰ πρὸς τὴν ὀρθίαν. ἀλλ' ὡς ἡ AT πρὸς ΓH , ἡ ΞT πρὸς $T\Sigma$, ὡς δὲ ἡ ΘT πρὸς ΓA , ἡ ΘT πρὸς TO καὶ ἡ ΘB πρὸς BZ ,

4. $B\Theta Z$] $A\Theta Z$ V; corr. Memus. 15. ἤχθω? ΞTO] ΞOT V; corr. p. 18. BZ] cnp ; in V obscurum est B. 22. AM] p, A e corr. m. 1 V; corr. ex AM c; AM v. 24. ἕκ τοῦ] ἔξ οὗ V; corr. ego; τοῦ p. 27. TO] cnp , O obscuratum in V.

itaque etiam $A\Theta : Z\Theta = B\Theta : H\Theta$. et

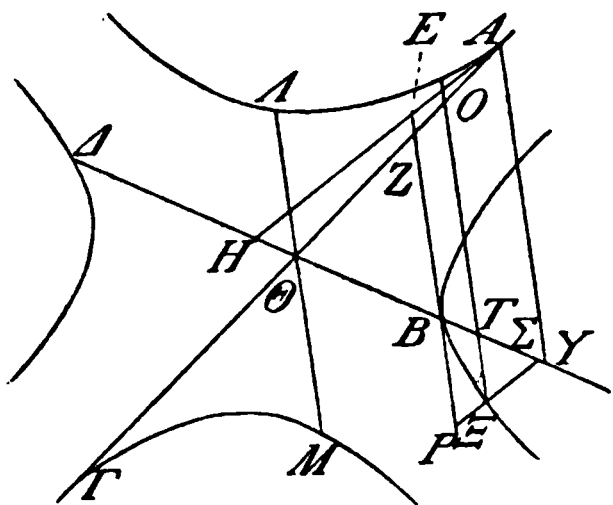
$$\angle B\Theta Z + H\Theta Z$$

duobus rectis aequales sunt; ergo $AH\Theta = B\Theta Z$ [u. Eutocius].

XIV.

Iisdem suppositis si in utralibet sectionum punctum aliquod sumitur, et ab eo contingentibus parallelae rectae usque ad diametros ducuntur, triangulus ad centrum ortus a triangulo in eodem angulo orto differet triangulo basim habenti contingentem, uerticem autem centrum.

sint cetera eadem, sumatur autem in B sectione punctum aliquod Ξ , et per id rectae AH parallela



ducatur $\Xi P\Sigma$, rectae autem BE parallela ΞTO . dico, esse $O\Theta T = \Xi\Sigma T + \Theta BZ$.

ducatur enim ab A rectae BZ parallela AT . iam quoniam eadem de causa, qua antea, $A\Theta M$ diametrus est sectionis $A\Lambda$, $A\Theta B$ autem cum ea con-

iugata et secunda diametrus [II, 20], et ab A contingit AH , rectae autem AM parallela ducta est AT , habebit $AT : TH$ rationem compositam ex ratione $\Theta T : TA$ et ea, quam habet latus transuersum figurae ad AM adplicatae ad rectum [I, 40]. est autem

$$AT : TH = \Xi T : T\Sigma$$

et $\Theta T : TA = \Theta T : TO = \Theta B : BZ$ [Eucl. VI, 4], et ut latus transuersum figurae ad AM adplicatae ad

ὡς δὲ ἡ τοῦ πρὸς τῇ AM εἵδους πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν, ἡ τοῦ πρὸς τῇ $B\Delta$ ὀρθία πρὸς τὴν πλαγίαν. ἔξει ἄρα ἡ ΞT πρὸς $T\Sigma$ τὸν συνημμένον λόγον ἕκ τε τοῦ ὃν ἔχει ἡ ΘB πρὸς BZ , τουτέστιν ἡ ΘT
 5 πρὸς TO , καὶ τοῦ ὃν ἔχει ἡ τοῦ πρὸς τῇ $B\Delta$ εἵδους ὀρθία πλευρὰ πρὸς τὴν πλαγίαν. καὶ διὰ τὰ δεδειγμένα ἐν τῷ μα' τοῦ α' βιβλίου τὸ $T\Theta O$ τρίγωνον τοῦ $\Xi T\Sigma$ διαφέρει τῷ $BZ\Theta$.

ὥστε καὶ τῷ $AH\Theta$.

10

ιε'.

Ἐὰν μιᾶς τῶν κατὰ συζυγίαν ἀντικειμένων εὐθείαι ἐπιψάουσαι συμπίπτωσι, καὶ διὰ τῶν ἀφῶν διάμετροι ἀχθῶσι, ληφθῆ δέ τι σημεῖον ἐφ' ὁποτέρας τῶν συζυγῶν τομῶν, καὶ ἀπ' αὐτοῦ παράλληλοι ἀχθῶσι ταῖς
 15 ἐφαπτομέναις ἕως τῶν διαμέτρων, τὸ γινόμενον ὑπ' αὐτῶν πρὸς τῇ τομῇ τρίγωνον τοῦ γινομένου τριγώνου πρὸς τῷ κέντρῳ μεῖζόν ἐστι τριγώνῳ τῷ βάσει μὲν ἔχοντι τὴν ἐφαπτομένην, κορυφὴν δὲ τὸ κέντρον τῶν ἀντικειμένων.

20 ἔστωσαν κατὰ συζυγίαν ἀντικείμεναι αἱ AB , $H\Sigma$, T , Ξ , ὃν κέντρον τὸ Θ , καὶ τῆς AB τομῆς ἐφαπτέσθωσαν αἱ $A\Delta E$, $B\Delta\Gamma$, καὶ διὰ τῶν A , B ἀφῶν ἤχθωσαν διάμετροι αἱ $A\Theta Z\Phi$, $B\Theta T$, καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς $H\Sigma$ τομῆς σημεῖόν τι τὸ Σ , καὶ δι' αὐτοῦ
 25 ἤχθω παρὰ μὲν τὴν $B\Gamma$ ἢ $\Sigma Z A$, παρὰ δὲ τὴν AE ἢ ΣT . λέγω, ὅτι τὸ $\Sigma\Delta T$ τρίγωνον τοῦ $\Theta\Delta Z$ τριγώνου μεῖζόν ἐστι τῷ $\Theta\Gamma B$.

ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ Θ παρὰ τὴν $B\Gamma$ ἢ $\Xi\Theta H$, παρὰ

5. TO] $T\Theta$ V; corr. Memus.
 28. τήν] $\nu\rho$, τή V; τό c.

23. $B\Theta T$] T V; corr. p.

rectum, ita latus rectum figurae ad $B\Delta$ adplicatae ad transuersum [I, 56]. itaque ratio $\Xi T : T\Sigma$ rationem habebit compositam ex ratione $\Theta B : BZ$ siue $\Theta T : TO$ et ea, quam habet latus rectum figurae ad $B\Delta$ adplicatae ad transuersum. et propter ea, quae in propositione XLI libri primi demonstrauius, erit

$$T\Theta O = \Xi T\Sigma + BZ\Theta.$$

quare etiam $T\Theta O = \Xi T\Sigma + AH\Theta$ [prop. XIII].

XV.

Si rectae unam sectionum oppositarum coniugatarum contingentes concurrunt, et per puncta contactus diametri ducuntur, in quauis autem sectionum coniugatarum punctum aliquod sumitur, et ab eo contingentibus parallelae rectae usque ad diametros ducuntur, triangulus ab iis ad sectionem effectus triangulo ad centrum orto maior est triangulo basim habenti contingentem, uerticem autem centrum oppositarum.

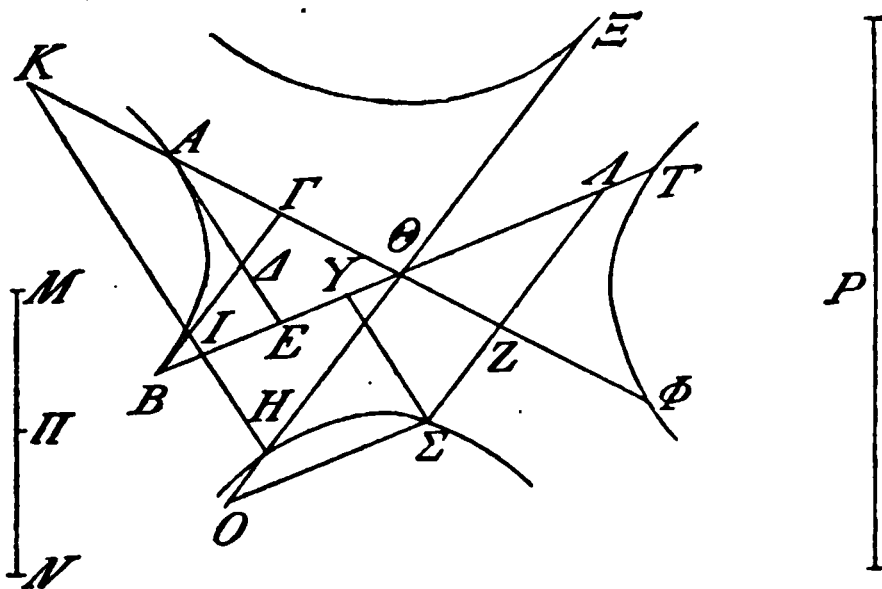
sint oppositae coniugatae $AB, H\Sigma, T, \Xi$, quarum centrum sit Θ , et sectionem AB contingant $A\Delta E, B\Delta\Gamma$, per A, B autem puncta contactus ducantur diametri $A\Theta Z\Phi, B\Theta T$, et in sectione $H\Sigma$ sumatur punctum aliquod Σ , et per id rectae $B\Gamma$ parallela ducatur $\Sigma Z A$, rectae autem AE parallela ΣT . dico, esse $\Sigma A T = \Theta A Z + \Theta \Gamma B$.

ducatur enim per Θ rectae $B\Gamma$ parallela $\Xi\Theta H$, per H autem rectae AE parallela KIH , et rectae BT parallela ΣO ; manifestum igitur, esse $\Xi H, BT$ diametros coniugatas [II, 20], et rectam ΣO rectae BT parallelam ad ΘHO ordinate ductam esse [I def. 6], et $\Sigma A \Theta O$ parallelogrammum esse.

δὲ τὴν AE διὰ τοῦ H ἢ KIH , παρὰ δὲ τὴν BT ἢ ΣO φανερόν δὴ, ὅτι συζυγῆς ἐστὶ διάμετρος ἢ ΞH τῆ BT , καὶ ὅτι ἢ ΣO παράλληλος οὖσα τῆ BT κατῆκται τεταγμένως ἐπὶ τὴν ΘHO , καὶ ὅτι παραλ-
 5 ληλόγραμμόν ἐστὶ τὸ $\Sigma \Lambda \Theta O$.

ἐπεὶ οὖν ἐφάπτεται ἢ $B\Gamma$, καὶ διὰ τῆς ἀφῆς ἐστὶν ἢ $B\Theta$, καὶ ἑτέρα ἐφαπτομένη ἐστὶν ἢ AE , γεγονέτω ὡς ἢ ΔB πρὸς BE , ἢ MN πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς $B\Gamma$ ἢ ἄρα MN ἐστὶν ἢ καλουμένη ὀρθία τοῦ παρὰ
 10 τὴν BT εἶδους. δίχα τετμήσθω ἢ MN κατὰ τὸ Π ἐστὶν ἄρα, ὡς ἢ ΔB πρὸς BE , ἢ $M\Pi$ πρὸς $B\Gamma$. πεποιήσθω δὴ, ὡς ἢ ΞH πρὸς TB , ἢ TB πρὸς P ἐστὶ δὴ καὶ ἢ P ἢ καλουμένη ὀρθία τοῦ παρὰ τὴν ΞH εἶδους. ἐπεὶ οὖν ἐστὶν, ὡς ἢ ΔB πρὸς BE , ἢ
 15 $M\Pi$ πρὸς ΓB , ἀλλ' ὡς μὲν ἢ ΔB πρὸς BE , τὸ ἀπὸ ΔB πρὸς τὸ ὑπὸ ΔBE , ὡς δὲ ἢ $M\Pi$ πρὸς ΓB , τὸ ὑπὸ $M\Pi$, $B\Theta$ πρὸς τὸ ὑπὸ $\Gamma B\Theta$, ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΔB πρὸς τὸ ὑπὸ ΔBE , τὸ ὑπὸ ΠM , $B\Theta$ πρὸς τὸ ὑπὸ $\Gamma B\Theta$. ἴσον δὲ τὸ ὑπὸ $M\Pi$, $B\Theta$ τῷ ἀπὸ ΘH ,
 20 διότι τὸ μὲν ἀπὸ ΞH ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ TB , MN , καὶ τὸ μὲν ὑπὸ $M\Pi$, $B\Theta$ τέταρτον τοῦ ὑπὸ TB , MN , τὸ δὲ ἀπὸ $H\Theta$ τέταρτον τοῦ ἀπὸ $H\Xi$. ἐστὶν ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ ΔB πρὸς τὸ ὑπὸ ΔBE , τὸ ἀπὸ $H\Theta$ πρὸς τὸ ὑπὸ $\Gamma B\Theta$. ἐναλλάξ, ὡς τὸ ἀπὸ ΔB πρὸς τὸ
 25 ἀπὸ $H\Theta$, τὸ ὑπὸ ΔBE πρὸς τὸ ὑπὸ $\Gamma B\Theta$. ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ἀπὸ ΔB πρὸς τὸ ἀπὸ ΘH , τὸ ΔBE τρίγωνον πρὸς τὸ $H\Theta I$. ὅμοια γάρ. ὡς δὲ τὸ ὑπὸ ΔBE πρὸς τὸ ὑπὸ $\Gamma B\Theta$, τὸ ΔBE τρίγωνον πρὸς τὸ $\Gamma B\Theta$. ὡς ἄρα τὸ ΔBE τρίγωνον πρὸς τὸ $H\Theta I$, τὸ ΔBE πρὸς

iam quoniam $B\Gamma$ contingit, et $B\Theta$ per punctum contactus ducta est, et alia contingens est AE , fiat



$\Delta B : BE = MN : 2B\Gamma$; MN igitur latus est, rectum quod uocatur, figurae ad BT adplicatae [I, 50]. secetur MN in Π in duas partes aequales; itaque

$$\Delta B : BE = M\Pi : B\Gamma.$$

fiat igitur $\Xi H : TB = TB : P$; itaque etiam P latus erit, rectum quod uocatur, figurae ad ΞH adplicatae [I, 56]. iam quoniam $\Delta B : BE = M\Pi : \Gamma B$, uerum $\Delta B : BE = \Delta B^2 : \Delta B \times BE$ et

$$M\Pi : \Gamma B = M\Pi \times B\Theta : \Gamma B \times B\Theta,$$

erit $\Delta B^2 : \Delta B \times BE = \Pi M \times B\Theta : \Gamma B \times B\Theta$. est autem $M\Pi \times B\Theta = \Theta H^2$, quia $\Xi H^2 = TB \times MN$ [I, 56], et [I, 30] $M\Pi \times B\Theta = \frac{1}{4} TB \times MN$,

$$H\Theta^2 = \frac{1}{4} H\Xi^2;$$

itaque erit $\Delta B^2 : \Delta B \times BE = H\Theta^2 : \Gamma B \times B\Theta$. permutando [Eucl. V, 16]

$$\Delta B^2 : H\Theta^2 = \Delta B \times BE : \Gamma B \times B\Theta.$$

In V praeter hanc figuram rectangula quaedam triangulique inueniuntur.

τὸ $\Gamma B \Theta$. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ $H \Theta I$ τῷ $\Gamma B \Theta$ [τὸ ἄρα
 $H \Theta K$ τρίγωνον τοῦ $\Theta I K$ διαφέρει τῷ $I \Theta H$, τουτ-
ἐστὶ τῷ $\Gamma B \Theta$]. πάλιν ἐπεὶ ἡ ΘB πρὸς $B \Gamma$ τὸν συν-
νημμένον ἔχει λόγον ἕκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ ΘB πρὸς
5 $M \Pi$ καὶ ἡ ΠM πρὸς $B \Gamma$, ἀλλ' ὡς ἡ ΘB πρὸς $M \Pi$,
ἡ $T B$ πρὸς $M N$ καὶ ἡ P πρὸς ΞH , ὡς δὲ ἡ $M \Pi$
πρὸς $B \Gamma$, ἡ ΔB πρὸς $B E$, ἔξει ἄρα ἡ ΘB πρὸς $B \Gamma$
τὸν συγκείμενον λόγον ἕκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ ΔB πρὸς
 $B E$ καὶ ἡ P πρὸς ΞH . καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν
10 ἡ $B \Gamma$ τῇ $\Sigma \Lambda$, καὶ ὅμοιον τὸ $\Theta \Gamma B$ τρίγωνον τῷ
 $\Theta \Lambda Z$, καὶ ἐστὶν, ὡς ἡ ΘB πρὸς ΓB , ἡ $\Theta \Lambda$ πρὸς
 ΛZ , ἔξει ἄρα ἡ $\Theta \Lambda$ πρὸς ΛZ τὸν συνημμένον λόγον
ἕκ τε τοῦ ὄν ἔχει ἡ P πρὸς ΞH καὶ ἡ ΔB πρὸς $B E$,
τουτέστιν ἡ ΘH πρὸς ΘI . ἐπεὶ οὖν ὑπερβολή ἐστιν
15 ἡ $H \Sigma$ διάμετρον ἔχουσα τὴν ΞH , ὀρθίαν δὲ τὴν P ,
καὶ ἀπὸ τινος σημείου τοῦ Σ κατῆκται ἡ ΣO , καὶ
ἀναγέγραπται ἀπὸ μὲν τῆς ἕκ τοῦ κέντρου τῆς ΘH
εἶδος τὸ $\Theta I H$, ἀπὸ δὲ τῆς κατηγμένης τῆς ΣO ἥτοι
τῆς $\Theta \Lambda$ ἴσης αὐτῇ τὸ $\Theta \Lambda Z$, ἀπὸ δὲ τῆς ΘO μεταξὺ
20 τοῦ κέντρου καὶ τῆς κατηγμένης ἥτοι τῆς $\Sigma \Lambda$ ἴσης
αὐτῇ τὸ $\Sigma \Lambda \Upsilon$ εἶδος ὅμοιον τῷ ἀπὸ τῆς ἕκ τοῦ κέν-
τρου τῷ $\Theta I H$, καὶ ἔχει τοὺς συγκειμένους λόγους, ὡς
εἴρηται, τὸ $\Sigma \Lambda \Upsilon$ τρίγωνον τοῦ $\Theta \Lambda Z$ μείζον ἐστὶ
τῷ $\Theta \Gamma B$.

25

ις'.

Ἐὰν κώνου τομῆς ἢ κύκλου περιφερείας δύο εὐ-
θεῖαι ἐπιψάνουσιν συμπίπτωσιν, ἀπὸ δὲ τινος σημείου

1. τὸ ἄρα — 3. $\Gamma B \Theta$] deleo; nam inutilia sunt. 2. τῷ
 $I \Theta H$] ὦ. θῆ V; corr. p.c. 6. ἡ P] $\eta\rho$ V; corr. p. ΞH]
 ΞN V; corr. Memus. 7. $B E$] $c\rho$, $B E$ uel $K E$ V, $K E$ v. 9.
 ΞH] ΞN V; corr. Memus. 10. $B \Gamma$] B V; corr. p. καί]
bis V; corr. $c\rho$ v. 19. ἴση V; corr. Memus.

est autem [Eucl. VI, 19] $\Delta B^2 : \Theta H^2 = \Delta BE : H\Theta I$;
 trianguli enim hi similes sunt [Eucl. I, 29]; et
 $\Delta B \times BE : \Gamma B \times B\Theta = \Delta BE : \Gamma B\Theta$ [Eucl. VI, 23].
 itaque $\Delta BE : H\Theta I = \Delta BE : \Gamma B\Theta$. quare $H\Theta I = \Gamma B\Theta$
 [Eucl. V, 9]. itaque erit

$$H\Theta K = \Theta IK + I\Theta H = \Theta IK + \Gamma B\Theta.$$

rursus quoniam est

$$\Theta B : B\Gamma = (\Theta B : M\Pi) \times (M\Pi : B\Gamma)$$

et $\Theta B : M\Pi = TB : MN$ [I, 30] = $P : \Xi H$ et

$$M\Pi : B\Gamma = \Delta B : BE,$$

erit $\Theta B : B\Gamma = (\Delta B : BE) \times (P : \Xi H)$. et quoniam
 $B\Gamma, \Sigma A$ parallelae sunt, et trianguli $\Theta\Gamma B, \Theta A Z$
 similes [Eucl. I, 29], et $\Theta B : \Gamma B = \Theta A : AZ$
 [Eucl. VI, 4], erit

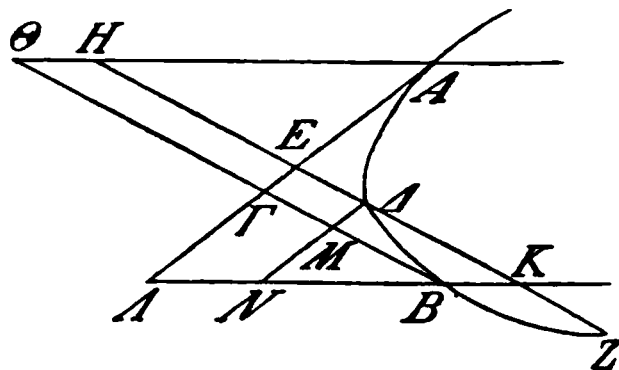
$$\begin{aligned} \Theta A : AZ &= (P : \Xi H) \times (\Delta B : BE) \\ &= [\text{Eucl. VI, 4}] (P : \Xi H) \times (\Theta H : \Theta I). \end{aligned}$$

iam quoniam hyperbola est $H\Sigma$ diametrum habens
 ΞH , latus rectum autem P , et a puncto aliquo Σ
 ordinate ducta est ΣO , et in radio ΘH figura de-
 scripta est ΘIH , in ordinata autem ΣO siue ΘA
 [Eucl. I, 34] ei aequali ΘAZ , et in ΘO inter centrum
 ordinatamque posita siue in ΣA ei aequali ΣAT
 figura figurae ΘIH in radio descriptae similis, et
 rationes compositas habet, ut diximus, erit [I, 41]
 $\Sigma AT = \Theta AZ + \Theta\Gamma B$.

XVI.

Si duae rectae coni sectionem uel circuli ambitum
 contingentes concurrunt, et a puncto aliquo in sectione

τῶν ἐπὶ τῆς τομῆς ἀχθῆ εὐθεῖα παρὰ τινὰ τῶν ἐφαπτομένων τέμνουσα τὴν τομὴν καὶ τὴν ἑτέραν τῶν ἐφαπτομένων, ἔσται, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ἐφαπτομένων τετράγωνα πρὸς ἄλληλα, οὕτως τὸ περιεχόμενον
 5 χωρίον ὑπὸ τῶν μεταξὺ τῆς τομῆς καὶ τῆς ἐφαπτομένης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἀπολαμβανομένης πρὸς τῆ ἀφῆ τετράγωνον.



ἔστω κώνου τομὴ ἡ
 10 κύκλου περιφέρεια ἡ AB , καὶ ἐφαπτέσθωσαν αὐτῆς αἱ AG , GB συμπίπτουσαι κατὰ τὸ Γ , καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς AB τομῆς τὸ Δ , καὶ δι' αὐτοῦ ἤχθω παρὰ τὴν GB ἡ $E\Delta Z$. λέγω, ὅτι ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ $B\Gamma$
 15 πρὸς τὸ ἀπὸ AG , οὕτως τὸ ὑπὸ $ZE\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ EA .

ἤχθωσαν γὰρ διὰ τῶν A, B διάμετροι ἡ τε $AH\Theta$
 καὶ ἡ KBA , διὰ δὲ τοῦ Δ τῆ AL παράλληλος ἡ ΔMN . φανερόν αὐτόθεν, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΔK τῆ KZ καὶ τὸ AEH τρίγωνον τῷ AL τετραπλεύρῳ καὶ
 20 τὸ BAG τρίγωνον τῷ $AG\Theta$.

ἐπεὶ οὖν ἡ ZK τῆ $K\Delta$ ἐστὶν ἴση, καὶ πρόσκειται ἡ ΔE , τὸ ὑπὸ $ZE\Delta$ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΔK ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ KE . καὶ ἐπεὶ ὅμοιον ἐστὶ τὸ EAK τρίγωνον τῷ ΔNK , ἔστιν, ὡς τὸ ἀπὸ EK πρὸς τὸ ἀπὸ $K\Delta$,
 25 οὕτως τὸ EKA τρίγωνον πρὸς τὸ ΔNK . καὶ ἐναλλάξ· καὶ ὡς ὅλον τὸ ἀπὸ EK πρὸς ὅλον τὸ EAK τρίγωνον, οὕτως ἀφαιρεθὲν τὸ ἀπὸ ΔK πρὸς ἀφαιρεθὲν τὸ ΔNK τρίγωνον· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ $ZE\Delta$ πρὸς λοιπὸν τὸ AL ἐστὶν, ὡς τὸ ἀπὸ EK πρὸς

posito recta alteri contingentium parallela ducitur sectionem alteramque contingentem secans, erit, ut quadrata contingentium inter se, ita spatium comprehensum rectis inter sectionem contingentemque

positis ad quadratum rectae ad punctum contactus abscisae.

sit AB coni sectio uel ambitus circuli, et contingant $A\Gamma, \Gamma B$ in Γ concurrentes, sumaturque in sectione AB punctum aliquod Δ , et per id ducatur $E\Delta Z$ rectae ΓB parallela.

dico, esse

$$B\Gamma^2 : A\Gamma^2 = ZE \times E\Delta : EA^2.$$

ducantur enim per A, B

diametri $AH\Theta, KB\Lambda$, per Δ autem rectae $A\Lambda$ parallela ΔMN ; statim igitur adparet, esse $\Delta K = KZ$ [I, 46–47], et $AEH = \Delta\Delta$ [prop. II] et $B\Lambda\Gamma = A\Gamma\Theta$ [prop. I].

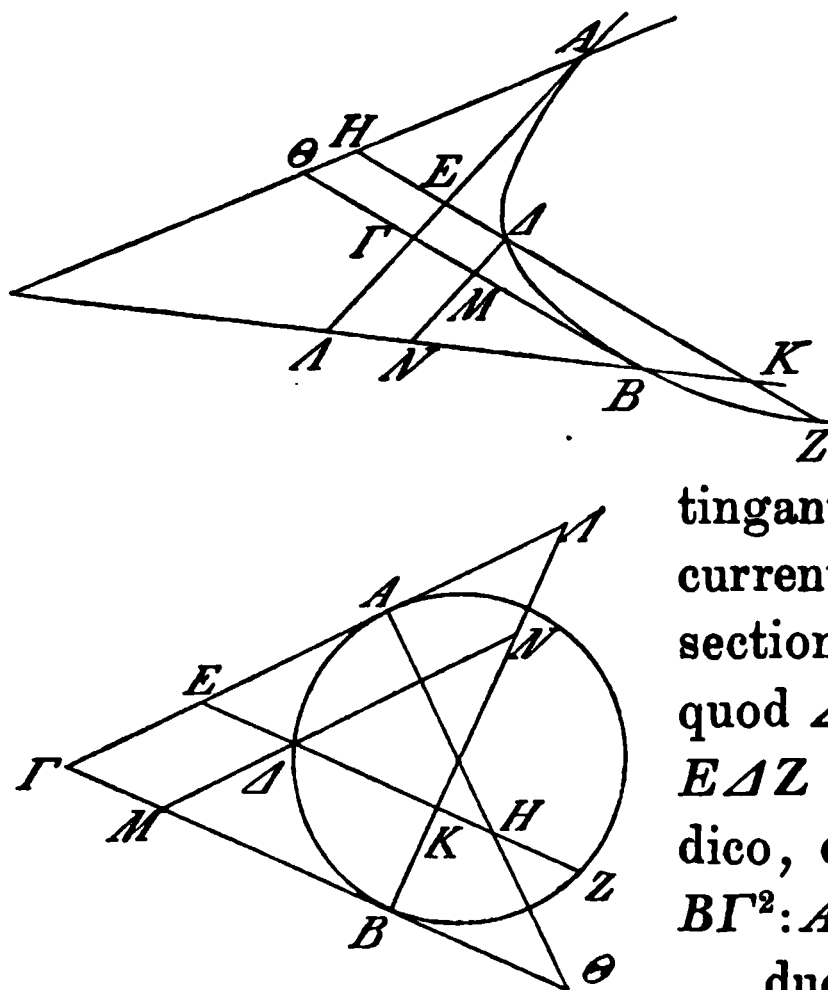
iam quoniam est $ZK = K\Delta$, et adiecta est ΔE , erit [Eucl. II, 6] $ZE \times E\Delta + \Delta K^2 = KE^2$. et quoniam trianguli $E\Lambda K, \Delta NK$ similes sunt, erit [Eucl. VI, 19]

$$EK^2 : K\Delta^2 = EK\Lambda : \Delta NK.$$

et permutando [Eucl. V, 16]

$$EK^2 : E\Lambda K = \Delta K^2 : \Delta NK;$$

In V praeter nostras figuras et tria rectangula totidemque triangulos duae figurae adsunt alium casum in parabola et hyperbola repraesentantes.



τὸ $ΕΔΚ$ τρίγωνον. ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ $ΕΚ$ πρὸς τὸ $ΕΔΚ$, οὕτως τὸ ἀπὸ $ΓΒ$ πρὸς τὸ $ΔΓΒ$. καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ $ΖΕΔ$ πρὸς τὸ $ΔΔ$ τετράπλευρον, τὸ ἀπὸ $ΓΒ$ πρὸς τὸ $ΔΓΒ$ τρίγωνον. ἴσον δὲ τὸ μὲν $ΔΔ$ τῷ $ΑΕΗ$ τριγώνῳ, τὸ δὲ $ΔΓΒ$ τῷ $ΑΘΓ$. καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ $ΖΕΔ$ πρὸς τὸ $ΑΕΗ$ τρίγωνον, τὸ ἀπὸ $ΓΒ$ πρὸς τὸ $ΑΘΓ$. ἐναλλάξ, ὡς τὸ ὑπο $ΖΕΔ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΓΒ$, τὸ $ΑΕΗ$ τρίγωνον πρὸς τὸ $ΑΘΓ$. ὡς δὲ τὸ $ΑΗΕ$ πρὸς τὸ $ΑΘΓ$, τὸ ἀπὸ $ΕΑ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΑΓ$. καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ $ΖΕΔ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΓΒ$, τὸ ἀπὸ $ΕΑ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΑΓ$. καὶ ἐναλλάξ.

ιζ'.

Ἐὰν κώνου τομῆς ἢ κύκλου περιφερείας δύο εὐθείαι ἐπιψάνουσαι συμπίπτωσι, ληφθῆ δὲ ἐπὶ τῆς τομῆς δύο τυχόντα σημεῖα, καὶ ἀπ' αὐτῶν ἀχθῶσιν ἐν τῇ τομῇ παρὰ τὰς ἐφαπτομένας τέμνουσαι ἀλλήλας τε καὶ τὴν γραμμὴν, ἔσται, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ἐφαπτομένων τετράγωνα πρὸς ἀλλήλα, τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν ὁμοίως λαμβανομένων εὐθειῶν.

ἔστω κώνου τομῆ ἢ κύκλου περιφέρεια ἢ $ΑΒ$, καὶ τῆς $ΑΒ$ ἐφαπτόμεναι αἱ $ΑΓ$, $ΓΒ$ συμπίπτουσαι κατὰ τὸ $Γ$, καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς τομῆς τυχόντα σημεῖα τὰ $Δ$, $Ε$, καὶ δι' αὐτῶν παρὰ τὰς $ΑΓ$, $ΓΒ$ ἤχθωσαν αἱ $ΕΖΙΚ$, $ΔΖΗΘ$. λέγω, ὅτι ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ $ΑΓ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΓΒ$, τὸ ὑπὸ $ΚΖΕ$ πρὸς τὸ ὑπὸ $ΘΖΔ$.

ἤχθωσαν γὰρ διὰ τῶν $Α$, $Β$ διάμετροι αἱ $ΑΔΜΝ$, $ΒΟΞΠ$, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ τε ἐφαπτόμεναι καὶ αἱ παράλληλοι μέχρι τῶν διαμέτρων, καὶ ἤχθωσαν ἀπὸ

8. $ΓΒ$] $νρς$, corr. ex $ΓΕΒ$ m. 1 V. 24. ἀπὸ $ΑΓ$] $ΑΓ$ V; corr. p.

quare etiam [Eucl. V, 19] reliquum

$$ZE \times E\Delta : \Delta\Lambda = EK^2 : E\Lambda K.$$

est autem $EK^2 : E\Lambda K = \Gamma B^2 : \Lambda\Gamma B$ [Eucl. VI, 4];
quare etiam $ZE \times E\Delta : \Delta\Lambda = \Gamma B^2 : \Lambda\Gamma B$. est autem
 $\Delta\Lambda = AEH$ et $\Lambda\Gamma B = A\Theta\Gamma$; itaque etiam

$$ZE \times E\Delta : AEH = \Gamma B^2 : A\Theta\Gamma.$$

permutando [Eucl. V, 16]

$$ZE \times E\Delta : \Gamma B^2 = AEH : A\Theta\Gamma.$$

est autem [Eucl. VI, 4] $AHE : A\Theta\Gamma = EA^2 : A\Gamma^2$;
itaque etiam $ZE \times E\Delta : \Gamma B^2 = EA^2 : A\Gamma^2$. et per-
mutando [Eucl. V, 16].

XVII.

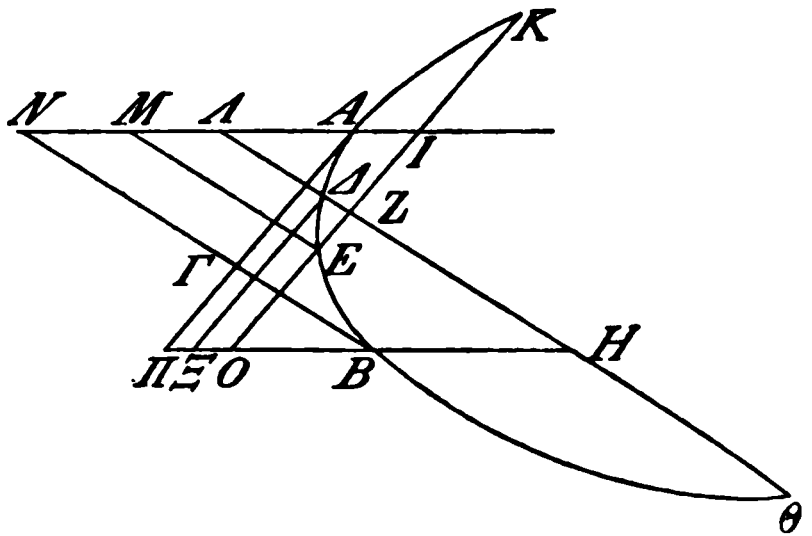
Si duae rectae coni sectionem uel ambitum circuli
contingentes concurrunt, et in sectione duo quaelibet
puncta sumuntur, ab iisque in sectione contingentibus
parallelae ducuntur rectae et inter se et lineam se-
cantes, erunt, ut quadrata contingentium inter se, ita
rectangula comprehensa rectis eodem modo sumptis.

sit AB coni sectio uel ambitus circuli et AB con-
tingentes $A\Gamma, \Gamma B$ in Γ concurrentes, sumanturque in
sectione puncta quaelibet Δ, E , et per ea rectis $A\Gamma,$
 ΓB parallelae ducantur $EZIK, \Delta ZH\Theta$. dico, esse
 $A\Gamma^2 : \Gamma B^2 = KZ \times ZE : \Theta Z \times Z\Delta$.

ducantur enim per A, B diametri $A\Lambda MN, BO\Xi\Pi$,
producanturque et contingentes et parallelae usque ad
diametros, et a Δ, E contingentibus parallelae ducantur
 $\Delta\Xi, EM$; manifestum igitur, esse $KI = IE, \Theta H = H\Delta$
[I, 46—47].

τῶν Δ , E παρὰ τὰς ἐφαπτομένας αἱ $\Delta\Xi$, EM · φανερόν δὴ, ὅτι ἡ KI τῇ IE ἔστιν ἴση καὶ ἡ ΘH τῇ $H\Delta$.

ἐπεὶ οὖν ἡ KE τέτμηται εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ I ,
 5 εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ Z , τὸ ὑπὸ KZE μετὰ τοῦ ἀπὸ
 ZI ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ EI . καὶ ἐπεὶ ὁμοιά ἐστι τὰ
 τρίγωνα διὰ τὰς παραλλήλους, ἔστιν, ὡς ὅλον τὸ ἀπὸ
 EI πρὸς ὅλον τὸ IME τρίγωνον, οὕτως ἀφαιρεθὲν
 τὸ ἀπὸ IZ πρὸς
 10 ἀφαιρεθὲν τὸ ZIA
 τρίγωνον. καὶ λοιπὸν
 ἄρα τὸ ὑπὸ
 KZE πρὸς λοιπὸν
 τὸ ZM τετρά-
 15 πλευρόν ἐστιν, ὡς
 ὅλον τὸ ἀπὸ EI
 πρὸς ὅλον τὸ MEI
 τρίγωνον. ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ EI πρὸς τὸ IME τρί-
 γωνον, τὸ ἀπὸ GA πρὸς τὸ $G\Delta N$. ὡς ἄρα το
 20 ὑπὸ KZE πρὸς τὸ ZM τετράπλευρον, οὕτως τὸ ἀπὸ
 AG πρὸς τὸ $G\Delta N$. ἴσον δὲ τὸ μὲν AGN τῷ $ΓΠΒ$,
 τὸ δὲ ZM τῷ $Z\Xi$. ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ KZE πρὸς τὸ
 $Z\Xi$, τὸ ἀπὸ AG πρὸς τὸ $ΓΒΠ$. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται
 καί, ὡς τὸ ὑπὸ $\Theta Z\Delta$ πρὸς τὸ ΞZ , οὕτως τὸ ἀπὸ $ΓΒ$
 25 πρὸς τὸ $ΓΠΒ$. ἐπεὶ οὖν ἔστιν, ὡς μὲν τὸ ὑπὸ KZE
 πρὸς τὸ $Z\Xi$ τετράπλευρον, τὸ ἀπὸ AG πρὸς $ΓΠΒ$,
 διὰ δὲ τὸ ἀνάπαλιν, ὡς τὸ $Z\Xi$ τετράπλευρον πρὸς τὸ
 ὑπὸ $\Theta Z\Delta$, τὸ $ΓΠΒ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΓΒ$, δι' ἴσου ἄρα,



1. $\Delta\Xi$] c, corr. ex ΔZ m. 1 V. 5. KZE] ZKE V;
 corr. Memus. 18. IME] V?, IEM cp. 19. $G\Delta N$] ἀπὸ
 $G\Delta N$ V; corr. p. 25. $ΓΠΒ$] $ΓΠ$ V; corr. Memus (gpb).

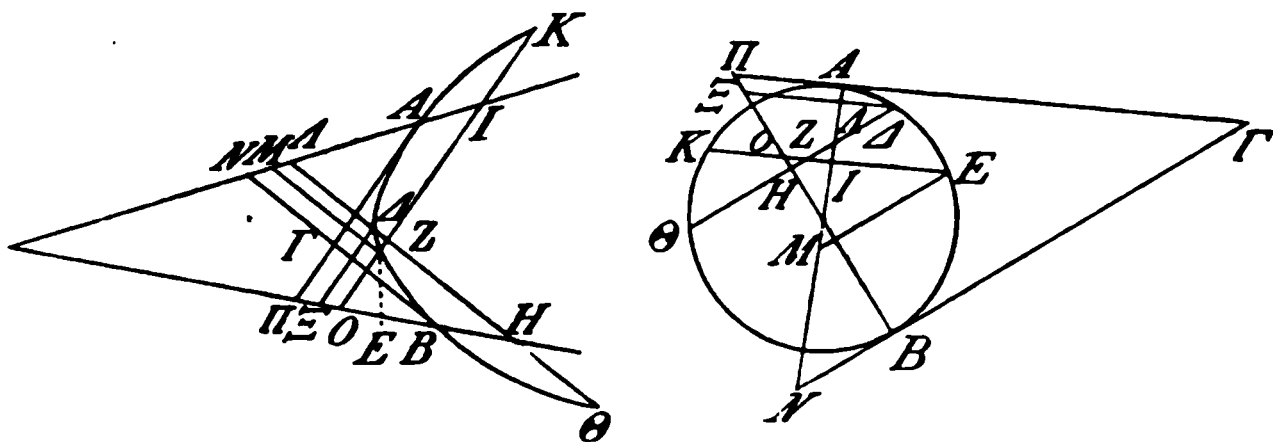
quoniam igitur KE in I in partes aequales secta est, in Z autem in inaequales, erit

$$KZ \times ZE + ZI^2 = EI^2 \text{ [Eucl. II, 5].}$$

et quoniam trianguli propter parallelas similes sunt [Eucl. I, 29], erit $EI^2 : IME = IZ^2 : ZIA$ [Eucl. VI, 19; V, 16]. itaque etiam reliquum [Eucl. V, 19]

$$KZ \times ZE : ZM = EI^2 : MEI.$$

est autem $EI^2 : IME = \Gamma A^2 : \Gamma AN$ [Eucl. VI, 19 V, 16]; itaque $KZ \times ZE : ZM = A\Gamma^2 : \Gamma AN$. est



autem $A\Gamma N = \Gamma\Pi B$ [prop. I] et $ZM = Z\Xi$ [prop. III]; itaque $KZ \times ZE : Z\Xi = A\Gamma^2 : \Gamma B\Pi$. iam similiter demonstrabimus, esse etiam

$$\Theta Z \times Z\Delta : \Xi Z = \Gamma B^2 : \Gamma\Pi B.$$

iam quoniam est $KZ \times ZE : Z\Xi = A\Gamma^2 : \Gamma\Pi B$ et e contrario [Eucl. V, 7 coroll.]

$$Z\Xi : \Theta Z \times Z\Delta = \Gamma\Pi B : \Gamma B^2,$$

ex aequo erit [Eucl. V, 22]

$$A\Gamma^2 : B\Gamma^2 = KZ \times ZE : \Theta Z \times Z\Delta.$$

In Vvc praeterea rectangula et trianguli quidam inveniuntur.

ὡς τὸ ἀπὸ $ΑΓ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΒΓ$, τὸ ὑπὸ $ΚΖΕ$ πρὸς
τὸ ὑπὸ $ΘΖΔ$.

ιη'.

Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐπιψάουσαι
5 συμπίπτωσι, καὶ ληφθῇ τι σημεῖον ἐφ' ὁποτερασούν
τῶν τομῶν, καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἄχθῃ τις εὐθεῖα παρά τινα
τῶν ἐφαπτομένων τέμνουσα τὴν τομὴν καὶ τὴν ἑτέραν
ἐφαπτομένην, ἔσται, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ἐφαπτομένων
τετράγωνα πρὸς ἄλληλα, οὕτως τὸ περιεχόμενον ὑπὸ
10 τῶν μεταξὺ τῆς τομῆς καὶ τῆς ἐφαπτομένης πρὸς τὸ
ἀπὸ τῆς ἀπολαμβανομένης πρὸς τῇ ἀφῇ τετράγωνον.

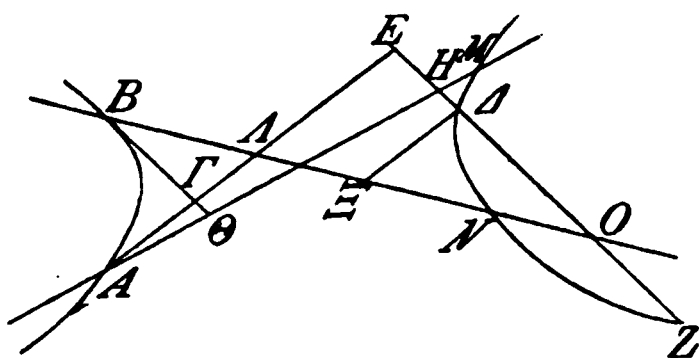
ἔστωσαν ἀντικείμεναι αἱ $ΑΒ$, $ΜΝ$ καὶ ἐφαπτόμεναι
αἱ $ΑΓΑ$, $ΒΓΘ$ καὶ διὰ τῶν ἀφῶν διάμετροι αἱ $ΑΜ$,
 $ΒΝ$, καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς $ΜΝ$ τομῆς τυχὸν σημεῖον
15 τὸ $Δ$, καὶ δι' αὐτοῦ ἤχθω παρά τὴν $ΒΘ$ ἢ $ΕΔΖ$.
λέγω, ὅτι ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ $ΒΓ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΓΑ$, τὸ
ὑπὸ $ΖΕΔ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΑΕ$.

ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ $Δ$ τῇ $ΑΕ$ παράλληλος ἡ $ΔΞ$.
ἐπεὶ οὖν ὑπερβολὴ ἐστὶν ἡ $ΑΒ$ καὶ διάμετρος αὐτῆς
20 ἡ $ΒΝ$ καὶ ἐφαπτομένη ἡ $ΒΘ$ καὶ τῇ $ΒΘ$ παράλληλος
ἡ $ΔΖ$, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ $ΖΟ$ τῇ $ΟΔ$. καὶ πρόσκειται
ἡ $ΕΔ$. τὸ ἄρα ὑπὸ $ΖΕΔ$ μετὰ τοῦ ἀπὸ $ΔΟ$ ἴσον
ἐστὶ τῷ ἀπὸ $ΕΟ$. καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστὶν ἡ $ΕΑ$
τῇ $ΔΞ$, ὁμοίόν ἐστὶ τὸ $ΕΟΑ$ τρίγωνον τῷ $ΔΞΟ$.
25 ἔστιν ἄρα, ὡς ὅλον τὸ ἀπὸ $ΕΟ$ πρὸς τὸ $ΕΟΑ$, οὕτως
ἀφαιρεθὲν τὸ ἀπὸ $ΔΟ$ πρὸς ἀφαιρεθὲν τὸ $ΞΔΟ$ τρί-
γωνον· καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ $ΔΕΖ$ πρὸς τὸ $ΔΑ$
τετράπλευρόν ἐστιν, ὡς τὸ ἀπὸ $ΕΟ$ πρὸς τὸ $ΕΟΑ$.
ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ $ΟΕ$ πρὸς τὸ $ΟΕΑ$ τρίγωνον, τὸ ἀπὸ

1. πρὸς τὸ ἀπὸ $ΒΓ$] om. V; corr. p (τῆς $ΓΒ$). 15. $ΕΔΖ$] $ΔΕΖ$ V; corr. p.

XVIII.

Si duae rectae oppositas contingentes concurrunt, et in alterutra sectionum sumitur punctum aliquod, ab eoque recta alteri contingentium parallela ducitur sectionem alteramque contingentem secans, erit, ut quadrata contingentium inter se, ita rectangulum comprehensum rectis inter sectionem contingentemque positis ad quadratum rectae ad punctum contactus abscisae. sint oppositae AB , MN contingentesque $A\Gamma A$, $B\Gamma\Theta$ et per puncta contactus diametri AM , BN ,



sumaturque in sectione MN punctum aliquod Δ , et per id rectae $B\Theta$ parallela ducatur $E\Delta Z$. dico, esse $B\Gamma^2 : \Gamma A^2 = ZE \times E\Delta : AE^2$.

ducatur enim per Δ rectae AE parallela $\Delta\Xi$. iam quoniam hyperbola est AB et diametrus eius BN contingensque $B\Theta$ et rectae $B\Theta$ parallela ΔZ , erit [I, 48] $ZO = O\Delta$. et adiecta est $E\Delta$; itaque erit [Eucl. II, 6] $ZE \times E\Delta + \Delta O^2 = EO^2$. et quoniam EA , $\Delta\Xi$ parallelae sunt, trianguli EOA , $\Delta\Xi O$ similes sunt [Eucl. I, 29]; itaque $EO^2 : EO A = \Delta O^2 : \Xi \Delta O$ [Eucl. VI, 19; V, 16]; quare etiam reliquum

$$\Delta E \times EZ : \Delta A = EO^2 : EO A \text{ [Eucl. V, 19].}$$

est autem $OE^2 : OE A = B\Gamma^2 : B\Gamma A$ [Eucl. VI, 19;

$BΓ$ πρὸς τὸ $BΓΔ$ τρίγωνον· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ
 $ZΕΔ$ πρὸς τὸ $ΔΔ$ τετράπλευρον, τὸ ἀπὸ $BΓ$ πρὸς
 τὸ $BΓΔ$ τρίγωνον. ἴσον δὲ τὸ $ΔΔ$ τετράπλευρον
 τῷ $ΑΕΗ$ τριγώνῳ, τὸ δὲ $BΔΓ$ τῷ $ΑΓΘ$ · ὡς ἄρα
 5 τὸ ὑπὸ $ZΕΔ$ πρὸς τὸ $ΑΕΗ$, τὸ ἀπὸ $BΓ$ πρὸς τὸ
 $ΑΓΘ$. ἔστι δὲ καὶ ὡς τὸ $ΑΕΗ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΕΑ$,
 οὕτως τὸ $ΑΓΘ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΑΓ$ · δι' ἴσου ἄρα ἐστίν,
 ὡς τὸ ἀπὸ $BΓ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΓΑ$, τὸ ὑπὸ $ZΕΔ$ πρὸς
 τὸ ἀπὸ $ΕΑ$.

10

ιδ'.

Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐφαπτόμεναι
 συμπίπτωσιν, ἄχθῶσι δὲ παράλληλοι ταῖς ἐφαπτο-
 μέναις ἀλλήλας τέμνουσαι καὶ τὴν τομὴν, ἔσται, ὡς
 τὰ ἀπὸ τῶν ἐφαπτομένων τετράγωνα πρὸς ἄλληλα, οὕτως
 15 τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν μεταξὺ τῆς τομῆς καὶ τῆς
 συμπτώσεως τῶν εὐθειῶν πρὸς τὸ περιεχόμενον ὑπὸ
 τῶν ὁμοίως λαμβανομένων εὐθειῶν.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι, ὧν διάμετροι αἱ $ΑΓ$, $BΔ$,
 κέντρον δὲ τὸ $Ε$, καὶ ἐφαπτόμεναι αἱ $ΑΖ$, $ZΔ$ συμ-
 20 πιπτέτωσαν κατὰ τὸ Z , καὶ ἀπὸ τινων σημείων ἤχθω-
 σαν παρὰ τὰς $ΑΖΔ$ αἱ $ΗΘΙΚΑ$, $MNΞΟΑ$. λέγω,
 ὅτι ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ $ΑΖ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ZΔ$, τὸ ὑπὸ
 $ΗΔΙ$ πρὸς τὸ ὑπὸ $MΛΞ$.

ἤχθωσαν παρὰ τὰς $ΑΖΔ$ διὰ τῶν $Ξ$, I αἱ $ΙΠ$,
 25 $ΞΡ$. καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ $ΑΖ$ πρὸς τὸ $ΑΖΣ$
 τρίγωνον, τὸ ἀπὸ $ΘΔ$ πρὸς τὸ $ΘΔΟ$ καὶ τὸ ἀπὸ $ΘΙ$
 πρὸς τὸ $ΘΙΠ$, καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ $ΗΔΙ$ πρὸς
 λοιπὸν τὸ $ΙΠΟΑ$ τετράπλευρόν ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ $ΑΖ$

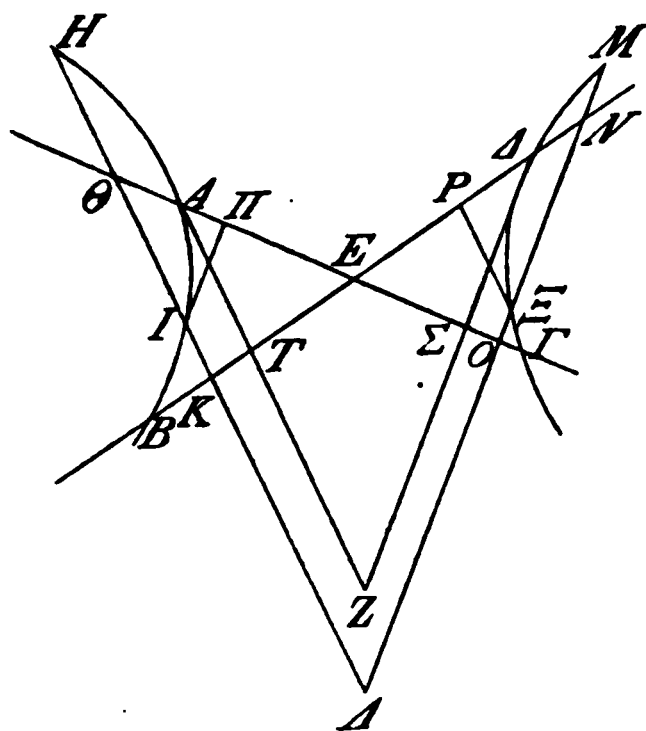
3. $BΓΔ$] $BΓ V$; corr. p. 18. αἱ] bis V ; corr. c v p. 21.
 $MNΞΟΑ$] $MNΞΟ V$; corr. p. 23. $ΗΔΙ$] $ΗΜ V$; corr. p.
 24. $ΙΠ$, $ΞΡ$] $ΙΞ$, $ΠΡ V$; corr. p.

V, 16]; quare etiam $ZE \times E\Delta : \Delta\Lambda = B\Gamma^2 : B\Gamma\Lambda$.
 est autem $\Delta\Lambda = AEH$ [prop. VI], $B\Lambda\Gamma = A\Gamma\Theta$
 [prop. I]; itaque $ZE \times E\Delta : AEH = B\Gamma^2 : A\Gamma\Theta$.
 est autem etiam $AEH : EA^2 = A\Gamma\Theta : A\Gamma^2$ [Eucl. VI, 19;
 V, 16]. ex aequo igitur [Eucl. V, 22]

$$B\Gamma^2 : \Gamma A^2 = ZE \times E\Delta : EA^2.$$

XIX.

Si duae rectae oppositas contingentes concurrunt,
 et ducuntur rectae contingentibus parallelae inter se
 sectionemque secantes, erit, ut quadrata contingentium



inter se, ita rectangulum
 comprehensum rectis inter
 sectionem punctumque con-
 cursus rectarum positis ad
 rectangulum comprehen-
 sum rectis eodem modo
 sumptis.

sint oppositae, quarum
 diametri sint $A\Gamma$, $B\Delta$,
 centrum autem E , et con-
 tingentes AZ , $Z\Delta$ con-
 currant in Z , et a punctis

quibuslibet rectis AZ , $Z\Delta$ parallelae ducantur $H\Theta IK\Lambda$,
 $MN\Xi O\Lambda$. dico, esse

$$AZ^2 : Z\Delta^2 = H\Lambda \times \Lambda I : M\Lambda \times \Lambda \Xi.$$

per Ξ , I rectis AZ , $Z\Delta$ parallelae ducantur $I\Pi$,
 ΞP . et quoniam est

$AZ^2 : AZ\Sigma = \Theta\Lambda^2 : \Theta\Lambda O = \Theta I^2 : \Theta I\Pi$ [Eucl. VI, 19;
 V, 16], erit etiam reliquum [I, 48; Eucl. II, 6]

$$H\Lambda \times \Lambda I : I\Pi O\Lambda = AZ^2 : AZ\Sigma$$
 [Eucl. V, 19].

πρὸς τὸ $AZ\Sigma$ τρίγωνον. ἴσον δὲ τὸ $AZ\Sigma$ τῷ ΔZT
καὶ τὸ $\Pi O \Lambda I$ τῷ $K P \Xi \Lambda$. καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ AZ
πρὸς τὸ $\Delta T Z$, τὸ ὑπὸ $H \Lambda I$ πρὸς τὸ $P \Xi \Lambda K$. ὡς
δὲ τὸ $\Delta T Z$ πρὸς τὸ ἀπὸ $Z \Delta$, τὸ $P \Xi \Lambda K$ πρὸς τὸ
6 ὑπὸ $M \Lambda \Xi$. καὶ δι' ἴσου ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ AZ πρὸς
τὸ ἀπὸ $Z \Delta$, τὸ ὑπὸ $H \Lambda I$ πρὸς τὸ ὑπὸ $M \Lambda \Xi$.

κ'.

Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐφαπτόμεναι
συμπίπτωσι, καὶ διὰ τῆς συμπτώσεως ἀχθῆ τις εὐθεῖα
10 παρὰ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιξενυγνύουσαν συμπίπτουσα ἑκατέρᾳ
τῶν τομῶν, ἀχθῆ δέ τις ἑτέρα εὐθεῖα παρὰ τὴν αὐτὴν
τέμνουσα τὰς τε τομὰς καὶ τὰς ἐφαπτομένας, ἔσται, ὡς τὸ
περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ἀπὸ τῆς συμπτώσεως ταῖς τομαῖς
προσπιπτουσῶν εὐθειῶν πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης
15 τετράγωνον, το περιεχόμενον ὑπὸ τῶν μεταξὺ τῶν
τομῶν καὶ τῆς ἐφαπτομένης εὐθειῶν πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς
ἀπολαμβανομένης πρὸς τῆ ἀφῆ τετράγωνον.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι αἱ AB , $\Gamma \Delta$, ὧν κέντρον
τὸ E , ἐφαπτόμεναι δὲ αἱ AZ , ΓZ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ
20 $A \Gamma$ καὶ αἱ EZ , AE καὶ ἐκβεβλήσθωσαν, καὶ ἤχθω
διὰ τοῦ Z παρὰ τὴν $A \Gamma$ ἡ $BZ \Theta$, καὶ εἰλήφθω, ὃ
ἔτυχε, σημεῖον τὸ K , καὶ δι' αὐτοῦ παρὰ τὴν $A \Gamma$
ἤχθω ἡ $K \Lambda \Sigma M N \Xi$. λέγω, ὅτι ἐστίν, ὡς τὸ ὑπὸ
 $BZ \Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ $Z A$, τὸ ὑπὸ $K \Lambda \Xi$ πρὸς τὸ
25 ἀπὸ $A \Lambda$.

ἤχθωσαν γὰρ ἀπὸ τῶν K , B παρὰ τὴν AZ αἱ
 $K \Pi$, $B P$. ἐπεὶ οὖν ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ BZ πρὸς τὸ

3. $H \Lambda I$] $H M V$; corr. Memus. 16. εὐθειῶν] εὐθείας V ;
corr. Comm. 24. $K \Lambda \Xi$] $\Lambda K \Xi V$; corr. Memus (hlx).

est autem $AZ\Sigma = \Delta ZT$ [prop. IV] et [prop. VII] $\Pi O \Delta I = KP\Xi A$; quare etiam

$$AZ^2 : \Delta TZ = HA \times \Delta I : P\Xi AK.$$

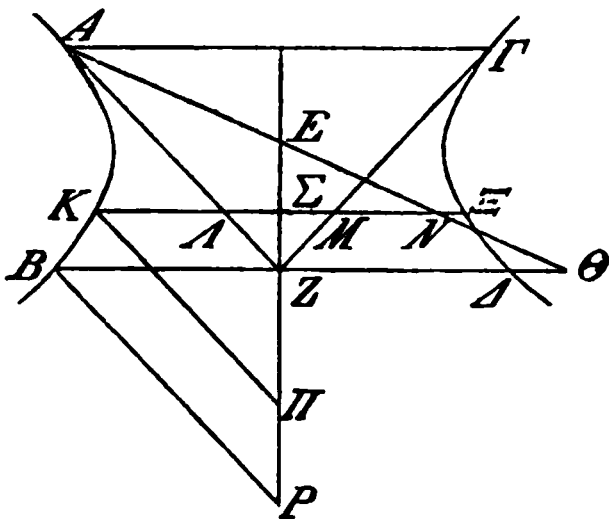
est autem $\Delta TZ : ZA^2 = P\Xi AK : MA \times A\Xi$. ergo etiam ex aequo [Eucl. V, 22]

$$AZ^2 : ZA^2 = HA \times \Delta I : MA \times A\Xi.$$

XX.

Si duae rectae oppositas contingentes concurrunt, et per punctum concursus recta ducitur rectae puncta contactus coniungenti parallela cum utraque sectione concurrens, et alia quoque recta eidem parallela ducitur et sectiones et contingentes secans, erit, ut rectangulum rectis a puncto concursus ad sectiones adidentibus comprehensum ad quadratum contingentis, ita rectangulum comprehensum rectis inter sectiones con-

tingentemque positis ad quadratum rectae ad punctum contactus abscisae.



sint oppositae $AB, \Gamma\Delta$, quarum centrum sit E , contingentes autem $AZ, \Gamma Z$, ducaturque $A\Gamma$ et EZ, AE et producantur, per Z autem rectae $A\Gamma$ parallela

ducatur $BZ\Theta$, et sumatur quoduis punctum K , et per id rectae $A\Gamma$ parallela ducatur $K\Lambda\Sigma MN\Xi$. dico, esse $BZ \times Z\Delta : ZA^2 = K\Lambda \times A\Xi : A\Lambda^2$.

ducantur enim a K, B rectae AZ parallelae $K\Pi, BP$. iam quoniam est

In fig. pro K (V.p) posuerunt H Memus alique.

BZP τρίγωνον, τὸ ἀπὸ $KΣ$ πρὸς τὸ $KΣΠ$ καὶ τὸ
ἀπὸ $ΛΣ$ πρὸς τὸ $ΛΣΖ$, καὶ λοιπὸν τὸ ὑπὸ $ΚΛΞ$
πρὸς τὸ $ΚΛΖΠ$ τετράπλευρον, ἴσον δὲ τὸ μὲν ἀπὸ
 BZ τῷ ὑπὸ $BZΔ$, τὸ δὲ BPZ τρίγωνον τῷ
5 $AZΘ$, τὸ δὲ $ΚΛΖΠ$ τετράπλευρον τῷ $ΑΔΝ$ τρι-
γώνῳ, ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ ὑπὸ $BZΔ$ πρὸς τὸ $AZΘ$
τρίγωνον, τὸ ὑπὸ $ΚΛΞ$ πρὸς τὸ $ΑΔΝ$. ὡς δὲ τὸ
 $AZΘ$ πρὸς τὸ ἀπὸ AZ , τὸ $ΑΔΝ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΑΔ$
δι' ἴσου ἄρα, ὡς τὸ ὑπὸ $BZΔ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΖΑ$, τὸ
10 ὑπὸ $ΚΛΞ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΑΔ$.

κα'.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἐὰν ἐπὶ τῆς τομῆς δύο
σημεῖα ληφθῆ, καὶ δι' αὐτῶν ἄχθῶσιν εὐθεῖαι ἡ μὲν
παρὰ τὴν ἐφαπτομένην, ἡ δὲ παρὰ τὴν τὰς ἀφὰς
15 ἐπιξενυγνύουσαν, τέμνουσαι ἀλλήλας τε καὶ τὰς τομάς,
ἔσται, ὡς τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ἀπὸ τῆς συμπτώ-
σεως ταῖς τομαῖς προσπιπτουσῶν πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς
ἐφαπτομένης τετράγωνον, τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν
μεταξὺ τῶν τομῶν καὶ τῆς συμπτώσεως πρὸς τὸ
20 περιεχόμενον ὑπὸ τῶν μεταξὺ τῆς τομῆς καὶ τῆς συμ-
πτώσεως εὐθειῶν.

ἔστω γὰρ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον, εἰλήφθω δὲ τὰ
 H, K σημεῖα, καὶ δι' αὐτῶν ἄχθωσαν παρὰ μὲν τὴν
 AZ αὐτὴν $NΞΗΟΠΡ$, $KΣΤ$, παρὰ δὲ τὴν $ΑΓ$ αὐτὴν

1. $KΣΠ$] ἀπὸ $KΣΠ$ V; corr. p. 2. $ΛΣΖ$] $ΛΕΖ$ V;
corr. p ($ΛΖΣ$). $ΚΛΞ$] $ΛΚΞ$ corr. ex $ΛΚΖ$ m. 1 V; corr.
Memus (hlx). 3. Ante ἴσον add. ἔσται ὡς τὸ ἀπὸ BZ πρὸς
τὸ BZP Halley cum Command.; lacunam p. 6. ὑπὸ $BZΔ$]
ἀπὸ BZ V; corr. Memus. τό] (alt.) om. V; corr. p. 7.
 $ΚΛΞ$] $ΛΚΞ$ V; corr. Memus (hlx). $ΑΔΝ$] $ΑΔΜ$ V; corr. p.
10. $ΚΛΞ$] $ΛΚΞ$ V; corr. Memus (hlx). 19. πρὸς — 20.
συμπτώσεως] om. V; corr. Comm.

$BZ^2 : BZP = K\Sigma^2 : K\Sigma\Pi$
 $= A\Sigma^2 : A\Sigma Z$ [Eucl. VI, 19; V, 16]
 $= KA \times A\xi$ [Eucl. II, 5] : $KAZ\Pi$ [Eucl. V, 19],
 et $BZ^2 = BZ \times ZA$ [II, 39, 38], $BPZ = AZ\Theta$
 [prop. XI], $KAZ\Pi = AAN$ [prop. V], erit

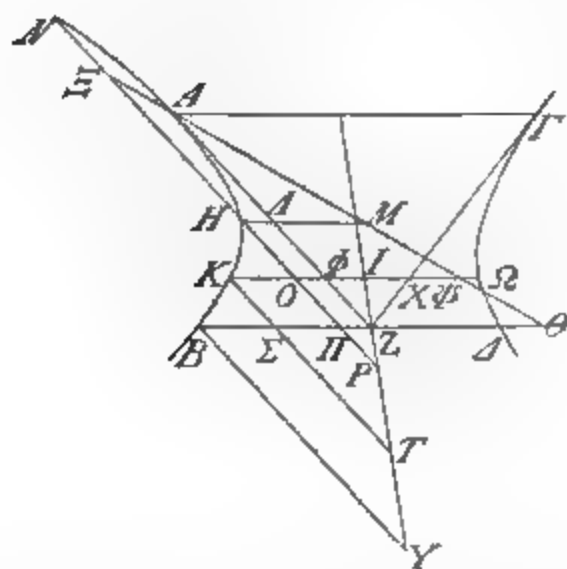
$$BZ \times ZA : AZ\Theta = KA \times A\xi : AAN.$$

est autem $AZ\Theta : AZ^2 = AAN : AA^2$ [Eucl. VI, 19; V, 16]; ergo ex aequo [Eucl. V, 22]

$$BZ \times ZA : ZA^2 = KA \times A\xi : AA^2.$$

XXI.

Iisdem suppositis si in sectione duo puncta sumuntur, et per ea rectae ducuntur, altera contingenti parallela, altera rectae puncta contactus coniungenti parallela, secantes et



inter se et sectiones, erit, ut rectangulum comprehensum rectis a puncto concursus ad sectiones adidentibus ad quadratum contingentis, ita rectangulum comprehensum rectis inter sectiones punctumque concursus

positis ad rectangulum comprehensum rectis inter sectionem punctumque concursus positis.

sint enim eadem, quae antea, et sumantur H, K puncta, per eaque rectae AZ parallelae ducantur

ΗΛΜ, ΚΟΦΙΧΨΩ. λέγω, ὅτι ἐστίν, ὡς τὸ ὑπὸ ΒΖΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΑ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΚΟΩ πρὸς τὸ ὑπὸ ΝΟΗ.

ἐπεὶ γάρ ἐστιν, ὡς τὸ ἀπὸ ΑΖ πρὸς τὸ ΑΖΘ
 5 τριγώνου, τὸ ἀπὸ ΑΛ πρὸς τὸ ΑΛΜ καὶ τὸ ἀπὸ ΞΟ
 πρὸς τὸ ΞΟΨ καὶ τὸ ἀπὸ ΞΗ πρὸς τὸ ΞΗΜ, ὡς ἄρα
 ὅλον τὸ ἀπὸ ΞΟ πρὸς ὅλον τὸ ΞΟΨ, οὕτως ἀφαιρεθὲν
 τὸ ἀπὸ ΞΗ πρὸς ἀφαιρεθὲν τὸ ΞΗΜ. καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ
 ὑπὸ ΝΟΗ πρὸς λοιπὸν τὸ ΗΟΨΜ τετράπλευρόν ἐστιν,
 10 ὡς τὸ ἀπὸ ΑΖ πρὸς τὸ ΑΖΘ. ἴσον δὲ τὸ μὲν ΑΖΘ τῷ
 ΒΥΖ, τὸ δὲ ΗΟΨΜ τῷ ΚΟΡΤ. ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ
 ΑΖ πρὸς τὸ ΒΥΖ, τὸ ὑπὸ ΝΟΗ πρὸς τὸ ΚΟΡΤ.
 ὡς δὲ τὸ ΒΥΖ τρίγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΖ, τουτέστι
 τὸ ὑπὸ ΒΖΔ, οὕτως ἐδείχθη τὸ ΚΟΡΤ πρὸς τὸ ὑπὸ
 15 ΚΟΩ. δι' ἴσου ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ ΑΖ πρὸς τὸ ὑπὸ
 ΒΖΔ, τὸ ὑπὸ ΝΟΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΚΟΩ. καὶ ἀνάπαλιν,
 ὡς τὸ ὑπὸ ΒΖΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΑ, τὸ ὑπὸ ΚΟΩ
 πρὸς τὸ ὑπὸ ΝΟΗ.

κβ'.

20 Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι παράλληλοι
 ἐπιψάυωσιν, ἀχθῶσι δέ τινες εὐθεῖαι τέμνουσαι ἀλ-
 λήλας καὶ τὰς τομάς, ἢ μὲν παρὰ τὴν ἐφαπτομένην,
 ἢ δὲ παρὰ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιξενγνύουσιν, ἔσται, ὡς
 ἢ τοῦ πρὸς τῇ τὰς ἀφὰς ἐπιξενγνυούσῃ εἶδους πλαγία
 25 πλευρὰ πρὸς τὴν ὀρθίαν, τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν
 μεταξὺ τῶν τομῶν καὶ τῆς συμπτώσεως πρὸς τὸ
 περιεχόμενον ὑπὸ τῶν μεταξὺ τῆς τομῆς καὶ τῆς συμ-
 πτώσεως.

7. τό] (alt.) p c v, e corr. m. 1 V. 12. ΚΟΡΠ V; corr. Memus.
 14. ΚΟΡΤ] p c, T corr. ex Π m. 1 V. 17. ΚΟΩ] c, corr.
 ex ΚΟ, ΟΩ m. 1 V. 24. ἢ] p, om. V. 25. πλευρᾶι V; corr. p.
 26. τῶν τομῶν — 27. μεταξύ] om. V; corr. Paris. 2355 mg.

$NΞHOΠΡ, KΣT$, rectae autem $AΓ$ parallelae $HΛM, KOΦIXΨΩ$ ¹⁾. dico, esse

$$BZ \times ZΔ : ZA^2 = KO \times OΩ : NO \times OH.$$

quoniam enim est

$$AZ^2 : AZΘ = AΛ^2 : AΛM$$

$$= ΞO^2 : ΞOΨ = ΞH^2 : ΞHM \text{ [Eucl. VI, 19; V, 16],}$$

erit, ut totum $ΞO^2$ ad totum $ΞOΨ$, ita ablatum $ΞH^2$ ad ablatum $ΞHM$. itaque etiam reliquum [I, 47;

$$\text{Eucl. II, 6]} NO \times OH : HOΨM = AZ^2 : AZΘ$$

[Eucl. V, 19]. est autem $AZΘ = BTZ$ [prop. XI],

$HOΨM = KOPT$ [prop. XII]; itaque

$$AZ^2 : BTZ = NO \times OH : KOPT.$$

demonstrauimus autem, esse

$$BTZ : BZ^2 = KOPT : KO \times OΩ \text{ [prop. XX]}$$

$$= \text{[I, 39, 38]} BTZ : BZ \times ZΔ;$$

itaque ex aequo [Eucl. V, 22]

$$AZ^2 : BZ \times ZΔ = NO \times OH : KO \times OΩ.$$

et e contrario [Eucl. V, 7 coroll.]

$$BZ \times ZΔ : ZA^2 = KO \times OΩ : NO \times OH.$$

XXII.

Si sectiones oppositas duae rectae parallelae contingunt, et ducuntur rectae quaedam secantes et inter se et sectiones, altera contingenti parallela, altera rectae puncta contactus coniungenti parallela, erit, ut latus transuersum figurae rectae puncta contactus coniungenti adplicatae ad rectum, ita rectangulum comprehensum rectis inter sectiones punctumque con-

1) In figura codicis V punctum $Ψ$ intra sectionem $ΓΔ$ cadit, ita ut haec recta dicenda esset $KOΦIXΩΨ$. adiecta sunt sex rectangula.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι αἱ A, B , ἐφαπτόμεναι δὲ αὐτῶν αἱ $ΑΓ, ΒΔ$ παράλληλοι ἔστωσαν, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $ΑΒ$. διήχθωσαν δὴ ἡ μὲν $ΕΞΗ$ παρὰ τὴν $ΑΒ$, ἡ δὲ $ΚΕΛΜ$ παρὰ τὴν $ΑΓ$. λέγω, ὅτι ἐστίν, ὡς ἡ
 5 $ΑΒ$ πρὸς τὴν ὀρθίαν τοῦ εἵδους πλευράν, το ὑπὸ $ΗΕΞ$ πρὸς τὸ ὑπὸ $ΚΕΜ$.

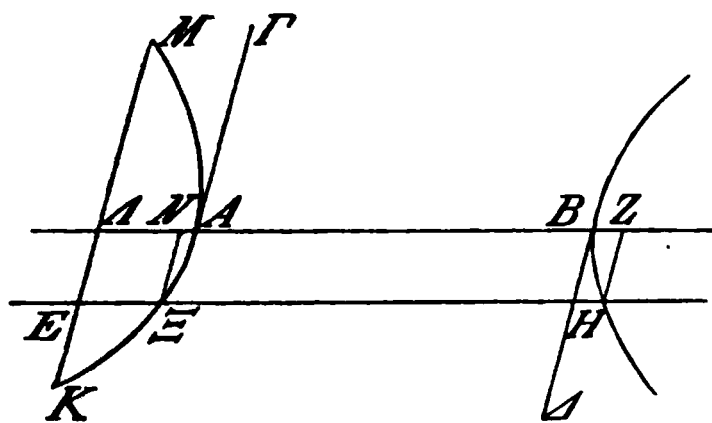
ἤχθωσαν διὰ τῶν $Η, Ξ$ παρὰ τὴν $ΑΓ$ αἱ $ΞΝ, ΗΖ$.
 ἐπεὶ γὰρ αἱ $ΑΓ, ΒΔ$ ἐφαπτόμεναι τῶν τομῶν παράλληλοι εἰσι, διάμετρος μὲν ἡ $ΑΒ$, τεταγμένως
 10 δὲ ἐπ' αὐτὴν κατηγμέναι αἱ $ΚΑ, ΞΝ, ΗΖ$. ἔσται οὖν, ὡς ἡ $ΑΒ$ πρὸς τὴν ὀρθίαν πλευράν, τό τε ὑπὸ $ΒΔΑ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΑΚ$ καὶ τὸ ὑπὸ $ΒΝΑ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΝΞ$, τουτέστι τὸ ἀπὸ $ΔΕ$. ἔστιν ἄρα, ὡς ὅλον τὸ ὑπὸ $ΒΔΑ$ πρὸς ὅλον τὸ ἀπὸ $ΚΑ$, οὕτως ἀφαι-
 15 ρεθὲν τὸ ὑπὸ $ΒΝΑ$, τουτέστι τὸ ὑπὸ $ΖΑΝ$. ἴση γὰρ ἡ $ΝΑ$ τῇ $ΒΖ$. πρὸς ἀφαιρεθὲν τὸ ἀπὸ $ΔΕ$ καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ $ΖΑΝ$ πρὸς λοιπὸν τὸ ὑπὸ $ΚΕΜ$ ἐστίν, ὡς ἡ $ΑΒ$ πρὸς τὴν ὀρθίαν. ἴσον δὲ τὸ ὑπὸ $ΖΑΝ$ τῷ ὑπὸ $ΗΕΞ$. ὡς ἄρα ἡ $ΑΒ$ τοῦ
 20 εἵδους πλαγία πλευρὰ πρὸς τὴν ὀρθίαν, τὸ ὑπὸ $ΗΕΞ$ πρὸς τὸ ὑπὸ $ΚΕΜ$.

κγ'.

Ἐὰν ἐν ταῖς κατα συζυγίαν ἀντικειμέναις δύο εὐθεῖαι τῶν κατ' ἐναντίον τομῶν ἐπιψαύουσαι συμ-
 25 πίπτωσιν ἐπὶ μιᾷ, ἧς ἔτυχον, τομῆς, ἀχθῶσι δὲ τινες παρὰ τὰς ἐφαπτομένας τέμνουσαι ἀλλήλας καὶ τὰς ἑτέρας ἀντικειμένας, ἔσται, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ἐφαπτομένων

3. δὴ] δέ Halley. 4. $ΕΚΛΜ$ V, corr. p. 8. γάρ] οὖν?
 24. συμπίπτουσιν v, V (ou corr. in ω?); corr. pc.

cursus positus ad rectangulum comprehensum rectis inter sectionem punctumque concursus positus.



sint oppositae A, B , easque contingentes $A\Gamma, B\Delta$ parallelae sint, et ducatur AB . ducantur igitur rectae AB parallela $E\Xi H$, rectae $A\Gamma$ autem parallela

$KE \Delta M$. dico, esse, ut AB ad latus rectum figurae, ita $HE \times E\Xi : KE \times EM$.

per H, Ξ rectae $A\Gamma$ parallelae ducantur $\Xi N, HZ$.

iam quoniam $A\Gamma, B\Delta$ sectiones contingentes parallelae sunt, diameter est AB et ad eam ordinate ductae $KA, \Xi N, HZ$ [II, 31]; erit igitur [I, 21] AB : latus rectum

$$\begin{aligned} &= BA \times AA : AK^2 = BN \times NA : N\Xi^2 \\ &= BN \times NA : AE^2 \text{ [Eucl. I, 34].} \end{aligned}$$

est igitur, ut totum $BA \times AA$ ad totum AK^2 , ita ablatum $BN \times NA$, hoc est $ZA \times AN$ (nam $NA = BZ$ [I, 21]), ad ablatum AE^2 ; quare etiam reliquum [u. Pappi lemma IV] $ZA \times AN$ ad reliquum [I, 47; Eucl. II, 5] $KE \times EM$ est, ut AB ad latus rectum. est autem $ZA \times AN = HE \times E\Xi$ [Eucl. I, 34]; ergo ut AB latus figurae transuersum ad rectum, ita $HE \times E\Xi : KE \times EM$.

XXIII.

Si in oppositis coniugatis duae rectae sectiones inter se oppositas contingentes in quavis sectionum concurrunt, et contingentibus parallelae rectae du-

τετράγωνα πρὸς ἄλληλα, τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν μεταξὺ τῶν τομῶν καὶ τῆς συμπτώσεως εὐθειῶν πρὸς τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ὁμοίως λαμβανομένων εὐθειῶν.

5 ἔστωσαν κατὰ συζυγίαν ἀντικείμεναι αἱ $AB, ΓΔ, EZ, ΗΘ$, κέντρον δὲ αὐτῶν τὸ K , καὶ τῶν AB, EZ τομῶν ἐφαπτόμεναι αἱ $AΦΓΛ, ΕΧΔΛ$ συμπιπέτωσαν κατὰ τὸ $Λ$, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ AK, EK καὶ ἐκβεβλήσθωσαν ἐπὶ τὰ B, Z , καὶ ἀπὸ τοῦ H παρὰ
10 τὴν $ΛΛ$ ἤχθω ἡ $ΗΜΝΞΟ$, ἀπὸ δὲ τοῦ $Θ$ παρὰ τὴν $ΕΛ$ ἡ $ΘΠΡΞΣ$. λέγω, ὅτι ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ $ΕΛ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΛΛ$, τὸ ὑπο $ΘΞΣ$ πρὸς τὸ ὑπὸ $ΗΞΟ$.

ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ $Σ$ παρὰ μὲν τὴν $ΛΛ$ ἡ $ΣΤ$,
15 παρὰ δὲ τὴν $ΕΛ$ ἀπὸ τοῦ $Ο$ ἡ $ΟΤ$. ἐπεὶ οὖν συζυγῶν ἀντικειμένων τῶν $AB, ΓΔ, EZ, ΗΘ$ διάμετρος ἐστίν ἡ BE , καὶ ἐφάπτεται τῆς τομῆς ἡ $ΕΛ$, καὶ παρ' αὐτὴν ἤκται ἡ $ΘΣ$, ἴση ἐστίν ἡ $ΘΠ$ τῇ $ΠΣ$, καὶ διὰ τὰ αὐτὰ ἡ $ΗΜ$ τῇ $ΜΟ$. καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς
20 τὸ ἀπὸ $ΕΛ$ πρὸς τὸ $ΕΦΛ$ τρίγωνον, τὸ ἀπὸ $ΠΣ$ πρὸς τὸ $ΠΤΣ$ καὶ τὸ ἀπὸ $ΠΞ$ πρὸς τὸ $ΠΝΞ$, καὶ λοιπὸν τὸ ὑπὸ $ΘΞΣ$ πρὸς τὸ $ΤΝΞΣ$ τετράπλευρόν ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ $ΕΛ$ πρὸς τὸ $ΦΛΕ$ τρίγωνον. ἴσον δὲ τὸ μὲν $ΕΦΛ$ τρίγωνον τῷ $ΑΛΧ$, τὸ δὲ $ΤΝΞΣ$
25 τετράπλευρον τῷ $ΞΡΤΟ$. ἐστίν ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ $ΕΛ$ πρὸς τὸ $ΑΛΧ$, τὸ ὑπὸ $ΘΞΣ$ πρὸς τὸ $ΞΟΤΡ$ τετράπλευρον. ἐστὶ δέ, ὡς τὸ $ΑΧΛ$ τρίγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ $ΑΛ$, τὸ $ΞΡΤΟ$ πρὸς τὸ ὑπὸ $ΗΞΟ$. δι' ἴσου

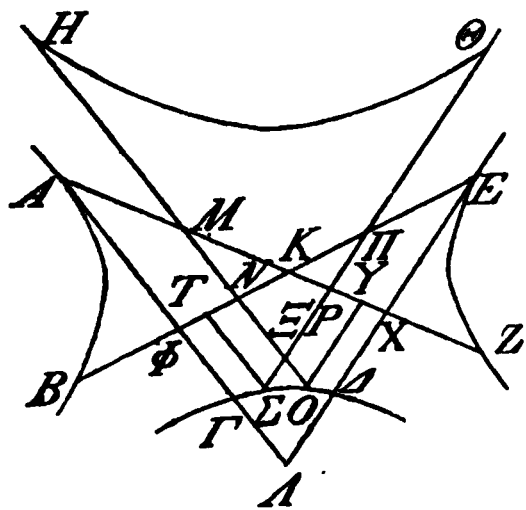
10. $MNΞO$ V; corr. p. 11. $ΕΛ$] p c v, corr. ex $EΘ$
m. 1 V. 15. $O ἡ OT$] $ση σν$ V; corr. 2355 mg. 22. $ΘΞΣ$]
 $ΘΣΞ$ corr. ex $ΘΓΞ$ m. 1 V; corr. Memus.

cuntur secantes et inter se et sectiones oppositas alteras, erit, ut quadrata contingentium inter se, ita rectangulum comprehensum rectis inter sectiones punctumque concursus positis ad rectangulum comprehensum rectis eodem modo sumptis.

sint oppositae coniugatae $AB, \Gamma\Delta, EZ, H\Theta$, centrum autem earum K , et $A\Phi\Gamma\Delta, EX\Delta\Lambda$ sectiones AB, EZ contingentes in Λ concurrant, ducanturque AK, EK et producantur ad B, Z , ab H autem rectae $A\Lambda$ parallela ducatur $HMN\Xi O$ et a Θ rectae $E\Lambda$ parallela $\Theta\Pi P\Xi\Sigma$. dico, esse

$$EA^2 : \Lambda A^2 = \Theta\Xi \times \Xi\Sigma : H\Xi \times \Xi O.$$

per Σ enim ducatur ΣT rectae $A\Lambda$ parallela, ab O autem $O\Upsilon$ rectae $E\Lambda$ parallela. iam quoniam oppo-



sitarum coniugarum $AB, \Gamma\Delta, EZ, H\Theta$ diametrus est BE , et $E\Lambda$ sectionem contingit, eique parallela ducta est $\Theta\Sigma$, erit [II, 20; I def. 5] $\Theta\Pi = \Pi\Sigma$ et eadem de causa $HM = MO$. et quoniam est

$$EA^2 : E\Phi\Lambda = \Pi\Sigma^2 : \Pi T\Sigma = \Pi\Xi^2 : \Pi N\Xi$$

[Eucl. VI, 19; V, 16], erit etiam reliquum [Eucl. II, 5]

$\Theta\Xi \times \Xi\Sigma : TN\Xi\Sigma = EA^2 : \Phi\Lambda E$ [Eucl. V, 19]. est

autem [prop. IV] $E\Phi\Lambda = A\Lambda X$ et¹⁾

$$TN\Xi\Sigma = \Xi P\Upsilon O;$$

itaque $EA^2 : A\Lambda X = \Theta\Xi \times \Xi\Sigma : \Xi O\Upsilon P$. est autem

1) Ex prop. XV, quae tum quoque ualet, cum rectae contingentes suam quaeque sectionum oppositarum contingunt.

ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ $ΕΔ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΑΔ$, τὸ ὑπὸ $ΘΞΣ$
πρὸς τὸ ὑπὸ $ΗΞΟ$.

κδ'.

Ἐὰν ἐν ταῖς κατὰ συζυγίαν ἀντικειμέναις ἀπὸ τοῦ
5 κέντρου διαχθῶσι πρὸς τὰς τομὰς δύο εὐθείαι, καὶ
λέγηται αὐτῶν ἢ μὲν πλαγία διάμετρος, ἢ δὲ ὀρθία,
ἀχθῶσι δὲ τινες παρὰ τὰς δύο διαμέτρους συμπίπτου-
σαι ἀλλήλαις καὶ ταῖς τομαῖς, ἢ δὲ σύμπτωσις ἢ τῶν
εὐθειῶν ἐν τῷ μεταξὺ τόπῳ τῶν τεσσάρων τομῶν, τὸ
10 περιεχόμενον ὑπὸ τῶν τμημάτων τῆς παραλλήλου τῆ
πλαγία μετὰ τοῦ πρὸς ὃ λόγον ἔχει τὸ ὑπὸ τῶν
τμημάτων τῆς παραλλήλου τῆ ὀρθία, ὃν το ἀπὸ τῆς
ὀρθίας πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς πλαγίας τετράγωνον, ἴσον
ἔσται τῷ δις ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς πλαγίας τετραγώνῳ.

15 ἔστωσαν κατὰ συζυγίαν ἀντικείμεναι αἱ $A, B, Γ, Δ$,
ὧν κέντρον το E , καὶ ἀπὸ τοῦ E διήχθωσαν ἢ τε
 $ΑΕΓ$ πλαγία καὶ ἢ $ΔΕΒ$ ὀρθία, καὶ παρὰ τὰς $ΑΓ$,
 $ΔΒ$ ἤχθωσαν αἱ $ZHΘΙΚΑ, ΜΝΞΟΠΡ$ συμπίπτου-
σαι ἀλλήλαις κατὰ τὸ $Ξ$. ἔστω δὲ πρότερον τὸ $Ξ$
20 ἐντὸς τῆς ὑπὸ $ΣΕΦ$ γωνίας ἢ τῆς ὑπὸ $ΥΕΤ$. λέγω,
ὅτι τὸ ὑπὸ $ZΞΑ$ μετὰ τοῦ πρὸς ὃ λόγον ἔχει τὸ
ὑπὸ $MΞΡ$, ὃν τὸ ἀπὸ $ΔΒ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΑΓ$, ἴσον
ἔστί τῷ δις ἀπὸ $ΑΕ$.

ἤχθωσαν γὰρ ἀσύμπτωτοι τῶν τομῶν αἱ $ΣΕΤ$,
25 $ΥΕΦ$, καὶ διὰ τοῦ A ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἢ
 $ΣΗΑΦ$. ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ $ΣΑΦ$ ἴσον ἔστί τῷ ἀπὸ
 $ΔΕ$, ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ ὑπὸ $ΣΑΦ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΕΑ$,
οὕτως τὸ ἀπὸ $ΔΕ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΕΑ$. τὸ δὲ ὑπὸ

1. τὸ ὑπό] τοῦ V ; corr. p. 9. ἐν] $c v$, $e u a n$. V . 11. ὃ
λόγον] ὅλον V ; corr. p. 26. $ΣΗΑΦ$] $ΑΗΣΦ$ V ; corr. p
($ΦΑΗΣ$).

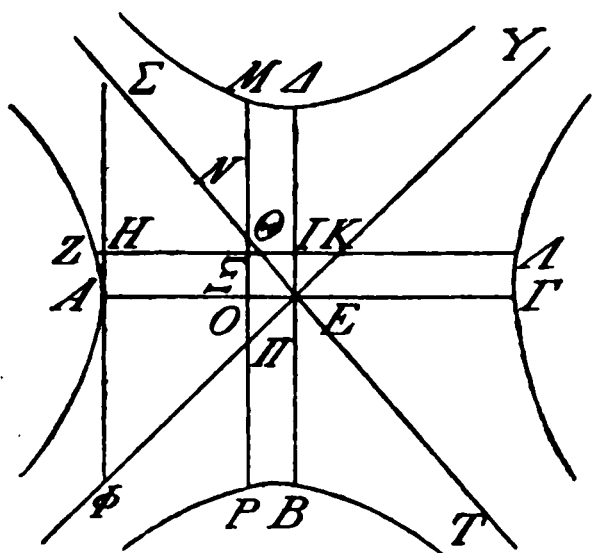
[eodem modo] $AXA : AA^2 = EP\Gamma O : HE \times EO$. ergo
ex aequo [Eucl. V, 22]

$$EA^2 : AA^2 = OE \times ES : HE \times EO.$$

XXIV.

Si in oppositis coniugatis a centro ad sectiones duae rectae ducuntur, et altera earum diametrus transuersa, altera recta sumitur, duabus autem diametris illis parallelae rectae quaedam ducuntur et inter se et cum sectionibus concurrentes, et punctum concursus in spatio inter quattuor sectiones posito est, rectangulum comprehensum partibus rectae diametro transuersae parallelae cum spatio, ad quod rectangulum comprehensum partibus rectae diametro rectae parallelae rationem habet, quam quadratum diametri rectae ad quadratum transuersae, aequale erit duplo quadrato dimidiae diametri transuersae.

sint A, B, Γ, Δ oppositae coniugatae, quarum centrum sit E , et ab E ducatur AEG diametrus



transuersa et ΔEB recta, rectisque $A\Gamma, \Delta B$ parallelae ducantur $ZH\Theta IK\Lambda, MN\Xi O\Pi P$ in Ξ inter se concurrentes; Ξ autem prius intra angulum $\Sigma E\Phi$ uel ΓET positum sit. dico, $Z\Xi \times \Xi\Lambda$ cum spatio, ad quod $M\Xi \times \Xi P$ rationem

habet, quam $\Delta B^2 : A\Gamma^2$, aequale esse spatio $2AE^2$.

ducantur enim $\Sigma ET, \Gamma E\Phi$ asymptotae sectionum, et

In hac propositione duas tantum figuras habet V.

$\Sigma A \Phi$ πρὸς τὸ ἀπὸ $A E$ λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον
 ἕκ τε τοῦ τῆς ΣA πρὸς $A E$ καὶ τοῦ τῆς ΦA πρὸς
 $A E$. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΣA πρὸς $A E$, ἡ $N \Xi$ πρὸς $\Xi \Theta$,
 ὡς δὲ ἡ ΦA πρὸς $A E$, ἡ $\Pi \Xi$ πρὸς ΞK . ὁ ἄρα
 5 τοῦ ἀπὸ ΔE πρὸς τὸ ἀπὸ $A E$ λόγος σύγκειται ἕκ τε
 τοῦ τῆς $N \Xi$ πρὸς $\Xi \Theta$ καὶ τοῦ τῆς $\Pi \Xi$ πρὸς ΞK .
 σύγκειται δὲ ἕκ τῶν αὐτῶν ὁ τοῦ ὑπὸ $\Pi \Xi N$ πρὸς τὸ
 ὑπὸ $K \Xi \Theta$. ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΔE πρὸς τὸ ἀπὸ $A E$, τὸ
 ὑπὸ $\Pi \Xi N$ πρὸς τὸ ὑπὸ $K \Xi \Theta$. καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΔE
 10 πρὸς τὸ ἀπὸ $A E$, τὸ ἀπὸ ΔE μετὰ τοῦ ὑπὸ $\Pi \Xi N$ πρὸς
 τὸ ἀπὸ $A E$ μετὰ τοῦ ὑπὸ $K \Xi \Theta$. ἴσον δὲ τὸ μὲν ἀπο
 ΔE τῷ ὑπὸ $\Pi M N$, τουτέστι τῷ ὑπὸ $P N M$, τὸ δὲ ἀπὸ
 $A E$ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ $K Z \Theta$, τουτέστι τῷ ὑπὸ $\Lambda \Theta Z$.
 ὡς ἄρα το ἀπο ΔE πρὸς τὸ ἀπὸ $E A$, τὸ ὑπὸ $\Pi \Xi N$
 15 μετὰ τοῦ ὑπὸ $P N M$ πρὸς τὸ ὑπὸ $K \Xi \Theta$ μετὰ τοῦ
 ὑπὸ $\Lambda \Theta Z$. ἴσον δὲ τὸ ὑπὸ $\Pi \Xi N$ μετὰ τοῦ ὑπὸ
 $P N M$ τῷ ὑπὸ $P \Xi M$. ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΔE πρὸς τὸ
 ἀπὸ $E A$, τὸ ὑπὸ $P \Xi M$ πρὸς τὸ ὑπὸ $K \Xi \Theta$ μετὰ τοῦ
 ὑπὸ $K Z \Theta$. δεικτέον οὖν, ὅτι τὸ ὑπὸ $Z \Xi \Lambda$ μετὰ τοῦ
 20 ὑπὸ $K \Xi \Theta$ καὶ τοῦ ὑπὸ $K Z \Theta$ ἴσον ἐστὶ τῷ δις ἀπὸ
 $E A$. κοινὸν ἀφηγήσθω τὸ ἀπὸ $A E$, τουτέστι τὸ ὑπὸ
 $K Z \Theta$. λοιπὸν ἄρα δεικτέον, ὅτι τὸ ὑπὸ $K \Xi \Theta$ μετὰ
 τοῦ ὑπὸ $\Lambda \Xi Z$ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ $A E$. ἐστὶ δέ· τὸ
 γὰρ ὑπὸ $K \Xi \Theta$ μετὰ τοῦ ὑπὸ $\Lambda \Xi Z$ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ
 25 $\Lambda \Theta Z$, τουτέστι τῷ ὑπὸ $K Z \Theta$, τουτέστι τῷ ἀπὸ $A E$.
 συμπιπέτωσαν δὴ αἱ $Z \Lambda$, $M P$ ἐπὶ μιᾶς τῶν
 ἀσυμπτῶτων κατὰ τὸ Θ . ἴσον δὴ ἐστὶ τὸ ὑπὸ $Z \Theta \Lambda$
 τῷ ἀπὸ $A E$ καὶ τὸ ὑπὸ $M \Theta P$ τῷ ἀπὸ ΔE . ἐστὶν

13. $\Lambda \Theta Z$] $\Lambda \Theta \Xi$ V; corr. Memus. 16. $\Lambda \Theta Z$] $\Lambda \Theta \Xi$ V;
 corr. Memus. 17. $P N M$] $P M N$ V; corr. p (τῶν $P N$, $N M$).
 25. $\Lambda \Theta Z$] $\Lambda Z \Theta$ V; corr. Memus.

per A sectionem contingens $\Sigma H A \Phi$. iam quoniam est $\Sigma A \times A \Phi = \Delta E^2$ [I, 56; II, 1], erit [Eucl. V, 7] $\Sigma A \times A \Phi : EA^2 = \Delta E^2 : EA^2$. est autem

$$\Sigma A \times A \Phi : AE^2 = (\Sigma A : AE) \times (\Phi A : AE).$$

uerum $\Sigma A : AE = N\Xi : \Xi\Theta$, $\Phi A : AE = \Pi\Xi : \Xi K$ [Eucl. VI, 4]; itaque

$$\Delta E^2 : AE^2 = (N\Xi : \Xi\Theta) \times (\Pi\Xi : \Xi K)$$

$$= \Pi\Xi \times \Xi N : K\Xi \times \Xi\Theta$$

$$= \Delta E^2 + \Pi\Xi \times \Xi N : AE^2 + K\Xi \times \Xi\Theta$$
 [Eucl. V, 12].

est autem $\Delta E^2 = \Pi M \times MN$ [II, 11] = $PN \times NM$ [II, 16], et [eodem modo]

$$AE^2 = KZ \times Z\Theta = \Lambda\Theta \times \Theta Z;$$

erit igitur

$$\Delta E^2 : EA^2$$

$$= \Pi\Xi \times \Xi N + PN \times NM : K\Xi \times \Xi\Theta + \Lambda\Theta \times \Theta Z.$$

est autem $\Pi\Xi \times \Xi N + PN \times NM = P\Xi \times \Xi M$ [u. Pappi lemma V, 2]; itaque

$$\Delta E^2 : EA^2 = P\Xi \times \Xi M : K\Xi \times \Xi\Theta + KZ \times Z\Theta.$$

demonstrandum igitur, esse

$$Z\Xi \times \Xi \Lambda + K\Xi \times \Xi\Theta + KZ \times Z\Theta = 2EA^2.$$

auferatur, quod commune est, $AE^2 = KZ \times Z\Theta$.

itaque reliquum est, ut demonstremus, esse

$$K\Xi \times \Xi\Theta + \Lambda\Xi \times \Xi Z = AE^2.$$

et est; nam

$$K\Xi \times \Xi\Theta + \Lambda\Xi \times \Xi Z = \Lambda\Theta \times \Theta Z$$

$$= KZ \times Z\Theta$$
 [u. Pappi lemma V, 1] = AE^2 .

iam uero $Z\Lambda$, MP in altera asymptotarum concurrant in Θ . itaque $Z\Theta \times \Theta \Lambda = AE^2$ et

$$M\Theta \times \Theta P = \Delta E^2$$
 [II, 11, 16];

itaque $\Delta E^2 : EA^2 = M\Theta \times \Theta P : Z\Theta \times \Theta \Lambda$. uolumus igitur, esse $2Z\Theta \times \Theta \Lambda = 2AE^2$. et est.

ἄρα, ὡς το ἀπὸ ΔE πρὸς τὸ ἀπὸ EA , τὸ ὑπὸ $M\Theta P$ πρὸς τὸ ὑπὸ $Z\Theta A$. ὥστε τὸ δις ὑπὸ $Z\Theta A$ ἴσον ζητοῦμεν τῷ δις ἀπὸ AE . ἔστι δέ.

ἔστω δὲ τὸ Ξ ἐντὸς τῆς ὑπο ΣEK γωνίας ἢ τῆς
 5 ὑπο ΦET . ἔσται δὴ ὁμοίως διὰ τὴν συναφὴν τῶν λόγων, ὡς τὸ ἀπὸ ΔE πρὸς τὸ ἀπὸ EA , τὸ ὑπὸ $\Pi \Xi N$ πρὸς τὸ ὑπὸ $K \Xi \Theta$. τῷ δὲ ἀπὸ ΔE ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΠMN , τουτέστι τὸ ὑπὸ PNM , τῷ δὲ ἀπο AE ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ $\Lambda \Theta Z$. ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ υπο
 10 PNM πρὸς τὸ ὑπὸ $\Lambda \Theta Z$, οὕτως ἀφαιρεθὲν τὸ ὑπο $\Pi \Xi N$ πρὸς ἀφαιρεθὲν τὸ ὑπὸ $K \Xi \Theta$. καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ $P \Xi M$ πρὸς λοιπὴν τὴν ὑπεροχὴν, ἢ ὑπερέχει το ἀπο AE τοῦ ὑπὸ $K \Xi \Theta$. δεικτέον ἄρα, ὅτι το ὑπὸ $Z \Xi A$ προσλαβὸν τὴν ὑπεροχὴν, ἢ ὑπερ-
 15 ἔχει τὸ ἀπὸ AE τοῦ ὑπὸ $K \Xi \Theta$, ἴσον ἐστὶ τῷ δις ἀπὸ AE . κοινὸν ἀφηρήσθω τὸ ἀπὸ AE , τουτέστι τὸ ὑπὸ $Z \Theta A$. λοιπὸν ἄρα δεικτέον, ὅτι τὸ ὑπὸ $K \Xi \Theta$ μετα τῆς ὑπεροχῆς, ἢ ὑπερέχει τὸ ἀπὸ AE τοῦ ὑπὸ $K \Xi \Theta$, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ AE . ἔστι δέ· τὸ γὰρ ἔλασσον το
 20 ὑπὸ $K \Xi \Theta$ προσλαβὸν τὴν ὑπεροχὴν ἴσον ἐστὶ τῷ μείζονι τῷ ἀπὸ AE .

κε'.

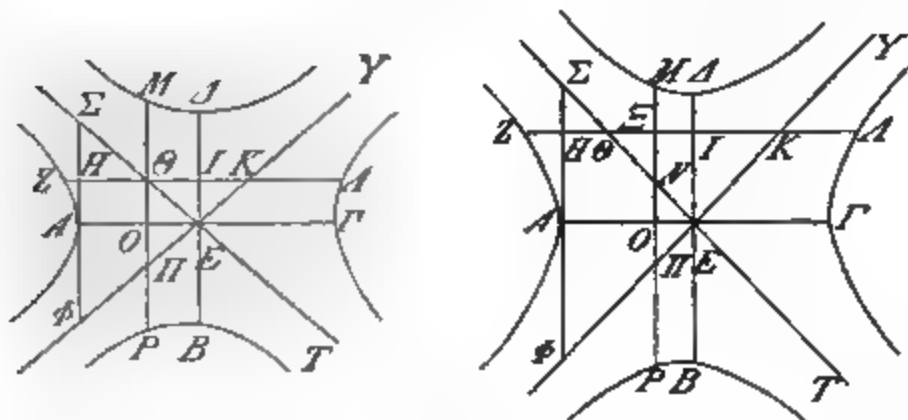
Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἔστω ἡ σύμπτωσις τῶν παραλλήλων ταῖς AG , BA ἐντὸς μιᾶς τῶν A , B το-
 25 μῶν, ὡς ὑπόκειται, κατὰ τὸ Ξ .

λέγω, ὅτι τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν τμημάτων τῆς παραλλήλου τῆς πλαγίας, τουτέστι τὸ ὑπὸ $O \Xi N$, τοῦ πρὸς ὃ λόγον ἔχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν τμημά-

8. τό] (pr.) τῷ V; corr. p. $\Lambda \Theta Z$] $\Theta \Lambda Z$ V; corr. Memus.

9. τό] (pr.) c, τῷ V p. 10. 13. Post $K \Xi \Theta$ add. ἔστιν ὡς

iam uero Ξ intra angulum ΣEK uel ΦET positum sit. itaque eodem modo propter compositionem rationum erit $\Delta E^2 : EA^2 = \Pi \Xi \times \Xi N : K \Xi \times \Xi \Theta$.



est autem $\Pi M \times MN = \Delta E^2$ [II, 11] = $PN \times NM$ [II, 16], et $\Lambda \Theta \times \Theta Z = AE^2$ [II, 11, 16]. itaque est $PN \times NM : \Lambda \Theta \times \Theta Z = \Pi \Xi \times \Xi N : K \Xi \times \Xi \Theta$. quare etiam reliquum [u. Pappi lemma V, 1]

$P \Xi \times \Xi M : AE^2 = K \Xi \times \Xi \Theta = \Delta E^2 : EA^2$
[Eucl. V, 19]. demonstrandum igitur, esse

$$Z \Xi \times \Xi A + (AE^2 \div K \Xi \times \Xi \Theta) = 2 AE^2.$$

auferatur, quod commune est, $AE^2 = Z \Theta \times \Theta A$. itaque reliquum est, ut demonstremus, esse [u. Pappi lemma V, 2] $K \Xi \times \Xi \Theta + (AE^2 \div K \Xi \times \Xi \Theta) = AE^2$. et est; nam $K \Xi \times \Xi \Theta + AE^2 \div K \Xi \times \Xi \Theta = AE^2$.

XXV.

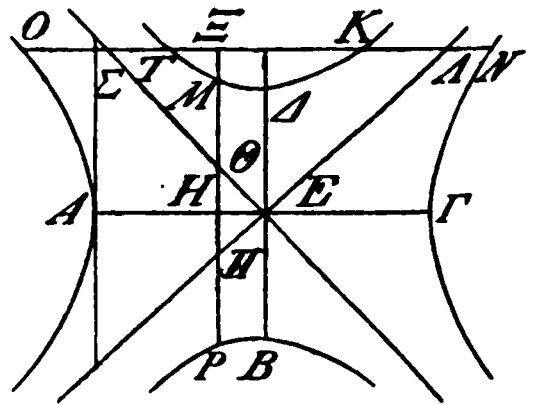
Iisdem suppositis punctum concursus rectarum rectis $A\Gamma$, $B\Delta$ parallelarum intra alterutram sectionum A , B positum sit, sicut infra descriptum est, in Ξ .

dico, rectangulum comprehensum partibus rectae diametro transversae parallelae, hoc est $O \Xi \times \Xi N$,

$\tau\acute{o} \acute{\alpha}\pi\omicron \Delta E \pi\rho\acute{o} \tau\acute{o} \acute{\alpha}\pi\omicron EA$ Halley praesente Commandino.
18. $\tau\acute{o}\upsilon$ — 19. ΔE] bis V; corr. pc.

των τῆς παραλλήλου τῆ ὀρθία, τουτέστι τὸ ὑπὸ $PΞM$, ὄν τὸ ἀπὸ τῆς ὀρθίας πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς πλαγίας, μείζον ἔσται τῷ δις ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς πλαγίας τετραγώνῳ.

διὰ γὰρ τὰ αὐτὰ ἔστιν, ὡς τὸ ἀπὸ $ΔΕ$ πρὸς τὸ
 5 ἀπὸ $ΕΑ$, τὸ ὑπὸ $ΠΞΘ$ πρὸς τὸ ὑπὸ $ΣΞΛ$. ἴσον δὲ
 τὸ μὲν ἀπὸ $ΔΕ$ τῷ ὑπὸ $ΠΜΘ$,
 τὸ δὲ ἀπὸ $ΑΕ$ τῷ ὑπὸ $ΛΟΣ$.
 καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ $ΔΕ$ πρὸς
 τὸ ἀπὸ $ΑΕ$, τὸ ὑπὸ $ΠΜΘ$
 10 πρὸς τὸ ὑπὸ $ΛΟΣ$. καὶ ἐπεὶ
 ἔστιν, ὡς ὅλον τὸ ὑπὸ $ΠΞΘ$
 πρὸς ὅλον τὸ ὑπὸ $ΛΞΣ$,
 οὕτως ἀφαιρεθὲν τὸ ὑπὸ $ΠΜΘ$ πρὸς ἀφαιρεθὲν
 τὸ ὑπὸ $ΛΟΣ$, τουτέστι τὸ ὑπὸ $ΣΤΛ$, καὶ λοιπὸν
 15 ἄρα τὸ ὑπὸ $PΞM$ πρὸς λοιπὸν τὸ ὑπὸ $TΞK$ ἔστιν,
 ὡς τὸ ἀπὸ $ΔΕ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΑΕ$. δεικτέον ἄρα, ὅτι
 τὸ ὑπὸ $OΞN$ τοῦ ὑπὸ $TΞK$ μείζον ἔστι τῷ δις ἀπὸ
 $ΑΕ$. κοινὸν ἀφηγήσθω τὸ ὑπὸ $TΞK$. λοιπὸν ἄρα
 δεικτέον, ὅτι τὸ ὑπὸ OTN ἴσον ἔστι τῷ δις ἀπὸ $ΑΕ$.
 20 ἔστι δέ.



κς'.

Ἐὰν δὲ ἡ κατὰ τὸ $Ξ$ σύμπτωσις τῶν παραλλήλων ἐντὸς
 ἢ μιᾶς τῶν $A, Γ$ τομῶν, ὡς ὑπόκειται, τὸ περιεχόμενον
 ὑπὸ τῶν τμημάτων τῆς παραλλήλου τῆ πλαγία, τουτ-
 25 ἔστι τὸ ὑπὸ $ΛΞΖ$, τοῦ πρὸς ὃ λόγον ἔχει τὸ ὑπὸ τῆς
 ἐτέρας τῶν τμημάτων, τουτέστι τὸ ὑπὸ $PΞH$, ὄν τὸ
 ἀπὸ τῆς ὀρθίας πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς πλαγίας, ἔλασσον
 ἔσται τῷ δις ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς πλαγίας τετραγώνῳ.
 ἐπεὶ γὰρ διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερόν ἔστιν, ὡς τὸ

6. ὑπό] bis V; corr. p. c. 7. τό] τῷ V; corr. p. c. $ΛΟΣ$
 c, corr. ex $ΛΟ, ΟΣ$ m. 1 V. 14. $ΣΤΛ$] $NΣΟ$ V; corr. Halley.

spatio, ad quod rectangulum comprehensum partibus rectae diametro rectae parallelae, hoc est $P\Xi \times \Xi M$, rationem habet, quam quadratum diametri rectae ad quadratum transuersae, maius erit duplo quadrato dimidiae diametri transuersae.

eadem enim de causa est

$$\Delta E^2 : EA^2 = \Pi\Xi \times \Xi\Theta : \Sigma\Xi \times \Xi A.$$

est autem [II, 11] $\Delta E^2 = \Pi M \times M\Theta$, $AE^2 = \Lambda O \times O\Sigma$.
quare etiam $\Delta E^2 : AE^2 = \Pi M \times M\Theta : \Lambda O \times O\Sigma$.
et quoniam est

$$\begin{aligned} \Pi\Xi \times \Theta\Xi : \Lambda\Xi \times \Xi\Sigma &= \Pi M \times M\Theta : \Lambda O \times O\Sigma \\ &= \Pi M \times M\Theta : \Sigma T \times T\Lambda \text{ [II, 22]}, \end{aligned}$$

erit etiam reliquum [II, 16; Pappi lemma IV]

$$\begin{aligned} P\Xi \times \Xi M : T\Xi \times \Xi K & \text{ [u. Pappi lemma V, 2 et II, 8]} \\ &= \Delta E^2 : AE^2 \text{ [Eucl. V, 19]}. \end{aligned}$$

demonstrandum igitur, esse

$$O\Xi \times \Xi N = T\Xi \times \Xi K + 2AE^2.$$

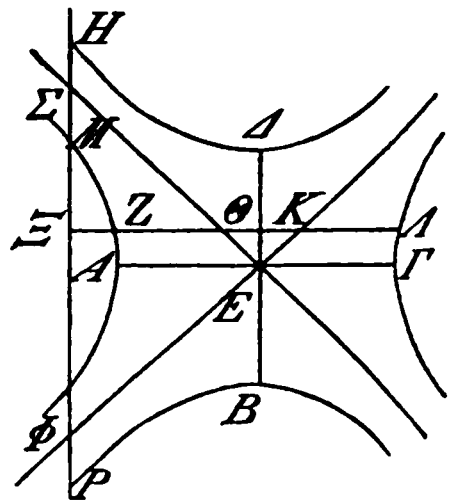
auferatur, quod commune est, $T\Xi \times \Xi K$; reliquum igitur est, ut demonstremus, esse $OT \times TN = 2AE^2$ [II, 8, 16 et Pappi lemma V, 2]. et est [II, 23].

XXVI.

Sin punctum concursus parallelarum Ξ intra alterutram sectionum A, Γ positum est, sicut infra descriptum est, rectangulum comprehensum partibus rectae diametro transuersae parallelae, hoc est $\Lambda\Xi \times \Xi Z$, spatio, ad quod rectangulum comprehensum partibus alterius, hoc est $P\Xi \times \Xi H$, rationem habet, quam quadratum diametri rectae ad quadratum transuersae, minus erit duplo quadrato dimidiae diametri transuersae.

nam quoniam eadem de causa, qua antea, est

ἀπὸ ΔE πρὸς τὸ ἀπο EA , τὸ ὑπὸ $\Phi \Xi \Sigma$ πρὸς τὸ
 ὑπὸ $K \Xi \Theta$, καὶ ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ $P \Xi H$ λόγον ἔχει τὸν
 τοῦ ἀπὸ τῆς ὀρθίας πρὸς τὸ ἀπὸ
 τῆς πλαγίας πρὸς τὸ ὑπὸ $K \Xi \Theta$
 5 μετὰ τοῦ ἀπὸ AE . δεικτέον ἄρα,
 ὅτι τὸ ὑπὸ $\Lambda \Xi Z$ τοῦ ὑπὸ $K \Xi \Theta$
 μετὰ τοῦ ἀπὸ AE ἔλασσόν ἐστι
 τῷ δις ἀπὸ AE .



κοινὸν ἀφηγήσθω τὸ ἀπὸ AE .
 10 λοιπὸν ἄρα δεικτέον, ὅτι τὸ ὑπὸ
 $\Lambda \Xi Z$ τοῦ ὑπὸ $K \Xi \Theta$ ἔλασσόν ἐστι τῷ ἀπὸ AE , τουτ-
 ἐστι τῷ ὑπὸ $\Lambda \Theta Z$. ἔστι δέ· τὸ γὰρ ὑπὸ $\Lambda \Theta Z$ μετὰ τοῦ
 ὑπὸ $\Lambda \Xi Z$ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ $K \Xi \Theta$.

κζ'.

15 Ἐὰν ἑλλείψεως ἢ κύκλου περιφερείας συζυγεῖς διά-
 μετροὶ ἀχθῶσι, καὶ λέγεται αὐτῶν ἢ μὲν ὀρθία, ἢ δὲ
 πλαγία, καὶ παρ' αὐτὰς ἀχθῶσι δύο εὐθεῖαι συμ-
 πίπτουσαι ἀλλήλαις καὶ τῇ γραμμῇ, τὰ ἀπὸ τῶν ἀπο-
 λαμβανομένων εὐθειῶν ἐπ' εὐθείας τῆς παρὰ τὴν
 20 πλαγίαν ἠγμένης μεταξὺ τῆς συμπτώσεως τῶν εὐθειῶν
 καὶ τῆς γραμμῆς τετράγωνα προσλαβόντα τὰ ἀπὸ τῶν
 ἀπολαμβανομένων εὐθειῶν ἐπ' εὐθείας τῆς παρὰ τὴν
 ὀρθίαν ἠγμένης μεταξὺ τῆς συμπτώσεως τῶν εὐθειῶν
 καὶ τῆς γραμμῆς ὅμοια καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα εἶδη
 25 τῷ ὑποκειμένῳ εἶδει πρὸς τῇ ὀρθίᾳ διαμέτρῳ ἴσα ἔσται
 τῷ ἀπὸ τῆς πλαγίας διαμέτρου τετραγώνῳ.

ἔστω γὰρ ἑλλειψις ἢ κύκλου περιφέρεια ἡ $AB\Gamma\Delta$,
 ἧς κέντρον τὸ E , καὶ ἠχθῶσαν αὐτῆς δύο συζυγεῖς

3. τοῦ ἀπό] ἀπὸ τοῦ V; corr. p. 6. $\Lambda \Xi Z$] c, corr. ex
 $\Lambda \Xi \Theta$ m. 1 V. 11. τῷ] pc, mutat. in τοῦ m. 1 V; τοῦ v.
 25. διαμέτρῳ] μέτρῳ V; corr. p.

$\Delta E^2 : EA^2 = \Phi \Xi \times \Xi \Sigma : K \Xi \times \Xi \Theta$, erit etiam totum
[u. Pappi lemma V, 2, coll. II, 11, 16]

$P \Xi \times \Xi H : K \Xi \times \Xi \Theta + AE^2 = \Delta E^2 : EA^2$ [Eucl. V, 12].

demonstrandum igitur, esse

$$\Lambda \Xi \times \Xi Z + 2 AE^2 = K \Xi \times \Xi \Theta + AE^2.$$

auferatur, quod commune est, AE^2 ; itaque reliquum est, ut demonstramus, esse

$$\Lambda \Xi \times \Xi Z + AE^2 = K \Xi \times \Xi \Theta,$$

hoc est [II, 11, 16] $\Lambda \Xi \times \Xi Z = K \Xi \times \Xi \Theta - \Lambda \Theta \times \Theta Z$.

et est; nam $\Lambda \Theta \times \Theta Z + \Lambda \Xi \times \Xi Z = K \Xi \times \Xi \Theta$
[u. Pappi lemma IV, coll. II, 16].

XXVII.

Si ellipsis uel ambitus circuli diametri coniugatae ducuntur, et altera earum diametrus recta sumitur, altera transuersa, iisque parallelae duae rectae ducuntur inter se et cum linea concurrentes, quadrata rectarum in recta diametro transuersae parallela ducta inter punctum concursus rectarum lineamque abscisarum adsumptis figuris descriptis in rectis in recta diametro rectae parallela ducta inter punctum concursus rectarum lineamque abscisis, quae figurae similes similiterque descriptae sunt figurae ad diametrum rectam suppositae, aequalia erunt quadrato diametri transuersae.

sit enim ellipsis uel ambitus circuli $AB\Gamma\Delta$, cuius centrum sit E , et ducantur duae eius diametri coniugatae, recta $AE\Gamma$, transuersa autem $BE\Delta$, rectisque $A\Gamma$, $B\Delta$ parallelae ducantur $NZH\Theta$, $KZ\Lambda M$. dico, $NZ^2 + Z\Theta^2$ adsumptis figuris in KZ , ZM similibus

διάμετροι, ὀρθία μὲν ἡ $ΑΕΓ$, πλαγία δὲ ἡ $ΒΕΔ$, καὶ παρὰ τὰς $ΑΓ$, $ΒΔ$ ἤχθωσαν αἱ NZ , $ΖΘ$, KZ , $ΛΜ$. λέγω, ὅτι τὰ ἀπὸ τῶν NZ , $ΖΘ$ τετράγωνα προσλαμβάνοντα τὰ ἀπὸ τῶν KZ , ZM εἶδη ὅμοια καὶ ὁμοίως ἀναγε-
 5 γραμμένα τῷ πρὸς τῆ $ΑΓ$ εἶδει ἴσα ἔσται τῷ ἀπὸ τῆς $ΒΔ$ τετραγώνῳ.

ἤχθω ἀπὸ τοῦ N παρὰ τὴν $ΑΕ$ ἡ $NΞ$. τεταγμέ-
 νως ἄρα κατῆκται ἐπὶ τὴν $ΒΔ$. καὶ ἔστω ὀρθία ἡ $ΒΠ$.
 ἐπεὶ οὖν ἔστιν, ὡς ἡ $ΒΠ$ πρὸς $ΑΓ$, ἡ $ΑΓ$ πρὸς $ΒΔ$,
 10 καὶ ὡς ἄρα ἡ $ΒΠ$ πρὸς $ΒΔ$, τὸ ἀπὸ $ΑΓ$ πρὸς τὸ
 ἀπὸ $ΒΔ$. τὸ δὲ ἀπὸ $ΒΔ$ ἴσον ἔστι τῷ πρὸς τῆ
 $ΑΓ$ εἶδει. ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ $ΒΠ$ πρὸς $ΒΔ$, τὸ ἀπὸ
 $ΑΓ$ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ $ΑΓ$ εἶδος. ὡς δὲ τὸ
 ἀπὸ $ΑΓ$ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ $ΑΓ$ εἶδος, τὸ
 15 ἀπὸ $NΞ$ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ $NΞ$ εἶδος ὅμοιον
 τῷ πρὸς τῆ $ΑΓ$ εἶδει. καὶ ὡς ἄρα ἡ $ΠΒ$ πρὸς $ΒΔ$,
 τὸ ἀπὸ $NΞ$ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ $NΞ$ εἶδος
 ὅμοιον τῷ πρὸς τῆ $ΑΓ$ εἶδει. ἔστι δὲ καί, ὡς ἡ
 $ΠΒ$ πρὸς $ΒΔ$, τὸ ἀπὸ $NΞ$ πρὸς τὸ ὑπὸ $ΒΞΔ$. ἴσον
 20 ἄρα ἔστι τὸ ἀπὸ $NΞ$ εἶδος, τουτέστι τὸ ἀπὸ $ZΛ$,
 ὅμοιον τῷ πρὸς τῆ $ΑΓ$ εἶδει, τῷ ὑπὸ $ΒΞΔ$. ὁμοίως
 δὴ δείξομεν, ὅτι τὸ ἀπὸ $ΚΛ$ εἶδος ὅμοιον τῷ πρὸς
 τῆ $ΑΓ$ εἶδει ἴσον ἔστι τῷ ὑπὸ $ΒΛΔ$. καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα
 ἡ $NΘ$ τέτμηται εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ H , εἰς δὲ ἄνισα
 25 κατὰ τὸ Z , τὰ ἀπὸ τῶν $ΘΖ$, ZN τετράγωνα διπλάσιά
 εἰσι τῶν ἀπὸ $ΘH$, HZ , τουτέστι τῶν ἀπὸ NH , HZ .
 διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὰ ἀπὸ MZ , ZK τετράγωνα δι-
 πλάσιά ἔστι τῶν ἀπὸ $ΚΛΖ$ τετραγώνων, καὶ τὰ ἀπὸ

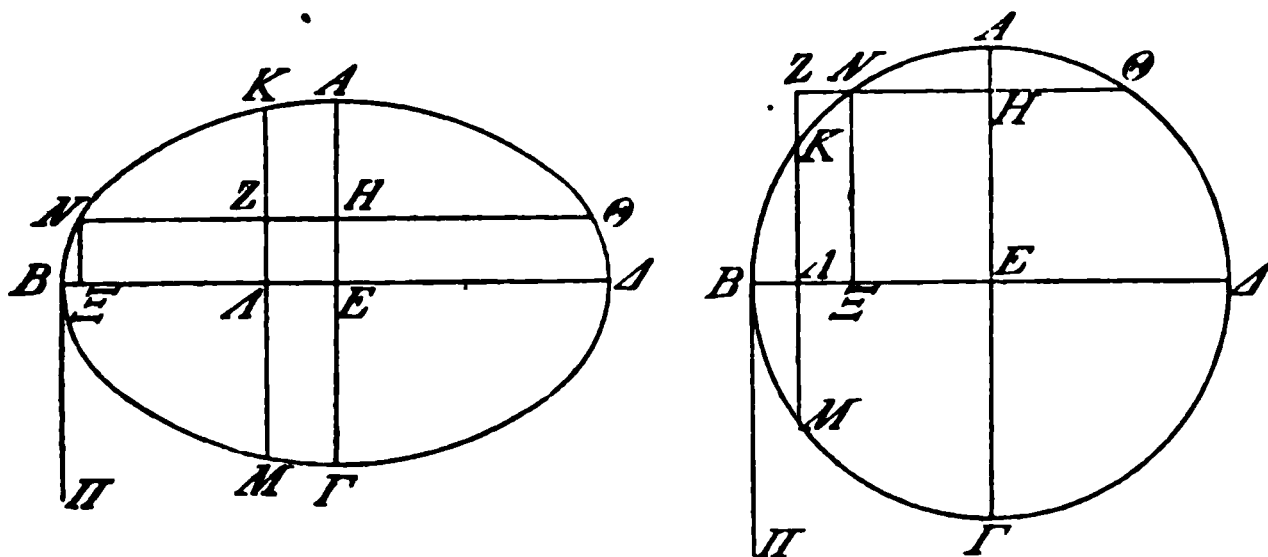
3. NZ] p, corr. ex $NΞ$ m. 1 V. 13. τό] (pr.) om. V;
 corr. p. 17. $NΞ$] (alt.) pc, corr. ex NZ m. 1 V. 26. τῶν]
 (pr.) pc, corr. ex τῷ m. 1 V.

similiterque descriptis figurae ad $A\Gamma$ adplicatae esse $= B\Delta^2$.

ducatur ab N rectae AE parallela $N\xi$; ea igitur ad $B\Delta$ ordinate ducta est [I def. 6]. et latus rectum sit $B\Pi$. iam quoniam est [I def. alt. 3]

$$B\Pi : A\Gamma = A\Gamma : B\Delta,$$

erit etiam $B\Pi : B\Delta = A\Gamma^2 : B\Delta^2$ [Eucl. V def. 9]. uerum $B\Delta^2$ figurae ad $A\Gamma$ adplicatae aequale est [I, 15]. itaque ut $B\Pi : B\Delta$, ita $A\Gamma^2$ ad figuram



ad $A\Gamma$ adplicatam. uerum ut $A\Gamma^2$ ad figuram ad $A\Gamma$ adplicatam, ita $N\xi^2$ ad figuram ad $N\xi$ adplicatam figurae ad $A\Gamma$ adplicatae similem [Eucl. VI, 22]. quare etiam, ut $\Pi B : B\Delta$, ita $N\xi^2$ ad figuram ad $N\xi$ adplicatam figurae ad $A\Gamma$ adplicatae similem. uerum etiam [I, 21] $\Pi B : B\Delta = N\xi^2 : B\xi \times \xi\Delta$. itaque [Eucl. V, 9] figura ad $N\xi$, hoc est [Eucl. I, 34] ad $Z\Lambda$, adplicata figurae ad $A\Gamma$ adplicatae similis aequalis est rectangulo $B\xi \times \xi\Delta$. iam similiter demonstrabimus, figuram ad $K\Lambda$ adplicatam figurae ad $A\Gamma$ adplicatae similem aequalem esse rectangulo $B\Lambda \times \Lambda\Delta$. et quoniam recta $N\Theta$ in H in partes aequales [I def. 6], in Z autem in inaequales secta est,

MZK εἶδη ὅμοια τῷ πρὸς τῇ $ΑΓ$ εἶδει διπλάσιά ἐστι
 τῶν ἀπὸ $KΛZ$ ὁμοίων εἰδῶν. ἴσα δὲ ἐστι τὰ μὲν
 ἀπὸ $KΛZ$ εἶδη τοῖς ὑπὸ $BΞΔ$, $BΛΔ$, τὰ δὲ ἀπὸ NHZ
 τετράγωνα τοῖς ἀπὸ $ΞΕΛ$. τὰ ἄρα ἀπὸ NZ Ⓣ τετρά-
 5 γωνα μετὰ τῶν ἀπὸ KZM εἰδῶν ὁμοίων τῷ πρὸς τῇ
 $ΑΓ$ εἶδει διπλάσιά ἐστι τῶν ὑπὸ $BΞΔ$, $BΛΔ$ καὶ
 τῶν ἀπὸ $ΞΕΛ$. καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ $BΔ$ τέτμηται εἰς
 μὲν ἴσα κατὰ τὸ E , εἰς δὲ ἄνισα κατὰ τὸ $Ξ$, τὸ ὑπὸ
 $BΞΔ$ μετὰ τοῦ ἀπὸ $ΞΕ$ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ BE . ὁμοίως
 10 δὲ καὶ τὸ ὑπὸ $BΛΔ$ μετὰ τοῦ ἀπὸ $ΛΕ$ ἴσον ἐστὶ τῷ
 ἀπὸ BE . ὥστε τὰ ὑπὸ $BΞΔ$ καὶ ὑπὸ $BΛΔ$ καὶ τὰ
 ἀπὸ $ΞΕ$, $ΛΕ$ ἴσα ἐστὶ τῷ δις ἀπὸ BE . τὰ ἄρα ἀπὸ
 NZ Ⓣ τετράγωνα μετὰ τῶν ἀπὸ KZM εἰδῶν ὁμοίων
 τῷ πρὸς τῇ $ΓΑ$ εἶδει διπλάσιά ἐστι τοῦ δις ἀπὸ BE .
 15 ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ἀπὸ $BΔ$ διπλάσιον τοῦ δις ἀπὸ BE .
 τὰ ἄρα ἀπὸ NZ Ⓣ τετράγωνα προσλαβόντα τὰ ἀπὸ
 KZM εἶδη ὅμοια τῷ πρὸς τῇ $ΑΓ$ εἶδει ἴσα ἐστὶ τῷ
 ἀπὸ $BΔ$.

κη'.

20 Ἐὰν ἐν ταῖς κατὰ συζυγίαν ἀντικειμέναις συζυγεῖς
 διάμετροι ἀχθῶσι, καὶ λέγηται αὐτῶν ἡ μὲν ὀρθία,
 ἡ δὲ πλαγία, ἀχθῶσι δὲ παρ' αὐτὰς δύο εὐθεῖαι συμ-
 πίπτουσαι ἀλλήλαις καὶ ταῖς τομαῖς, τὰ ἀπὸ τῶν λαμ-
 βανομένων εὐθειῶν ἐπ' εὐθείας τῆς παρὰ τὴν ὀρθίαν
 25 ἡγμένης μεταξὺ τῆς συμπτώσεως τῶν εὐθειῶν καὶ τῶν
 τομῶν τετράγωνα πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν ἀπολαμβανομένων
 εὐθειῶν ἐπ' εὐθείας τῆς παρὰ τὴν πλαγίαν ἡγμένης
 μεταξὺ τῆς συμπτώσεως τῶν εὐθειῶν καὶ τῶν τομῶν

9. μετά] pc, μ e corr. m. 1 V. 10. δέ] δὴ Halley. 23.
 ἀπολαμβανομένων Halley. 26. τά] τό V; corr. p. 27. ἡγ-
 μένης] τῆς ἡγμένης V; corr. p.

erit [Eucl. II, 9]

$$\Theta Z^2 + ZN^2 = 2(\Theta H^2 + HZ^2) = 2(NH^2 + HZ^2).$$

eadem de causa erit etiam

$$MZ^2 + ZK^2 = 2(KA^2 + AZ^2),$$

et figurae in MZ , ZK descriptae figurae in $A\Gamma$ descriptae similes duplo maiores sunt figuris in KA , AZ similibus descriptis [Eucl. VI, 22]. uerum figurae in KA , AZ descriptae rectangulis $B\Xi \times \Xi\Delta$, $B\Lambda \times \Lambda\Delta$ aequales sunt, et $NH^2 + HZ^2 = \Xi E^2 + E\Lambda^2$ [Eucl. I, 34]; itaque $NZ^2 + Z\Theta^2$ cum figuris in KZ , ZM figurae ad $A\Gamma$ adplicatae similibus descriptis duplo maiora sunt quam $B\Xi \times \Xi\Delta + B\Lambda \times \Lambda\Delta + \Xi E^2 + E\Lambda^2$. et quoniam recta $B\Delta$ in E in partes aequales, in Ξ autem in partes inaequales secta est, erit [Eucl. II, 5] $B\Xi \times \Xi\Delta + \Xi E^2 = BE^2$. et eodem modo

$$B\Lambda \times \Lambda\Delta + \Lambda E^2 = BE^2.$$

quare erit

$$B\Xi \times \Xi\Delta + B\Lambda \times \Lambda\Delta + \Xi E^2 + \Lambda E^2 = 2BE^2.$$

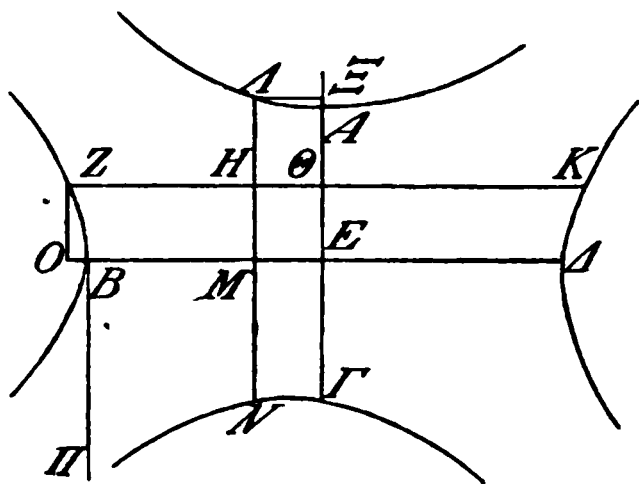
itaque $NZ^2 + Z\Theta^2$ cum figuris in KZ , ZM figurae ad ΓA adplicatae similibus descriptis aequalia sunt $4BE^2$. uerum etiam $B\Delta^2 = 4BE^2$. itaque $NZ^2 + Z\Theta^2$ adsumptis figuris in KZ , ZM figurae ad $A\Gamma$ adplicatae similibus descriptis quadrato $B\Delta^2$ aequalia sunt.

XXVIII.

Si in oppositis coniugatis diametri coniugatae ducuntur, et altera earum diametrus recta sumitur, altera transuersa, iisque parallelae duae rectae ducuntur inter se et cum sectionibus concurrentes, quadrata rectarum in recta diametro rectae parallela ducta inter punctum concursus rectarum sectionesque sumptarum ad qua-

τετράγωνα λόγον ἔχουσιν, ὄν τὸ ἀπὸ τῆς ὀρθίας τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς πλαγίας τετράγωνον.

ἔστωσαν κατὰ συζυγίαν ἀντικείμεναι αἱ A, B, Γ, Δ ,
 διάμετροι δὲ αὐτῶν ὀρθία μὲν ἡ $AE\Gamma$, πλαγία δὲ ἡ
 5 $BE\Delta$, καὶ παρ' αὐτάς ἤχθωσαν αἱ $ZH\Theta K, \Lambda HMN$
 τέμνουσαι ἀλλήλας καὶ
 τὰς τομάς. λέγω, ὅτι τὰ
 ἀπὸ τῶν ΛHN τετρά-
 γωνα πρὸς τὰ ἀπὸ ZHK
 10 λόγον ἔχει, ὄν τὸ ἀπὸ τῆς
 $A\Gamma$ πρὸς τὸ ἀπὸ $B\Delta$.



ἤχθωσαν γὰρ ἀπὸ
 τῶν Z, Λ τεταγμένως αἱ
 $\Lambda \Xi, ZO$. παράλληλοι ἄρα εἰσὶ ταῖς $A\Gamma, B\Delta$. ἀπὸ
 15 δὲ τοῦ B ἤχθω ἡ ὀρθία τῆς $B\Delta$ ἡ $B\Pi$. φανερόν
 δὴ, ὅτι ἐστίν, ὡς ἡ ΠB πρὸς $B\Delta$, τὸ ἀπὸ $A\Gamma$ πρὸς
 τὸ ἀπὸ $B\Delta$ καὶ τὸ ἀπὸ AE πρὸς τὸ ἀπὸ EB καὶ
 τὸ ἀπὸ ZO πρὸς τὸ ὑπὸ $BO\Delta$ καὶ τὸ ὑπὸ $\Gamma \Xi A$
 πρὸς τὸ ἀπὸ $\Lambda \Xi$. ἐστίν ἄρα, ὡς ἐν τῶν ἠγουμένων
 20 πρὸς ἐν τῶν ἐπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἠγούμενα
 πρὸς ἅπαντα τὰ ἐπόμενα· ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ $A\Gamma$ πρὸς
 τὸ ἀπὸ $B\Delta$, τὸ ὑπὸ $\Gamma \Xi A$ μετὰ τοῦ ἀπὸ AE καὶ τοῦ
 ἀπὸ OZ , τουτέστι τοῦ ἀπὸ $E\Theta$, πρὸς τὸ ὑπὸ ΔOB
 μετὰ τοῦ ἀπὸ BE καὶ τοῦ ἀπὸ $\Lambda \Xi$, τουτέστι τοῦ ἀπὸ
 25 ME . ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ $\Gamma \Xi A$ μετὰ τοῦ ἀπὸ AE ἴσον
 ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΞE , τὸ δὲ ὑπὸ ΔOB μετὰ τοῦ ἀπὸ BE
 ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ OE . ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ $A\Gamma$ πρὸς τὸ
 ἀπὸ $B\Delta$, τὰ ἀπὸ $\Xi E\Theta$ πρὸς τὰ ἀπὸ OEM , τουτέστι
 τὰ ἀπὸ ΛMH πρὸς τὰ ἀπὸ $Z\Theta H$. καὶ ἐστὶ τῶν μὲν

5. $BE\Delta$] $AE\Delta$ V; corr. p. ΛHMN] $H\Lambda MN$ V;
 corr. p. 14. $A\Gamma, B\Delta$] $AB, \Gamma\Delta$ V; corr. p. 19. $\Lambda \Xi$] p;

drata rectarum in recta diametro transuersae parallela ducta inter punctum concursus rectarum sectionesque abscisarum eam rationem habent, quam quadratum diametri rectae ad quadratum diametri transuersae.

sint oppositae coniugatae A, B, Γ, Δ , diametri autem earum recta $AE\Gamma$, transuersa $BE\Delta$, iisque parallelae ducantur $ZH\Theta K$, ΛHMN inter se sectionesque secantes. dico, esse

$$\Lambda H^2 + HN^2 : ZH^2 + HK^2 = A\Gamma^2 : B\Delta^2.$$

ducantur enim a Z, Λ ordinate ΛE , ZO ; eae igitur rectis $A\Gamma, B\Delta$ parallelae erunt [I def. 6]. a B autem latus rectum transuersi lateris $B\Delta$ ducatur $B\Pi$. manifestum igitur, esse

$$\begin{aligned} \Pi B : B\Delta &= A\Gamma^2 : B\Delta^2 \text{ [I def. alt. 3; Eucl. V def. 9]} \\ &= AE^2 : EB^2 \text{ [Eucl. V, 15]} = ZO^2 : BO \times O\Delta \text{ [I, 21]} \\ &= \Gamma E \times EA : \Lambda E^2 \text{ [I, 56]}. \end{aligned}$$

itaque, ut unum praecedentium ad unum sequentium, ita omnia praecedentia ad omnia sequentia [Eucl. V, 12]; quare erit

$$\begin{aligned} &A\Gamma^2 : B\Delta^2 \\ &= \Gamma E \times EA + AE^2 + OZ^2 : \Delta O \times OB + BE^2 + \Lambda E^2 \\ &= \Gamma E \times EA + AE^2 + E\Theta^2 : \Delta O \times OB + BE^2 + ME^2 \\ &\text{[Eucl. I, 34]. est autem} \\ &\Gamma E \times EA + AE^2 = EE^2, \Delta O \times OB + BE^2 = OE^2 \\ &\text{[Eucl. II, 6]; itaque} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A\Gamma^2 : B\Delta^2 &= EE^2 + E\Theta^2 : OE^2 + EM^2 \\ &= \Lambda M^2 + MH^2 : Z\Theta^2 + \Theta H^2 \text{ [Eucl. I, 34]}. \end{aligned}$$

λόγον ἔχει, ὄν τὸ ἀπο $ΑΓ$ πρὸς τὸ ἀπο $ΒΔ$ · καὶ τὰ ἀπὸ $ΞΗΘ$ ἄρα μετα τοῦ δις ἀπὸ $ΕΑ$ πρὸς τὰ ἀπο $ΖΗΚ$ λόγον ἔχει, ὄν τὸ ἀπὸ $ΑΓ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΒΔ$.

λ'.

δ Ἐὰν ὑπερβολῆς δύο εὐθεῖαι ἐφαπτόμεναι συμπίπτωσι, καὶ διὰ μὲν τῶν ἀφῶν εὐθεῖα ἐκβληθῆ, διὰ δὲ τῆς συμπτώσεως ἀχθῆ εὐθεῖα παρά τινα τῶν ἀσυμπτῶτων τέμνουσα τὴν τε τομὴν καὶ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιξευγνύουσαν, ἢ μεταξὺ τῆς συμπτώσεως καὶ τῆς τὰς ἀφὰς ἐπιξευγνυούσης δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τῆς τομῆς.

ἔστω ὑπερβολὴ ἢ $ΑΒΓ$, καὶ ἐφαπτόμεναι μὲν αἱ $ΑΔΓ$, ἀσύμπτωτοι δὲ αἱ $ΕΖΗ$, καὶ ἐπεξεύχθω ἢ $ΑΓ$, καὶ διὰ τοῦ $Δ$ παρά τὴν $ΖΕ$ ἤχθω ἢ $ΔΚΑ$. λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἢ $ΔΚ$ τῇ $ΚΑ$.

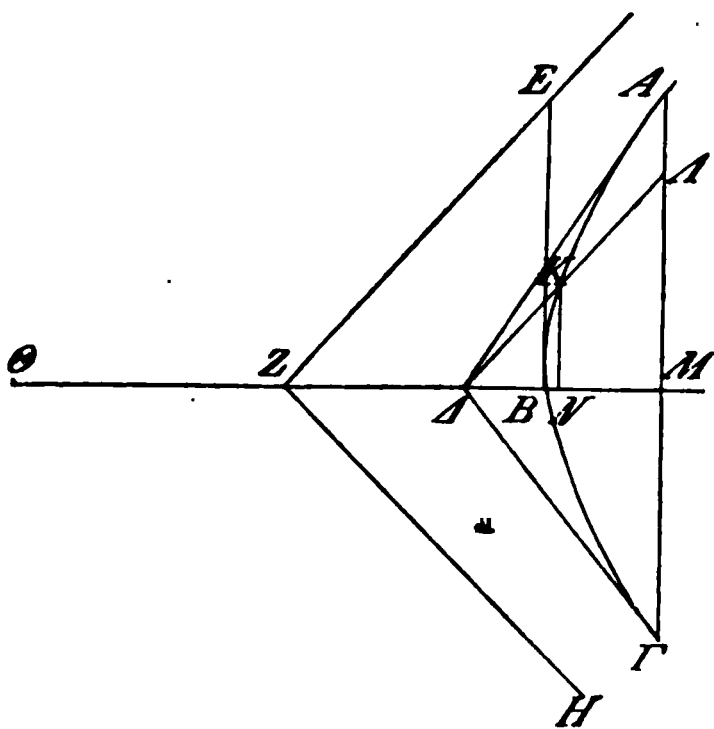
15 ἐπεξεύχθω γὰρ ἢ $ΖΔΒΜ$ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐφ' ἑκάτερα, καὶ κείσθω τῇ $ΒΖ$ ἴση ἢ $ΖΘ$, καὶ διὰ τῶν $Β, Κ$ σημείων παρά τὴν $ΑΓ$ ἤχθωσαν αἱ $ΒΕ, ΚΝ$. τεταγμένως ἄρα κατηγμέναι εἰσί. καὶ ἐπεὶ ὁμοίον ἐστὶ το $ΒΕΖ$ τρίγωνον τῷ $ΔΝΚ$, ἐστὶν ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ $ΔΝ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΝΚ$, τὸ ἀπὸ $ΒΖ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΒΕ$. ὡς δὲ τὸ ἀπὸ $ΒΖ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΒΕ$, οὕτως ἢ $ΘΒ$ πρὸς τὴν ὀρθίαν· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ $ΔΝ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΝΚ$, ἢ $ΘΒ$ πρὸς τὴν ὀρθίαν. ἀλλ' ὡς ἢ $ΘΒ$ πρὸς τὴν ὀρθίαν, οὕτως τὸ ὑπὸ $ΘΝΒ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΝΚ$.
25 καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ $ΔΝ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΝΚ$, τὸ ὑπὸ $ΘΝΒ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΝΚ$. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ $ΘΝΒ$ τῷ ἀπὸ $ΔΝ$. ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ὑπὸ $ΜΖΔ$ ἴσον τῷ ἀπὸ

3. ἀπ() (alt.) om. V; corr. p. 13. ΖΕ] ΖΗ V; corr. Comm. (ef). 23. ἀλλ' — 24. ὀρθίαν] om. V; corr. Memus.

uerum $AH^2 + HN^2 : ZH^2 + HK^2 = A\Gamma^2 : B\Delta^2$
 [prop. XXVIII]; quare etiam
 $\Xi H^2 + HO^2 + 2EA^2 : ZH^2 + HK^2 = A\Gamma^2 : B\Delta^2$.

XXX.

Si duae rectae hyperbolam contingentes concurrunt, et per puncta contactus recta ducitur, per punctum concursus autem recta alterutri asymptotarum parallela ducitur secans et sectionem et rectam puncta contactus coniungentem, recta inter punctum concursus rectamque puncta contactus coniungentem posita a sectione in duas partes aequales secabitur.



sit hyperbola $AB\Gamma$
 et contingentes $A\Delta$,
 $\Delta\Gamma$, asymptotae autem
 EZ , ZH , ducaturque
 $A\Gamma$, et per Δ rectae
 ZH parallela ducatur
 $\Delta K\Lambda$. dico, esse

$$\Delta K = K\Lambda.$$

ducatur enim $Z\Delta BM$
 et in utramque partem
 producat, ponaturque
 $Z\Theta \perp A\Gamma$, per puncta

B , K autem rectae $A\Gamma$ parallelae ducantur BE , KN ;
 eae igitur ordinate ductae sunt [I def. 4]. et quoniam
 trianguli BEZ , ΔNK similes sunt [Eucl. I, 29], erit

$$\Delta N^2 : NK^2 = BZ^2 : BE^2 \text{ [Eucl. VI, 4].}$$

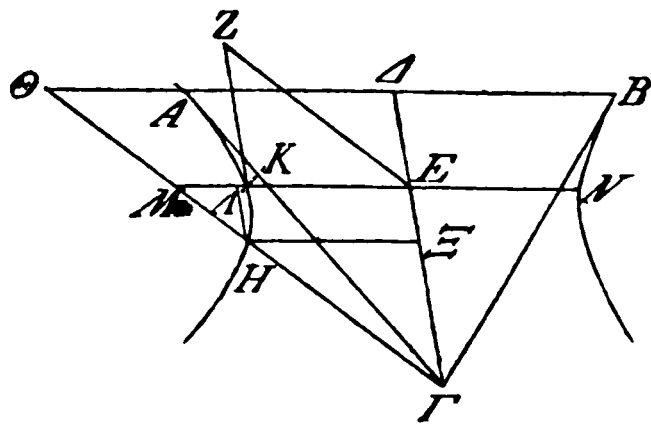
uerum ut $BZ^2 : BE^2$, ita ΘB ad latus rectum [II, 1];
 itaque etiam, ut $\Delta N^2 : NK^2$, ita ΘB ad latus rectum.
 est autem, ut ΘB ad latus rectum, ita $\Theta N \times NB : NK^2$

ZB , διότι ἡ μὲν $A\Delta$ ἐφάπτεται, ἡ δὲ AM κατῆκται· ὥστε καὶ τὸ ὑπὸ ΘNB μετὰ τοῦ ἀπὸ ZB ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ $MZ\Delta$ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΔN . τὸ δὲ ὑπὸ ΘNB μετὰ τοῦ ἀπὸ ZB ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ZN · καὶ τὸ ὑπὸ $MZ\Delta$ ἄρα μετὰ τοῦ ἀπὸ ΔN ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ZN . ἡ ἄρα ΔM δίχα τέτμηται κατὰ τὸ N προσκειμένην ἔχουσα τὴν ΔZ . καὶ παράλληλοι εἰσιν αἱ KN , ΔM · ἴση ἄρα ἡ ΔK τῇ KA .

λα'.

10 Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐφαπτόμεναι συμπίπτωσι, καὶ διὰ μὲν τῶν ἀφῶν εὐθεῖα ἐκβληθῆ, διὰ δὲ τῆς συμπτώσεως ἀχθῆ εὐθεῖα παρὰ τὴν ἀσύμπτωτον τέμνουσα τὴν τε τομὴν καὶ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιξενγνύουσαν, ἡ μεταξὺ τῆς συμπτώσεως καὶ τῆς τὰς ἀφὰς ἐπιξενγνυούσης δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τῆς τομῆς.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι αἱ A, B , ἐφαπτόμεναι δὲ αἱ AGB , καὶ ἐπιξενχθεῖσα ἡ AB ἐκβεβλήσθω, ἀσύμπτωτος δὲ ἔστω ἡ ZE , καὶ διὰ τοῦ Γ παρὰ τὴν ZE ἤχθω Θ ἡ $\Gamma H\Theta$. λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΓH τῇ $H\Theta$.



ἔπεξεύχθω ἡ ΓE καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Δ , καὶ διὰ τῶν E, H παρὰ τὴν AB ἤχθωσαν ἡ $NEKM$ καὶ ἡ $H\Xi$, διὰ δὲ τῶν H, K παρὰ τὴν $\Gamma\Delta$ αἱ KZ, HA .

ἐπεὶ ὁμοίον ἐστὶ τὸ KZE τῷ $M\Delta H$, ἔστιν, ὡς τὸ ἀπὸ KE πρὸς τὸ ἀπὸ KZ , το ἀπο $M\Delta$ πρὸς το ἀπὸ

17. AGB] AGV ; corr. p (AG, BV). 19. Γ] ΓA V; corr. p. 25. $NEKM$] $EK MN$ V; corr. Halley. 28. τό] (tert.) om. V (in fine lineae); corr. p.

[I, 21]; quare etiam $\Delta N^2 : NK^2 = \odot N \times NB : NK^2$.
 quare $\odot N \times NB = \Delta N^2$ [Eucl. V, 9]. est autem
 etiam $MZ \times Z\Delta = ZB^2$ [I, 37], quia $A\Delta$ contingit,
 AM autem ordinate ducta est. itaque etiam

$$\odot N \times NB + ZB^2 = MZ \times Z\Delta + \Delta N^2.$$

uerum $\odot N \times NB + ZB^2 = ZN^2$ [Eucl. II, 6]; quare
 etiam $MZ \times Z\Delta + \Delta N^2 = ZN^2$; itaque ΔM in N
 in duas partes aequales secta est adiectam habens ΔZ
 [Eucl. II, 6]. et KN , AM parallelae sunt; ergo
 [Eucl. VI, 2] $\Delta K = KA$.

XXXI.

Si duae rectae sectiones oppositas contingentes concurrunt, et per puncta contactus recta ducitur, per punctum concursus autem recta asymptotae parallela ducitur secans et sectionem et rectam puncta contactus coniungentem, recta inter punctum concursus rectamque puncta contactus coniungentem posita a sectione in duas partes aequales secabitur.

sint oppositae A, B , contingentes autem $A\Gamma, \Gamma B$,
 et ducta AB producat, asymptota autem sit ZE ,
 et per Γ rectae ZE parallela ducatur $\Gamma H\odot$. dico,
 esse $\Gamma H = H\odot$.

ducatur ΓE et ad Δ producat, per E, H autem
 rectae AB parallelae ducantur $NEKM, H\Xi$ et per
 H, K rectae $\Gamma\Delta$ parallelae KZ, HA .

quoniam KZE, MAH similes sunt [Eucl. I, 29],
 erit $KE^2 : KZ^2 = MA^2 : AH^2$ [Eucl. VI, 4]. demon-
 strauimus autem [prop. XXX ex II, 1 et I, 21], esse
 $EK^2 : KZ^2 = NA \times AK : AH^2$. itaque [Eucl. V, 9]
 $NA \times AK = MA^2$. commune adiiciatur KE^2 ; itaque

$ΛΗ$. ὡς δὲ τὸ ἀπὸ $ΕΚ$ πρὸς τὸ ἀπο $ΚΖ$, δέδεικται
 τὸ ὑπὸ $ΝΛΚ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΛΗ$. ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ
 $ΝΛΚ$ τῷ ἀπὸ $ΜΛ$. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπο $ΚΕ$.
 τὸ ἄρα ὑπὸ $ΝΛΚ$ μετὰ τοῦ ἀπὸ $ΚΕ$, τουτέστι τὸ ἀπὸ
 5 $ΛΕ$, τουτέστι τὸ ἀπὸ $ΗΞ$, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ $ΜΛ$, $ΚΕ$.
 ὡς δὲ τὸ ἀπὸ $ΗΞ$ πρὸς τὰ ἀπὸ $ΜΛ$, $ΚΕ$, οὕτως τὸ
 ἀπὸ $ΞΓ$ πρὸς τὰ ἀπὸ $ΛΗ$, $ΚΖ$. ἴσον ἄρα τὸ ἀπὸ $ΞΓ$
 τοῖς ἀπὸ $ΗΛ$, $ΚΖ$. ἴσον δὲ τὸ μὲν ἀπὸ $ΛΗ$ τῷ ἀπὸ
 $ΞΕ$, τὸ δὲ ἀπὸ $ΚΖ$ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς δευτέρας
 10 διαμέτρου, τουτέστι τῷ ὑπο $ΓΕΔ$. το ἄρα ἀπὸ $ΓΞ$
 ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ $ΞΕ$ καὶ τῷ ὑπὸ $ΓΕΔ$. ἡ ἄρα
 $ΓΔ$ δίχα μὲν τέτμηται κατὰ τὸ $Ξ$, εἰς δὲ ἄνισα κατὰ
 το $Ε$. καὶ παράλληλος ἡ $ΔΘ$ τῇ $ΗΞ$. ἴση ἄρα ἡ $ΓΗ$
 τῇ $ΗΘ$.

15

λβ'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς δύο εὐθεῖαι ἐφαπτόμεναι συμ-
 πίπτωσι, καὶ διὰ τῶν ἀφῶν εὐθεῖα ἐκβληθῇ, διὰ δὲ
 τῆς συμπτώσεως τῶν ἐφαπτομένων ἀχθῇ εὐθεῖα παρὰ
 τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιξενυγνύουσαν, διὰ δὲ τῆς διχοτομίας
 20 τῆς τὰς ἀφὰς ἐπιξενυγνυούσης ἀχθῇ εὐθεῖα παρὰ τινὰ
 τῶν ἀσυμπτῶτων, ἡ μεταξὺ τῆς διχοτομίας καὶ τῆς
 παραλλήλου ἀπολαμβανομένη δίχα τμηθήσεται ὑπὸ τῆς
 τομῆς.

ἔστω ὑπερβολὴ ἡ $ΑΒΓ$, ἧς κέντρον τὸ $Δ$, ἀσύμ-
 25 πτωτος δὲ ἡ $ΔΕ$, καὶ ἐφαπτέσθωσαν αἱ $ΑΖ$, $ΖΓ$, καὶ
 ἐπεξεύχθω ἡ $ΓΑ$ καὶ ἡ $ΖΔ$ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὰ
 $Η$, $Θ$. φανερόν δὲ, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ $ΑΘ$ τῇ $ΘΓ$. ἤχθω
 δὲ διὰ μὲν τοῦ $Ζ$ παρὰ τὴν $ΑΓ$ ἡ $ΖΚ$, διὰ δὲ τοῦ $Θ$

6. $ΗΞ$] p , corr. ex $ΗΓ$ $m.$ 1 V ; $ΗΓΞ$ $cv.$ τὰ] τό V ;
 corr. p . 7. τὰ] τό V ; corr. p . 26. $ΖΔ$] $ΞΔ$ vc et V ?;
 corr. p .

$$NA \times AK + KE^2 = MA^2 + KE^2 = AE^2 \text{ [Eucl. II, 6]} \\ = H\Xi^2 \text{ [Eucl. I, 34].}$$

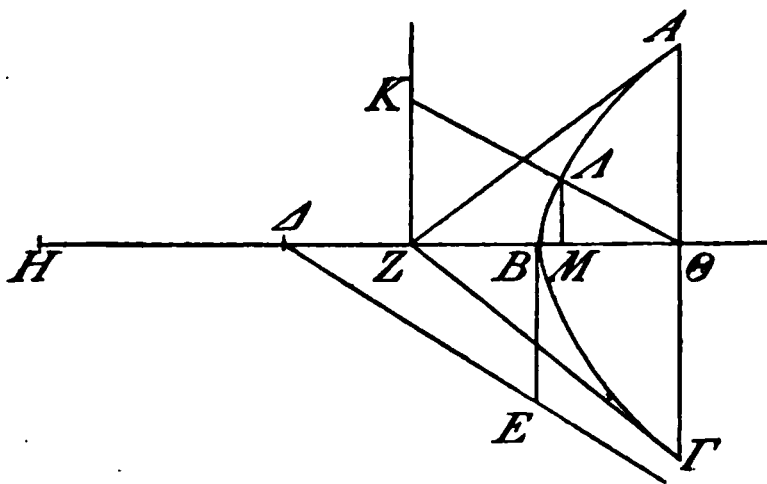
est autem $H\Xi^2 : MA^2 + KE^2 = \Xi\Gamma^2 : AH^2 + KZ^2$ [Eucl. VI, 4; V, 12]; itaque $\Xi\Gamma^2 = HA^2 + KZ^2$. est autem $HA^2 = \Xi E^2$ [Eucl. I, 34] et KZ^2 quadrato dimidiaē secundae diametri aequale [II, 1], hoc est $KZ^2 = \Gamma E \times E\Delta$ [I, 38]; itaque

$$\Gamma\Xi^2 = \Xi E^2 + \Gamma E \times E\Delta.$$

$\Gamma\Delta$ igitur in Ξ in duas partes aequales, in E autem in inaequales secta est [Eucl. II, 5]. et $\Delta\Theta$, $H\Xi$ parallelae sunt; ergo $\Gamma H = H\Theta$ [Eucl. VI, 2].

XXXII.

Si duae rectae hyperbolam contingentes concurrunt, et per puncta contactus recta ducitur, per punctum autem concursus contingentium recta rectae puncta contactus coniungenti parallela ducitur, et per punctum medium rectae puncta contactus coniungentis recta



alterutri asymptotarum parallela ducitur, recta inter punctum medium parallelamque absissa a sectione in duas partes aequales secabitur.

sit hyperbola $AB\Gamma$, cuius centrum sit Δ , asymptota autem ΔE , et contingant AZ , $Z\Gamma$, ducaturque ΓA et $Z\Delta$, quae ad H , Θ producantur; manifestum igitur, esse $A\Theta = \Theta\Gamma$ [II, 30]. iam per Z rectae $A\Gamma$ par-

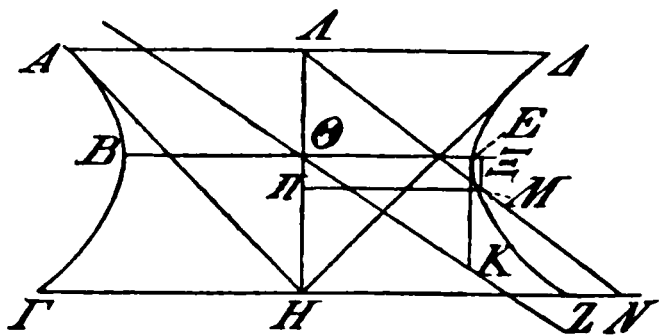
παρὰ τὴν ΔE ἢ ΘAK . λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ KA
τῇ ΘA .

ἤχθωσαν διὰ τῶν B, A παρὰ τὴν AG αἱ AM, BE
ἐστὶ δὴ, ὡς προδέδεικται, ὡς τὸ ἀπὸ ΔB πρὸς τὸ
δ ἀπὸ BE , τό τε ἀπὸ ΘM πρὸς τὸ ἀπὸ MA καὶ τὸ ὑπο
 BMH πρὸς τὸ ἀπὸ MA ἴσον ἄρα το ὑπὸ HMB τῷ
ἀπὸ $M\Theta$. ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ὑπὸ $\Theta \Delta Z$ ἴσον τῷ ἀπὸ ΔB ,
διότι ἐφάπτεται ἡ AZ , καὶ κατῆκται ἡ $A\Theta$. τὸ ἄρα
ὑπὸ HMB μετὰ τοῦ ἀπὸ ΔB , ὅ ἐστὶ τὸ ἀπὸ ΔM ,
10 ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ $\Theta \Delta Z$ μετὰ τοῦ ἀπὸ $M\Theta$. δίχα ἄρα
τέτμηται ἡ $Z\Theta$ κατὰ τὸ M προσκειμένην ἔχουσα τὴν
 ΔZ . καὶ εἰσι παράλληλοι αἱ KZ, AM . ἴση ἄρα ἡ KA
τῇ $A\Theta$.

λγ'.

15 Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐφαπτόμεναι
συμπίπτωσι, καὶ διὰ μὲν τῶν ἀφῶν εὐθεῖα ἐκβληθῇ,
διὰ δὲ τῆς συμπτώσεως τῶν ἐφαπτομένων ἀχθῇ εὐθεῖα
παρὰ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιξενυγνύουσαν, διὰ δὲ τῆς διχο-
τομίας τῆς τὰς ἀφὰς ἐπιξενυγνυούσης ἀχθῇ εὐθεῖα παρὰ
20 τινὰ τῶν ἀσύμπτωτων συμπίπτουσα τῇ τομῇ καὶ τῇ
διὰ τῆς συμπτώσεως ἠγμένη παραλλήλω, ἡ μεταξὺ τῆς
διχοτομίας καὶ τῆς παρα-
αλλήλου ὑπὸ τῆς τομῆς
δίχα διαιρεθῆσεται.

25 ἔστωσαν ἀντικείμεναι
αἱ $ABG, \Delta EZ$ καὶ ἐφ-
απτόμεναι αἱ $AH, \Delta H$,
κέντρον δὲ τὸ Θ , ἀσύμπτωτος δὲ ἡ $K\Theta$, καὶ ἐπε-
ξεύχθω ἡ ΘH καὶ ἐκβεβλήσθω, ἐπεξεύχθω δὲ καὶ ἡ



7. τῷ] pc, corr. ex τό m. 1 V. 11. $Z\Theta$] $\Xi\Theta$ V; corr.
Memus. 27. ΔH] $H\Delta$ Halley cum Comm.

allela ducatur ZK , per \odot autem rectae ΔE parallela $\odot AK$. dico, esse $K\Lambda = \odot\Lambda$.

per B , Λ rectae $A\Gamma$ parallelae ducantur ΛM , BE ; erit igitur, ut antea demonstratum est [prop. XXX ex II, 1 et I, 21]

$$\Delta B^2 : BE^2 = \odot M^2 : M\Lambda^2 \text{ [Eucl. VI, 4]} = BM \times MH : M\Lambda^2.$$

itaque [Eucl. V, 9] $HM \times MB = M\odot^2$. uerum etiam $\odot\Delta \times \Delta Z = \Delta B^2$, quia AZ contingit, et $A\odot$ ordinate ducta est [I, 37]. itaque

$$HM \times MB + \Delta B^2 = \odot\Delta \times \Delta Z + M\odot^2 = \Delta M^2$$

[Eucl. II, 6]. $Z\odot$ igitur in M in duas partes aequales secta est adiectam habens ΔZ [Eucl. II, 6]. et KZ , ΛM parallelae sunt; ergo $K\Lambda = \Lambda\odot$ [Eucl. VI, 2].

XXXIII.

Si duae rectae oppositas contingentes concurrunt, per puncta autem contactus recta ducitur, et per punctum concursus contingentium recta rectae puncta contactus coniungenti parallela ducitur, per punctum autem medium rectae puncta contactus coniungentis recta alterutri asymptotarum parallela ducitur concurrens cum sectione et cum recta per punctum concursus parallela ducta, recta inter punctum medium parallelamque posita a sectione in duas partes aequales secabitur.

sint oppositae $AB\Gamma$, ΔEZ contingentesque AH , ΔH , centrum autem \odot et asymptota $K\odot$, ducaturque $\odot H$ et producat, ducatur autem etiam $A\Lambda\Delta$; manifestum igitur, eam in Λ in duas partes aequales secari [II, 30]. iam per H , \odot rectae $A\Delta$ parallelae ducantur $B\odot E$,

ΑΔΔ· φανερόν δὴ, ὅτι δίχα τέμνεται κατὰ τὸ *Δ*. ἤχθωσαν δη διὰ τῶν *Η, Θ* παρὰ τὴν *ΑΔ* αἰ *ΒΘΕ, ΓΗΖ*, παρὰ δὲ τὴν *ΘΚ* διὰ τοῦ *Δ* ἢ *ΔΜΝ*. λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ *ΔΜ* τῇ *ΜΝ*.

5 κατήχθωσαν γὰρ ἀπὸ τῶν *Ε, Μ* παρὰ τὴν *ΗΘ* αἰ *ΕΚ, ΜΞ*, διὰ δὲ τοῦ *Μ* παρὰ τὴν *ΑΔ* ἡ *ΜΠ*.
 ἐπεὶ οὖν διὰ τὰ δεδειγμένα ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ *ΘΕ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΕΚ*, τὸ ὑπὸ *ΒΞΕ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΞΜ*, ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ *ΘΕ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΕΚ*, τὸ ὑπὸ *ΒΞΕ*
 10 μετὰ τοῦ ἀπὸ *ΘΕ*, ὃ ἐστὶ τὸ ἀπὸ *ΘΞ*, πρὸς τὰ ἀπὸ *ΚΕ, ΞΜ*. τὸ δὲ ἀπὸ *ΚΕ* ἴσον δέδεικται τῷ ὑπὸ *ΗΘΔ*, καὶ τὸ ἀπὸ *ΞΜ* τῷ ἀπὸ *ΘΠ*. ἐστὶν ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ *ΘΕ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΕΚ*, τὸ ἀπὸ *ΘΞ*, τουτέστι τὸ ἀπὸ *ΜΠ*, πρὸς τὸ ὑπὸ *ΔΘΗ* μετὰ τοῦ ἀπὸ *ΘΠ*. ὡς δὲ
 15 τὸ ἀπὸ *ΘΕ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΚΕ*, τὸ ἀπὸ *ΜΠ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΠΔ*. ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ *ΜΠ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΠΔ*, τὸ ἀπὸ *ΜΠ* πρὸς τὸ ὑπὸ *ΗΘΔ* μετὰ τοῦ ἀπὸ *ΘΠ*. ἴσον ἄρα τὸ ἀπὸ *ΔΠ* τῷ ὑπὸ *ΗΘΔ* μετὰ τοῦ ἀπὸ *ΘΠ*. εὐθεῖα ἄρα ἡ *ΔΗ* τέτμηται εἰς μὲν ἴσα κατὰ τὸ *Π*, εἰς
 20 δὲ ἄνισα κατὰ τὸ *Θ*. καὶ εἰσι παράλληλοι αἰ *ΜΠ, ΗΝ*. ἴση ἄρα ἡ *ΔΜ* τῇ *ΜΝ*.

λδ'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς ἐπὶ μιᾶς τῶν ἀσυμπτῶτων ληφθῆ τι σημεῖον, καὶ ἀπ' αὐτοῦ εὐθεῖα ἐφάπτηται τῆς τομῆς,
 25 καὶ διὰ τῆς ἀφῆς ἀχθῆ παράλληλος τῇ ἀσυμπτῶτι, ἢ διὰ τοῦ ληφθέντος σημείου ἀγομένη παράλληλος τῇ ἑτέρᾳ τῶν ἀσυμπτῶτων ὑπὸ τῆς τομῆς εἰς ἴσα διαιρεθήσεται.

6. τήν] *pc*, *τ* corr. ex *δ* m. 1 V. 8. *ΒΞΕ*] *ΞΕ* V; corr. Memus. 9. *ΒΞΕ*] *c*, corr. ex *BZE* m. 1 V. 10. *ΘΕ*, ὃ]

$\Gamma H Z$, rectae autem ΘK parallela per A recta AMN . dico, esse $AM = MN$.

ducantur enim ab E , M rectae $H\Theta$ parallelae EK , $M\xi$, per M autem rectae $A\Delta$ parallela $M\Pi$.

quoniam igitur propter ea, quae demonstrata sunt [prop. XXX ex II, 1 et I, 21],

$$\Theta E^2 : EK^2 = B\xi \times \xi E : \xi M^2,$$

erit

$$\begin{aligned} \Theta E^2 : EK^2 &= B\xi \times \xi E + \Theta E^2 : KE^2 + \xi M^2 \text{ [Eucl. V, 12]} \\ &= \Theta \xi^2 : KE^2 + \xi M^2 \text{ [Eucl. II, 6].} \end{aligned}$$

demonstrauimus autem [I, 38 coll. II, 1 et I deff. alt. 3], esse $H\Theta \times \Theta A = KE^2$, et [Eucl. I, 34] $\xi M^2 = \Theta \Pi^2$; itaque

$$\begin{aligned} \Theta E^2 : EK^2 &= \Theta \xi^2 : A\Theta \times \Theta H + \Theta \Pi^2 \\ &= M\Pi^2 : A\Theta \times \Theta H + \Theta \Pi^2 \text{ [Eucl. I, 34].} \end{aligned}$$

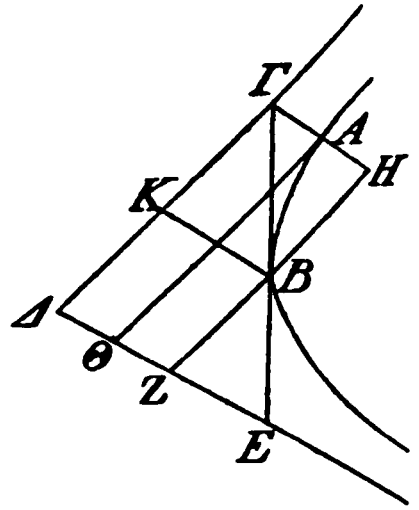
est autem $\Theta E^2 : KE^2 = M\Pi^2 : \Pi A^2$ [Eucl. VI, 4]; itaque $M\Pi^2 : \Pi A^2 = M\Pi^2 : H\Theta \times \Theta A + \Theta \Pi^2$. quare $A\Pi^2 = H\Theta \times \Theta A + \Theta \Pi^2$ [Eucl. V, 9]. itaque recta AH in Π in partes aequales, in Θ autem in inaequales secta est [Eucl. II, 5]. et $M\Pi$, HN parallelae sunt; ergo $AM = MN$ [Eucl. VI, 2].

XXXIV.

Si in hyperbola in alterutra asymptotarum punctum aliquod sumitur, et ab eo recta sectionem contingit, per punctum contactus autem recta asymptotae parallela ducitur, recta per punctum sumptum alteri asymptotae parallela ducta a sectione in partes aequales secabitur.

$\Theta \bar{\varepsilon} \theta$ V; corr. p. 11. $H\Theta A$] $\Theta H A$ V; corr. p ($\tau \tilde{\omega} \nu$ $H\Theta$, ΘA).
14. $A\Theta H$] ΘA , ΘH V; corr. p ($\tau \tilde{\omega} \nu$ $H\Theta$, ΘA).

ἔστω ὑπερβολὴ ἡ AB , ἀσύμπτωτοι δὲ αἱ $\Gamma\Delta E$,
καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς $\Gamma\Delta$ τυχὸν σημεῖον τὸ Γ , καὶ
δι' αὐτοῦ ἤχθω ἐφαπτομένη τῆς
τομῆς ἡ $\Gamma B E$, καὶ διὰ μὲν τοῦ B
5 παρὰ τὴν $\Gamma\Delta$ ἤχθω ἡ $Z B H$, διὰ
δὲ τοῦ Γ τῆ ΔE ἡ $\Gamma A H$. λέγω,
ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΓA τῆ $A H$.



ἤχθω γὰρ διὰ μὲν τοῦ A τῆ
 $\Gamma\Delta$ παράλληλος ἡ $A\Theta$, διὰ δὲ τοῦ
10 B τῆ ΔE ἡ $B K$. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν
ἡ ΓB τῆ $B E$, ἴση ἄρα καὶ ἡ ΓK τῆ $K\Delta$ καὶ ἡ ΔZ
τῆ $Z E$. καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ $K B Z$ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ
 $\Gamma A\Theta$, ἴση δὲ ἡ $B Z$ τῆ ΔK , τουτέστι τῆ ΓK , καὶ ἡ
 $A\Theta$ τῆ $\Delta\Gamma$, τὸ ἄρα ὑπὸ $\Delta\Gamma A$ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ $K\Gamma H$.
15 ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ $\Delta\Gamma$ πρὸς ΓK , ἡ ΓH πρὸς $A\Gamma$. διπλῆ
δὲ ἡ $\Delta\Gamma$ τῆς ΓK · διπλῆ ἄρα καὶ ἡ ΓH τῆς $A\Gamma$. ἴση
ἄρα ἡ ΓA τῆ $A H$.

λε'.

Τῶν αὐτῶν ὄντων ἐὰν ἀπὸ τοῦ ληφθέντος σημείου
20 εὐθεΐά τις ἀχθῆι τέμνουσα τὴν τομὴν κατὰ δύο σημεία,
ἔσται, ὡς ὅλη πρὸς τὴν ἐκτὸς ἀπολαμβανομένην, τὰ
τμήματα τῆς ἐντὸς ἀπολαμβανομένης εὐθείας.

ἔστω γὰρ ἡ AB ὑπερβολὴ καὶ αἱ $\Gamma\Delta E$ ἀσύμπτωτοι
καὶ ἡ $\Gamma B E$ ἐφαπτομένη καὶ ἡ ΘB παράλληλος, καὶ
25 διὰ τοῦ Γ διήχθω τις εὐθεΐα ἡ $\Gamma A\Lambda Z H$ τέμνουσα
τὴν τομὴν κατὰ τὰ A, Z . λέγω, ὅτι ἐστίν, ὡς ἡ $Z\Gamma$
πρὸς ΓA , ἡ $Z\Lambda$ πρὸς $A\Lambda$.

ἤχθωσαν γὰρ διὰ τῶν Γ, A, B, Z παρὰ τὴν ΔE

12. $K B Z$] $K Z B$ V; corr. p (τῶν $K B, B Z$). 17. ΓA] $\eta\gamma\alpha$ V; corr. p. 21. ἡ ὅλη?

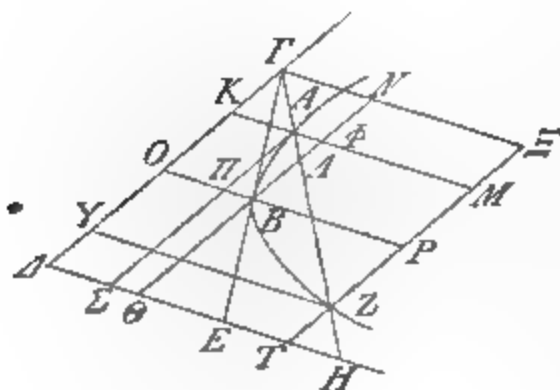
sit hyperbola AB , asymptotae autem $\Gamma\Delta$, ΔE , et in $\Gamma\Delta$ punctum quoduis sumatur Γ , et per id sectionem contingens ducatur ΓBE , et per B rectae $\Gamma\Delta$ parallela ducatur ZBH , per Γ autem rectae ΔE parallela ΓAH . dico, esse $\Gamma A = AH$.

ducatur enim per A rectae $\Gamma\Delta$ parallela $A\Theta$, per B autem rectae ΔE parallela BK . iam quoniam est $\Gamma B = BE$ [II, 3], erit etiam $\Gamma K = KA$ et $\Delta Z = ZE$ [Eucl. VI, 2]. et quoniam $KB \times BZ = \Gamma A \times A\Theta$ [II, 12], et $BZ = \Delta K$ [Eucl. I, 34] = ΓK , et $A\Theta = \Delta\Gamma$ [ib.], erit $\Delta\Gamma \times \Gamma A = \Gamma K \times \Gamma H$. itaque [Eucl. VI, 16] $\Delta\Gamma : \Gamma K = \Gamma H : \Gamma A$. verum $\Delta\Gamma = 2\Gamma K$; itaque etiam $\Gamma H = 2\Gamma A$. ergo $\Gamma A = AH$.

XXXV.

Iisdem positis si a puncto sumpto recta ducitur sectionem in duobus punctis secans, erunt, ut tota ad partem extrinsecus abscisam, ita partes rectae intra abscisae.

sit enim hyperbola AB , asymptotae $\Gamma\Delta$, ΔE , contingens ΓBE , parallela ΘB , et per Γ recta ducatur



$\Gamma A \Delta Z H$ sectionem secans in A, Z . dico, esse

$$Z\Gamma : \Gamma A = Z\Delta : \Delta A.$$

nam per Γ, A, B, Z rectae ΔE parallelae ducantur $\Gamma N E$, $K A M$, $O P B P$, $Z T$, per A, Z

autem rectae $\Gamma\Delta$ parallelae $A P \Sigma$, $T Z P M \Xi$.

quoniam igitur $\Delta\Gamma = ZH$ [II, 8], erit etiam

αί ΓΝΞ, ΚΑΜ, ΟΠΒΡ, ΖΥ, διὰ δὲ τῶν Α, Ζ παρὰ
τὴν ΓΔ αἱ ΑΠΣ, ΤΖΡΜΞ.

ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῆ ΖΗ, ἴση ἄρα καὶ ἡ
ΚΑ τῆ ΤΗ. ἡ δὲ ΚΑ τῆ ΔΣ· καὶ ἡ ΤΗ ἄρα τῆ
5 ΔΣ ἴση. ὥστε καὶ ἡ ΓΚ τῆ ΔΥ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν
ἡ ΓΚ τῆ ΔΥ, ἴση καὶ ἡ ΔΚ τῆ ΓΥ· ὡς ἄρα ἡ ΔΚ
πρὸς ΚΓ, ἡ ΥΓ πρὸς ΓΚ. ὡς δὲ ἡ ΥΓ πρὸς ΓΚ,
ἡ ΖΓ πρὸς ΓΑ, ὡς δὲ ἡ ΖΓ πρὸς ΓΑ, ἡ ΜΚ πρὸς
ΚΑ, ὡς δὲ ἡ ΜΚ πρὸς ΚΑ, τὸ ΜΔ πρὸς ΔΑ, ὡς
10 δὲ ἡ ΔΚ πρὸς ΚΓ, τὸ ΘΚ πρὸς ΚΝ· καὶ ὡς ἄρα
τὸ ΜΔ πρὸς τὸ ΔΑ, τὸ ΘΚ πρὸς ΚΝ. ἴσον δὲ τὸ
ΑΔ τῷ ΔΒ, τουτέστι τῷ ΟΝ· ἴση γὰρ ἡ ΓΒ τῆ ΒΕ
καὶ ἡ ΔΟ τῆ ΟΓ. ὡς ἄρα τὸ ΔΜ πρὸς ΟΝ, τὸ ΚΘ
πρὸς ΚΝ, καὶ λοιπὸν τὸ ΜΘ πρὸς λοιπὸν τὸ ΒΚ
15 ἐστὶν, ὡς ὅλον τὸ ΔΜ πρὸς ὅλον τὸ ΟΝ. καὶ ἐπεὶ
ἴσον ἐστὶ τὸ ΚΣ τῷ ΘΟ, κοινὸν ἀφηρήσθω τὸ ΔΠ·
λοιπὸν ἄρα τὸ ΚΠ ἴσον ἐστὶ τῷ ΠΘ. κοινὸν προσ-
κείσθω τὸ ΑΒ· ὅλον ἄρα τὸ ΚΒ ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΘ.
ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ ΜΔ πρὸς ΔΑ, οὕτως τὸ ΜΘ πρὸς
20 ΘΑ. ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ΜΔ πρὸς ΔΑ, ἡ ΜΚ πρὸς ΚΑ,
τουτέστιν ἡ ΖΓ πρὸς ΓΑ, ὡς δὲ τὸ ΜΘ πρὸς ΘΑ,
ἡ ΜΦ πρὸς ΦΑ, τουτέστιν ἡ ΖΑ πρὸς ΛΑ· καὶ ὡς
ἄρα ἡ ΖΓ πρὸς ΓΑ, ἡ ΖΑ πρὸς ΛΑ.

λς'.

25 Τῶν αὐτῶν ὄντων ἐὰν ἡ ἀπὸ τοῦ σημείου δια-
γομένη εὐθεῖα μήτε τὴν τομὴν τέμνη κατὰ δύο σημεία
μήτε παράλληλος ἢ τῆ ἀσυμπτώτῳ, συμπεσεῖται μὲν

2. ΖΤΡΜΞ V; corr. p.
ΔΚ] (pr.) ΔΓ V; corr. p.
22. ΖΑ] ΧΑ V; corr. p.

4. ΚΑ] (pr.) ΓΑ V; corr. p. 6.
15. ΔΜ] ΛΜ V; corr. Comm.

$KA = TH$ [Eucl. VI, 4]. uerum $KA = \Delta\Sigma$ [Eucl. I, 34]; itaque etiam $TH = \Delta\Sigma$. quare etiam $\Gamma K = \Delta\Upsilon$ [Eucl. VI, 4; I, 34]. et quoniam $\Gamma K = \Delta\Upsilon$, erit etiam $\Delta K = \Gamma\Upsilon$. itaque $\Delta K : K\Gamma = \Upsilon\Gamma : \Gamma K$ [Eucl. V, 7]. est autem

$$\begin{aligned} \Upsilon\Gamma : \Gamma K &= Z\Gamma : \Gamma A \text{ [Eucl. VI, 4]} \\ &= MK : KA \text{ [Eucl. VI, 4; V, 12, 16]} = M\Delta : \Delta A \end{aligned}$$

[Eucl. VI, 1], et [ib.] $\Delta K : K\Gamma = \Theta K : KN$; quare etiam $M\Delta : \Delta A = \Theta K : KN$. est autem

$$A\Delta = \Delta B \text{ [II, 12]} = ON \text{ [Eucl. VI, 1];}$$

nam $\Gamma B = BE$ [II, 3] et $\Delta O = O\Gamma$ [Eucl. VI, 2]. itaque $\Delta M : ON = K\Theta : KN$, et reliquum

$$M\Theta : BK = \Delta M : ON \text{ [Eucl. V, 19].}$$

et quoniam est $K\Sigma = \Theta O$ [II, 12], auferatur, quod commune est, $\Delta\Pi$; itaque reliquum $K\Pi = \Pi\Theta$. commune adiiciatur AB ; itaque totum $KB = A\Theta$. quare $M\Delta : \Delta A = M\Theta : \Theta A$. uerum

$$M\Delta : \Delta A = MK : KA \text{ [Eucl. VI, 1]} = Z\Gamma : \Gamma A,$$

et

$$M\Theta : \Theta A = M\Phi : \Phi A \text{ [Eucl. VI, 1]} = Z\Lambda : \Lambda A \text{ [Eucl. VI, 2].}$$

ergo etiam $Z\Gamma : \Gamma A = Z\Lambda : \Lambda A$.

XXXVI.

Iisdem positis si recta a puncto illo ducta neque sectionem in duobus punctis secat neque asymptotae parallela est, cum sectione opposita concurret, et ut tota ad partem inter sectionem parallelamque per punctum contactus ductam, ita erit recta inter sectio-

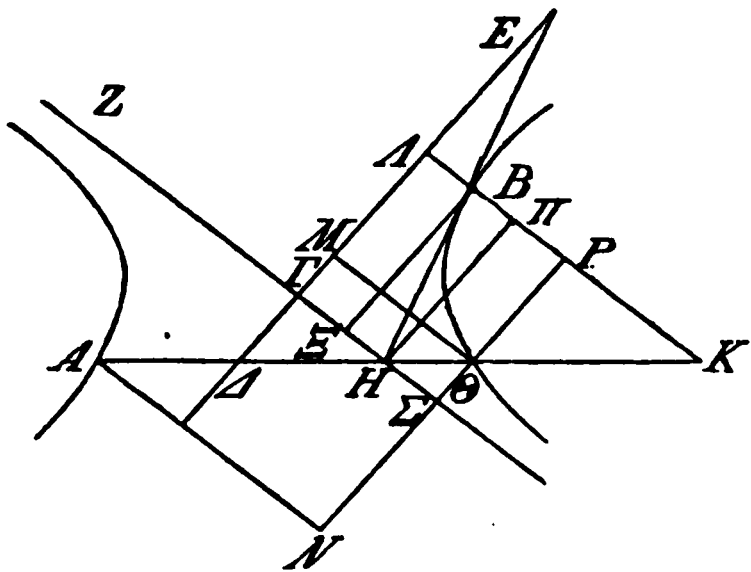
τῇ ἀντικειμένη τομῇ, ἔσται δέ, ὡς ὅλη πρὸς τὴν μεταξὺ τῆς τομῆς καὶ τῆς διὰ τῆς ἀφῆς παραλλήλου, ἢ μεταξὺ τῆς ἀντικειμένης καὶ τῆς ἀσυμπτώτου πρὸς τὴν μεταξὺ τῆς ἀσυμπτώτου καὶ τῆς ἐτέρας τομῆς.

- 5 ἔστωσαν ἀντικείμενα αἱ A, B , ὧν κέντρον τὸ Γ , ἀσύμπτωτοι δὲ αἱ $\Delta E, ZH$, καὶ ἐπὶ τῆς ΓH σημεῖον εἰλήφθω τὸ H , καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἤχθω ἢ μὲν HBE ἐφαπτομένη, ἢ δὲ $H\Theta$ μήτε παράλληλος οὔσα τῇ ΓE μήτε τὴν τομὴν τέμνουσα κατὰ δύο σημεία.
- 10 ὅτι μὲν ἢ ΘH ἐκβαλλομένη συμπίπτει τῇ τε $\Gamma \Delta$ καὶ διὰ τοῦτο καὶ τῇ A τομῇ, δέδεικται. συμπιπτέτω κατὰ τὸ A , καὶ ἤχθω διὰ τοῦ B τῇ ΓH παράλληλος ἢ KBA . λέγω, ὅτι ἐστίν, ὡς ἢ AK πρὸς $K\Theta$, οὕτως ἢ AH πρὸς $H\Theta$.
- 15 ἤχθωσαν γὰρ ἀπὸ τῶν A, Θ σημείων παρὰ τὴν ΓH αἱ $\Theta M, AN$, ἀπὸ δὲ τῶν B, H, Θ παρὰ τὴν ΔE αἱ $B\Xi, H\Pi, P\Theta\Sigma N$. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἢ $A\Delta$ τῇ $H\Theta$, ἔστιν, ὡς ἢ AH πρὸς $H\Theta$, ἢ $\Delta\Theta$ πρὸς ΘH . ἀλλ' ὡς μὲν ἢ AH πρὸς $H\Theta$, ἢ $N\Sigma$ πρὸς $\Sigma\Theta$, ὡς δὲ ἢ
- 20 $\Delta\Theta$ πρὸς ΘH , ἢ $\Gamma\Sigma$ πρὸς ΣH . καὶ ὡς ἄρα ἢ $N\Sigma$ πρὸς $\Sigma\Theta$, ἢ $\Gamma\Sigma$ πρὸς ΣH . ἀλλ' ὡς μὲν ἢ $N\Sigma$ πρὸς $\Sigma\Theta$, τὸ NG πρὸς $\Gamma\Theta$, ὡς δὲ ἢ $\Gamma\Sigma$ πρὸς ΣH , τὸ PG πρὸς PH . καὶ ὡς ἄρα τὸ NG πρὸς τὸ $\Gamma\Theta$, τὸ GP πρὸς τὸ PH . καὶ ὡς ἔν πρὸς ἔν, οὕτως ἅπαντα πρὸς
- 25 ἅπαντα. ὡς ἄρα τὸ NG πρὸς $\Gamma\Theta$, ὅλον τὸ NA πρὸς $\Gamma\Theta$ καὶ PH . καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἢ EB τῇ BH , ἴση ἐστὶ καὶ ἢ AB τῇ $B\Pi$ καὶ τὸ $A\Xi$ τῷ BH . τὸ δὲ $A\Xi$ ἴσον τῷ $\Gamma\Theta$. καὶ τὸ BH ἄρα ἴσον τῷ $\Gamma\Theta$. ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ NG πρὸς $\Gamma\Theta$, οὕτως ὅλον τὸ AN πρὸς τὸ BH

1. ἢ ὅλη? 2. ἀφῆς] om. V; corr. Memus. 13. KBA] BKA V; corr. p (ABK). 17. $P\Theta\Sigma N$] $\Theta P\Sigma N$ V; corr. p.

nem oppositam asymptotamque posita ad rectam inter asymptotam alteramque sectionem positam.

sint oppositae A, B , quarum centrum sit Γ , asymptotae autem $\Delta E; ZH$, et in ΓH sumatur punctum H ,



ab eoque contingens ducatur $HBE, H\Theta$ autem ita, ut neque rectae ΓE parallela sit neque sectionem in duobus punctis secet.

iam rectam ΘH productam et cum $\Gamma\Delta$ concurrere et ea de

causa cum sectione, demonstratum est [II, 11]. concurrat in A , et per B rectae ΓH parallela ducatur $KB\Lambda$. dico, esse $AK : K\Theta = AH : H\Theta$.

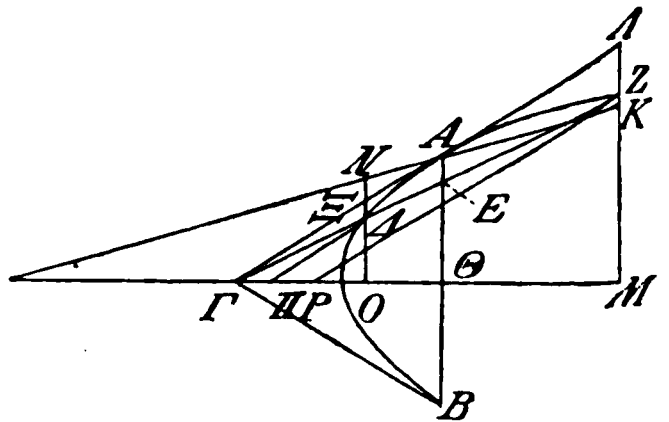
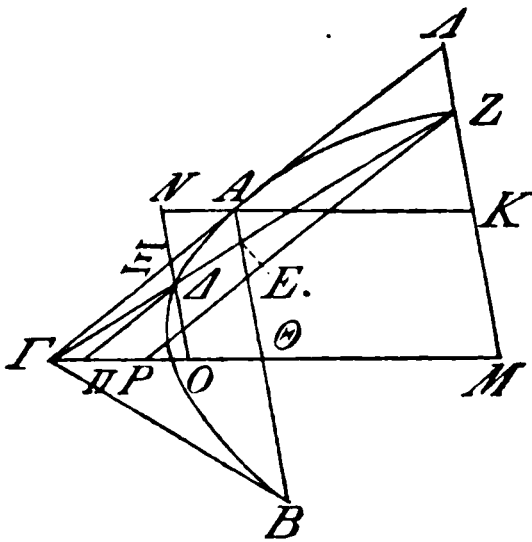
ducantur enim a punctis A, Θ rectae ΓH parallelae $\Theta M, AN$, a B, H, Θ autem rectae ΔE parallelae $B\Xi, H\Pi, P\Theta\Sigma N$. quoniam igitur $A\Delta = H\Theta$ [II, 16], erit $AH : H\Theta = \Delta\Theta : \Theta H$ [Eucl. V, 7]. uerum $AH : H\Theta = N\Sigma : \Sigma\Theta$ [Eucl. VI, 2] et $\Delta\Theta : \Theta H = \Gamma\Sigma : \Sigma H$ [Eucl. VI, 4; V, 12, 16]; quare etiam $N\Sigma : \Sigma\Theta = \Gamma\Sigma : \Sigma H$. uerum $N\Sigma : \Sigma\Theta = N\Gamma : \Gamma\Theta$ et $\Gamma\Sigma : \Sigma H = P\Gamma : PH$ [Eucl. VI, 1]; quare etiam $N\Gamma : \Gamma\Theta = P\Gamma : PH$. et ut unum ad unum, ita omnia ad omnia [Eucl. V, 12]; itaque $N\Gamma : \Gamma\Theta = N\Lambda : \Gamma\Theta + PH$. et quoniam est $EB = BH$ [II, 3], erit etiam [Eucl. VI, 2; I, 34] $AB = B\Pi$, $A\Xi = BH$ [Eucl. VI, 1]. est autem $A\Xi = \Gamma\Theta$ [II, 12]; quare etiam $BH = \Gamma\Theta$. itaque

18. ἢ $\Delta\Theta$ — 19. $H\Theta$] om. V; corr. Comm. 22. τὸ $N\Gamma$
 τὸν $\bar{\gamma}$ V; corr. pvc. 26. PH] ἢ $\bar{\varrho}\eta$ V; corr. p.

καὶ PH , τουτέστι τὸ $PΞ$. ἴσον δὲ τὸ $PΞ$ τῷ $ΛΘ$,
 ἐπεὶ καὶ τὸ $ΓΘ$ τῷ $BΓ$ καὶ τὸ $ΜΒ$ τῷ $ΞΘ$. ἔστιν ἄρα,
 ὡς τὸ $ΝΓ$ πρὸς τὸ $ΓΘ$, οὕτως τὸ $ΝΛ$ πρὸς $ΛΘ$. ἀλλ'
 ὡς μὲν τὸ $ΝΓ$ πρὸς $ΓΘ$, ἢ $ΝΣ$ πρὸς $ΣΘ$, τουτέστιν
 5 ἢ $ΑΗ$ πρὸς $ΗΘ$, ὡς δὲ τὸ $ΝΛ$ πρὸς $ΛΘ$, ἢ $ΝΡ$
 πρὸς $ΡΘ$, τουτέστιν ἢ $ΑΚ$ πρὸς $ΚΘ$ καὶ ὡς ἄρα ἢ
 $ΑΚ$ πρὸς $ΚΘ$, ἢ $ΑΗ$ πρὸς $ΗΘ$.

λζ'.

Ἐὰν κώνου τομῆς ἢ κύκλου περιφερείας ᾗ, τῶν
 10 ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐφαπτόμεναι συμπίπτωσι,
 καὶ ἐπὶ μὲν τὰς ἀφὰς αὐτῶν ἐπιζευχθῆ εὐθεῖα, ἀπὸ
 δὲ τῆς συμπτώσεως τῶν ἐφαπτομένων διαχθῆ τις τέμ-
 νουσα τὴν γραμμὴν κατὰ δύο σημεῖα, ἔσται, ὡς ὅλη
 πρὸς τὴν ἐκτὸς ἀπολαμβανομένην, τὰ γινόμενα τμή-
 15 ματα ὑπὸ τῆς τὰς ἀφὰς ἐπιζευγνυούσης.



ἔστω κώνου τομῆ ἢ $ΑΒ$ καὶ ἐφαπτόμεναι αἱ $ΑΓ, ΓΒ$,
 καὶ ἐπεζεύχθω ἢ $ΑΒ$, καὶ διήχθω ἢ $ΓΔΕΖ$. λέγω,
 ὅτι ἔστιν, ὡς ἢ $ΓΖ$ πρὸς $ΓΔ$, ἢ $ΖΕ$ πρὸς $ΕΔ$.

ἤχθωσαν διὰ τῶν $Γ, Α$ διάμετροι τῆς τομῆς αἱ

2. $BΓ$] $BΘ V$; corr. Memus. 13. ἢ ὅλη? 15. τῆς]
 τῆς ἐπὶ V ; corr. Memus. 18. $ΓΖ$] $ΓΔ V$; corr. p ($ZΓ$).
 $ΓΔ$] $ΓΖ V$; corr. p.

$NG : \Gamma\Theta = AN : BH + PH = AN : P\Xi$. est autem $P\Xi = \Lambda\Theta$, quoniam etiam $\Gamma\Theta = B\Gamma$ [II, 12] et $MB = \Xi\Theta$. itaque $NG : \Gamma\Theta = NA : \Lambda\Theta$. uerum

$NG : \Gamma\Theta = N\Sigma : \Sigma\Theta$ [Eucl. VI, 1] = $AH : H\Theta$ [Eucl. VI, 2], et

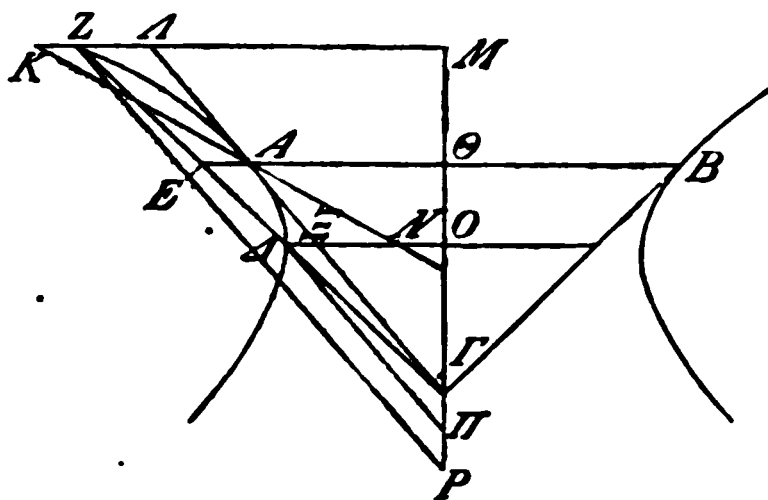
$$NA : \Lambda\Theta = NP : P\Theta \text{ [Eucl. VI, 1]}$$

$$= AK : K\Theta \text{ [Eucl. VI, 4; V, 12, 16].}$$

ergo etiam $AK : K\Theta = AH : H\Theta$.

XXXVII.

Si duae rectae conic sectionem uel ambitum circuli uel sectiones oppositas contingentes concurrunt, et ad puncta contactus earum recta ducitur, a puncto autem concursus contingentium recta ducitur lineam in duobus punctis secans, erunt, ut tota ad partem extrinsecus abscisam, ita partes a recta puncta contactus coniungenti effectae.



sit conic sectio AB contingentesque $A\Gamma$, ΓB , et ducatur AB , ducaturque $\Gamma\Delta EZ$. dico, esse

$$\Gamma Z : \Gamma\Delta = ZE : E\Delta.$$

per Γ , A diametri sectionis ducantur $\Gamma\Theta$, AK ,

Praeter nostras figuras duas habet V alios casus in oppositis repraesentantes.

$\Gamma\Theta$, AK , διὰ δὲ τῶν Z , Δ παρα τὰς $A\Theta$, $\Delta\Gamma$ αἱ
 $\Delta\Pi$, ZP , ΛZM , $N\Delta O$. ἐπεὶ οὖν παράλληλός ἐστιν
ἡ ΛZM τῇ $\Xi\Delta O$, ἔστιν, ὡς ἡ $Z\Gamma$ πρὸς $\Gamma\Delta$, ἡ ΛZ
πρὸς $\Xi\Delta$ καὶ ἡ ZM πρὸς ΔO καὶ ἡ ΛM πρὸς ΞO .
5 καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΛM πρὸς τὸ ἀπὸ ΞO , τὸ ἀπὸ ZM
πρὸς τὸ ἀπὸ ΔO . ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ἀπὸ ΛM πρὸς τὸ
ἀπὸ ΞO , τὸ $\Lambda M\Gamma$ τρίγωνον πρὸς τὸ $\Xi\Gamma O$, ὡς δὲ τὸ
ἀπὸ ZM πρὸς τὸ ἀπὸ $O\Delta$, τὸ ZPM τρίγωνον πρὸς
τὸ $\Delta\Pi O$. καὶ ὡς ἄρα τὸ $\Lambda\Gamma M$ πρὸς τὸ $\Xi O\Gamma$, τὸ
10 ZPM πρὸς τὸ $\Delta\Pi O$, καὶ λοιπὸν τὸ $\Lambda\Gamma PZ$ τετρά-
πλευρον πρὸς λοιπὸν τὸ $\Xi\Gamma\Pi\Delta$. ἴσον δὲ τὸ μὲν
 $\Lambda\Gamma PZ$ τετράπλευρον τῷ $\Lambda\Delta K$ τριγώνῳ, τὸ δὲ $\Xi\Gamma\Pi\Delta$
τῷ $\Lambda N\Xi$. ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΛM πρὸς τὸ ἀπὸ ΞO , τὸ
 $\Lambda\Delta K$ τρίγωνον πρὸς τὸ $\Lambda N\Xi$. ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ἀπὸ
15 ΛM πρὸς τὸ ἀπὸ ΞO , τὸ ἀπὸ $Z\Gamma$ πρὸς τὸ ἀπὸ $\Gamma\Delta$,
ὡς δὲ τὸ $\Lambda\Delta K$ πρὸς τὸ $\Lambda N\Xi$, τὸ ἀπὸ ΛA πρὸς τὸ
ἀπὸ $A\Xi$ καὶ τὸ ἀπὸ $Z E$ πρὸς τὸ ἀπὸ $E\Delta$. καὶ ὡς
ἄρα τὸ ἀπὸ $Z\Gamma$ πρὸς τὸ ἀπὸ $\Gamma\Delta$, τὸ ἀπὸ $Z E$ πρὸς
τὸ ἀπὸ $E\Delta$. καὶ διὰ τοῦτο ὡς ἡ $Z\Gamma$ πρὸς $\Gamma\Delta$, ἡ $Z E$
20 πρὸς ΔE .

λη'.

Τῶν αὐτῶν ὄντων ἐὰν διὰ τῆς συμπτώσεως τῶν
ἐφαπτομένων ἀχθῆ τις εὐθεῖα παρὰ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπι-
ξενυγνύουσαν, καὶ διὰ μέσης τῆς τὰς ἀφὰς ἐπιξενυγ-
25 νυούσης ἀχθεῖσα εὐθεῖα τέμνη τὴν τομὴν κατὰ δύο
σημεῖα καὶ τὴν διὰ τῆς συμπτώσεως παράλληλον τῇ
τὰς ἀφὰς ἐπιξενυγνυούση, ἔσται, ὡς ὅλη ἡ διηγμένη
πρὸς τὴν ἐκτὸς ἀπολαμβανομένην μεταξὺ τῆς τομῆς

10. $\Lambda\Gamma PZ$] p, $\Lambda\Gamma PZ$ corr. ex $\Lambda\Gamma P\Xi$ m. 1 V. 15. ΛM
— τὸ ἀπό (alt.)] om. V; corr. p (τῆς ΛM , τῆς ΞO , ἀπὸ τῆς).

per Z , Δ autem rectis $A\Theta$, $\Lambda\Gamma$ parallelae $\Delta\Pi$, ZP , ΛZM , $N\Delta O$. iam quoniam ΛZM , $\Xi\Delta O$ parallelae sunt, erit

$$Z\Gamma : \Gamma\Delta = \Lambda Z : \Xi\Delta \text{ [Eucl. VI, 4]} = ZM : \Delta O = \Lambda M : \Xi O;$$

quare etiam $\Lambda M^2 : \Xi O^2 = ZM^2 : \Delta O^2$. uerum

$$\Lambda M^2 : \Xi O^2 = \Lambda M\Gamma : \Xi\Gamma O \text{ [Eucl. VI, 19]},$$

et $ZM^2 : O\Delta^2 = ZPM : \Delta\Pi O$; quare etiam

$$\Lambda\Gamma M : \Xi O\Gamma = ZPM : \Delta\Pi O = \Lambda\Gamma PZ : \Xi\Gamma\Pi\Delta \text{ [Eucl. V, 19]}.$$

uerum $\Lambda\Gamma PZ = \Lambda\Lambda K$, $\Xi\Gamma\Pi\Delta = \Lambda N\Xi$ [II, 30; II, 5–6; III, 2; — III, 11]; itaque

$$\Lambda M^2 : \Xi O^2 = \Lambda\Lambda K : \Lambda N\Xi.$$

est autem $\Lambda M^2 : \Xi O^2 = Z\Gamma^2 : \Gamma\Delta^2$,

$$\Lambda\Lambda K : \Lambda N\Xi = \Lambda A^2 : \Lambda\Xi^2 \text{ [Eucl. VI, 19]}$$

$$= ZE^2 : E\Delta^2 \text{ [Eucl. VI, 2]};$$

quare etiam $Z\Gamma^2 : \Gamma\Delta^2 = ZE^2 : E\Delta^2$. ergo

$$Z\Gamma : \Gamma\Delta = ZE : \Delta E.$$

XXXVIII.

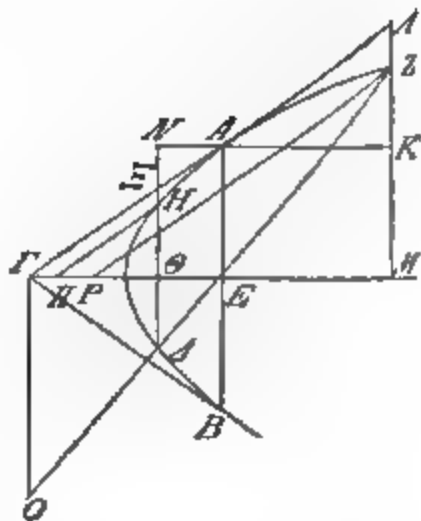
Iisdem positis si per punctum concursus contingentium recta ducitur rectae puncta contactus coniungenti parallela, rectaque per mediam rectam puncta contactus coniungentem ducta sectionem secat in duobus punctis rectamque per punctum concursus rectae puncta contactus coniungenti parallelam ductam, erunt, ut tota recta ita ducta ad partem extrinsecus inter sectionem parallelamque abscisam, ita partes a recta ad puncta contactus ducta effectae.

καὶ τῆς παραλλήλου, τὰ γινόμενα τμήματα ὑπὸ τῆς ἐπὶ τὰς ἀφὰς ἐπιξεννυμένης.

ἔστω ἡ AB τομὴ καὶ αἱ AG, BG ἐφαπτόμεναι καὶ ἡ AB τὰς ἀφὰς ἐπιξεννύουσα καὶ αἱ AN, GM διάμετροι· φανερόν δὴ, ὅτι ἡ AB δίχα τέμνεται κατὰ τὸ E .

ἤχθω ἀπὸ τοῦ Γ τῆ AB παράλληλος ἡ ΓO , καὶ διήχθω διὰ τοῦ E ἡ $ZE\Delta O$. λέγω, ὅτι ἐστίν, ὡς ἡ ZO πρὸς $O\Delta$, ἡ ZE πρὸς $E\Delta$.

ἤχθωσαν γὰρ ἀπὸ τῶν Z, Δ παρὰ τὴν AB αἱ $AZKM, \Delta\Theta H\Xi N$, διὰ δὲ τῶν Z, H παρὰ τὴν AG



αἱ ZP, HP . ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον δειχθήσεται, ὅτι ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ AM πρὸς τὸ ἀπὸ $\Xi\Theta$, τὸ ἀπὸ AA πρὸς τὸ ἀπὸ $A\Xi$. καὶ ἐστίν, ὡς μὲν τὸ ἀπὸ AM πρὸς τὸ ἀπὸ $\Xi\Theta$, τὸ ἀπὸ AG πρὸς τὸ ἀπὸ $\Gamma\Xi$ καὶ τὸ ἀπὸ ZO πρὸς τὸ ἀπὸ $O\Delta$, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ AA πρὸς τὸ ἀπὸ $A\Xi$, τὸ ἀπὸ ZE πρὸς τὸ ἀπὸ $E\Delta$. ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ZO πρὸς τὸ ἀπὸ $O\Delta$, τὸ ἀπὸ ZE πρὸς τὸ ἀπὸ $E\Delta$, καὶ ὡς ἡ ZO πρὸς $O\Delta$, ἡ ZE πρὸς $E\Delta$.

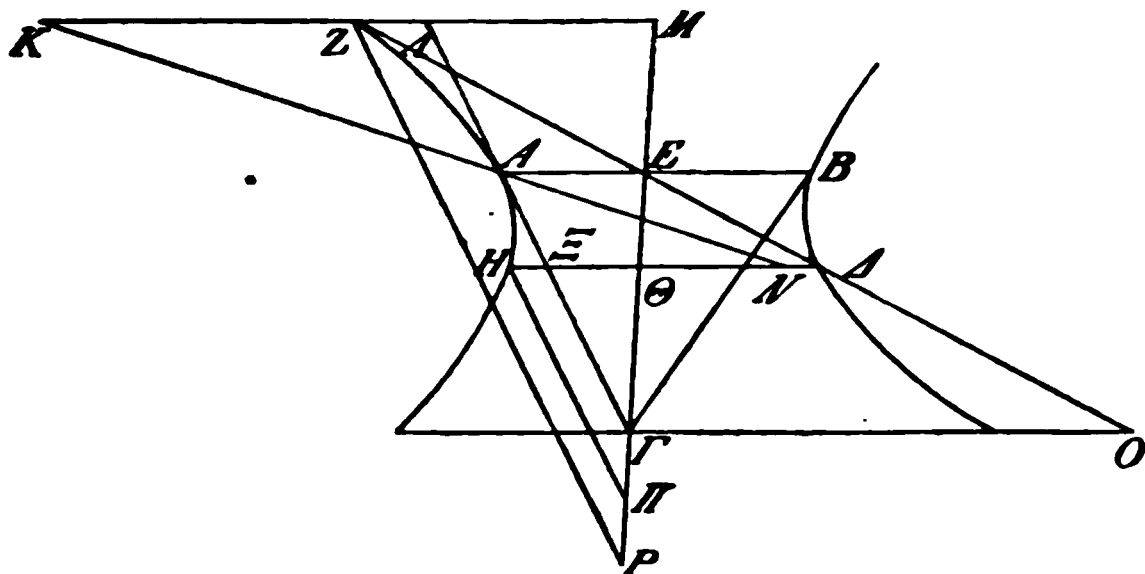
λθ'.

25 Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐφαπτόμεναι συμπίπτωσι, καὶ διὰ τῶν ἀφῶν εὐθεῖα ἐκβληθῆ, ἀπὸ δὲ τῆς συμπτώσεως τῶν ἐφαπτομένων ἀχθείσθαι εὐθεῖα

9. $ZEO\Delta V$; corr. p. 13. $Z] \Xi V$; corr. p. 14.
 $\Delta\Theta HN\Xi N V$; corr. Memus. 20. $O\Delta] A\Delta V$; corr. p. 23.
 In $E\Delta$ (alt.) desinit uol. I codicis V (fol. 120).

sit sectio AB , contingentes $A\Gamma$, $B\Gamma$, puncta contactus coniungens AB , diametri AN , ΓM ; manifestum igitur, AB in E in duas partes aequales secari [II, 30, 39].

a Γ rectae AB parallela ducatur ΓO , et per E ducatur $ZE\Delta O$. dico, esse $ZO : O\Delta = ZE : E\Delta$.



nam a Z , Δ rectae AB parallelae ducantur $AZKM$, $\Delta\Theta H\Xi N$, per Z , H autem rectae $A\Gamma$ parallelae ZP , $H\Pi$. iam eodem modo, quo antea, demonstrabimus, esse $AM^2 : \Xi\Theta^2 = AA^2 : A\Xi^2$ [u. prop. XXXVII]. est autem

$$AM^2 : \Xi\Theta^2 = A\Gamma^2 : \Gamma\Xi^2 \text{ [Eucl. VI, 4]}$$

$$= ZO^2 : O\Delta^2 \text{ [Eucl. VI, 2],}$$

et $AA^2 : A\Xi^2 = ZE^2 : E\Delta^2$ [Eucl. VI, 2]; itaque $ZO^2 : O\Delta^2 = ZE^2 : E\Delta^2$ et $ZO : O\Delta = ZE : E\Delta$.

XXXIX.

Si duae rectae oppositas contingentes concurrunt, et per puncta contactus recta ducitur, a puncto autem concursus contingentium ducta recta utramque sectio-

In V figura 2 minus adcurato descripta est; V praeterea tertiam figuram oppositarum habet.

τέμνη ἑκατέραν τῶν τομῶν καὶ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπι-
 ζευγνύουσαν, ἔσται, ὡς ὅλη ἢ διηγμένη πρὸς τὴν ἐκτὸς
 ἀπολαμβανομένην μεταξὺ τῆς τομῆς καὶ τῆς τὰς ἀφὰς
 ἐπιζευγνυούσης, οὕτως τὰ γινόμενα τμήματα τῆς εὐθείας
 5 ὑπὸ τῶν τομῶν καὶ τῆς συμπτώσεως τῶν ἐφαπτομένων.

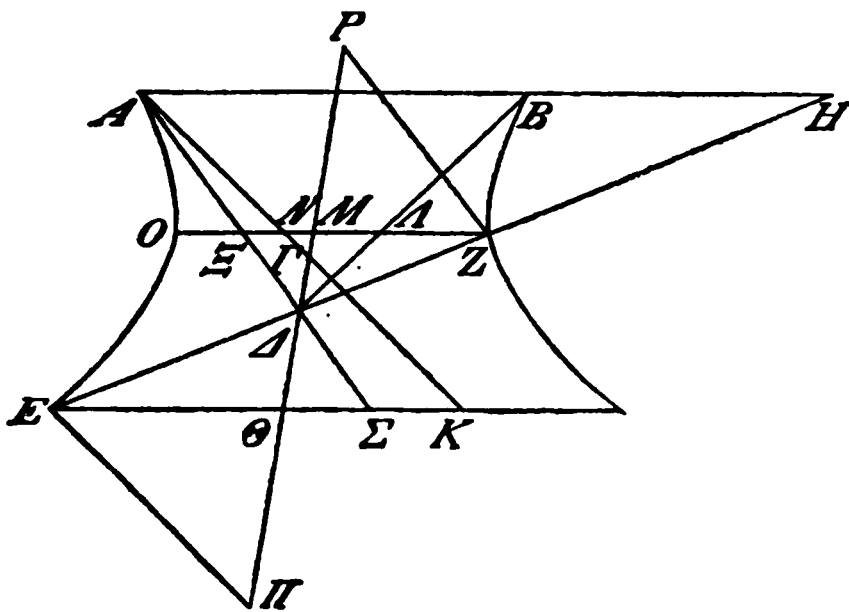
ἔστωσαν ἀντικείμεναι αἱ A, B , ὧν κέντρον τὸ Γ ,
 ἐφαπτόμεναι δὲ αἱ $A\Delta, \Delta B$, καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ
 $AB, \Gamma\Delta$ ἐκβεβλήσθωσαν, καὶ διὰ τοῦ Δ διήχθω τις
 εὐθεῖα ἢ $E\Delta ZH$. λέγω, ὅτι ἔστιν, ὡς ἢ EH πρὸς
 10 HZ , ἢ $E\Delta$ πρὸς ΔZ .

ἐπεξεύχθω γὰρ ἢ $A\Gamma$ καὶ ἐκβεβλήσθω, καὶ διὰ τῶν
 E, Z παρὰ μὲν τὴν AB ἤχθωσαν αἱ $E\Theta\Sigma, Z\Lambda MN\Xi O$,
 παρὰ δὲ τὴν $A\Delta$ αἱ $E\Pi, ZP$.

ἐπεὶ οὖν παράλληλοί εἰσιν αἱ $Z\Xi, E\Sigma$ καὶ δι-
 15 ηγμένοι εἰς αὐτὰς αἱ $EZ, \Xi\Sigma, \Theta M$, ἔστιν, ὡς ἢ $E\Theta$
 πρὸς $\Theta\Sigma$, ἢ ZM πρὸς $M\Xi$. καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἢ $E\Theta$
 πρὸς ZM , ἢ $\Theta\Sigma$ πρὸς ΞM . καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΘE
 πρὸς τὸ ἀπὸ MZ , τὸ ἀπὸ $\Theta\Sigma$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΞM . ἀλλ'
 ὡς μὲν τὸ ἀπὸ $E\Theta$ πρὸς τὸ ἀπὸ MZ , τὸ $E\Theta\Pi$ τρί-
 20 γωνον πρὸς τὸ ZPM , ὡς δὲ τὸ ἀπὸ $\Theta\Sigma$ πρὸς τὸ ἀπὸ
 ΞM , τὸ $\Delta\Theta\Sigma$ τρίγωνον πρὸς τὸ $\Xi M\Delta$. καὶ ὡς ἄρα
 τὸ $E\Theta\Pi$ πρὸς τὸ ZPM , τὸ $\Delta\Theta\Sigma$ πρὸς τὸ $\Xi M\Delta$.
 ἴσον δὲ τὸ μὲν $E\Theta\Pi$ τοῖς $A\Sigma K, \Theta\Delta\Sigma$, τὸ δὲ PMZ
 τοῖς $A\Xi N, \Delta M\Xi$. ὡς ἄρα τὸ $\Delta\Theta\Sigma$ πρὸς τὸ $\Xi M\Delta$,
 25 τὸ $A\Sigma K$ μετὰ τοῦ $\Theta\Delta\Sigma$ πρὸς τὸ $A\Xi N$ μετὰ τοῦ
 $\Xi M\Delta$, καὶ λοιπὸν τὸ $A\Sigma K$ πρὸς λοιπὸν τὸ $AN\Xi$
 ἔστιν, ὡς τὸ $\Delta\Sigma\Theta$ πρὸς τὸ $\Delta\Xi M$. ἀλλ' ὡς μὲν τὸ

4. τῆς] ὑπὸ τῆς V; ἐπὶ τῆς p; corr. Memus. 8. Δ] E V;
 corr. Memus. 12. $\Xi\Lambda MN\Xi O$ V; corr. p. 16. ZM] ΞM V;
 corr. p. 24. $A\Xi N$] $A\Xi M$ V; corr. Memus. 26. τό] (pr.)
 ego; ὡς τό V; ἄρα τό Halley.

nem rectamque puncta contactus coniungentem secat, erunt, ut tota recta ita ducta ad partem extrinsecus inter sectionem rectamque puncta contactus coniun-



gentem abscisam, ita partes rectae a sectionibus punctoque concursus contingentium effectae.

sint oppositae A, B , quarum centrum sit Γ , contingentes autem

$A\Delta, \Delta B$, et ductae $AB, \Gamma\Delta$ producantur, per Δ autem ducatur recta aliqua $E\Delta ZH$. dico, esse

$$EH : HZ = E\Delta : \Delta Z.$$

ducatur enim $A\Gamma$ et producat, et per E, Z rectae AB parallelae ducantur $E\Theta\Sigma, Z\Lambda MN\Xi O$, rectae autem $A\Delta$ parallelae $E\Pi, ZP$.

iam quoniam parallelae sunt $Z\Xi, E\Sigma$, et in eas incidunt $EZ, \Xi\Sigma, \Theta M$, erit [Eucl. VI, 4] $E\Theta : \Theta\Sigma = ZM : M\Xi$. et permutando [Eucl. V, 16] $E\Theta : ZM = \Theta\Sigma : \Xi M$; quare etiam $\Theta E^2 : MZ^2 = \Theta\Sigma^2 : \Xi M^2$. est autem [Eucl. VI, 19]

$E\Theta^2 : MZ^2 = E\Theta\Pi : ZPM, \Theta\Sigma^2 : \Xi M^2 = \Delta\Theta\Sigma : \Xi M\Delta$; itaque etiam $E\Theta\Pi : ZPM = \Delta\Theta\Sigma : \Xi M\Delta$. est autem $E\Theta\Pi = A\Sigma K + \Theta\Delta\Sigma, PMZ = A\Xi N + \Delta M\Xi$ [prop. XI]; itaque

$$\Delta\Theta\Sigma : \Xi M\Delta = A\Sigma K + \Theta\Delta\Sigma : A\Xi N + \Xi M\Delta$$

et [Eucl. V, 19] $A\Sigma K : AN\Xi = \Delta\Sigma\Theta : \Delta\Xi M$. est autem

$ΑΣΚ$ πρὸς τὸ $ΑΝΞ$, τὸ ἀπὸ $ΚΑ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΑΝ$,
 τουτέστι τὸ ἀπὸ $ΕΗ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΖΗ$, ὡς δὲ τὸ $ΔΘΣ$
 πρὸς τὸ $ΞΔΜ$, τὸ ἀπὸ $ΘΔ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΔΜ$, τουτ-
 έστι τὸ ἀπὸ $ΕΔ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΔΖ$. καὶ ὡς ἀρα ἡ $ΕΗ$
 5 πρὸς $ΗΖ$, ἡ $ΕΔ$ πρὸς $ΔΖ$.

μ'.

Τῶν αὐτῶν ὄντων ἐὰν διὰ τῆς συμπτώσεως τῶν
 ἐφαπτομένων ἀχθῆ εὐθεῖα παρὰ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπι-
 ζευγνύουσαν, καὶ ἀπὸ μέσης τῆς τὰς ἀφὰς ἐπιζευγ-
 10 νούσης ἀχθεῖσα εὐθεῖα τέμνη ἑκατέραν τῶν τομῶν
 καὶ τὴν παρὰ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιζευγνύουσαν, ἔσται,
 ὡς ὅλη ἡ διηγμένη πρὸς τὴν ἐκτὸς ἀπολαμβανομένην
 μεταξὺ τῆς παραλλήλου καὶ τῆς τομῆς, οὕτως τὰ γι-
 νόμενα τμήματα τῆς εὐθείας ὑπὸ τῶν τομῶν καὶ τῆς
 15 τὰς ἀφὰς ἐπιζευγνυούσης.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι αἱ A, B , ὧν κέντρον τὸ Γ ,
 ἐφαπτόμεναι δὲ αἱ $ΑΔ, ΔΒ$, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $ΑΒ$
 καὶ ἡ $\GammaΔΕ$. ἴση ἄρα ἡ $ΑΕ$ τῇ $ΕΒ$. καὶ ἀπὸ μὲν
 τοῦ Δ παρὰ τὴν $ΑΒ$ ἤχθω ἡ $ΖΔΗ$, ἀπὸ δὲ τοῦ $Ε$,
 20 ὡς ἔτυχεν, ἡ $ΔΕ$. λέγω, ὅτι ἐστίν, ὡς ἡ $ΘΔ$ πρὸς
 $ΑΚ$, ἡ $ΘΕ$ πρὸς $ΕΚ$.

ἤχθωσαν ἀπὸ τῶν $\Theta, Κ$ παρὰ μὲν τὴν $ΑΒ$ αἱ
 $ΝΜΘΞ, ΚΟΠ$, παρὰ δὲ τὴν $ΑΔ$ αἱ $\ThetaΡ, ΚΣ$, καὶ
 διήχθω ἡ $ΞΑΓΤ$.

25 ἐπεὶ οὖν εἰς παραλλήλους τὰς $ΞΜ, ΚΠ$ διηγμέναι
 εἰσὶν αἱ $ΞΑΥ, ΜΑΠ$, ἔστιν, ὡς ἡ $ΞΑ$ πρὸς $ΑΥ$,
 ἡ $ΜΑ$ πρὸς $ΑΠ$. ἀλλ' ὡς ἡ $ΞΑ$ πρὸς $ΑΥ$, ἡ $ΘΕ$

20. $ΔΕ$] ego; $ΔΕ$ V; $\ThetaΕΚΑ$ Halley cum Memo. 23.
 $ΝΜΘΞ$] $\ThetaΜΝΞ$ V; corr. p ($Ξ\ThetaΜΝ$). 24. $ΞΑΓΤ$]
 $ΑΓΞΤ$ V; corr. p. 26. $ΜΑΠ$] $ΜΑΓ$ V; corr. p. 27. $ΜΑ$]
 $ΜΔ$ V; corr. p.

$$A\Sigma K : AN\Xi = KA^2 : AN^2 \text{ [Eucl. VI, 19]} \\ = EH^2 : ZH^2 \text{ [Eucl. VI, 2; VI, 4; V, 12; V, 16],}$$

et

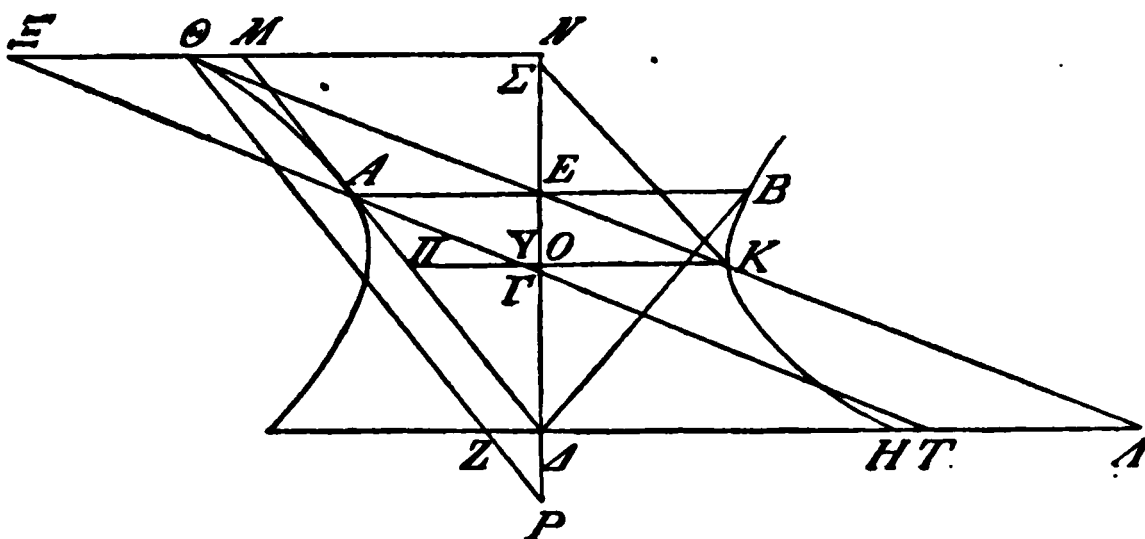
$$\Delta\Theta\Sigma : \Xi\Delta M = \Theta\Delta^2 : \Delta M^2 \text{ [Eucl. VI, 19]} \\ = E\Delta^2 : \Delta Z^2 \text{ [Eucl. VI, 4].}$$

ergo etiam $EH : HZ = E\Delta : \Delta Z$.

XL.

Iisdem positis si per punctum concursus contingentium recta ducitur rectae puncta contactus coniungenti parallela, et recta a media recta puncta contactus coniungenti ducta utramque sectionem secat rectamque rectae puncta contactus coniungenti parallelam, erunt, ut tota recta ita ducta ad partem extrinsecus inter parallelam sectionemque abscisam, ita partes rectae a sectionibus rectaque puncta contactus coniungenti effectae.

sint oppositae A, B , quarum centrum sit Γ , contingentes autem $A\Delta, \Delta B$, et ducantur AB et $\Gamma\Delta E$;



itaque $AE = EB$ [II, 39]. et a Δ rectae AB parallela ducatur $Z\Delta H$, ab E autem quoquo modo AE . dico, esse $\Theta\Delta : \Delta K = \Theta E : EK$.

πρὸς EK . ὡς δὲ ἢ ΘE πρὸς EK , ἢ ΘN πρὸς KO
 διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν ΘEN , KEO τριγώνων. ὡς
 ἄρα ἢ ΘN πρὸς KO , ἢ MA πρὸς AP . καὶ ὡς ἄρα
 τὸ ἀπὸ ΘN πρὸς τὸ ἀπὸ KO , τὸ ἀπὸ MA πρὸς τὸ
 5 ἀπὸ AP . ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ἀπὸ ΘN πρὸς τὸ ἀπὸ OK ,
 τὸ ΘPN τρίγωνον πρὸς τὸ KSO , ὡς δὲ τὸ ἀπὸ MA
 πρὸς τὸ ἀπὸ AP , τὸ ΞMA τρίγωνον πρὸς τὸ ATP .
 καὶ ὡς ἄρα τὸ ΘNP πρὸς τὸ KOS , τὸ ΞMA πρὸς
 τὸ ATP . ἴσον δὲ τὸ ΘNP τοῖς ΞAM , $MN\Delta$, τὸ
 10 δὲ ΣOK τοῖς ATP , ΔOP . καὶ ὡς ἄρα τὸ ΞMA
 μετὰ τοῦ $MN\Delta$ τριγώνου πρὸς τὸ ATP τρίγωνον
 μετὰ τοῦ $\Pi\Delta O$ τριγώνου, οὕτως τὸ ΞMA τρίγωνον
 πρὸς τὸ $\Pi\Gamma A$ τρίγωνον. καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ $NM\Delta$
 πρὸς λοιπὸν τὸ ΔOP τρίγωνόν ἐστιν, ὡς ὅλον πρὸς
 15 ὅλον. ἀλλ' ὡς τὸ ΞMA τρίγωνον πρὸς τὸ ATP
 τρίγωνον, τὸ ἀπὸ ΞA πρὸς τὸ ἀπὸ AT , ὡς δὲ τὸ
 $M\Delta N$ πρὸς τὸ $\Pi\Delta O$, τὸ ἀπὸ MN πρὸς τὸ ἀπὸ ΠO .
 καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ MN πρὸς τὸ ἀπὸ ΠO , τὸ ἀπὸ
 ΞA πρὸς τὸ ἀπὸ AT . ὡς δὲ τὸ ἀπὸ MN πρὸς τὸ
 20 ἀπὸ ΠO , τὸ ἀπὸ $N\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ $O\Delta$, ὡς δὲ τὸ
 ἀπὸ ΞA πρὸς τὸ ἀπὸ AT , τὸ ἀπὸ ΘE πρὸς τὸ ἀπὸ
 EK , ὡς δὲ τὸ ἀπὸ $N\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔO , τὸ ἀπὸ ΘA
 πρὸς τὸ ἀπὸ AK . καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΘE πρὸς τὸ
 ἀπὸ EK , τὸ ἀπὸ ΘA πρὸς τὸ ἀπὸ AK . ἐστιν ἄρα,
 25 ὡς ἢ ΘE πρὸς EK , ἢ ΘA πρὸς AK .

μα'.

Ἐὰν παραβολῆς τρεῖς εὐθεῖαι ἐφαπτόμεναι συμ-
 πίπτωσιν ἀλλήλαις, εἰς τὸν αὐτὸν λόγον τμηθήσονται.

4. πρὸς] (alt.) bis V; corr. pc. 8. τὸ ΞMA] om. V;
 corr. p. 13. $\Xi NM\Delta$ V; corr. p ($MN\Delta$). 25. ΘE] cp,
 E obscurum in V; $\Theta\Sigma$ v.

a Θ , K rectae AB parallelae ducantur $NM\Theta\xi$, $KO\Pi$, rectae autem $A\Delta$ parallelae ΘP , $K\Sigma$, et ducatur $\xi A\Gamma T$.

quoniam igitur in parallelas ξM , $K\Pi$ incidunt $\xi A\Gamma$, $M A\Pi$, erit [Eucl. VI, 4] $\xi A : A\Gamma = M A : A\Pi$. uerum $\xi A : A\Gamma = \Theta E : EK$ [Eucl. VI, 2]; et

$$\Theta E : EK = \Theta N : KO$$

propter similitudinem triangulorum ΘEN , KEO [Eucl. VI, 4]; itaque $\Theta N : KO = M A : A\Pi$. quare etiam $\Theta N^2 : KO^2 = M A^2 : A\Pi^2$. uerum

$\Theta N^2 : OK^2 = \Theta P N : K\Sigma O$, $M A^2 : A\Pi^2 = \xi M A : A\Gamma\Pi$ [Eucl. VI, 19]; itaque etiam $\Theta NP : KO\Sigma = \xi M A : A\Gamma\Pi$. est autem [prop. XI] $\Theta NP = \xi AM + MN\Delta$ et $\Sigma OK = A\Gamma\Pi + \Delta O\Pi$; quare etiam

$$\xi M A + MN\Delta : A\Gamma\Pi + \Pi\Delta O = \xi M A : \Pi\Gamma A.$$

itaque etiam [Eucl. V, 19] $NM\Delta : \Delta O\Pi$, ut totum ad totum. est autem

$\xi M A : A\Gamma\Pi = \xi A^2 : A\Gamma^2$, $M\Delta N : \Pi\Delta O = MN^2 : \Pi O^2$ [Eucl. VI, 19]; quare etiam $MN^2 : \Pi O^2 = \xi A^2 : A\Gamma^2$. uerum

$$MN^2 : \Pi O^2 = N\Delta^2 : O\Delta^2 \text{ [Eucl. VI, 4],}$$

$$\xi A^2 : A\Gamma^2 = \Theta E^2 : EK^2 \text{ [Eucl. VI, 2],}$$

$N\Delta^2 : \Delta O^2 = \Theta A^2 : AK^2$ [Eucl. VI, 4; VI, 2; V, 12; V, 16];

itaque etiam $\Theta E^2 : EK^2 = \Theta A^2 : AK^2$. ergo

$$\Theta E : EK = \Theta A : AK.$$

XLI.

Si tres rectae parabolam contingentes inter se concurrunt, secundum eandem rationem secabuntur.

ἔστω παραβολὴ ἡ $ΑΒΓ$, ἐφαπτόμεναι δὲ αἱ $ΑΔΕ$, $ΕΖΓ$, $ΔΒΖ$. λέγω, ὅτι ἐστίν, ὡς ἡ $ΓΖ$ πρὸς $ΖΕ$, ἡ $ΕΔ$ πρὸς $ΔΑ$ καὶ ἡ $ΖΒ$ πρὸς $ΒΔ$.

ἐπεξεύχθω γὰρ ἡ $ΑΓ$ καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ
δ τὸ $Η$.

ὅτι μὲν οὖν ἡ ἀπὸ τοῦ $Ε$ ἐπὶ τὸ $Η$ διάμετρος ἐστὶ τῆς τομῆς, φανερόν.

εἰ μὲν οὖν διὰ τοῦ $Β$ ἔρχεται, παράλληλός ἐστὶν ἡ $ΔΖ$ τῇ $ΑΓ$ καὶ δίχα τμηθήσεται κατὰ τὸ $Β$ ὑπὸ
10 τῆς $ΕΗ$, καὶ διὰ τοῦτο ἴση ἔσται ἡ $ΑΔ$ τῇ $ΔΕ$ καὶ ἡ $ΓΖ$ τῇ $ΖΕ$, καὶ φανερόν τὸ ζητούμενον.

μὴ ἐρχέσθω διὰ τοῦ $Β$, ἀλλὰ διὰ τοῦ $Θ$, καὶ ἤχθω διὰ τοῦ $Θ$ παρὰ τὴν $ΑΓ$ ἡ $ΚΘΛ$. ἐφάπεται ἄρα τῆς τομῆς κατὰ τὸ $Θ$, καὶ διὰ τὰ εἰρημένα ἴση ἔσται ἡ $ΑΚ$
15 τῇ $ΚΕ$ καὶ ἡ $ΑΓ$ τῇ $ΛΕ$. ἤχθω διὰ μὲν τοῦ $Β$ παρὰ τὴν $ΕΗ$ ἡ $ΜΝΒΞ$, διὰ δὲ τῶν $Α, Γ$ παρὰ τὴν $ΔΖ$ αἱ $ΑΟ, ΓΠ$. ἐπεὶ οὖν παράλληλός ἐστὶν ἡ $ΜΒ$ τῇ $ΕΘ$, διάμετρος ἐστὶν ἡ $ΜΒ$. καὶ ἐφάπτεται κατὰ τὸ $Β$ ἡ $ΔΖ$. κατηγμένοι ἄρα εἰσὶν αἱ $ΑΟ, ΓΠ$. καὶ ἐπεὶ
20 διάμετρος ἐστὶν ἡ $ΜΒ$, ἐφαπτομένη δὲ ἡ $ΓΜ$, κατηγμένη δὲ ἡ $ΓΠ$, ἴση ἔσται ἡ $ΜΒ$ τῇ $ΒΠ$. ὥστε καὶ ἡ $ΜΖ$ τῇ $ΖΓ$. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ $ΜΖ$ τῇ $ΖΓ$ καὶ ἡ $ΕΛ$ τῇ $ΑΓ$, ἔστιν, ὡς ἡ $ΜΓ$ πρὸς $ΓΖ$, ἡ $ΕΓ$ πρὸς $ΓΛ$. καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ $ΜΓ$ πρὸς $ΓΕ$, ἡ $ΖΓ$ πρὸς $ΓΛ$.
25 ἀλλ' ὡς ἡ $ΜΓ$ πρὸς $ΓΕ$, ἡ $ΞΓ$ πρὸς $ΓΗ$. καὶ ὡς ἄρα ἡ $ΖΓ$ πρὸς $ΓΛ$, ἡ $ΞΓ$ πρὸς $ΓΗ$. ὡς δὲ ἡ $ΗΓ$ πρὸς $ΓΑ$, ἡ $ΑΓ$ πρὸς $ΓΕ$ [διπλασία γὰρ ἑκατέρω]· δι' ἴσου ἄρα, ὡς ἡ $ΑΓ$ πρὸς $ΓΞ$, ἡ $ΕΓ$ πρὸς $ΓΖ$,

13. $ΚΘΛ$] $ΘΚΛ$ V; corr. p. τῇ $ΕΘ$ διάμετρος ἐστὶν ἡ $ΜΒ$ V. 20. Post $ΜΒ$ del. m. 1 21. ἔσται] bis V; corr. pvc.
27. διπλασία γὰρ ἑκατέρω] deleo.

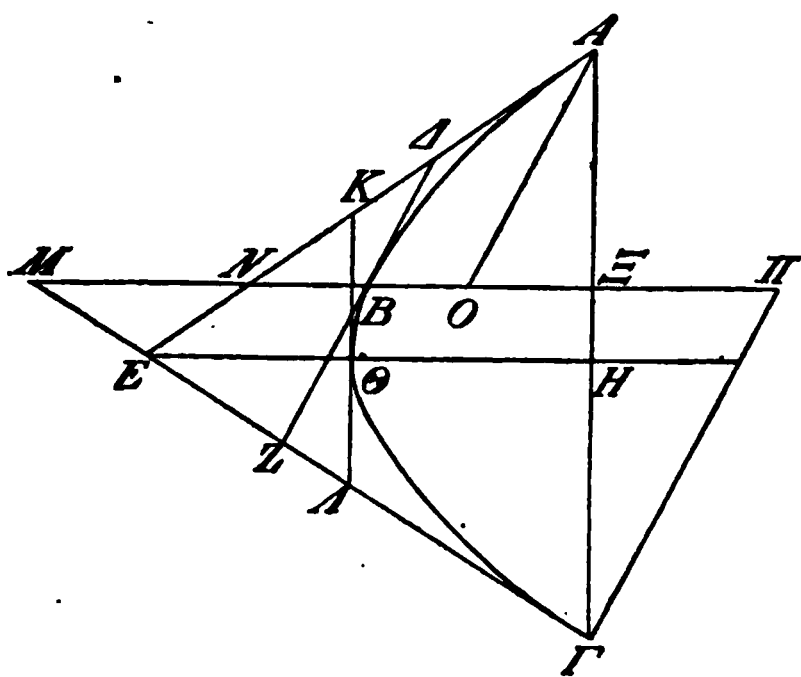
sit parabola $AB\Gamma$, contingentes autem $A\Delta E$, $EZ\Gamma$, ΔBZ . dico, esse $\Gamma Z:ZE = E\Delta:\Delta A = ZB:BA$.
ducatur enim $A\Gamma$ et in H in duas partes aequales secetur.

iam rectam ab E ad H ductam diametrum esse sectionis, manifestum est [II, 29].

iam si ea per B cadit, ΔZ rectae $A\Gamma$ parallela erit [II, 5] et ad B ab $E\Gamma$ in duas partes aequales secabitur [Eucl. VI, 4], qua de causa erit $A\Delta = \Delta E$,

$\Gamma Z = ZE$ [I, 35; Eucl. VI, 2], et manifestum est, quod quaerimus.

iam ne cadat per B , sed per Θ , et per Θ rectae $A\Gamma$ parallela ducatur $K\Theta A$; ea igitur sectionem continget in Θ [I, 32], et



propter ea, quae diximus, erit $AK = KE$, $A\Gamma = \Delta E$. iam per B rectae $E\Gamma$ parallela ducatur $MNB\Xi$, per A, Γ autem rectae ΔZ parallelae $AO, \Gamma\Pi$. quoniam igitur $MB, E\Theta$ parallelae sunt, diametrus est MB [I, 51 coroll.]; et ΔZ in B contingit; itaque $AO, \Gamma\Pi$ ordinate ductae sunt [I def.4]. et quoniam MB diametrus est, contingens ΓM , ordinate ducta $\Gamma\Pi$, erit $MB = B\Pi$ [I, 35]; quare etiam $MZ = Z\Gamma$ [Eucl. VI, 2]. et quoniam est $MZ = Z\Gamma, EA = A\Gamma$, erit

$$M\Gamma : \Gamma Z = E\Gamma : \Gamma A$$

et permutando [Eucl. V, 16] $M\Gamma : \Gamma E = Z\Gamma : \Gamma A$.

καὶ ἀναστρέψαντι, ὡς ἡ $ΕΓ$ πρὸς $ΕΖ$, ἡ $ΓΑ$ πρὸς $ΑΞ$ ·
 διελόντι, ὡς ἡ $ΓΖ$ πρὸς $ΖΕ$, ἡ $ΓΞ$ πρὸς $ΞΑ$. πάλιν
 ἐπεὶ διάμετρος ἐστὶν ἡ $ΜΒ$ καὶ ἐφαπτομένη ἡ $ΑΝ$
 καὶ κατηγμένη ἡ $ΑΟ$, ἴση ἐστὶν ἡ $ΝΒ$ τῇ $ΒΟ$ καὶ ἡ
 5 $ΝΔ$ τῇ $ΔΑ$. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ $ΕΚ$ τῇ $ΚΑ$ · ὡς ἄρα ἡ
 $ΑΕ$ πρὸς $ΑΚ$, ἡ $ΝΑ$ πρὸς $ΑΔ$ · ἐναλλάξ, ὡς ἡ $ΕΑ$
 πρὸς $ΑΝ$, ἡ $ΚΑ$ πρὸς $ΑΔ$. ἀλλ' ὡς ἡ $ΕΑ$ πρὸς $ΑΝ$,
 ἡ $ΗΑ$ πρὸς $ΑΞ$ · καὶ ὡς ἄρα ἡ $ΚΑ$ πρὸς $ΑΔ$, ἡ $ΗΑ$
 πρὸς $ΑΞ$. ἐστὶ δὲ καί, ὡς ἡ $ΓΑ$ πρὸς $ΑΗ$, ἡ $ΕΑ$
 10 πρὸς $ΑΚ$ [διπλασία γὰρ ἑκατέρω ἑκατέρας]· δι' ἴσου
 ἄρα, ὡς ἡ $ΓΑ$ πρὸς $ΑΞ$, ἡ $ΕΑ$ πρὸς $ΑΔ$ · διελόντι,
 ὡς ἡ $ΓΞ$ πρὸς $ΞΑ$, ἡ $ΕΔ$ πρὸς $ΔΑ$. ἐδείχθη δὲ καί,
 ὡς ἡ $ΓΞ$ πρὸς $ΑΞ$, ἡ $ΓΖ$ πρὸς $ΖΕ$ · ὡς ἄρα ἡ $ΓΖ$
 πρὸς $ΖΕ$, ἡ $ΕΔ$ πρὸς $ΑΔ$. πάλιν ἐπεὶ ἐστὶν, ὡς ἡ
 15 $ΓΞ$ πρὸς $ΞΑ$, ἡ $ΓΠ$ πρὸς $ΑΟ$, καὶ ἐστὶν ἡ μὲν $ΓΠ$
 τῆς $ΒΖ$ διπλῆ, ἐπεὶ καὶ ἡ $ΓΜ$ τῆς $ΜΖ$, ἡ δὲ $ΑΟ$
 τῆς $ΒΔ$, ἐπεὶ καὶ ἡ $ΑΝ$ τῆς $ΝΔ$, ὡς ἄρα ἡ $ΓΞ$
 πρὸς $ΞΑ$, ἡ $ΖΒ$ πρὸς $ΒΔ$ καὶ ἡ $ΓΖ$ πρὸς $ΖΕ$ καὶ
 ἡ $ΕΔ$ πρὸς $ΔΑ$.

20

μβ'.

Ἐὰν ἐν ὑπερβολῇ ἢ ἐλλείψει ἢ κύκλου περιφερεία
 ἢ ταῖς ἀντικειμέναις ἀπ' ἄκρας τῆς διαμέτρου ἀχθῶσι
 παρὰ τεταγμένως κατηγμένην, ἄλλη δέ τις, ὡς ἔτυχεν,
 ἀχθῆ ἐφαπτομένη, ἀποτεμεῖ ἀπ' αὐτῶν εὐθείας ἴσον
 25 περιεχούσας τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ πρὸς τῇ αὐτῇ δια-
 μέτρῳ εἶδους.

ἔστω γάρ τις τῶν προειρημένων τομῶν, ἧς διά-
 μετρος ἡ $ΑΒ$, καὶ ἀπὸ τῶν $Α$, $Β$ ἤχθωσαν παρὰ

1. $ΑΞ$] *vc*, corr. ex $ΑΓ$ m. 1 *V*. 10. διπλασία — ἑκα-
 τέρας] *deleo*. 21. ἐν] *om. V*; corr. *p*.

uerum $M\Gamma : \Gamma E = \Xi\Gamma : \Gamma H$ [Eucl. VI, 4]; itaque etiam $Z\Gamma : \Gamma A = \Xi\Gamma : \Gamma H$. est autem

$$H\Gamma : \Gamma A = A\Gamma : \Gamma E;$$

nam utraque duplo maior est; ex aequo igitur [Eucl. V, 22]

$A\Gamma : \Gamma \Xi = E\Gamma : \Gamma Z$, et conuertendo [Eucl. V, 19 coroll.]

$E\Gamma : EZ = \Gamma A : A\Xi$; dirimendo [Eucl. V, 17]

$$\Gamma Z : ZE = \Gamma \Xi : \Xi A.$$

rursus quoniam diameter est MB , contingens AN , ordinate ducta AO , erit $NB = BO$ [I, 35] et [Eucl. VI, 2]

$N\Delta = \Delta A$. est autem etiam $EK = KA$; quare

$AE : AK = NA : A\Delta$, et permutando [Eucl. V, 16]

$EA : AN = KA : A\Delta$. est autem $EA : AN = HA : A\Xi$

[Eucl. VI, 4]; quare etiam $KA : A\Delta = HA : A\Xi$. est

autem etiam $\Gamma A : AH = EA : AK$; nam utraque duplo

maior est utraque; itaque ex aequo $\Gamma A : A\Xi = EA : A\Delta$

[Eucl. V, 22]; dirimendo [Eucl. V, 17] $\Gamma \Xi : \Xi A = E\Delta : \Delta A$.

demonstrauimus autem etiam, esse $\Gamma \Xi : A\Xi = \Gamma Z : ZE$;

itaque $\Gamma Z : ZE = E\Delta : \Delta A$. rursus quoniam est

$\Gamma \Xi : \Xi A = \Gamma \Pi : AO$ [Eucl. VI, 4; V, 16], et $\Gamma \Pi = 2BZ$

[Eucl. VI, 4], quoniam etiam $\Gamma M = 2MZ$, et $AO = 2B\Delta$

[Eucl. VI, 4], quoniam etiam $AN = 2N\Delta$, erit

$$\Gamma \Xi : \Xi A = ZB : B\Delta = \Gamma Z : ZE = E\Delta : \Delta A.$$

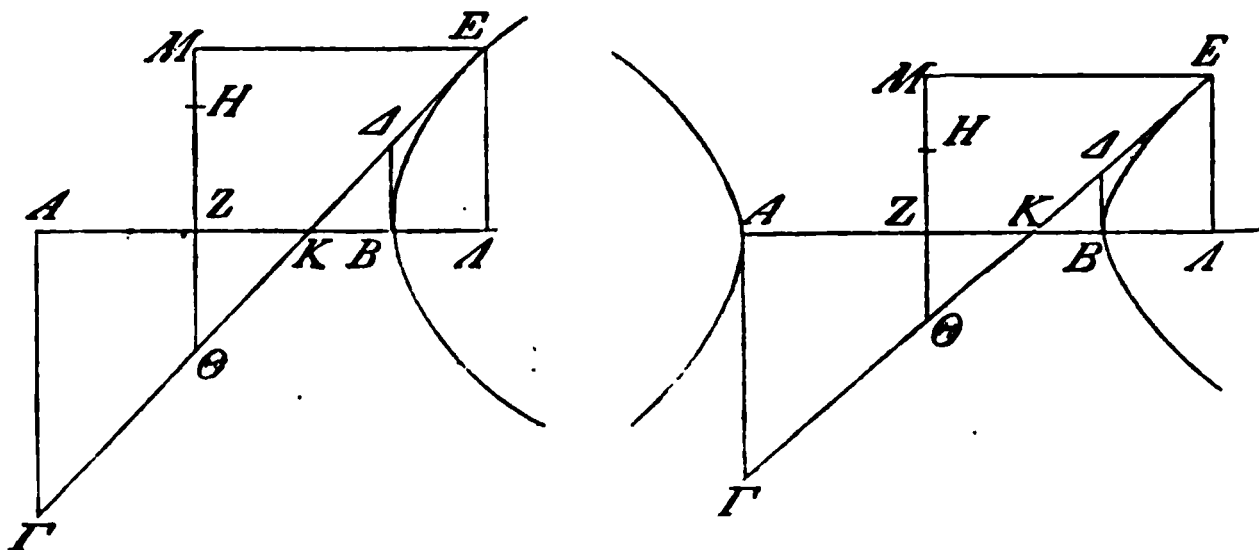
XLII.

Si in hyperbola uel ellipsi uel circulo uel oppositis a terminis diametri rectae ducuntur rectae ordinate ductae parallelae, alia autem aliqua quoquo modo contingens ducitur, haec ab illis rectas abscindet rectangulum comprehendentes aequale quartae parti figurae eidem diametro adplicatae.

sit enim aliqua sectionum, quas diximus, cuius

τεταγμένως κατηγμένην αὐτὰς $ΑΓ$, $ΒΔ$, ἄλλη δὲ τις ἐφαπτέσθω κατὰ τὸ $Ε$ ἢ $ΓΕΔ$. λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ $ΑΓ$, $ΒΔ$ ἴσον ἐστὶ τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ πρὸς τῇ $ΑΒ$ εἵδους.

- 5 ἔστω γὰρ κέντρον τὸ Z , καὶ δι' αὐτοῦ ἤχθω παρὰ τὰς $ΑΓ$, $ΒΔ$ ἢ $ZHΘ$. ἐπεὶ οὖν αὐτὰς $ΑΓ$, $ΒΔ$ παράλληλοι εἰσιν, ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ZH παράλληλος, συζυγῆς



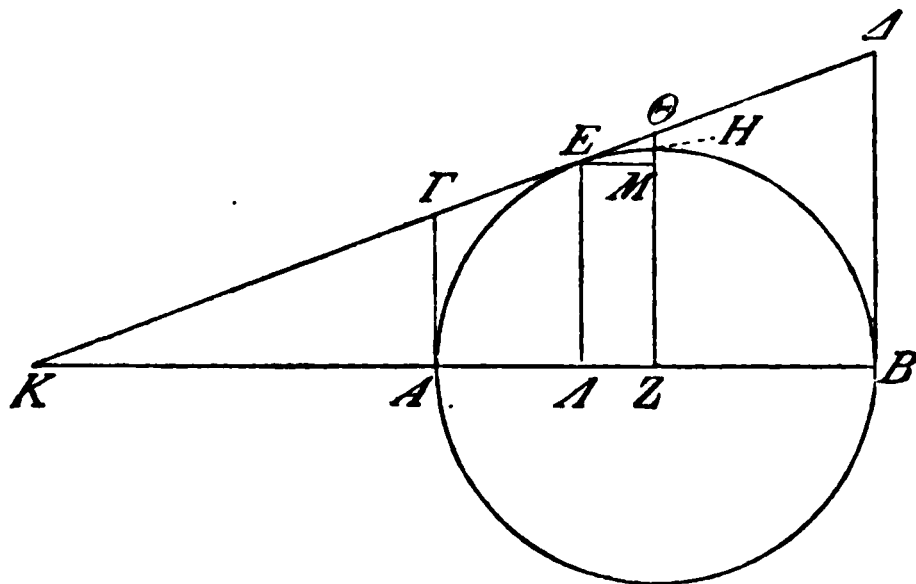
ἄρα διάμετρος ἐστὶ τῇ $ΑΒ$. ὥστε τὸ ἀπὸ ZH ἴσον ἐστὶ τῷ τετάρτῳ τοῦ πρὸς τῇ $ΑΒ$ εἵδους.†

- 10 εἰ μὲν οὖν ἡ ZH ἐπὶ τῆς ἐλλείψεως καὶ τοῦ κύκλου διὰ τοῦ $Ε$ ἔρχεται, ἴσαι γίνονται αὐτὰς $ΑΓ$, ZH , $ΒΔ$, καὶ φανερὸν αὐτόθεν, ὅτι τὸ ὑπὸ $ΑΓ$, $ΒΔ$ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ZH , τουτέστι τῷ τετάρτῳ τοῦ πρὸς τῇ $ΑΒ$ εἵδους.
- 15 μὴ ἐρχέσθω δὲ, καὶ συμπιπέτωσαν αὐτὰς $ΔΓ$, $ΒΑ$ ἐκβαλλόμεναι κατὰ τὸ K , καὶ διὰ τοῦ $Ε$ παρὰ μὲν τὴν $ΑΓ$ ἤχθω ἢ $ΕΛ$, παρὰ δὲ τὴν $ΑΒ$ ἢ $ΕΜ$. ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ $KZΛ$ τῷ ἀπὸ AZ , ἔστιν, ὡς ἢ KZ πρὸς $ZΛ$, ἢ $ZΛ$ πρὸς $ZΛ$, καὶ ἢ $ΚΑ$ πρὸς
- 20 $ΑΛ$ ἔστιν, ὡς ἢ KZ πρὸς $ZΛ$, τουτέστι πρὸς ZB .

20. ἐστιν] scripsi, ἔστι δὲ Vp. $ZΛ$] pcv, A e corr. m. 1 V.
 ZB] pcv; B e corr. m. 1 V.

diameter sit AB , et ab A, B rectae ordinate ductae parallelae ducantur $A\Gamma, B\Delta$, alia autem recta $\Gamma E\Delta$ in E contingat. dico, $A\Gamma \times B\Delta$ quartae parti figurae ad AB adplicatae aequale esse.

sit enim centrum Z , et per id rectis $A\Gamma, B\Delta$ parallela ducatur $ZH\Theta$. quoniam igitur $A\Gamma, B\Delta$



parallelae sunt, et etiam ZH iis parallela est, diameter est coniugata cum AB [I def. 6]; quare ZH^2 quartae parti figurae ad AB adplicatae aequale est [I deff. alt. 3].

iam si in ellipsi circuloque ZH per E cadit, erit $A\Gamma = ZH = B\Delta$, et statim adparet, esse

$$A\Gamma \times B\Delta = ZH^2,$$

hoc est quartae parti figurae ad AB adplicatae aequale.

iam per E ne cadat, et $\Delta\Gamma, BA$ productae concurrant in K , per E autem rectae $A\Gamma$ parallela ducatur $E\Lambda$ et rectae AB parallela EM . iam quoniam est [I, 37] $KZ \times ZA = AZ^2$, erit $KZ : ZA = ZA : Z\Lambda$ [Eucl. VI, 17] et

$$KA : A\Lambda = KZ : ZA \text{ [Eucl. V, 12; — V, 19 coroll.; V, 16]} \\ = KZ : ZB.$$

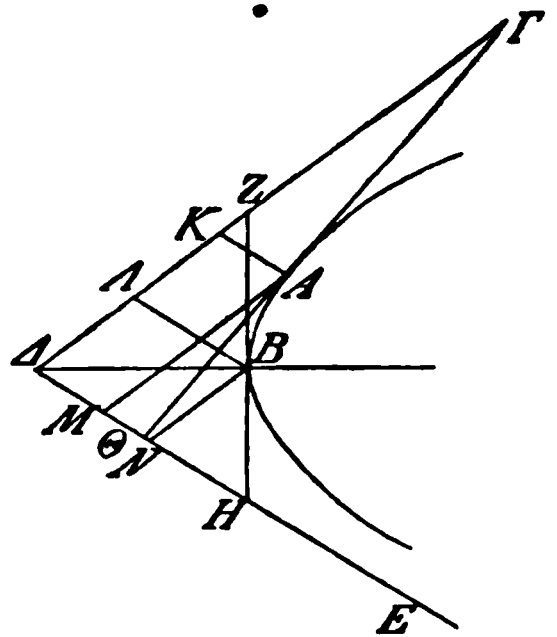
ἀνάπαλιν, ὡς ἡ BZ πρὸς ZK , ἡ $ΔΑ$ πρὸς AK . συν-
 θέντι ἢ διαλόντι, ὡς ἡ BK πρὸς KZ , ἡ $ΔK$ πρὸς KA .
 καὶ ὡς ἄρα ἡ $ΔB$ πρὸς $ZΘ$, ἡ $ΕΔ$ πρὸς $ΓΑ$. τὸ ἄρα
 ὑπὲρ $ΔB$, $ΓΑ$ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ $ZΘ$, $ΕΔ$, τουτέστι τῷ
 ὑπὸ $ΘΖΜ$. τὸ δὲ ὑπὸ $ΘΖΜ$ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ZH ,
 τουτέστι τῷ τετάρτῳ τοῦ πρὸς τῇ AB εἵδους· καὶ τὸ
 ὑπὸ $ΔB$, $ΓΑ$ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ τετάρτῳ τοῦ πρὸς
 τῇ AB εἵδους.

μγ'.

10. Ἐὰν ὑπερβολῆς εὐθεία ἐπιφανῆ, ἀποτεμεῖ ἀπὸ τῶν
 ἀσύμπτωτων πρὸς τῷ κέντρῳ τῆς τομῆς εὐθείας ἴσον
 περιεχούσας τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ἀποτεμνομένων
 εὐθειῶν ὑπὸ τῆς ἐφαπτομένης κατὰ τὴν πρὸς τῷ ἄξονι
 κορυφὴν τῆς τομῆς.

15 ἔστω ὑπερβολὴ ἡ AB , ἀσύμπτωτοι δὲ αἱ $ΓΔΕ$,
 ἄξων δὲ ὁ $BΔ$, καὶ ἤχθῳ διὰ τοῦ B ἐφαπτομένη ἡ
 ZBH , ἄλλη δέ τις, ὡς ἔτυχεν,
 ἐφαπτομένη ἡ $ΓΑΘ$. λέγω, ὅτι
 τὸ ὑπὸ $ZΔH$ ἴσον ἐστὶ τῷ
 20 ὑπὸ $ΓΔΘ$.

ἤχθωσαν γὰρ ἀπὸ τῶν A, B
 παρὰ μὲν τὴν $ΔH$ αἱ $AK, BΛ$,
 παρὰ δὲ τὴν $ΓΔ$ αἱ AM, BN .
 ἐπεὶ οὖν ἐφάπτεται ἡ $ΓΑΘ$,
 25 ἴση ἡ $ΓΑ$ τῇ $ΑΘ$. ὥστε ἡ $ΓΘ$
 τῆς $ΘΑ$ διπλῆ καὶ ἡ $ΓΔ$ τῆς
 AM καὶ ἡ $ΔΘ$ τῆς AK . τὸ ἄρα ὑπὸ $ΓΔΘ$ τετρα-
 πλάσιόν ἐστὶ τοῦ ὑπὸ KAM . ὁμοίως δὲ δειχθήσεται



1. ἡ] (pr.) om. V; corr. p. 10. ἀποτεμεῖ] cp, supra add.
 η m. 1 V: ἀπὸ τῶν] bis V; corr. pc. 16. ἄξων] pcv, ξ e
 corr. m. 1 V. 17. ZBH] BZH V; corr. p.

e contrario [Eucl. V, 7 coroll.] $BZ : ZK = AA : AK$.
 componendo [Eucl. V, 18] uel dirimendo [Eucl. V, 17]
 $BK : KZ = AK : KA$. quare etiam

$$\Delta B : Z\Theta = EA : \Gamma A \text{ [Eucl. VI, 4].}$$

itaque [Eucl. VI, 16] $\Delta B \times \Gamma A = Z\Theta \times EA = \Theta Z \times ZM$
 [Eucl. I, 34]. uerum $\Theta Z \times ZM = ZH^2$ [I, 38], hoc
 est quartae parti figurae ad AB adplicatae aequale.
 ergo etiam $\Delta B \times \Gamma A$ quartae parti figurae ad AB
 adplicatae aequale est.

XLIII.

Si recta hyperbolam contingit, ab asymptotis ad
 centrum sectionis rectas abscindet rectangulum com-
 prehendentis aequale rectangulo comprehenso rectis
 abscisis a recta in uertice sectionis ad axem posito
 contingenti.

sit hyperbola AB , asymptotae autem $\Gamma\Delta$, ΔE ,
 axis autem $B\Delta$, et per B contingens ducatur ZBH ,
 alia autem quaeuis contingens $\Gamma A\Theta$. dico, esse

$$Z\Delta \times \Delta H = \Gamma\Delta \times \Delta\Theta.$$

ducantur enim ab A, B rectae ΔH parallelae AK ,
 $B\Delta$, rectae autem $\Gamma\Delta$ parallelae AM, BN . iam
 quoniam $\Gamma A\Theta$ contingit, erit $\Gamma A = A\Theta$ [II, 3]. quare
 erit $\Gamma\Theta = 2\Theta A$, $\Gamma\Delta = 2AM$ [Eucl. VI, 2; I, 34],
 $\Delta\Theta = 2AK$ [Eucl. VI, 4]. itaque erit

$$\Gamma\Delta \times \Delta\Theta = 4KA \times AM.$$

iam eodem modo demonstrabimus, esse

$$Z\Delta \times \Delta H = 4AB \times BN.$$

est autem $KA \times AM = AB \times BN$ [II, 12]. ergo
 etiam $\Gamma\Delta \times \Delta\Theta = Z\Delta \times \Delta H$.

τὸ ὑπὸ $Z\Delta H$ τετραπλάσιον τοῦ ὑπὸ $\Delta B N$. ἴσον δὲ
τὸ ὑπὸ $K\Delta M$ τῷ ὑπὸ $\Delta B N$. ἴσον ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ
 $\Gamma\Delta\Theta$ τῷ ὑπὸ $Z\Delta H$.

ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, κἄν ἡ ΔB ἑτέρα τις ἢ
ὁ διάμετρος καὶ μὴ ἄξων.

μδ'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς ἢ τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθείαι
ἐφαπτόμεναι συμπίπτωσι ταῖς ἀσύμπτωτοις, αἱ ἐπὶ τὰς
τομὰς ἀγόμεναι παράλληλοι ἔσονται τῇ τὰς ἀφὰς ἐπι-
10 ζευγνυούσῃ.

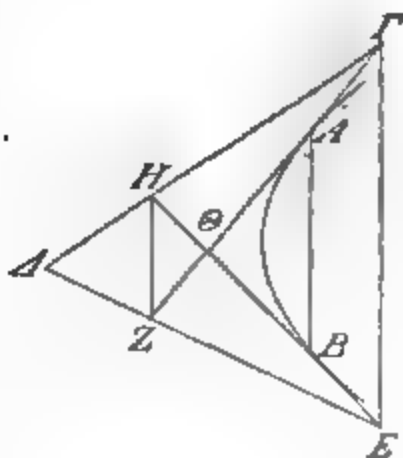
Ἐστω γὰρ ἡ ὑπερβολὴ ἢ ἀντικείμεναι ἡ ΔB , ἀσύμ-
πτωτοι δὲ αἱ $\Gamma\Delta E$ καὶ ἐφαπτόμεναι αἱ $\Gamma\Delta\Theta Z$, $E B\Theta H$,
καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔB , $Z H$,
 ΓE . λέγω, ὅτι παράλληλοι
15 εἰσιν.

ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ $\Gamma\Delta Z$ ἴσον
τῷ ὑπὸ $H\Delta E$, ἔστιν ἄρα, ὡς
ἢ $\Gamma\Delta$ πρὸς ΔE , ἢ $H\Delta$ πρὸς
 ΔZ . παράλληλος ἄρα ἔστιν ἡ
20 ΓE τῇ $Z H$. καὶ διὰ τοῦτο
ὡς ἢ ΘZ πρὸς $Z\Gamma$, ἢ ΘH
πρὸς $H E$. ὡς δὲ ἢ $H E$ πρὸς
 $H B$, ἢ ΓZ πρὸς $A Z$. διπλῆ γὰρ ἑκάτερα· δι' ἴσου
ἄρα ὡς ἢ ΘH πρὸς $H B$, ἢ ΘZ πρὸς $Z A$. παρ-
25 ἄλληλος ἄρα ἔστιν ἡ $Z H$ τῇ $A B$.

με'.

Ἐὰν ἐν ὑπερβολῇ ἢ ἑλλείψει ἢ κύκλου περιφερεία
ἢ ταῖς ἀντικειμέναις ἀπ' ἄκρου τοῦ ἄξωνος ἀχθῶσιν

13. ΔB] $\Delta H V$; corr. p. 17. τῷ] τό V ; corr. p. c. ἔστιν
— 18. $\Gamma\Delta$] om. V ; corr. p.

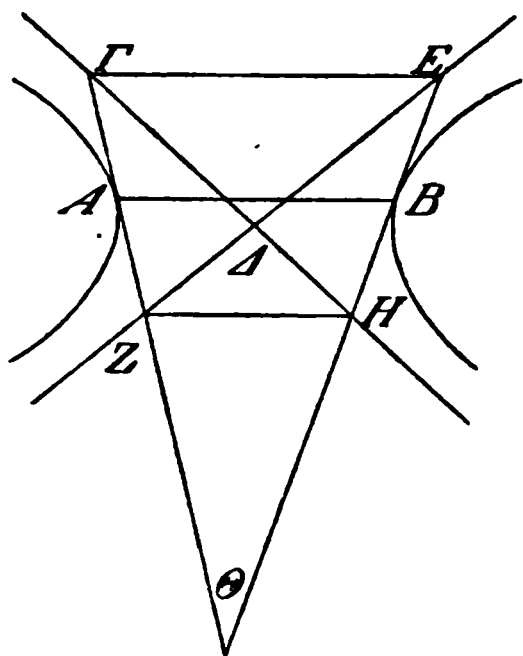


iam eodem modo hoc demonstrabimus, etiam si ΔB alia aliqua diametrus est, non axis.

XLIV.

Si duae rectae hyperbolam uel oppositas contingentes cum asymptotis concurrunt, rectae ad puncta sectionis ductae parallelae erunt rectae puncta contactus coniungenti.

sit enim AB aut hyperbola aut oppositae, asymptotae autem $\Gamma\Delta$, ΔE contingentesque $\Gamma A\Theta Z$,



$EB\Theta H$, et ducantur AB , ZH , ΓE . dico, eas parallelas esse.

nam quoniam est

$$\Gamma\Delta \times \Delta Z = H\Delta \times \Delta E$$

[prop. XLIII; cfr. Eutocius], erit [Eucl. VI, 16]

$$\Gamma\Delta : \Delta E = H\Delta : \Delta Z;$$

itaque [Eucl. VI, 6; I, 27, 28]

ΓE et ZH parallelae sunt. quae de causa erit

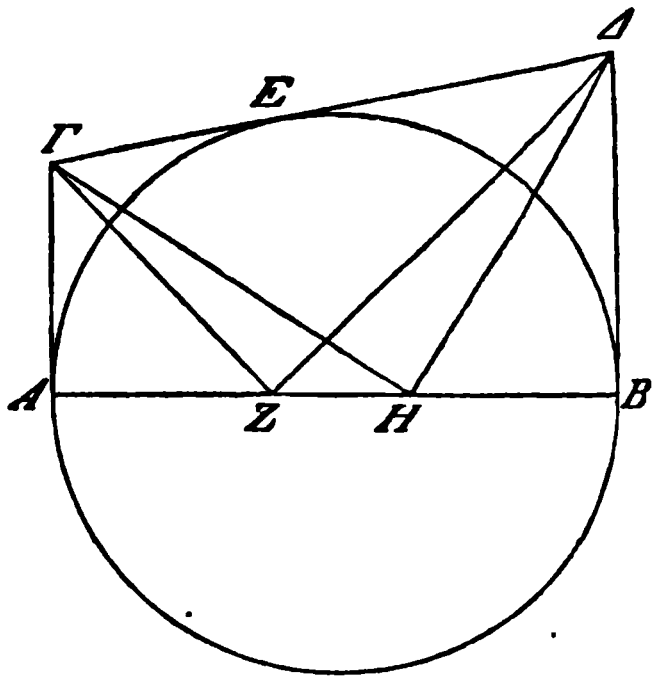
$$\Theta Z : Z\Gamma = \Theta H : HE \text{ [Eucl. VI, 2].}$$

est autem $HE : HB = \Gamma Z : AZ$; nam utraque duplo maior est utraque [II, 3]. ex aequo igitur [Eucl V, 22] $\Theta H : HB = \Theta Z : ZA$. ergo [Eucl. VI, 2] ZH , AB parallelae sunt.

XLV.

Si in hyperbola uel ellipsi uel circulo uel oppositis a terminis axis rectae perpendiculares ducuntur, et quartae parti figurae aequale axi adplicatur in utramque partem spatium in hyperbola oppositisque figura

εὐθείαι πρὸς ὀρθάς, καὶ τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ εἶδους
 ἴσον παρὰ τὸν ἄξονα παραβληθῆ ἔφ' ἐκάτερα ἐπὶ μὲν
 τῆς ὑπερβολῆς καὶ τῶν ἀντικειμένων ὑπερβάλλον εἶδει
 τετραγώνῳ, ἐπὶ δὲ τῆς
 5 ἑλλείψεως ἑλλείπον, ἀχθῆ
 δέ τις εὐθεῖα ἐφαπτομένη
 τῆς τομῆς συμπίπτουσα
 ταῖς πρὸς ὀρθὰς εὐθείαις,
 αἱ ἀπὸ τῶν συμπτώσεων
 10 ἀγόμεναι εὐθεῖαι ἐπὶ τὰ
 ἕκ τῆς παραβολῆς γενη-
 θέντα σημεῖα ὀρθὰς ποι-
 οῦσι γωνίας πρὸς τοῖς
 εἰρημένοις σημείοις.

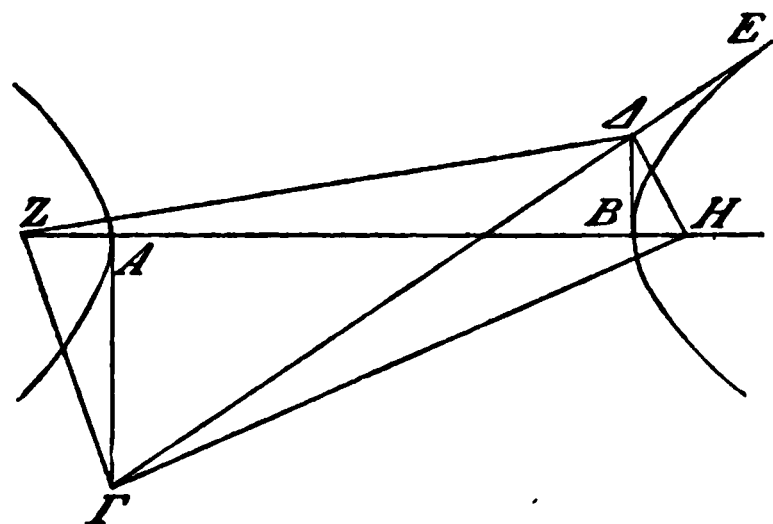
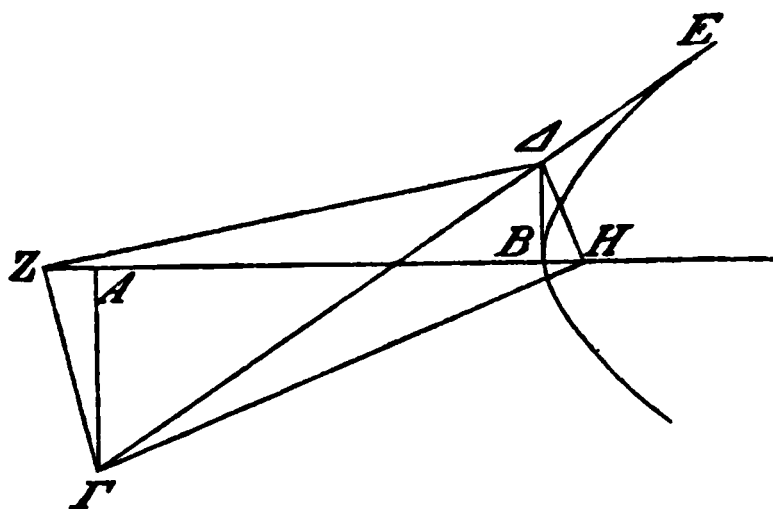


15 ἔστω μία τῶν εἰρημένων τομῶν, ἧς ἄξων ὁ AB ,
 πρὸς ὀρθὰς δὲ αἱ AG , $B\Delta$, ἐφαπτομένη δὲ ἡ GED ,
 καὶ τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ εἶδους ἴσον παραβεβλήσθω
 ἔφ' ἐκάτερα, ὡς εἴρηται, τὸ ὑπὸ AZB καὶ τὸ ὑπὸ
 AHB , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ GZ , GH , ΔZ , ΔH . λέγω,
 20 ὅτι ἡ τε ὑπὸ $GZ\Delta$ καὶ ἡ ὑπὸ $GH\Delta$ γωνία ὀρθή
 ἔστιν.

ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ AG , $B\Delta$ ἴσον ἐδείχθη τῷ τετάρτῳ
 μέρει τοῦ πρὸς τῇ AB εἶδους, ἔστι δὲ καὶ τὸ ὑπὸ
 AZB ἴσον τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ εἶδους, τὸ ἄρα ὑπὸ
 25 AG , ΔB ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ AZB . ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ
 GA πρὸς AZ , ἡ ZB πρὸς $B\Delta$. καὶ ὀρθαὶ αἱ πρὸς
 τοῖς A , B σημείοις γωνίαι· ἴση ἄρα ἡ μὲν ὑπὸ AGZ
 γωνία τῇ ὑπὸ $BZ\Delta$, ἡ δὲ ὑπὸ AZG τῇ ὑπὸ $Z\Delta B$.
 καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ GAZ ὀρθή ἐστίν, αἱ ἄρα ὑπὸ AGZ ,

20. $GZ\Delta$] p; $G\Delta Z$ vc, $G\Delta''Z'$ V (lineolae a manu 2?).
 27. ὑπό] pc, supra scr. m. 1 V.

quadrata excedens, in ellipsi autem deficiens, sectionem-que contingens recta ducitur cum rectis perpendicularibus concurrentibus, rectae a punctis concursus ad puncta



adplicatione orta ductae ad puncta, quae diximus, rectos angulos efficiunt.

sit aliqua sectionum, quas diximus, cuius axis sit AB , perpendiculares autem $A\Gamma$, $B\Delta$ contingensque $\Gamma E\Delta$, et quartae parti figurae aequale in utramque partem adplicetur ita, ut diximus, $AZ \times ZB$ et $AH \times HB$, ducanturque ΓZ , ΓH ,

ΔZ , ΔH . dico, angulos $\Gamma Z\Delta$ et $\Gamma H\Delta$ rectos esse.

nam quoniam demonstrauius, esse $A\Gamma \times B\Delta$ quartae parti figurae ad AB adplicatae aequale [prop. XLII], uerum etiam $AZ \times ZB$ quartae parti figurae aequale est, erit $A\Gamma \times \Delta B = AZ \times ZB$. itaque $\Gamma A : AZ = ZB : B\Delta$ [Eucl. VI, 16]. et anguli ad A , B positi recti sunt; itaque [Eucl. VI, 6] $\angle A\Gamma Z = BZ\Delta$, $\angle AZ\Gamma = Z\Delta B$. et quoniam $\angle \Gamma AZ$ rectus est, $\angle A\Gamma Z + AZ\Gamma$ uni recto aequales sunt [Eucl. I, 32]. et demonstrauius etiam, esse

$$\angle A\Gamma Z = \Delta ZB;$$

itaque $\angle \Gamma ZA + \Delta ZB$ uni recto aequales erunt. ergo

$AZΓ$ μιᾶ ὀρθῆ ἴσαι εἰσίν. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ $ΑΓΖ$ ἴση τῇ ὑπὸ $ΔΖΒ$. αἱ ἄρα ὑπὸ $ΓΖΑ$, $ΔΖΒ$ μιᾶ ὀρθῆ ἴσαι εἰσί. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ $ΔΖΓ$ ὀρθή ἐστίν. ὁμοίως δὲ δειχθήσεται καὶ ἡ ὑπὸ $ΓΗΔ$ ὀρθή.

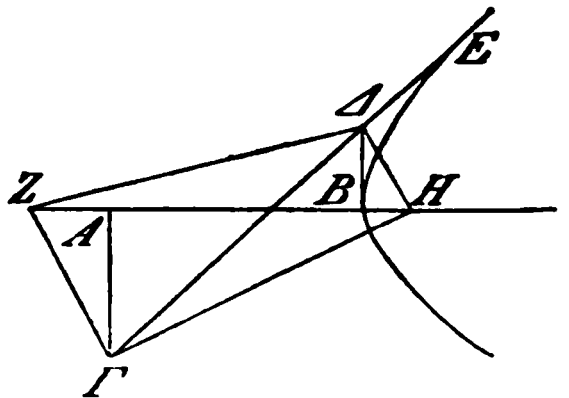
5

μς'.

Τῶν αὐτῶν ὄντων αἱ ἐπιξενυγνύμεναι ἴσας ποιοῦσι γωνίας πρὸς ταῖς ἐφαπτομέναις.

τῶν γὰρ αὐτῶν ὑποκειμένων λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ $ΑΓΖ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΔΓΗ$, ἡ δὲ ὑπὸ $ΓΔΖ$
10 τῇ ὑπὸ $ΒΔΗ$.

ἐπεὶ γὰρ ἐδείχθη ὀρθὴ ἑκατέρω τῶν ὑπὸ $ΓΖΔ$, $ΓΗΔ$, ὁ περὶ διάμετρον τὴν $ΓΔ$ γραφόμενος κύκλος ἥξει διὰ τῶν Z , H σημείων. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ
15 ὑπὸ $ΔΓΗ$ τῇ ὑπὸ $ΔΖΗ$. ἐν γὰρ τῷ αὐτῷ τμήματι τοῦ κύκλου εἰσίν. ἡ δὲ ὑπὸ $ΔΖΗ$ ἐδείχθη ἴση τῇ ὑπὸ $ΑΓΖ$. ὥστε ἡ ὑπὸ $ΔΓΗ$
20 ἴση τῇ ὑπὸ $ΑΓΖ$. ὁμοίως δὲ καὶ ἡ ὑπὸ $ΓΔΖ$ τῇ ὑπὸ $ΒΔΗ$.



μζ'.

Τῶν αὐτῶν ὄντων ἡ ἀπὸ τῆς συμπτώσεως τῶν ἐπιξενυχθεισῶν ἐπὶ τὴν ἀφήν ἀγομένη πρὸς ὀρθὰς ἐστὶ
25 τῇ ἐφαπτομένη.

ὑποκείσθω γὰρ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον, καὶ συμπίπτειωσαν ἀλλήλαις αἱ μὲν $ΓΗ$, $ZΔ$ κατὰ τὸ Θ , αἱ

4. $ΓΗΔ$] p, $ΓΔ''H'$ V (lineolae a m. 2?), $ΓΔΗ$ v.c. 9. $ΓΔΖ$] cp, $ΓΔΞ$ V. 19. $ΔΓΗ$] $ΔΓΖ$ V; corr. p.

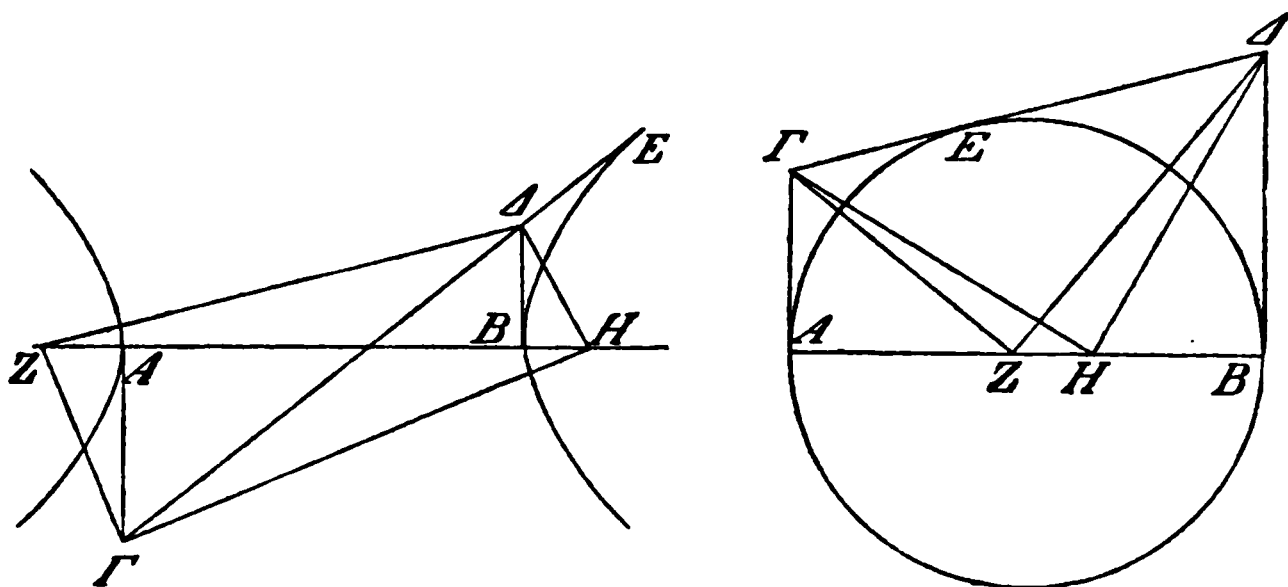
reliquus angulus $\angle Z\Gamma$ rectus est [Eucl. I, 13]. iam eodem modo demonstrabimus, etiam $\angle \Gamma H\Delta$ rectum esse.

XLVI.

Iisdem positis rectae ductae ad contingentes angulos aequales efficiunt.

nam iisdem suppositis dico, esse $\angle A\Gamma Z = \angle \Gamma H\Delta$, $\angle \Gamma\Delta Z = \angle B\Delta H$.

quoniam enim demonstrauius, utrumque angulum $\Gamma Z\Delta$, $\Gamma H\Delta$ rectum esse [prop. XLV], circulus circum diametrum $\Gamma\Delta$ descriptus per puncta Z, H ueniet [Eucl. III, 31]; itaque $\angle \Delta\Gamma H = \angle \Delta ZH$ [Eucl. III, 21];



nam in eodem segmento circuli positi sunt. demonstrauius autem, esse $\angle \Delta ZH = \angle A\Gamma Z$ [prop. XLV]; quare etiam $\angle \Delta\Gamma H = \angle A\Gamma Z$. et eodem modo demonstrabimus, esse etiam $\angle \Gamma\Delta Z = \angle B\Delta H$.

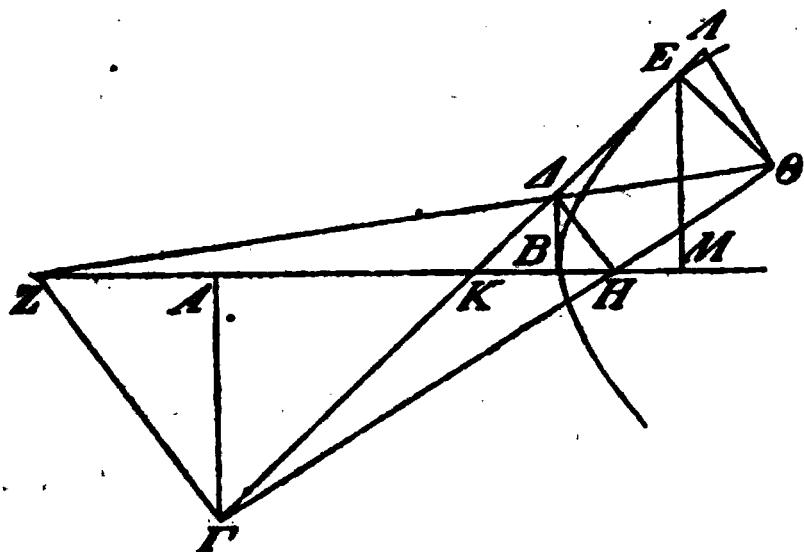
XLVII.

Iisdem positis recta a puncto concursus rectarum ductarum ad punctum contactus ducta ad contingentem perpendicularis erit.

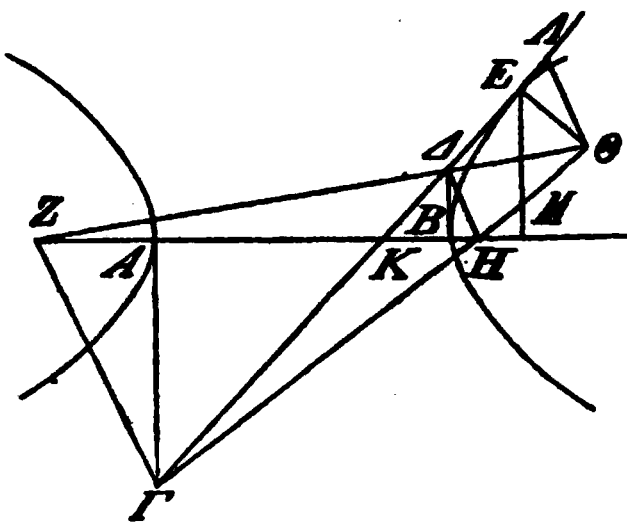
supponantur enim eadem, quae antea, et $\Gamma H, Z\Delta$

δὲ $\Gamma\Delta$, $ΒΑ$ ἐκβαλλόμεναι κατὰ τὸ $Κ$, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $ΕΘ$. λέγω, ὅτι κάθετός ἐστιν ἡ $ΕΘ$ ἐπὶ τὴν $\Gamma\Delta$.

εἰ γὰρ μή, ἤχθω ἀπὸ τοῦ Θ ἐπὶ τὴν $\Gamma\Delta$ κάθετος ἡ $\Theta\Lambda$. ἐπεὶ οὖν ἰση ἡ ὑπὸ $\Gamma\Delta Z$ τῇ ὑπὸ $\Delta Β Η$, ἔστι δὲ καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ $\Delta Β Η$ ὀρθὴ τῇ ὑπὸ $\Delta\Lambda\Theta$ ἰση,



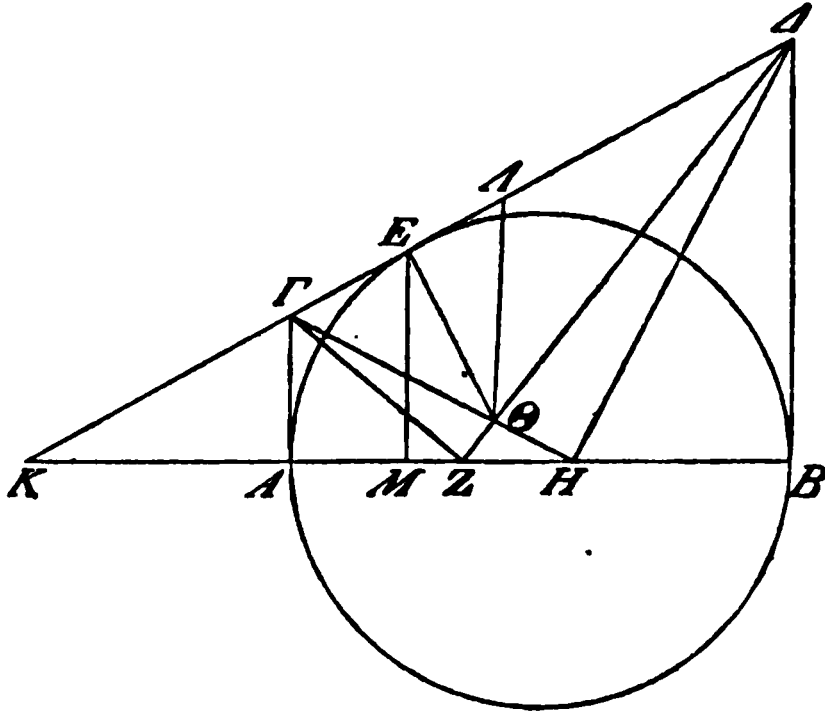
ὁμοιον ἄρα τὸ $\Delta Η Β$ τριγωνον τῷ $\Delta\Theta\Lambda$. ὡς ἄρα ἡ $\Delta Η$ πρὸς $\Delta\Theta$, ἡ $\Delta Β$ πρὸς $\Delta\Lambda$. ἀλλ' ὡς ἡ $\Delta Η$ πρὸς $\Delta\Theta$, ἡ $Z\Gamma$ πρὸς $\Gamma\Theta$ διὰ τὸ ὀρθὰς εἶναι τὰς πρὸς τοῖς Z , H καὶ τὰς πρὸς τῷ Θ ἰσας. ὡς δὲ ἡ ΓZ πρὸς $\Gamma\Theta$, ἡ $ΑΓ$ πρὸς $\Gamma\Lambda$ διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν $\Delta Z\Gamma$, $\Delta\Gamma\Theta$ τριγώνων· καὶ ὡς ἄρα ἡ $\Delta Β$ πρὸς $\Delta\Lambda$, ἡ $ΑΓ$ πρὸς $\Gamma\Lambda$. ἐναλλάξ, ὡς ἡ $\Delta Β$ πρὸς $\Gamma\Lambda$, ἡ $\Delta\Lambda$ πρὸς $\Lambda\Gamma$. ἀλλ' ὡς ἡ $\Delta Β$ πρὸς $\Gamma\Lambda$, ἡ BK πρὸς $ΚΑ$ · καὶ ὡς ἄρα ἡ $\Delta\Lambda$ πρὸς $\Gamma\Lambda$, ἡ BK πρὸς $ΚΑ$. ἤχθω ἀπὸ τοῦ E παρὰ τὴν $ΑΓ$ ἡ $ΕΜ$ · τεταγμένως ἄρα ἔσται κατηγμένη ἐπὶ τὴν $ΑΒ$ · καὶ ἔσται, ὡς ἡ BK πρὸς $ΚΑ$, ἡ $BΜ$ πρὸς $ΜΑ$. ὡς δὲ ἡ $BΜ$ πρὸς $ΜΑ$, ἡ ΔE πρὸς $E\Gamma$ · καὶ ὡς ἄρα ἡ $\Delta\Lambda$ πρὸς $\Lambda\Gamma$, ἡ ΔE



7. ἴση ἔστιν ἡ σρ. $\Gamma\Delta Z]$ pvc, in V littera Z mire deformata. 10. $\Delta Β Η]$ $B\Delta''H'$ V (lineolae a m. 2); corr. p. 12. τό] τὸ ὑπὸ V; corr. p.

inter se concurrant in Θ , $\Gamma\Delta$ autem et BA productae in K , ducaturque $E\Theta$. dico, esse $E\Theta$ ad $\Gamma\Delta$ perpendicularem.

nam si minus, a Θ ad $\Gamma\Delta$ perpendicularis ducatur $\Theta\Lambda$. quoniam igitur $\angle \Gamma\Delta Z = H\Delta B$ [prop. XLVI],



et $\angle \Delta BH = \Delta \Lambda \Theta$ (nam recti sunt), trianguli ΔHB , $\Lambda \Theta \Delta$ similes sunt. itaque $H\Delta : \Delta \Theta = B\Delta : \Delta \Lambda$ [Eucl. VI, 4]. uerum $H\Delta : \Delta \Theta = Z\Gamma : \Gamma \Theta$ [ibid.], quia anguli ad Z , H positi recti sunt [prop. XLV] et anguli ad Θ positi aequales; et [Eucl. VI, 4] $\Gamma Z : \Gamma \Theta = A\Gamma : \Gamma \Lambda$ propter similitudinem triangulorum $AZ\Gamma$, $\Lambda \Gamma \Theta$ [prop. XLVI]; quare etiam

$$B\Delta : \Delta \Lambda = A\Gamma : \Gamma \Lambda.$$

permutando [Eucl. V, 16] $\Delta B : \Gamma \Lambda = \Delta \Lambda : \Lambda \Gamma$. uerum $\Delta B : \Gamma \Lambda = BK : KA$ [Eucl. VI, 4]; quare etiam $\Delta \Lambda : \Gamma \Lambda = BK : KA$. ducatur ab E rectae $A\Gamma$ parallela EM ; ea igitur ad AB ordinate ducta erit [I def. 4]; et erit $BK : KA = BM : MA$ [I, 36]. est autem $BM : MA = \Delta E : E\Gamma$ [Eucl. VI, 2]; ita-

πρὸς $EΓ$. ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα ἡ $ΘΔ$ κάθετός ἐστιν,
οὐδὲ ἄλλη τις πλὴν τῆς $ΘΕ$.

μη'.

Τῶν αὐτῶν ὄντων δεικτέον, ὅτι αἱ ἀπὸ τῆς ἀφῆς
5 ἐπὶ τὰ ἐκ τῆς παραβολῆς γινόμενα σημεῖα ἴσας ποιούσι
γωνίας πρὸς τῇ ἐφαπτομένῃ.

ὑποκείσθω γὰρ τὰ αὐτά, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ
 EZ, EH . λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΓΕΖ$ γωνία
τῇ ὑπὸ $ΗΕΔ$.

10 ἐπεὶ γὰρ ὀρθαί εἰσιν αἱ ὑπὸ $ΔΗΘ, ΔΕΘ$ γωνίαι,
ὁ περὶ διάμετρον τὴν $ΔΘ$ γραφόμενος κύκλος ἤξει
διὰ τῶν E, H σημείων· ὥστε ἴση ἐστὶ ἡ ὑπὸ $ΔΘΗ$
τῇ ὑπὸ $ΔΕΗ$. ἐν γὰρ τῷ αὐτῷ τμήματι. ὁμοίως δὲ
καὶ ἡ ὑπὸ $ΓΕΖ$ τῇ ὑπὸ $ΓΘΖ$ ἐστὶν ἴση. ἡ δὲ ὑπὸ
15 $ΓΘΖ$ τῇ ὑπὸ $ΔΘΗ$ ἴση· κατὰ κορυφὴν γὰρ· καὶ ἡ
ὑπὸ $ΓΕΖ$ ἄρα τῇ ὑπὸ $ΔΕΗ$ ἐστὶν ἴση.

μθ'.

Τῶν αὐτῶν ὄντων ἐὰν ἀπὸ τινος τῶν σημείων
κάθετος ἀχθῆ ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένῃν, αἱ ἀπὸ τοῦ γενο-
20 μένου σημείου ἐπὶ τὰ πέρατα τοῦ ἄξονος ὀρθὴν ποιούσι
γωνίαν.

υποκείσθω γὰρ τὰ αὐτά, καὶ ἀπὸ τοῦ H ἐπὶ τὴν
 $ΓΔ$ κάθετος ἤχθω ἡ $ΗΘ$, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ $ΑΘ, ΒΘ$.
λέγω, ὅτι ἡ ὑπὸ $ΑΘΒ$ γωνία ὀρθὴ ἐστὶν.

25 ἐπεὶ γὰρ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ $ΔΒΗ$ καὶ ἡ ὑπὸ $ΔΘΗ$, ὁ
περὶ διάμετρον τὴν $ΔΗ$ γραφόμενος κύκλος ἤξει διὰ

4. αἱ] om. V; corr. p. 19. γενομένου] γινομένου Halley.
24. $AΘB$] $ABΘ$ V; corr. p.

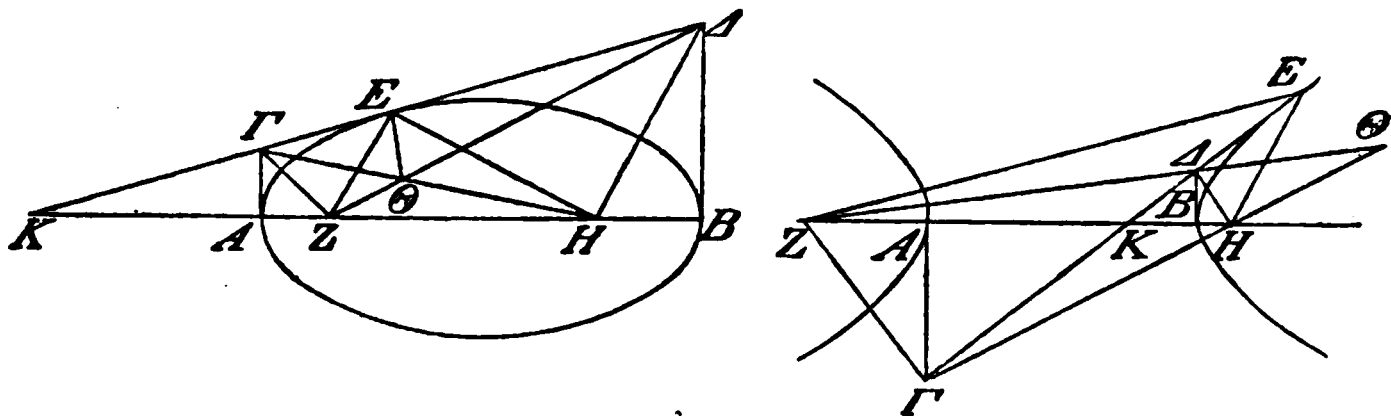
que etiam $\Delta A : \Delta \Gamma = \Delta E : E\Gamma$; quod absurdum est. ergo $\odot A$ perpendicularis non est nec ulla alia praeter $\odot E$.

XLVIII.

Iisdem positis demonstrandum, rectas a puncto contactus ad puncta adplicatione orta ductas ad contingentem angulos aequales efficere.

supponantur enim eadem, ducanturque EZ , EH . dico, esse $\angle \Gamma EZ = HE\Delta$.

nam quoniam anguli $\Delta H\odot$, $\Delta E\odot$ recti sunt [prop. XLV, XLVII], circulus circum diametrum $\Delta\odot$



descriptus per puncta E , H ueniet [Eucl. III, 31]; quare $\angle \Delta\odot H = \Delta EH$ [Eucl. III, 21]; nam in eodem segmento positi sunt. eadem de causa etiam

$$\angle \Gamma EZ = \Gamma\odot Z.$$

est autem $\angle \Gamma\odot Z = \Delta\odot H$ [Eucl. I, 15]; nam ad uerticem positi sunt. ergo etiam $\angle \Gamma EZ = \Delta EH$.

XLIX.

Iisdem positis si ab aliquo punctorum perpendicularis ad contingentem ducitur, rectae a puncto ita orto ad terminos axis ductae rectum angulum efficiunt.

supponantur enim eadem, et ab H ad $\Gamma\Delta$ perpendicularis ducatur $H\odot$, ducanturque $A\odot$, $B\odot$. dico, angulum $A\odot B$ rectum esse.

πρὸς $EΓ$. ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα ἡ $ΘΔ$ κάθετός ἐστιν,
οὐδὲ ἄλλη τις πλὴν τῆς $ΘΕ$.

μη'.

Τῶν αὐτῶν ὄντων δεικτέον, ὅτι αἱ ἀπὸ τῆς ἀφῆς
5 ἐπὶ τὰ ἐκ τῆς παραβολῆς γινόμενα σημεῖα ἴσας ποιούσι
γωνίας πρὸς τῇ ἐφαπτομένῃ.

ὑποκείσθω γὰρ τὰ αὐτά, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ
 EZ, EH . λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΓΕΖ$ γωνία
τῇ ὑπὸ $ΗΕΔ$.

10 ἐπεὶ γὰρ ὀρθαί εἰσιν αἱ ὑπὸ $ΔΗΘ, ΔΕΘ$ γωνίαι,
ὁ περὶ διάμετρον τὴν $ΔΘ$ γραφόμενος κύκλος ἤξει
διὰ τῶν E, H σημείων· ὥστε ἴση ἐστὶ ἡ ὑπὸ $ΔΘΗ$
τῇ ὑπὸ $ΔΕΗ$. ἐν γὰρ τῷ αὐτῷ τμήματι. ὁμοίως δὲ
καὶ ἡ ὑπὸ $ΓΕΖ$ τῇ ὑπὸ $ΓΘΖ$ ἐστὶν ἴση. ἡ δὲ ὑπὸ
15 $ΓΘΖ$ τῇ ὑπὸ $ΔΘΗ$ ἴση· κατὰ κορυφὴν γὰρ· καὶ ἡ
ὑπὸ $ΓΕΖ$ ἄρα τῇ ὑπὸ $ΔΕΗ$ ἐστὶν ἴση.

μθ'.

Τῶν αὐτῶν ὄντων ἐὰν ἀπὸ τινος τῶν σημείων
κάθετος ἀχθῆ ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένῃν, αἱ ἀπὸ τοῦ γενο-
20 μένου σημείου ἐπὶ τὰ πέρατα τοῦ ἄξονος ὀρθὴν ποιούσι
γωνίαν.

υποκείσθω γὰρ τὰ αὐτά, καὶ ἀπὸ τοῦ H ἐπὶ τὴν
 $ΓΔ$ κάθετος ἤχθω ἡ $ΗΘ$, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ $ΑΘ, ΒΘ$.
λέγω, ὅτι ἡ ὑπὸ $ΑΘΒ$ γωνία ὀρθή ἐστὶν.

25 ἐπεὶ γὰρ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ $ΔΒΗ$ καὶ ἡ ὑπὸ $ΔΘΗ$, ὁ
περὶ διάμετρον τὴν $ΔΗ$ γραφόμενος κύκλος ἤξει διὰ

4. αἱ] om. V; corr. p. 19. γενομένου] γινομένου Halley.
24. $ΑΘΒ$] $ΑΒΘ$ V; corr. p.

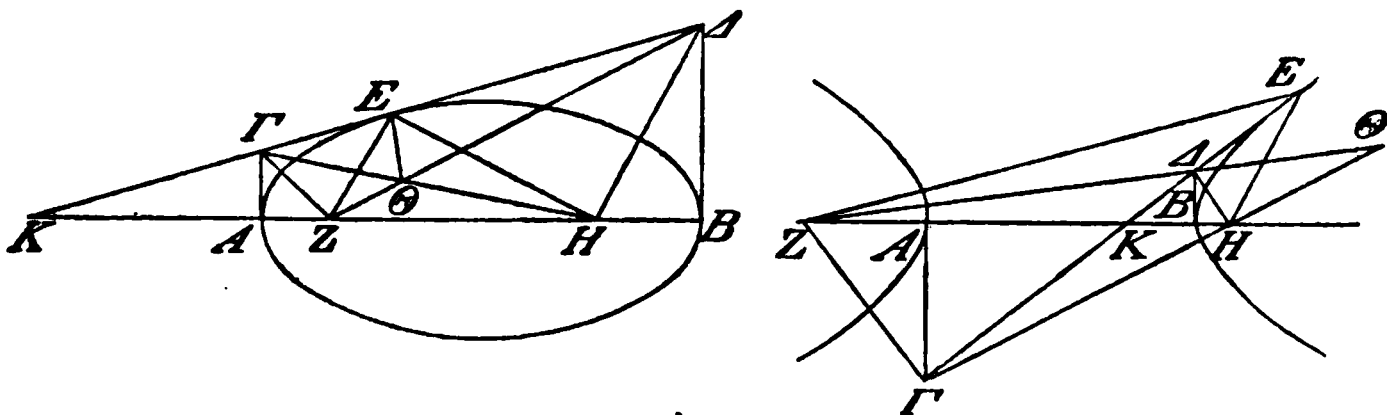
que etiam $\angle A : \angle \Gamma = \angle E : \angle \Gamma$; quod absurdum est. ergo $\odot A$ perpendicularis non est nec ulla alia praeter $\odot E$.

XLVIII.

Iisdem positis demonstrandum, rectas a puncto contactus ad puncta adplicatione orta ductas ad contingentem angulos aequales efficere.

supponantur enim eadem, ducanturque EZ , EH . dico, esse $\angle \Gamma EZ = \angle HEA$.

nam quoniam anguli $\angle H\odot$, $\angle E\odot$ recti sunt [prop. XLV, XLVII], circulus circum diametrum $\Delta\odot$



descriptus per puncta E , H ueniet [Eucl. III, 31]; quare $\angle \Delta\odot H = \angle E H$ [Eucl. III, 21]; nam in eodem segmento positi sunt. eadem de causa etiam

$$\angle \Gamma EZ = \angle \Gamma\odot Z.$$

est autem $\angle \Gamma\odot Z = \angle \Delta\odot H$ [Eucl. I, 15]; nam ad uerticem positi sunt. ergo etiam $\angle \Gamma EZ = \angle E H$.

XLIX.

Iisdem positis si ab aliquo punctorum perpendicularis ad contingentem ducitur, rectae a puncto ita orto ad terminos axis ductae rectum angulum efficiunt.

supponantur enim eadem, et ab H ad ΓA perpendicularis ducatur $H\odot$, ducanturque $A\odot$, $B\odot$. dico, angulum $\angle A\odot B$ rectum esse.

ἴση. ὥστε καὶ ἡ $ΕΛ$ τῇ $ΑΜ$ ἴση. καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη ἡ ὑπὸ $ΓΕΖ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΔΕΗ$ ἴση, ἡ δὲ ὑπὸ $ΓΕΖ$ ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ $ΕΜΗ$, ἴση ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ $ΕΜΗ$ τῇ ὑπὸ $ΜΕΗ$. ἴση ἄρα καὶ ἡ $ΕΗ$ τῇ $ΗΜ$. ἀλλὰ
 8 καὶ ἡ $ΕΛ$ τῇ $ΑΜ$ ἐδείχθη ἴση· κάθετος ἄρα ἡ $ΗΔ$ ἐπὶ τὴν $ΕΜ$. ὥστε διὰ τὸ προδειχθὲν ὀρθή ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΑΔΒ$, καὶ ὁ περὶ διάμετρον τὴν $ΑΒ$ γραφόμενος κύκλος ἤξει διὰ τοῦ $Α$. καὶ ἐστὶν ἴση ἡ $ΘΑ$ τῇ $ΘΒ$ · καὶ ἡ $ΘΑ$ ἄρα ἐκ τοῦ κέντρου οὔσα τοῦ ἡμικυκλίου
 10 ἴση ἐστὶ τῇ $ΘΒ$.

να'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς ἢ τῶν ἀντικειμένων παρὰ τὸν ἄξονα ἴσον ἐφ' ἐκάτερα παραβληθῇ τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ εἴδους ὑπερβάλλον εἶδει τετραγώνῳ, καὶ ἀπὸ τῶν γενο-
 15 μένων ἐκ τῆς παραβολῆς σημείων κλασθῶσιν εὐθεῖαι πρὸς ὁποτερανοῦν τῶν τομῶν, ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος υπερέχει τῷ ἄξονι.

ἔστω γὰρ ὑπερβολὴ ἢ ἀντικείμενα, ὧν ἄξων ὁ $ΑΒ$, κέντρον δὲ τὸ $Γ$, καὶ τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ εἴδους ἴσον
 20 ἔστω ἐκάτερον τῶν ὑπὸ $ΑΔΒ$, $ΑΕΒ$, καὶ ἀπὸ τῶν $Ε$, $Δ$ σημείων κεκλάσθωσαν πρὸς τὴν γραμμὴν αἱ $ΕΖ$, $ΖΔ$. λέγω, ὅτι ἡ $ΕΖ$ τῆς $ΖΔ$ ὑπερέχει τῇ $ΑΒ$.

ἤχθω διὰ τοῦ $Ζ$ ἐφαπτομένη ἡ $ΖΚΘ$, διὰ δὲ τοῦ $Γ$ παρὰ τὴν $ΖΔ$ ἡ $ΗΓΘ$. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΚΘΗ$
 25 τῇ ὑπὸ $ΚΖΔ$. ἐναλλάξ γάρ. ἡ δὲ ὑπὸ $ΚΖΔ$ ἴση τῇ ὑπὸ $ΗΖΘ$. καὶ ἡ ὑπὸ $ΗΖΘ$ ἄρα ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ $ΗΘΖ$. ἴση ἄρα ἡ $ΗΖ$ τῇ $ΗΘ$. ἡ δὲ $ΖΗ$ τῇ $ΗΕ$ ἴση, ἐπεὶ καὶ ἡ $ΑΕ$ τῇ $ΒΔ$ καὶ ἡ $ΑΓ$ τῇ $ΓΒ$ καὶ ἡ

3. $ΕΜΗ$] (pr.) $ΕΗΜ$ V; corr. p. 23. $ΖΚΘ$] $ΖΘΚ$ V;
 corr. p. $Γ$] pcv; corr. ex K m. 1 V. 27. $ΗΘ$ — 28. καί
 (alt.)] bis V; corr. p.

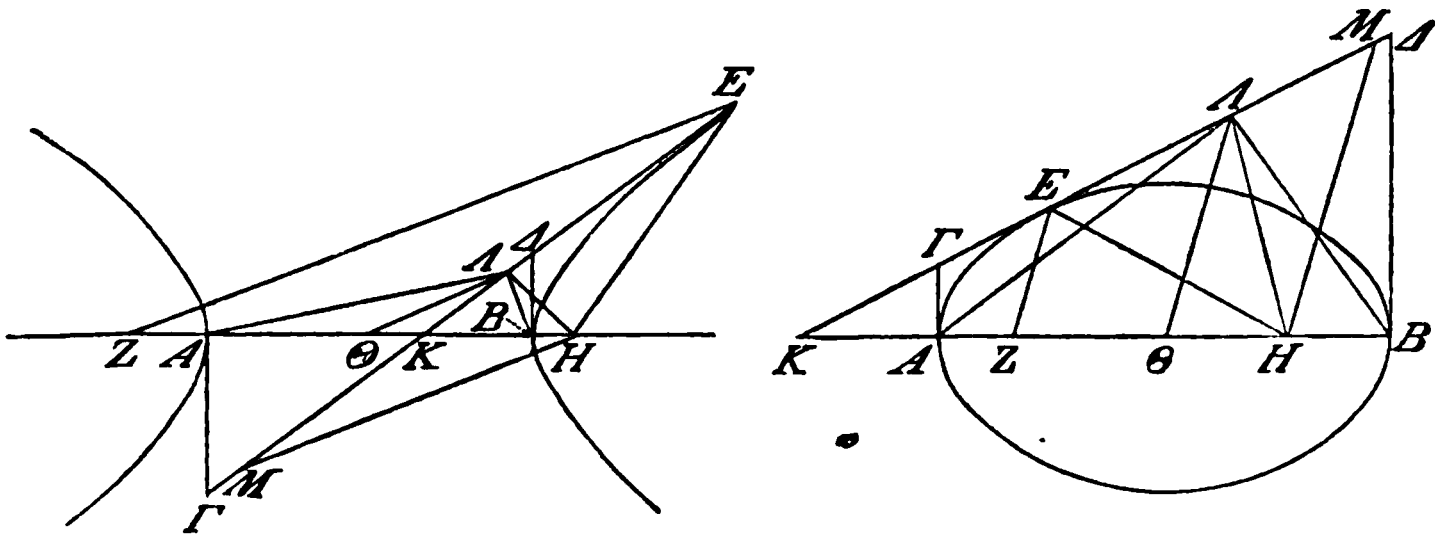
nam quoniam $\angle \Delta BH$, $\angle \Theta H$ recti sunt, circulus circum diametrum ΔH descriptus per Θ , B ueniet [Eucl. III, 31], et $\angle H\Theta B = B\Delta H$ [Eucl. III, 21]. demonstrauius autem, esse $\angle AH\Gamma = B\Delta H$ [prop. XLV]; quare etiam $\angle B\Theta H = AH\Gamma = A\Theta\Gamma$ [Eucl. III, 31, 21]. itaque etiam $\angle \Gamma\Theta H = A\Theta B$. uerum $\angle \Gamma\Theta H$ rectus est; ergo etiam $\angle A\Theta B$ rectus est.

L.

Iisdem positis si a centro sectionis ad contingentem recta ducitur parallela rectae per punctum contactus alterumque punctorum ductae, dimidio axi aequalis erit.

sint enim eadem, quae antea, et centrum sit Θ , ducaturque EZ , et $\Delta\Gamma$, BA in K concurrant, per Θ autem rectae EZ parallela ducatur ΘA . dico, esse $\Theta A = \Theta B$.

ducantur enim EH , $A\Lambda$, ΛH , ΛB , et per H rectae EZ parallela ducatur HM . quoniam igitur est $AZ \times ZB = AH \times HB$ [ex hypothesi; cfr. prop XLV],



erit $AZ = HB$. uerum etiam $A\Theta = \Theta B$; quare etiam $Z\Theta = \Theta H$. itaque etiam $E\Lambda = \Lambda M$ [Eucl. VI, 2].

ἴση. ὥστε καὶ ἡ $ΕΛ$ τῇ $ΛΜ$ ἴση. καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη ἡ ὑπὸ $ΓΕΖ$ γωνία τῇ ὑπὸ $ΔΕΗ$ ἴση, ἡ δὲ ὑπὸ $ΓΕΖ$ ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ $ΕΜΗ$, ἴση ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ $ΕΜΗ$ τῇ ὑπὸ $ΜΕΗ$. ἴση ἄρα καὶ ἡ $ΕΗ$ τῇ $ΗΜ$. ἀλλὰ
 5 καὶ ἡ $ΕΛ$ τῇ $ΛΜ$ ἐδείχθη ἴση· κάθετος ἄρα ἡ $ΗΛ$ ἐπὶ τὴν $ΕΜ$. ὥστε διὰ τὸ προδειχθὲν ὀρθὴ ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΑΛΒ$, καὶ ὁ περὶ διάμετρον τὴν $ΑΒ$ γραφόμενος κύκλος ἤξει διὰ τοῦ $Α$. καὶ ἐστὶν ἴση ἡ $ΘΑ$ τῇ $ΘΒ$ · καὶ ἡ $ΘΑ$ ἄρα ἐκ τοῦ κέντρου οὔσα τοῦ ἡμικυκλίου
 10 ἴση ἐστὶ τῇ $ΘΒ$.

να'.

Ἐὰν ὑπερβολῆς ἢ τῶν ἀντικειμένων παρὰ τὸν ἄξονα ἴσον ἐφ' ἐκάτερα παραβληθῇ τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ εἴδους ὑπερβάλλον εἶδει τετραγώνῳ, καὶ ἀπὸ τῶν γενο-
 15 μένων ἐκ τῆς παραβολῆς σημείων κλασθῶσιν εὐθεῖαι πρὸς ὁποτερανοῦν τῶν τομῶν, ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος ὑπερέχει τῷ ἄξονι.

ἔστω γὰρ ὑπερβολὴ ἢ ἀντικείμενα, ὧν ἄξων ὁ $ΑΒ$, κέντρον δὲ τὸ $Γ$, καὶ τῷ τετάρτῳ μέρει τοῦ εἴδους ἴσον
 20 ἔστω ἐκάτερον τῶν ὑπὸ $ΑΔΒ$, $ΑΕΒ$, καὶ ἀπὸ τῶν $Ε$, $Δ$ σημείων κεκλάσθωσαν πρὸς τὴν γραμμὴν αἱ $ΕΖ$, $ΖΔ$. λέγω, ὅτι ἡ $ΕΖ$ τῆς $ΖΔ$ ὑπερέχει τῇ $ΑΒ$.

ἤχθω διὰ τοῦ $Ζ$ ἐφαπτομένη ἡ $ΖΚΘ$, διὰ δὲ τοῦ $Γ$ παρὰ τὴν $ΖΔ$ ἡ $ΗΓΘ$. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΚΘΗ$
 25 τῇ ὑπὸ $ΚΖΔ$. ἐναλλάξ γάρ. ἡ δὲ ὑπὸ $ΚΖΔ$ ἴση τῇ ὑπὸ $ΗΖΘ$. καὶ ἡ ὑπὸ $ΗΖΘ$ ἄρα ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ $ΗΘΖ$. ἴση ἄρα ἡ $ΗΖ$ τῇ $ΗΘ$. ἡ δὲ $ΖΗ$ τῇ $ΗΕ$ ἴση, ἐπεὶ καὶ ἡ $ΑΕ$ τῇ $ΒΔ$ καὶ ἡ $ΑΓ$ τῇ $ΓΒ$ καὶ ἡ

3. $ΕΜΗ$] (pr.) $ΕΗΜ$ V; corr. p. 23. $ΖΚΘ$] $ΖΘΚ$ V;
 corr. p. Γ] pcv; corr. ex K m. 1 V. 27. $ΗΘ$ — 28. καὶ
 (alt.)] bis V; corr. p.

et quoniam demonstraui[m]us [prop. XLVIII], esse $\angle \Gamma EZ = \angle E H$, et est [Eucl. I, 29] $\angle \Gamma EZ = \angle E M H$, erit etiam $\angle E M H = \angle M E H$. itaque etiam $E H = H M$ [Eucl. I, 6]. demonstraui[m]us autem, esse etiam $E A = A M$; itaque $H A$ ad $E M$ perpendicularis est [Eucl. I, 8]. quare propter id, quod antea demonstraui[m]us [prop. XLIX], $\angle A A B$ rectus est, et [Eucl. III, 31] circulus circum diametrum $A B$ descriptus per A ueniet. et $\odot A = \odot B$; ergo etiam radius semicirculi $\odot A = \odot B$.

LI.

Si axi hyperbolae uel oppositarum ad utramque partem adplicatur spatium quartae parti figurae aequale figura quadrata excedens, et a punctis adplicatione ortis ad utramuis sectionum franguntur rectae, maior minorem excedit axe.

sit enim hyperbola uel oppositae, quarum axis sit $A B$, centrum autem Γ , quartaeque parti figurae aequalia sint

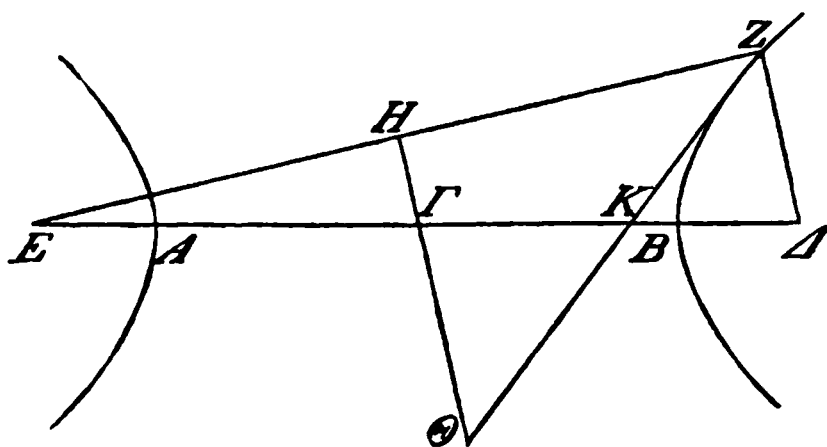
$$A \Delta \times \Delta B,$$

$$A E \times E B,$$

et a punctis E, Δ ad lineam frangantur $E Z, Z \Delta$. dico, esse

$$E Z = Z \Delta + A B.$$

nam per Z contingens ducatur $Z K \odot$, per Γ autem rectae $Z \Delta$ parallela $H \Gamma \odot$; itaque [Eucl. I, 29] $\angle K \odot H = \angle K Z \Delta$; nam alterni sunt. uerum [prop. XLVIII] $\angle K Z \Delta = \angle H Z \odot$; quare etiam $\angle H Z \odot = \angle H \odot Z$. ita-



νγ'.

Ἐὰν ἐν ὑπερβολῇ ἢ ἐλλείψει ἢ κύκλου περιφερεία
ἢ ταῖς ἀντικειμέναις ἀπ' ἄκρας τῆς διαμέτρου ἀχθῶσιν
παρὰ τεταγμένως κατηγμένην, καὶ ἀπὸ τῶν αὐτῶν
δ περάτων πρὸς τὸ αὐτὸ σημεῖον τῆς γραμμῆς ἀχθεῖσαι
εὐθεῖαι τέμνωσι τὰς παραλλήλους, τὸ περιεχόμενον
ὑπὸ τῶν ἀποτεμνομένων ἴσον ἐστὶ τῷ πρὸς τῇ αὐτῇ
διαμέτρῳ εἶδει.

ἔστω μία τῶν εἰρημένων τομῶν ἡ $ABΓ$, ἥς διά-
10 μετρος ἡ $AΓ$, καὶ παρὰ τεταγμένως κατηγμένην ἤχθω-
σαν αἱ $AΔ$, $ΓE$, καὶ διήχθωσαν αἱ ABE , $ΓBΔ$.
λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ $AΔ$, $EΓ$ ἴσον ἐστὶ τῷ εἶδει τῷ πρὸς
τῇ $AΓ$.

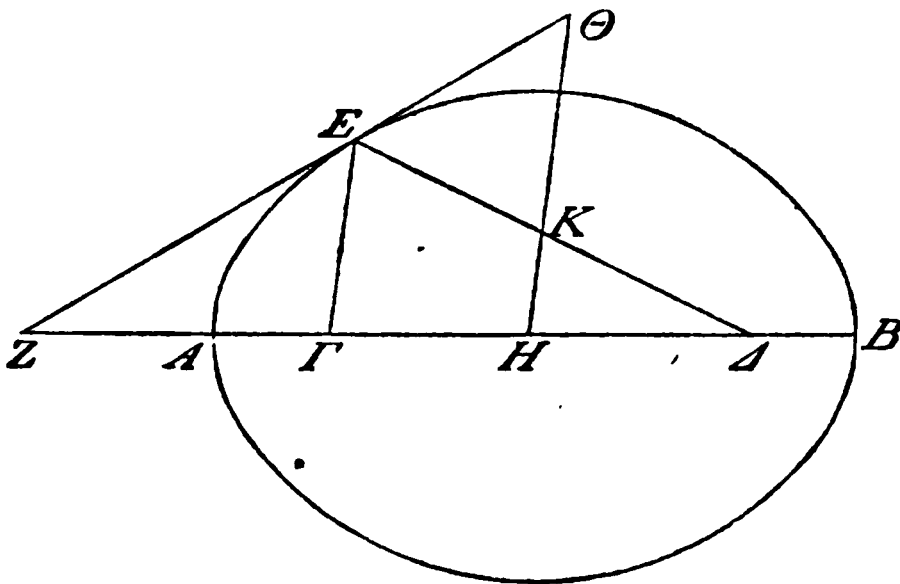
ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ B παρὰ τεταγμένως κατηγμένην
15 ἡ BZ . ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ ὑπὸ $AZΓ$ πρὸς τὸ ἀπὸ ZB ,
ἡ πλαγία πρὸς τὴν ὀρθίαν καὶ πρὸς τὸ εἶδος τὸ ἀπὸ
τῆς $AΓ$ τετράγωνον. ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ $AZΓ$ πρὸς τὸ
ἀπὸ BZ λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ τῆς AZ πρὸς ZB
καὶ τοῦ τῆς $ΓZ$ πρὸς ZB . ὁ ἄρα τοῦ εἶδους πρὸς τὸ
20 ἀπὸ τῆς $AΓ$ τετράγωνον λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ τῆς
 ZB πρὸς ZA καὶ τοῦ τῆς BZ πρὸς $ΓZ$. ἀλλ' ὡς
μὲν ἡ AZ πρὸς ZB , ἡ $AΓ$ πρὸς $ΓE$, ὡς δὲ ἡ $ΓZ$
πρὸς ZB , ἡ $ΓA$ πρὸς $AΔ$. ὁ ἄρα τοῦ εἶδους πρὸς
τὸ ἀπὸ τῆς $AΓ$ τετράγωνον λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ
25 τῆς $ΓE$ πρὸς $ΓA$ καὶ τοῦ τῆς $AΔ$ πρὸς $ΓA$. σύγ-
κείται δὲ καὶ ὁ τοῦ ὑπὸ $AΔ$, $ΓE$ πρὸς τὸ ἀπὸ $AΓ$
τετράγωνον ἐκ τῶν αὐτῶν. ὡς ἄρα τὸ εἶδος πρὸς τὸ

2. ἐν] e corr. p, om. V c. 10. τεταγμένως κατηγμένην]
τεταγμένην V; corr. Halley. 11. διήχθωσαν] v, διή- corr.
ex η m. 1 V; ἤχθωσαν c. 12. $AΔ$] pcv, post A del. B m. 1 V.
21. ZA] BA V; corr. Comm.

que [Eucl. I, 6] $HZ = H\Theta$. est autem $ZH = HE$ [Eucl. VI, 2], quoniam $AE = B\Delta$, $A\Gamma = \Gamma B$, $E\Gamma = \Gamma\Delta$. itaque etiam $H\Theta = EH$; quare $ZE = 2H\Theta$. et quoniam demonstrauimus, esse $\Gamma\Theta = \Gamma B$ [prop. L], erit $EZ = 2(H\Gamma + \Gamma B)$. uerum $Z\Delta = 2H\Gamma$ [Eucl. VI, 4] et $AB = 2\Gamma B$. ergo $EZ = Z\Delta + AB$.

LII.

Si in ellipsi maiori axi ad utramque partem adplicatur spatium quartae parti figurae aequale figura quadrata deficiens, et a punctis adplicatione ortis ad



lineam franguntur rectae, eae axi aequales erunt.

sit ellipsis, cuius axis maior sit AB , et quartae parti figurae aequalia sint

$A\Gamma \times \Gamma B$, $A\Delta \times \Delta B$, et a Γ , Δ ad lineam frangantur ΓE , $E\Delta$. dico, esse $\Gamma E \dagger E\Delta = AB$.

ducatur contingens $ZE\Theta$, centrum autem sit H , et per id rectae ΓE parallela ducatur $HK\Theta$. iam quoniam $\angle \Gamma EZ = \Theta EK$ [prop. XLVIII], et [Eucl. I, 29] $\angle ZE\Gamma = E\Theta K$, erit etiam $\angle E\Theta K = \Theta EK$. quare etiam $\Theta K = KE$ [Eucl. I, 6]. et quoniam $AH = HB$ et $A\Gamma = \Delta B$, erit etiam $\Gamma H = H\Delta$; quare etiam $EK = K\Delta$ [Eucl. VI, 2]. ideo $E\Delta = 2\Theta K$,
 $E\Gamma = 2KH$ [Eucl. VI, 4],

ἀπὸ τῆς $\Delta\Gamma$ τετράγωνον, οὕτως τὸ ὑπὸ $\Delta\Delta$, $\Gamma\Xi$ πρὸς τὸ ἀπὸ $\Delta\Gamma$ τετράγωνον. ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ $\Delta\Delta$, $\Gamma\Xi$ τῷ πρὸς τὴν $\Delta\Gamma$ εἶδει.

πδ'.

5 Ἐὰν κώνου τομῆς ἢ κύκλου περιφερείας δύο εὐθείαι ἐφαπτόμεναι συγκίπτωσι, διὰ δὲ τῶν ἀφῶν παράλληλοι ἀχθῶσι ταῖς ἐφαπτομέναις, καὶ ἀπὸ τῶν ἀφῶν πρὸς τὸ αὐτὸ σημεῖον τῆς γραμμῆς διαχθῶσιν εὐθείαι τέτνουσαι τὰς παραλλήλους, τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον
10 ὑπὸ τῶν ἀποτεμνομένων πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐπιγεγνουσῆς τὰς ἀφὰς τετράγωνον λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει τῆς ἐπιγεγνουσῆς τὴν σύμπτωσιν τῶν ἐφαπτομένων καὶ τὴν διχοτομίαν τῆς τὰς ἀφὰς ἐπιγεγνουσῆς τὸ ἐντὸς τμήμα πρὸς τὸ
15 λοιπὸν δύναμει, καὶ τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τῶν ἐφαπτομένων περιεχόμενον ὀρθογώνιον πρὸς τὸ τέταρτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς τὰς ἀφὰς ἐπιγεγνουσῆς τετραγώνου.

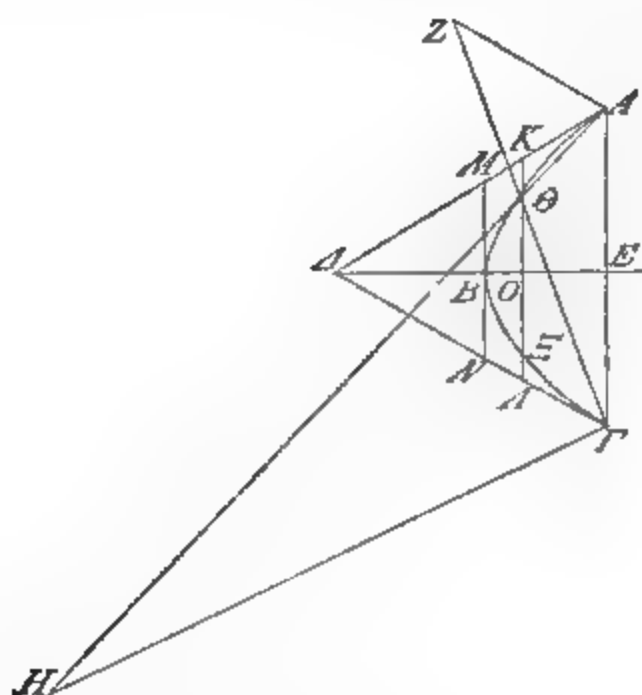
ἔστω κώνου τομῆ ἢ κύκλου περιφέρεια ἢ $AB\Gamma$
20 καὶ ἐφαπτόμεναι αἱ $\Delta\Delta$, $\Gamma\Delta$, καὶ ἐπεξείχθω ἡ $\Delta\Gamma$ καὶ δίχα τετμήσθω κατὰ τὸ E , καὶ ἐπεξείχθω ἡ $\Delta B E$ καὶ ἤχθω ἀπὸ μὲν τοῦ A παρὰ τὴν $\Gamma\Delta$ ἡ AZ , ἀπὸ δὲ τοῦ Γ παρὰ τὴν $\Delta\Delta$ ἡ ΓH , καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐπὶ τῆς γραμμῆς τὸ Θ , καὶ ἐπιγεγνηθεῖσαι αἱ
25 $A\Theta$, $\Gamma\Theta$ ἐκβεβλήσθωσαν ἐπὶ τὰ H , Z . λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ AZ , ΓH πρὸς τὸ ἀπὸ $\Delta\Gamma$ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκ τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ EB πρὸς τὸ ἀπὸ $B\Delta$

est autem etiam

$AA \times GE : A\Gamma^2 = (\Gamma E : \Gamma A) \times (AA : \Gamma A)$;
 itaque ut figura ad $A\Gamma^2$, ita $AA \times GE : A\Gamma^2$. ergo
 $AA \times GE$ figurae ad $A\Gamma$ adplicatae aequale est
 [Eucl. V, 9].

LIV.

Si duae rectae coni sectionem uel circuli ambitum
 contingentes concurrunt, et per puncta contactus con-
 tingentibus parallelae ducuntur, et a punctis con-
 tactus ad idem punctum lineae ducuntur rectae par-
 allelas secantes, rectangulum comprehensum partibus
 abscisis ad quadratum rectae puncta contactus coniun-



gentis rationem
 habet compositam
 ex ea, quam habet
 pars interior rec-
 tae coniungentis
 punctum concur-
 suscontingentium
 punctumque me-
 dium rectae
 puncta contactus
 coniungentis ad
 reliquam potentia,
 et ea, quam habet
 rectangulum con-

tingentibus comprehensum ad quartam partem qua-
 drati rectae puncta contactus coniungentis.

sit coni sectio uel ambitus circuli $AB\Gamma$ contingen-

In Vv figurae adiectae sunt rectae octo et sex rectangula
 uel amplius cum litteris.

καὶ τὸ ὑπὸ $\Lambda\Delta\Gamma$ πρὸς τὸ τέταρτον τοῦ ἀπὸ $\Lambda\Gamma$,
τουτέστι τὸ ὑπὸ $\Lambda\epsilon\Gamma$.

ἤχθω γὰρ ἀπὸ μὲν τοῦ Θ παρὰ τὴν $\Lambda\Gamma$ ἡ $\text{Κ}\Theta\text{Ο}\Xi\Delta$,
ἀπὸ δὲ τοῦ B ἡ ΜΒΝ . φανερόν δὴ, ὅτι ἐφάπτεται
ἡ ΜΝ . ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ $\Lambda\epsilon$ τῇ $\epsilon\Gamma$, ἴση ἐστὶ
καὶ ἡ ΜΒ τῇ ΒΝ καὶ ἡ ΚΟ τῇ $\text{Ο}\Delta$ καὶ ἡ $\Theta\text{Ο}$ τῇ $\text{Ο}\Xi$
καὶ ἡ $\text{Κ}\Theta$ τῇ $\Xi\Delta$. ἐπεὶ οὖν ἐφάπτονται αἱ ΜΒ , $\text{Μ}\Delta$,
καὶ παρὰ τὴν ΜΒ ἤκται ἡ $\text{Κ}\Theta\Lambda$, ἐστὶν, ὡς τὸ ἀπὸ
 $\Lambda\text{Μ}$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΜΒ , τουτέστι τὸ ὑπὸ ΜΒΝ , το
10 ἀπὸ $\Lambda\text{Κ}$ πρὸς τὸ ὑπὸ $\Xi\text{Κ}\Theta$, τουτέστι τὸ ὑπὸ $\Lambda\Theta\text{Κ}$
[καὶ ἐναλλάξ, ὡς τὸ ἀπὸ $\Lambda\text{Μ}$ πρὸς τὸ ἀπὸ $\Lambda\text{Κ}$, το
ὑπὸ ΝΒΜ πρὸς τὸ ὑπὸ $\Lambda\Theta\text{Κ}$]. ὡς δὲ τὸ ὑπὸ $\text{Ν}\Gamma$, $\text{Μ}\Delta$
πρὸς τὸ ἀπὸ $\text{Μ}\Delta$, τὸ ὑπὸ $\Lambda\Gamma$, $\text{Κ}\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ $\text{Κ}\Delta$.
δι' ἴσου ἄρα, ὡς τὸ ὑπὸ $\text{Ν}\Gamma$, $\text{Μ}\Delta$ πρὸς τὸ ὑπὸ ΝΒΜ ,
15 τὸ ὑπὸ $\Lambda\Gamma$, $\text{Κ}\Delta$ πρὸς τὸ ὑπὸ $\Lambda\Theta\text{Κ}$. τὸ δὲ ὑπὸ
 $\Lambda\Gamma$, $\text{Κ}\Delta$ πρὸς τὸ ὑπὸ $\Lambda\Theta\text{Κ}$ τὸν συγκείμενον ἔχει
λόγον ἐκ τοῦ τῆς $\Gamma\Delta$ πρὸς $\Lambda\Theta$, τουτέστι τῆς $\text{Ζ}\Delta$
πρὸς $\Lambda\Gamma$, καὶ τοῦ τῆς $\Lambda\text{Κ}$ πρὸς $\text{Κ}\Theta$, τουτέστι τῆς $\text{Η}\Gamma$
πρὸς $\Gamma\Delta$, ὅς ἐστὶν ὁ αὐτὸς τῶ, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ $\text{Η}\Gamma$, $\text{Ζ}\Delta$
20 πρὸς τὸ ἀπὸ $\Gamma\Delta$. ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ $\text{Ν}\Gamma$, $\text{Μ}\Delta$ πρὸς τὸ
ὑπὸ ΝΒΜ , τὸ ὑπὸ $\text{Η}\Gamma$, $\text{Ζ}\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ $\Gamma\Delta$. τὸ δὲ
ὑπὸ $\Gamma\text{Ν}$, $\text{Μ}\Delta$ πρὸς τὸ ὑπὸ ΝΒΜ τοῦ ὑπὸ $\text{Ν}\Delta\text{Μ}$
μέσου λαμβανομένου τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ
τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ $\Gamma\text{Ν}$, $\Lambda\text{Μ}$ πρὸς τὸ ὑπὸ $\text{Ν}\Delta\text{Μ}$
25 καὶ τὸ ὑπὸ $\text{Ν}\Delta\text{Μ}$ πρὸς τὸ ὑπὸ ΝΒΜ . τὸ ἄρα ὑπὸ
 $\text{Η}\Gamma$, $\text{Ζ}\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ $\Gamma\Delta$ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον
ἐκ τοῦ τοῦ ὑπὸ $\Gamma\text{Ν}$, $\Lambda\text{Μ}$ πρὸς τὸ ὑπὸ $\text{Ν}\Delta\text{Μ}$ καὶ
τοῦ ὑπὸ $\text{Ν}\Delta\text{Μ}$ πρὸς τὸ ὑπὸ ΝΒΜ . ἀλλ' ὡς μὲν τὸ
ὑπὸ $\text{Ν}\Gamma$, $\Lambda\text{Μ}$ πρὸς τὸ ὑπὸ $\text{Ν}\Delta\text{Μ}$, τὸ ἀπὸ $\epsilon\text{Β}$ πρὸς

3. $\text{Κ}\Theta\text{Ο}\Xi\Delta$] p, $\Theta\text{Κ}\Lambda\Xi\text{Ο}$ V. 4. ΜΒΝ] p, ΒΜΝ V. 11.
καί—12. $\Lambda\Theta\text{Κ}$] deleo cum Halleio. 27. τοῦ τοῦ] scripsi; τοῦ V.

tesque $A\Delta$, $\Gamma\Delta$, et ducatur $A\Gamma$ seceturque in E in duas partes aequales, et ducatur ΔBE , et ab A rectae $\Gamma\Delta$ parallela ducatur AZ , a Γ autem rectae $A\Delta$ parallela ΓH , sumaturque in linea punctum aliquod Θ , et ductae $A\Theta$, $\Gamma\Theta$ ad H , Z producantur. dico, esse $AZ \times \Gamma H : A\Gamma^2 = (EB^2 : B\Delta^2) \times (A\Delta \times \Delta\Gamma : \frac{1}{4}A\Gamma^2)$
 $= (EB^2 : B\Delta^2) \times (A\Delta \times \Delta\Gamma : AE \times E\Gamma)$.

ducatur enim a Θ rectae $A\Gamma$ parallela $K\Theta O \Xi A$, a B autem MBN ; manifestum igitur, MN contingere [I, 32]. iam quoniam $AE = E\Gamma$, erit etiam $MB = BN$, $KO = OA$ [Eucl. VI, 4; V, 16] et $\Theta O = O\Xi$ [II, 7; I, 46–47], $K\Theta = \Xi A$. quoniam igitur MB , MA contingunt, et rectae MB parallela ducta est $K\Theta A$, erit [prop. XVI] $AM^2 : MB^2 = AK^2 : \Xi K \times K\Theta$, hoc est $AM^2 : MB \times BN = AK^2 : A\Theta \times \Theta K$. est autem

$$N\Gamma \times MA : MA^2 = A\Gamma \times KA : KA^2$$

[Eucl. VI, 2; V, 18]; ex aequo igitur

$$N\Gamma \times MA : NB \times BM = A\Gamma \times KA : A\Theta \times \Theta K$$

[Eucl. V, 22]. est autem

$$\begin{aligned} A\Gamma \times KA : A\Theta \times \Theta K &= (\Gamma A : A\Theta) \times (AK : K\Theta) \\ &= (ZA : A\Gamma) \times (H\Gamma : \Gamma A) \text{ [Eucl. VI, 4]} \\ &= H\Gamma \times ZA : \Gamma A^2. \end{aligned}$$

itaque $N\Gamma \times MA : NB \times BM = H\Gamma \times ZA : \Gamma A^2$.
 est autem

$$\begin{aligned} &\Gamma N \times MA : NB \times BM \\ &= (\Gamma N \times MA : N\Delta \times \Delta M) \times (N\Delta \times \Delta M : NB \times BM) \\ &\text{medio sumpto } N\Delta \times \Delta M. \text{ itaque} \\ &H\Gamma \times ZA : \Gamma A^2 \\ &= (\Gamma N \times AM : N\Delta \times \Delta M) \times (N\Delta \times \Delta M : NB \times BM). \end{aligned}$$

τὸ ἀπὸ $B\Delta$, ὡς δὲ τὸ ὑπὸ $N\Delta M$ πρὸς το ὑπο NBM ,
 τὸ ὑπὸ $\Gamma\Delta A$ πρὸς τὸ ὑπὸ $\Gamma E A$. τὸ ἄρα ὑπὸ $H\Gamma$, AZ
 πρὸς τὸ ἀπὸ $A\Gamma$ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ τοῦ
 τοῦ ἀπὸ BE πρὸς τὸ ἀπὸ $B\Delta$ καὶ τοῦ ὑπὸ $\Gamma\Delta A$
 5 πρὸς τὸ ὑπὸ $\Gamma E A$.

νε'.

Ἐὰν τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐφαπτόμεναι
 συμπίπτωσι, καὶ διὰ μὲν τῆς συμπτώσεως ἀχθῆ εὐθεῖα
 παρὰ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπιξενγνύουσαν, ἀπὸ δὲ τῶν ἀφῶν
 10 διαχθῶσι παράλληλοι ταῖς ἐφαπτομέναις, προσβληθῶσι
 δὲ ἀπὸ τῶν ἀφῶν πρὸς τὸ αὐτὸ σημεῖον τῆς ἐτέρας
 τομῆς τέμνουσαι τὰς παραλλήλους, τὸ περιεχόμενον
 ὑπὸ τῶν ἀποτεμνομένων πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς τὰς ἀφὰς
 ἐπιξενγνυούσης τετράγωνον λόγον ἔξει, ὃν το ὑπο
 15 τῶν ἐφαπτομένων περιεχόμενον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἡγ-
 μένης διὰ τῆς συμπτώσεως παρὰ τὴν τὰς ἀφὰς ἐπι-
 ξενγνύουσαν ἕως τῆς τομῆς.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι αἱ $AB\Gamma$, ΔEZ , ἐφαπτόμεναι
 δὲ αὐτῶν αἱ AH , $H\Delta$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $A\Delta$, καὶ ἀπο
 20 μὲν τοῦ H παρὰ τὴν $A\Delta$ ἤχθω ἡ ΓHE , ἀπὸ δὲ τοῦ A
 παρὰ τὴν ΔH ἡ AM , ἀπὸ δὲ τοῦ Δ παρὰ τὴν AH
 ἡ ΔM , εἰλήφθω δέ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς ΔZ τομῆς
 τὸ Z , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ANZ , $Z\Delta\Theta$. λέγω, ὅτι
 ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ ΓH πρὸς τὸ ὑπὸ $AH\Delta$, τὸ ἀπὸ $A\Delta$
 25 πρὸς τὸ ὑπὸ $A\Theta$, $N\Delta$.

ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ Z παρὰ τὴν $A\Delta$ ἡ $Z\Delta KB$.

ἐπεὶ οὖν δέδεικται, ὅτι ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ EH
 πρὸς τὸ ἀπὸ $H\Delta$, οὕτως τὸ ὑπὸ $B\Delta Z$ πρὸς το ἀπὸ

3. τοῦ τοῦ] τοῦ V; corr. Halley.
 4—5 litt. hab. V.

23. Ante λέγω spatium

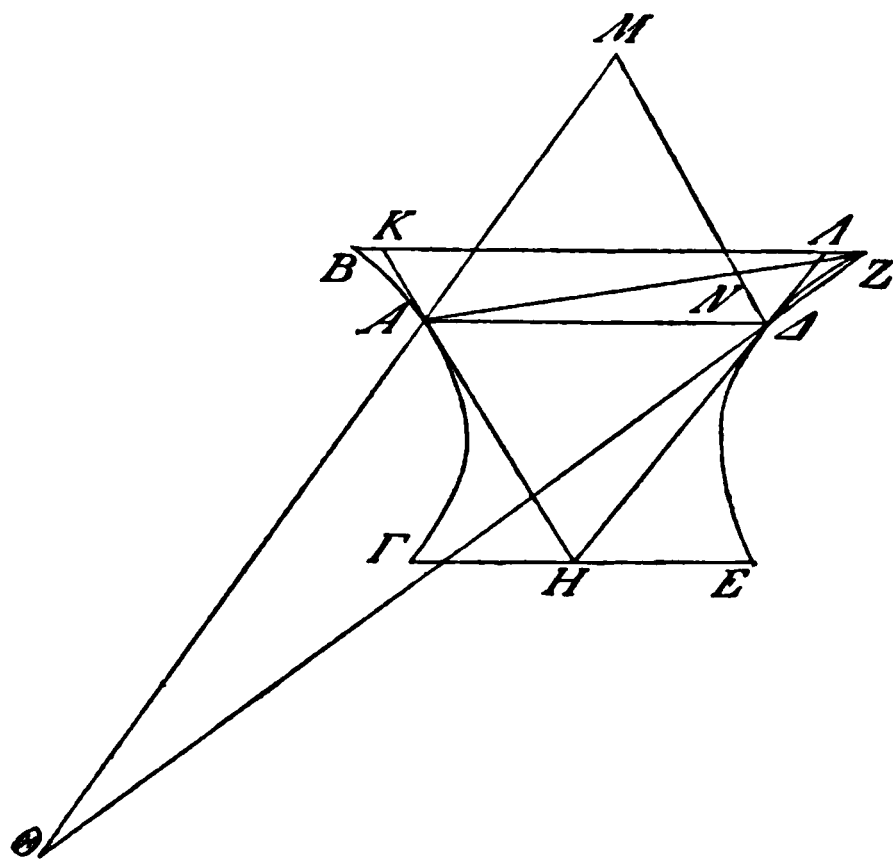
uerum $N\Gamma \times AM : N\Delta \times \Delta M = EB^2 : B\Delta^2$ [u. Eutocius] et

$N\Delta \times \Delta M : NB \times BM = \Gamma\Delta \times \Delta A : \Gamma E \times EA$ [ibid.]; ergo

$$H\Gamma \times AZ : A\Gamma^2 = (BE^2 : B\Delta^2) \times (\Gamma\Delta \times \Delta A : \Gamma E \times EA).$$

LV.

Si duae rectae oppositas contingentes concurrunt, et per punctum concursus recta ducitur rectae puncta contactus coniungenti parallela, a punctis contactus autem rectae contingentibus parallelae ducuntur, et a punctis contactus ad idem punctum alterius sectionis



rectae adcidunt parallelas secantes, rectangulum comprehensum partibus abscisis ad quadratum rectae puncta contactus coniungenti rationem habebit, quam rectangulum comprehensum contingentibus ad quadra-

tum rectae per punctum concursus ductae rectae puncta contactus coniungenti parallelae usque ad sectionem.

sint oppositae $AB\Gamma$, ΔEZ easque contingentes AH , $H\Delta$, ducaturque $A\Delta$, et ab H rectae $A\Delta$ par-

$\Delta\Lambda$, ἴση δὲ ἴ μὲν ΓH τῇ EH , ἡ δὲ BK τῇ ΛZ ,
 ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΓH πρὸς τὸ ἀπὸ $\text{H}\Delta$, τὸ ὑπὸ $\text{KZ}\Lambda$
 πρὸς τὸ ἀπὸ $\Delta\Delta$. ἔστι δὲ καί, ὡς τὸ ἀπὸ ΔH πρὸς
 τὸ ὑπὸ $\Delta\text{H}\Lambda$, τὸ ἀπὸ $\Delta\Lambda$ πρὸς τὸ ὑπὸ $\Delta\Lambda$, AK .
 5 δι' ἴσου ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ ΓH πρὸς τὸ ὑπὸ $\Delta\text{H}\Lambda$, τὸ
 ὑπὸ $\text{KZ}\Lambda$ πρὸς τὸ ὑπὸ $\Delta\Lambda$, AK . ὁ δὲ τοῦ ὑπο
 $\text{KZ}\Lambda$ πρὸς τὸ ὑπὸ AK , $\Delta\Lambda$ λόγος ὁ συγκείμενός
 ἐστὶν ἐκ τοῦ τῆς ZK πρὸς KA καὶ τοῦ τῆς $\text{Z}\Lambda$ πρὸς
 $\Delta\Delta$. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ZK πρὸς KA , ἡ $\text{A}\Delta$ πρὸς ΔN ,
 10 ὡς δὲ ἡ $\text{Z}\Lambda$ πρὸς $\Delta\Delta$, ἡ $\text{A}\Delta$ πρὸς ΘA . ὁ ἄρα τοῦ
 ἀπὸ ΓH πρὸς τὸ ὑπὸ $\Delta\text{H}\Lambda$ λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ
 τῆς $\text{A}\Delta$ πρὸς ΔN καὶ τοῦ τῆς $\Delta\Lambda$ πρὸς $\text{A}\Theta$. σύγκει-
 ται δὲ καὶ ὁ τοῦ ἀπὸ $\text{A}\Delta$ πρὸς τὸ ὑπὸ $\text{A}\Theta$, $\text{N}\Delta$
 λόγος ἐκ τῶν αὐτῶν· ἐστὶν ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ ΓH πρὸς
 15 τὸ ὑπὸ $\text{AH}\Delta$, τὸ ἀπὸ $\text{A}\Delta$ πρὸς τὸ ὑπὸ $\text{N}\Delta$, $\text{A}\Theta$.
 [ἀνάπαλιν, ὡς τὸ ὑπὸ $\text{AH}\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓH , τὸ
 ὑπὸ $\text{N}\Delta$, $\text{A}\Theta$ πρὸς τὸ ἀπὸ $\text{A}\Delta$].

νς'.

Ἐὰν μιᾶς τῶν ἀντικειμένων δύο εὐθεῖαι ἐφαπ-
 20 τόμεναι συμπίπτωσι, διὰ δὲ τῶν ἀφῶν παράλληλοι
 ἀχθῶσι ταῖς ἐφαπτομέναις, καὶ ἀπο τῶν ἀφῶν πρὸς
 τὸ αὐτὸ σημεῖον τῆς ἐτέρας τομῆς ἀχθῶσιν εὐθεῖαι
 τέμνουσαι τὰς παραλλήλους, τὸ περιεχόμενον ὀρθο-
 γώνιον ὑπὸ τῶν ἀποτεμνομένων λόγον ἔξει πρὸς τὸ
 25 ἀπὸ τῆς τὰς ἀφὰς ἐπιζευγνυούσης τετραγώνου τὸν
 συγκείμενον ἐκ τε τοῦ, ὃν ἔχει τῆς ἐπιζευγνυούσης
 τὴν σύμπτωσιν καὶ τὴν διχοτομίαν ἢ μεταξὺ τῆς διχοτο-
 μίας καὶ τῆς ἐτέρας τομῆς πρὸς τὴν μεταξὺ τῆς αὐτῆς

16. ἀνάπαλιν — 17. $\text{A}\Delta$] deleo. 24. λόγον ἔξει] bis V;
 corr. pc.

allela ducatur ΓHE , ab A autem rectae ΔH parallela AM , a Δ autem rectae AH parallela ΔM , et in sectione ΔZ sumatur punctum aliquod Z , ducanturque ANZ , $Z\Delta\Theta$. dico, esse

$$\Gamma H^2 : AH \times H\Delta = A\Delta^2 : A\Theta \times N\Delta.$$

nam per Z rectae $A\Delta$ parallela ducatur $ZAKB$. quoniam igitur demonstratum est, esse

$$EH^2 : H\Delta^2 = BA \times AZ : \Delta A^2 \text{ [prop. XX],}$$

et $\Gamma H = EH$, $BK = AZ$ [II, 38; Eucl. VI, 4], erit

$$\Gamma H^2 : H\Delta^2 = KZ \times ZA : \Delta A^2. \text{ uerum etiam}$$

$$\Delta H^2 : \Delta H \times HA = \Delta A^2 : \Delta A \times AK \text{ [Eucl. VI, 2];}$$

ex aequo igitur [Eucl. V, 22]

$$\Gamma H^2 : \Delta H \times HA = KZ \times ZA : \Delta A \times AK.$$

uerum

$$KZ \times ZA : AK \times \Delta A = (ZK : KA) \times (ZA : \Delta A).$$

est autem $ZK : KA = A\Delta : \Delta N$,

$$ZA : \Delta A = A\Delta : \Theta A \text{ [Eucl. VI, 4];}$$

itaque $\Gamma H^2 : \Delta H \times HA = (A\Delta : \Delta N) \times (\Delta A : A\Theta)$.

est autem

$$A\Delta^2 : A\Theta \times N\Delta = (A\Delta : \Delta N) \times (\Delta A : A\Theta).$$

ergo $\Gamma H^2 : AH \times H\Delta = A\Delta^2 : N\Delta \times A\Theta$.

LVI.

Si duae rectae alteram oppositarum contingentes concurrunt, et per puncta contactus contingentibus parallelae ducuntur, a punctis contactus autem ad idem punctum alterius sectionis rectae ducuntur secantes parallelas, rectangulum comprehensum partibus abs-cisis ad quadratum rectae puncta contactus coniungentis rationem habebit compositam ex ea, quam habet rectae punctum concursus punctumque medium

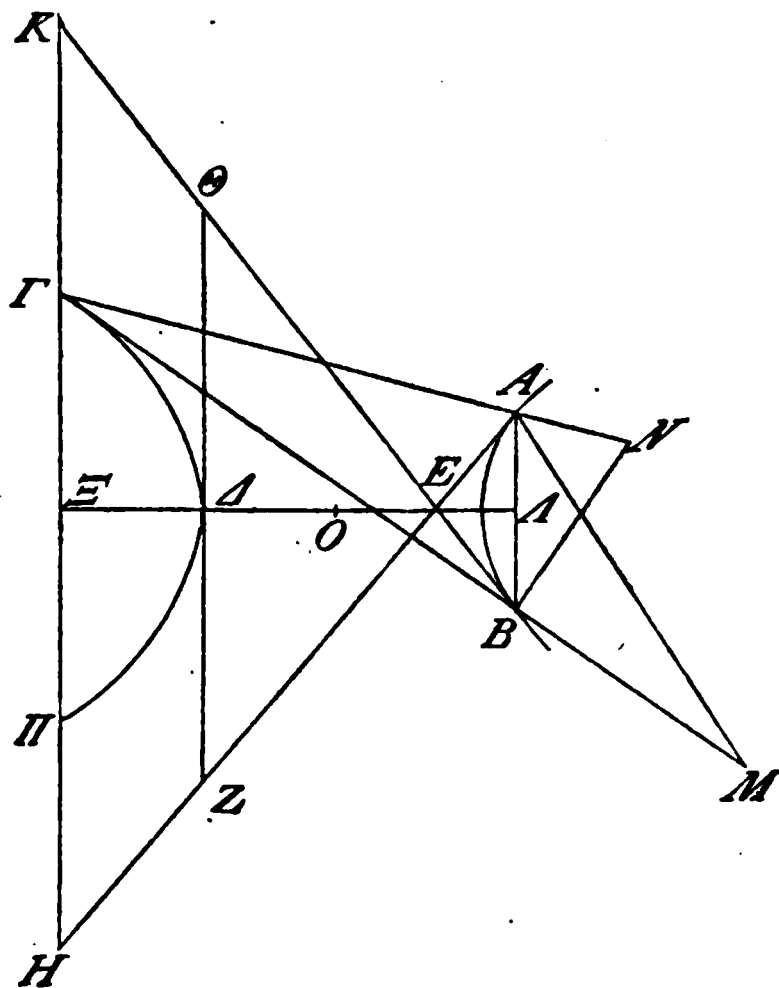
τομῆς καὶ τῆς συμπτώσεως δυνάμει, καὶ τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ὑπο τῶν ἐφαπτομένων περιεχόμενον πρὸς τὸ τέταρτον μέρος τοῦ ἀπὸ τῆς τὰς ἀφὰς ἐπιξενυγνυούσης.

ἔστωσαν ἀντικείμενα αἱ $AB, \Gamma\Delta$, ὧν κέντρον τὸ O ,
 5 ἐφαπτόμεναι δὲ αἱ $AEZH, BE\Theta K$, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ AB καὶ δίχα τετμήσθω κατὰ τὸ Λ , καὶ ἐπιξενυχθεῖσα ἡ ΛE διήχθω ἐπὶ τὸ Δ , καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ A παρὰ τὴν BE ἢ AM , ἀπὸ δὲ τοῦ B παρὰ τὴν AE ἢ BN , εἰλήφθω δέ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς $\Gamma\Delta$ τομῆς τὸ Γ , καὶ
 10 ἐπεξεύχθωσαν αἱ $\Gamma BM, \Gamma AN$. λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ BN, AM πρὸς τὸ ἀπὸ AB λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τοῦ τοῦ ἀπὸ $\Lambda\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔE καὶ τοῦ ὑπὸ AEB πρὸς τὸ τέταρτον τοῦ ἀπὸ AB , τουτέστι τὸ ὑπὸ $A\Lambda B$.

15 ἤχθωσαν γὰρ ἀπὸ τῶν Γ, Δ παρὰ τὴν AB αἱ $H\Gamma K, \Theta\Delta Z$. φανερόν δὴ, ὅτι [ἴση ἐστὶν ἡ $A\Lambda$ τῇ ΛB] ἴση ἐστὶ καὶ ἡ $\Theta\Delta$ τῇ ΔZ καὶ ἡ $K\Xi$ τῇ ΞH . ἔστι δὲ καὶ ἡ $\Xi\Gamma$ τῇ $\Xi\Pi$. ὥστε καὶ ἡ ΓK τῇ $H\Pi$. καὶ ἐπεὶ ἀντικείμεναί εἰσιν αἱ $AB, \Delta\Gamma$, ἐφαπτόμεναι
 20 δὲ αἱ $BE\Theta, \Theta\Delta$, καὶ παρὰ τὴν $\Delta\Theta$ ἢ KH , ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ $B\Theta$ πρὸς τὸ ἀπὸ $\Theta\Delta$, τὸ ἀπὸ BK πρὸς τὸ ὑπὸ $\Pi K\Gamma$. ἴσον δὲ τὸ μὲν ἀπὸ $\Theta\Delta$ τῷ ὑπὸ $\Theta\Delta Z$, τὸ δὲ ὑπὸ $\Pi K\Gamma$ τῷ ὑπὸ $K\Gamma H$. ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ $B\Theta$ πρὸς τὸ ὑπὸ $\Theta\Delta Z$, τὸ ἀπὸ BK πρὸς
 25 τὸ ὑπὸ $K\Gamma H$. ἔστι δὲ καί, ὡς τὸ ὑπὸ $Z A, \Theta B$ πρὸς

5. $AEZH$] p; $AENZ$ V, H e corr. m. 1; $AENZ$ cv. 12. ἐκ] om. V (extr. lin.); corr. p (ἐκ τε). τοῦ τοῦ] scripsi, τοῦ V.
 14. ὑπό] bis V (extr. et initio lineae); corr. cp. 16. $H\Gamma K$] Halley; $\Gamma H K$ V, $K\Gamma H$ p. $\Theta\Delta Z$] p, $\Delta\Theta Z$ V. ἴση — 17. ΛB] deleo. 17. ἴση ἐστὶ] om. p. $\Theta\Delta$] $\Delta\delta$ V; corr. p; $\Lambda\Delta$ c. ΞH] ZH V; corr. p. 18. ΓK] p cv, K e corr. m. 1 V. 19. $\Delta\Gamma$] ΔE V; corr. p. 20. $BE\Theta$] BE V; corr. Halley. 22. πρὸς] bis V (extr. et init. lin.); corr. pc. 23. $K\Gamma H$] $\Gamma K H$ V; corr. p.

coniungentis pars inter punctum medium alteramque sectionem posita ad rectam inter eandem sectionem punctumque concursus positam potentia, eaque, quam



habet rectangulum contingentibus comprehensum ad quartam partem quadrati rectae puncta contactus coniungentis.

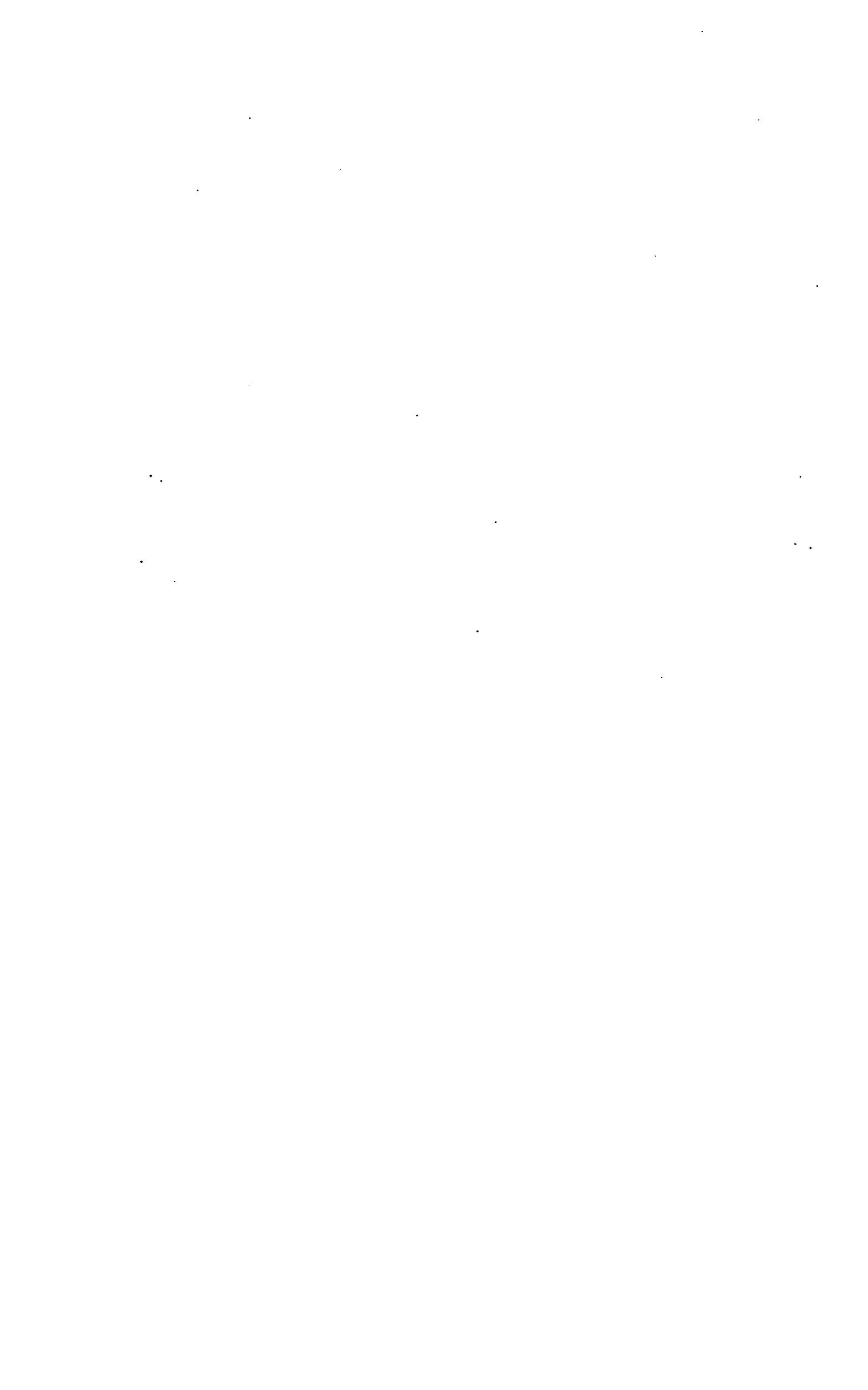
sint oppositae AB , $\Gamma\Delta$, quarum centrum sit O , contingentes autem

$AEZH$, $BE\Theta K$, ducaturque AB et in Λ in duas partes aequales secetur, ducta autem ΛE ad Δ producat, et

ab A rectae BE parallela ducatur AM , a B autem rectae AE parallela BN , sumaturque in sectione $\Gamma\Delta$ punctum aliquod Γ , et ducantur ΓBM , ΓAN . dico, esse $BN \times AM : AB^2 = (\Lambda\Delta^2 : \Delta E^2) \times (AE \times EB : \frac{1}{4} AB^2) = (\Lambda\Delta^2 : \Delta E^2) \times (AE \times EB : \Lambda\Lambda \times \Lambda B)$.

ducantur enim a Γ , Δ rectae AB parallelae $H\Gamma K$, $\Theta\Delta Z$; manifestum igitur, esse et $\Theta\Delta = \Delta Z$ et $K\Xi = \Xi H$ [Eucl. VI, 4]. uerum etiam $\Xi\Gamma = \Xi\Pi$ [I, 47]; itaque etiam $\Gamma K = H\Pi$. et quoniam oppositae sunt AB , $\Delta\Gamma$, contingentes autem $BE\Theta$, $\Theta\Delta$, et KH rectae $\Delta\Theta$ parallela, erit [prop. XVIII]

$$B\Theta^2 : \Theta\Delta^2 = BK^2 : \Pi K \times K\Gamma.$$



est autem $\odot \Delta^2 = \odot \Delta \times \Delta Z,$

$$\Pi K \times K \Gamma = K \Gamma \times \Gamma H;$$

itaque $B \odot^2 : \odot \Delta \times \Delta Z = BK^2 : K \Gamma \times \Gamma H.$

uerum etiam $Z A \times \odot B : \odot B^2 = H A \times K B : KB^2$
[Eucl. VI, 2, 4; V, 12]; ex aequo igitur

$A Z \times \odot B : \odot \Delta \times \Delta Z = K B \times A H : K \Gamma \times \Gamma H$
[Eucl. V, 22]. est autem, medio sumpto $\odot E \times E Z,$

$$A Z \times \odot B : \odot \Delta \times \Delta Z$$

$$= (A Z \times \odot B : \odot E \times E Z) \times (\odot E \times E Z : \odot \Delta \times \Delta Z).$$

et $A Z \times \odot B : \odot E \times E Z = \Delta \Delta^2 : \Delta E^2$ [Eucl. VI, 4;
V, 12, 16],

$\odot E \times E Z : \odot \Delta \times \Delta Z = A E \times E B : A \Delta \times \Delta B$
[u. Pappi lemma XIII]; itaque

$$A H \times B K : K \Gamma \times \Gamma H$$

$$= (\Delta \Delta^2 : \Delta E^2) \times (A E \times E B : A \Delta \times \Delta B).$$

est autem

$$A H \times K B : K \Gamma \times \Gamma H = (B K : K \Gamma) \times (A H : H \Gamma).$$

uerum $K B : K \Gamma = M A : A B, A H : H \Gamma = B N : B A$
[Eucl. VI, 4]. ergo

$$(M A : A B) \times (B N : B A)$$

$$= (\Delta \Delta^2 : \Delta E^2) \times (A E \times E B : A \Delta \times \Delta B)$$

$$= A M \times B N : A B^2.$$

