BIBLIOTHECA
[illegible]
[illegible]
TEUBNERIANA

ARCHIMEDES

[illegible]

[illegible]

[illegible]

I

[illegible]

Naturstudien im Hause.

Plaudereien in der Dämmerstunde.

Ein Buch für die Jugend von Dr. K. Kraepelin. Mit Zeichnungen von O. Schwindrazheim. 2. Auflage. In Original-Leinwandband ℳ 3.20.

Das vorliegende Buch des bekannten Naturforschers will die lern- und wißbegierige Jugend in lebendiger Darstellung zum naturwissenschaftlichen Denken anregen, führt es von den Naturobjekten der nächsten Umgebung, vor allem aus dem elterlichen Hause, aus, diese geistig und gemütlich näher zu bringen sucht. So wird in der Form des lebendigen Zwiegespräches das Wasser in allen seinen verschiedenen Formen und Wirkungen in der Natur besprochen, in ähnlicher Weise das Salz und die Steinkohlen, Mineralien und Sand. Zoologische Betrachtungen knüpfen sich an den Kanarienvogel und Goldfisch, an die Stubenfliege und Spinne, wie an den treuen Kater an. Zu botanischen Erörterungen geben die Blattpflanzen, wie das Pelargonium Anlaß, auch die Kräuter und „Unkräuter“ [illegible], die Pilze und Bakterien, werden nicht vergessen. Besondere Erwähnung verdienen noch die von Schwindrazheim mit liebevoller Hingabe gezeichneten Illustrationen, die einen ebenso reizvollen wie lehrreichen Schmuck des Buches bilden.

Naturstudien im Garten.

Plaudereien am Sonntag Nachmittag.

Ein Buch für die Jugend von Dr. K. Kraepelin. Mit Zeichnungen von O. Schwindrazheim. In Original-Leinwandband ℳ 3.60.

Gleich den „Naturstudien im Hause“ sollen die „Naturstudien im Garten“ der heranwachsenden Jugend die Naturobjekte ihrer nächsten Umgebung geistig und gemütlich näher bringen, um so durch eigenes Beobachten und eigenes Nachdenken zu einer tieferen Auffassung der Naturdinge hinzuleiten. Was im Garten an pflanzlichen und tierischen Objekten die Aufmerksamkeit fesselt, das wird in zwangloser Plauderei besprochen, wobei dann aus dem speziellen Fall nach Möglichkeit allgemeinere Gesichtspunkte entwickelt werden. Die Frühlingspflanzen und anschließend das Herbarium bilden naturgemäß den Gesprächsstoff des ersten Nachmittags. An die Regenwürmer knüpfen ebenso interessante Erörterungen an, wie an die Maikäfer, an die Grasmücke, die Blattläuse, die Ameisen und sonst die [illegible] und Wespennester. Abwechslung bieten die Gartenarbeiten, die Einrichtung der Beete, das Okulieren und Pfropfen, den Hauptanziehungspunkt für die [illegible], für andere wieder die Pilze des Gartens und die [illegible]. Ebenso werden die Schutzmittel der Tiere wie der Pflanzen erörtert, endlich auch die Züchtung der Pflanzen, Zier- und Nutzpflanzungen besprochen. Die von O. Schwindrazheim mit Liebe und Verständnis entworfenen Zeichnungen tragen zur Veranschaulichung des Textes nicht unwesentlich bei.

ARCHIMEDIS
OPERA OMNIA

CUM COMMENTARIIS EUTOCII.

E CODICE FLORENTINO RECENSUIT, LATINE UERTIT
NOTISQUE ILLUSTRAUIT

J. L. HEIBERG
DR. PHIL.

UOLUMEN I.

LIPSIAE
IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.
MDCCCLXXX.

LIPSIAE: TYPIS B. G. TEUBNERI.

I. N. MADUIGIO

UIRO DOCTISSIMO, CLARISSIMO, HUMANISSIMO

EDITOR DISCIPULUS.

PRAEFATIO.

Opus magnum et difficile, sed necessarium et ab omnibus, qui hanc partem litterarum adtigerunt, iam diu desideratum, ad quod dissertatione mea, quae inscribitur Quaestiones Archimedeae (Hauniae MDCCCLXXIX), uiam, quantum potui, muniui, ut opera Archimedis tandem aliquando e legibus artis criticae ederentur et ita, ut philologis quoque non res modo, sed etiam uerba ipsa et quasi manum Archimedis requirentibus satisfieret, id iam ipse efficere conabor. nam quod primum omnium faciendum erat, ut codex Florentinus praestantissimus denuo diligenter conferretur, id mihi Florentiae facere licuit mense Octobri anni MDCCCLXXIX, quo profectus eram pecunia Instituti Carlsbergici adiutus. quam ob liberalitatem iis uiris, qui huic instituto praesunt, gratias hoc loco ago quam maximas, in primis I. N. Maduigio, uiro doctissimo et clarissimo, praeceptori meo, qui ceteris suis beneficiis hoc quoque adiunxit.

eodem itinere etiam codicem Uenetum inspexi et in Arenario totum contuli.

collato codice Florentino mihi persuasi, quaestionem de necessitudine et coniunctione codicum Archimedeorum, de qua egi Quaest. Arch. cap. VI, retractandam *esse; quare de hac* re ad finem huius editionis uberius disputabo. hoc loco pauca tantum dicenda sunt de ea ratione, quam in hac editione comparanda secutus sum.

in uniuersum editionem Pappi, quam parauit Fr. Hultsch, uir doctissimus, tamquam exemplar omnium consensu comprobatum mihi imitandam proposui. itaque non modo notas criticas Graecis uerbis subiunxi, sed etiam interpretationem Latinam addidi, ad quam notae res mathematicas plerumque explicantes adcedunt.

Primum igitur quod ad adparatum, quem uocant, criticum adtinet, eum ita comparaui, ut id maxime adpareret, quid quoque loco praeberet codex Florentinus, et sicubi emendanda erat scriptura eius, quis emendationis auctor esset. quare ubicunque a codice Florentino discessi, in notis eius scripturam primo loco posui, deinde adiunxi emendatae scripturae auctorem, ita ut, ubi nihil ultra additum est, omnes auctores tempore medios, ubi nonnullorum scriptura discrepans enotata est, ceteros certe cum codice Florentino consentire intellegendum sit. qua in re hoc tamen tenendum est, errores apertos codicum Parisiensium prorsus omissos esse. ubi sola scriptura codicis Florentini indicatur, errores eius iam in ceteris codicibus correcti sunt, si collationibus Torellianis fides habenda est; sed non dubito, quin in multis eius modi locis scriptura codicum Parisinorum parum diligenter enotata sit (Quaest. Arch. p. 111 sq.). in locis grauioribus*) codices Parisinos inspexit Henricus Lebègue mea causa rogatus a Carolo Graux, uiro doctissimo mihique ami-

*) Scripturis codd. Parisin., de quibus me certiorem fecit *H. Lebègue, stellulam* adfixi.

cissimo; sed in minutiis iis molestus esse nolui; sic quoque quae mea causa fecerunt, permagna sunt et summa gratia digna, quam me iis habere hoc loco testor. — scripturam discrepantem editionum Basileensis et Torellii totam recipere opus esse non putaui, sed quidquid ad uerba Archimedis emendanda inde sumi posse uidebatur, excerpsi. ceterum saepissime codicem Florentinum secutus a Torellio tacite discessi, et in eiusmodi locis silentium pro testimonio scripturae codicis Florentini esto, sicut etiam ubi scripturam eius aliter, ac Bandinius in collatione sua ad editionem Basileensem facta, quae apud Torellium exstat, indicaui, mihi credi uelim.

in commentario critico his compendiis usus sum:

F = codex Florentinus Laurentianus plut. XXVIII, 4.
V = codex Uenetus St. Marci CCCV.
A = codex Parisiensis Nr. 2359.
B = codex Parisiensis Nr. 2360.
C = codex Parisiensis Nr. 2361.
D = codex Parisiensis Nr. 2362.
ed. Basil. = editio Basileensis 1544 fol.
Cr. = interpretatio Iacobi Cremonensis ei addita.
uulgo = significat consensum omnium auctorum praeter eos, qui diserte nominati sunt.
corr. = correxit.
comp. = compendium.

Qui recentiore tempore de Archimede scripserunt uiri docti, haud ita multi sunt, neque ad scripta eius emendanda multa contulerunt. quibus uti potui subsidiis, haec sunt:

Riualtus — Archimedis opera. Parisiis 1615 fol.
Torellius — *Archimedis opera.* Oxonii 1792 fol.

Commandinus — A. opera nonnulla latine. Uenetiis 1558 fol.

Wallis — A. arenarius et dimensio circuli. Oxonii 1678. 8. — Opera III p. 509 sq.

Sturm — Des unvergleichlichen Archimedis Kunstbücher, übersetzt und erläutert. Nürnberg 1670 fol.

Barrowius — Opera Archimedis methodo novo illustrata et demonstrata. Londini 1675. 4.

Hauber — A. über Kugel und Cylinder und über Kreismessung, übersetzt mit Anmerkungen. Tübingen 1798. 8.

Gutenäcker — A.'s Kreismessung griechisch und deutsch. Würzburg 1828. 8.

Nizze — A.'s vorhandene Werke, übersetzt und erklärt. Stralsund 1824. 4.

Censor Ienensis (Jen.) — Uir doctus ignotus, qui de editione Torellii censuram proposuit Jenaer Litteraturzeitung 1795 Nr. 172—73 p. 610—23.

Wurm — Fr. Wurmii censura editionis Gutenäckeri Jahns Jahrbücher XIV p. 175—85.

emendationes nonnullas ipse proposui Quaest. Arch. cap. VII et in editione Arenarii ei libro adiuncta, quarum partem nunc improbaui, plerasque recepi. in Eutocio quaedam emendare conatus sum Neue Jahrbücher für Philologie und Pädagogik, Supplementband XI p. 375—83.

In interpretatione Latina, quam totam de meo conscripsi, id maxime secutus sum, ut ubique sensus satis dilucide adpareret, et Archimedea orationis forma et demonstrandi ratio quam maxime seruaretur, ita *tamen ut, ubi fieri* posset, ea, quae Archimedes uerbis exposuerat, signis, quibus nostri mathematici utuntur, exprimerem. quod ut fieret, interdum ab usu linguae Latinae longius discedere coactus sum, maxime in collocatione uerborum, et parum Latine loqui, ne aut obscura esset interpretatio aut a Graecis uerbis nimis discreparet. in multorum uerborum interpretatione Hultschium secutus sum, uelut, eo praeeunte pro Graecorum *διπλάσιος* cett. sequente genetiuo dixi: duplo maior quam, cett. (Hultsch: Pappus I p. 59 not. 1); sed ubi haec orationis forma minus apta erat, uelut pro Graeco *διπλασίονα λόγον ἔχειν*, scripsi: duplicem rationem habere quam, et similia (cfr. Liuius XXXIV, 19, 4; Columella I, 8, 8; Plinius h. nat. XIX, 9; Quintil. II, 3, 3).[1]

In notis interpretationi adiunctis maxime id studui, ut supplerem, quae ab Archimede in demonstratione omissa erant, et locos obscuriores illustrarem. in libris de sphaera et cylindro et libello de dimensione circuli in notis indicaui, quaecunque de genuina scriptura Archimedis suspicari licet. hi enim libri non modo dialecto Dorica spoliati sunt, sed etiam plurimis locis reficti, cum transscriptor et adderet, quae ei necessaria uiderentur, et omitteret, quae abesse posse putaret, et omnino suae aetatis sermonem et rerum mathematicarum nomina, quae tum in usu erant, inferret. itaque cum intellegerem, in his libris manum Archimedis restitui non posse, satius duxi recensionem posteriorem sequi et tantum modo apertissimos scribendi errores corrigere. sed praeter quam quod,

---

[1]) *Hos locos indicauit mihi* O. Siesbyeus, uir doctissimus.

ut dixi, in notis indicaui genuinam Archimedis scripturam, ubicunque aut constabat aut probabili coniectura restitui poterat, etiam additamenta plurima in Graecis uerbis uncis [ ] inclusi, in interpretatione omisi; in interpretatione contra uncis [ ] inclusa sunt, quae ipse addidi ad Archimedis uerba et demonstrationis rationem illustranda. de additamentis illis cfr. quae scripsi Quaest. Arch. p. 69—78 et Neue Jahrbücher Suppl. XI p. 384—398. in iis locis, quos postea subditiuos esse intellexi, semper causam in notis breuiter indicaui; de ceteris satis esto semel hic illas duas disputationes citasse. unum locum tamen, in quo longiore disputatione opus est, hic uberius tractare libet.

de sphaera et cylindro I, 41 (apud Torellium I, 47) p. 172, 8: *καὶ ὡς ἄρα τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον, ὁ M κύκλος πρὸς τὸν N κύκλον*] sint spatia rectangula lateribus polygonorum (P, p) et lineis angulos iungentibus comprehensa S, s; quae aequalia sunt radiis (R, r) quadratis circulorum M, N. et circulis N, M aequales sunt superficies figurarum circumscriptae et inscriptae (O, o). iam Archimedes inde, quod est

$$S : s = EK^2 : AA^2,$$

concludi uult $O : o = EK^2 : AA^2$. si genuina essent uerba illa, hoc sic efficeret: $S : s = EK^2 : AA^2$, sed $S : s = R^2 : r^2 = M : N$, et $EK^2 : AA^2 = P : p$; quare $P : p = M : N$; sed $M : N = O : o$ et $P : p = EK^2 : AA^2$; quare $O : o = EK^2 : AA^2$. quod quam prauum sit, nemo non uidet; nam polygonorum prorsus peruerse mentio iniecta est, cum deberet sic concludi:

$$S : s = R^2 : r^2 = M : N = O : o;$$

sed $S : s = EK^2 : AA^2$; quare $O : o = EK^2 : AA^2$.

augent malum uerba sequentia lin. 13: *τὸν δὲ αὐτόν, ὃν καὶ τὸ πολύγωνον* (debebat esse *τὰ πολύγωνα*), quae praecedere debebant uerba: *διπλασίονα λόγον ἤπερ ἡ EK πρὸς AA*, cum hoc ex illo concludatur. adparet igitur, hos duos locos subditiuos esse. sed repugnare uidetur Eutocius, qui haec habet: *ἐπεὶ δέδεικται, ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον, οὕτως ὁ M κύκλος πρὸς τὸν N.* sed puto, eum minus proprie loqui et ad ipsam rationem ab Archimede in priore parte propositionis demonstratam $O : o = EK^2 : AA^2$ respicere. nam cum $O : o = M : N$ (ex hypothesi) et

$$EK^2 : AA^2 = P : p \text{ (Eucl. VI, 20)},$$

hinc ratio $P : p = M : N$ tam facile sequitur, ut Eutocius recte dicere possit, hanc rationem simul cum illa demonstratam esse. eodem modo Archimedes dicit: *ἐδείχθη δὲ ὡς ἡ EK πρὸς AA, οὕτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ M κύκλου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ N κύκλου* (p. 174, 13), cum tamen hoc tantum demonstrauerit: $O : o = EK^2 : AA^2$, unde facile concluditur $R : r = EK : AA$. subditiua esse uerba illa, hinc quoque adparet, quod Archimedes prop. 42 p. 176, 25 hanc ipsam rationem $O : o = P : p$ proponit his uerbis additis: *ἑκάτερος γὰρ τῶν λόγων διπλάσιός ἐστι τοῦ, ὃν ἔχει ἡ τοῦ περιγεγραμμένου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου πλευράν* (h. e. $EK : AA$). haec uerba sine dubio in prop. 41 addidisset, si ibi quoque hac ratione uti uoluisset; et praeterea Eutocius ad prop. 42 uerba *ἑκάτερος γὰρ κτλ.* illustrat, cum tamen satis esset uerba ipsius Archimedis ex prop. 41 adferre. quare puto, uerba illa a transscriptore ad similitudinem propositionis 42 interposita esse. hoc ideo quoque pluribus uerbis exposui, ut uno saltem exemplo additamentum manifeste argueretur, qualia in his libris plurima occurrunt.

in his igitur libris dialectum Doricam restituendam non esse putaui, in ceteris uero in uniuersum eam tenui rationem, quam proposui Quaest. Arch. p. 78 sq., sed eam aspere exigendam esse non censui, ut potius cautior essem, quam ut in contrarium uitium inciderem.

Quibus subsidiis in epigrammate et iis libris, qui Latine tantum exstant, usus sim, suis locis dicetur. nunc finem faciam, cum ante gratias egero Nicolao Anziani, uiro doctissimo, praefecto bibliothecae Laurentianae, cuius humanitatem egregiam Florentiae cognoui.

haec habui, quae dicerem de consilio meo in hac editione paranda. utinam ne uires meae tanto oneri nimis impares sint!

Scripsi Hauniae Id. Decemb. MDCCCLXXIX.

DE SPHAERA ET CYLINDRO

LIBRI II.

α΄.

Ἀρχιμήδης Δοσιθέῳ χαίρειν.

Πρότερον μὲν ἀπεστάλκαμέν σοι τὰ εἰς τότε τεθεωρημένα γράψαντες μετὰ τῶν ἀποδείξεων αὐτῶν· ὅτι πᾶν τμῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς ἐπίτριτόν ἐστι τριγώνου τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος τῷ τμήματι καὶ ὕψος ἴσον· μετὰ δὲ ταῦτα ἐπιπεσόντων θεωρημάτων τινῶν ἀνελέγκτων, πεπραγματεύμεθα τὰς ἀποδείξεις αὐτῶν. ἔστιν δὲ τάδε· πρῶτον μέν, ὅτι πάσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου· ἔπειτα δέ, ὅτι παντὸς τμήματος σφαίρας τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ εὐθείᾳ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἀγομένῃ ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος· πρὸς

---

1. *χαίρειν*] *εὐπράττειν* B. 2. *ἀπεστάλκαμέν*] VAD; *ἀπέσταλκά* F; *απεσταλκα* ceteris uerbis: *σοι — — αὐτῶν* lin. 3 omissis B; „misi" Cr. *εἰς τότε*] *δυς ποτε* F. *τεθεωρημένα*] *θεωρημένα* F. 3. *τῶν*] om. F. *αὐτῶν*] om. F lacuna relicta. 4. *τε εὐθείας καί*] B; om. F; „a recta et" Cr. 5. Inter *ἐπι-* et *τριτον* lacunam habet F. *τριγώνου τοῦ*] om. F; *τριγώνου τοῦ ἔχοντος* B. 6. *τὴν αὐτὴν βάσιν*] *βάσιν τὴν αὐτήν* B; *ταύτην τὴν βάσιν* F. *ἔχοντος*] om. B. 7. *μετὰ δὲ ταῦτα*] lacunam B. *ἐπιπεσόντων*] *ἀποπεσον τῶν* F; *πεσοντων* B. „nunc autem quorundam occurrentium" Cr. *τινῶν ἀνελέγκτων*] *αντιλεγον* F, lacunam B; „quae effectu probata videntur" Cr. 8. *πεπραγματεύμεθα*] Riualtus; *πεπραγματευον δὴ μετά* F; *πεπραγμα* relicta lacuna B. *αὐτῶν*] *αὐτά* F; *αὐτά — πάσης* lin. 9 om. B lacuna relicta; „demonstrationes *conscripsimus*" *Cr.* 9. *τάδε*] *τι τάδε* F; „huiusmodi" Cr.;

I.

Archimedes Dositheo s.

Antea ad te misi, quae ad id tempus perspexeram, demonstrationibus adiunctis conscripta: quoduis segmentum linea recta et parabola comprehensum tertia parte maius esse triangulo eandem basim habenti, quam segmentum, et altitudinem aequalem.[1]) postea autem cum incidissem in theoremata quaedam nondum demonstrata, demonstrationes eorum confeci. sunt autem haec: primum cuiusuis sphaerae superficiem quadruplo maiorem esse circulo maximo[2]); deinde cuiusuis segmenti sphaerae superficiei aequalem esse circulum, cuius radius aequalis sit lineae a uertice segmenti ad ambitum ductae circuli, qui basis sit segmenti.[3]) et praeterea quemuis cylindrum basim

Huius epistulae restitutionem dedi Quaest. Arch. p. 131, quam hic secutus sum. tota exstat in FB solis (Quaest. Arch. p. 118—22). In VAD prima uerba: *Ἀρχιμήδης — σοι* lin. 2 exstant; reliqua pars paginae primae uacat (Quaest. Arch. p. 117; cod. Uenetum postea ipse inspexi); deinde in summa pagina 2 sequuntur *καλῶς* cett. p. 6, 6. Haec sola uerba extrema habent C, ed. Basil.; interpretatio I. Cremonensis priorem partem solam praebet (Quaest. Arch. p. 122).

1) h. e. *τέτραγ. παραβ.* 17; 24.
2) h. e. *περὶ σφ. καὶ κυλ.* I, 30.
3) ibid. I, 39—40.

---

fort. *τοιάδε.* *πάσης*] *τῆς* F; „omnis“ Cr. 10. *κύκλου*] *κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ B.* *ἔπειτα*] post lacunam εἶτα B. 11. *κύκλος*] *B; κώνῳ F;* „circulus ille“ Cr. 14. βάσις B; βάσης F.

δὲ τούτοις, ὅτι πᾶς κύλινδρος τὴν βάσιν ἔχων ἴσην τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας αὐτός τε ἡμιόλιός ἐστιν τῆς σφαίρας, καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας. ταῦτα δὲ τὰ συμπτώματα αὐτῇ τῇ φύσει προυπῆρχεν περὶ τὰ εἰρημένα σχήματα, ἠγνοεῖτο δὲ ὑπὸ τῶν πρὸ ἡμῶν περὶ γεωμετρίαν ἀνεστραμμένων. νενοηκὼς δέ, ὅτι τούτων τῶν σχημάτων ἐστὶν οἰκεῖα, οὐκ ὀκνήσαιμι ἂν ἀντιπαραβαλεῖν αὐτὰ πρός τε τὰ τότε τεθεωρημένα καὶ πρὸς τὰ δόξαντα ἀποδειχθῆναι ἀσφαλέστατα τῶν ὑπὸ Εὐδόξου περὶ τὰ στερεὰ θεωρηθέντων· ὅτι πᾶσα πυραμὶς τρίτον ἐστὶ μέρος πρίσματος τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῇ πυραμίδι καὶ ὕψος ἴσον, καὶ ὅτι πᾶς κῶνος τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῷ κώνῳ καὶ ὕψος ἴσον. καὶ γὰρ τούτων προυπαρχόντων φυσικῶς περὶ ταῦτα τὰ σχήματα, πολλῶν πρὸ Εὐδόξου γεγενημένων ἀξίων λόγου γεωμετρῶν συνέβαινεν ὑπὸ

---

1. πᾶς] πάσης σφαίρας F, πάσης σφαίρας ὁ B; „cuiusque sphaerae" Cr.; fortasse retinenda erat scriptura cod. B et τῆς σφαίρας lin. 4 delenda. τὴν βάσιν] F; ὁ βάσιν μέν B. ἔχων] B; ἔχοντος F. ἴσην] F; τὴν αὐτήν B; om. Cr. 2. ἴσον] B; ἴσσον F. 3. τῇ] B; om. F. αὐτός τε ἡμιόλιος] B; τοτε ἡμιόλιον F. ἐστιν] F; ἐστι B. 5. δὲ τὰ . . . αὐτῇ] om. B; „haec autem accidentia" Cr. τῇ] om. F. ταῦτα μὲν τῇ φύσει Barrowius. 6. ἠγνοεῖτο] ἠγνόειστο F; γνοει B; οὐ μέντοι γέγονεν Riualtus; „uerum non fuerant superioribus cognita" Cr. 7. δὲ ὑπὸ τῶν] om. B, lacuna relicta; ὑπὸ τῶν om. F lacuna relicta; suppleuit Riualtus; „qui ante nos" Cr., qui sequentia omisit. ἀνεστραμμένων] ανε lacuna relicta FB; ἀνεσκεμμένων Riualtus. ἀνεσκεμμένων τεθεωρημένα Barrowius. 8. νενοηκὼς δέ] ενοηκοτος F; νενοηκότος B; καὶ νοήσειεν Barrowius. ὅτι] ὅταν Riualtus; ὃς ἄν Barrowius. 9. ἐστιν] om. B. οἰκεῖα οὐκ] scripsi; om. lacuna relicta F, B; ταῖς ἀποδείξεσιν Riualtus. ὀκνήσαιμι ἄν] om. B; ἄν om. F. ἀντιπαραβαλεῖ B. 10. πρός τε τά] om. FB

habentem circulo maximo sphaerae aequalem, altitudinem autem diametro sphaerae aequalem, et ipsum dimidia parte maiorem esse sphaera, et superficiem eius superficie sphaerae dimidia parte maiorem.[1]) hae autem proprietates ipsa natura figuris, quas commemoraui, inde ab initio erant, ignorabantur autem ab iis, qui ante me geometriae studebant. sed cum intellexerim, eas harum figurarum proprias esse, non dubitauerim, eas eodem loco ponere, quo et ea, quae antea perspexi, et ea, quae putantur firmissimis documentis demonstrata esse eorum theorematum, quae Eudoxus de figuris solidis proposuit: quamuis pyramidem tertiam esse partem prismatis eandem basim habentis, quam pyramis, et altitudinem aequalem, et quemuis conum tertiam partem esse cylindri basim eandem habentis, quam conus, et altitudinem aequalem. nam cum hae quoque proprietates ipsa natura his figuris essent inde ab initio, accidit, ut ab omni-

---

Tota epistula usque ad *καλῶς* p. 6, 6 in F manu posteriore, saeculi, ut uidetur, XV, scripta est. Riualtus cod. B secutus est, cum lacunas eius partim coniecturis partim interpretatione I. Cremonensis Graece uersa suppleret. Torellius Riualti scripturam praebet receptis coniecturis Barrowii (Archimedis opera. Londini 1675. 4 p. 1—2); sed in initio *ἀπεστάλκαμέν σοι* e cod. Ueneto recepit.

1) h. e. I, 31 *πόρισμα*.

---

lacuna relicta. *τότε*] *τό* F; *τε* B. *θεωρημένα* B. *καὶ πρός*] *καίπερ* Riualtus; *ὥσπερ* Barrowius. 11. *ἀποδειχθῆναι ἀσφαλέστατα*] *πολλα* lacuna relicta F; *πολ* lacuna relicta B. *τῶν ὑπὸ Εὐδόξου*] om. F lacuna relicta; *ξου* post lacunam B; *τῶν ὑπὸ τοῦ Εὐδόξου* Riualtus. 12. *θεωρητεντων* F; *θεωρεθέντων* B; corr. Riualtus. 13. *μέρος ἐστί* B. *πυραμίδει* F. 15. *βάσιν μέν* Torellius. 16. *τούτων*] B; *που τῶν* F; om. Torellius. 17. Inter *πρό* et *Εὐδόξου* lacunam habet B, sed mg. *ἐν τοῖς ἐσχάτοις χωρίοις τούτοις οὐδὲν λείπει.* *18. ὑπό] τό Riualtus; ἀπό* Barrowius.

πάντων ἀγνοεῖσθαι μηδ᾽ ὑφ᾽ ἑνὸς κατανοηθῆναι. ἐξ-έσται δὲ περὶ τούτων ἐπισκέψασθαι τοῖς δυνησομένοις. ὤφειλε μὲν οὖν Κόνωνος ἔτι ζῶντος ἐκδίδοσθαι ταῦτα. τῆνον γὰρ ὑπολαμβάνομέν που μάλιστα ἂν δύνασθαι κατανοῆσαι ταῦτα καὶ τὴν ἁρμόζουσαν ὑπὲρ αὐτῶν ἀπόφασιν ποιήσασθαι· δοκιμάζοντες δὲ καλῶς ἔχειν μεταδιδόναι τοῖς οἰκείοις τῶν μαθημάτων, ἀποστέλλομέν σοι τὰς ἀποδείξεις ἀναγράψαντες, ὑπὲρ ὧν ἐξέσται τοῖς περὶ τὰ μαθήματα ἀναστρεφομένοις ἐπισκέψασθαι. ἔρρωσο.

Γράφονται πρῶτον τά τε ἀξιώματα καὶ τὰ λαμβανόμενα εἰς τὰς ἀποδείξεις αὐτῶν.

ΑΞΙΩΜΑΤΑ.

α΄. Εἰσί τινες ἐν ἐπιπέδῳ καμπύλαι γραμμαὶ πεπερασμέναι, αἳ τῶν τὰ πέρατα ἐπιζευγνυουσῶν αὐτῶν εὐθειῶν ἤτοι ὅλαι ἐπὶ τὰ αὐτά εἰσιν ἢ οὐδὲν ἔχουσιν ἐπὶ τὰ ἕτερα.

β΄. Ἐπὶ τὰ αὐτὰ δὴ κοίλην καλῶ τὴν τοιαύτην γραμμήν, ἐν ᾗ ἂν δύο σημείων λαμβανομένων ὁποιωνοῦν αἱ μεταξὺ τῶν σημείων εὐθεῖαι ἤτοι πᾶσαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ πίπτουσιν τῆς γραμμῆς, ἤ τινες μὲν ἐπὶ τὰ αὐτά, τινες δὲ κατ᾽ αὐτῆς, ἐπὶ τὰ ἕτερα δὲ μηδεμία.

---

1. *ἀγνοεῖσθαι*] F, Barrowius; *εισθαι* post lacunam B. *μηδ᾽*] *μὴ δ᾽* F. Inter *ἐξέσται* et *δέ* in B lacuna est; sed huc quoque referenda est adnotatio illa (ad p. 4 lin. 17). 4. *ἄν*] om. FB. 6. *ἀπόφανσιν* B. *καλῶς*] hinc rursus incipiunt F manus 1, ACDV, ed. Basil. 7. *μαθημα* lacuna relicta B. *ἀποστέλλομεν*] om. VAD; *λλομεν* post lacunam B. 8. *αποδειξης* F. 9. *περί*] *τε* F. 10. *ἔρρωσο*] *ερρωμενω* F, *ἐρρωμένως* VABCD; corr. ed. Basil. 11. *γράφονται*] hic rursus incipit Cr. *τά*] *το* F; corr. BC.* *ἀξιώματα*] *αξιωμα* F; corr. BC.* 12. *αποδειξης* F. 13. Titulum hic et p. 8 lin. 21 om. F; hunc et numerorum seriem addidit Torellius. 19. *ἄν*] *εαν* F; corr. Riualtus.

bus geometris, qui tamen plurimi et praestantissimi ante Eudoxum fuerant, ignorarentur nec a quoquam intellegerentur. licebit autem omnibus, qui quidem poterunt, haec inuenta mea examinare. certe Conone uiuo haec edenda fuerunt; illum enim existimo praeter ceteros haec intellegere potuisse et aptum de iis iudicium proferre. sed operae pretium me esse facturum ratus, si haec cum mathematices studiosis communicassem, ad te demonstrationes, quas conscripsi, misi, quas mathematices peritis licebit examinare. uale.

Primum proponuntur et postulata, et quae ad demonstrationes inuentorum meorum adsumpsi.

DEFINITIONES.

1. Sunt quaedam in plano curuae lineae terminatae, quae aut totae in eadem parte sunt rectarum linearum terminos earum iungentium, aut nihil in altera parte positum habent.

2. In eandem partem cauam lineam eiusmodi uoco, in qua sumptis duobus punctis quibuslibet lineae rectae puncta iungentes aut omnes in eandem partem lineae cadant, aut aliae in eandem partem, aliae in ipsam lineam, nulla autem in alteram partem.

Scripturam Riualti plerumque neglexi, quippe qui pauca tantum ueri similia proposuerit. Ubi nihil aliud diserte dictum est, emendationem ipse proposui Quaest. Arch. p. 131. hoc tantum adiicio, Iacobum Moor teste Simsono Eucl. elem. p. 404 hanc epistulam ex codicibus emendasse, quae emendationes utrum publici iuris factae sint necne, nescio. sed ueri simile est, eum ipso codice Parisino B usum esse, cum constet, eundem uirum alios quoque codices *Parisinos mathematicorum* Graecorum contulisse (*Hultsch: Pappos I p. XX*).

γʹ. Ὁμοίως δὴ καὶ ἐπιφάνειαί τινές εἰσιν πεπερασμέναι, αὐταὶ μὲν οὐκ ἐν ἐπιπέδῳ, τὰ δὲ πέρατα ἔχουσιν ἐν ἐπιπέδῳ, καὶ τοῦ ἐπιπέδου, ἐν ᾧ τὰ πέρατα ἔχουσιν, ἤτοι ὅλαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἔσονται, ἢ οὐδὲν ἔχουσιν ἐπὶ τὰ ἕτερα.

δʹ. Ἐπὶ τὰ αὐτὰ δὴ κοίλας καλῶ τὰς τοιαύτας ἐπιφανείας, ἐν αἷς ἂν δύο σημείων λαμβανομένων αἱ μεταξὺ τῶν σημείων εὐθεῖαι ἤτοι πᾶσαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ πίπτουσιν τῆς ἐπιφανείας, ἤ τινες μὲν ἐπὶ τὰ αὐτά, τινες δὲ κατ' αὐτῶν, ἐπὶ τὰ ἕτερα δὲ μηδεμία.

εʹ. Τομέα δὲ στερεὸν καλῶ, ἐπειδὰν σφαῖραν κῶνος τέμνῃ, κορυφὴν ἔχων πρὸς τῷ κέντρῳ τῆς σφαίρας, τὸ ἐμπεριεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου καὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἐντὸς τοῦ κώνου.

ϛʹ. Ῥόμβον δὲ καλῶ στερεόν, ἐπειδὰν δύο κῶνοι τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντες τὰς κορυφὰς ἔχωσιν ἐφ' ἑκάτερα τοῦ ἐπιπέδου τῆς βάσεως, ὅπως οἱ ἄξονες αὐτῶν ἐπ' εὐθείας ὦσι κείμενοι, τὸ ἐξ ἀμφοῖν τοῖν κώνοιν συγκείμενον στερεὸν σχῆμα.

ΛΑΜΒΑΝΟΜΕΝΑ.

Λαμβάνω δὲ ταῦτα

αʹ. Τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν γραμμῶν ἐλαχίστην εἶναι τὴν εὐθεῖαν.

βʹ. Τῶν δὲ ἄλλων γραμμῶν, ἐὰν ἐν ἐπιπέδῳ οὖσαι

---

2. *ἔχουσαι* Barrowius. 10. *κατ' αὐτῆς* Ien., probat Nizze. 11. *στερεόν* om. F lacuna relicta; —*α δὲ καλῶ* atramento euanidiore scriptum esse uidetur. 12. *πρός*] F per compendium, *ἐπὶ* Torellius. *τῷ κέντρῳ*] scripsi; *το μοριον F, τὸ κέντρον uulgo.* 19. *κονοιν* F. 23. *τῶν*] *τω των* F.

3. Similiter etiam superficies quaedam sunt terminatae, ipsae quidem non in plano positae, terminos autem in plano positos habentes, quae aut totae in eadem parte sunt illius plani, in quo terminos positos habent, aut certe nihil in altera parte positum habent.

4. In eandem igitur partem cauas eiusmodi uoco superficies, in quibus sumptis duobus punctis rectae lineae puncta iungentes aut omnes in eandem partem superficiei cadant, aut aliae in eandem partem, aliae in ipsas[1]), nulla autem in alteram partem.

5. Sectorem autem solidum uoco, cum conus sphaeram secet uerticem habens ad centrum sphaerae, figuram, quae a coni superficie eaque parte superficiei sphaerae continetur, quae intra conum cadit.

6. Rhombum autem solidum uoco, cum duo coni eandem basim habentes uertices habeant in utraque parte plani, in quo est basis, positos, ita ut axes eorum in directo siti sint, figuram solidam ex utroque cono compositam.

POSTULATA.

Postulo autem haec:

1. Omnium linearum eosdem terminos habentium minimam esse rectam.[2])

2. Ex ceteris uero lineis, si in plano positae eos-

---

1) Archimedes ipse sine dubio scripserat *τῶν ἐπιφανειῶν* lin. 9 propter *τὰς ἐπιφανείας* lin. 6.

2) Cfr. Eucl. elem. I def. 4: *εὐθεῖα γραμμή ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις κεῖται* et Proclus in Eucl. p. 110, 10 Friedlein: *ὁ δ' αὖ Ἀρχιμήδης τὴν εὐθεῖαν ὡρίσατο γραμμὴν ἐλαχίστην τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν. διότι γάρ, ὡς ὁ Εὐκλείδιος λόγος φησίν, ἐξ ἴσου κεῖται τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις, διὰ τοῦτο ἐλαχίστη ἐστὶν τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν.*

τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσιν, ἀνίσους εἶναι τὰς τοιαύτας, ἐπειδὰν ὦσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ ἤτοι ὅλη περιλαμβάνηται ἡ ἑτέρα αὐτῶν ὑπὸ τῆς ἑτέρας καὶ τῆς εὐθείας τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῇ, ἢ τινα μὲν περιλαμβάνηταί, τινα δὲ κοινὰ ἔχῃ, καὶ ἐλάσσονα εἶναι τὴν περιλαμβανομένην.

γ΄. Ὁμοίως δὲ καὶ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν, ἐὰν ἐν ἐπιπέδῳ τὰ πέρατα ἔχωσιν, ἐλάσσονα εἶναι τὴν ἐπίπεδον.

δ΄. Τῶν δὲ ἄλλων ἐπιφανειῶν καὶ τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν, ἐὰν ἐν ἐπιπέδῳ τὰ πέρατα ᾖ, ἀνίσους εἶναι τὰς τοιαύτας, ἐπειδὰν ὦσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ ἤτοι ὅλη περιλαμβάνηται ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἡ ἑτέρα ἐπιφάνεια καὶ τῆς ἐπιπέδου τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῇ, ἢ τινα μὲν περιλαμβάνηταί, τινα δὲ κοινὰ ἔχῃ, καὶ ἐλάσσονα εἶναι τὴν περιλαμβανομένην.

ε΄. Ἔτι δὲ τῶν ἀνίσων γραμμῶν καὶ τῶν ἀνίσων ἐπιφανειῶν καὶ τῶν ἀνίσων στερεῶν τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος ὑπερέχειν τοιούτῳ, ὃ συντιθέμενον αὐτὸ ἑαυτῷ δυνατόν ἐστιν ὑπερέχειν παντὸς τοῦ προτεθέντος τῶν πρὸς ἄλληλα λεγομένων.

Τούτων δὲ ὑποκειμένων, ἐὰν εἰς κύκλον πολύγωνον ἐγγραφῇ, φανερόν, ὅτι ἡ περίμετρος τοῦ ἐγγραφέντος πολυγώνου ἐλάσσων ἐστὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας· ἑκάστη γὰρ τῶν τοῦ πολυγώνου πλευρῶν ἐλάσσων ἐστὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας τῆς ὑπὸ τῆς αὐτῆς ἀποτεμνομένης.

---

3. Post *ἑτέρας* F habet *ἐπιφανείας*, petitum ex lin. 14; del. Barrowius; *περιφερείας* Riualtus. 10. *καί*] *τῶν*? 11. *ἀνίσους F per compendium*, *ἀνίσας* uulgo. 14. ἡ ἑτέρα] ἡ ad-

dem terminos habeant, inaequales esse eiusmodi lineas, si utraque in eandem partem caua sit, et aut tota altera ab altera et recta linea eosdem terminos habenti comprehendatur, aut pars eius comprehendatur, pars communis sit, et minorem esse eam, quae comprehendatur.

3. Similiter etiam inter superficies eosdem terminos habentes, si in plano terminos habeant, minorem esse planam superficiem.

4. Inter ceteras autem superficies eosdem terminos habentes, si in plano sint termini, inaequales esse eiusmodi superficies, si in eandem partem utraque caua sit, et aut tota altera ab altera et superficie plana eosdem terminos habenti comprehendatur, aut pars eius comprehendatur, pars communis sit, et minorem esse eam, quae comprehendatur.

5. Porro autem inter lineas inaequales et inaequales superficies et inaequalia solida maius excedere minus eiusmodi magnitudine, quae ipsa sibi addita quamuis magnitudinem datam earum, quae cum ea comparari possint, excedere possit.[1])

His autem positis, si circulo polygonum inscribatur, adparet, perimetrum polygoni inscripti minorem esse ambitu circuli. unumquodque enim latus polygoni minus est quam ea pars circuli, quae ab ea absciditur.

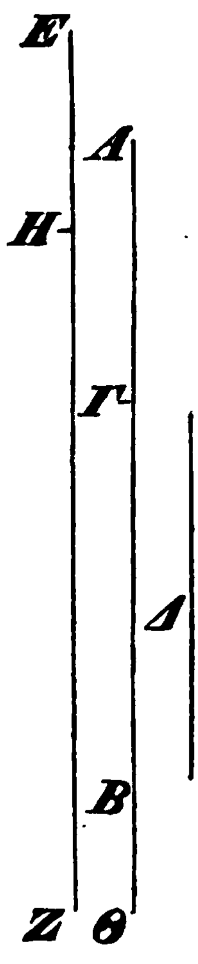
1) Eucl. V def. 4: *λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα μεγέθη λέγεται, ἃ δύναται πολλαπλασιαζόμενα ἀλλήλων ὑπερέχειν.* De hoc axiomate etiam alibi ab Archimede sumpto u. Quaest. Archim. p. 44 sq. Cfr. Eucl. X, 1.

didi. 20. *αὐτὸ* scripsi, *ἑαυτό* F, uulgo. De propositionum numeratione u. *Quaest. A. p. 154.* 25. πολυγονου F. 27. *ὑπὸ τῆς αὐτῆς] ὑπ' αὐτῆς?*

α'.

Ἐὰν περὶ κύκλον πολύγωνον περιγραφῇ, ἡ τοῦ περιγραφέντος πολυγώνου περίμετρος μείζων ἐστὶ τῆς περιμέτρου τοῦ κύκλου. — περὶ γὰρ κύκλον πολύγωνον περιγεγράφθω τὸ ὑποκείμενον· λέγω, ὅτι ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου μείζων ἐστὶ τῆς περιμέτρου τοῦ κύκλου.

ἐπεὶ γὰρ συναμφότερος ἡ ΒΑΛ μείζων ἐστὶ τῆς ΒΛ περιφερείας διὰ τὸ τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαν περιλαμβάνειν τὴν περιφέρειαν, ὁμοίως δὲ καὶ συναμφότερος μὲν ἡ ΔΓ, ΓΒ τῆς ΔΒ, συναμφότερος δὲ ἡ ΛΚ, ΚΘ τῆς ΛΘ, συναμφότερος δὲ ἡ ΖΗΘ τῆς ΖΘ, ἔτι δὲ συναμφότερος ἡ ΔΕ, ΕΖ τῆς ΔΖ, ὅλη ἄρα ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου μείζων ἐστὶ τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου.



β'.

Δύο μεγεθῶν ἀνίσων δοθέντων δυνατόν ἐστιν εὑρεῖν δύο εὐθείας ἀνίσους, ὥστε τὴν μείζονα εὐθεῖαν πρὸς τὴν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἐλάσσονα ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

ἔστω δύο μεγέθη ἄνισα τὰ ΑΒ, Δ, καὶ ἔστω μεῖζον τὸ ΑΒ· λέγω, ὅτι δυνατόν ἐστι δύο εὐθείας ἀνίσους εὑρεῖν τὸ εἰρημένον ἐπίταγμα ποιούσας.

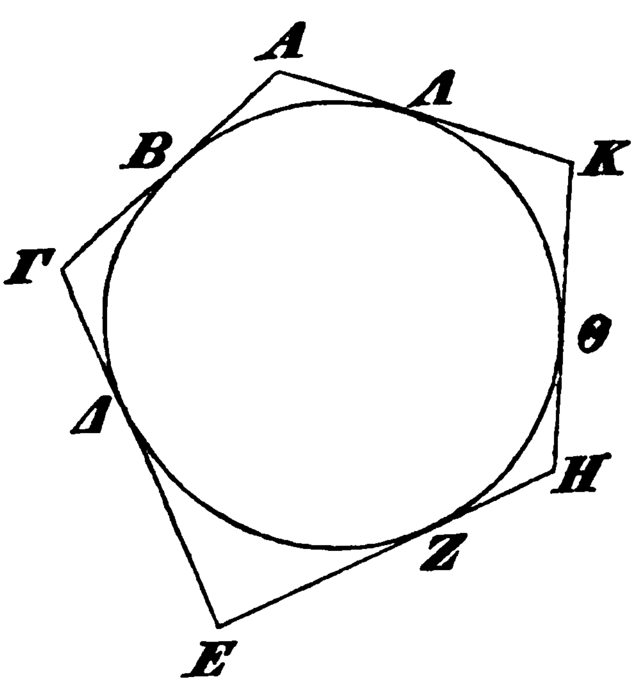
---

8. *ΒΑ, ΑΛ* Torellius. 9. *περιλαμβαν* cum comp. *ην* uel *ιν* F. 10. *δέ* addidi. 12. *ΖΗ, ΗΘ* Torellius. 22. *ἔστω*] *ωστε* F; corr. man. 2. 23. *τό*] *τα* F. 24. *ἀνίσους* F comp., *ἀνίσας* uulgo.

I.

Si circum circulum polygonum circumscribitur, perimetrus polygoni circumscripti maior est ambitu circuli. circumscribatur enim circum circulum polygonum, quod infra positum est.[1] dico, perimetrum polygoni maiorem esse ambitu circuli.[2]

nam quoniam $BA + A\Lambda$ maiores sunt quam ambitus pars, quae est $B\Lambda$, propterea quod eosdem terminos habentes illam ambitus partem comprehendunt (λαμβανόμ. 2), et similiter etiam



$$\Delta\Gamma + \Gamma B > \Delta B$$

ambitus et

$$\Lambda K + K\Theta > \Lambda\Theta$$

ambitus, porro autem

$$\Delta E + EZ > \Delta Z$$

ambitus, tota igitur perimetrus polygoni maior est ambitu circuli.

II.

Datis duabus magnitudinibus inaequalibus fieri potest, ut inueniantur duae lineae inaequales eiusmodi, ut maior linea ad minorem rationem habeat minorem quam maior magnitudo ad minorem.

sint duae magnitudines inaequales AB, Δ, et maior sit AB. dico fieri posse, ut inueniantur duae lineae inaequales id, quod iussum est, praestantes.

1) Respicitur ad figuram ab Archimede ipso additam; cfr. prop. 3.
2) *Citat Pappus I p. 312, 7* ed. Hultsch.

κείσθω διὰ τὸ β΄ τοῦ πρώτου τῶν Εὐκλείδου τῷ Δ ἴσον τὸ ΒΓ, καὶ κείσθω τις εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΖΗ· τὸ δὴ ΓΑ ἑαυτῷ ἐπισυντιθέμενον ὑπερέξει τοῦ Δ. πεπολλαπλασιάσθω οὖν καὶ ἔστω τὸ ΑΘ· καὶ ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ ΑΘ τοῦ ΑΓ, τοσαυταπλάσιος ἔστω ἡ ΖΗ τῆς ΗΕ. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΘΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως ἡ ΖΗ πρὸς ΗΕ· καὶ ἀνάπαλίν ἐστιν ὡς ἡ ΕΗ πρὸς ΗΖ, οὕτως τὸ ΑΓ πρὸς ΑΘ. καὶ ἐπεὶ μεῖζόν ἐστι τὸ ΑΘ τοῦ Δ, τουτέστι τοῦ ΓΒ, τὸ ἄρα ΓΑ πρὸς τὸ ΑΘ λόγον ἐλάσσονα ἔχει, ἤπερ τὸ ΓΑ πρὸς ΓΒ· καὶ συνθέντι ἡ ΕΖ ἄρα πρὸς ΖΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ΑΒ πρὸς ΒΓ [διὰ λῆμμα]· ἴσον δὲ τὸ ΒΓ τῷ Δ· ἡ ΕΖ ἄρα πρὸς ΖΗ ἐλασσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ΑΒ πρὸς τὸ Δ. Εὑρημέναι εἰσὶν ἄρα δύο εὐθεῖαι ἄνισοι ποιοῦσαι τὸ ἐπίταγμα [τουτέστι τὴν μείζονα πρὸς τὴν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἐλάσσονα ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον].

γ΄.

Δύο μεγεθῶν ἀνίσων δοθέντων καὶ κύκλου δυνατόν ἐστιν εἰς τὸν κύκλον πολύγωνον ἐγγράψαι καὶ ἄλλο περιγράψαι, ὅπως ἡ τοῦ περιγραφομένου πολυγώνου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγραφομένου πολυγώνου πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλαττον.

ἔστω τὰ δοθέντα δύο μεγέθη τὰ Α, Β, ὁ δὲ δοθεὶς κύκλος ὁ ὑποκείμενος· λέγω οὖν, ὅτι δυνατόν ἐστι ποιεῖν τὸ ἐπίταγμα.

---

1. *κείσθω διὰ κτλ.* u. Quaest. A. p. 157. 2. *ΖΗ*] *ΕΗ* *Hauber.* 6. *ΗΕ*] *ΖΕ* F; corr. C. 7. ἡ ΖΗ] *το ΖΗ* F; *corr. Torellius.* *ΗΕ*] *ΖΕ* F; corr. AC. 15. τὸ ἐπίταγμα]

ponatur per secundam propositionem primi libri Euclidis[1]) [Eucl. elem. I, 2] $B\Gamma = \Delta$, et ponatur linea recta ZH. Itaque ΓA magnitudo ipsa sibi addita Δ magnitudinem excedet [λαμβ. 5]. multiplicetur igitur et sit $A\Theta$ [$> \Delta$]; et quoties $A\Gamma$ in $A\Theta$ continetur, toties contineatur HE in ZH. est igitur $\Theta A : A\Gamma = ZH : HE$ [cfr. Eucl. V, 15]. et e contrario [Eucl. V, 7 πόρισμα] $EH : HZ = A\Gamma : A\Theta$. et quoniam $A\Theta > \Delta$ ɔ: $A\Theta > \Gamma B$, erit $\Gamma A : A\Theta < \Gamma A : \Gamma B$.[2]) et componendo igitur $EZ : ZH < AB : B\Gamma$ [u. Eutocius].[3]) sed $B\Gamma = \Delta$. itaque $EZ : ZH < AB : \Delta$. Itaque inuentae sunt duae lineae rectae inaequales, quae praestant id, quod iussum est [id est, maiorem ad minorem rationem habere minorem quam maior magnitudo ad minorem].

III.

Datis duabus magnitudinibus inaequalibus et circulo fieri potest, ut circulo polygonum inscribatur et aliud circumscribatur, ita ut latus polygoni circumscripti ad latus polygoni inscripti minorem habeat rationem quam maior magnitudo ad minorem.

sint datae magnitudines A, B[4]), datus circulus autem is, qui infra positus est. dico igitur, fieri posse, ut praestetur id, quod est iussum.

---

1) Proclus in Eucl. p. 68, 12: *καὶ γὰρ ὁ Ἀρχιμήδης ἐπιβαλὼν τῷ πρώτῳ (Πτολεμαίῳ) μνημονεύει τοῦ Εὐκλείδου.*
2) Quia $EH : ZH < \Gamma A : \Gamma B$.
3) Idem demonstrat Pappus II p. 686, 5 sq. cfr. Eucl. V, 18.
4) Desideratur: et maior sit A; cfr. prop. 4.

---

scripsi; *το ισον επιταγμα* F, *τὸ εἰρημένον ἐπίταγμα* Torellius. *In linea $A\Theta$ litteras A et B permutat* F.

κείσθω διὰ τὸ β' τοῦ πρώτου τῶν Εὐκλείδου τῷ Δ ἴσον τὸ ΒΓ, καὶ κείσθω τις εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΖΗ· τὸ δὴ ΓΑ ἑαυτῷ ἐπισυντιθέμενον ὑπερέξει τοῦ Δ. πεπολλαπλασιάσθω οὖν καὶ ἔστω τὸ ΑΘ· καὶ ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ ΑΘ τοῦ ΑΓ, τοσαυταπλάσιος ἔστω ἡ ΖΗ τῆς ΗΕ. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΘΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως ἡ ΖΗ πρὸς ΗΕ· καὶ ἀνάπαλίν ἐστιν ὡς ἡ ΕΗ πρὸς ΗΖ, οὕτως τὸ ΑΓ πρὸς ΑΘ. καὶ ἐπεὶ μεῖζόν ἐστι τὸ ΑΘ τοῦ Δ, τουτέστι τοῦ ΓΒ, τὸ ἄρα ΓΑ πρὸς τὸ ΑΘ λόγον ἐλάσσονα ἔχει, ἤπερ τὸ ΓΑ πρὸς ΓΒ· καὶ συνθέντι ἡ ΕΖ ἄρα πρὸς ΖΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ΑΒ πρὸς ΒΓ [διὰ λῆμμα]· ἴσον δὲ τὸ ΒΓ τῷ Δ· ἡ ΕΖ ἄρα πρὸς ΖΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ΑΒ πρὸς τὸ Δ. Εὑρημέναι εἰσὶν ἄρα δύο εὐθεῖαι ἄνισοι ποιοῦσαι τὸ ἐπίταγμα [τουτέστι τὴν μείζονα πρὸς τὴν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἐλάσσονα ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον].

γ'.

Δύο μεγεθῶν ἀνίσων δοθέντων καὶ κύκλου δυνατόν ἐστιν εἰς τὸν κύκλον πολύγωνον ἐγγράψαι καὶ ἄλλο περιγράψαι, ὅπως ἡ τοῦ περιγραφομένου πολυγώνου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγραφομένου πολυγώνου πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλαττον.

ἔστω τὰ δοθέντα δύο μεγέθη τὰ Α, Β, ὁ δὲ δοθεὶς κύκλος ὁ ὑποκείμενος· λέγω οὖν, ὅτι δυνατόν ἐστι ποιεῖν τὸ ἐπίταγμα.

---

1. κείσθω διὰ κτλ. u. Quaest. A. p. 157. 2. ΖΗ] ΕΗ *Hauber.* 6. ΗΕ] ΖΕ F; corr. C. 7. ἡ ΖΗ] το ΖΗ F; *corr. Torellius.* ΗΕ] ΖΕ F; corr. AC. 15. τὸ ἐπίταγμα]

ponatur per secundam propositionem primi libri Euclidis[1]) [Eucl. elem. I, 2] $B\Gamma = \Delta$, et ponatur linea recta ZH. Itaque ΓA magnitudo ipsa sibi addita Δ magnitudinem excedet [λαμβ. 5]. multiplicetur igitur et sit $A\Theta$ [$> \Delta$]; et quoties $A\Gamma$ in $A\Theta$ continetur, toties contineatur HE in ZH. est igitur $\Theta A : A\Gamma = ZH : HE$ [cfr. Eucl. V, 15]. et e contrario [Eucl. V, 7 πόρισμα] $EH : HZ = A\Gamma : A\Theta$. et quoniam $A\Theta > \Delta$ ↄ: $A\Theta > \Gamma B$, erit $\Gamma A : A\Theta < \Gamma A : \Gamma B$.[2]) et componendo igitur $EZ : ZH < AB : B\Gamma$ [u. Eutocius].[3]) sed $B\Gamma = \Delta$. itaque $EZ : ZH < AB : \Delta$. Itaque inuentae sunt duae lineae rectae inaequales, quae praestant id, quod iussum est [id est, maiorem ad minorem rationem habere minorem quam maior magnitudo ad minorem].

III.

Datis duabus magnitudinibus inaequalibus et circulo fieri potest, ut circulo polygonum inscribatur et aliud circumscribatur, ita ut latus polygoni circumscripti ad latus polygoni inscripti minorem habeat rationem quam maior magnitudo ad minorem.

sint datae magnitudines A, B[4]), datus circulus autem is, qui infra positus est. dico igitur, fieri posse, ut praestetur id, quod est iussum.

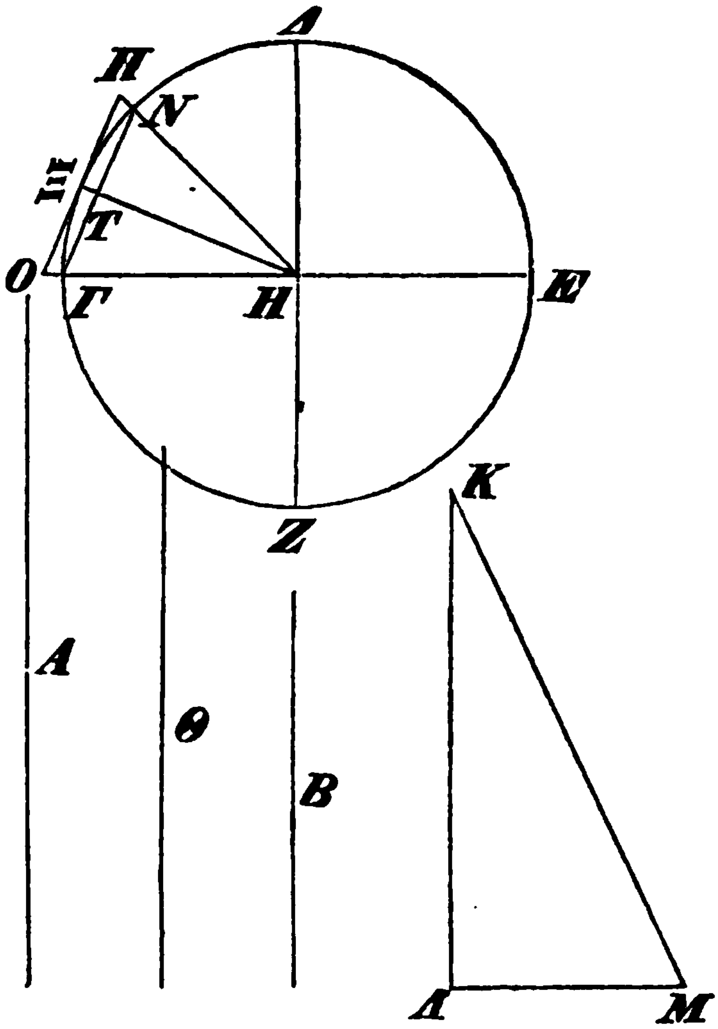
---

1) Proclus in Eucl. p. 68, 12: καὶ γὰρ ὁ Ἀρχιμήδης ἐπιβαλὼν τῷ πρώτῳ (Πτολεμαίῳ) μνημονεύει τοῦ Εὐκλείδου.
2) Quia $EH : ZH < \Gamma A : \Gamma B$.
3) Idem demonstrat Pappus II p. 686, 5 sq. cfr. Eucl. V, 18.
4) Desideratur: et maior sit A; cfr. prop. 4.

---

scripsi; το ισον επιταγμα F, τὸ εἰρημένον ἐπίταγμα Torellius. In linea $A\Theta$ litteras A et B permutat F.

εὑρήσθωσαν γὰρ δύο εὐθεῖαι αἱ Θ, ΚΛ, ὧν μείζων ἔστω ἡ Θ, ὥστε τὴν Θ πρὸς τὴν ΚΛ ἐλάσσονα λόγον



ἔχειν ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλαττον, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Λ τῇ ΛΚ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΛΜ, καὶ ἀπὸ τοῦ Κ τῇ Θ ἴση κατήχθω ἡ ΚΜ [δυνατὸν γὰρ τοῦτο]· καὶ ἤχθωσαν τοῦ κύκλου δύο διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ ΓΕ, ΔΖ. τέμνοντες οὖν τὴν ὑπὸ τῶν ΔΗΓ γωνίαν δίχα καὶ τὴν ἡμίσειαν αὐτῆς δίχα καὶ αἰεὶ τοῦτο ποιοῦντες λείψομέν τινα γωνίαν ἐλάσσονα ἢ διπλασίαν τῆς ὑπο ΛΚΜ. λελείφθω καὶ ἔστω ἡ ὑπὸ ΝΗΓ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΝΓ· ἡ ἄρα ΝΓ πολυγώνου ἐστὶ πλευρὰ ἰσοπλεύρου [ἐπείπερ ἡ ὑπὸ ΝΗΓ γωνία μετρεῖ τὴν ὑπὸ ΔΗΓ ὀρθὴν οὖσαν, καὶ ἡ ΝΓ ἄρα περιφέρεια μετρεῖ τὴν ΓΔ, τέταρτον οὖσαν κύκλου. ὥστε καὶ τὸν κύκλον μετρεῖ· πολυγώνου ἄρα ἐστὶ πλευρὰ ἰσοπλεύρου· φανερὸν γάρ ἐστι τοῦτο]· καὶ τετμήσθω ἡ ὑπὸ ΓΗΝ γωνία δίχα τῇ ΗΞ εὐθείᾳ, καὶ ἀπὸ τοῦ Ξ ἐφαπτέσθω τοῦ κύκλου ἡ ΟΞΠ, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ΗΝΠ, ΗΓΟ. ὥστε καὶ ἡ ΠΟ πολυγώνου ἐστὶ πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου περὶ τὸν κύ-

2. ὥστε τὴν Θ om. F; suppleuit ed. Basil. 12. ΓΕ] ΓΒ F (in fig. Β pro Ε). 16. αἰεί F, ἀεὶ uulgo. 25. ἰσοπλεύρου]

sint enim inuentae duae lineae Θ, $K\Lambda$, quarum maior sit Θ, ita ut Θ ad $K\Lambda$ minorem rationem habeat, quam maior magnitudo ad minorem [prop. 2]. et ducatur ab Λ puncto linea ΛM ad ΛK perpendicularis [Eucl. I, 11], et a K puncto ducatur KM lineae Θ aequalis [u. Eutocius]. et ducantur duae diametri circuli inter se perpendiculares, ΓB et ΔZ. si igitur $\angle \Delta H\Gamma$ in duas partes aequales secuerimus et rursus dimidium angulum in duas partes aequales, et hoc deinceps fecerimus, relinquemus angulum quendam minorem quam duplicem angulum ΛKM. relinquatur et sit $NH\Gamma$; et ducatur $N\Gamma$. linea $N\Gamma$ igitur latus est polygoni aequilateri[1]) [u. Eutocius]. et secetur $\angle NH\Gamma$ in duas partes aequales per lineam $H\Xi$, et in puncto Ξ tangat circulum linea $O\Xi\Pi$, et producantur lineae $HN\Pi$, $H\Gamma O$. itaque etiam ΠO linea latus est polygoni circa circulum circumscripti et aequilateri[2]) [u. Eutocius].

sed quoniam $\angle NH\Gamma < 2\Lambda KM$, sed $\angle NH\Gamma = 2TH\Gamma$, erit igitur

$$\angle TH\Gamma < \Lambda KM.$$

et anguli ad Λ, T puncta positi recti sunt; itaque

$$MK : \Lambda K > \Gamma H : HT.^{3})$$

1) Archimedes scripserat lin. 21—22: πολυγώνου ἐστὶ ἰσοπλεύρου καὶ ἀρτιοπλεύρου πλευρά; u. Eutocius.
2) Archimedes scripserat lin. 28: ὥστε καὶ ἡ ΟΠ πολυγώνου ἐστὶν ἰσοπλεύρου πλευρά; u. Eutocius.
3) U. Eutocius; cfr. quae scripsi Zeitschr. f. Math. u. Physik, hist.-litt. Abth. XXIV p. 179 nr. 8.

ἰσοπλ. ἡ ΓN uulgo. 26. $\overline{\Gamma HN}$ F, uulgo; Ν Η Γ Torellius. $H\Xi$] $\overline{N\Xi}$ F.

κλον καὶ ἰσοπλεύρου [φανερόν, ὅτι καὶ ὁμοίου τῷ ἐγγραφομένῳ, οὗ πλευρὰ ἡ ΝΓ]. ἐπεὶ δὲ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλασία ἡ ὑπὸ ΝΗΓ τῆς ὑπὸ ΔΚΜ, δι πλασία δὲ τῆς ὑπὸ ΤΗΓ, ἐλάσσων ἄρα ἡ ὑπὸ ΤΗ τῆς ὑπὸ ΔΚΜ· καί εἰσιν ὀρθαὶ αἱ πρὸς τοῖς Δ, ἡ ἄρα ΜΚ πρὸς ΔΚ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Γ πρὸς ΗΤ. ἴση δὲ ἡ ΓΗ τῇ ΗΞ· ὥστε ἡ ΗΞ π ΗΤ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, τουτέστιν ἡ ΠΟ πρὸς ἤπερ ἡ ΜΚ πρὸς ΚΔ. Ἔτι δὲ ἡ ΜΚ πρὸς ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ Α πρὸς τὸ Β· κα ἡ μὲν ΠΟ πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου πολυ ἡ δὲ ΓΝ τοῦ ἐγγραφομένου. ὅπερ προέκειτο

δ'.

Πάλιν δύο μεγεθῶν ἀνίσων ὄντων καὶ το νατόν ἐστι περὶ τὸν τομέα πολύγωνον περιγρ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὴν τοῦ περιγεγραμμέν ρὰν πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου πλευρὰν ἐλ λόγον ἔχειν ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασ

ἔστω γὰρ πάλιν δύο μεγέθη ἄνισα τὰ Ε, Ζ μεῖζον ἔστω τὸ Ε, κύκλος δέ τις ὁ ΑΒΓ κέντρ τὸ Δ· καὶ πρὸς τῷ Δ τομεὺς συνεστάτω ὁ Α δὴ περιγράψαι καὶ ἐγγράψαι πολύγωνον περὶ το τομέα ἴσας ἔχον τὰς πλευρὰς χωρὶς τῶν ΒΔ γένηται τὸ ἐπίταγμα.

εὑρήσθωσαν γὰρ δύο εὐθεῖαι αἱ Η, ΘΚ μείζων ἡ Η, ὥστε τὴν Η πρὸς τὴν ΘΚ ἐλ γον ἔχειν, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος

---

2. *ΝΓ] ΗΝΓ* F. 23. Β

ita

3

ales

s et

minor

que linea

p. 16, 20].

uerimus per

ΞO circulum

lygoni circum

ono, quod nomi-

modo, quo supra

Z.²)

ibus inaequalibus da-

circumscribere et aliud

umscriptum ad inscrip-

quam maior magni-

magnitudines inaequa-

prop. 3 extr.

Θ; itaque $\angle M\Delta\Pi < \Lambda K\Theta$;

$N : \Delta\Pi < \Lambda K : K\Theta$; sed

$\Lambda K : K\Theta < E : Z$ ... M

addidi.

νατὸν γὰρ τοῦτο]. καὶ ἀπὸ τοῦ Θ ὁμοίως ἀχθείσης πρὸς ὀρθὰς τῇ ΚΘ προσβεβλήσθω τῇ Η ἴση ἡ ΚΛ [δυνατὸν γάρ, ἐπεὶ μείζων ἐστὶ ἡ Η τῆς ΘΚ]. τεμνομένης δὴ τῆς ὑπὸ τῶν ΑΔΒ γωνίας δίχα καὶ τῆς ἡμισείας δίχα καὶ ἀεὶ τούτου γινομένου λειφθήσεταί τις γωνία ἐλάσσων οὖσα ἢ διπλασία τῆς ὑπὸ ΛΚΘ.

λελείφθω οὖν ἡ ὑπὸ ΑΔΜ· ἡ ΑΜ οὖν γίνεται πολυγώνου πλευρὰ ἐγγραφομένου εἰς τὸν κύκλον. καὶ ἐὰν τέμωμεν τὴν ὑπὸ ΑΔΜ γωνίαν δίχα τῇ ΔΝ καὶ ἀπὸ τοῦ Ν ἀγάγωμεν ἐφαπτομένην τοῦ κύκλου τὴν ΝΞΟ, αὕτη πλευρὰ ἔσται τοῦ πολυγώνου τοῦ περιγραφομένου περὶ τὸν αὐτὸν κύκλον ὁμοίου τῷ εἰρημένῳ. καὶ ὁμοίως τοῖς προειρημένοις ἡ ΞΟ πρὸς τὴν ΑΜ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ Ε μέγεθος πρὸς τὸ Ζ.

ε'.

Κύκλου δοθέντος καὶ δύο μεγεθῶν ἀνίσων περιγράψαι περὶ τὸν κύκλον πολύγωνον καὶ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

ἐκκείσθω κύκλος ὁ Α καὶ δύο μεγέθη ἄνισα τὰ Ε, Ζ καὶ μεῖζον τὸ Ε. δεῖ οὖν πολύγωνον ἐγγράψαι εἰς τὸν κύκλον καὶ ἄλλο περιγράψαι, ἵνα γένηται τὸ ἐπιταχθέν.

---

1. τοῦ Θ] sic F; Κ Torellius (cum ed. Bas.), qui etiam in sequentibus, sicut in ipsa figura has litteras permutauit. 2. τῇ ΚΘ] τῇ ΘΚ τῆς ΚΛ Torellius; τῇ ΘΚ τῆς ΘΛ ed. Basil. 3. γάρ, ἐπεί F, uulgo; γὰρ τοῦτο, ἐπείπερ Torellius. μειζον F. 6. ΛΚΘ F; ΛΘΚ Torellius. 7. γίνεται] γάρ comp. F, uulgo; ἄρα Torellius. 8. κύκλον] τομέα Torellius. 10. κύκλου] τομέως Torellius. 12. κύκλον] τομέα Torellius.

$AB\Delta$ aequalia habens latera praeter $B\Delta$, ΔA, ita ut fiat id, quod iussum est. inueniantur enim duae lineae rectae H, ΘK inaequales, quarum maior sit H, ita ut $H : \Theta K < E : Z$ [prop. 2]. et a Θ puncto uti supra [prop. 3] ducatur linea [$\Theta\Lambda$] ad $K\Theta$ perpendicularis, et iungatur $K\Lambda$ lineae H aequalis [prop. 3 p. 16, 7]. si igitur $\angle A\Delta B$ in duas partes aequales secuerimus et dimidium in duas partes aequales et hoc deinceps fecerimus, relinquetur angulus minor quam duplex angulus $\Lambda K\Theta$.

relinquatur igitur $\angle A\Delta M < 2\Lambda K\Theta$. itaque linea AM latus erit polygoni circulo inscripti [p. 16, 20]. et si $\angle A\Delta M$ in duas partes aequales secuerimus per lineam ΔN et ab N puncto lineam $N\Xi O$ circulum tangentem duxerimus, ea latus erit polygoni circum circulum circumscripti similis[1]) polygono, quod nominauimus [h. e. inscripto]. et eodem modo, quo supra [prop. 3], erit

$$\Xi O : AM < E : Z.^{2})$$

V.

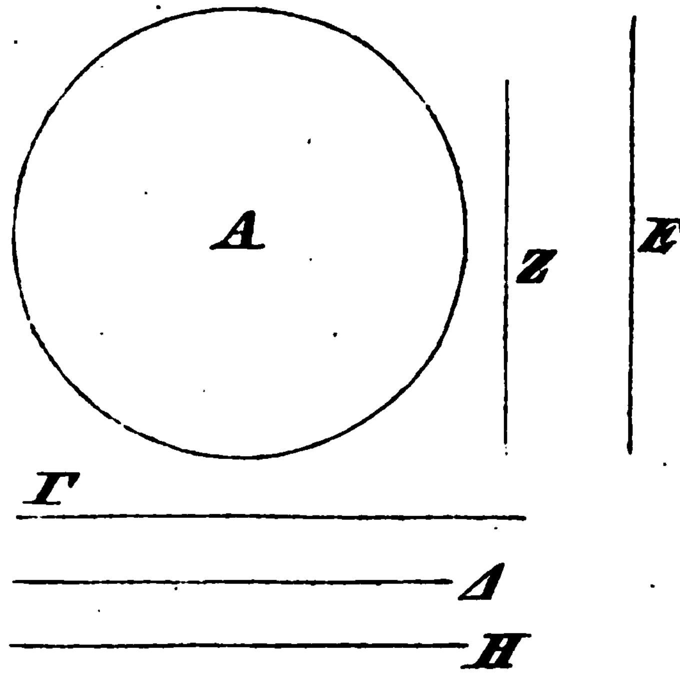
Circulo et duabus magnitudinibus inaequalibus datis polygonum circum circulum circumscribere et aliud inscribere, ita ut polygonum circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat, quam maior magnitudo ad minorem.

ponantur circulus A et duae magnitudines inaequa-

1) U. p. 18, 1 et Eutocius ad prop. 3 extr.

2) $\angle A\Delta M = 2M\Delta\Pi < 2\Lambda K\Theta$; itaque $\angle M\Delta\Pi < \Lambda K\Theta$; quare $\Lambda K : K\Theta > M\Delta : \Delta\Pi$ ɔ: $\Delta N : \Delta\Pi < \Lambda K : K\Theta$; sed $\Delta N : \Delta\Pi = ON : M\Pi = \Xi O : AM < \Lambda K : K\Theta < E : Z$ ɔ: $\Xi O : AM < E : Z$. Π *litteram in figura ipse addidi.*

λαμβάνω γὰρ δύο εὐθείας ἀνίσους τὰς Γ, Δ, ὧν μείζων ἔστω ἡ Γ, ὥστε τὴν Γ πρὸς τὴν Δ ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἢ τὴν Ε πρὸς τὴν Ζ. καὶ τῶν Γ, Δ μέσης ἀνάλογον ληφθείσης τῆς Η μείζων ἄρα καὶ ἡ Γ τῆς Η. περιγεγράφθω δὴ περὶ κύκλον πολύγωνον καὶ ἄλλο ἐγγεγράφθω, ὥστε τὴν τοῦ περιγραφέντος πολυγώνου πλευρὰν πρὸς τὴν τοῦ ἐγγραφέντος ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἢ τὴν Γ πρὸς τὴν Η [καθῶς ἐμάθομεν]. διὰ τοῦτο δὴ καὶ ὁ διπλάσιος λόγος τοῦ διπλασίου ἐλάσσων ἐστί. καὶ τοῦ μὲν τῆς πλευρᾶς πρὸς τὴν πλευρὰν διπλάσιός ἐστι ὁ τοῦ πολυγώνου πρὸς τὸν πολύγωνον [ὅμοια γάρ], τῆς δὲ Γ πρὸς τὴν Η ὁ τῆς Γ πρὸς τὴν Δ. καὶ τὸ περιγραφὲν ἄρα πολύγωνον πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Γ πρὸς τὴν Δ. πολλῷ ἄρα τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ.



ϛʹ.

Ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι δύο μεγεθῶν ἀνίσων δοθέντων καὶ τομέως δυνατόν ἐστιν περὶ τὸν τομέα πολύγωνον περιγράψαι καὶ ἄλλο ἐγγράψαι ὅμοιον αὐτῷ, ἵνα τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

---

1. *ἀνίσους* comp. F. 3. τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ ed. Basil., Torell. 20. πολλῷ ἄρα καὶ τό Β, ed. Basil., Torellius.

les E, Z, quarum maior sit E. oportet igitur polygonum circulo inscribi et aliud circumscribi, ita ut fiat id, quod iussum est.

nam sumo duas lineas rectas Γ, Δ, quarum maior sit Γ, ita ut Γ ad Δ minorem rationem habeat quam E ad Z [prop. 2]. et sumpta linea H media inter lineas Γ, Δ proportionali [Eucl. VI, 13], erit igitur etiam $\Gamma > H$.[1]) circumscribatur igitur polygonum circum circulum et aliud inscribatur, ita ut latus polygoni circumscripti ad latus inscripti minorem rationem habeat, quam Γ ad H [prop. 3]. quare etiam ratio duplicata [laterum] minor est ratione duplicata [linearum Γ, H]; et laterum ratio duplicata aequalis est rationi polygonorum [Eucl. VI, 20] [similia enim sunt, u. p. 21 not. 1]; ratio autem linearum Γ, H duplicata aequalis est rationi linearum Γ, Δ [Eucl. V def. 10]. habet igitur etiam polygonum circumscriptum ad inscriptum minorem rationem quam Γ ad Δ, et multo etiam magis minorem rationem quam E ad Z [nam $\Gamma : \Delta < E : Z$ ex hypothesi].

VI.

Eodem modo demonstrabimus, datis duabus magnitudinibus inaequalibus et sectore fieri posse, ut circum sectorem polygonum circumscribatur et aliud ei simile inscribatur, ita ut circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat, quam maior magnitudo ad minorem [cf. prop. 4].

---

1) *Quia* $H^2 = \Gamma\Delta < \Gamma^2$.

φανερὸν δὲ καὶ τοῦτο, ὅτι, ἐὰν δοθῇ κύκλος ἢ τομεὺς καὶ χωρίον τι, δυνατόν ἐστιν ἐγγράφοντα εἰς τὸν κύκλον ἢ τὸν τομέα πολύγωνα ἰσόπλευρα καὶ ἔτι ἀεὶ εἰς τὰ περιλειπόμενα τμήματα λείπειν τινὰ τμήματα τοῦ κύκλου ἢ τομέως, ἅπερ ἔσται ἐλάσσονα τοῦ προκειμένου χωρίου. ταῦτα γὰρ ἐν τῇ στοιχειώσει παραδέδοται.

δεικτέον δέ, ὅτι καὶ κύκλου δοθέντος ἢ τομέως καὶ χωρίου δυνατόν ἐστι περιγράψαι πολύγωνον περὶ τὸν κύκλον ἢ τὸν τομέα, ὥστε τὰ περιλειπόμενα τῆς περιγραφῆς τμήματα ἐλάσσονα εἶναι τοῦ δοθέντος χωρίου· ἔσται γὰρ ἐπὶ κύκλου δείξαντα μεταγαγεῖν τὸν ὅμοιον λόγον καὶ ἐπὶ τοῦ τομέως.

δεδόσθω κύκλος ὁ Α καὶ χωρίον τι τὸ Β. δυνατὸν δὴ περιγάψαι περὶ τὸν κύκλον πολύγωνον, ὥστε τὰ ἀποληφθέντα τμήματα μεταξὺ τοῦ κύκλου καὶ τοῦ πολυγώνου ἐλάσσονα εἶναι τοῦ Β χωρίου. καὶ γὰρ ὄντων δύο μεγεθῶν ἀνίσων, μείζονος μὲν συναμφοτέρου τοῦ τε χωρίου καὶ τοῦ κύκλου, ἐλάσσονος δὲ τοῦ κύκλου περιγεγράφθω περὶ τὸν κύκλον πολύγωνον καὶ ἄλλο ἐγγεγράφθω, ὥστε τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἢ τὸ εἰρημένον μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον. τοῦτο δὴ τὸ περιγραφόμενον πολύγωνόν ἐστιν, οὗ τὰ περιλείμματα ἔσται ἐλάσσονα τοῦ προτεθέντος χωρίου τοῦ Β.

εἰ γὰρ τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ τὸ συναμφότερον ὅ τε κύκλος καὶ τὸ Β

---

6. *παραδεδωται* F. 9. *περί*] *πε* F. 12. *ἔσται*] recepi ex A, *εστω* F. 14. *τι* ita scribitur in F, ut a compendio uerbi *τὸν* dignosci non possit. 16. *ἀποληφθέντα*] scripsi; *ἀπολειφθεντα F,* uulgo. 18. μειζωνος F. 24. περιλιμματα F.

Hoc quoque adparet, dato circulo uel sectore et spatio fieri posse, ut circulo uel sectori polygona aequilatera inscribentes et deinceps segmentis relictis aliquando segmenta circuli uel sectoris relinquamus eiusmodi, quae minora sint dato spatio. haec enim in elementis tradita sunt.[1])

Demonstrandum uero, dato circulo uel sectore et spatio fieri posse, ut circum circulum uel sectorem polygonum circumscribatur, ita ut segmenta relicta figurae circumscriptae minora sint dato spatio. licebit enim, cum in circulo demonstrauerimus, eandem ratiocinationem ad sectorem transferre.[2])

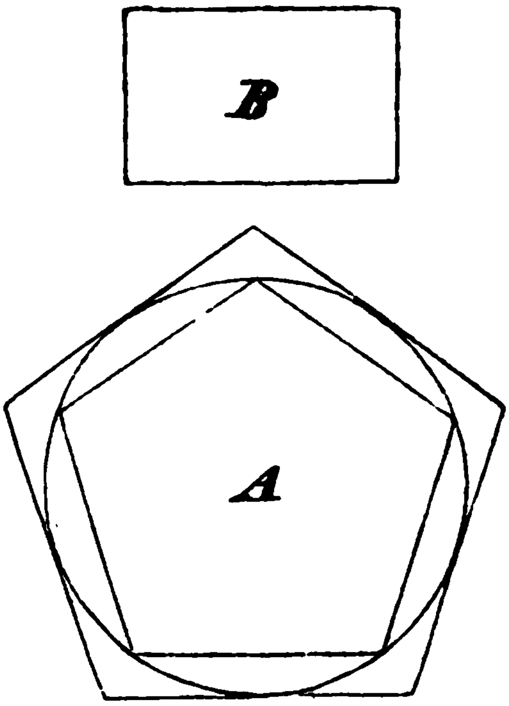
sit datus circulus A et spatium aliquod B. itaque fieri potest, ut circumscribatur circum circulum polygonum, ita ut segmenta inter circuli et polygoni ambitus comprehensa minora sint spatio B. nam datis duabus magnitudinibus inaequalibus, quarum maior est spatium simul cum circulo, minor autem ipse circulus, circumscribatur circum circulum polygonum et aliud inscribatur, ita ut circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat, quam maior magnitudo ad minorem [prop. 5]. Tum polygonum circumscriptum eiusmodi erit, cuius segmenta relicta minora sint spatio dato, quod est B.

nam si quidem polygonum circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habet quam $A + B : A$,

1) Eucl. elem. XII, 2 (II p. 200 ed. August): *τέμνοντες δὴ τὰς ὑπολειπομένας περιφερείας δίχα καὶ ἐπιζευγνύντες εὐθείας καὶ τοῦτο ἀεὶ ποιοῦντες καταλείψομέν τινα τμήματά ποτε τοῦ κύκλου, ἃ ἔσται ἐλάσσονα τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει ὁ ΕΖΗΘ κύκλος τοῦ Σ χωρίου*; cfr. X, 1.

2) Demonstratio *eadem est*, nisi quod pro prop. 5 ea *usurpanda sunt, quae initio prop.* 6 dicta sunt.

χωρίον πρὸς αὐτὸν τὸν κύκλον, τοῦ δὲ ἐγγραφομένου μείζων ὁ κύκλος, πολλῷ μᾶλλον τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸν κύκλον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ συναμφότερον ὅ τε κύκλος καὶ τὸ *B* χωρίον πρὸς αὐτὸν τὸν κύκλον. καὶ διελόντι ἄρα τὰ ἀπολείμματα τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὸν κύκλον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ *B* χωρίον πρὸς τὸν κύκλον. ἐλάσσονα ἄρα τὰ ἀπολείμματα τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου τοῦ *B* χωρίου. ἢ οὕτως· ἐπεὶ τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸν κύκλον ἐλασσονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ συναμφότερον ὅ τε κύκλος καὶ τὸ *B* χωρίον πρὸς τὸν κύκλον, διὰ τοῦτο δὴ ἔλασσον ἔσται τὸ περιγραφὲν συναμφοτέρου. ὥστε καὶ ὅλα τὰ περιλείμματα ἐλάσσονα ἔσται τοῦ χωρίου τοῦ *B*. ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τοῦ τομέως.



ζ.

Ἐὰν ἐν ἰσοσκελεῖ κώνῳ πυραμὶς ἐγγραφῇ ἰσόπλευρον ἔχουσα βάσιν, ἡ ἐπιφάνεια αὐτῆς χωρὶς τῆς βάσεως ἴση ἐστὶ τριγώνῳ βάσιν μὲν ἔχοντι ἴσην τῇ περιμέτρῳ τῆς βάσεως, ὕψος δὲ τὴν ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ μίαν πλευρὰν τῆς βάσεως κάθετον ἀγομένην.

ἔστω κῶνος ἰσοσκελής, οὗ βάσις ὁ *ΑΒΓ* κύκλος, καὶ εἰς αὐτὸν ἐγγεγράφθω πυραμὶς ἰσόπλευρον ἔχουσα

2. μειζον F. 7. ἀπολιμματα F. 13. οὕτως per compendium F. 18. περιλιμματα F; corr. AD. 19. ἐπί ego addidi. 26. κονος F.

circulus *A* autem maior est polygono inscripto [p. 10, 23], multo igitur magis polygonum circumscriptum ad *A* circulum minorem rationem habet quam $A + B : B$. itaque subtrahendo [per conuersionem propositionis ab Eutocio ad prop. 2 demonstratae, u. p. 15 not. 3; cfr. Eucl. V, 17] segmenta polygoni circumscripti ad circulum minorem habent rationem, quam *B* spatium ad circulum. minora igitur [Eucl. V, 10] segmenta relicta polygoni circumscripti erunt spatio *B*. uel hoc modo: quoniam polygonum circumscriptum ad circulum minorem rationem habet, quam circulus simul cum *B* spatio ad circulum, polygonum circumscriptum minus erit quam $A + B$[1]); quare segmenta relicta omnia minora erunt spatio *B* [Eucl. I *κοιν. ἐνν.* 5]. Similiter etiam in sectore dicendum.

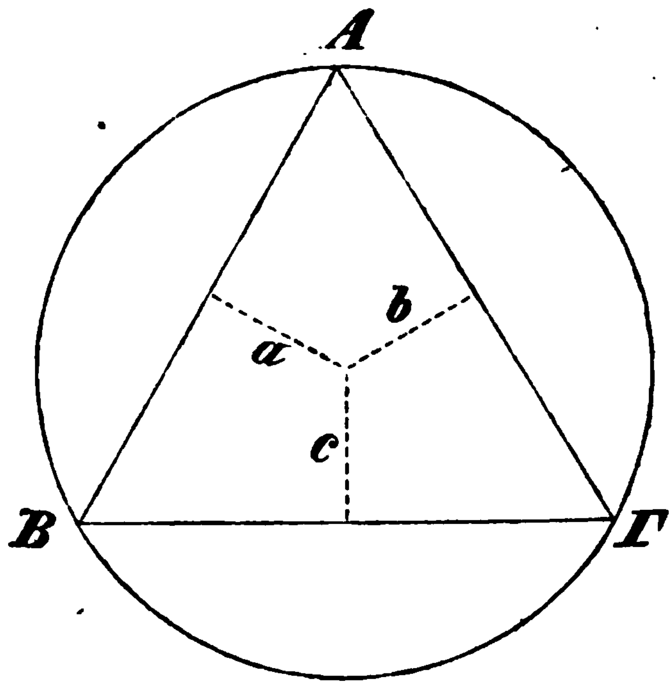
VII.

Si cono aequicrurio inscribitur pyramis aequilateram basim habens, superficies eius praeter basim aequalis est triangulo basim habenti perimetro basis aequalem, altitudinem autem lineam a uertice ad latus aliquod basis perpendicularem ductam.

sit conus aequicrurius, cuius basis sit circulus *ΑΒΓ*, et ei inscribatur pyramis basim aequilateram

1) Ex Eutocio adparet, Archimedem lin. 16—17 scripsisse: *διὰ δὴ τοῦτο ἔλασσόν ἐστι τὸ περιγραφόμενον τοῦ συναμφ.* Ceterum Archimedes uix duas demonstrationes dederat; genuinam hanc fere fuisse puto (Quaest. Arch. p. 74): *τὸ οὖν περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ τὸ συναμφότερον ὅ τε κύκλος καὶ τὸ Β χωρίον πρὸς αὐτὸν τὸν κύκλον. διὰ δὴ τοῦτο ἔλασσόν ἐστι τὸ περιγραφόμενον τοῦ συναμφοτέρου· ὥστε καὶ τὰ περιλείμματα ἐλάσσονα ἔσται τοῦ Β χωρίον.*

βάσιν τὸ *ΑΒΓ*. λέγω, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια αὐτῆς χωρὶς τῆς βάσεως ἴση ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ τριγώνῳ.



ἐπεὶ γὰρ ἰσοσκελὴς ὁ κῶνος, καὶ ἰσόπλευρος ἡ βάσις τῆς πυραμίδος, τὰ ὕψη τῶν περιεχόντων τριγώνων τὴν πυραμίδα ἴσα ἐστὶν ἀλλήλοις. καὶ βάσιν μὲν ἔχει τὰ τρίγωνα τὰς *ΑΒ*, *ΒΓ*, *ΓΑ*, ὕψος δὲ τὸ εἰρημένον. ὥστε τὰ τρίγωνα ἴσα ἐστὶ τριγώνῳ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἴσην ταῖς *ΑΒ*, *ΒΓ*, *ΓΑ*, ὕψος δὲ τὴν εἰρημένην εὐθεῖαν [τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τοῦ *ΑΒΓ* τριγώνου].

[σαφέστερον ἄλλως ἡ δεῖξις]

[ἔστω κῶνος ἰσοσκελής, οὗ βάσις μὲν ὁ *ΑΒΓ* κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ *Δ* σημεῖον, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸν κῶνον πυραμὶς βάσιν [μὲν] ἔχουσα ἰσόπλευρον τρίγωνον τὸ *ΑΒΓ*, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ *ΔΑ*, *ΔΓ*, *ΔΒ*.

λέγω, ὅτι τὰ *ΑΔΒ*, *ΑΔΓ*, *ΒΔΓ* τρίγωνα ἴσα ἐστὶ τριγώνῳ, οὗ ἡ μὲν βάσις ἴση ἐστὶ τῇ περιμέτρῳ τοῦ *ΑΒΓ* τριγώνου, ἡ δὲ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν

---

1. τό] τω F; corr. A. βάσιν μὲν ἔχουσα ἰσοπλ. τρίγωνον τό uel βάσιν τὸ τρίγωνον τό Nizze. 3. κονος F. 5. τριγώνων errore om. Torellius; sine codicum auctoritate suppleuit Nizze; habet F. 17. Haec demonstratio altera postea interposita numero ῃ significatur in F, sed numerum om. iam ed. Basil. 18. ἔστω] ωστε F; corr. B*manu 2? (Quaest. Arch. p. 129). 20. μέν deleo; cum librarius alibi toties βάσιν μέν scripsisset, particula hic quoque irrepsit.

habens, quae sit $AB\Gamma$. dico, eius superficiem praeter basim aequalem esse triangulo, quem commemorauimus.

nam quoniam conus aequicrurius et basis pyramidis aequilatera est, altitudines triangulorum pyramidem comprehendentium aequales sunt.[1]) et basim habent trianguli AB, $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$ lineas, altitudinem uero eam, quam diximus. quare trianguli [h. e. superficies pyramidis praeter basim] aequales sunt triangulo basim habenti lineam aequalem lineis AB, $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$ [h. e. perimetro basis], altitudinem autem lineam, quam diximus [Eucl. VI, 1].[2])

[Demonstratio aliter et magis perspicue exposita][3]).

[Sit conus aequicrurius, cuius basis sit circulus $AB\Gamma$, uertex uero Δ punctum; et cono inscribatur pyramis basim habens triangulum aequilaterum $AB\Gamma$, et ducantur lineae ΔA, $\Delta\Gamma$, ΔB. dico triangulos $A\Delta B$, $A\Delta\Gamma$, $B\Delta\Gamma$ aequales esse triangulo cuius basis aequalis sit perimetro trianguli $AB\Gamma$, perpendicularis autem a uertice ad basim ducta aequalis lineae a Δ puncto ad $B\Gamma$ perpendiculari.

ducantur enim perpendiculares ΔK, $\Delta\Lambda$, ΔM lineae; sunt igitur aequales [cfr. not. 1]. et ponatur triangulus EZH basim EZ aequalem habens perimetro

---

1) Nam trianguli, quorum latera sunt axis coni, altitudines, lineae a, b, c (quas in figura addidi), unum latus (axem) commune, alteram (a, b, c) aequalem habent et sunt rectanguli; itaque etiam bases aequales habent (Eucl. I, 4).

2) Uerba sequentia subditiua sunt, ut ex collocatione adparet; pertinent enim ad τὰ τρίγωνα lin. 8, ut in interpretatione expressi. si ad τριγώνῳ lin. 11 pertinerent, quod per se minus accurate diceretur, debebat esse τῇ ἐπιφανείᾳ ex constanti usu Archimedis.

3) Quae sequitur *demonstratio* ut subditiua in adnotationes *reiicienda erat, sed ne typothetis* molestia existeret, retinui.

κάθετος ἴση τῇ καθέτῳ τῇ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὴν ΒΓ ἀγομένῃ.

ἤχθωσαν γὰρ κάθετοι αἱ ΔΚ, ΔΛ, ΔΜ. αὗται ἄρα ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. καὶ κείσθω τρίγωνον τὸ ΕΖΗ ἔχον τὴν μὲν ΕΖ βάσιν τῇ περιμέτρῳ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἴσην, τὴν δὲ ΗΘ κάθετον τῇ ΔΛ ἴσην. ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΔΛ διπλάσιόν ἐστιν τοῦ ΔΒΓ τριγώνου, ἔστιν δὲ καὶ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΔΚ διπλάσιον τοῦ ΑΒΔ τριγώνου, τὸ δὲ ὑπὸ ΑΓ, ΔΜ διπλάσιον τοῦ ΑΔΓ τριγώνου, τὸ ἄρα ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ ΑΒΓ τριγώνου, τουτέστι τῆς ΕΖ, καὶ τῆς ΔΛ, τουτέστι τῆς ΗΘ, διπλάσιόν ἐστι τῶν ΑΔΒ, ΒΔΓ, ΑΔΓ τριγώνων. ἔστι δὲ καὶ τὸ ὑπὸ ΕΖ, ΗΘ διπλάσιον τοῦ ΕΖΗ τριγώνου. ἴσον ἄρα τὸ ΕΖΗ τρίγωνον τοῖς ΑΔΒ, ΒΔΓ, ΑΔΓ τριγώνοις].

η'.

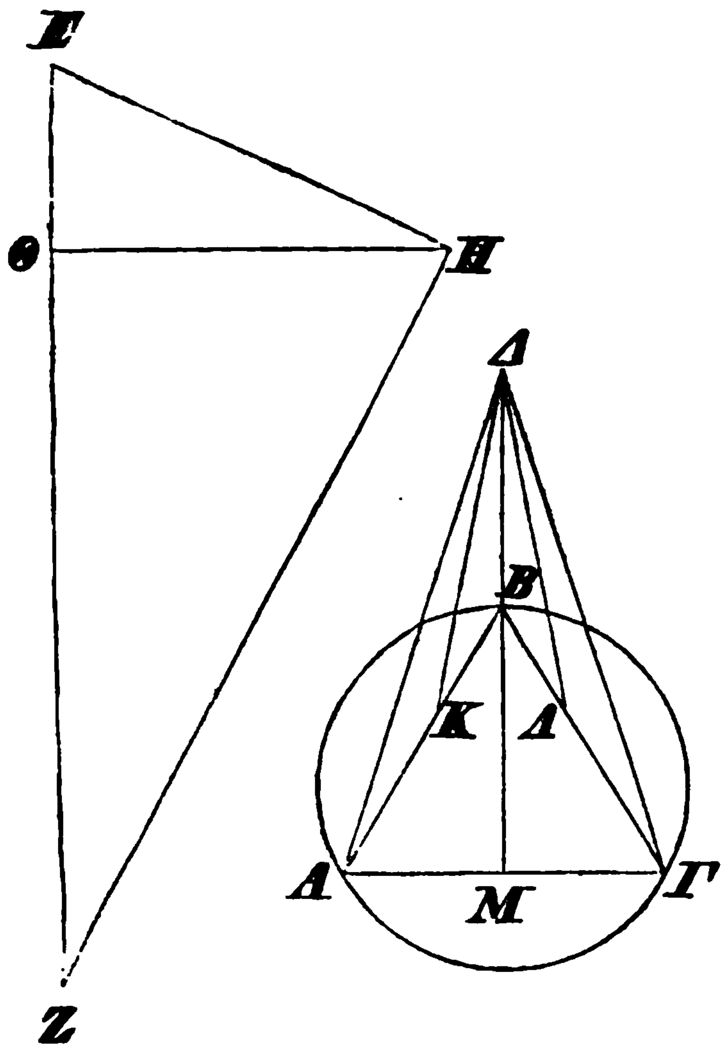
Ἐὰν περὶ κῶνον ἰσοσκελῆ πυραμὶς περιγραφῇ, η ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως ἴση ἐστὶ τριγώνῳ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἴσην τῇ περιμέτρῳ τῆς βάσεως, ὕψος δὲ τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου.

ἔστω κῶνος, οὗ βάσις ὁ ΑΒΓ κύκλος, καὶ πυραμὶς περιγεγράφθω, ὥστε τὴν βάσιν αὐτῆς, τουτέστι τὸ ΔΕΖ πολύγωνον, περιγεγραμμένον περὶ τὸν ΑΒΓ κύκλον εἶναι. λέγω, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως ἴση ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ τριγώνῳ.

ἐπεὶ γὰρ [ὁ ἄξων τοῦ κώνου ὀρθός ἐστι πρὸς τὴν

---

2. *ἀγομένῃ* scripsi; *αγομενην* F, uulgo. 10. *ΑΒΓ*] *ΑΔΓ* F; corr. Torellius. 16. *θ'* F; u. ad p. 28, 17. In figura et deinde in uerbis Archimedis litteras *Λ* et *Κ* permutauit Torellius. 26. *τοῦ*] *αυτου* F; corr. ed. Basil.



trianguli $AB\Gamma$, altitudinem autem $H\Theta$ aequalem lineae $\Delta\Lambda$. iam quoniam

$$B\Gamma \times \Delta\Lambda = 2\Delta B\Gamma$$

[Eucl. I, 41],

et

$$AB \times \Delta K = 2AB\Delta,$$

et

$$A\Gamma \times \Delta M = 2A\Delta\Gamma,$$

erit igitur rectangulum, quod a perimetro trianguli $AB\Gamma$, h. e. linea EZ, et $\Delta\Lambda$, h. e. linea $H\Theta$, continetur $= 2 \times (A\Delta B + B\Delta\Gamma + A\Delta\Gamma)$; sed $EZ \times H\Theta = 2EZH$ [Eucl. I, 41]; quare

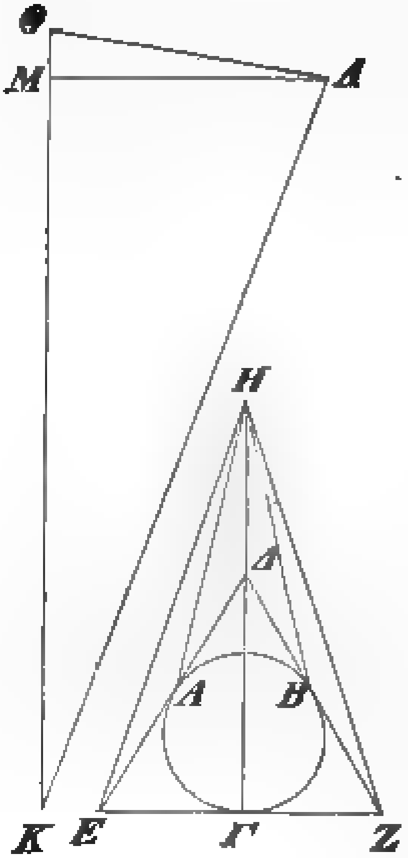
$$EZH = A\Delta B + B\Delta\Gamma + A\Delta\Gamma].$$

VIII.

Si circum conum aequicrurium pyramis circumscribitur, superficies pyramidis praeter basim aequalis est triangulo basim habenti lineam perimetro basis aequalem, altitudinem autem latus coni.

sit conus, cuius basis sit circulus $AB\Gamma$, et circumscribatur pyramis, ita ut basis eius, h. e. polygonum ΔEZ, circum circulum $AB\Gamma$ sit circumscripta. dico superficiem pyramidis praeter basim aequalem esse triangulo, quem commemorauimus.

cum enim axis coni ad basim perpendicularis sit, *βάσιν, τουτέστι πρὸς τὸν ΑΒΓ κύκλον, καὶ] αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἐπὶ τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνύμεναι εὐθεῖαι κάθετοί εἰσιν ἐπὶ τὰς ἐφαπτομένας, ἔσονται ἄρα καὶ αἱ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου ἐπὶ τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνύμεναι κάθετοι ἐπὶ τὰς ΔΕ, ΖΕ, ΖΔ. αἱ ΗΑ, ΗΒ, ΗΓ ἄρα αἱ εἰρημέναι κάθετοι ἴσαι εἰσὶν ἀλλήλαις· πλευραὶ γάρ εἰσιν τοῦ κώνου. κείσθω δὴ τὸ τρίγωνον τὸ ΘΚΛ ἴσην ἔχον τὴν μὲν ΘΚ τῇ περιμέτρῳ τοῦ ΔΕΖ τριγώνου, τὴν δὲ ΛΜ κάθετον ἴσην τῇ ΗΑ. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ὑπὸ ΔΕ, ΑΗ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΕΔΗ τριγώνου, τὸ δὲ ὑπὸ ΔΖ, ΗΒ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΔΖΗ τριγώνου, τὸ δὲ ὑπὸ ΕΖ, ΓΗ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΕΗΖ τριγώνου, ἔστιν ἄρα τὸ ὑπὸ τῆς ΘΚ καὶ τῆς ΑΗ, τουτέστι τῆς ΜΛ, διπλάσιον τῶν ΕΔΗ, ΖΔΗ, ΕΗΖ τριγώνων. ἔστιν δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΘΚ, ΛΜ διπλάσιον τοῦ ΛΚΘ τριγώνου. διὰ τοῦτο δὴ ἴση ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως τριγώνῳ βάσιν μὲν ἔχοντι ἴσην τῇ περιμέτρῳ τοῦ ΔΕΖ, ὕψος δὲ τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου.*



---

4. *καὶ αἱ*] *αἱ* om. F. 14. *ΑΗ*] *ΑΝ* F. 15. *ΕΔΗ*] *ΕΔΝ* F. 19. *ΕΗΖ*] *ΕΝΖ* F. 25. *τριγώνῳ*] *τριγω* F. 26. *τοῦ ΔΕΖ τριγώνου* Nizze.

h. e. ad circulum $AB\Gamma$, et lineae a centro circuli ad puncta contactus ductae perpendiculares sint ad contingentes [Eucl. III, 18], erunt[1]) igitur etiam lineae a uertice coni ad puncta contactus ductae perpendiculares ad ΔE, ZE, $Z\Delta$ [u. Eutocius]. itaque perpendiculares, quas commemorauimus, HA, HB, $H\Gamma$, aequales sunt; sunt enim coni latera. ponatur igitur triangulus $\Theta K\Lambda$ aequalem habens ΘK latus perimetro trianguli ΔEZ, perpendicularem autem ΛM aequalem lineae HA. quoniam igitur

$$\Delta E \times AH = 2E\Delta H \text{ [Eucl. I, 41]},$$

$$\text{et } \Delta Z \times HB = 2\Delta ZH,$$

$$\text{et } EZ \times \Gamma H = 2EHZ,$$

est igitur $\Theta K \times AH$, uel, quod idem est,

$$\Theta K \times M\Lambda = 2(E\Delta H + Z\Delta H + EHZ).$$

est autem etiam

$$\Theta K \times \Lambda M = 2\Lambda K\Theta \text{ [Eucl. I, 41]}.$$

$$\text{[quare } 2\Lambda K\Theta = 2(E\Delta H + Z\Delta H + EHZ) \supset:$$
$$\Lambda K\Theta = E\Delta H + Z\Delta H + EHZ].$$

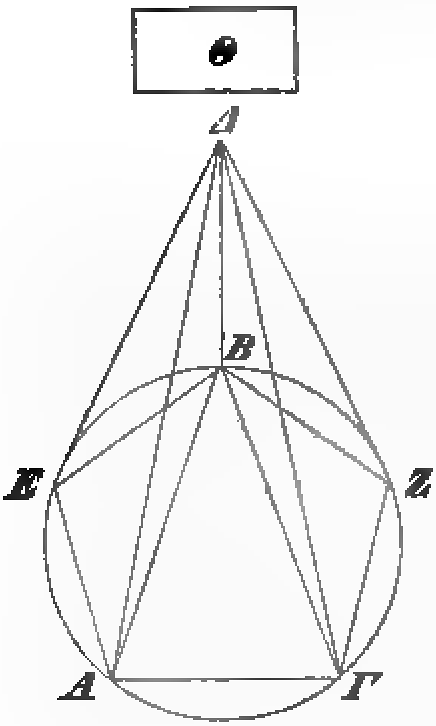
est igitur superficies pyramidis praeter basim aequalis triangulo basim habenti perimetro trianguli ΔEZ aequalem, altitudinem autem latus coni.

1) Lin. 3—6 Archimedes scripserat: αἱ ἄρα ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὰ A, B, Γ ἐπιζευγνύμεναι κάθετοί εἰσιν ἐπ' αὐτὰς h. e. τὰς ἐφαπτομένας lin. 3); u. Eutocius.

θ΄.

Ἐὰν κώνου τινὸς ἰσοσκελοῦς εἰς τὸν κύκλον, ὅς ἐστι βάσις τοῦ κώνου, εὐθεῖα γραμμὴ ἐμπέσῃ, ἀπὸ δὲ τῶν περάτων αὐτῆς εὐθεῖαι γραμμαὶ ἀχθῶσιν ἐπὶ τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου, τὸ περιληφθὲν τρίγωνον ὑπό τε τῆς ἐμπεσούσης καὶ τῶν ἐπιζευχθεισῶν ἐπὶ τὴν κορυφὴν ἔλασσον ἔσται τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου τῆς μεταξὺ τῶν ἐπὶ τὴν κορυφὴν ἐπιζευχθεισῶν.

ἔστω κώνου ἰσοσκελοῦς βάσις ὁ *ΑΒΓ* κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ *Δ*, καὶ διήχθω τις εἰς αὐτὸν εὐθεῖα ἡ *ΑΓ*· καὶ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὰ *Α*, *Γ* ἐπεζεύχθωσαν αἱ *ΑΔ*, *ΔΓ*. λέγω, ὅτι τὸ *ΑΔΓ* τρίγωνον ἔλασσόν ἐστι τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου τῆς μεταξὺ τῶν *ΑΔΓ*.



τετμήσθω ἡ *ΑΒΓ* περιφέρεια δίχα κατὰ τὸ *Β*, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ *ΑΒ*, *ΓΒ*, *ΔΒ*. ἔσται δὴ τὰ *ΑΒΔ*, *ΒΓΔ* τρίγωνα μείζονα τοῦ *ΑΔΓ* τριγώνου. ᾧ δὴ ὑπερέχει τὰ εἰρημένα τρίγωνα τοῦ *ΑΔΓ* τριγώνου, ἔστω τὸ *Θ*. τὸ δὴ *Θ* ἤτοι τῶν *ΑΒ*, *ΒΓ* τμημάτων ἔλασσόν ἐστιν, ἢ οὔ. ἔστω μὴ ἔλασσον πρότερον. ἐπεὶ οὖν δύο εἰσὶν ἐπιφάνειαι ἥ τε κωνικὴ ἡ μεταξὺ τῶν *ΑΔΒ* μετὰ τοῦ *ΑΕΒ* τμήματος καὶ ἡ τοῦ *ΑΔΒ* τρι-

---

1. ι΄ F. 5. περιληφθέν] scripsi; περιλειφθεν F, uulgo. 6. ἐμπεσούσης] εκπεσουσης F; postea corr. B.

IX.

Si in cono aequicrurio[1]) linea recta in circulum, qui est basis coni, incidit, et a terminis eius lineae rectae ducuntur ad uerticem coni, triangulus, qui continetur a linea incidenti et lineis ad uerticem ductis, minor erit superficie coni, quae est inter lineas ad uerticem ductas.

sit $AB\Gamma$ circulus basis coni aequicrurii, uertex autem $\varDelta$ punctum, et in circulum incidat linea $A\Gamma$, et a uertice ad A, Γ puncta ducantur lineae $A\varDelta$, $\varDelta\Gamma$. dico triangulum $A\varDelta\Gamma$ minorem esse superficie coni, quae inter $A\varDelta$, $\varDelta\Gamma$ lineas sit.[2])

secetur $AB\Gamma$ ambitus in duas partes aequales in B puncto, et ducantur AB, ΓB, $\varDelta B$. erunt igitur trianguli $AB\varDelta$, $B\Gamma\varDelta$ maiores triangulo $A\varDelta\Gamma$[3]) [u. Eutocius]. sit igitur Θ spatium aequale ei spatio, quo excedunt trianguli $AB\varDelta$, $B\Gamma\varDelta$ triangulum $A\varDelta\Gamma$. itaque Θ spatium aut minus est segmentis AB, $B\Gamma$, aut non minus. — prius sit ne minus. quoniam igitur datae sunt duae superficies, conica superficies, quae est inter lineas $A\varDelta$, $\varDelta B$, una cum segmento AEB et triangulus $A\varDelta B$, eundem terminum habentes perimetrum trianguli $A\varDelta B$, maior erit superficies comprehendens comprehensa [λαμβ. 4]. itaque superficies co-

---

1) Graece genetiuus legitur, qui ad uerbum κύκλον uel potius ad totam sententiam referendus esse uidetur, de qua dicendi licentia infra dicetur.

2) Hoc nimis ambiguum est; Archimedes sine dubio hoc saltem loco addiderat: καὶ τῆς $AB\Gamma$ περιφερείας, ut prop. 10 p. 38, 25; Quaest. Arch. p. 72.

3) Lin. *19—20 Archimedes* scripserat: μείζονα ἄρα ἐστὶ τὰ $AB\varDelta$, $B\varDelta\Gamma$ τρίγωνα τοῦ $A\varDelta\Gamma$ τριγώνου (u. Eutocius).

γώνου τὸ αὐτὸ πέρας ἔχουσαι τὴν περίμετρον τοῦ τριγώνου τοῦ ΑΔΒ, μείζων ἔσται ἡ περιλαμβάνουσα τῆς περιλαμβανομένης. μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ κωνικὴ ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν ΑΔΒ μετὰ τοῦ ΑΕΒ τμήματος τοῦ ΑΒΔ τριγώνου. ὁμοίως δὲ καὶ ἡ μεταξὺ τῶν ΒΔΓ μετὰ τοῦ ΓΖΒ τμήματος μείζων ἐστὶν τοῦ ΒΔΓ τριγώνου. ὅλη ἄρα ἡ κωνικὴ ἐπιφάνεια μετὰ τοῦ Θ χωρίου μείζων ἐστὶ τῶν εἰρημένων τριγώνων. τὰ δὲ εἰρημένα τρίγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε ΑΔΓ τριγώνῳ καὶ τῷ Θ χωρίῳ. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ Θ χωρίον· λοιπὴ ἄρα ἡ κωνικὴ ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν ΑΔΓ μείζων ἐστὶ τοῦ ΑΔΓ τριγώνου.

ἔστω δὴ τὸ Θ ἔλασσον τῶν ΑΒ, ΒΓ τμημάτων. τέμνοντες δὴ τὰς ΑΒ, ΒΓ περιφερείας δίχα καὶ τὰς ἡμισείας αὐτῶν δίχα λείψομεν τμήματα ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Θ χωρίου. λελείφθω τὰ ἐπὶ τῶν ΑΕ, ΕΒ, ΒΖ, ΖΓ εὐθειῶν, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΕ, ΔΖ. πάλιν τοίνυν κατὰ τὰ αὐτὰ ἡ μὲν ἐπιφάνεια τοῦ κώνου ἡ μεταξὺ τῶν ΑΔΕ μετὰ τοῦ ἐπὶ τῆς ΑΕ τμήματος μείζων ἐστὶ τοῦ ΑΔΕ τριγώνου· ἡ δὲ μεταξὺ τῶν ΕΔΒ μετὰ τοῦ ἐπὶ τῆς ΕΒ τμήματος μείζων ἐστὶ τοῦ ΕΔΒ τριγώνου. ἡ ἄρα ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν ΑΔΒ μετὰ τῶν ΑΕ, ΕΒ τμημάτων μείζων ἐστὶ τῶν ΑΔΕ, ΕΒΔ τριγώνων. ἐπεὶ δὲ τὰ ΑΕΔ, ΔΕΒ τρίγωνα μείζονά ἐστι τοῦ ΑΒΔ τριγώνου, καθὼς δέδεικται, πολλῷ ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου ἡ μεταξὺ τῶν ΑΔΒ μετὰ τῶν ἐπὶ τῶν ΑΕ, ΕΒ τμημάτων μείζων ἐστὶ τοῦ

---

5. *δέ*] scripsi; cfr. Quaest. Arch. p. 145; *δη* F, uulgo. 6. *τῶν ΒΔΓ*] *του ΔΒΓ τριγωνου* F, uulgo; *τῶν ΒΔ, ΔΓ* Torellius. 12. *ΑΔΓ*] scripsi; *ΑΔΒ* F, uulgo; *ΑΔ, ΔΓ* Torellius. 15. *ἡμισείας*] *ημισιας* F, uulgo. 16. *λελιφθω* F.

nica, quae est inter lineas $A\varDelta$, $\varDelta B$, una cum segmento AEB, maior est triangulo $AB\varDelta$. et eodem modo conica superficies, quae est inter lineas $B\varDelta$, $\varDelta\Gamma$, una cum segmento ΓZB, maior est triangulo $B\varDelta\Gamma$. tota igitur superficies conica [quae est inter lineas $A\varDelta$, $\varDelta\Gamma$ et ambitum $AEBZ\Gamma$] una cum spatio Θ maior est triangulis, quos commemorauimus [$AB\varDelta$, $B\varDelta\Gamma$].[1]) sed trianguli $AB\varDelta$, $B\varDelta\Gamma$ aequales sunt triangulo $A\varDelta\Gamma$ una cum spatio Θ [ex hypothesi]. subtrahatur Θ spatium, quod commune est. itaque, quae reliqua est conica superficies, quae est inter lineas $A\varDelta$, $\Gamma\varDelta$, maior est triangulo $A\varDelta\Gamma$.

iam sit Θ spatium minus segmentis AB, $B\Gamma$. si igitur ambitus AB, $B\Gamma$ in duas partes aequales secuerimus et dimidios ambitus in duas aequales, relinquemus aliquando segmenta minora quam Θ spatium [prop. 6 p. 24, 1]. relinquantur segmenta, quae sunt in lineis AE, EB, BZ, $Z\Gamma$, et ducantur $\varDelta E$, $\varDelta Z$. rursus igitur eodem modo [quo supra p. 34, 26] superficies coni, quae est inter lineas $A\varDelta$, $\varDelta E$, cum segmento in linea AE posito maior est triangulo $A\varDelta E$, et coni superficies, quae est inter lineas $E\varDelta$, $\varDelta B$, cum segmento in EB linea posito maior est triangulo $E\varDelta B$. quare superficies, quae est inter $A\varDelta$, $\varDelta B$, cum segmentis AE, EB maior est triangulis $A\varDelta E$, $EB\varDelta$. sed quoniam trianguli $AE\varDelta$, $\varDelta EB$ maiores sunt $AB\varDelta$ triangulo [u. Eutocius, p. 34, 19], multo igitur magis superficies conica, quae est inter lineas $A\varDelta$, $\varDelta B$, cum segmentis in AE, EB positis maior est triangulo $A\varDelta B$.

---

1) Nam ex hypothesi est $\Theta \geqq AEB + \Gamma ZB$ *segmentis.*

ΑΔΒ τριγώνου. διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ ἡ ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν ΒΔΓ μετὰ τῶν ἐπὶ τῶν ΒΖ, ΖΓ μείζων ἐστὶν τοῦ ΒΔΓ τριγώνου. ὅλη ἄρα ἡ ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν ΑΔΓ μετὰ τῶν εἰρημένων τμημάτων μείζων ἐστὶ τῶν ΑΒΔ, ΔΒΓ τριγώνων· ταῦτα δέ ἐστιν ἴσα τῷ ΑΔΓ τριγώνῳ καὶ τῷ Θ χωρίῳ· ὧν τὰ εἰρημένα τμήματα ἐλάσσονα τοῦ Θ χωρίου. λοιπὴ ἄρα ἡ ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν ΑΔΓ μείζων ἐστὶν τοῦ ΑΔΓ τριγώνου.

ι΄.

Ἐὰν ἐπιψαύουσαι ἀχθῶσιν τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ κώνου, ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι τῷ κύκλῳ καὶ συμπίπτουσαι ἀλλήλαις, ἀπὸ δὲ τῶν ἁφῶν καὶ τῆς συμπτώσεως ἐπὶ τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου εὐθεῖαι ἀχθῶσιν, τὰ περιεχόμενα τρίγωνα ὑπὸ τῶν ἐπιψαυουσῶν καὶ τῶν ἐπὶ τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν μείζονά ἐστι τῆς τοῦ κώνου ἐπιφανείας τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν.

ἔστω κῶνος, οὗ βάσις μὲν ὁ ΑΒΓ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Ε σημεῖον, καὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐφαπτόμεναι ἤχθωσαν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι αἱ ΑΔ, ΓΔ, καὶ ἀπὸ τοῦ Ε σημείου, ὅ ἐστιν κορυφὴ τοῦ κώνου, ἐπὶ τὰ Α, Δ, Γ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΑ, ΕΔ, ΕΓ· λέγω, ὅτι τὰ ΑΔΕ, ΔΕΓ τρίγωνα μείζονά ἐστι τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν ΑΕ, ΓΕ εὐθειῶν καὶ τῆς ΑΒΓ περιφερείας.

---

1. *δέ*] scripsi; *δη* F, uulgo. 2. *ΒΔΓ*] scripsi; *ΑΒΓ* F, uulgo; *ΒΔ, ΔΓ* Torellius. *ΒΖ, ΖΓ τμημάτων* Nizze. 6. *το Θ* F; corr. Torellius. *ὧν*] *ὡς* Nizze. 8. *ΑΔΓ*] *ΑΔΕ* F; corr. *ed. Basil.* 10. *ια΄* F. 19. κονος F. 25. επιφανιας F.

eodem autem modo adparet superficiem, quae inter $B\varDelta$, $\varDelta\Gamma$ lineas sit, cum segmentis in BZ, $Z\Gamma$ positis maiorem esse triangulo $B\varDelta\Gamma$. tota igitur superficies, quae est inter $A\varDelta$, $\varDelta\Gamma$ lineas, una cum segmentis, quae commemorauimus [AE, EB, BZ, $Z\Gamma$], maior est triangulis $AB\varDelta$, $\varDelta B\Gamma$, qui sunt triangulo $A\varDelta\Gamma$ et spatio Θ aequales [ex hypothesi]. ex illis [h. e. superficie conica, quae inter lineas $A\varDelta$, $\varDelta\Gamma$ et $AEBZ\Gamma$ ambitum est, et segmentis AE, EB, BZ, $Z\Gamma$] autem segmenta, quae commemorauimus, minora sunt spatio Θ [ex constructione]. quare quae reliqua est superficies inter $A\varDelta$, $\varDelta\Gamma$ lineas posita, maior est triangulo $A\varDelta\Gamma$.[1])

X.

Si ducuntur lineae tangentes circulum, qui basis est coni [aequicrurii][2]), in plano circuli positae et concurrentes, a punctis autem contactus et concursus ad coni uerticem lineae ducuntur, trianguli, qui a contingentibus et lineis ad uerticem coni ductis continentur, maiores sunt superficie coni, quae ab his lineis abscinditur.

sit conus, cuius basis circulus $AB\Gamma$, uertex autem punctum E, et ducantur lineae circulum $AB\Gamma$ contingentes in plano eodem positae, $A\varDelta$, $\Gamma\varDelta$, et ab E puncto, quod est uertex coni, ad A, $\varDelta$, Γ puncta ducantur lineae EA, $E\varDelta$, $E\Gamma$. dico, triangulos $A\varDelta E$, $\varDelta E\Gamma$ maiores esse quam coni superficiem, quae inter lineas AE, ΓE et ambitum $AB\Gamma$ est.

1) Nam etiamsi aequalia essent segmenta spatio Θ, idem fieret (Eucl. I κοιν. ἐνν. 5); eo magis cum segmenta etiam minora sint.

2) *Hoc uerbum Archimedes uix omiserat*; Quaest. Arch. p. 73.

ἤχθω γὰρ ἡ ΗΒΖ ἐφαπτομένη τοῦ κύκλου καὶ παράλληλος οὖσα τῇ ΑΓ δίχα τμηθείσης τῆς ΑΒΓ περιφερείας κατὰ τὸ Β· καὶ ἀπὸ τῶν Η, Ζ ἐπὶ τὸ Ε ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΕ, ΖΕ. καὶ ἐπεὶ μείζους εἰσὶν αἱ ΗΔ, ΔΖ τῆς ΗΖ, κοιναὶ προσκείσθωσαν αἱ ΗΑ, ΖΓ· ὅλαι ἄρα αἱ ΑΔ, ΔΓ μείζους εἰσὶν τῶν ΑΗ, ΗΖ, ΖΓ. καὶ ἐπεὶ αἱ ΑΕ, ΕΒ, ΕΓ πλευραί εἰσιν τοῦ κώνου, ἴσαι εἰσὶν διὰ τὸ ἰσοσκελῆ εἶναι τὸν κῶνον. ὁμοίως δὲ καὶ κάθετοί εἰσιν [ὡς ἐδείχθη ἐν τῷ λήμματι]· τὰ δὲ ὑπὸ τῶν καθέτων καὶ τῶν βάσεων τῶν ΑΕΔ, ΔΓΕ τριγώνων μείζονά ἐστι τῶν ΑΗΕ, ΗΕΖ, ΖΕΓ τριγώνων. εἰσὶν γὰρ αἱ μὲν ΑΗ, ΗΖ, ΖΓ ἐλάσσους τῶν ΓΔ, ΔΑ, τὰ δὲ ὕψη αὐτῶν ἴσα [φανερὸν γάρ, ὅτι ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ὀρθοῦ κώνου ἐπὶ τὴν ἐπαφὴν τῆς βάσεως ἐπιζευγνυμένη κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένην]. ᾧ δὲ μείζονά ἐστιν τὰ ΑΕΔ, ΔΓΕ τρίγωνα τῶν ΑΕΗ, ΗΕΖ, ΖΕΓ τριγώνων, ἔστω τὸ Θ χωρίον· τὸ δὴ Θ χωρίον ἤτοι ἔλαττόν ἐστιν τῶν περιλειμμάτων τῶν ΑΗΒΚ, ΒΖΓΛ ἢ οὐκ ἔλαττον. ἔστω πρότερον μὴ ἔλαττον. ἐπεὶ οὖν εἰσιν ἐπιφάνειαι σύνθετοι, ἥ τε τῆς πυραμίδος τῆς ἐπὶ βάσεως τοῦ ΗΑΓΖ τραπεζίου κορυφὴν ἔχουσα τὸ Ε καὶ ἡ κωνικὴ ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν ΑΕΓ μετὰ τοῦ ΑΒΓ τμήματος, καὶ πέρας ἔχουσι τὴν αὐτὴν περίμετρον τοῦ

---

1. ἡ om. F. 9. λημματι F. 10. τῶν ΑΕΔ, ΔΓΕ τριγώνων μείζονά ἐστι om. F; suppleuit Torellius. 16. δέ] scripsi; δη F, uulgo. 17. τὸ Θ χωρίον· τὸ δὴ Θ χωρίον om. F lacuna relicta; suppleuit ed. Basil. et Cr.; iam D: τὸ Θ χωρίον· τὸ δὴ χωρίον. τὸ δὲ Θ χωρίον, sed manu 2. 18. τῶν περιλειμμάτων usque ad ἐπεὶ οὖν lin. 20 (incl.) om. F lacuna relicta; suppleuit ed. Basil. (et Cr.), sed habet περιλημμάτων (περιλεμμ. Torellius) lin. 19, ΑΗΒ, ΒΖΓ lin. 19, πρῶτον et οὐκ (pro πρότερον μή) lin. 20, quos errores correxi. 21. βάσεως]

ducatur enim HBZ linea circulum contingens et lineae $A\Gamma$ parallela, ambitu $AB\Gamma$ in B puncto in duas partes aequales diuiso [u. Eutocius]. et ab H, Z punctis ad E punctum ducantur lineae HE, ZE. et quoniam $H\Delta + \Delta Z > HZ$ [Eucl. I, 20], communes addantur HA, $Z\Gamma$ lineae. itaque totae

$$A\Delta + \Delta\Gamma > AH + HZ + Z\Gamma.$$

et quoniam AE, EB, $E\Gamma$ latera sunt coni, aequales sunt, quia conus aequicrurius est. sed eaedem etiam perpendiculares sunt [u. Eutocius ad prop. 8]. sed trianguli $AE\Delta$, $\Delta\Gamma E$ maiores sunt triangulis AHE, HEZ, $ZE\Gamma$[1]; nam $AH + HE + Z\Gamma$ bases minores sunt $\Gamma\Delta + \Delta A$ basibus, et altitudines aequales[2]) [tum cfr. Eucl. VI, 1]. quo autem spatio maiores sunt trianguli $AE\Delta$, $\Delta\Gamma E$ triangulis AEH, HEZ, $ZE\Gamma$, sit Θ spatium. itaque Θ spatium aut minus est spatiis relictis $AHBK$, $BZ\Gamma A$[3]) aut non minus. sit prius ne minus. iam cum habeamus superficies coniunctas, superficiem pyramidis, cuius basis est trapezium $HA\Gamma Z$, uerticem

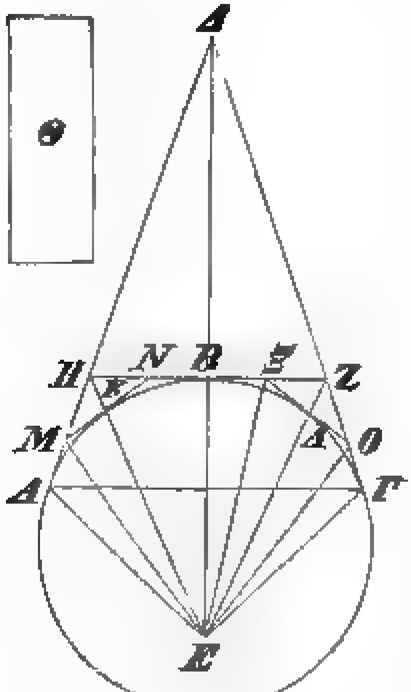
---

1) Archimedes sine dubio scripserat hunc fere in modum: τὰ ἄρα $AE\Delta$, $\Delta\Gamma E$ τρίγωνα μείζονα cett., quod etiam usus non Archimedeus uerbi κάθετος lin. 10 (Quaest. Arch. p. 71) significat; falsarius causam noluit significare, sed tum postea scribendum erat: τῶν ὑπὸ τῶν καθέτων καὶ τῶν βάσεων τῶν AHE κτλ.

2) Uerba, quae sequuntur, subditiua et insuper transposita (Quaest. Arch. p. 74) iam Nizze damnauit.

3) Cum infra p. 42, 7 et 10 in codd. legatur $AHBK$, $BZ\Gamma A$ quod in ed. Basil. et apud Torellium in AHB, $BZ\Gamma$ mutatum est, non dubitaui hoc quoque loco eandem scripturam per se meliorem reponere, praesertim cum ex erroribus supra p. 40 not. correctis adparet, lacunam codicum in ed. Basil. coniectura suppletam esse.

βαως F. 22. τραπεζίον] ι in rasura manu 1 F. τὸ E\ τον E F; corr. ed. Basil. κονικη F.



ΔΕΓ τριγώνου, δῆλον, ὡς ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τοῦ *ΔΕΓ* τριγώνου μείζων ἐστὶν τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας μετὰ τοῦ τμήματος τοῦ *ΑΒΓ*. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ *ΑΒΓ* τμῆμα. λοιπὰ ἄρα τὰ τρίγωνα τὰ *ΑΗΕ*, *ΗΕΖ*, *ΖΕΓ* μετὰ τῶν *ΑΗΒΚ*, *ΒΖΓΛ* περιλειμμάτων μείζονά ἐστιν τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν *ΑΕ*, *ΕΓ*. τῶν δὲ *ΑΗΒΚ*, *ΒΖΓΛ* περιλειμμάτων οὐκ ἔλασσόν ἐστι τὸ *Θ* χωρίον. πολλῷ ἄρα τὰ *ΑΗΕ*, *ΗΕΖ*, *ΖΕΓ* τρίγωνα μετὰ τοῦ *Θ* μείζονα ἔσται τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν *ΑΕ*, *ΕΓ*. ἀλλὰ τὰ *ΑΗΕ*, *ΗΕΖ*, *ΓΕΖ* τρίγωνα μετὰ τοῦ *Θ* ἐστιν τὰ *ΑΕΔ*, *ΔΕΓ* τρίγωνα. τὰ ἄρα *ΑΕΔ*, *ΔΕΓ* τρίγωνα μείζονα ἔσται τῆς εἰρημένης κωνικῆς ἐπιφανείας.

ἔστω δὴ τὸ *Θ* ἔλασσον τῶν περιλειμμάτων. ἀεὶ δὴ περιγράφοντες πολύγωνα περὶ τὰ τμήματα ὁμοίως δίχα τεμνομένων τῶν περιλειπομένων περιφερειῶν καὶ ἀγομένων ἐφαπτομένων λείψομέν τινα ἀπολείμματα, ἃ ἔσται ἐλάσσονα τοῦ *Θ* χωρίου. λελείφθω καὶ ἔστω τὰ *ΑΜΚ*, *ΚΝΒ*, *ΒΞΛ*, *ΛΟΓ* ἐλάσσονα ὄντα τοῦ *Θ* χωρίου, καὶ ἐπεζεύχθω ἐπὶ τὸ *Ε*. πάλιν δὴ φανερόν, ὅτι τὰ *ΑΗΕ*,

---

1. *ΔΕΓ*] *ΑΒΓ* F. 7. περιλειμμάτων] scripsi; περιλημμ. F, uulgo. 11. περιλειμμάτων] scripsi; περιλιματων F; περιλημμάτων uulgo. 17. *ΓΕΖ*] scripsi; om. F, uulgo ob praecedens *ΗΕΖ*; *ΖΕΓ* ed. Basil., Torellius. 21. περιλειμμάτων] *scripsi*; περιλημματων F (altero μ suprascripto manu 1), uulgo.

habentem *E* punctum, et superficiem conicam, quae est inter lineas *AE*, *EΓ*, una cum segmento *ABΓ*, et terminum habeant eandem perimetrum trianguli *AEΓ*, adparet, superficiem pyramidis praeter triangulum *AEΓ* maiorem esse conica superficie una cum segmento *ABΓ* [λαμβ. 4]. subtrahatur segmentum *ABΓ* commune. itaque qui reliqui sunt trianguli *AHE*, *HEZ*, *ZEΓ* una cum spatiis relictis *AHBK*, *BZΓΛ*, maiores sunt superficie conica, quae est inter lineas *AE*, *EΓ* [Eucl. I κοιν. ἐνν. 5]. spatium autem *Θ* non minus est spatiis relictis *AHBK*, *BZΓΛ*. itaque trianguli *AHE*, *HEZ*, *ZEΓ* una cum spatio *Θ* multo maiores erunt superficie conica, quae inter lineas *AE*, *EΓ* est. sed [ex hypothesi] sunt:

$$AHE + HEZ + \Gamma EZ + \Theta = AE\Delta + \Delta E\Gamma.$$

itaque trianguli *AEΔ*, *ΔEΓ* maiores erunt conica superficie, quam commemorauimus.

sit igitur *Θ* spatium minus quam spatia relicta. si igitur deinceps polygona circum segmenta[1]) circumscripserimus eodem modo [ut supra p. 40, 2] ambitus relictos in duas partes aequales diuidentes et lineas contingentes ducentes, relinquemus quaedam spatia minora spatio *Θ*[2]). relinquantur et sint *AMK*, *KNB*, *BΞΛ*, *ΛOΓ* minora spatio *Θ*, et lineae ad *E* punctum

1) Debebat esse *τὸ τμῆμα*, et ex Eutocio adparet, Archimedem lin. 21 scripsisse: *περιγράφοντες δὴ πολύγωνα περὶ τὸ τμῆμα*.

2) Ex prop. 6 p. 24, 8. ceterum ex Eutocio comperimus, Archimedem lin. 24 scripsisse: *ἀποτμήματα ἐλάσσονα τοῦ Θ χωρίου*.

24. *ἀπολείμματα*] scripsi; *απολιμματα* F altero μ suprascripto *manu 1*; *ἀπολήμματα* ed. Basil.; *ἀποτμήματα* Torellius.

ΗΕΖ, ΖΕΓ τρίγωνα τῶν ΑΕΜ, ΜΕΝ, ΝΕΞ, ΞΕΟ, ΟΕΓ τριγώνων ἔσται μείζονα· αἵ τε γὰρ βάσεις τῶν βάσεών εἰσι μείζους καὶ τὸ ὕψος ἴσον. ἔτι δὲ πάλιν ὁμοίως μείζονα ἔχει ἐπιφάνειαν ἡ πυραμὶς ἡ βάσιν μὲν ἔχουσα τὸ ΑΜΝΞΟΓ πολύγωνον, κορυφὴν δὲ τὸ Ε χωρὶς τοῦ ΑΕΓ τριγώνου τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν ΑΕΓ μετὰ τοῦ ΑΒΓ τμήματος. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΑΒΓ τμῆμα. λοιπὰ ἄρα τὰ ΑΕΜ, ΜΕΝ, ΝΕΞ, ΞΕΟ, ΟΕΓ τρίγωνα μετὰ τῶν ΑΜΚ, ΚΝΒ, ΒΞΛ, ΛΟΓ περιλειμμάτων μείζονα ἔσται τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν ΑΕΓ. ἀλλὰ τῶν μὲν εἰρημένων περιλειμμάτων μεῖζόν ἐστιν τὸ Θ χωρίον, τῶν δὲ ΑΕΜ, ΜΕΝ, ΝΕΞ, ΞΕΟ, ΟΕΓ τριγώνων μείζονα ἐδείχθη τὰ ΑΕΗ, ΗΕΖ, ΖΕΓ τρίγωνα. πολλῷ ἄρα τὰ ΑΕΗ, ΗΕΖ, ΖΕΓ τρίγωνα μετὰ τοῦ Θ χωρίου, τουτέστι τὰ ΑΔΕ, ΔΕΓ τρίγωνα, μείζονά ἐστιν τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν ΑΕΓ εὐθειῶν.

ια΄.

Ἐὰν ἐν ἐπιφανείᾳ ὀρθοῦ κυλίνδρου δύο εὐθεῖαι ὦσιν, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου ἡ μεταξὺ τῶν εὐθειῶν μείζων ἐστὶν τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ περιεχομένου ὑπό τε τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου εὐθειῶν καὶ τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰ πέρατα αὐτῶν.

ἔστω κύλινδρος ὀρθός, οὗ βάσις μὲν ὁ ΑΒ κύκλος, ἀπεναντίον δὲ ὁ ΓΔ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΓ, ΒΔ.

---

3. *καὶ τὸ ὕψος* om. F, uulgo; *τὸ δὲ ὕψος* ed. Basil., Torellius. 10. *περιλημματων* F, uulgo. 12. *περιλειμμάτων*] scripsi; *περιλιματων* F; *περιλημμάτων* uulgo. 14. *ΑΕΗ*] *ΔΕΗ* F; *corr. Torellius.* 16. *ΔΕΓ*] *ΔΕC* F. 19. *ιβ΄* F.

ducantur[1]). rursus igitur adparet, triangulos *AHE*, *HEZ*, *ZEΓ* maiores futuros esse triangulis *AEM*, *MEN*, *NEΞ*, *ΞEO*, *OEΓ*; nam bases maiores sunt basibus [*λαμβ.* 2], et altitudines aequales [u. p. 41, 8]. porro autem rursus, uti supra [p. 42, 1], pyramis basim habens polygonum *AMNΞOΓ*, uerticem autem *E* punctum praeter triangulum *AEΓ* superficiem maiorem habet coni superficie, quae est inter lineas *AE*, *EΓ*, cum segmento *ABΓ* [*λαμβ.* 4]. subtrahatur, quod commune est segmentum *ABΓ*. itaque qui relinquuntur trianguli *AEM*, *MEN*, *NEΞ*, *ΞEO*, *OEΓ* cum spatiis relictis *AMK*, *KNB*, *BΞΛ*, *ΛOΓ*, maiores erunt conica superficie, quae est inter lineas *AE*, *EΓ* [Eucl. I *κοιν. ἐνν.* 5]. sed spatiis relictis, quae commemorauimus, maius est spatium *Θ* [ex hypothesi], et demonstratum est, triangulis *AEM*, *MEN*, *NEΞ*, *ΞEO*, *OEΓ* maiores esse triangulos *AEH*, *HEZ*, *ZEΓ*. itaque trianguli *AEH*, *HEZ*, *ZEΓ* cum *Θ* spatio, h. e. trianguli *AΔE*, *ΔEΓ*, multo maiores sunt superficie conica, quae est inter lineas *AE*, *EΓ*.

XI.

Si in superficie cylindri recti duae lineae sunt, superficies cylindri, quae inter eas est, maior est parallelogrammo, quod a lineis in superficie cylindri ductis et lineis terminos earum iungentibus continetur.

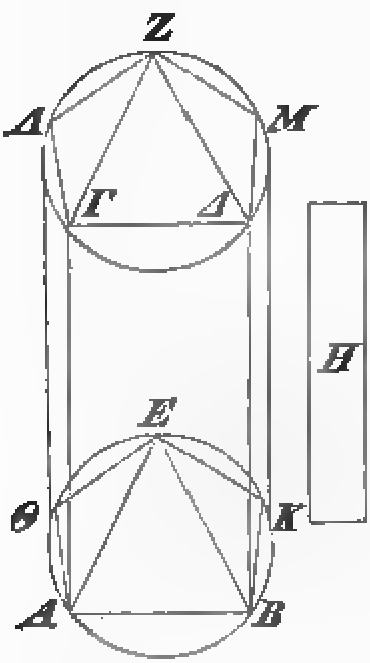
sit cylindrus rectus, cuius basis sit circulus *AB*, ei autem oppositus *ΓΔ* circulus, et ducantur lineae *AΓ*,

---

1) Archimedes *scripserat:* *ἐπεζεύχθωσαν* p. 42, 25; de omisso *uerbo* *εὐθεῖαι* *cfr. quae collegi* Neue Jahrb. Suppl. XI p. 372.

λέγω, ὅτι ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν *ΑΓ*, *ΒΔ* εὐθειῶν μείζων ἐστὶν τοῦ *ΑΓΒΔ* παραλληλογράμμου.

τετμήσθω γὰρ ἑκατέρα τῶν *ΑΒ*, *ΓΔ* δίχα κατὰ τὰ *Ε*, *Ζ* σημεῖα, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ *ΑΕ*, *ΕΒ*, *ΓΖ*, *ΖΔ*. καὶ ἐπεὶ αἱ *ΑΕ*, *ΕΒ* τῆς *ΑΒ* [διαμέτρου] μείζους εἰσίν, καί ἐστιν ἰσοϋψῆ τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπ' αὐτῶν, μείζονα οὖν ἐστιν τὰ παραλληλόγραμμα, ὧν [αἱ] βάσεις μὲν αἱ *ΑΕ*, *ΕΒ*, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, τοῦ *ΑΒΔΓ* παραλληλογράμμου. τίνι ἄρα μείζονά ἐστιν; ἔστω τῷ *Η* χωρίῳ. τὸ δὴ *Η* χωρίον ἤτοι ἔλασσον τῶν *ΑΕ*, *ΕΒ*, *ΓΖ*, *ΖΔ* ἐπιπέδων ἐστὶ τμημάτων ἢ οὐκ ἔλασσον. ἔστω πρότερον μὴ ἔλασσον. καὶ ἐπεὶ ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν *ΑΓ*, *ΒΔ* εὐθειῶν καὶ τὰ *ΑΕΒ*, *ΓΖΔ* τμήματα πέρας ἔχει τὸ τοῦ *ΑΓΒΔ* παραλληλογράμμου ἐπίπεδον, ἀλλὰ καὶ ἡ συγκειμένη ἐπιφάνεια ἐκ τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ *ΑΕ*, *ΕΒ*, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, καὶ τῶν *ΑΕΒ*, *ΓΖΔ* τριγώνων πέρας ἔχει τὸ τοῦ *ΑΒΔΓ* παραλληλογράμμου ἐπίπεδον, καὶ ἡ ἑτέρα τὴν ἑτέραν περιλαμβάνει, καὶ ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαί εἰσιν, μείζων οὖν ἐστιν ἡ



2. *ΑΓΔΒ* Torellius. 4. *ΓΔ*] περιφερειῶν add. ed. Basil., Torellius. 6. διαμέτρου, per se falsum, sed ad figuram codicum adcommodatum, om. ed. Basil., Torellius. 9. αἱ] *deleo.* βάσεις] βασ cum compendio syllabae ις uel ης F. 15. ἡ] *addidi.* 17. τμήματα] τριγωνα F; corr. Torellius.

$B\Delta$. dico, superficiem cylindricam lineis $A\Gamma$, $B\Delta$ abscisam maiorem esse parallelogrammo $A\Gamma B\Delta$.

secetur enim uterque [ambitus][1]) AB, $\Gamma\Delta$ in duas partes aequales punctis E, Z, et ducantur lineae AE, EB, ΓZ, $Z\Delta$. et quoniam $AE + EB > AB$ [Eucl. I, 20], et parallelogramma in iis posita eandem habent altitudinem [quia rectus est cylindrus], parallelogramma igitur, quorum bases sunt lineae AE, EB, altitudo uero eadem, quae cylindri est, maiora sunt $AB\Delta\Gamma$ parallelogrammo [Eucl. VI, 1]. quo autem spatio maiora sunt, sit H spatium.[2]) Itaque spatium H aut minus est segmentis planis AE, EB, ΓZ, $Z\Delta$, aut non minus. prius sit ne minus. et quoniam superficies cylindrica lineis $A\Gamma$, $B\Delta$ abscisa cum segmentis AEB, $\Gamma Z\Delta$ terminum habet planum parallelogrammi $A\Gamma B\Delta$, superficies autem ex parallelogrammis, quorum bases sunt AE, EB lineae, altitudo autem eadem, quae cylindri est, et ex triangulis AEB, $\Gamma Z\Delta$ composita et ipsa terminum habet planum parallelogrammi $AB\Delta\Gamma$, et altera alteram comprehendit, et utraque in eandem partem caua est,

1) Hoc uerbum Archimedes ipse uix omiserat, praesertim cum eo non addito AB, $\Gamma\Delta$ necessario de lineis rectis acciperentur.

2) Formam horum uerborum (lin. 10—11) putidam genuinam non esse, nemo non sentit. puto Archimedem, ut prop. 10 p. 40, 16, scripsisse: ᾧ δὲ μείζονά ἐστιν, ἔστω τὸ H χωρίον. Etiam in sequentibus hic illic quaedam a falsario addita esse suspicor.

18. $AB\Delta\Gamma$ Torellius. 21. βάσεις] βασις F; corr. Torellius (BD? cfr. Torellius p. 432 ad 84, 19). 23. τῶν] scripsi; τα F, uulgo. 24. τριγώνων] scripsi; επιπεδα F; τρίγωνα BD, ed. Basil., Torellius. 26. ἡ] addidi. 27. κοιλα F; corr. B.

ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν καὶ τὰ ΑΕΒ, ΓΖΔ ἐπίπεδα τμήματα τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τῶν παραλληλογράμμων, ὧν [αἱ] βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, καὶ τῶν ΑΕΒ, ΓΖΔ τριγώνων. κοινὰ ἀφῃρήσθω τὰ ΑΕΒ, ΓΖΔ τρίγωνα. λοιπὴ οὖν ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν καὶ τὰ ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ ἐπίπεδα τμήματα μείζονά ἐστι τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. τὰ δὲ παραλληλόγραμμα, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, ἴσα ἐστὶν τῷ ΑΓΒΔ παραλληλογράμμῳ καὶ τῷ Η χωρίῳ. λοιπὴ ἄρα ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν μείζων ἐστὶ τοῦ ΑΓΒΔ παραλληλογράμμου.

ἀλλὰ δὴ ἔστω ἔλασσον τὸ Η χωρίον τῶν ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ ἐπιπέδων τμημάτων· καὶ τετμήσθω ἑκάστη τῶν ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ περιφερειῶν δίχα κατὰ τὰ Θ, Κ, Λ, Μ σημεῖα, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ [τῶν δὲ ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ ἄρα ἐπιπέδων τμημάτων ἀφαιρεῖται οὐκ ἔλασσον ἢ τὸ ἥμισυ τὰ ΑΘΕ, ΕΚΒ, ΓΛΖ, ΖΜΔ τρίγωνα]. τούτου οὖν ἑξῆς γινομένου καταλειφθήσεταί τινα τμήματα, ἃ ἔσται ἐλάσσονα τοῦ Η χωρίου. καταλελείφθω καὶ ἔστω τὰ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ.

---

4. αἱ] deleo. βάσεις] βασ cum compendio ις uel ης F. τό] τω F. αὐτό] αυτω F, sed corr. man. 1. 6. αφαιρησθω F; corr. Torellius. ΑΕΒ] ΕΒ F. 8. εὐθειῶν] ευθεια F. 10. βάσεις ut lin. 4 F. 11. τῷ] om. F; corr. AB. 12. βάσεις] βασις F; corr. BD. αὐτὸ τῷ] scripsi ex B; τῷ *om. F, uulgo.* 13. ΑΓΔΒ Torellius. 16. ΑΓΔΒ Torellius.

maior igitur est superficies cylindrica lineis $A\Gamma$, $B\Delta$ abscisa cum segmentis planis AEB, $\Gamma Z\Delta$, quam superficies ex parallelogrammis, quorum bases sunt AE, EB lineae, altitudo autem eadem, quae cylindri est, et triangulis AEB, $\Gamma Z\Delta$ composita [λαμβ. 4]. subtrahantur trianguli AEB, $\Gamma Z\Delta$ communes. itaque quae relinquitur superficies cylindrica lineis $A\Gamma$, $B\Delta$ abscisa cum segmentis planis AE, EB, ΓZ, $Z\Delta$, maior est superficie ex parallelogrammis composita, quorum bases sunt lineae AE, EB, altitudo autem eadem, quae cylindri est. haec autem parallelogramma aequalia sunt parallelogrammo $A\Gamma B\Delta$ una cum spatio H [ex hypothesi]. itaque quae relinquitur superficies cylindrica lineis $A\Gamma$, $B\Delta$ abscisa, maior est parallelogrammo $A\Gamma B\Delta$.[1])

sed rursus sit spatium H minus segmentis planis AE, EB, ΓZ, $Z\Delta$. et secentur ambitus AE, EB, ΓZ, $Z\Delta$ omnes in duas partes aequales punctis Θ, K, Λ, M, et ducantur lineae $A\Theta$, ΘE, EK, KB, $\Gamma\Lambda$, ΛZ, ZM, $M\Delta$.[2]) quod si deinceps fecerimus, relinquentur segmenta quaedam, quae minora erunt spatio H. relinquantur et sint $A\Theta$, ΘE, EK, KB, $\Gamma\Lambda$, ΛZ, ZM, $M\Delta$ segmenta. similiter igitur[3]) demonstrabimus parallе-

---

1) Quia ex hypothesi $H \gtreqless AE + EB + \Gamma Z + Z\Delta$ segmentis.

2) Uerba, quae sequuntur: τῶν δέ lin. 21 — τρίγωνα lin. 23 subditiua sunt. Archimedes tacite usus erat prop. 6 p. 24, 6, ubi de ea ipsa re, de qua in uerbis subditiuis agitur, Euclides citatur, demonstratione propria non addita; nec apud Archimedem quidquam inuenitur, unde colligatur

$$A\Theta E + EKB + \Gamma\Lambda Z + ZM\Delta \gtreqless \tfrac{1}{2}(AE + EB + \Gamma Z + Z\Delta).$$

praeterea offendunt particulae δέ et ἄρα coniunctae.

3) *Sc. ac supra p. 46, 8* ex Eucl. I, 20; VI, 1.

ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι τὰ παραλληλόγραμμα, ὧν βάσεις μὲν αἱ *ΑΘ*, *ΘΕ*, *ΕΚ*, *ΚΒ*, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, μείζονα ἔσται τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ *ΑΕ*, *ΕΒ*, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. καὶ ἐπεὶ ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν *ΑΓ*, *ΒΔ* εὐθειῶν καὶ τὰ *ΑΕΒ*, *ΓΖΔ* ἐπίπεδα τμήματα πέρας ἔχει τὸ τοῦ *ΑΓΒΔ* παραλληλογράμμου ἐπίπεδον, ἀλλὰ καὶ ἡ συγκειμένη ἐπιφάνεια ἐκ τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ *ΑΘ*, *ΘΕ*, *ΕΚ*, *ΚΒ*, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, καὶ τῶν *ΑΘΕΚΒ*, *ΓΛΖΜΔ* εὐθυγράμμων, κοινὰ ἀφῃρήσθω τὰ *ΑΘΕΚΒ*, *ΓΛΖΜΔ* εὐθύγραμμα· λοιπὴ ἄρα ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν *ΑΓ*, *ΒΔ* εὐθειῶν καὶ τὰ *ΑΘ*, *ΘΕ*, *ΕΚ*, *ΚΒ*, *ΓΛ*, *ΛΖ*, *ΖΜ*, *ΜΔ* ἐπίπεδα τμήματα μείζονά ἐστιν τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ *ΑΘ*, *ΘΕ*, *ΕΚ*, *ΚΒ*, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. τὰ δὲ παραλληλόγραμμα, ὧν βάσεις μὲν αἱ *ΑΘ*, *ΘΕ*, *ΕΚ*, *ΚΒ*, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, μείζονά ἐστιν τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ *ΑΕ*, *ΕΒ*, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ· καὶ ἡ ἀποτεμνομένη ἄρα κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν *ΑΓ*, *ΒΔ* εὐθειῶν καὶ τὰ *ΑΘ*, *ΘΕ*, *ΕΚ*, *ΚΒ*, *ΓΛ*, *ΛΖ*, *ΖΜ*, *ΜΔ* ἐπίπεδα τμήματα μείζονά ἐστιν τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ *ΑΕ*,

---

1. *των παραλληλογραμμων* F; corr. ed. Basil. *βασις* F; corr. BD. 3. *τα παραλληλογραμμα* F; corr. Cr., ed. Basil. 4. *βασις* F. *τῷ* om. F. 7. *ΑΓΔΒ* Torellius. 9. *βάσεις*] *βασις* F; corr. BD. *ὧν βάσεις μέν* in rasura F. 11. *κονα* F; corr. manus 2. 17. *βασ* cum compendio *ις* uel *ης* F; corr. BD. 18. *τῷ* om. F. *βασις* F; corr. BD. 21. *βάσεις* ut lin. 17 F; corr. BD. *αἱ* om. F. 25. *βάσεις* ut lin. 17 *F; corr. BD.*

logramma, quorum bases sint *ΑΘ*, *ΘΕ*, *ΕΚ*, *ΚΒ*, altitudo autem eadem, quae cylindri est, maiora futura esse parallelogrammis, quorum bases sint lineae *ΑΕ*, *ΕΒ*, altitudo autem eadem, quae cylindri est. et quoniam superficies cylindrica lineis *ΑΓ*, *ΒΔ* abscisa cum segmentis planis *ΑΕΒ*, *ΓΖΔ* terminum habet planum parallelogrammi *ΑΓΒΔ*, superficies autem ex parallelogrammis, quorum bases sunt lineae *ΑΘ*, *ΘΕ*, *ΕΚ*, *ΚΒ*, altitudo autem eadem, quae cylindri est, et figuris rectilineis *ΑΘΕΚΒ*, *ΓΛΖΜΔ* composita [et ipsa terminum habet planum parallelogrammi *ΑΓΒΔ*, maior igitur est superficies cylindrica lineis *ΑΓ*, *ΒΔ* abscisa cum segmentis planis *ΑΕΒ*, *ΓΖΔ* superficie ex parallelogrammis, quorum bases sunt lineae *ΑΘ*, *ΘΕ*, *ΕΚ*, *ΚΒ*, altitudo autem eadem, quae cylindri est, et figuris rectilineis *ΑΘΕΚΒ*, *ΓΛΖΜΔ* composita (*λαμβ.* 4)].[1]) subtrahantur figurae *ΑΘΕΚΒ*, *ΓΛΖΜΔ* communes. itaque quae relinquitur superficies cylindrica lineis *ΑΓ*, *ΒΔ* abscisa cum segmentis planis *ΑΘ*, *ΘΕ*, *ΕΚ*, *ΚΒ*, *ΓΛ*, *ΛΖ*, *ΖΜ*, *ΜΔ*, maior est superficie cylindrica ex parallelogrammis composita, quorum bases sunt lineae *ΑΘ*, *ΘΕ*, *ΕΚ*, *ΚΒ*, altitudo autem eadem, quae cylindri est. haec autem parallelogramma maiora sunt parallelogrammis, quorum bases sunt lineae *ΑΕ*, *ΕΒ*, altitudo autem

1) Post *εὐθυγράμμων* lin. 11 aut a transscriptore aut a librariis haec fere omissa esse puto: *πέρας ἔχει τὸ τοῦ ΑΓΒΔ παραλληλογράμμου ἐπίπεδον, μείζων οὖν ἐστιν ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν καὶ τὰ ΑΕΒ, ΓΖΔ ἐπίπεδα τμήματα τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, καὶ τῶν ΑΘΕΚΒ, ΓΛΖΜΔ εὐθυγράμμων (cfr. p. 46—48).*

ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. τὰ δὲ παραλληλόγραμμα, ὧν βάσεις μὲν αἱ ΑΕ, ΕΒ, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, ἴσα ἐστὶν τῷ ΑΔΓΒ παραλληλογράμμῳ καὶ τῷ Η χωρίῳ· καὶ ἡ ἀποτεμνομένη ἄρα κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν καὶ τὰ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ ἐπίπεδα τμήματα μείζονά ἐστιν τοῦ ΑΓΒΔ παραλληλογράμμου καὶ τοῦ Η χωρίου. ἀφαιρεθέντων δὲ τὰ ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ τμήματα τοῦ Η χωρίου ἐλάσσονα. λοιπὴ ἄρα ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ εὐθειῶν μείζων ἐστὶν τοῦ ΑΓΒΔ παραλληλογράμμου.

ιβʹ.

Ἐὰν ἐν ἐπιφανείᾳ κυλίνδρου τινὸς ὀρθοῦ δύο εὐθεῖαι ὦσιν, ἀπὸ δὲ τῶν περάτων τῶν εὐθειῶν ἀχθῶσίν τινες ἐπιψαύουσαι τῶν κύκλων, οἵ εἰσιν βάσεις τοῦ κυλίνδρου, ἐν τῷ ἐπιπέδῳ αὐτῶν οὖσαι καὶ συμπέσωσιν, τὰ παραλληλόγραμμα τὰ περιεχόμενα ὑπό τε τῶν ἐπιψαυουσῶν καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου μείζονα ἔσται τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου τῆς μεταξὺ τῶν εὐθειῶν τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου.

ἔστω κυλίνδρου τινὸς ὀρθοῦ βάσις ὁ ΑΒΓ κύκλος, καὶ ἔστωσαν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ δύο εὐθεῖαι, ὧν πέρατα τὰ Α, Γ· ἀπὸ δὲ τῶν Α, Γ ἤχθωσαν ἐπιψαύουσαι τοῦ κύκλου ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Η. νοείσθωσαν δὲ καὶ ἐν τῇ

---

2. *βασις* F. 3. *ΑΔΓΒ*] FB*; *ΑΔΒΓ* C*; *ΑΓΔΒ* uulgo. *παραλληλογραμμα* FC. 8. *ἀφαιρεθέντων*] scripsi; *αφαιρεθεντα* F, uulgo. 10. *λοιπον* F; corr. B. 12. *ΑΓΔΒ* Torellius. 13. *ιγʹ* F. 16. *βάσεις*] *βασ* cum compendio *ις* uel *ης* F; corr. D.

eadem, quae cylindri est. itaque etiam superficies cylindrica lineis $A\Gamma$, $B\Delta$ abscisa et segmenta plana $A\Theta$, ΘE, EK, KB, $\Gamma\Lambda$, ΛZ, ZM, $M\Delta$ maiora sunt parallelogrammis, quorum bases sunt AE, EB lineae, altitudo autem eadem, quae cylindri est. haec autem parallelogramma aequalia sunt parallelogrammo $A\Gamma B\Delta$ et spatio H [ex hypothesi]. itaque etiam superficies cylindrica lineis $A\Gamma$, $B\Delta$ abscisa cum segmentis planis $A\Theta$, ΘE, EK, KB, $\Gamma\Lambda$, ΛZ, ZM, $M\Delta$ maior est parallelogrammo $A\Gamma B\Delta$ cum H spatio. subtrahantur autem segmenta $A\Theta$, ΘE, EK, KB, $\Gamma\Lambda$, ΛZ, ZM, $M\Delta$ minora spatio H [p. 48, 25]. itaque quae relinquitur superficies cylindrica lineis $A\Gamma$, $B\Delta$ abscisa, maior est parallelogrammo $A\Gamma B\Delta$.

XII.

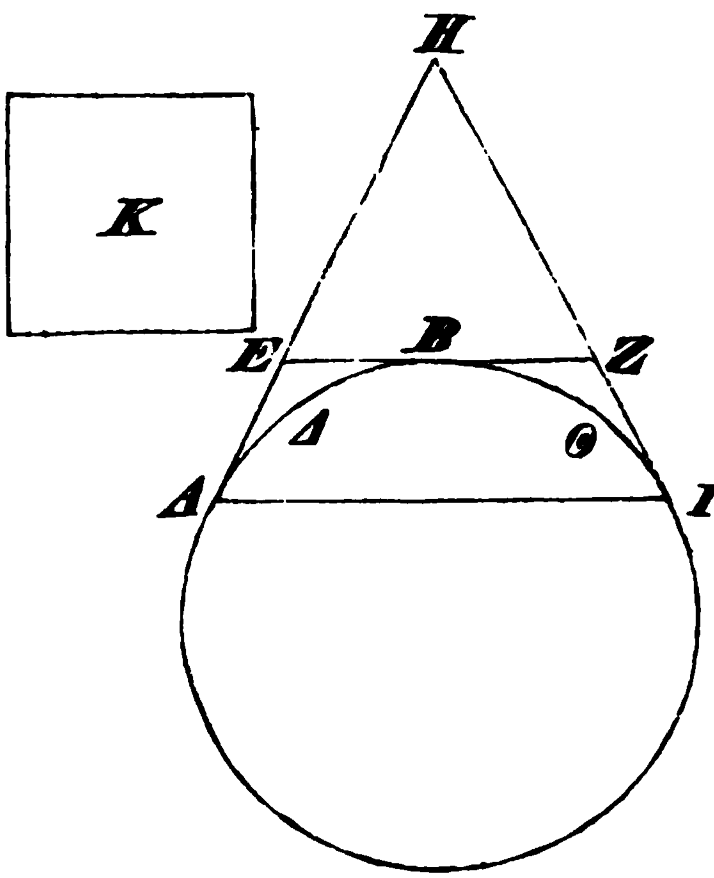
Si in superficie cylindri recti duae lineae datae sunt, et a terminis linearum ducuntur lineae circulos contingentes, qui bases sunt cylindri, in plano circulorum positae, et concurrunt[1]), parallelogramma, quae lineis contingentibus et lateribus cylindri continentur, maiora erunt superficie cylindri, quae inter lineas est in superficie cylindri ductas.

sit circulus $AB\Gamma$ basis cylindri recti, et in superficie eius duae lineae datae sint, quarum termini sint A, Γ puncta. ab A, Γ autem punctis ducantur lineae circulum contingentes in eodem plano positae, et concurrant in puncto H. fingantur autem etiam in altera

1) *Prop. 10 p. 38, 13* erat: καὶ συμπίπτουσαι.

ἑτέρᾳ βάσει τοῦ κυλίνδρου ἀπὸ τῶν περάτων τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ εὐθεῖαι ἠγμέναι ἐπιψαύουσαι τοῦ κύκλου. δεικτέον, ὅτι τὰ παραλληλόγραμμα τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν ἐπιψαυουσῶν καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου μείζονά ἐστι τῆς κατὰ τὴν *ΑΒΓ* περιφέρειαν ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου.

ἤχθω γὰρ ἡ *ΕΖ* ἐπιψαύουσα, καὶ ἀπὸ τῶν *Ε*, *Ζ* σημείων ἤχθωσάν τινες εὐθεῖαι παρὰ τὸν ἄξονα τοῦ κυλίνδρου ἕως τῆς ἐπιφανείας τῆς ἑτέρας βάσεως. τὰ δὴ παραλληλόγραμμα τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν *ΑΗ*, *ΗΓ* καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου μείζονά ἐστι τῶν παραλληλογράμμων τῶν περιεχομένων ὑπό τε τῶν *ΑΕ*, *ΕΖ*, *ΖΓ* καὶ τῆς πλευρᾶς τοῦ κυλίνδρου [ἐπεὶ γὰρ αἱ *ΕΗ*, *ΗΖ* τῆς *ΕΖ* μείζους εἰσίν, κοιναὶ προσκείσθωσαν αἱ *ΑΕ*, *ΖΓ*. ὅλαι ἄρα αἱ *ΗΑ*, *ΗΓ* μείζους εἰσὶν τῶν *ΑΕ*, *ΕΖ*, *ΖΓ*]. ᾧ δὴ μείζονά ἐστιν, ἔστω τὸ *Κ* χωρίον. τοῦ δὴ *Κ* χωρίου τὸ ἥμισυ ἤτοι μεῖζόν ἐστι τῶν σχημάτων τῶν περιεχομένων ὑπὸ τῶν *ΑΕ*, *ΕΖ*, *ΖΓ* εὐθειῶν καὶ τῶν *ΑΔ*, *ΔΒ*, *ΒΘ*, *ΘΓ* περιφερειῶν



---

1. περάτων τῶν] τῶν om. F; corr. Torellius. 2. Post ἐπιφανείᾳ fortasse addendum est εὐθειῶν, cogitatione saltem. 13. τῶν πλευρῶν Cr., ed. Basil., Torellius. 16. εἰσίν] ειναι F; corr. B. κοναι F; corr. manus 2 (?).

basi cylindri a terminis linearum in superficie ductarum lineae circulum contingentes ductae. demonstrandum, parallelogramma, quae lineis contingentibus et lateribus cylindri contineantur, maiora esse superficie cylindrica in ambitu $AB\Gamma$ posita.

ducatur enim EZ linea contingens[1]), et a punctis E, Z ducantur lineae axi cylindri parallelae usque ad[2]) superficiem[3]) alterius basis. itaque parallelogramma, quae lineis AH, $H\Gamma$ et lateribus cylindri continentur, maiora sunt parallelogrammis, quae lineis AE, EZ, $Z\Gamma$ et latere cylindri continentur.[4]) quo igitur maiora sunt spatio, sit K spatium. itaque dimidium spatii K aut maius est figuris, quae lineis AE, EZ, $Z\Gamma$ et arcubus $A\Delta$, ΔB, $B\Theta$, $\Theta\Gamma$ continentur, aut non maius. sit prius maius. superficiei autem, quae composita est ex parallelogrammis in lineis AE, EZ,

---

1) Post *ἐπιψαύουσα* lin. 7 Nizze addi uult: *δίχα τμηθείσης τῆς ΑΒΓ περιφερείας κατὰ τὸ Β*, et fortasse sic scripserat Archimedes.

2) Archimedes ipse particula *ἕως* hoc modo non utitur; quare puto eam a transscriptore pro *ἔστε πρὸς* uel *μέχρι* suppositam esse (Quaest. Arch. p. 70).

3) Puto Archimedem aut *τῆς ἐπιφανείας* omisisse aut *τοῦ ἐπιπέδου* scripsisse; neque enim apte commemoratur *ἡ ἐπιφάνεια τῆς βάσεως*, quasi *ἡ βάσις* solida sit.

4) Nam $EH + HZ > EZ$ (Eucl. I, 20)

$$\frac{\begin{array}{c} AE + Z\Gamma = AE + Z\Gamma \end{array}}{AH + H\Gamma > AE + EZ + Z\Gamma.}$$

itaque cum altitudo eadem sit, parallelogramma, quorum bases sunt AH, $H\Gamma$, maiora sunt parallelogrammis, quorum bases sunt AE, EZ, $Z\Gamma$ (Eucl. VI, 1). sed quae in Graecis addita sunt uerba lin. 14—20, ualde mihi suspecta sunt, quia Archimedes causam, qua nititur aliquid, praemittere solet, non postea addere. *etiam in sequentibus fortasse quaedam addita, quaedam mutata sunt.*

ἢ οὔ. ἔστω πρότερον μεῖζον. τῆς δὲ ἐπιφανείας τῆς συγκειμένης ἐκ τῶν παραλληλογράμμων τῶν κατὰ τὰς *ΑΕ*, *ΕΖ*, *ΖΓ* καὶ τοῦ *ΑΕΖΓ* τραπεζίου καὶ τοῦ κατεναντίον αὐτοῦ ἐν τῇ ἑτέρᾳ βάσει τοῦ κυλίνδρου πέρας ἐστὶν ἡ περίμετρος τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ κατὰ τὴν *ΑΓ*. ἔστιν δὲ καὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς συγκειμένης ἐκ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου τῆς κατὰ τὴν *ΑΒΓ* περιφέρειαν καὶ τῶν τμημάτων τοῦ τε *ΑΒΓ* καὶ τοῦ ἀπεναντίον αὐτοῦ πέρας ἡ αὐτὴ περίμετρος. αἱ οὖν εἰρημέναι ἐπιφάνειαι τὸ αὐτὸ πέρας ἔχουσαι τυγχάνουσιν, ὅπερ ἐστὶν ἐν ἐπιπέδῳ, καί εἰσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καί τινα μὲν περιλαμβάνει ἡ ἑτέρα αὐτῶν, τινὰ δὲ κοινὰ ἔχουσιν· ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἡ περιλαμβανομένη· ἀφαιρεθέντων οὖν κοινῶν τοῦ τε *ΑΒΓ* τμήματος καὶ τοῦ ἀπεναντίον αὐτοῦ ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου ἡ κατὰ τὴν *ΑΒΓ* περιφέρειαν τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας ἔκ τε τῶν παραλληλογράμμων τῶν κατὰ τὰς *ΑΕ*, *ΕΖ*, *ΖΓ* καὶ τῶν σχημάτων τῶν *ΑΕΒ*, *ΒΖΓ* καὶ τῶν ἀπεναντίον αὐτῶν. αἱ δὲ τῶν εἰρημένων παραλληλογράμμων ἐπιφάνειαι μετὰ τῶν εἰρημένων σχημάτων ἐλάττους εἰσὶν τῆς ἐπιφανείας τῆς συγκειμένης ἐκ τῶν παραλληλογράμμων τῶν κατὰ τὰς *ΑΗ*, *ΗΓ* [μετὰ γὰρ τοῦ *Κ* μείζονος ὄντος τῶν σχημάτων ἴσαι ἦσαν αὐτοῖς]. δῆλον οὖν, ὅτι τὰ παραλληλόγραμμα τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν *ΑΗ*, *ΓΗ* καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου μείζονά ἐστι τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου τῆς κατὰ τὴν *ΑΒΓ* περιφέρειαν. εἰ δὲ μή ἐστι μεῖζον τὸ ἥμισυ τοῦ *Κ* χωρίου τῶν εἰρημένων

3. τραπεζειου F. 4. κατεναντίον] ἀπεναντίον? ἐν τῇ om. F; corr. A. 13. ἐλάσσων] ελασσω̄ F. 17. περιφερειας F per *compendium*; corr. A. 19. *ΑΕΒ*, *ΒΖΓ*] *ΑΕ*, *ΕΒ*, *ΒΖ*, *ΖΓ* F.

ΖΓ positis et trapezio *ΑΕΖΓ* et trapezio ei opposito, quod in altera basi est cylindri, terminus est perimetrus parallelogrammi in linea *ΑΓ* positi. eadem autem perimetrus terminus est superficiei compositae ex superficie cylindri in ambitu *ΑΒΓ* posita et segmento *ΑΒΓ* et segmento ei opposito. itaque superficies, quas commemorauimus, eundem terminum habent in plano positum, et utraque in eandem partem caua est, et altera earum quaedam comprehendit, quaedam cum altera communia habet. minor igitur ea est, quae comprehenditur [λαμβ. 4]. si igitur segmentum *ΑΒΓ* et segmentum ei oppositum utrique communia subtrahimus, minor est superficies cylindri in ambitu *ΑΒΓ* posita superficie composita ex parallelogrammis in lineis *ΑΕ*, *ΕΖ*, *ΖΓ* positis et figuris *ΑΕΒ*, *ΒΖΓ* et figuris iis oppositis. sed superficies parallelogrammorum, quae commemorauimus, cum figuris *ΑΕΒ*, *ΒΖΓ* et figuris iis oppositis minores sunt superficie composita ex parallelogrammis in lineis *ΑΗ*, *ΗΓ* positis.[1]) quare adparet, parallelogramma, quae lineis *ΑΗ*, *ΓΗ* et lateribus cylindri contineantur, maiora esse superficie cylindri in ambitu *ΑΒΓ* posita. — sin non maius est dimidium spatii *Κ* figuris, quas commemorauimus,

1) Nam parallelogr. $ΑΗ + ΗΓ =$ parallelogr. $ΑΕ + ΕΖ + ΖΓ + Κ$ (ex hypothesi), et $\frac{1}{2}Κ > ΑΕΒΔ + ΒΖΓΘ$; itaque $Κ > ΑΕΒΔ + ΒΖΓΘ$ cum figuris iis oppositis. sed uerba sequentia lin. 23—24 suspecta sunt; cfr. p. 55 not. 4; praeterea offendit *αὐτοῖς* (h. e. *τοῖς παραλληλογράμμοις τοῖς κατὰ τὰς ΑΗ, ΗΓ*) pro *αὐτῇ* (h. e. superficiei ex iis compositae; lin. 24).

corr. ed. *Basil.* „*et ex portionibus* plani contentis ab arcubus *et lineis rectis a e, e b, b f, f c*“ Cr.

σχημάτων, ἀχθήσονται εὐθεῖαι ἐπιψαύουσαι τοῦ τμήματος, ὥστε γενέσθαι τὰ περιλειπόμενα σχήματα ἐλάσσονα τοῦ ἡμίσους τοῦ Κ, καὶ τὰ ἄλλα κατὰ τὰ αὐτὰ τοῖς ἔμπροσθεν δειχθήσεται.

τούτων δὲ δεδειγμένων φανερόν ἐστιν [ἐκ τῶν προειρημένων], ὅτι, ἐὰν εἰς κῶνον ἰσοσκελὴ πυραμὶς ἐγγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τὴς βάσεως ἐλάσσων ἐστὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας·

[ἕκαστον γὰρ τῶν περιεχόντων τὴν πυραμίδα τριγώνων ἔλασσόν ἐστι τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν τοῦ τριγώνου πλευρῶν· ὥστε καὶ ὅλη ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου χωρὶς τῆς βάσεως.]

καὶ ὅτι, ἐὰν περὶ κῶνον ἰσοσκελὴ πυραμὶς περιγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου χωρὶς τῆς βάσεως [κατὰ τὸ συνεχὲς ἐκείνῳ].

φανερὸν δὲ ἐκ τῶν ἀποδεδειγμένων, ὅτι τε, ἐὰν εἰς κύλινδρον ὀρθὸν πρῖσμα ἐγγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος ἡ ἐκ τῶν παραλληλογράμμων συγκειμένη ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου χωρὶς τῆς βάσεως·

[ἔλασσον γὰρ ἕκαστον παραλληλόγραμμον τοῦ πρίσματός ἐστι τῆς καθ' αὐτὸ τοῦ κυλίνδρου ἐπιφανείας.]

---

1. τμήματος] Nizze; σχηματος F, uulgo; κύκλου σχήματος ed. Basil., Torellius. 3. κατά] addidi; om. F, uulgo. 5. δέ] scripsi; δη F, uulgo. ἐστιν ἐκ] scripsi; επι μεν F, uulgo. 10. ελασσων F; corr. C. 11. ἡ] addidi; om. F, uulgo. 16. μειζω F.

ducentur lineae segmentum contingentes, ita ut figurae relictae minores sint dimidio spatii *K* [prop. 6 p. 23, 6]. et cetera eodem modo, quo supra [prop. 11 p. 49], demonstrabuntur.

His autem demonstratis adparet[1]), si cono aequicrurio inscribatur pyramis, superficiem pyramidis praeter basim minorem esse superficie conica.

[nam unusquisque triangulorum pyramidem comprehendentium minor est superficie conica, quae est inter latera trianguli [prop. 9]; quare etiam tota superficies pyramidis praeter basim minor est coni superficie praeter basim].

et, si circum conum aequicrurium pyramis circumscribatur, superficiem pyramidis praeter basim maiorem esse coni superficie praeter basim [prop. 10].[2])

adparet autem ex iis, quae demonstrauimus, et, si cylindro recto prisma inscribatur, superficiem prismatis ex parallelogrammis compositam minorem esse superficie cylindri praeter bases.[3])

[nam unumquodque parallelogrammum minus est cylindri superficie ad id pertinenti] [prop. 11].[4])

---

1) *ἐκ τῶν προειρημένων* subditiua esse puto, quia idem iam dictum est uerbis praecedentibus: *τούτων δεδειγμένων*.

2) *κατὰ τὸ συνεχὲς ἐκείνῳ* (h. e. propter sequentem propositionem) Archimedea esse non puto, maxime ob *ἐκείνῳ* (h. e. illi proportioni, qua nitebatur lemma praecedens) obscure et neglegenter dictum.

3) Archimedes hic et pag. 60 linn. 4, 7, 17 scripserat *τῶν βάσεων* (Qu. Arch. p. 73).

4) Hanc demonstrationem et similem supra lin. 9—13 subditiuas esse suspicor; turbant enim sententiarum nexum (*τε* —*καί* lin. 18—60, 1), nec intellegitur, aut cur additae sint, cum supra dictum sit: *φανερὸν ἐκ τῶν δεδειγμένων* (p. 58, 5 et 18), aut cur Archimedes, si eas addere uoluerit, non ceteris duobus lemmatis etiam (p. 58, 14; p. 60, 1) demonstrationes adiunxerit.

καὶ ὅτι, ἐὰν περὶ κύλινδρον ὀρθὸν πρῖσμα περιγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος ἡ ἐκ τῶν παραλληλογράμμων συγκειμένη μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου χωρὶς τῆς βάσεως.

ιγ'.

Παντὸς κυλίνδρου ὀρθοῦ ἡ ἐπιφάνεια χωρὶς τῆς βάσεως ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον λόγον ἔχει τῆς πλευρᾶς τοῦ κυλίνδρου καὶ τῆς διαμέτρου τῆς βάσεως τοῦ κυλίνδρου.

ἔστω κυλίνδρου τινὸς ὀρθοῦ βάσις ὁ Α κύκλος, καὶ ἔστω τῇ μὲν διαμέτρῳ τοῦ Α κύκλου ἴση ἡ ΓΔ, τῇ δὲ πλευρᾷ τοῦ κυλίνδρου ἡ ΕΖ· ἐχέτω δὲ μέσον λόγον τῶν ΔΓ, ΕΖ ἡ Η, καὶ κείσθω κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ Η ὁ Β. δεικτέον, ὅτι ὁ Β κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου χωρὶς τῆς βάσεως.

εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσος, ἤτοι μείζων ἐστὶ ἢ ἐλάσσων. ἔστω πρότερον, εἰ δυνατόν, ἐλάσσων. δύο δὴ μεγεθῶν ὄντων ἀνίσων τῆς τε ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου καὶ τοῦ Β κύκλου δυνατόν ἐστιν εἰς τὸν Β κύκλον ἰσόπλευρον πολύγωνον ἐγγράψαι καὶ ἄλλο περιγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου πρὸς τὸν Β κύκλον. νοείσθω δὴ περιγεγραμμένον καὶ ἐγγεγραμμένον, καὶ περὶ τὸν Α κύκλον περιγεγράφθω εὐθύγραμμον ὅμοιον τῷ περὶ τὸν Β περιγεγραμμένῳ, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τοῦ εὐθυγράμμου πρῖσμα· ἔσται

---

1. *καί* om. F; corr. B*. 5. *ιδ'* F. 12. *εχετο* F; corr. BC*. 19. *ανισσων* F. 21. *ἐγγράψαι*] alterum *γ* in F supra *scriptum est manu 1.*

et, si circum cylindrum rectum prisma circumscribatur, superficiem prismatis ex parallelogrammis composita maiorem esse cylindri superficie praeter bases[1]) [prop. 12].

XIII.

Cuiusuis cylindri recti superficies praeter bases[1]) aequalis est circulo, cuius radius media est proportionalis[2]) inter latus cylindri et diametrum basis cylindri.[3])

sit *A* circulus basis cylindri recti, et sit linea *ΓΔ* aequalis diametro circuli *A*, et linea *EZ* aequalis lateri cylindri. linea autem *H* media sit proportionalis[2]) inter *ΔΓ*, *EZ* lineas. et ponatur *B* circulus, cuius radius aequalis sit lineae *H*. demonstrandum, circulum *B* aequalem esse superficiei cylindri praeter bases.[1])

nam nisi aequalis est, aut maior est aut minor. sit prius, si fieri potest, minor. datis igitur duabus magnitudinibus inaequalibus, superficie cylindri et circulo *B*, fieri potest, ut circulo *B* inscribatur polygonum aequilaterum, et aliud circumscribatur, ita ut polygonum circumscriptum ad inscriptum rationem minorem habeat, quam superficies cylindri ad circulum *B* [prop. 5]. fingatur igitur circumscriptum et inscriptum circulo *B*, et circum *A* circulum circumscriptum polygonum simile figurae circum *B* circulum circumscriptae[4]), et

1) Archimedes hic et linn. 4, 7, 17 scripserat τῶν βάσεων (Qu. Arch. p. 73).

2) Archimedes hic et lin. 12—13 scripsit μέση ἀνάλογόν ἐστι (Quaest. Arch. p. 70).

3) Hanc propositionem ut tertiam decimam citat Pappus I p. 394, 11.

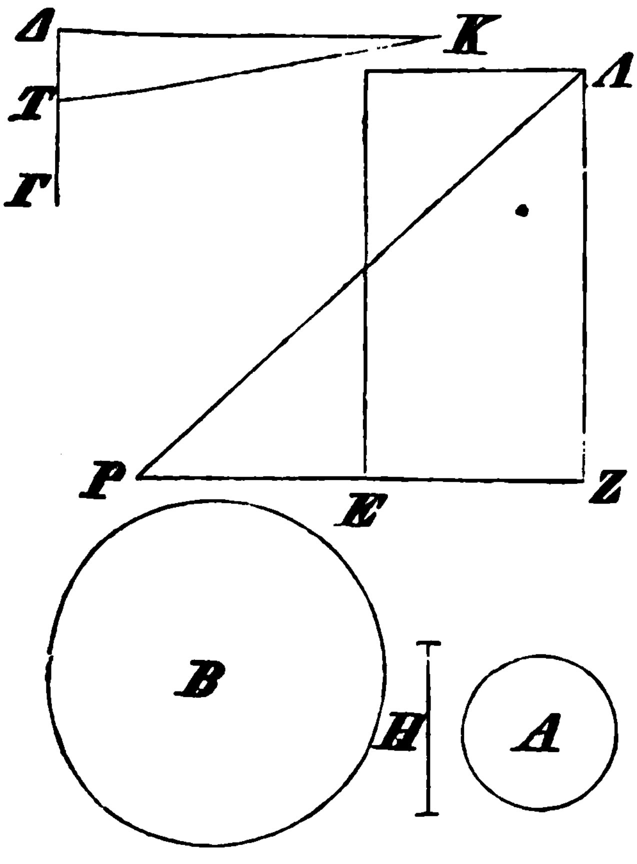
4) Lin. 24 sq. *Archimedes* scripserat: νοείσθω δὴ εἰς τὸν B κύκλον περιγεγραμμένον καὶ ἐγγεγραμμένον, καὶ περὶ τὸν A

δὴ περὶ τὸν κύλινδρον περιγεγραμμένον. ἔστω δὲ καὶ τῇ περιμέτρῳ τοῦ εὐθυγράμμου τοῦ περὶ τὸν Α κύκλον ἴση ἡ ΚΔ, καὶ τῇ ΚΔ ἴση ἡ ΔΖ· τῆς δὲ ΓΔ ἡμίσεια ἔστω ἡ ΓΤ. ἔσται δὴ τὸ ΚΔΤ τρίγωνον ἴσον τῷ περιγεγραμμένῳ εὐθυγράμμῳ περὶ τὸν Α κύκλον [ἐπειδὴ βάσιν μὲν ἔχει τῇ περιμέτρῳ ἴσην, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Α κύκλου], τὸ δὲ ΕΔ παραλληλόγραμμον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πρίσματος τοῦ περὶ τὸν κύλινδρον περιγεγραμμένου [ἐπειδὴ περιέχεται ὑπὸ τῆς πλευρᾶς τοῦ κυλίνδρου καὶ τῆς ἴσης τῇ περιμέτρῳ τῆς βάσεως τοῦ πρίσματος]. κείσθω δὴ τῇ ΕΖ ἴση ἡ ΕΡ. ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ ΖΡΔ τρίγωνον τῷ ΕΔ παραλληλογράμμῳ, ὥστε καὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πρίσματος. καὶ ἐπεὶ ὅμοιά ἐστι τὰ εὐθύγραμμα τὰ περὶ τοὺς Α, Β κύκλους περιγεγραμμένα, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον [τὰ εὐθύγραμμα], ὅνπερ αἱ ἐκ τῶν κέντρων δυνάμει. ἕξει ἄρα τὸ ΚΤΔ τρίγωνον πρὸς τὸ περὶ τὸν Β κύκλον εὐθύγραμμον λόγον, ὃν ἡ ΤΔ πρὸς τὴν Η δυνάμει [αἱ γὰρ ΤΔ, Η ἴσαι εἰσὶν ταῖς ἐκ τοῦ κέντρου]. ἀλλ' ὃν ἔχει λόγον ἡ ΤΔ πρὸς Η δυνάμει, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ἡ ΤΔ πρὸς ΡΖ μήκει [ἡ γὰρ Η τῶν ΤΔ, ΡΖ μέση ἐστὶ ἀνάλογον διὰ τὸ καὶ τῶν ΓΔ, ΕΖ· πῶς δὲ τοῦτο; ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΔΤ τῇ ΤΓ, ἡ δὲ ΡΕ τῇ ΕΖ, διπλασία ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΔ τῆς ΤΔ, καὶ ἡ ΡΖ τῆς ΡΕ. ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΓΔ πρὸς ΔΤ, οὕτως ἡ ΡΖ πρὸς ΖΕ. τὸ ἄρα ὑπὸ

---

1. δέ] scripsi; δη F, uulgo. 5. τῷ] το F. 19. τὴν Η] το Η F. ἐκ τοῦ κέντρου] per compendium FC, quod in loco interpolato ferendum est; ἐκ τῶν κέντρων uulgo; „ex centris“ Cr. 20. πρὸς Η] πρὸς τὴν Η ed. Basil., Torellius. 25. ὡς ἡ ΓΔ] F; ὡς ἡ ΔΓ uulgo.

in eo construatur prisma; erit igitur circum cylindrum circumscriptum. praeterea autem aequalis sit linea $K\varDelta$ perimetro figurae rectilineae circum A circulum circumscriptae, et lineae $K\varDelta$ aequalis $\varLambda Z$ linea; lineae autem $\Gamma\varDelta$ dimidium sit ΓT linea. itaque triangulus $K\varDelta T$ aequalis erit figurae circum A circulum circumscriptae[1]), parallelogrammum autem $E\varLambda$ superficiei prismatis circum cylindrum circumscripti.[2]) ponatur igitur lineae EZ aequalis EP linea. itaque triangulus $ZP\varLambda$ aequalis est parallelogrammo $E\varLambda$ [Eucl. I, 41]; quare etiam superficiei prismatis. et quoniam similes sunt figurae rectilineae circum A, B circulos circumscriptae, eandem rationem habebunt[3]), quam radii quadrati [u. Eutocius]. habebit igitur triangulus $KT\varDelta$ ad figuram rectilineam circum B circulum circumscriptam eandem rationem, quam $T\varDelta^2 : H^2$ [quia $T\varDelta$, H radiis aequales sunt ex hypothesi].



κύκλον περιγεγραμμένον ὅμοιον τῷ περὶ τὸν Β περιγεγραμμένῳ; u. Eutocius.

1) Quia basis $K\varDelta$ aequalis est perimetro polygoni, altitudo autem $\varDelta T$ aequalis radio circuli A siue radio minori polygoni; cfr. Zeitschr. f. Math. u. Physik, hist.-litt. Abth. XXIV p. 180 nr. 12.

2) Quia basis EZ aequalis est perimetro polygoni, quod prismatis basis est, altitudo autem $\varLambda Z$ aequalis lateri cylindri.

3) τὰ εὐθύγραμμα lin. 16 deleri uoluit Torellius, probante

τῶν ΓΔ, ΕΖ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΤΔ, ΡΖ. τῷ δὲ ὑπὸ τῶν ΓΔ, ΕΖ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ Η. καὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΤΔ, ΡΖ ἄρα ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς Η. ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΤΔ πρὸς Η, οὕτως ἡ Η πρὸς ΡΖ. ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΤΔ πρὸς ΡΖ, τὸ ἀπὸ τῆς ΤΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Η. ἐὰν γὰρ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ἔστιν, ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας εἶδος τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένον]. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ ΤΔ πρὸς ΡΖ μήκει, τοῦτον ἔχει τὸ ΚΤΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΡΛΖ [ἐπειδήπερ ἴσαι εἰσὶν αἱ ΚΔ, ΛΖ]. τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ ΚΤΔ τρίγωνον πρὸς τὸ εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένον, ὅνπερ τὸ ΤΚΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΡΖΛ τρίγωνον. ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ ΖΛΡ τρίγωνον τῷ περὶ τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένῳ εὐθυγράμμῳ. ὥστε καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος τοῦ περὶ τὸν Α κύλινδρον περιγεγραμμένου τῷ εὐθυγράμμῳ τῷ περὶ τὸν Β κύκλον ἴση ἐστί. καὶ ἐπεὶ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν Β κύκλον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ κύκλῳ τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ Α κυλίνδρου πρὸς τὸν Β κύκλον, ἐλάσσονα λόγον ἕξει καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος τοῦ περὶ τὸν κύλινδρον περιγεγραμμένου πρὸς τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ κύκλῳ τῷ Β ἐγγεγραμμένον, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου πρὸς τὸν Β κύκλον· καὶ ἐναλλάξ· ὅπερ ἀδύνατον [ἡ μὲν γὰρ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὸν κύλινδρον μείζων οὖσα δέδεικται τῆς ἐπιφανείας

---

2. *ἀπὸ. Η]* FBC; ἀπὸ τῆς Η uulgo. 5. ὡς ἡ] ὡς om. *F; corr. AC.* *τὸ ἀπό]* οὕτως τὸ ἀπὸ A, ed. Basil., Torellius.

sed

$$T\varDelta^2 : H^2 = T\varDelta : PZ.\text{[1]}$$

et

$$T\varDelta : PZ = KT\varDelta : P\varLambda Z.\text{[2]}$$

quare triangulus $KT\varDelta$ ad figuram rectilineam circum B circulum circumscriptam eandem rationem habet, quam triangulus $TK\varDelta$ ad triangulum $PZ\varLambda$ [u. Eutocius]. aequalis igitur est triangulus $Z\varLambda P$ figurae rectilineae circum B circulum circumscriptae [Eucl. V, 9]. quare etiam superficies prismatis circum A cylindrum circumscripti aequalis est figurae rectilineae circum B circulum circumscriptae. et quoniam figura rectilinea circum B circulum circumscripta ad figuram circulo inscriptam minorem rationem habet, quam superficies A cylindri ad B circulum [ex hypothesi], habebit igitur etiam superficies prismatis circum cylindrum circumscripti ad figuram circulo B inscriptam minorem rationem, quam superficies cylindri ad B cir-

---

Nizzio. et ex Eutocio adparet Archimedem scripsisse: τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὅνπερ.

1) Nam ex hypothesi est $H^2 = \varDelta\Gamma \times EZ$ et $\varDelta\Gamma = 2T\varDelta$, $EZ = \frac{1}{2}PZ$; quare $H^2 = T\varDelta \times PZ$, h. e. $T\varDelta : H = H : PZ$; tum u. Eucl. VI, 20 πόρ. 2. demonstrationem subditiuam p. 62, lin. 21—p. 64, lin. 9 nimis uerbosam esse iam Nizze p. 57 not. β intellexit; idem p. 270 uerba πῶς δὲ τοῦτο deleri uult sed u. Quaest. Arch. p. 74.

2) Ex Eucl. VI, 1, quia ex hypothesi $\varLambda Z = K\varDelta$.

---

7. τὸ ἀπό] FA; οὕτως τὸ ἀπό uulgo. 14. $TK\varDelta$] $KT\varDelta$ Torellius. 24. ἐγγεγραμμένον] scripsi; γεγραμμενον F, uulgo.

τοῦ κυλίνδρου, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον ἐν τῷ Β κύκλῳ ἔλασσόν ἐστι τοῦ Β κύκλου]. οὐκ ἄρα ἐστὶν ὁ Β κύκλος ἐλάσσων τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου. — ἔστω δέ, εἰ δυνατόν, μείζων. πάλιν δὲ νοείσθω εἰς τὸν Β κύκλον εὐθύγραμμον ἐγγεγραμμένον καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἢ τὸν Β κύκλον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸν Α κύκλον πολύγωνον ὅμοιον τῷ εἰς τὸν Β κύκλον ἐγγεγραμμένῳ, καὶ πρῖσμα ἀναγεγράφθω ἀπὸ τοῦ ἐν τῷ κύκλῳ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου. καὶ πάλιν ἡ ΚΔ ἴση ἔστω τῇ περιμέτρῳ τοῦ εὐθυγράμμου τοῦ ἐν τῷ Α κύκλῳ ἐγγεγραμμένου, καὶ ἡ ΖΑ ἴση αὐτῇ ἔστω. ἔσται δὴ τὸ μὲν ΚΤΔ τρίγωνον μεῖζον τοῦ εὐθυγράμμου τοῦ ἐν τῷ Α κύκλῳ ἐγγεγραμμένου [διότι βάσιν μὲν ἔχει τὴν περίμετρον αὐτοῦ, ὕψος δὲ μεῖζον τῆς ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου ἀγομένης καθέτου], τὸ δὲ ΕΑ παραλληλόγραμμον ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πρίσματος τῇ ἐκ τῶν παραλληλογράμμων συγκειμένῃ [διότι περιέχεται ὑπὸ τῆς πλευρᾶς τοῦ κυλίνδρου καὶ τῆς ἴσης τῇ περιμέτρῳ τοῦ εὐθυγράμμου, ὅ ἐστι βάσις τοῦ πρίσματος]. ὥστε καὶ τὸ ΡΑΖ τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πρίσματος· καὶ ἐπεὶ ὅμοιά ἐστι τὰ εὐθύγραμμα τὰ ἐν τοῖς Α, Β κύκλοις ἐγγεγραμμένα, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρὸς ἄλληλα, ὃν αἱ ἐκ τῶν κέντρων αὐτῶν δυνάμει. ἔχει δὲ καὶ τὰ ΚΤΔ, ΖΡΑ

1. *ἐγγεγραμμένον*] scripsi; *γεγραμμενον* F, uulgo. 7. *ἔχειν*] *εχει* F; corr. B* 10. *εγγεγραμμενον* F; corr. B* 12. *ἔστω*] *εστι* F; corr. A. 17. *μειζων* F, ut uidetur. *κέντρου*] *κεντρου πλευρας* F; corr. Torellius. 22. ὅ] ὃς F; corr. ed. Basil.

culum. permutando igitur [prisma ad cylindrum minorem rationem habet, quam figura circulo *B* inscripta ad *B* circulum][1]), quod absurdum est [u. Eutocius][2]). itaque fieri non potest, ut *B* circulus minor sit superficie cylindri.

sit autem, si fieri potest, maior. rursus autem fingatur figura rectilinea circulo *B* inscripta et alia circumscripta, ita ut figura circumscripta ad inscriptam minorem rationem habeat, quam *B* circulus ad superficiem cylindri [prop. 5], et inscribatur circulo *A* polygonum simile polygono circulo *B* inscripto, et prisma in polygono circulo [*A*] inscripto construatur. et rursus linea $K\Delta$ aequalis sit perimetro figurae rectilineae circulo *A* inscriptae, et linea ZA ei aequalis sit. erit igitur triangulus $KT\Delta$ maior figura rectilinea circulo *A* inscripta[3]), parallelogrammum autem EA aequale superficiei prismatis ex parallelogrammis compositae.[4]) quare etiam triangulus PAZ aequalis est superficiei prismatis [quia aequalis est parallelogrammo EA; p. 62, 12]. et quoniam figurae rectilineae circulis *A*, *Z* inscriptae similes sunt, eandem inter se rationem habent, quam radii circulorum quadrati [Eucl.

1) Archimedes pro *καὶ ἐναλλάξ· ὅπερ ἀδύνατον* p. 64, 26 scripserat: *ἐναλλὰξ ἄρα ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ πρῖσμα πρὸς τὸν κύλινδρον, ἤπερ τὸ ἐγγεγραμμένον εἰς τὸν B κύκλον πολύγωνον πρὸς τὸν B κύκλον· ὅπερ ἄτοπον*, ut ex Eutocio adparet.

2) Sequentia uerba p. 64, 26—66, 2 subditiua esse adparet ex Eutocio.

3) Basis enim $K\Delta$ aequalis est perimetro polygoni, altitudo autem ΔT, quae aequalis est radio circuli *A*, maior quam radius minor polygoni. Uerba lin. 16—18 Archimedis non sunt; u. p. 62, 6.

4) U. p. 63 *not. 2. Quae sequuntur* lin. 20—23 subditiua *sunt; cfr. p. 62, 9.*

τρίγωνα πρὸς ἄλληλα λόγον, ὃν αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων δυνάμει. τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ Α κύκλῳ ἐγγεγραμμένον πρὸς τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ Β ἐγγεγραμμένον, καὶ τὸ ΚΤΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΛΖΡ τρίγωνον. ἔλασσον δέ ἐστι τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ Α κύκλῳ ἐγγεγραμμένον τοῦ ΚΤΔ τριγώνου. ἔλασσον ἄρα καὶ τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ Β κύκλῳ ἐγγεγραμμένον τοῦ ΖΡΛ τριγώνου· ὥστε καὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ πρίσματος τοῦ ἐν τῷ κυλίνδρῳ ἐγγεγραμμένου· ὅπερ ἀδύνατον [ἐπεὶ γὰρ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ περιγεγραμμένον εὐθύγραμμον περὶ τὸν Β κύκλον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον, ἢ ὁ Β κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου, καὶ ἐναλλάξ, μεῖζον δέ ἐστι τὸ περιγεγραμμένον περὶ τὸν Β κύκλον τοῦ Β κύκλου, μεῖζον ἄρα ἐστὶν τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ Β κύκλῳ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου. ὥστε καὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ πρίσματος]. οὐκ ἄρα μείζων ἐστὶ ὁ Β κύκλος τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων. ἴσος ἄρα ἐστίν.

ιδ'.

Παντὸς κώνου ἰσοσκελοῦς χωρὶς τῆς βάσεως ἡ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον λόγον ἔχει τῆς πλευρᾶς τοῦ κώνου καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ κώνου.

ἔστω κῶνος ἰσοσκελής, οὗ βάσις ὁ Α κύκλος, ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου ἔστω ἡ Γ. τῇ δὲ πλευρᾷ τοῦ κώνου

---

15. *μειζων* F. 21. *ιε'* F. 22. *ἡ ἐπιφάνεια χωρὶς τῆς βάσεως Pseudopappus.* 23. *ἐστίν* idem. 24. *λόγον*] *ἀνάλογον idem.* 25. *ἐστιν* idem.

XII, 1]. sed etiam trianguli $K T \Delta$, $Z P \Lambda$ eandem inter se rationem habent, quam radii circulorum quadrati.[1]) itaque figura rectilinea circulo A inscripta ad figuram circulo B inscriptam eandem rationem habet, quam triangulus $K T \Delta$ ad triangulum $\Lambda Z P$. minor autem est figura rectilinea circulo A inscripta triangulo $K T \Delta$. itaque etiam figura rectilinea circulo B inscripta minor est triangulo $Z P \Lambda$; quare etiam superficie prismatis cylindro inscripti. quod fieri nequit.[2]) itaque fieri non potest, ut circulus B maior sit superficie cylindri. demonstratum autem est, ne minorem quidem eum esse. itaque aequalis est.

XIV.

Superficies cuiusuis coni aequicrurii praeter basim aequalis est circulo, cuius radius media proportionalis est[3]) inter latus coni et radium circuli, qui basis coni est.[4])

sit conus aequicrurius, cuius basis sit circulus A, radius autem eius sit Γ linea. et lateri coni aequalis

---

1) Nam $K T \Delta : Z P \Lambda = T \Delta : Z P = T \Delta^2 : H^2$; p. 65 not. 1; sed $T \Delta$ linea aequalis est radio circuli A, H radio circuli B.

2) Nam quoniam figura circum B circumscripta ad figuram inscriptam minorem rationem habet, quam circulus B ad superficiem cylindri, et B circulus $<$ figura circumscripta, erit etiam figura inscripta maior superficie cylindri, et multo magis superficie prismatis (prop. 12 p. 58, 18). Sequentia uerba lin. 10—17 deleo; cfr. p. 67 not. 2.

3) Archimedem scripsisse puto lin. 23: μέση ἐστὶν ἀνάλογον; cfr. p. 61 not. 2.

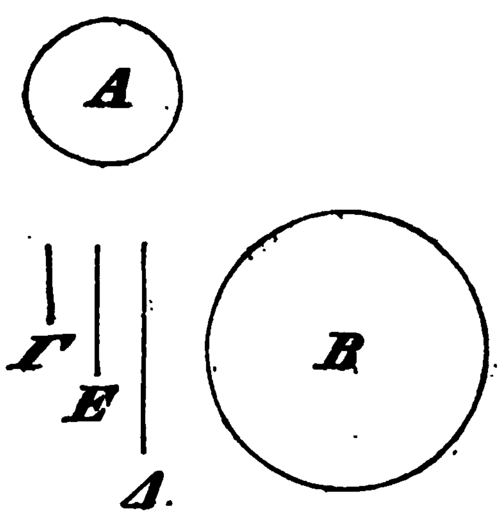
4) Hanc propositionem ut XIV^mam citat Pappus I p. 390, 16. sed uerba ipsa Archimedis interpolator addidit, ut recte suspicatus est Hultschius; neque enim Pappi temporibus scripta Archimedis in linguam communem conuersa circumferebantur; hoc enim post Eutocium demum factum est (Quaest. Arch. p. 77—78).

ἔστω ἴση ἡ Δ, τῶν δὲ Γ, Δ μέση ἀνάλογον ἡ Ε. ὁ δὲ Β κύκλος ἐχέτω τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῇ Ε ἴσην. λέγω, ὅτι ὁ Β κύκλος ἐστὶν ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου χωρὶς τῆς βάσεως. — εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσος, ἤτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἐλάσσων. ἔστω πρότερον ἐλάσσων. ἔστι δὴ δύο μεγέθη ἄνισα ἥ τε ἐπιφάνεια τοῦ κώνου καὶ ὁ Β κύκλος, καὶ μείζων ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου. δυνατὸν ἄρα εἰς τὸν Β κύκλον πολύγωνον ἰσόπλευρον ἐγγράψαι καὶ ἄλλο περιγράψαι ὅμοιον τῷ ἐγγεγραμμένῳ, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν Β κύκλον. νοείσθω δὴ καὶ περὶ τὸν Α κύκλον πολύγωνον περιγεγραμμένον ὅμοιον τῷ περὶ τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένῳ. καὶ ἀπὸ τοῦ περὶ τὸν Α κύκλον περιγεγραμμένου πολυγώνου πυραμὶς ἀνεστάτω ἀναγεγραμμένη τὴν αὐτὴν κορυφὴν ἔχουσα τῷ κώνῳ. ἐπεὶ οὖν ὅμοιά ἐστι τὰ πολύγωνα τὰ περὶ τοὺς Α, Β κύκλους περιγεγραμμένα, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρὸς ἄλληλα, ὃν αἱ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάμει πρὸς ἀλλήλας, τουτέστιν ὃν ἔχει ἡ Γ πρὸς Ε δύναμει, τουτέστι ἡ Γ πρὸς Δ μήκει. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ Γ πρὸς Δ μήκει, τοῦτον ἔχει τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον περὶ τὸν Α κύκλον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος τῆς περιγεγραμμένης περὶ τὸν κῶνον [ἡ μὲν γὰρ Γ ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου καθέτῳ ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου, ἡ δὲ Δ τῇ πλευρᾷ τοῦ κώνου· κοινὸν δὲ ὕψος ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου πρὸς τὰ ἡμίση τῶν ἐπιφανειῶν]· τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει

11. *ἔχειν*] εχει F; corr. BC* 15. *τὸν Α*] scripsi; *το Α* F, *uulgo*. 19. *ὃν*] *ὧν* F; corr. BC* *τῶν κέντρων* ed. Basil., Torellius; *sed cfr.* p. 62, 19. 28. ἡμίση] διπλάσια Hauber, Nizze.

sit linea $\varDelta$, et inter Γ, $\varDelta$ lineas media proportionalis E linea. circulus autem B radium lineae E aequalem habeat. dico, circulum B aequalem esse superficiei coni praeter basim.

nam si aequalis non est, aut maior est aut minor. prius minor sit. sunt igitur duae magnitudines inaequales, superficies coni et B circulus, quarum maior est superficies coni. itaque fieri potest, ut circulo B polygonum aequilaterum inscribatur et aliud circumscribatur simile inscripto, ita ut polygonum circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat, quam superficies coni ad B circulum [prop. 5]. fingatur igitur polygonum circum A circulum circumscriptum simile polygono circum B circumscripto. et in polygono circum A circulum circumscripto pyramis construatur eundem habens uerticem, quem habet conus. iam quoniam similia sunt polygona circum A, B circulos circumscripta, eandem habent rationem inter se, quam radii circulorum quadrati [p. 66, 24], id est, quam habet $\Gamma^2 : E^2$, id est $\Gamma : \varDelta$ [Eucl. VI, 20 πόρ. 2]. sed quam rationem habet Γ ad $\varDelta$, eam habet polygonum circumscriptum circum A circulum ad superficiem pyramidis circum conum circumscriptae.[1]) eandem igitur



1) Nam polygonum circumscriptum aequale est triangulo, cuius basis est perimetro polygoni aequalis, altitudo autem lineae Γ (p. 63 not. 1), et superficies pyramidis triangulo eandem basim habenti, altitudinem autem lineam $\varDelta$ (prop. 8); tum u. Eucl. VI, 1; Zeitschr. f. Math. u. Physik XXIV p. 179 nr. 7. obscuritas uerborum proxime sequentium lin. 24–28 interpolatori, *non Archimedi imputanda* est.

τὸ εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν Α κύκλον πρὸς το εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν Β κύκλον καὶ αὐτὸ τὸ εὐθύγραμμον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος τῆς περιγεγραμμένης περὶ τὸν κῶνον. ὥστε ἴση ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος τῷ εὐθυγράμμῳ τῷ περὶ τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένῳ. ἐπεὶ οὖν ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν Β κύκλον, ἐλάσσονα λόγον ἕξει ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος τῆς περὶ τὸν κῶνον περιγεγραμμένης πρὸς τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ Β κύκλῳ ἐγγεγραμμένον, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν Β κύκλον· ὅπερ ἀδύνατον [ἡ μὲν γὰρ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος μείζων οὖσα δέδεικται τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον ἐν τῷ Β κύκλῳ ἔλασσόν ἐστι τοῦ Β κύκλου]. οὐκ ἄρα ὁ Β κύκλος ἐλάσσων ἔσται τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου. — λέγω δή, ὅτι οὐδὲ μείζων. εἰ γὰρ δυνατόν ἐστιν, ἔστω μείζων. πάλιν δὴ νοείσθω εἰς τὸν Β κύκλον πολύγωνον ἐγγεγραμμένον καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ, ὃν ἔχει ὁ Β κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κώνου, καὶ εἰς τὸν Α κύκλον νοείσθω ἐγγεγραμμένον πολύγωνον ὅμοιον τῷ εἰς τὸν Β κύκλον ἐγγεγραμμένῳ· καὶ ἀναγεγράφθω ἀπ' αὐτοῦ πυραμὶς τὴν αὐτὴν κορυφὴν ἔχουσα τῷ κώνῳ. ἐπεὶ οὖν ὅμοιά ἐστι τὰ ἐν τοῖς Α, Β κύκλοις ἐγγεγραμμένα, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον πρὸς ἄλληλα, ὃν αἱ ἐκ τῶν κέντρων δυνάμει πρὸς ἀλλήλας. τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον,

2. *αὐτὸ τό*] *τὸ αὐτό?* cfr. tamen p. 74, 11; „eadem" Cr. 6. *περιγεγραμμενοι* F. *ελασσο* F; corr. BC*; fortasse *ἐλάσσω*

rationem habet figura rectilinea circum *A* circulum circumscripta ad figuram circum *B* circumscriptam, quam haec ipsa figura[1]) ad superficiem pyramidis circum conum circumscriptae. quare superficies pyramidis aequalis est figurae rectilineae circum *B* circulum circumscriptae [Eucl. V, 9]. iam quoniam minorem rationem habet figura rectilinea circum *B* circulum circumscripta ad figuram inscriptam, quam superficies coni ad *B* circulum, minorem rationem habebit superficies pyramidis circum conum circumscriptae ad figuram rectilineam circulo *B* inscriptam, quam superficies coni ad *B* circulum. quod fieri non potest.[2]) itaque fieri non potest, ut *B* circulus minor sit superficie coni. — dico igitur, eum ne maiorem quidem esse. sit enim, si fieri potest, maior. rursus igitur fingatur circulo *B* polygonum inscriptum et aliud circumscriptum, ita ut polygonum circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat, quam *B* circulus ad superficiem coni [prop. 5], et circulo *A* fingatur polygonum inscriptum simile polygono circulo *B* inscripto. et in eo pyramis construatur eundem uerticem habens, quem habet conus. iam quoniam polygona circulis *A*, *E* inscripta similia sunt, eandem habebunt rationem inter se, quam radii quadrati [Eucl. XII, 1]. polygona igitur inter

1) H. e. figura rectilinea circum *A* circulum circumscripta.
2) Nam superficies pyramidis maior est superficie coni (prop. 12 p. 58, 14), sed polygonum inscriptum minus circulo *B*.

---

cum A. 11. *ενγεγϱαμμενον* F. 16. *ἔστι*] *εσται* per compendium F; corr. Torellius. 17. *ἔσται*] per comp. F. 18. *δή*] scripsi; *δε* F, uulgo, 21. *ἔχειν*] εχει F; corr. B. 23. τόν] *το* F. *26. κονω F.* 28. *τῶν*] *τ* suprascripto ω F.

καὶ ἡ Γ πρὸς τὴν Δ μήκει. ἡ δὲ Γ πρὸς τὴν Δ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ πολύγωνον τὸ ἐν τῷ Α κύκλῳ ἐγγεγραμμένον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος τῆς ἐγγεγραμμένης εἰς τὸν κῶνον [ἡ γὰρ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Α κύκλου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀγομένη κάθετος ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου πρὸς τὴν ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου κάθετον ἀγομένην ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου]· μείζονα ἄρα λόγον ἔχει τὸ πολύγωνον τὸ ἐν τῷ Α κύκλῳ ἐγγεγραμμένον πρὸς τὸ πολύγωνον τὸ ἐν τῷ Β ἐγγεγραμμένον, ἢ αὐτὸ τὸ πολύγωνον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος. μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος τοῦ ἐν τῷ Β πολυγώνου ἐγγεγραμμένου. ἐλάσσονα δὲ λόγον ἔχει τὸ πολύγωνον τὸ περὶ τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον, ἢ ὁ Β κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κώνου. πολλῷ ἄρα τὸ πολύγωνον τὸ περὶ τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος τῆς ἐν τῷ κώνῳ ἐγγεγραμμένης ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὁ Β κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κώνου· ὅπερ ἀδύνατον [τὸ μὲν γὰρ περιγεγραμμένον πολύγωνον μεῖζόν ἐστιν τοῦ Β κύκλου, ἡ δὲ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος τῆς ἐν τῷ κώνῳ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου]. οὐκ ἄρα οὐδὲ μείζων ἐστὶν ὁ κύκλος τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων. ἴσος ἄρα.

---

7. πρὸς τὴν ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου] om. F; corr. ed. Basil.* 11. αὐτὸ τό] τὸ αὐτό? cfr. p. 72, 2. 19. κονω F. 25. ὁ κύκλος] ὁ κύκλος Β Torellius.

se eandem habent rationem, quam $\Gamma : \Delta$ [Eucl. VI, 20 πόρ. 2]. sed $\Gamma : \Delta$ maiorem rationem habet, quam polygonum circulo *A* inscriptum ad superficiem pyramidis cono inscriptae [u. Eutocius]. maiorem igitur rationem habet polygonum circulo *A* inscriptum ad polygonum circulo *B* inscriptum, quam hoc ipsum polygonum[1]) ad superficiem pyramidis. maior igitur est superficies pyramidis polygono circulo *B* inscripto. minorem autem rationem habet polygonum circum *B* circulum circumscriptum ad polygonum inscriptum, quam *B* circulus ad superficiem coni. multo igitur minorem rationem habet polygonum circum *B* circulum circumscriptum ad superficiem pyramidis cono inscriptae, quam *B* circulus ad superficiem coni. quod fieri non potest.[2]) itaque ne hoc quidem fieri potest, ut maior sit circulus [*B*] superficie coni. demonstratum autem est, eum ne minorem quidem esse. aequalis igitur est.

---

1) H. e. circulo *A* inscriptum.

2) Nam polygonum circumscriptum maius est circulo *B*, sed superficies pyramidis inscriptae minor superficie coni (prop. 12 p. 58, 5). sed quibus hoc ipsum continetur uerbis lin. 21—24 in suspicionem uocantur uerbis p. 64, 26 sq. damnatis (p. 67 not. 2); cfr. 69 not. 2.

ιε΄.

Παντὸς κώνου ἰσοσκελοῦς ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν βάσιν τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἡ πλευρὰ τοῦ κώνου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως τοῦ κώνου.

ἔστω κῶνος ἰσοσκελής, οὗ βάσις ὁ Α κύκλος. ἔστω δὲ τῇ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Α ἴση ἡ Β, τῇ δὲ πλευρᾷ τοῦ κώνου ἡ Γ. δεικτέον, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν Α κύκλον, καὶ ἡ Γ πρὸς τὴν Β.

εἰλήφθω γὰρ τῶν Β, Γ μέση ἀνάλογον ἡ Ε, καὶ ἐκκείσθω κύκλος ὁ Δ ἴσην ἔχων τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῇ Ε. ὁ Δ ἄρα κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου [τοῦτο γὰρ ἐδείχθη ἐν τῷ πρὸ τούτου]· ἐδείχθη δὲ ὁ Δ κύκλος πρὸς τὸν Α κύκλον λόγον ἔχων τὸν αὐτὸν τῷ τῆς Γ πρὸς Β μήκει [ἑκάτερος γὰρ ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς Ε πρὸς Β δυνάμει διὰ τὸ τοὺς κύκλους πρὸς ἀλλήλους εἶναι, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα πρὸς ἄλληλα, ὁμοίως δὲ καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων· εἰ γὰρ αἱ διάμετροι, καὶ τὰ ἡμίση, τουτέστιν αἱ ἐκ τῶν κέντρων. ταῖς δὲ ἐκ τῶν κέντρων ἴσαι εἰσὶν αἱ Β, Ε]. δῆλον οὖν, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν Α κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἡ Γ πρὸς Β μήκει.

ιϛ΄.

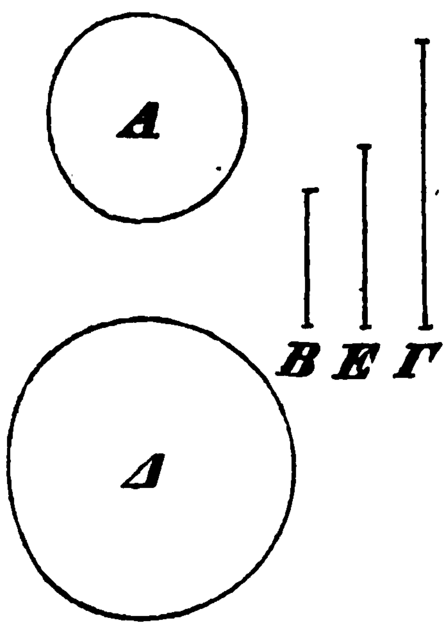
Ἐὰν κῶνος ἰσοσκελὴς ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ τῇ βάσει, τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου

1. ιϛ΄ F. 24. ιζ΄ F. 26. ἐπιφανείᾳ] τη επιφανεια F; corr. ed. Basil.; τη om. Pseudopappus. 27. ἐστὶν idem.

XV.

Superficies cuiusuis coni aequicrurii ad basim eandem rationem habet, quam latus coni ad radium basis coni.

sit conus aequicrurius, cuius basis circulus *A*. sit autem *B* linea aequalis radio circuli *A*, *Γ* autem aequalis lateri coni. demonstrandum, superficiem coni ad *A* circulum eandem rationem habere, quam *Γ* linea ad *B* lineam.



sumatur enim media proportionalis inter *B*, *Γ* lineas linea *E*, et ponatur circulus *Δ* radium lineae *E* aequalem habens. itaque circulus *Δ* aequalis est superficiei coni [prop. 14]. demonstratum autem est, *Δ* circulum ad *A* circulum eam rationem habere, quam *Γ* linea ad *B* lineam [prop. 14 p. 59, 20 sq.].[1]) adparet igitur, superficiem coni ad *A* circulum eandem rationem habere, quam *Γ* linea ad lineam *B*.

XVI.

Si conus aequicrurius secatur plano basi parallelo, superficiei coni inter plana parallela positae aequalis est circulus, cuius radius media proportionalis[2]) est

---

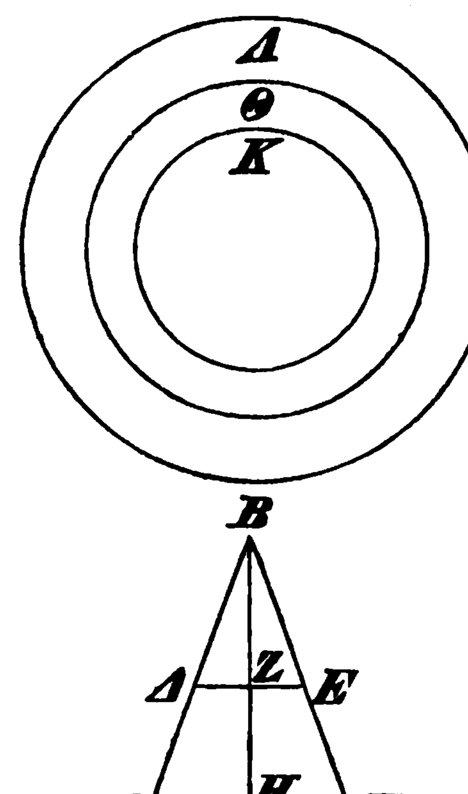
1) Nam $\Delta : A = E^2 : B^2$ (Eucl. XII, 2) et $B : \Gamma = B^2 : E^2$ (Eucl. VI, 20 πόρ. 2).

2) Archimedes p. 78, 1 scripserat: μέση ἀνάλογόν ἐστιν· cfr. *p. 61 not. 2.*

μέσον λόγον ἔχει τῆς τε πλευρᾶς τοῦ κώνου τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων καὶ τῆς ἴσης ἀμφοτέραις ταῖς ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων τῶν ἐν τοῖς παραλλήλοις ἐπιπέδοις.

ἔστω κῶνος, οὗ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον ἴσον τῷ ΑΒΓ, καὶ τετμήσθω παραλλήλῳ ἐπιπέδῳ τῇ βάσει, καὶ ποιείτω τομὴν τὴν ΔΕ· ἄξων δὲ τοῦ κώνου ἔστω ἡ ΒΗ. κύκλος δέ τις ἐκκείσθω, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέση ἀνάλογόν ἐστι τῆς τε ΑΔ καὶ συναμφοτέρου τῆς ΔΖ, ΗΑ. ἔστω δὲ κύκλος ὁ Θ. λέγω, ὅτι ὁ Θ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν ΔΕ, ΑΓ.

ἐκκείσθωσαν γὰρ κύκλοι οἱ Λ, Κ, καὶ τοῦ μὲν Κ κύκλου ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάσθω τὸ ὑπὸ τῶν ΒΔΖ, τοῦ δὲ Λ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάσθω τὸ ὑπὸ ΒΑΗ. ὁ μὲν ἄρα Λ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΑΒΓ κώνου, ὁ δὲ Κ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΕΒ. καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΗ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν ΒΔ, ΔΖ καὶ τῷ ὑπὸ τῆς ΑΔ καὶ συναμφοτέρου τῆς ΔΖ, ΑΗ διὰ τὸ παράλληλον εἶναι τὴν ΔΖ τῇ ΑΗ, ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ ΑΒ, ΑΗ δύναται ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Λ κύκλου, τὸ δὲ ὑπὸ ΒΔ, ΔΖ δύναται ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Κ κύκλου, τὸ δὲ ὑπὸ τῆς ΔΑ καὶ συναμφοτέρου τῆς ΔΖ, ΑΗ δύναται ἡ



1. *τε* om. idem. 7. *τοῦ*] *των*, ut uidetur, F. 8. *ἡ*] (prius)

inter latus coni, quod inter plana parallela positum est, et lineam aequalem utrique simul radio circulorum in planis parallelis positorum.[1])

sit conus eiusmodi, ut triangulus per axem eius positus aequalis sit triangulo $AB\Gamma$, et secetur plano basi parallelo, et efficiat [planum secans] sectionem $\varDelta E$. axis autem coni sit BH linea. ponatur autem circulus, cuius radius media sit proportionalis inter lineas $A\varDelta$ et $\varDelta Z + HA$, et sit circulus Θ. dico, circulum Θ aequalem esse superficiei coni inter lineas $\varDelta E$, $A\Gamma$ positae.

ponantur enim circuli A, K, et radius circuli K quadratus aequalis sit $B\varDelta \times \varDelta Z$, radius autem circuli A quadratus aequalis $BA \times AH$. itaque circulus A aequalis est superficiei coni $AB\Gamma$, K autem circulus aequalis superficiei coni $\varDelta EB$ [prop. 14]. et quoniam

$$BA \times AH = B\varDelta \times \varDelta Z + A\varDelta \times (\varDelta Z + AH)$$

[u. Eutocius], quia $\varDelta Z$ linea parallela est lineae AH, sed radius circuli A quadratus $= BA \times AH$, radius autem circuli K quadratus $= B\varDelta \times \varDelta Z$, radius autem circuli Θ quadratus $= A\varDelta \times (\varDelta Z + AH)$ [ex hypo-

1) Citat Pappus I p. 366, 21 sq.; sed totum hunc locum interpolatori tribuo; cfr. p. 69 not. 4. etiam uerba apud Pappum I p. 370, 12: *διὰ τὸ αὐτὸ Ἀρχιμήδους ιζʹ θεώρημα* tum delenda sunt, etiam propter uitiosum numerum (cfr. Quaest. Arch. p. 154 not.).

addidi; om. F, uulgo. 13. *εκκεισθωσ* cum comp. *ιν* uel *ην* F. 14. *τῶν* $B\varDelta Z$] *scripsi; το* $B\varDelta Z$ F, uulgo*; βδζ ed. Basil., $B\varDelta$, $\varDelta Z$ *Torellius.* 16. BA, AH Torellius.

ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Θ, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Λ κύκλου ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ἐκ τῶν κέντρων τῶν Κ, Θ κύκλων. ὥστε καὶ ὁ Λ κύκλος ἴσος ἐστὶ τοῖς Κ, Θ κύκλοις. ἀλλ' ὁ μὲν Λ ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΒΑΓ κώνου, ὁ δὲ Κ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΒΕ κώνου. λοιπὴ ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου ἡ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν ΔΕ, ΑΓ ἴση ἐστὶ τῷ Θ κύκλῳ.

[ΛΗΜΜΑ.]

[Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ ΒΑΗ, καὶ διάμετρος αὐτοῦ ἔστω ἡ ΒΗ. τετμήσθω ἡ ΒΑ πλευρά, ὡς ἔτυχεν, κατὰ τὸ Δ, καὶ διὰ τοῦ Δ ἤχθω παράλληλος τῇ ΑΗ ἡ ΔΘ, διὰ δὲ τοῦ Ζ τῇ ΒΑ ἡ ΚΛ. λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ ΒΑΗ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ ΒΔΖ καὶ τῷ ὑπὸ ΔΑ καὶ συναμφοτέρου τῆς ΔΖ, ΑΗ. ἐπεὶ γὰρ τὸ μὲν ὑπὸ ΒΑΗ ὅλον ἐστὶ τὸ ΒΗ, τὸ δὲ ὑπὸ ΒΔΖ τὸ ΒΖ, τὸ δὲ ὑπὸ ΔΑ καὶ συναμφοτέρου τῆς ΔΖ, ΑΗ ὁ ΜΝΞ γνώμων (τὸ μὲν γὰρ ὑπὸ ΔΑΗ ἴσον ἐστὶ τῷ ΚΗ διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ ΚΘ παραπλήρωμα τῷ ΔΛ παραπληρώματι, τὸ δὲ ὑπὸ ΔΑ, ΔΖ τῷ ΔΛ), ὅλον ἄρα τὸ ΒΗ, ὅπερ ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΒΑΗ, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ ΒΔΖ καὶ τῷ ΜΝΞ γνώμονι, ὅς ἐστιν ἴσος τῷ ὑπὸ ΔΑ καὶ συναμφοτέρου τῆς ΑΗ, ΔΖ.]

ΛΗΜΜΑΤΑ.

α΄. Οἱ κῶνοι οἱ ἴσον ὕψος ἔχοντες τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον ταῖς βάσεσιν· καὶ οἱ ἴσας ἔχοντες βάσεις τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον τοῖς ὕψεσιν.

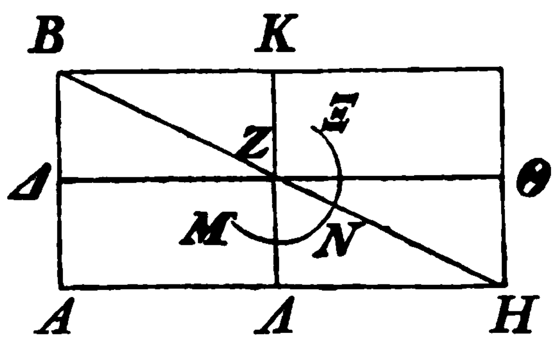
---

10. *ΛΗΜΜΑ* om. F; add. Torellius. 15. *ΒΑ*, *ΑΗ* idem. *ΒΔ*, *ΔΖ* idem. 16. *ΑΗ*] *ΑΛ* F; corr. man. 2, ed. Basil.

thesi], erit radius circuli Λ quadratus aequalis radiis circulorum K, Θ quadratis. quare etiam

$$\Lambda = K + \Theta.$$ [1])

sed circulus Λ aequalis est superficiei coni $BA\Gamma$, K autem circulus aequalis superficiei coni ΔBE. itaque quae relinquitur [Eucl. I *κοιν. ἐνν.* 3] superficies coni inter plana parallela ΔE, $A\Gamma$ posita, aequalis est circulo Θ.[2])



LEMMATA.

1. Coni eandem altitudinem habentes eandem rationem habent, quam bases.[3]) et coni aequales bases habentes eandem rationem habent, quam altitudines.[4])

---

1) Nam circuli inter se eam habent rationem, quam radii quadrati (Eucl. XII, 2); tum cfr. Quaest. Archim. p. 48.

2) Quod hic sequitur lemma subditiuum a Torellio ante prop. 16 transpositum est (Quaest. Arch. p. 72); hoc loco habet F.

3) Eucl. XII, 11: *οἱ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντες κῶνοι καὶ κύλινδροι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις.*

4) Eucl. XII, 14: *οἱ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντες κῶνοι καὶ κύλινδροι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς τὰ ὕψη.*

---

17. BA, AH Torellius. $B\Delta$, ΔZ idem. 19. ΔA, AH idem. 20. τὸ $K\Theta$] τω $K\Theta$ F. 22. BA, AH Torellius. 23. $B\Delta$, ΔZ idem. γνωμωνι F; corr. Torellius. 25. λήμματα om. F; *hoc et numeros add.* Torellius. 26. οἱ ἴσον] οἱ om. F.

β'. Ἐὰν κύλινδρος ἐπιπέδῳ τμηθῇ παρὰ τὴν βάσιν, ἔστιν, ὡς ὁ κύλινδρος πρὸς τὸν κύλινδρον, ὁ ἄξων πρὸς τὸν ἄξονα.

γ'. Τοῖς δὲ κυλίνδροις ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶν οἱ κῶνοι οἱ ἔχοντες τὰς αὐτὰς βάσεις τοῖς κυλίνδροις.

δ'. Καὶ τῶν ἴσων κώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν· καὶ ὧν ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσοι εἰσίν.

ε'. Καὶ οἱ κῶνοι, ὧν αἱ διάμετροι τῶν βάσεων τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι τοῖς ἄξοσιν [τουτέστι τοῖς ὕψεσι], πρὸς ἀλλήλους ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶν τῶν ἐν ταῖς βάσεσι διαμέτρων.

ταῦτα δὲ πάντα ὑπὸ τῶν πρότερον ἀπεδείχθη.

ιζ'.

Ἐὰν ὦσιν δύο κῶνοι ἰσοσκελεῖς, ἡ δὲ τοῦ ἑτέρου κώνου ἐπιφάνεια ἴση ᾖ τῇ τοῦ ἑτέρου βάσει, ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου κάθετος ἀγομένη τῷ ὕψει ἴση ᾖ, ἴσοι ἔσονται οἱ κῶνοι.

---

5. *κονοι* F. 10. *αξουσιν* F. 11. *ἀλλήλους* per comp. F. 14. *ιη'* F.

2. Si cylindrus plano basi parallelo secatur, erit, ut cylindrus ad cylindrum, ita axis ad axem.[1])

3. Eandem autem rationem, quam cylindri, habent coni easdem bases habentes, quas cylindri habent [et altitudinem aequalem].[2])

4. Et bases conorum aequalium in contraria proportione altitudinum sunt. et quorum bases in contraria proportione altitudinum sunt, aequales sunt coni.[3])

5. Et coni, quorum basium diametri eandem rationem habent, quam axes[4]), in tripla ratione diametrorum basium sunt.[5])

Haec autem omnia a prioribus demonstrata sunt.

XVII.

Si dati suni duo coni aequicrurii, alterius autem coni superficies aequalis est basi alterius, linea autem a centro basis [prioris coni][6]) ad latus coni perpendicularis ducta aequalis est altitudini [alterius coni], coni aequales erunt.

---

1) Eucl. XII, 13: *ἐὰν κύλινδρος ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ ὄντι τοῖς ἀπεναντίον ἐπιπέδοις, ἔσται, ὡς ὁ κύλινδρος πρὸς τὸν κύλινδρον, οὕτως ὁ ἄξων πρὸς τὸν ἄξονα.*

2) Post *τοῖς κυλίνδροις* Archimedes uix omiserat: *καὶ ὕψος ἴσον*, quae uerba addi uolunt Peyrardus, Hauberus, Nizzius. propositio ipsa apud Euclidem non legitur; sequitur autem ex XII, 10.

3) Eucl. XII, 15: *τῶν ἴσων κώνων καὶ κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι· καὶ ὧν κώνων καὶ κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσοι εἰσὶν ἐκεῖνοι.*

4) Uerba *τουτέστι τοῖς ὕψεσι* transscriptori tribuenda esse uidentur.

5) Eucl. XII, 12: *οἱ ὅμοιοι* (h. e. quorum axes et diametri basium proportionales sunt; XI def. 24) *κῶνοι καὶ κύλινδροι πρὸς ἀλλήλους ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ἐν ταῖς βάσεσι διαμέτρων.*

6) Ueri *simile est*, Archimedem hos duos conos diligentius

ἔστωσαν δύο κῶνοι ἰσοσκελεῖς οἱ *ΑΒΓ*, *ΔΕΖ*· καὶ τοῦ *ΑΒΓ* ἡ μὲν βάσις ἴση ἔστω τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ *ΔΕΖ*, τὸ δὲ ὕψος τὸ *ΑΗ* ἴσον ἔστω τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως τοῦ *Θ* ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ κώνου, οἷον ἐπὶ τὴν *ΔΕ*, καθέτῳ ἠγμένῃ τῇ *ΚΘ*. λέγω, ὅτι ἴσοι εἰσὶν οἱ κῶνοι.

ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ βάσις τοῦ *ΑΒΓ* τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ *ΔΕΖ* [τὰ δὲ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον], ὡς ἄρα ἡ τοῦ *ΒΑΓ* βάσις πρὸς τὴν τοῦ *ΔΕΖ* βάσιν, οὕτως ἡ ἐπιφάνεια τοῦ *ΔΕΖ* πρὸς τὴν βάσιν τοῦ *ΔΕΖ*. ἀλλ' ὡς ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν ἰδίαν βάσιν, οὕτως ἡ *ΔΘ* πρὸς τὴν *ΘΚ* [ἐδείχθη γὰρ τοῦτο, ὅτι παντὸς κώνου ἰσοσκελοῦς ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν βάσιν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν ἡ πλευρὰ τοῦ κώνου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως, τουτέστι ἡ *ΔΕ* πρὸς *ΕΘ*. ὡς δὲ ἡ *ΕΔ* πρὸς *ΘΔ*, οὕτως ἡ *ΕΘ* πρὸς *ΘΚ*. ἰσογώνια γάρ ἐστι τὰ τρίγωνα. ἴση δέ ἐστιν ἡ *ΘΚ* τῇ *ΑΗ*]. ὡς ἄρα ἡ βάσις τοῦ *ΒΑΓ* πρὸς τὴν βάσιν τοῦ *ΔΕΖ*, οὕτως τὸ ὕψος τοῦ *ΔΕΖ* πρὸς τὸ ὕψος τοῦ *ΑΒΓ*. τῶν *ΑΒΓ*, *ΔΕΖ* ἄρα ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ *ΒΑΓ* τῷ *ΔΕΖ* κώνῳ.

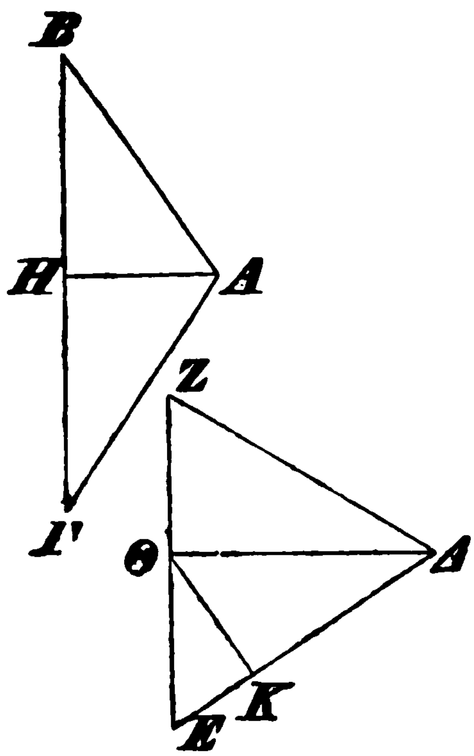
ιη'.

Παντὶ ῥόμβῳ ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκειμένῳ ἴσος ἐστὶ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἑτέρου κώνου τῶν περιεχόντων τὸν ῥόμβον, ὕψος δὲ

5. *καθετον* F; corr. ed. Basil.* 10. *οὕτως* per comp. F; item lin. 12. 12. *ΔΘ*] *ΕΘ* F; corr. man. 2, B. *ΘΚ*] *Ε* supra scriptum man. 2 F. 15. *η ΔΕ τουτεστι* F; corr. ed. Basil.* 16. *ΕΘ*] *ΔΘ* F; *Ε* supra scriptum man. 2; corr. Torellius. *ΘΔ*] *ΘΕ* F man. 2, Torellius. *οὕτως*] per comp. F, ut lin. 19. *ΕΘ*] *ΔΘ F man. 2, B,* ed. Basil., Torellius. 23. *ιθ'* F. 24. *κονων* F.

sint duo coni aequicrurii $AB\Gamma$, ΔEZ; et basis coni $AB\Gamma$ aequalis sit superficiei coni ΔEZ, altitudo autem AH aequalis lineae $K\Theta$ a centro basis Θ ad latus coni, uelut ΔE, perpendiculari ductae. dico, conos esse aequales.

nam quoniam basis coni $AB\Gamma$ aequalis est superficiei coni ΔEZ, erit, ut basis coni $BA\Gamma$ ad basim coni ΔEZ, ita superficies coni ΔEZ ad basim coni ΔEZ [Eucl. V, 7]. sed ut superficies ad basim eiusdem coni, ita $\Delta\Theta$ ad ΘK.[1]) itaque ut basis coni $BA\Gamma$ ad basim coni ΔEZ, ita altitudo coni ΔEZ ad altitudinem coni $AB\Gamma$.[2]) sunt igitur bases conorum $AB\Gamma$, ΔEZ in contraria proportione altitudinum. aequalis igitur est conus $BA\Gamma$ cono ΔEZ (λημμ. 4 p. 82).



XVIII.

Cuiuis rhombo[3]) ex conis aequicruriis composito aequalis est conus basim habens superficiei alterius coni eorum, qui rhombum comprehendunt, aequalem,

distinxisse; ea saltem uerba, quae in interpretatione addidi, uix omiserat; τοῦ ἑτέρου κώνου p. 82, lin. 18 addidit prop. 18. cfr. prop. 20; Quaest. Arch. p. 73.

1) Nam superficies coni ΔEZ : basis coni $\Delta EZ = \Delta E : E\Theta$ (prop. 15); sed $\Delta E : E\Theta = \Theta\Delta : \Theta K$ (Eucl. VI, 4), quia $\Delta E\Theta \sim \Theta K\Delta$.

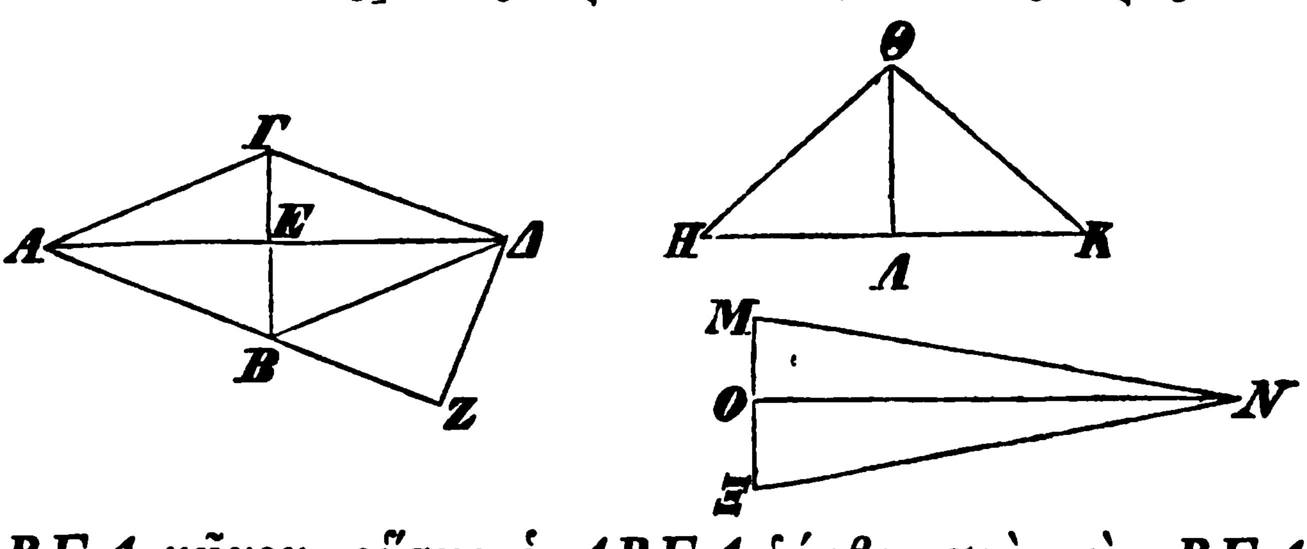
2) Nam $\Theta K = HA$ ex hypothesi.

3) *Sc. solido (defin. 6 p. 8).*

ἴσον τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ἑτέρου κώνου καθέτῳ ἀγομένῃ ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ ἑτέρου κώνου.

ἔστω ῥόμβος ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκείμενος ὁ ΑΒΓΔ, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΓ κύκλος, ὕψος δὲ τὸ ΑΔ. ἐκκείσθω δέ τις ἕτερος ὁ ΗΘΚ τὴν μὲν βάσιν ἔχων τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΑΒΓ κώνου ἴσην, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ Δ σημείου καθέτῳ ἐπὶ τὴν ΑΒ ἢ τὴν ἐπ' εὐθείας αὐτῇ ἠγμένῃ. ἔστω δὲ ἡ ΔΖ, τὸ δὲ ὕψος τοῦ ΘΗΚ κώνου ἔστω τὸ ΘΛ· ἴσον δή ἐστιν τὸ ΘΛ τῇ ΔΖ. λέγω, ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ κῶνος τῷ ῥόμβῳ.

ἐκκείσθω γὰρ ἕτερος κῶνος ὁ ΜΝΞ τὴν μὲν βάσιν ἔχων ἴσην τῇ βάσει τοῦ ΑΒΓ κώνου, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ΑΔ. καὶ ἔστω τὸ ὕψος αὐτοῦ τὸ ΝΟ. ἐπεὶ οὖν ἡ ΝΟ τῇ ΑΔ ἴση ἐστίν, ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΝΟ πρὸς ΔΕ, οὕτως ἡ ΑΔ πρὸς ΔΕ. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΑΔ πρὸς ΔΕ, οὕτως ὁ ΑΒΓΔ ῥόμβος πρὸς τὸν ΒΓΔ κῶνον· ὡς δὲ ἡ ΝΟ πρὸς τὴν ΔΕ, οὕτως ὁ ΜΝΞ κῶνος πρὸς τὸν ΒΓΔ κῶνον [διὰ τὸ τὰς βάσεις αὐτῶν εἶναι ἴσας]. ὡς ἄρα ὁ ΜΝΞ κῶνος πρὸς τὸν



ΒΓΔ κῶνον, οὕτως ὁ ΑΒΓΔ ῥόμβος πρὸς τὸν ΒΓΔ κῶνον. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ΜΝΞ τῷ ΑΒΓΔ ῥόμβῳ.

8. *ηγμενην*, ut uidetur, F; corr. Torellius. 13. εχον F.

altitudinem autem aequalem lineae, quae a uertice alterius coni ad latus prioris coni[1]) perpendicularis ducitur.

sit rhombus ex conis aequicruriis compositus $AB\Gamma\Delta$, cuius basis sit circulus circum $B\Gamma$ diametrum descriptus, altitudo autem $A\Delta$. ponatur autem alius conus $H\Theta K$ basim habens superficiei coni $AB\Gamma$ aequalem, altitudinem autem aequalem lineae a Δ puncto ad AB lineam uel eandem productam perpendiculari. sit autem ΔZ linea, altitudo autem coni ΘHK sit $\Theta\Lambda$ linea. itaque $\Theta\Lambda = \Delta Z$. dico, conum [$H\Theta K$] aequalem esse rhombo.

ponatur enim alius conus $MN\Xi$ basim habens basi coni $AB\Gamma$ aequalem, altitudinem autem aequalem $A\Delta$ lineae. et sit altitudo eius NO linea. iam quoniam $NO = A\Delta$, erit [Eucl. V, 7]

$$NO : \Delta E = A\Delta : \Delta E.$$

sed

$$A\Delta : \Delta E = AB\Gamma\Delta : B\Gamma\Delta^{2}),$$

et

$$NO : \Delta E = MN\Xi : B\Gamma\Delta \text{ [}\lambda\eta\mu\mu.\text{ 1 p. 80].}^{3})$$

itaque

$$MN\Xi : B\Gamma\Delta = AB\Gamma\Delta : B\Gamma\Delta.$$

quare

$$MN\Xi = AB\Gamma\Delta \text{ [Eucl. V, 9].}$$

---

1) Cfr. p. 83 not. 6.

2) Nam $AB\Gamma : B\Gamma\Delta = AE : E\Delta$ ($\lambda\eta\mu\mu$. 1 p. 80); quare componendo (Eucl. V, 18): $AB\Gamma + B\Gamma\Delta : B\Gamma\Delta = A\Delta : E\Delta$.

3) Sequentia uerba lin. 19—20 transscriptori tribuo; neque enim intellegitur, cur Archimedes, si ad lemma 1 lectorem reuocare uoluit, lin. 18, ubi magis opus erat, praetermiserit.

$AB\Gamma$] Γ om. F; add. eadem manus(?). 16. οὕτως F, ut lin. *17 et 18.* 22. $AB\Gamma\Delta$] Δ om. F; add. man. 2.

καὶ ἐπεὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ *ΑΒΓ* ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ *ΗΘΚ*, ὡς ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ *ΑΒΓ* πρὸς τὴν ἰδίαν βάσιν, οὕτως ἡ βάσις τοῦ *ΗΘΚ* πρὸς τὴν βάσιν τοῦ *ΜΝΞ* [ἡ γὰρ βάσις τοῦ *ΑΒΓ* ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ *ΜΝΞ*]. ὡς δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ *ΑΒΓ* πρὸς τὴν ἰδίαν βάσιν, οὕτως ἡ *ΑΒ* πρὸς τὴν *ΒΕ*, τουτέστι ἡ *ΑΔ* πρὸς *ΔΖ* [ὅμοια γὰρ τὰ τρίγωνα]. ὡς ἄρα ἡ βάσις τοῦ *ΗΘΚ* πρὸς τὴν βάσιν τοῦ *ΝΜΞ*, οὕτως ἡ *ΑΔ* πρὸς *ΔΖ*. ἴση δὲ ἡ μὲν *ΑΔ* τῇ *ΝΟ* [ὑπέκειτο γάρ], ἡ δὲ *ΔΖ* τῇ *ΘΛ*. ὡς ἄρα ἡ βάσις τοῦ *ΗΘΚ* πρὸς τὴν βάσιν τοῦ *ΜΝΞ*, οὕτως τὸ *ΝΟ* ὕψος πρὸς τὸ *ΘΛ*. τῶν *ΗΘΚ*, *ΜΝΞ* ἄρα κώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. ἴσοι ἄρα εἰσὶν οἱ κῶνοι. ἐδείχθη δὲ ὁ *ΜΝΞ* ἴσος τῷ *ΑΒΓΔ* ῥόμβῳ. καὶ ὁ *ΗΘΚ* ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ *ΑΒΓΔ* ῥόμβῳ.

ιθ'.

Ἐὰν κῶνος ἰσοσκελὴς ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ τῇ βάσει, ἀπὸ δὲ τοῦ γενομένου κύκλου κῶνος ἀναγραφῇ κορυφὴν ἔχων τὸ κέντρον τῆς βάσεως, ὁ δὲ γενόμενος ῥόμβος ἀφαιρεθῇ ἀπὸ τοῦ ὅλου κώνου, τῷ περιλείμματι ἴσος ἔσται κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ κώνου καθέτῳ ἠγμένῃ.

ἔστω κῶνος ἰσοσκελὴς ὁ *ΑΒΓ*, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῇ βάσει, καὶ ποιείτω τομὴν τὴν *ΔΕ*. κέντρον δὲ τῆς βάσεως ἔστω τὸ *Ζ*· καὶ ἀπὸ τοῦ περὶ διάμετρον τὴν *ΔΕ* κύκλου κῶνος ἀναγεγράφθω κορυ-

8. *ΝΜΞ*] sic FBC*; *ΜΝΞ* ed. Basil., Torellius. 10. *ΘΛ*]

et quoniam superficies coni $AB\Gamma$ aequalis est basi coni $H\Theta K$, erit, ut superficies coni $AB\Gamma$ ad basim eiusdem coni, ita basis coni $H\Theta K$ ad basim coni $MN\Xi$.[1]) séd ut superficies coni $AB\Gamma$ ad basim eiusdem coni, ita AB ad BE [prop. 15], h. e. $A\Delta$ ad ΔZ.[2]) itaque ut basis coni $H\Theta K$ ad basim coni $NM\Xi$, ita $A\Delta$ ad ΔZ. sed $A\Delta = NO$ [ex hypothesi], et $\Delta Z = \Theta\Lambda$ [ex hypothesi]. itaque ut basis coni $H\Theta K$ ad basim coni $MN\Xi$, ita erit NO altitudo ad $\Theta\Lambda$. conorum igitur $H\Theta K$, $MN\Xi$ bases in contraria sunt proportione altitudinum. quare coni aequales sunt [λημμ. 4 p. 82]. sed demonstratum est, conum $MN\Xi$ aequalem esse rhombo $AB\Gamma\Delta$. itaque etiam $H\Theta K$ conus aequalis est rhombo $AB\Gamma\Delta$.

XIX.

Si conus aequicrurius plano basi parallelo secatur, et in circulo inde orto conus construitur uerticem habens centrum basis, et rhombus inde ortus a toto cono subtrahitur, frusto relicto aequalis erit conus basim habens aequalem superficiei coni inter plana parallela positae, altitudinem autem aequalem lineae a centro basis a latus coni perpendiculari.

sit conus aequicrurius $AB\Gamma$, et secetur plano basi parallelo, quod efficiat sectionem ΔE. centrum autem basis sit Z, et in circulo circum diametrum ΔE de-

1) Nam basis coni $MN\Xi$ aequalis est basi coni $AB\Gamma$ (ex hypothesi). uerba lin. 4—5 Archimedis uix sunt.
2) Nam $ABE \sim A\Delta Z$; tum u. Eucl. VI, 4.

$\Lambda\Theta$ Torellius. ὡς] ωστε F; corr. B. 12. τῶν] του F. 16. κ' F. 21. περιλημματι F.

καὶ τῆς μεταξὺ τῶν ΔΕ, ΑΓ, ἀλλʼ ἡ μὲν τοῦ ΑΒΓ κώνου ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ ΜΝΞ κώνου, ἡ δὲ τοῦ ΔΒΕ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶν τῇ βάσει τοῦ ΟΠΡ, ἡ δὲ μεταξὺ τῶν ΔΕ, ΑΓ ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ ΘΚΛ, ἡ ἄρα τοῦ ΜΝΞ βάσις ἴση ἐστὶ ταῖς βάσεσιν τῶν ΘΚΛ, ΟΠΡ. καί εἰσιν οἱ κῶνοι ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος. ἴσος ἄρα ἐστὶν καὶ ὁ ΜΝΞ κῶνος τοῖς ΘΚΛ, ΟΠΡ κώνοις. ἀλλʼ ὁ μὲν ΜΝΞ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΑΒΓ κώνῳ, ὁ δὲ ΠΟΡ τῷ ΒΔΕΖ ῥόμβῳ. λοιπὸς ἄρα ὁ ΘΚΛ κῶνος τῷ περιλείμματι ἴσος ἐστίν.

κ΄.

Ἐὰν ῥόμβου ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκειμένου ὁ ἕτερος κῶνος ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ τῇ βάσει, ἀπὸ δὲ τοῦ γενομένου κύκλου κῶνος ἀναγραφῇ κορυφὴν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ ἑτέρῳ κώνῳ, ἀπὸ δὲ τοῦ ὅλου ῥόμβου ὁ γενόμενος ῥόμβος ἀφαιρεθῇ, τῷ περιλείμματι ἴσος ἔσται ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ἑτέρου κώνου ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ ἑτέρου κώνου καθέτῳ ἠγμένῃ.

ἔστω ῥόμβος ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκείμενος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ τμηθήτω ὁ ἕτερος κῶνος ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῇ βάσει, καὶ ποιείτω τομὴν τὴν ΕΖ, ἀπὸ δὲ τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΕΖ κύκλου κῶνος ἀναγεγράφθω τὴν κορυφὴν ἔχων τὸ Δ σημεῖον. ἔσται δὴ γεγονὼς ῥόμβος ὁ ΕΒΔΖ, καὶ νοείσθω ἀφῃρημένος

7. κονος F. 9. ὁ] το FBC*. 10. περιλειμματι F. 11. κα΄ F. 12. ισκελων F. 14. κύκλου κῶνος] κωνου κυκλος

scripto construatur conus uerticem habens Z punctum. erit igitur $B\Delta ZE$ rhombus ex conis aequicruriis compositus. ponatur igitur conus $K\Theta\Lambda$, cuius basis aequalis sit superficiei inter ΔE, $A\Gamma$ positae, altitudo autem lineae ZH a Z puncto ad AB lineam perpendiculari ductae. dico, si rhombus $B\Delta ZE$ a cono $AB\Gamma$ ablatus fingatur, conum $\Theta K\Lambda$ aequalem futurum esse frusto relicto.

ponantur enim duo coni $MN\Xi$, $O\Pi P$, ita ut basis coni $MN\Xi$ aequalis sit superficiei coni $AB\Gamma$, altitudo autem lineae ZH[1]), basis autem coni $O\Pi P$ aequalis superficiei coni ΔBE, altitudo autem lineae ZH.[2])

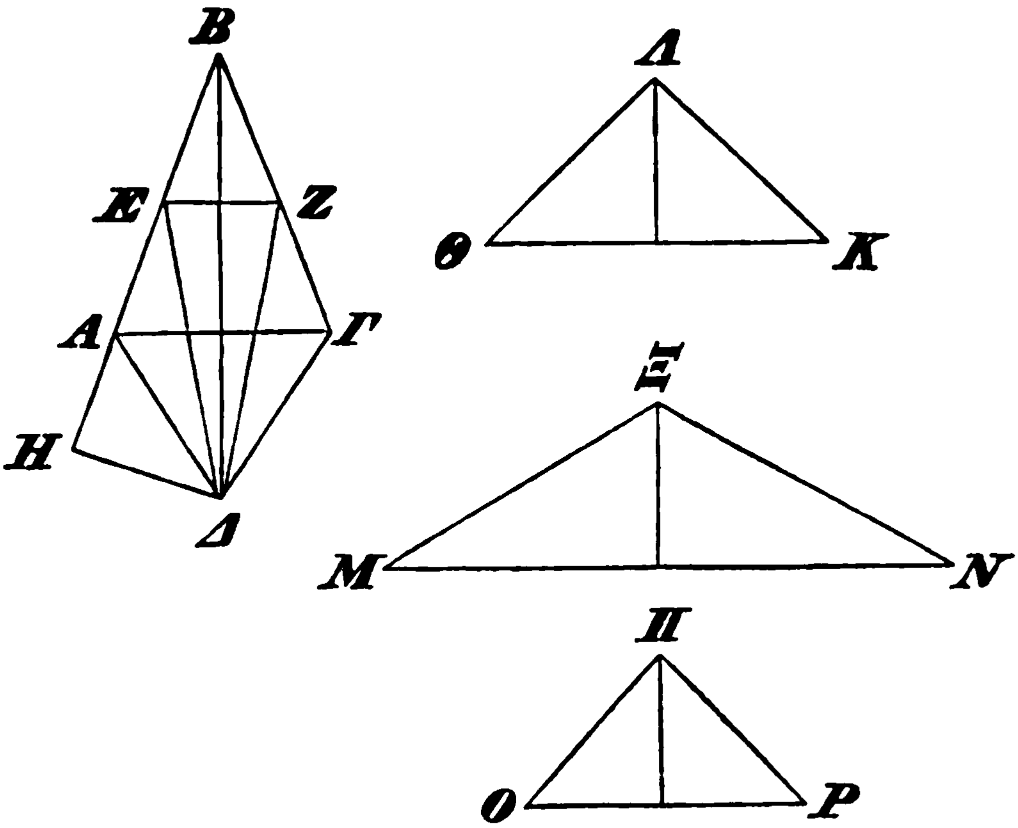
sed quoniam superficies coni $AB\Gamma$ composita est ex superficie coni $B\Delta E$ et superficie inter ΔE, $A\Gamma$ posita, superficies autem coni $AB\Gamma$ aequalis est basi

---

1) Quaest. Arch. p. 75 dixi lin. 21—25 subditiuas mihi uideri esse, quippe quae nihil contineant nisi inutilem et ab Archimedis consuetudine abhorrentem repetitionem prop. 17; sed etiam lin. 19—21, quibus interpositis praue interrumpitur constructio, et membra ab ὥστε lin. 15 pendentia et per μέν lin. 15 — δέ lin. 25 coniuncta uiolenter disiunguntur, interpolatori tribuo.

2) Ex iis, quae not. 1 de uerbis similibus lin. 19—25 dixi, ueri simile fit, etiam uerba, quae hoc loco sequuntur lin. 26 διὰ δή — 28 προαπεδείχθη, interpolatori deberi.

ἀπὸ τοῦ ὅλου ῥόμβου. ἐκκείσθω δέ τις κῶνος ὁ ΘΚΛ τὴν μὲν βάσιν ἴσην ἔχων τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν ΑΓ, ΕΖ, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ Δ σημείου



καθέτῳ ἀγομένῃ ἐπὶ τὴν ΒΑ ἢ τὴν ἐπ' εὐθείας αὐτῇ. λέγω, ὅτι ὁ ΘΚΛ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ περιλείμματι.

ἐκκείσθωσαν γὰρ δύο κῶνοι οἱ ΜΝΞ, ΟΠΡ· καὶ ἡ μὲν βάσις τοῦ ΜΝΞ κώνου ἴση ἔστω τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΑΒΓ, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ΔΗ [διὰ δὴ τὰ προδειχθέντα ἴσος ἐστὶν ὁ ΜΝΞ κῶνος τῷ ΑΒΓΔ ῥόμβῳ], τοῦ δὲ ΟΠΡ κώνου ἡ μὲν βάσις ἴση ἔστω τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΕΒΖ κώνου, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ΔΗ [ὁμοίως δὴ ἴσος ἐστὶν ὁ ΟΠΡ κῶνος τῷ ΕΒΖΔ ῥόμβῳ]. ἐπεὶ δὲ ὁμοίως ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ κώνου σύγκειται ἔκ τε τῆς τοῦ ΕΒΖ καὶ τῆς μεταξὺ τῶν ΕΖ, ΑΓ, ἀλλὰ ἡ μὲν τοῦ ΑΒΓ κώνου ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ ΜΝΞ, ἡ δὲ τοῦ ΕΒΖ κώνου ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ

---

5. *περιληματι* supra scripto μ F.   12. ομοιω F.   In

ΘΚΛ basim habens superficiei inter *ΑΓ*, *ΕΖ* positae aequalem, altitudinem autem lineae ab *Δ* puncto ad *ΒΑ* uel eandem productam perpendiculari ductae. dico, conum *ΘΚΛ* aequalem esse frusto relicto, quod commemorauimus.

ponantur enim duo coni *ΜΝΞ*, *ΟΠΡ*. et basis coni *ΜΝΞ* aequalis sit superficiei coni *ΑΒΓ*, altitudo autem lineae *ΔΗ*[1]; coni autem *ΟΠΡ* basis aequalis sit superficiei coni *ΕΒΖ*, altitudo autem lineae *ΔΗ*.[2] quoniam autem, ut supra [prop. 19 p. 90, 28], superficies coni *ΑΒΓ* composita est ex superficie coni *ΕΒΖ* et superficie inter *ΕΖ*, *ΑΓ* posita, et superficies coni *ΑΒΓ* aequalis est basi coni *ΜΝΞ*, et superficies coni *ΕΒΖ* aequalis basi coni *ΟΡΠ*, et superficies inter

1) Uerba sequentia lin. 9—10 subditiua esse puto; cfr. p. 91 not. 2.

2) Etiam uerba lin. 12—13, quae per uocabulum ὁμοίως uerba subditiua lin. 9—10 significant, necessario subditiua sunt, si illa iure damnauimus.

---

figura litteras *Α*, *Η* permutat F; pro O habet C; praeterea ut prop. 19 om. altitudines conorum.

τῇ βάσει τοῦ *ΟΡΠ* κώνου, ἡ δὲ μεταξὺ τῶν *ΕΖ*, *ΑΓ* ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ *ΘΚΛ*, ἡ ἄρα βάσις τοῦ *ΜΝΞ* ἴση ἐστὶ ταῖς βάσεσιν τῶν *ΟΠΡ*, *ΘΚΛ*. καί εἰσιν οἱ κῶνοι ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος. καὶ ὁ *ΜΝΞ* ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τοῖς *ΘΚΛ*, *ΟΠΡ* κώνοις. ἀλλ' ὁ μὲν *ΜΝΞ* κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ *ΑΒΓΔ* ῥόμβῳ, ὁ δὲ *ΟΠΡ* κῶνος τῷ *ΕΒΔΖ* ῥόμβῳ. λοιπὸς ἄρα ὁ κῶνος ὁ *ΘΚΛ* ἴσος ἐστὶ τῷ περιλείμματι τῷ λοιπῷ.

κα'.

Ἐὰν εἰς κύκλον πολύγωνον ἐγγραφῇ ἀρτιόπλευρόν τε καὶ ἰσόπλευρον, καὶ διαχθῶσιν εὐθεῖαι ἐπιζευγνύουσαι τὰς πλευρὰς τοῦ πολυγώνου, ὥστε αὐτὰς παραλλήλους εἶναι μιᾷ ὁποιᾳοῦν τῶν ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑποτεινουσῶν, αἱ ἐπιζευγνύουσαι πᾶσαι πρὸς τὴν τοῦ κύκλου διάμετρον τοῦτον ἔχουσι τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ ὑποτείνουσα τὰς μιᾷ ἐλάσσονας τῶν ἡμίσεων πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου.

ἔστω κύκλος ὁ *ΑΒΓΔ*, καὶ ἐν αὐτῷ πολύγωνον ἐγγεγράφθω τὸ *ΑΕΖΒΗΘΓΜΝΔΛΚ*, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ *ΕΚ*, *ΖΛ*, *ΒΔ*, *ΗΝ*, *ΘΜ*. δῆλον δή, ὅτι παράλληλοί εἰσιν τῇ ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑποτεινούσῃ. λέγω οὖν, ὅτι αἱ εἰρημέναι πᾶσαι πρὸς τὴν τοῦ κύκλου διάμετρον τὴν *ΑΓ* τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι τῷ τῆς *ΓΕ* πρὸς *ΕΑ*.

ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ *ΖΚ*, *ΛΒ*, *ΗΔ*, *ΘΝ*. παράλληλος ἄρα ἡ μὲν *ΖΚ* τῇ *ΕΑ*, ἡ δὲ *ΒΛ* τῇ *ΖΚ*, καὶ ἔτι ἡ μὲν *ΔΗ* τῇ *ΒΛ*, ἡ δὲ *ΘΝ* τῇ *ΔΗ*, καὶ ἡ

7. *ΕΒΖΔ* Torellius. 8. περιλιμματι F. 19. Post *Κ* *F habet Λ, sed expunctum.* 27. *Δ*Η (alt.) in rasura F.

ΘΚΔ basim habens superficiei inter *ΑΓ*, *ΕΖ* positae aequalem, altitudinem autem lineae ab *Δ* puncto ad *ΒΑ* uel eandem productam perpendiculari ductae. dico, conum *ΘΚΔ* aequalem esse frusto relicto, quod commemorauimus.

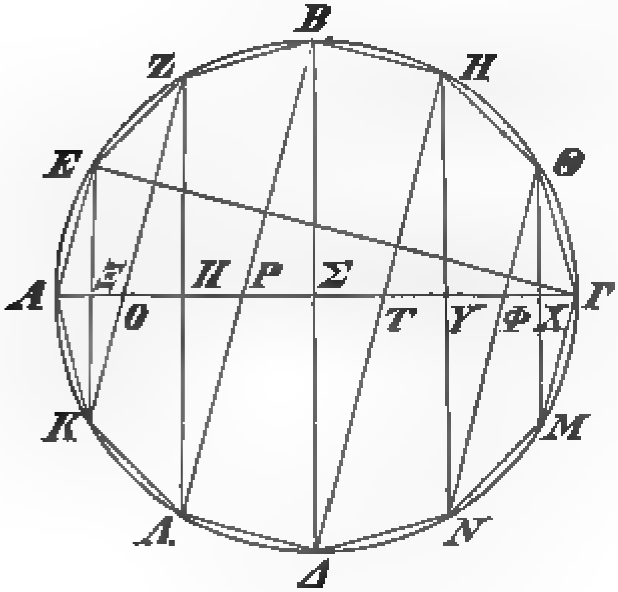
ponantur enim duo coni *ΜΝΞ*, *ΟΠΡ*. et basis coni *ΜΝΞ* aequalis sit superficiei coni *ΑΒΓ*, altitudo autem lineae *ΔΗ*[1]); coni autem *ΟΠΡ* basis aequalis sit superficiei coni *ΕΒΖ*, altitudo autem lineae *ΔΗ*.[2]) quoniam autem, ut supra [prop. 19 p. 90, 28], superficies coni *ΑΒΓ* composita est ex superficie coni *ΕΒΖ* et superficie inter *ΕΖ*, *ΑΓ* posita, et superficies coni *ΑΒΓ* aequalis est basi coni *ΜΝΞ*, et superficies coni *ΕΒΖ* aequalis basi coni *ΟΡΠ*, et superficies inter

1) Uerba sequentia lin. 9—10 subditiua esse puto; cfr. p. 91 not. 2.

2) Etiam uerba lin. 12—13, quae per uocabulum ὁμοίως uerba subditiua lin. 9—10 significant, necessario subditiua sunt, si illa iure damnauimus.

figura litteras *Α*, *Η* permutat F; pro O habet C; praeterea ut prop. 19 om. altitudines conorum.

ΓΜ τῇ ΘΝ. [καὶ ἐπεὶ δύο παράλληλοί εἰσιν αἱ ΕΛ, ΚΖ, καὶ δύο διηγμέναι εἰσὶν αἱ ΕΚ, ΛΟ] ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΕΞ πρὸς ΞΛ, ὁ ΚΞ πρὸς ΞΟ· ὡς δ' ἡ ΚΞ πρὸς ΞΟ, ἡ ΖΠ πρὸς ΠΟ, ὡς δὲ ἡ ΖΠ πρὸς ΠΟ, ἡ ΛΠ πρὸς ΠΡ, ὡς δὲ ἡ ΛΠ πρὸς ΠΡ, οὕτως ἡ ΒΣ πρὸς ΣΡ, καὶ ἔτι, ὡς ἡ μὲν ΒΣ πρὸς ΣΡ, ἡ ΔΣ πρὸς ΣΤ, ὡς δὲ ἡ ΔΣ πρὸς ΣΤ, ἡ ΗΥ πρὸς ΥΤ, καὶ ἔτι, ὡς ἡ μὲν ΗΥ πρὸς ΥΤ, ἡ ΝΥ πρὸς ΥΦ, ὡς δὲ ἡ ΝΥ πρὸς ΥΦ, ἡ ΘΧ πρὸς ΧΦ, καὶ ἔτι, ὡς μὲν ἡ ΘΧ πρὸς ΧΦ, ἡ ΜΧ πρὸς ΧΓ [καὶ πάντα ἄρα πρὸς πάντα ἐστίν, ὡς εἷς τῶν λόγων πρὸς ἕνα]. ὡς ἄρα ἡ ΕΞ πρὸς ΞΑ, οὕτως αἱ ΕΚ, ΖΛ, ΒΔ, ΗΝ, ΘΜ πρὸς τὴν ΑΓ διάμετρον. ὡς δὲ ἡ ΕΞ πρὸς ΞΑ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς ΕΑ. ἔσται ἄρα καὶ ὡς ἡ ΓΕ πρὸς ΕΑ, οὕτω πᾶσαι αἱ ΕΚ, ΖΛ, ΒΔ, ΗΝ, ΘΜ πρὸς τὴν ΑΓ διάμετρον.



κβ'.

Ἐὰν εἰς τμῆμα κύκλου πολύγωνον ἐγγραφῇ τὰς πλευρὰς ἔχον χωρὶς τῆς βάσεως ἴσας καὶ ἀρτίους, ἀχθῶσιν δὲ εὐθεῖαι παρὰ τὴν βάσιν τοῦ τμήματος τὰς πλευρὰς ἐπιζευγνύουσαι τοῦ πολυγώνου, αἱ ἀχθεῖσαι πᾶσαι καὶ ἡ ἡμίσεια τῆς βάσεως πρὸς τὸ ὕψος τοῦ

---

2. ΑΟ] ΑΘ F; corr. B man. 2*. 3. δ'] F B C*; δέ uulgo.

EZ, $A\Gamma$ posita aequalis basi coni $\Theta K\Lambda$, basis igitur coni $MN\Xi$ aequalis est basibus conorum $O\Pi P$, $\Theta K\Lambda$. et coni eandem altitudinem habent. itaque etiam conus

$$MN\Xi = \Theta K\Lambda + O\Pi P \text{ [p. 93 not. 1].}$$

sed $MN\Xi = AB\Gamma\Delta$ [prop. 18], et $O\Pi P = EB\Delta Z$ [prop. 18] [itaque $AB\Gamma\Delta = \Theta K\Lambda + EB\Delta Z$. auferatur, qui communis est rhombus $EB\Delta Z$]. erit igitur, qui relinquitur, conus $\Theta K\Lambda$ aequalis frusto relicto [Eucl. I κοιν. ἐνν. 3].

XXI.

Si circulo polygonum inscribitur aequilaterum, cuius latera paria sunt numero, et ducuntur lineae angulos[1]) polygoni coniungentes, ita ut parallelae sint cuiuis linearum sub duo latera subtendentium polygoni, omnes simul lineae coniungentes ad diametrum circuli eam habent rationem, quam habet linea subtendens sub latera polygoni uno pauciora, quam dimidius numerus eorum est, ad latus polygoni.

sit circulus $AB\Gamma\Delta$, et ei inscribatur polygonum $AEZBH\Theta\Gamma MN\Delta\Lambda K$, et ducantur lineae EK, $Z\Lambda$, $B\Delta$, HN, ΘM. adparet igitur, eas parallelas esse lineae sub duo latera polygoni subtendenti.[2]) iam dico, omnes simul lineas, quas commemorauimus, ad diametrum circuli rationem habere, quam ΓE ad EA.

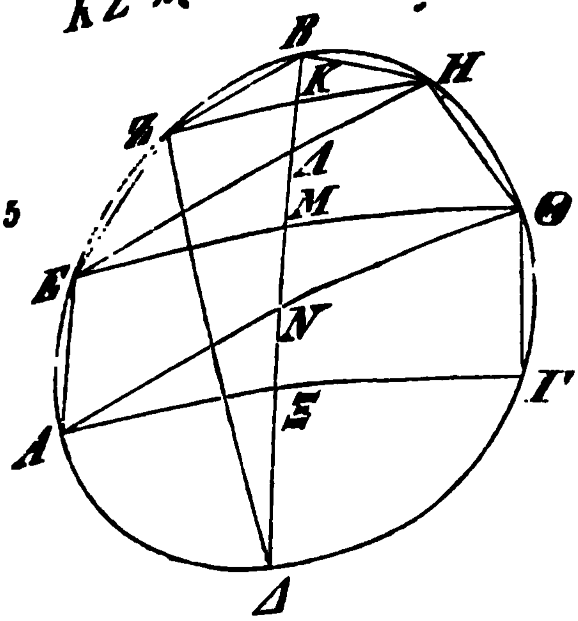
ducantur enim lineae ZK, ΛB, $H\Delta$, ΘN. parallela igitur linea ZK est lineae EA,[3]) $B\Lambda$ lineae ZK, et

1) Archimedes pro πλευράς lin. 12 fortasse scripserat γωνίας; Quaest. Arch. p. 76.

2) Nam quia arcus $K\Lambda$, EZ aequales sunt, erit
$$\angle EKZ = KZ\Lambda \text{ (Eucl. III, 27);}$$
itaque $EK \nparallel \Lambda Z$ (Eucl. I, 28), et eodem modo in ceteris.

3) *Quia arcus* $KA = EZ$, erit $\angle AEK = EKZ$ (Eucl. III,

ΓΜ τῇ ΘΝ [illegible] ὃν ἡ ἀπὸ τῆς ΚΖ, καὶ [illegible] τοῦ πολυγώνου ὡς ἡ [illegible] πολυγώνου πλευράν. πρὸς [illegible] διήχθω τις εὐθεῖα ἡ ΑΓ, ἡ ΑΙ [illegible] ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ΑΒΓ ΒΣ [illegible] ἴσας ἔχον τὰς πλευρὰς χωρὶς ΔΣ [illegible] καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΗ, ΕΘ, αἳ ΤΓ [illegible] βάσει τοῦ τμήματος. λέγω, ὅτι ἐστὶν δὲ [illegible] πρὸς ΒΞ, οὕτως ἡ ΔΖ πρὸς ΖΒ. ἡ [illegible] ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΕ, ΛΘ· παρ- [illegible] τῇ ΒΖ· διὰ δὴ ταὐτά ἐστιν, ὡς ἡ [illegible] ἥ τε ΗΚ πρὸς ΚΛ, καὶ ἡ ΕΜ πρὸς ΜΛ, καὶ ἡ ΜΘ πρὸς ΜΝ, καὶ ἡ ΞΑ πρὸς ΞΝ [καὶ ὡς ἄρα πάντα πρὸς πάντα, εἷς τῶν λόγων πρὸς ἕνα]. ὡς ἄρα αἱ ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ πρὸς ΒΞ, οὕτως ἡ ΖΚ πρὸς ΚΒ. ὡς δὲ ἡ ΖΚ πρὸς ΚΒ, οὕτως ἡ ΔΖ πρὸς ΖΒ. ὡς ἄρα ἡ ΔΖ πρὸς ΖΒ, οὕτως αἱ ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ πρὸς ΒΞ.



κγ'.

Ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸν πολύγωνον ἰσόπλευρον, τὸ δὲ πλῆθος τῶν πλευρῶν αὐτοῦ μετρείσθω ὑπὸ τετράδος· αἱ δὲ ΑΓ, ΔΒ διάμετροι ἔστωσαν. ἐὰν δὴ μενούσης τῆς ΑΓ διαμέτρου περιενεχθῇ ὁ ΑΒΓΔ κύκλος ἔχων

23. κγ' om. F. 27. ΔΒ] ΒΔ ed. Basil., Torellius.

quam linea a diametro circuli ad latus polygoni ducta ad latus polygoni.

ducatur enim in circulo $AB\Gamma$ linea recta $A\Gamma$, et super lineam $A\Gamma$ polygonum latera praeter basim $A\Gamma$ aequalia et paria numero habens segmento $AB\Gamma$ inscribatur. et ducantur ZH, $E\Theta$, quae parallelae sunt basi segmenti [p. 97 not. 2]. dico esse

$$ZH + E\Theta + A\Xi : B\Xi = \Delta Z : ZB.$$

rursus enim, ut supra [p. 96, 25], ducantur lineae HE, $A\Theta$; parallelae igitur sunt lineae BZ [p. 97 not. 3]. eadem de causa, qua supra [p. 99, 2 sq.], erit

$$KZ:KB = HK:K\Lambda = EM:M\Lambda = M\Theta:MN = \Xi A:\Xi N.$$[1]

itaque

$$ZH + E\Theta + A\Xi : B\Xi = ZK : KB \text{ [Eucl. V, 12]}.$$

sed

$$ZK : KB = \Delta Z : ZB \text{ [Eucl. VI, 4]}.$$

quare erit

$$\Delta Z : ZB = ZH + E\Theta + A\Xi : B\Xi.$$

XXIII.

Sit in sphaera $AB\Gamma\Delta$ circulus maximus, et ei inscribatur polygonum aequilaterum, cuius laterum numerus per quattuor diuidi possit. lineae autem $A\Gamma$, ΔB diametri sint [inter se perpendiculares].[2]) si igitur manente diametro $A\Gamma$ circulus $AB\Gamma\Delta$ cum polygono circumuoluitur, adparet, ambitum eius per superficiem

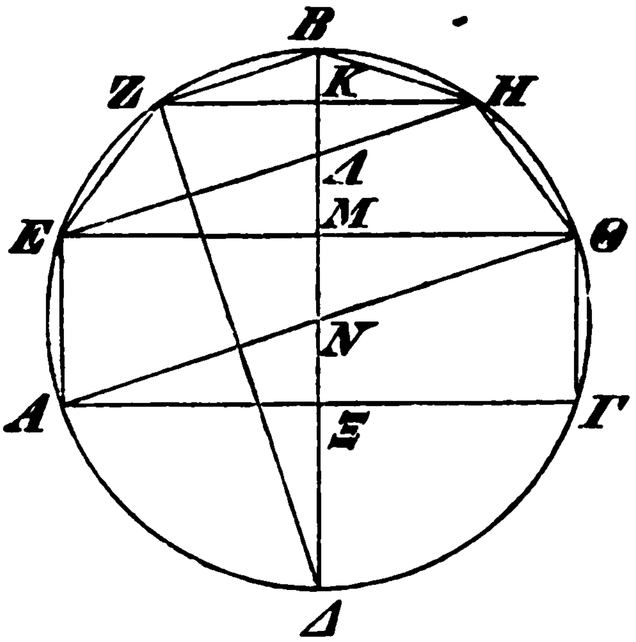
1) Uerba sequentia lin. 14—16 Archimedis non sunt; cfr. p. 98, 10; Neue Jahrb. Suppl. XI p. 388.

2) *Hic Archimedes uix omiserat:* πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις *lin. 27, quae uerba Nizzius* addi uoluit.

τμήματος τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσιν, ὃν ἡ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου ἐπιζευγνυμένη πρὸς τὴν τοῦ πολυγώνου πλευράν.

εἰς γὰρ κύκλον τὸν ΑΒΓ διήχθω τις εὐθεῖα ἡ ΑΓ, καὶ ἐπὶ τῆς ΑΓ πολύγωνον ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ΑΒΓ τμῆμα ἀρτιόπλευρόν τε καὶ ἴσας ἔχον τὰς πλευρὰς χωρὶς τῆς βάσεως τῆς ΑΓ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΗ, ΕΘ, αἵ εἰσιν παράλληλοι τῇ βάσει τοῦ τμήματος. λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς αἱ ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ πρὸς ΒΞ, οὕτως ἡ ΔΖ πρὸς ΖΒ.

πάλιν γὰρ ὁμοίως ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΗΕ, ΑΘ· παράλληλοι ἄρα εἰσὶν τῇ ΒΖ· διὰ δὴ ταὐτά ἐστιν, ὡς ἡ ΚΖ πρὸς ΚΒ, ἥ τε ΗΚ πρὸς ΚΛ, καὶ ἡ ΕΜ πρὸς ΜΛ, καὶ ἡ ΜΘ πρὸς ΜΝ, καὶ ἡ ΞΑ πρὸς ΞΝ [καὶ ὡς ἄρα πάντα πρὸς πάντα, εἷς τῶν λόγων πρὸς ἕνα]. ὡς ἄρα αἱ ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ πρὸς ΒΞ, οὕτως ἡ ΖΚ πρὸς ΚΒ. ὡς δὲ ἡ ΖΚ πρὸς ΚΒ, οὕτως ἡ ΔΖ πρὸς ΖΒ. ὡς ἄρα ἡ ΔΖ πρὸς ΖΒ, οὕτως αἱ ΖΗ, ΕΘ, ΑΞ πρὸς ΒΞ.



κγ΄.

Ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸν πολύγωνον ἰσόπλευρον, τὸ δὲ πλῆθος τῶν πλευρῶν αὐτοῦ μετρείσθω ὑπὸ τετράδος· αἱ δὲ ΑΓ, ΔΒ διάμετροι ἔστωσαν. ἐὰν δὴ μενούσης τῆς ΑΓ διαμέτρου περιενεχθῇ ὁ ΑΒΓΔ κύκλος ἔχων

---

23. κγ΄ om. F. 27. ΔΒ] ΒΔ ed. Basil., Torellius.

quam linea a diametro circuli ad latus polygoni ducta ad latus polygoni.

ducatur enim in circulo $AB\Gamma$ linea recta $A\Gamma$, et super lineam $A\Gamma$ polygonum latera praeter basim $A\Gamma$ aequalia et paria numero habens segmento $AB\Gamma$ inscribatur. et ducantur ZH, $E\Theta$, quae parallelae sunt basi segmenti [p. 97 not. 2]. dico esse

$$ZH + E\Theta + A\Xi : B\Xi = \Delta Z : ZB.$$

rursus enim, ut supra [p. 96, 25], ducantur lineae HE, $A\Theta$; parallelae igitur sunt lineae BZ [p. 97 not. 3]. eadem de causa, qua supra [p. 99, 2 sq.], erit

$$KZ:KB = HK:KA = EM:MA = M\Theta:MN = \Xi A:\Xi N.$$[1])

itaque

$$ZH + E\Theta + A\Xi : B\Xi = ZK : KB \text{ [Eucl. V, 12].}$$

sed

$$ZK : KB = \Delta Z : ZB \text{ [Eucl. VI, 4].}$$

quare erit

$$\Delta Z : ZB = ZH + E\Theta + A\Xi : B\Xi.$$

XXIII.

Sit in sphaera $AB\Gamma\Delta$ circulus maximus, et ei inscribatur polygonum aequilaterum, cuius laterum numerus per quattuor diuidi possit. lineae autem $A\Gamma$, ΔB diametri sint [inter se perpendiculares].[2]) si igitur manente diametro $A\Gamma$ circulus $AB\Gamma\Delta$ cum polygono circumuoluitur, adparet, ambitum eius per superficiem

1) Uerba sequentia lin. 14—16 Archimedis non sunt; cfr. p. 98, 10; Neue Jahrb. Suppl. XI p. 388.

2) *Hic Archimedes uix omiserat:* πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις *lin. 27, quae uerba Nizzius* addi uoluit.

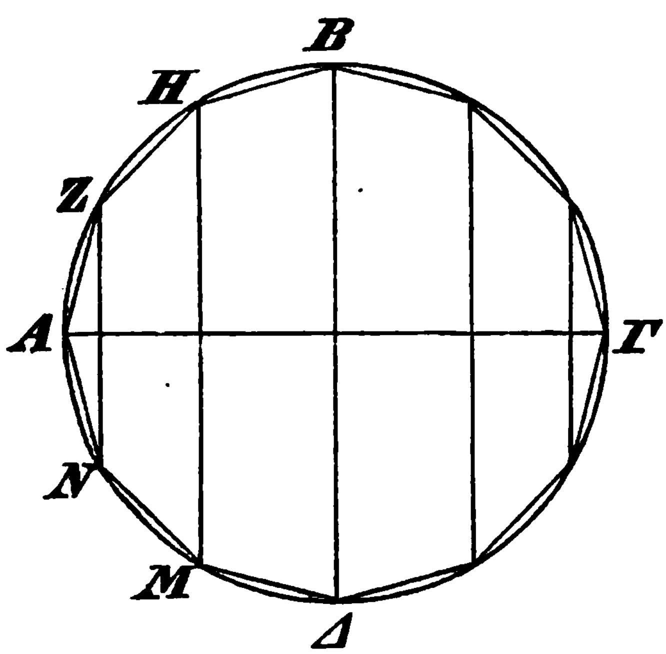
τὸ πολύγωνον, δῆλον, ὅτι ἡ μὲν περιφέρεια αὐτοῦ κατὰ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἐνεχθήσεται, αἱ δὲ τοῦ πολυγώνου γωνίαι χωρὶς τῶν πρὸς τοῖς Α, Γ σημείοις κατὰ κύκλων περιφερειῶν ἐνεχθήσονται ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας γεγραμμένων ὀρθῶν πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον. διάμετροι δὲ αὐτῶν ἔσονται αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου παρὰ τὴν ΒΔ οὖσαι. αἱ δὲ τοῦ πολυγώνου πλευραὶ κατά τινων κώνων ἐνεχθήσονται, αἱ μὲν ΑΖ, ΑΝ κατ' ἐπιφανείας κώνου, οὗ βάσις μὲν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΖΝ, κορυφὴ δὲ τὸ Α σημεῖον· αἱ δὲ ΖΗ, ΜΝ κατά τινος κωνικῆς ἐπιφανείας οἰσθήσονται, ἧς βάσις μὲν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΗΜ, κορυφὴ δὲ τὸ σημεῖον, καθ' ὃ συμβάλλουσιν ἐκβαλλόμεναι αἱ ΖΗ, ΜΝ ἀλλήλαις τε καὶ τῇ ΑΓ· αἱ δὲ ΒΗ, ΜΔ πλευραὶ κατὰ κωνικῆς ἐπιφανείας οἰσθήσονται, ἧς βάσις μέν ἐστιν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ ὀρθὸς πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον, κορυφὴ δὲ τὸ σημεῖον, καθ' ὃ συμβάλλουσιν ἐκβαλλόμεναι αἱ ΒΗ, ΔΜ ἀλλήλαις τε καὶ τῇ ΓΑ. ὁμοίως δὲ καὶ αἱ ἐν τῷ ἑτέρῳ ἡμικυκλίῳ πλευραὶ κατὰ κωνικῶν ἐπιφανειῶν οἰσθήσονται πάλιν ὁμοίων ταύταις. ἔσται δή τι σχῆμα ἐγγεγραμμένον ἐν τῇ σφαίρᾳ ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον τῶν προειρημένων, οὗ ἡ ἐπιφάνεια ἐλάσσων ἔσται τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

διαιρεθείσης γὰρ τῆς σφαίρας ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὴν ΒΔ ὀρθοῦ πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον ἡ

---

5. *τῆς*] *τη* F. *ορθον* F; corr. ed. Bas. 9. *ΑΖ*] *ΑΞ* *F.* *10. οὗ*] *ὁ* FC*. *τήν*] *τη* F; corr. B. 13. *ΗΜ*] *ΜΗ* *ed. Basil., Torellius.* 14. *συμβαλουσιν* F. *ἐκβαλλόμεναι*] *altero λ supra scripto* F. 20. *αἱ*] addidi; om. F, uulgo.

sphaerae circumuolutum iri, angulos autem polygoni praeter angulos ad A, Γ puncta positos per ambitus circulorum in superficie sphaerae descriptorum et ad $AB\Gamma\Delta$ circulum perpendicularium. et diametri eorum erunt lineae angulos polygoni coniungentes lineae $B\Delta$ parallelae. latera autem polygoni per conos quosdam circumuoluentur, AZ, AN latera per superficiem coni, cuius basis est circulus circum diametrum ZN descriptus, uertex autem A punctum, latera uero ZH, MN per superficiem conicam circumuoluentur, cuius basis est circulus circum diametrum HM descriptus, uertex autem punctum, in quo ZH, MN lineae productae et sibi in uicem et lineae $A\Gamma$ concurrunt; latera autem BH, $M\Delta$ per superficiem conicam circumuoluentur, cuius basis est circulus circum $B\Delta$ diametrum descriptus ad $AB\Gamma\Delta$ circulum perpendicularis, uertex autem punctum, in quo BH, ΔM lineae productae et sibi in uicem et lineae ΓA concurrunt. eodem modo etiam latera in altero semicirculo posita rursus per superficies conicas circumuoluentur his similes. itaque in sphaera figura inscripta erit comprehensa per superficies conicas, quas commemorauimus, cuius superficies minor erit superficie sphaerae.



secta enim sphaera plano in linea $B\Delta$ posito ad *circulum* $AB\Gamma\Delta$ perpendiculari superficies alterius *ἐπιφάνεια τοῦ ἑτέρου ἡμισφαιρίου καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ σχήματος τοῦ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένου τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσιν ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ· ἀμφοτέρων γὰρ τῶν ἐπιφανειῶν πέρας ἐστὶν τοῦ κύκλου ἡ περιφέρεια τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ ὀρθοῦ πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον· καί εἰσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ περιλαμβάνεται αὐτῶν ἡ ἑτέρα ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἐπιφανείας καὶ τῆς ἐπιπέδου τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῇ. ὁμοίως δὲ καὶ τοῦ ἐν τῷ ἑτέρῳ ἡμισφαιρίῳ σχήματος ἡ ἐπιφάνεια ἐλάσσων ἐστὶ τῆς τοῦ ἡμισφαιρίου ἐπιφανείας. καὶ ὅλη οὖν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ σχήματος τοῦ ἐν τῇ σφαίρᾳ ἐλάσσων ἐστὶν τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.*

κδ'.

Ἡ τοῦ ἐγγραφομένου σχήματος εἰς τὴν σφαῖραν ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς πλευρᾶς τοῦ σχήματος καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑπὸ τετράδος μετρουμένας καὶ παραλλήλοις οὔσαις τῇ ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑποτεινούσῃ εὐθείᾳ.

ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐν αὐτῷ πολύγωνον ἐγγεγράφθω ἰσόπλευρον, οὗ αἱ πλευραὶ ὑπὸ τετράδος μετροῦνται· καὶ ἀπὸ τοῦ πολυγώνου τοῦ ἐγγεγραμμένου νοείσθω τι εἰς τὴν σφαῖραν ἐγγραφὲν σχῆμα, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, ΚΛ, ΜΝ παράλληλοι οὖσαι τῇ ὑπὸ δύο πλευρὰς ὑπο-

---

9. *τοῦ ἐν τῷ*] scripsi; *του* F C*; *τοῦ ἐν* B*, ed. Basil., Torellius. 18. *ὑπὸ τετράδος μετρουμένας*] scripsi; *τετραγωνους* F, uulgo; del. *Hauber, Nizze; (τετραπλεύρῃ)* ed. Basil.; *τετρακώλου* censor *Ienensis; ὡς τετράπλευρας γίνεσθαι* Torellius. 19. *παραλλή-*

hemisphaerii et superficies figurae hemisphaerio inscriptae eosdem terminos habent in uno plano (utraque enim superficies terminum habet ambitum circuli circum diametrum $B\Delta$ descripti ad circulum $AB\Gamma\Delta$ perpendicularis), et utraque in eandem partem caua est, et altera ab altera comprehenditur superficie et superficie plana eosdem, quos illa, terminos habenti.[1]) eodem modo etiam figurae alteri hemisphaerio inscriptae superficies minor est superficie hemisphaerii. itaque etiam tota superficies figurae sphaerae inscriptae minor est superficie sphaerae.

XXIV.

Superficies figurae sphaerae inscriptae aequalis est circulo, cuius radius quadratus aequalis est rectangulo, quod continetur latere figurae et linea aequali omnibus simul lineis iungentibus angulos[2]) polygoni, quorum numerus per quattuor diuidi possit, et parallelis lineae sub duo latera polygoni subtendenti.

sit in sphaera circulus maximus $AB\Gamma\Delta$, et ei inscribatur polygonum aequilaterum, cuius laterum numerus[3]) per quattuor diuidi possit. et in polygono inscripto fingatur figura inscripta sphaerae, et iungantur lineae EZ, $H\Theta$, $\Gamma\Delta$, $K\Lambda$, MN parallelae

1) Quare superficies figurae inscriptae minor est superficie sphaerae (λαμβ. 4 p. 10). nec Archimedes hoc praetermiserat; cfr. Quaest. Arch. p. 73.

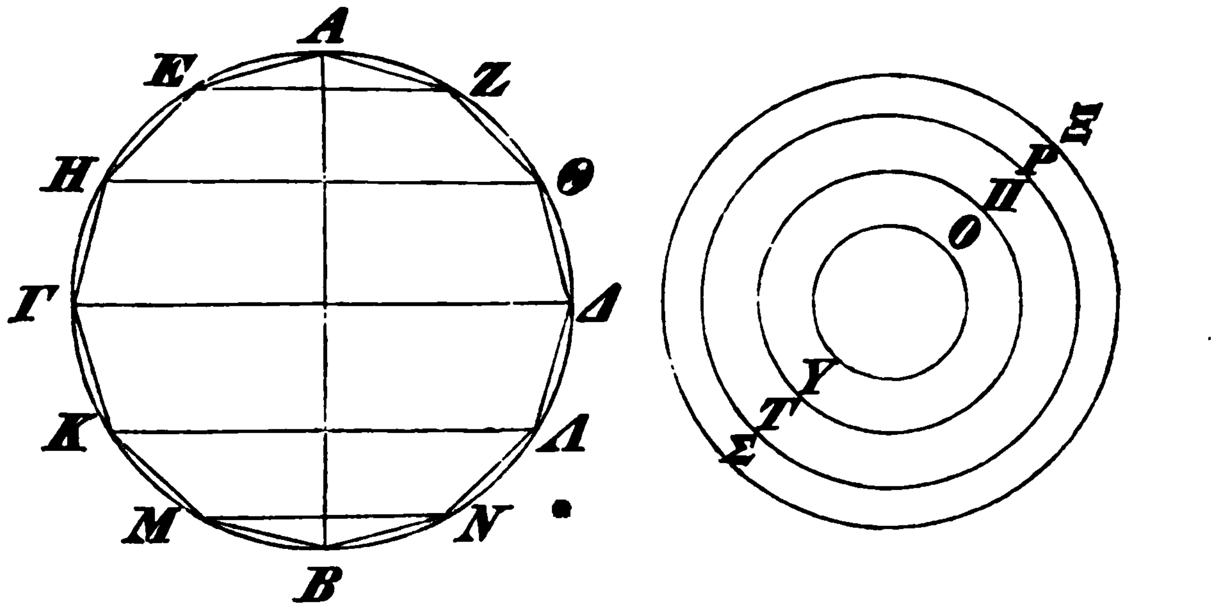
2) Cfr. p. 97 not. 1.

3) Archimedem puto scripsisse lin. 22—23: οὗ τὸ πλῆθος τῶν πλευρῶν μετρείσθω ὑπὸ τετράδος; Quaest. Arch. p. 76.

λοις οὔσαις] *Nizzius;* *παραλλήλους* ουσας F, uulgo. 𝔄𝔏. ATBΔ *Torellius.*

τεινούσῃ εὐθείᾳ. κύκλος δέ τις ἐκκείσθω ὁ Ξ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΑΕ καὶ τῆς ἴσης ταῖς ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, ΚΛ, ΜΝ. λέγω, ὅτι ὁ κύκλος οὗτος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ εἰς τὴν σφαῖραν ἐγγραφομένου σχήματος.

ἐκκείσθωσαν γὰρ κύκλοι οἱ Ο, Π, Ρ, Σ, Τ, Υ, καὶ τοῦ μὲν Ο ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΕΑ καὶ τῆς ἡμισείας τῆς ΕΖ,



η δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Π δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΕΑ καὶ τῆς ἡμισείας τῶν ΕΖ, ΗΘ, ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ρ δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῆς ΕΑ καὶ τῆς ἡμισείας τῶν ΗΘ, ΓΔ, ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Σ δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΕΑ καὶ τῆς ἡμισείας τῶν ΓΔ, ΚΛ, ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Τ δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΑΕ καὶ τῆς ἡμισείας τῶν ΚΛ, ΜΝ, ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Υ δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΑΕ καὶ τῆς ἡμισείας τῆς ΜΝ. διὰ δὴ ταῦτα ὁ μὲν Ο κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΑΕΖ κώνου, ὁ δὲ Π τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν ΕΖ, ΗΘ, ὁ δὲ Ρ τῇ μεταξὺ τῶν ΗΘ, ΓΔ, ὁ δὲ Σ τῇ μεταξὺ τῶν

1. *δέ*] scripsi; *δη* F, uulgo. 6. Υ] in rasura F.

lineae sub latera subtendenti. ponatur autem circulus Ξ, cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo, quod linea AE et linea omnibus simul lineis EZ, $H\Theta$, $\Gamma\Delta$, $K\Lambda$, MN aequali continetur. dico, hunc circulum aequalem esse superficiei figurae sphaerae inscriptae.

ponantur enim circuli O, Π, P, Σ, T, Υ, et radius circuli O quadratus aequalis sit rectangulo, quod continetur linea $E\Lambda$ et dimidia linea EZ, radius autem circuli Π quadratus aequalis sit rectangulo, quod continetur linea EB et dimidia parte linearum EZ, $H\Theta$, radius autem circuli P quadratus aequalis sit rectangulo, quod linea EA et dimidia parte linearum $H\Theta$, $\Gamma\Delta$ continetur, radius autem circuli Σ quadratus aequalis sit rectangulo, quod linea $E\Lambda$ et dimidia parte linearum $\Gamma\Delta$, $K\Lambda$ continetur, radius autem circuli T quadratus aequalis sit rectangulo, quod linea ΛE et dimidia parte linearum $K\Lambda$, MN continetur, radius autem circuli Υ quadratus aequalis sit rectangulo, quod linea ΛE et dimidia linea MN continetur. itaque circulus O aequalis est superficiei coni ΛEZ [prop. 14], Π circulus aequalis superficiei conicae inter EZ, $H\Theta$ lineas positae, P circulus superficiei inter $H\Theta$, $\Gamma\Delta$ positae, Σ superficiei inter $\Delta\Gamma$, $K\Lambda$ positae, T superficiei inter $K\Lambda$, MN positae[1]), Υ circulus

1) Haec omnia sequuntur ex prop. 16, quia aequalia sunt latera polygoni.

ΔΓ, ΚΛ· καὶ ἔτι ὁ μὲν Τ ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν ΚΛ, ΜΝ· ὁ δὲ Υ τῇ τοῦ ΜΒΝ κώνου ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστίν. οἱ πάντες ἄρα κύκλοι ἴσοι εἰσὶν τῇ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐπιφανείᾳ. καὶ φανερόν, ὅτι αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν Ο, Π, Ρ, Σ, Τ, Υ κύκλων δύνανται τὸ περιεχόμεμον ὑπό τε τῆς ΑΕ καὶ δὶς τῶν ἡμίσεων τῆς ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, ΚΛ, ΜΝ, αἳ ὅλαι εἰσὶν αἱ ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, ΚΛ, ΜΝ. αι ἄρα ἐκ τῶν κέντρων τῶν Ο, Π, Ρ, Σ, Τ, Υ κύκλων δύνανται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΑΕ καὶ πασῶν τῶν ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, ΚΛ, ΜΝ. ἀλλὰ καὶ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ξ κύκλου δύναται τὸ ὑπὸ τῆς ΑΕ καὶ τῆς συγκειμένης ἐκ πασῶν τῶν ΕΖ, ΗΘ, ΓΔ, ΚΛ, ΜΝ. ἡ ἄρα ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ξ κύκλου δύναται τὰ ἀπὸ τῶν ἐκ τῶν κέντρων τῶν Ο, Π, Ρ, Σ, Τ, Υ κύκλων. καὶ ὁ κύκλος ἄρα ὁ Ξ ἴσος ἐστὶ τοῖς Ο, Π, Ρ, Σ, Τ, Υ κύκλοις. οἱ δὲ Ο, Π, Ρ, Σ, Τ, Υ κύκλοι ἀπεδείχθησαν ἴσοι τῇ εἰρημένῃ τοῦ σχήματος ἐπιφανείᾳ. καὶ ὁ Ξ ἄρα κύκλος ἴσος ἔσται τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος.

κε'.

Τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος εἰς τὴν σφαῖραν ἡ ἐπιφάνεια ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν κωνικῶν ἐπιφανειῶν ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐν

---

6. *δυναται* F; corr. BC*. 8. *ὅλαι*] scripsi cum B*; *ολοι* F, uulgo. *ΓΔ*] om. F; corr. Torellius. 12 *δυνανται*, *ν expuncto, FC**. 15. *τὰ ἀπὸ τῶν*] scripsi; *τας* F, uulgo. *19. ἄρα] om. F.*

superficiei coni MBN.[1]) quare omnes simul circuli aequales sunt superficiei figurae inscriptae. et adparet, radios circulorum O, Π, P, Σ, T, Υ quadratos aequales esse rectangulo, quod continetur linea AE et dimidiis lineis EZ, $H\Theta$, $\Gamma\Delta$, $K\Lambda$, MN bis sumptis, quae aequales sunt ipsis lineis EZ, $H\Theta$, $\Gamma\Delta$, $K\Lambda$, MN. itaque radii circulorum O, Π, P, Σ, T, Υ quadrati

$$= AE \times (EZ + H\Theta + \Gamma\Delta + K\Lambda + MN).$$

sed etiam radius circuli Ξ quadratus

$$= AE \times (EZ + H\Theta + \Gamma\Delta + K\Lambda + MN)$$

[ex hypothesi]. radius igitur circuli Ξ quadratus aequalis est radiis circulorum O, Π, P, Σ, T, Υ quadratis. quare etiam[2])

$$\Xi = O + \Pi + P + \Sigma + T + \Upsilon.$$

sed demonstratum est, circulos O, Π, P, Σ, T, Υ aequales esse figurae superficiei, quam commemorauimus. itaque etiam conus Ξ aequalis erit superficiei figurae.

XXV.

Superficies figurae sphaerae inscriptae, quae per superficies conicas continetur[3]), minor est quam quadruplo maior circulo maximo sphaerae.

sit sphaerae circulus maximus $AB\Gamma\Delta$, et ei in-

---

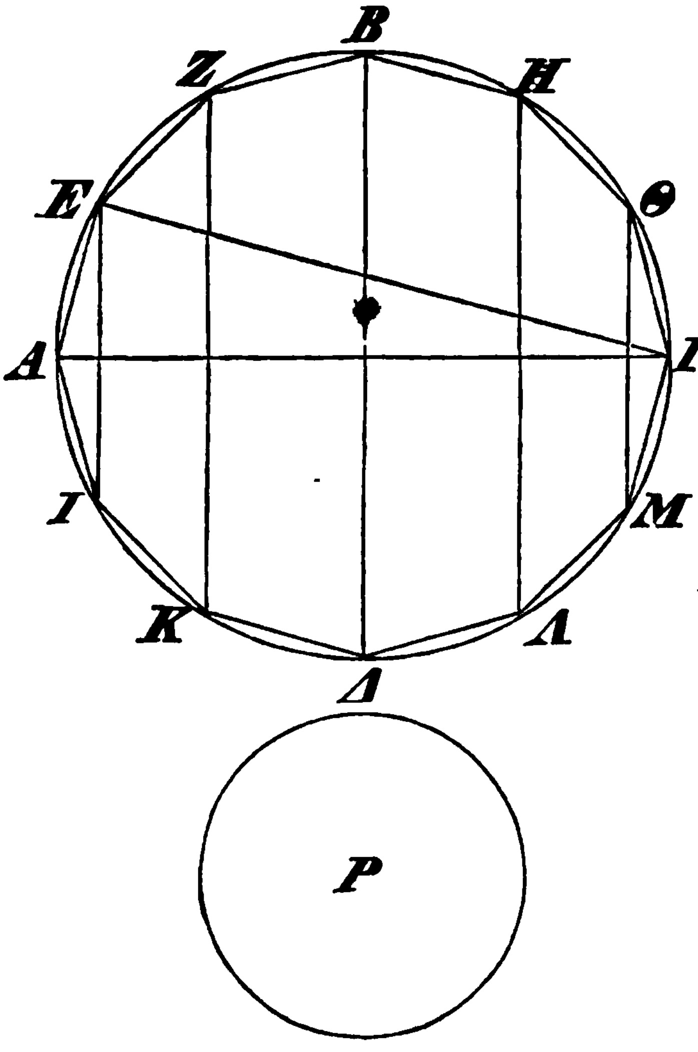
1) Sequitur ex prop. 14, quia $E\Lambda = MB$.

2) Eucl. XII, 2; cfr. Quaest. Arch. p. 48.

3) Archimedes uix h. l. et p. 110, lin. 3 dixerat, superficiem figurae per superficies conicas comprehendi, cum hoc de ipsa figura dicendum esset. scripsit fortasse lin. 23: τοῦ περιεχομένου et lin. 3: νοείσθω σχῆμα ὑπὸ . . . περιεχόμενον.

αὐτῷ ἐγγεγράφθω πολύγωνον [ἀρτιόγωνον] ἰσόπλευρον, οὗ αἱ πλευραὶ ὑπὸ τετράδος μετροῦνται. καὶ ἀπ' αὐτοῦ νοείσθω ἐπιφάνεια ἡ ὑπὸ τῶν κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχομένη. λέγω, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγραφέντος ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ὑπὸ δύο πλευρὰς ὑποτείνουσαι τοῦ πολυγώνου αἱ ΕΙ, ΘΜ, καὶ ταύταις παράλληλοι αἱ ΖΚ, ΔΒ, ΗΛ. ἐκκείσθω δέ τις κύκλος ὁ Ρ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ὑπὸ τῆς ΕΑ καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ΕΙ, ΖΚ, ΒΔ, ΗΛ, ΘΜ. διὰ δὴ τὸ προδειχθὲν ἴσος ἐστὶν ὁ κύκλος τῇ τοῦ εἰρημένου σχήματος ἐπιφανείᾳ. καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη, ὅτι ἐστίν, ὡς ἡ ἴση πάσαις ταῖς ΕΙ, ΖΚ, ΒΔ, ΗΛ, ΘΜ πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ κύκλου τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς ΕΑ, τὸ ἄρα ὑπὸ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς εἰρημέναις καὶ τῆς ΕΑ, τουτέστιν τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ρ κύκλου, ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΓΕ. ἀλλὰ καὶ τὸ ὑπὸ ΑΓ, ΓΕ ἔλασσόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΓ. ἔλασσον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ρ τοῦ



---

2. ἀπ'] scripsi; *επ'* F, uulgo. 27. *ἴσον*] hic primum *occurrit compendium* huius uerbi in F. 28. *ελασσων* F.

scribatur polygonum[1]) aequilaterum, cuius laterum numerus[2]) per quattuor diuidi possit. et fingatur superficies inde orta, quae per superficies conicas comprehenditur.[3]) dico, superficiem polygoni inscripti minorem esse quam quadruplo maiorem circulo maximo sphaerae.

ducantur enim lineae sub duo latera polygoni subtendentes, EI, ΘM, et iis parallelae lineae ZK, $\varDelta B$, $H\varLambda$. ponatur autem circulus P, cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo, quod linea $E\varLambda$ et linea aequali lineis omnibus EI, ZK, $B\varDelta$, $H\varLambda$, ΘM continetur. itaque propter ea, quae antea demonstrauimus [prop. 24], circulus aequalis est superficiei figurae, quam commemorauimus. et quoniam demonstratum est, lineam omnibus lineis EI, ZK, $B\varDelta$, $H\varLambda$, ΘM aequalem ad diametrum circuli $A\Gamma$ eam habere rationem, quam ΓE ad $E\varLambda$ [prop. 21], erit

$$E\varLambda \times (EI + ZK + B\varDelta + H\varLambda + \Theta M),$$

h. e. radius circuli P quadratus [ex hypothesi],

$$= A\Gamma \times \Gamma E \text{ [Eucl. VI, 16].}$$

sed

$$A\Gamma \times \Gamma E < A\Gamma^2 \text{ [Eucl. III, 15].}$$

itaque radius circuli P quadratus $< A\Gamma^2$ [et radius circuli $P < A\Gamma$. quare etiam diameter circuli P minor

1) ἀρτιόγωνον lin. 1 delendum est, quia lin. 1—2 repugnat, et quia desideratur καί ante ἰσόπλευρον; ἰσογώνιόν τε καί Nizze.

2) Cfr. p. 105 not. 3.

3) P. 109 not. 3.

ἀπὸ τῆς ΑΓ [ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ρ τῆς ΑΓ. ὥστε ἡ διάμετρος τοῦ Ρ κύκλου ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλασία τῆς διαμέτρου τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου, καὶ δύο ἄρα τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου διάμετροι μείζους εἰσὶ τῆς διαμέτρου τοῦ Ρ κύκλου, καὶ τὸ τετράκις ἀπὸ τῆς διαμέτρου τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου, τουτέστι τῆς ΑΓ, μεῖζόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς τοῦ Ρ κύκλου διαμέτρου. ὡς δὲ τὸ τετράκις ἀπὸ τῆς ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς τοῦ Ρ κύκλου διαμέτρου, οὕτως τέσσαρες κύκλοι οἱ ΑΒΓΔ πρὸς τὸν Ρ κύκλον. τέσσαρες ἄρα κύκλοι οἱ ΑΒΓΔ μείζους εἰσὶν τοῦ Ρ κύκλου]. ὁ ἄρα κύκλος ὁ Ρ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τετραπλάσιος τοῦ μεγίστου κύκλου. ὁ δὲ Ρ κύκλος ἴσος ἐδείχθη τῇ εἰρημένῃ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος. ἡ ἄρα ἐπιφάνεια τοῦ σχήματος ἐλάσσων ἐστὶ ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

κϛ'.

Τῷ ἐγγραφομένῳ ἐν τῇ σφαίρᾳ σχήματι τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν ἴσος ἐστὶν κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος τοῦ ἐγγραφέντος ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ.

ἔστω ἡ σφαῖρα καὶ ὁ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τῷ πρότερον. ἔστω δὲ κῶνος ὀρθὸς ὁ Ρ βάσιν μὲν ἔχων τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ σχήματος τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ. δεικτέον, ὅτι ὁ

9. *τέσσαρες]* altero σ supra scripto F. 19. *ἴσος]* per

est quam duplo maior diametro circuli $AB\Gamma\Delta$[1]), et $4\,A\Gamma^2 >$ quadratum diametri circuli P. sed ut $4\,A\Gamma^2$ ad quadratum diametri circuli P, ita quattuor circuli $AB\Gamma\Delta$ ad circulum P [Eucl. XII, 2]. itaque quattuor circuli $AB\Gamma\Delta$ maiores sunt circulo P]. circulus P igitur minor est quam quadruplo maior circulo maximo. sed demonstratum est, circulum P aequalem esse superficiei figurae, quam commemorauimus. quare superficies figurae minor est quam quadruplo maior circulo maximo sphaerae.

XXVI.

Figurae sphaerae inscriptae per superficies conicas comprehensae aequalis est conus basim habens circulum superficiei figurae sphaerae inscriptae aequalem, altitudinem autem aequalem lineae a centro sphaerae ad latus polygoni perpendiculari ductae.

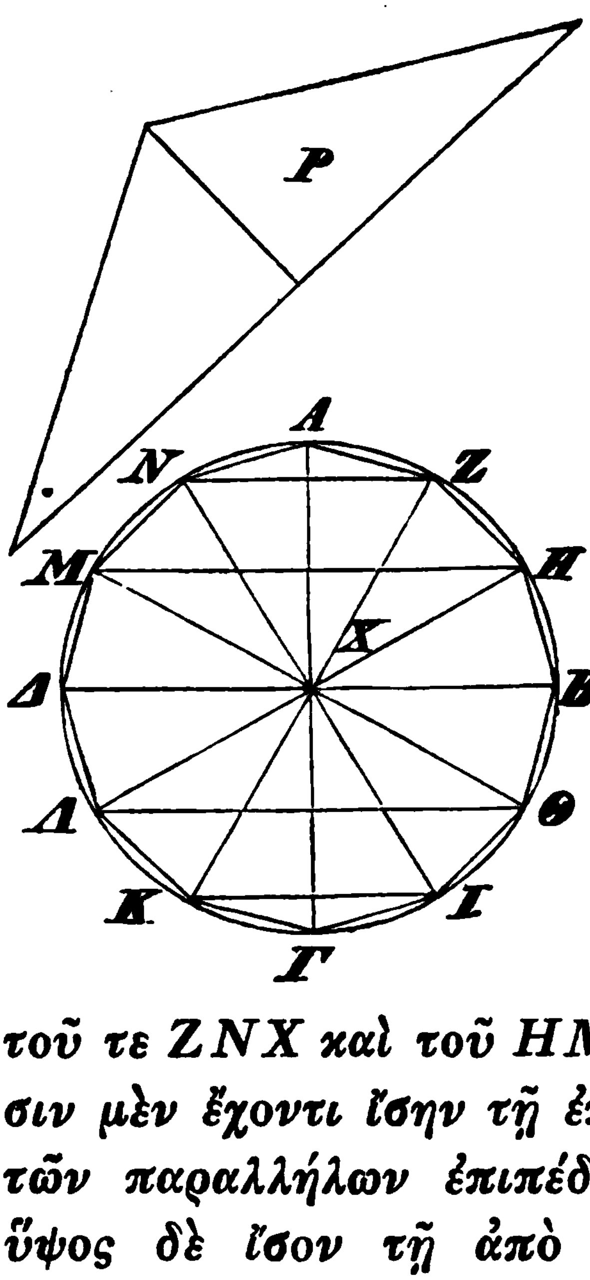
sit sphaera, et in ea circulus maximus $AB\Gamma\Delta$, et cetera eodem modo, quo supra [prop. 25]. sit autem conus rectus P basim habens superficiem figurae sphaerae inscriptae, altitudinem autem aequalem lineae a centro sphaerae ad latus polygoni perpendiculari duc-

1) Uerba sequentia lin. 4—5 damnaui Quaest. Arch. p. 74, sed adparet, Archimedis manum nondum restitutam esse; demonstratio enim sic quoque longis ambagibus laborat. putauerim, totum locum lin. 1: *ἐλάσσων ἄρα* — lin. 11: *τοῦ P κύκλου* subditiuum esse.

comp. F, ut lin. 22. 26. *τὴν ἐπιφάνειαν*] *ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ* B, ed. Basil., Torellius. 28. *ἴσον*] per comp. F, ut p. 114 lin. *13; 22; 25.*

κῶνος ὁ P ἴσος ἐστὶν τῷ ἐγγεγραμμένῳ ἐν τῇ σφαίρᾳ σχήματι.

ἀπὸ γὰρ τῶν κύκλων, ὧν εἰσι διάμετροι αἱ ZN, HM, $\Theta\Lambda$, IK, κῶνοι ἀναγεγράφθωσαν κορυφὴν ἔχοντες τὸ τῆς σφαίρας κέντρον. ἔσται δὴ ῥόμβος στερεὸς ἔκ τε τοῦ κώνου, οὗ βάσις μέν ἐστι ὁ κύκλος ὁ περὶ τὴν ZN, κορυφὴ δὲ τὸ A σημεῖον, καὶ τοῦ κώνου, οὗ βάσις ὁ αὐτὸς κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ X σημεῖον. καὶ ἴσος ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ NAZ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ X καθέτῳ ἠγμένῃ. πάλιν δὲ καὶ τὸ περιλελειμμένον τοῦ ῥόμβου τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ZN, HM καὶ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κώνων τοῦ τε ZNX καὶ τοῦ HMX ἴσον ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς MH, ZN, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ X ἐπὶ τὴν ZH καθέτῳ ἠγμένῃ· δέδεικται γὰρ ταῦτα. ἔτι δὲ καὶ τὸ περιλειπόμενον τοῦ κώνου τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς HM, $B\Delta$ καὶ τῆς ἐπιφανείας



4. *αναναγεγραφθωσαν* F. 6. τοῦ] addidi; om. F, uulgo. *ἐστι*] *ἔστω* per comp. F; corr. Torellius. 10. καί] om. F;

tae. demonstrandum est, conum *P* aequalem esse figurae sphaerae inscriptae.

construantur enim in circulis, quorum diametri sunt *ZN*, *HM*, *ΘΛ*, *IK*, coni uerticem habentes centrum sphaerae. erit igitur rhombus solidus ex cono, cuius basis est circulus circum *ZN* diametrum descriptus, uertex autem punctum *Λ*, et cono, cuius basis est idem circulus, uertex autem *X* punctum, compositus.[1]) et erit aequalis cono basim habenti superficiem coni *NΛZ*, altitudinem autem aequalem lineae a *X* puncto [ad lineam *ΛZ*] perpendiculari ductae [prop. 18]. rursus autem frustum rhombi[2]) relictum, quod superficie coni inter plana parallela in lineis *ZN*, *HM* posita et superficie conorum *ZNX*, *HMX* continetur, aequale est cono basim habenti aequalem superficiei coni inter plana parallela in lineis *MH*, *ZN* posita, altitudinem autem aequalem lineae a *X* puncto ad *ZH* lineam perpendiculari ductae [prop. 20]. praeterea frustum relictum coni[3]), quod superficie coni inter plana parallela in lineis *HM*, *BΔ* posita et superficie coni *MHX* et circulo circum diametrum *BΔ* descripto

1) Desideratur: *συγκείμενος*; nam *ἔσται* lin. 5 idem fere est, quod *γενήσεται*.

2) Hic rhombus oritur productis lineis *MN*, *ZH*, donec concurrunt, et continetur lineis *MN*, *ZH* productis et lineis *MX*, *XH*.

3) Qui oritur lineis *MΔ*, *HB* productis, donec concurrunt.

corr. Torellius. 14. Post *τοῦ X* add. Torellius: *ἐπὶ τὴν ΑΖ*. 15. *περιλελιμμενον* F. 20. *τὰς ZN*, *HM*] *την* $\overline{ZNHM}$ F; corr. Torellius. 24. *MH*, *ZN*] scripsi; $\overline{MNZH}$ F, uulgo; *ZN*, *HM* Torellius. In figura *Λ* et *I* permutat F, et pro *X* habet *K*. 27. *τὸ περιεχόμενον*] scripsi; *του περιεχομενου* F, uulgo. 28. *τῆς*] *τη* F.

τοῦ ΜΗΧ κώνου καὶ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ ἴσον τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΗΜ, ΒΔ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ Χ ἐπὶ τὴν ΒΗ καθέτῳ ἠγμένῃ. ὁμοίως δὲ καὶ ἐν τῷ ἑτέρῳ ἡμισφαιρίῳ ὅ τε ῥόμβος ὁ ΧΚΓΙ καὶ τὰ περιλείμματα τῶν κώνων ἴσα ἔσται τοσούτοις καὶ τηλικούτοις κώνοις, ὅσοι καὶ πρότερον ἐρρήθησαν. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ ὅλον τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῇ σφαίρᾳ ἴσον ἐστὶν πᾶσιν τοῖς εἰρημένοις κώνοις. οἱ δὲ κῶνοι ἴσοι εἰσὶν τῷ Ρ κώνῳ, ἐπειδὴ ὁ Ρ κῶνος ὕψος μὲν ἔχει ἑκάστῳ ἴσον τῶν εἰρημένων κώνων, βάσιν δὲ ἴσην πάσαις ταῖς βάσεσιν αὐτῶν. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ ἐν τῇ σφαίρᾳ ἐγγεγραμμένον ἴσον ἐστὶν τῷ ἐκκειμένῳ κώνῳ.

κζ'.

Τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῇ σφαίρᾳ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν ἔλασσόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

ἔστω γὰρ [ὁ] γινόμενος κῶνος ἴσος τῷ σχήματι τῷ ἐγγεγραμμένῳ ἐν τῇ σφαίρᾳ τὴν βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου καθέτῳ ἀγομένῃ ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ ἐγγραφέντος πολυγώνου ὁ Ρ. ὁ δὲ κῶνος ὁ Ξ ἔστω βάσιν ἔχων ἴσην τῷ

---

2. *ἴσον*] per comp. F, ut lin. 4, 9, 10, 12. *τῷ κώνῳ*] *ἔσται κώνῳ* ed. Basil., Torellius. *βασι* F. 3. *τῶν ἐπιπέδων*] *των τε επιπεδων* F; corr. Torellius. 6. *ΧΚΓΔ* F. *περιλιμματα* F. 10. *κονοις* F. 19. *τῶν*] *τον* F. 21. *ὁ*] deleo.

continetur, aequale est cono basim habenti aequalem superficiei coni inter plana in lineis HM, $B\Delta$ posita, altitudinem autem aequalem lineae a X puncto ad lineam BH perpendiculari ductae [prop. 19]. eodem modo etiam in altero hemisphaerio rhombus $XK\Gamma I$ et frusta relicta conorum[1]) aequalia erunt totidem et talibus conis, quot et quales supra indicauimus. adparet igitur, etiam totam figuram sphaerae inscriptam aequalem esse omnibus conis, quos commemorauimus. coni autem aequales sunt P cono, quoniam conus P altitudinem habet altitudini[2]) cuiusuis conorum, quos commemorauimus aequalem, basim autem aequalem omnibus simul basibus eorum[3]) [λῆμμ. 1 p. 80; cfr. Quaest. Arch. p. 48]. adparet igitur, figuram sphaerae inscriptam aequalem esse cono, quem posuimus.

XXVII.

Figura sphaerae inscripta, quam superficies conicae comprehendunt, minor est quam quadruplo maior cono basim habenti aequalem circulo maximo sphaerae, altitudinem autem radio sphaerae.

ponatur enim conus P aequalis figurae sphaerae inscriptae basim habens superficiei figurae inscriptae aequalem, altitudinem autem aequalem lineae a centro circuli ad latus aliquod polygoni inscripti perpendiculari ductae [prop. 26]. conus autem Ξ basim ha-

1) Debebat esse: rhombi (qui oritur productis lineis AK, $I\Theta$, donec concurrunt) et coni (qui oritur eodem modo productis lineis ΔA, $B\Theta$).
2) ἑκάστῳ sc. κώνῳ, pro ἑκάστου (sc. ὕψει).
3) Ex hypothesi.

ΑΒΓΔ κύκλῳ, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου.

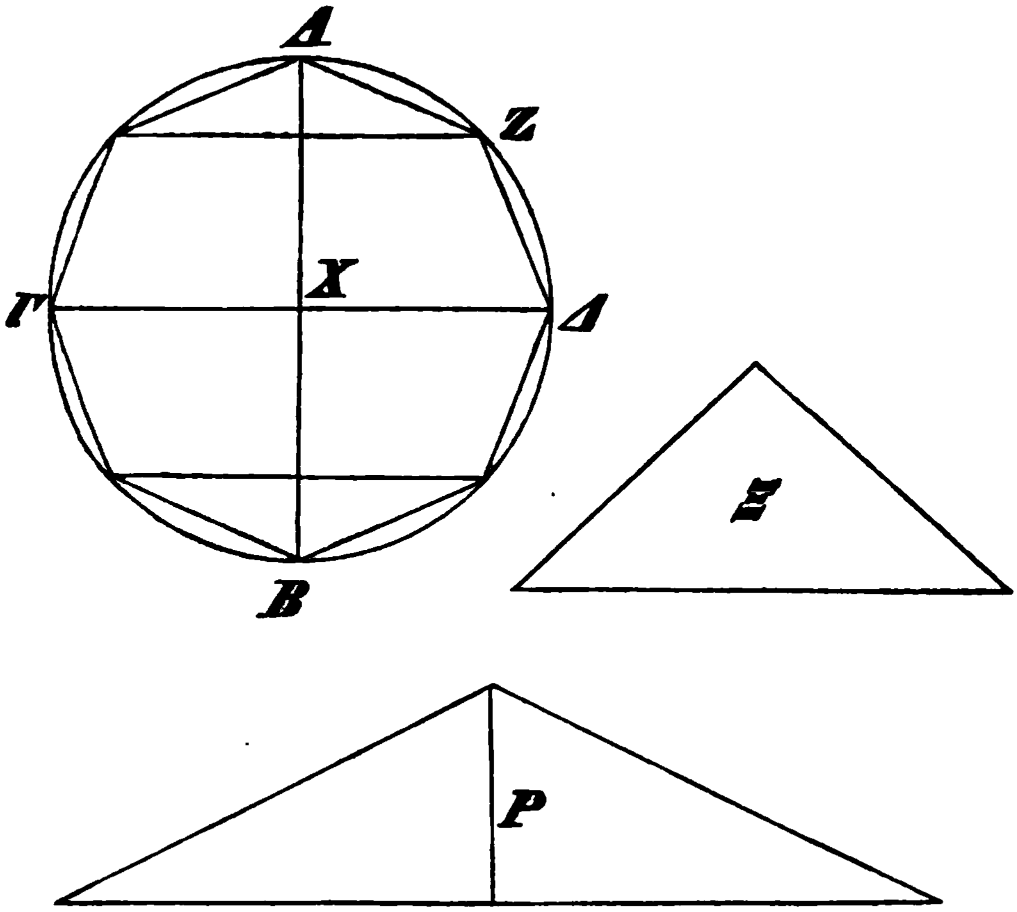
ἐπεὶ οὖν ὁ Ρ κῶνος βάσιν ἔχει ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ Χ καθέτῳ ἀγομένῃ ἐπὶ τὴν ΑΖ, ἐδείχθη δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐλάσσων ἢ τετραπλασία τοῦ ἐν τῇ σφαίρᾳ μεγίστου κύκλου, ἔσται ἄρα ἡ τοῦ Ρ κώνου βάσις ἐλάσσων ἢ τετραπλασία τῆς βάσεως τοῦ Ξ κώνου· ἔστιν δὲ καὶ τὸ ὕψος τοῦ Ρ ἔλασσον τοῦ ὕψους τοῦ Ξ κώνου. ἐπεὶ οὖν ὁ Ρ κῶνος τὴν μὲν βάσιν ἔχει ἐλάσσονα ἢ τετραπλασίαν τῆς τοῦ Ξ βάσεως, τὸ δὲ ὕψος ἔλασσον τοῦ ὕψους, δῆλον, ὡς καὶ αὐτὸς ὁ Ρ κῶνος ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τετραπλάσιος τοῦ Ξ κώνου. ἀλλὰ καὶ ὁ Ρ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι. τὸ ἄρα ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον τοῦ Ξ κώνου.

---

4. *δέ*] *δὲ ἴσον* BC*, ed. Basil., Torellius. 8. *ἔσται*] per comp. F, BC*. 13. *ὡς*] *ὅτι* Nizze.

beat aequalem circulo $AB\Gamma\Delta$, altitudinem autem radium circuli $AB\Gamma\Delta$.

quoniam igitur conus P basim habet aequalem superficiei figurae sphaerae inscriptae, altitudinem autem aequalem lineae a X puncto ad AZ perpendiculari ductae, et demonstratum est, superficiem figurae inscriptae minorem esse quam quadruplo maiorem circulo maximo sphaerae [prop. 25], erit igitur basis coni P minor quam quadruplo maior basi coni Ξ. sed

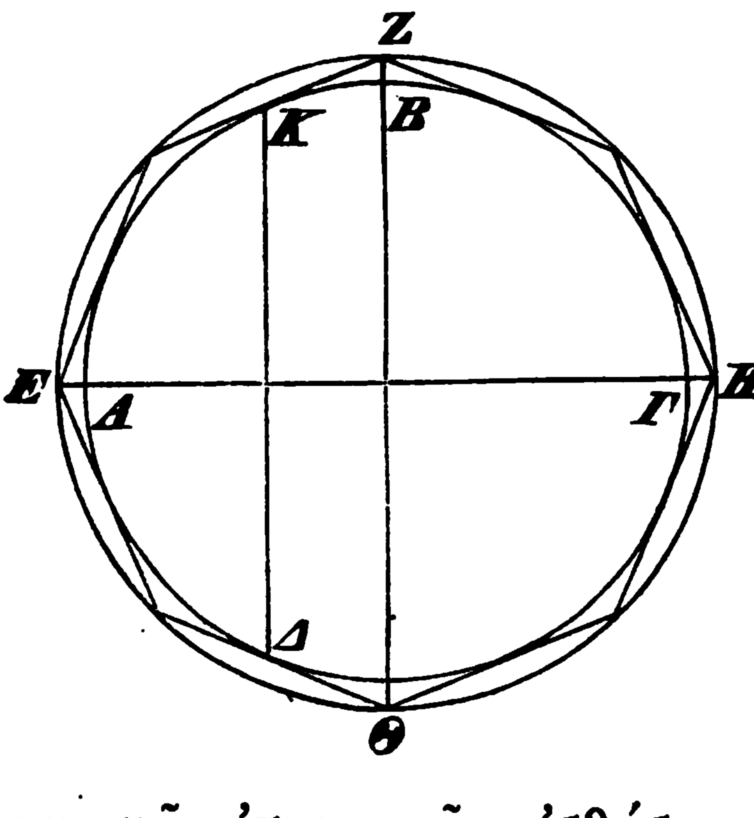


etiam altitudo coni P minor est altitudine coni Ξ. quoniam igitur conus P basim habet minorem quam quadruplo maiorem basi coni Ξ, altitudinem autem altitudine minorem, adparet, etiam ipsum conum P minorem esse quam quadruplo maiorem cono Ξ[1]). sed conus P idem aequalis est figurae inscriptae. quare figura inscripta minor est quam quadruplo maior cono Ξ.

1) Cfr. λῆμμ. 1 p. 80.

κη'.

Ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ $ΑΒΓΔ$, περὶ δὲ τὸν $ΑΒΓΔ$ κύκλον περιγεγράφθω πολύγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, τὸ δὲ πλῆθος τῶν πλευρῶν αὐτοῦ μετρείσθω ὑπὸ τετράδος. τὸ δὲ περὶ τὸν κύκλον περιγεγραμμένον πολύγωνον κύκλος περιγεγραμμένος περιλαμβανέτω περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον γινόμενος τῷ $ΑΒΓΔ$. μενούσης δὴ τῆς $ΕΗ$ περιενεχθήτω τὸ $ΕΖΗΘ$ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ τό τε πολύγωνον καὶ ὁ κύκλος. δῆλον οὖν, ὅτι ἡ μὲν περιφέρεια τοῦ $ΑΒΓΔ$ κύκλου κατὰ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας οἰσθήσεται, ἡ δὲ περιφέρεια τοῦ $ΕΖΗΘ$ κατ' ἄλλης ἐπιφανείας σφαίρας τὸ αὐτὸ κέντρον ἐχούσης τῇ ἐλάσσονι οἰσθήσεται· αἱ δὲ ἁφαί, καθ' ἃς ἐπιψαύουσιν αἱ πλευραί, γράφουσιν κύκλους ὀρθοὺς πρὸς τὸν $ΑΒΓΔ$ κύκλον ἐν τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ· αἱ δὲ γωνίαι τοῦ πολυγώνου χωρὶς τῶν πρὸς τοῖς $Ε$, $Η$ σημείοις κατὰ κύκλων περιφερειῶν οἰσθήσονται ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς μείζονος σφαίρας γεγραμμένων ὀρθῶν πρὸς τὸν $ΕΖΗΘ$ κύκλον· αἱ δὲ πλευραὶ τοῦ πολυγώνου κατὰ



κωνικῶν ἐπιφανειῶν οἰσθήσονται, καθάπερ ἐπὶ τῶν πρὸ τούτου. ἔσται οὖν τὸ σχῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν

---

1. κη' om. F. 8. περιενεχθητο F. In figura plures lit-

XXVIII.

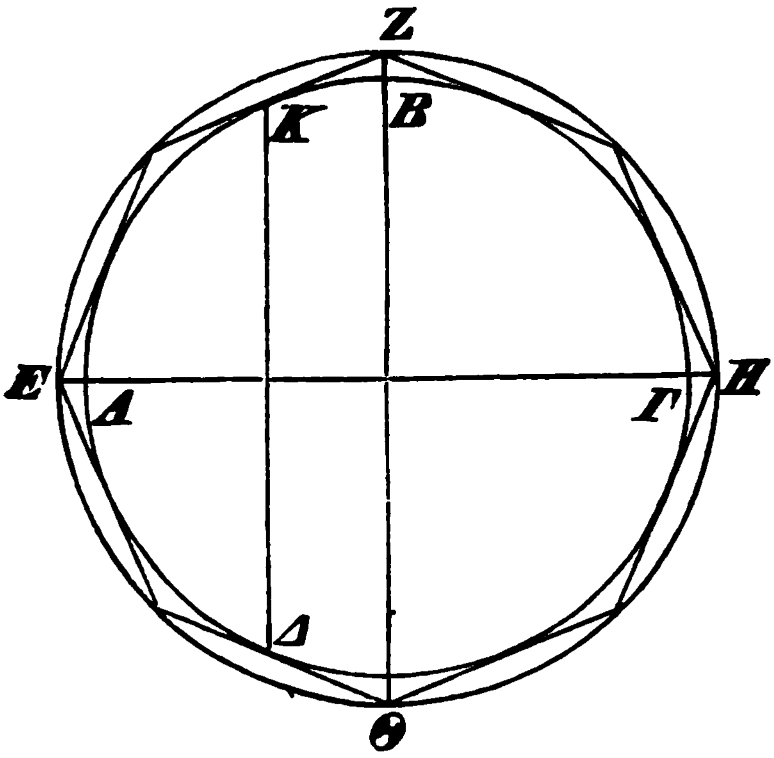
Sit $AB\Gamma\Delta$ circulus maximus sphaerae; et circum $AB\Gamma\Delta$ circulum circumscribatur polygonum aequilaterum et aequiangulum, et numerus laterum eius per quattuor diuidi possit. polygonum autem circum circulum circumscriptum comprehendat circulus circumscriptus, eodem centro, quo $AB\Gamma\Delta$, descriptus. manente igitur EH linea planum $EZH\Theta$ circumuoluatur, in quo et polygonum et circulus est. adparet igitur, ambitum circuli $AB\Gamma\Delta$ per superficiem sphaerae circumuolutum iri, ambitum autem circuli $EZH\Theta$ per aliam superficiem sphaerae idem centrum habentis, quod habet minor sphaera, circumuolutum iri. puncta autem contactus, in quibus latera contingunt [circulum minorem], circulos ad circulum $AB\Gamma\Delta$ perpendiculares in sphaera minore describunt. anguli autem polygoni praeter angulos ad E, H puncta positos per ambitus circulorum circumuoluentur in superficie sphaerae maioris descriptorum ad circulum $EZH\Theta$ perpendicularium. latera autem polygoni per superficies conicas circumuoluentur, quemadmodum in propositionibus praecedentibus [23—27]. figura igitur per superficies conicas comprehensa circum sphaeram minorem circumscripta, maiori uero sphaerae inscripta erit. super-

---

teras addit, nonnullas permutat F, sed Z, Γ, Δ ut in nostra figura ponuntur; quare mutaui ordinem ed. Basil. et Torellii. 28. *ἐπὶ τῶν πρὸ τούτου*] uel *ἐπὶ τῶν πρότερον* Nizze; *ἐπὶ τοῦ πρὸ τούτου* Torellius; *επι του πρωτου* F, uulgo. 29. *ουν*] supra scriptum manu 1 F.

κη'.

Ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ *ΑΒΓΔ*, περὶ δὲ τὸν *ΑΒΓΔ* κύκλον περιγεγράφθω πολύγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, τὸ δὲ πλῆθος τῶν πλευρῶν αὐτοῦ μετρείσθω ὑπὸ τετράδος. τὸ δὲ περὶ τὸν κύκλον περιγεγραμμένον πολύγωνον κύκλος περιγεγραμμένος περιλαμβανέτω περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον γινόμενος τῷ *ΑΒΓΔ*. μενούσης δὴ τῆς *ΕΗ* περιενεχθήτω τὸ *ΕΖΗΘ* ἐπίπεδον, ἐν ᾧ τό τε πολύγωνον καὶ ὁ κύκλος. δῆλον οὖν, ὅτι ἡ μὲν περιφέρεια τοῦ *ΑΒΓΔ* κύκλου κατὰ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας οἰσθήσεται, ἡ δὲ περιφέρεια τοῦ *ΕΖΗΘ* κατ' ἄλλης ἐπιφανείας σφαίρας τὸ αὐτὸ κέντρον ἐχούσης τῇ ἐλάσσονι οἰσθήσεται· αἱ δὲ ἁφαί, καθ' ἃς ἐπιψαύουσιν αἱ πλευραί, γράφουσιν κύκλους ὀρθοὺς πρὸς τὸν *ΑΒΓΔ* κύκλον ἐν τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ· αἱ δὲ γωνίαι τοῦ πολυγώνου χωρὶς τῶν πρὸς τοῖς *Ε*, *Η* σημείοις κατὰ κύκλων περιφερειῶν οἰσθήσονται ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς μείζονος σφαίρας γεγραμμένων ὀρθῶν πρὸς τὸν *ΕΖΗΘ* κύκλον· αἱ δὲ πλευραὶ τοῦ πολυγώνου κατὰ κωνικῶν ἐπιφανειῶν οἰσθήσονται, καθάπερ ἐπὶ τῶν πρὸ τούτου. ἔσται οὖν τὸ σχῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν



1. κη' om. F. 8. περιενεχθητο F. In figura plures lit-

ficiem autem figurae circumscriptae maiorem esse superficie sphaerae, sic demonstrabitur. sit enim linea *KΔ* diametrus circuli alicuius in sphaera minore descripti, contingentibus lateribus polygoni circumscripti circulum *ΑΒΓΔ* in punctis *K*, *Δ*. diuisa igitur sphaera plano in linea *KΔ* ad circulum *ΑΒΓΔ* perpendiculari posito, etiam superficies figurae circum sphaeram circumscriptae eodem plano diuidetur. et adparet, [superficies sphaerae et figurae] eosdem terminos in plano habere (utraque enim superficies[1]) terminum habet ambitum circuli circum diametrum *KΓ* ad circulum *ΑΒΓΔ* perpendicularis descripti), et utraque in eandem partem caua est, et altera superficies ab altera et plano eosdem terminos habenti comprehenditur. minor igitur est superficies comprehensa segmenti sphaerae superficie figurae circum id circumscriptae [*λαμβ.* 4 p. 10]. eodem modo etiam superficies reliqui sphaerae segmenti minor est superficie figurae circum id circumscriptae. adparet igitur, etiam totam superficiem sphaerae minorem esse superficie figurae circum eam circumscriptae.

XXIX.

Superficiei figurae circum sphaeram circumscriptae aequalis est circulus, cuius radius quadratus aequalis

---

1) Debebat esse *ἐπιφανειῶν* pro *ἐπιπέδων* lin. 13. sed tota haec demonstratio tam neglegenter scripta est, ut Archimedi abiudicanda esse uideatur. fortasse hoc tantum addidisset lin. 2: *καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.*

αἱ δύο πλευραί ed. Basil., Torellius; „duo latera" Cr.; om. F, *uulgo.* 27. *κη'* F.

ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν περὶ μὲν τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν περιγεγραμμένον, ἐν δὲ τῇ μείζονι ἐγγεγραμμένον. ὅτι δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας, οὕτως δειχθήσεται. ἔστω γὰρ ἡ ΚΔ διάμετρος κύκλου τινὸς τῶν ἐν τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ τῶν Κ, Δ σημείων ὄντων, καθ' ἃ ἅπτονται τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου αἱ πλευραὶ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου. διῃρημένης δὴ τῆς σφαίρας ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὴν ΚΔ ὀρθοῦ πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν διαιρεθήσεται ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου. καὶ φανερόν, ὅτι τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσιν ἐν ἐπιπέδῳ· ἀμφοτέρων γὰρ τῶν ἐπιπέδων πέρας ἐστὶν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΚΔ ὀρθοῦ πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον· καί εἰσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ περιλαμβάνεται ἡ ἑτέρα αὐτῶν ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἐπιφανείας καὶ τῆς ἐπιπέδου τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης. ἐλάσσων οὖν ἐστιν ἡ περιλαμβανομένη τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ αὐτήν. ὁμοίως δὲ καὶ ἡ τοῦ λοιποῦ τμήματος τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια ἐλάσσων ἐστὶν τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ αὐτήν. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ ὅλη ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ αὐτήν.

κϑ'.

Τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου

---

5. *ἡ*] *αι* F. 7. *αἱ πλευραί*] scripsi; cfr. p. 120, lin. 14;

est rectangulo, quod continetur uno latere polygoni et linea aequali omnibus lineis angulos polygoni iungentibus parallelis lineae sub duo latera polygoni subtendenti.

figura enim circum sphaeram minorem circumscripta sphaerae maiori inscripta est [prop. 28]. et demonstratum est, superficiei figurae sphaerae inscriptae per superficies conicas comprehensae aequalem esse conum, cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo, quod contineatur uno latere polygoni et linea aequali omnibus lineis angulos polygoni iungentibus parallelis lineae sub duo latera subtendenti [prop. 24]. constat igitur, quod supra dictum est.

XXX.

Superficies figurae circum sphaeram circumscriptae maior est quam quadruplo maior circulo maximo sphaerae.

sit enim et sphaera et circulus et cetera eadem, quae antea posuimus; et circulus Λ aequalis sit superficiei figurae datae circum sphaeram minorem circumscriptae.

quoniam igitur circulo $EZH\Theta$ polygonum inscriptum est aequilaterum, cuius anguli pares sunt numero, lineae angulos[1]) polygoni coniungentes lineae $Z\Theta$ parallelae ad lineam $Z\Theta$ eandem rationem habent, quam ΘK ad KZ [prop. 21]. itaque rectangulum,

1) U. p. 97 not. 1.

ΘZ ed. Basil., Torellius. $Z\Theta$] ZE F; corr. ed. Basil.* 26. ΘK] $K\Theta$ B *man.* 2, *ed.* Basil., Torellius.

ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ΖΘΚ. ὥστε ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Λ κύκλου ἴσον δύναται τῷ ὑπὸ ΖΘΚ. μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Λ κύκλου τῆς ΘΚ· ἡ δὲ ΘΚ ἴση ἐστὶ τῇ διαμέτρῳ τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου [διπλασία γάρ ἐστιν τῆς ΧΣ οὔσης ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου]. δῆλον οὖν, ὅτι μείζων ἐστὶν ἢ τετραπλάσιος ὁ Λ κύκλος, τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

λα'.

Τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν ἴσος ἐστὶ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

τὸ γὰρ περιγεγραμμένον σχῆμα περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν ἐγγέγραπται ἐν τῇ μείζονι σφαίρᾳ. τῷ δὲ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν κωνικῶν

---

1. *ἴσης*] om. F; corr. B, Torellius. 3. *ΖΘΚ*] *ΖΘ*, *ΘΚ* Torellius. 4. *ΖΘΚ*] *ΖΘ*, *ΘΚ* Torellius. 12. *λα'* om. F.

est rectangulo, quod continetur uno latere polygoni et linea aequali omnibus lineis angulos polygoni iungentibus parallelis lineae sub duo latera polygoni subtendenti.

figura enim circum sphaeram minorem circumscripta sphaerae maiori inscripta est [prop. 28]. et demonstratum est, superficiei figurae sphaerae inscriptae per superficies conicas comprehensae aequalem esse conum, cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo, quod contineatur uno latere polygoni et linea aequali omnibus lineis angulos polygoni iungentibus parallelis lineae sub duo latera subtendenti [prop. 24]. constat igitur, quod supra dictum est.

XXX.

Superficies figurae circum sphaeram circumscriptae maior est quam quadruplo maior circulo maximo sphaerae.

sit enim et sphaera et circulus et cetera eadem, quae antea posuimus; et circulus Λ aequalis sit superficiei figurae datae circum sphaeram minorem circumscriptae.

quoniam igitur circulo $EZH\Theta$ polygonum inscriptum est aequilaterum, cuius anguli pares sunt numero, lineae angulos[1]) polygoni coniungentes lineae $Z\Theta$ parallelae ad lineam $Z\Theta$ eandem rationem habent, quam ΘK ad KZ [prop. 21]. itaque rectangulum,

1) U. p. 97 not. 1.

?Z ed. Basil., Torellius. $Z\Theta$] ZE F; corr. ed. Basil.* 26. ?K] $K\Theta$ B man. 2, ed. Basil., Torellius.

ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν $Z\Theta K$. ὥστε ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Λ κύκλου ἴσον δύναται τῷ ὑπὸ $Z\Theta K$. μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Λ κύκλου τῆς ΘK· ἡ δὲ ΘK ἴση ἐστὶ τῇ διαμέτρῳ τοῦ $AB\Gamma\Delta$ κύκλου [διπλασία γάρ ἐστιν τῆς $X\Sigma$ οὔσης ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ $AB\Gamma\Delta$ κύκλου]. δῆλον οὖν, ὅτι μείζων ἐστὶν ἢ τετραπλάσιος ὁ Λ κύκλος, τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

λα'.

Τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν ἴσος ἐστὶ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

τὸ γὰρ περιγεγραμμένον σχῆμα περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν ἐγγέγραπται ἐν τῇ μείζονι σφαίρᾳ. τῷ δὲ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν κωνικῶν

1. ἴσης] om. F; corr. B, Torellius. 3. $Z\Theta K$] $Z\Theta$, ΘK Torellius. 4. $Z\Theta K$] $Z\Theta$, ΘK Torellius. 12. λα' om. F.

figurae inscriptae per superficies conicas comprehensae aequalem esse conum basim habentem circulum aequalem superficiei figurae, altitudinem autem aequalem lineae a centro sphaerae ad latus polygoni perpendiculari ductae [prop. 26]. haec autem aequalis est radio sphaerae minoris. itaque constat propositum.

COROLLARIUM.

Hinc autem adparet, figuram circum sphaeram minorem circumscriptam maiorem esse quam quadruplo maiorem cono basim habenti circulum maximum sphaerae, altitudinem autem radium sphaerae. nam quoniam figurae aequalis est conus basim habens superficiei eius aequalem, altitudinem autem aequalem [lineae a centro sphaerae ad latus aliquod polygoni perpendiculari ductae, h. e.] radio minoris sphaerae [prop. 31], superficies autem figurae circum sphaeram circumscriptae maior quam quadruplo maior circulo maximo sphaerae [prop. 30], erit igitur figura circum sphaeram circumscripta maior quam quadruplo maior cono basim habenti circulum maximum, altitudinem autem radium sphaerae, quoniam etiam conus ei aequalis maior est quam quadruplo maior cono, quem commemorauimus [basim enim maiorem habet quam quadruplo maiorem et altitudinem aequalem] [λῆμμ. 1 p. 80].[1])

---

1) Hic quoque quaedam subditiua esse uidentur; maxime uerba lin. 14: τῇ ἀπὸ τοῦ — 16: τουτέστιν et finis ex ἐπειδή lin. 22 suspecta sunt. u. Neue Jahrb. Suppl. XI p. 389. fortasse omnia uerba ex lin. 12: ἐπειδή usque ad finem delenda *sunt.*

λβ'.

Ἐὰν εἰς σφαῖραν σχῆμα ἐγγεγραμμένον κ περιγεγραμμένον ἐκ τῶν ὁμοίων πολυγώνων τὸι τρόπον τὸν πρότερον κατεσκευασμένα, ἡ ἐπ φάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος πρὸς τὴν το ἐγγεγραμμένου ἐπιφάνειαν διπλασίονα λόγον ἔχει ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου π μέγιστον κύκλον πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγρα πολυγώνου ἐν τῷ αὐτῷ κύκλῳ. αὐτὸ δὲ τὸ σχ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγρα τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ λόγου.

ἔστω ἐν σφαίρᾳ κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐγγεγ εἰς αὐτὸν πολύγωνον ἰσόπλευρον, τὸ δὲ πλῆθ πλευρῶν αὐτοῦ μετρείσθω ὑπὸ τετράδος· κα περιγεγράφθω περὶ τὸν κύκλον ὅμοιον τῷ ἐγ μένῳ, αἱ δὲ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου ἐπιψαυέτωσαν τοῦ κύκλου κατὰ μέσα τῶν περιφ τῶν ἀποτεμνομένων ὑπὸ τῶν τοῦ ἐγγεγραμμέ λυγώνου πλευρῶν. αἱ δὲ ΕΗ, ΖΘ διάμετροι ὀρθὰς ἔστωσαν ἀλλήλαις τοῦ κύκλου τοῦ π βάνοντος τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον καὶ κείμεναι ταῖς ΑΓ, ΒΔ διαμέτροις. καὶ νοεί ἐπιζευγνύμεναι ἐπὶ τὰς ἀπεναντίον γωνίας τοι γώνου, αἳ γίγνονται ἀλλήλαις τε καὶ τῇ ΖΒΔ ἄλληλοι. μενούσης δὴ τῆς ΕΗ διαμέτρου κα ενεχθεισῶν τῶν περιμέτρων τῶν πολυγώνων π τοῦ κύκλου περιφέρειαν τὸ μὲν ἐγγεγραμμένοι

1. λβ'] λ' F. 4. κατεσκευασμένα] censor Ienens σκευασμένοις F, uulgo. 10. τὸ ἐγγεγραμμένον] om. F habent Cr., ed. Basil., Torellius. 16. αἱ] επι F; corr.

XXXII.

Si sphaerae alia figura inscripta, alia circumscripta est polygonis similibus eodem modo, quo supra, effectae, superficies figurae circumscriptae ad superficiem inscriptae duplicem rationem habet, quam latus polygoni circum circulum maximum circumscripti ad latus polygoni eidem circulo inscripti. figura autem ipsa circumscripta ad figuram inscriptam habet rationem triplicem, quam eadem ratio est.

sit in sphaera circulus [maximus][1]) *ΑΒΓΔ*, et ei inscribatur polygonum aequilaterum, cuius laterum numerus per quattuor diuidi possit. et aliud circum circulum circumscribatur inscripto simile. et latera polygoni circumscripti circulum contingant in punctis mediis arcuum a lateribus polygoni inscripti abscisorum. lineae autem *ΕΗ*, *ΖΘ* diametri inter se perpendiculares circuli polygonum circumscriptum comprehendentis sint et similiter positae *ΑΓ*, *ΒΔ* diametris. et fingantur lineae ad angulos inter se oppositos polygoni ductae, quae et inter se et lineae *ΖΒΔΘ* parallelae erunt. manente igitur diametro *ΕΗ* et perimetris polygonorum circum ambitum circuli circumuolutis[2]) altera figura sphaerae inscripta, altera

1) Archimedes uix omiserat *μέγιστος* ante *κύκλος* lin. 12; cfr. Quaest. Arch. p. 76. hoc ipsum uerbum addi uoluit Nizze.

2) Debebat esse lin. 26—27: *μετὰ τῶν τῶν κύκλων περιφερειῶν*; sed non dubito illud neglegenter dictum transscriptori tribuere.

20. *ἀλλήλαις*] scripsi; *αλληλοις* F, uulgo. 24. ΖΒΔΘ] Nizze; *ΒΖ, ΘΔ F, uulgo.* 27. *περιφέρειαν*] διάμετρον Nizze. *ἐγγεγραμμένον] Nizze; περιγεγραμμενον* F, uulgo.

λβ'.

Ἐὰν ᾖ ἐν σφαίρᾳ σχῆμα ἐγγεγραμμένον καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον ὑπὸ ὁμοίων πολυγώνων τὸν αὐτὸν τρόπον τοῖς πρότερον κατεσκευασμένα, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐπιφάνειαν διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου περὶ τὸν μέγιστον κύκλον πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου ἐν τῷ αὐτῷ κύκλῳ. αὐτὸ δὲ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ λόγου.

ἔστω ἐν σφαίρᾳ κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸν πολύγωνον ἰσόπλευρον, τὸ δὲ πλῆθος τῶν πλευρῶν αὐτοῦ μετρείσθω ὑπὸ τετράδος· καὶ ἄλλο περιγεγράφθω περὶ τὸν κύκλον ὅμοιον τῷ ἐγγεγραμμένῳ, αἱ δὲ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πλευραὶ ἐπιψαυέτωσαν τοῦ κύκλου κατὰ μέσα τῶν περιφερειῶν τῶν ἀποτεμνομένων ὑπὸ τῶν τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου πλευρῶν. αἱ δὲ ΕΗ, ΖΘ διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἔστωσαν ἀλλήλαις τοῦ κύκλου τοῦ περιλαμβάνοντος τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον καὶ ὁμοίως κείμεναι ταῖς ΑΓ, ΒΔ διαμέτροις. καὶ νοείσθωσαν ἐπιζευγνύμεναι ἐπὶ τὰς ἀπεναντίον γωνίας τοῦ πολυγώνου, αἳ γίγνονται ἀλλήλαις τε καὶ τῇ ΖΒΔΘ παράλληλοι. μενούσης δὴ τῆς ΕΗ διαμέτρου καὶ περιενεχθεισῶν τῶν περιμέτρων τῶν πολυγώνων περὶ τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν τὸ μὲν ἐγγεγραμμένον σχῆμα

---

1. *λβ'*] *λ'* F. 4. *κατεσκευασμένα*] censor Ienensis; *κατεσκευασμενοις* F, uulgo. 10. *τὸ ἐγγεγραμμένον*] om. F, uulgo*; habent Cr., ed. Basil., Torellius. 16. *αἱ*] επι F; corr. Torellius.

XXXII.

Si sphaerae alia figura inscripta, alia circumscripta est polygonis similibus eodem modo, quo supra, effectae, superficies figurae circumscriptae ad superficiem inscriptae duplicem rationem habet, quam latus polygoni circum circulum maximum circumscripti ad latus polygoni eidem circulo inscripti. figura autem ipsa circumscripta ad figuram inscriptam habet rationem triplicem, quam eadem ratio est.

sit in sphaera circulus [maximus][1]) *ΑΒΓΔ*, et ei inscribatur polygonum aequilaterum, cuius laterum numerus per quattuor diuidi possit. et aliud circum circulum circumscribatur inscripto simile. et latera polygoni circumscripti circulum contingant in punctis mediis arcuum a lateribus polygoni inscripti abscisorum. lineae autem *ΕΗ*, *ΖΘ* diametri inter se perpendiculares circuli polygonum circumscriptum comprehendentis sint et similiter positae *ΑΓ*, *ΒΔ* diametris. et fingantur lineae ad angulos inter se oppositos polygoni ductae, quae et inter se et lineae *ΖΒΔΘ* parallelae erunt. manente igitur diametro *ΕΗ* et perimetris polygonorum circum ambitum circuli circumuolutis[2]) altera figura sphaerae inscripta, altera

---

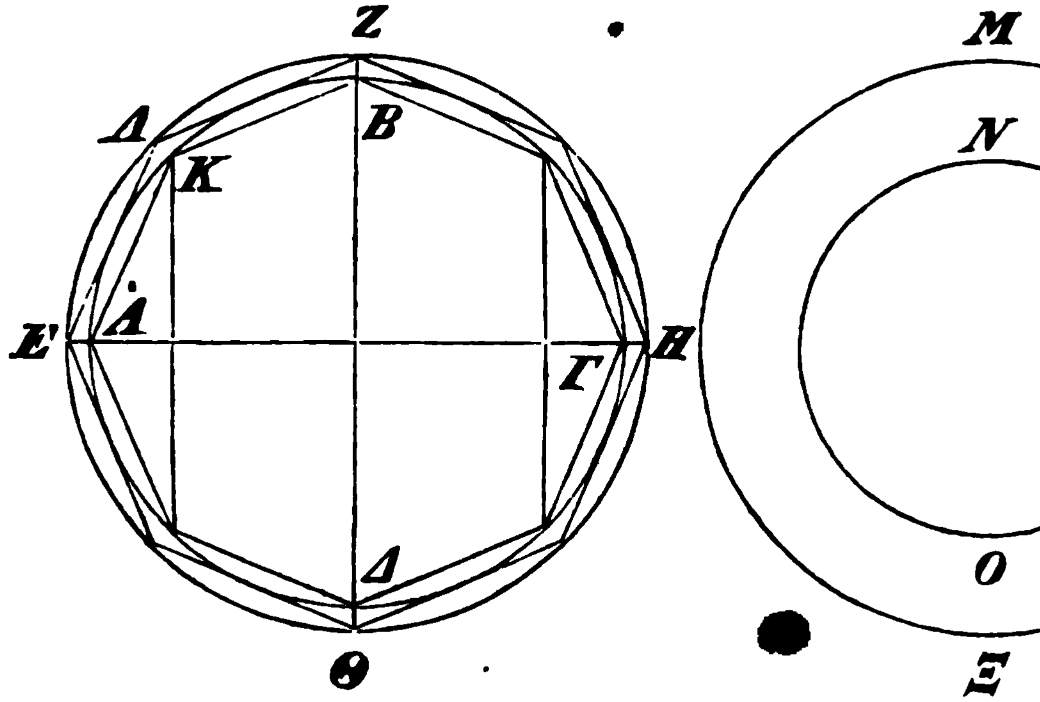
1) Archimedes uix omiserat *μέγιστος* ante *κύκλος* lin. 12; cfr. Quaest. Arch. p. 76. hoc ipsum uerbum addi uoluit Nizze.

2) Debebat esse lin. 26—27: *μετὰ τῶν τῶν κύκλων περιφερειῶν*; sed non dubito illud neglegenter dictum transscriptori tribuere.

---

20. *ἀλλήλαις*] scripsi; *αλληλοις* F, uulgo. 24. ΖΒΔΘ] Nizze; *ΒΖ*, *ΘΔ* F, uulgo. 27. *περιφέρειαν*] διάμετρον Nizze. *ἐγγεγραμμένον*] Nizze; *περιγεγραμμενον* F, uulgo.

σχήματος εἰς τὴν σφαῖραν διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΕΛ πρὸς ΑΚ. — εἰλήφθωσαν δὴ δύο κῶνοι οἱ Ο, Ξ, καὶ ἔστω ὁ μὲν Ξ κῶνος βάσιν ἔχων τὸν Ξ κύκλον



ἴσον τῷ Μ, ὁ δὲ Ο βάσιν ἔχων τὸν Ο κύκλον ἴσον τῷ Ν, ὕψος δὲ ὁ μὲν Ξ κῶνος τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, ὁ δὲ Ο τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ΑΚ κάθετον ἠγμένην. ἴσος ἄρα ὁ μὲν Ξ κῶνος τῷ σχήματι τῷ περιγεγραμμένῳ περὶ τὴν σφαῖραν, ὁ δὲ Ο τῷ ἐγγεγραμμένῳ. δέδεικται γὰρ ταῦτα. καὶ ἐπεὶ ὅμοιά ἐστι τὰ πολύγωνα, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἡ ΕΛ πρὸς ΑΚ, ὃν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας πρὸς τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ τὴν ΑΚ κάθετον ἀγομένην. τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ ὕψος τοῦ Ξ κώνου πρὸς τὸ ὕψος τοῦ Ο κώνου, ὃν ἡ ΕΛ πρὸς ΑΚ. ἔχει δὲ καὶ ἡ διάμετρος τοῦ Μ κύκλου πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ Ν κύκλου λόγον, ὃν ἔχει ἡ ΕΛ πρὸς ΑΚ. τῶν ἄρα Ξ, Ο κώνων αἱ διάμετροι τῶν βάσεων τοῖς ὕψεσι. τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον [ὅμοιοι ἄρα εἰσίν], καὶ διὰ τοῦτο τριπλασίονα λόγον ἕξει ὁ Ξ κῶνος πρὸς τὸν

---

3. Ξ κύκλον] Ξ om. Torellius. 4. Ο] B F. *Ο κύκλον*] ad AK [h. e. quam latus polygoni circumscripti ad latus inscripti].[1])

sumantur porro duo coni O, Ξ, et conus Ξ basim habeat Ξ circulum circulo M aequalem, O autem conus circulum O circulo N aequalem; altitudinem autem conus Ξ habeat radium sphaerae, conus autem O lineam a centro ad lineam AK perpendicularem ductam. quare conus Ξ aequalis est figurae circum sphaeram circumscriptae [prop. 31], O autem conus figurae inscriptae [prop. 26]. haec enim demonstrata sunt. et quoniam polygona similia sunt [ex hypothesi], eandem habet rationem EA ad AK, quam radius sphaerae ad lineam a centro sphaerae ad AK perpendicularem ductam.[2]) eandem igitur rationem habet altitudo coni Ξ ad altitudinem coni O, quam EA ad AK. sed etiam diametrus circuli M ad diametrum circuli N eam habet rationem, quam EA ad AK [u. Eutocius]. itaque bases conorum Ξ, O eandem rationem habent, quam altitudines. [similes igitur sunt] [λῆμμ. 5 p. 82]. quare conus Ξ ad conum O triplicem rationem habet, quam diametrus circuli M ad diametrum circuli N [Eucl. XII, 12].

---

1) Nam circuli M, N eam habent rationem, quam diametri siue radii quadrati (Eucl. XII, 2), quae est $EA^2 : AK^2$, quia radii quadrati aequales sunt rectangulis illis, de quibus u. p. 133, not. 3; sed ex hypothesi circulus M aequalis est superficiei figurae circumscriptae, circulus N superficiei figurae inscriptae.

2) Quia triangula ad centra polygonorum similium posita et ipsa similia sunt; tum u. Eucl. VI, 4.

O om. Torellius. 9. γάρ] ουν F; corr. Torellius. 14. O] om. FC*. 19. τοῦτο] scripsi; το αυτο F, uulgo; αὐτό Torellius.

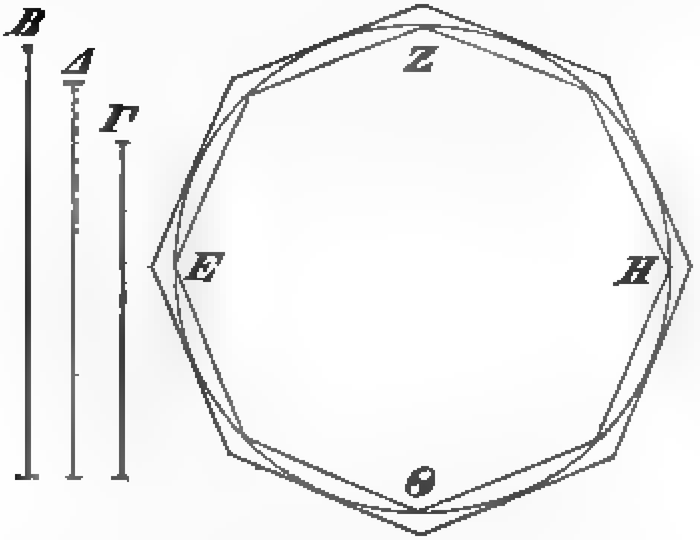
Ο κῶνον, ἥπερ ἡ διάμετρος τοῦ Μ κύκλου πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ Ν κύκλου. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον ἕξει, ἥπερ ἡ ΕΛ πρὸς ΛΚ.

λγ'.

Πάσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ.

ἔστω γὰρ σφαῖρά τις, καὶ ἔστω τετραπλάσιος τοῦ μεγίστου κύκλου ὁ Α. λέγω, ὅτι ὁ Α ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας.

εἰ γὰρ μή, ἤτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἐλάσσων. ἔστω πρότερον μείζων ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας τοῦ κύκλου. ἔστι δὴ δύο μεγέθη ἄνισα ἥ τε ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας καὶ ὁ Α κύκλος. δυνατὸν ἄρα ἐστὶ λαβεῖν δύο εὐθείας



ἀνίσους, ὥστε τὴν μείζονα πρὸς τὴν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἐλάσσονα τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας πρὸς τὸν κύκλον. εἰλήφθωσαν αἱ Β, Γ, καὶ τῶν Β,

---

5. *λα'* F; *λε'* Torellius. 8. *ἔστω*] ως F; corr. B. 12. *πρότερον μείζων*] προτερον μειζον F.

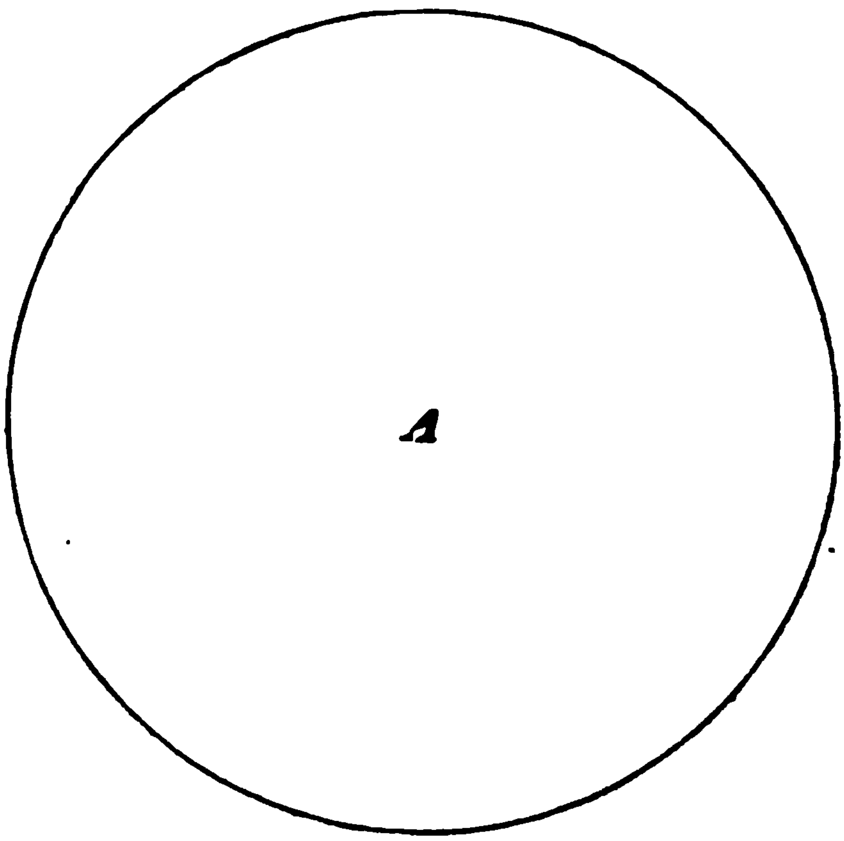
adparet igitur, etiam figuram circumscriptam ad figuram inscriptam triplicem rationem habituram esse, quam EA ad AK.[1])

XXXIII.

Cuiusuis sphaerae superficies quadruplo maior est circulo in ea maximo.[2])

sit enim sphaera, et sit A circulus quadruplo maior circulo maximo. dico, circulum A aequalem esse superficiei sphaerae.

si enim aequalis non est, aut maior aut minor est. prius superficies sphaerae maior sit circulo. duae igitur magnitudines inaequales sunt, superficies sphaerae et circulus A. fieri igitur potest, ut sumantur duae



lineae inaequales, ita ut maior linea ad minorem rationem habeat minorem, quam superficies sphaerae ad circulum [prop. 2]. sumantur lineae B, Γ, et inter

1) Quia ex hypothesi coni Ξ, O figuris aequales sunt.
2) *Cfr. Simplicius* ad Aristot. IV p. 508, b; Pappus I p. 360.

Γ μέση ἀνάλογον ἔστω ἡ Δ. νοείσθω δὲ καὶ ἡ σφαῖρα ἐπιπέδῳ τετμημένη διὰ τοῦ κέντρου κατὰ τὸν ΕΖΗΘ κύκλον· νοείσθω δὲ καὶ εἰς τὸν κύκλον ἐγγεγραμμένον καὶ περιγεγραμμένον πολύγωνον, ὥστε ὅμοιον εἶναι τὸ περιγεγραμμένον τῷ ἐγγεγραμμένῳ πολυγώνῳ καὶ τὴν τοῦ περιγεγραμμένου πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ, ὃν ἔχει ἡ Β πρὸς τὴν Δ [καὶ ὁ διπλάσιος ἄρα λόγος τοῦ διπλασίου λόγου ἐστὶν ἐλάσσων. καὶ τοῦ μὲν τῆς Β πρὸς Δ διπλάσιός ἐστιν ὁ τῆς Β πρὸς τὴν Γ, τοῦ δὲ τῆς πλευρᾶς τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου διπλάσιος ὁ τῆς ἐπιφανείας τοῦ περιγεγραμμένου στερεοῦ πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου]. ἡ ἐπιφάνεια ἄρα τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας πρὸς τὸν Α κύκλον· ὅπερ ἄτοπον. ἡ μὲν γὰρ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας μείζων ἐστίν, ἡ δὲ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος τοῦ Α κύκλου ἐλάσσων ἐστί [δέδεικται γὰρ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσων τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ ἢ τετραπλασία, τοῦ δὲ μεγίστου κύκλου τετραπλάσιός ἐστιν ὁ Α κύκλος]. οὐκ ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας μείζων ἐστί τοῦ Α κύκλου. — λέγω δή, ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω. καὶ ὁμοίως εὑρήσθωσαν αἱ Β, Γ εὐθεῖαι, ὥστε τὴν Β πρὸς Γ ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ, ὃν ἔχει ὁ Α κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς σφαίρας, καὶ τῶν Β, Γ μέση ἀνάλογον ἡ Δ· καὶ ἐγγεγράφθω καὶ

---

4. *εἶναι*] per comp. in rasura F. 10. *τοῦ δὲ τῆς*] scripsi; *της δε F*, uulgo.

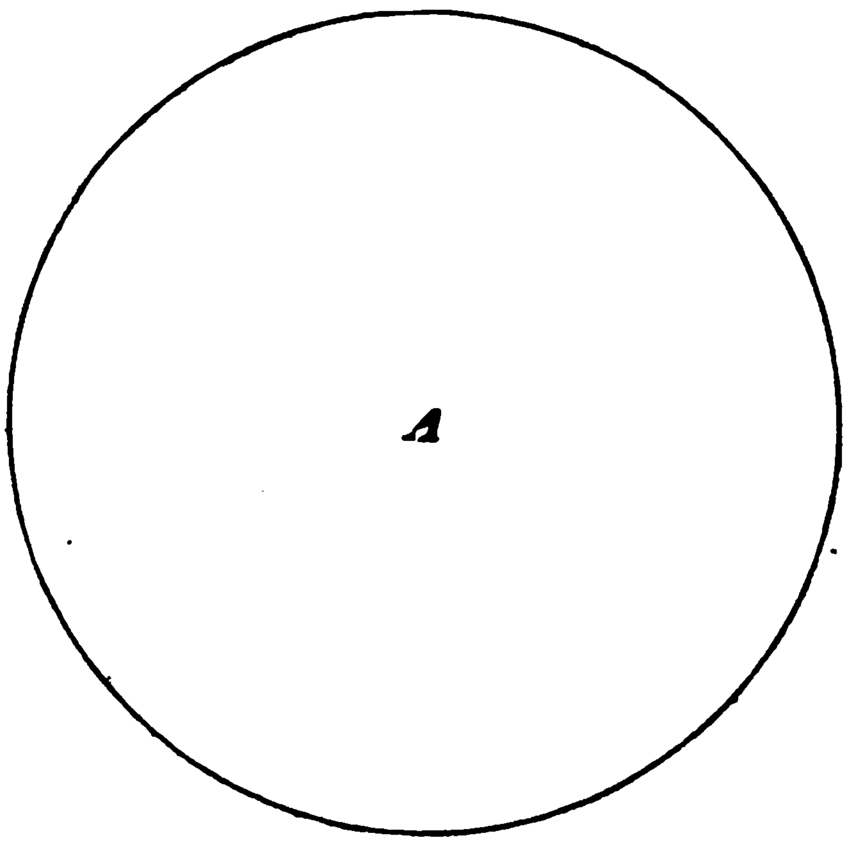
adparet igitur, etiam figuram circumscriptam ad figuram inscriptam triplicem rationem habituram esse, quam *EΔ* ad *ΔK*.[1])

XXXIII.

Cuiusuis sphaerae superficies quadruplo maior est circulo in ea maximo.[2])

sit enim sphaera, et sit *A* circulus quadruplo maior circulo maximo. dico, circulum *A* aequalem esse superficiei sphaerae.

si enim aequalis non est, aut maior aut minor est. prius superficies sphaerae maior sit circulo. duae igitur magnitudines inaequales sunt, superficies sphaerae et circulus *A*. fieri igitur potest, ut sumantur duae



lineae inaequales, ita ut maior linea ad minorem rationem habeat minorem, quam superficies sphaerae ad circulum [prop. 2]. sumantur lineae *B*, *Γ*, et inter

1) Quia ex hypothesi coni *Ξ*, *O* figuris aequales sunt.
2) Cfr. *Simplicius ad Aristot.* IV p. 508, b; Pappus I p. 360.

περιγεγράφθω πάλιν, ὥστε τὴν τοῦ περιγεγραμμένου ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ τῆς *B* πρὸς *Δ* [καὶ τὰ διπλάσια ἄρα]. ἡ ἐπιφάνεια ἄρα τοῦ περιγεγραμμένου πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ *A* κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς σφαίρας· ὅπερ ἄτοπον. ἡ μὲν γὰρ τοῦ περιγεγραμμένου ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τοῦ *A* κύκλου, ἡ δὲ τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσων τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

οὐκ ἄρα οὐδὲ ἐλάσσων ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας τοῦ *A* κύκλου. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ μείζων. ἡ ἄρα ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας ἴση ἐστὶ τῷ *A* κύκλῳ, τουτέστι τῷ τετραπλασίῳ τοῦ μεγίστου κύκλου.

λδ'.

Πᾶσα σφαῖρα τετραπλασία ἐστὶ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

ἔστω γὰρ σφαῖρά τις, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ *ΑΒΓΔ*. εἰ οὖν μή ἐστιν ἡ σφαῖρα τετραπλασία τοῦ εἰρημένου κώνου, ἔστω, εἰ δυνατόν, μείζων ἢ τετραπλασία. ἔστω δὲ ὁ *Ξ* κῶνος βάσιν μὲν ἔχων τετραπλασίαν τοῦ *ΑΒΓΔ* κύκλου, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. μείζων οὖν ἐστιν ἡ σφαῖρα τοῦ *Ξ* κώνου. ἔσται δὴ δύο μεγέθη ἄνισα ἥ τε σφαῖρα καὶ ὁ κῶνος. δυνατὸν οὖν δύο εὐθείας λαβεῖν ἀνίσους ὥστε ἔχειν τὴν μείζονα πρὸς τὴν ἐλάσσονα ἐλάσσονα λό-

---

1. πάλιν] πάλιν πολύγωνον Torellius. τήν] τὴν πλευράν Torellius. 2. τοῦ] το F; corr. Torellius. 13. λβ' F; λϛ' *Torellius.* 19. μειζον F. 25. ἐλάσσονα λόγον] scripsi; λογον *F, uulgo;* λόγον ἐλάσσονα B, ed. Basil., Torellius.

eas media proportionalis sit Δ linea. fingatur autem etiam sphaera per centrum secta per circulum $EZH\Theta$. fingatur autem etiam polygonum circulo inscriptum et aliud circumscriptum, ita ut polygonum circumscriptum inscripto simile sit, et latus polygoni circumscripti [ad latus inscripti] [1]) minorem rationem habeat, quam B ad Δ [prop. 3]. quare [2]) superficies figurae circum sphaeram circumscriptae ad superficiem figurae inscriptae minorem rationem habet, quam superficies sphaerae ad circulum A. quod fieri non potest. nam superficies figurae circumscriptae maior est superficie sphaerae [prop. 28 p. 122], sed superficies figurae inscriptae minor est circulo A [prop. 25]. [3]) itaque superficies sphaerae circulo A maior non est.

dico iam, ne minorem quidem eam esse. si enim fieri potest, minor sit. et ut supra inueniantur lineae B, Γ, ita ut B ad Γ minorem rationem habeat, quam circulus A ad superficiem sphaerae [prop. 2], et linea Δ media inter B, Γ proportionalis. et inscri-

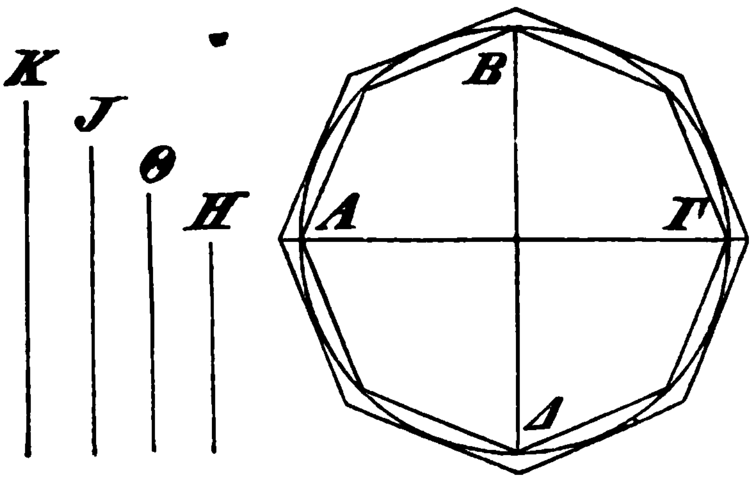
---

1) Archimedes non omiserat: πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου lin. 6; sed cum haec omissio toties occurrat, satius duxi, hanc neglegentiam transscriptori tribuere, quam cum Nizzio haec uerba omnibus locis addere.

2) Nam latera polygonorum quadrata et eam habent rationem, quam $B^2 : \Delta^2$, h. e. quam $B : \Gamma$ (Eucl. VI, 20 πορ. 2), et eam, quam superficies figurarum (prop. 32). sed quibus hoc continetur, uerba lin. 7—13 fortasse subditiua sunt.

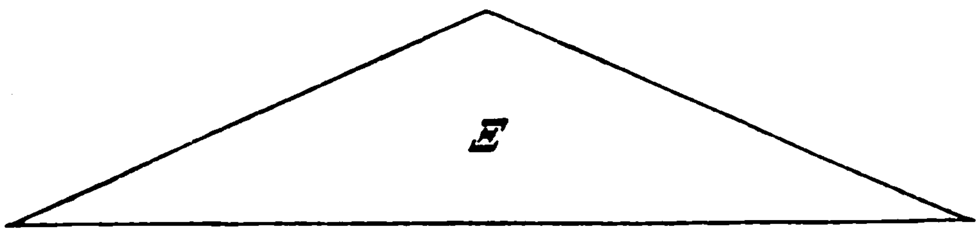
3) Repetitionem inutilem prop. 25 deleo (lin. 20—23).

γον τοῦ, ὃν ἔχει ἡ σφαῖρα πρὸς τὸν Ξ κῶνον. ἔστωσαν οὖν αἱ Κ, Η, αἱ δὲ Ι, Θ εἰλημμέναι ὥστε τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερέχειν τὴν Κ τῆς Ι καὶ τὴν Ι τῆς Θ καὶ τὴν Θ τῆς Η. νοείσθω δὲ καὶ εἰς τὸν *ΑΒΓΔ* κύκλον ἐγγεγραμμένον πολύγωνον, οὗ τὸ πλῆθος τῶν πλευρῶν μετρείσθω ὑπὸ τετράδος, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον ὅμοιον τῷ ἐγγεγραμμένῳ, καθάπερ ἐπὶ τῶν πρότερον· ἡ δὲ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω τοῦ, ὃν ἔχει ἡ Κ πρὸς Ι. καὶ ἔστωσαν αἱ *ΑΓ*, *ΒΔ* διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις. εἰ οὖν μενούσης τῆς *ΑΓ* διαμέτρου περιενεχθείη τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ τὰ πολύγωνα, ἔσται σχήματα τὸ μὲν ἐγγεγραμμένον ἐν τῇ σφαίρᾳ, τὸ δὲ περιγεγραμμένον, καὶ ἕξει τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον, ἤπερ ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου εἰς τὸν *ΑΒΓΔ* κύκλον. ἡ δὲ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Κ πρὸς τὴν Ι· ὥστε τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ τριπλασίονα τοῦ Κ πρὸς Ι. ἔχει δὲ καὶ ἡ Κ πρὸς Η μείζονα λόγον ἢ τριπλάσιον τοῦ, ὃν ἔχει ἡ Κ πρὸς Ι [τοῦτο γὰρ φανερὸν διὰ λημμάτων] πολλῷ ἄρα τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα



3. Θ] Η F. 13. ΑΒ, ΓΔ F. Litteras in circulo positas et polygona om. F. 18. σχήματα] scripsi; το σχημα F, uulgo 27. διαλλημματων F.

lineae inaequales, ita ut maior linea ad minorem rationem habeat minorem, quam sphaera ad conum *Ξ* [prop. 2]. sint igitur lineae *K*, *H*, et lineae *I*, *Θ* ita sumantur, ut aequali spatio excedat *K* linea lineam *I*, *I* lineam *Θ*, *Θ* lineam *H*. fingatur autem etiam circulo *ΑΒΓΔ* polygonum inscriptum, cuius laterum numerus per quattuor diuidi possit, et aliud circumscriptum inscripto simile, sicut antea. et latus polygoni circumscripti ad latus inscripti minorem rationem

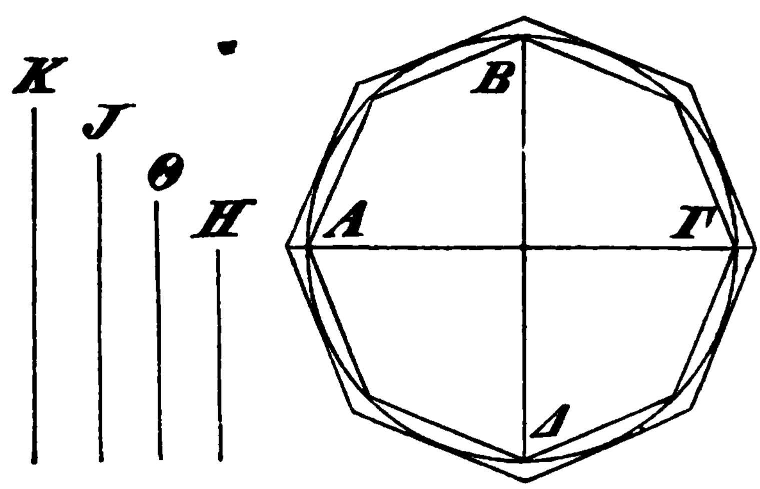


habeat, quam $K:I$ [prop. 3]. et sint diametri *ΑΓ*, *ΒΔ* inter se perpendiculares. si igitur manente diametro *ΑΓ* circumuoluitur[1]) planum, in quo sunt polygona, orientur figurae, altera sphaerae inscripta, altera circumscripta, et habebit figura circumscripta ad inscriptam triplicem rationem, quam latus polygoni circumscripti ad latus inscripti circulo *ΑΒΓΔ* [prop. 32]. sed latera minorem habent rationem quam $K:I$ [ex hypothesi]. quare figura circumscripta [ad inscriptam][2]) minorem rationem habet quam $K^3:I^3$. sed etiam $K:H > K^3:I^3$ [u. Eutocius]. itaque figura circumscripta ad inscriptam multo minorem rationem habet,

1) Optatiuus περιενεχθείη posterioris temporis scriptoribus aptior fortasse transscriptori debetur, cum Archimedes scripsisset: εἴ κα — περιενεχθῇ.

2) U. p. 139 not. 1.

γον τοῦ, ὃν ἔχει ἡ σφαῖρα πρὸς τὸν Ξ κῶνον. ἔστωσαν οὖν αἱ Κ, Η, αἱ δὲ Ι, Θ εἰλημμέναι ὥστε τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερέχειν τὴν Κ τῆς Ι καὶ τὴν Ι τῆς Θ καὶ τὴν Θ τῆς Η. νοείσθω δὲ καὶ εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον ἐγγεγραμμένον πολύγωνον, οὗ τὸ πλῆθος τῶν πλευρῶν μετρείσθω ὑπὸ τετράδος, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον ὅμοιον τῷ ἐγγεγραμμένῳ, καθάπερ ἐπὶ τῶν πρότερον· ἡ δὲ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω τοῦ, ὃν ἔχει ἡ Κ πρὸς Ι. καὶ ἔστωσαν αἱ ΑΓ, ΒΔ διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις. εἰ οὖν μενούσης τῆς ΑΓ διαμέτρου περιενεχθείη τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ τὰ πολύγωνα, ἔσται σχήματα τὸ μὲν ἐγγεγραμμένον ἐν τῇ σφαίρᾳ, τὸ δὲ περιγεγραμμένον, καὶ ἕξει τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον, ἤπερ ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου εἰς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον. ἡ δὲ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Κ πρὸς τὴν Ι· ὥστε τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ τριπλασίονα τοῦ Κ πρὸς Ι. ἔχει δὲ καὶ ἡ Κ πρὸς Η μείζονα λόγον ἢ τριπλάσιον τοῦ, ὃν ἔχει ἡ Κ πρὸς Ι [τοῦτο γὰρ φανερὸν διὰ λημμάτων]· πολλῷ ἄρα τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα



3. Θ] Η F. 13. ΑΒ, ΓΔ F. Litteras in circulo positas et polygona om. F. 18. σχήματα] scripsi; το σχημα F, uulgo. 27. διαλλημματων F.

quam $K:H$; sed K ad H minorem rationem habet, quam sphaera ad conum Ξ [ex hypothesi] [quare figura circumscripta ad inscriptam minorem rationem habet, quam sphaera ad conum Ξ]. et uicissim [figura circumscripta ad sphaeram minorem rationem habet, quam figura inscripta ad conum]. quod fieri non potest. nam figura circumscripta maior est sphaera [prop. 28 p. 122], sed inscripta minor cono Ξ [prop. 27]. itaque sphaera maior non est quam quadruplo maior [cono], quem commemorauimus.

iam, si fieri potest, minor sit quam quadruplo maior. sphaera igitur minor est cono Ξ. sumantur igitur lineae K, H, ita ut K linea maior sit linea H et minorem ad eam rationem habeat, quam conus Ξ ad sphaeram [prop. 2]. et ponantur lineae Θ, I, ut supra [p. 142, 2]. et fingatur polygonum circulo $AB\Gamma\Delta$ inscriptum et aliud circumscriptum, ita ut latus polygoni circumscripti ad latus inscripti minorem rationem habeat, quam $K:I$. et cetera eodem modo, quo antea, comparentur. habebit igitur etiam[1]) figura solida circumscripta ad inscriptam rationem triplicem, quam latus figurae circum $AB\Gamma\Delta$ circumscriptae ad latus inscriptae [prop. 32]. sed latera minorem rationem habent, quam $K:I$ [ex hypothesi]. habebit igitur figura circumscripta ad inscriptam minorem rationem, quam $K^3:I^3$. sed $K:H > K^3:I^3$ [u. Eutocius]. quare figura circumscripta ad inscriptam minorem rationem

1) καί lin. 21 uidetur significare: nunc quoque, ut antea.

uulgo. 28. πρὸς τὴν I· ἡ δὲ K] om. F; corr. ed. Basil. et B man. 2.

ζονα λόγον ἔχει ἢ τριπλάσιον τοῦ, ὃν ἔχει ἡ *K* πρὸς τὴν *I*· ὥστε ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον, ἢ ἡ *K* πρὸς τὴν *H*. ἡ δὲ *K* πρὸς τὴν *H* ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὁ *Ξ* κῶνος πρὸς τὴν σφαῖραν· ὅπερ ἀδύνατον. τὸ μὲν γὰρ ἐγγεγραμμένον ἔλασσόν ἐστι τῆς σφαίρας, τὸ δὲ περιγεγραμμένον μεῖζον τοῦ *Ξ* κώνου. οὐκ ἄρα οὐδὲ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τετραπλασία ἡ σφαῖρα τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῷ *ΑΒΓΔ* κύκλῳ, ὕψος δὲ τὴν ἴσην τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας· ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ μείζων· τετραπλασία ἄρα.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Προδεδειγμένων δὲ τούτων φανερόν, ὅτι πᾶς κύλινδρος βάσιν μὲν ἔχων τὸν μέγιστον κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας ἡμιόλιός ἐστι τῆς σφαίρας, καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ μετὰ τῶν βάσεων ἡμιολία τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

ὁ μὲν γὰρ κύλινδρος ὁ προειρημένος ἑξαπλάσιός ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὴν αὐτήν, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, ἡ δὲ σφαῖρα δέδεικται τοῦ αὐτοῦ κώνου τετραπλασία οὖσα· δῆλον οὖν, ὅτι ὁ κύλινδρος ἡμιόλιός ἐστι τῆς σφαίρας. πάλιν ἐπεὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου χωρὶς τῶν βάσεων ἴση δέδεικται κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέση ἀνάλογόν ἐστι τῆς τοῦ κυλίνδρου πλευρᾶς καὶ τῆς διαμέτρου τῆς βάσεως, τοῦ δὲ εἰρημένου κυλίνδρου τοῦ

---

3. K] HK F. 5. κονος F. 12. πόρισμα om. F; κζ' *Torellius.*

quam $K:H$; sed K ad H minorem rationem habet, quam sphaera ad conum Ξ [ex hypothesi] [quare figura circumscripta ad inscriptam minorem rationem habet, quam sphaera ad conum Ξ]. et uicissim [figura circumscripta ad sphaeram minorem rationem habet, quam figura inscripta ad conum]. quod fieri non potest. nam figura circumscripta maior est sphaera [prop. 28 p. 122], sed inscripta minor cono Ξ [prop. 27]. itaque sphaera maior non est quam quadruplo maior [cono], quem commemorauimus.

iam, si fieri potest, minor sit quam quadruplo maior. sphaera igitur minor est cono Ξ. sumantur igitur lineae K, H, ita ut K linea maior sit linea H et minorem ad eam rationem habeat, quam conus Ξ ad sphaeram [prop. 2]. et ponantur lineae Θ, I, ut supra [p. 142, 2]. et fingatur polygonum circulo $AB\Gamma\Delta$ inscriptum et aliud circumscriptum, ita ut latus polygoni circumscripti ad latus inscripti minorem rationem habeat, quam $K:I$. et cetera eodem modo, quo antea, comparentur. habebit igitur etiam[1]) figura solida circumscripta ad inscriptam rationem triplicem, quam latus figurae circum $AB\Gamma\Delta$ circumscriptae ad latus inscriptae [prop. 32]. sed latera minorem rationem habent, quam $K:I$ [ex hypothesi]. habebit igitur figura circumscripta ad inscriptam minorem rationem, quam $K^3:I^3$. sed $K:H > K^3:I^3$ [u. Eutocius]. quare figura circumscripta ad inscriptam minorem rationem

1) καί lin. 21 uidetur significare: nunc quoque, ut antea.

περὶ τὴν σφαῖραν ἡ πλευρὰ ἴση ἐστὶ τῇ διαμέτρῳ τῆς βάσεως [δῆλον, ὅτι ἡ μέση αὐτῶν ἀνάλογον ἴση γίνεται τῇ διαμέτρῳ τῆς βάσεως], ὁ δὲ κύκλος ὁ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου ἔχων ἴσην τῇ διαμέτρῳ τῆς βάσεως τετραπλάσιός ἐστι τῆς βάσεως, τουτέστι τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ἔσται ἄρα καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου χωρὶς τῶν βάσεων τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου. ὅλη ἄρα μετὰ τῶν βάσεων ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου ἑξαπλασία ἔσται τοῦ μεγίστου κύκλου. ἔστιν δὲ καὶ ἡ τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου. ὅλη ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου ἡμιολία ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

λε'.

Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος εἰς τμῆμα σφαίρας ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου ἐν τῷ τμήματι τοῦ μεγίστου κύκλου καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς παραλλήλοις τῇ βάσει τοῦ τμήματος σὺν τῇ ἡμισείᾳ τῆς τοῦ τμήματος βάσεως.

ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ τμῆμα, οὗ βάσις ὁ περὶ τὴν ΑΗ κύκλος. ἐγγεγράφθω σχῆμα εἰς αὐτό, οἷον εἴρηται, περιεχόμενον ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν· καὶ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΗΘ, καὶ ἀρτιόπλευρον πολύγωνον τὸ ΑΓΕΘΖΔΗ χωρὶς τῆς ΑΗ πλευρᾶς· καὶ εἰλήφθω κύκλος ὁ Λ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ

2. *γίνεται*] *γάρ* per comp. F; corr. B. 5. *τουτέστι*] *της* F; corr. Torellius. 13. *λγ'* F; *κη'* Torellius. 14. *τμῆμα σφαίρας*] scripsi; *το τμημα της σφαιρας* F, uulgo. 16. *τῷ*] *το* F. 25. *τῷ*] *το* F.

habet, quam $K : H$. sed K ad H minorem rationem habet, quam conus Ξ ad sphaeram [ex hypothesi] [itaque figura circumscripta ad inscriptam minorem rationem habet, quam conus Ξ ad sphaeram]. quod fieri non potest. nam figura inscripta minor est sphaera [prop. 23 p. 102], sed figura circumscripta maior cono Ξ [prop. 31 πόρισμα p. 128]. itaque sphaera ne minor quidem est quam quadruplo maior cono basim habenti aequalem circulo $AB\Gamma\Delta$, altitudinem autem aequalem radio sphaerae. demonstratum autem est, ne maiorem quidem eam esse. itaque quadrupla est.

COROLLARIUM.[1]

His autem ante demonstratis adparet, quemuis cylindrum basim habentem circulum maximum sphaerae, altitudinem autem diametro sphaerae aequalem sesquialterum esse sphaerae, et superficiem eius sesquialteram superficiei sphaerae.

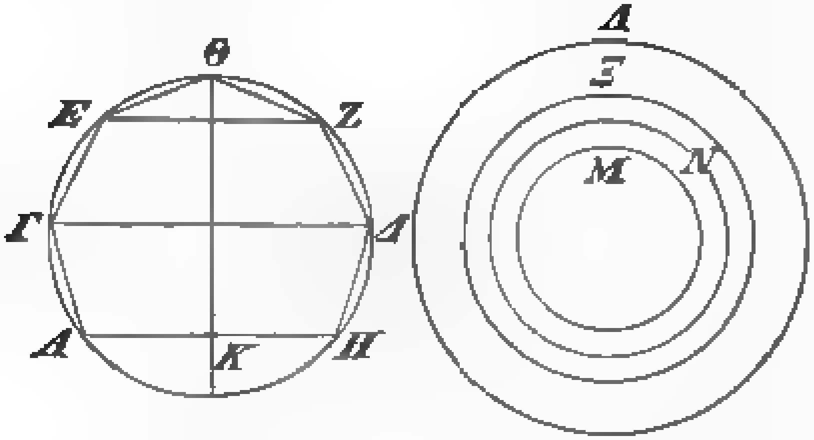
nam cylindrus, quem commemorauimus, sexcuplus est coni eandem basim habentis, altitudinem autem aequalem radio[2]; sed demonstratum est, sphaeram quadruplo maiorem esse eodem cono [prop. 34]. adparet igitur, cylindrum sphaerae sesquialterum esse. rursus quoniam demonstratum est, superficiem cylindri praeter bases aequalem esse circulo, cuius radius media sit proportionalis inter latus cylindri et diametrum

1) Citatur ab Herone stereom. I, 1 (cfr. I, 8, 2), Proclo ad Eucl. p. 71, 18, Simplicio ad Arist. IV p. 508, b. alio modo demonstrat Pappus I p. 408.

2) Cylindrus enim triplo maior est cono, cuius basis est circulus maximus, altitudo autem diametrus sphaerae (Eucl. XII, 10); sed hic *conus duplo maior* est cono, cuius basis eadem *est, altitudo autem radius* (λημμ. 1 p. 80).

περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς ΑΓ πλευρᾶς καὶ ὑπὸ πασῶν τῶν ΕΖ, ΓΔ καὶ ἔτι τῆς ἡμισείας τῆς βάσεως, τουτέστι τῆς ΑΚ. δεικτέον, ὅτι ὁ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ τοῦ σχήματος ἐπιφανείᾳ.

εἰλήφθω γὰρ κύκλος ὁ Μ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΕΘ πλευρᾶς καὶ τῆς ἡμισείας τῆς ΕΖ. γίνεται δὴ ὁ Μ κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ τὴν ΕΖ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Θ σημεῖον. εἰλήφθω δὲ



καὶ ἄλλος ὁ Ν, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς ΕΓ καὶ τῆς ἡμισείας συναμφοτέρου τῆς ΕΖ, ΓΔ. ἔσται οὖν οὗτος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΕΖ, ΓΔ. καὶ ἄλλος ὁμοίως ὁ Ξ εἰλήφθω κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΑΓ καὶ τῆς ἡμισείας συναμφοτέρων τῶν ΓΔ, ΑΗ. καὶ αὐτὸς οὖν ἴσος ἐστὶ τῇ κωνικῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΑΗ, ΓΔ. πάντες οὖν οἱ κύκλοι ἴσοι ἔσονται τῇ ὅλῃ τοῦ σχήματος ἐπιφανείᾳ, καὶ αἱ ἐκ τῶν κέντρων αὐτῶν ἴσον δυνήσονται τῷ περιεχο-

---

3. δεικτέον οὖν ed. Basil., Torellius. ὁ Λ κύκλος Cr.,

numero praeter latus AH. et sumatur circulus Λ, cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo

$$A\Gamma \times (EZ + \Gamma\Delta + AK).$$

demonstrandum est, circulum aequalem esse superficiei figurae.

sumatur enim circulus M, cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo $E\Theta \times \frac{1}{2} EZ$. itaque M circulus aequalis est superficiei coni, cuius basis est circulus circum EZ descriptus, uertex autem punctum Θ [prop. 14]. sumatur autem etiam alius circulus N, cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo

$$E\Gamma \times \tfrac{1}{2} (EZ + \Gamma\Delta).$$

hic igitur aequalis erit superficiei coni, quae est inter plana parallela in lineis EZ, $\Gamma\Delta$ posita [prop. 16]. et eodem modo sumatur alius circulus Ξ, cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo

$$A\Gamma \times \tfrac{1}{2} (\Gamma\Delta + AH).$$

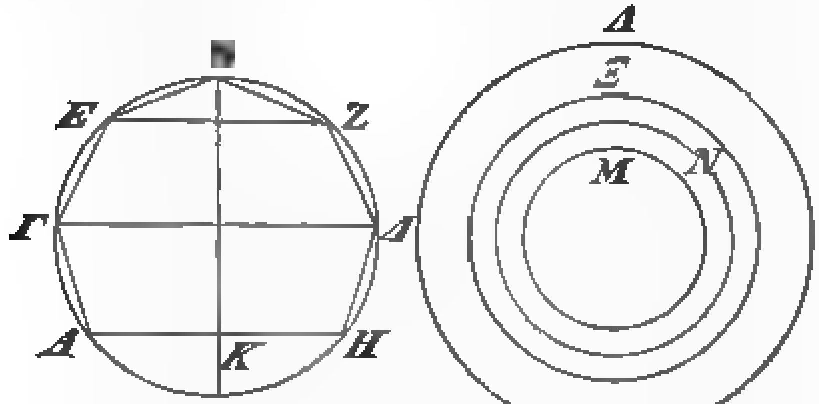
itaque et ipse aequalis est superficiei conicae, quae est inter plana parallela in lineis AH, $\Gamma\Delta$ posita [prop. 16]. omnes igitur circuli aequales erunt toti superficiei figurae, et radii eorum quadrati aequales erunt rectangulo $A\Gamma \times (EZ + \Gamma\Delta + AK)$.[1]) sed

1) Quia aequalia sunt latera polygoni $E\Theta$, $E\Gamma$, $A\Gamma$.

ed. Basil., Torellius. 7. γίνεται] per comp. F. 12. οὖν] addidi; om. F, uulgo. 20. αἱ] om. F; corr. ed. Basil.*

περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς ΑΓ πλευρᾶς καὶ ὑπὸ πασῶν τῶν ΕΖ, ΓΔ καὶ ἔτι τῆς ἡμισείας τῆς βάσεως, τουτέστι τῆς ΑΚ. δεικτέον, ὅτι ὁ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ τοῦ σχήματος ἐπιφανείᾳ.

εἰλήφθω γὰρ κύκλος ὁ Μ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΕΘ πλευρᾶς καὶ τῆς ἡμισείας τῆς ΕΖ. γίνεται δὴ ὁ Μ κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ τὴν ΕΖ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Θ σημεῖον. εἰλήφθω δὲ



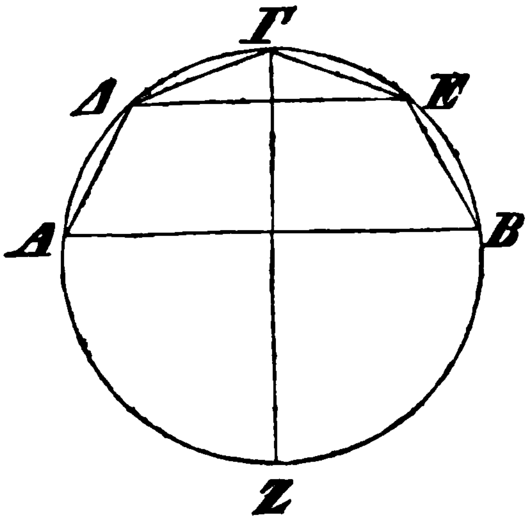
καὶ ἄλλος ὁ Ν, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς ΕΓ καὶ τῆς ἡμισείας συναμφοτέρου τῆς ΕΖ, ΓΔ. ἔσται οὖν οὗτος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΕΖ, ΓΔ. καὶ ἄλλος ὁμοίως ὁ Ξ εἰλήφθω κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ΑΓ καὶ τῆς ἡμισείας συναμφοτέρων τῶν ΓΔ, ΑΗ. καὶ αὐτὸς οὖν ἴσος ἐστὶ τῇ κωνικῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΑΗ, ΓΔ. πάντες οὖν οἱ κύκλοι ἴσοι ἔσονται τῇ ὅλῃ τοῦ σχήματος ἐπιφανείᾳ, καὶ αἱ ἐκ τῶν κέντρων αὐτῶν ἴσον δυνήσονται τῷ περιεχο-

3. δεικτέον οὖν ed. Basil., Torellius. ὁ Α κύκλος C

etiam radius circuli *Λ* quadratus eidem spatio aequalis erat [ex hypothesi]. itaque circulus *Λ* aequalis erit circulis *M*, *N*, *Ξ*[1]); quare etiam superficiei figurae inscriptae aequalis erit.

XXXVI.

Secetur sphaera plano non per centrum posito, et in ea sit circulus maximus *AEZ* planum secans perpendiculariter secans. et inscribatur segmento *ABΓ* polygonum aequilaterum, cuius latera paria sint numero praeter basim *AB*. si igitur, ut antea, manente linea *ΓZ* figura circumuoluitur, anguli *Δ*, *E*, *A*, *B* per circulos ferentur, quorum diametri erunt *ΔE*, *AB*, latera autem figurae per superficies conicas. et figura solida hoc modo orta, per superficies conicas comprehensa, basim habebit circulum, cuius diametrus est *AB*, uerticem autem punctum *Γ*. itaque eodem modo, quo antea, superficiem habebit minorem superficie segmenti comprehendentis [*λαμβ*. 4 p. 10].[2])



---

1) Ex Eucl. XII, 2; cfr. Quaest. Arch. p. 48.

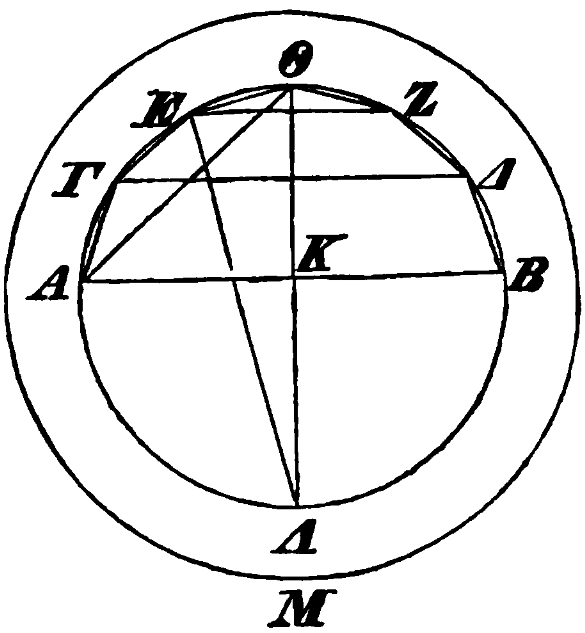
2) In hac propositione praeter finem subditiuum alia quoque deprehenduntur uestigia manus transscriptoris, uelut omissum uerbum *ἔστω* lin. 9; *ἀρτιόγωνον* lin. 11, quod alibi recte dicitur pro *ἀρτιόπλευρον* (Quaest. Arch. p. 76), sed hoc loco ferri non potest propter sequentia uerba *χωρὶς τῆς βάσεως*; *κωνικῆς ἐπιφανείας* lin. 16 pro *κωνικῶν ἐπιφανειῶν*; *γενηθέν* lin. 16 (Quaest. Arch. p. 70). praeterea diserte dicendum erat, segmentum *ABΓ minus* hemisphaerio esse debere (Quaest. Arch. p. 73).

λζ'.

Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐν τῷ τμήματι τῆς σφαίρας ἐλάσσων ἐστὶ τοῦ κύκλου, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος.

ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ *ΑΒΕΖ*· καὶ ἔστω τμῆμα ἐν τῇ σφαίρᾳ, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν *ΑΒ*, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ τὸ εἰρημένον σχῆμα, καὶ ἐν τῷ τμήματι τοῦ κύκλου πολύγωνον· καὶ τὰ λοιπὰ τὰ αὐτά, διαμέτρου μὲν τῆς σφαίρας οὔσης τῆς *ΘΛ*, ἐπεζευγμένων δὲ τῶν *ΛΕ*, *ΘΑ*. καὶ ἔστω κύκλος ὁ *Μ*, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἔστω τῇ *ΑΘ*. δεικτέον, ὅτι ὁ *Μ* κύκλος μείζων ἐστὶ τῆς τοῦ σχήματος ἐπιφανείας.

ἡ γὰρ ἐπιφάνεια τοῦ σχήματος δέδεικται ἴση οὖσα κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς *ΕΘ* καὶ τῶν *ΕΖ*, *ΓΔ*, *ΚΑ*. τὸ δὲ ὑπὸ τῆς *ΕΘ* καὶ τῶν *ΕΖ*, *ΓΔ*, *ΚΑ* δέδεικται ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν *ΕΛ*, *ΚΘ* περιεχομένῳ· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν *ΕΛ*, *ΚΘ* ἔλασσόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς *ΑΘ* [καὶ γὰρ τοῦ ὑπὸ τῶν *ΛΘ*, *ΚΘ*]. φανερὸν οὖν, ὅτι ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου, ὅς ἐστιν ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος,



1. λε' F; μ' Torellius. 7. *ΑΒΖΕ* Torellius. 13. ἔστω] ωστε F; corr. B*. 25. ὑπό om. F; corr. ed. Basil. 26. τῶν

XXXVII.

Superficies figurae segmento sphaerae inscriptae minor est circulo, cuius radius aequalis est lineae a uertice segmenti ad ambitum ductae circuli, qui basis est segmenti.

sit sphaera, et in ea circulus maximus $ABEZ$, et in sphaera segmentum sit, cuius basis sit circulus circum diametrum AB descriptus, et ei inscribatur figura, quam commemorauimus [prop. 36], et segmento circuli polygonum. et cetera eodem modo comparentur[1]), ut linea ΘA diametrus sphaerae sit, et ducantur lineae AE, ΘA. et sit circulus M, cuius radius aequalis sit lineae $A\Theta$. demonstrandum est, circulum M maiorem esse superficie sphaerae.

nam demonstratum est, superficiem figurae aequalem esse circulo, cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo $E\Theta \times (EZ + \Gamma\varDelta + K\varDelta)$ [prop. 35]. et demonstratum est

$E\Theta \times (EZ + \Gamma\varDelta + K\varDelta) = E\varDelta \times K\Theta$ [prop. 22; Eucl. VI, 16].[2])

sed $E\varDelta \times K\Theta < A\Theta^2$ [u. Eutocius].

adparet igitur, radium circuli, qui aequalis est super-

1) τὰ αὐτά lin. 11 sc. ἔστω.

2) U. Eutocius, ex cuius adnotatione comperimus, Archimedem lin. 19—20 scripsisse: ἀλλὰ τὸ ὑπὸ $E\Theta$, et lin. 22 uerbum περιεχομένῳ omisisse.

addidi; om. F, uulgo. $K\Theta$] ΘK ed. Basil., Torellius. Post hoc uerbum: ἴσον ὄντος τῷ ἀπὸ ΘA addunt ed. Basil., Torellius; *om. F, uulgo.*

ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Μ. δῆλον ἄρα, ὅτι ὁ Μ κύκλος μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος.

λη'.

Τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ τμήματι ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον σὺν τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν τὴν αὐτὴν ἔχοντι τῷ σχήματι, κορυφὴν δὲ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας ἴσον ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν ἔχοντι ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευρὰν τῶν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ.

ἔστω γὰρ σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος, καὶ τμῆμα ἔλασσον ἡμικυκλίου τὸ ΑΒΓ, καὶ κέντρον τὸ Ε· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ΑΒΓ τμῆμα πολύγωνον ἀρτιόπλευρον χωρὶς τῆς ΑΓ ὁμοίως τοῖς πρότερον, καὶ μενούσης τῆς ΒΕ περιενεχθεῖσα ἡ σφαῖρα ποιείτω σχῆμά τι ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ κῶνος ἀναγεγράφθω κορυφὴν ἔχων τὸ κέντρον. καὶ εἰλήφθω κῶνος ὁ Κ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ Ε κέντρου ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ. δεικτέον, ὅτι ὁ Κ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ σχήματι σὺν τῷ κώνῳ τῷ ΑΕΓ.

---

2. *Μ*] *ΛΜ* F. 4. *λς'* F; *μα'* Torellius. 9. *τῇ*] Nizze; *την* F, uulgo. 21. *τῇ*] Nizze; *την* F, uulgo. 23. *περιεχομένῳ*] *προειρημένῳ* Nizze. *σχήματι*] *τμηματι* F; corr. ed. Basil.; „figurae dictae" Cr.

ficiei figurae, minorem esse radio circuli *M*. itaque constat, circulum *M* maiorem esse superficie figurae [Eucl. XII, 2].[1]

XXXVIII.

Figura segmento[2] inscripta per superficies conicas comprehensa una cum cono basim eandem habenti, quam figura, uerticem autem centrum sphaerae aequalis est cono basim habenti superficiei figurae aequalem, altitudinem autem lineae a centro sphaerae ad latus aliquod polygoni perpendiculari ductae aequalem.

sit enim sphaera, et in ea circulus maximus, et segmentum *ΑΒΓ* minus dimidia parte circuli, et centrum *E*. et segmento *ΑΒΓ* inscribatur polygonum [aequilaterum][3], cuius latera paria sint numero praeter lineam *ΑΓ*, eodem modo, quo supra, et manente linea *ΒΕ* circumuoluatur sphaera[4] et efficiat figuram per superficies conicas comprehensam, et in circulo circum diametrum *ΑΓ* descripto conus construatur uerticem habens centrum. et sumatur conus *Κ* basim habens superficiei figurae aequalem, altitudinem autem lineae a centro *E* ad latus aliquod polygoni perpendiculari ductae. demonstrandum est, conum *Κ* aequalem esse figurae comprehensae[5]) una cum cono *ΑΕΓ*.

1) In hac quoque propositione desideratur significatio, segmentum minus esse hemisphaerio; u. p. 153 not. 2.

2) Sc. *ἐλάσσονι ἡμισφαιρίου* (u. lin. 13), quae uerba addi uoluit Nizzius; sed u. p. 153 not. 2.

3) Desideratur ante *ἀρτιόπλευρον* lin. 15: *ἰσόπλευρόν τε καί*, quod coniectura addit Nizzius; sed u. p. 149 not. 2.

4) Debebat esse: *περιενεχθεὶς ὁ κύκλος* siue *περιενεχθὲν τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ὅ τε κύκλος καὶ τὸ πολύγωνον* (lin. 16).

5) *περιεχομένῳ* lin. 23 sc. *ὑπὸ τῶν κωνικῶν ἐπιφανειῶν*.

ἐλάσσων ἐστὶ τ... τῶν κύκλων ὅτι ὁ Μ κύ... κορυφὴν ἔχοντες ματος. ... ΗΒΘΕ ῥόμβος στερεὸς ... κώνῳ, οὗ ἡ μὲν ... ἴση ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ

Τὸ ἐ... τοῦ ΗΒΘ κώνου, τὸ ὕψος νικῶν ἐ... δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὴν σιν μὲ... ΗΒ ἀγομένῃ καθέτῳ. τὸ δὲ κέντρο... περιλεῖμμα τὸ περιεχόμενον ἔχοντ... ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΗΘ, ΖΛ καὶ τῶν κωνικῶν τῶν ΖΕΛ, ΗΕΘ ἴσον ἐστὶ κώνῳ, οὗ ἡ βάσις μέν ἐστιν ἴση τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΗΘ, ΖΛ, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὴν ΖΗ καθέτῳ ἠγμένῃ. πάλιν τὸ περιλεῖμμα τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΖΛ, ΑΓ καὶ τῶν κωνικῶν τῶν ΑΕΓ, ΖΕΛ ἴσον ἐστὶ κώνῳ, οὗ ἡ μὲν βάσις ἴση ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ΖΛ, ΑΓ, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὴν ΖΑ καθέτῳ ἠγμένῃ. οἱ οὖν εἰρημένοι κῶνοι ἴσοι ἔσονται τῷ σχήματι μετὰ τοῦ ΑΕΓ κώνου καὶ ὕψος μὲν ἴσον ἔχουσιν τῇ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ, τὰς δὲ

1. δή] scripsi; δε F, uulgo. 2. τάς] της FC*. ΘΗ, ΖΛ] ΘΖ, ΚΙ FC*; ΗΘ, ΖΛ B* ed. Basil., Torellius. 3. ... scripsi; οκουν F. 9. περιλεῖμμα] scripsi; περιλημμα F, uulgo. 13. ΖΕΛ F, corr. Torellius. ιση FBC*. 15. τῇ] την F. 16. περιλεῖμμα] scripsi; περιλημμα F, uulgo. 19. ΖΕΛ F, Λ in rasura. 23. μετά] scripsi; και μετα F, uulgo.

ficiei figurae, minorem esse radio circuli *M*. itaque constat, circulum *M* maiorem esse superficie figurae [Eucl. XII, 2].[1])

XXXVIII.

Figura segmento[2]) inscripta per superficies conicas comprehensa una cum cono basim eandem habenti, quam figura, uerticem autem centrum sphaerae aequalis est cono basim habenti superficiei figurae aequalem, altitudinem autem lineae a centro sphaerae ad latus aliquod polygoni perpendiculari ductae aequalem.

sit enim sphaera, et in ea circulus maximus, et segmentum $AB\Gamma$ minus dimidia parte circuli, et centrum E. et segmento $AB\Gamma$ inscribatur polygonum [aequilaterum][3]), cuius latera paria sint numero praeter lineam $A\Gamma$, eodem modo, quo supra, et manente linea BE circumuoluatur sphaera[4]) et efficiat figuram per superficies conicas comprehensam, et in circulo circum diametrum $A\Gamma$ descripto conus construatur uerticem habens centrum. et sumatur conus K basim habens superficiei figurae aequalem, altitudinem autem lineae a centro E ad latus aliquod polygoni perpendiculari ductae. demonstrandum est, conum K aequalem esse figurae comprehensae[5]) una cum cono $AE\Gamma$.

---

1) In hac quoque propositione desideratur significatio, segmentum minus esse hemisphaerio; u. p. 153 not. 2.

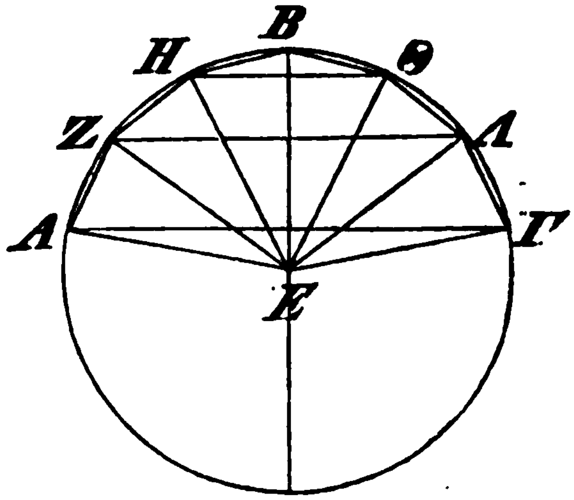
2) Sc. *ἐλάσσονι ἡμισφαιρίου* (u. lin. 13), quae uerba addi noluit Nizzius; sed u. p. 153 not. 2.

3) Desideratur ante *ἀρτιόπλευρον* lin. 15: *ἰσόπλευρόν τε καί*, quod coniectura addit Nizzius; sed u. p. 149 not. 2.

4) Debebat esse: *περιενεχθεὶς ὁ κύκλος* siue *περιενεχθὲν τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ὅ τε κύκλος καὶ τὸ πολύγωνον* (lin. 16).

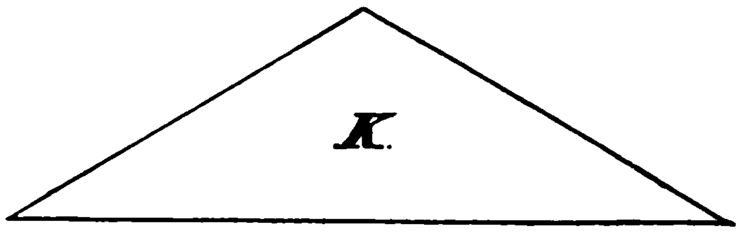
5) *περιεχομένῳ* lin. 23 sc. *ὑπὸ τῶν κωνικῶν ἐπιφανειῶν*.

ἀναγεγράφθωσαν δὴ καὶ κῶνοι ἀπὸ τῶν κύκλων τῶν περὶ διαμέτρους τὰς *ΘΗ*, *ΖΛ* κορυφὴν ἔχοντες τὸ *Ε* σημεῖον. οὐκοῦν ὁ μὲν *ΗΒΘΕ* ῥόμβος στερεὸς ἴσος ἐστὶ κώνῳ, οὗ ἡ μὲν βάσις ἴση ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ *ΗΒΘ* κώνου, τὸ ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ *Ε* ἐπὶ τὴν *ΗΒ* ἀγομένῃ καθέτῳ. τὸ δὲ περίλειμμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς *ΗΘ*, *ΖΛ* καὶ τῶν κωνικῶν τῶν *ΖΕΛ*, *ΗΕΘ* ἴσον ἐστὶ κώνῳ, οὗ ἡ βάσις μέν ἐστιν ἴση τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς *ΗΘ*, *ΖΛ*, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ *Ε* ἐπὶ τὴν *ΖΗ* καθέτῳ ἠγμένῃ. πάλιν τὸ περίλειμμα τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς *ΖΛ*, *ΑΓ* καὶ τῶν κωνικῶν τῶν *ΑΕΓ*, *ΖΕΛ* ἴσον ἐστὶ κώνῳ, οὗ ἡ μὲν βάσις ἴση ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς *ΖΛ*, *ΑΓ*, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ *Ε* ἐπὶ τὴν *ΖΑ* καθέτῳ ἠγμένῃ. οἱ οὖν εἰρημένοι κῶνοι ἴσοι ἔσονται τῷ σχήματι μετὰ τοῦ *ΑΕΓ* κώνου καὶ ὕψος μὲν ἴσον ἔχουσιν τῇ ἀπὸ τοῦ *Ε* ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ, τὰς δὲ



1. δή] scripsi; δε F, uulgo. 2. τάς] της FC*. *ΘΗ*, *ΖΛ*] scripsi; $\overline{\Theta Z}$, $\overline{KI}$ FC*; *ΗΘ*, *ΖΛ* B* ed. Basil., Torellius. 3. οκουν F. 9. περιλεῖμμα] scripsi; περιλημμα F, uulgo. 13. *ΖΕΔ* F, corr. Torellius. ιση FBC*. 15. τῇ] την F. 16. περιλεῖμμα] scripsi; περιλημμα F, uulgo. 19. *ΖΕΔ* F, *Δ* in *rasura*. 23. μετά] scripsi; και μετα F, uulgo.

construantur igitur etiam in circulis circum diametros ΘH, $Z\Delta$ descriptis coni uerticem habentes punctum E. itaque rhombus solidus $HB\Theta E$ aequalis est cono, cuius basis aequalis est superficiei coni $HB\Theta$, altitudo autem lineae ab E ad HB perpendiculari



ductae [prop. 18]. spatium autem relictum[1]) comprehensum per superficiem inter parallela plana in lineis $H\Theta$, $Z\Delta$ posita et per superficies conicas $ZE\Delta$, $HE\Theta$ aequale est cono, cuius basis aequalis est superficiei inter plana parallela in lineis $H\Theta$, $Z\Delta$ posita, altitudo autem lineae ab E ad ZH perpendiculari ductae [prop. 20]. rursus spatium relictum[2]) comprehensum per superficiem inter plana parallela in lineis $Z\Delta$, $A\Gamma$ posita et per superficies conicas $AE\Gamma$, $ZE\Delta$ aequale est cono, cuius basis aequalis est superficiei inter plana parallela in lineis $Z\Delta$, $A\Gamma$ posita, altitudo autem lineae ab E ad $Z\Delta$ perpendiculari ductae [prop. 20]. coni igitur, quos commemorauimus, aequales erunt figurae una cum cono $AE\Gamma$ et altitudinem habent aequalem lineae ab E ad latus aliquod polygoni perpendiculari ductae, bases autem superficiei figurae

---

quod transscriptoris neglegentia omissum est, ut ἐπιφανειῶν post κωνικῶν p. 158 lin. 12, 19.

1) Productis lineis ZH, $\Theta\Delta$, donec concurrunt, et subtracto rhombo his lineis productis et lineis HE, ΘE comprehenso.

2) Productis lineis $Z\Delta$, $A\Gamma$, donec concurrunt, et subtracto *rhombo his lineis productis* et lineis ZE, $E\Delta$ comprehenso.

βάσεις ἴσας τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΑΖΗΒΘΛΓ σχήματος. ἔχει δὲ καὶ ὁ Κ κῶνος τὸ αὐτὸ ὕψος καὶ βάσιν ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ κῶνος τοῖς εἰρημένοις κώνοις. οἱ δὲ εἰρημένοι κῶνοι ἐδείχθησαν ἴσοι τῷ σχήματι καὶ τῷ ΑΕΓ κώνῳ. καὶ ὁ Κ ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ τε σχήματι καὶ τῷ ΕΑΓ κώνῳ.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, μείζων ἐστὶ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος σὺν τῷ κώνῳ. ὁ γὰρ προειρημένος κῶνος μείζων ἐστὶ τοῦ κώνου τοῦ ἴσου τῷ σχήματι σὺν τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν βάσιν τοῦ τμήματος, τὴν δὲ κορυφὴν πρὸς τῷ κέντρῳ, τουτέστι τοῦ τὴν βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ· ἥ τε γὰρ βάσις τῆς βάσεως μείζων ἐστί [δέδεικται γὰρ τοῦτο], καὶ τὸ ὕψος τοῦ ὕψους.

λθ'.

Ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓ, καὶ τμῆμα ἔλασσον ἡμικυκλίου, ὃ ἀποτέμνει ἡ ΑΒ, καὶ κέντρον τὸ Δ· καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ Δ ἐπὶ τὰ Α, Β ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΔΒ, καὶ περὶ τὸν

1. *ἴσας*] per comp. F. Θ om. F; corr. Torellius. 4. *κονοις F.* 7. *πόρισμα*] F mg. □. 15. *τῷ βάσιν*] *του βασιν F*; corr. B mg.*, ed. Basil. *ἔχοντι*] εχοντος F; corr. B mg.*, ed.

AZHBΘAΓ aequales. sed etiam *K* conus eandem altitudinem et basim superficiei figurae aequalem habet. itaque aequalis est conis, quos commemorauimus; hos autem figurae cum cono *AEΓ* aequales esse, demonstratum est. itaque etiam conus *K* figurae et cono *EAΓ* aequalis est.

COROLLARIUM.

Hinc iam adparet, conum basim habentem circulum, cuius radius aequalis sit lineae a uertice segmenti ad ambitum ductae circuli, qui basis sit segmenti, altitudo autem radio sphaerae aequalis, maiorem esse figura inscripta cum cono. ille enim conus maior est cono aequali figurae una cum cono basim habenti basim segmenti, uerticem autem ad centrum positum, h. e. cono basim habenti superficiei figurae aequalem, altitudinem autem aequalem lineae a centro ad latus aliquod polygoni perpendiculari ductae [prop. 38]. basis enim basi maior est[1]) [prop. 37], et altitudo altitudine.

XXXIX.

Sit sphaera, et in ea circulus maximus *ABΓ*, et segmentum minus semicirculo linea *AB* abscisum, et centrum *Δ*. et a centro *Δ* ad *A*, *B* puncta ducantur *AΔ*, *ΔB*, et circum sectorem inde ortum circumscri-

1) *δέδεικται γὰρ τοῦτο* lin. 21, quae uerba inter se coniuncta disiungunt, delenda censeo.

Basil. 17. *τοῦ τήν*] scripsi; *την* F, uulgo. 22. *λζ'* F, *μβ'* Torellius. 24. *τμῆμα*] *scripsi*; *τετμησθω* F, uulgo; „et secetur *in eo portio*" *Cr.*

γενηθέντα τομέα περιγεγράφθω πολύγωνον καὶ περὶ αὐτὸ κύκλος. ἕξει δὴ τὸ αὐτὸ κέντρον τῷ ΑΒΓ κύκλῳ. ἐὰν δὴ μενούσης τῆς ΕΚ περιενεχθὲν τὸ πολύγωνον εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὁ περιγεγραμμένος κύκλος κατὰ ἐπιφανείας οἰσθήσεται σφαίρας, καὶ αἱ γωνίαι τοῦ πολυγώνου κύκλους γράψουσιν, ὧν αἱ διάμετροι ἐπιζευγνύουσιν τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου οὖσαι παράλληλοι τῇ ΑΒ· τὰ δὲ σημεῖα, καθ' ἃ ἅπτονται τοῦ ἐλάσσονος κύκλου αἱ τοῦ πολυγώνου πλευραί, κύκλους γράφουσιν ἐν τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ, ὧν διάμετροι ἔσονται αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς ἁφὰς παράλληλοι οὖσαι τῇ ΑΒ· αἱ δὲ πλευραὶ κατὰ κωνικῶν ἐπιφανειῶν οἰσθήσονται, καὶ ἔσται τι περιγραφὲν σχῆμα ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, οὗ βάσις ὁ περὶ τὴν ΖΗ κύκλος· ἡ δὴ τοῦ εἰρημένου σχήματος ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τῆς τοῦ ἐλάσσονος τμήματος ἐπιφανείας, οὗ βάσις ὁ περὶ τὴν ΑΒ κύκλος.

ἤχθωσαν γὰρ ἐφαπτόμεναι αἱ ΑΜ, ΒΝ. κατὰ κωνικῆς ἄρα ἐπιφανείας οἰσθήσονται, καὶ τὸ σχῆμα τὸ γενηθὲν ὑπὸ τοῦ πολυγώνου τοῦ ΑΜΘΕΛΝΒ μείζονα ἕξει τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ κύκλος [πέρας γὰρ ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ τὸ αὐτὸ ἔχουσιν τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ κύκλον, καὶ περιλαμβάνεται τὸ τμῆμα ὑπὸ τοῦ σχήματος]. ἀλλ' ἡ γεγενημένη ὑπὸ τῶν ΖΜ, ΗΝ ἐπιφάνεια κώνου μείζων ἐστὶ τῆς γεγενημένης

---

1. *γεννηθεντα* F; corr. Torellius. 11. *επιγνυουσαι* F. 13. *τι*] scripsi; *το* F, uulgo. 14. *κονικων* F. 15. *δή*] scripsi; *δε* F, uulgo. 20. *Λ* om. F, corr. Torellius. 21. *ἕξει μείζονα* ed. Basil., Torellius. 22. *κύκλος ἐστί* ed. Basil., Torellius. 23. *τὸ αὐτό*] scripsi; *τω αυτω* F, uulgo. 25. *γεγενημένη*] primum *ε* suprascriptum manu 1 F.

batur polygonum [aequilaterum, cuius latera paria sint numero][1]), et circum id circulus. is igitur idem centrum habebit, quod circulus *ΑΒΓ* [u. Eutocius]. iam si manente linea *ΕΚ* polygonum circumuolutum in eundem locum restituitur, circulus circumscriptus per superficiem sphaerae feretur, et anguli polygoni circulos describent, quorum diametri angulos polygoni iungunt parallelae lineae *ΑΒ*. sed puncta, in quibus latera polygoni circulum minorem contingunt, circulos describunt in sphaera minore, quorum diametri erunt lineae puncta contactus iungentes parallelae lineae *ΑΒ*. latera autem per superficies conicas ferentur, et orietur figura circumscripta per superficies conicas comprehensa, cuius basis erit circulus circum *ΖΗ* descriptus. est igitur superficies huius figurae maior superficie segmenti minoris, cuius basis est circulus circum *ΑΒ* lineam descriptus.

ducantur enim contingentes lineae *ΑΜ*, *ΒΝ*. itaque per superficiem conicam ferentur, et figura ex polygono *ΑΜΘΕΛΝΒ* orta habebit superficiem maiorem segmento sphaerae, cuius basis est circulus circum *ΑΒ* lineam descriptus [λαμβ. 4 p. 10].

sed superficies conica ex lineis *ΖΜ*, *ΗΝ* orta

---

1) Archimedes uix omiserat: ἰσόπλευρόν τε καὶ ἀρτιόπλευρον lin. 1.

ὑπὸ τῶν ΜΑ, ΝΒ· ἡ μὲν γὰρ ΖΜ τῆς ΜΑ μείζων ἐστί [ὑπὸ γὰρ ὀρθὴν ὑποτείνει], ἡ δὲ ΝΗ τῆς ΝΒ. ὅταν δὲ τοῦτο ᾖ, μείζων γίνεται ἡ ἐπιφάνεια τῆς ἐπιφανείας [ταῦτα γὰρ δέδεικται ἐν τοῖς λήμμασι]. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἡ ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τῆς τοῦ τμήματος ἐπιφανείας τῆς ἐλάσσονος σφαίρας.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Καὶ φανερόν, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος τοῦ περὶ τὸν τομέα ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου καὶ τῶν ἐπιζευγνυουσῶν πασῶν τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου καὶ ἔτι τῆς ἡμισείας τῆς βάσεως τοῦ εἰρημένου πολυγώνου. τὸ γὰρ ὑπὸ τοῦ πολυγώνου περιγεγραμμένον σχῆμα ἐγγεγραμμένον ἐστὶν εἰς τὸ τμῆμα τῆς μείζονος σφαίρας [τότε δὲ δῆλον διὰ τὸ προγεγραμμένον].

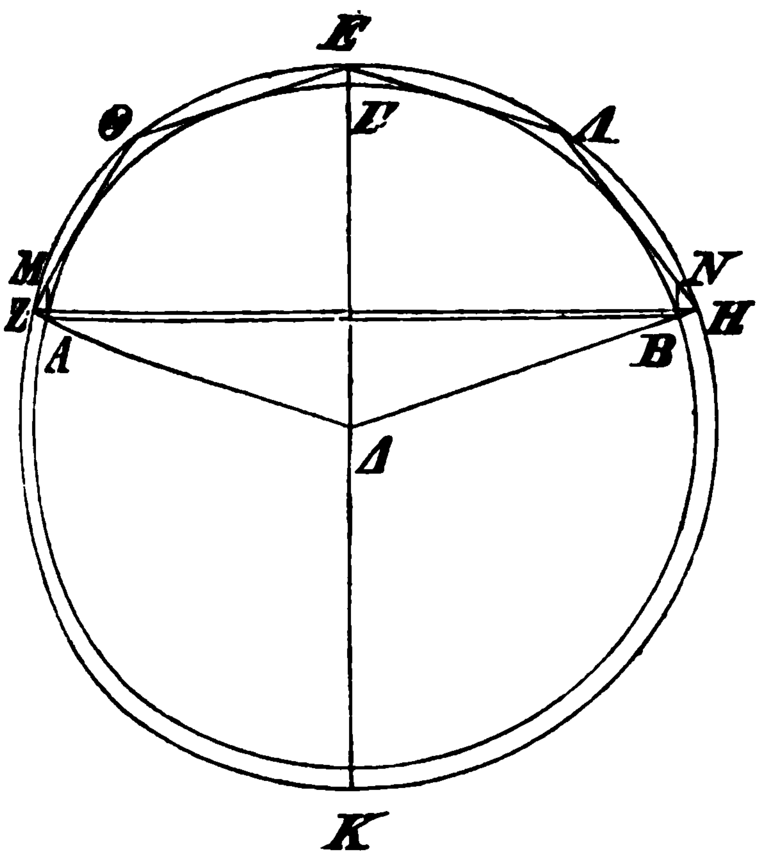
μ΄.

Τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος τῷ τομεῖ ἡ ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ κύκλου, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἠγμένῃ ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος.

---

2. *γάρ*] *γινεται* per comp. F. 3. *γίνεται ἡ*] B; *γινεται* per comp. F; *ἐστι ἡ* ed. Basil., Torellius. 4. *λημασι* supra scripto *μ* F. 8. *πόρισμα* om. F. 13. *ἔτι τῆς*] scripsi; *επι της* F, uulgo; *τῆς ἔτι* ed. Basil., Torellius. 14. *τὸ γὰρ ὑπὸ τοῦ πολυγώνου περιγεγραμμένον*] scripsi (*περιγεγραμμένον* pro *ἐγγεγραμμένον* iam Barrowius); *ἐγγεγραμμενον* F, uulgo; *τὸ γὰρ περιγεγραμμένον σχῆμα τῷ τομεῖ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐστιν* (lin. 15) Torellius. 16. *τότε*] scripsi; τουτο F, uulgo. δέ]

maior est superficie coni ex lineis MA, NB orta. nam



$$ZM > MA$$

et

$$NH > NB$$

[Eucl. III, 18; I, 19]. quod cum ita sit, superficies superficie maior erit [u. Eutocius]. adparet igitur, etiam superficiem figurae circumscriptae maiorem esse superficie segmenti sphaerae minoris.

COROLLARIUM.

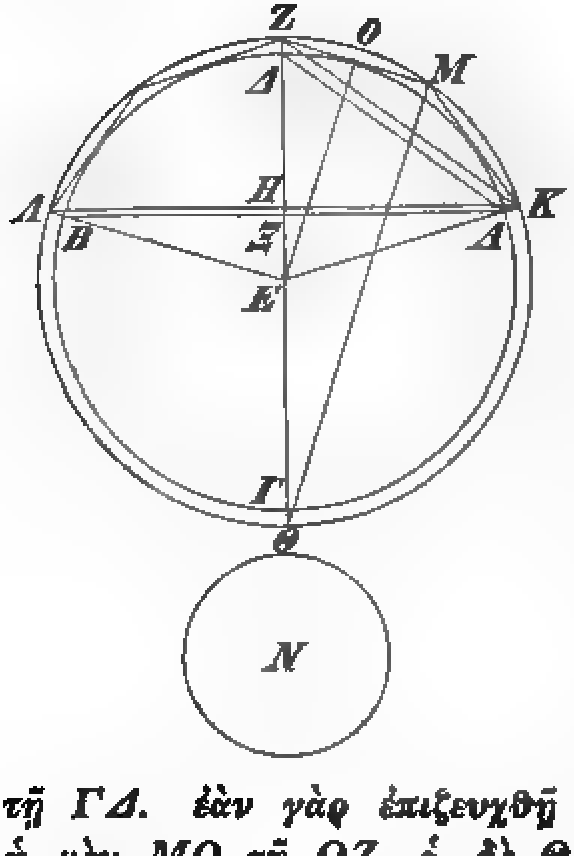
Et adparet, superficiem figurae circum sectorem circumscriptae aequalem esse circulo, cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo, quod continetur uno latere polygoni et omnibus lineis angulos polygoni iungentibus et praeterea dimidia basi polygoni, quod commemorauimus. nam figura circumscripta ex polygono orta segmento sphaerae maioris inscripta est [tum u. prop. 35].

XL.

Superficies figurae circum sectorem circumscriptae maior est circulo, cuius radius aequalis est lineae a uertice segmenti ad ambitum ductae circuli, qui segmenti basis est.

δή Nizze. 18. λη' F, μδ' Torellius, 22. βασις cum comp. syllabae ις F.

ἔστω γὰρ σφαῖρα, καὶ μέγιστος κύκλος ἐν αὐτῇ ὁ ΑΒΓΔ, καὶ κέντρον τὸ Ε· καὶ περὶ τὸν τομέα περιγεγράφθω τὸ ΛΚΖ πολύγωνον, καὶ περὶ αὐτὸ κύκλος περιγεγράφθω, καὶ γεγενήσθω σχῆμα, καθάπερ πρότερον· καὶ ἔστω κύκλος ὁ Ν, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου καὶ πασῶν τῶν ἐπιζευγνυουσῶν σὺν τῇ ἡμισείᾳ τῆς ΚΛ. ἀλλὰ τὸ εἰρημένον χωρίον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῆς ΜΘ καὶ ΖΗ, ὃ δή ἐστιν ὕψος τοῦ τμήματος τῆς μείζονος σφαίρας. τοῦτο γὰρ προδέδεικται. τοῦ ἄρα Ν κύκλου ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ ὑπὸ ΜΘ, ΗΖ περιεχομένῳ. ἀλλ' ἡ μὲν



ΗΖ μείζων ἐστὶ τῆς ΔΞ [ὅ ἐστιν ὕψος τοῦ ἐλάσσονος τμήματος]. ἐὰν γὰρ ἐπιζεύξωμεν τὴν ΚΖ, ἔσται παράλληλος τῇ ΔΑ. ἔστιν δὲ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΚΛ παράλληλος, καὶ κοινὴ ἡ ΖΕ. ὅμοιον ἄρα τὸ ΖΚΗ τρίγωνον τῷ ΔΑΞ τριγώνῳ. καί ἐστιν μείζων ἡ ΖΚ τῆς ΑΔ. μείζων ἄρα καὶ ἡ ΖΗ τῆς ΔΞ. ἴση δὲ ἡ ΜΘ τῇ διαμέτρῳ τῇ ΓΔ. ἐὰν γὰρ ἐπιζευχθῇ ἡ ΕΟ, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΜΟ τῇ ΟΖ, ἡ δὲ ΘΕ τῇ ΕΖ, παράλληλος

1. ἐν αὐτῇ] scripsi; ἐπ' αυτης F, uulgo. 2. ΔΔΒΓ Torellius. τομεα] ΛΔΒΕ τομέα Nizze. 3. ΛΖΚ Torellius.

sit enim sphaera, et in ea circulus maximus $AB\Gamma\Delta$, et centrum E. et circum sectorem circumscribatur polygonum AKZ, et circum id circulus circumscribatur, et efficiatur figura, sicut antea. et sit circulus N, cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo, quod continetur uno latere polygoni et omnibus lineis [angulos][1]) iungentibus cum dimidio lineae KA. hoc autem spatium aequale est rectangulo, quod continetur lineis $M\Theta$, ZH, quae altitudo est segmenti sphaerae maioris. hoc enim antea demonstratum est [prop. 22; Eucl. VI, 16]. itaque radius circuli N quadratus aequalis est $M\Theta \times HZ$. sed $HZ > \Delta\Xi$[2]); (nam si ducimus lineam KZ, parallela erit lineae ΔA. sed etiam linea AB parallela est lineae KA, et communis est linea ZE. quare triangulus ZKH similis est triangulo $\Delta A\Xi$ [Eucl. I, 29].

[erit igitur $ZK : A\Delta = ZH : \Delta\Xi$ (Eucl. VI, 4)]. sed $ZK > A\Delta$; quare etiam $ZH > \Delta\Xi$) et $M\Theta = \Gamma\Delta$ (nam si ducitur linea EO, erit EO linea parallela lineae

1) De omisso uerbo *γωνίας* u. index.

2) Sequentia uerba lin. 14—15 iam Nizzius deleuit, nec dubitari potest, quin transscriptori debeantur. addita sunt ex lin. 9 ad demonstrandum $HZ > \Delta\Xi$, sed et re et uerbis praua (debebat esse: *τοῦ τμήματος τῆς ἐλάσσονος σφαίρας*). etiam alia in hac propositione subditiua uideri possint, sed cum ex Eutocio totam demonstrationem ut subobscuram repetenti, adpareat, eam aliquatenus turbatam fuisse, nihil mutaui.

7. *ἐπιζευγνυουσῶν*] *ἐπιζευγνυουσῶν τὰς γωνίας* ed. Basil., Torellius, Cr. (non BC*). 9. *ὅ*] *ἥ* Torellius. 12. HZ] NZ F. 14. *ὅ*] *ἥ* Torellius. 16. *ἐπιζεύξωμεν*] scripsi; *ἐπεζεύξωμεν* F, uulgo. 28. EO] EH F; corr. Torellius.

ἄρα ἐστὶν ἡ EO τῇ $M\Theta$. διπλασία ἄρα ἐστὶν ἡ $M\Theta$ τῆς EO. ἀλλὰ καὶ ἡ $\Gamma\Delta$ διπλασία ἐστὶν τῆς EO. ἴση ἄρα ἡ $M\Theta$ τῇ $\Gamma\Delta$. τὸ δὲ ὑπὸ τῶν $\Gamma\Delta$, $\Delta\Xi$ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς $A\Delta$. ἡ ἄρα τοῦ σχήματος τοῦ $KZ\Lambda$ ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τοῦ κύκλου, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος, τοῦ περὶ διάμετρον τὴν AB. ὁ γὰρ N κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὸν τομέα σχήματος.

ΠΟΡΙΣΜΑ α'.

Γίνεται δὲ καὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα περὶ τὸν τομέα σὺν τῷ κώνῳ, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν $K\Lambda$ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ κέντρον, ἴσον κώνῳ, οὗ ἡ μὲν βάσις ἴση ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν πλευρὰν καθέτῳ ἠγμένῃ [ἣ δὴ ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας]. τὸ γὰρ περιγεγραμμένον σχῆμα τῷ τομεῖ ἐγγεγραμμένον ἐστὶν εἰς τὸ τμῆμα τῆς μείζονος σφαίρας, ἧς κέντρον ἐστὶ τὸ αὐτό [δῆλον οὖν τὸ λεγόμενόν ἐστιν ἐκ τοῦ προγεγραμμένου].

ΠΟΡΙΣΜΑ β'.

Ἐκ τούτου δὲ φανερόν, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα σὺν τῷ κώνῳ μεῖζόν ἐστι κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος τῆς ἐλάσσονος σφαίρας

---

3. ἄρα] scripsi; εστιν F; ἄρα ἐστίν B, ed. Basil., Torellius. 11. πόρισμα α'] λθ' infra scripto ζ F; με' Torellius. 12. δέ] scripsi; δη F, uulgo. 14. ἴσον] ισ supra scripto ο F. 22. πόρισμα β' om. F, mg. ; μς' Torellius.

$M\Theta$ [Eucl. VI, 2], quia $MO = OZ$ [Eucl. III, 3] et $\Theta E = EZ$. erit igitur $M\Theta = 2EO$.[1]) sed etiam $\Gamma\Delta = 2EO$. itaque $M\Theta = \Gamma\Delta$). sed $\Gamma\Delta \times \Delta\Xi = A\Delta^2$.[2]) superficies igitur figurae KZA maior est circulo, cuius radius aequalis est lineae a uertice segmenti ad ambitum ductae circuli, qui basis est segmenti, h. e. circuli circum diametrum AB descripti. nam circulus N aequalis est superficiei figurae circum sectorem circumscriptae [prop. 39 πόρισμα p. 164].[3])

COROLLARIUM I.

Erit autem etiam figura circum sectorem circumscripta una cum cono, cuius basis est circulus circum KA descriptus, uertex autem centrum, aequalis cono, cuius basis aequalis est superficiei figurae, altitudo autem lineae a centro ad latus perpendiculari ductae.[4]) nam figura circum sectorem circumscripta inscripta est segmento sphaerae maioris, cuius centrum idem est [tum u. prop. 38].

COROLLARIUM II.

Hinc autem adparet, figuram circumscriptam una cum cono maiorem esse cono basim habenti circulum, cuius radius aequalis sit lineae a uertice segmenti sphaerae minoris ad ambitum ductae circuli, qui basis est segmenti, altitudo autem radio [sphaerae

1) Cfr. Zeitschr. f. Math. u. Phys., hist.-litt. Abth. XXIV p. 178.

2) Ducta enim linea $A\Gamma$ angulus $\Delta A\Gamma$ rectus erit (Eucl. III, 31); tum u. Eucl. VI, 8 πόρισμα.

3) Tum cfr. Eucl. XII, 2.

4) Sequentia uerba, quae prorsus abundant (lin. 17), Archimedis *ipsius non sunt*.

[illegible] τετμημένη τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις [illegible] ἴσος δὲ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου. ὁ γὰρ [illegible] σχήματι σὺν τῷ κώνῳ τὴν μὲν βάσιν [illegible] εἰρημένου κύκλου, τὸ δὲ ὕψος ἴσον [illegible] κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας.

μα΄.

[illegible] πάλιν σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος, [illegible] ἔλασσον ἡμικυκλίου τὸ $AB\Gamma$, καὶ κέντρον [illegible] εἰς τὸν $AB\Gamma$ τομέα ἐγγεγράφθω πολύγωνον [illegible], καὶ τούτῳ ὅμοιον περιγεγράφθω, καὶ παρ[illegible]έστωσαν αἱ πλευραὶ ταῖς πλευραῖς· καὶ κύκλος [illegible]γεγράφθω περὶ τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον. καὶ [illegible] τοῖς πρότερον μενούσης τῆς HB περιενεχθέν[illegible] κύκλοι ποιείτωσαν σχήματα ὑπὸ κωνικῶν ἐπι[illegible] περιεχόμενα. δεικτέον, ὅτι ἡ τοῦ περιγεγραμ[illegible] σχήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου [illegible] ἐπιφάνειαν διπλασίονα λόγον ἔχει, ἢ ἡ πλευρὰ [illegible] περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὴν πλευρὰν [illegible] ἐγγεγραμμένου πολυγώνου, τὸ δὲ σχῆμα σὺν τῷ [illegible] τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ.

[illegible] γὰρ κύκλος ὁ M, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον [illegible] τῷ ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ περιγεγραμμένου [illegible]γώνου καὶ πασῶν τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰς γω[illegible] καὶ ἔτι τῆς ἡμισείας τῆς EZ. ἔσται δὴ ὁ M [illegible] ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου σχή-

[illegible] δὲ ἴσον Torellius. 6. μα΄ om. F; μζ΄ Torellius. [illegible] Nizze. τούτῳ] scripsi; τουτον F, uulgo. [illegible] F, ut uidetur, sed in rasura. 17. ἢ ἡ] [illegible] uulgo. 21. κύκλος ὁ M] scripsi; ὁ M κυκλος [illegible] minoris]. nam conus aequalis figurae una cum cono basim maiorem habebit circulo, quem commemorauimus [prop. 40], altitudinem autem aequalem radio sphaerae minoris [prop. 40 coroll. 1] [tum u. λημμ. 1 p. 80].

XLI.

Sit rursus sphaera, et in ea circulus maximus, et segmentum semicirculo minus *ΑΒΓ*, et centrum *Δ*. et sectori *ΑΒΓ* inscribatur polygonum [aequilaterum][1]), cuius latera paria sunt numero, et ei simile polygonum circumscribatur, et latera eorum parallela sint, et circum polygonum circumscriptum circulus circumscribatur. et eodem modo, quo antea, manente linea *ΗΒ* circumuoluantur circuli [cum polygonis][2]), et efficiant figuras per superficies conicas comprehensas. demonstrandum est, superficiem figurae circumscriptae ad superficiem inscriptae duplicem rationem habere, quam latus polygoni circumscripti ad latus inscripti, figuram uero [circumscriptam] una cum cono [ad figuram inscriptam una cum cono][3]) triplicem rationem.

sit enim circulus *Μ*, cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo, quod continetur uno latere polygoni circumscripti et omnibus lineis angulos iungentibus et praeterea dimidio lineae *ΕΖ*.[4]) erit igitur circulus *Μ*

1) Archimedes scripserat lin. 10: *ἰσόπλευρόν τε καὶ ἀρτιόπλευρον* pro *ἀρτιόγωνον*. cfr. p. 149 not. 2.

2) Tale aliquid Archimedes addiderat.

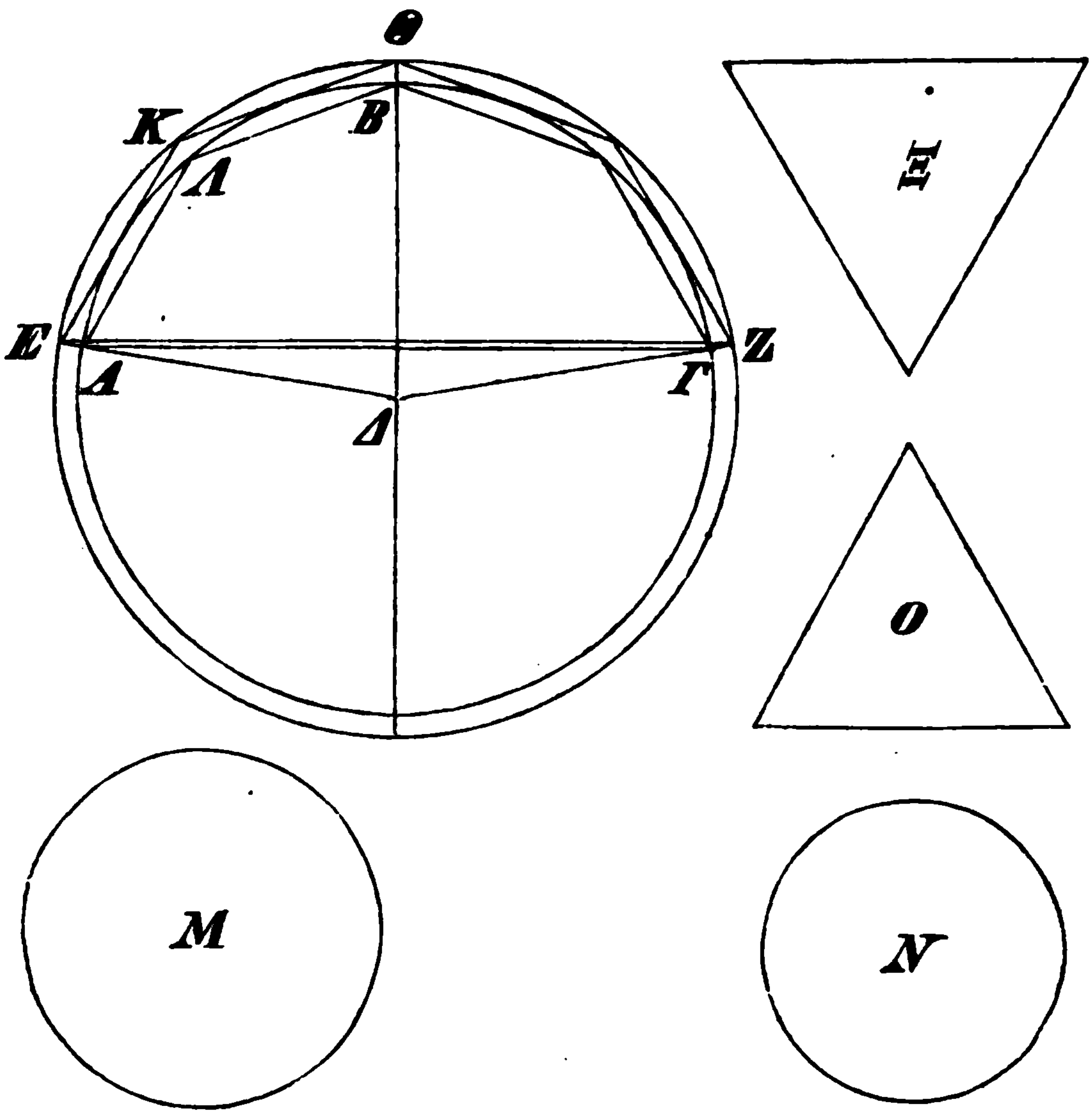
3) Lin. 19 putauerim Archimedem scripsisse: *τὸ δὲ περιγεγραμμένον σχῆμα σὺν τῷ κώνῳ πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον σὺν τῷ κώνῳ*.

4) Debebat esse lin. 23: *καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς γωνίας καὶ ἔτι τῇ ἡμισείᾳ τῆς* ΕΖ.

ματος. εἰλήφθω δὲ καὶ ὁ *N* κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου καὶ πασῶν τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰς γωνίας σὺν τῇ ἡμισείᾳ τῆς *ΑΓ*. ἔσται δὴ καὶ οὗτος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. ἀλλὰ τὰ εἰρημένα χωρία ἐστὶ πρὸς ἄλληλα, ὡς τὸ ἀπὸ τῆς *ΕΚ* πλευρᾶς πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς *ΑΛ* πλευρᾶς [καὶ ὡς ἄρα τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον, ὁ *Μ* κύκλος πρὸς τὸν *Ν* κύκλον]. φανερὸν οὖν, ὅτι καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ *ΕΚ* πρὸς *ΑΛ* [τὸν δὲ αὐτόν, ὃν καὶ τὸ πολύγωνον].

1. δέ] scripsi; δη F, uulgo. *N*] *M* F; corr. Torellius. 12. τὴν *ΑΛ* ed. Basil., Torellius (non BC*).

aequalis superficiei figurae circumscriptae [prop. 39 coroll.]. sumatur autem etiam circulus N, cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo, quod contine-



tur uno latere polygoni inscripti et omnibus lineis angulos iungentibus[1]) cum dimidio lineae $A\Gamma$. erit igitur etiam aequalis superficiei figurae inscriptae [prop. 35]. sed spatia [rectangula], quae commemorauimus, eam habent rationem, quam $EK^2 : A\Lambda^2$ [u. Eutocius]. adparet igitur[2]), etiam superficiem figurae circumscriptae ad superficiem inscriptae eam habere rationem, quam $EK^2 : A\Lambda^2$.

---

1) Debebat esse lin. 3: *καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς γωνίας σὺν κτλ.* cfr. p. 171, not. 4.

2) Nam radii circulorum sint R, r, et rectangula iis quadratis aequalia S, s; erit $S : s = EK^2 : A\Lambda^2 = R^2 : r^2 = M : N$

ἔστω πάλιν κῶνος ὁ Ξ βάσιν μὲν ἔχων τῷ Μ ἴσην, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας. ἴσος δὴ οὗτός ἐστιν ὁ κῶνος τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι σὺν τῷ κώνῳ, οὗ βάσις ὁ περὶ τὴν ΕΖ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Δ. καὶ ἔστω ἄλλος κῶνος ὁ Ο, βάσιν μὲν ἴσην ἔχων τῷ Ν, ὕψος δὲ τὴν ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὴν ΑΛ κάθετον ἠγμένην. ἔσται δὴ καὶ οὗτος ἴσος τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι σὺν τῷ κώνῳ, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Δ κέντρον. ταῦτα γὰρ πάντα προγέγραπται. καὶ [ἐπεί] ἐστιν, ὡς ἡ ΕΚ πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας, οὕτως ἡ ΑΛ πρὸς τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου [τοῦ Δ] ἐπὶ τὴν ΑΛ κάθετον ἠγμένην, ἐδείχθη δὲ ὡς ἡ ΕΚ πρὸς τὴν ΑΛ, οὕτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Μ κύκλου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν κύκλου [καὶ ἡ διάμετρος πρὸς τὴν διάμετρον], ἔσται ἄρα, ὡς ἡ διάμετρος τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ Ξ, πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ Ο, οὕτως τὸ ὕψος τοῦ Ξ κώνου πρὸς τὸ ὕψος τοῦ Ο κώνου [ὅμοιοι ἄρα εἰσὶν οἱ κῶνοι]. ὁ Ξ ἄρα κῶνος πρὸς τὸν Ο κῶνον τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ διάμετρος πρὸς τὴν διάμετρον. φανερὸν οὖν, ὅτι καὶ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον σὺν τῷ κώνῳ πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον σὺν τῷ κώνῳ τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΕΚ πρὸς ΑΛ.

---

4. κυκλ cum comp. ον F. 6. τῷ] το F. 8. τῷ] (prius) το F. 12. οὕτως] οὐ F. 14. οὕτως] per comp. F, ut lin. 18.

sit[1]) rursus conus Ξ basim habens circulo M aequalem, altitudinem autem radium sphaerae minoris. hic igitur conus aequalis est figurae circumscriptae una cum cono, cuius basis est circulus circum EZ descriptus, uertex autem Δ [prop. 40 coroll. 1]. et sit alius conus O basim habens aequalem circulo N, altitudinem autem lineam a Δ puncto ad $A\Lambda$ perpendicularem ductam. erit igitur etiam hic aequalis figurae inscriptae una cum cono, cuius basis est circulus circum $A\Gamma$ descriptus, uertex autem Δ centrum [prop. 38]. haec enim omnia antea scripta sunt. et [quoniam][2]) est, ut EK ad radium sphaerae minoris, ita $A\Lambda$ ad lineam a centro [Δ] ad $A\Lambda$ perpendicularem ductam [u. Eutocius], demonstratum autem est, lineam EK ad $A\Lambda$ eandem rationem habere quam radium circuli M ad radium circuli N [u. Eutocius][3]), erit igitur, ut diametrus circuli, qui basis est coni Ξ, ad diametrum circuli, qui basis est coni O, ita altitudo coni Ξ ad altitudinem coni O. itaque Ξ conus ad conum O triplicem rationem habet, quam diametrus ad diametrum [λημμ. 5 p. 82; Eucl. XII, 12]. adparet igitur, etiam figuram circumscriptam una cum cono ad inscriptam una cum cono eam habere rationem, quam $EK^3 : A\Lambda^3$.

(Eucl. XII, 2); sed circulis M, N aequales sunt superficies figurarum. uerba antecedentia delenda sunt; u. praef.

1) De uerbis antecedentibus u. praef.

2) Ex Eutocio adparet, Archimedem ipsum omisisse ἐπεί lin. 10 et τοῦ Δ lin. 13.

3) Uerba sequentia lin. 16 ad ἐδείχθη lin. 13 parum apta (neque enim hoc usquam demonstratum est, nec omnino de diametris quidquam dictum) Archimedis non sunt, qui ex Eucl. V, 15 tacite concluserat, diametros eandem rationem habere, *quam radios.*

μβ΄.

Παντὸς τμήματος σφαίρας ἐλάσσονος ἡμισφαιρίου ἡ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας.

ἔστω σφαῖρα, καὶ μέγιστος ἐν αὐτῇ κύκλος ὁ ΑΒΓ, καὶ τμῆμα ἐν αὐτῇ ἔλασσον ἡμισφαιρίου, οὗ βάσις ὁ περὶ τὴν ΑΓ κύκλος πρὸς ὀρθὰς ὢν τῷ ΑΒΓ κύκλῳ· καὶ εἰλήφθω κύκλος ὁ Ζ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΒ· δεῖ δεῖξαι, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ τμήματος ἴση ἐστὶ τῷ Ζ κύκλῳ.

εἰ γὰρ μή, ἔστω μείζων ἡ ἐπιφάνεια τοῦ Ζ κύκλου· καὶ εἰλήφθω τὸ Δ κέντρον, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὰ Α, Γ ἐπιζευχθεῖσαι ἐκβεβλήσθωσαν. καὶ δύο μεγεθῶν ἀνίσων ὄντων, τῆς τε ἐπιφανείας τοῦ τμήματος καὶ τοῦ Ζ κύκλου, ἐγγεγράφθω εἰς τὸν ΑΒΓ τομέα πολύγωνον ἰσόπλευρον καὶ ἀρτιογώνιον, καὶ ἄλλο τούτῳ ὅμοιον περιγεγράφθω, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας πρὸς τὸν Ζ κύκλον. περιενεχθέντος δὲ τοῦ κύκλου, ὡς καὶ πρότερον, ἔσται δύο σχήματα ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενα, ὧν τὸ μὲν περιγεγραμμένον, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον· καὶ ἡ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἔσται, ὡς τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον· ἑκάτερος γὰρ τῶν λόγων διπλάσιός ἐστι τοῦ, ὃν ἔχει ἡ τοῦ περιγεγραμ-

---

1. μ′ F; μη′ Torellius. 9. τῷ] το FC*. 14. τά] το FBC*. 18. τούτῳ] τουτο F. 28. ἡ om. F; corr. Torellius.

XLII.

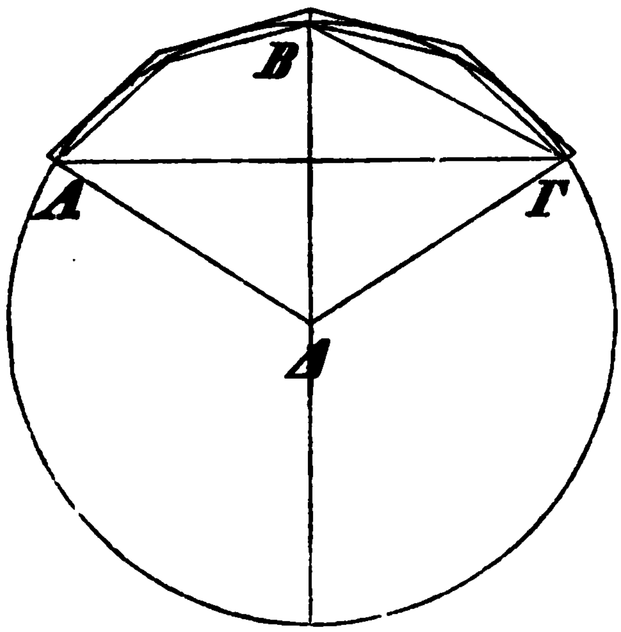
Cuiusuis sphaerae segmenti minoris hemisphaerio superficies aequalis est circulo, cuius radius aequalis est lineae a uertice segmenti ad ambitum ductae circuli, qui basis est segmenti sphaerae.

sit sphaera, et in ea circulus maximus $AB\Gamma$, et segmentum in ea hemisphaerio minus, cuius basis sit circulus circum $A\Gamma$ descriptus ad circulum $AB\Gamma$ perpendicularis. et sumatur circulus Z, cuius radius aequalis sit lineae AB. demonstrari oportet, superficiem segmenti $AB\Gamma$ aequalem esse circulo Z.

si enim aequalis non est, sit superficies circulo Z maior. et sumatur centrum Δ, et a Δ puncto ad A, Γ lineae ductae producantur. datis igitur duabus magnitudinibus inaequalibus, superficie segmenti et circulo Z, inscribatur sectori $AB\Gamma$ polygonum aequilaterum, cuius latera[1]) paria sunt numero, et aliud huic simile circumscribatur, ita ut polygonum circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat, quam superficies segmenti sphaerae ad Z circulum [prop. 6 p. 22]. circumuoluto autem, sicut antea, circulo orientur duae figurae per superficies conicas comprehensae, quarum altera circumscripta erit, altera inscripta. et superficies figurae circumscriptae ad superficiem inscriptae eam habebit rationem, quam polygonum circumscriptum ad inscriptum. utraque enim ratio duplex est quam ea, quam habet latus polygoni circumscripti ad latus inscripti [u. Eutocius]. sed

1) Archimedes *scripserat* ἀρτιόπλευρον lin. 18; cfr. p. 158 not. 2.

μένου πολυγώνου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου πλευράν. ἀλλὰ τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον πρὸς



τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ τοῦ εἰρημένου τμήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὸν Ζ κύκλον. μείζων δέ ἐστιν ἡ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνεια τῆς ἐπιφανείας τοῦ τμήματος. καὶ ἡ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνεια ἄρα μείζων ἐστὶ τοῦ Ζ κύκλου· ὅπερ ἀδύνατον. δέδεικται γὰρ ἡ εἰρημένη τοῦ σχήματος ἐπιφάνεια ἐλάσσων οὖσα τοῦ τηλικούτου κύκλου. — ἔστω πάλιν ὁ κύκλος μείζων τῆς ἐπιφανείας· καὶ ὁμοίως περιγεγράφθω καὶ ἐγγεγράφθω ὅμοια πολύγωνα· καὶ τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω τοῦ, ὃν ἔχει ὁ κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ τμήματος. οὐκ ἄρα ἐλάσσων ἡ ἐπιφάνεια τοῦ Ζ κύκλου. ἐδείχθη δέ, ὡς οὐδὲ μείζων· ἴση ἄρα.

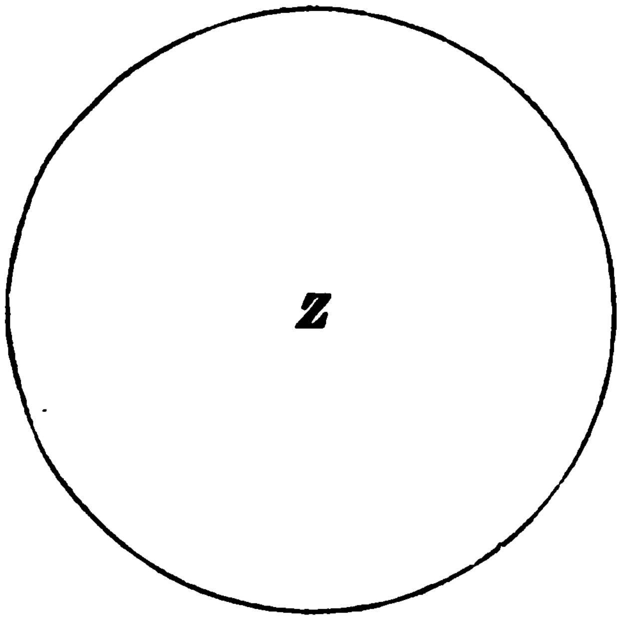
μγ΄.

Καὶ ἐὰν μεῖζον ἡμισφαιρίου ᾖ τὸ τμῆμα, ὁμοίως αὐτοῦ ἡ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος.

---

3. *εγγεγραμενον* F. 19. *τμήματος*] Nizze; *σχηματος* F, uulgo. 20. *ἐλάσσων*] Nizze; *μειζων* F, uulgo. 21. *μείζων*] Nizze; *ελασσων* F, uulgo. 22. *μα΄* F; *μθ΄* Torellius. 23. *τό] addidi; om. F, uulgo.* 25. *ἐστί*] *εσται* per comp. F; corr. *Torellius.*

polygonum circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habet, quam superficies segmenti, quod commemorauimus, ad circulum



Z [ex hypothesi]. superficies autem figurae circumscriptae maior est superficie segmenti [prop. 39]. itaque etiam superficies figurae inscriptae maior est circulo *Z*. quod fieri non potest. nam demonstratum est, superficiem figurae, quam commemorauimus, minorem esse eius modi circulo [prop. 37].

sit rursus circulus maior superficie. et eodem modo, quo supra, polygona similia circumscribantur et inscribantur. et circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat, quam circulus ad superficiem segmenti [prop. 6 p. 22]. itaque[1]) superficies minor non est circulo *Z*. demonstratum autem, ne maiorem quidem eam esse. aequalis igitur.

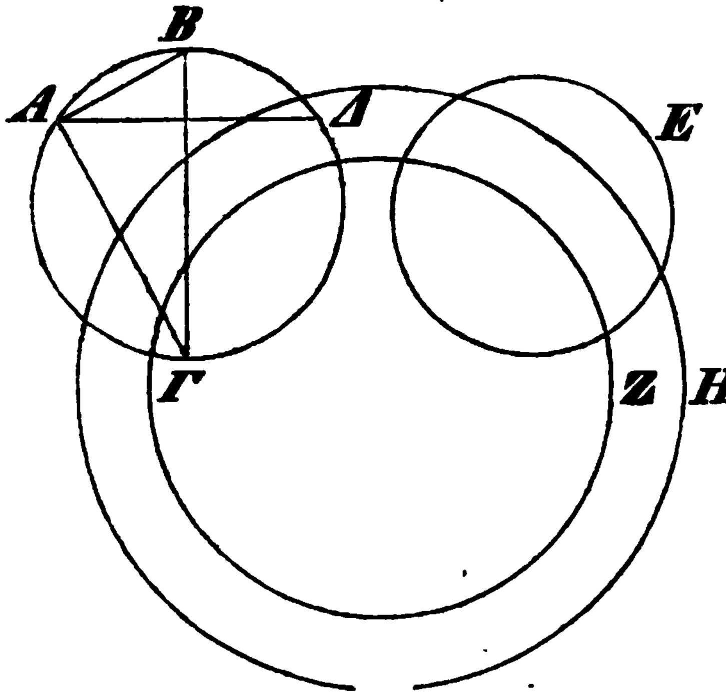
XLIII.

Etiamsi segmentum hemisphaerio maius est, eodem modo superficies eius aequalis est circulo, cuius radius aequalis est lineae a uertice ad ambitum ductae circuli, qui basis est segmenti.

---

1) Uix crediderim hanc demonstrationem totam ab Archimede omissam esse. conficitur hoc modo. sit S superficies segmenti, *O et o superficies* polygonorum, P et p polygona. *itaque ex hypothesi:* $P : p < Z : S$; sed $P : p = O : o$ (u. En-

ἔστω γὰρ σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος, καὶ νοείσθω τετμημένη ἐπιπέδῳ ὀρθῷ τῷ κατὰ τὴν ΑΔ· καὶ τὸ ΑΒΔ ἔλασσον ἔστω ἡμισφαιρίου· καὶ διάμετρος ἡ ΒΓ πρὸς ὀρθὰς τῇ ΑΔ· καὶ ἀπὸ τῶν Β, Γ ἐπὶ τὸ Α ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΑ, ΑΓ. καὶ ἔστω ὁ μὲν Ε κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΒ, ὁ δὲ Ζ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΓ, ὁ δὲ Η κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΓΒ.



καὶ ὁ Η κύκλος ἄρα ἴσος ἐστὶ τοῖς δυσὶ κύκλοις τοῖς Ε, Ζ. ὁ δὲ Η κύκλος ἴσος ἐστὶν ὅλῃ τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας [ἐπειδήπερ ἑκατέρα τετραπλασία ἐστὶ τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΒΓ κύκλου], ὁ δὲ Ε κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΑΒΔ τμήματος [δέδεικται γὰρ τοῦτο ἐπὶ τοῦ ἐλάσσονος ἡμισφαιρίου]· λοιπὸς ἄρα ὁ Ζ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ τοῦ ΑΓΔ τμήματος ἐπιφανείᾳ, ὃ δή ἐστι μεῖζον ἡμισφαιρίου.

μδ΄.

Παντὶ τομεῖ σφαίρας ἴσος ἐστὶ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας τοῦ κατὰ τὸν τομέα, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΔ,

---

7. τῶν Β, Γ] των Γ F; corr. ed. Basil.*; τοῦ Γ B. 14. ΓΒ] ΑΒ F, supra scripto Γ manu 2. 20. ελασσωνος F. 22.

sit enim sphaera, et in ea circulus maximus, et fingatur secta plano perpendiculari in linea $A\Delta$ posito. et $AB\Delta$ segmentum minus sit hemisphaerio. et diameter $B\Gamma$ perpendicularis sit ad lineam $A\Delta$. et a punctis B, Γ ad A ducantur lineae BA, $A\Gamma$. et sit E circulus, cuius radius aequalis sit lineae AB, Z autem circulus, cuius radius aequalis sit lineae $A\Gamma$, H autem circulus, cuius radius aequalis sit lineae ΓB. itaque circulus H aequalis est duobus circulis E, Z.[1]) sed circulus H aequalis est toti superficiei sphaerae [Eucl. XII, 2; prop. 33], et E circulus aequalis est superficiei segmenti $AB\Delta$ [prop. 42]. itaque qui relinquitur circulus Z, aequalis est superficiei segmenti $A\Gamma\Delta$, quod hemisphaerio maius est.

XLIV.

Cuiuis sectori sphaerae aequalis est conus basim habens superficiei segmenti sphaerae aequalem, quod in sectore est, altitudinem autem radio sphaerae aequalem.

sit sphaera, et in ea circulus maximus $AB\Delta$, et

---

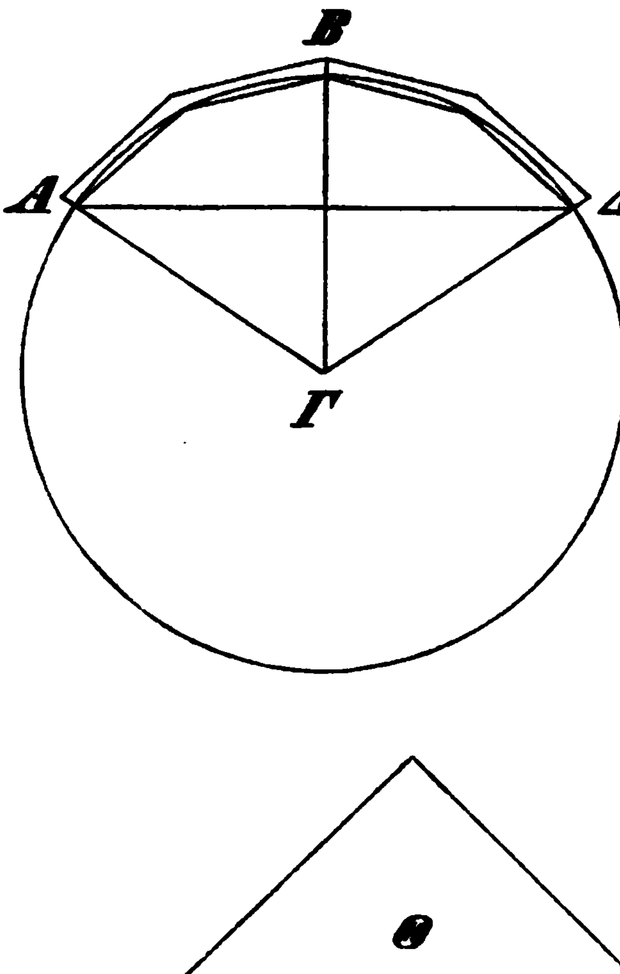
tocius); itaque $O : o < Z : S$ ɔ: $O : Z < o : S$, quod fieri non potest; nam $o < S$ (prop. 36), sed $O > Z$ (prop. 40).

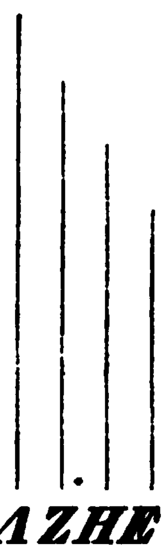
1) Nam $H : Z : E = B\Gamma^2 : A\Gamma^2 : AB^2$ (Eucl. XII, 2), et cum angulus $BA\Gamma$ rectus sit (Eucl. III, 31), erit
$$B\Gamma^2 = A\Gamma^2 + AB^2 \text{ (Eucl. I, 47)};$$
tum u. Quaest. Arch. p. 48.

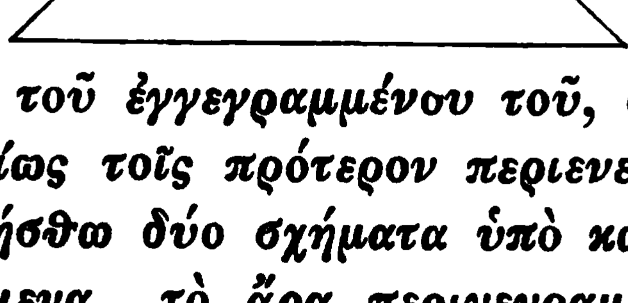
μεῖζον] scripsi; μειζων F, uulgo. 23. μβ' F; ν' Torellius. 24. βασι F.

καὶ κέντρον τὸ Γ, καὶ κῶνος βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ κατὰ τὴν ΑΒΔ περιφέρειαν ἐπιφανείᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ΒΓ. δεικτέον, ὅτι ὁ τομεὺς ὁ ΑΒΓΔ ἴσος ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ κώνῳ.

εἰ γὰρ μή, ἔστω μείζων ὁ τομεὺς τοῦ κώνου· καὶ κείσθω ὁ Θ κῶνος, οἷος εἴρηται. δύο δὴ μεγεθῶν ἀνίσων ὄντων, τοῦ τομέως καὶ τοῦ Θ κώνου, εὑρήσθωσαν δύο γραμμαὶ αἱ Λ, Ε, μείζων δὲ ἡ Λ τῆς Ε, καὶ ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω ἡ Λ πρὸς Ε, ἤπερ ὁ τομεὺς πρὸς τὸν κῶνον. καὶ εἰλήφθωσαν δύο γραμμαὶ αἱ Ζ, Η, ὅπως τῷ ἴσῳ ὑπερέχῃ ἡ Λ τῆς Ζ, καὶ ἡ Ζ τῆς Η, καὶ ἡ Η τῆς Ε. καὶ περὶ τὸν ἐπίπεδον τομέα τοῦ κύκλου περιγεγράφθω πολύγωνον ἰσόπλευρον καὶ ἀρτιογώνιον, καὶ τούτῳ ὅμοιον ἐγγεγράφθω, ὅπως ἡ τοῦ περιγεγραμμένου πλευρὰ ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου τοῦ, ὃν ἔχει ἡ Λ πρὸς Ζ. καὶ ὁμοίως τοῖς πρότερον περιενεχθέντος τοῦ κύκλου γεγενήσθω δύο σχήματα ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενα. τὸ ἄρα περιγεγραμμένον σὺν τῷ κώνῳ τῷ







1. *κῶνος*] scripsi; *κωνος* o F, uulgo. 8. Λ bis scripsi, ut

centrum *Γ*, et conus basim habens circulum aequalem superficiei in ambitu *ΑΒΔ* positae, altitudinem autem lineae *ΒΓ* aequalem. demonstrandum est, sectorem *ΑΒΓΔ* aequalem esse cono, quem commemorauimus.

si enim aequalis non est, maior sit sector cono. et ponatur conus *Θ* talis, qualem commemorauimus. datis igitur duabus magnitudinibus inaequalibus, sectore et cono *Θ*, inueniantur duae lineae *Λ*, *Ε*, maior autem *Λ* linea *Ε*, et minorem rationem habeat *Λ* ad *Ε*, quam sector ad conum [prop. 2]. et sumantur duae lineae *Ζ*, *Η*, ita ut[1]) aequali spatio excedat linea *Λ* lineam *Ζ*, *Ζ* lineam *Η*, *Η* lineam *Ε*. et circum sectorem planum[2]) circuli circumscribatur polygonum aequilaterum, cuius latera[3]) paria sunt numero, et ei simile inscribatur polygonum, ita ut[1]) latus circumscripti ad latus inscripti minorem rationem habeat, quam *Λ* : *Ζ* [prop. 4]. et eodem modo, quo antea, circumuoluto circulo oriantur duae figurae per superficies conicas comprehensae. figura igitur circum-

---

1) *ὅπως* pro *ὥστε* (ut lin. 22 et supra p. 8, 18; prop. 3 p. 14, 22; 4 p. 18, 23; cfr. ad II, 4) transscriptori debetur; u. Quaest. Arch. p. 70. cfr. *ἵνα* prop. 5 p. 20, 22; p. 22, 27.

2) *ἐπίπεδον* fortasse delendum; redundat adiuncto *τοῦ κύκλου*.

3) *ἀρτιόπλευρον*, non *ἀρτιογώνιον* Archimedes scripserat; u. p. 153 not. 2.

---

lin. 9, 14, 26 (et in figura) cum Cr.; *Δ* ubique F, uulgo. 21. *τουτο* F. 25. *ἔχῃ*] BC*; *εχει* F, uulgo.

κορυφὴν ἔχοντι τὸ Γ σημεῖον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον σὺν τῷ κώνῳ τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου. ἀλλὰ ἡ τοῦ περιγεγραμμένου ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ Δ πρὸς Ζ. ἐλάσσονα λόγον ἄρα ἕξει ἢ τριπλάσιον τὸ εἰρημένον στερεὸν σχῆμα τοῦ τῆς Δ πρὸς Ζ. ἡ δὲ Δ πρὸς Ε μείζονα λόγον ἔχει ἢ τριπλάσιον τοῦ τῆς Δ πρὸς Ζ. τὸ ἄρα περιγεγραμμένον σχῆμα στερεὸν τῷ τομεῖ πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἡ Δ πρὸς Ε. ἡ δὲ Δ πρὸς Ε ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον. μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον, ἢ τὸ περιγεγραμμένον τῷ τομεῖ σχῆμα πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον· καὶ ἐναλλάξ. μεῖζον δέ ἐστι τὸ περιγεγραμμένον στερεὸν σχῆμα τοῦ τμήματος. καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον ἄρα σχῆμα ἐν τῷ τομεῖ μεῖζόν ἐστι τοῦ Θ κώνου· ὅπερ ἀδύνατον. δέδεικται γὰρ ἐν τοῖς ἄνω ἔλασσον ὂν τοῦ τηλικούτου κώνου [τουτέστι τοῦ ἔχοντος βάσιν μὲν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἐπιζευγνυμένῃ εὐθείᾳ τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. οὗτος δέ ἐστιν ὁ εἰρημένος κῶνος ὁ Θ· βάσιν τε γὰρ ἔχει κύκλον ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ τμήματος, τουτέστι τῷ

---

4. Post *περιγεγραμμένου* addit Torellius: *πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου*. 5. *Δ*] scripsi cum Cr., ut lin. 7 bis, 8, 10, 11; *Δ* ubique F, uulgo; cfr. p. 182, 8. 12. *μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον*] addidi; om. F, uulgo. 13. *ἢ τὸ*] *τὸ ἄρα* ed. Basil., Torellius. 14. Post *τὸ ἐγγεγραμμένον* addunt ed. Basil., Torellius: *ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον*; sic etiam Cr. 16. *τμήματος*] *τομέως* Nizze.

scripta cum cono uerticem habenti punctum Γ ad figuram inscriptam cum cono triplicem rationem habet, quam latus polygoni circumscripti ad latus inscripti [prop. 41]. sed latus polygoni circumscripti [ad latus inscripti][1] minorem rationem habet, quam $\varDelta : Z$. itaque figura solida [circumscripta cum cono ad figuram inscriptam cum cono][2] minorem rationem habebit, quam $\varDelta^3 : Z^3$. sed $\varDelta : E > \varDelta^3 : Z^3$.[3] itaque figura solida circum sectorem circumscripta[4] ad figuram inscriptam minorem rationem habet, quam $\varDelta : E$. sed $\varDelta$ ad E minorem rationem habet, quam sector solidus ad conum Θ [ex hypothesi]. maiorem igitur rationem habet sector solidus ad conum Θ, quam figura circum sectorem circumscripta[5] ad inscriptam.[6] et uicissim. maior autem est figura solida circumscripta sectore [prop. 39].[7] itaque etiam figura sectori inscripta maior est cono Θ. quod fieri non potest. nam supra demonstratum est, minorem eam esse eius modi cono

---

1) Haec uerba transscriptor potius quam aut Archimedes aut librarius omisit.

2) Ne haec quidem ab Archimede omissa esse puto.

3) U. Eutocius ad prop. 34; Quaest. Arch. p. 51.

4) Sc. σὺν τῷ κώνῳ, quod in sequentibus etiam saepe omittitur.

5) Sc. σὺν τῷ κώνῳ.

6) Ex Eutocio comperimus, Archimedem scripsisse: τὸ ἄρα περιγεγραμμένον στερεὸν πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον, et ita locum correxit ed. Basil.; sed tum non intellegitur, quo modo uerba illa in codicibus exciderint. quare satius duxi aliud supplementum recipere, et discrepantiam transscriptori tribuere.

7) Hic quoque omittitur, ut etiam lin. 17: σὺν τῷ κώνῳ; praeterea falsum uerbum τμήματος transscriptoris est.

εἰρημένῳ κύκλῳ καὶ ὕψος ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας]. οὐκ ἄρα ὁ στερεὸς τομεὺς μείζων ἐστὶ τοῦ Θ κώνου. — ἔστω δὴ πάλιν ὁ Θ κῶνος τοῦ στερεοῦ τομέως μείζων. πάλιν δὴ ὁμοίως ἡ Λ πρὸς τὴν Ε μείζων αὐτῆς οὖσα ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω τοῦ, ὃν ἔχει ὁ κῶνος πρὸς τὸν τομέα. καὶ ὁμοίως εἰλήφθωσαν αἱ Ζ, Η, ὥστε εἶναι τὰς διαφορὰς τὰς αὐτάς· καὶ τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὸν ἐπίπεδον τομέα πολυγώνου ἀρτιογωνίου ἡ πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονα λόγον ἐχέτω τοῦ, ὃν ἔχει ἡ Λ πρὸς τὴν Ζ· καὶ γεγενήσθω τὰ περὶ τὸν στερεὸν τομέα στερεὰ σχήματα. ὁμοίως οὖν δείξομεν, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον περὶ τὸν τομέα στερεὸν σχῆμα πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἡ Λ πρὸς Ε, καὶ τοῦ, ὃν ἔχει ὁ Θ κῶνος πρὸς τὸν τομέα [ὥστε καὶ ὁ τομεὺς πρὸς τὸν κῶνον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἐγγεγραμμένον στερεὸν ἐν τῷ τμήματι πρὸς τὸ περιγεγραμμένον]. μείζων δέ ἐστιν ὁ τομεὺς τοῦ ἐγγεγραμμένου εἰς αὐτὸν σχήματος· μείζων ἄρα ὁ Θ κῶνος τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος· ὅπερ ἀδύνατον [δέδεικται γὰρ τοῦτο, ὅτι ὁ τηλικοῦτος κῶνος ἐλάσσων ἐστὶ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὸν τομέα]. ἴσος ἄρα ὁ τομεὺς τῷ Θ κώνῳ.

---

4. τομέως] scripsi; τομευς FA; τομέος uulgo. Λ] scripsi cum Cr., ut lin. 10, 14; Δ ubique F, uulgo. 7. διαφοράς] scripsi; δυο πλευρας F, uulgo; ὑπεροχάς Hauber; Nizze. 11. τόν] των per comp. F.

[prop. 38 coroll.].[1]) itaque sector solidus maior non est cono *Θ*.

sit igitur rursus conus *Θ* maior sectore solido. rursus igitur eodem modo *Δ* linea maior linea *E* ad eam minorem rationem habeat, quam conus ad sectorem [prop. 2]. et eodem modo sumantur lineae *Z*, *H*, ita ut differentiae eaedem sint. et latus polygoni [aequilateri], cuius latera paria sunt numero[2]), circum sectorem planum circumscripti ad latus inscripti minorem rationem habeat, quam $\Delta : Z$ [prop. 4]. et oriantur figurae solidae circum solidum sectorem descriptae.[3]) eodem igitur modo demonstrabimus, figuram solidam circum sectorem circumscriptam[4]) ad inscriptam minorem rationem habere, quam $\Delta : E$, et quam conus *Θ* ad sectorem.[5]) maior autem est sector figura ei inscripta [prop. 36].[4]) itaque *Θ* conus maior est figura circumscripta.[4]) quod fieri non potest [prop. 40 coroll. 2; cfr. prop. 42—43; u. not. 1].[6]) itaque sector aequalis est cono *Θ*.[7]).

---

1) Ex prop. 42—43 sequitur, basim eius aequalem esse circulo prop. 38 coroll. commemorato.

2) Archimedes scripserat lin. 9: *ἰσοπλεύρου καὶ ἀρτιοπλεύρου*; u. p. 163 not. 1.

3) Debebat esse: *πολύγωνα τὸ μὲν περιγεγραμμένον, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον*; fortasse delenda sunt uerba: *καὶ γεγενήσθω* lin. 11 — *σχήματα* lin. 12.

4) Sc. *σὺν τῷ κώνῳ*, quod idem omittitur lin 19; 20; u. p. 185 not. 7.

5) Sint F, f figurae solidae, L, l latera polygonorum. erit: $F : f = L^3 : l^3$ (prop. 41) $< \Delta^3 : Z^3$ (ex hypothesi) $< \Delta : E$ (p. 185 not. 3) $< \Theta$: sectorem (ex hypothesi). sequentia uerba lin. 15—18 subditiua sunt; Archimedes scripsisset: *καὶ ἐναλλάξ*. pro prauo *τμήματι* lin. 17 Nizzius coni. *τομεῖ*.

6) Sequentia transscriptori tribuerim, maxime ob *τοῦτο* lin. 21; cfr. Neue Jahrb. Suppl. XI p. 388.

7) In fine: *Αρχιμηδους περι σφαιρας και κυλινδρου ᾱ* F.

β'.

Ἀρχιμήδης Δοσιθέῳ χαίρειν.

Πρότερον μὲν ἐπέστειλάς μοι γράψαι τῶν προβλημάτων τὰς ἀποδείξεις, ὧν αὐτὸς τὰς προτάσεις ἀπέστειλα Κόνωνι. συμβαίνει δὲ αὐτῶν τὰ πλεῖστα γράφεσθαι διὰ τῶν θεωρημάτων, ὧν πρότερον ἀπέστειλά σοι τὰς ἀποδείξεις, ὅτι τε πάσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, καὶ διότι παντὸς τμήματος σφαίρας τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ εὐθείᾳ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τῆς βάσεως ἀγομένῃ, καὶ διότι πάσης σφαίρας ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν μέγιστον κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας αὐτός τε ἡμιόλιός ἐστι τῷ μεγέθει τῆς σφαίρας, καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἡμιολία τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας, καὶ διότι πᾶς τομεὺς στερεὸς ἴσος ἐστὶ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας τοῦ ἐν τῷ τομεῖ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. ὅσα μὲν οὖν τῶν θεωρημάτων καὶ προβλημάτων γράφεται διὰ τούτων τῶν θεωρημάτων, ἐν τῷδε τῷ βι-

---

1. Δωσιθεῳ F, corr. Torellius. 3. αποδειξης F. 4. Κωνωνι F, uulgo. 5. θεορηματων F. 8. διότι] scripsi; δη οτι F, uulgo. τμήματος] om. F; corr. Cr., ed. Basil. 16. διότι] δη ὅτι Barrowius. 21. διὰ τούτων τῶν] cum B; διαυτουτων των F.

II.

Archimedes Dositheo s.

Antea me admonuisti, ut demonstrationes eorum problematum perscriberem, quorum propositiones ipse Cononi miseram.[1]) accidit autem, ut pleraque eorum conficiantur per ea theoremata, quorum demonstrationes antea tibi misi[2]): cuiusuis sphaerae superficiem quadruplo maiorem esse circulo maximo sphaerae [I, 33], et superficiei cuiusuis segmenti sphaerae aequalem esse circulum, cuius radius aequalis sit lineae a uertice segmenti ad ambitum basis ductae [I, 42—43], et cylindrum basim habentem circulum maximum sphaerae, altitudinem autem diametro sphaerae aequalem et ipsum dimidia parte maiorem esse sphaera et superficiem eius superficie sphaerae dimidia parte maiorem [I, 34 πόρισμα], et quemuis sectorem solidum aequalem esse cono basim habenti circulum aequalem superficiei segmenti sphaerae in sectore positi, altitudinem autem radio sphaerae aequalem [I, 44]. quaecunque igitur theoremata et problemata[3]) per haec theoremata

1) Erant praeter problemata huius libri propositiones quaedam de helicibus (cfr. infra) et de conoidibus rectangulis (Quaest. Arch. p. 11).

2) In libro I de sphaera et cylindro.

3) Septem problemata, tria theoremata, quorum primum (II, 2) Cononi missum non erat (Neue Jahrb. Suppl. XI p. 392 not.); pro ceteris duobus experiendi causa falsa miserat Archimedes. u. praef. ad librum περὶ ἑλίκων.

βλίῳ γράψας ἀπέσταλκά σοι· ὅσα δὲ δι' ἄλλης εὑρίσκονται θεωρίας, τά τε περὶ ἑλίκων καὶ τὰ περὶ τῶν κωνοειδῶν, πειράσομαι διὰ τάχους ἀποστεῖλαι.

Τὸ δὲ πρῶτον ἦν τῶν προβλημάτων τόδε· σφαίρας δοθείσης ἐπίπεδον χωρίον εὑρεῖν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας.

ἔστιν δὲ τοῦτο φανερὸν δεδειγμένον ἐκ τῶν προειρημένων θεωρημάτων. τὸ γὰρ τετραπλάσιον τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ ἐπίπεδόν τε χωρίον ἐστὶ καὶ ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας.

α'.

Τὸ δεύτερον ἦν· κώνου δοθέντος ἢ κυλίνδρου σφαῖραν εὑρεῖν τῷ κώνῳ ἢ τῷ κυλίνδρῳ ἴσην.

ἔστω ὁ διδόμενος κῶνος ἢ κύλινδρος ὁ Α, καὶ τῷ Α ἴση ἡ Β σφαῖρα· καὶ κείσθω τοῦ Α κώνου ἢ κυλίνδρου ἡμιόλιος κύλινδρος ὁ ΓΖΔ, τῆς δὲ Β σφαίρας ἡμιόλιος κύλινδρος, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΗΘ κύκλος, ἄξων δὲ ὁ ΚΛ ἴσος τῇ διαμέτρῳ τῆς Β σφαίρας. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Ε κύλινδρος τῷ Κ κυλίνδρῳ [τῶν δὲ ἴσων κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν]. ὡς ἄρα ὁ Ε κύκλος πρὸς τὸν Κ κύκλον, τουτέστιν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΗΘ, οὕτως ἡ ΚΛ πρὸς ΕΖ. ἴση δὲ ἡ ΚΛ τῇ ΗΘ [ὁ γὰρ ἡμιόλιος κύλινδρος τῆς σφαίρας ἴσον ἔχει τὸν ἄξονα τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, καὶ ὁ Κ κύκλος μέγιστός ἐστι τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ]. ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΘ, οὕτως ἡ ΗΘ πρὸς τὴν ΕΖ. ἔστω

4. α' Torellius; cfr. Quaest. Arch. p. 156. 5. εὑρεῖν] *ευρ* cum comp. *ην* uel *ιν* F. 11. β' Torellius. 13. εὑρεῖν *ut lin. 5 F.* 14. δεδομένος? 16. ομιολιος F. 19. Ε] Β F; *corr. ed. Basil.* 27. οὕτως] per compend. F, ut p. 192 lin. 2 et 4.

conficiuntur, hoc libro perscripta tibi misi. sed quaecunque alia disputationis ratione reperiuntur, de helicibus et de conoidibus, mox mittere conabor.

Primum autem problema hoc erat:

data sphaera planum spatium inuenire superficiei sphaerae aequale.

hoc autem manifestum est ex theorematis antea propositis demonstratum. nam quadruplum circuli maximi sphaerae spatium et planum et superficiei sphaerae aequale est [I, 33].

I.

Alterum erat: dato cono uel cylindro sphaeram inuenire cono uel cylindro aequalem.[1]

sit conus uel cylindrus datus A, et figurae A aequalis sphaera B. et ponatur cono uel cylindro A dimidia parte maior cylindrus $\Gamma Z \Delta$[2] [u. Eutocius], et sphaera B cylindrus dimidia parte maior, cuius basis est circulus circum diametrum $H\Theta$ descriptus, axis autem $K\Lambda$ diametro sphaerae B aequalis [I, 34 πόρισμα]. aequalis igitur cylindrus E cylindro K. itaque $E : K$, hoc est

$$\Gamma\Delta^2 : H\Theta^2 \text{ [Eucl. XII, 2] } = K\Lambda : EZ.^{3)}$$

sed $K\Lambda = H\Theta$.[4]) itaque $\Gamma\Delta^2 : H\Theta^2 = H\Theta : EZ$. sit

---

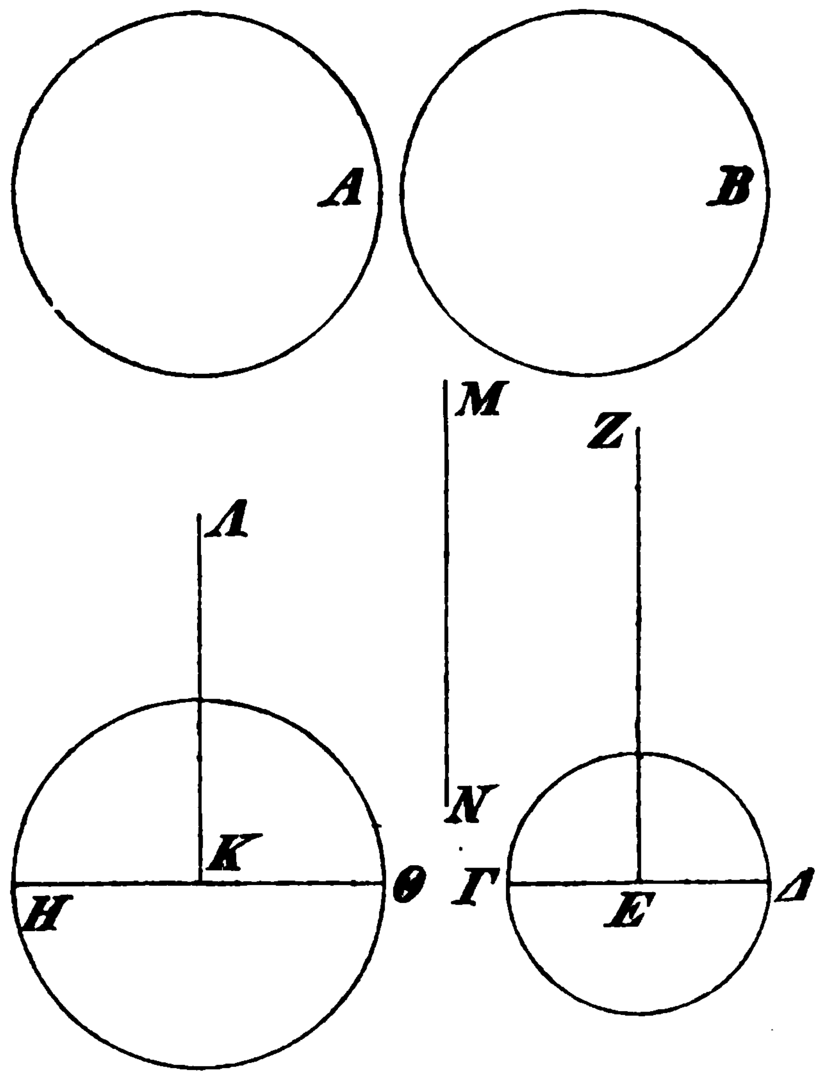
1) Lin. 13: ἴσην τῷ κώνῳ ἢ τῷ κυλίνδρῳ habet Archimedes in praef. περὶ ἑλίκων.

2) Archimedes scripserat: εἰλήφθω τοῦ δοθέντος κώνου ἢ κυλίνδρου ἡμιόλιος κύλινδρος (Eutocius).

3) Eucl. XII, 15; cfr. I lemm. 3—4 p. 82.

4) Quia ex I, 34 πόρισμα basis cylindri circulo maximo aequalis est, diametrus igitur sphaerae diametro aequalis.

τῷ ἀπὸ ΗΘ ἴσον τὸ ὑπὸ ΓΔ, ΜΝ. ὡς ἄρα ἡ ΓΔ πρὸς ΜΝ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΘ, τουτέστι ἡ ΗΘ πρὸς ΕΖ. καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΗΘ, οὕτως ἡ ΗΘ πρὸς τὴν ΜΝ, καὶ ἡ ΜΝ πρὸς ΕΖ. καί ἐστιν δοθεῖσα ἑκατέρα τῶν ΓΔ, ΕΖ. δύο ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν ΓΔ, ΕΖ δύο μέσαι



ἀνάλογόν εἰσιν αἱ ΗΘ, ΜΝ. δοθεῖσα ἄρα ἑκατέρα τῶν ΗΘ, ΜΝ.

συντεθήσεται δὲ τὸ πρόβλημα οὕτως. ἔστω δὴ ὁ δοθεὶς κῶνος ἢ κύλινδρος ὁ Α. δεῖ δὴ τῷ Α κώνῳ ἢ κυλίνδρῳ ἴσην σφαῖραν εὑρεῖν.

ἔστω τοῦ Α κώνου ἢ κυλίνδρου ἡμιόλιος κύλινδρος, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΓΔ κύκλος, ἄξων δὲ ὁ ΕΖ. καὶ εἰλήφθω τῶν ΓΔ, ΕΖ δύο μέσαι ἀνάλογον αἱ ΗΘ, ΜΝ, ὥστε εἶναι ὡς τὴν ΓΔ πρὸς τὴν ΗΘ, τὴν ΗΘ πρὸς τὴν ΜΝ, καὶ τὴν ΜΝ πρὸς τὴν ΕΖ. καὶ νοείσθω κύλινδρος, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΗΘ κύκλος, ἄξων δὲ ὁ ΚΛ ἴσος τῇ ΗΘ διαμέτρῳ. λέγω δή, ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ Ε κύλινδρος τῷ Κ κυλίνδρῳ. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΓΔ πρὸς ΗΘ, ἡ

---

9. τῶν] των της F; corr. ed. Basil. 11. δὲ] scripsi; δη

$H\Theta^2 = \Gamma\Delta \times MN$. itaque $\Gamma\Delta : MN = \Gamma\Delta^2 : H\Theta^2$,[1]) hoc est $= H\Theta : EZ$. et uicissim [Eucl. V, 16]

$$\Gamma\Delta : H\Theta = H\Theta : MN = MN : EZ.^{2)}$$

et utraque linea $\Gamma\Delta$, EZ data est. itaque duarum linearum datarum $\Gamma\Delta$, EZ duae mediae proportionales sunt $H\Theta$, MN. itaque utraque linea $H\Theta$, MN data est.

componetur autem problema hoc modo. sit conus uel cylindrus datus A. oportet igitur sphaeram cono uel cylindro A aequalem inuenire.

sit cono uel cylindro A dimidia parte maior cylindrus, cuius basis est circulus circum diametrum $\Gamma\Delta$ descriptus, axis autem EZ linea. et sumantur[3]) inter lineas $\Gamma\Delta$, EZ duae mediae proportionales $H\Theta$, MN [u. Eutocius], ita ut sit

$$\Gamma\Delta : H\Theta = H\Theta : MN = MN : EZ.$$

et fingatur cylindrus, cuius basis sit circulus circum diametrum $H\Theta$ descriptus, axis autem $K\Lambda$ diametro $H\Theta$ aequalis. dico, cylindrum E aequalem esse cylindro K. nam quoniam $\Gamma\Delta : H\Theta = MN : EB$ et

1) Quia $\Gamma\Delta : H\Theta = H\Theta : MN$; tum u. Eucl. V def. 10.

2) Debebat sic concludi:
$\Gamma\Delta : MN = H\Theta : EZ$ ɔ: $\Gamma\Delta : H\Theta = MN : EZ$ (Eucl. V, 16); sed ex hypothesi est $\Gamma\Delta : H\Theta = H\Theta : MN$. fortasse uerbum ἐναλλάξ lin. 3 delendum est.

3) Archimedes posuerat εὑρήσθωσαν, lin. 23, ut habet Eutocius.

F, uulgo. 12. οὕτως per comp. F. 15. τῷ] το F. 29. καὶ ἐπεί] ἐπεὶ γάρ?

ΜΝ πρὸς ΕΖ, καὶ ἐναλλάξ, καὶ ἴση ἡ ΗΘ τῇ ΚΛ [ὡς ἄρα ἡ ΓΔ πρὸς ΜΝ, τουτέστιν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΘ, οὕτως ὁ Ε κύκλος πρὸς τὸν Κ κύκλον]· ὡς ἄρα ὁ Ε κύκλος πρὸς τὸν Κ κύκλον, οὕτως ἡ ΚΛ πρὸς τὴν ΕΖ [τῶν ἄρα Ε, Κ κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν]. ἴσος ἄρα ὁ Ε κύλινδρος τῷ Κ κυλίνδρῳ. ὁ δὲ Κ κύλινδρος τῆς σφαίρας, ἧς διάμετρος ἡ ΗΘ, ἡμιόλιός ἐστιν. καὶ ἡ σφαῖρα ἄρα, ἧς ἡ διάμετρος ἴση ἐστὶ τῇ ΗΘ, τουτέστιν ἡ Β, ἴση ἐστὶ τῷ Α κώνῳ ἢ κυλίνδρῳ.

β'.

Παντὶ τμήματι τῆς σφαίρας ἴσος ἐστὶ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, ὕψος δὲ εὐθεῖαν, ἥτις πρὸς τὸ ὕψος τοῦ τμήματος τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν συναμφότερος ἥ τε ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας καὶ τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος πρὸς τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος.

ἔστω σφαῖρα, ἐν ᾗ μέγιστος κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΑΓ· καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ ἡ σφαῖρα τῷ διὰ τῆς ΒΖ πρὸς ὀρθὰς τῇ ΑΓ· καὶ ἔστω κέντρον τὸ Θ. καὶ πεποιήσθω, ὡς συναμφότερος ἡ ΘΑ, ΑΕ πρὸς τὴν ΑΕ, οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς ΓΕ. καὶ πάλιν πεποιήσθω, ὡς συναμφότερος ἡ ΘΓ, ΓΕ πρὸς ΓΕ, οὕτως ἡ ΚΕ πρὸς ΕΑ. καὶ ἀναγεγράφθωσαν κῶνοι ἀπὸ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κορυφὰς ἔχοντες τὰ Κ, Δ σημεῖα. λέγω, ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ μὲν ΒΔΖ κῶνος

---

6. *βασ* cum comp. *ης* F. 10. *Β*] $\overline{HB}$ F. 11. *γ'* Torellius. 19. *τῷ*] *των* per comp. F; corr. B*. *τῆς*] Nizze; *των* F, uulgo. 25. *εχοντα* F; corr. B*.

uicissim [$\Gamma\Delta : MN = H\Theta : EZ$; Eucl. V, 16], et $H\Theta = K\Lambda$, erit igitur[1]) $E : K = K\Lambda : EZ$.[2]) itaque cylindrus E aequalis est cylindro K [Eucl. XII, 15; cfr. 191 not. 3]. sed cylindrus K dimidia parte maior est sphaera, cuius diametrus est $H\Theta$. itaque etiam sphaera, cuius diametrus aequalis est lineae $H\Theta$, hoc est B, aequalis est cono uel cylindro A.[3])

II.

Cuiuis segmento sphaerae aequalis est conus basim habens eandem, quam segmentum, altitudinem autem lineam, quae ad altitudinem segmenti eam rationem habet, quam radius sphaerae una cum altitudine reliqui segmenti ad altitudinem reliqui segmenti.

sit sphaera, et in ea circulus maximus, cuius diametrus sit $A\Gamma$. et sphaera secetur plano per BZ lineam posito ad $A\Gamma$ lineam perpendiculari. et centrum sit Θ. et fiat[4]) $\Theta A + AE : AE = \Delta E : \Gamma E$. et rursus fiat[5]) $\Theta\Gamma + \Gamma E : \Gamma E = KE : EA$, et construantur in circulo circum diametrum BZ descripto coni uertices habentes puncta K, Δ. dico, conum $B\Delta Z$ aequalem

---

1) Uerba ὡς ἄρα lin. 2 — K κύκλον lin. 4 deleo. neque enim inde, quod $\Gamma\Delta : H\Theta = MN : EZ$ et $H\Theta = K\Lambda$, concluditur $\Gamma\Delta : MN = E : K$; hoc enim ex Eucl. V def. 10 et XII, 2 sequitur (u. not. 2).

2) Nam
$\Gamma\Delta : MN = H\Theta : EZ = K\Lambda : EZ$; sed $\Gamma\Delta : MN = \Gamma\Delta^2 : H\Theta^2$ (Eucl. V def. 10) $= E : K$ (Eucl. XII, 2) ↄ: $E : K = K\Lambda : EZ$. uerba sequentia deleo; cfr. p. 190, 20.

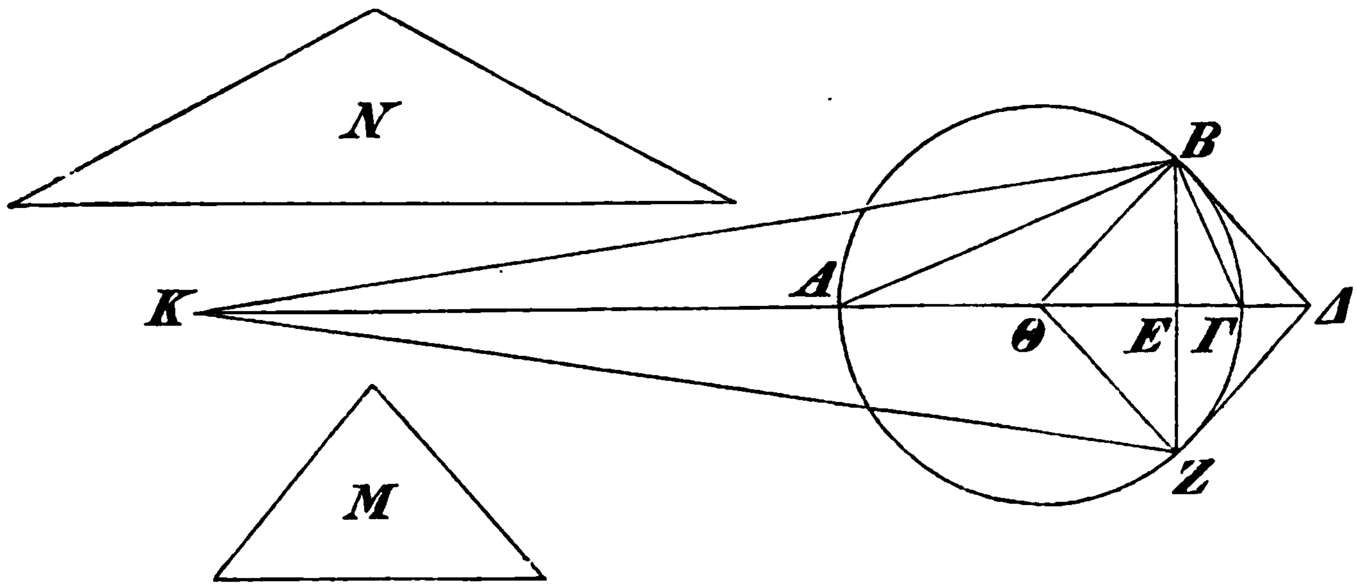
3) $K = \frac{3}{2} B$; sed $E = \frac{3}{2} A$ (ex hypothesi). quare cum $K = E$, erit $\frac{3}{2} B = \frac{3}{2} A$ ↄ: $B = A$.

4) Archimedes scripserat γεγονέτω lin. 21; Quaest. Arch. p. 70.

5) *H. e.* γεγονέτω lin. 22; u. not. 4.

τῷ κατὰ τὸ $Γ$ τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ BKZ τῷ κατὰ τὸ A σημεῖον.

ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ $BΘ$, $ΘZ$, καὶ νοείσθω κῶνος βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν BZ κύκλον,



κορυφὴν δὲ τὸ $Θ$ σημεῖον. καὶ ἔστω κῶνος ὁ M βάσιν ἔχων κύκλον ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ $BΓZ$ τμήματος τῆς σφαίρας, τουτέστιν οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ $BΓ$, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. ἔσται δὴ ὁ M κῶνος ἴσος τῷ $BΓΘZ$ στερεῷ τομεῖ. τοῦτο γὰρ δέδεικται ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ. ἐπεὶ δέ ἐστιν, ὡς ἡ $ΔE$ πρὸς $EΓ$, οὕτως συναμφότερος ἡ $ΘA$, AE πρὸς AE, διελόντι ἔσται, ὡς ἡ $ΓΔ$ πρὸς $ΓE$, οὕτως ἡ $ΘA$ πρὸς AE, τουτέστιν ἡ $ΓΘ$ πρὸς AE· καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ $ΔΓ$ πρὸς $ΓΘ$ ἐστιν, οὕτως ἡ $ΓE$ πρὸς EA. καὶ συνθέντι, ὡς ἡ $ΘΔ$ πρὸς $ΘΓ$, ἡ $ΓA$ πρὸς AE, τουτέστι τὸ ἀπὸ $ΓB$ πρὸς τὸ ἀπὸ BE. ὡς ἄρα ἡ $ΔΘ$ πρὸς $ΓΘ$, τὸ ἀπὸ $ΓB$ πρὸς τὸ ἀπὸ BE. ἴση δέ ἐστιν ἡ $ΓB$ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ M κύκλου, ἡ δὲ BE ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶ τοῦ περὶ διάμετρον τὴν BZ κύκλου. ὡς ἄρα ἡ $ΔΘ$ πρὸς $ΘΓ$, ὁ M κύκλος

---

5. *βάσιν μέν* ed. Basil., Torellius. 9. *ἔσται* per comp. F. 11. *οὕτως*] Nizze; *ουτω* F, uulgo. 20. *πρὸς* per comp. F.

esse segmento sphaerae ad Γ punctum posito, conum autem BKZ segmento ad A punctum posito.

ducantur enim lineae $B\Theta$, ΘZ, et fingatur conus basim habens circulum circum BZ diametrum descriptum, uerticem autem punctum Θ. et sit conus M, basim habens circulum superficiei segmenti sphaerae $B\Gamma Z$ aequalem, h. e. circulum, cuius radius aequalis est $B\Gamma$[1]), altitudinem autem radio sphaerae aequalem. erit igitur conus M aequalis sectori solido $B\Gamma\Theta Z$. hoc enim in primo libro demonstratum est [I, 44]. sed quoniam $\Delta E : E\Gamma = \Theta A + AE : AE$ [ex hypothesi], dirimendo erit [Eucl. V, 17]

$$\Gamma\Delta : \Gamma E = \Theta A : AE = \Gamma\Theta : AE,$$

et uicissim [Eucl. V, 16] $\Delta\Gamma : \Gamma\Theta = \Gamma E : EA$, et componendo [Eucl. V, 18]

$$\Theta\Delta : \Theta\Gamma = \Gamma A : AE = \Gamma B^2 : BE^2 \text{ [u. Eutocius].}$$

itaque $\Delta\Theta : \Gamma\Theta = \Gamma B^2 : BE^2$. sed ΓB aequalis est radio circuli M [I, 42], et BE aequalis radio circuli circum diametrum BZ descripti. itaque ut $\Delta\Theta$ ad $\Theta\Gamma$, ita circulus M ad circulum circum diametrum BZ de-

1) Ex I, 42. sed fortasse uerba: τουτέστιν, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ $B\Gamma$ delenda sunt (lin. 7—8.)

πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν BZ κύκλον. καί ἐστιν ἴση ἡ $\Theta\Gamma$ τῷ ἄξονι τοῦ M κώνου. καὶ ὡς ἄρα ἡ $\Delta\Theta$ πρὸς τὸν ἄξονα τοῦ M κώνου, οὕτως ὁ M κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν BZ κύκλον. ἴσος ἄρα ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν M κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, τῷ $B\Delta Z\Theta$ στερεῷ ῥόμβῳ [τοῦτο γὰρ ἐν τοῖς λήμμασι τοῦ πρώτου βιβλίου δέδεικται. ἢ οὕτως· ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ $\Delta\Theta$ πρὸς τὸ ὕψος τοῦ M κώνου, οὕτως ὁ M κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν BZ κύκλον, ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ M κῶνος τῷ κώνῳ, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ διάμετρον τὴν BZ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ $\Delta\Theta$. ἀντιπεπόνθασι γὰρ αὐτῶν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. ἀλλ' ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν BZ κύκλον, ὕψος δὲ τὴν $\Delta\Theta$, ἴσος ἐστὶ τῷ $B\Delta Z\Theta$ στερεῷ ῥόμβῳ]. ἀλλ' ὁ M κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ $B\Gamma Z\Theta$ στερεῷ τομεῖ. καὶ ὁ $B\Gamma Z\Theta$ στερεὸς τομεὺς ἄρα ἴσος ἐστὶ τῷ $B\Delta Z\Theta$ στερεῷ ῥόμβῳ. κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ κώνου, οὗ βάσις μέν ἐστιν ὁ περὶ διάμετρον τὴν BZ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ $E\Theta$, λοιπὸς ἄρα ὁ $B\Delta Z$ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ $BZ\Gamma$ τμήματι τῆς σφαίρας. ὁμοίως δὲ δειχθήσεται καὶ ὁ BKZ κῶνος ἴσος τῷ BAZ τμήματι τῆς σφαίρας. ἐπεὶ γάρ ἐστιν, ὡς συναμφότερος ἡ $\Theta\Gamma$, ΓE πρὸς ΓE, οὕτως ἡ KE πρὸς EA, διελόντι ἄρα, ὡς ἡ KA πρὸς AE, οὕτως ἡ $\Theta\Gamma$ πρὸς ΓE· ἴση δὲ ἡ $\Theta\Gamma$ τῇ ΘA. καὶ ἐναλλὰξ ἄρα ἐστίν, ὡς ἡ KA πρὸς $A\Theta$, οὕτως ἡ AE πρὸς $E\Gamma$. ὥστε καὶ συνθέντι, ὡς ἡ $K\Theta$ πρὸς ΘA, ἡ $A\Gamma$ πρὸς ΓE, τουτέστι τὸ ἀπὸ BA πρὸς τὸ ἀπὸ BE. κείσθω δὴ πάλιν κύκλος ὁ N ἴσην ἔχων τὴν

10. ἐστίν per comp. F. 12. κυκλον F; corr. C. 17.

scriptum [Eucl. XII, 2]. et $\Theta\Gamma$ linea aequalis est axi coni M. quare ut $\Delta\Theta$ ad axem coni M, ita circulus M ad circulum circum diametrum BZ descriptum. conus igitur basim habens circulum M, altitudinem autem radium sphaerae aequalis est rhombo solido $B\Delta Z\Theta$.[1]) sed conus M aequalis est sectori solido $B\Gamma Z\Theta$. itaque etiam sector solidus $B\Gamma Z\Theta$ aequalis est rhombo solido $B\Delta Z\Theta$. subtracto, qui communis est, cono, cuius basis est circulus circum diametrum BZ descriptus, altitudo autem $E\Theta$ linea, qui relinquitur conus $B\Delta Z$ aequalis est segmento sphaerae $BZ\Gamma$. similiter autem demonstrabitur, etiam conum BKZ aequalem esse segmento sphaerae BAZ. nam quoniam est $\Theta\Gamma + \Gamma E : \Gamma E = KE : EA$, erit igitur dirimendo [Eucl. V, 17] $KA : AE = \Theta\Gamma : \Gamma E$. sed $\Theta\Gamma = \Theta A$. itaque etiam uicissim [Eucl. V, 16]

$$KA : A\Theta = AE : E\Gamma.$$

quare etiam componendo [Eucl. V, 18]

$$K\Theta : \Theta A = A\Gamma : \Gamma E = BA^2 : BE^2 \text{ [u. Eutocius].}$$

ponatur igitur rursus circulus N radium aequalem

---

1) Nam conus M aequalis est cono, cuius basis est circulus circum BZ descriptus, altitudo autem $\Delta\Theta$ (I lemm. 4 p. 82), et hic conus (k) rhombo illi solido aequalis est. nam sint coni, ex quibus constat rhombus, k_1 et k_2; erit

$$k : k_1 : k_2 = \Delta\Theta : E\Delta : E\Theta \text{ (I lemm. 1 p. 80);}$$

sed $\Delta\Theta = E\Delta + E\Theta$; tum u. Quaest. Arch. p. 48.

στερεός] στερεο F. 18. αφαιρεθετος F. 23. ὡς] ο F; ὡς ὁ B; corr. ed. Basil.

ἐκ τοῦ κέντρου τῇ ΑΒ. ὁ ἄρα Ν κύκλος ἴσος ἔσται τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΒΑΖ τμήματος. καὶ νοείσθω ὁ κῶνος ὁ Ν ἴσον ἔχων τὸ ὕψος τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. ἴσος ἄρα ἐστὶ τῷ ΒΘΖΑ στερεῷ τομεῖ. τοῦτο γὰρ ἐν τῷ πρώτῳ δέδεικται. καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη, ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΑ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν κύκλου πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλου, τουτέστιν ὁ Ν κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλον, ἴση δὲ ἡ ΑΘ τῷ ὕψει τοῦ Ν κώνου, ὡς ἄρα ἡ ΚΘ πρὸς τὸ ὕψος τοῦ Ν κώνου, οὕτως ὁ Ν κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλον. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Ν κῶνος, τουτέστιν ὁ ΒΘΖΑ τομεὺς τῷ ΒΘΖΚ σχήματι. κοινὸς προσκείσθω ὁ κῶνος, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ τὴν ΒΖ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ ΕΘ. ὅλον ἄρα τὸ ΑΒΖ τμῆμα τῆς σφαίρας ἴσον ἐστὶν τῷ ΒΖΚ κώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Καὶ φανερόν, ὅτι γίγνεται καθόλου τμῆμα σφαίρας πρὸς κῶνον τὸν βάσιν μὲν ἔχοντα τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι καὶ ὕψος ἴσον, ὡς συναμφότερος ἥ τε ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας καὶ ἡ κάθετος τοῦ λοιποῦ τμήματος πρὸς τὴν κάθετον τοῦ λοιποῦ τμήματος. ὡς γὰρ ἡ ΔΕ πρὸς ΕΓ, οὕτως ὁ ΔΖΒ κῶνος, τουτέστι τὸ ΒΓΖ τμῆμα πρὸς τὸν ΒΓΖ κῶνον.

---

1. *ΑΒ. ὁ ἄρα Ν κύκλος ἴσος ἔσται τῇ*] om. F; suppleuit ed. Basil. 13. *ΒΘΖΔ* F; corr. ed. Basil. 15. *ΒΖ* FBC*. 18. *πόρισμα*] mg. ⌈ρ⌉ F. 20. *πρὸς κῶνον* bis F. 21. *ὡς*] ω F.

habens lineae AB. itaque circulus N aequalis erit superficiei segmenti BAZ. et fingatur conus N altitudinem habens aequalem radio sphaerae. itaque aequalis est sectori solido $B\Theta ZA$. hoc enim in libro primo demonstratum est [u. Eutocius]. et quoniam demonstratum est: $K\Theta : \Theta A = AB^2 : BE^2$, hoc est radius circuli N quadratus ad radium quadratum circuli circum BZ diametrum descripti, hoc est circulus N ad circulum circum diametrum BZ descriptum [Eucl. XII, 2], aequalis autem $A\Theta$ linea altitudini coni N, erit igitur, ut $K\Theta$ linea ad altitudinem coni N, ita circulus N ad circulum circum diametrum BZ descriptum. conus igitur N, hoc est sector $B\Theta ZA$, aequalis est figurae $B\Theta ZK$ [u. Eutocius]. addatur communis conus, cuius basis est circulus circum BZ descriptus, altitudo autem $E\Theta$. itaque totum segmentum sphaerae ABZ aequale est cono BZK, quod erat demonstrandum.

COROLLARIUM.

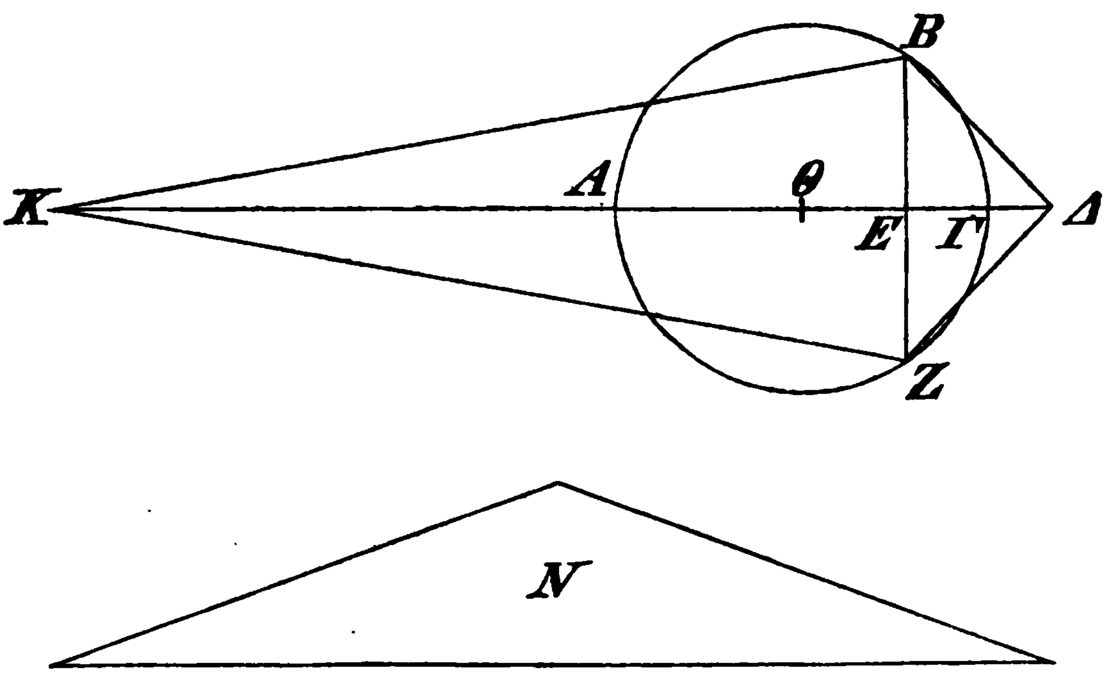
Et adparet, omnino segmentum sphaerae ad conum basim eandem habentem, quam segmentum, et altitudinem aequalem eam habere rationem, quam radius sphaerae una cum altitudine[1]) reliqui segmenti ad altitudinem[2]) reliqui segmenti. nam ut ΔE ad $E\Gamma$, ita conus ΔZB, hoc est segmentum $B\Gamma Z$ [prop. 2], ad conum $B\Gamma Z$ [I lemm. 1 p. 80].[3])

1) Archimedes scripserat: τὸ ὕψος lin. 22; Quaest. Archimed. p. 71.

2) τὸ ὕψος genuinum est lin. 23; cfr. not. 1. Eutocius ad prop. 8, ubi citat τὸ πόρισμα τοῦ δευτέρου θεωρήματος, utroque loco ὕψος habet.

3) Et $\Delta E : E\Gamma = \Theta A + AE : AE$; u. p. 194, 21.

τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων, ὅτι καὶ ὁ ΚΒΖ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΒΑΖ τμήματι τῆς σφαίρας. ἔστω γὰρ κῶνος ὁ Ν βάσιν μὲν ἔχων [τὴν] ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ κῶνος τῇ σφαίρᾳ [ἡ γὰρ σφαῖρα δέδεικται τετραπλασία τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν μέγιστον κύκλον καὶ ὕψος τὴν ἐκ τοῦ κέντρου. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ Ν κῶνος τοῦ αὐτοῦ ἐστι τετραπλάσιος, ἐπεὶ καὶ ἡ βάσις τῆς βάσεως καὶ ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ]. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς συναμφότερος ἡ ΘΑ, ΑΕ πρὸς ΑΕ, ἡ ΔΕ πρὸς ΕΓ, διελόντι καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ, ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ. πάλιν ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΚΕ πρὸς ΕΑ, συναμφότερος ἡ ΘΓΕ πρὸς ΓΕ, διελόντι καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΚΑ πρὸς ΓΘ, τουτέστι πρὸς ΘΑ, οὕτως ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ, τουτέστιν ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ. καὶ συνθέντι· ἴση δὲ ἡ ΑΘ τῇ ΘΓ. ὡς ἄρα ἡ ΚΘ



πρὸς ΘΓ, ἡ ΘΔ πρὸς ΔΓ· καὶ ὅλη ἡ ΚΔ πρὸς ΔΘ ἐστιν, ὡς ἡ ΔΘ πρὸς ΔΓ, τουτέστιν ὡς ἡ ΚΘ πρὸς

1. ὅτι] δείξομεν, ὅτι B, ed. Basil., Torellius; „ostendemus“

Iisdem positis demonstrabimus[1]), etiam conum KBZ aequalem esse segmento sphaerae BAZ. sit enim conus N basim habens superficiei sphaerae aequalem, altitudinem autem radium sphaerae. conus igitur sphaerae aequalis est.[2]) et quoniam est

$$\Theta A + AE : AE = \Delta E : E\Gamma,$$

erit dirimendo et uicissim [Eucl. V, 17 et 16]

$$\Theta\Gamma : \Gamma\Delta = AE : E\Gamma \text{ [quia } \Theta A = \Theta\Gamma\text{]}.$$

rursus quoniam $KE : EA = \Theta\Gamma + \Gamma E : \Gamma E$, erit dirimendo et uicissim $KA : \Gamma\Theta$, hoc est

$$KA : \Theta A = AE : E\Gamma = \Theta\Gamma : \Gamma\Delta.$$

et componendo [Eucl. V, 18], aequalis autem $A\Theta$ lineae $\Theta\Gamma$[3]); itaque $K\Theta : \Theta\Gamma = \Theta\Delta : \Delta\Gamma$, [et uicissim (Eucl. V, 16) $K\Theta : \Theta\Delta = \Theta\Gamma : \Delta\Gamma$, et componendo (Eucl. V, 18)] $K\Delta : \Delta\Theta = \Delta\Theta : \Delta\Gamma = K\Theta : \Theta A$ [u. Euto-

1) Archimedes sine dubio alio modo hanc alteram demonstrationem partis posterioris (p. 198, 21; cfr. Eutocius) adiunxerat (Quaest. Arch. p. 73). de ὅτι cfr. Neue Jahrb., Suppl. XI p. 396.

2) Sphaera enim quadruplo maior est cono basim habenti circulum maximum, altitudinem autem radium (I, 34), sed etiam N eodem cono quadruplo maior est (I, 33; I lemm. 1 p. 80).

3) Fortasse delenda sunt: ἴση δὲ ἡ $A\Theta$ τῇ $\Theta\Gamma$ lin. 17; cfr. lin. 15.

Cr. 3. τὴν deleo. 7. κέντρον] κέντρον τῆς σφαίρας ed. Basil., Torellius. 14. $\Theta\Gamma E$] $\Theta\Gamma$, ΓE Torellius.

ΘΑ. ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ΔΚ, ΘΑ τῷ ὑπὸ τῶν ΔΘΚ. πάλιν ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΓ, ἡ ΘΔ πρὸς ΓΔ, ἐναλλάξ. ὡς δὲ ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ, ἐδείχθη ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ. ὡς ἄρα ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, ἡ ΑΕ πρὸς ΕΓ. καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΚΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΚΘΔ, τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ. τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΚΘΔ ἴσον ἐδείχθη τῷ ὑπὸ ΚΔ, ΑΘ. ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΚΔ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΚΔ, ΑΘ, τουτέστιν ἡ ΚΔ πρὸς ΑΘ, τὸ ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΕΓ, τουτέστι πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΒ. καί ἐστιν ἴση ἡ ΑΓ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν κύκλου. ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν κύκλου πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ, τουτέστιν ὁ Ν κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλον, οὕτως ἡ ΚΔ πρὸς ΑΘ, τουτέστιν ἡ ΚΔ πρὸς τὸ ὕψος τοῦ Ν κώνου. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Ν κῶνος, τουτέστιν ἡ σφαῖρα, τῷ ΒΔΖΚ στερεῷ ῥόμβῳ [ἢ οὕτως· ἔστιν ἄρα, ὡς ὁ Ν κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλον, οὕτως ἡ ΔΚ πρὸς τὸ ὕψος τοῦ Ν κώνου. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ Ν κῶνος τῷ κώνῳ, οὗ βάσις μέν ἐστιν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ ΔΚ. ἀντιπεπόνθασιν γὰρ αὐτῶν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. ἀλλ' οὗτος ὁ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΒΚΖΔ στερεῷ ῥόμβῳ. καὶ ὁ Ν ἄρα κῶνος, τουτέστιν ἡ σφαῖρα, ἴση ἐστὶ τῷ ΒΖΚΔ στερεῷ ῥόμβῳ]· ὧν ὁ ΒΔΖ κῶνος ἴσος ἐδείχθη τῷ ΒΓΖ τμήματι τῆς σφαίρας. λοιπὸς ἄρα ὁ ΒΚΖ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΒΑΖ τμήματι τῆς σφαίρας.

---

1. *ΔΚ, ΘΑ*] *ΔΘ, ΘΚ* Torellius; *δθκ, θα* ed. Basil. *ΔΘΚ*] *ΔΚ, ΘΑ* Torellius; *δκ* ed. Basil. 3. post *ἐναλλάξ* addunt ed. Basil., Torellius (non Cr.): *ὡς ἡ ΚΘ πρὸς ΘΔ, ἡ ΘΓ πρὸς ΓΔ.* *ΑΕ*] *ΔΕ* F. 4. *ΑΕ*] *ΘΕ* F. 5. *ΚΘ, ΘΔ* Torellius, ut lin. 6. 6. *ΑΕ, ΕΓ* Torellius, ut lin. 9. 21. *βασ* cum comp. *ης* F. 24. *ΒΚΖΔ* Torellius. post

cius]. itaque $\Delta K \times \Theta A = \Delta\Theta \times \Theta K$. rursus quoniam $K\Theta : \Theta\Gamma = \Theta\Delta : \Gamma\Delta$, etiam uicissim

$$[K\Theta : \Theta\Delta = \Theta\Gamma : \Gamma\Delta].$$

sed demonstratum est $\Theta\Gamma : \Gamma\Delta = AE : E\Gamma$. itaque $K\Theta : \Theta\Delta = AE : E\Gamma$. quare etiam $K\Delta^2 : K\Theta \times \Theta\Delta = A\Gamma^2 : AE \times E\Gamma$ [u. Eutocius].[1]) sed demonstratum est $K\Theta \times \Theta\Delta = K\Delta \times A\Theta$. itaque $K\Delta^2 : K\Delta \times A\Theta$, hoc est

$$K\Delta : A\Theta = A\Gamma^2 : AE \times E\Gamma,$$

hoc est $= A\Gamma^2 : EB^2$.[2]) et $A\Gamma$ aequalis est radio circuli N.[3]) quare ut radius circuli N quadratus ad BE^2, hoc est ut circulus N ad circulum circum diametrum BZ descriptum [Eucl. XII, 2], ita $K\Delta$ ad $A\Theta$, hoc est $K\Delta$ ad altitudinem coni N. conus igitur N, hoc est sphaera, aequalis est rhombo solido $B\Delta ZK$.[4]) quorum[5]) conus $B\Delta Z$ aequalis est segmento sphaerae $B\Gamma Z$ [u. p. 198, 20 sqq.]. itaque qui relinquitur, conus BKZ aequalis est segmento sphaerae BAZ.

---

1) Ex eius adnotatione comperimus, Archimedem scripsisse: οὕτως ἡ AE lin. 4; ὑπὸ τῶν $K\Theta\Delta$, οὕτως lin. 5.

2) Nam $AE : EB = EB : E\Gamma$ (Zeitschr. f. Math., hist. litt. Abth. p. 181 nr. 16); tum u. Eucl. VI, 17.

3) Sit enim diametrus circuli N d. erit ex Eucl. XII, 2: $N : AB\Gamma Z = d^2 : A\Gamma^2$; sed $N = 4 AB\Gamma Z$ (I, 33); itaque

$$d^2 = 4 A\Gamma^2,\ d = 2 A\Gamma.$$

4) Nam sint coni, ex quibus constat rhombus, k_1, k_2. ex proportione supra p. 204, 11 sq. demonstrata adparet, conum N aequalem esse cono (k), cuius basis sit circulus circum BZ descriptus, altitudo autem $K\Delta$ (I lemma 4 p. 82); iam

$$k : k_1 : k_2 = K\Delta : KE : E\Delta \text{ (I lemm. 1 p. 80),}$$

et $K\Delta = KE + E\Delta$; tum u. Quaest. Arch. p. 48; cfr. p. 199 not. 1.

5) ὧν lin. 24 h. e. conorum, ex quibus constat rhombus.

ῥόμβῳ addit Torellius: τῷ ἐκ τοῖν κώνοιν συγκειμένῳ τοῖν $B\Delta Z$, BKZ; „ex conis bdf et bkf composito" Cr.

γ'.

Τρίτον ἦν πρόβλημα τόδε· τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὅπως αἱ τῶν τμημάτων ἐπιφάνειαι πρὸς ἀλλήλας λόγον ἔχωσιν τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.

γεγονέτω, καὶ ἔστω τῆς σφαίρας μέγιστος κύκλος ὁ ΑΔΒΕ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΒ. καὶ ἐκβεβλήσθω πρὸς τὴν ΑΒ ἐπίπεδον ὀρθόν, καὶ ποιείτω τὸ ἐπίπεδον ἐν τῷ ΑΔΒΕ κύκλῳ τομὴν τὴν ΔΕ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΒΔ.

ἐπεὶ οὖν λόγος ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ΔΑΕ τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ΔΒΕ τμήματος δοθείς, ἀλλὰ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΑΕ τμήματος ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΔ, τῇ δὲ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΒΕ τμήματος ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΔΒ, ὡς δὲ οἱ εἰρημένοι κύκλοι πρὸς ἀλλήλους, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΒ, τουτέστιν ἡ ΑΓ πρὸς ΓΒ, λόγος ἄρα τῆς ΑΓ πρὸς ΓΒ δοθείς. ὥστε δοθέν ἐστι τὸ Γ σημεῖον. καί ἐστι τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΔΕ. θέσει ἄρα καὶ τὸ διὰ τῆς ΔΕ ἐπίπεδον.

συντεθήσεται δὲ οὕτως· ἔστω σφαῖρα, ἧς μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΔΕ, καὶ διάμετρος ἡ ΑΒ. ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ τῆς Ζ πρὸς Η. καὶ τετμήσθω ἡ ΑΒ κατὰ τὸ

---

1. *δ'* Torellius. 3. *τεμεῖν*] *τιμ* cum comp. *ιν* uel *ην* F. 5. *φαιρας* F. 12. *δοθείς* om. F; corr. Torellius. 14. *ΑΔ, τῇ δὲ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΒΕ τμήματος ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ* lin. 15 om. F; suppleuit ed. Basil. 19. *σημεῖον*] syllab. *μειον* in rasura F. 22. *ΑΔΒΕ* Torellius.

III.

Tertium problema hoc erat: datam sphaeram plano secare, ita ut superficies segmentorum inter se rationem datam habeant.[1])

fiat, et sit $A\Delta BE$ circulus maximus sphaerae, et diametrus eius AB. et ponatur planum ad AB lineam perpendiculare[2]), et faciat planum illud in circulo $A\Delta BE$ sectionem ΔE lineam, et ducantur $A\Delta$, $B\Delta$ lineae.

iam quoniam data est ratio, quam habet superficies segmenti ΔAE ad superficiem segmenti ΔBE, et superficiei segmenti ΔAE aequalis est circulus, cuius radius aequalis est lineae $A\Delta$ [I, 43], superficiei autem segmenti ΔBE aequalis est circulus, cuius radius aequalis est lineae ΔB [I, 42], et quam rationem circuli, quos commemorauimus, inter se habent, eam habet $A\Delta^2$ ad ΔB^2 [Eucl. XII, 2], hoc est $A\Gamma$ ad ΓB [u. Eutocius], data igitur est ratio $A\Gamma : \Gamma B$.[3]) quare datum est Γ punctum [u. Eutocius]. et ΔE ad AB perpendicularis est. itaque etiam planum per ΔE positum positione datum est.

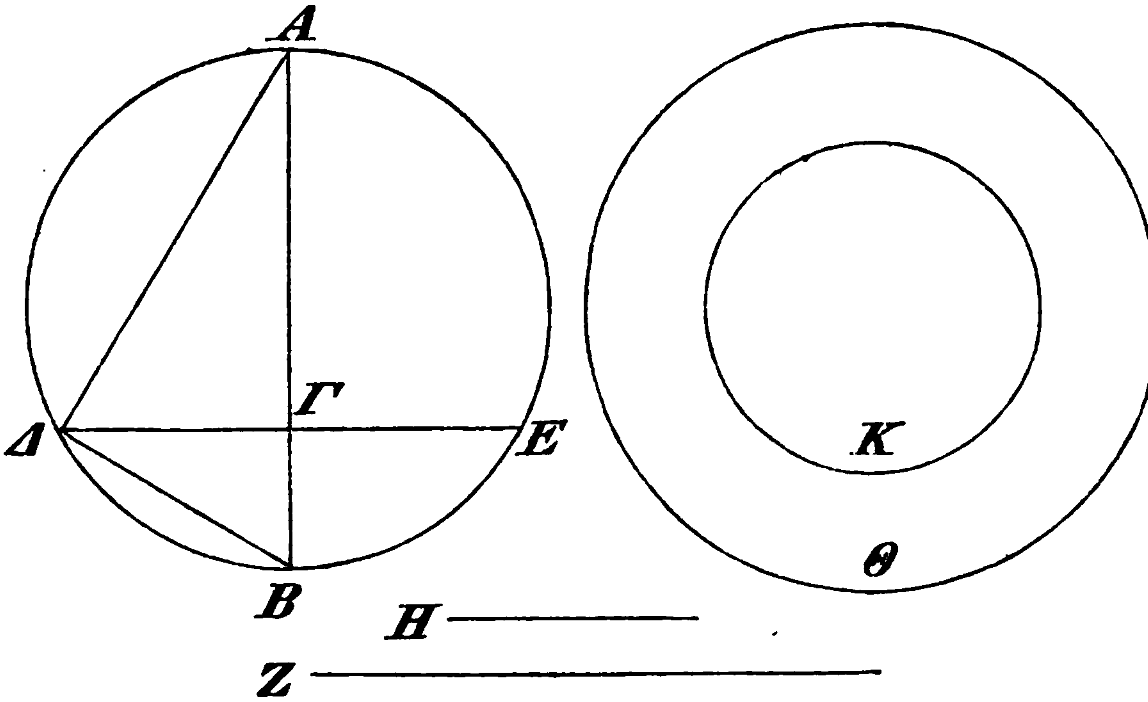
componetur autem hoc modo. sit sphaera, cuius circulus maximus sit $AB\Delta E$, et diametrus AB. et data ratio sit $Z : H$. et secetur AB in Γ puncto ita, ut

1) Genuina forma exstat *περὶ ἑλίκων* praef.: *τὰν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὥστε τὰ τμάματα τᾶς ἐπιφανείας τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν ποτ' ἄλλαλα.* de *ὅπως* lin. 3 cfr. Quaest. Arch. p. 70.

2) Solitum uerborum ordinem, quem restitui uoluit Nizze: *ἐπίπεδον ὀρθὸν πρὸς τὴν AB* (lin. 7) recipere non audeo propter similem locum II, 5.

3) Lin. 18 scripserat Archimedes: δοθεὶς δὴ λόγος τῆς ΑΓ *πρὸς ΓB.* *hoc enim* praebet Eutocius, nisi quod pro δή legi-

Γ, ὥστε εἶναι, ὡς τὴν ΑΓ πρὸς ΒΓ, οὕτως τὴν Ζ πρὸς Η. καὶ διὰ τοῦ Γ ἐπιπέδῳ τετμήσθω ἡ σφαῖρα πρὸς ὀρθὰς τῇ ΑΒ εὐθείᾳ, καὶ ἔστω κοινὴ τομὴ η



ΔΕ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΔΒ. καὶ ἐκκείσθωσαν δύο κύκλοι οἱ Θ, Κ, ὁ μὲν Θ ἴσην ἔχων τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῇ ΑΔ, ὁ δὲ Κ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου ἴσην ἔχων τῇ ΔΒ. ἔστιν ἄρα ὁ μὲν Θ κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΑΕ τμήματος, ὁ δὲ Κ τοῦ ΔΒΕ τμήματος. τοῦτο γὰρ προδέδεικται ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ. καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΔΒ, καὶ κάθετος ἡ ΓΔ, ἔστιν, ὡς ἡ ΑΓ πρὸς ΓΒ, τουτέστιν ἡ Ζ πρὸς Η, τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΒ, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Θ κύκλου πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Κ κύκλου, τουτέστιν ὁ Θ κύκλος πρὸς τὸν Κ κύκλον, τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΔΑΕ τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ΔΒΕ τμήματος τῆς σφαίρας.

---

10. *ὀρθή]* Hauber; *δοθεῖσα* F, uulgo.

sit $A\Gamma : B\Gamma = Z : H$ [Eucl. VI, 10]. et per Γ punctum sphaera secetur plano ad AB lineam perpendiculari, et communis[1]) sectio sit ΔE, et ducantur $A\Delta$, ΔB. et ponantur duo circuli Θ, K, ita ut Θ radium lineae $A\Delta$ aequalem habeat, K autem lineae ΔB. itaque Θ circulus aequalis est superficiei segmenti ΔAE [I, 43], K autem superficiei segmenti ΔBE [I, 42]. hoc enim in primo libro demonstratum est. et quoniam angulus $A\Delta B$ rectus est [Eucl. III, 31], et $\Gamma\Delta$ perpendicularis, erit $A\Gamma : \Gamma B$, hoc est $Z : H = A\Delta^2 : \Delta B^2$ [u. p. 206, 17], hoc est radius circuli Θ quadratus ad radium circuli K quadratum, hoc est $\Theta : K$ [Eucl. XII, 2], hoc est superficies segmenti ΔAE ad superficiem segmenti sphaerae ΔBE.

tur $\delta\acute{\varepsilon}$, sed sine dubio errore librarii. fieri tamen potest, ut demonstrationis forma a transscriptore mutata sit.

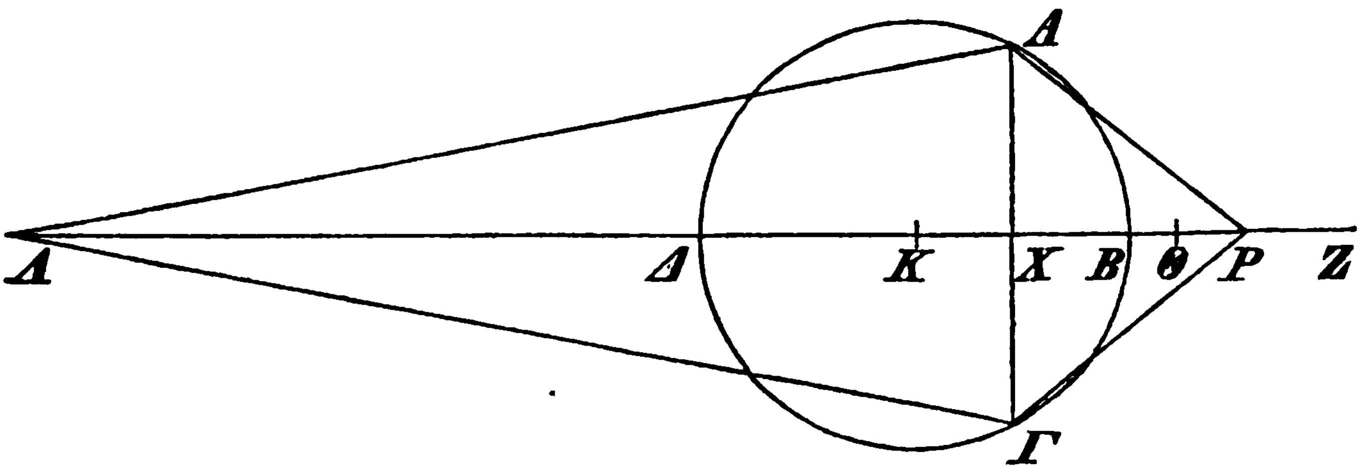
1) Communis sectio sc. plani ad AB perpendicularis et circuli maximi $A\Delta BE$.

δ′.

Τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν τεμεῖν, ὥστε τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.

ἔστω ἡ δοθεῖσα σφαῖρα ἡ ΑΒΓΔ. δεῖ δὴ αὐτὴν τεμεῖν ἐπιπέδῳ, ὥστε τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν τὸν δοθέντα.

τετμήσθω διὰ τῆς ΑΓ ἐπιπέδῳ. λόγος ἄρα τοῦ ΑΔΓ τμήματος τῆς σφαίρας πρὸς τὸ ΑΒΓ τμῆμα τῆς σφαίρας δοθείς. τετμήσθω δὲ ἡ σφαῖρα διὰ τοῦ κέντου, καὶ ἔστω ἡ τομὴ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, κέντρον δὲ τὸ Κ, καὶ διάμετρος ἡ ΔΒ. καὶ πεποιήσθω, ὡς μὲν συναμφότερος ἡ ΚΔΧ πρὸς ΔΧ, οὕτως ἡ ΡΧ πρὸς ΧΒ, ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΚΒΧ πρὸς ΒΧ, οὕτως ἡ ΛΧ πρὸς ΧΔ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΛ, ΛΓ, ΑΡ, ΡΓ. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ μὲν ΑΛΓ κῶνος τῷ ΑΔΓ τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ ΑΡΓ τῷ ΑΒΓ. λόγος ἄρα καὶ τοῦ ΑΛΓ κώνου πρὸς τὸν ΑΡΓ κῶνον δοθείς.



ὡς δὲ ὁ κῶνος πρὸς τὸν κῶνον, οὕτως ἡ ΛΧ πρὸς ΧΡ [ἐπείπερ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχουσιν τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ κύκλον]. λόγος ἄρα καὶ τῆς ΛΧ πρὸς ΧΡ δοθείς. καὶ διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον διὰ τῆς

1. ε′ Torellius. 2. τεμ cum comp. ιν uel ην F. 13.

IV.[1])

Datam sphaeram ita secare, ut segmenta sphaerae inter se datam rationem habeant.[2])

data sphaera sit $AB\Gamma\Delta$. oportet igitur eam plano ita secare, ut segmenta sphaerae inter se datam rationem habeant.

secetur plano per $A\Gamma$ posito. ratio igitur segmenti $A\Delta\Gamma$ ad segmentum sphaerae $AB\Gamma$ data est. secetur autem sphaera per centrum [plano ad planum per $A\Gamma$ positum perpendiculari][3]), et sectio sit circulus maximus $AB\Gamma\Delta$, centrum autem K, et diametrus ΔB. et fiat[4]) $K\Delta + \Delta X : \Delta X = PX : XB$ et

$$KB + BX : BX = \Lambda X : X\Delta,$$

et ducantur lineae $A\Lambda$, $\Lambda\Gamma$, AP, $P\Gamma$. itaque conus $A\Lambda\Gamma$ aequalis est segmento sphaerae $A\Delta\Gamma$, et $AP\Gamma$ conus segmento $AB\Gamma$ [prop. 2]. quare data est ratio $A\Lambda\Gamma : AP\Gamma$. sed $A\Lambda\Gamma : AP\Gamma = \Lambda X : XP$.[5]) quare etiam ratio $\Lambda X : XP$ data est. et eodem modo, quo supra [u. Eutocius], per constructionem erit

1) Transscriptor nescio qua de causa propositiones III et IV permutauit; u. Neue Jahrb. Suppl. XI p. 392; cfr. Eutocius ad prop. IV et περὶ ἑλίκ. praef.

2) Genuinam huius propositionis formam habemus περὶ ἑλίκ. praef.: τὰν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὥστε τὰ τμάματα αὐτᾶς ποτ' ἄλλαλα τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν.

3) Haec uerba Archimedes ipse uix omiserat.

4) Archimedeum est γεγονέτω; Quaest. Arch. p. 70.

5) Sequitur ex I lemm. 1 p. 80, cum basis eadem sit.

$K\Delta$, ΔX Torellius. 14. KB, BX idem. 22. XP] hic uerba ἐπείπερ lin. 20 — πρὸς XP lin. 21 repetuntur in F. τὰ αὐτὰ τοῖς] ταυτοις F; ταῦτα τοῖς C* ed. Basil.; corr. B*.

κατασκευῆς, ὡς ἡ $ΛΔ$ πρὸς $ΚΔ$, ἡ $ΚΒ$ πρὸς $ΒΡ$, καὶ ἡ $ΔΧ$ πρὸς $ΧΒ$. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ $ΡΒ$ πρὸς $ΒΚ$, ἡ $ΚΔ$ πρὸς $ΛΔ$, συνθέντι, ὡς ἡ $ΡΚ$ πρὸς $ΚΒ$, τουτέστι πρὸς $ΚΔ$, οὕτως ἡ $ΚΛ$ πρὸς $ΛΔ$. καὶ ὅλη ἄρα ἡ $ΡΛ$ πρὸς ὅλην τὴν $ΚΛ$ ἐστιν, ὡς ἡ $ΚΛ$ πρὸς $ΛΔ$. ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν $ΡΛΔ$ τῷ ἀπὸ $ΛΚ$. ὡς ἄρα ἡ $ΡΛ$ πρὸς $ΛΔ$, τὸ ἀπὸ $ΚΛ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΛΔ$. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ $ΛΔ$ πρὸς $ΔΚ$, οὕτως ἡ $ΔΧ$ πρὸς $ΧΒ$, ἔσται ἀνάπαλιν καὶ συνθέντι, ὡς $ΚΛ$ πρὸς $ΛΔ$, οὕτως ἡ $ΒΔ$ πρὸς $ΔΧ$ [καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ $ΚΛ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΛΔ$, οὕτως τὸ ἀπὸ $ΒΔ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΔΧ$] [πάλιν ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ $ΛΧ$ πρὸς $ΔΧ$, συναμφότερος ἡ $ΚΒ$, $ΒΧ$ πρὸς $ΒΧ$, διελόντι, ὡς ἡ $ΛΔ$ πρὸς $ΔΧ$, οὕτως ἡ $ΚΒ$ πρὸς $ΒΧ$]. καὶ κείσθω τῇ $ΚΒ$ ἴση ἡ $ΒΖ$. ὅτι γὰρ ἐκτὸς τοῦ $Ρ$ πεσεῖται, δῆλον [καὶ ἔσται ὡς ἡ $ΛΔ$ πρὸς $ΔΧ$, οὕτως ἡ $ΖΒ$ πρὸς $ΒΧ$. ὥστε καὶ ὡς ἡ $ΔΛ$ πρὸς $ΛΧ$, ἡ $ΒΖ$ πρὸς $ΖΧ$]. ἐπεὶ δὲ λόγος ἐστὶ τῆς $ΔΛ$ πρὸς $ΛΧ$ δοθείς, καὶ τῆς $ΡΛ$ ἄρα πρὸς $ΛΧ$ λόγος ἐστὶ δοθείς. ἐπεὶ οὖν ὁ τῆς $ΡΛ$ πρὸς $ΛΧ$ λόγος συνῆπται ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἡ $ΡΛ$ πρὸς $ΛΔ$, καὶ ἡ $ΔΛ$ πρὸς $ΛΧ$, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ $ΡΛ$ πρὸς $ΛΔ$, τὸ ἀπὸ $ΔΒ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΔΧ$, ὡς δὲ ἡ $ΔΛ$ πρὸς $ΛΧ$, οὕτως ἡ $ΒΖ$ πρὸς $ΖΧ$, ὁ ἄρα τῆς $ΡΛ$ πρὸς $ΛΧ$ λόγος συνῆπται ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ $ΒΔ$ πρὸς τὸ ἀπὸ

---

6. $ΡΛ$, $ΛΔ$ Torellius. ἴσον ἄρα — ἀπὸ $ΛΚ$ delet Hauber. 8. $ΔΧ$] $ΒΧ$ F. 17. $ΔΛ$] $ΡΧ$ Hauber. 18. ἄρα om. Torellius. Post $ΛΧ$ idem addit: καὶ τῆς $ΡΛ$ ἄρα πρὸς $ΛΔ$. 23. $ΖΧ$] $ΒΧ$ FBC*.

$$\Lambda\Delta : K\Delta = KB : BP = \Delta X : XB.$$

et quoniam est $PB : BK = K\Delta : \Lambda\Delta$ [ἀνάπαλιν Eucl. V, 7 πόρισμα], erit componendo [Eucl. V, 18] $PK : KB$, hoc est $PK : K\Delta = K\Lambda : \Lambda\Delta$. quare etiam

$$P\Lambda : K\Lambda = K\Lambda : \Lambda\Delta \text{ [Eucl. V, 12; Eutocius].}$$

itaque $P\Lambda \times \Lambda\Delta = K\Lambda^2$ [Eucl. VI, 17].[1] erit etiam $P\Lambda : \Lambda\Delta = K\Lambda^2 : \Lambda\Delta^2$ [u. Eutocius]. et quoniam $\Lambda\Delta : \Delta K = \Delta X : XB$, erit e contrario [Eucl. V, 7 πόρ.] et componendo [Eucl. V, 18]

$$K\Lambda : \Lambda\Delta = B\Delta : \Delta X.$$[2]

et ponatur $BZ = KB$; nam extra P punctum eam egressuram esse, adparet [u. Eutocius]. sed quoniam ratio $\Delta\Lambda : \Lambda X$ data est [u. Eutocius], erit igitur etiam ratio $P\Lambda : \Lambda X$ data.[3] iam quoniam ratio $P\Lambda : \Lambda X$ composita est ex rationibus $P\Lambda : \Lambda\Delta$ et $\Delta\Lambda : \Lambda X$, sed $P\Lambda : \Lambda\Delta = \Delta B^2 : \Delta X^2$ [u. Eutocius][4], et

$$\Delta\Lambda : \Lambda X = BZ : ZX \text{ [u. not. 2],}$$

itaque ratio $P\Lambda : \Lambda X$ composita est ex rationibus

1) Hoc addit propter synthesin (p. 216, 15). nec hinc pendet sequens ἄρα lin. 7, sed refertur ad proportionem

$$P\Lambda : K\Lambda = K\Lambda : \Lambda\Delta,$$

ut ex Eutocio quoque adparet.

2) Sequentia uerba καὶ ὡς lin. 10 — ἀπὸ ΔX lin. 11 subditiua sunt, ut cognoscimus ex Eutocii adnotatione: ὡς δὲ τὸ ἀπὸ $K\Lambda$ πρὸς τὸ ἀπὸ $\Lambda\Delta$, οὕτως τὸ ἀπὸ $B\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔX· ἐδείχθη γάρ, ὡς ἡ $K\Lambda$ πρὸς $\Lambda\Delta$, ἡ $B\Delta$ πρὸς ΔX. sed etiam proxima uerba πάλιν lin. 12 — πρὸς BX lin. 14 et καὶ ἔσται lin. 15 — πρὸς ZX lin. 17 delenda sunt. nam ut adpareat, rationem $\Delta\Lambda : \Lambda X$ datam esse, Eutocius prius demonstrat $BZ : ZX = \Lambda\Delta : \Lambda X$, quod non fecisset, si iam apud Archimedem ipsum demonstrationem inuenisset.

3) Genuinam huius loci formam praebet Eutocius: ἐπεὶ δὲ λόγος ἐστὶ τῆς $\Delta\Lambda$ πρὸς ΛX δοθείς, καὶ τῆς $P\Lambda$ πρὸς ΛX, καὶ τῆς $P\Lambda$ ἄρα πρὸς $\Lambda\Delta$ λόγος ἐστὶ δοθείς.

4) Archimedes scripserat lin. 21: ἀλλ' ὡς μὲν ἡ $P\Lambda$ πρὸς $\Lambda\Delta$, ἐδείχθη τὸ ἀπὸ $B\Delta$. praeterea p. 214 lin. 1: γεγονέτω.

ΔΧ, καὶ ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ. πεποιήσθω δὲ ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΛΧ, ἡ ΒΖ πρὸς ΖΘ. λόγος δὲ τῆς ΡΛ πρὸς ΛΧ δοθείς. λόγος ἄρα καὶ τῆς ΖΒ πρὸς ΖΘ δοθείς. δοθεῖσα δὲ ἡ ΒΖ· ἴση γάρ ἐστι τῇ ἐκ τοῦ κέντρου· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΖΘ. καὶ ὁ τῆς ΒΖ ἄρα λόγος πρὸς ΖΘ συνῆπται ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, καὶ ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ. ἀλλ' ὁ ΒΖ πρὸς ΖΘ λόγος συνῆπται ἔκ τε τοῦ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΧ καὶ τοῦ τῆς ΖΧ πρὸς ΖΘ [κοινὸς ἀφῃρήσθω ὁ τῆς ΒΖ πρὸς ΖΧ]. λοιπὸν ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ ΒΔ, τουτέστι δοθὲν πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, οὕτως ἡ ΧΖ πρὸς ΖΘ, τουτέστι πρὸς δοθέν. καί ἐστιν δοθεῖσα ἡ ΖΔ εὐθεῖα. εὐθεῖαν ἄρα δοθεῖσαν τὴν ΔΖ τεμεῖν δεῖ κατὰ τὸ Χ καὶ ποιεῖν, ὡς τὴν ΧΖ πρὸς δοθεῖσαν [τὴν ΖΘ], οὕτως τὸ δοθὲν [τὸ ἀπὸ ΒΔ] πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ. τοῦτο οὕτως ἁπλῶς μὲν λεγόμενον ἔχει διορισμόν, προστιθεμένων δὲ τῶν προβλημάτων τῶν ἐνθάδε ὑπαρχόντων [τουτέστι τοῦ τε διπλασίαν εἶναι τὴν ΔΒ τῆς ΒΖ καὶ τοῦ μείζονα τῆς ΖΘ τὴν ΖΒ, ὡς κατὰ τὴν ἀνάλυσιν] οὐκ ἔχει διορισμόν. καὶ ἔσται τὸ πρόβλημα τοιοῦτον· δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν ΒΔ, ΒΖ, καὶ διπλασίας οὔσης τῆς ΒΔ τῆς ΒΖ, καὶ σημείου ἐπὶ τῆς ΒΖ τοῦ Θ, τεμεῖν τὴν ΔΒ κατὰ τὸ Χ καὶ ποιεῖν, ὡς τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, τὴν ΧΖ πρὸς ΖΘ. ἑκάτερα δὲ ταῦτα ἐπὶ τέλει ἀναλυθήσεταί τε καὶ συντεθήσεται.

συντεθήσεται δὲ τὸ πρόβλημα οὕτως· ἔστω ὁ δοθεὶς λόγος ὁ τῆς Π πρὸς Σ, μείζονος πρὸς ἐλάσσονα.

---

2. *δέ*] *δή* Torellius. 8. *συνῆπται*] *συνηπτε* F; fortasse *συνῆπται καί*. 13. *εὐθείαν ἄρα*] scripsi; *παρα* per comp. F, *uulgo; καὶ δή uel ἄρα* Torellius. 19. τῆς] (alt.) scripsi; *την F, uulgo.* *τήν*] *της* F per comp., uulgo; τὴν ΒΖ τῆς ΖΘ

$B\Delta^2 : \Delta X^2$ et $BZ : ZX$. fiat[1]) autem

$$P\Delta : \Delta X = BZ : Z\Theta.$$

ratio autem $P\Delta : \Delta X$ data est; itaque etiam ratio $ZB : Z\Theta$ data. sed etiam BZ data est; radio enim aequalis est. quare etiam $Z\Theta$ data. itaque etiam ratio $BZ : Z\Theta$ composita est ex rationibus $B\Delta^2 : \Delta X^2$ et $BZ : ZX$. sed eadem ratio etiam ex rationibus $BZ : ZX$ et $ZX : Z\Theta$ composita est.[2]) itaque quod relinquitur $B\Delta^2$, hoc est spatium datum, ad ΔX^2 eam rationem habet, quam XZ ad $Z\Theta$, hoc est ad datam lineam [u. Eutocius]. et data est linea $Z\Delta$. datam igitur lineam ΔZ secare oportet in puncto X, ita ut sit, sicut XZ ad lineam datam, ita datum spatium ad ΔX^2. hoc si ita indefinite proponitur, determinationem habet, sed adiunctis condicionibus, quae hoc loco exstant, determinationem non habet. et erit problema huiusmodi: datis duabus lineis $B\Delta$ et BZ, quarum $B\Delta$ duplo maior est linea BZ, et puncto Θ in linea BZ lineam ΔB in puncto X ita secare, ut fiat

$$B\Delta^2 : \Delta X^2 = XZ : Z\Theta.$$

quorum utrumque in fine et resoluetur et componetur.[3])

componetur autem problema hoc modo: data ratio sit lineae Π ad Σ, maioris ad minorem, et sphaera

1) Cfr. p. 213 not. 4.

2) Ex Eutocio concludi posse uidetur, uerba *κοινός* lin. 9 — *πρὸς* ZX lin. 10 subditiua esse.

3) Quod hic pollicetur supplementum, iam Dioclis et Dionysodori temporibus interciderat, sed Eutocius putat, se ipsam Archimedis resolutionem repperisse, neque iniuria (Quaest. Arch. p. 21). aliam totius problematis resolutionem dedit Hugenius: opera mechanica cet. (Lugd. Batau. 1751. 4) II p. 388—91.

Torellius. 23. ΔB] AB F. 27. δὲ] scripsi; δη F, uulgo. 28. *μείζονος*] scripsi; *μειζον* F, uulgo.

καὶ δεδόσθω τις σφαῖρα, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρου. καὶ ἔστω τομὴ ὁ *ΑΒΓΔ* κύκλος, καὶ διάμετρος ἔστω ἡ *ΒΔ*, κέντρον δὲ τὸ *Κ*. καὶ τῇ *ΚΒ* ἴση κείσθω ἡ *ΒΖ*, καὶ τετμήσθω ἡ *ΒΖ* κατὰ τὸ *Θ*, ὥστε εἶναι ὡς τὴν *ΘΖ* πρὸς *ΘΒ*, τὴν *Π* πρὸς *Σ*. καὶ ἔτι τετμήσθω ἡ *ΒΔ* κατὰ τὸ *Χ*, ὥστε εἶναι ὡς τὴν *ΧΖ* πρὸς *ΘΖ*, τὸ ἀπὸ *ΒΔ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΔΧ*, καὶ διὰ τοῦ *Χ* ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω ὀρθὸν πρὸς τὴν *ΒΔ*. λέγω, ὅτι τὸ ἐπίπεδον τοῦτο τεμεῖ τὴν σφαῖραν, ὥστε εἶναι, ὡς τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ ἔλασσον, τὴν *Π* πρὸς *Σ*. πεποιήσθω γὰρ ὡς μὲν συναμφότερος ἡ *ΚΒΧ* πρὸς *ΒΧ*, οὕτως ἡ *ΛΧ* πρὸς *ΔΧ*, ὡς δὲ συναμφότερος ἡ *ΚΔΧ* πρὸς *ΧΔ*, ἡ *ΡΧ* πρὸς *ΧΒ*, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ *ΑΛ*, *ΛΓ*, *ΑΡ*, *ΡΓ*. ἔσται δὴ διὰ τὴν κατασκευήν, ὡς ἐδείξαμεν ἐν τῇ ἀναλύσει, ἴσον τὸ ὑπὸ *ΡΛΔ* τῷ ἀπὸ *ΛΚ*· καὶ ὡς ἡ *ΚΛ* πρὸς *ΛΔ*, ἡ *ΒΔ* πρὸς *ΔΧ*. ὥστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ *ΚΛ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΛΔ*, τὸ ἀπὸ *ΒΔ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΔΧ*. καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν *ΡΛΔ* τῷ ἀπὸ *ΛΚ* ἐστιν ἴσον [ἔστιν, ὡς ἡ *ΡΛ* πρὸς *ΛΔ*, τὸ ἀπὸ *ΛΚ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΛΔ*], ἔσται ἄρα καὶ ὡς ἡ *ΡΛ* πρὸς *ΛΔ*, τὸ ἀπὸ *ΒΔ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΔΧ*, τουτέστιν ἡ *ΧΖ* πρὸς *ΖΘ*. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς συναμφότερος ἡ *ΚΒΧ* πρὸς *ΒΧ*, οὕτως ἡ *ΛΧ* πρὸς *ΧΔ*, ἴση δέ ἐστιν ἡ *ΚΒ* τῇ *ΒΖ*, ἔσται ἄρα καὶ ὡς ἡ *ΖΧ* πρὸς *ΧΒ*, οὕτως ἡ *ΛΧ* πρὸς *ΧΔ*. ἀναστρέψαντι, ὡς ἡ *ΧΖ* πρὸς *ΖΒ*, οὕτως ἡ *ΧΛ* πρὸς *ΛΔ*. ὥστε καὶ ὡς ἡ *ΛΔ* πρὸς

8. *τὴν*] scripsi; *το* F, uulgo. 11. *ΚΒ*, *ΒΧ* Torellius, ut lin. 23. 13. *ΚΔ*, *ΔΧ* idem. 15. *τό*] *τω* F. 16. *ΡΛ*, *ΛΔ* Torellius, ut lin. 19. 17. Post *ΚΛ* repetit F: *προς ΛΔ η ΒΔ προς ΔΧ ωστε και ως το απο ΚΛ προς ΛΔ η ΒΔ προς ΔΧ ωστε και ως το απο ΚΛ*; similia BC*. 22. *ὡς*] *σ* supra *scriptum manu 1* F. 25. *ΛΧ*] *ΔΧ* F; corr. Torellius.

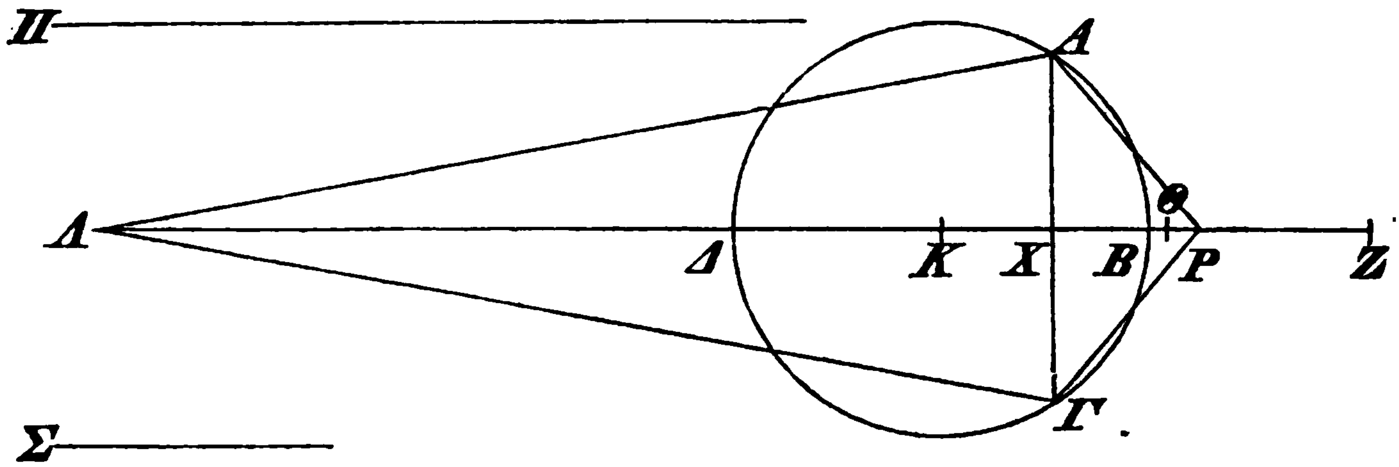
data sit, et secetur plano per centrum posito, et sectio sit circulus $AB\Gamma\Delta$, cuius diametrus sit $B\Delta$, centrum autem K. et ponatur BZ lineae KB aequalis, et secetur BZ in puncto Θ ita, ut sit $\Theta Z : \Theta B = \Pi : \Sigma$. porro secetur linea $B\Delta$ in puncto X ita, ut sit

$$XZ : \Theta Z = B\Delta^2 : \Delta X^2,$$

et per X ducatur planum ad $B\Delta$ perpendiculare. dico, hoc planum sphaeram ita secaturum esse, ut maius segmentum ad minus eam rationem habeat, quam $\Pi : \Sigma$. fiat[1]) enim $KB + BX : BX = \Lambda X : \Delta X$ et

$$K\Delta + \Delta X : X\Delta = PX : XB,$$

et ducantur lineae $A\Lambda$, $\Lambda\Gamma$, AP, $P\Gamma$. erit igitur



propter constructionem, ut in analysi demonstrauimus [p. 212, 6], $P\Lambda \times \Lambda\Delta = \Lambda K^2$, et

$$K\Lambda : \Lambda\Delta = B\Delta : \Delta X \text{ [p. 212, 9—10].}$$

quare etiam $K\Lambda^2 : \Lambda\Delta^2 = B\Delta^2 : \Delta X^2$; et quoniam

$$P\Lambda \times \Lambda\Delta = \Lambda K^2,$$

erit igitur etiam [$P\Lambda \times \Lambda\Delta : \Lambda\Delta^2$, hoc est]

$$P\Lambda : \Lambda\Delta = B\Delta^2 : \Delta X^2 = XZ : \Theta Z \text{ [ex hypothesi].}$$

et quoniam est $KB + BX : BX = \Lambda X : X\Delta$, et $KB = BZ$, erit igitur etiam $ZX : XB = \Lambda X : X\Delta$. et conuertendo [Eucl. V, 19 πόρισμα] $ZX : ZB = \Lambda X : \Lambda\Delta$.

1) *Archimedes pro* πεποιήσθω scripserat γεγονέτω lin. 11, *et hoc habet Eutocius.*

ΛΧ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΛΔ, οὕτως ἡ ΧΖ πρὸς ΖΘ, ὡς δὲ ἡ ΔΛ πρὸς ΛΧ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΖΧ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῇ τεταραγμένῃ ἀναλογίᾳ, ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΛΧ, οὕτως ἡ ΒΖ πρὸς ΖΘ. καὶ ὡς ἄρα ἡ ΛΧ πρὸς ΧΡ, οὕτως ἡ ΖΘ πρὸς ΘΒ. ὡς δὲ ἡ ΖΘ πρὸς ΘΒ, οὕτως ἡ Π πρὸς Σ. καὶ ὡς ἄρα ἡ ΛΧ πρὸς ΧΡ, τουτέστιν ὁ ΑΓΛ κῶνος πρὸς τὸν ΑΡΓ κῶνον, τουτέστι τὸ ΑΔΓ τμῆμα τῆς σφαίρας πρὸς τὸ ΑΒΓ τμῆμα τῆς σφαίρας, οὕτως ἡ Π πρὸς Σ.

ε΄.

Τῷ δοθέντι τμήματι σφαίρας ὅμοιον καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

ἔστω τὰ δύο δοθέντα τμήματα σφαίρας τὰ ΑΒΓ, ΕΖΗ. καὶ ἔστω τοῦ μὲν ΑΒΓ τμήματος βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Γ σημεῖον, τοῦ δὲ ΕΖΗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΕΖ, κορυφὴ δὲ τὸ Η σημεῖον. δεῖ δὴ εὑρεῖν τμῆμα σφαίρας, ὃ ἔσται τῷ μὲν ΑΒΓ τμήματι ἴσον, τῷ δὲ ΕΖΗ ὅμοιον.

εὑρήσθω, καὶ ἔστω τὸ ΘΚΛ, καὶ ἔστω αὐτοῦ βάσις μὲν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΘΚ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Λ σημεῖον. ἔστωσαν δὴ καὶ κύκλοι ἐν ταῖς σφαίραις οἱ ΑΝΒΓ, ΘΞΚΛ, ΕΟΖΗ, διάμετροι δὲ αὐτῶν πρὸς ὀρθὰς ταῖς βάσεσιν τῶν τμημάτων αἱ ΓΝ, ΛΞ, ΗΟ. καὶ ἔστω κέντρα τὰ Π, Ρ, Σ. καὶ πεποιήσθω,

---

8. κῶνον] κωνον προς (comp.) F. ΑΔΓ] ΑΛΓ F; corr. Torellius. 11. ς΄ Torellius. 12. ἄλλῳ] αλλο F; corr. AB. 26. ΗΟ] ΗΘ F; corr. Torellius.

quare etiam $\varLambda\varDelta : \varLambda X = BZ : ZX$ [Eucl. V, 7 πόρ.]. et quoniam est

$$P\varLambda : \varLambda\varDelta = XZ : Z\Theta, \text{ et } \varLambda\varDelta : \varLambda X = BZ : ZX,$$

erit ex aequali in perturbata ratione [Eucl. V, 21; Eutocius] $P\varLambda : \varLambda X = BZ : Z\Theta$, et $\varLambda X : XP = Z\Theta : \Theta B$.[1]) sed $Z\Theta : \Theta B = \Pi : \Sigma$ [ex hypothesi]. quare etiam $\varLambda X : XP$, hoc est conus $\varLambda\Gamma\varLambda$ ad conum $\varLambda P\Gamma$ [p. 211 not. 5], hoc est segmentum sphaerae $\varLambda\varDelta\Gamma$ ad segmentum sphaerae $\varLambda B\Gamma$ [prop. 2] $= \Pi : \Sigma$.

V.

Segmentum sphaerae construere dato segmento sphaerae simile et alii dato idem aequale.[2])

duo segmenta sphaerae data sint $\varLambda B\Gamma$, EZH. et segmenti $\varLambda B\Gamma$ basis sit circulus circum diametrum $\varLambda B$ descriptus, uertex autem Γ punctum, segmenti autem EZH basis circulus circum diametrum EZ descriptus, uertex autem punctum H. oportet igitur segmentum sphaerae reperiri segmento $\varLambda B\Gamma$ aequale et idem segmento EZH simile.

reperiatur, et sit $\Theta K\varLambda$, et basis eius sit circulus circum diametrum ΘK descriptus, uertex autem punctum $\varLambda$. praeterea sint circuli [maximi][3]) sphaerarum $\varLambda NB\Gamma$, $\Theta\Xi K\varLambda$, $EOZH$, et diametri eorum ad bases segmentorum perpendiculares ΓN, $\varLambda\Xi$, HO, et centra

---

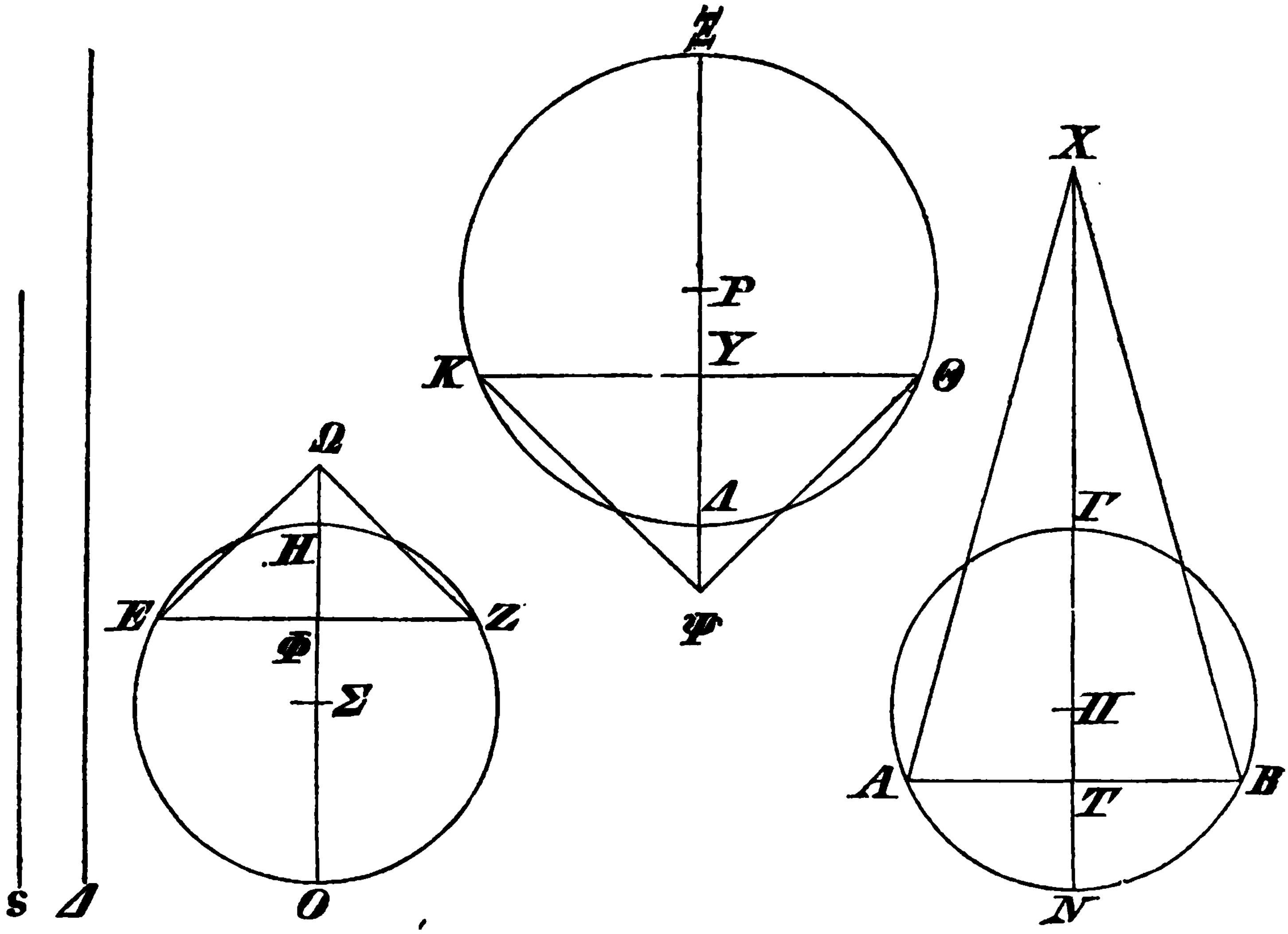
1) Nam conuertendo $P\varLambda : XP = BZ : B\Theta$, et uicissim $P\varLambda : BZ = XP : B\Theta = \varLambda X : Z\Theta$; unde uicissim

$$\varLambda X : XP = Z\Theta : B\Theta.$$

2) Hoc problema antea latius proposuerat: τὸ δοθὲν τμᾶμα σφαίρας τῷ δοθέντι τμάματι σφαίρας ὁμοιῶσαι· praef. περὶ ἑλίκων.

3) Archimedes sine dubio scripserat μέγιστοι κύκλοι lin. 23.

ὡς μὲν συναμφότερος ἡ ΠΝ, ΝΥ πρὸς τὴν ΝΥ, οὕτως ἡ ΧΥ πρὸς ΥΓ, ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΡΞ, ΞΥ



πρὸς ΞΥ, οὕτως ὁ ΨΥ πρὸς ΥΛ, ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΣΟ, ΟΦ πρὸς ΟΦ, οὕτως ἡ ΩΦ πρὸς ΦΗ. καὶ νοείσθωσαν κῶνοι, ὧν βάσεις μέν εἰσιν οἱ περὶ διαμέτρους τὰς ΑΒ, ΘΚ, ΕΖ κύκλοι, κορυφαὶ δὲ τὰ Χ, Ψ, Ω σημεῖα. ἔσται δὴ ἴσος ὁ μὲν ΑΒΧ κῶνος τῷ ΑΒΓ τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ ΨΘΚ τῷ ΘΚΛ, ὁ δὲ ΕΩΖ τῷ ΕΗΖ. τοῦτο γὰρ δέδεικται. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τμῆμα τῆς σφαίρας τῷ ΘΚΛ τμήματι, ἴσος ἄρα καὶ ὁ ΑΧΒ κῶνος τῷ ΨΘΚ κώνῳ [τῶν δὲ ἴσων κώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν]. ἔστιν ἄρα, ὡς ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΑΒ πρὸς τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΘΚ,

---

3. *ΥΛ*] *Υ* in rasura F. 4. ΩΦ] ΟΦ F; corr. manus 2.

Π, P, Σ. et fiat[1])

$$\Pi N + NT : NT = XT : T\Gamma$$

et

$$P\Xi + \Xi\Upsilon : \Xi\Upsilon = \Psi\Upsilon : \Upsilon\Delta$$

et

$$\Sigma O + O\Phi : O\Phi = \Omega\Phi : \Phi H.$$

et fingantur coni, quorum bases sint circuli circum AB, ΘK, EZ descripti, uertices autem puncta X, Ψ, Ω. erit igitur conus ABX segmento sphaerae $AB\Gamma$ aequalis, conus $\Psi\Theta K$ segmento $\Theta K\Delta$, conus $E\Omega Z$ segmento EHZ. hoc enim demonstratum est [prop. 2]. et quoniam segmentum sphaerae $AB\Gamma$ segmento $\Theta K\Delta$ aequale est, etiam conus AXB cono $\Psi\Theta K$ aequalis est. itaque circulus circum diametrum AB descriptus ad circulum circum diametrum ΘK descriptum eam

sed omissionem transscriptori imputare malim, quam cum Nizzio μέγιστοι addere; Quaest. Arch. p. 76.

1) πεποιήσθω p. 218 lin. 26 pro genuino γεγονέτω.

5. βασις F; corr. B. 6. διαμετρον F; corr. B. τάς] την F; corr. B*. 7. ἔσται] per comp. F. δή] scripsi; δε F, uulgo. 12. βασ cum comp. ης F.

οὕτως ἡ *ΨΥ* πρὸς *ΧΤ*. ὡς δὲ ὁ κύκλος πρὸς τὸν κύκλον, τὸ ἀπὸ *ΑΒ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΘΚ*. ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ *ΑΒ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΘΚ*, οὕτως ἡ *ΨΥ* πρὸς *ΧΤ*. καὶ ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ *ΕΖΗ* τμῆμα τῷ *ΘΚΛ* τμήματι, ὅμοιος ἄρα ἐστὶ καὶ ὁ *ΕΖΩ* κῶνος τῷ *ΨΘΚ* κώνῳ [τοῦτο γὰρ δειχθήσεται]. ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ *ΩΦ* πρὸς τὴν *ΕΖ*, οὕτως ἡ *ΨΥ* πρὸς *ΘΚ*. λόγος δὲ τῆς *ΩΦ* πρὸς τὴν *ΕΖ* δοθείς. λόγος ἄρα καὶ τῆς *ΨΥ* πρὸς την *ΘΚ* δοθείς. ὁ αὐτὸς ἔστω ὁ τῆς *ΧΤ* πρὸς *Δ*. καί ἐστι δοθεῖσα ἡ *ΧΤ*· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ *Δ*. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ *ΨΥ* πρὸς *ΧΤ*, τουτέστι τὸ ἀπὸ *ΑΒ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΘΚ*, οὕτως ἡ *ΘΚ* πρὸς *Δ*, κείσθω τῷ ἀπὸ *ΘΚ* ἴσον τὸ ὑπὸ *ΑΒ*, ϛ. ἔσται ἄρα καί, ὡς τὸ ἀπὸ *ΑΒ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΘΚ*, οὕτως ἡ *ΑΒ* πρὸς τὴν ϛ. ἐδείχθη δὲ καί, ὡς τὸ ἀπὸ *ΑΒ* πρὸς τὸ ἀπὸ *ΘΚ*, οὕτως ἡ *ΘΚ* πρὸς *Δ*. καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ *ΑΒ* πρὸς *ΘΚ*, οὕτως ἡ ϛ πρὸς *Δ*. ὡς δὲ ἡ *ΑΒ* πρὸς *ΘΚ*, οὕτως ἡ *ΘΚ* πρὸς ϛ [διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ ἀπὸ *ΘΚ* τῷ ὑπὸ τῶν *ΑΒ*, ϛ]. ὡς ἄρα ἡ *ΑΒ* πρὸς *ΘΚ*, οὕτως ἡ *ΘΚ* πρὸς ϛ, καὶ ἡ ϛ πρὸς *Δ*. δύο ἄρα δοθεισῶν τῶν *ΑΒ*, *Δ* δύο μέσαι κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ *ΘΚ*, ϛ.

συντεθήσεται δὲ τὸ πρόβλημα οὕτως· ἔστω, ᾧ μὲν δεῖ ἴσον τμῆμα συστήσασθαι, τὸ *ΑΒΓ*, ᾧ δὲ ὅμοιον, τὸ *ΕΖΗ*. καὶ ἔστωσαν μέγιστοι κύκλοι τῶν σφαιρῶν οἱ *ΑΒΓΝ*, *ΕΗΖΟ*, διάμετροι δὲ αὐτῶν αἱ *ΓΝ*, *ΗΟ*, καὶ κέντρα τὰ *Π*, *Σ*. καὶ πεποιήσθω, ὡς μὲν συναμφότερος ἡ *ΠΝ*, *ΝΤ* πρὸς *ΝΤ*, οὕτως ἡ *ΧΤ* πρὸς

---

2. τὸ ἀπό] οὕτως τὸ ἀπό Torellius. 4. τῷ] τα F. 5. ὅμοιος] ομοιως F; corr. ABC. 9. *ΘΚ*] *ΘΚ* ω F; corr. ed. *Basil.* 13. ἔσται] per comp. F. 19. *ΑΒ*] *ΔΒ* F. 22. *δέ*] *scripsi; δη F, uulgo.* 25. ΕΗΖΟ] scripsi; ΕΗΖΩ F; *ΗΕΟΖ uulgo.* *ΗΟ*] *ΗΘ* F; corr. BCD.

rationem habet, quam $\Psi\Upsilon : X\Upsilon$ [I lemm. 4 p. 82]. sed ut circulus ad circulum, ita $AB^2 : \Theta K^2$ [Eucl. XII, 2]. itaque $AB^2 : \Theta K^2 = \Psi\Upsilon : X\Upsilon$. et quoniam segmentum EZH segmento $\Theta K\Lambda$ simile est, etiam conus $EZ\Omega$ cono $\Psi\Theta K$ similis erit [u. Eutocius]. itaque $\Omega\Phi : EZ = \Psi\Upsilon : \Theta K$ [u. Eutocius; cfr. I lemm. 5 p. 82]. sed ratio $\Omega\Phi : EZ$ data est [u. Eutocius]. itaque etiam ratio $\Psi\Upsilon : \Theta K$ data est. eadem sit ratio $X\Upsilon : \Delta$. et data est linea $X\Upsilon$ [u. Eutocius]. quare etiam Δ linea data est. et quoniam est $\Psi\Upsilon : X\Upsilon$, hoc est $AB^2 : \Theta K^2 = \Theta K : \Delta$[1], ponatur

$$AB \times \varsigma = \Theta K^2.$$

erit igitur etiam $AB^2 : \Theta K^2 = AB : \varsigma$.[2] sed demonstratum est $AB^2 : \Theta K^2 = \Theta K : \Delta$. uicissim igitur [Eucl. V, 16] $AB : \Theta K = \varsigma : \Delta$ [u. Eutocius].[3] sed $AB : \Theta K = \Theta K : \varsigma$ [Eucl. VI, 17]. itaque

$$AB : \Theta K = \Theta K : \varsigma = \varsigma : \Delta.$$

itaque inter datas lineas AB, Δ duae mediae proportionales in proportione continua sunt ΘK, ς. [quare eae quoque datae sunt; prop. 1 p. 192, 23].

componetur autem problema hoc modo. sit $AB\Gamma$ segmentum, cui aequale segmentum construendum est, EZH autem, cui simile construendum. et circuli maximi sphaerarum sint $AB\Gamma N$, $EHZO$, et diametri eorum ΓN, HO, et centra, Π, Σ. et fiat[4])

$$\Pi N + N\Upsilon : N\Upsilon = X\Upsilon : \Upsilon\Gamma$$

---

1) Est enim $\Psi\Upsilon : \Theta K = X\Upsilon : \Delta$; tum u. Eucl. V, 16; u. Eutocius.

2) Nam $AB^2 : \Theta K^2 = AB^2 : AB \times \varsigma = AB : \varsigma$.

3) Ex adnotatione eius adparet, Archimedem οὕτως lin. 17 omisisse.

4) *πεποιήσθω* ɔ: *γεγονέτω* (lin. 26).

ΤΓ, ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΣΟΦ πρὸς ΟΦ, ἡ ΩΦ πρὸς ΦΗ. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ μὲν ΧΑΒ κῶνος τῷ ΑΒΓ τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ ΖΩΕ τῷ ΕΗΖ. πεποιήσθω, ὡς ἡ ΩΦ πρὸς ΕΖ, οὕτως ἡ ΧΤ πρὸς Δ. καὶ δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν ΑΒ, Δ δύο μέσαι ἀνάλογον εἰλήφθωσαν, αἱ ΘΚ, ϛ, ὥστε εἶναι ὡς τὴν ΑΒ πρὸς ΘΚ, οὕτως τὴν ΚΘ πρὸς ϛ, καὶ τὴν ϛ πρὸς Δ. καὶ ἐπὶ τῆς ΘΚ κύκλου τμῆμα ἐφεστάσθω τὸ ΘΚΛ ὅμοιον τῷ ΕΖΗ κύκλου τμήματι, καὶ ἀναπεπληρώσθω ὁ κύκλος, καὶ ἔστω αὐτοῦ διάμετρος ἡ ΛΞ. καὶ νοείσθω σφαῖρα, ἧς μέγιστος κύκλος ἐστὶν ὁ ΛΘΞΚ, κέντρον δὲ τὸ Ρ. καὶ διὰ τῆς ΘΚ ἐπίπεδον ὀρθὸν ἐκβεβλήσθω πρὸς τὴν ΛΞ. ἔσται δὴ τὸ τμῆμα τῆς σφαίρας τὸ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Λ ὅμοιον τῷ ΕΖΗ τμήματι τῆς σφαίρας, ἐπειδὴ καὶ τῶν κύκλων τὰ τμήματα ἦν ὅμοια. λέγω δέ, ὅτι καὶ ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΒΓ τμήματι τῆς σφαίρας. πεποιήσθω, ὡς συναμφότερος ἡ ΡΞ, ΞΥ πρὸς ΞΥ, οὕτως ἡ ΨΥ πρὸς ΥΛ. ἴσος ἄρα ὁ ΨΘΚ κῶνος τῷ ΘΚΛ τμήματι τῆς σφαίρας. καὶ ἐπειδὴ ὅμοιός ἐστιν ὁ ΨΘΚ κῶνος τῷ ΖΩΕ κώνῳ, ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΩΦ πρὸς ΕΖ, τουτέστιν ἡ ΧΤ πρὸς Δ, οὕτως ἡ ΨΥ πρὸς ΘΚ. κυὶ ἐναλλὰξ καὶ ἀνάπαλιν. ὡς ἄρα ἡ ΨΥ πρὸς ΧΤ, ἡ ΘΚ πρὸς Δ. καὶ ἐπειδὴ ἀνάλογόν εἰσιν αἱ ΑΒ, ΚΘ, ϛ, Δ, ἔστιν, ὡς τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ, ἡ ΘΚ πρὸς Δ. ὡς δὲ ἡ ΘΚ πρὸς Δ, ἡ ΨΥ πρὸς ΧΤ. καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΘ, τουτέστιν ὁ περὶ διάμετρον

---

1. *ΤΓ*] *ΤV* (= *ΤΥ*?) F; sed fortasse *V* est *γ*. *ΣΟΦ*] *ΣΟ*, *ΟΦ* Torellius. *ΩΦ*] *ΟΦ* F; corr. BCD. 8. *ἐφεστάσθω*] scripsi; *επεσταεσθω* F, uulgo. 13. *ἔσται*] per comp. *F.* 14. *ΕΖΗΘ* F. 17. ὡς] γὰρ ὡς Nizze. 18. *ΨΥ*] *Υ* *in ras. F.* 24. *ΑΒ*] *ΑΘ* F; corr. Torellius.

et

$$\Sigma O + O\Phi : O\Phi = \Omega\Phi : \Phi H.$$

conus igitur XAB segmento sphaerae $AB\Gamma$, conus $Z\Omega E$ segmento EHZ aequalis est [prop. 2]. fiat[1]) $\Omega\Phi : EZ = XT : \Delta$. et datis duabus lineis AB, Δ duae mediae proportionales sumantur ΘK, ς [prop. 1 p. 192, 23], ut sit $AB : \Theta K = \Theta K : \varsigma = \varsigma : \Delta$. et in ΘK linea construatur segmentum circuli $\Theta K\Lambda$ segmento EZH simile [cfr. Eucl. III, 33 et III def. 11], et expleatur circulus [Eucl. III, 25], et diametrus eius sit $\Lambda\Xi$. et fingatur sphaera, cuius circulus maximus sit $\Lambda\Theta\Xi K$, centrum autem P. et per ΘK lineam ducatur planum ad $\Lambda\Xi$ perpendiculare.[2]) erit igitur segmentum sphaerae in eadem parte positum, in qua Λ punctum, segmento sphaerae EZH simile, cum etiam circulorum segmenta similia sint. dico autem[3]), id aequale esse etiam segmento sphaerae $AB\Gamma$. fiat[1]) $P\Xi + \Xi\Upsilon : \Xi\Upsilon = \Psi\Upsilon : \Upsilon\Lambda$. itaque conus $\Psi\Theta K$ aequalis est segmento sphaerae $\Theta K\Lambda$ [prop. 2]. et quoniam conus $\Psi\Theta K$ similis est cono $Z\Omega E$, erit $\Omega\Phi : EZ$, hoc est $XT : \Delta$ [ex hypothesi], $= \Psi\Upsilon : \Theta K$ [p. 222, 9]. et uicissim [Eucl. V, 16]

$$[XT : \Psi\Upsilon = \Delta : \Theta K]$$

et e contrario [Eucl. V, 7 πόρ.] $\Psi\Upsilon : XT = \Theta K : \Delta$. et quoniam proportionales sunt lineae AB, $K\Theta$, ς, Δ, erit $AB^2 : \Theta K^2 = \Theta K : \Delta$ [u. Eutocius]. sed

$$\Theta K : \Delta = \Psi\Upsilon : XT.$$

quare etiam $AB^2 : K\Theta^2$, hoc est circulus circum dia-

---

1) πεποιήσθω lin. 4 et 17 ↄ: γεγονέτω.
2) *De uerborum ordine* lin. 12—13 cfr. p. 207 not. 2.
3) *Fortasse scribendum*: λέγω δή lin. 16.

τὴν ΑΒ κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΘΚ κύκλον, οὕτως ἡ ΨΥ πρὸς τὴν ΧΥ. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ΧΑΒ κῶνος τῷ ΨΘΚ κώνῳ. ὥστε καὶ τὸ ΑΒΓ τμῆμα τῆς σφαίρας ἴσον ἐστὶ τῷ ΘΚΛ τμήματι τῆς σφαίρας. τῷ δοθέντι ἄρα τμήματι τῷ ΑΒΓ ἴσον καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι ὅμοιον τῷ ΕΖΗ τὸ αὐτὸ συνέσταται τὸ ΘΚΛ.

ς'.

Δύο δοθέντων σφαίρας τμημάτων, εἴτε τῆς αὐτῆς εἴτε μή, εὑρεῖν τμῆμα σφαίρας, ὃ ἔσται ἑνὶ μὲν τῶν δοθέντων ὅμοιον, τὴν δὲ ἐπιφάνειαν ἕξει ἴσην τῇ τοῦ ἑτέρου τμήματος ἐπιφανείᾳ.

ἔστω τὰ δοθέντα τμήματα σφαιρικὰ κατὰ τὰς ΑΒΓ, ΔΕΖ περιφερείας. καὶ ἔστω, ᾧ μὲν δεῖ ὅμοιον εὑρεῖν, τὸ κατὰ τὴν ΑΒΓ περιφέρειαν, οὗ δὲ τὴν ἐπιφάνειαν ἴσην ἔχειν τῇ ἐπιφανείᾳ τὸ κατὰ τὴν ΔΕΖ. καὶ γεγενήσθω, καὶ ἔστω τὸ ΚΛΜ τμῆμα τῆς σφαίρας τῷ μὲν ΑΒΓ τμήματι ὅμοιον, τὴν δὲ ἐπιφάνειαν ἴσην ἐχέτω τῇ τοῦ ΔΕΖ τμήματος ἐπιφανείᾳ. καὶ νοείσθω τὰ κέντρα τῶν σφαιρῶν, καὶ δι' αὐτῶν ἐπίπεδα ἐκβεβλήσθω ὀρθὰ πρὸς τὰς τῶν τμημάτων βάσεις, καὶ ἐν μὲν ταῖς σφαίραις τομαὶ ἔστωσαν οἱ ΚΛΜΝ, ΒΑΓΘ, ΕΖΗΔ μέγιστοι κύκλοι, ἐν δὲ ταῖς βάσεσι τῶν τμημάτων αἱ ΚΜ, ΑΓ, ΔΖ εὐθεῖαι. διάμετροι δὲ τῶν σφαιρῶν πρὸς ὀρθὰς οὖσαι ταῖς ΚΜ, ΑΓ,

---

1. *τὴν ΑΒ κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον*] om. F; corr. Torellius (et Cr.). 2. *κυκλος* F; corr. Torellius. 6. *αλλο̄* F; corr. ed. Basil.* 8. *ζ'* Torellius. 10. *ευρ* cum comp. *ιν* uel *ην* F. *ἑνί*] *ἐν* F; corr. B*. 17. *τμῆμα*] om. F; corr. Torellius. sed fortasse potius delenda sunt *τῆς σφαίρας*. 21. *ὀρθὰ πρός*] syllab. — *θα προς* in rasura F; uidetur fuisse *ορθαι*.

metrum AB descriptus ad circulum circum ΘK descriptum [Eucl. XII, 2] $= \Psi \Upsilon : X\Upsilon$. quare aequales sunt coni XAB, $\Psi \Theta K$ [I lemm. 4 p. 82]. itaque etiam segmentum sphaerae $AB\Gamma$ aequale est segmento $\Theta K \Lambda$. itaque inuentum est segmentum $\Theta K \Lambda$ dato segmento $AB\Gamma$ aequale et idem alii segmento dato EZH simile.

VI.

Datis duobus segmentis sphaerae, siue eiusdem siue non eiusdem, segmentum sphaerae inuenire, quod alteri datorum simile sit, et superficiem superficiei alterius segmenti aequalem habeat.[1]) — segmenta sphaerarum[2]) data in arcubus $AB\Gamma$, ΔEZ posita sint. et segmentum in arcu $AB\Gamma$ positum id sit, cui simile segmentum inueniendum est, segmentum autem in arcu ΔEZ positum id, cuius superficiei superficiem aequalem segmentum quaesitum habere oportet. fiat, et segmentum sphaerae $K\Lambda M$ segmento $AB\Gamma$ simile sit, superficiem autem superficiei segmenti ΔEZ aequalem habeat. et fingantur centra sphaerarum, et per ea ducantur plana ad bases segmentorum perpendicularia, et in sphaeris sectiones sint circuli maximi $K\Lambda MN$, $BA\Gamma\Theta$, $EZH\Delta$, in basibus autem segmentorum KM, $A\Gamma$, ΔZ lineae. diametri autem sphaerarum ad lineas KM, $A\Gamma$, ΔZ perpendiculares sint ΛN, $B\Theta$, EH. et

---

1) *Δύο δοθέντων τμαμάτων σφαίρας εἴτε τᾶς αὐτᾶς εἴτε ἄλλας εὑρεῖν τι τμᾶμα σφαίρας, ὃ ἐσσεῖται αὐτὸ μὲν ὅμοιον τῷ ἑτέρῳ τῶν τμαμάτων, τὰν δὲ ἐπιφάνειαν ἴσαν ἕξει τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἑτέρου τμάματος. περὶ ἑλίκ.* praef.
2) *σφαιρικά* lin. 13 Archimedeum non est.

ΔΖ ἔστωσαν αἱ ΛΝ, ΒΘ, ΕΗ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΛΜ, ΒΓ, ΕΖ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ τοῦ ΚΛΜ τμήματος τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια τῇ τοῦ ΔΕΖ τμήματος ἐπιφανείᾳ, ἴσος ἄρα ἐστὶν καὶ ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΛΜ, τῷ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΕΖ [αἱ γὰρ ἐπιφάνειαι τῶν εἰρημένων τμημάτων ἴσαι ἐδείχθησαν κύκλοις, ὧν αἱ ἐκ τῶν κέντρων ἴσαι εἰσὶν ταῖς ἀπὸ τῶν κορυφῶν τῶν τμημάτων ἐπὶ τὰς βάσεις ἐπιζευγνυούσαις]. ὥστε καὶ ἡ ΜΛ τῇ ΕΖ ἴση ἐστίν. ἐπεὶ δὲ ὅμοιόν ἐστι τὸ ΚΛΜ τῷ ΑΒΓ τμήματι, ἔστιν ὡς ἡ ΛΡ πρὸς ΡΝ, ἡ ΒΠ πρὸς ΠΘ. καὶ ἀνάπαλιν καὶ συνθέντι, ὡς ἡ ΝΛ πρὸς ΛΡ, οὕτως ἡ ΘΒ πρὸς ΒΠ. ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ ΡΛ πρὸς ΛΜ, οὕτως ἡ ΒΠ πρὸς ΓΒ [ὅμοια γὰρ τὰ τρίγωνα]· ὡς ἄρα ἡ ΝΛ πρὸς ΛΜ, τουτέστι πρὸς ΕΖ, οὕτως ἡ ΘΒ πρὸς ΒΓ. καὶ ἐναλλάξ. λόγος δὲ τῆς ΕΖ πρὸς ΒΓ δοθείς· δοθεῖσα γὰρ ἑκατέρα. λόγος ἄρα καὶ τῆς ΛΝ πρὸς ΘΒ δοθείς. καί ἐστι δοθεῖσα ἡ ΒΘ. δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΛΝ. ὥστε καὶ ἡ σφαῖρα δοθεῖσά ἐστιν.

συντεθήσεται δὲ οὕτως· ἔστω τὰ δοθέντα δύο τμήματα σφαίρας τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ, τὸ μὲν ΑΒΓ, ᾧ δεῖ ὅμοιον, τὸ δὲ ΔΕΖ, οὗ τὴν ἐπιφάνειαν ἴσην ἔχειν τῇ

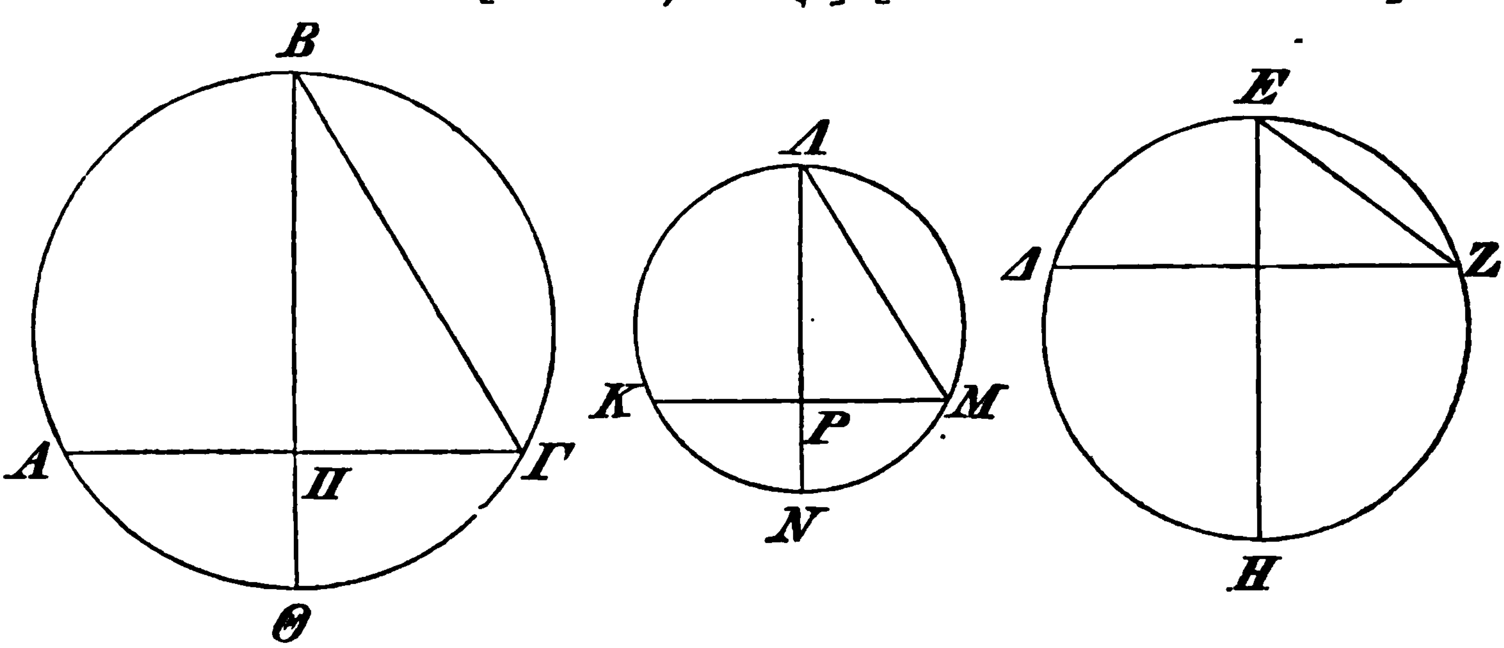
---

11. *ἔστιν*] *ἔστιν ἄρα* Torellius, et hoc habet Eutocius; sed fieri potest, ut *ἄρα* a transscriptore omissum sit. 13. *ΒΠ*] *ΘΠ* F. 17. *δοθείς*] om. F; corr. ed. Basil., Cr. 18. *δοθείς*] om. F; corr. ed. Basil., Cr. 21. *δέ*] scripsi; *δη* F, uulgo. 23. *ἔχειν*] *εχει* F; corr. Torellius. auditur *δεῖ* ex lin. 22; cfr. p. 226, 16.

ducantur lineae ΛM, $B\Gamma$, EZ. et quoniam superficies $K\Lambda M$ segmenti sphaerae aequalis est superficiei segmenti ΔEZ, etiam circulus, cuius radius aequalis est lineae ΛM, aequalis est circulo, cuius radius aequalis est lineae EZ [I, 42—43]. quare etiam $M\Lambda = EZ$ [Eucl. XII, 2]. porro quoniam [segmentum] $K\Lambda M$ segmento $AB\Gamma$ simile est, erit

$$\Lambda P : PN = B\Pi : \Pi\Theta \text{ [u. Eutocius].}$$

et conuertendo [Eucl. V, 7 πόρ.] [$PN : \Lambda P = \Pi\Theta : B\Pi$]



et componendo [Eucl. V, 18] $N\Lambda : \Lambda P = B\Theta : B\Pi$. sed etiam $P\Lambda : \Lambda M = B\Pi : \Gamma B$.[1]) quare $N\Lambda : \Lambda M$, hoc est $N\Lambda : EZ = \Theta B : B\Gamma$ [δι' ἴσου Eucl. V, 22]. et uicissim [Eucl. V, 16] [$N\Lambda : \Theta B = EZ : B\Gamma$]. ratio autem $EZ : B\Gamma$ data est; utraque enim linea data est [u. Eutocius]. quare etiam ratio $\Lambda N : \Theta B$ data. et $B\Theta$ data est; itaque etiam ΛN. itaque etiam sphaera data est [Eucl. dat. def. 5].

componetur autem hoc modo: sint data duo segmenta sphaerae $AB\Gamma$, ΔEZ, quorum $AB\Gamma$ id sit, cui simile segmentum inuenire oportet, ΔEZ autem

1) Nam $B\Gamma\Pi \sim \Lambda MP$ (u. Eutocius); tum u. Eucl. VI, 4.

ἐπιφανείᾳ. καὶ τὰ αὐτὰ κατεσκευάσθω τοῖς ἐπὶ τῆς ἀναλύσεως, καὶ πεποιήσθω, ὡς μὲν ἡ ΒΓ πρὸς ΕΖ, οὕτως ἡ ΒΘ πρὸς ΔΝ. καὶ περὶ διάμετρον τὴν ΔΝ κύκλος γεγράφθω. καὶ νοείσθω σφαῖρα, ἧς μέγιστος ἔστω κύκλος ὁ ΔΚΝΜ, καὶ τετμήσθω ἡ ΝΔ κατὰ τὸ Ρ, ὥστε εἶναι ὡς τὴν ΘΠ πρὸς ΠΒ, τὴν ΝΡ πρὸς ΡΔ. καὶ διὰ τοῦ Ρ ἐπιπέδῳ τετμήσθω ἡ ἐπιφάνεια ὀρθῷ πρὸς τὴν ΔΝ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΜ. ὅμοια ἄρα ἐστὶν τὰ ἐπὶ τῶν ΚΜ, ΑΓ εὐθειῶν τῶν κύκλων τμήματα. ὥστε καὶ τὰ τμήματα τῶν σφαιρῶν ἐστιν ὅμοια. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΘΒ πρὸς ΒΠ, οὕτως ἡ ΝΔ πρὸς ΔΡ· καὶ γὰρ κατὰ διαίρεσιν· ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ ΠΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως ἡ ΡΔ πρὸς ΔΜ, καὶ ὡς ἄρα ἡ ΘΒ πρὸς ΝΔ, ἡ ΒΓ πρὸς ΔΜ. ἦν δὲ καὶ ὡς ἡ ΘΒ πρὸς ΔΝ, ἡ ΒΓ πρὸς ΕΖ. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΖ τῇ ΔΜ. ὥστε καὶ ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ ΕΖ, ἴσος ἐστὶ τῷ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΔΜ. καὶ ὁ μὲν τὴν ἐκ τοῦ κέντρου ἔχων τὴν ΕΖ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΕΖ τμήματος. ὁ δὲ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΔΜ, ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΚΔΜ τμήματος. τοῦτο γὰρ ἐν τῷ πρώτῳ δέδεικται. ἴση ἄρα καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΚΔΜ τμήματος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΕΖ τμήματος τῆς σφαίρας, καί ἐστιν ὅμοιον τὸ ΚΔΜ τῷ ΑΒΓ.

8. *ΑΝ*] *ΑΝ* F. *ΔΜ*] *ΑΜ* F. 12. *κατά*] scripsi Quaest. Arch. p. 157; *τα κατα* F, uulgo; *τοῦτο κατά* Torellius. 17. *τῷ*] scripsi; om. F, uulgo. *κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστί*] om. F; corr. ed. Basil., Cr. 23. *τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΕΖ τμήματος*] om. F; corr. ed. Basil. (*ΔΕΞ* pro *ΔΕΖ*, quod corr. Torellius), sed post *τῆς σφαίρας*; ipse transposui. „superficies igitur *klm* portionis sphaerae similis est *abc* et aequalis superficiei *def*" Cr.

id, cuius superficiei aequalem superficiem habere oportet segmentum quaesitum. et construantur eadem, quae in analysi, et fiat[1]) $B\Gamma : EZ = B\Theta : \Lambda N$. et circum diametrum ΛN circulus describatur. et fingatur sphaera, cuius circulus maximus sit ΛKNM, et secetur $N\Lambda$ in puncto P, ita ut sit

$$\Theta\Pi : \Pi B = NP : P\Lambda \text{ [Eucl. VI, 10].}$$

et superficies secetur plano per P ducto ad ΛN lineam perpendiculari, et ducatur ΛM. similia igitur sunt segmenta circulorum in lineis KM, $\Lambda\Gamma$ posita [u. Eutocius].[2]) quare etiam segmenta sphaerarum similia sunt. et quoniam $\Theta B : B\Pi = N\Lambda : \Lambda P$ (nam etiam per diremptionem [est $\Theta\Pi : B\Pi = NP : \Lambda P$; tum u. Eucl. V, 18]), et etiam $\Pi B : B\Gamma = P\Lambda : \Lambda M$ [p. 229 not. 1], itaque etiam $\Theta B : N\Lambda = B\Gamma : \Lambda M$.[3]) erat autem $\Theta B : \Lambda N = B\Gamma : EZ$ [ex hypothesi]. itaque $EZ = \Lambda M$ [Eucl. V, 9]. quare etiam circulus, cuius radius est EZ, aequalis est circulo, cuius radius aequalis est ΛM lineae. et circulus radium habens EZ aequalis est superficiei segmenti ΔEZ, circulus autem, cuius radius aequalis est lineae ΛM, aequalis est superficiei segmenti $K\Lambda M$. hoc enim in primo libro demonstratum est [I, 42—43]. itaque etiam superficies segmenti $K\Lambda M$ aequalis est superficiei ΔEZ segmenti sphaerae, et simile est segmentum $K\Lambda M$ segmento $AB\Gamma$.

---

1) H. e. γεγονέτω lin. 2.

2) Ex eo comperimus, horum uerborum formam genuinam hanc esse: τὰ ἐπὶ τῶν KM, $\Lambda\Gamma$ τμήματα κύκλων lin. 9.

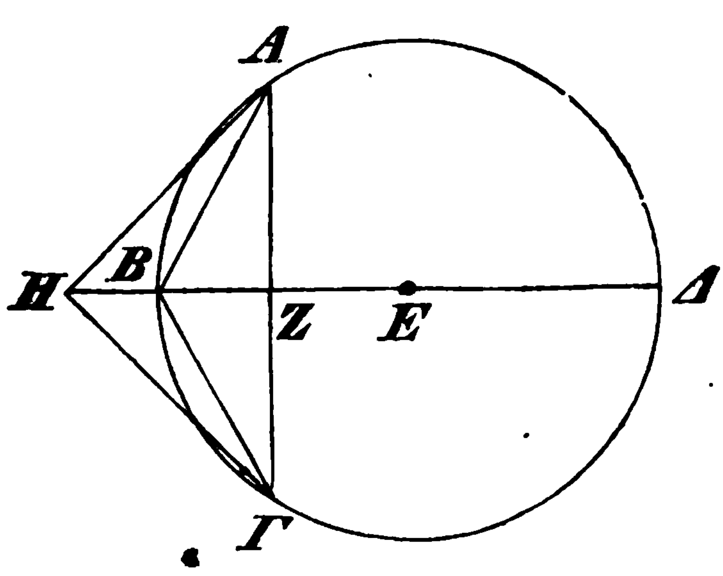
3) Nam δι' ἴσου (Eucl. V, 22): $\Theta B : B\Gamma = N\Lambda : \Lambda M$; tum ἐναλλάξ (Eucl. V, 16).

ς'.

Ἀπὸ τῆς δοθείσης σφαίρας τμῆμα τεμεῖν ἐπιπέδῳ ὥστε τὸ τμῆμα πρὸς τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι καὶ ὕψος ἴσον τὸν δοθέντα λόγον ἔχειν.

ἔστω ἡ δοθεῖσα σφαῖρα, ἧς μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτῆς ἡ ΒΔ. δεῖ δὴ τὴν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν τῷ διὰ τῆς ΑΓ, ὅπως τὸ ΑΒΓ τμῆμα τῆς σφαίρας πρὸς τὸν ΑΒΓ κῶνον λόγον ἔχῃ τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.

γεγονέτω, καὶ ἔστω κέντρον τῆς σφαίρας τὸ Ε· καὶ ὡς συναμφότερος ἡ ΕΔΖ πρὸς ΔΖ, οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς ΖΒ. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ΑΓΗ κῶνος τῷ ΑΒΓ τμήματι. λόγος ἄρα καὶ τοῦ ΑΗΓ κώνου πρὸς τὸν ΑΒΓ κῶνον δοθείς. λόγος ἄρα τῆς ΗΖ πρὸς ΖΒ δοθείς. ὡς δὲ ἡ ΗΖ πρὸς ΖΒ, συναμφότερος ἡ ΕΔΖ πρὸς ΔΖ. λόγος ἄρα συναμφοτέρου τῆς ΕΔΖ πρὸς ΔΖ δοθείς [ὥστε καὶ τῆς ΕΔ πρὸς ΔΖ. δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΔΖ]. ὥστε καὶ ἡ ΑΓ. καὶ ἐπεὶ συναμφότερος ἡ ΕΔΖ πρὸς ΔΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ ΕΔΒ πρὸς ΔΒ, καί ἐστιν συναμφότερος μὲν ἡ ΕΔΒ τρὶς ἡ ΕΔ, ἡ δὲ ΒΔ δὶς ἡ ΕΔ, συναμφότερος ἄρα ἡ ΕΔΖ πρὸς ΔΖ μείζονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει τρία πρὸς δύο. καί ἐστιν ὁ συναμφο-



1. η' Torellius; om. ed. Basil. 3. *τὸν βάσιν*] scripsi;

VII.

A sphaera data plano segmentum abscindere, ita ut segmentum ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et altitudinem aequalem datam rationem habeat.[1])

data sphaera ea sit, cuius circulus maximus est $AB\Gamma\Delta$, diametrus autem eius $B\Delta$. oportet igitur sphaeram plano per $A\Gamma$ ducto ita secare, ut[2]) segmentum sphaerae $AB\Gamma$ ad conum $AB\Gamma$ datam rationem habeat.

fiat, et centrum sphaerae sit E, et sit
$$E\Delta + \Delta Z : \Delta Z = HZ : ZB.$$
itaque conus $A\Gamma H$ aequalis est segmento $AB\Gamma$ [prop. 2]. quare ratio conorum $AH\Gamma : AB\Gamma$ data. quare etiam $HZ : ZB$ [I lemm. 1 p. 80]. sed
$$HZ : ZB = E\Delta + \Delta Z : \Delta Z.$$
quare etiam ratio $E\Delta + \Delta Z : \Delta Z$ data est.[3]) itaque etiam linea $A\Gamma$ data [u. Eutocius]. et quoniam
$$E\Delta + \Delta Z : \Delta Z > E\Delta + \Delta B : \Delta B,$$
et $E\Delta + \Delta B = 3E\Delta$, et $B\Delta = 2E\Delta$, erit igitur

1) *Ἀπὸ τᾶς δοθείσας σφαίρας τμᾶμα ἀποτεμεῖν ἐπιπέδῳ, ὥστε τὸ τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ὕψος ἴσον τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν μείζονα τοῦ, ὃν ἔχει τὰ τρία ποτὶ τὰ δύο. περὶ ἑλίκ.* praef.

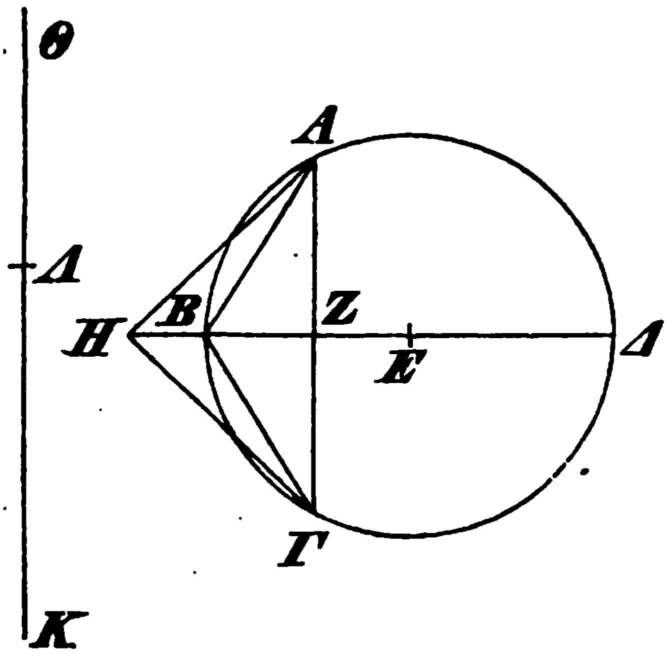
2) Pro *ὅπως* lin. 8 Archimedes usus erat *ὥστε* (Quaest. Arch. p. 70).

3) Archimedes scripserat: *λόγος ἄρα δεδομένος συναμφοτέρου τῆς* $E\Delta Z$ *πρὸς* ΔZ lin. 17—18 (Eutocius).

την βασιν F, uulgo. 9. *ἔχῃ*] scripsi; *εχει* FC*V; *ἔχειν* B* ed. Basil., Torellius. 12. $E\Delta$, ΔZ Torellius. 16. $E\Delta$, ΔZ idem. 17. $E\Delta$, $Z\Delta$ idem. 21. $E\Delta$, ΔZ idem. 24. $E\Delta$, ΔB idem, ut lin. 26. 27. *δίς*] *δυο* F; corr. V; „bis" Cr. 28. $E\Delta$, ΔZ Torellius, ut p. 234 lin. 1.

τέρου τῆς ΕΔΖ πρὸς ΖΔ λόγος ὁ αὐτὸς τῷ δοθέντι. δεῖ ἄρα τὸν διδόμενον λόγον εἰς τὴν σύνθεσιν μείζονα εἶναι τοῦ, ὃν ἔχει τρία πρὸς δύο.

συντεθήσεται δὲ τὸ πρόβλημα οὕτως· ἔστω ἡ δοθεῖσα σφαῖρα, ἧς μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ ἡ ΒΔ, κέντρον δὲ τὸ Ε, ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ τῆς ΘΚ πρὸς ΚΛ, μείζων τοῦ, ὃν ἔχει τρία πρὸς δύο. ἔστι δὲ ὡς τρία πρὸς δύο, συναμφότερος ἡ ΕΔΒ πρὸς ΔΒ. καὶ ἡ ΘΚ ἄρα πρὸς ΚΛ μείζονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει συναμφότερος ἡ ΕΔΒ πρὸς ΔΒ. διελόντι ἄρα ἡ ΘΛ πρὸς ΛΚ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΕΔ πρὸς ΔΒ. καὶ πεποιήσθω, ὡς ἡ ΘΛ πρὸς ΛΚ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς ΔΖ, καὶ διὰ τοῦ Ζ τῇ ΒΔ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΑΖΓ, καὶ διὰ τῆς ΓΑ ἤχθω ἐπίπεδον ὀρθὸν πρὸς τὴν ΒΔ. λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ ΑΒΓ τμῆμα τῆς σφαίρας πρὸς τὸν ΑΒΓ κῶνον λόγον ἔχει τὸν αὐτὸν τῷ ΘΚ πρὸς ΚΛ. πεποιήσθω γὰρ ὡς συναμφότερος ἡ ΕΔΖ πρὸς ΔΖ, οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς ΖΒ. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ΓΑΗ κῶνος τῷ ΑΒΓ τμήματι τῆς σφαίρας. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΘΚ πρὸς ΚΛ, οὕτως συναμφότερος ἡ ΕΔΖ πρὸς ΔΖ, τουτέστιν ἡ ΗΖ πρὸς ΖΒ, τουτέστιν ὁ ΑΗΓ κῶνος πρὸς τὸν ΑΒΓ κῶνον, ἴσος δὲ ὁ ΑΗΓ κῶνος τῷ ΑΒΓ τμήματι τῆς σφαίρας, ὡς ἄρα τὸ ΑΒΓ τμῆμα πρὸς τὸν ΑΒΓ κῶνον, οὕτως ἡ ΘΚ πρὸς ΚΛ.



4. δέ] scripsi; δη F, uulgo. 8. ΕΔ, ΔΒ Torellius, ut

$E\Delta + \Delta Z : \Delta Z > 3 : 2$. et ratio $E\Delta + \Delta Z : \Delta Z$ aequalis est rationi datae. oportet igitur, rationem ad synthesim datam maiorem esse, quam $3 : 2$.

componetur autem problema hoc modo: data sphaera ea sit, cuius circulus maximus est $AB\Gamma\Delta$, diametrus autem eius $B\Delta$, centrum autem E, et ratio data, maior quam $3 : 2$, $\Theta K : K\Lambda$. est autem

$$E\Delta + \Delta B : \Delta B = 3 : 2.$$

quare

$$\Theta K : K\Lambda > E\Delta + \Delta B : \Delta B.$$

dirimendo igitur $\Theta\Lambda : K\Lambda > E\Delta : \Delta B$.[1]) et fiat[2]) $\Theta\Lambda : \Lambda K = E\Delta : \Delta Z$, et per Z ad lineam $B\Delta$ perpendicularis ducatur $AZ\Gamma$, et per ΓA ducatur planum ad $B\Delta$ lineam perpendiculare. dico, segmentum sphaerae in $AB\Gamma$ positum ad conum $AB\Gamma$ eandem rationem habere, quam $\Theta K : K\Lambda$. fiat[3]) enim

$$E\Delta + \Delta Z : \Delta Z = HZ : ZB.$$

itaque conus ΓAH aequalis est segmento sphaerae $AB\Gamma$ [prop. 2]. et quoniam

$$\Theta K : K\Lambda = E\Delta + \Delta Z : \Delta Z\text{[4])} = HZ : ZB = \text{conus}$$

$AH\Gamma$: conum $AB\Gamma$ [I lemm. 1 p. 80], et conus $AH\Gamma$ aequalis est segmento sphaerae $AB\Gamma$, erit igitur, ut segmentum $AB\Gamma$ ad conum $AB\Gamma$, ita $\Theta K : K\Lambda$.

1) Ex Pappi libr. VII, 45 conuersa (II p. 684).
2) πεποιήσθω lin. 12 ɔ: γεγονέτω.
3) Debebat esse γεγονέτω lin. 22.
4) Nam $\Theta\Lambda : \Lambda K = E\Delta : \Delta Z$; tum συνθέντι (Eucl. V, 18).

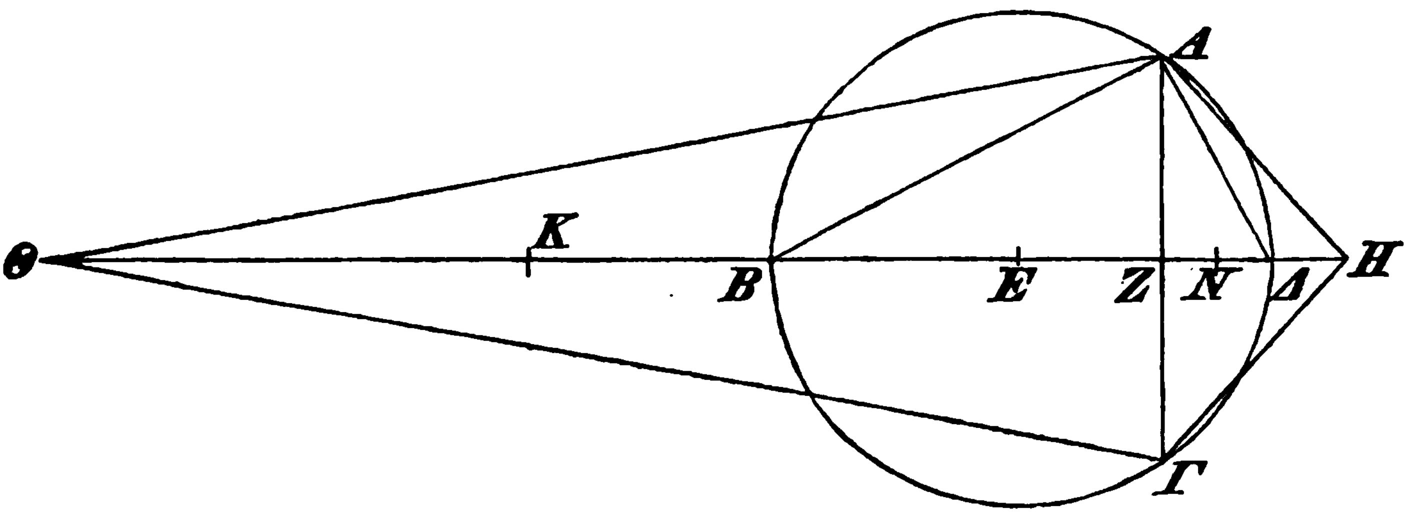
lin. 10. 15. $AZ\Gamma$] Torellius; $A\Gamma Z$ F, uulgo; fortasse scribendum $A\Gamma$. 18. ἀπό om. ed. Basil., Torellius, Cr. 23. $E\Delta$, ΔZ Torellius, ut lin. 26. 27. $AH\Gamma$] $\Lambda H\Gamma$ F. 28. τῷ $AB\Gamma$] om. F; corr. B; „aequatur portioni sphaerae" Cr.

η'.

Ἐὰν σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμηθῇ μὴ διὰ τοῦ κέντρου, τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ ἔλασσον ἐλάσσονα μὲν λόγον ἔχει ἢ διπλάσιον τοῦ, ὃν ἔχει ἡ τοῦ μείζονος τμήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ ἐλάσσονος ἐπιφάνειαν, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον.

ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ διάμετρος ἡ ΒΔ, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τῆς ΑΓ ὀρθῷ πρὸς τὸν ΑΒΓΔ κύκλον, καὶ ἔστω μεῖζον τμῆμα τῆς σφαίρας τὸ ΑΒΓ. λέγω, ὅτι τὸ ΑΒΓ τμῆμα πρὸς τὸ ΑΔΓ ἐλάσσονα μὲν ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ μείζονος τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐλάσσονος τμήματος, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον.

ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΑΔ, καὶ ἔστω κέντρον τὸ Ε. καὶ πεποιήσθω, ὡς μὲν συναμφότερος ἡ ΕΔΖ πρὸς ΔΖ, ἡ ΘΖ πρὸς ΖΒ, ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΕΒΖ πρὸς ΒΖ, οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς ΖΔ. καὶ νοείσθωσαν κῶνοι βάσιν ἔχοντες τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ κύ-



κλον, κορυφὰς δὲ τὰ Θ, Η σημεῖα. ἔσται δὴ ἴσος ὁ μὲν ΑΘΓ κῶνος τῷ ΑΒΓ τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ

1. *ϑ'* Torellius. 3. ἔλασσον] om. F; corr. B, Cr. 5. *τοῦ*] *των* per comp. F, ut uidetur. 11. τό] του per comp.

VIII.

Si sphaera plano non per centrum ducto secatur, maius segmentum ad minus minorem rationem habet quam duplicem, quam habet superficies segmenti maioris ad superficiem minoris, maiorem autem quam sesquialteram.[1])

sit sphaera, et in ea circulus maximus $AB\Gamma\Delta$, et diametrus $B\Delta$, et secetur plano per $A\Gamma$ lineam ad circulum $AB\Gamma\Delta$ perpendiculari, et maius sphaerae segmentum sit $AB\Gamma$. dico, segmentum $AB\Gamma$ ad $A\Delta\Gamma$ minorem quam duplicem rationem habere, quam superficiem segmenti maioris ad superficiem minoris, maiorem autem quam sesquialteram.

ducantur enim lineae BA, $A\Delta$, et centrum sit E. et fiat[2])

$$E\Delta + \Delta Z : \Delta Z = \Theta Z : ZB$$

et

$$EB + BZ : BZ = HZ : Z\Delta,$$

et fingantur coni basim habentes circulum circum $A\Gamma$ diametrum descriptum, uertices autem Θ, H puncta. erit igitur conus $A\Theta\Gamma$ aequalis segmento sphaerae

---

1) *Εἴ κα σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμαθῇ εἰς ἄνισα ποτ' ὀρθὰς διαμέτρῳ τινὶ τῶν ἐν τᾷ σφαίρᾳ . . ., τὸ μεῖζον τμᾶμα τᾶς σφαίρας ποτὶ τὸ ἔλασσον ἐλάσσονα μὲν ἢ διπλάσιον λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἁ μείζων ἐπιφάνεια ποτὶ τὰν ἐλάσσονα, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον. περὶ ἑλίκ.* praef.; u. Neue Jahrbücher, Suppl. XI 396 sq.

2) *πεποιήσθω* lin. 16 ɔ: *γεγονέτω.*

F; corr. ed. Basil.* 15. BA, $A\Delta$ Torellius. 16. $E\Delta$, ΔZ Torellius. 17. EB, BZ idem. 19. βάσιν μὲν Torellius.

ΑΓΗ τῷ ΑΔΓ. καί ἐστιν, ὡς τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ, οὕτως ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ΑΔΓ τμήματος. τοῦτο γὰρ προγέγραπται [δεικτέον, ὅτι τὸ μεῖζον τμῆμα τῆς σφαίρας πρὸς τὸ ἔλασσον ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλάσιον, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ μείζονος τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐλάσσονος τμήματος]. λέγω, ὅτι καὶ ὁ ΑΘΓ κῶνος πρὸς τὸν ΑΗΓ, τουτέστιν ἡ ΖΘ πρὸς ΖΗ, ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλάσιον τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ, τουτέστιν ἡ ΒΖ πρὸς ΖΔ. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς [μὲν] συναμφότερος ἡ ΕΔΖ πρὸς ΔΖ, οὕτως ἡ ΘΖ πρὸς ΖΒ [ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΕΒΖ πρὸς ΒΖ, οὕτως ἡ ΖΗ πρὸς ΖΔ], ἔσται καὶ ὡς ἡ ΒΖ πρὸς ΖΔ, ἡ ΘΒ πρὸς ΒΕ. ἴση γὰρ ἡ ΒΕ τῇ ΔΕ [τοῦτο γὰρ ἐν τοῖς ἐπάνω συναποδέδεικται]. πάλιν ἐπεί ἐστιν, ὡς συναμφότερος ἡ ΕΒΖ πρὸς ΒΖ, ἡ ΗΖ πρὸς ΖΔ, ἔστω τῇ ΒΕ ἴση ἡ ΒΚ. δῆλον γάρ, ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ΘΒ τῆς ΒΕ, ἐπεὶ καὶ ἡ ΒΖ τῆς ΖΔ. καὶ ἔσται, ὡς ἡ ΚΖ πρὸς ΖΒ, ἡ ΗΖ πρὸς ΖΔ. ὡς δὲ ἡ ΖΒ πρὸς ΖΔ, ἐδείχθη ἡ ΘΒ πρὸς ΒΕ, ἴση δὲ ἡ ΒΕ τῇ ΚΒ· ὡς ἄρα ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ, οὕτως ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ. καὶ ἐπεὶ ἡ ΘΖ πρὸς ΖΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ, ὡς δὲ ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ, ἐδείχθη ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ, ἡ ΘΖ ἄρα πρὸς ΖΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ. ἔλασσον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΘΖΗ τοῦ ἀπὸ ΖΚ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΘΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ [τουτέστιν ἡ ΖΘ πρὸς ΖΗ] ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς ΚΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΗ [τὸ δὲ ἀπὸ ΚΖ πρὸς τὸ ἀπὸ

---

2. *ἀπὸ ΑΔ] ἀπό* om. F; corr. ed. Basil. 9. *διπλάσιον] διπλασίονα* Eutocius. 11. ΕΔ, ΔΖ Torellius. 12. ΕΒ, ΒΖ

$AB\Gamma$, et conus $A\Gamma H$ segmento $A\Delta\Gamma$ [prop. 2]. et superficies segmenti $AB\Gamma$ ad superficiem segmenti $A\Delta\Gamma$ eam rationem habet, quam $BA^2 : A\Delta^2$. hoc enim antea demonstratum est.[1]) dico, etiam[2]) conum $A\Theta\Gamma$ ad $AH\Gamma$, hoc est $\Theta Z : ZH$ [I lemm. 1 p. 80] minorem quam duplicem rationem habere, quam $BA^2 : A\Delta^2$, hoc est $BZ : Z\Delta$ [u. Eutocius]. et quoniam $E\Delta + \Delta Z : \Delta Z = \Theta Z : ZB$, erit etiam

$$BZ : Z\Delta = \Theta B : BE;$$

nam $BE = \Delta E$.[3]) rursus quoniam

$$EB + BZ : BZ = HZ : Z\Delta,$$

sit $BK = BE$. adparet enim $\Theta B > BE$, quia $BZ > Z\Delta$. et erit $KZ : ZB = HZ : Z\Delta$.[4]) sed

$$ZB : Z\Delta = \Theta B : BE,$$

ut demonstratum est, et $BE = KB$; quare

$$\Theta B : BK = KZ : ZH.$$[5])

et quoniam $\Theta Z : ZK < \Theta B : BK$ [u. Eutocius], sed demonstratum est $\Theta B : BK = KZ : ZH$, itaque

$$\Theta Z : ZK < KZ : ZH.$$

quare $\Theta Z \times ZH < ZK^2$ [u. Eutocius]. itaque

$$\Theta Z \times ZH : ZH^2 < KZ^2 : ZH^2$$ [u. Eutocius].[6])

1) Demonstratum est (I, 42—43), superficies segmentorum aequales esse circulis, cuius radii sint BA, $A\Delta$; sed circuli illi inter se rationem habent, quam $BA^2 : A\Delta^2$ (Eucl. XII, 2).

2) Hoc est: sicut segmenta $AB\Gamma$, $A\Delta\Gamma$; p. 236 lin. 10 sq.

3) Nam διελόντι (Eucl. V, 17)

$$E\Delta : \Delta Z = \Theta B : ZB = BE : \Delta Z;$$

tum ἐναλλάξ (Eucl. V, 16).

4) Quia $EB + BZ = BK + BZ = KZ$.

5) Nam ἐναλλάξ est (Eucl. V, 16) $KZ : ZH = ZB : Z\Delta$.

6) Ex eius adnotatione adparet, Archimedem scripsisse lin. 28: ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ KZ πρὸς κτλ.

idem. 16. ἐστιν] ἐστι F. EB, BZ Torellius. 26. ΘZ, ZH idem, ut lin. 27.

ΖΗ διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ]. ἡ ἄρα ΘΖ πρὸς ΖΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλασίονα τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ [ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλασίονα τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ΒΖ πρὸς ΖΔ]. τοῦτο δὲ ἐζητοῦμεν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΕΔ, ἔλασσον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΒΖΔ τοῦ ὑπὸ τῶν ΒΕΔ. ἡ ΖΒ ἄρα πρὸς ΒΕ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΕΔ πρὸς ΔΖ, τουτέστιν ἡ ΘΒ πρὸς ΒΖ. ἔλασσον ἄρα τὸ ἀπὸ ΖΒ τοῦ ὑπὸ τῶν ΘΒΕ, τουτέστι τοῦ ὑπὸ τῶν ΘΒΚ. ἔστω ἴσον τὸ ἀπὸ ΒΝ τῷ ὑπὸ ΘΒΚ. ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ, τὸ ἀπὸ ΘΝ πρὸς τὸ ἀπὸ ΝΚ. τὸ δὲ ἀπὸ ΘΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΚ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ ἀπὸ ΘΝ πρὸς τὸ ἀπὸ ΝΚ [καὶ τὸ ἀπὸ ΘΖ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΚ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ, τουτέστιν ἡ ΘΒ πρὸς ΒΕ, τουτέστιν ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ]. ἡ ἄρα ΘΖ πρὸς ΖΗ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ἡμιόλιον τοῦ τῆς ΚΖ πρὸς ΖΗ [τοῦτο γὰρ ἐπὶ τέλει]. καί ἐστιν, ὡς μὲν ἡ ΘΖ πρὸς ΖΗ, ὁ ΑΘΓ κῶνος πρὸς τὸν ΑΗΓ κῶνον, τουτέστι τὸ ΑΒΓ τμῆμα πρὸς τὸ ΑΔΓ τμῆμα. ὡς δὲ ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ, ἡ ΒΖ πρὸς ΖΔ, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΔ, τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ΑΔΓ τμήματος. ὥστε τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ ἔλασσον ἐλάσσονα μὲν ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ μείζονος τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐλάσσονος τμήματος, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον.

---

3. ΖΗ] ΖΗ. ὡς δέ Torellius. ΖΗ] ΖΗ, ἡ ΒΖ πρὸς ΖΔ. ἡ ΘΖ ἄρα πρὸς ΖΗ idem. uerba uncis inclusa om. Cr., *in parenthesi* habet ed. Basil. 6. ΒΖ, ΖΔ Torellius. 7. ΒΕ, ΕΔ idem. 9. ΘΒ, ΒΕ idem. 10. ΘΒ, ΒΚ idem. 11. ΘΒΚ] ed. Basil.; ΒΘΚ F; ΘΒ, ΒΚ Torellius. 13. ἀπὸ

quare $\Theta Z : ZH$ minorem quam duplicem rationem habet, quam $KZ : ZH$. hoc autem quaerebamus.[1]) et quoniam $BE = E\Delta$, erit $BZ \times Z\Delta < BE \times E\Delta$ [u. Eutocius]. itaque $ZB : BE < E\Delta : \Delta Z$ [u. Eutocius] h. e. $< \Theta B : BZ$.[2]) quare $ZB^2 < \Theta B \times BE$[3]), hoc est $< \Theta B \times BK$ [nam $BE = BK$]. sit

$$BN^2 = \Theta B \times BK.$$

erit igitur $\Theta B : BK = \Theta N^2 : NK^2$ [u. Eutocius]. sed

$$\Theta Z^2 : ZK^2 > \Theta N^2 : NK^2 \text{ [u. Eutocius].}$$

itaque $\Theta Z : ZH$ ratio maior quam sesquialtera est quam ratio $KZ : ZH$ [u. Eutocius]. et ut $\Theta Z : ZH$, ita conus $A\Theta\Gamma$ ad conum $AH\Gamma$ [p. 238, 8], hoc est segmentum $AB\Gamma$ ad segmentum $A\Delta\Gamma$ [p. 236, 21]. est autem $KZ : ZH = BZ : Z\Delta$ [p. 239 not. 5] $= BA^2 : A\Delta^2$ [p. 238, 10], hoc est superficies segmenti $AB\Gamma$ ad superficiem segmenti $A\Delta\Gamma$ [p. 239 not. 1]. itaque segmentum maius ad minus minorem quam duplicem rationem habet, quam superficies segmenti maioris ad superficiem minoris, maiorem autem quam sesquialteram.

---

1) Quaerebatur proprie

$$Z\Theta : ZH < BZ^2 : Z\Delta^2$$

(p. 238, 7—10); sed est (p. 239 not. 5)

$$KZ : ZH = BZ : Z\Delta \supset: KZ^2 : ZH^2 = BZ^2 : Z\Delta^2$$
$$\supset: \Theta Z : ZH < BZ^2 : Z\Delta^2.$$

2) Nam $E\Delta : \Delta Z = \Theta B : BZ$ (p. 239 not. 3).

3) Cfr. Quaest. Arch. p. 45; Eutocius ad p. 238, 25.

NK] ἀπό om. F; corr. Torellius. 23. ὥστε] Hauber; ἄλλοτε F, uulgo; ὥστε ἄρα Nizze.

ΑΛΛΩΣ.

Ἔστω σφαῖρα, ἐν ᾗ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ ἡ ΑΓ, κέντρον δὲ τὸ Ε, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ ὀρθῷ διὰ τῆς ΒΔ πρὸς τὴν ΑΓ. λέγω, ὅτι τὸ μεῖζον τμῆμα τὸ ΔΑΒ πρὸς τὸ ἔλασσον τὸ ΒΓΔ ἐλάσσονα ἢ διπλάσιον λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΔ τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ΒΓΔ τμήματος, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον. ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΑΒ, ΒΓ. ὁ δὲ τῆς ἐπιφανείας πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν λόγος ὁ τοῦ κύκλου ἐστίν, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἡ ΑΒ, πρὸς τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἡ ΒΓ, τουτέστιν ὁ τῆς ΑΘ πρὸς τὴν ΘΓ. κείσθω τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἴση ἑκατέρα τῶν ΑΖ, ΓΗ. ὁ δὴ τοῦ ΒΑΔ τμήματος πρὸς τὸ ΒΓΔ λόγος συνῆπται ἐκ τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ΒΑΔ τμῆμα πρὸς τὸν κῶνον, οὗ ἡ βάσις μέν ἐστιν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Α σημεῖον, καὶ ὁ αὐτὸς κῶνος πρὸς τὸν κῶνον τὸν βάσιν μὲν ἔχοντα τὴν αὐτήν, κορυφὴν δὲ τὸ Γ σημεῖον, καὶ ὁ εἰρημένος κῶνος πρὸς τὸ ΒΓΔ τμῆμα. ἀλλ' ὁ μὲν τοῦ ΒΑΔ τμήματος λόγος πρὸς τὸν ΒΑΔ κῶνον, ὁ τῆς ΗΘ ἐστι πρὸς ΘΓ· ὁ δὲ τοῦ κώνου πρὸς τὸν κῶνον ὁ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΓ· ὁ δὲ τοῦ ΒΓΔ κώνου πρὸς τὸ τμῆμα τὸ ΒΓΔ ὁ τῆς ΑΘ ἐστι πρὸς ΘΖ. ὁ δὲ συνημμένος ἐκ τοῦ τῆς ΗΘ πρὸς ΘΓ καὶ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΓ ὁ τοῦ ὑπὸ τῶν ΗΘΑ

---

12. ἡ ΒΓ] προς (comp.) ΗΒΓ F; corr. ed. Basil.*; fort. ἐστὶν ἡ ΒΓ. ΘΓ] ΑΓ FBC*. 14. δή] scripsi; δε F, uulgo. 16. οὗ ἡ] ἡ delendum censeo. βασ cum comp. ης F. 18. κῶνον τόν] scripsi; τόν om. F, uulgo. 24. συνημμένος] alterum μ supra scriptum manu 1 F. 25. ΗΘΑ] scripsi; ΗΑΘ F; ΑΘΗ ed. Basil., ΑΘ, ΘΗ Torellius.

ALITER.[1])

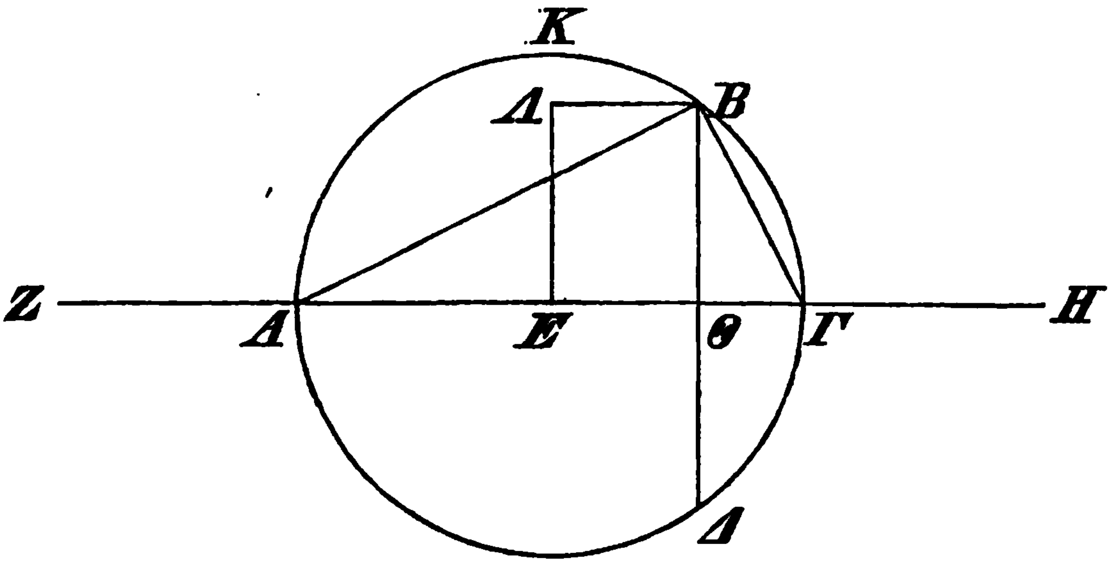
Sit sphaera, in qua circulus maximus $AB\Gamma\varDelta$, diametrus autem $A\Gamma$, centrum autem E, et secetur plano per $B\varDelta$ ad $A\Gamma$ perpendiculari. dico, segmentum maius $\varDelta AB$ ad minus $B\Gamma\varDelta$ minorem quam duplicem rationem habere, quam habet superficies segmenti $AB\varDelta$ ad superficiem segmenti $B\Gamma\varDelta$, maiorem autem, quam sesquialteram. ducantur enim AB, $B\Gamma$ lineae. iam ratio superficiei ad superficiem ea est, quam habet circulus, cuius radius est AB, ad circulum, cuius radius est $B\Gamma$ [I, 42—43], hoc est $A\Theta : \Theta\Gamma$.[2]) ponatur radio circuli aequalis utraque linea AZ, ΓH. itaque ratio segmenti $BA\varDelta$ ad segmentum $B\Gamma\varDelta$[3]) composita est ex ratione, quam habet segmentum $BA\varDelta$ ad conum, cuius basis est circulus circum diametrum $B\varDelta$ descriptus, uertex autem punctum A, et ratione, quam habet idem conus ad conum basim habentem eandem, uerticem autem punctum Γ, et ratione, quam hic conus, quem [ultimo loco] commemorauimus, ad segmentum $B\Gamma\varDelta$ habet [u. Eutocius]. sed segmentum $BA\varDelta$ ad conum $BA\varDelta$ eam habet rationem, quam $H\Theta : \Theta\Gamma$ [prop. 2 πόρ.], conus uero ad conum eam, quam $A\Theta : \Theta\Gamma$ [I λημμ. 1 p. 80], conus autem $B\Gamma\varDelta$ ad segmentum $B\Gamma\varDelta$ eam, quam $A\Theta : \Theta Z$ [prop. 2 πόρ. et Eucl. V, 7

1) Haec demonstratio, quam etiam Eutocius habuit, priore neque clarior neque breuior est. sed cum uerba ipsa pessime deprauata esse constet, ueri simile est, tenorem quoque demonstrationis a transscriptore dilatatum et amplificatum esse (Neue Jahrb. Suppl. XI p. 395—96; Quaest. Arch. p. 75—76).

2) Nam circuli inter se rationem habent, quam $AB^2 : B\Gamma^2$ (Eucl. XII, 2); tum u. p. 238, 10.

3) *Ex Eutocio* multis locis aliam scripturam et sine dubio *genuinam cognoscimus*: lin. 14: ΒΓΔ τμῆμα, σύγκειται ἐκ τε

ἐστι πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ· ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ ΗΘ, ΘΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ μετὰ τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΖ ὁ τοῦ ὑπὸ τῶν ΗΘ, ΘΑ ἐστιν ἐπὶ τὴν ΘΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ. ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ τῶν ΗΘΑ ἐπὶ τὴν ΘΑ ὁ τοῦ ἀπὸ τῆς ΘΑ



ἐστι ἐπὶ τὴν ΘΗ. ὅτι ἄρα τὸ ἀπὸ ΘΑ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΓ διπλασίου [ἐστιν ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ]. τὸ ἄρα ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ. ὅτι ἄρα μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΖΘ τοῦ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ. ὅτι ἄρα μείζων ἐστὶν ἡ ΘΖ τῆς ΘΗ.

φημὶ δή, ὅτι καὶ τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ ἔλασσον μείζονα λόγον ἔχει ἢ ἡμιόλιον τοῦ τῆς ἐπιφανείας

---

1. *τὸ ἀπό*] (prius) *την* F; corr. BD. 2. *ΘΓ*] *ΗΘ, ΘΓ* F; corr. ed. Basil., Cr. 3. *ἐπί*] (prius) *προς* per comp. F; corr. ed. Basil. *ΗΘ, ΘΑ* Torellius. 4. *ἐπί*] *προς* per comp. F; corr. ed. Basil.* Post prius *ΘΑ* in ed. Basil. et Cr. legitur: *πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΗ*, sed haec uerba om. F; Torellius ea recepit, *ΘΗ* in *ΘΖ* mutato, et praeterea addidit: *ὁ αὐτός ἐστι τῷ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ. ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ τῶν ΗΘ, ΘΑ ἐπὶ τὴν ΘΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΗ.* aliam huius loci difficillimi emendandi uiam ingressus sum Neue Jahrb. Suppl. XI p. 396, nondum cognita scriptura codicis F. 5. *ἐπί*] (priore loco) scripsi; *προς* F, uulgo. *τὴν ΘΗ*] *το*

πόρ.; u. Eutocius]. sed ratio ex $H\Theta : \Theta\Gamma$ et $A\Theta : \Theta\Gamma$ composita haec est: $H\Theta \times \Theta A : \Theta\Gamma^2$ [u. Eutocius]. sed $H\Theta \times \Theta A : \Theta\Gamma^2$ una cum $A\Theta : \Theta Z$ est $(H\Theta \times \Theta A) \times \Theta A : \Theta\Gamma^2 \times \Theta Z$ [u. lemma Eutocii].[1]) sed

$(H\Theta \times \Theta A) \times \Theta A [: \Theta\Gamma^2 \times \Theta Z] = \Theta A^2 \times \Theta H [: \Theta\Gamma^2 \times \Theta Z]$

[ibid.] itaque [demonstrandum est]

$$\Theta A^2 \times \Theta H : \Theta\Gamma^2 \times \Theta Z < A\Theta^2 : \Theta\Gamma^2,$$

hoc est $< A\Theta^2 \times \Theta H : \Theta\Gamma^2 \times \Theta H$ [u. Eutocius]. quare [demonstrandum] $\Gamma\Theta^2 \times Z\Theta > \Gamma\Theta^2 \times \Theta H$ [u. Eutocius]. [demonstrandum] igitur $Z\Theta > \Theta H$ [quod constat; u. Eutocius].

dico igitur, maius segmentum ad minus maiorem quam sesquialteram rationem habere, quam superficies

τοῦ; lin. 16: οὗ βάσις; lin. 18: πρὸς κῶνον τόν; lin. 21; λόγος om.; lin. 22: $BA\Delta$ κώνου et $B\Gamma\Delta$ κῶνον; $A\Theta$ ἐστι; lin. 23: τὸ $B\Gamma\Delta$ τμῆμα; lin. 24: συγκείμενος; ibid. ἔκ τε τοῦ; lin. 25: $\Theta\Gamma$ μετὰ τοῦ τῆς; sed discrepantias praeter unam (u. comm. crit. ad lin. 18) aut duo (ibid. ad lin. 16) transscriptori tribuo.

1) In hac quoque pagina Eutocius scripturas permultas discrepantes praebet: lin. 1: $H\Theta A$; lin. 2: $\Gamma\Theta$, ὑπὸ $H\Theta A$ ἐστιν; lin. 4: τῶν om.; ibid.: $A\Theta$ ὁ αὐτός ἐστι τῷ ἀπὸ $A\Theta$ ἐπί; lin. 6: ἐλάσσονα ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ τῆς $A\Theta$ πρὸς $\Theta\Gamma$; lin. 9: ἤπερ τὸ αὐτὸ τό; lin. 11: ὅτι τὸ ἀπὸ $\Gamma\Theta$ ἐπὶ τὴν $Z\Theta$ μεῖζόν ἐστι τοῦ; lin. 13: καί om.; lin. 14: ἐπιφανείας πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν λόγου; p. 246 lin. 3: ἐπιφανείας πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν λόγου; lin. 4: ἀπὸ τῆς $B\Gamma$; lin. 5: φημὶ οὖν; lin. 8: ἀπὸ τῆς ΘB. ante ὅτι lin. 5 Nizzius addi uoluit φημὶ δέ; similia in hoc ὅτι semper addit Eutocius.

ἀπὸ $\Theta\Gamma$ Cr., ed. Basil., Torellius. 6. ΘZ] AZ F; $Z\Theta$ ed. Basil.; Torellius. 7. διπλασιων FBC, διπλάσιον AD, ed. Basil.; corr. Torellius, qui tum addidit ὅς. 9. ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ $A\Theta$ ἐπὶ τὴν ΘH πρὸς τὸ ἀπὸ $\Gamma\Theta$ ἐπὶ τὴν ΘH] om. F, uulgo; supplementum Torellii dubitans recepi. 13. δή, ὅτι] B, Torellius; διοτι F, uulgo. 14. Post ἐπιφανείας in B, ed. Basil., Cr., Torellio additur: πρὸς ἐπιφάνειαν; idem p. 246 lin. 3 suppleuit Torellius solus.

λόγου. ἀλλ' ὁ μὲν τῶν τμημάτων ἐδείχθη ὁ αὐτὸς τῷ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ. τοῦ δὲ τῆς ἐπιφανείας λόγου ἡμιόλιός ἐστιν ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΒ κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ ΒΓ κύβον. φημὶ δή, ὅτι τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ [ὁ ἀπὸ τῆς ΑΒ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΒΓ κύβον, τουτέστιν] ὁ ἀπὸ τῆς ΑΘ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ ΘΒ κύβον, τουτέστιν ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΘ καὶ ὁ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ. ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΒ προσλαβὼν τὸν τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ ἐστιν πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΓΘΒ. ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΘΓ ὁ τοῦ ἀπὸ ΑΘ ἐστιν ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΗ. φημὶ δή, ὅτι ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΘ ἐπὶ τὴν ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ [τὸ ἀπὸ ΑΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ, τουτέστι] τὸ ἀπὸ ΑΘ ἐπὶ τὴν ΘΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΗ. δεικτέον οὖν, ὅτι τὸ ἀπὸ ΘΓ ἐπὶ τὴν ΘΖ ἔλασσόν ἐστι τοῦ ὑπὸ τῶν ΒΘΓ ἐπὶ τὴν ΗΘ. ὃ ταὐτόν ἐστι τῷ δεῖξαι, ὅτι τὸ ἀπὸ ΓΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΘΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΗΘ πρὸς ΘΖ [δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι ἡ ΗΘ πρὸς ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ]. ἤχθω ἀπὸ τοῦ Ε τῇ ΕΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΕΚ, καὶ ἀπὸ τοῦ

4. *κύβου*] *κυκλου* F; corr. B. 5. *κύβον*] *κυκλον* F; corr. B. *ὅτι τό*] *οτι του* F; corr. Torellius. 6. *ἤπερ*] *ηπερ ἡ* F; corr. Torellius. 8. *ἀπὸ τῆς*] *της* F; corr. B. 9. *ἀπὸ ΑΘ*] *ΑΘ* F; corr. B. 11. *ὁ τοῦ*] Nizze (Cr.); *ο δε του* F, uulgo. 12. *ΓΘ, ΘΒ* Torellius. 13. *ΒΘΓ*] scripsi; *ΒΘ, ΘΓ* Torellius; *ΘΒΓ* F, uulgo. 14. *ΒΘΓ*] ut lin. 13. 17. *ὑπό*] *απο* F; corr. Torellius. *ΒΘ, ΘΓ* idem, ut lin. 18, 20, 21. 24. *Ε τῇ ΕΓ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΕΚ, καὶ ἀπὸ τοῦ*] om. F; corr. Torellius et ed. Basil., nisi quod pro *καί* habet *ἤχθω*; om. Cr.

inter se. sed demonstratum est, rationem, quam inter se habent segmenta, esse

$$= A\Theta^2 \times \Theta H : \Theta\Gamma^2 \times \Theta Z.$$

ratio uero $AB^3 : B\Gamma^3$ sesquialtera est, quam ratio, quam superficies inter se habent [u. Eutocius]. dico igitur,

$$A\Theta^2 \times \Theta H : \Gamma\Theta^2 \times \Theta Z$$

rationem maiorem esse quam

$$A\Theta^3 : \Theta B^3 \text{ [u. Eutocius]},$$

hoc est

$$> A\Theta^2 : B\Theta^2 \times A\Theta : \Theta B \text{ [u. Eutocius]}.$$

sed

$$A\Theta^2 : \Theta B^2 \times A\Theta : \Theta B = A\Theta^2 : \Gamma\Theta \times \Theta B$$

[u. Eutocius]. sed

$$A\Theta^2 : \Gamma\Theta \times \Theta B = A\Theta^2 \times \Theta H : (B\Theta \times \Theta\Gamma) \times \Theta H$$

[u. Eutocius]. dico igitur

$$A\Theta^2 \times \Theta H : \Gamma\Theta^2 \times \Theta Z > A\Theta^2 \times \Theta H : (B\Theta \times \Theta\Gamma) \times \Theta H.$$

demonstrandum igitur

$$\Gamma\Theta^2 \times \Theta Z < (B\Theta \times \Theta\Gamma) \times \Theta H \text{ [u. Eutocius]}.$$

quod idem est, ac si demonstramus:

$$\Gamma\Theta^2 : B\Theta \times \Theta\Gamma < H\Theta : \Theta Z \text{ [u. Eutocius].}^{1)}$$

ducatur ab E puncto ad $E\Gamma$ lineam perpendicularis linea EK, et a B puncto ad eam perpendicularis linea $B\varLambda$.

---

1) Uerba sequentia δεῖ lin. 22 — ΘB lin. 23 ex Eutocio huc translata sunt, propter p. 248 lin. 1—3 superuacua. his deletis uerba ἐπίλοιπον p. 248 lin. 1 — ΘB lin. 3, quae habet Eutocius, retinenda sunt.

Β κάθετος ἐπ' αὐτὴν ἡ ΒΛ. ἐπίλοιπον ἡμῖν δεῖξαι, διότι ἡ ΗΘ πρὸς ΘΖ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ. ἴση δέ ἐστιν ἡ ΘΖ συναμφοτέρῳ τῇ ΑΘ, ΚΕ. δεῖξαι ἄρα δεῖ, ὅτι ἡ ΗΘ πρὸς συναμφότερον τὴν ΘΑ, ΚΕ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ. καὶ ἀφαιρεθείσης ἄρα ἀπὸ τῆς ΘΗ τῆς ΓΘ, ἀπὸ δὲ τῆς ΚΕ τῆς ΕΛ ἴσης τῇ ΒΘ δεήσει δειχθῆναι, ὅτι λοιπὴ ἡ ΓΗ πρὸς λοιπὴν συναμφότερον τὴν ΑΘ, ΚΛ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΓΘ πρὸς ΘΒ, τουτέστιν ἡ ΘΒ πρὸς ΘΑ, τουτέστιν ἡ ΛΕ πρὸς ΘΑ. καὶ ἐναλλάξ, ὅτι ἡ ΚΕ πρὸς ΕΛ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ ΚΛ, ΘΑ πρὸς ΘΑ. καὶ διελόντι ἡ ΚΛ πρὸς ΛΕ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ΚΛ πρὸς ΘΑ. ὅτι ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΛΕ τῆς ΘΑ.

θ'.

Τῶν τῇ ἴσῃ ἐπιφανείᾳ περιεχομένων σφαιρικῶν τμημάτων μεῖζόν ἐστι τὸ ἡμισφαίριον.

ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΓ, καὶ ἄλλη σφαῖρα, ἧς μέγιστος κύκλος ὁ ΕΖΗΘ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΕΗ· καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ ἡ μὲν ἑτέρα σφαῖρα διὰ τοῦ κέντρου,

---

1. *ΒΛ*] *ΒΔ* FV. *ἡμῖν*] *μειναι* F; corr. ed. Basil.* 2. *διότι*] *ὅτι* Nizze. 4. *δεῖ, ὅτι*] *διοτι* F; corr. B. 12. *ΘΑ*] *ΘΛ* F; corr. ed. Basil.* *διελόντι, ὅτι*? 15. *ιδ'* F; *ι'* Torellius.

restat, ut demonstremus: $H\Theta : \Theta Z > \Gamma\Theta : \Theta B$ [u. Eutocius]. sed $\Theta Z = \Lambda\Theta + KE$ [u. Eutocius].[1]) itaque demonstrandum $H\Theta : \Theta\Lambda + KE > \Gamma\Theta : \Theta B$. quare etiam subtracta a ΘH linea linea $\Gamma\Theta$ et a KE linea linea $E\Lambda$ aequali lineae $B\Theta$[2]) demonstrandum erit

$$\Gamma H : \Lambda\Theta + K\Lambda > \Gamma\Theta : \Theta B \text{ [u. Eutocius]},$$

hoc est $> \Theta B : \Theta\Lambda$[3]), hoc est $> \Lambda E : \Theta\Lambda$ [nam $\Lambda E = \Theta B$], et uicissim $KE : E\Lambda > K\Lambda + \Theta\Lambda : \Theta\Lambda$[4]), et dirimendo $K\Lambda : \Lambda E > K\Lambda : \Theta\Lambda$[5]), hoc est

$$\Lambda E < \Theta\Lambda \text{ [Eucl. V, 10].}$$[6])

IX.

Omnium segmentorum sphaerarum, quae aequali superficie continentur, maximum est hemisphaerium.[7])

sit $AB\Gamma\Delta$ circulus sphaerae maximus, et diametrus eius $A\Gamma$, et alia sphaera sit, cuius circulus maximus sit $EZH\Theta$, diametrus autem eius EH. et secetur plano

---

1) Ex Eutocio haec corrigi possunt: p. 246 lin. 12: *ἐστι*; ibid.: *τῶν* om., item lin. 13, 14, 20; lin. 13—14: *$B\Theta\Gamma$ λόγος, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ $A\Theta$ ἐπὶ τήν*; lin. 15: *ἄρα* om.; lin. 18: $\Gamma\Theta B$; ibid.: *οὖν* om.; lin. 21: $\Gamma\Theta B$; p. 248, 4: *δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι*. omisi discrepantias minutissimas in litterarum ordine, quem fieri potest ut Eutocius ipse mutauerit. praeterea Eutocius p. 248 lin. 13: habet: *ἥπερ αὐτὴ ἡ* et ibid. 14 *τουτέστιν, ὅτι ἐλάσσων ἡ ΛE τῆς ΘA ἐστιν.*

2) Horum uerborum formam singularem (lin. 6—7) propter Eutocium mutare non audeo.

3) Nam $\Gamma\Theta : \Theta B = \Theta B : \Theta\Lambda$; Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 Nr. 16.

4) Nam $KE = \Gamma H$; tum u. Pappus VII, 47 p. 686.

5) U. supra p. 235 not. 1.

6) Conclusionem hic et p. 244, 12 omissam Eutocius nec habuisse nec desiderasse uidetur. idem synthesim utriusque partis de suo addit.

7) *Τὸ ἡμισφαίριον μέγιστόν ἐστι τῶν περιεχομένων ὑπὸ ἴσας ἐπιφανείας σφαίρας τμαμάτων. περὶ ἑλίκ.* praef.

ἡ δὲ ἑτέρα μὴ διὰ τοῦ κέντρου. ἔστω δὲ τὰ τέμνοντα ἐπίπεδα ὀρθὰ πρὸς τὰς ΑΓ, ΕΗ διαμέτρους. καὶ τετμήσθωσαν κατὰ τὰς ΔΒ, ΖΘ γραμμάς.

ἔστιν δὴ τὸ μὲν κατὰ τὴν ΖΕΘ περιφέρειαν τμῆμα τῆς σφαίρας ἡμισφαίριον, τῶν δὲ κατὰ τὴν ΒΑΔ περιφέρειαν τομῶν ἐν μὲν τῷ ἑτέρῳ σχήματι, πρὸς ὃ τὸ Σ σημεῖον, μεῖζον ἡμισφαιρίου, ἐν δὲ τῷ ἑτέρῳ ἔλασσον ἡμισφαιρίου. ἴσαι δὲ ἔστωσαν αἱ τῶν εἰρημένων τμημάτων ἐπιφάνειαι. λέγω οὖν, ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ κατὰ τὴν ΖΕΘ περιφέρειαν ἡμισφαίριον τοῦ κατὰ τὴν ΒΑΔ περιφέρειαν τμήματος.

ἐπεὶ γὰρ ἴσαι εἰσὶν αἱ ἐπιφάνειαι τῶν εἰρημένων τμημάτων, φανερόν, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΒΑ τῇ ΕΖ εὐθείᾳ [δέδεικται γὰρ ἑκάστου τμήματος ἡ ἐπιφάνεια ἴση οὖσα κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος εὐθείᾳ ἀγομένῃ ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος]. [καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡμίσεως κύκλου ἡ ΒΑΔ περιφέρεια ἐν τῷ ἑτέρῳ σχήματι, πρὸς ὃ τὸ Σ σημεῖον] δῆλον, ὅτι ἡ ΒΑ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλασίων δυνάμει τῆς ΑΚ, τῆς δὲ ἐκ τοῦ κέντρου μείζων ἢ διπλασίων δυνάμει. ἔστω δὲ καὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΑΒΔ κύκλου ἴση ἡ ΓΞ, καὶ ὃν ἔχει λόγον ἡ ΓΞ πρὸς τὴν ΓΚ, τοῦτον ἐχέτω ἡ ΜΑ πρὸς ΑΚ. ἀπὸ δὲ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ κῶνος ἔστω κορυ-

1. *τά*] scripsi; *τα μεν* F, uulgo. 4. *ἔστιν*] *ἔστω* Nizze; sed respicitur ad p. 248, 21 sq. 6. *τομῶν*] *τμημάτων* Nizze. 8. *αἱ τῶν εἰρημένων τμημάτων ἐπιφάνειαι. λέγω οὖν*] om. F; corr. ed. Basil. nocuit similitudo compendiorum *ἔστωσαν* et *οὖν*; lacunam sic suppleuit Cr.: „est autem superficies maioris portionis unius sphaerae superficiei dimidiae sphaerae aequalis, quae est ad circumferentiam *feh*. dico igitur.“ 17. *ὅς*] *ὁ* F; corr. Torellius. 19. *Σ*] *Γ* F; corr. ed. Basil.*; sed fortasse et hic

altera sphaera per centrum, altera autem non per centrum. et plana secantia ad diametros $A\Gamma$, EH perpendicularia sint et secent[1]) in lineis ΔB, $Z\Theta$.

itaque segmentum sphaerae in ambitu $ZE\Theta$ positum hemisphaerium est, segmentum autem in ambitu $BA\Delta$ positum[2]) in altera figura, ad quam est Σ signum, maius hemisphaerio, in altera uero minus. aequales autem sint superficies segmentorum, quae commemorauimus. dico igitur, hemisphaerium in $ZE\Theta$ ambitu positum maius esse segmento in $BA\Delta$ ambitu posito.

nam quoniam aequales sunt superficies segmentorum, adparet, esse $BA = EZ$ [I, 42—43; Eucl. XII, 2]. [et quoniam ambitus $BA\Delta$ in altera figura, ad quam Σ signum est, maior est semicirculo] adparet esse

$$BA^2 < 2AK^2,$$

sed maiorem duplici quadrato radii [u. Eutocius].[3]) praeterea autem linea $\Gamma\Xi$ aequalis sit radio circuli $AB\Delta$, et sit $\Gamma\Xi : \Gamma K = MA : AK$. et in circulo circum $B\Delta$ diametrum descripto construatur conus uer-

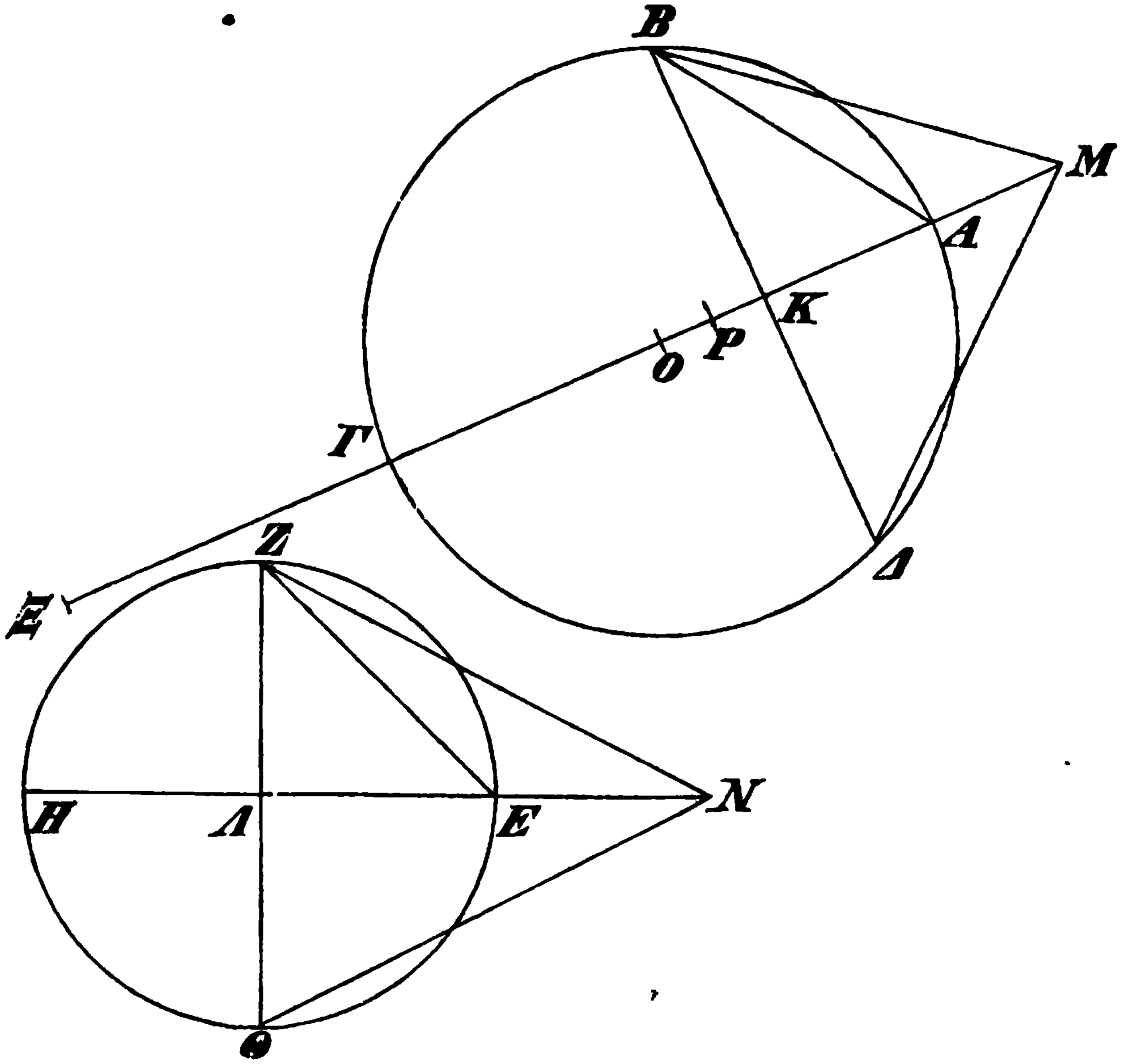
1) Aut auditur *οἱ κύκλοι*, aut potius Archimedes scripserat: *τετμηκόντων*. cfr. Quaest. Arch. p. 88.

2) Uerba corrupta lin. 5—6 sic fere restituenda sunt: *τὸ δὲ κατὰ τὴν ΒΑΔ περιφέρειαν τμῆμα.*

3) Ex eo comperimus, Archimedem lin. 20—22 scripsisse *δῆλον δέ, ὅτι ἡ ΒΑ τῆς μὲν ΑΚ ἐλάσσων ἐστὶ ἢ διπλασία δυνάμει, τῆς δὲ ἐκ τοῦ κέντρου μείζων ἢ διπλασία.* lin. 22 *δυνάμει* del. Torellius. Nizzius post hoc uerbum cum Sturmio aliisque addit: *ἐν δὲ τῷ ἑτέρῳ σχήματι τἀναντία τούτοις. κείσθω τῷ ἡμίσει τοῦ ἀπὸ ΑΒ, τουτέστι τοῦ ἀπὸ ΕΖ, ἴσον τὸ ἀπὸ ΑΡ. ἔσται ἄρα τῇ ΕΛ ἴση ἡ ΑΡ, καὶ τῆς ΑΚ ἡ ΑΡ ἐγγυτέρω τῆς διχοτομίας τῆς ἐν τῷ Ο σημείῳ.*

et lin. 7 scrib. *δ*. 20. *ἐστίν*] per comp. F. 25. *τοῦ*] addidi; om. F, uulgo.

φὴν ἔχων τὸ Μ σημεῖον. ἴσος δή ἐστιν οὗτος τῷ κατὰ τὴν ΒΑΔ περιφέρειαν τμήματι τῆς σφαίρας. ἔστω καὶ τῇ ΕΛ ἴση ἡ ΕΝ, καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ

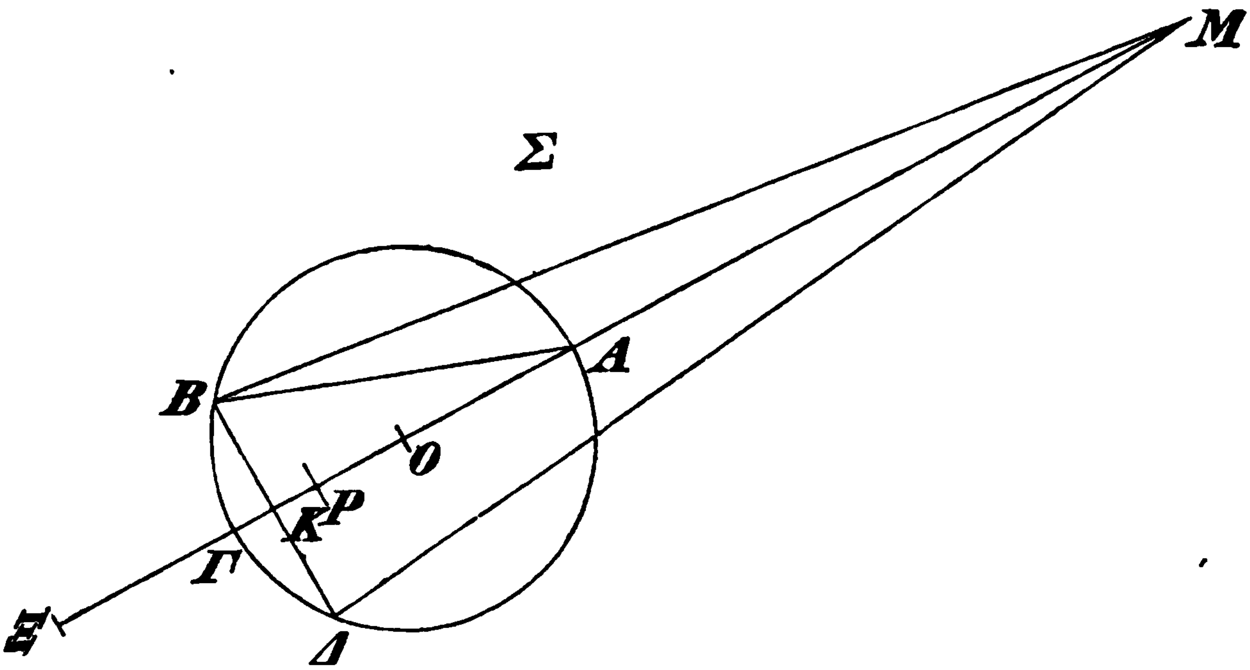


διάμετρον τὴν ΘΖ κῶνος ἔστω κορυφὴν ἔχων τὸ Ν σημεῖον. ἴσος δὴ καὶ οὗτός ἐστι τῷ κατὰ τὴν ΘΕΖ περιφέρειαν ἡμισφαιρίῳ. τὸ δὲ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ΑΡΓ μεῖζόν ἐστι τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τῶν ΑΚΓ, διότι τὴν ἐλάσσονα πλευρὰν τῆς ἐλάσσονος τοῦ ἑτέρου μείζονα ἔχει. τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΡ ἴσον ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ΑΚ, ΓΞ. ἥμισυ γάρ ἐστι τοῦ ἀπὸ

---

6. *δέ*] scripsi cum Eutocio; *δη* F, uulgo. 7. *ΑΡ*, *ΡΓ* Torellius. *ΑΚ*, *ΚΓ* idem. 10. *ΑΚ*, *ΓΞ*] *ΑΞ* F; corr. ed. Basil.; cfr. Eutocius.

ticem habens punctum M. is igitur segmento sphaerae in ambitu $BA\Delta$ posito aequalis erit.[1]) sit praeterea $EN = EA$, et in circulo circum diametrum ΘZ de-



scripto construatur conus uerticem habens punctum N. quare etiam is hemisphaerio in ambitu ΘEZ posito aequalis est [u. Eutocius]. sed est

$$A P \times P\Gamma > AK \times K\Gamma,$$

quia minus latus minore latere alterius rectanguli maius habet [u. Eutocius]. est autem $AP^2 = AK \times \Gamma\Xi$; est enim $= \frac{1}{2} AB^2$.[2]) itaque etiam

---

1) Est enim συνθέντι (Eucl. V, 18): $K\Xi : \Gamma K = MK : AK$; tum u. prop. 2.

2) U. Eutocius. sed nusquam dictum est, esse $AP^2 = \frac{1}{2} AB^2$. quare puto p. 250, 22 post δυνάμει excidisse: ἔστω δὴ ἡ BA τῆς AP δυνάμει διπλασία (forma ad lemma Eutocii adcommodata, quod sine dubio genuina uerba Archimedis seruauit; u. p. 251 not. 3). nam uerba praecedentia lin. 20 sq. eo spectant, ut demonstretur, punctum P inter O et K cadere, et praeterea ἔστω δὲ καί lin. 22 tum demum habebunt, quo referantur. ceterum si lemma Eutocii recte in codicibus traditum est, sequitur, ut uerba καὶ ἐπεί lin. 18 — σημεῖον lin. 19 subditiua sint (δῆλον δέ). hinc oritur suspicio, Archimedem omnino non ad alteram figuram respexisse, ita ut delenda sint ἐν μὲν τῷ p. 250, 6 — σημεῖον lin. 7 et ἐν δέ lin. 7 — ἡμισφαιρίου lin. 8, et praeterea ultima uerba adnotationis Eutocii ad p. 250,

τῆς ΑΒ. μεῖζον οὖν ἐστι καὶ τὸ συναμφότερον τοῦ συναμφοτέρου [τὸ ἄρα περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ΓΑΡ μεῖζόν ἐστι τοῦ ὑπὸ τῶν ΞΚΑ]. τῷ δὲ ὑπὸ τῶν ΞΚΑ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΜΚΓ [ὥστε μεῖζόν ἐστι τὸ ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΡ τοῦ ὑπὸ τῶν ΜΚΓ]. ὥστε μείζονα λόγον ἔχει ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΚΓ, ἤπερ ἡ ΜΚ πρὸς τὴν ΑΡ. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΚ, τοῦτον ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΚ. δῆλον οὖν, ὅτι μείζονα λόγον ἔχει τὸ ἥμισυ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΒ, ὅ ἐστιν ἴσον τῷ ἀπὸ ΑΡ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΚ, ἤπερ ἡ ΜΚ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ΑΡ, ᾗ ἐστιν ἴση τῇ ΛΝ. μείζονα ἄρα λόγον ἔχει καὶ ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΖΘ πρὸς τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ, ἢ ἡ ΜΚ πρὸς τὴν ΝΛ. ὥστε μείζων ἐστὶν ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΖΘ κύκλον, κορυφὴν δὲ τὸ| Ν σημεῖον τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΔ, κορυφὴν δὲ το Μ σημεῖον. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ ἡμισφαίριον τὸ κατὰ τὴν ΕΖΘ περιφέρειαν μεῖζόν ἐστι τοῦ τμήματος τοῦ κατὰ τὴν ΒΑΔ περιφέρειαν.

---

1. *μεῖζον*] scripsi cum Eutocio; *μειζων* F, uulgo. 2. *ΓΑ, ΑΡ* Torellius. 3. *μειζων* F. in figura litteram *Ο* ex Eutocio addidit Nizze, litteram *Σ* ed. Basil., sed praue; corr. Torellius. 3. *ΞΚΑ*] B*, ed. Basil.; *ΞΑΚ* F; *ΞΚ, ΚΑ* Torellius, ut etiam lin. 4. 4. *ΜΚΓ. ὥστε μεῖζόν ἐστι τὸ ὑπὸ τῶν*] om. F; corr. Cr., ed. Basil. 5. *ΓΑΡ* ed. Basil. *ΜΚ, ΚΓ* Torellius. 10. *ΑΡ, πρὸς τὸ ἀπό*] om. F; corr. Cr., ed. Basil. 12. *ΛΝ*] *ΛΗ* F; corr. A, Cr., ed. Basil. 14. *ἢ*] *ἤπερ* Torellius. *ΜΚ*] *ΗΜΚ* F; corr. ed. Basil.* *ΝΛ*] *ΜΛ* F; corr. Torellius; „ln" Cr. *μειζον* F. 15. *διάμετρον*] *διαμετρον μεν* F, ut etiam lin. 17; corr. utroque loco Torellius. in fine *Αρχιμηδους περι σφαιρας και κυλινδρου* $\overline{B}$ F, Cr.

$$\varDelta P \times P\Gamma + \varDelta P^2 > \varDelta K \times K\Gamma + \varDelta K \times \Gamma\Xi$$

[hoc est $\Gamma\varDelta \times \varDelta P > \varDelta K \times K\Xi$ (u. Eutocius)]. sed

$$MK \times K\Gamma = \Xi K \times K\varDelta \text{ [u. Eutocius].}$$

quare $\Gamma\varDelta : K\Gamma > MK : \varDelta P$ [u. Eutocius].[1]) sed

$$\varDelta\Gamma : \Gamma K = \varDelta B^2 : BK^2 \text{ [u. Eutocius].}$$

adparet igitur, esse $\frac{1}{4}\varDelta B^2 : BK^2 > MK : 2\varDelta P$, hoc est

$$\varDelta P^2 : BK^2 > MK : \varDelta N \text{ [u. Eutocius].}$$

quare etiam circulus circum diametrum $Z\Theta$ descriptus ad circulum circum diametrum $B\varDelta$ descriptum maiorem rationem habet, quam $MK : N\varDelta$.[2]) quare conus basim habens circulum circum diametrum $Z\Theta$ descriptum, uerticem autem punctum N, maior est cono basim habenti circulum circum diametrum $B\varDelta$ descriptum[3]), uerticem autem punctum M [u. Eutocius]. adparet igitur, etiam hemisphaerium in ambitu $EZ\Theta$ positum maius esse segmento in $B\varDelta\varDelta$ ambitu posito [p. 252, 1 sq.].

---

20 sq. (καὶ ταῦτα μέν — λεχθήσεται), in quibus etiam mira breuitas offendit. haec enim figura altera praeter unum locum p. 250, 6 prorsus neglegitur. itaque transscriptor ab instituto suo demonstrationem Archimedis corrigendi destitit.

1) Ex eo adparet, Archimedem τήν ante $K\Gamma$ et $\varDelta P$ lin. 6 et 7, sicut etiam ante ΓK lin. 6 omisisse. lin. 14 pro ἤ habet ἤπερ.

2) Nam est $Z\varDelta = \varDelta P$ (Eutocius); itaque

$$Z\varDelta^2 : BK^2 > MK : \varDelta N;$$

tum u. Eucl. XII, 2; nam

$$Z\varDelta = \tfrac{1}{2}Z\Theta,\ BK = \tfrac{1}{2}B\varDelta.$$

3) Archimedes scripserat solito uerborum ordine lin. 17: τὸν περὶ διάμετρον τὴν $B\varDelta$ κύκλον (Eutocius).

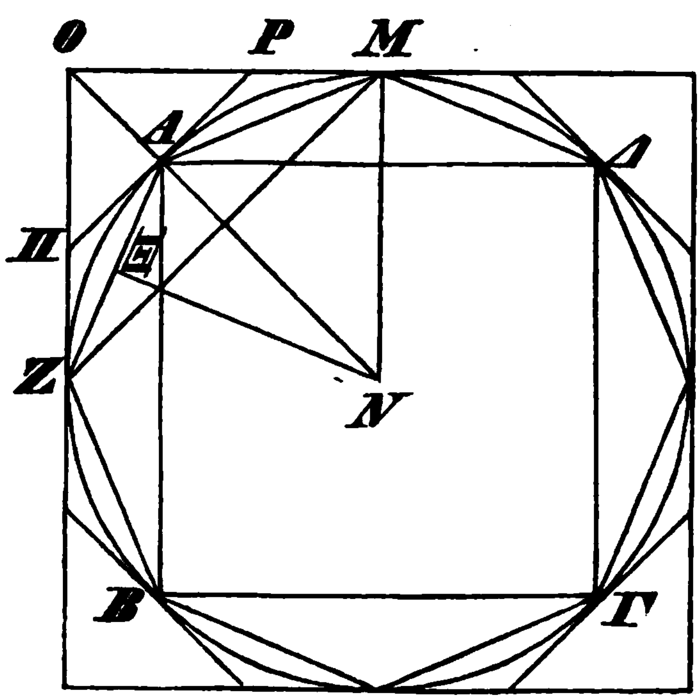
DIMENSIO CIRCULI.

α'.

Πᾶς κύκλος ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ ὀρθογωνίῳ, οὗ ἡ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴση μιᾷ τῶν περὶ τὴν ὀρθήν, ἡ δὲ περίμετρος τῇ βάσει.

ἐχέτω ὁ ΑΒΓΔ κύκλος τριγώνῳ τῷ Ε, ὡς ὑπόκειται. λέγω, ὅτι ἴσος ἐστίν.

εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω μείζων ὁ κύκλος, καὶ ἐγγεγράφθω τὸ ΑΓ τετράγωνον, καὶ τετμήσθωσαν αἱ περιφέρειαι δίχα, καὶ ἔστω τὰ τμήματα ἤδη ἐλάσσονα τῆς



ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει ὁ κύκλος τοῦ τριγώνου. τὸ εὐθύγραμμον ἄρα ἔτι τοῦ τριγώνου ἐστὶ μεῖζον. εἰλήφθω κέντρον τὸ Ν, καὶ κάθετος ἡ ΝΞ. ἐλάσσων ἄρα ἡ

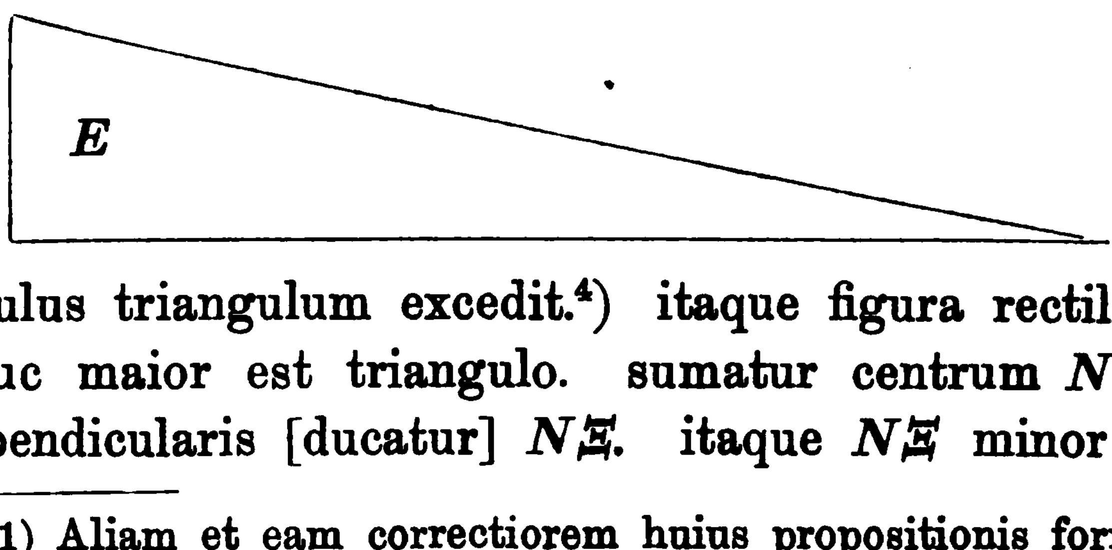
1. α'] om. F. 4. βάσει] λοιπῇ Wallis. 5. τριγώνῳ τῷ Ε post ἴσος ἐστὶν lin. 6 ponit ed. Basil.; σὺν τρ. τῷ Ε Nizze. 9. ἔστω] per comp. F.

I.

Omnis circulus aequalis est triangulo rectangulo, si radius aequalis est alteri laterum rectum angulum continentium, ambitus autem basi.[1])

circulus $AB\Gamma\Delta$ ad triangulum E[2]) ita se habeat, ut propositum est. dico, eum ei aequalem esse.

nam si fieri potest, sit maior circulus, et inscribatur quadratum $A\Gamma$, et ambitus in duas partes aequales diuidantur [et ducantur lineae BZ, $Z A$, AM, $M\Delta$ cet.][3]), et segmenta iam minora sint eo spatio, quo



circulus triangulum excedit.[4]) itaque figura rectilinea adhuc maior est triangulo. sumatur centrum N, et perpendicularis [ducatur] $N\Xi$. itaque $N\Xi$ minor est

1) Aliam et eam correctiorem huius propositionis formam significat Eutocius: *ἐκθέμενος γὰρ τρίγωνον ὀρθογώνιόν φησιν· ἐχέτω τὴν μίαν τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν ἴσην τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, τὴν δὲ λοιπὴν τῇ περιφερείᾳ*; et infra: *τρίγωνον τὸ ὀρθογώνιον — ἴσον ἐστὶ τῷ κύκλῳ.*

2) Archimedes scripserat *πρὸς τρίγωνον τὸ Ε*, lin. 5.

3) Tale aliquid (uelut: *καὶ ἐγγεγράφθω εὐθύγραμμον ἰσόπλευρον*) Archimedes sine dubio addiderat lin. 9.

4) Hoc fieri potest per Eucl. XII, 2 (II p. 200 ed. August), collato X, 1. sed statim uti potuit Archimedes de sph. et cyl. I, 6 p. 24.

ΝΞ τῆς τοῦ τριγώνου πλευρᾶς. ἔστιν δὲ καὶ ἡ περίμετρος τοῦ εὐθυγράμμου τῆς λοιπῆς ἐλάττων, ἐπεὶ καὶ τῆς τοῦ κύκλου περιμέτρου.

ἔλαττον ἄρα τὸ εὐθύγραμμον τοῦ Ε τριγώνου. ὅπερ ἄτοπον.

ἔστω δὲ ὁ κύκλος, εἰ δυνατόν, ἐλάττων τοῦ Ε τριγώνου. καὶ περιγεγράφθω τὸ τετράγωνον, καὶ τετμήσθωσαν αἱ περιφέρειαι δίχα, καὶ ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι διὰ τῶν σημείων. ὀρθὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΟΑΡ. ἡ ΟΡ ἄρα τῆς ΜΡ ἐστιν μείζων· ἡ γὰρ ΡΜ τῇ ΡΑ ἴση ἐστί. καὶ τὸ ΡΟΠ τρίγωνον ἄρα τοῦ ΟΖΑΜ σχήματος μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ. λελείφθωσαν οἱ τῷ ΠΖΑ τομεῖ ὅμοιοι ἐλάσσους τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει τὸ Ε τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου. ἔτι ἄρα τὸ περιγεγραμμένον εὐθύγραμμον τοῦ Ε ἐστιν ἔλασσον. ὅπερ ἄτοπον. ἔστιν γὰρ μεῖζον, ὅτι ἡ μὲν ΝΑ ἴση ἐστὶ τῇ καθέτῳ τοῦ τριγώνου, ἡ δὲ περίμετρος μείζων ἐστὶ τῆς βάσεως τοῦ τριγώνου. ἴσος ἄρα ὁ κύκλος τῷ Ε τριγώνῳ.

---

6. *ἐλάττων*] *μειζων* F; corr. ed. Basil.* 10. *τῇ*] *της* F; corr. B*. 13. *τομεῖς* ed. Basil., Torellius; „portiones“ Cr. 14. Ε] *Ε τρίγωνον* ed. Basil., Torellius, Cr.

latere [altero][1]) trianguli. sed etiam perimetrus figurae rectilineae minor est altero latere, quia etiam ambitu circuli minor est [de sph. et cyl. I p. 10].

itaque figura rectilinea minor est triangulo E [Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 180 nr. 12]; quod fieri nequit.

sit autem circulus, si fieri potest, minor triangulo E. et circumscribatur quadratum, et ambitus in duas partes aequales secentur, et per puncta [sectionum] lineae contingentes ducantur. itaque $\angle\, OAP$ rectus est [Eucl. III, 18]; quare $OP > MP$; nam $MP = PA$ [Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 15]. itaque $PO\Pi > \frac{1}{2} OZAM$.[2]) relinquantur [igitur] segmenta segmento[3]) ΠZA similia minora eo spatio, quo E triangulum circulum $AB\Gamma\Delta$ excedit.[4]) itaque figura rectilinea circumscripta adhuc minor est triangulo E; quod fieri nequit. est enim maior, quia NA aequalis est altitudini[5]) trianguli, perimetrus autem maior basi trianguli.[6]) circulus igitur aequalis est triangulo E.[7])

1) τῆς τοῦ τριγώνου πλευρᾶς lin. 1 obscurius quam pro more Archimedis dictum est.

2) Nam $OAP > APM$ (Eucl. VI, 1) et

$$OAP = \tfrac{1}{2} PO\Pi,\quad PAM = A\Pi Z.$$

3) τομεῖ lin. 13 Archimedes non scripsit pro τμήματι.

4) Cum $PO\Pi > \frac{1}{2} OZAM$, hoc fieri potest per Eucl. X, 1; cfr. de sph. et cyl. I, 6.

5) Archimedes scripserat τῷ ὕψει lin. 16; Quaest. Arch. p. 71.

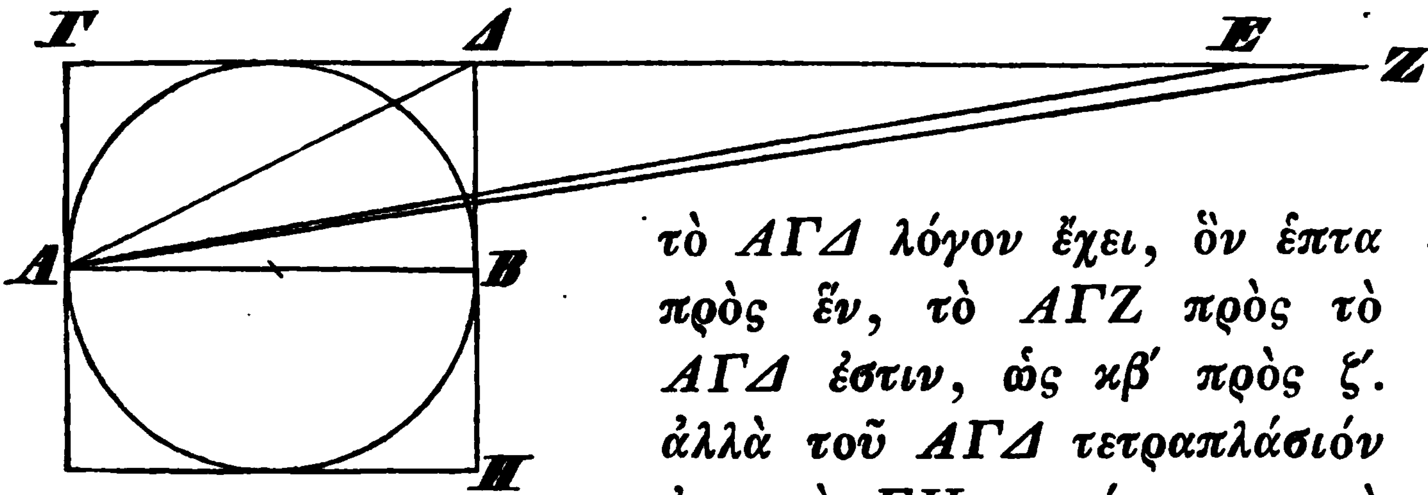
6) Quia maior est ambitu circuli; de sph. et cyl. I, 1.

7) Hanc propositionem citant: Pappus I p. 258, 17; 312, 20; III p. 1158, 22; demonstrationem repetit V, 6 p. 312—16 ex Zenodoro apud Theonem: comm. in Ptolem. p. 12—13 ed. Basil.; Proclus in Eucl. p. 423, 3; Anonymus Hultschii 42, 3 p. 265.

β'.

Ὁ κύκλος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τετράγωνον λόγον ἔχει, ὃν ια' πρὸς ιδ'.

ἔστω κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ AB, καὶ περιγεγράφθω τετράγωνον τὸ ΓH, καὶ τῆς $\Gamma\Delta$ διπλῆ ἡ ΔE, ἕβδομον δὲ ἡ EZ τῆς $\Gamma\Delta$. ἐπεὶ οὖν τὸ $A\Gamma E$ πρὸς τὸ $A\Gamma\Delta$ λόγον ἔχει, ὃν κα' πρὸς ζ', προς δὲ τὸ AEZ



τὸ $A\Gamma\Delta$ λόγον ἔχει, ὃν ἑπτα πρὸς ἕν, τὸ $A\Gamma Z$ πρὸς τὸ $A\Gamma\Delta$ ἐστιν, ὡς κβ' πρὸς ζ'. ἀλλὰ τοῦ $A\Gamma\Delta$ τετραπλάσιόν ἐστι τὸ ΓH τετράγωνον· τὸ δὲ $A\Gamma\Delta Z$ τρίγωνον τῷ AB κύκλῳ ἴσον ἐστίν [ἐπεὶ ἡ μὲν $A\Gamma$ κάθετος ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, ἡ δὲ βάσις τῆς διαμέτρου τριπλασίων καὶ τῷ ζ'' ἔγγιστα ὑπερέχουσα δειχθήσεται]. ὁ κύκλος οὖν πρὸς τὸ ΓH τετράγωνον λόγον ἔχει, ὃν ια' πρὸς ιδ'.

γ'.

Παντὸς κύκλου ἡ περίμετρος τῆς διαμέτρου τριπλασίων ἐστί, καὶ ἔτι ὑπερέχει ἐλάσσονι μὲν ἢ ἑβδόμῳ μέρει τῆς διαμέτρου, μείζονι δὲ ἢ δέκα ἑβδομηκοστομόνοις.

---

1. β'] om. F. 3. ιδ' ἔγγιστα Wallis. numeros lineolis transuersis supra ductis notat F. 5. διπλῆ] διπλασία Nizze. 9. $A\Gamma Z$ ἄρα Wallis. 12. Post τετράγωνον Wallis addit: τὸ ἄρα $A\Gamma Z$ τρίγωνον πρὸς τὸ ΓH τετράγωνον λόγον ἔχει, ὃν κβ' πρὸς κη', ἢ ὃν ια' πρὸς ιδ'. 13. $A\Gamma\Delta Z$] sic F, Cr.;

II.

Circulus ad diametrum quadratam eam rationem habet, quam 11 : 14.

sit circulus, cuius diametrus sit AB, et circumscribatur quadratum ΓH, et sit $\Delta E = 2\Gamma\Delta$, et $EZ = \frac{1}{7}\Gamma\Delta$. iam quoniam est $A\Gamma E : A\Gamma\Delta = 21 : 7$ [Eucl. VI, 1], sed $A\Gamma\Delta : AEZ = 7 : 1$ [Eucl. VI, 1], erit

$$A\Gamma Z : A\Gamma\Delta = 22 : 7.$$ [1])

sed $\Gamma H = 4 A\Gamma\Delta$ [Eucl. I, 34], et triangulum $A\Gamma\Delta Z$ circulo AB aequale est [quia altitudo $A\Gamma$ radio aequalis est, basis autem triplo et praeterea septima parte maior diametro, hoc est ambitui proxime aequalis, ut demonstrabitur prop. 3; tum u. prop. 1].[2]) quare circulus ad quadratum ΓH eam rationem habet, quam 11 : 14.[3])

III.

Cuiusuis sphaerae perimetrus diametro triplo maior est, et praeterea excedit spatio minore, quam septima pars diametri est, maiore autem quam $\frac{10}{71}$.

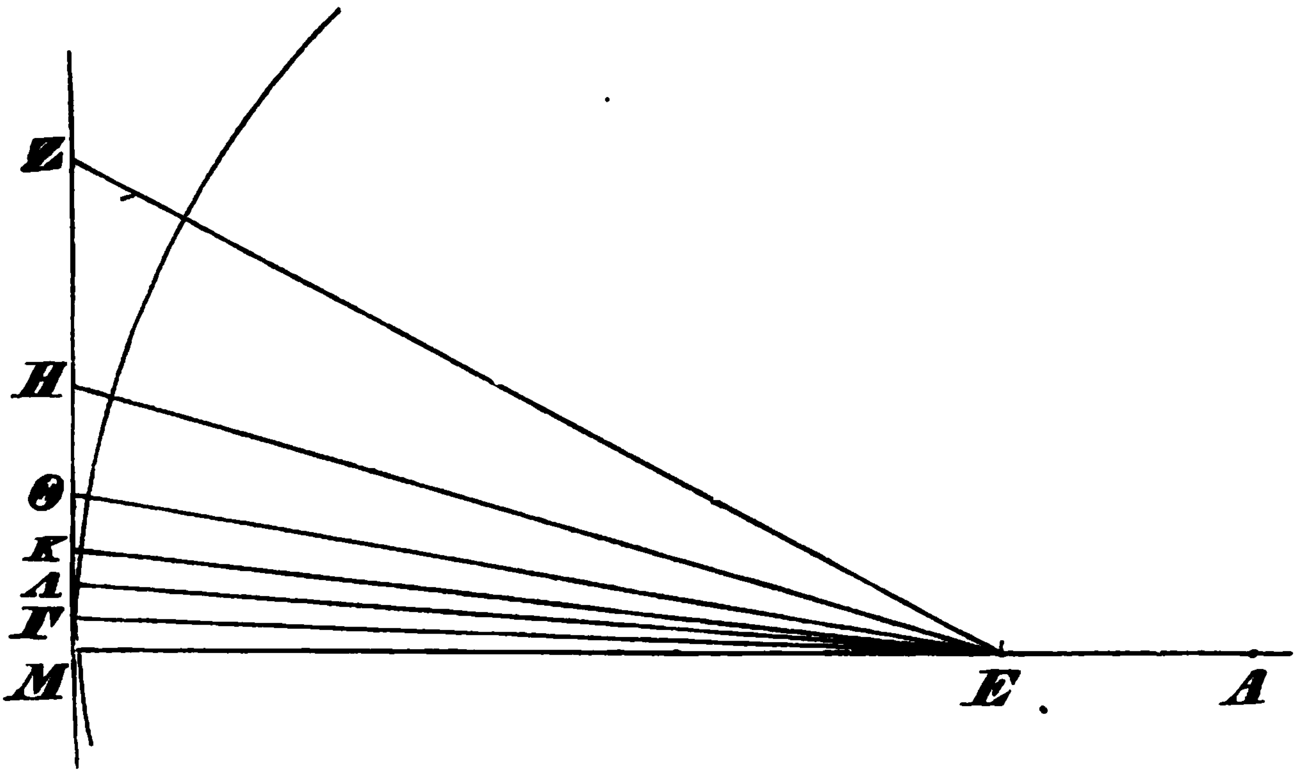
1) Nam ἀνάπαλιν (Eucl. V, 7 πόρ.) $AEZ : A\Gamma\Delta = 1 : 7$; tum addendo sequitur proportio. sed poterat statim concludi ex Eucl. VI, 1; nam $\Gamma Z = (3 + \frac{1}{7})\,\Gamma\Delta = \frac{22}{7}\,\Gamma\Delta$.

2) Hic locus ἐπεί lin. 13 — δειχθήσεται lin. 16 mire corruptus et confusus transscriptori tribuo, qui eum addidit, postquam prop. 2 et 3 permutauit; neque enim Archimedes hanc propositionem ante prop. 3, quo nititur, posuit.

3) Citatur haec propositio a Pseudoherone Geom. 103 p. 186.

$A\Gamma Z$ ed. Basil., uulgo. 15. Post βάσις Wallis addit: τῇ τοῦ κύκλου περιμέτρῳ, ἥτις. τῷ] scripsi; του F, uulgo. 17. ιδ´ ἔγγιστα Wallis.

ἔστω κύκλος, καὶ διάμετρος ἡ ΑΓ, καὶ κέντρον το Ε, καὶ ἡ ΓΛΖ ἐφαπτομένη, καὶ ἡ ὑπὸ ΖΕΓ τρίτον ὀρθῆς. ἡ ΕΖ ἄρα πρὸς ΖΓ λόγον ἔχει, ὃν τϛʹ πρὸς ρνγʹ. ἡ δὲ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΖ λόγον ἔχει, ὃν σξεʹ πρὸς ρνγʹ. τετμήσθω οὖν ἡ ὑπὸ ΖΕΓ δίχα τῇ ΕΗ. ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΖΕ πρὸς ΕΓ, ἡ ΖΗ πρὸς ΗΓ [καὶ ἐναλλὰξ καὶ συνθέντι]. ὡς ἄρα συναμφότερος ἡ ΖΕ, ΕΓ πρὸς ΖΓ, ἡ ΕΓ πρὸς ΓΗ. ὥστε ἡ ΓΕ πρὸς ΓΗ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ φοαʹ πρὸς ρνγʹ. ἡ ΕΗ ἄρα πρὸς ΗΓ δυνάμει λόγον ἔχει, ὃν $\overset{\lambda\delta}{M}$ *͵θυνʹ πρὸς* $\overset{\beta}{M}$ *͵γυθʹ. μήκει ἄρα, ὃν φϙαʹ ηʺ πρὸς ρνγʹ. πάλιν δίχα ἡ ὑπὸ*



ΗΕΓ τῇ ΕΘ. διὰ τὰ αὐτὰ ἄρα ἡ ΕΓ πρὸς ΓΘ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ͵αρξβʹ ηʺ πρὸς ρνγʹ. ἡ ΘΕ ἄρα πρὸς ΘΓ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ͵αροβʹ ηʺ πρὸς ρνγʹ. ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΘΕΓ τῇ ΕΚ. ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς ΓΚ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ͵βτλδʹ δʺ πρὸς ρνγʹ. ἡ ΕΚ ἄρα πρὸς ΓΚ μείζονα, ἢ ὃν ͵βτλθʹ δʺ πρὸς

---

2. *τρίτον*] *τριτου* (-*του* per comp.) F, corr. B*. 3. *μείζονα λόγον* Wallis. *ὃν*] scripsi cum Eutocio; *η ον* F, uulgo.

sit circulus, et diametrus $A\Gamma$, et centrum E, et $\Gamma\Delta Z$ linea circulum contingens, et $\angle Z E\Gamma$ tertia pars recti. itaque $EZ : Z\Gamma = 306 : 153$ [u. Eutocius], sed

$$E\Gamma : \Gamma Z = 265 : 153 \text{ [u. Eutocius].}$$

iam secetur $\angle ZE\Gamma$ in duas partes aequales linea EH. est igitur

$$ZE : E\Gamma = ZH : H\Gamma \text{ [Eucl. VI, 3].}$$

quare

$$ZE + E\Gamma : Z\Gamma = E\Gamma : \Gamma H \text{ [u. Eutocius].}^{1)}$$

quare

$$\Gamma E : \Gamma H > 571 : 153 \text{ [u. Eutocius].}^{2)}$$

itaque

$$EH^2 : H\Gamma^2 = 349450 : 23409 \text{ [u. Eutocius].}$$

itaque $EH : H\Gamma = 591\frac{1}{8} : 153$. rursus secetur eodem modo $\angle HE\Gamma$ linea $E\Theta$. propter eadem igitur erit

$$E\Gamma : \Gamma\Theta > 1162\tfrac{1}{8} : 153 \text{ [u. Eutocius].}$$

quare $\Theta E : \Theta\Gamma > 1172\frac{1}{8} : 153$ [u. Eutocius]. rursus secetur $\angle \Theta E\Gamma$ linea EK. erit

$$E\Gamma : \Gamma K > 2334\tfrac{1}{4} : 153 \text{ [u. Eutocius].}$$

---

1) Sequentia uerba lin. 6—7: *καὶ ἐναλλὰξ καὶ συνθέντι* a transscriptore ex Eutocio huc prauo ordine illata sunt.

2) Quae Archimedes breuissime, omissis computationibus, proponit, copiose et perspicue explicat Eutocius; quare satis habui lectorem ad eum reuocare. quo modo Archimedes numeros 153 et 780 inuenerit, aut quibus adiumentis instructus latera numerorum non quadratorum computauerit, nondum constat (Quaest. Arch. p. 60—66). haec propositio difficillima a transscriptore et fortasse etiam a librariis pessime habita est. citatur ab Archimede ipso Arenar. I, 19; II, 3 et a Simplicio in Aristot. IV p. 508, b.

---

7. *συνθέντι καὶ ἐναλλάξ* Wallis. 10. *μείζονα λόγον* Wallis. *ἢ ὅν* Wallis. idem post *ἄρα* lin. 11 addit *μείζονα ἤ*. 17. *μείζονα*] scripsi; *μειζον* F, uulgo; *μείζονα λόγον ἔχει* Wallis.

ρνγ'. ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΚΕΓ τῇ ΛΕ. ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς ΛΓ μείζονα [μήκει] λόγον ἔχει, ἤπερ ,δχογ' ∠'' πρὸς ρνγ'. ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ ΖΕΓ τρίτον οὖσα ὀρθῆς τέτμηται τετράκις δίχα, ἡ ὑπὸ ΛΕΓ ὀρθῆς ἐστι μη''. κείσθω οὖν αὐτῇ ἴση πρὸς τῷ Ε ἡ ὑπὸ ΓΕΜ. ἡ ἄρα ὑπὸ ΛΕΜ ὀρθῆς ἐστι κδ''. καὶ ἡ ΛΜ ἄρα εὐθεῖα τοῦ περὶ τὸν κύκλον ἐστὶ πολυγώνου πλευρὰ πλευρὰς ἔχοντος ϙϛ'. ἐπεὶ οὖν ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΛ ἐδείχθη μείζονα λόγον ἔχουσα, ἤπερ ,δχογ' ∠'' πρὸς ρνγ', ἀλλὰ τῆς μὲν ΕΓ διπλῆ ἡ ΑΓ, τῆς δὲ ΓΛ διπλασίων ἡ ΛΜ, καὶ ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς τὴν τοῦ ϙϛ' πολυγώνου περίμετρον μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,δχογ' ∠'' πρὸς $\overset{\alpha}{M}$,δχπη'. καί ἐστιν τριπλασία, καὶ ὑπερέχουσιν χξζ' ∠'', ἅπερ τῶν ,δχογ' ∠'' ἐλάττονά ἐστιν ἢ τὸ ἕβδομον. ὥστε τὸ πολύγωνον τὸ περὶ τὸν κύκλον τῆς διαμέτρου ἐστὶ τριπλάσιον καὶ ἐλάττονι ἢ τῷ ἑβδόμῳ μέρει μεῖζον. ἡ τοῦ κύκλου ἄρα περίμετρος πολὺ μᾶλλον ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τριπλασίων καὶ ἑβδόμῳ μέρει μείζων.

ἔστω κύκλος, καὶ διάμετρος ἡ ΑΓ, ἡ δὲ ὑπὸ ΒΑΓ τρίτον ὀρθῆς. ἡ ΑΒ ἄρα πρὸς ΒΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ,ατνα' πρὸς ψπ' [ἡ δὲ ΑΓ πρὸς ΓΒ, ὃν ,αφξ' πρὸς ψπ'].

2. μήκει delet Wallis; om. Eutocius. ,δχογ' ∠''] ,δυογ FV. 5. ἴση η F; corr. Wallis. idem post ΓΕΜ addit: καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΖΓ ἐπὶ τὸ Μ. 6. post εὐθεῖα ed. Basil. addit πλευρά ἐστιν (ἐστι Wallis), omisso ἐστι lin. 7, quod habent F (per comp.), cett. codd. 7. ante πολυγώνου ed. Basil. habet περιγραφομένου. πλευρά] addidit Wurm; om. F, uulgo. 11. post ΛΜ addit Wallis: καὶ ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς τὴν ΛΜ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,δχογ' ∠'' πρὸς ρνγ'. 13. ante καί idem: ἀνάπαλιν ἄρα ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου πρὸς τὴν διάμετρον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ $\overset{\alpha}{M}$,δχπη' πρὸς ,δχογ' ∠''. 14. ἢ]

quare $EK : \Gamma K > 2339\frac{1}{4} : 153$ [u. Eutocius]. rursus secetur $\angle KE\Gamma$ linea $\varDelta E$. erit igitur

$$E\Gamma : \varDelta\Gamma > 4673\tfrac{1}{2} : 153 \text{ [u. Eutocius].}$$

iam quoniam $\angle ZE\Gamma$, qui tertia pars est recti, quater in partes aequales diuisus est, $\angle \varDelta E\Gamma$ erit pars duodequinquagesima recti. ponatur[1]) igitur ei aequalis $\angle \Gamma EM$ ad punctum E. itaque $\angle \varDelta EM$ pars uicesima quarta est recti. quare linea $\varDelta M$ latus est polygoni 96 latera habentis circum circulum circumscripti. et quoniam demonstratum est $E\Gamma : \Gamma\varDelta > 4673\frac{1}{2} : 153$, et $\varDelta\Gamma = 2E\Gamma$, $\varDelta M = 2\Gamma\varDelta$, $\varDelta\Gamma$ etiam ad perimetrum polygoni 96 latera habentis maiorem habet rationem, quam $4673\frac{1}{2} : 14688$ [u. Eutocius]. est igitur triplo maior [perimetrus polygoni], et supersunt $667\frac{1}{2}$, quod minus est septima parte $4673\frac{1}{2}$. itaque [perimetrus] polygoni circumscripti minor est quam triplo et septima parte maior diametro. quare ambitus circuli multo magis[2]) minor est quam triplo et septima parte maior diametro.

sit circulus, et diametrus $\varDelta\Gamma$, et $\angle BA\Gamma$ tertia pars recti. itaque $AB : B\Gamma < 1351 : 780$ [u. Eutocius].

---

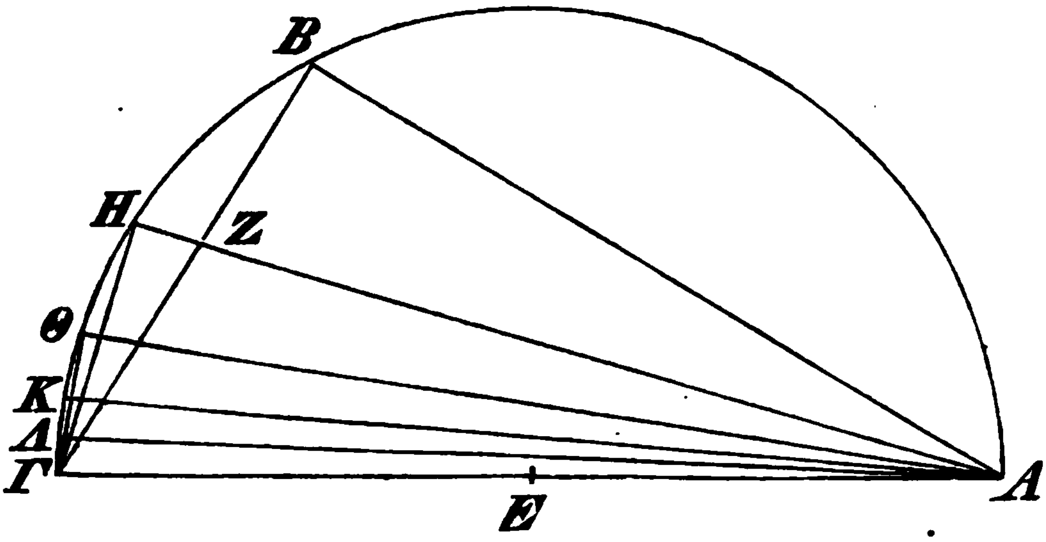
1) Quamquam Eutocius: *κείσθω οὖν, φησι, ἴση αὐτῇ ἡ ὑπὸ* ΓEM, tamen ex sequentibus adparet, eum suis ipsius uerbis uti. quare ne infra quidem (lin. 8: *δέδεικται*, lin. 9: *ϱνγʹ, καὶ ἔστι τῆς*) constat, eum genuinam formam praebere. sed lin. 19—20 puto eum recte praebere: *κύκλος περὶ διάμετρον τὴν* $A\Gamma$ *καὶ τρίτον ὀρθῆς ἡ ὑπὸ* $BA\Gamma$; lin. 10 om. *διπλασίων*. de lin. 10, 11, 15, 21 u. p. 269 not. 1.

2) Perimetrus enim polygoni maior est ambitu circuli; de sph. et cyl. I, 1.

---

om. F; corr. Wallis. 16. *ἐλάττονι*] scripsi; *ελαττον* F, uulgo. 19. $\varDelta'$ addit F; corr. Wallis. 20. *τριτον* F; corr. B*. 21. *͵ατναʹ*] $\overline{\tau\nu\alpha}$ F; corr. B manu 2.*

δίχα ἡ ὑπὸ *ΒΑΓ* τῇ *ΑΗ*. ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ *ΒΑΗ* τῇ ὑπὸ *ΗΓΒ*, ἀλλὰ καὶ τῇ ὑπὸ *ΗΑΓ*, καὶ ἡ ὑπὸ *ΗΓΒ* τῇ ὑπὸ *ΗΑΓ* ἐστιν ἴση. καὶ κοινὴ ἡ ὑπὸ *ΑΗΓ* ὀρθή. καὶ τρίτη ἄρα ἡ ὑπὸ *ΗΖΓ* τρίτῃ τῇ ὑπὸ *ΑΓΗ* ἴση. ἰσογώνιον ἄρα τὸ *ΑΗΓ* τῷ *ΓΗΖ*



τριγώνῳ. ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ *ΑΗ* πρὸς *ΗΓ*, ἡ *ΓΗ* προς *ΗΖ*, καὶ ἡ *ΑΓ* πρὸς *ΓΖ*. ἀλλ' ὡς ἡ *ΑΓ* πρὸς *ΓΖ*, καὶ συναμφότερος ἡ *ΓΑΒ* πρὸς *ΒΓ*. καὶ ὡς συναμφότερος ἄρα ἡ *ΒΑΓ* πρὸς *ΒΓ*, ἡ *ΑΗ* πρὸς *ΗΓ*. διὰ τοῦτο οὖν ἡ *ΑΗ* πρὸς τὴν *ΗΓ* ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵βϡια΄ πρὸς ψπ΄, ἡ δὲ *ΑΓ* πρὸς τὴν *ΓΗ* ἐλάσσονα, ἢ ὃν ͵γιγ΄ ∟″ δ″ πρὸς ψπ΄. δίχα ἡ ὑπὸ *ΓΑΗ* τῇ *ΑΘ*. ἡ *ΑΘ* ἄρα διὰ τὰ αὐτὰ πρὸς τὴν *ΘΓ* ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ͵εϡκδ΄ ∟″ δ″ πρὸς ψπ΄, ἢ ὃν ͵αωκγ΄ πρὸς σμ΄. ἑκατέρα γὰρ ἑκατέρας δ΄ ιγ″. ὥστε ἡ *ΑΓ* πρὸς τὴν *ΓΘ*, ἢ ὃν ͵αωλη΄ θ΄ ια″ πρὸς σμ΄. ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ *ΘΑΓ* τῇ *ΚΑ*. καὶ ἡ *ΑΚ* πρὸς τὴν *ΚΓ* ἐλάσ-

1. Ante *δίχα* ed. Basil. habet *τετμήσθω*. 3. *τῇ*] *ἄρα τῇ* ed. Basil. 4. *ἄρα*] scripsi; *εσται* F, uulgo; *ἄρα ἴση ἔσται* ed. Basil., Torellius. 5. *ἴση*] addidi; om. F, uulgo. 8. *ΓΑ, ΑΒ* Torellius. 9. *ΒΑ, ΑΓ* Nizze. *ΑΗ*] *ΔΗ* F; corr. B mg.* 12. pro ∟″ FBC* habent *Γ΄*. 14. *͵εϡκδ΄ ∟″*] *͵ετκδ ε΄* F; corr. ed. Basil. (*λ* pro ϡ; corr. Wallis). 15. *σμ΄*] *σν* F; corr. ed. Ba-

secetur[1]) $\angle BA\Gamma$ in partes aequales linea AH. iam quoniam $\angle BAH = H\Gamma B$ [Eucl. III, 26], sed etiam $= HA\Gamma$, erit $H\Gamma B = HA\Gamma$. et communis est $\angle AH\Gamma$ rectus [Eucl. III, 31]. quare etiam $HZ\Gamma = A\Gamma H$ [Eucl. I, 32]. quare triangula $AH\Gamma$, ΓHZ angulos aequales habent. est igitur [Eucl. VI, 4]

$$AH : H\Gamma = \Gamma H : HZ = A\Gamma : \Gamma Z.$$

sed $A\Gamma : \Gamma Z = \Gamma A + AB : B\Gamma$ [Eucl. VI, 3; Eutocius]. quare $\Gamma A + AB : B\Gamma = AH : H\Gamma$. itaque $AH : H\Gamma < 2911 : 780$ [u. Eutocius],[2]) et

$$A\Gamma : \Gamma H < 3013\tfrac{1}{2}\,\tfrac{1}{4} : 780 \text{ [u. Eutocius].}$$

secetur eodem modo $\angle \Gamma AH$ linea $A\Theta$. propter eadem igitur erit $A\Theta : \Theta\Gamma < 5924\frac{1}{2}\,\frac{1}{4} : 780$ [u. Eutocius], hoc est $< 1823 : 240$. altera[3]) enim alterius $\frac{4}{13}$ [u. Eutocius]. quare est $A\Gamma : \Gamma\Theta < 1838\frac{9}{11} : 240$ [u. Eutocius]. porro secetur $\angle \Theta A\Gamma$ linea KA. est igitur

---

1) Cum p. 266, 20—21; 268, 9—12; 13—16; 268, 17—270, 1 ab Eutocio non ipsis uerbis Archimedis citari uideantur, has contra scripturas in lemmatis eius seruatas genuinas putauerim et in uerbis Archimedis a transscriptore mutatas: lin. 1: *τετμήσθω δίχα*; *ἐπεὶ οὖν*; lin. 3: *ἄρα τῇ*; lin. 4: *λοιπή* et *λοιπῇ* pro *τρίτη* et *τρίτῃ*; lin. 5: *ἔστιν ἴση*; *ἄρα ἐστί*; *ΑΗΓ τρίγωνον*; lin. 8 *καί* (prius) om.; lin. 16: *πρὸς ΘΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ*; lin. 15: *ἐστὶ δ' ιγ''*; lin. 17: *ΘΑΓ γωνία*. simul alia transscriptionis uestigia colligam: ut lin. 5 om. *τρίγωνον* prop. 1 p. 260, 14; 2 p. 262, 6; *διπλῇ* p. 266, 10 (*διπλασίων* Nizze; cfr. prop. 2 p. 262, 5); *τοῦ ϙϛ' πολυγώνου* p. 266, 11; 270, 9; *τὸ πολυγώνον* pro *ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου* p. 266, 15 (*ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου τοῦ — τριπλασίων — μείζων* Nizze). praeterea Eutocius uerba *ἡ δὲ ΑΓ — ψπ'* p. 266, 21 habuisse non uidetur; debebat insuper esse *ἡ γὰρ ΑΓ*.

2) Hic, ut saepissime in hac propositione, utitur proportione illa, quam exposui Quaest. Arch. p. 48.

3) Genus femininum refertur ad auditum uerbum *πλευρά*.

---

sil.* *ἑκατέρας*] *ἑκατέρων* Wallis. *ιγ''*] *ιγ' α'* F; corr. ed. Basil. 16. Post *ΓΘ* additur *ἐλάσσονα λόγον ἔχει* in ed. Basil. *ια''*] om. F; corr. Wallis.

σονα ἄρα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ͵αζʹ πρὸς ξϛʹ. ἑκατέρα γὰρ ἑκατέρας ιαʹ μʹʹ. ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς τὴν ΓΚ, ἢ ὃν ͵αϑʹ ϛʹʹ πρὸς ξϛʹ. ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΚΑΓ τῇ ΛΑ. ἡ ΑΛ ἄρα πρὸς τὴν ΛΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν τὰ ͵βιϛʹ ϛʹʹ πρὸς ξϛʹ, ἡ δὲ ΑΓ πρὸς ΓΛ ἐλάσσονα, ἢ τὰ ͵βιζʹ δʹʹ πρὸς ξϛʹ. ἀνάπαλιν ἄρα ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου πρὸς τὴν διάμετρον μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵ϛτλϛʹ πρὸς ͵βιζʹ δʹʹ, ἅπερ τῶν ͵βιζʹ δʹʹ μείζονά ἐστιν ἢ τριπλασίονα καὶ δέκα οαʹʹ. καὶ ἡ περίμετρος ἄρα τοῦ ϟϛʹ πολυγώνου τοῦ ἐν τῷ κύκλῳ τῆς διαμέτρου τριπλασίων ἐστὶ καὶ μείζων ἢ ιʹ οαʹʹ. ὥστε καὶ ὁ κύκλος ἔτι μᾶλλον τριπλασίων ἐστὶ καὶ μείζων ἢ ιʹ οαʹʹ.

ἡ ἄρα τοῦ κύκλου περίμετρος τῆς διαμέτρου τριπλασίων ἐστὶ καὶ ἐλάσσονι μὲν ἢ ἑβδόμῳ μέρει, μείζονι δὲ ἢ ιʹ οαʹʹ μείζων.

1. Post ἢ ὅν addit Wallis: ͵γχξαʹ ϑʹ ιαʹʹ πρὸς σμʹ ἢ ὅν. ξϛʹ] cξϛ F; corr. ed. Basil. 2. ἑκατέρας] ed. Basil. ex Eutocio; εκατερα FBC*; ἑκατέρων Wallis. ιαʹ μʹʹ ἡ ΑΓ] οιμαι F; corr. Wallis. ΓΚ ἢ ὅν] scripsi cum Wurmio; καταγον F; κατάλογον ed. Basil.; ΓΚ ἐλάσσονα λόγον Wallis. ͵αϑʹ ϛʹʹ] scripsi; ͵αοϛ F, uulgo; ἔχει ἢ ͵αϑʹ ϛʹ Wallis. 4. ΛΓ] ΑΓ F; corr. Wallis. 6. Post ἄρα ἡ Wallis addit: ΛΓ πρὸς τὴν ΓΑ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ξϛʹ πρὸς βιζʹ δʹ· καί (ἡ addit Nizze). 7. ͵ϛτλϛʹ] ͵ϛταϛ F; corr. Wallis. 8. ͵βιζʹ] (prius) ͵ζιζ F; corr. Wallis. 9. οαʹʹ] οʹ αʹ F; corr. Wallis. 11. ιʹ οαʹʹ] scripsi; ὂν οʹ ιαʹ F, uulgo; δέκα οαʹ ed. Basil. Tor., Wall. 13. ιʹ οαʹʹ] scripsi; ϑʹ ιαʹ F, uulgo; δέκα οαʹ ed. Basil. Tor., Wall. 14. ἐλάσσονι] scripsi; ελασσων F, uulgo. μείζονι δὲ ἢ ιʹ οαʹʹ μείζων] scripsi; μειζων δε F, uulgo; μείζων δὲ ἢ δέκα ἑβδομηκοστομόνοις ὑπερέχουσα Wallis.

$AK : K\Gamma < 1007 : 66$ [u. Eutocius]. altera enim alterius est $\frac{11}{40}$. itaque.

$$A\Gamma : \Gamma K < 1009\tfrac{1}{6} : 66 \text{ [u. Eutocius].}$$

porro secetur $\angle K A \Gamma$[1]) linea $A\varLambda$. erit igitur

$$A\varLambda : \varLambda\Gamma < 2016\tfrac{1}{6} : 66 \text{ [u. Eutocius],}$$

et $A\Gamma : \Gamma\varLambda < 2017\frac{1}{4} : 66$ [u. Eutocius]. et e contrario [$\Gamma\varLambda : A\Gamma > 66 : 2017\frac{1}{4}$ (Pappus VII, 49 p. 688); sed $\Gamma\varLambda$ latus est polygoni 96 latera habentis. quare][2]) perimetrus polygoni ad diametrum maiorem rationem habet quam $6336 : 2017\frac{1}{4}$, quod maius est quam triplo et $\frac{10}{71}$ maius quam $2017\frac{1}{4}$. itaque perimetrus polygoni inscripti 96 latera habentis[3]) maior est quam triplo et $\frac{10}{71}$ maior diametro. quare etiam multo magis[4]) circulus maior est quam triplo et $\frac{10}{71}$ maior diametro. itaque ambitus circuli triplo maior est diametro et excedit spatio minore quam $\frac{1}{7}$, maiore autem quam $\frac{10}{71}$.[5])

---

1) $KA\Gamma$ γωνία lin. 3 Eutocius. ceteras huius paginae discrepantias, quae apud eum inueniuntur, inde ortas esse puto, quod Archimedis demonstrationem non ad uerbum citauit, sed suis uerbis reddidit.

2) Ueri simile est, Archimedem ipsum haec addidisse.

3) τοῦ ϙϛʹ πολυγώνου transscriptori debetur, sicut etiam lin. 11: ὁ κύκλος pro ἡ τοῦ κύκλου περίμετρος (περιφέρεια).

4) Quippe quae maior est perimetro polygoni (de sph. et cyl. I p. 10).

5) Ἀρχιμηδους κυκλου μετρησις in fine F, Cr.

DE CONOIDIBUS ET SPHAEROIDIBUS.

Ἀρχιμήδης Δοσιθέῳ εὖ πράττειν.

Ἀποστέλλω τοι γράψας ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ τῶν τε λοιπῶν θεωρημάτων τὰς ἀποδειξίας, ὧν οὐκ εἶχες ἐν τοῖς πρότερον ἀπεσταλμένοις, καὶ ἄλλων ὕστερον ποτεξευρημένων, ἃ πρότερον μὲν ἤδη πολλάκις ἐγχειρήσας ἐπισκεπτέσθαι, δύσκολον ἔχειν τι φανείσας μοι τᾶς εὑρέσιος αὐτῶν ἀπόρησα. διόπερ οὐδὲ συνεξεδόθεν τοῖς ἄλλοις αὐτὰ τὰ προβεβλημένα. ὕστερον δὲ ἐπιμελέστερον ποτ᾽ αὐτοῖς γενόμενος ἐξεῦρον τὰ ἀπορηθέντα. ἦν δὲ τὰ μὲν λοιπὰ τῶν προτέρων θεωρημάτων περὶ τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος προβεβλημένα· τὰ δὲ νῦν ἐντι ποτεξευρημένα περί τε ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος καὶ περὶ σφαιροειδέων σχημάτων, ὧν τὰ μὲν παραμάκεα, τὰ δὲ ἐπιπλατέα καλέω.

περὶ μὲν οὖν τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος ὑπέκειτο τάδε· εἴ κα ὀρθογωνίου κώνου τομὰ μενούσας τᾶς διαμέτρου περιενεχθεῖσα ἀποκατασταθῇ πάλιν, ὅθεν ὥρμασεν, τὸ περιλαφθὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ὀρθογώνιον κωνοειδὲς καλείσθαι, καὶ ἄξονα μὲν αὐτοῦ τὰν μεμενακοῦσαν διάμετρον καλείσθαι, κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, καθ᾽ ὃ ἅπτεται ὁ

---

1. *Δωσιθεῳ* F; corr. Riualtus. 3. *ἀποδειξίας*] scripsi; *αποδειξ* cum comp. *ης* F; *ἀποδείξεις* uulgo. 6. *δύσκολον*] *δυσποτ᾽ ολον* F; corr. Riualtus. 7. *εὑρέσιος*] scripsi; *ευρεσιας* F, uulgo. 14. *παραμάκεα*] Torellius; *παραμηκεα* F, uulgo. 15. *κονοειδεος* F. 16. *εἴ κα*] *αἴκα* Torellius, ut *semper hoc* libro. 19. *καλεισθω* F; corr. Torellius.

Archimedes Dositheo s.

Hoc libro conscriptas tibi mitto demonstrationes et reliquorum theorematum, quorum demonstrationes in iis libris, quos antea tibi misi[1]), non habuisti, et aliorum quorundam postea inuentorum[2]), quae cum antea saepe perscrutari conatus essem, haerebam, quia inuentio eorum difficultatem quandam habere mihi uidebatur. quare ne edebantur[3]) quidem ipsae propositiones una cum ceteris. postea autem diligentius ea adgressus inueni ea, in quibus haeseram. reliqua theorematum priorum de conoide rectangulo proposita erant. quae nunc noua inueni, de conoide obtusiangulo sunt et de figuris sphaeroidibus, quarum alteras oblongas, alteras latas nomino.

de rectangulo igitur conoide haec proposita erant: si sectio coni rectanguli manente diametro circumuoluta rursus in eum statum restituitur, unde moueri coepta est, figuram sectione coni rectanguli comprehensam conoides rectangulum uocari, et axem uocari eius diametrum manentem, uerticem autem punctum,

---

1) H. e. libros de sphaera et cylindro, de helicibus, de parabola.

2) De conoidibus obtusiangulis et de sphaeroidibus (lin. 12); de iis ne propositiones quidem Cononi miserat Archimedes (lin. 8).

3) H. e. Cononi mittebantur soluendae et cum aliis mathematicis communicandae.

ἄξων τᾶς τοῦ κωνοειδέος ἐπιφανείας. καὶ εἴ κα τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος σχήματος ἐπίπεδον ἐπιψαύῃ, παρὰ δὲ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθὲν ἀποτέμῃ τι τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος, βάσιν μὲν καλείσθαι τοῦ ἀποτμαθέντος τμάματος τὸ ἐπίπεδον τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τᾶς τοῦ κωνοειδέος τομᾶς ἐν τῷ ἀποτέμνοντι ἐπιπέδῳ, κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὅ ἐπιψαύει τὸ ἕτερον ἐπίπεδον τοῦ κωνοειδέος, ἄξονα δὲ τὰν ἐναπολαφθεῖσαν εὐθεῖαν ἐν τῷ τμάματι ἀπὸ τᾶς ἀχθείσας διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ τμάματος παρὰ τὸν ἄξονα τοῦ κωνοειδέος.

προεβάλλετο δὲ τάδε θεωρῆσαι· διὰ τί, εἴ κα τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος τμάματα ἀποτμαθῇ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ἡμιόλιον ἐσσεῖται τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν· καὶ διὰ τί, εἴ κα ἀπὸ τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμάματα ἀποτμαθέωντι ἐπιπέδοις ὁπωσοῦν ἀγμένοις, τὰ ἀποτμαθέντα τμάματα διπλάσιον λόγον ἑξοῦντι ποτ' ἄλλαλα τῶν ἀξόνων.

περὶ δὲ τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ὑποτιθέμεθα τάδε· εἴ κα ἐν ἐπιπέδῳ ἔωντι ἀμβλυγωνίου κώνου τομὰ καὶ ἁ διάμετρος αὐτᾶς καὶ αἱ ἔγγιστα τᾶς τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾶς, μενούσας δὲ τᾶς διαμέτρου περιενεχθὲν τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ εἰρημέναι γραμ-

1. τοῦ] το τον F; corr. Torellius. 2. ὀρθογωνίου] θο supra scriptum manu 1 F. κονοειδεος F. 3. επιψαυων F. 4. τμημα F; corr. Torellius. 12. προεβάλλετο] B; προεβαλλεντο FCD; προεβάλλοντο A, ed. Basil., Torellius. 15. εσειται F; corr. Torellius. 17. ἀποτμαθέωντι] Torellius; αποτμαθεντι F, uulgo; ἀποτμαθέντα A, ed. Basil. 19. ποτ' ἄλλαλα] Torellius; ποτι τα αλλα F, uulgo. 20. ὑποτιθέμεθα] scripsi; υπετιθεμεθα F, uulgo; ὑπεθέμεθα Nizze. 22. αἱ] addidit Torellius; om. F, uulgo.

in quo axis superficiem conoidis tangat. et si planum conoides rectangulum contingat, et aliud planum contingenti parallelum segmentum conoidis aliquod abscindat, basim segmenti abscisi uocari planum sectione conoidis in plano abscindenti comprehensum, uerticem autem punctum, in quo alterum planum conoides contingat, axem autem eam partem lineae per uerticem segmenti axi conoidis parallelae ductae, quae intra segmentum comprehenditur.

consideranda autem haec proponebantur:

cur, si segmenta[1]) conoidis rectanguli plano ad axem perpendiculari abscindantur, segmentum abscisum dimidia parte maius sit cono basim habenti eandem, quam segmentum, et eundem axem [prop. 21]; et cur, si a conoide rectangulo planis quoquo modo ductis duo segmenta abscindantur, segmenta abscisa duplicem inter se rationem habeant, quam axes [prop. 24].

de obtusiangulo autem conoide haec supponimus[2]): si in plano sunt sectio coni obtusianguli, diametrus eius, lineae sectioni coni obtusianguli proximae[3]), et manente diametro planum, in quo sunt hae lineae omnes, circumuolutum rursus in eum statum restitui-

1) Lin. 13 pro τμάματα Nizzius coniecit τμᾶμα, fortasse recte, sed cum idem infra legatur p. 280, 3 et fieri possit, ut Archimedes prius uniuersalius locutus sit, deinde ad singularem et casum et numerum transierit, scripturam codicis mutare nolui.

2) Scribendum esse ὑποτιθέμεθα lin. 20, adparet ex p. 275 not. 2; haec nunc demum supponit Archimedes.

3) H. e. asymptotae quae uocantur. sed uocabula mathematica Archimedis ubique retinui. quare etiam scripsi: sectio coni rectanguli, obtusianguli, acutianguli pro nominibus recentioribus: parabola, hyperbola, ellipsis. in uocabulis nouis obtusianguli et acutianguli fingendis secutus sum Commandinum aliosque.

μαί, ἀποκατασταθῇ πάλιν, ὅθεν ὥρμασεν, αἱ μὲν ἔγγιστα εὐθεῖαι τᾶς τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾶς δῆλον ὡς κῶνον ἰσοσκελέα περιλαψοῦνται, οὗ κορυφὰ ἐσσεῖται τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ αἱ ἔγγιστα συμπίπτοντι, ἄξων δὲ ἁ μεμενακοῦσα διάμετρος. τὸ δὲ ὑπὸ τᾶς τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾶς σχῆμα περιλαφθὲν ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς καλείσθαι, ἄξονα δὲ αὐτοῦ τὰν μεμενακοῦσαν διάμετρον, κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἅπτεται ὁ ἄξων τᾶς ἐπιφανείας τοῦ κωνοειδέος. τὸν δὲ κῶνον τὸν περιλαφθέντα ὑπὸ τᾶν ἔγγιστα τᾶς τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾶς περιέχοντα τὸ κωνοειδὲς καλείσθαι, τὰν δὲ μεταξὺ εὐθεῖαν τᾶς τε κορυφᾶς τοῦ κωνοειδέος καὶ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς ποτεοῦσαν τῷ ἄξονι καλείσθαι. καὶ εἴ κα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἐπίπεδον ἐπιψαύῃ, παρὰ δὲ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθὲν ἀποτέμῃ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος, βάσιν μὲν καλείσθαι τοῦ ἀποτμαθέντος τμάματος τὸ ἐπίπεδον τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τᾶς τοῦ κωνοειδέος τομᾶς ἐν τῷ ἀποτέμνοντι ἐπιπέδῳ, κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἅπτεται τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐπιψαῦον τοῦ κωνοειδέος, ἄξονα δὲ τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἐν τῷ τμάματι ἀπὸ τᾶς ἀχθείσας διὰ τὰς κορυφᾶς τοῦ τμάματος καὶ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, καὶ τὰν μεταξὺ τᾶν εἰρημέναν κορυφᾶν εὐθεῖαν ποτεοῦσαν τῷ ἄξονι καλείσθαι. τὰ μὲν οὖν ὀρθογώνια κωνοειδέα πάντα ὁμοῖά ἐντι, τῶν δὲ ἀμβλυγωνίων κωνοειδέων ὁμοῖα καλείσθω, ὧν κα οἱ κῶνοι οἱ περιεχόντες τὰ κωνοει-

---

3. *ἰσοσκελέα*] scripsi; *ισοσκελη* F, uulgo. *κορυφη* F; corr. V. 4. *ἐσσεῖται*] *επειται* F; *ἐσεῖται* B*. 8. *τὰν*] *τα* F; corr. BC. 10. *τᾶν*] *τας* F; corr. B*. 17. *τμημα* F,

tur, unde moueri coeptum est, adparet, lineas sectioni coni obtusianguli proximas conum aequicrurium comprehensuras esse, cuius uertex erit punctum, in quo lineae sectioni proximae sibi in uicem incidunt, axis autem diametrus, quae mansit. figuram autem sectione coni obtusianguli comprehensam conoides obtusiangulum uocari, axem autem eius diametrum manentem, uerticem autem punctum, in quo axis superficiem conoidis tangat. conum autem lineis sectioni coni obtusianguli proximis comprehensum comprehendentem conoides uocari, lineam autem inter uerticem conoidis et uerticem coni conoides comprehendentis positam axi adiectam uocari. et si planum conoides obtusiangulum contingat, et aliud planum plano contingenti parallelum segmentum conoidis abscindat, basim segmenti abscisi uocari planum sectione conoidis in plano abscindenti comprehensum, uerticem autem punctum, in quo planum contingens conoides tangat, axem autem eam partem lineae per uerticem segmenti et uerticem coni conoides comprehendentis ductae, quae intra segmentum comprehenditur, lineam autem inter hos uertices positam axi adiectam uocari.

rectangula conoidea omnia similia sunt[1]), obtusiangulorum autem conoideôn ea similia uocentur, in quibus coni conoidea comprehendentes similes sint.[2])

1) Quia omnes parabolae similes sunt (Apollonius VI, 11).

2) Eucl. XI def. 24: *ὅμοιοι κῶνοι καὶ κύλινδροί εἰσιν, ὧν οἵ τε ἄξονες καὶ αἱ διάμετροι τῶν βάσεων ἀνάλογόν εἰσι.*

uulgo; corr. Torellius. 22. *ἐναπολαφθεῖσαν?* 28. *κα*] scripsi; *και* F, uulgo.

δέα ὁμοίοι ἔωντι. προβαλλέται δὲ τάδε θεωρῆσαι· διὰ τί, εἴ κα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἀποτμαθῇ τμάματα ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ συναμφοτέραις ἴσα τῷ τε ἄξονι τοῦ τμάματος καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις τῷ τε ἄξονι τοῦ τμάματος καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι. καὶ διὰ τί, εἴ κα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος τμᾶμα ἀποτμαθῇ ἐπιπέδῳ μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ὃ γιγνέται ἀπότμαμα κώνου, τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν ἁ συναμφοτέραις ἴσα τῷ τε ἄξονι τοῦ τμάματος καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις τῷ τε ἄξονι τοῦ τμάματος καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι.

περὶ δὲ τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὑποτιθέμεθα τάδε· εἴ κα ὀξυγωνίου κώνου τομὰ μενούσας τᾶς μείζονος διαμέτρου περιενεχθεῖσα ἀποκατασταθῇ πάλιν, ὅθεν ὥρμασεν, τὸ περιλαφθὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς παραμᾶκες σφαιροειδὲς καλείσθαι. εἰ δέ κα τᾶς ἐλάσσονος διαμέτρου μενούσας περιενεχθεῖσα ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἀποκατασταθῇ πάλιν, ὅθεν ὥρμασεν, τὸ περιλαφθὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἐπιπλατὺ σφαι-

1. προβαλλέται] alterum λ supra scriptum manu 1 F. 6. ὃν] om. F; corr. ed. Basil.* συναμφοτέραις] scripsi; συναμφοτερα F, uulgo. τῷ τε] scripsi; τω F, uulgo. 11. μή] supra scriptum manu 1, ut uidetur, F. 13. τμηματι F; corr. Torellius. 14. ἁ συναμφοτέραις] scripsi; συναμφοτερος F; ἁ συναμφότερος

consideranda autem haec proponuntur:

cur, si plano ad axem perpendiculari abscindantur segmenta[1]) conoidis obtusianguli, segmentum abscisum ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et axem eundem eam habeat rationem, quam linea axi segmenti et simul triplici lineae axi adiectae aequalis ad lineam axi segmenti et simul duplici lineae axi adiectae aequalem [prop. 25]. et cur, si plano ad axem non perpendiculari segmentum conoidis obtusianguli abscindatur, segmentum abscisum ad figuram basim eandem habentem, quam segmentum, et axem eundem (quae est segmentum coni)[2]) eam rationem habeat, quam linea axi segmenti et simul triplici lineae axi adiectae aequalis ad lineam axi segmenti et simul duplici lineae axi adiectae aequalem [prop. 26].

de sphaeroidibus autem figuris haec supponimus[3]): si sectio coni acutianguli manente diametro maiore circumuoluta rursus in eum statum restituitur, unde moueri coepta est, figuram sectione coni acutianguli comprehensam sphaeroides oblongum uocari; sin autem sectio coni acutianguli manente minore diametro circumuoluta rursus in eum statum restituitur, unde moueri coepta est, figuram sectione coni acutianguli com-

1) Hic quoque (lin. 3) pro *τμάματα* Nizzius *τμᾶμα* scribi iubet; sed u. p. 277 not. 1.

2) Haec uerba (lin. 13), si genuina sunt, hoc loco praeoccupando posteriora significant; nam p. 288, 7 sq. demum definitur *ἀπότμαμα κώνου*.

3) Sic recte F; u. p. 277 not. 2.

ed. Basil., uulgo; *ἁ συναμφότερα* Torellius. 15. *τε*] addidi; om. F, uulgo. 19. *ὑπετιθέμεθα* Torellius, *ὑπεθέμεθα* Nizze. 20. *τομας* F; corr. Torellius. 21. *αποκαταστη* F C*; corr. B man. 2*. 22. *υπο τε* F; corr. Torellius. 24. *κα*] addidi; om. F, uulgo.

ροειδὲς καλείσθαι. ἑκατέρου δὲ τῶν σφαιροειδέων ἄξονα μὲν καλείσθαι τὰν μεμενακοῦσαν διάμετρον, κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἅπτεται ὁ ἄξων τᾶς ἐπιφανείας τοῦ σφαιροειδέος, κέντρον δὲ καλείσθαι τὸ μέσον τοῦ ἄξονος, καὶ διάμετρον τὰν διὰ τοῦ κέντρου ποτ' ὀρθὰς ἀγομέναν τῷ ἄξονι. καὶ εἴ κα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποτερονοῦν ἐπίπεδα παράλληλα ἐπιψαύωντι μὴ τέμνοντα, παρὰ δὲ τὰ ἐπίπεδα τὰ ψαύοντα ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθῇ τέμνον τὸ σφαιροειδές, τῶν γενομένων τμαμάτων βάσιν μὲν καλείσθαι τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τᾶς τοῦ σφαιροειδέος τομᾶς ἐν τῷ τέμνοντι ἐπιπέδῳ, κορυφὰς δὲ τὰ σαμεῖα, καθ' ἃ ἐπιψαύοντι τοῦ σφαιροειδέος τὰ παράλληλα ἐπίπεδα, ἀξόνας δὲ τὰς ἐναπολαφθείσας εὐθείας ἐν τοῖς τμαμάτεσσιν ἀπὸ τᾶς εὐθείας τᾶς τὰς κορυφὰς αὐτῶν ἐπιζευγνυούσας. ὅτι δὲ τὰ ἐπιψαύοντα ἐπίπεδα τοῦ σφαιροειδέος καθ' ἓν μόνον ἁπτόνται σαμεῖον τᾶς ἐπιφανείας αὐτοῦ, καὶ ὅτι ἁ τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνύουσα εὐθεῖα διὰ τοῦ κέντρου τοῦ σφαιροειδέος πορευέται, δειξοῦμες. ὁμοῖα δὲ καλείσθαι τῶν σφαιροειδέων σχημάτων, ὧν κα οἱ ἄξονες ποτὶ τὰς διαμέτρους τὸν αὐτὸν λόγον ἔχωντι. τμάματα δὲ σφαιροειδέων σχημάτων καὶ κωνοειδέων ὁμοῖα καλείσθω, εἴ κα ἀφ' ὁμοίων σχημάτων ἀφαιρημένα ἔωντι καὶ τάς τε βασίας ὁμοίας ἔχωντι, καὶ οἱ ἀξόνες αὐτῶν ἤτοι ὀρθοὶ ἐόντες ποτὶ τὰ ἐπίπεδα τῶν βασίων ἢ γωνίας ἴσας ποιοῦντες ποτὶ τὰς ὁμολόγους διαμέτρους τῶν βασίων τὸν αὐτὸν ἔχωντι λόγον ποτ' ἀλλάλους ταῖς ὁμολόγοις διαμέτροις τῶν βασίων.

---

6. σφαιροειδεωσ F. 8. ψαύοντα] ἐπιψαύοντα? 10. τμηματων F; corr. Torellius. 12. ἃ] ἁς F; corr. B. 14. τμαματεσιν FB*. 15. τᾶς] (posterius) scripsi; τα FCD; om. B, uulgo.

prehensam sphaeroides latum uocari. utriusque autem sphaeroidis axem uocari diametrum manentem, uerticem autem punctum, in quo axis superficiem sphaeroidis tangat, centrum autem uocari medium axis punctum, et diametrum lineam per centrum ad axem perpendicularem ductam. et si plana parallela utramuis figurarum sphaeroideôn contingant, ita ut non secent, et aliud planum planis tangentibus parallelum ducatur sphaeroides secans, segmentorum inde orientium basim uocari [planum] sectione sphaeroidis in plano secanti comprehensum, uertices uero puncta, in quibus plana parallela sphaeroides contingant, axes autem eas partes lineae uertices segmentorum iungentis, quae intra segmenta comprehendantur. plana autem sphaeroides contingentia in uno tantum puncto superficiem eius tangere [prop. 16], et lineam puncta contactus iungentem per centrum sphaeroidis cadere [prop. 16], demonstrabimus. similes autem eas figurarum sphaeroideôn uocari, quarum axes ad diametros eandem rationem habeant. segmenta autem figurarum sphaeroideôn et conoideôn similia uocentur, si ab similibus figuris abscisa sunt et bases similes habent, et axes eorum aut ad plana basium perpendiculares aut aequales angulos cum respondentibus diametris basium facientes eandem inter se rationem habent, quam respondentes diametri basium.

---

16. τά] scripsi; τα τε F, uulgo. 20. κα] scripsi; και F, uulgo. 21. ἔχωντι] scripsi; εχοντι F, uulgo. 22. τμάματα] Torellius; τμαμα F, uulgo. 23. καλεῖσθαι Torellius. 24. βασίας] scripsi; βασ cum comp. ης F; βάσεις uulgo. ἔχωντι] scripsi; εχοντι F, uulgo. 26. βασίων] scripsi; βασεων F, uulgo; item lin. 27 et 28. 27. ἔχωντι] scripsi; εχοντι F, uulgo.

προβάλλεται δὲ περὶ τῶν σφαιροειδέων τάδε θεωρῆσαι· διὰ τί, εἴ κά τι τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τῶν γεναμένων τμαμάτων ἑκάτερον διπλάσιον ἐσσεῖται τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. εἰ δέ κα ὀρθῷ μὲν ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμαθῇ, μὴ διὰ τοῦ κέντρου δέ, τῶν γεναμένων τμαμάτων τὸ μὲν μεῖζον ποτὶ τὸν κῶνον τὸν τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν ἁ συναμφοτέραις ἴσα τᾷ τε ἡμισείᾳ τᾶς εὐθείας, ἅ ἐστιν ἄξων τοῦ σφαιροειδέος, καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ ἐλάσσονος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ ἐλάσσονος τμάματος, τὸ δὲ ἔλασσον τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ συναμφοτέραις ἴσα τᾷ τε ἡμισείᾳ τᾶς εὐθείας, ἅ ἐστιν ἄξων τοῦ σφαιροειδέος, καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ μείζονος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ μείζονος τμάματος. καὶ διὰ τί, εἴ κα τῶν σφαιροειδέων τι ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ κέντρου μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τῶν γεναμένων τμαμάτων ἑκάτερον διπλάσιον ἐσσεῖται τοῦ σχήματος τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. γιγνέται δὲ τὸ σχῆμα ἀπότμαμα κώνου. εἰ δέ κα μήτε διὰ τοῦ κέντρου μήτε ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμαθῇ τὸ σφαιροειδές, τῶν γεναμένων τμαμάτων τὸ μὲν μεῖζον ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν

---

3. τμηθη F; corr. Torellius. 7. τμηθη F; corr. Torellius. μή] om. F; corr. Torellius. 10. τοῦτον] om. F; corr. Torellius. 13. τμηματος F; corr. Torellius. 18. αξωνι F.

consideranda autem de sphaeroidibus haec proponuntur: cur, si quaeuis figurarum sphaeroideôn plano per centrum ad axem perpendiculari secetur, utrumuis segmentorum inde orientium duplo maius sit cono basim habenti eandem, quam segmentum, et axem eundem [prop. 27]. sin plano ad axem perpendiculari neque uero per centrum secatur, maius segmentorum inde orientium ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et axem eundem hanc habebit rationem, quam linea dimidio axi sphaeroidis et simul axi segmenti minoris aequalis ad axem segmenti minoris, minus autem segmentum ad conum basim eandem habentem, quam segmentum, et axem eundem hanc habet rationem, quam linea dimidio axi sphaeroidis et simul axi segmenti maioris aequalis ad axem segmenti maioris [prop. 29]. et cur, si quoduis sphaeroides plano per centrum ad axem non perpendiculari secetur, utrumuis segmentorum inde orientium duplo maius sit figura eandem basim habenti, quam segmentum, et axem eundem (figura autem haec coni segmentum est)[1] [prop. 28]. sin plano nec per centrum posito nec ad axem perpendiculari sphaeroides secatur, segmentorum inde orientium maius ad figuram eandem basim habentem, quam segmentum, et axem eundem eam habebit rationem, quam linea dimidiae lineae uertices segmentorum iungenti[2])

1) Cfr. quae de his uerbis dixi p. 281 not. 2.

2) Fortasse delendum est αὐτᾶς p. 286 lin. 1; cfr. ibid. lin. 7.

ποτί] Torellius; προς per comp. F, uulgo. 20. τμηθῇ F; corr. Torellius. 23. τμάματι] τματι F.

ἁ συναμφοτέραις ἴσα τᾷ τε ἡμισέᾳ αὐτᾶς τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰς κορυφὰς τῶν τμαμάτων καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ ἐλάσσονος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ ἐλάσσονος τμάματος, τὸ δὲ ἔλασσον τμᾶμα ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ συναμφοτέραις ἴσα τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰς κορυφὰς τῶν τμαμάτων καὶ τῷ ἄξονι τοῦ μείζονος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ μείζονος τμήματος. γινέται δὲ καὶ ἐν τούτοις τὸ σχῆμα ἀπότμαμα κώνου.

ἀποδειχθέντων δὲ τῶν εἰρημένων θεωρημάτων διὰ τούτων εὑρισκόνται θεωρήματά τε πολλὰ καὶ προβλήματα, οἷον καὶ τόδε· ὅτι τὰ ὁμοῖα σφαιροειδέα καὶ τὰ ὁμοῖα τμάματα τῶν τε σφαιροειδέων σχημάτων καὶ τῶν κωνοειδέων τριπλασίονα λόγον ἔχοντι ποτ' ἄλλαλα τῶν ἀξόνων· καὶ διότι τῶν ἴσων σφαιροειδέων σχημάτων τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων ἀντιπεπόνθασι τοῖς ἀξόνεσσιν, καὶ εἴ κα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων ἀντιπεπόνθωντι τοῖς ἀξόνεσσιν, ἴσα ἐντὶ τὰ σφαιροειδέα. πρόβλημα δέ, οἷον καὶ τόδε· ἀπὸ τοῦ δοθέντος σφαιροειδέος σχήματος ἢ κωνοειδέος τμᾶμα ἀποτεμεῖν ἐπιπέδῳ παρὰ δοθὲν ἐπίπεδον ἀγμένῳ, εἶμεν δὲ τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ἴσον τῷ δοθέντι κώνῳ ἢ κυλίνδρῳ ἢ σφαίρᾳ τᾷ δοθείσᾳ. προγραψάντες οὖν τά τε θεωρήματα καὶ τὰ ἐπιτάγματα τὰ χρεῖαν ἔχοντα εἰς τὰς

---

8. τοῦ] τῷ τοῦ? 15. ποτ' ἄλλαλα] Torellius; ποτι τα αλλα F, uulgo. 16. διότι] δὴ ὅτι B, Torellius. 18. αξονεσιν F. 20. ἀντιπεπόνθωντι] scripsi; αντιπεπονθασι F, uulgo. 22. σχήματος] Nizze; τμαματος F, uulgo. 23. εἶμεν δέ] ὥστε εἶμεν Torellius.

et simul axi segmenti minoris aequalis ad axem segmenti minoris [prop. 32]; segmentum autem minus ad figuram eandem basim habentem, quam segmentum, et axem eundem eam rationem habebit, quam linea dimidiae lineae uertices segmentorum iungenti et simul axi maioris segmenti aequalis ad axem segmenti maioris. (haec autem figura in his quoque segmentum coni est).[1]) [prop. 30].

his autem theorematis demonstratis per ea multa et theoremata et problemata inueniuntur, uelut hoc[2]): similia sphaeroidea et similia segmenta et figurarum sphaeroideôn et conoideôn inter se triplicem rationem habere, quam axes. et in aequalibus figuris sphaeroidibus[3]) quadrata diametrorum in contraria proportione esse atque axes. et si in figuris sphaeroidibus quadrata diametrorum in contraria proportione sint, atque axes, sphaeroidea aequalia esse. et problema, uelut hoc: a data figura sphaeroide uel conoide plano dato plano parallelo segmentum abscindere, ita ut[4]) segmentum abscisum dato cono uel cylindro uel etiam datae sphaerae aequale sit. — praemissis igitur et theorematis

---

1) Cfr. p. 281 not. 2.

2) Fortasse scribendum: *τάδε* lin. 13. num Archimedes solutiones horum theorematum et problematis (lin. 21 sq.), quas eum nouisse necesse est, unquam ediderit, non constat. resoluerunt Riualtus p. 328 sq., Sturmius p. 377 sq.; cfr. Nizze p. 203 sq.

3) Genetiuus lin. 16 pendet ex *διαμέτρων* lin. 17; cfr. lin. 19.

4) Infinitiuus *εἶμεν* lin. 23 sicut *ἀποτεμεῖν* pendet ex significatione iubendi, quae inest in *πρόβλημα*.

ἀποδειξίας αὐτῶν μετὰ ταῦτα γραψοῦμές τοι τὰ προκείμενα. εὐτύχει.

Εἴ κα κῶνος ἐπιπέδῳ τμαθῇ συμπίπτοντι πάσαις ταῖς τοῦ κώνου πλευραῖς, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ἤτοι κύκλος ἢ ὀξυγωνίου κώνου τομά. εἰ μὲν οὖν κύκλος ἁ τομά, δῆλον, ὅτι τὸ ἀπολαφθὲν ἀπ' αὐτοῦ τμᾶμα ἐπὶ τὰ αὐτὰ τᾷ τοῦ κώνου κορυφᾷ κῶνος ἐσσεῖται. εἰ δέ κα ἁ τομὰ γενήται ὀξυγωνίου κώνου τομά, τὸ ἀπολαφθὲν ἀπὸ τοῦ κώνου σχῆμα ἐπὶ τὰ αὐτὰ τᾷ τοῦ κώνου κορυφᾷ ἀπότμαμα κώνου καλείσθω. τοῦ δὲ ἀποτμάματος βάσις μὲν καλείσθω τὸ ἐπίπεδον τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, κορυφὰ δὲ τὸ σαμεῖον, ὃ καὶ τοῦ κώνου κορυφά, ἄξων δὲ ἁ ἀπὸ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου ἐπὶ τὸ κέντρον τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἐπιζευχθεῖσα εὐθεῖα. καὶ εἴ κα κύλινδρος δυοῖς ἐπιπέδοις παραλλήλοις τμαθῇ συμπιπτόντεσσι πάσαις ταῖς τοῦ κυλίνδρου πλευραῖς, αἱ τομαὶ ἐσσοῦνται ἤτοι κύκλοι ἢ ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ ἴσαι καὶ ὁμοίαι ἀλλάλαις. εἰ μὲν οὖν κα αἱ τομαὶ κύκλοι γενῶνται, δῆλον, ὅτι τὸ ἀποτμαθὲν ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου σχῆμα μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων κύλινδρος ἐσσεῖται. εἰ δέ κα αἱ τομαὶ γενῶνται ὀξυγωνίων κώνων τομαί, τὸ ἀπολαφθὲν ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου σχῆμα μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τόμος κυλίνδρου καλείσθω. τοῦ δὲ τόμου βάσις μὲν καλείσθω

---

1. αποδειξεις F, uulgo. γραψουμεν σοι F, uulgo. 3. τμαθῇ] Torellius; τμηθη F, uulgo. συνπιπτοντι F. πασαι FC*. 7. κονος F. 8. ἁ] om. F. 9. Post κορυφᾷ in F repetuntur: κωνος εσσειται ει δε κα τομα γενηται οξυγωνιου κωνου τομα το απολαφθεν απο του κωνου σχημα επι τα αυτα τη του κωνου κορυφα; corr. C. τᾷ] τη F; corr. Torellius. 15. επιζευχθεισας F; corr. B*. τμαθῇ] Torellius; τμηθη F,

et epitagmatis[1]) ad demonstrationes eorum utilibus, postea tibi scribam, quae proposita sunt. uale.

DEFINITIONES.

Si conus plano omnibus lateribus coni incidenti secatur, sectio aut circulus erit aut sectio coni acutianguli. si sectio circulus est, adparet, segmentum a cono[2]) abscisum in eadem parte, in qua est uertex coni, conum futurum esse; sin sectio est coni acutianguli sectio, figura a cono in eadem parte abscisa, in qua est uertex coni, segmentum coni uocetur. segmenti autem basis uocetur planum sectione coni acutianguli comprehensum, uertex autem punctum, quod idem coni uertex est, axis autem linea a uertice coni ad centrum sectionis coni acutianguli ducta.[3]) et si cylindrus duobus planis parallelis omnibus lateribus cylindri incidentibus secatur, sectiones aut circuli erunt aut sectiones conorum acutiangulorum sibi in uicem aequales et similes.[4]) iam si sectiones circuli sunt, adparet, figuram a cylindro inter plana parallela abscisam cylindrum futurum esse. sin sectiones acutianguli coni sectiones sunt, figura a cylindro inter plana parallela abscisa frustum cylindri uocetur. basis autem frusti

1) Hoc est: problemata, quibus aliquid facere iubemur; propp. 7—9.

2) *ἀπ' αὐτου* ͻ: *ἀπὸ τοῦ κώνου* (lin. 6); cfr. lin. 9.

3) Cfr. de his propositionibus Apollonii con. I, 4 et I, 13.

4) U. Serenus de sect. cylindri propp. 5 et 18.

uulgo. 18. *ἐσσοῦνται*] Torellius; *εσονται* F, uulgo. 19. *κα*] scripsi; *και* F, uulgo. 22. *κα*] scripsi; *και* F, uulgo.

τὰ ἐπίπεδα τὰ περιλαφθέντα ὑπὸ τᾶν τῶν ὀξυγωνίων κώνων τομᾶν, ἄξων δὲ ἁ ἐπιζευγνύουσα εὐθεῖα τὰ κέντρα τᾶν τῶν ὀξυγωνίων κώνων τομᾶν. ἐσσεῖται δὲ αὐτὰ ἐπὶ τᾶς αὐτᾶς εὐθείας τῷ ἄξονι τοῦ κυλίνδρου.

Εἴ κα ἔωντι μεγέθεα ὁποσαοῦν τῷ ἴσῳ ἀλλάλων ὑπερέχοντα, ᾖ δὲ ἁ ὑπεροχὰ ἴσα τῷ ἐλαχίστῳ, καὶ ἄλλα μεγέθεα τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ, πάντα τὰ μεγέθεα, ὧν ἐστιν ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ, πάντων μὲν τῶν τῷ ἴσῳ ὑπερεχόντων ἐλάσσονα ἐσσούνται ἢ διπλάσια, τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ μεγίστου μείζονα ἢ διπλάσια. ἁ δὲ ἀπόδειξις τούτου φανερά.

α΄.

Εἴ κα μεγέθεα ὁποσαοῦν τῷ πλήθει ἄλλοις μεγέθεσιν ἴσοις τῷ πλήθει κατὰ δύο τὸν αὐτὸν λόγον ἔχωντι τὰ ὁμοίως τεταγμένα, λεγήται δὲ τά τε πρῶτα μεγέθεα ποτί τινα ἄλλα μεγέθεα ἢ πάντα ἤ τινα αὐτῶν ἐν λόγοις ὁποιοισοῦν, καὶ τὰ ὕστερον ποτ' ἄλλα μεγέθεα τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις, πάντα τὰ πρῶτα μεγέθεα ποτὶ πάντα, ἃ λεγόνται, τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν ἔχοντι πάντα τὰ ὕστερον μεγέθεα ποτὶ πάντα, ἃ λεγόνται.

ἔστω τινὰ μεγέθεα τὰ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ ἄλλοις μεγέθεσιν ἴσοις τῷ πλήθει τοῖς Η, Θ, Ι, Κ, Λ, Μ κατὰ δύο τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, καὶ ἐχέτω τὸ μὲν

---

3. *τομᾶν*] *τομα* F; corr. B*. 5. *α'* Torellius; Cr. *τῷ*] *το* F, ed. Basil. 7. *πληθη* F. 13. *β'* Torellius, Cr. 16. *ἔχωντι*] scripsi; *εχοντι* F, uulgo. 17. *ποτί τινα ἄλλα*] scripsi; *ποτι τ' αλλα* F, uulgo; fort. *ποτ' ἄλλα* ut lin. 18. 18. *ποτα αλλα* F. 22. *λεγωνται* F.

uocentur plana sectionibus conorum acutiangulorum comprehensa, axis autem linea centra sectionum conorum acutiangulorum iungens. haec autem in eadem linea erit, in qua axis cylindri est.

Si magnitudines quotlibet datae sunt aequali spatio inter se excedentes, et differentia minimae aequalis est, et aliae quoque magnitudines datae sunt numero prioribus aequales et magnitudine omnes maximae illarum aequales, omnes hae magnitudines, quarum quaeque maximae aequalis est, minores erunt quam duplo maiores omnibus magnitudinibus aequali spatio inter se excedentibus, maiores autem quam duplo maiores reliquis praeter maximam. demonstratio autem huius propositionis in medio posita est.[1])

I.

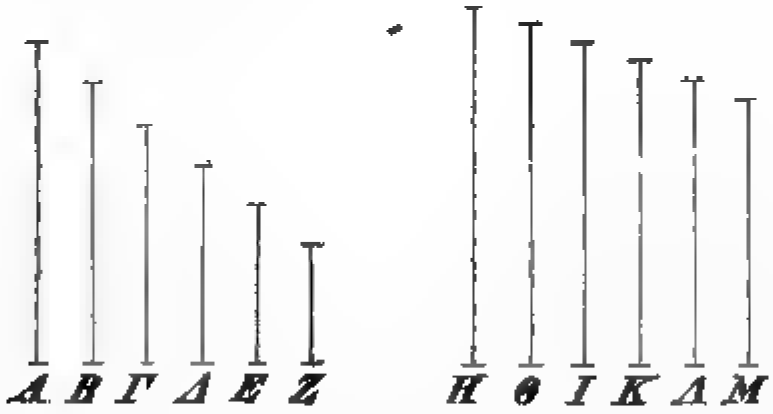
Si magnitudines quotlibet numero et aliae magnitudines numero aequales, binae cum binis similiter positae, eandem rationem habent, et priores magnitudines aut omnes aut nonnullae ad alias magnitudines in quauis proportione sunt, et posteriores magnitudines rursus ad alias similiter positae in eadem proportione sunt, omnes priores magnitudines ad omnes, quae cum iis in proportione sunt, eandem habebunt rationem, quam habent omnes magnitudines posteriores ad omnes, quae cum iis in proportione sunt.

magnitudines quaedam A, B, Γ, Δ, E, Z et aliae magnitudines numero aequales H, Θ, I, K, Λ, M binae cum binis eandem habeant rationem, et sit

1) Nam demonstrata est ab Archimede ipso περὶ ἑλίκ. prop. 11; Quaest. Arch. p. 56.

Α ποτὶ τὸ Β τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ Η ποτὶ τὸ Θ, τὸ δὲ Β ποτὶ τὸ Γ, ὃν τὸ Θ ποτὶ τὸ Ι, καὶ τὰ ἄλλα ὁμοίως τούτοις. λεγέσθω δὲ τὰ μὲν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ μεγέθεα ποτί τινα ἄλλα μεγέθεα τὰ Ν, Ξ, Ο, Π, Ρ, Σ ἐν λόγοις ὁποιοισοῦν, τὰ δὲ Η, Θ, Ι, Κ, Λ, Μ ποτί τινα ἄλλα τὰ Τ, Υ, Φ, Χ, Ψ, Ω, τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις, καὶ ὃν μὲν ἔχει λόγον τὸ Α ποτὶ τὸ Ν, τὸ Η ἐχέτω ποτὶ τὸ Τ, ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ Β ποτὶ τὸ Ξ, τὸ Θ ἐχέτω ποτὶ τὸ Υ, καὶ τὰ ἄλλα ὁμοίως τούτοις. δεικτέον, ὅτι πάντα τὰ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ ποτὶ πάντα τὰ Ν, Ξ, Ο, Π, Ρ, Σ τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον, ὃν πάντα τὰ Η, Θ, Ι, Κ, Λ, Μ ποτὶ πάντα τὰ Τ, Υ, Φ, Χ, Ψ, Ω.

ἐπεὶ γὰρ τὸ μὲν Ν ποτὶ τὸ Α τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ Τ ποτὶ τὸ Η, τὸ δὲ Α ποτὶ τὸ Β, ὃν τὸ



Η ποτὶ τὸ Θ, τὸ δὲ Β ποτὶ τὸ Ξ, ὃν τὸ Θ ποτὶ τὸ Υ, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον τὸ Ν ποτὶ τὸ Ξ, ὃν τὸ Τ ποτὶ τὸ Υ. διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ τὸ Ξ ποτὶ τὸ Ο, ὃν τὸ Υ ποτὶ τὸ Φ, καὶ τούτοις τὰ ἄλλα ὁμοίως. ἔχοντι δὴ

4. *τινα ἄλλα*] scripsi; *ταλλα* F; *τὰ ἄλλα* ed. Basil., uulgo; fort. *ποτ' ἄλλα*. 5. *Μ*] *Μ, Ν* FBC*. 6. *τινα ἄλλα*] scripsi; *τ' αλλα* F, uulgo; fort. *ἄλλα*. 7. *καί*] addidi; om. F, uulgo. 9. *Ξ*] Ζ F.

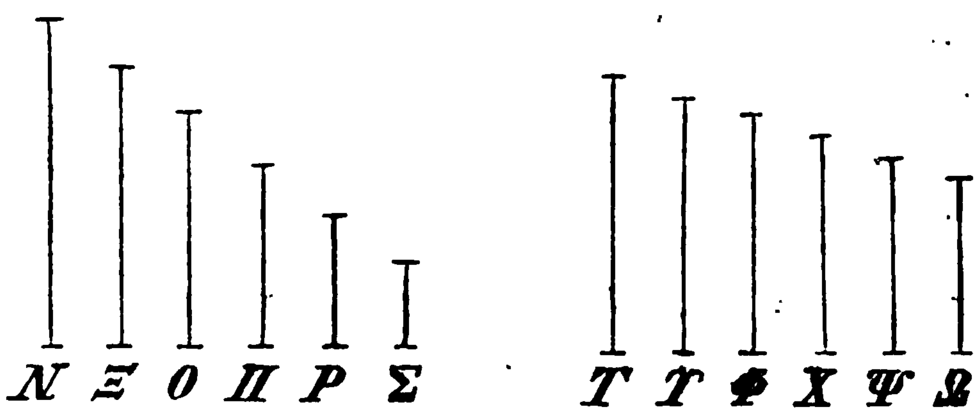
$$A : B = H : \Theta \text{ et } B : \Gamma = \Theta : I$$

et cetera eodem modo. et $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z$ ad alias magnitudines $N, \Xi, O, \Pi, P, \Sigma$ in quauis proportione sint, et $H, \Theta, I, K, \Lambda, M$ ad alias $T, \Upsilon, \Phi, X, \Psi, \Omega$ similiter positae in eadem proportione sint, et sit $A : N = H : T$, $B : \Xi = \Theta : \Upsilon$, et cetera eodem modo. demonstrandum

$$\frac{A + B + \Gamma + \Delta + E + Z}{N + \Xi + O + \Pi + P + \Sigma} = \frac{H + \Theta + I + K + \Lambda + M}{T + \Upsilon + \Phi + X + \Psi + \Omega}.$$

nam quoniam

$$N : A = T : H,\ A : B = H : \Theta,\ B : \Xi = \Theta : \Upsilon,$$



erit $N : \Xi = T : \Upsilon$.[1]) eodem modo concluditur etiam $\Xi : O = \Upsilon : \Phi$, et cetera eodem modo.[2]) itaque

---

1) Cum $N : A = T : H$, $A : B = H : \Theta$, erit δι' ἴσου (Eucl. V, 22) $N : B = T : \Theta$, sed $B : \Xi = \Theta : \Upsilon$; quare δι' ἴσου (Eucl. V, 22) $N : \Xi = T : \Upsilon$. conspectum huius demonstrationis dedi Quaest. Arch. p. 50—51.

2) Habebimus igitur $N : \Xi = T : \Upsilon$, $\Xi : O = \Upsilon : \Phi$,
$O : \Pi = \Phi : X$, $\Pi : P = X : \Psi$, $P : \Sigma = \Psi : \Omega$.
iam cum sit $A : B = H : \Theta$, erit (Eucl. V, 18) $A + B : A = H + \Theta : H$ ɔ: $A + B : H + \Theta = A : H$ (Eucl. V, 16). sed ex $N : A = T : H$ sequitur (Eucl. V, 16) $A : H = N : T = \Xi : \Upsilon$ (Eucl. V, 16) $= O : \Phi$ (Eucl. V, 16) $= \Gamma : I$ (Eucl. V, 16; est enim $A : N = H : T$, $B : \Xi = \Theta : \Upsilon$, $\Gamma : O = I : \Phi$, $\Delta : \Pi = K : X$, $E : P = \Lambda : \Psi$, $Z : \Sigma = M : \Omega$, lin. 9). quare $A + B : H + \Theta = \Gamma : I$; unde (ἐναλλάξ, συνθέντι, ἐναλλάξ) $A + B + \Gamma : H + \Theta + I = \Gamma : I = O : \Phi = \Pi : X$ (Eucl. V, 16) $= \Delta : K$ (Eucl. V, 16), et eodem modo semper progredi possumus.

τὰ μὲν *Α*, *Β*, *Γ*, *Δ*, *Ε*, *Ζ* πάντα ποτὶ τὸ *Α* τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἔχοντι τὰ *Η*, *Θ*, *Ι*, *Κ*, *Λ*, *Μ* πάντα ποτὶ τὸ *Η*, τὸ δὲ *Α* ποτὶ τὸ *Ν*, ὃν τὸ *Η* ποτὶ τὸ *Τ*, τὸ δὲ *Ν* ποτὶ πάντα τὰ *Ν*, *Ξ*, *Ο*, *Π*, *Ρ*, *Σ* τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ *Τ* ποτὶ πάντα τὰ *Τ*, *Υ*, *Φ*, *Χ*, *Ψ*, *Ω*. δῆλον οὖν, ὅτι πάντα τὰ *Α*, *Β*, *Γ*, *Δ*, *Ε*, *Ζ* ποτὶ πάντα τὰ *Ν*, *Ξ*, *Ο*, *Π*, *Ρ*, *Σ* τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον, ὃν πάντα τὰ *Η*, *Θ*, *Ι*, *Κ*, *Λ*, *Μ* ποτὶ πάντα τὰ *Τ*, *Υ*, *Φ*, *Χ*, *Ψ*, *Ω*.

φανερὸν δέ, ὅτι καί, εἴ κα τῶν τε *Α*, *Β*, *Γ*, *Δ*, *Ε*, *Ζ* μεγεθέων τὰ μὲν *Α*, *Β*, *Γ*, *Δ*, *Ε* λεγώνται ποτὶ τὰ *Ν*, *Ξ*, *Ο*, *Π*, *Ρ*, τὸ δὲ *Ζ* μηδὲ ποθ' ἓν λεγήται, καὶ τῶν *Η*, *Θ*, *Ι*, *Κ*, *Λ*, *Μ* τὰ μὲν *Η*, *Θ*, *Ι*, *Κ*, *Λ* λεγώνται ποτὶ τὰ *Τ*, *Υ*, *Φ*, *Χ*, *Ψ*, τὰ ὁμοῖα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις, τὸ δὲ *Μ* μηδὲ ποθ' ἓν λεγήται, ὁμοίως πάντα τὰ *Α*, *Β*, *Γ*, *Δ*, *Ε*, *Ζ* ποτὶ πάντα τὰ *Ν*, *Ξ*, *Ο*, *Π*, *Ρ* τον αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ *Η*, *Θ*, *Ι*, *Κ*, *Λ*, *Μ* ποτὶ πάντα τὰ *Τ*, *Υ*, *Φ*, *Χ*, *Ψ*.

β'.

Εἴ κα γραμμαὶ ἴσαι ἀλλάλαις ἔωντι ὁποσαιοῦν τῷ πλήθει, καὶ παρ' ἑκάσταν αὐτᾶν παραπέσῃ τι χωρίον

---

2. εχωντι F, ut uidetur. *Ι*] om. F. 7. εχωντι FBC. 11. λεγώνται] scripsi; λεγωτι F, uulgo; λέγωντι Torellius. 12. *Ρ*] *ΡC* F; corr. Torellius. μηδὲ ποθ' ἓν] scripsi; μηδεποθεν F, uulgo. 13. *Μ*] *Μ* μεγεθέων Torellius. 14. *Ψ*] *Ψω* F; corr. Torellius. 15. μηδεποθεν F, uulgo. 17. *Ρ*] *ΡC* F; corr. Torellius. 18. *Ψ*] *Ψω* F; corr. Torellius. 19. γ' Torellius, Cr. 20. αλληλαις F; corr. Torellius. 21. παραπέσῃ] scripsi; παρεμπεση F, uulgo.

$A+B+\Gamma+\Delta+E+Z:A=H+\Theta+I+K+\Lambda+M:H.$[1]) sed $A:N=H:T$ [ἀνάπαλιν Eucl. V, 7 πόρ.], et $N:N+\Xi+O+\Pi+P+\Sigma=T:T+\Upsilon+\Phi+X+\Psi+\Omega.$[2]) adparet ergo esse

$$\frac{A+B+\Gamma+\Delta+E+Z}{N+\Xi+O+\Pi+P+\Sigma}=\frac{H+\Theta+I+K+\Lambda+M}{T+\Upsilon+\Phi+X+\Psi+\Omega}.^{3)}$$

et adparet, etiam si ex magnitudinibus A, B, Γ, Δ, E, Z magnitudines A, B, Γ, Δ, E ad N, Ξ, O, Π, P in proportione sint, Z autem in nulla proportione, et ex H, Θ, I, K, Λ, M magnitudinibus H, Θ, I, K, Λ ad T, Υ, Φ, X, Ψ in proportione sint, similiter positae in eadem proportione, M autem in nulla sit proportione, item esse:

$$\frac{A+B+\Gamma+\Delta+E+Z}{N+\Xi+O+\Pi+P}=\frac{H+\Theta+I+K+\Lambda+M}{T+\Upsilon+\Phi+X+\Psi}.^{4)}$$

II.

Si lineae quotlibet numero inter se aequales sunt, et singulis spatium adplicatur figura quadrata exce-

---

1) Demonstrauimus enim p. 293 not. 2 esse $A+B+\Gamma+\Delta+E+Z:H+\Theta+I+K+\Lambda+M=A:H$; inde ἐναλλάξ (Eucl. V, 16) sequitur proportio.

2) Nam $N+\Xi:T+\Upsilon=\Xi:\Upsilon$ (συνθέντι καὶ ἐναλλάξ) $=O:\Phi$ (ἐναλλάξ); unde ἐναλλὰξ καὶ συνθέντι καὶ ἐναλλάξ: $\frac{N+\Xi+O}{T+\Upsilon+\Phi}=\frac{O}{\Phi}$, et cetera eodem modo, donec inuenitur $\frac{N+\Xi+O+\Pi+P+\Sigma}{T+\Upsilon+\Phi+X+\Psi+\Omega}=\frac{N}{T}$; tum ἐναλλάξ.

3) Nam δι' ἴσου est (Eucl. V, 22)

$$\frac{A}{N+\Xi+O+\Pi+P+\Sigma}=\frac{H}{T+\Upsilon+\Phi+X+\Psi+\Omega};$$

tum rursus δι' ἴσου sequitur proportio.

4) Prorsus eodem modo concluditur, si ratione not. 2 proposita quater pro quinquies utimur.

ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ, ἔωντι δὲ αἱ πλευραὶ τῶν ὑπερβλημάτων τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχούσαι, καὶ ἁ ὑπεροχὰ ἴσα τᾷ ἐλαχίστᾳ, ἔωντι δὲ καὶ ἄλλα χωρία τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ, ποτὶ μὲν πάντα τὰ ἕτερα χωρία ἐλάσσονα λόγον ἑξοῦντι τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ἴσα συναμφοτέραις ταῖς τε τοῦ μεγίστου ὑπερβλήματος πλευραῖς καὶ μιᾷ τᾶν ἰσᾶν ἐουσᾶν ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις τῷ τε τρίτῳ μέρει τᾶς τοῦ μεγίστου ὑπερβλήματος πλευρᾶς καὶ τᾷ ἡμισέᾳ μιᾶς τᾶν ἰσᾶν ἐουσᾶν, ποτὶ δὲ τὰ λοιπὰ χωρία ἄνευ τοῦ μεγίστου μείζονα λόγον ἑξοῦντι τοῦ αὐτοῦ λόγου.

ἔστωσαν γὰρ ἴσαι εὐθεῖαι ὁποσαιοῦν τῷ πλήθει, ἐφ' ἃν τὰ Α· καὶ παραπεπτωκέτω παρ' ἑκάσταν αὐτᾶν χωρίον ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ. ἔστων δὲ τῶν ὑπερβλημάτων πλευραὶ αἱ Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχούσαι, καὶ ἁ ὑπεροχὰ ἔστω ἴσα τᾷ ἐλαχίστᾳ. καὶ μεγίστα μὲν ἔστω ἁ Β, ἐλαχίστα δὲ ἁ Η. ἔστω δὲ καὶ ἄλλα χωρία, ἐφ' ὧν ἕκαστον τῶν Θ, Ι, Κ, Λ, τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον ἔστω τῷ μεγίστῳ τῷ παρὰ τὰν ΑΒ παρακειμένῳ. ἔστω δὲ ἁ μὲν ΘΙ γραμμὰ ἴσα τᾷ Α, ἁ δὲ ΚΛ ἴσα τᾷ Β, καὶ τᾶν μὲν ΘΙ γραμμᾶν ἑκάστα ἔστω διπλασία τᾶς Ι, τᾶν δὲ ΚΛ ἑκάστα τριπλασία τᾶς Κ. δεικτέον, ὅτι τὰ χωρία πάντα, ἐν οἷς τὰ Θ, Ι, Κ, Λ, ποτὶ μὲν πάντα τὰ ἕτερα χωρία τὰ ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ, ΑΕ, ΑΖ, ΑΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΘΙΚΛ εὐθεῖα ποτὶ τὰν ΙΚ, ποτὶ δὲ τὰ λοιπὰ ἄνευ

---

7. τε] om. F. τᾷ et πλευρᾷ Nizze. 10. ημισα F; corr. B. 13. ἔστωσαν FBCD; ἔστω A, ed. Basil.; „esto" Cr. 15. ἔστων] ἔστωσαν B. τῶν] addidi; om. F, uulgo. 19. ἔστω]

dens, et latera spatiorum excedentium aequali differentia inter se excedunt, et differentia minimae aequalis est, et praeterea alia spatia data sunt numero his aequalia, magnitudine autem omnes maximo aequalia, haec spatia ad omnia spatia priora minorem rationem habebunt, quam linea aequalis lateribus maximi spatii excedentis et simul uni ex lineis inter se aequalibus ad lineam aequalem tertiae parti lateris maximi spatii excedentis et simul dimidiae parti unius ex lineis inter se aequalibus, ad cetera autem spatia praeter maximum maiorem rationem, quam eaedem lineae.[1])

nam datae sint lineae aequales quotlibet numero, in quibus sint litterae A. et singulis adplicetur spatium figura quadrata excedens. latera autem spatiorum excedentium $B, \Gamma, \Delta, E, Z, H$ aequali differentia inter se excedant, et differentia minimae aequalis sit. et maxima sit B, minima autem H. sed etiam alia spatia data sint, in quibus singulis omnes litterae Θ, I, K, Λ, numero his aequalia, magnitudine autem omnia maximo spatio lineae AB adplicato aequalia sint. sit autem

$$\Theta + I = A, \quad K + \Lambda = B, \text{ et } \Theta + I = 2I, \quad K + \Lambda = 3K.$$

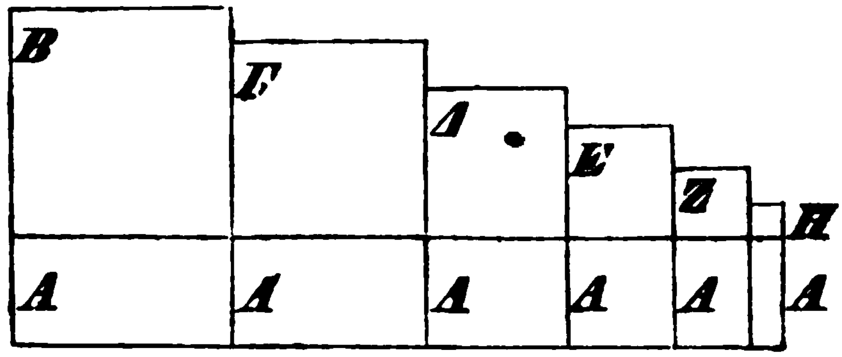
demonstrandum est, omnia spatia, in quibus sint litterae Θ, I, K, Λ, ad omnia priora spatia AB, $A\Gamma$, $A\Delta$, AE, AZ, AH minorem rationem habere, quam $\Theta + I + K + \Lambda : I + K$, ad reliqua autem praeter

1) Demonstrationem breuius exposui Quaest. Arch. p. 57, arithmeticam dedit Nizze p. 157.

scripsi; η F, uulgo. ἑκάστα τᾶν Torellius; auditur στοιχεῖον (littera). 23. τᾶν] τα F; corr. ed. Basil.* γραμμα F; corr. ed. Basil.*

τοῦ μεγίστου τοῦ *ΑΒ* μείζονα λόγον ἔχοντι τοῦ αὐτοῦ λόγου.

ἔστι γάρ τινα χωρία, ἐν οἷς τὰ *Α*, τῷ ἴσῳ ἀλλάλων ὑπερέχοντα, καὶ ἁ ὑπεροχὰ ἴσα τῷ ἐλαχίστῳ [ἐπεί τε



τὰ παραβλήματα καὶ τὰ πλάτη τῷ ἴσῳ ὑπερέχουσιν], καὶ ἄλλα χωρία, ἐν οἷς τὰ *Θ*, *Ι*, τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ. σύμπαντα οὖν τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ *Θ*, *Ι*, πάντων μὲν τῶν, ἐν οἷς τὰ *Α*, ἐλάσσονά ἐντι ἢ διπλασίονα, τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ μεγίστου μείζονα ἢ διπλασίονα. αὐτὰ οὖν τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ *Ι*, πάντων μὲν τῶν, ἐν οἷς τὰ *Α*, ἐλάσσονά ἐντι, τῶν δὲ λοιπῶν ἄνευ τοῦ μεγίστου μείζονα. πάλιν ἐντὶ γραμμαί τινες αἱ *Β*, *Γ*, *Δ*, *Ε*, *Ζ*, *Η* τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχούσαι, καὶ ἁ ὑπεροχὰ ἴσα τᾷ ἐλαχίστᾳ, καὶ ἄλλαι γραμμαί, ἐφ' ἃν τὰ *Κ*, *Λ*, τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστα ἴσαι τᾷ μεγίστᾳ. τὰ οὖν τετράγωνα τὰ ἀπὸ

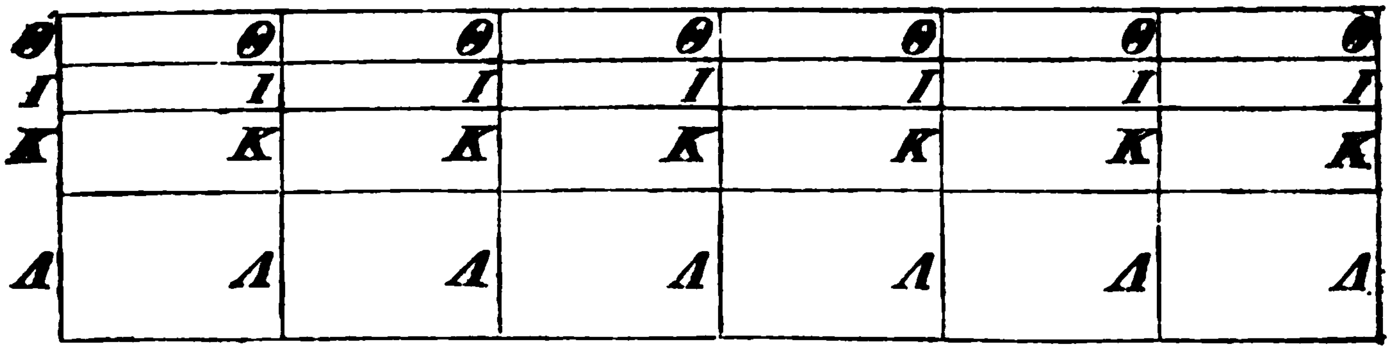
---

4. ἐπεὶ τῶν παραβλημάτων Nizze. in figura litteras *Θ*, *Ι*, *Κ*, *Λ* inuerso ordine habet F; litteras *Θ*, *Ι* permutant ed. Basil., Torellius; corr. Nizze. 9. διπλάσια Nizze, ut lin. 10. 10. μειζον F; corr. Torellius. 15. ὑπεροχὰ ἴσα] ὑπερεχουσαι ἴσαι F; corr. ed. Basil. 17. ἴσαι] ἴσα?

maximum spatium AB maiorem rationem quam

$$\Theta + I + K + \Lambda : I + K.$$

sunt enim spatia quaedam, in quibus litterae Λ, aequali differentia inter se excedentia, et differentia



minimo aequalis est[1]), et alia spatia, in quibus litterae Θ, I, numero illis aequalia, magnitudine autem omnia maximo aequalia. omnia igitur simul spatia, in quibus litterae Θ, I sunt, minora sunt quam duplo maiora omnibus spatiis, in quibus litterae Λ sunt, maiora autem quam duplo maiora ceteris praeter maximum [p. 290, 5]. ipsa igitur spatia, in quibus sunt litterae I, omnibus spatiis, in quibus sunt litterae Λ, minora sunt, reliquis autem praeter maximum maiora.[2]) rursus sunt lineae quaedam B, Γ, Δ, E, Z, H aequali differentia inter se excedentes, et differentia minimae aequalis est, et praeterea aliae lineae, in quibus sunt litterae K, Λ, numero illis aequales, magnitudine autem

1) Quia ex hypothesi latera quadratorum excedentium inter se aequali differentia excedunt, et differentia minimo aequalis est. spatia enim Λ inter se rationem habent, quam latera illa (Eucl. VI, 1). sequentia uerba ἐπεί lin. 4 — ὑπερέχουσιν lin. 5 subditiua esse putauerim. nam primum praue dicuntur spatia adplicata inter se aequali differentia excedere, deinde deest ἀλλάλων lin. 5, et πλάτη et ὑπερέχουσιν parum Doricae formae sunt; etiam particula τε insolito loco posita est. denique insuauiter sermonis cursum interrumpunt. neque hae offensiones coniectura facili et probabili tolli possunt.

2) Nam $\Theta = I$.

πασᾶν τᾶν ἴσᾶν ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ πάντων μὲν τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ [πασᾶν] τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν ἐλάσσονά ἐντι ἢ τριπλάσια, τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας τετραγώνου μείζονα ἢ τριπλάσια. δεδείκται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς περὶ τᾶν ἑλίκων ἐκδεδομένοις. τὰ οὖν χωρία, ἐν οἷς τὸ Κ, πάντων μὲν τῶν χωρίων, ἐν οἷς τὰ Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, ἐλάσσονά ἐστιν, αὐτῶν δὲ τῶν, ἐν οἷς τὰ Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, μείζονα· ὥστε καὶ πάντα τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ Ι, Κ, πάντων μὲν τῶν, ἐν οἷς τὰ ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ, ΑΕ, ΑΖ, ΑΗ, ἐλάσσονά ἐστι, τῶν δέ, ἐν οἷς τὰ ΑΓ, ΑΔ, ΑΕ, ΑΖ, ΑΗ, μείζονα. δῆλον οὖν, ὅτι πάντα τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ Θ, Ι, Κ, Λ, ποτὶ μὲν τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ, ΑΕ, ΑΖ, ΑΗ, ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΘΛ ποτὶ τὰν ΙΚ, ποτὶ δὲ τὰ λοιπὰ χωρὶς τοῦ, ἐν ᾧ τὸ ΑΒ, μείζονα τοῦ αὐτοῦ λόγου.

γ'.

Εἴ κα κώνου τομᾶς ὁποιασοῦν εὐθεῖαι ἐπιψαύωντι ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σαμείου ἀγμέναι, ἔωντι δὲ καὶ ἄλλαι εὐθεῖαι ἐν τᾷ τοῦ κώνου τομᾷ παρὰ τὰς ἐπιψαυούσας ἀγμέναι καὶ τεμνούσαι ἀλλάλας, τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τμαμάτων τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον ποτ' ἄλλαλα, ὃν τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ἐπιψαυουσᾶν· ὁμόλογον

---

2. πασᾶν τᾶν] Torellius; παντων F, uulgo. fort. scrib. τᾶν. 3. αλλαλων F; corr. Torellius. ὑπερεχουσαι F; corr. ed. Basil. 6. ἑλίκων] scripsi; ελικαν F, uulgo. 8. ἐστιν] ἐντι B. 10. τά] (alt.) addidi; om. F, uulgo. 11. ἐστι] ἐντι B. τά] addidi; om. F, uulgo. 16. τό] τά Torellius, fortasse recte. μειζων F; corr. Torellius. γ'] om. ed. Basil., Cr., Torellius. 23. ποτ' ἄλλαλα] Torellius; ποτι τα αλλα F, uulgo. 24. των επιψαυουσων F, uulgo.

omnes maximae aequales. quare quadrata omnium linearum inter se et maximae aequalium minora sunt quam triplo maiora omnibus quadratis linearum inter se aequali differentia excedentium, maiora autem quam triplo maiora reliquis praeter quadratum lineae maximae. hoc enim in eo libro, quem de helicibus edidimus, demonstratum est [prop. 10]. itaque spatia, in quibus est littera K, omnibus spatiis, in quibus sunt litterae B, Γ, Δ, E, Z, H, minora sunt[1]), ipsis autem spatiis, in quibus sunt litterae Γ, Δ, E, Z, H, maiora. quare etiam omnia spatia, in quibus sunt litterae I, K, minora sunt omnibus spatiis, in quibus sunt litterae AB, $A\Gamma$, $A\Delta$, AE, AZ, AH, maiora autem iis, in quibus $A\Gamma$, $A\Delta$, AE, AZ, AH. adparet igitur, omnia spatia, in quibus sint litterae Θ, I, K, Λ, ad spatia, in quibus AB, $A\Gamma$, $A\Delta$, AE, AZ, AH, minorem rationem habere, quam $\Theta\Lambda : IK$[2]), ad reliqua autem praeter id, in quo est AB, maiorem rationem.[3])

III.

Si lineae sectionem coni qualemlibet contingunt ab eodem puncto ductae, et aliae quoque lineae in sectione coni contingentibus parallelae sunt et inter se secant, spatia partibus earum comprehensa inter se eandem rationem habebunt, quam quadrata linearum contingentium. et spatium partibus alterius lineae

1) Nam $K = \frac{1}{2}\Lambda$; itaque $K + \Lambda = 3K$.
2) Hoc est $\Theta + I + K + \Lambda : I + K$.
3) Nam summa spatiorum Θ, I, K, Λ ad summam spatiorum I, K eam habet rationem quam $\Theta + I + K + \Lambda : I + K$, cum basis eadem sit (Eucl. VI, 1); tum u. Eucl. V, 8. et est $\Theta + I + K + \Lambda = A + B$, $I + K = \frac{1}{2}A + \frac{1}{3}B$.

δὲ ἐσσεῖται τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν τᾶς ἑτέρας γραμμᾶς τμαμάτων τῷ τετραγώνῳ τῷ ἀπὸ τᾶς ἐπιψαυούσας τᾶς παραλλήλου αὐτᾷ. ἀποδεδείκται δὲ τοῦτο ἐν τοῖς κωνικοῖς στοιχείοις.

Εἴ κα ἀπὸ τᾶς αὐτᾶς ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς δύο τμάματα ἀποτμαθέωντι ὁπωσοῦν ἴσας ἔχοντα τὰς διαμέτρους, αὐτά τε τὰ τμάματα ἴσα ἐσσοῦνται, καὶ τὰ τρίγωνα τὰ ἐγγραφόμενα εἰς αὐτὰ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσι καὶ ὕψος τὸ αὐτό. διάμετρον δὲ καλέω παντὸς τμάματος τὰν δίχα τέμνουσαν τὰς εὐθείας πάσας τὰς παρὰ τὰν βάσιν αὐτοῦ ἀγομένας.

ἔστω ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἁ $AB\Gamma$, καὶ ἀποτετμήσθω ἀπ' αὐτᾶς δύο τμάματα τό τε $A\Delta E$ καὶ τὸ $\Theta B\Gamma$. ἔστω δὲ τοῦ μὲν $A\Delta E$ τμάματος διάμετρος ἁ ΔZ, τοῦ δὲ $\Theta B\Gamma$ ἁ BH, καὶ ἔστων ἴσαι αἱ ΔZ, BH. δεικτέον, ὅτι τὰ τμάματα ἴσα ἐντὶ τὰ $A\Delta E$, $\Theta B\Gamma$, καὶ τὰ τρίγωνα τὰ ἐγγραφόμενα τὸν εἰρημένον τρόπον ἐν αὐτοῖς.

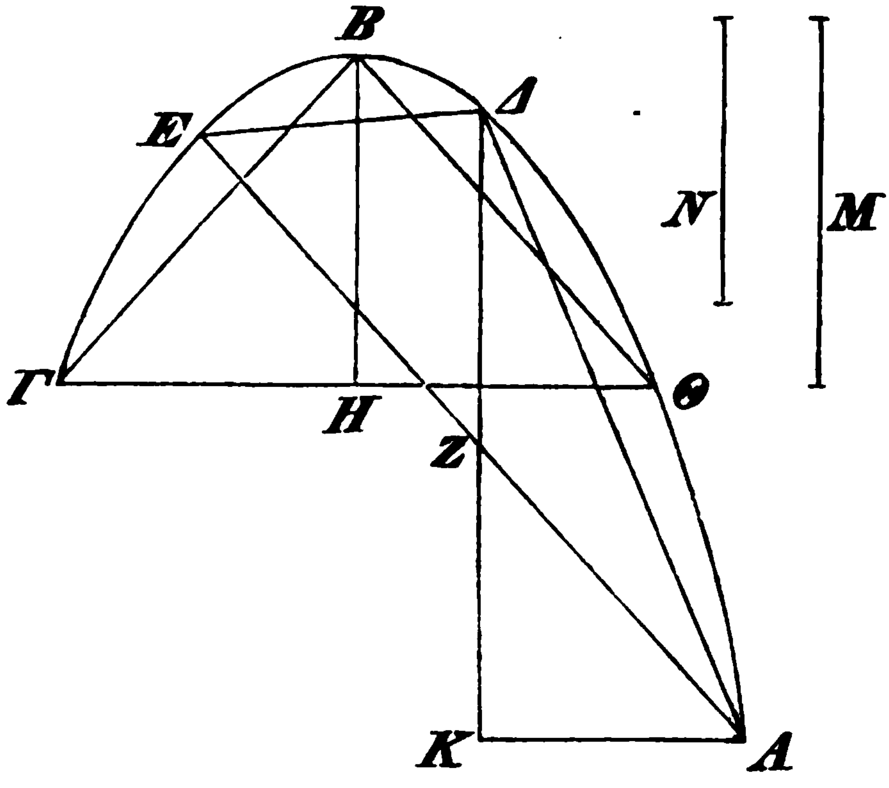
ἔστω δὴ πρῶτον ἁ ἀποτέμνουσα τὸ ἕτερον τμᾶμα

1. ἐσσεῖται] επειτα F; corr. ed. Basil. 2. τῷ τετραγώνῳ] scripsi; τετραγωνον F, uulgo; τετραγώνῳ Torellius. τῷ] το F; corr. Torellius. 3. τᾶς] addidi; om. F, uulgo. παραλληλους F; corr. Nizze. αυτας F; corr. Torellius. 5. δ' Cr., Torellius. 6. αποτμηθεοντι F; corr. Torellius. ὁπωσοῦν] D; οποσουν F, uulgo; ὁποσαοῦν Torellius. 8. αὐτά] αυταν FBC*. 9. τμαματεσι F. 11. τάς] (alterum) ταν FBC*. 14. αὐτᾶς] αυτ cum comp. ας, insuper addita syllaba ᾶς (circumflexu super σ posito, ut solet) F. 16. ἔστων] comp. uocabuli ἔστω addito accentu acuto F; ἔστωσαν uulgo*; ἔστω ed. Basil., Torellius, Cr. 18. ἐγγραφόμενα] με supra scriptum manu 1 F. 20. πρῶτον ἁ] scripsi; α om. F, uulgo.

comprehensum respondebit quadrato lineae contingentis ei parallelae. hoc autem in conicis elementis[1]) demonstratum est [Apollonius con. III, 17].

Si ab eadem sectione coni rectanguli duo segmenta quoquo modo abscinduntur diametros aequales habentia, et ipsa segmenta aequalia erunt et triangula iis inscripta eandem basim habentia, quam segmenta, et altitudinem aequalem. diametrum autem cuiusuis segmenti eam lineam uoco, quae omnes lineas basi eius parallelas in duas partes aequales secat.

sit $AB\Gamma$ sectio coni rectanguli, et ab ea abscindantur duo segmenta $A\Delta E$, $\Theta B\Gamma$. et diametrus seg-



menti $A\Delta E$ sit ΔZ, segmenti autem $\Theta B\Gamma$ linea BH, et sit $\Delta Z = BH$. demonstrandum est, et segmenta $A\Delta E$, $\Theta B\Gamma$ aequalia esse et triangula iis ita inscripta, ut diximus.

primum igitur linea alterum segmentum abscindens

1) H. e. elementis conicis ab Aristaeo compositis, ab Euclide emendatis et suppletis.

ἁ ΘΓ ποτ' ὀρθὰς τᾷ διαμέτρῳ τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς. λελάφθω δὲ παρ' ἂν δυνάνται αἱ ἀπὸ τᾶς τομᾶς, ἁ διπλασία τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος, καὶ ἔστω, ἐφ' ᾇ τὸ Μ. ἀπὸ δὲ τοῦ Α κάθετος ἄχθω ἐπὶ τὰν ΔΖ ἁ ΑΚ. ἐπεὶ οὖν διάμετρός ἐντι ἁ ΔΖ τοῦ τμάματος, ἅ τε ΑΕ δίχα τεμνέται κατὰ τὸ Ζ, καὶ ἁ ΔΖ παρὰ τὰν διάμετρόν ἐστι τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς· οὕτω γὰρ δίχα τέμνει πάσας τὰς παρὰ τὰν ΑΕ ἀγομένας. ὃν δὴ λόγον ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΖ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΚ, τοῦτον ἐχέτω ἁ Ν ποτὶ τὰν Μ. αἱ δὴ ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἐπὶ τὰν ΔΖ ἀγομέναι παρὰ τὰν ΑΕ δυνάνται τὰ παρὰ τὰν ἴσαν τᾷ Ν παραπίπτοντα πλάτος ἔχοντα, ἃς αὐταὶ ἀπολαμβάνοντι ἀπὸ τᾶς ΔΖ ποτὶ τὸ Δ πέρας. δεδείκται γὰρ ἐν τοῖς κωνικοῖς. δυνάται οὖν καὶ ἁ ΑΖ ἴσον τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶς Ν καὶ τᾶς ΔΖ. δυνάται δὲ καὶ ἁ ΘΗ ἴσον τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς Μ καὶ τᾶς ΒΗ, ἐπεὶ κάθετός ἐστιν ἁ ΘΗ ἐπὶ τὰν διάμετρον. ἔχοι οὖν κα τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΖ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΗ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ Ν ποτὶ τὰν Μ, ἐπεὶ ἴσαι ὑπέκειντο αἱ ΔΖ, ΒΗ. ἔχει δὲ τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΖ

---

1. *ΘΓ*] *ΒΓ* F; corr. BC. 13. *Ν*] *Μ* F; corr. Torellius. 19. *ἔχοι οὖν κα*] scripsi; *εχοι και* F, uulgo; *ἔχει καί* Torellius. 20. *τᾶς*] *του* per comp. F.

$\Theta\Gamma$ perpendicularis ad diametrum sectionis coni rectanguli sit. sumatur autem linea, cui parallelae lineae a sectione ductae quadratae aequales sunt [spatiis ipsa hac linea et ea parte diametri comprehensis, quam linea a sectione ducta ad uerticem uersus abscindit][1]), quae duplo maior est linea [a uertice sectionis] ad axem coni ducta[2]), et sit ea, in qua est littera M. et ab A linea AK ad $\varDelta Z$ perpendicularis ducatur. iam quoniam $\varDelta Z$ diametrus est segmenti, linea AE in puncto Z in duas partes aequales secatur, et $\varDelta Z$ diametro sectionis coni rectanguli[3]) parallela est. ita enim omnes lineas lineae AE parallelas in duas partes aequales secat. itaque, sit $AZ^2 : AK^2 = N : M$. quare lineae a sectione ad lineam $\varDelta Z$ ductae lineae AE parallelae quadratae aequales sunt spatiis lineae N aequali adplicatis latitudinem habentibus eas lineas, quas ipsae a $\varDelta Z$ ad punctum $\varDelta$ uersus abscindunt. hoc enim in conicis demonstratum est.[4]) itaque

$$AZ^2 = N \times \varDelta Z.$$

sed etiam $\Theta H^2 = M \times BH$, quoniam ΘH ad diametrum perpendicularis est [et linea M parametrus; tum u. Apollon. con. I, 11]. itaque

$$AZ^2 : \Theta H^2 = N : M,$$

quia ex hypothesi $\varDelta Z = BH$. sed etiam

$$AZ^2 : AK^2 = N : M.$$

1) H. e. parametrus parabolae $\Gamma B\Theta$.

2) Quia antiquiores geometrae parabolam ita efficiebant, ut conum rectum et rectangulum plano lateri coni parallelo secarent.

3) H. e. axi. cfr. Zeitschr. f. Math., litt. Abth. XXV p. 44; p. 51 nr. 14.

4) H. e. N linea parametrus est, si diametrus est $\varDelta Z$. cfr. *Zeitschr. f. Math., litt.* Abth. XXV p. 52 nr. 15.

τετράγωνον καὶ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΚ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ Ν ποτὶ τὰν Μ. ἴσαι ἄρα ἐντὶ αἱ ΘΗ, ΑΚ. ἐντὶ δὲ ἴσαι καὶ αἱ ΒΗ, ΔΖ. ὥστε ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΗ, ΒΗ περιεχόμενον τῷ ὑπὸ τᾶν ΑΚ, ΔΖ. ἴσον ἄρα ἐστὶν καὶ τὸ ΘΗΒ τρίγωνον τῷ ΔΑΖ τριγώνῳ· ὥστε καὶ τὰ διπλάσια. ἔστι δὲ τοῦ μὲν ΑΔΕ τριγώνου ἐπίτριτον τὸ ΑΔΕ τμᾶμα, τοῦ δὲ ΘΒΓ τριγώνου ἐπίτριτον τὸ ΘΒΓ τμᾶμα. δῆλον οὖν, ὅτι τὰ τμάματά ἐστιν ἴσα καὶ τὰ τρίγωνα τὰ ἐγγραφόμενα εἰς αὐτά. εἰ δὲ μηδετέρα τᾶν τὰ τμάματα ἀποτεμνουσᾶν ποτ' ὀρθάς ἐντι τᾷ διαμέτρῳ τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἀπολαφθείσας ἀπὸ τᾶς διαμέτρου τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ἴσας τᾷ διαμέτρῳ τᾷ τοῦ ἑνὸς τμάματος καὶ ἀπὸ τοῦ πέρατος τᾶς ἀπολαφθείσας ποτ' ὀρθὰς ἀχθείσας τᾷ διαμέτρῳ, τὸ γενόμενον τμᾶμα ἑκατέρῳ τῶν τμαμάτων ἴσον ἐσσεῖται. δῆλον οὖν ἐστι τὸ προτεθέν.

δ'.

Πᾶν χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ ὀξυγωνίου κωνου τομᾶς ποτὶ τὸν κύκλον τὸν ἔχοντα διάμετρον ἴσαν τᾷ μείζονι διαμέτρῳ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ἐλάσσων διάμετρος αὐτᾶς ποτὶ τὰν μείζω, τὰν τοῦ κύκλου διάμετρον.

ἔστω γὰρ ὀξυγωνίου κώνου τομά, ἐφ' ἇς τὰ Α, Β, Γ, Δ, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ μὲν μείζων ἔστω, ἐφ' ἇς

---

7. *τμημα* F; corr. Torellius; item lin. 8. 9. *τμηματα* F; corr. Torellius, ut etiam lin. 10. 11. *διαμέτρῳ*] *μης* F; corr. ed. Basil. 12. *διαμέτρου*] *μετα* F; corr. Torellius. latet in his compendium aliquod uocabuli *διάμετρος*. 13. *τᾷ τοῦ*] scripsi; *τας του* F, uulgo. 18. *ε'* Torellius. 21. *τᾶς*] *τα* F; corr. Torellius. *τομᾶς*] *τομα* F; corr. Torellius. 23.

quare $\Theta H = AK$ [Eucl. V, 9]. sed etiam $\Delta Z = BH$. quare erit

$$\Theta H \times BH = AK \times \Delta Z.$$

itaque etiam $\Theta HB = \Delta AZ$[1]), et etiam dupla [quare $\Gamma\Theta B = \Delta EA$].[2]) sed segmentum $A\Delta E$ tertia parte maius est triangulo $A\Delta E$, et segmentum $\Theta B\Gamma$ triangulo $\Theta B\Gamma$ [τετραγ. παραβ. propp. 17 et 24]. adparet igitur, et segmenta et triangula iis inscripta aequalia esse.

sin neutra linearum segmenta abscindentium ad diametrum sectionis coni rectanguli perpendicularis est, abscisa a diametro sectionis coni rectanguli linea diametro alterius segmenti aequali, et a termino lineae abscisae linea ab diametrum perpendiculari ducta segmentum inde ortum utrique segmento aequale erit. adparet igitur, quod propositum est [Eucl. I κοιν. ἐνν. 1].

IV.

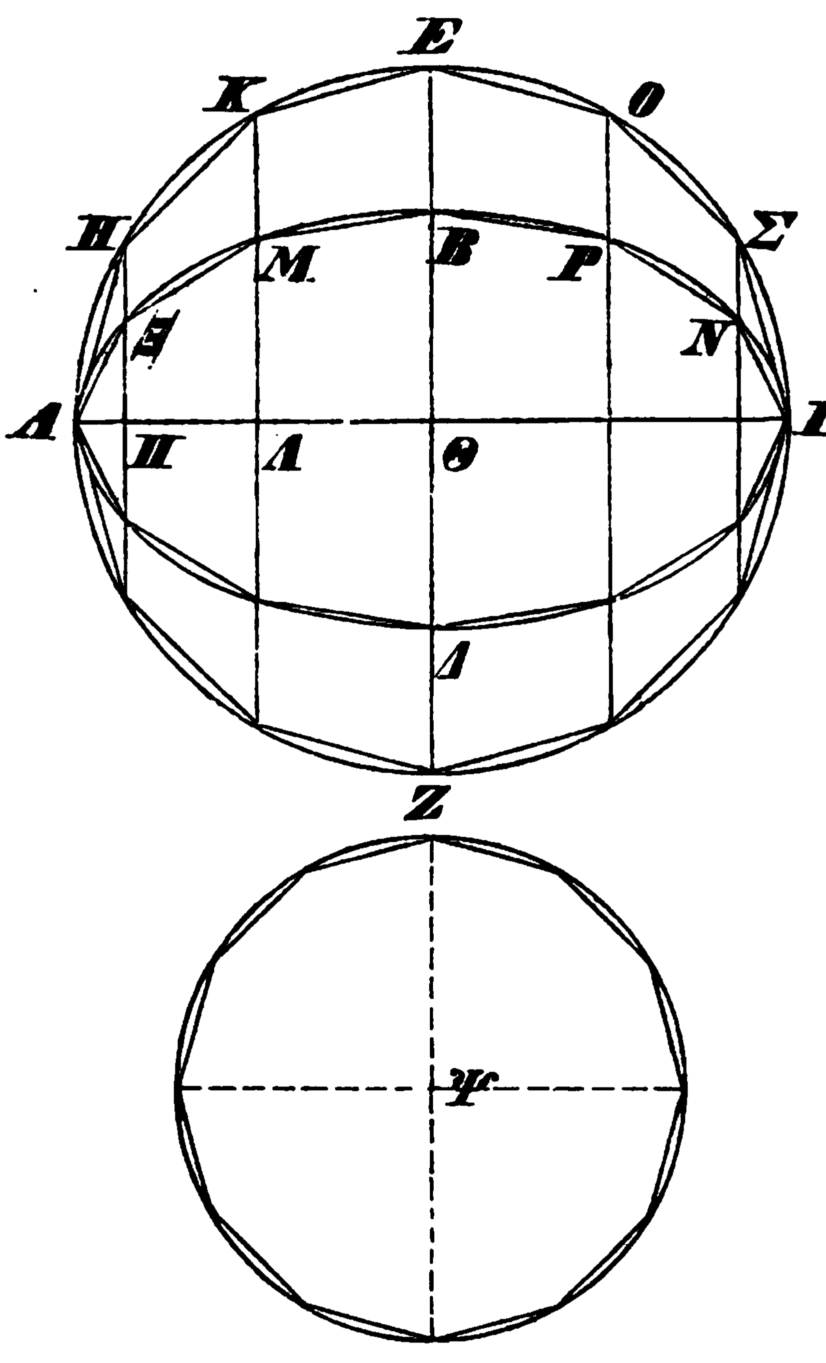
Quoduis spatium sectione coni acutianguli comprehensum ad circulum diametrum maiori diametro sectionis coni acutianguli aequalem habentem eandem rationem habet, quam minor diametrus ad maiorem, quae est diametrus circuli.

sit enim sectio coni acutianguli, in qua sint litterae A, B, Γ, Δ, diametrus autem maior sit linea, in

1) Cfr. Zeitschr. f. Math., litt. Abth. XXIV p. 179 nr. 7.
2) Nam $EZ = ZA$, et altitudo eadem est. quare
$$\Delta EA = 2\Delta AZ.$$

τάν] scripsi; ποτι ταν F, uulgo; τουτέστι ποτὶ τάν ed. Basil., Torellius; „quae est circuli diametros“ Cr.

τὰ *Α*, *Γ*, ἁ δὲ ἐλάσσων, ἐφ' ἇς τὰ *Β*, *Δ*· ἔστω δὲ κύκλος περὶ διάμετρον τὰν *ΑΓ*. δεικτέον, ὅτι τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ποτὶ τὸν κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ *ΒΔ* ποτὶ τὰν *ΓΑ*, τουτέστι τὰν *ΕΖ*. ὃν δὴ λόγον ἔχει ἁ *ΒΔ* ποτὶ τὰν *ΕΖ*, τοῦτον ἐχέτω ὁ κύκλος, ἐν ᾧ τὸ *Ψ*, ποτὶ τὸν *ΑΕΓΖ* κύκλον. λέγω, ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ *Ψ* κύκλος τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ.



εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσος ὁ *Ψ* κύκλος τῷ περιεχομένῳ χωρίῳ ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατόν, μείζων. δυνατὸν δή ἐστιν εἰς τὸν *Ψ* κύκλον πολύγωνον ἐγγράψαι ἀρτιόγωνον μεῖζον τοῦ *ΑΒΓΔ* χωρίου. νοείσθω δὴ ἐγγεγραμμένον. ἐγγεγράφθω δὲ καὶ εἰς τὸν *ΑΕΓΖ* κύκλον εὐθύγραμμον ὁμοῖον τῷ ἐν τῷ *Ψ* κύκλῳ ἐγγεγραμμένῳ, καὶ

8. τᾷ] τη F; corr. Torellius. 16. μειζον F; corr. Torellius. 24. δέ] scripsi; δη F, uulgo.

qua sunt A, Γ, minor autem ea, in qua B, Δ. sit autem circulus, circum diametrum $A\Gamma$ descriptus. demonstrandum est, spatium sectione coni acutianguli comprehensum ad circulum eandem habere rationem, quam $B\Delta : \Gamma A$, hoc est $B\Delta : EZ$. iam circulus, in quo est littera Ψ, ad circulum $AE\Gamma Z$ eam habeat rationem, quam $B\Delta : EZ$. dico, circulum Ψ aequalem esse sectioni coni acutianguli.

nam si circulus Ψ spatio sectione coni acutianguli comprehenso aequalis non est, sit prius, si fieri potest, maior. potest igitur fieri, ut circulo Ψ inscribatur polygonum [aequilaterum], cuius anguli pares sunt numero, maius spatio $AB\Gamma\Delta$.[1]) fingatur igitur inscriptum. et etiam circulo $AE\Gamma Z$ inscribatur figura rectilinea, polygono circulo Ψ inscripto similis, et ab angulis eius lineae ad $A\Gamma$ diametrum perpen-

---

1) Nam fieri potest, ut circulo Ψ inscribatur polygonum (p), ita ut spatia relicta minora sint eo spatio, quo Ψ spatium $AB\Gamma\Delta$ excedit; u. de sph. et cyl. I, 6 p. 24. erit igitur:

$\Psi - p < \Psi - AB\Gamma\Delta$ ɔ: $p > AB\Gamma\Delta$.

ἀπὸ τᾶν γωνιᾶν αὐτοῦ καθέτοι ἄχθωσαν ἐπὶ τὰν *ΑΓ* διάμετρον, ἐπὶ δὲ τὰ σαμεῖα, καθ' ἃ τέμνοντι αἱ καθέτοι τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομάν, εὐθεῖαι ἐπεζεύχθωσαν. ἐσσεῖται δή τι ἐν τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον, καὶ ἕξει αὐτὸ ποτὶ τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ *ΑΕΓΖ* κύκλῳ ἐγγεγραμμένον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ *ΒΔ* ποτὶ τὰν *ΕΖ*. ἐπεὶ γὰρ αἱ *ΕΘ*, *ΚΛ* καθέτοι εἰς τὸν αὐτὸν λόγον τετμήνται κατὰ τὰ *Μ*, *Β*, δῆλον, ὅτι τὸ *ΛΕ* τραπέζιον ποτὶ τὸ *ΘΜ* τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ *ΘΕ* ποτὶ τὰν *ΒΘ*. διὰ ταὐτὰ δὲ καὶ τῶν ἄλλων τραπεζίων ἕκαστον τῶν ἐν τῷ κύκλῳ ποθ' ἕκαστον τῶν τραπεζίων τῶν ἐν τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ *ΕΘ* ποτὶ τὰν *ΒΘ*. ἔχοντι δὲ καὶ τὰ τρίγωνα τὰ ποτὶ τοῖς *Α*, *Γ* τὰ ἐν τῷ κύκλῳ ποτὶ τὰ ἐν τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ τοῦτον τὸν λόγον. ἕξει οὖν καὶ ὅλον τὸ εὐθύγραμμόν τὸ ἐν τῷ *ΑΕΓΖ* κύκλῳ ἐγγεγραμμένον ποτὶ ὅλον τὸ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον ἐν τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ *ΕΖ* ποτὶ τὰν *ΒΔ*. ἔχει δὲ τὸ αὐτὸ εὐθύγραμμον καὶ ποτὶ τὸ ἐν τῷ *Ψ* κύκλῳ ἐγγεγραμμένον τοῦτον τὸν λόγον, διότι καὶ οἱ κύκλοι τοῦτον εἶχον τὸν λόγον. ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ εὐθύγραμμον το ἐν τῷ *Ψ* κύκλῳ ἐγγεγραμμένον τῷ εὐθυγράμμῳ τῷ ἐν τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ ἐγγεγραμμένῳ· ὅπερ ἀδύνατον. μεῖζον γὰρ ἦν ὅλου τοῦ περιεχομένου χωρίου ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς.

2. *τέμνοντι*] scripsi; *τεμνονται* F, uulgo. 4. *δή*] scripsi; *δε* F, uulgo. *τι*] *τι εὐθύγραμμον* ed. Basil., Torellius. ego *εὐθύγραμμον* lin. 5. post *ἐγγεγραμμένον* addere malui (om. F, uulgo). 5. *αὐτό*] scripsi; *το αυτο* F, uulgo. litteras *Η*, *Ξ*, O, *Ρ*, *Σ* (*Ε*?), *Ν* in figura cum F addidi; *Π* ipse addidi. 9. *τὸ ΘΜ*]

diculares ducantur, et ad puncta, in quibus lineae perpendiculares sectionem coni acutianguli secant, lineae ducantur. erit igitur figura quaedam rectilinea sectioni coni acutianguli inscripta, et habebit ad figuram rectilineam circulo $A E \Gamma Z$ inscriptam eandem rationem, quam $B\Delta : EZ$. nam quoniam $E\Theta$, $K\Lambda$, lineae perpendiculares eadem proportione in punctis M, B sectae sunt, adparet, trapezium ΛE ad ΘM eam habere rationem, quam $\Theta E : B\Theta$.[1]) eadem de causa etiam cetera trapezia singula, quae in circulo sunt, ad singula trapezia, quae in sectione coni acutianguli sunt, eam habent rationem, quam $E\Theta : B\Theta$. sed etiam triangula ad puncta A, Γ in circulo posita ad triangula in sectione coni acutianguli posita eandem rationem habent.[2]) itaque etiam tota figura rectilinea circulo $A E \Gamma Z$ inscripta ad totam figuram sectioni coni acutianguli inscriptam eam rationem habet, quam $EZ : B\Delta$.[3]) sed eadem figura etiam ad figuram circulo Ψ inscriptam hanc rationem habet, quoniam etiam circuli hanc rationem habebant [Eucl. V, 16].[4]) itaque figura circulo Ψ inscripta figurae sectioni coni acutianguli inscriptae aequalis est [Eucl. V, 9]. quod fieri non potest. maior enim erat toto spatio sectione coni acutianguli comprehenso.

---

1) U. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 180 nr. 11.

2) Habent enim rationem, quam $\Pi H : \Pi \Xi$, quae aequalis est $E\Theta : B\Theta$.

3) *ἐναλλὰξ καὶ συνθέντι καὶ ἐναλλάξ*; tum quia
$$EZ = 2E\Theta,\ B\Delta = 2B\Theta.$$

4) U. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 13.

τα ΘM F; corr. Torellius. 13. *εχωντι* F, uulgo; corr. Torellius. 15. *τᾳ̃*] Torellius; *τη* F, uulgo. 20. *αυτο το* F; corr. Torellius.

ἀλλ' ἔστω, εἰ δυνατόν, ἐλάσσων. πάλιν δὴ δυνατὸν εἰς τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰν ἐγγράψαι πολύγωνον ἀρτιόπλευρον μεῖζον τοῦ Ψ κύκλου. ἐγγεγράφθω οὖν, καὶ ἀπὸ τᾶν γωνιᾶν αὐτοῦ καθέτοι ἀχθεῖσαι ἐπὶ τὰν ΑΓ ἐκβεβλήσθωσαν ποτὶ τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν. πάλιν οὖν ἐσσεῖταί τι ἐν τῷ ΑΕΓΖ κύκλῳ εὐθύγραμμον ἐγγεγραμμένον, ὃ ἕξει ποτὶ τὸ ἐν τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ ἐγγεγραμμένον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ ΕΖ ποτὶ τὰν ΒΔ. ἐγγραφέντος δὴ καὶ εἰς τὸν Ψ κύκλον ὁμοίου αὐτῷ δειχθησέται τὸ ἐν τῷ Ψ κύκλῳ ἐγγεγραμμένον ἴσον ἐὸν τῷ ἐν τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ ἐγγεγραμμένῳ· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἔστιν οὖν οὐδὲ ἐλάσσων ὁ Ψ κύκλος τοῦ χωρίου τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ εἰρημένον χωρίον ποτὶ τὸν ΑΕΓΖ κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΕΖ.

ε'.

Πᾶν χωρίον περιεχόμενον ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ποτὶ πάντα κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν διαμέτρων τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς τοῦ κύκλου διαμέτρου τετράγωνον.

ἔστω γάρ τι χωρίον περιεχόμενον ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ἐν ᾧ τὸ Χ. διαμέτροι δὲ ἔστωσαν τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς αἱ ΑΓ, ΒΔ, μείζων δὲ

---

3. *πολυγωγωνον* F. 6. *τι*] *τη* FBC*. 7. *ΑΕΓΖ*] scripsi; *ΔΕ* F, uulgo; *ΑΕ* Torellius. 8. *τό*] Torellius; *ταν* F, uulgo. *ἐγγραφέντος*] scripsi; *εγγεγραφεντος* F, uulgo. 18. *ς'* Torellius.

sed, si fieri potest, minor sit [circulus Ψ]. rursus igitur fieri potest, ut sectioni coni acutianguli inscribatur polygonum [aequilaterum], cuius latera paria sunt numero[1]), maius circulo Ψ.[2]) inscribatur igitur, et lineae ab angulis eius ad $A\Gamma$ perpendiculares ductae producantur ad ambitum circuli. rursus igitur circulo $AE\Gamma Z$ figura rectilinea inscripta erit, quae ad figuram sectioni coni acutianguli inscriptam eam rationem habebit, quam $EZ : B\Delta$ [p. 310, 5 sq.]. si igitur etiam circulo Ψ inscribitur figura ei similis, figura circulo Ψ inscripta demonstrabitur aequalis esse figurae sectioni coni acutianguli inscriptae [p. 310, 16 sq.]. quod fieri non potest.[3]) itaque circulus Ψ ne minor quidem est spatio sectione coni acutianguli comprehenso. adparet igitur, hoc spatium ad circulum $AE\Gamma Z$ eam rationem habere, quam $B\Delta : EZ$.[4])

V.

Quoduis spatium sectione coni acutianguli comprehensum ad quemuis circulum eam rationem habet, quam rectangulum diametris sectionis coni acutianguli comprehensum ad quadratum diametri circuli.

sit enim spatium aliquod sectione coni acutianguli comprehensum, in quo sit littera X. diametri autem sectionis coni acutianguli sint $A\Gamma$, $B\Delta$, maior autem

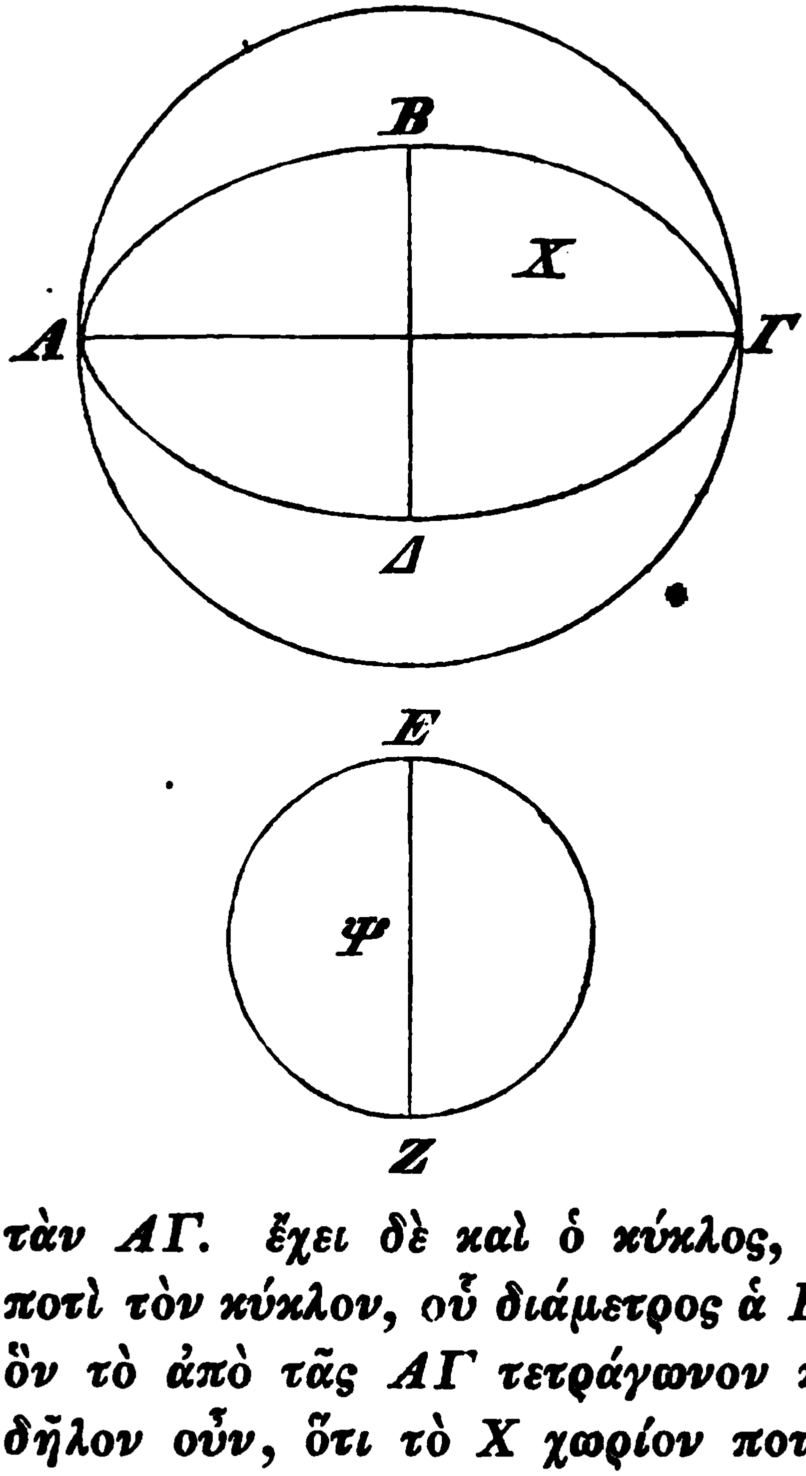
1) Debebat esse: cuius laterum numerus per quattuor diuidi possit; ita etiam p. 308, 19 dictum esse oportuit.

2) Hoc fieri posse, eodem modo intellegitur, quo in circulo demonstrauimus p. 309 not. 1.

3) Nam circulus Ψ, figura inscripta maior, minor est figura ellipsi inscripta.

4) Proprie hoc adparet, figuram ellipsi comprehensam aequalem esse circulo Ψ; tum u. p. 308, 4 et Eucl. V, 7.

ἁ *ΑΓ*. καὶ κύκλος ἔστω, ἐν ᾧ τὸ *Ψ*, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἁ *ΕΖ*. δεικτέον, ὅτι τὸ *Χ* χωρίον ποτὶ τὸν *Ψ* κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν *ΑΓ*, *ΒΔ* ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΕΖ* τετράγωνον.



περιγεγράφθω δὴ κύκλος περὶ διάμετρον τὰν *ΑΓ*. τὸ δὴ *Χ* χωρίον ποτὶ τὸν κύκλον, οὗ διάμετρος ἁ *ΑΓ*, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν *ΑΓ*, *ΒΔ* ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΑΓ* τετράγωνον. δεδείκται γὰρ ἔχον, ὃν ἁ *ΒΔ* ποτὶ τὰν *ΑΓ*. ἔχει δὲ καὶ ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος ἁ *ΑΓ*, ποτὶ τὸν κύκλον, οὗ διάμετρος ἁ *ΕΖ*, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς *ΑΓ* τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΕΖ*. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ *Χ* χωρίον ποτὶ τὸν *Ψ* κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν *ΑΓ*, *ΒΔ* περιεχόμενον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΕΖ* τετράγωνον.

ϛʹ.

Τὰ περιεχόμενα χωρία ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ' ἄλλαλα, ὃν τὰ περι-

1. τό] om. F; corr. B. 23. τᾶς] (alt.) της F. 27. ζʹ Torel-

sit $A\Gamma$. et sit circulus, in quo sit littera Ψ, et diametrus eius EZ. demonstrandum est, esse

$$X : \Psi = A\Gamma \times B\Delta : EZ^2.$$

circumscribatur igitur [circum spatium X] circulus, circum diametrum $A\Gamma$ descriptus. habebit igitur spatium X ad circulum, cuius diametrus est $A\Gamma$, eandem rationem, quam habet $A\Gamma \times B\Delta : A\Gamma^2$. nam demonstratum est, spatium X ad circulum, cuius diametrus sit $A\Gamma$, eam habere rationem, quam $B\Delta : A\Gamma$ [prop. 4]. sed etiam circulus, cuius diametrus est $A\Gamma$, ad circulum, cuius diametrus est EZ, eam rationem habet, quam $A\Gamma^2 : EZ^2$ [Eucl. XII, 2]. adparet igitur, esse $X : \Psi = A\Gamma \times B\Delta : EZ^2$ [Eucl. V, 22].

VI.

Spatia sectione coni acutianguli comprehensa eam inter se rationem habent, quam rectangula diametris

---

lius. 28. τομᾶν Torellius. 29. ποτ' ἄλλαλα] ποτι τα αλλα F; corr. ed. Basil.

εχόμενα ὑπὸ τᾶν διαμέτρων τᾶν τῶν ὀξυγωνίων κώνων τομᾶν ποτ' ἄλλαλα.

ἔστω περιεχόμενα χωρία ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ἐν οἷς τὰ A, B. ἔστω δὲ καὶ τὸ μὲν $\Gamma\Delta$ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν διαμέτρων τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τᾶς περιεχούσας τὸ A χωρίον, τὸ δὲ EZ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν διαμέτρων τᾶς ἑτέρας τομᾶς. δεικτέον, ὅτι τὸ A χωρίον ποτὶ τὸ B τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ $\Gamma\Delta$ ποτὶ τὸ EZ.

λελάφθω δὴ κύκλος τις, ἐν ᾧ τὸ Ψ, ἀπὸ δὲ τᾶς διαμέτρου αὐτοῦ τετράγωνον ἔστω τὸ $K\Lambda$. ἔχει δὴ τὸ μὲν A χωρίον ποτὶ τὸν Ψ κύκλον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ $\Gamma\Delta$ ποτὶ τὸ $K\Lambda$, ὁ δὲ Ψ κύκλος ποτὶ τὸ B χωρίον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ $K\Lambda$ ποτὶ τὸ EZ. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ A χωρίον ποτὶ τὸ B τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ $\Gamma\Delta$ ποτὶ τὸ EZ.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

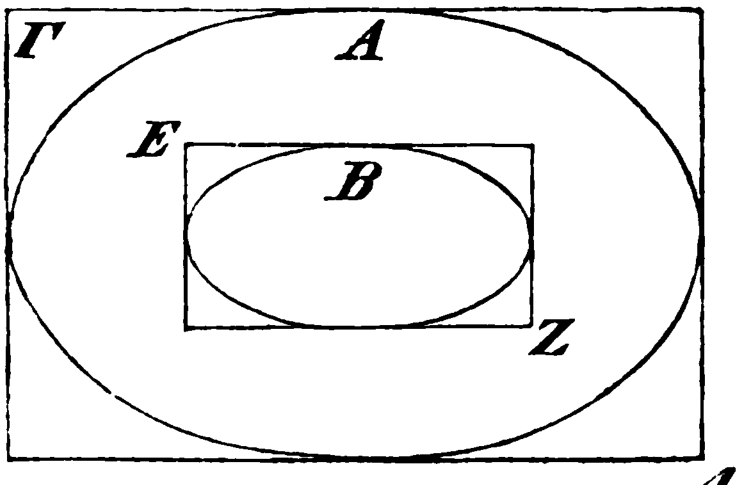
Ἐκ τούτου δὲ φανερόν, ὅτι τὰ περιεχόμενα χωρία υπὸ ὁμοίαν ὀξυγωνίων κώνων τομᾶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι ποτ' ἄλλαλα, ὃν ἔχοντι δυνάμει ποτ' ἀλλάλας αἱ ὁμολόγοι διαμέτροι τᾶν τομᾶν.

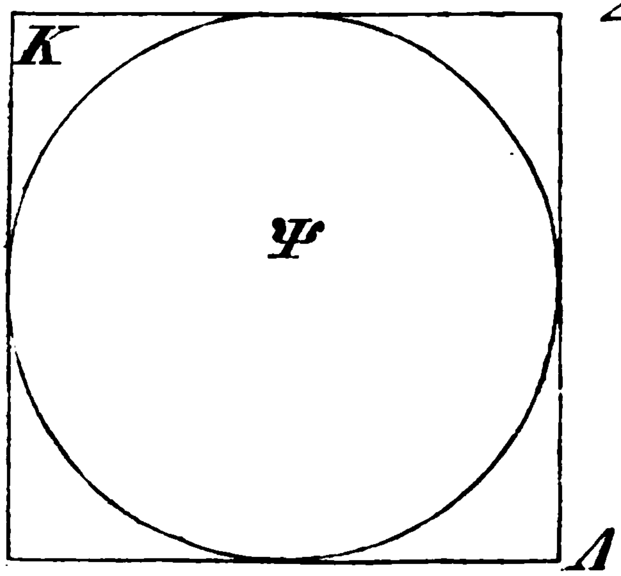
---

1. τᾶν τῶν ὀξυγωνίων κώνων] scripsi cum margine ed. Basil.; τμαμα των οξυγωνιων κωνων F, uulgo; τᾶν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου Torellius. 3. τομᾶν Torellius. 5. τᾶς] τα F; corr. B*. 11. $K\Lambda$] K Λ F. δή] scripsi; δε F, uulgo. 17. [symbol] mg. F. 20. εχωντι bis F; corr. BV.

sectionum conorum acutiangulorum comprehensa inter se habent.

sint spatia sectione coni acutianguli comprehensa,





in quibus sint litterae A, B. rectangulum autem $\Gamma\Delta$ diametris contineatur sectionis coni acutianguli, quae A spatium comprehendit, rectangulum autem EZ contineatur diametris alterius sectionis. demonstrandum est, esse $A : B = \Gamma\Delta : EZ$.

sumatur igitur circulus aliquis, in quo sit littera Ψ, et in diametro eius construatur quadratum $K\Lambda$. erit igitur $A : \Psi = \Gamma\Delta : K\Lambda$ [prop. 5], et etiam

$$\Psi : B = K\Lambda : EZ$$ [prop. 5; Eucl. V, 16].

adparet igitur, esse $A : B = \Gamma\Delta : EZ$ [Eucl. V, 22].

COROLLARIUM.

Hinc autem adparet, spatia sectionibus conorum acutiangulorum similibus comprehensa eandem inter se habere rationem, quam quadrata diametrorum sectionum, quae sibi respondeant.[1])

1) Nam similes ellipses eae sunt, quarum qui sibi respondeant axes proportionales sint.

ζ'.

Ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς δοθείσας καὶ γραμμᾶς ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἀνεστακούσας ὀρθᾶς ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, δυνατόν ἐστι κῶνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ πέρας τᾶς ἀνεστακούσας εὐθείας, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

δεδόσθω τις ὀξυγωνίου κώνου τομά, καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου αὐτᾶς εὐθεῖα γραμμὰ ἀνεστακοῦσα ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά. διὰ δὲ τᾶς ἀνεστακούσας εὐθείας καὶ τᾶς ἐλάσσονος διαμέτρου ἐπίπεδόν τι ἐκβεβλήσθω, καὶ ἔστω ἐν αὐτῷ ἁ μὲν ἐλάσσων διάμετρος ἁ ΑΒ, τὸ δὲ κέντρον τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τὸ Δ, ἁ δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀνεστακοῦσα ὀρθὰ ἁ ΓΔ, πέρας δὲ αὐτᾶς τὸ Γ. ἁ δὲ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ νοείσθω περὶ διάμετρον τὰν ΑΒ γεγραμμένα ἐν ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὰν ΓΔ. δεῖ δὴ κῶνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ Γ σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

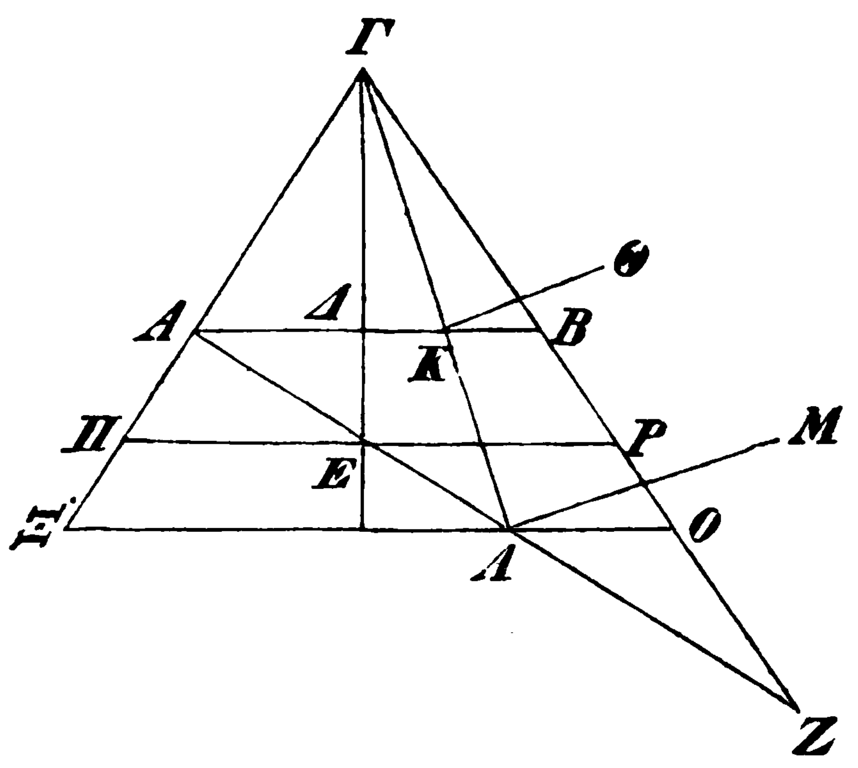
ἀπὸ δὴ τοῦ Γ ἐπὶ τὰ Α, Β εὐθεῖαι ἀχθεῖσαι ἐκβεβλήσθων, καὶ ἀπὸ τοῦ Α διάχθω ἁ ΑΖ, ὥστε τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΑΕ, ΕΖ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΕΓ τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἡμισείας τᾶς μείζονος διαμέ-

1. η' Torellius. 6. *εὐθείας*] repetit F. 9. *κώνου*] om. F; corr. B. 22. *δή*] Torellius; *δε* F, uulgo. *εὐθεῖαι ἀχθεῖσαι ἐκβεβλήσθων*] scripsi; *ευθεια αχθεισα εκβεβλησθω* F, uulgo. 24. *τᾶν*] *των* per comp. F; corr. Torellius. 25. *εχει* F; corr. Torellius. 26. *ἡμισείας τᾶς*] scripsi; *τᾶς* om. F, uulgo.

VII.

Data sectione coni acutianguli et linea a centro sectionis coni acutianguli erecta perpendiculari ad planum, in quo est sectio coni acutianguli, fieri potest, ut inueniatur conus uerticem habens terminum lineae erectae, in cuius superficie sit data sectio coni acutianguli.

data sit sectio coni acutianguli et linea a centro eius perpendicularis erecta ad planum, in quo est sectio coni acutianguli. et per lineam erectam diametrumque minorem ducatur planum, et in eo sit diametrus minor AB, et centrum sectionis coni acutianguli Δ, et linea a centro perpendicularis



erecta $\Gamma\Delta$, et terminus eius Γ. sectio autem coni acutianguli fingatur circum diametrum AB descripta in plano ad $\Gamma\Delta$ lineam perpendiculari. oportet igitur conum inueniri uerticem habentem punctum Γ, in cuius superficie data sectio coni acutianguli sit.

lineae igitur a Γ puncto ad puncta A, B ductae producantur, et ab A puncto ducatur linea AZ, ita ut ratio $AE \times EZ : E\Gamma^2$ aequalis sit rationi, quam habet quadratum dimidiae diametri maioris ad $\Delta\Gamma^2$. hoc autem fieri potest, quoniam τρου ποτὶ τὸ ἀπὸ ΔΓ τετράγωνον. δυνατὸν δέ ἐστιν, ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ὁ λόγος τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΔΓ τετράγωνον. ἀπὸ δὲ τᾶς ΑΖ ἐπίπεδον ἀνεστακέτω ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ ΑΓ, ΑΖ. ἐν δὲ τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ κύκλος γεγράφθω περὶ διάμετρον τὰν ΑΖ, καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τούτου κῶνος ἔστω κορυφὰν ἔχων τὸ Γ σαμεῖον. ἐν δὴ τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τούτου δειχθησέται ἐοῦσα ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά. εἰ γὰρ μή ἐστιν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, ἀναγκαῖον, εἶμέν τι σαμεῖον ἐπὶ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ὃ μή ἐστιν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου. νοείσθω δή τι σαμεῖον λελαμμένον ἐπὶ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τὸ Θ, ὃ οὐκ ἔστιν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, καὶ ἀπὸ τοῦ Θ κάθετος ἄχθω ἁ ΘΚ ἐπὶ τὰν ΑΒ. ἐσσείται δὴ αὐτὰ ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τό, ἐν ᾧ ἐντι αἱ ΑΓ, ΓΖ. ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἐπὶ τὸ Κ εὐθεῖα ἀχθεῖσα ἐκβεβλήσθω, συμπιπτέτω δὲ αὐτὰ τᾷ ΑΖ κατὰ τὸ Λ, καὶ ἀπὸ τοῦ Λ ἄχθω ποτ' ὀρθὰς τᾷ ΖΑ ἁ ΛΜ ἐν τῷ κύκλῳ τῷ περὶ τὰν ΑΖ. τὸ δὲ Μ νοείσθω μετέωρον ἐπὶ τᾶς περιφερείας αὐτοῦ. ἄχθω δὲ καὶ παρὰ τὰν ΑΒ διὰ μὲν τοῦ Λ ἁ ΞΟ, διὰ δὲ τοῦ Ε ἁ ΠΡ. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ὑπὸ τᾶν ΕΑ, ΕΖ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΕΓ τετράγωνον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ἡμισείας τᾶς μείζονος διαμέτρου ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΔΓ, τὸ δὲ ἀπὸ τᾶς ΕΓ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΕΠ, ΕΡ, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΔΓ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν

1. δέ] supra scriptum manu 1 F. 2. μειζω F. 3. ΔΒ] ΑΒ F; corr. B. 5. ἐντι] εντη F. 8. δή] scripsi; δε F, uulgo. 9. ουσα F, uulgo. αξυγωνιου F. 10. γάρ] addidi; om. F, uulgo; „nam si non“ Cr. 13. δή] scripsi; δε F, uulgo; „itaque“ Cr. 17. ΓΑΖ ed. Basil., Torellius. 18. δέ] scripsi;

$$A E \times E Z : E \Gamma^2 > A \Delta \times \Delta B : \Delta \Gamma^2.$$[1]

porro a linea AZ planum erigatur perpendiculare ad id planum, in quo sunt lineae $A\Gamma$, AZ. in hoc autem plano circulus describatur circum diametrum AZ, et in hoc circulo conus construatur uerticem habens punctum Γ. iam demonstrabimus, in huius coni superficie esse sectionem [datam] coni acutianguli.

nam si in superficie coni non est, necesse est esse punctum aliquod in sectione coni acutianguli, quod non sit in coni superficie. fingatur igitur punctum aliquod Θ sumptum in sectione coni acutianguli, quod in superficie coni non sit, et a Θ puncto ducatur linea ΘK ad lineam AB perpendicularis. haec igitur ad planum, in quo lineae $A\Gamma$, ΓZ sunt, perpendicularis erit [Eucl. XI def. 4]. a puncto Γ autem ad K linea ducta producatur, et lineae AZ in puncto Λ incidat, et a puncto Λ ad lineam $Z\Lambda$ perpendicularis ducatur linea ΛM in circulo circum diametrum AZ descripto. M autem punctum fingatur sublime in ambitu eius. ducatur autem praeterea lineae AB parallela per Λ punctum linea ΞO, per E autem linea ΠP. iam quoniam $EA \times EZ : E\Gamma^2$ eandem rationem habet, quam quadratum dimidiae diametri maioris ad $\Delta\Gamma^2$ [ex hypothesi], et $E\Gamma^2 : E\Pi \times EP = \Delta\Gamma^2 : A\Delta \times \Delta B$[2]),

1) Quo modo Archimedes hanc condicionem inuenerit, nescimus; ueram eam esse, ostendit Nizze p. 162—63.

2) Est enim $E\Gamma : E\Pi = \Delta\Gamma : A\Delta$ (Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 178 nr. 4) $\supset$: $E\Gamma^2 : E\Pi^2 = \Delta\Gamma^2 : A\Delta^2$; sed $E\Pi^2 = E\Pi \times EP$, et $A\Delta^2 = A\Delta \times \Delta B$.

δη F, uulgo. 19. ἄχθω] ἀνεστακέτω? 26. ὑπὸ τᾶν] scripsi; om. F, uulgo*; ὑπό ed. Basil., Torellius.

ΑΔ, ΔΒ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον το ὑπὸ τᾶν ΑΕ, ΕΖ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΠΕ, ΕΡ, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἡμισείας τᾶς μείζονος διαμέτρου ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΔ, ΔΒ. ἔστιν δέ, ὡς μὲν τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΕ, ΕΖ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΕΠ, ΕΡ, οὕτω τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΛ, ΛΖ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΛΞ, ΛΟ. ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τᾶς ἡμισείας τᾶς μείζονος διαμέτρου ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΔ, ΔΒ, οὕτως τὸ ἀπὸ τὰς ΘΚ τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΚ, ΚΒ. τὸν αὐτὸν ἄρα ἔχει λόγον τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΛ, ΛΖ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΞΛ, ΛΟ, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΚ τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΚ, ΚΒ. ἔχει δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΞΛ, ΛΟ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΓΛ τετράγωνον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ ΑΚ, ΚΒ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΓ τετράγωνον. ἔχει ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΛ, ΛΖ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΓΛ τετράγωνον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΚ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΓ. τῷ δὲ ὑπὸ τᾶν ΑΛ, ΛΖ περιεχομένῳ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΛΜ τετράγωνον· ἐν ἡμικυκλίῳ γὰρ τῷ περὶ τὰν ΑΖ κάθετος ἄχθη ἁ ΛΜ. τὸν αὐτὸν ἄρα ἔχει λόγον τὸ ἀπὸ τᾶς ΛΜ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΛΓ, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΚ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΓ. ὥστε ἐπ' εὐθείας ἐστὶν τὰ Γ, Θ, Μ σαμεῖα. ἁ δὲ ΓΜ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστὶ τοῦ κώνου. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ Θ σαμεῖον ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται τοῦ κώνου. ὑπέκειτο δὲ μὴ εἶμεν. οὐκ ἄρα ἐστὶ σαμεῖον οὐδὲν ἐπὶ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ὃ οὐκ ἔστιν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ προειρημένου κώνου. ὅλα

---

1. *ΔΒ*] *ΑΒ* F; corr. B, Cr. 3. *τᾶς μείζονος*] Torellius; *της μειζονος* F, uulgo. 4. *ΕΖ*] *ΕΓ* F; corr. Torellius. 6. *ΛΞ*] *ΑΞ* F. 8. *ΔΒ*] *ΑΒ* F; corr. B, Cr. 10. *ΞΛ*] *ΖΛ* F. 13. *ὑπό*] *ὑπὸ τᾶν* B, ed. Basil., Torellius. 19. *ἄρα*] om. F; corr. Torellius. 25. *ἐπέκειτο* Torellius.

habet $AE \times EZ : \Pi E \times EP$ eandem rationem, quam quadratum dimidiae diametri maioris ad $A\Delta \times \Delta B$ [Eucl. V, 22]. est autem

$$AE \times EZ : E\Pi \times EP = AA \times AZ : A\Xi \times AO.$$[1])

sed ut quadratum dimidiae diametri maioris ad

$$A\Delta \times \Delta B,$$

ita est $\Theta K^2 : AK \times KB$ [Apollon. I, 21]. itaque erit

$$AA \times AZ : \Xi A \times AO = \Theta K^2 : AK \times KB.$$

sed etiam

$$\Xi A \times AO : \Gamma A^2 = AK \times KB : K\Gamma^2.$$[2])

quare

$$AA \times AZ : \Gamma A^2 = \Theta K^2 : K\Gamma^2$$ [Eucl. V, 22].

sed $AA \times AZ = AM^2$; linea enim AM in semicirculo circum AZ descripto perpendicularis est [tum u. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 16]. erit igitur

$$AM^2 : A\Gamma^2 = \Theta K^2 : K\Gamma^2$$ [hoc est $AM : A\Gamma = \Theta K : K\Gamma$].

itaque in eadem linea posita sunt puncta Γ, Θ, M.[3]) sed linea ΓM in superficie coni est [Apollon. I, 1]. adparet ergo, etiam punctum Θ in superficie coni esse. supposuimus autem, non esse. itaque nullum punctum est in sectione coni acutianguli, quod in superficie

---

1) Nam cum $\Pi E \mathrel{\#} \Xi A$, erit (p. 321 not. 2)

$$AE : E\Pi = AA : A\Xi,$$

et cum $AO \mathrel{\#} EP$, erit etiam (ibid.) $EZ : EP = AZ : AO$. tum multiplicando inuenitur proportio, quam quaerimus.

2) Nam $\Gamma A : \Xi A = \Gamma K : AK$ (Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 178 nr. 4) et $\Gamma A : AO = \Gamma K : KB$. itaque multiplicando $\Gamma A^2 : \Xi A \times AO = \Gamma K^2 : AK \times KB$; tum ἐναλλάξ (Eucl. V, 16).

3) Nam ΓAM triangulum est, in quo transuersalis est $K\Theta$, ut ex proportione illa $AM : A\Gamma = \Theta K : \Gamma K$ sequitur (cfr. not. 2).

οὖν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστὶν τοῦ αὐτοῦ κώνου.

η'.

Ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς δοθείσας καὶ γραμμᾶς ὀρθᾶς ἀνεστακούσας ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἐν ἐπιπέδῳ, ὅ ἐστιν ὀρθὸν ἀνεστακὸς διὰ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, δυνατόν ἐστι κῶνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ πέρας τᾶς ἀνεστακούσας εὐθείας, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

ἔστω δὴ διάμετρος μὲν τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἁ ΒΑ, κέντρον δὲ τὸ Δ, καὶ ἁ ΔΓ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀνεστακοῦσα, ὡς εἴρηται. ἁ δὲ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ νοείσθω περὶ διάμετρον τὰν ΑΒ ἐν ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ ΑΒ, ΓΔ. δεῖ δὴ κῶνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ Γ σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

οὐ δή ἐντι ἴσαι αἱ ΑΓ, ΓΒ, ἐπεὶ ἁ ΓΔ οὐκ ἐστιν ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά. ἔστω οὖν ἴσα ἁ ΕΓ τᾷ ΓΒ· ἁ δὲ Ν εὐθεῖα ἴσα ἔστω τᾷ ἡμισείᾳ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου, ἅ ἐστι συζυγὴς τᾷ ΑΒ· καὶ διὰ τοῦ Δ ἄχθω ἁ ΖΗ παρὰ τὰν ΕΒ. ἀπὸ δὲ τᾶς ΕΒ ἐπίπεδον ἀνεστακέτω ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ ΑΓ, ΓΒ, καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ γεγράφθω περὶ διάμετρον τὰν

---

3. *θ'* Torellius. 7. *ποτί*] *τι* supra scriptum manu 1 F. 8. *ἁ τοῦ*] *αυτου* F; corr. ed. Basil. 9. *ενασταχουσας* F. 12. *δή*] Torellius; *δε* F, uulgo. 24. *τᾷ*] *ἁ* F; corr. Torellius.

coni, quem commemorauimus, non sit. ergo tota sectio coni acutianguli in eiusdem coni superficie est.

VIII.

Data sectione coni acutianguli et linea a centro sectionis coni acutianguli non perpendiculari erecta in plano, quod per alteram diametrum erectum est ad id planum perpendiculare, in quo est sectio coni acutianguli, fieri potest, ut inueniatur conus uerticem habens terminum lineae erectae, in cuius superficie sit sectio coni acutianguli data.

sit igitur $B\varDelta$ diametrus sectionis coni acutianguli, centrum autem $\varDelta$, et linea $\varDelta\Gamma$ a centro erecta sit, ita ut diximus. sectio autem coni acutianguli fingatur circum diametrum AB descripta in plano, quod perpendiculare est ad planum, in quo sunt lineae AB, $\Gamma\varDelta$. oportet igitur conum inueniri uerticem habentem punctum Γ, in cuius superficie sit sectio coni acutianguli data.

lineae igitur $A\Gamma$, ΓB aequales non sunt, quoniam linea $\Gamma\varDelta$ ad planum, in quo est sectio coni acutianguli, perpendicularis non est.[1]) sit igitur $E\Gamma = \Gamma B$. et linea N aequalis sit dimidiae alteri diametro, quae cum diametro AB coniugata est. et per $\varDelta$ ducatur ZH lineae EB parallela. ab EB autem planum erigatur perpendiculare ad planum, in quo sunt lineae $A\Gamma$, ΓB, et in hoc plano describatur[2]) circum diametrum EB, si

1) Si $\Gamma\varDelta$ perpendicularis esset, $A\Gamma$ et ΓB recti coni latera essent.

2) Sequentia uerba subditiua esse (κύκλος ἢ ἔλλειψις; u. not. crit. ad p. 326 lin. 1) ostendi Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV *p. 43 sq.; Philologisk* Samfunds Mindeskrift (Hauniae 1879).

οὖν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστὶν τοῦ αὐτοῦ κώνου.

η′.

Ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς δοθείσας καὶ γραμμᾶς μὴ ὀρθᾶς ἀνεστακούσας ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἐν ἐπιπέδῳ, ὅ ἐστιν ὀρθὸν ἀνεστακὸς διὰ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, δυνατόν ἐστι κῶνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ πέρας τᾶς ἀνεστακούσας εὐθείας, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

ἔστω δὴ διάμετρος μὲν τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἁ ΒΑ, κέντρον δὲ τὸ Δ, καὶ ἁ ΔΓ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀνεστακοῦσα, ὡς εἰρήται. ἁ δὲ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ νοείσθω περὶ διάμετρον τὰν ΑΒ ἐν ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ ΑΒ, ΓΔ. δεῖ δὴ κῶνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ Γ σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

οὐ δή ἐντι ἴσαι αἱ ΑΓ, ΓΒ, ἐπεὶ ἁ ΓΔ οὐκ ἐστιν ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά. ἔστω οὖν ἴσα ἁ ΕΓ τᾷ ΓΒ· ἁ δὲ Ν εὐθεῖα ἴσα ἔστω τᾷ ἡμισείᾳ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου, ἅ ἐστι συζυγὴς τᾷ ΑΒ· καὶ διὰ τοῦ Δ ἄχθω ἁ ΖΗ παρὰ τὰν ΕΒ. ἀπὸ δὲ τᾶς ΕΒ ἐπίπεδον ἀνεστακέτω ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ ΑΓ, ΓΒ, καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ γεγράφθω περὶ διάμετρον τὰν

---

3. *ϑ′* Torellius. 7. *ποτί*] *τι* supra scriptum manu 1 F. 8. *ἁ τοῦ*] *αυτου* F; corr. ed. Basil. 9. ενασταχουσας F. 12. *δή*] Torellius; *δε* F, uulgo. 24. τᾷ] ἁ F; corr. Torellius.

coni, quem commemorauimus, non sit. ergo tota sectio coni acutianguli in eiusdem coni superficie est.

VIII.

Data sectione coni acutianguli et linea a centro sectionis coni acutianguli non perpendiculari erecta in plano, quod per alteram diametrum erectum est ad id planum perpendiculare, in quo est sectio coni acutianguli, fieri potest, ut inueniatur conus uerticem habens terminum lineae erectae, in cuius superficie sit sectio coni acutianguli data.

sit igitur $B\Delta$ diametrus sectionis coni acutianguli, centrum autem Δ, et linea $\Delta\Gamma$ a centro erecta sit, ita ut diximus. sectio autem coni acutianguli fingatur circum diametrum AB descripta in plano, quod perpendiculare est ad planum, in quo sunt lineae AB, $\Gamma\Delta$. oportet igitur conum inueniri uerticem habentem punctum Γ, in cuius superficie sit sectio coni acutianguli data.

lineae igitur $A\Gamma$, ΓB aequales non sunt, quoniam linea $\Gamma\Delta$ ad planum, in quo est sectio coni acutianguli, perpendicularis non est.[1]) sit igitur $E\Gamma = \Gamma B$. et linea N aequalis sit dimidiae alteri diametro, quae cum diametro AB coniugata est. et per Δ ducatur ZH lineae EB parallela. ab EB autem planum erigatur perpendiculare ad planum, in quo sunt lineae $A\Gamma$, ΓB, et in hoc plano describatur[2]) circum diametrum EB, si

1) Si $\Gamma\Delta$ perpendicularis esset, $A\Gamma$ et ΓB recti coni latera essent.

2) Sequentia uerba subditiua esse (κύκλος ἢ ἔλλειψις; u. not. crit. ad p. 326 lin. 1) ostendi Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. *43 sq.*; *Philologisk* Samfunds Mindeskrift (Hauniae 1879).

οὖν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστὶν τοῦ αὐτοῦ κώνου.

η′.

Ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς δοθείσας καὶ γραμμᾶς μὴ ὀρθᾶς ἀνεστακούσας ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἐν ἐπιπέδῳ, ὅ ἐστιν ὀρθὸν ἀνεστακὸς διὰ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, δυνατόν ἐστι κῶνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ πέρας τᾶς ἀνεστακούσας εὐθείας, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

ἔστω δὴ διάμετρος μὲν τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἁ ΒΑ, κέντρον δὲ τὸ Δ, καὶ ἁ ΔΓ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀνεστακοῦσα, ὡς εἴρηται. ἁ δὲ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ νοείσθω περὶ διάμετρον τὰν ΑΒ ἐν ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ ΑΒ, ΓΔ. δεῖ δὴ κῶνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ Γ σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

οὐ δή ἐντι ἴσαι αἱ ΑΓ, ΓΒ, ἐπεὶ ἁ ΓΔ οὐκ ἔστιν ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά. ἔστω οὖν ἴσα ἁ ΕΓ τᾷ ΓΒ· ἁ δὲ Ν εὐθεῖα ἴσα ἔστω τᾷ ἡμισείᾳ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου, ἅ ἐστι συζυγὴς τᾷ ΑΒ· καὶ διὰ τοῦ Δ ἄχθω ἁ ΖΗ παρὰ τὰν ΕΒ. ἀπὸ δὲ τᾶς ΕΒ ἐπίπεδον ἀνεστακέτω ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ ΑΓ, ΓΒ, καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ γεγράφθω περὶ διάμετρον τὰν

---

3. *θ′* Torellius. 7. *ποτί*] *τι* supra scriptum manu 1 F. 8. *ἁ τοῦ*] *αυτου* F; corr. ed. Basil. 9. *ενασταχουσας* F. 12. *δή*] Torellius; *δε* F, uulgo. 24. *τᾷ*] *ἁ* F; corr. Torellius.

coni, quem commemorauimus, non sit. ergo tota sectio coni acutianguli in eiusdem coni superficie est.

VIII.

Data sectione coni acutianguli et linea a centro sectionis coni acutianguli non perpendiculari erecta in plano, quod per alteram diametrum erectum est ad id planum perpendiculare, in quo est sectio coni acutianguli, fieri potest, ut inueniatur conus uerticem habens terminum lineae erectae, in cuius superficie sit sectio coni acutianguli data.

sit igitur $B\Delta$ diametrus sectionis coni acutianguli, centrum autem Δ, et linea $\Delta\Gamma$ a centro erecta sit, ita ut diximus. sectio autem coni acutianguli fingatur circum diametrum AB descripta in plano, quod perpendiculare est ad planum, in quo sunt lineae AB, $\Gamma\Delta$. oportet igitur conum inueniri uerticem habentem punctum Γ, in cuius superficie sit sectio coni acutianguli data.

lineae igitur $A\Gamma$, ΓB aequales non sunt, quoniam linea $\Gamma\Delta$ ad planum, in quo est sectio coni acutianguli, perpendicularis non est.[1]) sit igitur $E\Gamma = \Gamma B$. et linea N aequalis sit dimidiae alteri diametro, quae cum diametro AB coniugata est. et per Δ ducatur ZH lineae EB parallela. ab EB autem planum erigatur perpendiculare ad planum, in quo sunt lineae $A\Gamma$, ΓB, et in hoc plano describatur[2]) circum diametrum EB, si

---

1) Si $\Gamma\Delta$ perpendicularis esset, $A\Gamma$ et ΓB recti coni latera essent.

2) Sequentia uerba subditiua esse (κύκλος ἢ ἔλλειψις; u. not. crit. ad p. 326 lin. 1) ostendi Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. *43 sq.*; *Philologisk* Samfunds Mindeskrift (Hauniae 1879)

οὖν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστὶν τοῦ αὐτοῦ κώνου.

η'.

Ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς δοθείσας καὶ γραμμᾶς μὴ ὀρθᾶς ἀνεστακούσας ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἐν ἐπιπέδῳ, ὅ ἐστιν ὀρθὸν ἀνεστακὸς διὰ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, δυνατόν ἐστι κῶνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ πέρας τᾶς ἀνεστακούσας εὐθείας, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

ἔστω δὴ διάμετρος μὲν τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἁ BA, κέντρον δὲ τὸ $\varDelta$, καὶ ἁ $\varDelta\Gamma$ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀνεστακοῦσα, ὡς εἰρήται. ἁ δὲ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ νοείσθω περὶ διάμετρον τὰν AB ἐν ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ AB, $\Gamma\varDelta$. δεῖ δὴ κῶνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ Γ σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

οὐ δή ἐντι ἴσαι αἱ $A\Gamma$, ΓB, ἐπεὶ ἁ $\Gamma\varDelta$ οὐκ ἐστιν ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά. ἔστω οὖν ἴσα ἁ $E\Gamma$ τᾷ ΓB· ἁ δὲ N εὐθεῖα ἴσα ἔστω τᾷ ἡμισείᾳ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου, ἅ ἐστι συζυγὴς τᾷ AB· καὶ διὰ τοῦ $\varDelta$ ἄχθω ἁ ZH παρὰ τὰν EB. ἀπὸ δὲ τᾶς EB ἐπίπεδον ἀνεστακέτω ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ $A\Gamma$, ΓB, καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ γεγράφθω περὶ διάμετρον τὰν

---

3. ϑ' Torellius. 7. ποτί] τι supra scriptum manu 1 F. 8. ἁ τοῦ] αυτου F; corr. ed. Basil. 9. ενασταχουσας F. 12. δή] Torellius; δε F, uulgo. 24. τᾷ] ἁ F; corr. Torellius.

coni, quem commemorauimus, non sit. ergo tota sectio coni acutianguli in eiusdem coni superficie est.

VIII.

Data sectione coni acutianguli et linea a centro sectionis coni acutianguli non perpendiculari erecta in plano, quod per alteram diametrum erectum est ad id planum perpendiculare, in quo est sectio coni acutianguli, fieri potest, ut inueniatur conus uerticem habens terminum lineae erectae, in cuius superficie sit sectio coni acutianguli data.

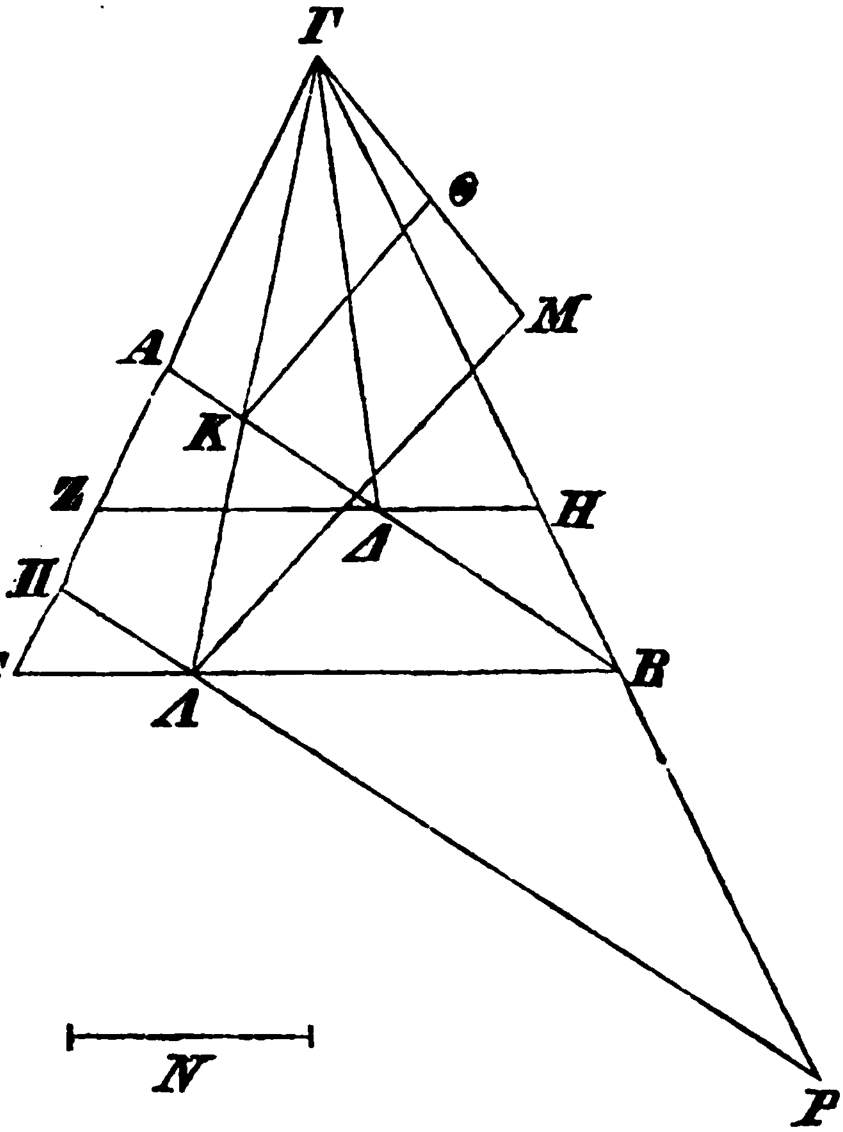
sit igitur BA diametrus sectionis coni acutianguli, centrum autem Δ, et linea $\Delta\Gamma$ a centro erecta sit, ita ut diximus. sectio autem coni acutianguli fingatur circum diametrum AB descripta in plano, quod perpendiculare est ad planum, in quo sunt lineae AB, $\Gamma\Delta$. oportet igitur conum inueniri uerticem habentem punctum Γ, in cuius superficie sit sectio coni acutianguli data.

lineae igitur $A\Gamma$, ΓB aequales non sunt, quoniam linea $\Gamma\Delta$ ad planum, in quo est sectio coni acutianguli, perpendicularis non est.[1]) sit igitur $E\Gamma = \Gamma B$. et linea N aequalis sit dimidiae alteri diametro, quae cum diametro AB coniugata est. et per Δ ducatur ZH lineae EB parallela. ab EB autem planum erigatur perpendiculare ad planum, in quo sunt lineae $A\Gamma$, ΓB, et in hoc plano describatur[2]) circum diametrum EB, si

1) Si $\Gamma\Delta$ perpendicularis esset, $A\Gamma$ et ΓB recti coni latera essent.

2) Sequentia uerba subditiua esse (κύκλος ἢ ἔλλειψις; u. not. crit. ad p. 326 lin. 1) ostendi Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 43 sq.; Philologisk Samfunds Mindeskrift (Hauniae 1879)

EB, εἰ μὲν ἴσον ἐστὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς *N* τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν *ΖΔ*, *ΔΗ*, κύκλος, εἰ δὲ μή ἐστιν ἴσον, ὀξυγωνίου κώνου τομὰ τοιαύτα, ὥστε τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *EB* τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς *N* τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΖΔ*, *ΔΗ*. κῶνος δὲ λελάφθω κορυφὰν ἔχων τὸ *Γ* σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ὁ κύκλος ἢ ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἁ περὶ διάμετρον τὰν *EB*· δυνατὸν δέ ἐστι τοῦτο, ἐπεὶ ἀπὸ τοῦ *Γ* ἐπὶ μέσαν τὰν *EB* ἀχθεῖσα ὀρθά ἐντι ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν *EB*. ἐν ταύτᾳ δὴ τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστὶ καὶ ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἁ περὶ διάμετρον τὰν *AB*. εἰ γὰρ μή ἐστιν, ἐσσεῖται τι σαμεῖον ἐπὶ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ὃ οὐκ ἐσσεῖται ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου. νοείσθω τι σαμεῖον λελαμμένον τὸ *Θ*, ὃ οὔκ ἐστιν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, καὶ ἀπὸ τοῦ *Θ* κάθετος ἄχθω ἁ *ΘΚ*



---

1. *EB*] *EB κυκλος η ελλειψις* F, uulgo; ultima uerba deleui. 5. *τομά*] *τομαν* FBC*. 11. *ἔχειν*] *εχει* F; corr. Torellius.

$N^2 = Z\varDelta \times \varDelta H$, circulus[1]), sin minus, sectio coni acutianguli eiusmodi, ut quadratum alterius diametri ad EB^2 eandem rationem habeat, quam

$$N^2 : Z\varDelta \times \varDelta H.^{2})$$

et sumatur conus uerticem habens punctum Γ, in cuius superficie sit circulus uel sectio coni acutianguli circum diametrum EB descripta. hoc autem fieri potest, cum [linea][3]) a puncto Γ ad mediam lineam EB ducta perpendicularis sit ad planum in EB linea positum.[4]) in hac igitur superficie erit sectio coni acutianguli circum diametrum AB descripta. nam si non est, erit punctum aliquod in sectione coni acutianguli, quod in coni superficie non sit. fingatur punctum aliquod Θ sumptum, quod in superficie coni non sit, et a Θ puncto ducatur ΘK ad AB perpendicularis. —

p. 3. Nizzius minus bene pro ἔλλειψις restitui uoluit ὀξυγωνίου κώνου τομά.

1) Tum orietur conus, cuius basis est circulus ille, uertex autem Γ, in cuius superficie erit ellipsis data.

2) H. e. ellipsis similis ellipsi circum ZH diametrum descriptae, in qua linea N perpendicularis est in puncto $\varDelta$. sit enim huius ellipsis diametrus altera d, prioris autem d_1. erit igitur $\frac{1}{4}d^2 : \frac{1}{4}ZH^2 = N^2 : Z\varDelta \times \varDelta H$ (Apoll. I, 21) $= d_1^2 : EB^2$. diametri igitur proportionales sunt; tum u. p. 317 not. 1.

3) In Graecis uocabulum εὐθεῖα omissum est, quod saepissime fit; u. index s. u. εὐθεῖα.

4) Nam planum per EB positum perpendiculare est ad planum per $A\Gamma$, ΓB positum, et EB eorum sectio communis; tum u. Eucl. XI def. 4 (perpendicularis autem ab Γ ad EB ducta hanc in duas partes aequales secabit, quia $\Gamma E = \Gamma B$); itaque uti possumus prop. 7.

15. κῶνος δέ] scripsi; δέ om. F, uulgo. 20. τομὰ ἁ] scripsi; ἁ om. F, uulgo. 23. ταυτῃ F; corr. Torellius. 24. τομὰ ἁ] ἁ addidi; om. F, uulgo. 25. ἐσσεῖταί τι] ἐσσειτι F; corr. B. 27. ἐσσεῖται] ἐσται per comp. F, uulgo.

ἐπὶ τὰν AB· ἁ δὲ ΓK ἐπιζευχθεῖσα ἐκβεβλήσθω καὶ συμπιπτέτω τᾷ EB κατὰ τὸ Λ. διὰ δὲ τοῦ Λ ἄχθω τις ἐν τῷ ὀρθῷ ἐπιπέδῳ τῷ κατὰ τὰν EB ποτ' ὀρθὰς τᾷ EB ἁ ΛM. τὸ δὲ M νοείσθω μετέωρον ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου. ἄχθω δὲ καὶ διὰ τοῦ Λ παρὰ τὰν AB ἁ ΠP. ἔστιν δή, ὡς μὲν τὸ ἀπὸ τᾶς N τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν $Z\Delta$, ΔH, οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς ΛM ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν $E\Lambda$, ΛB, ὡς δὲ τὸ ὑπὸ τᾶν $Z\Delta$, ΔH ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν $A\Delta$, ΔB, οὕτως τὸ ὑπὸ $E\Lambda$, ΛB ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν $\Pi\Lambda$, ΛP. ἐσσεῖται οὖν, ὡς τὸ ἀπὸ τᾶς N τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ $A\Delta$, ΔB περιεχόμενον, οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς ΛM τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν $\Pi\Lambda$, ΛP. ἔχει δέ, ὡς τὸ ἀπὸ τᾶς N τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν $A\Delta$, ΔB, οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς ΘK τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν AK, KB, ἐπεὶ ἐν τᾷ αὐτᾷ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ καθέτοι ἐντὶ ἀγμέναι ἐπὶ διάμετρον τὰν AB. τὸν αὐτὸν ἄρα ἔχει λόγον τὸ ἀπὸ τᾶς ΛM τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν $\Pi\Lambda$, ΛP, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΘK ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν AK, KB. ἔχει δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν $\Pi\Lambda$, ΛP ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς $\Gamma\Lambda$ τετράγωνον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν AK, KB ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς $K\Gamma$. τὸν αὐτὸν οὖν λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς ΛM τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς $\Lambda\Gamma$ τετράγωνον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΘK ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς $K\Gamma$. ὥστε ἐπ' εὐθείας ἐντὶ τὰ Γ, Θ, M σαμεῖα. ἁ δὲ ΓM ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ το Θ σαμεῖον ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστὶ τοῦ κώνου. ὑπέκειτο δὲ μὴ εἶμεν. φανερὸν οὖν ἐστιν, ὃ ἔδει δεῖξαι.

2. τὸ Λ] το A F; corr. B*. 3. τῷ κατά] scripsi; κατα F, uulgo. 4. τᾷ] (prius) τας F, corr. Torellius. 15. τᾶν] των per comp. F; corr. Torellius. 21. τὸ ὑπὸ τᾶν AK] ποτ' ἁ F; corr. ed. Basil., Cr. 22. οὖν] supra scriptum manu 1 F.

et linea ΓK ducta producatur et lineae EB in puncto Λ incidat. et per Λ ducatur linea ΛM ad lineam EB perpendicularis in plano perpendiculari in linea EB posito. M autem punctum fingatur sublime in superficie coni. ducatur autem etiam per Λ punctum linea ΠP lineae AB parallela. erit igitur

$$N^2 : Z\Delta \times \Delta H = \Lambda M^2 : E\Lambda \times \Lambda B\text{ [1]},$$

et praeterea erit

$$Z\Delta \times \Delta H : A\Delta \times \Delta B = E\Lambda \times \Lambda B : \Pi\Lambda \times \Lambda P.\text{ [2]}$$

erit igitur

$$N^2 : A\Delta \times \Delta B = \Lambda M^2 : \Pi\Lambda \times \Lambda P \text{ [Eucl. V, 22].}$$

est autem $N^2 : A\Delta \times \Delta B = \Theta K^2 : AK \times KB$, quoniam in eadem sectione coni acutianguli perpendiculares ductae sunt ad diametrum AB [Apollon. I, 21]. ergo $\Lambda M^2 : \Pi\Lambda \times \Lambda P = \Theta K^2 : AK \times KB$. est autem etiam $\Pi\Lambda \times \Lambda P : \Gamma\Lambda^2 = AK \times KB : K\Gamma^2$ [cfr. p. 323 not. 2]. erit igitur etiam

$$\Lambda M^2 : \Gamma\Lambda^2 = \Theta K^2 : K\Gamma^2 \text{ [Eucl. V, 22]}$$

[et $\Lambda M : \Gamma\Lambda = \Theta K : K\Gamma$]. itaque in eadem linea recta sunt puncta Γ, Θ, M [p. 323 not. 3]. linea uero ΓM in superficie coni est [Apollon. I, 1]. adparet igitur, etiam punctum Θ in superficie coni esse. supposuimus autem, non esse. adparet igitur id, quod demonstrandum erat.

---

1) Nam $\Lambda M^2 : E\Lambda \times \Lambda B = d^2_1 : EB^2$ (Apollon. I, 21) $= N^2 : Z\Delta \times \Delta H$ (u. p. 327 not. 2).

2) Nam cum $ZA\Delta \sim E\Pi\Lambda$, erit $Z\Delta : A\Delta = E\Lambda : \Pi\Lambda$, et cum $\Delta HB \sim \Lambda BP$, erit etiam $\Delta H : \Delta B = \Lambda B : \Lambda P$ (Eucl. VI, 4). multiplicando igitur sequitur, quod quaeritur.

θ'.

Ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς δοθείσας καὶ γραμμᾶς ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς μὴ ὀρθᾶς ἀνεστακούσας ἐν ἐπιπέδῳ, ὅ ἐστιν ἀπὸ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ὀρθὸν ἀνεστακὸς ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, δυνατόν ἐντι κύλινδρον εὑρεῖν τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ' εὐθείας τᾷ ἀνεστακούσᾳ γραμμᾷ, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

ἔστω τᾶς δοθείσας τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἁ ἑτέρα διάμετρος ἁ BA, κέντρον δὲ τὸ Δ, ἁ δὲ $\Gamma\Delta$ γραμμὰ ἔστω ἀνεστακοῦσα ἀπὸ τοῦ κέντρου, ὡς εἰρήται. ἁ δὲ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ νοείσθω περὶ διάμετρον τὰν AB ἐν ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τό, ἐν ᾧ ἐντι αἱ AB, $\Gamma\Delta$. δεῖ δὴ κύλινδρον εὑρεῖν τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ' εὐθείας τᾷ $\Gamma\Delta$, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

ἀπὸ δὴ τῶν A, B σαμείων ἄχθων παρὰ τὰν $\Gamma\Delta$ αἱ AZ, BH. ἁ δὴ ἑτέρα διάμετρος τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἤτοι ἴσα ἐντὶ τῷ διαστήματι τᾶν AZ, BH ἢ μείζων ἢ ἐλάσσων. ἔστω δὴ πρότερον ἴσα τᾷ ZH, ἁ δὲ ZH ἔστω ποτ' ὀρθὰς τᾷ $\Gamma\Delta$. ἀπὸ δὲ τᾶς ZH ἀνεστακέτω ἐπίπεδον ὀρθὸν ποτὶ τὰν $\Gamma\Delta$,

---

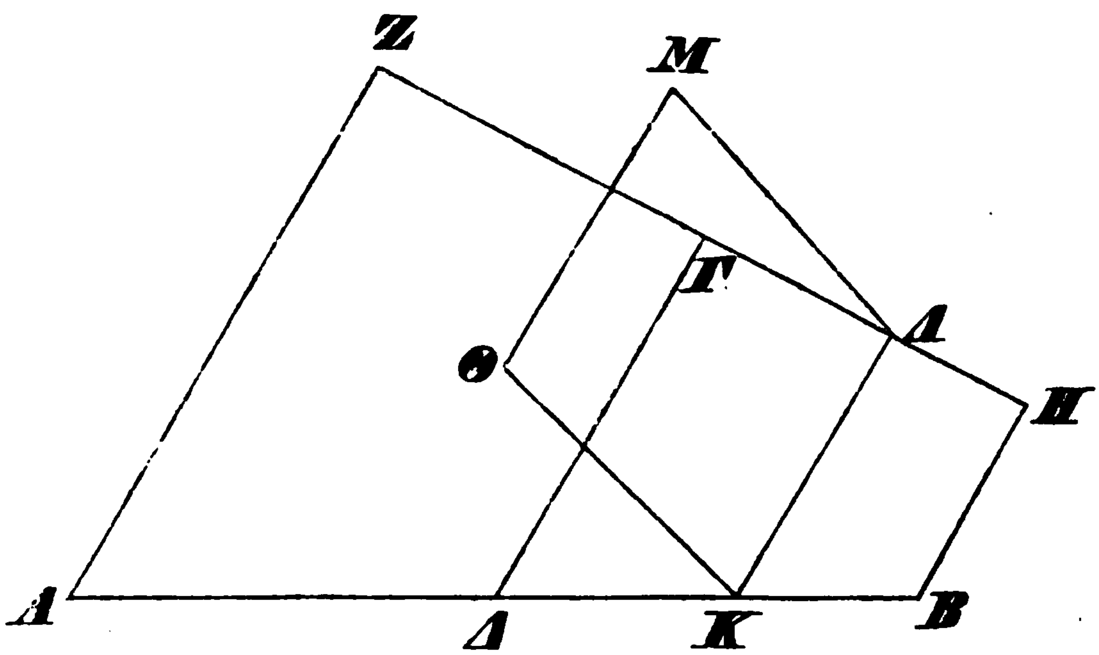
1. ι' Torellius. 3. τᾶς] τ cum comp. ας addita insuper littera σ F. μὴ ὀρθᾶς] om. F, uulgo; corr. Torellius; omitti nequit propter lin. 12: ὡς εἰρήται. 10. ἁ ἑτέρα] scripsi; ετερα F, uulgo. 18. ἄχθων] scripsi; αχθω F, uulgo. 20. τᾶν] των F; corr. Torellius.

IX.

Data sectione coni acutianguli et linea a centro sectionis coni acutianguli erecta non perpendiculari in plano, quod ab altera diametro erectum est perpendiculare ad planum, in quo est sectio coni acutianguli, fieri potest, ut cylindrus inueniatur, axem habens in producta linea erecta, cuius in superficie sit sectio coni acutianguli data.

sit altera diametrus datae sectionis coni acutianguli BA, centrum autem Δ, linea autem $\Gamma\Delta$ a centro erecta sit, ita ut diximus. et sectio coni acutianguli fingatur circum diametrum AB descripta in plano, ad id planum perpendiculari, in quo sunt lineae $AB, \Gamma\Delta$. oportet igitur inueniri cylindrum axem habentem in producta linea $\Gamma\Delta$, in cuius superficie sit data sectio coni acutianguli.

itaque a punctis A, B ducantur lineae AZ, BH lineae $\Gamma\Delta$ parallelae. altera igitur diametrus sectionis coni acutianguli aut aequalis est distantiae linearum



AZ, BH aut maior aut minor. prius igitur aequalis sit lineae ZH, et ZH perpendicularis sit ad lineam $\Gamma\Delta$. et a linea ZH erigatur planum ad lineam $\Gamma\Delta$ perpen-

καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ κύκλος ἔστω περὶ διάμετρον τὰν ΖΗ, καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τούτου κύλινδρος ἔστω ἄξονα ἔχων τὰν ΓΔ. ἐν δὴ τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου τούτου ἐστὶν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά. εἰ γὰρ μή ἐστιν, ἐσσεῖται τι σαμεῖον ἐπὶ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ὃ οὔκ ἐστιν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου. νοείσθω δή τι σαμεῖον λελαμμένον ἐπὶ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τὸ Θ, ὃ οὔκ ἐστιν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου, καὶ ἀπὸ τοῦ Θ ἁ ΘΚ κάθετος ἄχθω ἐπὶ τὰν ΑΒ. ἐσσεῖται δὴ αὐτὰ ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ ΑΒ, ΓΔ. ἀπὸ δὲ τοῦ Κ ἄχθω παρὰ τὰν ΓΔ ἁ ΚΛ, καὶ ἀπὸ τοῦ Λ ἀνεστακέτω ἁ ΛΜ ποτ' ὀρθὰς τᾷ ΖΗ ἐν τῷ κύκλῳ τῷ περὶ τὰν ΖΗ. τὸ δὲ Μ νοείσθω μετέωρον ἐν τᾷ περιφερείᾳ τοῦ ἡμικυκλίου τοῦ περὶ διάμετρον τὰν ΖΗ. τὸν αὐτὸν δὴ ἔχει λόγον τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΚ καθέτου ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΚ, ΚΒ περιεχόμενον, καὶ τὸ ἀπὸ ΖΓ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΔ, ΔΒ περιεχόμενον, ἐπεὶ ἴσα ἐστὶν ἁ ΖΗ τᾷ ἑτέρᾳ διαμέτρῳ. ἔχει δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΛ, ΛΗ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ ΑΚ, ΚΒ περιεχόμενον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΖΓ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ ΑΔ. ἴσον οὖν ἐντι τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΛ, ΛΗ περιεχόμενον τῷ ἀπὸ τᾶς ΘΚ τετραγώνῳ. ἔστιν δὲ ἴσον καὶ τῷ ἀπὸ ΛΜ. ἴσαι ἄρα ἐντὶ αἱ ΘΚ, ΜΛ κάθετοι· παραλλήλοι οὖν ἐντι αἱ ΛΚ, ΜΘ· ὥστε καὶ αἱ ΔΓ, ΜΘ παραλλήλοι ἐσσοῦνται. καὶ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἄρα ἐστὶ τοῦ κυλίνδρου ἁ ΘΜ,

---

10. *δή*] scripsi; *δε* F, uulgo. 13. *τᾷ*] *τας* F; corr. B. 17. *τᾶν*] *των* per comp. F; corr. Torellius. 18. *ΑΔ, ΔΒ*] scripsi; *ΑΔΒ* F, uulgo. 21. *ὃν*] *λόγον, ὃν* ed. Basil., Torellius; „eam, quam" Cr. 22. *ΑΔ*] *ΑΔ της ελλειψεως* F, uulgo (*τᾶς* Torellius); corr. Nizze; cfr. p. 325 not. 2. 23. *τᾶν*] *τας*

diculare, et in hoc plano circulus sit circum diametrum ZH descriptus, et in hoc circulo cylindrus construatur axem habens $\Gamma\Delta$. in huius igitur cylindri superficie est sectio coni acutianguli [data]. nam si non est, erit punctum aliquod in sectione coni acutianguli, quod in superficie cylindri non sit. fingatur igitur punctum aliquod Θ sumptum in sectione coni acutianguli, quod non sit in superficie cylindri, et a puncto Θ ducatur ΘK ad lineam AB perpendicularis. haec igitur perpendicularis erit ad planum, in quo sunt lineae AB, $\Gamma\Delta$ [Eucl. XI def. 4]. et a K puncto ducatur $K\Lambda$ lineae $\Gamma\Delta$ parallela, et in puncto Λ erigatur ΛM ad lineam ZH perpendicularis in circulo circum ZH descripto. M autem punctum fingatur sublime in ambitu semicirculi circum diametrum ZH descripti. itaque erit $\Theta K^2 : AK \times KB = Z\Gamma^2 : A\Delta \times \Delta B$, quoniam ZH aequalis est alteri diametro.[1]) sed etiam est

$$Z\Lambda \times \Lambda H : AK \times KB = Z\Gamma^2 : A\Delta^2.^{2)}$$

quare $Z\Lambda \times \Lambda H = \Theta K^2$;[3]) sed etiam

$$Z\Lambda \times \Lambda H = \Lambda M^2.^{4)}$$

quare lineae perpendiculares ΘK, $M\Lambda$ aequales sunt. itaque $\Lambda K \# M\Theta$ [Eucl. I, 33]. quare etiam $\Delta\Gamma \# M\Theta$ [Eucl. XI, 9]. itaque ΘM in superficie cylindri est,

1) Itaque $Z\Gamma$ dimidiae alteri diametro ellipsis aequalis est; et $A\Delta = \Delta B$; tum u. Apollon. I, 21.

2) Nam $Z\Lambda : AK = Z\Gamma : A\Delta$, quia $\Delta\Gamma \# \Lambda Z$, et
$\Lambda H : KB = \Gamma\Lambda : \Delta K$ (quia $\Lambda K \# \Delta\Gamma$) $= Z\Gamma : A\Delta$
(quia $\Lambda K \# \Delta\Gamma$); u. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 178 nr. 2.

3) Quia $A\Delta = \Delta B$, et igitur $A\Delta \times \Delta B = A\Delta^2$.

4) U. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 16.

per comp. F; corr. Torellius. τῷ] το F. 26. ἰσσοῦνται] ισωντι F; corr. Torellius; fort. ἐντι.

ἐπεὶ ἀπὸ τοῦ M ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐόντος ἄκται παρὰ τὸν ἄξονα. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ Θ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστὶν αὐτοῦ. ὑπέκειτο δὲ μὴ εἶμεν. φανερὸν οὖν ἐστιν, ὃ ἔδει δεῖξαι.

δῆλον δή, ὅτι καὶ ὁ κύλινδρος ὁ περιλαμβάνων ὀρθὸς ἐσσεῖται, εἴ κα ἡ ἁ ἑτέρα διάμετρος ἴσα τῷ διαστήματι τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ἀγμέναν παρὰ τὰν ἀνεστακοῦσαν εὐθεῖαν.

ἔστω πάλιν ἁ ἑτέρα διάμετρος μείζων τᾶς ZH, καὶ ἴσα ἔστω ἁ ΠZ τᾷ ἑτέρᾳ διαμέτρῳ. ἀπὸ δὲ τᾶς ΠZ ἐπίπεδον ἀνεστακέτω ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τό, ἐν ᾧ ἐντι αἱ AB, $\Gamma\Delta$, καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ κύκλος ἔστω περὶ διάμετρον τὰν ΠZ, ἀπὸ δὲ τοῦ κύκλου τούτου κύλινδρος ἔστω ἄξονα ἔχων τὰν ΔP. ἐν δὴ τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου τούτου διὰ τῶν αὐτῶν δειχθησέται ἐοῦσα ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

ἀλλ' ἔστω ἐλάσσων ἁ ἑτέρα διάμετρος τᾶς ZH. ᾧ δὴ μεῖζον δυνάται ἁ $Z\Gamma$ τᾶς ἡμισείας τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ἔστω τὸ ἀπὸ τᾶς $\Gamma\Xi$ τετράγωνον. καὶ ἀπὸ τοῦ Ξ ἀνεστακέτω γραμμὰ ἴσα τᾷ ἡμισείᾳ τᾶς ἑτέρας

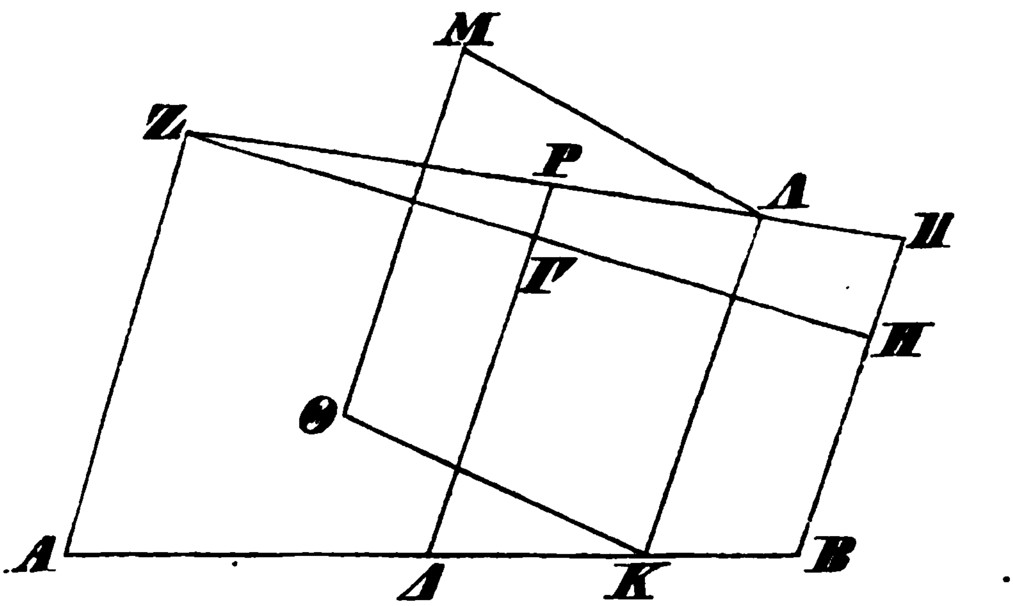
---

5. δῆλον] δηλ F. περιλαμβάνων] scripsi; περιλαμβανων ταν ελλειψιν F, uulgo; περιλ. τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομάν Nizze; u. p. 325 not. 2. 6. ἡ ἁ] scripsi; η F, uulgo. 7. τῶν] scripsi; ταν F, uulgo. 9. ι' F; corr. ed. Basil., Cr.; cfr. Quaest. Arch. p. 123—24. ἁ] addidi; om. F, uulgo. 12. αἱ AB, $\Gamma\Delta$] ἁ $B\Gamma\Delta$ F; corr. Torellius. in figura litteras partim permutauit, partim om. F. 16. ουσα F, uulgo. 17. ια' F; corr. ed. Basil., Cr. 18. μειζων F; corr. Torellius.

quoniam a puncto M, quod in superficie est, axi parallela ducta est. adparet igitur, etiam punctum Θ in superficie eius esse. supposuimus autem, non esse. constat igitur id, quod demonstrandum erat.

Iam hoc quoque adparet, cylindrum comprehendentem [ellipsim] rectum esse, si altera diametrus [ellipsis] aequalis sit distantiae linearum a terminis alterius diametri lineae erectae parallelarum ductarum.[1])

rursus altera diametrus maior sit linea ZH, et ΠZ aequalis sit alteri diametro. et ab ΠZ planum erigatur ad id planum perpendiculare, in quo sunt lineae AB, $\Gamma\Delta$, et in hoc plano sit circulus circum diametrum ΠZ descriptus, et in hoc circulo cylindrus



construatur axem habens ΔP. in huius igitur cylindri superficie eodem modo demonstrabitur esse sectio coni acutianguli.[2])

sed minor sit altera diametrus linea ZH. spatium igitur, quo maius est quadratum lineae $Z\Gamma$ quadrato dimidiae alterius diametri, sit $\Gamma\Xi^2$. et ab Ξ puncto erigatur linea ΞN dimidiae alteri diametro aequalis

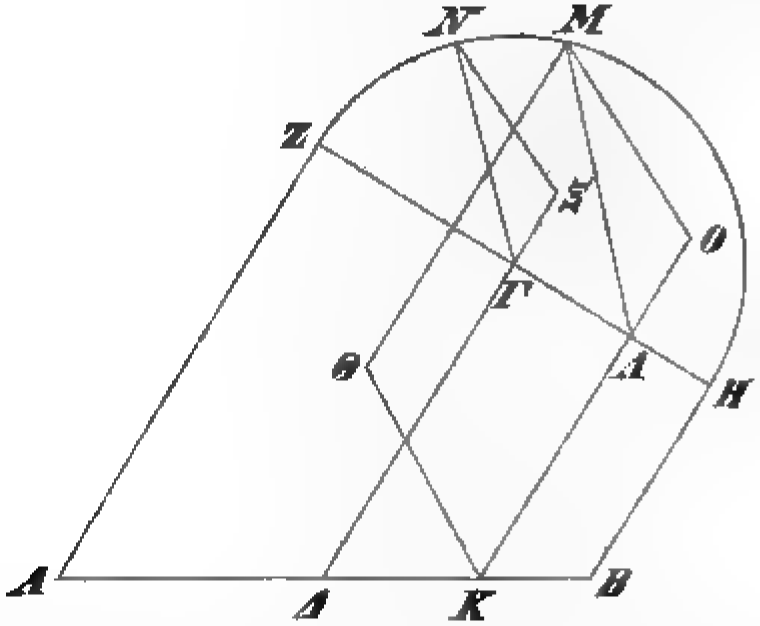
1) Nam $\angle AZH$ et ZHB recti sunt.
2) Et utriusque cylindri superficies eadem est.

διαμέτρου ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ ΑΒ, ΓΔ, ἁ ΞΝ, τὸ δὲ Ν νοείσθω μετέωρον. ἁ οὖν ΓΝ ἴσα ἐντὶ τᾷ ΓΖ. ἐν δὴ τῷ ἐπιπέδῳ, ἐν ᾧ ἐντι αἱ ΖΗ, ΓΝ, κύκλος γεγράφθω περὶ διάμετρον τὰν ΖΗ· ἥξει δὲ οὗτος διὰ τοῦ Ν· καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου κύλινδρος ἔστω ἄξονα ἔχων τὰν ΓΔ. ἐν δὴ τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου τούτου ἐστὶν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά. εἰ γὰρ μή ἐστιν, ἐσσεῖταί τι σαμεῖον ἐπ' αὐτᾶς, ὃ οὐκ ἔστιν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου. λελάφθω δή τι σαμεῖον ἐπ' αὐτᾶς τὸ Θ, καὶ ἁ ΘΚ κάθετος ἄχθω ἐπὶ τὰν ΑΒ, καὶ ἀπὸ τοῦ Κ παρὰ τὰν ΓΔ ἔστω ἁ ΚΛ, καὶ ἀπὸ τοῦ Λ ἄχθω ποτ' ὀρθὰς τᾷ ΖΗ ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ τῷ περὶ διάμετρον τὰν ΖΗ ἁ ΛΜ. νοείσθω δὲ τὸ Μ ἐπὶ τᾶς περιφερείας τᾶς τοῦ ἡμικυκλίου τοῦ περὶ τὰν ΖΗ, καὶ ἀπὸ τοῦ Μ κάθετος ἄχθω ἐπὶ τὰν ΚΛ ἐκβληθεῖσαν ἁ ΜΟ. ἐσσεῖται δὲ αὐτὰ ὀρθὰ ποτὶ τὸ

---

3. ἐντὶ τᾷ] εντα F; corr. B. 4. τὰν] τα F; corr. Torellius. 5. κύλινδρος] του κυλινδρου F; corr. B*, Cr. 6. τάν] scripsi; των per comp. FAD; τόν BC, ed. Basil., Torellius. figuram minus bene delineauit F. 12. τᾷ] τας F; corr. Torellius. 13. τὰν ΖΗ] ταν ΖΜΗ F; corr. B, Cr. 14. περιφερείας τᾶς] addidi; om. F, uulgo; „in arcu semicirculi" Cr.

et perpendicularis ad planum, in quo sunt lineae AB, $\Gamma\Delta$, et N punctum fingatur sublime. itaque erit $\Gamma N = \Gamma Z$.[1]) in eo igitur plano, in quo sunt lineae



ZH, ΓN, circulus describatur circum diametrum ZH. is igitur per N ueniet [quia $Z\Gamma = \Gamma N = \Gamma H$]; et in hoc circulo construatur cylindrus axem habens $\Gamma\Delta$. in huius igitur cylindri superficie est sectio coni acutianguli. nam si non est, erit in ea punctum aliquod, quod in superficie cylindri non sit. sumatur igitur aliquod punctum [eius modi] in ea, Θ, et linea ΘK ducatur perpendicularis ad lineam AB, et ab K ducatur $K\Lambda$ lineae $\Gamma\Delta$ parallela, et ab Λ ducatur ΛM ad lineam ZH perpendicularis in semicirculo circum diametrum ZH. M autem fingatur in ambitu semicirculi circum ZH descripti positum; et ab M ad productam lineam $K\Lambda$ perpendicularis ducatur MO. ea igitur

1) Nam $\Gamma N^2 = \Gamma\Xi^2 + N\Xi^2$ (Eucl. I, 47), et ex hypothesi est $\Gamma Z^2 = \Gamma\Xi^2 + N\Xi^2$, quia $N\Xi$ dimidiae diametro aequalis est.

ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ ΑΒ, ΓΔ, ἐπεὶ ποτ' ὀρθάς ἐντι ἁ ΚΑ τᾷ ΖΗ. ἔστιν δή, ὡς μὲν τὸ ἀπὸ τᾶς ΜΟ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΜΑ, οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς ΞΝ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΝΓ, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τᾶς ΜΑ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΚ, ΚΒ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΓΝ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΔ, ἐπεὶ τὸ μὲν ἀπὸ τᾶς ΜΑ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τᾶν ΑΖ, ΑΗ περιεχομένῳ, τὸ δὲ ἀπὸ τᾶς ΓΝ τῷ ἀπὸ τᾶς ΓΖ. ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ τᾶς ΜΟ τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΚ, ΚΒ, οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς ΞΝ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΔ. ἔντι δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΘ τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΚ, ΚΒ, ὡς τὸ ἀπὸ τᾶς ΞΝ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΔ, ἐπεὶ ἴσα ἐστὶν ἁ ΞΝ τᾷ ἡμισέᾳ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου. δῆλον οὖν, ὅτι ἴσαι ἐντὶ αἱ ΜΟ, ΘΚ καθέτοι, ὥστε παραλλήλοι αἱ ΚΟ, ΘΜ. ἐπεὶ δὲ ἁ ΜΘ παρὰ τὸν ἄξονά ἐντι τοῦ κυλίνδρου, καὶ τὸ Μ σαμεῖον ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ, ἀναγκαῖον, καὶ τὰν ΜΘ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ εἶμεν τοῦ κυλίνδρου. φανερὸν οὖν, ὅτι καὶ τὸ Θ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐντὶ αὐτοῦ. οὐκ ἦν δέ. δῆλον οὖν, ὅτι ἀναγκαῖόν ἐστι τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ εἶμεν τοῦ κυλίνδρου.

---

1. *ποτ'*] *ποτι* F. 7. *τό*] *τω* F; corr. Torellius. 9. *τὸ ὑπό*] *υπο* F; corr. Torellius. 13. *ἴσαι*] *ισα* F; corr. Torellius. 14. *παραλλήλοι*] scripsi; *ισαι* F, uulgo. *ΚΟ*] *ΚΘ* F; corr. Torellius. 15. *ἐντι*] *εν τη* F; corr. B.

perpendicularis erit ad planum, in quo sunt AB, $\Gamma\Delta$, quia $K\Lambda \perp ZH$.[1]) erit igitur

$$MO^2 : M\Lambda^2 = \Xi N^2 : N\Gamma^2,^{2})$$

et $M\Lambda^2 : AK \times KB = \Gamma N^2 : A\Delta^2$, quoniam

$$M\Lambda^2 = \Lambda Z \times \Lambda H \text{ et } \Gamma N^2 = \Gamma Z^2.^{3})$$

erit igitur [Eucl. V, 22]

$$MO^2 : AK \times KB = \Xi N^2 : A\Delta^2;$$

est autem etiam $K\Theta^2 : AK \times KB = \Xi N^2 : A\Delta^2$, quoniam ΞN aequalis est dimidiae alteri diametro [Apollon. I, 21]. itaque adparet esse $MO = \Theta K$; quare etiam $KO \nparallel \Theta M$ [Eucl. I, 33].[4]) quoniam autem linea $M\Theta$ axi cylindri parallela est[5]), et punctum M in superficie eius positum, necesse est, etiam lineam $M\Theta$ in superficie cylindri esse. adparet igitur, etiam punctum Θ in superficie eius esse. sed [ex hypothesi] non erat. adparet igitur necesse esse, sectionem coni acutianguli in superficie cylindri esse.

---

1) Quia $K\Lambda \nparallel \Gamma\Delta$ et $\Gamma\Delta \perp ZH$. quoniam igitur $K\Lambda \perp ZH$ et $\Lambda M \perp ZH$, erit $ZH \perp \Theta MOK$ (Eucl. XI, 4); itaque

$$ABHZ \perp \Theta MOK \text{ (Eucl. XI, 18);}$$

iam quoniam $MO \perp K\Lambda$, erit (Eucl. XI def. 4) $MO \perp ABHZ$.

2) Nam $\Xi N \nparallel MO$ (Eucl. XI, 6) et $N\Gamma \nparallel M\Lambda$; itaque $\angle N = M$ (Eucl. XI, 10) et $\angle \Xi = O = 90^0$. itaque $N\Gamma\Xi \sim M\Lambda O$, et erit (Eucl. VI, 4) $MO : M\Lambda = \Xi N : N\Gamma$.

3) Nam $\Lambda Z \times \Lambda H : AK \times KB = \Gamma Z^2 : A\Delta^2$ (p. 333 not. 2) et $M\Lambda^2 = \Lambda Z \times \Lambda H$ (Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 16) et $\Gamma N = \Gamma Z$ (p. 337 not. 1).

4) Nam $MO \nparallel \Theta K$, quia utraque ad $ABHZ$ perpendicularis est (tum u. Eucl. XI, 6); nam de MO u. not. 1; de ΘK sequitur inde, quod ellipsis ad $ABHZ$ perpendicularis est et $\Theta K \perp AB$ (Eucl. XI def. 4). lin. 14 pro ἴσαι requiritur, quod restitui, παράλληλοι; cfr. p. 332, 25. permutata sunt compendia horum uerborum.

5) Nam $KO \nparallel \Delta\Gamma$; tum u. Eucl. XI, 9.

ι'.

Ὅτι μὲν πᾶς κῶνος ποτὶ κῶνον τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκ τε τοῦ τῶν βασίων λόγου καὶ ἐκ τοῦ τῶν ὑψέων, ἀποδεικνύται ὑπὸ τῶν πρότερον. ἁ αὐτὰ δὲ ἀπόδειξίς ἐντι καί, διότι πᾶν ἀπότμαμα κώνου ποτὶ ἀπότμαμα κώνου τὸν συγκείμενον λόγον ἔχει ἔκ τε τοῦ τῶν βασίων λόγου καὶ ἐκ τοῦ τῶν ὑψέων.

καὶ ὅτι πᾶς τόμος κυλίνδρου τριπλασίων ἐστὶ τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τόμῳ καὶ ὕψος ἴσον, ἁ αὐτὰ ἀπόδειξις, ἅπερ καὶ ὅτι ὁ κύλινδρος τριπλάσιός ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ κυλίνδρῳ καὶ ὕψος ἴσον.

ια'.

Εἴ κα τὸ ὀρθογώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος ἢ παρὰ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἁ αὐτὰ τᾷ περιλαμβανούσᾳ τὸ σχῆμα. διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἐσσεῖται ἁ κοινὰ τομὰ τῶν ἐπιπέδων τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα καὶ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος ἀχθέντος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ τέμνον.

εἰ δέ κα τμαθῇ τῷ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ ἄξονος.

εἴ κα τὸ ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος ἢ παρὰ τὸν ἄξονα ἢ διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, ἁ τομὰ ἐσσεί-

1. ιβ' F; ια' Torellius. 3. τοῦ] (alt.) των per comp. F; corr. BD. 5. διότι] ὅτι Nizze. 13. ιγ' F; ιβ' Torellius. 15. αξωνος F. παρά] per comp. F. 16. κώνου] κωνοειδεος F; corr. Torellius. ἁ] addidi; om. F, uulgo. 20. τμηθη F; corr. Torellius. 24. ἢ διά] ἤ om. F; corr. Torellius.

X.

Quemuis conum ad [alium] conum rationem ex ratione basium et ratione altitudinum compositam habere, a prioribus demonstratum est.[1]) eodem autem modo demonstratur, etiam quoduis segmentum coni ad [aliud] segmentum coni rationem ex ratione basium et ratione altitudinum compositam habere.

et quoduis frustum cylindri triplo maius esse segmento coni basim habenti eandem, quam frustum, et altitudinem aequalem, eodem modo demonstrabitur, quo demonstratur, cylindrum triplo maiorem esse cono basim eandem habenti, quam cylindrus, et altitudinem aequalem.[2])

XI.

a) Si conoides rectangulum plano secatur per axem posito uel axi parallelo, sectio erit sectio coni rectanguli eadem, quae figuram comprehendit; diametrus autem eius sectio communis erit plani figuram secantis et plani per axem ducti ad planum secans perpendicularis.

sin plano ad axem perpendiculari secatur, sectio erit circulus centrum in axe positum habens.

b) Si conoides obtusiangulum secatur plano uel per axem posito uel axi parallelo uel per uerticem coni conoides comprehendentis posito, sectio erit coni obtu-

---

1) Sequitur ex Eucl. XII, 11 et 14 coniunctis; cfr. de sph. et cyl. I lemm. 1 p. 80.

2) Hoc demonstrauerat Eudoxus; u. de sph. et cyl. I p. 4; cfr. Eucl. XII, 10.

ται ἀμβλυγωνίου κώνου τομά, εἴ μέν κα διὰ τοῦ ἄξονος, ἁ αὐτὰ τᾷ περιλαμβανούσᾳ τὸ σχῆμα, εἰ δέ κα παρὰ τὸν ἄξονα, ὁμοία αὐτᾷ, εἰ δέ κα διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, οὐχ ὁμοία. διάμετρος δὲ τᾶς τομᾶς ἐσσείται ἁ κοινὰ τομὰ τῶν ἐπιπέδων τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον.

εἴ κα τμαθῇ ὀρθῷ τῷ ἐπιπέδῳ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ κύκλος ἐσσείται τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ ἄξονος.

εἴ κα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποτερονοῦν ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος ἢ παρὰ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ ἐσσείται ὀξυγωνίου κώνου τομά, εἰ μέν κα διὰ τοῦ ἄξονος, αὐτὰ ἁ περιλαμβάνουσα τὸ σχῆμα, εἰ δέ κα παρὰ τὸν ἄξονα, ὁμοία αὐτᾷ. διάμετρος δὲ τᾶς τομᾶς ἐσσείται ἁ κοινὰ τομὰ τῶν ἐπιπέδων τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον.

εἰ δέ κα τμαθῇ τῷ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ κύκλος ἐσσείται τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ ἄξονος.

εἴ κα τῶν εἰρημένων σχημάτων ὁποιονοῦν ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, αἱ ἀπὸ τῶν σαμείων τῶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος μὴ ἐπὶ τᾶς τομᾶς ἐόντων καθέτοι ἀγομέναι ἐπὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον ἐντὸς πεσοῦνται τᾶς τοῦ σχήματος τομᾶς.

τούτων δὲ πάντων φανεραί ἐντι αἱ ἀποδειξίες.

1. κα] addidi; om. F, uulgo. 2. ἁ] addidi; om. F, uulgo. παραλαμβανουσα (παρα per comp.) F; corr. Torellius. κα] scripsi; και F, uulgo. 3. κα] scripsi; και F, uulgo. 4. κονοειδες F. 8. τμηθη F; corr. Torellius. 12. επεπεδω F. τμηθη F; corr. Torellius. 13. κα] scripsi; και F, uulgo. 15.

sianguli sectio, si per axem, eadem, quae figuram comprehendit, sin axi parallelo, ei similis, sin autem per uerticem coni conoides comprehendentis, non similis. diametrus autem sectionis erit communis sectio plani figuram secantis et plani per axem ducti ad planum secans perpendicularis.

si plano ad axem perpendiculari secatur, sectio erit circulus centrum in axe positum habens.

c) Si utralibet figurarum sphaeroideôn plano secatur per axem posito uel axi parallelo, sectio erit coni acutianguli sectio, si per axem, ipsa sectio figuram comprehendens, si plano axi parallelo, ei similis. diametrus autem sectionis erit sectio communis plani figuram secantis et plani per axem ducti ad planum secans perpendicularis.

sin plano ad axem perpendiculari secatur, sectio circulus erit centrum in axe positum habens.

d) Si quaelibet figurarum, quas commemorauimus, plano per axem posito secatur, lineae a punctis in superficie figurae positis, sed quae in sectione non sint, ad planum secans perpendiculares ductae intra sectionem figurae cadent.

harum autem omnium rerum demonstrationes manifestae sunt.[1])

---

1) Nonnullas harum propositionum demonstrauerunt Commandinus annotat. fol. 37, Riualtus p. 271, Torellius p. 314 sq., Nizzius p. 168 sq.

κα] scripsi; και F, uulgo. 16. τομά] om. F; corr. Torellius. 19. κα] scripsi; και F, uulgo. τμηθη F; corr. Torellius. 23. τμηθη F; corr. Torellius. 25. εωντων F; corr. Torellius. 27. φανεραί] scripsi; φανερον F, uulgo.

ιβ'.

Εἴ κα τὸ ὀρθογώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ μήτε διὰ τοῦ ἄξονος μήτε παρὰ τὸν ἄξονα μήτε ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ μείζων ἐσσεῖται ἁ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ κωνοειδεῖ τᾶς γενομένας τομᾶς τῶν ἐπιπέδων τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον· ἁ δὲ ἐλάσσων διάμετρος ἴσα ἐσσεῖται τῷ διαστήματι τᾶν ἀχθεισᾶν παρὰ τὸν ἄξονα ἀπὸ τῶν περάτων τᾶς μείζονος διαμέτρου.

τετμάσθω γὰρ τὸ ὀρθογώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ, ὡς εἴρηται. τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον ἔστω τοῦ μὲν κωνοειδέος τομὰ ἁ ΑΒΓ, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα ἁ ΓΑ εὐθεῖα. ἄξων δὲ ἔστω τοῦ κωνοειδέος καὶ διάμετρος τᾶς τομᾶς ἁ ΒΔ. δεικτέον, ὅτι ἁ τομὰ τοῦ κωνοειδέος ἁ ἀπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὰν ΑΓ ὀξυγωνίου ἐστὶ κώνου τομά, καὶ διάμετρος αὐτᾶς ἁ μείζων ἐστὶν ἁ ΑΓ, ἁ δὲ ἐλάσσων διάμετρος ἴσα ἐντὶ τᾷ ΛΑ τᾶς μὲν ΓΛ παρὰ τὰν ΒΔ ἐούσας, τᾶς δὲ ΑΛ καθέτου ἐπὶ τὰν ΓΛ.

νοείσθω τι σαμεῖον ἐπὶ τᾶς τομᾶς λελαμμένον τὸ Κ, καὶ ἀπὸ τοῦ Κ κάθετος ἄχθω ἐπὶ τὰν ΓΑ ἁ ΚΘ. ἐσσεῖται οὖν ἁ ΚΘ κάθετος ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τό, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ ΑΓΒ ὀρθογωνίου κώνου τομά, διότι καὶ

---

1. *ιδ'* F; *ιγ'* Torellius. 2. *τμηθη* F; corr. Torellius. 6. *τᾶς*] F; *ἀπὸ τᾶς* uulgo. 9. *διάμετρος*] *α διαμετρος* F; corr. ed. Basil. 12. *τετμησθω* F, qui omnino in sequentibus usque ad finem huius libri semper *τμημα, τμηθη, τμηθεντος, τετμησθω* cet. praebet; quod plerumque corr. Torellius. itaque hinc iam hanc discrepantiam notare supersedeo. 13. *ἄλλῳ*]

XII.

Si conoides rectangulum plano neque per axem posito neque axi parallelo neque ad axem perpendiculari secatur, sectio erit sectio coni acutianguli, maior autem diametrus eius erit pars intra conoides comprehensa eius [lineae], quae [communis] sectio est plani figuram secantis et plani per axem ducti ad secans planum perpendicularis; minor autem diametrus aequalis erit distantiae linearum, quae a terminis diametri maioris axi parallelae ducuntur.

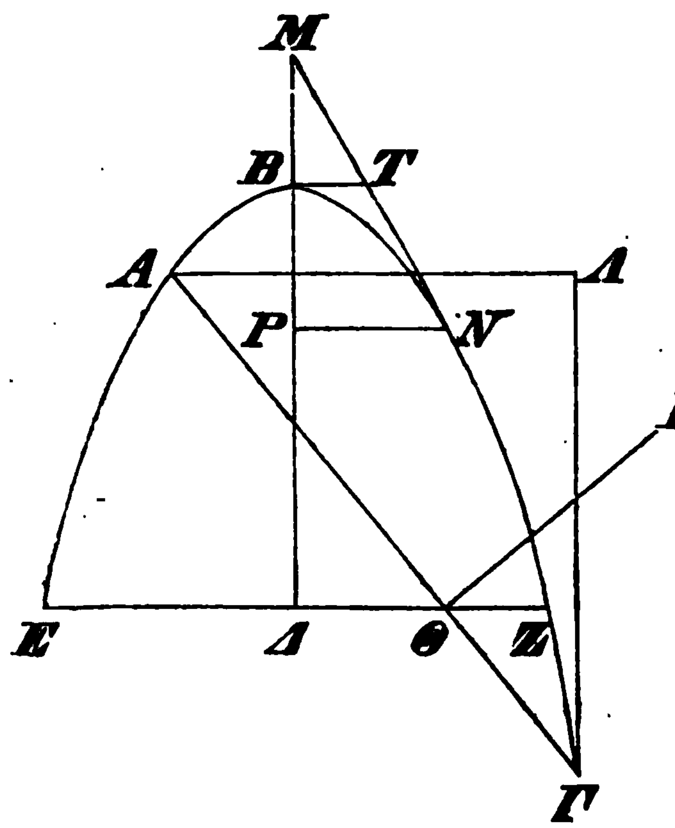
secetur enim conoides rectangulum plano ita, ut dictum est, posito. eodem autem alio plano ad planum secans perpendiculari per axem secto sectio conoidis sit $AB\Gamma$, plani autem figuram secantis linea ΓA. axis autem conoidis et diametrus sectionis [prop. 11, a] sit $B\Delta$. demonstrandum, sectionem conoidis plano in $A\Gamma$ linea posito effectam[1]) sectionem esse coni acutianguli, et lineam $A\Gamma$ maiorem esse eius diametrum, minorem autem aequalem esse lineae ΛA, ducta linea $\Gamma\Lambda$ lineae $B\Delta$ parallela, linea autem $A\Lambda$ ad lineam $\Gamma\Lambda$ perpendiculari.

fingatur punctum aliquod in sectione sumptum K, et a K puncto ducatur $K\Theta$ ad ΓA perpendicularis. erit igitur linea $K\Theta$ ad id planum perpendicularis, in quo est sectio coni rectanguli $A\Gamma B$, quia planum

1) ἁ ἀπὸ τοῦ lin. 18 corruptum uidetur; fortasse ἁ: ὑπό τοῦ scribendum est.

ορθω αλλω F; corr. Torellius. 15. $B\Gamma$ F; corr. ed. Basil.* 16. $\Gamma\Delta$ F; corr. BC. 18. τοῦ κατά] scripsi; τοῦ om. F, uulgo. 19. τάν] παν ἁ F; corr. Torellius. 21. τᾷ] ἁ F; corr. B mg. 24. ηχθω F; corr. Torellius.

τὸ τέμνον ἐπίπεδον ὀρθόν ἐστι ποτὶ τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον. διὰ δὲ τοῦ Θ ἄχθω ἁ [ΕΖ ὀρθὰς ποιοῦσα γωνίας ποτὶ τὰν ΒΔ, καὶ διὰ τᾶν ΕΖ, ΚΘ εὐθειᾶν ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω· ἐσσεῖται δὲ τοῦτο ὀρθὸν ποτὶ τὰν ΒΔ. τετμησέται δὴ τὸ κωνοειδὲς σχῆμα ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα. ὥστε ἁ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται, κέντρον δὲ αὐτοῦ τὸ Δ. ἁ ἄρα ΚΘ ἴσον δυνασεῖται τῷ ὑπὸ ΖΘ, ΘΕ [ἡμικύκλιον γάρ ἐστι τὸ ἐπὶ] τῆς ΕΖ, καὶ ἁ ΚΘ κάθετος οὖσα μέση γίνεται ἀνάλογον τῷ ὑπὸ τᾶν ΕΘ, ΘΖ περιεχομένῳ]. ἄχθω δὲ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς ἁ μὲν ΜΝ παρὰ τὰν ΑΓ· ἐπιψαυέτω δὲ κατὰ τὸ Ν· ἁ δὲ ΒΤ παρὰ τὰν ΕΖ. τὸ δὴ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΓ ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΕΘ, ΘΖ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΝΤ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΤ. δεδείκται γὰρ τοῦτο. τᾷ δὲ ΝΤ ἴσα ἐντὶ ἁ ΤΜ, διότι καὶ ἁ ΒΡ τᾷ ΒΜ. ἔχει οὖν καὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΓ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΘ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΤΜ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΤΒ. ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΚ καθέτου τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΓ περιεχόμενον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΤ τετράγωνον ποτὶ τὸ



---

3. ευθειας F, C manu 1*. 4. δή Nizzius; δε F, uulgo. 8. τᾶς Torellius. 9. μέσα idem. Post ἀνάλογον supplet Com-

secans et ipsum ad idem planum perpendiculare [Eucl. XI def. 4]. et per Θ ducatur linea EZ rectos angulos ad $B\Delta$ efficiens, et per lineas EZ, $K\Theta$ planum ducatur: hoc autem ad $B\Delta$ perpendiculare erit.[1]) itaque conoides plano ad axem perpendiculari sectum erit. sectio igitur circulus erit, et centrum eius punctum Δ [prop. 11, a]. erit igitur $K\Theta^2 = Z\Theta \times \Theta E$.[2]) ducantur autem sectionem coni contingentes linea MN lineae $A\Gamma$ parallela, quae contingat in puncto N, et linea BT lineae EZ parallela. erit igitur

$$A\Theta \times \Theta\Gamma : E\Theta \times \Theta Z = NT^2 : BT^2.$$

hoc enim demonstratum est [prop. 3]. sed $NT = TM$, quia $BP = BM$.[3]) erit igitur

$$A\Theta \times \Theta\Gamma : K\Theta^2 = TM^2 : TB^2.$$

quare etiam

$\Theta K^2 : A\Theta \times \Theta\Gamma = BT^2 : TM^2$ [Eucl. V, 7 πόρισμα].

---

1) Nam cum $K\Theta \perp AB\Gamma$, planum per $K\Theta$, EZ positum ad $AB\Gamma$ perpendiculare erit (Eucl. XI, 18); tum u. Eucl. XI def. 4.

2) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 16. uerba sequentia lin. 8—11 Nizzius recte ob formam prauam (μέση ἀνάλογον τῷ ὑπὸ τᾶν $E\Theta$, ΘZ) damnauit. augent suspicionem formae uulgares τῆς, οὖσα, μέση.

3) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 53 nr. 16. tum u. Eucl. VI, 2; nam PN lineae BT parallela ducta est.

---

mandinus: καὶ δύναται ἴσον. γίνεται] γαρ εστι F per compendia; corr. B. 21. τᾶς] ταν F; corr. Torellius. 24. BM] TM F; corr. man. 2.

ἀπὸ τᾶς *ΤΜ*. ἐπεὶ οὖν ὁμοῖά ἐντι τὰ *ΓΑΛ*, *ΤΜΒ* τρίγωνα, τὸ ἀπὸ τᾶς *ΘΚ* καθέτου τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΛΘ*, *ΘΓ* περιεχόμενον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς *ΑΛ* τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΑΓ* τετράγωνον. ὁμοίως δειχθησόνται καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν ἄλλαν καθέτων τετράγωνα τᾶν ἀγομέναν ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἐπὶ τὰν *ΑΓ* ποτὶ τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τᾶς *ΑΓ* τμαμάτων τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς *ΑΛ* τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΑΓ*. δῆλον οὖν, ὅτι ἁ τομά ἐστιν ὀξυγωνίου κώνου τομά, διαμέτροι δὲ αὐτᾶς ἐντι ἁ μὲν μείζων ἁ *ΑΓ*, ἁ δὲ ἐλάσσων ἴσα τᾷ *ΑΛ*.

ιγ'.

Εἴ κα τὸ ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ συμπίπτοντι πάσαις ταῖς τοῦ κώνου πλευραῖς τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς μὴ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά. διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ μείζων ἐσσεῖται ἁ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀπὸ τᾶς γενομένας τομᾶς τῶν ἐπιπέδων τοῦ τε τέμνοντος τὸ σχῆμα καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον.

τεμνέσθω γὰρ τὸ ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ, ὡς εἰρήται, καὶ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ τμαθέντος αὐτοῦ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον τοῦ μὲν κωνοειδέος τομὰ ἔστω ἁ *ΑΒΓ* ἀμβλυγωνίου κώνου τομά, τοῦ δὲ τέμνοντος τὸ σχῆμα ἐπιπέδου ἁ *ΑΓ* εὐθεῖα, ἄξων δὲ τοῦ κωνοειδέος καὶ διάμετρος τᾶς τομᾶς ἁ

---

1. *ΤΛΒ* F; corr. ed. Basil.* 2. τὸ ἀπὸ τᾶς *ΘΚ* usque ad τὸ ἀπὸ τᾶς *ΑΓ* lin. 5 om. F; corr. Commandinus. 5. τετράγωνον] addidi; om. F, uulgo. ὁμοίως] syllab. ως per comp.

iam quoniam $\Gamma A \Lambda \sim TMB$[1]), erit

$[BT : TM = A\Lambda : A\Gamma$ (Eucl. VI, 4);

itaque erit] $\Theta K^2 : A\Theta \times \Theta\Gamma = A\Lambda^2 : A\Gamma^2$. eodem modo demonstrabimus, etiam quadrata ceterarum linearum a sectione ad $A\Gamma$ lineam perpendicularium ductarum ad rectangula partibus lineae $A\Gamma$ comprehensa eandem habere rationem, quam $A\Lambda^2 : A\Gamma^2$. adparet igitur, sectionem esse coni acutianguli sectionem, diametros autem eius maiorem $A\Gamma$ lineam, minorem uero lineae $A\Lambda$ aequalem [Apollon. I, 21].

XIII.

Si conoides obtusiangulum plano secatur, quod omnibus lateribus coni conoides comprehendentis incidit ad axem non perpendiculare, sectio erit coni acutianguli sectio, maior autem diametrus eius erit pars intra conoides comprehensa eius lineae, quae [communis] sectio est plani figuram secantis et plani per axem ad secans planum perpendicularis.

secetur enim conoides obtusiangulum plano ita, ut dictum est. et eodem alio plano per axem ad secans planum perpendiculari secto sectio conoidis sit $AB\Gamma$ coni obtusianguli sectio [prop. 11, b], plani autem figuram secantis linea $A\Gamma$. axis autem conoidis et diametrus sectionis sit $B\Delta$. fingatur igitur punctum

1) Nam $\angle B = \angle A = 90^0$ et $\angle A = \angle T$, quia $A\Gamma \nparallel MN$ et $BT \nparallel A\Delta$.

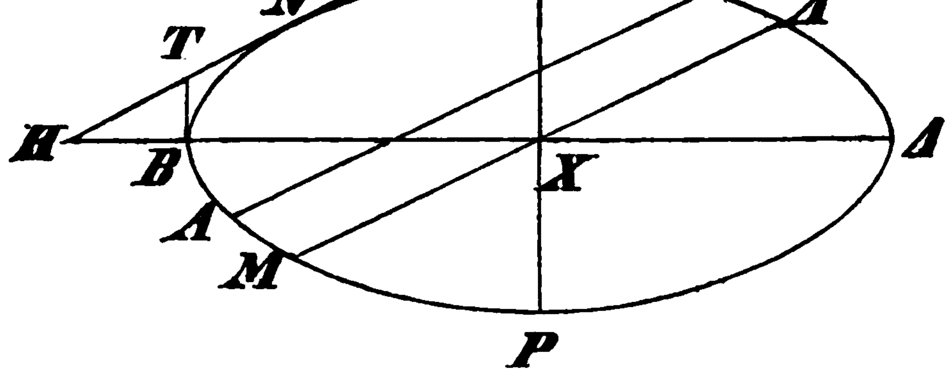
F. δειχθήσεται Nizzius cum D. 8. εχοντι F; corr. AB. 10. τομά] (alt.) τομας FC*. 11. διαμετρος F; corr. B. ἐντι] scripsi; εισιν F, uulgo. 13. ιε' F, ιδ' Torellius. 14. ἐπιπέδῳ] om. F; corr. B. 16. κονοειδες F. 27. κονοειδεος F.

κώνου τομαῖς σύμπτωμα. δῆλον οὖν, ὅτι ἁ τομὰ ὀξυγωνίου κώνου τομά, καὶ διάμετρος αὐτᾶς ἁ μείζων ἁ ΑΓ [ὁμοίως καθέτου οὔσης τᾶς ΝΡ ἐν τᾷ τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾷ, διάμετρος ταύτας μείζων ἐστὶν ἁ ΓΑ].

ιδ'.

Εἴ κα τὸ παράμακες σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ μὴ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά. διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ μείζων ἐσσεῖται ἁ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ σφαιροειδεῖ ἀπὸ τᾶς γενομένας τομᾶς τῶν ἐπιπέδων τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον.

εἰ μὲν οὖν κα τμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος ἢ παρὰ τὸν ἄξονα, δῆλον. τετμάσθω δὲ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ. τμαθέντος δὲ αὐτοῦ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον τοῦ μὲν σφαιροειδέος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓΔ ὀξυγωνίου κώνου τομά, τοῦ δὲ τέμνοντος αὐτὸ ἐπιπέδου ἁ ΓΑ εὐθεῖα. ἄξων δὲ ἔστω τοῦ σφαιροειδέος καὶ διάμετρος



τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς α ΒΔ, κέντρον δὲ τὸ Χ, καὶ ἐλάσσων διάμετρος ἔστω ἁ ΠΡ. ἄχθω δὲ

1. *οὖν*] om. F; corr. Torellius. *ὀξυγωνίου*] *ἐστιν ὀξ.* Torellius. 2. *ἁ μείζων*] scripsi; *ἁ* om. F, uulgo. Nizzius uerba

hoc enim sectionibus coni obtusianguli proprium est.[1]) adparet igitur, sectionem esse coni acutianguli sectionem, et maiorem eius diametrum lineam $A\Gamma$.[2])

XIV.

Si sphaeroides oblongum plano ad axem non perpendiculari secatur, sectio erit coni acutianguli sectio, maior autem diametrus eius erit pars intra sphaeroides comprehensa eius lineae, quae [communis] sectio est plani figuram secantis et plani per axem ad secans planum perpendicularis.

hoc, si per axem uel plano axi parallelo secatur, statim adparet [prop. 11, c]. secetur autem alio plano. eodem autem plano per axem ad secans planum perpendiculari secto, sphaeroidis sectio sit $AB\Gamma\Delta$ coni acutianguli sectio [prop. 11, c], plani autem sphaeroides secantis linea ΓA. axis autem sphaeroidis et diametrus sectionis coni acutianguli sit $B\Delta$, centrum autem X, et minor diametrus sit ΠP. ducatur autem

1) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 56 nr. 27. nam $MB : BP = MT : TN$ (Eucl. VI, 2).

2) Ellipsis, cuius altera diametrus est linea $A\Gamma$, est propter Apollon. I, 21, quia quadrata linearum ordinate ductarum ad rectangula partibus lineae $A\Gamma$ ab ipsis effectis comprehensa semper eandem rationem habent. itaque etiam quadratum lineae ad medium punctum lineae $A\Gamma$ ordinate ductae (p) ad $\frac{1}{4}A\Gamma^2$ eam rationem habet, quam $BT : TN$. iam cum $BT < TN$, erit etiam $p^2 < \frac{1}{4}A\Gamma^2$. quare $A\Gamma$ maior erit diametrus. sequentia uerba nunc delere malui, quam cum Nizzio transponere.

καθέτου οὔσης τᾶς NP ἐν τᾷ ... τομᾷ lin. 3—4 post BP p. 350, lin. 25 transposuit additis: *ἐπὶ τὰν BΔ* et deletis *διάμετρος . .. ἁ ΓΛ* lin. 5 et *ὁμοίως* lin. 3 (quod retineri poterat; Qu. Arcq. p. 164). 5. ΓA Torellius. 6. *ιϛʹ* Torellius. 7. *κα*] *κα και* F; corr. Nizzius. 10. *σφαιροειδες* F; corr. BD.

ἁ μὲν ΒΤ κατ' ὀρθὰς τᾷ ΒΔ, ἁ δὲ ΗΝ παρὰ τὰν ΑΓ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Ν· ἄχθω δὲ καὶ ἁ ΜΛ διὰ τοῦ Χ παρὰ τὰν ΑΓ. ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον δειχθησοῦντι τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν καθέτων τᾶν ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἐπὶ τὰν ΑΓ ἀγμέναν ποτὶ τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τᾶς ΑΓ τμαμάτων τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΤ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΤΝ. ὅτι μὲν οὖν ἁ τομά ἐστιν ὀξυγωνίου κώνου τομά, καὶ διάμετρος αὐτᾶς ἁ ΓΑ, δῆλον· ὅτι δὲ μείζων, δεικτέον. τὸ γὰρ ὑπὸ τᾶν ΠΧ, ΧΡ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ ΜΧ, ΧΛ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΤ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΝΤ, ἐπεὶ παρὰ τὰς ἐπιψαυούσας ἐντὶ αἱ ΠΡ, ΜΛ. ἔλασσον δέ ἐστι τὸ ὑπὸ τᾶν ΠΧ, ΧΡ περιεχόμενον τοῦ ὑπὸ τᾶν ΜΧ, ΧΛ, ἐπεὶ καὶ ἁ ΧΠ τᾶς ΧΛ. ἔλασσον ἄρα ἐστὶν καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΤ τετράγωνον τοῦ ἀπὸ τᾶς ΤΝ. ὥστε καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν καθέτων τετράγωνα τᾶν ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἐπὶ τὰν ΑΓ ἀγομέναν ἐλάσσονά ἐντι τῶν ὑπὸ τῶν τμαμάτων τᾶς ΑΓ περιεχομένων. δῆλον οὖν, ὅτι μείζων ἐντὶ διάμετρος ἁ ΓΑ.

εἴ κα τὸ ἐπιπλατὺ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ, τὰ μὲν ἄλλα τὰ αὐτὰ ἐσσεῖται, τᾶν δὲ διαμέτρων ἁ ἐλάσσων ἐσσεῖται ἁ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ σφαιροειδεῖ.

ἐξ αὐτῶν δὲ φανερὸν ἐν πάντεσσι τοῖς σχημάτεσσιν,

---

1. τᾷ] τα δε F. 3. δέ] scripsi; δη F, uulgo. 4. ὁμοίως] syllab. ως per comp. F. δειχθήσεται Nizzius. 5. τᾶν] (prim.) των F; corr. Torellius. 6. ἀγμέναν] scripsi; αγμενας F, uulgo; ἀγομένας A*, ed. Basil.; ἀγαμέναν Torellius. 13. ΜΛ] ΜΠ FBC*. 15. ἁ] η F; corr. Torellius. 18. τᾶν ἀπό] Torellius; των απο F, uulgo. τᾶς] ταν FC*. 19. ελασσων F; corr. Torellius. ὑπὸ τῶν] Torellius; υπο ταν F, uulgo. περιεχομενα F; corr. Torellius. 23. ἁ ἐλάσσων] scripsi; ἁ

BT ad $B\varDelta$ perpendicularis, et HN lineae $A\Gamma$ parallela sectionem coni acutianguli in N puncto contingens. ducatur autem etiam $M\varDelta$ per X punctum lineae $A\Gamma$ parallela. itaque eodem modo, quo antea[1]), demonstrabitur, quadrata linearum a sectione [circum $A\Gamma$ descripta] ad $A\Gamma$ perpendicularium ductarum ad rectangula partibus lineae $A\Gamma$ [ab ipsis effectis] comprehensa eandem rationem habere, quam BT^2 ad TN^2. hinc igitur adparet, sectionem esse coni acutianguli sectionem, cuius [altera] diametrus sit ΓA [Apollon. I, 21]. sed maiorem diametrum eam esse, demonstrandum est. est enim $\Pi X \times XP : MX \times X\varDelta = BT^2 : NT^2$, quoniam ΠP, $M\varDelta$ lineis contingentibus parallelae sunt [prop. 3]. sed $\Pi X \times XP < MX \times X\varDelta$, quia

$$X\Pi < X\varDelta.^{2})$$

quare etiam $BT^2 < TN^2$. itaque etiam quadrata linearum a sectione ad $A\Gamma$ lineam perpendicularium ductarum minora sunt rectangulis partibus lineae $A\Gamma$ comprehensis. adparet igitur, ΓA maiorem esse diametrum.[3])

Si sphaeroides latum plano secatur, cetera eadem erunt, sed linea intra sphaeroides comprehensa minor diametrus erit.

Inde adparet, in omnibus figuris[4]), si planis paral-

1) P. 346, 16 sq.; p. 350, 12 sq.
2) Nam $X\Pi = XP$, $XM = X\varDelta$, et diametrus minor omnium linearum per centrum ductarum minima est.
3) Nam etiam quadratum dimidii alterius axis minus est quarta parte quadrati lineae $A\Gamma$; cfr. p. 353 not. 2.
4) H. e. et conoidibus et sphaeroidibus.

om. F, uulgo. 25. πασι F, uulgo. τοῖς] τοι F. σχηματεσιν F.

ὅτι, εἴ κα παραλλήλοις ἐπιπέδοις τμαθῇ, αἱ αὐτῶν τομαὶ ὁμοίαι ἐσσοῦνται. τὰ γὰρ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν καθέτων ποτὶ τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τμαμάτων τοὺς αὐτοὺς λόγους ἑξοῦντι.

ιε′.

Ἐν τῷ ὀρθογωνίῳ κωνοειδεῖ ἀπὸ παντὸς ὁτουοῦν σαμείου τῶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κωνοειδέος τᾶν ἀγομέναν εὐθειᾶν παρὰ τὸν ἄξονα αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγομέναι, ἐφ᾽ ἅ ἐντι τὰ κυρτὰ αὐτοῦ, ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ κωνοειδέος, αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα ἐντός.

ἀχθέντος γὰρ ἐπιπέδου διά τε τοῦ ἄξονος καὶ τοῦ σαμείου, ἀφ᾽ οὗ ἁ παράλληλος ἀγέται τῷ ἄξονι, ἁ τομὰ ἐσσείται ὀρθογωνίου κώνου τομά· διάμετρος δὲ αὐτᾶς ὁ ἄξων τοῦ κωνοειδέος. ἐν δὲ τᾷ τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾷ ἀπὸ παντὸς σαμείου τοῦ ἐπὶ τᾶς τομᾶς ἀγομέναν παρὰ τὰν διάμετρον εὐθειᾶν αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγομέναι, ἐφ᾽ ἅ ἐντι τὰ κυρτὰ αὐτᾶς, ἐκτὸς πίπτοντι, αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα ἐντός. δῆλον οὖν τὸ προτεθέν.

Ἐν τῷ ἀμβλυγωνίῳ κωνοειδεῖ ἀπὸ παντὸς σαμείου τῶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ τᾶν ἀγομέναν εὐθειᾶν παρά τινα γραμμάν, ἅ ἐστιν ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀγμένα διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγομέναι, ἐφ᾽ ἅ ἐντι τὰ κυρτὰ αὐτοῦ, ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ κωνοειδέος, αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα ἐντός.

2. τὰ ἀπό] ταν απο F; corr. Torellius. 3. τᾶν] Torellius; των F, uulgo. 5. ις′ Torellius. 10. κονοειδεος F. 12. παράλλαλος ed. Basil., Torellius (non BC*). ἁ τομά] scripsi; τομα F, uulgo. 16. τᾶν ἀγομέναν Torellius. 17. αὐτᾶς] αυτη F; corr. Torellius. 18. πιπτωντι F. 22.

lelis secentur, sectiones earum similes futuras esse. nam quadrata perpendicularium ad rectangula partibus [diametri] comprehensa easdem rationes habebunt.[1])

XV.

a) In conoide rectangulo earum linearum, quae a quouis puncto in superficie conoidis posito axi parallelae ducuntur, eae, quae in eandem partem ducuntur, in qua est conuexa eius pars, extra conoides cadent, quae uero in alteram partem ducuntur, intra.

si enim planum ducitur simul per axem et per id punctum, unde ducitur linea axi parallela, sectio erit coni rectanguli sectio [prop. 11, a], diametrus autem eius axis conoidis. sed in sectione coni rectanguli earum linearum, quae a quouis puncto sectionis diametro parallelae ducuntur, eae, quae in eandem partem ducuntur, in qua est pars eius conuexa, extra [sectionem] cadunt, quae uero in alteram partem ducuntur, intra. constat igitur propositum.

b) In conoide obtusiangulo earum linearum, quae a quouis puncto in superficie eius posito ducuntur parallelae lineae, quae in conoide per uerticem coni conoides comprehendentis ducta est, eae, quae in eandem partem ducuntur, in qua est pars eius conuexa, extra conoides cadent, quae uero in alteram partem ducuntur, intra.

---

1) Eam enim habebunt rationem, quam $BT^2 : TN^2$ (prop. 12, 13, 14); tum u. p. 327 not. 2.

ἀγμένα] scripsi; *αγομενας* F, uulgo; *ἀγομένα* Torellius. 23. *τό*] *τω* F; corr. BC.

ἀχθέντος γὰρ ἐπιπέδου διά τε τᾶς εὐθείας τᾶς ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀγομένας διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς καὶ διὰ τοῦ σαμείου, ἀφ' οὗ ἄγεται ἁ ἐς αὐτό, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ἀμβλυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ ἀπὸ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀγομένα. ἐν δὲ τᾷ τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾷ ἀπὸ παντὸς σαμείου τοῦ ἐπὶ τᾶς τομᾶς τᾶν ἀγομέναν εὐθειᾶν παρὰ τὰν οὕτως ἀγμέναν γραμμὰν αἳ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγομέναι, ἐφ' ἅ ἐστιν αὐτᾶς τὰ κυρτά, ἐκτὸς πίπτοντι, αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα ἐντός.

Εἴ κα τῶν κωνοειδέων σχημάτων ἐπίπεδον ἐφαπτήται μὴ τέμνον τὸ κωνοειδές, καθ' ἓν μόνον ἅψεται σαμεῖον, καὶ τὸ διὰ τᾶς ἁφᾶς καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν ὀρθὸν ἐσσεῖται ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον. ἐφαπτέσθω γάρ, εἰ δυνατόν, κατὰ πλείονα σαμεῖα. λαφθέντων δὴ δύο σαμείων, καθ' ἃ ἅπτεται τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον τοῦ κωνοειδέος, καὶ ἀφ' ἑκατέρου παρὰ τὸν ἄξονα εὐθειᾶν ἀχθεισᾶν ἀπὸ τᾶν ἀχθεισᾶν παρὰ τὸν ἄξονα ἐπίπεδον ἐκβληθὲν ἤτοι διὰ τοῦ ἄξονος ἢ παρὰ τὸν ἄξονα ἐσσεῖται ἀγμένον. ὥστε τὰν τομὰν ποιήσει κώνου τομάν, καὶ τὰ σαμεῖα ἐσσοῦνται ἐν τᾷ τοῦ κώνου τομᾷ, ἐπεὶ ἔν τε τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐντὶ καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ. ἁ οὖν μεταξὺ τῶν σαμείων εὐθεῖα ἐντὸς ἐσσεῖται τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς· ὥστε καὶ τᾶς τοῦ κωνοειδέος ἐπιφανείας ἐντὸς ἐσσεῖται. ἔστιν δὲ ἁ εὐθεῖα

---

3. *κονοειδες* F. 4. *ἐς αὐτό*] scripsi; *εσαυτα* F, uulgo; *παρ' αὐτάν* Nizzius; „aequidistans illi“ Cr. 7. *τομᾷ*] *του* F; corr. Torellius. 12. *εφαπτεται* F; corr. Torellius. 17. *δή*] scripsi; *δε* F, uulgo; „igitur“ Cr. 19. *ἀπό*] scripsi; *απο δε* F, uulgo. 20. *παρά*] *τᾶν παρά?* 22. *σαμεῖα*] *σα-* supra m. 1 F. 23. *ἐπεί*] Nizzius; *επει ουν* F, uulgo.

nam si planum ducitur simul per lineam, quae in conoide per uerticem coni conoides comprehendentis ducitur, et per punctum, unde ducitur linea conoidi adplicata, sectio erit coni obtusianguli sectio, et diametrus eius linea in conoide a uertice coni ducta [prop. 11, b]. sed in sectione coni obtusianguli earum linearum, quae a quouis puncto sectionis lineae ita ductae parallelae ducuntur, eae, quae in eandem partem ducuntur, in qua pars eius conuexa est, extra [sectionem] cadunt, quae uero in alteram, intra.

c) Si planum figuras conoideôn contingit conoides non secans, in uno solo puncto tanget, et planum per punctum contactus et axem ductum ad planum contingens perpendiculare erit.

contingat enim, si fieri potest, in pluribus punctis. sumptis igitur duobus punctis, in quibus planum contingens conoides tangat, et ab utroque lineis axi parallelis ductis, planum per lineas axi parallelas[1]) ductum aut per axem aut axi parallelum ductum erit.[2]) quare sectio coni erit sectio [prop. 11], et puncta in coni sectione erunt, quoniam et in superficie [conoidis] sunt et in plano. itaque linea puncta iungens intra coni sectionem erit.[3]) quare etiam intra superficiem conoidis erit. sed ea ipsa linea in plano contingenti est, quia etiam puncta in eo sunt. itaque quaedam pars plani

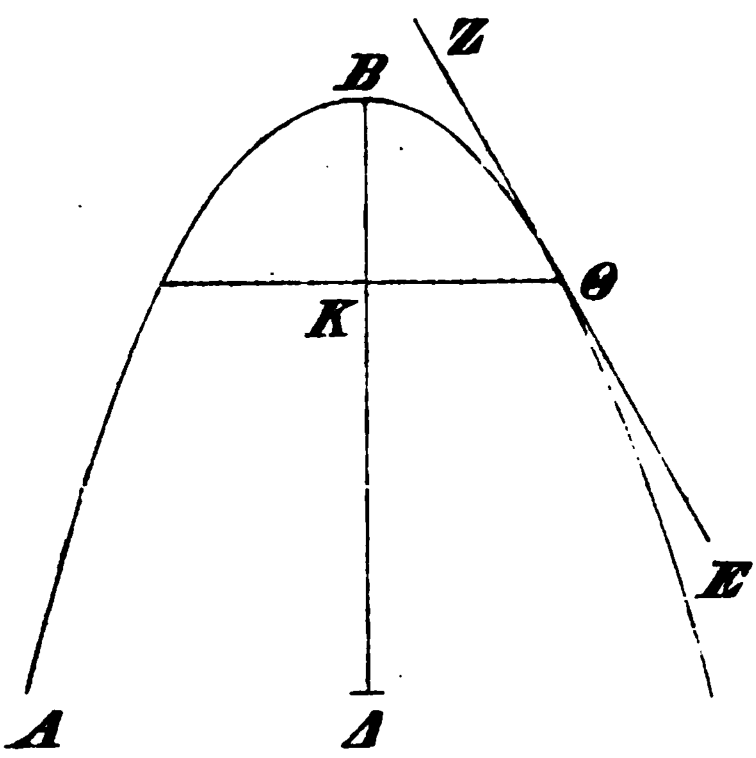
---

1) Adparet, iungendum esse lin. 19. 20: *τᾶν ἀχθεισᾶν παρὰ τὸν ἄξονα* ͻ: *τᾶν παρὰ τὸν ἄξονα ἀχθεισᾶν*; sed fortasse scribendum: *τᾶν παρά*.

2) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 17.

3) Apollon. con. I, 10.

αὐτὰ ἐν τῷ ἐπιψαύοντι ἐπιπέδῳ, διότι καὶ τὰ σαμεῖα. τοῦ ἄρα ἐπιψαύοντος ἐπιπέδου ἐσσεῖται τι ἐντὸς τοῦ κωνοειδέος· ὅπερ ἀδύνατον. ὑπέκειτο γὰρ μὴ τέμνειν. καθ' ἓν ἄρα μόνον ἅψεται σαμεῖον. ὅτι δὲ καὶ τὸ διὰ τᾶς ἁφᾶς καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν ὀρθὸν ἐσσεῖται ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον, εἰ κατὰ τὰν κορυφὰν τοῦ κωνοειδέος ἐφαπτέται, δῆλον. ἀχθέντων γὰρ διὰ τοῦ ἄξονος δύο ἐπιπέδων τοῦ κωνοειδέος αἱ τομαὶ ἐσσοῦνται κώνων τομαὶ διάμετρον ἐχούσαι τὸν ἄξονα, τοῦ δὲ ἐπιψαύοντος ἐπιπέδου [αἱ] εὐθείαι ἐπιψαυούσαι τᾶν τῶν κώνων τομᾶν κατὰ τὸ πέρας τᾶς διαμέτρου. αἱ δὲ εὐθείαι αἱ ἐπιψαυούσαι τᾶν τῶν κώνων τομᾶν κατὰ τὸ πέρας τᾶς διαμέτρου ὀρθὰς ποιοῦντι γωνίας ποτὶ τὰν διάμετρον. ἐσσοῦνται οὖν ἐν τῷ ἐπιψαύοντι ἐπιπέδῳ δύο εὐθείαι ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι. ὀρθὸν οὖν ἐσσεῖται ποτὶ τὸν ἄξονα τὸ ἐπίπεδον, ὥστε καὶ ποτὶ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος. ἀλλὰ ἔστω μὴ κατὰ τὰν κορυφὰν τοῦ κωνοειδέος ἐπιψαῦον τὸ ἐπίπεδον. ἄχθω δὴ ἐπίπεδον διὰ τᾶς ἁφᾶς καὶ τοῦ ἄξονος. καὶ τοῦ μὲν κωνοειδέος τομὰ ἔστω ἁ $AB\Gamma$ κώνου τομά, ἄξων δὲ ἔστω καὶ διάμετρος τᾶς τομᾶς ἁ $B\Delta$, τοῦ δὲ ἐπιψαύοντος ἐπιπέδου τομὰ ἔστω ἁ $E\Theta Z$ εὐθεῖα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς ἀπτομένα κατὰ τὸ Θ. ἀπὸ δὲ τοῦ Θ



6. εἰ] om. F; corr. Torellius. 7. ἐφάπτηται Torellius.

contingentis intra conoides erit. quod fieri non potest. nam suppositum est, planum non secare. in uno igitur solo puncto continget. planum autem per punctum contactus et axem ductum perpendiculare ad planum contingens fore, statim adparet, si in uertice conoidis contingit. ductis enim per axem duobus planis sectiones conoidis erunt conorum sectiones diametrum habentes axem [prop. 11], sectiones uero plani contingentis lineae sectiones conorum in termino diametri contingentes. lineae autem sectiones conorum in termino diametri contingentes cum diametro rectos angulos faciunt.[1]) itaque in plano contingenti duae lineae ad axem perpendiculares erunt. quare planum ipsum ad axem perpendiculare erit [Eucl. XI, 4]; quare etiam ad planum per axem positum [Eucl. XI, 18]. sed planum ne in uertice conoidis contingat. ducatur igitur planum per punctum contactus et axem. et sectio conoidis sit $AB\Gamma$ coni sectio [prop. 11, a—b], axis autem et diametrus sectionis sit $B\Delta$. plani uero contingentis sectio sit linea $E\Theta Z$ sectionem coni in Θ puncto tangens. et a Θ puncto ducatur linea ΘK

1) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 47 nr. 4.

---

8. *τοῦ κωνοειδέος*] *τοῦ μὲν κων.?* *εσουνται* F. 9. *κονων* F. 10. *αἵ*] deleo. 11. *αἱ δὲ εὐθείαι* usque ad *τᾶς διαμέτρου* lin. 13 ego suppleui; om. F, uulgo. 14. *εσουνται* F. 16. *ποτί*] (alt.) *προς* per comp. F; corr. Torellius. 24. $AB\Gamma$] Torellius; $B\Gamma$ F, uulgo.

κάθετος ἄχθω ἐπὶ τὰν ΒΔ ἁ ΘΚ, καὶ ἐπίπεδον ἀνεστακέτω ὀρθὸν ποτὶ τὸν ἄξονα. ποιήσει δὴ τοῦτο τὰν τομὰν κύκλον, οὗ κέντρον τὸ Κ. ἁ δὲ τομὰ τούτου τοῦ ἐπιπέδου καὶ τοῦ ἐπιψαύοντος ἐσσεῖται ἐπιψαύουσα τοῦ κύκλου. ὀρθὰς ἄρα ποιήσει γωνίας ποτὶ τὰν ΘΚ. ὥστ' ὀρθὰ ἐσσεῖται ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τό, ἐν ᾧ ἐντι αἱ ΚΘ, ΒΔ. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ὀρθόν ἐστι ποτὶ τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον, ἐπεὶ καὶ αἱ ἐν αὐτῷ εὐθεῖαι.

ιϛ'.

Εἴ κα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποτερονοῦν ἐπίπεδον ἅπτηται μὴ τέμνον τὸ σχῆμα, καθ' ἓν μόνον ἅψεται σαμεῖον, καὶ τὸ διὰ τᾶς ἁφᾶς καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν ὀρθὸν ἐσσεῖται ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον.

ἁπτέσθω γὰρ κατὰ πλείονα σαμεῖα. λαφθέντων δὴ τῶν σαμείων, καθ' ἃ ἅπτεται τὸ ἐπίπεδον τοῦ σφαιροειδέος, καὶ ἀφ' ἑκατέρου αὐτῶν παρὰ τὸν ἄξονα εὐθειᾶν ἀχθεισᾶν καὶ διὰ τᾶν ἀχθεισᾶν ἐπιπέδου ἐκβληθέντος ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά, καὶ τὰ σαμεῖα ἐσσοῦνται ἐν τᾷ τοῦ κώνου τομᾷ. ἁ οὖν μεταξὺ τῶν σαμείων εὐθεῖα ἐντὸς ἐσσεῖται τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς. ὥστε καὶ τᾶς τοῦ σφαιροειδέος ἐπιφανείας ἐντὸς ἐσσεῖται. ἔστιν δὲ ἁ εὐθεῖα ἐν τῷ ἐπιψαύοντι ἐπιπέδῳ, διότι καὶ τὰ σαμεῖα. τοῦ οὖν ἐπιψαύοντος ἐπιπέδου ἐσσεῖταί τι ἐντὸς τοῦ σφαιρο-

2. *ποτί*] scripsi; *επι* F, uulgo; u. Philol. Samfd. Mindeskrift. Haun. 1879 p. 19. *δή*] scripsi; *δε* F, uulgo. 7. *τό, ἐν*] *τω, εν* F; corr. C. *ὅτι*] *ὅτι καί* A (non BC*), ed. Basil., Torellius. 10. *ιζ'* Torellius. 11. *ὁποτερονοῦν*] scripsi; *οποτερονουν* F, uulgo. 17. *δή*] scripsi; *δε* F, uulgo. *τῶν*]

ad $B\Delta$ perpendicularis, et [in ea] planum erigatur ad axem perpendiculare. hoc igitur sectionem circulum faciet, cuius centrum sit K [prop. 11, a—b]. sectio autem huius plani et plani contingentis circulum continget. itaque cum ΘK rectos angulos faciet [Eucl. III, 18]. quare ad planum, in quo sunt lineae $K\Theta$, $B\Delta$, perpendicularis erit [Eucl. XI def. 4]. adparet igitur, planum contingens ad idem planum perpendiculare esse, quoniam etiam lineae in eo positae [ad idem planum perpendiculares sunt. Eucl. XI, 18].

XVI.

a) Si planum utramuis figurarum sphaeroideôn tangit non secans figuram, in uno solo puncto tanget, et planum per punctum contactus et axem ductum ad planum contingens perpendiculare erit.[1])

tangat enim in pluribus punctis. sumptis igitur punctis, in quibus planum sphaeroides tangit, et ab utroque eorum lineis axi parallelis ductis et per ductas lineas plano posito sectio erit coni acutianguli sectio [prop. 11, c], et puncta in coni sectione erunt. itaque linea puncta iungens intra coni sectionem erit [Apollon. I, 10]. quare etiam intra superficiem conoidis erit. ea autem linea in plano contingenti est, quia etiam puncta [in eo sunt]. itaque pars quaedam plani contingentis intra sphaeroides erit. at non est; nam

1) Praef. p. 282, 16: *ὅτι δὲ τὰ ἐπιψαύοντα ἐπίπεδα τοῦ σφαιροειδέος καθ᾽ ἓν μόνον ἁπτόνται σαμεῖον τᾶς ἐπιφανείας αὐτοῦ.*

δύο Nizzius, fort. recte. 19. *ευθειαι αχθωσιν* F; corr. Torellius. *των αχθεισων* F; corr. Torellius.

ειδέος. οὔκ ἐστιν δέ. ὑπέκειτο γὰρ μὴ τέμνειν. δῆλον οὖν, ὅτι καθ' ἓν σαμεῖον μόνον ἁψέται. ὅτι δὲ τὸ διὰ τᾶς ἀφᾶς καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν ὀρθὸν ἐσσείται ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐπιψαῦον, ὁμοίως τοῖς περὶ τῶν κωνοειδέων σχημάτων δειξοῦμες.

Εἴ κα τῶν κωνοειδέων ἢ τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποιονοῦν ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ τᾶς γενομένας τομᾶς ἐπιψαύουσά τις ἀχθῇ εὐθεῖα, καὶ διὰ τᾶς ἐπιψαυούσας ἐπίπεδον ἀνασταθῇ ὀρθὸν ποτὶ τὸ τέμνον, ἐπιψαύει τοῦ σχήματος κατὰ τὸ αὐτὸ σαμεῖον, καθ' ὃ καὶ ἁ εὐθεῖα ἐπιψαύει τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς.

οὐ γὰρ ἁψέται κατ' ἄλλο σαμεῖον τᾶς ἐπιφανείας αὐτοῦ. εἰ δὲ μή, ἁ ἀπὸ τοῖ σαμείου κάθετος ἀγομένα ἐπὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον πεσείται ἐκτὸς τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς. ἐπὶ γὰρ τὰν ἐπιψαύουσαν πεσείται, ἐπεὶ ὀρθὰ ποτ' ἄλλαλά ἐντι τὰ ἐπίπεδα. ὅπερ ἀδύνατον. ἐδείχθη γάρ, ὅτι ἐντὸς πεσείται.

Εἴ κα τῶν σφαιροειδέων τινὸς σχημάτων δύο ἐπίπεδα παράλληλα ἐπιψαύωντι, ἁ τὰς ἀφὰς ἐπιζευγνύουσα εὐθεῖα διὰ τοῦ κέντρου τοῦ σφαιροειδέος πορευσέται.

εἰ μὲν οὖν κα ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι τὰ ἐπίπεδα ἔωντι, δῆλον. ἀλλ' ἔστω μὴ ποτ' ὀρθάς. τὸ δὴ ἐπίπεδον τὸ ἀχθὲν διὰ τοῦ ἄξονος καὶ τᾶς ἀφᾶς τᾶς ἑτέρας ὀρθὸν ἐσσείται ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον. ὥστε καὶ ποτὶ τὸ παράλληλον αὐτῷ. ἀναγκαῖον ἄρα

---

1. *τέμνον* B. 5. *δειξοῦμες*] om. F; suppleuit Torellius; „et in hoc demonstrabimus" Cr. 6. *τῶν κωνοειδέων ἤ*] om. F; suppleuit Barrowius. 10. *ἐπιψαύσει* Torellius. 11. *ἁ*] *η* F; corr. Torellius, ut etiam lin. 14. 13. *ἄλλο*] *αλλο σν* F C*; fort. *ἄλλο τι*. 15. *ἐκτός*] *εντος* F; corr. Commandinus. 17. *ἐντι τά*] scripsi; *εωντι* F, uulgo. 18. *ιη'* Torellius. 20.

suppositum est, id non secare. adparet igitur, in uno solo puncto [planum] tacturum esse. planum autem per punctum contactus et axem positum ad planum contingens perpendiculare futurum esse, eodem modo, quo in figuris conoidibus, demonstrabimus [p. 360, 4 sq.].

b) Si quaeuis figurarum conoideôn uel sphaeroideôn plano per axem posito secatur, et sectionem inde ortam contingens linea ducitur, et in linea contingenti planum erigitur ad secans planum perpendiculare, figuram in eodem puncto contingit, in quo linea illa coni sectionem contingit.

neque enim in alio puncto superficiei eius tanget. si minus, linea a puncto illo ad planum secans perpendicularis ducta extra coni sectionem cadet. nam in lineam contingentem cadet, quoniam plana inter se perpendicularia sunt.[1]) quod fieri non potest. nam demonstratum est, intra [coni sectionem] eam casuram esse [prop. 11, d].

c) Si duo plana parallela quamuis figurarum sphaeroideôn contingunt, linea puncta contactus iungens per centrum sphaeroidis ibit [cfr. p. 282, 18]. — si primum plana ad axem perpendicularia sunt, adparet.[2]) sint uero ne perpendicularia. itaque planum

1) Nam linea a puncto illo contactus ad lineam contingentem perpendicularis ad planum secans perpendicularis erit (Eucl. XI def. 4), nec ab eodem puncto duae lineae ad idem planum perpendiculares ducuntur.

2) Tum enim in terminis diametri contingunt (cfr. p. 360 11 sq.).

ἐπιψαύωντι] scripsi; επιψαυοντι F, uulgo. 22. εἰ] Nizzius; ὅτι per comp. F, uulgo. κα ποτ'] scripsi; κατ' F, uulgo. 25. ποτί] V; προς F (per comp.) A, BC*; ἐπί D.

τὸ αὐτὸ εἶμεν ἐπίπεδον τὸ διὰ τοῦ ἄξονος καὶ ἑκατέραν τᾶν ἀφᾶν ἀγμένον. εἰ δὲ μή, ἐσσοῦνται δύο ἐπίπεδα ποτὶ τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον ὀρθὰ διὰ τᾶς αὐτᾶς γραμμᾶς ἀγμένα οὐκ ἐούσας ὀρθᾶς ποτὶ τὸ ἐπίπεδον. ὑπέκειτο γὰρ ὁ ἄξων μὴ εἶμεν ὀρθὸς ποτὶ τὰ παράλληλα ἐπίπεδα. ἐν τῷ αὐτῷ ἄρα ἐσσοῦνται ἐπιπέδῳ ὅ τε ἄξων καὶ αἱ ἀφαί, καὶ τετμακὸς ἐσσεῖται τὸ σφαιροειδὲς διὰ τοῦ ἄξονος. ἁ οὖν τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά, αἱ δὲ τῶν ἐπιψαυόντων ἐπιπέδων τομαὶ παραλλήλοι ἐσσοῦνται καὶ ἐπιψαυοῦσαι τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς κατὰ τὰς ἀφὰς τῶν ἐπιπέδων. εἰ δέ κα δύο εὐθεῖαι ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἐπιψαύωντι παραλλήλοι ἐοῦσαι, τό τε κέντρον τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς καὶ αἱ ἀφαὶ ἐπ' εὐθείας ἐσσοῦνται.

ιζ'.

Εἴ κα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποτερουοῦν δύο παράλληλα ἐπίπεδα ἀχθῇ ἐπιψαύοντα, ἀχθῇ δέ τι ἐπίπεδον διὰ τοῦ κέντρου τοῦ σφαιροειδέος παρὰ τὰ ἐπιψαύοντα, αἱ διὰ τᾶς γενομένας τομᾶς ἀγομέναι εὐθεῖαι παρὰ τὰν τὰς ἀφὰς ἐπιζευγνύουσαν ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ σφαιροειδέος.

---

3. ορθαν FC*. 7. τετμηκος F; corr. Torellius. 9. ἐπιψαυόντων] scripsi; επιψαυουσων F, uulgo. 10. εσουνται F; corr. Torellius. καί] scripsi; αι F, uulgo. 15. ἐσσοῦνται] scripsi; εωντι F; ἔοντι uulgo. 16. ιθ' Torellius.

per axem et alterum punctum contactus ductum ad planum contingens perpendiculare erit [p. 362]. quare etiam ad planum ei parallelum [perpendiculare erit].[1]) necesse est igitur, planum per axem et utrumque punctum contactus ductum idem esse. nam si minus, duo plana ad idem planum perpendicularia erunt per eandem lineam ducta, quae ad planum perpendicularis non est.[2]) suppositum enim est, axem ad plana parallela perpendicularem non esse. itaque et axis et puncta contactus in eodem plano erunt, quod sphaeroides per axem secabit.[3]) itaque sectio coni acutianguli erit [prop. 11, c], sectiones autem planorum contingentium parallelae erunt [Eucl. XI, 16] et sectionem coni acutianguli in punctis contactus planorum contingent. sin autem duae lineae parallelae sectionem coni acutianguli contingunt, et centrum sectionis coni acutianguli et puncta contactus in eadem linea recta erunt.[4])

XVII.

Si ducuntur duo plana parallela utramuis figurarum sphaeroideôn contingentia, et per centrum sphaeroidis planum contingentibus parallelum ducitur, lineae per[5]) sectionem inde ortam ductae parallelae lineae puncta contactus iungenti extra sphaeroides cadent.

---

1) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 18.

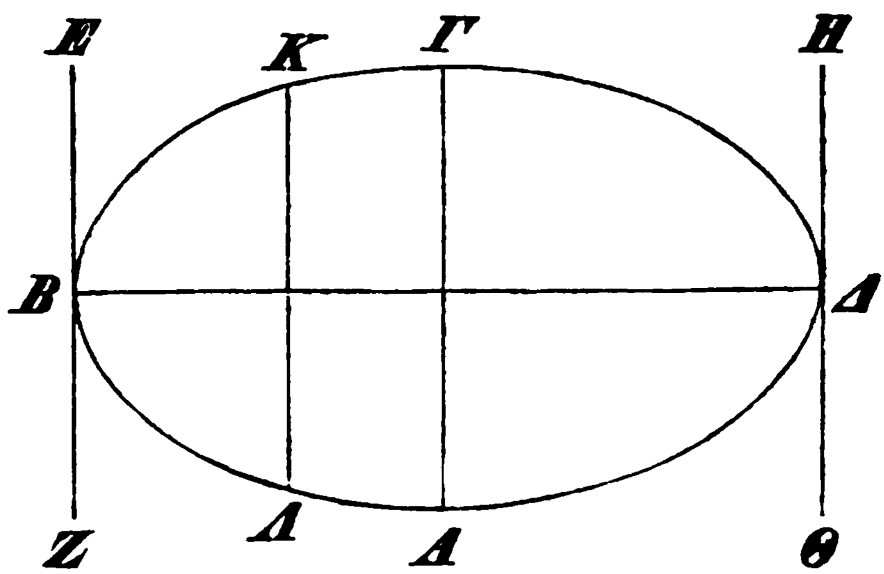
2) Quod fieri non potest; u. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 182 nr. 20.

3) Ad *τετμακὸς ἐσσεῖται*, quod actiuum est, subiectum est *τὸ ἐπίπεδον* (in quo et axis et puncta contactus sunt).

4) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 49, nr. 8.

5) *διά*, non *ἀπό*, quod exspectaueris, posuit Archimedes, quia lineae illae in utramque partem sectionis producendae sunt.

ὑποκείσθω τὰ εἰρημένα, καὶ λελάφθω τι σαμεῖον ἐπὶ τᾶς γενομένας τομᾶς, διὰ δὲ τοῦ γενομένου σαμείου καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνυούσας ἐπίπεδον ἄχθω. τεμεῖ δὴ τοῦτο τό τε σφαιροειδὲς καὶ τὰ παράλλαλα ἐπίπεδα. ἔστω οὖν ἁ μὲν τοῦ σφαιροειδέος τομὰ ἁ ΑΒΓΔ [ὀξυγωνίου] κώνου τομά, αἱ δὲ τῶν ἐπιπέδων τῶν ψαυόντων τομαὶ αἱ ΕΖ, ΗΘ



εὐθεῖαι, τὸ δὲ λαφθὲν σαμεῖον τὸ Α, ἁ δὲ τὰς ἁφὰς ἐπιζευγνύουσα ἔστω ἁ ΒΔ· πεσεῖται δὲ αὐτὰ διὰ τοῦ κέντρου· ἁ δὲ τοῖ παραλλήλου ἐπιπέδου τοῖς ἐπιψαυόντεσσιν ἐπιπέδοις τομὰ ἁ ΓΑ· ἐσσεῖται δὲ αὐτὰ διὰ τοῦ κέντρου ἀγμένα, ἐπεὶ καὶ τὸ ἐπίπεδον. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ἁ ΑΒΓΔ ἤτοι κύκλος ἢ ὀξυγωνίου κώνου τομά, καὶ ἐπιψαύοντι αὐτᾶς δύο εὐθεῖαι αἱ ΕΖ, ΗΘ, διὰ δὲ τοῦ κέντρου ἄκται παράλληλος αὐταῖς ἁ ΑΓ, δῆλον, ὡς αἱ ἀπὸ τῶν Α, Γ ἀγομέναι σαμείων παρὰ τὰν ΒΔ ἐπιψαύοντι τᾶς τομᾶς καὶ ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ σφαιροειδέος. — εἰ δέ κα τὸ παράλληλον ἐπίπεδον τοῖς ἐπιψαυόντεσσιν ἐπιπέδοις μὴ διὰ τοῦ κέντρου ἀγμένον ᾖ, ὡς τὸ ΚΛ, δῆλον, ὡς τᾶν ἀπὸ τᾶς τομᾶς

---

2. *γενομένου*] delet Nizzius. 4. *δή*] Nizzius; *δε* F, uulgo. 7. *ἐπιψαυόντων?* 8. *δέ*] Nizzius; *δη* F, uulgo. 9. *πεσεί-*

supposita sint ea, quae diximus, et sumatur punctum aliquod in sectione orta, et per punctum ita sumptum et lineam puncta contactus iungentem planum ducatur. hoc igitur et spharoides et plana parallela secabit. itaque sphaeroidis sectio sit *ΑΒΓΔ* coni [acutianguli][1]) sectio [prop. 11, c], sectiones uero planorum contingentium lineae *ΕΖ*, *ΗΘ*, et punctum sumptum *Α*, et linea puncta contactus iungens sit *ΒΔ*; cadet autem per centrum [prop. 16, c]. plani autem planis contingentibus paralleli sectio sit *ΓΑ* linea; ea autem per centrum ducta erit, quoniam etiam planum [per centrum ductum est]. quare quoniam *ΑΒΓΔ* aut circulus[2]) aut sectio coni acutianguli est [prop. 11, c], et eam contingunt duae lineae *ΕΖ*, *ΗΘ*, et per centrum iis parallela ducta est linea *ΑΓ*, adparet, lineas a punctis *Α*, *Γ* ductas lineae *ΒΔ* parallelas sectionem contingere[3]) et extra sphaeroides casuras esse.

sin planum contingentibus planis parallelum non per centrum ductum est, uelut *ΚΛ*, adparet, linearum

1) Putauerim, *ὀξυγωνίου* lin. 6 delendum esse, cum sequatur lin. 13: *ἤτοι κύκλος ἢ ὀξυγωνίου κώνου τομά*.

2) Hoc fit, ubi plana parallela in terminis diametri sphaeroidis contingunt, et punctum ita sumitur, ut linea ab eo ad id planum perpendicularis, quod per puncta contactus positum est, in ipsam lineam puncta contactus iungentem cadat.

3) Apollon. I, 17; Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 49 nr. 9.

ται] *πορεύσεται* Nizzius. *δέ*] scripsi; *δη* F, uulgo. 10. *επιψανοντεσσι* F. 11. *δέ*] *δὴ* Nizzius. 14. *επιφανωντι* F; corr. Torellius. *αὐτᾶς*] Torellius cum V; *αυται* F, uulgo. *δύο*] scripsi; *αι δυο* F, uulgo. 17. *ἐπιψανόντι*] scripsi; *επιψανωντι* F, uulgo; fort. *ἐπιψανσοῦντι*. *καί*] om. F; corr. Torellius. 18. *κα*] scripsi; *και* F, uulgo. 19. *επιψανοντεσσι σαμειοις μη* F; corr. Torellius.

ἀγομέναν εὐθειᾶν αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ γενομέναι τῷ ἐλάσσονι τμάματι ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ σφαιροειδέος, αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα ἐντός.

ιη'.

Πᾶν σχῆμα σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθὲν διὰ τοῦ κέντρου δίχα τεμνέται ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου καὶ αὐτὸ καὶ ἁ ἐπιφάνεια αὐτοῦ.

τετμάσθω γὰρ τὸ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρου· ἤτοι δὴ καὶ διὰ τοῦ ἄξονος ἐσσείται τετμαμένον ἢ ποτ' ὀρθὰς ἢ μὴ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι. εἰ μὲν οὖν διὰ τοῦ ἄξονος τεμνέται ἢ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι, δῆλον, ὡς δίχα τεμνέται τε αὐτὸ καὶ ἁ ἐπιφάνεια αὐτοῦ. φανερὸν γάρ, ὅτι ἐφαρμόζει τὸ ἕτερον μέρος αὐτοῦ ἐπὶ τὸ ἕτερον, καὶ ἁ ἐπιφάνεια τοῦ ἑτέρου μέρους ἐπὶ τὰν τοῦ ἑτέρου. — ἀλλ' ἔστω μὴ διὰ τοῦ ἄξονος τετμαμένον μηδὲ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι. τμαθέντος δὴ τοῦ σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον διὰ τοῦ ἄξονος αὐτοῦ μὲν τοῦ σχήματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓΔ ὀξυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἔστω καὶ ἄξων τοῦ σφαιροειδέος ἁ ΒΔ, καὶ κέντρον τὸ Θ, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ τετμα-

1. *ἀγομέναν*] scripsi; *ταν γενομεναν* F, uulgo; *τᾶς γενομένας* Nizzius. *τῷ*] scripsi; *τω τε* F, uulgo. 2. *τμάματι*] sic F. 4. *κ'* Torellius. 10. *ἢ μὴ ποτ' ὀρθάς*] om. F; corr. Torellius; „aut erecto aut non erecto" Cr. 12. *τε*] scripsi; *το* F, uulgo; de uerborum ordine cfr. Xenoph. Hellen. III, 4, 3, al. 15. *τοῦ ἑτέρου*] scripsi; *τοῦ* om. F, uulgo. 16. *μηδέ*] scripsi; *μη* F; *μήτε* uulgo.*

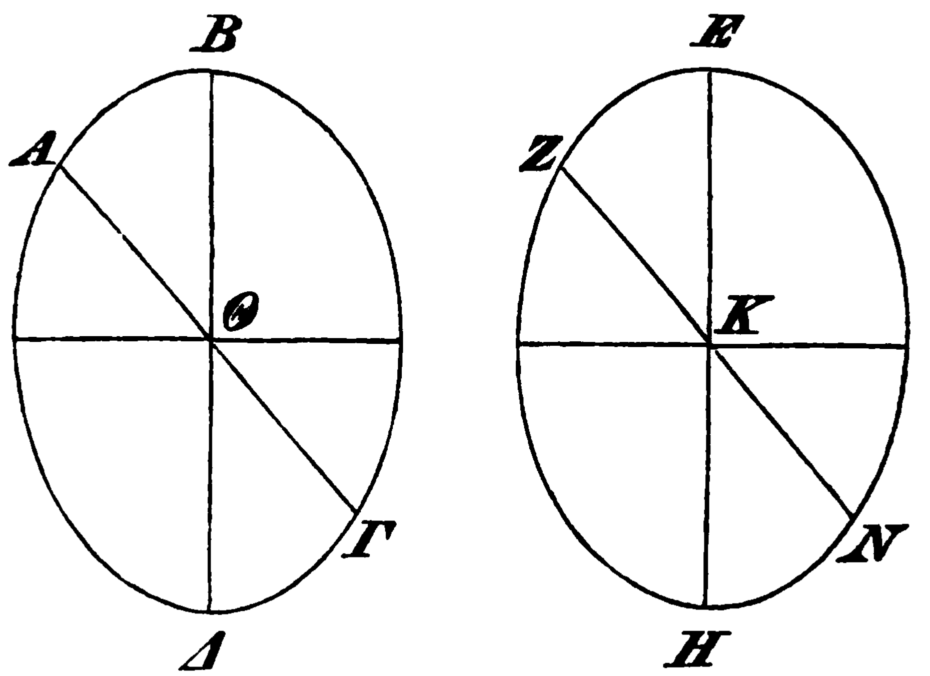
a sectione ductarum eas, quae in eadem parte sint, in qua sit minus segmentum, extra sphaeroides casuras esse, quae in altera parte sint, intra.

XVIII.

Quaeuis figura sphaeroides plano per centrum secta in duas partes aequales plano secatur et ipsa et superficies eius.

secetur enim sphaeroides plano per centrum ducto. erit igitur aut per axem quoque sectum aut plano ad axem perpendiculari aut non perpendiculari. iam si per axem uel plano ad axem perpendiculari secatur, adparet, et ipsum et superficiem eius in duas partes aequales secari. nam manifestum est, alteram partem eius alteri congruere, et superficiem alterius partis superficiei alterius.

sit autem ne per axem neu plano ad axem perpendiculari sectum. itaque secto sphaeroide per axem plano ad secans planum perpendiculari ipsius figurae sectio sit $AB\Gamma\Delta$ coni acutianguli sectio, diametrus



autem eius et axis sphaeroidis sit $B\Delta$, et centrum sit Θ, *plani autem* per centrum sphaeroides secantis sectio κότος διὰ τοῦ κέντρου τὸ σφαιροειδὲς ἔστω τομὰ ἁ ΑΓ εὐθεῖα. λελάφθω δή τι καὶ ἄλλο σφαιροειδὲς ἴσον καὶ ὁμοῖον τούτῳ, καὶ τμαθέντος αὐτοῦ διὰ τοῦ ἄξονος ἐπιπέδῳ τομὰ ἔστω ἁ ΕΖΗΝ ὀξυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς καὶ ἄξων τοῦ σφαιροειδέος ἁ ΕΗ, καὶ κέντρον τὸ Κ. καὶ διὰ τοῦ Κ ἄχθω ἁ ΖΝ γωνίαν ποιοῦσα τὰν Κ ἴσαν τᾷ Θ, ἀπὸ δὲ τᾶς ΖΝ ἐπίπεδον ἔστω ἀνεστακὸς ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ ΕΖΗΝ τομά. ἐντὶ δὴ δύο ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ αἱ ΑΒΓΔ, ΕΖΗΝ ἴσαι καὶ ὁμοίαι ἀλλάλαις. ἐφαρμόζοντι οὖν ἐπ᾽ ἀλλάλας, τεθείσας τᾶς ΕΗ ἐπὶ τὰν ΒΔ καὶ τᾶς ΖΝ ἐπὶ τὰν ΑΓ. ἐφαρμόζει δὲ καὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ κατα τὰν ΝΖ τῷ ἐπιπέδῳ τῷ κατὰ τὰν ΑΓ, ἐπεὶ ἀπὸ τᾶς αὐτᾶς γραμμᾶς ποτὶ τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον ἀμφότερα ὀρθά ἐντι. ἐφαρμόζει οὖν καὶ τὸ τμᾶμα τὸ ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου ἀποτεμνόμενον τοῦ κατὰ τὰν ΝΖ ἀπὸ τοῦ σφαιροειδέος τὸ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Ε τῷ ἑτέρῳ τμάματι τῷ ἀποτεμνομένῳ ἀπὸ τοῦ ἑτέρου σφαιροειδέος ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὰν ΑΓ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Β, καὶ τὸ λοιπὸν τμᾶμα ἐπὶ τὸ λοιπόν, καὶ αἱ ἐπιφανείαι τῶν τμαμάτων ἐπὶ τὰς ἐπιφανείας. πάλιν δὲ καὶ τεθείσας τᾶς ΕΗ ἐπὶ τὰν ΒΔ οὕτως, ὥστε τὸ μὲν Ε κατὰ τὸ Δ κεῖσθαι, τὸ δὲ Η κατὰ τὸ Β, τὰν δὲ μεταξυ τῶν Ν, Ζ σαμείων γραμμὰν ἐπὶ τὰν μεταξὺ τῶν Α, Γ σαμείων, δῆλον, ὡς αἵ τε τῶν ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ ἐφαρμοξοῦντι ἐπ᾽ ἀλλάλας, καὶ τὸ μὲν Ζ ἐπὶ τὸ Γ πεσεῖται, τὸ δὲ Ν ἐπὶ τὸ Α. ὁμοίως καὶ τὸ ἐπίπεδον

---

1. τὸ σφαιροειδές] scripsi; του σφαιροειδες FC*; τοῦ σφαιροειδέος uulgo. 7. ΖΝ] ΖΗ F. 9. δὴ δύο] scripsi; δια των F, uulgo; δὴ τῶν Torellius. 11. ἀλλάλαις] Torellius;

sit linea *ΑΓ*. sumatur igitur etiam aliud sphaeroides huic aequale et simile, et secto eo plano per axem posito sectio sit *ΕΖΗΝ* coni acutianguli sectio, diametrus autem eius et axis sphaeroidis *ΕΗ* [prop. 11, c] et centrum *Κ*. et per *Κ* ducatur *ΖΝ* angulum *Κ* aequalem faciens angulo *Θ*, et in *ΖΝ* planum erigatur ad id planum perpendiculare, in quo est sectio *ΕΖΗΝ*. itaque duae sectiones conorum acutiangulorum sunt inter se aequales et similes *ΑΒΓΔ*, *ΕΖΗΝ*. quare inter se congruunt, linea *ΕΗ* in *ΒΔ* linea posita et linea *ΖΝ* in *ΑΓ*. et etiam planum in *ΝΖ* linea positum plano in linea *ΑΓ* posito congruit, quoniam utrumque ab eadem linea ad idem planum perpendiculare est [p. 367 not. 2]. quare etiam segmentum plano in linea *ΝΖ* posito a sphaeroide abscisum in eadem parte positum, in quo est *Ε* punctum, alteri segmento congruit ab altero sphaeroide plano in linea *ΑΓ* posito absciso in eadem parte, in qua est *Β* punctum, et reliquum segmentum reliquo, et superficies segmentorum inter se. rursus autem etiam linea *ΕΗ* in linea *ΒΔ* ita posita, ut *Ε* punctum in *Δ* ponatur, *Η* autem in *Β*, linea autem *Ν*, *Ζ* puncta iungens in linea puncta *Α*, *Γ* iungenti, adparet fore, ut et sectiones conorum acutiangulorum inter se congruant, et *Ζ* punctum in *Γ* cadat, et *Ν* punctum in *Α*. eodem

---

αλληλαις F, uulgo. *εφαρμοζωντι* F; corr. Torellius. *αλλας* F; corr. Torellius. 12. *τᾶς ΖΝ*] *α ΖΝ* F; corr. Torellius. 13. *τω κατα* F. 15. *ποτί*] *ὀρθὰ ποτί* Nizzius. *ὀρθά*] scripsi; om. F, uulgo. 18. *τὸ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Ε*] scripsi; *το επι τας* F, uulgo; *τὰ αὐτὰ τῷ Ε, τὸ ἐπὶ τᾶς* Torellius; *τὰ αὐτὰ τῷ Ε* Nizzius. *αποτεμνωμενω* F. 21. *αἱ ἐπιφανείαι*] Torellius; *ἁ επιφανεια* F, uulgo. 27. *ἐφαρμοζοῦντι*] scripsi; *εφαρμοζουντι* F, uulgo.

κότος διὰ τοῦ κέντρου τὸ σφαιροειδὲς ἔστω τομὰ ἁ ΑΓ εὐθεῖα. λελάφθω δή τι καὶ ἄλλο σφαιροειδὲς ἴσον καὶ ὁμοῖον τούτῳ, καὶ τμαθέντος αὐτοῦ διὰ τοῦ ἄξονος ἐπιπέδῳ τομὰ ἔστω ἁ ΕΖΗΝ ὀξυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς καὶ ἄξων τοῦ σφαιροειδέος ἁ ΕΗ, καὶ κέντρον τὸ Κ. καὶ διὰ τοῦ Κ ἄχθω ἁ ΖΝ γωνίαν ποιοῦσα τὰν Κ ἴσαν τᾷ Θ, ἀπὸ δὲ τᾶς ΖΝ ἐπίπεδον ἔστω ἀνεστακὸς ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ ΕΖΗΝ τομά. ἐντὶ δὴ δύο ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ αἱ ΑΒΓΔ, ΕΖΗΝ ἴσαι καὶ ὁμοίαι ἀλλάλαις. ἐφαρμόζοντι οὖν ἐπ' ἀλλάλας, τεθείσας τᾶς ΕΗ ἐπὶ τὰν ΒΔ καὶ τᾶς ΖΝ ἐπὶ τὰν ΑΓ. ἐφαρμόζει δὲ καὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ κατα τὰν ΝΖ τῷ ἐπιπέδῳ τῷ κατὰ τὰν ΑΓ, ἐπεὶ ἀπὸ τᾶς αὐτᾶς γραμμᾶς ποτὶ τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον ἀμφότερα ὀρθά ἐντι. ἐφαρμόζει οὖν καὶ τὸ τμᾶμα τὸ ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου ἀποτεμνόμενον τοῦ κατὰ τὰν ΝΖ ἀπὸ τοῦ σφαιροειδέος τὸ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Ε τῷ ἑτέρῳ τμάματι τῷ ἀποτεμνομένῳ ἀπὸ τοῦ ἑτέρου σφαιροειδέος ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὰν ΑΓ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Β, καὶ τὸ λοιπὸν τμᾶμα ἐπὶ τὸ λοιπόν, καὶ αἱ ἐπιφανείαι τῶν τμαμάτων ἐπὶ τὰς ἐπιφανείας. πάλιν δὲ καὶ τεθείσας τᾶς ΕΗ ἐπὶ τὰν ΒΔ οὕτως, ὥστε τὸ μὲν Ε κατὰ τὸ Δ κείσθαι, τὸ δὲ Η κατὰ τὸ Β, τὰν δὲ μεταξυ τῶν Ν, Ζ σαμείων γραμμὰν ἐπὶ τὰν μεταξὺ τῶν Α, Γ σαμείων, δῆλον, ὡς αἵ τε τῶν ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ ἐφαρμοξοῦντι ἐπ' ἀλλάλας, καὶ τὸ μὲν Ζ ἐπὶ τὸ Γ πεσεῖται, τὸ δὲ Ν ἐπὶ τὸ Α. ὁμοίως καὶ τὸ ἐπίπεδον

---

1. τὸ σφαιροειδές] scripsi; του σφαιροειδες FC*; τοῦ σφαιροειδέος uulgo. 7. ΖΝ] ΖΗ F. 9. δὴ δύο] scripsi; δια των F, uulgo; δὴ τῶν Torellius. 11. ἀλλάλαις] Torellius;

sit linea *ΑΓ*. sumatur igitur etiam aliud sphaeroides huic aequale et simile, et secto eo plano per axem posito sectio sit *ΕΖΗΝ* coni acutianguli sectio, diametrus autem eius et axis sphaeroidis *ΕΗ* [prop. 11, c] et centrum *Κ*. et per *Κ* ducatur *ΖΝ* angulum *Κ* aequalem faciens angulo *Θ*, et in *ΖΝ* planum erigatur ad id planum perpendiculare, in quo est sectio *ΕΖΗΝ*. itaque duae sectiones conorum acutiangulorum sunt inter se aequales et similes *ΑΒΓΔ*, *ΕΖΗΝ*. quare inter se congruunt, linea *ΕΗ* in *ΒΔ* linea posita et linea *ΖΝ* in *ΑΓ*. et etiam planum in *ΝΖ* linea positum plano in linea *ΑΓ* posito congruit, quoniam utrumque ab eadem linea ad idem planum perpendiculare est [p. 367 not. 2]. quare etiam segmentum plano in linea *ΝΖ* posito a sphaeroide abscisum in eadem parte positum, in quo est *Ε* punctum, alteri segmento congruit ab altero sphaeroide plano in linea *ΑΓ* posito absciso in eadem parte, in qua est *Β* punctum, et reliquum segmentum reliquo, et superficies segmentorum inter se. rursus autem etiam linea *ΕΗ* in linea *ΒΔ* ita posita, ut *Ε* punctum in *Δ* ponatur, *Η* autem in *Β*, linea autem *Ν*, *Ζ* puncta iungens in linea puncta *Α*, *Γ* iungenti, adparet fore, ut et sectiones conorum acutiangulorum inter se congruant, et *Ζ* punctum in *Γ* cadat, et *Ν* punctum in *Α*. eodem

---

αλληλαις F, uulgo. *εφαρμοζωντι* F; corr. Torellius. *αλλας* F; corr. Torellius. 12. *τᾶς ΖΝ*] *α ΖΝ* F; corr. Torellius. 13. *τω κατα* F. 15. *ποτί*] *ὀρθὰ ποτί* Nizzius. *ὀρθά*] scripsi; om. F, uulgo. 18. *τὸ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Ε*] scripsi; *το επι τας* F, uulgo; *τὰ αὐτὰ τῷ Ε, τὸ ἐπὶ τᾶς* Torellius; *τὰ αὐτὰ τῷ Ε* Nizzius. *αποτεμνωμενω* F. 21. *αἱ ἐπιφάνειαι*] Torellius; *ἁ επιφανεια* F, uulgo. 27. *ἐφαρμοζοῦντι*] scripsi; *εφαρμοζουντι* F, uulgo.

τὸ κατὰ τὰν ΝΖ ἐφαρμόζει τῷ ἐπιπέδῳ τῷ κατὰ ταν ΑΓ, καὶ τῶν τμαμάτων τῶν ἀποτεμνομένων ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὰν ΝΖ τὸ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Η ἐφαρμόζει τῷ τμάματι τῷ ἀποτεμνομένῳ ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὰν ΑΓ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Β, τὸ δὲ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Ε τῷ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Δ. ἐπεὶ δὲ τὸ αὐτὸ τμᾶμα ἐφ' ἑκάτερον τῶν τμαμάτων ἐφαρμόζει, δῆλον, ὅτι ἴσα ἐντὶ τὰ τμάματα· διὰ ταὐτὰ δὲ καὶ αἱ ἐπιφανείαι.

ιθ'.

Τμάματος δοθέντος ὁποτερουοῦν τῶν κωνοειδέων ἀποτετμαμένου ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα ἢ τῶν σφαιροειδέων ὁποτερουοῦν· μὴ μείζονος ἡμίσους τοῦ σφαιροειδέος ὁμοίως ἀποτεμνομένου δυνατόν ἐστι σχῆμα στερεὸν ἐγγράψαι καὶ ἄλλο περιγράψαι ἐκ κυλίνδρων ἴσον ὕψος ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφόμενον σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ἐλάσσονι ὑπερέχειν παντὸς τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος.

δεδόσθω τμᾶμα, οἷόν ἐστι τὸ ΑΒΓ. τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος τοῦ μὲν τμάματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓκώνου τομά, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτετμακότος τὸ τμᾶμα ἁ ΑΓ εὐθεῖα. ἄξων δὲ ἔστω τοῦ τμάματος καὶ διάμετρος τᾶς τομᾶς ἁ ΒΔ. ἐπεὶ οὖν ὑποκείται τὸ ἀποτέμνον ἐπίπεδον ὀρθὸν εἶμεν ποτὶ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ κύκλος ἐστί, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἁ ΓΑ. ἀπὸ δὲ τοῦ κύκλου τούτου κύλινδρος ἔστω ἄξονα ἔχων τὸν

---

1. *το κατα* F. 6. *το* Ε F. *το* Δ F. 7. *ἐφ' ἑκάτερον*] scripsi; *εκατερον* F, uulgo; *ἑκατέρῳ* Torellius. 8. *τὰ αὐτά* B. *αἱ*] *ἁ* F. 10. *κα'* Torellius. 13. *ἡμίσεος*? 14. *ἐστι*] scripsi; *εσται* F, uulgo. *σχῆμα*] Barrowius; *τμαμα* F, uulgo. 16. *ἐχόντων συγκείμενον*] *εχοντων των* (comp.) *συγκειμενον* F;

modo etiam planum in linea NZ positum plano in $A\Gamma$ posito congruit, et ex segmentis plano in NZ posito abscisis id, quod in eadem parte est, in qua punctum H, congruit segmento plano in $A\Gamma$ posito absciso in eadem parte, in qua B, praeterea quod in eadem parte est, in qua est punctum E, ei, quod in eadem parte est, in qua Δ. et quoniam idem segmentum utrique segmento congruit, adparet, segmenta aequalia esse, et eadem de causa etiam superficies.

XIX.

Dato segmento utriusuis conoideôn absciso plano ad axem perpendiculari, uel segmento utriusuis sphaeroideôn non maiore, quam dimidia pars sphaeroidis est, eodem modo absciso fieri potest, ut figura solida inscribatur, et alia circumscribatur ex cylindris altitudinem aequalem habentibus composita, ita ut figura circumscripta inscriptam excedat spatio minore, quam quaeuis data magnitudo solida est.

datum sit segmentum, quale est $AB\Gamma$. et secto eo plano per axem posito segmenti sectio sit $AB\Gamma$ coni sectio [prop. 11], plani uero segmentum abscindentis linea $A\Gamma$. axis autem segmenti et diametrus sectionis sit $B\Delta$. iam quoniam suppositum est, planum abscindens ad axem perpendiculare esse, sectio circulus est, et diametrus eius ΓA [prop. 11]. in hoc autem circulo cylindrus construatur axem habens $B\Delta$.

---

corr. Barrowius. 20. *τοῦ μέν*] scripsi; om. F, uulgo. *τομά*] *τομας* F; corr. ed, Basil.* 21. *αποτετμηκωτος* F, *ἀποτετμηκότος* ceteri codd., *ἀποτέμνοντος* ed. Basil., Torellius. 24. *ποτί*] scripsi; *επι* F, uulgo; u. not. crit. p. 362, 2. 26. *τόν*] *τάν* Nizzius.

Β Δ. πεσεῖται δὲ ἁ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἐκτὸς τοῦ τμάματος, ἐπεί ἐστιν ἤτοι κωνοειδὲς ἢ σφαιροειδὲς μὴ μεῖζον τοῦ ἡμίσεος τοῦ σφαιροειδέος. τοῦ δὴ κυλίνδρου τούτου ἀεὶ δίχα τεμνομένου ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἐσσεῖται ποτὲ τὸ καταλειπόμενον ἔλασσον τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος. ἔστω δὴ τὸ καταλελειμμένον ἀπ' αὐτοῦ κύλινδρος ὁ ἔχων βάσιν τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν *Α Γ*, ἄξονα δὲ τὸν *Ε Δ* ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος. διαιρήσθω δὴ ἁ *Β Δ* ἐς τὰς ἴσας τᾷ *Ε Δ* κατὰ τὰ *Ρ*, *Ο*, *Π*, *Ξ*, καὶ ἀπὸ τᾶν διαιρεσίων ἄχθων εὐθεῖαι παρὰ τὰν *Α Γ* ἔστε ποτὶ τὰν τοῦ κώνου τομάν, ἀπὸ δὲ τᾶν ἀχθεισᾶν ἐπίπεδα ἀνεστακέτω ὀρθὰ ποτὶ τὰν *Β Δ*. ἐσσοῦνται δὴ αἱ τομαὶ κύκλοι τὰ κέντρα ἐχόντες ἐπὶ τᾶς *Β Δ*. ἀφ' ἑκάστου δὴ τῶν κύκλων δύο κυλίνδροι ἀναγεγράφθων, ἑκάτερος ἔχων ἄξονα ἴσον τῷ *Ε Δ*, ὁ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τοῦ κύκλου, ἐφ' ἅ ἐστι τὸ *Δ*, ὁ δὲ ἐπὶ τὰ αὐτά, ἐφ' ἅ ἐστι τὸ *Β*. ἐσσεῖται δή τι ἐν τῷ τμάματι σχῆμα στερεὸν ἐγγεγραμμένον ἐκ τῶν κυλίνδρων συγκείμενον τῶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀναγραφέντων, ἐφ' ἅ ἐστι τὸ *Δ*, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον ἐκ τῶν κυλίνδρων συγκείμενον τῶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀναγραφέντων, ἐφ' ἃ τὸ *Β* ἐστιν. λοιπὸν δέ ἐστι δεῖξαι, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον τοῦ ἐγγεγραμμένου ὑπερέχει ἐλάσσονι

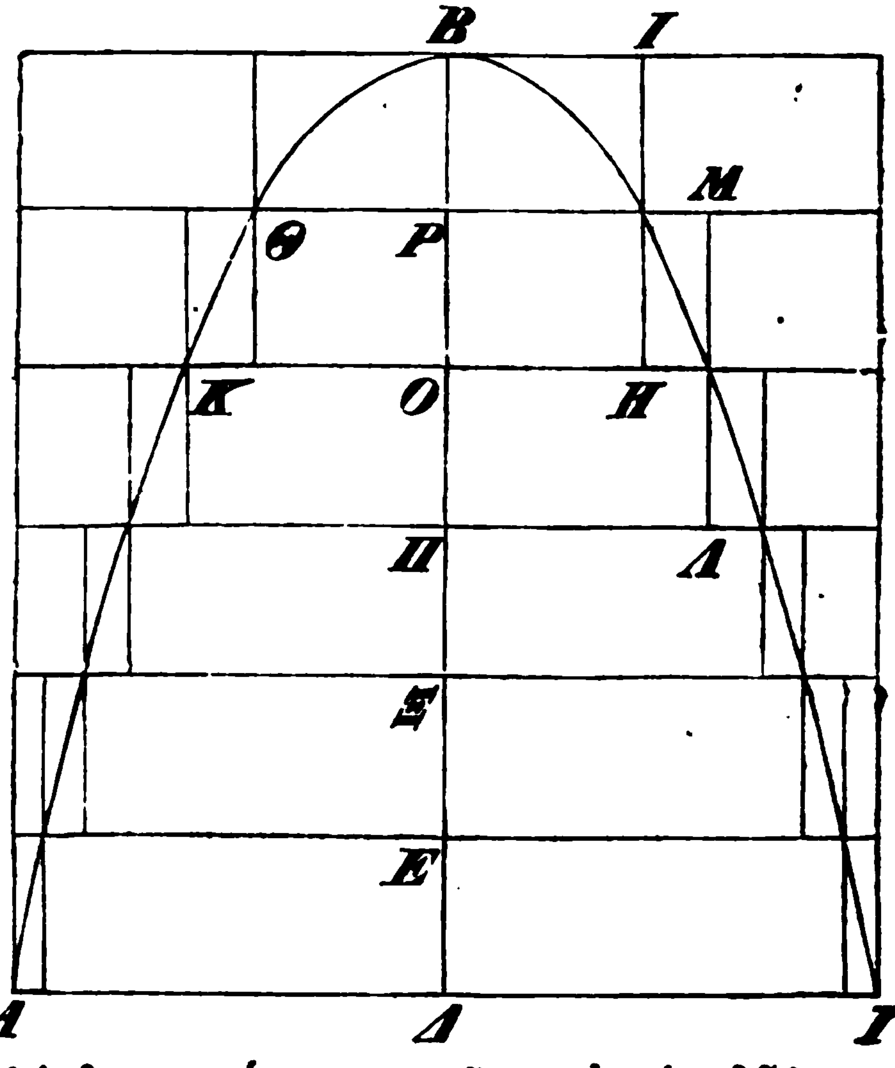
2. ἐστιν] εστιν (comp.) δε F; corr. Torellius. 3. ημισεως F; corr. Torellius. 6. δή] scripsi; δε F, uulgo. καταλελιμμενον F. 7. ὁ] om. AB, ed. Basil., Torellius. 9. ελασσον F; corr. Torellius. διαιρεισθω F. 10. τᾷ] τας F; corr. Torellius. 11. διαιρεσεων F, uulgo. 12. ἔστε] ἔσται (per comp.) F, uulgo; corr. Torellius. 14. εσουνται F. 16. αναγεγραφθω puncto addito F; corr. Torellius. 17. κύκλου] scripsi, collata p. 384, 17; κυλινδρου F, uulgo. 19. στερεόν] στερεον εκ των (comp.) F. 21. ἐκ] συγκειμενον εκτε F, uulgo;

superficies autem eius extra segmentum cadet, quoniam est aut conoides aut sphaeroides [segmentum][1]) non maius dimidia parte [totius] sphaeroidis [prop. 15, a—b; prop. 17]. hoc igitur cylindro semper deinceps in duas partes aequales diuiso planis ad axem perpendicularibus, aliquando quod relinquitur, minus erit data magnitudine solida. itaque quod ex eo relinquitur, sit cylindrus basim habens circulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum, axem autem $E\Delta$, [qui] minor [sit][2]) data magnitudine solida. diuidatur igitur linea $B\Delta$ in lineas lineae $E\Delta$ aequales in punctis P, O, Π, Ξ[3]), et a punctis diuisionis lineae ducantur lineae $A\Gamma$ parallelae usque ad sectionem coni, et in ductis lineis plana erigantur ad lineam $B\Delta$ perpendicularia. sectiones igitur circuli erunt centra habentes in linea $B\Delta$. in singulis igitur circulis bini cylindri construantur uterque axem lineae $E\Delta$ aequalem habentes, alter in eadem parte circuli, in qua est Δ punctum, alter in eadem, in qua B. ergo in segmento figura quaedam solida inscripta erit ex cylindris composita in eandem partem constructis, in qua est punctum Δ, et alia circumscripta ex cylindris composita in

1) Ad *κωνοειδές* et *σφαιροειδές* lin. 2 auditur: *τμᾶμα*.
2) Fortasse retineri potest *ἔλασσον* lin. 9 ad *τὸ καταλελειμμένον* lin. 7 relatum.
3) Figura ita comparata esse debebat, ut numerus partium lineae $B\Delta$ per quattuor diuidi posset, quia cylindrus „semper deinceps in duas partes aequales diuisa“ esse fingitur (lin. 3 sq.).

συγκείμενον om. B, *τε* deleui. 22. *συγκείμενον*] recepi ex F; om. C, ed. Basil., Torellius. 23. Post *ἐφ' ᾶ* in F repetuntur haec: *το Δ και* (per compendium simillimum compendio *ἴσον*) *αλλο περιγεγραμμενον συγκειμενον εκ τε των κυλινδρων των επι τα αυτα αναγραφεντων εφ' α*; corr. C. *ἐστιν*] comp. F. *ἐστι*] comp. F; om. AB, ed. Basil., Torellius.

τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος. ἕκαστος δὴ τῶν κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι ἴσος ἐστὶ τῷ κυλίνδρῳ τῷ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ κύκλου ἀναγραφομένῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Β, ὡς ὁ μὲν ΘΗ τῷ ΘΙ, ὁ δὲ ΚΛ τῷ ΚΜ, καὶ οἱ ἄλλοι ὡσαύτως. καὶ πάντες



δὴ οἱ κύλινδροι πάντεσσιν ἴσοι ἐντί. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου ὑπερέχει τῷ κυλίνδρῳ τῷ βάσιν ἔχοντι τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΕΔ. οὗτος δέ ἐστιν ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος.

κʹ.

Τμάματος δοθέντος ὁποτερουοῦν τῶν κωνοειδέων ἀποτετμαμένου ἐπιπέδῳ μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα ἢ τῶν σφαιροειδέων ὁποτεροῦυον μὴ μείζονος ἡμίσεος

4. *τῷ*] (prius) το F; corr. Torellius. 6. *δὴ*] scripsi; δε F.

eandem partem constructis, in qua est B. restat autem, ut demonstremus, figuram circumscriptam excedere inscriptam spatio minore, quam data magnitudo solida est. unusquisque igitur cylindrorum figurae inscriptae aequalis est cylindro in eodem circulo constructo in eandem partem, in qua est punctum B, uelut $\Theta H = \Theta I$, $K\Lambda = KM$, et ceteri eodem modo. quare etiam omnes cylindri omnibus aequales sunt. adparet igitur, figuram circumscriptam excedere inscriptam cylindro basim habenti circulum circum diametrum $\Lambda\Gamma$ descriptum, axem autem $E\Delta$. hic autem minor est data magnitudine solida.[1])

XX.

Dato segmento utriusuis conoideôn absciso plano non ad axem perpendiculari, uel segmento utriusuis sphaeroideôn non maiore, quam est dimidia pars sphaeroidis, eodem modo absciso fieri potest, ut in

1) Ex hypothesi p. 376, 9. hoc autem fieri potest per Eucl. X, 1; cfr. Quaest. Arch. p. 45.

uulgo. πασιν F, uulgo. ἐντί] scripsi; εισιν F, uulgo. 11. κβ' Torellius. 14. ἡμίσεος] scripsi; ημικυκλιον F, ceteri codd; ἡμίσους ed. Basil., Torellius; „dimidia" Cr.

τοῦ σφαιροειδέος ὁμοίως ἀποτετμαμένου δυνατόν ἐστιν εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεὸν ἐγγράψαι καὶ ἄλλο περιγράψαι ἐκ κυλίνδρων τόμων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφομένου ὑπερέχειν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος.

δεδόσθω τμᾶμα, οἷον εἴρηται. τμαθέντος δὲ τοῦ σχήματος ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμακὸς τὸ δοθὲν τμᾶμα τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓ κώνου τομά, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτετμακότος τὸ τμᾶμα ἁ ΓΑ εὐθεῖα. ἐπεὶ οὖν ὑποκεῖται τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμακὸς τὸ τμᾶμα μὴ εἶμεν ὀρθὸν ποτὶ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ ΑΓ. ἔστω δὴ παράλληλος τᾷ ΑΓ ἁ ΦΥ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς, ἐπιψαυέτω δὲ κατὰ τὸ Β, καὶ ἀπὸ τᾶς ΦΥ ἀνεστακέτω ἐπίπεδον παράλληλον τῷ κατὰ τὰν ΑΓ· ἐπιψαύσει δὲ τοῦτο τοῦ σχήματος κατὰ τὸ Β. καὶ εἰ μέν ἐστι τὸ τμᾶμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος, ἀπὸ τοῦ Β ἄχθω παρὰ τὸν ἄξονα ἁ ΒΔ, εἰ δὲ ἀμβλυγωνίου, ἀπὸ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς εὐθεῖα ἀχθεῖσα ἐπὶ τὸ Β ἐκβεβλήσθω ἁ ΒΔ, εἰ δὲ σφαιροειδέος, ἐπὶ τὸ Β ἀχθεῖσα εὐθεῖα ἀπολελάφθω ἁ ΒΔ. δῆλον δή, ὅτι τέμνει ἁ ΒΔ δίχα, τὰν ΑΓ. ἐσσεῖται οὖν τὸ μὲν Β κορυφὰ

---

2. *εἰς τὸ τμᾶμα*] cum F; *εἰς αὐτὸ* Torellius. *σχῆμα*] om. F; corr. Torellius. *καὶ ἄλλο περιγράψαι*] om. F; corr. Rivaltus. *ἐγγράψαι*] *εγγεγραψαι* F. 3. *συγκείμενον*] *των συγκειμενων* F; corr. Torellius. 4. *ἐγγραφέντος* B. 7. *τμᾶμα*] sic F, ut lin. 9, 11, 13, 19. 10. *ΑΒΓΔ* F; corr. Nizzius. 14. *ΑΓ*] *ΔΓ* F; corr. Torellius. 15. *ἔστω δὴ παράλληλος τᾷ ΑΓ*] om. F, uulgo; suppleuit Torellius, qui tamen *δή* omisit et pro *ΑΓ* habet *ΓΑ*; „sit uy contingens" Cr. 19. *κονοειδεος* F.

segmento figura solida inscribatur et alia circumscribatur ex cylindrorum frustis altitudinem aequalem habentibus composita, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quaeuis data magnitudo solida est. — datum sit segmentum, quale dictum est. figura igitur alio plano per axem secta ad planum datum segmentum abscindens perpendiculari figurae sectio sit *ΑΒΓ* coni sectio, plani autem segmentum abscindentis linea *ΓΑ*. iam quoniam suppositum est, planum segmentum abscindens ad axem perpendiculare non esse, sectio erit coni acutianguli sectio, et diametrus eius linea *ΑΓ*.[1]) sit igitur linea *ΦΥ* lineae *ΑΓ* parallela coni sectionem contingens, et contingat in puncto *Β*, et in linea *ΦΥ* erigatur planum plano in *ΑΓ* posito parallelum. hoc igitur figuram in *Β* puncto continget [prop. 16, b]. iam si est segmentum conoidis rectanguli, a *Β* puncto ducatur *ΒΔ* axi parallela, sin [segmentum conoidis] obtusianguli, linea a uertice coni conoides comprehendentis ad *Β* punctum ducta producatur [et sit] *ΒΔ*, sin [segmentum] sphaeroidis, linea [a centro sphaeroidis] ad *Β* ducta abscindatur [et sit] *ΒΔ*.[2]) adparet igitur, lineam *ΒΔ* in duas partes aequales diuidere lineam *ΑΓ*.[3])

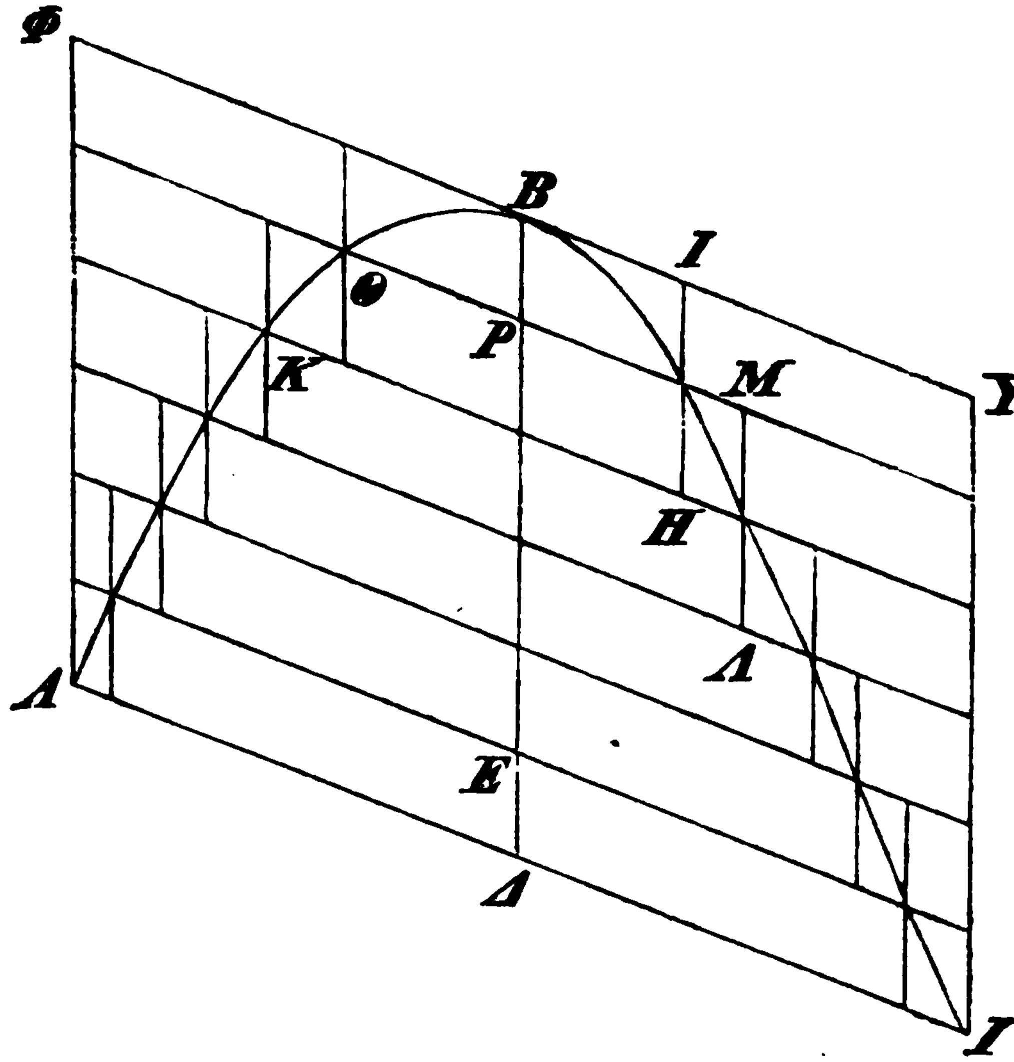
1) U. propp. 12, 13, 14.

2) Exspectatur *ἀχθείσας εὐθείας ἀπολελάφθω* lin. 23—24. puto tamen, constructionem duram nec satis logicam ferri posse.

3) In conoidis rectanguli segmento adparet ex quadr. parab. prop. 1, de ceteris cfr. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 56 nr. 26, p. 49 nr. 7.

23. *ἐπί*] *ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπί* Commandinus; scribendum puto: *ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ σφαιροειδέος ἐπί*. 24. δή] scripsi; δε F, uulgo. 25. *ἐσσεῖται*] scripsi; εσται F, codd. ceteri*; ἔστιν ed. *Basil.*, *Torellius*; „erit igitur“ Cr.

τοῦ τμάματος, ἁ δὲ ΒΔ εὐθεῖα ἄξων. ἔστιν δή τις ὀξυγωνίου κώνου τομὰ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, καὶ γραμμὰ ἁ ΒΔ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀνεστακοῦσα ἐν ὀρθῷ ἐπιπέδῳ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου



κώνου τομά, διὰ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ἐόντος τοῦ ἐπιπέδου. δυνατὸν οὖν ἐστιν κύλινδρον εὑρεῖν ἄξονα ἔχοντα τὰν ΒΔ, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ. πεσεῖται δὲ ἁ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἐκτὸς τοῦ τμάματος, ἐπεί ἐστιν ἤτοι κωνοειδέος ἢ σφαιροειδέος τμᾶμα, καὶ οὐ μεῖζόν ἐστιν τοῦ ἡμισέως τοῦ σφαιροειδέος. ἐσσεῖται δή τις κυλίνδρου τόμος βάσιν μὲν ἔχων τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰν τὰν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ,

7. επιφανειαι F. 9. τμάματος] sic F, ut lin. 10. 11. τοῦ] (prius) addidi; om. F, uulgo. ἡμίσεος Torellius. 12. δή]

itaque *B* punctum uertex segmenti erit, linea autem *BΔ* axis.[1]) quare data est coni acutianguli sectio circum diametrum *AΓ* descripta, et linea *BΔ* a centro erecta in plano ad id planum perpendiculari, in quo est sectio coni acutianguli, ita ut planum illud per alteram diametrum positum sit. fieri igitur potest, ut cylindrus inueniatur axem habens *BΔ* lineam, cuius in superficie sit sectio coni acutianguli circum diametrum *AΓ* descripta [prop. 9]. superficies autem eius extra segmentum cadet, quoniam est aut conoidis segmentum aut sphaeroidis non maius dimidia parte sphaeroidis.[2]) erit igitur frustum aliquod cylindri basim[3]) habens sectionem coni acutianguli circum diametrum *AΓ* descriptam, axem autem *BΔ*. frusto

---

1) *B* punctum uerticem esse adparet ex p. 276, 7; 278, 20; 282, 12. porro cum *BΔ* lineam *AΓ* in duas partes aequales diuidat, diametrus est segmenti et diametro sectionis (hoc est axi conoidis uel sphaeroidis; u. p. 274, 20; 278, 5; 282, 2) parallela (Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 44); tum u. loci supra de uertice laudati.

2) Sequitur in conoidibus ex prop. 15, a—b, quia *BΔ* axis est, et *ΦA*, *ΓT* lineae axi parallelae, in sphaeroidibus ex prop. 17, quia *BΔ* puncta contactus iungit (prop. 16, c).

3) Poterat fortasse retineri βασίας lin. 12.

---

scripsi; δε F, uulgo. βασιας F; corr. C. τάν] τας F; corr. Torellius. 13. τομας F; corr. Torellius.

ἄξονα δὲ τὰν ΒΔ. τοῦ οὖν τόμου δίχα τεμνομένου ἐπιπέδοις παραλλήλοις τῷ ἐπιπέδῳ τῷ κατὰ τὰν ΑΓ ἐσσεῖται τὸ καταλειπόμενον ἔλασσον τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος. ἔστω τόμος βάσιν μὲν ἔχων τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰν τὰν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΕΔ ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος. διῃρήσθω δὴ ἁ ΔΒ ἐς τὰς ἴσας τᾷ ΔΕ, καὶ ἀπὸ τᾶν διαιρεσίων ἄχθων εὐθεῖαι παρὰ τὰν ΑΓ ἔστε ποτὶ τὰν τοῦ κώνου τομάν, ἀπὸ δὲ τᾶν ἀχθεισᾶν ἐπίπεδα ἀνεστακέτων παράλληλα τῷ κατὰ τὰν ΑΓ ἐπιπέδῳ. τέμνοντι δὴ ταῦτα τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ τμάματος, καὶ ἐσσοῦνται ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ ὁμοίαι τᾷ περὶ τὰν ΑΓ διάμετρον, ἐπεὶ παράλληλά ἐντι τὰ ἐπίπεδα. ἀφ' ἑκάστας δὴ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἀναγεγράφθων κυλίνδρου τόμοι δύο, ὁ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τῷ Δ, ὁ δὲ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Β, ἄξονα ἐχόντες ἴσον τῷ ΔΕ. ἐσσοῦνται δή τινα σχήματα στερεά, τὸ μὲν ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμάματι, τὸ δὲ περιγεγραμμένον, ἐκ κυλίνδρου τόμων ἴσον ὕψος ἐχόντων συγκείμενα. λοιπὸν δέ ἐστι δεῖξαι, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος. δειχθησέται δὲ ὁμοίως τῷ προτέρῳ, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου ὑπερέχει τῷ τόμῳ

---

1. *οὖν*] scripsi; *μεν* F, uulgo; *δή* Nizzius. *δίχα*] *ἀεὶ δίχα* Nizzius. 7. *ΔΒ*] *ΑΒ* F; corr. Torellius. 8. *διαιρεσεων* F, uulgo. 9. *ευθεια* F; corr. B*. *ἔστε*] *εσται* F; corr. Torellius. 10. *ανεστακοτων* F; corr. Torellius. Figura in F paullo aliter descripta est. 12. *τμάματος*] sic F, ut lin. 19. *ἐσσοῦνται*] scripsi; *εσουνται* F, uulgo. 14. *ἀφ'*] scripsi; *εφ* F, uulgo; „in unaquaque" Cr. *εκαστης* F; corr. Torellius.

igitur [semper deinceps] in duas aequales partes diuiso[1]) planis parallelis plano in linea $A\Gamma$ posito, quod, reliquum est, [aliquando] minus erit data magnitudine solida [Eucl. X, 1]. frustum basim habens sectionem coni acutianguli circum diametrum $A\Gamma$ descriptam, axem autem $E\Delta$, minus sit data magnitudine solida. diuidatur igitur linea ΔB in partes lineae ΔE aequales, et a punctis diuisionum ducantur lineae usque ad coni sectionem lineae $A\Gamma$ parallelae, et in ductis lineis plana erigantur plano in $A\Gamma$ posito parallela. ergo haec [plana] superficiem segmenti secant, et orientur sectiones conorum acutiangulorum sectioni circum diametrum $A\Gamma$ descriptae similes, quia plana parallela sunt [prop. 14 p. 354, 25]. iam in singulis sectionibus conorum acutiangulorum bina frusta cylindri construantur, alterum in eadem parte sectionis coni acutianguli, in qua est Δ, alterum in eadem parte, in qua est B, axem habentia lineae ΔE aequalem. orientur igitur figurae quaedam solidae, altera segmento inscripta, altera circumscripta, ex cylindri frustis altitudinem aequalem habentibus compositae. restat autem, ut demonstremus, figuram circumscriptam excedere inscriptam spatio minore, quam est data magnitudo solida. eodem autem modo, quo supra [prop. 19 p. 378], demonstrabitur, figuram circumscriptam excedere inscriptam frusto basim habenti

1) Hic quoque figura ita comparanda erat, uti dixi p. 377 not. 3, sed cum mutari nequeat, hic quoque retinui Torellianam.

15. αναγεγραφθωντι F; corr. Torellius. 16. τᾶς] addidi; om. F, uulgo. 17. τῷ] (prius) το F; corr. Torellius. 18. ἐσσοῦνται] scripsi; εσουνται F, uulgo. 22. ελασσον F; corr. Torellius.

τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰν τὰν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΕΔ. οὗτος δέ ἐστιν ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθεος.

κα'.

Τούτων προγεγραμμένων ἀποδεικνύωμες τὰ προβεβλημένα περὶ τῶν σχημάτων.

Πᾶν τμᾶμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος ἀποτετμαμένον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα ἡμιόλιόν ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα.

ἔστω γὰρ τμᾶμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος ἀποτετμαμένον ὀρθῷ ἐπιπέδῳ ποτὶ τὸν ἄξονα, καὶ τμαθέντος αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος τᾶς μὲν ἐπιφανείας τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓ ὀρθογωνίου κώνου τομά, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτέμνοντος τὸ τμᾶμα ἁ ΓΑ εὐθεῖα, ἄξων δὲ ἔστω τοῦ τμάματος ἁ ΒΔ. ἔστω δὲ καὶ κῶνος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, οὗ κορυφὰ τὸ Β. δεικτέον, ὅτι τὸ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος ἡμιόλιόν ἐστι τοῦ κώνου τούτου.

ἐκκείσθω γὰρ κῶνος ὁ Ψ ἡμιόλιος ἐὼν τοῦ κώνου, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξων δὲ ἁ ΒΔ. ἔστω δὲ καὶ κύλινδρος βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΔ. ἐσσεῖται οὖν ὁ Ψ κῶνος ἡμίσεος τοῦ κυλίνδρου [ἐπείπερ

2. τὰν περί] τάν om. F. 5. κα'] cum F; in lin. 8 posuit Torellius (κγ'). 7. περί] addidi; om. F, uulgo. 8. τμᾶμα] sic F, ut lin. 10, 11, 12, 15, 16, 18. ἀποτετμαμένον] scripsi; αποτετμημενου F, uulgo. 10. ἄξονα τὸν αὐτόν Nizzius. 20. ων F, uulgo. 21. ὁ] ὁ κύκλος ὁ Nizzius. ἄξων δὲ ἁ] αξονα δε ταν F; corr. Torellius. 24. ημισεος ολι F (h. e. ἡμίσεος in ἡμιόλιος correctum); pro ολι ed. Basil., Torellius (non BC*) ὅλον.

sectionem coni acutianguli circum diametrum $A\Gamma$ descriptam, axem autem lineam $E\Delta$. hoc autem minus est data magnitudine solida.

XXI.

His praemissis demonstremus, quae de figuris proposita erant.

Quoduis segmentum conoidis rectanguli plano abscisum ad axem perpendiculari dimidia parte maius est cono basim habenti eandem, quam segmentum, et axem [eundem].[1])

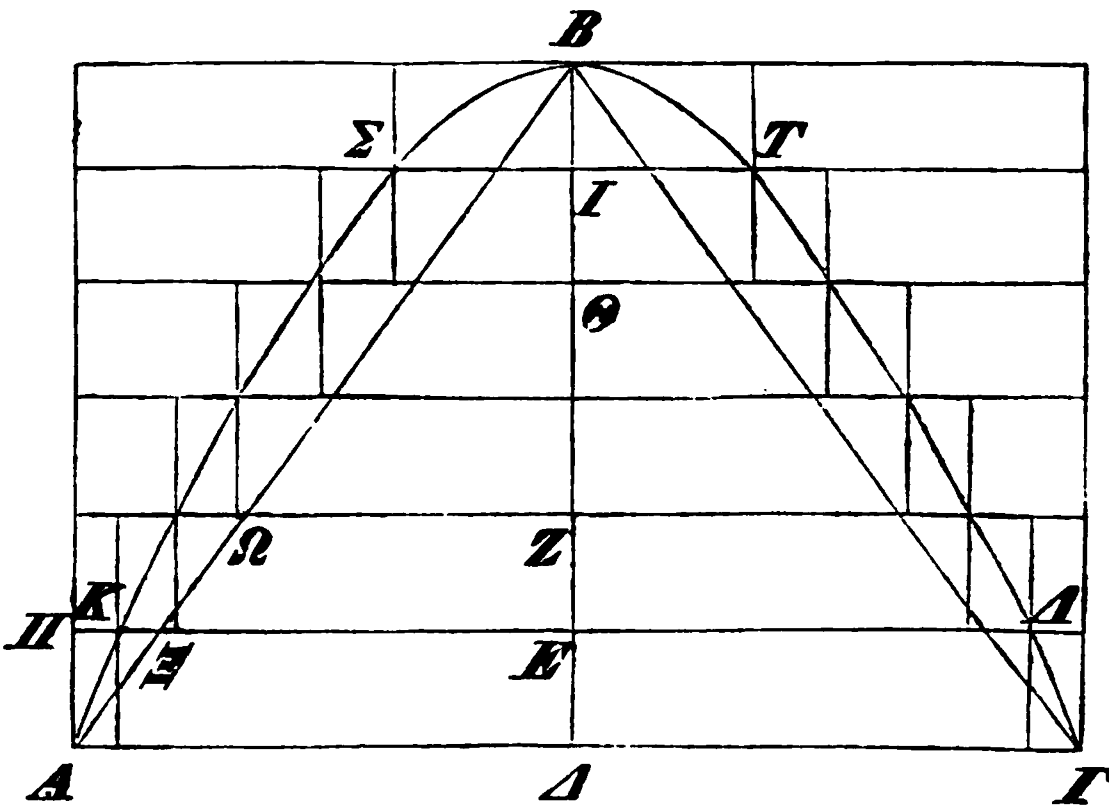
sit enim segmentum conoidis rectanguli plano abscisum ad axem perpendiculari, et secto eo alio plano per axem superficiei sectio sit $AB\Gamma$ coni rectanguli sectio [prop. 11, a], plani uero segmentum abscindentis linea ΓA, axis autem segmenti sit $B\Delta$. sit autem etiam conus eandem basim habens, quam segmentum, et axem eundem; cuius uertex sit B. demonstrandum est, segmentum conoidis dimidia parte maius esse hoc cono.

construatur enim conus Ψ dimidia parte maior cono, cuius basis est [circulus] circum diametrum $A\Gamma$ descriptus, axis autem $B\Delta$. sit autem etiam cylindrus basim habens circulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum, axem autem $B\Delta$. erit igitur conus Ψ

1) Cfr. p. 276, 12: *διὰ τί, εἴ κα τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος τμάματα ἀποτμαθῇ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ἡμιόλιον ἐσσεῖται τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.* et *περὶ ἑλικ.* praef.: *ὅτι δὲ τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ἡμιόλιον ἐσσεῖται τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ὕψος ἴσον, δεῖξαι δεῖ.*

ἡμιόλιός ἐστιν ὁ Ψ κῶνος τοῦ αὐτοῦ κώνου]. λέγω, ὅτι τὸ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος ἴσον ἐστὶ τῷ Ψ κώνῳ.

εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσον, ἤτοι μεῖζόν ἐντι ἢ ἔλασσον. ἔστω δὴ πρότερον, εἰ δυνατόν, μεῖζον. ἐγγεγράφθω

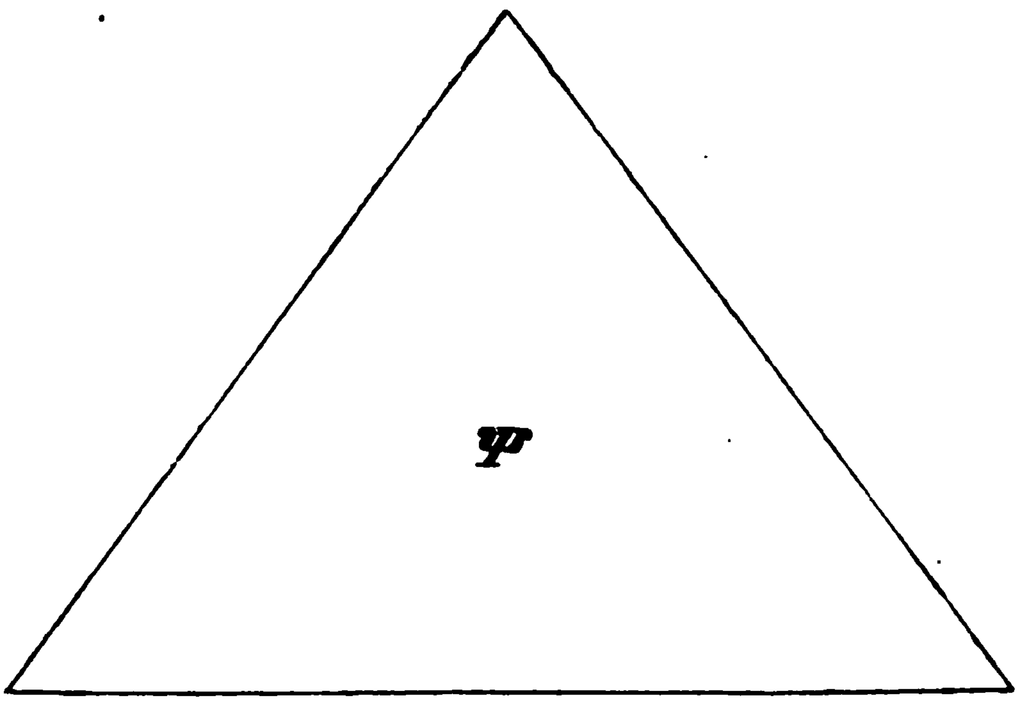


δὴ σχῆμα στερεὸν εἰς τὸ τμᾶμα, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. καὶ ἔστω τῶν κυλίνδρων, ἐξ ὧν συγκεῖται τὸ περιγραφὲν σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν $A\Gamma$, ἄξονα δὲ τὰν $E\Delta$, ἐλάχιστος δὲ ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΣT, ἄξονα δὲ τὰν BI. τῶν δὲ κυλίνδρων, ἐξ ὧν συγκεῖται τὸ ἐγγραφὲν

4. *μειζων* F; corr. VBD. 5. *αλλω* F. 6. *συγκείμενον*] *των συγκειμενων* F; corr. Torellius. 8. *ἢ ἁλίκῳ*] scripsi; *πηλικω* F, uulgo; *ἢ πηλίκῳ* Torellius. *τό*] *τω* F. figura in F male descripta est; *I* et *Θ* permutat Torellius. 14. *BI*] scripsi cum Cr.; *BΓ* F, uulgo*; *BΘ* ed. Basil., Torellius.

dimidius, quam cylindrus.[1]) dico, segmentum conoidis aequale esse cono Ψ.

si enim aequale non est, aut maius est aut minus. prius igitur, si fieri potest, maius sit. itaque segmento figura solida inscribatur et alia circumscribatur ex



cylindris altitudinem aequalem habentibus compositae, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali spatio excedit segmentum conoidis conum Ψ[2]), et cylindrorum, ex quibus composita est figura circumscripta, maximus sit [cylindrus] basim habens circulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum, axem autem $E\Delta$, minimus autem [cylindrus] basim habens circulum circum diametrum ΣT descriptum, axem autem BI. eorum uero cylindrorum, ex quibus figura inscripta composita est, maximus sit [cylindrus]

1) Nam cylindrus sit C, et conus $AB\Gamma$ sit K; erit ex hypothesi $\Psi = \frac{3}{2}K$. sed $K = \frac{1}{3}C$ (Eucl. XII, 10) $= \frac{2}{3}\Psi$ ↄ: $C = 2\Psi$. hoc ipsum significatur uerbis: *ἐπειδήπερ ἡμιόλιος* p. 386 lin. 24 — *τοῦ αὐτοῦ κώνου* lin. 1; sed nimis obscurum est *τοῦ αὐτοῦ κώνου*; etiam *ἐπειδήπερ*, uocabulum ab interpolatoribus amatum, suspectum est; quare haec uerba subditiua esse puto.

2) Hoc fieri potest per prop. 19.

σχῆμα, μέγιστος μὲν ἔστω ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΚΛ, ἄξονα δὲ τὰν ΔΕ, ἐλάχιστος δὲ ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΣΤ, ἄξονα δὲ τὰν ΘΙ. ἐκβεβλήσθω δὲ τὰ ἐπίπεδα πάντων τῶν κυλίνδρων ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΔ. ἐσσεῖται δὴ ὁ ὅλος κύλινδρος διῃρημένος εἰς κυλίνδρους τῷ μὲν πλήθει ἴσους τοῖς κυλίνδροις τοῖς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τῷ δὲ μεγέθει ἴσους τῷ μεγίστῳ αὐτῶν. καὶ ἐπεὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα περὶ τὸ τμᾶμα ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος, ἢ τὸ τμᾶμα τοῦ κώνου, δῆλον, ὅτι καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ τμάματι μεῖζόν ἐστι τοῦ Ψ κώνου. ὁ δὴ πρῶτος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔΕ ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΔΕ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΚΕ δυνάμει. οὗτος δέ ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ, ὃν ἔχει ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΕ, καὶ τῷ, ὃν ἔχει ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΕΞ. ὁμοίως δὲ δειχθησέται καὶ ὁ δεύτερος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὸν ΕΖ, ποτὶ τὸν δεύτερον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἁ ΠΕ, τουτέστιν ἁ ΔΑ, ποτὶ τὰν ΖΩ, καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἐχόντων ἴσον τᾷ

---

12. *ἐγγεγραμμένου*] *περιγεγραμμενου* F; corr. ed. Basil. 13. *τμᾶμα*] sic F, ut lin. 14. 15. *ὁ ἔχων*] scripsi; ὁ om. F, uulgo. 16. *ΑΕ* FV, CD*; corr. F man. 2. *τῶν*] scripsi; *τον* F, uulgo. 20. *τῷ*] *τον* F. 23. *τῶν*] scripsi; *τον* F uulgo. *ἐγγεγραμμένῳ*] alterum μ supra man. 1 F. 24. *ἔχειν*] scripsi cum C; *ειχεν* FAD, ed. Basil., ἔχει B; ἔχων

basim habens circulum circum diametrum $K\varDelta$ descriptum, axem autem $\varDelta E$, minimus uero [cylindrus] basim habens circulum circum diametrum ΣT descriptum, axem autem ΘI. producantur autem plana omnium cylindrorum usque ad superficiem cylindri basim habentis circulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum, axem autem $B\varDelta$. totus igitur cylindrus diuisus erit in cylindros numero cylindris figurae circumscriptae aequales, magnitudine autem maximo eorum aequales. et quoniam figura circum segmentum circumscripta excedit figuram inscriptam spatio minore, quam quo segmentum conum excedit, adparet, etiam figuram segmento inscriptam maiorem esse cono Ψ.[1]) quare primus cylindrus cylindri totius axem habens $\varDelta E$ ad primum cylindrum figurae inscriptae axem habentem $\varDelta E$ eandem rationem habet, quam $\varDelta A^2 : KE^2$.[2]) sed $\varDelta A^2 : KE^2 = B\varDelta : BE$[3]) $= \varDelta A : E\Xi$.[4]) et eodem modo demonstrabimus, etiam secundum cylindrum totius cylindri axem habentem EZ ad secundum cylindrum figurae inscriptae eandem rationem habere, quam ΠE, hoc est $\varDelta A$, ad $Z\Omega$[5]), et unusquisque ceterorum cylindrorum totius cylindri axem habentium lineae

1) Quia figura circumscripta segmento maior est.

2) Nam cum axes aequales sint, eam rationem habent cylindri, quam bases (Eucl. XII, 11); tum u. Eucl. XII, 2.

3) Quadr. parab. 3; u. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 50 nr. 12.

4) U. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 178 nr. 4.

5) Habent enim eam rationem, quam
$$\Pi E^2 : \Xi E^2 = \varDelta A^2 : \Xi E^2 = B\varDelta : BZ = A\varDelta : Z\Omega.$$

Torellius. 25. $Z\Omega$] ZE F; corr. Torellius. 26. ἴσον τᾷ $\varDelta E$ usque ad ἄξονα ἐχόντων p. 392 lin. 2 om F; corr. Nizzius.

ΔΕ ποτὶ ἕκαστον τῶν κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι ἄξονα ἐχόντων τὸν αὐτὸν ἕξει τοῦτον τὸν λόγον, ὃν ἁ ἡμίσεια τᾶς διαμέτρου τᾶς βάσιος αὐτοῦ ποτὶ τὰν ἀπολελαμμέναν ἀπ' αὐτᾶς μεταξὺ τᾶν ΑΒ, ΒΔ εὐθειᾶν. καὶ πάντες οἱ κυλίνδροι οἱ ἐν τῷ κυλίνδρῳ, οὗ βάσις μέν ἐστιν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξων δέ [ἐστιν] ἁ ΔΙ εὐθεῖα, ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν πᾶσαι αἱ εὐθείαι αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων, οἵ ἐντι βασίες τῶν εἰρημένων κυλίνδρων, ποτὶ πάσας τὰς εὐθείας τὰς ἀπολελαμμένας ἀπ' αὐτᾶν μεταξὺ τᾶν ΑΒ, ΒΔ. αἱ δὲ εἰρημέναι εὐθείαι τῶν εἰρημένων χωρὶς τᾶς ΑΔ μειζόνες ἐντὶ ἢ διπλασίαι. ὥστε καὶ οἱ κυλίνδροι πάντες οἱ ἐν τῷ κυλίνδρῳ, οὗ ἄξων ὁ ΔΙ, μειζόνες ἐντὶ ἢ διπλασίοι τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. πολλῷ ἄρα καὶ ὁ ὅλος κύλινδρος, οὗ ἄξων ἁ ΔΒ, μείζων ἐντὶ ἢ διπλασίων τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. τοῦ δὲ Ψ κώνου ἦν διπλασίων. ἔλασσον ἄρα τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου· ὅπερ ἀδύνατον. ἐδείχθη γὰρ μεῖζον. οὐκ ἄρα ἐστὶν μεῖζον τὸ κωνοειδὲς τοῦ Ψ κώνου. ὁμοίως δὲ οὐδὲ ἔλασσον. πάλιν γὰρ ἐγγεγράφθω τὸ σχῆμα, καὶ περιγεγράφθω, ὥστε ὑπερέχειν ἕκαστον ἑκάστου ἐλάσσονι, ἧπερ ἁλίκῳ ὑπερέχει ὁ Ψ

---

3. *βασεως* F, uulgo. 4. *αὐτοῦ*] Nizzius; *αυτας* F, uulgo. *τᾶν*] *των* per comp. F; corr. Torellius. 5. *ευθειων* F; corr. Torellius. *πάντες οὖν οἱ*? 7. *ΔΙ*] scripsi cum Cr.; *ΔΓ* F; *ΔΒ* Commandinus. 8. *γεγραμμενω* F; corr. AC. 10. *ἐντὶ βασίες*] scripsi; *εν τη βασει εισ* (cum comp. *ην* uel *ιν*) F, uulgo (*τᾷ* pro *τη* Torellius). 12. *ἀπ' αὐτᾶν*] scripsi; *απο τας* F, uulgo. 13. *τᾶς*] *ταν* F; corr. Torellius. *μειζων* F; corr. Torellius. 15. *οὗ*] scripsi; ου ὁ F, uulgo. *ΔΙ*] *ΔΒ* Commandinus. 16. *πολλῷ*] delet Commandinus. 19. *ελασσων*

$\varDelta E$ aequalem ad unumquemque cylindrorum figurae inscriptae eundem axem habentium eam rationem habebit, quam dimidium diametri basis eius[1]) ad partem eius[2]) inter lineas AB, $B\varDelta$ abscisam. [quare] omnes etiam cylindri in eo cylindro positi, cuius basis est circulus circum diametrum $A\Gamma$ descriptus, axis autem linea $\varDelta I$, ad omnes cylindros figurae inscriptae eandem rationem habebunt, quam omnes lineae, quae radii sunt circulorum, qui bases sunt cylindrorum, quos commemorauimus[3]), ad omnes lineas de illis[4]) inter lineas AB, $B\varDelta$ abscisas. sed illae lineae his, excepta linea $A\varDelta$, maiores sunt quam duplo maiores. quare etiam omnes cylindri in eo cylindro positi, cuius axis est $\varDelta I$, maiores sunt quam duplo maiores figura inscripta.[5]) itaque etiam totus cylindrus, cuius axis est $\varDelta B$, multo maior est quam duplo maior figura inscripta. erat autem duplo maior cono Ψ. itaque figura inscripta minor est cono Ψ; quod fieri non potest. nam demonstratum est, maiorem eam esse. quare conoides cono Ψ maius non est. sed idem ne minus quidem est. rursus enim figura inscribatur et circum-

1) H. e. cylindri in toto cylindro positi, p. 390, lin. 25.

2) H. e. diametri basis cylindri in toto cylindro positi.

3) H. e. cylindros in cylindro $\varDelta I$ positos.

4) H. e. radiis circulorum.

5) Nam quia $BI = \Theta I = ZE = E\varDelta$ cet., lineae $A\varDelta$, ΞE, $Z\Omega$ aequali spatio minimae earum aequali inter se excedunt; tum u. p. 290, 5 sq.

F. 24. ἑκάστου] om. F; corr. Torellius. ελασσον F; corr. Torellius. ἥπερ ἁλίκῳ] scripsi; η παλιν κω F; ἣ πηλίκῳ B, ed. Basil., *Torellius*.

κῶνος τοῦ κωνοειδέος, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατεσκευάσθω. ἐπεὶ οὖν ἔλασσόν ἐστι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ τμάματος, καὶ τὸ ἐγγραφὲν τοῦ περιγραφέντος ἐλάσσονι λειπέται, ἢ τὸ τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου, δῆλον, ὡς ἔλασσόν ἐστι τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. πάλιν δὲ ὁ πρῶτος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔΕ ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν τὸν αὐτὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΕΔ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΔ τετράγωνον ποτὶ τὸ αὐτό. ὁ δὲ δεύτερος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΕΖ ποτὶ τὸν δεύτερον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΕΖ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΚΕ δυνάμει· οὗτος δέ ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ, ὃν ἔχει ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΕ, καὶ τῷ, ὃν ἔχει ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΕΞ· καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἐχόντων ἴσον τᾷ ΔΕ ποτὶ ἕκαστον τῶν κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι ἄξονα ἐχόντων τὸν αὐτόν, ἕξει τοῦτον τὸν λόγον, ὃν ἁ ἡμίσεια τᾶς διαμέτρου τᾶς βάσιος αὐτοῦ ποτὶ τὰν ἀπολελαμμέναν ἀπ' αὐτᾶς μεταξὺ τᾶν ΑΒ, ΒΔ εὐθειᾶν. καὶ πάντες οὖν οἱ κυλίνδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, οὗ ἄξων ἐστὶν ἁ ΒΔ εὐθεῖα,

7. *τὰν*] *την* F; corr. Torellius. 8. *τῶν*] scripsi; *τον* F, uulgo. 9. *τὸν τόν*] scripsi; *τον* F, uulgo. *τάν*] scripsi; *τα* F, uulgo. 10. *ἔχει*] Torellius; *ειχε* F, uulgo. 12. *κυλίνδρῳ*] *κυλινδρων* FACD*. *τάν*] *των* (comp.) *αν* F. 13. *τῶν*] scripsi; *τον* F, uulgo. 16. *ταν*] *τα* F. *ἁ*] Torellius; o F, uulgo. 18. *ἴσον*] Torellius; *ισαν* F, uulgo. 21. *τᾶς διαμέτρου*] om. F; corr. Nizzius. *βασεως* F, uulgo. 23. *παντ* cum comp. *ην uel ιν* F. *οὖν*] *γουν* (comp.) F; corr. Torellius. 24. *ὅλῳ*] *o supra manu* 1 F. *οὗ*] *ων* F; corr. Nizzius.

scribatur, ita ut altera excedat alteram[1]) spatio minore, quam quali excedit conus Ψ conoides [prop. 19], et cetera eadem, quae supra, construantur. iam quoniam figura inscripta segmento minor est, et figura inscripta minor est figura circumscripta spatio minore, quam quo segmentum minus est cono Ψ, adparet, figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ. rursus autem cylindrus primus totius cylindri axem habens $\varDelta E$ ad primum cylindrum figurae circumscriptae eundem axem $E\varDelta$ habentem eandem rationem habet, quam

$$A\varDelta^2 : A\varDelta^2 \text{ [p. 391 not. 2].}$$

et secundus cylindrus totius cylindri axem habens EZ ad secundum cylindrum figurae circumscriptae axem habentem EZ eandem rationem habet, quam $\varDelta A^2 : KE^2$ [u. ibidem]. ea autem eadem est, quam habet $B\varDelta$ ad BE [p. 391 not. 3] et $\varDelta A : E\Xi$ [p. 391 not. 4]. et ceterorum cylindrorum singuli, qui in toto cylindro sunt et axem habent lineae $\varDelta E$ aequalem, ad singulos cylindros, qui in figura circumscripta sunt et eundem axem habent, eam rationem habebunt, quam dimidia pars diametri basis eorum[2]) ad partem eius[3]) inter lineas AB, $B\varDelta$ abscisam. itaque etiam omnes cylindri totius cylindri, cuius axis est $B\varDelta$, ad omnes

---

1) H. e. figura circumscripta inscriptam; itaque parum recte dicitur: ἕκαστον ἑκάστου; saltem debebat esse ἑκάτερον ἑκατέρου.

2) H. e. cylindrorum cylindri totius.

3) H. e. diametri basis. hoc loco igitur bases uocantur ii circuli, qui in ea parte cylindrorum sunt, in qua est punctum $\varDelta$, supra uero ii, qui in altera parte sunt, in qua est B (p. 392, 4; sed p. 392, 3 ut hoc loco).

ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἕξοῦντι λόγον, ὃν πᾶσαι αἱ εὐθεῖαι ποτὶ πάσας τὰς εὐθείας. αἱ δὲ εὐθεῖαι πᾶσαι αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων, οἳ βασίες ἐντὶ τῶν κυλίνδρων, τᾶν εὐθειᾶν πασᾶν τᾶν ἀπολελαμμέναν ἀπ' αὐτᾶν σὺν τᾷ $A\varDelta$ ἐλασσόνες ἐντὶ ἢ διπλασίαι. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ οἱ κυλίνδροι πάντες οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἐλασσόνες ἐντὶ ἢ διπλασίοι τῶν κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι. ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν $A\varGamma$, ἄξονα δὲ τὰν $B\varDelta$ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλασίων τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος. οὐκ ἔστι δέ, ἀλλὰ μείζων ἢ διπλάσιος. τοῦ γὰρ $\varPsi$ κώνου διπλασίων ἐστί, τὸ δὲ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλαττον ἐδείχθη τοῦ $\varPsi$ κώνου. οὐκ ἄρα ἐστὶν οὐδὲ ἔλασσον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ $\varPsi$ κώνου. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ μεῖζον. ἡμιόλιον ἄρα ἐστὶν τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

κβ'.

Καὶ τοίνυν εἴ κα μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα ἐπιπέδῳ ἀποτμαθῇ τὸ τμᾶμα ἀπὸ τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος, ὁμοίως ἡμιόλιον ἐσσεῖται τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

ἔστω τμᾶμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος ἀποτετμαμένον, ὡς εἴρηται, καὶ τμαθέντος αὐτοῦ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ

5. κυλίνδρων] κυλινδρων προς (comp.) F; corr. Torellius. 6. τᾷ] ταν F; corr. BD. 10. κύκλον] κυλινδρον F; corr. B*. 13. διπλασίων] διπλασι cum comp. ων F. 17. οὐδέ] scripsi; ουτε F, uulgo. 18. τμάματι] sic F, ut lin. 21 (bis), 23. 19.

cylindros figurae circumscriptae eandem habebunt rationem, quam omnes lineae illae ad omnes has lineas.[1]) sed omnes lineae, quae radii sunt circulorum, qui bases sunt cylindrorum, minores sunt quam duplo maiores omnibus lineis de iis abscisis una cum linea $A\Delta$ [p. 290, 5; u. p. 393 not. 5]. adparet igitur, etiam cylindros omnes totius cylindri minores esse quam duplo maiores cylindris figurae circumscriptae. itaque cylindrus basim habens circulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum, axem autem $B\Delta$ minor est quam duplo maior figura circumscripta. at non est, sed maior quam duplo maior; nam duplo maior est cono Ψ, et figura circumscripta minor est cono Ψ, ut demonstratum est [p. 394, 5]. itaque segmentum conoidis ne minus quidem est cono Ψ. demonstratum autem est, ne maius quidem id esse. quare dimidia parte maius est cono basim eandem habenti, quam segmentum, et eundem axem.

XXII.

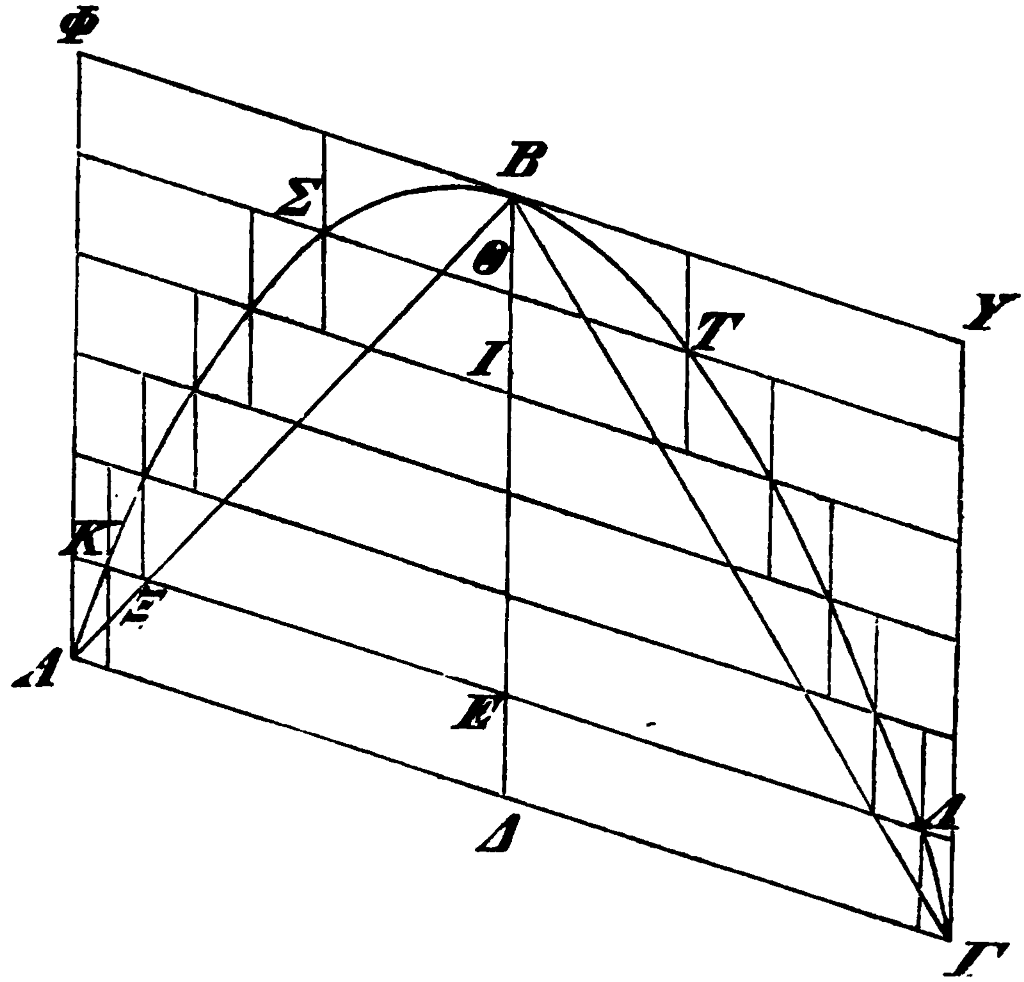
Iam uero etiam si segmentum plano ad axem non perpendiculari absciditur a conoide rectangulo, item dimidia parte maius erit segmento coni basim eandem habenti, quam segmentum, et eundem axem.

sit segmentum conoidis rectanguli ita abscisum, ut dictum est, et secto eo plano per axem posito ad

1) Sequitur (ut supra p. 392, 5 sq.) addendo proportiones, quarum denominatores aequales sunt (*ἀνάπαλιν*).

κδ' Torellius. 20. *τῷ ἐπιπέδῳ?* 22. ἐσσεῖται] scripsi; ἔσται per comp. *F*, *uulgo*. 25. κονοειδεος F.

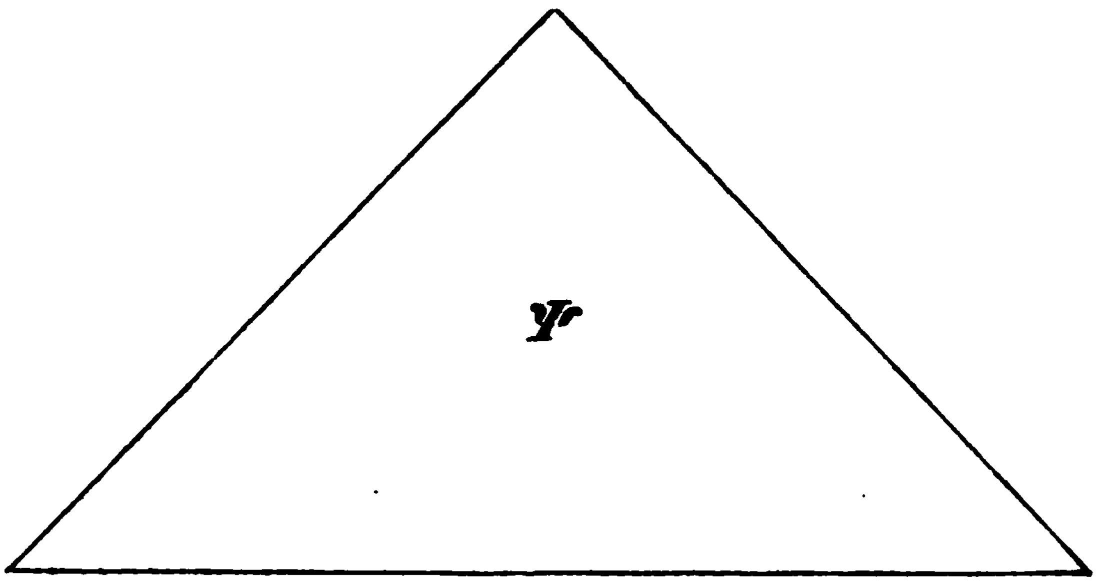
ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμακὸς τὸ τμᾶμα τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓ ὀρθογωνίου κώνου τομά, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτετμακότος τὸ τμᾶμα ἁ ΑΓ εὐθεῖα, παρὰ δὲ τὰν ΑΓ ἁ ΦΥ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Β, καὶ ἁ ΒΔ ἄχθω παρὰ τὸν ἄξονα. τεμεῖ δὴ αὐτὰ δίχα τὰν ΑΓ. ἀπὸ δὲ τᾶς ΦΥ ἐπίπεδον ἀνεστακέτω παράλληλον τῷ κατὰ τὰν ΑΔ. ἐπιψαύσει δὴ τοῦτο



τὸ κωνοειδὲς κατὰ τὸ Β, καὶ ἐσσεῖται τοῦ τμάματος κορυφὰ τὸ Β σαμεῖον, ἄξων δὲ ἁ ΒΔ. ἐπεὶ οὖν τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν ΑΓ οὐ ποτ' ὀρθὰς ἐὸν τῷ ἄξονι τετμάκει τὸ κωνοειδές, ἁ τομά ἐστιν ὀξυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ μείζων ἁ ΑΓ. ἐούσας δὴ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς περὶ διάμετρον τὰν ΓΑ καὶ γραμμᾶς τᾶς ΒΔ, ἅ ἐστιν ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς

2. *τμᾶμα*] scripsi; *σχημα* F, uulgo; „portionem" Cr. *τομά*]

planum segmentum abscindens perpendiculari, figurae sectio sit $AB\Gamma$ coni rectanguli sectio [prop. 11, a], plani uero segmentum abscindentis linea $A\Gamma$, et lineae $A\Gamma$ parallela sit linea $\Phi\Upsilon$ coni rectanguli sectionem contingens in puncto B, et linea $B\Delta$ ducatur axi parallela. ea igitur lineam $A\Gamma$ in duas partes aequales secabit.[1]) et in linea $\Phi\Upsilon$ planum erigatur parallelum plano in linea $A\Gamma$ posito. hoc igitur conoides in



puncto B continget [prop. 16, b], et uertex segmenti erit punctum B, axis autem $B\Delta$.[2]) iam quoniam planum in linea $A\Gamma$ positum ad axem non perpendiculare conoides secat, sectio erit coni acutianguli sectio, et maior eius diametrus $A\Gamma$ [prop. 12]. itaque quoniam data est sectio coni acutianguli circum diametrum ΓA descripta, et linea $B\Delta$ a centro coni acutianguli erecta

1) U. quadr. parab. prop. 1; cfr. supra p. 381 not. 3.
2) B uertex est propter p. 276, 7, $B\Delta$ autem diametrus segmenti (sectionis coni rectanguli) et diametro sectionis, hoc est axi conoidis, parallela (u. p. 383 not. 1); tum u. p. 276, 8.

om. F; corr. B. 3. κώνου] om. F; corr. Torellius. 8. $A\Delta$] $A\Gamma$? δή] scripsi; δε F, uulgo. 11. τῷ] τω τω F; corr. C*. 12. τετμηκει F, uulgo.

τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἀνεστακοῦσα ἐν ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ἀνεστακότι ἀπὸ διαμέτρου ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, δυνατόν ἐστι κύλινδρον εὑρεῖν τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ' εὐθείας τᾷ ΒΔ, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά. δυνατὸν δέ ἐστι καὶ κῶνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ Β σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἐσσεῖται. ὥστε ἐσσεῖται τόμος κυλίνδρου τις βάσιν ἔχων τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰν τὰν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΔ, καὶ ἀπότμαμα κώνου βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τε τόμῳ καὶ τῷ τμάματι, ἄξονα δὲ τὸν αὐτόν. δεικτέον, ὅτι τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα ἡμιόλιόν ἐστι τούτου τοῦ κώνου.

ἔστω δὴ ὁ Ψ κῶνος ἡμιόλιος τοῦ ἀποτμάματος τούτου. ἐσσεῖται δὴ ὁ τόμος τοῦ κυλίνδρου ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν διπλάσιος τοῦ Ψ κώνου. οὗτος γὰρ ἡμιόλιός ἐστι τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, τὸ δὲ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ εἰρημένον τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ τόμου τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. ἀναγκαῖον δή ἐστι τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα ἴσον εἶμεν τῷ Ψ κώνῳ. εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσον, ἤτοι μεῖζόν ἐστιν ἢ ἔλασσον. ἔστω δὴ πρότερον, εἰ δυνατόν, μεῖζον. ἐγγεγράφθω δή τι εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων τόμων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενα, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν

2. *τᾶς διαμέτρου?* 4. *ευρ* cum comp. *ην* uel *ιν* F. 6. *ευρ* cum comp. *ην* uel *ιν* F. 8. *ὥστε ἐσσεῖται*] scripsi; om. *F*, uulgo; *ἐσσεῖται δή* Torellius. 11. αποτμημα F, ut lin. 15,

in plano a diametro erecto ad id planum perpendiculari, in quo est sectio coni acutianguli, fieri potest, ut cylindrus inueniatur axem habens in producta linea $B\Delta$, cuius in superficie sit sectio coni acutianguli [prop. 9]. sed hoc quoque fieri potest, ut conus inueniatur uerticem habens punctum B, cuius in superficie sit sectio coni acutianguli [prop. 8]. erit igitur frustum quoddam cylindri basim habens sectionem coni acutianguli circum diametrum $A\Gamma$ descriptam, axem autem $B\Delta$, et segmentum coni basim habens eandem, quam et frustum et segmentum [conoidis], et axem eundem. demonstrandum est, segmentum conoidis dimidia parte maius esse hoc cono.[1])

sit igitur conus Ψ dimidia parte maior hoc segmento [coni]. erit igitur frustum cylindri basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem duplo maius cono Ψ. hic enim dimidia parte maior est segmento coni basim habenti eandem, quam segmentum, et eundem axem, segmentum autem coni, quod commemorauimus, tertia pars est frusti cylindri basim habentis eandem, quam segmentum, et eundem axem.[2]) necesse igitur est, segmentum conoidis aequale esse cono Ψ. nam si aequale non est, aut maius est aut minus. prius igitur, si fieri potest, maius sit. inscribatur igitur segmento figura solida, et alia circumscribatur ex frustis cylindrorum altitudinem aequalem

1) Fortasse scribendum lin. 14: *τούτου τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου*; cfr. lin. 15.

2) U. supra prop. 10 p 340, 8.

19, 20; corr. Torellius. 13. *τὸ τοῦ*] scripsi; *το* F, uulgo; *τοῦ* Torellius. *κωνοειδες* F; corr. Torellius. 19. *την αυτην*, utrumque per comp., F; corr. Torellius. 23. *δή*] scripsi; *δε* F, uulgo. 27. *σχῆμα*] om. F; corr. Torellius.

ἐλάσσονι, ᾗ ἁλίκῳ ὑπερέχει τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. καὶ διάχθω τὰ ἐπίπεδα τῶν τόμων ἔστε ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ τόμου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. πάλιν δὴ ὁ πρῶτος τόμος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔΕ ποτὶ τὸν πρῶτον τόμον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΔΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΔ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΕ. οἱ γὰρ τόμοι οἱ ἴσον ὕψος ἐχόντες τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ' ἀλλάλους ταῖς βάσεσιν, αἱ δὲ βασίες αὐτῶν, ἐπεὶ ὁμοίαι ἐντὶ ὀξυγωνίων κώνων τομαί, τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον, ὃν αἱ ὁμολόγοι διαμέτροι αὐτᾶν δυνάμει, ἡμισείαι δέ ἐντι τῶν ὁμολόγων διαμέτρων αἱ ΑΔ, ΚΕ. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΑΔ ποτὶ τὰν ΚΕ δυνάμει, τοῦτον ἔχει ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΕ μάκει, ἐπεὶ ἁ μὲν ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρόν ἐστιν, αἱ δὲ ΑΔ, ΚΕ παρὰ τὰν κατὰ τὸ Β ἐπιψαύουσαν· ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΕ, τοῦτον ἔχει ἁ ΑΔ ποτὶ τὰν ΕΞ. ἕξει οὖν ὁ πρῶτος τόμος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ ποτὶ τὸν πρῶτον τόμον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ ΑΔ ποτὶ τὰν ΕΞ. καὶ τῶν ἄλλων τόμων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ ἄξονα ἴσον ἐχόντων τᾷ ΔΕ ποτὶ ἕκαστον τῶν τόμων τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἄξονα ἐχόντων τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ἡμίσεια τᾶς διαμέτρου τᾶν βασίων αὐτοῦ ποτὶ τὰν ἀπολελαμμέναν ἀπ' αὐτᾶς μεταξὺ τᾶν ΑΒ, ΒΔ. δειχ-

2. *διάχθω*] addidi; om. F, uulgo. *ἔστε*] scripsi; *εσσειται* F, uulgo. 3. *τάν*] *την* comp. F; corr. Torellius. 5. *τῷ*] *το* F; corr. man. 2, ut uidetur. 6. *ΔΕ*] *ΑΕ* FBC*. 10. *ἔχοντι*] *εχωντι* F. 12. *εχωντι* F. 17. τὸ Β] ταν ΒΕ F; corr. Torellius. 20. *τῶν*] *per comp.* FB*. 23. ἐχόντων] εχοντα F; corr. B. ποτί] πρός

habentibus compositae, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali segmentum conoidis conum Ψ excedit [prop. 20]. et plana frustorum producantur ad superficiem frusti basim habentis eandem, quam segmentum, et axem eundem. rursus igitur primum frustum totius frusti axem habens $\varDelta E$ ad primum frustum figurae inscriptae axem habens $\varDelta E$ eandem rationem habet, quam $A\varDelta^2 : KE^2$. nam frusta eandem altitudinem habentia eandem rationem inter se habent, quam bases[1]), bases autem eorum, quoniam similes sunt coni acutianguli sectiones [prop. 14 coroll.], eandem rationem habent, quam quadrata diametrorum suarum sibi respondentium [prop. 6 coroll.], et lineae $A\varDelta$, KE dimidiae sunt diametri sibi respondentes. est autem $A\varDelta^2 : KE^2 = B\varDelta : BE$ [quadr. parab. prop. 3], quoniam $B\varDelta$ diametro parallela est [p. 399 not. 2], et lineae $A\varDelta$, KE parallelae lineae in puncto B contingenti. sed $B\varDelta : BE = A\varDelta : E\varXi$ [p. 391 not. 4]. itaque primum frustum frusti totius ad primum frustum figurae inscriptae eandem rationem habebit, quam $A\varDelta : E\varXi$. et ceterorum frustorum unumquodque eorum, quae in toto frusto sunt axem habentia lineae $\varDelta E$ aequalem, ad unumquodque frustum figurae inscriptae eundem axem habens eandem rationem habet, quam dimidia diametrus basium eius ad eam partem eius[2]), quae inter lineas AB, $B\varDelta$ absciditur.

1) Cfr. prop. 10 p. 340.
2) H. e. diametri basis, eo circulo pro basi sumpto, qui in ea parte cylindri est, in qua est punctum B. cfr. p. 395 not. 3.

per comp. F; corr. Torellius. 26. τᾶν βασίων] scripsi; των βασιων F, *vulgo*; τᾶς βάσεως Nizzius. 27. τᾶν] των F; corr. Torellius.

θησέται οὖν ὁμοίως τοῖς πρότερον τὸ μὲν ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον ἐὸν τοῦ Ψ κώνου, ὁ δὲ τοῦ κυλίνδρου τόμος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν μείζων ἐὼν ἢ διπλασίων τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. ὥστε καὶ τοῦ Ψ κώνου μείζων ἐσσείται ἢ διπλασίων. οὐκ ἔστι δέ, ἀλλὰ διπλασίων. οὐκ ἄρα ἐστὶ μεῖζον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. διὰ τῶν αὐτῶν δὲ δειχθησέται, ὅτι οὐδὲ ἔλασσόν ἐστιν. δῆλον οὖν, ὅτι ἴσον. ἡμιόλιον ἄρα ἐστὶ τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

κγ΄.

Εἴ κα τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμάματα ἀποτμαθέωντι ἐπιπέδοις, τὸ μὲν ἕτερον ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ δὲ ἕτερον μὴ ὀρθῷ, ἔωντι δὲ οἱ τῶν τμαμάτων ἀξόνες ἴσοι, ἴσα ἐσσούνται τὰ τμάματα.

ἀποτετμάσθω γὰρ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμάματα, ὡς εἰρήται. τμαθέντος δὲ τοῦ κωνοειδέος ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος τοῦ μὲν κωνοειδέος ἔστω τομὰ ἁ ΑΒΓ ὀρθογωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ ΒΔ, τῶν δὲ ἐπιπέδων αἱ ΑΖ, ΕΓ εὐθείαι, τοῦ μὲν ὀρθοῦ ποτὶ τὸν ἄξονα ἁ ΕΓ, τοῦ δὲ μὴ ὀρθοῦ ἁ ΖΑ. ἀξόνες δὲ ἔστων τῶν τμαμάτων αἱ ΒΘ, ΚΛ ἴσαι

---

1. *ὁμοίως*] syll. *ως* per comp. F. 7. *μειζων* F. 9. *ελασσων* F. 10. *ἀποτμηματος* F. 13. *κε΄* Torellius. 15. *αποτμηθεωντι* F, uulgo (*τ* pro *θ* AB, ed. Basil.), *ἀποτματέωντι* Torellius. 17. *εσουνται* F, uulgo. 18. *αποτετμησθω* F; corr. Torellius. *τμάματα*] sic F, ut lin. 14. 20. Post *ἄξονος* *haec* uerba habet F, uulgo: καὶ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ *ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα*, sed adparet, delenda esse. nam conoides secandum

itaque eodem modo, quo antea [p. 390, 11], demonstrabimus, figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ, frustum autem cylindri basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem maius esse quam duplo maius figura inscripta [cfr. p. 392, 16]. quare etiam maius erit quam duplo maius cono Ψ.[1]) hoc autem non est, sed duplo maius. itaque segmentum conoidis maius non est cono Ψ. per eadem autem demonstrabitur, ne minus quidem esse. adparet igitur, aequale id esse. itaque segmentum conoidis dimidia parte maius est segmento coni basim habenti eandem, quam segmentum, et eundem axem.

XXIII.

Si a conoide rectangulo duo segmenta abscinduntur, alterum plano ad axem perpendiculari, alterum non perpendiculari, et axes segmentorum aequales sunt, segmenta aequalia erunt.

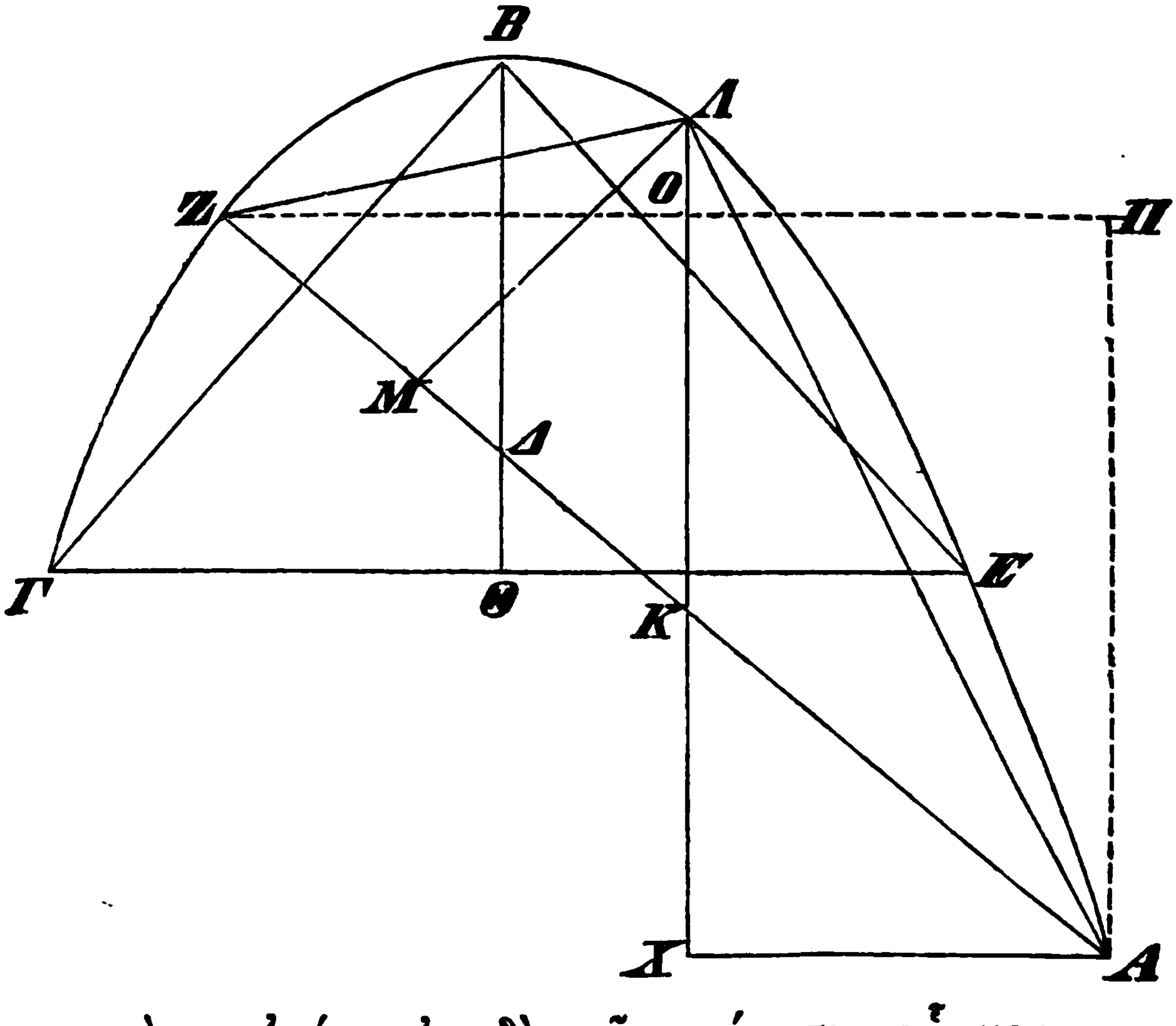
abscindantur enim a conoide aliquo rectangulo duo segmenta ita, ut dictum est. secto autem conoide plano per axem posito conoidis sectio sit $AB\Gamma$ coni rectanguli sectio, diametrus autem eius $B\Delta$ [prop. 11, a], planorum autem lineae AZ, $E\Gamma$, plani ad axem perpendicularis sectio $E\Gamma$, plani autem non perpendicularis linea ZA. axes autem segmentorum sint

1) Quia conus Ψ minor est figura inscripta.

esse et perpendiculari et non perpendiculari plano, iam lin. 18—19: *δύο τμάματα, ὡς εἴρηται* (lin. 14—16) dictum est. quare Nizzius male post *ἄξονα* supplet: *καὶ ἄλλῳ μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα.* 21. $AB\Gamma$] $B\Gamma$ F; corr. Torellius. 24. *ἔστων*] *scripsi; εστω F; ἔστωσαν* AD, BC*.

ἀλλάλαις, κορυφαὶ δὲ τὰ *Β*, *Λ*. δεικτέον, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος, οὗ κορυφὰ τὸ *Β*, τῷ τμάματι τοῦ κωνοειδέος, οὗ κορυφὰ τὸ *Λ*.

ἐπεὶ γὰρ ἀπὸ τᾶς αὐτᾶς ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς δύο τμάματά ἐντι ἀφηρημένα τό τε *ΑΛΖ* καὶ τὸ *ΕΒΓ*, καί ἐντι αὐτῶν αἱ διαμέτροι ἴσαι αἱ *ΚΛ*, *ΒΘ*, ἴσον ἐστὶ τὸ τρίγωνον τὸ *ΑΛΚ* τῷ *ΕΘΒ*· δεδείκται γάρ, ὅτι τὸ *ΑΛΖ* τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ *ΕΒΓ* τριγώνῳ. ἄχθω δὴ ἁ *ΑΧ* κάθετος ἐπὶ τὰν *ΚΛ* ἐκβληθεῖσαν. καὶ ἐπεὶ ἴσαι αἱ *ΒΘ*, *ΚΛ*, ἴσαι καὶ αἱ *ΕΘ*, *ΑΧ*. ἔστω δὴ ἐν τῷ τμάματι, οὗ κορυφὰ τὸ *Β*, κῶνος ἐγγεγραμμένος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμάματι καὶ



ἄξονα τὸν αὐτόν· ἐν δὲ τῷ τμάματι, οὗ κορυφα τὸ *Λ*, ἀπότμαμα κώνου τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμά-

1. αλληλαις F; corr. Torellius. 2. τοῦ] addidi; om. F.

$B\Theta$, $K\Lambda$ inter se aequales, et uertices puncta B, Λ. demonstrandum est, segmentum conoidis, cuius uertex sit B, aequale esse segmento conoidis, cuius uertex sit Λ.

nam quoniam ab eadem sectione coni rectanguli duo segmenta abscisa sunt, $A\Lambda Z$ et $EB\Gamma$, et diametri eorum $K\Lambda$, $B\Theta$ aequales sunt, triangulum $A\Lambda K$ aequale est triangulo $E\Theta B$; nam demonstratum est, triangulum $A\Lambda Z$ aequale esse triangulo $EB\Gamma$ [prop. 3].[1]) ducatur igitur linea AX ad productam lineam $K\Lambda$ perpendicularis. et quoniam $B\Theta = K\Lambda$, erit etiam $E\Theta = AX$.[2]) inscribatur igitur segmento, cuius uertex est B, conus eandem basim habens, quam segmentum, et eundem axem, et segmento, cuius uertex est Λ, segmentum coni eandem basim habens, quam seg-

1) Et $B\Theta$, $K\Lambda$ diametri (prop. 11, a) sectionum bases in duas partes aequales diuidunt (prop. 3 p. 302, 9); tum u. Eucl. VI, 1.

2) Nam, cum bases $B\Theta$, $K\Lambda$ aequales sint, erit

$E\Theta B : AK\Lambda = E\Theta : AX$ (Eucl. VI, 1) $= 1$ (not. 1).

uulgo. 6. *αὐτῶν αἱ*] scripsi; *αἱ* om. F, uulgo. 14. *αποτμημα* F, ut p. 408 lin. 3; corr. Torellius. *ἔχον*] D, B mg.; *εχων* F, uulgo.

ματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. ἄχθω δὲ ἀπὸ τοῦ Λ κάθετος ἐπὶ τὰν ΑΖ ἁ ΛΜ. ἐσσεῖται δὴ αὐτὰ ὕψος τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου, οὗ κορυφὰ τὸ Λ. τὸ δὲ ἀπότμαμα τοῦ κώνου, οὗ κορυφὰ τὸ Λ, καὶ ὁ κῶνος, οὗ κορυφὰ τὸ Β, τὸν συγκείμενον λόγον ἔχοντι ποτ' ἄλλαλα ἔκ τε τοῦ τῶν βασίων λόγου καὶ ἐκ τοῦ τῶν ὑψέων. τὸν συγκείμενον οὖν ἔχοντι λόγον ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τᾶς περὶ διάμετρον τὰν ΑΖ ποτὶ τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΕΓ, καὶ ἐκ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΜΛ ποτὶ τὰν ΒΘ. τὸ δὲ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ποτὶ τὸν αὐτὸν κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν διαμέτρων ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΕΓ [ἔχει καὶ τὸ ἀπότμημα τοῦ κώνου, οὗ κορυφὰ τὸ Λ, πρὸς τὸν κῶνον, οὗ κορυφὰ τὸ Β, τὸν συγκείμενον λόγον ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΚΛ ποτὶ τὰν ΕΘ, καὶ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΜΛ ποτὶ τὰν ΒΘ· ἁ μὲν γὰρ ΚΛ ἡμίσεά ἐντι τᾶς διαμέτρου τᾶς βάσιος τᾶς τοῦ ἀποτμήματος τοῦ κώνου, οὗ κορυφὰ τὸ Λ, ἁ δὲ ΕΘ ἡμίσεα τᾶς διαμέτρου τᾶς βάσεως τοῦ κώνου, αἱ δὲ ΛΜ, ΒΘ ὕψεά ἐντι αὐτῶν. ἔχει δὲ ἁ ΛΜ ποτὶ τὰν ΒΘ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν καὶ ποτὶ τὰν ΚΛ, ἐπεὶ ἁ ΒΘ ἴση ἐστὶ τᾷ ΚΛ. ἔχει δὲ καὶ ἁ ΛΜ ποτὶ τὰν ΚΛ, ὃν ἁ ΧΑ ποτὶ τὰν ΑΚ]. ἔχοι· οὖν κα καὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου ποτὶ τὸν κῶνον τὸν συγκείμενον λόγον ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΑΚ ποτὶ τὰν

1. *δέ*] *δὲ καί* D (non BC*); ed. Basil., Torellius. 2. *δή*] Torellius; *δι* F, uulgo. 3. *Λ*] *Α* F. 5. *εχωντι* F; corr. D. *ποτι ταλλαλα* F. 11. *ΜΛ*] scripsi; *ΝΑ* FBC*; *ΛΜ* ed. Basil., Torellius. In figura lineas ΖΠ, ΑΠ et litteras *Ο*, *Π* addidi. 15. *ἀπότμαμα*, ut lin. 20, Torellius. 16. *ποτί* Torellius.

mentum, et eundem axem. ducatur autem ab A puncto linea AM ad lineam AZ perpendicularis. ea igitur altitudo erit segmenti coni, cuius uertex est A.[1]) segmentum autem coni, cuius uertex est A, et conus, cuius uertex est B, eam inter se rationem habent, quae composita est ex ratione basium et ratione altitudinum.[2]) habent igitur rationem compositam ex ratione, quam habet spatium comprehensum sectione coni acutianguli [prop. 12] circum diametrum AZ descripta ad circulum [prop. 11, a] circum diametrum $E\Gamma$ descriptum, et ratione $MA : B\Theta$. sed spatium sectione coni acutianguli comprehensum ad eundem circulum eandem rationem habet, quam rectangulum diametris [illius] comprehensum ad $E\Gamma^2$ [prop. 5].[3]) quare etiam segmentum coni ad conum rationem ha-

1) Quia a uertice A ad basim perpendicularis ducta est (u. quadr. parab. 17 extr.).

2) Cfr. prop. 10.

3) Sequentia uerba: ἔχει καὶ lin. 15 — τὰν AK lin. 25 subditiua sunt. nam primum uerba αἱ δὲ AM, $B\Theta$ ὕψεά ἐντι αὐτῶν hoc loco prorsus absurda sunt post lin. 2—3. deinde quae proxime sequuntur lin. 22—25 demonstrationis tenorem plane conturbant. adparet enim ex p. 410, 1 sq., Archimedem rationem $AM : B\Theta$ immutatam retinuisse et alteram rationem ita transformasse, ut adpareret, eam aequalem esse $B\Theta : AM$. tum etiam lin. 15—21, ubi etiam causa obscure significata (ἃ μὲν γὰρ κτλ. lin. 19) offendit, delendae sunt propter lin. 25 sq.

18. MA] scripsi; NA FBC*; AM ed. Basil., Torellius. 19. ταν διαμετρων (ων comp.) τας βασιας (ας comp.) F; corr. Torellius. 22. AM] AN F, ut lin. 23; corr. ed. Basil. 24. ἴσα Torellius. AM] AN F, ut p. 410 lin. 2; corr. ed. Basil. 25. ἔχοι οὖν κα] scripsi; εχοι F, uulgo; ἔχει Torellius, B. 26. αποτμημα F; corr. Torellius.

ΔΧ· ἴσα γάρ ἐστιν ἁ ΔΧ τᾷ ΕΘ· καὶ ἐκ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΔΜ ποτὶ τὰν ΒΘ. ὁ δὲ ἕτερος τῶν εἰρημένων λόγων, ὁ τᾶς ΔΚ ποτὶ ΔΧ, ὁ αὐτός ἐστι τῷ τᾶς ΔΚ ποτὶ ΔΜ. τὸ ἄρα ἀπότμαμα ποτὶ τὸν κῶνον λόγον ἔχει, ὃν ἁ ΔΚ ποτὶ τὰν ΔΜ, καὶ ὃν ἔχει ἁ ΔΜ ποτὶ τὰν ΒΘ. ἴσα δὲ ἁ ΒΘ τᾷ ΚΔ. δῆλον οὖν, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου, οὗ κορυφὰ τὸ Δ, τῷ κώνῳ, οὗ κορυφὰ τὸ Β. φανερὸν οὖν, ὅτι καὶ τὰ τμάματα ἴσα ἐντί, ἐπεὶ τὸ μὲν ἕτερον αὐτῶν ἡμιόλιόν ἐστι τοῦ κώνου, τὸ δὲ ἕτερον ἡμιόλιον τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου ἴσων ἐόντων.

κδ'.

Εἴ κα τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμάματα ἀποτμαθέωντι ἐπιπέδοις ὁπωσοῦν ἀγμένοις, τὰ τμάματα ποτ' ἄλλαλα τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον τοῖς τετραγώνοις τοῖς ἀπὸ τῶν ἀξόνων αὐτῶν.

ἀποτετμάσθω γὰρ τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμάματα, ὡς ἔτυχεν. ἔστω δὲ τῷ μὲν τοῦ ἑτέρου τμάματος ἄξονι ἴσα ἁ Κ, τῷ δὲ τοῦ ἑτέρου ἴσα ἁ Δ. δεικτέον, ὅτι τὰ τμάματα τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ' ἄλλαλα τοῖς ἀπὸ τᾶν Κ, Δ τετραγώνοις.

τμαθέντος δὴ τοῦ κωνοειδέος ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ

---

1. *ΔΧ*] *ΔΓ* FV. 2. ἕτερος] scripsi; *εκ* F, uulgo. 3. *τᾶς*] *της* F; corr. Torellius. *προς* per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 4 bis. *τᾶς ΔΚ*] *της ΔΝ* F, *της ΔΚ* ed. Basil.; corr. Torellius. 4. *ΔΜ*] *ΔΚ* FVD. 5. *ΔΚ*] *ΔΝ* F; corr. AB. *ΔΜ*] *ΔΚ* F; corr. AB. *και τω ον* F; corr. Torellius. *ΔΜ*] *ΔΝ* F; corr. AB. 6. *ιση* F; corr. Torellius. 7. *αποτμημα* F. 10. *αποτμηματος* F; corr. Torellius. 12. *κς'* Torellius. 16. *αὐτῶν*] *αυτησ* cum comp. *ων* supra *σ* F; *αὐτοῖς* ed. Basil. corr. C*. 17. *αποτετμησθω* F, ut lin. 14; corr. Torellius. 18. *τῷ*] *τα* F; corr. B* D. 19. *Κ*] *ΔΚ* *FBC**. *Δ*] *ΔΔ* FBC*.

bebit compositam ex $AK : AX$ (nam $AX = E\Theta$)[1] et $AM : B\Theta$. altera autem harum rationum, $AK : AX$, aequalis est rationi $AK : AM$.[2]) itaque segmentum [coni] ad conum eam rationem habet, quam

$$AK : AM \times AM : B\Theta.$$

sed $B\Theta = K\Lambda$ [ex hypothesi]. adparet igitur, segmentum coni, cuius uertex sit Λ, aequale esse cono, cuius uertex sit B. constat igitur, etiam segmenta aequalia esse, quia alterum eorum dimidia parte maius est cono [prop. 21], alterum dimidia parte maius segmento coni cono illi aequali [prop. 22].

XXIV.

Si a conoide rectangulo duo segmenta abscinduntur planis quouis modo ductis, segmenta inter se eandem rationem habebunt, quam quadrata axium.[3])

abscindantur enim a conoide rectangulo duo segmenta quouis modo sumpta, et axi alterius segmenti aequalis sit linea K, alterius autem linea Λ. demonstrandum, segmenta eandem rationem habere inter se quam $K^2 : \Lambda^2$.

secto igitur conoide plano per axem posito segmenti

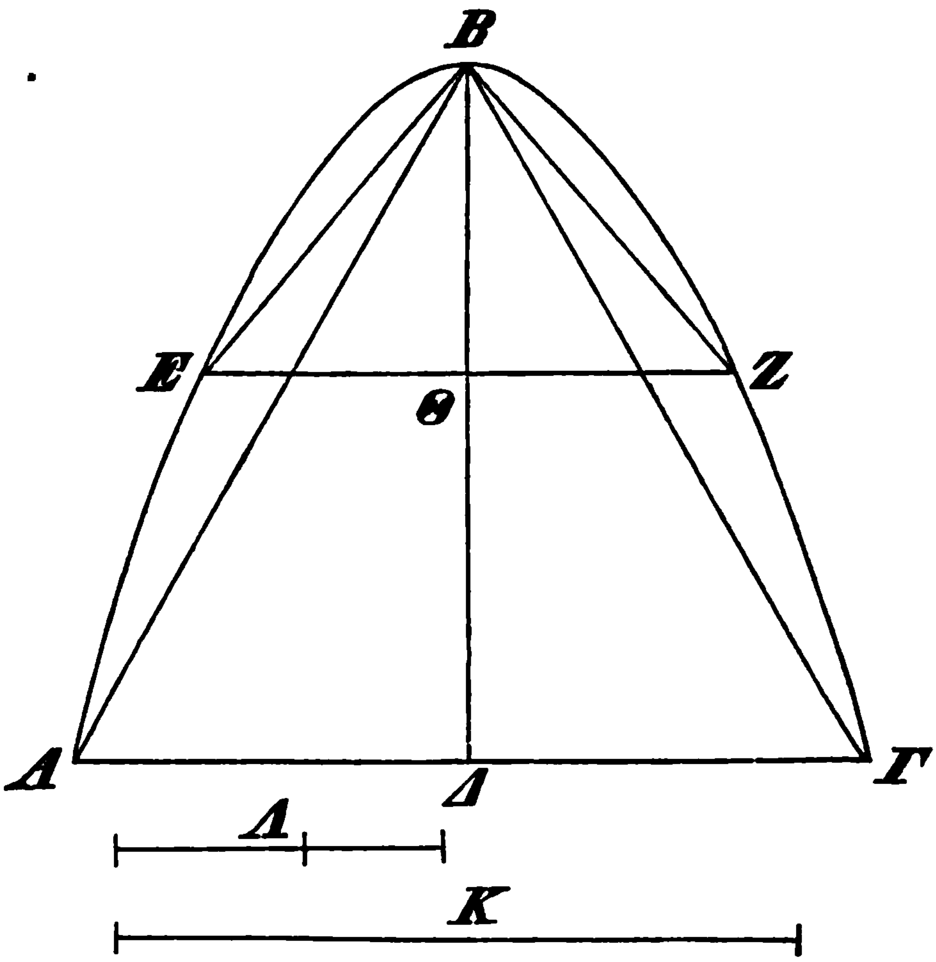
---

1) U. p. 406, 10. Ducatur $A\Pi \mp AX$ et $Z\Pi \perp A\Pi$. erit $Z\Pi$ minor diametrus ellipsis, cuius maior diametrus est AZ (prop. 12). et (Eucl. VI, 2) $ZO : O\Pi = ZK : K\Lambda = 1$. sed $O\Pi = AX$ (Eucl. I, 34) $= \Theta E$. quare erit $Z\Pi = E\Gamma$. itaque $AZ \times Z\Pi : E\Gamma^2 = AZ : E\Gamma = AK : E\Theta = AK : AX$.

2) Nam trianguli $MK\Lambda$, AKX similes sunt; tum u. Eucl. VI, 4.

3) P. 276, 18 finis hic est: *τὰ ἀποτμαθέντα τμάματα διπλάσιον λόγον ἑξοῦντι ποτ' ἄλλαλα τῶν ἀξόνων*; cfr. περὶ ἑλίκ. praef.

ἄξονος τοῦ τμάματος ἔστω τομὰ ἁ ΑΒΓ ὀρθογωνίου κώνου τομά, ἄξων δὲ ἁ ΒΔ. καὶ ἀπολελάφθω ἁ ΒΔ τᾷ Κ ἴσα, καὶ διὰ τοῦ Δ ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω ὀρθὸν ποτὶ



τὸν ἄξονα. τὸ δὴ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΔ ἴσον ἐστὶ τῷ τμάματι τῷ ἄξονα ἔχοντι ἴσον τᾷ Κ. εἰ 'μὲν οὖν καὶ ἁ Κ ἴσα ἐστὶ τᾷ Λ, φανερόν, ὅτι καὶ τὰ τμάματα ἴσα ἐσσοῦνται ἀλλάλοις. ἑκάτερον γὰρ αὐτῶν ἴσον τῷ αὐτῷ. καὶ τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν Κ, Λ ἴσα· ὥστε τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον τὰ τμάματα τοῖς τετραγώνοις τοῖς ἀπὸ τῶν ἀξόνων. εἰ δὲ μὴ ἴσα ἐστὶν ἁ Λ τᾷ Κ, ἔστω ἁ Λ ἴσα τᾷ ΒΘ, καὶ διὰ τοῦ Θ ἐπίπεδον ἄχθω ὀρθὸν ποτὶ τὸν ἄξονα. τὸ δὴ τμᾶμα τὸ βάσιν ἔχον τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΕΖ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΘ ἴσον

1. ἁ] om. F. 3. Κ] Ι Κ F. 4. δή] scripsi; δε F, uulgo.

sectio sit $AB\Gamma$ rectanguli coni sectio [prop. 11, a], axis autem $B\Delta$. et ponatur $B\Delta$ lineae K aequalis, et per Δ punctum planum ducatur ad axem perpendiculare. segmentum igitur conoidis basim habens circulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum, axem autem $B\Delta$ aequale est segmento axem habenti lineae K aequalem [prop. 23]. quare si $K = \Lambda$, constat, etiam segmenta aequalia inter se fore; nam utrumque eorum eidem aequale est. et $K^2 = \Lambda^2$. quare segmenta eandem rationem habebunt, quam quadrata axium. sin Λ linea lineae K aequalis non est, sit $\Lambda = B\Theta$, et per Θ ducatur planum ad axem perpendiculare. segmentum igitur basim habens circulum circum diametrum EZ descriptum, axem autem $B\Theta$

---

6. *ἐστί*] comp. F, B C*; *ἐντί* uulgo. *τμάματι*] sic F, ut lin. 8, 11. 7. Λ] Δ F; corr. ed. Basil.* 9. *ἴσον*] comp. F. 10. *τᾶν*] scripsi; *των* F, uulgo. Λ] A F; corr. ed. Basil.* 14. *δή*] scripsi; *δε* F, uulgo.

ἐστὶ τῷ τμάματι τῷ ἔχοντι ἄξονα ἴσον τᾷ Λ. ἐγγεγράφθωσαν δὴ κῶνοι βασίας μὲν ἐχόντες τοὺς κύκλους τοὺς περὶ διαμέτρους τὰς ΑΓ, ΕΖ, κορυφὰν δὲ τὸ Β σαμεῖον. ὁ δὴ κῶνος ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΒΔ ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΒΘ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΑΔ ποτὶ τὰν ΘΕ δυνάμει, καὶ ἐκ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΔΒ ποτὶ τὰν ΒΘ μάκει. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΘΕ δυνάμει, τοῦτον ἔχει ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΘ μάκει. ὁ ἄρα κῶνος ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΒΔ ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΒΘ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΔΒ ποτὶ τὰν ΘΒ, καὶ ἐκ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΔΒ ποτὶ τὰν ΒΘ. οὗτος δέ ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ, ὃν ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΔΒ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΒ. ὃν δὲ λόγον ἔχει ὁ κῶνος ὁ ἄξονα ἔχων τὰν ΒΔ ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ἄξονα ἔχοντα τὰν ΘΒ, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον τὸ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον τὰν ΔΒ ποτὶ τὸ τμᾶμα τὸ ἄξονα ἔχον τὰν ΘΒ. ἑκάτερον γὰρ ἡμιόλιόν ἐστιν. καί ἐστιν τῷ μὲν τμάματι τῷ ἄξονα ἔχοντι τὰν ΒΔ ἴσον τὸ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον ἴσον τᾷ Κ, τῷ δὲ τμάματι τῷ ἄξονα ἔχοντι τὰν ΘΒ ἴσον τὸ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον ἴσον τᾷ Λ, καὶ τᾷ μὲν ΒΔ ἴσα ἁ Κ, τᾷ δὲ ΘΒ ἴσα ἁ Λ. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον ἴσον τᾷ Κ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ποτὶ τὸ τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον ἴσον τᾷ Λ, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς Κ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς Λ.

---

1. *τᾷ*] scripsi; *τω* F, uulgo. 2. *δή*] *δυο* A, ed. Basil., *Torellius.* 4. *δή*] scripsi; *δε* F, uulgo. 9. *μακων* F; corr. *B.* 15. *ΘΒ*] ΕΒ F; corr. ed. Basil.* 16. *ὁ ἄξονα*] *ὁ ἀ-*

aequale est segmento axem habenti aequalem lineae Λ. inscribantur igitur coni bases habentes circulos circum diametros $A\Gamma$, EZ descriptos, uerticem autem punctum B. conus igitur axem habens $B\Delta$ ad conum axem habentem $B\Theta$ eam rationem habet, quam habet

$$A\Delta^2 : \Theta E^2 \times \Delta B : B\Theta.^{1)}$$

sed $\Delta A^2 : \Theta E^2 = B\Delta : B\Theta$ [quadr. parab. prop. 3]. quare conus axem habens $B\Delta$ ad conum axem habentem $B\Theta$ eam habet rationem, quam

$$\Delta B : \Theta B \times \Delta B : B\Theta = \Delta B^2 : \Theta B^2.$$

et quam rationem habet conus axem habens $B\Delta$ ad conum axem habentem ΘB, eam rationem habet segmentum conoidis axem habens ΔB ad segmentum axem habens ΘB. utrumque enim [segmentum] dimidia parte maius est [cono basim eandem habenti et axem eundem; prop. 21]. et segmento axem habenti $B\Delta$ aequale est segmentum conoidis axem habens lineae K aequalem, segmento autem axem habenti ΘB segmentum axem aequalem habens lineae Λ, et $B\Delta = K$, $\Theta B = \Lambda$. adparet igitur, segmentum conoidis axem habens lineae K aequalem ad segmentum conoidis axem habens lineae Λ aequalem eandem rationem habere, quam K^2 ad Λ^2.

1) Habent enim rationem ex ratione basium et ratione axium compositam (prop. 10); sed ratio basium ea est, quam habet $A\Delta^2 : E\Theta^2$ (Eucl. XII, 2).

didi; om. F, uulgo. $B\Delta$] $K\Delta$ FBC*. 20. τό] addidi; om. F, uulgo. 23. ἴσον] scripsi; ισαν F, uulgo. K] AK F. 27. τετράγωνον] τετραγωνον KE F; corr. B. 28. Λ] Α F.

κε'.

Πᾶν τμᾶμα ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἀποτετμαμένον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ὕψος ἴσον τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ συναμφοτέραις ἴσα τῷ τε ἄξονι τοῦ τμάματος καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις τῷ τε ἄξονι τοῦ τμάματος καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι.

ἔστω τι τμᾶμα ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἀποτετμαμένον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, καὶ τμαθέντος αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ἁ τομὰ ἔστω αὐτοῦ μὲν τοῦ κωνοειδέος ἁ ΑΒΓ ἀμβλυγωνίου κώνου τομά, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτέμνοντος τὸ τμᾶμα ἁ ΑΓ εὐθεῖα, ἄξων δὲ ἔστω τοῦ τμάματος ἁ ΒΔ, ἁ δὲ ποτεοῦσα τῷ ἄξονι ἔστω ἁ ΒΘ, καὶ τᾷ ΒΘ ἴσα ἁ ΖΘ καὶ ἁ ΖΗ. δεικτέον, ὅτι τὸ τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν ἁ ΗΔ ποτὶ τὰν ΖΔ.

ἔστω δὴ κύλινδρος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ ἔστωσαν αἱ ΦΑ, ΓΥ. ἔστω δὲ καὶ κῶνός τις, ἐν ᾧ τὸ Ψ, καὶ ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὰν ΒΔ τοῦτον ἐχέτω τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ ΗΔ ποτὶ τὰν ΔΖ. φαμὶ δὴ τὸ τμᾶμα τοῦ

1. κζ' Torellius. 2. αποτετμημενον F, ut lin. 10; corr. Torellius. 5. ἁ συναμφοτέραις] scripsi; συναμφοτερα F, uulgo. 6. τῷ] το F. 15. ἁ ΑΓ εὐθεῖα] scripsi; ευθεια F, uulgo; εὐθεῖα ἁ ΑΓ ed. Basil., Torellius. 16. ΒΔ] ΒΑΔ F; corr. ed. Basil*. ποτιουσα F; corr. Torellius. 18. τὸν βάσιν] Torellius; ταν βασιν F, uulgo. 19. λόγον] τὸν αὐτὸν λόγον?

XXV.

Quoduis segmentum conoidis obtusianguli plano ad axem perpendiculari abscisum ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et altitudinem aequalem eam habet rationem, quam linea utrique simul aequalis, et axi segmenti et triplici lineae axi adiectae ad lineam utrique aequalem et axi segmenti et duplici lineae axi adiectae.[1])

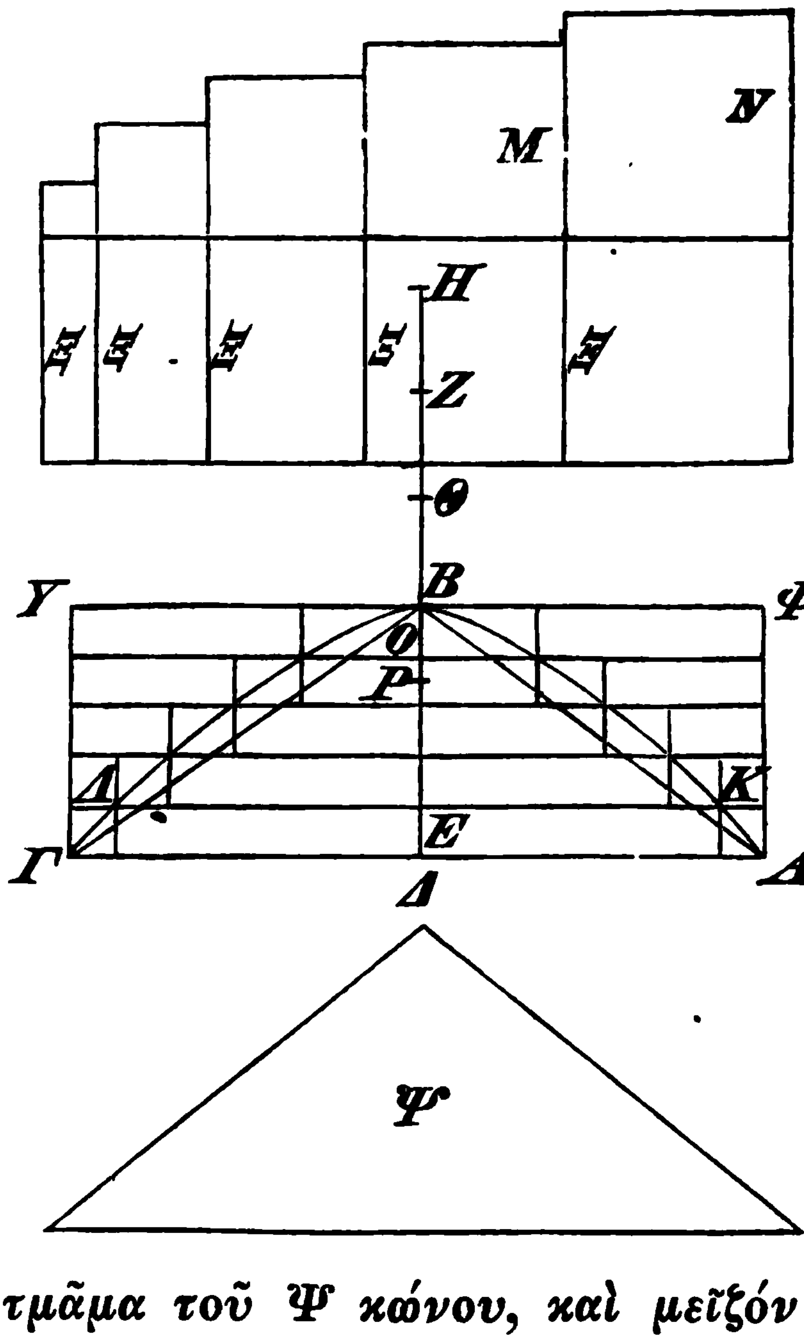
sit segmentum aliquod conoidis obtusianguli plano ad axem perpendiculari abscisum, et secto eo alio plano per axem posito ipsius conoidis sectio sit $AB\Gamma$ coni obtusianguli sectio [prop. 11, b], plani autem segmentum abscindentis linea $A\Gamma$, axis autem segmenti sit $B\Delta$, et linea axi adiecta sit $B\Theta$, et sit $B\Theta = Z\Theta = ZH$. demonstrandum est, segmentum ad conum basim habentem eandem, quam segmentum, et eundem axem eam rationem habere, quam $H\Delta : Z\Delta$.

sit igitur cylindrus eandem basim habens, quam segmentum, et axem eundem, latera autem eius sint lineae ΦA, $\Gamma \Upsilon$. sit autem etiam conus quidam, in quo sit littera Ψ, et ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et axem $B\Delta$ eam habeat rationem, quam $H\Delta : \Delta Z$. dico igitur, segmentum

1) P. 280, 2: *εἴ κα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἀποτμαθῇ τμάματα ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ συναμφοτέραις ἴσα, τῷ τε ἄξονι κτλ.* (lin. 6—9).

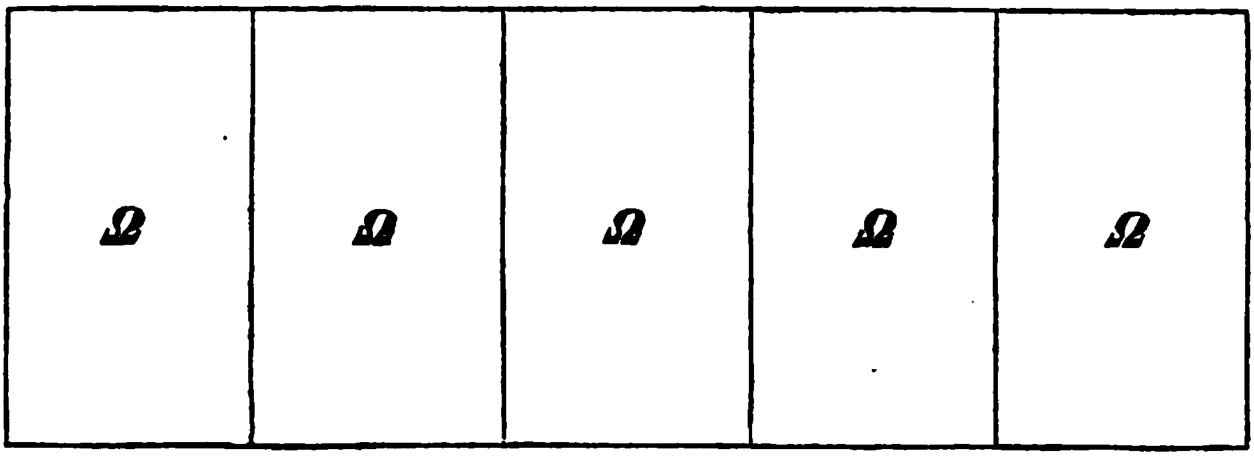
23. *δέ] scripsi; δη F*, uulgo. 26. $H\Delta$] $K\Delta$ F; corr. ed. Basil.* *φημι F;* corr. Torellius.

κωνοειδέος ἴσον εἶμεν τῷ Ψ κώνῳ. εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσον, ἤτοι μεῖζον ἢ ἔλασσόν ἐστιν. ἔστω πρότερον, εἰ δυνατόν, μεῖζον. ἐγγεγράφθω δὴ εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. διάχθω δὴ τὰ ἐπίπεδα πάντων τῶν κυλίνδρων ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν $\mathit{\Delta}\Gamma$, ἄξονα δὲ τὰν $B\mathit{\Delta}$. ἐσσεῖται δὴ ὅλος ὁ κύλινδρος διῃρημένος εἰς κυλίνδρους τῷ μὲν πλήθει ἴσους τοῖς κυλίνδροις τοῖς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τῷ δὲ μεγέθει ἴσους τῷ μεγίστῳ αὐτῶν. καὶ ἐπεὶ ἐλάσσονι ὑπερέχει τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου, ἢ τὸ τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου, καὶ μεῖζόν ἐστι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ τμάματος, δῆλον, ὅτι καὶ τὸ ἐγγε-



1. γάρ] scripsi; γε F, uulgo. 4. ἀλλω F. 8. διηχθω F;

conoidis aequale esse cono Ψ. nam si aequale non est, aut maius est aut minus. prius, si fieri potest, maius sit. inscribatur igitur segmento figura solida, et alia circumscribatur ex •ylindris altitudinem aequalem habentibus composita, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali excedit segmentum conoidis conum Ψ [prop. 19]. producantur igitur plana omnium cylindrorum ad superficiem cylindri basim habentis circulum circum diametrum



$A\Gamma$ descriptum, axem autem $B\Delta$. itaque totus cylindrus diuisus erit in cylindros numero cylindris figurae circumscriptae aequales, magnitudine autem maximo eorum aequales. et quoniam figura circumscripta excedit inscriptam minore spatio, quam quo segmentum conum Ψ excedit, et figura circumscripta maior est segmento, adparet, etiam figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ. sit igitur BP tertia pars

---

corr. Torellius. In figura litteras M, N permutant Cr., ed. Basil., Torellius. 24. ελαασσονι F. 27. ἢ] om. F; corr. ed. Basil. 28. τμᾶμα] sic F, ut p. 420 lin. 12.

γραμμένον σχῆμα μεῖζόν ἐστι τοῦ Ψ κώνου. ἔστω δὴ τρίτον μέρος τᾶς ΒΔ ἁ ΒΡ. ἐσσεῖται οὖν ἁ ΗΔ τριπλασία τᾶς ΘΡ. καὶ ἐπεὶ ὁ μὲν κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΔ ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ΗΔ ποτὶ τὰν ΘΡ, ἔχει δὲ καὶ ὁ εἰρημένος κῶνος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον, ὃν ἁ ΖΔ ποτὶ τὰν ΗΔ, ἕξει ἄρα καὶ ἀνομοίως τῶν λόγων τεταγμένων τὸν αὐτὸν λόγον ὁ κύλινδρος ὁ εἰρημένος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον, ὃν ἁ ΖΔ ποτὶ τὰν ΘΡ. ἔστωσαν δὲ γραμμαὶ κειμέναι, ἐφ' ἃν τὰ Ξ, τῷ μὲν πλήθει ἴσαι τοῖς τμαμάτεσσιν τοῖς ἐν τᾷ ΒΔ εὐθείᾳ, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστα ἴσα τᾷ ΖΒ, καὶ παρ' ἑκάσταν αὐτᾶν παραπεπτωκέτω χωρίον ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ, καὶ τὸ μὲν μέγιστον ἔστω ἴσον τῷ ὑπὸ ΖΔ, ΔΒ, τὸ δὲ ἐλάχιστον ἴσον τῷ ὑπὸ ΖΟ, ΟΒ. αἱ δὲ πλευραὶ τῶν ὑπερβλημάτων τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχόντων [καὶ γὰρ αἱ ἴσαι αὐταῖς αἱ ἐπὶ τᾶς ΒΔ εὐθείας τῷ ἴσῳ ἀλλάλων ὑπερέχουσιν]. καὶ ἔστω ἁ μὲν τοῦ μεγίστου ὑπερβλήματος πλευρά, ἐφ' ἃς τὸ Ν, ἴσα τᾷ ΒΔ, ἁ δὲ τοῦ ἐλαχίστου ἴσα τᾷ ΒΟ. ἔστω δὲ καὶ ἄλλα χωρία, ἐν οἷς τὸ Ω, τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ τῷ ὑπὸ τᾶν ΖΔ, ΔΒ. ὁ δὴ κύ-

2. επειται F. 9. ἄρα καί] scripsi; αμετρι post lacunam F, uulgo; οὖν Commandinus; ἄρα Torellius. τεταγμένων] Commandinus; τεταραγμενον F, uulgo; τεταγμένον Torellius. 11. ὃν] om. FBC*. ΘΡ] ΘΟ F; corr. ed. Basil.* ἔστωσαν] comp. F. δέ] scripsi; δε αι F, uulgo. 12. ισα F; corr. B* 13. τᾷ] τω F; corr. Torellius. 14. αυτων F; corr. Torellius. 16. ἴσον] εν F; corr. ed. Basil. ΖΔ, ΒΔ scripsi; ΖΒΔ FBC*; ΖΔΒ ed. Basil., uulgo. 17. ἴσον] εν F; corr. A. ΖΟ, ΟΒ] scripsi; ΖΟΒ F, uulgo. 18. τῷ] των τω F; corr. B.

lineae $B\Delta$. erit igitur $H\Delta = 3\,\Theta P$.[1]) et quoniam cylindrus basim habens circulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum, axem autem $B\Delta$ ad conum basim habentem eandem et eundem axem eam habet rationem, quam $H\Delta : \Theta P$,[2]) et etiam conus ille ad conum Ψ eam rationem habet, quam $Z\Delta : H\Delta$, habebit etiam, cum perturbata sit proportio [Eucl. V, def. 20], cylindrus, quem commemorauimus, ad conum Ψ eam rationem, quam $Z\Delta : \Theta P$ [Eucl. V, 23]. ponantur autem lineae quaedam, in quibus sint litterae Ξ, numero partibus lineae $B\Delta$ aequales, magnitudine autem singulae lineae ZB aequales, et singulis adplicetur spatium figura quadrata excedens, et maximum sit $= Z\Delta \times \Delta B$, minimum autem $= ZO \times OB$; latera autem excessuum aequali differentia inter se excedant.[3]) et latus maximi excessus sit ea linea, in qua est littera N, aequalis lineae $B\Delta$, latus autem minimi excessus lineae BO aequalis sit. sint autem etiam alia spatia, in quibus sit littera Ω, numero his aequalia et magnitudine singula maximo illorum, rectangulo lineis $Z\Delta$, ΔB

1) Nam $H\Delta = HB + B\Delta = 3\Theta B + 3BP$ et
$\Theta P = \Theta B + BP$.

2) Conus enim tertia pars est cylindri (Eucl. XII, 10; cfr. supra prop. 10), et $\Theta P = \frac{1}{3} H\Delta$.

3) Cum nusquam dixerit Archimedes, latera aequalia esse partibus lineae $B\Delta$ (neque enim hoc ex linn. 15—17 concludi potest), adparet, retinendam esse scripturam codicum lin. 18, et uerba sequentia lin. 18—20 delenda, in quibus offendunt etiam ἀλλάλων et ὑπερέχουσιν.

ὑπερέχοντι Nizzius. 20. ὑπερέχοντι Torellius; sed u. not. 3. 21. τὸ N] scripsi; τον F; τὸ M ed. Basil., Torellius; u. p. 419. 22. BO] BI F; corr. ed. Basil. 24. $Z\Delta$, ΔB scripsi; $Z\Delta B$ F, uulgo.

λινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΔΕ ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν βάσιν μὲν ἔχοντα τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΚΛ, ἄξονα δὲ τὰν ΔΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΚΕ δυνάμει. οὗτος δέ ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ, ὃν ἔχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΔ, ΒΔ ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΒΕ. ἐν πάσᾳ γὰρ τᾷ τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾷ τοῦτο συμβαίνει [ἁ γὰρ διπλασία τᾶς ποτεούσας, τουτέστι τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου, πλαγία ἐστὶ τοῦ εἴδους πλευρά]. καί ἐστι τῷ μὲν ὑπὸ τᾶν ΖΔ, ΒΔ περιεχομένῳ ἴσον τὸ ΞΝ χωρίον, τῷ δὲ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΒΕ ἴσον ἐστὶ τὸ ΞΜ. ἁ γὰρ Ξ ἴσα ἐστὶ τᾷ ΖΒ, ἁ δὲ Μ τᾷ ΒΕ, ἁ δὲ Ν τᾷ ΒΔ. ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΔΕ ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν βάσιν ἔχοντα τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΚΛ, ἄξονα δὲ τὰν ΔΕ τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον ποτὶ τὸ ΞΜ. ὁμοίως δὲ δειχθησέται καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἔχων τὰν ἴσαν τᾷ ΔΕ ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα τὸν αὐτὸν ἄξονα τοῦτον ἔχων τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ Ω χωρίον ποτὶ τὸ ὁμόλογον τῶν παρὰ τὰν Ξ παραπεπτωκότων ὑπερβάλλον τῷ τετραγώνῳ. ἔστιν δή τινα μεγέθεα, οἱ κύλινδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὧν ἕκαστος ἄξονα ἔχει ἴσον τᾷ ΔΕ, καὶ ἄλλα μεγέθεα, τὰ χωρία, ἐν οἷς τὸ

---

7. *τᾶν*] *τας* F; corr. AB. 12. *ΞΝ*] addidi; om. F, uulgo; *ΞΜ* Cr., ed. Basil., Torellius. *ἴσον ἐστὶ τὸ ΞΜ. ἁ γὰρ Ξ*] om. F; corr. ed. Basil. (*ΞΝ* pro *ΞΜ*). 13. *Μ*] scripsi; *Ν F*, uulgo. 14. *Ν*] *Μ* ed. Basil., Torellius. 19. *ΞΝ* Torellius. 24. *ὁμόλογον*] *ον λογον* F; corr. Torellius. τῶν παρά] ταν

comprehenso, aequalia. itaque cylindrus basim habens circulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum, axem autem ΔE ad cylindrum basim habentem circulum circum diametrum $K\Lambda$ descriptum, axem autem ΔE eandem rationem habet, quam $\Delta A^2 : KE^2$ [Eucl. XII, 11; XII, 2]. sed

$$\Delta A^2 : KE^2 = Z\Delta \times B\Delta : ZE \times BE.$$

hoc enim in omnibus sectionibus coni obtusianguli accidit.[1]) et spatium $\Xi N = Z\Delta \times B\Delta$, et

$$\Xi M = ZE \times BE;$$

nam $\Xi = ZB$ et $M = BE$ et $N = B\Delta$.[2]) itaque cylindrus basim habens circulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum, axem autem ΔE ad cylindrum basim habentem circulum circum diametrum $K\Lambda$ descriptum, axem autem ΔE eandem rationem habebit, quam Ω spatium ad ΞM. et eodem modo demonstrabimus, etiam unumquemque ex ceteris cylindris totius cylindri axem habentem lineae ΔE aequalem ad cylindrum figurae inscriptae eundem axem habentem eam rationem habere, quam spatium Ω ad respondens spatium eorum, quae lineae Ξ adplicata sunt figura quadrata excedentia. sunt igitur magnitudines quaedam, cylindri totius cylindri, quorum singuli axem habent lineae ΔE aequalem, et aliae magnitudines,

1) Apollon. I, 21; cfr. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 55 nr. 24. sed sequentia uerba lin. 9—10 delenda sunt, quia nomen ἡ πλαγία πλευρά ab Apollonio demum inuentum est. interpolator uerba Archimedis ad genus dicendi Apollonii adcommodare uoluit.

2) Et $\Xi N = (\Xi + N) \times N$, $\Xi M = (\Xi + M) \times N$.

περι F; corr. Torellius. Ξ] Nizzius; $N\Xi$ F, uulgo. περιπεπτωκοτων F; corr. Torellius.

Ω, ἴσα τούτοις τῷ πλήθει κατὰ δύο μεγέθεα τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ἐπεὶ οἵ τε κύλινδροι ἴσοι ἐντὶ ἀλλάλοις, καὶ τὰ Ω χωρία ἴσα ἀλλάλοις· λεγόνται δὲ τῶν τε κυλίνδρων τινὲς ποτὶ ἄλλους κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, ὁ δὲ ἔσχατος οὐδὲ ποθ' ἓν λεγέται, καὶ τῶν χωρίων, ἐν οἷς τὰ Ω, ποτ' ἄλλα χωρία τὰ παρὰ τὰν Ξ παραπεπτωκότα ὑπερβάλλοντα εἴδει τετραγώνῳ, τὰ δὲ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις, τὸ δὲ ἔσχατον οὐδὲ ποθ' ἓν λεγέται. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ πάντες οἱ κύλινδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ Ω χωρία ποτὶ πάντα τὰ παραβλήματα χωρὶς τοῦ μεγίστου. δεδείκται δέ, ὅτι πάντα τὰ Ω χωρία ποτὶ πάντα τὰ παραβλήματα χωρὶς τοῦ μεγίστου μείζω λόγον ἔχοντι, ἢ ὃν ἁ ΝΞ ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς Ξ καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς Ν. ὥστε καὶ ὅλος ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μείζονα ἔχει λόγον, ἢ ὃν ἁ ΖΔ ποτὶ τὰν ΘΡ, ὃν ὁ ὅλος κύλινδρος ἔχων ἐδείχθη ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. μείζονα οὖν ἔχει λόγον ὁ ὅλος κύλινδρος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον· ὥστε μείζων ἐστὶν ὁ Ψ κῶνος τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος· ὅπερ ἀδύνατον. ἐδείχθη γὰρ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον τοῦ Ψ κώνου. οὐκ ἄρα μεῖζον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. οὐδὲ τοίνυν ἔλασσον. ἔστω γάρ, εἰ δυνατόν, ἔλασσον. πάλιν οὖν ἐγγεγράφθω εἰς τὸ τμᾶμα

3. *αλληλοις* (alt.) F. *λεγωνται* F. 4. *τούς*] addidi; om. F, uulgo. 6. *ποθ' ἕν*] scripsi; *ποθεν* F, uulgo. 8. *αὐτοῖς*] Nizzius; om. F, uulgo. 9. *ποθ' ἕν*] u. lin. 6. 11. *τῷ*] *scripsi;* om. F, uulgo. 16. ΜΞ Torellius. 17. Μ Torellius.

spatia, in quibus est littera Ω, illis numero aequales, binae cum binis in eadem proportione, quoniam et cylindri inter se aequales sunt, et spatia Ω inter se aequalia. porro et cylindrorum nonnulli cum aliis cylindris, qui sunt in figura inscripta, in proportione sunt, ultimus autem in nulla est proportione,[1]) et spatiorum, in quibus sunt litterae Ω, [nonnulla] cum aliis spatiis, quae lineae Ξ adplicata sunt figura quadrata excedentia, respondentia in iisdem proportionibus, ultimum autem in nulla proportione. adparet igitur, etiam omnes cylindros totius cylindri ad omnes cylindros figurae inscriptae eandem rationem habere, quam omnia spatia Ω ad omnia spatia adplicata praeter maximum [prop. 1]. demonstratum autem, omnia simul spatia Ω ad omnia spatia adplicata praeter maximum maiorem rationem habere, quam $N + \Xi : \frac{1}{2}\Xi + \frac{1}{3}N$ [prop. 2]. quare etiam totus cylindrus ad figuram inscriptam maiorem rationem habet, quam $Z\varDelta : \varTheta P$[2]), quam rationem totum cylindrum ad conum Ψ habere demonstratum est. itaque totus cylindrus ad figuram inscriptam maiorem rationem habet, quam ad Ψ conum. quare conus Ψ maior est figura inscripta [Eucl. V, 8]; quod fieri non potest. nam demonstratum est, figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ. itaque segmentum conoidis maius non est cono Ψ. — sed ne minus quidem est. sit enim, si fieri potest, minus. rursus igitur segmento inscri-

1) Quia cylindri figurae inscriptae uno pauciores sunt, quam cylindri totius cylindri.

2) Nam $N + \Xi = B\varDelta + ZB = Z\varDelta$, et
$\frac{1}{2}\Xi + \frac{1}{3}N = B\varTheta + BP = \varTheta P$.

σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει ὁ κῶνος τοῦ τμάματος, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατεσκευάσθω. ἐπεὶ οὖν ἔλασσόν ἐστι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ τμάματος, καὶ ἐλάσσονι ὑπερέχει τὸ περιγεγραμμένον τοῦ ἐγγεγραμμένου, ἢ ὁ Ψ κῶνος τοῦ τμάματος, δῆλον, ὅτι καὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσόν ἐστι τοῦ Ψ κώνου. πάλιν δὴ ὅ τε κύλινδρος ὁ πρῶτος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔΕ ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΔΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον ποτὶ τὸ ΞΝ· ἴσον γὰρ ἑκάτερον ἑκατέρῳ· καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἐχόντων τὰν ἴσαν τᾷ ΔΕ ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι κατ' αὐτὸν ἐόντα καὶ ἄξονα ἔχοντα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον ποτὶ τὸ ὁμόλογον τῶν παρὰ τὰν Ξ παραβλημάτων σὺν τῷ ὑπερβλήματι, διὰ τὸ ἕκαστον τῶν περιγεγραμμένων χωρὶς τοῦ μεγίστου ἴσον εἶμεν ἑκάστῳ τῶν ἐγγεγραμμένων σὺν τῷ μεγίστῳ. ἕξει οὖν καὶ ὁ ὅλος κύλινδρος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν πάντα τὰ Ω χωρία ποτὶ τὰ παραβλήματα σὺν τοῖς ὑπερβλημάτεσσιν. δεδείκται δὲ πάλιν πάντα τὰ Ω χωρία ποτὶ πάντα τὰ ἕτερα ἐλάσσω λόγον ἔχοντα τοῦ,

---

1. *σχῆμα*] om. F; corr. Torellius. 3. *υπερεχ* cum comp. *ην* uel *ιν* F. 8. *περιγραμμενον* F. 13. *τὸ ΞΝ*] *ΞΜ* Torellius. 14. *ἑκατέρῳ*] addidi; om. F, uulgo. 15. *τάν*] addidi; om. F, uulgo; cfr. p. 422, 21. 18. *τόν*] om. FBC*. *ὅν*] om. F; corr. B*. 21. *εἶμεν*] Torellius; *ἐστιν* per comp. F; *εἶναι* uulgo.

batur figura solida, et alia circumscribatur ex cylindris altitudinem aequalem habentibus composita, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali excedit conus segmentum, et cetera eadem construantur. iam quoniam figura inscripta minor est segmento, et figura circumscripta excedit inscriptam minore spatio, quam quo conus Ψ segmentum excedit, adparet, etiam figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ. rursus igitur et cylindrus primus totius cylindri axem habens ΔE ad primum cylindrum figurae circumscriptae axem habentem ΔE eandem rationem habet, quam spatium Ω ad ΞN (utraque enim aequalia sunt), et ceterorum cylindrorum unusquisque eorum, qui in toto cylindro sunt axem habentes lineae ΔE aequalem, ad cylindrum figurae circumscriptae eodem loco positum et eundem axem habentem eam rationem habebit, quam spatium Ω ad spatium respondens eorum, quae lineae Ξ adplicata sunt, adsumpto excessu, quia unusquisque circumscriptorum praeter maximum aequalis est unicuique inscriptorum cum maximo.[1]) habebit igitur etiam totus cylindrus ad figuram circumscriptam eandem rationem, quam omnia spatia Ω ad spatia adplicata cum excessibus [prop. 1]. rursus autem demonstratum est, omnia spatia Ω ad omnia illa spatia

1) Sint c_1 c_2 c_3 c_4 cylindri inscripti, C_1 C_2 C_3 C_4 C_5 circumscripti, K cylindri totius cylindri, r_1 r_2 r_3 r_4 r_5 spatia adplicata adsumpto excessu. iam supra p. 422, 14 sq. demonstratum est $K : c_1 = \Omega : r_2$, $K : c_2 = \Omega : r_3$, $K : c_3 = : \Omega : r_4$, $K : c_4 = \Omega : r_5$; sed $c_1 = C_2$, $c_2 = C_3$, $c_3 = C_4$, $c_4 = C_5$. itaque $K : C_2 = \Omega : r_2$, $K : C_3 = \Omega : r_3$ cett.

ὃν ἔχει ἁ ΞΝ ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς Ξ καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς Ν· ὥστε καὶ ὅλος ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἐλάσσονα λόγον ἕξει, ἢ ἁ ΖΔ ποτὶ τὰν ΘΡ. ἀλλ' ὡς ἁ ΖΔ ποτὶ τὰν ΘΡ, ὁ ὅλος κύλινδρος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. ἐλάσσονα οὖν λόγον ἔχει ὁ αὐτὸς κύλινδρος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἢ ποτὶ τὸν Ψ. ὥστε μεῖζόν ἐστι τὸ περιγεγραμμένον τοῦ Ψ κώνου· ὅπερ ἀδύνατον. ἐδείχθη γὰρ ἔλαττον ἐὸν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. οὐκ ἄρα ἔλασσόν ἐστι τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. ἐπεὶ δὲ οὔτε μεῖζον οὔτε ἔλασσόν ἐστιν, δεδείκται οὖν τὸ προτεθέν.

κς'.

Καὶ τοίνυν εἴ κα μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ ἀποτμαθῇ τὸ τμᾶμα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος, ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν ἁ συναμφοτέραις ἴσα τῷ τε ἄξονι τοῦ τμάματος καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις τῷ τε ἄξονι καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι.

ἔστω γὰρ τμᾶμα ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἀποτετμαμένον ἐπιπέδῳ, ὡς εἰρήται. τμαθέντος δὲ ἐπιπέδῳ τοῦ σχήματος ἄλλῳ· διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμακὸς τὸ τμᾶμα· τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓ ἀμβλυγωνίου κώνου τομά, τοῦ δὲ

1. ΞΜ Torellius. 2. Μ Torellius. 7. τόν] scripsi; το F, uulgo. Ψ] Ψ κῶνον Torellius. 12. ελασσ cum comp. ην uel ιν F. 14. κη' Torellius. 16. αποτμηθη F, ut lin. 17; corr. Torellius. 17. τὸ βάσιν] scripsi; του (comp.) βασιν F, uulgo. ἔχοντος BC*, ed. Basil., Torellius. 19. αι συναμφο-

minorem rationem habere, quam $\Xi + N : \frac{1}{2}\Xi + \frac{1}{3}N$ [prop. 2]. quare etiam totus cylindrus ad figuram circumscriptam minorem rationem habebit, quam $Z\varDelta : \varTheta P$. sed ut $Z\varDelta : \varTheta P$, ita totus cylindrus ad conum $\varPsi$. itaque idem cylindrus ad figuram circumscriptam minorem rationem habet, quam ad $\varPsi$. quare [figura] circumscripta maior est cono $\varPsi$ [Eucl. V, 8]; quod fieri non potest. nam demonstratum est, figuram circumscriptam minorem esse cono $\varPsi$. itaque segmentum conoidis minus non est cono $\varPsi$. et quoniam nec maius nec minus est, constat propositum.

XXVI.

Iam etiam si plano ad axem non perpendiculari segmentum conoidis obtusianguli abscinditur, sic quoque ad segmentum coni basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem eam rationem habebit, quam linea utrique aequalis, et axi segmenti et triplici lineae axi adiectae ad lineam utrique aequalem, et axi et duplici lineae axi adiectae.[1])

sit enim segmentum conoidis obtusianguli abscisum plano, ita ut dictum est. figura autem alio plano per axem secta ad planum segmentum abscindens perpendiculari figurae sectio sit $AB\Gamma$ coni obtusianguli sectio [prop. 11, b], plani autem segmentum abscindentis

1) P. 280, 10: *εἴ κα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος τμᾶμα ἀποτμαθῇ ἐπιπέδῳ μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ὃ γινέται ἀπότμαμα κώνου, τοῦτον κτλ.*, ut hoc loco, nisi quod ibi *ἀμφοτέραις* legitur pro *συναμφοτέραις* lin. 20.

τεραι FVACD; *αἵ συναμφοτέραις* B; corr. ed. Basil. 23. *αποτετμημενον* F, ut lin. 26, p. 430, corr. Torellius.

ἐπιπέδου τοῦ ἀποτετμακότος τὸ τμᾶμα ἁ ΓΑ εὐθεῖα, κορυφὰ δὲ ἔστω τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς τὸ Θ σαμεῖον. καὶ ἄχθω διὰ τοῦ Β παρὰ τὰν ΑΓ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς ἁ ΦΥ, ἐπιψαυέτω δὲ κατὰ τὸ Β. καὶ ἀπὸ τοῦ Θ ἐπὶ τὸ Β ἐπιζευχθεῖσα ἐκβεβλήσθω. τεμεῖ δὴ αὐτὰ δίχα τὰν ΑΓ, καὶ ἐσσείται κορυφὰ μὲν τοῦ τμάματος τὸ Β σαμεῖον, ἄξων δὲ ἁ ΒΔ, ἁ δὲ ποτεοῦσα τῷ ἄξονι ἁ ΒΘ. τᾷ δὲ ΒΘ ἴσα ἔστω ἅ τε ΘΖ καὶ ἁ ΖΗ. ἀπὸ δὲ τᾶς ΦΥ ἐπίπεδον ἀνεστακέτω τι παράλληλον τῷ κατὰ τὰν ΑΓ. ἐπιψαύσει δὴ τοῦ κωνοειδέος κατὰ τὸ Β. καὶ ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν ΑΓ οὐκ ἐὸν ὀρθὸν ποτὶ τὸν ἄξονα τετμάκει τὸ κωνοειδές, ἁ τομὰ ἐσσείται ὀξυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς α μείζων ἁ ΓΑ. ἐούσας ἄρα ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ καὶ τᾶς ΒΔ γραμμᾶς ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀνεστακούσας ἐν ἐπιπέδῳ, ὅ ἐστιν ἀπὸ τᾶς διαμέτρου ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, δυνατόν ἐστι κύλινδρον εὑρεῖν τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ' εὐθείας τᾷ ΒΔ, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσείται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἁ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ. εὑρεθέντος οὖν ἐσσείται τις κυλίνδρου τόμος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ἁ δὲ ἑτέρα βάσις αὐτοῦ ἐσσείται τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν ΦΥ. πάλιν δὲ καὶ κῶνον εὑρεῖν δυνατόν ἐστι· κορυφὰν ἔχοντα τὸ Β

6. *δή*] scripsi; *δια τα* F, uulgo; *δὴ τὰ* Torellius. 7. *τμάματος*] sic F. 11. *δή*] scripsi; *δε* F, uulgo. 12. *ἐπεί*] *εσσει* altero *σ* supra scripto F; *ἐσσεῖται* cett. codd.*; corr. ed. Basil. 13. *τετμηκει* F, uulgo. *κονοειδες* F. 15. *εουσα* F; corr. ed. Basil. *ἄρα*] scripsi; *αλλη* F, uulgo; *δή* ed. Basil., Torellius. *τομα* F; corr. ed. Basil. 20. *ευρ* cum comp.

linea $\Gamma\Delta$, uertex autem coni conoides comprehendentis sit punctum Θ. et per B punctum ducatur lineae $\Delta\Gamma$ parallela linea $\Phi\Upsilon$ sectionem coni contingens, et contingat in puncto B, et [linea] a Θ ad B ducta producatur. ea igitur lineam $\Delta\Gamma$ in duas partes aequales secabit[1]), et uertex segmenti erit B, axis autem $B\Delta$[2]), et $B\Theta$ linea axi adiuncta [p. 278, 24]. sit autem

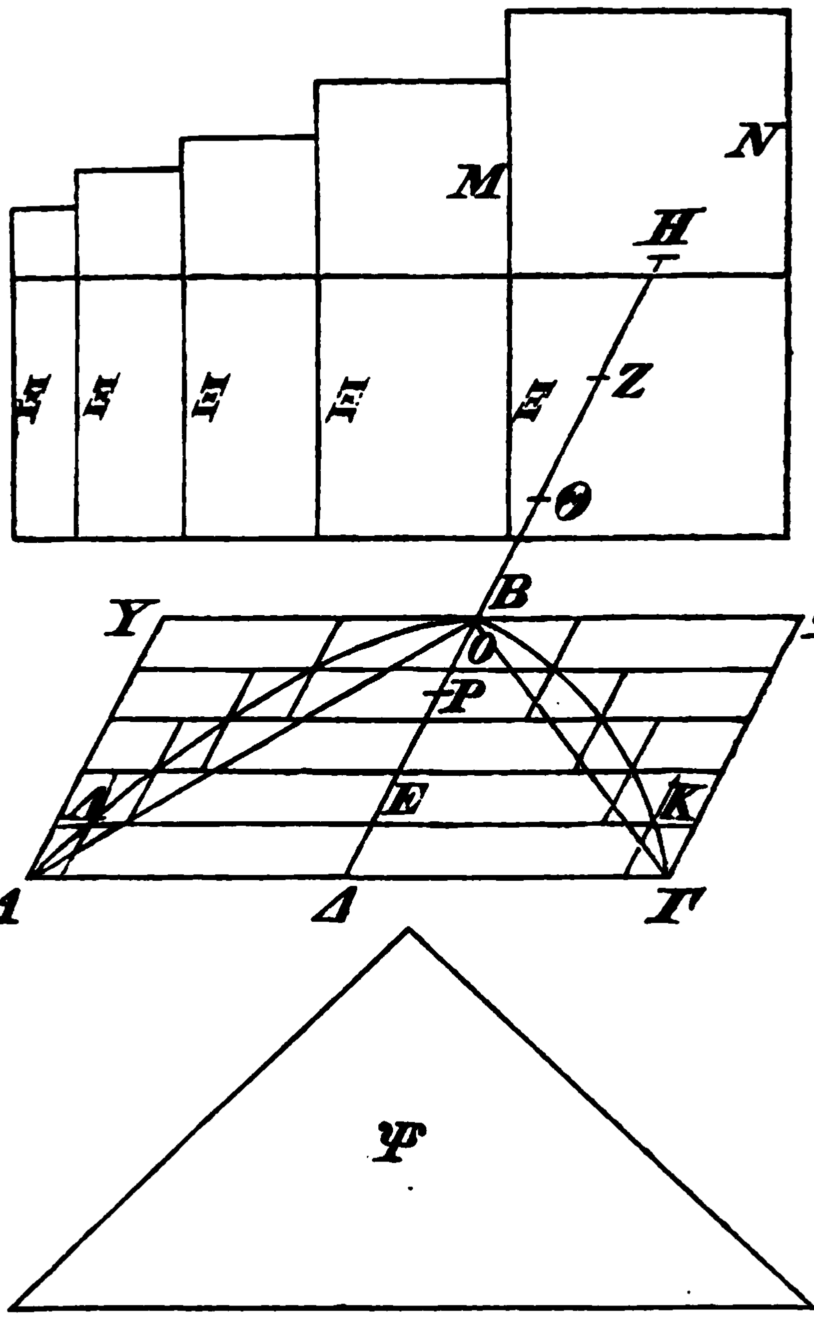
$$B\Theta = \Theta Z = ZH.$$

et a linea $\Phi\Upsilon$ planum erigatur parallelum plano in $\Delta\Gamma$ posito. continget igitur conoides in B [prop. 16, b]. et quoniam planum in $\Delta\Gamma$ positum ad axem non perpendiculare conoides secat, sectio erit coni acutianguli sectio, et diametrus eius maior $\Gamma\Delta$ [prop. 13]. data igitur coni acutianguli sectione circum diametrum $\Delta\Gamma$ descripta, et linea $B\Delta$ a centro erecta in plano in diametro posito ad id planum perpendiculari, in quo est coni acutianguli sectio, fieri potest, ut inueniatur cylindrus axem habens in producta linea $B\Delta$, cuius in superficie sit coni acutianguli sectio circum diametrum $\Delta\Gamma$ descripta.[3]) eo igitur inuento erit frustum quoddam cylindri eandem basim habens, quam segmentum, et eundem axem, altera autem basis eius erit planum in linea $\Phi\Upsilon$ positum. rursus autem hoc quoque fieri potest, ut conus inueniatur uerticem habens punctum B, cuius in superficie sit coni acuti-

1) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 56 nr. 26; cfr. supra p. 381 not. 3.
2) B uertex erit propter p. 278, 20. tum $B\Delta$ axis erit propter p. 278, 21.
3) U. prop. 9.

ην uel ιν F. ευθειων F; corr. Torellius. 22. ἁ] addidi; *om. F, uulgo.* 25. τάν] Torellius; την (comp.) F, uulgo.

σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἁ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ. εὑρεθέντος

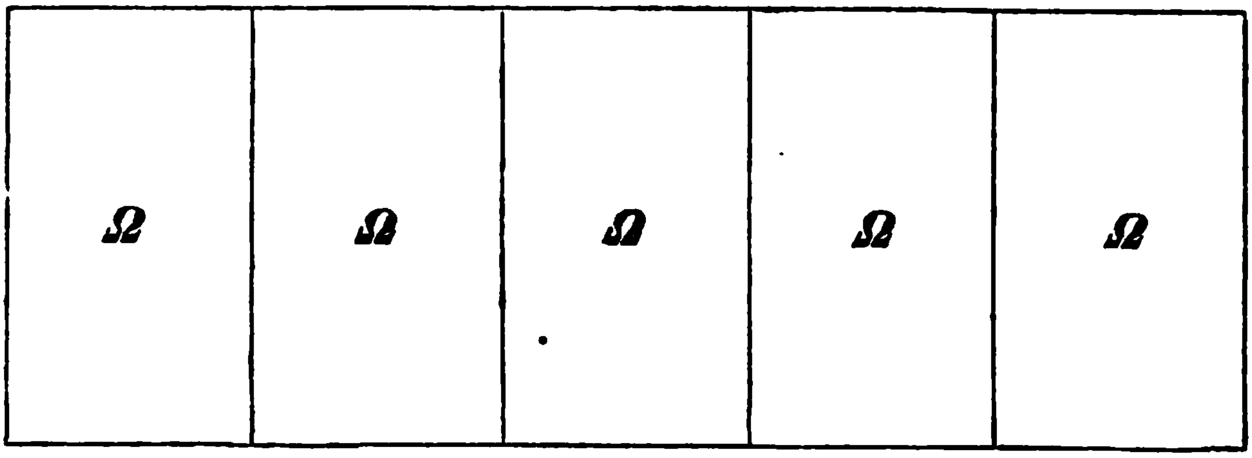


οὖν καὶ ἀπότμαμά τι ἐσσεῖται κώνου βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τε τόμῳ καὶ τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. δεικτέον, ὅτι τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ εἰρημένον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΗΔ ποτὶ τὰν ΔΖ.

ὃν γὰρ ἔχει λόγον α ΗΔ ποτὶ τὰν ΔΖ, τοῦτον ἐχέτω ὁ Ψ κῶνος ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου. εἰ οὖν μή ἐστιν ἴσον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τῷ κώνῳ

2. ἁ περὶ] ἁ addidi; om. F, uulgo. 3. καὶ ἀπότμαμα ...

anguli sectio circum diametrum *ΑΓ* descripta· [prop. 8]. eo igitur inuento etiam segmentum coni erit basim



habens eandem, quam et frustum et segmentum, et eundem axem. demonstrandum, segmentum conoidis ad segmentum coni rationem eam habere, quam *ΗΔ* ad *ΔΖ*.

habeat enim conus *Ψ* ad segmentum coni eam rationem, quam *ΗΔ* : *ΔΖ*. iam si segmentum conoidis cono *Ψ* aequale non est, sit, si fieri potest, maius.

τῷ τμάματι lin. 4 om. F, uulgo; corr. Commandinus, nisi quod lin. 3 scribit *ἐσσεῖται τὸ ἀπότμημα* (*τι ἀπότμαμα* Torellius, qui lin. 3 *ἔχων* habet). ego haec ita transposui addito *καί* lin. 3, ut adpareret origo lacunae. 6. *αποτμημα* F, ut lin. 9; corr. Torellius. 8. *γάρ*] Nizzius cum VD; *γουν* F, uulgo. *ἁ ΗΔ*] om. F; corr. Torellius. 9. *ἐχέτω*] Torellius; *εχει* F, uulgo. Post *κώνου* supplet Commandinus: *φημὶ* (*φαμί* Torellius) *δὴ τὸ τμῆμα* (*τμᾶμα* idem) *τοῦ κωνοειδέος ἴσον εἶμεν τῷ Ψ κώνῳ*.

τῷ Ψ, εἰ μὲν δυνατόν ἐστιν, ἔστω μεῖζον. ἐγγεγράφθω δὴ εἰς τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρου τόμων ἴσον ὕψος ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. ἐπεὶ οὖν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον ἐὸν τοῦ τμάματος ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος, ἢ τὸ τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου, δῆλον, ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. διάχθω δὴ τὰ ἐπίπεδα τῶν τόμων τῶν ἐγγεγραμμένων ἐν τῷ τμάματι πάντων ἔστε ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ τόμου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, καὶ ἅ τε ΒΡ τρίτον μέρος ἔστω τᾶς ΒΔ, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατεσκευάσθω. πάλιν δὴ ὁ πρῶτος τόμος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔΕ ποτὶ τὸν πρῶτον τόμον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΔΕ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΔ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΕ. οἱ γὰρ τόμοι οἱ ἴσον ὕψος ἐχόντες τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ' ἀλλάλους, ὅνπερ αἱ βασίες αὐτῶν. αἱ δὲ βασίες αὐτῶν, ἐπεὶ ὁμοίαι ἐντὶ ὀξυγωνίων κώνων τομαί, τὸν αὐτὸν [οὖν] λόγον ἔχοντι ποτ' ἀλλάλας, ὃν αἱ ὁμολόγοι διαμέτροι αὐτᾶν δυνάμει. ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΔ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΕ, τοῦτον ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΔ, ΔΒ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΒ, ἐπεί ἐστιν ἁ μὲν ΖΔ ἀγμένα

---

1. *μέν*] scripsi; *γαρ* (comp.) *μη* F, uulgo; *μέν ἐστι* Torellius; om. Commandinus. *ἐστιν, ἔστω*] scripsi; *ἐστιν* (comp.) F, uulgo; *ἔστω* Commandinus. 3. *αλλω* F. *κυλίνδρων* ed. Basil., Torellius. 5. *υπερεχ* cum comp. *ην* uel *ιν* F. 8. *σχήματος*] *τμηματος* F; corr. D, Cr. 10. *διηχθω* F; corr. Torel-

inscribatur igitur segmento conoidis figura solida, et alia circumscribatur ex cylindri frustis altitudinem aequalem habentibus composita, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali excedit segmentum conoidis conum Ψ [prop. 20]. iam quoniam figura circumscripta, quae segmento maior est, minore spatio figuram inscriptam excedit, quam quo segmentum excedit conum Ψ, adparet, figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ. producantur igitur plana frustorum omnium segmento inscriptorum usque ad superficiem frusti basim habentis eandem, quam segmentum, et eundem axem, et sit

$$BP = \tfrac{1}{3} B\varDelta,$$

et cetera eadem construantur, quae antea. rursus igitur primum frustum totius frusti axem habens $\varDelta E$ ad primum frustum figurae inscriptae axem habens $\varDelta E$ eam rationem habet, quam $A\varDelta^2 : KE^2$. nam frusta altitudinem aequalem habentia eam inter se rationem habent, quam bases [cfr. prop. 10]. bases autem, quoniam sectiones conorum acutiangulorum similes sunt [prop. 14 coroll.], eandem inter se rationem habent, quam quadrata diametrorum respondentium [prop. 6 coroll.]. sed

$$A\varDelta^2 : KE^2 = Z\varDelta \times \varDelta B : ZE \times EB,$$

lius. 11. ενγεγϱ. F. τμάματι] scripsi; σχηματι F, uulgo. ἔστε] εσσειται F; corr. Torellius. 12. τάν] (prius) scripsi, την F, uulgo; om. ed. Basil., Torellius. 14. τὰ ἄλλα] scripsi; τ' αλλα F, uulgo. 15. κατεσκευάσθω] scripsi; κατασκευασθω F, uulgo. 16. ἄξονα] α F. 17. τῶν] scripsi; τον F, uulgo. 20. εχωντι F. 21. αἱ δὲ βασίες αὐτῶν] om. F; corr. Commandinus (nisi quod βάσεις scripsit). 23. οὖν] delet Torellius. εχωντι F. 26. $Z\varDelta$, $\varDelta B$] scripsi; $Z\varDelta B$ F, $Z\varDelta B$ uulgo, sic etiam p. 436 lin. 3. 27. ZEB F, uulgo, ut p. 436 lin. 4.

διὰ τοῦ Θ, καθʼ ὃ αἵ ἔγγιστα συμπίπτοντι, αἱ δὲ ΑΔ, ΚΕ παρὰ τὰν κατὰ τὸ Β ἐπιψαύουσαν. ἔστιν δὲ τὸ μὲν ὑπὸ τᾶν ΖΔ, ΔΒ περιεχόμενον ἴσον τῷ Ω χωρίῳ, τὸ δὲ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΒ τῷ ΞΜ. ἔχει οὖν ὁ πρῶτος τόμος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔΕ ποτὶ τὸν πρῶτον τόμον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΔΕ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον ποτὶ τὸ ΞΜ. καὶ τῶν ἄλλων δὲ τόμων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ ἄξονα ἐχόντων τὰν ἴσαν τᾷ ΔΕ ποτὶ τὸν τόμον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι κατʼ αὐτὸν ἐόντα καὶ ἄξονα ἔχοντα τὰν ἴσαν τᾷ ΔΕ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον ποτὶ τὸ ὁμόλογον τῶν παρὰ τὰν Ξ παραπεπτωκότων ὑπερβαλλόντων εἴδει τετραγώνῳ. πάλιν οὖν ἐντί τινα μεγέθεα, οἱ τόμοι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ, καὶ ἄλλα μεγέθεα, τὰ χωρία, ἐν οἷς τὸ Ω, ἴσα τῷ πλήθει τοῖς τόμοις καὶ κατὰ δύο τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντα αὐτοῖς. λεγόνται δὲ οἱ τόμοι ποτʼ ἄλλους τόμους τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, ὁ δὲ ἔσχατος τόμος οὐδὲ ποθʼ ἓν λεγέται, τὰ δὲ Ω χωρία ποτʼ ἄλλα χωρία τὰ παρὰ τὰν Ξ παραπεπτωκότα ὑπερβάλλοντα εἴδεσι τετραγώνοις, τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις, τὸ δὲ ἔσχατον οὐδὲ ποθʼ ἓν λεγέται. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ πάντες οἱ τόμοι ποτὶ πάντας τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ Ω χωρία ποτὶ

---

1. ὃ αἵ] ας F; corr. Torellius. *συμπιπτωντι* F. 4. *ΞΝ*] Torellius, ut lin. 8. 6. *τῶν*] scripsi; *τον* F, uulgo. 8. *τό*] (prius) *τω* F. 10. *τάν*] addidi; om. F, uulgo. 12. *τάν*] addidi; om. F, uulgo. 13. *τὰν Ξ*] *τα ΝΞ* F; corr. ed. Basil. 15. *τόμοι οἱ*] om. F; corr. Torellius. 17. *πληθη* F. *κατά*] *κα* *supra* manu 1 F. 18. ἔχοντα] εχωντι F; *ἔχοντι* uulgo; corr. *Torellius.* *αλλαλους* F; corr. BC. 20. ποθʼ ἕν] scripsi;

quoniam $Z\Delta$ linea per Θ ducta est, in quo lineae sectioni proximae inter se incidunt, et $A\Delta$, KE lineae in puncto B contingenti parallelae.[1]) sed

$$Z\Delta \times \Delta B = \Omega,$$

et $ZE \times EB = \Xi M$. itaque primum frustum totius frusti axem habens ΔE ad primum frustum figurae inscriptae axem habens ΔE eandem rationem habet, quam Ω ad ΞM. et ceterorum quoque frustorum unumquodque eorum, quae in toto frusto sunt axem habentia lineam lineae ΔE aequalem, ad frustum in figura inscripta eodem loco positum et axem habens lineam lineae ΔE aequalem eam rationem habet, quam spatium Ω ad respondens spatium eorum, quae lineae Ξ adplicata sunt figura quadrata excedentia. rursus igitur magnitudines quaedam sunt, frusta totius frusti, et aliae magnitudines, spatia, in quibus est littera Ω, numero frustis aequales et binae cum binis in eadem proportione. et frusta cum aliis frustis, quae in figura inscripta sunt, in proportione sunt, ultimum autem frustum in nulla proportione[2]), et spatia Ω cum aliis spatiis, quae lineae Ξ adplicata sunt figuris quadratis excedentia, respondentia in iisdem proportionibus, ultimum autem in nulla est. adparet igitur, etiam omnia frusta ad omnia eandem rationem habitura esse, quam omnia spatia Ω ad omnia spatia

1) Apollon. I, 21; Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 55 nr. 24; cfr. supra p. 422, 5 sq.

2) Id scilicet, cuius axis est BO; numerus enim frustorum inscriptorum uno minor est.

ποθεν F, uulgo; sic etiam lin. 23. 21. τά] addidi; om. F, *uulgo.* *τα υπερβαλλοντα* F; corr. Torellius.

πάντα τὰ παραβλήματα χωρὶς τοῦ μεγίστου. πάντα δὲ τὰ Ω χωρία ποτὶ πάντα τὰ παραβλήματα χωρὶς τοῦ μεγίστου μείζονα λόγον ἔχοντι, ἢ ὃν ἁ ΞΝ ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς Ξ καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς Ν. μείζονα οὖν λόγον ἔχει ὅλος ὁ τόμος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΞΝ ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς Ξ καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς Ν· ὥστε καὶ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΖΔ ποτὶ τὰν ΘΡ. μείζονα οὖν ἔχει λόγον ὁ ὅλος τόμος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον· ὅπερ ἀδύνατον. ἐδείχθη γὰρ μεῖζον ἐὸν τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. οὔκ ἐστιν οὖν μεῖζον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. — εἰ δὲ ἔλασσόν ἐστι τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου, ἐγγραφέντος εἰς τὸ τμᾶμα σχήματος στερεοῦ καὶ ἄλλου περιγραφέντος ἐκ κυλίνδρου τόμων ἴσον ὕψος ἐχόντων συγκειμένου, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει ὁ Ψ κῶνος τοῦ τμάματος, πάλιν ὁμοίως δειχθησέται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσον ἐὸν τοῦ Ψ κώνου, καὶ ὁ τοῦ κυλίνδρου τόμος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἐλάσσονα λόγον ἔχων ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὔκ ἐστιν οὖν οὐδ' ἔλασσον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. δῆλον οὖν τὸ προτεθέν.

---

1. *τα χωρις* FD. 3. *εχωντι* F. *ΜΞ* Torellius. 5. *Μ* Torellius, ut lin. 8. 6. *ΞΜ* Torellius. 7. *Ξ*] *ΕΞ* F; corr. Cr., ed. Basil. 10. *τόν*] *το* F. 11. *μεῖζον ἐὸν*] *μειξεον* F; corr. *B**. 23. *ἔχων ἢ*] Torellius; *εχωντι* F, *ἔχοντι* uulgo. 24. *ἐστίν*] supra manu 1 F.

adplicata praeter maximum [prop. 1]. sed omnia spatia Ω ad omnia spatia adplicata praeter maximum maiorem rationem habent, quam

$$\Xi + N : \tfrac{1}{2}\Xi + \tfrac{1}{3}N \text{ [prop. 2].}$$

itaque totum frustum ad figuram inscriptam maiorem rationem habet, quam $\Xi + N : \frac{1}{2}\Xi + \frac{1}{3}N$; quare etiam maiorem, quam $Z\Delta : \Theta P$.[1]) itaque totum frustum maiorem rationem habet ad figuram inscriptam quam ad conum Ψ[2]); quod fieri non potest. nam demonstratum est, figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ. itaque segmentum conoidis maius non est cono Ψ. — sin minus est segmentum conoidis cono Ψ, inscripta segmento figura solida et alia circumscripta ex cylindri frustis aequalem altitudinem habentibus compositis, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali conus Ψ segmentum excedit, rursus eodem modo demonstrabimus, figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ [cfr. p. 434, 6 sq.], et frustum cylindri basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem ad figuram circumscriptam minorem rationem habere quam ad conum Ψ [cfr. p. 434, 15 sq.]; quod fieri non potest.[3]) itaque segmentum conoidis ne minus quidem est cono Ψ. constat igitur propositum.

---

1) U. p. 425 not. 2.

2) Nam frustum totum ad Ψ eam rationem habet, quam $Z\Delta : \Theta P$; cfr. p. 420, 3 sq. itaque figura minor est cono.

3) Tum enim figura circumscripta maior esset cono Ψ (Eucl. V, 10), quod secus est (lin. 19).

κζʹ.

Παντὸς σχήματος σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ τμαθέντος διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος διπλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

ἔστω σφαιροειδὲς σχῆμα ἐπιπέδῳ τετμαμένον διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα. τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ *ΑΒΓΔ* ὀξυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς καὶ ἄξων τοῦ σφαιροειδέος ἁ *ΒΔ*, κέντρον δὲ τὸ *Θ*. διοίσει δὲ οὐδέν, εἴτε ἁ μείζων ἐστὶ διάμετρος ἁ *ΒΔ* τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, εἴτε ἁ ἐλάσσων. τοῦ δὲ τετμακότος ἐπιπέδου τὸ σχῆμα τομὰ ἔστω ἁ *ΓΑ* εὐθεῖα. ἐσσεῖται δὴ αὐτὰ διὰ τοῦ *Θ* καὶ ὀρθὰς ποιήσει γωνίας ποτὶ τὰν *ΒΔ*, ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον ὑποκεῖται διὰ τοῦ κέντρου τε ἄχθαι καὶ ὀρθὸν εἶμεν ποτὶ τὸν ἄξονα. δεικτέον, ὅτι τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν *ΑΓ*, κορυφὰν δὲ τὸ *Β* σαμεῖον διπλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

ἔστω γὰρ κῶνός τις, ἐν ᾧ τὸ *Ψ*, διπλασίων τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τὰν *ΘΒ*. φαμὶ δὴ τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος ἴσον εἶμεν τῷ *Ψ* κώνῳ. εἰ οὖν μή ἐστιν ἴσον τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τῷ *Ψ* κώνῳ, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατόν, μεῖζον. ἐγγεγράφθω δὴ

---

1. *κθʹ* Torellius. 6. *σχῆμα*] *τμημα* F; corr. ed Basil.*; „*portio*“ Cr. τετμημενον F, uulgo. 8. διά] scripsi; *του μεν δια* F, uulgo. σχήματος] τμηματος F; corr. B. 11. Θ] Θ Δ F. *13.* *ἁ*] addidi; om. F, uulgo. τετμηκοτος F; corr. Torellius.

XXVII.

Quauis figura sphaeroidis per centrum plano ad axem perpendiculari secta, dimidia pars sphaeroidis duplo maior est cono basim eandem habenti, quam segmentum, et eundem axem.[1])

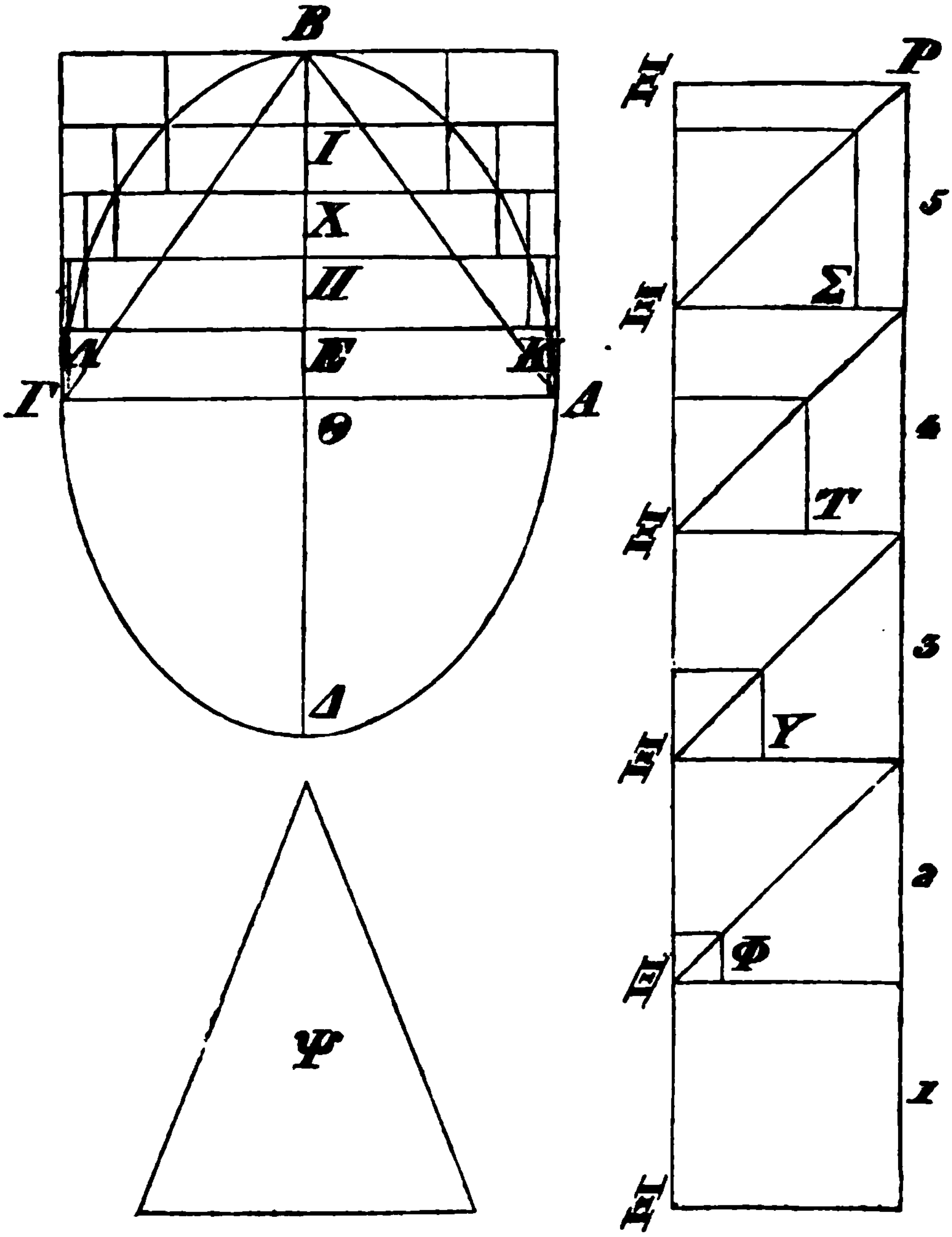
sit figura sphaeroidis per centrum plano ad axem perpendiculari secta. ea autem alio plano per axem posito secta, figurae sectio sit *ABΓΔ* coni acutianguli sectio [prop. 11, c], diametrus autem eius et axis sphaeroidis *BΔ*, centrum autem *Θ*. nihil autem interest, utrum maior diametrus sectionis coni acutianguli sit *BΔ* an minor. plani autem figuram secantis sectio sit linea *ΓA*. ea igitur per punctum *Θ* [ducta] erit, et cum linea *BΔ* rectos angulos faciet, quoniam suppositum est, planum et per centrum ductum esse et ad axem perpendiculare [Eucl. XI, 18 et XI def. 4]. demonstrandum est, dimidiam partem sphaeroidis basim habentem circulum circum diametrum *AΓ* descriptum, uerticem autem punctum *B* duplo maiorem esse cono basim eandem habenti, quam segmentum, et eundem axem.

sit enim conus aliquis, in quo sit littera *Ψ*, duplo maior cono basim habenti eandem, quam segmentum, et eundem axem *ΘB*. dico igitur, dimidiam partem sphaeroidis aequalem esse cono *Ψ*. iam si dimidia pars sphaeroidis cono *Ψ* aequalis non est, sit primum, si fieri potest, maior. inscribatur igitur segmento,

1) P. 284, 2 sq.: *εἴ κά τι τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τῶν γεναμένων τμαμάτων ἑκάτερον διπλάσιον ἐσσεῖται τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.*

16. τε ἄχθαι] scripsi; *τεταχθαι* F, uulgo. 24. δή] scripsi; *δε* F, uulgo.

εἰς τὸ τμᾶμα τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον



ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. ἐπεὶ οὖν μεῖζον ἐὸν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἁμίσεος τοῦ σφαιροειδέος ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος, ἢ τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου, δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ τμάματι τῷ ἁμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος μεῖζόν

---

3. *ἐχόντων*] εχον τον (comp.) F. Litteram P in figura ad-

quod dimidia pars est sphaeroidis, figura solida, et alia circumscribatur ex cylindris altitudinem aequalem habentibus composita, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam minore spatio, quam quali excedit dimidia pars sphaeroidis conum Ψ [prop. 19]. itaque quoniam figura circumscripta, quae maior est dimidia parte sphaeroidis, minore spatio excedit figuram inscriptam, quam quo dimidia pars sphaeroidis conum Ψ excedit, adparet, etiam figuram segmento inscriptam, quod dimidia pars sphaeroidis est, maiorem esse cono Ψ. sit igitur cylindrus basim habens circulum circum

---

didi; quadratum 1 addidit Torellius, sed seorsum; ego cum ceteris iunxi. 6. *ἁμίσεος*] F; *ἁμίσεως* uulgo. 7. *ἐλάσσονι*] Nizzius; *ελασσον* F, uulgo. 9. *οὖν*] delendum? 10. *τῷ ἁμισέῳ*] scripsi; *του αμισεος* FCD, *τοῦ ἁμίσεως* uulgo.

ἐστι τοῦ Ψ κώνου. ἔστω δὴ κύλινδρος βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΘ. ἐπεὶ οὖν οὗτος ὁ κύλινδρος τριπλάσιός ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ὁ δὲ Ψ κῶνος διπλάσιός ἐστι τοῦ αὐτοῦ κώνου, δῆλον, ὡς ὁ κύλινδρος ἡμιόλιός ἐστι τοῦ Ψ κώνου. ἐκβεβλήσθω δὴ τὰ ἐπίπεδα τῶν κυλίνδρων πάντων, ἐξ ὧν συγκεῖται τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, ἔστε ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. ἐσσεῖται δὴ ὁ ὅλος κύλινδρος διαιρημένος εἰς κυλίνδρους τῷ μὲν πλήθει ἴσους τοῖς κυλίνδροις τοῖς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τῷ δὲ μεγέθει ἴσους τῷ μεγίστῳ αὐτῶν. ἔστων οὖν γραμμαὶ κείμεναι, ἐφ' ἃν τὰ Ξ, τῷ πλήθει ἴσαι τοῖς τμαμάτεσσι τοῖς τᾶς ΒΘ εὐθείας, τῷ δὲ μεγέθει ἴσα ἑκάστα τᾷ ΒΘ, καὶ ἀπὸ ἑκάστας τετράγωνον ἀναγεγράφθω. ἀφαιρήσθω δὴ ἀπὸ μὲν τοῦ ἐσχάτου τετραγώνου γνώμων πλάτος ἔχων ἴσον τᾷ ΒΙ. ἐσσεῖται δὴ οὗτος ἴσος τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΒΙ, ΙΔ. ἀπὸ δὲ τοῦ παρ' αὐτῷ τετραγώνου γνώμων ἀφαιρήσθω πλάτος ἔχων διπλάσιον τᾶς ΒΙ. ἐσσεῖται δὴ οὗτος ἴσος τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΒΧ, ΧΔ. καὶ ἀεὶ ἀπὸ τοῦ ἐχομένου τετραγώνου γνώμων ἀφαιρήσθω, οὗ πλάτος ἑνὶ τμάματι μεῖζον τοῦ πλάτεος τοῦ πρὸ αὐτοῦ ἀφαιρημένου γνώμονος. ἐσσεῖται δὴ ἕκαστος αὐτῶν ἴσος τῷ περι-

---

1. *βάσιν*] scripsi; *ὁ βασιν* F, uulgo. 9. *ἔστε*] *εσσειται* F; corr. Torellius. 11. *διαιρημένος*] scripsi; *διαιρουμενος* F, uulgo. 14. *ἔστων*] scripsi; *εστω δη* F; *ἔστωσαν δή* Nizzius cum *BD*. 15. *ισα* F; corr. Torellius. *τμημασι* F, uulgo; *τμάμασι* Torellius. 19. *ἴσον*] scripsi; *ισαν* F, uulgo. *δή*] Nizzius; *δε* F, uulgo. 21. *τετραγωνων* F. 22. *τῷ*] *το* F.

diametrum $A\Gamma$ descriptum, axem autem $B\Theta$. iam quoniam hic cylindrus triplo maior est cono basim habenti eandem, quam segmentum, et eundem axem [Eucl. XII, 10; cfr. supra prop. 10], sed conus Ψ duplo maior eodem cono, adparet, cylindrum dimidia parte maiorem esse cono Ψ. producantur igitur plana omnium cylindrorum, ex quibus composita est figura inscripta, usque ad superficiem cylindri basim habentis eandem, quam segmentum, et eundem axem. totus igitur cylindrus diuisus erit in cylindros numero aequales cylindris figurae circumscriptae, magnitudine autem maximo eorum aequales. ponantur igitur lineae quaedam, in quibus sint litterae Ξ, numero partibus lineae $B\Theta$ aequales, magnitudine autem singulae aequales lineae $B\Theta$, et in singulis quadratum construatur. auferatur igitur ab ultimo quadrato gnomon latitudinem habens lineae BI aequalem. is igitur aequalis erit $BI \times I\Delta$.[1]) a quadrato autem ei proximo auferatur gnomon latitudinem habens $2\,BI$. is igitur aequalis erit $BX \times X\Delta$. et semper deinceps a quadrato sequenti auferatur gnomon, cuius latitudo una parte [lineae $B\Theta$] maior est latitudine gnomonis ante ablati. unusquisque igitur eorum aequalis erit spatio partibus

1) Nam cum $B\Delta$ in partes aequales (in Θ) et in inaequales (in I) diuisa sit, erit (Eucl. II, 5): $BI \times I\Delta + I\Theta^2 = B\Theta^2$, h. e. $B\Theta^2 - I\Theta^2 = BI \times I\Delta$, sed $B\Theta^2 - I\Theta^2$ ipse gnomon est. et eodem modo ceteri gnomones inueniuntur.

23. ἐχομένου] ἑπομένου Torellius. 24. οὗ] addidi; om. F, uulgo. ἑνί] scripsi; μεν ἡ FCD; μὲν ἴσον AB, ed. Basil; μὲν ἔχων ἑνί Commandinus, Torellius. 25. πρὸ] C, Torellius; προτον FD; πρώτον AB, ed. Basil.

εχομένῳ ὑπὸ τῶν τᾶς ΒΔ τμαμάτων, ὧν τὸ ἕτερον τμᾶμα ἴσον ἐστὶ τῷ πλάτει τοῦ γνώμονος. ἐσσεῖται δὴ καὶ [ἀπὸ] τοῦ τετραγώνου τοῦ δευτέρου τὸ λοιπὸν τετράγωνον τὰν πλευρὰν ἔχον ἴσαν τᾷ ΘΕ. ὁ δὲ κύλινδρος ὁ πρῶτος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΘΕ ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν πρῶτον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΘΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΘ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΕ· ὥστε καὶ ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΘ, ΘΔ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ,ΕΔ περιεχόμενον. ἔχει οὖν ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ πρῶτον τετράγωνον ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπὸ τοῦ δευτέρου τετραγώνου ἀφαιρημένον. ὁμοίως δὲ καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαστος ἄξονα ἐχόντων ἴσον τᾷ ΘΕ ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι καὶ ἔχοντα ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ὁμοίως τεταγμένον αὐτῷ ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπὸ τοῦ ἑπομένου αὐτῷ τετραγώνου ἀφαιρημένον. ἐντὶ δή τινα μεγέθεα, οἱ κυλίνδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, καὶ ἄλλα, τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ΞΞ, ἴσα τῷ πλήθει τοῖς κυλίνδροις καὶ κατὰ δύο τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντα. λεγόνται δὲ οἱ κυλίνδροι ποτ' ἄλλα μεγέθεα, τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, ὁ δὲ ἔσχατος οὐδὲ ποθ' ἓν λεγέται, καὶ τὰ τετράγωνα ποτ' ἄλλα μεγέθεα, τοὺς ἀπὸ τῶν τετραγώνων ἀφαιρημένους, τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις, τὸ δὲ ἔσχατον τετράγωνον οὐδὲ ποθ' ἓν λεγέται. πάντες οὖν οἱ κυλίνδροι οἱ ἐν τῷ

---

3. *ἀπό*] deleo. 4. *τᾷ*] *ταν* F; corr. Torellius. *δέ*] *δή* Torellius. 7. *εχοντι* F; corr. B. 10. ΒΘ] Β*Α* F; corr. ed.

lineae $B\Delta$ comprehenso, quarum altera latitudini gnomonis aequalis sit. quadrati igitur secundi quod relinquitur, quadratum erit latus habens lineae ΘE aequale. cylindrus autem primus totius cylindri axem habens ΘE ad primum cylindrum figurae inscriptae eundem habentem axem ΘE eandem habet rationem, quam

$$A\Theta^2 : KE^2 \text{ [Eucl. XII, 11; XII, 2]};$$

quare etiam, quam $B\Theta \times \Theta\Delta : BE \times E\Delta$.[1]) itaque cylindrus ad cylindrum eandem rationem habet, quam primum quadratum ad gnomonem a secundo quadrato ablatum. et eodem modo etiam ceterorum cylindrorum axem habentium lineae ΘE aequalem unusquisque ad cylindrum figurae inscriptae eundem axem habentem eam rationem habet, quam quadratum eodem loco positum ad gnomonem a quadrato proxime sequenti ablatum. sunt igitur magnitudines quaedam, cylindri totius cylindri, et aliae magnitudines, quadrata linearum $\Xi\Xi$, numero cylindris aequales et binae cum binis in eadem proportione. cylindri autem cum aliis magnitudinibus, cylindris figurae inscriptae, in proportione sunt, ultimus autem in nulla proportione [p. 425 not. 1], et quadrata cum aliis magnitudinibus, [gnomonibus] a quadratis ablatis, respondentia in iisdem proportionibus, ultimum autem quadratum in nulla proportione. omnes igitur cylindri totius cy-

1) Apollon. I, 21; Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 48 nr. 5.

Basil.* 11. τὸ ὑπό] om. F; corr. B*. 12. κύλινδρον] κυκλον F; corr. ed. Basil. 15. ἴσον] scripsi; ισαν F, uulgo; τὰν ἴσαν? 18. τὸ ὁμοίως] scripsi; τό om. F, uulgo. 21. ὅλῳ] om. F; corr. Torellius. ἄλλα, τά] scripsi; τα om. F, uulgo. 26. ποθ' ἓν] scripsi; ποθεν F, uulgo, ut lin. 28. 27. τούς] τοὺς γνώμονας τούς Nizzius.

ὅλῳ κυλίνδρῳ ποτὶ πάντας τοὺς ἑτέρους κυλίνδρους τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ τετράγωνα ποτὶ πάντας τοὺς γνωμόνας τοὺς ἀφαιρημένους ἀπ' αὐτῶν. ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν πάντα τὰ τετράγωνα ποτὶ πάντας τοὺς γνωμόνας τοὺς ἀφαιρημένους ἀπ' αὐτῶν. τὰ δὲ τετράγωνα πάντων τῶν γνωμόνων τῶν ἀφαιρημένων ἀπ' αὐτῶν μείζονά ἐντι ἢ ἡμιόλια. ἐντὶ γάρ τινες γραμμαὶ κείμεναι αἱ ΞΡ, ΞΣ, ΞΤ, ΞΥ, ΞΦ τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχοῦσαι, καὶ ἁ ἐλαχίστα ἴσα τᾷ ὑπεροχᾷ. ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι γραμμαί, ἐφ' ἅν τὰ δύο Ξ, Ξ, τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστα ἴσα τᾷ μεγίστᾳ. τὰ οὖν τετράγωνα τὰ ἀπὸ πασᾶν, ἅν ἐστιν ἑκάστα ἴσα τᾷ μεγίστᾳ, πάντων μὲν τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν ἐλάσσονά ἐντι ἢ τριπλάσια, τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας μείζονα ἢ τριπλασίονα. τοῦτο γὰρ ἐν τοῖς περὶ τᾶν ἑλίκων ἐκδεδομένοις δεδείκται. ἐπεὶ δὲ πάντα τὰ τετράγωνα ἐλάσσονά ἐντι ἢ τριπλάσια τῶν ἑτέρων τετραγώνων, ἅ ἐντι ἀφαιρημένα ἀπ' αὐτῶν, δῆλον, ὅτι τῶν λοιπῶν μείζονά ἐντι ἢ ἡμιόλια. τῶν οὖν γνωμόνων μείζονά ἐντι ἢ ἡμιόλια. ὥστε καὶ ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν μείζων ἐστὶν ἢ ἡμιόλιος

---

3. ἀφαιρημένους] scripsi; αφαιρομενους F, uulgo; ἀφαιρουμένους ed. Basil., Torellius; sic etiam lin. 7. 9. ἢ] om. F. 10. ΞΦ] ΞΦ, ΞΨ, ΞΩ F; corr. ed. Basil. 14. τᾷ] τῷ F; corr. Torellius. 15. ἅν] scripsi; ἁ F, uulgo. μὲν τῶν] scripsi; τῶν om. F, uulgo. 16. τᾶν τῷ ἴσῳ] scripsi; των ισων F, uulgo; τᾶν ἴσῳ Torellius. 18. μειζον F; corr. Torellius. τριπλασίονα] uel τριπλάσια scripsi; τριπλασιον F, uulgo. 21.

lindri ad omnes ceteros cylindros eandem rationem habebunt, quam omnia quadrata ad omnes gnomones ab iis ablatos [prop. 1]. itaque cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem ad figuram inscriptam eandem habet rationem, quam omnia quadrata ad omnes gnomones ab iis ablatos. sed [omnia] quadrata illa maiora sunt quam dimidia parte maiora omnibus gnomonibus ab iis ablatis. sunt enim lineae quaedam positae, ΞP, $\Xi\Sigma$, ΞT, $\Xi \Upsilon$, $\Xi\Phi$, aequali differentia inter se excedentes, et minima differentiae aequalis est.[1]) sed etiam aliae quaedam lineae sunt, in quibus sunt duae litterae $\Xi\Xi$, numero illis aequales, magnitudine autem singulae aequales maximae. quadrata igitur omnium linearum, quarum quaeque maximae [illarum] aequalis est, omnibus quadratis linearum inter se aequali differentia excedentium minora sunt quam triplo maiora, reliquis autem praeter quadratum maximae maiora quam triplo maiora. hoc enim in libro de helicibus edito demonstratum est [prop. 10 coroll.]. quoniam autem omnia quadrata minora sunt quam triplo maiora alteris quadratis, quae ab iis ablata sunt, adparet, reliquiis maiora ea esse quam dimidia parte maiora. gnomonibus igitur maiora sunt quam dimidia parte maiora. quare etiam cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem maior est quam dimidia parte maior figura in-

1) Sunt enim $5BI$, $4BI$, $3BI$, $2BI$, BI.

τριπλάσια] *διπλασια* F; corr. ed. Basil.* 22. *μείζονα*] *να* post lacunam F; corr. ed. Basil. 23. *ημιολιω* (alt. loco) F; corr. Torellius. 24. *βασιν μεν* F, uulgo; *μεν* deleui. 25. *μειζον* F. *ἢ ἡμιόλιος*] *ημισεος* F; corr. ed. Basil., Cr.

τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος· ὅπερ ἀδύνατον. τοῦ γὰρ Ψ κώνου ἡμιόλιός ἐστι, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον ἐδείχθη τοῦ Ψ κώνου. οὐκ ἄρα ἐστὶ μεῖζον τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. οὐδὲ τοίνυν ἔλασσον. ἔστω γάρ, εἰ δυνατόν, ἔλασσον. πάλιν δὴ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ᾧ ὑπερέχει ὁ Ψ κῶνος τοῦ ἡμίσεος τοῦ σφαιροειδέος, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατεσκευάσθω. ἐπεὶ οὖν ἔλασσόν ἐστι τὸ ἐγγραφὲν σχῆμα τοῦ τμάματος, δῆλον, ὅτι καὶ τὸ περιγραφὲν σχῆμα ἔλασσόν ἐστι τοῦ Ψ κώνου. πάλιν δὴ ὁ πρῶτος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΘΕ ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΘΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ πρῶτον τετράγωνον ποτ' αὐτό. ὁ δὲ δεύτερος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΕΠ ποτὶ τὸν δεύτερον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΕΠ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ δεύτερον τετράγωνον ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρημένον. καὶ τῶν ἄλλων δὲ κυλίνδρων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἐχόντων τὰν ἴσαν τᾷ ΘΕ ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι κατ' αὐτὸν ἐόντα καὶ ἄξονα ἔχοντα τὸν αὐτὸν

---

4. *ἁμίσεον* Torellius. 5. *ἔλασσον*] priore loco *ελασσων* F. 6. *ἁμίσεον*] *αμισθον* F; corr. BC*. 10. *ᾧ*] addidi; om. F, uulgo. *ἁμίσεος* Torellius. 18. *ποτ' αὐτό*] scripsi; *ποτ' αὐτό* uulgo; de neglecta aspiratione cfr. Quaest. Arch. p. 93. 21. *τῶν*] scripsi; *τον* F, uulgo 22. *δεύτερον*] Torellius; β F,

scripta; quod fieri non potest. nam dimidia parte maior est cono *Ψ*, et demonstratum est, figuram inscriptam maiorem esse cono *Ψ*. itaque dimidia pars sphaeroidis maior non est cono *Ψ*. sed ne minor quidem est. sit enim, si fieri potest, minor. rursus igitur in dimidia sphaeroidis parte inscribatur figura solida, et alia circumscribatur ex cylindris altitudinem aequalem habentibus composita, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quo conus *Ψ* dimidiam sphaeroidis partem excedit, et cetera eadem, quae antea, construantur. iam quoniam figura inscripta segmento minor est, adparet, etiam figuram circumscriptam minorem esse cono *Ψ*. rursus igitur primus cylindrus totius cylindri axem habens *ΘE* ad primum cylindrum figurae circumscriptae axem habentem *ΘE* eandem rationem habet, quam primum quadratum ad se ipsum.[1] secundus autem cylindrus totius cylindri axem habens *EΠ* ad secundum cylindrum figurae circumscriptae axem habentem *EΠ* eandem rationem habet, quam secundum quadratum ad gnomonem ab eo ablatum. et ceterorum etiam cylindrorum unusquisque eorum, qui in toto cylindro sunt axem habentes lineam lineae *ΘE* aequalem, ad cylindrum in figura circumscripta eodem loco positum et axem eundem habentem eam rationem habet, quam

1) Utraque enim utrisque aequalia sunt.

uulgo. 25. *τάν*] addidi; om. F, uulgo. 26. *εγγεγραμμενω* F; corr. Torellius. 27. *καὶ ἄξονα ἔχοντα*] scripsi; om. F, uulgo; *καὶ ἔχοντα ἄξονα* Torellius.

τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ὁμοίως τεταγμένον αὐτῷ τετράγωνον ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρημένον. καὶ πάντες οὖν οἱ κυλίνδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ τετράγωνα ποτὶ τὸ ἴσον τῷ πρώτῳ τετραγώνῳ καὶ τοῖς γνωμόνεσσι τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τετραγώνων ἀφαιρημένοις. καὶ τὰ τετράγωνα πάντα ἐλάσσονά ἐντι ἢ ἡμιόλια τοῦ ἴσου τῷ τε πρώτῳ τετραγώνῳ καὶ τοῖς γνωμόνεσσιν τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν ἀφαιρημένοις, διότι τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας τετραγώνου μείζονά ἐντι ἢ τριπλάσια. ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν [μὲν] ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ἐλάσσων ἢ ἡμιόλιός ἐστι τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος· ὅπερ ἀδύνατον. τοῦ γὰρ Ψ κώνου ἡμιόλιός ἐστι, τὸ δὲ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλαττον ἐδείχθη τοῦ Ψ κώνου. οὐκ ἄρα ἐστὶν ἔλασσον τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. ἐπεὶ δὲ οὔτε μεῖζόν ἐστιν οὐδὲ ἔλασσον, ἴσον ἄρα ἐστίν.

κη'.

Καὶ τοίνυν εἴ κα τὸ σφαιροειδὲς μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρου τμαθῇ, ὁμοίως τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος διπλάσιον ἐσσεῖται τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

---

1. *τὸν λόγον*] scripsi; *τόν* om. F, uulgo. *ὃν τό*] Nizzius; om. F, uulgo. *τεταγμένον*] Nizzius; *τεταγμενω* F, uulgo. 2. *τετράγωνον*] Torellius; *τετραγωνω* F, uulgo. uidendum tamen, ne ferri possit: *τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον τῷ ὁμοίως τεταγμένῳ .. τετραγώνῳ*. 10. γνωμονεσιν F. 11. *τᾶν*] *των* F; corr. Torellius. 12. χωρίς] χωρ cum comp. ης F. 14. μέν]

quadratum eodem loco positum ad gnomonem ab eo ablatum.[1]) itaque etiam omnes cylindri totius cylindri ad omnes cylindros figurae circumscriptae eandem habebunt rationem, quam omnia quadrata ad spatium aequale quadrato primo simul cum gnomonibus a reliquis quadratis ablatis [prop. 1]. et quadrata omnia minora sunt quam dimidia parte maiora spatio aequali primo quadrato simul cum gnomonibus a reliquis ablatis, quia quadratis linearum aequali differentia inter se excedentium praeter quadratum maximae maiora sunt quam triplo maiora. quare cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem minor est quam dimidia parte maior figura circumscripta; quod fieri non potest. cono enim Ψ dimidia parte maior est, sed demonstratum est, figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ. itaque dimidia pars sphaeroidis cono Ψ minor non est. quoniam igitur neque maior est neque minor, aequalis est.

XXVIII.

Sed etiam si sphaeroides plano ad axem non perpendiculari per centrum secatur, item dimidia pars sphaeroidis duplo maior erit segmento coni basim eandem habenti, quam segmentum, et eundem axem.[2])

1) Sint C_1 C_2 C_3 C_4 C_5 cylindri circumscripti, c_1 c_2 c_3 c_4 inscripti, K partes totius cylindri, Q_1 Q_2 Q_3 Q_4 Q_5 quadrata, g_2 g_3 g_4 g_5 gnomones. demonstratum est (p. 446, 6 sq.): $K : c_1 = Q_2 : g_2$, $K : c_2 = Q_3 : g_3$, $K : c_3 = Q_4 : g_4$, $K : c_4 = Q_5 : g_5$ (nam $Q_1 = Q_2$ cet.); sed $c_1 = C_2$, $c_2 = C_3$, $c_3 = C_4$, $c_4 = C_5$.

2) P. 284, 19: *εἴ κα τῶν σφαιροειδέων τι ἐπιπέδῳ τμαθῇ*

deleo. 19. *τὸ ἡμίσεον*] scripsi; *του ημισους* F, uulgo; *τὸ ἀμίσεον* Torellius. 20. *δέ*] addidi; om. F, uulgo. *μειζων* F. *οὐδέ*] F; *οὔτε* uulgo. 21. *λ'* Torellius; om. F. 25. *αποτμηματος* F; corr. Torrellius.

τετμάσθω γὰρ σχῆμα σφαιροειδές· τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓΔ ὀξυγωνίου κώνου τομά, κέντρον δὲ αὐτᾶς τὸ Θ, τοῦ δὲ τετμακότος ἐπιπέδου τὸ σχῆμα ἔστω ἁ ΑΓ εὐθεῖα. ἐσσεῖται δὴ αὐτὰ διὰ τοῦ Θ ἀγομένα, ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον ὑπέκειτο διὰ τοῦ κέντρου ἄχθαι. ἐσσεῖται οὖν τις ὀξυγωνίου κώνου τομὰ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτέμνον ὑπέκειτο οὐ ποτ' ὀρθὰς εἶμεν τῷ ἄξονι ἀγμένον. ἄχθων δή τινες αἱ ΚΛ, ΜΝ παρὰ τὰν ΑΓ ἐπιψανούσαι τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς κατὰ τὰ Β, Δ, ἀπὸ δὲ τᾶν ΚΛ, ΜΝ ἐπίπεδα ἀνεστακέτω παράλληλα τῷ κατὰ τὰν ΑΓ. ἐπιψαύοντι δὴ ταῦτα τοῦ σφαιροειδέος κατὰ τὰ Β, Δ, καὶ ἁ ΒΔ ἐπιζευχθεῖσα πεσεῖται διὰ τοῦ Θ, καὶ ἐσσοῦνται τῶν τμαμάτων κορυφαὶ μὲν τὰ Β, Δ σαμεῖα, ἀξόνες δὲ αἱ ΒΘ, ΘΔ. δυνατὸν δή ἐστιν κύλινδρον εὑρεῖν ἄξονα ἔχοντα τὰν ΒΘ, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἁ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ. εὑρεθέντος δὲ ἐσσεῖται τις κυλίνδρου τόμος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. πάλιν δὴ καὶ κῶνον εὑρεῖν δυνατόν ἐστι κορυφὰν ἔχοντα τὸ Β σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ

---

1. *σχῆμα*] *τμημα* F; corr. ed. Basil.* 2. *αξωνος* F. 6. *δή*] *δ'* F; corr. Torellius. *ἐπεί*] *επι* F. 7. *ἄχθαι*] *τετάχθαι* Torellius. 10. *ἄχθων*] scripsi cum C; *αχθω* F, uulgo; *ἄχθωσαν* Nizzius cum VBD. 11. *επιψανουσαν* FBC*. 13. *τῷ*] *το* F; corr. Torellius. 14. *επιψαυωντι* F. *δή*] scripsi; *δε* F, uulgo. *κατὰ τὰ Β, Δ*] om. F; corr. Torellius. 15. *καὶ ἁ ΒΔ*] scripsi; *και τα Β, Δ* F, uulgo. *διά*] *δε δια* F; corr. Torellius. 17. *ΘΔ*] *ΘΑ* FBC*. *δή ἐστιν*] scripsi; *δε εστιν* F, uulgo. 18. *ευρ* cum comp. *ην* uel *ιν* F, ut lin. 22. 20.

secetur enim figura sphaeroides. secta autem ea alio plano per axem posito ad secans planum perpendiculari figurae sectio sit $AB\Gamma\Delta$ coni acutianguli sectio [prop. 11, c], centrum autem eius punctum Θ, plani autem figuram secantis sectio sit linea $A\Gamma$. ea igitur per Θ ducta erit, quoniam suppositum est, planum per centrum ductum esse. erit igitur coni acutianguli sectio quaedam circum diametrum $A\Gamma$ descripta, quoniam suppositum est, planum secans ad axem non perpendiculare ductum esse [prop. 14]. ducantur igitur lineae $K\Lambda$, MN lineae $A\Gamma$ parallelae sectionem coni acutianguli contingentes in punctis B, Δ, et in lineis $K\Lambda$, MN erigantur plana plano in linea $A\Gamma$ posito parallela. ea igitur sphaeroides in punctis B, Δ contingunt [prop. 16, b], et ducta linea $B\Delta$ per Θ punctum cadet [prop. 16, c], et uertices segmentorum erunt puncta B, Δ [p. 282, 12], axes autem $B\Theta$, $\Theta\Delta$ [p. 282, 13]. potest igitur fieri, ut inueniatur cylindrus axem habens $B\Theta$, in cuius superficie sit coni acutianguli sectio circum diametrum $A\Gamma$ descripta [prop. 9]. eo autem inuento erit frustum quoddam cylindri eandem basim habens, quam dimidia pars sphaeroidis, et eundem axem. rursus igitur fieri potest, ut inueniatur conus uerticem habens punctum B, in cuius superficie sit coni acutianguli sectio in

---

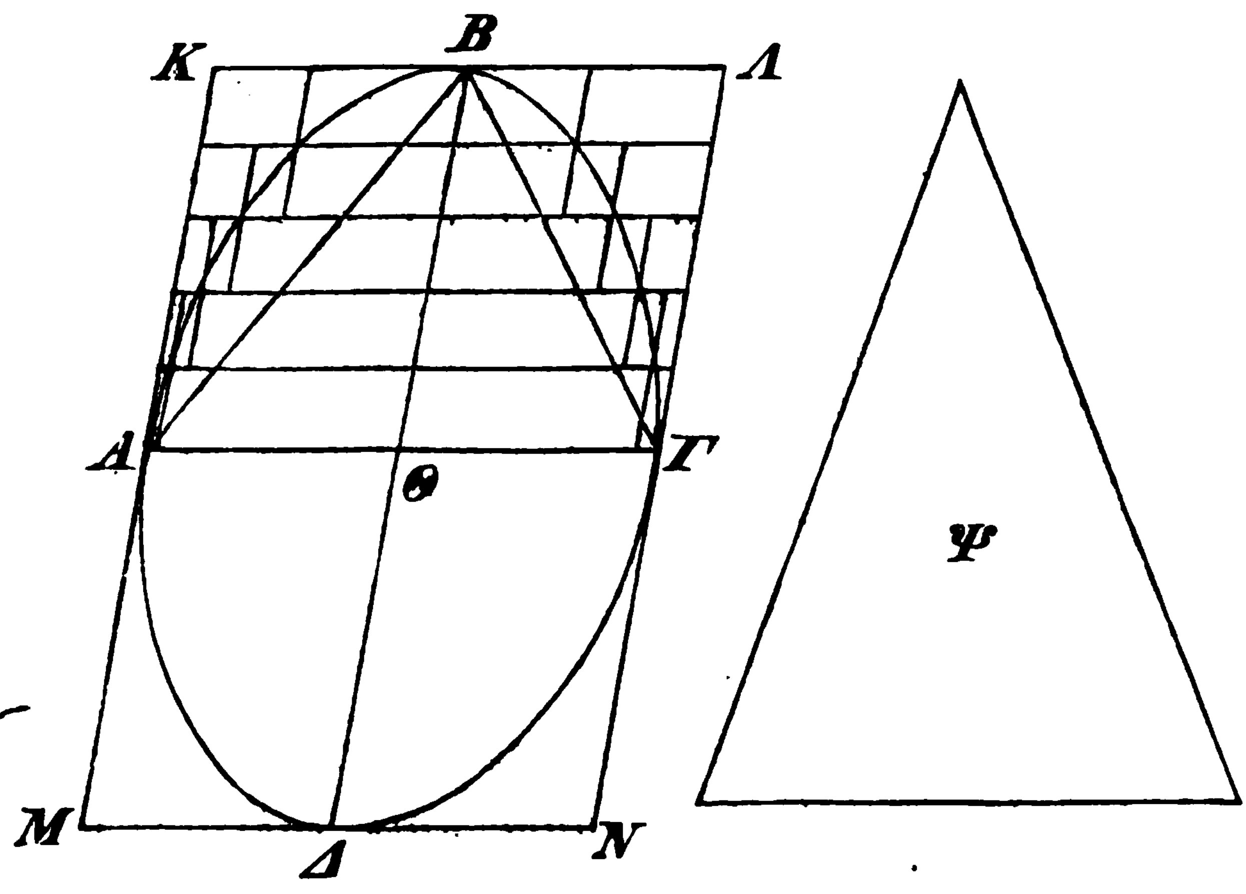
διὰ τοῦ κέντρου μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τῶν γεναμένων τμαμάτων ἑκάτερον διπλάσιον ἐσσεῖται τοῦ σχήματος τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. γινέται δὲ τὸ σχῆμα ἀπότμαμα κώνου.

κυλινδρ supra scripta littera *ο* F; *κύλινδρος* CD. 21. τῷ ἡμισέῳ] scripsi; *του ημισους* F, uulgo*; τοῦ ἁμίσεος Torellius.

α ἀπὸ διαμέτρου τᾶς *ΑΓ*. εὑρεθέντος δὲ ἐσσεῖται τι ἀπότμαμα κώνου τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. λέγω δή, ὅτι τοῦ σφαιροειδέος τὸ ἡμίσεον διπλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου τούτου. ἔστω δὴ ὁ Ψ κῶνος διπλάσιος τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου. εἰ οὖν μή ἐστιν ἴσον τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τῷ Ψ κώνῳ, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατόν, μεῖζον. ἐνέγραψα δή τι εἰς τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιέγραψα ἐκ κυλίνδρου τόμων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει τὸ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον δειχθησέται τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος μεῖζον ἐὸν τοῦ Ψ κώνου, καὶ ὁ τόμος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ

1. τι] scripsi; το F, uulgo. 2. αποτμημα F, ut lin. 5; corr. Torellius. κώνου] om. F; corr. Torellius. 4. ἁμίσεον Torellius, ut lin. 6. τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου Nizzius. 7. ἐνέγραψα] scripsi cum VABD; ενεγραψα F; ἐγγεγράφθω ed. Basil., Torellius. 8. ἁμίσεον Torellius. 9. περιγεγράφθω ed. Basil., Torellius. 14. ἁμισέῳ Torellius. 15. τόμος τοῦ κυλίνδρου Commandinus, Torellius.

diametro $A\Gamma$ descripta.[1]) eo autem inuento erit segmentum quoddam coni eandem basim habens, quam segmentum [sphaeroidis], et eundem axem. dico igitur, dimidiam sphaeroidis partem duplo maiorem esse hoc cono. sit igitur conus Ψ duplo maior segmento coni. itaque si dimidia pars sphaeroidis cono Ψ aequalis non est, sit primum, si fieri potest, maior. inscripsi igitur dimidiae parti sphaeroidis figuram solidam, et aliam circumscripsi, ex frustis cylindrorum altitudinem aequalem habentibus compositas, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore,



quam quali excedit dimidia pars sphaeroidis conum Ψ [prop. 20]. itaque eodem modo, quo antea, demonstrabimus, figuram dimidiae parti sphaeroidis inscriptam maiorem esse cono Ψ, et frustum basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem

1) Ex *prop. 8*; nam linea $B\Theta$ perpendicularis non est.

τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦ μὲν Ψ κώνου ἡμιόλιος ἐών, τοῦ δὲ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος μείζων ἢ ἡμιόλιος· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα μεῖζον τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. εἰ δὲ ἔλασσόν ἐστι τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου, ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων τόμων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφὲν τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει ὁ Ψ κῶνος τοῦ ἡμίσεος τοῦ σφαιροειδέος. πάλιν οὖν ὁμοίως τοῖς πρότερον δειχθησέται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσον ἐὸν τοῦ Ψ κώνου, καὶ ὁ τόμος τοῦ κυλίνδρου ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦ μὲν Ψ κώνου ἡμιόλιος ἐών, τοῦ δὲ περιγεγραμμένου σχήματος ἐλάσσων ἢ ἁμιόλιος· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἐσσεῖται οὖν οὐδὲ ἔλασσον τὸ ἥμισυ τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. ἐπεὶ δὲ οὔτε μεῖζόν ἐστιν οὐδὲ ἔλασσον, ἴσον ἐστί. φανερὸν οὖν ἐστιν, ὃ ἔδει δεῖξαι.

κθ'.

Παντὸς σχήματος σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ τμαθέντος μὴ διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τὸ ἔλαττον τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ἴσα συναμφοτέραις τᾷ τε ἡμισέᾳ

2. τῷ ἡμισέῳ] scripsi; ημισεως F, uulgo; ἡμισέῳ B, ἁμισέῳ Torellius. 4. ἄρα μεῖζον] scripsi; εσται ουν F, uulgo; ἔσται οὖν μεῖζον Commandinus, Torellius. ἁμίσεον Torellius. 5. εἰ δὲ ἔλασσόν ἐστι τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου] scripsi; om. F, uulgo; εἰ δὲ ἔλασσόν ἐστιν Comman-

dimidia parte maius esse cono Ψ, maius autem quam dimidia parte maius figura dimidiae parti sphaeroidis inscripta; quod fieri non potest. itaque dimidia pars sphaeroidis maior non est cono Ψ. sin minor est dimidia pars sphaeroidis cono Ψ, inscribatur dimidiae parti sphaeroidis figura solida, et alia circumscribatur ex frustis cylindrorum altitudinem aequalem habentibus compositae, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali excedit conus Ψ dimidiam partem sphaeroidis [prop. 20]. rursus igitur eodem modo, quo antea, demonstrabimus, figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ, et frustum cylindri basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem dimidia parte maius esse cono Ψ, minus autem quam dimidia parte maius figura circumscripta; quod fieri non potest. quare dimidia pars sphaeroidis ne minor quidem erit cono Ψ. quoniam autem neque maior est neque minor, aequalis est. constat igitur, quod demonstrandum erat.

XXIX.

Quauis figura sphaeroide plano secta per centrum non posito, sed ad axem perpendiculari, minus segmentum ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et eundem axem eam habet rationem,

---

dinus, Torellius. 6. *εγγραφϑω* F. *εἰς τὸ ἡμίσεον* . . . . *περιγεγράφϑω ἐκ* lin. 8 om. F; corr. Commandinus. 8. *κυλίνδρου* Commandinus. 11. *ἡμίσεος*] scripsi; *ημισους* F, uulgo; *ἁμίσους* Torellius. 17. *τό*] *του* (comp.) F; corr. BC*. 18. *μειζων* F. 21. *λα'* Torellius; om. F. 26. *ὅν*] addidit Torellius; om. F, uulgo. *ἴσα συναμφοτέραις*] scripsi; *ἁ συναμφοτερα* F, uulgo; *ἁ* om. Torellius. *τε*] om. F; corr. Torellius. *ἁμίσεα* idem.

τοῦ ἄξονος τοῦ σφαιροειδέος καὶ τῷ ἄξονι τοῦ μείζονος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ μείζονος τμάματος.

ἔστω γάρ τι τμᾶμα σφαιροειδέος σχήματος ἀποτετμαμένον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα μὴ διὰ τοῦ κέντρου. τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓ ὀξυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ τᾶς τομᾶς καὶ ἄξων τοῦ σφαιροειδέος ἔστω ἁ ΒΖ, κέντρον δὲ τὸ Θ, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτέμνοντος τὸ τμᾶμα τομὰ ἔστω ἁ ΔΓ εὐθεῖα. ποιήσει δὲ αὐτὰ ὀρθὰς γωνίας ποτὶ τὰν ΒΖ, ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον ὀρθὸν εἶμεν ποτὶ τὸν ἄξονα ὑπέκειτο. ἔστω δὲ τὸ τμᾶμα τὸ ἀποτετμαμένον, οὗ κορυφὰ τὸ Β σαμεῖον, ἔλασσον ἢ ἁμίσεον τοῦ σφαιροειδέος σχήματος, καὶ τᾷ ΒΘ ἴσα ἔστω ἁ ΖΗ. δεικτέον, ὅτι τὸ τμᾶμα, οὗ κορυφὰ τὸ Β σαμεῖον, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ΔΗ ποτὶ τὰν ΔΖ.

ἔστω δὴ κύλινδρος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ ἐλάσσονι τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. ἔστω δὲ καὶ κῶνος, ἐν ᾧ τὸ Ψ, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τοῦτον ἔχων τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ ΔΗ ποτὶ τὰν ΔΖ. φαμὶ δὴ τὸν Ψ κῶνον ἴσον εἶμεν τῷ τμάματι τῷ κορυφὰν ἔχοντι τὸ Β σαμεῖον. εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσος, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατόν, ἐλάσσων.

1. *τῷ ἄξονι*] scripsi; *ὁ αξων* F, uulgo. 3. *σχήματος*] *τμηματος* F; corr. ed. Basil. *αποτετμημενον* F, ut lin. 12; corr. Torellius. 9. *τμᾶμα*] *τ* supra manu 1 F. 11. *εἶναι* per comp. F; corr. Torellius. 13. *ἁμίσεον*] scripsi; *αμισους* F, uulgo. *φαιροειδεος* F. 14. *ἁ ΖΗ*] *του ΑΖΗ* F; corr. B.* 18. *τάν*] *τα* F; corr. AB. 19. *δή*] scripsi; *δε* F, uulgo. 21. *τό*] *τω* F. 22. *αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν* Nizzius, fortasse recte.

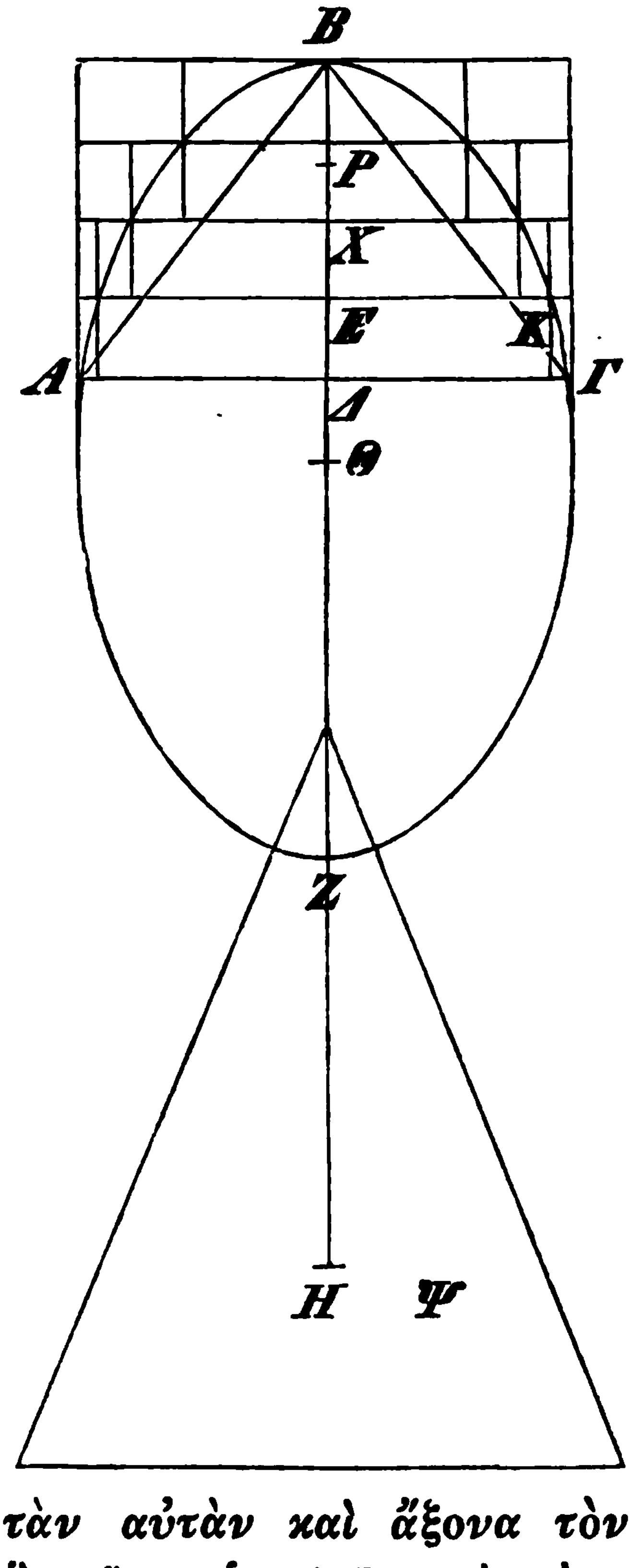
quam linea utrique aequalis, et dimidio axi sphaeroidis et axi segmenti maioris, ad axem segmenti maioris.[1])

sit enim segmentum aliquod figurae sphaeroidis plano ad axem perpendiculari non per centrum abscisum. secto autem eo alio plano per axem posito figurae sectio sit $AB\Gamma$ coni acutianguli sectio [prop. 11, c], diametrus autem sectionis et axis sphaeroidis sit linea BZ, centrum autem Θ; plani autem segmentum abscindentis sectio sit linea $A\Gamma$. ea igitur cum BZ rectos angulos faciet, quoniam suppositum est, planum ad axem perpendiculare esse [Eucl. XI, 18; XI def. 4]. sit autem segmentum abscisum, cuius uertex sit B punctum, minus quam dimidium sphaeroidis, et sit $ZH = B\Theta$. demonstrandum, segmentum, cuius uertex sit B, ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et eundem axem eam habere rationem, quam $\Delta H : \Delta Z$.

sit igitur cylindrus eandem basim habens, quam segmentum minus, et eundem axem. sit autem etiam conus, in quo sit littera Ψ, ad conum eandem basim habentem [quam segmentum, et eundem axem] eam habens rationem, quam $\Delta H : \Delta Z$. dico igitur, conum Ψ aequalem esse segmento uerticem habenti punctum B. nam si aequalis non est, sit primum, si fieri potest, minor. inscripsi igitur segmento figuram solidam, et

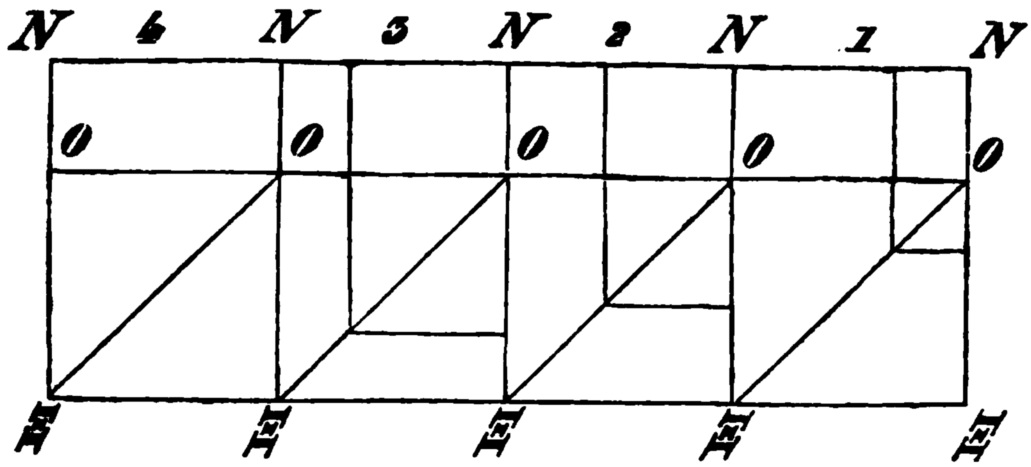
1) P. 284, 6: *εἰ δέ κα ὀρθῷ μὲν ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμαθῇ, μὴ διὰ τοῦ κέντρου δέ, τῶν γεναμένων τμαμάτων τὸ μὲν μεῖζον κτλ., τὸ δὲ ἔλασσον τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ συναμφοτέραις ἴσα τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς εὐθείας, ἅ ἐστιν ἄξων τοῦ σφαιροειδέος κτλ.*, ut lin. 1—2.

ἐνέγραψα δὴ εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιέγραψα ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ μεῖζόν ἐστι τὸ τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. ἐπεὶ οὖν μεῖζον ἐὸν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ τμάματος ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ ἐγγεγραμμένου, ἢ τὸ τμᾶμα τοῦ κώνου, δῆλον, ὅτι μεῖζόν ἐστι καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. ἔστω δὴ τρίτον μέρος τᾶς $B\Delta$ ἁ BP. ἐπεὶ οὖν ἁ μὲν BH τριπλασία ἐστὶν τᾶς $B\Theta$, ἁ δὲ $B\Delta$ τᾶς BP, δῆλον, ὅτι τριπλασία ἐστὶν ἁ ΔH τᾶς ΘP. ἔχει δὴ ὁ μὲν κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν $B\Delta$ ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ ΔH ποτὶ τὰν ΘP. ὁ δὲ κῶνος ὁ εἰρημένος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν ἁ ΔZ ποτὶ τὰν ΔH. ἕξει οὖν ἀνομοίως τῶν λό-



1. ἐγγεγράφθω Nizzius. 2. περιγεγράφθω idem. 10. ἐλάσσονι] scripsi cum Nizzio; ελασσον F, uulgo. 18. ἐστίν]

aliam circumscripsi ex cylindris altitudinem aequalem habentibus compositas, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali segmentum sphaeroidis maius est cono Ψ [prop. 19]. iam



quoniam figura circumscripta, quae segmento maior est, excedit figuram inscriptam spatio minore, quam quo segmentum conum excedit, adparet, etiam figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ. sit igitur

$$BP = \tfrac{1}{3}\, B\Delta.$$

iam quoniam $BH = 3\, B\Theta$, et $B\Delta = 3\, BP$, adparet, esse $\Delta H = 3\, \Theta P$. itaque cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, et axem $B\Delta$ ad conum eandem basim habentem et eundem axem eam rationem habet, quam $\Delta H : \Theta P$ [Eucl. XII, 10]. conus autem, quem commemorauimus, ad conum Ψ eandem rationem habet, quam $\Delta Z : \Delta H$. itaque cum perturbata sit

---

comp. F. τᾶς $B\Theta$, ἁ δὲ $B\Delta$ τᾶς BP, δῆλον, ὅτι τριπλασία ἐστίν] scripsi; om. F, uulgo; τᾶς $B\Theta$, καὶ ἁ $B\Delta$ τᾶς BP, τριπλασία ἔσται καί ed. Basil., Torellius. 24. ποτί] προς per comp. F; corr. Torellius. 26. τουτον εχει τον F; corr. Torellius. 29. ΔZ] ΔH F; corr. B. ΔH] ΔZ F; corr. B.

γων τεταγμένων ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸν Ψ κῶνον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ ΔΖ ποτὶ τὰν ΘΡ. ἔστων δὴ γραμμαὶ κειμέναι, ἐφ' ἂν τὰ Ξ, Ν, τῷ μὲν πλήθει ἴσαι τοῖς τμαμάτεσσιν τοῖς τᾶς ΒΔ, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστα ἴσα τᾷ ΖΔ. ἔστω δὲ καὶ τᾶν ΞΟ ἑκάστα ἴσα τᾷ ΒΔ. τᾶν οὖν ΝΟ ἑκάστα διπλασία ἐσσεῖται τᾶς ΘΔ. παραπεπτωκέτω δὴ παρ' ἑκάσταν αὐτᾶν χωρίον τι πλάτος ἔχον ἴσον τᾷ ΒΔ, ὥστε εἶμεν ἕκαστον τῶν ἐχόντων τὰς διαμέτρους τετράγωνον. ἀφαιρήσθω δὴ ἀπὸ μὲν τοῦ πρώτου γνώμων πλάτος ἔχων ἴσον τᾷ ΒΕ, ἀπὸ δὲ τοῦ δευτέρου πλάτος ἔχων ἴσον τᾷ ΒΧ. καὶ ἐφ' ἑκάστου τὸν αὐτὸν τρόπον εἷς ἀπὸ τοῦ ἑπομένου χωρίου γνώμων ἀφαιρήσθω πλάτος ἔχων ἑνὶ τμάματι ἔλασσον τοῦ πλάτεος τοῦ πρὸ αὐτοῦ γνώμονος ἀφαιρημένου. ἐσσεῖται δὴ ὁ μὲν ἀπὸ τοῦ πρώτου χωρίου γνώμων ἀφαιρημένος ἴσος τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΖ, καὶ τὸ λοιπὸν χωρίον παραπεπτωκὸς παρὰ τὰν ΝΟ ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ τὰν τοῦ ὑπερβλήματος πλευρὰν ἔχον ἴσαν τᾷ ΔΕ, ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ δευτέρου χωρίου γνώμων ἀφαιρημένος ἴσος τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΖΧ, ΧΒ, καὶ τὸ λοιπὸν χωρίον παρὰ τὰν ΝΟ παραπεπτωκὸς ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ· καὶ τὰ λοιπὰ ὁμοίως τούτοις ἑξοῦντι. διάχθω δὲ τὰ ἐπίπεδα πάντων τῶν κυλίνδρων, ἐξ ὧν συγκεῖται τὸ

2. *τὸν Ψ*] *το Ψ* F. 3. *ἔστων*] C; *εστω* per comp. F; *ἔστωσαν* uulgo. 5. *τᾶς*] scripsi cum B; *τα* F, uulgo; *ἐν τᾷ* ed. Basil., Torellius. 6. *ΞΟ*] *ΞΘ* F. 7. *τᾶν*] *τα* F; corr. BC. 11. *τᾷ*] *ταν* F. 12. *ἐφ'*] scripsi; *αφ'* F, uulgo. 14. *ἑνί*] *εν* F, corr. Torellius. 19. *ΝΟ*] *Θ* F; corr. ed. Basil.* 20. *ἔχον*] scripsi; *εχων* F, uulgo. 24. *διάχθω δέ*] scripsi; *δε ωδε* F, uulgo; δὲ ᾧδε ἐκβεβλήσθω Torellius. 25. *τό*] scripsi; *το τε* F, uulgo.

proportio [Eucl. V def. 20], cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem ad conum Ψ eandem habebit rationem, quam $\Delta Z : \Theta P$. sint igitur lineae quaedam positae, in quibus sint puncta Ξ, N, numero partibus lineae $B\Delta$ aequales, magnitudine autem singulae lineae $Z\Delta$ aequales. sint autem etiam lineae ΞO singulae aequales lineae $B\Delta$. itaque lineae NO singulae erunt $2\,\Theta\Delta$.[1]) adplicetur igitur unicuique harum linearum spatium latitudinem habens lineae $B\Delta$ aequalem, ita ut unaquaeque figurarum diametros habentium quadratum sit. auferatur igitur a primo [spatio] gnomon latitudinem habens lineae BE aequalem, a secundo autem gnomon latitudinem habens lineae BX aequalem. et in unoquoque [spatio] eodem modo gnomon ab spatio sequenti auferatur latitudinem habens una parte minorem latitudine gnomonis ante eum ablati. erit igitur gnomon a primo spatio ablatum aequalis rectangulo $BE \times EZ$[2]), et reliquum erit spatium lineae NO adplicatum excedens figura quadrata et latus excessus lineae ΔE aequale habens. gnomon autem a secundo spatio ablatus erit $= ZX \times XB$, et reliquum erit spatium lineae NO adplicatum figura quadrata excedens[3]), et cetera eodem modo se habebunt. producantur autem plana omnium cylindrorum, ex quibus

1) Nam
$$NO = \Xi N - \Xi O = Z\Delta - B\Delta = \Theta\Delta + B\Theta - B\Delta = 2\,\Theta\Delta.$$

2) Nam gnomon $= Z\Delta \times B\Delta - E\Delta \times (Z\Delta - BE)$
$$= Z\Delta \times (B\Delta - E\Delta) + BE \times E\Delta = Z\Delta \times BE + BE \times E\Delta$$
$$= BE \times (Z\Delta + E\Delta) = BE \times EZ.$$

3) Cuius latus erit $2\,\Delta E$.

ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ τμάματι, ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. ἐσσεῖται δὴ ὁ ὅλος κύλινδρος διαιρημένος εἰς κυλίνδρους τῷ μὲν πλήθει ἴσους τοῖς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τῷ δὲ μεγέθει ἴσους τῷ μεγίστῳ αὐτῶν. ὁ δὲ πρῶτος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔΕ ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΔΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΔΓ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΚΕ. οὗτος δέ ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΔ, ΔΖ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΖ. ἔχει οὖν ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ πρῶτον χωρίον ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρημένον. ὁμοίως δὲ καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἕκαστος ἄξονα ἔχων τὰν ἴσαν τᾷ ΔΕ ποτὶ τὸν κατ' αὐτὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι ἄξονα ἔχοντα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν τὸ ὁμοίως τεταγμένον αὐτῷ χωρίον ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρημένον. ἐντὶ οὖν μεγέθεά τινα οἱ κύλινδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ καὶ ἄλλα μεγέθεα τὰ χωρία τὰ παρὰ τὰς ΞΝ παραπεπτωκότα πλάτος ἔχοντα τὰν ἴσαν τᾷ ΒΔ, τῷ δὲ πλήθει ἴσα τοῖς κυλίνδροις καὶ κατὰ δύο τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον. λεγόνται δὲ οἵ τε κυλίνδροι ποτ' ἄλλους κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, ὁ δὲ ἔσχατος οὐδὲ ποθ' ἓν λεγέται, καὶ τὰ χωρία ποτ' ἄλλα χωρία, τοὺς ἀπ'

---

5. *τοῖς*] *τους* F; corr. BC*. 6. *κύλινδρος*] scripsi; *ὁ κύλινδρος* F, uulgo. 8. *τῶν*] *τον* F; corr. B. 10. *ΔΓ*] *ΔΕ* F; corr. ed. Basil.* 17. *κατ' αὐτὸν*] *κατατον* F supra scripto *υ*

composita est figura segmento inscripta, ad superficiem cylindri basim habentis eandem, quam segmentum, et eundem axem. totus igitur cylindrus diuisus erit in cylindros numero cylindris figurae circumscriptae aequales, magnitudine autem maximo eorum aequales. primus autem cylindrus totius cylindri axem habens $\varDelta E$ ad primum cylindrum figurae inscriptae axem habentem $\varDelta E$ eandem habet rationem, quam $\varDelta \Gamma^2 : K E^2$ [Eucl. XII, 11; XII, 2], quae eadem est, quam habet $B\varDelta \times \varDelta Z : BE \times EZ$ [Apollon. I, 21; cfr. supra p. 447 not. 1]. itaque cylindrus ad cylindrum eandem rationem habet, quam primum spatium ad gnomonem ab eo ablatum. et eodem modo ceterorum cylindrorum totius cylindri unusquisque axem habens lineam lineae $\varDelta E$ aequalem ad cylindrum in figura inscripta eodem loco positum et eundem axem habentem eam rationem habet, quam spatium eodem loco positum ad gnomonem ab eo ablatum. sunt igitur magnitudines quaedam, cylindri totius cylindri, et aliae magnitudines, spatia lineis ΞN adplicata latitudinem habentia lineam lineae $B\varDelta$ aequalem, numero cylindris aequales et binae cum binis in eadem proportione.[1]) praeterea et cylindri cum aliis cylindris, qui in figura inscripta sunt, in proportione sunt, ultimus autem in nulla proportione, et spatia cum aliis spatiis, [gnomonibus] ab iis ablatis, respondentia in iisdem pro-

1) Quia cylindri cylindris, spatia spatiis aequalia sunt.

manu 2; corr. B. 19. *εχωντα* F. *ὅν*] om. F, corr. A. 20. *τεταγμένον*] *α* supra manu 1 F. 22. *τὰ χωρία τά*] scripsi; *χωρια* F, uulgo. 23. *τάς*] scripsi; *ταν* F, uulgo. 27. *ποθ' ἕν*] scripsi; *ποθέν* uulgo, ut p. 468 lin. 2.

αὐτῶν ἀφαιρημένους, τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις, τὸ δὲ ἔσχατον χωρίον οὐδὲ ποθ' ἓν λεγέται. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ πάντες οἱ κυλίνδροι ποτὶ πάντας τοὺς ἑτέρους τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ χωρία ποτὶ πάντας τοὺς γνωμόνας. ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμάματι τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν πάντα τὰ χωρία ποτὶ πάντας τοὺς γνωμόνας. καὶ ἐπεὶ ἐντί τινες γραμμαὶ ἴσαι κειμέναι, ἐφ' ἂν τὰ Ν, Ο, καὶ παρ' ἑκάσταν παραπέπτωκέν τι χωρίον ὑπερβάλλον εἴδει τετραγώνῳ, αἱ δὲ πλευραὶ τῶν ὑπερβλημάτων τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχοντι, καὶ ἁ ὑπεροχὰ ἴσα ἐστὶ τᾷ ἐλαχίστᾳ, καὶ ἄλλα ἐντὶ χωρία παρὰ τὰς ΞΝ παραπεπτωκότα, πλάτος δὲ ἔχοντα ἴσον τᾷ ΒΔ τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ, δῆλον, ὡς σύμπαντα τὰ χωρία, ὧν ἐστιν ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ, ποτὶ πάντα τὰ ἕτερα χωρία ἐλάσσω λόγον ἔχοντι τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΞΝ ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέρᾳ τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς ΝΟ καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς ΞΟ. φανερὸν οὖν, ὅτι τὰ αὐτὰ χωρία ποτὶ πάντας τοὺς γνωμόνας μείζονα λόγον ἑξοῦντι τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΞΝ ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς ΝΟ καὶ δυοῖς τριταμορίοις τᾶς ΞΟ. ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμάματι μείζονα λόγον

---

6. *καὶ ἄξονα* ad *ἐν τῷ τμάματι* lin. 7 bis F, sed alterum expunxit manus, ut uidetur, prima. 12. *τῷ*] addidi; om. F, uulgo. 14. *τάς*] scripsi; *ταν* F, uulgo. *ΞΝ*] *ΞΟ* Torellius. 15. *ἴσον*] *ισας* F per comp., uulgo; *ἴσαν* C; corr. Torellius; fort. *τὰς ἴσας*. 19. *συναμφοτέραις* Torellius. 24. *τᾶς*] *τα* F; corr. B*.

portionibus, ultimum autem spatium in nulla proportione.[1]) adparet igitur, etiam omnes cylindros ad omnes alteros eandem rationem habituros esse, quam omnia spatia ad omnes gnomones [prop. 1]. itaque cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem ad figuram segmento inscriptam eandem rationem habebit, quam omnia spatia ad omnes gnomones. et quoniam positae sunt lineae quaedam aequales, in quibus sunt litterae N, O, et singulis adplicatum est spatium figura quadrata excedens, latera autem excessuum aequali differentia inter se excedunt, et differentia minimo aequalis est, et alia spatia sunt, quae lineis ΞN adplicata sunt, latitudinem habentia lineae $B\Delta$ aequalem et numero illis[2]) aequalia, magnitudine autem singula maximo aequalia, adparet, omnia simul spatia, quorum quodque maximo aequale est, ad omnia altera spatia minorem rationem habere, quam $\Xi N : \frac{1}{2} NO + \frac{1}{3} \Xi O$ [prop. 2]. itaque manifestum est, eadem spatia ad omnes gnomones maiorem rationem habitura esse, quam $\Xi N : \frac{1}{2} NO + \frac{2}{3} \Xi O$.[3]) itaque cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem ad figuram segmento inscriptam maiorem rationem habet, quam $\Xi N : \frac{1}{2} NO + \frac{2}{3} \Xi O$.

---

1) Quia a spatio ultimo nullus gnomon ablatus est.
2) Spatiis, quae lineis NO adplicata sunt.
3) Sit summa spatiorum $\Xi N = s_1$, summa spatiorum

$$NO = s_2,$$

summa gnomonum $= s_3$ $(s_3 = s_1 - s_2)$; erit

$$s_1 : s_2 < \Xi N : \tfrac{1}{2} NO + \tfrac{1}{3} \Xi O.$$

tum conuertendo (Pappus VII, 48 p. 688)

$$s_1 : s_3 > \Xi N : \Xi N - \tfrac{1}{2} NO - \tfrac{1}{3} \Xi O;$$

sed $\Xi N = NO + \Xi O$; itaque

$$\Xi N - \tfrac{1}{2} NO - \tfrac{1}{3} \Xi O = \tfrac{1}{2} NO + \tfrac{2}{3} \Xi O.$$

ἔχει, ἢ ἁ ΞΝ ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς ΝΟ καὶ δυοῖς τριταμορίοις τᾶς ΞΟ. ἔστιν δὲ τᾷ μὲν ΞΝ ἴσα ἁ ΔΖ, τᾷ δὲ ἡμισέᾳ τᾶς ΝΟ ἁ ΔΘ, τὰ δὲ δύο τριταμόρια τᾶς ΞΟ ἁ ΔΡ. ὅλος ἄρα ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμάματι μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ἔχει ἁ ΔΖ ποτὶ τὰν ΘΡ. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΔΖ ποτὶ τὰν ΘΡ, τοῦτον ἐδείχθη ἔχων ὁ αὐτὸς κύλινδρος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. μείζονα οὖν ἕξει λόγον ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον· ὅπερ ἀδύνατον. ἐδείχθη γὰρ μεῖζον ἐὸν τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. οὐκ ἄρα ἐστὶ μεῖζον τὸ τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. ἀλλ' ἔστω, εἰ δυνατόν, ἔλασσον. πάλιν δὴ ἐγγεγράφθω τι εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ μείζων ἐστὶν ὁ Ψ κῶνος τοῦ τμάματος, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατεσκευάσθω. ἐπεὶ οὖν ἔλασσόν ἐστι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ τμάματος, καὶ ἐλάσσονι ὑπερέχει τὸ περιγραφὲν τοῦ ἐγγραφέντος, ἢ ὁ Ψ κῶνος τοῦ τμάματος, δῆλον, ὅτι καὶ τὸ περιγραφὲν σχῆμα ἔλασσόν ἐστι τοῦ Ψ κώνου. πάλιν δὴ ὁ πρῶτος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔΕ ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ἔσχατον χωρίον τῶν παρὰ τὰν ΞΝ παραπεπτωκότων πλάτος ἐχόντων ἴσον τᾷ ΒΔ ποτ' αὐτό. ἑκάτερα γὰρ ἴσα ἐστίν. ὁ δὲ δεύτερος κύλινδρος τῶν ἐν

---

3. *ΔΘ*] *ΔΕ* F; corr. Torellius. 4. *δύο τριταμόρια*] scripsi; *τριτα δυο μορια* F, uulgo; error ortus est ex signis

sed $\Xi N = \varDelta Z$, $\frac{1}{2} NO = \varDelta\Theta$, $\frac{2}{3} \Xi O = \varDelta P$.[1]) itaque totus cylindrus ad figuram segmento inscriptam maiorem habet rationem, quam $\varDelta Z : \Theta P$. sed demonstratum est, eundem cylindrum ad conum Ψ eam habere rationem, quam $\varDelta Z : \Theta P$. maiorem igitur rationem habebit [idem cylindrus] ad figuram inscriptam quam ad conum Ψ.[2]) quod fieri non potest. nam demonstratum est, figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ. quare segmentum sphaeroidis cono Ψ maius non est. — sed, si fieri potest, sit minus. rursus igitur segmento inscribatur figura solida, et alia circumscribatur ex cylindris aequalem altitudinem habentibus compositae, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali conus Ψ maior est segmento [prop. 19], et cetera eadem, quae antea, construantur. iam quoniam figura inscripta segmento minor est, et figura circumscripta inscriptam excedit minore spatio, quam quo conus Ψ segmentum excedit, adparet, etiam figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ. rursus igitur primus cylindrus totius cylindri axem habens $\varDelta E$ ad primum cylindrum figurae circumscriptae eundem axem habentem eam rationem habet, quam ultimum spatium eorum, quae lineae ΞN adplicata sunt latitudinem habentia lineae $B\varDelta$

1) Nam $B\varDelta = 3BP = \Xi O = BP + \varDelta P$.
2) Itaque figura inscripta minor est cono Ψ (Eucl. V, 10).

numeralibus. 9. *λόγον*] *λόγον ὁ αὐτὸς κύλινδρος* Torellius. 16. *υπερεχει* F; corr. AB. 17. *μειζον* F; corr. B. 18. *ἄλλα*] alterum *λ* supra manu 1 F. 21. *τοῦ ἐγγραφέντος*] om. F; corr. Torellius. 22. *τοῦ*] *το* F. 25. *τῶν*] *τον* F; corr. B. 27. ΞM F. 28. *ποτ᾽ αὐτό*] scripsi; ποτ᾽ αὐτό uulgo; cfr. p. 450, 18.

τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἔχων ἴσον τᾷ ΔΕ ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν κατ' αὐτὸν ἐόντα τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ πρῶτον χωρίον τῶν παρὰ τὰν ΞΝ παραπεπτωκότων πλάτος ἐχόντων ἴσον τᾷ ΒΔ ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀφαιρημένον ἀπ' αὐτοῦ· καὶ τῶν ἄλλων δὲ κυλίνδρων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἐχόντων ἴσον τᾷ ΔΕ ποτὶ τὸν κατ' αὐτὸν κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ὁμόλογον χωρίον αὐτῷ τῶν παρὰ τὰν ΞΝ παραπεπτωκότων ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρημένον πρώτου λεγομένου τοῦ ἐσχάτου. καὶ πάντες οὖν οἱ κυλίνδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ χωρία τὰ παρὰ τὰν ΞΝ παραπεπτωκότα ποτὶ τὸ ἴσον τῷ τε ἐσχάτῳ κειμένῳ χωρίῳ καὶ τοῖς γνωμόνεσσι τοῖς ἀφαιρημένοις ἀπὸ τῶν ἄλλων διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον. ἐπεὶ οὖν δεδείκται, ὅτι τὰ χωρία πάντα τὰ παρὰ τὰν ΞΝ παραπεπτωκότα ποτὶ τὰ χωρία πάντα τὰ παρὰ τὰν ΝΟ παραπεπτωκότα ὑπερβάλλοντα εἴδει τετραγώνῳ χωρὶς τοῦ μεγίστου μείζονα λόγον ἔχοντι τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΞΝ ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς ΝΟ καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς ΞΟ, δῆλον, ὅτι τὰ αὐτὰ χωρία ποτὶ τὰ λοιπά, ἅ ἐντι ἴσα τῷ ἐσχάτῳ χωρίῳ κειμένῳ

---

1. *ἴσον*] scripsi; *ισαν* F, uulgo. 2. *τῶν*] scripsi; *τον* F, uulgo. 5. *ἴσον*] Torellius; *ισαν* F, uulgo; *τάν ἴσαν*? 7. *ἴσον*] scripsi; *ισαν* F, uulgo; *τὰν ἴσαν*? 12. *πρώτου*] scripsi; *προ του* F, uulgo. *λεγομένου*] *λεγομεν* F; corr. A, C*. *παντος* (comp.) F. 16. *παραπεπτωκωτα* F. 17. *γνωμονεσι* F. 19. *τὰ χωρία πάντα τὰ παρὰ τὰν* ΞΝ *παραπεπτωκότα ποτί*] om. F; corr. Torellius (nisi quod *πάντα τὰ χωρία* habet).

aequalem ad se ipsum. utraque enim inter se aequalia sunt. secundus autem cylindrus totius cylindri axem habens lineae ΔE aequalem ad cylindrum in figura circumscripta eodem loco positum eandem rationem habet, quam primum spatium eorum, quae lineae ΞN adplicata sunt latitudinem habentia lineae $B\Delta$ aequalem, ad gnomonem ab eo ablatum.[1]) et etiam ceterorum cylindrorum unusquisque eorum, qui in toto cylindro sunt et axem lineae ΔE aequalem habent, ad cylindrum in figura circumscripta eodem loco positum eandem rationem [habet][2]), quam respondens spatium eorum, quae lineae ΞN adplicata sunt, ad gnomonem ab eo ablatum, ita ut ultimum primo loco numeretur.[3]) quare etiam omnes cylindri totius cylindri ad omnes cylindros figurae circumscriptae eandem habebunt rationem, quam omnia spatia lineae ΞN adplicata ad spatium aequale spatio ultimo loco posito et gnomonibus a ceteris ablatis propter eadem, quae antea [prop. 1]. iam quoniam demonstratum est [prop. 2], omnia spatia lineae ΞN adplicata ad omnia spatia lineae NO adplicata figura quadrata excedentia praeter maximum maiorem rationem habere, quam $\Xi N : \frac{1}{2} NO + \frac{1}{3} \Xi O$, adparet, eadem spatia ad reliqua, quae aequalia sunt spatio ultimo loco posito

1) Quia secundus cylindrus figurae circumscriptae aequalis est primo inscriptae; tum u. p. 466, 15. idem in ceteris cylindris fit.

2) Fortasse post τὸν αὐτόν lin. 9 addendum est ἔχει.

3) Fingatur spatium 4 alteri parti adfixum. proportiones igitur hae erunt (cfr. p. 453 not. 1): $K : C_1 = Q_4 : Q_4$;

$$K : C_2 = Q_1 : g_1;\ K : C_3 = Q_2 : g_2;\ K : C_4 = Q_3 : g_3.$$

Q spatia ΞN sunt.

καὶ τοῖς γνωμόνεσσι τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν ἀφαιρουμένοις, ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΞΝ ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς ΝΟ καὶ δυσὶ τριταμορίοις τᾶς ΞΟ. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΖΔ ποτὶ τὰν ΘΡ. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΔΖ ποτὶ τὰν ΘΡ, τοῦτον ἔχει ὁ εἰρημένος κύλινδρος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ὁ αὐτὸς κύλινδρος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον· ὅπερ ἀδύνατον. ἐδείχθη γὰρ ἔλασσον ἐὸν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. οὐκ ἄρα ἐστὶν ἔλασσον τοῦ Ψ κώνου. ἐπεὶ δὲ οὔτε μεῖζον οὔτε ἔλασσον, ἴσον ἄρα ἐστίν.

λ'.

Καὶ τοίνυν εἴ κα μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τμαθῇ τὸ σφαιροειδὲς μηδὲ διὰ τοῦ κέντρου, τὸ ἔλασσον αὐτοῦ τμᾶμα ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν ἁ ἴσα συναμφοτέρᾳ τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰς κορυφὰς τῶν γενομένων τμαμάτων καὶ τῷ ἄξονι τοῦ μείζονος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ μείζονος τμάματος.

1. *γνωμόνεσσι*] alterum *σ* supra manu 1 F. *ἀφαιρημένοις* Torellius. 3. *ταις τε ημισεαις* F; corr. Torellius. 4. *τριταμωριοις* F. 7. ΖΔ] ΖΛ F. 10. *ἄρα*] om. F; corr. B. 11. *ἤ*] om. F; corr. B. 13. *ἔλασσον*] *ἔλασσον τὸ τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα* Torellius. Ψ] om. F; corr. Torellius. 16. *λβ'* Torellius; om. F. 19. *αποτμημα* F; corr. Torellius. *τὸ βάσιν ἔχον*] scripsi; *του βασιν εχοντος* F, uulgo. 21. *ἁ ἴσα συναμφοτέρᾳ*] scripsi; *αι* (supra manu 1) *συναμφοτεραι* F, uulgo; *αἱ συναμφότεραι ἴσα* Torellius.

et gnomonibus a ceteris ablatis, minorem rationem habere, quam $\Xi N : \frac{1}{2} NO + \frac{2}{3} \Xi O$.[1]) adparet igitur, etiam cylindrum basim habentem eandem, quam segmentum, et eundem axem ad figuram circumscriptam minorem rationem habere, quam habet $Z\Delta : \Theta P$.[2]) sed quam rationem habet $\Delta Z : \Theta P$, eam habet cylindrus ille ad conum Ψ [p. 462, 29]. itaque idem cylindrus ad figuram circumscriptam minorem rationem habet quam ad conum Ψ[3]); quod fieri non potest. nam demonstratum est, figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ. quare [segmentum sphaeroidis] minus non est cono Ψ. et quoniam neque maius neque minus est, aequale igitur est.

XXX.

Uerum etiam si [plano] ad axem non perpendiculari sphaeroides secatur nec per centrum posito, minus eius segmentum ad coni segmentum basim habens eandem, quam segmentum [sphaeroidis], et eundem axem eam habebit rationem, quam linea utrique aequalis, et dimidiae lineae uertices segmentorum ortorum iungenti et axi segmenti maioris, ad axem segmenti maioris.[4])

---

1) *Ἀναστρέψαντι*; u. Pappus VII, 48 p. 686; cfr. p. 469 not. 3.

2) Nam $Z\Delta = \Xi N$, $\Theta P = \Theta\Delta + \Delta P = \frac{1}{2} NO + \frac{2}{3} \Xi O$; u. p. 470, 2 et 471 not. 1.

3) Quare figura circumscripta maior est cono Ψ (Eucl. V, 10).

4) P. 284, 24: *εἰ δέ κα μήτε διὰ τοῦ κέντρου μήτε ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμαθῇ τὸ σφαιροειδές, τῶν γεναμένων τμαμάτων τὸ μὲν μεῖζον κτλ., τὸ δὲ ἔλασσον τμᾶμα ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον κτλ.*, ut hoc loco, nisi quod lin. 21 *ἁ συναμφοτέραις ἴσα* legitur, lin. 22 *γενομένων* omittitur, lin. 24 *τὸν τοῦ* legitur.

τετμάσθω γάρ τι σχῆμα σφαιροειδές, ὡς εἰρήται. καὶ τμαθέντος αὐτοῦ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓ ὀξυγωνίου κώνου τομά, τοῦ δὲ τέμνοντος ἐπιπέδου τὸ σχῆμα ἁ ΓΑ εὐθεῖα. καὶ παρὰ τὰν ΑΓ ἄχθων αἱ ΠΡ, ΣΤ ἐπιψαυούσαι τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὰ Β, Ζ, καὶ ἀνεστακέτω ἀπ' αὐτᾶν ἐπίπεδα παράλληλα τῷ κατὰ τὰν ΑΓ. ἐπιψαυσοῦντι δὴ ταῦτα τοῦ σφαιροειδέος κατὰ τὰ Β, Ζ, καὶ ἐσσοῦνται κορυφαὶ τῶν τμαμάτων. ἄχθω οὖν ἁ τὰς κορυφὰς τῶν τμαμάτων ἐπιζευγνύουσα, καὶ ἔστω ἁ ΒΖ. πεσεῖται δὲ αὐτὰ διὰ τοῦ κέντρου. καὶ ἔστω κέντρον τοῦ σφαιροειδέος καὶ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τὸ Θ. ἐπεὶ οὖν ὑπέκειτο μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τετμάσθαι τῷ ἐπιπέδῳ τὸ σχῆμα, ἁ τομά ἐστιν ὀξυγωνίου κώνου τομά, καὶ διάμετρος αὐτᾶς ἁ ΓΑ. λελάφθω οὖν ὅ τε κύλινδρος ὁ ἄξονα ἔχων ἐπ' εὐθείας τᾷ ΒΔ, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἁ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, καὶ ὁ κῶνος ὁ κορυφὰν ἔχων τὸ Β σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἁ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ. ἐσσεῖται δὴ τόμος τις κυλίνδρου τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, καὶ ἀπότμαμα κώνου τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. δεικτέον, ὅτι τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος, οὗ κορυφὰ τὸ Β, ποτὶ τὸ

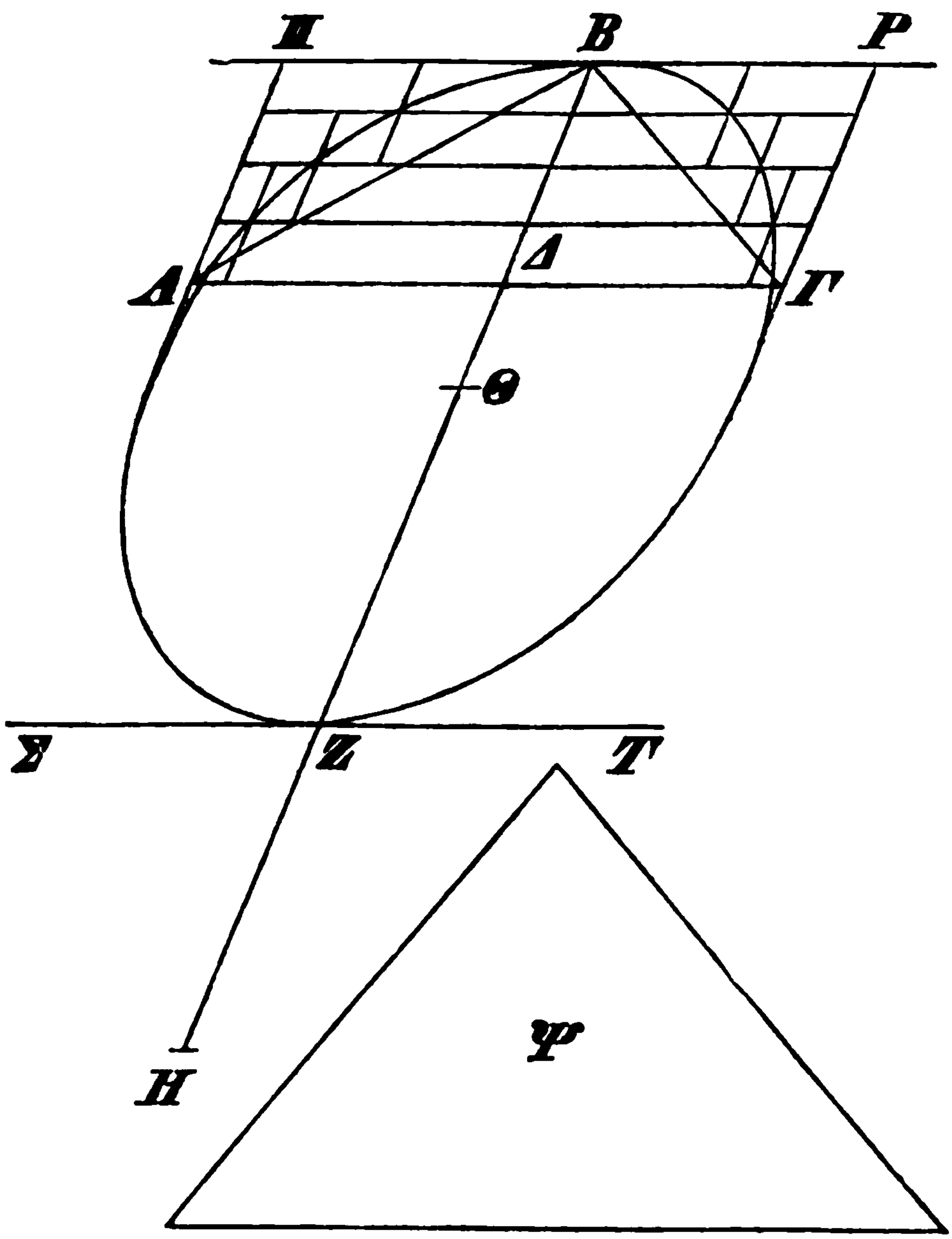
3. *τομαν* F. 4. *ΑΒΓ*] *ΑΒΓΔ* F; corr. Nizzius. 6. *ἄχθων*] scripsi; *αχθω* F, uulgo. 8. *ἐπίπεδα παράλληλα*] Nizzius; *επιπεδον παραλληλον* F, uulgo. *κατά*] *κα* F. 9. *δή* scripsi; *δε* F, uulgo. *τά*] *το* F; corr. AB. 10. *ἄχθω οὖν ἁ τὰς κορυφὰς τῶν τμαμάτων*] scripsi; om. F, uulgo; *τὰ Β, Δ. ἄχθω οὖν ἁ τὰς κορυφάς* Nizzius. 11. *ἐπιζευγνύουσα*]

secetur enim figura sphaeroidis, ita ut diximus. et secta ea alio plano per axem ad secans planum perpendiculari figurae sectio sit *ΑΒΓ* coni acutianguli sectio [prop. 11, c], plani autem figuram secantis linea *ΓΔ*. et lineae *ΑΓ* parallelae ducantur lineae *ΠΡ*, *ΣΤ* sectionem coni in punctis *B*, *Z* contingentes, et in iis plana erigantur plano in linea *ΑΓ* posito parallela. ea igitur sphaeroides in punctis *B*, *Z* contingent [prop. 16, b], quae uertices erunt segmentorum [p. 282, 12]. ducatur igitur linea uertices segmentorum iungens, et sit *BZ*. ea igitur per centrum cadet [prop. 16, c]. et centrum sphaeroidis et sectionis coni acutianguli sit *Θ*. iam quoniam suppositum est, figuram plano ad axem non perpendiculari sectam esse, sectio est coni acutianguli sectio, et diametrus eius *ΓΔ* [prop. 14]. sumatur igitur et cylindrus axem habens in producta linea *BΔ*, cuius in superficie sit sectio coni acutianguli circum diametrum *ΑΓ* descripta [prop. 9], et conus uerticem habens punctum *B*, cuius in superficie sit sectio coni acutianguli circum diametrum *ΑΓ* descripta [prop. 8]. erit igitur frustum quoddam cylindri basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem, et segmentum coni eandem basim habens, quam segmentum [sphaeroidis], et axem eundem. demonstrandum est, segmentum sphaeroidis, cuius uertex sit *B*, ad segmentum coni

---

scripsi; *επιζευχθεισα* F, uulgo. 14. *τετμησθαι* F; corr. Torellius. 17. *ὁ*] addidi; om. F, uulgo. *αξωνα* F. 24. *καὶ ἀπότμαμα* ad lin. 25: *τὸν αὐτόν* in mg. habet F manu 1, adposito signo ⊲/. *εχων* F.

ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν ἁ ΔΗ ποτὶ τὰν ΔΖ. ἴσα δὲ ἔστω ἁ ΖΗ τᾷ ΘΖ.



λελάφθω δή τις κῶνος, ἐν ᾧ τὸ Ψ, ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχων τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ ΔΗ ποτὶ τὰν ΔΖ. εἰ οὖν μή ἐστιν ἴσον τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος τῷ Ψ κώνῳ, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατόν, μεῖζον. ἐνέγραψα δὴ εἰς τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιέγραψα ἐκ κυλίνδρων τόμων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον,

1. αποτμημα] F, ut p. 476 lin. 24, p. 478 lin. 4; corr. Torellius.

basim habens eandem, quam segmentum [sphaeroidis], et eundem axem eam rationem habiturum esse, quam $\Delta H : \Delta Z$. sit autem $ZH = \Theta Z$.

sumatur igitur conus aliquis, in quo sit littera Ψ, qui ad segmentum coni basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem eam habeat rationem, quam $\Delta H : \Delta Z$. iam si segmentum sphaeroidis cono Ψ aequale non est, primum, si fieri potest, maius sit inscripsi igitur segmento sphaeroidis figuram solidam, et aliam circumscripsi ex frustis cylindrorum altitudinem aequalem habentibus compositas, ita ut figura

---

τὸ βάσιν ἔχον] scripsi; του βασιν εχοντος F, uulgo. 3. ΘZ] ΔZ F. 5. τὸ βάσιν ἔχον] scripsi; του βασιν εχοντος F, uulgo. 6. εχον F; corr. Torellius. 9. ἐγγεγράφθω et lin. 10: περιγεγράφθω Nizzius.

ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. ὁμοίως δὴ τῷ προτέρῳ δειχθησέται τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον ἐὸν τοῦ Ψ κώνου, καὶ ὁ τόμος τοῦ κυλίνδρου ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μείζονα λόγον ἔχων ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον· ὅ ἐστιν ἀδύνατον. οὐκ ἐσσεῖται οὖν τὸ τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου μεῖζον. ἀλλ' ἔστω, εἰ δυνατόν, ἔλασσον. ἐγγεγραμμένον δὴ πάλιν ἔστω εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον ἐκ κυλίνδρου τόμων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενα, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει ὁ Ψ κῶνος τοῦ τμάματος. πάλιν δὴ διὰ τῶν αὐτῶν δειχθησέται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσον τοῦ Ψ κώνου, καὶ ὁ τόμος τοῦ κυλίνδρου ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἐλάσσονα λόγον ἔχων ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον· ὅ ἐστιν ἀδύνατον. οὐκ ἐσσεῖται οὖν οὐδὲ ἔλασσον τὸ τμᾶμα τοῦ κώνου. φανερὸν οὖν, ὅ ἔδει δεῖξαι.

λα'.

Παντὸς σχήματος σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ τμαθέντος ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα μὴ διὰ τοῦ κέντρου τὸ μεῖζον τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ἴσα συναμφοτέραις τᾷ τε ἡμισέᾳ τοῦ

---

10. ἔστω] om. F; corr. Torellius. 12. ἴσον] om. F; corr. B. 13. υπερεχει F. 20. ἐσσεῖται] εσσει F. 21. ὅ ἔδει] ωσδει F; corr. Torellius. 22. λγ' Torellius; om. F.

circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali segmentum sphaeroidis conum Ψ excedit.[1]) eodem igitur modo, quo supra, demonstrabimus, figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ, et frustum cylindri basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem ad figuram inscriptam maiorem rationem habere quam ad conum Ψ; quod fieri non potest. quare segmentum sphaeroidis maius non erit cono Ψ. sit autem, si fieri potest, minus. inscribatur igitur rursus segmento figura solida, et alia circumscribatur ex cylindri frustis altitudinem aequalem habentibus compositae, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali conus Ψ segmentum excedit [prop. 20]. rursus igitur eodem modo demonstrabimus, figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ, et frustum cylindri basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem ad figuram circumscriptam minorem rationem habere quam ad conum Ψ; quod fieri non potest. quare segmentum ne minus quidem erit cono. manifestum ergo est, quod erat demonstrandum.

XXXI.

Quauis figura sphaeroide plano ad axem perpendiculari, per centrum autem non posito, secta, segmentum maius ad conum basim habentem eandem, quam segmentum, et eundem axem eam rationem habet, quam linea utrique aequalis, et dimidio axi

1) Ex prop. 20.

ἄξονος τοῦ σφαιροειδέος καὶ τῷ τοῦ ἐλάσσονος τμάματος ἄξονι ποτὶ τὸν τοῦ ἐλάσσονος τμάματος ἄξονα.

τετμάσθω τι σφαιροειδές, ὡς εἰρήται. τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓ ὀξυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς καὶ ἄξων τοῦ σχήματος ἁ ΒΔ, τοῦ δὲ τέμνοντος ἐπιπέδου ἁ ΓΑ εὐθεῖα. ἐσσείται δὴ αὐτὰ ποτ' ὀρθὰς τᾷ ΒΔ. ἔστω δὲ μεῖζον τῶν τμαμάτων, οὗ κορυφὰ τὸ Β, καὶ κέντρον τοῦ σφαιροειδέος τὸ Θ. ποτικείσθω δὴ ἁ ΔΗ τᾷ ΔΘ ἴσα, καὶ ἁ ΒΖ τᾷ αὐτᾷ ἴσα. δεικτέον, ὅτι τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος, οὗ κορυφὰ τὸ Β, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ ΕΗ ποτὶ τὰν ΕΔ.

τετμάσθω δὴ τὸ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, καὶ ἀπὸ τοῦ γενομένου κύκλου κῶνος ἔστω κορυφὰν ἔχων τὸ Δ σαμεῖον. ἔστιν δὴ τὸ μὲν ὅλον σφαιροειδὲς διπλάσιον τοῦ τμάματος τοῦ βάσιν ἔχοντος τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΚΛ, κορυφὰν δὲ τὸ Δ σαμεῖον, τὸ δὲ εἰρημένον τμᾶμα διπλάσιον τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. δεδείκται γὰρ ταῦτα. τὸ ὅλον οὖν σφαιροειδὲς τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου τοῦ εἰρημένου. ὁ δὲ κῶνος οὗτος ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν

---

5. *σχήματος*] *τμηματος* F; corr. Torellius. 7. *δέ*] om. F; corr. Torellius. 25. *δέ*] scripsi; *δη* F, uulgo.

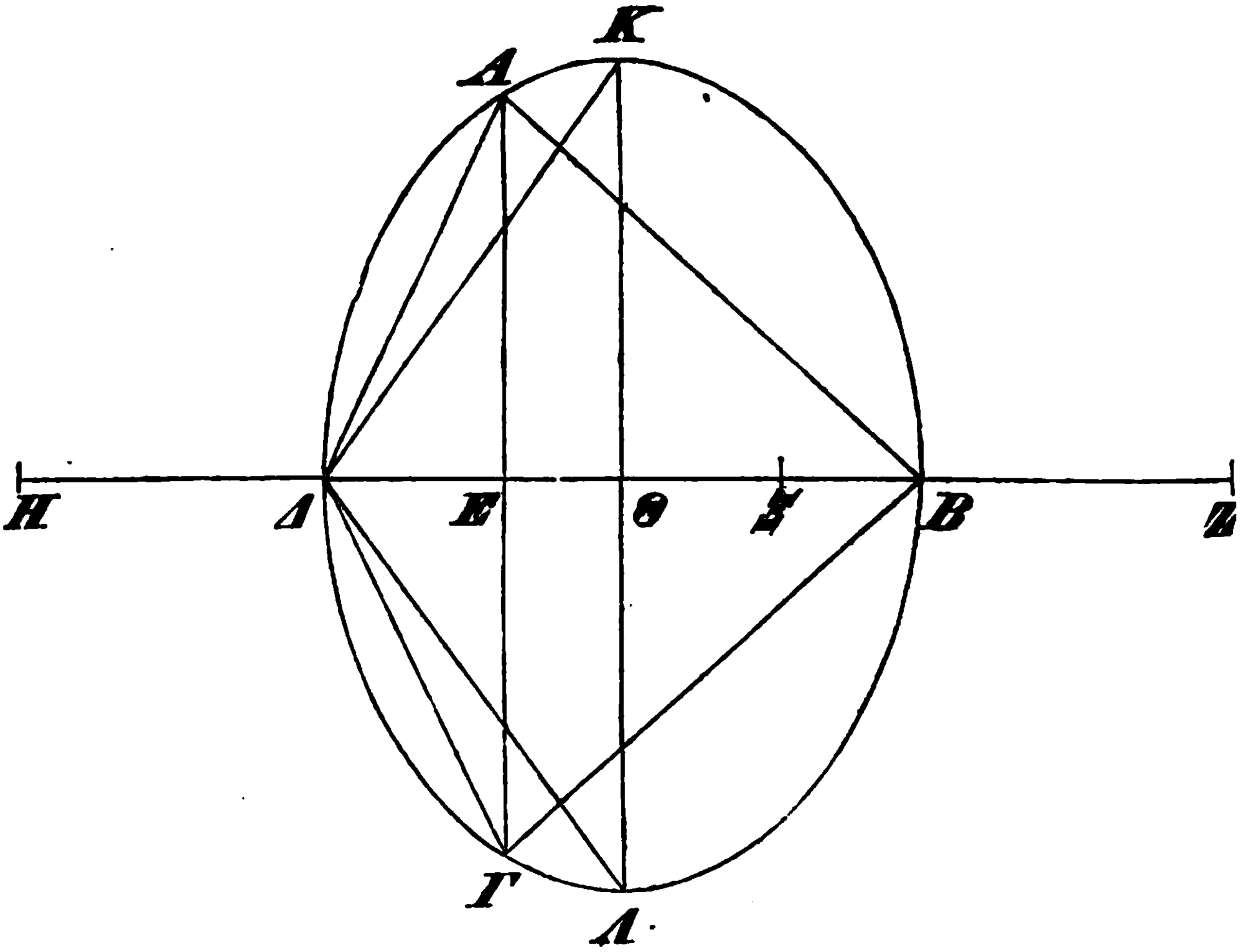
sphaeroidis et axi segmenti minoris, ad axem segmenti minoris.[1])

secetur sphaeroides aliquod, ita ut diximus. secto autem eo alio plano per axem ad secans planum perpendiculari figurae sectio sit $AB\Gamma$ coni acutianguli sectio, diametrus autem eius et axis figurae $B\Delta$ [prop. 11, c], plani autem secantis linea ΓA. ea igitur ad lineam $B\Delta$ perpendicularis erit [p. 440, 15]. sit autem maius segmentum id, cuius uertex est B punctum, et centrum sphaeroidis sit Θ. adiiciatur igitur linea ΔH lineae $\Delta\Theta$ aequalis, et BZ eidem aequalis. demonstrandum, segmentum sphaeroidis, cuius uertex sit B, ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et eundem axem, eam habere rationem, quam habeat $EH : E\Delta$.

secetur igitur sphaeroides plano per centrum ad axem perpendiculari, et in circulo inde orto [prop. 11, c] conus construatur uerticem habens punctum Δ. est igitur totum sphaeroides duplo maius segmento basim habenti circulum circum diametrum $K\Lambda$ descriptum, uerticem autem punctum Δ [prop. 18]; segmentum autem illud duplo maius est cono basim eandem habenti, quam segmentum, et eundem axem [prop. 27]. haec enim demonstrata sunt. itaque totum sphaeroides quadruplo maius est cono, quem commemora-

1) P. 284, 6: *εἰ δέ κα ὀρθῷ μὲν ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμαθῇ, μὴ διὰ τοῦ κέντρου δέ, τῶν γεναμένων τμαμάτων τὸ μὲν μεῖζον ποτὶ τὸν κῶνον τὸν τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν ἁ συναμφοτέραις ἴσα τᾷ τε ἡμισείᾳ τᾶς εὐθείας, ἅ ἐστιν ἄξων τοῦ σφαιροειδέος, καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ ἐλάσσονος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ ἐλάσσονος τμάματος.*

ΑΓ, κορυφὰν δὲ τὸ *Δ* σαμεῖον τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἁ *ΘΔ* ποτὶ τὰν *ΕΔ*, καὶ ἐκ τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς *ΚΘ* τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΕΑ*. ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς *ΚΘ* ποτὶ



τὸ ἀπὸ τᾶς *ΕΑ*, ὁ αὐτός ἐστι τῷ, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ *ΒΘ*, *ΘΔ* ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΒΕ*, *ΕΔ*. ὃν δὴ λόγον ἔχει ἁ *ΘΔ* ποτὶ τὰν *ΕΔ*, τοῦτον ἐχέτω ἁ *ΞΔ* ποτὶ τὰν *ΘΔ*. ἕξει οὖν καὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν *ΞΔ*, *ΒΘ* ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΒΘ*, *ΘΔ*, ὃν ἁ *ΔΘ* ποτὶ τὰν *ΔΕ*. ὁ δὲ συγκείμενος λόγος ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ *ΞΔ*, *ΘΒ* ποτὶ τὸ ὑπὸ *ΒΘ*, *ΘΔ*, καὶ ἐκ τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶν *ΒΘ*, *ΘΔ* ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΒΕ*, *ΕΔ*, ὁ αὐτός ἐστι τῷ, ὃν ἔχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν *ΞΔ*, *ΒΘ* ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΒΕ*, *ΕΔ*. ἔχει οὖν ὁ μὲν κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον

---

7. *ΘΔ*] *ΘΑ* F. 11. ΒΘ, ΘΔ] scripsi; ΒΘΔ F, vulgo.

uimus. sed hic conus ad conum basim habentem circulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum, uerticem autem punctum Δ rationem habet compositam ex ratione $\Theta\Delta : E\Delta$ et $K\Theta^2 : EA^2$.[1]) sed

$$K\Theta^2 : EA^2 = B\Theta \times \Theta\Delta : BE \times E\Delta$$

[Apollon. I, 21; cfr. supra p. 447 not. 1]. sit igitur [Eucl. VI, 11] $\Xi\Delta : \Theta\Delta = \Theta\Delta : E\Delta$; quare etiam erit $\Xi\Delta \times B\Theta : B\Theta \times \Theta\Delta = \Delta\Theta : \Delta E$. ratio autem composita ex

$$\Xi\Delta \times \Theta B : B\Theta \times \Theta\Delta \text{ et } B\Theta \times \Theta\Delta : BE \times E\Delta$$

eadem est, quam habet $X\Delta \times \Theta B : BE \times E\Delta$. itaque conus basim habens circulum circum diametrum $K\Lambda$ descriptum, uerticem autem punctum Δ ad conum basim habentem circulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum, uerticem autem punctum Δ eandem rationem habet, quam $\Xi\Delta \times B\Theta : BE \times E\Delta$. sed co-

---

1) U. prop. 10 et Eucl. XII, 2. nam basis segmenti circulus est (prop. 11, c).

τὰν ΚΛ, κορυφὰν δὲ τὸ Δ σαμεῖον ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, κορυφὰν δὲ τὸ Δ σαμεῖον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ. ὁ δὲ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, κορυφὰν δὲ τὸ Δ σαμεῖον ποτὶ τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν αὐτῷ καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ ΖΕ, ΕΔ [τουτέστιν ἁ ΒΕ ποτὶ ΕΖ· τὸ γὰρ ἔλασσον ἢ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν δεδείκται τοῦτον ἔχον τὸν λόγον, ὃν ἁ συναμφοτέραις ἴσα τᾷ τε ἡμισέᾳ τοῦ ἄξονος τοῦ σφαιροειδέος καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ μείζονος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ μείζονος τμάματος. οὗτος δέ ἐστιν, ὃν ἔχει ἁ ΖΕ ποτὶ τὰν ΒΕ]. ὁ ἄρα κῶνος ὁ ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος τὸ ἔλασσον τοῦ ἡμίσεος τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ὅλον σφαιροειδὲς ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΗ, ΞΔ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΘ, ΞΔ· τετραπλάσιον γὰρ ἑκάτερον ἑκατέρου· ὁ δὲ κῶνος ὁ ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸ τμᾶμα τὸ ἔλασσον ἢ τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ, ἔχοι κα καὶ τὸ ὅλον σφαιροειδὲς ποτὶ τὸ

1. *τὰν*] τὰ F. 7. τοῦ] το του F. εχων F. 10. *ΖΕ, ΕΔ*] *ΞΕ, ΒΕ* F. 13. εχων F. 19. τοῦ ἡμίσεος] scripsi;

nus basim habens circulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum, uerticem autem punctum $\varDelta$ ad segmentum sphaeroidis basim habens eandem, quam conus, et eundem axem eam habet rationem, quam

$$BE \times E\varDelta : ZE \times E\varDelta.^{1)}$$

quare conus, qui in dimidia parte sphaeroidis est, ad segmentum sphaeroidis, quod minus est dimidia parte, eandem rationem habet, quam $\Xi\varDelta \times B\Theta$ ad $ZE \times E\varDelta$ [*δι' ἴσου* Eucl. V, 22]. iam quoniam totum sphaeroides ad conum, qui in dimidia parte sphaeroidis est, eandem rationem habet, quam

$$ZH \times \Xi\varDelta : B\Theta \times \Xi\varDelta$$

(utrumque enim utroque[2]) quadruplo maius est), conus autem, qui in dimidia sphaeroidis parte est, ad segmentum, quod minus est dimidia parte sphaeroidis, eam rationem habet, quam $\Xi\varDelta \times B\Theta : ZE \times E\varDelta$, habebit etiam totum sphaeroides ad segmentum eius minus eandem rationem, quam $ZH \times \Xi\varDelta : ZE \times E\varDelta$

1) Habent enim eam rationem, quam $BE : ZE$ (prop. 29). sed quae sequuntur uerba lin. 10—17, quibus sine causa repetitur prop. 29 tota, subditiua sunt. neque enim *τουτέστιν* lin. 10 aptum est, quod tum demum sensum haberet, si Archimedes proportione $E\varDelta : ZE$ uti uellet. ut nunc est, ita debuit scribere: *ὃν ἁ* BE *ποτὶ* EZ, *τουτέστι τὸ περιεχόμενον ὑπὸ* BE, $E\varDelta$ *ποτὶ τὸ ὑπὸ* ZE, $E\varDelta$.

2) H. e. et sphaeroides cono, et rectangulum $ZH \times \Xi\varDelta$ rectangulo $B\Theta \times \Xi\varDelta$ (nam $ZH = 4 B\Theta$).

του ημισυ F, uulgo; *τοῦ ἡμίσεως* B; *ἢ τὸ ἡμίσεον* Torellius. 22. *ἡμισέῳ*] *ημισυ* F; corr. B. 25. *ἑκατέρου*] addidi; om. F, uulgo. 28. *τᾶν*] (alterum) *των* per comp. F; corr. Torellius. 29. *κα*] addidi; om. F, uulgo. *ἔχει* B, Nizzius.

τμᾶμα τὸ ἔλασσον αὐτοῦ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΗ, ΞΔ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ. ὥστε καὶ τὸ μεῖζον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸ ἔλασσον τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν ἁ ὑπεροχά, ᾇ ὑπερέχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΗ, ΞΔ τοῦ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ. ὑπερέχει δὲ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΗ, ΞΔ τοῦ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ τῷ τε ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΕΗ περιεχομένῳ καὶ τῷ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΞΕ. ἔχει ἄρα τὸ μεῖζον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸ ἔλασσον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ἴσον ἀμφοτέροις τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΕΗ καὶ τῷ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΞΕ ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ. τὸ δὲ ἔλασσον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν αὐτῷ καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ [τὸν γὰρ αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΖΕ ποτὶ τὰν ΒΕ]. ὁ δὲ κῶνος ὁ ἐν τῷ ἐλάσσονι τμάματι ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ἐν τῷ μείζονι τμάματι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΕ τετράγωνον. τὸν γὰρ τῶν ὑψέων λόγον ἔχοντι οἱ κῶνοι, ἐπεὶ βάσιν ἔχοντι τὰν αὐτάν. ἔχοι οὖν κα τὸ μεῖζον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένον, ὃν τὸ ἴσον ἀμφοτέροις τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΕΗ καὶ τῷ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΞΕ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΕ. οὗτος

---

1. *αὐτοῦ*] delet Nizzius. 2. *ΖΗ*] *ΖΝ* F. *ΖΕ, ΕΔ*] scripsi; *ΖΕΔ* F, uulgo. 5. *τοῦ*] *το* F; corr. Torellius. 6. *ποτί*] *προς* per comp. F; corr. Torellius. *ΖΕ, ΕΔ*] scripsi; *ΖΕΔ* F, uulgo. 7. *τό*] *του* per comp. F; corr. ed. Basil. *τοῦ*] *α* F; corr. ed. Basil. 8. *τῷ*] *το* F. 11. *ΕΗ*] *ΕΝ* F. 16. *τό*] *τὸ περιεχόμενον* Torellius. *ΒΕ, ΕΔ*]

[Eucl. V, 22]. quare etiam maius sphaeroidis segmentum ad minus eandem rationem habet, quam

$$Z H \times \Xi \varDelta - Z E \times E \varDelta : Z E \times E \varDelta$$

[*διελόντι* Eucl. V, 17]. sed

$$Z H \times \Xi \varDelta - Z E \times E \varDelta = \Xi \varDelta \times E H + Z E \times \Xi E.$$ 1)

itaque segmentum maius sphaeroidis ad minus eandem rationem habet, quam

$$\Xi \varDelta \times E H + Z E \times \Xi E : Z E \times E \varDelta.$$

sed minus segmentum sphaeroidis ad conum eandem basim habentem et axem eundem eam habet rationem, quam $Z E \times E \varDelta : B E \times E \varDelta$.[2]) et conus, qui in minore segmento est, ad conum, qui est in maiore, eandem rationem habet, quam $B E \times E \varDelta : B E^2$; coni enim rationem altitudinum inter se habent, quoniam eandem habent basim [Eucl. XII, 14; cfr. supra prop. 10]. quare maius segmentum sphaeroidis ad conum ei inscriptum [eam rationem] habet, quam habet

$$\Xi \varDelta \times E H + Z E \times \Xi E : B E^2 \text{ [Eucl. V, 22].}$$

haec autem ratio eadem est, quam habet $E H : E \varDelta$.

---

1) Nam $Z H = E H + E Z$; itaque

$$Z H \times \Xi \varDelta = E H \times \Xi \varDelta + E Z \times \Xi \varDelta;$$

et $E H \times \Xi \varDelta + E Z \times \Xi \varDelta - E Z \times E \varDelta$

$$= E H \times \Xi \varDelta + E Z \times (\Xi \varDelta - E \varDelta) = E H \times \Xi \varDelta + E Z \times E \Xi.$$

2) Uerba *τὸν γὰρ αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ZE ποτὶ τὰν BE* lin. 17 prorsus superuacua sunt, cum Archimedes iam p. 486, 5 hac ipsa proportione usus sit, nulla addita causa. itaque interpolatori tribuenda esse putaui. — Hinc sequitur (Eucl. V, 22), segmentum maius ad conum in minore segmento inscriptum eam habere rationem, quam

$$\Xi \varDelta \times E H + Z E \times \Xi E : B E \times E \varDelta.$$

BEΔ F; corr. Torellius. 17. *ZE*] *ZΘ* F; corr. ed. Basil. 22. *ἐπεί*] *ἐπι* F. *ἔχοι οὖν κα*] scripsi; *εχοι αν και* F, uulgo; *ἔχει οὖν καί* Nizzius. 24. *ὃν*] scripsi; om. F, uulgo; *τοῦτον τὸν λόγον, ὃν* ed. Basil., Torellius. 26. ZE] ZΘ F.

δὲ ὁ αὐτός ἐστι τῷ, ὃν ἔχει ἁ ΕΗ ποτὶ τὰν ΕΔ. τὸ γὰρ ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΕΗ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΕΔ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ΕΗ ποτὶ τὰν ΕΔ, καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΞΕ, ΖΕ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΘΕ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ΕΗ ποτὶ τὰν ΕΔ· ἁ γὰρ ΞΕ ποτὶ τὰν ΘΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΕΗ ποτὶ τὰν ΕΔ διὰ τὸ ἀνάλογον εἶμεν τὰς ΞΔ, ΘΔ, ΔΕ, καὶ τὰν ΘΔ ἴσαν εἶμεν τᾷ ΗΔ· καὶ τὸ ἴσον οὖν ἀμφοτέροις τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΕΗ καὶ τῷ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΞΕ ποτὶ τὸ ἴσον συναμφοτέροις τῷ τε ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΕΔ καὶ τῷ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΘΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΕΗ ποτὶ τὰν ΕΔ. τὸ δὲ ἀπὸ τᾶς ΕΒ τετράγωνον ἴσον ἐντὶ ἀμφοτέροις τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΕΔ καὶ τῷ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΘΕ. τὸ μὲν γὰρ ἀπὸ τᾶς ΒΘ τετράγωνον ἴσον τῷ ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΕΔ περιεχομένῳ, ἁ δὲ ὑπεροχά, ᾇ μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΕ τετράγωνον τοῦ ἀπὸ τᾶς ΒΘ, ἴσον ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΘΕ, ἐπεὶ ἴσαι αἱ ΒΘ, ΒΖ. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ μεῖζον τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ΕΗ ποτὶ τὰν ΕΔ.

λβ'.

Καὶ τοίνυν εἴ κα μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμαθῇ τὸ σφαιροειδὲς μηδὲ διὰ τοῦ κέντρου,

---

1. ὁ] addidi; om. F, uulgo. *ΕΗ*] *ΕΝ* F. *ΕΔ*] om. F; corr. AB. 5. *λόγον*] *λόγον · ΕΔ ·* F; corr. B; *ΕΔ* in margine adscriptum, ita ut ad lineam 1 pertineret, postea hic irrepsit. *ΕΗ*] *ΕΝ* F. 6. ἁ] *αι* F; corr. AB. 7. *εἶμεν*] *το ειμεν* FV. 8. *εἶμεν*] *τ' ειμεν* F; *τε εἶμεν* uulgo. *ΗΔ*] *ΝΔ* F. 9. τε] addidi; om. F, uulgo. 11. *ΞΔ*] *ΞΕ* F; corr. AB. 12. ὃν] om. F; corr. Torellius. 15. τῷ] scripsi;

est enim $\Xi\varDelta \times EH : \Xi\varDelta \times E\varDelta = EH : E\varDelta$, et
$$\Xi E \times ZE : ZE \times \Theta E = EH : E\varDelta;$$
nam $\Xi E : \Theta E = EH : E\varDelta$, quia proportionales sunt lineae $\Xi\varDelta$, $\Theta\varDelta$, $\varDelta E$, et $\Theta\varDelta = H\varDelta$.[1]) itaque etiam $\Xi\varDelta \times EH + ZE \times \Xi E : \Xi\varDelta \times E\varDelta + ZE \times \Theta E = EH : E\varDelta$.[2]) sed $EB^2 = \Xi\varDelta \times E\varDelta + ZE \times \Theta E$; nam
$$B\Theta^2 = \Xi\varDelta \times E\varDelta^{3)},$$
et $BE^2 - B\Theta^2 = ZE \times \Theta E$, quoniam $B\Theta = BZ$.[4]) adparet igitur, maius sphaeroidis segmentum ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et axem eundem eam habere rationem, quam $EH : E\varDelta$.

XXXII.

Uerum etiam si plano ad axem non perpendiculari secatur sphaeroides nec per centrum posito, maius

---

1) Erat (p. 484, 6): $\Xi\varDelta : \varDelta\Theta = \varDelta\Theta : \varDelta E$; quare διελόντι erit $\Xi\Theta : \varDelta\Theta = E\Theta : \varDelta E = \Xi\Theta : H\varDelta$, unde ἐναλλάξ
$$\Xi\Theta : E\Theta = H\varDelta : \varDelta E$$
et συνθέντι $\Xi E : \Theta E = EH : E\varDelta$.

2) Nam
$$EH : E\varDelta = \Xi\varDelta \times EH : \Xi\varDelta \times E\varDelta = \Xi E \times ZE : ZE \times \Theta E;$$
unde ἐναλλάξ
$$\Xi\varDelta \times EH : \Xi E \times ZE = \Xi\varDelta \times E\varDelta : ZE \times \Theta E,$$
et συνθέντι
$$\Xi\varDelta \times EH + \Xi E \times ZE : \Xi E \times ZE$$
$$= \Xi\varDelta \times E\varDelta + ZE \times \Theta E : ZE \times \Theta E;$$
et rursus ἐναλλάξ
$$\Xi\varDelta \times EH + \Xi E \times ZE : \Xi\varDelta \times E\varDelta + ZE \times \Theta E$$
$$= \Xi E \times ZE : ZE \times \Theta E = EH : E\varDelta.$$

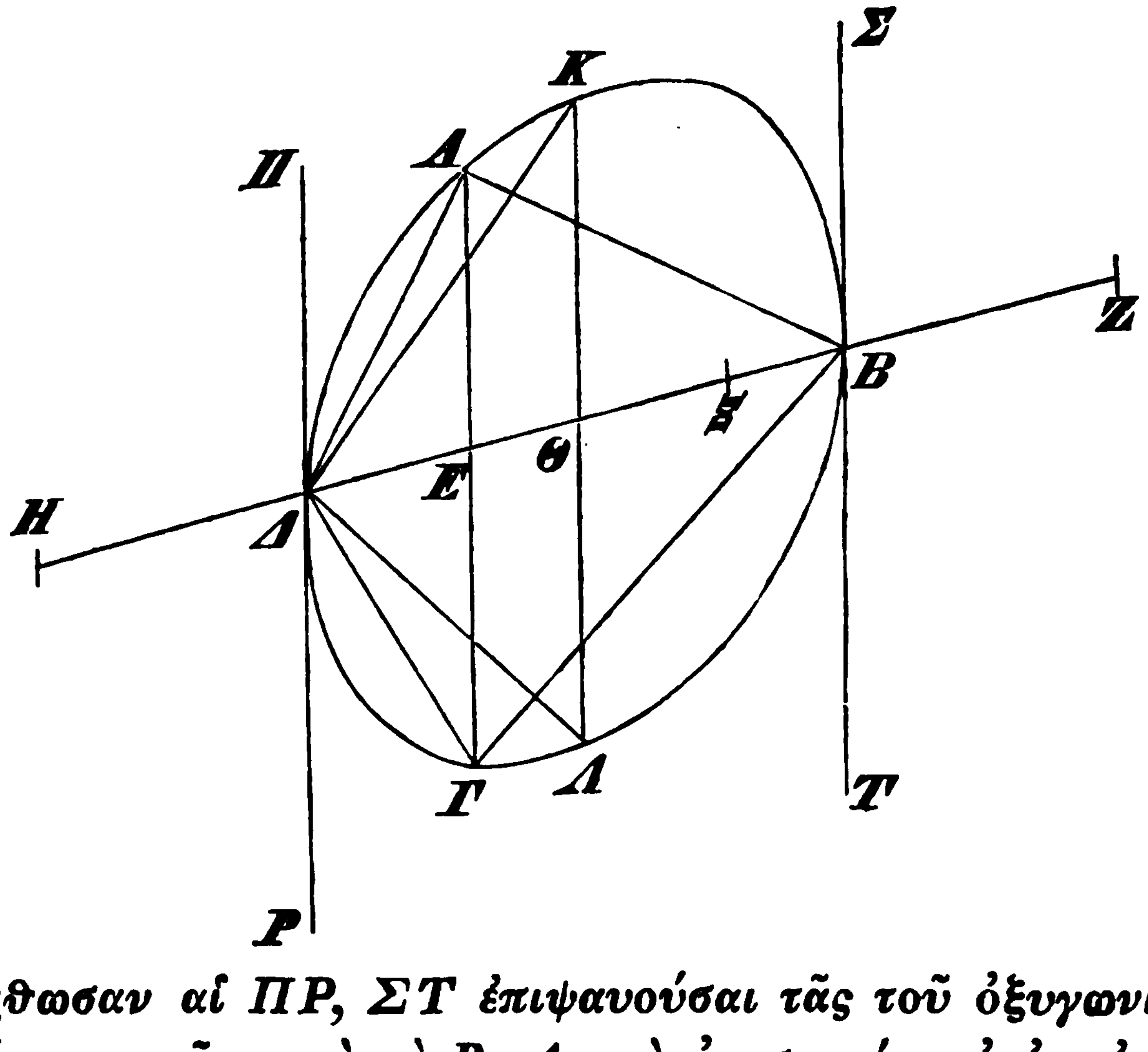
3) Nam $B\Theta = \Theta\varDelta$, et $\Xi\varDelta : \Theta\varDelta = \Theta\varDelta : \varDelta E$; tum u. Eucl. VI, 17.

4) Nam $BE^2 = B\Theta^2 + E\Theta^2 + 2B\Theta \times E\Theta$ (Eucl. II, 4) $= B\Theta^2 + E\Theta \times (E\Theta + 2B\Theta) = B\Theta^2 + E\Theta \times (E\Theta + B\Theta + BZ)$
$$= B\Theta^2 + E\Theta \times EZ.$$

τo F, uulgo. 16. ἁ] o F. 17. μεῖζον] scripsi; μείζων F, uulgo. 19. αἱ] scripsi; α F, uulgo. 23. λδ' Torellius; om. F.

τὸ μεῖζον τμᾶμα αὐτοῦ ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν ἁ συναμφοτέραις ἴσα τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰς κορυφὰς τῶν γενομένων τμαμάτων καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ ἐλάσσονος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ ἐλάσσονος τμάματος.

τετμάσθω τὸ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ, ὡς εἴρηται. τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ ΑΒΓΔ ὀξυγωνίου κώνου τομά, τοῦ δὲ τέμνοντος ἐπιπέδου τὸ σχῆμα ἁ ΓΑ εὐθεῖα. παρὰ δὲ τὰν ΑΓ



ἄχθωσαν αἱ ΠΡ, ΣΤ ἐπιψαυούσαι τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς κατὰ τὰ Β, Δ, καὶ ἀνεστακέτω ἀπ' αὐτᾶν ἐπίπεδα παράλληλα τῷ κατὰ τὰν ΑΓ. ἐπιψαυσοῦντι

---

1. αποτμημα F; corr. Torellius. 2. τὸ βάσιν ἔχον] scripsi;

segmentum eius ad coni segmentum eandem basim habens, quam segmentum [sphaeroidis], et axem eundem eam habebit rationem, quam linea utrique aequalis, et dimidiae lineae uertices segmentorum inde ortorum iungenti et axi segmenti minoris, ad axem segmenti minoris.[1])

secetur sphaeroides plano, ita ut diximus. et secto eo alio plano per axem ad secans planum perpendiculari figurae sectio sit $AB\Gamma\Delta$ coni acutianguli sectio [prop. 11, c], plani autem figuram secantis linea ΓA. et lineae $A\Gamma$ parallelae ducantur lineae ΠP, ΣT sectionem coni acutianguli in punctis B, Δ contingentes, et ab iis erigantur plana plano in linea $A\Gamma$ posito parallela. ea igitur sphaeroides in punctis

1) P. 284, 24; *εἰ δέ κα μήτε διὰ τοῦ κέντρου μήτε ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμαθῇ τὸ σφαιροειδές, τῶν γεναμένων τμαμάτων τὸ μὲν μεῖζον ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἕξει τὸν λόγον, ὃν κτλ.* ut hoc loco, nisi quod lin. 4 *αὐτᾶς τᾶς* legitur, et lin. 5 *γενομένων* omittitur.

του βασιν εχοντος F, uulgo. 3. *ἁ συναμφοτέραις*] scripsi; *αι συναμφοτεραι* F, uulgo. 4. *τε*] cum B; om. F, uulgo. 8. *τετμησθω* F; corr. Torellius. 9. *αλλα* F; corr. B*. 14. Δ, B Torellius. 15. *ἐπιψαυωντι* F; corr. Torellius.

δὴ ταῦτα τοῦ σφαιροειδέος κατὰ τὰ Β, Δ, καὶ ἐσσοῦνται κορυφαὶ τῶν τμαμάτων τὰ Β, Δ. ἄχθω οὖν ἁ τὰς κορυφὰς ἐπιζευγνύουσα τῶν γενομένων τμαμάτων ἁ ΒΔ· πεσεῖται δ' αὐτὰ διὰ τοῦ κέντρου· καὶ ἔστω κέντρον τὸ Θ, μεῖζον δὲ ἦ τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος τὸ τμᾶμα, οὗ κορυφὰ τὸ Β. ποτικείσθω δὲ τᾷ ΔΘ ἴσα ἁ ΔΗ, καὶ ἁ ΒΖ τᾷ αὐτᾷ. δεικτέον, ὅτι τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος τὸ μεῖζον ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ΕΗ ποτὶ τὰν ΕΔ.

τετμάσθω γὰρ τὸ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρου παραλλήλῳ τῷ κατὰ τὰν ΑΓ ἐπιπέδῳ, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ἡμίσεον τοῦ σφαιροειδέος ἀπότμαμα κώνου κορυφὰν ἔχον τὸ Δ σαμεῖον, καὶ ὃν ἔχει λόγον ἁ ΔΘ ποτὶ τὰν ΕΔ, τοῦτον ἐχέτω ἁ ΞΔ ποτὶ τὰν ΘΔ. ὁμοίως δὴ τῷ πρότερον δειχθησέται τό τε ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος ἐγγεγραμμένου ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ ἐλάσσονι ἐγγεγραμμένου τὸν αὐτὸν ἔχον λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΞΔ, ΒΘ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ, καὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ ἐλάσσονι τμάματι ἐγγεγραμμένου ποτὶ τὸ τμᾶμα τό, ἐν ᾧ ἐγγεγράπται, τὸν αὐτὸν ἔχον λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΒΕ, ΕΔ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ. ἕξει οὖν τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος ἐγγεγραμμένου ποτὶ

1. *δή*] scripsi; *δε* F, uulgo. *εσουνται* F, uulgo. 5. *δὲ ἦ τό*] *οντος* (comp.) *τω* F; corr. Torellius (*ἦ τό* iam V; *τό* iam CD). 6. *τὸ τμᾶμα*] scripsi; *τό* om. F, uulgo. *τᾷ ΔΘ ἴσα ἁ ΔΗ*] scripsi; *τας ΔΗ ισα ἁ ΔΘ* FCD; *ἁ ΔΗ ἴσα τᾷ ΔΘ* uulgo. 8. *αποτμημα* F; corr. Torellius, ut lin. 14, 18, 19,

B, Δ contingent [prop. 16, b], et uertices segmentorum erunt B, Δ [p. 282, 12]. ducatur igitur uertices segmentorum ita ortorum iungens $B\Delta$ linea (per centrum autem cadet [prop. 16, c]), et centrum sit Θ, et segmentum, cuius uertex est B, maius sit quam dimidia pars sphaeroidis. adiiciatur autem linea ΔH aequalis lineae $\Delta\Theta$, et linea BZ eidem aequalis. demonstrandum est, segmentum sphaeroidis maius ad segmentum coni basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem eam habere rationem, quam $EH : E\Delta$.

secetur enim sphaeroides plano per centrum posito plano in linea $A\Gamma$ posito parallelo, et dimidiae sphaeroidis parti inscribatur segmentum coni uerticem habens punctum Δ, et sit $\Xi\Delta : \Theta\Delta = \Theta\Delta : E\Delta$. itaque eodem modo, quo supra, demonstrabimus, segmentum coni dimidiae sphaeroidis parti inscriptum[1]) ad segmentum coni [segmento] minori inscriptum[1]) eandem rationem habere, quam $\Xi\Delta \times B\Theta : BE \times E\Delta$, et segmentum coni segmento minori inscriptum[1]) ad segmentum, cui inscriptum sit, eam rationem habere, quam

$$BE \times E\Delta : ZE \times E\Delta.$$

itaque segmentum coni dimidiae parti sphaeroidis inscriptum[1]) ad minus segmentum sphaeroidis [eam

1) Debebat esse (lin. 18, 20, 23, 26): τὸ ἐν ... ἐγγεγραμμένον; ad ἀπότμαμα enim, non ad κώνου pertinet. et ita fortasse uel inuito codice scribendum est. lin. 19 ed. Basil. et A habent ἐγγεγραμμένον.

22, 26. 9. τὸ βάσιν ἔχον] scripsi; τον βασιν εχοντος F, uulgo. 12. τετμησθω F; corr. Torellius. 17. $\Theta\Delta$] ΘA F. τῷ] το F. 19. εγγεγραμμενω F; corr. Torellius. 24. εχοντα F; corr. B*.

τὸ ἔλασσον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν $\Xi\varDelta$, $B\Theta$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ZE, $E\varDelta$. ἕξει οὖν τὸ μὲν ὅλον σφαιροειδὲς ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος ἐγγεγραμμένου τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ZH, $\Xi\varDelta$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν $B\Theta$, $\Xi\varDelta$. τετραπλάσιον γὰρ ἑκατέρου ἑκάτερον. τὸ δὲ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ εἰρημένον ποτὶ τὸ ἔλασσον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν $\Xi\varDelta$, $B\Theta$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ZE, $E\varDelta$. ἕξει οὖν τὸ ὅλον σφαιροειδὲς ποτὶ τὸ ἔλασσον τμᾶμα αὐτοῦ [τοῦ σφαιροειδέος] τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ZH, $\Xi\varDelta$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ZE, $E\varDelta$. αὐτὸ δὲ τὸ μεῖζον τμᾶμα ποτὶ τὸ ἔλασσον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ὑπεροχά, ᾇ ὑπερέχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ZH, $\Xi\varDelta$ τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τᾶν ZE, $E\varDelta$, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ZE, $E\varDelta$. τὸ δὲ ἔλασσον τμᾶμα ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένου τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ZE, $E\varDelta$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν BE, $E\varDelta$ [δεδείκται γὰρ τοῦτον ἔχον τὸν λόγον, ὃν ἁ ZE ποτὶ τὰν BE]. τὸ δὲ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ ἐλάσσονι τμάματι ἐγγεγραμμένου ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ μείζονι τμάματι ἐγγεγραμμένου τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν BE, $E\varDelta$ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς BE τετράγωνον. τὰ

---

2. $B\Theta$] BE F. 3. *αποτμημα* F; corr. Torellius; ut lin. 7, 18. 4. *τῷ* supra manu 1 F. 6. $B\Theta$] $B\Xi$ FD. 9. *τᾶν*] *των* per comp. F; corr. Torellius. 10. ZE] ZC F. 11. *τοῦ σφαιροειδέος*] deleo; „eius" Cr. 13. ZH, $\Xi\varDelta$ *ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν*] bis F; corr. A. 21. *αποτμημα* F; corr. Torellius, ut p. 498, 1 et 5. 22. ἐλάσσονι τμάματι ad τοῦ ἐν τῷ lin. 23 om. F; corr. ed. Basil. (τμήματι, ἀπότμημα; corr. Torellius).

rationem] habebit, quam $\Xi\varDelta \times B\Theta : ZE \times E\varDelta$ [Eucl. V, 22]. habebit igitur totum sphaeroides ad segmentum coni dimidiae sphaeroidis parti inscriptum[1]) eandem rationem, quam $ZH \times \Xi\varDelta : B\Theta \times \Xi\varDelta$; utrumque enim utroque quadruplo maius est.[2]) sed segmentum coni, quod commemorauimus, ad minus segmentum sphaeroidis eandem rationem habet, quam

$$\Xi\varDelta \times B\Theta : ZE \times E\varDelta.$$

habebit igitur totum sphaeroides ad minus segmentum eius eandem rationem, quam $ZH \times \Xi\varDelta : ZE \times E\varDelta$ [Eucl. V, 22]. ipsum autem segmentum maius ad minus eandem rationem habet, quam

$$ZH \times \Xi\varDelta - ZE \times E\varDelta : ZE \times E\varDelta$$

[διελόντι Eucl. V, 17]. segmentum autem minus ad segmentum coni ei inscriptum[3]) eandem rationem habet, quam $ZE \times E\varDelta : BE \times E\varDelta$.[4]) segmentum autem coni minori segmento inscriptum[5]) ad segmentum coni segmento maiori inscriptum[5]) eandem rationem habet, quam $BE \times E\varDelta : BE^2$. nam segmenta conorum, quae commemorauimus, rationem altitudinum habent, quoniam eandem habent basim [prop. 10], et alti-

---

1) τὸ ἐν ... ἐγγεγραμμένον? (lin. 4—5); cfr. p. 495 not. 1.

2) H. e. sphaeroides segmento coni, et rectangulum

$$ZH \times \Xi\varDelta$$

rectangulo $B\Theta \times \Xi\varDelta$ (nam $ZH = 4B\Theta$).

3) τὸ ἐν ... ἐγγεγραμμένον? (lin. 18); cfr. not. 1.

4) Quare segmentum maius sphaeroidis ad segmentum coni minori inscriptum eam habet rationem, quam

$$ZH \times \Xi\varDelta - ZE \times E\varDelta : BE \times E\varDelta \text{ (Eucl. V, 22).}$$

sed quae sequuntur uerba: δέδεικται γάρ lin. 20 ad ποτὶ τὰν BE lin. 21, subditiua sunt. nam, si opus essent, adiicienda erant p. 494, 26; cfr. p. 489 not. 2.

5) τό ... ἐγγεγραμμένον? (lin. 22 et lin. 23—24); cfr. not. 1. *uerum semel seruatum* est p. 498, lin. 5.

γὰρ ἀποτμάματα τῶν κώνων τὰ εἰρημένα τὸν τῶν ὑψέων λόγον ἔχοντι, ἐπεὶ βάσιν ἔχοντι τὰν αὐτάν, τὰ δὲ ὕψεα αὐτῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι τῷ τᾶς ΔΕ ποτὶ τὰν ΕΒ. ἔχει οὖν καὶ τὸ μεῖζον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ ὑπεροχά, ᾇ ὑπερέχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΗΖ, ΞΔ τοῦ ὑπὸ τᾶν ΖΕ, ΕΔ, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΕ τετράγωνον. ὁ δὲ λόγος οὗτος ὁμοίως τῷ πρότερον δειχθείη κα ὁ αὐτὸς ἐὼν τῷ, ὃν ἔχει ἁ ΕΗ ποτὶ τὰν ΕΔ.

2. *ἐπεὶ βάσιν ἔχοντι*] addidi; om. F, uulgo; post *τὰν αὐτάν* addidit Torellius. 3. *εχωντι* F. *τῷ τᾶς*] *τον της* F; corr. Torellius. 4. *ποτὶ τάν*] *προς τον* (utrumque per comp.) F; corr. Torellius. *οὖν*] addidi; om. F, uulgo. 5. *τοῦ* .. *ἐγγεγραμμένου* ed. Basil., Torellius. 7. *τοῦ*] *το* F; corr. BC. 8. ΖΕ, ΕΔ] scripsi; ΖΕΔ F, uulgo. 9. *δειχθείη κα*] scripsi; *κα* om. F, uulgo; *δειχθήσεται* Torellius. In fine F: *περι κωνοειδων και σφαιροειδων*.

tudines eorum eandem rationem habent, quam

$$\Delta E : EB.$$ [1]

itaque etiam maius segmentum sphaeroidis ad segmentum coni ei inscriptum eandem rationem habet, quam

$$HZ \times \Xi\Delta - ZE \times E\Delta : BE^2.$$ [2]

sed hanc rationem eandem esse, quam $EH : E\Delta$, eodem modo, quo supra [p. 490, 1 sq.; cfr. p. 488, 6], demonstrabimus.

---

1) Ducantur enim a punctis B, Δ lineae ad lineam $A\Gamma$ perpendiculares. orientur trianguli rectanguli similes, quorum hypotenusae erunt ΔE, EB, cathetae autem inter se respondentes lineae perpendiculares, quae altitudines conorum erunt; tum u. Eucl. VI, 4.

2) Eucl. V, 22; cfr. p. 497 not. 4.