



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

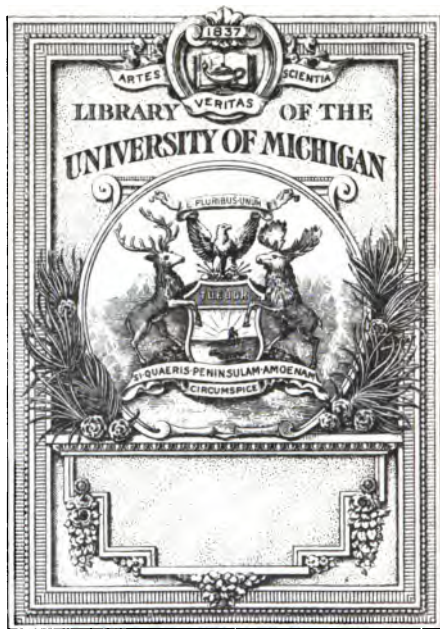
Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



QA
31
A67
H46



DE SPHAERA ET CYLINDRO

LIBRI II.

Ἀρχιμήδης Δοσιθέῳ χαίρειν.

Πρότερον μὲν ἀπεστάλκαμέν σοι τὰ εἰς τότε τεθεωρημένα γράψαντες μετὰ τῶν ἀποδείξεων αὐτῶν ὅτι πᾶν τμήμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς ἐπίτριτόν ἐστι τριγώνου τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος τῷ τμήματι καὶ ὕψος ἴσον· μετὰ δὲ ταῦτα ἐπιπεσόντων θεωρημάτων τινῶν ἀνελέγκτων, πεπραγματεύμεθα τὰς ἀποδείξεις αὐτῶν. ἔστιν δὲ τὰδε· πρῶτον μὲν, ὅτι πάσης σφαίρας ἢ ἐπιφάνεια 5 τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου· ἔπειτα δέ, ὅτι παντὸς τμήματος σφαίρας τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ εὐθείᾳ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἀγομένη ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος· πρὸς

1. χαίρειν] εὐφράττειν B. 2. ἀπεστάλκαμέν] VAD; ἀπέσταλκα F; απεσταλκα ceteris uerbis: σοι — αὐτῶν lin. 3 omissis B; „misi“ Cr. εἰς τότε] δυς ποτε F. τεθεωρημένα] θεωρημένα F. 3. τῶν] om. F. αὐτῶν] om. F lacuna relicta. 4. τε εὐθείας καὶ] B; om. F; „a recta et“ Cr. 5. Inter ἐπι- et τρίτον lacunam habet F. τριγώνου τοῦ] om. F; τριγώνου τοῦ ἔχοντος B. 6. τὴν αὐτὴν βάσιν] βάσιν τὴν αὐτὴν B; ταύτην τὴν βάσιν F. ἔχοντος] om. B. 7. μετὰ δὲ ταῦτα] lacunam B. ἐπιπεσόντων] ἀποπεσον τῶν F; πεσοντων B. „nunc autem quorundam occurrentium“ Cr. τινῶν ἀνελέγκτων] αντιλεγον F, lacunam B; „quae effectu probata videntur“ Cr. 8. πεπραγματεύμεθα] Rinaltus; πεπραγματενον δὴ μετὰ F; πεπραγμα relicta lacuna B. αὐτῶν] αὐτά F; αὐτά — πάσης lin. 9 om. B lacuna relicta; „demonstrationes conscripsimus“ Cr. 9. τὰδε] τι τὰδε F; „huiusmodi“ Cr;

ARCHIMEDIS
OPERA OMNIA

CUM COMMENTARIIS EUTOCHII.

_____ 54927

E CODICE FLORENTINO RECENSUIT, LATINE UERTIT
NOTISQUE ILLUSTRUIT

J. L. HEIBERG

DR. PHIL.

VOLUMEN I.



LIPSIAE

IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.

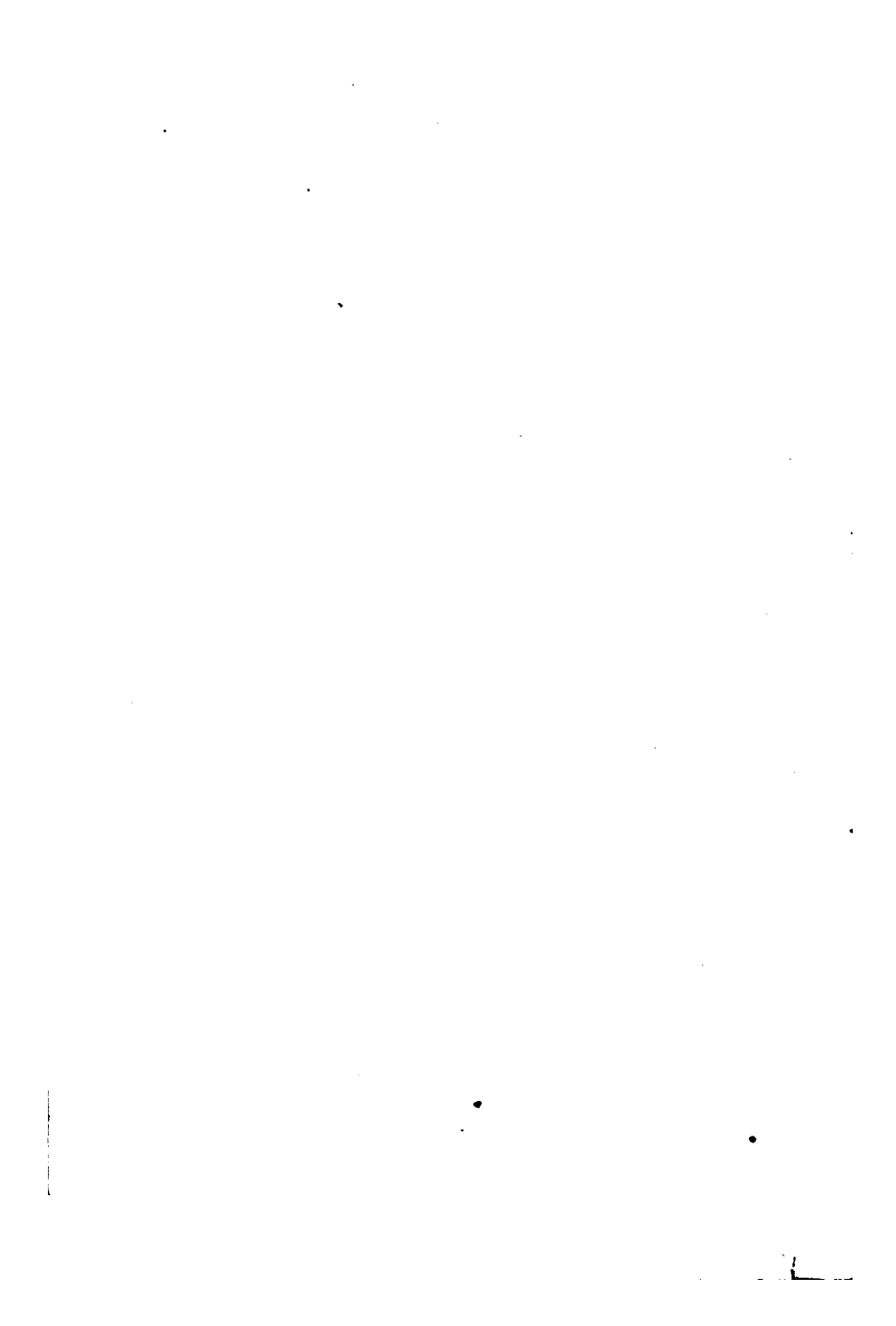
MDCCCLXXX.

LIPSIÆ: TYPIS B. G. TRUBNERI.

I. N. MADUIGIO

UIRO DOCTISSIMO, CLARISSIMO, HUMANISSIMO

EDITOR DISCIPULUS.



PRAEFATIO.

Opus magnum et difficile, sed necessarium et ab omnibus, qui hanc partem litterarum adtigerunt, iam diu desideratum, ad quod dissertatione mea, quae inscribitur Quaestiones Archimedeae (Hauniae MDCCCLXXIX), uiam, quantum potui, muniui, ut opera Archimedis tandem aliquando e legibus artis criticae ederentur et ita, ut philologis quoque non res modo, sed etiam uerba ipsa et quasi manum Archimedis requirentibus satisfaceret, id iam ipse efficere conabor. nam quod primum omnium faciendum erat, ut codex Florentinus praestantissimus denuo diligenter conferretur, id mihi Florentiae facere licuit mense Octobri anni MDCCCLXXIX, quo profectus eram pecunia Instituti Carlsbergici adiutus. quam ob liberalitatem iis uiris, qui huic instituto praesunt, gratias hoc loco ago quam maximas, in primis I. N. Maduigio, uiro doctissimo et clarissimo, praeceptori meo, qui ceteris suis beneficiis hoc quoque adiunxit.

eodem itinere etiam codicem Uenetum inspexi et in Arenario totum contuli.

collato codice Florentino mihi persuasi, quaestionem de necessitudine et coniunctione codicum Archimedeorum, de qua egi Quaest. Arch. cap. VI, retractandam esse; quare de hac re ad finem huius editionis

uberius disputabo. hoc loco pauca tantum dicenda sunt de ea ratione, quam in hac editione comparanda secutus sum.

in uniuersum editionem Pappi, quam parauit Fr. Hultsch, uir doctissimus, tamquam exemplar omnium consensu comprobatum mihi imitandam proposui. itaque non modo notas criticas Graecis uerbis subiunxi, sed etiam interpretationem Latinam addidi, ad quam notae res mathematicas plerumque explicantes adcedunt.

Primum igitur quod ad adparatum,* quem uocant, criticum adinet, eum ita comparauit, ut id maxime adpareret, quid quoque loco praeberet codex Florentinus, et sicubi emendanda erat scriptura eius, quis emendationis auctor esset. quare ubicunque a codice Florentino discessi, in notis eius scripturam primo loco posui, deinde adiunxi emendatae scripturae auctorem, ita ut, ubi nihil ultra additum est, omnes auctores tempore medios, ubi nonnullorum scriptura discrepans enotata est, ceteros certe cum codice Florentino consentire intellegendum sit. qua in re hoc tamen tenendum est, errores apertos codicum Parisiensium prorsus omissos esse. ubi sola scriptura codicis Florentini indicatur, errores eius iam in ceteris codicibus correcti sunt, si collationibus Torellianis fides habenda est; sed non dubito, quin in multis eius modi locis scriptura codicum Parisinorum parum diligenter enotata sit (Quaest. Arch. p. 111 sq.). in locis grauioribus*) codices Parisinos inspexit Henricus Lebègue mea causa rogatus a Carolo Graux, uiro doctissimo mihique ami-

*) Scripturis codd. Parisin., de quibus me certiolem fecit H. Lebègue, stellulam adfixi.

cissimo; sed in minutis iis molestus esse nolui; sic quoque quae mea causa fecerunt, permagna sunt et summa gratia digna, quam me iis habere hoc loco testor. — scripturam discrepantem editionum Basileensis et Torellii totam recipere opus esse non putavi, sed quidquid ad uerba Archimedis emendanda inde sumi posse uidebatur, excerpti. ceterum saepissime codicem Florentinum secutus a Torellio tacite discessi, et in eiusmodi locis silentium pro testimonio scripturae codicis Florentini esto, sicut etiam ubi scripturam eius aliter, ac Bandinius in collatione sua ad editionem Basileensem facta, quae apud Torellium exstat, indicaui, mihi credi uelim.

in commentario critico his compendiis usus sum:

F = codex Florentinus Laurentianus plut. XXVIII, 4.

V = codex Uenetus St. Marci CCCV.

A = codex Parisiensis Nr. 2359.

B = codex Parisiensis Nr. 2360.

C = codex Parisiensis Nr. 2361.

D = codex Parisiensis Nr. 2362.

ed. Basil. = editio Basileensis 1544 fol.

Cr. = interpretatio Iacobi Cremonensis ei addita.

uulgo = significat consensum omnium auctorum praeter eos, qui diserte nominati sunt.

corr. = correxit.

comp. = compendium.

Qui recentiore tempore de Archimede scripserunt uiri docti, haud ita multi sunt, neque ad scripta eius emendanda multa contulerunt. quibus uti potui subsidiis, haec sunt:

Riualtus — Archimedis opera. Parisiis 1615 fol.

Torellius — Archimedis opera. Oxonii 1792 fol.

Commandinus — A. opera nonnulla latine. Uenetiis
1558 fol.

Wallis — A. arenarius et dimensio circuli. Oxonii
1678. 8. — Opera III p. 509 sq.

Sturm — Des unvergleichlichen Archimedis Kunst-
bücher, übersetzt und erläutert. Nürnberg 1670 fol.

Barrowius — Opera Archimedis methodo novo illu-
strata et demonstrata. Londini 1675. 4.

Hauber — A. über Kugel und Cylinder und über Kreis-
messung, übersetzt mit Anmerkungen. Tübingen
1798. 8.

Gutenäcker — A.'s Kreismessung griechisch und deutsch.
Würzburg 1828. 8.

Nizze — A.'s vorhandene Werke, übersetzt und er-
klärt. Stralsund 1824. 4.

Censor Ienensis (Jen.) — Uir doctus ignotus, qui de edi-
tione Torellii censuram proposuit Jenaer Litteratur-
zeitung 1795 Nr. 172—73 p. 610—23.

Wurm — Fr. Wurmii censura editionis Gutenäckeri
Jahns Jahrbücher XIV p. 175—85.

emendationes nonnullas ipse proposui Quaest. Arch.
cap. VII et in editione Arenarii ei libro adiuncta, qua-
rum partem nunc improbaui, plerasque recepi. in
Eutocio quaedam emendare conatus sum Neue Jahr-
bücher für Philologie und Pädagogik, Supplement-
band XI p. 375—83.

In interpretatione Latina, quam totam de meo
conscripsi, id maxime secutus sum, ut ubique sensus
satis dilucide adpareret, et Archimedeae orationis forma
et demonstrandi ratio quam maxime seruetur, ita
tamen ut, ubi fieri posset, ea, quae Archimedes uerbis

exposuerat, signis, quibus nostri mathematici utuntur, exprimerem. quod ut fieret, interdum ab usu linguae Latinae longius discedere coactus sum, maxime in collocatione uerborum, et parum Latine loqui, ne aut obscura esset interpretatio aut a Graecis uerbis nimis discreparet. in multorum uerborum interpretatione Hultschium secutus sum, uelut, eo praeunte pro Graecorum *διπλάσιος* cett. sequente genetiuo dixi: duplo maior quam, cett. (Hultsch: Pappus I p. 59 not. 1); sed ubi haec orationis forma minus apta erat, uelut pro Graeco *διπλασίονα λόγον ἔχειν*, scripsi: duplicem rationem habere quam, et similia (cfr. Liuius XXXIV, 19, 4; Columella I, 8, 8; Plinius h. nat. XIX, 9; Quintil. II, 3, 3).¹⁾

In notis interpretationi adiunctis maxime id studui, ut supplerem, quae ab Archimede in demonstratione omissa erant, et locos obscuriores illustrarem. in libris de sphaera et cylindro et libello de dimensione circuli in notis indicaui, quaecunque de genuina scriptura Archimedis suspicari licet. hi enim libri non modo dialecto Dorica spoliati sunt, sed etiam plurimis locis reficti, cum transcriptor et adderet, quae ei necessaria uiderentur, et omitteret, quae abesse posse putaret, et omnino suae aetatis sermonem et rerum mathematicarum nomina, quae tum in usu erant, inferret. itaque cum intellexerem, in his libris manum Archimedis restitui non posse, satius duxi recensionem posteriorem sequi et tantum modo apertissimos scribendi errores corrigere. sed praeter quam quod,

¹⁾ Hos locos indicauit mihi O. Siesbyeus, uir^o doctissimus.

ut dixi, in notis indicaui genuinam Archimedis scripturam, ubicunque aut constabat aut probabili coniectura restitui poterat, etiam additamenta plurima in Graecis uerbis uncis [] inclusi, in interpretatione omisi; in interpretatione contra uncis [] inclusa sunt, quae ipse addidi ad Archimedis uerba et demonstrationis rationem illustranda. de additamentis illis cfr. quae scripsi Quaest. Arch. p. 69—78 et Neue Jahrbücher Suppl. XI p. 384—398. in iis locis, quos postea subditiosos esse intellexi, semper causam in notis breuiter indicaui; de ceteris satis esto semel hic illas duas disputationes citasse. unum locum tamen, in quo longiore disputatione opus est, hic uberius tractare libet.

de sphaera et cylindro I, 41 (apud Torellium I, 47) p. 172, 8: *καὶ ὡς ἄρα τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον, ὁ M κύκλος πρὸς τὸν N κύκλον*] sint spatia rectangula lateribus polygonorum (P, p) et lineis angulos iungentibus comprehensa S, s ; quae aequalia sunt radiis (R, r) quadratis circulorum M, N . et circulis N, M aequales sunt superficies figurarum circumscriptae et inscriptae (O, o). iam Archimedes inde, quod est

$$S : s = EK^2 : AA^2,$$

concludi uult $O : o = EK^2 : AA^2$. si genuina essent uerba illa, hoc sic efficeret: $S : s = EK^2 : AA^2$, sed $S : s = R^2 : r^2 = M : N$, et $EK^2 : AA^2 = P : p$; quare $P : p = M : N$; sed $M : N = O : o$ et $P : p = EK^2 : AA^2$; quare $O : o = EK^2 : AA^2$. quod quam prauum sit, nemo non uidet; nam polygonorum prorsus peruerse mentio iniecta est, cum deberet sic concludi:

$$S : s = R^2 : r^2 = M : N = O : o;$$

sed $S : s = EK^2 : AA^2$; quare $O : o = EK^2 : AA^2$.

augment malum uerba sequentia lin. 13: τὸν δὲ αὐτόν, ὃν καὶ τὸ πολύγωνον (debebat esse τὰ πολύγωνα), quae praecedere debebant uerba: διπλασίονα λόγον ἤπερ ἡ EK πρὸς AA , cum hoc ex illo concludatur. adparet igitur, hos duos locos subditiuos esse. sed repugnare uidetur Eutocius, qui haec habet: ἐπεὶ δέδεικται, ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον, οὕτως ὁ M κύκλος πρὸς τὸν N . sed puto, eum minus proprie loqui et ad ipsam rationem ab Archimede in priore parte propositionis demonstratam $O : o = EK^2 : AA^2$ respicere. nam cum $O : o = M : N$ (ex hypothesis) et

$$EK^2 : AA^2 = P : p \text{ (Eucl. VI, 20),}$$

hinc ratio $P : p = M : N$ tam facile sequitur, ut Eutocius recte dicere possit, hanc rationem simul cum illa demonstratam esse. eodem modo Archimedes dicit: ἐδείχθη δὲ ὡς ἡ EK πρὸς AA , οὕτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ M κύκλου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ N κύκλου (p. 174, 13), cum tamen hoc tantum demonstrauerit: $O : o = EK^2 : AA^2$, unde facile concluditur $R : r = EK : AA$. subditua esse uerba illa, hinc quoque adparet, quod Archimedes prop. 42 p. 176, 25 hanc ipsam rationem $O : o = P : p$ proponit his uerbis additis: ἐκάτερος γὰρ τῶν λόγων διπλασίως ἐστὶ τοῦ, ὃν ἔχει ἡ τοῦ περιγεγραμμένου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου πλευρὰν (h. e. $EK : AA$). haec uerba sine dubio in prop. 41 addidisset, si ibi quoque hac ratione uti uoluisset; et praeterea Eutocius ad prop. 42 uerba ἐκάτερος γὰρ κτλ. illustrat, cum tamen satis esset uerba ipsius Archimedis ex prop. 41 adferre. quare puto, uerba illa a transcriptore ad similitudinem propositionis 42 interposita esse. hoc

ideo quoque pluribus uerbis exposui, ut uno saltem exemplo additamentum manifeste argueretur, qualia in his libris plurima occurrunt.

in his igitur libris dialectum Doricam restituendam non esse putavi, in ceteris uero in uniuersum eam tenui rationem, quam proposui Quaest. Arch. p. 78 sq., sed eam aspere exigendam esse non censi, ut potius cautior essem, quam ut in contrarium uitium inciderem.

Quibus subsidiis in epigrammate et iis libris, qui Latine tantum exstant, usus sim, suis locis dicetur. nunc finem faciam, cum ante gratias egero Nicolao Anziani, uiro doctissimo, praefecto bibliothecae Laurentianae, cuius humanitatem egregiam Florentiae cognoui.

haec habui, quae dicerem de consilio meo in hac editione paranda. utinam ne uires meae tanto oneri nimis impares sint!

Scrpsi Hauniae Id. Decemb. MDCCCLXXIX.

I.

Archimedes Dositheo s.

Antea ad te misi, quae ad id tempus perspexeram, demonstrationibus adiunctis conscripta: quoduis segmentum linea recta et parabola comprehensum tertia parte maius esse triangulo eandem basim habenti, quam segmentum, et altitudinem aequalem.¹⁾ postea autem cum incidissem in theoremata quaedam nondum demonstrata, demonstrationes eorum confeci. sunt autem haec: primum cuiusuis sphaerae superficiem quadruplo maiorem esse circulo maximo²⁾; deinde cuiusuis segmenti sphaerae superficiei aequalem esse circulum, cuius radius aequalis sit lineae a uertice segmenti ad ambitum ductae circuli, qui basis sit segmenti.³⁾ et praeterea quemuis cylindrum basim

Huius epistolae restitutionem dedi Quaest. Arch. p. 131, quam hic secutus sum. tota exstat in FB solis (Quaest. Arch. p. 118—22). In VAD prima uerba: Ἀρχιμήδης — σοι lin. 2 exstant; reliqua pars paginae primae uacat (Quaest. Arch. p. 117; cod. Venetum postea ipse inspexi); deinde in summa pagina 2 sequuntur καλῶς cett. p. 6, 6. Haec sola uerba extrema habent C, ed. Basil.; interpretatio I. Cremonensis priorem partem solam praebet (Quaest. Arch. p. 122).

1) h. e. τέτραγ. παραβ. 17; 24.

2) h. e. περὶ σφ. καὶ κνλ. I, 30.

3) ibid. I, 39—40.

fort. τοιάδε. πάσης] τῆς F; „omnis“ Cr. 10. κύκλου] κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ B. ἐπειτα] post lacunam εἶτα B. 11. κύκλος] B; κώνφ F; „circulus ille“ Cr. 14. βάσις B; βάσης F.

δὲ τούτοις, ὅτι πᾶς κύλινδρος τὴν βάσιν ἔχων ἴσην
 τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον
 τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας αὐτός τε ἡμιόλιός ἐστιν
 τῆς σφαίρας, καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ τῆς ἐπιφανείας
 5 τῆς σφαίρας. ταῦτα δὲ τὰ συμπτώματα αὐτῇ τῇ φύ-
 σει προσηῖχεν περὶ τὰ εἰρημένα σχήματα, ἠγνοεῖτο
 δὲ ὑπὸ τῶν πρὸ ἡμῶν περὶ γεωμετρίας ἀνεστραμ-
 μένων. νενοηκῶς δέ, ὅτι τούτων τῶν σχημάτων
 ἐστὶν οἰκεία, οὐκ ὀκνήσαιμι ἂν ἀντιπαραβαλεῖν αὐτὰ
 10 πρὸς τε τὰ τότε τεθεωρημένα καὶ πρὸς τὰ δόξαντα
 ἀποδειχθῆναι ἀσφαλίστατα τῶν ὑπὸ Εὐδόξου περὶ τὰ
 στερεὰ θεωρηθέντων· ὅτι πᾶσα πυραμὶς τρίτον ἐστὶ
 μέρος πρίσματος τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῇ πυ-
 ραμίδι καὶ ὕψος ἴσον, καὶ ὅτι πᾶς κῶνος τρίτον μέρος
 15 ἐστὶ τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῷ
 κῶνῳ καὶ ὕψος ἴσον. καὶ γὰρ τούτων προουπαρχόντων
 φυσικῶς περὶ ταῦτα τὰ σχήματα, πολλῶν πρὸ Εὐδόξου
 γεγεννημένων ἀξίων λόγου γεωμετρῶν συνέβαινε ὑπὸ

1. πᾶς] πάσης σφαίρας F, πάσης σφαίρας ὁ B; „cuiusque sphaerae“ Cr.; fortasse retinenda erat scriptura cod. B et τῆς σφαίρας lin. 4 delenda. τὴν βάσιν] F; ὁ βάσιν μὲν B. ἔχων] B; ἔχοντος F. ἴσην] F; τὴν αὐτὴν B; om. Cr. 2. ἴσον] B; ἴσον F. 3. τῇ] B; om. F. αὐτός τε ἡμιόλιός] B; τότε ἡμιόλιον F. ἐστὶν] F; ἐστὶ B. 5. δὲ τὰ . . . αὐτῇ] om. B; „haec autem accidentia“ Cr. τῇ] om. F. ταῦτα μὲν τῇ φύσει Barrowius. 6. ἠγνοεῖτο] ἠγνόεστο F; γνοεῖ B; οὐ μέντοι γέγονεν Rinaltus; „uerum non fuerant superioribus cognita“ Cr. 7. δὲ ὑπὸ τῶν] om. B, lacuna relicta; ὑπὸ τῶν om. F lacuna relicta; suppleuit Rinaltus; „qui ante nos“ Cr., qui sequentia omisit. ἀνεστραμμένων] ανε lacuna relicta FB; ἀνεσκεμμένων Rinaltus. ἀνεσκεμμένων τεθεωρημένα Barrowius. 8. νενοηκῶς δέ] ενοηκός F; νενοηκός B; καὶ νοήσειεν Barrowius. ὅτι] ὅταν Rinaltus; ὅς ἂν Barrowius. 9. ἐστὶν] om. B. οἰκεία οὐκ] scripsi; om. lacuna relicta F, B; ταῖς ἀποδείξεσιν Rinaltus. ὀκνήσαιμι ἂν] om. B; ἂν om. F. ἀντιπαραβαλεῖ B. 10. πρὸς τε τὰ] om. FB

habentem circulo maximo sphaerae aequalem, altitudinem autem diametro sphaerae aequalem, et ipsum dimidia parte maiorem esse sphaera, et superficiem eius superficie sphaerae dimidia parte maiorem.¹⁾ hae autem proprietates ipsa natura figuris, quas commemoravi, inde ab initio erant, ignorabantur autem ab iis, qui ante me geometriae studebant. sed cum intellexerim, eas harum figurarum proprias esse, non dubitauerim, eas eodem loco ponere, quo et ea, quae antea perspexi, et ea, quae putantur firmissimis documentis demonstrata esse eorum theorematum, quae Eudoxus de figuris solidis proposuit: quamvis pyramidem tertiam esse partem prismatis eandem basim habentis, quam pyramis, et altitudinem aequalem, et quemuis conum tertiam partem esse cylindri basim eandem habentis, quam conus, et altitudinem aequalem. nam cum hae quoque proprietates ipsa natura his figuris essent inde ab initio, accidit, ut ab omni-

Tota epistula usque ad *καλῶς* p. 6, 6 in F manu posteriore, saeculi, ut uidetur, XV, scripta est. Rinaltus cod. B secutus est, cum lacunas eius partim coniecturis partim interpretatione I. Cremonensis Graece uersa suppleret. Torellius Rinalti scripturam praebet receptis coniecturis Barrowii (Archimedis opera. Londini 1675. 4 p. 1—2); sed in initio ἀπετάλαιμην σοι e cod. Veneto recepit.

1) h. e. I, 31 πόρισμα.

lacuna relicta. τότε] τό F; τε B. θεωρημένα B. και πρόσ] καιπερ Rinaltus; ὡςπερ Barrowius. 11. ἀποδειχθῆναι ἀσφαλίστατα] πολλα lacuna relicta F; πολ lacuna relicta B. τῶν ὑπὸ Εὐδόξου] om. F lacuna relicta; ξου post lacunam B; τῶν ὑπὸ τοῦ Εὐδόξου Rinaltus. 12. θεωρητητων F; θεωρηθίντων B; corr. Rinaltus. 13. μέρος ἐστὶ B. πυραμίδει F. 15. βᾶσιν μὲν Torellius. 16. τούτων] B; που τῶν F; om. Torellius. 17. Inter πρό et Εὐδόξου lacunam habet B, sed mg. ἐν τοῖς ἐσχάτοις χωρίοις τούτοις οὐδὲν λείπει. 18. ὑπό] τό Rinaltus; ἀπό Barrowius.

πάντων ἀγνοεῖσθαι μὴδ' ὑφ' ἐνὸς κατανοηθῆναι. ἐξέ-
 ἔσται δὲ περὶ τούτων ἐπισκέψασθαι τοῖς δυνησομένοις.
 ᾧφειλε μὲν οὖν Κόνανος ἔτι ζῶντος ἐκδίδοσθαι ταῦτα.
 τήνον γὰρ ὑπολαμβάνομένον ποῦ μάλιστα ἂν δύνασθαι
 5 κατανοῆσαι ταῦτα καὶ τὴν ἀρμόζουσαν ὑπὲρ αὐτῶν
 ἀπόφασιν ποιήσασθαι· δοκιμάζοντες δὲ καλῶς ἔχειν
 μεταδιδόναι τοῖς οἰκείοις τῶν μαθημάτων, ἀποστέλ-
 λομένῃ σοι τὰς ἀποδείξεις ἀναγράφαντες, ὑπὲρ ὧν
 ἐξέσται τοῖς περὶ τὰ μαθήματα ἀναστρεφόμενοις ἐπι-
 10 σκέψασθαι. ἔρρωσο.

Γράφονται πρῶτον τὰ τε ἀξιώματα καὶ τὰ λαμβανόμενα εἰς τὰς ἀποδείξεις αὐτῶν.

ΑΞΙΩΜΑΤΑ.

α'. Εἰσὶ τινες ἐν ἐπιπέδῳ καμπύλαι γραμμαὶ πεπε-
 15 ρασμέναι, αἱ τῶν τὰ πέρατα ἐπιζευγνουσῶν αὐτῶν
 εὐθειῶν ἦτοι ὄλαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ εἰσιν ἢ οὐδὲν ἔχουσιν
 ἐπὶ τὰ ἕτερα.

β'. Ἐπὶ τὰ αὐτὰ δὴ κοίλην καλῶ τὴν τοιαύτην
 γραμμὴν, ἐν ἣ ἂν δύο σημείων λαμβανομένων ὁποιων-
 20 οὖν αἱ μεταξὺ τῶν σημείων εὐθεῖαι ἦτοι πᾶσαι ἐπὶ
 τὰ αὐτὰ πλπτουσιν τῆς γραμμῆς, ἢ τινες μὲν ἐπὶ τὰ
 αὐτὰ, τινες δὲ κατ' αὐτῆς, ἐπὶ τὰ ἕτερα δὲ μηδεμίαν.

1. ἀγνοεῖσθαι] F, Barrowius; εἶσθαι post lacunam B. μὴδ'] μὴ δ' F. Inter ἐξέσται et δέ in B lacuna est; sed huc quoque referenda est adnotatio illa (ad p. 4 lin. 17). 4. ἂν] om. FB. 6. ἀπόφασιν B. καλῶς] hinc rursus incipiunt F manus 1, ACDV, ed. Basil. 7. μαθημα lacuna relicta B. ἀποστέλλομεν] om. VAD; λλομεν post lacunam B. 8. ἀποδείξης F. 9. περὶ] τε F. 10. ἔρρωσο] ἐρρωμενω F, ἐρρωμένως VABCD; corr. ed. Basil. 11. γραφονται] hic rursus incipit Cr. τὰ] το F; corr. BC.* ἀξιώματα] αξιωμα F; corr. BC.* 12. ἀποδείξης F. 13. Titulum hic et p. 8 lin. 21 om. F; hunc et numerorum seriem addidit Torellius. 19. ἂν] εαν F; corr. Rinaltus.

bus geometricis, qui tamen plurimi et praestantissimi ante Eudoxum fuerant, ignorarentur nec a quoquam intellegerentur. licebit autem omnibus, qui quidem poterunt, haec inuenta mea examinare. certe Conone uiuo haec edenda fuerunt; illum enim existimo praeter ceteros haec intellegere potuisse et aptum de iis iudicium proferre. sed operae pretium me esse facturum ratus, si haec cum mathematicis studiosis communicassem, ad te demonstrationes, quas conscripsi, misi, quas mathematicis peritis licebit examinare. uale.

Primum proponuntur et postulata, et quae ad demonstrationes inuentorum meorum adsumpsi.

DEFINITIONES.

1. Sunt quaedam in plano curuae lineae terminatae, quae aut totae in eadem parte sunt rectorum linearum terminos earum iungentium, aut nihil in altera parte positum habent.

2. In eandem partem cauam lineam eiusmodi uoco, in qua sumptis duobus punctis quibuslibet lineae rectae puncta iungentes aut omnes in eandem partem lineae cadant, aut aliae in eandem partem, aliae in ipsam lineam, nulla autem in alteram partem.

Scripturam Riualti plerumque neglexi, quippe qui pauca tantum ueri similia proposuerit. Ubi nihil aliud diserte dictum est, emendationem ipse proposui Quaest. Arch. p. 131. hoc tantum adiicio, Iacobum Moor teste Simsono Eucl. elem. p. 404 hanc epistulam ex codicibus emendasse, quae emendationes utrum publici iuris factae sint necne, nescio. sed ueri simile est, eum ipso codice Parisino B usum esse, cum constet, eundem uirum alios quoque codices Parisinos mathematicorum Graecorum contulisse (Hultsch: Pappos I p. XX).

γ'. Ὅμοίως δὴ καὶ ἐπιφάνειαι τινές εἰσιν πεπερασ-
 μέναι, αὐταὶ μὲν οὐκ ἐν ἐπιπέδῳ, τὰ δὲ πέρατα ἔχου-
 σιν ἐν ἐπιπέδῳ, καὶ τοῦ ἐπιπέδου, ἐν ᾧ τὰ πέρατα
 ἔχουσιν, ἦτοι ὅλαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἔσονται, ἢ οὐδὲν
 5 ἔχουσιν ἐπὶ τὰ ἕτερα.

δ'. Ἐπὶ τὰ αὐτὰ δὴ κοίλας καλῶ τὰς τοιαύτας ἐπι-
 φανείας, ἐν αἷς ἂν δύο σημείων λαμβανομένων αἱ με-
 ταξὺ τῶν σημείων εὐθεῖται ἦτοι πᾶσαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ
 πίπτουσιν τῆς ἐπιφανείας, ἢ τινες μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ,
 10 τινες δὲ κατ' αὐτῶν, ἐπὶ τὰ ἕτερα δὲ μηδεμίᾳ.

ε'. Τομέα δὲ στερεὸν καλῶ, ἐπειδὴν σφαῖραν κῶνος
 τέμνη, κορυφὴν ἔχων πρὸς τῷ κέντρῳ τῆς σφαίρας,
 τὸ ἐμπεριεχόμενον σχῆμά ὑπὸ τε τῆς ἐπιφανείας τοῦ
 κώνου καὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἐντὸς τοῦ
 15 κώνου.

ς'. Ρόμβον δὲ καλῶ στερεόν, ἐπειδὴν δύο κῶνοι
 τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντες τὰς κορυφὰς ἔχουσιν ἐφ' ἐκά-
 τερα τοῦ ἐπιπέδου τῆς βάσεως, ὅπως οἱ ἄξονες αὐτῶν
 ἐπ' εὐθείας ᾧσι κείμενοι, τὸ ἐξ ἀμφοῖν τοῖν κώνοι
 20 συγκείμενον στερεὸν σχῆμα.

ΛΑΜΒΑΝΟΜΕΝΑ.

Λαμβάνω δὲ ταῦτα

α'. Τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσῶν γραμμῶν ἐλα-
 χίστην εἶναι τὴν εὐθείαν.

25 β'. Τῶν δὲ ἄλλων γραμμῶν, εἴν ἐν ἐπιπέδῳ οὔσαι

2. ἔχουσαι Barrowius. 10. κατ' αὐτῆς Ien., probat
 Nizze. 11. στερεόν om. F lacuna relicta; — α δὲ καλῶ atra-
 mento euanidiore scriptum esse uidetur. 12. πρὸς] F per
 compendium, ἐπὶ Torellius. τῷ κέντρῳ] scripsi; το μοριον
 F, τὸ κέντρον vulgo. 19. κωνοι F. 23. τῶν] τω των F.

3. Similiter etiam superficies quaedam sunt terminatae, ipsae quidem non in plano positae, terminos autem in plano positos habentes, quae aut totae in eadem parte sunt illius plani, in quo terminos positos habent, aut certe nihil in altera parte positum habent.

4. In eandem igitur partem causas eiusmodi uoco superficies, in quibus sumptis duobus punctis rectae lineae puncta iungentes aut omnes in eandem partem superficiei cadant, aut aliae in eandem partem, aliae in ipsas¹⁾, nulla autem in alteram partem.

5. Sectorem autem solidum uoco, cum conus sphaeram secet uerticem habens ad centrum sphaerae, figuram, quae a conici superficie eaque parte superficiei sphaerae continetur, quae intra conum cadit.

6. Rhombum autem solidum uoco, cum duo conici eandem basim habentes uertices habeant in utraque parte plani, in quo est basis, positos, ita ut axes eorum in directo siti sint, figuram solidam ex utroque cono compositam.

POSTULATA.

Postulo autem haec:

1. Omnium linearum eosdem terminos habentium minimam esse rectam.²⁾

2. Ex ceteris uero lineis, si in plano positae eos-

1) Archimedes ipse sine dubio scripserat τῶν ἐπιφανειῶν lin. 9 propter τὰς ἐπιφανείας lin. 6.

2) Cfr. Eucl. elem. I def. 4: εὐθεῖα γραμμὴ ἴσων, ἥτις ἐξ ἴσων τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημεῖοις κείται et Proclus in Eucl. p. 110, 10 Friedlein: ὁ δ' αὖ Ἀρχιμήδης τὴν εὐθειᾶν ὠρίσατο γραμμὴν ἐλαχίστην τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσῶν. διότι γὰρ, ὡς ὁ Εὐκλείδειος λόγος φησὶν, ἐξ ἴσων κείται τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημεῖοις, διὰ τοῦτο ἐλαχίστη ἐστὶν τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσῶν.

τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσιν, ἀνίσους εἶναι τὰς τοιαύτας, ἐπειδὴν ὧσιν ἀμφοτέραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλαι, καὶ ἦτοι ὅλη περιλαμβάνηται ἢ ἑτέρα αὐτῶν ὑπὸ τῆς ἑτέρας καὶ τῆς εὐθείας τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῆ, ἢ
5 τίνα μὲν περιλαμβάνηται, τίνα δὲ κοινὰ ἔχη, καὶ ἐλάσσο-
σσα εἶναι τὴν περιλαμβανομένην.

γ'. Ὁμοίως δὲ καὶ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσῶν, ἐὰν ἐν ἐπιπέδῳ τὰ πέρατα ἔχουσιν, ἐλάσσοσα εἶναι τὴν ἐπίπεδον.

10 δ'. Τῶν δὲ ἄλλων ἐπιφανειῶν καὶ τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσῶν, ἐὰν ἐν ἐπιπέδῳ τὰ πέρατα ἦ, ἀνίσους εἶναι τὰς τοιαύτας, ἐπειδὴν ὧσιν ἀμφοτέραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλαι, καὶ ἦτοι ὅλη περιλαμβάνηται ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἢ ἑτέρα ἐπιφάνεια καὶ τῆς ἐπιπέδου τῆς τὰ αὐτὰ
15 πέρατα ἐχούσης αὐτῆ, ἢ τίνα μὲν περιλαμβάνηται, τίνα δὲ κοινὰ ἔχη, καὶ ἐλάσσοσα εἶναι τὴν περιλαμβανομένην.

ε'. Ἐτι δὲ τῶν ἀνίσων γραμμῶν καὶ τῶν ἀνίσων ἐπιφανειῶν καὶ τῶν ἀνίσων στερεῶν τὸ μείζον τοῦ
20 ἐλάσσονος ὑπερέχειν τοιούτῳ, ὃ συντιθέμενον αὐτὸ ἑαυτῷ δυνατόν ἐστιν ὑπερέχειν παντὸς τοῦ προτεθέντος τῶν πρὸς ἄλληλα λεγομένων.

Τούτων δὲ ὑποκειμένων, ἐὰν εἰς κύκλον πολύγωνον ἐγγραφῆ, φανερόν, ὅτι ἡ περίμετρος τοῦ ἐγγρα-
25 φέντος πολυγώνου ἐλάσσων ἐστὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας· ἐκάστη γὰρ τῶν τοῦ πολυγώνου πλευρῶν ἐλάσσων ἐστὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας τῆς ὑπὸ τῆς αὐτῆς ἀποτεμνομένης.

3. Post ἑτέρας F habet ἐπιφανείας, petitum ex lin. 14; del. Barrowius; περιφερείας Rinaltus. 10. καί] τῶν? 11. ἀνίσους F per compendium, ἀνίσας uulgo. 14. ἢ ἑτέρα] ἢ ad-

dem terminos habeant, inaequales esse eiusmodi lineas, si utraque in eandem partem caua sit, et aut tota altera ab altera et recta linea eosdem terminos habenti comprehendatur, aut pars eius comprehendatur, pars communis sit, et minorem esse eam, quae comprehendatur.

3. Similiter etiam inter superficies eosdem terminos habentes, si in plano terminos habeant, minorem esse planam superficiem.

4. Inter ceteras autem superficies eosdem terminos habentes, si in plano sint termini, inaequales esse eiusmodi superficies, si in eandem partem utraque caua sit, et aut tota altera ab altera et superficie plana eosdem terminos habenti comprehendatur, aut pars eius comprehendatur, pars communis sit, et minorem esse eam, quae comprehendatur.

5. Porro autem inter lineas inaequales et inaequales superficies et inaequalia solida maius excedere minus eiusmodi magnitudine, quae ipsa sibi addita quamvis magnitudinem datam earum, quae cum ea comparari possint, excedere possit.¹⁾

His autem positis, si circulo polygonum inscribatur, adparet, perimetrum polygoni inscripti minorem esse ambitu circuli. unumquodque enim latus polygoni minus est quam ea pars circuli, quae ab ea abscinditur.

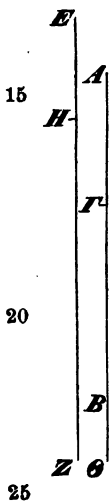
1) Eucl. V def. 4: *λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα μεγέθη λέγεται, ἃ δύναται πολλαπλασιαζόμενα ἀλλήλων ὑπερέχειν.* De hoc axiome etiam alibi ab Archimede sumpto u. Quaest. Archim. p. 44 sq. Cfr. Eucl. X, 1.

didi. 20. *αὐτὸ* scripsi, *ἐαυτό* F, uulgo. De propositionum numeratione u. Quaest. A. p. 154. 25. *πολυγώνου* F. 27. *ὑπὸ τῆς αὐτῆς*] *ὑπ' αὐτῆς*?

α΄.

Ἐὰν περὶ κύκλον πολυγώνον περιγραφῆ, ἢ τοῦ περιγραφέντος πολυγώνου περίμετρος μείζων ἐστὶ τῆς περιμέτρου τοῦ κύκλου. — περὶ γὰρ κύκλου πολυγώνον περιγεγράφθω τὸ ὑποκείμενον· λέγω, ὅτι ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου μείζων ἐστὶ τῆς περιμέτρου τοῦ κύκλου.

ἐπεὶ γὰρ συναμφοτέρως ἡ $ΒΑΑ$ μείζων ἐστὶ τῆς $ΒΑ$ περιφερείας διὰ τὸ τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσιν περιλαμβάνειν τὴν περιφέρειαν, ὁμοίως δὲ καὶ συναμφοτέρως μὲν ἡ $ΔΓ$, $ΓΒ$ τῆς $ΔΒ$, συναμφοτέρως δὲ ἡ $ΔΚ$, $ΚΘ$ τῆς $ΔΘ$, συναμφοτέρως δὲ ἡ $ΖΗΘ$ τῆς $ΖΘ$, ἔτι δὲ συναμφοτέρως ἡ $ΔΕ$, $ΕΖ$ τῆς $ΔΖ$, ὅλη ἄρα ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου μείζων ἐστὶ τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου.



β΄.

Δύο μεγεθῶν ἀνίσων δοθέντων δυνατόν ἐστὶν εὑρεῖν δύο εὐθείας ἀνίσους, ὥστε τὴν μείζονα εὐθεῖαν πρὸς τὴν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἐλάσσονα ἢ τὸ μείζον μέγεθος πρὸς τὸ ἐλάσσον.

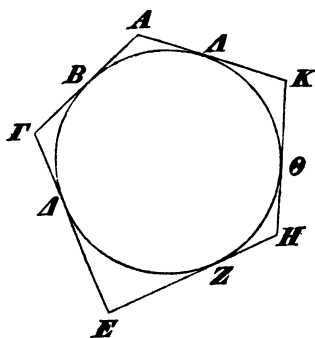
ἔστω δύο μεγέθη ἄνισα τὰ $ΑΒ$, $Δ$, καὶ ἔστω μείζον τὸ $ΑΒ$ · λέγω, ὅτι δυνατόν ἐστὶ δύο εὐθείας ἀνίσους εὑρεῖν τὸ εἰρημένον ἐπίταγμα ποιούσας.

8. $ΒΑ$, $ΑΑ$ Torellius. 9. περιλαμβαν cum comp. ην uel
 εν F. 10. δέ addidi. 12. $ΖΗ$, $ΗΘ$ Torellius. 22. ἔστω]
 ὥστε F; corr. man. 2. 23. τό] τα F. 24. ἀνίσους F comp.,
 ἀνίσας uulgo.

I.

Si circum circulum polygonum circumscribitur, perimetrus polygoni circumscripti maior est ambitu circuli. circumscribatur enim circum circulum polygonum, quod infra positum est.¹⁾ dico, perimetrum polygoni maiorem esse ambitu circuli.²⁾

nam quoniam $BA + AA$ maiores sunt quam am-



bitus pars, quae est BA , propterea quod eosdem terminos habentes illam ambitus partem comprehendunt ($\lambda\mu\beta\nu\omicron\mu$. 2), et similiter etiam

$$\triangle\Gamma + \Gamma B > \triangle B$$

ambitus et

$$\triangle K + K\theta > \triangle\theta$$

ambitus, porro autem

$$\triangle E + EZ > \triangle Z$$

ambitus, tota igitur perimetrus polygoni maior est ambitu circuli.

II.

Datis duabus magnitudinibus inaequalibus fieri potest, ut inueniantur duae lineae inaequales eiusmodi, ut maior linea ad minorem rationem habeat minorem quam maior magnitudo ad minorem.

sint duae magnitudines inaequales AB , \triangle , et maior sit AB . dico fieri posse, ut inueniantur duae lineae inaequales id, quod iussum est, praestantes.

1) Respicitur ad figuram ab Archimede ipso additam; cfr. prop. 3.

2) Citat Pappus I p. 312, 7 ed. Hultsch.

κείσθω διὰ τὸ β' τοῦ πρώτου τῶν Εὐκλείδου τῶ
 Δ ἴσον τὸ ΒΓ, καὶ κείσθω τις εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΖΗ·
 τὸ δὲ ΓΑ ἑαυτῷ ἐπισυντιθέμενον ὑπερέξει τοῦ Δ .
 πεπολλαπλασιάσθω οὖν καὶ ἔστω τὸ ΑΘ· καὶ ὅσα-
 5 πλάσιόν ἐστὶ τὸ ΑΘ τοῦ ΑΓ, τοσαυταπλάσιος ἔστω ἡ
 ΖΗ τῆς ΗΕ. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΘΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως
 ἡ ΖΗ πρὸς ΗΕ· καὶ ἀνάκαλιν ἐστὶν ὡς ἡ ΕΗ πρὸς
 ΗΖ, οὕτως τὸ ΑΓ πρὸς ΑΘ. καὶ ἐπεὶ μείζον ἐστὶ
 τὸ ΑΘ τοῦ Δ , τουτέστι τοῦ ΓΒ, τὸ ἄρα ΓΑ πρὸς τὸ
 10 ΑΘ λόγον ἐλάσσονα ἔχει, ἢ περὶ τὸ ΓΑ πρὸς ΓΒ· καὶ
 συνθέντι ἡ ΕΖ ἄρα πρὸς ΖΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει,
 ἢ περὶ τὸ ΑΒ πρὸς ΒΓ [διὰ λῆμμα]. ἴσον δὲ τὸ ΒΓ
 τῷ Δ · ἡ ΕΖ ἄρα πρὸς ΖΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ περὶ
 τὸ ΑΒ πρὸς τὸ Δ . Εὐρημέναι εἰσὶν ἄρα δύο εὐθεῖαι
 15 ἄνισοι ποιοῦσαι τὸ ἐπίταγμα [τουτέστι τὴν μείζονα
 πρὸς τὴν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἐλάσσονα ἢ τὸ μείζον
 μέγεθος πρὸς τὸ ἐλάσσον].

γ'.

20 Δύο μεγεθῶν ἀνίσων δοθέντων καὶ κύκλου δυνα-
 τόν ἐστὶν εἰς τὸν κύκλον πολύγωνον ἐγγράψαι καὶ
 ἄλλο περιγράψαι, ὅπως ἡ τοῦ περιγραφομένου πολυ-
 γώνου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγραφομένου πολυγώνου
 πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχη ἢ τὸ μείζον μέγεθος
 25 πρὸς τὸ ἐλαττον.

ἔστω τὰ δοθέντα δύο μεγέθη τὰ Α, Β, ὁ δὲ δο-
 θεὶς κύκλος ὁ ὑποκείμενος· λέγω οὖν, ὅτι δυνατόν
 ἐστὶ ποιεῖν τὸ ἐπίταγμα.

1. κείσθω διὰ κατ. u. Quaest. A. p. 157. 2. ΖΗ] ΕΗ
 Hauber. 6. ΗΕ] ΖΕ F; corr. C. 7. ἡ ΖΗ] το ΖΗ F;
 corr. Torellius. ΗΕ] ΖΕ F; corr. AC. 15. τὸ ἐπίταγμα]

ponatur per secundam propositionem primi libri Euclidis¹⁾ [Eucl. elem. I, 2] $B\Gamma = \Delta$, et ponatur linea recta ZH . Itaque ΓA magnitudo ipsa sibi addita Δ magnitudinem excedet [$\lambda\alpha\mu\beta$. 5]. multiplicetur igitur et sit $A\Theta$ [$> \Delta$]; et quoties $A\Gamma$ in $A\Theta$ continetur, toties contineatur HE in ZH . est igitur $\Theta A : A\Gamma = ZH : HE$ [cfr. Eucl. V, 15]. et e contrario [Eucl. V, 7 πρόρισμα] $EH : HZ = A\Gamma : A\Theta$. et quoniam $A\Theta > \Delta$: $A\Theta > \Gamma B$, erit $\Gamma A : A\Theta < \Gamma A : \Gamma B$.²⁾ et componendo igitur $EZ : ZH < AB : B\Gamma$ [u. Eutocius].³⁾ sed $B\Gamma = \Delta$. itaque $EZ : ZH < AB : \Delta$. Itaque inuentae sunt duae lineae rectae inaequales, quae praestant id, quod iussum est [id est, maiorem ad minorem rationem habere minorem quam maior magnitudo ad minorem].

III.

Datis duabus magnitudinibus inaequalibus et circulo fieri potest, ut circulo polygonum inscribatur et aliud circumscribatur, ita ut latus polygoni circumscripti ad latus polygoni inscripti minorem habeat rationem quam maior magnitudo ad minorem.

sint datae magnitudines A, B ⁴⁾, datus circulus autem is, qui infra positus est. dico igitur, fieri posse, ut praestetur id, quod est iussum.

1) Proclus in Eucl. p. 68, 12: *καὶ γὰρ ὁ Ἀρχιμήδης ἐπιβαλὼν τῷ πρώτῳ (Πτολεμαίῳ) μνημονεύει τοῦ Εὐκλείδου.*

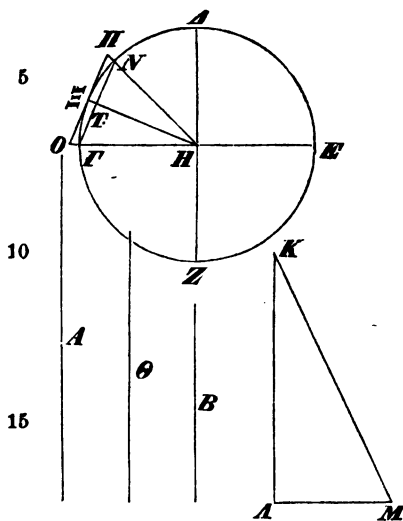
2) Quia $EH : ZH < \Gamma A : \Gamma B$.

3) Idem demonstrat Pappus II p. 686, 5 sq. cfr. Eucl. V, 18.

4) Desideratur: et maior sit A ; cfr. prop. 4.

scripsi; το ἰσον ἐπιτάγμα F, τὸ εἰρημένον ἐπίταγμα Torellius. In linea $A\Theta$ litteras A et B permutat F.

εὐρήσθωσαν γὰρ δύο εὐθείαι αἱ Θ , $ΚΑ$, ὧν μείζων
ἔστω ἡ Θ , ὥστε τὴν Θ πρὸς τὴν $ΚΑ$ ἐλάσσονα λόγον



ἔχειν ἢ τὸ μείζον μέγεθος
πρὸς τὸ ἐλάττω, καὶ
ἤχθω ἀπὸ τοῦ A τῆ AK
πρὸς ὀρθὰς ἡ AM , καὶ
ἀπὸ τοῦ K τῆ Θ ἴση
κατήχθω ἡ KM [δυνα-
τὸν γὰρ τοῦτο]· καὶ
ἤχθωσαν τοῦ κύκλου
δύο διάμετροι πρὸς ὀρ-
θὰς ἀλλήλαις αἱ $ΓΕ$,
 $ΔΖ$. τέμνοντες οὖν τὴν
ὑπὸ τῶν $ΔΗΓ$ γωνίαν
δίχα καὶ τὴν ἡμίσειαν
αὐτῆς δίχα καὶ αἰεὶ
τοῦτο ποιοῦντες λείψο-
μέν τινα γωνίαν ἐλάσ-

σονα ἢ διπλασίαν τῆς ὑπὸ AKM . λελείφθω καὶ ἔστω ἡ
20 ὑπὸ NHG , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ $ΝΓ$ · ἡ ἄρα $ΝΓ$ πολυγώνου
ἐστὶ πλευρὰ ἰσοπλεύρου [ἐπεὶ περ ἡ ὑπὸ NHG γωνία
μετρεῖ τὴν ὑπὸ $ΔΗΓ$ ὀρθὴν οὖσαν, καὶ ἡ $ΝΓ$ ἄρα
περιφέρεια μετρεῖ τὴν $ΓΔ$, τέταρτον οὖσαν κύκλου.
ὥστε καὶ τὸν κύκλον μετρεῖ· πολυγώνου ἄρα ἐστὶ
25 πλευρὰ ἰσοπλεύρου· φανερὸν γὰρ ἐστὶ τοῦτο]· καὶ τε-
τμησθῶ ἡ ὑπὸ $ΓHN$ γωνία δίχα τῆ $ΗΞ$ εὐθείᾳ, καὶ
ἀπὸ τοῦ $Ξ$ ἐφαπτέσθω τοῦ κύκλου ἡ $ΟΞΠ$, καὶ ἐκ-
βεβλήσθωσαν αἱ $ΗΝΠ$, $ΗΓΟ$. ὥστε καὶ ἡ $ΠΟ$ πολυ-
γώνου ἐστὶ πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου περὶ τὸν κύ-

2. ὥστε τὴν Θ om. F; suppluit ed. Basil. 12. $ΓΕ$] $ΓΒ$
F (in fig. B pro E). 16. αἰεὶ F, αἰεὶ vulgo. 25. ἰσοπλεύρου]

sint enim inuentae duae lineae \ominus , KA , quarum maior sit \ominus , ita ut \ominus ad KA minorem rationem habeat, quam maior magnitudo ad minorem [prop. 2]. et ducatur ab A puncto linea AM ad AK perpendicularis [Eucl. I, 11], et a K puncto ducatur KM lineae \ominus aequalis [u. Eutocius]. et ducantur duae diametri circuli inter se perpendiculares, ΓB et ΔZ . si igitur $\angle \Delta H \Gamma$ in duas partes aequales secuerimus et rursus dimidium angulum in duas partes aequales, et hoc deinceps fecerimus, relinquemus angulum quendam minorem quam duplicem angulum AKM . relinquatur et sit $NH \Gamma$; et ducatur $N \Gamma$. linea $N \Gamma$ igitur latus est polygoni aequilateri¹⁾ [u. Eutocius]. et secetur $\angle NH \Gamma$ in duas partes aequales per lineam $H \Xi$, et in puncto Ξ tangat circulum linea $O \Xi \Pi$, et producantur lineae $HN \Pi$, $H \Gamma O$. itaque etiam ΠO linea latus est polygoni circa circulum circumscripti et aequilateri²⁾ [u. Eutocius].

sed quoniam $\angle NH \Gamma < 2 \angle AKM$, sed $\angle NH \Gamma = 2 \angle TH \Gamma$, erit igitur

$$\angle TH \Gamma < \angle AKM.$$

et anguli ad A , T puncta positi recti sunt; itaque

$$MK : AK > \Gamma H : HT.^3)$$

1) Archimedes scripserat lin. 21—22: *πολυγώνου ἐστὶ ἰσοπλεύρου καὶ ἀρτιοπλεύρου πλευρά*; u. Eutocius.

2) Archimedes scripserat lin. 28: *ὥστε καὶ ἡ $O \Pi$ πολυγώνου ἐστὶν ἰσοπλεύρου πλευρά*; u. Eutocius.

3) U. Eutocius; cfr. quae scripsi Zeitschr. f. Math. u. Physik, hist.-litt. Abth. XXIV p. 179 nr. 8.

ἰσοπλ. ἢ ΓN uulgo.

26. $\overline{H \Gamma N}$ F, uulgo; $NH \Gamma$ Torellius.

$H \Xi$] $N \Xi$ F.

κλον καὶ ἰσοπλεύρου [φανερὸν, ὅτι καὶ ὁμοίου τῷ
 ἔγγραφομένῳ, οὗ πλευρὰ ἢ $ΝΓ$]. ἐπεὶ δὲ ἐλάσσων
 ἐστὶν ἢ διπλασία ἢ ὑπὸ $ΝΗΓ$ τῆς ὑπὸ $ΔΚΜ$, δι-
 πλασία δὲ τῆς ὑπὸ $ΤΗΓ$, ἐλάσσων ἄρα ἢ ὑπὸ $ΤΗΓ$
 5 τῆς ὑπὸ $ΔΚΜ$ · καὶ εἰσὶν ὀρθαὶ αἱ πρὸς τοῖς $Α$, $Τ$
 ἢ ἄρα $ΜΚ$ πρὸς $ΔΚ$ μείζονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἢ $ΓΗ$
 πρὸς $ΗΤ$. ἴση δὲ ἢ $ΓΗ$ τῇ $ΗΞ$ · ὥστε ἢ $ΗΞ$ πρὸς
 $ΗΤ$ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, τουτέστιν ἢ $ΠΟ$ πρὸς $ΝΓ$,
 ἥπερ ἢ $ΜΚ$ πρὸς $ΚΑ$. Ἔτι δὲ ἢ $ΜΚ$ πρὸς $ΚΑ$
 10 ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἥπερ τὸ $Α$ πρὸς τὸ $Β$ · καὶ ἐστὶ
 ἢ μὲν $ΠΟ$ πλευρὰ τοῦ περιγεγραφομένου πολυγώνου,
 ἢ δὲ $ΓΝ$ τοῦ ἔγγραφομένου. ὅπερ προέκειτο εὐρεῖν.

δ'.

Πάλιν δύο μεγεθῶν ἀνίσων ὄντων καὶ τομῆως δυ-
 15 νατόν ἐστὶ περὶ τὸν τομέα πολύγωνον περιγράψαι καὶ
 ἄλλο ἔγγραψαι, ὥστε τὴν τοῦ περιγεγραμμένου πλευ-
 ρὰν πρὸς τὴν τοῦ ἔγγεγραμμένου πλευρὰν ἐλάσσονα
 λόγον ἔχειν ἢ τὸ μείζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

ἔστω γὰρ πάλιν δύο μεγέθη ἄνισα τὰ $Ε$, $Ζ$, ὧν
 20 μείζον ἔστω τὸ $Ε$, κύκλος δὲ τις ὁ $ΑΒΓ$ κέντρον ἔχων
 τὸ $Δ$ · καὶ πρὸς τῷ $Δ$ τομεὺς συνεστάτω ὁ $ΑΔΒ$. δεῖ
 δὴ περιγράψαι καὶ ἔγγραψαι πολύγωνον περὶ τὸν $ΑΒΔ$
 τομέα ἴσας ἔχον τὰς πλευρὰς χωρὶς τῶν $ΒΔΑ$, ὅπως
 γένηται τὸ ἐπίταγμα.

25 εὐρήσθησαν γὰρ δύο εὐθεῖαι αἱ $Η$, $ΘΚ$ ἄνισοι, καὶ
 μείζων ἢ $Η$, ὥστε τὴν $Η$ πρὸς τὴν $ΘΚ$ ἐλάσσονα λό-
 γον ἔχειν, ἢ τὸ μείζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον [δυ-

2. $ΝΓ$] $ΗΝΓ$ F.23. $ΒΔ$, $ΔΑ$ Torellius.

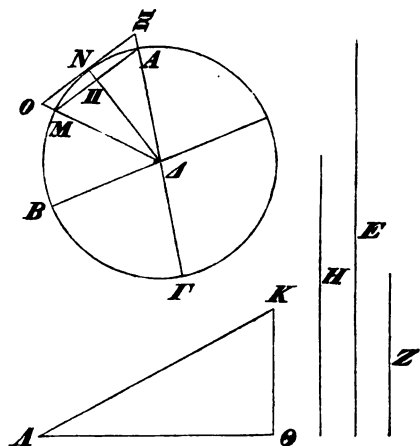
sed $\Gamma H = H\Xi$; erit igitur

$$H\Xi : HT < MK : KA \text{ } \therefore \text{ } \Pi O : N\Gamma < MK : KA.^1)$$

Porro autem $MK : KA < A : B^2)$; [itaque $\Pi O : N\Gamma < A : B$]. et ΠO linea latus est polygoni circumscripti, ΓN autem inscripti, id quod iussum erat inueniri.

IV.

Rursus datis duabus magnitudinibus inaequalibus et sectore fieri potest, ut circum sectorem polygonum circumscribatur et aliud inscribatur, ita ut latus polygoni circumscripti ad latus inscripti minorem rationem habeat, quam maior magnitudo ad minorem.



rursus enim sint E, Z duae magnitudines inaequales, quarum maior sit E , et sit $AB\Gamma$ circulus centrum habens Δ punctum. et ad Δ punctum construatur sector $A\Delta B$. oportet igitur polygonum circumscribi et inscribi sectori

1) Nam $H\Xi : HT = \Pi O : N\Gamma$, quia $H\Xi : HT = O\Xi : \Gamma T$ (ibid. p. 178 nr. 4) $= 2O\Xi : 2\Gamma T = \Pi O : \Gamma N$ (Eucl. I, 26). Archimedes sine dubio uerba: *τὸντέστιν ἢ ΠΟ πρὸς ΝΓ* lin. 7 ante *ἐλάσσονα λόγον* lin. 6 posuerat.

2) Nam ex hypothesis est $\Theta : KA < A : B$ et $\Theta = MK$.

νατὸν γὰρ τοῦτο]. καὶ ἀπὸ τοῦ Θ ὁμοίως ἀχθείσης πρὸς ὀρθὰς τῇ $K\Theta$ προσβεβλήσθω τῇ H ἴση ἢ KA [δυνατὸν γάρ, ἐπεὶ μείζων ἐστὶ ἢ H τῆς ΘK]. τεμνομένης δὴ τῆς ὑπὸ τῶν ADB γωνίας δίχα καὶ τῆς ἡμισείας δίχα καὶ αἰεὶ τούτου γινομένου λειψθήσεται τις γωνία ἐλάσσων οὔσα ἢ διπλασία τῆς ὑπὸ $AK\Theta$.

λελειφθῶ οὖν ἢ ὑπὸ ADM ἢ AM οὖν γίνεται πολυγώνου πλευρὰ ἐγγραφομένου εἰς τὸν κύκλον. καὶ εἰάν τέμωμεν τὴν ὑπὸ ADM γωνίαν δίχα τῇ DN καὶ ἀπὸ τοῦ N ἀγάγωμεν ἐφαπτομένην τοῦ κύκλου τὴν $N\Xi O$, αὕτη πλευρὰ ἔσται τοῦ πολυγώνου τοῦ περιγραφομένου περὶ τὸν αὐτὸν κύκλον ὁμοίου τῷ εἰρημένῳ. καὶ ὁμοίως τοῖς προειρημένοις ἢ ΞO πρὸς τὴν AM ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ περὶ τὸ E μέγεθος πρὸς τὸ Z .

15

ε'.

Κύκλου δοθέντος καὶ δύο μεγεθῶν ἀνίσων περιγράψαι περὶ τὸν κύκλον πολύγωνον καὶ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφέν πρὸς τὸ ἐγγραφέν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὸ μείζον μέγεθος πρὸς τὸ ἐλασσον.

20

ἐκκείσθω κύκλος ὁ A καὶ δύο μεγέθη ἄνισα τὰ E, Z καὶ μείζον τὸ E . δεῖ οὖν πολύγωνον ἐγγράψαι εἰς τὸν κύκλον καὶ ἄλλο περιγράψαι, ἵνα γένηται τὸ ἐπιταχθέν.

1. τοῦ Θ] sic F; K Torellius (cum ed. Bas.), qui etiam in sequentibus, sicut in ipsa figura has litteras permutavit.
 2. τῇ $K\Theta$] τῇ ΘK τῆς KA Torellius; τῇ ΘK τῆς ΘA ed. Basil. 3. γὰρ, ἐπεὶ F, vulgo; γὰρ τοῦτο, ἐπιπέπερ Torellius. μείζων F. 6. $AK\Theta$ F; $A\Theta K$ Torellius. 7. γίνεται] γὰρ comp. F, vulgo; ἄρα Torellius. 8. κύκλον] τομέα Torellius. 10. κύκλου] τομέως Torellius. 12. κύκλου] τομέα Torellius.

$AB\Delta$ aequalia habens latera praeter $B\Delta$, ΔA , ita ut fiat id, quod iussum est. inueniantur enim duae lineae rectae H , ΘK inaequales, quarum maior sit H , ita ut $H : \Theta K < E : Z$ [prop. 2]. et a Θ puncto uti supra [prop. 3] ducatur linea [ΘA] ad $K\Theta$ perpendicularis, et iungatur KA lineae H aequalis [prop. 3 p. 16, 7]. si igitur $\angle A\Delta B$ in duas partes aequales secuerimus et dimidium in duas partes aequales et hoc deinceps fecerimus, relinquetur angulus minor quam duplex angulus $AK\Theta$.

relinquatur igitur $\angle A\Delta M < 2AK\Theta$. itaque linea AM latus erit polygoni circulo inscripti [p. 16, 20]. et si $\angle A\Delta M$ in duas partes aequales secuerimus per lineam ΔN et ab N puncto lineam $N\Xi O$ circum tangentem duxerimus, ea latus erit polygoni circum circumscripti similis¹⁾ polygono, quod nominauimus [h. e. inscripto]. et eodem modo, quo supra [prop. 3], erit

$$\Xi O : AM < E : Z.^2)$$

V.

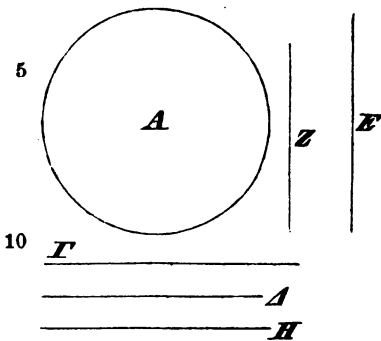
Circulo et duabus magnitudinibus inaequalibus datis polygonum circum circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat, quam maior magnitudo ad minorem.

ponantur circulus A et duae magnitudines inaequa-

1) U. p. 18, 1 et Eutocius ad prop. 3 extr.

2) $\angle A\Delta M = 2M\Delta\Pi < 2AK\Theta$; itaque $\angle M\Delta\Pi < AK\Theta$; quare $AK : K\Theta > M\Delta : \Delta\Pi$; $\Delta N : \Delta\Pi < AK : K\Theta$; sed $\Delta N : \Delta\Pi = ON : M\Pi = \Xi O : AM < AK : K\Theta < E : Z$; $\Xi O : AM < E : Z$. Π litteram in figura ipse addidi.

λαμβάνω γὰρ δύο εὐθείας ἀνίσους τὰς Γ , Δ , ὧν
μείζων ἔστω ἡ Γ , ὥστε τὴν Γ πρὸς τὴν Δ ἐλάσσονα



λόγον ἔχειν ἢ τὴν E πρὸς
τὴν Z . καὶ τῶν Γ , Δ
μέσης ἀνάλογον ληφθεί-
σηστίης H μείζων ἄρα καὶ ἡ
 Γ τῆς H . περιγεγράφθω
δὴ περὶ κύκλον πολύ-
γωνον καὶ ἄλλο ἐγγεγράφ-
θω, ὥστε τὴν τοῦ πε-
ριγραφέντος πολυγώνου
πλευρὰν πρὸς τὴν τοῦ
ἐγγραφέντος ἐλάσσονα λό-

γον ἔχειν ἢ τὴν Γ πρὸς τὴν H [καθῶς ἐμάθομεν]. διὰ
15 τοῦτο δὴ καὶ ὁ διπλάσιος λόγος τοῦ διπλασίου ἐλάσ-
σων ἔστι. καὶ τοῦ μὲν τῆς πλευρᾶς πρὸς τὴν πλευρὰν
διπλάσιός ἐστι ὁ τοῦ πολυγώνου πρὸς τὸν πολύγωνον
[ὅμοια γάρ], τῆς δὲ Γ πρὸς τὴν H ὁ τῆς Γ πρὸς τὴν Δ .
καὶ τὸ περιγραφέν ἄρα πολύγωνον πρὸς τὸ ἐγγραφέν
20 ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢπερ ἡ Γ πρὸς τὴν Δ . πολλῶ
ἄρα τὸ περιγραφέν πρὸς τὸ ἐγγραφέν ἐλάσσονα λόγον
ἔχει, ἢπερ τὸ E πρὸς τὸ Z .

ς.

Ὅμοιως δὴ δείξομεν, ὅτι δύο μεγεθῶν ἀνίσων δο-
25 θέντων καὶ τομέως δυνατόν ἐστιν περὶ τὸν τομέα πο-
λύγωνον περιγράψαι καὶ ἄλλο ἐγγράψαι ὅμοιον αὐτῶ,
ἵνα τὸ περιγραφέν πρὸς τὸ ἐγγραφέν ἐλάσσονα λόγον
ἔχη ἢ τὸ μείζον μέγεθος πρὸς τὸ ἐλάσσον.

1. ἀνίσους comp. F. 3. τὸ E πρὸς τὸ Z ed. Basil., To-
rell. 20. πολλῶ ἄρα καὶ τό B, ed. Basil., Torellius.

les E , Z , quarum maior sit E . oportet igitur polygonum circulo inscribi et aliud circumscribi, ita ut fiat id, quod iussum est.

nam sumo duas lineas rectas Γ , Δ , quarum maior sit Γ , ita ut Γ ad Δ minorem rationem habeat quam E ad Z [prop. 2]. et sumpta linea H media inter lineas Γ , Δ proportionali [Eucl. VI, 13], erit igitur etiam $\Gamma > H$.¹⁾ circumscribatur igitur polygonum circum circulum et aliud inscribatur, ita ut latus polygoni circumscripti ad latus inscripti minorem rationem habeat, quam Γ ad H [prop. 3]. quare etiam ratio duplicata [laterum] minor est ratione duplicata [linearum Γ , H]; et laterum ratio duplicata aequalis est rationi polygonorum [Eucl. VI, 20] [similia enim sunt, u. p. 21 not. 1]; ratio autem linearum Γ , H duplicata aequalis est rationi linearum Γ , Δ [Eucl. V def. 10]. habet igitur etiam polygonum circumscriptum ad inscriptum minorem rationem quam Γ ad Δ , et multo etiam magis minorem rationem quam E ad Z [nam $\Gamma : \Delta < E : Z$ ex hypothesi].

VI.

Eodem modo demonstrabimus, datis duabus magnitudinibus inaequalibus et sectore fieri posse, ut circum sectorem polygonum circumscribatur et aliud ei simile inscribatur, ita ut circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat, quam maior magnitudo ad minorem [cf. prop. 4].

1) Quia $H^2 = \Gamma\Delta < \Gamma^2$.

φανερὸν δὲ καὶ τοῦτο, ὅτι, ἐὰν δοθῇ κύκλος ἢ το-
 μεὺς καὶ χωρίον τι, δυνατόν ἐστὶν ἐγγράφοντα εἰς τὸν
 κύκλον ἢ τὸν τομέα πολύγωνα ἰσόπλευρα καὶ ἔτι ἀεὶ
 εἰς τὰ περιλειπόμενα τμήματα λείπειν τινὰ τμήματα
 5 τοῦ κύκλου ἢ τομέως, ἅπερ ἔσται ἐλάσσονα τοῦ προκει-
 μένου χωρίου. ταῦτα γὰρ ἐν τῇ στοιχειώσει παραδέ-
 δοται.

δεικτέον δέ, ὅτι καὶ κύκλου δοθέντος ἢ τομέως καὶ
 χωρίου δυνατόν ἐστὶ περιγράψαι πολύγωνον περὶ τὸν
 10 κύκλον ἢ τὸν τομέα, ὥστε τὰ περιλειπόμενα τῆς περι-
 γραφῆς τμήματα ἐλάσσονα εἶναι τοῦ δοθέντος χωρίου·
 ἔσται γὰρ ἐπὶ κύκλου δείξαντα μεταγαγεῖν τὸν ὁμοιον
 λόγον καὶ ἐπὶ τοῦ τομέως.

δεδόσθω κύκλος ὁ Α καὶ χωρίον τι τὸ Β. δυνατόν
 15 δὴ περιγράψαι περὶ τὸν κύκλον πολύγωνον, ὥστε τὰ
 ἀποληφθέντα τμήματα μεταξὺ τοῦ κύκλου καὶ τοῦ πο-
 λυγώνου ἐλάσσονα εἶναι τοῦ Β χωρίου. καὶ γὰρ ὄντων
 δύο μεγεθῶν ἀνίσων, μείζονος μὲν συναμφοτέρου τοῦ
 τε χωρίου καὶ τοῦ κύκλου, ἐλάσσονος δὲ τοῦ κύκλου
 20 περιγεγράφθω περὶ τὸν κύκλον πολύγωνον καὶ ἄλλο
 ἐγγεγράφθω, ὥστε τὸ περιγραφέν πρὸς τὸ ἐγγραφέν
 ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἢ τὸ εἰρημένον μείζον μέγεθος
 πρὸς τὸ ἐλασσον. τοῦτο δὴ τὸ περιγραφόμενον πολύ-
 γωνόν ἐστίν, οὗ τὰ περιλείμματα ἔσται ἐλάσσονα τοῦ
 25 προτεθέντος χωρίου τοῦ Β.

εἰ γὰρ τὸ περιγραφέν πρὸς τὸ ἐγγραφέν ἐλάσσονα
 λόγον ἔχει ἢ τὸ συναμρότερον ὃ τε κύκλος καὶ τὸ Β

6. παραδεδοται F. 9. περὶ] πε F. 12. ἔσται] recepi
 ex A, εστω F. 14. τι ita scribitur in F, ut a compendio
 uerbi τὸν dignosci non possit. 16. ἀποληφθέντα] scripsi;
 ἀπολειφθέντα F, uulgo. 18. μείζονος F. 24. περιλιμματα F.

Hoc quoque adparet, dato circulo uel sectore et spatio fieri posse, ut circulo uel sectori polygona aequilatera inscribentes et deinceps segmentis relictis aliquando segmenta circuli uel sectoris relinquamus eiusmodi, quae minora sint dato spatio. haec enim in elementis tradita sunt.¹⁾

Demonstrandum uero, dato circulo uel sectore et spatio fieri posse, ut circum circulum uel sectorem polygonum circumscribatur, ita ut segmenta relictæ figuræ circumscriptæ minora sint dato spatio. licebit enim, cum in circulo demonstraerimus, eandem rationationem ad sectorem transferre.²⁾

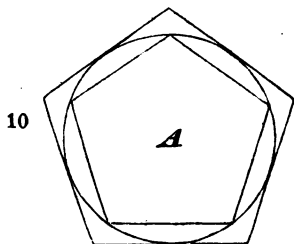
sit datus circulus A et spatium aliquod B . itaque fieri potest, ut circumscribatur circum circulum polygonum, ita ut segmenta inter circuli et polygoni ambitus comprehensa minora sint spatio B . nam datis duabus magnitudinibus inaequalibus, quarum maior est spatium simul cum circulo, minor autem ipse circulus, circumscribatur circum circulum polygonum et aliud inscribatur, ita ut circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat, quam maior magnitudo ad minorem [prop. 5]. Tum polygonum circumscriptum eiusmodi erit, cuius segmenta relictæ minora sint spatio dato, quod est B .

nam si quidem polygonum circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habet quam $A + B : A$,

1) Eucl. elem. XII, 2 (II p. 200 ed. August): *τέμνοντες δὴ τὰς ὑπολειπόμενας περιφερείας δίχα καὶ ἐπιζευγνύοντες εὐθείας καὶ τοῦτο αἰεὶ ποιοῦντες καταλείψομεν τινα τμηματὰ ποτε τοῦ κύκλου, ἃ ἔσται ἐλάσσονα τῆς ὑπεροχῆς, ἣ ὑπερέχει ὁ ΕΖΗΘ κύκλος τοῦ Σ χωρίου; cfr. X, 1.*

2) Demonstratio eadem est, nisi quod pro prop. 5 ea usurpanda sunt, quae initio prop. 6 dicta sunt.

χωρίον πρὸς αὐτὸν τὸν κύκλον, τοῦ δὲ ἐγγραφομένου
μειζων ὁ κύκλος, πολλῶ μᾶλλον τὸ περιγραφέν πρὸς



15 ἔλασσονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ συναμφοτέρων ὁ τε κύκλος
καὶ τὸ B χωρίον πρὸς τὸν κύκλον, διὰ τοῦτο δὴ ἔλασ-
σον ἔσται τὸ περιγραφέν συναμφοτέρων. ὥστε καὶ ὅλα
τὰ περιλείμματα ἔλασσονα ἔσται τοῦ χωρίου τοῦ B.
ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τοῦ τομέως.

20

ξ.

Ἐὰν ἐν ἰσοσκελεῖ κώνῳ πυραμὶς ἐγγραφῇ ἰσόπλευ-
ρον ἔχουσα βάσιν, ἢ ἐπιφάνεια αὐτῆς χωρὶς τῆς βά-
σεως ἴση ἐστὶ τριγώνῳ βάσιν μὲν ἔχοντι ἴσην τῇ περι-
μέτρῳ τῆς βάσεως, ὕψος δὲ τὴν ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ
25 μίαν πλευρὰν τῆς βάσεως κάθετον ἀγομένην.

ἔστω κώνος ἰσοσκελής, οὗ βάσις ὁ $ΑΒΓ$ κύκλος,
καὶ εἰς αὐτὸν ἐγγεγράφθω πυραμὶς ἰσόπλευρον ἔχουσα

2. μειζων F. 7. ἀπολιμματα F. 13. οὕτως per com-
pendium F. 18. περιλιμματα F; corr. AD. 19. ἐπὶ ego
addidi. 26. κωνος F.

circulus A autem maior est polygono inscripto [p. 10, 23], multo igitur magis polygonum circumscriptum ad A circulum minorem rationem habet quam $A + B : B$. itaque subtrahendo [per conuersionem propositionis ab Eutocio ad prop. 2 demonstratae, u. p. 15 not. 3; cfr. Eucl. V, 17] segmenta polygones circumscripti ad circulum minorem habent rationem, quam B spatium ad circulum. minora igitur [Eucl. V, 10] segmenta relicta polygones circumscripti erunt spatio B . uel hoc modo: quoniam polygonum circumscriptum ad circulum minorem rationem habet, quam circulus simul cum B spatio ad circulum, polygonum circumscriptum minus erit quam $A + B^1$); quare segmenta relicta omnia minora erunt spatio B [Eucl. I κοιν. ένν. 5]. Similiter etiam in sectore dicendum.

VII.

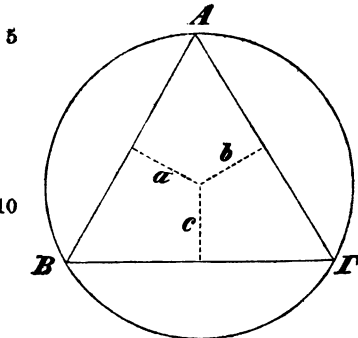
Si cono aequicurio inscribitur pyramis aequilateram basim habens, superficies eius praeter basim aequalis est triangulo basim habenti perimetro basis aequalem, altitudinem autem lineam a uertice ad latus aliquod basis perpendicularem ductam.]

sit conus aequicurius, cuius basis sit circulus $AB\Gamma$, et ei inscribatur pyramis basim aequilateram

1) Ex Eutocio adparet, Archimedes lin. 16—17 scripsisse: *διά δὴ τοῦτο ἑλασσόν ἐστι τὸ περιγραφόμενον τοῦ συναμφ.* Ceterum Archimedes uix duas demonstrationes dederat; genuinam hanc fere fuisse puto (Quaest. Arch. p. 74): *τὸ οὖν περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἑγγεγραμμένον ἑλάσσονα λόγον ἔχει ἢ τὸ συναμφοτέρων ὃ τε κύκλος καὶ τὸ B χωρίον πρὸς αὐτὸν τὸν κύκλον.* *διά δὴ τοῦτα ἑλασσόν ἐστι τὸ περιγραφόμενον τοῦ συναμφοτέρων ὥστε καὶ τὰ περιείγματα ἑλάσσονα ἔσται τοῦ B χωρίου.*

βάσιν τὸ $ΑΒΓ$. λέγω, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια αὐτῆς χωρὶς τῆς βάσεως ἴση ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ τριγώνῳ.

ἐπεὶ γὰρ ἰσοσκελῆς ὁ κῶνος, καὶ ἰσόπλευρος ἡ βάση



τῆς πυραμίδος, τὰ ὕψη τῶν περιεχόντων τριγώνων τὴν πυραμίδα ἴσα ἐστὶν ἀλλήλοις. καὶ βάσιν μὲν ἔχει τὰ τρίγωνα τὰς $ΑΒ$, $ΒΓ$, $ΓΑ$, ὕψος δὲ τὸ εἰρημένον. ὥστε τὰ τρίγωνα ἴσα ἐστὶ τριγώνῳ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἴσην ταῖς $ΑΒ$, $ΒΓ$, $ΓΑ$, ὕψος δὲ τὴν εἰρημένην εὐθείαν

15 [τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τοῦ $ΑΒΓ$ τριγώνου].

[σαφέστερον ἄλλως ἢ δεῖξις]

[ἔστω κῶνος ἰσοσκελῆς, οὗ βάσις μὲν ὁ $ΑΒΓ$ κύκλος, κορυφή δὲ τὸ $Δ$ σημεῖον, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς
20 τὸν κῶνον πυραμὶς βάσιν [μὲν] ἔχουσα ἰσόπλευρον τριγώνον τὸ $ΑΒΓ$, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ $ΔΑ$, $ΔΓ$, $ΔΒ$.

λέγω, ὅτι τὰ $ΑΔΒ$, $ΑΔΓ$, $ΒΔΓ$ τρίγωνα ἴσα ἐστὶ τριγώνῳ, οὗ ἡ μὲν βάση ἴση ἐστὶ τῇ περιμέτρῳ τοῦ $ΑΒΓ$ τριγώνου, ἡ δὲ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάση

1. τό] τω F; corr. A. βάσιν μὲν ἔχουσα ἰσοπλ. τριγώνου τό uel βάσιν τὸ τρίγωνον τό Nizze. 3. κωνος F. 5. τριγώνων errore om. Torellius; sine codicum auctoritate suppleuit Nizze; habet F. 17. Haec demonstratio altera postea interposita numero ἡ significatur in F, sed numerum om. iam ed. Basil. 18. ἔστω] ὥστε F; corr. B manu 2? (Quaest. Arch. p. 129). 20. μὲν deleo; cum librarius alibi toties βάσιν μὲν scripsisset, particula hic quoque irrepsit.

habens, quae sit $AB\Gamma$. dico, eius superficiem praeter basim aequalem esse triangulo, quem commemorauimus.

nam quoniam conus aequicrurius et basis pyramidis aequilatera est, altitudines triangulorum pyramidem comprehendentium aequales sunt.¹⁾ et basim habent trianguli AB , $B\Gamma$, ΓA lineas, altitudinem uero eam, quam diximus. quare trianguli [h. e. superficies pyramidis praeter basim] aequales sunt triangulo basim habenti lineam aequalem lineis AB , $B\Gamma$, ΓA [h. e. perimetro basis], altitudinem autem lineam, quam diximus [Eucl. VI, 1].²⁾

[Demonstratio aliter et magis perspicue exposita]³⁾.

[Sit conus aequicrurius, cuius basis sit circulus $AB\Gamma$, uertex uero Δ punctum; et cono inscribatur pyramis basim habens triangulum aequilaterum $AB\Gamma$, et ducantur lineae ΔA , $\Delta\Gamma$, ΔB . dico triangulos $A\Delta B$, $A\Delta\Gamma$, $B\Delta\Gamma$ aequales esse triangulo cuius basis aequalis sit perimetro trianguli $AB\Gamma$, perpendicularis autem a uertice ad basim ducta aequalis lineae a Δ puncto ad $B\Gamma$ perpendiculari.

ducantur enim perpendiculares ΔK , ΔA , ΔM lineae; sunt igitur aequales [cfr. not. 1]. et ponatur triangulus EZH basim EZ aequalem habens perimetro

1) Nam trianguli, quorum latera sunt axis conii, altitudines, lineae a , b , c (quas in figura addidi), unum latus (axem) commune, alteram (a , b , c) aequalem habent et sunt rectanguli; itaque etiam bases aequales habent (Eucl. I, 4).

2) Uerba sequentia subditia sunt, ut ex collocatione apparet; pertinent enim ad τὰ ῥηθῆνα lin. 8, ut in interpretatione expressi. si ad ῥηθῆνα lin. 11 pertinerent, quod per se minus accurate diceretur, debebat esse τῆ ἐπιφανείᾳ ex constanti usu Archimedis.

3) Quae sequitur demonstratio ut subditia in adnotationes reicienda erat, sed ne typhothetis molestia existeret, retinui.

κάθετος ἴση τῇ καθέτῳ τῇ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὴν $B\Gamma$ ἀγομένη.

ἤχθωσαν γὰρ κάθετοι αἱ ΔK , ΔA , ΔM . αὐταὶ ἄρα ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. καὶ κείσθω τρίγωνον τὸ EZH
 5 ἔχον τὴν μὲν EZ βάσιν τῇ περιμέτρῳ τοῦ $AB\Gamma$ τριγώνου ἴσην, τὴν δὲ $H\Theta$ κάθετον τῇ ΔA ἴσην. ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ τῶν $B\Gamma$, ΔA διπλάσιόν ἐστιν τοῦ $\Delta B\Gamma$ τριγώνου, ἔστιν δὲ καὶ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν AB , ΔK διπλάσιον τοῦ $AB\Delta$ τριγώνου, τὸ δὲ ὑπὸ $A\Gamma$, ΔM
 10 διπλάσιον τοῦ $A\Delta\Gamma$ τριγώνου, τὸ ἄρα ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ $AB\Gamma$ τριγώνου, τοιούτεσι τῆς EZ , καὶ τῆς ΔA , τοιούτεσι τῆς $H\Theta$, διπλάσιόν ἐστι τῶν $A\Delta B$, $B\Delta\Gamma$, $A\Delta\Gamma$ τριγώνων. ἔστι δὲ καὶ τὸ ὑπὸ EZ , $H\Theta$ διπλάσιον τοῦ EZH τριγώνου. ἴσον ἄρα τὸ EZH
 15 τρίγωνον τοῖς $A\Delta B$, $B\Delta\Gamma$, $A\Delta\Gamma$ τριγώνοις].

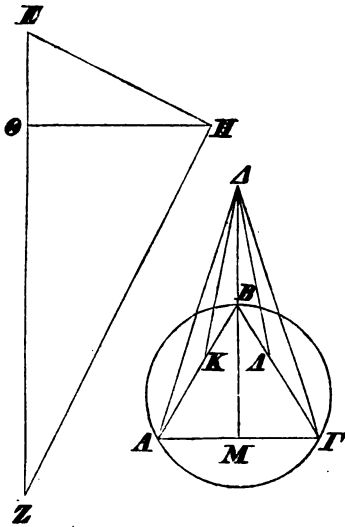
ἦ.

Ἐὰν περὶ κῶνον ἰσοσκελῆ πυραμὶς περιγραφῆ, ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως ἴση ἐστὶ
 20 τρίγωνῳ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἴσην τῇ περιμέτρῳ τῆς βάσεως, ὕψος δὲ τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου.

ἔστω κῶνος, οὗ βάσις ὁ $AB\Gamma$ κύκλος, καὶ πυραμὶς περιγεγραμμένη, ὥστε τὴν βάσιν αὐτῆς, τοιούτεσι τὸ ΔEZ πολύγωνον, περιγεγραμμένον περὶ τὸν $AB\Gamma$ κύκλον εἶναι. λέγω, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς
 25 βάσεως ἴση ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ τρίγωνῳ.

ἐπεὶ γὰρ [ὁ ἄξων τοῦ κώνου ὀρθός ἐστι πρὸς τὴν

2. ἀγομένη scripsi; ἀγομένην F, vulgo. 10. $AB\Gamma$] $A\Delta\Gamma$ F; corr. Torellius. 16. Θ F; u. ad p. 28, 17. In figura et deinde in uerbis Archimedis litteras A et K permutauit Torellius. 26. τοῦ] αὐτου F; corr. ed. Basil.



trianguli $AB\Gamma$, altitudinem autem $H\Theta$ aequalem lineae ΔA . iam quoniam

$$B\Gamma \times \Delta A = 2\Delta B\Gamma$$

[Eucl. I, 41],

et

$$AB \times \Delta K = 2\Delta B\Delta,$$

et

$$A\Gamma \times \Delta M = 2\Delta A\Gamma,$$

erit igitur rectangulum, quod a perimetro trianguli $AB\Gamma$, h. e. linea EZ , et ΔA , h. e. linea

$H\Theta$, continetur $= 2 \times (\Delta A\Delta B + B\Delta\Gamma + A\Delta\Gamma)$; sed $EZ \times H\Theta = 2EZH$ [Eucl. I, 41]; quare

$$EZH = \Delta A\Delta B + B\Delta\Gamma + A\Delta\Gamma].$$

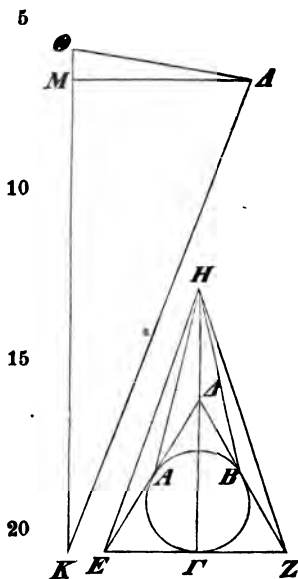
VIII.

Si circum conum aequicurvum pyramis circumscibitur, superficies pyramidis praeter basim aequalis est triangulo basim habenti lineam perimetro basis aequalem, altitudinem autem latus con.

sit conus, cuius basis sit circulus $AB\Gamma$, et circumscibatur pyramis, ita ut basis eius, h. e. polygonum ΔEZ , circum circulum $AB\Gamma$ sit circumscripta. dico superficiem pyramidis praeter basim aequalem esse triangulo, quem commemorauimus.

cum enim axis con i ad basim perpendicularis sit,

βάσιν, τουτέστι πρὸς τὸν $ΑΒΓ$ κύκλον, καὶ] αὶ ἀπο
 τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἐπὶ τὰς ἀφὰς ἐπιξενγνύμεναι
 εὐθεῖαι κάθετοί εἰσιν ἐπὶ τὰς ἐφαπτομένας, ἔσονται
 ἄρα καὶ αὶ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου ἐπὶ τὰς ἀφὰς



ἐπιξενγνύμεναι κάθετοι ἐπὶ τὰς
 $\Delta E, ZE, Z\Delta$. αὶ HA, HB, HG
 ἄρα αὶ εἰρημέναι κάθετοι ἴσαι
 εἰσὶν ἀλλήλαις· πλευραὶ γάρ
 εἰσιν τοῦ κώνου. κείσθω δὴ τὸ
 τρίγωνον τὸ $\Theta K\Lambda$ ἴσην ἔχον
 τὴν μὲν ΘK τῇ περιμέτρῳ τοῦ
 ΔEZ τριγώνου, τὴν δὲ AM κά-
 θετον ἴσην τῇ HA . ἐπεὶ οὖν τὸ
 μὲν ὑπὸ $\Delta E, AH$ διπλάσιόν
 ἔστι τοῦ $E\Delta H$ τριγώνου, τὸ δὲ
 ὑπὸ $\Delta Z, HB$ διπλάσιόν ἔστι
 τοῦ ΔZH τριγώνου, τὸ δὲ ὑπὸ
 EZ, GH διπλάσιόν ἔστι τοῦ
 EZH τριγώνου, ἔστιν ἄρα τὸ
 ὑπὸ τῆς ΘK καὶ τῆς AH , τουτέστι
 τῆς MA , διπλάσιον τῶν $E\Delta H$,
 $Z\Delta H, EHZ$ τριγώνων. ἔστιν
 δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν $\Theta K, AM$ διπλάσιον τοῦ $AK\Theta$ τρι-
 γώνου. διὰ τοῦτο δὴ ἴση ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυ-
 25 ραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως τριγώνου βάσιν μὲν ἔχοντι
 ἴσην τῇ περιμέτρῳ τοῦ ΔEZ , ὕψος δὲ τὴν πλευρὰν
 τοῦ κώνου.

4. καὶ αὶ] αὶ om. F. 14. AH] AN F. 15. $E\Delta H$] $E\Delta N$ F. 19. EZH] ENZ F. 25. τριγώνω] τριγῶ F.
 26. τοῦ ΔEZ τριγώνου Nizze.

h. e. ad circulum $AB\Gamma$, et lineae a centro circuli ad puncta contactus ductae perpendiculares sint ad contingentes [Eucl. III, 18], erunt¹⁾ igitur etiam lineae a uertice conii ad puncta contactus ductae perpendiculares ad ΔE , $Z E$, $Z \Delta$ [u. Eutocius]. itaque perpendiculares, quas commemorauimus, HA , HB , $H\Gamma$, aequales sunt; sunt enim conii latera. ponatur igitur triangulus $\Theta K A$ aequalem habens ΘK latus perimetro trianguli $\Delta E Z$, perpendicularem autem AM aequalem lineae HA . quoniam igitur

$$\Delta E \times AH = 2E\Delta H \text{ [Eucl. I, 41],}$$

$$\text{et } \Delta Z \times HB = 2\Delta ZH,$$

$$\text{et } EZ \times \Gamma H = 2EHZ,$$

est igitur $\Theta K \times AH$, uel, quod idem est,

$$\Theta K \times MA = 2(E\Delta H + Z\Delta H + EHZ).$$

est autem etiam

$$\Theta K \times AM = 2AK\Theta \text{ [Eucl. I, 41].}$$

[quare $2AK\Theta = 2(E\Delta H + Z\Delta H + EHZ)$]:

$$AK\Theta = E\Delta H + Z\Delta H + EHZ].$$

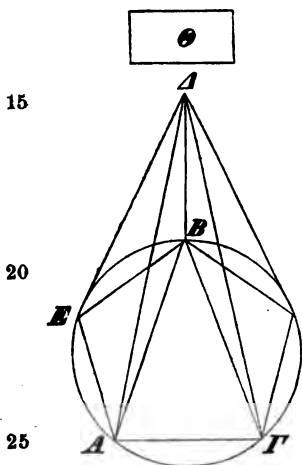
est igitur superficies pyramidis praeter basim aequalis triangulo basim habenti perimetro trianguli $\Delta E Z$ aequalem, altitudinem autem latus conii.

1) Lin. 3—6 Archimedes scripserat: *αἱ ἄρα ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὰ A, B, Γ ἐπιζευγόμεναι κάθετοί εἰσιν ἐπ' αὐτάς* h. e. τὰς ἐφαπτομένας lin. 3); u. Eutocius.

θ΄.

Ἐὰν κώνου τινὸς ἰσοσκελοῦς εἰς τὸν κύκλον, ὃς
 ἔστι βᾶσις τοῦ κώνου, εὐθεῖα γραμμὴ ἐμπέση, ἀπὸ δὲ
 τῶν περάτων αὐτῆς εὐθεῖαι γραμμαὶ ἀχθῶσιν ἐπὶ τὴν
 5 κορυφὴν τοῦ κώνου, τὸ περιληφθὲν τρίγωνον ὑπὸ τε
 τῆς ἐμπεσοῦσης καὶ τῶν ἐπιξευχθεισῶν ἐπὶ τὴν κορυφὴν
 ἔλασσον ἔσται τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου τῆς μεταξὺ
 τῶν ἐπὶ τὴν κορυφὴν ἐπιξευχθεισῶν.

Ἐστω κώνου ἰσοσκελοῦς βᾶσις ὁ $ΑΒΓ$ κύκλος, κο-
 10 ρυφὴ δὲ τὸ $Δ$, καὶ διήχθω τις εἰς αὐτὸν εὐθεῖα ἡ
 $ΑΓ$ · καὶ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὰ $Α$, $Γ$ ἐπεξεύχθωσαν
 αἱ $ΑΔ$, $ΔΓ$. λέγω, ὅτι τὸ
 $ΑΔΓ$ τρίγωνον ἔλασσόν ἐστι
 τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου τῆς
 μεταξὺ τῶν $ΑΔΓ$.



15

20

25

τετμήσθω ἡ $ΑΒΓ$ περιφέ-
 ρεια δίχα κατὰ τὸ $Β$, καὶ ἐπ-
 εξεύχθωσαν αἱ $ΑΒ$, $ΒΓ$, $ΔΒ$.
 ἔσται δὴ τὰ $ΑΒΔ$, $ΒΓΔ$ τρί-
 γωνα μείζονα τοῦ $ΑΔΓ$ τρι-
 γώνου. ὃ δὴ ὑπερέχει τὰ
 εἰρημένα τρίγωνα τοῦ $ΑΔΓ$
 τριγώνου, ἔστω τὸ $Θ$. τὸ δὴ
 $Θ$ ἦτοι τῶν $ΑΒ$, $ΒΓ$ τμημά-
 των ἔλασσόν ἐστιν, ἢ οὐ. ἔστω
 μὴ ἔλασσον πρότερον. ἐπεὶ

οὖν δύο εἰσὶν ἐπιφάνειαι ἢ τε κωνικὴ ἢ μεταξὺ τῶν
 $ΑΔΒ$ μετὰ τοῦ $ΑΕΒ$ τμήματος καὶ ἢ τοῦ $ΑΔΒ$ τρι-

1. ἰ' F. 5. περιληφθέν] scripsi; περιλειφθεν F, vulgo.
 6. ἐμπεσοῦσης] εκπεσουσης F; postea corr. B.

IX.

Si in cono aequicrurio¹⁾ linea recta in circulum, qui est basis conii, incidit, et a terminis eius lineae rectae ducuntur ad uerticem conii, triangulus, qui continetur a linea incidenti et lineis ad uerticem ductis, minor erit superficie conii, quae est inter lineas ad uerticem ductas.

sit $AB\Gamma$ circulus basis conii aequicrurii, uertex autem Δ punctum, et in circulum incidat linea $A\Gamma$, et a uertice ad A, Γ puncta ducantur lineae $A\Delta, \Delta\Gamma$. dico triangulum $A\Delta\Gamma$ minorem esse superficie conii, quae inter $A\Delta, \Delta\Gamma$ lineas sit.²⁾

secetur $AB\Gamma$ ambitus in duas partes aequales in B puncto, et ducantur $AB, \Gamma B, \Delta B$. erunt igitur trianguli $AB\Delta, B\Gamma\Delta$ maiores triangulo $A\Delta\Gamma$ ³⁾ [u. Eutocius]. sit igitur \odot spatium aequale ei spatio, quo excedunt trianguli $AB\Delta, B\Gamma\Delta$ triangulum $A\Delta\Gamma$. itaque \odot spatium aut minus est segmentis $AB, B\Gamma$, aut non minus. — prius sit ne minus. quoniam igitur datae sunt duae superficies, conica superficies, quae est inter lineas $A\Delta, \Delta B$, una cum segmento AEB et triangulus $A\Delta B$, eundem terminum habentes perimetrum trianguli $A\Delta B$, maior erit superficies comprehensens comprehensa [$\lambda\alpha\mu\beta$. 4]. itaque superficies co-

1) Graece genetiuis legitur, qui ad uerbum *κύκλον* uel potius ad totam sententiam referendus esse uidetur, de qua dicendi licentia infra dicitur.

2) Hoc nimis ambiguum est; Archimedes sine dubio hoc saltem loco addiderat: *καὶ τῆς ABΓ περιφερείας*, ut prop. 10 p. 38, 25; Quaest. Arch. p. 72.

3) Lin. 19—20 Archimedes scripserat: *μείζονα ἄρα ἐστὶ τὰ ABΔ, BΔΓ τρίγωνα τοῦ AΔΓ τριγώνου* (u. Eutocius).

γώνου τὸ αὐτὸ πέρασ ἐχουσαι τὴν περίμετρον τοῦ
 τριγώνου τοῦ $A\Delta B$, μείζων ἔσται ἢ περιλαμβάνουσα
 τῆς περιλαμβανομένης. μείζων ἄρα ἔστιν ἢ κωνικὴ
 ἐπιφάνεια ἢ μεταξὺ τῶν $A\Delta B$ μετὰ τοῦ AEB τμή-
 5 ματος τοῦ $AB\Delta$ τριγώνου. ὁμοίως δὲ καὶ ἢ μεταξὺ
 τῶν $B\Delta\Gamma$ μετὰ τοῦ ΓZB τμήματος μείζων ἔστιν τοῦ
 $B\Delta\Gamma$ τριγώνου. ὅλη ἄρα ἢ κωνικὴ ἐπιφάνεια μετὰ
 τοῦ Θ χωρίου μείζων ἔστι τῶν εἰρημένων τριγώνων.
 τὰ δὲ εἰρημένα τρίγωνα ἴσα ἔστι τῶ τε $A\Delta\Gamma$ τρι-
 10 γώνῳ καὶ τῷ Θ χωρίῳ. κοινὸν ἀφηρήσθω τὸ Θ χω-
 ρίον· λοιπὴ ἄρα ἢ κωνικὴ ἐπιφάνεια ἢ μεταξὺ τῶν
 $A\Delta\Gamma$ μείζων ἔστι τοῦ $A\Delta\Gamma$ τριγώνου.

ἔστω δὴ τὸ Θ ἔλασσον τῶν AB , $B\Gamma$ τμημάτων.
 τέμνοντες δὴ τὰς AB , $B\Gamma$ περιφερείας δίχα καὶ τὰς
 15 ἡμισείας αὐτῶν δίχα λείψομεν τμήματα ἐλάσσονα ὄντα
 τοῦ Θ χωρίου. λελείφθω τὰ ἐπὶ τῶν AE , EB , BZ ,
 $Z\Gamma$ εὐθειῶν, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ΔE , ΔZ . πάλιν
 τοίνυν κατὰ τὰ αὐτὰ ἢ μὲν ἐπιφάνεια τοῦ κώνου ἢ
 μεταξὺ τῶν $A\Delta E$ μετὰ τοῦ ἐπὶ τῆς AE τμήματος
 20 μείζων ἔστι τοῦ $A\Delta E$ τριγώνου· ἢ δὲ μεταξὺ τῶν
 $E\Delta B$ μετὰ τοῦ ἐπὶ τῆς EB τμήματος μείζων ἔστι τοῦ
 $E\Delta B$ τριγώνου. ἢ ἄρα ἐπιφάνεια ἢ μεταξὺ τῶν $A\Delta B$
 μετὰ τῶν AE , EB τμημάτων μείζων ἔστι τῶν $A\Delta E$,
 $E\Delta B$ τριγώνων. ἐπεὶ δὲ τὰ $AE\Delta$, ΔEB τρίγωνα
 25 μείζονά ἔστι τοῦ $AB\Delta$ τριγώνου, καθῶς δέδεικται,
 πολλῶ ἄρα ἢ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου ἢ μεταξὺ τῶν $A\Delta B$
 μετὰ τῶν ἐπὶ τῶν AE , EB τμημάτων μείζων ἔστι τοῦ

5. δέ] scripsi; cfr. Quaest. Arch. p. 145; δη F, vulgo.

6. τῶν $B\Delta\Gamma$] τοῦ $\Delta B\Gamma$ τριγώνου F, vulgo; τῶν $B\Delta$, $\Delta\Gamma$ Torellius. 12. $A\Delta\Gamma$] scripsi; $A\Delta B$ F, vulgo; $A\Delta$, $\Delta\Gamma$ Torellius. 15. ἡμισείας] ημισίας F, vulgo. 16. λελείφθω F.

nica, quae est inter lineas $A\Delta$, ΔB , una cum segmento AEB , maior est triangulo $AB\Delta$. et eodem modo conica superficies, quae est inter lineas $B\Delta$, $\Delta\Gamma$, una cum segmento ΓZB , maior est triangulo $B\Delta\Gamma$. tota igitur superficies conica [quae est inter lineas $A\Delta$, $\Delta\Gamma$ et ambitum $AEBZ\Gamma$] una cum spatio \ominus maior est triangulis, quos commemorauimus [$AB\Delta$, $B\Delta\Gamma$].¹⁾ sed trianguli $AB\Delta$, $B\Delta\Gamma$ aequales sunt triangulo $A\Delta\Gamma$ una cum spatio \ominus [ex hypothesi]. subtrahatur \ominus spatium, quod commune est. itaque, quae reliqua est conica superficies, quae est inter lineas $A\Delta$, $\Gamma\Delta$, maior est triangulo $A\Delta\Gamma$.

iam sit \ominus spatium minus segmentis AB , $B\Gamma$. si igitur ambitus AB , $B\Gamma$ in duas partes aequales secuerimus et dimidios ambitus in duas aequales, relinquemus aliquando segmenta minora quam \ominus spatium [prop. 6 p. 24, 1]. relinquuntur segmenta, quae sunt in lineis AE , EB , BZ , $Z\Gamma$, et ducantur ΔE , ΔZ . rursus igitur eodem modo [quo supra p. 34, 26] superficies conici, quae est inter lineas $A\Delta$, ΔE , cum segmento in linea AE posito maior est triangulo $A\Delta E$, et conici superficies, quae est inter lineas $E\Delta$, ΔB , cum segmento in EB linea posito maior est triangulo $E\Delta B$. quare superficies, quae est inter $A\Delta$, ΔB , cum segmentis AE , EB maior est triangulis $A\Delta E$, $E\Delta B$. sed quoniam trianguli $AE\Delta$, ΔEB maiores sunt $AB\Delta$ triangulo [u. Eutocius, p. 34, 19], multo igitur magis superficies conica, quae est inter lineas $A\Delta$, ΔB , cum segmentis in AE , EB positis maior est triangulo $A\Delta B$.

1) Nam ex hypothesi est $\ominus \supseteq AEB + \Gamma ZB$ segmentis.

$ΑΔΒ$ τριγώνου. διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ ἡ ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν $ΒΔΓ$ μετὰ τῶν ἐπὶ τῶν $ΒΖ$, $ΖΓ$ μείζων ἐστὶν τοῦ $ΒΔΓ$ τριγώνου. ὅλη ἄρα ἡ ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν $ΑΔΓ$ μετὰ τῶν εἰρημέων τμημάτων μείζων ἐστὶ τῶν $ΑΒΔ$, $ΔΒΓ$ τριγώνων· ταῦτα δὲ ἐστὶν ἴσα τῷ $ΑΔΓ$ τριγώνῳ καὶ τῷ Θ χωρίῳ· ὡν τὰ εἰρημένα τμήματα ἐλάσσονα τοῦ Θ χωρίου. λοιπὴ ἄρα ἡ ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν $ΑΔΓ$ μείζων ἐστὶν τοῦ $ΑΔΓ$ τριγώνου.

10

ι.

Ἐὰν ἐπιψάουσαι ἀχθῶσιν τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βᾶσις τοῦ κώνου, ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὔσαι τῷ κύκλῳ καὶ συμπίπτουσαι ἀλλήλαις, ἀπὸ δὲ τῶν ἀψῶν καὶ τῆς συμπτώσεως ἐπὶ τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου εὐθείαι 15 ἀχθῶσιν, τὰ περιεχόμενα τρίγωνα ὑπὸ τῶν ἐπιψανουσῶν καὶ τῶν ἐπὶ τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου ἐπιξευχθεῖσῶν εὐθειῶν μείζονά ἐστι τῆς τοῦ κώνου ἐπιφανείας τῆς ἀπολαμβανόμενης ὑπ' αὐτῶν.

ἔστω κώνος, οὗ βᾶσις μὲν ὁ $ΑΒΓ$ κύκλος, κορυφὴ 20 δὲ τὸ $Ε$ σημεῖον, καὶ τοῦ $ΑΒΓ$ κύκλου ἐφαπτόμεναι ἡχθῶσαν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὔσαι αἱ $ΑΔ$, $ΓΔ$, καὶ ἀπὸ τοῦ $Ε$ σημείου, ὃ ἐστὶν κορυφὴ τοῦ κώνου, ἐπὶ τὰ $Α$, $Δ$, $Γ$ ἐπεξεύχθῶσαν αἱ $ΕΑ$, $ΕΔ$, $ΕΓ$ · λέγω, ὅτι τὰ $ΑΔΕ$, $ΔΕΓ$ τρίγωνα μείζονά ἐστι τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν $ΑΕ$, $ΓΕ$ εὐθειῶν καὶ 25 τῆς $ΑΒΓ$ περιφερείας.

1. δέ] scripsi; δη F, vulgo. 2. $ΒΔΓ$] scripsi; $ΑΒΓ$ F, vulgo; $ΒΔ$, $ΔΓ$ Torellius. $ΒΖ$, $ΖΓ$ τμημάτων Nizze. 6. το Θ F; corr. Torellius. ὡν] ὡς Nizze. 8. $ΑΔΓ$] $ΑΔΕ$ F; corr. ed. Basil. 19. α' F. 19. κωνος F. 25. ἐπιφανείας F.

eodem autem modo adparet superficiem, quae inter $B\Delta$, $\Delta\Gamma$ lineas sit, cum segmentis in BZ , $Z\Gamma$ positis maiorem esse triangulo $B\Delta\Gamma$. tota igitur superficies, quae est inter $A\Delta$, $\Delta\Gamma$ lineas, una cum segmentis, quae commemorauimus [AE , EB , BZ , $Z\Gamma$], maior est triangulis $AB\Delta$, $\Delta B\Gamma$, qui sunt triangulo $A\Delta\Gamma$ et spatium Θ aequales [ex hypothesi]. ex illis [h. e., superficie conica, quae inter lineas $A\Delta$, $\Delta\Gamma$ et $AEBZ\Gamma$ ambitum est, et segmentis AE , EB , BZ , $Z\Gamma$] autem segmenta, quae commemorauimus, minora sunt spatium Θ [ex constructione]. quare quae reliqua est superficies inter $A\Delta$, $\Delta\Gamma$ lineas posita, maior est triangulo $A\Delta\Gamma$.¹⁾

X.

Si ducuntur lineae tangentes circulum, qui basis est conici [aequicrurii]²⁾, in plano circuli positae et concurrentes, a punctis autem contactus et concursus ad conici uerticem lineae ducuntur, trianguli, qui a contingentibus et lineis ad uerticem conici ductis continentur, maiores sunt superficie conici, quae ab his lineis abscinditur.

sit conus, cuius basis circulus $AB\Gamma$, uertex autem punctum E , et ducantur lineae circulum $AB\Gamma$ contingentes in plano eodem positae, $A\Delta$, $\Gamma\Delta$, et ab E puncto, quod est uertex conici, ad A , Δ , Γ puncta ducantur lineae EA , $E\Delta$, $E\Gamma$. dico, triangulos $A\Delta E$, $\Delta E\Gamma$ maiores esse quam conici superficiem, quae inter lineas AE , ΓE et ambitum $AB\Gamma$ est.

1) Nam etiamsi aequalia essent segmenta spatium Θ , idem fieret (Eucl. I *κονν. εἰς*. 5); eo magis cum segmenta etiam minora sint.

2) Hoc uerbum Archimedes uix omiserat; Quaest. Arch. p. 73.

ἤχθω γὰρ ἡ HBZ ἐφαπτομένη τοῦ κύκλου καὶ
 παράλληλος οὕσα τῇ AG δίχα τμηθείσης τῆς $ABΓ$
 περιφερείας κατὰ τὸ B · καὶ ἀπὸ τῶν H, Z ἐπὶ τὸ E
 ἐπέξευχθῶσαν αἱ HE, ZE · καὶ ἐπεὶ μείζους εἰσὶν αἱ
 5 $HΔ, ΔZ$ τῆς HZ , κοινὰ προσκείσθωσαν αἱ $HA, ZΓ$ ·
 ὅλαι ἄρα αἱ $AΔ, ΔΓ$ μείζους εἰσὶν τῶν $AH, HZ, ZΓ$.
 καὶ ἐπεὶ αἱ $AE, EB, EΓ$ πλευραὶ εἰσὶν τοῦ κώνου,
 ἴσαι εἰσὶν διὰ τὸ ἰσοσκελῆ εἶναι τὸν κώνον. ὁμοίως
 δὲ καὶ κάθετοί εἰσιν [ὡς ἐδείχθη ἐν τῷ λήμματι]· τὰ
 10 δὲ ὑπὸ τῶν καθέτων καὶ τῶν βάσεων τῶν $AEΔ, ΔΓE$
 τριγῶνων μείζονά ἐστι τῶν AHE, HEZ, ZEG τρι-
 γῶνων. εἰσὶν γὰρ αἱ μὲν $AH, HZ, ZΓ$ ἐλάσσους
 τῶν $ΓΔ, ΔA$, τὰ δὲ ὕψη αὐτῶν ἴσα [φανερὸν γάρ,
 ὅτι ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ὀρθοῦ κώνου ἐπὶ τὴν
 15 ἐπαφὴν τῆς βάσεως ἐπιξενγνυμένη κάθετός ἐστιν ἐπὶ
 τὴν ἐφαπτομένην]. ᾧ δὲ μείζονά ἐστιν τὰ $AEΔ, ΔΓE$
 τρίγωνα τῶν AEH, HEZ, ZEG τριγῶνων, ἔστω τὸ
 Θ χωρίον· τὸ δὲ Θ χωρίον ἦτοι ἔλαττον ἐστιν τῶν
 περιλειμμάτων τῶν $AHBK, BZΓΔ$ ἢ οὐκ ἔλαττον.
 20 ἔστω πρότερον μὴ ἔλαττον. ἐπεὶ οὖν εἰσὶν ἐπιφάνειαι
 σύνθετοι, ἢ τε τῆς πυραμίδος τῆς ἐπὶ βάσεως τοῦ
 $HAGZ$ τραπέζιου κορυφὴν ἔχουσα τὸ E καὶ ἡ κωνικὴ
 ἐπιφάνεια ἢ μεταξὺ τῶν AEG μετὰ τοῦ $ABΓ$ τμή-
 ματος, καὶ πέρας ἔχουσι τὴν αὐτὴν περίμετρον τοῦ

1. ἡ om. F. 9. ληματι F. 10. τῶν $AEΔ, ΔΓE$ τρι-
 γῶνων μείζονά ἐστι om. F; suppleuit Torellius. 16. δέ]
 scripsi; δη F, unigo. 17. τὸ Θ χωρίον· τὸ δὲ Θ χωρίον
 om. F lacuna relicta; suppleuit ed. Basil. et Cr.; iam D: τὸ Θ
 χωρίον· τὸ δὲ χωρίον. τὸ δὲ Θ χωρίον, sed manu 2. 18. τῶν
 περιλειμμάτων usque ad ἐπεὶ οὖν lin. 20 (incl.) om. F lacuna
 relicta; suppleuit ed. Basil. (et Cr.), sed habet περιλημμάτων
 (περιλεμμ. Torellius) lin. 19, $AHB, BZΓ$ lin. 19, πρώτον et οὐκ
 (pro πρότερον μὴ) lin. 20, quos errores correxi. 21. βάσεως]

ducatur enim HBZ linea circulum contingens et lineae AF parallela, ambitu ABF in B puncto in duas partes aequales diuiso [u. Eutocius]. et ab H, Z punctis ad E punctum ducantur lineae HE, ZE . et quoniam $HA + AZ > HZ$ [Eucl. I, 20], communes addantur HA, ZF lineae. itaque totae

$$AA + AF > AH + HZ + ZF.$$

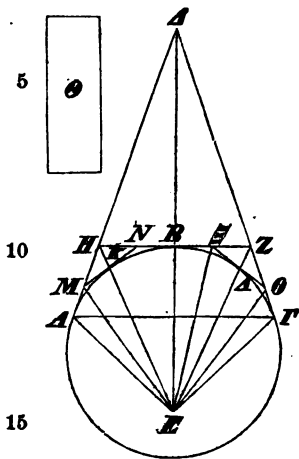
et quoniam AE, EB, EF latera sunt coni, aequales sunt, quia conus aequicurius est. sed eadem etiam perpendicularares sunt [u. Eutocius ad prop. 8]. sed trianguli AEA, AFE maiores sunt triangulis AHE, HEZ, ZEF ¹⁾; nam $AH + HE + ZF$ bases minores sunt $FA + AA$ basibus, et altitudines aequales²⁾ [tum cfr. Eucl. VI, 1]. quo autem spatio maiores sunt trianguli AEA, AFE triangulis AEH, HEZ, ZEF , sit \odot spatium. itaque \odot spatium aut minus est spatiis relictis $AHBK, BZFA$ ³⁾ aut non minus. sit prius ne minus. iam cum habeamus superficies coniunctas, superficiem pyramidis, cuius basis est trapezium $HAFZ$, uerticem

1) Archimedes sine dubio scripserat hunc fere in modum: τὰ ἄρα AEA, AFE τρίγωνα μέγιστα cett., quod etiam usus non Archimedeus uerbi κἀθετος lin. 10 (Quaest. Arch. p. 71) significat; falsarius causam noluit significare, sed tum postea scribendum erat: τῶν ὑπὸ τῶν καθέτων καὶ τῶν βάσεων τῶν AHE κτλ.

2) Verba, quae sequuntur, subditiua et insuper transposita (Quaest. Arch. p. 74) iam Nizze damnauit.

3) Cum infra p. 42, 7 et 10 in codd. legatur $AHBK, BZFA$ quod in ed. Basil. et apud Torellium in AHB, BZF mutatum est, non dubitavi hoc quoque loco eandem scripturam per se meliorem reponere, praesertim cum ex erroribus supra p. 40 not. correctis adparet, lacunam codicum in ed. Basil. coniectura suppletam esse.

$ΑΕΓ$ τριγώνου, δῆλον, ὡς ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος
χωρὶς τοῦ $ΑΕΓ$ τριγώνου μείζων ἐστὶν τῆς κωνικῆς



ἐπιφανείας μετὰ τοῦ τμήματος
τοῦ $ΑΒΓ$. κοινὸν ἀφηρήσθω
τὸ $ΑΒΓ$ τμήμα. λοιπὰ ἄρα τὰ
τρίγωνα τὰ $ΑΗΕ$, $ΗΕΖ$, $ΖΕΓ$
μετὰ τῶν $ΑΗΒΚ$, $ΒΖΓΑ$ περι-
λειμμάτων μείζονά ἐστιν τῆς
κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ
τῶν $ΑΕ$, $ΕΓ$. τῶν δὲ $ΑΗΒΚ$,
 $ΒΖΓΑ$ περιλειμμάτων οὐκ ἔλασ-
σόν ἐστὶ τὸ $⊙$ χωρίον. πολλῶ
ἄρα τὰ $ΑΗΕ$, $ΗΕΖ$, $ΖΕΓ$
τρίγωνα μετὰ τοῦ $⊙$ μείζονα
ἐστὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς
μεταξὺ τῶν $ΑΕ$, $ΕΓ$. ἀλλὰ τὰ

$ΑΗΕ$, $ΗΕΖ$, $ΓΕΖ$ τρίγωνα μετὰ τοῦ $⊙$ ἐστὶν τὰ
 $ΑΕΔ$, $ΔΕΓ$ τρίγωνα. τὰ ἄρα $ΑΕΔ$, $ΔΕΓ$ τρί-
γωνα μείζονα ἐστὶ τῆς εἰρημένης κωνικῆς ἐπιφανείας.

20 ἔστω δὴ τὸ $⊙$ ἔλασσον τῶν περιλειμμάτων. αἰεὶ δὴ
περιγράφοντες πολύγωνα περὶ τὰ τμήματα ὁμοίως δίχα
τεμνομένων τῶν περιλειπομένων περιφερειῶν καὶ ἀγο-
μένων ἐφαπτομένων λειψομέν τινα ἀπολείμματα, ἃ ἐστὶν
ἐλάσσονα τοῦ $⊙$ χωρίου. λελείφθω καὶ ἔστω τὰ $ΑΜΚ$,
25 $ΚΝΒ$, $ΒΞΑ$, $ΑΟΓ$ ἐλάσσονα ὄντα τοῦ $⊙$ χωρίου, καὶ
ἐπεξεύχθω ἐπὶ τὸ $Ε$. πάλιν δὴ φανερόν, ὅτι τὰ $ΑΗΕ$,

1. $ΑΕΓ$] $ΑΒΓ$ F. 7. περιλειμμάτων] scripsi; περιλημμ.
F, uulgo. 11. περιλειμμάτων] scripsi; περιλημάτων F; περι-
λημμάτων uulgo. 17. $ΓΕΖ$] scripsi; om. F, uulgo ob prae-
cedens $ΗΕΖ$; $ΖΕΓ$ ed. Basil., Torellius. 21. περιλειμμάτων]
scripsi; περιλημάτων F (altero μ superscripto manu 1), uulgo.

habentem E punctum, et superficiem conicam, quae est inter lineas AE , $E\Gamma$, una cum segmento $AB\Gamma$, et terminum habeant eandem perimetrum trianguli AEG , adparet, superficiem pyramidis praeter triangulum AEG maiorem esse conica superficie una cum segmento $AB\Gamma$ [$\lambda\alpha\mu\beta$. 4]. subtrahatur segmentum $AB\Gamma$ commune. itaque qui reliqui sunt trianguli AHE , HEZ , ZEG una cum spatiis relictis $AHBK$, $BZ\Gamma A$, maiores sunt superficie conica, quae est inter lineas AE , $E\Gamma$ [Eucl. I $\kappa\omicron\upsilon\nu$. $\acute{\epsilon}\nu\nu$. 5]. spatium autem Θ non minus est spatiis relictis $AHBK$, $BZ\Gamma A$. itaque trianguli AHE , HEZ , ZEG una cum spatio Θ multo maiores erunt superficie conica, quae inter lineas AE , $E\Gamma$ est. sed [ex hypothesi] sunt:

$$AHE + HEZ + \Gamma EZ + \Theta = AE\Delta + \Delta E\Gamma.$$

itaque trianguli $AE\Delta$, $\Delta E\Gamma$ maiores erunt conica superficie, quam commemorauimus.

sit igitur Θ spatium minus quam spatia relictia. si igitur deinceps polygona circum segmenta¹⁾ circumscripserimus eodem modo [ut supra p. 40, 2] ambitus relictos in duas partes aequales diidentes et lineas contingentes ducentes, relinquemus quaedam spatia minora spatio Θ ²⁾. relinquuntur et sint AMK , KNB , $B\Xi A$, $AO\Gamma$ minora spatio Θ , et lineae ad E punctum

1) Debeat esse τὸ $\tau\mu\eta\mu\alpha$, et ex Eutocio adparet, Archimedes lin. 21 scripsisse: περιγράφοντες δὴ πολύγωνα περὶ τὸ $\tau\mu\eta\mu\alpha$.

2) Ex prop. 6 p. 24, 8. ceterum ex Eutocio comperimus, Archimedes lin. 24 scripsisse: ἀποτμήματα ἐλάσσονα τοῦ Θ χωρίου.

24. ἀπολείμματα] scripsi; ἀπολιμματα F altero μ suprascripto manu 1; ἀπολήμματα ed. Basil.; ἀποτμήματα Torellius.

- HEZ , ZEG τρίγωνα τῶν AEM , MEN , $NEΞ$, $ΞEO$,
 OEG τριγώνων ἔσται μείζονα· αἷ τε γὰρ βάσεις τῶν
 βάσεων εἰσι μείζους καὶ τὸ ὕψος ἴσον. ἔτι δὲ πάλιν
 ὁμοίως μείζονα ἔχει ἐπιφάνειαν ἢ πρυφαμὸς ἢ βάσιν
 5 μὲν ἔχουσα τὸ $AMNΞOΓ$ πολύγωνον, κορυφὴν δὲ
 τὸ E χωρὶς τοῦ $ΑΕΓ$ τριγώνου τῆς κωνικῆς ἐπιφα-
 νείας τῆς μεταξὺ τῶν $ΑΕΓ$ μετὰ τοῦ $ΑΒΓ$ τμήματος.
 κοινὸν ἀφηρήσθω τὸ $ΑΒΓ$ τμήμα. λοιπὰ ἄρα τὰ
 AEM , MEN , $NEΞ$, $ΞEO$, OEG τρίγωνα μετὰ τῶν
 10 AMK , KNB , $BΞA$, $ΑOΓ$ περιλειμμάτων μείζονα
 ἔσται τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν $ΑΕΓ$.
 ἀλλὰ τῶν μὲν εἰρημένων περιλειμμάτων μείζον ἔστιν
 τὸ Θ χωρίον, τῶν δὲ AEM , MEN , $NEΞ$, $ΞEO$,
 OEG τριγώνων μείζονα ἐδείχθη τὰ $ΑΕΗ$, HEZ , ZEG
 15 τρίγωνα. πολλῶ ἄρα τὰ $ΑΕΗ$, HEZ , ZEG τρίγωνα
 μετὰ τοῦ Θ χωρίου, τουτέστι τὰ $ΑΔΕ$, $ΔΕΓ$ τρίγωνα,
 μείζονά ἔστιν τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν
 $ΑΕΓ$ εὐθειῶν.

ια΄.

- 20 Ἐὰν ἐν ἐπιφανείᾳ ὀρθοῦ κυλίνδρου δύο εὐθελαι
 ᾄσιν, ἢ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου ἢ μεταξὺ τῶν εὐ-
 θειῶν μείζων ἔστιν τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ περι-
 εχομένου ὑπὸ τε τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου
 εὐθειῶν καὶ τῶν ἐπιξεγγνουσῶν τὰ πέρατα αὐτῶν.
 25 ἔστω κύλινδρος ὀρθός, οὗ βάσις μὲν ὁ $ΑΒ$ κύκλος,
 ἀπεναντίον δὲ ὁ $ΓΔ$, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ $ΑΓ$, $ΒΔ$.

3. καὶ τὸ ὕψος om. F, vulgo; τὸ δὲ ὕψος ed. Basil., Torellius.
 10. περιλημμάτων F, vulgo. 12. περιλειμμάτων] scripsi;
 περιλημάτων F; περιλημμάτων vulgo. 14. $ΑΕΗ$] $ΔΕΗ$ F;
 corr. Torellius. 16. $ΔΕΓ$] $ΔΕC$ F. 19. ιβ΄ F.

ducantur¹⁾. rursus igitur adparet, triangulos AHE , HEZ , ZEG maiores futuros esse triangulis AEM , MEN , $NEΞ$, $ΞEO$, OEF ; nam bases maiores sunt basibus [$\lambda\mu\beta$. 2], et altitudines aequales [u. p. 41, 8]. porro autem rursus, uti supra [p. 42, 1], pyramis basim habens polygonum $AMNΞOG$, uerticem autem E punctum praeter triangulum AEG superficiem maiorem habet conici superficie, quae est inter lineas AE , EG , cum segmento ABG [$\lambda\mu\beta$. 4]. subtrahatur, quod commune est segmentum ABG . itaque qui relinquuntur trianguli AEM , MEN , $NEΞ$, $ΞEO$, OEF cum spatiis relictis AMK , KNB , $BΞA$, AOG , maiores erunt conica superficie, quae est inter lineas AE , EG [Eucl. I $\kappa\omicron\upsilon\upsilon$. $\acute{\epsilon}\nu\nu$. 5]. sed spatiis relictis, quae commemorauimus, maius est spatium Θ [ex hypothesi], et demonstratum est, triangulis AEM , MEN , $NEΞ$, $ΞEO$, OEF maiores esse triangulos AEH , HEZ , ZEG . itaque trianguli AEH , HEZ , ZEG cum Θ spatio, h. e. trianguli $A\Delta E$, ΔEG , multo maiores sunt superficie conica, quae est inter lineas AE , EG .

XI.

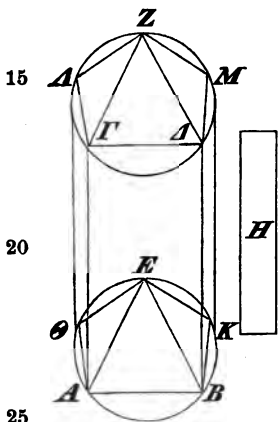
Si in superficie cylindri recti duae lineae sunt, superficies cylindri, quae inter eas est, maior est parallelogrammo, quod a lineis in superficie cylindri ductis et lineis terminos earum iungentibus continetur.

sit cylindrus rectus, cuius basis sit circulus AB , ei autem oppositus ΓA circulus, et ducantur lineae AG ,

1) Archimedes scripserat: $\acute{\epsilon}\pi\epsilon\gamma\epsilon\upsilon\chi\theta\omega\sigma\alpha\nu$ p. 42, 25; de omisso uerbo $\acute{\epsilon}\acute{\theta}\theta\epsilon\acute{\iota}\alpha\iota$ cfr. quae collegi Neue Jahrb. Suppl. XI p. 372.

λέγω, ὅτι ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρική ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν $ΑΓ$, $ΒΔ$ εὐθειῶν μείζων ἐστὶν τοῦ $ΑΓΒΔ$ παραλληλογράμμου.

τετμήσθω γὰρ ἑκατέρω τῶν $ΑΒ$, $ΓΔ$ δίχα κατὰ
 5 τὰ $Ε$, $Ζ$ σημεῖα, καὶ ἐπεξέχθωσαν αἱ $ΑΕ$, $ΕΒ$, $ΓΖ$,
 $ΖΔ$. καὶ ἐπεὶ αἱ $ΑΕ$, $ΕΒ$ τῆς $ΑΒ$ [διαμέτρου] μεί-
 ζους εἰσὶν, καὶ ἐστὶν ἰσοῦση τὰ παραλληλόγραμμα τὰ
 ἐπ' αὐτῶν, μείζονα οὖν ἐστὶν τὰ παραλληλόγραμμα,
 ὧν [αἱ] βάσεις μὲν αἱ $ΑΕ$, $ΕΒ$, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ
 10 κυλίνδρῳ, τοῦ $ΑΒΔΓ$ παραλληλογράμμου. τίνι ἄρα
 μείζονά ἐστιν; ἔστω τῷ $Η$ χωρίῳ. τὸ δὲ $Η$ χωρίον
 ἦτοι ἔλασσον τῶν $ΑΕ$, $ΕΒ$, $ΓΖ$, $ΖΔ$ ἐπιπέδων ἐστὶ



τμημάτων ἢ οὐκ ἔλασσον. ἔστω
 πρότερον μὴ ἔλασσον. καὶ ἐπεὶ
 ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρική ἐπι-
 φάνεια ὑπὸ τῶν $ΑΓ$, $ΒΔ$ εὐθειῶν
 καὶ τὰ $ΑΕΒ$, $ΓΖΔ$ τμήματα
 πέρας ἔχει τὸ τοῦ $ΑΓΒΔ$ παρ-
 αλληλογράμμου ἐπίπεδον, ἀλλὰ
 καὶ ἡ συγκειμένη ἐπιφάνεια ἐκ
 τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βά-
 σεις μὲν αἱ $ΑΕ$, $ΕΒ$, ὕψος δὲ
 τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, καὶ τῶν
 20 $ΑΕΒ$, $ΓΖΔ$ τριγώνων πέρας ἔχει
 τὸ τοῦ $ΑΒΔΓ$ παραλληλογράμ-
 25 μου ἐπίπεδον, καὶ ἡ ἑτέρα τὴν ἑτέραν περιλαμβάνει, καὶ
 ἀμφοτέραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλαι εἰσὶν, μείζων οὖν ἐστὶν

2. $ΑΓΔΒ$ Torellius. 4. $ΓΔ$] περιφερειῶν add. ed. Ba-
 sil., Torellius. 6. *διαμέτρου*, per se falsum, sed ad figuram
 codicum adcommodatum, om. ed. Basil., Torellius. 9. αἱ]
 deleo. βάσεις] *βασ* cum compendio syllabae *is* uel *ης* F.
 15. ἡ] addidi. 17. *τμήματα*] *τριγωνα* F; corr. Torellius.

BA . dico, superficiem cylindricam lineis AG , BA abscisam maiorem esse parallelogrammo $AGBA$.

secetur enim uterque [ambitus]¹⁾ AB , GA in duas partes aequales punctis E , Z , et ducantur lineae AE , EB , GZ , ZA . et quoniam $AE + EB > AB$ [Eucl. I, 20], et parallelogramma in iis posita eandem habent altitudinem [quia rectus est cylindrus], parallelogramma igitur, quorum bases sunt lineae AE , EB , altitudo uero eadem, quae cylindri est, maiora sunt $ABAG$ parallelogrammo [Eucl. VI, 1]. quo autem spatio maiora sunt, sit H spatium.²⁾ Itaque spatium H aut minus est segmentis planis AE , EB , GZ , ZA , aut non minus. prius sit ne minus. et quoniam superficies cylindrica lineis AG , BA abscisa cum segmentis AEB , GZA terminum habet planum parallelogrammi $AGBA$, superficies autem ex parallelogrammis, quorum bases sunt AE , EB lineae, altitudo autem eadem, quae cylindri est, et ex triangulis AEB , GZA composita et ipsa terminum habet planum parallelogrammi $ABAG$, et altera alteram comprehendit, et utraque in eandem partem caua est,

1) Hoc uerbum Archimedes ipse uix omiserat, praesertim cum eo non addito AB , GA necessario de lineis rectis acciperentur.

2) Formam horum uerborum (lin. 10—11) putidam genuinam non esse, nemo non sentit. puto Archimedem, ut prop. 10 p. 40, 16, scripsisse: $\phi\delta\epsilon\ \mu\epsilon\lambda\lambda\omicron\nu\acute{\alpha}\ \acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu\ ,\ \acute{\epsilon}\sigma\tau\omega\ \tau\omicron\ H\ \chi\omega\rho\iota\omicron\nu$. Etiam in sequentibus hic illic quaedam a falsario addita esse suspicor.

18. $ABAG$ Torellius. 21. $\beta\acute{\alpha}\sigma\iota\varsigma$] $\beta\alpha\sigma\iota\varsigma$ F; corr. Torellius (BD? cfr. Torellius p. 432 ad 84, 19). 23. $\tau\acute{\omega}\nu$] scripsi; $\tau\alpha$ F, uulgo. 24. $\tau\rho\iota\gamma\acute{\omega}\nu\omega\nu$] scripsi; $\epsilon\pi\iota\kappa\epsilon\delta\alpha$ F; $\tau\rho\iota\gamma\omega\nu\alpha$ BD, ed. Basil., Torellius. 26. η] addidi. 27. $\kappa\omicron\iota\lambda\alpha$ F; corr. B.

ἀποτεμνομένη κυλινδρική ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν $ΑΓ, ΒΔ$
 εὐθειῶν καὶ τὰ $ΑΕΒ, ΓΖΔ$ ἐπίπεδα τμήματα τῆς
 συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τῶν παραλληλογράμμων,
 ὧν [αί] βάσεις μὲν αἱ $ΑΕ, ΕΒ$, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ
 5 κυλίνδρῳ, καὶ τῶν $ΑΕΒ, ΓΖΔ$ τριγώνων. κοινὰ
 ἀφηρήσθω τὰ $ΑΕΒ, ΓΖΔ$ τρίγωνα. λοιπὴ οὖν ἡ
 ἀποτεμνομένη κυλινδρική ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν $ΑΓ, ΒΔ$
 εὐθειῶν καὶ τὰ $ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ$ ἐπίπεδα τμήματα
 μείζονά ἐστι τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τῶν παρ-
 10 αλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ $ΑΕ, ΕΒ$, ὕψος δὲ
 τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. τὰ δὲ παραλληλόγραμμα, ὧν
 βάσεις μὲν αἱ $ΑΕ, ΕΒ$, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλί-
 νδρῳ, ἴσα ἐστὶν τῷ $ΑΓΒΔ$ παραλληλογράμμῳ καὶ τῷ
 15 $Η$ χωρίῳ. λοιπὴ ἄρα ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρική ἐπι-
 φάνεια ὑπὸ τῶν $ΑΓ, ΒΔ$ εὐθειῶν μείζων ἐστὶ τοῦ
 $ΑΓΒΔ$ παραλληλογράμμου.

ἀλλὰ δὴ ἔστω ἔλασσον τὸ $Η$ χωρίον τῶν $ΑΕ, ΕΒ,$
 $ΓΖ, ΖΔ$ ἐπιπέδων τμημάτων· καὶ τετμησθῶ ἐκάστη
 τῶν $ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ$ περιφερειῶν δίχα κατὰ τὰ
 20 $Θ, Κ, Λ, Μ$ σημεῖα, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ $ΑΘ, ΘΕ,$
 $ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ$ [τῶν δὲ $ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ,$
 $ΖΔ$ ἄρα ἐπιπέδων τμημάτων ἀφαιρεῖται οὐκ ἔλασσον
 ἢ τὸ ἡμισυ τὰ $ΑΘΕ, ΕΚΒ, ΓΛΖ, ΖΜΔ$ τρίγωνα].
 τούτου οὖν ἐξῆς γινομένου καταλειφθήσεται τινα τμη-
 25 ματα, ἃ ἔσται ἐλάσσονα τοῦ $Η$ χωρίου. καταλελειφθῶ
 καὶ ἔστω τὰ $ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ$.

4. αἱ] deleo. βάσεις] βασ cum compendio ις uel ης F.
 τό] τω F. αὐτό] αὐτω F, sed corr. man. 1. 6. αφαιρησθω
 F; corr. Torellius. ΑΕΒ] ΕΒ F. 8. εὐθειῶν] ευθεια F.
 10. βάσεις ut lin. 4 F. 11. τῷ] om. F; corr. AB.
 12. βάσεις] βασίς F; corr. BD. αὐτὸ τῷ] scripsi ex B; τῷ
 om. F, uulgo. 13. ΑΓΔΒ Torellius. 16. ΑΓΔΒ Torellius.

maior igitur est superficies cylindrica lineis AG , BD abscisa cum segmentis planis AEB , $\Gamma Z\Delta$, quam superficies ex parallelogrammis, quorum bases sunt AE , EB lineae, altitudo autem eadem, quae cylindri est, et triangulis AEB , $\Gamma Z\Delta$ composita [$\lambda\alpha\mu\beta$. 4]. subtrahantur trianguli AEB , $\Gamma Z\Delta$ communes. itaque quae relinquitur superficies cylindrica lineis AG , BD abscisa cum segmentis planis AE , EB , ΓZ , $Z\Delta$, maior est superficie ex parallelogrammis composita, quorum bases sunt lineae AE , EB , altitudo autem eadem, quae cylindri est. haec autem parallelogramma aequalia sunt parallelogrammo $AGBD$ una cum spatio H [ex hypothesi]. itaque quae relinquitur superficies cylindrica lineis AG , BD abscisa, maior est parallelogrammo $AGBD$.¹⁾

sed rursus sit spatium H minus segmentis planis AE , EB , ΓZ , $Z\Delta$. et secentur ambitus AE , EB , ΓZ , $Z\Delta$ omnes in duas partes aequales punctis Θ , K , A , M , et ducantur lineae $A\Theta$, ΘE , EK , KB , ΓA , AZ , ZM , $M\Delta$.²⁾ quod si deinceps fecerimus, relinquentur segmenta quaedam, quae minora erunt spatio H . relinquantur et sint $A\Theta$, ΘE , EK , KB , ΓA , AZ , ZM , $M\Delta$ segmenta. similiter igitur³⁾ demonstrabimus paralle-

1) Quia ex hypothesi $H \supseteq AE + EB + \Gamma Z + Z\Delta$ segmentis.

2) Verba, quae sequuntur: τῶν δὲ lin. 21 — τρίγωνα lin. 23 subditiua sunt. Archimedes tacite usus erat prop. 6 p. 24, 6, ubi de ea ipsa re, de qua in verbis subditiuis agitur, Euclides citatur, demonstratione propria non addita; nec apud Archimedem quidquam inuenitur, unde colligatur

$A\Theta E + EK B + \Gamma A Z + Z M \Delta \supseteq \frac{1}{2}(AE + EB + \Gamma Z + Z\Delta)$. praeterea offendunt particulae δὲ et ἄρα coniunctae.

3) Sc. ac supra p. 46, 8 ex Eucl. I, 20; VI, 1.

ὁμοίως δὴ δεῖξομεν, ὅτι τὰ παραλληλόγραμμα, ὧν βάσεις
 μὲν αἱ $A\Theta$, ΘE , $E K$, $K B$, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυ-
 λίνδρῳ, μεῖζονα ἔσται τῶν παραλληλογράμμων, ὧν
 5 βάσεις μὲν αἱ $A E$, $E B$, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίν-
 δρῳ. καὶ ἐπεὶ ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρική ἐπιφάνεια
 ὑπὸ τῶν $A \Gamma$, $B \Delta$ εὐθειῶν καὶ τὰ $A E B$, $\Gamma Z \Delta$ ἐπί-
 πεδα τμήματα πέρασ ἔχει τὸ τοῦ $A \Gamma B \Delta$ παραλληλο-
 γράμμου ἐπίπεδον, ἀλλὰ καὶ ἡ συγκειμένη ἐπιφάνεια
 ἐκ τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ $A\Theta$,
 10 ΘE , $E K$, $K B$, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, καὶ
 τῶν $A\Theta E K B$, $\Gamma \Lambda Z M \Delta$ εὐθύγραμμων, κοινὰ ἀφ-
 ηγήσθω τὰ $A\Theta E K B$, $\Gamma \Lambda Z M \Delta$ εὐθύγραμμα· λοιπὴ
 ἄρα ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρική ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν
 $A \Gamma$, $B \Delta$ εὐθειῶν καὶ τὰ $A\Theta$, ΘE , $E K$, $K B$, $\Gamma \Lambda$,
 15 ΛZ , $Z M$, $M \Delta$ ἐπίπεδα τμήματα μεῖζονά ἐστίν τῆς
 συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τῶν παραλληλογράμμων,
 ὧν βάσεις μὲν αἱ $A\Theta$, ΘE , $E K$, $K B$, ὕψος δὲ τὸ
 αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. τὰ δὲ παραλληλόγραμμα, ὧν βά-
 σεις μὲν αἱ $A\Theta$, ΘE , $E K$, $K B$, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ
 20 κυλίνδρῳ, μεῖζονά ἐστίν τῶν παραλληλογράμμων, ὧν
 βάσεις μὲν αἱ $A E$, $E B$, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίν-
 δρῳ· καὶ ἡ ἀποτεμνομένη ἄρα κυλινδρική ἐπιφάνεια
 ὑπὸ τῶν $A \Gamma$, $B \Delta$ εὐθειῶν καὶ τὰ $A\Theta$, ΘE , $E K$,
 $K B$, $\Gamma \Lambda$, ΛZ , $Z M$, $M \Delta$ ἐπίπεδα τμήματα μεῖζονά
 25 ἐστίν τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ $A E$,

1. τῶν παραλληλογράμμων F; corr. ed. Basil. βασίς F;
 corr. BD. 3. τὰ παραλληλόγραμμα F; corr. Cr., ed. Basil. 4.
 βασίς F. τῷ om. F. 7. $A \Gamma \Delta B$ Torellius. 9. βάσεις]
 βασίς F; corr. BD. ὧν βάσεις μὲν in rasura F. 11. κοινὰ
 F; corr. manus 2. 17. βασ cum compendio ις uel ης F; corr.
 BD. 18. τῷ om. F. βασίς F; corr. BD. 21. βάσεις
 ut lin. 17 F; corr. BD. αἱ om. F. 25. βάσεις ut lin. 17
 F; corr. BD.

logramma, quorum bases sint $A\Theta$, ΘE , EK , KB , altitudo autem eadem, quae cylindri est, maiora futura esse parallelogrammis, quorum bases sint lineae AE , EB , altitudo autem eadem, quae cylindri est. et quoniam superficies cylindrica lineis AG , BD abscisa cum segmentis planis AEB , $\Gamma Z\Delta$ terminum habet planum parallelogrammi $A\Gamma B\Delta$, superficies autem ex parallelogrammis, quorum bases sunt lineae $A\Theta$, ΘE , EK , KB , altitudo autem eadem, quae cylindri est, et figuris rectilineis $A\Theta EKB$, $\Gamma AZM\Delta$ composita [et ipsa terminum habet planum parallelogrammi $A\Gamma B\Delta$, maior igitur est superficies cylindrica lineis AG , BD abscisa cum segmentis planis AEB , $\Gamma Z\Delta$ superficie ex parallelogrammis, quorum bases sunt lineae $A\Theta$, ΘE , EK , KB , altitudo autem eadem, quae cylindri est, et figuris rectilineis $A\Theta EKB$, $\Gamma AZM\Delta$ composita ($\lambda\mu\beta$. 4)].¹⁾ subtrahantur figurae $A\Theta EKB$, $\Gamma AZM\Delta$ communes. itaque quae relinquitur superficies cylindrica lineis AG , BD abscisa cum segmentis planis $A\Theta$, ΘE , EK , KB , ΓA , AZ , ZM , $M\Delta$, maior est superficie cylindrica ex parallelogrammis composita, quorum bases sunt lineae $A\Theta$, ΘE , EK , KB , altitudo autem eadem, quae cylindri est. haec autem parallelogramma maiora sunt parallelogrammis, quorum bases sunt lineae AE , EB , altitudo autem

1) Post εὐθυγράμμων lin. 11 aut a transcriptore aut a librariis haec fere omitta esse puto: πέρας ἔχει τὸ τοῦ $A\Gamma B\Delta$ παραλληλογράμμου ἐπίπεδον, μείζων ὅν ἐστιν ἢ ἀποτεμνομένη κυλινδρική ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν AG , BD εὐθειῶν καὶ τὰ AEB , $\Gamma Z\Delta$ ἐπίπεδα τμήματα τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ $A\Theta$, ΘE , EK , KB , ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῶν κυλινδρῶν, καὶ τῶν $A\Theta EKB$, $\Gamma AZM\Delta$ εὐθυγράμμων (cfr. p. 46—48).

EB , ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. τὰ δὲ παραλληλόγραμμα, ὧν βάσεις μὲν αἱ AE , EB , ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, ἴσα ἐστὶν τῷ $A\Delta\Gamma B$ παραλληλογράμμῳ καὶ τῷ H χωρίῳ· καὶ ἡ ἀποτεμνομένη ἄρα
 5 κυλινδρική ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν AG , BD εὐθειῶν καὶ τὰ $A\Theta$, ΘE , EK , KB , $\Gamma\Delta$, ΛZ , ZM , $M\Delta$ ἐπίπεδα τμήματα μείζονά ἐστιν τοῦ $A\Gamma B\Delta$ παραλληλογράμμου καὶ τοῦ H χωρίου. ἀφαιρεθέντων δὲ τὰ $A\Theta$, ΘE , EK , KB , $\Gamma\Delta$, ΛZ , ZM , $M\Delta$ τμήματα τοῦ H χωρίου
 10 ἐλάσσονα. λοιπὴ ἄρα ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρική ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν AG , BD εὐθειῶν μείζων ἐστὶν τοῦ $A\Gamma B\Delta$ παραλληλογράμμου.

ιβ'.

Ἐὰν ἐν ἐπιφανείᾳ κυλίνδρου τινὸς ὀρθοῦ δύο εὐ-
 15 θεῖαι ὧσιν, ἀπὸ δὲ τῶν περάτων τῶν εὐθειῶν ἄχθῳ-
 σὶν τινες ἐπιψάνουσαι τῶν κύκλων, οἳ εἰσιν βάσεις τοῦ κυλίνδρου, ἐν τῷ ἐπιπέδῳ αὐτῶν οὔσαι καὶ συμ-
 πέσωσιν, τὰ παραλληλόγραμμα τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τε
 τῶν ἐπιψανουσῶν καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου
 20 μείζονα ἔσται τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου τῆς μεταξὺ τῶν εὐθειῶν τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου.

ἔστω κυλίνδρου τινὸς ὀρθοῦ βάσις ὁ $AB\Gamma$ κύκλος, καὶ ἔστωσαν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ δύο εὐθεῖαι, ὧν πέρατα τὰ A , Γ · ἀπὸ δὲ τῶν A , Γ ἤχθωσαν ἐπιψάνουσαι τοῦ κύκλου ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὔσαι καὶ
 25 συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ H . νοείσθωσαν δὲ καὶ ἐν τῇ

2. βασις F. 3. $A\Delta\Gamma B$] FB^* ; $A\Delta B\Gamma C^*$; $A\Gamma\Delta B$ vulgo. παραλληλογράμμα FC. 8. ἀφαιρεθέντων] scripsi; ἀφαιρεθέντα F, vulgo. 10. λοιπον F; corr. B. 12. $A\Gamma\Delta B$ Torellius. 13. ιγ' F. 16. βάσεις] βασ cum compendio ις uel ης F; corr. D.

eadem, quae cylindri est. itaque etiam superficies cylindrica lineis AF , $B\Delta$ abscisa et segmenta plana $A\Theta$, ΘE , EK , KB , ΓA , AZ , ZM , $M\Delta$ maiora sunt parallelogrammis, quorum bases sunt AE , EB lineae, altitudo autem eadem, quae cylindri est. haec autem parallelogramma aequalia sunt parallelogrammo $AFB\Delta$ et spatio H [ex hypothesi]. itaque etiam superficies cylindrica lineis AF , $B\Delta$ abscisa cum segmentis planis $A\Theta$, ΘE , EK , KB , ΓA , AZ , ZM , $M\Delta$ maior est parallelogrammo $AFB\Delta$ cum H spatio. subtrahantur autem segmenta $A\Theta$, ΘE , EK , KB , ΓA , AZ , ZM , $M\Delta$ minora spatio H [p. 48, 25]. itaque quae relinquitur superficies cylindrica lineis AF , $B\Delta$ abscisa, maior est parallelogrammo $AFB\Delta$.

XII.

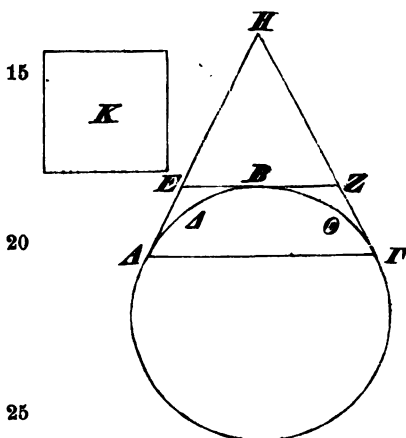
Si in superficie cylindri recti duae lineae datae sunt, et a terminis linearum ducuntur lineae circulos contingentes, qui bases sunt cylindri, in plano circulorum positae, et concurrunt¹⁾, parallelogramma, quae lineis contingentibus et lateribus cylindri continentur, maiora erunt superficie cylindri, quae inter lineas est in superficie cylindri ductas.

sit circulus $AB\Gamma$ basis cylindri recti, et in superficie eius duae lineae datae sint, quarum termini sint A , Γ puncta. ab A , Γ autem punctis ducantur lineae circulum contingentes in eodem plano positae, et concurrant in puncto H . fingantur autem etiam in altera

1) Prop. 10 p. 38, 13 erat: *καὶ συμπέττουσαι*.

ἑτέρα βάσει τοῦ κυλίνδρου ἀπὸ τῶν περάτων τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ εὐθεῖαι ἠγμέναι ἐπιψάνουσαι τοῦ κύκλου. δεικτέον, ὅτι τὰ παραλληλόγραμμα τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν ἐπιψανουσῶν καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου
 5 μείζονά ἐστι τῆς κατὰ τὴν $ΑΒΓ$ περιφέρειαν ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου.

ἤχθω γὰρ ἡ $ΕΖ$ ἐπιψάνουσα, καὶ ἀπὸ τῶν $Ε, Ζ$ σημείων ἤχθωσάν τινες εὐθεῖαι παρὰ τὸν ἄξονα τοῦ κυλίνδρου ἕως τῆς ἐπιφανείας τῆς ἑτέρας βάσεως. τὰ
 10 δὴ παραλληλόγραμμα τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν $ΑΗ, ΗΓ$ καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου μείζονά ἐστι τῶν παραλληλογράμμων τῶν περιεχομένων ὑπὸ τε τῶν $ΑΕ,$



$ΕΖ, ΖΓ$ καὶ τῆς πλευρῆς τοῦ κυλίνδρου [ἐπεὶ γὰρ αἱ $ΕΗ, ΗΖ$ τῆς $ΕΖ$ μείζους εἰσὶν, κοιναὶ προσκεισθῶσαν αἱ $ΑΕ, ΖΓ$. ὅλαι ἄρα αἱ $ΗΑ, ΗΓ$ μείζους εἰσὶν τῶν $ΑΕ, ΕΖ, ΖΓ$]. ὅ δὴ μείζονά ἐστιν, ἔστω τὸ $Κ$ χωρίον. τοῦ δὴ $Κ$ χωρίου τὸ ἥμισυ ἦτοι μείζον ἐστι τῶν σχημάτων τῶν περιεχομένων ὑπὸ τῶν $ΑΕ, ΕΖ,$

$ΖΓ$ εὐθειῶν καὶ τῶν $ΑΔ, ΔΒ, ΒΘ, ΘΓ$ περιφερειῶν

1. περάτων τῶν] τῶν om. F; corr. Torellius. 2. Post ἐπιφανεία fortasse addendum est εὐθειῶν, cogitatione saltem.
 13. τῶν πλευρῶν Cr., ed. Basil., Torellius. 16. εἰσίν] εἶναι F; corr. B. κοιναὶ F; corr. manus 2 (?).

basi cylindri a terminis linearum in superficie ductarum lineae circulum contingentes ductae. demonstrandum, parallelogramma, quae lineis contingentibus et lateribus cylindri contineantur, maiora esse superficie cylindrica in ambitu $AB\Gamma$ posita.

ducatur enim EZ linea contingens¹⁾, et a punctis E, Z ducantur lineae axi cylindri parallelae usque ad²⁾ superficiem³⁾ alterius basis. itaque parallelogramma, quae lineis $AH, H\Gamma$ et lateribus cylindri continentur, maiora sunt parallelogrammis, quae lineis $AE, EZ, Z\Gamma$ et latere cylindri continentur.⁴⁾ quo igitur maiora sunt spatium, sit K spatium. itaque dimidium spatii K aut maius est figuris, quae lineis $AE, EZ, Z\Gamma$ et arcibus $A\Delta, \Delta B, B\Theta, \Theta\Gamma$ continentur, aut non maius. sit prius maius. superficiei autem, quae composita est ex parallelogrammis in lineis $AE, EZ,$

1) Post *ἐπιφανύουσα* lin. 7 Nizze addi uult: *δίχα τμηθείσης τῆς $AB\Gamma$ περιφερείας κατὰ τὸ B* , et fortasse sic scripserat Archimedes.

2) Archimedes ipse particula *ἕως* hoc modo non utitur; quare puto eam a transcriptore pro *ἕστει* πρὸς uel *μέχρι* suppositam esse (Quaest. Arch. p. 70).

3) Puto Archimedes aut *τῆς ἐπιφανείας* omisisse aut τοῦ *ἐπιπέδου* scripsisse; neque enim apte commemoratur ἡ *ἐπιφανεία* τῆς *βάσεως*, quasi ἡ *βάσις* solida sit.

4) Nam $EH + HZ > EZ$ (Eucl. I, 20)

$$\frac{AE + Z\Gamma = AE + Z\Gamma}{AH + H\Gamma > AE + EZ + Z\Gamma.}$$

itaque cum altitudo eadem sit, parallelogramma, quorum bases sunt $AH, H\Gamma$, maiora sunt parallelogrammis, quorum bases sunt $AE, EZ, Z\Gamma$ (Eucl. VI, 1). sed quae in Graecis addita sunt uerba lin. 14—20, ualde mihi suspecta sunt, quia Archimedes causam, qua nititur aliquid, praemittere solet, non postea addere. etiam in sequentibus fortasse quaedam addita, quaedam mutata sunt.

ἢ οὐ. ἔστω πρότερον μείζον. τῆς δὲ ἐπιφανείας τῆς συγκειμένης ἐκ τῶν παραλληλογράμμων τῶν κατὰ τὰς $AE, EZ, ZΓ$ καὶ τοῦ $A EZΓ$ τραπεζίου καὶ τοῦ κατεναντίου αὐτοῦ ἐν τῇ ἑτέρᾳ βάσει τοῦ κυλίνδρου

5 πέρασ ἐστὶν ἡ περίμετρος τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ κατὰ τὴν $ΑΓ$. ἔστιν δὲ καὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς συγκειμένης ἐκ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου τῆς κατὰ τὴν $ΑΒΓ$ περιφέρειαν καὶ τῶν τμημάτων τοῦ τε $ΑΒΓ$ καὶ τοῦ ἀπεναντίου αὐτοῦ πέρασ ἡ αὐτὴ περίμετρος.

10 αἱ οὖν εἰρημέναι ἐπιφάνειαι τὸ αὐτὸ πέρασ ἔχουσαι τυγχάνουσιν, ὅπερ ἐστὶν ἐν ἐπιπέδῳ, καὶ εἰσὶν ἀμφοτέραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλαι, καὶ τινὰ μὲν περιλαμβάνει ἢ ἑτέρα αὐτῶν, τινὰ δὲ κοινὰ ἔχουσιν· ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἡ περιλαμβανομένη· ἀφαιρεθέντων οὖν κοινῶν τοῦ τε

15 $ΑΒΓ$ τμήματος καὶ τοῦ ἀπεναντίου αὐτοῦ ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου ἢ κατὰ τὴν $ΑΒΓ$ περιφέρειαν τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τε τῶν παραλληλογράμμων τῶν κατὰ τὰς $AE, EZ, ZΓ$ καὶ τῶν σχημάτων τῶν $ΑΕΒ, ΒΖΓ$ καὶ τῶν ἀπεναντίου αὐτῶν. αἱ δὲ τῶν

20 εἰρημένων παραλληλογράμμων ἐπιφάνειαι μετὰ τῶν εἰρημένων σχημάτων ἐλάττους εἰσὶν τῆς ἐπιφανείας τῆς συγκειμένης ἐκ τῶν παραλληλογράμμων τῶν κατὰ τὰς $ΑΗ, ΗΓ$ [μετὰ γὰρ τοῦ K μείζονος ὄντος τῶν σχημάτων ἴσαι ἦσαν αὐτοῖς]. δῆλον οὖν, ὅτι τὰ παραλληλόγραμμα τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν $ΑΗ, ΓΗ$ καὶ

25 τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου μείζονά ἐστι τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου τῆς κατὰ τὴν $ΑΒΓ$ περιφέρειαν. εἰ δὲ μὴ ἐστὶ μείζον τὸ ἡμισυ τοῦ K χωρίου τῶν εἰρημένων

3. τραπεζίου F. 4. κατεναντίου] ἀπεναντίου? ἐν τῇ om. F; corr. A. 13. ἐλάσσων] ελασσῶ F. 17. περιφέρειας F per compendium; corr. A. 19. $ΑΕΒ, ΒΖΓ$] $ΑΕ, ΕΒ, ΒΖ, ΖΓ$ F;

$Z\Gamma$ positis et trapezio $AEZ\Gamma$ et trapezio ei opposito, quod in altera basi est cylindri, terminus est perimetrus parallelogrammi in linea $A\Gamma$ positi. eadem autem perimetrus terminus est superficiei compositae ex superficie cylindri in ambitu $AB\Gamma$ posita et segmento $AB\Gamma$ et segmento ei opposito. itaque superficies, quas commemorauimus, eundem terminum habent in plano positum, et utraque in eandem partem caua est, et altera earum quaedam comprehendit, quaedam cum altera communia habet. minor igitur ea est, quae comprehenditur [$\lambda\mu\beta$. 4]. si igitur segmentum $AB\Gamma$ et segmentum ei oppositum utrique communia subtrahimus, minor est superficies cylindri in ambitu $AB\Gamma$ posita superficie composita ex parallelogrammis in lineis AE , EZ , $Z\Gamma$ positis et figuris AEB , $BZ\Gamma$ et figuris iis oppositis. sed superficies parallelogrammorum, quae commemorauimus, cum figuris AEB , $BZ\Gamma$ et figuris iis oppositis minores sunt superficie composita ex parallelogrammis in lineis AH , $H\Gamma$ positis.¹⁾ quare adparet, parallelogramma, quae lineis AH , GH et lateribus cylindri contineantur, maiora esse superficie cylindri in ambitu $AB\Gamma$ posita. — sin non maius est dimidium spatii K figuris, quas commemorauimus,

1) Nam parallelogr.

$AH + H\Gamma =$ parallelogr. $AE + EZ + Z\Gamma + K$ (ex hypothesi), et $\frac{1}{2}K > AEB\Delta + BZ\Gamma\Theta$; itaque $K > AEB\Delta + BZ\Gamma\Theta$ cum figuris iis oppositis. sed uerba sequentia lin. 23—24 suspecta sunt; cfr. p. 55 not. 4; praeterea offendit $\alpha\upsilon\tau\omicron\iota\varsigma$ (h. e. $\tau\omicron\iota\varsigma$ $\pi\alpha\rho\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\omicron\gamma\omicron\upsilon\sigma\acute{\alpha}\mu\mu\omicron\iota\varsigma$ $\tau\omicron\iota\varsigma$ $\kappa\alpha\tau\acute{\alpha}$ $\tau\acute{\alpha}\varsigma$ AH , $H\Gamma$) pro $\alpha\upsilon\tau\eta$ (h. e. superficiei ex iis compositae; lin. 24).

corr. ed. Basil. „et ex portionibus plani contentis ab arcibus et lineis rectis ae, eb, bf, fc“ Cr.

σχημάτων, ἀχθήσονται εὐθραίνει ἐπιψαύουσαι τοῦ τμήματος, ὥστε γενέσθαι τὰ περιλειπούμενα σχήματα ἐλάσσονα τοῦ ἡμίσεος τοῦ Κ, καὶ τὰ ἄλλα κατὰ τὰ αὐτὰ τοῖς ἐμπροσθεν δειχθήσεται.

- 5 τούτων δὲ δεδειγμένων φανερόν ἐστιν [ἐκ τῶν προειρημένων], ὅτι, ἐὰν εἰς κῶνον ἰσοσκελῆ πυραμῖδος ἐγγραφῆ, ἢ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως ἐλάσσων ἐστὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας·

[Ἐκαστον γὰρ τῶν περιεχόντων τὴν πυραμίδα τρι-
10 γώνων ἐλασσόν ἐστὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς με-
ταξὺ τῶν τοῦ τριγώνου πλευρῶν· ὥστε καὶ ὅλη ἢ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου χωρὶς τῆς βάσεως.]

καὶ ὅτι, ἐὰν περὶ κῶνον ἰσοσκελῆ πυραμῖδος περι-
15 γραφῆ, ἢ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου χωρὶς τῆς βάσεως [κατὰ τὸ συνεχές ἐκείνῳ].

φανερόν δὲ ἐκ τῶν ἀποδεδειγμένων, ὅτι τε, ἐὰν εἰς κύλινδρον ὀρθὸν πρίσμα ἐγγραφῆ, ἢ ἐπιφάνεια
20 τοῦ πρίσματος ἢ ἐκ τῶν παραλληλογράμμων συγκει-
μένη ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου χωρὶς τῆς βάσεως·

[Ἐλασσὸν γὰρ ἕκαστον παραλληλόγραμμον τοῦ πρίσ-
ματός ἐστὶ τῆς καθ' αὐτὸ τοῦ κυλίνδρου ἐπιφα-
25 νείας.]

1. τμήματος] Nizze; σχηματος F, uulgo; κύκλον σχήματος ed. Basil., Torellius. 3. κατὰ] addidi; om. F, uulgo. 5. δέ] scripsi; δη F, uulgo. ἐστὶν ἐκ] scripsi; ἐπι μεν F, uulgo. 10. ἐλασσων F; corr. C. 11. ἢ] addidi; om. F, uulgo. 16. μείζω F.

ducentur lineae segmentum contingentes, ita ut figurae relictæ minores sint dimidio spatii K [prop. 6 p. 23, 6]. et cetera eodem modo, quo supra [prop. 11 p. 49], demonstrabuntur.

His autem demonstratis adparet¹⁾, si cono æquicrurio inscribatur pyramis, superficiem pyramidis præter basim minorem esse superficie conica.

[nam unusquisque triangulorum pyramidem comprehendentium minor est superficie conica, quæ est inter latera trianguli [prop. 9]; quare etiam tota superficies pyramidis præter basim minor est coni superficie præter basim].

et, si circum conum æquicrurium pyramis circumscribatur, superficiem pyramidis præter basim maiorem esse coni superficie præter basim [prop. 10].²⁾

adparet autem ex iis, quæ demonstrauimus, et, si cylindro recto prisma inscribatur, superficiem prismatis ex parallelogrammis compositam minorem esse superficie cylindri præter bases.³⁾

[nam unumquodque parallelogrammum minus est cylindri superficie ad id pertinenti] [prop. 11].⁴⁾

1) ἐκ τῶν προσηρημένων subditiva esse puto, quia idem iam dictum est verbis præcedentibus: τούτων δεδειγμένων.

2) κατὰ τὸ συνεχὲς ἐκείνω (h. e. propter sequentem propositionem) Archimedeæ esse non puto, maxime ob ἐκείνω (h. e. illi proportioni, qua nitebatur lemma præcedens) obscure et negligenter dictum.

3) Archimedes hic et pag. 60 linn. 4, 7, 17 scripserat τῶν βάσεων (Qu. Arch. p. 73).

4) Hanc demonstrationem et similem supra lin. 9—13 subditivas esse suspicor; turbant enim sententiarum nexum (τε — καὶ lin. 18—60, 1), nec intellegitur, aut cur additæ sint, cum supra dictum sit: φανερόν ἐκ τῶν δεδειγμένων (p. 58, 5 et 18), aut cur Archimedes, si eas addere uoluerit, non ceteris duobus lemmatis etiam (p. 58, 14; p. 60, 1) demonstrationes adiunxerit.

καὶ ὅτι, ἐὰν περὶ κύλινδρον ὀρθὸν πρίσμα περιγραφῆ, ἢ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος ἢ ἐκ τῶν παραλληλογράμμων συγκειμένη μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου χωρὶς τῆς βάσεως.

5

ιγ΄.

Παντὸς κυλίνδρου ὀρθοῦ ἢ ἐπιφάνεια χωρὶς τῆς βάσεως ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον λόγον ἔχει τῆς πλευρᾶς τοῦ κυλίνδρου καὶ τῆς διαμέτρου τῆς βάσεως τοῦ κυλίνδρου.

- 10 ἔστω κυλίνδρου τινὸς ὀρθοῦ βάσις ὁ A κύκλος, καὶ ἔστω τῇ μὲν διαμέτρῳ τοῦ A κύκλου ἴση ἢ $\Gamma\Delta$, τῇ δὲ πλευρᾷ τοῦ κυλίνδρου ἢ EZ . ἐκέτω δὲ μέσον λόγον τῶν $\Delta\Gamma$, EZ ἢ H , καὶ κείσθω κύκλος, οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ H ὁ B . δεικτέον, ὅτι ὁ
- 15 B κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου χωρὶς τῆς βάσεως.

- εἰ γὰρ μὴ ἐστὶν ἴσος, ἦτοι μείζων ἐστὶ ἢ ἐλάσσων. ἔστω πρότερον, εἰ δυνατόν, ἐλάσσων. δύο δὴ μεγεθῶν ὄντων ἀνίσων τῆς τε ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου καὶ
- 20 τοῦ B κύκλου δυνατόν ἐστὶν εἰς τὸν B κύκλον ἰσόπλευρον πολύγωνον ἐγγράψαι καὶ ἄλλο περιγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφέν πρὸς τὸ ἐγγραφέν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ, ὃν ἔχει ἢ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου πρὸς τὸν B κύκλον. νοείσθω δὴ περιγεγραμμένον καὶ
- 25 ἐγγεγραμμένον, καὶ περὶ τὸν A κύκλον περιγεγράφθω εὐθύγραμμον ὁμοιον τῷ περὶ τὸν B περιγεγραμμένῳ, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τοῦ εὐθύγραμμου πρίσμα· ἔσται

1. καὶ om. F; corr. B*. 5. ιδ' F. 12. εχετο F; corr. BC*. 19. ανισων F. 21. ἐγγράψαι] alterum γ in F supra scriptum est manu 1.

et, si circum cylindrum rectum prisma circum-
scribatur, superficiem prismatis ex parallelogrammis
composita maiorem esse cylindri superficie praeter
bases¹⁾ [prop. 12].

XIII.

Cuiusvis cylindri recti superficies praeter bases¹⁾
aequalis est circulo, cuius radius media est proportio-
nalis²⁾ inter latus cylindri et diametrum basis cylindri.³⁾

sit A circulus basis cylindri recti, et sit linea ΓA
aequalis diametro circuli A , et linea EZ aequalis la-
teri cylindri. linea autem H media sit proportionalis²⁾
inter $\Delta\Gamma$, EZ lineas. et ponatur B circulus, cuius
radius aequalis sit lineae H . demonstrandum, circulum
 B aequalem esse superficiei cylindri praeter bases.¹⁾

nam nisi aequalis est, aut maior est aut minor.
sit prius, si fieri potest, minor. datis igitur duabus
magnitudinibus inaequalibus, superficie cylindri et cir-
culo B , fieri potest, ut circulo B inscribatur polygo-
num aequilaterum, et aliud circumscribatur, ita ut poly-
gonum circumscriptum ad inscriptum rationem minorem
habeat, quam superficies cylindri ad circulum B [prop. 5].
fingatur igitur circumscriptum et inscriptum circulo B ,
et circum A circulum circumscriptum polygonum si-
mile figurae circum B circulum circumscriptae⁴⁾, et

1) Archimedes hic et linn. 4, 7, 17 scripserat τῶν βάσεων
(Qu. Arch. p. 73).

2) Archimedes hic et lin. 12—13 scripsit μέση ἀνάλογον
ἔστι (Quaest. Arch. p. 70).

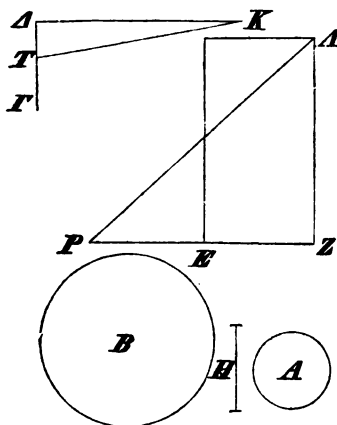
3) Hanc propositionem ut tertiam decimam citat Pappus I
p. 394, 11.

4) Lin. 24 sq. Archimedes scripserat: νοείσθω δὲ εἰς τὸν B
κύκλον περιγεγραμμένον καὶ ἐγγεγραμμένον, καὶ περὶ τὸν A

δὴ περὶ τὸν κύλινδρον περιγεγραμμένον. ἔστω δὲ καὶ
 τῇ περιμέτρῳ τοῦ εὐθύγραμμου τοῦ περὶ τὸν A κύ-
 κλον ἴση ἢ $ΚΔ$, καὶ τῇ $ΚΔ$ ἴση ἢ $ΛΖ$. τῆς δὲ $ΓΔ$
 ἡμίσεια ἔστω ἢ $ΓΤ$. ἔσται δὴ τὸ $ΚΔΤ$ τρίγωνον
 5 ἴσον τῷ περιγεγραμμένῳ εὐθύγραμμῳ περὶ τὸν A κύ-
 κλον [ἐπειδὴ βάσιν μὲν ἔχει τῇ περιμέτρῳ ἴσην, ὕψος
 δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ A κύκλου], τὸ δὲ $ΕΛ$
 παραλληλόγραμμον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πρίσματος τοῦ
 περὶ τὸν κύλινδρον περιγεγραμμένου [ἐπειδὴ περιέχεται
 10 ὑπὸ τῆς πλευρᾶς τοῦ κυλίνδρου καὶ τῆς ἴσης τῇ περι-
 μέτρῳ τῆς βάσεως τοῦ πρίσματος]. κείσθω δὴ τῇ $ΕΖ$
 ἴση ἢ $ΕΡ$. ἴσον ἄρα ἔστιν τὸ $ΖΡΑ$ τρίγωνον τῷ $ΕΛ$
 παραλληλογράμμῳ, ὥστε καὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πρίσ-
 ματος. καὶ ἐπεὶ ὁμοία ἐστὶ τὰ εὐθύγραμμα τὰ περὶ
 15 τοὺς A, B κύκλους περιγεγραμμένα, τὸν αὐτὸν ἔξει
 λόγον [τὰ εὐθύγραμμα], ὅνπερ αἱ ἐκ τῶν κέντρων
 δυνάμει. ἔξει ἄρα τὸ $ΚΤΔ$ τρίγωνον πρὸς τὸ περὶ
 τὸν B κύκλον εὐθύγραμμον λόγον, ὃν ἢ $ΤΔ$ πρὸς
 τὴν H δυνάμει [αἱ γὰρ $ΤΔ, H$ ἴσαι εἰσὶν ταῖς ἐκ τοῦ
 20 κέντρου]. ἀλλ' ὃν ἔχει λόγον ἢ $ΤΔ$ πρὸς H δυνά-
 μει, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ἢ $ΤΔ$ πρὸς PZ μήκει [ἢ
 γὰρ H τῶν $ΤΔ, PZ$ μέση ἐστὶ ἀνάλογον διὰ τὸ καὶ
 τῶν $ΓΔ, ΕΖ$. πῶς δὲ τοῦτο; ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἢ
 μὲν $ΔΤ$ τῇ $ΤΓ$, ἢ δὲ $ΡΕ$ τῇ $ΕΖ$, διπλασία ἄρα ἐστὶν
 25 ἢ $ΓΔ$ τῆς $ΤΔ$, καὶ ἢ PZ τῆς $ΡΕ$. ἔστιν ἄρα, ὡς ἢ
 $ΓΔ$ πρὸς $ΔΤ$, οὕτως ἢ PZ πρὸς $ΖΕ$. τὸ ἄρα ὑπὸ

1. δέ] scripsi; δη F, uulgo. 5. τῷ] το F. 19. τὴν H]
 το H F. ἐκ τοῦ κέντρου] per compendium FC, quod in loco
 interpolato ferendum est; ἐκ τῶν κέντρων uulgo; „ex centris“
 Cr. 20. πρὸς H] πρὸς τὴν H ed. Basil., Torellius. 25. ὡς
 ἢ $ΓΔ$] F; ὡς ἢ $ΔΓ$ uulgo.

in eo construat prisma; erit igitur circum cylindrum circumscriptum. praeterea autem aequalis sit linea $K\Delta$ perimetro figurae rectilineae circum A circumscriptae, et linea $K\Delta$ aequalis AZ linea; lineae autem $\Gamma\Delta$ dimidium sit



ΓT linea. itaque triangulus $K\Delta T$ aequalis erit figurae circum A circumscriptae¹⁾, parallelogrammum autem $E\Delta$ superficiei prismatis circum cylindrum circumscripti.²⁾ ponatur igitur linea EZ aequalis EP linea. itaque triangulus ZPA aequalis est parallelogrammo $E\Delta$ [Eucl. I, 41]; quare etiam superficiei prismatis. et quoniam si-

miles sunt figurae rectilineae circum A, B circulos circumscriptae, eandem rationem habebunt³⁾, quam radii quadrati [u. Eutocius]. habebit igitur triangulus $KT\Delta$ ad figuram rectilineam circum B circumscriptam eandem rationem, quam $T\Delta^2 : H^2$ [quia $T\Delta, H$ radii aequales sunt ex hypothesis].

κύκλον περιγεγραμμένον ὅμοιον τῷ περι τὸν B περιγεγραμμένῳ;
u. Eutocius.

1) Quia basis $K\Delta$ aequalis est perimetro polygoni, altitudo autem ΔT aequalis radio circuli A siue radio minori polygoni; cfr. Zeitschr. f. Math. u. Physik, hist.-litt. Abth. XXIV p. 180 nr. 12:

2) Quia basis EZ aequalis est perimetro polygoni, quod prismatis basis est, altitudo autem AZ aequalis lateri cylindri.

3) τὰ ἐϋθύγραμμα lin. 16 deleri uoluit Torellius, probante

- τῶν $\Gamma\Delta$, EZ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν $\Gamma\Delta$, PZ . τῷ δὲ
 ὑπὸ τῶν $\Gamma\Delta$, EZ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ H . καὶ τῷ ὑπὸ
 τῶν $\Gamma\Delta$, PZ ἄρα ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς H . ἐστὶν
 ἄρα, ὡς ἡ $\Gamma\Delta$ πρὸς H , οὕτως ἡ H πρὸς PZ . ἐστὶν
 5 ἄρα, ὡς ἡ $\Gamma\Delta$ πρὸς PZ , τὸ ἀπὸ τῆς $\Gamma\Delta$ πρὸς τὸ
 ἀπὸ τῆς H . ἐὰν γὰρ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ᾧσιν,
 ἐστὶν, ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, τὸ ἀπὸ τῆς πρώ-
 τῆς εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας εἶδος τὸ ὅμοιον
 καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένον]. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ
 10 $\Gamma\Delta$ πρὸς PZ μήκει, τοῦτον ἔχει τὸ $\text{ΚΤ}\Delta$ τριγώνου
 πρὸς τὸ $\text{Ρ}\Lambda\text{Ζ}$ [ἐπειδήπερ ἴσαι εἰσὶν αἱ $\text{Κ}\Delta$, $\Lambda\text{Ζ}$]. τὸν
 αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ $\text{ΚΤ}\Delta$ τριγώνου πρὸς τὸ
 εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν B κύκλον περιγεγραμμένον,
 ὅνπερ τὸ $\text{ΤΚ}\Delta$ τριγώνου πρὸς τὸ $\text{Ρ}\text{Ζ}\Lambda$ τριγώνου.
 15 ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ $\text{Ζ}\Delta\text{Ρ}$ τρίγωνον τῷ περὶ τὸν B κύκλον
 περιγεγραμμένῳ εὐθύγραμμῳ. ὥστε καὶ ἡ ἐπιφάνεια
 τοῦ πρίσματος τοῦ περὶ τὸν A κύλινδρον περιγεγραμ-
 μένου τῷ εὐθύγραμμῳ τῷ περὶ τὸν B κύκλον ἴση ἐστὶ.
 καὶ ἐπεὶ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ εὐθύγραμμον τὸ περὶ
 20 τὸν B κύκλον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ κύκλῳ
 τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ A κυλίνδρου πρὸς τὸν
 B κύκλον, ἐλάσσονα λόγον ἔξει καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ
 πρίσματος τοῦ περὶ τὸν κύλινδρον περιγεγραμμένον
 πρὸς τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ κύκλῳ τῷ B ἐγγεγραμ-
 25 μένον, ἢπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου πρὸς τὸν B
 κύκλον· καὶ ἐναλλάξ· ὅπερ ἀδύνατον [ἢ μὲν γὰρ
 ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ
 τὸν κύλινδρον μείζων οὕσα δέδεικται τῆς ἐπιφανείας

2. ἀπὸ H] FBC; ἀπὸ τῆς H vulgo. 5. ὡς ἡ] ὡς om.
 F; corr. AC. τὸ ἀπὸ] οὕτως τὸ ἀπὸ A , ed. Basil., Torellius.

sed

$$T\Delta^2 : H^2 = T\Delta : PZ.^1)$$

et

$$T\Delta : PZ = KTA : PAZ.^2)$$

quare triangulus KTA ad figuram rectilineam circum B circulum circumscriptam eandem rationem habet, quam triangulus $T\Delta$ ad triangulum PZA [u. Eutocius]. aequalis igitur est triangulus ZAP figurae rectilineae circum B circulum circumscriptae [Eucl. V, 9]. quare etiam superficies prismatis circum A cylindrum circumscripti aequalis est figurae rectilineae circum B circulum circumscriptae. et quoniam figura rectilinea circum B circulum circumscripta ad figuram circulo inscriptam minorem rationem habet, quam superficies A cylindri ad B circulum [ex hypothesi], habebit igitur etiam superficies prismatis circum cylindrum circumscripti ad figuram circulo B inscriptam minorem rationem, quam superficies cylindri ad B cir-

Nizzio. et ex Eutocio adparet Archimedem scripsisse: τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον, ὅπως.

1) Nam ex hypothesi est $H^2 = \Delta\Gamma \times EZ$ et $\Delta\Gamma = 2T\Delta$, $EZ = \frac{1}{2}PZ$; quare $H^2 = T\Delta \times PZ$, h. e. $T\Delta : H = H : PZ$; tum u. Eucl. VI, 20 πρόφ. 2. demonstrationem subditivam p. 62, lip. 21 — p. 64, lin. 9 nimis uerbosam esse iam Nizze p. 57 not. β intellexit; idem p. 270 uerba πῶς δὲ τοῦτο deleri uult sed u. Quaest. Arch. p. 74.

2) Ex Eucl. VI, 1, quia ex hypothesi $AZ = KA$.

7. τὸ ἀπό] FA ; οὕτως τὸ ἀπό uulgo. 14. $T\Delta$] KTA Torellius. 24. ἐγγεγραμμένον] scripsi; γεγραμμένον F, uulgo.

τοῦ κυλίνδρου, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον ἐν
 τῷ B κύκλῳ ἑλάσσον ἐστὶ τοῦ B κύκλου]. οὐκ ἄρα
 ἐστὶν ὁ B κύκλος ἐλάσσων τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίν-
 δρου. — ἔστω δέ, εἰ δυνατόν, μείζων. πάλιν δὲ
 5 νοείσθω εἰς τὸν B κύκλον εὐθύγραμμον ἐγγεγραμμέ-
 νον καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον, ὥστε τὸ περιγεγραμ-
 μένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχειν
 ἢ τὸν B κύκλον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου,
 καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸν A κύκλον πολύγωνον ὁμοῖον
 10 τῷ εἰς τὸν B κύκλον ἐγγεγραμμένῳ, καὶ πρίσμα ἀνα-
 γεγράφθω ἀπὸ τοῦ ἐν τῷ κύκλῳ ἐγγεγραμμένου πολυ-
 γώνου. καὶ πάλιν ἡ KA ἴση ἔστω τῇ περιμέτρῳ τοῦ
 εὐθυγράμμου τοῦ ἐν τῷ A κύκλῳ ἐγγεγραμμένου, καὶ
 ἡ ZA ἴση αὐτῇ ἔστω. ἔσται δὴ τὸ μὲν $KTΔ$ τρί-
 15 γωνον μείζον τοῦ εὐθυγράμμου τοῦ ἐν τῷ A κύκλῳ
 ἐγγεγραμμένου [διότι βάσιν μὲν ἔχει τὴν περιμέτρον
 αὐτοῦ, ὕψος δὲ μείζον τῆς ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ μίαν
 πλευρὰν τοῦ πολυγώνου ἀγομένης καθέτου], τὸ δὲ EA
 παραλληλόγραμμον ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πρίσματος
 20 τῇ ἐκ τῶν παραλληλογράμμων συγκειμένη [διότι περι-
 ἔχεται ὑπὸ τῆς πλευρᾶς τοῦ κυλίνδρου καὶ τῆς ἴσης
 τῇ περιμέτρῳ τοῦ εὐθυγράμμου, ὃ ἐστὶ βάσις τοῦ
 πρίσματος]. ὥστε καὶ τὸ PAZ τρίγωνον ἴσον ἐστὶ
 τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πρίσματος· καὶ ἐπεὶ ὁμοιά ἐστὶ τὰ
 25 εὐθύγραμμα τὰ ἐν τοῖς A, B κύκλοις ἐγγεγραμμένα,
 τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρὸς ἄλληλα, ὃν αἱ ἐκ τῶν
 κέντρων αὐτῶν δυνάμει. ἔχει δὲ καὶ τὰ $KTΔ, ZPA$

1. ἐγγεγραμμένον] scripsi; γεγραμμενον F, vulgo. 7. ἔχειν]
 εχει F; corr. B* 10. ἐγγεγραμμενον F; corr. B* 12. ἔστω]
 ἐστι F; corr. A. 17. μείζων F, ut videtur. κέντρου] κεντρον
 πλευρας F; corr. Torellius. 22. ὃ] ὅς F; corr. ed. Basil.

culum. permutando igitur [prisma ad cylindrum minorem rationem habet, quam figura circulo B inscripta ad B circulum]¹⁾, quod absurdum est [u. Eutocius]²⁾. itaque fieri non potest, ut B circulus minor sit superficie cylindri.

sit autem, si fieri potest, maior. rursus autem fingatur figura rectilinea circulo B inscripta et alia circumscripta, ita ut figura circumscripta ad inscriptam minorem rationem habeat, quam B circulus ad superficiem cylindri [prop. 5], et inscribatur circulo A polygonum simile polygono circulo B inscripto, et prisma in polygono circulo [A] inscripto construat. et rursus linea $K\Delta$ aequalis sit perimetro figurae rectilineae circulo A inscriptae, et linea $Z\Delta$ ei aequalis sit. erit igitur triangulus $KT\Delta$ maior figura rectilinea circulo A inscripta³⁾, parallelogrammum autem $E\Delta$ aequale superficiei prismatis ex parallelogrammis compositae.⁴⁾ quare etiam triangulus PAZ aequalis est superficiei prismatis [quia aequalis est parallelogrammo $E\Delta$; p. 62, 12]. et quoniam figurae rectilineae circulis A , Z inscriptae similes sunt, eandem inter se rationem habent, quam radii circulorum quadrati [Eucl.

1) Archimedes pro καὶ ἐναλλάξ· ὅπερ ἀδύνατον p. 64, 26 scripserat: ἐναλλάξ ἄρα ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ πρῶμα πρὸς τὸν κύκλον, ἢ περὶ τὸ ἐγγεγραμμένον εἰς τὸν B κύκλον πολύγωνον πρὸς τὸν B κύκλον· ὅπερ ἄτοπον, ut ex Eutocio adparet.

2) Sequentia verba p. 64, 26—66, 2 subditina esse adparet ex Eutocio.

3) Basis enim $K\Delta$ aequalis est perimetro polygони, altitudo autem ΔT , quae aequalis est radio circuli A , maior quam radius minor polygони. Verba lin. 16—18 Archimedis non sunt; u. p. 62, 6.

4) U. p. 63 not. 2. Quae sequuntur lin. 20—23 subditina sunt; cfr. p. 62, 9.

τρίγωνα πρὸς ἄλληλα λόγον, ὃν αἱ ἐκ τῶν κέντρων
 τῶν κύκλων δυναμί. τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ
 εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ A κύκλῳ ἔγγεγραμμένον πρὸς
 τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ B ἔγγεγραμμένον, καὶ τὸ
 5 $ΚΤΔ$ τρίγωνον πρὸς τὸ $ΛΖΡ$ τρίγωνον. ἔλασσον δέ
 ἐστὶ τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ A κύκλῳ ἔγγεγραμμέ-
 νον τοῦ $ΚΤΔ$ τριγώνου. ἔλασσον ἄρα καὶ τὸ εὐθύ-
 γραμμον τὸ ἐν τῷ B κύκλῳ ἔγγεγραμμένον τοῦ $ΖΡΑ$
 τριγώνου· ὥστε καὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ πρίσματος τοῦ
 10 ἐν τῷ κυλίνδρῳ ἔγγεγραμμένου· ὅπερ ἀδύνατον [ἐπεὶ
 γὰρ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ περιγεγραμμένον εὐθύ-
 γραμμον περὶ τὸν B κύκλον πρὸς τὸ ἔγγεγραμμένον,
 ἢ ὁ B κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου,
 καὶ ἐναλλάξ, μείζον δέ ἐστὶ τὸ περιγεγραμμένον περὶ
 15 τὸν B κύκλον τοῦ B κύκλου, μείζον ἄρα ἐστὶν τὸ
 ἔγγεγραμμένον ἐν τῷ B κύκλῳ τῆς ἐπιφανείας τοῦ
 κυλίνδρου. ὥστε καὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ πρίσματος].
 οὐκ ἄρα μείζον ἐστὶ ὁ B κύκλος τῆς ἐπιφανείας τοῦ
 κυλίνδρου. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων. ἴσος ἄρα
 20 ἐστίν.

ιδ'.

Παντὸς κώνου ἰσοσκελοῦς χωρὶς τῆς βάσεως ἡ ἐπι-
 φάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον
 λόγον ἔχει τῆς πλευρᾶς τοῦ κώνου καὶ τῆς ἐκ τοῦ
 25 κέντρου τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ κώνου.

ἔστω κώνος ἰσοσκελής, οὗ βάσις ὁ A κύκλος, ἡ δὲ
 ἐκ τοῦ κέντρου ἔστω ἡ $Γ$. τῇ δὲ πλευρᾷ τοῦ κώνου

15. μείζον F. 21. ιε' F. 22. ἡ ἐπιφάνεια χωρὶς τῆς
 βάσεως Pseudopappus. 23. ἐστίν idem. 24. λόγον] ἀνάλο-
 γον idem. 25. ἐστίν idem.

XII, 1]. sed etiam trianguli $KT\Delta$, ZPA eandem inter se rationem habent, quam radii circulorum quadrati.¹⁾ itaque figura rectilinea circulo A inscripta ad figuram circulo B inscriptam eandem rationem habet, quam triangulus $KT\Delta$ ad triangulum AZP . minor autem est figura rectilinea circulo A inscripta triangulo $KT\Delta$. itaque etiam figura rectilinea circulo B inscripta minor est triangulo ZPA ; quare etiam superficie prismatis cylindro inscripti. quod fieri nequit.²⁾ itaque fieri non potest, ut circulus B maior sit superficie cylindri. demonstratum autem est, ne minorem quidem eum esse. itaque aequalis est.

XIV.

Superficies cuiusvis conii aequicrurii praeter basim aequalis est circulo, cuius radius media proportionalis est³⁾ inter latus conii et radium circuli, qui basis conii est.⁴⁾

sit conus aequicrurius, cuius basis sit circulus A , radius autem eius sit Γ linea. et lateri conii aequalis

1) Nam $KT\Delta : ZPA = T\Delta : ZP = T\Delta^2 : H^2$; p. 65 not. 1; sed $T\Delta$ linea aequalis est radio circuli A , H radio circuli B .

2) Nam quoniam figura circuli B circumscripta ad figuram inscriptam minorem rationem habet, quam circulus B ad superficiem cylindri, et B circulus $<$ figura circumscripta, erit etiam figura inscripta maior superficie cylindri, et multo magis superficie prismatis (prop. 12 p. 58, 18). Sequentia uerba lin. 10—17 deleo; cfr. p. 67 not. 2.

3) Archimedes scripsisse puto lin. 23: *μήτην ἐστὶν ἀνάλογον*; cfr. p. 61 not. 2.

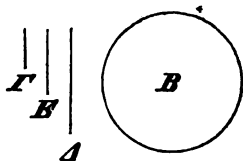
4) Hanc propositionem ut XIV^{ma} citat Pappus I p. 390, 16. sed uerba ipsa Archimedis interpolator addidit, ut recte suspicatus est Hultschius; neque enim Pappi temporibus scripta Archimedis in linguam communem conuersa circumferebantur; hoc enim post Eutocium demum factum est (Quaest. Arch. p. 77—78).

ἔστω ἴση ἡ Δ , τῶν δὲ Γ , Δ μέση ἀνάλογον ἡ E .
ὁ δὲ B κύκλος ἐχέτω τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆ E ἴσην.
λέγω, ὅτι ὁ B κύκλος ἐστὶν ἴσος τῆ ἐπιφανείᾳ τοῦ
κῶνου χωρὶς τῆς βάσεως. — εἰ γὰρ μὴ ἐστὶν ἴσος,
5 ἦτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἐλάσσων. ἔστω πρότερον ἐλάσσων.
ἔστι δὴ δύο μεγέθη ἄνισα ἢ τε ἐπιφάνεια τοῦ κῶνου
καὶ ὁ B κύκλος, καὶ μείζων ἢ ἐπιφάνεια τοῦ κῶνου.
δυνατὸν ἄρα εἰς τὸν B κύκλον πολύγωνον ἰσόπλευρον
ἐγγράφαι καὶ ἄλλο περιγράφαι ὁμοιον τῷ ἐγγεγραμ-
10 μένῳ, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμέ-
νον ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια
τοῦ κῶνου πρὸς τὸν B κύκλον. νοείσθω δὴ καὶ περὶ
τὸν A κύκλον πολύγωνον περιγεγραμμένον ὁμοιον τῷ
περὶ τὸν B κύκλον περιγεγραμμένῳ. καὶ ἀπὸ τοῦ περὶ
15 τὸν A κύκλον περιγεγραμμένου πολυγώνου πυραμὶς
ἀνεστάτω ἀναγεγραμμένη τὴν αὐτὴν κορυφὴν ἔχουσα
τῷ κῶνῳ. ἐπεὶ οὖν ὁμοιά ἐστι τὰ πολύγωνα τὰ περὶ
τοὺς A , B κύκλους περιγεγραμμένα, τὸν αὐτὸν ἔχει
λόγον πρὸς ἄλληλα, ὃν αἱ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάμει
20 πρὸς ἀλλήλας, τουτέστιν ὃν ἔχει ἡ Γ πρὸς E δυνάμει,
τουτέστι ἡ Γ πρὸς Δ μήκει. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ Γ
πρὸς Δ μήκει, τοῦτον ἔχει τὸ περιγεγραμμένον πολύ-
γωνον περὶ τὸν A κύκλον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς
πυραμίδος τῆς περιγεγραμμένης περὶ τὸν κῶνον [ἡ μὲν
25 γὰρ Γ ἴση ἐστὶ τῆ ἀπὸ τοῦ κέντρου καθέτω ἐπὶ μίαν
πλευρὰν τοῦ πολυγώνου, ἡ δὲ Δ τῆ πλευρᾶ τοῦ κῶ-
νου· κοινὸν δὲ ὕψος ἢ περίμετρος τοῦ πολυγώνου πρὸς
τὰ ἡμίση τῶν ἐπιφανειῶν]· τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει

11. ἔχειν] εχει F; corr. BC* 15. τὸν A] scripsi; το A F,
uulgo. 19. ὃν] ὄν F; corr. BC* τῶν κέντρων ed. Basil., To-
rellius; sed cfr. p. 62, 19. 28. ἡμίση] διπλάσια Hauber, Nizze.

sit linea Δ , et inter Γ , Δ lineas media proportionalis E linea. circulus autem B radium lineae E aequalem habeat. dico, circulum B aequalem esse superficiei conii praeter basim.

nam si aequalis non est, aut maior est aut minor. prius minor sit. sunt igitur duae magnitudines inaequales, superficies conii et B circulus, quarum maior est superficies conii. itaque fieri potest, ut circulo B polygonum aequilaterum inscribatur et aliud circumscribatur simile inscripto, ita ut polygonum circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat, quam superficies conii ad B circulum [prop. 5].



tingatur igitur polygonum circum A circulum circumscriptum simile polygono circum B circumscripto. et in polygono circum A circulum circumscripto pyramis construatur eundem habens uerticem, quem habet conus. iam quoniam similia sunt polygona circum A , B

circulos circumscripta, eandem habent rationem inter se, quam radii circulorum quadrati [p. 66, 24], id est, quam habet $\Gamma^2 : E^2$, id est $\Gamma : \Delta$ [Eucl. VI, 20 πρόφ. 2]. sed quam rationem habet Γ ad Δ , eam habet polygonum circumscriptum circum A circulum ad superficiem pyramidis circum conum circumscriptae.¹⁾ eandem igitur

1) Nam polygonum circumscriptum aequale est triangulo, cuius basis est perimetro polygona aequalis, altitudo autem lineae Γ (p. 63 not. 1), et superficies pyramidis triangulo eandem basim habenti, altitudinem autem lineam Δ (prop. 8); tum u. Eucl. VI, 1; Zeitschr. f. Math. u. Physik XXIV p. 179 nr. 7. obscuritas uerborum proxime sequentium lin. 24—28 interpolatori, non Archimedi imputanda est.

τὸ εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν *A* κύκλον πρὸς το εὐθύγραμ-
 μον τὸ περὶ τὸν *B* κύκλον καὶ αὐτὸ τὸ εὐθύγραμμον
 πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος τῆς περιγεγραμ-
 μένης περὶ τὸν κώνου. ὥστε ἴση ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια
 5 τῆς πυραμίδος τῷ εὐθύγραμμῳ τῷ περὶ τὸν *B* κύκλον
 περιγεγραμμένῳ. ἐπεὶ οὖν ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ
 εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν *B* κύκλον περιγεγραμμένον
 πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου
 πρὸς τὸν *B* κύκλον, ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἡ ἐπιφάνεια
 10 τῆς πυραμίδος τῆς περὶ τὸν κώνον περιγεγραμμένης
 πρὸς τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ *B* κύκλῳ ἐγγεγραμ-
 μένον, ἤπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν *B* κύ-
 κλον· ὁπερ ἀδύνατον [ἡ μὲν γὰρ ἐπιφάνεια τῆς πυρα-
 μίδος μείζων οὕσα δέδεικται τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου,
 15 τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον ἐν τῷ *B* κύκλῳ ἔλασ-
 σόν ἐστι τοῦ *B* κύκλου]. οὐκ ἄρα ὁ *B* κύκλος ἐλάσσων
 ἔσται τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου. — λέγω δὴ, ὅτι οὐδὲ
 μείζων. εἰ γὰρ δυνατόν ἐστίν, ἔστω μείζων. πάλιν
 δὴ νοείσθω εἰς τὸν *B* κύκλον πολύγωνον ἐγγεγραμ-
 20 μένον καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον, ὥστε τὸ περιγεγραμ-
 μένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχειν
 τοῦ, ὃν ἔχει ὁ *B* κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ
 κώνου, καὶ εἰς τὸν *A* κύκλον νοείσθω ἐγγεγραμμένον
 πολύγωνον ὁμοιον τῷ εἰς τὸν *B* κύκλον ἐγγεγραμμένῳ·
 25 καὶ ἀναγεγράφθω ἀπ' αὐτοῦ πυραμὶς τὴν αὐτὴν κορυφὴν
 ἔχουσα τῷ κώνῳ. ἐπεὶ οὖν ὁμοιά ἐστι τὰ ἐν τοῖς *A*, *B*
 κύκλοις ἐγγεγραμμένα, τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον πρὸς ἄλληλα,
 ὃν αἱ ἐκ τῶν κέντρων δυνάμει πρὸς ἀλλήλας. τὸν αὐ-
 τὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον,

2. ἀπὸ τῷ] τὸ αὐτό? cfr. tamen p. 74, 11; „eadem“ Cr.
 6. περιγεγραμμενοι F. ελασσε F; corr. BC*; fortasse ἐλάσσω

rationem habet figura rectilinea circum A circumscripta ad figuram circum B circumscriptam, quam haec ipsa figura¹⁾ ad superficiem pyramidis circum conum circumscriptae. quare superficies pyramidis aequalis est figurae rectilineae circum B circumscriptae [Eucl. V, 9]. iam quoniam minorem rationem habet figura rectilinea circum B circumscripta ad figuram inscriptam, quam superficies conici ad B circumscriptam, minorem rationem habebit superficies pyramidis circum conum circumscriptae ad figuram rectilineam circum B inscriptam, quam superficies conici ad B circumscriptam. quod fieri non potest.²⁾ itaque fieri non potest, ut B circulus minor sit superficie conici. — dico igitur, eum ne maiorem quidem esse. sit enim, si fieri potest, maior. rursus igitur fingatur circulo B polygonum inscriptum et aliud circumscriptum, ita ut polygonum circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat, quam B circulus ad superficiem conici [prop. 5], et circulo A fingatur polygonum inscriptum simile polygono circulo B inscripto. et in eo pyramis construatur eundem uerticem habens, quem habet conus. iam quoniam polygona circulis A , E inscripta similia sunt, eandem habebunt rationem inter se, quam radii quadrati [Eucl. XII, 1]. polygona igitur inter

1) H. e. figura rectilinea circum A circumscripta.

2) Nam superficies pyramidis maior est superficie conici (prop. 12 p. 58, 14), sed polygonum inscriptum minus circulo B .

cum A . 11. *εγγεγραμμενον* F. 16. *ἔστι*] *ἴσται* per compendium F; corr. Torellius. 17. *ἔσται*] per comp. F. 18. *δῆ]* scripsi; *δε* F, uulgo, 21. *ἔχειν*] *εχει* F; corr. B. 23. *τόν]* *το* F. 26. *κονω* F. 28. *τῶν]* *τ* suprascripto *ω* F.

καὶ ἡ Γ πρὸς τὴν Δ μήκει. ἡ δὲ Γ πρὸς τὴν Δ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ πολύγωνον τὸ ἐν τῷ A κύκλῳ ἐγγεγραμμένον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος τῆς ἐγγεγραμμένης εἰς τὸν κώνου [ἢ γὰρ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ A κύκλου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου μείζονα λόγον ἔχει, ἢ περὶ ἢ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀγομένη κάθετος ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου πρὸς τὴν ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου κάθετον ἀγομένην ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου]. μείζονα ἄρα λόγον ἔχει τὸ πολύγωνον τὸ ἐν τῷ A κύκλῳ ἐγγεγραμμένον πρὸς τὸ πολύγωνον τὸ ἐν τῷ B ἐγγεγραμμένον, ἢ αὐτὸ τὸ πολύγωνον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος. μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος τοῦ ἐν τῷ B πολυγώνου ἐγγεγραμμένου. ἐλάσσονα δὲ λόγον ἔχει τὸ πολύγωνον τὸ περὶ τὸν B κύκλον περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον, ἢ ὁ B κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κώνου. πολλῶν ἄρα τὸ πολύγωνον τὸ περὶ τὸν B κύκλον περιγεγραμμένον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος τῆς ἐν τῷ κώνῳ ἐγγεγραμμένης ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὁ B κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κώνου· ὅπερ ἀδύνατον [τὸ μὲν γὰρ περιγεγραμμένον πολύγωνον μείζον ἐστὶν τοῦ B κύκλου, ἢ δὲ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος τῆς ἐν τῷ κώνῳ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου]. οὐκ ἄρα οὐδὲ μείζων ἐστὶν ὁ κύκλος τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων. ἴσος ἄρα.

7. πρὸς τὴν ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου] om. F; corr. ed. Basil.* 11. αὐτὸ τὸ] τὸ αὐτό? cfr. p. 72, 2. 19. κωνῶ F. 25. ὁ κύκλος] ὁ κύκλος B Torellius.

se eandem habent rationem, quam $\Gamma : \Delta$ [Eucl. VI, 20 $\pi\acute{o}\rho$. 2]. sed $\Gamma : \Delta$ maiorem rationem habet, quam polygonum circulo A inscriptum ad superficiem pyramidis cono inscriptae [u. Eutocius]. maiorem igitur rationem habet polygonum circulo A inscriptum ad polygonum circulo B inscriptum, quam hoc ipsum polygonum¹⁾ ad superficiem pyramidis. maior igitur est superficies pyramidis polygono circulo B inscripto. minorem autem rationem habet polygonum circum B circulum circumscriptum ad polygonum inscriptum, quam B circulus ad superficiem cono. multo igitur minorem rationem habet polygonum circum B circulum circumscriptum ad superficiem pyramidis cono inscriptae, quam B circulus ad superficiem cono. quod fieri non potest.²⁾ itaque ne hoc quidem fieri potest, ut maior sit circulus [B] superficie cono. demonstratum autem est, eum ne minorem quidem esse. aequalis igitur est.

1) H. e. circulo A inscriptum.

2) Nam polygonum circumscriptum maius est circulo B , sed superficies pyramidis inscriptae minor superficie cono (prop. 12 p. 58, 5). sed quibus hoc ipsum continetur uerbis lin. 21 —24 in suspensionem uocantur uerbis p. 64, 26 sq. damnatis (p. 67 not. 2); cfr. 69 not. 2.

ιε΄.

Παντὸς κώνου ἰσοσκελοῦς ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν βάσιν τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἡ πλευρὰ τοῦ κώνου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως τοῦ κώνου.

- 5 ἔστω κώνος ἰσοσκελῆς, οὗ βάσις ὁ A κύκλος. ἔστω δὲ τῇ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ A ἴση ἡ B , τῇ δὲ πλευρᾷ τοῦ κώνου ἡ Γ . δεικτέον, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν A κύκλον, καὶ ἡ Γ πρὸς τὴν B .
- 10 εἰλήφθω γὰρ τῶν B , Γ μέση ἀνάλογον ἡ E , καὶ ἐκκείσθω κύκλος ὁ Δ ἴσην ἔχων τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῇ E . ὁ Δ ἄρα κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου [τοῦτο γὰρ ἐδείχθη ἐν τῷ πρὸ τούτου]. ἐδείχθη δὲ ὁ Δ κύκλος πρὸς τὸν A κύκλον λόγον ἔχων τὸν
- 15 αὐτὸν τῷ τῆς Γ πρὸς B μήκει [ἐκάτερος γὰρ ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς E πρὸς B δυνάμει διὰ τὸ τοὺς κύκλους πρὸς ἀλλήλους εἶναι, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετραγῶνα πρὸς ἄλληλα, ὁμοίως δὲ καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων· εἰ γὰρ αἱ διάμετροι, καὶ
- 20 τὰ ἡμίση, τουτέστιν αἱ ἐκ τῶν κέντρων. ταῖς δὲ ἐκ τῶν κέντρων ἴσαι εἶσιν αἱ B , E]. δῆλον οὖν, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν A κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἡ Γ πρὸς B μήκει.

ις΄.

- 25 Ἐὰν κώνος ἰσοσκελῆς ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ τῇ βάσει, τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου

1. ις΄ F. 24. ιζ΄ F. 26. ἐπιφανείᾳ] τη επιφανεια F; corr. ed. Basil.; τη om. Pseudopappus. 27. ἐστὶν idem.

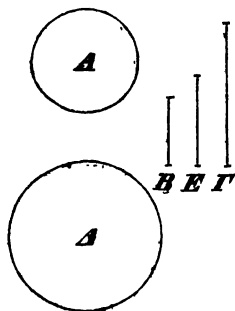
XV.

Superficies cuiusvis conii aequicrurii ad basim eandem rationem habet, quam latus conii ad radium basis conii.

sit conus aequicrurius, cuius basis circulus A . sit autem B linea aequalis radio circuli A , Γ autem aequalis lateri conii. demonstrandum, superficiem conii ad A circulum eandem rationem habere, quam Γ linea ad B lineam.

sumatur enim media proportionalis inter B , Γ lineas linea E , et ponatur circulus Δ radium lineae E aequalem habens. itaque circulus Δ aequalis est superficiei conii [prop. 14]. demonstratum autem est, Δ circulum ad A circulum eam rationem habere, quam Γ linea ad B lineam [prop. 14

p. 59, 20 sq.].¹⁾ adparet igitur, superficiem conii ad A circulum eandem rationem habere, quam Γ linea ad lineam B .



XVI.

Si conus aequicrurius secatur plano basi parallelo, superficiei conii inter plana parallela positae aequalis est circulus, cuius radius media proportionalis²⁾ est

1) Nam $\Delta : A = E^2 : B^2$ (Eucl. XII, 2) et $B : \Gamma = B^2 : E^2$ (Eucl. VI, 20 πρόφ. 2).

2) Archimedes p. 78, 1 scripserat: μέση ἀνάλογόν ἐστι; cfr. p. 61 not. 2.

μέσον λόγον ἔχει τῆς τε πλευρᾶς τοῦ κώνου τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων καὶ τῆς ἴσης ἀμφοτέραις ταῖς ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων τῶν ἐν τοῖς παραλλήλοις ἐπιπέδοις.

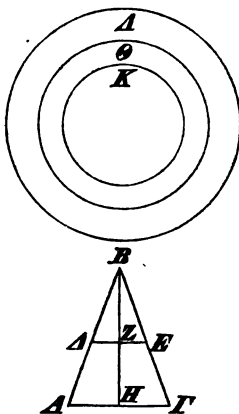
- 5 ἔστω κώνος, οὗ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον ἴσον τῷ $ΑΒΓ$, καὶ τεμησθῶ παραλλήλῳ ἐπιπέδῳ τῇ βάσει, καὶ ποιείτω τομὴν τὴν $ΔΕ$. ἄξων δὲ τοῦ κώνου ἔστω ἢ $ΒΗ$. κύκλος δὲ τις ἐκκείσθω, οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου μέση ἀνάλογόν ἐστι τῆς τε $ΑΔ$ καὶ συναμφοτέρου τῆς
- 10 $ΔΖ$, $ΗΑ$. ἔστω δὲ κύκλος ὁ $Θ$. λέγω, ὅτι ὁ $Θ$ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν $ΔΕ$, $ΑΓ$.

- ἐκκείσθωσαν γὰρ κύκλοι οἱ $Α$, $Κ$, καὶ τοῦ μὲν $Κ$ κύκλου ἢ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάσθω τὸ ὑπὸ τῶν $ΒΔΖ$, τοῦ δὲ $Α$ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάσθω τὸ ὑπὸ $ΒΑΗ$. ὁ μὲν ἄρα $Α$ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ $ΑΒΓ$ κώνου, ὁ δὲ $Κ$ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ $ΔΕΒ$. καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν $ΒΑ$, $ΑΗ$ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν $ΒΔ$, $ΔΖ$ καὶ τῷ ὑπὸ τῆς $ΑΔ$ καὶ συναμφοτέρου τῆς $ΔΖ$, $ΑΗ$ διὰ τὸ παραλλήλον εἶναι τὴν $ΔΖ$ τῇ $ΑΗ$, ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ $ΑΒ$, $ΑΗ$ δύναται ἢ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ $Α$ κύκλου, τὸ δὲ ὑπὸ $ΒΔ$, $ΔΖ$ δύναται ἢ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ $Κ$ κύκλου, τὸ δὲ ὑπὸ τῆς $ΔΑ$ καὶ συναμφοτέρου τῆς $ΔΖ$, $ΑΗ$ δύναται ἢ

15

20

25



1. τε om. idem. 7. τοῦ] των, ut uidetur, F. 8. ἢ] (pri^{us})

inter latus conī, quod inter plana parallela positum est, et lineam aequalem utrique simul radio circulo-
rum in planis parallelis positorum.¹⁾

sit conus eiusmodi, ut triangulus per axem eius positus aequalis sit triangulo $AB\Gamma$, et secetur plano basi parallelo, et efficiat [planum secans] sectionem ΔE . axis autem conī sit BH linea. ponatur autem circulus, cuius radius media sit proportionalis inter lineas $A\Delta$ et $\Delta Z + HA$, et sit circulus \odot . dico, circulum \odot aequalem esse superficiei conī inter lineas ΔE , $A\Gamma$ positae.

ponantur enim circuli A , K , et radius circuli K quadratus aequalis sit $B\Delta \times \Delta Z$, radius autem circuli A quadratus aequalis $BA \times AH$. itaque circulus A aequalis est superficiei conī $AB\Gamma$, K autem circulus aequalis superficiei conī ΔEB [prop. 14]. et quoniam

$$BA \times AH = B\Delta \times \Delta Z + A\Delta \times (\Delta Z + AH)$$

[u. Eutocius], quia ΔZ linea parallela est lineae AH , sed radius circuli A quadratus = $BA \times AH$, radius autem circuli K quadratus = $B\Delta \times \Delta Z$, radius autem circuli \odot quadratus = $A\Delta \times (\Delta Z + AH)$ [ex hypo-

1) Citat Pappus I p. 366, 21 sq.; sed totum hunc locum interpolatori tribuo; cfr. p. 69 not. 4. etiam uerba apud Pappum I p. 370, 12: *διὰ τὸ αὐτὸ Ἀρχιμήδους ἐξ θεωρήμα* tum delenda sunt, etiam propter uitiosum numerum (cfr. Quaest. Arch. p. 154 not.).

addidi; om. F, uulgo. 13. *ἐκκείσθω* cum comp. *ιν* uel *ην* F. 14. *τῶν B\Delta Z*] scripsi; *το B\Delta Z F*, uulgo*; *βδζ* ed. Basil., *B\Delta, \Delta Z* Torellius. 16. *BA, AH* Torellius.

ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Θ , τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέν-
 τρου τοῦ A κύκλου ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ἐκ τῶν
 κέντρων τῶν K , Θ κύκλων. ὥστε καὶ ὁ A κύκλος
 ἴσος ἐστὶ τοῖς K , Θ κύκλοις, ἀλλ' ὁ μὲν A ἴσος ἐστὶ
 5 τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ BAG κώνου, ὁ δὲ K τῇ ἐπιφανείᾳ
 τοῦ ABE κώνου. λοιπὴ ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου
 ἢ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν AE , AG
 ἴση ἐστὶ τῷ Θ κύκλῳ.

10

[ΔΗΜΜΑ.]

[Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ BAH , καὶ διάμετρος
 αὐτοῦ ἔστω ἡ BH . τετμήσθω ἡ BA πλευρά, ὡς
 ἐτυχεν, κατὰ τὸ Δ , καὶ διὰ τοῦ Δ ἤχθω παράλληλος τῇ
 AH ἢ $\Delta\Theta$, διὰ δὲ τοῦ Z τῇ BA ἢ KA . λέγω, ὅτι
 15 τὸ ὑπὸ BAH ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ $B\Delta Z$ καὶ τῷ ὑπὸ
 ΔA καὶ συναμφοτέρου τῆς ΔZ , AH . ἐπεὶ γὰρ τὸ
 μὲν ὑπὸ BAH ὅλον ἐστὶ τὸ BH , τὸ δὲ ὑπὸ $B\Delta Z$
 τὸ BZ , τὸ δὲ ὑπὸ ΔA καὶ συναμφοτέρου τῆς ΔZ ,
 AH ὁ $MN\Xi$ γινώσκων (τὸ μὲν γὰρ ὑπὸ ΔAH ἴσον
 20 ἐστὶ τῷ KH διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ $K\Theta$ παρακλήρωμα
 τῷ ΔA παρακλήρωματι, τὸ δὲ ὑπὸ ΔA , ΔZ τῷ ΔA),
 ὅλον ἄρα τὸ BH , ὅπερ ἐστὶν τὸ ὑπὸ BAH , ἴσον ἐστὶ
 τῷ τε ὑπὸ $B\Delta Z$ καὶ τῷ $MN\Xi$ γινώσκοντι, ὅς ἐστιν
 ἴσος τῷ ὑπὸ ΔA καὶ συναμφοτέρου τῆς AH , ΔZ .]

25

ΔΗΜΜΑΤΑ.

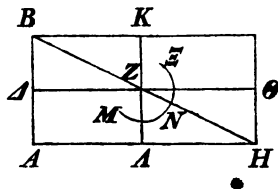
α΄. Οἱ κῶνοι οἱ ἴσον ὕψος ἔχοντες τὸν αὐτὸν ἔχουσι
 λόγον ταῖς βάσεσιν· καὶ οἱ ἴσας ἔχοντες βάσεις τὸν
 αὐτὸν ἔχουσι λόγον τοῖς ὕψεσιν.

10. ΔΗΜΜΑ om. F; add. Torellius. 15. BA, AH idem.
 BΔ, ΔZ idem. 16. AH] AA F; corr. man. 2, ed. Basil.

thesi], erit radius circuli A quadratus aequalis radiis
 circulorum K , Θ quadratis. quare etiam

$$A = K + \Theta.^1)$$

sed circulus A aequalis est superficiei conii BAG ,
 K autem circulus aequalis superficiei conii ABE . ita-
 que quae relinquitur [Eucl. I κοιν. ἐνν. 3] superficies
 conii inter plana parallela AE , AG posita, aequalis
 est circulo Θ .²⁾



LEMMATA.

1. Coni eandem altitudinem habentes eandem ra-
 tionem habent, quam bases.³⁾ et conii aequales bases
 habentes eandem rationem habent, quam altitudines.⁴⁾

1) Nam circuli inter se eam habent rationem, quam radii
 quadrati (Eucl. XII, 2); tum cfr. Quaest. Archim. p. 48.

2) Quod hic sequitur lemma subditivum a Torellio ante
 prop. 16 transpositum est (Quaest. Arch. p. 72); hoc loco ha-
 bet F.

3) Eucl. XII, 11: οἱ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντες κῶνοι καὶ
 κύλινδροι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις.

4) Eucl. XII, 14: οἱ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντες κῶνοι καὶ κύ-
 λινδροι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς τὰ ὕψη.

17. BA , AH Torellius. BA , AZ idem. 19. AA , AH idem.
 20. τὸ $K\Theta$] τῶ $K\Theta$ F. 22. BA , AH Torellius. 23. BA ,
 AZ idem. γωνίῳ F; corr. Torellius. 25. λήμματα om.
 F; hoc et numeros add. Torellius. 26. οἱ ἴσον] οἱ om. F.

β'. Ἐὰν κύλινδρος ἐπιπέδῳ τμηθῆ παρα τὴν βάσιν, ἔστιν, ὡς ὁ κύλινδρος πρὸς τὸν κύλινδρον, ὁ ἄξων πρὸς τὸν ἄξονα.

γ'. Τοῖς δὲ κυλίνδροις ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶν οἱ
5 κῶνοι οἱ ἔχοντες τὰς αὐτὰς βάσεις τοῖς κυλίνδροις.

δ'. Καὶ τῶν ἴσων κῶνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν· καὶ ὅν ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσοι εἰσὶν.

ε'. Καὶ οἱ κῶνοι, ὅν αἱ διαμέτροι τῶν βάσεων
10 τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι τοῖς ἄξουσιν [τουτέστι τοῖς ὕψεσιν], πρὸς ἀλλήλους ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶν τῶν ἐν ταῖς βάσεσιν διαμέτρων.

ταῦτα δὲ πάντα ὑπὸ τῶν πρότερον ἀπεδείχθη.

ιζ'.

15 Ἐὰν ὅσιν δύο κῶνοι ἰσοσκελεῖς, ἡ δὲ τοῦ ἐτέρου κῶνου ἐπιφάνεια ἴση ἢ τῇ τοῦ ἐτέρου βάσει, ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ κῶνου κάθετος ἀγομένη τῷ ὕψει ἴση ἢ, ἴσοι ἔσονται οἱ κῶνοι.

5. κῶνοι F.
F. 14. ιη' F.

10. αξουσιν F.

11. ἀλλήλους per comp.

2. Si cylindrus plano basi parallelo secatur, erit, ut cylindrus ad cylindrum, ita axis ad axem.¹⁾

3. Eandem autem rationem, quam cylindri, habent coni easdem bases habentes, quas cylindri habent [et altitudinem aequalem].²⁾

4. Et bases conorum aequalium in contraria proportione altitudinum sunt. et quorum bases in contraria proportione altitudinum sunt, aequales sunt coni.³⁾

5. Et coni, quorum basium diametri eandem rationem habent, quam axes⁴⁾, in tripla ratione diametrorum basium sunt.⁵⁾

Haec autem omnia a prioribus demonstrata sunt.

XVII.

Si dati suni duo coni aequicrurii, alterius autem coni superficies aequalis est basi alterius, linea autem a centro basis [prioris coni]⁶⁾ ad latus coni perpendicularis ducta aequalis est altitudini [alterius coni], coni aequales erunt.

1) Eucl. XII, 13: *ἐὰν κύλινδρος ἐπιπέδῳ τμηθῆ παραλλήλῳ ὄντι τοῖς ἀπεναντίον ἐπιπέδοις, ἔσται, ὡς ὁ κύλινδρος πρὸς τὸν κύλινδρον, οὕτως ὁ ἄξων πρὸς τὸν ἄξωνα.*

2) Post τοῖς κύλινδροις Archimedes uix omiserat: *καὶ ὕψος ἴσον*, quae uerba addi uolunt Peyrardus, Hauberus, Nizzius. propositio ipsa apud Euclidem non legitur; sequitur autem ex XII, 10.

3) Eucl. XII, 15: *τῶν ἴσων κώνων καὶ κύλινδρον ἀντιπεπύονθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψει· καὶ ἂν κώνων καὶ κύλινδρον ἀντιπεπύονθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψειν, ἴσοι εἰσὶν ἐκεῖνοι.*

4) Uerba *τουτέστι τοῖς ὕψει* transcriptori tribuenda esse uidentur.

5) Eucl. XII, 12: *οἱ ὅμοιοι* (h. e. quorum axes et diametri basium proportionales sunt; XI def. 24) *κῶνοι καὶ κύλινδροι πρὸς ἀλλήλους ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ἐν ταῖς βάσει διαμέτρων.*

6) Ueri simile est, Archimedes hos duos conos diligentius

ἔστωσαν δύο κῶνοι ἰσοσκελεῖς οἱ $ΑΒΓ$, $ΔΕΖ$. καὶ τοῦ $ΑΒΓ$ ἡ μὲν βᾶσις ἴση ἔστω τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ $ΔΕΖ$, τὸ δὲ ὕψος τὸ $ΑΗ$ ἴσον ἔστω τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως τοῦ $Θ$ ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ κῶνου, οἷον ἐπὶ τὴν $ΔΕ$, καθέτω ἡγμένη τῇ $ΚΘ$. λέγω, ὅτι ἴσοι εἰσὶν οἱ κῶνοι.

ἐπεὶ γὰρ ἴση ἔστιν ἡ βᾶσις τοῦ $ΑΒΓ$ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ $ΔΕΖ$ [τὰ δὲ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον], ὡς ἄρα ἡ τοῦ $ΒΑΓ$ βᾶσις πρὸς τὴν τοῦ $ΔΕΖ$ βᾶσιν, οὕτως ἡ ἐπιφάνεια τοῦ $ΔΕΖ$ πρὸς τὴν βᾶσιν τοῦ $ΔΕΖ$. ἀλλ' ὡς ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν ἰδίαν βᾶσιν, οὕτως ἡ $ΔΘ$ πρὸς τὴν $ΘΚ$ [ἐδείχθη γὰρ τοῦτο, ὅτι παντὸς κῶνου ἰσοσκελοῦς ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν βᾶσιν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν ἡ πλευρὰ τοῦ κῶνου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως, τοιούτεστι ἡ $ΔΕ$ πρὸς $ΕΘ$. ὡς δὲ ἡ $ΕΔ$ πρὸς $ΘΔ$, οὕτως ἡ $ΕΘ$ πρὸς $ΘΚ$. ἰσογῶνια γὰρ ἔστι τὰ τρίγωνα. ἴση δὲ ἔστιν ἡ $ΘΚ$ τῇ $ΑΗ$]. ὡς ἄρα ἡ βᾶσις τοῦ $ΒΑΓ$ πρὸς τὴν βᾶσιν τοῦ $ΔΕΖ$, οὕτως τὸ ὕψος τοῦ $ΔΕΖ$ πρὸς τὸ ὕψος τοῦ $ΑΒΓ$. τῶν $ΑΒΓ$, $ΔΕΖ$ ἄρα ἀντιπεπόνθασιν αἱ βᾶσεις τοῖς ὕψεσιν. ἴσος ἄρα ἔστιν ὁ $ΒΑΓ$ τῷ $ΔΕΖ$ κῶνω.

ιη'.

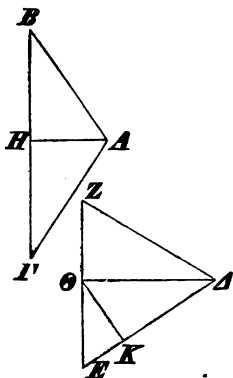
Παντὶ ρόμβῳ ἐξ ἰσοσκελῶν κῶνων συγκειμένῳ ἴσος ἔστι κῶνος ὁ βᾶσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἑτέρου κῶνου τῶν περιεχόντων τὸν ρόμβον, ὕψος δὲ

5. καθέτων F; corr. ed. Basil.* 10. οὕτως per comp. F; item lin. 12. $ΔΘ$] $ΕΘ$ F; corr. man. 2, B. $ΘΚ$] E supra scriptum man. 2 F. 15. η $ΔΕ$ τοιούτεστι F; corr. ed. Basil.* 16. $ΕΘ$] $ΔΘ$ F; E supra scriptum man. 2; corr. Torellius. $ΘΔ$] $ΘΕ$ F man. 2, Torellius. οὕτως] per comp. F, ut lin. 19. $ΕΘ$] $ΔΘ$ F man. 2, B, ed. Basil., Torellius. 23. ιθ' F. 24. κῶνων F.

sint duo coni aequicurui $AB\Gamma$, ΔEZ ; et basis coni $AB\Gamma$ aequalis sit superficiei coni ΔEZ , altitudo autem AH aequalis lineae $K\Theta$ a centro basi $AB\Gamma$ ad latus coni, uelut ΔE , perpendiculari ductae. $AB\Gamma$, ΔEZ nos esse aequales.

nam quoniam basis coni $AB\Gamma$ aequalis est superficiei coni ΔEZ , erit, ut basis coni $BA\Gamma$ ad basim coni ΔEZ , ita superficies coni ΔEZ ad basim coni ΔEZ [Eucl. V, 7]. sed ut superficies ad basim eiusdem coni, ita $\Delta\Theta$ ad ΘK .¹⁾ itaque ut basis coni $BA\Gamma$ ad basim coni ΔEZ , ita altitudo coni ΔEZ ad altitudinem coni $AB\Gamma$.²⁾ sunt igitur bases conorum $AB\Gamma$, ΔEZ in contraria proportione altitudinum. aequalis igitur est conus

$BA\Gamma$ cono ΔEZ ($\lambda\eta\mu\mu$. 4 p. 82).



XVIII.

Cuius rhombo³⁾ ex conis aequicuruiis composito aequalis est conus basim habens superficiei alterius coni eorum, qui rhombum comprehendunt, aequalem,

distinxisse; ea saltem uerba, quae in interpretatione addidi, uix omiserat; τοῦ ἑτέρου κώνου p. 82, lin. 18 addidit prop. 18. cfr. prop. 20; Quaest. Arch. p. 78.

1) Nam

superficies coni ΔEZ : basis coni $\Delta EZ = \Delta E : E\Theta$ (prop. 15); sed $\Delta E : E\Theta = \Theta\Delta : \Theta K$ (Eucl. VI, 4), quia $\Delta E\Theta \sim \Theta K\Delta$.

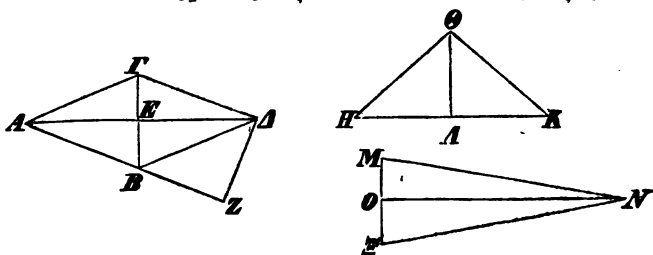
2) Nam $\Theta K = HA$ ex hypothesis.

3) Sc. solido (defin. 6 p. 8).

ἴσον τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ἐτέρου κώνου καθέτω ἀγομένῃ ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ ἐτέρου κώνου.

οὗ $\Delta\Theta$ ῥόμβος ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκείμενος ὁ κέντρον Δ , οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν $B\Gamma$ κύκλος, ὕψος δὲ τὸ $A\Delta$. ἐκκείσθω δὲ τις ἕτερος ὁ ΘHK τὴν μὲν βάσιν ἔχων τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ $AB\Gamma$ κώνου ἴσην, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ Δ σημείου καθέτω ἐπὶ τὴν AB ἢ τὴν ἐπ' εὐθείας αὐτῇ ἠγμένην. ἔστω δὲ ἡ ΔZ , τὸ δὲ ὕψος τοῦ ΘHK κώνου ἔστω τὸ $\Theta\Lambda$. ἴσον δὲ ἔστιν τὸ $\Theta\Lambda$ τῇ ΔZ . λέγω, ὅτι ἴσος ἔστιν ὁ κώνος τῷ ῥόμβῳ.

ἐκκείσθω γὰρ ἕτερος κώνος ὁ $MN\Xi$ τὴν μὲν βάσιν ἔχων ἴσην τῇ βάσει τοῦ $AB\Gamma$ κώνου, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ $A\Delta$. καὶ ἔστω τὸ ὕψος αὐτοῦ τὸ NO . ἐπεὶ οὖν ἡ NO τῇ $A\Delta$ ἴση ἔστιν, ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ NO πρὸς ΔE , οὕτως ἡ $A\Delta$ πρὸς ΔE . ἀλλ' ὡς μὲν ἡ $A\Delta$ πρὸς ΔE , οὕτως ὁ $AB\Gamma\Delta$ ῥόμβος πρὸς τὸν $B\Gamma\Delta$ κώνον· ὡς δὲ ἡ NO πρὸς τὴν ΔE , οὕτως ὁ $MN\Xi$ κώνος πρὸς τὸν $B\Gamma\Delta$ κώνον [διὰ τὸ τὰς βάσεις αὐτῶν εἶναι ἴσας]. ὡς ἄρα ὁ $MN\Xi$ κώνος πρὸς τὸν



$B\Gamma\Delta$ κώνον, οὕτως ὁ $AB\Gamma\Delta$ ῥόμβος πρὸς τὸν $B\Gamma\Delta$ κώνον. ἴσος ἄρα ἔστιν ὁ $MN\Xi$ τῷ $AB\Gamma\Delta$ ῥόμβῳ.

altitudinem autem aequalem lineae, quae a uertice alterius conii ad latus prioris conii¹⁾ perpendicularis ducitur.

sit rhombus ex conis aequicruriis compositus $AB\Gamma\Delta$, cuius basis sit circulus circum $B\Gamma$ diametrum descriptus, altitudo autem $A\Delta$. ponatur autem alius conus $H\Theta K$ basim habens superficiei conii $AB\Gamma$ aequalem, altitudinem autem aequalem lineae a Δ puncto ad AB lineam uel eandem productam perpendiculari. sit autem ΔZ linea, altitudo autem conii ΘHK sit ΘA linea. itaque $\Theta A = \Delta Z$. dico, conum $[H\Theta K]$ aequalem esse rhombo.

ponatur enim alius conus $MN\Xi$ basim habens basi conii $AB\Gamma$ aequalem, altitudinem autem aequalem $A\Delta$ lineae. et sit altitudo eius NO linea. iam quoniam $NO = A\Delta$, erit [Eucl. V, 7]

$$NO : \Delta E = A\Delta : \Delta E.$$

sed

$$A\Delta : \Delta E = AB\Gamma\Delta : B\Gamma\Delta^2),$$

et

$$NO : \Delta E = MN\Xi : B\Gamma\Delta \text{ } [\lambda\eta\mu\mu. 1 \text{ p. } 80].^3)$$

itaque

$$MN\Xi : B\Gamma\Delta = AB\Gamma\Delta : B\Gamma\Delta.$$

quare

$$MN\Xi = AB\Gamma\Delta \text{ } [\text{Eucl. V, } 9].$$

1) Cfr. p. 83 not. 6.

2) Nam $AB\Gamma : B\Gamma\Delta = AE : E\Delta$ ($\lambda\eta\mu\mu. 1 \text{ p. } 80$); quare componendo (Eucl. V, 18): $AB\Gamma + B\Gamma\Delta : B\Gamma\Delta = A\Delta : E\Delta$.

3) Sequentia uerba lin. 19—20 transcriptori tribuo; neque enim intellegitur, cur Archimedes, si ad lemma 1 lectorem uocare uoluit, lin. 18, ubi magis opus erat, praetermiserit.

καὶ ἐπεὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ $ΑΒΓ$ ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ $ΗΘΚ$, ὡς ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ $ΑΒΓ$ πρὸς τὴν ἰδίαν βάσιν, οὕτως ἡ βάσις τοῦ $ΗΘΚ$ πρὸς τὴν βάσιν τοῦ $ΜΝΞ$ [ἡ γὰρ βάσις τοῦ $ΑΒΓ$ ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ
 5 $ΜΝΞ$]. ὡς δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ $ΑΒΓ$ πρὸς τὴν ἰδίαν βάσιν, οὕτως ἡ $ΑΒ$ πρὸς τὴν $ΒΕ$, τουτέστι ἡ $ΑΔ$ πρὸς $ΔΖ$ [ὅμοια γὰρ τὰ τρίγωνα]. ὡς ἄρα ἡ βάσις τοῦ $ΗΘΚ$ πρὸς τὴν βάσιν τοῦ $ΝΜΞ$, οὕτως ἡ $ΑΔ$ πρὸς $ΔΖ$. ἴση δὲ ἡ μὲν $ΑΔ$ τῇ $ΝΟ$ [ὑπέκειτο γὰρ],
 10 ἡ δὲ $ΔΖ$ τῇ $ΘΑ$. ὡς ἄρα ἡ βάσις τοῦ $ΗΘΚ$ πρὸς τὴν βάσιν τοῦ $ΜΝΞ$, οὕτως τὸ $ΝΟ$ ὕψος πρὸς τὸ $ΘΑ$. τῶν $ΗΘΚ$, $ΜΝΞ$ ἄρα κῶνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. ἴσοι ἄρα εἰσὶν οἱ κῶνοι. ἐδείχθη δὲ ὁ $ΜΝΞ$ ἴσος τῷ $ΑΒΓΔ$ ῥόμβῳ. καὶ ὁ $ΗΘΚ$
 15 ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ $ΑΒΓΔ$ ῥόμβῳ.

ιδ'.

Ἐὰν κῶνος ἰσοσκελῆς ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ τῇ βάσει, ἀπὸ δὲ τοῦ γενομένου κύκλου κῶνος ἀναγραφῇ κορυφὴν ἔχων τὸ κέντρον τῆς βάσεως, ὁ δὲ
 20 γενόμενος ῥόμβος ἀφαιρεθῇ ἀπὸ τοῦ ὅλου κῶνου, τῷ περιλείμματι ἴσος ἔσται κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κῶνου τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρον τῆς βάσεως ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ κῶνου καθέτω ἡγμένη.
 25 ἔστω κῶνος ἰσοσκελῆς ὁ $ΑΒΓ$, καὶ τετμησθῶ ἐπιπέδῳ παραλλήλῳ τῇ βάσει, καὶ ποιείτω τομὴν τὴν $ΔΕ$. κέντρον δὲ τῆς βάσεως ἔστω τὸ $Ζ$ · καὶ ἀπὸ τοῦ περιδιάμετρον τὴν $ΔΕ$ κύκλου κῶνος ἀναγεγράφθω κορυ-

8. $ΝΜΞ$] sic FBC*; $ΜΝΞ$ ed. Basil., Torellius. 10. $ΘΑ$]

et quoniam superficies conii $AB\Gamma$ aequalis est basi conii $H\Theta K$, erit, ut superficies conii $AB\Gamma$ ad basim eiusdem conii, ita basis conii $H\Theta K$ ad basim conii $MN\Xi$.¹⁾ sed ut superficies conii $AB\Gamma$ ad basim eiusdem conii, ita AB ad BE [prop. 15], h. e. AA ad ΔZ .²⁾ itaque ut basis conii $H\Theta K$ ad basim conii $NM\Xi$, ita AA ad ΔZ . sed $AA = NO$ [ex hypothesi], et $\Delta Z = \Theta A$ [ex hypothesi]. itaque ut basis conii $H\Theta K$ ad basim conii $MN\Xi$, ita erit NO altitudo ad ΘA . conorum igitur $H\Theta K$, $MN\Xi$ bases in contraria sunt proportione altitudinum. quare conii aequales sunt [$\lambda\eta\mu\mu$. 4 p. 82]. sed demonstratum est, conum $MN\Xi$ aequalem esse rhombo $AB\Gamma\Delta$. itaque etiam $H\Theta K$ conus aequalis est rhombo $AB\Gamma\Delta$.

XIX.

Si conus aequicrurius plano basi parallelo secatur, et in circulo inde orto conus construitur uerticem habens centrum basis, et rhombus inde ortus a toto cono subtrahitur, frusto relicto aequalis erit conus basim habens aequalem superficiem conii inter plana parallela positae, altitudinem autem aequalem lineae a centro basis a latus conii perpendiculari.

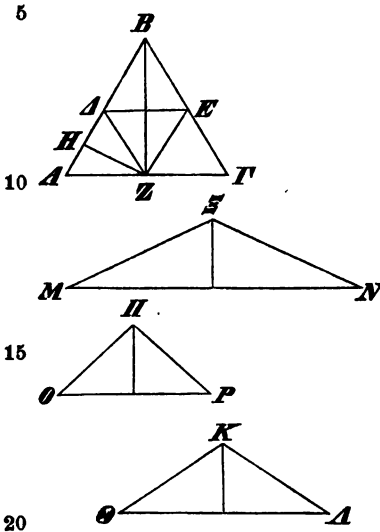
sit conus aequicrurius $AB\Gamma$, et secetur plano basi parallelo, quod efficiat sectionem ΔE . centrum autem basis sit Z . et in circulo circum diametrum ΔE de-

1) Nam basis conii $MN\Xi$ aequalis est basi conii $AB\Gamma$ (ex hypothesi). uerba lin. 4—5 Archimedis uix sunt.

2) Nam $ABE \sim \Delta\Delta Z$; tum u. Eucl. VI, 4.

$\Delta\Theta$ Torellius. $\acute{\omega}\varsigma$] $\acute{\omega}\sigma\tau\epsilon$ F; corr. B. 12. $\tau\acute{\omega}\nu$] $\tau\omicron\nu$ F.
16. κ' F. 21. $\pi\epsilon\rho\iota\lambda\eta\mu\alpha\tau\iota$ F.

φῆν ἔχων τὸ Z . ἔσται δὴ ῥόμβος ὁ $BΔZE$ ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκείμενος. ἐκκείσθω δὴ τις κώνος ὁ $KΘΑ$, οὗ ἡ μὲν βᾶσις ἔστω ἴση τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν $ΔE$, $ΑΓ$, τὸ δὲ ὕψος, ἀχθείσης ἀπὸ τοῦ



Z σημείου καθέτου ἐπὶ τὴν AB τῆς ZH , ἔστω ἴσον τῇ ZH . λέγω, ὅτι, ἐὰν ἀπὸ τοῦ $ΑΒΓ$ κώνου νοηθῇ ἀφηρημένος ὁ $BΔZE$ ῥόμβος, τῷ περιλήμματι ἴσος ἔσται ὁ $ΚΑ$ κώνος.

ἐκκείσθωσαν γὰρ δύο κώνοι οἱ $MNΞ$, $OΠP$, ὥστε τὴν μὲν τοῦ $MNΞ$ βᾶσιν ἴσην εἶναι τοῦ $ΑΒΓ$ κώνου τῇ ἐπιφανείᾳ, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ZH [διὰ δὴ τοῦτο ἴσος ἔστιν ὁ $MNΞ$ κώνος τῷ $ΑΒΓ$

κώνῳ. ἐὰν γὰρ ὡς ἑξ ἑκαστοῦ δύο κώνοι ἰσοσκελεῖς, ἡ δὲ τοῦ ἑτέρου κώνου ἐπιφάνεια ἴση ἢ τῇ τοῦ ἑτέρου βᾶσει, ἔτι δὲ ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βᾶσεως ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου ἀγομένη κάθετος τῷ ὕψει ἴση, ἴσοι ἔσονται οἱ κώνοι], τὴν δὲ τοῦ $OΠP$ κώνου βᾶσιν ἴσην εἶναι τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ $ΔBE$ κώνου, ὕψος δὲ τῇ ZH [διὰ δὴ τοῦτο ἴσος ἔστιν ὁ $OΠP$ κώνος τῷ $BΔZE$ ῥόμβῳ· τοῦτο γὰρ προαπεδείχθη]. ἐπεὶ δὲ ἡ τοῦ $ΑΒΓ$ κώνου ἐπιφάνεια σύγκειται ἐκ τε τῆς τοῦ $BΔE$ ἐπιφανείας

6. τῆς] τη FBC*. 10. περιλήμματι F. 12. κωνος F.
27. τοῦτο] τουτοις F; corr. B*.

scripto construat^{ur} conus uerticem habens Z punctum. erit igitur $B\Delta ZE$ rhombus ex conis aequicuriis compositus. ponatur igitur conus $K\Theta A$, cuius basis aequalis sit superficiei inter ΔE , $A\Gamma$ positae, altitudo autem lineae ZH a Z puncto ad AB lineam perpendiculari ductae. dico, si rhombus $B\Delta ZE$ a cono $AB\Gamma$ ablatu^s fingatur, conum ΘKA aequalem futurum esse frusto relicto.

ponantur enim duo conⁱ $MN\Xi$, $O\Pi P$, ita ut basis conⁱ $MN\Xi$ aequalis sit superficiei conⁱ $AB\Gamma$, altitudo autem lineae ZH^1), basis autem conⁱ $O\Pi P$ aequalis superficiei conⁱ ΔBE , altitudo autem lineae ZH .²⁾)

sed quoniam superficies conⁱ $AB\Gamma$ composita est ex superficie conⁱ $B\Delta E$ et superficie inter ΔE , $A\Gamma$ posita, superficies autem conⁱ $AB\Gamma$ aequalis est basi

1) Quaest. Arch. p. 75 dixi lin. 21—25 subdituias mihi uideri esse, quippe quae nihil contineant nisi inutilem et ab Archimedis consuetudine abhorrentem repetitionem prop. 17; sed etiam lin. 19—21, quibus interpositis prae interrumpitur constructio, et membra ab $\acute{\omega}\sigma\tau\epsilon$ lin. 15 pendentia et per $\mu\acute{\epsilon}\nu$ lin. 15 — $\delta\acute{\epsilon}$ lin. 25 coniuncta uolenter disiunguntur, interpolatori tribuo.

2) Ex iis, quae not. 1 de uerbis similibus lin. 19—25 dixi, ueri simile fit, etiam uerba, quae hoc loco sequuntur lin. 26 $\delta\iota\acute{\alpha}$ $\delta\eta$ — 28 $\pi\rho\omicron\alpha\pi\epsilon\delta\epsilon\lambda\chi\theta\eta$, interpolatori deberi.

καὶ τῆς μεταξὺ τῶν ΔE , $A\Gamma$, ἀλλ' ἡ μὲν τοῦ $AB\Gamma$
 κώνου ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ $MN\Xi$ κώνου,
 ἡ δὲ τοῦ ΔBE ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶν τῇ βάσει τοῦ
 $O\Pi P$, ἡ δὲ μεταξὺ τῶν ΔE , $A\Gamma$ ἴση ἐστὶ τῇ βάσει
 5 τοῦ $\Theta K\Lambda$, ἡ ἄρα τοῦ $MN\Xi$ βάσις ἴση ἐστὶ ταῖς βά-
 σεσιν τῶν $\Theta K\Lambda$, $O\Pi P$. καὶ εἰσιν οἱ κῶνοι ὑπὸ τὸ
 αὐτὸ ὕψος. ἴσος ἄρα ἐστὶν καὶ ὁ $MN\Xi$ κῶνος τοῖς
 $\Theta K\Lambda$, $O\Pi P$ κῶνοις. ἀλλ' ὁ μὲν $MN\Xi$ κῶνος ἴσος
 ἐστὶ τῷ $AB\Gamma$ κῶνῳ, ὁ δὲ $O\Pi P$ τῷ $B\Delta EZ$ ῥόμβῳ.
 10 λοιπὸς ἄρα ὁ $\Theta K\Lambda$ κῶνος τῷ περιλείμματι ἴσος ἐστίν.

κ'.

Ἐὰν ῥόμβου ἐξ ἰσοσκελῶν κῶνων συγκειμένου ὁ
 ἕτερος κῶνος ἐπιπέδῳ τμηθῆ παραλλήλῳ τῇ βάσει,
 ἀπὸ δὲ τοῦ γενομένου κύκλου κῶνος ἀναγραφῆ κορυ-
 15 φὴν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ ἑτέρῳ κῶνῳ, ἀπὸ δὲ τοῦ ὅλου
 ῥόμβου ὁ γενόμενος ῥόμβος ἀφαιρεθῆ, τῷ περιλείμ-
 ματι ἴσος ἐστὶ ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ
 ἐπιφανείᾳ τοῦ κῶνου τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπι-
 πέδων, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ἑτέρου
 20 κῶνου ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ ἑτέρου κῶνου καθέτω
 ἡγμένην.

ἔστω ῥόμβος ἐξ ἰσοσκελῶν κῶνων συγκείμενος ὁ
 $AB\Gamma\Delta$, καὶ τμηθῆτω ὁ ἕτερος κῶνος ἐπιπέδῳ παρ-
 αλλήλῳ τῇ βάσει, καὶ ποιείτω τομὴν τὴν EZ , ἀπὸ
 25 δὲ τοῦ περιδιάμετρον τὴν EZ κύκλου κῶνος ἀναγε-
 γραφθῶ τὴν κορυφὴν ἔχων τὸ Δ σημεῖον. ἔσται δὴ
 γερονῶς ῥόμβος ὁ $EB\Delta Z$, καὶ νοείσθω ἀφρημένος

7. κωνος F. 9. ᾶ] το FBC*. 10. περιλειμματι F. 11.
 κα' F. 12. ισκελων F. 14. κύκλου κῶνος] κωνου κυκλος

coni $MNΞ$, et superficies coni $ΔBE$ aequalis basi coni $OΠP$, et superficies inter $ΔE$, $ΑΓ$ posita aequalis basi coni $⊙KΛ$ [ex hypothesi], basis igitur coni $MNΞ$ aequalis est basibus conorum $⊙KΛ$, $OΠP$, et omnes coni illi eandem habent altitudinem; quare

$$MNΞ = ⊙KΛ + OΠP.^1)$$

sed $MNΞ = ABΓ$ [prop. 17], et $ΠOP = BΔEZ$ [prop. 18]. [itaque $ABΓ = ⊙KΛ + BΔEZ$, et ablato rhombo $BΔEZ$] erit igitur conus $⊙KΛ$ aequalis frusto relicto [Eucl. I *κων. ἐνν.* 3].

XX.

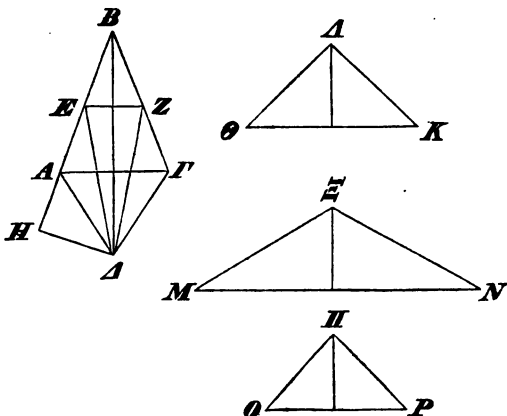
Si in rhombo ex conis aequicuriis composito alter conus plano basi parallelo secatur, et in circulo inde orto conus construitur uerticem habens eundem, quem alter conus [rhombi], et rhombus inde ortus a toto rhombo aufertur, frusto relicto aequalis erit conus basim habens aequalem superficiei coni inter plana parallela positae, altitudinem autem lineae a uertice prioris²⁾ coni ad latus alterius coni perpendiculari ductae.

sit rhombus ex conis aequicuriis compositus $ABΓΔ$, et secetur alter conus plano basi parallelo, quod efficiat sectionem EZ ; et in circulo circum diametrum EZ descripto construatur conus uerticem habens $Δ$ punctum. efficietur igitur rhombus $EBΔZ$, et fingatur ablatas ab toto rhombo. ponatur autem conus

1) Ex lemm. 1; cfr. Quaest. Arch. p. 48.

2) H. e. eius, qui plano parallelo secatur; cfr. p. 83 not. 6.

ἀπὸ τοῦ ὅλου ῥόμβου. ἐκκείσθω δέ τις κῶνος ὁ $\Theta Κ Α$ τὴν μὲν βάσιν ἴσην ἔχων τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν $Α Γ$, $Ε Ζ$, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ Δ σημείου



καθέτω ἀγομένη ἐπὶ τὴν $Β Α$ ἢ τὴν ἐπ' εὐθείας αὐτῆς.
 5 λέγω, ὅτι ὁ $\Theta Κ Α$ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ περι-
 λείμματι.

ἐκκείσθωσαν γὰρ δύο κῶνοι οἱ $Μ Ν Ξ$, $Ο Π Ρ$ καὶ
 ἢ μὲν βάσις τοῦ $Μ Ν Ξ$ κῶνου ἴση ἔστω τῇ ἐπιφανείᾳ
 τοῦ $Α Β Γ$, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ $\Delta Η$ [διὰ δὴ τὰ προ-
 10 δειχθέντα ἴσος ἐστὶν ὁ $Μ Ν Ξ$ κῶνος τῷ $Α Β Γ Δ$ ῥόμβῳ],
 τοῦ δὲ $Ο Π Ρ$ κῶνου ἢ μὲν βάσις ἴση ἔστω τῇ ἐπιφανείᾳ
 τοῦ $Ε Β Ζ$ κῶνου, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ $\Delta Η$ [ὁμοίως
 δὴ ἴσος ἐστὶν ὁ $Ο Π Ρ$ κῶνος τῷ $Ε Β Ζ Δ$ ῥόμβῳ]. ἐπεὶ
 δὲ ὁμοίως ἢ ἐπιφάνεια τοῦ $Α Β Γ$ κῶνου σύγκειται ἐκ
 15 τε τῆς τοῦ $Ε Β Ζ$ καὶ τῆς μεταξὺ τῶν $Ε Ζ$, $Α Γ$, ἀλλὰ
 ἢ μὲν τοῦ $Α Β Γ$ κῶνου ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῇ βάσει
 τοῦ $Μ Ν Ξ$, ἢ δὲ τοῦ $Ε Β Ζ$ κῶνου ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ

5. περιλημματι supra scripto μ F.

12. ομοιω F. In

$\odot K A$ basim habens superficiei inter $A \Gamma$, $E Z$ positae aequalem, altitudinem autem lineae ab A puncto ad $B A$ uel eandem productam perpendiculari ductae. dico, conum $\odot K A$ aequalem esse frusto relicto, quod commemorauimus.

ponantur enim duo conii $M N \Xi$, $O \Pi P$. et basis conii $M N \Xi$ aequalis sit superficiei conii $A B \Gamma$, altitudo autem lineae ΔH^1); conii autem $O \Pi P$ basis aequalis sit superficiei conii $E B Z$, altitudo autem lineae ΔH^2) quoniam autem, ut supra [prop. 19 p. 90, 28], superficies conii $A B \Gamma$ composita est ex superficiei conii $E B Z$ et superficiei inter $E Z$, $A \Gamma$ posita, et superficies conii $A B \Gamma$ aequalis est basi conii $M N \Xi$, et superficies conii $E B Z$ aequalis basi conii $O \Pi$, et superficies inter

1) Uerba sequentia lin. 9—10 subditina esse puto; cfr. p. 91 not. 2.

2) Etiam uerba lin. 12—13, quae per uocabulum $\delta\mu\omega\lambda\omicron\varsigma$ uerba subditina lin. 9—10 significant, necessario subditina sunt, si illa iure damnauimus.

figura litteras A , H permutat F ; pro O habet C ; praeterea ut prop. 19 om: altitudines conorum.

τῇ βάσει τοῦ $ΟΡΠ$ κώνου, ἣ δὲ μεταξὺ τῶν $ΕΖ$, $ΑΓ$ ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ $\ThetaΚΑ$, ἣ ἄρα βάσις τοῦ $ΜΝΞ$ ἴση ἐστὶ ταῖς βάσεσιν τῶν $ΟΠΡ$, $\ThetaΚΑ$. καὶ εἰσιν οἱ κῶνοι ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος. καὶ ὁ $ΜΝΞ$ ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τοῖς $\ThetaΚΑ$, $ΟΠΡ$ κώνοις. ἀλλ' ὁ μὲν $ΜΝΞ$ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ $ΑΒΓΔ$ ῥόμβῳ, ὁ δὲ $ΟΠΡ$ κῶνος τῷ $ΕΒΔΖ$ ῥόμβῳ. λοιπὸς ἄρα ὁ κῶνος ὁ $\ThetaΚΑ$ ἴσος ἐστὶ τῷ περιλείμματι τῷ λοιπῷ.

κά'.

10 Ἐὰν εἰς κύκλον πολύγωνον ἐγγραφῇ ἀρτιόπλευρόν τε καὶ ἰσόπλευρον, καὶ διαχθῶσιν εὐθεῖαι ἐπιξενγνύουσαι τὰς πλευρὰς τοῦ πολυγώνου, ὥστε αὐτὰς παραλλήλους εἶναι μιᾷ ὀποιοῦν τῶν ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑποτείνουσῶν, αὶ ἐπιξενγνύουσαι πᾶσαι
15 πρὸς τὴν τοῦ κύκλου διάμετρον τοῦτον ἔχουσι τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ ὑποτείνουσα τὰς μιᾷ ἐλάσσονας τῶν ἡμίσεων πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου.

ἔστω κύκλος ὁ $ΑΒΓΔ$, καὶ ἐν αὐτῷ πολύγωνον ἐγγεγράφθω τὸ $ΑΕΖΒΗ\Theta\GammaΜΝΔΑΚ$, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ $ΕΚ$, $ΖΑ$, $ΒΔ$, $ΗΝ$, $\ThetaΜ$. δῆλον δὴ, ὅτι παράλληλοι εἰσιν τῇ ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑποτείνουσῃ. λέγω οὖν, ὅτι αἱ εἰρημέναι πᾶσαι πρὸς τὴν τοῦ κύκλου διάμετρον τὴν $ΑΓ$ τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι τῷ τῆς $ΓΕ$ πρὸς $ΕΑ$.

25 ἐπεξεύχθωσαν γὰρ αἱ $ΖΚ$, $ΑΒ$, $ΗΔ$, $\ThetaΝ$. παράλληλος ἄρα ἡ μὲν $ΖΚ$ τῇ $ΕΑ$, ἡ δὲ $ΒΔ$ τῇ $ΖΚ$, καὶ ἔτι ἡ μὲν $ΔΗ$ τῇ $ΒΔ$, ἡ δὲ $\ThetaΝ$ τῇ $ΔΗ$, καὶ ἡ

7. $ΕΒΖΔ$ Torellius.
F habet A, sed expunctum.

8. περιλιμματι F.

19. Post K
F.

27. $ΔΗ$ (alt.) in rasura F.

EZ , AG posita aequalis basi conii $\odot KA$, basis igitur conii MNE aequalis est basibus conorum OIP , $\odot KA$. et conii eandem altitudinem habent. itaque etiam conus

$$MNE = \odot KA + OIP \text{ [p. 93 not. 1].}$$

sed $MNE = AB\Gamma A$ [prop. 18], et $OIP = EB\Delta Z$ [prop. 18] [itaque $AB\Gamma A = \odot KA + EB\Delta Z$. auferatur, qui communis est rhombus $EB\Delta Z$]. erit igitur, qui relinquitur, conus $\odot KA$ aequalis frusto relicto [Eucl. I *κωι*. *έvv*. 3].

XXI.

Si circulo polygonum inscribitur aequilaterum, cuius latera paria sunt numero, et ducuntur lineae angulos¹⁾ polygoni coniungentes, ita ut parallelae sint cuius linearum sub duo latera subtendentium polygoni, omnes simul lineae coniungentes ad diametrum circuli eam habent rationem, quam habet linea subtendens sub latera polygoni uno pauciora, quam dimidius numerus eorum est, ad latus polygoni.

sit circulus $AB\Gamma A$, et ei inscribatur polygonum $AEZBH\odot\Gamma MN\Delta AK$, et ducantur lineae EK , ZA , $B\Delta$, HN , $\odot M$. adparet igitur, eas parallelas esse lineae sub duo latera polygoni subtendenti.²⁾ iam dico, omnes simul lineas, quas commemorauimus, ad diametrum circuli rationem habere, quam GE ad EA .

ducantur enim lineae ZK , AB , $H\Delta$, $\odot N$. parallela igitur linea ZK est lineae EA ,³⁾ BA lineae ZK , et

1) Archimedes pro *πλευράς* lin. 12 fortasse scripserat *γωνίας*; Quaest. Arch. p. 76.

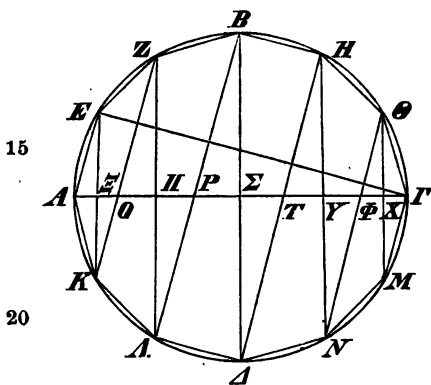
2) Nam quia arcus KA , EZ aequales sunt, erit

$$\angle EKZ = KZA \text{ (Eucl. III, 27);}$$

itaque $EK \neq AZ$ (Eucl. I, 28), et eodem modo in ceteris.

3) Quia arcus $KA = EZ$, erit $\angle AEK = EKZ$ (Eucl. III,

ΓM τῆ ΘN . [καὶ ἐπεὶ δύο παραλλήλοι εἰσὶν αἱ EA ,
 KZ , καὶ δύο διηγμέναι εἰσὶν αἱ EK , AO] ἔστιν ἄρα,
ὡς ἡ $EΞ$ πρὸς $ΞA$, ὁ $KΞ$ πρὸς $ΞO$. ὡς δ' ἡ $KΞ$
πρὸς $ΞO$, ἡ $Z\Pi$ πρὸς ΠO , ὡς δὲ ἡ $Z\Pi$ πρὸς ΠO ,
5 ἡ $\Lambda\Pi$ πρὸς ΠP , ὡς δὲ ἡ $\Lambda\Pi$ πρὸς ΠP , οὕτως ἡ
 $B\Sigma$ πρὸς ΣP , καὶ ἔτι, ὡς ἡ μὲν $B\Sigma$ πρὸς ΣP , ἡ
 $\Delta\Sigma$ πρὸς ΣT , ὡς δὲ ἡ $\Delta\Sigma$ πρὸς ΣT , ἡ HT πρὸς
 ΓT , καὶ ἔτι, ὡς ἡ μὲν HT πρὸς ΓT , ἡ NT πρὸς $\Gamma\Phi$, ὡς
δὲ ἡ NT πρὸς $\Gamma\Phi$, ἡ ΘX πρὸς $X\Phi$, καὶ ἔτι, ὡς μὲν
10 ἡ ΘX πρὸς $X\Phi$, ἡ MX πρὸς $X\Gamma$ [καὶ πάντα ἄρα



15

20

πρὸς πάντα ἐστίν,
ὡς εἰς τῶν λόγων
πρὸς ἓνα]. ὡς ἄρα ἡ
 $EΞ$ πρὸς $ΞA$, οὕτως
αἱ EK , $Z\Lambda$, $B\Delta$, HN ,
 ΘM πρὸς τὴν AG
διάμετρον. ὡς δὲ ἡ
 $EΞ$ πρὸς $ΞA$, οὕτως
ἡ ΓE πρὸς EA . ἔστι
ἄρα καὶ ὡς ἡ ΓE
πρὸς EA , οὕτω πά-
σαι αἱ EK , $Z\Lambda$,
 $B\Delta$, HN , ΘM πρὸς τὴν AG διάμετρον.

κβ'.

25 Ἐὰν εἰς τμήμα κύκλου πολύγωνον ἐγγραφῆ τὰς
πλευρὰς ἔχον χωρὶς τῆς βάσεως ἴσας καὶ ἀρτίους,
ἀχθῶσιν δὲ εὐθεῖαι παρὰ τὴν βάσην τοῦ τμήματος τὰς
πλευρὰς ἐπιζευγνύουσαι τοῦ πολυγώνου, αἱ ἀχθεῖσαι
πᾶσαι καὶ ἡ ἡμίσεια τῆς βάσεως πρὸς τὸ ὕψος τοῦ

2. AO] $A\Theta F$; corr. B man. 2*. 3. δ'] FBC^* ; δέ uulgo.

porro ΔH lineae BA , ΘN lineae ΔH , ΓM lineae ΘN .
est igitur [Zeitschr. f. Math. u. Phys. XXIV p. 178
nr. 1]:

$$E\Xi : \Xi A = K\Xi : \Xi O;$$

sed

$$\begin{aligned} K\Xi : \Xi O &= Z\Pi : \Pi O \text{ [Eucl. VI, 4]} \\ &= \Lambda\Pi : \Pi P \text{ [id.]} = B\Sigma : \Sigma P \text{ [id.]} \end{aligned}$$

porro

$$B\Sigma : \Sigma P = \Delta\Sigma : \Sigma T \text{ [id.]} = HT : TT \text{ [id.]}.$$

porro

$$HT : TT = NT : T\Phi = \Theta X : X\Phi = MX : X\Gamma \text{ [id.]}.$$

itaque

$$E\Xi : \Xi A = EK + ZA + BA + HN + \Theta M : \Lambda\Gamma$$

[Eucl. V, 12]. sed $E\Xi : \Xi A = \Gamma E : EA$ [Eucl. VI, 4].

itaque etiam

$$\Gamma E : EA = EK + ZA + BA + HN + \Theta M : \Lambda\Gamma.$$

XXII.

Si segmento circuli polygonum inscribitur latera
praeter basim aequalia et paria numero habens, et
ducuntur lineae basi segmenti parallelae angulos¹⁾
coniungentes, omnes simul lineae ductae cum dimidia
basi ad altitudinem segmenti eandem rationem habent,

27); quare $ZK \neq EA$ (Eucl. I, 28); eodem modo sequentia demon-
strantur.

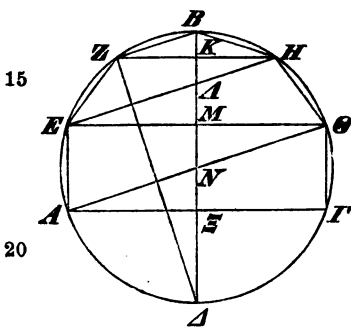
1) U. p. 97 not. 1.

8. TT] T h. l. et postea saepius in rasura F (lin. 8, 9 septies).
10. $X\Gamma$] X in rasura F. 12. $\epsilon\iota\zeta$] om. FCB (man. 2 ex $\acute{\omega}\zeta$
fecit $\epsilon\iota\zeta$)*. 19. η ΓE] η om. F. $\xi\sigma\tau\alpha\iota$ per comp. F. 24.
 $\kappa\gamma$ F; $\kappa\beta$ Eutocius ad prop. 35. 26. $\epsilon\chi\omega\nu$ F; corr. Rivaltus.
27. $\tau\acute{\alpha}\varsigma$] $\alpha\iota$ $\tau\acute{\alpha}\varsigma$ F; corr. ed. Basil. 29. η addidi; om. F, vulgo.

τιμήματος τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσιν, ὃν ἡ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου ἐπιξεννυμένη πρὸς τὴν τοῦ πολυγώνου πλευρὰν.

εἰς γὰρ κύκλον τὸν $ΑΒΓ$ διήχθω τις εὐθεῖα ἡ $ΑΓ$,
 5 καὶ ἐπὶ τῆς $ΑΓ$ πολύγωνον ἐγγεγράφθω εἰς τὸ $ΑΒΓ$
 τμήμα ἀρτιόπλευρόν τε καὶ ἴσας ἔχον τὰς πλευρὰς χωρὶς
 τῆς βάσεως τῆς $ΑΓ$. καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ $ΖΗ$, $ΕΘ$, αἱ
 εἰσὶν παράλληλοι τῇ βάσει τοῦ τμήματος. λέγω, ὅτι ἐστὶν
 ὡς αἱ $ΖΗ$, $ΕΘ$, $ΑΞ$ πρὸς $ΒΞ$, οὕτως ἡ $ΔΖ$ πρὸς $ΖΒ$.

10 πάλιν γὰρ ὁμοίως ἐπεξεύχθωσαν αἱ $ΗΕ$, $ΑΘ$. παρ-
 ἀλληλοι ἄρα εἰσὶν τῇ $ΒΖ$. διὰ δὲ ταυτὰ ἐστὶν, ὡς ἡ
 $ΚΖ$ πρὸς $ΚΒ$, ἢ τε $ΗΚ$ πρὸς $ΚΑ$, καὶ ἡ $ΕΜ$ πρὸς



15

20

$ΜΑ$, καὶ ἡ $ΜΘ$ πρὸς $ΜΝ$,
 καὶ ἡ $ΞΑ$ πρὸς $ΞΝ$ [καὶ
 ὡς ἄρα πάντα πρὸς πάντα,
 εἰς τῶν λόγων πρὸς ἓνα]. ὡς
 ἄρα αἱ $ΖΗ$, $ΕΘ$, $ΑΞ$ πρὸς
 $ΒΞ$, οὕτως ἡ $ΖΚ$ πρὸς $ΚΒ$.
 ὡς δὲ ἡ $ΖΚ$ πρὸς $ΚΒ$,
 οὕτως ἡ $ΔΖ$ πρὸς $ΖΒ$. ὡς
 ἄρα ἡ $ΔΖ$ πρὸς $ΖΒ$, οὕτως
 αἱ $ΖΗ$, $ΕΘ$, $ΑΞ$ πρὸς $ΒΞ$.

κγ'.

Ἐστω ἐν σφαίρα μέγιστος κύκλος ὁ $ΑΒΓΔ$, καὶ
 25 ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸν πολύγωνον ἰσόπλευρον, τὸ δὲ
 πλήθος τῶν πλευρῶν αὐτοῦ μετρείσθω ὑπὸ τετραδός·
 αἱ δὲ $ΑΓ$, $ΔΒ$ διαμέτροι ἔστωσαν. ἐὰν δὲ μενούσης
 τῆς $ΑΓ$ διαμέτρου περιευεχθῇ ὁ $ΑΒΓΔ$ κύκλος ἔχων

23. κγ' om. F.

27. ΔΒ] ΒΔ ed. Basil., Torellius.

quam linea a diametro circuli ad latus polygoni ducta ad latus polygoni.

ducatur enim in circulo $AB\Gamma$ linea recta $A\Gamma$, et super lineam $A\Gamma$ polygonum latera praeter basim $A\Gamma$ aequalia et paria numero habens segmento $AB\Gamma$ inscribatur. et ducantur ZH , $E\Theta$, quae parallelae sunt basi segmenti [p. 97 not. 2]. dico esse

$$ZH + E\Theta + A\Xi : B\Xi = AZ : ZB.$$

rursus enim, ut supra [p. 96, 25], ducantur lineae HE , $A\Theta$; parallelae igitur sunt lineae BZ [p. 97 not. 3]. eadem de causa, qua supra [p. 99, 2 sq.], erit

$$KZ : KB = HK : KA = EM : MA = M\Theta : MN = \Xi A : \Xi N.^1)$$

itaque

$$ZH + E\Theta + A\Xi : B\Xi = ZK : KB \text{ [Eucl. V, 12].}$$

sed

$$ZK : KB = AZ : ZB \text{ [Eucl. VI, 4].}$$

quare erit

$$AZ : ZB = ZH + E\Theta + A\Xi : B\Xi.$$

XXIII.

Sit in sphaera $AB\Gamma\Delta$ circulus maximus, et ei inscribatur polygonum aequilaterum, cuius laterum numerus per quattuor diuidi possit. lineae autem $A\Gamma$, ΔB diametri sint [inter se perpendiculares].²⁾ si igitur manente diametro $A\Gamma$ circulus $AB\Gamma\Delta$ cum polygono circumuoluitur, adparet, ambitum eius per superficiem

1) Uerba sequentia lin. 14—16 Archimedis non sunt; cfr. p. 98, 10; Neue Jahrb. Suppl. XI p. 388.

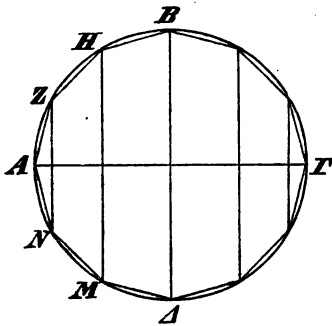
2) Hic Archimedes uix omiserat: πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις lin. 27, quae uerba Nizzius addi uoluit.

τὸ πολύγωνον, δῆλον, ὅτι ἡ μὲν περιφέρεια αὐτοῦ
κατὰ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἐνεχθήσεται, αἱ δὲ
τοῦ πολυγώνου γωνίαι χωρὶς τῶν πρὸς τοῖς A, Γ
σημείοις κατὰ κύκλων περιφερειῶν ἐνεχθήσονται ἐν
5 τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας γεγραμμένων ὀρθῶν πρὸς
τὸν $AB\Gamma\Delta$ κύκλον. διάμετροι δὲ αὐτῶν ἔσονται αἱ
ἐπιξευγνύουσαι τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου παρὰ τὴν
 $B\Delta$ οὔσαι. αἱ δὲ τοῦ πολυγώνου πλευραὶ κατὰ τινων
κάνων ἐνεχθήσονται, αἱ μὲν AZ, AN κατ' ἐπιφανείας
10 κᾶνον, οὗ βάσις μὲν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν
 ZN , κορυφή δὲ τὸ A σημεῖον· αἱ δὲ ZH, MN κατὰ
τινος κωνικῆς ἐπιφανείας οἰσθήσονται, ἧς βάσις μὲν
ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν HM , κορυφή δὲ τὸ
σημεῖον, καθ' ὃ συμβάλλουσιν ἐκβαλλόμεναι αἱ $ZH,$
15 MN ἀλλήλαις τε καὶ τῇ AG . αἱ δὲ $BH, M\Delta$ πλευ-
ραὶ κατὰ κωνικῆς ἐπιφανείας οἰσθήσονται, ἧς βάσις
μὲν ἔστιν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν $B\Delta$ ὀρθὸς
πρὸς τὸν $AB\Gamma\Delta$ κύκλον, κορυφή δὲ τὸ σημεῖον, καθ'
ὃ συμβάλλουσιν ἐκβαλλόμεναι αἱ $BH, \Delta M$ ἀλλήλαις
20 τε καὶ τῇ GA . ὁμοίως δὲ καὶ αἱ ἐν τῷ ἐτέρῳ ἡμι-
κυκλίῳ πλευραὶ κατὰ κωνικῶν ἐπιφανειῶν οἰσθήσονται
πάλιν ὁμοίων ταύταις. ἔσται δὴ τι σχῆμα ἐγγεγραμ-
μένον ἐν τῇ σφαίρᾳ ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περι-
εχόμενον τῶν προειρημένων, οὗ ἡ ἐπιφάνεια ἐλάσσω
25 ἔσται τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

διαιρεθείσης γὰρ τῆς σφαίρας ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου
τοῦ κατὰ τὴν $B\Delta$ ὀρθοῦ πρὸς τὸν $AB\Gamma\Delta$ κύκλον ἡ

5. τῆς] τη F. ὀρθον F; corr. ed. Bas. 9. AZ] $A\Xi$
F. 10. οὗ] ὁ FC*. τῆς] τη F; corr. B. 13. HM] MH
ed. Basil., Torellius. 14. συμβαλουσιν F. ἐκβαλλόμεναι]
altero λ supra scripto F. 20. αἱ] addidi; om. F, vulgo.

sphaerae circumuolutum iri, angulos autem polygони praeter angulos ad A , Γ puncta positos per ambitus circulorum in superficie sphaerae descriptorum et ad $AB\Gamma\Delta$ circulum perpendicularium. et diametri eorum erunt lineae angulos polygони coniungentes lineae $B\Delta$ parallelae. latera autem polygони per conos quosdam circumuoluentur, AZ , AN latera per superficiem coni, cuius basis est circulus circum diametrum ZN descriptus, uertex autem A punctum, latera uero ZH , MN per superficiem conicam circumuoluentur, cuius basis est circulus circum diametrum HM descriptus, uertex autem punctum, in quo ZH , MN lineae productae et sibi in uicem et lineae $A\Gamma$ concurrunt; latera autem BH , $M\Delta$ per superficiem conicam circumuoluentur, cuius basis est circulus circum $B\Delta$ diametrum descriptus ad $AB\Gamma\Delta$ circulum perpendi-



cularis, uertex autem punctum, in quo BH , ΔM lineae productae et sibi in uicem et lineae ΓA concurrunt. eodem modo etiam latera in altero semicirculo posita rursus per superficies conicas circumuoluentur his similes. itaque in sphaera figura inscripta erit comprehensa per superficies conicas, quas commemorauimus, cuius superficies minor erit superficie sphaerae.

secta enim sphaera plano in linea $B\Delta$ posito ad circulum $AB\Gamma\Delta$ perpendiculari superficies alterius

ἐπιφάνεια τοῦ ἐτέρου ἡμισφαιρίου καὶ ἡ ἐπιφάνεια
 τοῦ σχήματος τοῦ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένου τὰ αὐτὰ
 πέρατα ἔχουσιν ἐν ἐνὶ ἐπιπέδῳ· ἀμφοτέρων γὰρ τῶν
 ἐπιφανειῶν πέρασ ἐστὶν τοῦ κύκλου ἢ περιφέρεια τοῦ
 5 περὶ διάμετρον τὴν $ΒΔ$ ὀρθοῦ πρὸς τὸν $ΑΒΓΔ$ κύκλον·
 καὶ εἰσὶν ἀμφοτέραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλαι, καὶ περιλαμ-
 βάνεται αὐτῶν ἡ ἕτερα ὑπὸ τῆς ἐτέρας ἐπιφανείας καὶ
 τῆς ἐπιπέδου τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῆ. ὁμοίως
 δὲ καὶ τοῦ ἐν τῷ ἐτέρῳ ἡμισφαιρίῳ σχήματος ἢ ἐπι-
 10 φάνεια ἐλάσσωσ ἐστὶ τῆς τοῦ ἡμισφαιρίου ἐπιφανείας.
 καὶ ὅλη οὖν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ σχήματος τοῦ ἐν τῇ
 σφαίρᾳ ἐλάσσωσ ἐστὶν τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

κδ'.

Ἡ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος εἰς τὴν σφαῖραν
 15 ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύ-
 νηται τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς πλευρᾶς τοῦ σχή-
 ματος καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιξεννουούσαις τὰς
 πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑπὸ τετραδὸς μετρουμένας καὶ
 παραλλήλοις οὔσαις τῇ ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου
 20 ὑποτεινούσῃ εὐθεῖᾳ.

Ἐστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ $ΑΒΓΔ$, καὶ ἐν
 αὐτῷ πολύγωνον ἐγγεγράφθω ἰσόπλευρον, οὗ αἱ πλευ-
 ραὶ ὑπὸ τετραδὸς μετροῦνται· καὶ ἀπὸ τοῦ πολυγώ-
 νου τοῦ ἐγγεγραμμένου νοείσθω τι εἰς τὴν σφαῖραν
 25 ἐγγραφὲν σχῆμα, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ $ΕΖ$, $ΗΘ$, $ΓΔ$,
 $ΚΑ$, $ΜΝ$ παράλληλοι οὔσαι τῇ ὑπὸ δύο πλευρὰς ὑπο-

9. τοῦ ἐν τῷ] scripsi; τοῦ FC^* ; τοῦ ἐν B^* , ed. Basil., Torellius.
 18. ὑπὸ τετραδὸς μετρουμένας] scripsi; τετραγωνους F , vulgo; del.
 Hauber, Nizze; (τετραπλεύρη) ed. Basil.; τετρακάλου censor
 Ienensis; ὡς τετραπλευρας γίνεσθαι Torellius. 19. παραλλή-

hemisphaerii et superficies figurae hemisphaerio inscriptae eosdem terminos habent in uno plano (utraque enim superficies terminum habet ambitum circuli circum diametrum BA descripti ad circulum $AB\Gamma\Delta$ perpendicularis), et utraque in eandem partem caua est, et altera ab altera comprehenditur superficie et superficie plana eosdem, quos illa, terminos habenti.¹⁾ eodem modo etiam figurae alteri hemisphaerio inscriptae superficies minor est superficie hemisphaerii. itaque etiam tota superficies figurae sphaerae inscriptae minor est superficie sphaerae.

XXIV.

Superficies figurae sphaerae inscriptae aequalis est circulo, cuius radius quadratus aequalis est rectangulo, quod continetur latere figurae et linea aequali omnibus simul lineis iungentibus angulos²⁾ polygoni, quorum numerus per quattuor diuidi possit, et parallelis lineae sub duo latera polygoni subtendenti.

sit in sphaera circulus maximus $AB\Gamma\Delta$, et ei inscribatur polygonum aequilaterum, cuius laterum numerus³⁾ per quattuor diuidi possit. et in polygono inscripto fingatur figura inscripta sphaerae, et iungantur lineae EZ , $H\Theta$, $\Gamma\Delta$, KA , MN parallelae

1) Quare superficies figurae inscriptae minor est superficie sphaerae ($\lambda\mu\beta$. 4 p. 10). nec Archimedes hoc praetermiserat; cfr. Quaest. Arch. p. 73.

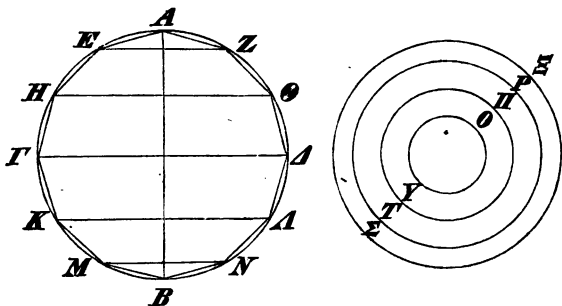
2) Cfr. p. 97 not. 1.

3) Archimedem puto scripsisse lin. 22—23: οὗ τὸ πλῆθος τῶν πλευρῶν μετρεῖσθαι ὑπὸ τετρατόσ; Quaest. Arch. p. 76.

λοῖς οὖσαις] Nizzius; παραλλήλους ουσας F, uulgo. 21. $A\Gamma B\Delta$ Torellius.

τεινούση εὐθεία. κύκλος δέ τις ἐκκείσθω ὁ Ξ , οὗ ἡ
 ἐκ τοῦ κέντρου δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς
 AE καὶ τῆς ἴσης ταῖς EZ , $H\Theta$, $\Gamma\Delta$, $ΚΛ$, MN . λέγω,
 ὅτι ὁ κύκλος οὗτος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ εἰς
 5 τὴν σφαῖραν ἐγγραφομένου σχήματος.

ἐκκείσθωσαν γὰρ κύκλοι οἱ O , Π , P , Σ , T , Γ ,
 καὶ τοῦ μὲν O ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάσθω τὸ περι-
 εχόμενον ὑπὸ τε τῆς EA καὶ τῆς ἡμισείας τῆς EZ ,



ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Π δυνάσθω τὸ περιεχόμενον
 10 ὑπὸ τε τῆς EA καὶ τῆς ἡμισείας τῶν EZ , $H\Theta$, ἡ δὲ
 ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ P δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπὸ
 τῆς EA καὶ τῆς ἡμισείας τῶν $H\Theta$, $\Gamma\Delta$, ἡ δὲ ἐκ τοῦ
 κέντρου τοῦ Σ δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς
 EA καὶ τῆς ἡμισείας τῶν $\Gamma\Delta$, $ΚΛ$, ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέν-
 15 τρου τοῦ T δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς AE
 καὶ τῆς ἡμισείας τῶν $ΚΛ$, MN , ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου
 τοῦ Γ δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς AE καὶ
 τῆς ἡμισείας τῆς MN . διὰ δὲ ταῦτα ὁ μὲν O κύκλος
 ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ AEZ κώνου, ὁ δὲ Π τῇ
 20 ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν EZ , $H\Theta$, ὁ δὲ
 P τῇ μεταξὺ τῶν $H\Theta$, $\Gamma\Delta$, ὁ δὲ Σ τῇ μεταξὺ τῶν

1. δέ] scripsi; δη F, uulgo.

6. T] in rasura F.

lineae sub latera subtendenti. ponatur autem circulus Ξ , cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo, quod linea AE et linea omnibus simul lineis EZ , $H\Theta$, $\Gamma\Delta$, KA , MN aequali continetur. dico, hunc circulum aequalem esse superficiei figurae sphaerae inscriptae.

ponantur enim circuli O , Π , P , Σ , T , \mathcal{T} , et radius circuli O quadratus aequalis sit rectangulo, quod continetur linea EA et dimidia linea EZ , radius autem circuli Π quadratus aequalis sit rectangulo, quod continetur linea $E\mathcal{K}$ et dimidia parte linearum EZ , $H\Theta$, radius autem circuli P quadratus aequalis sit rectangulo, quod linea EA et dimidia parte linearum $H\Theta$, $\Gamma\Delta$ continetur, radius autem circuli Σ quadratus aequalis sit rectangulo, quod linea EA et dimidia parte linearum $\Gamma\Delta$, KA continetur, radius autem circuli T quadratus aequalis sit rectangulo, quod linea AE et dimidia parte linearum KA , MN continetur, radius autem circuli \mathcal{T} quadratus aequalis sit rectangulo, quod linea AE et dimidia linea MN continetur. itaque circulus O aequalis est superficiei conici AEZ [prop. 14], Π circulus aequalis superficiei conicae inter EZ , $H\Theta$ lineas positae, P circulus superficiei inter $H\Theta$, $\Gamma\Delta$ positae, Σ superficiei inter $\Delta\Gamma$, KA positae, T superficiei inter KA , MN positae¹⁾, \mathcal{T} circulus

1) Haec omnia sequuntur ex prop. 16, quia aequalia sunt latera polygona.

$\Delta\Gamma$, $ΚΑ$ · καὶ ἔτι ὁ μὲν Γ ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ
 κώνου τῇ μεταξὺ τῶν $ΚΑ$, $ΜΝ$ · ὁ δὲ Γ τῇ τοῦ
 $ΜΒΝ$ κώνου ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστίν. οἱ πάντες ἄρα
 κύκλοι ἴσοι εἰσὶν τῇ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐπι-
 5 φανείᾳ. καὶ φανερόν, ὅτι αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν $Ο$,
 Π , P , Σ , T , Υ κύκλων δύνανται τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε
 τῆς $ΑΕ$ καὶ δις τῶν ἡμίσεων τῆς $ΕΖ$, $ΗΘ$, $\GammaΔ$, $ΚΑ$,
 $ΜΝ$, αἱ ὅλαι εἰσὶν αἱ $ΕΖ$, $ΗΘ$, $\GammaΔ$, $ΚΑ$, $ΜΝ$. αἱ
 ἄρα ἐκ τῶν κέντρων τῶν $Ο$, Π , P , Σ , T , Υ κύκλων
 10 δύνανται τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς $ΑΕ$ καὶ πασῶν
 τῶν $ΕΖ$, $ΗΘ$, $\GammaΔ$, $ΚΑ$, $ΜΝ$. ἀλλὰ καὶ ἡ ἐκ τοῦ
 κέντρου τοῦ Ξ κύκλου δύναται τὸ ὑπὸ τῆς $ΑΕ$ καὶ
 τῆς συγκειμένης ἐκ πασῶν τῶν $ΕΖ$, $ΗΘ$, $\GammaΔ$, $ΚΑ$,
 $ΜΝ$. ἡ ἄρα ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ξ κύκλου δύναται
 15 τὰ ἀπὸ τῶν ἐκ τῶν κέντρων τῶν $Ο$, Π , P , Σ , T , Υ
 κύκλων. καὶ ὁ κύκλος ἄρα ὁ Ξ ἴσος ἐστὶ τοῖς $Ο$, Π ,
 P , Σ , T , Υ κύκλοις. οἱ δὲ $Ο$, Π , P , Σ , T , Υ κύκλοι
 ἀπεδείχθησαν ἴσοι τῇ εἰρημένῃ τοῦ σχήματος ἐπιφα-
 νείᾳ. καὶ ὁ Ξ ἄρα κύκλος ἴσος ἔσται τῇ ἐπιφανείᾳ
 20 τοῦ σχήματος.

κέ'.

Τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος εἰς τὴν σφαῖραν ἡ
 ἐπιφάνεια ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν κωνικῶν ἐπιφανειῶν
 ἐλάσσωσιν ἐστὶν ἡ τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου
 25 τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ $ΑΒΓΔ$, καὶ ἐν

6. δυναται F; corr. BC*. 8. ὅλαι] scripsi cum B*;
 ολοι F, uulgo. $\GammaΔ$] om. F; corr. Torellius. 12 δυναται,
 v expuncto, FC*. 15. τὰ ἀπὸ τῶν] scripsi; τας F, uulgo.
 19. ἄρα] om. F.

superficiei conii MBN .¹⁾ quare omnes simul circuli aequales sunt superficiei figurae inscriptae. et adparet, radios circulorum $O, \Pi, P, \Sigma, T, \Upsilon$ quadratos aequales esse rectangulo, quod continetur linea AE et dimidiis lineis $EZ, H\Theta, \Gamma\Delta, K\Lambda, MN$ bis sumptis, quae aequales sunt ipsis lineis $EZ, H\Theta, \Gamma\Delta, K\Lambda, MN$. itaque radii circulorum $O, \Pi, P, \Sigma, T, \Upsilon$ quadrati

$$= AE \times (EZ + H\Theta + \Gamma\Delta + K\Lambda + MN).$$

sed etiam radius circuli Ξ quadratus

$$= AE \times (EZ + H\Theta + \Gamma\Delta + K\Lambda + MN)$$

[ex hypothesi]. radius igitur circuli Ξ quadratus aequalis est radiis circulorum $O, \Pi, P, \Sigma, T, \Upsilon$ quadratis. quare etiam²⁾

$$\Xi = O + \Pi + P + \Sigma + T + \Upsilon.$$

sed demonstratum est, circulos $O, \Pi, P, \Sigma, T, \Upsilon$ aequales esse figurae superficiei, quam commemorauimus. itaque etiam conus Ξ aequalis erit superficiei figurae.

XXV.

Superficies figurae sphaerae inscriptae, quae per superficies conicas continetur³⁾, minor est quam quadruplo maior circulo maximo sphaerae.

sit sphaerae circulus maximus $AB\Gamma\Delta$, et ei in-

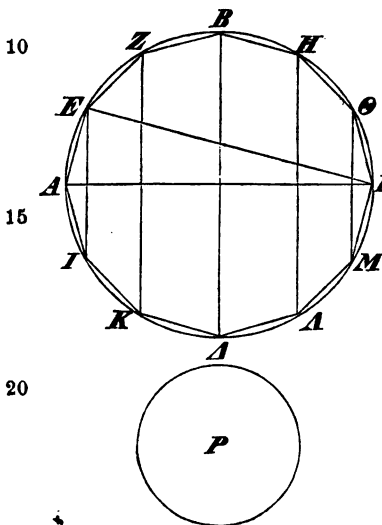
1) Sequitur ex prop. 14, quia $EA = MB$.

2) Eucl. XII, 2; cfr. Quaest. Arch. p. 48.

3) Archimedes uix h. l. et p. 110, lin. 3 dixerat, superficiem figurae per superficies conicas comprehendi, cum hoc de ipsa figura dicendum esset. scripsit fortasse lin. 23: τοῦ περιεχομένου et lin. 3: νοεῖσθαι σχῆμα ὑπὸ . . . περιεχόμενον.

αὐτῷ ἐγγεγράφῳ πολύγωνον [ἀρτιόγωνον] ἰσόπλευρον, οὗ αἱ πλευραὶ ὑπὸ τετραδὸς μετροῦνται. καὶ ἀπ' αὐτοῦ νοείσθω ἐπιφάνεια ἢ ὑπὸ τῶν κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχομένη. λέγω, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγραφέντος ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

ἐπεξεύχθωσαν γὰρ αἱ ὑπὸ δύο πλευρὰς ὑποτείνουσαι τοῦ πολυγώνου αἱ EI , ΘM , καὶ ταύταις παράλληλοι αἱ ZK , ΔB , $H\Lambda$.



ἐκκείσθω δέ τις κύκλος ὁ P , οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ὑπὸ τῆς EA

καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ΓEI , ZK , $B\Delta$, $H\Lambda$, ΘM .

διὰ δὴ τὸ προδειχθὲν ἴσος ἐστὶν ὁ κύκλος τῇ ἰσῶν ἐπιφανείᾳ. καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη, ὅτι ἐστὶν, ὡς ἡ ἴση

πάσαις ταῖς EI , ZK , $B\Delta$, $H\Lambda$, ΘM πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ κύκλου τὴν $A\Gamma$; οὕτως ἡ ΓE πρὸς EA , τὸ ἄρα ὑπὸ

τῆς ἴσης πάσαις ταῖς εἰρημέναις καὶ τῆς EA , τουτέστιν τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ P κύκλου, ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν $A\Gamma$, ΓE . ἀλλὰ καὶ τὸ ὑπὸ $A\Gamma$, ΓE ἐλασσόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς $A\Gamma$. ἐλασσον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ P τοῦ

2. ἀπ'] scripsi; ἐπ' F, uulgo. occurrit compendium huius uerbi in F.

27. [ἴσων] hic primum 28. ἐλασσων F.

scribatur polygonum¹⁾ aequilaterum, cuius laterum numerus²⁾ per quattuor diuidi possit. et fingatur superficies inde orta, quae per superficies conicas comprehenditur.³⁾ dico, superficiem polygoni inscripti minorem esse quam quadruplo maiorem circulo maximo sphaerae.

ducantur enim lineae sub duo latera polygoni subtendentes, EI , $\odot M$, et iis parallelae lineae ZK , $B\Delta$, HA . ponatur autem circulus P , cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo, quod linea EA et linea aequali lineis omnibus EI , ZK , $B\Delta$, HA , $\odot M$ continetur. itaque propter ea, quae antea demonstraui[mus] [prop. 24], circulus aequalis est superficiei figurae, quam commemorauimus. et quoniam demonstratum est, lineam omnibus lineis EI , ZK , $B\Delta$, HA , $\odot M$ aequallem ad diametrum circuli AG eam habere rationem, quam GE ad EA [prop. 21], erit

$$EA \times (EI + ZK + B\Delta + HA + \odot M),$$

h. e. radius circuli P quadratus [ex hypothesi],

$$= AG \times GE \text{ [Eucl. VI, 16].}$$

sed

$$AG \times GE < AG^2 \text{ [Eucl. III, 15].}$$

itaque radius circuli P quadratus $< AG^2$ [et radius circuli $P < AG$. quare etiam diameter circuli P minor

1) ἀρτιόγωνον lin. 1 delendum est, quia lin. 1—2 repugnat, et quia desideratur καὶ ante ἰσόπλευρον; ἰσογώνιον τε καὶ Nizze.

2) Cfr. p. 105 not. 3.

3) P. 109 not. 3.

ἀπὸ τῆς $ΑΓ$ [ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἢ ἐκ τοῦ κέντρου
 τοῦ P τῆς $ΑΓ$. ὥστε ἢ διάμετρος τοῦ P κύκλου ἐλάσ-
 σων ἐστὶν ἢ διπλασία τῆς διαμέτρου τοῦ $ΑΒΓΔ$ κύ-
 κλου, καὶ δύο ἄρα τοῦ $ΑΒΓΔ$ κύκλου διάμετροι
 5 μείζους εἰσὶ τῆς διαμέτρου τοῦ P κύκλου, καὶ τὸ τε-
 τράκις ἀπὸ τῆς διαμέτρου τοῦ $ΑΒΓΔ$ κύκλου, τοντ-
 ἐστι τῆς $ΑΓ$, μείζον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς τοῦ P κύκλου
 διαμέτρου. ὡς δὲ τὸ τετράκις ἀπὸ τῆς $ΑΓ$ πρὸς τὸ
 ἀπὸ τῆς τοῦ P κύκλου διαμέτρου, οὕτως τέσσαρες
 10 κύκλοι οἱ $ΑΒΓΔ$ πρὸς τὸν P κύκλον. τέσσαρες ἄρα
 κύκλοι οἱ $ΑΒΓΔ$ μείζους εἰσὶν τοῦ P κύκλου]. ὁ ἄρα
 κύκλος ὁ P ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τετραπλάσιος τοῦ με-
 γίστου κύκλου. ὁ δὲ P κύκλος ἴσος ἐδείχθη τῇ εἰρη-
 μένῃ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος. ἢ ἄρα ἐπιφάνεια τοῦ
 15 σχήματος ἐλάσσων ἐστὶ ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου
 κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

κς.

Τῶ ἐγγραφομένῳ ἐν τῇ σφαίρᾳ σχήματι τῶ περι-
 εχομένῳ ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν ἴσος ἐστὶν
 20 κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ ἐπι-
 φανείᾳ τοῦ σχήματος τοῦ ἐγγραφέντος ἐν τῇ σφαίρᾳ,
 ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ
 μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτω ἡγμένην.

ἔστω ἢ σφαίρα καὶ ὁ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ
 25 $ΑΒΓΔ$, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τῶ πρότερον. ἔστω δὲ
 κῶνος ὀρθὸς ὁ P βάσιν μὲν ἔχων τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ
 σχήματος τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ
 ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευ-
 ρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτω ἡγμένην. δεικτέον, ὅτι ὁ

9. τέσσαρες] altero σ supra scripto F.

19. ἴσος] per

est quam duplo maior diametro circuli $AB\Gamma\Delta$ ¹⁾, et $4 A\Gamma^2 >$ quadratum diametri circuli P . sed ut $4 A\Gamma^2$ ad quadratum diametri circuli P , ita quattuor circuli $AB\Gamma\Delta$ ad circulum P [Eucl. XII, 2]. itaque quattuor circuli $AB\Gamma\Delta$ maiores sunt circulo P . circulus P igitur minor est quam quadruplo maior circulo maximo. sed demonstratum est, circulum P aequalem esse superficiei figurae, quam commemorauimus. quare superficies figurae minor est quam quadruplo maior circulo maximo sphaerae.

XXVI.

Figurae sphaerae inscriptae per superficies conicas comprehensae aequalis est conus basim habens circulum superficiei figurae sphaerae inscriptae aequalem, altitudinem autem aequalem lineae a centro sphaerae ad latus polygони perpendiculari ductae.

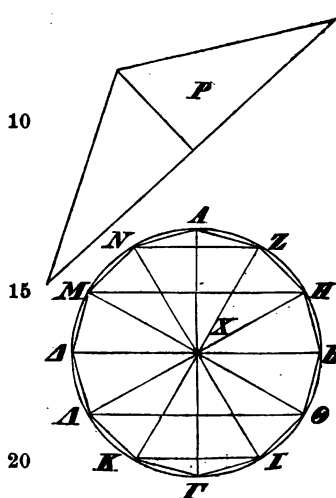
sit sphaera, et in ea circulus maximus $AB\Gamma\Delta$, et cetera eodem modo, quo supra [prop. 25]. sit autem conus rectus P basim habens superficiem figurae sphaerae inscriptae, altitudinem autem aequalem lineae a centro sphaerae ad latus polygони perpendiculari duc-

1) Uerba sequentia lin. 4—5 damnari Quaest. Arch. p. 74, sed adparet, Archimedis manum nondum restitutam esse; demonstratio enim sic quoque longis ambagibus laborat. putauerim, totum locum lin. 1: *ἐλάσσων ἄρα* — lin. 11: *τοῦ P κύκλου* subditium esse.

comp. F, ut lin. 22. 26. *τὴν ἐπιφανείαν*] *ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ*
B, ed. Basil., Torellius. 28. *ἴσον*] per comp. F, ut p. 114 lin. 13; 22; 25.

κῶνος ὁ P ἴσος ἐστὶν τῷ ἐγγεγραμμένῳ ἐν τῇ σφαίρᾳ σχήματι.

ἀπὸ γὰρ τῶν κύκλων, ὧν εἰσι διαμέτροι αἱ ZN , HM , ΘA , IK , κῶνοι ἀναγεγραφῶσαν κορυφὴν ἔχοντες τὸ τῆς σφαίρας κέντρον. ἔσται δὴ ῥόμβος στερεὸς ἐκ τε τοῦ κῶνου, οὗ βάσις μὲν ἐστὶ ὁ κύκλος ὁ περὶ



τὴν ZN , κορυφὴ δὲ τὸ A σημεῖον, καὶ τοῦ κῶνου, οὗ βάσις ὁ αὐτὸς κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ X σημεῖον. καὶ ἴσος ἐστὶ τῷ κῶνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ NAZ , ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ X καθέτω ἡγμένη.

15 πάλιν δὲ καὶ τὸ περιλειπόμενον τοῦ ῥόμβου τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς ἐπιφανείας τοῦ κῶνου τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ZN , HM καὶ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κῶνων

20 τοῦ τε ZNX καὶ τοῦ HMX ἴσον ἐστὶ τῷ κῶνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κῶνου τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς MH , ZN , ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ X ἐπὶ τὴν ZH καθέτω ἡγμένη· δέδεικται γὰρ ταῦτα. ἔτι δὲ καὶ τὸ περιλειπόμενον τοῦ κῶνου τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς ἐπιφανείας τοῦ κῶνου τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς HM , $B\Delta$ καὶ τῆς ἐπιφανείας

4. ἀναγεγραφῶσαν F. 6. τοῦ] addidi; om. F, vulgo. ἐστὶ] ἐστὼ per comp. F; corr. Torellius. 10. καὶ] om. F;

tae. demonstrandum est, conum P aequalem esse figurae sphaerae inscriptae.

construantur enim in circulis, quorum diametri sunt ZN , HM , $\odot A$, IK , cono uerticem habentes centrum sphaerae. erit igitur rhombus solidus ex cono, cuius basis est circulus circum ZN diametrum descriptus, uertex autem punctum A , et cono, cuius basis est idem circulus, uertex autem X punctum, compositus.¹⁾ et erit aequalis cono basim habenti superficiem cono NAZ , altitudinem autem aequalem lineae a X puncto [ad lineam AZ] perpendiculari ductae [prop. 18]. rursus autem frustum rhombi²⁾ relictum, quod superficie cono inter plana parallela in lineis ZN , HM posita et superficie conorum ZNX , HMX continetur, aequale est cono basim habenti aequalem superficiem cono inter plana parallela in lineis MH , ZN posita, altitudinem autem aequalem lineae a X puncto ad ZH lineam perpendiculari ductae [prop. 20]. praeterea frustum relictum cono³⁾, quod superficie cono inter plana parallela in lineis HM , $B\Delta$ posita et superficie cono MHX et circulo circum diametrum $B\Delta$ descripto

1) Desideratur: *συνκείμενος*; nam *ἔσται* lin. 5 idem fere est, quod *γενήσεται*.

2) Hic rhombus oritur productis lineis MN , ZH , donec concurrunt, et continetur lineis MN , ZH productis et lineis MX , XH .

3) Qui oritur lineis $M\Delta$, HB productis, donec concurrunt.

corr. Torellius. 14. Post *τοῦ X* add. Torellius: *ἐπὶ τὴν AZ*.
15. *περιλειπόμενον* F. 20. *τὰς ZN, HM*] *τὴν ZNHM* F;
corr. Torellius. 24. *MH, ZN*] scripsi; *MNZH* F, uulgo;
ZN, HM Torellius. In figura A et I permutat F, et pro X
habet K . 27. *τὸ περιεχόμενον*] scripsi; *τοῦ περιεχομένου* F,
uulgo. 28. *τῆς*] *τῆ* F.

τοῦ MHX κώνου καὶ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετρον
 τὴν BA ἴσον τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἴσην
 τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν ἐπιπέδων τῶν
 κατὰ τὰς HM , BA , ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ X ἐπὶ
 5 τὴν BH καθέτω ἡγμένη. ὁμοίως δὲ καὶ ἐν τῷ ἑτέρῳ
 ἡμισφαιρίῳ ὃ τε ῥόμβος ὁ $XKGI$ καὶ τὰ περιλείμματα
 τῶν κώνων ἴσα ἔσται τοσοῦτοις καὶ τηλικούτοις κώνοις,
 ὅσοι καὶ πρότερον ἐρρήθησαν. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ ὅλον
 τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῇ σφαίρᾳ ἴσον ἔστιν
 10 πᾶσιν τοῖς εἰρημένοις κώνοις. οἱ δὲ κῶνοι ἴσοι εἰσὶν
 τῷ P κώνῳ, ἐπειδὴ ὁ P κῶνος ὕψος μὲν ἔχει ἐκάστω
 ἴσον τῶν εἰρημένων κώνων, βάσιν δὲ ἴσην πάσαις ταῖς
 βάσεσιν αὐτῶν. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ ἐν τῇ σφαίρᾳ ἐγ-
 γεγραμμένον ἴσον ἔστιν τῷ ἐκκειμένῳ κώνῳ.

15

κζ.

Τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῇ σφαίρᾳ τὸ περι-
 εχόμενον ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν ἑλασσόν
 ἔστιν ἢ τετραπλάσιον τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχον-
 τος ἴσην τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος
 20 δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

ἔστω γὰρ [ὁ] γινόμενος κῶνος ἴσος τῷ σχήματι
 τῷ ἐγγεγραμμένῳ ἐν τῇ σφαίρᾳ τὴν βάσιν μὲν ἔχων
 ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος, τὸ
 δὲ ὕψος ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου καθέτω
 25 ἀγομένη ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ ἐγγραφέντος πολυγώ-
 νου ὁ P . ὁ δὲ κῶνος ὁ Ξ ἔστω βάσιν ἔχων ἴσην τῷ

2. ἴσον] per comp. F, ut lin. 4, 9, 10, 12. τῷ κώνῳ] ἔσται
 κώνῳ ed. Basil., Torellius. βασι F. 3. τῶν ἐπιπέδων] των
 τε ἐπιπέδων F; corr. Torellius. 6. $XKGI$ F. περιλιμ-
 ματα F. 10. κωνοῖς F. 19. τῶν] τον F. 21. ὁ] deleo.

continetur, aequale est cono basim habenti aequalem superficiei coni inter plana in lineis HM , $B\Delta$ posita, altitudinem autem aequalem lineae a X puncto ad lineam BH perpendiculari ductae [prop. 19]. eodem modo etiam in altero hemisphaerio rhombus $XK\Gamma I$ et frusta relictæ conorum¹⁾ aequalia erunt totidem et talibus conis, quot et quales supra indicauimus. adparet igitur, etiam totam figuram sphaerae inscriptam aequalem esse omnibus conis, quos commemorauimus. coni autem aequales sunt P cono, quoniam conus P altitudinem habet altitudini²⁾ cuiusuis conorum, quos commemorauimus aequalem, basim autem aequalem omnibus simul basibus eorum³⁾ [$\lambda\eta\mu\mu$. 1 p. 80; cfr. Quaest. Arch. p. 48]. adparet igitur, figuram sphaerae inscriptam aequalem esse cono, quem posuimus.

XXVII.

Figura sphaerae inscripta, quam superficies conicae comprehendunt, minor est quam quadruplo maior cono basim habenti aequalem circulo maximo sphaerae, altitudinem autem radio sphaerae.

ponatur enim conus P aequalis figurae sphaerae inscriptae basim habens superficiei figurae inscriptae aequalem, altitudinem autem aequalem lineae a centro circuli ad latus aliquod polygoni inscripti perpendiculari ductae [prop. 26]. conus autem Ξ basim ha-

1) Debeat esse: rhombi (qui oritur productis lineis AK , IO , donec concurrunt) et coni (qui oritur eodem modo productis lineis ΔA , $B\Theta$).

2) $\xi\acute{\alpha}\sigma\tau\omega$ sc. $\kappa\acute{\omega}\nu\omega$, pro $\xi\acute{\alpha}\sigma\tau\omega$ (sc. $\upsilon\psi\epsilon\iota$).

3) Ex hypothesi.

$ΑΒΓΔ$ κύκλω, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ $ΑΒΓΔ$ κύκλου.

ἐπεὶ οὖν ὁ P κῶνος βάσιν ἔχει ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ X καθέτω ἀγομένη ἐπὶ τὴν AZ , ἐδείχθη δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐλάσσων ἢ τετραπλασία τοῦ ἐν τῇ σφαίρᾳ μεγίστου κύκλου, ἔσται ἄρα ἡ τοῦ P κώνου βάσις ἐλάσσων ἢ τετραπλασία τῆς βάσεως τοῦ Ξ κώνου· ἔστιν δὲ καὶ τὸ

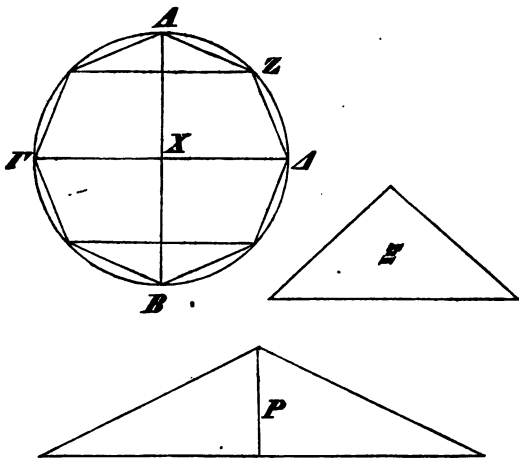
10 ὕψος τοῦ P ἔλασσον τοῦ ὕψους τοῦ Ξ κώνου. ἐπεὶ οὖν ὁ P κῶνος τὴν μὲν βάσιν ἔχει ἐλάσσονα ἢ τετραπλασίαν τῆς τοῦ Ξ βάσεως, τὸ δὲ ὕψος ἔλασσον τοῦ ὕψους, δηλοῦν, ὡς καὶ αὐτὸς ὁ P κῶνος ἐλάσσων ἔστιν ἢ τετραπλάσιος τοῦ Ξ κώνου. ἀλλὰ καὶ ὁ P

15 κῶνος ἴσος ἔστι τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι. τὸ ἄρα ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον τοῦ Ξ κώνου.

4. δέ] δὲ ἴσον BC*, ed. Basil., Torellius. 8. ἔσται] per comp. F, BC*. 13. ὡς] ὅτι Nizze.

beat aequalem circulo $AB\Gamma\Delta$, altitudinem autem radium circuli $AB\Gamma\Delta$.

quoniam igitur conus P basim habet aequalem superficiei figurae sphaerae inscriptae, altitudinem autem aequalem lineae a X puncto ad AZ perpendiculari ductae, et demonstratum est, superficiem figurae inscriptae minorem esse quam quadruplo maiorem circulo maximo sphaerae [prop. 25], erit igitur basis conici P minor quam quadruplo maior basi conici Ξ . sed

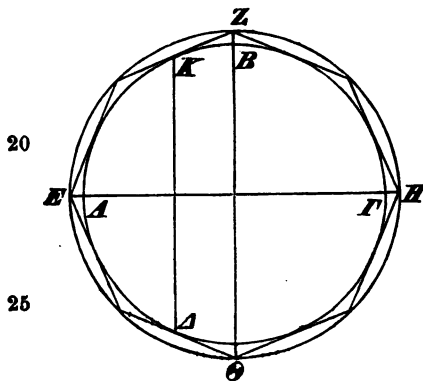


etiam altitudo conici P minor est altitudine conici Ξ . quoniam igitur conus P basim habet minorem quam quadruplo maiorem basi conici Ξ , altitudinem autem altitudine minorem, adparet, etiam ipsum conum P minorem esse quam quadruplo maiorem cono Ξ ¹⁾. sed conus P idem aequalis est figurae inscriptae. quare figura inscripta minor est quam quadruplo maior cono Ξ .

1) Cfr. $\lambda\eta\mu\mu$. 1 p. 80.

κῆ.

Ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ $ΑΒΓΔ$, περὶ δὲ τὸν $ΑΒΓΔ$ κύκλον περιγεγράφθω πολύγωνον ἰσό-
 5 πλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, τὸ δὲ πλῆθος τῶν πλευρῶν
 αὐτοῦ μετρεῖσθω ὑπὸ τετραδός. τὸ δὲ περὶ τὸν κύ-
 κλον περιγεγραμμένον πολύγωνον κύκλος περιγεγραμ-
 μένος περιλαμβάνεται περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον γινόμενος
 τῷ $ΑΒΓΔ$. μενούσης δὲ τῆς $ΕΗ$ περινεχθήτω τὸ
 $ΕΖΗΘ$ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ τὸ τε πολύγωνον καὶ ὁ κύ-
 10 κλος. δῆλον οὖν, ὅτι ἡ μὲν περιφέρεια τοῦ $ΑΒΓΔ$
 κύκλου κατὰ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας οἰσθήσεται,
 ἡ δὲ περιφέρεια τοῦ $ΕΖΗΘ$ κατ' ἄλλης ἐπιφανείας
 σφαίρας τὸ αὐτὸ κέντρον ἐχούσης τῇ ἐλάσσονι οἰσθή-
 σεται· αἱ δὲ ἀφαί, καθ' ἃς ἐπιψάνουσιν αἱ πλευραί,
 15 γράφουσιν κύκλους ὀρθοὺς πρὸς τὸν $ΑΒΓΔ$ κύκλον



20

25

ἐν τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ·
 αἱ δὲ γωνίαι τοῦ πο-
 λυγώνου χωρὶς τῶν
 πρὸς τοῖς $Ε, Η$ ση-
 20 μείοις κατὰ κύκλων
 περιφερειῶν οἰσθή-
 σονται ἐν τῇ ἐπιφα-
 νείᾳ τῆς μείζονος σφαί-
 ρας γεγραμμένων ὀρ-
 25 θῶν πρὸς τὸν $ΕΖΗΘ$
 κύκλον· αἱ δὲ πλευραὶ
 τοῦ πολυγώνου κατὰ

κωνικῶν ἐπιφανειῶν οἰσθήσονται, καθάπερ ἐπὶ τῶν πρὸ
 τούτου. ἔσται οὖν τὸ σχῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν

1. κῆ' om. F. 8. περινεχθήτω F. In figura plures lit-

XXVIII.

Sit $AB\Gamma\Delta$ circulus maximus sphaerae; et circum $AB\Gamma\Delta$ circulum circumscribatur polygonum aequilaterum et aequiangulum, et numerus laterum eius per quattuor diuidi possit. polygonum autem circum circulum circumscriptum comprehendat circulus circumscriptus, eodem centro, quo $AB\Gamma\Delta$, descriptus. manente igitur EH linea planum $EZH\Theta$ circumuoluetur, in quo et polygonum et circulus est. adparet igitur, ambitum circuli $AB\Gamma\Delta$ per superficiem sphaerae circumuolutum iri, ambitum autem circuli $EZH\Theta$ per aliam superficiem sphaerae idem centrum habentis, quod habet minor sphaera, circumuolutum iri. puncta autem contactus, in quibus latera contingunt [circulum minorem], circulos ad circulum $AB\Gamma\Delta$ perpendiculares in sphaera minore describunt. anguli autem polygони praeter angulos ad E , H puncta positos per ambitus circulorum circumuoluentur in superficie sphaerae maioris descriptorum ad circulum $EZH\Theta$ perpendicularem. latera autem polygони per superficies conicas circumuoluentur, quemadmodum in propositionibus praecedentibus [23—27]. figura igitur per superficies conicas comprehensa circum sphaeram minorem circumscripta, maiori uero sphaerae inscripta erit. super-

teras addit, nonnullas permutat F , sed Z , Γ , Δ ut in nostra figura ponuntur; quare mutavi ordinem ed. Basil. et Torellii.

28. ἐπὶ τῶν κατὰ τοῦτον] uel ἐπὶ τῶν πρότερον Nizze; ἐπὶ τοῦ κατὰ τοῦτον Torellius; ἐπὶ τοῦ πρώτου F , uulgo. 29. οὐν] supra scriptum manu 1 F .

ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν περὶ μὲν τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν
 περιγεγραμμένον, ἐν δὲ τῇ μεῖζονι ἐγγεγραμμένον. ὅτι
 δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος μεῖζων
 ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας, οὕτως δειχθήσεται.
 5 ἔστω γὰρ ἡ $ΚΔ$ διάμετρος κύκλου τινὸς τῶν ἐν τῇ
 ἐλάσσονι σφαίρα τῶν $Κ, Δ$ σημείων ὄντων, καθ' ἃ
 ἄπτονται τοῦ $ΑΒΓΔ$ κύκλου αἱ πλευραὶ τοῦ περι-
 γεγραμμένου πολυγώνου. διηρημένης δὲ τῆς σφαίρας
 ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὴν $ΚΔ$ ὀρθοῦ πρὸς
 10 τὸν $ΑΒΓΔ$ κύκλον καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμ-
 μένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν διαιρεθήσεται ὑπὸ
 τοῦ ἐπιπέδου. καὶ φανερόν, ὅτι τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχου-
 σιν ἐν ἐπιπέδῳ ἄμφοτέρων γὰρ τῶν ἐπιπέδων πέρασ
 ἐστὶν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια τοῦ περὶ διάμετρον
 15 τὴν $ΚΔ$ ὀρθοῦ πρὸς τὸν $ΑΒΓΔ$ κύκλον· καὶ εἰσιν
 ἄμφοτέραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλαι, καὶ περιλαμβάνεται ἡ
 ἑτέρα αὐτῶν ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἐπιφανείας καὶ τῆς ἐπι-
 πέδου τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης. ἐλάσσων οὖν
 ἐστὶν ἡ περιλαμβανομένη τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας
 20 ἐπιφάνεια τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος τοῦ περιγε-
 γραμμένου περὶ αὐτήν. ὁμοίως δὲ καὶ ἡ τοῦ λοιποῦ
 τμήματος τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια ἐλάσσων ἐστὶν τῆς
 ἐπιφανείας τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ
 αὐτήν. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ ὅλη ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαί-
 25 ρας ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος τοῦ
 περιγεγραμμένου περὶ αὐτήν.

κθ.

Τῇ ἐπιφάνειᾳ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ
 τὴν σφαῖραν ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου

5. ἢ] οἱ F.

7. αἱ πλευραὶ] scripsi; cfr. p. 120, lin. 14;

ficiem autem figurae circumscriptae maiorem esse superficie sphaerae, sic demonstrabitur. sit enim linea $K\Delta$ diameter circuli alicuius in sphaera minore descripti, contingentibus lateribus polygoni circumscripti circum $AB\Gamma\Delta$ in punctis K, Δ . diuisa igitur sphaera plano in linea $K\Delta$ ad circum $AB\Gamma\Delta$ perpendiculari posito, etiam superficies figurae circum sphaeram circumscriptae eodem plano diuidetur. et adparet, [superficies sphaerae et figurae] eosdem terminos in plano habere (utraque enim superficies¹⁾ terminum habet ambitum circuli circum diametrum $K\Gamma$ ad circum $AB\Gamma\Delta$ perpendicularis descripti), et utraque in eandem partem caua est, et altera superficies ab altera et plano eosdem terminos habenti comprehenditur. minor igitur est superficies comprehensa segmenti sphaerae superficie figurae circum id circumscriptae [$\lambda\mu\beta$. 4 p. 10]. eodem modo etiam superficies reliqui sphaerae segmenti minor est superficie figurae circum id circumscriptae. adparet igitur, etiam totam superficiem sphaerae minorem esse superficie figurae circum eam circumscriptae.

XXIX.

Superficiei figurae circum sphaeram circumscriptae aequalis est circulus, cuius radius quadratus aequalis

1) Debeat esse *ἐπιφανειῶν* pro *ἐπιπέδων* lin. 13. sed tota haec demonstratio tam neglegenter scripta est, ut Archimedi abiudicanda esse uideatur. fortasse hoc tantum addidisset lin. 2: *καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.*

αἱ δύο πλευραὶ ed. Basil., Torellius; „duo latera“ Cr.; om. F, uulgo. 27. *κη* F.

ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιξεννουούσαις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου οὕσαις παρὰ τινὰ τῶν ὑπὸ δύο πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου ὑποτεينوσῶν.

- 5 τὸ γὰρ περιγεγραμμένον περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν ἐγγέγραπται εἰς τὴν μείζονα σφαῖραν· τοῦ δὲ ἐγγεγραμμένου ἐν τῇ σφαίρᾳ περιεχομένου ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν δέδεικται, ὅτι τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστὶν ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ
- 10 περιεχόμενον ὑπὸ τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιξεννουούσαις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου οὕσαις παρὰ τινὰ τῶν ὑπὸ δύο πλευρᾶς ὑποτεينوσῶν. δῆλον οὖν ἐστὶ τὸ προειρημένον.

λ.

- 15 Τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὴν σφαῖραν ἢ ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶν ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

ἔστω γὰρ ἡ τε σφαῖρα καὶ ὁ κύκλος καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον προκειμένοις· καὶ ὁ Δ κύκλος

20 ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ ἔστω τοῦ προκειμένου περιγεγραμμένου περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν.

ἐπεὶ οὖν ἐν τῷ $EZH\Theta$ κύκλῳ πολύγωνον ἰσόπλευρον ἐγγέγραπται καὶ ἄρτιογώνιον, αἱ ἐπιξεννουούσαις τὰς τοῦ πολυγώνου πλευρᾶς παράλληλοι οὔσαι

25 τῇ $Z\Theta$ πρὸς τὴν $Z\Theta$ τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσιν, ὃν ἡ ΘK πρὸς KZ . ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ περιεχόμενον σχῆμα

2. In syllaba γν- u supra scriptum est in F, manu 1.
8. τῆς ἐπιφανείας F; corr. ed. Basil. 11. ζεν supra scriptum manu 1 F. 14. κδ' F. 23. ἀρτιογώνιον expuncto ι F(?).
24. πλευρᾶς] γωνίας Torellius. 25. $Z\Theta$] scripsi; ZE FBC*;

est rectangulo, quod continetur uno latere polygoni et linea aequali omnibus lineis angulos polygoni iungentibus parallelis lineae sub duo latera polygoni subtendenti.

figura enim circum sphaeram minorem circumscripta sphaerae maiori inscripta est [prop. 28]. et demonstratum est, superficiei figurae sphaerae inscriptae per superficies conicas comprehensae aequalem esse conum, cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo, quod contineatur uno latere polygoni et linea aequali omnibus lineis angulos polygoni iungentibus parallelis lineae sub duo latera subtendenti [prop. 24]. constat igitur, quod supra dictum est.

XXX.

Superficies figurae circum sphaeram circumscriptae maior est quam quadruplo maior circulo maximo sphaerae.

sit enim et sphaera et circulus et cetera eadem, quae antea posuimus; et circulus A aequalis sit superficiei figurae datae circum sphaeram minorem circumscriptae.

quoniam igitur circulo $EZH\Theta$ polygonum inscriptum est aequilaterum, cuius anguli pares sunt numero, lineae angulos¹⁾ polygoni coniungentes lineae $Z\Theta$ parallelae ad lineam $Z\Theta$ eandem rationem habent, quam ΘK ad KZ [prop. 21]. itaque rectangulum,

1) U. p. 97 not. 1.

ΘZ ed. Basil., Torellius. $Z\Theta$] $ZE F$; corr. ed. Basil.* 26.
 ΘK] $K\Theta B$ man. 2, ed. Basil., Torellius.

- ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου καὶ τῆς ἴσης
 πάσαις ταῖς ἐπιξενγνουσῶσαις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώ-
 νου τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν $Z\Theta K$. ὥστε ἢ ἐκ τοῦ
 κέντρου τοῦ A κύκλου ἴσον δύναται τῷ ὑπὸ $Z\Theta K$.
 5 μείζων ἄρα ἐστὶν ἢ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ A κύκλου
 τῆς ΘK . ἢ δὲ ΘK ἴση ἐστὶ τῇ διαμέτρῳ τοῦ $AB\Gamma\Delta$
 κύκλου [διπλασία γὰρ ἐστὶν τῆς $X\Sigma$ οὔσης ἐκ τοῦ
 κέντρου τοῦ $AB\Gamma\Delta$ κύκλου]. δῆλον οὖν, ὅτι μείζων
 ἐστὶν ἢ τετραπλάσιος ὁ A κύκλος, τουτέστιν ἢ ἐπι-
 10 φάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν ἐλάσ-
 σονα σφαῖραν τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

λα'.

- Τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι περὶ τὴν ἐλάσσονα
 σφαῖραν ἴσος ἐστὶ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον
 15 τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ ἴσον τῇ
 ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

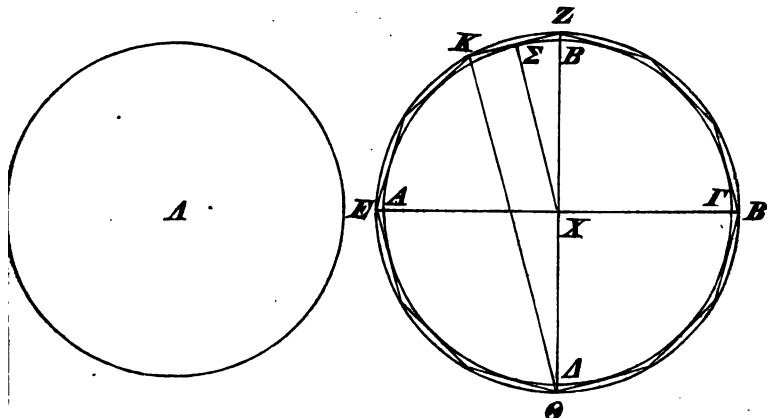
τὸ γὰρ περιγεγραμμένον σχῆμα περὶ τὴν ἐλάσσονα
 σφαῖραν ἐγγέγραπται ἐν τῇ μείζονι σφαίρᾳ. τῷ δὲ
 ἐγγεγραμμένῳ σχήματι περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν κωνικῶν

1. ἴσης] om. F; corr. B, Torellius. 3. $Z\Theta K$] $Z\Theta$, ΘK
 Torellius. 4. $Z\Theta K$] $Z\Theta$, ΘK Torellius. 12. λα' om. F.

quod continetur uno latere polygoni et linea aequali
omnibus lineis angulos polygoni iungentibus

$$= Z\Theta \times \Theta K \text{ [Eucl. VI, 16].}$$

quare radius circuli A quadratus aequalis est $Z\Theta \times \Theta K$



[prop. 29]. itaque radius circuli $A > \Theta K$.¹⁾ sed linea ΘK aequalis est diametro circuli $AB\Gamma A$ [u. Eutocius]. adparet igitur, circulum A , h. e. superficiem figurae circum sphaeram minorem circumscriptae, maiorem esse quam quadruplo maiorem circulo maximo sphaerae.²⁾

XXXI.

Figurae circum sphaeram minorem circumscriptae aequalis est conus basim habens circulum superficiei figurae aequalem, altitudinem autem aequalem radio sphaerae.

nam figura circum sphaeram minorem circumscripta sphaerae maiori inscripta est. sed demonstratum est,

1) Quia $Z\Theta > \Theta K$ [Eucl. III, 15].

2) Eucl. XII, 2; cfr. prop. 25 p. 112.

ἐπιφανειῶν δέδεικται ἴσος κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτω ἡγμένη. αὕτη δὲ ἐστὶν
 5 ἴση τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας. δῆλον οὖν ἐστὶ τὸ προτεθέν.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Ἐκ τούτου δὲ φανερόν, ὅτι τὸ σχῆμα τὸ περιγραφόμενον περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν μείζον ἐστὶν ἢ
 10 τετραπλάσιον κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν μέγιστον κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. ἐπειδὴ γὰρ ἴσος ἐστὶ τῷ σχήματι κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ, ὕψος δὲ ἴσον [τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ
 15 μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτω ἡγμένη, τούτῃ ἐστὶν] τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας, ἐστὶ δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν μείζων ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, μείζων ἄρα ἢ τετραπλάσιον
 20 ἐστὶ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον περὶ τὴν σφαῖραν τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν μέγιστον κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, ἐπειδὴ καὶ ὁ κῶνος ὁ ἴσος αὐτῷ μείζων ἢ τετραπλάσιος γίνεται τοῦ εἰρημένου κώνου [βάσιν τε γὰρ μείζονα ἢ
 25 τετραπλασίαν ἔχει καὶ ὕψος ἴσον].

7. πόρισμα] mg. [7] F; 1γ' Torellius. 10. τόσ] addidi; om. F, uulgo. 16. ελασσωνος F. 19. μείζων F; corr. BC. 21. τοῦ βάσιν] τοῦ addidi; om. F, uulgo.

figuræ inscriptæ per superficies conicas comprehensæ aequalem esse conum basim habentem circulum aequalem superficiæ figuræ, altitudinem autem aequalem lineæ a centro sphaeræ ad latus polygoni perpendiculari ductæ [prop. 26]. hæc autem æqualis est radio sphaeræ minoris. itaque constat propositum.

COROLLARIUM.

Hinc autem adparet, figuram circum sphaeram minorem circumscriptam maiorem esse quam quadruplo maiorem cono basim habenti circulum maximum sphaeræ, altitudinem autem radium sphaeræ. nam quoniam figuræ æqualis est conus basim habens superficiæ eius aequalem, altitudinem autem aequalem [lineæ a centro sphaeræ ad latus aliquod polygoni perpendiculari ductæ, h. e.] radio minoris sphaeræ [prop. 31], superficies autem figuræ circum sphaeram circumscriptæ maior quam quadruplo maior circulo maximo sphaeræ [prop. 30], erit igitur figura circum sphaeram circumscripta maior quam quadruplo maior cono basim habenti circulum maximum, altitudinem autem radium sphaeræ, quoniam etiam conus ei æqualis maior est quam quadruplo maior cono, quem commemorauimus [basim enim maiorem habet quam quadruplo maiorem et altitudinem aequalem] [*λημμ.* 1 p. 80].¹⁾

1) Hic quoque quaedam subditia esse uidentur; maxime uerba lin. 14: *τῆ ἀπὸ τοῦ* — 16: *τοῦτέστιν* et finis ex *ἐπειδή* lin. 22 suspecta sunt. u. Neue Jahrb. Suppl. XI p. 389. fortasse omnia uerba ex lin. 12: *ἐπειδή* usque ad finem delenda sunt.

λβ'.

Εὰν ἡ ἐν σφαίρα σχῆμα ἐγγεγραμμένον καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον ὑπὸ ὁμοίων πολυγώνων τῶν αὐτὸν τρόπον τοῖς πρότερον κατασκευασμένα, ἡ ἐπιφάνεια
 5 τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐπιφάνειαν διπλασίονα λόγον ἔχει, ἢ περὶ ἢ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου περὶ τὸν μέγιστον κύκλον πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου ἐν τῷ αὐτῷ κύκλῳ. αὐτὸ δὲ τὸ σχῆμα τὸ
 10 περιγεγραμμένον πρὸς τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ λόγου.

ἔστω ἐν σφαίρα κύκλος ὁ $ABΓΔ$, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸν πολύγωνον ἰσόπλευρον, τὸ δὲ πλήθος τῶν πλευρῶν αὐτοῦ μετρήσθω ὑπὸ τετραδός· καὶ ἄλλο
 15 περιγεγράφθω περὶ τὸν κύκλον ὅμοιον τῷ ἐγγεγραμμένῳ, αἱ δὲ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πλευραὶ ἐπιφανέτωσαν τοῦ κύκλου κατὰ μέσα τῶν περιφερειῶν τῶν ἀποτεμνομένων ὑπὸ τῶν τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου πλευρῶν. αἱ δὲ EH , $ZΘ$ διαμέτροι πρὸς
 20 ὀρθὰς ἔστωσαν ἀλλήλαις τοῦ κύκλου τοῦ περιλαμβάνοντος τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον καὶ ὁμοίως κείμεναι ταῖς $ΑΓ$, $ΒΔ$ διαμέτροις. καὶ νοείσθωσαν ἐπιξενγνύμεναι ἐπὶ τὰς ἀπεναντίον γωνίας τοῦ πολυγώνου, αἱ γίνονται ἀλλήλαις τε καὶ τῇ $ZBΔΘ$ παρ-
 25 ἀλληλοι. μενούσης δὲ τῆς EH διαμέτρου καὶ περιερχθεισῶν τῶν περιμέτρων τῶν πολυγώνων περὶ τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν τὸ μὲν ἐγγεγραμμένον σχῆμα

1. λβ'] λ' F. 4. κατασκευασμένα] censor Ienensis; κατασκευασμενοις F, vulgo. 10. τὸ ἐγγεγραμμένον] om. F, vulgo*; habent Cr., ed. Basil., Torellius. 16. αἱ] ἐπι F; corr. Torellius.

XXXII.

Si sphaerae alia figura inscripta, alia circumscripta est polygonis similibus eodem modo, quo supra, effectae, superficies figurae circumscriptae ad superficiem inscriptae duplicem rationem habet, quam latus polygoni circum circulum maximum circumscripti ad latus polygoni eidem circulo inscripti. figura autem ipsa circumscripta ad figuram inscriptam habet rationem triplicem, quam eadem ratio est.

sit in sphaera circulus [maximus]¹⁾ $AB\Gamma\Delta$, et ei inscribatur polygonum aequilaterum, cuius laterum numerus per quattuor diuidi possit. et aliud circum circulum circumscribatur inscripto simile. et latera polygoni circumscripti circulum contingant in punctis mediis arcuum a lateribus polygoni inscripti abscisorum. lineae autem EH , $Z\Theta$ diametri inter se perpendiculares circuli polygonum circumscriptum comprehendentis sint et similiter positae AG , $B\Delta$ diametris. et fingantur lineae ad angulos inter se oppositos polygoni ductae, quae et inter se et lineae $ZB\Delta\Theta$ parallelae erunt. manente igitur diametro EH et perimetris polygonorum circum ambitum circuli circumuolutis²⁾ altera figura sphaerae inscripta, altera

1) Archimedes uix omiserat μέγιστος ante κύκλος lin. 12; cfr. Quaest. Arch. p. 76. hoc ipsum uerbum addi uoluit Nizze.

2) Debebat esse lin. 26—27: μετὰ τῶν τῶν κύκλων περιφέρειῶν; sed non dubito illud neglegenter dictum transscriptori tribuere.

20. ἀλλήλαις] scripsi; ἀλλήλοις F, uulgo. 24. $ZB\Delta\Theta$] Nizze; BZ , $\Theta\Delta$ F, uulgo. 27. περιφέρειαν] διάμετρον Nizze. ἐγγεγραμμένον] Nizze; περιγεγραμμένον F, uulgo.

ἔσται ἐν τῇ σφαίρα, τὸ δὲ περιγεγραμμένον. δεικτέον οὖν, ὅτι ἡ μὲν ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἔγγεγραμμένου διπλασία λόγον ἔχει, ἢ περὶ ἡ EA πρὸς AK , τὸ δὲ σχῆμα
 5 τὸ περιγεγραμμένον τριπλασία λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ λόγου.

ἔστω γὰρ ὁ μὲν M κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὴν σφαῖραν, ὁ δὲ N ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἔγγεγραμμένου. δύναται ἄρα τοῦ μὲν
 10 M ἢ ἐκ τοῦ κέντρου τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῆς EA καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιξεννουύσαις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου τοῦ περιγεγραμμένου, ἢ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ N τὸ ὑπὸ τῆς AK καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιξεννουύσαις τὰς γωνίας. καὶ ἐπεὶ ὁμοιά ἐστι τὰ
 15 πολύγωνα, ὁμοία ἂν εἴη καὶ τὰ περιεχόμενα χωρία ὑπὸ τῶν εἰρημένων γραμμῶν [τουτέστι τῶν ἐπὶ τὰς γωνίας καὶ τῶν πλευρῶν τῶν πολυγώνων, ὥστε τὸν αὐτὸν λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα, ὃν ἔχουσιν αἱ τῶν πολυγώνων πλευραὶ δυνάμει. ἀλλὰ καὶ ὃν ἔχει λόγον
 20 τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν εἰρημένων γραμμῶν, τοῦτον ἔχουσιν αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν M , N κύκλων πρὸς ἀλλήλας δυνάμει. ὥστε καὶ αἱ τῶν M , N διαμέτροι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον ταῖς τῶν πολυγώνων πλευραῖς. οἱ δὲ κύκλοι πρὸς ἀλλήλους διπλασία λόγον ἔχουσιν
 25 τῶν διαμέτρων, οὔτινες ἴσοι εἰσὶν ταῖς ἐπιφανείαις τοῦ περιγεγραμμένου καὶ τοῦ ἔγγεγραμμένου]. δῆλον οὖν, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἔγγεγραμμένου

1. περιγεγραμμένον] Nizze; εγγεγραμμενον F, vulgo. 13. τό] του per comp. F; corr. ed. Basil. 14. τὰς γωνίας] τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου τοῦ ἔγγεγραμμένου ed. Basil., Torel-

circumscripta erit. itaque demonstrandum est, superficiem figuræ circumscriptæ ad superficiem inscriptæ eam habere rationem quam $EA^2 : AK^2$, figuram autem circumscriptam [ad inscriptam]¹⁾ eam, quam

$$EA^3 : AK^3.$$

sit enim circulus M aequalis superficiæ figuræ circum sphaeram circumscriptæ, circulus autem N aequalis superficiæ figuræ inscriptæ. itaque radius circuli M quadratus aequalis est rectangulo, quod continetur lineæ EA et lineæ aequali omnibus lineis angulos polygoni circumscripti iungentibus [prop. 29], radius autem circuli N quadratus aequalis rectangulo, quod continetur lineæ AK et lineæ aequali omnibus lineis angulos [polygoni inscripti]²⁾ iungentibus [prop. 24]. et quoniam similia sunt polygona, etiam rectangula comprehensa lineis, quas commemorauimus, similia erunt.³⁾ adparet igitur, superficiem figuræ circum sphaeram circumscriptæ ad superficiem figuræ sphaeræ inscriptæ duplicem rationem habere, quam EA

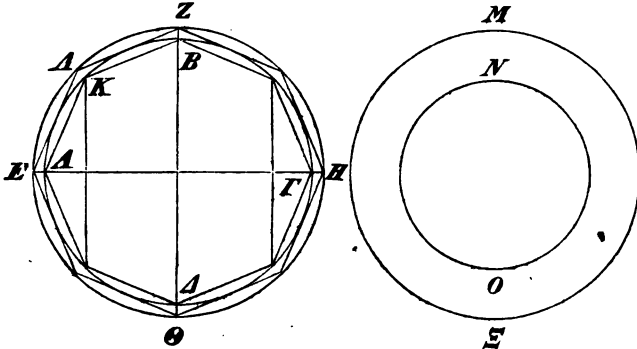
1) Fortasse addendum erat lin. 5: *πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον*; Archimedes certe hæc uerba non omiserat.

2) Archimedes uix omiserat: *τοῦ περιγράψαντος τοῦ ἐγγεγραμμένου* lin. 14.

3) Nam triangula, in quæ diuiduntur polygona similia, et ipsa similia erunt (Eucl. VI, 20). quare lineæ angulos iungentes, quæ sibi respondent, eam habebunt rationem, quam EA ad AK (Eucl. VI, 4); itaque etiam omnes lineæ illæ polygoni circumscripti ad omnes polygoni inscripti eandem rationem habebunt (Eucl. V, 12); quare similia sunt rectangula illa (Eucl. VI def. 1), et eam rationem habebunt, quam $EA^2 : AK^2$ (Eucl. VI, 20).

lius; „inscriptæ“ Cr. 17. *καί] ἢ* F; corr. Torellius. *τῶν πλευρῶν] τὰς πλευρὰς* per comp. F; corr. Torellius. 18. *αληθίας* F; corr. ed. Basil.

σχήματος εἰς τὴν σφαῖραν διπλασίονα λόγον ἔχει, ἢπερ ἢ EA πρὸς AK . — εἰλήφθωσαν δὴ δύο κῶνοι οἱ O , Ξ , καὶ ἔστω ὁ μὲν Ξ κῶνος βάσιν ἔχων τὸν Ξ κύκλον



ἴσον τῷ M , ὁ δὲ O βάσιν ἔχων τὸν O κύκλον ἴσον
 5 τῷ N , ὕψος δὲ ὁ μὲν Ξ κῶνος τὴν ἐκ τοῦ κέντρου
 τῆς σφαίρας, ὁ δὲ O τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν
 AK κάθετον ἠγμένην. ἴσος ἄρα ὁ μὲν Ξ κῶνος τῷ
 σχήματι τῷ περιγεγραμμένῳ περὶ τὴν σφαῖραν, ὁ δὲ
 O τῷ ἐγγεγραμμένῳ. δέδεικται γὰρ ταῦτα. καὶ ἐπεὶ
 10 ὅμοιά ἐστι τὰ πολύγωνα, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἢ EA
 πρὸς AK , ὃν ἢ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας πρὸς τὴν
 ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ τὴν AK κάθετον
 ἠγομένην. τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ ὕψος τοῦ Ξ
 κῶνου πρὸς τὸ ὕψος τοῦ O κῶνου, ὃν ἢ EA πρὸς AK .
 15 ἔχει δὲ καὶ ἢ διάμετρος τοῦ M κύκλου πρὸς τὴν διά-
 μετρον τοῦ N κύκλου λόγον, ὃν ἔχει ἢ EA πρὸς AK .
 τῶν ἄρα Ξ , O κῶνων αἱ διάμετροι τῶν βάσεων τοῖς
 ὕψεσι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον [ὅμοιοι ἄρα εἰσίν], καὶ
 διὰ τοῦτο τριπλασίονα λόγον ἔξει ὁ Ξ κῶνος πρὸς τὸν

3. Ξ κύκλον] Ξ om. Torellius. 4. O] $B F$. O κύκλον]

ad AK [h. e. quam latus polygoni circumscripti ad latus inscripti].¹⁾

sumantur porro duo coni O , Ξ , et conus Ξ basim habeat Ξ circulum circulo M aequalem, O autem conus circulum O circulo N aequalem; altitudinem autem conus Ξ habeat radium sphaerae, conus autem O lineam a centro ad lineam AK perpendicularem ductam. quare conus Ξ aequalis est figurae circum sphaeram circumscriptae [prop. 31], O autem conus figurae inscriptae [prop. 26]. haec enim demonstrata sunt. et quoniam polygona similia sunt [ex hypothesi], eandem habet rationem EA ad AK , quam radius sphaerae ad lineam a centro sphaerae ad AK perpendicularem ductam.²⁾ eandem igitur rationem habet altitudo conii Ξ ad altitudinem conii O , quam EA ad AK . sed etiam diameter circuli M ad diametrum circuli N eam habet rationem, quam EA ad AK [u. Eutocius]. itaque bases conorum Ξ , O eandem rationem habent, quam altitudines. [similes igitur sunt] [$\lambda\eta\mu\mu$. 5 p. 82]. quare conus Ξ ad conum O triplicem rationem habet, quam diameter circuli M ad diametrum circuli N [Eucl. XII, 12].

1) Nam circuli M , N eam habent rationem, quam diametri siue radii quadrati (Eucl. XII, 2), quae est $EA^2 : AK^2$, quia radii quadrati aequales sunt rectangulis illis, de quibus u. p. 133, not. 3; sed ex hypothesi circulus M aequalis est superficiei figurae circumscriptae, circulus N superficiei figurae inscriptae.

2) Quia triangula ad centra polygonorum similium posita et ipsa similia sunt; tum u. Eucl. VI, 4.

O om. Torellius. 9. γὰρ ενν F; corr. Torellius. 14. O] om. FC*. 19. τοῦτο] scripsi; το αυτο F, uulgo; αὐτό Torellius.

Ο κῶνον, ἥπερ ἡ διάμετρος τοῦ M κύκλου πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ N κύκλου. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον ἔξει, ἥπερ ἡ EA πρὸς AK .

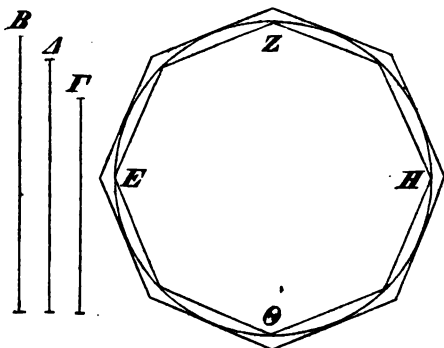
5

λγ΄.

Πάσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ.

ἔστω γὰρ σφαῖρά τις, καὶ ἔστω τετραπλάσιος τοῦ μεγίστου κύκλου ὁ A . λέγω, ὅτι ὁ A ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφάνειᾳ τῆς σφαίρας.

εἰ γὰρ μή, ἦτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἐλάσσων. ἔστω πρότερον μείζων ἢ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας τοῦ κύκλου. ἔστι δὴ δύο μεγέθη ἄνισα ἢ τε ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας καὶ ὁ A κύκλος. δυνατόν ἄρα ἐστὶ λαβεῖν δύο εὐθείας



15 ἀνίσους, ὥστε τὴν μείζονα πρὸς τὴν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἐλάσσονα τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας πρὸς τὸν κύκλον. εἰλήφθωσαν αἱ B , Γ , καὶ τῶν B ,

5. λα' F; λε' Torellius. 8. ἔστω] ως F; corr. B. 12. πρότερον μείζων] προτερον μειζων F.

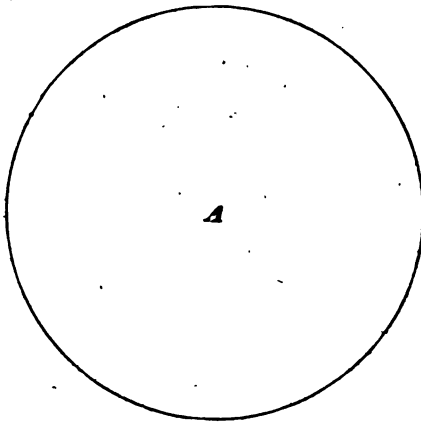
adparet igitur, etiam figuram circumscriptam ad figuram inscriptam triplicem rationem habituram esse, quam EA ad AK .¹⁾

XXXIII.

Cuiusvis sphaerae superficies quadruplo maior est circulo in ea maximo.²⁾

sit enim sphaera, et sit A circulus quadruplo maior circulo maximo. dico, circulum A aequalem esse superficiei sphaerae.

si enim aequalis non est, aut maior aut minor est. prius superficies sphaerae maior sit circulo. duae igitur magnitudines inaequales sunt, superficies sphaerae et circulus A . fieri igitur potest, ut sumantur duae



lineae inaequales, ita ut maior linea ad minorem rationem habeat minorem, quam superficies sphaerae ad circulum [prop. 2]. sumantur lineae B , Γ , et inter

1) Quia ex hypothesi conii E , O figuris aequales sunt.

2) Cfr. Simplicius ad Aristot. IV p. 508, b; Pappus I p. 360.

Γ μέση ἀνάλογον ἔστω ἡ Δ. νοείσθω δὲ καὶ ἡ σφαῖρα
 ἐπιπέδῳ τετμημένη διὰ τοῦ κέντρου κατὰ τὸν ΕΖΗΘ
 κύκλον· νοείσθω δὲ καὶ εἰς τὸν κύκλον ἐγγεγραμμένον
 καὶ περιγεγραμμένον πολύγωνον, ὥστε ὅμοιον εἶναι
 5 τὸ περιγεγραμμένον τῷ ἐγγεγραμμένῳ πολυγώνῳ καὶ
 τὴν τοῦ περιγεγραμμένου πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον
 ἔχειν τοῦ, ὃν ἔχει ἡ Β πρὸς τὴν Δ [καὶ ὁ διπλάσιος
 ἄρα λόγος τοῦ διπλασίου λόγου ἔστιν ἐλάσσων. καὶ
 τοῦ μὲν τῆς Β πρὸς Δ διπλάσιός ἐστίν ὁ τῆς Β πρὸς
 10 τὴν Γ, τοῦ δὲ τῆς πλευρᾶς τοῦ περιγεγραμμένου πο-
 λυγώνου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου διπλά-
 σιος ὁ τῆς ἐπιφανείας τοῦ περιγεγραμμένου στερεοῦ
 πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου]. ἡ ἐπιφάνεια
 ἄρα τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν
 15 πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος
 ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας
 πρὸς τὸν Α κύκλον· ὅπερ ἄτοπον. ἡ μὲν γὰρ ἐπι-
 φάνεια τοῦ περιγεγραμμένου τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαί-
 ρας μείζων ἐστίν, ἡ δὲ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου
 20 σχήματος τοῦ Α κύκλου ἐλάσσων ἐστὶ [δέδεικται γὰρ
 ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσων τοῦ μεγίστου
 κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ ἢ τετραπλασία, τοῦ δὲ με-
 γίστου κύκλου τετραπλάσιός ἐστίν ὁ Α κύκλος]. οὐκ
 ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας μείζων ἐστὶ τοῦ Α
 25 κύκλου. — λέγω δὴ, ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων. εἰ γὰρ δυ-
 νατόν, ἔστω. καὶ ὁμοίως εὐρήσθωσαν αἱ Β, Γ εὐθεῖαι,
 ὥστε τὴν Β πρὸς Γ ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ, ὃν ἔχει
 ὁ Α κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς σφαίρας, καὶ
 τῶν Β, Γ μέση ἀνάλογον ἡ Δ· καὶ ἐγγεγράφθω καὶ

4. εἶναι] per comp. in rasura F. 10. τοῦ δὲ τῆς] scripsi;
 τῆς δε F, uulgo.

eas media proportionalis sit Δ linea. fingatur autem etiam sphaera per centrum secta per circulum $EZH\Theta$. fingatur autem etiam polygonum circulo inscriptum et aliud circumscriptum, ita ut polygonum circumscriptum inscripto simile sit, et latus polygoni circumscripti [ad latus inscripti]¹⁾ minorem rationem habeat, quam B ad Δ [prop. 3]. quare²⁾ superficies figurae circum sphaeram circumscriptae ad superficiem figurae inscriptae minorem rationem habet, quam superficies sphaerae ad circulum A . quod fieri non potest. nam superficies figurae circumscriptae maior est superficie sphaerae [prop. 28 p. 122], sed superficies figurae inscriptae minor est circulo A [prop. 25].³⁾ itaque superficies sphaerae circulo A maior non est.

dico iam, ne minorem quidem eam esse. si enim fieri potest, minor sit. et ut supra inueniantur lineae B , Γ , ita ut B ad Γ minorem rationem habeat, quam circulus A ad superficiem sphaerae [prop. 2], et linea Δ media inter B , Γ proportionalis. et inscri-

1) Archimedes non omiserat: *πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου* lin. 6; sed cum haec omissio toties occurrat, satius duxi, hanc negligentiam transcriptori tribuere, quam cum Nizzio haec uerba omnibus locis addere.

2) Nam latera polygonorum quadrata et eam habent rationem, quam B^2 : Δ^2 , h. e. quam B : Γ (Eucl. VI, 30 *πρὸς* 2), et eam, quam superficies figurarum (prop. 32). sed quibus hoc continetur, uerba lin. 7—13 fortasse subditia sunt.

3) Repetitionem inutilem prop. 25 deleo (lin. 20—23).

περιγεγράφθω πάλιν, ὥστε τὴν τοῦ περιγεγραμμένου
 ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ τῆς B πρὸς A [καὶ τὰ
 διπλάσια ἄρα]. ἡ ἐπιφάνεια ἄρα τοῦ περιγεγραμμένου
 πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἔγγεγραμμένου ἐλάσσονα
 5 λόγον ἔχει, ἥπερ ὁ A κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν
 τῆς σφαίρας· ὅπερ ἄτοπον. ἡ μὲν γὰρ τοῦ περιγε-
 γραμμένου ἐπιφάνεια μεῖζων ἐστὶ τοῦ A κύκλου, ἡ δὲ
 τοῦ ἔγγεγραμμένου ἐλάσσων τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

οὐκ ἄρα οὐδὲ ἐλάσσων ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας
 10 τοῦ A κύκλου. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ μεῖζων. ἡ ἄρα
 ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας ἴση ἐστὶ τῷ A κύκλῳ, τουτέστι
 τῷ τετραπλασίῳ τοῦ μεγίστου κύκλου.

λδ'.

Πᾶσα σφαῖρα τετραπλασία ἐστὶ κῶνου τοῦ βάσιν
 15 μὲν ἔχοντος ἴσην τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ,
 ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

ἔστω γὰρ σφαῖρά τις, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος
 ὁ $ABΓΔ$. εἰ οὖν μὴ ἐστὶν ἡ σφαῖρα τετραπλασία
 τοῦ εἰρημένου κῶνου, ἔστω, εἰ δυνατόν, μεῖζων ἢ τε-
 20 τραπλασία. ἔστω δὲ ὁ Ξ κῶνος βάσιν μὲν ἔχων τετρα-
 πλασίαν τοῦ $ABΓΔ$ κύκλου, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ
 κέντρου τῆς σφαίρας. μεῖζων οὖν ἐστὶν ἡ σφαῖρα τοῦ
 Ξ κῶνου. ἔσται δὴ δύο μεγέθη ἄνισα ἢ τε σφαῖρα
 καὶ ὁ κῶνος. δυνατόν οὖν δύο εὐθείας λαβεῖν ἀνίσους
 25 ὥστε ἔχειν τὴν μεῖζονα πρὸς τὴν ἐλάσσονα ἐλάσσονα λό-

1. πάλιν] πάλιν πολύγωνον Torellius. τήν] τὴν πλευράν
 Torellius. 2. τοῦ] το F; corr. Torellius. 13. λβ' F; λς'
 Torellius. 19. μεῖζων F. 25. ἐλάσσονα λόγον] scripsi; λο-
 γον F, vulgo; λόγον ἐλάσσονα B, ed. Basil., Torellius.

batur et circumscribatur rursus polygonum, ita ut latus circumscripti [ad latus inscripti]¹⁾ minorem rationem habeat, quam B ad A [prop. 3]. itaque²⁾ superficies figuræ circumscriptæ ad superficiem inscriptæ minorem rationem habet, quam circulus A ad superficiem sphaeræ. quod fieri non potest. nam superficies figuræ circumscriptæ maior est circulo A [prop. 30]. sed superficies inscriptæ minor est. superficie sphaeræ [prop. 23 p. 102].

itaque ne minor quidem est superficies sphaeræ circulo A . demonstratum autem est, ne maiorem quidem eam esse. itaque superficies sphaeræ æqualis est circulo A , h. e. quadruplo maior circulo maximo.

XXXIV.

Quæuis sphaera quadruplo maior est cono basim habenti circulo maximo sphaeræ æqualem, altitudinem autem radium sphaeræ.³⁾

sit enim sphaera et in ea circulus maximus $AB\Gamma\Delta$. si igitur sphaera quadruplo maior cono, quem commemorauimus, non est, sit, si fieri potest, maior quam quadruplo maior. conus autem Ξ basim habeat quadruplo maiorem circulo $AB\Gamma\Delta$, altitudinem autem radio sphaeræ æqualem. itaque sphaera maior est cono Ξ . erunt igitur duæ magnitudines inæquales, sphaera et conus. potest igitur fieri, ut sumantur duæ

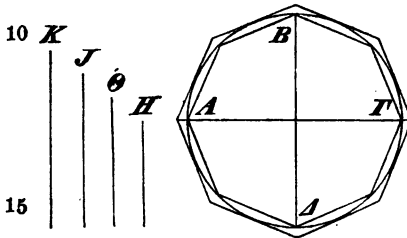
1) Cfr. not. 1, p. 139.

2) Sequitur ex Eucl. VI, 20 πρός. 2 et prop. 32, ut not. 2, p. 139; sed uerba præcedentia lin. 2—3 hic quoque subditua sunt; nihil enim continent nisi negligentem et imperfectam significationem uerborum, quæ not. 2, p. 139 damnaui.

3) Cfr. Pappus I p. 360.

γον τοῦ, ὃν ἔχει ἡ σφαῖρα πρὸς τὸν Ξ κῶνον. ἔστωσαν οὖν αἱ K , H , αἱ δὲ I , Θ εἰλημμένοι ὥστε τῷ ισφ ἀλλήλων ὑπερέχειν τὴν K τῆς I καὶ τὴν I τῆς Θ καὶ τὴν Θ τῆς H . νοείσθω δὲ καὶ εἰς τὸν $AB\Gamma\Delta$ κύκλον

5 ἔγγεγραμμένον πολύγωνον, οὗ τὸ πλῆθος τῶν πλευρῶν μετρείσθω ὑπὸ τετραδός, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον ὁμοιον τῷ ἔγγεγραμμένῳ, καθάπερ ἐπὶ τῶν πρότερον· ἡ δὲ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πλευρὰ



πρὸς τὴν τοῦ ἔγγεγραμμένου ἐλάσσονα λόγον ἔχεται τοῦ, ὃν ἔχει ἡ K πρὸς I . καὶ ἔστωσαν αἱ AG , $B\Delta$ διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις. εἰ οὖν μενούσης τῆς AG διαμέτρου περι-

ενεχθεῖη τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ τὰ πολύγωνα, ἔσται σχήματα τὸ μὲν ἔγγεγραμμένον ἐν τῇ σφαίρᾳ, τὸ δὲ περιγεγραμμένον, καὶ ἔξει τὸ περιγεγραμμένον

20 πρὸς τὸ ἔγγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον, ἥπερ ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πρὸς τὴν τοῦ ἔγγεγραμμένου εἰς τὸν $AB\Gamma\Delta$ κύκλον. ἡ δὲ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ K πρὸς τὴν I . ὥστε τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον ἐλάσσονα

25 λόγον ἔχει ἢ τριπλασίονα τοῦ K πρὸς I . ἔχει δὲ καὶ ἡ K πρὸς H μείζονα λόγον ἢ τριπλάσιον τοῦ, ὃν ἔχει ἡ K πρὸς I [τοῦτο γὰρ φανερόν διὰ λημμάτων]. πολλῶ ἄρα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἔγγεγραμμένον ἐλάσσονα

3. Θ] H F. 18. AB , $\Gamma\Delta$ F. Litteras in circulo positas et polygona om. F. 18. σχήματα] scripsi; το σχημα F, uulgo. 27. διαλληματων F.

lineae inaequales, ita ut maior linea ad minorem rationem habeat minorem, quam sphaera ad conum Ξ [prop. 2]. sint igitur lineae K, H , et lineae I, Θ ita sumantur, ut aequali spatio excedat K linea lineam I , I lineam Θ , Θ lineam H . fingatur autem etiam circulo $AB\Gamma\Delta$ polygonum inscriptum, cuius laterum numerus per quattuor diuidi possit, et aliud circumscriptum inscripto simile, sicut antea. et latus polygoni circumscripti ad latus inscripti minorem rationem



habeat, quam $K : I$ [prop. 3]. et sint diametri $AF, B\Delta$ inter se perpendiculares. si igitur manente diametro AF circumuoluitur¹⁾ planum, in quo sunt polygona, orientur figurae, altera sphaerae inscripta, altera circumscripta, et habebit figura circumscripta ad inscriptam triplicem rationem, quam latus polygoni circumscripti ad latus inscripti circulo $AB\Gamma\Delta$ [prop. 32]. sed latera minorem habent rationem quam $K : I$ [ex hypothesi]. quare figura circumscripta [ad inscriptam]²⁾ minorem rationem habet quam $K^3 : I^3$. sed etiam $K : H > K^3 : I^3$ [u. Eutocius]. itaque figura circumscripta ad inscriptam multo minorem rationem habet,

1) Optatius *περιεφεχθεινη* posterioris temporis scriptoribus aptior fortasse transcriptori debetur, cum Archimedes scripsisset: *εἰ καὶ περιεφεχθῆ*.

2) U. p. 139 not. 1.

λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἡ K πρὸς H . ἡ δὲ K πρὸς
 H ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ σφαῖρα πρὸς τὸν Ξ
 κῶνον· καὶ ἐναλλάξ· ὅπερ ἀδύνατον. τὸ γὰρ σχῆμα
 τὸ περιγεγραμμένον μείζον ἐστὶ τῆς σφαίρας, τὸ δὲ ἐγ-
 5 γεγραμμένον ἔλασσον τοῦ Ξ κῶνου [διότι ὁ μὲν Ξ κῶνος
 τετραπλάσιός ἐστὶ τοῦ κῶνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην
 τῷ $AB\Gamma\Delta$ κύκλῳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου
 τῆς σφαίρας, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσον τοῦ
 εἰρημένου κῶνου ἢ τετραπλάσιον]. οὐκ ἄρα μείζων ἢ
 10 τετραπλασία ἢ σφαῖρα τοῦ εἰρημένου. — ἔστω δὴ, εἰ
 δυνατόν, ἐλάσσων ἢ τετραπλασία· ὥστε ἐλάσσων ἐστὶν
 ἢ σφαῖρα τοῦ Ξ κῶνου. εἰλήφθωσαν δὴ αἱ K , H
 εὐθείαι, ὥστε τὴν K μείζονα εἶναι τῆς H καὶ ἐλάσ-
 σονα λόγον ἔχειν πρὸς αὐτὴν τοῦ, ὃν ἔχει ὁ Ξ κῶνος
 15 πρὸς τὴν σφαῖραν. καὶ αἱ Θ , I ἐκκεισθῶσαν, καθὼς
 πρότερον, καὶ εἰς τὸν $AB\Gamma\Delta$ κύκλον νοείσθω πολύ-
 γωνον ἐγγεγραμμένον καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον, ὥστε
 τὴν πλευρὰν τοῦ περιγεγραμμένου πρὸς τὴν πλευρὰν
 τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἥπερ ἡ K
 20 πρὸς I · καὶ τὰ ἄλλα κατεσκευάσθω τὸν αὐτὸν τρόπον
 τοῖς πρότερον. ἔξει ἄρα καὶ τὸ περιγεγραμμένον στε-
 ρεὸν σχῆμα πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον,
 ἥπερ ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὸν $AB\Gamma\Delta$
 κύκλον πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου. ἡ δὲ πλευρὰ
 25 πρὸς τὴν πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ K
 πρὸς I . ἔξει οὖν τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς
 τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἢ τριπλασίον τοῦ,
 ὃν ἔχει ἡ K πρὸς τὴν I . ἡ δὲ K πρὸς τὴν H μεί-

10. εἰρημένου] εἰρημένου κῶνου? δὴ εἰ] scripsi; ἡ F ;
 εἰ uulgo. 20. κατεσκευάσθω] scripsi; κατεσκευ F , manus 2
 stellulam adposuit et mg. scripsit αμενα; κατεσκευασμένα

quam $K : H$; sed K ad H minorem rationem habet, quam sphaera ad conum \mathfrak{K} [ex hypothesi] [quare figura circumscripta ad inscriptam minorem rationem habet, quam sphaera ad conum \mathfrak{K}]. et uicissim [figura circumscripta ad sphaeram minorem rationem habet, quam figura inscripta ad conum]. quod fieri non potest. nam figura circumscripta maior est sphaera [prop. 28 p. 122], sed inscripta minor cono \mathfrak{K} [prop. 27]. itaque sphaera maior non est quam quadruplo maior [cono], quem commemorauimus.

iam, si fieri potest, minor sit quam quadruplo maior. sphaera igitur minor est cono \mathfrak{K} . sumantur igitur lineae K, H , ita ut K linea maior sit linea H et minorem ad eam rationem habeat, quam conus \mathfrak{K} ad sphaeram [prop. 2]. et ponantur lineae Θ, I , ut supra [p. 142, 2]. et fingatur polygonum circulo $AB\Gamma\Delta$ inscriptum et aliud circumscriptum, ita ut latus polygoni circumscripti ad latus inscripti minorem rationem habeat, quam $K : I$. et cetera eodem modo, quo antea, comparentur. habebit igitur etiam²⁾ figura solida circumscripta ad inscriptam rationem triplicem, quam latus figurae circum $AB\Gamma\Delta$ circumscriptae ad latus inscriptae [prop. 32]. sed latera minorem rationem habent, quam $K : I$ [ex hypothesi]. habebit igitur figura circumscripta ad inscriptam minorem rationem, quam $K^3 : I^3$. sed $K : H > K^3 : I^3$ [u. Eutocius]. quare figura circumscripta ad inscriptam minorem rationem

1) καί lin. 21 uidetur significare: nunc quoque, ut antea.

vulgo. 28. πρὸς τῆν $I \cdot \eta$ δὲ K] om. F; corr. ed. Basil. et B man. 2.

ξονα λόγον έχει ἢ τριπλάσιον τοῦ, ὃν έχει ἡ K πρὸς τὴν I . ὥστε ἐλάσσονα λόγον έχει τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον, ἢ ἡ K πρὸς τὴν H . ἢ δὲ K πρὸς τὴν H ἐλάσσονα λόγον έχει, ἢ ὁ Ξ 5 κῶνος πρὸς τὴν σφαῖραν· ὅπερ ἀδύνατον. τὸ μὲν γὰρ ἐγγεγραμμένον ἐλασσόν ἐστι τῆς σφαίρας, τὸ δὲ περιγεγραμμένον μείζον τοῦ Ξ κῶνου. οὐκ ἄρα οὐδὲ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τετραπλασία ἢ σφαῖρα τοῦ κῶνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῷ $AB\Gamma\Delta$ κύκλῳ, ὕψος δὲ 10 τὴν ἴσην τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας· ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ μείζων· τετραπλασία ἄρα.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Προδεδειγμένων δὲ τούτων φανερόν, ὅτι πᾶς κύλινδρος βάσιν μὲν ἔχων τὸν μέγιστον κύκλον τῶν ἐν 15 τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας ἡμιόλιός ἐστι τῆς σφαίρας, καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ μετὰ τῶν βάσεων ἡμιολία τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

ὁ μὲν γὰρ κύλινδρος ὁ προειρημένος ἑξαπλάσιός ἐστι τοῦ κῶνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὴν αὐτήν, 20 ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, ἢ δὲ σφαῖρα δέδεικται τοῦ αὐτοῦ κῶνου τετραπλασία οὕσα· δῆλον οὖν, ὅτι ὁ κύλινδρος ἡμιόλιός ἐστι τῆς σφαίρας. πάλιν ἐπεὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου χωρὶς τῶν βάσεων ἴση δέδεικται κύκλῳ, οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου μέση ἀνά- 25 λογόν ἐστι τῆς τοῦ κυλίνδρου πλευρᾶς καὶ τῆς διαμέτρου τῆς βάσεως, τοῦ δὲ εἰρημένου κυλίνδρου τοῦ

3. K] HKF . 5. κωνος F . 12. πόρισμα om. F ; κ' Torellius.

habet, quam $K : H$. sed K ad H minorem rationem habet, quam conus \mathfrak{E} ad sphaeram [ex hypothesis] [itaque figura circumscripta ad inscriptam minorem rationem habet, quam conus \mathfrak{E} ad sphaeram]. quod fieri non potest. nam figura inscripta minor est sphaera [prop. 23 p. 102], sed figura circumscripta maior cono \mathfrak{E} [prop. 31 *πόρισμα* p. 128]. itaque sphaera ne minor quidem est quam quadruplo maior cono basim habenti aequalem circulo $AB\Gamma A$, altitudinem autem aequalem radio sphaerae. demonstratum autem est, ne maiorem quidem eam esse. itaque quadrupla est.

COROLLARIUM.¹⁾

His autem ante demonstratis adparet, quemuis cylindrum basim habentem circulum maximum sphaerae, altitudinem autem diametro sphaerae aequalem sesquialterum esse sphaerae, et superficiem eius sesquialteram superficiei sphaerae.

nam cylindrus, quem commemorauimus, sexcuplus est coni eandem basim habentis, altitudinem autem aequalem radio²⁾; sed demonstratum est, sphaeram quadruplo maiorem esse eodem cono [prop. 34]. adparet igitur, cylindrum sphaerae sesquialterum esse. rursus quoniam demonstratum est, superficiem cylindri praeter bases aequalem esse circulo, cuius radius media sit proportionalis inter latus cylindri et diametrum

1) Citatur ab Herone stereom. I, 1 (cfr. I, 8, 2), Proclo ad Eucl. p. 71, 18, Simplicio ad Arist. IV p. 508, b. alio modo demonstrat Pappus I p. 408.

2) Cylindrus enim triplo maior est cono, cuius basis est circulus maximus, altitudo autem diametrus sphaerae (Eucl. XII, 10); sed hic conus duplo maior est cono, cuius basis eadem est, altitudo autem radius (*λημμ.* 1 p. 80).

περὶ τὴν σφαῖραν ἢ πλευρὰ ἴση ἐστὶ τῇ διαμέτρῳ τῆς
 βάσεως [δῆλον, ὅτι ἡ μέση αὐτῶν ἀνάλογον ἴση γί-
 νεται τῇ διαμέτρῳ τῆς βάσεως], ὁ δὲ κύκλος ὁ τὴν ἐκ
 τοῦ κέντρου ἔχων ἴσην τῇ διαμέτρῳ τῆς βάσεως τε-
 5 τραπλάσιός ἐστὶ τῆς βάσεως, τουτέστι τοῦ μεγίστου
 κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρα, ἔσται ἄρα καὶ ἡ ἐπιφάνεια
 τοῦ κυλίνδρου χωρὶς τῶν βάσεων τετραπλάσια τοῦ
 μεγίστου κύκλου. ὅλη ἄρα μετὰ τῶν βάσεων ἡ ἐπι-
 φάνεια τοῦ κυλίνδρου ἑξαπλάσια ἔσται τοῦ μεγίστου
 10 κύκλου. ἔστιν δὲ καὶ ἡ τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια τετρα-
 πλάσια τοῦ μεγίστου κύκλου. ὅλη ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ
 κυλίνδρου ἡμιολία ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

λε'.

Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος εἰς τμήμα
 15 σφαίρας ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον
 δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ
 ἐγγεγραμμένου πολυγώνου ἐν τῷ τμήματι τοῦ μεγίστου
 κύκλου καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς παραλλήλοις τῇ βάσει
 τοῦ τμήματος σὺν τῇ ἡμισείᾳ τῆς τοῦ τμήματος βάσεως.
 20 ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ τμήμα, οὗ βάσις ὁ
 περὶ τὴν AH κύκλος. ἐγγεγράφθω σχῆμα εἰς αὐτό, οἶον
 εἰρηται, περιεχόμενον ὑπὸ κανικῶν ἐπιφανειῶν· καὶ
 μέγιστος κύκλος ὁ $AH\Theta$, καὶ ἀριτόπλευρον πολύγωνον
 τὸ $AΓΕ\Theta Z\Delta H$ χωρὶς τῆς AH πλευρᾶς· καὶ εἰλήφθω
 25 κύκλος ὁ Λ , οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ

2. γίνεται] γὰρ per comp. F; corr. B. 5. τουτέστι] της
 F; corr. Torellius. 13. λγ' F; κη' Torellius. 14. τμήμα
 σφαίρας] sarripai; το τμήμα της σφαιρας F, uulgo. 16. τῷ]
 το F. 25. τῷ] το F.

basis [prop. 13], cylindri autem, quem commemorauimus, sphaeram comprehendentis latus aequale est diametro basis [adparet¹], lineam inter ea mediam proportionalem aequalem esse diametro basis (Eucl. VI, 16)], circulus autem radium habens diametro basis aequalem quadruplo maior est basi [Eucl. XII, 2], h. e. circulo maximo sphaerae, erit igitur etiam superficies cylindri praeter bases quadruplo maior circulo maximo. tota igitur superficies cylindri una cum basibus sexcuplo maior erit circulo maximo. sed est etiam superficies sphaerae quadruplo maior circulo maximo [prop. 33]. itaque tota superficies cylindri sesquialtera est superficiei sphaerae.

XXXV.

Superficies figurae segmento sphaerae inscriptae aequalis est circulo, cuius radius quadratus aequalis est rectangulo, quod continetur uno latere polygoni segmento circuli maximi inscripti et linea aequali omnibus lineis basi segmenti parallelis una cum dimidia basi segmenti.

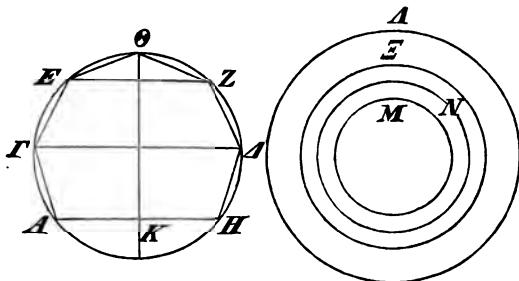
sit sphaera, et in ea segmentum, cuius basis circulus circum AH descriptus. inscribatur ei polygonum, quale diximus, per superficies conicas comprehensum. et circulus maximus sit $AH\Theta$, et $A\Gamma E\Theta Z\Delta H$ polygonum [aequilaterum]²), cuius latera paria sint

1) Prae dicitur, inde quod superficies cylindri aequalis sit circulo illi (*ἐπι* p. 146, 23) colligi posse, mediam proportionalem diametro aequalem esse. itaque uerba *δῆλον* lin. 2—*βάσεως* lin. 3 transcriptori tribui.

2) Hoc ab Archimede non praetermissum fuit (Quaest. Arch. p. 76); Nizzius coniecit: *ισόπλευρόν τε καὶ ἀγυῖον*.

περιεχομένῳ ὑπὸ τε τῆς $ΑΓ$ πλευρᾶς καὶ ὑπὸ πασῶν τῶν $ΕΖ$, $ΓΔ$ καὶ ἔτι τῆς ἡμισείας τῆς βάσεως, τουτέστι τῆς $ΑΚ$. δεικτέον, ὅτι ὁ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ τοῦ σχήματος ἐπιφανείᾳ.

- 5 εἰλήφθω γὰρ κύκλος ὁ $Μ$, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς $ΕΘ$ πλευρᾶς καὶ τῆς ἡμισείας τῆς $ΕΖ$. γίνεται δὴ ὁ $Μ$ κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ τὴν $ΕΖ$ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ $Θ$ σημεῖον. εἰλήφθω δὲ



- 10 καὶ ἄλλος ὁ $Ν$, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τε τῆς $ΕΓ$ καὶ τῆς ἡμισείας συναμφοτέρου τῆς $ΕΖ$, $ΓΔ$. ἔσται οὖν οὗτος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς $ΕΖ$, $ΓΔ$. καὶ ἄλλος ὁμοίως ὁ
- 15 $Ξ$ εἰλήφθω κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς $ΑΓ$ καὶ τῆς ἡμισείας συναμφοτέρων τῶν $ΓΔ$, $ΑΗ$. καὶ αὐτὸς οὖν ἴσος ἐστὶ τῇ κωνικῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς $ΑΗ$, $ΓΔ$. πάντες οὖν οἱ κύκλοι
- 20 ἴσοι ἔσονται τῇ ὅλῃ τοῦ σχήματος ἐπιφανείᾳ, καὶ αἱ ἐκ τῶν κέντρων αὐτῶν ἴσον δυνήσονται τῷ περιεχο-

numero praeter latus AH . et sumatur circulus A ,
cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo

$$A\Gamma \times (EZ + \Gamma\Delta + AK).$$

demonstrandum est, circulum aequalem esse superficiei figurae.

sumatur enim circulus M , cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo $E\Theta \times \frac{1}{2}EZ$. itaque M circulus aequalis est superficiei conici, cuius basis est circulus circum EZ descriptus, uertex autem punctum Θ [prop. 14]. sumatur autem etiam alius circulus N , cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo

$$E\Gamma \times \frac{1}{2}(EZ + \Gamma\Delta).$$

hic igitur aequalis erit superficiei conici, quae est inter plana parallela in lineis EZ , $\Gamma\Delta$ posita [prop. 16]. et eodem modo sumatur alius circulus Ξ , cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo

$$A\Gamma \times \frac{1}{2}(\Gamma\Delta + AH).$$

itaque et ipse aequalis est superficiei conicae, quae est inter plana parallela in lineis AH , $\Gamma\Delta$ posita [prop. 16]. omnes igitur circuli aequales erunt toti superficiei figurae, et radii eorum quadrati aequales erunt rectangulo $A\Gamma \times (EZ + \Gamma\Delta + AK)$.¹⁾ sed

1) Quia aequalia sunt latera polygони $E\Theta$, $E\Gamma$, $A\Gamma$.

μένω ὑπὸ μιᾶς πλευρᾶς τῆς $ΑΓ$ καὶ τῆς ἴσης ταῖς EZ , $ΓΔ$ καὶ τῇ ἡμισείᾳ τῆς βάσεως τῇ $ΑΚ$. ἐδύνατο δὲ καὶ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ $Α$ κύκλου ἴσον τῷ αὐτῷ χωρῖον. ὁ ἄρα $Α$ κύκλος ἴσος ἔσται τοῖς $Μ$, $Ν$, $Ξ$
 5 κύκλοις, ὥστε καὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος.

λϛ΄.

Τετμήσθω σφαῖρα μὴ διὰ τοῦ κέντρου ἐπιπέδῳ· καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ $ΑΕΖ$ τέμνων πρὸς
 10 ὀρθᾶς τὸ ἐπίπεδον τὸ τέμνον· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ $ΑΒΓ$ τμήμα πολύγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἀρτιόγωνον χωρὶς τῆς βάσεως τῆς $ΑΒ$. ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον, ἐὰν μενούσης τῆς $ΓΖ$ περιενεχθῆ τὸ σχῆμα, αἱ μὲν $Δ$, $Ε$, $Α$, $Β$ γωνίαι κατὰ κύκλων οἰσθήσονται,
 15 ὧν διάμετροι αἱ $ΔΕ$, $ΑΒ$, αἱ δὲ πλευραὶ τοῦ σχήματος κατὰ κωνικῆς ἐπιφανείας. καὶ ἔσται τὸ γενηθὲν σχῆμα στερεὸν ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον βάσιν μὲν ἔχον κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ $ΑΒ$, κορυφήν δὲ τὸ $Γ$. ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον τὴν ἐπιφάνειαν ἐλάσσονα ἔξει τῆς τοῦ τμήματος ἐπιφανείας τοῦ περιλαμβάνοντος [τὸ γὰρ αὐτὸ πέρασ αὐτῶν ἔστιν ἐν ἐπιπέδῳ τοῦ τε τμήματος καὶ τοῦ σχήματος ἢ περιφέρεια τοῦ κύκλου, οὗ διάμετρος ἡ $ΑΒ$, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλαι ἀμφοτέραι εἰσιν αἱ ἐπιφάνειαι, καὶ περι-
 20 λαμβάνεται ἡ ἑτέρα ὑπὸ τῆς ἑτέρας].

2. ἡδύνατο Torellius. 7. λδ΄ F; λδ΄ Torellius. 11. ἀρτιόπλευρον Rinaltus, Torellius. 15. σχήματος] Barrowius; τμήματος F, uulgo. 18. εχων F. κορυφή F; corr. Barrowius.

etiam radius circuli A quadratus eidem spatio aequalis erat [ex hypothesi]. itaque circulus A aequalis erit circulis M , N , Σ^1); quare etiam superficiei figurae inscriptae aequalis erit.

XXXVI.

Secetur sphaera plano non per centrum posito, et in ea sit circulus maximus AEZ planum secans perpendiculariter secans. et inscribatur segmento $AB\Gamma$ polygonum aequilaterum, cuius latera paria sint numero praeter basim AB . si igitur, ut antea, manente linea ΓZ

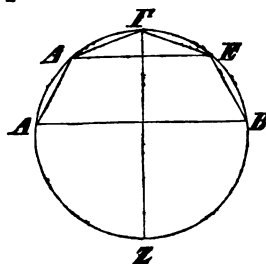


figura circumvoluitur, anguli Δ , E , A , B per circulos ferentur, quorum diametri erunt ΔE , AB , latera autem figurae per superficies conicas. et figura solida hoc modo orta, per superficies conicas comprehensa, basim habebit circulum, cuius diametrus

est AB , uerticem autem punctum Γ . itaque eodem modo, quo antea, superficiem habebit minorem superficie segmenti comprehendentis [$\lambda\alpha\mu\beta$. 4 p. 10].²⁾

1) Ex Eucl. XII, 2; cfr. Quaest. Arch. p. 48.

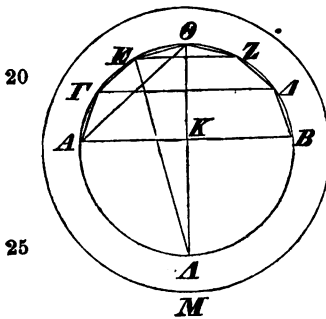
2) In hac propositione praeter finem subditium alia quoqueprehenduntur uestigia manus transcriptoris, uelut omis- sum uerbum $\xi\sigma\tau\omega$ lin. 9; $\acute{\alpha}\rho\tau\iota\acute{o}\gamma\omega\gamma\omicron\nu$ lin. 11, quod alibi recte dicitur pro $\acute{\alpha}\rho\tau\iota\acute{o}\pi\lambda\epsilon\nu\omicron\nu$ (Quaest. Arch. p. 76), sed hoc loco ferri non potest propter sequentia uerba $\chi\omega\rho\iota\varsigma\ \tau\eta\varsigma\ \beta\acute{\alpha}\sigma\iota\sigma\omicron\varsigma$; $\kappa\omega\nu\iota\kappa\eta\varsigma\ \acute{\epsilon}\pi\iota\phi\alpha\nu\epsilon\lambda\alpha\varsigma$ lin. 16 pro $\kappa\omega\nu\iota\kappa\acute{\omega}\nu\ \acute{\epsilon}\pi\iota\phi\alpha\nu\epsilon\iota\acute{\omega}\nu$; $\gamma\epsilon\nu\eta\theta\acute{\epsilon}\nu$ lin. 16 (Quaest. Arch. p. 70). praeterea diserte dicendum erat, segmentum $AB\Gamma$ minus hemisphaerio esse debere (Quaest. Arch. p. 78).

λξ'.

Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐν τῷ
 τμήματι τῆς σφαίρας ἐλάσσων ἐστὶ τοῦ κύκλου, οὗ ἡ
 ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ
 5 τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένη τοῦ κύκλου, ὅς
 ἐστὶ βᾶσις τοῦ τμήματος.

ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ $ABEZ$
 καὶ ἔστω τμήμα ἐν τῇ σφαίρα, οὗ βᾶσις ὁ περὶ διά-
 μετρον τὴν AB , καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ τὸ εἰρη-
 10 μένον σχῆμα, καὶ ἐν τῷ τμήματι τοῦ κύκλου πολύγω-
 νον· καὶ τὰ λοιπὰ τὰ αὐτά, διαμέτρον μὲν τῆς σφαίρας
 οὔσης τῆς ΘA , ἐπεξευγμένων δὲ τῶν AE , ΘA . καὶ
 ἔστω κύκλος ὁ M , οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἔστω τῇ
 $A\Theta$. δεικτέον, ὅτι ὁ M κύκλος μείζων ἐστὶ τῆς τοῦ
 15 σχήματος ἐπιφανείας.

ἡ γὰρ ἐπιφάνεια τοῦ σχήματος δέδεικται ἴση οὔσα
 κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περι-



20

25

εχομένῳ ὑπὸ τε τῆς $E\Theta$ καὶ
 τῶν EZ , ΓA , KA . τὸ δὲ
 ὑπὸ τῆς $E\Theta$ καὶ τῶν EZ ,
 ΓA , KA δέδεικται ἴσον τῷ
 ὑπὸ τῶν EA , $K\Theta$ περιεχο-
 μένῳ· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν EA ,
 $K\Theta$ ἐλασσόν ἐστὶ τοῦ ἀπὸ
 τῆς $A\Theta$ [καὶ γὰρ τοῦ ὑπὸ
 τῶν $A\Theta$, $K\Theta$]. φανερόν οὖν,
 ὅτι ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ
 κύκλου, ὅς ἐστὶν ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος,

1. λξ' F; μ' Torellius. 7. $ABZE$ Torellius. 13. ἔστω] ὡσετ F; corr. B*. 25. ὑπὸ om. F; corr. ed. Basil. 26. τῶν

XXXVII.

Superficies figurae segmento sphaerae inscriptae minor est circulo, cuius radius aequalis est lineae a uertice segmenti ad ambitum ductae circuli, qui basis est segmenti.

sit sphaera, et in ea circulus maximus $ABEZ$, et in sphaera segmentum sit, cuius basis sit circulus circum diametrum AB descriptus, et ei inscribatur figura, quam commemorauimus [prop. 36], et segmento circuli polygonum. et cetera eodem modo comparentur¹⁾, ut linea ΘA diametrus sphaerae sit, et ducantur lineae AE , ΘA . et sit circulus M , cuius radius aequalis sit lineae $A\Theta$. demonstrandum est, circulum M maiorem esse superficie sphaerae.

nam demonstratum est, superficiem figurae aequalem esse circulo, cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo $E\Theta \times (EZ + \Gamma A + KA)$ [prop. 35]. et demonstratum est

$$E\Theta \times (EZ + \Gamma A + KA) = EA \times K\Theta \text{ [prop. 22; Eucl. VI, 16].}^2)$$

sed $EA \times K\Theta < A\Theta^2$ [u. Eutocius].

adparet igitur, radium circuli, qui aequalis est super-

1) τὰ ἀνά lin. 11 sc. ἔστω.

2) U. Eutocius, ex cuius adnotatione comperimus, Archimedes lin. 19—20 scripsisse: ἀλλὰ τὸ ὑπὸ $E\Theta$, et lin. 22 uerbum περιγεγραμῶν omisisse.

addidi; om. F; uulgo. $K\Theta$] ΘK ed. Basil., Torellius. Post hoc uerbum: ἴσων ὄντος τῆ ἀπὸ ΘA addunt ed. Basil., Torellius; om. F, uulgo.

ελάσσων ἐστὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ M . δῆλον ἄρα, ὅτι ὁ M κύκλος μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος.

λη'.

5 Τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ τμήματι ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον σὺν τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν τὴν αὐτὴν ἔχοντι τῷ σχήματι, κορυφὴν δὲ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας ἴσον ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν ἔχοντι ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τῇ
10 ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευρὰν τῶν τοῦ πολυγώνου καθέτω ἡγμένη.

ἔστω γὰρ σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος, καὶ τμήμα ἔλασσον ἡμικυκλίου τὸ $AB\Gamma$, καὶ κέντρον τὸ E · καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ $AB\Gamma$ τμήμα πολυγώνον ἀρτιόπλευρον χωρὶς τῆς $ΑΓ$ ὁμοίως τοῖς πρότερον, καὶ μενούσης τῆς BE περιενεχθεῖσα ἡ σφαῖρα ποιείτω σχῆμά τι ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν $ΑΓ$ κῶνος ἀναγεγράφθω κορυφὴν ἔχων τὸ κέντρον. καὶ
20 εἰλήφθω κῶνος ὁ K βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ E κέντρου ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτω ἡγμένη. δεικτέον, ὅτι ὁ K κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ σχήματι σὺν τῷ κώνῳ τῷ $ΑΕΓ$.

2. M] AM F. 4. $\lambda\sigma'$ F; $\mu\alpha'$ Torellius. 9. $\tau\eta$] Nizze; $\tau\eta\eta$ F, uulgo. 21. $\tau\eta$] Nizze; $\tau\eta\eta$ F, uulgo. 23. περιεχο-
 $\mu\acute{\epsilon}\nu\omega$] προειρημένῳ Nizze. $\text{σχήματι}]$ τμήματι F; cori. ed. Ba-
 $\text{sil. ; „figurae dictae“}$ Cr.

ficiet figuram, minorem esse radio circuli M . itaque constat, circulum M maiorem esse superficie figuram [Eucl. XII, 2].¹⁾

XXXVIII.

Figura segmento²⁾ inscripta per superficies conicas comprehensa una cum cono basim eandem habenti, quam figura, uerticem autem centrum sphaerae aequalis est cono basim habenti superficie figuram aequallem, altitudinem autem lineam a centro sphaerae ad latus aliquod polygoni perpendiculari ductae aequallem.

sit enim sphaera, et in ea circulus maximus, et segmentum $AB\Gamma$ minus dimidia parte circuli, et centrum E . et segmento $AB\Gamma$ inscribatur polygonum [aequilaterum]³⁾, cuius latera paria sint numero praeter lineam $A\Gamma$, eodem modo, quo supra, et manente linea BE circumuoluatur sphaera⁴⁾ et efficiat figuram per superficies conicas comprehensam, et in circulo circum diametrum $A\Gamma$ descripto conus construatur uerticem habens centrum. et sumatur conus K basim habens superficie figuram aequallem, altitudinem autem lineam a centro E ad latus aliquod polygoni perpendiculari ductae. demonstrandum est, conum K aequallem esse figuram comprehensam⁵⁾ una cum cono AEG .

1) In hac quoque propositione desideratur significatio, segmentum minus esse hemisphaerio; u. p. 153 not. 2.

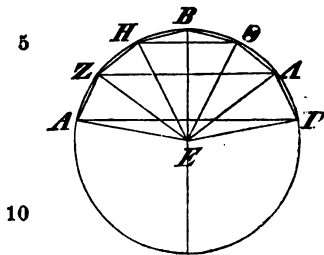
2) Sc. *ἐλάσσονι ἡμισφαιρίῳ* (u. lin. 18), quae uerba addi uoluit Nizzius; sed u. p. 153 not. 2.

3) Desideratur ante *ἰσοπλευρον* lin. 15: *ἰσόπλευρόν τε καί*, quod coniectura addit Nizzius; sed u. p. 149 not. 2.

4) Debat esse: *περιενεχθεὶς ὁ κύκλος* siue *περιενεχθὲν τὸ ἐπίπεδον*, ἐν ᾧ ὁ τε κύκλος καὶ τὸ πολύγωνον (lin. 16).

5) *περιεχομένη* lin. 23 sc. ὑπὸ τῶν κωνικῶν ἐπιφανειῶν,

ἀναγεγράφθωσαν δὴ καὶ κῶνοι ἀπὸ τῶν κύκλων τῶν περὶ διαμέτρους τὰς ΘH , $Z A$ κορυφὴν ἔχοντες τὸ E σημεῖον. οὐκοῦν ὁ μὲν $H B \Theta E$ ῥόμβος στερεὸς



ἴσος ἐστὶ κῶνος, οὗ ἡ μὲν
 5 βάσις ἴση ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ
 τοῦ $H B \Theta$ κώνου, τὸ ὕψος
 δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ E ἐπὶ τὴν
 $H B$ ἀγομένη καθέτω. τὸ δὲ
 περιλειμμα τὸ περιεχόμενον
 ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς με-
 ταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπι-
 πέδων τῶν κατὰ τὰς $H \Theta$, $Z A$ καὶ τῶν κωνικῶν
 τῶν $Z E A$, $H E \Theta$ ἴσον ἐστὶ κῶνος, οὗ ἡ βάσις μὲν
 ἐστὶν ἴση τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπι-
 15 πέδων τῶν κατὰ τὰς $H \Theta$, $Z A$, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ E
 ἐπὶ τὴν $Z H$ καθέτω ἡγμένη. πάλιν τὸ περιλειμμα τὸ
 περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν
 παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς $Z A$, $A \Gamma$ καὶ τῶν
 κωνικῶν τῶν $A E \Gamma$, $Z E A$ ἴσον ἐστὶ κῶνος, οὗ ἡ μὲν
 20 βάσις ἴση ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν παραλλή-
 λων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς $Z A$, $A \Gamma$, ὕψος δὲ τῇ
 ἀπὸ τοῦ E ἐπὶ τὴν $Z A$ καθέτω ἡγμένη. οἱ οὖν εἰρη-
 μένοι κῶνοι ἴσοι ἔσονται τῷ σχήματι μετὰ τοῦ $A E \Gamma$
 κώνου καὶ ὕψος μὲν ἴσον ἔχουσιν τῇ ἀπὸ τοῦ E ἐπὶ
 25 μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτω ἡγμένη, τὰς δὲ

1. δὴ] scripsi; δε F, vulgo. 2. τὰς] της FC*. ΘH , $Z A$] scripsi; ΘZ , $K I$ FC*; $H \Theta$, $Z A$ B* ed. Basil., Torellius. 3. οὐκον F. 9. περιλειμμα] scripsi; περιλημμα F, vulgo. 13. $Z E A$ F, corr. Torellius. ἴση FBC*. 15. τῇ] τῆ F. 16. περιλειμμα] scripsi; περιλημμα F, vulgo. 19. $Z E A$ F, Δ in rasura. 23. μετὰ] scripsi; καὶ μετὰ F, vulgo.

construantur igitur etiam in circulis circum diametros ΘH , $Z A$ descriptis conici uerticem habentes punctum E . itaque rhombus solidus $H B \Theta E$ aequalis est cono, cuius basis aequalis est superficiei conici $H B \Theta$, altitudo autem lineae ab E ad $H B$ perpendiculari



ductae [prop. 18]. spatium autem relictum¹⁾ comprehensum per superficiem inter parallela plana in lineis $H \Theta$, $Z A$ posita et per superficies conicas $Z E A$, $H E \Theta$ aequale est cono, cuius basis aequalis est superficiei inter plana parallela in lineis $H \Theta$, $Z A$ posita, altitudo autem lineae ab E ad $Z H$ perpendiculari ductae [prop. 20]. rursus spatium relictum²⁾ comprehensum per superficiem inter plana parallela in lineis $Z A$, $A \Gamma$ posita et per superficies conicas $A E \Gamma$, $Z E A$ aequale est cono, cuius basis aequalis est superficiei inter plana parallela in lineis $Z A$, $A \Gamma$ posita, altitudo autem lineae ab E ad $Z A$ perpendiculari ductae [prop. 20]. conici igitur, quos commemorauimus, aequales erunt figurae una cum cono $A E \Gamma$ et altitudinem habent aequalem lineae ab E ad latus aliquod polygoni perpendiculari ductae, bases autem superficiei figurae

quod transcriptoris negligentia omissum est, ut *ἐπιφανειῶν* post *κωνικῶν* p. 158 lin. 12, 19.

1) Productis lineis $Z H$, ΘA , donec concurrunt, et subtracto rhombo his lineis productis et lineis $H E$, ΘE comprehenso.

2) Productis lineis $Z A$, $A \Gamma$, donec concurrunt, et subtracto rhombo his lineis productis et lineis $Z E$, $E A$ comprehenso.

βάσεις ἴσας τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ $AZHB\Theta\Delta\Gamma$ σχήματος. ἔχει δὲ καὶ ὁ K κῶνος τὸ αὐτὸ ὕψος καὶ βάσιν ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ κῶνος τοῖς εἰρημένοις κῶνοις. οἱ δὲ εἰρημένοι κῶνοι ἐδείχθησαν ἴσοι τῷ σχήματι καὶ τῷ $AE\Gamma$ κῶνῳ. καὶ ὁ K ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ τε σχήματι καὶ τῷ EAG κῶνῳ.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἡγμένη τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, μείζων ἐστὶ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος σὺν τῷ κῶνῳ. ὁ γὰρ προειρημένος κῶνος μείζων ἐστὶ τοῦ κῶνου τοῦ ἴσου τῷ σχήματι σὺν τῷ κῶνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν βάσιν τοῦ τμήματος, τὴν δὲ κορυφὴν πρὸς τῷ κέντρῳ, τουτέστι τοῦ τὴν βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτω ἡγμένη· ἢ τε γὰρ βάσις τῆς βάσεως μείζων ἐστὶ [δέδεικται γὰρ τοῦτο], καὶ τὸ ὕψος τοῦ ὕψους.

λθ'.

Ἐστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ $AB\Gamma$, καὶ τμήμα ἔλασσον ἡμικυκλίου, ὃ ἀποτέμνει ἢ AB , καὶ κέντρον τὸ Δ · καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ Δ ἐπὶ τὰ A , B ἐπεξεύχθωσαν αἱ $A\Delta$, ΔB , καὶ περὶ τὸν

1. ἴσας] per comp. F. Θ om. F; corr. Torellins. 4. κῶνοις F. 7. πόρισμα] F mg. [σ]. 15. τῷ βάσιν] του βασιν F; corr. B mg.*, ed. Basil. ἔχοντι] εχοντος F; corr. B mg.*, ed.

$AZHB\Theta A\Gamma$ aequales. sed etiam K conus eandem altitudinem et basim superficiei figuræ aequalem habet. itaque aequalis est conis, quos commemorauimus; hos autem figuræ cum cono AET aequales esse, demonstratum est. itaque etiam conus K figuræ et cono EAT aequalis est.

COROLLARIUM.

Hinc iam adparet, conum basim habentem circum-
lum, cuius radius aequalis sit lineæ a uertice seg-
menti ad ambitum ductæ circuli, qui basis sit seg-
menti, altitudo autem radio sphaeræ aequalis, maiorem
esse figura inscripta cum cono. ille enim conus maior
est cono aequali figuræ una cum cono basim habenti
basim segmenti, uerticem autem ad centrum positum,
h. e. cono basim habenti superficiei figuræ aequalem,
altitudinem autem aequalem lineæ a centro ad latus
aliquod polygoni perpendiculari ductæ [prop. 38].
basis enim basi maior est¹⁾ [prop. 37], et altitudo
altitudine.

XXXIX.

Sit sphaera, et in ea circulus maximus $AB\Gamma$, et
segmentum minus semicirculo linea AB abscisum, et
centrum Δ . et a centro Δ ad A , B puncta ducantur
 $A\Delta$, ΔB , et circum sectorem inde ortum circumscri-

1) $\delta\acute{\iota}\delta\epsilon\iota\kappa\tau\alpha\iota$ γὰρ τοῦτο lin. 21, quæ uerba inter se con-
iuncta disiungunt, delenda censeo.

Basil. 17. τοῦ $\epsilon\eta\sigma$] scripsi; $\epsilon\eta\sigma$ F, uulgo. 22. $\lambda\zeta'$ F, $\mu\beta'$
Torellius. 24. $\tau\epsilon\mu\eta\mu\epsilon$] scripsi; $\tau\epsilon\mu\eta\sigma\theta\omega$ F, uulgo; „et sece-
tur in eo portio“ Cr.

γενηθέντα τομέα περιγεγράφω πολυγώνον και περι
 αὐτὸ κύκλος. ἔξει δὴ τὸ αὐτὸ κέντρον τῶν $ABΓ$ κύ-
 κλω. ἐὰν δὴ μενούσης τῆς $EΚ$ περιενεχθὲν τὸ πολύ-
 γωνον εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῆ, ὁ περιγεγραμ-
 5 μένος κύκλος κατὰ ἐπιφανείας οἰσθήσεται σφαίρας, και
 αἱ γωνίαί τοῦ πολυγώνου κύκλους γράψουσιν, ὧν αἱ
 διάμετροι ἐπιξενγνύουσιν τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου
 οὔσαι παράλληλοι τῇ AB . τὰ δὲ σημεῖα, καθ' ἃ ἄπ-
 10 τονται τοῦ ἐλάσσονος κύκλου αἱ τοῦ πολυγώνου πλευ-
 ραί, κύκλους γράψουσιν ἐν τῇ ἐλάσσονι σφαίρα, ὧν
 διάμετροι ἔσονται αἱ ἐπιξενγνύουσαι τὰς ἀπὸς παρὰ-
 λληλοι οὔσαι τῇ AB . αἱ δὲ πλευραὶ κατὰ κωνικῶν ἐπι-
 φανειῶν οἰσθήσονται, και ἔσται τι περιγεγραφὲν σχῆμα
 ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, οὗ βᾶσις ὁ
 15 περὶ τὴν ZH κύκλος· ἢ δὴ τοῦ εἰρημένου σχήματος
 ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τῆς τοῦ ἐλάσσονος τμήματος
 ἐπιφανείας, οὗ βᾶσις ὁ περὶ τὴν AB κύκλος.

ἢ γὰρ ἐφαπτόμεναι αἱ AM , BN . κατὰ κω-
 νικῆς ἄρα ἐπιφανείας οἰσθήσονται, και τὸ σχῆμα τὸ
 20 γενηθὲν ὑπὸ τοῦ πολυγώνου τοῦ $AMΘEANB$ μεί-
 ζονα ἔξει τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας,
 οὗ βᾶσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν AB κύκλος [πέρας
 γὰρ ἐν ἐνὶ ἐπιπέδῳ τὸ αὐτὸ ἔχουσιν τὸν περὶ διά-
 μετρον τὴν AB κύκλον, και περιλαμβάνεται τὸ τμήμα
 25 ὑπὸ τοῦ σχήματος]. ἀλλ' ἢ γεγενημένη ὑπὸ τῶν ZM ,
 HN ἐπιφάνεια κώνου μείζων ἐστὶ τῆς γεγενημένης

1. γεννηθέντα F; corr. Torellius. 11. ξενγνύουσαι F. 13.
 τι] scripsi; το F, uulgo. 14. κωνικῶν F. 15. δὴ] scripsi;
 δε F, uulgo. 20. A om. F, corr. Torellius. 21. ἔξει μεί-
 ζονα ed. Basil., Torellius. 22. κύκλος ἐστὶ ed. Basil., Torel-
 lius. 23. τὸ αὐτό] scripsi; τῶ αὐτῶ F, uulgo. 25. γεγενη-
 μένη] primum ε suprascriptum manu 1 F.

batur polygonum [aequilaterum, cuius latera paria sint numero]¹⁾, et circum id circulus. is igitur idem centrum habebit, quod circulus $AB\Gamma$ [u. Eutocius]. iam si manente linea EK polygonum circumuolutum in eundem locum restituitur, circulus circumscriptus per superficiem sphaerae feretur, et anguli polygoni circulos describent, quorum diametri angulos polygoni iungunt parallelae lineae AB . sed puncta, in quibus latera polygoni circulum minorem contingunt, circulos describunt in sphaera minore, quorum diametri erunt lineae puncta contactus iungentes parallelae lineae AB . latera autem per superficies conicas ferentur, et orietur figura circumscripta per superficies conicas comprehensa, cuius basis erit circulus circum ZH descriptus. est igitur superficies huius figurae maior superficie segmenti minoris, cuius basis est circulus circum AB lineam descriptus.

ducantur enim contingentes lineae AM , BN . itaque per superficiem conicam ferentur, et figura ex polygono $AM\Theta E\Lambda NB$ orta habebit superficiem maiorem segmento sphaerae, cuius basis est circulus circum AB lineam descriptus [$\lambda\mu\beta$. 4 p. 10].

sed superficies conica ex lineis ZM , HN orta

1) Archimedes uix omiserat: *ισόπλευρόν τε καὶ ἀγτιόπλευρον* lin. 1.

ὑπὸ τῶν MA, NB . ἡ μὲν γὰρ ZM τῆς MA μείζων
 ἐστὶ [ὑπὸ γὰρ ὀρθὴν ὑποτείνει], ἡ δὲ NH τῆς NB .
 ὅταν δὲ τοῦτο ᾗ, μείζων γίνεται ἡ ἐπιφάνεια τῆς ἐπι-
 φανείας [ταῦτα γὰρ δέδεικται ἐν τοῖς λήμμασι]. δῆλον
 5 οὖν, ὅτι καὶ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἡ ἐπιφά-
 νεια μείζων ἐστὶ τῆς τοῦ τμήματος ἐπιφανείας τῆς
 ἐλάσσονος σφαίρας.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Καὶ φανερόν, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμέ-
 10 νου σχήματος τοῦ περὶ τὸν τομέα ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ
 ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε
 μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου καὶ τῶν ἐπιξεννουουσῶν
 πασῶν τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου καὶ ἔτι τῆς ἡμισείας
 τῆς βάσεως τοῦ εἰρημένου πολυγώνου. τὸ γὰρ ὑπὸ
 15 τοῦ πολυγώνου περιγεγραμμένον σχῆμα ἐγγεγραμμένον
 ἐστὶν εἰς τὸ τμήμα τῆς μείζονος σφαίρας [τότε δὲ
 δῆλον διὰ τὸ προγεγραμμένον].

μ'.

Τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος τῷ τομῆι ἡ ἐπι-
 20 φάνεια μείζων ἐστὶ κύκλου, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση
 ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἠγμένη ἐπὶ
 τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμή-
 ματος.

2. γὰρ] γίνεται per comp. F. 3. γίνεται ἡ] B; γίνεται
 per comp. F; ἐστὶ ἡ ed. Basil., Torellius. 4. λήμασι supra
 scripto μ F. 8. πόρισμα om. F. 13. ἔτι τῆς] scripsi; ἐπι
 τῆς F, ulgo; τῆς ἔτι ed. Basil., Torellius. 14. τὸ γὰρ ὑπὸ τοῦ
 πολυγώνου περιγεγραμμένον] scripsi (περιγεγραμμένον pro ἐγγε-
 γραμμένον iam Barrowius); ἐγγεγραμμενον F, ulgo; τὸ γὰρ
 περιγεγραμμένον σχῆμα τῷ τομῆι ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐστὶν
 (lin. 15) Torellius. 16. τότε] scripsi; τουτο F, ulgo. δέ]

maior est superficie conii ex lineis MA , NB orta. nam

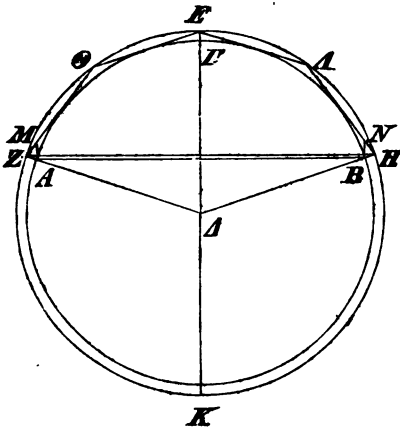
$$ZM > MA$$

et

$$NH > NB$$

[Eucl. III, 18; I, 19].

quod cum ita sit, superficies superficies maior erit [u. Euto-
cicus]. adparet igitur, etiam superficiem
figuræ circumscriptæ maiorem esse
superficie segmenti sphaerae minoris.



COROLLARIUM.

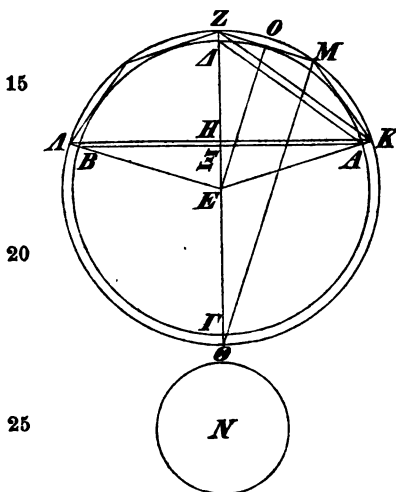
Et adparet, superficiem figuræ circum sectorem circumscriptæ aequalem esse circulo, cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo, quod continetur uno latere polygoni et omnibus lineis angulos polygoni iungentibus et praeterea dimidia basi polygoni, quod commemorauimus. nam figura circumscripta ex polygono orta segmento sphaerae maioris inscripta est [tum u. prop. 35].

XI.

Superficies figuræ circum sectorem circumscriptæ maior est circulo, cuius radius aequalis est lineae a uertice segmenti ad ambitum ductæ circuli, qui segmenti basis est.

$\delta\eta$ Niase. 18. $\lambda\eta'$ F, $\mu\delta'$ Torellius, 22. $\beta\alpha\iota\varsigma$ cum comp. syllabae $\iota\varsigma$ F.

ἔστω γὰρ σφαῖρα, καὶ μέγιστος κύκλος ἐν αὐτῇ ὁ
 $ΑΒΓΔ$, καὶ κέντρον τὸ $Ε$ · καὶ περὶ τὸν τομέα περι-
 γεγράφθω τὸ $ΑΚΖ$ πολυγώνον, καὶ περὶ αὐτὸ κύκλος
 περιγεγράφθω, καὶ γεγενῆσθω σχῆμα, καθάπερ πρό-
 5 τερον· καὶ ἔστω κύκλος ὁ N , οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου
 ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τε μιᾶς πλευρᾶς
 τοῦ πολυγώνου καὶ πασῶν τῶν ἐπιξεννουσῶν σὺν
 τῇ ἡμισείᾳ τῆς $ΚΑ$. ἀλλὰ τὸ εἰρημένον χωρίον ἴσον
 ἔστί τῷ ὑπὸ τῆς $ΜΘ$ καὶ ZH , ὃ δὴ ἔστιν ὕψος τοῦ
 10 τμήματος τῆς μελζονος σφαίρας. τοῦτο γὰρ προδέ-
 δεικται. τοῦ ἄρα N κύκλου ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον
 δύναται τῷ ὑπὸ $ΜΘ$, HZ περιεχομένῳ. ἀλλ' ἡ μὲν



HZ μελζων ἔστί τῆς
 $ΔΞ$ [ὃ ἔστιν ὕψος τοῦ
 ἐλάσσονος τμήματος].
 εἰάν γὰρ ἐπιξεύξωμεν
 τὴν KZ , ἔσται παράλ-
 ληλος τῇ $ΔΑ$. ἔστιν δὲ
 καὶ ἡ $ΑΒ$ τῇ $ΚΑ$ παρ-
 ἀλληλος, καὶ κοινὴ ἡ
 $ΖΕ$. ὁμοιον ἄρα τὸ
 ZKH τρίγωνον τῷ
 $ΔΑΞ$ τριγώνῳ. καὶ
 ἔστιν μείζων ἡ ZK
 τῆς $ΑΔ$. μελζων ἄρα
 καὶ ἡ ZH τῆς $ΔΞ$. ἴση
 δὲ ἡ $ΜΘ$ τῇ διαμέτρῳ

τῇ $ΓΔ$. εἰάν γὰρ ἐπιξενυχθῇ ἡ $ΕΟ$, ἐπεὶ ἴση ἔστιν
 ἡ μὲν $ΜΟ$ τῇ $ΟΖ$, ἰ δὲ $ΘΕ$ τῇ $ΕΖ$, παράλληλος

1. ἐν αὐτῇ] scripsi; ἐκ' αὐτῆς F, vulgo. 2. $ΑΔΒΓ$ To-
 rellius. τομέα] $ΑΔΒΕ$ τομέα Nizze. 3. $ΑΖΚ$ Torellius.

sit enim sphaera, et in ea circulus maximus $AB\Gamma\Delta$, et centrum E . et circum sectorem circumscribatur polygonum AKZ , et circum id circulus circumscribatur, et efficiatur figura, sicut antea. et sit circulus N , cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo, quod continetur uno latere polygoni et omnibus lineis [angulos]¹⁾ iungentibus cum dimidio lineae KA . hoc autem spatium aequale est rectangulo, quod continetur lineis $M\Theta$, ZH , quae altitudo est segmenti sphaerae maioris. hoc enim antea demonstratum est [prop. 22; Eucl. VI, 16]. itaque radius circuli N quadratus aequalis est $M\Theta \times HZ$. sed $HZ > \Delta\Xi$; (nam si ducimus lineam KZ , parallela erit lineae ΔA . sed etiam linea AB parallela est lineae KA , et communis est linea ZE . quare triangulus ZKH similis est triangulo $\Delta A\Xi$ [Eucl. I, 29].

[erit igitur $ZK : \Delta\Delta = ZH : \Delta\Xi$ (Eucl. VI, 4)]. sed $ZK > \Delta\Delta$; quare etiam $ZH > \Delta\Xi$) et $M\Theta = \Gamma\Delta$ (nam si ducitur linea EO , erit EO linea parallela lineae

1) De omisso uerbo $\gammaωνίας$ u. index.

2) Sequentia uerba lin. 14—15 iam Nizzius delenuit, nec dubitari potest, quin transcriptori debeantur. addita sunt ex lin. 9 ad demonstrandum $HZ > \Delta\Xi$, sed et re et uerbis praua (debebat esse: $\tauὸν \tauμήματος τῆς ἐλάσσονος σφαίρας$). etiam alia in hac propositione subditiua uideri possint, sed cum ex Eutocio totam demonstrationem ut subobscuram repetenti, adpareat, eam aliquatenus turbatam fuisse, nihil mutari.

7. ἐπιγεγοννουσῶν] ἐπιγεγοννουσῶν τὰς γωνίας ed. Basil., Torellius, Cr. (non BC*). 9. δ] ἦ Torellius. 12. HZ] NZ F. 14. δ] ἦ Torellius. 16. ἐπιγεύξωμεν] scripsi; ἐπεξεύξωμεν F, ulgo. 28. EO] EH F; corr. Torellius.

ἄρα ἐστὶν ἡ EO τῆ $M\Theta$. διπλασία ἄρα ἐστὶν ἡ $M\Theta$ τῆς EO . ἀλλὰ καὶ ἡ $\Gamma\Delta$ διπλασία ἐστὶν τῆς EO . ἴση ἄρα ἡ $M\Theta$ τῆ $\Gamma\Delta$. τὸ δὲ ὑπὸ τῶν $\Gamma\Delta$, $\Delta\Xi$ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς $ΑΔ$. ἡ ἄρα τοῦ σχήματος τοῦ
 5 $KZ\Lambda$ ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τοῦ κύκλου, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῆ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἡγμένη τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος, τοῦ περὶ διάμετρον τὴν $ΑΒ$. ὁ γὰρ N κύκλος ἴσος ἐστὶ τῆ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου
 10 περὶ τὸν τομέα σχήματος.

ΠΟΡΙΣΜΑ α'.

Γίνεται δὲ καὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα περὶ τὸν τομέα σὺν τῷ κώνῳ, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν $K\Lambda$ κύκλος, κορυφή δὲ τὸ κέντρον, ἴσον κώνῳ, οὗ ἡ
 15 μὲν βάσις ἴση ἐστὶ τῆ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τῆ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν πλευρὰν καθέτω ἡγμένη [ἡ δὲ ἴση ἐστὶ τῆ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας]. τὸ γὰρ περιγεγραμμένον σχῆμα τῷ τομῆ ἐγγεγραμμένον ἐστὶν εἰς τὸ τμήμα τῆς μείζονος σφαίρας, ἧς κέντρον
 20 ἐστὶ τὸ αὐτὸ [ὀρθλον οὖν τὸ λεγόμενόν ἐστιν ἐκ τοῦ προγεγραμμένου].

ΠΟΡΙΣΜΑ β'.

Ἐκ τούτου δὲ φανερόν, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα σὺν τῷ κώνῳ μείζον ἐστὶ κώνου τοῦ βάσιν μὲν
 25 ἔχοντος τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῆ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος τῆς ἐλάσσονος σφαίρας

8. ἄρα] scripsi; εστιν F; ἄρα ἐστίν B, ed. Basil., Torellius.
 11. πόρισμα α'] 18' infra scripto ξ F; με' Torellius. 12. δέ] scripsi; δη F, uulgo. 14. ἴσον] ισ supra scripto ο F. 22. πόρισμα β' om. F, mg. [σ]; με' Torellius.

$M\Theta$ [Eucl. VI, 2], quia $MO = OZ$ [Eucl. III, 3] et $\Theta E = EZ$. erit igitur $M\Theta = 2EO$.¹⁾ sed etiam $\Gamma\Delta = 2EO$. itaque $M\Theta = \Gamma\Delta$. sed $\Gamma\Delta \times \Delta\Xi = \Delta\Delta$.²⁾ superficies igitur figurae KZA maior est circulo, cuius radius aequalis est lineae a uertice segmenti ad ambitum ductae circuli, qui basis est segmenti, h. e. circuli circum diametrum AB descripti. nam circulus N aequalis est superficiei figurae circum sectorem circumscriptae [prop. 39 πρόσιμα p. 164].³⁾

COROLLARIUM I.

Erit autem etiam figura circum sectorem circumscripta una cum cono, cuius basis est circulus circum KA descriptus, uertex autem centrum, aequalis cono, cuius basis aequalis est superficiei figurae, altitudo autem lineae a centro ad latus perpendiculari ductae.⁴⁾ nam figura circum sectorem circumscripta inscripta est segmento sphaerae maioris, cuius centrum idem est [tum u. prop. 38].

COROLLARIUM II.

Hinc autem adparet, figuram circumscriptam una cum cono maiorem esse cono basim habenti circulum, cuius radius aequalis sit lineae a uertice segmenti sphaerae minoris ad ambitum ductae circuli, qui basis est segmenti, altitudo autem radio [sphaerae

1) Cfr. Zeitschr. f. Math. u. Phys., hist.-litt. Abth. XXIV p. 178.

2) Ducta enim linea $\Delta\Gamma$ angulus $\Delta\Delta\Gamma$ rectus erit (Eucl. III, 31); tum u. Eucl. VI, 8 πρόσιμα.

3) Tum cfr. Eucl. XII, 2.

4) Sequentia uerba, quae prorsus abundant (lin. 17), Archimedis ipsius non sunt.

ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἡγμένη τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος, ὕψος δὲ τῆ ἕκ τοῦ κέντρου. ὁ γὰρ ἴσος κῶνος τῷ σχήματι σὺν τῷ κῶνῳ τὴν μὲν βάσιν μείζονα ἔχει τοῦ εἰρημένου κύκλου, τὸ δὲ ὕψος ἴσον
 5 τῆ ἕκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας.

μά.

Ἔστω πάλιν σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος, καὶ τμήμα ἔλασσον ἡμικυκλίον τὸ $ΑΒΓ$, καὶ κέντρον τὸ $Δ$ · καὶ εἰς τὸν $ΑΒΓ$ τομέα ἐγγεγράφω πολὺγωνον
 10 ἀρτιόγωνον, καὶ τούτῳ ὅμοιον περιγεγράφω, καὶ παράλληλοι ἔστωσαν αἱ πλευραὶ ταῖς πλευραῖς· καὶ κύκλος περιγεγράφω περὶ τὸ περιγεγραμμένον πολὺγωνον. καὶ ὁμοίως τοῖς πρότερον μενούσης τῆς $ΗΒ$ περιεγεχθέντες οἱ κύκλοι ποιείτωσαν σχήματα ὑπὸ κωνικῶν ἐπι-
 15 φανεῶν περιεχόμενα. δεικτέον, ὅτι ἡ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνειαν διπλασίονα λόγον ἔχει, ἢ ἡ πλευρὰ ἢ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου, τὸ δὲ σχῆμα σὺν τῷ
 20 κῶνῳ τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ.

Ἔστω γὰρ κύκλος ὁ $Μ$, οὗ ἡ ἕκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ ὑπὸ τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου καὶ πασῶν τῶν ἐπιγεγνηνουσῶν τὰς γωνίας καὶ ἔτι τῆς ἡμισείας τῆς $ΕΖ$. ἔσται δὲ ὁ $Μ$
 25 κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου σχή-

2. δέ] δὲ ἴσον Torellius.

6. μά' om. F; μζ' Torellius.

10. ἀρτιογώνιον Nizze.

τούτῳ] scripsi; τουτου F, unlg.

16. ἐγγεγραμμενον F, ut uidetur, sed in rasura.

17. ἢ ἡ] scripsi; ἢ F; ἢ unlg.

21. κύκλος ὁ Μ] scripsi; ὁ Μ κυκλος

F, unlg.

minoris]. nam conus aequalis figurae una cum cono basim maiorem habebit circulo, quem commemorauimus [prop. 40], altitudinem autem aequalem radio sphaerae minoris [prop. 40 coroll. 1] [tum u. *λημμ.* 1 p. 80].

XLI.

Sit rursus sphaera, et in ea circulus maximus, et segmentum semicirculo minus $AB\Gamma$, et centrum Δ . et sectori $AB\Gamma$ inscribatur polygonum [aequilaterum]¹⁾, cuius latera paria sunt numero, et ei simile polygonum circumscribatur, et latera eorum parallela sint, et circum polygonum circumscriptum circulus circumscribatur. et eodem modo, quo antea, manente linea HB circumuoluantur circuli [cum polygonis]²⁾, et efficiant figuras per superficies conicas comprehensas. demonstrandum est, superficiem figurae circumscriptae ad superficiem inscriptae duplicem rationem habere, quam latus polygoni circumscripti ad latus inscripti, figuram uero [circumscriptam] una cum cono [ad figuram inscriptam una cum cono]³⁾ triplicem rationem.

sit enim circulus M , cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo, quod continetur uno latere polygoni circumscripti et omnibus lineis angulos iungentibus et praeterea dimidio lineae EZ .⁴⁾ erit igitur circulus M

1) Archimedes scripserat lin. 10: *ισόπλευρόν τε και ἀρτιόπλευρον* pro *ἀρτιόγωνον*. cfr. p. 149 not. 2.

2) Tale aliquid Archimedes addiderat.

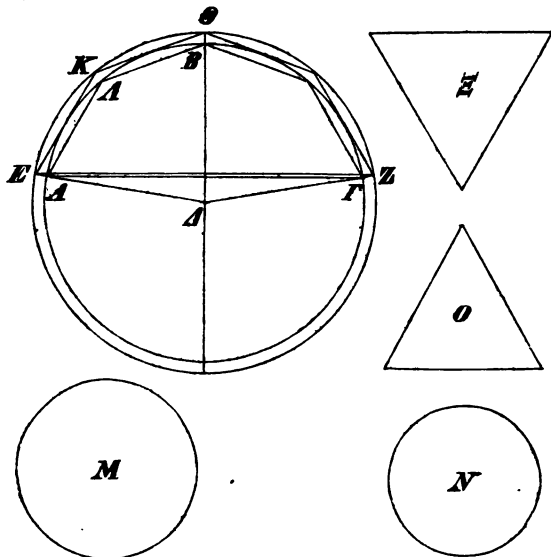
3) Lin. 19 putauerim Archimedem scripsisse: *τὸ δὲ περιγεγραμμένον σχῆμα σὺν τῷ κώνῳ πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον σὺν τῷ κώνῳ*.

4) Debat esse lin. 23: *και τῆς ἰσῆς πάσαις ταῖς ἐπιζωνουούσαις τὰς γωνίας και ἔτι τῇ ἡμισείᾳ τῆς EZ*.

ματος. εἰλήφθω δὲ καὶ ὁ N κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέν-
 τρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τε μιᾶς πλευ-
 ρᾶς τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου καὶ πασῶν τῶν
 ἐπιξεννουσῶν τὰς γωνίας σὺν τῇ ἡμισείᾳ τῆς $ΑΓ$.
 5 ἔσται δὴ καὶ οὗτος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμ-
 μένου σχήματος. ἀλλὰ τὰ εἰρημένα χωρῖα ἐστὶ πρὸς
 ἄλληλα, ὡς τὸ ἀπὸ τῆς $ΕΚ$ πλευρᾶς πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς
 $ΑΑ$ πλευρᾶς [καὶ ὡς ἄρα τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πο-
 λύγωνον, ὁ M κύκλος πρὸς τὸν N κύκλον]. φανερόν
 10 οὖν, ὅτι καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχή-
 ματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου σχή-
 ματος διπλασίονα λόγον ἔχει, ἢπερ ἡ $ΕΚ$ πρὸς $ΑΑ$
 [τὸν δὲ αὐτόν, ὃν καὶ τὸ πολύγωνον].

1. δέ] scripsi; δη F, vulgo. N] M F; corr. Torellius.
 12. τὴν $ΑΑ$ ed. Basil., Torellius (non BC*).

aequalis superficiei figurae circumscriptae [prop. 39 coroll.]. sumatur autem etiam circulus N , cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo, quod contine-



tur uno latere polygoni inscripti et omnibus lineis angulos iungentibus¹⁾ cum dimidio lineae $A\Gamma$. erit igitur etiam aequalis superficiei figurae inscriptae [prop. 35]. sed spatia [rectangula], quae commemorauimus, eam habent rationem, quam $EK^2 : AA^2$ [u. Eutocius]. adparet igitur²⁾, etiam superficiem figurae circumscriptae ad superficiem inscriptae eam habere rationem, quam $EK^2 : AA^2$.

1) Debat esse lin. 3: καὶ τῆς ἰσῆς πάσαις ταῖς ἐπιπέδων-
νοῦσαις τὰς γωνίας αὐτῶν κτλ. cfr. p. 171, not. 4.

2) Nam radii circulorum sint R, r , et rectangula iis quadratis aequalia S, s ; erit $S : s = EK^2 : AA^2 = R^2 : r^2 = M : N$

ἔστω πάλιν κῶνος ὁ Ξ βάσιν μὲν ἔχων τῷ M ἴσην, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαιρας. ἴσος δὴ οὗτός ἐστιν ὁ κῶνος τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι σὺν τῷ κώνῳ, οὗ βάσις ὁ περὶ τὴν EZ κύκλος, 5 κορυφή δὲ τὸ Δ . καὶ ἔστω ἄλλος κῶνος ὁ O , βάσιν μὲν ἴσην ἔχων τῷ N , ὕψος δὲ τὴν ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὴν AA κάθετον ἠγμένην. ἔσται δὴ καὶ οὗτος ἴσος τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι σὺν τῷ κώνῳ, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν AG κύκλος, κορυφή δὲ τὸ Δ κέντρον. ταῦτα γὰρ πάντα προεγγραπταί. καὶ. [ἐπεὶ] ἐστίν, ὡς ἡ EK πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαιρας, οὕτως ἡ AA πρὸς τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου [τοῦ Δ] ἐπὶ τὴν AA κάθετον ἠγμένην, ἐδείχθη δὲ ὡς ἡ EK πρὸς τὴν AA , οὕτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου 15 τοῦ M κύκλου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ N κύκλου [καὶ ἡ διάμετρος πρὸς τὴν διάμετρον], ἔσται ἄρα, ὡς ἡ διάμετρος τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ Ξ , πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ O , οὕτως τὸ ὕψος τοῦ Ξ κώνου πρὸς τὸ ὕψος τοῦ O κώνου 20 [ὅμοιοι ἄρα εἰσὶν οἱ κῶνοι]. ὁ Ξ ἄρα κῶνος πρὸς τὸν O κῶνον τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ διάμετρος πρὸς τὴν διάμετρον. φανερόν οὖν, ὅτι καὶ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον σὺν τῷ κώνῳ πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον σὺν τῷ κώνῳ τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ 25 EK πρὸς AA .

4. κυκλ cum comp. ον F. 6. τῷ] το F. 8. τῷ] (prius) το F. 12. οὕτως] οὗ F. 14. οὕτως] per comp. F, ut lin. 18.

sit¹⁾ rursus conus Ξ basim habens circulo M aequallem, altitudinem autem radium sphaerae minoris. hic igitur conus aequalis est figurae circumscriptae una cum cono, cuius basis est circulus circum EZ descriptus, uertex autem Δ [prop. 40 coroll. 1]. et sit alius conus O basim habens aequalem circulo N , altitudinem autem lineam a Δ puncto ad AA perpendicularem ductam. erit igitur etiam hic aequalis figurae inscriptae una cum cono, cuius basis est circulus circum AG descriptus, uertex autem Δ centrum [prop. 38]. haec enim omnia antea scripta sunt. et [quoniam]²⁾ est, ut EK ad radium sphaerae minoris, ita AA ad lineam a centro [Δ] ad AA perpendicularem ductam [u. Eutocius], demonstratum autem est, lineam EK ad AA eandem rationem habere quam radium circuli M ad radium circuli N [u. Eutocius]³⁾, erit igitur, ut diameter circuli, qui basis est conii Ξ , ad diametrum circuli, qui basis est conii O , ita altitudo conii Ξ ad altitudinem conii O . itaque Ξ conus ad conum O triplicem rationem habet, quam diameter ad diametrum [$\lambda\eta\mu\mu$. 5 p. 82; Eucl. XII, 12]. adparet igitur, etiam figuram circumscriptam una cum cono ad inscriptam una cum cono eam habere rationem, quam $EK^3 : AA^3$.

(Eucl. XII, 2); sed circulis M , N aequales sunt superficies figurarum. uerba antecedentia delenda sunt; u. praef.

1) De uerbis antecedentibus u. praef.

2) Ex Eutocio adparet, Archimedes ipsum omisisse $\epsilon\pi\sigma\iota$ lin. 10 et $\tau\omicron\upsilon$ Δ lin. 13.

3) Uerba sequentia lin. 16 ad $\epsilon\delta\epsilon\lambda\chi\theta\eta$ lin. 13 parum apta (neque enim hoc usquam demonstratum est, nec omnino de diametris quidquam dictum) Archimedis non sunt, qui ex Eucl. V, 15 tacite concluderat, diametros eandem rationem habere, quam radios.

μβ΄.

Παντός τμήματος σφαίρας ελάσσονος ἡμισφαιρίου ἢ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περι-
5 φέρειαν ἡγμένη τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βᾶσις τοῦ τμή-
ματος τῆς σφαίρας.

ἔστω σφαῖρα, καὶ μέγιστος ἐν αὐτῇ κύκλος ὁ $ΑΒΓ$,
καὶ τμήμα ἐν αὐτῇ ἔλασσον ἡμισφαιρίου, οὗ βᾶσις ὁ
περὶ τὴν $ΑΓ$ κύκλος πρὸς ὀρθὰς ὡν τῷ $ΑΒΓ$ κύκλῳ·
10 καὶ εἰλήφθω κύκλος ὁ Z , οἷ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση
ἐστὶ τῇ $ΑΒ$ · δεῖ δεῖξαι, ὅτι ἢ ἐπιφάνεια τοῦ $ΑΒΓ$
τμήματος ἴση ἐστὶ τῷ Z κύκλῳ.

εἰ γὰρ μή, ἔστω μείζων ἢ ἐπιφάνεια τοῦ Z κύκλου·
καὶ εἰλήφθω τὸ $Δ$ κέντρον, καὶ ἀπὸ τοῦ $Δ$ ἐπὶ τὰ
15 $A, Γ$ ἐπιξενυθεῖσαι ἐκβεβλήσθωσαν. καὶ δύο μεγεθῶν
ἀνίσων ὄντων, τῆς τε ἐπιφανείας τοῦ τμήματος καὶ
τοῦ Z κύκλου, ἐγγεγράφθω εἰς τὸν $ΑΒΓ$ τομέα πο-
λύγωνον ἰσόπλευρον καὶ ἀρτιογώνιον, καὶ ἄλλο τοῦτῳ
ὁμοιον περιγεγράφθω, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον πρὸς
20 τὸ ἐγγεγραμμένον ελάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ περ ἢ ἐπι-
φάνεια τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας πρὸς τὸν Z κύκλον.
περιενεχθέντος δὲ τοῦ κύκλου, ὡς καὶ πρότερον, ἔσται
δύο σχήματα ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενα,
ὧν τὸ μὲν περιγεγραμμένον, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον·
25 καὶ ἢ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνεια πρὸς
τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἔσται, ὡς τὸ περιγεγραμμένον
πολύγωνον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον· ἐκάτερος γὰρ τῶν
λόγων διακλάσιός ἐστι τοῦ, ὃν ἔχει ἢ τοῦ περιγεγραμ-

1. μ' F; μη' Torellius. 9. τῷ] το FC*. 14. τὰ] το
FBC*. 18. τούτῳ] τουτο F. 28. ἢ om. F; corr. Torellius.

XLII.

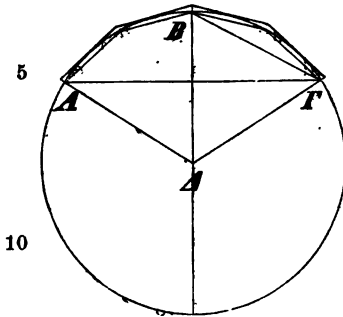
Cuiusvis sphaerae segmenti minoris hemisphaerio superficies aequalis est circulo, cuius radius aequalis est lineae a uertice segmenti ad ambitum ductae circuli, qui basis est segmenti sphaerae.

sit sphaera, et in ea circulus maximus $AB\Gamma$, et segmentum in ea hemisphaerio minus, cuius basis sit circulus circum $A\Gamma$ descriptus ad circulum $AB\Gamma$ perpendicularis. et sumatur circulus Z , cuius radius aequalis sit lineae AB . demonstrari oportet, superficiem segmenti $AB\Gamma$ aequalem esse circulo Z .

si enim aequalis non est, sit superficies circulo Z maior. et sumatur centrum Δ , et a Δ puncto ad A , Γ lineae ductae producantur. datis igitur duabus magnitudinibus inaequalibus, superficie segmenti et circulo Z , inscribatur sectori $AB\Gamma$ polygonum aequilaterum, cuius latera¹⁾ paria sunt numero, et aliud huic simile circumscribatur, ita ut polygonum circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat, quam superficies segmenti sphaerae ad Z circulum [prop. 6 p. 22]. circumuoluto autem, sicut antea, circulo orientur duae figurae per superficies conicas comprehensae, quarum altera circumscripta erit, altera inscripta. et superficies figurae circumscriptae ad superficiem inscriptae eam habebit rationem, quam polygonum circumscriptum ad inscriptum. utraque enim ratio duplex est quam ea, quam habet latus polygoni circumscripti ad latus inscripti [u. Eutocius]. sed

1) Archimedes scripserat ἀρτιόπλευρον lin. 18; cfr. p. 158 not. 2.

μένον πολυγώνου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου
πλευρὰν. ἀλλὰ τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον πρὸς



τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα
λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ τοῦ
εἰρημένου τμήματος ἐπιφά-
νεια πρὸς τὸν Z κύκλον.
μεῖζον δὲ ἐστὶν ἡ τοῦ περι-
γεγραμμένου σχήματος ἐπι-
φάνεια τῆς ἐπιφανείας τοῦ
τμήματος. καὶ ἡ τοῦ ἐγ-
γεγραμμένου σχήματος ἐπι-
φάνεια ἄρα μεῖζον ἐστὶ τοῦ

Z κύκλου· ὅπερ ἀδύνατον. δέδεικται γὰρ ἡ εἰρημένη
τοῦ σχήματος ἐπιφάνεια ἐλάσσων οὖσα τοῦ τηλικούτου
15 κύκλου. — ἔστω πάλιν ὁ κύκλος μεῖζον τῆς ἐπιφα-
νείας· καὶ ὁμοίως περιγεγράφω καὶ ἐγγεγράφω
ὁμοία πολύγωνα· καὶ τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ
ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχεται τοῦ, ὃν ἔχει ὁ
κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ τμήματος. οὐκ ἄρα
20 ἐλάσσων ἡ ἐπιφάνεια τοῦ Z κύκλου. ἐδέλεθη δὲ, ὡς
οὐδὲ μεῖζον· ἴση ἄρα.

μγ'.

Καὶ εἰν μεῖζον ἡμισφαιρίου. ἢ τὸ τμήμα, ὁμοίως
αὐτοῦ ἡ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλω, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέν-
25 τρου ἴση ἐστὶ πῆ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν περιφέρειαν
ἡγμένη τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βῆσις τοῦ τμήματος.

3. ἐγγεγραμμενον F. 19. τμήματος] Nizze; σχήματος F,
uulgo. 20. ἐλάσσων] Nizze; μεῖζον F, uulgo. 21. μεῖζον]
Nizze; ελασσων F, uulgo. 22. μα' F; μθ' Torellius. 23.
τά] addidi; om. F, uulgo. 25. ἐστὶ] ἐστι per comp. F; corr.
Torellius.

polygonum circumscriptum ad inscriptum, minorem rationem habet, quam superficies segmenti, quod commemorauimus, ad circulum Z [ex hypothesi]. superficies autem figurae circumscriptae maior est superficie segmenti [prop. 39]. itaque etiam superficies figurae inscriptae maior est circulo Z . quod fieri non potest. nam demonstratum est, superficiem figurae, quam commemorauimus, minorem esse eius modi circulo [prop. 37].

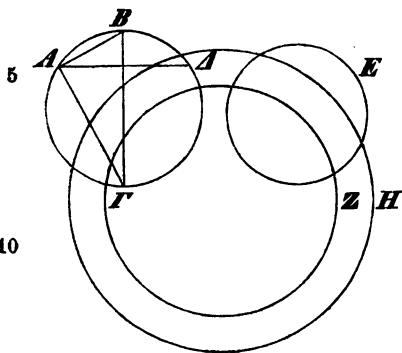
sit rursus circulus maior superficie. et eodem modo, quo supra, polygona similia circumscribantur et inscribantur. et circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat, quam circulus ad superficiem segmenti [prop. 6 p. 22]. itaque¹⁾ superficies minor non est circulo Z . demonstratum autem, ne maiorem quidem eam esse. aequalis igitur.

XLIII.

Etiam si segmentum hemisphaerico maius est, eodem modo superficies eius aequalis est circulo, cuius radius aequalis est lineae a uertice ad ambitum ductae circuli, qui basis est segmenti.

1) Uix crediderim hanc demonstrationem totam ab Archimede omissam esse. conficitur hoc modo. sit S superficies segmenti, O et o superficies polygonorum, P et p polygona. itaque ex hypothesi: $P : p < Z : S$; sed $P : p = O : o$ (n. Eu-

ἔστω γὰρ σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος,
καὶ νοεῖσθω τετμημένη ἐπιπέδῳ ὀρθῷ τῷ κατὰ τὴν $ΑΔ'$

5
10

καὶ τὸ $ΑΒΔ$ ἔλασσον
ἔστω ἡμισφαιρίου· καὶ
διάμετρος ἡ $ΒΓ$ πρὸς
ὀρθὰς τῇ $ΑΔ'$ · καὶ ἀπὸ
τῶν $Β, Γ$ ἐπὶ τὸ $Α$ ἐπε-
ξεύχθωσαν αἱ $ΒΑ, ΑΓ$.
καὶ ἔστω ὁ μὲν $Ε$ κύ-
κλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέν-
τρου ἴση ἐστὶ τῇ $ΑΒ$, ὁ
δὲ $Ζ$ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ
τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ

$ΑΓ$, ὁ δὲ $Η$ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ $ΓΒ$.
15 καὶ ὁ $Η$ κύκλος ἄρα ἴσος ἐστὶ τοῖς δυοῖν κύκλοις τοῖς
 $Ε, Ζ$. ὁ δὲ $Η$ κύκλος ἴσος ἐστὶν ὅλῃ τῇ ἐπιφανείᾳ
τῆς σφαίρας [ἐπειδήπερ ἑκατέρα τετραπλασία ἐστὶ τοῦ
περὶ διάμετρον τὴν $ΒΓ$ κύκλου], ὁ δὲ $Ε$ κύκλος ἴσος
ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ $ΑΒΔ$ τμήματος [δέδεικται γὰρ
20 τοῦτο ἐπὶ τοῦ ἐλάσσονος ἡμισφαιρίου]· λοιπὸς ἄρα ὁ
 $Ζ$ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ τοῦ $ΑΓΔ$ τμήματος ἐπιφανείᾳ,
ὃ δὴ ἐστὶ μείζον ἡμισφαιρίου.

μδ'.

Παντὶ τομῆι σφαίρας ἴσος ἐστὶ κῶνος ὁ βάσιν μὲν
25 ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας
τοῦ κατὰ τὸν τομέα, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου
τῆς σφαίρας.

ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ $ΑΒΔ$,

7. τῶν $Β, Γ$] τῶν $ΓΓ$; corr. ed. Basil.*; τοῦ $ΓΒ$. 14.
 $ΓΒ$] $ΑΒΓ$, supra scripto $Γ$ manu 2. 20. ἐλάσσονος $Ε$. 22.

sit enim sphaera, et in ea circulus maximus, et fingatur secta plano perpendiculari in linea AA posito. et ABA segmentum minus sit hemisphaerio. et diameter $B\Gamma$ perpendicularis sit ad lineam AA . et a punctis B, Γ ad A ducantur lineae $BA, A\Gamma$. et sit E circulus, cuius radius aequalis sit lineae AB , Z autem circulus, cuius radius aequalis sit lineae $A\Gamma$, H autem circulus, cuius radius aequalis sit lineae ΓB . itaque circulus H aequalis est duobus circulis E, Z .¹⁾ sed circulus H aequalis est toti superficiei sphaerae [Eucl. XII, 2; prop. 33], et E circulus aequalis est superficiei segmenti ABA [prop. 42]. itaque qui relinquitur circulus Z , aequalis est superficiei segmenti $A\Gamma A$, quod hemisphaerio maius est.

XLIV.

Cuius sectori sphaerae aequalis est conus basim habens superficiei segmenti sphaerae aequalem, quod in sectore est, altitudinem autem radio sphaerae aequalem.

sit sphaera, et in ea circulus maximus ABA , et

tocius); itaque $O : o < Z : S > : O : Z < o : S$, quod fieri non potest; nam $o < S$ (prop. 36), sed $O > Z$ (prop. 40).

1) Nam $H : Z : E = B\Gamma^2 : A\Gamma^2 : AB^2$ (Eucl. XII, 2), et cum angulus $BA\Gamma$ rectus sit (Eucl. III, 31), erit

$$B\Gamma^2 = A\Gamma^2 + AB^2 \text{ (Eucl. I, 47);}$$

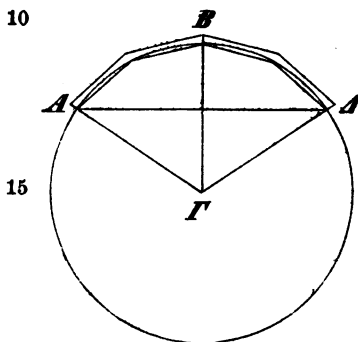
tum u. Quaest. Arch. p. 48.

$\mu\epsilon\iota\sigma\tau\omicron\nu$] scripsi; $\mu\epsilon\iota\sigma\tau\omega\nu$ F, uulgo.
24. $\beta\alpha\sigma\iota$ F.

23. $\mu\beta'$ F; ν' Torellius.

καὶ κέντρον τὸ Γ , καὶ κῶνος βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ κατὰ τὴν $AB\Delta$ περιφέρειαν ἐπιφανείᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ $B\Gamma$. δεικτέον, ὅτι ὁ τομεὺς ὁ $AB\Gamma\Delta$ ἴσος ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ κῶνῳ.

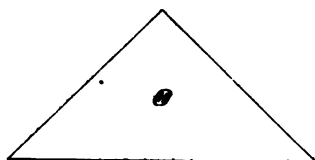
5 εἰ γὰρ μὴ, ἔστω μείζων ὁ τομεὺς τοῦ κῶνου· καὶ κείσθω ὁ Θ κῶνος, οἷος εἴρηται. δύο δὲ μεγεθῶν ἀνίσων ὄντων, τοῦ τομέως καὶ τοῦ Θ κῶνου, εὐρήσθωσαν δύο γραμμαὶ αἱ A, E , μείζων δὲ ἡ A τῆς E , καὶ ἐλάσσονα λόγον ἔχέτω ἡ A πρὸς E , ἥπερ ὁ το-



15

20

25



μεὺς πρὸς τὸν κῶνον. καὶ εἰλήφθωσαν δύο γραμμαὶ αἱ Z, H , ὅπως τῷ ἴσῳ ὑπερέχη ἡ A τῆς Z , καὶ ἡ Z τῆς H , καὶ ἡ H τῆς E . καὶ περὶ τὸν ἐπίπεδον τομέα τοῦ κύκλου περιγεγράφθω πολύγωνον ἰσόπλευ-

ρον καὶ ἄρτιογώνιον, καὶ τοῦτῳ ὁμοιον ἐγγεγράφθω, ὅπως ἡ τοῦ περιγεγραμμένου πλευρὰ ἐλάσσονα λόγον ἔχη πρὸς

1. κῶνος] scripsi; κωνος ο F, uulgo.

8. A bis scripsi, ut

centrum Γ , et conus basim habens circulum aequalem superficiei in ambitu $AB\Delta$ positae, altitudinem autem lineae $B\Gamma$ aequalem. demonstrandum est, sectorem $AB\Gamma\Delta$ aequalem esse cono, quem commemorauimus.

si enim aequalis non est, maior sit sector cono. et ponatur conus Θ talis, qualem commemorauimus. datis igitur duabus magnitudinibus inaequalibus, sectore et cono Θ , inueniantur duae lineae A, E , maior autem A linea E , et minorem rationem habeat A ad E , quam sector ad conum [prop. 2]. et sumantur duae lineae Z, H , ita ut¹⁾ aequali spatio excedat linea A lineam Z , Z lineam H , H lineam E . et circum sectorem planum²⁾ circuli circumscribatur polygonum aequilaterum, cuius latera³⁾ paria sunt numero, et ei simile inscribatur polygonum, ita ut¹⁾ latus circumscripti ad latus inscripti minorem rationem habeat, quam $A : Z$ [prop. 4]. et eodem modo, quo antea, circumuoluto circulo orientur duae figurae per superficies conicas comprehensae. figura igitur circum-

1) $\delta\kappa\omega\varsigma$ pro $\delta\sigma\tau\epsilon$ (ut lin. 22 et supra p. 8, 18; prop. 3 p. 14, 22; 4 p. 18, 23; cfr. ad II, 4) transcriptori debetur; u. Quaest. Arch. p. 70. cfr. $\epsilon\nu\alpha$ prop. 5 p. 20, 22; p. 22, 27.

2) $\epsilon\pi\lambda\epsilon\delta\omicron\nu$ fortasse delendum; redundat adiuncto $\tau\omicron\upsilon$ $\kappa\acute{\epsilon}\nu\lambda\omicron\nu$.

3) $\acute{\alpha}\rho\tau\iota\acute{\omicron}\pi\lambda\epsilon\nu\omicron\nu$, non $\acute{\alpha}\rho\tau\iota\omicron\gamma\acute{\omega}\nu\iota\omicron\nu$ Archimedes scripserat; u. p. 153 not. 2.

lin. 9, 14, 26 (et in figura) cum Cr.; Δ ubique F, uulgo.
21. $\tau\omicron\upsilon\tau\omicron$ F. 25. $\xi\chi\eta$] BC*; $\epsilon\chi\epsilon\iota$ F, uulgo.

κορυφήν ἔχοντι τὸ Γ σημεῖον πρὸς τὸ ἔγγεγραμμένον
 σὺν τῷ κῶνῳ τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει
 ἢ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὴν
 πλευρὰν τοῦ ἔγγεγραμμένου. ἀλλὰ ἢ τοῦ περιγεγραμ-
 5 μένου ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ περ ἢ Α πρὸς Ζ. ἐλάσ-
 σονα λόγον ἄρα ἔξει ἢ τριπλάσιον τὸ εἰρημένον στε-
 ρεὸν σχῆμα τοῦ τῆς Α πρὸς Ζ. ἢ δὲ Α πρὸς Ε μείζονα
 λόγον ἔχει ἢ τριπλάσιον τοῦ τῆς Α πρὸς Ζ. τὸ ἄρα
 περιγεγραμμένον σχῆμα στερεὸν τῷ τομει πρὸς τὸ ἔγγε-
 10 γραμμένον σχῆμα ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἢ
 Α πρὸς Ε. ἢ δὲ Α πρὸς Ε ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὁ
 στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον. μείζονα ἄρα λόγον
 ἔχει ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον, ἢ τὸ
 περιγεγραμμένον τῷ τομει σχῆμα πρὸς τὸ ἔγγεγραμ-
 15 μένον· καὶ ἐναλλάξ. μείζον δέ ἐστι τὸ περιγεγραμμέ-
 νον στερεὸν σχῆμα τοῦ τμήματος. καὶ τὸ ἔγγεγραμ-
 μένον ἄρα σχῆμα ἐν τῷ τομει μείζον ἐστὶ τοῦ Θ κῶνου·
 ὅπερ ἀδύνατον. δέδεικται γὰρ ἐν τοῖς ἄνω ἔλασσον
 ὃν τοῦ τηλικούτου κῶνου [τουτέστι τοῦ ἔχοντος βάσιν
 20 μὲν κύκλον, οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς
 κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἐπιξενγνυ-
 μένη εὐθεῖα τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος,
 ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. οὗτος δέ
 ἐστὶν ὁ εἰρημένος κῶνος ὁ Θ· βάσιν τε γὰρ ἔχει κύ-
 25 κλον ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ τμήματος, τουτέστι τῷ

4. Post περιγεγραμμένον addit Torellius: πρὸς τὴν τοῦ ἔγγεγραμμένου. 5. Α] scripsi cum Cr., ut lin. 7 bis, 8, 10, 11; Α ubique F, uulgo; cfr. p. 182, 8. 12. μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον] addidi; om. F, uulgo. 13. ἢ τὸ] τὸ ἄρα ed. Basil., Torellius. 14. Post τὸ ἔγγεγραμμένον addunt ed. Basil., Torellius: ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον; sic etiam Cr. 16. τμήματος] τομέως Nizze.

scripta cum cono uerticem habenti punctum Γ ad figuram inscriptam cum cono triplicem rationem habet, quam latus polygoni circumscripti ad latus inscripti [prop. 41]. sed latus polygoni circumscripti [ad latus inscripti]¹⁾ minorem rationem habet, quam $A : Z$. itaque figura solida [circumscripta cum cono ad figuram inscriptam cum cono]²⁾ minorem rationem habebit, quam $A^3 : Z^3$. sed $A : E > A^3 : Z^3$.³⁾ itaque figura solida circum sectorem circumscripta⁴⁾ ad figuram inscriptam minorem rationem habet, quam $A : E$. sed A ad E minorem rationem habet, quam sector solidus ad conum Θ [ex hypothesi]. maiorem igitur rationem habet sector solidus ad conum Θ , quam figura circum sectorem circumscripta⁵⁾ ad inscriptam.⁶⁾ et uicissim. maior autem est figura solida circumscripta sectore [prop. 39].⁷⁾ itaque etiam figura sectori inscripta maior est cono Θ . quod fieri non potest. nam supra demonstratum est, minorem eam esse eius modi cono

1) Haec uerba transcriptor potius quam aut Archimedes aut librarius omisit.

2) Ne haec quidem ab Archimede omissa esse puto.

3) U. Eutocius ad prop. 34; Quaest. Arch. p. 51.

4) Sc. *σὺν τῷ κώνῳ*, quod in sequentibus etiam saepe omittitur.

5) Sc. *σὺν τῷ κώνῳ*.

6) Ex Eutocio comperimus, Archimedem scripsisse: τὸ ἄρα περιγεγραμμένον στερεὸν πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κώνον, et ita locum correxit ed. Basil.; sed tum non intellegitur, quo modo uerba illa in codicibus exciderint. quare satius duxi aliud supplementum recipere, et discrepantiam transcriptori tribuere.

7) Hic quoque omittitur, ut etiam lin. 17: *σὺν τῷ κώνῳ*; praeterea falsum uerbum *τμήματος* transcriptoris est.

εἰρημένῳ κύκλῳ καὶ ὕψος ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρον τῆς
 σφαιράς]. οὐκ ἄρα ὁ στερεὸς τομεὺς μείζων ἐστὶ τοῦ
 Θ κώνου. — ἔστω δὴ πάλιν ὁ Θ κώνος τοῦ στερεοῦ
 τομέως μείζων. πάλιν δὴ ὁμοίως ἢ Α πρὸς γῆν Ε
 5 μείζων αὐτῆς οὔσα ἐλάσσονα λόγον ἔχεται τοῦ, ὃν ἔχει
 ὁ κώνος πρὸς τὸν τομέα. καὶ ὁμοίως εἰλήφθωσαν αἱ
 Ζ, Η, ὥστε εἰναι τὰς διαφορὰς τὰς αὐτάς· καὶ τοῦ
 περιγεγραμμένου περὶ τὸν ἐπίπεδον τομέα πολυγώνου
 ἀρτιογώνου ἢ πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου
 10 ἐλάσσονα λόγον ἔχεται τοῦ, ὃν ἔχει ἢ Α πρὸς τὴν Ζ·
 καὶ γεγενησθῶ τὰ περὶ τὸν στερεὸν τομέα στερεὰ σχή-
 ματα. ὁμοίως οὖν θερίζομεν, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον
 περὶ τὸν τομέα στερεὸν σχῆμα πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον
 ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἢ Α πρὸς Η, καὶ τοῦ,
 15 ὃν ἔχει ὁ Θ κώνος πρὸς τὸν τομέα [ἥσπερ καὶ ὁ τομεὺς
 πρὸς τὸν κώνον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἥπερ τὸ ἐγγε-
 γραμμένον στερεὸν ἐν τῷ τμήματι πρὸς τὸ περιγεγραμ-
 μένον]. μείζων δὲ ἐστὶν ὁ τομεὺς τοῦ ἐγγεγραμμένου
 εἰς αὐτὸν σχήματος· μείζων ἄρα ὁ Θ κώνος τοῦ περι-
 20 γεγραμμένου σχήματος· ὅπερ ἀδύνατον [δέδεικται γὰρ
 τοῦτο, ὅτι ὁ τηλικούτος κώνος ἐλάσσων ἐστὶ τοῦ περι-
 γεγραμμένου σχήματος περὶ τὸν τομέα]. ἴσος ἄρα ὁ
 τομεὺς τῷ Θ κώνῳ.

4. τομέως] scripsi; τομευς FA; τομέος vulgo. Α] scripsi
 cum Cr., ut lin. 10, 14; Α ubique F, vulgo. 7. διαφορὰς]
 scripsi; δυο πλευρας F, vulgo; ὑπεροχάς Hauber; Nizke. 11.
 τῶν] των per comp. F.

[prop. 38 coroll.].¹⁾ itaque sector solidus maior non est cono Θ .

sit igitur rursus conus Θ maior sectore solido. rursus igitur eodem modo A linea maior linea E ad eam minorem rationem habeat, quam conus ad sectorem [prop. 2]. et eodem modo sumantur lineae Z , H , ita ut differentiae eadem sint. et latus polygoni [aequilateri], cuius latera paria sunt numero²⁾, circum sectorem planum circumscripti ad latus inscripti minorem rationem habeat, quam $A : Z$ [prop. 4]. et orientur figurae solidae circum solidum sectorem descriptae.³⁾ eodem igitur modo demonstrabimus, figuram solidam circum sectorem circumscriptam⁴⁾ ad inscriptam minorem rationem habere, quam $A : E$, et quam conus Θ ad sectorem.⁵⁾ maior autem est sector figura ei inscripta [prop. 36].⁴⁾ itaque Θ conus maior est figura circumscripta.⁴⁾ quod fieri non potest [prop. 40 coroll. 2; cfr. prop. 42—43; u. not. 1].⁶⁾ itaque sector aequalis est cono Θ .⁷⁾

1) Ex prop. 42—43 sequitur, basim eius aequalem esse circulo prop. 38 coroll. commemorato.

2) Archimedes scripserat lin. 9: *ἰσοπλευρόν και ἀρτιοπλευρόν*; u. p. 163 not. 1.

3) Debebat esse: *πολύγωνα τὸ μὲν περιγεγραμμένον, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον*; fortasse delenda sunt uerba: *και γεγενῆσθω* lin. 11 — *σχήματα* lin. 12.

4) Sc. *σὺν τῷ κώνῳ*, quod idem omittitur lin 19; 20; u. p. 185 not. 7.

5) Sint F , f figurae solidae, L , l latera polygonorum. erit: $F : f = L^2 : l^2$ (prop. 41) $< A^2 : Z^2$ (ex hypothesi) $< A : E$ (p. 185 not. 3) $< \Theta$: sectorem (ex hypothesi). sequentia uerba lin. 15—18 subditia sunt; Archimedes scripsisset: *και ἐναλλάξ*. pro *πρανο τμήματι* lin. 17 Nizzius coni. *τομῆι*.

6) Sequentia transcriptori tribuerim, maxime ob *τοῦτο* lin. 21; cfr. Neue Jahrb. Suppl. XI p. 388.

7) In fine: *Ἀρχιμήδους περι σφαιρας και κυλινδρου ᾱ F*.

β.

Ἀρχιμήδης Δοσιθέῳ χαίρειν.

Πρότερον μὲν ἐπέστειλās μοι γράψαι τῶν προβλη-
μάτων τὰς ἀποδείξεις, ὧν αὐτὸς τὰς προτάσεις ἀ-
έστειλα Κόνωνι. συμβαίνει δὲ αὐτῶν τὰ πλεῖστα γρά-
5 φεσθαι διὰ τῶν θεωρημάτων, ὧν πρότερον ἀπέστειλά
σοι τὰς ἀποδείξεις, ὅτι τε πάσης σφαίρας ἢ ἐπιφάνεια
τετραπλάσια ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ
σφαίρα, καὶ διότι παντὸς τμήματος σφαίρας τῇ ἐπι-
φανεῖα ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση
10 ἐστὶ τῇ εὐθείᾳ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ
τὴν περιφέρειαν τῆς βάσεως ἀγομένη, καὶ διότι πάσης
σφαίρας ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν μέγιστον
κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρα, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ
τῆς σφαίρας αὐτὸς τε ἡμιόλιός ἐστι τῷ μεγέθει τῆς
15 σφαίρας, καὶ ἢ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἡμιόλια τῆς ἐπιφα-
νείας τῆς σφαίρας, καὶ διότι πᾶς τομεὺς στερεὸς ἴσος
ἐστὶ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν κύκλον τὸν ἴσον
τῇ ἐπιφανεῖα τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας τοῦ ἐν τῷ
τομεῖ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.
20 ὅσα μὲν οὖν τῶν θεωρημάτων καὶ προβλημάτων γρά-
φεται διὰ τούτων τῶν θεωρημάτων, ἐν τῷδε τῷ βι-

1. Δοσιθέῳ F, corr. Torellius. 3. ἀποδείξεῖς F. 4. Κωνωνι F, vulgo. 5. θεωρημάτων F. 8. διότι] scripsi; δη σι F, vulgo. τμήματος] om. F; corr. Cr., ed. Basil. 16. διότι] δη ὅτι Barrowius. 21. διὰ τούτων τῶν] cum B; διαντוטτων τῶν F.

II.

Archimedes Dositheo s.

Antea me admonuisti, ut demonstrationes eorum problematum perscriberem, quorum propositiones ipse Cononi miseram.¹⁾ accidit autem, ut pleraque eorum conficiantur per ea theoremata, quorum demonstrationes antea tibi misi²⁾: cuiusuis sphaerae superficiem quadruplo maiorem esse circulo maximo sphaerae [I, 33], et superficiei cuiusuis segmenti sphaerae aequalem esse circulum, cuius radius aequalis sit lineae a uertice segmenti ad ambitum basis ductae [I, 42—43], et cylindrum basim habentem circulum maximum sphaerae, altitudinem autem diametro sphaerae aequalem et ipsum dimidia parte maiorem esse sphaera et superficiem eius superficie sphaerae dimidia parte maiorem [I, 34 *πρόσιμα*], et quemuis sectorem solidum aequalem esse cono basim habenti circulum aequalem superficiei segmenti sphaerae in sectore positi, altitudinem autem radio sphaerae aequalem [I, 44]. quaecunque igitur theoremata et problemata³⁾ per haec theoremata

1) Erant praeter problemata huius libri propositiones quaedam de helicibus (cfr. infra) et de conoidibus rectangulis (Quaest. Arch. p. 11).

2) In libro I de sphaera et cylindro.

3) Septem problemata, tria theoremata, quorum primum (II, 2) Cononi missum non erat (Neue Jahrb. Suppl. XI p. 392 not.); pro ceteris duobus experiendi causa falsa miserat Archimedes. u. praef. ad librum *περὶ ἑλίκων*.

βλίψω γράψας ἀπέσταλκά σοι· ὅσα δὲ δι' ἄλλης εὐρίσκονται θεωρίας, τὰ τε περὶ ἐλίκων καὶ τὰ περὶ τῶν κωνοειδῶν, πειράσομαι διὰ τάχους ἀποστείλαι.

Τὸ δὲ πρῶτον ἦν τῶν προβλημάτων τόδε·

5 σφαίρας δοθείσης ἐπίπεδον χωρίον εὐρεῖν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας.

ἔστιν δὲ τοῦτο φανερόν δεδειγμένον ἐκ τῶν προειρημένων θεωρημάτων. τὸ γὰρ τετραπλάσιον τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ ἐπιπέδον τε χωρίον ἴστί καὶ ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας.

α'.

Τὸ δεύτερον ἦν· κώνου δοθέντος ἢ κυλίνδρου σφαίραν εὐρεῖν τῷ κώνῳ ἢ τῷ κυλίνδρῳ ἴσην.

ἔστω ὁ διδόμενος κώνος ἢ κύλινδρος ὁ A , καὶ τῷ
15 A ἴση ἢ B σφαῖρα· καὶ κείσθω τοῦ A κώνου ἢ κυλίνδρου ἡμίολιος κύλινδρος ὁ $\Gamma Z A$, τῆς δὲ B σφαίρας ἡμίολιος κύλινδρος, οὗ βάσις ὁ περὶ διαμέτρου τὴν $H\Theta$ κύκλος, ἄξων δὲ ὁ $K A$ ἴσος τῇ διαμέτρῳ τῆς B σφαίρας. ἴσος ἄρα ἔστιν ὁ E κύλινδρος τῷ K
20 κυλίνδρῳ [τῶν δὲ ἴσων κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν], ὡς ἄρα ὁ E κύκλος πρὸς τὸν K κύκλον, οὕτως ἢ τὸ ἀπὸ τῆς ΓA πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς $H\Theta$, οὕτως ἢ $K A$ πρὸς $E Z$. ἴση δὲ ἢ $K A$ τῇ $H\Theta$ [ὁ γὰρ ἡμίολιος κύλινδρος τῆς σφαίρας ἴσου ἔχει
25 τὸν ἄξονα τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, καὶ ὁ K κύκλος μέγιστός ἐστι τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ]. ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΓA πρὸς τὸ ἀπὸ $H\Theta$, οὕτως ἢ $H\Theta$ πρὸς τὴν $E Z$. ἔστω

4. α' Torellius; cfr. Quaest. Arch. p. 186. 5. εὐρεῖν] ενε οὐμ comp. ην νετ ιν F. 11. β' Torellius. 18. σφαῖρᾳ] ut lin. 8 F. 14. δεδομένος? 16. ομοίολιος F. 19. E] E F; corr. ed. Basil. 27. οὕτως] per compend. F, ut p. 192 lin. 3 et 4.

conficiuntur, hoc libro perscripta tibi misi. sed quaecumque alia disputationis ratione reperiuntur, de helicibus et de conoidibus, mox mittere conabor.

Primum autem problema hoc erat:

data sphaera planum spatium inuenire superficiei sphaerae aequale.

hoc autem manifestum est ex theorematis antea propositis demonstratum. nam quadruplum circuli maximi sphaerae spatium et planum et superficiei sphaerae aequale est [I, 33].

I.

Alterum erat: dato cono uel cylindro sphaeram inuenire cono uel cylindro aequalem.¹⁾

sit conus uel cylindrus datus A , et figurae A aequalis sphaera B . et ponatur cono uel cylindro A dimidia parte maior cylindrus $\Gamma Z A^2$) [u. Eutocius], et sphaera B cylindrus dimidia parte maior, cuius basis est circulus circum diametrum $H\Theta$ descriptus, axis autem KA diametro sphaerae B aequalis [I, 34 πόρισμα]. aequalis igitur cylindrus E cylindro K . itaque $E : K$, hoc est

$$\Gamma A^2 : H\Theta^2 \text{ [Eucl. XII, 2] } = KA : EZ.^3)$$

sed $KA = H\Theta.^4)$ itaque $\Gamma A^2 : H\Theta^2 = H\Theta : EZ$. sit

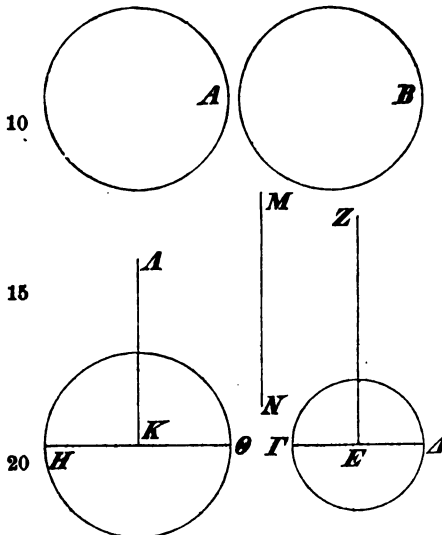
1) Lin. 13: ἴσην τῷ κώνῳ ἢ τῷ κύνδρῳ habet Archimedes in praef. περὶ ἑλίκων.

2) Archimedes scripserat: εὐλήθῳ καὶ δοθέντος κώνου ἢ κύνδρου ἡμῶντες κύνδρος (Eutocius).

3) Eucl. XII, 15; cfr. I lemm. 3—4 p. 82.

4) Quia ex I, 34 πόρισμα basis cylindri circulo maximo aequalis est, diametrus igitur sphaerae diametro aequalis.

τῷ ἀπὸ $H\Theta$ ἴσον τὸ ὑπὸ $\Gamma\Delta$, MN . ὡς ἄρα ἡ $\Gamma\Delta$
 πρὸς MN , οὕτως τὸ ἀπὸ $\Gamma\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ $H\Theta$, τουτ-
 ἔστι ἡ $H\Theta$ πρὸς EZ . καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ $\Gamma\Delta$ πρὸς
 τὴν $H\Theta$, οὕτως ἡ $H\Theta$ πρὸς τὴν MN , καὶ ἡ MN
 5 πρὸς EZ . καὶ ἐστὶν δοθεῖσα ἑκατέρα τῶν $\Gamma\Delta$, EZ .
 δύο ἄρα δοθεῖσῶν εὐθειῶν τῶν $\Gamma\Delta$, EZ δύο μέσαι



ἀνάλογόν εἰσιν αἱ
 $H\Theta$, MN . δοθεῖσα
 ἄρα ἑκάτερα τῶν
 $H\Theta$, MN .

συντεθήσεται δὲ
 τὸ πρόβλημα οὕτως.
 ἔστω δὴ ὁ δοθεὶς
 κώνος ἢ κύλινδρος
 ὁ A . δεῖ δὴ τῷ A
 κώνῳ ἢ κυλίνδρῳ
 ἴσην σφαῖραν εὑρεῖν.

ἔστω τοῦ A κώ-
 νου ἢ κυλίνδρου ἡμι-
 ὀλιος κύλινδρος, οὗ
 βᾶσις ὁ περὶ διάμε-
 τρον τὴν $\Gamma\Delta$ κύκλος,

ἄξων δὲ ὁ EZ . καὶ εἰλήφθω τῶν $\Gamma\Delta$, EZ δύο μέσαι
 ἀνάλογον αἱ $H\Theta$, MN , ὥστε εἶναι ὡς τὴν $\Gamma\Delta$ πρὸς τὴν
 25 $H\Theta$, τὴν $H\Theta$ πρὸς τὴν MN , καὶ τὴν MN πρὸς τὴν
 EZ . καὶ νοείσθω κύλινδρος, οὗ βᾶσις ὁ περὶ διάμε-
 τρον τὴν $H\Theta$ κύκλος, ἄξων δὲ ὁ $K\Lambda$ ἴσος τῇ $H\Theta$
 διαμέτρῳ. λέγω δὴ, ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ E κύλινδρος τῷ
 K κυλίνδρῳ. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν, ὡς ἡ $\Gamma\Delta$ πρὸς $H\Theta$, ἡ

$H\Theta^2 = \Gamma\Delta \times MN$. itaque $\Gamma\Delta : MN = \Gamma\Delta^2 : H\Theta^2$,¹⁾
hoc est $= H\Theta : EZ$. et uicissim [Eucl. V, 16]

$$\Gamma\Delta : H\Theta = H\Theta : MN = MN : EZ$$

et utraque linea $\Gamma\Delta$, EZ data est. itaque duarum linearum datarum $\Gamma\Delta$, EZ duae mediae proportionales sunt $H\Theta$, MN . itaque utraque linea $H\Theta$, MN data est.

componetur autem problema hoc modo. sit conus uel cylindrus datus A . oportet igitur sphaeram cono uel cylindro A aequalem inuenire.

sit cono uel cylindro A dimidia parte maior cylindrus, cuius basis est circulus circum diametrum $\Gamma\Delta$ descriptus, axis autem EZ linea. et sumantur²⁾ inter lineas $\Gamma\Delta$, EZ duae mediae proportionales $H\Theta$, MN [u. Eutocius], ita ut sit

$$\Gamma\Delta : H\Theta = H\Theta : MN = MN : EZ.$$

et fingatur cylindrus, cuius basis sit circulus circum diametrum $H\Theta$ descriptus, axis autem KA diametro $H\Theta$ aequalis. dico, cylindrum E aequalem esse cylindro K . nam quoniam $\Gamma\Delta : H\Theta = MN : EB$ et

1) Quia $\Gamma\Delta : H\Theta = H\Theta : MN$; tum u. Eucl. V def. 10.

2) Debat sic concludi:

$\Gamma\Delta : MN = H\Theta : EZ$: $\Gamma\Delta : H\Theta = MN : EZ$ (Eucl. V, 16); sed ex hypothesi est $\Gamma\Delta : H\Theta = H\Theta : MN$. fortasse uerbum ἐναλλάξ lin. 3 delendum est.

3) Archimedes posuerat ἐυρήσθωσαν , lin. 23, ut habet Eutocius.

F, uulgo. 12. οὕτως per comp. F. 15. τῶ] το F. 29. καὶ ἐπεὶ] ἐπεὶ γάρ?

MN πρὸς EZ , καὶ ἐναλλάξ, καὶ ἴση ἢ $H\Theta$ τῇ KA
 [ὡς ἄρα ἢ GA πρὸς MN , τουτέστιν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς
 GA πρὸς τὸ ἀπὸ $H\Theta$, οὕτως ὁ E κύκλος πρὸς τὸν
 K κύκλον]. ὡς ἄρα ὁ E κύκλος πρὸς τὸν K κύκλον,
 5 οὕτως ἢ KA πρὸς τὴν EZ [τῶν ἄρα E, K κυλίνδρων
 ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν]. ἴσος ἄρα ὁ E
 κύλινδρος τῷ K κυλίνδρῳ. ὁ δὲ K κύλινδρος τῆς
 σφαίρας, ἣς διάμετρος ἢ $H\Theta$, ἡμιόλιός ἐστιν. καὶ ἢ
 σφαῖρα ἄρα, ἣς ἢ διάμετρος ἴση ἐστὶ τῇ $H\Theta$, τουτ-
 10 ἐστὶν ἢ B , ἴση ἐστὶ τῷ A κῶνῳ ἢ κυλίνδρῳ.

β'.

Παντὶ τμήματι τῆς σφαίρας ἴσος ἐστὶ κῶνος ὁ βάσιν
 μὲν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, ὕψος δὲ εὐθείαν,
 ἣτις πρὸς τὸ ὕψος τοῦ τμήματος τὸν αὐτὸν λόγον
 15 ἔχει, ὃν συναμφοτέρως ἢ τε ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαί-
 ρας καὶ τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος πρὸς τὸ ὕψος
 τοῦ λοιποῦ τμήματος.

ἔστω σφαῖρα, ἐν ἣ ἡ μέγιστος κύκλος, οὗ διάμετρος
 ἢ AG . καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ ἢ σφαῖρα τῷ διὰ τῆς
 20 BZ πρὸς ὀρθὰς τῇ AG . καὶ ἔστω κέντρον τὸ Θ . καὶ
 πεποιήσθω, ὡς συναμφοτέρως ἢ $\Theta A, AE$ πρὸς τὴν AE ,
 οὕτως ἢ AE πρὸς GE . καὶ πάλιν πεποιήσθω, ὡς
 συναμφοτέρως ἢ $\Theta G, GE$ πρὸς GE , οὕτως ἢ KE
 πρὸς EA . καὶ ἀναγεγράφθωσαν κῶνοι ἀπὸ τοῦ κύ-
 25 κλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν BZ κορυφὰς ἔχοντες τὰ
 K, A σημεῖα. λέγω, ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ μὲν $B\Delta Z$ κῶνος

6. βασ cum comp. ης F. 10. B] \overline{HB} F. 11. γ' To-
 rellius. 19. τῷ] τῶν per comp. F; corr. B*. τῆς] Nizze;
 τῶν F, ulgo. 25. ἔχοντα F; corr. B*.

uicissim [$\Gamma\Delta : MN = H\Theta : EZ$; Eucl. V, 16], et $H\Theta = KA$, erit igitur¹⁾ $E : K = KA : EZ$.²⁾ itaque cylindrus E aequalis est cylindro K [Eucl. XII, 15; cfr. 191 not. 3]. sed cylindrus K dimidia parte maior est sphaera, cuius diameter est $H\Theta$. itaque etiam sphaera, cuius diameter aequalis est lineae $H\Theta$, hoc est B , aequalis est cono uel cylindro A .³⁾

II.

Cuius segmento sphaerae aequalis est conus basim habens eandem, quam segmentum, altitudinem autem lineam, quae ad altitudinem segmenti eam rationem habet, quam radius sphaerae una cum altitudine reliqui segmenti ad altitudinem reliqui segmenti.

sit sphaera, et in ea circulus maximus, cuius diameter sit AT . et sphaera secetur plano per BZ lineam posito ad AT lineam perpendiculari. et centrum sit Θ . et fiat⁴⁾ $\Theta A + AE : AE = \Delta E : \Gamma E$. et rursus fiat⁵⁾ $\Theta \Gamma + \Gamma E : \Gamma E = KE : EA$, et construantur in circulo circum diametrum BZ descripto coni uertices habentes puncta K, Δ . dico, conum $B\Delta Z$ aequalem

1) Uerba $\acute{\omega}\varsigma \acute{\alpha}\rho\alpha$ lin. 2 — $K \kappa\acute{\upsilon}\lambda\omicron\nu\omicron$ lin. 4 deleo. neque enim inde, quod $\Gamma\Delta : H\Theta = MN : EZ$ et $H\Theta = KA$, concluditur $\Gamma\Delta : MN = E : K$; hoc enim ex Eucl. V def. 10 et XII, 2 sequitur (u. not. 2).

2) Nam $\Gamma\Delta : MN = H\Theta : EZ = KA : EZ$; sed $\Gamma\Delta : MN = \Gamma\Delta^2 : H\Theta^2$ (Eucl. V def. 10) = $E : K$ (Eucl. XII, 2) $\therefore E : K = KA : EZ$. uerba sequentia deleo; cfr. p. 190, 20.

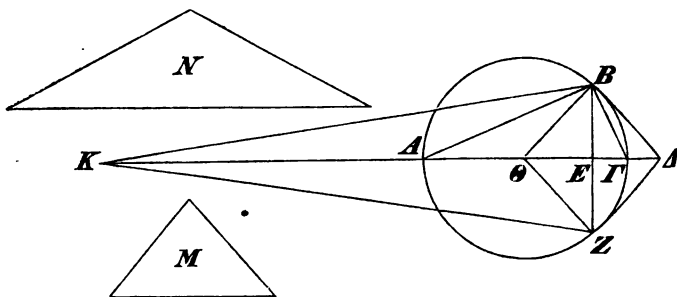
3) $K = \frac{2}{3}B$; sed $E = \frac{3}{2}A$ (ex hypothesi). quare cum $K = E$, erit $\frac{2}{3}B = \frac{3}{2}A \therefore B = A$.

4) Archimedes scripserat $\gamma\epsilon\gamma\omicron\nu\epsilon\tau\omega$ lin. 21; Quaest. Arch. p. 70.

5) H. e. $\gamma\epsilon\gamma\omicron\nu\epsilon\tau\omega$ lin. 22; u. not. 4.

τῷ κατὰ τὸ Γ τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ BKZ τῷ κατὰ τὸ A σημείον.

ἐπεξεύχθησαν γὰρ αἱ $B\Theta$, ΘZ , καὶ νοεῖσθω κῶνος βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν BZ κύκλον,



- 5 κορυφήν δὲ τὸ Θ σημείον. καὶ ἔστω κῶνος ὁ M βάσιν ἔχων κύκλον ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ $B\Gamma Z$ τμήματος τῆς σφαίρας, τουτέστιν οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ $B\Gamma$, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. ἔσται δὴ ὁ M κῶνος ἴσος τῷ $B\Gamma\Theta Z$ στερεῶ τμήει.
- 10 τοῦτο γὰρ δέδεικται ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ. ἐπεὶ δὲ ἔστιν, ὡς ἡ ΔE πρὸς $E\Gamma$, οὕτως συναμφοτέρως ἡ ΘA , $A E$ πρὸς $A E$, διελόντι ἔσται, ὡς ἡ $\Gamma \Delta$ πρὸς ΓE , οὕτως ἡ ΘA πρὸς $A E$, τουτέστιν ἡ $\Gamma \Theta$ πρὸς $A E$ καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ $\Delta \Gamma$ πρὸς $\Gamma \Theta$ ἔστιν, οὕτως ἡ ΓE
- 15 πρὸς $E A$. καὶ συνθέντι, ὡς ἡ $\Theta \Delta$ πρὸς $\Theta \Gamma$, ἡ ΓA πρὸς $A E$, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΓB πρὸς τὸ ἀπὸ $B E$. ὡς ἄρα ἡ $\Delta \Theta$ πρὸς $\Gamma \Theta$, τὸ ἀπὸ ΓB πρὸς τὸ ἀπὸ $B E$. ἴση δὲ ἐστὶν ἡ ΓB τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ M κύκλου, ἡ δὲ $B E$ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶ τοῦ περὶ διάμετρον τὴν
- 20 BZ κύκλου. ὡς ἄρα ἡ $\Delta \Theta$ πρὸς $\Theta \Gamma$, ὁ M κύκλος

5. βάσιν μὲν ed. Basil., Torellius. Θ . ἔσται per comp. F.

11. οὕτως] Nizze; οὕτω F, uulgo. 20. πρὸς per comp. F.

esse segmento sphaerae ad Γ punctum posito, conum autem BKZ segmento ad A punctum posito.

ducantur enim lineae $B\Theta$, ΘZ , et fingatur conus basim habens circulum circum BZ diametrum descriptum, uerticem autem punctum Θ . et sit conus M , basim habens circulum superficiei segmenti sphaerae $B\Gamma Z$ aequalem, h. e. circulum, cuius radius aequalis est $B\Gamma^1$), altitudinem autem radio sphaerae aequalem. erit igitur conus M aequalis sectori solido $B\Gamma\Theta Z$. hoc enim in primo libro demonstratum est [I, 44]. sed quoniam $\Delta E : E\Gamma = \Theta A + AE : AE$ [ex hypothesis], dirimendo erit [Eucl. V, 17]

$$\Gamma\Delta : \Gamma E = \Theta A : AE = \Gamma\Theta : AE,$$

et uicissim [Eucl. V, 16] $\Delta\Gamma : \Gamma\Theta = \Gamma E : EA$, et componendo [Eucl. V, 18]

$$\Theta\Delta : \Theta\Gamma = \Gamma\Delta : AE = \Gamma B^2 : BE^2 \text{ [u. Eutocius].}$$

itaque $\Delta\Theta : \Gamma\Theta = \Gamma B^2 : BE^2$. sed ΓB aequalis est radio circuli M [I, 42], et BE aequalis radio circuli circum diametrum BZ descripti. itaque ut $\Delta\Theta$ ad $\Theta\Gamma$, ita circulus M ad circulum circum diametrum BZ de-

1) Ex I, 42. sed fortasse uerba: *τὸν ἴσον, οὗ ἢ ἐν τοῦ κέντρον ἴση ἐστὶ τῇ $B\Gamma$* delenda sunt (lin. 7–8.)

πρὸς τὸν περι διάμετρον τὴν BZ κύκλον. καὶ ἐστὶν
 ἴση ἢ $\Theta\Gamma$ τῷ ἄξονι τοῦ M κώνου. καὶ ὡς ἄρα ἢ
 $\Delta\Theta$ πρὸς τὸν ἄξονα τοῦ M κώνου, οὕτως ὁ M κύκλος
 πρὸς τὸν περι διάμετρον τὴν BZ κύκλον. ἴσος ἄρα ὁ
 5 κώνος ὁ βάσει μὲν ἔχων τὸν M κύκλον, ὕψος δὲ τὴν
 ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, τῷ $B\Delta Z\Theta$ στερεῷ ῥόμβῳ
 [τοῦτο γὰρ ἐν τοῖς λήμμασι τοῦ πρώτου βιβλίου δέ-
 δεικται. ἢ οὕτως· ἐπεὶ ἐστὶν, ὡς ἢ $\Delta\Theta$ πρὸς τὸ ὕψος
 τοῦ M κώνου, οὕτως ὁ M κύκλος πρὸς τὸν περι
 10 διάμετρον τὴν BZ κύκλον, ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ M κώνος
 τῷ κώνῳ, οὗ βάσις μὲν ὁ περι διάμετρον τὴν BZ
 κύκλος, ὕψος δὲ ἢ $\Delta\Theta$. ἀντιπεπόνθασι γὰρ αὐτῶν
 αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. ἀλλ' ὁ κώνος ὁ βάσει μὲν
 ἔχων τὸν περι διάμετρον τὴν BZ κύκλον, ὕψος δὲ τὴν
 15 $\Delta\Theta$, ἴσος ἐστὶ τῷ $B\Delta Z\Theta$ στερεῷ ῥόμβῳ]. ἀλλ' ὁ M
 κώνος ἴσος ἐστὶ τῷ $B\Gamma Z\Theta$ στερεῷ τομεῖ. καὶ ὁ $B\Gamma Z\Theta$
 στερεὸς τομεὺς ἄρα ἴσος ἐστὶ τῷ $B\Delta Z\Theta$ στερεῷ ῥόμβῳ.
 κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ κώνου, οὗ βάσις μὲν ἐστὶν
 ὁ περι διάμετρον τὴν BZ κύκλος, ὕψος δὲ ἢ $E\Theta$,
 20 λοιπὸς ἄρα ὁ $B\Delta Z$ κώνος ἴσος ἐστὶ τῷ $BZ\Gamma$ τμήματι
 τῆς σφαίρας. ὁμοίως δὲ δειχθήσεται καὶ ὁ BKZ κῶ-
 νος ἴσος τῷ BAZ τμήματι τῆς σφαίρας. ἐπεὶ γὰρ
 ἐστὶν, ὡς συναμφοτέρως ἢ $\Theta\Gamma$, ΓE πρὸς ΓE , οὕτως
 ἢ KE πρὸς EA , διελόντι ἄρα, ὡς ἢ KA πρὸς AE ,
 25 οὕτως ἢ $\Theta\Gamma$ πρὸς ΓE . ἴση δὲ ἢ $\Theta\Gamma$ τῇ ΘA . καὶ
 ἐναλλάξ ἄρα ἐστὶν, ὡς ἢ KA πρὸς $A\Theta$, οὕτως ἢ AE
 πρὸς $E\Gamma$. ὥστε καὶ συνθέντι, ὡς ἢ $K\Theta$ πρὸς ΘA ,
 ἢ $A\Gamma$ πρὸς ΓE , τουτέστι τὸ ἀπὸ BA πρὸς τὸ ἀπὸ
 BE . κείσθω δὴ πάλιν κύκλος ὁ N ἴσην ἔχων τὴν

10. ἐστὶν per comp. F.

12. κυκλον F; corr. C.

17.

scriptum [Eucl. XII, 2]. et $\Theta\Gamma$ linea aequalis est axi conii M . quare ut $\Delta\Theta$ ad axem conii M , ita circulus M ad circulum circum diametrum BZ descriptum. conus igitur basim habens circulum M , altitudinem autem radium sphaerae aequalis est rhombo solido $B\Delta Z\Theta$.¹⁾ sed conus M aequalis est sectori solido $B\Gamma Z\Theta$. itaque etiam sector solidus $B\Gamma Z\Theta$ aequalis est rhombo solido $B\Delta Z\Theta$. subtracto, qui communis est, cono, cuius basis est circulus circum diametrum BZ descriptus, altitudo autem $E\Theta$ linea, qui relinquitur conus $B\Delta Z$ aequalis est segmento sphaerae BZF . similiter autem demonstrabitur, etiam conum BKZ aequalem esse segmento sphaerae BAZ . nam quoniam est $\Theta\Gamma + \Gamma E : \Gamma E = KE : EA$, erit igitur dirimendo [Eucl. V, 17] $KA : AE = \Theta\Gamma : \Gamma E$. sed $\Theta\Gamma = \Theta A$. itaque etiam vicissim [Eucl. V, 16]

$$KA : A\Theta = AE : \Gamma E.$$

quare etiam componendo [Eucl. V, 18]

$$K\Theta : \Theta A = A\Gamma : \Gamma E = BA^2 : BE^2 \text{ [u. Eutocius].}$$

ponatur igitur rursus circulus N radium aequalem

1) Nam conus M aequalis est cono, cuius basis est circulus circum BZ descriptus, altitudo autem $\Delta\Theta$ (I lemm. 4 p. 82), et hic conus (k) rhombo illi solido aequalis est. nam sint conii, ex quibus constat rhombus, k_1 et k_2 ; erit

$k : k_1 : k_2 = \Delta\Theta : E\Delta : E\Theta$ (I lemm. 1 p. 80); sed $\Delta\Theta = E\Delta + E\Theta$; tum u. Quaest. Arch. p. 48.

$\sigma\tau\epsilon\phi\acute{o}\varsigma$] $\sigma\tau\epsilon\phi\theta$ F. \acute{o} B; corr. ed. Basil.

18. $\alpha\phi\alpha\iota\sigma\theta\epsilon\tau\omicron\varsigma$ F.

23. $\acute{\omega}\varsigma$] \omicron F; $\acute{\omega}$;

ἐκ τοῦ κέντρου τῆς AB . ὁ ἄρα N κύκλος ἴσος ἔσται
 τῆς ἐπιφανείας τοῦ BAZ τμήματος. καὶ νοεῖσθω ὁ κῶ-
 νος ὁ N ἴσον ἔχων τὸ ὕψος τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τῆς
 σφαίρας. ἴσος ἄρα ἔστι τῷ $B\Theta ZA$ στερεῷ τομεῖ. τοῦτο
 5 γὰρ ἐν τῷ πρώτῳ δέδεικται. καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη, ὡς ἡ
 $K\Theta$ πρὸς ΘA , οὕτως τὸ ἀπὸ AB πρὸς τὸ ἀπὸ BE ,
 τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ N κύκλου
 πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ περὶ διάμετρον
 τὴν BZ κύκλου, τουτέστιν ὁ N κύκλος πρὸς τὸν περὶ
 10 διάμετρον τὴν BZ κύκλον, ἴση δὲ ἡ $A\Theta$ τῷ ὕψει τοῦ
 N κώνου, ὡς ἄρα ἡ $K\Theta$ πρὸς τὸ ὕψος τοῦ N κώνου,
 οὕτως ὁ N κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν BZ
 κύκλον. ἴσος ἄρα ἔστιν ὁ N κῶνος, τουτέστιν ὁ $B\Theta ZA$
 τομεὺς τῷ $B\Theta ZK$ σχήματι. κοινὸς προσκείσθω ὁ κῶ-
 15 νος, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ τὴν BZ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ
 $E\Theta$. ὅλον ἄρα τὸ ABZ τμήμα τῆς σφαίρας ἴσον ἔστιν
 τῷ BZK κώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Καὶ φανερόν, ὅτι γίννεται καθόλου τμήμα σφαίρας
 20 πρὸς κῶνον τὸν βάσιν μὲν ἔχοντα τὴν αὐτὴν τῷ τμή-
 ματι καὶ ὕψος ἴσον, ὡς συναμφοτέρος ἢ τε ἐκ τοῦ κέν-
 τρου τῆς σφαίρας καὶ ἡ κάθετος τοῦ λοιποῦ τμήματος
 πρὸς τὴν κάθετον τοῦ λοιποῦ τμήματος. ὡς γὰρ ἡ
 ΔE πρὸς $E\Gamma$, οὕτως ὁ ΔZB κῶνος, τουτέστι τὸ $B\Gamma Z$
 25 τμήμα πρὸς τὸν $B\Gamma Z$ κῶνον.

1. AB . ὁ ἄρα N κύκλος ἴσος ἔσται τῆ] om. F; supplement
 ed. Basil. 13. $B\Theta Z\Delta$ F; corr. ed. Basil. 15. BZ FBC*.
 18. πόρισμα] mg. [σ] F. 20. πρὸς κῶνον bis F. 21. ὡς] ω F.

habens lineae AB . itaque circulus N aequalis erit superficiei segmenti BAZ . et fingatur conus N altitudinem habens aequalem radio sphaerae. itaque aequalis est sectori solido $B\Theta ZA$. hoc enim in libro primo demonstratum est [u. Eutocius]. et quoniam demonstratum est: $K\Theta : \Theta A = AB^2 : BE^2$, hoc est, radius circuli N quadratus ad radium quadratum circuli circum BZ diametrum descripti, hoc est circulus N ad circum circum diametrum BZ descriptum [Eucl. XII, 2], aequalis autem $A\Theta$ linea altitudini coni N , erit igitur, ut $K\Theta$ linea ad altitudinem coni N , ita circulus N ad circum circum diametrum BZ descriptum. conus igitur N , hoc est sector $B\Theta ZA$, aequalis est figurae $B\Theta ZK$ [u. Eutocius]. addatur communis conus, cuius basis est circulus circum BZ descriptus, altitudo autem $E\Theta$. itaque totum segmentum sphaerae ABZ aequale est cono BZK , quod erat demonstrandum.

COROLLARIUM.

Et adparet, omnino segmentum sphaerae ad eandem basim eandem habentem, quam segmentum, et altitudinem aequalem eam habere rationem, quam radius sphaerae una cum altitudine¹⁾ reliqui segmenti ad altitudinem²⁾ reliqui segmenti. nam ut ΔE ad $E\Gamma$, ita conus ΔZB , hoc est segmentum $B\Gamma Z$ [prop. 2], ad conum $B\Gamma Z$ [I lemm. 1 p. 80].³⁾

1) Archimedes scripserat: τὸ ὕψος lin. 22; Quaest. Archimed. p. 71.

2) τὸ ὕψος genuinum est lin. 23; cfr. not. 1. Eutocius ad prop. 8, ubi citat τὸ πόρισμα τοῦ δευτέρου θεωρήματος, utroque loco ὕψος habet.

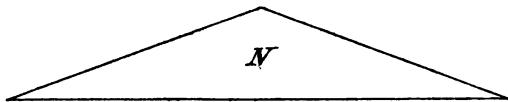
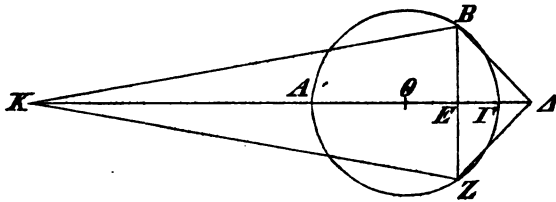
3) Et $\Delta E : E\Gamma = \Theta A + AE : AE$; u. p. 194, 21.

τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων, ὅτι καὶ ὁ KBZ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ BAZ τμήματι τῆς σφαίρας. ἔστω γὰρ κῶνος ὁ N βάσιν μὲν ἔχων [τὴν] ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

5 ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ κῶνος τῇ σφαίρᾳ [ἢ γὰρ σφαῖρα δέδεικται τετραπλάσια τοῦ κῶνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν μέγιστον κύκλον καὶ ὕψος τὴν ἐκ τοῦ κέντρου. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ N κῶνος τοῦ αὐτοῦ ἐστὶ τετραπλάσιος, ἐπεὶ καὶ ἡ βάση τῆς βάσεως καὶ ἡ ἐπιφάνεια

10 τῆς σφαίρας τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ]. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν, ὡς συναμφοτέρος ἡ $\odot A$, AE πρὸς AE , ἢ $\triangle E$ πρὸς $E\Gamma$, διελόντι καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ $\odot \Gamma$ πρὸς $\Gamma\Delta$, ἢ AE πρὸς $E\Gamma$. πάλιν ἐπεὶ ἐστὶν, ὡς ἡ KE πρὸς EA , συναμφοτέρος ἡ $\odot \Gamma E$ πρὸς ΓE , διελόντι

15 καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ KA πρὸς $\Gamma\odot$, τουτέστι πρὸς $\odot A$, οὕτως ἡ AE πρὸς $E\Gamma$, τουτέστιν ἡ $\odot \Gamma$ πρὸς $\Gamma\Delta$. καὶ συνθέντι· ἴση δὲ ἡ $A\odot$ τῇ $\odot \Gamma$. ὡς ἄρα ἡ $K\odot$



πρὸς $\odot \Gamma$, ἢ $\odot \Delta$ πρὸς $\Delta \Gamma$. καὶ ὅλη ἡ $K\Delta$ πρὸς $\Delta \odot$ ἐστὶν, ὡς ἡ $\Delta \odot$ πρὸς $\Delta \Gamma$, τουτέστιν ὡς ἡ $K\odot$ πρὸς

1. ὅτι] δείξομεν, ὅτι B, ed. Basil., Torellius; „ostendemus“

Iisdem positis demonstrabimus¹⁾, etiam conum KBZ aequalem esse segmento sphaerae BAZ . sit enim conus N basim habens superficiei sphaerae aequalem, altitudinem autem radium sphaerae. conus igitur sphaerae aequalis est.²⁾ et quoniam est

$$\odot A + AE : AE = \Delta E : E\Gamma,$$

erit dirimendo et uicissim [Eucl. V, 17 et 16]

$$\odot \Gamma : \Gamma \Delta = AE : E\Gamma \text{ [quia } \odot A = \odot \Gamma].$$

rursus quoniam $KE : EA = \odot \Gamma + \Gamma E : \Gamma E$, erit dirimendo et uicissim $KA : \Gamma \odot$, hoc est

$$KA : \odot A = AE : E\Gamma = \odot \Gamma : \Gamma \Delta.$$

et componendo [Eucl. V, 18], aequalis autem $A\odot$ lineae $\odot \Gamma^3$; itaque $K\odot : \odot \Gamma = \odot \Delta : \Delta \Gamma$, [et uicissim (Eucl. V, 16) $K\odot : \odot \Delta = \odot \Gamma : \Delta \Gamma$, et componendo (Eucl. V, 18)] $K\Delta : \Delta \odot = \Delta \odot : \Delta \Gamma = K\odot : \odot A$ [u. Euto-

1) Archimedes sine dubio alio modo hanc alteram demonstrationem partis posterioris (p. 198, 21; cfr. Eutocius) adiunxerat (Quaest. Arch. p. 73). de $\delta\tau\iota$ cfr. Neue Jahrb., Suppl. XI p. 396.

2) Sphaera enim quadruplo maior est cono basim habenti circumulum maximum, altitudinem autem radium (I, 34), sed etiam N eodem cono quadruplo maior est (I, 33; I lemm. 1 p. 80).

3) Fortasse delenda sunt: $\lambda\sigma\eta \delta\epsilon \eta A\odot \tau\eta \odot \Gamma$ lin. 17; cfr. lin. 15.

Cr. 3. $\tau\eta\nu$ deleo. 7. $\kappa\acute{\epsilon}\nu\tau\rho\upsilon\nu$] $\kappa\acute{\epsilon}\nu\tau\rho\upsilon\nu \tau\eta\varsigma \sigma\phi\alpha\iota\kappa\alpha\varsigma$ ed. Basil., Torellius. 14. $\odot \Gamma E$] $\odot \Gamma, \Gamma E$ Torellius.

④Α. ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ΔΚ, ④Α τῷ ὑπὸ τῶν Δ④Κ.
 πάλιν ἐπεὶ ἐστίν, ὡς ἢ Κ④ πρὸς ④Γ, ἢ ④Δ πρὸς ΓΔ,
 ἐναλλάξ. ὡς δὲ ἢ ④Γ πρὸς ΓΔ, ἐδείχθη ἢ ΑΕ πρὸς
 ΕΓ. ὡς ἄρα ἢ Κ④ πρὸς ④Δ, ἢ ΑΕ πρὸς ΕΓ. καὶ
 5 ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΚΔ πρὸς τὸ ὑπὸ Κ④Δ, τὸ ἀπὸ ΑΓ
 πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ. τὸ δὲ ὑπὸ τῶν Κ④Δ ἴσον
 ἐδείχθη τῷ ὑπὸ ΚΔ, Α④. ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΚΔ πρὸς
 τὸ ὑπὸ τῶν ΚΔ, Α④, τοιτέστιν ἢ ΚΔ πρὸς Α④, τὸ
 ἀπὸ ΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΕΓ, τοιτέστι πρὸς τὸ ἀπὸ
 10 ΕΒ. καὶ ἐστίν ἴση ἢ ΑΓ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν
 κύκλου. ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ν
 κύκλου πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ, τοιτέστιν ὁ Ν κύκλος πρὸς
 τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλον, οὕτως ἢ ΚΔ
 πρὸς Α④, τοιτέστιν ἢ ΚΔ πρὸς τὸ ὕψος τοῦ Ν κώ-
 15 νου. ἴσος ἄρα ἐστίν ὁ Ν κῶνος, τοιτέστιν ἢ σφαῖρα,
 τῷ ΒΔΖΚ στερεῷ ῥόμβῳ [ἢ οὕτως· ἐστίν ἄρα, ὡς ὁ
 Ν κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλον,
 οὕτως ἢ ΔΚ πρὸς τὸ ὕψος τοῦ Ν κώνου. ἴσος ἄρα
 ἐστίν ὁ Ν κῶνος τῷ κώνῳ, οὗ βάσις μὲν ἐστίν ὁ περὶ
 20 διάμετρον τὴν ΒΖ κύκλος, ὕψος δὲ ἢ ΔΚ. ἀντιπε-
 πόνθασιν γὰρ αὐτῶν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. ἀλλ'
 οὗτος ὁ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΒΚΖΔ στερεῷ ῥόμβῳ.
 καὶ ὁ Ν ἄρα κῶνος, τοιτέστιν ἢ σφαῖρα, ἴση ἐστὶ τῷ
 ΒΖΚΔ στερεῷ ῥόμβῳ]· ὦν ὁ ΒΔΖ κῶνος ἴσος ἐδείχθη
 25 τῷ ΒΓΖ τμήματι τῆς σφαίρας. λοιπὸς ἄρα ὁ ΒΚΖ
 κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ΒΑΖ τμήματι τῆς σφαίρας.

1. ΔΚ, ④Α] Δ④, ④Κ Torellius; δδκ, θα ed. Basil.
 Δ④Κ] ΔΚ, ④Α Torellius; δκ ed. Basil. 3. post ἐναλλάξ
 addunt ed. Basil., Torellius (non Cr.): ὡς ἢ Κ④ πρὸς ④Δ, ἢ
 ④Γ πρὸς ΓΔ. ΑΕ] ΔΕ F. 4. ΑΕ] ④Ε F. 5. Κ④,
 ④Δ Torellius, ut lin. 6. 6. ΑΕ, ΕΓ Torellius, ut lin. 9.
 21. βασ cum comp. ης F. 24. ΒΚΖΔ Torellius. post

cius]. itaque $\Delta K \times \Theta A = \Delta \Theta \times \Theta K$. rursus quoniam $K\Theta : \Theta\Gamma = \Theta\Delta : \Gamma\Delta$, etiam vicissim

$$[K\Theta : \Theta\Delta = \Theta\Gamma : \Gamma\Delta].$$

sed demonstratum est $\Theta\Gamma : \Gamma\Delta = AE : E\Gamma$. itaque $K\Theta : \Theta\Delta = AE : E\Gamma$. quare etiam

$$K\Delta^2 : K\Theta \times \Theta\Delta = A\Gamma^2 : AE \times E\Gamma \text{ [u. Eutocius].}^1)$$

sed demonstratum est $K\Theta \times \Theta\Delta = K\Delta \times A\Theta$. itaque $K\Delta^2 : K\Delta \times A\Theta$, hoc est

$$K\Delta : A\Theta = A\Gamma^2 : AE \times E\Gamma,$$

hoc est $= A\Gamma^2 : EB^2$.²⁾ et $A\Gamma$ aequalis est radio circuli N .³⁾ quare ut radius circuli N quadratus ad BE^2 , hoc est ut circulus N ad circum diametrum BZ descriptum [Eucl. XII, 2], ita $K\Delta$ ad $A\Theta$, hoc est $K\Delta$ ad altitudinem conii N . conus igitur N , hoc est sphaera, aequalis est rhombo solido $B\Delta ZK$.⁴⁾ quorum⁵⁾ conus $B\Delta Z$ aequalis est segmento sphaerae $B\Gamma Z$ [u. p. 198, 20 sqq.]. itaque qui relinquitur, conus BKZ aequalis est segmento sphaerae BAZ .

1) Ex eius adnotatione comperimus, Archimedes scripsisse: οὐτως ἢ AE lin. 4; ὑπὸ τῶν $K\Theta\Delta$, οὐτως lin. 5.

2) Nam $AE : EB = EB : E\Gamma$ (Zeitschr. f. Math., hist. litt. Abth. p. 181 nr. 16); tum u. Eucl. VI, 17.

3) Sit enim diameter circuli N d . erit ex Eucl. XII, 2: $N : AB\Gamma Z = d^2 : A\Gamma^2$; sed $N = 4AB\Gamma Z$ (I, 33); itaque $d^2 = 4A\Gamma^2$, $d = 2A\Gamma$.

4) Nam sint conii, ex quibus constat rhombus, k_1 , k_2 . ex proportione supra p. 204, 11 sq. demonstrata adparet, conum N aequalem esse cono (k), cuius basis sit circulus circum BZ descriptus, altitudo autem $K\Delta$ (I lemma 4 p. 82); iam

$k : k_1 : k_2 = K\Delta : KE : E\Delta$ (I lemm. 1 p. 80),
et $K\Delta = KE + E\Delta$; tum u. Quaest. Arch. p. 48; cfr. p. 199 not. 1.

5) ὁν lin. 24 h. e. conorum, ex quibus constat rhombus.

ζουβῶ addit Torellius: τῶ ἐκ τοῖν κώνων συγκειμένῳ τοῖν $B\Delta Z$, BKZ ; „ex conis bdf et bkf composito“ Cr.

γ'.

Τρίτον ἦν πρόβλημα τόδε· τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὅπως αἱ τῶν τμημάτων ἐπιφάνειαι πρὸς ἀλλήλας λόγον ἔχωσιν τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.

5 γεγονέτω, καὶ ἔστω τῆς σφαίρας μέγιστος κύκλος ὁ $A\Delta BE$, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ AB . καὶ ἐκβεβλήσθω πρὸς τὴν AB ἐπίπεδον ὀρθόν, καὶ ποιείτω τὸ ἐπίπεδον ἐν τῷ $A\Delta BE$ κύκλῳ τομὴν τὴν ΔE , καὶ ἐξεύχθωσαν αἱ $A\Delta$, $B\Delta$.

10 ἐπεὶ οὖν λόγος ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ΔAE τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ΔBE τμήματος δοθεῖς, ἀλλὰ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔAE τμήματος ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ $A\Delta$, τῇ δὲ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔBE τμήματος ἴσος ἐστὶ

15 κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΔB , ὡς δὲ οἱ εἰρημένοι κύκλοι πρὸς ἀλλήλους, οὕτως τὸ ἀπὸ $A\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔB , τουτέστιν ἡ AG πρὸς GB , λόγος ἄρα τῆς AG πρὸς GB δοθεῖς. ὥστε δοθέν ἐστὶ τὸ Γ σημεῖον. καὶ ἐστὶ τῇ AB πρὸς ὀρθὰς ἡ ΔE .

20 ~~θεῖται~~ ἄρα καὶ τὸ διὰ τῆς ΔE ἐπίπεδον.

συντεθήσεται δὲ οὕτως· ἔστω σφαῖρα, ἥς μέγιστος κύκλος ὁ $AB\Delta E$, καὶ διάμετρος ἡ AB . ὁ δὲ δοθεῖς λόγος ὁ τῆς Z πρὸς H . καὶ τετμήσθω ἡ AB κατὰ τὸ

1. δ Torellius. 3. τεμεῖν] τιμ cum comp. *in* uel *ην* F. 5. φαιρας F. 12. δοθεῖς om. F; corr. Torellius. 14. $A\Delta$, τῇ δὲ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔBE τμήματος ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ lin. 15 om. F; suppleuit ed. Basil. 19. σημεῖον] syllab. μειον in rasura F. 22. $A\Delta BE$ Torellius.

III.

Tertium problema hoc erat: datam sphaeram plano secare, ita ut superficies segmentorum inter se rationem datam habeant.¹⁾

fiat, et sit $A\Delta BE$ circulus maximus sphaerae, et diametrus eius AB . et ponatur planum ad AB lineam perpendicularare²⁾, et faciat planum illud in circulo $A\Delta BE$ sectionem ΔE lineam, et ducantur $A\Delta$, $B\Delta$ lineae.

iam quoniam data est ratio, quam habet superficies segmenti ΔAE ad superficiem segmenti ΔBE , et superficiei segmenti ΔAE aequalis est circulus, cuius radius aequalis est lineae $A\Delta$ [I, 43], superficiei autem segmenti ΔBE aequalis est circulus, cuius radius aequalis est lineae ΔB [I, 42], et quam rationem circuli, quos commemorauimus, inter se habent, eam habet $A\Delta^2$ ad ΔB^2 [Eucl. XII, 2], hoc est $A\Gamma$ ad ΓB [u. Eutocius], data igitur est ratio $A\Gamma : \Gamma B$.³⁾ quare datum est Γ punctum [u. Eutocius]. et ΔE ad AB perpendicularis est. itaque etiam planum per ΔE positum positione datum est.

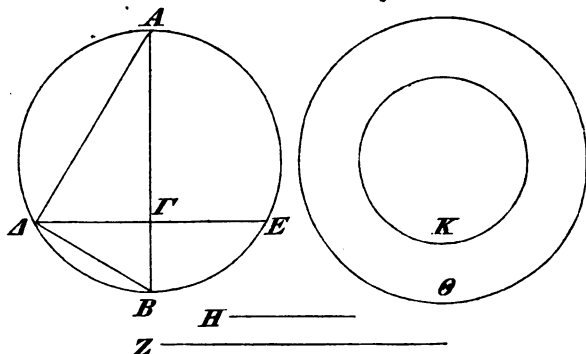
componetur autem hoc modo. sit sphaera, cuius circulus maximus sit $AB\Delta E$, et diametrus AB . et data ratio sit $Z : H$. et secetur AB in Γ puncto ita, ut

1) Genuina forma exstat *περὶ ἑλλίων* praef.: τὰν δοθεῖσαν σφαιρὰν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὥστε τὰ τεμάχια τὰς ἐπιφανείας τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν ποτ' ἄλλοι. de ὅπως lin. 3 cfr. Quaest. Arch. p. 70.

2) Solitum uerborum ordinem, quem restitui uoluit Nizze: ἐπιπέδον ὀρθὸν πρὸς τὴν AB (lin. 7) recipere non audeo propter similem locum II, 5.

3) Lin. 18 scripserat Archimedes: δοθεῖς δὴ λόγος τῆς $A\Gamma$ πρὸς ΓB . hoc enim praebet Eutocius, nisi quod pro δὴ legi-

Γ, ὥστε εἶναι, ὡς τὴν ΑΓ πρὸς ΒΓ, οὕτως τὴν Ζ πρὸς Η. καὶ διὰ τοῦ Γ ἐπιπέδῳ τετμήσθω ἡ σφαῖρα πρὸς ὀρθὰς τῇ ΑΒ εὐθείᾳ, καὶ ἔστω κοινὴ τομὴ ἡ



ΔΕ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΔΒ. καὶ ἐκκείσθωσαν
 5 δύο κύκλοι οἱ Θ, Κ, ὁ μὲν Θ ἴσην ἔχων τὴν ἐκ τοῦ
 κέντρου τῇ ΑΔ, ὁ δὲ Κ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου ἴσην
 ἔχων τῇ ΔΒ. ἔστιν ἄρα ὁ μὲν Θ κύκλος ἴσος τῇ ἐπι-
 φάνειᾳ τοῦ ΔΑΕ τμήματος, ὁ δὲ Κ τοῦ ΔΒΕ τμή-
 ματος. τοῦτο γὰρ προδέδεικται ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ.
 10 καὶ ἐπεὶ ὀρθὴ ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΔΒ, καὶ κάθετος ἡ ΓΔ,
 ἔστιν, ὡς ἡ ΑΓ πρὸς ΓΒ, τουτέστιν ἡ Ζ πρὸς Η, τὸ
 ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΒ, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ
 τοῦ κέντρου τοῦ Θ κύκλου πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ
 κέντρου τοῦ Κ κύκλου, τουτέστιν ὁ Θ κύκλος πρὸς
 15 τὸν Κ κύκλον, τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΔΑΕ τμή-
 ματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ΔΒΕ τμήματος τῆς
 σφαίρας.

10. ὀρθή] Hauber; δοθεῖσα F, vulgo.

sit $A\Gamma : B\Gamma = Z : H$ [Eucl. VI, 10]. et per Γ punctum sphaera secetur plano ad AB lineam perpendiculari, et communis¹⁾ sectio sit $\triangle ABE$, et ducantur $A\Delta$, ΔB . et ponantur duo circuli \odot , K , ita ut \odot radium lineae $A\Delta$ aequalem habeat, K autem lineae ΔB . itaque \odot circulus aequalis est superficiei segmenti $\triangle ABE$ [I, 43], K autem superficiei segmenti $\triangle ABE$ [I, 42]. hoc enim in primo libro demonstratum est. et quoniam angulus $\triangle A\Delta B$ rectus est [Eucl. III, 31], et $\Gamma\Delta$ perpendicularis, erit $A\Gamma : \Gamma B$, hoc est $Z : H = A\Delta^2 : \Delta B^2$ [u. p. 206, 17], hoc est radius circuli \odot quadratus ad radium circuli K quadratum, hoc est $\odot : K$ [Eucl. XII, 2], hoc est superficies segmenti $\triangle ABE$ ad superficiem segmenti sphaerae $\triangle ABE$.

tur $\delta\epsilon$, sed sine dubio errore librarii. fieri tamen potest, ut demonstrationis forma a transcriptore mutata sit.

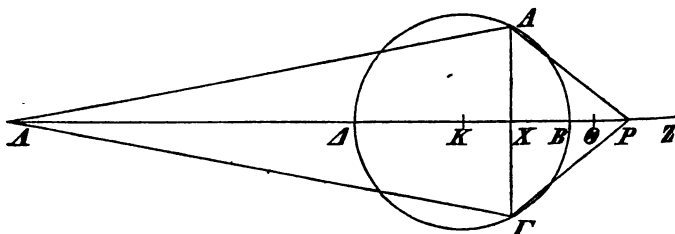
1) Communis sectio sc. plani ad AB perpendicularis et circuli maximi $\triangle ABE$.

δ'.

Τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν τεμεῖν, ὥστε τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.

- 5 ἔστω ἡ δοθεῖσα σφαῖρα ἡ $ΑΒΓΔ$. δεῖ δὴ αὐτὴν τεμεῖν ἐπιπέδῳ, ὥστε τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν τὸν δοθέντα.

τετμήσθω διὰ τῆς $ΑΓ$ ἐπιπέδῳ. λόγος ἄρα τοῦ $ΑΔΓ$ τμήματος τῆς σφαίρας πρὸς τὸ $ΑΒΓ$ τμήμα τῆς
 10 σφαίρας δοθείς. τετμήσθω δὲ ἡ σφαῖρα διὰ τοῦ κέν-
 τρου, καὶ ἔστω ἡ τομὴ μέγιστος κύκλος ὁ $ΑΒΓΔ$, κέν-
 τρον δὲ τὸ $Κ$, καὶ διάμετρος ἡ $ΔΒ$. καὶ πεποιήσθω,
 ὡς μὲν συναμφοτέρος ἡ $ΚΔΧ$ πρὸς $ΔΧ$, οὕτως ἡ $ΡΧ$
 πρὸς $ΧΒ$, ὡς δὲ συναμφοτέρος ἡ $ΚΒΧ$ πρὸς $ΒΧ$,
 15 οὕτως ἡ $ΔΧ$ πρὸς $ΧΔ$, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ $ΑΔ$, $ΑΓ$,
 $ΑΡ$, $ΡΓ$. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ μὲν $ΑΔΓ$ κῶνος τῷ $ΑΔΓ$
 τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ $ΑΡΓ$ τῷ $ΑΒΓ$. λόγος ἄρα
 καὶ τοῦ $ΑΔΓ$ κῶνου πρὸς τὸν $ΑΡΓ$ κῶνον δοθείς.



ὡς δὲ ὁ κῶνος πρὸς τὸν κῶνον, οὕτως ἡ $ΔΧ$ πρὸς
 20 $ΧΡ$ [ἐπίπερὸς τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχουσιν τὸν περὶ διά-
 μετρον τὴν $ΑΓ$ κύκλον]. λόγος ἄρα καὶ τῆς $ΔΧ$ πρὸς
 $ΧΡ$ δοθείς. καὶ διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον διὰ τῆς

1. ε' Torellius.

2. τεμ cum comp. in uel ην F.

IV.¹⁾

Datam sphaeram ita secare, ut segmenta sphaerae inter se datam rationem habeant.²⁾

data sphaera sit $AB\Gamma\Delta$. oportet igitur eam plano ita secare, ut segmenta sphaerae inter se datam rationem habeant.

secetur plano per $A\Gamma$ posito. ratio igitur segmenti $A\Delta\Gamma$ ad segmentum sphaerae $AB\Gamma$ data est. secetur autem sphaera per centrum [plano ad planum per $A\Gamma$ positum perpendiculari]³⁾, et sectio sit circulus maximus $AB\Gamma\Delta$, centrum autem K , et diametrus ΔB . et fiat⁴⁾ $K\Delta + \Delta X : \Delta X = PX : XB$ et

$$KB + BX : BX = \Delta X : X\Delta,$$

et ducantur lineae AA , $A\Gamma$, AP , $P\Gamma$. itaque conus $AA\Gamma$ aequalis est segmento sphaerae $A\Delta\Gamma$, et $AP\Gamma$ conus segmento $AB\Gamma$ [prop. 2]. quare data est ratio $AA\Gamma : AP\Gamma$. sed $AA\Gamma : AP\Gamma = \Delta X : XP$.⁵⁾ quare etiam ratio $\Delta X : XP$ data est. et eodem modo, quo supra [u. Eutocius], per constructionem erit

1) Transcriptior nescio qua de causa propositiones III et IV permutavit; u. Neue Jahrb. Suppl. XI p. 392; cfr. Eutocius ad prop. IV et *περὶ ἑλίκ.* praef.

2) Genuinam huius propositionis formam habemus *περὶ ἑλίκ.* praef.: τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμῆιν, ὥστε τὰ τμήματα αὐτῆς ποτ' ἄλληλα τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν.

3) Haec uerba Archimedes ipse uix omiserat.

4) Archimedeum est *γυγονέτω*; Quaest. Arch. p. 70.

5) Sequitur ex I lemm. 1 p. 80, cum basis eadem sit.

$K\Delta$, ΔX Torellius. 14. KB , BX idem. 22. XP] hic uerba *ἐπιπέδῳ* lin. 20 — *πρὸς XP* lin. 21 repetantur in F. τὰ αὐτὰ τοῖς] ταυτοῖς F; ταῦτα τοῖς C* ed. Basil.; corr. B*.

κατασκευῆς, ὡς ἡ $ΑΔ$ πρὸς $ΚΔ$, ἢ $ΚΒ$ πρὸς $ΒΡ$,
καὶ ἡ $ΔΧ$ πρὸς $ΧΒ$. καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς ἡ $ΡΒ$ πρὸς
 $ΒΚ$, ἢ $ΚΔ$ πρὸς $ΑΔ$, συνθέντι, ὡς ἡ $ΡΚ$ πρὸς $ΚΒ$,
τουτέστι πρὸς $ΚΔ$, οὕτως ἡ $ΚΑ$ πρὸς $ΑΔ$. καὶ ὅλη
5 ἄρα ἡ $ΡΑ$ πρὸς ὅλην τὴν $ΚΑ$ ἐστίν, ὡς ἡ $ΚΑ$ πρὸς
 $ΑΔ$. ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν $ΡΑΔ$ τῷ ἀπὸ $ΑΚ$. ὡς
ἄρα ἡ $ΡΑ$ πρὸς $ΑΔ$, τὸ ἀπὸ $ΚΑ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΑΔ$.
καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς ἡ $ΑΔ$ πρὸς $ΔΚ$, οὕτως ἡ $ΔΧ$ πρὸς
 $ΧΒ$, ἔσται ἀνάπαλιον καὶ συνθέντι, ὡς $ΚΑ$ πρὸς $ΑΔ$,
10 οὕτως ἡ $ΒΔ$ πρὸς $ΔΧ$ [καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ $ΚΑ$ πρὸς
τὸ ἀπὸ $ΑΔ$, οὕτως τὸ ἀπὸ $ΒΔ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΔΧ$]
[πάλιν ἐπεὶ ἐστίν, ὡς ἡ $ΔΧ$ πρὸς $ΔΧ$, συναμφότερος
ἡ $ΚΒ$, $ΒΧ$ πρὸς $ΒΧ$, διελόντι, ὡς ἡ $ΑΔ$ πρὸς $ΔΧ$,
οὕτως ἡ $ΚΒ$ πρὸς $ΒΧ$]. καὶ κείσθω τῇ $ΚΒ$ ἴση ἡ $ΒΖ$.
15 ὅτι γὰρ ἐκτός τοῦ $Ρ$ πεσεῖται, δῆλον [καὶ ἔσται ὡς ἡ
 $ΑΔ$ πρὸς $ΔΧ$, οὕτως ἡ $ΖΒ$ πρὸς $ΒΧ$. ὥστε καὶ ὡς ἡ $ΑΔ$
πρὸς $ΔΧ$, ἢ $ΒΖ$ πρὸς $ΖΧ$]. ἐπεὶ δὲ λόγος ἐστὶ τῆς $ΔΑ$
πρὸς $ΑΧ$ δοθείς, καὶ τῆς $ΡΑ$ ἄρα πρὸς $ΑΧ$ λόγος
ἐστὶ δοθείς. ἐπεὶ οὖν ὁ τῆς $ΡΑ$ πρὸς $ΑΧ$ λόγος συν-
20 ἦπται ἐκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἡ $ΡΑ$ πρὸς $ΑΔ$, καὶ ἡ $ΑΔ$
πρὸς $ΑΧ$, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ $ΡΑ$ πρὸς $ΑΔ$, τὸ ἀπὸ $ΔΒ$
πρὸς τὸ ἀπὸ $ΔΧ$, ὡς δὲ ἡ $ΔΑ$ πρὸς $ΑΧ$, οὕτως ἡ
 $ΒΖ$ πρὸς $ΖΧ$, ὁ ἄρα τῆς $ΡΑ$ πρὸς $ΑΧ$ λόγος συν-
ἦπται ἐκ τε τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ $ΒΔ$ πρὸς τὸ ἀπὸ

6. $ΡΑ$, $ΑΔ$ Torellius. ἴσον ἄρα — ἀπὸ $ΑΚ$ delet Hauber.
8. $ΔΧ$] $ΒΧ$ F. 17. $ΔΑ$] $ΡΧ$ Hauber. 18. ἄρα
om. Torellius. Post $ΔΧ$ idem addit: καὶ τῆς $ΡΑ$ ἄρα πρὸς $ΑΔ$.
23. $ΖΧ$] $ΒΧ$ FBC*.

$$AA : KA = KB : BP = AX : XB.$$

et quoniam est $PB : BK = KA : AA$ [ἀνάπαλιν Eucl. V, 7 πρόρισμα], erit componendo [Eucl. V, 18] $PK : KB$, hoc est $PK : KA = KA : AA$. quare etiam

$$PA : KA = KA : AA \text{ [Eucl. V, 12; Eutocius].}$$

itaque $PA \times AA = KA^2$ [Eucl. VI, 17].¹⁾ erit etiam $PA : AA = KA^2 : AA^2$ [u. Eutocius]. et quoniam $AA : AK = AX : XB$, erit e contrario [Eucl. V, 7 πρόρ.] et componendo [Eucl. V, 18]

$$KA : AA = BA : AX^2)$$

et ponatur $BZ = KB$; nam extra P punctum eam egressuram esse, adparet [u. Eutocius]. sed quoniam ratio $AA : AX$ data est [u. Eutocius], erit igitur etiam ratio $PA : AX$ data.³⁾ iam quoniam ratio $PA : AX$ composita est ex rationibus $PA : AA$ et $AA : AX$, sed $PA : AA = BA^2 : AX^2$ [u. Eutocius]⁴⁾, et

$$AA : AX = BZ : ZX \text{ [u. not. 2],}$$

itaque ratio $PA : AX$ composita est ex rationibus

1) Hoc addit propter synthesin (p. 216, 15). nec hinc pendet sequens ἀρα lin. 7, sed refertur ad proportionem

$$PA : KA = KA : AA,$$

ut ex Eutocio quoque adparet.

2) Sequentia uerba και ὡς lin. 10 — ἀπό AX lin. 11 subditina sunt, ut cognoscimus ex Eutocii adnotatione: ὡς δὲ τὸ ἀπὸ KA πρὸς τὸ ἀπὸ AA , οὕτως τὸ ἀπὸ BA πρὸς τὸ ἀπὸ AX . ἐδείχθη γάρ, ὡς ἡ KA πρὸς AA , ἢ BA πρὸς AX . sed etiam proxima uerba πάλιν lin. 12 — πρὸς BX lin. 14 et και ἔσται lin. 15 — πρὸς ZX lin. 17 delenda sunt. nam ut adpareat, rationem $AA : AX$ datam esse, Eutocius prius demonstrat $BZ : ZX = AA : AX$, quod non fecisset, si iam apud Archimedes ipsam demonstrationem inuenisset.

3) Genuinam huius loci formam praebet Eutocius: ἐπι δὲ λόγος ἐστὶ τῆς AA πρὸς AX δοθείς, και τῆς PA πρὸς AX , και τῆς PA ἀρα πρὸς AA λόγος ἐστὶ δοθείς.

4) Archimedes scripserat lin. 21: ἀλλ' ὡς μὲν ἡ PA πρὸς AA , ἐδείχθη τὸ ἀπὸ BA . praeterea p. 214 lin. 1: γεγονέτω.

ΔX , καὶ ἡ BZ πρὸς ZX . πεποιήσθω δὲ ὡς ἡ PA
 πρὸς ΔX , ἡ BZ πρὸς $Z\Theta$. λόγος δὲ τῆς PA πρὸς
 ΔX δοθεὶς. λόγος ἄρα καὶ τῆς ZB πρὸς $Z\Theta$ δο-
 θεὶς. δοθεῖσα δὲ ἡ BZ . ἴση γὰρ ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ
 5 κέντρον· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ $Z\Theta$. καὶ ὁ τῆς BZ
 ἄρα λόγος πρὸς $Z\Theta$ συνῆπται ἐκ τε τοῦ, ὃν ἔχει τὸ
 ἀπὸ $B\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔX , καὶ ἡ BZ πρὸς ZX . ἀλλ'
 ὁ BZ πρὸς $Z\Theta$ λόγος συνῆπται ἐκ τε τοῦ τῆς BZ
 πρὸς ZX καὶ τοῦ τῆς ZX πρὸς $Z\Theta$ [κοινὸς ἀφηρησθῶ
 10 ὁ τῆς BZ πρὸς ZX]. λοιπὸν ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ
 $B\Delta$, τουτέστι δοθέν πρὸς τὸ ἀπὸ ΔX , οὕτως ἡ XZ
 πρὸς $Z\Theta$, τουτέστι πρὸς δοθέν. καὶ ἐστὶν δοθεῖσα ἡ
 $Z\Delta$ εὐθεῖα. εὐθείαν ἄρα δοθεῖσαν τὴν ΔZ τεμῆν
 δεῖ κατὰ τὸ X καὶ ποιεῖν, ὡς τὴν XZ πρὸς δοθεῖσαν
 15 [τὴν $Z\Theta$], οὕτως τὸ δοθέν [τὸ ἀπὸ $B\Delta$] πρὸς τὸ ἀπὸ
 ΔX . τοῦτο οὕτως ἀπλῶς μὲν λεγόμενον ἔχει διορισ-
 μόν, προστιθεμένων δὲ τῶν προβλημάτων τῶν ἐνθάδε
 ὑπαρχόντων [τουτέστι τοῦ τε διπλασίαν εἶναι τὴν ΔB
 τῆς BZ καὶ τοῦ μείζονα τῆς $Z\Theta$ τὴν ZB , ὡς κατὰ
 20 τὴν ἀνάλυσιν] οὐκ ἔχει διορισμόν. καὶ ἔσται τὸ πρό-
 βλημα τοιοῦτον· δύο δοθεῖσάν εὐθειῶν τῶν $B\Delta$, BZ ,
 καὶ διπλασίας οὔσης τῆς $B\Delta$ τῆς BZ , καὶ σημείου
 ἐπὶ τῆς BZ τοῦ Θ , τεμῆν τὴν ΔB κατὰ τὸ X καὶ
 ποιεῖν, ὡς τὸ ἀπὸ $B\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔX , τὴν XZ
 25 πρὸς $Z\Theta$. ἑκάτερα δὲ ταῦτα ἐπὶ τέλει ἀναλυθήσεται
 τε καὶ συντεθήσεται.

συντεθήσεται δὲ τὸ πρόβλημα οὕτως· ἔστω ὁ δο-
 θεὶς λόγος ὁ τῆς Π πρὸς Σ , μείζονος πρὸς ἐλάσσονα.

2. δέ] δὴ Torellius. 8. συνῆπται] *συνηπτε* F; *fortasse*
συνῆπται καί. 13. εὐθείαν ἄρα] *scripsi*; *παρε* per comp. F,
uulgo; καὶ δὴ uel ἄρα Torellius. 19. τῆς] (alt.) *scripsi*; *την*
 F, *uulgo*. τὴν] *της* F per comp., *uulgo*; τὴν BZ τῆς $Z\Theta$

$B\Delta^2 : \Delta X^2$ et $BZ : ZX$. fiat¹⁾ autem

$$PA : AX = BZ : Z\Theta.$$

ratio autem $PA : AX$ data est; itaque etiam ratio $ZB : Z\Theta$ data. sed etiam BZ data est; ratio enim aequalis est. quare etiam $Z\Theta$ data. itaque etiam ratio $BZ : Z\Theta$ composita est ex rationibus $B\Delta^2 : \Delta X^2$ et $BZ : ZX$. sed eadem ratio etiam ex rationibus $BZ : ZX$ et $ZX : Z\Theta$ composita est.²⁾ itaque quod relinquitur $B\Delta^2$, hoc est spatium datum, ad ΔX^2 eam rationem habet, quam XZ ad $Z\Theta$, hoc est ad datam lineam [u. Eutocius]. et data est linea $Z\Delta$. datam igitur lineam ΔZ secare oportet in puncto X , ita ut sit, sicut XZ ad lineam datam, ita datum spatium ad ΔX^2 . hoc si ita indefinite proponitur, determinationem habet, sed adiunctis condicionibus, quae hoc loco exstant, determinationem non habet. et erit problema huiusmodi: datis duabus lineis $B\Delta$ et BZ , quarum $B\Delta$ duplo maior est linea BZ , et puncto Θ in linea BZ lineam ΔB in puncto X ita secare, ut fiat

$$B\Delta^2 : \Delta X^2 = XZ : Z\Theta.$$

quorum utrumque in fine et resoluetur et componetur.³⁾

componetur autem problema hoc modo: data ratio sit lineae Π ad Σ , maioris ad minorem, et sphaera

1) Cfr. p. 213 not. 4.

2) Ex Eutocio concludi posse uidetur, uerba *κοινός* lin. 9 — *πρός* ZX lin. 10 subditiua esse.

3) Quod hic pollicetur supplementum, iam Dioclis et Dionysodori temporibus interciderat, sed Eutocius putat, se ipsam Archimedis resolutionem repperisse, neque iniuria (Quaest. Arch. p. 21). aliam totius problematis resolutionem dedit Hugenius: opera mechanica cet. (Lugd. Batau. 1751. 4) II p. 388—91.

Torellius. 28. ΔB] AB F. 27. $\delta\epsilon$] scripsi; $\delta\eta$ F, uulgo. 28. $\mu\epsilon\lambda\iota\zeta\omicron\nu\omicron\varsigma$] scripsi; $\mu\epsilon\lambda\iota\zeta\omicron\nu$ F, uulgo.

καὶ δεδόςθω τις σφαῖρα, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρου. καὶ ἔστω τομὴ ὁ $ΑΒΓΔ$ κύκλος, καὶ διάμετρος ἔστω ἡ $ΒΔ$, κέντρον δὲ τὸ $Κ$. καὶ τῇ $ΚΒ$ ἴση κείσθω ἡ $ΒΖ$, καὶ τετμήσθω ἡ $ΒΖ$ κατὰ τὸ $Θ$,
5 ὥστε εἶναι ὡς τὴν $ΘΖ$ πρὸς $ΘΒ$, τὴν $Π$ πρὸς $Σ$. καὶ ἔτι τετμήσθω ἡ $ΒΔ$ κατὰ τὸ $Χ$, ὥστε εἶναι ὡς τὴν $ΧΖ$ πρὸς $ΘΖ$, τὸ ἀπὸ $ΒΔ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΔΧ$, καὶ διὰ τοῦ $Χ$ ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω ὀρθὸν πρὸς τὴν $ΒΔ$. λέγω, ὅτι τὸ ἐπίπεδον τοῦτο τεμεῖ τὴν σφαῖραν, ὥστε
10 εἶναι, ὡς τὸ μείζον τεμῆμα πρὸς τὸ ἔλασσον, τὴν $Π$ πρὸς $Σ$. πεποιήσθω γὰρ ὡς μὲν συναμφοτέρος ἡ $ΚΒΧ$ πρὸς $ΒΧ$, οὕτως ἡ $ΔΧ$ πρὸς $ΔΧ$, ὡς δὲ συναμφοτέρος ἡ $ΚΔΧ$ πρὸς $ΧΔ$, ἡ $ΡΧ$ πρὸς $ΧΒ$, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ $ΑΔ$, $ΔΓ$, $ΑΡ$, $ΡΓ$. ἔσται δὴ διὰ τὴν
15 κατασκευὴν, ὡς ἐδείξαμεν ἐν τῇ ἀναλύσει, ἴσον τὸ ὑπὸ $ΡΑΔ$ τῷ ἀπὸ $ΑΚ$. καὶ ὡς ἡ $ΚΑ$ πρὸς $ΑΔ$, ἡ $ΒΔ$ πρὸς $ΔΧ$. ὥστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ $ΚΑ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΑΔ$, τὸ ἀπὸ $ΒΔ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΔΧ$. καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν $ΡΑΔ$ τῷ ἀπὸ $ΑΚ$ ἔστιν ἴσον [ἔστιν, ὡς ἡ
20 $ΡΑ$ πρὸς $ΑΔ$, τὸ ἀπὸ $ΑΚ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΑΔ$], ἔσται ἄρα καὶ ὡς ἡ $ΡΑ$ πρὸς $ΑΔ$, τὸ ἀπὸ $ΒΔ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΔΧ$, τουτέστιν ἡ $ΧΖ$ πρὸς $ΖΘ$. καὶ ἐπεὶ ἔστιν, ὡς συναμφοτέρος ἡ $ΚΒΧ$ πρὸς $ΒΧ$, οὕτως ἡ $ΔΧ$ πρὸς $ΧΔ$, ἴση δὲ ἔστιν ἡ $ΚΒ$ τῇ $ΒΖ$, ἔσται ἄρα καὶ ὡς ἡ $ΖΧ$ πρὸς $ΧΒ$,
25 οὕτως ἡ $ΔΧ$ πρὸς $ΧΔ$. ἀναστρέψαντι, ὡς ἡ $ΧΖ$ πρὸς $ΖΒ$, οὕτως ἡ $ΧΔ$ πρὸς $ΑΔ$. ὥστε καὶ ὡς ἡ $ΑΔ$ πρὸς

8. τὴν] scripsi; το F, uulgo. 11. $ΚΒ$, $ΒΧ$ Torellius, ut lin. 23. 13. $ΚΔ$, $ΔΧ$ idem. 15. τό] τῷ F. 16. $ΡΑ$, $ΑΔ$ Torellius, ut lin. 19. 17. Post $ΚΑ$ repetit F: πρὸς $ΑΔ$ ἡ $ΒΔ$ πρὸς $ΔΧ$ ὡστε καὶ ὡς το ἀπο $ΚΑ$ πρὸς $ΑΔ$ ἡ $ΒΔ$ πρὸς $ΔΧ$ ὡστε καὶ ὡς το ἀπο $ΚΑ$; similia BC*. 22. ὡς] σ supra scriptum manu 1 F. 25. $ΔΧ$] $ΔΧ$ F; corr. Torellius.

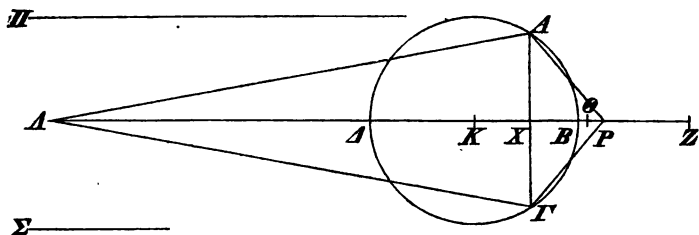
data sit, et secetur plano per centrum posito, et sectio sit circulus $AB\Gamma\Delta$, cuius diametrus sit $B\Delta$, centrum autem K . et ponatur BZ lineae KB aequalis, et secetur BZ in puncto Θ ita, ut sit $\Theta Z : \Theta B = \Pi : \Sigma$. porro secetur linea $B\Delta$ in puncto X ita, ut sit

$$XZ : \Theta Z = B\Delta^2 : \Delta X^2,$$

et per X ducatur planum ad $B\Delta$ perpendiculare. dico, hoc planum sphaeram ita secaturum esse, ut maius segmentum ad minus eam rationem habeat, quam $\Pi : \Sigma$. fiat¹⁾ enim $KB + BX : BX = \Delta X : \Delta X$ et

$$K\Delta + \Delta X : X\Delta = PX : XB,$$

et ducantur lineae AA , $\Lambda\Gamma$, AP , $P\Gamma$. erit igitur



propter constructionem, ut in analysi demonstraui[mus] [p. 212, 6], $PA \times \Lambda\Delta = \Lambda K^2$, et

$$K\Lambda : \Lambda\Delta = B\Delta : \Delta X \text{ [p. 212, 9—10].}$$

quare etiam $K\Lambda^2 : \Lambda\Delta^2 = B\Delta^2 : \Delta X^2$; et quoniam

$$PA \times \Lambda\Delta = \Lambda K^2,$$

erit igitur etiam $[PA \times \Lambda\Delta : \Lambda\Delta^2]$, hoc est]

$$PA : \Lambda\Delta = B\Delta^2 : \Delta X^2 = XZ : \Theta Z \text{ [ex hypothesi].}$$

et quoniam est $KB + BX : BX = \Delta X : X\Delta$, et $KB = BZ$, erit igitur etiam $ZX : XB = \Delta X : X\Delta$. et conuertendo [Eucl. V, 19 *πρόρισμα*] $ZX : ZB = \Delta X : \Lambda\Delta$.

1) Archimedes pro *πεποιήσθω* scripsarat *γεγονέτω* lin. 11, et hoc habet Eutocius.

AX , οὕτως ἢ BZ πρὸς ZX . καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς ἢ PA
 πρὸς AA , οὕτως ἢ XZ πρὸς $Z\Theta$, ὡς δὲ ἢ AA πρὸς
 AX , οὕτως ἢ BZ πρὸς ZX , καὶ δι' ἴσου ἐν τῇ τε-
 ταραγμένη ἀναλογίᾳ, ὡς ἢ PA πρὸς AX , οὕτως ἢ BZ
 5 πρὸς $Z\Theta$. καὶ ὡς ἄρα ἢ AX πρὸς XP , οὕτως ἢ $Z\Theta$
 πρὸς ΘB . ὡς δὲ ἢ $Z\Theta$ πρὸς ΘB , οὕτως ἢ Π πρὸς Σ .
 καὶ ὡς ἄρα ἢ AX πρὸς XP , τοιούτεστιν ὁ $ΑΓΑ$ κῶνος
 πρὸς τὸν $ΑΡΓ$ κῶνον, τοιούτεστι τὸ $ΑΔΓ$ τμήμα τῆς
 σφαίρας πρὸς τὸ $ΑΒΓ$ τμήμα τῆς σφαίρας, οὕτως ἢ
 10 Π πρὸς Σ .

ε'.

Τῷ δοθέντι τμήματι σφαίρας ὅμοιον καὶ ἄλλῳ τῷ
 δοθέντι ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

ἔστω τὰ δύο δοθέντα τμήματα σφαίρας τὰ $ΑΒΓ$,
 15 EZH . καὶ ἔστω τοῦ μὲν $ΑΒΓ$ τμήματος βᾶσις ὁ περὶ
 διάμετρον τὴν $ΑΒ$ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Γ σημεῖον,
 τοῦ δὲ EZH βᾶσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν EZ , κορυφὴ
 δὲ τὸ H σημεῖον. δεῖ δὴ εὑρεῖν τμήμα σφαίρας, ὃ
 ἔσται τῷ μὲν $ΑΒΓ$ τμήματι ἴσον, τῷ δὲ EZH
 20 ὅμοιον.

εὐρήσθω, καὶ ἔστω τὸ $\Theta ΚΑ$, καὶ ἔστω αὐτοῦ βᾶ-
 σις μὲν ὁ περὶ διάμετρον τὴν $\Theta Κ$ κύκλος, κορυφὴ δὲ
 τὸ A σημεῖον. ἔστωσαν δὴ καὶ κύκλοι ἐν ταῖς σφαί-
 ραις οἱ $ΑΝΒΓ$, $\Theta ΞΚΑ$, $ΕΟΖΗ$, διάμετροι δὲ αὐτῶν
 25 πρὸς ὀρθὰς ταῖς βᾶσεσιν τῶν τμημάτων αἱ $\Gamma Ν$, $A Ξ$,
 $Η Ο$. καὶ ἔστω κέντρα τὰ Π , P , Σ . καὶ πεποιήσθω,

8. κῶνον] κωνον προς (comp.) F. $ΑΔΓ$] $ΑΑΓ F$; corr. To-
 rellius. 11. ε' Torellius. 12. ἄλλῳ] αλλο F; corr. AB. 26.
 ΗΟ] $H\Theta F$; corr. Torellius.

quare etiam $AA : AX = BZ : ZX$ [Eucl. V, 7 πρόρ.] et quoniam est

$PA : AA = XZ : Z\Theta$, et $AA : AX = BZ : ZX$, erit ex aequali in perturbata ratione [Eucl. V, 21; Eutocius] $PA : AX = BZ : Z\Theta$, et $AX : XP = Z\Theta : \Theta B$.¹⁾ sed $Z\Theta : \Theta B = \Pi : \Sigma$ [ex hypothesi]. quare etiam $AX : XP$, hoc est conus $A\Gamma A$ ad conum $AP\Gamma$ [p. 211 not. 5], hoc est segmentum sphaerae $A\Delta\Gamma$ ad segmentum sphaerae $AB\Gamma$ [prop. 2] = $\Pi : \Sigma$.

V.

Segmentum sphaerae construere dato segmento sphaerae simile et alii dato idem aequale.²⁾

duo segmenta sphaerae data sint $AB\Gamma$, EZH . et segmenti $AB\Gamma$ basis sit circulus circum diametrum AB descriptus, uertex autem Γ punctum, segmenti autem EZH basis circulus circum diametrum EZ descriptus, uertex autem punctum H . oportet igitur segmentum sphaerae reperiri segmento $AB\Gamma$ aequale et idem segmento EZH simile.

reperiatur, et sit ΘKA , et basis eius sit circulus circum diametrum ΘK descriptus, uertex autem punctum A . praeterea sint circuli [maximi]³⁾ sphaerarum $ANB\Gamma$, $\Theta\Xi KA$, $EOZH$, et diametri eorum ad bases segmentorum perpendiculares ΓN , $A\Xi$, HO , et centra

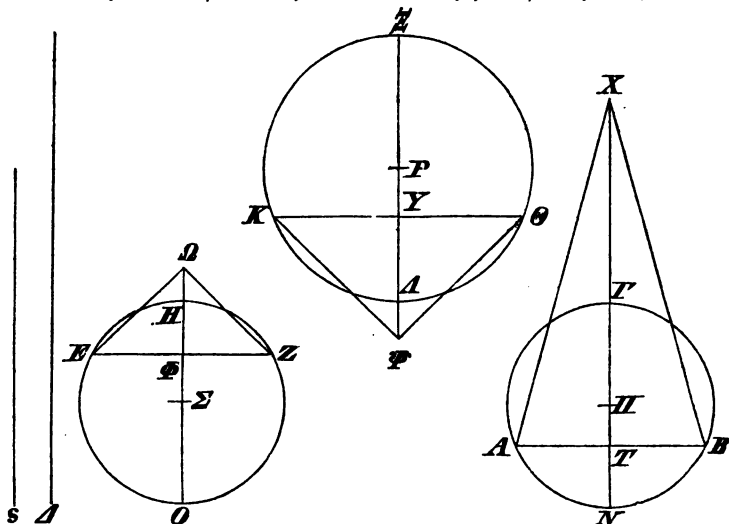
1) Nam conuertendo $PA : XP = BZ : B\Theta$, et uicissim $PA : BZ = XP : B\Theta = AX : Z\Theta$; unde uicissim

$$AX : XP = Z\Theta : B\Theta.$$

2) Hoc problema antea latius proposuerat: τὸ δοθὲν τμήμα σφαίρας τῷ δοθέντι τμήματι σφαίρας ὁμοιωσαι; praef. περὶ ἑλλίκων.

3) Archimedes sine dubio scripserat μέγιστοι κύκλοι lin. 23,

ὡς μὲν συναμφοτέρος ἢ ΠΝ, ΝΤ πρὸς τὴν ΝΤ, οὕτως ἢ ΧΤ πρὸς ΤΓ, ὡς δὲ συναμφοτέρος ἢ ΡΞ, ΞΤ



πρὸς ΞΤ, οὕτως ὁ ΨΤ πρὸς ΤΑ, ὡς δὲ συναμφοτέρος ἢ ΣΟ, ΟΦ πρὸς ΟΦ, οὕτως ἢ ΩΦ πρὸς ΦΗ.
 5 καὶ νοεῖσθωσαν κῶνοι, ὧν βάσεις μὲν εἰσιν οἱ περι-
 διαμέτρους τὰς ΑΒ, ΘΚ, ΕΖ κύκλοι, κορυφαὶ δὲ τὰ
 Χ, Ψ, Ω σημεῖα. ἔσται δὴ ἴσος ὁ μὲν ΑΒΧ κῶνος
 τῷ ΑΒΓ τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ ΨΘΚ τῷ ΘΚΑ,
 ὁ δὲ ΕΩΖ τῷ ΕΗΖ. τοῦτο γὰρ δέδεικται. καὶ ἐπεὶ
 10 ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τμήμα τῆς σφαίρας τῷ ΘΚΑ τμή-
 ματι, ἴσος ἄρα καὶ ὁ ΑΧΒ κῶνος τῷ ΨΘΚ κῶνι
 [τῶν δὲ ἴσων κῶνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς
 ὑψέσιν]. ἔστιν ἄρα, ὡς ὁ κύκλος ὁ περι-
 διάμετρον τὴν ΑΒ πρὸς τὸν κύκλον τὸν περι-
 διάμετρον τὴν ΘΚ,

3. ΤΑ] Τ in rasura F.

4. ΩΦ] ΟΦ F; corr. manus 2.

Π, P, Σ . et fiat¹⁾)

$$\Pi N + NT : NT = XT : TT$$

et

$$P\Xi + \Xi T : \Xi T = \Psi T : T\Lambda$$

et

$$\Sigma O + O\Phi : O\Phi = \Omega\Phi : \Phi H.$$

et fingantur coni, quorum bases sint circuli circum $AB, \Theta K, EZ$ descripti, uertices autem puncta X, Ψ, Ω . erit igitur conus ABX segmento sphaerae $\overset{\wedge}{AB}\Gamma$ aequalis, conus $\Psi\Theta K$ segmento $\Theta K\Lambda$, conus $E\Omega Z$ segmento EHZ . hoc enim demonstratum est [prop. 2]. et quoniam segmentum sphaerae $AB\Gamma$ segmento $\Theta K\Lambda$ aequale est, etiam conus AXB cono $\Psi\Theta K$ aequalis est. itaque circulus circum diametrum AB descriptus ad circulum circum diametrum ΘK descriptum eam

sed omissionem transcriptori imputare malim, quam cum Nizio $\mu\acute{\epsilon}\gamma\iota\sigma\tau\omicron\iota$ addere; Quaest. Arch. p. 76.

1) $\kappa\epsilon\kappa\omicron\iota\eta\sigma\theta\omega$ p. 218 lin. 26 pro genuino $\gamma\epsilon\gamma\omicron\nu\acute{\epsilon}\tau\omega$.

5. $\beta\alpha\sigma\iota\varsigma$ F; corr. B. 6. $\delta\iota\alpha\mu\epsilon\tau\rho\omicron\nu$ F; corr. B. $\tau\acute{\alpha}\varsigma$] $\tau\eta\nu$
 F; corr. B*. 7. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\alpha\iota$] per comp. F. $\delta\eta$] scripsi; $\delta\epsilon$ F,
 uulgo. 12. $\beta\alpha\sigma$ cum comp. $\eta\varsigma$ F.

οὕτως ἡ $\Psi\Gamma$ πρὸς $ΧΤ$. ὡς δὲ ὁ κύκλος πρὸς τὸν
κύκλον, τὸ ἀπὸ $ΑΒ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $\ThetaΚ$. ὡς ἄρα τὸ
ἀπὸ $ΑΒ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $\ThetaΚ$, οὕτως ἡ $\Psi\Gamma$ πρὸς $ΧΤ$.
καὶ ἐπεὶ ὁμοίον ἐστὶ τὸ $ΕΖΗ$ τμήμα τῷ $\ThetaΚΑ$ τμή-
5 ματι, ὁμοίος ἄρα ἐστὶ καὶ ὁ $ΕΖΩ$ κῶνος τῷ $\Psi\ThetaΚ$
κῶνῳ [τοῦτο γὰρ δειχθήσεται]. ἐστὶν ἄρα, ὡς ἡ $ΩΦ$
πρὸς τὴν $ΕΖ$, οὕτως ἡ $\Psi\Gamma$ πρὸς $\ThetaΚ$. λόγος δὲ τῆς
 $ΩΦ$ πρὸς τὴν $ΕΖ$ δοθεὶς. λόγος ἄρα καὶ τῆς $\Psi\Gamma$
πρὸς τὴν $\ThetaΚ$ δοθεὶς. ὁ αὐτὸς ἐστὼ ὁ τῆς $ΧΤ$ πρὸς $Δ$.
10 καὶ ἐστὶ δοθεῖσα ἡ $ΧΤ$ · δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ $Δ$. καὶ
ἐπεὶ ἐστὶν, ὡς ἡ $\Psi\Gamma$ πρὸς $ΧΤ$, τουτέστι τὸ ἀπὸ $ΑΒ$
πρὸς τὸ ἀπὸ $\ThetaΚ$, οὕτως ἡ $\ThetaΚ$ πρὸς $Δ$, κείσθω τῷ
ἀπὸ $\ThetaΚ$ ἴσον τὸ ὑπὸ $ΑΒ$, ϵ . ἐστὶ ἄρα καί, ὡς τὸ
ἀπὸ $ΑΒ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $\ThetaΚ$, οὕτως ἡ $ΑΒ$ πρὸς τὴν ϵ .
15 ἐδείχθη δὲ καί, ὡς τὸ ἀπὸ $ΑΒ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $\ThetaΚ$, οὐ-
τως ἡ $\ThetaΚ$ πρὸς $Δ$. καὶ ἐναλλάξ ὡς ἡ $ΑΒ$ πρὸς $\ThetaΚ$,
οὕτως ἡ ϵ πρὸς $Δ$. ὡς δὲ ἡ $ΑΒ$ πρὸς $\ThetaΚ$, οὕτως
ἡ $\ThetaΚ$ πρὸς ϵ [διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ ἀπὸ $\ThetaΚ$ τῷ ὑπὸ
τῶν $ΑΒ$, ϵ]. ὡς ἄρα ἡ $ΑΒ$ πρὸς $\ThetaΚ$, οὕτως ἡ $\ThetaΚ$
20 πρὸς ϵ , καὶ ἡ ϵ πρὸς $Δ$. δύο ἄρα δοθεῖσῶν τῶν $ΑΒ$,
 $Δ$ δύο μέσαι κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ $\ThetaΚ$, ϵ .

συντεθήσεται δὲ τὸ πρόβλημα οὕτως· ἐστὼ, ϕ μὲν
δεῖ ἴσον τμήμα συστήσασθαι, τὸ $ΑΒΓ$, ϕ δὲ ὁμοίον,
τὸ $ΕΖΗ$. καὶ ἐστῶσαν μέγιστοι κύκλοι τῶν σφαιρῶν
25 οἱ $ΑΒΓΝ$, $ΕΗΖΟ$, διάμετροι δὲ αὐτῶν αἱ $ΓΝ$, $ΗΟ$,
καὶ κέντρα τὰ $Π$, Σ . καὶ πεποιήσθω, ὡς μὲν συν-
αμφότερος ἡ $ΠΝ$, $ΝΤ$ πρὸς $ΝΤ$, οὕτως ἡ $ΧΤ$ πρὸς

2. τὸ ἀπό] οὕτως τὸ ἀπό Torellius. 4. τῷ] τα F. 5.
ὁμοίος] ομοίως F; corr. ABC. 9. $\ThetaΚ$] $\ThetaΚ$ ω F; corr. ed.
Basil. 13. ἐστὶ] per comp. F. 19. $ΑΒ$] $ΔΒ$ F. 22.
δέ] scripsi; δη F, uulgo. 25. $ΕΗΖΟ$] scripsi; $ΕΗΖΩ$ F;
 $ΗΕΟΖ$ uulgo. $ΗΟ$] $ΗΘ$ F; corr. BCD.

rationem habet, quam $\Psi T : XT$ [I lemm. 4 p. 82]. sed ut circulus ad circumum, ita $AB^2 : \Theta K^2$ [Eucl. XII, 2]. itaque $AB^2 : \Theta K^2 = \Psi T : XT$. et quoniam segmentum EZH segmento $\Theta K A$ simile est, etiam conus $EZ\Omega$ cono $\Psi \Theta K$ similis erit [u. Eutocius]. itaque $\Omega \Phi : EZ = \Psi T : \Theta K$ [u. Eutocius; cfr. I lemm. 5 p. 82]. sed ratio $\Omega \Phi : EZ$ data est [u. Eutocius]. itaque etiam ratio $\Psi T : \Theta K$ data est. eadem sit ratio $XT : A$. et data est linea XT [u. Eutocius]. quare etiam A linea data est. et quoniam est $\Psi T : XT$, hoc est $AB^2 : \Theta K^2 = \Theta K : A^1$), ponatur

$$AB \times \varsigma = \Theta K^2.$$

erit igitur etiam $AB^2 : \Theta K^2 = AB : \varsigma^2$) sed demonstratum est $AB^2 : \Theta K^2 = \Theta K : A$. uicissim igitur [Eucl. V, 16] $AB : \Theta K = \varsigma : A$ [u. Eutocius].³⁾ sed $AB : \Theta K = \Theta K : \varsigma$ [Eucl. VI, 17]. itaque

$$AB : \Theta K = \Theta K : \varsigma = \varsigma : A.$$

itaque inter datas lineas AB , A duae mediae proportionales in proportione continua sunt ΘK , ς . [quare eae quoque datae sunt; prop. 1 p. 192, 23].

componetur autem problema hoc modo. sit $AB\Gamma$ segmentum, cui aequale segmentum construendum est, EZH autem, cui simile construendum. et circuli maximi sphaerarum sint $AB\Gamma N$, $EHZO$, et diametri eorum ΓN , HO , et centra, Π , Σ . et fiat⁴⁾

$$\Pi N + NT : NT = XT : T\Gamma$$

1) Est enim $\Psi T : \Theta K = XT : A$; tum u. Eucl. V, 16; u. Eutocius.

2) Nam $AB^2 : \Theta K^2 = AB^2 : AB \times \varsigma = AB : \varsigma$.

3) Ex adnotatione eius adparet, Archimedes $\omicron\upsilon\tau\omega\varsigma$ lin. 17 omisisse.

4) $\pi\epsilon\pi\omicron\iota\eta\theta\omega \text{ } \gamma\epsilon\gamma\omicron\nu\acute{\epsilon}\tau\omega$ (lin. 26).

ΤΓ, ὡς δὲ συναμφοτέρος ἢ ΣΟΦ πρὸς ΟΦ, ἢ ΩΦ
 πρὸς ΦΗ. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ μὲν ΧΑΒ κῶνος τῷ
 ΑΒΓ τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ ΖΩΕ τῷ ΕΗΖ.
 πεποιήσθω, ὡς ἢ ΩΦ πρὸς ΕΖ, οὕτως ἢ ΧΤ πρὸς Δ.
 5 καὶ δύο δοθεῖσῶν εὐθειῶν τῶν ΑΒ, Δ δύο μέσα
 ἀνάλογον εὐληφθῶσαν, αἱ ΘΚ, ε, ὥστε εἶναι ὡς τὴν
 ΑΒ πρὸς ΘΚ, οὕτως τὴν ΚΘ πρὸς ε, καὶ τὴν ε πρὸς
 Δ. καὶ ἐπὶ τῆς ΘΚ κύκλου τμήμα ἐφεστάσθω τὸ ΘΚΑ
 ὁμοιον τῷ ΕΖΗ κύκλου τμήματι, καὶ ἀναπεπληρώσθω
 10 ὁ κύκλος, καὶ ἔστω αὐτοῦ διάμετρος ἢ ΑΞ. καὶ νο-
 εῖσθω σφαῖρα, ἣς μέγιστος κύκλος ἐστὶν ὁ ΑΘΞΚ,
 κέντρον δὲ τὸ Ρ. καὶ διὰ τῆς ΘΚ ἐπίπεδον ὀρθὸν
 ἐκβεβλήσθω πρὸς τὴν ΑΞ. ἔσται δὴ τὸ τμήμα τῆς
 σφαίρας τὸ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Α ὁμοιον τῷ ΕΖΗ τμή-
 15 ματι τῆς σφαίρας, ἐπειδὴ καὶ τῶν κύκλων τὰ τμήματα
 ἦν ὁμοια. λέγω δέ, ὅτι καὶ ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΒΓ τμή-
 ματι τῆς σφαίρας. πεποιήσθω, ὡς συναμφοτέρος ἢ
 ΡΞ, ΞΤ πρὸς ΞΤ, οὕτως ἢ ΨΤ πρὸς ΤΑ. ἴσος ἄρα
 ὁ ΨΘΚ κῶνος τῷ ΘΚΑ τμήματι τῆς σφαίρας. καὶ
 20 ἐπειδὴ ὁμοίος ἐστὶν ὁ ΨΘΚ κῶνος τῷ ΖΩΕ κῶνος,
 ἔστιν ἄρα, ὡς ἢ ΩΦ πρὸς ΕΖ, τουτέστιν ἢ ΧΤ πρὸς
 Δ, οὕτως ἢ ΨΤ πρὸς ΘΚ. καὶ ἐναλλάξ καὶ ἀνάπα-
 λιν. ὡς ἄρα ἢ ΨΤ πρὸς ΧΤ, ἢ ΘΚ πρὸς Δ. καὶ
 ἐπειδὴ ἀνάλογόν εἰσιν αἱ ΑΒ, ΚΘ, ε, Δ, ἔστιν, ὡς
 25 τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ, ἢ ΘΚ πρὸς Δ. ὡς δὲ
 ἢ ΘΚ πρὸς Δ, ἢ ΨΤ πρὸς ΧΤ. καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ
 ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΘ, τουτέστιν ὁ περι διάμετρον

1. ΤΓ] ΤV (= ΤΤ?) F; sed fortasse V est γ. ΣΟΦ]
 ΣΟ, ΟΦ Torellius. ΩΦ] ΟΦ F; corr. BCD. 8. ἐφε-
 στάσθω] scripsi; ἐπεστασθω F, vulgo. 18. ἔσται] per comp.
 F. 14. ΕΖΗΘ F. 17. ὡς] γὰρ ὡς Nizze. 18. ΨΤ] Τ
 in ras. F. 24. ΑΒ] ΑΘ F; corr. Torellius.

et

$$\Sigma O + O\Phi : O\Phi = \Omega\Phi : \Phi H.$$

conus igitur XAB segmento sphaerae $AB\Gamma$, conus $Z\Omega E$ segmento EZH aequalis est [prop. 2]. fiat¹⁾ $\Omega\Phi : EZ = XT : \Delta$. et datis duabus lineis AB , Δ duae mediae proportionales sumantur ΘK , ς [prop. 1 p. 192, 23], ut sit $AB : \Theta K = \Theta K : \varsigma = \varsigma : \Delta$. et in ΘK linea construat segmentum circuli $\Theta K\Lambda$ segmento EZH simile [cfr. Eucl. III, 33 et III def. 11], et expleatur circulus [Eucl. III, 25], et diametrus eius sit $A\Xi$. et fingatur sphaera, cuius circulus maximus sit $A\Theta\Xi K$, centrum autem P . et per ΘK lineam ducatur planum ad $A\Xi$ perpendiculare.²⁾ erit igitur segmentum sphaerae in eadem parte positum, in qua Λ punctum, segmento sphaerae EZH simile, cum etiam circulorum segmenta similia sint. dico autem³⁾, id aequale esse etiam segmento sphaerae $AB\Gamma$. fiat¹⁾ $P\Xi + \Xi T : \Xi T = \Psi T : T\Lambda$. itaque conus $\Psi\Theta K$ aequalis est segmento sphaerae $\Theta K\Lambda$ [prop. 2]. et quoniam conus $\Psi\Theta K$ similis est cono $Z\Omega E$, erit $\Omega\Phi : EZ$, hoc est $XT : \Delta$ [ex hypothesi], = $\Psi T : \Theta K$ [p. 222, 9]. et uicissim [Eucl. V, 16]

$$[XT : \Psi T = \Delta : \Theta K]$$

et e contrario [Eucl. V, 7 πρόρ.] $\Psi T : XT = \Theta K : \Delta$. et quoniam proportionales sunt lineae AB , $K\Theta$, ς , Δ , erit $AB^2 : \Theta K^2 = \Theta K : \Delta$ [u. Eutocius]. sed

$$\Theta K : \Delta = \Psi T : XT.$$

quare etiam $AB^2 : K\Theta^2$, hoc est circulus circum dia-

1) πεποιήσθω lin. 4 et 17 ὃ: γαγονέτω.

2) De uerborum ordine lin. 12—13 cfr. p. 207 not. 2.

3) Fortasse scribendum: λέγω δὴ lin. 16.

τὴν AB κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ΘK
 κύκλον, οὕτως ἢ ΨT πρὸς τὴν XT . ἴσος ἄρα ἐστὶν
 ὁ XAB κῶνος τῷ $\Psi \Theta K$ κῶνω. ὥστε καὶ τὸ $AB\Gamma$
 τμήμα τῆς σφαίρας ἴσον ἐστὶ τῷ $\Theta K A$ τμήματι τῆς
 5 σφαίρας. τῷ δοθέντι ἄρα τμήματι τῷ $AB\Gamma$ ἴσον καὶ
 ἄλλω τῷ δοθέντι ὅμοιον τῷ EZH τὸ αὐτὸ συνέσταιται
 τὸ $\Theta K A$.

ζ'.

Δύο δοθέντων σφαίρας τμημάτων, εἴτε τῆς αὐτῆς
 10 εἴτε μή, εὐρεῖν τμήμα σφαίρας, ὃ ἐστὶ ἐνὶ μὲν τῶν
 δοθέντων ὅμοιον, τὴν δὲ ἐπιφάνειαν ἔξει ἴσην τῇ τοῦ
 ἑτέρου τμήματος ἐπιφανείᾳ.

ἔστω τὰ δοθέντα τμήματα σφαιρικὰ κατὰ τὰς $AB\Gamma$,
 ΔEZ περιφερείας. καὶ ἔστω, ᾧ μὲν δεῖ ὅμοιον εὐρεῖν,
 15 τὸ κατὰ τὴν $AB\Gamma$ περιφέρειαν, οὗ δὲ τὴν ἐπιφάνειαν
 ἴσην ἔχειν τῇ ἐπιφανείᾳ τὸ κατὰ τὴν ΔEZ . καὶ γε-
 γενήσθω, καὶ ἔστω τὸ KAM τμήμα τῆς σφαίρας τῷ
 μὲν $AB\Gamma$ τμήματι ὅμοιον, τὴν δὲ ἐπιφάνειαν ἴσην
 ἔχέτω τῇ τοῦ ΔEZ τμήματος ἐπιφανείᾳ. καὶ νοείσθω
 20 τὰ κέντρα τῶν σφαιρῶν, καὶ δι' αὐτῶν ἐπίπεδα ἐκ-
 βεβλήσθω ὀρθὰ πρὸς τὰς τῶν τμημάτων βάσεις, καὶ
 ἐν μὲν ταῖς σφαίραις τομαὶ ἔστωσαν οἱ $KAMN$,
 $BA\Gamma\Theta$, $EZH\Delta$ μέγιστοι κύκλοι, ἐν δὲ ταῖς βάσεσι
 τῶν τμημάτων αἱ KM , AG , ΔZ εὐθεῖαι. διάμετροι
 25 δὲ τῶν σφαιρῶν πρὸς ὀρθὰς οὔσαι ταῖς KM , AG ,

1. τὴν AB κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον] om. F; corr. Torellius (et Cr.). 2. κυκλος F; corr. Torellius. 6. αλλο F; corr. ed. Basil.* 8. ζ' Torellius. 10. εἴτε cum comp. in uel ην F. ἐν] ἐν F; corr. B*. 17. τμήμα] om. F; corr. Torellius. sed fortasse potius delenda sunt τῆς σφαίρας. 21. ὀρθὰ πρὸς] syllab. — θα προς in rasura F; uidetur fuisse ορθῶν.

metrum AB descriptus ad circulum circum $\odot K$ descriptum [Eucl. XII, 2] — $\Psi T : XT$. quare aequales sunt conii XAB , $\Psi \odot K$ [I lemm. 4 p. 82]. itaque etiam segmentum sphaerae $AB\Gamma$ aequale est segmento $\odot KA$. itaque inuentum est segmentum $\odot KA$ dato segmento $AB\Gamma$ aequale et idem alii segmento dato EZH simile.

VI.

Datis duobus segmentis sphaerae, siue eiusdem siue non eiusdem, segmentum sphaerae inuenire, quod alteri datorum simile sit, et superficiem superficiem alterius segmenti aequalem habeat.¹⁾ — segmenta sphaerarum²⁾ data in arcibus $AB\Gamma$, ΔEZ posita sint. et segmentum in arcu $AB\Gamma$ positum id sit, cui simile segmentum inueniendum est, segmentum autem in arcu ΔEZ positum id, cuius superficiem superficiem aequalem segmentum quaesitum habere oportet. fiat, et segmentum sphaerae KAM segmento $AB\Gamma$ simile sit, superficiem autem superficiem segmenti ΔEZ aequalem habeat. et fingantur centra sphaerarum, et per ea ducantur plana ad bases segmentorum perpendicularia, et in sphaeris sectiones sint circuli maximi $KAMN$, $BAG\Theta$, $EZH\Delta$, in basibus autem segmentorum KM , AG , ΔZ lineae. diametri autem sphaerarum ad lineas KM , AG , ΔZ perpendiculares sint AN , $B\Theta$, EH . et

1) Δύο δοθέντων τμημάτων σφαίρας είτε τῆς αὐτῆς είτε ἄλλης εὐρεῖν τι τμήμα σφαίρας, ὃ ἴσουςται αὐτὸ μὲν ὁμοιον τῷ ἑτέρῳ τῶν τμημάτων, τὰν δὲ ἐπιφανείαν ἴσαν ἔξει τῷ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἑτέρου τμήματος. περὶ ἑλλ. praef.

2) σφαιρικά lin. 13 Archimedeum non est.

ΔZ ἕστωσαν αἱ ΔN , $B\Theta$, $E\text{H}$. καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ
 ΔM , $B\Gamma$, EZ . καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ τοῦ $\text{K}\Delta\text{M}$ τμή-
 ματος τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια τῇ τοῦ ΔEZ τμήματός
 ἐπιφανείᾳ, ἴσος ἄρα ἐστὶν καὶ ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ
 5 κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΔM , τῷ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ
 κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ EZ [αἱ γὰρ ἐπιφάνειαι τῶν εἰρη-
 μένων τμημάτων ἴσαι ἐδείχθησαν κύκλοις, ὧν αἱ ἐκ
 τῶν κέντρων ἴσαι εἰσὶν ταῖς ἀπὸ τῶν κορυφῶν τῶν
 τμημάτων ἐπὶ τὰς βάσεις ἐπιξενγνούσαις]. ὥστε καὶ
 10 ἡ $M\Delta$ τῇ EZ ἴση ἐστίν. ἐπεὶ δὲ ὁμοίον ἐστὶ τὸ $\text{K}\Delta\text{M}$
 τῷ $\text{A}\text{B}\Gamma$ τμήματι, ἔστιν ὡς ἡ ΔP πρὸς PN , ἡ $\text{B}\Pi$
 πρὸς $\Pi\Theta$. καὶ ἀνάπαλιν καὶ συνθέντι, ὡς ἡ $\text{N}\Delta$ πρὸς
 ΔP , οὕτως ἡ ΘB πρὸς $\text{B}\Pi$. ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ $\text{P}\Delta$ πρὸς
 ΔM , οὕτως ἡ $\text{B}\Pi$ πρὸς ΓB [ὅμοια γὰρ τὰ τρίγωνα].
 15 ὡς ἄρα ἡ $\text{N}\Delta$ πρὸς ΔM , τουτέστι πρὸς EZ , οὕτως
 ἡ ΘB πρὸς $\text{B}\Gamma$. καὶ ἐναλλάξ. λόγος δὲ τῆς EZ πρὸς
 $\text{B}\Gamma$ δοθείς· δοθεῖσα γὰρ ἑκατέρα. λόγος ἄρα καὶ τῆς
 ΔN πρὸς ΘB δοθείς. καὶ ἐστὶ δοθεῖσα ἡ $\text{B}\Theta$. δο-
 θεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΔN . ὥστε καὶ ἡ σφαῖρα δοθεῖσά
 20 ἐστίν.

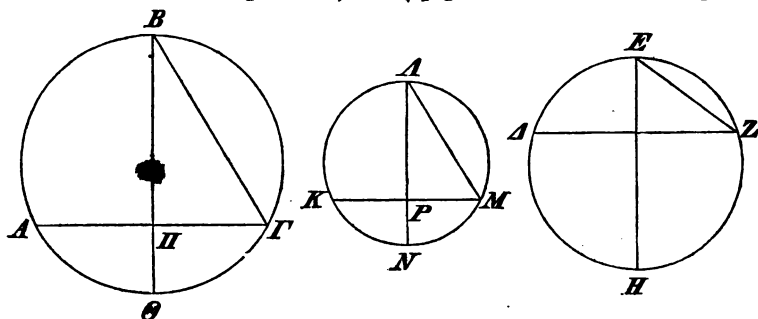
συντεθήσεται δὲ οὕτως· ἔστω τὰ δοθέντα δύο τμή-
 ματα σφαίρας τὰ $\text{A}\text{B}\Gamma$, ΔEZ , τὸ μὲν $\text{A}\text{B}\Gamma$, ᾧ δεῖ
 ὁμοίον, τὸ δὲ ΔEZ , οὗ τὴν ἐπιφάνειαν ἴσην ἔχειν τῇ

11. ἔστιν] ἔστιν ἄρα Torellius, et hoc habet Eutocius; sed
 fieri potest, ut ἄρα a transcriptore omissum sit. 13. $\text{B}\Pi$] $\Theta\Pi$ F. 17. δοθείς] om. F; corr. ed. Basil., Cr. 18. δο-
 θείς] om. F; corr. ed. Basil., Cr. 21. δέ] scripsi; δη F, uulgo.
 23. ἔχειν] εχει F; corr. Torellius. auditur δεῖ ex lin. 22; cfr.
 p. 226, 16.

ducantur lineae AM , $B\Gamma$, EZ . et quoniam superficies KAM segmenti sphaerae aequalis est superficiei segmenti ΔEZ , etiam circulus, cuius radius aequalis est lineae AM , aequalis est circulo, cuius radius aequalis est lineae EZ [I, 42—43]. quare etiam $MA = EZ$ [Eucl. XII, 2]. porro quoniam [segmentum] KAM segmento $AB\Gamma$ simile est, erit

$$AP : PN = B\Pi : \Pi\Theta \text{ [u. Eutocius].}$$

et conuertendo [Eucl. V, 7 $\pi\acute{o}\phi$.] [$PN : AP = \Pi\Theta : B\Pi$]



et componendo [Eucl. V, 18] $NA : AP = B\Theta : B\Pi$. sed etiam $PA : AM = B\Pi : \Gamma B$.¹⁾ quare $NA : AM$, hoc est $NA : EZ = \Theta B : B\Gamma$ [$\delta\iota'$ $\iota\sigma\upsilon$ Eucl. V, 22]. et uicissim [Eucl. V, 16] [$NA : \Theta B = EZ : B\Gamma$]. ratio autem $EZ : B\Gamma$ data est; utraque enim linea data est [u. Eutocius]. quare etiam ratio $AN : \Theta B$ data. et $B\Theta$ data est; itaque etiam AN . itaque etiam sphaera data est [Eucl. dat. def. 5].

componetur autem hoc modo: sint data duo segmenta sphaerae $AB\Gamma$, ΔEZ , quorum $AB\Gamma$ id sit, cui simile segmentum inuenire oportet, ΔEZ autem

1) Nam $B\Gamma\Pi \sim \Delta MP$ (u. Eutocius); tum u. Eucl. VI, 4.

ἐπιφανείᾳ, καὶ τὰ αὐτὰ κατεσκευάσθω τοῖς ἐπὶ τῆς
 ἀναλύσεως, καὶ πεποιήσθω, ὡς μὲν ἡ ΒΓ πρὸς ΕΖ,
 οὕτως ἡ ΒΘ πρὸς ΑΝ. καὶ περὶ διάμετρον τὴν ΑΝ
 κύκλος γεγράφθω. καὶ νοεῖσθω σφαῖρα, ἧς μέγιστος
 5 ἔστω κύκλος ὁ ΑΚΝΜ, καὶ τετμήσθω ἡ ΝΑ κατὰ
 τὸ Ρ, ὥστε εἶναι ὡς τὴν ΘΠ πρὸς ΠΒ, τὴν ΝΡ πρὸς
 ΡΑ. καὶ διὰ τοῦ Ρ ἐπιπέδῳ τετμήσθω ἡ ἐπιφάνεια
 ὀρθῶ πρὸς τὴν ΑΝ, καὶ ἐπαξέυχθω ἡ ΑΜ. ὅμοια
 ἄρα ἐστὶν τὰ ἐπὶ τῶν ΚΜ, ΑΓ εὐθειῶν τῶν κύκλων
 10 τμήματα. ὥστε καὶ τὰ τμήματα τῶν σφαιρῶν ἐστὶν
 ὅμοια. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν, ὡς ἡ ΘΒ πρὸς ΒΠ, οὕτως ἡ
 ΝΑ πρὸς ΑΡ· καὶ γὰρ κατὰ διαίρεσιν· ἀλλὰ καὶ ὡς
 ἡ ΠΒ πρὸς ΒΓ, οὕτως ἡ ΡΑ πρὸς ΑΜ, καὶ ὡς ἄρα
 ἡ ΘΒ πρὸς ΝΑ, ἡ ΒΓ πρὸς ΑΜ. ἦν δὲ καὶ ὡς ἡ
 15 ΘΒ πρὸς ΑΝ, ἡ ΒΓ πρὸς ΕΖ. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΖ
 τῇ ΑΜ. ὥστε καὶ ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου
 ἐστὶν ἡ ΕΖ, ἴσος ἐστὶ τῷ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέν-
 τρου ἴση ἐστὶ τῇ ΑΜ. καὶ ὁ μὲν τὴν ἐκ τοῦ κέντρου
 ἔχων τὴν ΕΖ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ
 20 ΔΕΖ τμήματος. ὁ δὲ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου
 ἴση ἐστὶ τῇ ΑΜ, ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΚΑΜ
 τμήματος. τοῦτο γὰρ ἐν τῷ πρώτῳ δέδεικται. ἴση ἄρα
 καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΚΑΜ τμήματος τῇ ἐπιφανείᾳ
 τοῦ ΔΕΖ τμήματος τῆς σφαίρας, καὶ ἐστὶν ὅμοιον τὸ
 25 ΚΑΜ τῷ ΑΒΓ.

8. ΑΝ] ΑΝ F. ΑΜ] ΑΜ F. 12. κατὰ] scripsi Quaest.
 Arch. p. 157; τα κατὰ F, vulgo; τοῦτο κατὰ Torellius. 17.
 τῷ] scripsi; om. F, vulgo. κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση
 ἐστὶ] om. F; corr. ed. Basil., Cr. 23. τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔΕΖ
 τμήματος] om. F; corr. ed. Basil. (ΔΕΞ pro ΔΕΖ, quod corr.
 Torellius), sed post τῆς σφαίρας; ipse transposui. „superficies
 igitur *kln* portionis sphaerae similis est *abc* et aequalis super-
 ficiei *def*“ Cr.

id, cuius superficiei aequalem superficiem habere oportet segmentum quaesitum. et construantur eadem, quae in analysi, et fiat¹⁾ $B\Gamma : EZ = B\Theta : AN$. et circum diametrum AN circulus describatur. et fingatur sphaera, cuius circulus maximus sit $AKNM$, et secetur NA in puncto P , ita ut sit

$$\Theta\Pi : \Pi B = NP : PA \text{ [Eucl. VI, 10].}$$

et superficies secetur plano per P ducto ad AN lineam perpendiculari, et ducatur AM . similia igitur sunt segmenta circulorum in lineis KM , $A\Gamma$ posita [u. Eutocius].²⁾ quare etiam segmenta sphaerarum similia sunt. et quoniam $\Theta B : B\Pi = NA : AP$ (nam etiam per diremptionem [est $\Theta\Pi : B\Pi = NP : AP$; tum u. Eucl. V, 18]), et etiam $\Pi B : B\Gamma = PA : AM$ [p. 229 not. 1], itaque etiam $\Theta B : NA = B\Gamma : AM$ ³⁾ erat autem $\Theta B : AN = B\Gamma : EZ$ [ex hypothesi]. itaque $EZ = AM$ [Eucl. V, 9]. quare etiam circulus, cuius radius est EZ , aequalis est circulo, cuius radius aequalis est AM lineae. et circulus radium habens EZ aequalis est superficiei segmenti ΔEZ , circulus autem, cuius radius aequalis est lineae AM , aequalis est superficiei segmenti KAM . hoc enim in primo libro demonstratum est [I, 42—43]. itaque etiam superficies segmenti KAM aequalis est superficiei ΔEZ segmenti sphaerae, et simile est segmentum KAM segmento $AB\Gamma$.

1) H. e. *γεγονέτω* lin. 2.

2) Ex eo comperimus, horum uerborum formam genuinam hanc esse: *τὰ ἐπὶ τῶν KM , $A\Gamma$ τμήματα κύκλων* lin. 9.

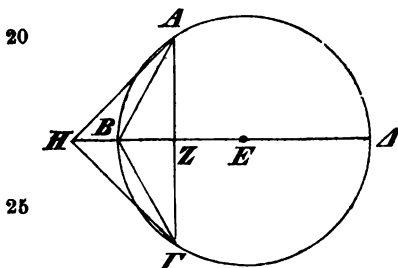
3) Nam *δι' ἴσου* (Eucl. V, 22): $\Theta B : B\Gamma = NA : AM$; tum *ἐναλλάξ* (Eucl. V, 16).

ζ'.

Ἀπὸ τῆς δοθείσης σφαίρας τμήμα τεμῆν ἐπιπέδῳ ὥστε τὸ τμήμα πρὸς τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι καὶ ὕψος ἴσον τὸν δοθέντα λόγον
 5 ἔχειν.

ἔστω ἡ δοθείσα σφαῖρα, ἧς μέγιστος κύκλος ὁ $ΑΒΓΔ$, διάμετρος δὲ αὐτῆς ἡ $ΒΔ$. δεῖ δὴ τὴν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμῆν τῷ διὰ τῆς $ΑΓ$, ὅπως τὸ $ΑΒΓ$ τμήμα τῆς σφαίρας πρὸς τὸν $ΑΒΓ$ κῶνον λόγον ἔχη
 10 τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.

γεγονέτω, καὶ ἔστω κέντρον τῆς σφαίρας τὸ $Ε$ καὶ ὡς συναμφοτέρος ἡ $ΕΔΖ$ πρὸς $ΔΖ$, οὕτως ἡ $ΗΖ$ πρὸς $ΖΒ$. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ $ΑΓΗ$ κῶνος τῷ $ΑΒΓ$ τμήματι. λόγος ἄρα καὶ τοῦ $ΑΗΓ$ κῶνου πρὸς τὸν
 15 $ΑΒΓ$ κῶνον δοθείς. λόγος ἄρα τῆς $ΗΖ$ πρὸς $ΖΒ$ δοθείς. ὡς δὲ ἡ $ΗΖ$ πρὸς $ΖΒ$, συναμφοτέρος ἡ $ΕΔΖ$ πρὸς $ΔΖ$. λόγος ἄρα συναμφοτέρον τῆς $ΕΔΖ$ πρὸς $ΔΖ$ δοθείς [ὥστε καὶ τῆς $ΕΔ$ πρὸς $ΔΖ$. δοθείσα ἄρα καὶ ἡ $ΔΖ$]. ὥστε καὶ ἡ $ΑΓ$. καὶ ἐπεὶ συναμφοτέρος ἡ $ΕΔΖ$ πρὸς $ΔΖ$ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφοτέρος ἡ $ΕΔΒ$ πρὸς $ΔΒ$, καὶ ἐστὶν συναμφοτέρος μὲν ἡ $ΕΔΒ$ τρις ἢ $ΕΔ$, ἡ δὲ $ΒΔ$ δις ἢ $ΕΔ$, συναμφοτέρος ἄρα ἡ $ΕΔΖ$ πρὸς $ΔΖ$ μείζονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει τρία πρὸς δύο. καὶ ἐστὶν ὁ συναμφο-



1. ἡ Torellius; om. ed. Basil.

3. τὸν βάσιν] scripsi;

VII.

A sphaera data plano segmentum abscindere, ita ut segmentum ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et altitudinem aequalem datam rationem habeat.¹⁾

data sphaera ea sit, cuius circulus maximus est $AB\Gamma\Delta$, diametrus autem eius $B\Delta$. oportet igitur sphaeram plano per $A\Gamma$ ducto ita secare, ut²⁾ segmentum sphaerae $AB\Gamma$ ad conum $AB\Gamma$ datam rationem habeat.

fiat, et centrum sphaerae sit E , et sit

$$E\Delta + \Delta Z : \Delta Z = HZ : ZB.$$

itaque conus $A\Gamma H$ aequalis est segmento $AB\Gamma$ [prop. 2]. quare ratio conorum $AHG : AB\Gamma$ data. quare etiam $HZ : ZB$ [I lemm. 1 p. 80]. sed

$$HZ : ZB = E\Delta + \Delta Z : \Delta Z.$$

quare etiam ratio $E\Delta + \Delta Z : \Delta Z$ data est.³⁾ itaque etiam linea $A\Gamma$ data [u. Eutocius]. et quoniam

$$E\Delta + \Delta Z : \Delta Z > E\Delta + \Delta B : \Delta B,$$

et $E\Delta + \Delta B = 3E\Delta$, et $B\Delta = 2E\Delta$, erit igitur

1) Ἀπὸ τῆς δοθείσης σφαίρας τμήμα ἀποτεμῆν ἐπιπέδῳ, ὥστε τὸ τμήμα πρὸς τὸν κώνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτῶν τῶν τμήματι καὶ ὕψος ἴσον τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν μείζονα τοῦ, ὃν ἔχει τὰ τρία πρὸς τὰ δύο. περὶ ἑλίξ. praef.

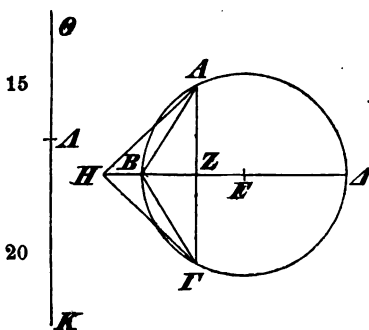
2) Pro ὅπως lin. 8 Archimedes usus erat ὥστε (Quaest. Arch. p. 70).

3) Archimedes scripserat: λόγος ἄρα δεδομένος συναμφοτέρου τῆς $E\Delta Z$ πρὸς ΔZ lin. 17—18 (Eutocius).

τὴν βάσιν F, uulgo. 9. ἔχη] scripsi; εχει FC*V; ἔχειν B* ed. Basil., Torellius. 12. $E\Delta, \Delta Z$ Torellius. 16. $E\Delta, \Delta Z$ idem. 17. $E\Delta, Z\Delta$ idem. 21. $E\Delta, \Delta Z$ idem. 24. $E\Delta, \Delta B$ idem, ut lin. 26. 27. δέξ] δυο F; corr. V; „bis“ Cr. 28. $E\Delta, \Delta Z$ Torellius, ut p. 234 lin. 1.

τέρου τῆς $E\Delta Z$ πρὸς $Z\Delta$ λόγος ὁ αὐτὸς τῷ δοθέντι. δεῖ ἄρα τὸν διδόμενον λόγον εἰς τὴν σύνθεσιν μείζονα εἶναι τοῦ, ὃν ἔχει τρία πρὸς δύο.

συντεθήσεται δὲ τὸ πρόβλημα οὕτως· ἔστω ἡ δοθείσα σφαῖρα, ἧς μέγιστος κύκλος ὁ $AB\Gamma\Delta$, διάμετρος δὲ ἡ $B\Delta$, κέντρον δὲ τὸ E , ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ τῆς ΘK πρὸς $K\Lambda$, μείζων τοῦ, ὃν ἔχει τρία πρὸς δύο. ἔστι δὲ ὡς τρία πρὸς δύο, συναμφοτέρος ἡ $E\Delta B$ πρὸς ΔB . καὶ ἡ ΘK ἄρα πρὸς $K\Lambda$ μείζονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει συναμφοτέρος ἡ $E\Delta B$ πρὸς ΔB . διελόντι ἄρα ἡ $\Theta\Delta$ πρὸς ΔK μείζονα λόγον ἔχει, ἢ περὶ ἡ $E\Delta$ πρὸς ΔB . καὶ πεποιήσθω, ὡς ἡ $\Theta\Delta$ πρὸς ΔK ,



οὕτως ἡ $E\Delta$ πρὸς ΔZ , καὶ διὰ τοῦ Z τῆ $B\Delta$ πρὸς ὀρθῶς ἤχθω ἡ $AZ\Gamma$, καὶ διὰ τῆς $\Gamma\Delta$ ἤχθω ἐπίπεδον ὀρθὸν πρὸς τὴν $B\Delta$. λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ $AB\Gamma$ τμήμα τῆς σφαίρας πρὸς τὸν $AB\Gamma$ κῶνον λόγον ἔχει τὸν αὐτὸν τῷ ΘK πρὸς $K\Lambda$. πεποιήσθω γὰρ ὡς συναμ-

φοτέρος ἡ $E\Delta Z$ πρὸς ΔZ , οὕτως ἡ HZ πρὸς ZB . ἴσος ἄρα ἔστιν ὁ $\Gamma A\text{H}$ κῶνος τῷ $AB\Gamma$ τμήματι τῆς σφαίρας. καὶ ἐπεὶ ἔστιν, ὡς ἡ ΘK πρὸς $K\Lambda$, οὕτως συναμφοτέρος ἡ $E\Delta Z$ πρὸς ΔZ , τουτέστιν ἡ HZ πρὸς ZB , τουτέστιν ὁ $A\text{H}\Gamma$ κῶνος πρὸς τὸν $AB\Gamma$ κῶνον, ἴσος δὲ ὁ $A\text{H}\Gamma$ κῶνος τῷ $AB\Gamma$ τμήματι τῆς σφαίρας, ὡς ἄρα τὸ $AB\Gamma$ τμήμα πρὸς τὸν $AB\Gamma$ κῶ-
νον, οὕτως ἡ ΘK πρὸς $K\Lambda$.

4. δέ] scripsi; δη F, ualgo.

8. $E\Delta$, ΔB Torellius, ut

$E\Delta + \Delta Z : \Delta Z > 3 : 2$. et ratio $E\Delta + \Delta Z : \Delta Z$ aequalis est rationi datae. oportet igitur, rationem ad synthesim datam maiorem esse, quam $3 : 2$.

componetur autem problema hoc modo: data sphaera ea sit, cuius circulus maximus est $AB\Gamma\Delta$, diametrus autem eius $B\Delta$, centrum autem E , et ratio data, maior quam $3 : 2$, $\Theta K : K\Lambda$. est autem

$$E\Delta + \Delta B : \Delta B = 3 : 2.$$

quare

$$\Theta K : K\Lambda > E\Delta + \Delta B : \Delta B.$$

dirimendo igitur $\Theta\Lambda : K\Lambda > E\Delta : \Delta B$.¹⁾ et fiat²⁾ $\Theta\Lambda : AK = E\Delta : \Delta Z$, et per Z ad lineam $B\Delta$ perpendicularis ducatur $AZ\Gamma$, et per $\Gamma\Delta$ ducatur planum ad $B\Delta$ lineam perpendicularare. dico, segmentum sphaerae in $AB\Gamma$ positum ad conum $AB\Gamma$ eandem rationem habere, quam $\Theta K : K\Lambda$. fiat³⁾ enim

$$E\Delta + \Delta Z : \Delta Z = HZ : ZB.$$

itaque conus ΓAH aequalis est segmento sphaerae $AB\Gamma$ [prop. 2]. et quoniam

$\Theta K : K\Lambda = E\Delta + \Delta Z : \Delta Z$ ⁴⁾ = $HZ : ZB$ = conus $AH\Gamma$: conum $AB\Gamma$ [I lemm. 1 p. 80], et conus $AH\Gamma$ aequalis est segmento sphaerae $AB\Gamma$, erit igitur, ut segmentum $AB\Gamma$ ad conum $AB\Gamma$, ita $\Theta K : K\Lambda$.

1) Ex Pappi libr. VII, 45 conuersa (II p. 684).

2) $\pi\epsilon\pi\omicron\iota\eta\sigma\theta\omega$ lin. 12 ν : $\gamma\sigma\gamma\omicron\nu\epsilon\tau\omega$.

3) Debat esse $\gamma\sigma\gamma\omicron\nu\epsilon\tau\omega$ lin. 22.

4) Nam $\Theta\Lambda : AK = E\Delta : \Delta Z$; tum $\sigma\upsilon\nu\theta\acute{\epsilon}\nu\tau\iota$ (Eucl. V, 18).

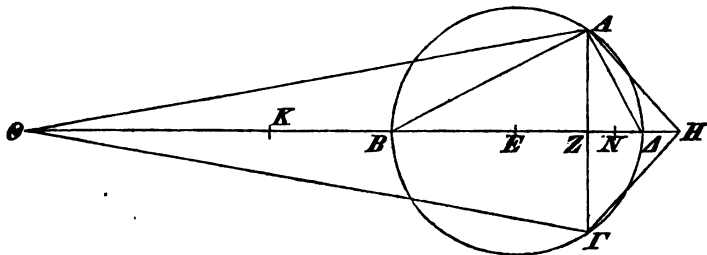
lin. 10. 15. $AZ\Gamma$] Torellius; $\Lambda\Gamma Z$ F, vulgo; fortasse scribendum $\Lambda\Gamma$. 18. $\acute{\alpha}\pi\omicron$ om. ed. Basil., Torellius, Cr. 23. $E\Delta, \Delta Z$ Torellina, ut lin. 26. 27. $AH\Gamma$] $AH\Gamma$ F. 28. $\tau\acute{\omicron}$ $AB\Gamma$] om. F; corr. B; „aequatur portioni sphaerae“ Cr.

η'.

Ἐὰν σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμηθῆ μὴ διὰ τοῦ κέντρου, τὸ μείζον τμήμα πρὸς τὸ ἔλασσον ἐλάσσονα μὲν λόγον ἔχει ἢ διπλάσιον τοῦ, ὃν ἔχει ἢ τοῦ μείζονος τμήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ ἐλάσσονος ἐπιφάνειαν, μείζονα δὲ ἢ ἡμίολιον.

ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ $ΑΒΓΔ$, καὶ διάμετρος ἡ $ΒΔ$, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τῆς $ΑΓ$ ὀρθῶ πρὸς τὸν $ΑΒΓΔ$ κύκλον, καὶ ἔστω μείζον 10 τμήμα τῆς σφαίρας τὸ $ΑΒΓ$. λέγω, ὅτι τὸ $ΑΒΓ$ τμήμα πρὸς τὸ $ΑΔΓ$ ἐλάσσονα μὲν ἢ διπλάσιον λόγον ἔχει, ἢ περὶ ἢ ἐπιφάνεια τοῦ μείζονος τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐλάσσονος τμήματος, μείζονα δὲ ἢ ἡμίολιον.

15 ἐπεξεύχθωσαν γὰρ αἱ $ΒΑΔ$, καὶ ἔστω κέντρον τὸ $Ε$. καὶ πεποιήσθω, ὡς μὲν συναμφοτέρος ἢ $ΕΔΖ$ πρὸς $ΔΖ$, ἢ $ΘΖ$ πρὸς $ΖΒ$, ὡς δὲ συναμφοτέρος ἢ $ΕΒΖ$ πρὸς $ΒΖ$, οὕτως ἢ $ΗΖ$ πρὸς $ΖΔ$. καὶ νοεῖσθωσαν κῶνοι βάσιν ἔχοντες τὸν περὶ διάμετρον τὴν $ΑΓ$ κύ-



20 κλον, κορυφᾶς δὲ τὰ $Θ$, $Η$ σημεῖα. ἔσται δὲ ἴσος ὁ μὲν $ΑΘΓ$ κῶνος τῷ $ΑΒΓ$ τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ

1. θ' Torellius. 3. ἔλασσον] om. F; corr. B, Cr. 5. τοῦ] των per comp. F, ut uidetur. 11. τό] τον per comp.

VIII.

Si sphaera plano non per centrum ducto secatur, maius segmentum ad minus minorem rationem habet quam duplicem, quam habet superficies segmenti maioris ad superficiem minoris, maiorem autem quam sesquialteram.¹⁾

sit sphaera, et in ea circulus maximus $AB\Gamma A$, et diameter $B A$, et secetur plano per $A\Gamma$ lineam ad circulum $AB\Gamma A$ perpendiculari, et maius sphaerae segmentum sit $AB\Gamma$. dico, segmentum $AB\Gamma$ ad $A\Delta\Gamma$ minorem quam duplicem rationem habere, quam superficiem segmenti maioris ad superficiem minoris, maiorem autem quam sesquialteram.

ducantur enim lineae BA , $A\Delta$, et centrum sit E . et fiat²⁾

$$E\Delta + \Delta Z : \Delta Z = \Theta Z : ZB$$

et

$$EB + BZ : BZ = HZ : ZA,$$

et fingantur conii basim habentes circulum circum $A\Gamma$ diametrum descriptum, uertices autem Θ , H puncta. erit igitur conus $A\Theta\Gamma$ aequalis segmento sphaerae

1) Εἰ καὶ σφαῖρα ἐπιπέδῳ τραυθῇ εἰς ἄνισα ποτ' ὀρθὰς διαμέτρῳ τινὶ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ . . . , τὸ μείζον τμήμα τῆς σφαίρας ποτὶ τὸ ἑλάσσον ἐλάσσονα μὲν ἢ διπλάσιον λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἡ μείζων ἐπιφάνεια ποτὶ τὰν ἐλάσσονα, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον. περὶ ἑλλ. praef.; u. Neue Jahrbücher, Suppl. XI 396 sq.

2) πεποιήσθω lin. 16 ὃ: γεγονέτω.

F; corr. ed. Basil.* 15. BA , $A\Delta$ Torellius. 16. $E\Delta$, ΔZ Torellius. 17. EB , BZ idem. 19. $\beta\acute{\alpha}\sigma\iota\nu$ μὲν Torellius.

$ΑΓΗ$ τῷ $ΑΔΓ$. καὶ ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ $ΒΑ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΑΔ$, οὕτως ἡ ἐπιφάνεια τοῦ $ΑΒΓ$ τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ $ΑΔΓ$ τμήματος. τοῦτο γὰρ προ-
 5 γέγραπται [δεικτέον, ὅτι τὸ μείζον τμήμα τῆς σφαίρας πρὸς τὸ ἔλασσον ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλάσιον, ἢπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ μείζονος τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐλάσσονος τμήματος]. λέγω, ὅτι καὶ ἡ $ΑΘΓ$ κῶνος πρὸς τὸν $ΑΗΓ$, τουτέστιν ἡ $ΖΘ$ πρὸς $ΖΗ$, ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλάσιον τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ
 10 $ΒΑ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΑΔ$, τουτέστιν ἡ $ΒΖ$ πρὸς $ΖΔ$. καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς [μὲν] συναμφοτέρος ἡ $ΕΔΖ$ πρὸς $ΔΖ$, οὕτως ἡ $ΘΖ$ πρὸς $ΖΒ$ [ὡς δὲ συναμφοτέρος ἡ $ΕΒΖ$ πρὸς $ΒΖ$, οὕτως ἡ $ΖΗ$ πρὸς $ΖΔ$], ἐστὶ καὶ ὡς ἡ $ΒΖ$ πρὸς $ΖΔ$, ἡ $ΘΒ$ πρὸς $ΒΕ$. ἴση γὰρ ἡ $ΒΕ$ τῇ
 15 $ΔΕ$ [τοῦτο γὰρ ἐν τοῖς ἐπάνω συναποδέδεικται]. πάλιν ἐπεὶ ἐστίν, ὡς συναμφοτέρος ἡ $ΕΒΖ$ πρὸς $ΒΖ$, ἡ $ΗΖ$ πρὸς $ΖΔ$, ἐστὶ τῇ $ΒΕ$ ἴση ἡ $ΒΚ$. δῆλον γάρ, ὅτι μείζων ἐστίν ἡ $ΘΒ$ τῆς $ΒΕ$, ἐπεὶ καὶ ἡ $ΒΖ$ τῆς $ΖΔ$. καὶ ἐστὶ, ὡς ἡ $ΚΖ$ πρὸς $ΖΒ$, ἡ $ΗΖ$ πρὸς $ΖΔ$.
 20 ὡς δὲ ἡ $ΖΒ$ πρὸς $ΖΔ$, ἐδείχθη ἡ $ΘΒ$ πρὸς $ΒΕ$, ἴση δὲ ἡ $ΒΕ$ τῇ $ΚΒ$. ὡς ἄρα ἡ $ΘΒ$ πρὸς $ΒΚ$, οὕτως ἡ $ΚΖ$ πρὸς $ΖΗ$. καὶ ἐπεὶ ἡ $ΘΖ$ πρὸς $ΖΚ$ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢπερ ἡ $ΘΒ$ πρὸς $ΒΚ$, ὡς δὲ ἡ $ΘΒ$ πρὸς $ΒΚ$, ἐδείχθη ἡ $ΚΖ$ πρὸς $ΖΗ$, ἡ $ΘΖ$ ἄρα πρὸς $ΖΚ$
 25 ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢπερ ἡ $ΚΖ$ πρὸς $ΖΗ$. ἔλασσον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν $ΘΖΗ$ τοῦ ἀπὸ $ΖΚ$. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν $ΘΖΗ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΖΗ$ [τουτέστιν ἡ $ΖΘ$ πρὸς $ΖΗ$] ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς $ΚΖ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΖΗ$ [τὸ δὲ ἀπὸ $ΚΖ$ πρὸς τὸ ἀπὸ

2. ἀπὸ $ΑΔ$] ἀπό om. F; corr. ed. Basil. 9. διπλάσιον] διπλάσιονa Eutocius. 11. $ΕΔ$, $ΔΖ$ Torellius. 12. $ΕΒ$, $ΒΖ$

$AB\Gamma$, et conus $A\Gamma H$ segmento $A\Delta\Gamma$ [prop. 2]. et superficies segmenti $AB\Gamma$ ad superficiem segmenti $A\Delta\Gamma$ eam rationem habet, quam $BA^2 : A\Delta^2$. hoc enim antea demonstratum est.¹⁾ dico, etiam²⁾ conum $A\Theta\Gamma$ ad $A\Gamma H$, hoc est $\Theta Z : ZH$ [I lemm. 1 p. 80] minorem quam duplicem rationem habere, quam $BA^2 : A\Delta^2$, hoc est $BZ : Z\Delta$ [u. Eutocius]. et quoniam $E\Delta + \Delta Z : \Delta Z = \Theta Z : ZB$, erit etiam

$$BZ : Z\Delta = \Theta B : BE;$$

nam $BE = \Delta E$.³⁾ rursus quoniam

$$EB + BZ : BZ = HZ : Z\Delta,$$

sit $BK = BE$. adparet enim $\Theta B > BE$, quia $BZ > Z\Delta$. et erit $KZ : ZB = HZ : Z\Delta$.⁴⁾ sed

$$ZB : Z\Delta = \Theta B : BE,$$

ut demonstratum est, et $BE = KB$; quare

$$\Theta B : BK = KZ : ZH$$
.⁵⁾

et quoniam $\Theta Z : ZK < \Theta B : BK$ [u. Eutocius], sed demonstratum est $\Theta B : BK = KZ : ZH$, itaque

$$\Theta Z : ZK < KZ : ZH.$$

quare $\Theta Z \times ZH < ZK^2$ [u. Eutocius]. itaque

$$\Theta Z \times ZH : ZH^2 < KZ^2 : ZH^2$$
 [u. Eutocius].⁶⁾

1) Demonstratum est (I, 42—43), superficies segmentorum aequales esse circulis, cuius radii sint BA , $A\Delta$; sed circuli illi inter se rationem habent, quam $BA^2 : A\Delta^2$ (Eucl. XII, 2).

2) Hoc est: sicut segmenta $AB\Gamma$, $A\Delta\Gamma$; p. 236 lin. 10 sq.

3) Nam διελόντι (Eucl. V, 17)

$$E\Delta : \Delta Z = \Theta B : ZB = BE : \Delta Z;$$

tum ἐναλλάξ (Eucl. V, 16).

4) Quia $EB + BZ = BK + BZ = KZ$.

5) Nam ἐναλλάξ est (Eucl. V, 16) $KZ : ZH = ZB : Z\Delta$.

6) Ex eius adnotatione adparet, Archimedes scripsisse lin. 28: ἔχει ἡπερ τὸ ἀπὸ KZ πρὸς $\kappa\lambda$.

idem. 16. ἐστὶν] ἐστὶ F. EB, BZ Torellius. 26. ΘZ , ZH idem, ut lin. 27.

ΖΗ διπλασίονα λόγον έχει, ἥπερ ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ].
 ἡ ἄρα ΘΖ πρὸς ΖΗ ἐλάσσονα λόγον έχει ἢ διπλα-
 σίονα τοῦ, ὃν έχει ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ [ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ
 ἐλάσσονα λόγον έχει ἢ διπλασίονα τοῦ, ὃν έχει ἡ ΒΖ
 5 πρὸς ΖΔ]. τοῦτο δὲ ἐζητοῦμεν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν
 ἡ ΒΕ τῇ ΕΔ, ἔλασσον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΒΖΔ· τοῦ
 ὑπὸ τῶν ΒΕΔ. ἡ ΖΒ ἄρα πρὸς ΒΕ ἐλάσσονα λόγον
 έχει, ἥπερ ἡ ΕΔ πρὸς ΔΖ, τουτέστιν ἡ ΘΒ πρὸς ΒΖ.
 ἔλασσον ἄρα τὸ ἀπὸ ΖΒ τοῦ ὑπὸ τῶν ΘΒΕ, τουτέστι
 10 τοῦ ὑπὸ τῶν ΘΒΚ. ἔστω ἴσον τὸ ἀπὸ ΒΝ τῷ ὑπὸ
 ΘΒΚ. ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ, τὸ ἀπὸ ΘΝ
 πρὸς τὸ ἀπὸ ΝΚ. τὸ δὲ ἀπὸ ΘΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΚ
 μείζονα λόγον έχει, ἢ τὸ ἀπὸ ΘΝ πρὸς τὸ ἀπὸ ΝΚ
 [καὶ τὸ ἀπὸ ΘΖ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΚ μείζονα λόγον
 15 έχει, ἥπερ ἡ ΘΒ πρὸς ΒΚ, τουτέστιν ἡ ΘΒ πρὸς ΒΕ,
 τουτέστιν ἡ ΚΖ πρὸς ΖΗ]. ἡ ἄρα ΘΖ πρὸς ΖΗ
 μείζονα λόγον έχει ἢ ἡμιόλιον τοῦ τῆς ΚΖ πρὸς ΖΗ
 [τοῦτο γὰρ ἐπὶ τέλει]. καὶ ἐστὶν, ὡς μὲν ἡ ΘΖ πρὸς
 ΖΗ, ὁ ΑΘΓ κῶνος πρὸς τὸν ΑΗΓ κῶνον, τουτέστι
 20 τὸ ΑΒΓ τμήμα πρὸς τὸ ΑΔΓ τμήμα. ὡς δὲ ἡ ΚΖ
 πρὸς ΖΗ, ἡ ΒΖ πρὸς ΖΔ, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΒΑ πρὸς
 τὸ ἀπὸ ΑΔ, τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΑΒΓ τμή-
 ματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ΑΔΓ τμήματος. ὥστε
 τὸ μείζον τμήμα πρὸς τὸ ἔλασσον ἐλάσσονα μὲν ἢ
 25 διπλασίονα λόγον έχει τοῦ, ὃν έχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ
 μείζονος τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐλάσσονος
 τμήματος, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον.

3. ΖΗ] ΖΗ. ὡς δὲ Torellius. ΖΗ] ΖΗ, ἡ ΒΖ πρὸς
 ΖΔ. ἡ ΘΖ ἄρα πρὸς ΖΗ idem. uerba unciis inclusa om. Cr.,
 in parenthesi habet ed. Basil. 6. ΒΖ, ΖΔ Torellius. 7.
 ΒΕ, ΕΔ idem. 9. ΘΒ, ΒΕ idem. 10. ΘΒ, ΒΚ idem.
 11. ΘΒΚ] ed. Basil.; ΒΘΚ F; ΘΒ, ΒΚ Torellius. 13. ἀπὸ

quare $\Theta Z : ZH$ minorem quam duplicem rationem habet, quam $KZ : ZH$. hoc autem quaerebamus.¹⁾ et quoniam $BE = EA$, erit $BZ \times ZA < BE \times EA$ [u. Eutocius]. itaque $ZB : BE < EA : AZ$ [u. Eutocius] h. e. $< \Theta B : BZ$.²⁾ quare $ZB^2 < \Theta B \times BE$ ³⁾, hoc est $< \Theta B \times BK$ [nam $BE = BK$]. sit

$$BN^2 = \Theta B \times BK.$$

erit igitur $\Theta B : BK = \Theta N^2 : NK^2$ [u. Eutocius]. sed

$$\Theta Z^2 : ZK^2 > \Theta N^2 : NK^2 \text{ [u. Eutocius].}$$

itaque $\Theta Z : ZH$ ratio maior quam sesquialtera est quam ratio $KZ : ZH$ [u. Eutocius]. et ut $\Theta Z : ZH$, ita conus $A\Theta\Gamma$ ad conum $AH\Gamma$ [p. 238, 8], hoc est segmentum $AB\Gamma$ ad segmentum $AA\Gamma$ [p. 236, 21]. est autem $KZ : ZH = BZ : ZA$ [p. 239 not. 5] $= BA^2 : AA^2$ [p. 238, 10], hoc est superficies segmenti $AB\Gamma$ ad superficiem segmenti $AA\Gamma$ [p. 239 not. 1]. itaque segmentum maius ad minus minorem quam duplicem rationem habet, quam superficies segmenti maioris ad superficiem minoris, maiorem autem quam sesquialteram.

1) Quaerebatur proprie

$$Z\Theta : ZH < BZ^2 : ZA^2$$

(p. 238, 7—10); sed est (p. 239 not. 5)

$$KZ : ZH = BZ : ZA \therefore KZ^2 : ZH^2 = BZ^2 : ZA^2$$

$$\therefore \Theta Z : ZH < BZ^2 : ZA^2.$$

2) Nam $EA : AZ = \Theta B : BZ$ (p. 239 not. 3).

3) Cfr. Quaest. Arch. p. 45; Eutocius ad p. 238, 25.

NK] ἀπό om. F; corr. Torellius.

23. ᾠστε] Hauber; ἀλ-
λοτε F, ulgo; ᾠστε ἄρα Nizze.

ΑΛΛΩΣ.

Ἔστω σφαιρα, ἐν ἣ μεγίστος κύκλος ὁ $ΑΒΓΔ$,
 διάμετρος δὲ ἡ $ΑΓ$, κέντρον δὲ τὸ $Ε$, καὶ τετμήσθω
 ἐπιπέδῳ ὀρθῷ διὰ τῆς $ΒΔ$ πρὸς τὴν $ΑΓ$. λέγω, ὅτι
 5 τὸ μείζον τμήμα τὸ $ΔΑΒ$ πρὸς τὸ ἔλασσον τὸ $ΒΓΔ$
 ἐλάσσονα ἢ διπλάσιον λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἐπι-
 φάνεια τοῦ $ΑΒΔ$ τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφανείαν τοῦ
 $ΒΓΔ$ τμήματος, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον. ἐπεξεύχθωσαν
 γὰρ αἱ $ΑΒ$, $ΒΓ$. ὁ δὲ τῆς ἐπιφανείας πρὸς τὴν ἐπι-
 10 φάνειαν λόγος ὁ τοῦ κύκλου ἐστίν, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέν-
 τρου ἡ $ΑΒ$, πρὸς τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου
 ἡ $ΒΓ$, τουτέστιν ὁ τῆς $ΑΘ$ πρὸς τὴν $ΘΓ$. κείσθω τῆ
 ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἴση ἐκατέρᾳ τῶν $ΑΖ$, $ΓΗ$.
 ὁ δὲ τοῦ $ΒΑΔ$ τμήματος πρὸς τὸ $ΒΓΔ$ λόγος συν-
 15 ἦπται ἐκ τοῦ, ὃν ἔχει τὸ $ΒΑΔ$ τμήμα πρὸς τὸν κῶ-
 νον, οὗ ἡ βάσις μὲν ἐστίν ὁ περὶ διάμετρον τὴν $ΒΔ$
 κύκλος, κορυφή δὲ τὸ $Α$ σημείον, καὶ ὁ αὐτὸς κῶνος
 πρὸς τὸν κῶνον τὸν βάσιν μὲν ἔχοντα τὴν αὐτὴν,
 κορυφὴν δὲ τὸ $Γ$ σημείον, καὶ ὁ εἰρημένος κῶνος πρὸς
 20 τὸ $ΒΓΔ$ τμήμα. ἀλλ' ὁ μὲν τοῦ $ΒΑΔ$ τμήματος
 λόγος πρὸς τὸν $ΒΑΔ$ κῶνον, ὁ τῆς $ΗΘ$ ἐστὶ πρὸς $ΘΓ$.
 ὁ δὲ τοῦ κῶνου πρὸς τὸν κῶνον ὁ τῆς $ΑΘ$ πρὸς $ΘΓ$.
 ὁ δὲ τοῦ $ΒΓΔ$ κῶνου πρὸς τὸ τμήμα τὸ $ΒΓΔ$ ὁ τῆς
 $ΑΘ$ ἐστὶ πρὸς $ΘΖ$. ὁ δὲ συνημμένος ἐκ τοῦ τῆς $ΗΘ$
 25 πρὸς $ΘΓ$ καὶ τῆς $ΑΘ$ πρὸς $ΘΓ$ ὁ τοῦ ὑπὸ τῶν $ΗΘΑ$

12. ἡ $ΒΓ$] προς (comp.) $ΗΒΓ$ F; corr. ed. Basil.*; fort. ἐστὶν ἡ $ΒΓ$. $ΘΓ$] $ΑΓ$ FBC*. 14. δῆ] scripsi; δε F, uulgo.
 16. οὗ ἡ] ἡ delendum censeo. βας cum comp. ης F. 18. κῶνον τόν] scripsi; τόν om. F, uulgo. 24. συνημμένος] alterum μ supra scriptum manu 1 F. 25. $ΗΘΑ$] scripsi; $ΗΑΘ$ F; $ΑΘΗ$ ed. Basil., $ΑΘ$, $ΘΗ$ Torellius.

ALITER.¹⁾

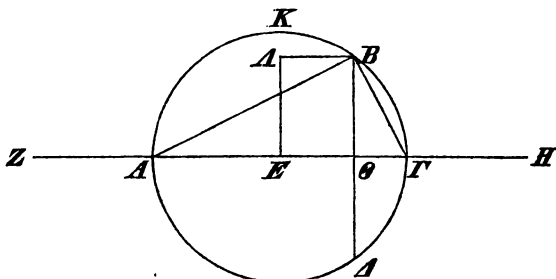
Sit sphaera, in qua circulus maximus $AB\Gamma\Delta$, diametrus autem $A\Gamma$, centrum autem E , et secetur plano per BA ad $A\Gamma$ perpendiculari. dico, segmentum maius ΔAB ad minus $B\Gamma\Delta$ minorem quam duplicem rationem habere, quam habet superficies segmenti $AB\Delta$ ad superficiem segmenti $B\Gamma\Delta$, maiorem autem, quam sesquialteram. ducantur enim AB , $B\Gamma$ lineae. iam ratio superficiei ad superficiem ea est, quam habet circulus, cuius radius est AB , ad circulum, cuius radius est $B\Gamma$ [I, 42—43], hoc est $A\Theta : \Theta\Gamma$.²⁾ ponatur radio circuli aequalis utraque linea AZ , ΓH . itaque ratio segmenti $BA\Delta$ ad segmentum $B\Gamma\Delta$ ³⁾ composita est ex ratione, quam habet segmentum $BA\Delta$ ad conum, cuius basis est circulus circum diametrum BA descriptus, uertex autem punctum A , et ratione, quam habet idem conus ad conum basim habentem eandem, uerticem autem punctum Γ , et ratione, quam hic conus, quem [ultimo loco] commemorauimus, ad segmentum $B\Gamma\Delta$ habet [u. Eutocius]. sed segmentum $BA\Delta$ ad conum $BA\Delta$ eam habet rationem, quam $H\Theta : \Theta\Gamma$ [prop. 2 πρόφ.], conus uero ad conum eam, quam $A\Theta : \Theta\Gamma$ [I λημμ. 1 p. 80], conus autem $B\Gamma\Delta$ ad segmentum $B\Gamma\Delta$ eam, quam $A\Theta : \Theta Z$ [prop. 2 πρόφ. et Eucl. V, 7

1) Haec demonstratio, quam etiam Eutocius habuit, priore neque clarior neque breuior est. sed cum uerba ipsa pessime deprauata esse constet, ueri simile est, tenorem quoque demonstrationis a transcriptore dilatatum et amplificatum esse (Neue Jahrb. Suppl. XI p. 395—96; Quaest. Arch. p. 75—76).

2) Nam circuli inter se rationem habent, quam $AB^2 : B\Gamma^2$ (Eucl. XII, 2); tum u. p. 238, 10.

3) Ex Eutocio multis locis aliam scripturam et sine dubio genuinam cognoscimus: lin. 14: $B\Gamma\Delta$ $\tau\mu\eta\mu\alpha$, $\sigma\acute{\upsilon}\gamma\kappa\epsilon\iota\tau\alpha\iota$ $\xi\kappa$ $\tau\epsilon$

ἔστι πρὸς τὸ ἀπὸ $\Theta\Gamma$. ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ $H\Theta$, ΘA πρὸς τὸ ἀπὸ $\Theta\Gamma$ μετὰ τοῦ τῆς $A\Theta$ πρὸς ΘZ ὁ τοῦ ὑπὸ τῶν $H\Theta$, ΘA ἔστιν ἐπὶ τὴν ΘA πρὸς τὸ ἀπὸ $\Theta\Gamma$ ἐπὶ τὴν ΘZ . ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ τῶν $H\Theta A$ ἐπὶ τὴν ΘA ὁ τοῦ ἀπὸ τῆς ΘA



- 5 ἔστι ἐπὶ τὴν ΘH . ὅτι ἄρα τὸ ἀπὸ ΘA ἐπὶ τὴν ΘH πρὸς τὸ ἀπὸ $\Gamma\Theta$ ἐπὶ τὴν ΘZ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ τῆς $A\Theta$ πρὸς $\Theta\Gamma$ διπλασίου [ἔστιν ὁ τοῦ ἀπὸ $A\Theta$ πρὸς τὸ ἀπὸ $\Theta\Gamma$]. τὸ ἄρα ἀπὸ $A\Theta$ ἐπὶ τὴν ΘH πρὸς τὸ ἀπὸ $\Theta\Gamma$ ἐπὶ τὴν ΘZ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἥπερ τὸ
 10 ἀπὸ $A\Theta$ ἐπὶ τὴν ΘH πρὸς τὸ ἀπὸ $\Gamma\Theta$ ἐπὶ τὴν ΘH . ὅτι ἄρα μείζον ἔστι τὸ ἀπὸ $\Gamma\Theta$ ἐπὶ τὴν $Z\Theta$ τοῦ ἀπὸ $\Gamma\Theta$ ἐπὶ τὴν ΘH . ὅτι ἄρα μείζων ἔστιν ἡ ΘZ τῆς ΘH .
 φημι δὴ, ὅτι καὶ τὸ μείζον τμήμα πρὸς τὸ ἔλασσον μείζονα λόγον ἔχει ἢ ἡμιόλιον τοῦ τῆς ἐπιφανείας

1. τὸ ἀπό] (prius) την F; corr. BD. 2. $\Theta\Gamma$] $H\Theta$, $\Theta\Gamma F$; corr. ed. Basil., Cr. 3. ἐπί] (prius) προς per comp. F; corr. ed. Basil. $H\Theta$, ΘA Torellius. 4. ἐπί] προς per comp. F; corr. ed. Basil.* Post prius ΘA in ed. Basil. et Cr. legitur: πρὸς τὸ ἀπὸ $\Theta\Gamma$ ἐπὶ τὴν ΘH , sed haec uerba om. F; Torellius ea recepit, ΘH in ΘZ mutato, et praeterea addidit: ὁ αὐτός ἐστι τῶ ἀπὸ $A\Theta$ ἐπὶ τὴν ΘH πρὸς τὸ ἀπὸ $\Theta\Gamma$ ἐπὶ τὴν ΘZ . ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ τῶν $H\Theta$, ΘA ἐπὶ τὴν ΘA πρὸς τὸ ἀπὸ $\Theta\Gamma$ ἐπὶ τὴν ΘH . aliam huius loci difficillimi emendandi uiam ingressus sum Neue Jahrb. Suppl. XI p. 396, nondum cognita scriptura codicis F. 5. ἐπί] (priore loco) scripsi; προς F, uulgo. τὴν ΘH] το

πόρ.; u. Eutocius]. sed ratio ex $H\Theta : \Theta\Gamma$ et $A\Theta : \Theta\Gamma$ composita haec est: $H\Theta \times \Theta A : \Theta\Gamma^2$ [u. Eutocius]. sed $H\Theta \times \Theta A : \Theta\Gamma^2$ una cum $A\Theta : \Theta Z$ est $(H\Theta \times \Theta A) \times \Theta A : \Theta\Gamma^2 \times \Theta Z$ [u. lemma Eutocii].¹⁾ sed

$(H\Theta \times \Theta A) \times \Theta A : \Theta\Gamma^2 \times \Theta Z = \Theta A^2 \times \Theta H : \Theta\Gamma^2 \times \Theta Z$ [ibid.] itaque [demonstrandum est]

$$\Theta A^2 \times \Theta H : \Theta\Gamma^2 \times \Theta Z < A\Theta^2 : \Theta\Gamma^2,$$

hoc est $< A\Theta^2 \times \Theta H : \Theta\Gamma^2 \times \Theta H$ [u. Eutocius]. quare [demonstrandum] $\Gamma\Theta^2 \times Z\Theta > \Gamma\Theta^2 \times \Theta H$ [u. Eutocius]. [demonstrandum] igitur $Z\Theta > \Theta H$ [quod constat; u. Eutocius].

dico igitur, maius segmentum ad minus maiorem quam sesquialteram rationem habere, quam superficies

τοῦ; lin. 16: οὗ βάσις; lin. 18: πρὸς κῶνον τόν; lin. 21; λόγος om.; lin. 22: ΒΑΔ κώνου et ΒΓΔ κώνου; ΑΘ ἔστι; lin. 23: τὸ ΒΓΔ τμημα; lin. 24: συγκείμενος; ibid. ἐκ τε τοῦ; lin. 25: ΘΓ μετὰ τοῦ τῆς; sed discrepantias praeter unam (u. comm. crit. ad lin. 18) aut duo (ibid. ad lin. 16) transcriptori tribuo.

1) In hac quoque pagina Eutocius scripturas per multas discrepantes praebet: lin. 1: $H\Theta A$; lin. 2: $\Gamma\Theta$, ὑπὸ $H\Theta A$ ἔστιν; lin. 4: τῶν om.; ibid.: $A\Theta$ ὁ αὐτός ἐστι τῷ ἀπὸ $A\Theta$ ἐπὶ; lin. 6: ἐλάσσονα ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ τῆς $A\Theta$ πρὸς $\Theta\Gamma$; lin. 9: ἦπερ τὸ αὐτὸ τὸ; lin. 11: ὅτι τὸ ἀπὸ $\Gamma\Theta$ ἐπὶ τὴν $Z\Theta$ μείζον ἐστι τοῦ; lin. 13: καὶ om.; lin. 14: ἐπιφανείας πρὸς τὴν ἐπιφανείαν λόγου; p. 246 lin. 3: ἐπιφανείας πρὸς τὴν ἐπιφανείαν λόγου; lin. 4: ἀπὸ τῆς $B\Gamma$; lin. 5: φημὶ οὖν; lin. 8: ἀπὸ τῆς ΘB . ante ὅτι lin. 5 Nizsius addi uoluit φημὶ δέ; similia in hoc ὅτι semper addit Eutocius.

ἀπὸ $\Theta\Gamma$ Cr., ed. Basil., Torellius. 6. ΘZ] AZ F; $Z\Theta$ ed. Basil.; Torellius. 7. διπλασιῶν FBC, διπλασίον AD, ed. Basil.; corr. Torellius, qui tum addidit ὅς. 9. ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἦπερ τὸ ἀπὸ $A\Theta$ ἐπὶ τὴν ΘH πρὸς τὸ ἀπὸ $\Gamma\Theta$ ἐπὶ τὴν ΘH] om. F, uulgo; supplementum Torellii dubitans recepi. 13. δῆ, ὅτι] B, Torellius; διοτι F, uulgo. 14. Post ἐπιφανείας in B, ed. Basil., Cr., Torellio additur: πρὸς ἐπιφανείαν; idem p. 246 lin. 3 supplēuit Torellius solus.

λόγου. ἀλλ' ὁ μὲν τῶν τμημάτων ἐδείχθη ὁ αὐτὸς τῷ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ $A\Theta$ ἐπὶ τὴν ΘH πρὸς τὸ ἀπὸ $\Theta \Gamma$ ἐπὶ τὴν ΘZ . τοῦ δὲ τῆς ἐπιφανείας λόγου ἡμιόλιος ἐστὶν ὁ τοῦ ἀπὸ AB κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ $B\Gamma$ κύβον. φημι δὴ, ὅτι τὸ ἀπὸ $A\Theta$ ἐπὶ τὴν ΘH πρὸς τὸ ἀπὸ $\Gamma\Theta$ ἐπὶ τὴν ΘZ μείζονα λόγον ἔχει, ἥπερ [ὁ ἀπὸ τῆς AB κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς $B\Gamma$ κύβον, τουτέστιν] ὁ ἀπὸ τῆς $A\Theta$ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ ΘB κύβον, τουτέστιν ὁ τοῦ ἀπὸ $A\Theta$ πρὸς τὸ ἀπὸ $B\Theta$ 5 καὶ ὁ τῆς $A\Theta$ πρὸς ΘB . ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ $A\Theta$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘB προσλαβὼν τὸν τῆς $A\Theta$ πρὸς ΘB ὁ τοῦ ἀπὸ $A\Theta$ ἐστὶν πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν $\Gamma\Theta B$. ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ $A\Theta$ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν $B\Theta \Gamma$ ὁ τοῦ ἀπὸ $A\Theta$ ἐστὶν ἐπὶ τὴν ΘH πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν $B\Theta \Gamma$ ἐπὶ τὴν ΘH . 15 φημι δὴ, ὅτι ἄρα τὸ ἀπὸ $A\Theta$ ἐπὶ τὴν ΘH πρὸς τὸ ἀπὸ $\Gamma\Theta$ ἐπὶ τὴν ΘZ μείζονα λόγον ἔχει, ἥπερ [τὸ ἀπὸ $A\Theta$ πρὸς τὸ ὑπὸ $B\Theta \Gamma$, τουτέστι] τὸ ἀπὸ $A\Theta$ ἐπὶ τὴν ΘH πρὸς τὸ ὑπὸ $B\Theta \Gamma$ ἐπὶ τὴν ΘH . δεικτέον οὖν, ὅτι τὸ ἀπὸ $\Theta \Gamma$ ἐπὶ τὴν ΘZ ἐλασσόν ἐστι τοῦ ὑπὸ 20 τῶν $B\Theta \Gamma$ ἐπὶ τὴν $H\Theta$. ὃ ταυτόν ἐστι τῷ δεῖξαι, ὅτι τὸ ἀπὸ $\Gamma\Theta$ πρὸς τὸ ὑπὸ $B\Theta \Gamma$ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἢ $H\Theta$ πρὸς ΘZ [δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι ἢ $H\Theta$ πρὸς ΘZ μείζονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἢ $\Gamma\Theta$ πρὸς ΘB]. ἤχθω ἀπὸ τοῦ E τῇ $E\Gamma$ πρὸς ὀρθὰς ἢ EK , καὶ ἀπὸ τοῦ

4. κύβου] κυκλον F; corr. B. 5. κύβου] κυκλον F; corr. B. 6. ὅτι τὸ] οὐ τοῦ F; corr. Torellius. 7. ἥπερ] ἥπερ ἢ F; corr. Torellius. 8. ἀπὸ τῆς] τῆς F; corr. B. 9. ἀπὸ $A\Theta$] $A\Theta$ F; corr. B. 10. ὁ τοῦ] Nizze (Cr.); ο δε του F, vulgo. 11. $\Gamma\Theta$, ΘB Torellius. 12. $B\Theta \Gamma$] scripsi; $B\Theta$, $\Theta \Gamma$ Torellius; $\Theta B \Gamma$ F, vulgo. 13. $B\Theta \Gamma$] ut lin. 12. 14. $\Theta B \Gamma$] ut lin. 13. 15. ὑπὸ] ἀπο F; corr. Torellius. $B\Theta$, $\Theta \Gamma$ idem, ut lin. 18, 20, 21. 16. E τῇ $E\Gamma$ πρὸς ὀρθὰς ἢ EK , καὶ ἀπὸ τοῦ] om. F; corr. Torellius et ed. Basil., nisi quod pro καὶ habet ἤχθω; om. Cr.

inter se. sed demonstratum est, rationem, quam inter se habent segmenta, esse

$$= A\Theta^2 \times \Theta H : \Theta \Gamma^2 \times \Theta Z.$$

ratio uero $AB^3 : B\Gamma^3$ sesquialtera est, quam ratio, quam superficies inter se habent [u. Eutocius]. dico igitur,

$$A\Theta^2 \times \Theta H : \Gamma\Theta^2 \times \Theta Z$$

rationem maiorem esse quam

$$A\Theta^3 : \Theta B^3 \text{ [u. Eutocius],}$$

hoc est

$$> A\Theta^2 : B\Theta^2 \times A\Theta : \Theta B \text{ [u. Eutocius].}$$

sed

$$A\Theta^2 : \Theta B^2 \times A\Theta : \Theta B = A\Theta^2 : \Gamma\Theta \times \Theta B$$

[u. Eutocius]. sed

$$A\Theta^2 : \Gamma\Theta \times \Theta B = A\Theta^2 \times \Theta H : (B\Theta \times \Theta \Gamma) \times \Theta H$$

[u. Eutocius]. dico igitur

$$A\Theta^2 \times \Theta H : \Gamma\Theta^2 \times \Theta Z > A\Theta^2 \times \Theta H : (B\Theta \times \Theta \Gamma) \times \Theta H.$$

demonstrandum igitur

$$\Gamma\Theta^2 \times \Theta Z < (B\Theta \times \Theta \Gamma) \times \Theta H \text{ [u. Eutocius].}$$

quod idem est, ac si demonstramus:

$$\Gamma\Theta^2 : B\Theta \times \Theta \Gamma < H\Theta : \Theta Z \text{ [u. Eutocius].}^1)$$

ducatur ab E puncto ad $E\Gamma$ lineam perpendicularis linea EK , et a B puncto ad eam perpendicularis linea BA .

1) Verba sequentia δεῖ lin. 22 — ΘB lin. 23 ex Eutocio huc translata sunt, propter p. 248 lin. 1—3 superuacua. his deletis uerba ἐπιλοιπον p. 248 lin. 1 — ΘB lin. 3, quae habet Eutocius, retinenda sunt.

B κάθετος ἐπ' αὐτήν ἢ BA . ἐπιλοιπον ἡμῖν δεῖξαι,
 διότι ἢ $H\Theta$ πρὸς ΘZ μείζονα λόγον ἔχει, ἢπερ ἢ $\Gamma\Theta$
 πρὸς ΘB . ἴση δέ ἐστίν ἢ ΘZ συναμφοτέρω τῇ $A\Theta$,
 KE . δεῖξαι ἄρα δεῖ, ὅτι ἢ $H\Theta$ πρὸς συναμφοτέρον
 5 τὴν ΘA , KE μείζονα λόγον ἔχει, ἢπερ ἢ $\Gamma\Theta$ πρὸς ΘB .
 καὶ ἀφαιρεθείσης ἄρα ἀπὸ τῆς ΘH τῆς $\Gamma\Theta$, ἀπὸ δὲ
 τῆς KE τῆς EA ἴσης τῇ $B\Theta$ δεήσει δειχθῆναι, ὅτι
 λοιπὴ ἢ ΓH πρὸς λοιπὴν συναμφοτέρον τὴν $A\Theta$, KA
 μείζονα λόγον ἔχει, ἢπερ ἢ $\Gamma\Theta$ πρὸς ΘB , τουτέστιν
 10 ἢ ΘB πρὸς ΘA , τουτέστιν ἢ AE πρὸς ΘA . καὶ ἐναλ-
 λάξ, ὅτι ἢ KE πρὸς EA μείζονα λόγον ἔχει, ἢπερ
 συναμφοτέρος ἢ KA , ΘA πρὸς ΘA . καὶ διελόντι ἢ
 KA πρὸς AE μείζονα λόγον ἔχει, ἢπερ ἢ KA πρὸς
 ΘA . ὅτι ἐλάσσων ἐστὶν ἢ AE τῆς ΘA .

15

δ'.

Τῶν τῇ ἴση ἐπιφανείᾳ περιεχομένων σφαιρικῶν
 τμημάτων μείζον ἐστὶ τὸ ἡμισφαίριον.

ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ $AB\Gamma A$, διά-
 μετρος δὲ αὐτοῦ ἢ AG , καὶ ἄλλη σφαῖρα, ἣς μέγιστος
 20 κύκλος ὁ $EZH\Theta$, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἢ EH . καὶ τε-
 τμήσθω ἐπιπέδω ἢ μὲν ἑτέρα σφαῖρα διὰ τοῦ κέντρου,

1. BA] BA FV. ἡμῖν] μιναι F; corr. ed. Basil.* 2.
 διότι] ὅτι Nizze. 4. δεῖ, ὅτι] διοτι F; corr. B. 12. ΘA]
 ΘA F; corr. ed. Basil.* διελόντι, ὅτι? 15. $\iota\delta'$ F; ι' To-
 rellius.

restat, ut demonstremus: $H\Theta : \Theta Z > \Gamma\Theta : \Theta B$ [u. Eutocius]. sed $\Theta Z = A\Theta + KE$ [u. Eutocius].¹⁾ itaque demonstrandum $H\Theta : \Theta A + KE > \Gamma\Theta : \Theta B$. quare etiam subtracta a ΘH linea linea $\Gamma\Theta$ et a KE linea linea EA aequali lineae $B\Theta$ ²⁾ demonstrandum erit

$$\Gamma H : A\Theta + KA > \Gamma\Theta : \Theta B \text{ [u. Eutocius],}$$

hoc est $> \Theta B : \Theta A$ ³⁾, hoc est $> AE : \Theta A$ [nam $AE = \Theta B$], et uicissim $KE : EA > KA + \Theta A : \Theta A$ ⁴⁾, et dirimendo $KA : AE > KA : \Theta A$ ⁵⁾, hoc est $AE < \Theta A$ [Eucl. V, 10].⁶⁾

IX.

Omnium segmentorum sphaerarum, quae aequali superficie continentur, maximum est hemisphaerium.⁷⁾

sit $AB\Gamma A$ circulus sphaerae maximus, et diametrus eius AG , et alia sphaera sit, cuius circulus maximus sit $EZH\Theta$, diametrus autem eius EH . et secetur plano

1) Ex Eutocio haec corrigi possunt: p. 246 lin. 12: *ἔστι*; ibid.: *τῶν* om., item lin. 13, 14, 20; lin. 13—14: $B\Theta\Gamma$ λόγος, ὁ αὐτός ἐστι τῶν τοῦ ἀπὸ $A\Theta$ ἐπὶ τήν; lin. 15: ἄρα om.; lin. 18: $\Gamma\Theta B$; ibid.: *οὗν* om.; lin. 21: $\Gamma\Theta B$; p. 248, 4: *δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι*. omisi discrepantias minutissimas in litterarum ordine, quem fieri potest ut Eutocius ipse mutauerit. praeterea Eutocius p. 248 lin. 13: habet: *ἥπερ αὐτῆ ἢ* et ibid. 14 *τοντέστιν, ὅτι ἐλάσσων ἢ AE τῆς ΘA ἐστίν*.

2) Horum uerborum formam singularem (lin. 6—7) propter Eutocium mutare non audeo.

3) Nam $\Gamma\Theta : \Theta B = \Theta B : \Theta A$; Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 Nr. 16.

4) Nam $KE = \Gamma H$; tum u. Pappus VII, 47 p. 686.

5) U. supra p. 235 not. 1.

6) Conclusionem hic et p. 244, 12 omissam Eutocius nec habuisse nec desiderasse uidetur. idem synthesim utriusque partis de suo addit.

7) *Τὸ ἡμισφαίριον μέγιστόν ἐστι τῶν περιεχομένων ὑπὸ ἰσῆς ἐπιφανείας σφαιρᾶς τμημάτων. περὶ ἐλλῆ. praef.*

ἡ δὲ ἑτέρα μὴ διὰ τοῦ κέντρου. ἔστω δὲ τὰ τέμνοντα ἐπίπεδα ὀρθὰ πρὸς τὰς $ΑΓ$, $ΕΗ$ διαμέτρους. καὶ τετμησθῶσαν κατὰ τὰς $ΑΒ$, $ZΘ$ γραμμάς.

ἔστιν δὴ τὸ μὲν κατὰ τὴν $ZΕΘ$ περιφέρειαν τμήμα
 5 τῆς σφαίρας ἡμισφαίριον, τῶν δὲ κατὰ τὴν $ΒΑΔ$ περι-
 φέρειαν τομῶν ἐν μὲν τῷ ἑτέρῳ σχήματι, πρὸς ὃ τὸ
 $Σ$ σημεῖον, μείζον ἡμισφαιρίου, ἐν δὲ τῷ ἑτέρῳ ἔλασ-
 σον ἡμισφαιρίου. ἴσαι δὲ ἔστωσαν αἱ τῶν εἰρημένων
 τμημάτων ἐπιφάνειαι. λέγω οὖν, ὅτι μείζον ἔστι τὸ
 10 κατὰ τὴν $ZΕΘ$ περιφέρειαν ἡμισφαίριον τοῦ κατὰ τὴν
 $ΒΑΔ$ περιφέρειαν τμήματος.

ἐπεὶ γὰρ ἴσαι εἰσὶν αἱ ἐπιφάνειαι τῶν εἰρημένων
 τμημάτων, φανερόν, ὅτι ἴση ἔστιν ἡ $ΒΑ$ τῇ $ΕΖ$ εὐ-
 θεΐα [δέδεικται γὰρ ἐκάστου τμήματος ἡ ἐπιφάνεια
 15 ἴση οὖσα κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἔστί τῇ
 ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος εὐθεΐα ἀγομένη ἐπὶ
 τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βᾶσις τοῦ τμή-
 ματος]. [καὶ ἐπεὶ μείζων ἔστιν ἡμίσεως κύκλου ἡ $ΒΑΔ$
 περιφέρεια ἐν τῷ ἑτέρῳ σχήματι, πρὸς ὃ τὸ $Σ$ σημεῖον]
 20 δῆλον, ὅτι ἡ $ΒΑ$ ἐλάσσων ἔστιν ἢ διπλασίων δυνάμει
 τῆς $ΑΚ$, τῆς δὲ ἐκ τοῦ κέντρου μείζων ἢ διπλασίων
 δυνάμει. ἔστω δὲ καὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ $ΑΒΔ$
 κύκλου ἴση ἡ $ΓΞ$, καὶ ὃν ἔχει λόγον ἡ $ΓΞ$ πρὸς τὴν
 $ΓΚ$, τοῦτον ἔχτω ἡ $ΜΑ$ πρὸς $ΑΚ$. ἀπὸ δὲ τοῦ κύ-
 25 κλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν $ΒΔ$ κῶνος ἔστω κορυ-

1. τὰ] scripsi; τα μὲν F, vulgo. 4. ἔστιν] ἔστω Nizze; sed respicitur ad p. 248, 21 sq. 6. τομῶν] τμημάτων Nizze.
 8. αἱ τῶν εἰρημένων τμημάτων ἐπιφάνειαι. λέγω οὖν] om. F; corr. ed. Basil. nocuit similitudo compendiorum ἔστωσαν et οὖν;
 lacunam sic supplēuit Cr.: „est autem superficies maioris por-
 tionis unius sphaerae superficiei dimidiae sphaerae aequalis, quae
 est ad circumferentiam *feh*. dico igitur.“ 17. ὅς] ὁ F; corr.
 Torellius. 19. Σ] Γ F; corr. ed. Basil.*; sed fortasse et hic

altera sphaera per centrum, altera autem non per centrum. et plana secantia ad diametros AG , EH perpendicularia sint et secent¹⁾ in lineis AB , $Z\Theta$.

itaque segmentum sphaerae in ambitu $ZE\Theta$ positum hemisphaerium est, segmentum autem in ambitu $BA\Delta$ positum²⁾ in altera figura, ad quam est Σ signum, maius hemisphaerio, in altera uero minus. aequales autem sint superficies segmentorum, quae commemorauimus. dico igitur, hemisphaerium in $ZE\Theta$ ambitu positum maius esse segmento in $BA\Delta$ ambitu posito.

nam quoniam aequales sunt superficies segmentorum, adparet, esse $BA = EZ$ [I, 42—43; Eucl. XII, 2]. [et quoniam ambitus $BA\Delta$ in altera figura, ad quam Σ signum est, maior est semicirculo] adparet esse

$$BA^2 < 2AK^2,$$

sed maiorem duplici quadrato radii [u. Eutocius].³⁾ praeterea autem linea $\Gamma\Xi$ aequalis sit radio circuli $AB\Delta$, et sit $\Gamma\Xi : \Gamma K = MA : AK$. et in circulo circum $B\Delta$ diametrum descripto construaturs conus uer-

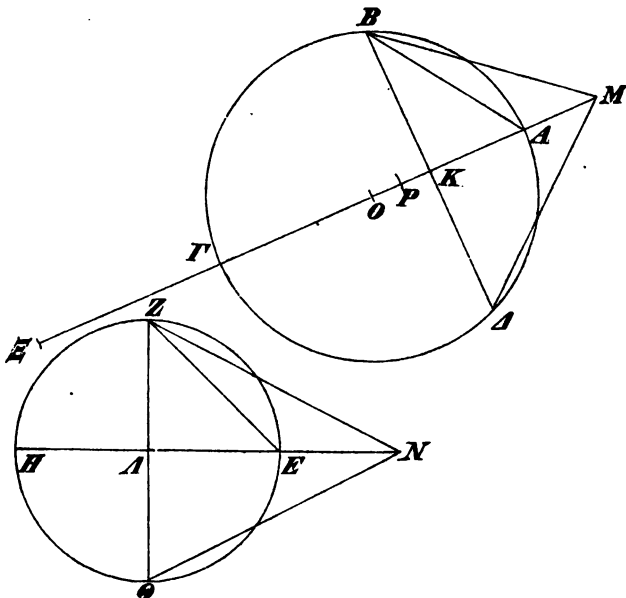
1) Aut auditur *of κύκλοι*, aut potius Archimedes scripserat: *τετρακόντων*. cfr. Quaest. Arch. p. 88.

2) Uerba corrupta lin. 5—6 sic fere restituenda sunt: *τὸ δὲ κατὰ τὴν ΒΑΔ περιφέρειαν τμημα*.

3) Ex eo comperimus, Archimedem lin. 20—22 scripsisse *δῆλον δέ, ὅτι ἡ ΒΑ τῆς μὲν ΑΚ ἐλάσσων ἐστὶ ἢ διπλασία δυναμί, τῆς δὲ ἐκ τοῦ κέντρου μετῶν ἢ διπλασία*. lin. 22 *δυναμί* del. Torellius. - Nizsius post hoc uerbum cum Sturmio aliusque addit: *ἐν δὲ τῷ ἐτέρῳ σχήματι τὰναντία τούτοις. κείσθω τῷ ἡμίσει τοῦ ἀπὸ ΑΒ, τουτέστι τοῦ ἀπὸ ΕΖ, ἴσον τὸ ἀπὸ ΑΡ. ἔσται ἄρα τῷ ΕΑ ἴση ἡ ΑΡ, καὶ τῆς ΑΚ ἢ ΑΡ ἐγγυτέρω τῆς διχοτομίας τῆς ἐν τῷ Ο σημείω*.

et lin. 7 scrib. δ . 20. *ἐστίν*] per comp. F. 25. *τοῦ*] ad-didi; om. F, uulgo.

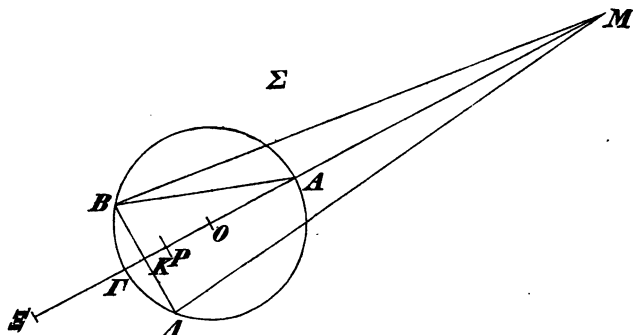
φῆν ἔχων τὸ M σημείον. ἴσος δὴ ἔστιν οὗτος τῷ
κατὰ τὴν $BA\Delta$ περιφέρειαν τμήματι τῆς σφαίρας. ἔστω
καὶ τῇ EA ἴση ἡ EN , καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τοῦ περι-



διάμετρον τὴν ΘZ κῶνος ἔστω κορυφὴν ἔχων τὸ N
6 σημείον. ἴσος δὴ καὶ οὗτός ἐστι τῷ κατὰ τὴν ΘEZ
5 περιφέρειαν ἡμισφαιρίῳ. τὸ δὲ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν
 $AP\Gamma$ μείζον ἐστὶ τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τῶν $AK\Gamma$,
διότι τὴν ἐλάσσονα πλευρὰν τῆς ἐλάσσονος τοῦ ἑτέρου
μείζονα ἔχει. τὸ δὲ ἀπὸ τῆς AP ἴσον ἐστὶ τῷ περι-
10 εχομένῳ ὑπὸ τῶν $AK, \Gamma\Xi$. ἥμισυ γάρ ἐστι τοῦ ἀπὸ

6. δέ] scripsi cum Eutocio; δη F, vulgo. 7. $AP, \Gamma\Gamma$ To-
rellius. $AK, K\Gamma$ idem. 10. $AK, \Gamma\Xi$] $A\Xi F$; corr. ed. Ba-
sil.; cfr. Eutocius.

ticem habens punctum M . is igitur segmento sphaerae in ambitu $BA\Delta$ posito aequalis erit.¹⁾ sit praeterea $EN = EA$, et in circulo circum diametrum ΘZ de-



scripto construatur conus uerticem habens punctum N . quare etiam is hemisphaerio in ambitu ΘEZ posito aequalis est [u. Eutocius]. sed est

$$AP \times PF > AK \times KF,$$

quia minus latus minore latere alterius rectanguli maius habet [u. Eutocius]. est autem $AP^2 = AK \times \Gamma E$; est enim $= \frac{1}{2} AB^2$.²⁾ itaque etiam

1) Est enim *συνθέντι* (Eucl. V, 18): $KE : FK = MK : AK$; tum u. prop. 2.

2) U. Eutocius. sed nusquam dictum est, esse $AP^2 = \frac{1}{2} AB^2$. quare puto p. 250, 22 post *δυνάμει* excidisse: *ἔστω δὲ ἡ ΒΑ τῆς ΑΡ δυνάμει διπλασία* (forma ad lemma Eutocii adcommodata, quod sine dubio genuina uerba Archimedis seruaui; u. p. 251 not. 3). nam uerba praecedentia lin. 20 sq. eo spectant, ut demonstretur, punctum P inter O et K cadere, et praeterea *ἔστω δὲ καὶ* lin. 22 tum demum habebunt, quo referantur. ceterum si lemma Eutocii recte in codicibus traditum est, sequitur, ut uerba *καὶ ἐπέλ* lin. 18 — *σημείων* lin. 19 subditua sint (*δῆλον δὲ*). hinc oritur suspicio, Archimedem omnino non ad alteram figuram respexisse, ita ut delenda sint *ἐν μὲν τῷ* p. 250, 6 — *σημείων* lin. 7 et *ἐν δὲ* lin. 7 — *ἡμισφαιρίων* lin. 8, et praeterea ultima uerba adnotationis Eutocii ad p. 250,

τῆς AB . μείζον οὖν ἐστὶ καὶ τὸ συναμφοτέρου τοῦ
 συναμφοτέρου [τὸ ἄρα περιεχόμενον ὑπὸ τῶν $ΓΑΡ$
 μείζον ἐστὶ τοῦ ὑπὸ τῶν $ΞΚΑ$]. τῷ δὲ ὑπὸ τῶν
 $ΞΚΑ$ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν $ΜΚΓ$ [ὥστε μείζον ἐστὶ
 5 τὸ ὑπὸ τῶν $ΓΑ$, $ΑΡ$ τοῦ ὑπὸ τῶν $ΜΚΓ$]. ὥστε μεί-
 ζονα λόγον ἔχει ἢ $ΓΑ$ πρὸς τὴν $ΚΓ$, ἢπερ ἢ $ΜΚ$
 πρὸς τὴν $ΑΡ$. οὖν δὲ λόγον ἔχει ἢ $ΑΓ$ πρὸς τὴν $ΓΚ$,
 τοῦτον ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς $ΑΒ$ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς $ΒΚ$.
 δῆλον οὖν, ὅτι μείζονα λόγον ἔχει τὸ ἡμισυ τοῦ ἀπὸ
 10 τῆς $ΑΒ$, ὃ ἐστὶν ἴσον τῷ ἀπὸ $ΑΡ$, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς
 $ΒΚ$, ἢπερ ἢ $ΜΚ$ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς $ΑΡ$, ἢ ἐστὶν
 ἴση τῇ $ΑΝ$. μείζονα ἄρα λόγον ἔχει καὶ ὁ κύκλος ὁ περὶ
 διάμετρον τὴν $ZΘ$ πρὸς τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον
 τὴν $ΒΔ$, ἢ ἢ $ΜΚ$ πρὸς τὴν $ΝΑ$. ὥστε μείζον ἐστὶν ὁ
 15 κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν $ZΘ$
 κύκλον, κορυφὴν δὲ τὸ N σημειον τοῦ κῶνου τοῦ
 βάσιν μὲν ἔχοντος κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν $ΒΔ$,
 κορυφὴν δὲ τὸ M σημειον. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ
 ἡμισφαίριον τὸ κατὰ τὴν $EZΘ$ περιφέρειαν μείζον ἐστὶ
 20 τοῦ τμήματος τοῦ κατὰ τὴν $ΒΑΔ$ περιφέρειαν.

1. μείζον] scripsi cum Eutocio; μείζων F, vulgo. 2. $ΓΑ$,
 $ΑΡ$ Torellius. 3. μείζων F. in figura litteram O ex Eutocio
 addidit Nizze, litteram Σ ed. Basil., sed prae; corr. Torellius.
 3. $ΞΚΑ$] B*, ed. Basil.; $ΞΑΚ$ F; $ΞΚ$, $ΚΑ$ Torellius, ut etiam
 lin. 4. 4. $ΜΚΓ$. ὥστε μείζον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν] om. F; corr.
 Cr., ed. Basil. 5. $ΓΑΡ$ ed. Basil. $ΜΚ$, $ΚΓ$ Torellius.
 10. $ΑΡ$, πρὸς τὸ ἀπό] om. F; corr. Cr., ed. Basil. 12. $ΑΝ$]
 $ΔΗ$ F; corr. A, Cr., ed. Basil. 14. ἢ] ἢπερ Torellius. $ΜΚ$]
 $ΗΜΚ$ F; corr. ed. Basil.* $ΝΑ$] $ΜΑ$ F; corr. Torellius.
 „ln“ Cr. μείζον F. 15. διάμετρον] διαμετρον μεν F, ut
 etiam lin. 17; corr. utroque loco Torellius. in fine *Αρχιμηδους*
περι σφαιρας και κυλινδρου B F, Cr.

$AP \times P\Gamma + AP^2 > AK \times K\Gamma + AK \times \Gamma\Xi$
 [hoc est $\Gamma A \times AP > AK \times K\Xi$ (u. Eutocius)]. sed

$$MK \times K\Gamma = \Xi K \times KA \text{ [u. Eutocius].}$$

quare $\Gamma A : K\Gamma > MK : AP$ [u. Eutocius].¹⁾ sed

$$A\Gamma : \Gamma K = AB^2 : BK^2 \text{ [u. Eutocius].}$$

adparet igitur, esse $\frac{1}{2}AB^2 : BK^2 > MK : 2AP$, hoc est

$$AP^2 : BK^2 > MK : AN \text{ [u. Eutocius].}$$

quare etiam circulus circum diametrum $Z\Theta$ descriptus ad circulum circum diametrum $B\Delta$ descriptum maiorem rationem habet, quam $MK : NA$.²⁾ quare conus basim habens circulum circum diametrum $Z\Theta$ descriptum, uerticem autem punctum N , maior est cono basim habenti circulum circum diametrum $B\Delta$ descriptum³⁾, uerticem autem punctum M [u. Eutocius]. adparet igitur, etiam hemisphaerium in ambitu $EZ\Theta$ positum maius esse segmento in $B\Delta\Delta$ ambitu posito [p. 252, 1 sq.].

20 sq. (*καὶ ταῦτα μὲν — λεχθήσεται*), in quibus etiam mira breuitas offendit. haec enim figura altera praeter unum locum p. 250, 6 prorsus negligitur. itaque transcriptor ab instituto suo demonstrationem Archimedis corrigendi destitit.

1) Ex eo adparet, Archimedes *τῆν* ante $K\Gamma$ et AP lin. 6 et 7, sicut etiam ante ΓK lin. 6 omisisse. lin. 14 pro η habet $\eta\pi\epsilon\rho$.

2) Nam est $Z\Delta = AP$ (Eutocius); itaque

$$Z\Delta^2 : BK^2 > MK : AN;$$

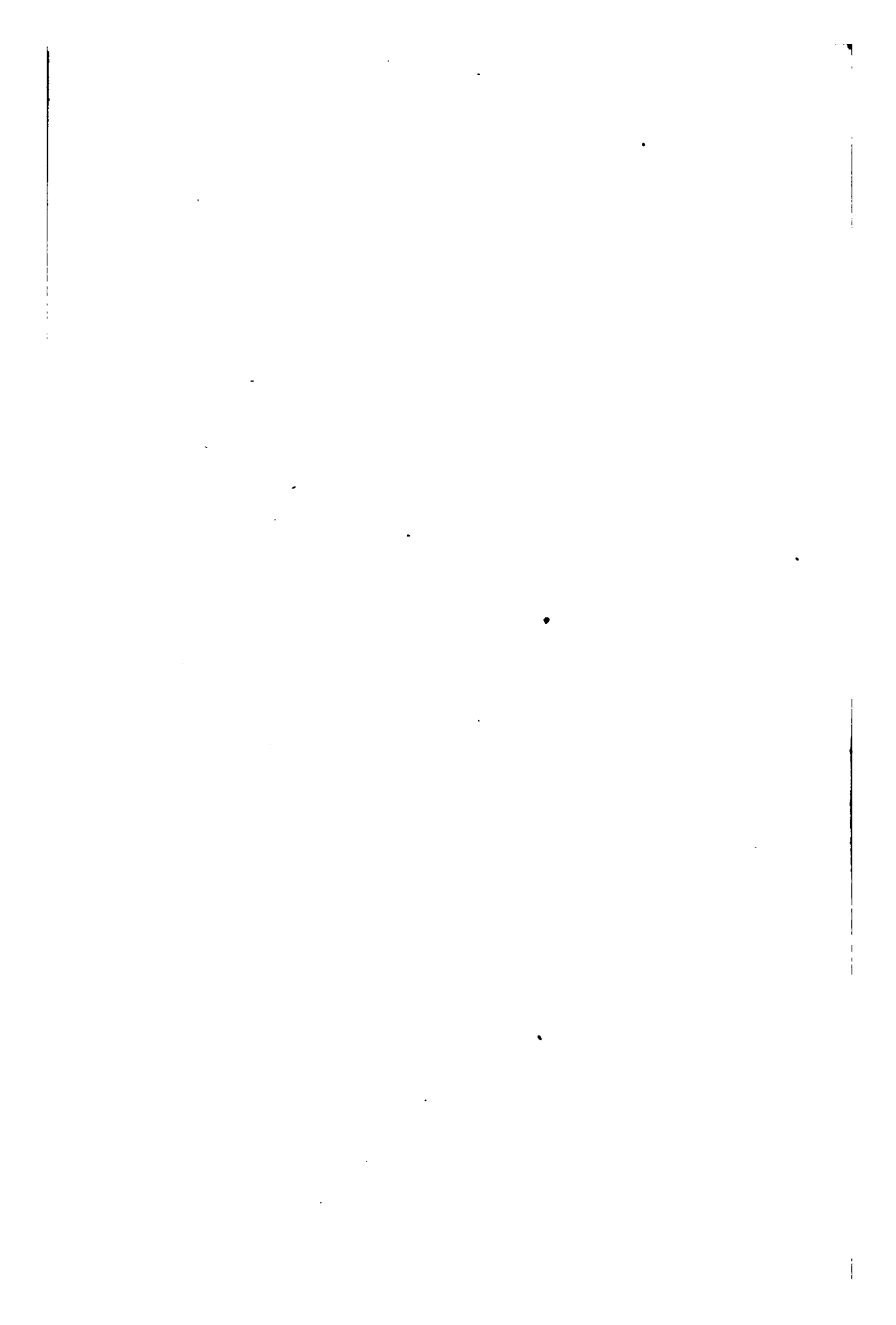
tum u. Eucl. XII, 2; nam

$$Z\Delta = \frac{1}{2}Z\Theta, BK = \frac{1}{2}B\Delta.$$

3) Archimedes scripserat solito uerborum ordine lin. 17: *τὸν περὶ διάμετρον τῆν $B\Delta$ κύκλον* (Eutocius).



DIMENSIO CIRCULI.



DIMENSIO CIRCULI.

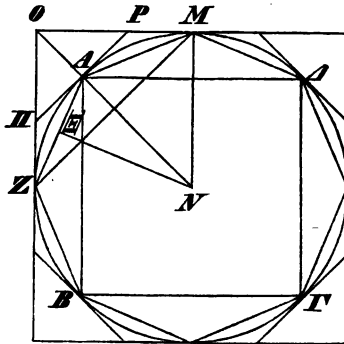
DIMENSIO CIRCULI.

α'.

Πᾶς κύκλος ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ ὀρθογωνίῳ, οὗ ἡ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴση μιᾷ τῶν περὶ τὴν ὀρθήν, ἢ δὲ περιμέτρος τῆς βάσει.

5 ἐχέτω ὁ $AB\Gamma\Delta$ κύκλος τριγώνῳ τῷ E , ὡς ὑπόκειται. λέγω, ὅτι ἴσος ἐστίν.

εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω μείζων ὁ κύκλος, καὶ ἐγγεγράψθω τὸ $ΑΓ$ τετράγωνον, καὶ τετμήσθωσαν αἱ περιφέρειαι διὰ, καὶ ἔστω τὰ τμήματα ἤδη ἐλάσσονα τῆς



10 ὑπεροχῆς, ἢ ὑπερέχει ὁ κύκλος τοῦ τριγώνου. τὸ εὐθύγραμμον ἄρα ἐκ τοῦ τριγώνου ἐστὶ μείζων. εἰλήφθω κέντρον τὸ N , καὶ κάθετος ἡ $N\Xi$. ἐλάσσων ἄρα ἡ

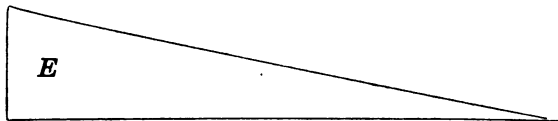
1. α'] om. F. 4. βάσει] λοιπῇ Wallis. 5. τριγώνῳ τῷ E post ἴσος ἐστίν lin. 6 ponit ed. Basil.; σύν τρ. τῷ E Nizke. 9. ἔστω] per comp. F.

I.

Omnis circulus aequalis est triangulo rectangulo, si radius aequalis est alteri laterum rectum angulum continentium, ambitus autem basi.¹⁾

circulus $AB\Gamma\Delta$ ad triangulum $E^2)$ ita se habeat, ut propositum est. dico, eum ei aequalem esse.

nam si fieri potest, sit maior circulus, et inscribatur quadratum AG , et ambitus in duas partes aequales diuidantur [et ducantur lineae BZ , ZA , AM , $M\Delta$ cet.]³⁾, et segmenta iam minora sint eo spatio, quo



circulus triangulum excedit.⁴⁾ itaque figura rectilinea adhuc maior est triangulo. sumatur centrum N , et perpendicularis [ducatur] $N\Xi$. itaque $N\Xi$ minor est

1) Aliam et eam correctiorem huius propositionis formam significat Eutocius: ἐκθέμενος γὰρ τρίγωνον ὀρθογώνιον φησιν· ἐγέτω τὴν μίαν τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν ἴσην τῇ ἐκ τοῦ κέντρον, τὴν δὲ λοιπὴν τῇ περιφερείᾳ; et infra: τρίγωνον τὸ ὀρθογώνιον — ἴσον ἐστὶ τῷ κύκλῳ.

2) Archimedes scripserat πρὸς τρίγωνον τὸ E , lin. 5.

3) Tale aliquid (velut: καὶ ἐγγεγραμμένα εὐθύγραμμα ἰσόπλευρον) Archimedes sine dubio addiderat lin. 9.

4) Hoc fieri potest per Eucl. XII, 2 (II p. 200 ed. August), collato X, 1. sed statim uti potuit Archimedes de sph. et cyl. I, 6 p. 24.

$N\Xi$ τῆς τοῦ τριγώνου πλευρᾶς. ἔστιν δὲ καὶ ἡ περίμετρος τοῦ εὐθύγραμμου τῆς λοιπῆς ἐλάττων, ἐπεὶ καὶ τῆς τοῦ κύκλου περιμέτρου.

Ἐλαττον ἄρα τὸ εὐθύγραμμον τοῦ E τριγώνου. ὅπερ
5 ἄτοπον.

ἔστω δὲ ὁ κύκλος, εἰ δυνατόν, ἐλάττων τοῦ E τριγώνου. καὶ περιγεγράφθω τὸ τετράγωνον, καὶ τεμῆσθωσαν αἱ περιφέρειαι δίχα, καὶ ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι διὰ τῶν σημείων. ὀρθῇ ἄρα ἡ ὑπὸ OAP . ἡ OP
10 ἄρα τῆς MP ἔστιν μείζων· ἡ γὰρ PM τῇ PA ἴση ἐστὶ. καὶ τὸ $PO\Pi$ τρίγωνον ἄρα τοῦ $OZAM$ σχήματος μείζον ἔστιν ἢ τὸ ἡμισυ. λελείφθωσαν οἱ τῷ ΠZA τομεῖ ὅμοιοι ἐλάσσους τῆς ὑπεροχῆς, ἢ ὑπερέχει τὸ E τοῦ $AB\Gamma A$ κύκλου. ἔτι ἄρα τὸ περιγεγραμμέ-
15 νον εὐθύγραμμον τοῦ E ἔστιν ἔλασσον. ὅπερ ἄτοπον. ἔστιν γὰρ μείζων, ὅτι ἡ μὲν NA ἴση ἐστὶ τῇ καθέτῳ τοῦ τριγώνου, ἡ δὲ περίμετρος μείζων ἐστὶ τῆς βάσεως τοῦ τριγώνου. ἴσος ἄρα ὁ κύκλος τῷ E τριγώνῳ.

6. ἐλάττων] μείζων F; corr. ed. Basil.* 10. τῇ] τῆς F; corr. B*. 13. τομεῖς ed. Basil., Torellius; „portiones“ Cr. 14. E] E τρίγωνον ed. Basil., Torellius, Cr.

latere [altero]¹⁾ trianguli. sed etiam perimetrus figuræ rectilineæ minor est altero latere, quia etiam ambitu circuli minor est [de sph. et cyl. I p. 10].

itaque figura rectilinea minor est triangulo E [Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 180 nr. 12]; quod fieri nequit.

sit autem circulus, si fieri potest, minor triangulo E . et circumscribatur quadratum, et ambitus in duas partes aequales secetur, et per puncta [sectionum] lineæ contingentes ducantur. itaque $\angle OAP$ rectus est [Eucl. III, 18]; quare $OP > MP$; nam $MP = PA$ [Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 15]. itaque $PO\Pi > \frac{1}{2}OZAM$.²⁾ relinquuntur [igitur] segmenta segmento³⁾ ΠZA similia minora eo spatio, quo E triangulum circulum $AB\Gamma A$ excedit.⁴⁾ itaque figura rectilinea circumscripta adhuc minor est triangulo E ; quod fieri nequit. est enim maior, quia NA aequalis est altitudini⁵⁾ trianguli, perimetrus autem maior basi trianguli.⁶⁾ circulus igitur aequalis est triangulo E .⁷⁾

1) τῆς τοῦ τριγώνου πλευρᾶς lin. 1 obscurius quam pro more Archimedis dictum est.

2) Nam $OAP > APM$ (Eucl. VI, 1) et

$$OAP = \frac{1}{2}PO\Pi, PAM = A\Pi Z.$$

3) τομεῖ lin. 18 Archimedes non scripsit pro τμήματι.

4) Cum $PO\Pi > \frac{1}{2}OZAM$, hoc fieri potest per Eucl. X, 1; cfr. de sph. et cyl. I, 6.

5) Archimedes scripserat τῷ ὕψει lin. 16; Quaest. Arch. p. 71.

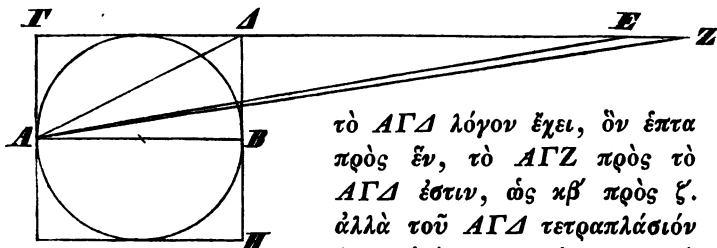
6) Quia maior est ambitu circuli; de sph. et cyl. I, 1.

7) Hanc propositionem citant: Pappus I p. 258, 17; 312, 20; III p. 1158, 22; demonstrationem repetit V, 6 p. 312—16 ex Zenodoro apud Theonem: comm. in Ptolem. p. 12—13 ed. Basil.; Proclus in Eucl. p. 423, 3; Anonymus Hultschii 42, 3 p. 265.

β'.

Ὁ κύκλος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τετράγωνον λόγον ἔχει, ὃν ια' πρὸς ιδ'.

ἔστω κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ AB , καὶ περιγεγράφθω τετράγωνον τὸ ΓH , καὶ τῆς ΓA διπλῆ ἡ ΔE , ἔβδομον δὲ ἡ EZ τῆς ΓA . ἐπεὶ οὖν τὸ $A\Gamma E$ πρὸς τὸ $A\Gamma A$ λόγον ἔχει, ὃν κα' πρὸς ζ', πρὸς δὲ τὸ AEZ



τὸ $A\Gamma A$ λόγον ἔχει, ὃν ἑπτα πρὸς ἕν, τὸ $A\Gamma Z$ πρὸς τὸ $A\Gamma A$ ἔστιν, ὡς κβ' πρὸς ζ. ἀλλὰ τοῦ $A\Gamma A$ τετραπλάσιόν ἐστὶ τὸ ΓH τετράγωνον· τὸ

δὲ $A\Gamma A Z$ τρίγωνον τῷ AB κύκλῳ ἴσον ἐστίν [ἐπεὶ ἡ μὲν $A\Gamma$ κάθετος ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, ἡ δὲ βάσις τῆς διαμέτρου τριπλασίαν καὶ τῷ ζ'' ἔγγιστα ὑπερέχουσα δειχθήσεται]. ὁ κύκλος οὖν πρὸς τὸ ΓH τετράγωνον λόγον ἔχει, ὃν ια' πρὸς ιδ'.

γ'.

Παντὸς κύκλου ἡ περίμετρος τῆς διαμέτρου τριπλασίαν ἐστὶ, καὶ ἔτι ὑπερέχει ἐλάσσονι μὲν ἢ ἑβδόμῳ μέρει τῆς διαμέτρου, μείζονι δὲ ἢ δέκα ἑβδομηκοστομόνοις.

1. β'] om. F. 3. ιδ' ἔγγιστα Wallis. numeros lineolis transuereis supra ductis notat F. 5. διπλῆ] διπλασία Nizze. 9. $A\Gamma Z$ ἄρα Wallis. 12. Post τετράγωνον Wallis addit: τὸ ἄρα $A\Gamma Z$ τρίγωνον πρὸς τὸ ΓH τετράγωνον λόγον ἔχει, ὃν κβ' πρὸς κή, ἢ ὃν ια' πρὸς ιδ'. 13. $A\Gamma A Z$] sic F, Cr.;

II.

Circulus ad diametrum quadratam eam rationem habet, quam 11 : 14.

sit circulus, cuius diameter sit AB , et circumscribatur quadratum ΓH , et sit $AE = 2\Gamma A$, et $EZ = \frac{1}{4}\Gamma A$. iam quoniam est $AGE : A\Gamma A = 21 : 7$ [Eucl. VI, 1], sed $A\Gamma A : AEZ = 7 : 1$ [Eucl. VI, 1], erit

$$AGZ : A\Gamma A = 22 : 7.^1)$$

sed $\Gamma H = 4A\Gamma A$ [Eucl. I, 34], et triangulum $A\Gamma AZ$ circulo AB aequale est [quia altitudo $A\Gamma$ radio aequalis est, basis autem triplo et praeterea septima parte maior diametro, hoc est ambitui proxime aequalis, ut demonstrabitur prop. 3; tum u. prop. 1].²⁾ quare circulus ad quadratum ΓH eam rationem habet, quam 11 : 14.³⁾

III.

Cuiusvis sphaerae perimetrus diametro triplo maior est, et praeterea excedit spatio minore, quam septima pars diametri est, maiore autem quam $\frac{1}{4}$.

1) Nam *ἀνάπαιιν* (Eucl. V, 7 πρόφ.) $AEZ : A\Gamma A = 1 : 7$; tum addendo sequitur proportio. sed poterat statim concludi ex Eucl. VI, 1; nam $\Gamma Z = (3 + \frac{1}{4})\Gamma A = \frac{13}{4}\Gamma A$.

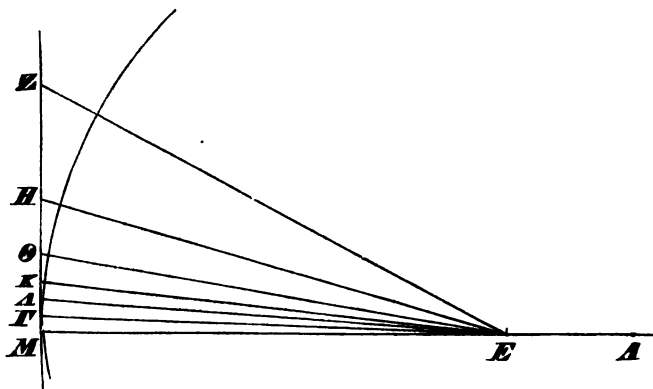
2) Hic locus *ἐπέλ* lin. 13 — *δειχθήσεται* lin. 16 mire corruptus et confusus transcriptori tribuo, qui eum addidit, postquam prop. 2 et 3 permutavit; neque enim Archimedes hanc propositionem ante prop. 3, quo nititur, posuit.

3) Citatur haec propositio a Pseudoherone Geom. 103 p. 136.

$A\Gamma Z$ ed. Basil., vulgo. *κύκλου περιμέτρον, ἥτις. ἔγγιστα* Wallis.

15. Post *βάσις* Wallis addit: *τῆ τοῦ τῶ]* scripsi; *τον F*, vulgo. 17. *ιδ'*

ἔστω κύκλος, καὶ διάμετρος ἡ $ΑΓ$, καὶ κέντρον το
 E , καὶ ἡ $ΓΑΖ$ ἐφαπτομένη, καὶ ἡ ὑπὸ $ΖΕΓ$ τρίτον
ὀρθῆς. ἡ EZ ἄρα πρὸς $ZΓ$ λόγον ἔχει, ὃν τς' πρὸς
ρνγ'. ἡ δὲ $EΓ$ πρὸς τὴν $ΓΖ$ λόγον ἔχει, ὃν σξέ'
5 πρὸς ρνγ'. τετιμήσθω οὖν ἡ ὑπὸ $ΖΕΓ$ δίχα τῇ $EΗ$.
ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ZE πρὸς $EΓ$, ἡ ZH πρὸς $HΓ$ [καὶ
ἐναλλάξ καὶ συνθέντι]. ὡς ἄρα συναμφοτέρος ἡ ZE ,
 $EΓ$ πρὸς $ZΓ$, ἡ $EΓ$ πρὸς $ΓΗ$. ὥστε ἡ $ΓE$ πρὸς $ΓΗ$
μείζονα λόγον ἔχει, ἥπερ φοά' πρὸς ρνγ'. ἡ $EΗ$ ἄρα
10 πρὸς $HΓ$ δυνάμει λόγον ἔχει, ὃν $M^{\lambda\delta}$ θυν' πρὸς M^{β} γυνθ'.
μήκει ἄρα, ὃν φγα' η'' πρὸς ρνγ'. πάλιν δίχα ἡ ὑπὸ



$HEΓ$ τῇ $EΘ$. διὰ τὰ αὐτὰ ἄρα ἡ $EΓ$ πρὸς $ΓΘ$ μεί-
ζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν αρξβ' η'' πρὸς ρνγ'. ἡ $ΘE$
ἄρα πρὸς $ΘΓ$ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν αροβ' η'' πρὸς
15 ρνγ'. ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ $ΘEΓ$ τῇ $EΚ$. ἡ $EΓ$ ἄρα πρὸς
 $ΓΚ$ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν βτλδ' δ'' πρὸς ρνγ'.
ἡ $EΚ$ ἄρα πρὸς $ΓΚ$ μείζονα, ἢ ὃν βτλδ' δ'' πρὸς

2. τρίτον] τρίτου (-του per comp.) F, corr. B*. 3. μεί-
ζονα λόγον Wallis. ὃν] scripsi cum Eutocio; η on F, uulgo.

sit circulus, et diametrus AG , et centrum E , et GAZ linea circulum contingens, et $\angle ZEF$ tertia pars recti. itaque $EZ : Z\Gamma = 306 : 153$ [u. Eutocius], sed

$$E\Gamma : \Gamma Z = 265 : 153 \text{ [u. Eutocius].}$$

iam secetur $\angle ZEF$ in duas partes aequales linea EH . est igitur

$$ZE : E\Gamma = ZH : H\Gamma \text{ [Eucl. VI, 3].}$$

quare

$$ZE + E\Gamma : Z\Gamma = E\Gamma : \Gamma H \text{ [u. Eutocius].}^1)$$

quare

$$\Gamma E : \Gamma H > 571 : 153 \text{ [u. Eutocius].}^2)$$

itaque

$$EH^2 : H\Gamma^2 = 349450 : 23409 \text{ [u. Eutocius].}$$

itaque $EH : H\Gamma = 591\frac{1}{2} : 153$. rursus secetur eodem modo $\angle HEG$ linea $E\Theta$. propter eadem igitur erit

$$E\Gamma : \Gamma\Theta > 1162\frac{1}{2} : 153 \text{ [u. Eutocius].}$$

quare $\Theta E : \Theta\Gamma > 1172\frac{1}{2} : 153$ [u. Eutocius]. rursus secetur $\angle \Theta E\Gamma$ linea EK . erit

$$E\Gamma : \Gamma K > 2334\frac{1}{2} : 153 \text{ [u. Eutocius].}$$

1) Sequentia verba lin. 6—7: *καὶ ἐναλλάξ καὶ συνθέντι* a transcriptore ex Eutocio huc prauo ordine illata sunt.

2) Quae Archimedes breuissime, omissis computationibus, proponit, copiose et perspicue explicat Eutocius; quare satis habui lectorem ad eum renocare. quo modo Archimedes numeros 153 et 780 innenerit, aut quibus adiuuentis instructus latera numerorum non quadratorum computauerit, nondum constat (Quaest. Arch. p. 60—66). haec propositio difficillima a transcriptore et fortasse etiam a librariis pessime habita est. citatur ab Archimede ipso Arenar. I, 19; II, 3 et a Simplicio in Aristot. IV p. 508, b.

7. *συνθέντι καὶ ἐναλλάξ* Wallis. 10. *μείζονα λόγον* Wallis. η $\delta\upsilon$ Wallis. idem post *ἄρα* lin. 11 addit *μείζονα* η . 17. *μείζονα*] scripsi; *μείζον* F, uulgo; *μείζονα λόγον ἔχει* Wallis.

ρυγ'. ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΚΕΓ τῆς ΑΕ. ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς
 ΑΓ μείζονα [μήκει] λόγον ἔχει, ἥπερ ,δχογ' κ'' πρὸς
 ρυγ'. ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ ΖΕΓ τρίτον· οὕσα ὀρθῆς τέ-
 τμηται τετράκις δίχα, ἡ ὑπὸ ΑΕΓ ὀρθῆς ἐστὶ μη'.
 5 κείσθω οὖν αὐτῇ ἴση πρὸς τῷ Ε ἡ ὑπὸ ΓΕΜ. ἡ ἄρα
 ὑπὸ ΑΕΜ ὀρθῆς ἐστὶ κδ''. καὶ ἡ ΑΜ ἄρα εὐθεία
 τοῦ περὶ τὸν κύκλον ἐστὶ πολυγώνου πλευρὰ πλευρὰς
 ἔχοντος ς'. ἐπεὶ οὖν ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΑ ἐδείχθη
 μείζονα λόγον ἔχουσα, ἥπερ ,δχογ' κ'' πρὸς ρυγ', ἀλλὰ
 10 τῆς μὲν ΕΓ διπλῆ ἡ ΑΓ, τῆς δὲ ΓΑ διπλασίων ἡ
 ΑΜ, καὶ ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς τὴν τοῦ ς' πολυγώνου
 περίμετρον μείζονα λόγον ἔχει, ἥπερ ,δχογ' κ'' πρὸς
 Μ^α ,δχπῆ. καὶ ἐστὶν τριπλασία, καὶ ὑπερέχουσιν χξξ κ'',
 ἄπερ τῶν ,δχογ' κ'' ἐλάττονα ἐστὶν ἢ τὸ ἑβδομον. ὥστε
 15 τὸ πολύγωνον τὸ περὶ τὸν κύκλον τῆς διαμέτρου ἐστὶ
 τριπλάσιον καὶ ἐλάττονι ἢ τῷ ἑβδόμῳ μέρει μείζον.
 ἡ τοῦ κύκλου ἄρα περίμετρος πολὺ μᾶλλον ἐλάσσων
 ἐστὶν ἢ τριπλασίων καὶ ἑβδόμῳ μέρει μείζων.

ἔστω κύκλος, καὶ διάμετρος ἡ ΑΓ, ἡ δὲ ὑπὸ ΒΑΓ
 20 τρίτον ὀρθῆς. ἡ ΑΒ ἄρα πρὸς ΒΓ ἐλάσσονα λόγον
 ἔχει, ἢ ὄν αὐτὰ πρὸς ψπ' [ἡ δὲ ΑΓ πρὸς ΓΒ, ὄν
 ,αφξ' πρὸς ψπ'].

2. μήκει delet Wallis; om. Eutocius. ,δχογ' κ''] δυογ
 FV. 5. ἴση η F; corr. Wallis. idem post ΓΕΜ addit: καὶ
 ἐκβεβλήσθω ἡ ΖΓ ἐπὶ τὸ Μ. 6. post εὐθεία ed. Basil. ad-
 dit πλευρὰ ἐστὶν (ἐστὶ Wallis), omissio ἐστὶ lin. 7, quod habent F
 (per comp.), cett. codd. 7. ante πολυγώνου ed. Basil. habet
 περιγραφόμενον. πλευρὰ] addidit Wurm; om. F, uulgo. 11.
 post ΑΜ addit Wallis: καὶ ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς τὴν ΑΜ μείζονα
 λόγον ἔχει, ἥπερ ,δχογ' κ'' πρὸς ρυγ'. 13. ante καὶ idem:
 ἀνάπαλιν ἄρα ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου πρὸς τὴν διάμετρον
 ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἥπερ Μ^α ,δχπῆ πρὸς ,δχογ' κ''. 14. ἦ]

quare $EK : GK > 2339\frac{1}{4} : 153$ [u. Eutocius]. rursus secetur $\angle KEG$ linea AE . erit igitur

$$EG : AG > 4673\frac{1}{2} : 153 \text{ [u. Eutocius].}$$

iam quoniam $\angle ZEG$, qui tertia pars est recti, quater in partes aequales diuisus est, $\angle AEG$ erit pars duodequingagesima recti. ponatur¹⁾ igitur ei aequalis $\angle GEM$ ad punctum E . itaque $\angle AEM$ pars uicesima quarta est recti. quare linea AM latus est polygoni 96 latera habentis circum circulum circumscripti. et quoniam demonstratum est $EG : GA > 4673\frac{1}{2} : 153$, et $AG = 2EG$, $AM = 2GA$, AG etiam ad perimetrum polygoni 96 latera habentis maiorem habet rationem, quam $4673\frac{1}{2} : 14688$ [u. Eutocius]. est igitur triplo maior [perimetrus polygoni], et supersunt $667\frac{1}{2}$, quod minus est septima parte $4673\frac{1}{2}$. itaque [perimetrus] polygoni circumscripti minor est quam triplo et septima parte maior diametro. quare ambitus circuli multo magis²⁾ minor est quam triplo et septima parte maior diametro.

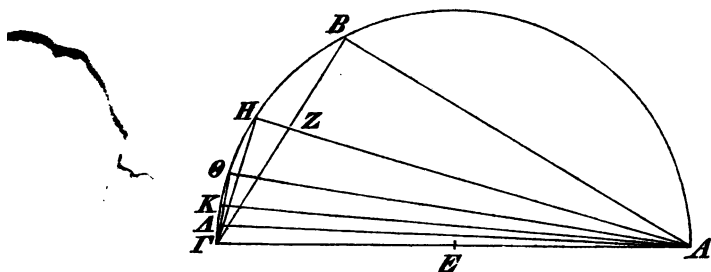
sit circulus, et diametrus AG , et $\angle BAG$ tertia pars recti. itaque $AB : BG < 1351 : 780$ [u. Eutocius].

1) Quamquam Eutocius: *κείσθω οὖν, φησι, ἴση αὐτῇ ἢ ὑπὸ ΓΕΜ*, tamen ex sequentibus adparet, eum suis ipsius uerbis uti. quare ne infra quidem (lin. 8: *δέδεικται*, lin. 9: *εὐγ'*, καὶ ἔστι τῆς) constat, eum genuinam formam praebere. sed lin. 19—20 puto eum recte praebere: *κύκλος περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ καὶ τρίτον ὀρθῆς ἢ ὑπὸ ΒΑΓ*; lin. 10 om. *διπλασίον*. de lin. 10, 11, 15, 21 u. p. 269 not. 1.

2) Perimetrus enim polygoni maior est ambitu circuli; de sph. et cyl. I, 1.

om. F; corr. Wallis. 16. *ἐλάττονι*] scripsi; *ελαττον* F, uulgo. 19. *Α'* addit F; corr. Wallis. 20. *τρίτου* F; corr. B*. 21. *αὐτὰ*] *τῶν* F; corr. B manu 2.*

δίχα ἢ ὑπὸ $ΒΑΓ$ τῆ $ΑΗ$. ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἢ ὑπὸ $ΒΑΗ$ τῆ ὑπὸ $ΗΓΒ$, ἀλλὰ καὶ τῆ ὑπὸ $ΗΑΓ$, καὶ ἢ ὑπὸ $ΗΓΒ$ τῆ ὑπὸ $ΗΑΓ$ ἐστὶν ἴση. καὶ κοινὴ ἢ ὑπὸ $ΑΗΓ$ ὀρθή. καὶ τρίτη ἄρα ἢ ὑπὸ $ΗΖΓ$ τρίτη τῆ
 5 ὑπὸ $ΑΓΗ$ ἴση. ἰσογώνιον ἄρα τὸ $ΑΗΓ$ τῷ $ΓΗΖ$



τριγώνω. ἐστὶν ἄρα, ὡς ἢ $ΑΗ$ πρὸς $ΗΓ$, ἢ $ΓΗ$ πρὸς $ΗΖ$, καὶ ἢ $ΑΓ$ πρὸς $ΓΖ$. ἀλλ' ὡς ἢ $ΑΓ$ πρὸς $ΓΖ$, καὶ συναμφοτέρος ἢ $ΓΑΒ$ πρὸς $ΒΓ$. καὶ ὡς συναμφοτέρος ἄρα ἢ $ΒΑΓ$ πρὸς $ΒΓ$, ἢ $ΑΗ$ πρὸς $ΗΓ$. διὰ
 10 τοῦτο οὖν ἢ $ΑΗ$ πρὸς τὴν $ΗΓ$ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ περὶ β' δια' πρὸς ψ', ἢ δὲ $ΑΓ$ πρὸς τὴν $ΓΗ$ ἐλάσσονα, ἢ ὄν γιν' κ' δ' πρὸς ψ'. δίχα ἢ ὑπὸ $ΓΑΗ$ τῆ $ΑΘ$. ἢ $ΑΘ$ ἄρα διὰ τὰ αὐτὰ πρὸς τὴν $ΘΓ$ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὄν ε' δια' κ' δ' πρὸς ψ', ἢ ὄν αωκγ'
 15 πρὸς σμ'. ἐκατέρω γὰρ ἐκατέρας δ' ιγ'. ὥστε ἢ $ΑΓ$ πρὸς τὴν $ΓΘ$, ἢ ὄν αωλη' θ' ια' πρὸς σμ'. ἐτι δίχα ἢ ὑπὸ $ΘΑΓ$ τῆ $ΚΑ$. καὶ ἢ $ΑΚ$ πρὸς τὴν $ΚΓ$ ἐλάσ-

1. Ante δίχα ed. Basil. habet τετμήσθω. 3. τῆ] ἄρα τῆ ed. Basil. 4. ἄρα] scripsi; εἶσται F, unlgo; ἄρα ἴση εἶσται ed. Basil., Torellius. 5. ἴση] addidi; om. F, unlgo. 8. ΓΑ, ΑΒ Torellius. 9. ΒΑ, ΑΓ Nizze. ΑΗ] ΑΗ F; corr. B mg.* 12. pro κ' FBC* habent Γ'. 14. ε' δια' κ' δ' πρὸς ψ' F; corr. ed. Basil. (λ pro ε; corr. Wallis). 15. σμ'] σν F; corr. ed. Ba-

secetur¹⁾ $\angle BAG$ in partes aequales linea AH . iam quoniam $\angle BAH = HGB$ [Eucl. III, 26], sed etiam $= HAG$, erit $HGB = HAG$. et communis est $\angle AHG$ rectus [Eucl. III, 31]. quare etiam $HZG = AGH$ [Eucl. I, 32]. quare triangula AHG , GZH angulos aequales habent. est igitur [Eucl. VI, 4]

$$AH : HG = GH : HZ = AG : GZ.$$

sed $AG : GZ = GA + AB : BG$ [Eucl. VI, 3; Eutocius]. quare $GA + AB : BG = AH : HG$. itaque $AH : HG < 2911 : 780$ [u. Eutocius],²⁾ et

$$AG : GH < 3013\frac{1}{2} : 780 \text{ [u. Eutocius].}$$

secetur eodem modo $\angle GAH$ linea $A\Theta$. propter eadem igitur erit $A\Theta : \Theta G < 5924\frac{1}{2} : 780$ [u. Eutocius], hoc est $< 1823 : 240$. altera³⁾ enim alterius $\frac{4}{11}$ [u. Eutocius]. quare est $AG : G\Theta < 1838\frac{9}{11} : 240$ [u. Eutocius]. porro secetur $\angle \Theta AG$ linea KA . est igitur

1) Cum p. 266, 20—21; 268, 9—12; 13—16; 268, 17—270, 1 ab Eutocio non ipsis uerbis Archimedis citari uideantur, has contra scripturas in lemmatis eius seruatas genuinas putauerim et in uerbis Archimedis a transcriptore mutatas: lin. 1: $\tau\epsilon\text{-}\tau\mu\eta\sigma\theta\omega\ \delta\iota\lambda\alpha\chi\alpha$; $\acute{\epsilon}\pi\epsilon\iota\ \sigma\acute{\upsilon}\nu$; lin. 3: $\acute{\alpha}\rho\alpha\ \tau\eta$; lin. 4: $\lambda\omicron\upsilon\pi\eta$ et $\lambda\omicron\upsilon\pi\eta$ pro $\tau\epsilon\tau\iota\tau\eta$ et $\tau\epsilon\tau\iota\tau\eta$; lin. 5: $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu\ \lambda\sigma\eta$; $\acute{\alpha}\rho\alpha\ \acute{\epsilon}\sigma\tau\iota$; $AHG\ \tau\epsilon\tau\iota\gamma\omega\nu\sigma$; lin. 8 $\kappa\alpha\iota$ (prius) om.; lin. 16: $\pi\rho\delta\ \Theta G\ \acute{\epsilon}\lambda\acute{\alpha}\sigma\sigma\omicron\nu\alpha\ \lambda\omicron\gamma\omicron\nu\ \acute{\epsilon}\chi\epsilon\iota\ \eta\ \pi\epsilon\rho\sigma$; lin. 15: $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\ \delta\prime\ \iota\gamma\prime$; lin. 17: $\Theta AG\ \gamma\omega\nu\lambda\iota\alpha$. simul alia transcriptionis nestigia colligam: ut lin. 5 om. $\tau\epsilon\tau\iota\gamma\omega\nu\sigma$ prop. 1 p. 260, 14; 2 p. 262, 6; $\delta\iota\pi\lambda\eta$ p. 266, 10 ($\delta\iota\pi\lambda\alpha\sigma\tau\iota\omega\nu$ Nizze; cfr. prop. 2 p. 262, 5); $\tau\omicron\upsilon\ \upsilon\sigma\ \pi\omicron\lambda\upsilon\gamma\omega\nu\sigma$ p. 266, 11; 270, 9; $\tau\omicron\ \pi\omicron\lambda\upsilon\gamma\omega\nu\sigma$ pro $\eta\ \pi\epsilon\pi\epsilon\mu\epsilon\tau\omicron\sigma\ \tau\omicron\upsilon\ \pi\omicron\lambda\upsilon\gamma\omega\nu\sigma$ p. 266, 15 ($\eta\ \pi\epsilon\pi\epsilon\mu\epsilon\tau\omicron\sigma\ \tau\omicron\upsilon\ \pi\omicron\lambda\upsilon\gamma\omega\nu\sigma\ \tau\omicron\upsilon\ \text{---}\ \tau\epsilon\tau\iota\pi\lambda\alpha\sigma\tau\iota\omega\nu\ \text{---}\ \mu\epsilon\iota\zeta\omega\nu$ Nizze). praeterea Eutocius uerba $\eta\ \delta\epsilon\ AG\ \text{---}\ \psi\acute{\rho}$ p. 266, 21 habuisse non uidetur; debbat insuper esse $\eta\ \gamma\acute{\alpha}\rho\ AG$.

2) Hic, ut saepissime in hac propositione, utitur proportione illa, quam exposui Quaest. Arch. p. 48.

3) Genus femininum refertur ad auditum uerbum $\pi\lambda\epsilon\upsilon\rho\acute{\alpha}$.

sil.* $\acute{\epsilon}\kappa\alpha\tau\acute{\epsilon}\rho\alpha\varsigma$] $\acute{\epsilon}\kappa\alpha\tau\acute{\epsilon}\rho\omega\nu$ Wallis. $\iota\gamma\prime$] $\iota\gamma\prime\ \acute{\alpha}\prime\ F$; corr. ed. Basil. 16. Post $G\Theta$ additur $\acute{\epsilon}\lambda\acute{\alpha}\sigma\sigma\omicron\nu\alpha\ \lambda\omicron\gamma\omicron\nu\ \acute{\epsilon}\chi\epsilon\iota$ in ed. Basil. $\iota\alpha\prime$] om. F; corr. Wallis.

σονα ἄρα λόγον ἔχει, ἢ ὄν *αζ'* πρὸς *ξς'*. ἑκατέρα γὰρ
 ἑκατέρας *ια' μ'*. ἢ *ΑΓ* ἄρα πρὸς τὴν *ΓΚ*, ἢ ὄν *αθ' ε'*
 πρὸς *ξς'*. ἔτι δίχα ἢ ὑπὸ *ΚΑΓ* τῆ *ΑΑ*. ἢ *ΑΑ* ἄρα
 πρὸς τὴν *ΑΓ* ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὄν τὰ *βις ε'*
 5 πρὸς *ξς'*, ἢ δὲ *ΑΓ* πρὸς *ΓΑ* ἐλάσσονα, ἢ τὰ *βις δ'*
 πρὸς *ξς'*. ἀνάπαλιν ἄρα ἢ περίμετρος τοῦ πολυγώνου
 πρὸς τὴν διάμετρον μείζονα λόγον ἔχει, ἢ περ *ετλς'*
 πρὸς *βις δ'*, ἄπερ τῶν *βις δ'* μείζονά ἐστιν ἢ τρι-
 πλασίονα καὶ δέκα *οα'*. καὶ ἢ περίμετρος ἄρα τοῦ
 10 *ος'* πολυγώνου τοῦ ἐν τῷ κύκλῳ τῆς διαμέτρου τρι-
 πλασίων ἐστὶ καὶ μείζων ἢ *ι' οα'*. ὥστε καὶ ὁ κύκλος
 ἔτι μᾶλλον τριπλασίων ἐστὶ καὶ μείζων ἢ *ι' οα'*.

ἢ ἄρα τοῦ κύκλου περίμετρος τῆς διαμέτρου τρι-
 πλασίων ἐστὶ καὶ ἐλάσσονι μὲν ἢ ἑβδόμῳ μέρει, μεί-
 15 ζονι δὲ ἢ *ι' οα'* μείζων.

1. Post ἢ ὄν addit Wallis: *γξά θ' ια'* πρὸς *σμ' ἢ ὄν*.
ξς'] ξς F; corr. ed. Basil. 2. *ἑκατέρας]* ed. Basil. ex Euto-
 cio; *εκατερα FBC**; *ἑκατέρων* Wallis. *ια' μ' ἢ ΑΓ]* *οιμαι F*;
 corr. Wallis. *ΓΚ ἢ ὄν]* scripsi cum Wurmio; *καταγον F*;
κατάλογον ed. Basil.; *ΓΚ ἐλάσσονα λόγον* Wallis. *αθ' ε']*
scripsi; *αος F*, uulgo; *ἔχει ἢ αθ' ε'* Wallis. 4. *ΑΓ]* *ΑΓ F*;
 corr. Wallis. 6. Post ἄρα ἢ Wallis addit: *ΑΓ πρὸς τὴν ΓΑ*
μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ ξς' πρὸς βις δ' καὶ (ἢ addit Nizze).
 7. *ετλς'] ετας F*; corr. Wallis. 8. *βις]* (prius) *ξς F*;
 corr. Wallis. 9. *οα'] ο' α' F*; corr. Wallis. 11. *ι' οα']*
scripsi; *ὄν ο' ια' F*, uulgo; *δέκα οα'* ed. Basil. Tor., Wall. 13.
ι' οα'] scripsi; *θ' ια' F*, uulgo; *δέκα οα'* ed. Basil. Tor., Wall.
 14. *ἐλάσσονι]* scripsi; *ελασσων F*, uulgo. *μείζονι δὲ ἢ ι' οα'*
μείζων] scripsi; *μειζων δε F*, uulgo; *μείζων δὲ ἢ δέκα ἑβδομη-*
κοστομόνοις ὑπερέχουσα Wallis.

$AK : KF < 1007 : 66$ [u. Eutocius]. altera enim alterius est $\frac{1}{11}$. itaque.

$AG : GK < 1009\frac{1}{4} : 66$ [u. Eutocius].

porro secetur $\angle KAG^1)$ linea AA . erit igitur

$AA : AG < 2016\frac{1}{4} : 66$ [u. Eutocius],

et $AG : GA < 2017\frac{1}{4} : 66$ [u. Eutocius]. et e contrario [$GA : AG > 66 : 2017\frac{1}{4}$ (Pappus VII, 49 p. 688); sed GA latus est polygoni 96 latera habentis. quare]²⁾ perimetrus polygoni ad diametrum maiorem rationem habet quam $6336 : 2017\frac{1}{4}$, quod maius est quam triplo et $\frac{1}{11}$ maius quam $2017\frac{1}{4}$. itaque perimetrus polygoni inscripti 96 latera habentis³⁾ maior est quam triplo et $\frac{1}{11}$ maior diametro. quare etiam multo magis⁴⁾ circulus maior est quam triplo et $\frac{1}{11}$ maior diametro. itaque ambitus circuli triplo maior est diametro et excedit spatio minore quam $\frac{1}{11}$, maiore autem quam $\frac{1}{11}$.⁵⁾

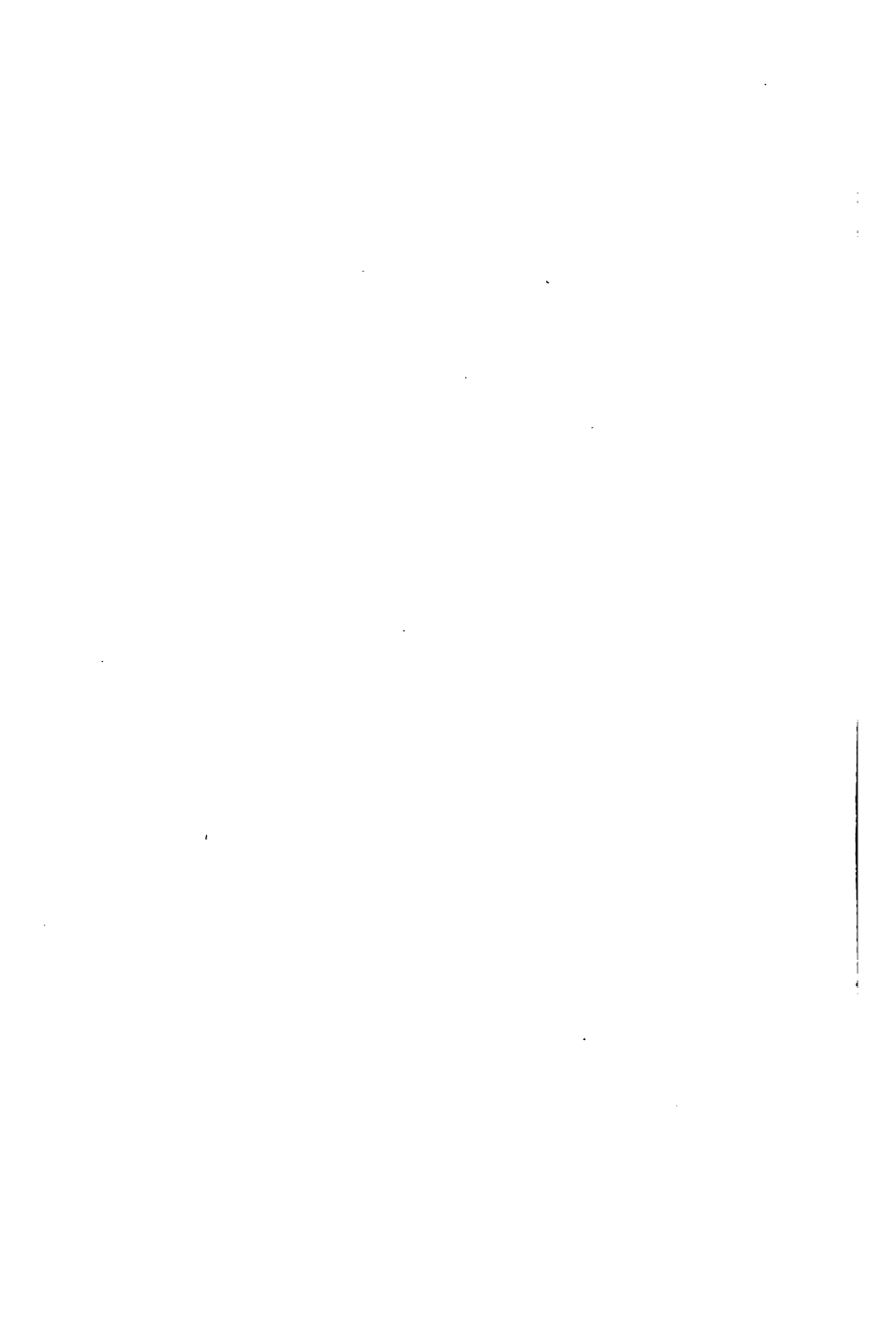
1) KAG γωνία lin. 3 Eutocius. ceteras huius paginae discrepantias, quae apud eum inveniuntur, inde ortas esse puto, quod Archimedis demonstrationem non ad uerbum citauit, sed suis uerbis reddidit.

2) Ueri simile est, Archimedem ipsum haec addidisse.

3) τοῦ $\psi\epsilon'$ πολυγώνου transcriptori debetur, sicut etiam lin. 11: ὁ κύκλος pro ἡ τοῦ κύκλου περιμετρος (περιφέρεια).

4) Quippe quae maior est perimetro polygoni (de sph. et cyl. I p. 10).

5) Αρχιμηδους κυκλον μετρησις in fine F, Cr.



DE CONOIDIBUS ET SPHAEROIDIBUS.

Ἀρχιμήδης Δοσιθέω εὖ πράττειν.

Ἀποστέλλω τοι γράψας ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ τῶν
 τε λοιπῶν θεωρημάτων τὰς ἀποδείξεις, ὧν οὐκ εἶχες
 ἐν τοῖς πρότερον ἀπεσταλμένοις, καὶ ἄλλων ὕστερον
 5 ποτεξευρημένων, ἃ πρότερον μὲν ἤδη πολλάκις ἐγγει-
 ρήσας ἐπισκεπτέσθαι, δύσκολον ἔχειν τι φανείσας μοι
 τὰς εὐρέσιος αὐτῶν ἀπόρησα. διόπερ οὐδὲ συνεξ-
 εδόθην τοῖς ἄλλοις αὐτὰ τὰ προβεβλημένα. ὕστερον δὲ
 ἐπιμελέστερον ποτ' αὐτοῖς γενόμενος ἐξεῦρον τὰ ἀπο-
 10 ρηθέντα. ἦν δὲ τὰ μὲν λοιπὰ τῶν προτέρων θεωρη-
 μάτων περὶ τοῦ ὀρθογωνίου κανοειδέος προβεβλημένα·
 τὰ δὲ νῦν ἐντι ποτεξευρημένα περὶ τε ἀμβλυγωνίου
 κανοειδέος καὶ περὶ σφαιροειδέων σχημάτων, ὧν τὰ
 μὲν παραμάκρια, τὰ δὲ ἐπιπλατέα καλέω.
 15 περὶ μὲν οὖν τοῦ ὀρθογωνίου κανοειδέος ὑπέκειτο
 τάδε· εἴ κα ὀρθογωνίου κώνου τομὰ μενούσας τὰς
 διαμέτρου περιενεχθεῖσα ἀποκατασταθῆ ἄλιον, ὅθεν
 ὦρμασεν, τὸ περιλαφθὲν σχῆμα ὑπὸ τὰς τοῦ ὀρθο-
 γωνίου κώνου τομᾶς ὀρθογώνιον κανοειδὲς καλεῖσθαι,
 20 καὶ ἄξονα μὲν αὐτοῦ τὰν μεμενακοῦσαν διάμετρον κα-
 λεῖσθαι, κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἀπύεται ὁ

1. Δοσιθέω F; corr. Rinaltus. 3. ἀποδείξεις] scripsi;
 ἀποδειξ cum comp. ης F; ἀποδείξεις vulgo. 6. δύσκολον]
 δυσκοτ' ολον F; corr. Rinaltus. 7. εὐρέσιος] scripsi; ευρε-
 σιας F, vulgo. 14. παραμάκρια] Torellius; παραμηκρια F,
 vulgo. 15. κανοειδέος F. 16. εἴ κα] αἴκα Torellius, ut
 semper hoc libro. 19. καλεισθω F; corr. Torellius.

Archimedes Dositheo s.

Hoc libro conscriptas tibi mitto demonstrationes et reliquorum theorematum, quorum demonstrationes in iis libris, quos antea tibi misi¹⁾, non habuisti, et aliorum quorundam postea inuentorum²⁾, quae cum antea saepe perscrutari conatus essem, haerebam, quia inuentio eorum difficultatem quandam habere mihi uidebatur. quare ne edebantur³⁾ quidem ipsae propositiones una cum ceteris. postea autem diligentius ea adgressus inueni ea, in quibus haeseram. reliqua theorematum priorum de conoide rectangulo proposita erant. quae nunc noua inueni, de conoide obtusiangulo sunt et de figuris sphaeroidibus, quarum alteras oblongas, alteras latas nomino.

de rectangulo igitur conoide haec proposita erant: si sectio conoidei rectanguli manente diametro circumuoluta rursus in eum statum restituitur, unde moueri coepta est, figuram sectione conoidei rectanguli comprehensam conoidei rectangulum uocari, et axem uocari eius diametrum manentem, uerticem autem punctum,

1) H. e. libros de sphaera et cylindro, de helicibus, de parabola.

2) De conoide obtusiangulis et de sphaeroidibus (lin. 12); de iis ne propositiones quidem Cononi miserat Archimedes (lin. 8).

3) H. e. Cononi mittebantur soluendae et cum aliis mathematicis communicandae.

ἄξων τᾶς τοῦ κωνοειδέος ἐπιφανείας. καὶ εἰ κα τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος σχήματος ἐπίπεδον ἐπιψαύη, παρὰ δὲ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθὲν ἀποτέμη τι τμήμα τοῦ κωνοειδέος, βάσιν μὲν καλεί-
 5 σθαι τοῦ ἀποτμαθέντος τμήματος τὸ ἐπίπεδον τὸ περι-
 λαφθὲν ὑπὸ τᾶς τοῦ κωνοειδέος τομαῖς ἐν τῷ ἀπο-
 τέμνοντι ἐπιπέδῳ, κορυφὰν δὲ τὸ σαιμεῖον, καθ' ὃ ἐπιψαύει τὸ ἕτερον ἐπίπεδον τοῦ κωνοειδέος, ἄξονα δὲ τὰν ἐναπολαφθεῖσαν εὐθείαν ἐν τῷ τμήματι ἀπὸ τᾶς
 10 ἀχθείσας διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ τμήματος παρὰ τὸν ἄξονα τοῦ κωνοειδέος.

προεβάλλετο δὲ τάδε θεωρήσαι· διὰ τί, εἰ κα τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος τμήματα ἀποτμαθῆ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀποτμαθὲν τμήμα ἡμιόλιον
 15 ἐσσεῖται τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν· καὶ διὰ τί, εἰ κα ἀπὸ τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμήματα ἀποτμαθέωντι ἐπιπέδοις ὁπασοῦν ἀγμένοις, τὰ ἀποτμαθέντα τμήματα διπλάσιον λόγον ἐξοῦντι ποτ' ἄλλαλα τῶν ἀξόνων.

20 περὶ δὲ τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ὑποτιθέμεθα τάδε· εἰ κα ἐν ἐπιπέδῳ ἔωντι ἀμβλυγωνίου κώνου τομὰ καὶ ἡ διάμετρος αὐτᾶς καὶ αἱ ἔγγιστα τᾶς τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομαῖς, μενούσας δὲ τᾶς διαμέτρου περιενεχθὲν τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ εἰρημέναι γραμ-

1. τοῦ] το του F; corr. Torellius. 2. ὀρθογωνίου] ὄρο supra scriptum manu 1 F. κωνοειδέος F. 3. ἐπιψαυων F. 4. τμημα. F; corr. Torellius. 12. προεβάλλετο] B; προεβαλετο FCD; προεβάλλοντο A, ed. Basil., Torellius. 15. ἐσσεεται F; corr. Torellius. 17. ἀποτμαθέωντι] Torellius; ἀποτμαθεντι F, vulgo; ἀποτμαθέντα A, ed. Basil. 19. ποτ' ἄλλαλα] Torellius; ποτι τα αλλα F, vulgo. 20. ὑποτιθέμεθα] scripsi; υπετιθεμεθα F, vulgo; υπεθέμεθα Nizze. 22. αἱ] addidit Torellius; om. F, vulgo.

in quo axis superficiem conoidis tangat. et si planum conoides rectangulum contingat, et aliud planum contingenti parallelum segmentum conoidis aliquod abscindat, basim segmenti abscisi uocari planum sectione conoidis in plano abscindenti comprehensum, uerticem autem punctum, in quo alterum planum conoides contingat, axem autem eam partem lineae per uerticem segmenti axi conoidis parallelae ductae, quae intra segmentum comprehenditur.

consideranda autem haec proponebantur:

cur, si segmenta¹⁾ conoidis rectanguli plano ad axem perpendiculari abscindantur, segmentum abscisum dimidia parte maius sit cono basim habenti eandem, quam segmentum, et eundem axem [prop. 21]; et cur, si a conoide rectangulo planis quoquo modo ductis duo segmenta abscindantur, segmenta abscisa duplicem inter se rationem habeant, quam axes [prop. 24].

de obtusiangulo autem conoide haec supponimus²⁾: si in plano sunt sectio cono obtusianguli, diametrus eius, lineae sectioni cono obtusianguli proximae³⁾, et manente diametro planum, in quo sunt hae lineae omnes, circumuolutum rursus in eum statum restitui-

1) Lin. 13 pro *τμήματα* Nizzius coniecit *τμήμα*, fortasse recte, sed cum idem infra legatur p. 280, 3 et fieri possit, ut Archimedes prius uniuersaliter locutus sit, deinde ad singularem et casum et numerum transierit, scripturam codicis mutare nolui.

2) Scribendum esse *ὀποιδέμεθα* lin. 20, adparet ex p. 275 not. 2; haec nunc demum supponit Archimedes.

3) H. e. asymptotae quae uocantur. sed uocabula mathematica Archimedis ubique retinui. quare etiam scripsi: sectio cono rectanguli, obtusianguli, acutianguli pro nominibus recentioribus: parabola, hyperbola, ellipsis. in uocabulis nouis obtusianguli et acutianguli fingendis secutus sum Commandinum aliosque.

- μαί, ἀποκατασταθῆ ἄλλιν, ὄθεν ὄρμασεν, αἱ μὲν ἐγ-
 γιστα εὐθείαι τᾶς τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομαῶς δῆ-
 λον ὡς κώνον ἰσοσκελεὰ περιλαφούνται, οὐ κορυφὰ
 ἐσσεύεται τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ αἱ ἐγγιστα συμπίπτουσι,
 5 ἄξων δὲ ἡ μεμενακοῦσα διάμετρος. τὸ δὲ ὑπὸ τᾶς
 τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομαῶς σχῆμα περιλαφθὲν
 ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς καλεῖσθαι, ἄξονα δὲ αὐτοῦ
 τὴν μεμενακοῦσαν διάμετρον, κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον,
 καθ' ὃ ἀπτεται ὁ ἄξων τᾶς ἐπιφανείας τοῦ κωνοει-
 10 δέος. τὸν δὲ κώνον τὸν περιλαφθέντα ὑπὸ τᾶν ἐγ-
 γιστα τᾶς τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομαῶς περιέχοντα
 τὸ κωνοειδὲς καλεῖσθαι, τὴν δὲ μεταξὺ εὐθείαν τᾶς
 τε κορυφᾶς τοῦ κωνοειδέος καὶ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώ-
 νου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς ποτεοῦσαν τῷ ἄξονι
 15 καλεῖσθαι. καὶ εἰ καὶ τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος
 ἐπίπεδον ἐπιψαῦῆ, παρὰ δὲ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ἄλλο
 ἐπίπεδον ἀχθὲν ἀποτέμη τράμα τοῦ κωνοειδέος, βάσιν
 μὲν καλεῖσθαι τοῦ ἀποτμαθέντος τμήματος τὸ ἐπίπεδον
 τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τᾶς τοῦ κωνοειδέος τομαῶς ἐν τῷ ἀπο-
 20 τέμνοντι ἐπιπέδῳ, κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἀπτε-
 ται τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐπιψαῦον τοῦ κωνοειδέος, ἄξονα δὲ
 τὴν ἀπολαφθεῖσαν ἐν τῷ τμήματι ἀπὸ τᾶς ἀχθείσας διὰ
 τὰς κορυφᾶς τοῦ τμήματος καὶ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου
 τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδέος, καὶ τὴν μεταξὺ τᾶν
 25 ἐρημέναν κορυφᾶν εὐθείαν ποτεοῦσαν τῷ ἄξονι κα-
 λεῖσθαι. τὰ μὲν οὖν ὀρθογώνια κωνοειδέα πάντα
 ὁμοιά ἐντι, τῶν δὲ ἀμβλυγωνίων κωνοειδέων ὁμοία
 καλεῖσθω, ὧν καὶ οἱ κώνοι οἱ περιεχόντες τὰ κωνοει-

3. [ἰσοσκελεὰ] scripsi; ἰσοσκελεῆ F, vulgo. κορυφῆ F;
 corr. V. 4. [ἐσσεύεται] ἐπιτεται F; ἐσεύεται B*. 8. τᾶν] τε
 F; corr. BC. 10. τᾶν] τας F; corr. B*. 17. τμήμα F,

tur, unde moueri coeptam est, adparet, lineas sectioni conici obtusianguli proximas conum aequicrurium comprehensuras esse, cuius uertex erit punctum, in quo lineae sectioni proximae sibi in uicem incidunt, axis autem diameter, quae mansit. figuram autem sectione conici obtusianguli comprehensam conoides obtusiangulum uocari, axem autem eius diametrum manentem, uerticem autem punctum, in quo axis superficiem conoidis tangat. conum autem lineis sectioni conici obtusianguli proximis comprehensum comprehendentem conoides uocari, lineam autem inter uerticem conoidis et uerticem conici conoides comprehendentis positam axi adiectam uocari. et si planum conoides obtusiangulum contingat, et aliud planum plano contingenti parallelum segmentum conoidis abscindat, basim segmenti abscisi uocari planum sectione conoidis in plano abscindenti comprehensum, uerticem autem punctum, in quo planum contingens conoides tangat, axem autem eam partem lineae per uerticem segmenti et uerticem conici conoides comprehendentis ductae, quae intra segmentum comprehenditur, lineam autem inter hos uertices positam axi adiectam uocari.

rectangula conoidea omnia similia sunt¹⁾, obtusiangulorum autem conoideôn ea similia uocentur, in quibus conici conoidea comprehendentes similes sint.²⁾

1) Quia omnes parabolae similes sunt (Apollonius VI, 11).

2) Eucl. XI def. 24: ὅμοιοι κῶνοι καὶ κύλινδροι εἰσιν, ὧν εἴ τε ἄξονες καὶ αἱ διαμέτροι τῶν βάσεων ἀνάλογον εἴσι.

δέα ὁμοίον ἔωντι. προβαλλέται δὲ τὰδε θεωρήσαι·
 διὰ τί, εἴ κα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἀποτμαθῆ
 τμήματα ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀποτμα-
 θὲν τμήμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν
 5 αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει
 τὸν λόγον, ὃν ἂ συναμφοτέραις ἴσα τῷ τε ἄξονι τοῦ
 τμήματος καὶ τῷ τριπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι
 ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις τῷ τε ἄξονι τοῦ τμήματος
 καὶ τῷ διπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι. καὶ διὰ τί,
 10 εἴ κα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος τμήμα ἀποτμαθῆ
 ἐπιπέδῳ μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀποτμαθὲν
 τμήμα ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ
 τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ὃ γιγνέται ἀπότμαμα
 κῶνου, τοῦτον ἔξει τὸν λόγον, ὃν ἂ συναμφοτέραις
 15 ἴσα τῷ τε ἄξονι τοῦ τμήματος καὶ τῷ τριπλασίᾳ τᾶς
 ποτεούσας τῷ ἄξονι ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις τῷ τε
 ἄξονι τοῦ τμήματος καὶ τῷ διπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας
 τῷ ἄξονι.

περὶ δὲ τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὑποτιθέμεθα
 20 τὰδε· εἴ κα ὀξυγωνίου κῶνου τομὰ μενούσας τᾶς
 μείζονος διαμέτρου περιεγεγνημένα ἀποκατασταθῆ πάλιν,
 ὅθεν ὤρμασεν, τὸ περιλαφθὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶς τοῦ
 ὀξυγωνίου κῶνου τομᾶς παραμᾶκτες σφαιροειδὲς κα-
 λείσθαι. εἴ δὲ κα τᾶς ἐλάσσονος διαμέτρου μενούσας
 25 περιεγεγνημένα ἂ τοῦ ὀξυγωνίου κῶνου τομὰ ἀποκατα-
 σταθῆ πάλιν, ὅθεν ὤρμασεν, τὸ περιλαφθὲν σχῆμα
 ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κῶνου τομᾶς ἐπιπλάτῃ σφαι-

1. προβαλλέται] alterum 1 supra scriptum manu 1 F. 6.
 ὄν] om. F; corr. ed. Basil.* συναμφοτέραις] scripsi; συναμ-
 φοτερα F, uulgo. τῷ τε] scripsi; τῷ F, uulgo. 11. μὴ] supra
 scriptum manu 1, ut uidetur, F. 13. τμήματι F; corr. Torellius.
 14. ἂ συναμφοτέραις] scripsi; συναμφοτερος F; ἂ συναμφοτέρος

consideranda autem haec proponuntur:

cur, si plano ad axem perpendiculari abscindantur segmenta¹⁾ conoidis obtusianguli, segmentum abscisum ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et axem eundem eam habeat rationem, quam linea axi segmenti et simul triplici lineae axi adiectae aequalis ad lineam axi segmenti et simul duplici lineae axi adiectae aequalem [prop. 25]. et cur, si plano ad axem non perpendiculari segmentum conoidis obtusianguli abscindatur, segmentum abscisum ad figuram basim eandem habentem, quam segmentum, et axem eundem (quae est segmentum coni)²⁾ eam rationem habeat, quam linea axi segmenti et simul triplici lineae axi adiectae aequalis ad lineam axi segmenti et simul duplici lineae axi adiectae aequalem [prop. 26].

de sphaeroidibus autem figuris haec supponimus³⁾: si sectio coni acutianguli manente diametro maiore circumuoluta rursus in eum statum restituitur, unde moueri coepta est, figuram sectione coni acutianguli comprehensam sphaeroides oblongum uocari; sin autem sectio coni acutianguli manente minore diametro circumuoluta rursus in eum statum restituitur, unde moueri coepta est, figuram sectione coni acutianguli com-

1) Hic quoque (lin. 3) pro *τμήματα* Nizzius *τμήμα* scribi iubet; sed u. p. 277 not. 1.

2) Haec uerba (lin. 13), si genuina sunt, hoc loco praecipiendo posteriora significant; nam p. 288, 7 sq. demum definitur *ἀπότμημα κώνου*.

3) Sic recte F; u. p. 277 not. 2.

ed. Basil., uulgo; *ἀ συναμφοτέρα* Torellius. 15. *τε*]addidi; om. F, uulgo. 19. *ὑπετιθέμεθα* Torellius, *ὑπεθέμεθα* Nizze. 20. *τομας* F; corr. Torellius. 21. *αποκαταστη* FC*; corr. B man. 2*. 22. *υπο τε* F; corr. Torellius. 24. *κα*] addidi; om. F, uulgo.

ροειδὲς καλεῖσθαι. ἐκατέρου δὲ τῶν σφαιροειδέων
 ἄξονα μὲν καλεῖσθαι τὴν μεμενακοῦσαν διάμετρον,
 κορυφὰν δὲ τὸ σαιμεῖον, καθ' ὃ ἀπένεται ὁ ἄξων τᾶς
 ἐπιφανείας τοῦ σφαιροειδέος, κέντρον δὲ καλεῖσθαι τὸ
 5 μέσον τοῦ ἄξονος, καὶ διάμετρον τὴν διὰ τοῦ κέντρον
 ποτ' ὀρθῶς ἀγομένην τῷ ἄξονι. καὶ εἰ καὶ τῶν σφαιρο-
 ειδέων σχημάτων ὀποτερουοῦν ἐπίπεδα παράλληλα
 ἐπιφανύωντι μὴ τέμνοντα, παρὰ δὲ τὰ ἐπίπεδα τὰ φαν-
 οντα ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθῆ τέμνον τὸ σφαιροειδές, τῶν
 10 γενομένων τμαμάτων βάσιν μὲν καλεῖσθαι τὸ περι-
 λαφθὲν ὑπὸ τᾶς τοῦ σφαιροειδέος τομαῖς ἐν τῷ τέμνοντι
 ἐπίπῳ, κορυφὰς δὲ τὰ σαιμετα, καθ' ἃ ἐπιφανύονται
 τοῦ σφαιροειδέος τὰ παράλληλα ἐπίπεδα, ἄξονας δὲ
 τὰς ἐναπολαφθεῖσας εὐθείας ἐν τοῖς τμαμάτεσσιν ἀπὸ
 15 τᾶς εὐθείας τᾶς τὰς κορυφὰς αὐτῶν ἐπιξενυγνούσας.
 ὅτι δὲ τὰ ἐπιφανύοντα ἐπίπεδα τοῦ σφαιροειδέος καθ'
 ἐν μόνον ἀπένονται σαιμεῖον τᾶς ἐπιφανείας αὐτοῦ, καὶ
 ὅτι ἃ τὰς ἀφὰς ἐπιξενυγνύουσα εὐθεῖα διὰ τοῦ κέν-
 τρου τοῦ σφαιροειδέος πορευέται, δεῖξοῦμεν. ὁμοῖα
 20 δὲ καλεῖσθαι τῶν σφαιροειδέων σχημάτων, ὧν καὶ οἱ
 ἄξονες ποτὶ τὰς διαμέτρους τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι.
 τμαμάτα δὲ σφαιροειδέων σχημάτων καὶ κωνοειδέων
 ὁμοῖα καλεῖσθαι, εἰ καὶ ἀφ' ὁμοίων σχημάτων ἀφαι-
 ρημένα ἔωντι καὶ τὰς τε βασίας ὁμοίας ἔχοντι, καὶ οἱ
 25 ἄξονες αὐτῶν ἦτοι ὀρθοὶ ἕοντες ποτὶ τὰ ἐπίπεδα τῶν
 βασιῶν ἢ γωνίας ἴσας ποιοῦντες ποτὶ τὰς ὁμολόγους
 διαμέτρους τῶν βασιῶν τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ'
 ἀλλάλους ταῖς ὁμολόγοις διαμέτροις τῶν βασιῶν.

6. σφαιροειδεωσ F. 8. φανόντα] ἐπιφανόντα? 10. τμη-
 ματων F; corr. Torellius. 12. ἃ] ἐς F; corr. B. 14. τμαματε-
 εις FB*. 15. τᾶς] (posterius) scripsi; τα FCD; om. B, uulgo.

prehensam sphaeroides latum uocari. utriusque autem sphaeroidis axem uocari diametrum manentem, uerticem autem punctum, in quo axis superficiem sphaeroidis tangat, centrum autem uocari medium axis punctum, et diametrum lineam per centrum ad axem perpendicularem ductam. et si plana parallela utramuis figurarum sphaeroideôn contingant, ita ut non secent, et aliud planum planis tangentibus parallelum ducatur sphaeroides secans, segmentorum inde orientium basim uocari [planum] sectione sphaeroidis in plano secanti comprehensum, uertices uero puncta, in quibus plana parallela sphaeroides contingant, axes autem eas partes lineae uertices segmentorum iungentis, quae intra segmenta comprehendantur. plana autem sphaeroides contingentia in uno tantum puncto superficiem eius tangere [prop. 16], et lineam puncta contactus iungentem per centrum sphaeroidis cadere [prop. 16], demonstrabimus. similes autem eas figurarum sphaeroideôn uocari, quarum axes ad diametros eandem rationem habeant. segmenta autem figurarum sphaeroideôn et conoideôn similia uocentur, si ab similibus figuris abscisa sunt et bases similes habent, et axes eorum aut ad plana basium perpendiculares aut aequales angulos cum respondentibus diametris basium facientes eandem inter se rationem habent, quam respondententes diametri basium.

16. τὰ] scripsi; τα τε F, uulgo. 20. κα] scripsi; και F, uulgo.
 21. ἔχοντι] scripsi; εχοντι F, uulgo. 22. τμήματα] Torellius;
 τμαμα F, uulgo. 23. καλίσθαι Torellius. 24. βασίαις]
 scripsi; βασ cum comp. ης F; βάσεις uulgo. ἔχοντι] scripsi;
 εχοντι F, uulgo. 26. βασίων] scripsi; βασίων F, uulgo; item
 lia. 27 et 28. 27. ἔχοντι] scripsi; εχοντι F, uulgo.

προβαλλέται δὲ περὶ τῶν σφαιροειδέων τάδε θεω-
 ρήσαι· διὰ τί, εἰ κά τι τῶν σφαιροειδέων σχημάτων
 ἐπιπέδῳ τμαθῆ διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῶ ποτὶ τὸν
 ἄξονα, τῶν γεναμένων τμαμάτων ἐκάτερον διπλά-
 5 σιον ἐσσεῖται τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν
 τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. εἰ δὲ κα ὀρθῶ μὲν
 ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμαθῆ, μὴ διὰ τοῦ κέν-
 τρου δέ, τῶν γεναμένων τμαμάτων τὸ μὲν μείζον ποτὶ
 τὸν κώνον τὸν τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τῷ τμάματι
 10 καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν τοῦτον ἔξει τὸν λόγον, ὃν ἂ
 συναμφοτέραις ἴσα τᾶ τε ἡμισείᾳ τᾶς εὐθείας, ἧ ἔστιν
 ἄξων τοῦ σφαιροειδέος, καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ ἐλάσσο-
 νος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ ἐλάσσοнос τμάματος,
 τὸ δὲ ἐλασσον τμάμα ποτὶ τὸν κώνον τὸν βάσιν ἔχοντα
 15 τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν τοῦτον
 ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἂ συναμφοτέραις ἴσα τᾶ τε ἡμι-
 σεῖᾳ τᾶς εὐθείας, ἧ ἔστιν ἄξων τοῦ σφαιροειδέος, καὶ
 τῷ ἄξονι τῷ τοῦ μείζονος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα
 τοῦ μείζονος τμάματος. καὶ διὰ τί, εἰ κα τῶν σφαιρο-
 20 ειδέων τι ἐπιπέδῳ τμαθῆ διὰ τοῦ κέντρου μὴ ὀρθῶ
 ποτὶ τὸν ἄξονα, τῶν γεναμένων τμαμάτων ἐκάτερον
 διπλάσιον ἐσσεῖται τοῦ σχήματος τοῦ βάσιν ἔχοντος
 τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. γιγνέται
 δὲ τὸ σχῆμα ἀπότμαμα κώνου. εἰ δὲ κα μήτε διὰ τοῦ
 25 κέντρου μήτε ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμαθῆ
 τὸ σφαιροειδέος, τῶν γεναμένων τμαμάτων τὸ μὲν μεί-
 ζον ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμά-
 ματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν τοῦτον ἔξει τὸν λόγον, ὃν

3. τμηθῆ F; corr. Torellius. 7. τμηθῆ F; corr. Torellius.
 μη] om. F; corr. Torellius. 10. τοῦτον] om. F; corr.
 Torellius. 13. τμηματος F; corr. Torellius. 18. ἀξωνι F.

consideranda autem de sphaeroidibus haec proponuntur: cur, si quaeuis figurarum sphaeroideôn plano per centrum ad axem perpendiculari secetur, utrumuis segmentorum inde orientium duplo maius sit cono basim habenti eandem, quam segmentum, et axem eundem [prop.27]. sin plano ad axem perpendiculari neque uero per centrum secatur, maius segmentorum inde orientium ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et axem eundem hanc habebit rationem, quam linea dimidio axi sphaeroidis et simul axi segmenti minoris aequalis ad axem segmenti minoris, minus autem segmentum ad conum basim eandem habentem, quam segmentum, et axem eundem hanc habet rationem, quam linea dimidio axi sphaeroidis et simul axi segmenti maioris aequalis ad axem segmenti maioris [prop. 29]. et cur, si quoduis sphaeroides plano per centrum ad axem non perpendiculari secetur, utrumuis segmentorum inde orientium duplo maius sit figura eandem basim habenti, quam segmentum, et axem eundem (figura autem haec coni segmentum est)¹⁾ [prop.28]. sin plano nec per centrum posito nec ad axem perpendiculari sphaeroides secatur, segmentorum inde orientium maius ad figuram eandem basim habentem, quam segmentum, et axem eundem eam habebit rationem, quam linea dimidiae lineae uertices segmentorum iungenti²⁾

1) Cfr. quae de his uerbis dixi p. 281 not. 2.

2) Fortasse delendum est $\alpha\upsilon\tau\acute{\alpha}\varsigma$ p. 286 lin. 1; cfr. *ibid.* lin. 7.

ποσι] Torellius; *προς* per comp. F, uulgo. 20. *τηθη* F; corr. Torellius. 23. *τράματι*] *τράτι* F.

ἂ συναμφοτέραις ἴσα τᾶ τε ἡμισέα αὐτᾶς τᾶς ἐπιξεν-
 γνουούσας τὰς κορυφὰς τῶν τμαμάτων καὶ τῷ ἄξονι
 τῷ τοῦ ἐλάσσονος τμήματος ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ
 ἐλάσσονος τμήματος, τὸ δὲ ἔλασσον τμήμα ποτὶ τὸ
 5 σχῆμα τὸ βᾶσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα
 τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔξει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἂ συναμ-
 φοτέραις ἴσα τᾶ τε ἡμισέα τᾶς ἐπιξεννουούσας τὰς
 κορυφὰς τῶν τμαμάτων καὶ τῷ ἄξονι τοῦ μείζονος
 τμήματος ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ μείζονος τμήματος.
 10 γινέται δὲ καὶ ἐν τούτοις τὸ σχῆμα ἀπότμαμα κώνου.

ἀποδειχθέντων δὲ τῶν εἰρημένων θεωρημάτων διὰ
 τούτων εὐρισκόνται θεωρήματά τε πολλὰ καὶ προβλή-
 ματα, οἷον καὶ τόδε· ὅτι τὰ ὁμοῖα σφαιροειδέα καὶ
 τὰ ὁμοῖα τμήματα τῶν τε σφαιροειδέων σχημάτων καὶ
 15 τῶν κωνοειδέων τριπλασίονα λόγον ἔχοντι ποτ' ἄλ-
 λαλα τῶν ἄξόνων· καὶ διότι τῶν ἴσων σφαιροειδέων
 σχημάτων τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων ἀντι-
 πεπόνθασι τοῖς ἄξόνεσσιν, καὶ εἴ κα τῶν σφαιρο-
 ειδέων σχημάτων τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων
 20 ἀντιπεπόνθωντι τοῖς ἄξόνεσσιν, ἴσα ἐντὶ τὰ σφαιρο-
 ειδέα. πρόβλημα δέ, οἷον καὶ τόδε· ἀπὸ τοῦ δοθέντος
 σφαιροειδέος σχήματος ἢ κωνοειδέος τμήμα ἀποτεμεῖν
 ἐπιπέδῳ παρὰ δοθὲν ἐπίπεδον ἀγμένῳ, εἴμεν δὲ τὸ
 ἀποτμαθὲν τμήμα ἴσον τῷ δοθέντι κώνῳ ἢ κυλίνδρῳ
 25 ἢ σφαίρῳ τᾶ δοθείσῃ. προγραψάντες οὖν τὰ τε θεω-
 ρήματα καὶ τὰ ἐπιτάγματα τὰ χρεῖαν ἔχοντα εἰς τὰς

8. τοῦ] τῷ τοῦ? 15. ποτ' ἄλλαλα] Torellius; ποτὶ τὰ
 ἀλλα F, vulgo. 16. διότι] δη ὅτι B, Torellius. 18. ἀξονε-
 σιν F. 20. ἀντιπεπόνθωντι] scripsi; αντιπεπονθασι F, vulgo.
 22. σχήματος] Nizze; τμαματος F, vulgo. 23. εἴμεν δέ] ὥστε
 εἴμεν Torellius.

et simul axi segmenti minoris aequalis ad axem segmenti minoris [prop. 32]; segmentum autem minus ad figuram eandem basim habentem, quam segmentum, et axem eundem eam rationem habebit, quam linea dimidiae lineae uertices segmentorum iungenti et simul axi maioris segmenti aequalis ad axem segmenti maioris. (haec autem figura in his quoque segmentum conii est).¹⁾ [prop. 30].

his autem theorematis demonstratis per ea multa et theoremata et problemata inueniuntur, uelut hoc²⁾: similia sphaeroidea et similia segmenta et figurarum sphaeroideôn et conoideôn inter se triplicem rationem habere, quam axes. et in aequalibus figuris sphaeroidibus³⁾ quadrata diametrorum in contraria proportione esse atque axes. et si in figuris sphaeroidibus quadrata diametrorum in contraria proportione sint, atque axes, sphaeroidea aequalia esse. et problema, uelut hoc: a data figura sphaeroide uel conoide plano dato plano parallelo segmentum abscindere, ita ut⁴⁾ segmentum abscisum dato cono uel cylindro uel etiam datae sphaerae aequale sit. — praemissis igitur et theorematis

1) Cfr. p. 281 not. 2.

2) Fortasse scribendum: *τάδε* lin. 18. num Archimedes solutiones horum theorematum et problematis (lin. 21 sq.), quas eum nouisse necesse est, unquam ediderit, non constat. resolverunt Rinaltus p. 328 sq., Sturmius p. 377 sq.; cfr. Nizze p. 208 sq.

3) Genetiuus lin. 16 pendet ex *διαμέτρων* lin. 17; cfr. lin. 19.

4) Infinitiuus *εἶμεν* lin. 23 sicut *ἀποτεμεῖν* pendet ex significatione iubendi, quae inest in *πρόβλημα*.

ἀποδειξίας αὐτῶν μετὰ ταῦτα γραψοῦμές τοι τὰ προ-
κείμενα. εὐτύχει.

Εἰ κα κῶνος ἐπιπέδῳ τμαθῆ συμπίπτουσι πάσαις
ταῖς τοῦ κῶνου πλευραῖς, ἅ τομὰ ἐσσεῖται ἦτοι κύκλος
6 ἢ ὀξυγωνίου κῶνου τομὰ. εἰ μὲν οὖν κύκλος ἅ τομὰ,
δῆλον, ὅτι τὸ ἀπολαφθὲν ἀπ' αὐτοῦ τμαμα ἐπὶ τὰ
αὐτὰ τᾶ τοῦ κῶνου κορυφᾶ κῶνος ἐσσεῖται. εἰ δὲ κα
ἅ τομὰ γενήται ὀξυγωνίου κῶνου τομὰ, τὸ ἀπολαφθὲν
ἀπὸ τοῦ κῶνου σχῆμα ἐπὶ τὰ αὐτὰ τᾶ τοῦ κῶνου κο-
10 ρυφᾶ ἀπότμαμα κῶνου καλεῖσθω. τοῦ δὲ ἀποτμάμα-
τος βᾶσις μὲν καλεῖσθω τὸ ἐπίπεδον τὸ περιλαφθὲν
ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κῶνου τομᾶς, κορυφὰ δὲ τὸ
σαμεῖον, ὃ καὶ τοῦ κῶνου κορυφὰ, ἄξων δὲ ἅ ἀπὸ
τᾶς κορυφᾶς τοῦ κῶνου ἐπὶ τὸ κέντρον τᾶς τοῦ ὀξυ-
15 γωνίου κῶνου τομᾶς ἐπιξευχθεῖσα εὐθεῖα. καὶ εἰ κα
κύλινδρος δυοῖς ἐπιπέδοις παραλλήλοις τμαθῆ συμ-
πιπτόντεσσι πάσαις ταῖς τοῦ κυλίνδρου πλευραῖς, αἱ
τομαὶ ἐσσοῦνται ἦτοι κύκλοι ἢ ὀξυγωνίων κῶνων το-
μαὶ ἴσαι καὶ ὁμοῖαι ἀλλάλαις. εἰ μὲν οὖν κα αἱ τομαὶ
20 κύκλοι γενῶνται, δῆλον, ὅτι τὸ ἀποτμαθὲν ἀπὸ τοῦ
κυλίνδρου σχῆμα μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων
κύλινδρος ἐσσεῖται. εἰ δὲ κα αἱ τομαὶ γενῶνται ὀξυ-
γωνίων κῶνων τομαί, τὸ ἀπολαφθὲν ἀπὸ τοῦ κυλίν-
δρου σχῆμα μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τόμος
25 κυλίνδρου καλεῖσθω. τοῦ δὲ τόμον βᾶσις μὲν καλεῖσθω

1. ἀποδειξεις F, uulgo. γραψομεν σοι F, uulgo. 3. τμαθῆ] Torellius; τμηθῆ F, uulgo. συνπιπτοντι F. πασαι FC*. 7. κωνος F. 8. ἅ] om. F. 9. Post κορυφᾶ in F repetuntur: κωνος εσσειται ει δε κα τομα γενηται οξυγωνιου κωνου τομα το απολαφθεν απο του κωνου σχημα επι τα αυτα τη του κωνου κορυφα; corr. C. τᾶ] τη F; corr. Torellius. 15. ἐπιξευχθεισας F; corr. B*. τμαθῆ] Torellius; τμηθῆ F,

et epitagmatis¹⁾ ad demonstrationes eorum utilibus, postea tibi scribam, quae proposita sunt. vale.

DEFINITIONES.

Si conus plano omnibus lateribus conici incidenti secatur, sectio aut circulus erit aut sectio conici acutianguli. si sectio circulus est, adparet, segmentum a cono²⁾ abscisum in eadem parte, in qua est uertex conici, conum futurum esse; sin sectio est conici acutianguli sectio, figura a cono in eadem parte abscisa, in qua est uertex conici, segmentum conici uocetur. segmenti autem basis uocetur planum sectione conici acutianguli comprehensum, uertex autem punctum, quod idem conici uertex est, axis autem linea a uertice conici ad centrum sectionis conici acutianguli ducta.³⁾ et si cylindrus duobus planis parallelis omnibus lateribus cylindri incidentibus secatur, sectiones aut circuli erunt aut sectiones conorum acutiangulorum sibi in uicem aequales et similes.⁴⁾ iam si sectiones circuli sunt, adparet, figuram a cylindro inter plana parallela abscisam cylindrum futurum esse. sin sectiones acutianguli conici sectiones sunt, figura a cylindro inter plana parallela abscisa frustum cylindri uocetur. basis autem frusti

1) Hoc est: problemata, quibus aliquid facere iubemur; propp. 7—9.

2) ἀπ' αὐτον ὁ ἀπὸ τοῦ κώνου (lin. 6); cfr. lin. 9.

3) Cfr. de his propositionibus Apollonii con. I, 4 et I, 13.

4) U. Serenus de sect. cylindri propp. 5 et 18.

uulgo. 18. ἐσοῦνται] Torellius; εἶναι F, uulgo. 19. κα] scripsi; και F, uulgo. 22. κα] scripsi; και F, uulgo.

τὰ ἐπίπεδα τὰ περιλαφθέντα ὑπὸ τῶν τῶν ὀξυγωνίων
κόνων τομαῦν, ἄξων δὲ ἅ ἐπιξενγνύουσα εὐθεία τὰ
κέντρα τῶν τῶν ὀξυγωνίων κόνων τομαῦν. ἐσσεῖται
δὲ αὐτὰ ἐπὶ τᾶς αὐτᾶς εὐθείας τῷ ἄξονι τοῦ κυλίνδρου.

- 5 Εἰ κα ἕαντι μεγέθεα ὅποσαοῦν τῷ ἴσῳ ἀλλάλων
ὑπερέχοντα, ἢ δὲ ἅ ὑπεροχὰ ἴσα τῷ ἐλαχίστῳ, καὶ
ἄλλα μεγέθεα τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ με-
γέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ, πάντα τὰ μεγέθεα,
ὧν ἐστὶν ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ, πάντων μὲν τῶν
10 τῷ ἴσῳ ὑπερεχόντων ἐλάσσονα ἐσσοῦνται ἢ διπλάσια,
τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ μεγίστου μείζονα ἢ διπλά-
σια. ἅ δὲ ἀπόδειξις τούτου φανερά.

α'.

- Εἰ κα μεγέθεα ὅποσαοῦν τῷ πλήθει ἄλλοις μεγέ-
15 θεσιν ἴσοις τῷ πλήθει κατὰ δύο τὸν αὐτὸν λόγον
ἔχοντι τὰ ὁμοίως τεταγμένα, λεγῆται δὲ τὰ τε πρῶτα
μεγέθεα ποτὶ τινα ἄλλα μεγέθεα ἢ πάντα ἢ τινα αὐ-
τῶν ἐν λόγοις ὁποιοισοῦν, καὶ τὰ ὕστερον ποτ' ἄλλα
μεγέθεα τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις, πάντα τὰ
20 πρῶτα μεγέθεα ποτὶ πάντα, ἃ λεγόνται, τὸν αὐτὸν
ἐξοῦντι λόγον, ὃν ἔχοντι πάντα τὰ ὕστερον μεγέθεα
ποτὶ πάντα, ἃ λεγόνται.

- ἔστω τινὰ μεγέθεα τὰ *A, B, Γ, Δ, E, Z* ἄλλοις
μεγέθεσιν ἴσοις τῷ πλήθει τοῖς *H, Θ, I, K, Λ, M*
25 κατὰ δύο τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, καὶ ἐχέτω τὸ μὲν

3. τομαῦν] τομα F; corr. B*. 5. α' Torellius; Cr. τῷ] το F, ed. Basil. 7. πλήθει F. 13. β' Torellius, Cr. 16. ἔχοντι] scripsi; εχοντι F, vulgo. 17. ποτὶ τινα ἄλλα] scripsi; ποτὶ τ' ἄλλα F, vulgo; fort. ποτ' ἄλλα ut lin. 18. 18. ποτὰ ἄλλα F. 22. λεγῶνται F.

nocentur plana sectionibus conorum acutiangulorum comprehensa, axis autem linea centra sectionum conorum acutiangulorum iungens. haec autem in eadem linea erit, in qua axis cylindri est.

Si magnitudines quotlibet datae sunt aequali spatio inter se excedentes, et differentia minimae aequalis est, et aliae quoque magnitudines datae sunt numero prioribus aequales et magnitudine omnes maximae illarum aequales, omnes hae magnitudines, quarum quaeque maximae aequalis est, minores erunt quam duplo maiores omnibus magnitudinibus aequali spatio inter se excedentibus, maiores autem quam duplo maiores reliquis praeter maximam. demonstratio autem huius propositionis in medio posita est.¹⁾

I.

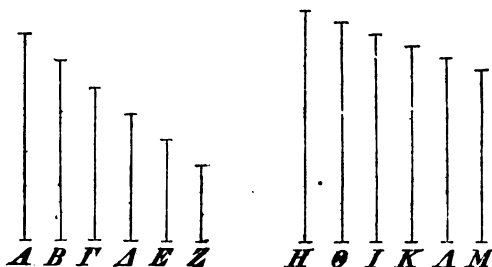
Si magnitudines quotlibet numero et aliae magnitudines numero aequales, binae cum binis similiter positae, eandem rationem habent, et priores magnitudines aut omnes aut nonnullae ad alias magnitudines in quavis proportione sunt, et posteriores magnitudines rursus ad alias similiter positae in eadem proportione sunt, omnes priores magnitudines ad omnes, quae cum iis in proportione sunt, eandem habebunt rationem, quam habent omnes magnitudines posteriores ad omnes, quae cum iis in proportione sunt.

magnitudines quaedam $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z$ et aliae magnitudines numero aequales $H, \Theta, I, K, \Lambda, M$ binae cum binis eandem habeant rationem, et sit

1) Nam demonstrata est ab Archimede ipso $\pi\epsilon\pi\lambda\epsilon\lambda\iota\kappa$. prop. 11; Quaest. Arch. p. 56.

Α ποτὶ τὸ Β τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ Η ποτὶ τὸ Θ,
 τὸ δὲ Β ποτὶ τὸ Γ, ὃν τὸ Θ ποτὶ τὸ Ι, καὶ τὰ ἄλλα
 ὁμοίως τούτοις. λεγέσθω δὲ τὰ μὲν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ
 5 μεγέθεα ποτὶ τινὰ ἄλλα μεγέθεα τὰ Ν, Ξ, Ο, Π, Ρ, Σ
 ἐν λόγοις ὁποιοισοῦν, τὰ δὲ Η, Θ, Ι, Κ, Λ, Μ ποτὶ
 τινὰ ἄλλα τὰ Τ, Υ, Φ, Χ, Ψ, Ω, τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς
 αὐτοῖς λόγοις, καὶ ἔν μὲν ἔχει λόγον τὸ Α ποτὶ τὸ Ν,
 τὸ Η ἔχεται ποτὶ τὸ Τ, ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ Β ποτὶ
 τὸ Ξ, τὸ Θ ἔχεται ποτὶ τὸ Υ, καὶ τὰ ἄλλα ὁμοίως
 10 τούτοις. δεικτέον, ὅτι πάντα τὰ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ
 ποτὶ πάντα τὰ Ν, Ξ, Ο, Π, Ρ, Σ τὸν αὐτὸν ἔχοντι
 λόγον, ὃν πάντα τὰ Η, Θ, Ι, Κ, Λ, Μ ποτὶ πάντα
 τὰ Τ, Υ, Φ, Χ, Ψ, Ω.

ἐπεὶ γὰρ τὸ μὲν Ν ποτὶ τὸ Α τὸν αὐτὸν ἔχει λό-
 15 γον, ὃν τὸ Τ ποτὶ τὸ Η, τὸ δὲ Α ποτὶ τὸ Β, ὃν τὸ



Η ποτὶ τὸ Θ, τὸ δὲ Β ποτὶ τὸ Ξ, ὃν τὸ Θ ποτὶ τὸ Υ,
 τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον τὸ Ν ποτὶ τὸ Ξ, ὃν τὸ Τ ποτὶ
 τὸ Υ. διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ τὸ Ξ ποτὶ τὸ Ο, ὃν τὸ Υ
 ποτὶ τὸ Φ, καὶ τούτοις τὰ ἄλλα ὁμοίως. ἔχοντι δὲ

4. τινὰ ἄλλα] scripsi; ταῖα F; τὰ ἄλλα ed. Basil., vulgo;
 fort. ποτ' ἄλλα. 5. Μ] M, N FBC*. 6. τινὰ ἄλλα] scripsi;
 τ' ἄλλα F, vulgo; fort. ἄλλα. 7. καὶ] addidi; om. F, vulgo.
 9. Ξ] Z F.

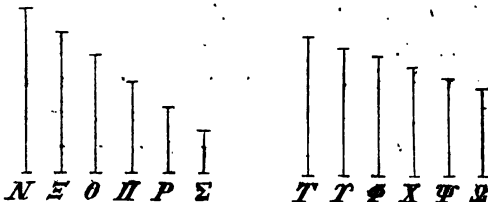
$$A : B = H : \Theta \text{ et } B : \Gamma = \Theta : I$$

et cetera eodem modo. et $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z$ ad alias magnitudines $N, \Xi, O, \Pi, P, \Sigma$ in quavis proportione sint, et $H, \Theta, I, K, \Lambda, M$ ad alias $T, \Upsilon, \Phi, \chi, \Psi, \Omega$ similiter positae in eadem proportione sint, et sit $A : N = H : T, B : \Xi = \Theta : \Upsilon$, et cetera eodem modo. demonstrandum.

$$\frac{A + B + \Gamma + \Delta + E + Z}{N + \Xi + O + \Pi + P + \Sigma} = \frac{H + \Theta + I + K + \Lambda + M}{T + \Upsilon + \Phi + \chi + \Psi + \Omega}$$

nam quoniam

$$N : A = T : H, A : B = H : \Theta, B : \Xi = \Theta : \Upsilon,$$



erit $N : \Xi = T : \Upsilon$.) eodem modo concluditur etiam $\Xi : O = \Upsilon : \Phi$, et cetera eodem modo.) itaque

1) Cum $N : A = T : H, A : B = H : \Theta$, erit $\delta\iota'$ *ισον* (Eucl. V, 22) $N : B = T : \Theta$, sed $B : \Xi = \Theta : \Upsilon$; quare $\delta\iota'$ *ισον* (Eucl. V, 22) $N : \Xi = T : \Upsilon$. conspectum huius demonstrationis dedi Quaest. Arch. p. 50—51.

2) Habebimus igitur $N : \Xi = T : \Upsilon, \Xi : O = \Upsilon : \Phi$,

$$O : \Pi = \Phi : \chi, \Pi : P = \chi : \Psi, P : \Sigma = \Psi : \Omega.$$

iam cum sit $A : B = H : \Theta$, erit (Eucl. V, 18)

$A + B : A = H + \Theta : H$; $A + B : H + \Theta = A : H$ (Eucl. V, 16). sed ex $N : A = T : H$ sequitur (Eucl. V, 16) $A : H = N : T = \Xi : T$ (Eucl. V, 16) $= O : \Phi$ (Eucl. V, 16) $= \Gamma : I$ (Eucl. V, 16; est enim $A : N = H : T, B : \Xi = \Theta : \Upsilon, \Gamma : O = I : \Phi, \Delta : \Pi = K : \chi, E : P = \Lambda : \Psi, Z : \Sigma = M : \Omega$, lin. 9). quare $A + B : H + \Theta = \Gamma : I$; unde (*ἐπιβάλλει, συνθίσει, ἐπιβάλλει*) $A + B + \Gamma : H + \Theta + I = \Gamma : I = O : \Phi = \Pi : \chi$ (Eucl. V, 16) $= \Lambda : K$ (Eucl. V, 16), et eodem modo semper progredi possumus.

- τὰ μὲν *A, B, Γ, Δ, E, Z* πάντα ποτὶ τὸ *A* τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἔχοντι τὰ *H, Θ, I, K, Λ, M* πάντα ποτὶ τὸ *H*, τὸ δὲ *A* ποτὶ τὸ *N*, ὃν τὸ *H* ποτὶ τὸ *T*, τὸ δὲ *N* ποτὶ πάντα τὰ *N, Ξ, O, Π, P, Σ* τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ *T* ποτὶ πάντα τὰ *T, Υ, Φ, X, Ψ, Ω*.
 5 δῆλον οὖν, ὅτι πάντα τὰ *A, B, Γ, Δ, E, Z* ποτὶ πάντα τὰ *N, Ξ, O, Π, P, Σ* τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον, ὃν πάντα τὰ *H, Θ, I, K, Λ, M* ποτὶ πάντα τὰ *T, Υ, Φ, X, Ψ, Ω*.
- 10 φανερόν δέ, ὅτι καί, εἰ κα τῶν τε *A, B, Γ, Δ, E, Z* μεγεθέων τὰ μὲν *A, B, Γ, Δ, E* λεγάνται ποτὶ τὰ *N, Ξ, O, Π, P*, τὸ δὲ *Z* μηδὲ ποθ' ἐν λεγῆται, καὶ τῶν *H, Θ, I, K, Λ, M* τὰ μὲν *H, Θ, I, K, Λ* λεγάνται ποτὶ τὰ *T, Υ, Φ, X, Ψ*, τὰ ὁμοία ἐν τοῖς
 15 αὐτοῖς λόγοις, τὸ δὲ *M* μηδὲ ποθ' ἐν λεγῆται, ὁμοίως πάντα τὰ *A, B, Γ, Δ, E, Z* ποτὶ πάντα τὰ *N, Ξ, O, Π, P* τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ *H, Θ, I, K, Λ, M* ποτὶ πάντα τὰ *T, Υ, Φ, X, Ψ*.

β'.

- 20 *Εἰ κα γραμμαὶ ἴσαι ἀλλάλαις ἔωντι ὀποσαιοῦν τῷ πλήθει, καὶ παρ' ἐκάστην αὐτῶν παραπέση τι χωρίον*

2. *εχωντι* F, ut videtur. I] om. F. 7. *εχωντι* FBC.
 11. *λεγασται*] scripsi; *λεγατι* F, vulgo; *λέγαντι* Torellius, 12. P] PC F; corr. Torellius. *μηδὲ ποθ' ἐν*] scripsi; *μηδεποθεν* F, vulgo. 13. M] M *μεγεθέων* Torellius. 14. Ψ] Ψω F; corr. Torellius. 15. *μηδεποθεν* F, vulgo. 17. P] PC F; corr. Torellius. 18. Ψ] Ψω F; corr. Torellius. 19. γ] Torellius, Cr. 20. *αλληλαις* F; corr. Torellius. 21. *παραπέση*] scripsi; *παρεμπεση* F, vulgo.

$A + B + \Gamma + \Delta + E + Z : A = H + \Theta + I + K + \Lambda + M : H$.¹⁾
 sed $A : N = H : T$ [*ἀνάκαλιν* Eucl. V, 7 *πόρ.*], et
 $N : N + \Xi + O + \Pi + P + \Sigma = T : T + \Upsilon + \Phi + X + \Psi + \Omega$.²⁾
 adparet ergo esse

$$\frac{A + B + \Gamma + \Delta + E + Z}{N + \Xi + O + \Pi + P + \Sigma} = \frac{H + \Theta + I + K + \Lambda + M}{T + \Upsilon + \Phi + X + \Psi + \Omega}$$
³⁾

et adparet, etiam si ex magnitudinibus $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z$ magnitudines A, B, Γ, Δ, E ad N, Ξ, O, Π, P in proportione sint, Z autem in nulla proportione, et ex $H, \Theta, I, K, \Lambda, M$ magnitudinibus H, Θ, I, K, Λ ad $T, \Upsilon, \Phi, X, \Psi$ in proportione sint, similiter positae in eadem proportione, M autem in nulla sit proportione, item esse:

$$\frac{A + B + \Gamma + \Delta + E + Z}{N + \Xi + O + \Pi + P} = \frac{H + \Theta + I + K + \Lambda + M}{T + \Upsilon + \Phi + X + \Psi}$$
⁴⁾

II.

Si lineae quotlibet numero inter se aequales sunt, et singulis spatium adplicatur figura quadrata exce-

1) Demonstrauius enim p. 293 not. 2 esse $A + B + \Gamma + \Delta + E + Z : H + \Theta + I + K + \Lambda + M = A : H$; inde *ἐναλλάξ* (Eucl. V, 16) sequitur proportio.

2) Nam $N + \Xi : T + \Upsilon = \Xi : \Upsilon$ (*συνθέντι καὶ ἐναλλάξ*) = $O : \Phi$ (*ἐναλλάξ*); unde *ἐναλλάξ καὶ συνθέντι καὶ ἐναλλάξ*: $\frac{N + \Xi + O}{T + \Upsilon + \Phi} = \frac{O}{\Phi}$, et cetera eodem modo, donec inuenitur $\frac{N + \Xi + O + \Pi + P + \Sigma}{T + \Upsilon + \Phi + X + \Psi + \Omega} = \frac{N}{T}$; tum *ἐναλλάξ*.

3) Nam *δι' ἴσων* est (Eucl. V, 22)

$$\frac{A}{N + \Xi + O + \Pi + P + \Sigma} = \frac{H}{T + \Upsilon + \Phi + X + \Psi + \Omega}$$

tum rursus *δι' ἴσων* sequitur proportio.

4) Prorsus eodem modo concluditur, si ratione not. 2 proposita quater pro quinques utimur.

ὑπερβάλλον εἶδει τετραγώνῳ, ἔωντι δὲ αἱ πλευραὶ τῶν
 ὑπερβλημάτων τῷ ἴσῳ ἀλλάλαιν ὑπερρεχούσαι, καὶ ἅ
 ὑπεροχὰ ἴσα τῶ ἐλαχίστα, ἔωντι δὲ καὶ ἄλλα χωρία
 τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον
 5 ἴσον τῷ μεγίστῳ, ποτὶ μὲν πάντα τὰ ἕτερα χωρία ἐλάσ-
 σονα λόγον ἐξοῦντι τοῦ, ὃν ἔχει ἅ ἴσα συναμφοτέραις
 ταῖς τε τοῦ μεγίστου ὑπερβλήματος πλευραῖς καὶ μιᾷ
 τῶν ἴσῶν ἐουσῶν ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις τῷ τε
 τρίτῳ μέρει τῆς τοῦ μεγίστου ὑπερβλήματος πλευρᾶς
 10 καὶ τῶ ἡμισείᾳ μιᾶς τῶν ἴσῶν ἐουσῶν, ποτὶ δὲ τὰ λοιπὰ
 χωρία ἄνευ τοῦ μεγίστου μείζονα λόγον ἐξοῦντι τοῦ
 αὐτοῦ λόγου.

ἔστωσαν γὰρ ἴσαι εὐθεῖαι ὅποσαιοῦν τῷ πλήθει,
 ἐφ' ἃν τὰ *A*. καὶ παραπεπτωκέτω παρ' ἑκάστην αὐτῶν
 15 χωρίον ὑπερβάλλον εἶδει τετραγώνῳ. ἔστων δὲ τῶν
 ὑπερβλημάτων πλευραὶ αἱ *B*, *Γ*, *Δ*, *E*, *Z*, *H* τῷ ἴσῳ
 ἀλλάλαιν ὑπερρεχούσαι, καὶ ἅ ὑπεροχὰ ἔστω ἴσα τῶ
 ἐλαχίστα. καὶ μέγιστα μὲν ἔστω ἅ *B*, ἐλαχίστα δὲ ἅ *H*.
 ἔστω δὲ καὶ ἄλλα χωρία, ἐφ' ὧν ἕκαστον τῶν *Θ*, *I*,
 20 *K*, *Λ*, τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει
 ἕκαστον ἴσον ἔστω τῷ μεγίστῳ τῷ παρὰ τὰν *AB* παρα-
 κειμένῳ. ἔστω δὲ ἅ μὲν *ΘI* γραμμὰ ἴσα τῶ *A*, ἅ δὲ
KΛ ἴσα τῶ *B*, καὶ τῶν μὲν *ΘI* γραμμῶν ἑκάστα ἔστω
 διπλασία τῆς *I*, τῶν δὲ *KΛ* ἑκάστα τριπλασία τῆς *K*.
 25 δεικτέον, ὅτι τὰ χωρία πάντα, ἐν οἷς τὰ *Θ*, *I*, *K*, *Λ*,
 ποτὶ μὲν πάντα τὰ ἕτερα χωρία τὰ *AB*, *ΑΓ*, *ΑΔ*,
ΑE, *ΑZ*, *ΑH* ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἅ
ΘIKΛ εὐθεῖα ποτὶ τὰν *IK*, ποτὶ δὲ τὰ λοιπὰ ἄνευ

7. τε] om. F. τῶ ἐτ πλευρῶ Nizze. 10. ημισα F; corr.
 B. 13. ἔστωσαν FBCD; ἔστω A, ed. Basil.; „esto“ Cr; 15.
 ἔστων] ἔστωσαν B. τῶν] addidi; om. F, vulgo. 19. ἔστω]

dens, et latera spatiorum excedentium aequali differentia inter se excedunt, et differentia minimae aequalis est, et praeterea alia spatia data sunt numero his aequalia, magnitudine autem omnes maximo aequalia, haec spatia ad omnia spatia priora minorem rationem habebunt, quam linea aequalis lateribus maximi spatii excedentis et simul uni ex lineis inter se aequalibus ad lineam aequalem tertiae parti lateris maximi spatii excedentis et simul dimidiae parti unius ex lineis inter se aequalibus, ad cetera autem spatia praeter maximum maiorem rationem, quam eadem lineae.¹⁾

nam datae sint lineae aequales quotlibet numero, in quibus sint litterae A . et singulis adplicetur spatium figura quadrata excedens. latera autem spatiorum excedentium $B, \Gamma, \Delta, E, Z, H$ aequali differentia inter se excedant, et differentia minimae aequalis sit. et maxima sit B , minima autem H . sed etiam alia spatia data sint, in quibus singulis omnes litterae Θ, I, K, Λ , numero his aequalia, magnitudine autem omnia maximo spatio lineae AB adplicato aequalia sint. sit autem

$$\Theta + I = A, K + \Lambda = B, \text{ et } \Theta + I = 2I, K + \Lambda = 3K.$$

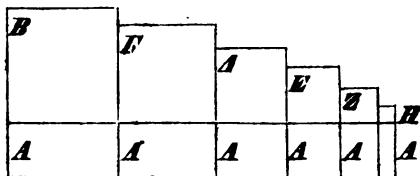
demonstrandum est, omnia spatia, in quibus sint litterae Θ, I, K, Λ , ad omnia priora spatia $AB, A\Gamma, A\Delta, AE, AZ, AH$ minorem rationem habere, quam $\Theta + I + K + \Lambda : I + K$, ad reliqua autem praeter

1) Demonstrationem brevius exposui Quaest. Arch. p. 57, arithmeticeam dedit Nizze p. 157.

scripsi; η F, vulgo. $\epsilon\kappa\alpha\sigma\tau\alpha\ \tau\acute{\alpha}\nu$ Torellius; auditur $\sigma\tau\omicron\iota\chi\epsilon\iota\omicron\nu$ (littera). 23. $\tau\acute{\alpha}\nu$] $\tau\alpha$ F; corr. ed. Basil.* $\gamma\rho\alpha\mu\mu\alpha$ F; corr. ed. Basil.*

τοῦ μεγίστου τοῦ AB μείζονα λόγον ἔχοντι τοῦ αὐτοῦ λόγου.

ἔστι γάρ τινα χωρία, ἐν οἷς τὰ A , τῷ ἴσῳ ἀλλάλων ὑπερέχοντα, καὶ ἅ ὑπεροχὰ ἴσα τῷ ἐλάχιστῳ [ἐπεὶ τε



5 τὰ παραβλήματα καὶ τὰ πλάτη τῷ ἴσῳ ὑπερέχουσιν], καὶ ἄλλα χωρία, ἐν οἷς τὰ Θ , I , τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ. σύμ-
 10 πικαντα οὖν τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ Θ , I , πάντων μὲν τῶν, ἐν οἷς τὰ A , ἐλάσσονά ἐντι ἢ διπλασίονα, τῶν
 10 δὲ λοιπῶν χωρίσ τοῦ μεγίστου μείζονα ἢ διπλασίονα. αὐτὰ οὖν τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ I , πάντων μὲν τῶν, ἐν οἷς τὰ A , ἐλάσσονά ἐντι, τῶν δὲ λοιπῶν ἄνευ τοῦ
 15 μεγίστου μείζονα. πάλιν ἐντὶ γραμμαὶ τινες αἱ B , Γ , Δ , E , Z , H τῷ ἴσῳ ἀλλάλων ὑπερέχουσαι, καὶ ἅ ὑπεροχὰ ἴσα τῷ ἐλάχιστῳ, καὶ ἄλλαι γραμμαὶ, ἐφ' ἃν
 τὰ K , A , τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστα ἴσαι τῷ μεγίστῳ. τὰ οὖν τετράγωνα τὰ ἀπὸ

4. ἐπεὶ τῶν παραβλημάτων Nizze. in figura litteras Θ , I , K , A in verso ordine habet F ; litteras Θ , I permutant ed. Basil., Torellius; corr. Nizze. 9. διπλάσια Nizze, ut lin. 10. 10. μείζον F ; corr. Torellius. 15. ὑπεροχὰ ἴσα] ὑπερέχουσαι ἴσαι F ; corr. ed. Basil. 17. ἴσαι] ἴσα?

maximum spatium AB maiorem rationem quam

$$\Theta + I + K + A : I + K.$$

sunt enim spatia quaedam, in quibus litterae A , aequali differentia inter se excedentia, et differentia

Θ	Θ	Θ	Θ	Θ	Θ	Θ
I	I	I	I	I	I	I
K	K	K	K	K	K	K
A	A	A	A	A	A	A

minimo aequalis est¹⁾, et alia spatia, in quibus litterae Θ , I , numero illis aequalia, magnitudine autem omnia maximo aequalia. omnia igitur simul spatia, in quibus litterae Θ , I sunt, minora sunt quam duplo maiora omnibus spatiis, in quibus litterae A sunt, maiora autem quam duplo maiora ceteris praeter maximum [p. 290; 5]. ipsa igitur spatia, in quibus sunt litterae I , omnibus spatiis, in quibus sunt litterae A , minora sunt, reliquis autem praeter maximum maiora.²⁾ rursus sunt lineae quaedam B , Γ , Δ , E , Z , H aequali differentia inter se excedentes, et differentia minimae aequalis est, et praeterea aliae lineae, in quibus sunt litterae K , A , numero illis aequales, magnitudine autem

1) Quia ex hypothesi latera quadratorum excedentium inter se aequali differentia excedunt, et differentia minimo aequalis est. spatia enim A inter se rationem habent, quam latera illa (Eucl. VI, 1). sequentia verba *ἐκεί* lin. 4 — *ὑπερβίβουσι* lin. 5 subditiua esse putauerim. nam primum praue dicuntur spatia adplicata inter se aequali differentia excedere, deinde deest *ἄλλῶν* lin. 5, et *πλάτη* et *ὑπερβίβουσι* parum Doricae formae sunt; etiam particula *τε* insolito loco posita est. denique insuauiter sermonis cursum interrumpunt. neque hae offensiones coniectura facili et probabili tolli possunt.

2) Nam $\Theta = I$.

πασῶν τῶν ἰσῶν ἀλλάλας τε καὶ τῶ μεγίστα πάντων
 μὲν τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ [πασῶν] τῶν τῷ ἴσῳ
 ἀλλάλαν ὑπερχειουσῶν ἐλάσσονά ἐντι ἢ τριπλάσια, τῶν
 δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τῆς μεγίστης τετραγώνου
 ἢ μείζονα ἢ τριπλάσια. δεδείκται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς
 περὶ τῶν ἐλίκων ἐκδεδομένοις. τὰ οὖν χωρία, ἐν οἷς
 τὸ K, πάντων μὲν τῶν χωρίων, ἐν οἷς τὰ B, Γ, Δ, E,
 Z, H, ἐλάσσονά ἐστιν, αὐτῶν δὲ τῶν, ἐν οἷς τὰ Γ, Δ,
 E, Z, H, μείζονα· ὥστε καὶ πάντα τὰ χωρία, ἐν οἷς
 10 τὰ I, K, πάντων μὲν τῶν, ἐν οἷς τὰ AB, AΓ, AΔ,
 AE, AZ, AH, ἐλάσσονά ἐστι, τῶν δέ, ἐν οἷς τὰ AΓ,
 AΔ, AE, AZ, AH, μείζονα. δῆλον οὖν, ὅτι πάντα
 τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ Θ, I, K, A, ποτὶ μὲν τὰ χωρία,
 ἐν οἷς τὰ AB, AΓ, AΔ, AE, AZ, AH, ἐλάσσονα
 15 λόγον ἔχοντι τοῦ, ὃν ἔχει ἃ ΘA ποτὶ τὰν IK, ποτὶ
 δὲ τὰ λοιπὰ χωρὶς τοῦ, ἐν ᾧ τὸ AB, μείζονα τοῦ
 αὐτοῦ λόγου.

γ'.

Εἰ κα κώνου τομᾶς ὅποιασουσὺν εὐθείαι ἐπιφανύαντι
 20 ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σαμείου ἀγμέναι, ἔωντι δὲ καὶ ἄλλαι
 εὐθείαι ἐν τῶ τοῦ κώνου τομᾶ παρὰ τὰς ἐπιφανούσας
 ἀγμέναι καὶ τεμνούσαι ἀλλάλας, τὰ περιεχόμενα ὑπὸ
 τῶν τμαμάτων τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον ποτ' ἄλλαλα,
 ὃν τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν ἐπιφανουσῶν· ὁμόλογον

2. πασῶν τῶν] Torellius; παντων F, vulgo. fort. scrib.
 τῶν. 3. ἀλλάλων F; corr. Torellius. ὑπερχειουσαι F; corr.
 ed. Basil. 6. ἐλίκων] scripsi; ἐλικων F, vulgo. 8. ἐστιν]
 ἐντι B. 10. τὰ] (alt.) addidi; om. F, vulgo. 11. ἐστι] ἐντι B.
 τὰ] addidi; om. F, vulgo. 16. τό] τὰ Torellius, fortasse
 recte. μείζων F; corr. Torellius. γ'] om. ed. Basil., Cr.,
 Torellius. 22. ποτ' ἄλλαλα] Torellius; ποτι τα ἄλλα F, vulgo.
 24. τῶν ἐπιφανουσῶν F, vulgo.

omnes maximae aequales. quare quadrata omnium linearum inter se et maximae aequalium minora sunt quam triplo maiora omnibus quadratis linearum inter se aequali differentia excedentium, maiora autem quam triplo maiora reliquis praeter quadratum lineae maximae. hoc enim in eo libro, quem de helicibus edidimus, demonstratum est [prop. 10]. itaque spatia, in quibus est littera K , omnibus spatiis, in quibus sunt litterae $B, \Gamma, \Delta, E, Z, H$, minora sunt¹⁾, ipsis autem spatiis, in quibus sunt litterae Γ, Δ, E, Z, H , maiora. quare etiam omnia spatia, in quibus sunt litterae I, K , minora sunt omnibus spatiis, in quibus sunt litterae $AB, A\Gamma, A\Delta, AE, AZ, AH$, maiora autem iis, in quibus $A\Gamma, A\Delta, AE, AZ, AH$. adparet igitur, omnia spatia, in quibus sint litterae Θ, I, K, A , ad spatia, in quibus $AB, A\Gamma, A\Delta, AE, AZ, AH$, minorem rationem habere, quam $\Theta A : IK^2$, ad reliqua autem praeter id, in quo est AB , maiorem rationem.³⁾

III.

Si lineae sectionem conii qualemlibet contingunt ab eodem puncto ductae, et aliae quoque lineae in sectione conii contingentibus parallelae sunt et inter se secant, spatia partibus earum comprehensa inter se eandem rationem habebunt, quam quadrata linearum contingentium. et spatium partibus alterius lineae

1) Nam $K = \frac{1}{2}A$; itaque $K + A = 3K$.

2) Hoc est $\Theta + I + K + A : I + K$.

3) Nam summa spatiorum Θ, I, K, A ad summam spatiorum I, K eam habet rationem quam $\Theta + I + K + A : I + K$, cum basis eadem sit (Eucl. VI, 1); tum u. Eucl. V, 8. et est $\Theta + I + K + A = A + B, I + K = \frac{1}{2}A + \frac{1}{2}B$.

δὲ ἐσσεῖται τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν τᾶς ἑτέρας γραμ-
μᾶς τμαμάτων τῷ τετραγώνῳ τῷ ἀπὸ τᾶς ἐπιφανούσας
τᾶς παραλλήλου αὐτᾶ. ἀποδεδείκται δὲ τοῦτο ἐν τοῖς
κωνικοῖς στοιχείοις.

- 5 Εἰ κα ἀπὸ τᾶς αὐτᾶς ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς
δύο τμάματα ἀποτμαθέωντι ὅπως οὖν ἴσας ἔχοντα τὰς
διαμέτρους, αὐτὰ τε τὰ τμάματα ἴσα ἐβούνται, καὶ
τὰ τρίγωνα τὰ ἐγγραφόμενα εἰς αὐτὰ τὰν αὐτὰν βά-
σιν ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσι καὶ ὕψος τὸ αὐτό. διά-
10 μετρον δὲ καλέω παντὸς τμάματος τὰν δίχα τέμνουσαν
τὰς εὐθείας κᾶσας τὰς παρὰ τὰν βάσιν αὐτοῦ ἀγο-
μένας.

ἔστω ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἃ $ABΓ$, καὶ ἀπο-
τετμήσθω ἀπ' αὐτᾶς δύο τμάματα τὸ τε $ΔΔΕ$ καὶ
15 τὸ $ΘΒΓ$. ἔστω δὲ τοῦ μὲν $ΔΔΕ$ τμάματος διάμετρος
ἃ $ΔΖ$, τοῦ δὲ $ΘΒΓ$ ἃ $ΒΗ$, καὶ ἔστων ἴσαι αἱ $ΔΖ$,
 $ΒΗ$. δεικτέον, ὅτι τὰ τμάματα ἴσα ἐντὶ τὰ $ΔΔΕ$, $ΘΒΓ$,
καὶ τὰ τρίγωνα τὰ ἐγγραφόμενα τὸν εἰρημένον τρόπον
ἐν αὐτοῖς.

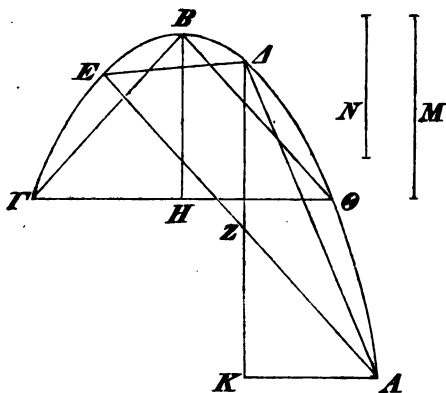
- 20 ἔστω δὴ πρῶτον ἃ ἀποτεμένουσα τὸ ἕτερον τμάμα

1. ἐσσεῖται] εἰπειτα F; corr. ed. Basil. 2. τῷ τετραγώνῳ] scripsi; τετραγωνον F, uulgo; τετραγώνῳ Torellius. τῷ] το F; corr. Torellius. 3. τᾶς] addidi; om. F, uulgo. παραλλήλους F; corr. Nizze. αυτας F; corr. Torellius. 5. δ' Cr. Torellius. 6. αποτμηθεοντι F; corr. Torellius. ὀπασούῃ] D; οπασουῃ F, uulgo; ὀπασαούῃ Torellius. 8. αὐτᾶ] αυτας FBC*. 9. τμαματεσι F. 11. τᾶς] (alterum) των FBC*. 14. αὐτᾶς] αυт cum comp. ας, insuper addita syllaba ᾶς (circumflexu super σposito, ut solet) F. 16. ἔστων] comp. uocabuli ἔστω addito accentu acuto F; ἔστωσαν uulgo*; ἔστω ed. Basil., Torellius, Cr. 18. ἐγγραφόμενα] με supra scriptum manu 1 F. 20. πρῶτον ἃ] scripsi; α om. F, uulgo.

comprehensum respondebit quadrato lineae contingenti
 tis ei parallelae. hoc autem in conicis elementis¹⁾
 demonstratum est [Apollonius con. III, 17].

Si ab eadem sectione conii rectanguli duo segmenta
 quoquo modo abscinduntur diametros aequales habentia,
 et ipsa segmenta aequalia erunt et triangula iis
 inscripta eandem basim habentia, quam segmenta, et
 altitudinem aequalem. diametrum autem cuiusvis seg-
 menti eam lineam uoco, quae omnes lineas basi eius
 parallelas in duas partes aequales secat.

sit $AB\Gamma$ sectio conii rectanguli, et ab ea abscin-
 dantur duo segmenta $A\Delta E$, $\Theta B\Gamma$. et diametrum seg-



menti $A\Delta E$ sit ΔZ , segmenti autem $\Theta B\Gamma$ linea BH ,
 et sit $\Delta Z = BH$. demonstrandum est, et segmenta
 $A\Delta E$, $\Theta B\Gamma$ aequalia esse et triangula iis ita inscripta,
 ut diximus.

primum igitur linea alterum segmentum abscindens

1) H. e. elementis conicis ab Aristaeo compositis, ab Euclide emendatis et suppletis.

ἡ $\Theta\Gamma$ ποτ' ὀρθὰς τῆ διαμέτρῳ τῆς τοῦ ὀρθογωνίου
 κώνου τομαῖς. λελάφθω δὲ παρ' ἂν δυνάνται αἱ ἀπὸ
 τῆς τομαῖς, ἡ διπλασία τῆς μέχρι τοῦ ἄξονος, καὶ ἴστω,
 ἐφ' ἧ. τὸ M . ἀπὸ δὲ τοῦ A κάθετος ἄχθω ἐπὶ τὰν
 5 ΔZ ἢ AK . ἐπεὶ οὖν διάμετρος ἐντι ἢ ΔZ τοῦ τμά-
 ματος, ἢ τε AE δίχα τεμνέται κατὰ τὸ Z , καὶ ἢ
 ΔZ παρὰ τὰν διάμετρον ἔστι τῆς τοῦ ὀρθογωνίου
 κώνου τομαῖς· οὕτω γὰρ δίχα τέμνει πάσας τὰς
 παρὰ τὰν AE ἀγομένας. ὃν δὴ λόγον ἔχει τὸ τε-
 10 τράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς AZ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ
 ἀπὸ τῆς AK , τοῦτον ἔχεται ἢ N ποτὶ τὰν M . αἱ δὴ
 ἀπὸ τῆς τομαῖς ἐπὶ τὰν ΔZ ἀγομέναι παρὰ τὰν AE
 δυνάνται τὰ παρὰ τὰν ἴσαν τῆ N παραπίπτοντα πλά-
 τος ἔχοντα, ἃς αὐταὶ ἀπολαμβάνοντι ἀπὸ τῆς ΔZ
 15 ποτὶ τὸ Δ πέρας. δεδείκται γὰρ ἐν τοῖς κωνικοῖς.
 δυνάται οὖν καὶ ἢ AZ ἴσον τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῆς
 N καὶ τῆς ΔZ . δυνάται δὲ καὶ ἢ ΘH ἴσον τῷ περι-
 εχομένῳ ὑπὸ τε τῆς M καὶ τῆς BH , ἐπεὶ κάθετός
 ἔστιν ἢ ΘH ἐπὶ τὰν διάμετρον. ἔχει οὖν κα τὸ τε-
 20 τράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς AZ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ
 τῆς ΘH τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἢ N ποτὶ τὰν M , ἐπεὶ
 ἴσαι ὑπέκειντο αἱ ΔZ , BH . ἔχει δὲ τὸ ἀπὸ τῆς AZ

1. $\Theta\Gamma$] $B\Gamma F$; corr. BC . 13. N] $M F$; corr. $Torellius$.

19. ἔχει οὖν κα] scripsi; εχει και F , vulgo; ἔχει καὶ $Torellius$.

20. τῆς] του per comp. F .

$\Theta\Gamma$ perpendicularis ad diametrum sectionis conii rectanguli sit. sumatur autem linea, cui parallelae lineae a sectione ductae quadratae aequales sunt [spatiis ipsa hac linea et ea parte diametri comprehensis, quam linea a sectione ducta ad uerticem uersus abscindit]¹⁾, quae duplo maior est linea [a uertice sectionis] ad axem conii ducta²⁾, et sit ea, in qua est littera M . et ab A linea AK ad ΔZ perpendicularis ducatur. iam quoniam ΔZ diametrus est segmenti, linea AE in puncto Z in duas partes aequales secatur, et ΔZ diametro sectionis conii rectanguli³⁾ parallela est, ita enim omnes lineae lineae AE parallelas in duas partes aequales secat. itaque, sit $AZ^2 : AK^2 = N : M$. quare lineae a sectione ad lineam ΔZ ductae lineae AE parallelae quadratae aequales sunt spatiis lineae N aequali adplicatis latitudinem habentibus eas lineas, quas ipsae a ΔZ ad punctum Δ uersus abscidunt. hoc enim in conicis demonstratum est.⁴⁾ itaque

$$AZ^2 = N \times \Delta Z.$$

sed etiam $\Theta H^2 = M \times BH$, quoniam ΘH ad diametrum perpendicularis est [et linea M parametrum; tum u. Apollon. con. I, 11]. itaque

$$AZ^2 : \Theta H^2 = N : M,$$

quia ex hypothesi $\Delta Z = BH$. sed etiam

$$AZ^2 : AK^2 = N : M.$$

1) H . e. parametrum parabolae $\Gamma B \Theta$.

2) Quia antiquiores geometrae parabolam ita efficiebant, ut conum rectum et rectangulum plano lateri conii parallelo secarent.

3) H . e. axi. cfr. Zeitschr. f. Math., litt. Abth. XXV p. 44; p. 51 nr. 14.

4) H . e. N linea parametrum est, si diametrum est ΔZ . cfr. Zeitschr. f. Math., litt. Abth. XXV p. 52 nr. 15.

τετράγωνον καὶ ποτὶ τὸ ἀπὸ τῶν $ΑΒ$ τὸν αὐτοῦ λόγόν,
 ὃν ἂν $Ν$ ποτὶ τὸν $Μ$. ἴσαι ἄρα ἐντὶ αἱ $ΘΗ$, $ΑΚ$
 ἐντὶ δὲ ἴσαι καὶ αἱ $ΒΗ$, $ΔΕ$. ὥστε ἴσων ἐσὶν τὰ ἀπὸ
 τῶν $ΘΗ$, $ΒΗ$ περιεχόμενον τῷ ὑπὸ τῶν $ΔΚ$, $ΑΔ$,
 5 ἴσων ἄρα ἐστὶν καὶ τὸ $ΘΗΒ$ τρίγωνον τῷ $ΔΑΖ$ τρι-
 γώνῳ· ὥστε καὶ τὸ διπλάσιον ἐστὶ δὲ τοῦ μὲν $ΔΑΕ$
 τριγώνου ἐπίσφικτον τὸ $ΑΔΕ$ τμήμα, τοῦ δὲ $ΘΒΓ$ τρι-
 γώνου ἐκίρκετον τὸ $ΘΒΓ$ τμήμα. ὁμολογ οὖν, ὅτι τὰ
 μέρη αὐτὰ ἐσὶν ἴσα καὶ τὰ τρίγωνα τὰ ἐγγραφόμενα εἰς
 10 αὐτά. εἰ δὲ μηδέντερον τῶν τῶν τμημάτων ἀρσημνωσῶν
 ποτ' ὀρθῶς ἐντι τὰ διαμέτρῳ τῆς τοῦ ὀρθογωνίου
 κώνου τομῆς, ἀπολαφθεύσας ἀπὸ τῆς διαμέτρου τῆς
 τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς ἴσως τὰ διαμέτρῳ αὐ-
 τοῦ ἐνὸς τμήματος καὶ ἀπὸ τοῦ πέρατος τῆς ἀπαι-
 15 λαφθεύσας ποτ' ὀρθῶς ἀρθεύσας τὰ διαμέτρῳ τὸ γα-
 ρόμενον τμήμα ἐκίρκετον τοῦ τμημάτου ἴσων ἐστίαι
 ὁμολογ οὖν ἐστὶ τὸ προτεθέν.

δ.

Πᾶν χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ ὀρθογωνίου κώνου
 20 τομῆς ποτὶ τὸν κύκλον τὸν ἔχοντα διάμετρον ἴσων τῷ
 μείζονι διαμέτρῳ τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς τοῦ
 αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἂν ἐλάσσων διάμετρος αὐτῆς ποτὶ
 τὴν μείζω, τὴν τοῦ κύκλου διάμετρον.

ἔστω γὰρ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς, ἐφ' ἧς τὰ A , B ,
 25 $Γ$, $Δ$, διάμετρος δὲ αὐτῆς ἂν μὲν μείζων ἔστω, ἐφ' ἧς

7. τμήμα F; corr. Torellius; item lin. 8. 9. τμήματά F;
 corr. Torellius, ut etiam lin. 10. 11. διαμέτρῳ] μης F; corr.
 ed. Basil. 12. διαμέτρῳ] μετα. F; corr. Torellius. latet in
 his compendium aliquod uocabuli διάμετρος. 13. τῶ τοῦ]
 scripsi; τας τοῦ F, vulgo. 18. ε' Torellius. 21. τῆς] τα
 F; corr. Torellius. τομῆς] τομῆ F; corr. Torellius. 22.

quare $\odot H = AK$ [Eucl. V, 9]. sed etiam $\Delta Z = BH$.
quare erit

$$\odot H \times BH = AK \times \Delta Z.$$

itaque etiam $\odot HB = \Delta AZ^2$, et etiam dupla [quare
 $F\odot B = \Delta EA$].¹⁾ sed segmentum ΔAE tertia parte
maius est triangulo ΔAE , et segmentum $\odot BF$ trian-
gulo $\odot BF$ [*τετραγ. παραβ. propp. 17 et 24*]. adparet
igitur, et segmenta et triangula iis inscripta aequa-
lia esse.

si neutra linearum segmenta abscidentium ad
diametrum sectionis conii rectanguli perpendicularis
est, abscisa a diametro sectionis conii rectanguli linea
diametro alterius segmenti aequali, et a termino lineae
abscisae linea ab diametro perpendiculari ducta seg-
mentum inde ortum utriusque segmento aequale erit.
adparet igitur, quod propositum est [Eucl. I *κον. ένν. 1*].

IV.

Quoduis spatium sectione conii acutianguli com-
prehensum ad circulum diametrum maiori diametro
sectionis conii acutianguli aequalem habentem eandem
rationem habet, quam minor diameter ad maiorem,
quae est diameter circuli.

sit enim sectio conii acutianguli, in qua sint lit-
terae A, B, Γ, Δ , diameter autem maior sit linea, in

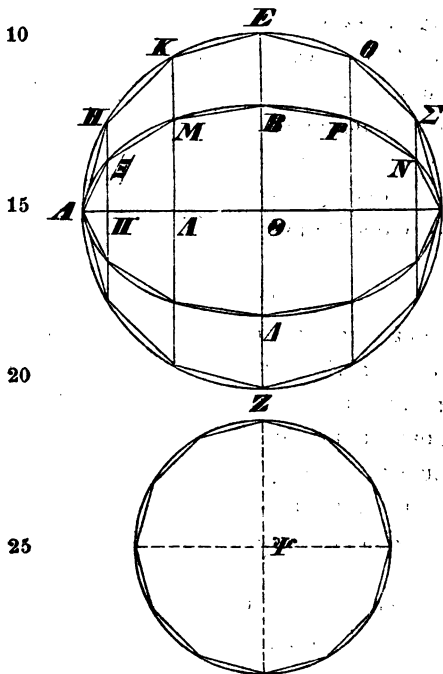
1) Cfr. Zeitschr. f. Math., litt. Abth. XXIV p. 179 nr. 7.

2) Nam $EZ = ZA$, et altitudo eadem est. quare

$$\Delta EA = 2\Delta AZ.$$

τάς] scripsi; *ποι των F*, uulgo; *τουτέστι ποι των* ed. Basil.,
Torellius; „quae est circuli diameter“ Cr.

τὰ A, Γ , ἂ δὲ ἐλάσσων, ἐφ' ἃς τὰ B, Δ ἔστω δὲ κύκλος περὶ διάμετρον τὰν $A\Gamma$. δεικτέον, ὅτι τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ποτὶ τὸν κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἂ $B\Delta$ ποτὶ τὰν ΓA , τοιούτεστι τὰν EZ . ὃν δὴ λόγον ἔχει ἂ $B\Delta$ ποτὶ τὰν EZ , τοῦτον ἔχεται ὁ κύκλος, ἐν ᾧ τὸ Ψ , ποτὶ τὸν $A\epsilon\Gamma Z$ κύκλον. λέγω, ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ Ψ κύκλος τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ.



εἰ γὰρ μὴ ἐστὶν ἴσος ὁ Ψ κύκλος τῷ περιεχομένῳ χωρίῳ ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατόν, μείζων. δυνατόν δὲ ἐστὶν εἰς τὸν Ψ κύκλον πολύγωνον ἐγγράφαι ἀρτιόγωνον μείζον τοῦ $AB\Gamma\Delta$ χωρίου. νοείσθω δὴ ἐγγεγραμμένον. ἐγγεγράφθω δὲ καὶ εἰς τὸν $A\epsilon\Gamma Z$ κύκλον εὐθύγραμμον ὁμοίον τῷ ἐν τῷ Ψ κύκλῳ ἐγγεγραμμένῳ, καὶ

8. τᾷ] τη F; corr. Torellius. 16. μείζον F; corr. Torellius.
24. δέ] scripsi; δη F, uulgo.

qua sunt A, Γ , minor autem ea, in qua B, Δ . sit autem circulus, circum diametrum $A\Gamma$ descriptus. demonstrandum est, spatium sectione conii acutianguli comprehensum ad circulum eandem habere rationem, quam $B\Delta : \Gamma A$, hoc est $B\Delta : EZ$. iam circulus, in quo est littera Ψ , ad circulum $A\Gamma Z$ eam habeat rationem, quam $B\Delta : EZ$. dico, circulum Ψ aequalem esse sectioni conii acutianguli.

nam si circulus Ψ spatio sectione conii acutianguli comprehenso aequalis non est, sit prius, si fieri potest, maior. potest igitur fieri, ut circulo Ψ inscribatur polygonum [aequilaterum], cuius anguli pares sunt numero, maius spatio $AB\Gamma\Delta$.¹⁾ fingatur igitur inscriptum. et etiam circulo $A\Gamma Z$ inscribatur figura rectilinea, polygono circulo Ψ inscripto similis, et ab angulis eius lineae ad $A\Gamma$ diametrum perpen-

1) Nam fieri potest, ut circulo Ψ inscribatur polygonum (p), ita ut spatia relicta minora sint eo spatio, quo Ψ spatium $AB\Gamma\Delta$ excedit; u. de sph. et cyl. I, 6 p. 24. erit igitur:

$$\Psi - p < \Psi - AB\Gamma\Delta < p > AB\Gamma\Delta.$$

ἀπὸ τῶν γωνιῶν αὐτοῦ καθέτοι ἄχθωσαν ἐπὶ τὰν $ΑΓ$
 διάμετρον, ἐπὶ δὲ τὰ σημεία, καθ' ἃ τέμνοντι αἱ καθέτοι
 τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῶν, εὐθείαι ἐκπεριέχθη-
 σαν. ἐσσεύεται δὴ τι ἐν τῷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῷ
 5 ἔγγεγραμμένον εὐθύγραμμον, καὶ ἔξει αὐτὸ ποτὶ τὸ
 εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ $ΑΕΓΖ$ κύκλῳ ἔγγεγραμμένον
 τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἂ $ΒΑ$ ποτὶ τὰν $ΕΖ$. ἐπεὶ γὰρ
 αἱ $ΕΘ$, $ΚΑ$ καθέτοι εἰς τὸν αὐτὸν λόγον τεμνῆνται
 κατὰ τὰ $Μ$, $Β$, δῆλον, ὅτι τὸ $ΑΕ$ τραπέζιον ποτὶ τὸ
 10 $ΘΜ$ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἂ $ΘΕ$ ποτὶ τὰν $ΒΘ$.
 διὰ ταῦτά δὲ καὶ τῶν ἄλλων τραπεζίων ἕκαστον τῶν
 ἐν τῷ κύκλῳ ποθ' ἕκαστον τῶν τραπεζίων τῶν ἐν τῷ
 τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῷ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν
 ἂ $ΕΘ$ ποτὶ τὰν $ΒΘ$. ἔχοντι δὲ καὶ τὰ τρίγωνα τὰ
 15 ποτὶ τοῖς $Α$, $Γ$ τὰ ἐν τῷ κύκλῳ ποτὶ τὰ ἐν τῷ τοῦ
 ὀξυγωνίου κώνου τομῷ τοῦτον τὸν λόγον. ἔξει οὖν
 καὶ ὅλον τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ $ΑΕΓΖ$ κύκλῳ
 ἔγγεγραμμένον ποτὶ ὅλον τὸ ἔγγεγραμμένον εὐθύγραμ-
 μον ἐν τῷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῷ τὸν αὐτὸν λό-
 20 γον, ὃν ἂ $ΕΖ$ ποτὶ τὰν $ΒΑ$. ἔχει δὲ τὸ αὐτὸ εὐθύ-
 γραμμον καὶ ποτὶ τὸ ἐν τῷ $Ψ$ κύκλῳ ἔγγεγραμμένον
 τοῦτον τὸν λόγον, διότι καὶ οἱ κύκλοι τοῦτον εἶχον
 τὸν λόγον. ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ εὐθύγραμμον το ἐν
 τῷ $Ψ$ κύκλῳ ἔγγεγραμμένον τῷ εὐθύγραμμῳ τῷ ἐν
 25 τῷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῷ ἔγγεγραμμένῳ· ὅπερ
 ἀδύνατον. μείζον γὰρ ἦν ὅλου τοῦ περιεχομένου χω-
 ρίου ὑπὸ τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῆς.

2. τέμνοντι] scripsi; τεμνονται F, uulgo. 4. δῆ] scripsi;
 δε F, uulgo. τι] τι εὐθύγραμμον ed. Basil., Torellius. ego
 εὐθύγραμμον lin. 5. post ἔγγεγραμμένον addere malui (om. F,
 uulgo). 5. αὐτό] scripsi; το αὐτο F, uulgo. litteras H, K, O,
 P, Σ (E?), N in figura cum F addidi; Π ipse addidi. 9. τὸ Θ M]

diolares ducantur, et ad puncta, in quibus lineae perpendicularares sectionem conii acutianguli secant, lineae ducantur. erit igitur figura quaedam rectilinea sectioni conii acutianguli inscripta, et habebit ad figuram rectilineam circulo $AETZ$ inscriptam eandem rationem; quam $BA : EZ$. nam quoniam EO , KA , lineae perpendicularares eadem proportionis in punctis M , B sectae sunt, adparet, trapezium AE ad OM eam habere rationem, quam $OE : BO$.¹⁾ eadem de causa etiam cetera trapezia singula, quae in circulo sunt, ad singula trapezia, quae in sectione conii acutianguli sunt, eam habent rationem, quam $EO : BO$. sed etiam triangula ad puncta A , Γ in circulo posita ad triangula in sectione conii acutianguli posita eandem rationem habent.²⁾ itaque etiam tota figura rectilinea circulo $AETZ$ inscripta ad totam figuram sectioni conii acutianguli inscriptam eam rationem habet, quam $EZ : BA$.³⁾ sed eadem figura etiam ad figuram circulo Ψ inscriptam hanc rationem habet, quoniam etiam circuli hanc rationem habebant [Eucl. V, 16].⁴⁾ itaque figura circulo Ψ inscripta figurae sectioni conii acutianguli inscriptae aequalis est [Eucl. V, 9]. quod fieri non potest. maior enim erat toto spatio sectione conii acutianguli comprehenso.

1) U. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 180 nr. 11.

2) Habent enim rationem, quam $IH : IH$, quae aequalis est $EO : BO$.

3) ἕναιλάτ και συνθέρτι και ἕναιλάτ; tum quia

$$EZ = 2EO, BA = 2BO.$$

4) U. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 13.

ἀλλ' ἔστω, εἰ δυνατόν, ἐλάσσων. πάλιν δὴ δυνα-
 τὸν εἰς τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰν ἐγγράψαι
 πολύγωνον ἀρτιόπλευρον μείζον τοῦ Ψ κύκλου. ἐγγε-
 γράφθω οὖν, καὶ ἀπὸ τῶν γωνιῶν αὐτοῦ καθέτοι
 5 ἀχθεῖσαι ἐπὶ τὰν $ΑΓ$ ἐκβεβλήσθωσαν ποτὶ τὰν τοῦ
 κύκλου περιφέρειαν. πάλιν οὖν ἐσσεῖται τι ἐν τῷ
 $ΑΕΓΖ$ κύκλῳ εὐθύγραμμον ἐγγεγραμμένον, ὃ ἔξει
 ποτὶ τὸ ἐν τῷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ ἐγγεγραμ-
 μένον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἂ $ΕΖ$ ποτὶ τὰν $ΒΔ$. ἐγ-
 10 γραφέντος δὴ καὶ εἰς τὸν Ψ κύκλον ὁμοίου αὐτῷ
 δειχθῆσεται τὸ ἐν τῷ Ψ κύκλῳ ἐγγεγραμμένον ἴσον
 ἐὸν τῷ ἐν τῷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ ἐγγεγραμ-
 μένῳ ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἔστιν οὖν οὐδὲ ἐλάσσων
 ὁ Ψ κύκλος τοῦ χωρίου τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τᾶς
 15 τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ εἰ-
 ρημένον χωρίον ποτὶ τὸν $ΑΕΓΖ$ κύκλον τὸν αὐτὸν
 ἔχει λόγον, ὃν ἂ $ΒΔ$ ποτὶ τὰν $ΕΖ$.

ε'.

Πᾶν χωρίον περιεχόμενον ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου
 20 τομᾶς ποτὶ πάντα κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν
 τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν διαμέτρων τᾶς τοῦ ὀξυγα-
 νίου κώνου τομᾶς ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς τοῦ κύκλου δια-
 μέτρου τετραγώνων.

ἔστω γάρ τι χωρίον περιεχόμενον ὑπὸ ὀξυγωνίου
 25 κώνου τομᾶς, ἐν ᾧ τὸ X . διαμέτροι δὲ ἔστωσαν τᾶς
 τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς αἱ $ΑΓ$, $ΒΔ$, μείζων δὲ

3. πολυγωνον F. 6. τι] τη FBC*. 7. ΑΕΓΖ] scripsi;
 ΔΕ F, vulgo; ΑΕ Torellius. 8. τὸ] Torellius; ταν F, vulgo.
 ἐγγραφέντος] scripsi; ἐγγεγραφετος F, vulgo. 18. ε' To-
 rellius.

sed, si fieri potest, minor sit [circulus Ψ]. rursus igitur fieri potest, ut sectioni conici acutianguli inscribatur polygonum [aequilaterum], cuius latera paria sunt numero¹⁾, maius circulo Ψ .²⁾ inscribatur igitur, et lineae ab angulis eius ad AG perpendiculares ductae producantur ad ambitum circuli. rursus igitur circulo $AETZ$ figura rectilinea inscripta erit, quae ad figuram sectioni conici acutianguli inscriptam eam rationem habebit, quam $EZ : BA$ [p. 310, 5 sq.]. si igitur etiam circulo Ψ inscribitur figura ei similis, figura circulo Ψ inscripta demonstrabitur aequalis esse figurae sectioni conici acutianguli inscriptae [p. 310, 16 sq.]. quod fieri non potest.³⁾ itaque circulus Ψ ne minor quidem est spatio sectione conici acutianguli comprehenso. adparet igitur, hoc spatium ad circulum $AETZ$ eam rationem habere, quam $BA : EZ$.⁴⁾

V.

Quoduis spatium sectione conici acutianguli comprehensum ad quemuis circulum eam rationem habet, quam rectangulum diametris sectionis conici acutianguli comprehensum ad quadratum diametri circuli.

sit enim spatium aliquod sectione conici acutianguli comprehensum, in quo sit littera X . diametri autem sectionis conici acutianguli sint AG , BA , maior autem

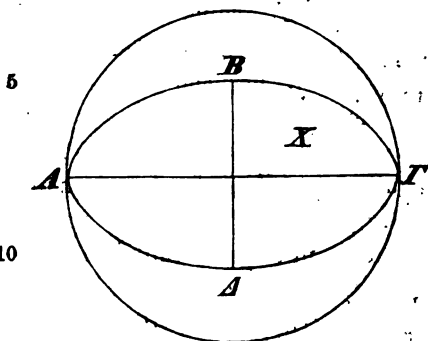
1) Debebat esse: cuius laterum numerus per quattuor didi possit; ita etiam p. 308, 19 dictum esse oportuit.

2) Hoc fieri posse, eodem modo intellegitur, quo in circulo demonstravimus p. 309 not. 1.

3) Nam circulus Ψ , figura inscripta maior, minor est figura ellipsi inscripta.

4) Proprie hoc adparet, figuram ellipsi comprehensam aequalem esse circulo Ψ ; tum u. p. 308, 4 et Eucl. V, 7.

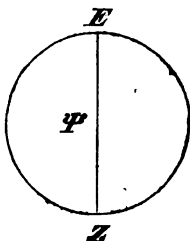
ἡ $ΑΓ$. καὶ κύκλος ἔστω, ἐν ᾧ τὸ $Ψ$, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ $ΕΖ$. δεκτέον, ὅτι τὸ $Χ$ χωρίον ποτὶ τὸν $Ψ$



10

15

20



κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὰ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν $ΑΓ, ΒΔ$ ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ΕΖ$ τετραγώνου.

περιγεγράφθω δὲ κύκλος περὶ διάμετρον τὴν $ΑΓ$. πὸ δὲ $Χ$ χωρίον ποτὶ τὸν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ $ΑΓ$, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὰ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν $ΑΓ, ΒΔ$ ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ΑΓ$ τετραγώνου. δεδεικται γὰρ ἔχειν, ὃν ἡ $ΒΔ$ ποτὶ

τῶν $ΑΓ$. ἔχει δὲ καὶ ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ $ΑΓ$, ποτὶ τὸν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ $ΕΖ$, τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τῆς $ΑΓ$ τετραγώνου ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ΕΖ$. δηλοῦν οὖν, ὅτι τὸ $Χ$ χωρίον ποτὶ τὸν $Ψ$ κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τῶν $ΑΓ, ΒΔ$ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ΕΖ$ τετραγώνου.

ς'.

Τὰ περιεχόμενα χωρία ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου τομῆς τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ' ἄλλαλα, ὃν τὰ περι-

1. τό] om. F; corr. B. 23. τῆς] (alt.) της F. 27. ζ' Torrel-

sit AG . et sit circulus, in quo sit littera Ψ , et diameter eius EZ . demonstrandum est, esse

$$X : \Psi = AG \times BA : EZ^2.$$

circumscribatur igitur [circum spatium X] circulus, circum diametrum AG descriptus. habebit igitur spatium X ad circulum, cuius diameter est AG , eandem rationem, quam habet $AG \times BA : AG^2$. nam demonstratum est, spatium X ad circulum, cuius diameter sit AG , eam habere rationem, quam $BA : AG$ [prop. 4]. sed etiam circulus, cuius diameter est AG , ad circulum, cuius diameter est EZ , eam rationem habet, quam $AG^2 : EZ^2$ [Eucl. XII, 2]. adparet igitur, esse $X : \Psi = AG \times BA : EZ^2$ [Eucl. V, 22].

VI.

Spatia sectione conii acutianguli comprehensa eam inter se rationem habent, quam rectangula diametris

lius. 28. $\tau\omicron\mu\acute{\alpha}\nu$ Torellius. 29. $\kappa\omicron\tau'$ $\acute{\alpha}\lambda\lambda\alpha\lambda\alpha$] $\kappa\omicron\tau\iota$ $\tau\alpha$ $\acute{\alpha}\lambda\lambda\alpha$
F; corr. ed. Basil.

εχόμενα ὑπὸ τῶν διαμέτρων τῶν τῶν ὀξυγωνίων κώνων τομῶν ποτ' ἄλλαλα.

ἔστω περιεχόμενα χωρία ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου τομῆς, ἐν οἷς τὰ A, B . ἔστω δὲ καὶ τὸ μὲν $\Gamma\Delta$ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν διαμέτρων τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῆς τῆς περιεχούσας τὸ A χωρίον, τὸ δὲ EZ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν διαμέτρων τῆς ἐτέρας τομῆς. δεικτέον, ὅτι τὸ A χωρίον ποτὶ τὸ B τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ $\Gamma\Delta$ ποτὶ τὸ EZ .

- 10 λελάφθω δὴ κύκλος τις, ἐν ᾧ τὸ Ψ , ἀπὸ δὲ τῆς διαμέτρου αὐτοῦ τετράγωνον ἔστω τὸ $ΚΑ$. ἔχει δὴ τὸ μὲν A χωρίον ποτὶ τὸν Ψ κύκλον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ $\Gamma\Delta$ ποτὶ τὸ $ΚΑ$, ὁ δὲ Ψ κύκλος ποτὶ τὸ B χωρίον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ $ΚΑ$ ποτὶ τὸ EZ .
- 15 δῆλον οὖν, ὅτι τὸ A χωρίον ποτὶ τὸ B τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ $\Gamma\Delta$ ποτὶ τὸ EZ .

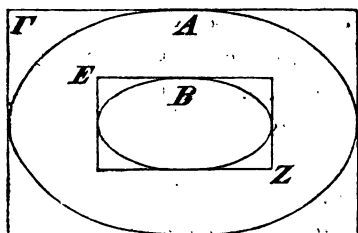
ΠΟΡΙΣΜΑ.

- Ἐκ τούτου δὲ φανερόν, ὅτι τὰ περιεχόμενα χωρία ὑπὸ ὁμοίαν ὀξυγωνίων κώνων τομῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι ποτ' ἄλλαλα, ὃν ἔχοντι δυνάμει ποτ' ἄλλάλας αἱ ὁμολόγοι διαμέτροι τῶν τομῶν.

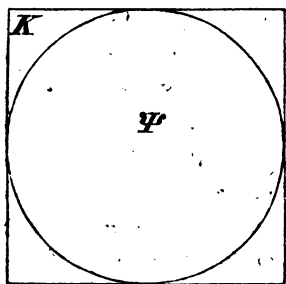
1. τῶν τῶν ὀξυγωνίων κώνων] scripsi cum margine ed. Basil.; τμαμα των οξυγωνιων κωνων F, vulgo; τῶν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου Torellius. 3. τομῶν Torellius. 5. τῆς] τα F; corr. B*. 11. ΚΑ] ΚΑ F. δῆ] scripsi; δε F, vulgo. 17. [□] mg. F. 20. εχωντι bis F; corr. BV.

sectionum conorum acutiangulorum comprehensa inter se habent,

sint spatia sectione cono acutianguli comprehensa,



in quibus sint litterae A, B . rectangulum autem $\Gamma\Delta$ diametris contineatur sectionis cono acutianguli, quae A spatium comprehendit, rectangulum autem EZ contineatur diametris alterius sectionis. demonstrandum est, esse $A : B = \Gamma\Delta : EZ$.



sumatur igitur circulus aliquis, in quo sit littera Ψ , et in diametro eius construatur quadratum $K\Lambda$. erit

igitur $A : \Psi = \Gamma\Delta : K\Lambda$ [prop. 5], et etiam

$\Psi : B = K\Lambda : EZ$ [prop. 5; Eucl. V, 16].

adparet igitur, esse $A : B = \Gamma\Delta : EZ$ [Eucl. V, 22].

COROLLARIUM.

Hinc autem adparet, spatia sectionibus conorum acutiangulorum similibus comprehensa eandem inter se habere rationem, quam quadrata diametrorum sectionum, quae sibi respondeant.¹⁾

1) Nam similes ellipses eae sunt, quarum qui sibi respondeant axes proportionales sint.

ξ'.

Ὄξυγωνίου κώνου τομᾶς δοθείσας καὶ γραμμᾶς ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἀνεστακούσας ὀρθᾶς ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστὶν ἡ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶ, δυνατόν ἐστι κῶνον εὐρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ πέρασ τᾶς ἀνεστακούσας εὐθείας, οὗ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἡ δοθείσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶ.

δεδοσθῶ τις ὀξυγωνίου κώνου τομᾶ, καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου αὐτᾶς εὐθεῖα γραμμᾶ ἀνεστακούσα ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστὶν ἡ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶ. διὰ δὲ τᾶς ἀνεστακούσας εὐθείας καὶ τᾶς ἐλάσσονος διαμέτρου ἐπίπεδόν τι ἐκβεβλήσθω, καὶ ἔστω ἐν αὐτῷ ἡ μὲν ἐλάσσων διάμετρος ἡ AB , τὸ δὲ κέντρον τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τὸ Δ , ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀνεστακούσα ὀρθὰ ἡ $\Gamma\Delta$, πέρασ δὲ αὐτᾶς τὸ Γ . ἡ δὲ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶ νοείσθω περὶ διάμετρον τὰν AB γεγραμμένα ἐν ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὰν $\Gamma\Delta$. δεῖ δὴ κῶνον εὐρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ Γ 20 σαμεῖον, οὗ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἡ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶ.

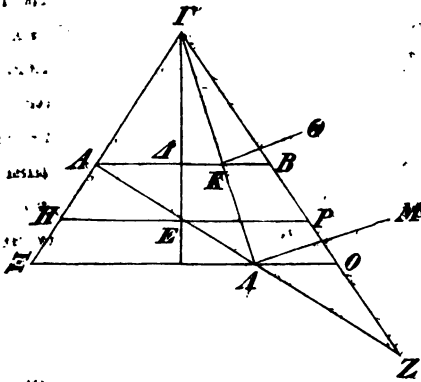
ἀπὸ δὴ τοῦ Γ ἐπὶ τὰ A, B εὐθεῖαι ἀχθεῖσαι ἐκβεβλήσθω, καὶ ἀπὸ τοῦ A διάχθῃ ἡ AZ , ὥστε τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν AE, EZ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς $E\Gamma$ τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἡμισείας τᾶς μελλόνος διαμέ-

1. ἡ Torellius. 6. εὐθείας] rapetūt F. 9. κώνου] om. F; corr. B. 22. δὴ] Torellius; δε F, vulgo. εὐθεῖαι ἀχθεῖσαι ἐκβεβλήσθω] scripsi; εὐθεῖα ἀχθεῖσα ἐκβεβλήσθω F, vulgo. 24. τᾶν] τῶν per comp. F; corr. Torellius. 25. εχει F; corr. Torellius. 26. ἡμισείας τᾶς] scripsi; τᾶς om. F, vulgo.

VII.

Data sectione conici acutianguli et linea a centro sectionis conici acutianguli erecta perpendiculari ad planum, in quo est sectio conici acutianguli, fieri potest, ut innematur conus verticem habens terminum lineae erectae, in cuius superficie sit data sectio conici acutianguli.

data sit sectio conici acutianguli et linea a centro eius perpendicularis erecta ad planum, in quo est



sectio conici acutianguli. et per lineam erectam diametrumque minorem ducatur planum, et in eo sit diametrum minorem AB , et centrum sectionis conici acutianguli A , et linea a centro perpendicularis

erecta ΓA , et terminus eius Γ . sectio autem conici acutianguli fingatur circum diametrum AB descripta in plano ad ΓA lineam perpendiculari oportet igitur conum inveniri verticem habentem punctum Γ , in cuius superficie data sectio conici acutianguli sit.

lineae igitur a Γ puncto ad puncta A, B ductae producantur, et ab A puncto ducatur linea AZ , ita ut ratio $AE \times EZ : EF^2$ aequalis sit rationi, quam habet quadratum dimidiae diametri maioris ad AI^2 . hoc autem fieri potest, quoniam

τρου ποτὶ τὸ ἀπὸ $\Delta\Gamma$ τετράγωνον. δυνατὸν δὲ ἔστιν,
 ἐπεὶ μεῖζων ἔστιν ὁ λόγος τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τῶν
 $ΑΔ$, $ΑΒ$ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς $\Delta\Gamma$ τετρά-
 γωνον. ἀπὸ δὲ τῆς $ΑΖ$ ἐπίπεδον ἀνεστακῆτω ὀρθὸν
 5 ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ $ΑΓ$, $ΑΖ$. ἐν δὲ τῷ
 ἐπιπέδῳ τούτῳ κύκλος γεγράφθω περὶ διάμετρον τῶν
 $ΑΖ$, καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τούτου κῶνος ἔστω κορυφᾶν
 ἔχων τὸ Γ σαιμεῖον. ἐν δὴ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου
 τούτου δειχθήσεται ἐοῦσα ἡ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶ.
 10 εἰ γὰρ μὴ ἔστιν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, ἀναγ-
 καῖον, εἰμέν τι σαιμεῖον ἐπὶ τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου
 τομᾶς, ὃ μὴ ἔστιν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου. νοείσθω
 δὴ τι σαιμεῖον λελαμμένον ἐπὶ τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κῶ-
 νου τομᾶς τὸ Θ , ὃ οὐκ ἔστιν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ
 15 κώνου, καὶ ἀπὸ τοῦ Θ κάθετος ἄχθῳ ἡ $\ThetaΚ$ ἐπὶ τῶν
 $ΑΒ$. ἐσσεῖται δὴ αὐτὰ ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τό, ἐν
 ᾧ ἐντι αἱ $ΑΓ$, $\GammaΖ$. ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἐπὶ τὸ $Κ$ εὐθεῖα
 ἄχθεισα ἐκβεβλήσθω, συμπιπτέτω δὲ αὐτὰ τῇ $ΑΖ$ κατὰ
 τὸ $Α$, καὶ ἀπὸ τοῦ $Α$ ἄχθῳ ποτ' ὀρθὰς τῇ $ΖΑ$ ἡ $ΑΜ$
 20 ἐν τῷ κύκλῳ τῷ περὶ τῶν $ΑΖ$. τὸ δὲ $Μ$ νοείσθω
 μετέωρον ἐπὶ τῆς περιφερείας αὐτοῦ. ἄχθῳ δὲ καὶ
 παρὰ τῶν $ΑΒ$ διὰ μὲν τοῦ $Α$ ἡ $ΞΟ$, διὰ δὲ τοῦ $Ε$
 ἡ $ΠΡ$. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ὑπὸ τῶν $ΕΑ$, $ΕΖ$ περιεχόμε-
 νου ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ΕΓ$ τετράγωνον τὸν αὐτὸν ἔχει
 25 λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς μεῖζονος διαμέτρον
 ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς $\Delta\Gamma$, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς $ΕΓ$ ποτὶ τὸ ὑπὸ
 τῶν $ΕΠ$, $ΕΡ$, ὃν τὸ ἀπὸ τῆς $\Delta\Gamma$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν

1. δέ] supra scriptum manu 1 F. 2. μεῖζω F. 3. ΔB
 AB F; corr. B. 4. ἐντι] ἐντι F. 5. δὴ] scripsi; δε F,
 uulgo. 6. οῦσα F, uulgo. 7. ὀξυγωνίου F. 8. γὰρ] addidi;
 om. F, uulgo; „nam si non“ Cr. 9. δὴ] scripsi; δε F, uulgo;
 „itaque“ Cr. 10. ΓAZ ed. Basil., Torellius. 11. δέ] scripsi;

$$AE \times EZ : E\Gamma^2 > A\Delta \times \Delta B : \Delta\Gamma^2.^1)$$

porro a linea AZ planum erigatur perpendicularare ad id planum, in quo sunt lineae $A\Gamma$, AZ . in hoc autem plano circulus describatur circum diametrum AZ , et in hoc circulo conus construatur uerticem habens punctum Γ , iam demonstrabimus, in huius conii superficie esse sectionem [datam] conii acutianguli.

nam si in superficie conii non est, necesse est esse punctum aliquod in sectione conii acutianguli, quod non sit in conii superficie. fingatur igitur punctum aliquod Θ sumptum in sectione conii acutianguli, quod in superficie conii non sit, et a Θ puncto ducatur linea ΘK ad lineam AB perpendicularis. haec igitur ad planum, in quo lineae $A\Gamma$, ΓZ sunt, perpendicularis erit [Eucl. XI def. 4]. a puncto Γ autem ad K linea ducta producat, et lineae AZ in puncto A incidat, et a puncto A ad lineam ZA perpendicularis ducatur linea AM in circulo circum diametrum AZ descripto. M autem punctum fingatur sublime in ambitu eius. ducatur autem praeterea lineae AB parallela per A punctum linea ΞO , per E autem linea ΠP . iam quoniam $EA \times EZ : E\Gamma^2$ eandem rationem habet, quam quadratum dimidiae diametri maioris ad $\Delta\Gamma^2$ [ex hypothesis], et $E\Gamma^2 : E\Pi \times EP = \Delta\Gamma^2 : A\Delta \times \Delta B^2)$,

1) Quo modo Archimedes hanc condicionem inuenerit, nescimus; ueram eam esse, ostendit Nizze p. 162—63.

2) Est enim $E\Gamma : E\Pi = \Delta\Gamma : A\Delta$ (Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 178 nr. 4) $\therefore E\Gamma^2 : E\Pi^2 = \Delta\Gamma^2 : A\Delta^2$; sed $E\Pi^2 = E\Pi \times EP$, et $A\Delta^2 = A\Delta \times \Delta B$.

$\delta\eta$ F, uulgo. 19. $\acute{\alpha}\gamma\theta\omega$] $\acute{\alpha}\nu\epsilon\sigma\tau\alpha\kappa\acute{\epsilon}\tau\omega$? 26. $\acute{\upsilon}\pi\acute{o}$ $\tau\acute{\alpha}\nu$] scripsi; om. F, uulgo*; $\acute{\upsilon}\pi\acute{o}$ ed. Basil., Torellius.

$ΑΔ, ΔΒ$, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον το ὑπὸ τῶν $ΑΕ, ΕΖ$
 ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν $ΠΕ, ΕΡ$, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ
 τῆς ἡμισείας τῆς μείζονος διαμέτρου ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν
 $ΑΔ, ΔΒ$. ἔστιν δέ, ὡς μὲν τὸ ὑπὸ τῶν $ΑΕ, ΕΖ$
 5 ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν $ΕΠ, ΕΡ$, οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν $ΑΔ, ΑΖ$
 ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν $ΑΞ, ΑΟ$. ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ἡμι-
 σείας τῆς μείζονος διαμέτρου ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν $ΑΔ,$
 $ΔΒ$, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς $ΘΚ$ τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ
 τῶν $ΑΚ, ΚΒ$. τὸν αὐτὸν ἄρα ἔχει λόγον τὸ ὑπὸ τῶν
 10 $ΑΔ, ΑΖ$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν $ΞΑ, ΑΟ$, ὃν τὸ ἀπὸ τῆς
 $ΘΚ$ τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν $ΑΚ, ΚΒ$. ἔχει δὲ
 καὶ τὸ ὑπὸ τῶν $ΞΑ, ΑΟ$ ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ΓΑ$ τετρά-
 γωνον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ $ΑΚ, ΚΒ$ ποτὶ τὸ
 ἀπὸ τῆς $ΚΓ$ τετράγωνον. ἔχει ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τῶν $ΑΔ,$
 15 $ΑΖ$ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ΓΑ$ τετράγωνον
 τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τῆς $ΘΚ$ ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς
 $ΚΓ$. τῷ δὲ ὑπὸ τῶν $ΑΔ, ΑΖ$ περιεχομένῳ ἴσον ἔστι
 τὸ ἀπὸ τῆς $ΑΜ$ τετράγωνον· ἐν ἡμικυκλίῳ γὰρ τῷ
 περὶ τῶν $ΑΖ$ κάθετος ἄχθῃ ἡ $ΑΜ$. τὸν αὐτὸν ἄρα
 20 ἔχει λόγον τὸ ἀπὸ τῆς $ΑΜ$ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ
 τῆς $ΑΓ$, ὃν τὸ ἀπὸ τῆς $ΘΚ$ ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ΚΓ$.
 ὥστε ἐπ' εὐθείας ἔστιν τὰ $Γ, Θ, Μ$ σαμεία. ἡ δὲ
 $ΓΜ$ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ἔστι τοῦ κώνου. δῆλον οὖν, ὅτι
 καὶ τὸ $Θ$ σαμεῖον ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ἔσσειται τοῦ κώ-
 25 νου. ὑπέκειτο δὲ μὴ εἶμεν. οὐκ ἄρα ἔστι σαμεῖον
 οὐδὲν ἐπὶ τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομαῖς, ὃ οὐκ
 ἔστιν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ προειρημένου κώνου. ὅλα

1. $ΔΒ$] $ΑΒ$ F; corr. B, Cr. 3. τῆς μείζονος] Torellius;
 τῆς μείζονος F, vulgo. 4. $ΕΖ$] $ΕΓ$ F; corr. Torellius. 6.
 $ΑΞ$] $ΑΞ$ F. 8. $ΔΒ$] $ΑΒ$ F; corr. B, Cr. 10. $ΞΑ$] $ΖΑ$ F.
 13. ὑπὸ] ὑπὸ τῶν B, ed. Basil., Torellius. 19. ἄρα] om. F;
 corr. Torellius. 25. ὑπέκειτο Torellius.

habet $AE \times EZ : \Pi E \times EP$ eandem rationem, quam quadratum dimidiae diametri maioris ad $AA \times AB$ [Eucl. V, 22]. est autem

$$AE \times EZ : E\Pi \times EP = AA \times AZ : A\Xi \times AO.^1)$$

sed ut quadratum dimidiae diametri maioris ad

$$AA \times AB,$$

ita est $\Theta K^2 : AK \times KB$ [Apollon. I, 21]. itaque erit

$$AA \times AZ : \Xi A \times AO = \Theta K^2 : AK \times KB.$$

sed etiam

$$\Xi A \times AO : \Gamma A^2 = AK \times KB : K\Gamma^2.^2)$$

quare

$$AA \times AZ : \Gamma A^2 = \Theta K^2 : K\Gamma^2 \text{ [Eucl. V, 22].}$$

sed $AA \times AZ = AM^2$; linea enim AM in semicirculo circum AZ descripto perpendicularis est [tum u. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 16]. erit igitur

$$AM^2 : \Gamma A^2 = \Theta K^2 : K\Gamma^2 \text{ [hoc est } AM : \Gamma A = \Theta K : K\Gamma].}$$

itaque in eadem linea posita sunt puncta Γ , Θ , M^3) sed linea ΓM in superficie conii est [Apollon. I, 1]. adparet ergo, etiam punctum Θ in superficie conii esse. supposuimus autem, non esse. itaque nullum punctum est in sectione conii acutianguli, quod in superficie

1) Nam cum $\Pi E \neq \Xi A$, erit (p. 321 not. 2)

$$AE : E\Pi = AA : A\Xi,$$

et cum $AO \neq EP$, erit etiam (ibid.) $EZ : EP = AZ : AO$. tum multiplicando inuenitur proportio, quam quaerimus.

2) Nam $\Gamma A : \Xi A = \Gamma K : AK$ (Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 178 nr. 4) et $\Gamma A : AO = \Gamma K : KB$. itaque multiplicando $\Gamma A^2 : \Xi A \times AO = \Gamma K^2 : AK \times KB$; tum *ἐναλλάξ* (Eucl. V, 16).

3) Nam ΓAM triangulum est, in quo transversalis est $K\Theta$, ut ex proportione illa $AM : \Gamma A = \Theta K : \Gamma K$ sequitur (cfr. not. 2).

οὖν ἡ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ
 ἔστιν τοῦ αὐτοῦ κώνου.

ἦ'.

Ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς δοθείσας καὶ γραμμᾶς μὴ
 5 ὀρθᾶς ἀνεστακούσας ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς τοῦ ὀξυ-
 γωνίου κώνου τομᾶς ἐν ἐπιπέδῳ, ὃ ἔστιν ὀρθὸν ἀν-
 εστακὸς διὰ τᾶς ἐτέρας διαμέτρου ποτὶ τὸ ἐπίπεδον,
 ἐν ᾧ ἔστιν ἡ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, δυνατὸν
 10 ἔστι κώνον εὐρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ πέρας τᾶς ἀν-
 εστακούσας εὐθείας, οὗ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἡ δο-
 θεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ.

ἔστω δὴ διάμετρος μὲν τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου
 τομᾶς ἡ BA , κέντρον δὲ τὸ Δ , καὶ ἡ $\Delta\Gamma$ ἀπὸ τοῦ
 κέντρου ἀνεστακοῦσα, ὡς εἰρήται. ἡ δὲ τοῦ ὀξυγωνίου
 15 κώνου τομὰ νοεῖσθω περὶ διάμετρον τὰν AB ἐν ἐπι-
 πέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ AB , $\Gamma\Delta$.
 δεῖ δὴ κώνον εὐρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ Γ σαμεῖον,
 οὗ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἡ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου
 τομὰ.

20 οὐ δὴ ἐντι ἴσαι αἱ $\Delta\Gamma$, ΓB , ἐπεὶ ἡ $\Gamma\Delta$ οὐκ ἔστιν
 ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἔστιν ἡ τοῦ ὀξυγωνίου
 κώνου τομὰ. ἔστω οὖν ἴσα ἡ $E\Gamma$ τῇ ΓB . ἡ δὲ N
 εὐθεῖα ἴσα ἔστω τῇ ἡμισείᾳ τᾶς ἐτέρας διαμέτρου, ἣ
 ἔστι συζυγῆς τῇ AB · καὶ διὰ τοῦ Δ ἄχθω ἡ ZH
 25 παρὰ τὰν EB . ἀπὸ δὲ τᾶς EB ἐπίπεδον ἀνεστακέτω
 ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ $\Delta\Gamma$, ΓB , καὶ
 ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ γεγράφθω περὶ διάμετρον τὰν

3. ἦ' Torellius. 7. ποτὶ] τι supra scriptum manu 1 F.
 8. ἡ τοῦ] αὐτου F; corr. ed. Basil. 9. εναστακουσας F. 12.
 δεῖ] Torellius; δε F, uulgo. 24. τῇ] ἡ F; corr. Torellius.

coni, quem commemorauimus, non sit. ergo tota sectio coni acutianguli in eiusdem coni superficie est.

VIII.

Data sectione coni acutianguli et linea a centro sectionis coni acutianguli non perpendiculari erecta in plano, quod per alteram diametrum erectum est ad id planum perpendicularare, in quo est sectio coni acutianguli, fieri potest, ut inueniatur conus uerticem habens terminum lineae erectae, in cuius superficie sit sectio coni acutianguli data.

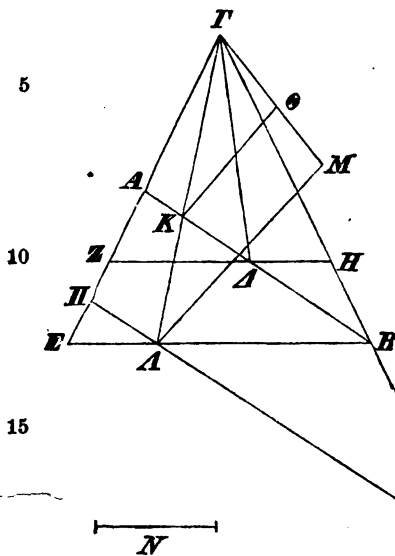
sit igitur BA diametrus sectionis coni acutianguli, centrum autem Δ , et linea $\Delta\Gamma$ a centro erecta sit, ita ut diximus. sectio autem coni acutianguli fingatur circum diametrum AB descripta in plano, quod perpendicularare est ad planum, in quo sunt lineae AB , $\Gamma\Delta$. oportet igitur conum inueniri uerticem habentem punctum Γ , in cuius superficie sit sectio coni acutianguli data.

lineae igitur $\Delta\Gamma$, ΓB aequales non sunt, quoniam linea $\Gamma\Delta$ ad planum, in quo est sectio coni acutianguli, perpendicularis non est.¹⁾ sit igitur $E\Gamma = \Gamma B$. et linea N aequalis sit dimidiae alteri diametro, quae cum diametro AB coniugata est. et per Δ ducatur ZH lineae EB parallela. ab EB autem planum erigatur perpendicularare ad planum, in quo sunt lineae $\Delta\Gamma$, ΓB , et in hoc plano describatur²⁾ circum diametrum EB , si

1) Si $\Gamma\Delta$ perpendicularis esset, $\Delta\Gamma$ et ΓB recti coni latera essent.

2) Sequentia uerba subditua esse (κύκλος ἢ ἔλλειψις; u. not. crit. ad p. 326 lin. 1) ostendi Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 43 sq.; Philologisk Samfund Mindeskrift (Hanniae 1879)

EB , εἰ μὲν ἴσον ἐστὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς N τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν $Z\Delta$, ΔH , κύκλος, εἰ δὲ μὴ



ἔστιν ἴσον, ὀξυγωνίου κώνου τομὰ τοιαῦτα, ὥστε τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ἐτέρας διαμέτρου ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς EB τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς N τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν $Z\Delta$, ΔH . κῶνος δὲ λελάφθω κορυφὰν ἔχων τὸ Γ σαμεῖον, οὗ ἐν τῇ P ἐπιφανείᾳ ἐσσει-

20 ται ὁ κύκλος ἢ ἂ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἂ περι διάμετρον τῶν EB . δυνατόν δὲ ἐστὶ τοῦτο, ἐπεὶ ἀπὸ τοῦ Γ ἐπὶ μέσων τῶν EB ἀχθεῖσα ὀρθὰ ἐντι ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τῶν EB . ἐν ταύτῃ δὴ τῇ ἐπιφανείᾳ ἐστὶ καὶ ἂ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἂ
25 περι διάμετρον τῶν AB . εἰ γὰρ μὴ ἐστὶν, ἐσσειέται τι σαμεῖον ἐπὶ τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ὃ οὐκ ἐσσειέται ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου. νοείσθω τι σαμεῖον λελαμμένον τὸ Θ , ὃ οὐκ ἐστὶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, καὶ ἀπὸ τοῦ Θ κάθετος ἄχθω ἂ ΘK

1. EB] EB κύκλος ἢ ελλειψις F , vulgo; ultima verba delent. 5. τομὰ] τομῶν FBC^* . 11. ἔχειν] εχει F ; corr. Torellius.

$N^2 = Z\Delta \times \Delta H$, circulus¹⁾, sin minus; sectio coni acutianguli eiusmodi, ut quadratum alterius diametri ad EB^2 eandem rationem habeat, quam

$$N^2 : Z\Delta \times \Delta H.^2)$$

et sumatur conus uerticem habens punctum Γ , in cuius superficie sit circulus uel sectio coni acutianguli circum diametrum EB descripta. hoc autem fieri potest, cum [linea]³⁾ a puncto Γ ad mediam lineam EB ducta perpendicularis sit ad planum in EB linea positum.⁴⁾ in hac igitur superficie erit sectio coni acutianguli circum diametrum AB descripta. nam si non est, erit punctum aliquod in sectione coni acutianguli, quod in cono superficie non sit. fingatur punctum aliquod Θ sumptum, quod in superficie cono non sit, et a Θ puncto ducatur ΘK ad AB perpendicularis.

p. 3. Nizzius minus bene pro *ἔλλειψις* restitui uoluit *ὀξευγώνιον κώνον τομά*.

1) Tum oriatur conus, cuius basis est circulus ille, uertex autem Γ , in cuius superficie erit ellipsis data.

2) H. e. ellipsis similis ellipsi circum ZH diametrum descriptae, in qua linea N perpendicularis est in puncto Δ . sit enim huius ellipsis diametrus altera d , prioris autem d_1 . erit igitur $\frac{1}{4}d^2 : \frac{1}{4}ZH^2 = N^2 : Z\Delta \times \Delta H$ (Apoll. I, 21) = $d_1^2 : EB^2$. diametri igitur proportionales sunt; tum u. p. 317 not. 1.

3) In Graecis uocabulum *ἐπίθεσις* omissum est, quod saepissime fit; u. index s. u. *ἐπίθεσις*.

4) Nam planum per EB positum perpendicularare est ad planum per $A\Gamma$, ΓB positum, et EB eorum sectio communis; tum u. Eucl. XI def. 4 (perpendicularis autem ab Γ ad EB ducta hanc in duas partes aequales secabit, quia $\Gamma E = \Gamma B$); itaque uti possumus prop. 7.

15. κώνος δέ] scripsi; δέ om. F, uulgo. 20. τομά α] scripsi; α om. F, uulgo. 23. ταντη F; corr. Torellius. 24. τομά α] α addidi; om. F, uulgo. 25. ἐσσεῖται τι] ἐσσειται F; corr. B. 27. ἐσσεῖται] ἐσσειται per comp. F, uulgo.

ἐπὶ τὰν AB ἃ δὲ $ΓΚ$ ἐπιζευχθεῖσα ἐκβεβλήσθω καὶ
 συμπίπτειτω τῷ EB κατὰ τὸ A . διὰ δὲ τοῦ A ἄχθω
 τις ἐν τῷ ὀρθῷ ἐπιπέδῳ τῷ κατὰ τὰν EB ποτ' ὀρθῶς
 τῷ EB ἃ AM . τὸ δὲ M νοείσθω μετέωρον ἐν τῷ
 5 ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου. ἄχθω δὲ καὶ διὰ τοῦ A παρὰ
 τὰν AB ἃ $ΠΡ$. ἔστιν δὴ, ὡς μὲν τὸ ἀπὸ τῆς N τε-
 τράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν $ZΔ, ΔΗ$, οὕτως τὸ ἀπὸ
 τῆς AM ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν $ΕΛ, AB$, ὡς δὲ τὸ ὑπὸ
 τὰν $ZΔ, ΔΗ$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν $ΑΔ, ΔΒ$, οὕτως τὸ
 10 ὑπὸ $ΕΛ, AB$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν $ΠΑ, ΑΡ$. ἰσσεύεται
 οὖν, ὡς τὸ ἀπὸ τῆς N τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ $ΑΔ,$
 $ΔΒ$ περιεχόμενον, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς AM τετράγωνον
 ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν $ΠΑ, ΑΡ$. ἔχει δέ, ὡς τὸ ἀπὸ τῆς
 N τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν $ΑΔ, ΔΒ$, οὕτως τὸ
 15 ἀπὸ τῆς $ΘΚ$ τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν $ΑΚ, ΚΒ$,
 ἐπεὶ ἐν τῷ αὐτῷ ὀξυγωνίου κώνου τομῇ καθέτοι ἐντὶ
 ἀγμέναι ἐπὶ διάμετρον τὰν AB . τὸν αὐτὸν ἄρα ἔχει
 λόγον τὸ ἀπὸ τῆς AM τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν
 $ΠΑ, ΑΡ$, ὃν τὸ ἀπὸ τῆς $ΘΚ$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν $ΑΚ,$
 20 $ΚΒ$. ἔχει δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τὰν $ΠΑ, ΑΡ$ ποτὶ τὸ ἀπὸ
 τῆς $ΓΑ$ τετράγωνον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τὰν
 $ΑΚ, ΚΒ$ ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ΚΓ$. τὸν αὐτὸν οὖν λό-
 γον ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς AM τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ
 τῆς $ΑΓ$ τετράγωνον, ὃν τὸ ἀπὸ τῆς $ΘΚ$ ποτὶ τὸ ἀπὸ
 25 τῆς $ΚΓ$. ὥστε ἐπ' εὐθείας ἐντὶ τὰ $Γ, Θ, Μ$ σαιμετα.
 ἃ δὲ $ΓΜ$ ἐν τῷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου. δῆλον οὖν,
 ὅτι καὶ τὸ $Θ$ σαιμεῖον ἐν τῷ ἐπιφανείᾳ ἐστὶ τοῦ κώνου.
 ὑπέκειτο δὲ μὴ εἶμεν. φανερόν οὖν ἔστιν, ὃ ἔδει δεῖξαι.

2. τὸ A] το $A F$; corr. B^* . 3. τῷ κατὰ] scriptis; κατὰ
 F , vulgo. 4. τῷ] (prius) τῆς F , corr. Torellius. 15. τὰν]
 τῶν per comp. F ; corr. Torellius. 21. τὸ ὑπὸ τὰν $ΑΚ$] ποτ'
 ἃ F ; corr. ed. Basil., Cr. 22. οὖν] supra scriptum manu 1 F .

et linea ΓK ducta producat et lineae EB in puncto A incidat. et per A ducatur linea AM ad lineam EB perpendicularis in plano perpendiculari in linea EB posito. M autem punctum fingatur sublime in superficie conii. ducatur autem etiam per A punctum linea ΠP lineae AB parallela. erit igitur

$$N^2 : Z\Delta \times \Delta H = AM^2 : EA \times AB^1),$$

et praeterea erit

$$Z\Delta \times \Delta H : A\Delta \times \Delta B = EA \times AB : \Pi A \times AP.^2)$$

erit igitur

$N^2 : A\Delta \times \Delta B = AM^2 : \Pi A \times AP$ [Eucl. V, 22].
est autem $N^2 : A\Delta \times \Delta B = \Theta K^2 : AK \times KB$, quoniam in eadem sectione conii acutianguli perpendicularares ductae sunt ad diametrum AB [Apollon. I, 21]. ergo $AM^2 : \Pi A \times AP = \Theta K^2 : AK \times KB$. est autem etiam $\Pi A \times AP : \Gamma A^2 = AK \times KB : K\Gamma^2$ [cfr. p. 323 not. 2]. erit igitur etiam

$$AM^2 : \Gamma A^2 = \Theta K^2 : K\Gamma^2 \text{ [Eucl. V, 22]}$$

[et $AM : \Gamma A = \Theta K : K\Gamma$]. itaque in eadem linea recta sunt puncta Γ, Θ, M [p. 323 not. 3]. linea uero ΓM in superficie conii est [Apollon. I, 1]. adparet igitur, etiam punctum Θ in superficie conii esse. supposuimus autem, non esse. adparet igitur id, quod demonstrandum erat.

1) Nam $AM^2 : EA \times AB = d_1^2 : EB^2$ (Apollon. I, 21) = $N^2 : Z\Delta \times \Delta H$ (u. p. 327 not. 2).

2) Nam cum $Z\Delta\Delta \sim E\Pi A$, erit $Z\Delta : A\Delta = EA : \Pi A$, et cum $\Delta H B \sim \Delta B P$, erit etiam $\Delta H : \Delta B = AB : AP$ (Eucl. VI, 4). multiplicando igitur sequitur, quod quaeritur.

θ'.

Ὁξυγωνίου κώνου τομαῖς δοθείσας καὶ γραμμᾶς ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομαῖς μὴ ὀρθᾶς ἀνεστακούσας ἐν ἐπιπέδῳ, ὃ ἐστὶν ἀπὸ τᾶς ἐτέρας δια-
 5 μέτρον ὀρθὸν ἀνεστακὸς ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστὶν ἅ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, δυνατὸν ἐντι κύλινδρον εὐρεῖν τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ' εὐθείας τᾶ ἀνεστακούσα γραμμᾶ, οὗ ἐν τᾶ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἅ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

10 ἔστω τᾶς δοθείσας τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομαῖς ἅ ἐτέρα διάμετρος ἅ BA , κέντρον δὲ τὸ Δ , ἅ δὲ $\Gamma\Delta$ γραμμὰ ἔστω ἀνεστακούσα ἀπὸ τοῦ κέντρου, ὡς εἰρήται. ἅ δὲ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά νοεῖσθω περὶ διάμετρον τὰν AB ἐν ἐπιπέδῳ ὀρθῶ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον
 15 τό, ἐν ᾧ ἐντι αὐτὰν AB , $\Gamma\Delta$. δεῖ δὲ κύλινδρον εὐρεῖν τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ' εὐθείας τᾶ $\Gamma\Delta$, οὗ ἐν τᾶ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἅ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

ἀπὸ δὴ τῶν A , B σαμείων ἄχθων παρὰ τὰν $\Gamma\Delta$ αὐτὰν AZ , BH . ἅ δὴ ἐτέρα διάμετρος τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομαῖς ἦτοι ἴσα ἐντι τῷ διαστήματι τὰν
 20 AZ , BH ἢ μείζων ἢ ἐλάσσων. ἔστω δὴ πρότερον ἴσα τᾶ ZH , ἅ δὲ ZH ἔστω ποτ' ὀρθᾶς τᾶ $\Gamma\Delta$. ἀπὸ δὲ τᾶς ZH ἀνεστακῆτω ἐπίπεδον ὀρθὸν ποτὶ τὰν $\Gamma\Delta$,

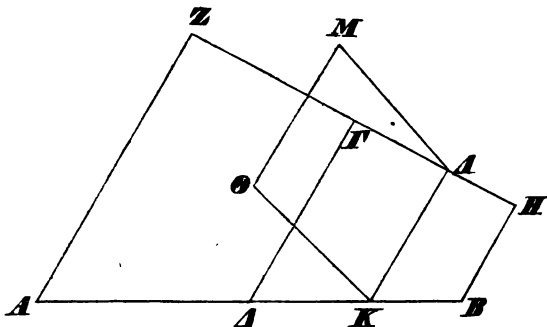
1. *ι'* Torellius. 3. τᾶς] τ cum comp. ας addita insuper littera σ F. μὴ ὀρθᾶς] om. F, uulgo; corr. Torellius; omitti nequit propter lin. 12: ὡς εἰρήται. 10. ἅ ἐτέρα] scripsi; ετέρα F, uulgo. 18. ἄχθων] scripsi; αχθω F, uulgo. 20. τὰν] των F; corr. Torellius.

IX.

Data sectione conii acutianguli et linea a centro sectionis conii acutianguli erecta non perpendiculari in plano, quod ab altera diametro erectum est perpendiculari ad planum, in quo est sectio conii acutianguli, fieri potest, ut cylindrus inueniatur, axem habens in producta linea erecta, cuius in superficie sit sectio conii acutianguli data.

sit altera diameter datae sectionis conii acutianguli BA , centrum autem Δ , linea autem $\Gamma\Delta$ a centro erecta sit, ita ut diximus. et sectio conii acutianguli fingatur circum diametrum AB descripta in plano, ad id planum perpendiculari; in quo sunt lineae $AB, \Gamma\Delta$. oportet igitur inueniri cylindrum axem habentem in producta linea $\Gamma\Delta$, in cuius superficie sit data sectio conii acutianguli.

itaque a punctis A, B ducantur lineae AZ, BH lineae $\Gamma\Delta$ parallelae. altera igitur diameter sectionis conii acutianguli aut aequalis est distantiae linearum



AZ, BH aut maior aut minor. prius igitur aequalis sit lineae ZH , et ZH perpendicularis sit ad lineam $\Gamma\Delta$. et a linea ZH erigatur planum ad lineam $\Gamma\Delta$ perpen-

καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ κύκλος ἔστω περὶ διάμετρον
 τὰν ZH , καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τούτου κύλινδρος ἔστω
 ἄξονα ἔχων τὰν $\Gamma\Delta$. ἐν δὴ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίν-
 5 δρου τούτου ἔστιν ἡ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομαῖα. εἰ
 γὰρ μὴ ἔστιν, ἐσσεύεται τι σαιμεῖον ἐπὶ τῆς τοῦ ὀξυγω-
 νίου κώνου τομαῖς, ὃ οὐκ ἔστιν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ
 κυλίνδρου. νοείσθω δὴ τι σαιμεῖον λελαμμένον ἐπὶ
 τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομαῖς τὸ Θ , ὃ οὐκ ἔστιν
 ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου, καὶ ἀπὸ τοῦ Θ ἡ ΘK
 10 καθέτος ἄχθῳ ἐπὶ τὰν AB . ἐσσεύεται δὴ αὐτὰ ὀρθὰ
 ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ AB , $\Gamma\Delta$. ἀπὸ δὲ τοῦ
 K ἄχθῳ παρὰ τὰν $\Gamma\Delta$ ἡ KA , καὶ ἀπὸ τοῦ A ἀνεστα-
 κέτω ἡ AM ποτ' ὀρθὰς τῇ ZH ἐν τῷ κύκλῳ τῷ περὶ
 τὰν ZH . τὸ δὲ M νοείσθω μετέωρον ἐν τῇ περι-
 15 φερείᾳ τοῦ ἡμικυκλίου τοῦ περὶ διάμετρον τὰν ZH .
 τὸν αὐτὸν δὴ ἔχει λόγον τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς
 ΘK καθέτου ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν AK , KB περιεχόμενον,
 καὶ τὸ ἀπὸ $Z\Gamma$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν $A\Delta$, ΔB περιεχό-
 μενον, ἐπεὶ ἴσα ἔστιν ἡ ZH τῇ ἑτέρᾳ διαμέτρῳ. ἔχει
 20 δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν $Z\Lambda$, ΛH περιεχόμενον ποτὶ τὸ
 ὑπὸ AK , KB περιεχόμενον, ὅν τὸ ἀπὸ τῆς $Z\Gamma$ τε-
 τράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ $A\Delta$. ἴσον οὖν ἐντι τὸ ὑπὸ
 τῶν $Z\Lambda$, ΛH περιεχόμενον τῷ ἀπὸ τῆς ΘK τετρα-
 γώνῳ. ἔστιν δὲ ἴσον καὶ τῷ ἀπὸ AM . ἴσαι ἄρα ἐντι
 25 αἱ ΘK , $M\Lambda$ καθέτοι· παραλλήλοι οὖν ἐντι αἱ AK ,
 $M\Theta$. ὥστε καὶ αἱ $\Delta\Gamma$, $M\Theta$ παραλλήλοι ἐσσοῦνται.
 καὶ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ἄρα ἔστι τοῦ κυλίνδρου ἡ ΘM ,

10. δὴ] scripsi; δε F, vulgo. 18. τῷ] τας F; corr. B.
 17. τῶν] τῶν per comp. F; corr. Torellius. 18. $A\Delta$, ΔB] scripsi; $A\Delta B$ F, vulgo. 21. ὅν] λόγον, ὅν ed. Basil., Torellius; „eam, quam“ Cr. 22. $A\Delta$] $A\Delta$ της ελλειψως F, vulgo (τῆς Torellius); corr. Nizze; cfr. p. 325 not. 2. 23. τῶν] τας

diculare, et in hoc plano circulus sit circum diametrum ZH descriptus, et in hoc circulo cylindrus construatur axem habens $\Gamma\Delta$. in huius igitur cylindri superficie est sectio conii acutianguli [data]. nam si non est, erit punctum aliquod in sectione conii acutianguli, quod in superficie cylindri non sit. fingatur igitur punctum aliquod Θ sumptum in sectione conii acutianguli, quod non sit in superficie cylindri, et a puncto Θ ducatur ΘK ad lineam AB perpendicularis. haec igitur perpendicularis erit ad planum, in quo sunt lineae AB , $\Gamma\Delta$ [Eucl. XI def. 4]. et a K puncto ducatur KA lineae $\Gamma\Delta$ parallela, et in puncto A erigatur AM ad lineam ZH perpendicularis in circulo circum ZH descripto. M autem punctum fingatur sublime in ambitu semicirculi circum diametrum ZH descripti. itaque erit $\Theta K^2 : AK \times KB = Z\Gamma^2 : A\Delta \times \Delta B$, quoniam ZH aequalis est alteri diametro.¹⁾ sed etiam est

$$ZA \times AH : AK \times KB = Z\Gamma^2 : A\Delta^2.²⁾$$

quare $ZA \times AH = \Theta K^2$;³⁾ sed etiam

$$ZA \times AH = AM^2.⁴⁾$$

quare lineae perpendiculares ΘK , MA aequales sunt. itaque $AK \neq M\Theta$ [Eucl. I, 33]. quare etiam $\Delta\Gamma \neq M\Theta$ [Eucl. XI, 9]. itaque ΘM in superficie cylindri est,

1) Itaque $Z\Gamma$ dimidiae alteri diametro ellipsis aequalis est; et $A\Delta = \Delta B$; tum u. Apollon. I, 21.

2) Nam $ZA : AK = Z\Gamma : A\Delta$, quia $\Delta\Gamma \neq AZ$, et $AH : KB = \Gamma A : \Delta K$ (quia $AK \neq \Delta\Gamma$) = $Z\Gamma : A\Delta$ (quia $AK \neq \Delta\Gamma$); u. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 178 nr. 2.

3) Quia $A\Delta = \Delta B$, et igitur $A\Delta \times \Delta B = A\Delta^2$.

4) U. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 16.

ἐπεὶ ἀπὸ τοῦ M ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ἐόντος ἄκται παρὰ τὸν ἄξονα. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ Θ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ἐστὶν αὐτοῦ. ὑπέκειτο δὲ μὴ εἶμεν. φανερόν οὖν ἐστίν, ὃ ἔδει δεῖξαι.

5 δῆλον δὴ, ὅτι καὶ ὁ κύλινδρος ὁ περιλαμβάνων ὀρθὸς ἐσσεύεται, εἴ κα ἢ ἂ ἑτέρα διάμετρος ἴσα τῷ διαστήματι τῶν ἀπὸ τῶν περάτων τῆς ἑτέρας διαμέτρου ἀγμέναν παρὰ τὴν ἀνεστακοῦσαν εὐθείαν.

ἔστω κάλλιν ἂ ἑτέρα διάμετρος μείζων τῆς ZH ,
 10 καὶ ἴσα ἔστω ἂ ΠZ τῇ ἑτέρᾳ διαμέτρῳ. ἀπὸ δὲ τῆς ΠZ ἐπίπεδον ἀνεστακῆτω ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τό, ἐν ᾧ ἐντι αἱ AB , $\Gamma\Delta$, καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ κύκλος ἔστω περὶ διάμετρον τὴν ΠZ , ἀπὸ δὲ τοῦ κύκλου τούτου κύλινδρος ἔστω ἄξονα ἔχων τὴν ΔP .
 15 ἐν δὴ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου τούτου διὰ τῶν αὐτῶν δειχθησέται ἐοῦσα ἂ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

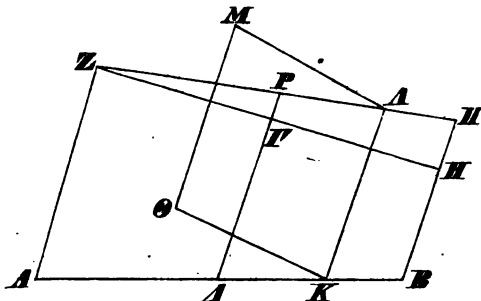
ἀλλ' ἔστω ἐλάσσων ἂ ἑτέρα διάμετρος τῆς ZH .
 ᾧ δὴ μείζον δυνάται ἂ $Z\Gamma$ τῆς ἡμισείας τῆς ἑτέρας
 διαμέτρου ἔστω τὸ ἀπὸ τῆς $\Gamma\Xi$ τετράγωνον. καὶ ἀπὸ
 20 τοῦ Ξ ἀνεστακῆτω γραμμὰ ἴσα τῇ ἡμισείᾳ τῆς ἑτέρας

5. δῆλον] δηλ F. περιλαμβάνων] scripsi; περιλαμβανων ταν ελλειψιν F, uulgo; περιλ. ταν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῶν Nizze; u. p. 325 not. 2. 6. ἢ ἂ] scripsi; ἢ F, uulgo. 7. τῶν] scripsi; ταν F, uulgo. 9. ι' F; corr. ed. Basil., Cr.; cfr. Quaest. Arch. p. 123—24. ἂ] addidi; om. F, uulgo. 12. αἱ AB , $\Gamma\Delta$] ἂ $B\Gamma\Delta$ F; corr. Torellius. in figura litteras partim permutavit, partim om. F. 16. ουσα F, uulgo. 17. ια' F; corr. ed. Basil., Cr. 18. μείζων F; corr. Torellius.

quoniam a puncto M , quod in superficie est, axi parallela ducta est. adparet igitur, etiam punctum \odot in superficie eius esse. supposuimus autem, non esse. constat igitur id, quod demonstrandum erat.

Iam hoc quoque adparet, cylindrum comprehendentem [ellipsim] rectum esse, si altera diametrus [ellipsis] aequalis sit distantiae linearum a terminis alterius diametri lineae erectae parallelarum ductarum.¹⁾

rursus altera diametrus maior sit linea ZH , et IIZ aequalis sit alteri diametro. et ab IIZ planum erigatur ad id planum perpendiculare, in quo sunt lineae AB , ΓA , et in hoc plano sit circulus circum diametrum IIZ descriptus, et in hoc circulo cylindrus



construatur axem habens ΔP . in huius igitur cylindri superficie eodem modo demonstrabitur esse sectio conii acutianguli.²⁾

sed minor sit altera diametrus linea ZH . spatium igitur, quo maius est quadratum lineae ZF quadrato dimidiae alterius diametri, sit $\Gamma \Xi^2$. et ab Ξ puncto erigatur linea ΞN dimidiae alteri diametro aequalis

1) Nam $\angle AZH$ et ZHB recti sunt.

2) Et utriusque cylindri superficies eadem est.

διαμέτρον ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ AB ,
 $\Gamma\Delta$, ἃ ΞN , τὸ δὲ N νοείσθω μετέωρον. ἃ οὖν ΓN
 ἴσα ἐντι τᾷ ΓZ . ἐν δὴ τῷ ἐπιπέδῳ, ἐν ᾧ ἐντι αἱ
 ZH , ΓN , κύκλος γεγράφθω περὶ διάμετρον τὰν ZH .
 5 ἦξει δὲ οὗτος διὰ τοῦ N καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου κύ-
 λινδρος ἔστω ἄξονα ἔχων τὰν $\Gamma\Delta$. ἐν δὴ τᾷ ἐπιφανείᾳ
 τοῦ κυλίνδρου τούτου ἐστὶν ἃ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου
 τομά. εἰ γὰρ μὴ ἐστὶν, ἔσσειται τι σαμεῖον ἐπ' αὐτᾶς,
 ὃ οὐκ ἐστὶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου. λελάφθω
 10 δὴ τι σαμεῖον ἐπ' αὐτᾶς τὸ Θ , καὶ ἃ ΘK κάθετος
 ἄχθω ἐπὶ τὰν AB , καὶ ἀπὸ τοῦ K παρὰ τὰν $\Gamma\Delta$ ἔστω
 ἃ KA , καὶ ἀπὸ τοῦ A ἄχθω ποτ' ὀρθὰς τᾷ ZH ἐν τῷ
 ἡμικυκλίῳ τῷ περὶ διάμετρον τὰν ZH ἃ AM . νοείσθω
 15 τὰν ZH , καὶ ἀπὸ τοῦ M κάθετος ἄχθω ἐπὶ τὰν KA
 ἐκβληθεῖσαν ἃ MO . ἔσσειται δὲ αὐτὰ ὀρθὰ ποτὶ τὸ

3. ἐντι τᾷ] εἴτα F; corr. B. 4. τὰν] τα F; corr. Torel-
 lius. 5. κύλινδρος] του κυλίνδρου F; corr. B*, Cr. 6. τὰν]
 scripsi; τὰν per comp. FAD; τὸν BC, ed. Basil., Torellius.
 figuram minus bene delineavit F. 12. τᾷ] τας F; corr. To-
 rellius. 13. τὰν ZH] τὰν ZMH F; corr. B, Cr. 14. περι-
 φερείας τᾶς] addidi; om. F, uulgo; „in arcu semicirculi“ Cr.

ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ $AB, \Gamma\Delta$, ἐπεὶ ποτ' ὀρθάς ἐντι
 ἂ $ΚΑ$ τᾷ ZH . ἔστιν δὴ, ὡς μὲν τὸ ἀπὸ τᾶς $ΜΟ$
 ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς $ΜΑ$, οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς ΞN ποτὶ τὸ
 ἀπὸ τᾶς $ΝΓ$, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τᾶς $ΜΑ$ ποτὶ τὸ ὑπὸ
 5 τᾶν AK, KB , οὕτως τὸ ἀπὸ ΓN ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς
 $A\Delta$, ἐπεὶ τὸ μὲν ἀπὸ τᾶς $ΜΑ$ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τᾶν
 AZ, AH περιεχομένῳ, τὸ δὲ ἀπὸ τᾶς ΓN τῷ ἀπὸ
 τᾶς ΓZ . ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ τᾶς $ΜΟ$ τετράγωνον
 ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν AK, KB , οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς ΞN
 10 ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς $A\Delta$. ἐντι δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς $ΚΘ$ τετρά-
 γωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν AK, KB , ὡς τὸ ἀπὸ τᾶς ΞN
 ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς $A\Delta$, ἐπεὶ ἴσα ἐστὶν ἂ ΞN τᾷ ἡμισείᾳ
 τᾶς ἐτέρας διαμέτρου. δῆλον οὖν, ὅτι ἴσαι ἐντι αἱ
 $ΜΟ, ΘΚ$ καθέτοι, ὥστε παραλλήλοι αἱ $ΚΟ, ΘΜ$.
 15 ἐπεὶ δὲ ἂ $ΜΘ$ παρὰ τὸν ἄξονά ἐντι τοῦ κυλίνδρου,
 καὶ τὸ $Μ$ σαρμεῖον ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ, ἀναγκαῖον,
 καὶ τὰν $ΜΘ$ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ εἶμεν τοῦ κυλίνδρου.
 φανερὸν οὖν, ὅτι καὶ τὸ $Θ$ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐντι
 αὐτοῦ. οὐκ ἦν δέ. δῆλον οὖν, ὅτι ἀναγκαῖον ἐστὶ
 20 τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ εἶμεν
 τοῦ κυλίνδρου.

1. ποτ'] ποτι F. 7. τό] τω F; corr. Torellius. 9. τὸ
 ὑπό] υπο F; corr. Torellius. 13. ἴσαι] ἴσα F; corr. Torel-
 lius. 14. παραλλήλοι] scripsi; ἴσαι F, vulgo. ΚΟ] ΚΘ
 F; corr. Torellius. 15. ἐντι] εν τη F; corr. B.

perpendicularis erit ad planum, in quo sunt $AB, \Gamma A$, quia $KA \perp ZH$.¹⁾ erit igitur

$$MO^2 : MA^2 = \Xi N^2 : N\Gamma^2, ^2)$$

et $MA^2 : AK \times KB = \Gamma N^2 : A\Delta^2$, quoniam

$$MA^2 = AZ \times AH \text{ et } \Gamma N^2 = \Gamma Z^2. ^3)$$

erit igitur [Eucl. V, 22]

$$MO^2 : AK \times KB = \Xi N^2 : A\Delta^2;$$

est autem etiam $K\Theta^2 : AK \times KB = \Xi N^2 : A\Delta^2$, quoniam ΞN aequalis est dimidiae alteri diametro [Apollon. I, 21]. itaque adparet esse $MO = \Theta K$; quare etiam $KO \neq \Theta M$ [Eucl. I, 33].⁴⁾ quoniam autem linea $M\Theta$ axi cylindri parallela est⁵⁾, et punctum M in superficie eius positum, necesse est, etiam lineam $M\Theta$ in superficie cylindri esse. adparet igitur, etiam punctum Θ in superficie eius esse. sed [ex hypothesi] non erat. adparet igitur necesse esse, sectionem conici acutianguli in superficie cylindri esse.

1) Quia $KA \neq \Gamma A$ et $\Gamma A \perp ZH$. quoniam igitur $KA \perp ZH$ et $AM \perp ZH$, erit $ZH \perp \Theta MOK$ (Eucl. XI, 4); itaque

$$ABHZ \perp \Theta MOK \text{ (Eucl. XI, 18);}$$

iam quoniam $MO \perp KA$, erit (Eucl. XI def. 4) $MO \perp ABHZ$.

2) Nam $\Xi N \neq MO$ (Eucl. XI, 6) et $N\Gamma \neq MA$; itaque $\angle N = M$ (Eucl. XI, 10) et $\angle \Xi = O = 90^\circ$. itaque $N\Gamma \Xi \sim MAO$, et erit (Eucl. VI, 4) $MO : MA = \Xi N : N\Gamma$.

3) Nam $AZ \times AH : AK \times KB = \Gamma Z^2 : A\Delta^2$ (p. 333 not. 2) et $MA^2 = AZ \times AH$ (Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 16) et $\Gamma N = \Gamma Z$ (p. 337 not. 1).

4) Nam $MO \neq \Theta K$, quia utraque ad $ABHZ$ perpendicularis est (tum u. Eucl. XI, 6); nam de MO u. not. 1; de ΘK sequitur inde, quod ellipsis ad $ABHZ$ perpendicularis est et $\Theta K \perp AB$ (Eucl. XI def. 4). lin. 14 pro ισαι requiritur, quod restitui, παρὰλλήλοι ; cfr. p. 332, 25. permutata sunt compendia horum uerborum.

5) Nam $KO \neq A\Gamma$; tum u. Eucl. XI, 9.

ι'.

Ἵτι μὲν πᾶς κῶνος ποτὶ κῶνον τὸν συγκείμενον
 ἔχει λόγον ἔκ τε τοῦ τῶν βασιῶν λόγου καὶ ἔκ τοῦ
 τῶν ὑψέων, ἀποδεικνύται ὑπὸ τῶν πρότερον. ἅ αὐτὰ
 5 δὲ ἀπόδειξις ἐντι καί, διότι πᾶν ἀπότμαμα κῶνου ποτὶ
 ἀπότμαμα κῶνου τὸν συγκείμενον λόγον ἔχει ἔκ τε
 τοῦ τῶν βασιῶν λόγου καὶ ἔκ τοῦ τῶν ὑψέων.

καὶ ὅτι πᾶς τόμος κυλίνδρου τριπλασίων ἐστὶ τοῦ
 ἀποτμάματος τοῦ κῶνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν
 10 τῷ τόμῳ καὶ ὕψος ἴσον, ἅ αὐτὰ ἀπόδειξις, ἄπερ καὶ
 ὅτι ὁ κύλινδρος τριπλασίος ἐστὶ τοῦ κῶνου τοῦ βάσιν
 ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ κυλίνδρῳ καὶ ὕψος ἴσον.

ια'.

Εἰ κα τὸ ὀρθογώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ
 15 διὰ τοῦ ἄξονος ἢ παρὰ τὸν ἄξονα, ἅ τομὰ ἐσσεῖται
 ὀρθογωνίου κῶνου τομὰ ἅ αὐτὰ τᾶ περιλαμβανούσα
 τὸ σχῆμα. διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἐσσεῖται ἅ κοινὰ τομὰ
 τῶν ἐπιπέδων τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα καὶ τοῦ διὰ
 τοῦ ἄξονος ἀχθέντος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ τέμνον.
 20 εἰ δέ κα τμαθῇ τῷ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα,
 ἅ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ
 ἄξονος.

εἰ κα τὸ ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ
 διὰ τοῦ ἄξονος ἢ παρὰ τὸν ἄξονα ἢ διὰ τᾶς κορυφᾶς
 25 τοῦ κῶνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, ἅ τομὰ ἐσσεῖ-

1. ιβ' F; ια' Torellius. 3. τοῦ] (alt.) τῶν per comp. F;
 corr. BD. 5. διότι] ὅτι Nizze. 13. ιγ' F; ιβ' Torellius.
 15. αξωνος F. παρὰ] per comp. F. 16. κῶνου] κωνοειδος F;
 corr. Torellius. ἅ] addidi; om. F, vulgo. 20. τμηθη F;
 corr. Torellius. 24. ἢ διὰ] ἢ om. F; corr. Torellius.

X.

Quemuis conum ad [alium] conum rationem ex ratione basium et ratione altitudinum compositam habere, a prioribus demonstratum est.¹⁾ eodem autem modo demonstratur, etiam quoduis segmentum coni ad [aliud] segmentum coni rationem ex ratione basium et ratione altitudinum compositam habere.

et quoduis frustum cylindri triplo maius esse segmento coni basim habenti eandem, quam frustum, et altitudinem aequalem, eodem modo demonstrabitur, quo demonstratur, cylindrum triplo maiorem esse cono basim eandem habenti, quam cylindrus, et altitudinem aequalem.²⁾

XI.

a) Si conoides rectangulum plano secatur per axem posito uel axi parallelo, sectio erit sectio coni rectanguli eadem, quae figuram comprehendit; diametrus autem eius sectio communis erit plani figuram secantis et plani per axem ducti ad planum secans perpendicularis.

sin plano ad axem perpendiculari secatur, sectio erit circulus centrum in axe positum habens.

b) Si conoides obtusiangulum secatur plano uel per axem posito uel axi parallelo uel per uerticem coni conoides comprehendentis posito, sectio erit coni obtu-

1) Sequitur ex Eucl. XII, 11 et 14 coniunctis; cfr. de sph. et cyl. I lemm. 1 p. 80.

2) Hoc demonstraerat Eudoxus; u. de sph. et cyl. I p. 4; cfr. Eucl. XII, 10.

ται ἀμβλυγωνίου κώνου τομά, εἰ μὲν κα διὰ τοῦ ἄξονος, ἂ αὐτὰ τᾷ περιλαμβανούσῃ τὸ σχῆμα, εἰ δέ κα παρὰ τὸν ἄξονα, ὁμοία αὐτᾷ, εἰ δέ κα διὰ τᾷς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, οὐχ ὁμοία. διά-
 5 μετρος δὲ τᾷς τομᾶς ἐσσεῖται ἂ κοινὰ τομὰ τῶν ἐπιπέδων τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον.

εἰ κα τμαθῆ ὀρθῶ τῶ ἐπιπέδῳ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἂ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ
 10 ἄξονος.

εἰ κα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὅποτεροῦν ἐπιπέδῳ τμαθῆ διὰ τοῦ ἄξονος ἢ παρὰ τὸν ἄξονα, ἂ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά, εἰ μὲν κα διὰ τοῦ ἄξονος, αὐτὰ ἂ περιλαμβάνουσα τὸ σχῆμα, εἰ δέ
 15 κα παρὰ τὸν ἄξονα, ὁμοία αὐτᾷ. διάμετρος δὲ τᾷς τομᾶς ἐσσεῖται ἂ κοινὰ τομὰ τῶν ἐπιπέδων τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον.

εἰ δέ κα τμαθῆ τῶ ἐπιπέδῳ ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἂ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ
 20 ἄξονος.

εἰ κα τῶν εἰρημένων σχημάτων ὅποιοῦν ἐπιπέδῳ τμαθῆ διὰ τοῦ ἄξονος, αἱ ἀπὸ τῶν σαμείων τῶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος μὴ ἐπὶ τᾷς τομᾶς
 25 ἐόντων καθέτοι ἀγομέναι ἐπὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον ἐντὸς πεσοῦνται τᾷς τοῦ σχήματος τομᾶς.

τούτων δὲ πάντων φανεραὶ ἐντι αἱ ἀποδειξίσεις.

1. κα] addidi; om. F, uulgo. 2. ἂ] addidi; om. F, uulgo. παραλαμβανουσα (παρα per comp.) F; corr. Torellius. κα] scripsi; και F, uulgo. 3. κα] scripsi; και F, uulgo. 4. κωνοειδές F. 8. τμηθη F; corr. Torellius. 12. επεπεδω F. τμηθη F; corr. Torellius. 13. κα] scripsi; και F, uulgo. 15.

sianguli sectio, si per axem, eadem, quae figuram comprehendit, sin axi parallelo, ei similis, sin autem per uerticem conii conoides comprehendentis, non similis. diametrus autem sectionis erit communis sectio plani figuram secantis et plani per axem ducti ad planum secans perpendicularis.

si plano ad axem perpendiculari secatur, sectio erit circulus centrum in axe positum habens.

c) Si utralibet figurarum sphaeroideon plano secatur per axem posito uel axi parallelo, sectio erit conii acutianguli sectio, si per axem, ipsa sectio figuram comprehendens, si plano axi parallelo, ei similis. diametrus autem sectionis erit sectio communis plani figuram secantis et plani per axem ducti ad planum secans perpendicularis.

sin plano ad axem perpendiculari secatur, sectio circulus erit centrum in axe positum habens.

d) Si quaelibet figurarum, quas commemorauimus, plano per axem posito secatur, lineae a punctis in superficie figurae positae, sed quae in sectione non sint, ad planum secans perpendiculares ductae intra sectionem figurae cadent.

harum autem omnium rerum demonstrationes manifestae sunt.¹⁾

1) Nonnullas harum propositionum demonstrauerunt Commandinus annotat. fol. 37, Riualtus p. 271, Torellius p. 314 sq., Nizzius p. 168 sq.

κα] scripsi; και F, uulgo. 16. τομά] om. F; corr. Torellius.
 19. κα] scripsi; και F, uulgo. 20. τμηθη F; corr. Torellius. 23.
 τμηθη F; corr. Torellius. 25. εωντων F; corr. Torellius.
 27. φανερα] scripsi; φανερον F, uulgo.

ιβ'.

Εἰ κα τὸ ὀρθογώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ
 μήτε διὰ τοῦ ἄξονος μήτε παρὰ τὸν ἄξονα μήτε ποτ'
 ὀρθῶς τῷ ἄξονι, ἂ τομὰ ἐσσεύεται ὀξυγωνίου κώνου
 5 τομὰ, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἂ μείζων ἐσσεύεται ἂ ἐναπο-
 λαφθεύσεια ἐν τῷ κωνοειδεὶ τᾶς γενομένας τομᾶς τῶν
 ἐπιπέδων τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα καὶ τοῦ ἀχθέντος
 διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον ἂ δὲ
 ἐλάσσων διάμετρος ἴσα ἐσσεύεται τῷ διαστήματι τᾶν
 10 ἀχθεῖσᾶν παρὰ τὸν ἄξονα ἀπὸ τῶν περάτων τᾶς μεί-
 ζονος διαμέτρων.

τετράσθω γὰρ τὸ ὀρθογώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ,
 ὡς εἰρήται. τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ
 τοῦ ἄξονος ὀρθῶ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον ἔστω τοῦ
 15 μὲν κωνοειδέος τομὰ ἂ $AB\Gamma$, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ
 τέμνοντος τὸ σχῆμα ἂ ΓA εὐθεῖα. ἄξων δὲ ἔστω τοῦ
 κωνοειδέος καὶ διάμετρος τᾶς τομᾶς ἂ $B\Delta$. δεικτέον,
 ὅτι ἂ τομὰ τοῦ κωνοειδέος ἂ ἀπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ
 κατὰ τὰν $A\Gamma$ ὀξυγωνίου ἐστὶ κώνου τομὰ, καὶ διά-
 20 μετρος αὐτᾶς ἂ μείζων ἐστὶν ἂ $A\Gamma$, ἂ δὲ ἐλάσσων
 διάμετρος ἴσα ἐντὶ τᾷ AA τᾶς μὲν ΓA παρὰ τὰν
 $B\Delta$ εὐθείας, τᾶς δὲ AA καθέτου ἐπὶ τὰν ΓA .

νοείσθω τι σημείον ἐπὶ τᾶς τομᾶς λελαμμένον τὸ
 K , καὶ ἀπὸ τοῦ K κάθετος ἄχθω ἐπὶ τὰν ΓA ἂ $K\Theta$.
 25 ἐσσεύεται οὖν ἂ $K\Theta$ κάθετος ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τό, ἐν
 ᾧ ἐστὶν ἂ $A\Gamma B$ ὀρθογωνίου κώνου τομὰ, διότι καὶ

1. ἰδ' F; ἰγ' Torellius. 2. τμηθῆ F; corr. Torellius. 6. τᾶς] F; ἀπὸ τᾶς uulgo. 9. διάμετρος] α διαμετρος F; corr. ed. Basil. 12. τετμησθω F, qui omnino in sequentibus usque ad finem huius libri semper τμημα, τμηθῆ, τμηθέντος, τετμησθω cet. praebet; quod plerumque corr. Torellius. itaque hinc iam hanc discrepantiam notare supersedeo. 13. ἄλλῳ]

XII.

Si conoides rectangulum plano neque per axem posito neque axi parallelo neque ad axem perpendiculari secatur, sectio erit sectio conici acutianguli, maior autem diameter eius erit pars intra conoides comprehensa eius [lineae], quae [communis] sectio est plani figuram secantis et plani per axem ducti ad secans planum perpendicularis; minor autem diameter aequalis erit distantiae linearum, quae a terminis diametri maioris axi parallelae ducuntur.

secetur enim conoides rectangulum plano ita, ut dictum est, posito. eodem autem alio plano ad planum secans perpendiculari per axem secto sectio conoidis sit $AB\Gamma$, plani autem figuram secantis linea ΓA . axis autem conoidis et diameter sectionis [prop. 11, a] sit $B\Delta$. demonstrandum, sectionem conoidis plano in $A\Gamma$ linea posito effectam¹⁾ sectionem esse conici acutianguli, et lineam $A\Gamma$ maiorem esse eius diametrum, minorem autem aequalem esse lineae $A\Delta$, ducta linea ΓA lineae $B\Delta$ parallela, linea autem $A\Delta$ ad lineam ΓA perpendiculari.

ingatur punctum aliquod in sectione sumptum K , et a K puncto ducatur $K\Theta$ ad ΓA perpendicularis. erit igitur linea $K\Theta$ ad id planum perpendicularis, in quo est sectio conici rectanguli $A\Gamma B$, quia planum

1) $\acute{\alpha}$ ἀπὸ τοῦ lin. 18 corruptum videtur; fortasse $\acute{\alpha}$ ἐπὶ τοῦ scribendum est.

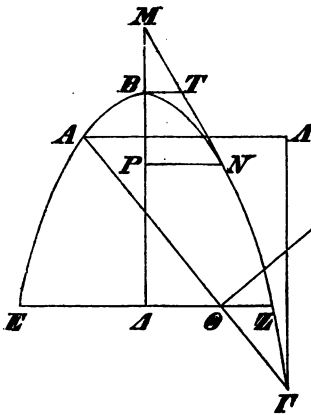
$\sigma\theta\theta\omega$ ἀλλω F; corr. Torellius. 15. $B\Gamma F$; corr. ed. Basil.*
 16. ΓA F; corr. BC. 18. τοῦ κατὰ] scripsi; τοῦ em. F, uulgo.
 19. τὰν] παν ἄ F; corr. Torellius. 21. τῶ] ἄ F; corr. B mg.
 24. $\eta\chi\theta\omega$ F; corr. Torellius.

τὸ τέμνον ἐπίπεδον ὀρθὸν ἐστὶ ποτὶ τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον.
 διὰ δὲ τοῦ Θ ἄχθω ἡ EZ ὀρθὰς ποιούσα γωνίας
 ποτὶ τὰν BA , καὶ διὰ τὰν EZ , $K\Theta$ εὐθειῶν ἐπίπεδον
 ἐκβεβλήσθω· ἐσσεῖται δὲ τοῦτο ὀρθὸν ποτὶ τὰν BA .
 5 τετμησέται δὴ τὸ κωνοειδὲς σχῆμα ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ
 τὸν ἄξονα. ὥστε ἡ τομὴ κύκλος ἐσσεῖται, κέντρον δὲ
 αὐτοῦ τὸ A . ἡ ἄρα $K\Theta$ ἴσον δυνασεῖται τῷ ὑπὸ
 $Z\Theta$, ΘE [ἡμικύκλιον γάρ ἐστὶ τὸ ἐπὶ] τῆς EZ , καὶ
 ἡ $K\Theta$ κάθετος οὖσα μέση γίνεται ἀνάλογον τῷ ὑπὸ

10

15

20



τὰν $E\Theta$, ΘZ περιεχο-
 μένω]. ἄχθω δὲ ἐπιψαύ-
 ονσα τῆς τοῦ κώνου το-
 μᾶς ἡ μὲν MN παρά
 τὰν AG · ἐπιψαυέτω δὲ
 κατὰ τὸ N · ἡ δὲ BT
 10 παρά τὰν EZ . τὸ δὴ
 περιεχόμενον ὑπὸ τὰν
 $A\Theta$, $\Theta\Gamma$ ποτὶ τὸ περιεχό-
 μενον ὑπὸ τὰν $E\Theta$, ΘZ
 τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὅν
 τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς
 15 NT ποτὶ τὸ τετράγωνον

τὸ ἀπὸ τῆς BT . δεδείκται γὰρ τοῦτο. τῷ δὲ NT ἴσα
 ἐντὶ ἡ TM , διότι καὶ ἡ BP τῆς BM . ἔχει οὖν καὶ τὸ
 20 περιεχόμενον ὑπὸ τὰν $A\Theta$, $\Theta\Gamma$ ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς $K\Theta$
 τὸν αὐτὸν λόγον, ὅν τὸ ἀπὸ τῆς TM ποτὶ τὸ ἀπὸ
 τῆς TB . ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΘK κάθετου τετράγω-
 νου ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν $A\Theta$, $\Theta\Gamma$ περιεχόμενον τὸν αὐτὸν
 ἔχει λόγον, ὅν τὸ ἀπὸ τῆς BT τετράγωνον ποτὶ τὸ

3. εὐθείας F , C manu 1*.
 8. τῆς Torellius. 9. μέσα idem.

4. δὴ Nizzius; δε F , vulgo.
 Post ἀνάλογον supplet Com-

secans et ipsum ad idem planum perpendiculare [Eucl. XI def. 4]. et per Θ ducatur linea EZ rectos angulos ad $B\Delta$ efficiens, et per lineas EZ , $K\Theta$ planum ducatur. hoc autem ad $B\Delta$ perpendiculare erit.¹⁾ itaque conoides plano ad axem perpendiculari sectum erit. sectio igitur circulus erit, et centrum eius punctum Δ [prop. 11, a]. erit igitur $K\Theta^2 = Z\Theta \times \Theta E$.²⁾ ducantur autem sectionem conii contingentes linea MN lineae $A\Gamma$ parallela, quae contingat in puncto N , et linea BT lineae EZ parallela. erit igitur

$$A\Theta \times \Theta\Gamma : E\Theta \times \Theta Z = NT^2 : BT^2.$$

hoc enim demonstratum est [prop. 3]. sed $NT = TM$, quia $BP = BM$.³⁾ erit igitur

$$A\Theta \times \Theta\Gamma : K\Theta^2 = TM^2 : TB^2.$$

quare etiam

$$\Theta K^2 : A\Theta \times \Theta\Gamma = BT^2 : TM^2 \text{ [Eucl. V, 7 } \rho\acute{o}\rho\iota\sigma\mu\alpha\text{].}$$

1) Nam cum $K\Theta \perp AB\Gamma$, planum per $K\Theta$, EZ positum ad $AB\Gamma$ perpendiculare erit (Eucl. XI, 18); tum u. Eucl. XI def. 4.

2) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 16. uerba sequentia lin. 8–11 Nizzius recte ob formam prauam ($\mu\acute{\epsilon}\sigma\eta$ $\acute{\alpha}\nu\acute{\alpha}\lambda\omicron\gamma\omicron\nu$ $\tau\acute{\omega}$ $\acute{\upsilon}\pi\omicron$ $\tau\acute{\alpha}\nu$ $E\Theta$, ΘZ) damnauit. augent suspicionem formae uulgares $\tau\eta\varsigma$, $\omicron\acute{\upsilon}\sigma\alpha$, $\mu\acute{\epsilon}\sigma\eta$.

3) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 53 nr. 16. tum u. Eucl. VI, 2; nam PN lineae BT parallela ducta est.

mandinus: $\kappa\alpha\iota$ $\delta\acute{\upsilon}\nu\alpha\tau\alpha\iota$ $\acute{\iota}\sigma\omicron\nu$. $\gamma\acute{\iota}\nu\epsilon\tau\alpha\iota$] $\gamma\alpha\rho$ $\epsilon\sigma\tau\iota$ F per compendia; corr. B. 21. $\tau\acute{\alpha}\varsigma$] $\tau\alpha\nu$ F ; corr. Torellius. 24. BM] TM F ; corr. man. 2.

ἀπὸ τῆς TM . ἐπεὶ οὖν ὁμοιά ἐντι τὰ $ΓΑΛ$, $ΤΜΒ$
 τρίγωνα, τὸ ἀπὸ τῆς $ΘΚ$ καθέτου τετράγωνον ποτὶ
 τὸ ὑπὸ τῶν $ΛΘ$, $ΘΓ$ περιεχόμενον τὸν αὐτὸν ἔχει
 λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τῆς $ΛΛ$ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ
 5 τῆς $ΑΓ$ τετράγωνον. ὁμοίως δειχθησόνται καὶ τὰ
 ἀπὸ τῶν ἄλλων καθέτων τετράγωνα τῶν ἀγομένων
 ἀπὸ τῆς τομῆς ἐπὶ τὴν $ΑΓ$ ποτὶ τὰ περιεχόμενα ὑπὸ
 τῶν τῆς $ΑΓ$ τμαμάτων τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ὃν
 τὸ ἀπὸ τῆς $ΑΛ$ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ΑΓ$.
 10 δῆλον οὖν, ὅτι ἡ τομὴ ἐστὶν ὀξυγωνίου κώνου τομὴ,
 διαμέτροι δὲ αὐτῆς ἐντι ἡ μὲν μείζων ἡ $ΑΓ$, ἡ δὲ
 ἐλάσσων ἴσα τῇ $ΑΛ$.

ιγ'.

Εἰ καὶ τὸ ἀμβλυγωνίου κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῆ
 15 συμπίπτουσι πάσαις ταῖς τοῦ κώνου πλευραῖς τοῦ πε-
 ριέχοντος τὸ κωνοειδὲς μὴ ποτ' ὀρθῶς τῷ ἄξονι, ἡ
 τομὴ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομὴ. διάμετρος δὲ
 αὐτῆς ἡ μείζων ἐσσεῖται ἡ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ κω-
 νοειδεὶ ἀπὸ τῆς γενομένης τομῆς τῶν ἐπιπέδων τοῦ
 20 τε τέμνοντος τὸ σχῆμα καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ
 ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον.

τεμνέσθω γὰρ τὸ ἀμβλυγωνίου κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ,
 ὡς εἰρήται, καὶ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ τμαθέντος αὐτοῦ διὰ τοῦ
 ἄξονος ὀρθῶ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον τοῦ μὲν κω-
 25 νοειδέος τομὴ ἔστω ἡ $ΑΒΓ$ ἀμβλυγωνίου κώνου τομὴ,
 τοῦ δὲ τέμνοντος τὸ σχῆμα ἐπίπεδου ἡ $ΑΓ$ εὐθεῖα,
 ἄξων δὲ τοῦ κωνοειδέος καὶ διάμετρος τῆς τομῆς ἡ

1. $TABF$; corr. ed. Basil.* 2. τὸ ἀπὸ τῆς $ΘΚ$ usque
 ad τὸ ἀπὸ τῆς $ΑΓ$ lin. 5 om. F; corr. Commandinus. 5. τε-
 τράγωνον] addidi; om. F, uulgo. ὁμοίως] syllab. ως per comp.

iam quoniam $\Gamma A A \sim T M B^1$), erit

$$[B T : T M = A A : A \Gamma \text{ (Eucl. VI, 4)}];$$

itaque erit] $\Theta K^2 : A \Theta \times \Theta \Gamma = A A^2 : A \Gamma^2$. eodem modo demonstrabimus, etiam quadrata ceterarum linearum a sectione ad $A \Gamma$ lineam perpendicularium ductarum ad rectangula partibus lineae $A \Gamma$ comprehensa eandem habere rationem, quam $A A^2 : A \Gamma^2$. adparet igitur, sectionem esse conici acutianguli sectionem, diametros autem eius maiorem $A \Gamma$ lineam, minorem uero lineae $A A$ aequalem [Apollon. I, 21].

XIII.

Si conoides obtusiangulum plano secatur, quod omnibus lateribus conici conoides comprehendentis incidit ad axem non perpendicularare, sectio erit conici acutianguli sectio, maior autem diameter eius erit pars intra conoides comprehensa eius lineae, quae [communis] sectio est plani figuram secantis et plani per axem ad secans planum perpendicularis.

secetur enim conoides obtusiangulum plano ita, ut dictum est. et eodem alio plano per axem ad secans planum perpendiculari secto sectio conoidis sit $A B \Gamma$ conici obtusianguli sectio [prop. 11, b], plani autem figuram secantis lineae $A \Gamma$. axis autem conoidis et diameter sectionis sit $B A$. fingatur igitur punctum

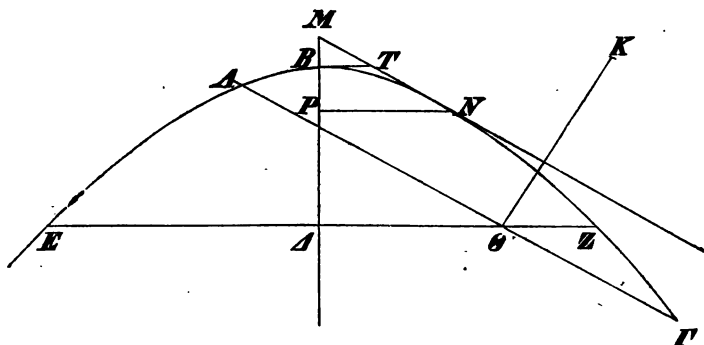
1) Nam $\angle B = \angle A = 90^\circ$ et $\angle A = \angle T$, quia
 $A \Gamma \neq M N$ et $B T \neq A A$.

F. $\delta\epsilon\iota\chi\theta\acute{\eta}\sigma\alpha\tau\alpha\iota$ Nizzius cum D. 8. $\epsilon\chi\omicron\nu\tau\iota$ F; corr. AB.
 10. $\tau\omicron\mu\acute{\alpha}$] (alt.) $\tau\omicron\mu\alpha\varsigma$ FC*. 11. $\delta\iota\alpha\mu\epsilon\tau\rho\varsigma$ F; corr. B.
 $\acute{\epsilon}\nu\tau\iota$] scripsi; $\epsilon\iota\sigma\iota\nu$ F, uulgo. 13. $\epsilon\epsilon'$ F, $\iota\delta'$ Torellius. 14.
 $\delta\iota\kappa\iota\acute{\nu}\epsilon\delta\omega$] om. F; corr. B. 16. $\kappa\omicron\nu\omicron\iota\delta\epsilon\varsigma$ F. 27. $\kappa\omicron\nu\omicron\iota\delta\epsilon\varsigma$ F.

$B\Delta$. νοείσθω δὴ τι ἐπὶ τῆς τομῆς λελαμμένον σαμειον
 τὸ K , καὶ ἀπὸ τοῦ K κάθετος ἄχθω ἐπὶ τὰν $ΑΓ$ ἢ
 $K\Theta$. ἐσσεύεται δὴ αὐτὰ ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τό, ἐν
 ᾧ ἐντι ἢ $ΑΒΓ$ κώνου τομῆ. διὰ δὲ τοῦ Θ ἄχθω ἢ
 5 EZ ποτ' ὀρθὰς τῆ $B\Delta$, καὶ διὰ τὰν EZ , $K\Theta$ εὐθειῶν
 ἐπίπεδον ἄχθω τέμνον τὸ κωνοειδές. τετμησέται δὴ
 ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ὥστε ἢ τομῆ κύκλος
 ἐσσεύεται, κέντρον δὲ αὐτοῦ τὸ Δ . ἢ ἄρα κάθετος ἢ
 $K\Theta$ ἴσον δυνασέεται τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τὰν ΘE ,
 10 ΘZ . ἄχθω δὲ πάλιν ἢ μὲν MN παρὰ τὰν $ΑΓ$ ἐπι-
 φαίνουσα τῆς τοῦ κώνου τομῆς κατὰ τὸ N , ἢ δὲ BT
 παρὰ τὰν EZ . τὸ δὴ περιεχόμενον ὑπὸ $E\Theta$, ΘZ
 ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τὰν $A\Theta$, $\Theta\Gamma$ τὸν αὐτὸν
 ἔχει λόγον, ὅν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς BT ποτὶ
 15 τὸ ἀπὸ τῆς TN . ὥστε τὸ ἀπὸ τῆς $K\Theta$ καθέτου τε-
 τράγωνον ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τὰν $A\Theta$, $\Theta\Gamma$ τὸν
 αὐτὸν ἔχει λόγον, ὅν τὸ ἀπὸ τῆς BT ποτὶ τὸ ἀπὸ
 τῆς TN . ὁμοίως οὖν δειχθήσονται καὶ τὰ ἀπὸ τὰν
 ἄλλαν καθέτων τὰν ἀπὸ τῆς τομῆς ἀγομέναν ἐπὶ τὰν
 20 $ΑΓ$ ποτὶ τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τμαμάτων τῆς $ΑΓ$,
 ὧν αἱ καθέτοι ποιοῦντι, τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ὅν
 τὸ ἀπὸ τῆς BT τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς TN .
 καὶ ἐστὶν ἐλάσσων ἢ BT τῆς TN , διότι καὶ ἢ MT
 ἐλάσσων ἐστὶν τῆς TN . καὶ γὰρ ἢ MB ἐλάσσων
 25 τῆς BP . τοῦτο γὰρ ἐστὶν ἐν ταῖς τοῦ ἀμβλυγωνίου

3. ἐπιπεδω F; corr. BC.* 8. εσσειται F. 9. ΘE , ΘZ]
 scripsi; ΘE , EZ FBC*, $E\Theta$, ΘZ uulgo. 10. δέ] Nizzius;
 δη F, uulgo. 13. τῶν] τῶν per comp. F; corr. Torellius.
 14. ποτὶ] προς per comp. F; corr. Torellius. 18. δειχθήσεται
 Nizzius. 19. τῆς] supra m. 1 F. ἀγομένων F; corr. To-
 rellius. 21. ὧν] ἢ Torellius.

aliquod K in sectione sumptam, et a K puncto ducatur $K\Theta$ ad $A\Gamma$ perpendicularis. erit igitur ad id planum perpendicularis, in quo est conici sectio $AB\Gamma$



[Eucl. XI def. 4]. et per Θ ducatur EZ ad $B\Delta$ perpendicularis, et per lineas EZ , $K\Theta$ planum ducatur conoides secans. itaque sectum erit plano ad axem perpendiculari [p. 347 not. 1]; quare sectio circulus erit, et centrum eius Δ punctum [prop. 11, b]. itaque erit $K\Theta^2 = \Theta E \times \Theta Z$ [p. 347 not. 2]. ducatur autem rursus linea MN lineae $A\Gamma$ parallela sectionem conici in N puncto contingens, et linea BT lineae EZ parallela. erit igitur

$$E\Theta \times \Theta Z : A\Theta \times \Theta \Gamma = BT^2 : TN^2 \text{ [prop. 3].}$$

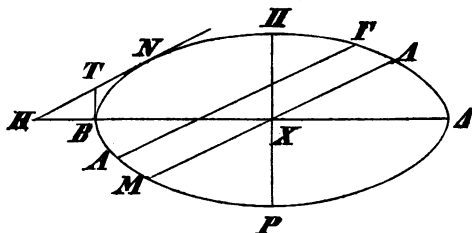
quare erit $K\Theta^2 : A\Theta \times \Theta \Gamma = BT^2 : TN^2$. eodem modo igitur demonstrabimus, etiam quadrata ceterarum linearum a sectione ad $A\Gamma$ lineam perpendicularium ductarum ad rectangula partibus lineae $A\Gamma$ a perpendicularibus effectis comprehensa eandem habere rationem, quam $BT^2 : TN^2$. est autem $BT < TN$, quia $MT < TN$ [et $MT > BT$]. nam etiam $MB < BP$;

κάνου τομαῖς σύμπτωμα. δῆλον οὖν, ὅτι ἡ τομὰ ὀξυγωνίου κώνου τομά, καὶ διάμετρος αὐτᾶς ἡ μείζων ἡ $ΑΓ$ [ὁμοίως καθέτου οὐσῆς τᾶς $ΝΡ$ ἐν τᾷ τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾷ, διάμετρος ταύτας μείζων
 5 ἔστιν ἡ $ΓΑ$].

ιδ'.

Εἰ καὶ τὸ παράμακρος σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ μὴ ποτ' ὀρθᾶς τῷ ἄξονι, ἡ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά. διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἡ μείζων ἐσσεῖται
 10 ἡ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ σφαιροειδεὶ ἀπὸ τᾶς γενομένης τομαῖς τῶν ἐπιπέδων τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον.

εἰ μὲν οὖν καὶ τμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος ἢ παρὰ τὸν
 15 ἄξονα, δῆλον. τετμάσθω δὲ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ. τμαθέντος δὲ αὐτοῦ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῶ ποτὶ τὸ τέμνον τοῦ μὲν σφαιροειδέος τομά ἔστω ἡ $ΑΒΓΔ$ ὀξυγωνίου κώνου τομά, τοῦ δὲ τέμνοντος αὐτὸ ἐπιπέδου ἡ $ΓΑ$ εὐθεῖα. ἄξων δὲ ἔστω τοῦ σφαιροειδέος καὶ διάμετρος



20 τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομαῖς ἡ $ΒΔ$, κέντρον δὲ τὸ $Χ$, καὶ ἐλάσσων διάμετρος ἔστω ἡ $ΠΡ$. ἄχθω δὲ

1. οὖν] om. F; corr. Torellius. ὀξυγωνίου] ἔστιν ὀξ. Torellius. 2. ἡ μείζων] scripsi; ἡ om. F, uulgo. Nizzius uerba

hoc enim sectionibus conii obtusianguli proprium est.¹⁾ adparet igitur, sectionem esse conii acutianguli sectionem, et maiorem eius diametrum lineam AG .²⁾

XIV.

Si sphaeroides oblongum plano ad axem non perpendiculari secatur, sectio erit conii acutianguli sectio, maior autem diametrus eius erit pars intra sphaeroides comprehensa eius lineae, quae [communis] sectio est plani figuram secantis et plani per axem ad secans planum perpendicularis.

hoc, si per axem uel plano axi parallelo secatur, statim adparet [prop. 11, c]. secetur autem alio plano. eodem autem plano per axem ad secans planum perpendiculari secto, sphaeroidis sectio sit $AB\Gamma A$ conii acutianguli sectio [prop. 11, c], plani autem sphaeroides secantis linea GA . axis autem sphaeroidis et diametrus sectionis conii acutianguli sit BA , centrum autem X , et minor diametrus sit HP . ducatur autem

1) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 56 nr. 27. nam $MB : BP = MT : TN$ (Eucl. VI, 2).

2) Ellipsis, cuius altera diametrus est linea AG , est propter Apollon. I, 21, quia quadrata linearum ordinate ductarum ad rectangula partibus lineae AG ab ipsis effectis comprehensa semper eandem rationem habent. itaque etiam quadratum lineae ad medium punctum lineae AG ordinate ductae (p) ad $\frac{1}{4}AG^2$ eam rationem habet, quam $BT : TN$. iam cum $BT < TN$, erit etiam $p^2 < \frac{1}{4}AG^2$. quare AG maior erit diametrus. sequentia uerba nunc delere malui, quam cum Nizzio transponere.

$\kappa\alpha\theta\acute{\epsilon}\tau\omicron\nu\ \omicron\delta\eta\varsigma\ \tau\acute{\alpha}\varsigma\ NP\ \acute{\epsilon}\nu\ \tau\acute{\alpha}\ \dots\ \tau\omicron\mu\acute{\alpha}$ lin. 3—4 post BP p. 350, lin. 25 transposuit additis: $\acute{\epsilon}\pi\iota\ \tau\acute{\alpha}\nu\ BA$ et deletis $\delta\iota\acute{\alpha}\mu\epsilon\tau\rho\omicron\varsigma\ \dots$ $\acute{\alpha}\ GA$ lin. 5 et $\acute{\omicron}\mu\omicron\lambda\omicron\varsigma$ lin. 3 (quod retineri poterat; Qu. Arcy. p. 164). 5. GA Torellius. 6. $\iota\epsilon'$ Torellius. 7. $\kappa\alpha$] $\kappa\alpha$ $\kappa\alpha$ F; corr. Nizzius. 10. $\sigma\phi\alpha\iota\sigma\phi\epsilon\iota\delta\epsilon\varsigma$ F; corr. BD.

ἃ μὲν ΒΤ ποτ' ὀρθὰς τῆ ΒΔ, ἃ δὲ ΗΝ παρὰ τὰν
 ΑΓ ἐπιφανύουσα τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς κατὰ
 τὸ Ν· ἄχθω δὲ καὶ ἃ ΜΑ διὰ τοῦ Χ παρὰ τὰν ΑΓ.
 ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον δειχθησοῦντι τὰ τετράγωνα
 5 τὰ ἀπὸ τῶν καθέτων τῶν ἀπὸ τῆς τομᾶς ἐπὶ τῶν ΑΓ
 ἀγμέναν ποτὶ τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τῆς ΑΓ τμα-
 μάτων τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τῆς ΒΤ
 τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΤΝ. ὅτι μὲν οὖν ἃ τομᾶ
 ἐστὶν ὀξυγωνίου κώνου τομᾶ, καὶ διάμετρος αὐτᾶς ἃ
 10 ΓΑ, δῆλον· ὅτι δὲ μείζων, δεικτέον. τὸ γὰρ ὑπὸ τῶν
 ΠΧ, ΧΡ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ ΜΧ, ΧΑ τὸν
 αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τῆς ΒΤ ποτὶ τὸ ἀπὸ
 τῆς ΝΤ, ἐπεὶ παρα τὰς ἐπιφανούσας ἐντὶ αἱ ΠΡ, ΜΑ.
 ἔλασσον δὲ ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΠΧ, ΧΡ περιεχόμενον
 15 τοῦ ὑπὸ τῶν ΜΧ, ΧΑ, ἐπεὶ καὶ ἃ ΧΠ τῆς ΧΑ.
 ἔλασσον ἄρα ἐστὶν καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΤ τετράγωνον
 τοῦ ἀπὸ τῆς ΤΝ. ὥστε καὶ τὰ ἀπὸ τῶν καθέτων
 τετράγωνα τῶν ἀπὸ τῆς τομᾶς ἐπὶ τὰν ΑΓ ἀγομέναν
 ἐλάσσονά ἐντι τῶν ὑπὸ τῶν τμαμάτων τῆς ΑΓ περι-
 20 εχομένων. δῆλον οὖν, ὅτι μείζων ἐντὶ διάμετρος
 ἃ ΓΑ.

εἰ κα τὸ ἐπιπλατὺ σφαιροειδὲς ἐπιπέδω τμαθῆ,
 τὰ μὲν ἄλλα τὰ αὐτὰ ἐσσεῖται, τῶν δὲ διαμέτρων ἃ
 ἐλάσσων ἐσσεῖται ἃ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ σφαιροειδεῖ.
 25 ἐξ αὐτῶν δὲ φανερόν ἐν πάντεσσι τοῖς σχημάτεσσιν,

1. τῆ] τα δε F. 3. δέ] scripsi; δη F, uulgo. 4. ὁμοίως] syllab. ως per comp. F. δειχθήσεται Nizsius. 5. τῶν] (prim.) των F; corr. Torellius. 6. ἀγμέναν] scripsi; αγμενας F, uulgo; ἀγομένας A*, ed. Basil.; ἀγομέναν Torellius. 13. ΜΑ] ΜΠ FBC*. 15. ἃ] η F; corr. Torellius. 18. τῶν ἀπό] Torellius; των απο F, uulgo. τῆς] των FC*. 19. ελασσαν F; corr. Torellius. ὑπὸ τῶν] Torellius; οπο των F, uulgo. περιεχομενα F; corr. Torellius. 23. ἃ ἐλάσσων] scripsi; ἃ

• BT ad BA perpendicularis, et HN lineae AG parallela sectionem conii acutianguli in N puncto contingens. ducatur autem etiam MA per X punctum lineae AG parallela. itaque eodem modo, quo antea¹⁾, demonstrabitur, quadrata linearum a sectione [circum AG descripta] ad AG perpendicularium ductarum ad rectangula partibus lineae AG [ab ipsis effectis] comprehensa eandem rationem habere, quam BT^2 ad TN^2 . hinc igitur adparet, sectionem esse conii acutianguli sectionem, cuius [altera] diameter sit GA [Apollon. I, 21]. sed maiorem diametrum eam esse, demonstrandum est. est enim $PIX \times XP : MX \times XA = BT^2 : NT^2$, quoniam IP , MA lineis contingentibus parallelae sunt [prop. 3]. sed $PIX \times XP < MX \times XA$, quia

$$XI < XA.^2)$$

quare etiam $BT^2 < TN^2$. itaque etiam quadrata linearum a sectione ad AG lineam perpendicularium ductarum minora sunt rectangulis partibus lineae AG comprehensis. adparet igitur, GA maiorem esse diametrum.³⁾

Si sphaeroides latum plano secatur, cetera eadem erunt, sed linea intra sphaeroides comprehensa minor diameter erit.

Inde adparet, in omnibus figuris⁴⁾, si planis paral-

1) P. 346, 16 sq.; p. 350, 12 sq.

2) Nam $XI = XP$, $XM = XA$, et diameter minor omnium linearum per centrum ductarum minima est.

3) Nam etiam quadratum dimidii alterius axis minus est quarta parte quadrati lineae AG ; cfr. p. 353 not. 2.

4) H. e. et conoidibus et sphaeroidibus.

ὅτι, εἰ καὶ παραλλήλοις ἐπιπέδοις τμαθῆ, αἱ αὐτῶν τομαὶ ὁμοίαι ἐσσοῦνται. τὰ γὰρ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν καθέτων ποτὶ τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τμαμάτων τοὺς αὐτοὺς λόγους ἐξοῦντι.

5

ιε'.

Ἐν τῷ ὀρθογωνίῳ κωνοειδεῖ ἀπὸ παντὸς ὀτουοῦν σαμείου τῶν ἐν τῷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κωνοειδέος τῶν ἀγομέναν εὐθειᾶν παρὰ τὸν ἄξονα αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγομέναι, ἐφ' ἃ ἐντι τὰ κυρτὰ αὐτοῦ, ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ κωνοειδέος, αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα ἐντός.

10

Ἀχθέντος γὰρ ἐπιπέδου διὰ τε τοῦ ἄξονος καὶ τοῦ σαμείου, ἀφ' οὗ ἡ παράλληλος ἀγέται τῷ ἄξονι, ἡ τομὰ ἐσσεῖται ὀρθογωνίου κώνου τομὰ· διάμετρος δὲ αὐτῆς ὁ ἄξων τοῦ κωνοειδέος. ἐν δὲ τῷ ὀρθογωνίου κώνου τομῷ ἀπὸ παντὸς σαμείου τοῦ ἐπὶ τῆς τομῆς ἀγομέναν παρὰ τὴν διάμετρον εὐθειᾶν αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγομέναι, ἐφ' ἃ ἐντι τὰ κυρτὰ αὐτῆς, ἐκτὸς πίπτουσι, αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα ἐντός. δῆλον οὖν τὸ προτεθέν.

15

Ἐν τῷ ἀμβλυγωνίῳ κωνοειδεῖ ἀπὸ παντὸς σαμείου τῶν ἐν τῷ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ τῶν ἀγομέναν εὐθειᾶν παρὰ τινὰ γραμμάν, ἣ ἐστὶν ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀγμένη διὰ τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδέος, αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγομέναι, ἐφ' ἃ ἐντι τὰ κυρτὰ αὐτοῦ, ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ κωνοειδέος, αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα ἐντός.

20

25

2. τὰ ἀπό] ταν απο F; corr. Torellius.

3. τῶν] Torell-

lius; των F, uulgo.

5. ιε' Torellius.

10. κωνοειδέος F.

12. παράλληλος ed. Basil., Torellius (non BC*).

ἡ τομὰ]

scripsi; τομα F, uulgo.

16. τῶν ἀγομέναν Torellius.

17.

αὐτῆς] αὐτῆ F; corr. Torellius.

18. πίπτουσι F.

22.

lelis secentur, sectiones earum similes futuras esse. nam quadrata perpendicularium ad rectangula partibus [diametri] comprehensa easdem rationes habebunt.¹⁾

XV.

a) In conoide rectangulo earum linearum, quae a quouis puncto in superficie conoidis posito axi parallelae ducuntur, eae, quae in eandem partem ducuntur, in qua est conuexa eius pars, extra conoides cadent, quae uero in alteram partem ducuntur, intra.

si enim planum ducitur simul per axem et per id punctum, unde ducitur linea axi parallela, sectio erit coni rectanguli sectio [prop. 11, a], diametrus autem eius axis conoidis. sed in sectione coni rectanguli earum linearum, quae a quouis puncto sectionis diametro parallelae ducuntur, eae, quae in eandem partem ducuntur, in qua est pars eius conuexa, extra [sectionem] cadunt, quae uero in alteram partem ducuntur, intra. constat igitur propositum.

b) In conoide obtusiangulo earum linearum, quae a quouis puncto in superficie eius posito ducuntur parallelae lineae, quae in conoide per uerticem coni conoides comprehendentis ducta est, eae, quae in eandem partem ducuntur, in qua est pars eius conuexa, extra conoides cadent, quae uero in alteram partem ducuntur, intra.

1) Eam enim habebunt rationem, quam $BT^2 : TN^2$ (prop. 12, 13, 14); tum u. p. 327 not. 2.

$\acute{\alpha}\gamma\mu\acute{\epsilon}\nu\alpha$] scripsi; $\alpha\gamma\omicron\mu\epsilon\nu\alpha\varsigma$ F, uulgo; $\acute{\alpha}\gamma\omicron\mu\acute{\epsilon}\nu\alpha$ Torellius. 23. τό] τω F; corr. BC.

ἀχθέντος γὰρ ἐπιπέδου διὰ τε τᾶς εὐθείας τᾶς ἐν
 τῷ κωνοειδεὶ ἀγομέναις διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου
 τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς καὶ διὰ τοῦ σαιμείου,
 ἀφ' οὗ ἀγέται ἅ ἐς αὐτό, ἅ τομὰ ἐσσεῖται ἀμβλυγω-
 5 νίου κώνου τομὰ, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἅ ἀπὸ τᾶς κο-
 ρυφᾶς τοῦ κώνου ἐν τῷ κωνοειδεὶ ἀγομένα. ἐν δὲ
 τᾷ τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾷ ἀπὸ παντὸς σαιμείου
 τοῦ ἐπὶ τᾶς τομᾶς τῶν ἀγομένων εὐθειῶν παρὰ τὰν
 οὕτως ἀγμέναν γραμμᾶν αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγομέναι,
 10 ἐφ' ἧ ἔστιν αὐτᾶς τὰ κυρτά, ἐκτὸς πίπτουσι, αἱ δὲ
 ἐπὶ θάτερα ἐντός.

Εἰ κα τῶν κωνοειδέων σχημάτων ἐπίπεδον ἐφα-
 πτήται μὴ τέμνον τὸ κωνοειδὲς, καθ' ἓν μόνον ἀψέται
 σαιμειον, καὶ τὸ διὰ τᾶς ἀφᾶς καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπε-
 15 δον ἀχθὲν ὀρθὸν ἐσσεῖται ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον.

ἐφαπτέσθω γάρ, εἰ δυνατόν, κατὰ πλείονα σαιμεία.
 λαφθέντων δὴ δύο σαιμείων, καθ' ἃ ἀπτέται τὸ ἐπι-
 ψαῦον ἐπίπεδον τοῦ κωνοειδέος, καὶ ἀφ' ἑκατέρου
 παρὰ τὸν ἄξονα εὐθειῶν ἀχθειςᾶν ἀπὸ τῶν ἀχθειςᾶν
 20 παρὰ τὸν ἄξονα ἐπίπεδον ἐκβληθὲν ἦτοι διὰ τοῦ ἄξονος
 ἢ παρὰ τὸν ἄξονα ἐσσεῖται ἀγμένον. ὥστε τὰν τομᾶν
 ποιήσει κώνου τομᾶν, καὶ τὰ σαιμεία ἐσσοῦνται ἐν τᾷ
 τοῦ κώνου τομᾷ, ἐπεὶ ἐν τε τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐντὶ καὶ ἐν
 τῷ ἐπιπέδῳ. ἅ οὖν μεταξὺ τῶν σαιμείων εὐθεῖα ἐντὸς
 25 ἐσσεῖται τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς· ὥστε καὶ τᾶς τοῦ κω-
 νοειδέος ἐπιφανείας ἐντὸς ἐσσεῖται. ἔστιν δὲ ἡ εὐθεῖα

3. κωνοειδὲς F. 4. ἐς αὐτό] scripsi; σεαυτα F, uulgo;
 παρ' αὐτῶν Nizzius; „aequidistans illi“ Cr. 7. τομᾷ] του F;
 corr. Torellius. 12. εφαπτεται F; corr. Torellius. 17. δῆ]
 scripsi; δε F, uulgo; „igitur“ Cr. 19. ἀπό] scripsi; απο δε
 F, uulgo. 20. παρὰ] τῶν παρὰ? 22. σαιμεία] σα- supra
 m. 1 F. 23. ἐπεὶ] Nizzius; επει ουν F, uulgo.

nam si planum ducitur simul per lineam, quae in conoide per uerticem conii conoides comprehendentis ducitur, et per punctum, unde ducitur linea conoidei adplicata, sectio erit conii obtusianguli sectio, et diametrus eius linea in conoide a uertice conii ducta [prop. 11, b]. sed in sectione conii obtusianguli earum linearum, quae a quouis puncto sectionis lineae ita ductae parallelae ducuntur, eae, quae in eandem partem ducuntur, in qua pars eius conuexa est, extra [sectionem] cadunt, quae uero in alteram, intra.

c) Si planum figuras conoideon contingit conoides non secans, in uno solo puncto tanget, et planum per punctum contactus et axem ductum ad planum contingens perpendiculare erit.

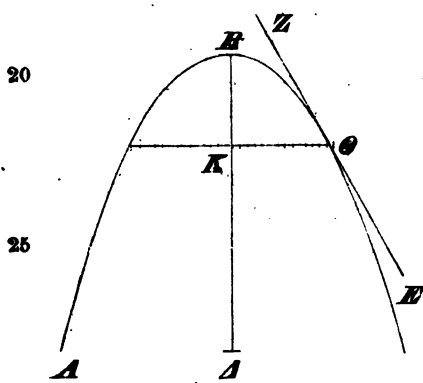
contingat enim, si fieri potest, in pluribus punctis. sumptis igitur duobus punctis, in quibus planum contingens conoides tangat, et ab utroque lineis axi parallelis ductis, planum per lineas axi parallelas¹⁾ ductum aut per axem aut axi parallelum ductum erit.²⁾ quare sectio conii erit sectio [prop. 11], et puncta in conii sectione erunt, quoniam et in superficie [conoideis] sunt et in plano. itaque linea puncta iungens intra conii sectionem erit.³⁾ quare etiam intra superficiem conoideis erit. sed ea ipsa linea in plano contingenti est, quia etiam puncta in eo sunt. itaque quaedam pars plani

1) Adparet, iungendum esse lin. 19. 20: τῶν ἀχθεισῶν παρὰ τὸν ἄξονα : τῶν παρὰ τὸν ἄξονα ἀχθεισῶν; sed fortasse scribendum: τῶν παρὰ.

2) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 17.

3) Apollon. con. I, 10.

αὐτὰ ἐν τῇ ἐπιφανύοντι ἐπιπέδῳ, διότι καὶ τὰ σαρμεῖα
 τοῦ ἄρα ἐπιφανύοντος ἐπιπέδου ἐσσεύεται τι ἐντὸς τοῦ
 κωνοειδέος· ὅπερ ἀδύνατον. ὑπέκειτο γὰρ μὴ τέμνειν.
 καθ' ἣν ἄρα μόνον ἀψεται σαρμεῖον. ὅτι δὲ καὶ τὸ
 5 διὰ τῆς ἀφᾶς καὶ τοῦ ἄξονος ἐπιπέδου ἀχθὲν ὀρθὸν
 ἐσσεύεται ποτὶ τὸ ἐπιφανύον, εἰ κατὰ τὰν κορυφᾶν τοῦ
 κωνοειδέος ἐραπτέται, δῆλον. ἀχθέντων γὰρ διὰ τοῦ
 ἄξονος δύο ἐπιπέδων τοῦ κωνοειδέος αἱ τομαὶ ἐσσουν-
 10 ται κώνων τομαὶ διάμετρον ἔχούσαι τὸν ἄξονα, τοῦ
 δὲ ἐπιφανύοντος ἐπιπέδου [α'] εὐθείαι ἐπιφανούσαι τὰν
 τῶν κώνων τομῶν κατὰ τὸ πέρας τῆς διαμέτρου. αἱ
 δὲ εὐθείαι αἱ ἐπιφανούσαι τὰν τῶν κώνων τομῶν κατὰ
 τὸ πέρας τῆς διαμέτρου ὀρθᾶς ποιῶντι γωνίας ποτὶ
 τὰν διάμετρον. ἐσσουνται οὖν ἐν τῇ ἐπιφανύοντι ἐπι-
 15 πέδῳ δύο εὐθείαι ποτ' ὀρθᾶς τῇ ἄξονι. ὀρθὸν οὖν
 ἐσσεύεται ποτὶ τὸν ἄξονα τὸ ἐπίπεδον, ὥστε καὶ ποτὶ
 τὸ διὰ τοῦ ἄξουος. ἀλλὰ ἔστω μὴ κατὰ τὰν κορυφᾶν



30 κώνων τομῆς ἀπτομένα κατὰ τὸ Θ. ἀπὸ δὲ τοῦ Θ

6. ε] om. F; corr. Torellius.

7. ἐραπτῆται Torellius.

contingentis intra conoides erit. quod fieri non potest. nam suppositum est, planum non secare. in uno igitur solo puncto continget. planum autem per punctum contactus et axem ductum perpendicularare ad planum contingens fore, statim adparet, si in uertice conoidis contingit. ductis enim per axem duobus planis sectiones conoidis erunt conorum sectiones diametrum habentes axem [prop. 11]; sectiones uero plani contingentis lineae sectiones conorum in termino diametri contingentes. lineae autem sectiones conorum in termino diametri contingentes cum diametro rectos angulos faciunt.¹⁾ itaque in plano contingenti duae lineae ad axem perpendiculares erunt. quare planum ipsum ad axem perpendicularare erit [Eucl. XI, 4]; quare etiam ad planum per axem positum [Eucl. XI, 18]. sed planum ne in uertice conoidis contingat. ducatur igitur planum per punctum contactus et axem. et sectio conoidis sit $AB\Gamma$ conici sectio [prop. 11, a--b], axis autem et diameter sectionis sit BA . plani uero contingentis sectio sit linea $E\Theta Z$ sectionem conici in Θ puncto tangens. et a Θ puncto ducatur linea ΘK

1) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 47 nr. 4.

8. τοῦ κωνοειδούς] τοῦ μὲν κων. ? εἰσονται F. 9. κωνον F. 10. αἰ] deleo. 11. αἰ δὲ εὐθείαι usque ad τὰς διαμέτρων lin. 13 ego suppleni; om. F, ulgo. 14. εἰσονται F. 16. ποτὶ] (alt.) πρὸς per comp. F; corr. Torellius. 24. $AB\Gamma$] Torellius; $B\Gamma$ F, ulgo.

κάθετος ἄρθω ἐπὶ τὰν $ΒΔ$ ἢ $ΘΚ$, καὶ ἐπίπεδον ἀνεστακέτω ὀρθὸν ποτὶ τὸν ἄξονα. ποιήσει δὴ τοῦτο τὰν τομὰν κύκλον, οὗ κέντρον τὸ $Κ$. ἢ δὲ τομὰ τούτου τοῦ ἐπιπέδου καὶ τοῦ ἐπιψαύοντος ἐσσεύεται
 5 ἐπιψαύουσα τοῦ κύκλου. ὀρθὰς ἄρα ποιήσει γωνίας ποτὶ τὰν $ΘΚ$. ὥστ' ὀρθὰ ἐσσεύεται ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τό, ἐν ᾧ ἐντι αὖ $ΚΘ$, $ΒΔ$. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ὀρθὸν ἐστὶ ποτὶ τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον, ἐπεὶ καὶ αὖ ἐν αὐτῷ εὐθεῖαι.

10

ις.

Εἰ κα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὀποτερουοῦν ἐπίπεδον ἀπτήται μὴ τέμνον τὸ σχῆμα, καθ' ἐν μόνον ἀπέται σαμεῖον, καὶ τὸ διὰ τὰς ἀφᾶς καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον ἄρθεν ὀρθὸν ἐσσεύεται ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον ἐπί-
 15 πεδον.

ἀπτέσθω γὰρ κατὰ πλείονα σαμεῖα. λαφθέντων δὴ τῶν σαμείων, καθ' ἃ ἀπτέται τὸ ἐπίπεδον τοῦ σφαιροειδέος, καὶ ἀφ' ἑκατέρου αὐτῶν παρὰ τὸν ἄξονα εὐθειᾶν ἄρθεισᾶν καὶ διὰ τῶν ἄρθεισᾶν ἐπιπέδου ἐκ-
 20 βληθέντος ἢ τομὰ ἐσσεύεται ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, καὶ τὰ σαμεῖα ἐσσοῦνται ἐν τᾷ τοῦ κώνου τομᾷ. ἢ οὖν μεταξὺ τῶν σαμείων εὐθεῖα ἐντὸς ἐσσεύεται τὰς τοῦ κώνου τομᾶς. ὥστε καὶ τὰς τοῦ σφαιροειδέος ἐπιφανείας ἐντὸς ἐσσεύεται. ἔστιν δὲ ἢ εὐθεῖα ἐν τῷ
 25 ἐπιψαύοντι ἐπιπέδῳ, διότι καὶ τὰ σαμεῖα τοῦ οὖν ἐπιψαύοντος ἐπιπέδου ἐσσεύεται τι ἐντὸς τοῦ σφαιρο-

2. ποτὶ] scripsi; ἐπι F, uulgo; u. Philol. Samfd. Minde-
 skrift. Haun. 1879 p. 19. δῆ] scripsi; δε F, uulgo. 7. τό,
 ἐν] τω, ἐν F; corr. C. ὅτι] ὅτι καὶ A (non BC*), ed. Ba-
 sil., Torellius. 10. ις' Torellius. 11. ὀποτερουοῦν] scripsi;
 οποτερουονν F, uulgo. 17. δῆ] scripsi; δε F, uulgo. τῶν]

ad $B\Delta$ perpendicularis, et [in ea] planum erigatur ad axem perpendicularare. hoc igitur sectionem circulum faciet, cuius centrum sit K [prop. 11, a—b]. sectio autem huius plani et plani contingentis circulum continget. itaque cum $\odot K$ rectos angulos faciet [Eucl. III, 18]. quare ad planum, in quo sunt lineae $K\odot$, $B\Delta$, perpendicularis erit [Eucl. XI def. 4]. adparet igitur, planum contingens ad idem planum perpendicularare esse, quoniam etiam lineae in eo positae [ad idem planum perpendicularares sunt. Eucl. XI, 18].

XVI.

a) Si planum utramvis figurarum sphaeroideôn tangit non secans figuram, in uno solo puncto tanget, et planum per punctum contactus et axem ductum ad planum contingens perpendicularare erit.¹⁾

tangat enim in pluribus punctis. sumptis igitur punctis, in quibus planum sphaeroides tangit, et ab utroque eorum lineis axi parallelis ductis et per ductas lineas plano posito sectio erit coni acutianguli sectio [prop. 11, c], et puncta in coni sectione erunt. itaque linea puncta iungens intra coni sectionem erit [Apollon. I, 10]. quare etiam intra superficiem conoidis erit. ea autem linea in plano contingenti est, quia etiam puncta [in eo sunt]. itaque pars quaedam plani contingentis intra sphaeroides erit. at non est; nam

1) Praef. p. 282, 16: ὅτι δὲ τὰ ἐπιφανύοντα ἐπίπεδα τοῦ σφαιροειδέος καθ' ἓν μόνον ἀπτόνται σαυσιὸν τῆς ἐπιφανείας αὐτοῦ.

δύο Nizzius, fort. recte. 19. εὐθείαι ἀχθῶσιν F; corr. Torellius. τῶν ἀχθῶσεων F; corr. Torellius.

ειδός. οὐκ ἔστιν δέ. ὑπέκειτο γὰρ μὴ τέμνειν. δῆ-
 λον οὖν, ὅτι καθ' ἕν σαμειον μόνον ἀφέται. ὅτι δέ
 τὸ διὰ τῆς ἀφᾶς καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν ὀρθὸν
 ἐσσεύεται ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐπιψαῦον, ὁμοίως τοῖς
 5 περὶ τῶν κωνοειδέων σχημάτων δειξοῦμεν.

Εἰ κα τῶν κωνοειδέων ἢ τῶν σφαιροειδέων σχη-
 μάτων ὁποιοῦν ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ
 τῆς γενομένης τομαῆς ἐπιψαύουσά τις ἀχθῆ εὐθεῖα, καὶ
 διὰ τῆς ἐπιψαυούσας ἐπίπεδον ἀνασταθῆ ὀρθὸν ποτὶ
 10 τὸ τέμνον, ἐπιψαύει τοῦ σχήματος κατὰ τὸ αὐτὸ σα-
 μειον, καθ' ὃ καὶ ἡ εὐθεῖα ἐπιψαύει τῆς τοῦ κώνου
 τομαῆς.

οὐ γὰρ ἀφέται κατ' ἄλλο σαμειον τῆς ἐπιφανείας
 αὐτοῦ. εἰ δὲ μή, ἡ ἀπὸ τοῦ σαμείου κάθετος ἀγο-
 15 μένα ἐπὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον πεσεύεται ἐκτός τῆς τοῦ
 κώνου τομαῆς. ἐπὶ γὰρ τὴν ἐπιψαύουσαν πεσεύεται, ἐπεὶ
 ὀρθὰ ποτ' ἄλλαλά ἐντι τὰ ἐπίπεδα. ὅπερ ἀδύνατον.
 ἐδειχθη γὰρ, ὅτι ἐντός πεσεύεται.

Εἰ κα τῶν σφαιροειδέων τινὸς σχημάτων δύο ἐπί-
 20 πεδα παράλληλα ἐπιψαύωντι, ἡ τῆς ἀφᾶς ἐπιξενγνύουσα
 εὐθεῖα διὰ τοῦ κέντρου τοῦ σφαιροειδούς πορευσέται.

εἰ μὲν οὖν κα ποτ' ὀρθὰς τῶ ἄξονι τὰ ἐπίπεδα
 ἔωντι, δῆλον. ἀλλ' ἔστω μὴ ποτ' ὀρθὰς. τὸ δὲ ἐπί-
 πεδον τὸ ἀχθὲν διὰ τοῦ ἄξονος καὶ τῆς ἀφᾶς τῆς
 25 ἐτέρας ὀρθὸν ἐσσεύεται ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον.
 ὥστε καὶ ποτὶ τὸ παράλληλον αὐτῶ. ἀναγκαῖον ἄρα

1. τέμνον B. 5. δειξοῦμεν] om. F; suppluit Torellius;
 „et in hoc demonstrabimus“ Cr. 6. τῶν κωνοειδέων ἢ] om.
 F; suppluit Barrowius. 10. ἐπιψαύσει Torellius. 11. ἡ]
 η F; corr. Torellius, ut etiam lin. 14. 13. ἄλλο] ἄλλο σν FC*;
 fort. ἄλλο τι. 15. ἐκτός] ἐντος F; corr. Commandinus. 17.
 ἐντι τὰ] scripsi; ἔωντι F, ulgo. 18. ἢ] Torellius. 20.

suppositum est, id non secare. adparet igitur, in uno solo puncto [planum] tacturum esse. planum autem per punctum contactus et axem positum ad planum contingens perpendicularare futurum esse, eodem modo, quo in figuris conoidibus, demonstrabimus [p. 360, 4 sq.].

b) Si quaecuis figurarum conoideōn uel sphaeroideōn plano per axem posito secatur, et sectionem inde ortam contingens linea ducitur, et in linea contingenti planum erigitur ad secans planum perpendicularare, figuram in eodem puncto contingit, in quo linea illa coni sectionem contingit.

neque enim in alio puncto superficiei eius tanget. si minus, linea a puncto illo ad plazum secans perpendicularis ducta extra coni sectionem cadet. nam in lineam contingentem cadet, quoniam plana inter se perpendiculararia sunt.¹⁾ quod fieri non potest. nam demonstratum est, intra [coni sectionem] eam casuram esse [prop. 11, d].

c) Si duo plana parallela quamuis figurarum sphaeroideōn contingunt, linea puncta contactus iungens per centrum sphaeroidis ibit [cfr. p. 282, 18]. — si primum plana ad axem perpendiculararia sunt, adparet.²⁾ sint uero ne perpendiculararia. itaque planum

1) Nam linea a puncto illo contactus ad lineam contingentem perpendicularis ad planum secans perpendicularis erit (Eucl. XI def. 4), nec ab eodem puncto duae lineae ad idem planum perpendicularares ducuntur.

2) Tum enim in terminis diametri contingunt (cfr. p. 360 11 sq.).

ἐπιψαύοντι] scripsi; *ἐπιψαυοντι* F, ulgo. 22. *εἶ*] Nizzius; *ὄτι* per comp. F, ulgo. *κα ποτ'*] scripsi; *κατ'* F, ulgo. 25. *ποτ'*] V; *προς* F (per comp.) A, BC*; *ἐπί* D.

τὸ αὐτὸ εἶμεν ἐπίπεδον τὸ διὰ τοῦ ἄξονος καὶ ἑκα-
 τέραν τῶν ἀφᾶν ἀγμένον. εἰ δὲ μὴ, ἔσσονται δύο
 ἐπίπεδα ποτὶ τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον ὀρθὰ διὰ τῆς αὐτῆς
 γραμμᾶς ἀγμένα οὐκ ἑούσας ὀρθᾶς ποτὶ τὸ ἐπίπεδον.
 5 ὑπέκειτο γὰρ ὁ ἄξων μὴ εἶμεν ὀρθὸς ποτὶ τὰ παρά-
 ληλα ἐπίπεδα. ἐν τῷ αὐτῷ ἄρα ἔσσονται ἐπιπέδῳ
 ὃ τε ἄξων καὶ αἱ ἀφαί, καὶ τετρακὸς ἔσσειται τὸ σφαι-
 ροειδὲς διὰ τοῦ ἄξονος. ἂ οὖν τομὰ ἔσσειται ὀξυγ-
 νίου κώνου τομὰ, αἱ δὲ τῶν ἐπιφανόντων ἐπιπέδων
 10 τομαὶ παραλλήλοι ἔσσονται καὶ ἐπιφανούσαι τῆς τοῦ
 ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς κατὰ τὰς ἀφᾶς τῶν ἐπιπέδων.
 εἰ δὲ καὶ δύο εὐθείαι ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἐπι-
 ψαύοντι παραλλήλοι ἑούσαι, τότε τε κέντρον τῆς τοῦ
 ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς καὶ αἱ ἀφαί ἐπ' εὐθείας
 15 ἔσσονται.

ιζ'.

Εἰ καὶ τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποτεροῦν
 δύο παράλληλα ἐπίπεδα ἀχθῆ ἐπιψαύοντα, ἀχθῆ δὲ
 τι ἐπίπεδον διὰ τοῦ κέντρον τοῦ σφαιροειδέος παρὰ
 20 τὰ ἐπιψαύοντα, αἱ διὰ τῆς γενομένης τομᾶς ἀγομέναι
 εὐθείαι παρὰ τὰν τὰς ἀφᾶς ἐπιξευγνύουσιν ἐκτὸς
 πεσοῦνται τοῦ σφαιροειδέος.

3. ὀρθαν FC*. 7. τετμηκος F; corr. Torellius. 9. ἐπι-
 ψανόντων] scripsi; ἐπιφανουσων F, vulgo. 10. εσονται F;
 corr. Torellius. καί] scripsi; αἱ F, vulgo. 15. ἔσσονται]
 scripsi; εωντι F; ἔοντι vulgo. 16. ιθ' Torellius.

per axem et alterum punctum contactus ductum ad planum contingens perpendiculare erit [p. 362]. quare etiam ad planum ei parallelum [perpendiculare erit].¹⁾ necesse est igitur, planum per axem et utrumque punctum contactus ductum idem esse. nam si minus, duo plana ad idem planum perpendicularia erunt per eandem lineam ducta, quae ad planum perpendicularis non est.²⁾ suppositum enim est, axem ad plana parallela perpendicularem non esse. itaque et axis et puncta contactus in eodem plano erunt, quod sphaeroides per axem secabit.³⁾ itaque sectio conici acutianguli erit [prop. 11, c], sectiones autem planorum contingentium parallelae erunt [Eucl. XI, 16] et sectionem conici acutianguli in punctis contactus planorum contingent. sin autem duae lineae parallelae sectionem conici acutianguli contingunt, et centrum sectionis conici acutianguli et puncta contactus in eadem linea recta erunt.⁴⁾

XVII.

Si ducuntur duo plana parallela utramvis figurarum sphaeroideon contingentia, et per centrum sphaeroidis planum contingentibus parallelum ducitur, lineae per⁵⁾ sectionem inde ortam ductae parallelae lineae puncta contactus iungenti extra sphaeroides cadent.

1) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 18.

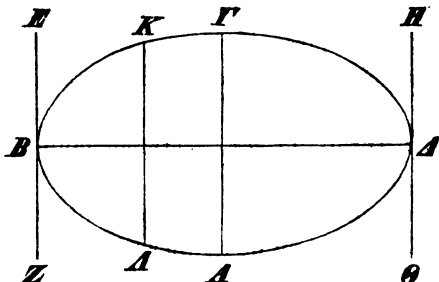
2) Quod fieri non potest; u. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 182 nr. 20.

3) Ad *τετρακῆς ἐσσεῖται*, quod actiuum est, subiectum est τὸ ἐπίπεδον (in quo et axis et puncta contactus sunt).

4) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 49, nr. 8.

5) *διὰ*, non *ἀπό*, quod expectaueris, posuit Archimedes, quia lineae illae in utramque partem sectionis producendae sunt.

ὑποκείσθω τὰ εἰρημένα, καὶ λειλάφθω τι σαμεῖον ἐπὶ τῆς γενομένης τομᾶς, διὰ δὲ τοῦ γενομένου σαμείου καὶ τῆς εὐθείας τῆς τῆς ἀφᾶς ἐπιξενγνύουσας ἐπίπεδον ἄχθω. τεμεῖ δὴ τοῦτο τό τε σφαιροειδὲς 5 καὶ τὰ παράλληλα ἐπίπεδα. ἔστω οὖν ἅ μὲν τοῦ σφαιροειδέος τομὰ ἅ $ΑΒΓΔ$ [ὀξυγωνίου] κώνου τομὰ, αἱ δὲ τῶν ἐπιπέδων τῶν φανόντων τομαὶ αἱ $ΕΖ$, $ΗΘ$



εὐθείαι, τὸ δὲ λαφθὲν σαμεῖον τὸ $Α$, ἅ δὲ τῆς ἀφᾶς ἐπιξενγνύουσα ἔστω ἅ $ΒΔ$ · πεσεῖται δὲ αὐτὰ διὰ τοῦ 10 κέντρου· ἅ δὲ τοῦ παράλληλου ἐπιπέδου τοῖς ἐπιφανόντεσιν ἐπιπέδοις τομὰ ἅ $ΓΑ$ · ἐσσεῖται δὲ αὐτὰ διὰ τοῦ κέντρου ἄγμένα, ἐπεὶ καὶ τὸ ἐπίπεδον. ἐπεὶ οὖν ἔστιν ἅ $ΑΒΓΔ$ ἥτοι κύκλος ἢ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, καὶ ἐπιφανόντι αὐτᾶς δύο εὐθείαι αἱ $ΕΖ$, $ΗΘ$, διὰ 15 δὲ τοῦ κέντρου ἄχται παράλληλος αὐταῖς ἅ $ΑΓ$, δῆλον, ὡς αἱ ἀπὸ τῶν $Α$, $Γ$ ἄγομέναι σαμείων παρὰ τὰν $ΒΔ$ ἐπιφανόντι τῆς τομᾶς καὶ ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ σφαιροειδέος, — εἰ δὲ καὶ τὸ παράλληλον ἐπίπεδον τοῖς ἐπιφανόντεσιν ἐπιπέδοις μὴ διὰ τοῦ κέντρου 20 ἄγμένον ἦ, ὡς τὸ $ΚΑ$, δῆλον, ὡς τὰν ἀπὸ τῆς τομᾶς

2. γενομένου] delet Nizzius. 4. δῆ] Nizzius; δε F, uulgo.
7. ἐπιφανόντων? 8. δέ] Nizzius; δη F, uulgo. 9. πεσεῖ-

supposita sint ea, quae diximus, et sumatur punctum aliquod in sectione orta, et per punctum ita sumptum et lineam puncta contactus iungentem planum ducatur. hoc igitur et sphaeroides et plana parallela secabit. itaque sphaeroidis sectio sit $AB\Gamma\Delta$ conici [acutianguli]¹⁾ sectio [prop. 11, c], sectiones uero planorum contingentium lineae EZ , $H\Theta$, et punctum sumptum A , et linea puncta contactus iungens sit $B\Delta$; cadet autem per centrum [prop. 16, c]. plani autem planis contingentibus paralleli sectio sit ΓA linea; ea autem per centrum ducta erit, quoniam etiam planum [per centrum ductum est]. quare quoniam $AB\Gamma\Delta$ aut circulus²⁾ aut sectio conici acutianguli est [prop. 11, c], et eam contingunt duae lineae EZ , $H\Theta$, et per centrum iis parallela ducta est linea $A\Gamma$, adparet, lineas a punctis A , Γ ductas lineae $B\Delta$ parallelas sectionem contingere³⁾ et extra sphaeroides casuras esse.

sin planum contingentibus planis parallelum non per centrum ductum est, uelut KA , adparet, linearum

1) Putauerim, *ὀξυγωνίου* lin. 6 delendum esse, cum sequatur lin. 13: *ἤτοι κύκλος ἢ ὀξυγωνίου κώνου τμήμα.*

2) Hoc fit, ubi plana parallela in terminis diametri sphaeroidis contingunt, et punctum ita sumitur, ut linea ab eo ad id planum perpendicularis, quod per puncta contactus positum est, in ipsam lineam puncta contactus iungentem cadat.

3) Apollon. I, 17; Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 49 nr. 9.

ται] πορεύεται Nizzius. *δέ]* scripsi; *δη* F, uulgo. 10. *επιφανοντεσι* F. 11. *δέ]* *δη* Nizzius. 14. *επιφανοντι* F; corr. Torellius. *αὐτᾶς]* Torellius cum V; *αὐται* F, uulgo. *δύο]* scripsi; *αι δυο* F, uulgo. 17. *ἐπιφανοντι]* scripsi; *επιφανοντι* F, uulgo; fort. *ἐπιφανουσῶντι*. *κα]* om. F; corr. Torellius. 18. *κα]* scripsi; *και* F, uulgo. 19. *επιφανοντεσι* *σαμειοις* μη F; corr. Torellius.

ἀγομένειαν εὐθειᾶν αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ γενομένοι τῷ
ἐλάσσονι τμάματι ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ σφαιροειδέος,
αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα ἐντὸς.

ιη'.

5 Πᾶν σχῆμα σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθὲν διὰ τοῦ
κέντρου δίχα τεμνέται ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου καὶ αὐτὸ καὶ
ἂ ἐπιφάνεια αὐτοῦ.

τετμάσθω γὰρ τὸ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ
κέντρου ἤτοι δὴ καὶ διὰ τοῦ ἄξονος ἐσσεῖται τετμα-
10 μένον ἢ ποτ' ὀρθὰς ἢ μὴ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι. εἰ
μὲν οὖν διὰ τοῦ ἄξονος τεμνέται ἢ ποτ' ὀρθὰς τῷ
ἄξονι, δῆλον, ὡς δίχα τεμνέται τε αὐτὸ καὶ ἂ ἐπι-
φάνεια αὐτοῦ. φανερόν γάρ, ὅτι ἐφαρμόξει τὸ ἕτερον
μέρος αὐτοῦ ἐπὶ τὸ ἕτερον, καὶ ἂ ἐπιφάνεια τοῦ ἑτέρου
15 μέρους ἐπὶ τὰν τοῦ ἑτέρου. — ἀλλ' ἔστω μὴ διὰ τοῦ
ἄξονος τετμαμένον μηδὲ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι. τμα-
θέντος δὴ τοῦ σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ ὀρθῶ ποτὶ τὸ
τέμνον ἐπίπεδον διὰ τοῦ ἄξονος αὐτοῦ μὲν τοῦ σχή-
ματος τομὰ ἔστω ἂ $AB\Gamma\Delta$ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ,
20 διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἔστω καὶ ἄξων τοῦ σφαιροειδέος
ἂ $B\Delta$, καὶ κέντρον τὸ Θ , τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ τετμα-

1. ἀγομένειαν] scripsi; ταν γενομεναν F, ulgo; τᾶς γενο-
μένας Nizzius. τῷ] scripsi; τω τε F, ulgo. 2. τμάματι]
sic F. 4. κ' Torellius. 10. ἢ μὴ ποτ' ὀρθὰς] om. F; corr.
Torellius; „aut erecto aut non erecto“ Cr. 12. τε] scripsi;
το F, ulgo; de uerborum ordine cfr. Xenoph. Hellen. III, 4,
3, al. 15. τοῦ ἑτέρου] scripsi; τοῦ om. F, ulgo. 16. μηδέ]
scripsi; μη F; μήτε ulgo.*

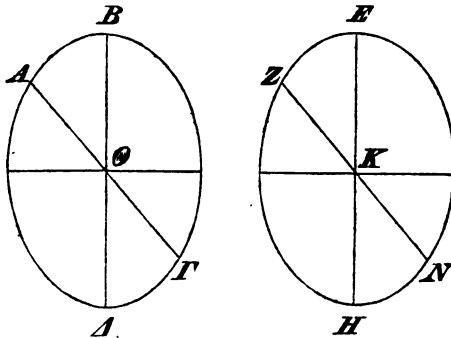
a sectione ductarum eas, quae in eadem parte sint, in qua sit minus segmentum, extra sphaeroides casuras esse, quae in altera parte sint, intra.

XVIII.

Quaecumque figura sphaeroides plano per centrum secta in duas partes aequales plano secatur et ipsa et superficies eius.

secetur enim sphaeroides plano per centrum ducto. erit igitur aut per axem quoque sectum aut plano ad axem perpendiculari aut non perpendiculari. iam si per axem vel plano ad axem perpendiculari secatur, adparet, et ipsum et superficiem eius in duas partes aequales secari. nam manifestum est, alteram partem eius alteri congruere, et superficiem alterius partis superficiei alterius.

sit autem ne per axem neu plano ad axem perpendiculari sectum. itaque secto sphaeroide per axem plano ad secans planum perpendiculari ipsius figurae sectio sit $AB\Gamma\Delta$ conii acutianguli sectio, diametrus



autem eius et axis sphaeroidis sit $B\Delta$, et centrum sit Θ , plani autem per centrum sphaeroides secantis sectio

κότης διὰ τοῦ κέντρου τὸ σφαιροειδὲς ἔστω τομὰ ἃ
ΑΓ εὐθεΐα. λελάφθω δὴ τι καὶ ἄλλο σφαιροειδὲς
 ἴσον καὶ ὁμοῖον τούτῳ, καὶ τμαθέντος αὐτοῦ διὰ τοῦ
 ἄξονος ἐπιπέδῳ τομὰ ἔστω ἃ *ΕΖΗΝ* ὀξυγωνίον
 5 κώνου τομὰ, διάμετρος δὲ αὐτᾶς καὶ ἄξων τοῦ σφαι-
 ροειδέος ἃ *ΕΗ*, καὶ κέντρον τὸ *Κ*. καὶ διὰ τοῦ *Κ*
 ἄχθω ἃ *ΖΝ* γωνίαν ποιούσα τὰν *Κ* ἴσαν τᾶ *Θ*, ἀπὸ
 δὲ τᾶς *ΖΝ* ἐπίπεδον ἔστω ἀνεστακὸς ὀρθὸν ποτὶ τὸ
 ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἔστιν ἃ *ΕΖΗΝ* τομὰ. ἐντὶ δὴ δύο
 10 ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ αἱ *ΑΒΓΔ*, *ΕΖΗΝ* ἴσαι καὶ
 ὁμοῖαι ἀλλάλαις. ἐφαρμόζονται οὖν ἐπ' ἀλλάλας, τε-
 θεΐσας τᾶς *ΕΗ* ἐπὶ τὰν *ΒΔ* καὶ τᾶς *ΖΝ* ἐπὶ τὰν
ΑΓ. ἐφαρμόζει δὲ καὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ κατα τὰν *ΝΖ*
 τῷ ἐπιπέδῳ τῷ κατὰ τὰν *ΑΓ*, ἐπεὶ ἀπὸ τᾶς αὐτᾶς
 15 γραμμᾶς ποτὶ τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον ἀμφοτέρω ὀρθά ἐντι.
 ἐφαρμόζει οὖν καὶ τὸ τμαῖμα τὸ ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου
 ἀποτεμνόμενον τοῦ κατὰ τὰν *ΝΖ* ἀπὸ τοῦ σφαιροει-
 δέος τὸ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ *Ε* τῷ ἑτέρῳ τμαμάτι τῷ ἀπο-
 τεμνομένῳ ἀπὸ τοῦ ἑτέρου σφαιροειδέος ὑπὸ τοῦ ἐπι-
 20 πέδου τοῦ κατὰ τὰν *ΑΓ* ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ *Β*, καὶ τὸ
 λοιπὸν τμαῖμα ἐπὶ τὸ λοιπὸν, καὶ αἱ ἐπιφανείαι τῶν
 τμαμάτων ἐπὶ τὰς ἐπιφανείας. πάλιν δὲ καὶ τεθεΐσας
 τᾶς *ΕΗ* ἐπὶ τὰν *ΒΔ* οὕτως, ὥστε τὸ μὲν *Ε* κατὰ τὸ
Δ κείσθαι, τὸ δὲ *Η* κατὰ τὸ *Β*, τὰν δὲ μεταξὺ τῶν
 25 *Ν*, *Ζ* σαμείων γραμμᾶν ἐπὶ τὰν μεταξὺ τῶν *Α*, *Γ*
 σαμείων, δῆλον, ὡς αἶ τε τῶν ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ
 ἐφαρμοξοῦντι ἐπ' ἀλλάλας, καὶ τὸ μὲν *Ζ* ἐπὶ τὸ *Γ*
 πεσεῖται, τὸ δὲ *Ν* ἐπὶ τὸ *Α*. ὁμοίως καὶ τὸ ἐπίπεδον

1. τὸ σφαιροειδές] scripsi; του σφαιροειδες FC*; τοῦ σφαι-
 ροειδέος vulgo. 7. ΖΝ] ΖΗ F. 9. δὴ δύο] scripsi; δια
 των F, vulgo; δὴ των Torellius. 11. ἀλλάλαις] Torellius;

sit linea AG . sumatur igitur etiam aliud sphaeroides huic aequale et simile, et secto eo plano per axem posito sectio sit $EZHN$ conici acutianguli sectio, diametrus autem eius et axis sphaeroidis EH [prop. 11, c] et centrum K . et per K ducatur ZN angulum K aequalem faciens angulo Θ , et in ZN planum erigatur ad id planum perpendicularare, in quo est sectio $EZHN$. itaque duae sectiones conorum acutiangulorum sunt inter se aequales et similes $AB\Gamma\Delta$, $EZHN$. quare inter se congruunt, linea EH in $B\Delta$ linea posita et linea ZN in AG . et etiam planum in NZ linea positum plano in linea AG posito congruit, quoniam utrumque ab eadem linea ad idem planum perpendicularare est [p. 367 not. 2]. quare etiam segmentum plano in linea NZ posito a sphaeroide abscisum in eadem parte positum, in quo est E punctum, alteri segmento congruit ab altero sphaeroide plano in linea AG posito absciso in eadem parte, in qua est B punctum, et reliquum segmentum reliquo, et superficies segmentorum inter se. rursus autem etiam linea EH in linea $B\Delta$ ita posita, ut E punctum in Δ ponatur, H autem in B , linea autem N, Z puncta iungens in linea puncta A, Γ iungenti, adparet fore, ut et sectiones conorum acutiangulorum inter se congruant, et Z punctum in Γ cadat, et N punctum in A . eodem

ἀλλήλαις F, uulgo. εφαρμοζονται F; corr. Torellius. ἄλλας F; corr. Torellius. 12. τὰς ΖΝ] α ΖΝ F; corr. Torellius.
 13. τῷ κατὰ F. 15. ποτὶ] ὀρθὰ ποτὶ Nizzius. ὀρθά] scripsi; om. F, uulgo. 18. τὸ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Ε] scripsi; τὸ ἐπὶ τὰς F, uulgo; τὰ αὐτὰ τῷ Ε, τὸ ἐπὶ τὰς Torellius; τὰ αὐτὰ τῷ Ε Nizzius. ἀποτεμνωμενω F. 21. αὐ ἐπιφανείαι] Torellius; ἀ ἐπιφανεία F, uulgo. 27. ἐφαρμοζοῦντι] scripsi; εφαρμοζονται F, uulgo.

τὸ κατὰ τὰν NZ ἐφαρμόζει τῷ ἐπιπέδῳ τῷ κατὰ τὰν $ΑΓ$, καὶ τῶν τριγώνων τῶν ἀποτεμνομένων ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὰν NZ τὸ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ H ἐφαρμόζει τῷ τμήματι τῷ ἀποτεμνομένῳ ὑπὸ τοῦ
 5 ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὰν $ΑΓ$ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ B , τὸ δὲ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ E τῷ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ $Δ$. ἐπεὶ δὲ τὸ αὐτὸ τμήμα ἐφ' ἐκείτηρον τῶν τριγώνων ἐφαρμόζει, δῆλον, ὅτι ἴσα ἐντὶ τὰ τμήματα· διὰ ταῦτα δὲ καὶ αἱ ἐπιφανείαι.

10

ιδ'.

Τμήματος δοθέντος ὁποτερουοῦν τῶν κωνοειδέων ἀποτετμαμένον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα ἢ τῶν σφαιροειδέων ὁποτερουοῦν μὴ μείζονος ἡμίσεος τοῦ σφαιροειδέος ὁμοίως ἀποτεμνομένου δυνατὸν ἐστὶ σχῆμα
 15 στερεὸν ἐγγράφαι καὶ ἄλλο περιγράφαι ἐκ κυλίνδρων ἴσον ὕψος ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφόμενον σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ἐλάσσονι ὑπερέχειν παντὸς τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθους.

δεδοσθῶ τμήμα, οἷον ἐστὶ τὸ $ΑΒΓ$. τμαθέντος δὲ
 20 αὐτοῦ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος τοῦ μὲν τμήματος τομὰ ἐστὼ ἡ $ΑΒΓ$ κώνου τομὰ, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτεμακόςτος τὸ τμήμα ἡ $ΑΓ$ εὐθεῖα. ἄξων δὲ ἐστὼ τοῦ τμήματος καὶ διάμετρος τῆς τομᾶς ἡ $ΒΔ$. ἐπεὶ οὖν ὑποκείται τὸ ἀποτεμνον ἐπίπεδον ὀρθὸν εἶμεν ποτὶ τὸν ἄξονα,
 25 ἡ τομὰ κύκλος ἐστὶ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ $ΓΑ$. ἀπὸ δὲ τοῦ κύκλου τούτου κύλινδρος ἐστὼ ἄξονα ἔχων τὸν

1. το κατὰ F. 6. το E F. το Δ F. 7. ἐφ' ἐκείτηρον] scripsi; εκατηρον F, uulgo; εκατήρω Torellius. 8. τὰ αὐτὰ B. αἱ] ἡ F. 10. κα' Torellius. 13. ἡμίσεος? 14. ἐστὶ] scripsi; εσται F, uulgo. σχῆμα] Barrowius; τριμα F, uulgo. 16. ἐχόντων συγκείμενον] εχοντων των (comp.) συγκειμενον F;

mōdo etiam planum in linea NZ positum plano in AF posito congruit, et ex segmentis plano in NZ posito abscisis id, quod in eadem parte est, in qua punctum H , congruit segmento plano in AF posito absciso in eadem parte, in qua B , praeterea, quod in eadem parte est, in qua est punctum E , ei, quod in eadem parte est, in qua A . et quoniam idem segmentum utrique segmento congruit, adparet, segmenta aequalia esse, et eadem de causa etiam superficies.

XIX.

Dato segmento utriusvis conoideōn absciso plano ad axem perpendiculari, uel segmento utriusvis sphaeroideōn non maiore, quam dimidia pars sphaeroidis est, eodem modo absciso fieri potest, ut figura solida inscribatur, et alia circumscribatur ex cylindris altitudinem aequalem habentibus composita, ita ut figura circumscripta inscriptam excedat spatio minore, quam quaeuis data magnitudo solida est.

datum sit segmentum, quale est $AB\Gamma$. et secto eo plano per axem posito segmenti sectio sit $AB\Gamma$ conici sectio [prop. 11], plani uero segmentum abscindentis linea AF . axis autem segmenti et diametris sectionis sit BA . iam quoniam suppositum est, planum abscindens ad axem perpendicularare esse, sectio circulus est, et diametris eius FA [prop. 11]. in hoc autem circulo cylindrus construatur axem habens BA .

corr. Barrowius. 20. τοῦ μέν] scripsi; om. F, uulgo. τομά] τομάς F; corr. ed, Basil.* 21. ἀκροτεμνωτός F, ἀκροτεμνωτός ceteri codd., ἀκροτέμνωτος ed. Basil., Torellius. 24. ποτί] scripsi; em F, uulgo; u. not. crit. p. 362, 2. 26. τό] τέν Nizzius.

$B\Delta$. πεσειται δὲ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἐκτὸς τοῦ τμήματος, ἐπεὶ ἐστὶν ἤτοι κωνοειδὴς ἢ σφαιροειδὴς μὴ μείζον τοῦ ἡμίσεος τοῦ σφαιροειδέος. τοῦ δὲ κυλίνδρου τούτου ἀεὶ δίχα τεμνομένοι ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ἐσσεῖται ποτὲ τὸ καταλειπόμενον ἔλασσον τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθους. ἔστω δὲ τὸ καταλειπόμενον ἀπ' αὐτοῦ κύλινδρος ὁ ἔχων βάσιν τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν $ΑΓ$, ἄξονα δὲ τὸν $ΕΔ$ ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθους. διαίρησθω δὲ ἡ $B\Delta$ ἐς τὰς ἰσὰς τῆ $ΕΔ$ κατὰ τὰ $P, O, Π, Ξ$, καὶ ἀπὸ τῶν διαιρεσίων ἄχθων εὐθείαι παρὰ τὰν $ΑΓ$ ἔστω ποτὶ τὰν τοῦ κώνου τομάν, ἀπὸ δὲ τῶν ἀχθεισῶν ἐπίπεδα ἀνεστακῆτω ὀρθὰ ποτὶ τὰν $B\Delta$. ἐσσοῦνται δὲ αἱ τομαὶ κύκλοι τὰ κέντρα ἔχοντες ἐπὶ τῆς $B\Delta$. ἀφ' ἐκάστου δὲ τῶν κύκλων δύο κυλίνδροι ἀναγεγράφθω, ἐκότερος ἔχων ἄξονα ἴσον τῷ $ΕΔ$, ὁ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τοῦ κύκλου, ἐφ' ᾧ ἐστὶ τὸ Δ , ὁ δὲ ἐπὶ τὰ αὐτὰ, ἐφ' ᾧ ἐστὶ τὸ B . ἐσσεῖται δὲ τι ἐν τῷ τμήματι σχῆμα στερεὸν ἐγγεγραμμένον ἐκ τῶν κυλίνδρων συγκείμενον τῶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀναγραφέντων, ἐφ' ᾧ ἐστὶ τὸ Δ , καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον ἐκ τῶν κυλίνδρων συγκείμενον τῶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀναγραφέντων, ἐφ' ᾧ τὸ B ἐστὶν. λοιπὸν δὲ ἐστὶ δεῖξαι, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον τοῦ ἐγγεγραμμένου ὑπερέχει ἐλάσσονι

2. ἐστιν] εστιν (comp.) δε F; corr. Torellius. 3. ἡμισσεως F; corr. Torellius. 4. καταλειπόμενον F. 5. δὲ] om. AB, ed. Basil., Torellius. 6. δὲ] scripsi; δε F, uulgo. 7. ὁ] om. AB, ed. Basil., Torellius. 8. ἐλάσσον F; corr. Torellius. 9. ελασσον F; corr. Torellius. 10. τῆ] τας F; corr. Torellius. 11. διαιρεσεων F, uulgo. 12. ἔστω] ἐστὶ (per comp.) F, uulgo; corr. Torellius. 13. εσονται F. 14. αναγεγραφθω puncto addito F; corr. Torellius. 15. κύκλου] scripsi, collata p. 384, 17; κυλινδρον F, uulgo. 16. στερεόν] στερεον εκ των (comp.) F. 17. ἐκ] συγκειμενον εκτε F, uulgo;

superficies autem eius extra segmentum cadet, quoniam est aut conoides aut sphaeroides [segmentum]¹⁾ non maius dimidia parte [totius] sphaeroidis [prop. 15, a—b; prop. 17]. hoc igitur cylindro semper deinceps in duas partes aequales diuiso planis ad axem perpendicularibus, aliquando quod relinquitur, minus erit data magnitudine solida. itaque quod ex eo relinquitur, sit cylindrus basim habens circulum circum diametrum AF descriptum, axem autem $E\Delta$, [qui] minor [sit]²⁾ data magnitudine solida. diuidatur igitur linea $B\Delta$ in lineas lineae $E\Delta$ aequales in punctis P, O, Π, Ξ ³⁾, et a punctis diuisionis lineae ducantur lineae AF parallelae usque ad sectionem cono, et in ductis lineis plana erigantur ad lineam $B\Delta$ perpendicularia. sectiones igitur circuli erunt centra habentes in linea $B\Delta$. in singulis igitur circulis bini cylindri construuntur uterque axem lineae $E\Delta$ aequalem habentes, alter in eadem parte circuli, in qua est Δ punctum, alter in eadem, in qua B . ergo in segmento figura quaedam solida inscripta erit ex cylindris composita in eandem partem constructis, in qua est punctum Δ , et alia circumscripta ex cylindris composita in

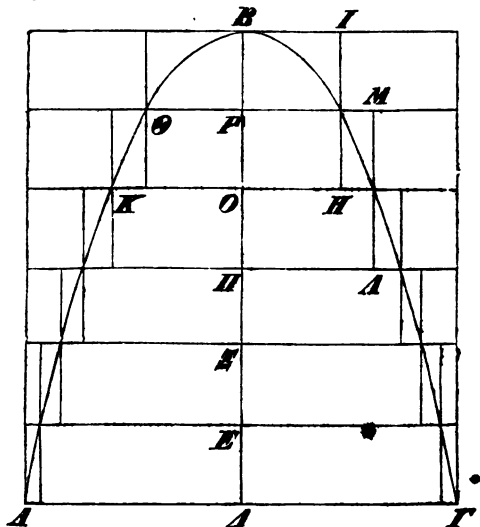
1) Ad *κωνοειδές* et *σφαιροειδές* lin. 2 auditur: *τμήμα*.

2) Fortasse retineri potest *ἕλασσον* lin. 9 ad τὸ καταλειμμένον lin. 7 relatum.

3) Figura ita comparata esse debebat, ut numerus partium lineae $B\Delta$ per quattuor diuidi posset, quia cylindrus „semper deinceps in duas partes aequales diuisa“ esse fingitur (lin. 3 sq.).

συγκείμενον om. B, *τε* deleui. 22. *συγκείμενον*] recepi ex F; om. C, ed. Basil., Torellius. 23. Post *ἐφ' α'* in F repetuntur haec: *το Δ και* (per compendium simillimum compendio *ἴσον*) *ἄλλο περιγεγραμμένον συγκείμενον ἐκ τε των κυλινδρων τῶν ἐπι τα αὐτα αναγραφέντων ἐφ' α';* corr. C. [*ἴστιν*] comp. F. [*ἴστι*] comp. F; om. AB, ed. Basil., Torellius.

τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθους. ἕκαστος δὴ τῶν κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι ἴσος ἐστὶ τῷ κυλίνδρῳ τῷ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ κύκλου ἀναγραφόμενῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ B , ὡς ὁ μὲν ΘH τῷ ΘI , ὁ δὲ $K A$ τῷ $K M$, καὶ οἱ ἄλλοι ὡσαύτως. καὶ πάντες



δὴ οἱ κυλίνδροι πάντεσιν ἴσοι ἐντί. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου ὑπερέχει τῷ κυλίνδρῳ τῷ βάσιν ἔχοντι τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν $AΓ$, ἄξονα δὲ τὰν $EΔ$. οὗτος δὲ ἐστὶν
10 ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθους.

κ'.

Τμήματος δοθέντος ὁποτεροῦν τῶν κωνοειδῶν ἀποτεταμένον ἐπιπέδῳ μὴ ὀρθῷ πρὸς τὸν ἄξονα ἢ τῶν σφαιροειδῶν ὁποτεροῦνον μὴ μελλονος ἡμίσεος

4. τῷ] (prius) το F; corr. Torellius. 6. δῆ] scripsi; δε F,

eandem partem constructis, in qua est B . restat autem, ut demonstramus, figuram circumscriptam excedere inscriptam spatio minore, quam data magnitudo solida est. unusquisque igitur cylindrorum figurae inscriptae aequalis est cylindro in eodem circulo constructo in eandem partem, in qua est punctum B , velut $\odot H - \odot I$, $KA - KM$, et ceteri eodem modo. quare etiam omnes cylindri omnibus aequales sunt. adparet igitur, figuram circumscriptam excedere inscriptam cylindro basim habenti circulum circum diametrum AF descriptum, axem autem EA . hic autem minor est data magnitudine solida.¹⁾

XX.

Dato segmento utriusvis conoideon absciso plano non ad axem perpendiculari, vel segmento utriusvis sphaeroideon non maiore, quam est dimidia pars sphaeroidis, eodem modo absciso fieri potest, ut in

1) Ex hypothesi p. 376, 9. hoc autem fieri potest per Eucl. X, 1; cfr. Quaest. Arch. p. 45.

vulgo. $\kappa\alpha\iota\omega$ F, vulgo. $\acute{\epsilon}\nu\tau\acute{\iota}$] scripsi; $\epsilon\iota\omega$ F, vulgo. 11. $\kappa\beta'$ Torellius. 14. $\acute{\eta}\mu\acute{\iota}\sigma\alpha\omicron\varsigma$] scripsi; $\eta\mu\iota\kappa\upsilon\lambda\iota\omicron\nu$ F, ceteri codd; $\acute{\eta}\mu\acute{\iota}\sigma\alpha\omicron\upsilon\varsigma$ ed. Basil., Torellius; „dimidia“ Cr.

τοῦ σφαιροειδῆος ὁμοίως ἀποτετμαμένου δυνατὸν ἔστιν εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεὸν ἐγγράφαι καὶ ἄλλο περιγράφαι ἐκ κυλίνδρων τόμων ὕψος ἴσον ἔχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφομένου ὑπερέχειν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθους.

δεδοσθω τμᾶμα, οἶον εἰρήται. τμαθέντος δὲ τοῦ σχήματος ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῶ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμακὸς τὸ δοθὲν τμᾶμα τοῦ μὲν
 10. σχήματος τομὰ ἔστω ἁ $ΑΒΓ$ κώνου τομὰ, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτετμακότης τὸ τμᾶμα ἁ $ΓΑ$ εὐθεῖα. ἐπεὶ οὖν ὑποκείται τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμακὸς τὸ τμᾶμα μὴ εἶμεν ὀρθὸν ποτὶ τὸν ἄξονα, ἁ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἁ $ΑΓ$.
 15. ἔστω δὴ παράλληλος τᾶ $ΑΓ$ ἁ $ΦΤ$ ἐπιφανύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς, ἐπιφανέτω δὲ κατὰ τὸ B , καὶ ἀπὸ τᾶς $ΦΤ$ ἀνεστακέτω ἐπίπεδον παράλληλον τῷ κατὰ τὰν $ΑΓ$. ἐπιφανύσει δὲ τοῦτο τοῦ σχήματος κατὰ τὸ B . καὶ εἰ μὲν ἔστι τὸ τμᾶμα ὀρθογωνίου κωνοειδῆος,
 20. ἀπὸ τοῦ B ἄχθω παρὰ τὸν ἄξονα ἁ $BΔ$, εἰ δὲ ἀμβλυγωνίου, ἀπὸ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδῆς εὐθεῖα ἀχθεῖσα ἐπὶ τὸ B ἐκβεβλήσθω ἁ $BΔ$, εἰ δὲ σφαιροειδῆος, ἐπὶ τὸ B ἀχθεῖσα εὐθεῖα ἀπολελάφθω ἁ $BΔ$. δῆλον δὴ, ὅτι τέμνει ἁ
 25. $BΔ$ δίχα τὰν $ΑΓ$. ἐσσεῖται οὖν τὸ μὲν B κορυφα

2. εἰς τὸ τμᾶμα] cum F; εἰς αὐτὸ Torellius. σχῆμα] om. F; corr. Torellius. καὶ ἄλλο περιγράφαι] om. F; corr. Binaultus. ἐγγράφαι] ἐγγεγραφαί F. 3. συγκείμενον] τῶν συγκειμένων F; corr. Torellius. 4. ἐγγραφέντος B. 7. τμᾶμα] sic F, ut lin. 9, 11, 18, 19. 10. $ΑΒΓΔ$ F; corr. Nizzius. 14. $ΑΓ$] $ΔΓ$ F; corr. Torellius. 15. ἔστω δὴ παράλληλος τᾶ $ΑΓ$] om. F, vulgo; supplevit Torellius, qui tamen δὴ omisit et pro $ΑΓ$ habet $ΓΑ$; „sit ut contingens“ Cr. 19. κωνοειδῆος F.

segmento figura solida inscribatur et alia circumscribatur ex cylindrorum frustis altitudinem aequalem habentibus composita, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quaevis data magnitudo solida est. — datum sit segmentum, quale dictum est. figura igitur alio plano per axem secta ad planum datum segmentum abscindens perpendiculari figurae sectio sit $AB\Gamma$ conici sectio, plani autem segmentum abscindentis linea ΓA . iam quoniam suppositum est, planum segmentum abscindens ad axem perpendicularare non esse, sectio erit conici acutianguli sectio, et diameter eius linea $A\Gamma$.¹⁾ sit igitur linea ΦT lineae $A\Gamma$ parallela conici sectionem contingens, et contingat in puncto B , et in linea ΦT erigatur planum plano in $A\Gamma$ posito parallelum. hoc igitur figuram in B puncto continget [prop. 16, b]. iam si est segmentum conoidis rectanguli, a B puncto ducatur $B\Delta$ axi parallela, sin [segmentum conoidis] obtusianguli, linea a vertice conici conoides comprehendentis ad B punctum ducta producatur [et sit] $B\Delta$, sin [segmentum] sphaeroidis, linea [a centro sphaeroidis] ad B ducta abscindatur [et sit] $B\Delta$.²⁾ adparet igitur, lineam $B\Delta$ in duas partes aequales diuidere lineam $A\Gamma$.³⁾

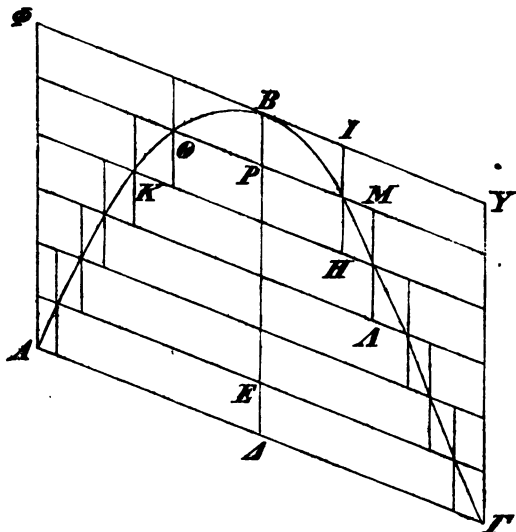
1) U. propp. 12, 13, 14.

2) Expectatur ἀφθείσας εὐθείας ἀπολειλάφθω lin. 23—24. puto tamen, constructionem duram nec satis logicam ferri posse.

3) In conoidis rectanguli segmento adparet ex quadr. parabol. prop. 1, de ceteris cfr. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 56 nr. 26, p. 49 nr. 7.

23. ἐπί] ἀπὸ τοῦ κέντρον ἐπί Commandinus; scribendum puto: ἀπὸ τοῦ κέντρον τοῦ σφαιροειδέος ἐπί. 24. δὴ] scripsi; δε F, vulgo. 25. ἴσσειται] scripsi; εἶσται F, codd. ceteri*; ἔστιν ed. Basil., Torellius; „erit igitur“ Cr.

τοῦ τμήματος, ἃ δὲ $B\Delta$ εὐθεῖα ἄξων. ἔστιν δὴ τις ὀξυγωνίου κώνου τομὴ περὶ διάμετρον τὰν $ΑΓ$, καὶ γραμμὰ ἃ $B\Delta$ ἀπὸ τοῦ κέντρον ἀνεστακοῦσα ἐν ὀρθῷ ἐπιπέδῳ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἔστιν ἃ τοῦ ὀξυγωνίου



- 5 κώνου τομὰ, διὰ τῆς ἑτέρας διαμέτρου ἔντος τοῦ ἐπιπέδου. δυνατὸν οὖν ἔστιν κύλινδρον εὐρεῖν ἄξωνα ἔχοντα τὰν $B\Delta$, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἃ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὴ περὶ διάμετρον τὰν $ΑΓ$. πε-
 10 σσεῖται δὲ ἃ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἐκτὸς τοῦ τμήματος, ἔπει ἔστιν ἤτοι κωνοειδέος ἢ σφαιροειδέος τμήμα, καὶ οὐ μείζον ἔστιν τοῦ ἡμισέως τοῦ σφαιροειδέος. ἐσσεῖ-
 ται δὴ τις κύλινδρον τόμος βάσιν μὲν ἔχων τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰν τὰν περὶ διάμετρον τὰν $ΑΓ$,

7. ἐπιφανεια F. 9. τμήματος] sic F, ut lin. 10. 11. τοῦ] (prius) addidi; om. F, vulgo. ἡμισέως Torellius. 12. δῆ]

itaque B punctum uertex segmenti erit, linea autem $B\Delta$ axis.¹⁾ quare data est conici acutianguli sectio circum diametrum AI descripta, et linea $B\Delta$ a centro erecta in plano ad id planum perpendiculari, in quo est sectio conici acutianguli, ita ut planum illud per alteram diametrum positum sit. fieri igitur potest, ut cylindrus inueniatur axem habens $B\Delta$ lineam, cuius in superficie sit sectio conici acutianguli circum diametrum AI descripta [prop. 9]. superficies autem eius extra segmentum cadet, quoniam est aut conoidis segmentum aut sphaeroidis non minus dimidia parte sphaeroidis.²⁾ erit igitur frustum aliquod cylindri basim³⁾ habens sectionem conici acutianguli circum diametrum AI descriptam, axem autem $B\Delta$. frusto

1) B punctum uerticem esse adparet ex p. 276, 7; 278, 20; 282, 12. porro cum $B\Delta$ lineam AI in duas partes aequales diuidat, diametrum est segmenti et diametro sectionis (hec est axi conoidis uel sphaeroidis; u. p. 274, 20; 278, 5; 282, 2) parallela (Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 44); tum u. loci supra de uertice laudati.

2) Sequitur in conoidibus ex prop. 15, a—b, quia $B\Delta$ axis est, et ΦA , ΓT lineae axi parallelae, in sphaeroidibus ex prop. 17, quia $B\Delta$ puncta contactus iungit (prop. 16, c).

3) Poterat fortasse retineri $\beta\alpha\sigma\iota\varsigma$ lin. 12.

scripsi; $\delta\epsilon$ F, uulgo. $\beta\alpha\sigma\iota\varsigma$ F; corr. C. $\tau\acute{\alpha}\nu$] $\tau\alpha\varsigma$ F; corr. Torellius. 18. $\tau\omicron\mu\alpha\varsigma$ F; corr. Torellius.

ἄξονα δὲ τὰν $B\Delta$. τοῦ οὖν τόμου δίχα τεμνομένου
 ἐπιπέδοις παραλλήλοις τῷ ἐπιπέδῳ τῷ κατὰ τὰν $ΑΓ$
 ἕσσεται τὸ καταλειπόμενον ἔλασσον τοῦ προτεθέντος
 στερεοῦ μεγέθους. ἔστω τόμος βάσιν μὲν ἔχων τὰν
 5 τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰν τὰν περιφ. διάμετρον
 τὰν $ΑΓ$, ἄξονα δὲ τὰν $E\Delta$ ἐλάσσων τοῦ προ-
 τεθέντος στερεοῦ μεγέθους. διηρήσθω δὴ ἅ ΔB
 εἰς τὰς ἰσὰς τᾶ ΔE , καὶ ἀπὸ τᾶν διαιρεσίων ἄρθρων
 εὐθείαι παρὰ τὰν $ΑΓ$ ἔστω ποτὶ τὰν τοῦ κώνου το-
 10 μάν, ἀπὸ δὲ τᾶν ἀρθρῶν ἐπίπεδα ἀνεστακίτων
 παράλληλα τῷ κατὰ τὰν $ΑΓ$ ἐπιπέδῳ. τέμνοντι δὴ
 ταῦτα τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ τμήματος, καὶ ἕσσονται
 ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ ὁμοίαι τᾶ περιφ. τὰν $ΑΓ$ διά-
 μετρον, ἐπεὶ παράλληλά ἐντι τὰ ἐπίπεδα. ἀφ' ἐκάστας
 15 δὴ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἀναγεγράφθων
 κυλίνδρου τόμοι δύο, ὁ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τᾶς τοῦ
 ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τῷ Δ , ὁ δὲ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ
 B , ἄξονα ἔχοντες ἴσον τῷ ΔE . ἕσσονται δὴ τινα
 σχήματα στερεά, τὸ μὲν ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμήματι,
 20 τὸ δὲ περιγεγραμμένον, ἐκ κυλίνδρου τόμων ἴσον ὕψος
 ἔχοντων συγκείμενα. λοιπὸν δὲ ἔστι δεῖξαι, ὅτι τὸ
 περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονι
 ὑπερέχει τοῦ προτεθέντος, στερεοῦ μεγέθους. δειχ-
 θησέται δὲ ὁμοίως τῷ προτέρῳ, ὅτι τὸ περιγεγραμ-
 25 μένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου ὑπερέχει τῷ τόμῳ

1. οὖν] scripsi; μεν F, uulgo; δὴ Nizzius. δίχα] αἰεὶ δίχα
 Nizzius. 7. ΔB] AB F; corr. Torellius. 8. διαιρεσιων
 F, uulgo. 9. ευθεια F; corr. B*. ἔστω] εσται F; corr.
 Torellius. 10. ανεστακτων F; corr. Torellius. Figura in
 F paullo aliter descripta est. 12. τμήματος] sic F, ut lin. 19.
 ἕσσονται] scripsi; εσονται F, uulgo. 14. ἀφ'] scripsi; εφ
 F, uulgo; „in unaquaque“ Cr. εκαστης F; corr. Torellius.

igitur [semper deinceps] in duas aequales partes diuiso¹⁾ planis parallelis plano in linea AG posito, quod reliquum est, [aliquando] minus erit data magnitudine solida [Eucl. X, 1]. frustum basim habens sectionem conii acutianguli circum diametrum AG descriptam, axem autem EA , minus sit data magnitudine solida. diuidatur igitur linea AB in partes lineae AE aequales, et a punctis diuisionum ducantur lineae usque ad conii sectionem lineae AG parallelae, et in ductis lineis plana erigantur plano in AG posito parallela. ergo haec [plana] superficiem segmenti secant, et orientur sectiones conorum acutiangulorum sectioni circum diametrum AG descriptae similes, quia plana parallela sunt [prop. 14 p. 354, 25]. iam in singulis sectionibus conorum acutiangulorum bina frusta cylindri construuntur, alterum in eadem parte sectionis conii acutianguli, in qua est A , alterum in eadem parte, in qua est B , axem habentia lineae AE aequalem. orientur igitur figurae quaedam solidae, altera segmento inscripta, altera circumscripta, ex cylindri frustis altitudinem aequalem habentibus compositae. restat autem, ut demonstremus, figuram circumscriptam excedere inscriptam spatio minore, quam est data magnitudo solida. eodem autem modo, quo supra [prop. 19 p. 378], demonstrabitur, figuram circumscriptam excedere inscriptam frusto basim habenti

1) Hic quoque figura ita comparanda erat, uti dixi p. 377 not. 3, sed cum mutari nequeat, hic quoque retinui Torellianam.

15. αναγεγραφοῦντι F; corr. Torellius. 16. τὰς] addidi; om. F, uulgo. 17. τῶ] (prius) το F; corr. Torellius. 18. ἴσσοῦνται] scripsi; ἴσονται F, uulgo. 22. εἰασσον F; corr. Torellius.

τῷ βάσει μὲν ἔχοντι τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰν
τὰν περὶ διάμετρον τὰν $ΑΓ$, ἄξονα δὲ τὰν $ΕΔ$.
οὗτος δὲ ἔστιν ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος στερεοῦ
μεγέθους.

5

κα'.

Τούτων προγεγραμμένων ἀποδεικνύωμες τὰ προ-
βεβλημένα περὶ τῶν σχημάτων.

Πᾶν τμήμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος ἀποτεταμένον
ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα ἡμιόλιόν ἐστι τοῦ κώνου
10 τοῦ βάσει ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα.

ἔστω γὰρ τμήμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος ἀποτετα-
μένον ὀρθῷ ἐπιπέδῳ ποτὶ τὸν ἄξονα, καὶ τμαθέντος
αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος τὰς μὲν ἐπιφανείας
τομὰ ἔστω ἃ $ΑΒΓ$ ὀρθογωνίου κώνου τομὰ, τοῦ δὲ
15 ἐπιπέδου τοῦ ἀποτεμνοντος τὸ τμήμα ἃ $ΓΑ$ εὐθεῖα,
ἄξον δὲ ἔστω τοῦ τμήματος ἃ $ΒΔ$. ἔστω δὲ καὶ
κῶνος τὰν αὐτὰν βάσει ἔχων τῷ τμήματι καὶ ἄξονα
τὸν αὐτόν, οὗ κορυφὰ τὸ $Β$. δεικτέον, ὅτι τὸ τμήμα
τοῦ κωνοειδέος ἡμιόλιόν ἐστι τοῦ κώνου τούτου.

20 ἐκκεῖσθω γὰρ κῶνος ὁ Ψ ἡμιόλιος ἐὰν τοῦ κώνου,
οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὰν $ΑΓ$, ἄξον δὲ ἃ $ΒΔ$.
ἔστω δὲ καὶ κύλινδρος βάσει μὲν ἔχων τὸν κύκλον
τὸν περὶ διάμετρον τὰν $ΑΓ$, ἄξονα δὲ τὰν $ΒΔ$. ἐσ-
σεῖται οὖν ὁ Ψ κῶνος ἡμίσεος τοῦ κυλίνδρου [ἐπέπερ

2. τὰν περὶ] τὰν om. F. 5. κα'] cum F; in lin. 8 po-
suit Torellius (κγ'). 7. περὶ] addidi; om. F, uulgo. 8.
τμήμα] sic F, ut lin. 10, 11, 12, 15, 16, 18. ἀποτεταμένον]
scripsi; ἀποτετμημενον F, uulgo. 10. ἄξονα τὸν αὐτόν Niz-
zius. 20. ων F, uulgo. 21. ὁ] ὁ κύκλος ὁ Nizzius. ἄξων
δὲ ἃ] ἄξονα δε ταν F; corr. Torellius. 24. ἡμίσεος ολι F
(h. e. ἡμίσεος in ἡμιόλιος correctum); pro ολι ed. Basil., To-
rellius (non BC*) ὅλου.

sectionem conii acutianguli circum diametrum $ΑΓ$ descriptam, axem autem lineam $ΕΔ$. hoc autem minus est data magnitudine solida.

XXI.

His praemissis demonstremus, quae de figuris proposita erant.

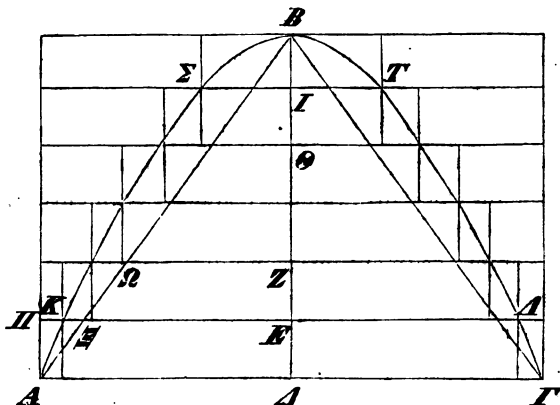
Quoduis segmentum conoidis rectanguli plano abscisum ad axem perpendiculari dimidia parte maius est cono basim habenti eandem, quam segmentum, et axem [eundem].¹⁾

sit enim segmentum conoidis rectanguli plano abscisum ad axem perpendiculari, et secto eo alio plano per axem superficiei sectio sit $ΑΒΓ$ conii rectanguli sectio [prop. 11, a], plani uero segmentum abscindentis linea $ΓΑ$, axis autem segmenti sit $ΒΔ$. sit autem etiam conus eandem basim habens, quam segmentum, et axem eundem; cuius uertex sit $Β$. demonstrandum est, segmentum conoidis dimidia parte maius esse hoc cono.

construatur enim conus $Ψ$ dimidia parte maior cono, cuius basis est [circulus] circum diametrum $ΑΓ$ descriptus, axis autem $ΒΔ$. sit autem etiam cylindrus basim habens circum diametrum $ΑΓ$ descriptum, axem autem $ΒΔ$. erit igitur conus $Ψ$

1) Cfr. p. 276, 12: διὰ τί, εἴ κα τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος τμήματα ἀποτμαθῆ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ πρὸς τὸν ἄξονα, τὸ ἀποτμαθὲν τμήμα ἡμῶλιον ἴσσειται τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. et περι ἑλικ. praef.: ὅτι δὲ τὸ ἀποτμαθὲν τμήμα ἡμῶλιον ἴσσειται τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ὕψος ἴσον, δεῖξαι δεῖ.

ἡμιόλιός ἐστιν ὁ Ψ κώνος τοῦ αὐτοῦ κώνου]. λέγω, ὅτι τὸ τμᾶμα τοῦ κωνοειδούς ἴσον ἐστὶ τῷ Ψ κώνῳ: εἰ γὰρ μὴ ἐστὶν ἴσον, ἤτοι μείζον ἐντι ἢ ἐλάσσον. ἔστω δὴ πρότερον, εἰ δυνατόν, μείζον. ἐγγεγράφθω

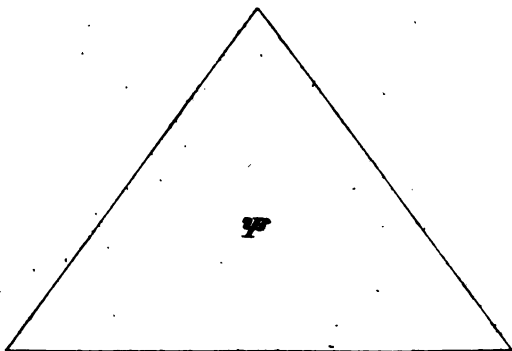


5 δὴ σχῆμα στερεὸν εἰς τὸ τμᾶμα, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσων ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφέν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἄλλῳ ὑπερέχει τὸ τοῦ κωνοειδούς τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. καὶ ἔστω τῶν κυλίνδρων, ἐξ ὧν συγ-
 10 κείται τὸ περιγραφέν σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν $ΑΓ$, ἄξονα δὲ τὰν $ΕΔ$, ἐλάχιστος δὲ ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν $ΣΤ$, ἄξονα δὲ τὰν $ΒΙ$. τῶν δὲ κυλίνδρων, ἐξ ὧν συγκείται τὸ ἐγγραφέν

4. μείζον F; corr. VBD. 5. ἄλλω F. 6. συγκείμενον] των συγκειμενων F; corr. Torellius. 8. ἢ ἄλλῳ] scripsi; πηλικῶ F, uulgo; ἢ πηλικῶ Torellius. τό] τῶ F. figura in F male descripta est; I et Θ permutat Torellius. 14. ΒΙ] scripsi cum Cr.; ΒΓ F, uulgo*; ΒΘ ed. Basil., Torellius.

dimidius, quam cylindrus.¹⁾ dico, segmentum conoidis aequale esse cono Ψ .

si enim aequale non est, aut maius est aut minus. prius igitur, si fieri potest, maius sit. itaque segmento figura solida inscribatur et alia circumscribatur ex



cylindris altitudinem aequalem habentibus compositae, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali spatio excedit segmentum conoidis conum Ψ^2), et cylindrorum, ex quibus composita est figura circumscripta, maximus sit [cylindrus] basim habens circum diametrum AI descriptum, axem autem EA , minimus autem [cylindrus] basim habens circum diametrum ST descriptum, axem autem BI . eorum vero cylindrorum, ex quibus figura inscripta composita est, maximus sit [cylindrus]

1) Nam cylindrus sit C , et conus $AB\Gamma$ sit K ; erit ex hypothesisi $\Psi = \frac{2}{3}K$. sed $K = \frac{1}{3}C$ (Eucl. XII, 10) $= \frac{2}{3}\Psi$: $C = 2\Psi$. hoc ipsum significatur uerbis: *ἐπειδήπερ ἡμισόλιος* p. 386 lin. 24 — *τοῦ αὐτοῦ κώνου* lin. 1; sed nimis obscurum est *τοῦ αὐτοῦ κώνου*; etiam *ἐπειδήπερ*, uocabulum ab interpolatoribus amatum, suspectum est; quare haec uerba subditia esse puto.

2) Hoc fieri potest per prop. 19.

σχῆμα, μέγιστος μὲν ἔστω ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον
 τὸν περὶ διάμετρον τὰν $ΚΑ$, ἄξονα δὲ τὰν $ΔΕ$, ἐλάχι-
 στος δὲ ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διά-
 μετρον τὰν $ΣΤ$, ἄξονα δὲ τὰν $ΘΙ$. ἐμβαβλήσθω δὲ
 5 τὰ ἐπίπεδα πάντων τῶν κυλίνδρων ποτὶ τὰν ἐπιφά-
 νειαν τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὸν κύκλον
 τὸν περὶ διάμετρον τὰν $ΑΓ$, ἄξονα δὲ τὰν $ΒΔ$. ἐσσεί-
 ται δὴ ὁ ὅλος κύλινδρος διηρημένος εἰς κυλίνδρους
 τῷ μὲν πλήθει ἴσους τοῖς κυλίνδροις τοῖς ἐν τῷ περι-
 10 γεγραμμένῳ σχήματι, τῷ δὲ μεγέθει ἴσους τῷ μεγίστῳ
 αὐτῶν. καὶ ἐπεὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα περὶ τὸ
 τμήμα ἐλάσσοι ὑπερέχει τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος,
 ἢ τὸ τμήμα τοῦ κώνου, δηλον, ὅτι καὶ τὸ ἐγγεγραμ-
 μένον σχῆμα ἐν τῷ τμήματι μείζον ἔστι τοῦ $Ψ$ κώνου.
 15 ὁ δὴ πρῶτος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὄλῳ κυλίνδρῳ ὁ
 ἔχων ἄξονα τὰν $ΔΕ$ ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν
 ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν
 $ΔΕ$, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἂ $ΔΑ$ ποτὶ τὰν $ΚΕ$
 δυναμίει. οὗτος δὲ ἔστιν ὁ αὐτὸς τῷ, ὃν ἔχει ἂ $ΒΔ$
 20 ποτὶ τὰν $ΒΕ$, καὶ τῷ, ὃν ἔχει ἂ $ΔΑ$ ποτὶ τὰν $ΕΞ$.
 ὁμοίως δὲ δειχθήσεται καὶ ὁ δεύτερος κύλινδρος τῶν
 ἐν τῷ ὄλῳ κυλίνδρῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὸν $ΕΖ$, ποτὶ
 τὸν δεύτερον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ
 σχήματι τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἂ $ΠΕ$, τουτέστιν
 25 ἂ $ΔΑ$, ποτὶ τὰν $ΖΩ$, καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκα-
 στος τῶν ἐν τῷ ὄλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἐχόντων ἴσον τῷ

12. ἐγγεγραμμένον] περιγεγραμμενον F; corr. ed. Basil.
 13. τμήμα] sic F, ut lin. 14. 15. ὁ ἔχων] scripsi; ὁ om. F,
 uulgo. 16. ΔΕ FV, CD*; corr. F man. 2. τῶν] scripsi;
 τον F, uulgo. 20. τῷ] τον F. 23. τῶν] scripsi; τον F
 uulgo. ἐγγεγραμμένῳ] alterum μ supra man. 1 F. 24.
 ἔχειν] scripsi cum C; ειχεν FAD, ed. Basil., ἔχει B; ἔχων

basim habens circulum circum diametrum KA descriptum, axem autem AE , minimus uero [cylindrus] basim habens circulum circum diametrum ST descriptum, axem autem OI . producantur autem plana omnium cylindrorum usque ad superficiem cylindri basim habentis circulum circum diametrum AI descriptum, axem autem BA . totus igitur cylindrus diuisus erit in cylindros numero cylindris figurae circumscriptae aequales, magnitudine autem maximo eorum aequales. et quoniam figura circum segmentum circumscripta excedit figuram inscriptam spatio minore, quam quo segmentum conum excedit, adparet, etiam figuram segmento inscriptam maiorem esse cono Ψ .¹⁾ quare primus cylindrus cylindri totius axem habens AE ad primum cylindrum figurae inscriptae axem habentem AE eandem rationem habet, quam $AA^2 : KE^2$.²⁾ sed $AA^2 : KE^2 = BA : BE^3) = AA : EE$.⁴⁾ et eodem modo demonstrabimus, etiam secundum cylindrum totius cylindri axem habentem EZ ad secundum cylindrum figurae inscriptae eandem rationem habere, quam IE , hoc est AA , ad $Z\Omega$ ⁵⁾, et unusquisque ceterorum cylindrorum totius cylindri axem habentium lineae

1) Quia figura circumscripta segmento maior est.

2) Nam cum axes aequales sint, eam rationem habent cylindri, quam bases (Eucl. XII, 11); tum, u. Eucl. XII, 2.

3) Quadr. parab. 3; u. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 50 nr. 12.

4) U. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 178 nr. 4.

5) Habent enim eam rationem, quam

$$IE^2 : EE^2 = AA^2 : EE^2 = BA : BZ = AA : Z\Omega.$$

ΔE ποτὶ ἕκαστον τῶν κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμ-
 μένῳ σχήματι ἄξονα ἐχόντων τὸν αὐτὸν ἔξει τοῦτον
 τὸν λόγον, ὃν ἂ ἡμίσεια τὰς διαμέτρων τὰς βάσεις
 αὐτοῦ ποτὶ τὰν ἀπολελαμμέναν ἀπ' αὐτὰς μεταξὺ τῶν
 5 $AB, B\Delta$ εὐθειῶν. καὶ πάντες οἱ κυλίνδροι οἱ ἐν τῷ
 κυλίνδρῳ, οὗ βάσις μὲν ἐστὶν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμε-
 τρον τῶν AI , ἄξων δέ [ἐστὶν] ἂ DI εὐθεῖα, ποτὶ πάντας
 τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι
 τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον, ὃν πάσαι αἱ εὐθεῖαι αἱ ἐκ
 10 τῶν κέντρων τῶν κύκλων, οἳ ἐντι βάσεις τῶν εἰρη-
 μένων κυλίνδρων, ποτὶ πάσας τὰς εὐθείας τὰς ἀπο-
 λελαμμένας ἀπ' αὐτῶν μεταξὺ τῶν $AB, B\Delta$. αἱ δὲ
 εἰρημέναι εὐθεῖαι τῶν εἰρημένων χωρὶς τὰς AD μειζό-
 νες ἐντὶ ἢ διπλασίου. ὥστε καὶ οἱ κυλίνδροι πάντες
 15 οἱ ἐν τῷ κυλίνδρῳ, οὗ ἄξων ὁ DI , μειζόνες ἐντὶ ἢ
 διπλασίου τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. πολλῶ ἄρα
 καὶ ὁ ὅλος κύλινδρος, οὗ ἄξων ἂ AB , μείζων ἐντὶ ἢ
 διπλασίων τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. τοῦ δὲ Ψ
 κώνου ἦν διπλασίων. ἔλασσον ἄρα τὸ ἐγγεγραμμένον
 20 σχῆμα τοῦ Ψ κώνου· ὅπερ ἀδύνατον. ἐδείχθη γὰρ
 μείζων. οὐκ ἄρα ἐστὶν μείζων τὸ κωνοειδὲς τοῦ Ψ
 κώνου. ὁμοίως δὲ οὐδὲ ἔλασσον. πάλιν γὰρ ἐγγε-
 γράφθω τὸ σχῆμα, καὶ περιγεγράφθω, ὥστε ὑπερέχειν
 ἕκαστον ἐκάστου ἐλάσσονι, ἢπερ ἀλέκω ὑπερέχει. ὁ Ψ

3. βασιως F, vulgo. 4. αὐτοῦ] Nizzius; αυτας F, vulgo.
 τῶν] ταν per comp. F; corr. Torellius. 5. εὐθειῶν F; corr.
 Torellius. πάντες οὖν οἱ? 7. DI] scripsi cum Cr.; ΔI
 F; ΔB Commandinus. 8. γεγραμμενω F; corr. AC. 10.
 ἐντὶ βάσεις] scripsi; εν τη βασει εις (cum comp. ην uel ιν) F,
 vulgo (τῶ pro τη Torellius). 12. ἀπ' αὐτῶν] scripsi; απο τας
 F, vulgo. 13. τὰς] ταν F; corr. Torellius. μείζων F; corr.
 Torellius. 15. οὗ] scripsi; ου ὁ F, vulgo. ΔI] ΔB Com-
 mandinus. 16. πολλῶ] delet Commandinus. 19. ελασσων

ΔE aequalem ad unumquemque cylindrorum figurae inscriptae eundem axem habentium eam rationem habebit, quam dimidium diametri basis eius¹⁾ ad partem eius²⁾ inter lineas AB , $B\Delta$ abscisam. [quare] omnes etiam cylindri in eo cylindro positi, cuius basis est circulus circum diametrum AI descriptus, axis autem linea ΔI , ad omnes cylindros figurae inscriptae eandem rationem habebunt, quam omnes lineae, quae radii sunt circulorum, qui bases sunt cylindrorum, quos commemorauimus³⁾, ad omnes lineas de illis⁴⁾ inter lineas AB , $B\Delta$ abscisas. sed illae lineae his, excepta linea $A\Delta$, maiores sunt quam duplo maiores. quare etiam omnes cylindri in eo cylindro positi, cuius axis est ΔI , maiores sunt quam duplo maiores figura inscripta.⁵⁾ itaque etiam totus cylindrus, cuius axis est ΔB , multo maior est quam duplo maior figura inscripta. erat autem duplo maior cono Ψ . itaque figura inscripta minor est cono Ψ ; quod fieri non potest. nam demonstratum est, maiorem eam esse. quare conoides cono Ψ maius non est. sed idem ne minus quidem est. rursus enim figura inscribatur et circum-

1) H. e. cylindri in toto cylindro positi, p. 390, lin. 25.

2) H. e. diametri basis cylindri in toto cylindro positi.

3) H. e. cylindros in cylindro ΔI positos.

4) H. e. radiis circulorum.

5) Nam quia $BI = \Theta I = ZE = E\Delta$ cet., lineae $A\Delta$, ΞE , $Z\Omega$ aequali spatio minimae earum aequali inter se excedunt; tum u. p. 290, 5 sq.

F. 24. $\epsilon\kappa\acute{\alpha}\sigma\tau\omicron\nu$] om. F; corr. Torellius. $\epsilon\lambda\alpha\sigma\sigma\omicron\nu$ F; corr. Torellius. $\eta\pi\epsilon\rho\ \acute{\alpha}\lambda\lambda\omicron\varphi$] scripsi; $\eta\ \kappa\alpha\lambda\iota\nu\ \kappa\omega$ F; $\eta\ \kappa\eta\lambda\iota\kappa\omega$ B, ed. Basil., Torellius.

κῶνος τοῦ κωνοειδέος, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς
 πρότερον κατεσκευάσθω. ἐπεὶ οὖν ἔλασσόν ἐστι τὸ
 ἔγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ τμᾶματος, καὶ τὸ ἔγγραφεν
 τοῦ περιγραφέντος ἔλασσονι λειπέται, ἢ τὸ τμᾶμα τοῦ
 5 Ψ κώνου, δῆλον, ὡς ἔλασσόν ἐστι τὸ περιγραφέν
 σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. πάλιν δὲ ὁ πρῶτος κύλινδρος
 τῶν ἐν τῷ ὄλφ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔΕ ποτὶ
 τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ
 σχήματι τὸν τὸν αὐτὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΕΔ τὸν
 10 αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΔ τετραγώνου
 ποτὶ τὸ αὐτό. ὁ δὲ δεύτερος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ
 ὄλφ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΕΖ ποτὶ τὸν δεύτερον
 κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν
 ἔχοντα ἄξονα τὰν ΕΖ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἂ
 15 ΔΑ ποτὶ τὰν ΚΕ δυνάμει· οὗτος δὲ ἐστὶν ὁ αὐτὸς
 τῷ, ὃν ἔχει ἂ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΕ, καὶ τῷ, ὃν ἔχει ἂ
 ΔΑ ποτὶ τὰν ΕΞ· καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαστος
 τῶν ἐν τῷ ὄλφ κυλίνδρῳ ἄξονα ἐχόντων ἴσον τῷ ΔΕ
 ποτὶ ἕκαστον τῶν κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ περιγεγραμ-
 20 μένῳ σχήματι ἄξονα ἐχόντων τὸν αὐτόν, ἔξει τοῦτον
 τὸν λόγον, ὃν ἂ ἡμίσεια τᾶς διαμέτρου τᾶς βάσιος
 αὐτοῦ ποτὶ τὰν ἀπολελαμμέναν ἀπ' αὐτᾶς μεταξὺ τᾶν
 ΑΒ, ΒΔ εὐθειᾶν. καὶ πάντες οὖν οἱ κυλίνδροι οἱ
 ἐν τῷ ὄλφ κυλίνδρῳ, οὗ ἄξων ἐστὶν ἂ ΒΔ εὐθεῖα,

7. τὰν] την F; corr. Torellius. 8. τῶν] scripsi; τον F, uulgo. 9. τὸν τὸν] scripsi; τον F, uulgo. τὰν] scripsi; τα F, uulgo. 10. ἔχει] Torellius; εἶχε F, uulgo. 12. κυλίνδρῳ] κυλίνδρων FACD*. τὰν] τῶν (comp.) αν F. 13. τῶν] scripsi; τον F, uulgo. 16. ταν] τα F. ἂ] Torellius; ο F, uulgo. 18. ἴσον] Torellius; ἴσαν F, uulgo. 21. τᾶς διαμέτρου] om. F; corr. Nizzius. βασεως F, uulgo. 23. παντ cum comp. ην nel ιν F. οὖν] γων (comp.) F; corr. Torellius. 24. ὄλφ] ο supra manu 1 F. οὖ] ων F; corr. Nizzius.

scribatur, ita ut altera excedat alteram¹⁾ spatio minore, quam quali excedit conus Ψ conoides [prop. 19], et cetera eadem, quae supra, construantur. iam quoniam figura inscripta segmento minor est, et figura inscripta minor est figura circumscripta spatio minore, quam quo segmentum minus est cono Ψ , adparet, figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ . rursus autem cylindrus primus totius cylindri axem habens ΔE ad primum cylindrum figurae circumscriptae eundem axem $E\Delta$ habentem eandem rationem habet, quam

$$AA^2 : A\Delta^2 \text{ [p. 391 not. 2].}$$

et secundus cylindrus totius cylindri axem habens EZ ad secundum cylindrum figurae circumscriptae axem habentem EZ eandem rationem habet, quam $\Delta A^2 : KE^2$ [u. ibidem]. ea autem eadem est, quam habet $B\Delta$ ad BE [p. 391 not. 3] et $\Delta A : E\Xi$ [p. 391 not. 4]. et ceterorum cylindrorum singuli, qui in toto cylindro sunt et axem habent lineae ΔE aequalem, ad singulos cylindros, qui in figura circumscripta sunt et eundem axem habent, eam rationem habebunt, quam dimidia pars diametri basis eorum²⁾ ad partem eius³⁾ inter lineas AB , $B\Delta$ abscisam. itaque etiam omnes cylindri totius cylindri, cuius axis est $B\Delta$, ad omnes

1) H. e. figura circumscripta inscriptam; itaque parum recte dicitur: $\xi\kappa\alpha\sigma\tau\omicron\nu \xi\kappa\acute{\alpha}\sigma\tau\omicron\nu$; saltem debet esse $\xi\kappa\acute{\alpha}\tau\epsilon\rho\nu \xi\kappa\acute{\alpha}\tau\epsilon\rho\nu$.

2) H. e. cylindrorum cylindri totius.

3) H. e. diametri basis. hoc loco igitur bases uocantur ii circuli, qui in ea parte cylindrorum sunt, in qua est punctum Δ , supra uero ii, qui in altera parte sunt, in qua est B (p. 392, 4; sed p. 392, 3 ut hoc loco).

ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ περιγεγραμ-
 μένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἔξοῦντι λόγον, ὃν πάσαι αἱ
 εὐθείαι ποτὶ πάσας τὰς εὐθείας. αἱ δὲ εὐθείαι πάσαι
 αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων, οἱ βασιλεῖς ἐντὶ τῶν
 5 κυλίνδρων, τῶν εὐθειῶν πασῶν τῶν ἀπολελαμμέναν
 ἀπ' αὐτῶν σὺν τῇ AA ἔλασσόνες ἐντὶ ἡ διπλασίαι.
 δῆλον οὖν, ὅτι καὶ οἱ κυλίνδροι πάντες οἱ ἐν τῷ ὅλῳ
 κυλίνδρῳ ἔλασσόνες ἐντὶ ἡ διπλασίαι τῶν κυλίνδρων
 τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι. ὁ ἄρα κύλινδρος
 10 ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τῶν
 AG , ἄξονα δὲ τῶν BA ἔλασσων ἐστὶν ἡ διπλασίαι
 τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος. οὐκ ἐστὶ δέ, ἀλλὰ
 μείζων ἢ διπλασίαι. τοῦ γὰρ Ψ κώνου διπλασίαι
 ἐστὶ, τὸ δὲ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλαττον ἐδείχθη
 15 τοῦ Ψ κώνου. οὐκ ἄρα ἐστὶν οὐδὲ ἔλασσον τὸ τοῦ
 κωνοειδέος τμήμα τοῦ Ψ κώνου. ἐδείχθη δέ, ὅτι
 οὐδὲ μείζων. ἡμιόλιον ἄρα ἐστὶν τοῦ κώνου τοῦ βάσιν
 ἔχοντος τῶν αὐτῶν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

κβ'.

- 20 Καὶ τοίνυν εἰ κα μὴ ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα ἐπι-
 πέδῳ ἀποτμαθῆ τὸ τμήμα ἀπὸ τοῦ ὀρθογωνίου κω-
 νοειδέος, ὁμοίως ἡμιόλιον ἐσσεῖται τοῦ ἀποτμάματος
 τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τῶν αὐτῶν τῷ τμήματι
 καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.
- 25 ἔστω τμήμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος ἀποτετμαμένον,
 ὡς εἰρήται, καὶ τμαθέντος αὐτοῦ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ

5. κυλίνδρων] κυλινδρων προς (comp.) F; corr. Torellius.
 6. τῶ] ταν F; corr. BD. 10. κύκλον] κυλινδρον F; corr. B*.
 13. διπλασίαι] διπλασι cum comp. ων F. 17. οὐδέ] scripsit;
 ουτε F, vulgo. 18. τμήματι] sic F, ut lin. 21 (bis), 23. 19.

cylindros figurae circumscriptae eandem habebunt rationem, quam omnes lineae illae ad omnes has lineas.¹⁾ sed omnes lineae, quae radii sunt cylindrorum, qui bases sunt cylindrorum, minores sunt quam duplo maiores omnibus lineis de iis abscisis una cum linea AA [p. 290, 5; u. p. 393 not. 5]. adparet igitur, etiam cylindros omnes totius cylindri minores esse quam duplo maiores cylindris figurae circumscriptae. itaque cylindrus basim habens circulum circum diametrum AI descriptum, axem autem BA minor est quam duplo maior figura circumscripta. at non est, sed maior quam duplo maior; nam duplo maior est cono Ψ , et figura circumscripta minor est cono Ψ , ut demonstratum est [p. 394, 5]. itaque segmentum conoidis ne minus quidem est cono Ψ . demonstratum autem est, ne maius quidem id esse. quare dimidia parte maius est cono basim eandem habenti, quam segmentum, et eundem axem.

XXII.

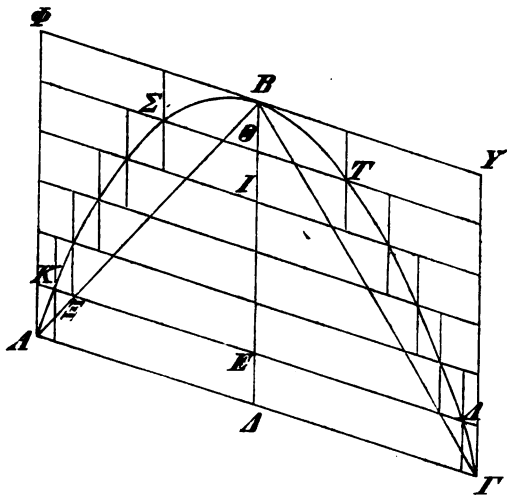
Iam uero etiam si segmentum plano ad axem non perpendiculari abscinditur a conoide rectangulo, item dimidia parte maius erit segmento cono basim eandem habenti, quam segmentum, et eundem axem.

sit segmentum [conoidis rectanguli ita abscisum, ut dictum est, et secto eo plano per axem posito ad

1) Sequitur (ut supra p. 392, 5 sq.) addendo proportiones, quarum denominatores aequales sunt ($\alpha\nu\acute{\alpha}\pi\alpha\lambda\iota\upsilon$).

$\kappa\delta'$ Torellius. 20. τῷ ἐπιπέδῳ? 22. ἐσσεῖται] scripsi; εἶσται per comp. F, uulgo. 25. κωνοειδούς F.

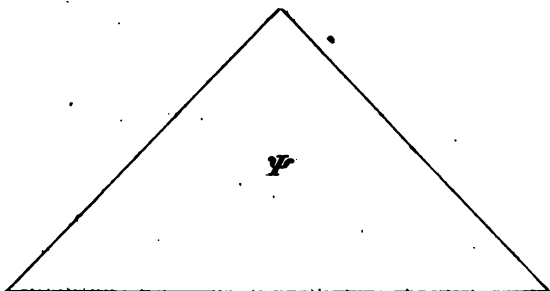
ἄξονος ὀρθῶ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμακὸς τὸ
 τμήμα τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω $\acute{\alpha}$ $AB\Gamma$ ὀρθογων-
 νίου κώνου τομὰ, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτετμακότες
 τὸ τμήμα $\acute{\alpha}$ $A\Gamma$ εὐθεῖα, παρὰ δὲ τὴν $A\Gamma$ ἄϋϕτ ἐπι-
 ψάφουσα τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς κατὰ τὸ
 5 B , καὶ ἄ $B\Delta$ ἄχθω παρὰ τὸν ἄξονα. τεμεῖ δὴ αὐτὰ
 δίχα τὴν $A\Gamma$. ἀπὸ δὲ τᾶς $\Phi\Gamma$ ἐπίπεδον ἀνεστακέτω
 παράλληλον τῷ κατὰ τὴν $A\Delta$. ἐπιψάψει δὴ τοῦτο



τὸ κωνοειδὲς κατὰ τὸ B , καὶ ἔσσειται τοῦ τμήματος
 10 κορυφὰ τὸ B σαμεῖον, ἄξων δὲ ἄ $B\Delta$. ἐπεὶ οὖν τὸ
 ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὴν $A\Gamma$ οὐ ποτ' ὀρθὰς ἐὼν τῷ ἄξονι
 τετμάκει τὸ κωνοειδὲς, ἄ τομὰ ἔστιν ὀξυγωνίου κώνου
 τομὰ, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἄ μείζων ἄ $A\Gamma$. ἐούσας
 δὴ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς περὶ διάμετρον τὴν ΓA
 15 καὶ γραμμᾶς τᾶς $B\Delta$, ἢ ἔστιν ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς

2. τμήμα] scripsi; σχημα F, vulgo; „portionem“ Cr. τομὰ]

planum segmentum abscindens perpendiculari, figurae sectio sit $AB\Gamma$ conici rectanguli sectio [prop. 11, a], plani uero segmentum abscindentis linea $A\Gamma$, et lineae $A\Gamma$ parallela sit linea $\Phi\mathcal{T}$ conici rectanguli sectionem contingens in puncto B , et linea $B\mathcal{A}$ ducatur axi parallela. ea igitur lineam $A\Gamma$ in duas partes aequales secabit.¹⁾ et in linea $\Phi\mathcal{T}$ planum erigatur parallelum plano in linea $A\Gamma$ posito. hoc igitur conoides in



puncto B continget [prop. 16, b], et uertex segmenti erit punctum B , axis autem $B\mathcal{A}$.²⁾ iam quoniam planum in linea $A\Gamma$ positum ad axem non perpendicularare conoides secat, sectio erit conici acutianguli sectio, et maior eius diametrus $A\Gamma$ [prop. 12]. itaque quoniam data est sectio conici acutianguli circum diametrum $\Gamma\mathcal{A}$ descripta, et linea $B\mathcal{A}$ a centro conici acutianguli erecta

1) U. quadr. parab. prop. 1; cfr. supra p. 381 not. 3.

2) B uertex est propter p. 276, 7, $B\mathcal{A}$ autem diametrus segmenti (sectionis conici rectanguli) et diametro sectionis, hoc est axi conoidis, parallela (u. p. 383 not. 1); tum u. p. 276, 8.

om. F; corr. B. 3. $\kappa\acute{\omega}\nu\sigma\upsilon$] om. F; corr. Torellius. 8. $A\mathcal{A}$] $A\Gamma$? $\delta\eta$] scripsi; $\delta\epsilon$ F, uulgo. 11. $\tau\phi$] $\tau\omega$ $\tau\omega$ F; corr. C*. 12. $\tau\epsilon\tau\mu\eta\sigma\iota$ F, uulgo.

τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομαῖς ἀνεστακοῦσα ἐν ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ἀνεστακότι ἀπὸ διαμέτρου· ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἔστιν ἡ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, δυνατόν ἐστὶ κυλίνδρου εὐρεῖν τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐκ' εὐθείας
 5 τῆς $B\Delta$, οὗ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἡ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά. δυνατόν δέ ἐστι καὶ κώνον εὐρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ B σαμεῖον, οὗ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ἡ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά ἐσσεῖται. ὥστε ἐσσεῖται τόμος κυλίνδρου τις βάσιν ἔχων τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου
 10 τομὰν τὰν περὶ διάμετρον τὰν $ΑΓ$, ἄξονα δὲ τὰν $B\Delta$, καὶ ἀπότμαμα κώνου βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τε τόμῳ καὶ τῷ τμάματι, ἄξονα δὲ τὸν αὐτόν. δεικτέον, ὅτι τὸ τοῦ κωνοειδέος τμάμα ἡμιόλιόν ἐστὶ τούτου τοῦ κώνου.

ἔστω δὴ ὁ Ψ κώνος ἡμιόλιος τοῦ ἀποτμάματος
 15 τούτου. ἐσσεῖται δὴ ὁ τόμος τοῦ κυλίνδρου ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν διπλάσιος τοῦ Ψ κώνου. οὗτος γὰρ ἡμιόλιός ἐστὶ τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, τὸ δὲ ἀπό-
 20 τμαμα τοῦ κώνου τὸ εἰρημένον τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ τόμου τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. ἀναγκαῖον δὴ ἐστὶ τὸ τοῦ κωνοειδέος τμάμα ἴσον εἶμεν τῷ Ψ κώνῳ. εἰ γὰρ μὴ ἐστὶν ἴσον, ἤτοι μείζον ἐστὶν ἢ ἔλασσον. ἔστω
 25 δὴ πρότερον, εἰ δυνατόν, μείζον. ἐγγεγράφθω δὴ τι εἰς τὸ τμάμα σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων τόμων ὕψος ἴσον ἔχόντων συγκείμενα, ὥστε τὸ περιγραφέν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν

2. τᾶς διαμέτρον? 4. εὐρ cum comp. ην uel ιν F. 6. εὐρ cum comp. ην uel ιν F. 8. ὥστε ἐσσεῖται] scripsi; om. F, uulgo; ἐσσεῖται δὴ Torellius. 11. ἀποτμημα F, ut lin. 15,

in plano a diametro erecto ad id planum perpendiculari, in quo est sectio conici acutianguli, fieri potest, ut cylindrus inueniatur axem habens in producta linea $B\Delta$, cuius in superficie sit sectio conici acutianguli [prop. 9]. sed hoc quoque fieri potest, ut conus inueniatur uerticem habens punctum B , cuius in superficie sit sectio conici acutianguli [prop. 8]. erit igitur frustum quoddam cylindri basim habens sectionem conici acutianguli circum diametrum $A\Gamma$ descriptam, axem autem $B\Delta$, et segmentum conici basim habens eandem, quam et frustum et segmentum [conoidis], et axem eundem. demonstrandum est, segmentum conoidis dimidia parte maius esse hoc cono.¹⁾

sit igitur conus Ψ dimidia parte maior hoc segmento [conici]. erit igitur frustum cylindri basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem duplo maius cono Ψ . hic enim dimidia parte maior est segmento conici basim habenti eandem, quam segmentum, et eundem axem, segmentum autem conici, quod commemorauimus, tertia pars est frusti cylindri basim habentis eandem, quam segmentum, et eundem axem.²⁾ necesse igitur est, segmentum conoidis aequale esse cono Ψ . nam si aequale non est, aut maius est aut minus. prius igitur, si fieri potest, maius sit. inscribatur igitur segmento figura solida, et alia circumscribatur ex frustis cylindrorum altitudinem aequalem

1) Fortasse scribendum lin. 14: τοῦτον τοῦ ἀποτμήματος τοῦ κώνου; cfr. lin. 15.

2) U. supra prop. 10. p 340, 8.

19, 20; corr. Torellius. 18. τὸ τοῦ] scripsi; το F, uulgo; τοῦ Torellius. κωνοειδης F; corr. Torellius. 19. την αυτην, utrumque per comp., F; corr. Torellius. 23. δη] scripsi; δε F, uulgo. 27. σχημα] om. F; corr. Torellius.

ἐλάσσονι, ἢ ἄλλῳ ὑπερέχει τὸ τοῦ κωνοειδέος τμήμα
 τοῦ Ψ κώνου. καὶ διάχθω τὰ ἐπίπεδα τῶν τόμων ἔστε
 ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ τόμου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν
 αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. πάλιν δὴ
 5 ὁ πρῶτος τόμος τῶν ἐν τῷ ὄλῳ τόμῳ ὁ ἔχων ἄξονα
 τὰν ΔΕ ποτὶ τὸν πρῶτον τόμον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμ-
 μένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΔΕ τὸν αὐτόν
 ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ τετράγωνον ποτὶ τὸ
 ἀπὸ τῆς ΚΕ. οἱ γὰρ τόμοι οἱ ἴσου ὕψος ἐχόντες τὸν
 10 αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ' ἀλλήλους ταῖς βάσεσιν, αἱ
 δὲ βασεῖς αὐτῶν, ἐπεὶ ὁμοίαι ἐντὶ ὀξυγωνίων κώνων
 τομαί, τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον, ὃν αἱ ὁμολόγοι δια-
 μέτροι αὐτῶν δυνάμει, ἡμισεῖται δὲ ἐντὶ τῶν ὁμολόγων
 διαμέτρων αἱ ΑΔ, ΚΕ. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ ΑΔ ποτὶ
 15 τὰν ΚΕ δυνάμει, τοῦτον ἔχει ἡ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΕ
 μάκει, ἐπεὶ ἡ μὲν ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρόν ἐστιν, αἱ
 δὲ ΑΔ, ΚΕ παρὰ τὰν κατὰ τὸ Β ἐπιψαύουσιν· ὃν
 δὲ λόγον ἔχει ἡ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΕ, τοῦτον ἔχει ἡ ΑΔ
 ποτὶ τὰν ΕΞ. ἔξει οὖν ὁ πρῶτος τόμος τῶν ἐν τῷ
 20 ὄλῳ τόμῳ ποτὶ τὸν πρῶτον τόμον τῶν ἐν τῷ ἐγγε-
 γραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἡ ΑΔ ποτὶ
 τὰν ΕΞ. καὶ τῶν ἄλλων τόμων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ
 ὄλῳ τόμῳ ἄξονα ἴσου ἐχόντων τῶν ΔΕ ποτὶ ἕκαστον
 25 αὐτὸν ἄξονα ἐχόντων τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἡ
 ἡμισεῖται τῆς διαμέτρου τῶν βασίων αὐτοῦ ποτὶ τὰν
 ἀπολελαμμέναν ἀπ' αὐτῆς μεταξὺ τῶν ΑΒ, ΒΔ. δειχ-

2. διάχθω] addidi; om. F, uulgo. ἔστε] scripsi; εσσεται F,
 uulgo. 3. τάν] την comp. F; corr. Torellius. 5. τῷ] το F; corr.
 man. 2, ut uidetur. 6. ΔΕ] ΑΕ FBC*. 10. ἔχοντι] εχωντι F.
 12. εχωντι F. 17. τὸ Β] ταν ΒΕ F; corr. Torellius. 20. τῶν]
 per comp. FB*. 23. ἐχόντων] εχοντα F; corr. B. ποτί] πρὸς

habentibus compositae, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali segmentum conoidis conum Ψ excedit [prop. 20]. et plana frustorum producantur ad superficiem frusti basim habentis eandem, quam segmentum, et axem eundem. rursus igitur primum frustum totius frusti axem habens ΔE ad primum frustum figurae inscriptae axem habens ΔE eandem rationem habet, quam $A\Delta^2 : KE^2$. nam frusta eandem altitudinem habentia eandem rationem inter se habent, quam bases¹⁾, bases autem eorum, quoniam similes sunt coni acutianguli sectiones [prop. 14 coroll.], eandem rationem habent, quam quadrata diametrorum suarum sibi respondentium [prop. 6 coroll.], et lineae $A\Delta$, KE dimidiae sunt diametri sibi respondentes. est autem $A\Delta^2 : KE^2 = B\Delta : BE$ [quadr. parab. prop. 3], quoniam $B\Delta$ diametro parallela est [p. 399 not. 2], et lineae $A\Delta$, KE parallelae lineae in puncto B contingenti. sed $B\Delta : BE = A\Delta : E\Xi$ [p. 391 not. 4]. itaque primum frustum frusti totius ad primum frustum figurae inscriptae eandem rationem habebit, quam $A\Delta : E\Xi$. et ceterorum frustorum unumquodque eorum, quae in toto frusto sunt axem habentia lineae ΔE aequalem, ad unumquodque frustum figurae inscriptae eundem axem habens eandem rationem habet, quam dimidia diametrus basium eius ad eam partem eius²⁾, quae inter lineas AB , $B\Delta$ abscinditur.

1) Cfr. prop. 10 p. 340.

2) H. e. diametri basis, eo circulo pro basi sumpto, qui in ea parte cylindri est, in qua est punctum B . cfr. p. 395 not. 3.

per comp. F; corr. Torellius. 26. τῶν βασιῶν] scripsi; τῶν βασιῶν F, ulgo; τᾶς βάσεων Nizzius. 27. τῶν] τῶν F; corr. Torellius.

θησέται οὖν ὁμοίως τοῖς πρότερον τὸ μὲν ἐγγεγραμ-
 μένον σχῆμα μείζον ἐὼν τοῦ Ψ κώνου, ὁ δὲ τοῦ κυ-
 λίνδρου τόμος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι
 καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν μείζων ἐὼν ἢ διπλασίον τοῦ
 5 ἐγγεγραμμένου σχήματος. ὥστε καὶ τοῦ Ψ κώνου
 μείζων ἐσσεῖται ἢ διπλασίον. οὐκ ἐστὶ δέ, ἀλλὰ δι-
 πλασίον. οὐκ ἄρα ἐστὶ μείζον τὸ τοῦ κωνοειδέος
 τμάμα τοῦ Ψ κώνου. διὰ τῶν αὐτῶν δὲ δειχθήσεται,
 ὅτι οὐδὲ ἑλασσόν ἐστιν. δῆλον οὖν, ὅτι ἴσον. ἡμιόλιον
 10 ἄρα ἐστὶ τὸ τοῦ κωνοειδέος τμάμα τοῦ ἀποτμάματος
 τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι
 καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

κγ'.

Εἰ καὶ τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμάματα
 15 ἀποτμαθέωντι ἐπιπέδοις, τὸ μὲν ἕτερον ὀρθῶ ποτὶ
 τὸν ἄξονα, τὸ δὲ ἕτερον μὴ ὀρθῶ, ἔωντι δὲ οἱ τῶν
 τμαμάτων ἀξόνες ἴσοι, ἴσα ἐσσοῦνται τὰ τμάματα.

ἀποτετμασθῶ γὰρ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμά-
 ματα, ὡς εἰρήται. τμαθέντος δὲ τοῦ κωνοειδέος ἐπι-
 20 πέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος τοῦ μὲν κωνοειδέος ἔστω τομὰ
 ἃ ΑΒΓ ὀρθογωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς
 ἃ ΒΔ, τῶν δὲ ἐπιπέδων αὶ ΑΖ, ΕΓ εὐθείαι, τοῦ μὲν
 ὀρθοῦ ποτὶ τὸν ἄξονα ἃ ΕΓ, τοῦ δὲ μὴ ὀρθοῦ ἃ ΖΑ.
 ἀξόνες δὲ ἔστων τῶν τμαμάτων αὶ ΒΘ, ΚΑ ἴσαι

1. ὁμοίως] syll. ως per comp. F. 7. μείζων F. 9. ἑλασσων
 F. 10. ἀποτμηματος F. 13. κε' Torellius. 15. αποτμη-
 θεωντι F, vulgo (τ pro θ AB, ed. Basil.), ἀποτμαθέωντι To-
 rellius. 17. εσσοονται F, vulgo. 18. αποτετμησθω F; corr.
 Torellius. τμάματα] sic F, ut lin. 14. 20. Post ἄξονος
 haec verba habet F, vulgo: καὶ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ ὀρθῶ ποτὶ τὸν
 ἄξονα, sed adparet, delenda esse. nam conoides secundum

itaque eodem modo, quo antea [p. 390, 11], demonstrabimus, figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ , frustum autem cylindri basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem maius esse quam duplo maius figura inscripta [cfr. p. 392, 16]. quare etiam maius erit quam duplo maius cono Ψ .¹⁾ hoc autem non est, sed duplo maius. itaque segmentum conoidis maius non est cono Ψ . per eadem autem demonstrabitur, ne minus quidem esse. adparet igitur, aequale id esse. itaque segmentum conoidis dimidia parte maius est segmento coni basim habenti eandem, quam segmentum, et eundem axem.

XXIII.

Si a conoide rectangulo duo segmenta abscinduntur, alterum plano ad axem perpendiculari, alterum non perpendiculari, et axes segmentorum aequales sunt, segmenta aequalia erunt.

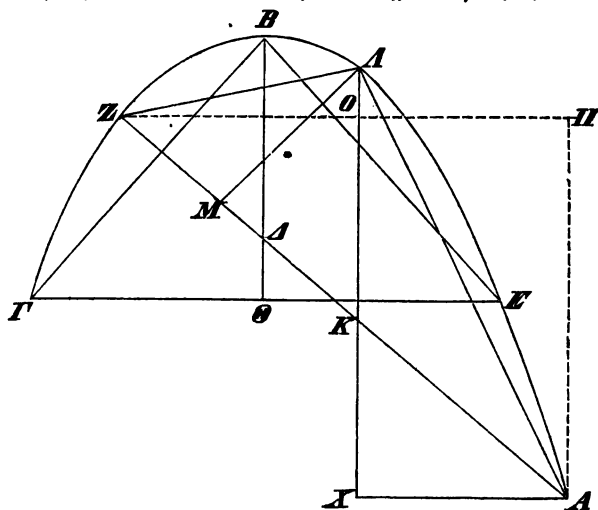
abscindantur enim a conoide aliquo rectangulo duo segmenta ita, ut dictum est. secto autem conoide plano per axem posito conoidis sectio sit $AB\Gamma$ coni rectanguli sectio, diametrus autem eius $B\Delta$ [prop. 11, a], planorum autem lineae AZ , $E\Gamma$, plani ad axem perpendicularis sectio $E\Gamma$, plani autem non perpendicularis linea ZA . axes autem segmentorum sint

1) Quia conus Ψ minor est figura inscripta.

esse et perpendiculari et non perpendiculari plano, iam lin. 18—19: *δύο τμήματα, ὧς εἰρήται* (lin. 14—16) dictum est. quare Nizzius male post *ἄξονα* supplet: *καὶ ἄλλω μὴ ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα*. 21. $AB\Gamma$] $B\Gamma F$; corr. Torellius. 24. *ἔστων*] scripsi; *ἔστω F*; *ἔστωσαν AD, BC**.

ἀλλάλαις, κορυφαὶ δὲ τὰ B, A . δεικτέον, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ τμήμα τοῦ κωνοειδέος, οὗ κορυφαὶ τὸ B , τῷ τμήματι τοῦ κωνοειδέος, οὗ κορυφαὶ τὸ A .

ἐπεὶ γὰρ ἀπὸ τῆς αὐτῆς ὀρθογωνίου κώνου τομῆς
 5 δύο τμήματά ἐντι ἀφηρημένα τὸ τε AAZ καὶ τὸ
 $EBΓ$, καὶ ἐντι αὐτῶν αἱ διαμέτροι ἴσαι αἱ $KA, BΘ$,
 ἴσον ἐστὶ τὸ τρίγωνον τὸ AAK τῷ $EΘB$. δεδείκται
 γάρ, ὅτι τὸ AAZ τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ $EBΓ$ τρι-
 γώνῳ. ἄχθω δὲ ἡ AX κάθετος ἐπὶ τὰν KA ἐκβλη-
 10 θείσαν. καὶ ἐπεὶ ἴσαι αἱ $BΘ, KA$, ἴσαι καὶ αἱ $EΘ,$
 AX . ἔστω δὲ ἐν τῷ τμήματι, οὗ κορυφαὶ τὸ B , κῶνος
 ἐγγεγραμμένος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμήματι καὶ



ἄξονα τὸν αὐτόν· ἐν δὲ τῷ τμήματι, οὗ κορυφαὶ τὸ A , ἀπότμαμα κώνου τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμήματι

1. ἀλλήλαις F; corr. Torellius.

2. τοῦ] addidi; om. F,

$B\Theta$, KA inter se aequales, et uertices puncta B , A . demonstrandum est, segmentum conoidis, cuius uertex sit B , aequale esse segmento conoidis, cuius uertex sit A .

nam quoniam ab eadem sectione conii rectanguli duo segmenta abscisa sunt, AZ et $EB\Gamma$, et diametri eorum KA , $B\Theta$ aequales sunt, triangulum AAK aequale est triangulo $E\Theta B$; nam demonstratum est, triangulum AZ aequale esse triangulo $EB\Gamma$ [prop. 3].¹⁾ ducatur igitur linea AX ad productam lineam KA perpendicularis. et quoniam $B\Theta = KA$, erit etiam $E\Theta = AX$.²⁾ inscribatur igitur segmento, cuius uertex est B , conus eandem basim habens, quam segmentum, et eundem axem, et segmento, cuius uertex est A , segmentum conii eandem basim habens, quam seg-

1) Et $B\Theta$, KA diametri (prop. 11, a) sectionum bases in duas partes aequales diuidunt (prop. 3 p. 302, 9); tum u. Eucl. VI, 1.

2) Nam, cum bases $B\Theta$, KA aequales sint, erit
 $E\Theta B : AKA = E\Theta : AX$ (Eucl. VI, 1) = 1 (not. 1).

uulgo. 6. $\alpha\upsilon\tau\acute{\omega}\nu \alpha\lambda$] scripsi; $\alpha\lambda$ om. F, uulgo. 14. $\alpha\pi\omicron\tau\mu\eta\mu\alpha$ F, ut p. 408 lin. 3; corr. Torellius. $\xi\chi\omicron\nu$] D, B mg.; $\epsilon\chi\omega\nu$ F, uulgo.

ματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. ἄχθω δὲ ἀπὸ τοῦ A
 κάθετος ἐπὶ τὰν AZ ἢ AM . ἐσσεῖται δὴ αὐτὰ ὕψος
 τοῦ ἀποτμήματος τοῦ κώνου, οὗ κορυφὰ τὸ A . τὸ
 δὲ ἀπότμαμα τοῦ κώνου, οὗ κορυφὰ τὸ A , καὶ ὁ κώνος,
 5 οὗ κορυφὰ τὸ B , τὸν συγκείμενον λόγον ἔχοντι ποτ'
 ἄλλαλα ἕκ τε τοῦ τῶν βασιῶν λόγου καὶ ἕκ τοῦ τῶν
 ὑψέων. τὸν συγκείμενον οὖν ἔχοντι λόγον ἕκ τε τοῦ,
 ὃν ἔχει τὸ περιεχόμενον χωρίου ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγων-
 νίου κώνου τομᾶς τᾶς περὶ διάμετρον τὰν AZ ποτὶ
 10 τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν $EΓ$, καὶ ἕκ τοῦ,
 ὃν ἔχει ἡ MA ποτὶ τὰν $BΘ$. τὸ δὲ χωρίον τὸ περι-
 εχόμενον ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ποτὶ
 τὸν αὐτὸν κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ πε-
 ριεχόμενον ὑπὸ τᾶν διαμέτρων ποτὶ τὸ τετράγωνον
 15 τὸ ἀπὸ τᾶς $EΓ$ [ἔχει καὶ τὸ ἀπότμημα τοῦ κώ-
 νου, οὗ κορυφὰ τὸ A , πρὸς τὸν κώνον, οὗ κορυφὰ
 τὸ B , τὸν συγκείμενον λόγον ἕκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἡ
 KA ποτὶ τὰν $EΘ$, καὶ τοῦ, ὃν ἔχει ἡ MA ποτὶ τὰν
 $BΘ$. ἡ μὲν γὰρ KA ἡμίσειά ἐντι τᾶς διαμέτρον τᾶς
 20 βάσιος τᾶς τοῦ ἀποτμήματος τοῦ κώνου, οὗ κορυφὰ
 τὸ A , ἡ δὲ $EΘ$ ἡμίσεια τᾶς διαμέτρον τᾶς βάσεως τοῦ
 κώνου, αἱ δὲ AM , $BΘ$ ὑψεῖά ἐντι αὐτῶν. ἔχει δὲ ἡ
 AM ποτὶ τὰν $BΘ$ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν καὶ ποτὶ τὰν
 KA , ἐπεὶ ἡ $BΘ$ ἴση ἐστὶ τῇ KA . ἔχει δὲ καὶ ἡ AM
 25 ποτὶ τὰν KA , ὃν ἡ XA ποτὶ τὰν AK]. ἔχου οὖν κα
 καὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου ποτὶ τὸν κώνον τὸν συγ-
 κείμενον λόγον ἕκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἡ AK ποτὶ τὰν

1. δέ] δὲ καὶ D (non BC*); ed. Basil., Torellius. 2. δή]
 Torellius; δι F, vulgo. 3. A] A F. 5. γωντι F; corr. D.
 ποτι ταλλαλα F. 11. MA] scripsi; NA FBBC*; AM ed. Basil.,
 Torellius. In figura lineas ZΠ, ΑΠ et litteras O, Π addidi.
 15. ἀπότμαμα, ut lin. 20, Torellius. 16. ποτί Torellius.

mentum, et eundem axem. ducatur autem ab A puncto linea AM ad lineam AZ perpendicularis. ea igitur altitudo erit segmenti conii, cuius vertex est A .¹⁾ segmentum autem conii, cuius vertex est A , et conus, cuius vertex est B , eam inter se rationem habent, quae composita est ex ratione basium et ratione altitudinum.²⁾ habent igitur rationem compositam ex ratione, quam habet spatium comprehensum sectione conii acutianguli [prop. 12] circum diametrum AZ descripta ad circulum [prop. 11, a] circum diametrum EG descriptum, et ratione $MA : B\Theta$. sed spatium sectione conii acutianguli comprehensum ad eundem circulum eandem rationem habet, quam rectangulum diametris [illius] comprehensum ad EG^2 [prop. 5].³⁾ quare etiam segmentum conii ad conum rationem ha-

1) Quia a vertice A ad basim perpendicularis ducta est (u. quadr. parab. 17 extr.).

2) Cfr. prop. 10.

3) Sequentia uerba: $\xi\chi\epsilon\iota$ καὶ lin. 15 — τὰν AK lin. 25 subditia sunt. nam primum uerba αὐτῶν AM , $B\Theta$ ὑπερά ἐστιν αὐτῶν hoc loco prorsus absurda sunt post lin. 2—3. deinde quae proxime sequuntur lin. 22—25 demonstrationis tenorem plane conturbant. adparet enim ex p. 410, 1 sq., Archimedes rationem $AM : B\Theta$ immutatam retinuisse et alteram rationem ita transformasse, ut adpareret, eam aequalem esse $B\Theta : AM$. tum etiam lin. 15—21, ubi etiam causa obscure significata (ἀ μὲν γὰρ καὶ lin. 19) offendit, delendae sunt propter lin. 25 sq.

18. MA] scripsi; NA FBC*; AM ed. Basil., Torellius. 19. τὰν διαμετρῶν (ων comp.) τὰς βασίας (ας comp.) F; corr. Torellius. 22. AM] AN F, ut lin. 23; corr. ed. Basil. 24. ἴσα Torellius. AM] AN F, ut p. 410 lin. 2; corr. ed. Basil. 25. $\xi\chi\epsilon\iota$ οὖν καὶ] scripsi; $\epsilon\chi\epsilon\iota$ F, uulgo; $\xi\chi\epsilon\iota$ Torellius, B. 26. ἀπομνημα F; corr. Torellius.

ΑΧ ἴσα γάρ ἐστιν ἅ *ΑΧ* τῶ *ΕΘ*· καὶ ἐκ τοῦ, ὃν
 ἔχει ἅ *ΑΜ* ποτὶ τὰν *ΒΘ*. ὁ δὲ ἕτερος τῶν εἰρημένων
 λόγων, ὁ τῆς *ΑΚ* ποτὶ *ΑΧ*, ὁ αὐτός ἐστι τῶ τῆς *ΑΚ*
 ποτὶ *ΑΜ*. τὸ ἄρα ἀπότμαμα ποτὶ τὸν κώνον λόγον
 5 ἔχει, ὃν ἅ *ΑΚ* ποτὶ τὰν *ΑΜ*, καὶ ὃν ἔχει ἅ *ΑΜ* ποτὶ
 τὰν *ΒΘ*. ἴσα δὲ ἅ *ΒΘ* τῶ *ΚΑ*. δῆλον οὖν, ὅτι ἴσον
 ἐστὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου, οὗ κορυφὰ τὸ *Α*, τῶ
 κώνω, οὗ κορυφὰ τὸ *Β*. φανερόν οὖν, ὅτι καὶ τὰ
 τμήματα ἴσα ἐντί, ἐπεὶ τὸ μὲν ἕτερον αὐτῶν ἡμιόλιον
 10 ἐστὶ τοῦ κώνου, τὸ δὲ ἕτερον ἡμιόλιον τοῦ ἀποτμά-
 ματος τοῦ κώνου ἴσων ἐόντων.

κδ'.

Εἰ κα τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμήματα
 ἀποτμαθέντι ἐπιπέδοις ὀπασοῦν ἀγμένοις, τὰ τμή-
 15 ματα ποτ' ἄλλαλα τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον τοῖς τε-
 τραγώνοις τοῖς ἀπὸ τῶν ἀξόνων αὐτῶν.

ἀποτετμασθῶ γὰρ τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο
 τμήματα, ὡς ἐτυχεν. ἔστω δὲ τῶ μὲν τοῦ ἐτέρου
 τμήματος ἄξονι ἴσα ἅ *Κ*, τῶ δὲ τοῦ ἐτέρου ἴσα ἅ *Λ*.
 20 δεικτέον, ὅτι τὰ τμήματα τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον
 ποτ' ἄλλαλα τοῖς ἀπὸ τῶν *Κ*, *Λ* τετραγώνοις.

τμαθέντος δὴ τοῦ κωνοειδέος ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ

1. *ΑΧ*] *ΑΓ* FV. 2. ἕτερος] scripsi; εκ F, vulgo. 3.
 τῆς] της F; corr. Torellius. προς per comp. F; corr. Torel-
 lius, ut lin. 4 bis. τῆς *ΑΚ*] της *ΑΝ* F, της *ΑΚ* ed. Basil.;
 corr. Torellius. 4. *ΑΜ*] *ΑΚ* FVD. 5. *ΑΚ*] *ΑΝ* F; corr.
 ΑΒ. *ΑΜ*] *ΑΚ* F; corr. ΑΒ. και τω ον F; corr. Torellius.
ΑΜ] *ΑΝ* F; corr. ΑΒ. 6. ἴση F; corr. Torellius. 7. απο-
 τμημα F. 10. αποτμηματος F; corr. Torellius. 12. κς'
 Torellius. 16. αὐτῶν] αυτης cum comp. ων supra σ F;
 αὐτοῖς ed. Basil. corr. C*. 17. αποτετμησθῶ F, ut lin. 14;
 corr. Torellius. 18. τῶ] τα F; corr. B* D. 19. *Κ*] *ΑΚ*
 FBC*. *Α*] *ΑΑ* FBC*.

bebit compositam ex $AK : AX$ (nam $AX = E\Theta$)¹⁾ et $AM : B\Theta$. altera autem harum rationum, $AK : AX$, aequalis est rationi $AK : AM$.²⁾ itaque segmentum [coni] ad conum eam rationem habet, quam

$$AK : AM \times AM : B\Theta.$$

sed $B\Theta = KA$ [ex hypothesi]. adparet igitur, segmentum coni, cuius uertex sit A , aequale esse cono, cuius uertex sit B . constat igitur, etiam segmenta aequalia esse, quia alterum eorum dimidia parte maius est cono [prop. 21], alterum dimidia parte maius segmento coni cono illi aequali [prop. 22].

XXIV.

Si a conoide rectangulo duo segmenta abscinduntur planis quouis modo ductis, segmenta inter se eandem rationem habebunt, quam quadrata axium.³⁾

abscindantur enim a conoide rectangulo duo segmenta quouis modo sumpta, et axi alterius segmenti aequalis sit linea K , alterius autem linea A . demonstrandum, segmenta eandem rationem habere inter se quam $K^2 : A^2$.

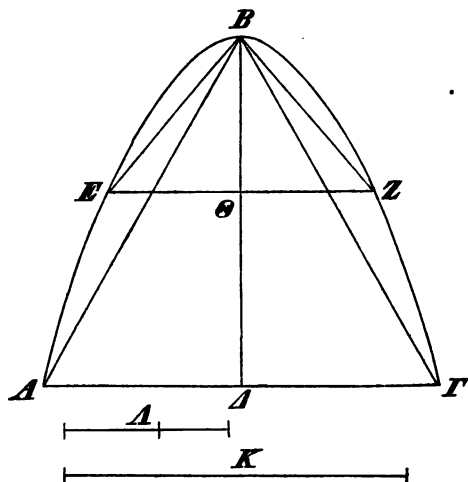
secto igitur conoide plano per axem posito segmenti

1) U. p. 406, 10. Ducatur $A\Pi \perp AX$ et $Z\Pi \perp A\Pi$. erit $Z\Pi$ minor diametrus ellipsis, cuius maior diametrus est AZ (prop. 12). et (Eucl. VI, 2) $ZO : O\Pi = ZK : KA = 1$. sed $O\Pi = AX$ (Eucl. I, 34) = ΘE . quare erit $Z\Pi = E\Gamma$. itaque $AZ \times Z\Pi : E\Gamma^2 = AZ : E\Gamma = AK : E\Theta = AK : AX$.

2) Nam trianguli MKA , AKX similes sunt; tum u. Eucl. VI, 4.

3) P. 276, 18 finis hic est: τὰ ἀποτραθέντα τμήματα διπλάσιον λόγον ἔξουσιν ποτ' ἄλλαλα τῶν ἀξόνων; cfr. περιέλιξ. praef.

ἄξονος τοῦ τμήματος ἔστω τομὰ ἄ $AB\Gamma$ ὀρθογωνίου κώνου τομὰ, ἄξων δὲ ἄ $B\Delta$. καὶ ἀπολελάφθω ἄ $B\Delta$ τῆ K ἴσα, καὶ διὰ τοῦ Δ ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω ὀρθὸν ποτὶ



τὸν ἄξονα. τὸ δὴ τμήμα τοῦ κωνοειδέος τὸ βάσιν
 5 μὲν ἔχον τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν AG ,
 ἄξονα δὲ τὰν $B\Delta$ ἴσον ἐστὶ τῷ τμήματι τῷ ἄξονα ἔχοντι
 ἴσον τῆ K . εἰ ἄρα μὲν οὖν καὶ ἄ K ἴσα ἐστὶ τῆ Δ ,
 φανερόν, ὅτι καὶ τὰ τμήματα ἴσα ἐσσοῦνται ἀλλήλοις.
 ἐκάτερον γὰρ αὐτῶν ἴσον τῷ αὐτῷ. καὶ τὰ τετρά-
 10 γωνα τὰ ἀπὸ τῶν K, Δ ἴσα ὥστε τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι
 λόγον τὰ τμήματα τοῖς τετραγώνοις τοῖς ἀπὸ τῶν
 ἄξωνων. εἰ δὲ μὴ ἴσα ἐστὶν ἄ Δ τῆ K , ἔστω ἄ Δ ἴσα
 τῆ $B\Theta$, καὶ διὰ τοῦ Θ ἐπίπεδον ἄχθω ὀρθὸν ποτὶ
 τὸν ἄξονα. τὸ δὴ τμήμα τὸ βάσιν ἔχον τὸν κύκλον
 15 τὸν περὶ διάμετρον τὰν EZ , ἄξονα δὲ τὰν $B\Theta$ ἴσον

1. ἄ] om. F. 3. K] IKF . 4. δῆ] scripsi; δε F, vulgo.

sectio sit $AB\Gamma$ rectanguli conici sectio [prop. 11, a], axis autem $B\Delta$. et ponatur $B\Delta$ lineae K aequalis, et per Δ punctum planum ducatur ad axem perpendicularare. segmentum igitur conoidis basim habens circulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum, axem autem $B\Delta$ aequale est segmento axem habenti lineae K aequalem [prop. 23]. quare si $K = A$, constat, etiam segmenta aequalia inter se fore; nam utrumque eorum eidem aequale est. et $K^2 = A^2$. quare segmenta eandem rationem habebunt, quam quadrata axium. sin A linea lineae K aequalis non est, sit $A = B\Theta$, et per Θ ducatur planum ad axem perpendicularare. segmentum igitur basim habens circulum circum diametrum EZ descriptum, axem autem $B\Theta$

6. $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$] comp. F, BC*; $\acute{\epsilon}\nu\tau\acute{\iota}$ uulgo. $\tau\upsilon\acute{\alpha}\mu\alpha\tau\iota$] sic F, ut lin. 8, 11.
 7. A] Δ F; corr. ed. Basil.* 9. $\lambda\sigma\upsilon\upsilon$] comp. F. 10. $\tau\acute{\alpha}\nu$] scripsi; $\tau\omega\nu$ F, uulgo. A] Δ F; corr. ed. Basil.* 14. $\delta\eta$] scripsi; $\delta\epsilon$ F, uulgo.

ἐστὶ τῷ τμήματι τῷ ἔχοντι ἄξονα ἴσον τῷ A . ἐγγε-
 γραφθῶσαν δὴ κῶνοι βασιλίας μὲν ἔχοντες τοὺς κύκλους
 τοὺς περὶ διαμέτρους τὰς AG , EZ , κορυφὰν δὲ τὸ
 B σαμεῖον. ὁ δὴ κῶνος ὁ ἔχων ἄξονα τὰν $B\Delta$ ποτὶ
 5 τὸν κῶνον τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν $B\Theta$ τὸν συγκεί-
 μενον ἔχει λόγον ἕκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἅ $A\Delta$ ποτὶ τὰν
 ΘE δυνάμει, καὶ ἕκ τοῦ, ὃν ἔχει ἅ ΔB ποτὶ τὰν $B\Theta$
 μάκει. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἅ ΔA ποτὶ τὰν ΘE δυνά-
 μει, τοῦτον ἔχει ἅ $B\Delta$ ποτὶ τὰν $B\Theta$ μάκει. ὁ ἄρα
 10 κῶνος ὁ ἔχων ἄξονα τὰν $B\Delta$ ποτὶ τὸν κῶνον τὸν
 ἔχοντα ἄξονα τὰν $B\Theta$ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἕκ
 τε τοῦ, ὃν ἔχει ἅ ΔB ποτὶ τὰν ΘB , καὶ ἕκ τοῦ, ὃν
 ἔχει ἅ ΔB ποτὶ τὰν $B\Theta$. οὗτος δὲ ἐστὶν ὁ αὐτὸς τῷ,
 ὃν ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ΔB ποτὶ τὸ τετρά-
 15 γωνον τὸ ἀπὸ τῆς ΘB . ὃν δὲ λόγον ἔχει ὁ κῶνος ὁ
 ἄξονα ἔχων τὰν $B\Delta$ ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ἄξονα ἔχοντα
 τὰν ΘB , τοῦτον ἔχει τὸν λόγον τὸ τμήμα τοῦ κωνοειδέος
 τὸ ἄξονα ἔχον τὰν ΔB ποτὶ τὸ τμήμα τὸ ἄξονα ἔχον τὰν
 ΘB . ἐκάτερον γὰρ ἡμιόλιόν ἐστίν. καὶ ἐστὶν τῷ μὲν
 20 τμήματι τῷ ἄξονα ἔχοντι τὰν $B\Delta$ ἴσον τὸ τμήμα τοῦ
 κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον ἴσον τῷ K , τῷ δὲ τμήματι τῷ
 ἄξονα ἔχοντι τὰν ΘB ἴσον τὸ τμήμα τοῦ κωνοειδέος
 τὸ ἄξονα ἔχον ἴσον τῷ A , καὶ τῷ μὲν $B\Delta$ ἴσα ἅ K ,
 τῷ δὲ ΘB ἴσα ἅ A . δῆλον οὖν, ὅτι τὸ τμήμα τοῦ
 25 κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον ἴσον τῷ K τὸν αὐτὸν ἔχει
 λόγον ποτὶ τὸ τμήμα τοῦ κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον
 ἴσον τῷ A , ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς K ποτὶ τὸ
 τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς A .

1. τῷ] scripsi; τῷ F, vulgo. 2. δῆ] δυο A, ed. Basil.,
 Torellius. 4. δῆ] scripsi; δε F, vulgo. 9. μακῶν F; corr.
 B. 15. ΘB] EB F; corr. ed. Basil.* 16. ὁ ἄξονα] ὁ ad-

aequale est segmento axem habenti aequalem lineae A . inscribantur igitur conici bases habentes circulos circum diametros AG , EZ descriptos, uerticem autem punctum B . conus igitur axem habens $B\Delta$ ad conum axem habentem $B\Theta$ eam rationem habet, quam habet

$$A\Delta^2 : \Theta E^2 \times \Delta B : B\Theta.^1)$$

sed $\Delta A^2 : \Theta E^2 = B\Delta : B\Theta$ [quadr. parab. prop. 3]. quare conus axem habens $B\Delta$ ad conum axem habentem $B\Theta$ eam habet rationem, quam

$$\Delta B : \Theta B \times \Delta B : B\Theta = \Delta B^2 : \Theta B^2.$$

et quam rationem habet conus axem habens $B\Delta$ ad conum axem habentem ΘB , eam rationem habet segmentum conoidis axem habens ΔB ad segmentum axem habens ΘB . utrumque enim [segmentum] dimidia parte maius est [cono basim eandem habenti et axem eundem; prop. 21]. et segmento axem habenti $B\Delta$ aequale est segmentum conoidis axem habens lineae K aequalem, segmento autem axem habenti ΘB segmentum axem aequalem habens lineae A , et $B\Delta = K$, $\Theta B = A$. adparet igitur, segmentum conoidis axem habens lineae K aequalem ad segmentum conoidis axem habens lineae A aequalem eandem rationem habere, quam K^2 ad A^2 .

1) Habent enim rationem ex ratione basium et ratione axium compositam (prop. 10); sed ratio basium ea est, quam habet $A\Delta^2 : E\Theta^2$ (Eucl. XII, 2).

didi; om. F, uulgo. $B\Delta$] $K\Delta$ FBC*. 20. τό] addidi; om. F, uulgo. 23. ἴσον] scripsi; ἴσαν F, uulgo. K] AK F. 27. τετραγωνον] τετραγωνον KE F; corr. B. 28. A] A F.

κε'.

Πᾶν τμήμα ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἀποτετμα-
 νον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα ποτὶ τὸν κῶνον
 τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ὕψος
 5 ἴσον τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ συναμφοτέραις
 ἴσα τῷ τε ἄξονι τοῦ τμήματος καὶ τῇ τριπλασίᾳ τᾶς
 ποτεούσας τῷ ἄξονι ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις τῷ τε
 ἄξονι τοῦ τμήματος καὶ τῇ διπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας
 τῷ ἄξονι.

- 10 ἔστω τι τμήμα ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἀποτετμα-
 μένον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, καὶ τραθέντος
 αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ἡ τομὰ ἔστω
 αὐτοῦ μὲν τοῦ κωνοειδέος ἡ $ABΓ$ ἀμβλυγωνίου
 κῶνου τομὰ, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτεμνοντος
 15 τὸ τμήμα ἡ $AΓ$ εὐθεῖα, ἄξων δὲ ἔστω τοῦ τμήματος
 ἡ $BΔ$, ἡ δὲ ποτεούσα τῷ ἄξονι ἔστω ἡ $BΘ$, καὶ τῇ
 $BΘ$ ἴσα ἡ $ZΘ$ καὶ ἡ ZH . δεικτέον, ὅτι τὸ τμήμα
 ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμή-
 ματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν ἡ $HΔ$ ποτὶ
 20 τὰν $ZΔ$.

ἔστω δὴ κύλινδρος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμή-
 ματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ ἔστωσαν
 αὐτῶν $ΦΑ$, $ΓΤ$. ἔστω δὲ καὶ κῶνός τις, ἐν ᾧ τὸ $Ψ$,
 καὶ ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ
 25 τμήματι καὶ ἄξονα τὰν $BΔ$ τοῦτον ἐχέτω τὸν λόγον,
 ὃν ἔχει ἡ $HΔ$ ποτὶ τὰν $ΔΖ$. φησὶ δὴ τὸ τμήμα τοῦ

1. κέ' Torellius. 2. ἀποτετμημενον F, ut lin. 10; corr. Torellius. 5. ἡ συναμφοτέραις] scripsi; συναμφοτερα F, uulgo. 6. τῷ] το F. 15. ἡ $AΓ$ εὐθεῖα] scripsi; ευθεια F, uulgo; εὐθεῖα ἡ $AΓ$ ed. Basil., Torellius. 16. $BΔ$] $BAΔ$ F; corr. ed. Basil*. ποτιουσα F; corr. Torellius. 18. τὸν βάσιν] Torellius; ταν βασιν F, uulgo. 19. λόγον] τὸν αὐτόν λόγον?

XXV.

Quoduis segmentum conoidis obtusianguli plano ad axem perpendiculari abscisum ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et altitudinem aequalem eam habet rationem, quam linea utrique simul aequalis, et axi segmenti et triplici lineae axi adiectae ad lineam utrique aequalem et axi segmenti et duplici lineae axi adiectae.¹⁾

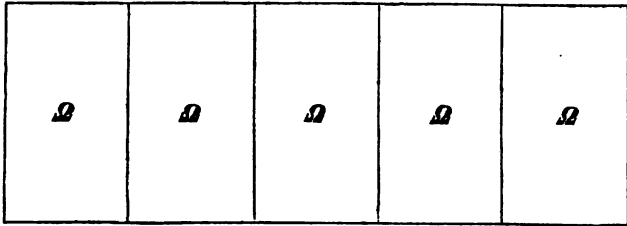
sit segmentum aliquod conoidis obtusianguli plano ad axem perpendiculari abscisum, et secto eo alio plano per axem posito ipsius conoidis sectio sit $AB\Gamma$ conici obtusianguli sectio [prop. 11, b], plani autem segmentum abscindentis linea $A\Gamma$, axis autem segmenti sit $B\Delta$, et linea axi adiecta sit $B\Theta$, et sit $B\Theta = Z\Theta = ZH$. demonstrandum est, segmentum ad conum basim habentem eandem, quam segmentum, et eundem axem eam rationem habere, quam $H\Delta : Z\Delta$.

sit igitur cylindrus eandem basim habens, quam segmentum, et axem eundem, latera autem eius sint lineae ΦA , ΓT . sit autem etiam conus quidam, in quo sit littera Ψ , et ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et axem $B\Delta$ eam habeat rationem, quam $H\Delta : \Delta Z$. dico igitur, segmentum

1) P. 280, 2: εἴ κα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἀπομαθῆ τμήματα ἐπιπέδῳ ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀπομαθὲν τμήμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἂ συναμφοτέραις ἴσα, τῷ τε ἄξονι κτλ. (lin. 6—9).

23. δέ] scripsi; δη F, vulgo. 26. HΔ] ΚΔ F; corr. ed. Basil.* φημι F; corr. Torellius.

conoidis aequale esse cono Ψ . nam si aequale non est, aut maius est aut minus. prius, si fieri potest, maius sit. inscribatur igitur segmento figura solida, et alia circumscribatur ex cylindris altitudinem aequalem habentibus composita, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali excedit segmentum conoidis conum Ψ [prop. 19]. producantur igitur plana omnium cylindrorum ad superficiem cylindri basim habentis circulum circum diametrum



AG descriptum, axem autem BA . itaque totus cylindrus diuisus erit in cylindros numero cylindris figurae circumscriptae aequales, magnitudine autem maximo eorum aequales. et quoniam figura circumscripta excedit inscriptam minore spatio, quam quo segmentum conum Ψ excedit, et figura circumscripta maior est segmento, adparet, etiam figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ . sit igitur BP tertia pars

corr. Torellius. In figura litteras M, N permutant Cr., ed. Basil., Torellius. 24. $\epsilon\lambda\alpha\alpha\sigma\sigma\omicron\nu\iota$ F. 27. η] om. F; corr. ed. Basil. 28. $\tau\mu\acute{\alpha}\mu\alpha$] sic F, ut p. 420 lin. 12.

γραμμένον σχῆμα μείζον ἔστι τοῦ Ψ κώνου. ἔστω
 δὴ τρίτον μέρος τᾶς $B\Delta$ ἢ BP . ἐσσεῖται οὖν ἢ $H\Delta$
 τριπλασία τᾶς ΘP . καὶ ἐπεὶ ὁ μὲν κύλινδρος ὁ βάσιν
 ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν $ΑΓ$, ἄξονα
 5 δὲ τὰν $B\Delta$ ποτὶ τὸν κώνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν
 αὐτὰν καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον,
 ὃν ἢ $H\Delta$ ποτὶ τὰν ΘP , ἔχει δὲ καὶ ὁ εἰρημένος κών-
 νος ποτὶ τὸν Ψ κώνον, ὃν ἢ $Z\Delta$ ποτὶ τὰν $H\Delta$,
 ἔξει ἄρα καὶ ἀνομοίως τῶν λόγων τεταγμένων τὸν
 10 αὐτὸν λόγον ὁ κύλινδρος ὁ εἰρημένος ποτὶ τὸν Ψ
 κώνον, ὃν ἢ $Z\Delta$ ποτὶ τὰν ΘP . ἔστωσαν δὲ γραμμα-
 κειμέναι, ἐφ' ἃν τὰ Ξ , τῷ μὲν πλήθει ἴσαι τοῖς τμα-
 μάτεσσιν τοῖς ἐν τᾷ $B\Delta$ εὐθείᾳ, τῷ δὲ μεγέθει ἐκάστα
 ἴσα τᾷ ZB , καὶ παρ' ἐκάσταν αὐτῶν παραπεπτωκέτω
 15 χωρίον ὑπερβάλλον εἶδει τετραγώνῳ, καὶ τὸ μὲν μέ-
 γιστον ἔστω ἴσον τῷ ὑπὸ $Z\Delta$, ΔB , τὸ δὲ ἐλάχιστον
 ἴσον τῷ ὑπὸ ZO , OB . αἱ δὲ πλευραὶ τῶν ὑπερβλη-
 μάτων τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχόντων [καὶ γὰρ αἱ
 ἴσαι αὐταῖς αἱ ἐπὶ τᾶς $B\Delta$ εὐθείας τῷ ἴσῳ ἀλλάλων
 20 ὑπερέχουσιν]. καὶ ἔστω ἢ μὲν τοῦ μεγίστου ὑπερβλη-
 ματος πλευρά, ἐφ' ἃς τὸ N , ἴσα τᾷ $B\Delta$, ἢ δὲ τοῦ ἐλαχί-
 στου ἴσα τᾷ BO . ἔστω δὲ καὶ ἄλλα χωρία, ἐν οἷς το
 Ω , τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον
 ἴσον τῷ μεγίστῳ τῷ ὑπὸ τῶν $Z\Delta$, ΔB . ὁ δὲ κύ-

2. ἐπειτα F. 9. ἄρα καὶ] scripsi; αμετρι post lacunam
 F, uulgo; οὖν Commandinus; ἄρα Torellius. τεταγμένων]
 Commandinus; τεταραγμενον F, uulgo; τεταγμένον Torellius.
 11. ὄν] om. FBC*. ΘP] ΘO F; corr. ed. Basil.* ἔστω-
 σαν] comp. F. δέ] scripsi; δε αἱ F, uulgo. 12. ἴσα F; corr.
 B*. 13. τᾷ] τῷ F; corr. Torellius. 14. αὐτῶν F; corr.
 Torellius. 16. ἴσον] εν F; corr. ed. Basil. $Z\Delta$, $B\Delta$ scripsi;
 $ZB\Delta$ FBC*; $Z\Delta B$ ed. Basil., uulgo. 17. ἴσον] εν F; corr. A.
 ZO , OB] scripsi; ZOB F, uulgo. 18. τῷ] τῶν τῷ F; corr. B.

lineae $B\Delta$. erit igitur $H\Delta = 3\Theta P$.¹⁾ et quoniam cylindrus basim habens circulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum, axem autem $B\Delta$ ad conum basim habentem eandem et eundem axem eam habet rationem, quam $H\Delta : \Theta P$,²⁾ et etiam conus ille ad conum Ψ eam rationem habet, quam $Z\Delta : H\Delta$, habebit etiam, cum perturbata sit proportio [Eucl. V, def. 20], cylindrus, quem commemorauimus, ad conum Ψ eam rationem, quam $Z\Delta : \Theta P$ [Eucl. V, 23]. ponantur autem lineae quaedam, in quibus sint litterae Ξ , numero partibus lineae $B\Delta$ aequales, magnitudine autem singulae lineae ZB aequales, et singulis adplicetur spatium figura quadrata excedens, et maximum sit $= Z\Delta \times \Delta B$, minimum autem $= ZO \times OB$; latera autem excessuum aequali differentia inter se excedant.³⁾ et latus maximi excessus sit ea linea, in qua est littera N , aequalis lineae $B\Delta$, latus autem minimi excessus lineae BO aequalis sit. sint autem etiam alia spatia, in quibus sit littera Ω , numero his aequalia et magnitudine singula maximo illorum, rectangulo lineis $Z\Delta$, ΔB

1) Nam $H\Delta = HB + B\Delta = 3\Theta B + 3BP$ et
 $\Theta P = \Theta B + BP$.

2) Conus enim tertia pars est cylindri (Eucl. XII, 10; cfr. supra prop. 10), et $\Theta P = \frac{1}{3}H\Delta$.

3) Cum nusquam dixerit Archimedes, latera aequalia esse partibus lineae $B\Delta$ (neque enim hoc ex linn. 15—17 concludi potest), adparet, retinendam esse scripturam codicum lin. 18, et uerba sequentia lin. 18—20 delenda, in quibus offendunt etiam $\alpha\lambda\lambda\alpha\lambda\omega\upsilon\upsilon$ et $\upsilon\pi\epsilon\rho\acute{\epsilon}\chi\omicron\upsilon\sigma\iota\nu$.

$\upsilon\pi\epsilon\rho\acute{\epsilon}\chi\omicron\upsilon\upsilon$ Nizsius. 20. $\upsilon\pi\epsilon\rho\acute{\epsilon}\chi\omicron\upsilon\upsilon$ Torellius; sed u. not. 8. 21. $\tau\omicron N$] scripsi; $\tau\omicron\upsilon\upsilon$ F; $\tau\omicron M$ ed. Basil., Torellius; u. p. 419. 22. BO] BI F; corr. ed. Basil. 24. $Z\Delta$, ΔB scripsi; $Z\Delta B$ F, uulgo.

λινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ
 διάμετρον τὰν $ΑΓ$, ἄξονα δὲ τὰν $ΔΕ$ ποτὶ τὸν κύ-
 λινδρον τὸν βάσιν μὲν ἔχοντα τὸν κύκλον τὸν περὶ
 διάμετρον τὰν $ΚΑ$, ἄξονα δὲ τὰν $ΔΕ$ τὸν αὐτὸν
 5 ἔχει λόγον, ὃν ἂ $ΔΑ$ ποτὶ τὰν $ΚΕ$ δυνάμει. οὗτος
 δὲ ἐστὶν ὁ αὐτὸς τῶ, ὃν ἔχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ
 τὰν $ΖΔ$, $ΒΔ$ ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τὰν $ΖΕ$, $ΒΕ$.
 ἐν πάσῃ γὰρ τᾷ τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾷ τοῦτο
 συμβαίνει [ἂ γὰρ διπλασία τᾶς ποτεούσας, τουτέστι
 10 τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου, πλαγία ἐστὶ τοῦ εἶδους πλευρά].
 καὶ ἐστὶ τῶ μὲν ὑπὸ τὰν $ΖΔ$, $ΒΔ$ περιεχομένῳ ἴσον
 τὸ $ΞΝ$ χωρίον, τῶ δὲ ὑπὸ τὰν $ΖΕ$, $ΒΕ$ ἴσον ἐστὶ
 τὸ $ΞΜ$. ἂ γὰρ $Ξ$ ἴσα ἐστὶ τᾷ $ΖΒ$, ἂ δὲ $Μ$ τᾷ $ΒΕ$,
 ἂ δὲ $Ν$ τᾷ $ΒΔ$. ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων
 15 τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν $ΑΓ$, ἄξονα δὲ
 τὰν $ΔΕ$ ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν βάσιν ἔχοντα τὸν
 κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν $ΚΑ$, ἄξονα δὲ τὰν
 $ΔΕ$ τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον, [ὃν τὸ $Ω$ χωρίον ποτὶ τὸ
 $ΞΜ$. ὁμοίως δὲ δειχθήσεται καὶ τῶν ἄλλων κυλίν-
 20 δρων ἕκαστος τῶν ἐν τῶ ὄλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἔχων
 τὰν ἴσαν τᾷ $ΔΕ$ ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῶ ἐγγε-
 γραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα τὸν αὐτὸν ἄξονα τοῦ-
 τον ἔχων τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ $Ω$ χωρίον ποτὶ τὸ
 ὁμόλογον τῶν παρὰ τὰν $Ξ$ παραπεπτακότων ὑπερβάλλ-
 25 λον τῶ τετραγώνῳ. ἐστὶν δὴ τινα μεγέθεα, οἱ κυλίν-
 δροι οἱ ἐν τῶ ὄλῳ κυλίνδρῳ, ὧν ἕκαστος ἄξονα ἔχει
 ἴσον τᾷ $ΔΕ$, καὶ ἄλλα μεγέθεα, τὰ χωρία, ἐν οἷς τὸ

7. τᾶν] τας F; corr. AB. 12. ΞΝ] addidi; om. F, vulgo;
 ΞΜ Cr., ed. Basil., Torellius. ἴσον ἐστὶ τὸ ΞΜ. ἂ γὰρ
 Ξ] om. F; corr. ed. Basil. (ΞΝ pro ΞΜ). 18. Μ] scripsi;
 Ν F, vulgo. 14. Ν] Μ ed. Basil., Torellius. 19. ΞΝ Torellius.
 24. ὁμόλογον] ον λογον F; corr. Torellius. τῶν παρὰ] ταν

comprehenso, aequalia. itaque cylindrus basim habens circum diametrum AF descriptum, axem autem AE ad cylindrum basim habentem circum diametrum KA descriptum, axem autem AE eandem rationem habet, quam $AA^2 : KE^2$ [Eucl. XII, 11; XII, 2]. sed

$$\Delta A^2 : KE^2 = Z\Delta \times B\Delta : ZE \times BE.$$

hoc enim in omnibus sectionibus conii obtusianguli accidit.¹⁾ et spatium $\Xi N = Z\Delta \times B\Delta$, et

$$\Xi M = ZE \times BE;$$

nam $\Xi = ZB$ et $M = BE$ et $N = B\Delta$.²⁾ itaque cylindrus basim habens circum diametrum AF descriptum, axem autem AE ad cylindrum basim habentem circum diametrum KA descriptum, axem autem AE eandem rationem habebit, quam Ω spatium ad ΞM . et eodem modo demonstrabimus, etiam unumquemque ex ceteris cylindris totius cylindri axem habentem lineae AE aequalem ad cylindrum figurae inscriptae eundem axem habentem eam rationem habere, quam spatium Ω ad respondens spatium eorum, quae lineae Ξ adplicata sunt figura quadrata excedentia. sunt igitur magnitudines quaedam, cylindri totius cylindri, quorum singuli axem habent lineae AE aequalem, et aliae magnitudines,

1) Apollon. I, 21; cfr. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 55 nr. 24. sed sequentia verba lin. 9—10 delenda sunt, quia nomen $\eta \kappa\lambda\alpha\gamma\iota\alpha \kappa\lambda\epsilon\upsilon\rho\acute{\alpha}$ ab Apollonio demum inuentum est. interpolator verba Archimedis ad genus dicendi Apollonii adcommodare uoluit.

2) Et $\Xi N = (\Xi + N) \times N$, $\Xi M = (\Xi + M) \times N$.

$\kappa\epsilon\upsilon\tau\iota$ F; corr. Torellius. Ξ] Nizzius; $N\Xi$ F, uulgo. $\kappa\epsilon\upsilon\tau\iota\text{-}\kappa\epsilon\pi\tau\omega\kappa\omicron\tau\omega\upsilon$ F; corr. Torellius.

- Ω, ἴσα τοῦτοις τῷ πλήθει κατὰ δύο μεγέθεα τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ἐπεὶ οἱ τε κυλίνδροι ἴσοι ἐντὶ ἀλλάλοις, καὶ τὰ Ω χωρία ἴσα ἀλλάλοις· λεγόνται δὲ τῶν τε κυλίνδρων τινὲς ποτὶ ἄλλους κυλίνδρους τοὺς
- 5 ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, ὁ δὲ ἔσχατος οὐδὲ ποθ' ἐν λεγέται, καὶ τῶν χωρίων, ἐν οἷς τὰ Ω, ποτ' ἄλλα χωρία τὰ παρὰ τὰν Ξ παραπεπτωκότα ὑπερβάλλοντα εἶδει τετραγώνῳ, τὰ δὲ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις, τὸ δὲ ἔσχατον οὐδὲ ποθ' ἐν λεγέται. δῆλον
- 10 οὖν, ὅτι καὶ πάντες οἱ κυλίνδροι οἱ ἐν τῷ ὄλῳ κυλίνδρῳ ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ Ω χωρία ποτὶ πάντα τὰ παραβλήματα χωρὶς τοῦ μεγίστου. δεδείκται δέ, ὅτι πάντα τὰ Ω χωρία ποτὶ
- 15 πάντα τὰ παραβλήματα χωρὶς τοῦ μεγίστου μείζω λόγον ἔχοντι, ἢ ὃν ἂ ΝΞ ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις τᾶ τε ἡμισείᾳ τᾶς Ξ καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς Ν. ὥστε καὶ ὄλος ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μείζονα ἔχει λόγον, ἢ ὃν ἂ ΖΔ ποτὶ τὰν ΘΡ, ὃν ὁ
- 20 ὄλος κύλινδρος ἔχων ἐδείχθη ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. μείζονα οὖν ἔχει λόγον ὁ ὄλος κύλινδρος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον· ὥστε μείζων ἐστὶν ὁ Ψ κῶνος τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος· ὅπερ ἀδύνατον. ἐδείχθη γὰρ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα
- 25 μείζον τοῦ Ψ κῶνου. οὐκ ἄρα μείζον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κῶνου. οὐδὲ τοῖνον ἔλασσον. ἔστω γάρ, εἰ δυνατόν, ἔλασσον. πάλιν οὖν ἐγγεγράφθω εἰς τὸ τμᾶμα

3. ἀλλήλοις (alt.) F. λεγόνται F. 4. τοῖς] addidi; om. F, vulgo. 6. ποθ' ἐν] scripsi; ποθεν F, vulgo. 8. αὐτοῖς] Nizzius; om. F, vulgo. 9. ποθ' ἐν] u. lin. 6. 11. τῷ] scripsi; om. F, vulgo. 16. ΜΞ Torellius. 17. Μ Torellius.

spatia, in quibus est littera Ω , illis numero aequales, binae cum binis in eadem proportione, quoniam et cylindri inter se aequales sunt, et spatia Ω inter se aequalia. porro et cylindrorum nonnulli cum aliis cylindris, qui sunt in figura inscripta, in proportione sunt, ultimus autem in nulla est proportione,¹⁾ et spatiorum, in quibus sunt litterae Ω , [nonnulla] cum aliis spatiis, quae lineae Ξ adplicata sunt figura quadrata excedentia, respondentia in iisdem proportionibus, ultimum autem in nulla proportione. adparet igitur, etiam omnes cylindros totius cylindri ad omnes cylindros figurae inscriptae eandem rationem habere, quam omnia spatia Ω ad omnia spatia adplicata praeter maximum [prop. 1]. demonstratum autem, omnia simul spatia Ω ad omnia spatia adplicata praeter maximum maiorem rationem habere, quam $N + \Xi : \frac{1}{2}\Xi + \frac{1}{2}N$ [prop. 2]. quare etiam totus cylindrus ad figuram inscriptam maiorem rationem habet, quam $Z\Delta : \Theta P^2$), quam rationem totum cylindrum ad conum Ψ habere demonstratum est. itaque totus cylindrus ad figuram inscriptam maiorem rationem habet, quam ad Ψ conum. quare conus Ψ maior est figura inscripta [Eucl. V, 8]; quod fieri non potest. nam demonstratum est, figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ . itaque segmentum conoidis maius non est cono Ψ . — sed ne minus quidem est. sit enim, si fieri potest, minus. rursus igitur segmento inscri-

1) Quia cylindri figurae inscriptae uno pauciores sunt, quam cylindri totius cylindri.

2) Nam $N + \Xi = B\Delta + ZB = Z\Delta$, et
 $\frac{1}{2}\Xi + \frac{1}{2}N = B\Theta + BP = \Theta P$.

σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων
 ὕψους ἴσου ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον
 σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἄλλῳ
 ὑπερέχει ὁ κῶνος τοῦ τμάματος, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατε-
 5 σκευάσθω. ἐπεὶ οὖν ἐλασσόν ἐστι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα
 τοῦ τμάματος, καὶ ἐλάσσονι ὑπερέχει τὸ περιγεγραμ-
 μένον τοῦ ἐγγεγραμμένου, ἢ ὁ Ψ κῶνος τοῦ τμάματος,
 δῆλον, ὅτι καὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἐλασσόν
 ἐστὶ τοῦ Ψ κώνου. πάλιν δὴ ὁ τε κύλινδρος ὁ πρῶ-
 10 τος τῶν ἐν τῷ ὄλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔE
 ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμ-
 μένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΔE τὸν αὐτὸν
 ἔχει λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον ποτὶ τὸ ΞN . ἴσον γὰρ
 ἐκάτερον ἐκατέρῳ· καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαστος
 15 τῶν ἐν τῷ ὄλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἐχόντων τὰν ἴσαν
 τῶν ΔE ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ περιγεγραμ-
 μένῳ σχήματι κατ' αὐτὸν ἔοντα καὶ ἄξονα ἔχοντα τὸν
 αὐτὸν τοῦτον ἔξει τὸν λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον ποτὶ
 τὸ ὁμόλογον τῶν παρὰ τὰν Ξ παραβλημάτων σὺν τῷ
 20 ὑπερβλήματι, διὰ τὸ ἕκαστον τῶν περιγεγραμμένων
 χωρὶς τοῦ μεγίστου ἴσον εἶμεν ἐκάστῳ τῶν ἐγγεγραμ-
 μένων σὺν τῷ μεγίστῳ. ἔξει οὖν καὶ ὁ ὄλος κύλι-
 νδρος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τὸν αὐτὸν λόγον,
 ὃν πάντα τὰ Ω χωρία ποτὶ τὰ παραβλήματα σὺν τοῖς
 25 ὑπερβλημάτεσσιν. δεδείκται δὲ πάλιν πάντα τὰ Ω
 χωρία ποτὶ πάντα τὰ ἔτερα ἐλάσσω λόγον ἔχοντα τοῦ,

1. σχῆμα] om. F; corr. Torellius. 3. υπερεχ cum comp.
 ην uel εν F. 8. περιγεγραμμενον F. 13. τὸ ΞN] ΞM To-
 rellius. 14. ἐκατέρῳ] addidi; om. F, uulgo. 15. τὰν]
 addidi; om. F, uulgo; cfr. p. 422, 21. 18. τόν] om. FBC*.
 ὄν] om. F; corr. B*. 21. εἶμεν] Torellius; ἐστὶν per comp.
 F; εἶναι uulgo.

batur figura solida, et alia circumscibatur ex cylindris altitudinem aequalem habentibus composita, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali excedit conus segmentum, et cetera eadem construantur. iam quoniam figura inscripta minor est segmento, et figura circumscripta excedit inscriptam minore spatio, quam quo conus Ψ segmentum excedit, adparet, etiam figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ . rursus igitur et cylindrus primus totius cylindri axem habens $\angle E$ ad primum cylindrum figurae circumscriptae axem habentem $\angle E$ eandem rationem habet, quam spatium Ω ad ΞN (utraque enim aequalia sunt), et ceterorum cylindrorum unusquisque eorum, qui in toto cylindro sunt axem habentes lineae $\angle E$ aequalem, ad cylindrum figurae circumscriptae eodem loco positum et eundem axem habentem eam rationem habebit, quam spatium Ω ad spatium respondens eorum, quae lineae Ξ applicata sunt, adsumpto excessu, quia unusquisque circumscriptorum praeter maximum aequalis est unicuique inscriptorum cum maximo.¹⁾ habebit igitur etiam totus cylindrus ad figuram circumscriptam eandem rationem, quam omnia spatia Ω ad spatia applicata cum excessibus [prop. 1]. rursus autem demonstratum est, omnia spatia Ω ad omnia illa spatia

1) Sint c_1, c_2, c_3, c_4 cylindri inscripti, C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 circumscripti, K cylindri totius cylindri, r_1, r_2, r_3, r_4, r_5 spatia applicata adsumpto excessu. iam supra p. 422, 14 sq. demonstratum est $K : c_1 = \Omega : r_1, K : c_2 = \Omega : r_2, K : c_3 = \Omega : r_3, K : c_4 = \Omega : r_4$; sed $c_1 = C_2, c_2 = C_3, c_3 = C_4, c_4 = C_5$. itaque $K : C_2 = \Omega : r_1, K : C_3 = \Omega : r_2$ cett.

ὄν ἔχει ἃ ΞN ποτὶ τὰν ἴσων συναμφοτέραις τῷ τε ἡμισέῳ τᾶς Ξ καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς N . ὥστε καὶ ὅλος ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἐλάσσονα λόγον ἔξει, ἢ ἃ $Z\Delta$ ποτὶ τὰν ΘP . ἀλλ' ὡς ἃ $Z\Delta$ ποτὶ τὰν ΘP , ὁ ὅλος κύλινδρος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. ἐλάσσονα οὖν λόγον ἔχει ὁ αὐτὸς κύλινδρος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἢ ποτὶ τὸν Ψ . ὥστε μείζον ἐστὶ τὸ περιγεγραμμένον τοῦ Ψ κῶνου· ὅπερ ἀδύνατον. ἐδείχθη γὰρ ἕλαττον εἶναι τὸ περιγεγραμμένον [σχῆμα τοῦ Ψ κῶνου. οὐκ ἄρα ἐλασσόν ἐστὶ τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κῶνου. ἐπεὶ δὲ οὔτε μείζον οὔτε ἐλασσόν ἐστίν, δεδεικται οὖν τὸ προτεθέν.

κς.

15 Καὶ τοίνυν εἰ κα μὴ ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ ἀποτμαθῆ τὸ τμᾶμα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος, ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κῶνου τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμᾶματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔξει τὸν λόγον, ὃν ἃ συναμφοτέραις ἴσα τῷ τε ἄξονι
20 τοῦ τμᾶματος καὶ τῷ τριπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι ποτὶ τὰν ἴσων. συναμφοτέραις τῷ τε ἄξονι καὶ τῷ διπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι.

ἔστω γὰρ τμᾶμα ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἀποτεμαμένον ἐπιπέδῳ, ὡς εἰρήται. τμαθέντος δὲ ἐπιπέδῳ
25 τοῦ σχήματος ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῶ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτεμακὸς τὸ τμᾶμα τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἃ $AB\Gamma$ ἀμβλυγωνίου κῶνου τομὰ, τοῦ δὲ

1. ΞM Torellius. 2. M Torellius. 7. τόν] scripsi; το F, vulgo. Ψ] Ψ κῶνον Torellius. 12. ελασσ cum comp. ην uel εν F. 14. κη' Torellius. 16. αποτμηθη F, ut lin. 17; corr. Torellius. 17. τὸ βάσιν] scripsi; του (comp.) βασιν F, vulgo. ἔχοντος BC*, ed. Basil., Torellius. 19. αι συναμφο-

minorem rationem habere, quam $\Xi + N : \frac{1}{2}\Xi + \frac{1}{2}N$ [prop. 2]. quare etiam totus cylindrus ad figuram circumscriptam minorem rationem habebit, quam $Z\Delta : \Theta P$. sed ut $Z\Delta : \Theta P$, ita totus cylindrus ad conum Ψ . itaque idem cylindrus ad figuram circumscriptam minorem rationem habet, quam ad Ψ . quare [figura] circumscripta maior est cono Ψ [Eucl. V, 8]; quod fieri non potest. nam demonstratum est, figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ . itaque segmentum conoidis minus non est cono Ψ . et quoniam nec maius nec minus est, constat propositum.

XXVI.

Iam etiam si plano ad axem non perpendiculari segmentum conoidis obtusianguli abscinditur, sic quoque ad segmentum conici basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem eam rationem habebit, quam linea utrique aequalis, et axi segmenti et triplici lineae axi adiectae ad lineam utrique aequalem, et axi et duplici lineae axi adiectae.¹⁾

sit enim segmentum conoidis obtusianguli abscisum plano, ita ut dictum est. figura autem alio plano perpendiculari figurae sectio sit $AB\Gamma$ conici obtusianguli sectio [prop. 11, b], plani autem segmentum abscindentis

1) P. 280, 10: *εἰ καὶ τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδῆος τμήμα ἀπομαθῆ ἑπιπέδῳ μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀπομαθὲν τμήμα ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσει ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ὃ γινέται ἀπόγραμμα κώνου, τοῦτον κτλ.*, ut hoc loco, nisi quod ibi ἀμφοτέραις legitur pro συναμφοτέραις lin. 20.

τετρα FVACD; αἱ συναμφοτέραις B; corr. ed. Basil. 28. ἀποτεμνημενον F, ut lin. 26, p. 430, corr. Torellius.

- ἐπιπέδον τοῦ ἀποτετμακώτος τὸ τμᾶμα ἃ ΓΑ εὐθεία, κορυφὰ δὲ ἔστω τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς τὸ Θ σαμειον. καὶ ἄχθω διὰ τοῦ Β παρὰ τὰν ΑΓ ἐπιφανύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομαῖς ἃ ΦΥ, ἐπιφανέτω δὲ κατὰ τὸ Β. καὶ ἀπὸ τοῦ Θ ἐπὶ τὸ Β ἐπιζευχθεῖσα ἐκβεβλήσθω. τεμεῖ δὴ αὐτὰ δίχα τὰν ΑΓ, καὶ ἔσσειται κορυφὰ μὲν τοῦ τμᾶματος τὸ Β σαμειον, ἄξων δὲ ἃ ΒΔ, ἃ δὲ ποτεοῦσα τῷ ἄξονι ἃ ΒΘ. τᾷ δὲ ΒΘ ἴσα ἔστω ἄ τε ΘΖ καὶ ἃ ΖΗ. ἀπὸ δὲ τᾶς
- 10 ΦΥ ἐπίπεδον ἀνεστακέτω τι παραλλήλων τῷ κατὰ τὰν ΑΓ. ἐπιψαύσει δὴ τοῦ κωνοειδέος κατὰ τὸ Β. καὶ ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν ΑΓ οὐκ ἔον ὀρθὸν ποτὶ τὸν ἄξονα τετμάκει τὸ κωνοειδὲς, ἃ τομὰ ἔσσειται ὀξυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς α
- 15 μελζων ἃ ΓΑ. εἰούσας ἄρα ὀξυγωνίου κώνου τομαῖς περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ καὶ τᾶς ΒΔ γραμμᾶς ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀνεστακούσας ἐν ἐπιπέδῳ, ὃ ἔστιν ἀπὸ τᾶς διαμέτρου ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἔστιν ἃ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, δυνατὸν ἔστι κύλινδρον
- 20 εὐρεῖν τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ' εὐθείας τᾷ ΒΔ, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἔσσειται ἃ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἃ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ. εὐρεθέντος οὖν ἔσσειται τις κυλίνδρον τόμος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμᾶματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ἃ δὲ ἑτέρα βάσις αὐτοῦ
- 25 ἔσσειται τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν ΦΥ. πάλιν δὲ καὶ κώνον εὐρεῖν δυνατὸν ἔστι κορυφὰν ἔχοντα τὸ Β

6. δῆ] scripsi; δια τα F, ulgo; δῆ τὰ Torellius. 7. τμᾶματος] sic F. 11. δῆ] scripsi; δε F, ulgo. 12. ἐπεὶ] εσσει altero σ supra scripto F; ἔσσειται cett. codd.*; corr. ed. Basil. 13. τετμηκεῖ F, ulgo. κωνοειδὲς F. 15. εουσα F; corr. ed. Basil. ἄρα] scripsi; ἀλλη F, ulgo; δῆ ed. Basil., Torellius. τομα F; corr. ed. Basil. 20. εὐρ cum comp.

linea ΓA , uertex autem conoïdes comprehendentis sit punctum Θ . et per B punctum ducatur lineae $A\Gamma$ parallela linea ΦT sectionem conoï coningens, et contingat in puncto B , et [linea] a Θ ad B ducta producat. ea igitur lineam $A\Gamma$ in duas partes aequales secabit¹⁾, et uertex segmenti erit B , axis autem $B\Delta$ ²⁾, et $B\Theta$ linea axi adiuncta [p. 278, 24]. sit autem

$$B\Theta = \Theta Z = ZH.$$

et a linea ΦT planum erigatur parallelum plano in $A\Gamma$ posito. continget igitur conoïdes in B [prop. 16, b]. et quoniam planum in $A\Gamma$ positum ad axem non perpendicularare conoïdes secat, sectio erit conoï acutianguli sectio, et diametrus eius maior ΓA [prop. 13]. data igitur conoï acutianguli sectione circum diametrum $A\Gamma$ descripta, et linea $B\Delta$ a centro erecta in plano in diametro posito ad id planum perpendiculari, in quo est conoï acutianguli sectio, fieri potest, ut inueniatur cylindrus axem habens in producta linea $B\Delta$, cuius in superficie sit conoï acutianguli sectio circum diametrum $A\Gamma$ descripta.³⁾ eo igitur inuento erit frustum quoddam cylindri eandem basim habens, quam segmentum, et eundem axem, altera autem basis eius erit planum in linea ΦT positum. rursus autem hoc quoque fieri potest, ut conus inueniatur uerticem habens punctum B , cuius in superficie sit conoï acuti-

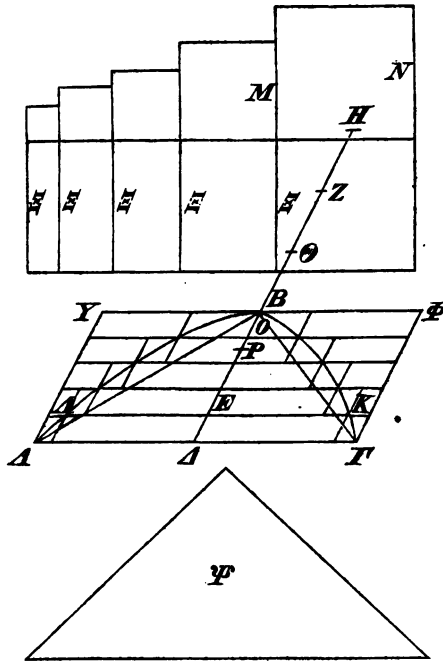
1) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 56 nr. 26; cfr. supra p. 381 not. 3.

2) B uertex erit propter p. 278, 20. tum $B\Delta$ axis erit propter p. 278, 21.

3) U. prop. 9.

$\eta\nu$ uel $\iota\nu$ F. $\epsilon\nu\theta\epsilon\iota\omega\nu$ F; corr. Torellius. 22. α] addidi; om. F, uulgo. 25. $\tau\acute{\alpha}\nu$] Torellius; $\tau\eta\nu$ (comp.) F, uulgo.

σαμειον, οὗ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ἐσσεύεται ἡ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἡ περι διάμετρον τὰν $ΑΓ$. εὐρεθέντος

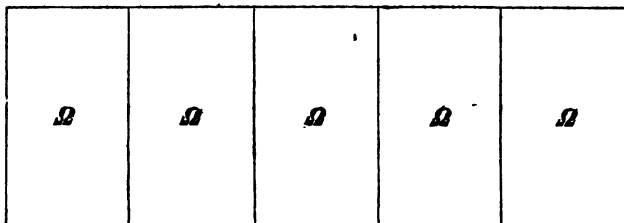


οὖν καὶ ἀπότμαμά τι ἐσσεύεται κώνου βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τε τόμῳ καὶ τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. δεικτέον, ὅτι τὸ τοῦ κωνοειδούς τμήμα ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ εἰρημένον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἡ $ΗΔ$ ποτὶ τὰν $ΔΖ$.

ὅν γὰρ ἔχει λόγον ἡ $ΗΔ$ ποτὶ τὰν $ΔΖ$, τοῦτον ἔχεται ὁ $Ψ$ κώνος ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου. εἰ
 10 οὖν μὴ ἔστιν ἴσον τὸ τοῦ κωνοειδούς τμήμα τῷ κώνῳ

2. ἡ περι] ἡ addidi; om. F, uulgo. 3. καὶ ἀπότμαμα ...

anguli sectio circum diametrum AF descripta [prop. 8].
eo igitur inuento etiam segmentum conii erit basim



habens eandem, quam et frustum et segmentum, et eundem axem. demonstrandum, segmentum conoidis ad segmentum conii rationem eam habere, quam $H\Delta$ ad ΔZ .

habeat enim conus Ψ ad segmentum conii eam rationem, quam $H\Delta : \Delta Z$. iam si segmentum conoidis cono Ψ aequale non est, sit, si fieri potest, maius.

$\tau\omega$ τμήματι lin. 4 om. F, ulgo; corr. Commandinus, nisi quod lin. 3 scribit *ἴσσειται τὸ ἀπότμημα* (τε ἀπότμημα Torellius, qui lin. 3 *ἔχων* habet). ego haec ita transposui addito καί lin. 3, ut adpareret origo lacunae. 6. αποτμημα F, ut lin. 9; corr. Torellius. 8. γὰρ] Nizsius cum VD; γων F, ulgo. α HΔ] om. F; corr. Torellius. 9. ἔχεται] Torellius; εχει F, ulgo. Post κώνον supplet Commandinus: φημι (φαμι Torellius) δὴ τὸ τμήμα (τμάμα idem) τοῦ κωνοειδούς ἴσον εἶμεν τῷ Ψ κώνῳ.

τῷ Ψ , εἰ μὲν δυνατόν ἐστίν, ἔστω μείζον. ἐγγεγράφθω
 δὴ εἰς τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα σχῆμα στερεόν, καὶ
 ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρου τόμων ἴσον ὕψος
 5 ἔχοντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφέν σχῆμα τοῦ
 ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἄλλῳ ὑπερέχει τὸ
 τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. ἐπεὶ οὖν τὸ
 περιγεγραμμένον σχῆμα μείζον ἐὼν τοῦ τμᾶματος ἐλάσ-
 σονι ὑπερέχει τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος, ἢ τὸ τμᾶμα
 τοῦ Ψ κώνου, δῆλον, ὅτι μείζον ἐστὶ τὸ ἐγγεγραμμένον
 10 σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. διάχθω δὴ τὰ ἐπίπεδα τῶν τό-
 μων τῶν ἐγγεγραμμένων ἐν τῷ τμᾶματι πάντων ἔστε
 ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ τόμου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν
 αὐτὰν τῷ τμᾶματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, καὶ ἃ τε BP
 τρίτον μέρος ἔστω τᾶς BA , καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς
 15 πρότερον κατεσκευάσθω. πάλιν δὴ ὁ πρῶτος τόμος
 τῶν ἐν τῷ ὄλῳ τόμῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν DE ποτὶ
 τὸν πρῶτον τόμον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι
 τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν DE τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν
 τὸ ἀπὸ τᾶς AD τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς KE . οἱ
 20 γὰρ τόμοι οἱ ἴσον ὕψος ἔχοντες τὸν αὐτὸν ἔχοντι
 λόγον ποτ' ἀλλήλους, ὅνπερ αἱ βασίεις αὐτῶν. αἱ δὲ
 βασίεις αὐτῶν, ἐπεὶ ὁμοίαι ἐντὶ ὀξυγωνίων κώνων
 τομαί, τὸν αὐτὸν [οὖν] λόγον ἔχοντι ποτ' ἀλλάλας,
 ὃν αἱ ὁμολόγοι διαμέτροι αὐτῶν δυνάμει. ὃν δὲ λόγον
 25 ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς AD τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς KE ,
 τοῦτον ἔχει τὸ ὑπὸ τῶν ZD , DB περιεχόμενον ποτὶ
 τὸ ὑπὸ τῶν ZE , EB , ἐπεὶ ἐστὶν ἃ μὲν ZD ἀγμένα

1. μὲν] scripsi; γαρ (comp.) μη F, vulgo; μὲν ἐστὶ Torellius; om. Commandinus. ἐστίν, ἔστω] scripsi; ἐστίν (comp.) F, vulgo; ἔστω Commandinus. 3. ἀλλῳ F. κυλίνδρων ed. Basil., Torellius. 5. υπερεχ cum comp. ην uel εν F. 8. σχήματος] τμηματος F; corr. D, Cr. 10. διηχθω F; corr. Torellius.

inscribatur igitur segmento conoidis figura solida, et alia circumscribatur ex cylindri frustis altitudinem aequalem habentibus composita, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali excedit segmentum conoidis conum Ψ [prop. 20]. iam quoniam figura circumscripta, quae segmento maior est, minore spatio figuram inscriptam excedit, quam quo segmentum excedit conum Ψ , adparet, figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ . producantur igitur plana frustorum omnium segmento inscriptorum usque ad superficiem frusti basim habentis eandem, quam segmentum, et eundem axem, et sit

$$BP = \frac{1}{3} BA,$$

et cetera eadem construantur, quae antea. rursus igitur primum frustum totius frusti axem habens ΔE ad primum frustum figurae inscriptae axem habens ΔE eam rationem habet, quam $AA^2 : KE^2$. nam frusta altitudinem aequalem habentia eam inter se rationem habent, quam bases [cfr. prop. 10]. bases autem, quoniam sectiones conorum acutiangulorum similes sunt [prop. 14 coroll.], eandem inter se rationem habent, quam quadrata diametrorum respondentium [prop. 6 coroll.]. sed

$$AA^2 : KE^2 = ZA \times \Delta B : ZE \times EB,$$

lius. 11. *εγγεγο*. F. *τμήματι*] scripsi; *σηματι* F, uulgo. *ξοτε*] *εσσειται* F; corr. Torellius. 12. *τάν*] (prius) scripsi, *την* F, uulgo; om. ed. Basil., Torellius. 14. *τα άλλα*] scripsi; *τ' άλλα* F, uulgo. 15. *κατεσκευασθω*] scripsi; *κατασκευασθω* F, uulgo. 16. *αξονα*] α F. 17. *τάν*] scripsi; *τον* F, uulgo. 20. *εχωντι* F. 21. *αι δε βασεις αντων*] om. F; corr. Commandinus (nisi quod *βασεις* scripsit). 23. *οον*] delet Torellius. *εχωντι* F. 26. *ZΔ, ΔB*] scripsi; *ZAB* F, *ZΔB* uulgo; sic etiam p. 436 lin. 3. 27. *ZEB* F, uulgo, ut p. 436 lin. 4.

διὰ τοῦ Θ , καθ' ὃ αἱ ἔγγιστα συμπύκνουντι, αἱ δὲ $ΑΔ$,
 $ΚΕ$ παρὰ τὰν κατὰ τὸ B ἐπιφαύουσαν. ἔστιν δὲ τὸ
 μὲν ὑπὸ τῶν $ZΔ$, $ΔB$ περιεχόμενον ἴσον τῷ Ω χω-
 ρίῳ, τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ZE , EB τῷ ΞM . ἔχει οὖν ὁ
 5 πρῶτος τόμος τῶν ἐν τῷ ὄλῳ τόμῳ ὁ ἔχων ἄξονα
 τὰν $ΔE$ ποτὶ τὸν πρῶτον τόμον τῶν ἐν τῷ ἔγγε-
 γραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν $ΔE$ τὸν
 αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον ποτὶ τὸ ΞM . καὶ τῶν
 ἄλλων δὲ τόμων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὄλῳ τόμῳ ἄξονα
 10 ἔχόντων τὰν ἴσαν τῆ $ΔE$ ποτὶ τὸν τόμον τὸν ἐν τῷ
 ἔγγεγραμμένῳ σχήματι κατ' αὐτὸν ἔοντα καὶ ἄξονα
 ἔχοντα τὰν ἴσαν τῆ $ΔE$ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν
 τὸ Ω χωρίον ποτὶ τὸ ὁμόλογον τῶν παρὰ τὰν Ξ
 παραπεπτακώτων ὑπερβαλλόντων εἶδει τετραγώνῳ. πά-
 15 λιν οὖν ἐντί τινα μεγέθεα, οἱ τόμοι οἱ ἐν τῷ ὄλῳ
 τόμῳ, καὶ ἄλλα μεγέθεα, τὰ χωρία, ἐν οἷς τὸ Ω , ἴσα
 τῷ πλήθει τοῖς τόμοις καὶ κατὰ δύο τὸν αὐτὸν λόγον
 ἔχοντα αὐτοῖς. λεγόνται δὲ οἱ τόμοι ποτ' ἄλλους τό-
 μους τοὺς ἐν τῷ ἔγγεγραμμένῳ σχήματι, ὁ δὲ ἔσχατος
 20 τόμος οὐδὲ ποθ' ἐν λέγεται, τὰ δὲ Ω χωρία ποτ'
 ἄλλα χωρία τὰ παρὰ τὰν Ξ παραπεπτακώτα ὑπερ-
 βάλλοντα εἶδεσι τετραγώνοις, τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς
 αὐτοῖς λόγοις, τὸ δὲ ἔσχατον οὐδὲ ποθ' ἐν λέγεται.
 δῆλον οὖν, ὅτι καὶ πάντες οἱ τόμοι ποτὶ πάντα τὸν
 25 αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ Ω χωρία ποτὶ

1. ὁ αἱ] ας F; corr. Torellius. συμπύκνουντι F. 4. ΞN] Torellius, ut lin. 8. 6. τῶν] scripsi; τον F, vulgo. 8. τῷ] (prius) τῷ F. 10. τὰν] addidi; om. F, vulgo. 12. τὰν] addidi; om. F, vulgo. 13. τὰν Ξ] τα $N\Xi$ F; corr. ed. Basil. 15. τόμοι οἱ] om. F; corr. Torellius. 17. πληθῆ F. κατά] κα supra manu 1 F. 18. ἔχοντα] εχωντι F; εχοντι vulgo; corr. Torellius. ἀλλοιους F; corr. BC. 20. ποθ' ἐν] scripsi;

quoniam $Z\Delta$ linea per \odot ducta est, in quo lineae sectioni proximae inter se incidunt, et $A\Delta$, KE lineae in puncto B contingenti parallelae.¹⁾ sed

$$Z\Delta \times \Delta B = \Omega,$$

et $ZE \times EB = \Xi M$. itaque primum frustum totius frusti axem habens ΔE ad primum frustum figurae inscriptae axem habens ΔE eandem rationem habet, quam Ω ad ΞM . et ceterorum quoque frustorum unumquodque eorum, quae in toto frusto sunt axem habentia lineam lineae ΔE aequalem, ad frustum in figura inscripta eodem loco positum et axem habens lineam lineae ΔE aequalem eam rationem habet, quam spatium Ω ad respondens spatium eorum, quae lineae Ξ adplicata sunt figura quadrata excedentia. rursus igitur magnitudines quaedam sunt, frusta totius frusti, et aliae magnitudines, spatia, in quibus est littera Ω , numero frustis aequales et binae cum binis in eadem proportione. et frusta cum aliis frustis, quae in figura inscripta sunt, in proportione sunt, ultimum autem frustum in nulla proportione²⁾, et spatia Ω cum aliis spatiis, quae lineae Ξ adplicata sunt figuris quadratis excedentia, respondentia in iisdem proportionibus, ultimum autem in nulla est. adparet igitur, etiam omnia frusta ad omnia eandem rationem habitura esse, quam omnia spatia Ω ad omnia spatia

1) Apollon. I, 21; Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 55 nr. 24; cfr. supra p. 422, 5 sq.

2) Id scilicet, cuius axis est BO ; numerus enim frustorum inscriptorum uno minor est.

$\pi\theta\tau\nu$ F, vulgo; sic etiam lin. 23. 21. $\tau\acute{\alpha}$] addidi; om. F, vulgo. $\tau\alpha \nu\pi\epsilon\sigma\beta\alpha\lambda\lambda\omicron\nu\tau\alpha$ F; corr. Torellius.

πάντα τὰ παραβλήματα χωρὶς τοῦ μεγίστου. πάντα
 δὲ τὰ Ω χωρία ποτὶ πάντα τὰ παραβλήματα χωρὶς
 τοῦ μεγίστου μείζονα λόγον ἔχοντι, ἢ ὄν ἅ ΞΝ ποτὶ
 τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις τᾶ τε ἡμισέα τᾶς Ξ καὶ τῷ τρίτῳ
 5 μέρει τᾶς Ν. μείζονα οὖν λόγον ἔχει ὄλος ὁ τόμος
 ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ, ὄν ἔχει ἅ ΞΝ
 ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις τᾶ τε ἡμισέα τᾶς Ξ καὶ
 τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς Ν· ὥστε καὶ τοῦ, ὄν ἔχει ἅ ΖΔ
 ποτὶ τὰν ΘΡ. μείζονα οὖν ἔχει λόγον ὁ ὄλος τόμος
 10 ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον·
 ὅπερ ἀδύνατον. ἐδείχθη γὰρ μείζον ἐὼν τὸ ἐγγεγραμ-
 μένον σχῆμα τοῦ Ψ κῶνου. οὐκ ἐστὶν οὖν μείζον
 τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κῶνου. — εἰ δὲ
 ἔλασσόν ἐστι τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κῶνου,
 15 ἐγγραφέντος εἰς τὸ τμᾶμα σχήματος στερεοῦ καὶ ἄλλου
 περιγραφέντος ἐκ κυλίνδρου τόμων ἴσον ὕψος ἐχόντων
 συγκειμένον, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγ-
 γραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλίμφ ὑπερέχει ὁ Ψ
 κῶνος τοῦ τμᾶματος, πάλιν ὁμοίως δειχθησέται τὸ
 20 περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσον ἐὼν τοῦ Ψ κῶνου,
 καὶ ὁ τοῦ κυλίνδρου τόμος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν
 τῷ τμᾶματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ περιγεγραμ-
 μένον σχῆμα ἐλάσσονα λόγον ἔχων ἢ ποτὶ τὸν Ψ
 κῶνον· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἐστὶν οὖν οὐδ’
 25 ἔλασσον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κῶνου. δῆ-
 λον οὖν τὸ προτεθέν.

1. τα χωρὶς FD. 3. εχωντι F. MΞ Torellius. 5. M
 Torellius, ut lin. 8. 6. ΞM Torellius. 7. Ξ] EΞ F; corr.
 Cr., ed. Basil. 10. τόν] το F. 11. μείζον ἐόν] μείζον F;
 corr. B*. 23. ἔχων ἢ] Torellius; εχωντι F, εχοντι vulgo.
 24. ἐστίν] supra manu 1 F.

adplicata praeter maximum [prop. 1]. sed omnia spatia Ω ad omnia spatia adplicata praeter maximum maiorem rationem habent, quam

$$\mathcal{E} + N : \frac{1}{2} \mathcal{E} + \frac{1}{3} N \text{ [prop. 2].}$$

itaque totum frustum ad figuram inscriptam maiorem rationem habet, quam $\mathcal{E} + N : \frac{1}{2} \mathcal{E} + \frac{1}{3} N$; quare etiam maiorem, quam $Z\mathcal{A} : \Theta P$.¹⁾ itaque totum frustum maiorem rationem habet ad figuram inscriptam quam ad conum Ψ ²⁾; quod fieri non potest. nam demonstratum est, figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ . itaque segmentum conoidis maius non est cono Ψ . — sin minus est segmentum conoidis cono Ψ , inscripta segmento figura solida et alia circumscripta ex cylindri frustis aequalem altitudinem habentibus compositis, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali conus Ψ segmentum excedit, rursus eodem modo demonstrabimus, figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ [cfr. p. 434, 6 sq.], et frustum cylindri basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem ad figuram circumscriptam minorem rationem habere quam ad conum Ψ [cfr. p. 434, 15 sq.]; quod fieri non potest.³⁾ itaque segmentum conoidis ne minus quidem est cono Ψ . constat igitur propositum.

1) U. p. 425 not. 2.

2) Nam frustum totum ad Ψ eam rationem habet, quam $Z\mathcal{A} : \Theta P$; cfr. p. 420, 3 sq. itaque figura minor est cono.

3) Tum enim figura circumscripta maior esset cono Ψ (Eucl. V, 10), quod secus est (lin. 19).

κξ'.

Παντὸς σχήματος σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ τμαθέντος διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα τὸ ἀμίσειον τοῦ σφαιροειδέος διπλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν
 5 ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

Ἐστω σφαιροειδὲς σχῆμα ἐπιπέδῳ τετμαμένον διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα. τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἃ $ΑΒΓΔ$ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, διάμετρος
 10 δὲ αὐτᾶς καὶ ἄξων τοῦ σφαιροειδέος ἃ $ΒΔ$, κέντρον δὲ τὸ $Θ$. διοίσει δὲ οὐδέν, εἴτε ἃ μείζων ἐστὶ διάμετρος ἃ $ΒΔ$ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, εἴτε ἃ ἐλάσσων. τοῦ δὲ τετμακότης ἐπιπέδου τὸ σχῆμα τομὰ ἔστω ἃ $ΓΑ$ εὐθεῖα. ἔσσειται δὴ αὐτὰ διὰ τοῦ
 15 $Θ$ καὶ ὀρθᾶς ποιήσει γωνίας ποτὶ τὰν $ΒΔ$, ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον ὑποκείται διὰ τοῦ κέντρου τε ἄχθαι καὶ ὀρθὸν εἶμεν ποτὶ τὸν ἄξονα. δεικτέον, ὅτι τὸ ἀμίσειον τοῦ σφαιροειδέος τμάμα τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν $ΑΓ$, κορυφὰν δὲ τὸ $Β$ σα-
 20 μείον διπλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

Ἐστω γὰρ κώνος τις, ἐν ᾧ τὸ $Ψ$, διπλασίων τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν τὰν $ΘΒ$. φαμὶ δὴ τὸ ἀμίσειον τοῦ
 25 σφαιροειδέος ἴσον εἶμεν τῷ $Ψ$ κώνῳ. εἰ οὖν μὴ ἐστὶν ἴσον τὸ ἀμίσειον τοῦ σφαιροειδέος τῷ $Ψ$ κώνῳ, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατόν, μείζων. ἐγγεγραφήθω δὴ

1. κθ' Torellius. 6. σχῆμα] τμημα F; corr. ed Basil.*; „portio“ Cr. τετμημενον F, uulgo. 8. διὰ] scripsi; του μεν δια F, uulgo. σχήματος] τμηματος F; corr. B. 11. Θ] ΘΔ F. 13. ἃ] addidi; om. F, uulgo. τετμηκότης F; corr. Torellius.

XXVII.

Quavis figura sphaeroidis per centrum plano ad axem perpendiculari secta, dimidia pars sphaeroidis duplo maior est cono basim eandem habenti, quam segmentum, et eundem axem.¹⁾

sit figura sphaeroidis per centrum plano ad axem perpendiculari secta. ea autem alio plano per axem posito secta, figurae sectio sit $AB\Gamma\Delta$ conici acutianguli sectio [prop. 11, c], diametrus autem eius et axis sphaeroidis $B\Delta$, centrum autem Θ . nihil autem interest, utrum maior diametrus sectionis conici acutianguli sit $B\Delta$ an minor. plani autem figuram secantis sectio sit linea ΓA . ea igitur per punctum Θ [ducta] erit, et cum linea $B\Delta$ rectos angulos faciet, quoniam suppositum est, planum et per centrum ductum esse et ad axem perpendicularare [Eucl. XI, 18 et XI def. 4]. demonstrandum est, dimidiam partem sphaeroidis basim habentem circumulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum, uerticem autem punctum B duplo maiorem esse cono basim eandem habenti, quam segmentum, et eundem axem.

sit enim conus aliquis, in quo sit littera Ψ , duplo maior cono basim habenti eandem, quam segmentum, et eundem axem ΘB . dico igitur, dimidiam partem sphaeroidis aequalem esse cono Ψ . iam si dimidia pars sphaeroidis cono Ψ aequalis non est, sit primum, si fieri potest, maior. inscribatur igitur segmento,

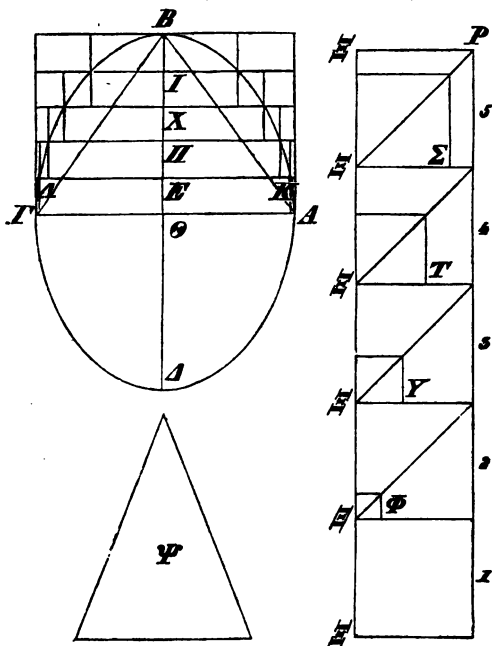
1) P. 284, 2 sq.: εἰ καὶ τι τῶν σφαιροειδῶν σχημάτων ἐπιπέδῳ τετραγῶν διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῶς ποτὶ τὸν ἄξονα, τῶν γενεμένων τετραγώνων ἐκάτερον διπλάσιον ἔσσειται τοῦ κώνου τοῦ βάσιμ ἔχοντος τὰν αὐτῶν τῷ τετραγῶνι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

16. τε ἄρθαι] scripsi; τετραγῶναι F, uulgo.

24. δῆ] scripsi;

δε F, uulgo.

εἰς τὸ τμήμα τὸ ἀμισεον τοῦ σφαιροειδέος σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον



ἔχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφέν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἄλλω ὑπερέχει τὸ
 5 ἀμισεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. ἐπεὶ οὖν μείζον ἐὼν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἀμισεος τοῦ σφαιροειδέος ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος, ἢ τὸ ἀμισεον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου, δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα
 10 ἐν τῷ τμήματι τῷ ἀμισέφ τοῦ σφαιροειδέος μείζον

3. ἐχόντων] εχον τον (comp.) F. Litteram P in figura ad-

quod dimidia pars est sphaeroidis, figura solida, et alia circumscribatur ex cylindris altitudinem aequalem habentibus composita, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam minore spatio, quam quali excedit dimidia pars sphaeroidis conum Ψ [prop. 19]. itaque quoniam figura circumscripta, quae maior est dimidia parte sphaeroidis, minore spatio excedit figuram inscriptam, quam quo dimidia pars sphaeroidis conum Ψ excedit, adparet, etiam figuram segmento inscriptam, quod dimidia pars sphaeroidis est, maiorem esse cono Ψ . sit igitur cylindrus basim habens circulum circum

didi; quadratum 1 addidit Torellius, sed seorsum; ego cum ceteris iunxi. 6. ἀμίσσος] F; ἀμίσσεως vulgo. 7. ἐλάσσονι] Nizzius; ελασσον F, vulgo. 9. οὐν] delendum? 10. τῷ ἀμίσσῳ] scripsi; τοῦ ἀμίσσος FCD, τοῦ ἀμίσσεως vulgo.

ἐστὶ τοῦ Ψ κώνου. ἔστω δὴ κύλινδρος βάσιν μὲν
 ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν $ΑΓ$, ἄξονα
 δὲ τὰν $ΒΘ$. ἐπεὶ οὖν οὗτος ὁ κύλινδρος τριπλάσιός
 ἐστὶ τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμά-
 5 ματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ὁ δὲ Ψ κώνος διπλάσιός
 ἐστὶ τοῦ αὐτοῦ κώνου, δῆλον, ὡς ὁ κύλινδρος ἡμιό-
 λιος ἐστὶ τοῦ Ψ κώνου. ἐκβεβλήσθω δὴ τὰ ἐπίπεδα
 τῶν κυλίνδρων πάντων, ἐξ ὧν συγκρίνεται τὸ ἐγγεγραμ-
 μένον σχῆμα, ἔστω ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου
 10 τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα
 τὸν αὐτόν. ἐσσεύεται δὴ ὁ ὅλος κύλινδρος διαιρημένος
 εἰς κυλίνδρους τῷ μὲν πλήθει ἴσους τοῖς κυλίνδρους
 τοῖς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τῷ δὲ μεγέθει
 ἴσους τῷ μεγίστῳ αὐτῶν. ἔστων οὖν γραμμαλ κει-
 15 μέναι, ἐφ' ἃν τὰ Ξ , τῷ πλήθει ἴσαι τοῖς τμαμάτεσσι
 τοῖς τᾶς $ΒΘ$ εὐθείας, τῷ δὲ μεγέθει ἴσα ἐκάστα τᾶ
 $ΒΘ$, καὶ ἀπὸ ἐκάστας τετραγώνου ἀναγεγράφθω. ἀφαι-
 ρήσθω δὴ ἀπὸ μὲν τοῦ ἐσχάτου τετραγώνου γνώμων
 πλάτος ἔχων ἴσον τᾶ $ΒΙ$. ἐσσεύεται δὴ οὗτος ἴσος τῷ
 20 περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν $ΒΙ$, $ΙΔ$. ἀπὸ δὲ τοῦ παρ'
 αὐτῷ τετραγώνου γνώμων ἀφαιρήσθω πλάτος ἔχων
 διπλάσιον τᾶς $ΒΙ$. ἐσσεύεται δὴ οὗτος ἴσος τῷ περι-
 εχομένῳ ὑπὸ τᾶν $ΒΧ$, $ΧΔ$. καὶ ἀεὶ ἀπὸ τοῦ ἐχομένου
 τετραγώνου γνώμων ἀφαιρήσθω, οὗ πλάτος ἐνὶ τμά-
 25 ματι μείζον τοῦ πλάτους τοῦ πρὸ αὐτοῦ ἀφαιρημένου
 γνώμωνος. ἐσσεύεται δὴ ἕκαστος αὐτῶν ἴσος τῷ περι-

1. βάσιν] scripsi; ὁ βασιν F, ulgo. 9. ἔστω] ἐσσεύεται F;
 corr. Torellius. 11. διαιρημένος] scripsi; διαίρουμενος F,
 ulgo. 14. ἔστων] scripsi; ἔστω δη F; ἔστωσαν δη Nizzius
 cum BD. 15. ἴσα F; corr. Torellius. τμημασι F, ulgo;
 τμάμασι Torellius. 19. ἴσον] scripsi; ἴσαν F, ulgo. δη]
 Nizzius; δε F, ulgo. 21. τετραγώνων F. 22. τῷ] το F.

diametrum AI descriptum, axem autem $B\Theta$. iam quoniam hic cylindrus triplo maior est cono basim habenti eandem, quam segmentum, et eundem axem [Eucl. XII, 10; cfr. supra prop. 10], sed conus Ψ duplo maior eodem cono, adparet, cylindrum dimidia parte maiorem esse cono Ψ . producantur igitur plana omnium cylindrorum, ex quibus composita est figura inscripta, usque ad superficiem cylindri basim habentis eandem, quam segmentum, et eundem axem. totus igitur cylindrus diuisus erit in cylindros numero aequales cylindris figurae circumscriptae, magnitudine autem maximo eorum aequales. ponantur igitur lineae quaedam, in quibus sint litterae Ξ , numero partibus lineae $B\Theta$ aequales, magnitudine autem singulae aequales lineae $B\Theta$, et in singulis quadratum construatur. auferatur igitur ab ultimo quadrato gnomon latitudinem habens lineae BI aequalem. is igitur aequalis erit $BI \times I\Delta$.¹⁾ a quadrato autem ei proximo auferatur gnomon latitudinem habens $2 BI$. is igitur aequalis erit $BX \times X\Delta$. et semper deinceps a quadrato sequenti auferatur gnomon, cuius latitudo una parte [lineae $B\Theta$] maior est latitudine gnomonis ante ablati. unusquisque igitur eorum aequalis erit spatio partibus

1) Nam cum $B\Delta$ in partes aequales (in Θ) et in inaequales (in I) diuisa sit, erit (Eucl. II, 5): $BI \times I\Delta + I\Theta^2 = B\Theta^2$, h. e. $B\Theta^2 - I\Theta^2 = BI \times I\Delta$, sed $B\Theta^2 - I\Theta^2$ ipse gnomon est. et eodem modo ceteri gnomones inueniuntur.

23. ἐχομένου] ἐπομένου Torellius. 24. οὐ] addidi; om. F, uulgo. ἐνί] scripsi; μεν ἢ FCD; μεν ἴσον AB, ed. Basil; μὲν ἔχων ἐνί Commandinus, Torellius. 25. πρῶ] C, Torellius; πρῶτον FD; πρῶτον AB, ed. Basil.

εχομένῃ ὑπὸ τῶν τᾶς $ΒΔ$ τριγώνων, ὧν τὸ ἕτερον
 τριγῶνα ἴσον ἐστὶ τῷ πλατέϊ τοῦ γνώμονος. ἐσσεύεται
 δὴ καὶ [ἀπὸ] τοῦ τετραγώνου τοῦ δευτέρου τὸ λοιπὸν
 τετράγωνον τὰν πλευρὰν ἔχον ἴσαν τᾶ $ΘΕ$. ὁ δὲ
 5 κύλινδρος ὁ πρῶτος τῶν ἐν τῷ ὄλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων
 ἄξονα τὰν $ΘΕ$ ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν πρῶτον τῶν
 ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἔχοντα ἄξονα
 τὰν $ΘΕ$ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ
 ἀπὸ τᾶς $ΑΘ$ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς $ΚΕ$.
 10 ὥστε καὶ ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν $ΒΘ$, $ΘΔ$ περιεχόμενον ποτὶ
 τὸ ὑπὸ τᾶν $ΒΕ$, $ΕΔ$ περιεχόμενον. ἔχει οὖν ὁ κύλιν-
 δρος ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ
 πρῶτον τετράγωνον ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπὸ τοῦ
 δευτέρου τετραγώνου ἀφαιρημένον. ὁμοίως δὲ καὶ
 15 τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαστος ἄξονα ἔχόντων ἴσον
 τᾶ $ΘΕ$ ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ
 σχήματι καὶ ἔχοντα ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν
 λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ὁμοίως τεταγμένον αὐτῷ
 20 ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπὸ τοῦ ἐπομένου αὐτῷ τε-
 τραγώνου ἀφαιρημένον. ἐντὶ δὴ τινα μεγέθεα, οἱ
 κυλίνδροι οἱ ἐν τῷ ὄλῳ κυλίνδρῳ, καὶ ἄλλα, τὰ τε-
 τράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν $ΞΞ$, ἴσα τῷ πλήθει τοῖς κυλίν-
 δροις καὶ κατὰ δύο τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντα. λεγόνται
 δὲ οἱ κυλίνδροι ποτ' ἄλλα μεγέθεα, τοὺς κυλίνδρους
 25 τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, ὁ δὲ ἔσχατος οὐδὲ
 ποθ' ἐν λεγέται, καὶ τὰ τετράγωνα ποτ' ἄλλα μεγέθεα,
 τοὺς ἀπὸ τῶν τετραγώνων ἀφαιρημένους, τὰ ὁμόλογα
 ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις, τὸ δὲ ἔσχατον τετράγωνον οὐδὲ
 ποθ' ἐν λεγέται. πάντες οὖν οἱ κυλίνδροι οἱ ἐν τῷ

3. ἀπό] deleo. 4. τᾶ] ταν F; corr. Torellius. δέ] δὴ
 Torellius. 7. εχοντι F; corr. B. 10. ΒΘ] ΒΔ F; corr. ed.

lineae BA comprehenso, quarum altera latitudini gnomonis aequalis sit. quadrati igitur secundi quod relinquitur, quadratum erit latus habens lineae OE aequale. cylindrus autem primus totius cylindri axem habens OE ad primum cylindrum figurae inscriptae eundem habentem axem OE eandem habet rationem, quam

$$AO^2 : KE^2 \text{ [Eucl. XII, 11; XII, 2];}$$

quare etiam, quam $BO \times OA : BE \times EA$.¹⁾ itaque cylindrus ad cylindrum eandem rationem habet, quam primum quadratum ad gnomonem a secundo quadrato ablatum. et eodem modo etiam ceterorum cylindrorum axem habentium lineae OE aequalem unusquisque ad cylindrum figurae inscriptae eundem axem habentem eam rationem habet, quam quadratum eodem loco positum ad gnomonem a quadrato proxime sequenti ablatum. sunt igitur magnitudines quaedam, cylindri totius cylindri, et aliae magnitudines, quadrata linearum EE , numero cylindris aequales et binae cum binis in eadem proportione. cylindri autem cum aliis magnitudinibus, cylindris figurae inscriptae, in proportione sunt, ultimus autem in nulla proportione [p. 425 not. 1], et quadrata cum aliis magnitudinibus, [gnomonibus] a quadratis ablati, respondentia in iisdem proportionibus, ultimum autem quadratum in nulla proportione. omnes igitur cylindri totius cy-

1) Apollon. I, 21; Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 48 nr. 5.

Basil.* 11. τὸ ὀπί] om. F; corr. B*. 12. κέλιτρον] κυκλον F; corr. ed. Basil. 15. ἴσον] scripsi; ἴσαν F, uulgo; τὰν ἴσαν? 18. τὸ ὁμοίως] scripsi; τό om. F, uulgo. 21. ὄλω] om. F; corr. Torellius. ἀλλὰ, τὰ] scripsi; τα om. F, uulgo. 26. ποθ' ἐν] scripsi; ποθεν F, uulgo, ut lin. 29. 27. τοῦς] τοὺς γνάμονας τοῦς Nizzius.

ὄλφ κυλίνδρῳ ποτὶ πάντας τοὺς ἑτέρους κυλίνδρους
τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ τετράγωνα
ποτὶ πάντας τοὺς γνωμόνας τοὺς ἀφαιρημένους ἀπ'
αὐτῶν. ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ
5 τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον
σχῆμα τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν πάντα τὰ τετράγωνα
ποτὶ πάντας τοὺς γνωμόνας τοὺς ἀφαιρημένους ἀπ'
αὐτῶν. τὰ δὲ τετράγωνα πάντων τῶν γνωμόνων τῶν
ἀφαιρημένων ἀπ' αὐτῶν μείζονά ἐντι ἢ ἡμίολια. ἐντι
10 γὰρ τινες γραμμαὶ κειμέναί αἱ ΞP , $\Xi \Sigma$, ΞT , $\Xi \Gamma$, $\Xi \Phi$
τῷ $\text{I}\sigma\phi$ ἀλλάλαν ὑπερεχούσαι, καὶ ἃ ἐλαχίστα $\text{I}\sigma\alpha$ τῶ
ὑπεροχῶ. ἐντι δὲ καὶ ἄλλαι γραμμαί, ἐφ' ἃν τὰ δύο
 Ξ , Ξ , τῷ μὲν πλήθει $\text{I}\sigma\alpha$ ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει
ἐκάστα $\text{I}\sigma\alpha$ τῶ μεγίστῃ. τὰ οὖν τετράγωνα τὰ ἀπὸ
15 πασαῶν, ἃν ἐστὶν ἐκάστα $\text{I}\sigma\alpha$ τῶ μεγίστα, πάντων μὲν
τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τῶν τῷ $\text{I}\sigma\phi$ ἀλλάλαν ὑπερ-
εχουσῶν ἐλάσσονά ἐντι ἢ τριπλάσια, τῶν δὲ λοιπῶν
χωρὶς τοῦ ἀπὸ τῆς μεγίστας μείζονα ἢ τριπλασίονα.
τοῦτο γὰρ ἐν τοῖς περὶ τῶν ἐλλίκων ἐκδεδομένοις δε-
20 δείκται. ἐπεὶ δὲ πάντα τὰ τετράγωνα ἐλάσσονά ἐντι
ἢ τριπλάσια τῶν ἑτέρων τετραγώνων, ἃ ἐντι ἀφαιρη-
μένα ἀπ' αὐτῶν, δῆλον, ὅτι τῶν λοιπῶν μείζονά ἐντι
ἢ ἡμίολια. τῶν οὖν γνωμόνων μείζονά ἐντι ἢ ἡμίολια.
ὥστε καὶ ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ
25 τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν μείζων ἐστὶν ἢ ἡμίολιος

8. ἀφαιρημένους] scripsi; αφαιρομενους F, ulgo; αφαι-
ρουμένους ed. Basil, Torellius; sic etiam lin. 7. 9. ἢ] om. F.
10. $\Xi\Phi$] $\Xi\Phi$, $\Xi\Psi$, $\Xi\Omega$ F; corr. ed. Basil. 14. τῶ] τῷ F; corr.
Torellius. 15. ἃν] scripsi; ἃ F, ulgo. μὲν τῶν] scripsi;
τῶν om. F, ulgo. 16. τῶν τῷ $\text{I}\sigma\phi$] scripsi; των $\text{I}\sigma\phi$ F,
ulgo; τῶν $\text{I}\sigma\phi$ Torellius. 18. μείζων F; corr. Torellius.
τριπλασίονα] uel τριπλάσια scripsi; τριπλασιον F, ulgo. 21.

lindri ad omnes ceteros cylindros eandem rationem habebunt, quam omnia quadrata ad omnes gnomones ab iis ablatos [prôp. 1]. itaque cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem ad figuram inscriptam eandem habet rationem, quam omnia quadrata ad omnes gnomones ab iis ablatos. sed [omnia] quadrata illa maiora sunt quam dimidia parte maiora omnibus gnomonibus ab iis ablati. sunt enim lineae quaedam positae, ΞP , $\Xi \Sigma$, ΞT , ΞY , $\Xi \Phi$, aequali differentia inter se excedentes, et minima differentiae aequalis est.¹⁾ sed etiam aliae quaedam lineae sunt, in quibus sunt duae litterae $\Xi \Xi$, numero illis aequales, magnitudine autem singulae aequales maximae. quadrata igitur omnium linearum, quarum quaeque maximae [illarum] aequalis est, omnibus quadratis linearum inter se aequali differentia excedentium minora sunt quam triplo maiora, reliquis autem praeter quadratum maximae maiora quam triplo maiora. hoc enim in libro de helicibus edito demonstratum est [prop. 10 coroll.]. quoniam autem omnia quadrata minora sunt quam triplo maiora alteris quadratis, quae ab iis ablata sunt, adparet, reliquiis maiora ea esse quam dimidia parte maiora. gnomonibus igitur maiora sunt quam dimidia parte maiora. quare etiam cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem maior est quam dimidia parte maior figura in-

1) Sunt enim $5 BI$, $4 BI$, $3 BI$, $2 BI$, BI .

$\tauριπλασία$] $\deltaιπλασια$ F; corr. ed. Basil.* 22. $\muειζονα$] $\nuα$ post lacunam F; corr. ed. Basil. 23. $\etaμισια$ (alt. loco) F; corr. Torellius. 24. $\betaασιν \muεν$ F, vulgo; $\muεν$ deleui. 25. $\muειζον$ F. $\eta \etaμισιος$] $\etaμισιος$ F; corr. ed. Basil., Cr.

τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος· ὅπερ ἀδύνατον. τοῦ γὰρ
 Ψ κώνου ἡμιόλιός ἐστι, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον σχῆμα
 μείζον ἐδείχθη τοῦ Ψ κώνου. οὐκ ἄρα ἐστὶ μείζον
 τὸ ἡμίσειον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. οὐδὲ
 5 τοίνυν ἔλασσον. ἔστω γάρ, εἰ δυνατόν, ἔλασσον.
 πάλιν δὴ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ἀμίσειον τοῦ σφαιρο-
 ειδέος σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυ-
 λίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ
 περιγραφέν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσοι,
 10 ἢ ᾧ ὑπερέχει ὁ Ψ κώνος τοῦ ἡμίσειος τοῦ σφαιρο-
 ειδέος, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατεσκευ-
 ἀσθω. ἐπεὶ οὖν ἔλασσόν ἐστι τὸ ἐγγραφέν σχῆμα τοῦ
 τμάματος, δῆλον, ὅτι καὶ τὸ περιγραφέν σχῆμα ἔλασ-
 σόν ἐστι τοῦ Ψ κώνου. πάλιν δὴ ὁ πρῶτος κύλιν-
 15 δρος τῶν ἐν τῷ ὄλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΘΕ
 ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμ-
 μένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΘΕ τὸν αὐτὸν
 ἔχει λόγον, ὃν τὸ πρῶτον τετράγωνον ποτ' αὐτό. ὁ
 δὲ δεύτερος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὄλῳ κυλίνδρῳ ὁ
 20 ἔχων ἄξονα τὰν ΕΠ ποτὶ τὸν δεύτερον κύλινδρον
 τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα
 τὰν ΕΠ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ δεύτερον τε-
 τράγωνον ποτὶ τὸν γινώμονα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρη-
 μένον. καὶ τῶν ἄλλων δὲ κυλίνδρων ἕκαστος τῶν ἐν
 25 τῷ ὄλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἐχόντων τὰν ἴσαν τᾶ ΘΕ
 ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχή-
 ματι κατ' αὐτὸν ἴοντα καὶ ἄξονα ἔχοντα τὸν αὐτὸν

4. ἀμίσειον Torellius. 5. ἔλασσον] priore loco ελασσων F.
 6. ἀμίσειον] αμισθον F; corr. BC*. 10. ᾧ] addidi; om.
 F, uulgo. ἀμίσειος Torellius. 18. ποτ' αὐτό] scripsi; ποτ'
 αὐτό uulgo; de neglecta aspiratione cfr. Quaest. Arch. p. 93.
 21. τῶν] scripsi; τον F, uulgo. 22. δεύτερον] Torellius; β F,

scripta; quod fieri non potest. nam dimidia parte maior est cono Ψ , et demonstratum est, figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ . itaque dimidia pars sphaeroidis maior non est cono Ψ . sed ne minor quidem est. sit enim, si fieri potest, minor. rursus igitur in dimidia sphaeroidis parte inscribatur figura solida, et alia circumscribatur ex cylindris altitudinem aequalem habentibus composita, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quo conus Ψ dimidiam sphaeroidis partem excedit, et cetera eadem, quae antea, construantur. iam quoniam figura inscripta segmento minor est, adparet, etiam figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ . rursus igitur primus cylindrus totius cylindri axem habens $\odot E$ ad primum cylindrum figurae circumscriptae axem habentem $\odot E$ eandem rationem habet, quam primum quadratum ad se ipsum.¹⁾ secundus autem cylindrus totius cylindri axem habens EII ad secundum cylindrum figurae circumscriptae axem habentem EII eandem rationem habet, quam secundum quadratum ad gnomonem ab eo ablatum. et ceterorum etiam cylindrorum unusquisque eorum, qui in toto cylindro sunt axem habentes lineam lineae $\odot E$ aequalem, ad cylindrum in figura circumscripta eodem loco positum et axem eundem habentem eam rationem habet, quam

1) Utraque enim utrisque aequalia sunt.

uulgo. 26. $\tau\acute{\alpha}\nu$] addidi; om. F, uulgo. 26. $\epsilon\gamma\gamma\epsilon\gamma\alpha\mu\mu\epsilon\nu\omega$
 F; corr. Torellius. 27. $\kappa\alpha\iota \acute{\alpha}\xi\omicron\nu\alpha \acute{\epsilon}\chi\omicron\nu\tau\alpha$] scripsi; om. F,
 uulgo; $\kappa\alpha\iota \acute{\epsilon}\chi\omicron\nu\tau\alpha \acute{\alpha}\xi\omicron\nu\alpha$ Torellius.

τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ὁμοίως τεταγμένον αὐτῷ
 τετράγωνον ποτὶ τὸν γνωμόνα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρη-
 μένον. καὶ πάντες οὖν οἱ κυλίνδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ
 κυλίνδρῳ ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ
 5 περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον, ὃν
 πάντα τὰ τετράγωνα ποτὶ τὸ ἴσον τῷ πρώτῳ τετρα-
 γώνῳ καὶ τοῖς γνωμόνεσσι τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τε-
 τραγώνων ἀφαιρημένοις. καὶ τὰ τετράγωνα πάντα
 ἐλάσσονά ἐντι ἢ ἡμιόλια τοῦ ἴσου τῷ τε πρώτῳ τε-
 10 τραγώνῳ καὶ τοῖς γνωμόνεσσι τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν
 ἀφαιρημένοις, διότι τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τῶν τῷ
 ἴσῳ ἀλλάλων ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας
 τετραγώνου μείζονά ἐντι ἢ τριπλάσια. ὁ ἄρα κύλι-
 νδρος ὁ βᾶσιν [μὲν] ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ
 15 ἄξονα τὸν αὐτὸν ἐλάσσων ἢ ἡμιόλιός ἐστι τοῦ περι-
 γεγραμμένου σχήματος ὅπερ ἀδύνατον. τοῦ γὰρ Ψ
 κώνου ἡμιόλιός ἐστι, τὸ δὲ περιγεγραμμένον σχῆμα
 ἔλαττον ἐδείχθη τοῦ Ψ κώνου. οὐκ ἄρα ἐστὶν ἔλασ-
 σον τὸ ἡμίσειον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. ἐπεὶ
 20 δὲ οὔτε μείζον ἐστὶν οὐδὲ ἔλασσον, ἴσον ἄρα ἐστίν.

κη'.

Καὶ τοίνυν εἰ καὶ τὸ σφαιροειδὲς μὴ ὀρθῶ ποτὶ
 τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρου τμαθῆ, ὁμοίως
 τὸ ἡμίσειον τοῦ σφαιροειδέος διπλάσιον ἐσσεύεται τοῦ
 25 ἀποτμήματος τοῦ κώνου τοῦ βᾶσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν
 τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

1. τὸν λόγον] scripsi; τόν om. F, uulgo. ὃν τό] Nizzius; om. F, uulgo. τεταγμένον] Nizzius; τεταγμενω F, uulgo.

2. τετράγωνον] Torellius; τετραγωνω F, uulgo. uidentum tamen, ne ferri possit: τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον τῷ ὁμοίως τεταγμένῳ . . τετραγώνῳ. 10. γνωμονεσιν F. 11. τῶν] τῶν F; corr. Torellius. 12. χωρὶς] χωρ cum comp. ης F. 14. μὲν]

quadratum eodem loco positum ad gnomonem ab eo ablatum.¹⁾ itaque etiam omnes cylindri totius cylindri ad omnes cylindros figuræ circumscriptæ eandem habebunt rationem, quam omnia quadrata ad spatium æquale quadrato primo simul cum gnomonibus a reliquis quadratis ablati [prop. 1]. et quadrata omnia minora sunt quam dimidia parte maiora spatio æquali primo quadrato simul cum gnomonibus a reliquis ablati, quia quadratis linearum æquali differentia inter se excedentium præter quadratum maximæ maiora sunt quam triplo maiora. quare cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem minor est quam dimidia parte maior figura circumscripta; quod fieri non potest. cono enim Ψ dimidia parte maior est, sed demonstratum est, figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ . itaque dimidia pars sphaeroidis cono Ψ minor non est. quoniam igitur neque maior est neque minor, æqualis est.

XXVIII.

Sed etiam si sphaeroides plano ad axem non perpendiculari per centrum secatur, item dimidia pars sphaeroidis duplo maior erit segmento cono basim eandem habenti, quam segmentum, et eundem axem.²⁾

1) Sint $C_1 C_2 C_3 C_4 C_5$ cylindri circumscripti, $c_1 c_2 c_3 c_4$ inscripti, K partes totius cylindri, $Q_1 Q_2 Q_3 Q_4 Q_5$ quadrata, $g_2 g_3 g_4 g_5$ gnomones. demonstratum est (p. 446, 6 sq.): $K : c_1 = Q_2 : g_2$, $K : c_2 = Q_3 : g_3$, $K : c_3 = Q_4 : g_4$, $K : c_4 = Q_5 : g_5$ (nam $Q_1 = Q_2$ cet.); sed $c_1 = C_2$, $c_2 = C_3$, $c_3 = C_4$, $c_4 = C_5$.

2) P. 284, 19: *εἰ καὶ τῶν σφαιροειδῶν τι ἐπιπέδῳ τμαθῆ*

deleo. 19. τὸ ἡμισσον] scripsi; τὸν ἡμισσοῦς F, uulgo; τὸ ἡμισσον Torellius. 20. δὲ] addidi; om. F, uulgo. μείζων F. οὐδέ] F; οὐτε uulgo. 21. λ' Torellius; om. F. 25. ἀποτμηματος F; corr. Torellius.

τεμασθῶ γὰρ σχῆμα σφαιροειδές· τμαθέντος δὲ
 αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῶ ποτὶ τὸ
 τέμνον ἐπίπεδον τοῦ μὲν σχήματος τομᾶ ἔστω ἅ
 ΑΒΓΔ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶ, κέντρον δὲ αὐτᾶς τὸ
 5 Θ, τοῦ δὲ τετρακώτου ἐπιπέδου τὸ σχῆμα ἔστω ἅ ΑΓ
 εὐθεῖα. ἐσσεῖται δὴ αὐτὰ διὰ τοῦ Θ ἀγομένα, ἐπεὶ
 τὸ ἐπίπεδον ὑπέκειτο διὰ τοῦ κέντρου ἄχθαι. ἐσσεῖται
 οὖν τις ὀξυγωνίου κώνου τομᾶ περὶ διάμετρον τᾶν
 ΑΓ, ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτεμένον ὑπέκειτο οὐ ποτ'
 10 ὀρθᾶς εἴμεν τῷ ἄξονι ἀγμένον. ἄχθων δὴ τινες αἱ
 ΚΔ, ΜΝ παρὰ τᾶν ΑΓ ἐπιφανούσαι τᾶς τοῦ ὀξυ-
 γωνίου κώνου τομᾶς κατὰ τὰ Β, Δ, ἀπὸ δὲ τᾶν ΚΔ,
 ΜΝ ἐπίπεδα ἀνεστακέτω παράλληλα τῷ κατὰ τᾶν ΑΓ.
 ἐπιφάνουσι δὴ ταῦτα τοῦ σφαιροειδούς κατὰ τὰ Β, Δ,
 15 καὶ ἅ ΒΔ ἐπιξευχθεῖσα πεσειται διὰ τοῦ Θ, καὶ ἐσ-
 σοῦνται τῶν τμαμάτων κορυφαὶ μὲν τὰ Β, Δ σαμελα,
 ἀξόνες δὲ αἱ ΒΘ, ΘΔ. δυνατὸν δὴ ἔστιν κύλινδρον
 εὔρειν ἄξονα ἔχοντα τᾶν ΒΘ, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ
 ἐσσεῖται ἅ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶ ἅ περὶ διάμετρον
 20 τᾶν ΑΓ. εὔρεθέντος δὲ ἐσσεῖται τις κυλίνδρου τόμος
 τᾶν αὐτᾶν βάσιν ἔχων τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδούς
 καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. πάλιν δὴ καὶ κώνον εὔρειν
 δυνατὸν ἔστι κορυφὰν ἔχοντα τὸ Β σαμεῖον, οὗ ἐν
 τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἅ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶ

1. σχῆμα] τμημα F; corr. ed. Basil.* 2. αξωνος F. 6.
 δῆ] δ' F; corr. Torellius. ἐπεὶ] ἐπι F. 7. ἄχθαι] τε-
 ταχθαι Torellius. 10. ἄχθων] scripsi cum C; αχθω F, uulgo;
 ἄχθωσαν Nizzius cum VBD. 11. ἐπιφανούσαν FBC*. 13.
 τῷ] το F; corr. Torellius. 14. ἐπιφάνουσι F. δῆ] scripsi; δε
 F, uulgo. κατὰ τὰ Β, Δ] om. F; corr. Torellius. 15. καὶ
 ἅ ΒΔ] scripsi; καὶ τα Β, Δ F, uulgo. διὰ] δε διὰ F; corr.
 Torellius. 17. ΘΔ] ΘΑ FBC*. δῆ ἔστιν] scripsi; δε ἐστιν
 F, uulgo. 18. εὐρ cum comp. ἦν uel ἰν F, ut lin. 22. 20.

secetur enim figura sphaeroides. secta autem ea alio plano per axemposito ad secans planum perpendiculari figurae sectio sit $AB\Gamma\Delta$ conii acutianguli sectio [prop. 11, c], centrum autem eius punctum \odot , plani autem figuram secantis sectio sit linea AF . ea igitur per \odot ducta erit, quoniam suppositum est, planum per centrum ductum esse. erit igitur conii acutianguli sectio quaedam circum diametrum AF descripta, quoniam suppositum est, planum secans ad axem non perpendicularare ductum esse [prop. 14]. ducantur igitur lineae KA , MN lineae AF parallelae sectionem conii acutianguli contingentes in punctis B , Δ , et in lineis KA , MN erigantur plana plano in linea AF posito parallela. ea igitur sphaeroides in punctis B , Δ contingunt [prop. 16, b], et ducta linea $B\Delta$ per \odot punctum cadet [prop. 16, c], et uertices segmentorum erunt puncta B , Δ [p. 282, 12], axes autem $B\odot$, $\odot\Delta$ [p. 282, 13]. potest igitur fieri, ut inueniatur cylindrus axem habens $B\odot$, in cuius superficie sit conii acutianguli sectio circum diametrum AF descripta [prop. 9]. eo autem inuento erit frustum quoddam cylindri eandem basim habens, quam dimidia pars sphaeroidis, et eundem axem. rursus igitur fieri potest, ut inueniatur conus uerticem habens punctum B , in cuius superficie sit conii acutianguli sectio in

διὰ τοῦ κέντρου μὴ ὀρθῶς ποτὶ τὸν ἄξονα τῶν γεναμένων τμαμάτων ἐκάτερον διπλάσιον ἐσσεύεται τοῦ σχήματος τοῦ βάσει ἔχοντος τῶν αὐτῶν τῶν τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. γίνεται δὲ τὸ σχῆμα ἀπόγραμμα κώνου.

κυλινδρ supra scripta littera o F; κύλινδρος CD. 21. τῶ ἡμισέφ] scripsi; του ημισους F, uulgo*; τοῦ ἀμίσεως Torellius.

- ἂ ἀπὸ διαμέτρου τῆς $ΑΓ$. εὐρεθέντος δὲ ἐσσεῖται τι
 ἀπόγραμμα κώνου τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τράματι
 καὶ ἕξονα τὸν αὐτόν. λέγω δὴ, ὅτι τοῦ σφαιροειδέος
 τὸ ἡμίσειον διπλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου τούτου. ἔστω
 5 δὴ ὁ Ψ κώνος διπλάσιος τοῦ ἀπογράματος τοῦ κώνου.
 εἰ οὖν μὴ ἐστὶν ἴσον τὸ ἡμίσειον τοῦ σφαιροειδέος
 τῷ Ψ κώνῳ, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατόν, μείζον. ἐν-
 ἔγραφα δὴ τι εἰς τὸ ἡμίσειον τοῦ σφαιροειδέος σχῆμα
 στερεόν, καὶ ἄλλο περιέγραφα ἐκ κυλίνδρου τόμων
 10 ὕψος ἴσον ἔχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφέν
 σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἄλλῳ
 ὑπερέχει τὸ ἡμίσειον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου.
 ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον δειχθησέται τὸ ἐγγεγραμμένον
 σχῆμα ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος μείζον ἐόν τοῦ
 15 Ψ κώνου, καὶ ὁ τόμος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ

1. τι] scripsi; τῷ F, uulgo. 2. ἀπογραμμα F, ut lin. 5;
 corr. Torellius. κώνου] om. F; corr. Torellius. 4. ἡμίσειον
 Torellius, ut lin. 6. τοῦ ἀπογράματος τοῦ κώνου Nizzius.
 7. ἐνέγραφα] scripsi cum VABD; ἐνεγραφα F; ἐγγεγράφθω
 ed. Basil., Torellius. 8. ἡμίσειον Torellius. 9. περιγεγράφθω
 ed. Basil., Torellius. 14. ἡμισέῳ Torellius. 15. τόμος τοῦ
 κυλίνδρου Commandinus, Torellius.

τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦ μὲν Ψ κώνου
 ἡμιόλιος ἑών, τοῦ δὲ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐν τῷ
 ἡμισέφ τοῦ σφαιροειδέος μείζων ἢ ἡμιόλιος· ὅπερ
 ἀδύνατον. οὐκ ἄρα μείζων τὸ ἡμίσειον τοῦ σφαιροει-
 5 δέος τοῦ Ψ κώνου. εἰ δὲ ἔλασσόν ἐστι τὸ ἡμίσειον
 τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου, ἐγγεγράφθω εἰς τὸ
 ἡμίσειον τοῦ σφαιροειδέος σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο
 περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων τόμων ὕψος ἴσον ἐχόν-
 των συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγεγραφέν τοῦ ἐγγεγραφέν-
 10 τος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει ὁ Ψ κώνος
 τοῦ ἡμίσειος τοῦ σφαιροειδέος. πάλιν οὖν ὁμοίως τοῖς
 πρότερον δειχθησέται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλασ-
 σον ἐόν τοῦ Ψ κώνου, καὶ ὁ τόμος τοῦ κυλίνδρου ὁ
 βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν
 15 αὐτὸν τοῦ μὲν Ψ κώνου ἡμιόλιος ἑών, τοῦ δὲ περι-
 γεγραμμένου σχήματος ἐλάσσων ἢ ἡμιόλιος· ὅπερ ἀδύ-
 νατον. οὐκ ἐσσεῖται οὖν οὐδὲ ἔλασσον τὸ ἡμισυ τοῦ
 σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. ἐπεὶ δὲ οὔτε μείζων ἐστὶν
 οὐδὲ ἔλασσον, ἴσον ἐστὶ. φανερόν οὖν ἐστὶν, ὃ ἔδει
 20 δεῖξαι.

κθ'.

Παντὸς σχήματος σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ τμαθέν-
 τος μὴ διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ
 ἔλαττον τμάμα ποτὶ τὸν κώνον τὸν βάσιν ἔχοντα
 25 τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον
 ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἂ ἴσα συναμφοτέραις τᾶ τε ἡμισέφ

2. τῷ ἡμισέφ] scripsi; ημισεως F, uulgo; ἡμισέφ B, ἡμι-
 σέφ Torellius. 4. ἄρα μείζων] scripsi; εσται ουν F, uulgo;
 ἐσται οὖν μείζων Commandinus, Torellius. ἡμίσειον Torel-
 lius. 5. εἰ δὲ ἔλασσόν ἐστι τὸ ἡμίσειον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ
 Ψ κώνου] scripsi; om. F, uulgo; εἰ δὲ ἔλασσόν ἐστὶν Comman-

dimidia parte maius esse cono Ψ , maius autem quam dimidia parte maius figura dimidiae parti sphaeroidis inscripta; quod fieri non potest. itaque dimidia pars sphaeroidis maior non est cono Ψ . sin minor est dimidia pars sphaeroidis cono Ψ , inscribatur dimidiae parti sphaeroidis figura solida, et alia circumscribatur ex frustis cylindrorum altitudinem aequalem habentibus compositae, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali excedit conus Ψ dimidiam partem sphaeroidis [prop. 20]. rursus igitur eodem modo, quo antea, demonstrabimus, figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ , et frustum cylindri basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem dimidia parte maius esse cono Ψ , minus autem quam dimidia parte maius figura circumscripta; quod fieri non potest. quare dimidia pars sphaeroidis ne minor quidem erit cono Ψ . quoniam autem neque maior est neque minor, aequalis est. constat igitur, quod demonstrandum erat.

XXIX.

Quavis figura sphaeroide plano secta per centrum non posito, sed ad axem perpendiculari, minus segmentum ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et eundem axem eam habet rationem,

dinus, Torellius. 6. εγγραφθω F. εις τὸ ἡμισιον . . . περιγεγράφθω ἐκ lin. 8 om. F; corr. Commandinus. 8. κν-
 λίνδρον Commandinus. 11. ἡμισιος] scripsi; ημισιος F, ulgo; ἄμισιος Torellius. 17. τὸ] του (comp.) F; corr. BC*. 18. μείζων F. 21. λα' Torellius; om. F. 26. δν] addidit Torellius; om. F, ulgo. λα' συναμφοτέραις] scripsi; ἄ συναμφοτέρα F, ulgo; ἄ om. Torellius. τε] om. F; corr. Torellius. ἄμισια idem.

τοῦ ἄξονος τοῦ σφαιροειδέος καὶ τῷ ἄξονι τοῦ μείζονος τμήματος ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ μείζονος τμήματος.

ἔστω γάρ τι τμήμα σφαιροειδέος σχήματος ἀποτε-
 τμαμένον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα μὴ διὰ τοῦ
 5 κέντρου. τραπέζιον δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ
 ἄξονος τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἡ $ΑΒΓ$ ὀξυγ-
 νίου κώνου τομὰ, διάμετρος δὲ τᾶς τομᾶς καὶ ἄξων
 τοῦ σφαιροειδέος ἔστω ἡ BZ , κέντρον δὲ τὸ Θ , τοῦ
 δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτετμαμένου τὸ τμήμα τομὰ ἔστω ἡ
 10 $ΑΓ$ εὐθεΐα. ποιήσει δὲ αὐτὰ ὀρθὰς γωνίας ποτὶ τὰν
 BZ , ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον ὀρθὸν εἴμεν ποτὶ τὸν ἄξονα
 ὑπέκκειτο. ἔστω δὲ τὸ τμήμα τὸ ἀποτετμαμένον, οὐ
 κορυφαὶ τὸ B σαρμεῖον, ἴλασσον ἢ ἀμίσειον τοῦ σφαι-
 ροειδέος σχήματος, καὶ τᾶ $B\Theta$ ἴσα ἔστω ἡ ZH . δεικ-
 15 τέον, ὅτι τὸ τμήμα, οὐ κορυφαὶ τὸ B σαρμεῖον, ποτὶ
 τὸν κώνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι
 καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἡ
 ΔH ποτὶ τὰν ΔZ .

ἔστω δὴ κύλινδρος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ
 20 ἔλάσσονι τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. ἔστω δὲ καὶ
 κώνος, ἐν ᾧ τὸ Ψ , ποτὶ τὸν κώνον τὸν βάσιν ἔχοντα
 τὰν αὐτὰν τοῦτον ἔχων τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ ΔH
 ποτὶ τὰν ΔZ . φανὲ δὴ τὸν Ψ κώνον ἴσον εἴμεν
 τῷ τμήματι τῷ κορυφαὲν ἔχοντι τὸ B σαρμεῖον. εἰ γὰρ
 25 μὴ ἔστιν ἴσος, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατόν, ἔλάσσων.

1. τῷ ἄξονι] scripsi; ὁ ἄξων F, vulgo. 8. σχήματος] τμήματος F; corr. ed. Basil. ἀποτετμημένον F, ut lin. 12; corr. Torellius. 9. τμήμα] τ supra manu 1 F. 11. εἶναι per comp. F; corr. Torellius. 18. ἀμίσειον] scripsi; ἀμίσσεος F, vulgo. φαιροειδέος F. 14. ἡ ZH] του ΔZH F; corr. B.* 18. τὰν] τα F; corr. AB. 19. δὴ] scripsi; δε F, vulgo. 21. τό] τω F. 22. αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν Nizzius, fortasse recte.

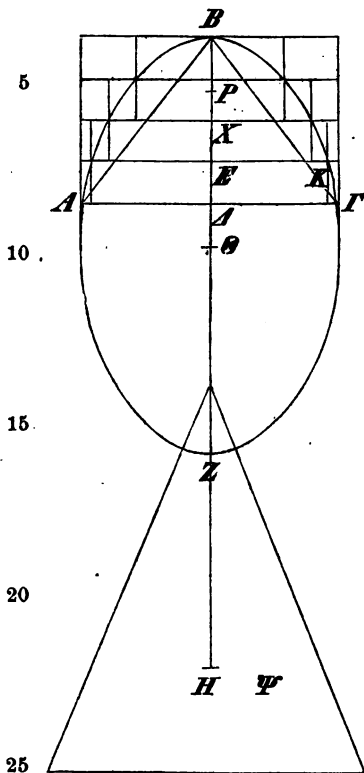
quam linea utrique aequalis, et dimidio axi sphaeroidis et axi segmenti maioris, ad axem segmenti maioris.¹⁾

sit enim segmentum aliquod figurae sphaeroidis plano ad axem perpendiculari non per centrum abscisum. secto autem eo alio plano per axem posito figurae sectio sit $AB\Gamma$ conici acutianguli sectio [prop. 11, c], diametrus autem sectionis et axis sphaeroidis sit linea BZ , centrum autem Θ ; plani autem segmentum abscidentis sectio sit linea AF . ea igitur cum BZ rectos angulos faciet, quoniam suppositum est, planum ad axem perpendicularare esse [Eucl. XI, 18; XI def. 4]. sit autem segmentum abscisum, cuius uertex sit B punctum, minus quam dimidium sphaeroidis, et sit $ZH = B\Theta$. demonstrandum, segmentum, cuius uertex sit B , ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et eundem axem eam habere rationem, quam $\Delta H : \Delta Z$.

sit igitur cylindrus eandem basim habens, quam segmentum minus, et eundem axem. sit autem etiam conus, in quo sit littera Ψ , ad conum eandem basim habentem [quam segmentum, et eundem axem] eam habens rationem, quam $\Delta H : \Delta Z$. dico igitur, conum Ψ aequalem esse segmento uerticem habenti punctum B . nam si aequalis non est, sit primum, si fieri potest, minor. inscripsi igitur segmento figuram solidam, et

1) P. 284, 6: εἰ δὲ καὶ ὀρθῶ μὲν κατὰ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμαθῆ, μὴ διὰ τοῦ κέντρου δὲ, τῶν γεναμένων τμαμάτων τὸ μὲν μείζων κτλ., τὸ δὲ ἕλασσον τμάμα κατὰ τὸν κῶνον τὸν βάσει ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἂ συναμφοτέροις ἴσα τῶ τε ἡμισεία τῆς εὐθείας, ἢ ἔστιν ἄξων τοῦ σφαιροειδέος κτλ., ut lin. 1—2.

ἐνέγραψα δὴ εἰς τὸ τμήμα σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιέγραψα ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἔχόντων συγκείμενον,

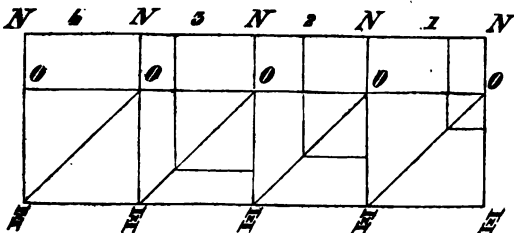


ὥστε τὸ περιγραφέν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχει ἐλάσσονι, ἢ ἄλλω μείζον ἐστὶ τὸ τοῦ σφαιροειδέος τμήμα τοῦ Ψ κώνου. ἐπεὶ οὖν μείζον ἐστὶν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ τμήματος ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ ἐγγεγραμμένου, ἢ τὸ τμήμα τοῦ κώνου, δῆλον, ὅτι μείζον ἐστὶ καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. ἔστω δὴ τρίτον μέρος τῆς $B\Delta$ ἢ BP . ἐπεὶ οὖν ἡ μὲν BH τριπλασία ἐστὶν τῆς $B\Theta$, ἡ δὲ $B\Delta$ τῆς BP , δῆλον, ὅτι τριπλασία ἐστὶν ἡ ΔH τῆς ΘP . ἔχει δὴ ὁ μὲν κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν $B\Delta$ ποτὶ τὸν κώνον τὸν βάσιν ἔχοντα

τὰν αὐτὰν καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ ΔH ποτὶ τὰν ΘP . ὁ δὲ κώνος ὁ εἰρημένος ποτὶ τὸν Ψ κώνον τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν ἡ ΔZ ποτὶ τὰν ΔH . ἔχει οὖν ἀνομοίως τῶν λό-

1. ἐγγεγράφθω Nizzius. 2. περιγεγράφθω idem. 10. ἐλάσσονι] scripsi cum Nizzio; ἐλάσσον F, uulgo. 18. ἐστὶν]

aliam circumscripsi ex cylindris altitudinem æqualem habentibus compositas, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali segmentum sphaeroidis maius est cono Ψ [prop. 19]. iam



quoniam figura circumscripta, quae segmento maior est, excedit figuram inscriptam spatio minore, quam quo segmentum conum excedit, adparet, etiam figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ . sit igitur

$$BP = \frac{1}{3} B\Delta.$$

iam quoniam $BH = 3 B\Theta$, et $B\Delta = 3 BP$, adparet, esse $\Delta H = 3 \Theta P$. itaque cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, et axem $B\Delta$ ad conum eandem basim habentem et eundem axem eam rationem habet, quam $\Delta H : \Theta P$ [Eucl. XII, 10]. conus autem, quem commemorauimus, ad conum Ψ eandem rationem habet, quam $\Delta Z : \Delta H$. itaque cum perturbata sit

comp. F. τὰς $B\Theta$, ἀ δὲ $B\Delta$ τὰς BP , δῆλον, ὅτι τριπλασία ἐστίν] scripsi; om. F, uulgo; τὰς $B\Theta$, καὶ ἀ $B\Delta$ τὰς BP , τριπλασία ἐστὶ καὶ ed. Basil., Torellius. 24. ποτὶ] πρὸς per comp. F; corr. Torellius. 26. τουτον ἐχει τον F; corr. Torellius. 29. ΔZ] ΔH F; corr. B. ΔH] ΔZ F; corr. B.

γων τεταγμένων ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν
 τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸν Ψ κῶνον
 τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἂ ΔZ ποτὶ τὰν ΘP . ἔστων δὴ
 γραμμαὶ κειμέναι, ἐφ' ἧν τὰ \mathbb{H} , N , τῷ μὲν πλήθει
 5 ἴσαι τοῖς τμαμάτεσσιν τοῖς τᾶς $B\Delta$, τῷ δὲ μεγέθει
 ἐκάστα ἴσα τᾶ $Z\Delta$. ἔστω δὲ καὶ τὰν $\mathbb{H}O$ ἐκάστα ἴσα
 τᾶ $B\Delta$. τὰν οὖν NO ἐκάστα διπλασία ἐσσεύεται τᾶς
 $\Theta\Delta$. παραπεπτωκέτω δὴ παρ' ἐκάσταν αὐτᾶν χωρίον
 τι πλάτος ἔχον ἴσον τᾶ $B\Delta$, ὥστε εἶμεν ἕκαστον τῶν
 10 ἔχόντων τὰς διαμέτρους τετράγωνον. ἀφαιρήσθω δὴ ἀπὸ
 μὲν τοῦ πρώτου γνώμων πλάτος ἔχων ἴσον τᾶ BE , ἀπὸ
 δὲ τοῦ δευτέρου πλάτος ἔχων ἴσον τᾶ BX . καὶ ἐφ'
 ἐκάστου τὸν αὐτὸν τρόπον εἰς ἀπὸ τοῦ ἐπομένου χω-
 ρίου γνώμων ἀφαιρήσθω πλάτος ἔχων ἐνὶ τμήματι
 15 ἔλασσον τοῦ πλάτους τοῦ πρὸ αὐτοῦ γνώμωνος ἀφαι-
 ρημένου. ἐσσεύεται δὴ ὁ μὲν ἀπὸ τοῦ πρώτου χωρίου
 γνώμων ἀφαιρημένος ἴσος τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν
 BE , EZ , καὶ τὸ λοιπὸν χωρίον παραπεπτωκὸς παρὰ
 τὰν NO ὑπερβάλλον εἶδει τετραγώνῳ τὰν τοῦ ὑπερ-
 20 βλήματος πλευρὰν ἔχον ἴσαν τᾶ ΔE , ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ
 δευτέρου χωρίου γνώμων ἀφαιρημένος ἴσος τῷ περι-
 εχομένῳ ὑπὸ τᾶν ZX , XB , καὶ τὸ λοιπὸν χωρίον παρὰ
 τὰν NO παραπεπτωκὸς ὑπερβάλλον εἶδει τετραγώνῳ·
 καὶ τὰ λοιπὰ ὁμοίως τούτοις ἐξοῦντι. διάχθω δὲ τὰ
 25 ἐπίπεδα πάντων τῶν κυλίνδρων, ἐξ ὧν συγκρίνεται τὸ

2. τὸν Ψ] το Ψ. F. 3. ἔστων] C; εστω per comp. F; ἔστων ulgo. 5. τᾶς] scripsi cum B; τα F, ulgo; ἐν τᾶ ed. Basil., Torellius. 6. $\mathbb{H}O$] $\mathbb{H}\Theta$ F. 7. τὰν] τα F; corr. BC. 11. τᾶ] ταν F. 12. ἐφ'] scripsi; ἀφ' F, ulgo. 14. ἐν] εν F, corr. Torellius. 19. NO] Θ F; corr. ed. Basil.* 20. ἔχων] scripsi; εχων F, ulgo. 24. διάχθω δέ] scripsi; δε ωδε F, ulgo; δε φδε ἐκβεβλήσθω Torellius. 25. τό] scripsi; το τε F, ulgo.

proportio [Eucl. V def. 20], cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem ad conum Ψ eandem habebit rationem, quam $\angle Z : \odot P$. sint igitur lineae quaedam positae, in quibus sint puncta \mathfrak{K} , N , numero partibus lineae $B\Delta$ aequales, magnitudine autem singulae lineae $Z\Delta$ aequales. sint autem etiam lineae $\mathfrak{K}O$ singulae aequales lineae $B\Delta$. itaque lineae NO singulae erunt $2 \odot \Delta$.¹⁾ adplicetur igitur unicuique harum linearum spatium latitudinem habens lineae $B\Delta$ aequalem, ita ut unaquaeque figurarum diametros habentium quadratum sit. auferatur igitur a primo [spatio] gnomon latitudinem habens lineae BE aequalem, a secundo autem gnomon latitudinem habens lineae BX aequalem. et in unoquoque [spatio] eodem modo gnomon ab spatio sequenti auferatur latitudinem habens una parte minorem latitudinē gnomonis ante eum ablati. erit igitur gnomon a primo spatio ablatum aequalis rectangulo $BE \times EZ$ ²⁾, et reliquum erit spatium lineae NO adplicatum excedens figura quadrata et latus excessus lineae ΔE aequale habens. gnomon autem a secundo spatio ablati erit $= ZX \times XB$, et reliquum erit spatium lineae NO adplicatum figura quadrata excedens³⁾, et cetera eodem modo se habebunt. producantur autem plana omnium cylindrorum, ex quibus

1) Nam

$$NO = \mathfrak{K}N - \mathfrak{K}O = Z\Delta - B\Delta = \odot\Delta + B\odot - B\Delta = 2\odot\Delta.$$

2) Nam gnomon $= Z\Delta \times B\Delta - E\Delta \times (Z\Delta - BE)$

$$= Z\Delta \times (B\Delta - E\Delta) + BE \times E\Delta = Z\Delta \times BE + BE \times E\Delta \\ = BE \times (Z\Delta + E\Delta) = BE \times EZ.$$

3) Cuius latus erit $2\Delta E$.

ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ τμήματι, ποτὶ τὰν ἐπι-
 φάνειαν τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσει ἔχοντος τὰν αὐτὰν
 τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. ἐσσεῖται δὴ ὁ ὅλος
 κύλινδρος διαιρημένος εἰς κυλίνδρους τῷ μὲν πλήθει
 5 ἴσους τοῖς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τῷ δὲ με-
 γέθει ἴσους τῷ μεγίστῳ αὐτῶν. ὁ δὲ πρῶτος κύ-
 λινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν
 ΔE ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμ-
 μένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΔE τὸν αὐτόν
 10 ἔχει λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς $\Delta \Gamma$ ποτὶ
 τὸ ἀπὸ τᾶς KE . οὗτος δὲ ἐστὶν ὁ αὐτὸς τῷ, ὃν ἔχει
 τὸ ὑπὸ τᾶν $B \Delta$, ΔZ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν
 BE , EZ . ἔχει οὖν ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸν κύλινδρον
 τὸν αὐτόν λόγον, ὃν τὸ πρῶτον χωρίον ποτὶ τὸν
 15 γινώμονα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρημένον. ὁμοίως δὲ καὶ
 τῶν ἄλλων κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἕκα-
 στος ἄξονα ἔχων τὰν ἴσαν τᾶ ΔE ποτὶ τὸν κατ' αὐτόν
 κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι ἄξονα
 ἔχοντα τὸν αὐτόν τοῦτον ἔξει τὸν λόγον, ὃν τὸ ὁμοίως
 20 τεταγμένον αὐτῷ χωρίον ποτὶ τὸν γινώμονα τὸν ἀπ'
 αὐτοῦ ἀφαιρημένον. ἐντὶ οὖν μεγέθεά τινα οἱ κυ-
 λίνδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ καὶ ἄλλα μεγέθεα τὰ
 χωρία τὰ παρὰ τὰς ΞN παραπεπτωκότα πλάτος ἔχοντα
 τὰν ἴσαν τᾶ $B \Delta$, τῷ δὲ πλήθει ἴσα τοῖς κυλίνδροις
 25 καὶ κατὰ δύο τὸν αὐτόν ἔχοντα λόγον. λεγόνται δὲ
 οἱ τε κυλίνδροι ποτ' ἄλλους κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ
 ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, ὁ δὲ ἔσχατος οὐδὲ ποθ' ἐν
 λεγέται, καὶ τὰ χωρία ποτ' ἄλλα χωρία, τοὺς ἀπ'

5. τοῖς] τοὺς F; corr. BC*. 6. κύλινδρος] scripsi; ὁ κυ-
 λινδρος F, unlgō. 8. τῶν] τὸν F; corr. B. 10. $\Delta \Gamma$] ΔE F;
 corr. ed. Basil.* 17. κατ' αὐτόν] κατατον F supra scripto u

composita est figura segmento inscripta, ad superficiem cylindri basim habentis eandem, quam segmentum, et eundem axem. totus igitur cylindrus diuisus erit in cylindros numero cylindris figurae circumscriptae aequales, magnitudine autem maximo eorum aequales. primus autem cylindrus totius cylindri axem habens ΔE ad primum cylindrum figurae inscriptae axem habentem ΔE eandem habet rationem, quam $\Delta \Gamma^2 : KE^2$ [Eucl. XII, 11; XII, 2], quae eadem est, quam habet $B\Delta \times \Delta Z : BE \times EZ$ [Apollon. I, 21; cfr. supra p. 447 not. 1]. itaque cylindrus ad cylindrum eandem rationem habet, quam primum spatium ad gnomonem ab eo ablatum. et eodem modo ceterorum cylindrorum totius cylindri unusquisque axem habens lineam lineae ΔE aequalem ad cylindrum in figura inscripta eodem loco positum et eundem axem habentem eam rationem habet, quam spatium eodem loco positum ad gnomonem ab eo ablatum. sunt igitur magnitudines quaedam, cylindri totius cylindri, et aliae magnitudines, spatia lineis ΞN adplicata latitudinem habentia lineam lineae $B\Delta$ aequalem, numero cylindris aequales et binae cum binis in eadem proportione.¹⁾ praeterea et cylindri cum aliis cylindris, qui in figura inscripta sunt, in proportione sunt, ultimus autem in nulla proportione, et spatia cum aliis spatiis, [gnomonibus] ab iis ablati, respondentia in iisdem pro-

1) Quia cylindri cylindris, spatia spatiis aequalia sunt.

manu 2; corr. B. 19. $\epsilon\chi\omega\upsilon\tau\alpha$ F. $\delta\upsilon$] om. F, corr. A. 20. $\tau\epsilon\tau\alpha\gamma\mu\acute{\epsilon}\nu\omicron\nu$] α supra manu 1 F. 22. $\tau\grave{\alpha}$ $\chi\omega\upsilon\lambda\alpha$ $\tau\acute{\alpha}$] scripsi; $\chi\omega\upsilon\lambda\alpha$ F, uulgo. 23. $\tau\acute{\alpha}\varsigma$] scripsi; $\tau\alpha\nu$ F, uulgo. 27. $\pi\omicron\theta\grave{\epsilon}\nu$] scripsi; $\pi\omicron\theta\acute{\epsilon}\nu$ uulgo, ut p. 468 lin. 2.

αὐτῶν ἀφαιρημένους, τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λό-
 γοις, τὸ δὲ ἔσχατον χωρίον οὐδὲ ποθ' ἐν λεγέται.
 δῆλον οὖν, ὅτι καὶ πάντες οἱ κυλίνδροι ποτὶ πάντας
 τοὺς ἑτέρους τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ
 5 χωρία ποτὶ πάντας τοὺς γνωμόνας. ὁ ἄρα κύλινδρος
 ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμύματι καὶ ἄξονα τὸν
 αὐτὸν ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμύ-
 ματι τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον, ὃν πάντα τὰ χωρία ποτὶ
 πάντας τοὺς γνωμόνας. καὶ ἐπεὶ ἐντί τινες γραμμαὶ ἴσαι
 10 κειμέναί, ἐφ' ἃν τὰ N , O , καὶ παρ' ἐκάστην παρα-
 πέπτωκέν τι χωρίον ὑπερβάλλον εἶδει τετραγώνῳ, αἱ
 δὲ πλευραὶ τῶν ὑπερβλημάτων τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερ-
 ἔχοντι, καὶ ἃ ὑπεροχὰ ἴσα ἐστὶ τῶ ἐλαχίστῳ, καὶ ἄλλα
 ἐντί χωρία παρὰ τὰς ΞN παραπεπτωκότα, πλάτος δὲ
 15 ἔχοντα ἴσον τῶ BA τῷ μὲν πλήθει ἴσα τοῦτοις, τῷ
 δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ, δῆλον, ὡς σύμ-
 παντα τὰ χωρία, ὧν ἐστὶν ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ,
 ποτὶ πάντα τὰ ἕτερα χωρία ἐλάσσῳ λόγον ἔχοντι τοῦ,
 ὃν ἔχει ἃ ΞN ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέρῳ τῶ τε ἡμι-
 20 σέᾳ τῆς NO καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τῆς ΞO . φανερὸν
 οὖν, ὅτι τὰ αὐτὰ χωρία ποτὶ πάντας τοὺς γνωμόνας
 μείζονα λόγον ἐξοῦντι τοῦ, ὃν ἔχει ἃ ΞN ποτὶ τὰν
 ἴσαν συναμφοτέραις τῶ τε ἡμισέᾳ τῆς NO καὶ δυοῖς
 τριταμορίοις τῆς ΞO . ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων
 25 τὰν αὐτὰν τῷ τμύματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ
 σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμύματι μείζονα λόγον

6. καὶ ἄξονα ad ἐν τῷ τμύματι lin. 7 bis F, sed alterum expunxit manus, ut videtur, prima. 12. τῷ] addidi; om. F, uulgo. 14. τὰς] scripsi; τὰν F, uulgo. ΞN] ΞO Torellius. 15. ἴσον] ἴσας F per comp., uulgo; ἴσαν C; corr. Torellius; fort. τὰς ἴσας. 19. συναμφοτέραις Torellius. 24. τὰς] τα F; corr. B*.

portionibus, ultimum autem spatium in nulla proportione.¹⁾ adparet igitur, etiam omnes cylindros ad omnes alteros eandem rationem habituros esse, quam omnia spatia ad omnes gnomones [prop. 1]. itaque cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem ad figuram segmento inscriptam eandem rationem habebit, quam omnia spatia ad omnes gnomones. et quoniam positae sunt lineae quaedam aequales, in quibus sunt litterae N , O , et singulis adplicatum est spatium figura quadrata excedens, latera autem excessuum aequali differentia inter se excedunt, et differentia minimo aequalis est, et alia spatia sunt, quae lineis $\mathcal{E}N$ adplicata sunt, latitudinem habentia lineae $B\Delta$ aequalem et numero illis²⁾ aequalia, magnitudine autem singula maximo aequalia, adparet, omnia simul spatia, quorum quodque maximo aequale est, ad omnia altera spatia minorem rationem habere, quam $\mathcal{E}N : \frac{1}{2} NO + \frac{1}{3} \mathcal{E}O$ [prop. 2]. itaque manifestum est, eadem spatia ad omnes gnomones maiorem rationem habitura esse, quam $\mathcal{E}N : \frac{1}{2} NO + \frac{2}{3} \mathcal{E}O$.³⁾ itaque cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem ad figuram segmento inscriptam maiorem rationem habet, quam $\mathcal{E}N : \frac{1}{2} NO + \frac{2}{3} \mathcal{E}O$.

1) Quia a spatio ultimo nullus gnomon ablatu est.

2) Spatiis, quae lineis NO adplicata sunt.

3) Sit summa spatiorum $\mathcal{E}N = s_1$, summa spatiorum

$$NO = s_2,$$

summa gnomonum = s_3 ($s_3 = s_1 - s_2$); erit

$$s_1 : s_2 < \mathcal{E}N : \frac{1}{2} NO + \frac{1}{3} \mathcal{E}O.$$

tum conuertendo (Pappus VII, 48 p. 688)

$$s_1 : s_2 > \mathcal{E}N : \mathcal{E}N - \frac{1}{2} NO - \frac{1}{3} \mathcal{E}O;$$

sed $\mathcal{E}N = NO + \mathcal{E}O$; itaque

$$\mathcal{E}N - \frac{1}{2} NO - \frac{1}{3} \mathcal{E}O = \frac{1}{2} NO + \frac{2}{3} \mathcal{E}O.$$

- έχει, ἢ ἂ ΞN ποτὶ τὰν ἴσων συναμφοτέροις τᾶ τε ἡμισέα
 τᾶς NO καὶ δυοῖς τριταμορίοις τᾶς ΞO . ἔστιν δὲ τᾶ μὲν
 ΞN ἴσα ἂ ΔZ , τᾶ δὲ ἡμισέα τᾶς NO ἂ $\Delta \Theta$, τὰ δὲ
 δύο τριταμόρια τᾶς ΞO ἂ ΔP . ὄλος ἄρα ὁ κύλινδρος
 5 ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμάματι μεί-
 ζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ἔχει ἂ ΔZ ποτὶ τὰν ΘP . ὃν
 δὲ λόγον ἔχει ἂ ΔZ ποτὶ τὰν ΘP , τοῦτον ἐδείχθη
 ἔχων ὁ αὐτὸς κύλινδρος ποτὶ τὸν Ψ κώνον. μείζονα
 οὖν ἔξει λόγον ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἢ ποτὶ
 10 τὸν Ψ κώνον· ὅπερ ἀδύνατον. ἐδείχθη γὰρ μείζον
 εἶναι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. οὐκ ἄρα
 ἐστὶ μείζον τὸ τοῦ σφαιροειδέος τμάμα τοῦ Ψ κώνου.
 ἀλλ' ἔστω, εἰ δυνατόν, ἔλασσον. πάλιν δὴ ἐγγεγράφω
 τι εἰς τὸ τμάμα σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφω
 15 ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε
 τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν
 ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ μείζων ἐστὶν ὁ Ψ κώνος τοῦ τμά-
 ματος, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατεσκευ-
 ἀσθω. ἐπεὶ οὖν ἔλασσόν ἐστὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα
 20 τοῦ τμάματος, καὶ ἐλάσσονι ὑπερέχει τὸ περιγραφέν
 τοῦ ἐγγραφέντος, ἢ ὁ Ψ κώνος τοῦ τμάματος, δῆλον,
 ὅτι καὶ τὸ περιγραφέν σχῆμα ἐλασσόν ἐστὶ τοῦ Ψ
 κώνου. πάλιν δὴ ὁ πρῶτος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ
 ὄλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔE ποτὶ τὸν πρῶ-
 25 τον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι
 τὸν ἔχοντα ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον,
 ὃν τὸ ἔσχατον χωρίον τῶν παρὰ τὰν ΞN παραπεπτω-
 κώτων πλάτος ἐχόντων ἴσον τᾶ $B \Delta$ ποτ' αὐτό. ἐκά-
 τερα γὰρ ἴσα ἐστίν. ὁ δὲ δεύτερος κύλινδρος τῶν ἐν

3. $\Delta \Theta$] ΔE F; corr. Torellius. 4. δύο τριταμόρια] scripsi; τριτα δυο μορια F, vulgo; error ortus est ex signis

sed $\mathcal{E}N = \mathcal{A}Z$, $\frac{1}{2} NO = \mathcal{A}\Theta$, $\frac{2}{3} \mathcal{E}O = \mathcal{A}P$.¹⁾ itaque totus cylindrus ad figuram segmento inscriptam maiorem habet rationem, quam $\mathcal{A}Z : \Theta P$. sed demonstratum est, eundem cylindrum ad conum Ψ eam habere rationem, quam $\mathcal{A}Z : \Theta P$. maiorem igitur rationem habebit [idem cylindrus] ad figuram inscriptam quam ad conum Ψ .²⁾ quod fieri non potest. nam demonstratum est, figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ . quare segmentum sphaeroidis cono Ψ maius non est. — sed, si fieri potest, sit minus. rursus igitur segmento inscribatur figura solida, et alia circumscribatur ex cylindris aequalem altitudinem habentibus compositae, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali conus Ψ maior est segmento [prop. 19], et cetera eadem, quae antea, construantur. iam quoniam figura inscripta segmento minor est, et figura circumscripta inscriptam excedit minore spatio, quam quo conus Ψ segmentum excedit, adparet, etiam figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ . rursus igitur primus cylindrus totius cylindri axem habens $\mathcal{A}E$ ad primum cylindrum figurae circumscriptae eundem axem habentem eam rationem habet, quam ultimum spatium eorum, quae lineae $\mathcal{E}N$ adplicata sunt latitudinem habentia lineae $B\mathcal{A}$

1) Nam $B\mathcal{A} = 3BP = \mathcal{E}O = BP + \mathcal{A}P$.

2) Itaque figura inscripta minor est cono Ψ (Eucl. V, 10).

numeralibus. 9. λόγον] λόγον ὁ αὐτὸς κύλινδρος Torellius.
 16. υπερχει F; corr. AB. 17. μείζον F; corr. B. 18. ἀλλὰ]
 alterum λ supra manu 1 F. 21. τοῦ ἐγγραφέντος] om. F;
 corr. Torellius. 22. τοῦ] το F. 25. τῶν] των F; corr. B.
 27. $\mathcal{E}M$ F. 28. ποτ' αὐτό] scripsi; ποτ' αὐτό uulgo; cfr.
 p. 450, 18.

τῷ ὄλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἔχων ἴσον τᾷ ΔE ποτὶ τὸν
 κύλινδρον τὸν κατ' αὐτὸν ἐόντα τῶν ἐν τῷ περιγε-
 γραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ πρῶ-
 τον χωρίον τῶν παρὰ τὰν ΞN παραπεπτωκότων
 5 πλάτος ἐχόντων ἴσον τᾷ $B \Delta$ ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν
 ἀφαιρημένον ἀπ' αὐτοῦ· καὶ τῶν ἄλλων δὲ κυλίνδρων
 ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὄλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἐχόντων ἴσον
 τᾷ ΔE ποτὶ τὸν κατ' αὐτὸν κύλινδρον τῶν ἐν τῷ
 10 περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ
 ὁμόλογον χωρίον αὐτῷ τῶν παρὰ τὰν ΞN παραπεπτω-
 κότων ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρημένον
 πρώτου λεγομένου τοῦ ἐσχάτου. καὶ πάντες οὖν οἱ
 κυλίνδροι οἱ ἐν τῷ ὄλῳ κυλίνδρῳ ποτὶ πάντας τοὺς
 κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν
 15 αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ χωρία τὰ παρὰ τὰν
 ΞN παραπεπτωκότα ποτὶ τὸ ἴσον τῷ τε ἐσχάτῳ κειμένῳ
 χωρίῳ καὶ τοῖς γνωμόνεσσι τοῖς ἀφαιρημένοις ἀπὸ τῶν
 ἄλλων διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον. ἐπεὶ οὖν δεδεικται,
 20 ὅτι τὰ χωρία πάντα τὰ παρὰ τὰν ΞN παραπεπτωκότα
 ποτὶ τὰ χωρία πάντα τὰ παρὰ τὰν NO παραπεπτω-
 κότα ὑπερβάλλοντα εἶδει τετραγώνῳ χωρὶς τοῦ μεγί-
 στου μεζῶνα λόγον ἔχοντι τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ΞN ποτὶ
 τὰν ἴσων συναμφοτέραις τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς NO καὶ
 τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς ΞO , δῆλον, ὅτι τὰ αὐτὰ χωρία
 25 ποτὶ τὰ λοιπά, ἃ ἐντι ἴσα τῷ ἐσχάτῳ χωρίῳ κειμένῳ

1. ἴσον] scripsi; ἴσαν F, vulgo. 2. τῶν] scripsi; τον F,
 vulgo. 5. ἴσον] Torellius; ἴσαν F, vulgo; τὰν ἴσαν? 7.
 ἴσον] scripsi; ἴσαν F, vulgo; τὰν ἴσαν? 12. πρώτου] scripsi;
 προ του F, vulgo. λεγομένου] λεγομεν F; corr. A, C*. παν-
 τος (comp.) F. 16. παραπεπτωκότα F. 17. γνωμονεσι F.
 19. τὰ χωρία πάντα τὰ παρὰ τὰν ΞN παραπεπτωκότα ποτὶ]
 om. F; corr. Torellius (nisi quod πάντα τὰ χωρία habet).

aequalem ad se ipsum. utraque enim inter se aequalia sunt. secundus autem cylindrus totius cylindri axem habens lineae $\angle E$ aequalem ad cylindrum in figura circumscripta eodem loco positum eandem rationem habet, quam primum spatium eorum, quae lineae $\mathcal{E}N$ adplicata sunt latitudinem habentia lineae $B\angle$ aequalem, ad gnomonem ab eo ablatum.¹⁾ et etiam ceterorum cylindrorum unusquisque eorum, qui in toto cylindro sunt et axem lineae $\angle E$ aequalem habent, ad cylindrum in figura circumscripta eodem loco positum eandem rationem [habet]²⁾, quam respondens spatium eorum, quae lineae $\mathcal{E}N$ adplicata sunt, ad gnomonem ab eo ablatum, ita ut ultimum primo loco numeretur.³⁾ quare etiam omnes cylindri totius cylindri ad omnes cylindros figurae circumscriptae eandem habebunt rationem, quam omnia spatia lineae $\mathcal{E}N$ adplicata ad spatium aequale spatio ultimo loco posito et gnomonibus a ceteris ablati propter eadem, quae autea [prop. 1]. iam quoniam demonstratum est [prop. 2], omnia spatia lineae $\mathcal{E}N$ adplicata ad omnia spatia lineae NO adplicata figura quadrata excedentia praeter maximum maiorem rationem habere, quam $\mathcal{E}N : \frac{1}{2} NO + \frac{1}{2} \mathcal{E}O$, adparet, eadem spatia ad reliqua, quae aequalia sunt spatio ultimo loco posito

1) Quia secundus cylindrus figurae circumscriptae aequalis est primo inscriptae; tum u. p. 466, 15. idem in ceteris cylindris fit.

2) Fortasse post τὸν αὐτόν lin. 9 addendum est ἐξελ.

3) Fingatur spatium 4 alteri parti adfixum. proportiones igitur hae erunt (cfr. p. 453 not. 1): $K : C_1 = Q_4 : Q_4$;

$K : C_2 = Q_1 : g_1$; $K : C_3 = Q_2 : g_2$; $K : C_4 = Q_3 : g_3$.

Q spatia $\mathcal{E}N$ sunt.

καὶ τοῖς γνωμόνεσσι τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν ἀφαιρου-
 μένοις, ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ΞN
 ποτὶ τὰν ἴσων συναμφοτέραις τᾶ τε ἡμισέᾳ τᾶς NO
 καὶ δυοῖς τριταμορίοις τᾶς ΞO . δῆλον οὖν, ὅτι καὶ
 5 ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ
 ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον
 ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἡ $Z A$ ποτὶ τὰν
 ΘP . ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ $A Z$ ποτὶ τὰν ΘP , τοῦτον
 ἔχει ὁ εἰρημένος κύλινδρος ποτὶ τὸν Ψ κώνου. ἐλάσ-
 10 σονα ἄρα λόγον ἔχει ὁ αὐτὸς κύλινδρος ποτὶ τὸ περι-
 γεγραμμένον σχῆμα ἢ ποτὶ τὸν Ψ κώνου· ὅπερ ἀδύνα-
 τον. ἐδείχθη γὰρ ἔλασσον εἶναι τὸ περιγεγραμμένον
 σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. οὐκ ἄρα ἐστὶν ἔλασσον τοῦ Ψ
 κώνου. ἐπεὶ δὲ οὔτε μείζον οὔτε ἔλασσον, ἴσον ἄρα
 15 ἐστίν.

λ'.

Καὶ τοίνυν εἰ κα μὴ ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα τμαθῆ
 τὸ σφαιροεδὲς μηδὲ διὰ τοῦ κέντρου, τὸ ἔλασσον αὐτοῦ
 τμᾶμα ποτὶ τὸ ἀπόταμα τοῦ κώνου τὸ βάσιν ἔχον
 20 τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον
 ἔξει τὸν λόγον, ὃν ἡ ἴσα συναμφοτέρα τᾶ τε ἡμισέᾳ
 τᾶς ἐπιχειννουύσας τὰς κορυφὰς τῶν γενομένων τμα-
 μάτων καὶ τῷ ἄξονι τοῦ μείζονος τμήματος ποτὶ τὸν
 ἄξονα τοῦ μείζονος τμήματος.

1. γνωμόνεσσι] alterum σ supra manu 1 F. ἀφαιρημέ-
 νοις Torellius. 3. ταις τε ημισεαῖς F; corr. Torellius. 4.
 τριταμορίοις F. 7. $Z A$] $Z A$ F. 10. ἄρα] om. F; corr. B.
 11. ἦ] om. F; corr. B. 13. ἔλασσον] ἔλασσον τὸ τοῦ σφαιρο-
 ειδέος τμᾶμα Torellius. Ψ] om. F; corr. Torellius. 16.
 λβ' Torellius; om. F. 19. αποτμημα F; corr. Torellius. τὸ
 βάσιν ἔχων] scripsi; τον βασιν εχοντος F, uulgo. 21. ἡ ἴσα
 συναμφοτέρα] scripsi; αι (supra manu 1) συναμφοτεραι F, uulgo;
 αι συναμφοτεραι ἴσα Torellius.

et gnomonibus a ceteris ablatiis, minorem rationem habere, quam $\mathcal{K}N : \frac{1}{2}NO + \frac{2}{3}\mathcal{K}O$.¹⁾ adparet igitur, etiam cylindrum basim habentem eandem, quam segmentum, et eundem axem ad figuram circumscriptam minorem rationem habere, quam habet $Z\mathcal{A} : \Theta P$.²⁾ sed quam rationem habet $\mathcal{A}Z : \Theta P$, eam habet cylindrus ille ad conum Ψ [p. 462, 29]. itaque idem cylindrus ad figuram circumscriptam minorem rationem habet quam ad conum Ψ ³⁾; quod fieri non potest. nam demonstratum est, figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ . quare [segmentum sphaeroidis] minus non est cono Ψ . et quoniam neque maius neque minus est, aequale igitur est.

XXX.

Uerum etiam si [plano] ad axem non perpendiculari sphaeroides secatur nec per centrum posito, minus eius segmentum ad conum segmentum basim habens eandem, quam segmentum [sphaeroidis], et eundem axem eam habebit rationem, quam linea utrique aequalis, et dimidiae lineae uertices segmentorum ortorum iungenti et axi segmenti maioris, ad axem segmenti maioris.⁴⁾

1) *Ἀναστρέφαντι*; u. Pappus VII, 48 p. 686; cfr. p. 469 not. 3.

2) Nam $Z\mathcal{A} = \mathcal{K}N$, $\Theta P = \Theta\mathcal{A} + \mathcal{A}P = \frac{1}{2}NO + \frac{2}{3}\mathcal{K}O$; u. p. 470, 2 et 471 not. 1.

3) Quare figura circumscripta maior est cono Ψ (Eucl. V, 10).

4) P. 284, 24: *εἰ δὲ κα μῆτε διὰ τοῦ κέντρον μῆτε ὄρθῳ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμαθῆ τὸ σφαιροειδές, τῶν γενομένων τμαμάτων τὸ μὲν μείζον κτλ., τὸ δὲ ἔλασσον τμαμα ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον κτλ.*, ut hoc loco, nisi quod lin. 21 ἄ συναμφοτέραις ἴσα legitur, lin. 22 γενομένων omittitur, lin. 24 τὸν τοῦ legitur.

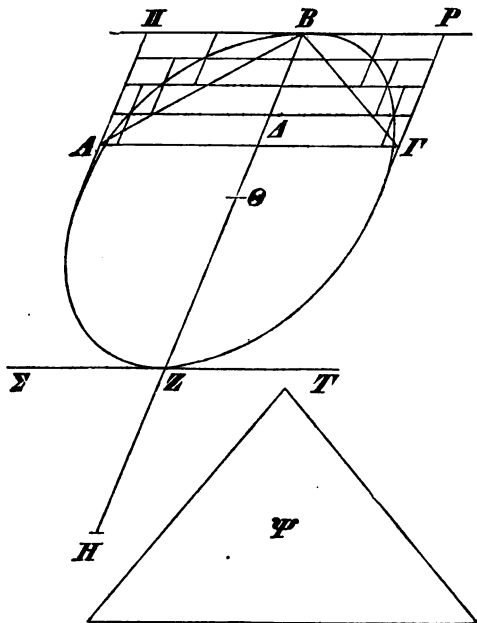
τεμάσθω γάρ τι σχῆμα σφαιροειδές, ὡς εἰρήται.
 καὶ τμαθέντος αὐτοῦ ἄλλω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος
 ὀρθῶ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον τοῦ μὲν σχήματος το-
 μαῖ ἔστω ἃ $ΑΒΓ$ ὀξυγωνίου κώνου τομαῖ, τοῦ δὲ τέμ-
 5 νοντος ἐπιπέδου τὸ σχῆμα ἃ $ΓΑ$ εὐθεία. καὶ παρὰ
 τὰν $ΑΓ$ ἄχθων αἱ $ΠΡ$, $ΣΤ$ ἐπιφανούσαι τὰς τοῦ
 κώνου τομαῖς κατὰ τὰ B , Z , καὶ ἀνεστακῆτω ἀπ' αὐτὰν
 ἐπίπεδα παράλληλα τῷ κατὰ τὰν $ΑΓ$. ἐπιφανσοῦντι
 10 δὴ ταῦτα τοῦ σφαιροειδούς κατὰ τὰ B , Z , καὶ ἐσσοῦν-
 ται κορυφαὶ τῶν τμαμάτων. ἄχθω οὖν ἃ τὰς κορυφὰς
 τῶν τμαμάτων ἐπιξενγνύουσα, καὶ ἔστω ἃ BZ . πεσει-
 ται δὲ αὐτὰ διὰ τοῦ κέντρου. καὶ ἔστω κέντρον τοῦ
 σφαιροειδούς καὶ τὰς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομαῖς τὸ
 15 $Θ$. ἐπεὶ οὖν ὑπέκειτο μὴ ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα τε-
 μάσθαι τῷ ἐπιπέδῳ τὸ σχῆμα, ἃ τομαῖ ἔστιν ὀξυγω-
 νίου κώνου τομαῖ, καὶ διάμετρος αὐτῆς ἃ $ΓΑ$. λε-
 λάφθω οὖν ὃ τε κύλινδρος ὁ ἄξονα ἔχων ἐπ' εὐθείας
 τῆ $BΔ$, οὗ ἐν τῆ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἃ τοῦ ὀξυγωνίου
 κώνου τομαῖ ἃ περὶ διάμετρον τὰν $ΑΓ$, καὶ ὁ κώνος
 20 ὁ κορυφὰν ἔχων τὸ B σαμεῖον, οὗ ἐν τῆ ἐπιφανείᾳ
 ἐσσεῖται ἃ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομαῖ ἃ περὶ διά-
 μετρον τὰν $ΑΓ$. ἐσσεῖται δὴ τόμος τις κυλίνδρου
 τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμαμάτι καὶ ἄξονα τὸν
 αὐτόν, καὶ ἀπότμαμα κώνου τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον
 25 τῷ τμαμάτι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. δεικτέον, ὅτι τὸ
 τμαμα τοῦ σφαιροειδούς, οὗ κορυφὰ τὸ B , ποτὶ τὸ

3. τομαν F. 4. $ΑΒΓ$] $ΑΒΓΔ$ F; corr. Nizsius. 6.
 ἄχθων] scripsi; αχθω F, uulgo. 8. ἐπίπεδα παράλληλα]
 Nizsius; ἐπιπεδον παραλληλον F, uulgo. κατὰ] κα F. 9.
 δὴ scripsi; δε F, uulgo. τὰ] το F; corr. AB. 10. ἄχθω
 οὖν ἃ τὰς κορυφὰς τῶν τμαμάτων] scripsi; om. F, uulgo; τὰ
 B, Δ. ἄχθω οὖν ἃ τὰς κορυφὰς Nizsius. 11. ἐπιξενγνύουσα]

secetur enim figura sphaeroidis, ita ut diximus. et secta ea alio plano per axem ad secans planum perpendiculari figurae sectio sit $AB\Gamma$ conii acutianguli sectio [prop. 11, c], plani autem figuram secantis linea ΓA . et lineae $A\Gamma$ parallelae ducantur lineae ΠP , ΣT sectionem conii in punctis B , Z contingentes, et in iis plana erigantur plano in linea $A\Gamma$ posito parallela. ea igitur sphaeroides in punctis B , Z contingent [prop. 16, b], quae uertices erunt segmentorum [p. 282, 12]. ducatur igitur linea uertices segmentorum iungens, et sit BZ . ea igitur per centrum cadet [prop. 16, c]. et centrum sphaeroidis et sectionis conii acutianguli sit Θ . iam quoniam suppositum est, figuram plano ad axem non perpendiculari sectam esse, sectio est conii acutianguli sectio, et diameter eius ΓA [prop. 14]. sumatur igitur et cylindrus axem habens in producta linea $B\Delta$, cuius in superficie sit sectio conii acutianguli circum diametrum $A\Gamma$ descripta [prop. 9], et conus uerticem habens punctum B , cuius in superficie sit sectio conii acutianguli circum diametrum $A\Gamma$ descripta [prop. 8]. erit igitur frustum quoddam cylindri basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem, et segmentum conii eandem basim habens, quam segmentum [sphaeroidis], et axem eundem. demonstrandum est, segmentum sphaeroidis, cuius uertex sit B , ad segmentum conii

scripsi; $\epsilon\pi\iota\kappa\epsilon\nu\chi\theta\epsilon\iota\sigma\alpha$ F, uulgo. 14. $\tau\epsilon\tau\mu\eta\sigma\theta\alpha\iota$ F; corr. Torellius. 17. δ] addidi; om. F, uulgo. $\alpha\acute{\xi}\omega\nu\alpha$ F. 24. $\kappa\alpha\iota$ $\acute{\alpha}\pi\acute{o}\tau\mu\alpha\mu\alpha$ ad lin. 25: $\tau\acute{o}\nu$ $\alpha\acute{\upsilon}\tau\acute{o}\nu$ in mg. habet F manu 1, adposito signo \surd . $\epsilon\chi\omega\nu$ F.

ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔξει τὸν λόγον, ὃν ἂ ΔH ποτὶ τὰν ΔZ . ἴσα δὲ ἔστω ἂ ZH τῷ ΘZ .



λελάφθω δὴ τις κώνος, ἐν ᾧ τὸ Ψ , ποτὶ τὸ ἀπό-
 5 τμαμα τοῦ κώνου τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμή-
 ματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχων τὸν λόγον, ὃν
 ἔχει ἂ ΔH ποτὶ τὰν ΔZ . εἰ οὖν μὴ ἔστιν ἴσον τὸ
 τμήμα τοῦ σφαιροειδέος τῷ Ψ κώνῳ, ἔστω πρῶτον,
 εἰ δυνατόν, μείζον. ἐνέγραψα δὴ εἰς τὸ τμήμα τοῦ
 10 σφαιροειδέος σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιέγραψα ἐκ
 κυλίνδρων τόμων ὕψος ἴσον ἔχόντων συγκείμενον,

1. αποτμημα] F, ut p. 476 lin. 24, p. 478 lin. 4; corr. Torellius.

basim habens eandem, quam segmentum [sphaeroidis], et eundem axem eam rationem habiturum esse, quam $\Delta H : \Delta Z$. sit autem $ZH = \Theta Z$.

sumatur igitur conus aliquis, in quo sit littera Ψ , qui ad segmentum conici basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem eam habeat rationem, quam $\Delta H : \Delta Z$. iam si segmentum sphaeroidis cono Ψ aequale non est, primum, si fieri potest, maius sit inscripsi igitur segmento sphaeroidis figuram solidam, et aliam circumscripsi ex frustis cylindrorum altitudinem aequalem habentibus compositas, ita ut figura

$\tau\acute{o}$ $\beta\acute{\alpha}\sigma\iota\nu$ $\acute{\epsilon}\chi\omicron\nu$] scripsi; $\tau\omicron\nu$ $\beta\acute{\alpha}\sigma\iota\nu$ $\epsilon\chi\omicron\nu\tau\omicron\varsigma$ F, ulgo. 3. ΘZ] ΔZ F. 5. $\tau\acute{o}$ $\beta\acute{\alpha}\sigma\iota\nu$ $\acute{\epsilon}\chi\omicron\nu$] scripsi; $\tau\omicron\nu$ $\beta\acute{\alpha}\sigma\iota\nu$ $\epsilon\chi\omicron\nu\tau\omicron\varsigma$ F, ulgo. 6. $\epsilon\chi\omicron\nu$ F; corr. Torellius. 9. $\acute{\epsilon}\gamma\gamma\epsilon\gamma\gamma\acute{\alpha}\phi\theta\omega$ et lin. 10: $\pi\epsilon\pi\epsilon\gamma\gamma\acute{\alpha}\phi\theta\omega$ Nizzius.

ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχει
 ἐλάσσονι, ἢ ἀλλίῳ ὑπερέχει τὸ τμήμα τοῦ σφαιροειδέος
 τοῦ Ψ κώνου. ὁμοίως δὴ τῷ προτέρῳ δειχθησέται
 τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μείζον ἐὼν τοῦ Ψ κώνου,
 5 καὶ ὁ τόμος τοῦ κυλίνδρου ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν
 τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμέ-
 νον σχῆμα μείζονα λόγον ἔχων ἢ ποτὶ τὸν Ψ κώνον·
 ὃ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἐσσεύεται οὖν τὸ τοῦ σφαι-
 ροειδέος τμήμα τοῦ Ψ κώνου μείζον. ἀλλ' ἐστῶ, εἰ
 10 δυνατὸν, ἔλασσον. ἐγγεγραμμένον δὴ πάλιν ἐστῶ εἰς
 τὸ τμήμα σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον
 ἐκ κυλίνδρου τόμων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενα,
 ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχει
 ἐλάσσονι, ἢ ἀλλίῳ ὑπερέχει ὁ Ψ κώνος τοῦ τμήματος.
 15 πάλιν δὴ διὰ τῶν αὐτῶν δειχθησέται τὸ περιγεγραμ-
 μένον σχῆμα ἔλασσον τοῦ Ψ κώνου, καὶ ὁ τόμος τοῦ
 κυλίνδρου ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ
 ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἐλάσ-
 σονα λόγον ἔχων ἢ ποτὶ τὸν Ψ κώνον· ὃ ἐστὶν ἀδύ-
 20 νατον. οὐκ ἐσσεύεται οὖν οὐδὲ ἔλασσον τὸ τμήμα τοῦ
 κώνου. φανερὸν οὖν, ὃ ἔδει δεῖξαι.

λά'.

Παντὸς σχήματος σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ τμαθέντος
 ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα μὴ διὰ τοῦ κέντρου τὸ μείζον
 25 τμήμα ποτὶ τὸν κώνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν
 τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν
 λόγον, ὃν ἂ ἴσα συναμφοτέραις τᾶ τε ἡμισέᾳ τοῦ

10. ἐστῶ] om. F; corr. Torellius. 12. ἴσον] om. F; corr.
 B. 13. ὑπερέχει F. 20. ἐσσεύεται] εσσει F. 21. ὃ ἔδει]
 ὡσδε F; corr. Torellius. 22. λγ' Torellius; om. F.

circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali segmentum sphaeroidis conum Ψ excedit.¹⁾ eodem igitur modo, quo supra, demonstrabimus, figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ , et frustum cylindri basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem ad figuram inscriptam maiorem rationem habere quam ad conum Ψ ; quod fieri non potest. quare segmentum sphaeroidis maius non erit cono Ψ . sit autem, si fieri potest, minus. inscribatur igitur rursus segmento figura solida, et alia circumscribatur ex cylindri frustis altitudinem aequalem habentibus compositae, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali conus Ψ segmentum excedit [prop. 20]. rursus igitur eodem modo demonstrabimus, figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ , et frustum cylindri basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem ad figuram circumscriptam minorem rationem habere quam ad conum Ψ ; quod fieri non potest. quare segmentum ne minus quidem erit cono. manifestum ergo est, quod erat demonstrandum.

XXXI.

Quavis figura sphaeroide plano ad axem perpendiculari, per centrum autem non posito, secta, segmentum maius ad conum basim habentem eandem, quam segmentum, et eundem axem eam rationem habet, quam linea utriusque aequalis, et dimidio axi

1) Ex prop. 20.

ἄξονος τοῦ σφαιροειδέος καὶ τῷ τοῦ ἐλάσσονος τμήματος ἄξονι ποτὶ τὸν τοῦ ἐλάσσονος τμήματος ἄξονα.

τετράσθω τι σφαιροειδές, ὡς εἰρήται. τεμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῶ ποτὶ
 5 τὸ τέμνον ἐπίπεδον τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ $ΑΒΓ$ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, διάμετρος δὲ αὐτᾶς καὶ ἄξων τοῦ σχήματος ἁ $ΒΔ$, τοῦ δὲ τέμνοντος ἐπιπέδου ἁ $ΓΑ$ εὐθεῖα. ἐσσεῖται δὴ αὐτὰ ποτ' ὀρθὰς τᾶ $ΒΔ$. ἔστω δὲ μείζον τῶν τμαμάτων, οὗ κορυφὰ τὸ $Β$, καὶ
 10 κέντρον τοῦ σφαιροειδέος τὸ $Θ$. ποτικείσθω δὴ ἁ $ΔΗ$ τᾶ $ΔΘ$ ἴσα, καὶ ἁ $ΒΖ$ τᾶ αὐτᾶ ἴσα. δεικτέον, ὅτι τὸ τμήμα τοῦ σφαιροειδέος, οὗ κορυφὰ τὸ $Β$, ποτὶ τὸν κώνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει
 15 ἁ $ΕΗ$ ποτὶ τὰν $ΕΔ$.

τετράσθω δὴ τὸ σφαιροειδές ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρον ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα, καὶ ἀπὸ τοῦ γενομένου κύκλον κώνος ἔστω κορυφὰν ἔχων τὸ $Δ$ σαμεῖον. ἔστιν δὴ τὸ μὲν ὅλον σφαιροειδές διπλάσιον τοῦ τμήματος
 20 τοῦ βάσιν ἔχοντος τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν $ΚΔ$, κορυφὰν δὲ τὸ $Δ$ σαμεῖον, τὸ δὲ εἰρημένον τμήμα διπλάσιον τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. δεδείκται γὰρ ταῦτα. τὸ ὅλον οὖν σφαιροειδές τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου
 25 τοῦ εἰρημένου. ὁ δὲ κώνος οὗτος ποτὶ τὸν κώνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν

5. σχήματος] τμήματος F; corr. Torellius. 7. δέ] om. F; corr. Torellius. 25. δέ] scripsi; δη F, uulgo.

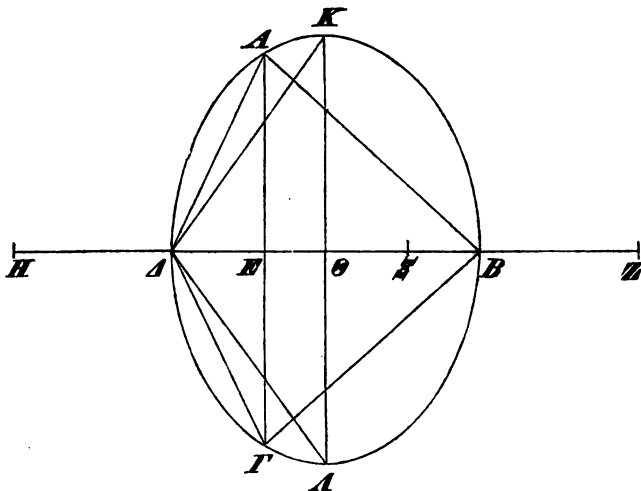
sphaeroidis et axi segmenti minoris, ad axem segmenti minoris.¹⁾

secetur sphaeroides aliquod, ita ut diximus. secto autem eo alio plano per axem ad secans planum perpendiculari figurae sectio sit $AB\Gamma$ conici acutiansectio, diametrus autem eius et axis figurae $B\Delta$ [p. 11, c], plani autem secantis linea ΓA . ea igitur ad lineam $B\Delta$ perpendicularis erit [p. 440, 15]. maius autem segmentum id, cuius uertex est B actum, et centrum sphaeroidis sit Θ . adiiciatur tur linea ΔH lineae $\Delta\Theta$ aequalis, et BZ eidem qualis. demonstrandum, segmentum sphaeroidis, cuius uertex sit B , ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et eundem axem, eam habere rationem, quam habeat $EH : EA$.

secetur igitur sphaeroides plano per centrum ad axem perpendiculari, et in circulo inde orto [prop. 11, c] conus construatur uerticem habens punctum Δ . est igitur totum sphaeroides duplo maius segmento basim habenti circulum circum diametrum KA descriptum, uerticem autem punctum Δ [prop. 18]; segmentum autem illud duplo maius est cono basim eandem habenti, quam segmentum, et eundem axem [prop. 27]. haec enim demonstrata sunt. itaque totum sphaeroides quadruplo maius est cono, quem commemora-

1) P. 284, 6: εἰ δὲ καὶ ὀρθῶς μὲν ποτὶ τὸν ἄξονα τῆ ἐπιπέδου τμηθῆ, μὴ διὰ τοῦ κέντρου δὲ, τῶν γενεαμένων τμημάτων τὸ μὲν μείζον ποτὶ τὸν κῶνον τὸν τὰν αὐτῶν βάσιν ἔχοντα τῶ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔξει τὸν λόγον, ὃν ἂ συν-αμφοτέροις ἴσα τῶ τε ἡμισείᾳ τῆς εὐθείας, ἢ ἔστιν ἄξων τοῦ σφαιροειδέος, καὶ τῶ ἄξονι τῶ τοῦ ἐλάσσονος τμήματος ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ ἐλάσσονος τμήματος.

$ΑΓ$, κορυφὰν δὲ τὸ Δ σαιμεῖον τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἕκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἃ $\Theta\Delta$ ποτὶ τὰν $Ε\Delta$, καὶ ἕκ τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς $Κ\Theta$ τετραγώνου ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς $ΕΑ$. ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς $Κ\Theta$ ποτὶ



5 τὸ ἀπὸ τᾶς $ΕΑ$, ὁ αὐτός ἐστι τῷ, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ $Β\Theta$, $\Theta\Delta$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν $ΒΕ$, $Ε\Delta$. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἃ $\Theta\Delta$ ποτὶ τὰν $Ε\Delta$, τοῦτον ἔχεται ἃ $\Xi\Delta$ ποτὶ τὰν $\Theta\Delta$. ἔξει οὖν καὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν $\Xi\Delta$, $Β\Theta$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν $Β\Theta$, $\Theta\Delta$, ὃν ἃ $\Delta\Theta$ ποτὶ τὰν $\Delta Ε$. ὁ δὲ συγκείμενος λόγος ἕκ τε τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ $\Xi\Delta$, $\Theta Β$ ποτὶ τὸ ὑπὸ $Β\Theta$, $\Theta\Delta$, καὶ ἕκ τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶν $Β\Theta$, $\Theta\Delta$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν $ΒΕ$, $Ε\Delta$, ὁ αὐτός ἐστι τῷ, ὃν ἔχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν $\Xi\Delta$, $Β\Theta$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν $ΒΕ$, $Ε\Delta$. ἔχει οὖν ἰ μὲν
 15 κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον

7. $\Theta\Delta$] $\Theta Α F$. 11. $Β\Theta$, $\Theta\Delta$] scripsi; $Β\Theta\Delta F$, ulgo.

uimus. sed hic conus ad conum basim habentem circulum circum diametrum AI descriptum, uerticem autem punctum A rationem habet compositam ex ratione $\Theta A : EA$ et $K\Theta^2 : EA^2$.¹⁾ sed

$$K\Theta^2 : EA^2 = B\Theta \times \Theta A : BE \times EA$$

[Apollon. I, 21; cfr. supra p. 447 not. 1]. sit igitur [Eucl. VI, 11] $\Xi A : \Theta A = \Theta A : EA$; quare etiam erit $\Xi A \times B\Theta : B\Theta \times \Theta A = \Theta A : EA$. ratio autem composita ex

$\Xi A \times \Theta B : B\Theta \times \Theta A$ et $B\Theta \times \Theta A : BE \times EA$ eadem est, quam habet $KA \times \Theta B : BE \times EA$. itaque conus basim habens circulum circum diametrum KA descriptum, uerticem autem punctum A ad conum basim habentem circulum circum diametrum AI descriptum, uerticem autem punctum A eandem rationem habet, quam $\Xi A \times B\Theta : BE \times EA$. sed co-

1) U. prop. 10 et Eucl. XII, 2. nam basis segmenti circulus est (prop. 11, c).

τὰν $ΚΑ$, κορυφὰν δὲ τὸ $Δ$ σαιμεῖον ποτὶ τὸν κῶνον
 τὸν βάσιν ἔχοντα τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν
 $ΑΓ$, κορυφὰν δὲ τὸ $Δ$ σαιμεῖον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν
 τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τὰν $ΞΔ$, $ΒΘ$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν
 5 $ΒΕ$, $ΕΔ$. ὁ δὲ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν
 περὶ διάμετρον τὰν $ΑΓ$, κορυφὰν δὲ τὸ $Δ$ σαιμεῖον
 ποτὶ τὸ τμήμα τοῦ σφαιροειδέος τὸ βάσιν ἔχον τὰν
 αὐτὰν αὐτῷ καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν
 λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τὰν $ΒΕ$, $ΕΔ$ ποτὶ τὸ
 10 περιεχόμενον ὑπὸ $ΖΕ$, $ΕΔ$ [τουτέστιν ἂ $ΒΕ$ ποτὶ $ΕΖ$.
 τὸ γὰρ ἔλασσον ἢ ἡμίσειον τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸν
 κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ
 ἄξονα τὸν αὐτὸν δεδεικται τοῦτον ἔχον τὸν λόγον, ὃν
 ἂ συναμφοτέrais ἴσα τᾶ τε ἡμισέα τοῦ ἄξονος τοῦ
 15 σφαιροειδέος καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ μελζονος τμήματος
 ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ μελζονος τμήματος. οὗτος δὲ
 ἐστίν, ὃν ἔχει ἂ $ΖΕ$ ποτὶ τὰν $ΒΕ$]. ὁ ἄρα κῶνος ὁ
 ἐν τῷ ἡμισέφ τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸ τμήμα τοῦ
 σφαιροειδέος τὸ ἔλασσον τοῦ ἡμίσειος τὸν αὐτὸν ἔχει
 20 λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τὰν $ΞΔ$, $ΒΘ$ ποτὶ τὸ
 ὑπὸ τὰν $ΖΕ$, $ΕΔ$. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ὅλον σφαιροειδὲς
 ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ἐν τῷ ἡμισέφ τοῦ σφαιροειδέος
 τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τὰν
 $ΖΗ$, $ΞΔ$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν $ΒΘ$, $ΞΔ$. τετραπλάσιον
 25 γὰρ ἐκάτερον ἐκατέρου· ὁ δὲ κῶνος ὁ ἐν τῷ ἡμισέφ
 τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸ τμήμα τὸ ἔλασσον ἢ τὸ
 ἡμίσειον τοῦ σφαιροειδέος τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν
 τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τὰν $ΞΔ$, $ΒΘ$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν
 $ΖΕ$, $ΕΔ$, ἔχει κα καὶ τὸ ὅλον σφαιροειδὲς ποτὶ τὸ

1. τὰν] τὰ F.
 ΕΔ] ΞΕ, ΒΕ F.

7. τοῦ] το του F.
 13. εἰχων F.

εἰχων F. 10. ΖΕ,
 19. τοῦ ἡμίσειος] scripsi;

nus basim habens circulum circum diametrum AG descriptum, verticem autem punctum A ad segmentum sphaeroidis basim habens eandem, quam conus, et eundem axem eam habet rationem, quam

$$BE \times EA : ZE \times EA.^1)$$

quare conus, qui in dimidia parte sphaeroidis est, ad segmentum sphaeroidis, quod minus est dimidia parte, eandem rationem habet, quam $EA \times B\Theta$ ad $ZE \times EA$ [*δι' ἴσου* Eucl. V, 22]. iam quoniam totum sphaeroides ad conum, qui in dimidia parte sphaeroidis est, eandem rationem habet, quam

$$ZH \times EA : B\Theta \times EA$$

(utrumque enim utroque²⁾ quadruplo maius est), conus autem, qui in dimidia sphaeroidis parte est, ad segmentum, quod minus est dimidia parte sphaeroidis, eam rationem habet, quam $EA \times B\Theta : ZE \times EA$, habebit etiam totum sphaeroides ad segmentum eius minus eandem rationem, quam $ZH \times EA : ZE \times EA$

1) Habent enim eam rationem, quam $BE : ZE$ (prop. 29). sed quae sequuntur verba lin. 10—17, quibus sine causa repetitur prop. 29 tota, subditiva sunt. neque enim *κατέσται* lin. 10 aptum est, quod tum demum sensum haberet, si Archimedes proportione $EA : ZE$ uti uellet. ut nunc est, ita debuit scribere: *ὅν ἂν BE ποτὶ EZ, κατέσται τὸ περιεχόμενον ὑπὸ BE, EA ποτὶ τὸ ὑπὸ ZE, EA.*

2) H. e. et sphaeroides cono; et rectangulum $ZH \times EA$ rectangulo $B\Theta \times EA$ (nam $ZH = 4B\Theta$).

τον ἡμισιν F, uulgo; τοῦ ἡμίσεως B; ἢ τὸ ἡμίσειον Torellius. 22. ἡμισίω] ἡμισιν F; corr. B. 25. ἐκατέρον] addidi; om. F, uulgo. 28. τᾶν] (alterum) των per comp. F; corr. Torellius. 29. κα] addidi; om. F, uulgo. ἐχει B, Nizzius.

τμήμα τὸ ἑλασσον αὐτοῦ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ
 περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ZH , ΞA ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν ZE ,
 $E A$. ὥστε καὶ τὸ μείζον τμήμα τοῦ σφαιροειδέος
 ποτὶ τὸ ἑλασσον τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν ἂ ὑπεροχά,
 5 ἢ ὑπερέχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ZH , ΞA τοῦ
 ὑπὸ τῶν ZE , $E A$, ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν ZE , $E A$. ὑπερέχει
 δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ZH , ΞA τοῦ ὑπὸ τῶν ZE , $E A$ τῷ
 τε ὑπὸ τῶν ΞA , EH περιεχομένῳ καὶ τῷ ὑπὸ τῶν
 ZE , ΞE . ἔχει ἄρα τὸ μείζον τμήμα τοῦ σφαιροειδέος
 10 ποτὶ τὸ ἑλασσον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ἴσον ἀμφο-
 τέροις τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ΞA , EH καὶ τῷ
 ὑπὸ τῶν ZE , ΞE ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ZE ,
 $E A$. τὸ δὲ ἑλασσον τμήμα τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ
 τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν αὐτῷ καὶ
 15 ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ περι-
 εχόμενον ὑπὸ τῶν ZE , $E A$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν BE , $E A$
 [τὸν γὰρ αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἂ ZE ποτὶ τὰν BE].
 ὁ δὲ κῶνος ὁ ἐν τῷ ἑλάσσονι τμήματι ποτὶ τὸν κῶνον
 τὸν ἐν τῷ μείζονι τμήματι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν
 20 τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν BE , $E A$ ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς
 BE τετραγώνου. τὸν γὰρ τῶν ὑψείων λόγον ἔχοντι
 οἱ κῶνοι, ἐπεὶ βάσιν ἔχοντι τὰν αὐτὰν. ἔχει οὖν κα
 τὸ μείζον τμήμα τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸν κῶνον τὸν
 ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένον, ὃν τὸ ἴσον ἀμφοτέροις τῷ
 25 τε περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ΞA , EH καὶ τῷ ὑπὸ τῶν
 ZE , ΞE ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς BE . οὗτος

1. αὐτοῦ] delet Nizzius. 2. ZH] ZN F. ZE , $E A$] scripsi; $ZE A$ F, uulgo. 5. τοῦ] το F; corr. Torellius. 6. ποτὶ] προς per comp. F; corr. Torellius. ZE , $E A$] scripsi; $ZE A$ F, uulgo. 7. τό] τον per comp. F; corr. ed. Basil. τοῦ] α F; corr. ed. Basil. 8. τῷ] το F. 11. EH] EN F. 16. τό] τὸ περιεχόμενον Torellius. BE , $E A$]

[Eucl. V, 22]. quare etiam maius sphaeroidis segmentum ad minus eandem rationem habet, quam

$$ZH \times \Xi\Delta - ZE \times E\Delta : ZE \times E\Delta$$

[διελόντι Eucl. V, 17]. sed

$$ZH \times \Xi\Delta - ZE \times E\Delta = \Xi\Delta \times EH + ZE \times \Xi E.^1)$$

itaque segmentum maius sphaeroidis ad minus eandem rationem habet, quam

$$\Xi\Delta \times EH + ZE \times \Xi E : ZE \times E\Delta.$$

sed minus segmentum sphaeroidis ad conum eandem basim habentem et axem eundem eam habet rationem, quam $ZE \times E\Delta : BE \times E\Delta.^2)$ et conus, qui in minore segmento est, ad conum, qui est in maiore, eandem rationem habet, quam $BE \times E\Delta : BE^2$; coni enim rationem altitudinum inter se habent, quoniam eandem habent basim [Eucl. XII, 14; cfr. supra prop. 10]. quare maius segmentum sphaeroidis ad conum ei inscriptum [eam rationem] habet, quam habet

$$\Xi\Delta \times EH + ZE \times \Xi E : BE^2 \text{ [Eucl. V, 22].}$$

haec autem ratio eadem est, quam habet $EH : E\Delta$.

1) Nam $ZH = EH + EZ$; itaque

$$ZH \times \Xi\Delta = EH \times \Xi\Delta + EZ \times \Xi\Delta;$$

$$\text{et } EH \times \Xi\Delta + EZ \times \Xi\Delta - EZ \times E\Delta$$

$$= EH \times \Xi\Delta + EZ \times (\Xi\Delta - E\Delta) = EH \times \Xi\Delta + EZ \times E\Xi.$$

2) Verba τὸν γὰρ αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἂν ZE ποτὶ τὰν BE lin. 17 prorsus superuacua sunt, cum Archimedes iam p. 486, 5 hac ipsa proportione usus sit, nulla addita causa. itaque interpolatori tribuenda esse putavi. — Hinc sequitur (Eucl. V, 22), segmentum maius ad conum in minore segmento inscriptum eam habere rationem, quam

$$\Xi\Delta \times EH + ZE \times \Xi E : BE \times E\Delta.$$

BEΔ F; corr. Torellius. 17. ZE] ZΘ F; corr. ed. Basil.
 22. ἐπεὶ] ἐπι F. ἔχει οὖν κα] scripsi; εχει αν και F, uulgo;
 ἔχει οὖν καὶ Nizzius. 24. ὃν] scripsi; om. F, uulgo; τοῦτον
 τὸν λόγον, ὃν ed. Basil., Torellius. 26. ZE] ZΘ F.

δὲ ὁ αὐτός ἐστι τῷ, ὃν ἔχει ἅ EH ποτὶ τὰν EA . τὸ γὰρ ὑπὸ τὰν EA , EH ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν EA , EA τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἅ EH ποτὶ τὰν EA , καὶ τὸ ὑπὸ τὰν AE , ZE περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν
 5 ZE , OE τοῦτον. ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἅ EH ποτὶ τὰν EA . ἅ γὰρ AE ποτὶ τὰν OE τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἅ EH ποτὶ τὰν EA διὰ τὸ ἀνάλογον εἶμεν τὰς EA , OA , AE , καὶ τὰν OA ἴσων εἶμεν τῶ HA . καὶ τὸ ἴσον οὖν ἀμφοτέροις τῶ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τὰν
 10 EA , EH καὶ τῶ ὑπὸ τὰν ZE , AE ποτὶ τὸ ἴσον συναμφοτέροις τῶ τε ὑπὸ τὰν EA , EA καὶ τῶ ὑπὸ τὰν ZE , OE τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἅ EH ποτὶ τὰν EA . τὸ δὲ ἀπὸ τῆς EB τετραγώνου ἴσον ἐντὶ ἀμφοτέροις τῶ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τὰν EA , EA καὶ
 15 τῶ ὑπὸ τὰν ZE , OE . τὸ μὲν γὰρ ἀπὸ τῆς BO τετραγώνου ἴσον τῶ ὑπὸ τὰν EA , EA περιεχομένῳ, ἅ δὲ ὑπεροχά, ἅ μείζον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς BE τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τῆς BO , ἴσον ἐστὶ τῶ περιεχομένῳ ὑπὸ τὰν ZE , OE , ἐπεὶ ἴσαι αἱ BO , BZ . δῆλον οὖν, ὅτι τὸ
 20 μείζον τοῦ σφαιροειδέος τμήμα ποτὶ τὸν κῆνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῶ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἅ EH ποτὶ τὰν EA .

ιβ'.

Καὶ τοίνυν εἴ κα μὴ ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα τῶ
 25 ἐπιπέδῳ τμαθῆ τὸ σφαιροειδὲς μηδὲ διὰ τοῦ κέντρου,

1. ὁ] addidi; om. F, vulgo. EH] EN F. EA] om. F; corr. AB. 5. λόγον] λόγον · EA · F; corr. B; EA in margine adscriptum, ita ut ad lineam 1 pertineret, postea hic irrepsit. EH] EN F. 6. ἅ] αἱ F; corr. AB. 7. εἶμεν] το εἶμεν FV. 8. εἶμεν] τ' εἶμεν F; τε εἶμεν vulgo. HA] NA F. 9. τε] addidi; om. F, vulgo. 11. EA] AE F; corr. AB. 12. ὃν] om. F; corr. Torellius. 15. τῶ] scripsi;

est enim $\mathbb{H}\Delta \times EH : \mathbb{H}\Delta \times E\Delta = EH : E\Delta$, et
 $\mathbb{H}E \times ZE : ZE \times \Theta E = EH : E\Delta$;
 nam $\mathbb{H}E : \Theta E = EH : E\Delta$, quia proportionales sunt
 lineae $\mathbb{H}\Delta$, $\Theta\Delta$, ΔE , et $\Theta\Delta = H\Delta$.¹⁾ itaque etiam
 $\mathbb{H}\Delta \times EH + ZE \times \mathbb{H}E : \mathbb{H}\Delta \times E\Delta + ZE \times \Theta E = EH : E\Delta$.²⁾
 sed $EB^2 = \mathbb{H}\Delta \times E\Delta + ZE \times \Theta E$; nam
 $B\Theta^2 = \mathbb{H}\Delta \times E\Delta^3$,
 et $BE^2 - B\Theta^2 = ZE \times \Theta E$, quoniam $B\Theta = BZ$.⁴⁾
 adparet igitur, maius sphaeroidis segmentum ad conum
 eandem basim habentem, quam segmentum, et axem
 eundem eam habere rationem, quam $EH : E\Delta$.

XXXII.

Uerum etiam si plano ad axem non perpendiculari
 secatur sphaeroides nec per centrum posito, maius

1) Erat (p. 484, 6): $\mathbb{H}\Delta : \Delta\Theta = \Delta\Theta : \Delta E$; quare *διελόντι*
 erit $\mathbb{H}\Theta : \Delta\Theta = E\Theta : \Delta E = \mathbb{H}\Theta : H\Delta$, unde *ἐναλλάξ*

$$\mathbb{H}\Theta : E\Theta = H\Delta : \Delta E$$

et *συνθέντι* $\mathbb{H}E : \Theta E = EH : E\Delta$.

2) Nam

$EH : E\Delta = \mathbb{H}\Delta \times EH : \mathbb{H}\Delta \times E\Delta = \mathbb{H}E \times ZE : ZE \times \Theta E$;
 unde *ἐναλλάξ*

$$\mathbb{H}\Delta \times EH : \mathbb{H}E \times ZE = \mathbb{H}\Delta \times E\Delta : ZE \times \Theta E,$$

et *συνθέντι*

$$\begin{aligned} & \mathbb{H}\Delta \times EH + \mathbb{H}E \times ZE : \mathbb{H}E \times ZE \\ & = \mathbb{H}\Delta \times E\Delta + ZE \times \Theta E : ZE \times \Theta E; \end{aligned}$$

et rursus *ἐναλλάξ*

$$\begin{aligned} & \mathbb{H}\Delta \times EH + \mathbb{H}E \times ZE : \mathbb{H}\Delta \times E\Delta + ZE \times \Theta E \\ & = \mathbb{H}E \times ZE : ZE \times \Theta E = EH : E\Delta. \end{aligned}$$

3) Nam $B\Theta = \Theta\Delta$, et $\mathbb{H}\Delta : \Theta\Delta = \Theta\Delta : \Delta E$; tam u. Eucl.
 VI, 17.

4) Nam $BE^2 = B\Theta^2 + E\Theta^2 + 2B\Theta \times E\Theta$ (Eucl. II, 4)
 $= B\Theta^2 + E\Theta \times (E\Theta + 2B\Theta) = B\Theta^2 + E\Theta \times (E\Theta + B\Theta + BZ)$
 $= B\Theta^2 + E\Theta \times EZ.$

το F, uulgo. 16. α] ο F. 17. *μειζον*] scripsi; *μειζων* F,
 uulgo. 19. α] scripsi; α F, uulgo. 23. *λδ'* Torellias; om. F.

segmentum eius ad conii segmentum eandem basim habens, quam segmentum [sphaeroidis], et axem eundem eam habebit rationem, quam linea utriusque aequalis, et dimidiae lineae uertices segmentorum inde ortorum iungenti et axi segmenti minoris, ad axem segmenti minoris.¹⁾

secetur sphaeroides plano, ita ut diximus. et secto eo alio plano per axem ad secans planum perpendiculari figurae sectio sit $AB\Gamma\Delta$ conii acutianguli sectio [prop. 11, c], plani autem figuram secantis linea ΓA . et lineae $A\Gamma$ parallelae ducantur lineae PP , ΣT sectionem conii acutianguli in punctis B , Δ contingentes, et ab iis erigantur plana plano in linea $A\Gamma$ posito parallela. ea igitur sphaeroides in punctis

1) P. 284, 24; εἰ δὲ κα μῆτε διὰ τοῦ κέντρον μῆτε ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα τῶ ἐπιπέδῳ τμαθῆ τὸ σφαιροειδές, τῶν γενομένων τμαμάτων τὸ μὲν μείζον ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῶ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔξει τὸν λόγον, ὄν κτλ. ut hoc loco, nisi quod lin. 4 αὐτᾶς τᾶς legitur, et lin. 5 γενομένων omittitur.

τον βασιν εχοντος F, uulgo.

3. ἀ συναμφοτέραις] scripsi;

αι συναμφοτεραι F, uulgo.

4. τε] cum B; om. F, uulgo.

8. τετμησθω F; corr. Torellius.

9. αλλα F; corr. B*.

14.

Δ, B Torellius.

15. ἐπιψανωντι F; corr. Torellius.

δὴ ταῦτα τοῦ σφαιροειδέος κατὰ τὰ B, Δ , καὶ ἐσσούν-
 ται κορυφαὶ τῶν τμαμάτων τὰ B, Δ . ἄχθω οὖν ἅ-
 τὰς κορυφὰς ἐπιξενγνύουσα τῶν γενομένων τμαμάτων
 ἅ $B\Delta$ · πεσειέται δ' αὐτὰ διὰ τοῦ κέντρον· καὶ ἔστω
 5 κέντρον τὸ Θ , μείζον δὲ ἢ τὸ ἡμίσειον τοῦ σφαιρο-
 ειδέος τὸ τμαμα, οὗ κορυφὰ τὸ B . ποτικείσθω δὲ τῶ
 $\Delta\Theta$ ἴσα ἅ ΔH , καὶ ἅ BZ τῶ αὐτῶ. δεικτέον, ὅτι τὸ
 τμαμα τοῦ σφαιροειδέος τὸ μείζον ποτὶ τὸ ἀπότμαμα
 τοῦ κώνου τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῶ τμαματι καὶ
 10 ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἅ EH
 ποτὶ τὰν $E\Delta$.

τετμάσθω γὰρ τὸ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ
 κέντρον παραλλήλῳ τῶ κατὰ τὰν AG ἐπιπέδῳ, καὶ
 ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ἡμίσειον τοῦ σφαιροειδέος ἀπό-
 15 τμαμα κώνου κορυφὰν ἔχον τὸ Δ σαιμεῖον, καὶ ὃν
 ἔχει λόγον ἅ $\Delta\Theta$ ποτὶ τὰν $E\Delta$, τοῦτον ἔχτω ἅ $\Xi\Delta$
 ποτὶ τὰν $\Theta\Delta$. ὁμοίως δὴ τῶ πρότερον δειχθησέται
 τό τε ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῶ ἡμισέῳ τοῦ
 σφαιροειδέος ἐγγεγραμμένου ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ
 20 κώνου τοῦ ἐν τῶ ἐλάσσονι ἐγγεγραμμένου τὸν αὐτὸν
 ἔχον λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τὰν $\Xi\Delta, B\Theta$
 ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν $BE, E\Delta$, καὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώ-
 νου τοῦ ἐν τῶ ἐλάσσονι τμαματι ἐγγεγραμμένου ποτὶ
 τὸ τμαμα τό, ἐν ᾧ ἐγγεγράφεται, τὸν αὐτὸν ἔχον λόγον,
 25 ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τὰν $BE, E\Delta$ ποτὶ τὸ ὑπὸ
 τὰν $ZE, E\Delta$. ἔξει οὖν τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ
 ἐν τῶ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος ἐγγεγραμμένου ποτὶ

1. δὴ] scripsi; δε F, vulgo. εσσονται F, vulgo. 5.
 δὲ ἢ τό] οστος (comp.) τω F; corr. Torellius (ἢ τό iam V; τό
 iam CD). 6. τὸ τμαμα] scripsi; τό om. F, vulgo. τῶ $\Delta\Theta$
 $\text{ἴσα ἅ } \Delta H$] scripsi; τας ΔH ἴσα ἅ $\Delta\Theta$ FCD; ἅ ΔH ἴσα τῶ
 $\Delta\Theta$ vulgo. 8. αποτμημα F; corr. Torellius, ut lin. 14, 18, 19,

B , Δ contingent [prop. 16, b], et uertices segmentorum erunt B , Δ [p. 282, 12]. ducatur igitur uertices segmentorum ita ortorum iungens $B\Delta$ linea (per centrum autem cadet [prop. 16, c]), et centrum sit Θ , et segmentum, cuius uertex est B , maius sit quam dimidia pars sphaeroidis. adiciatur autem linea ΔH aequalis lineae $\Delta\Theta$, et linea BZ eidem aequalis. demonstrandum est, segmentum sphaeroidis maius ad segmentum conii basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem eam habere rationem, quam $EH : EA$.

secetur enim sphaeroides plano per centrum posito plano in linea AT posito parallelo, et dimidiae sphaeroidis parti inscribatur segmentum conii uerticem habens punctam Δ , et sit $EA : \Theta\Delta = \Theta\Delta : E\Delta$. itaque eodem modo, quo supra, demonstrabimus, segmentum conii dimidiae sphaeroidis parti inscriptum¹⁾ ad segmentum conii [segmento] minori inscriptum¹⁾ eandem rationem habere, quam $EA \times B\Theta : BE \times E\Delta$, et segmentum conii segmento minori inscriptum¹⁾ ad segmentum, cui inscriptum sit, eam rationem habere, quam

$$BE \times E\Delta : ZE \times EA.$$

itaque segmentum conii dimidiae parti sphaeroidis, inscriptum¹⁾ ad minus segmentum sphaeroidis [eam

1) Debeat esse (lin. 18, 20, 23, 26): τὸ ἐν ... ἐγγεγραμμένον; ad ἀπόγραμμα enim, non ad κώνου pertinet. et ita fortasse uel inuito codice scribendum est. lin. 19 ed. Basil. et A habent ἐγγεγραμμένον.

22, 26. 9. τὸ βάσιν ἔχον] scripsi; του βασιν εχοντος F, uulgo.
12. τετρασθω F; corr. Torellius. 17. $\Theta\Delta$] ΘA F. τῶ] το F.
19. ἐγγεγραμμενω F; corr. Torellius. 24. εχοντα F; corr. B*.

τὸ ἔλασσον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν $\Xi\Delta$, $B\Theta$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ZE , $E\Delta$. ἔξει οὖν τὸ μὲν ὅλον σφαιροειδὲς ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ ἡμισέφῳ τοῦ σφαιροειδέος ἔγγε-
 5 γραμμένον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ZH , $\Xi\Delta$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν $B\Theta$, $\Xi\Delta$. τετραπλάσιον γὰρ ἐκατέρου ἐκάτερον. τὸ δὲ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ εἰρημένον ποτὶ τὸ ἔλασσον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν
 10 $\Xi\Delta$, $B\Theta$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ZE , $E\Delta$. ἔξει οὖν τὸ ὅλον σφαιροειδὲς ποτὶ τὸ ἔλασσον τμᾶμα αὐτοῦ [τοῦ σφαιροειδέος] τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ZH , $\Xi\Delta$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ZE , $E\Delta$. αὐτὸ δὲ τὸ μείζον τμᾶμα ποτὶ τὸ ἔλασσον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον,
 15 ὃν ἂ ὑπεροχά, ἂ ὑπερέχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ZH , $\Xi\Delta$ τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τᾶν ZE , $E\Delta$, ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ZE , $E\Delta$. τὸ δὲ ἔλασσον τμᾶμα ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν αὐτῷ ἔγγεγραμμένου τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ZE , $E\Delta$ ποτὶ τὸ
 20 ὑπὸ τᾶν BE , $E\Delta$ [δεδείκται γὰρ τοῦτον ἔχον τὸν λόγον, ὃν ἂ ZE ποτὶ τὰν BE]. τὸ δὲ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ ἐλάσσονι τμᾶματι ἔγγεγραμμένου ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ μείζονι τμᾶματι ἔγγεγραμμένου τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ
 25 τᾶν BE , $E\Delta$ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς BE τετράγωνον. τὰ

2. $B\Theta$] BE F. 3. αποτμημα F; corr. Torellius; ut lin. 7, 18. 4. τῷ supra manu 1 F. 6. $B\Theta$] $B\Xi$ FD. 9. τᾶν] των per comp. F; corr. Torellius. 10. ZE] ZC F. 11. τοῦ σφαιροειδέος] deleo; „eius“ Cr. 13. ZH , $\Xi\Delta$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν] bis F; corr. A. 21. αποτμημα F; corr. Torellius, ut p. 498, 1 et 5. 22. ἐλάσσονι τμᾶματι ad τοῦ ἐν τῷ lin. 23 om. F; corr. ed. Basil. (τμήματι, ἀπότμημα; corr. Torellius).

rationem] habebit, quam $\mathfrak{E}\Delta \times B\Theta : ZE \times E\Delta$ [Eucl. V, 22]. habebit igitur totum sphaeroides ad segmentum conii dimidiae sphaeroidis parti inscriptum¹⁾ eandem rationem, quam $ZH \times \mathfrak{E}\Delta : B\Theta \times \mathfrak{E}\Delta$; utrumque enim utroque quadruplo maius est.²⁾ sed segmentum conii, quod commemorauimus, ad minus segmentum sphaeroidis eandem rationem habet, quam

$$\mathfrak{E}\Delta \times B\Theta : ZE \times E\Delta.$$

habebit igitur totum sphaeroides ad minus segmentum eius eandem rationem, quam $ZH \times \mathfrak{E}\Delta : ZE \times E\Delta$ [Eucl. V, 22]. ipsum autem segmentum maius ad minus eandem rationem habet, quam

$$ZH \times \mathfrak{E}\Delta - ZE \times E\Delta : ZE \times E\Delta$$

[διελόντι Eucl. V, 17]. segmentum autem minus ad segmentum conii ei inscriptum³⁾ eandem rationem habet, quam $ZE \times E\Delta : BE \times E\Delta$.⁴⁾ segmentum autem conii minori segmento inscriptum⁵⁾ ad segmentum conii segmento maiori inscriptum⁵⁾ eandem rationem habet, quam $BE \times E\Delta : BE^2$. nam segmenta conorum, quae commemorauimus, rationem altitudinum habent, quoniam eandem habent basim [prop. 10], et alti-

1) τὸ ἐν ... ἐγγεγραμμένον? (lin. 4—5); cfr. p. 495 not. 1.

2) H. e. sphaeroides segmento conii, et rectangulum

$$ZH \times \mathfrak{E}\Delta$$

rectangulo $B\Theta \times \mathfrak{E}\Delta$ (nam $ZH = 4B\Theta$).

3) τὸ ἐν ... ἐγγεγραμμένον? (lin. 18); cfr. not. 1.

4) Quare segmentum maius sphaeroidis ad segmentum conii minori inscriptum eam habet rationem, quam

$$ZH \times \mathfrak{E}\Delta - ZE \times E\Delta : BE \times E\Delta \text{ (Eucl. V, 22).}$$

sed quae sequuntur uerba: *δεδείκται γάρ* lin. 20 ad *πρὸς τὰν BE* lin. 21, subditia sunt. nam, si opus essent, adiicienda erant p. 494, 26; cfr. p. 489 not. 2.

5) τὸ ... ἐγγεγραμμένον? (lin. 22 et lin. 23—24); cfr. not. 1. uerum semel seruatum est p. 498, lin. 5.

γὰρ ἀποτμάματα τῶν κώνων τὰ εἰρημένα τὸν τῶν
 ὑψέων λόγον ἔχοντι, ἐπεὶ βάσιν ἔχοντι τὰν αὐτάν, τὰ
 δὲ ὕψεα αὐτῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι τῷ τᾶς ΔΕ
 ποτὶ τὰν ΕΒ. ἔχει οὖν καὶ τὸ μείζον τμᾶμα τοῦ
 5 σφαιροειδέος ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ ἐν αὐτῷ
 ἐγγεγραμμένον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἂ ὑπεροχά, ἃ ὑπερ-
 ἔχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΗΖ, ΕΔ τοῦ ὑπὸ τᾶν
 ΖΕ, ΕΔ, ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΒΕ τετραγώνου. ὁ δὲ
 λόγος οὗτος ὁμοίως τῷ πρότερον δειχθεῖη καὶ ὁ αὐτὸς
 10 ἐὼν τῷ, ὃν ἔχει ἂ ΕΗ ποτὶ τὰν ΕΔ.

2. ἐπεὶ βάσιν ἔχοντι] addidi; om. F, ulgo; post τὰν αὐτάν
 addidit Torellius. 3. ἔχοντι F. τῷ τᾶς] τον της F; corr.
 Torellius. 4. ποτὶ τάν] προς τον (utrumque per comp.) F;
 corr. Torellius. οὖν] addidi; om. F, ulgo. 5. τοῦ . . ἐγ-
 γεγραμμένον ed. Basil., Torellius. 7. τοῦ] το F; corr. BC.
 8. ΖΕ, ΕΔ] scripsi; ΖΕΔ F, ulgo. 9. δειχθεῖη κα] scripsi;
 κα om. F, ulgo; δειχθήσεται Torellius. In fine F: περι κω-
 νοειδων και σφαιροειδων.

tudines eorum eandem rationem habent, quam

$$\Delta E : EB.^1)$$

itaque etiam maius segmentum sphaeroidis ad segmentum conii ei inscriptum eandem rationem habet, quam

$$HZ \times EA - ZE \times EA : BE^2.^2)$$

sed hanc rationem eandem esse, quam $EH : EA$, eodem modo, quo supra [p. 490, 1 sq.; cfr. p. 488, 6], demonstrabimus.

1) Ducantur enim a punctis B, Δ lineae ad lineam AT perpendiculares. orientur trianguli rectanguli similes, quorum hypotenusae erunt $\Delta E, EB$, cathetae autem inter se respondentes lineae perpendiculares, quae altitudines conorum erunt; tum u. Eucl. VI, 4.

2) Eucl. V, 22; cfr. p. 497 not. 4.

