



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

### Usage guidelines

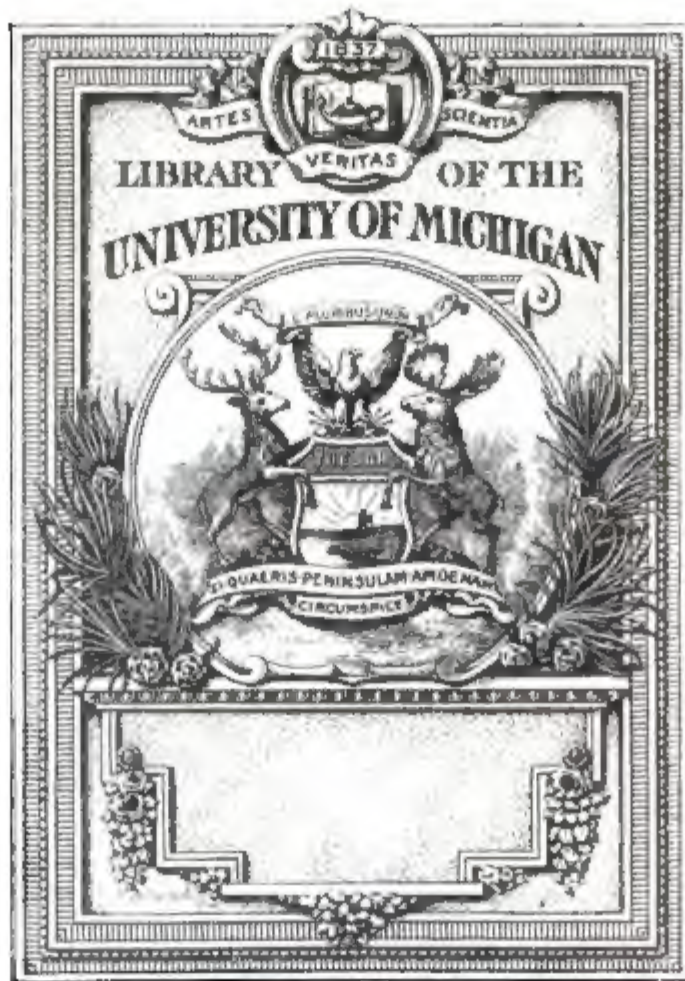
Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

### About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



QA

31

A673

H465



**DE SPHAERA ET CYLINDRO**

**LIBRI II.**

Ἀρχιμήδης Δοσιθέω χαίρειν.

Πρότερον μὲν ἀπεστάλκαμέν σοι τὰ εἰς τότε τεθεωρημένα γράψαντες μετὰ τῶν ἀποδείξεων αὐτῶν·  
 ὅτι πᾶν τμήμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε εὐθείας καὶ  
 5 ὀρθογωνίου κῶνου τομῆς ἐπίκρουτον ἐστὶ τριγώνου τοῦ  
 τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος τῷ τμήματι καὶ ὕψος ἴσον·  
 μετὰ δὲ ταῦτα ἐπιπεσόντων θεωρημάτων τινῶν ἀνελέγκτων, πεπραγματεύμεθα τὰς ἀποδείξεις αὐτῶν. ἐστὶν  
 δὲ τάδε· πρῶτον μὲν, ὅτι πάσης σφαίρας ἢ ἐπιφάνεια  
 10 τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου· ἔπειτα δέ, ὅτι  
 παντὸς τμήματος σφαίρας τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ εὐθείᾳ τῇ ἀπὸ  
 τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἀγομένη ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος· πρὸς

1. χαίρειν] εὐπράττειν B. 2. ἀπεστάλκαμέν] VAD; ἀπέσταλκα F; απεσταλκα ceteris uerbis: σοι — — αὐτῶν lin. 3 omissis B; „misi“ Cr. εἰς τότε] δυς ποτε F. τεθεωρημένα] θεωρημένα F. 3. τῶν] om. F. αὐτῶν] om. F lacuna relicta. 4. τε εὐθείας καὶ] B; om. F; „a recta et“ Cr. 5. Inter ἐπι- et τριτον lacunam habet F. τριγώνου τοῦ] om. F; τριγώνου τοῦ ἔχοντος B. 6. τὴν αὐτὴν βάσιν] βάσιν τὴν αὐτὴν B; ταύτην τὴν βάσιν F. ἔχοντος] om. B. 7. μετὰ δὲ ταῦτα] lacunam B. ἐπιπεσόντων] ἀποπεσον τῶν F; πεσοντων B. „nunc autem quorundam occurrentium“ Cr. τινῶν ἀνελέγκτων] αντιλεγον F, lacunam B; „quae effectu probata videntur“ Cr. 8. πεπραγματεύμεθα] Rivaltus; πεπραγματενον δὴ μετὰ F; πεπραγμα relicta lacuna B. αὐτῶν] αὐτά F; αὐτά — πάσης lin. 9 om. B lacuna relicta; „demonstrationes conscripsimus“ Cr. 9. τάδε] τι τάδε F; „huiusmodi“ Cr.;

ARCHIMEDIS  
OPERA OMNIA

CUM COMMENTARIIS EUTOCHII.

1927

E CODICE FLORENTINO RECENSUIT, LATINE UERTIT  
NOTISQUE ILLUSTRUIT

J. L. HEIBERG

DR. PHIL.

VOLUMEN I.



LIPSIAE

IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.

MDCCLXXX.

LIPSIAM: TYPIS B. G. TEUBNERI.



**I. N. MADUIGIO**

**UIRO DOCTISSIMO, CLARISSIMO, HUMANISSIMO**

**EDITOR DISCIPULUS.**



## PRAEFATIO.

Opus magnum et difficile, sed necessarium et ab omnibus, qui hanc partem litterarum adtigerunt, iam diu desideratum, ad quod dissertatione mea, quae inscribitur Quaestiones Archimedae (Hauniae MDCCCLXXIX), uiam, quantum potui, muniui, ut opera Archimedis tandem aliquando e legibus artis criticae ederentur et ita, ut philologis quoque non res modo, sed etiam uerba ipsa et quasi manum Archimedis requirentibus satisfaceret, id iam ipse efficere conabor. nam quod primum omnium faciendum erat, ut codex Florentinus praestantissimus denuo diligenter conferretur, id mihi Florentiae facere licuit mense Octobri anni MDCCCLXXIX, quo profectus eram pecunia Instituti Carlsbergici adiutus. quam ob liberalitatem iis uiris, qui huic instituto praesunt, gratias hoc loco ago quam maximas, in primis I. N. Maduigio, uiro doctissimo et clarissimo, praeceptori meo, qui ceteris suis beneficiis hoc quoque adianxit.

eodem itinere etiam codicem Uenetum inspexi et in Arenario totum contuli.

collato codice Florentino mihi persuasi, quaestionem de necessitudine et coniunctione codicum Archimedeorum, de qua egi Quaest. Arch. cap. VI, retractandam esse; quare de hac re ad finem huius editionis

uberius disputabo. hoc loco pauca tantum dicenda sunt de ea ratione, quam in hac editione comparanda secutus sum.

in uniuersum editionem Pappi, quam parauit Fr. Hultsch, uir doctissimus, tamquam exemplar omnium consensu comprobatum mihi imitandam proposui. itaque non modo notas criticas Graecis uerbis subiunxi, sed etiam interpretationem Latinam addidi, ad quam notae res mathematicas plerumque explicantes adcedunt.

— Primum igitur quod ad adparatum,\* quem uocant, criticum adtinet, eum ita comparauit, ut id maxime adpareret, quid quoque loco praeberet codex Florentinus, et sicubi emendanda erat scriptura eius, quis emendationis auctor esset. quare ubicunque a codice Florentino discessi, in notis eius scripturam primo loco posui, deinde adiunxi emendatae scripturae auctorem, ita ut, ubi nihil ultra additum est, omnes auctores tempore medios, ubi nonnullorum scriptura discrepans enotata est, ceteros certe cum codice Florentino consentire intellegendum sit. qua in re hoc tamen tenendum est, errores apertos codicum Parisiensium prorsus omissos esse. ubi sola scriptura codicis Florentini indicatur, errores eius iam in ceteris codicibus correcti sunt, si collationibus Torellianis fides habenda est; sed non dubito, quin in multis eius modi locis scriptura codicum Parisinorum parum diligenter enotata sit (Quaest. Arch. p. 111 sq.). in locis grauioribus\*) codices Parisinos inspexit Henricus Lebègue mea causa rogatus a Carolo Graux, uiro doctissimo mihique ami-

---

\*) Scripturis codd. Parisin., de quibus me certiore fecit H. Lebègue, stellulam adfixi.

cissimo; sed in minutis iis molestus esse nolui; sic quoque quae mea causa fecerunt, permagna sunt et summa gratia digna, quam me iis habere hoc loco testor. — scripturam discrepantem editionum Basileensis et Torellii totam recipere opus esse non putavi, sed quidquid ad uerba Archimedis emendanda inde sumi posse uidebatur, excerpti. ceterum saepissime codicem Florentinum secutus a Torellio tacite discessi, et in eiusmodi locis silentium pro testimonio scripturae codicis Florentini esto, sicut etiam ubi scripturam eius aliter, ac Bandinius in collatione sua ad editionem Basileensem facta, quae apud Torellium exstat, indicaui, mihi credi uelim.

in commentario critico his compendiis usus sum:

F = codex Florentinus Laurentianus plut. XXVIII, 4.

V = codex Uenetus St. Marci CCCV.

A = codex Parisiensis Nr. 2359.

B = codex Parisiensis Nr. 2360.

C = codex Parisiensis Nr. 2361.

D = codex Parisiensis Nr. 2362.

ed. Basil. = editio Basileensis 1544 fol.

Cr. = interpretatio Iacobi Cremonensis ei addita.

uulgo = significat consensum omnium auctorum praeter eos, qui diserte nominati sunt.

corr. = correxit.

comp. = compendium.

Qui recentiore tempore de Archimede scripserunt uiri docti, haud ita multi sunt, neque ad scripta eius emendanda multa contulerunt. quibus uti potui subsidiis, haec sunt:

Riualtus — Archimedis opera. Parisiis 1615 fol.

Torellius — Archimedis opera. Oxonii 1792 fol.

Commandinus — A. opera nonnulla latine. Uenetiis  
1558 fol.

Wallis — A. arenarius et dimensio circuli. Oxonii  
1678. 8. — Opera III p. 509 sq.

Sturm — Des unvergleichlichen Archimedis Kunst-  
bücher, übersetzt und erläutert. Nürnberg 1670 fol.

Barrowius — Opera Archimedis methodo novo illu-  
strata et demonstrata. Londini 1675. 4.

Hauber — A. über Kugel und Cylinder und über Kreis-  
messung, übersetzt mit Anmerkungen. Tübingen  
1798. 8.

Gutenäcker — A.'s Kreismessung griechisch und deutsch.  
Würzburg 1828. 8.

Nitze — A.'s vorhandene Werke, übersetzt und er-  
klärt. Stralsund 1824. 4.

Censor Ienensis (Jen.) — Uir doctus ignotus, qui de edi-  
tione Torellii censuram proposuit Jenaer Litteratur-  
zeitung 1795 Nr. 172—73 p. 610—23.

Wurm — Fr. Wurmii censura editionis Gutenäckeri  
Jahns Jahrbücher XIV p. 175—85.

emendationes nonnullas ipse proposui Quaest. Arch.  
cap. VII et in editione Arenarii ei libro adiancta, qua-  
rum partem nunc improbauit, plerasque recepi. in  
Eutocio quaedam emendare conatus sum Neue Jahr-  
bücher für Philologie und Pädagogik, Supplement-  
band XI p. 375—83.

In interpretatione Latina, quam totam de meo  
conscripsi, id maxime secutus sum, ut ubique sensus  
satis dilucide adpareret, et Archimedeae orationis forma  
et demonstrandi ratio quam maxime seruaretur, ita  
tamen ut, ubi fieri posset, ea, quae Archimedes uerbis

exposuerat, signis, quibus nostri mathematici utuntur, exprimerem. quod ut fieret, interdum ab usu linguae Latinae longius discedere coactus sum, maxime in collocatione uerborum, et parum Latine loqui, ne aut obscura esset interpretatio aut a Graecis uerbis nimis discreparet. in multorum uerborum interpretatione Hultschium secutus sum, uelut, eo praeunte pro Graecorum διπλάσιος cett. sequente genetiuo dixi: duplo maior quam, cett. (Hultsch: Pappus I p. 59 not. 1); sed ubi haec orationis forma minus apta erat, uelut pro Graeco διπλασίονα λόγον ἔχειν, scripsi: duplicem rationem habere quam, et similia (cfr. Liuius XXXIV, 19, 4; Columella I, 8, 8; Plinius h. nat. XIX, 9; Quintil. II, 3, 3).<sup>1)</sup>

In notis interpretationi adiunctis maxime id studui, ut supplerem, quae ab Archimede in demonstratione omissa erant, et locos obscuriores illustrarem. in libris de sphaera et cylindro et libello de dimensione circuli in notis indicaui, quaecumque de genuina scriptura Archimedis suspicari licet. hi enim libri non modo dialecto Dorica spoliati sunt, sed etiam plurimis locis reficti, cum transcriptor et adderet, quae ei necessaria uiderentur, et omitteret, quae abesse posse putaret, et omnino suae aetatis sermonem et rerum mathematicarum nomina, quae tum in usu erant, inferret. itaque cum intellegerem, in his libris manum Archimedis restitui non posse, satius duxi recensionem posteriorem sequi et tantum modo apertissimos scribendi errores corrigere. sed praeter quam quod,

---

<sup>1)</sup> Hos locos indicauit mihi O. Siesbyeus, uir<sup>o</sup> doctissimus.

ut dixi, in notis indicaui genuinam Archimedis scripturam, ubicunque aut constabat aut probabili coniectura restitui poterat, etiam additamenta plurima in Graecis uerbis uncis [ ] inclusi, in interpretatione omisi; in interpretatione contra uncis [ ] inclusa sunt, quae ipse addidi ad Archimedis uerba et demonstrationis rationem illustranda. de additamentis illis cfr. quae scripsi Quaest. Arch. p. 69—78 et Neue Jahrbücher Suppl. XI p. 384—398. in iis locis, quos postea subditiuos esse intellexi, semper causam in notis breuiter indicaui; de ceteris satis esto semel hic illas duas disputationes citasse. unum locum tamen, in quo longiore disputatione opus est, hic uberius tractare libet.

de sphaera et cylindro I, 41 (apud Torellium I, 47) p. 172, 8: καὶ ὡς ἄρα τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον, ὁ  $M$  κύκλος πρὸς τὸν  $N$  κύκλον] sint spatia rectangula lateribus polygonorum ( $P, p$ ) et lineis angulos iungentibus comprehensa  $S, s$ ; quae aequalia sunt radiis ( $R, r$ ) quadratis circulorum  $M, N$ . et circulis  $N, M$  aequales sunt superficies figurarum circumscriptae et inscriptae ( $O, o$ ). iam Archimedes inde, quod est

$$S : s = EK^2 : AA^2,$$

concludi uult  $O : o = EK^2 : AA^2$ . si genuina essent uerba illa, hoc sic efficeret:  $S : s = EK^2 : AA^2$ , sed  $S : s = R^2 : r^2 = M : N$ , et  $EK^2 : AA^2 = P : p$ ; quare  $P : p = M : N$ ; sed  $M : N = O : o$  et  $P : p = EK^2 : AA^2$ ; quare  $O : o = EK^2 : AA^2$ . quod quam prauum sit, nemo non uidet; nam polygonorum prorsus peruerse mentio iniecta est, cum deberet sic concludi:

$$S : s = R^2 : r^2 = M : N = O : o;$$

sed  $S : s = EK^2 : AA^2$ ; quare  $O : o = EK^2 : AA^2$ .



augment malum uerba sequentia lin. 13: τὸν δὲ αὐτόν, ὃν καὶ τὸ πολύγωνον (debebat esse τὰ πολύγωνα), quae praecedere debebant uerba: διπλασίονα λόγον ἢπερ ἡ  $EK$  πρὸς  $AA$ , cum hoc ex illo concludatur. adparet igitur, hos duos locos subditiuos esse. sed repugnare uidetur Eutocius, qui haec habet: ἐπεὶ δέδεικται, ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον, οὕτως ὁ  $M$  κύκλος πρὸς τὸν  $N$ . sed puto, eum minus proprie loqui et ad ipsam rationem ab Archimede in priore parte propositionis demonstratam  $O : o = EK^2 : AA^2$  respicere. nam cum  $O : o = M : N$  (ex hypothesi) et

$$EK^2 : AA^2 = P : p \text{ (Eucl. VI, 20),}$$

hinc ratio  $P : p = M : N$  tam facile sequitur, ut Eutocius recte dicere possit, hanc rationem simul cum illa demonstratam esse. eodem modo Archimedes dicit: ἐδείχθη δὲ ὡς ἡ  $EK$  πρὸς  $AA$ , οὕτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ  $M$  κύκλου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ  $N$  κύκλου (p. 174, 13), cum tamen hoc tantum demonstrauerit:  $O : o = EK^2 : AA^2$ , unde facile concluditur  $R : r = EK : AA$ . subditua esse uerba illa, hinc quoque adparet, quod Archimedes prop. 42 p. 176, 25 hanc ipsam rationem  $O : o = P : p$  proponit his uerbis additis: ἐκάτερος γὰρ τῶν λόγων διπλάσιός ἐστι τοῦ, ὃν ἔχει ἡ τοῦ περιγεγραμμένου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου πλευράν (h. e.  $EK : AA$ ). haec uerba sine dubio in prop. 41 addidisset, si ibi quoque hac ratione uti uoluisset; et praeterea Eutocius ad prop. 42 uerba ἐκάτερος γὰρ κτλ. illustrat, cum tamen satis esset uerba ipsius Archimedis ex prop. 41 adferre. quare puto, uerba illa a transcriptore ad similitudinem propositionis 42 interposita esse. hoc

ideo quoque pluribus uerbis exposui, ut uno saltem exemplo additamentum manifeste argueretur, qualia in his libris plurima occurrunt.

in his igitur libris dialectum Doricam restituendam non esse putavi, in ceteris uero in uniuersum eam tenui rationem, quam proposui Quaest. Arch. p. 78 sq., sed eam aspere exigendam esse non censui, ut potius cautior essem, quam ut in contrarium uitium inciderem.

Quibus subsidiis in epigrammate et iis libris, qui Latine tantum exstant, usus sim, suis locis dicetur. nunc finem faciam, cum ante gratias egero Nicolao Anziani, uiro doctissimo, praefecto bibliothecae Laurentianae, cuius humanitatem egregiam Florentiae cognoui.

haec habui, quae dicerem de consilio meo in hac editione paranda. utinam ne uires meae tanto oneri nimis impares sint!

Scrpsi Hauniae Id. Decemb. MDCCCLXXIX.

---

I.

Archimedes Dositheo s.

Antea ad te misi, quae ad id tempus perspexeram, demonstrationibus adiunctis conscripta: quoduis segmentum linea recta et parabola comprehensum tertia parte maius esse triangulo eandem basim habenti, quam segmentum, et altitudinem aequalem.<sup>1)</sup> postea autem cum incidissem in theoremata quaedam nondum demonstrata, demonstrationes eorum confeci. sunt autem haec: primum cuiusuis sphaerae superficiem quadruplo maiorem esse circulo maximo<sup>2)</sup>; deinde cuiusuis segmenti sphaerae superficiei aequalem esse circulum, cuius radius aequalis sit lineae a uertice segmenti ad ambitum ductae circuli, qui basis sit segmenti.<sup>3)</sup> et praeterea quemuis cylindrum basim

Huius epistolae restitutionem dedi Quaest. Arch. p. 131, quam hic secutus sum. tota exstat in FB solis (Quaest. Arch. p. 118—22). In VAD prima uerba: Ἀρχιμήδης — σοι lin. 2 exstant; reliqua pars paginae primae uacat (Quaest. Arch. p. 117; cod. Venetum postea ipse inspexi); deinde in summa pagina 2 sequuntur καλῶς cett. p. 6, 6. Haec sola uerba extrema habent C, ed. Basil.; interpretatio I. Cremonensis priorem partem solam praebet (Quaest. Arch. p. 122).

1) h. e. τέτραγ. παραβ. 17; 24.

2) h. e. περὶ σφ. καὶ κυλ. I, 30.

3) ibid. I, 39—40.

fort. τοιάδε. πάσης] τῆς F; „omnis“ Cr. 10. κύκλου] κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ B. ἔπειτα] post lacunam εἶτα B. 11. κύκλος] B; κώνω F; „circulus ille“ Cr. 14. βάσις B; βάσης F.

δὲ τούτοις, ὅτι πᾶς κύλινδρος τὴν βάσιν ἔχων ἴσην  
 τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον  
 τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας αὐτός τε ἡμιόλιός ἐστιν  
 τῆς σφαίρας, καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ τῆς ἐπιφανείας  
 5 τῆς σφαίρας. ταῦτα δὲ τὰ συμπτώματα αὐτῇ τῇ φύ-  
 σει προσηύραχεν περὶ τὰ εἰρημένα σχήματα, ἠγνοεῖτο  
 δὲ ὑπὸ τῶν πρὸ ἡμῶν περὶ γεωμετρίαν ἀνεστραμ-  
 μένων. νενοηκῶς δέ, ὅτι τούτων τῶν σχημάτων  
 ἐστὶν οἰκεία, οὐκ ὀκνήσαιμι ἂν ἀντιπαραβαλεῖν αὐτὰ  
 10 πρὸς τε τὰ τότε τεθεωρημένα καὶ πρὸς τὰ δόξαντα  
 ἀποδειχθῆναι ἀσφαλέστατα τῶν ὑπὸ Εὐδόξου περὶ τὰ  
 στερεὰ θεωρηθέντων· ὅτι πᾶσα πυραμὶς τρίτον ἐστὶ  
 μέρος πρίσματος τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῇ πυ-  
 ραμίδι καὶ ὕψος ἴσον, καὶ ὅτι πᾶς κῶνος τρίτον μέρος  
 15 ἐστὶ τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῷ  
 κῶνῳ καὶ ὕψος ἴσον. καὶ γὰρ τούτων προσηύραχόντων  
 φυσικῶς περὶ ταῦτα τὰ σχήματα, πολλῶν πρὸ Εὐδόξου  
 γεγενημένων ἀξίων λόγου γεωμετρῶν συνέβαινε ὑπὸ

1. πᾶς] πάσης σφαίρας F, πάσης σφαίρας ὁ B; „cuiusque sphaerae“ Cr.; fortasse retinenda erat scriptura cod. B et τῆς σφαίρας lin. 4 delenda. τὴν βάσιν] F; ὁ βάσιν μὲν B. ἔχων] B; ἔχοντος F. ἴσην] F; τὴν αὐτὴν B; om. Cr. 2. ἴσον] B; ἴσον F. 3. τῇ] B; om. F. αὐτός τε ἡμιόλιος] B; τότε ἡμιόλιον F. ἐστὶν] F; ἐστὶ B. 5. δὲ τὰ . . . αὐτῇ] om. B; „haec autem accidentia“ Cr. τῇ] om. F. ταῦτα μὲν τῇ φύσει Barrowius. 6. ἠγνοεῖτο] ἠγνόεστο F; γνοει B; οὐ μὲντοι γέγονεν Rivaltus; „verum non fuerant superioribus cognita“ Cr. 7. δὲ ὑπὸ τῶν] om. B, lacuna relicta; ὑπὸ τῶν om. F lacuna relicta; supplevit Rivaltus; „qui ante nos“ Cr., qui sequentia omisit. ἀνεστραμμένων] ανε lacuna relicta FB; ἀνεσκεμμένων Rivaltus. ἀνεσκεμμένων τεθεωρημένα Barrowius. 8. νενοηκῶς δέ] ενοηκῶτος F; νενοηκῶτος B; καὶ νοήσειεν Barrowius. ὅτι] ὅταν Rivaltus; ὅς ἂν Barrowius. 9. ἐστὶν] om. B. οἰκεία οὐκ] scripsi; om. lacuna relicta F, B; ταῖς ἀποδείξεσιν Rivaltus. ὀκνήσαιμι ἂν] om. B; ἂν om. F. ἀντιπαραβαλεῖ B. 10. πρὸς τε τὰ] om. FB

habentem circulo maximo sphaerae aequalem, altitudinem autem diametro sphaerae aequalem, et ipsum dimidia parte maiorem esse sphaera, et superficiem eius superficie sphaerae dimidia parte maiorem.<sup>1)</sup> hae autem proprietates ipsa natura figuris, quas commemoravi, inde ab initio erant, ignorabantur autem ab iis, qui ante me geometriae studebant. sed cum intellexerim, eas harum figurarum proprias esse, non dubitauerim, eas eodem loco ponere, quo et ea, quae antea perspexi, et ea, quae putantur firmissimis documentis demonstrata esse eorum theorematum, quae Eudoxus de figuris solidis proposuit: quamvis pyramidem tertiam esse partem prismatis eandem basim habentis, quam pyramis, et altitudinem aequalem, et quemuis conum tertiam partem esse cylindri basim eandem habentis, quam conus, et altitudinem aequalem. nam cum hae quoque proprietates ipsa natura his figuris essent inde ab initio, accidit, ut ab omni-

Tota epistula usque ad *καλῶς* p. 6, 6 in F manu posteriore, saeculi, ut uidetur, XV, scripta est. Riualtus cod. B secutus est, cum lacunas eius partim coniecturis partim interpretatione I. Cremonensis Graece uersa suppleret. Torellius Riualti scripturam praebet receptis coniecturis Barrowii (Archimedis opera. Londini 1675. 4 p. 1—2); sed in initio *ἀπεστάλκαμέν σοι* e cod. Veneto recepit.

1) h. e. I, 31 *πόρισμα*.

lacuna relicta. *τότε*] *τό* F; *τε* B. *θεωρημένα* B. *καί*  
*πρός*] *καίπερ* Riualtus; *ὥσπερ* Barrowius. 11. *ἀποδειχθῆναι*  
*ἀσφαλέστατα*] *πολλά* lacuna relicta F; *πολ* lacuna relicta B.  
*τῶν ὑπὸ Εὐδόξου*] om. F lacuna relicta; *ξου* post lacunam  
B; *τῶν ὑπὸ τοῦ Εὐδόξου* Riualtus. 12. *θεωρητεντων* F;  
*θεωρεθέντων* B; corr. Riualtus. 13. *μέρος ἐστί* B. *πυρα-*  
*μίδει* F. 15. *βάσιν μὲν* Torellius. 16. *τούτων*] B; *που*  
*τῶν* F; om. Torellius. 17. Inter *πρό* et *Εὐδόξου* lacunam  
habet B, sed mg. *ἐν τοῖς ἐσχάτοις χωρίοις τούτοις οὐδὲν λείπει.*  
18. *ὑπό*] *τό* Riualtus; *ἀπό* Barrowius.

πάντων ἀγνοεῖσθαι μὴδ' ὑφ' ἐνὸς κατανοηθῆναι. ἐξ-  
 ἔσται δὲ περὶ τούτων ἐπισκέψασθαι τοῖς δυνασομένοις.  
 ὤφειλε μὲν οὖν Κόνωνος ἔτι ζῶντος ἐκδίδοσθαι ταῦτα.  
 τῆνον γὰρ ὑπολαμβάνομένον που μάλιστα ἂν δύνασθαι  
 5 κατανοῆσαι ταῦτα καὶ τὴν ἀρμόζουσαν ὑπὲρ αὐτῶν  
 ἀπόφασιν ποιήσασθαι· δοκιμάζοντες δὲ καλῶς ἔχειν  
 μεταδιδόναι τοῖς οἰκείοις τῶν μαθημάτων, ἀποστέλ-  
 λομένῳ σοι τὰς ἀποδείξεις ἀναγράψαντες, ὑπὲρ ὧν  
 ἐξέσται τοῖς περὶ τὰ μαθήματα ἀναστροφεμένοις ἐπι-  
 10 σκέψασθαι. ἔρρωσο.

Γράφονται πρῶτον τὰ τε ἀξιώματα καὶ τὰ λαμβανόμενα εἰς τὰς ἀποδείξεις αὐτῶν.

#### ΑΞΙΩΜΑΤΑ.

α΄. Εἰσὶ τινες ἐν ἐπιπέδῳ καμπύλαι γραμμαὶ πεπε-  
 15 ρασμέναι, αἱ τῶν τὰ πέρατα ἐπιξενυγνουσῶν αὐτῶν  
 εὐθειῶν ἦτοι ὅλαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ εἰσιν ἢ οὐδὲν ἔχουσιν  
 ἐπὶ τὰ ἕτερα.

β΄. Ἐπὶ τὰ αὐτὰ δὴ κοίλην καλῶ τὴν τοιαύτην  
 γραμμὴν, ἐν ἧ ἂν δύο σημείων λαμβανομένων ὁποίων-  
 20 οὖν αἱ μεταξὺ τῶν σημείων εὐθεῖαι ἦτοι πᾶσαι ἐπὶ  
 τὰ αὐτὰ πίπτουσιν τῆς γραμμῆς, ἢ τινες μὲν ἐπὶ τὰ  
 αὐτὰ, τινες δὲ κατ' αὐτῆς, ἐπὶ τὰ ἕτερα δὲ μηδεμία.

1. ἀγνοεῖσθαι] F, Barrowius; εἰσθαι post lacunam B.  
 μὴδ'] μὴ δ' F. Inter ἐξέσται et δέ in B lacuna est; sed huc  
 quoque referenda est adnotatio illa (ad p. 4 lin. 17). 4. ἂν]  
 om. FB. 6. ἀπόφασιν B. καλῶς] hinc rursus incipiunt F  
 manus 1, ACDV, ed. Basil. 7. μαθημα lacuna relicta B.  
 ἀποστέλλομεν] om. VAD; λλομεν post lacunam B. 8. απο-  
 δειξης F. 9. περὶ] τε F. 10. ἔρρωσο] ερρωμενω F, ἔρρωμέ-  
 νως VABCD; corr. ed. Basil. 11. γράφονται] hic rursus in-  
 cipit Cr. τὰ] το F; corr. BC.\* ἀξιώματα] αξιωμα F; corr.  
 BC.\* 12. αποδειξης F. 13. Titulum hic et p. 8 lin. 21  
 om. F; hunc et numerorum seriem addidit Torellius. 19. ἂν]  
 εαν F; corr. Rinaltus.

bus geometris, qui tamen plurimi et praestantissimi ante Eudoxum fuerant, ignorarentur nec a quoquam intellexerentur. licebit autem omnibus, qui quidem poterunt, haec inuenta mea examinare. certe Conone uiuo haec edenda fuerunt; illum enim existimo praeter ceteros haec intellegere potuisse et aptum de iis iudicium proferre. sed operae pretium me esse facturum ratus, si haec cum mathematices studiosis communicassem, ad te demonstrationes, quas conscripsi, misi, quas mathematices peritis licebit examinare. uale.

Primum proponuntur et postulata, et quae ad demonstrationes inuentorum meorum adsumpsi.

#### DEFINITIONES.

1. Sunt quaedam in plano curuae lineae terminatae, quae aut totae in eadem parte sunt rectarum linearum terminos earum iungentium, aut nihil in altera parte positum habent.

2. In eandem partem cauam lineam eiusmodi uoco, in qua sumptis duobus punctis quibuslibet lineae rectae puncta iungentes aut omnes in eandem partem lineae cadant, aut aliae in eandem partem, aliae in ipsam lineam, nulla autem in alteram partem.

---

Scripturam Riualti plerumque neglexi, quippe qui pauca tantum ueri similia proposuerit. Ubi nihil aliud diserte dictum est, emendationem ipse proposui Quaest. Arch. p. 131. hoc tantum adicio, Iacobum Moor teste Simsono Eucl. elem. p. 404 hanc epistolam ex codicibus emendasse, quae emendationes utrum publici iuris factae sint necne, nescio. sed ueri simile est, eum ipso codice Parisino B usum esse, cum constet, eundem uirum alios quoque codices Parisinos mathematicorum Graecorum contulisse (Hultsch: Pappos I p. XX).

γ'. Ὅμοίως δὴ καὶ ἐπιφάνειαι τινές εἰσιν πεπερασ-  
 μέναι, αὐταὶ μὲν οὐκ ἐν ἐπιπέδῳ, τὰ δὲ πέρατα ἔχου-  
 σιν ἐν ἐπιπέδῳ, καὶ τοῦ ἐπιπέδου, ἐν ᾧ τὰ πέρατα  
 ἔχουσιν, ἦτοι ὅλαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἔσονται, ἢ οὐδὲν  
 5 ἔχουσιν ἐπὶ τὰ ἕτερα.

δ'. Ἐπὶ τὰ αὐτὰ δὴ κοίλας καλῶ τὰς τοιαύτας ἐπι-  
 φανείας, ἐν αἷς ἂν δύο σημείων λαμβανομένων αἱ με-  
 ταξὺ τῶν σημείων εὐθεῖαι ἦτοι πᾶσαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ  
 πίπτουσιν τῆς ἐπιφανείας, ἢ τινες μὲν ἐπὶ τὰ αὐτά,  
 10 τινες δὲ κατ' αὐτῶν, ἐπὶ τὰ ἕτερα δὲ μηδεμία.

ε'. Τομέα δὲ στερεὸν καλῶ, ἐπειδὴν σφαῖραν κῶνος  
 τέμνη, κορυφὴν ἔχων πρὸς τῷ κέντρῳ τῆς σφαίρας,  
 τὸ ἐμπεριεχόμενον σχῆμά ὑπὸ τε τῆς ἐπιφανείας τοῦ  
 κῶνου καὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἐντὸς τοῦ  
 15 κῶνου.

ς'. Ρόμβον δὲ καλῶ στερεόν, ἐπειδὴν δύο κῶνοι  
 τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντες τὰς κορυφὰς ἔχουσιν ἐφ' ἐκά-  
 τερα τοῦ ἐπιπέδου τῆς βάσεως, ὅπως οἱ ἄξονες αὐτῶν  
 ἐπ' εὐθείας ᾧσι κείμενοι, τὸ ἐξ ἀμφοῖν τοῖν κῶνοι  
 20 συγκείμενον στερεὸν σχῆμα.

#### ΛΑΜΒΑΝΟΜΕΝΑ.

Λαμβάνω δὲ ταῦτα

α'. Τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσῶν γραμμῶν ἐλα-  
 χίστην εἶναι τὴν εὐθεῖαν.

25 β'. Τῶν δὲ ἄλλων γραμμῶν, εἰάν ἐν ἐπιπέδῳ οὔσαι

2. ἔχουσαι Barrowius. 10. κατ' αὐτῆς Ien., probat  
 Nizze. 11. στερεόν om. F lacuna relicta; —α δὲ καλῶ atra-  
 mento euanidiore scriptum esse uidetur. 12. πρὸς] F per  
 compendium, ἐπὶ Torellius. τῷ κέντρῳ] scripsi; το μοριον  
 F, τὸ κέντρον uulgo. 19. κωνοιν F. 23. τῶν] τω των F.



3. Similiter etiam superficies quaedam sunt terminatae, ipsae quidem non in plano positae, terminos autem in plano positos habentes, quae aut totae in eadem parte sunt illius plani, in quo terminos positos habent, aut certe nihil in altera parte positum habent.

4. In eandem igitur partem causas eiusmodi uoco superficies, in quibus sumptis duobus punctis rectae lineae puncta iungentes aut omnes in eandem partem superficiei cadant, aut aliae in eandem partem, aliae in ipsas<sup>1)</sup>, nulla autem in alteram partem.

5. Sectorem autem solidum uoco, cum conus sphaeram secet uerticem habens ad centrum sphaerae, figuram, quae a conici superficie eaque parte superficiei sphaerae continetur, quae intra conum cadit.

6. Rhombum autem solidum uoco, cum duo conici eandem basim habentes uertices habeant in utraque parte plani, in quo est basis, positos, ita ut axes eorum in directo siti sint, figuram solidam ex utroque cono compositam.

#### POSTULATA.

Postulo autem haec:

1. Omnium linearum eosdem terminos habentium minimam esse rectam.<sup>2)</sup>

2. Ex ceteris uero lineis, si in plano positae eos-

---

1) Archimedes ipse sine dubio scripserat τῶν ἐπιφανειῶν lin. 9 propter τὰς ἐπιφανείας lin. 6.

2) Cfr. Eucl. elem. I def. 4: εὐθεῖα γραμμὴ ἐστίν, ἣτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις κεῖται et Proclus in Eucl. p. 110, 10 Friedlein: ὁ δ' αὖ Ἀρχιμήδης τὴν εὐθεῖαν ὠρίσατο γραμμὴν ἐλαχίστην τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσῶν. διότι γάρ, ὡς ὁ Εὐκλείδης λόγος φησὶν, ἐξ ἴσου κεῖται τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις, διὰ τοῦτο ἐλαχίστη ἐστὶν τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσῶν.

τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσιν, ἀνίσους εἶναι τὰς τοιαύτας, ἐπειδὴν ὧσιν ἀμφοτέραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ ἦτοι ὅλη περιλαμβάνηται ἢ ἑτέρα αὐτῶν ὑπὸ τῆς ἑτέρας καὶ τῆς εὐθείας τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῆ, ἢ  
 5 τινὰ μὲν περιλαμβάνηται, τινὰ δὲ κοινὰ ἔχη, καὶ ἐλάσσονα εἶναι τὴν περιλαμβανομένην.

γ'. Ὀμοίως δὲ καὶ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσῶν, εἰάν ἐν ἐπιπέδῳ τὰ πέρατα ἔχωσιν, ἐλάσσονα εἶναι τὴν ἐπίπεδον.

10 δ'. Τῶν δὲ ἄλλων ἐπιφανειῶν καὶ τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσῶν, εἰάν ἐν ἐπιπέδῳ τὰ πέρατα ἦ, ἀνίσους εἶναι τὰς τοιαύτας, ἐπειδὴν ὧσιν ἀμφοτέραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ ἦτοι ὅλη περιλαμβάνηται ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἢ ἑτέρα ἐπιφάνεια καὶ τῆς ἐπιπέδου τῆς τὰ αὐτὰ  
 15 πέρατα ἐχούσης αὐτῆ, ἢ τινὰ μὲν περιλαμβάνηται, τινὰ δὲ κοινὰ ἔχη, καὶ ἐλάσσονα εἶναι τὴν περιλαμβανομένην.

ε'. Ἐτι δὲ τῶν ἀνίσων γραμμῶν καὶ τῶν ἀνίσων ἐπιφανειῶν καὶ τῶν ἀνίσων στερεῶν τὸ μείζον τοῦ  
 20 ἐλάσσονος ὑπερέχειν τοιοῦτῳ, ὃ συντιθέμενον αὐτὸ ἑαυτῷ δυνατόν ἐστὶν ὑπερέχειν παντὸς τοῦ προτεθέντος τῶν πρὸς ἄλληλα λεγομένων.

Τούτων δὲ ὑποκειμένων, εἰάν εἰς κύκλον πολυγώνου ἐγγραφῆ, φανερόν, ὅτι ἡ περίμετρος τοῦ ἐγγρα-  
 25 φέντος πολυγώνου ἐλάσσων ἐστὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας· ἐκάστη γὰρ τῶν τοῦ πολυγώνου πλευρῶν ἐλάσσων ἐστὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας τῆς ὑπὸ τῆς αὐτῆς ἀποτεμνομένης.

3. Post ἑτέρας F habet ἐπιφανείας, petitum ex lin. 14; del. Barrowius; περιφερείας Rivaltus. 10. καὶ] τῶν? 11. ἀνίσους F per compendium, ἀνίσας uulgo. 14. ἢ ἑτέρα] ἢ ad-

dem terminos habeant, inaequales esse eiusmodi lineas, si utraque in eandem partem caua sit, et aut tota altera ab altera et recta linea eosdem terminos habenti comprehendatur, aut pars eius comprehendatur, pars communis sit, et minorem esse eam, quae comprehendatur.

3. Similiter etiam inter superficies eosdem terminos habentes, si in plano terminos habeant, minorem esse planam superficiem.

4. Inter ceteras autem superficies eosdem terminos habentes, si in plano sint termini, inaequales esse eiusmodi superficies, si in eandem partem utraque caua sit, et aut tota altera ab altera et superficie plana eosdem terminos habenti comprehendatur, aut pars eius comprehendatur, pars communis sit, et minorem esse eam, quae comprehendatur.

5. Porro autem inter lineas inaequales et inaequales superficies et inaequalia solida maius excedere minus eiusmodi magnitudine, quae ipsa sibi addita quamuis magnitudinem datam earum, quae cum ea comparari possint, excedere possit.<sup>1)</sup>

His autem positis, si circulo polygonum inscribatur, adparet, perimetrum polygoni inscripti minorem esse ambitu circuli. unumquodque enim latus polygoni minus est quam ea pars circuli, quae ab ea abscinditur.

---

1) Eucl. V def. 4: *λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα μεγέθη λέγεται, ἃ δύναται πολλαπλασιαζόμενα ἀλλήλων ὑπερέχειν.* De hoc axioma etiam alibi ab Archimede sumpto u. Quaest. Archim. p. 44 sq. Cfr. Eucl. X, 1.

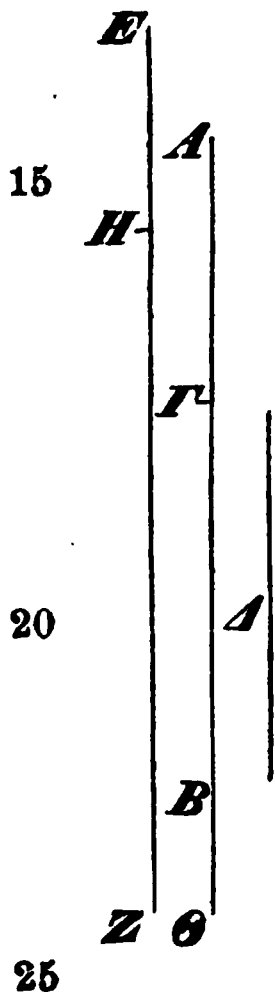
---

didi. 20. *αὐτὸ* scripsi, *ἐαυτό* F, uulgo. De propositionum numeratione u. Quaest. A. p. 154. 25. *πολυγονου* F. 27. *ὑπὸ τῆς αὐτῆς] ὑπ' αὐτῆς?*

α΄.

Ἐὰν περὶ κύκλον πολύγωνον περιγραφῆ, ἢ τοῦ περιγραφέντος πολυγώνου περίμετρος μείζων ἐστὶ τῆς περιμέτρου τοῦ κύκλου. — περὶ γὰρ κύκλον πολύγωνον περιγεγράφθω τὸ ὑποκείμενον· λέγω, ὅτι ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου μείζων ἐστὶ τῆς περιμέτρου τοῦ κύκλου.

ἐπεὶ γὰρ συναμφοτέρος ἢ  $ΒΑΔ$  μείζων ἐστὶ τῆς  $ΒΑ$  περιφερείας διὰ τὸ τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσιν περιλαμβάνειν τὴν περιφέρειαν, ὁμοίως δὲ καὶ συναμφοτέρος μὲν ἢ  $ΔΓ$ ,  $ΓΒ$  τῆς  $ΔΒ$ , συναμφοτέρος δὲ ἢ  $ΔΚ$ ,  $ΚΘ$  τῆς  $ΔΘ$ , συναμφοτέρος δὲ ἢ  $ΖΗΘ$  τῆς  $ΖΘ$ , ἔτι δὲ συναμφοτέρος ἢ  $ΔΕ$ ,  $ΕΖ$  τῆς  $ΔΖ$ , ὅλη ἄρα ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου μείζων ἐστὶ τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου.



β΄.

Δύο μεγεθῶν ἀνίσων δοθέντων δυνατόν ἐστὶν εὑρεῖν δύο εὐθείας ἀνίσους, ὥστε τὴν μείζονα εὐθεῖαν πρὸς τὴν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἐλάσσονα ἢ τὸ μείζον μέγεθος πρὸς τὸ ἐλάσσον.

ἔστω δύο μεγέθη ἀνισα τὰ  $ΑΒ$ ,  $Δ$ , καὶ ἔστω μείζον τὸ  $ΑΒ$ . λέγω, ὅτι δυνατόν ἐστὶ δύο εὐθείας ἀνίσους εὑρεῖν τὸ εἰρημένον ἐπίταγμα ποιούσας.

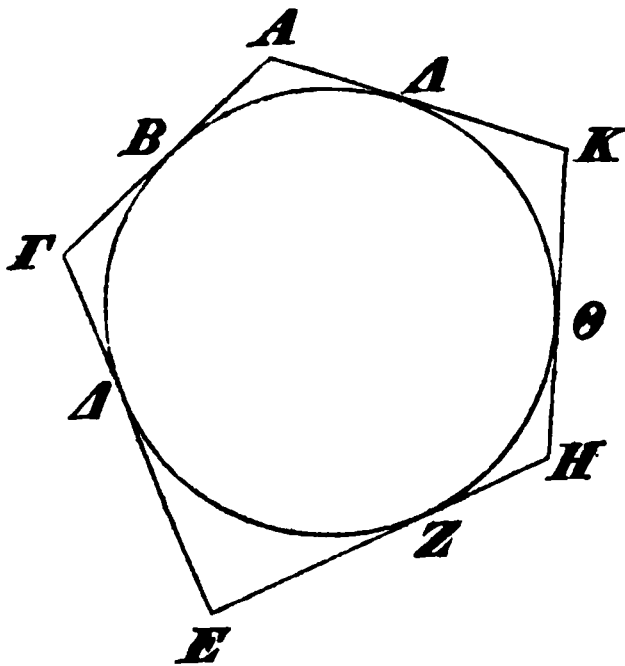
8.  $ΒΑ$ ,  $ΑΔ$  Torellius. 9. περιλαμβαν cum comp. ην uel in F. 10. δέ addidi. 12.  $ΖΗ$ ,  $ΗΘ$  Torellius. 22. ἔστω] ὥστε F; corr. man. 2. 23. τό] τα F. 24. ἀνίσους F comp., ἀνίσας uulgo.

## I.

Si circum circulum polygonum circumscribitur, perimetrum polygoni circumscripti maior est ambitu circuli. circumscribatur enim circum circulum polygonum, quod infra positum est.<sup>1)</sup> dico, perimetrum polygoni maiorem esse ambitu circuli.<sup>2)</sup>

nam quoniam  $BA + AA$  maiores sunt quam am-

*siue*



bitus pars, quae est  $BA$ , propterea quod eosdem terminos habentes illam ambitus partem comprehendunt ( $\lambda\alpha\mu\beta\alpha\nu\acute{o}\mu.$  2), et similiter etiam

$$\Delta\Gamma + \Gamma B > \Delta B$$

ambitus et

$$\Delta K + K\Theta > \Delta\Theta$$

ambitus, porro autem

$$\Delta E + EZ > \Delta Z$$

ambitus, tota igitur perimetrum polygoni maior est ambitu circuli.

## II.

Datis duabus magnitudinibus inaequalibus fieri potest, ut inueniantur duae lineae inaequales eiusmodi, ut maior linea ad minorem rationem habeat minorem quam maior magnitudo ad minorem.

sint duae magnitudines inaequales  $AB$ ,  $\Delta$ , et maior sit  $AB$ . dico fieri posse, ut inueniantur duae lineae inaequales id, quod iussum est, praestantes.

1) Respicitur ad figuram ab Archimede ipso additam; cfr. prop. 3.

2) Citat Pappus I p. 312, 7 ed. Hultsch.

κείσθω διὰ τὸ β' τοῦ πρώτου τῶν Εὐκλείδου τῶ  
 $\Delta$  ἴσον τὸ ΒΓ, καὶ κείσθω τις εὐθεῖα γραμμὴ ἢ ΖΗ·  
 τὸ δὴ ΓΑ ἐαυτῶ ἐπισυντιθέμενον ὑπερέξει τοῦ  $\Delta$ .  
 πεπολλαπλασιάσθω οὖν καὶ ἔστω τὸ  $A\Theta$ · καὶ ὅσα-  
 5 πλάσιόν ἐστὶ τὸ  $A\Theta$  τοῦ ΑΓ, τοσαυταπλάσιος ἔστω ἢ  
 ΖΗ τῆς ΗΕ. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ  $\Theta A$  πρὸς ΑΓ, οὕτως  
 ἢ ΖΗ πρὸς ΗΕ· καὶ ἀνάπαλιν ἐστὶν ὡς ἢ ΕΗ πρὸς  
 ΗΖ, οὕτως τὸ ΑΓ πρὸς  $A\Theta$ . καὶ ἐπεὶ μείζον ἐστὶ  
 τὸ  $A\Theta$  τοῦ  $\Delta$ , τουτέστι τοῦ ΓΒ, τὸ ἄρα ΓΑ πρὸς τὸ  
 10  $A\Theta$  λόγον ἐλάσσονα ἔχει, ἢπερ τὸ ΓΑ πρὸς ΓΒ· καὶ  
 συνθέντι ἢ ΕΖ ἄρα πρὸς ΖΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει,  
 ἢπερ τὸ ΑΒ πρὸς ΒΓ [διὰ λήμμα]. ἴσον δὲ τὸ ΒΓ  
 τῶ  $\Delta$ · ἢ ΕΖ ἄρα πρὸς ΖΗ ἔλασσονα λόγον ἔχει, ἢπερ  
 τὸ ΑΒ πρὸς τὸ  $\Delta$ . Εὐρημέναι εἰσὶν ἄρα δύο εὐθεῖαι  
 15 ἄνισοι ποιοῦσαι τὸ ἐπίταγμα [τουτέστι τὴν μείζονα  
 πρὸς τὴν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἐλάσσονα ἢ τὸ μείζον  
 μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον].

γ'.

20 Δύο μεγεθῶν ἀνίσων δοθέντων καὶ κύκλου δυνα-  
 τόν ἐστὶν εἰς τὸν κύκλον πολύγωνον ἐγγράψαι καὶ  
 ἄλλο περιγράψαι, ὅπως ἢ τοῦ περιγραφομένου πολυ-  
 γώνου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγραφομένου πολυγώνου  
 πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχη ἢ τὸ μείζον μέγεθος  
 25 πρὸς τὸ ἔλαττον.

ἔστω τὰ δοθέντα δύο μεγέθη τὰ Α, Β, ὁ δὲ δο-  
 θεὶς κύκλος ὁ ὑποκείμενος· λέγω οὖν, ὅτι δυνατόν  
 ἐστὶ ποιεῖν τὸ ἐπίταγμα.

1. κείσθω διὰ κτλ. u. Quaest. A. p. 157. 2. ΖΗ] ΕΗ  
 Hauber. 6. ΗΕ] ΖΕ F; corr. C. 7. ἢ ΖΗ] το ΖΗ F;  
 corr. Torellius. ΗΕ] ΖΕ F; corr. AC. 15. τὸ ἐπίταγμα]

ponatur per secundam propositionem primi libri Euclidis<sup>1)</sup> [Eucl. elem. I, 2]  $B\Gamma = \Delta$ , et ponatur linea recta  $ZH$ . Itaque  $\Gamma A$  magnitudo ipsa sibi addita  $\Delta$  magnitudinem excedet [ $\lambda\alpha\mu\beta$ . 5]. multiplicetur igitur et sit  $A\Theta$  [ $> \Delta$ ]; et quoties  $A\Gamma$  in  $A\Theta$  continetur, toties contineatur  $HE$  in  $ZH$ . est igitur  $\Theta A : A\Gamma = ZH : HE$  [cfr. Eucl. V, 15]. et e contrario [Eucl. V, 7  $\pi\acute{o}\rho\iota\sigma\mu\alpha$ ]  $EH : HZ = A\Gamma : A\Theta$ . et quoniam  $A\Theta > \Delta$  :  $A\Theta > \Gamma B$ , erit  $\Gamma A : A\Theta < \Gamma A : \Gamma B$ .<sup>2)</sup> et componendo igitur  $EZ : ZH < AB : B\Gamma$  [u. Eutocius].<sup>3)</sup> sed  $B\Gamma = \Delta$ . itaque  $EZ : ZH < AB : \Delta$ . Itaque inventae sunt duae lineae rectae inaequales, quae praestant id, quod iussum est [id est, maiorem ad minorem rationem habere minorem quam maior magnitudo ad minorem].

### III.

Datis duabus magnitudinibus inaequalibus et circulo fieri potest, ut circulo polygonum inscribatur et aliud circumscribatur, ita ut latus polygoni circumscripti ad latus polygoni inscripti minorem habeat rationem quam maior magnitudo ad minorem.

sint datae magnitudines  $A, B$ <sup>4)</sup>, datus circulus autem is, qui infra positus est. dico igitur, fieri posse, ut praestetur id, quod est iussum.

1) Proclus in Eucl. p. 68, 12: *καὶ γὰρ ὁ Ἀρχιμήδης ἐπιβαλὼν τῷ πρώτῳ (Πτολεμαίῳ) μνημονεύει τοῦ Εὐκλείδου.*

2) Quia  $EH : ZH < \Gamma A : \Gamma B$ .

3) Idem demonstrat Pappus II p. 686, 5 sq. cfr. Eucl. V, 18.

4) Desideratur: et maior sit  $A$ ; cfr. prop. 4.





sint enim inuentae duae lineae  $\Theta$ ,  $KA$ , quarum maior sit  $\Theta$ , ita ut  $\Theta$  ad  $KA$  minorem rationem habeat, quam maior magnitudo ad minorem [prop. 2]. et ducatur ab  $A$  puncto linea  $AM$  ad  $AK$  perpendicularis [Eucl. I, 11], et a  $K$  puncto ducatur  $KM$  lineae  $\Theta$  aequalis [u. Eutocius]. et ducantur duae diametri circuli inter se perpendiculares,  $\Gamma B$  et  $\Delta Z$ . si igitur  $\angle \Delta H \Gamma$  in duas partes aequales secuerimus et rursus dimidium angulum in duas partes aequales, et hoc deinceps fecerimus, relinquemus angulum quendam minorem quam duplicem angulum  $\Delta KM$ . relinquatur et sit  $NH \Gamma$ ; et ducatur  $N \Gamma$ . linea  $N \Gamma$  igitur latus est polygoni aequilateri<sup>1)</sup> [u. Eutocius]. et secetur  $\angle NH \Gamma$  in duas partes aequales per lineam  $H \Xi$ , et in puncto  $\Xi$  tangat circulum linea  $O \Xi \Pi$ , et producantur lineae  $H N \Pi$ ,  $H \Gamma O$ . itaque etiam  $\Pi O$  linea latus est polygoni circa circulum circumscripti et aequilateri<sup>2)</sup> [u. Eutocius].

sed quoniam  $\angle NH \Gamma < 2 \Delta KM$ , sed  $\angle NH \Gamma = 2 TH \Gamma$ , erit igitur

$$\angle TH \Gamma < \Delta KM.$$

et anguli ad  $A$ ,  $T$  puncta positi recti sunt; itaque

$$MK : AK > \Gamma H : HT.^3)$$

1) Archimedes scripserat lin. 21—22: *πολυγώνου ἐστὶ ἰσοπλεύρου καὶ ἀρτιοπλεύρου πλευρά*; u. Eutocius.

2) Archimedes scripserat lin. 28: *ὥστε καὶ ἡ ΟΠ πολυγώνου ἐστὶν ἰσοπλεύρου πλευρά*; u. Eutocius.

3) U. Eutocius; cfr. quae scripsi Zeitschr. f. Math. u. Physik, hist.-litt. Abth. XXIV p. 179 nr. 8.

*ἰσοπλ. ἡ ΓN* uulgo.

26.  $\overline{ΓHN}$  F, uulgo;  $NH \Gamma$  Torellius.

$H \Xi$ ]  $N \Xi$  F.

κλον καὶ ἰσοπλεύρου [φανερὸν, ὅτι καὶ ὁμοίου τῶ  
 ἐγγραφομένῳ, οὗ πλευρὰ ἢ  $ΝΓ$ ]. ἐπεὶ δὲ ἐλάσσων  
 ἐστὶν ἢ διπλασία ἢ ὑπὸ  $ΝΗΓ$  τῆς ὑπὸ  $ΛΚΜ$ , δι-  
 5 πλασία δὲ τῆς ὑπὸ  $ΤΗΓ$ , ἐλάσσων ἄρα ἢ ὑπὸ  $ΤΗΓ$   
 τῆς ὑπὸ  $ΛΚΜ$ . καὶ εἰσὶν ὀρθαὶ αἱ πρὸς τοῖς  $Λ$ ,  $Τ$   
 ἢ ἄρα  $ΜΚ$  πρὸς  $ΛΚ$  μείζονα λόγον ἔχει, ἢπερ ἢ  $ΓΗ$   
 πρὸς  $ΗΤ$ . ἴση δὲ ἢ  $ΓΗ$  τῇ  $ΗΞ$ . ὥστε ἢ  $ΗΞ$  πρὸς  
 $ΗΤ$  ἐλάσσονα λόγον ἔχει, τουτέστιν ἢ  $ΠΟ$  πρὸς  $ΝΓ$ ,  
 ἢπερ ἢ  $ΜΚ$  πρὸς  $ΚΛ$ . Ἔτι δὲ ἢ  $ΜΚ$  πρὸς  $ΚΛ$   
 10 ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢπερ τὸ  $Α$  πρὸς τὸ  $Β$ . καὶ ἐστὶ  
 ἢ μὲν  $ΠΟ$  πλευρὰ τοῦ περιγεγραφομένου πολυγώνου,  
 ἢ δὲ  $ΓΝ$  τοῦ ἐγγραφομένου. ὅπερ προέκειτο εὐρεῖν.

## δ'.

Πάλιν δύο μεγεθῶν ἀνίσων ὄντων καὶ τομέως δυ-  
 15 νατόν ἐστὶ περὶ τὸν τομέα πολύγωνον περιγράψαι καὶ  
 ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὴν τοῦ περιγεγραμμένου πλευ-  
 ρὰν πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου πλευρὰν ἐλάσσονα  
 λόγον ἔχειν ἢ τὸ μείζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

ἔστω γὰρ πάλιν δύο μεγέθη ἀνισα τὰ  $Ε$ ,  $Ζ$ , ὧν  
 20 μείζον ἔστω τὸ  $Ε$ , κύκλος δὲ τις ὁ  $ΑΒΓ$  κέντρον ἔχων  
 τὸ  $Δ$ . καὶ πρὸς τῷ  $Δ$  τομεὺς συνεστάτω ὁ  $ΑΔΒ$ . δεῖ  
 δὴ περιγράψαι καὶ ἐγγράψαι πολύγωνον περὶ τὸν  $ΑΒΔ$   
 τομέα ἴσας ἔχον τὰς πλευρὰς χωρὶς τῶν  $ΒΔΑ$ , ὅπως  
 γένηται τὸ ἐπίταγμα.

25 εὐρήσθωσαν γὰρ δύο εὐθεῖαι αἱ  $Η$ ,  $ΘΚ$  ἀνισοί, καὶ  
 μείζων ἢ  $Η$ , ὥστε τὴν  $Η$  πρὸς τὴν  $ΘΚ$  ἐλάσσονα λό-  
 γον ἔχειν, ἢ τὸ μείζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον [δυ-

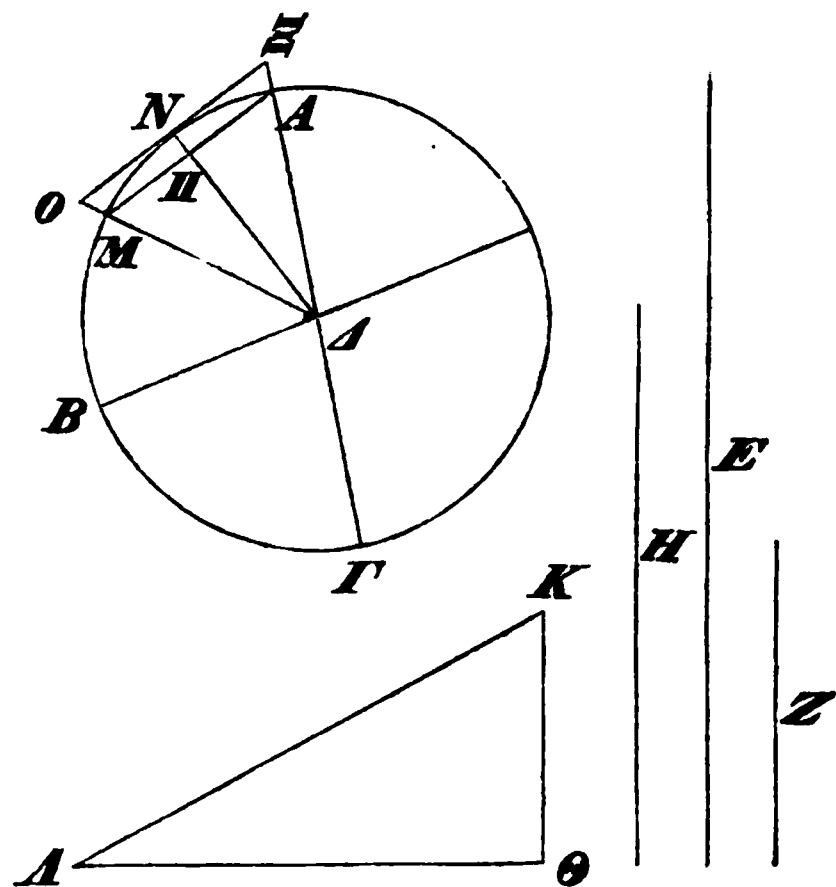
sed  $\Gamma H = H\Xi$ ; erit igitur

$$H\Xi : HT < MK : KA : PO : N\Gamma < MK : KA.^1)$$

Porro autem  $MK : KA < A : B^2)$ ; [itaque  $PO : N\Gamma < A : B$ ]. et  $PO$  linea latus est polygони circumscripti,  $\Gamma N$  autem inscripti, id quod iussum erat inueniri.

IV.

Rursus datis duabus magnitudinibus inaequalibus et sectore fieri potest, ut circum sectorem polygonum circumscribatur et aliud inscribatur, ita ut latus polygони circumscripti ad latus inscripti minorem rationem habeat, quam maior magnitudo ad minorem.



rursus enim sint  $E, Z$  duae magnitudines inaequales, quarum maior sit  $E$ , et sit  $AB\Gamma$  circulus centrum habens  $A$  punctum. et ad  $A$  punctum construatur sector  $AAB$ . oportet igitur polygonum circumscribi et inscribi sectori

1) Nam  $H\Xi : HT = PO : N\Gamma$ , quia  $H\Xi : HT = O\Xi : \Gamma T$  (ibid. p. 178 nr. 4)  $= 2O\Xi : 2\Gamma T = PO : \Gamma N$  (Eucl. I, 26). Archimedes sine dubio uerba: *τουτέστιν ἡ ΠΟ πρὸς ΝΓ* lin. 7 ante *ἐλάσσονα λόγον* lin. 6 posuerat.

2) Nam ex hypothesisi est  $\Theta : KA < A : B$  et  $\Theta = MK$ .

νατὸν γὰρ τοῦτο]. καὶ ἀπὸ τοῦ  $\Theta$  ὁμοίως ἀχθείσης πρὸς ὀρθὰς τῇ  $K\Theta$  προσβεβλήσθω τῇ  $H$  ἴση ἢ  $KA$  [δυνατὸν γάρ, ἐπεὶ μείζων ἐστὶ ἢ  $H$  τῆς  $\Theta K$ ]. τεμνομένης δὲ τῆς ὑπὸ τῶν  $A\Delta B$  γωνίας δίχα καὶ τῆς ἡμισείας δίχα καὶ ἀεὶ τούτου γινομένου λειφθήσεται τις γωνία ἐλάσσων οὔσα ἢ διπλασία τῆς ὑπὸ  $AK\Theta$ .

λελειφθῶ οὖν ἢ ὑπὸ  $A\Delta M$  ἢ  $AM$  οὖν γίνεται πολυγώνου πλευρὰ ἐγγραφομένου εἰς τὸν κύκλον. καὶ ἐὰν τέμωμεν τὴν ὑπὸ  $A\Delta M$  γωνίαν δίχα τῇ  $\Delta N$  καὶ ἀπὸ τοῦ  $N$  ἀγάγωμεν ἐφαπτομένην τοῦ κύκλου τὴν  $N\Xi O$ , αὕτη πλευρὰ ἐστὶ τοῦ πολυγώνου τοῦ περιγραφομένου περὶ τὸν αὐτὸν κύκλον ὁμοίου τῶ εἰρημένῳ. καὶ ὁμοίως τοῖς προειρημένοις ἢ  $\Xi O$  πρὸς τὴν  $AM$  ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ περὶ τὸ  $E$  μέγεθος πρὸς τὸ  $Z$ .

15

ε΄.

Κύκλου δοθέντος καὶ δύο μεγεθῶν ἀνίσων περιγράψαι περὶ τὸν κύκλον πολύγωνον καὶ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὸ μείζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

20 ἐκκείσθω κύκλος ὁ  $A$  καὶ δύο μεγέθη ἄνισα τὰ  $E, Z$  καὶ μείζον τὸ  $E$ . δεῖ οὖν πολύγωνον ἐγγράψαι εἰς τὸν κύκλον καὶ ἄλλο περιγράψαι, ἵνα γένηται τὸ ἐπιταχθέν.

1. τοῦ  $\Theta$ ] sic F;  $K$  Torellius (cum ed. Bas.), qui etiam in sequentibus, sicut in ipsa figura has litteras permutavit.  
 2. τῇ  $K\Theta$ ] τῇ  $\Theta K$  τῆς  $KA$  Torellius; τῇ  $\Theta K$  τῆς  $\Theta A$  ed. Basil.  
 3. γὰρ, ἐπεὶ F, vulgo; γὰρ τοῦτο, ἐπειπερ Torellius.  
 4. μείζον F.  
 5. 6.  $AK\Theta$  F;  $A\Theta K$  Torellius.  
 6. 7. γίνεται] γὰρ comp. F, vulgo; ἄρα Torellius.  
 7. 8. κύκλον] τομέα Torellius.  
 8. 10. κύκλου] τομέως Torellius.  
 9. 12. κύκλον] τομέα Torellius.

$AB\Delta$  aequalia habens latera praeter  $B\Delta$ ,  $\Delta A$ , ita ut fiat id, quod iussum est. inueniantur enim duae lineae rectae  $H$ ,  $\Theta K$  inaequales, quarum maior sit  $H$ , ita ut  $H : \Theta K < E : Z$  [prop. 2]. et a  $\Theta$  puncto uti supra [prop. 3] ducatur linea [ $\Theta A$ ] ad  $K\Theta$  perpendicularis, et iungatur  $K\Delta$  lineae  $H$  aequalis [prop. 3 p. 16, 7]. si igitur  $\angle A\Delta B$  in duas partes aequales secuerimus et dimidium in duas partes aequales et hoc deinceps fecerimus, relinquetur angulus minor quam duplex angulus  $\Delta K\Theta$ .

relinquatur igitur  $\angle A\Delta M < 2\Delta K\Theta$ . itaque linea  $AM$  latus erit polygones circumscripti [p. 16, 20]. et si  $\angle A\Delta M$  in duas partes aequales secuerimus per lineam  $\Delta N$  et ab  $N$  puncto lineam  $N\Xi O$  circumscripti circumscripti similis<sup>1)</sup> polygono, quod nominauimus [h. e. inscripto]. et eodem modo, quo supra [prop. 3], erit

$$\Xi O : AM < E : Z.^2)$$

## V.

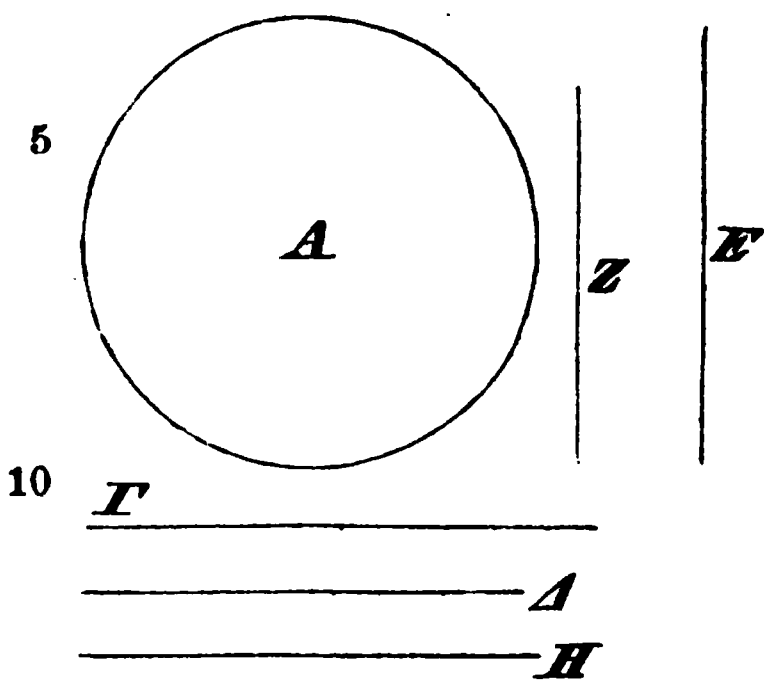
Circulo et duabus magnitudinibus inaequalibus datis polygonum circumscriptum circumscripti circumscripti et aliud inscribere, ita ut polygonum circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat, quam maior magnitudo ad minorem.

ponantur circulus  $A$  et duae magnitudines inaequa-

1) U. p. 18, 1 et Eutocius ad prop. 3 extr.

2)  $\angle A\Delta M = 2M\Delta\Pi < 2\Delta K\Theta$ ; itaque  $\angle M\Delta\Pi < \Delta K\Theta$ ; quare  $\Delta K : K\Theta > M\Delta : \Delta\Pi$   $\therefore \Delta N : \Delta\Pi < \Delta K : K\Theta$ ; sed  $\Delta N : \Delta\Pi = ON : M\Pi = \Xi O : AM < \Delta K : K\Theta < E : Z$   $\therefore \Xi O : AM < E : Z$ .  $\Pi$  litteram in figura ipse addidi.

λαμβάνω γὰρ δύο εὐθείας ἀνίσους τὰς  $\Gamma$ ,  $\Delta$ , ὧν  
μείζων ἔστω ἡ  $\Gamma$ , ὥστε τὴν  $\Gamma$  πρὸς τὴν  $\Delta$  ἐλάσσονα



λόγον ἔχειν ἢ τὴν  $E$  πρὸς  
τὴν  $Z$ . καὶ τῶν  $\Gamma$ ,  $\Delta$   
μέσης ἀνάλογον ληφθεί-  
σης τῆς  $H$  μείζων ἄρα καὶ ἡ  
 $\Gamma$  τῆς  $H$ . περιγεγράφθω  
δὴ περὶ κύκλον πολύ-  
γωνον καὶ ἄλλο ἐγγεγράφ-  
θω, ὥστε τὴν τοῦ πε-  
ριγραφέντος πολυγώνου  
πλευρὰν πρὸς τὴν τοῦ  
ἐγγραφέντος ἐλάσσονα λό-

γον ἔχειν ἢ τὴν  $\Gamma$  πρὸς τὴν  $H$  [καθῶς ἐμάθομεν]. διὰ  
15 τοῦτο δὴ καὶ ὁ διπλάσιος λόγος τοῦ διπλασίου ἐλάσ-  
σων ἐστὶ. καὶ τοῦ μὲν τῆς πλευρᾶς πρὸς τὴν πλευρὰν  
διπλάσιός ἐστι ὁ τοῦ πολυγώνου πρὸς τὸν πολύγωνον  
[ὅμοια γάρ], τῆς δὲ  $\Gamma$  πρὸς τὴν  $H$  ὁ τῆς  $\Gamma$  πρὸς τὴν  $\Delta$ .  
καὶ τὸ περιγραφέν ἄρα πολύγωνον πρὸς τὸ ἐγγραφέν  
20 ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ περὶ ἡ  $\Gamma$  πρὸς τὴν  $\Delta$ . πολλῶ  
ἄρα τὸ περιγραφέν πρὸς τὸ ἐγγραφέν ἐλάσσονα λόγον  
ἔχει, ἢ περὶ τὸ  $E$  πρὸς τὸ  $Z$ .

5.

Ὅμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι δύο μεγεθῶν ἀνίσων δο-  
25 θέντων καὶ τομέως δυνατόν ἐστὶν περὶ τὸν τομέα πο-  
λύγωνον περιγράψαι καὶ ἄλλο ἐγγράψαι ὅμοιον αὐτῶ,  
ἵνα τὸ περιγραφέν πρὸς τὸ ἐγγραφέν ἐλάσσονα λόγον  
ἔχη ἢ τὸ μείζον μέγεθος πρὸς τὸ ἕλασσον.

1. ἀνίσους comp. F. 3. τὸ  $E$  πρὸς τὸ  $Z$  ed. Basil., To-  
rell. 20. πολλῶ ἄρα καὶ τό B, ed. Basil., Torellius.

les  $E$ ,  $Z$ , quarum maior sit  $E$ . oportet igitur polygonum circulo inscribi et aliud circumscribi, ita ut fiat id, quod iussum est.

nam sumo duas lineas rectas  $\Gamma$ ,  $\Delta$ , quarum maior sit  $\Gamma$ , ita ut  $\Gamma$  ad  $\Delta$  minorem rationem habeat quam  $E$  ad  $Z$  [prop. 2]. et sumpta linea  $H$  media inter lineas  $\Gamma$ ,  $\Delta$  proportionali [Eucl. VI, 13], erit igitur etiam  $\Gamma > H$ .<sup>1)</sup> circumscribatur igitur polygonum circum circulum et aliud inscribatur, ita ut latus polygoni circumscripti ad latus inscripti minorem rationem habeat, quam  $\Gamma$  ad  $H$  [prop. 3]. quare etiam ratio duplicata [laterum] minor est ratione duplicata [linearum  $\Gamma$ ,  $H$ ]; et laterum ratio duplicata aequalis est rationi polygonorum [Eucl. VI, 20] [similia enim sunt, u. p. 21 not. 1]; ratio autem linearum  $\Gamma$ ,  $H$  duplicata aequalis est rationi linearum  $\Gamma$ ,  $\Delta$  [Eucl. V def. 10]. habet igitur etiam polygonum circumscriptum ad inscriptum minorem rationem quam  $\Gamma$  ad  $\Delta$ , et multo etiam magis minorem rationem quam  $E$  ad  $Z$  [nam  $\Gamma : \Delta < E : Z$  ex hypothesis].

## VI.

Eodem modo demonstrabimus, datis duabus magnitudinibus inaequalibus et sectore fieri posse, ut circum sectorem polygonum circumscribatur et aliud ei simile inscribatur, ita ut circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat, quam maior magnitudo ad minorem [cf. prop. 4].

---

1) Quia  $H^2 = \Gamma\Delta < \Gamma^2$ .

φανερὸν δὲ καὶ τοῦτο, ὅτι, εἰν δοθῆ κύκλος ἢ το-  
 μεὺς καὶ χωρίον τι, δυνατόν ἐστὶ ἐγγράφοντα εἰς τὸν  
 κύκλον ἢ τὸν τομέα πολύγωνα ἰσόπλευρα καὶ ἔτι ἀεὶ  
 εἰς τὰ περιλειπόμενα τμήματα λείπειν τινὰ τμήματα  
 5 τοῦ κύκλου ἢ τομέως, ἅπερ ἐστὶ ἐλάσσονα τοῦ προκει-  
 μένου χωρίου. ταῦτα γὰρ ἐν τῇ στοιχειώσει παραδέ-  
 δοται.

δεικτέον δέ, ὅτι καὶ κύκλου δοθέντος ἢ τομέως καὶ  
 χωρίου δυνατόν ἐστὶ περιγράψαι πολύγωνον περὶ τὸν  
 10 κύκλον ἢ τὸν τομέα, ὥστε τὰ περιλειπόμενα τῆς περι-  
 γραφῆς τμήματα ἐλάσσονα εἶναι τοῦ δοθέντος χωρίου·  
 ἐστὶ γὰρ ἐπὶ κύκλου δείξαντα μεταγαγεῖν τὸν ὅμοιον  
 λόγον καὶ ἐπὶ τοῦ τομέως.

δεδόσθω κύκλος ὁ *A* καὶ χωρίον τι τὸ *B*. δυνατόν  
 15 δὴ περιγράψαι περὶ τὸν κύκλον πολύγωνον, ὥστε τὰ  
 ἀποληφθέντα τμήματα μεταξὺ τοῦ κύκλου καὶ τοῦ πο-  
 λυγώνου ἐλάσσονα εἶναι τοῦ *B* χωρίου. καὶ γὰρ ὄντων  
 δύο μεγεθῶν ἀνίσων, μείζονος μὲν συναμφοτέρου τοῦ  
 τε χωρίου καὶ τοῦ κύκλου, ἐλάσσονος δὲ τοῦ κύκλου  
 20 περιγεγράφθω περὶ τὸν κύκλον πολύγωνον καὶ ἄλλο  
 ἐγγεγράφθω, ὥστε τὸ περιγραφέν πρὸς τὸ ἐγγραφέν  
 ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἢ τὸ εἰρημένον μείζον μέγεθος  
 πρὸς τὸ ἔλασσον. τοῦτο δὴ τὸ περιγραφόμενον πολύ-  
 γωνόν ἐστὶν, οὗ τὰ περιλείμματα ἐστὶ ἐλάσσονα τοῦ  
 25 προτεθέντος χωρίου τοῦ *B*.

εἰ γὰρ τὸ περιγραφέν πρὸς τὸ ἐγγραφέν ἐλάσσονα  
 λόγον ἔχει ἢ τὸ συναμφοτέρου ὅ τε κύκλος καὶ τὸ *B*

6. παραδεδοται F. 9. περί] πε F. 12. ἐστὶ] recepī  
 ex A, εστω F. 14. τι ita scribitur in F, ut a compendio  
 uerbi τὸν dignosci non possit. 16. ἀποληφθέντα] scripsi;  
 ἀπολειφθεντα F, uulgo. 18. μείζωνος F. 24. περιλιμματα F.



Hoc quoque adparet, dato circulo uel sectore et spatio fieri posse, ut circulo uel sectori polygona aequilatera inscribentes et deinceps segmentis relictis aliquando segmenta circuli uel sectoris relinquamus eiusmodi, quae minora sint dato spatio. haec enim in elementis tradita sunt.<sup>1)</sup>

Demonstrandum uero, dato circulo uel sectore et spatio fieri posse, ut circum circulum uel sectorem polygonum circumscribatur, ita ut segmenta relicta figurae circumscriptae minora sint dato spatio. licebit enim, cum in circulo demonstraerimus, eandem rationationem ad sectorem transferre.<sup>2)</sup>

sit datus circulus  $A$  et spatium aliquod  $B$ . itaque fieri potest, ut circumscribatur circum circulum polygonum, ita ut segmenta inter circuli et polygoni ambitus comprehensa minora sint spatio  $B$ . nam datis duabus magnitudinibus inaequalibus, quarum maior est spatium simul cum circulo, minor autem ipse circulus, circumscribatur circum circulum polygonum et aliud inscribatur, ita ut circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat, quam maior magnitudo ad minorem [prop. 5]. Tum polygonum circumscriptum eiusmodi erit, cuius segmenta relicta minora sint spatio dato, quod est  $B$ .

nam si quidem polygonum circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habet quam  $A + B : A$ ,

1) Eucl. elem. XII, 2 (II p. 200 ed. August): τέμνοντες δὴ τὰς ὑπολειπομένας περιφερείας δίχα καὶ ἐπιζευγνύοντες εὐθείας καὶ τοῦτο αἰεὶ ποιοῦντες καταλείψομεν τινὰ τμήματα ποτε τοῦ κύκλου, ἃ ἔσται ἐλάσσονα τῆς ὑπεροχῆς, ἣ ὑπερέχει ὁ  $EZHΘ$  κύκλος τοῦ  $\Sigma$  χωρίου; cfr. X, 1.

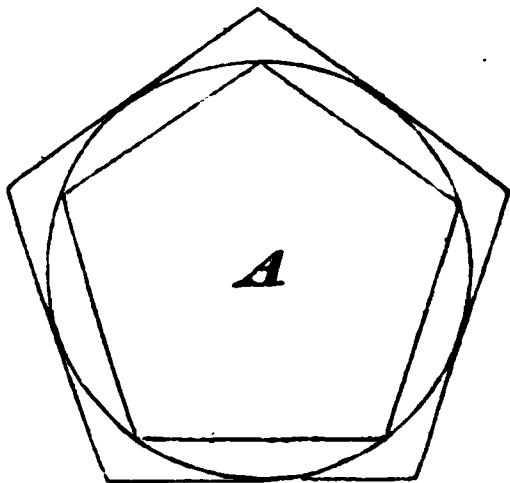
2) Demonstratio eadem est, nisi quod pro prop. 5 ea usurpanda sunt, quae initio prop. 6 dicta sunt.

χωρίον πρὸς αὐτὸν τὸν κύκλον, τοῦ δὲ ἐγγραφομένου  
μείζων ὁ κύκλος, πολλῶ μᾶλλον τὸ περιγραφέν πρὸς

5



10



τὸν κύκλον ἐλάσσονα λόγον ἔχει,  
ἢ τὸ συναμφοτέρων ὅ τε κύκλος  
καὶ τὸ B χωρίον πρὸς αὐτὸν  
τὸν κύκλον. καὶ διελόντι ἄρα  
τὰ ἀπολείμματα τοῦ περιγεγραμ-  
μένου πολυγώνου πρὸς τὸν κύ-  
κλον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ περ  
τὸ B χωρίον πρὸς τὸν κύκλον.  
ἐλάσσονα ἄρα τὰ ἀπολείμματα  
τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου  
τοῦ B χωρίου. ἢ οὕτως· ἐπεὶ  
τὸ περιγραφέν πρὸς τὸν κύκλον

15 ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ συναμφοτέρων ὅ τε κύκλος  
καὶ τὸ B χωρίον πρὸς τὸν κύκλον, διὰ τοῦτο δὴ ἐλασ-  
σον ἔσται τὸ περιγραφέν συναμφοτέρων. ὥστε καὶ ὅλα  
τὰ περιλείμματα ἐλάσσονα ἔσται τοῦ χωρίου τοῦ B.  
ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τοῦ τομέως.

20

ξ.

Ἐὰν ἐν ἰσοσκελεῖ κώνῳ πυραμὶς ἐγγραφῇ ἰσόπλευ-  
ρον ἔχουσα βάσιν, ἢ ἐπιφάνεια αὐτῆς χωρὶς τῆς βά-  
σεως ἴση ἐστὶ τριγώνῳ βάσιν μὲν ἔχοντι ἴσην τῇ περι-  
μέτρῳ τῆς βάσεως, ὕψος δὲ τὴν ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ  
25 μίαν πλευρὰν τῆς βάσεως κάθετον ἀγομένην.

ἔστω κώνος ἰσοσκελής, οὗ βάσις ὁ  $ΑΒΓ$  κύκλος,  
καὶ εἰς αὐτὸν ἐγγεγράφθω πυραμὶς ἰσόπλευρον ἔχουσα

2. μείζων F. 7. ἀπολίμματα F. 13. οὕτως per com-  
pendium F. 18. περιλίμματα F; corr. AD. 19. ἐπὶ ego  
addidi. 26. κωνος F.

circulus  $A$  autem maior est polygono inscripto [p. 10, 23], multo igitur magis polygonum circumscriptum ad  $A$  circulum minorem rationem habet quam  $A + B : B$ . itaque subtrahendo [per conuersionem propositionis ab Eutocio ad prop. 2 demonstratae, u. p. 15 not. 3; cfr. Eucl. V, 17] segmenta polygones circumscripti ad circulum minorem habent rationem, quam  $B$  spatium ad circulum. minora igitur [Eucl. V, 10] segmenta relicta polygones circumscripti erunt spatio  $B$ . uel hoc modo: quoniam polygonum circumscriptum ad circulum minorem rationem habet, quam circulus simul cum  $B$  spatio ad circulum, polygonum circumscriptum minus erit quam  $A + B$ <sup>1)</sup>; quare segmenta relicta omnia minora erunt spatio  $B$  [Eucl. I κοιν. ἐνν. 5]. Similiter etiam in sectore dicendum.

## VII.

Si cono aequicrurio inscribitur pyramis aequilateram basim habens, superficies eius praeter basim aequalis est triangulo basim habenti perimetro basis aequalem, altitudinem autem lineam a uertice ad latus aliquod basis perpendicularem ductam.]

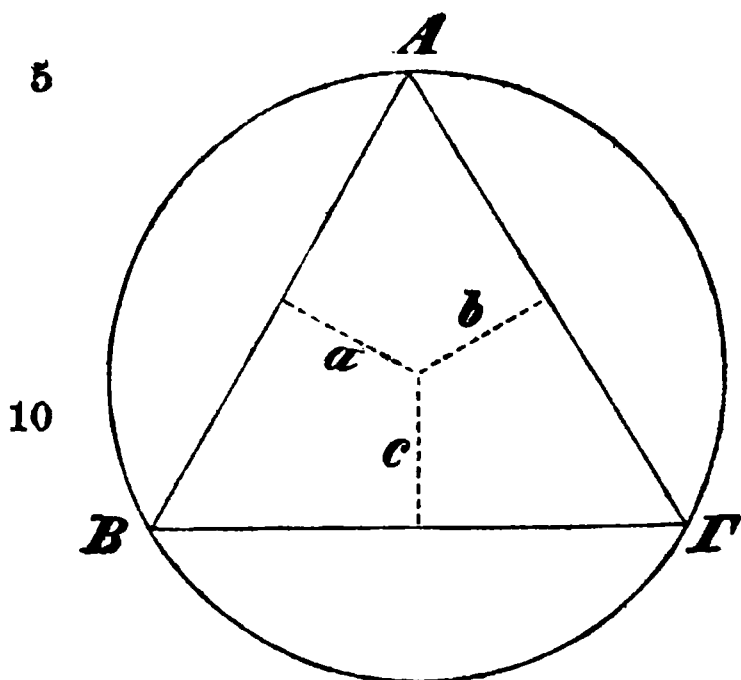
sit conus aequicrurius, cuius basis sit circulus  $AB\Gamma$ , et ei inscribatur pyramis basim aequilateram

---

1) Ex Eutocio adparet, Archimedes lin. 16—17 scripsisse: *διὰ δὴ τοῦτο ἔλασσόν ἐστι τὸ περιγραφόμενον τοῦ συναμφ.* Ceterum Archimedes uix duas demonstrationes dederat; genuinam hanc fere fuisse puto (Quaest. Arch. p. 74): *τὸ οὖν περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ τὸ συναμφοτέρων ὃ τε κύκλος καὶ τὸ  $B$  χωρίον πρὸς αὐτὸν τὸν κύκλον.* *διὰ δὴ τοῦτα ἔλασσόν ἐστι τὸ περιγραφόμενον τοῦ συναμφοτέρων ὥστε καὶ τὰ περιλείμματα ἐλάσσονα ἔσται τοῦ  $B$  χωρίου.*

βάσιν τὸ  $ΑΒΓ$ . λέγω, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια αὐτῆς χωρὶς τῆς βάσεως ἴση ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ τριγώνῳ.

ἐπεὶ γὰρ ἰσοσκελῆς ὁ κῶνος, καὶ ἰσόπλευρος ἡ βάση



τῆς πυραμίδος, τὰ ὕψη τῶν περιεχόντων τριγώνων τὴν πυραμίδα ἴσα ἐστὶν ἀλλήλοις. καὶ βάση μὲν ἔχει τὰ τρίγωνα τὰς  $ΑΒ$ ,  $ΒΓ$ ,  $ΓΑ$ , ὕψος δὲ τὸ εἰρημένον. ὥστε τὰ τρίγωνα ἴσα ἐστὶ τριγώνῳ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἴσην ταῖς  $ΑΒ$ ,  $ΒΓ$ ,  $ΓΑ$ , ὕψος δὲ τὴν εἰρημένην εὐθεΐαν

15 [τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τοῦ  $ΑΒΓ$  τριγώνου].

[σαφέστερον ἄλλως ἢ δεῖξις]

[ἔστω κῶνος ἰσοσκελῆς, οὗ βάση μὲν ὁ  $ΑΒΓ$  κύκλος, κορυφή δὲ τὸ  $Δ$  σημεῖον, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς  
20 τὸν κῶνον πυραμὶς βάση [μὲν] ἔχουσα ἰσόπλευρον τριγώνον τὸ  $ΑΒΓ$ , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $ΔΑ$ ,  $ΔΓ$ ,  $ΔΒ$ .

λέγω, ὅτι τὰ  $ΑΔΒ$ ,  $ΑΔΓ$ ,  $ΒΔΓ$  τρίγωνα ἴσα ἐστὶ τριγώνῳ, οὗ ἡ μὲν βάση ἴση ἐστὶ τῇ περιμέτρῳ τοῦ  $ΑΒΓ$  τριγώνου, ἡ δὲ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάση

1. τό] τω F; corr. A. βάση μὲν ἔχουσα ἰσοπλ. τρίγωνον τό vel βάση τὸ τρίγωνον τό Nizze. 3. κωνος F. 5. τριγώνων errore om. Torellius; sine codicum auctoritate suppleuit Nizze; habet F. 17. Haec demonstratio altera postea interposita numero ἦ significatur in F, sed numerum om. iam ed. Basil. 18. ἔστω] ὥστε F; corr. B manu 2? (Quaest. Arch. p. 129). 20. μὲν deleo; cum librarius alibi toties βάση μὲν scripsisset, particula hic quoque irrepsit.

habens, quae sit  $AB\Gamma$ . dico, eius superficiem praeter basim aequalem esse triangulo, quem commemorauimus.

nam quoniam conus aequicrurius et basis pyramidis aequilatera est, altitudines triangulorum pyramidem comprehendentium aequales sunt.<sup>1)</sup> et basim habent trianguli  $AB$ ,  $B\Gamma$ ,  $\Gamma\Delta$  lineas, altitudinem uero eam, quam diximus. quare trianguli [h. e. superficies pyramidis praeter basim] aequales sunt triangulo basim habenti lineam aequalem lineis  $AB$ ,  $B\Gamma$ ,  $\Gamma\Delta$  [h. e. perimetro basis], altitudinem autem lineam, quam diximus [Eucl. VI, 1].<sup>2)</sup>

[Demonstratio aliter et magis perspicue exposita]<sup>3)</sup>.

[Sit conus aequicrurius, cuius basis sit circulus  $AB\Gamma$ , uertex uero  $\Delta$  punctum; et cono inscribatur pyramis basim habens triangulum aequilaterum  $AB\Gamma$ , et ducantur lineae  $\Delta A$ ,  $\Delta\Gamma$ ,  $\Delta B$ . dico triangulos  $A\Delta B$ ,  $A\Delta\Gamma$ ,  $B\Delta\Gamma$  aequales esse triangulo cuius basis aequalis sit perimetro trianguli  $AB\Gamma$ , perpendicularis autem a uertice ad basim ducta aequalis lineae a  $\Delta$  puncto ad  $B\Gamma$  perpendiculari.

ducantur enim perpendiculares  $\Delta K$ ,  $\Delta A$ ,  $\Delta M$  lineae; sunt igitur aequales [cfr. not. 1]. et ponatur triangulus  $EZH$  basim  $EZ$  aequalem habens perimetro

1) Nam trianguli, quorum latera sunt axis conii, altitudines, lineae  $a$ ,  $b$ ,  $c$  (quas in figura addidi), unum latus (axem) commune, alteram ( $a$ ,  $b$ ,  $c$ ) aequalem habent et sunt rectanguli; itaque etiam bases aequales habent (Eucl. I, 4).

2) Uerba sequentia subditia sunt, ut ex collocatione adparet; pertinent enim ad τὰ τετραγώνια lin. 8, ut in interpretatione expressi. si ad τετράγωνα lin. 11 pertinerent, quod per se minus accurate diceretur, debebat esse τῇ ἐπιφανείᾳ ex constanti usu Archimedis.

3) Quae sequitur demonstratio ut subditia in adnotationes reicienda erat, sed ne typhothetis molestia existeret, retinui.

κάθετος ἴση τῇ καθέτῳ τῇ ἀπὸ τοῦ  $\Delta$  ἐπὶ τὴν  $B\Gamma$  ἀγομένη.

ἤχθωσαν γὰρ κάθετοι αἱ  $\Delta K$ ,  $\Delta \Lambda$ ,  $\Delta M$ . αὐταὶ ἄρα ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. καὶ κείσθω τρίγωνον τὸ  $EZH$   
 5 ἔχον τὴν μὲν  $EZ$  βάσιν τῇ περιμέτρῳ τοῦ  $AB\Gamma$  τριγώνου ἴσην, τὴν δὲ  $H\Theta$  κάθετον τῇ  $\Delta \Lambda$  ἴσην. ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ τῶν  $B\Gamma$ ,  $\Delta \Lambda$  διπλάσιόν ἐστὶν τοῦ  $\Delta B\Gamma$  τριγώνου, ἐστὶν δὲ καὶ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν  $AB$ ,  $\Delta K$  διπλάσιον τοῦ  $AB\Delta$  τριγώνου, τὸ δὲ ὑπὸ  $AG$ ,  $\Delta M$   
 10 διπλάσιον τοῦ  $A\Delta\Gamma$  τριγώνου, τὸ ἄρα ὑπὸ τῆς περιμέτρου τοῦ  $AB\Gamma$  τριγώνου, τουτέστι τῆς  $EZ$ , καὶ τῆς  $\Delta \Lambda$ , τουτέστι τῆς  $H\Theta$ , διπλάσιόν ἐστὶ τῶν  $A\Delta B$ ,  $B\Delta\Gamma$ ,  $A\Delta\Gamma$  τριγώνων. ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ὑπὸ  $EZ$ ,  $H\Theta$  διπλάσιον τοῦ  $EZH$  τριγώνου. ἴσον ἄρα τὸ  $EZH$   
 15 τρίγωνον τοῖς  $A\Delta B$ ,  $B\Delta\Gamma$ ,  $A\Delta\Gamma$  τριγώνοις].

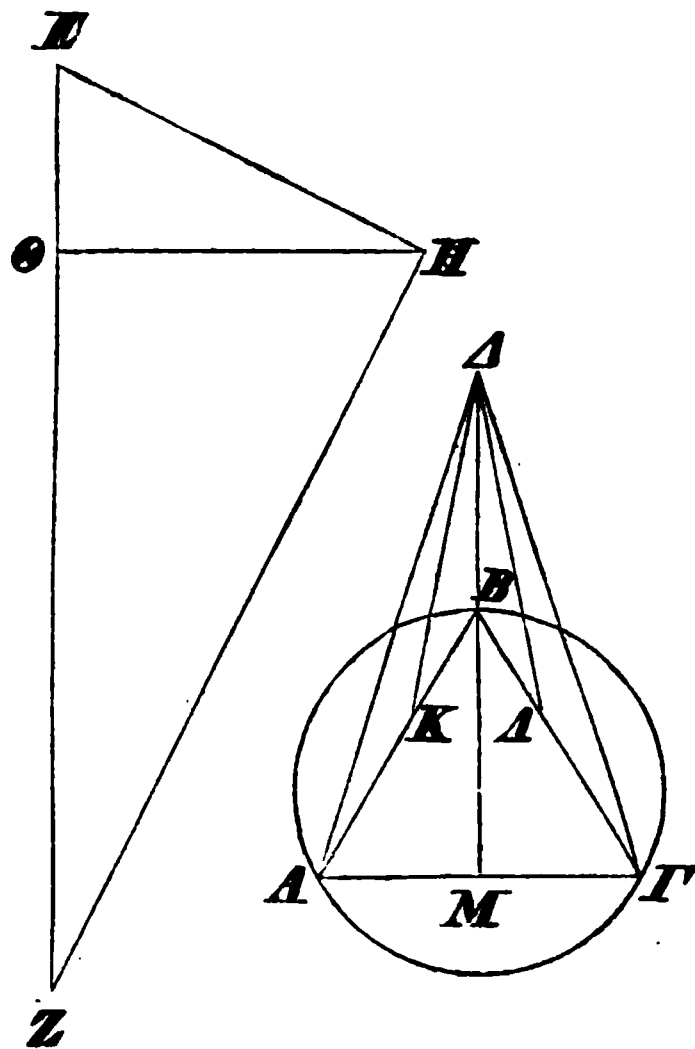
ἦ.

Ἐὰν περὶ κῶνον ἰσοσκελῆ πυραμὶς περιγραφῆ, ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως ἴση ἐστὶ τριγώνῳ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἴσην τῇ περιμέτρῳ τῆς  
 20 βάσεως, ὕψος δὲ τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου.

ἔστω κῶνος, οὗ βάσις ὁ  $AB\Gamma$  κύκλος, καὶ πυραμὶς περιγεγράφθω, ὥστε τὴν βάσιν αὐτῆς, τουτέστι τὸ  $\Delta EZ$  πολύγωνον, περιγεγραμμένον περὶ τὸν  $AB\Gamma$  κύκλον εἶναι. λέγω, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς  
 25 βάσεως ἴση ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ τριγώνῳ.

ἐπεὶ γὰρ [ὁ ἄξων τοῦ κώνου ὀρθός ἐστὶ πρὸς τὴν

2. ἀγομένη scripsi; αγομενην F, uulgo. 10.  $AB\Gamma$ ]  $A\Delta\Gamma$  F; corr. Torellius. 16.  $\Theta'$  F; u. ad p. 28, 17. In figura et deinde in uerbis Archimedis litteras  $\Lambda$  et  $K$  permutauit Torellius. 26. τοῦ] αὐτου F; corr. ed. Basil.



trianguli  $AB\Gamma$ , altitudinem autem  $H\Theta$  aequalem lineae  $\Delta A$ . iam quoniam

$$B\Gamma \times \Delta A = 2 \Delta B\Gamma$$

[Eucl. I, 41],

et

$$AB \times \Delta K = 2 AB \Delta,$$

et

$$A\Gamma \times \Delta M = 2 A \Delta \Gamma,$$

erit igitur rectangulum, quod a perimetro trianguli  $AB\Gamma$ , h. e. linea  $EZ$ , et  $\Delta A$ , h. e. linea

$H\Theta$ , continetur  $= 2 \times (A \Delta B + B \Delta \Gamma + A \Delta \Gamma)$ ; sed  $EZ \times H\Theta = 2 EZH$  [Eucl. I, 41]; quare

$$EZH = A \Delta B + B \Delta \Gamma + A \Delta \Gamma].$$

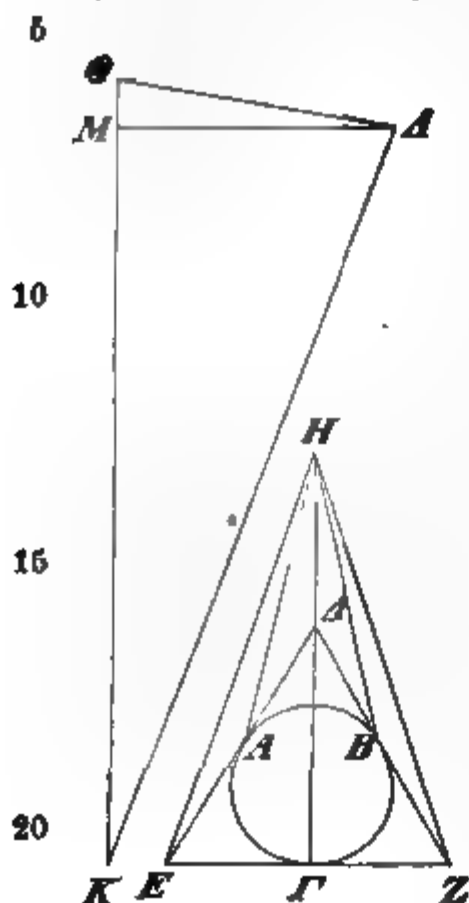
### VIII.

Si circum conum aequicrurium pyramis circumscribitur, superficies pyramidis praeter basim aequalis est triangulo basim habenti lineam perimetro basis aequalem, altitudinem autem latus conii.

sit conus, cuius basis sit circulus  $AB\Gamma$ , et circumscribatur pyramis, ita ut basis eius, h. e. polygonum  $\Delta EZ$ , circum circulum  $AB\Gamma$  sit circumscripta. dico superficiem pyramidis praeter basim aequalem esse triangulo, quem commemorauimus.

cum enim axis conii ad basim perpendicularis sit,

βάσιν, τουτέστι πρὸς τὸν  $ΑΒΓ$  κύκλον, καὶ] αἱ ἀπο  
 τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἐπὶ τὰς ἀφὰς ἐπιξενγνύμεναι  
 εὐθεῖαι κάθετοί εἰσιν ἐπὶ τὰς ἐφαπτομένας, ἔσονται  
 ἄρα καὶ αἱ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου ἐπὶ τὰς ἀφὰς



ἐπιξενγνύμεναι κάθετοι ἐπὶ τὰς  
 $\Delta Ε, Ζ Ε, Ζ \Delta$ . αἱ  $Η Α, Η Β, Η Γ$   
 ἄρα αἱ εἰρημέναι κάθετοι ἴσαι  
 εἰσὶν ἀλλήλαις· πλευραὶ γάρ  
 εἰσιν τοῦ κώνου. κείσθω δὴ τὸ  
 τρίγωνον τὸ  $\Theta Κ Α$  ἴσην ἔχον  
 τὴν μὲν  $\Theta Κ$  τῇ περιμέτρῳ τοῦ  
 $\Delta Ε Ζ$  τριγώνου, τὴν δὲ  $\Delta Μ$  κά-  
 θετον ἴσην τῇ  $Η Α$ . ἐπεὶ οὖν τὸ  
 μὲν ὑπὸ  $\Delta Ε, Α Η$  διπλάσιόν  
 ἐστὶ τοῦ  $Ε \Delta Η$  τριγώνου, τὸ δὲ  
 ὑπὸ  $\Delta Ζ, Η Β$  διπλάσιόν ἐστὶ  
 τοῦ  $\Delta Ζ Η$  τριγώνου, τὸ δὲ ὑπὸ  
 $Ε Ζ, Γ Η$  διπλάσιόν ἐστὶ τοῦ  
 $Ε Η Ζ$  τριγώνου, ἔστιν ἄρα τὸ  
 ὑπὸ τῆς  $\Theta Κ$  καὶ τῆς  $Α Η$ , τουτέστι  
 τῆς  $Μ Α$ , διπλάσιον τῶν  $Ε \Delta Η,$   
 $Ζ \Delta Η, Ε Η Ζ$  τριγώνων. ἔστιν

δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν  $\Theta Κ, Α Μ$  διπλάσιον τοῦ  $Α Κ \Theta$  τρι-  
 γώνου. διὰ τοῦτο δὴ ἴση ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυ-  
 25 ραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως τριγώνου βάσιν μὲν ἔχοντι  
 ἴσην τῇ περιμέτρῳ τοῦ  $\Delta Ε Ζ$ , ὕψος δὲ τὴν πλευρὰν  
 τοῦ κώνου.

4. καὶ αἱ] αἱ om. F. 14.  $Α Η$ ]  $Α Ν$  F. 15.  $Ε \Delta Η$ ]  $Ε \Delta Ν$  F. 19.  $Ε Η Ζ$ ]  $Ε Ν Ζ$  F. 25. τριγώνου] τριγῶ F.  
 26. τοῦ  $\Delta Ε Ζ$  τριγώνου Nizze.



h. e. ad circulum  $AB\Gamma$ , et lineae a centro circuli ad puncta contactus ductae perpendiculares sint ad contingentes [Eucl. III, 18], erunt<sup>1)</sup> igitur etiam lineae a uertice conici ad puncta contactus ductae perpendiculares ad  $\Delta E$ ,  $Z E$ ,  $Z \Delta$  [u. Eutocius]. itaque perpendiculares, quas commemorauimus,  $HA$ ,  $HB$ ,  $H\Gamma$ , aequales sunt; sunt enim conici latera. ponatur igitur triangulus  $\Theta K \Lambda$  aequalem habens  $\Theta K$  latus perimetro trianguli  $\Delta E Z$ , perpendicularem autem  $\Lambda M$  aequalem lineae  $HA$ . quoniam igitur

$$\Delta E \times AH = 2 E \Delta H \text{ [Eucl. I, 41],}$$

$$\text{et } \Delta Z \times HB = 2 \Delta Z H,$$

$$\text{et } EZ \times \Gamma H = 2 EHZ,$$

est igitur  $\Theta K \times AH$ , uel, quod idem est,

$$\Theta K \times M \Lambda = 2 (E \Delta H + Z \Delta H + EHZ).$$

est autem etiam

$$\Theta K \times \Lambda M = 2 \Lambda K \Theta \text{ [Eucl. I, 41].}$$

[quare  $2 \Lambda K \Theta = 2 (E \Delta H + Z \Delta H + EHZ) \therefore$

$$\Lambda K \Theta = E \Delta H + Z \Delta H + EHZ].$$

est igitur superficies pyramidis praeter basim aequalis triangulo basim habenti perimetro trianguli  $\Delta E Z$  aequalem, altitudinem autem latus conici.

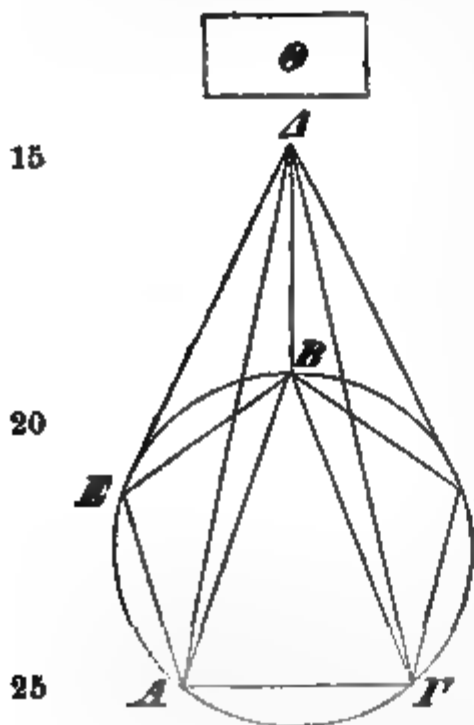
---

1) Lin. 3—6 Archimedes scripserat: αἱ ἄρα ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὰ  $A, B, \Gamma$  ἐπιζυγνύμεναι κάθετοι εἰσὶν ἐπ' αὐτὰς h. e. τὰς ἐφαπτομένας lin. 3); u. Eutocius.

θ'.

Ἐὰν κώνου τινὸς ἰσοσκελοῦς εἰς τὸν κύκλον, ὃς ἔστι βᾶσις τοῦ κώνου, εὐθεῖα γραμμὴ ἐμπέση, ἀπὸ δὲ τῶν περάτων αὐτῆς εὐθείαι γραμμαὶ ἀχθῶσιν ἐπὶ τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου, τὸ περιληφθὲν τρίγωνον ὑπὸ τῆς ἐμπεσούσης καὶ τῶν ἐπιξυχθεισῶν ἐπὶ τὴν κορυφὴν ἔλασσον ἔσται τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου τῆς μεταξὺ τῶν ἐπὶ τὴν κορυφὴν ἐπιξυχθεισῶν.

Ἐστω κώνου ἰσοσκελοῦς βᾶσις ὁ  $ΑΒΓ$  κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ  $Δ$ , καὶ διήχθω τις εἰς αὐτὸν εὐθεῖα ἢ  $ΑΓ$ · καὶ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὰ  $Α, Γ$  ἐπεζεύχθωσαν αἱ  $ΑΔ, ΔΓ$ . λέγω, ὅτι τὸ  $ΑΔΓ$  τρίγωνον ἔλασσόν ἐστι τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου τῆς μεταξὺ τῶν  $ΑΔΓ$ .



τετμήσθω ἡ  $ΑΒΓ$  περιφέρεια δίχα κατὰ τὸ  $Β$ , καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ  $ΑΒ, ΒΓ, ΔΒ$ . ἔσται δὴ τὰ  $ΑΒΔ, ΒΓΔ$  τρίγωνα μείζονα τοῦ  $ΑΔΓ$  τριγώνου. ᾧ δὴ ὑπερέχει τὰ εἰρημένα τρίγωνα τοῦ  $ΑΔΓ$  τριγώνου, ἔστω τὸ  $Θ$ . τὸ δὴ  $Θ$  ἦτοι τῶν  $ΑΒ, ΒΓ$  τμημάτων ἔλασσόν ἐστιν, ἢ οὐ. ἔστω μὴ ἔλασσον πρότερον. ἐπεὶ οὖν δύο εἰσὶν ἐπιφάνειαι ἢ τε κωνικὴ ἢ μεταξὺ τῶν  $ΑΔΒ$  μετὰ τοῦ  $ΑΕΒ$  τμήματος καὶ ἢ τοῦ  $ΑΔΒ$  τρι-

1. ε' F. 5. περιληφθὲν] scripsi; περιλιφθεν F, vulgo.  
6. ἐμπεσούσης] εκπεσουσης F; postea corr. B.

## IX.

Si in cono aequicrurio<sup>1)</sup> linea recta in circulum, qui est basis conii, incidit, et a terminis eius lineae rectae ducuntur ad uerticem conii, triangulus, qui continetur a linea incidenti et lineis ad uerticem ductis, minor erit superficie conii, quae est inter lineas ad uerticem ductas.

sit  $AB\Gamma$  circulus basis conii aequicrurii, uertex autem  $\Delta$  punctum, et in circulum incidat linea  $A\Gamma$ , et a uertice ad  $A, \Gamma$  puncta ducantur lineae  $A\Delta, \Delta\Gamma$ . dico triangulum  $A\Delta\Gamma$  minorem esse superficie conii, quae inter  $A\Delta, \Delta\Gamma$  lineas sit.<sup>2)</sup>

secetur  $AB\Gamma$  ambitus in duas partes aequales in  $B$  puncto, et ducantur  $AB, \Gamma B, \Delta B$ . erunt igitur trianguli  $AB\Delta, B\Gamma\Delta$  maiores triangulo  $A\Delta\Gamma$ <sup>3)</sup> [u. Eutocius]. sit igitur  $\Theta$  spatium aequale ei spatio, quo excedunt trianguli  $AB\Delta, B\Gamma\Delta$  triangulum  $A\Delta\Gamma$ . itaque  $\Theta$  spatium aut minus est segmentis  $AB, B\Gamma$ , aut non minus. — prius sit ne minus. quoniam igitur datae sunt duae superficies, conica superficies, quae est inter lineas  $A\Delta, \Delta B$ , una cum segmento  $AEB$  et triangulus  $A\Delta B$ , eundem terminum habentes perimetrum trianguli  $A\Delta B$ , maior erit superficies comprehensans comprehensa [ $\lambda\alpha\mu\beta$ . 4]. itaque superficies co-

1) Graece genetius legitur, qui ad uerbum  $\kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda\omicron\nu$  uel potius ad totam sententiam referendus esse uidetur, de qua dicendi licentia infra dicetur.

2) Hoc nimis ambiguum est; Archimedes sine dubio hoc saltem loco addiderat:  $\kappa\alpha\iota\ \tau\eta\varsigma\ AB\Gamma\ \pi\epsilon\rho\iota\phi\epsilon\rho\epsilon\iota\alpha\varsigma$ , ut prop. 10 p. 38, 25; Quaest. Arch. p. 72.

3) Lin. 19—20 Archimedes scripserat:  $\mu\epsilon\iota\zeta\omicron\nu\alpha\ \acute{\alpha}\rho\alpha\ \acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\ \tau\acute{\alpha}\ AB\Delta, B\Delta\Gamma\ \tau\rho\acute{\iota}\gamma\omega\nu\alpha\ \tau\omicron\upsilon\ \mathit{A}\Delta\Gamma\ \tau\rho\iota\gamma\acute{\omega}\nu\omicron\nu$  (u. Eutocius).

γώνου τὸ αὐτὸ πέρασ ἔχουσαι τὴν περίμετρον τοῦ  
 τριγώνου τοῦ  $A\Delta B$ , μείζων ἔσται ἢ περιλαμβάνουσα  
 τῆς περιλαμβανομένης. μείζων ἄρα ἔστιν ἢ κωνικὴ  
 ἐπιφάνεια ἢ μεταξὺ τῶν  $A\Delta B$  μετὰ τοῦ  $AEB$  τμή-  
 5 ματος τοῦ  $AB\Delta$  τριγώνου. ὁμοίως δὲ καὶ ἢ μεταξὺ  
 τῶν  $B\Delta\Gamma$  μετὰ τοῦ  $\Gamma ZB$  τμήματος μείζων ἔστιν τοῦ  
 $B\Delta\Gamma$  τριγώνου. ὅλη ἄρα ἢ κωνικὴ ἐπιφάνεια μετὰ  
 τοῦ  $\Theta$  χωρίου μείζων ἔστι τῶν εἰρημένων τριγόνων.  
 τὰ δὲ εἰρημένα τρίγωνα ἴσα ἔστι τῶ τε  $A\Delta\Gamma$  τρι-  
 10 γώνῳ καὶ τῶ  $\Theta$  χωρίῳ. κοινὸν ἀφηρήσθω τὸ  $\Theta$  χω-  
 ρίον· λοιπὴ ἄρα ἢ κωνικὴ ἐπιφάνεια ἢ μεταξὺ τῶν  
 $A\Delta\Gamma$  μείζων ἔστι τοῦ  $A\Delta\Gamma$  τριγώνου.

ἔστω δὴ τὸ  $\Theta$  ἔλασσον τῶν  $AB, B\Gamma$  τμημάτων.  
 τέμνοντες δὴ τὰς  $AB, B\Gamma$  περιφερείας δίχα καὶ τὰς  
 15 ἡμισείας αὐτῶν δίχα λείψομεν τμήματα ἐλάσσονα ὄντα  
 τοῦ  $\Theta$  χωρίου. λελείφθω τὰ ἐπὶ τῶν  $AE, EB, BZ,$   
 $Z\Gamma$  εὐθειῶν, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $\Delta E, \Delta Z$ . πάλιν  
 τοίνυν κατὰ τὰ αὐτὰ ἢ μὲν ἐπιφάνεια τοῦ κώνου ἢ  
 μεταξὺ τῶν  $A\Delta E$  μετὰ τοῦ ἐπὶ τῆς  $AE$  τμήματος  
 20 μείζων ἔστι τοῦ  $A\Delta E$  τριγώνου· ἢ δὲ μεταξὺ τῶν  
 $E\Delta B$  μετὰ τοῦ ἐπὶ τῆς  $EB$  τμήματος μείζων ἔστι τοῦ  
 $E\Delta B$  τριγώνου. ἢ ἄρα ἐπιφάνεια ἢ μεταξὺ τῶν  $A\Delta B$   
 μετὰ τῶν  $AE, EB$  τμημάτων μείζων ἔστι τῶν  $A\Delta E,$   
 $EB\Delta$  τριγόνων. ἐπεὶ δὲ τὰ  $AE\Delta, \Delta EB$  τρίγωνα  
 25 μείζονά ἔστι τοῦ  $AB\Delta$  τριγώνου, καθῶς δέδεικται,  
 πολλῶ ἄρα ἢ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου ἢ μεταξὺ τῶν  $A\Delta B$   
 μετὰ τῶν ἐπὶ τῶν  $AE, EB$  τμημάτων μείζων ἔστι τοῦ

5. δέ] scripsi; cfr. Quaest. Arch. p. 145; δη F, vulgo.

6. τῶν  $B\Delta\Gamma$ ] του  $\Delta B\Gamma$  τριγωνου F, vulgo; τῶν  $B\Delta, \Delta\Gamma$  To-  
 rellius. 12.  $A\Delta\Gamma$ ] scripsi;  $A\Delta B$  F, vulgo;  $A\Delta, \Delta\Gamma$  Torel-  
 lius. 15. ἡμισείας] ημισιας F, vulgo. 16. λελιφθω F.

nica, quae est inter lineas  $A\Delta$ ,  $\Delta B$ , una cum segmento  $AEB$ , maior est triangulo  $AB\Delta$ . et eodem modo conica superficies, quae est inter lineas  $B\Delta$ ,  $\Delta\Gamma$ , una cum segmento  $\Gamma ZB$ , maior est triangulo  $B\Delta\Gamma$ . tota igitur superficies conica [quae est inter lineas  $A\Delta$ ,  $\Delta\Gamma$  et ambitum  $AEBZ\Gamma$ ] una cum spatio  $\Theta$  maior est triangulis, quos commemorauimus [ $AB\Delta$ ,  $B\Delta\Gamma$ ].<sup>1)</sup> sed trianguli  $AB\Delta$ ,  $B\Delta\Gamma$  aequales sunt triangulo  $A\Delta\Gamma$  una cum spatio  $\Theta$  [ex hypothesi]. subtrahatur  $\Theta$  spatium, quod commune est. itaque, quae reliqua est conica superficies, quae est inter lineas  $A\Delta$ ,  $\Gamma\Delta$ , maior est triangulo  $A\Delta\Gamma$ .

iam sit  $\Theta$  spatium minus segmentis  $AB$ ,  $B\Gamma$ . si igitur ambitus  $AB$ ,  $B\Gamma$  in duas partes aequales seuerimus et dimidios ambitus in duas aequales, relinquemus aliquando segmenta minora quam  $\Theta$  spatium [prop. 6 p. 24, 1]. relinquuntur segmenta, quae sunt in lineis  $AE$ ,  $EB$ ,  $BZ$ ,  $Z\Gamma$ , et ducantur  $\Delta E$ ,  $\Delta Z$ . rursus igitur eodem modo [quo supra p. 34, 26] superficies conici, quae est inter lineas  $A\Delta$ ,  $\Delta E$ , cum segmento in linea  $AE$  posito maior est triangulo  $A\Delta E$ , et conici superficies, quae est inter lineas  $E\Delta$ ,  $\Delta B$ , cum segmento in  $EB$  linea posito maior est triangulo  $E\Delta B$ . quare superficies, quae est inter  $A\Delta$ ,  $\Delta B$ , cum segmentis  $AE$ ,  $EB$  maior est triangulis  $A\Delta E$ ,  $E\Delta B$ . sed quoniam trianguli  $AE\Delta$ ,  $\Delta EB$  maiores sunt  $AB\Delta$  triangulo [u. Eutocius, p. 34, 19], multo igitur magis superficies conica, quae est inter lineas  $A\Delta$ ,  $\Delta B$ , cum segmentis in  $AE$ ,  $EB$  positis maior est triangulo  $A\Delta B$ .

---

1) Nam ex hypothesi est  $\Theta \supseteq AEB + \Gamma ZB$  segmentis.

$A\Delta B$  τριγώνου. διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ ἡ ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν  $B\Delta\Gamma$  μετὰ τῶν ἐπὶ τῶν  $BZ$ ,  $Z\Gamma$  μείζων ἐστὶν τοῦ  $B\Delta\Gamma$  τριγώνου. ὅλη ἄρα ἡ ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν  $A\Delta\Gamma$  μετὰ τῶν εἰρημένων τμημάτων μείζων ἐστὶ τῶν  $AB\Delta$ ,  $\Delta B\Gamma$  τριγώνων· ταῦτα δὲ ἐστὶν ἴσα τῷ  $A\Delta\Gamma$  τριγώνῳ καὶ τῷ  $\Theta$  χωρίῳ· ὧν τὰ εἰρημένα τμήματα ἐλάσσονα τοῦ  $\Theta$  χωρίου. λοιπὴ ἄρα ἡ ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν  $A\Delta\Gamma$  μείζων ἐστὶν τοῦ  $A\Delta\Gamma$  τριγώνου.

10

ί.

Ἐὰν ἐπιψαύουσαι ἀχθῶσιν τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ κώνου, ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὔσαι τῷ κύκλῳ καὶ συμπίπτουσαι ἀλλήλαις, ἀπὸ δὲ τῶν ἀφῶν καὶ τῆς συμπτώσεως ἐπὶ τὴν κορυφήν τοῦ κώνου εὐθεῖαι ἀχθῶσιν, τὰ περιεχόμενα τρίγωνα ὑπὸ τῶν ἐπιψανουσῶν καὶ τῶν ἐπὶ τὴν κορυφήν τοῦ κώνου ἐπιξευχθεισῶν εὐθειῶν μείζονά ἐστι τῆς τοῦ κώνου ἐπιφανείας τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν.

ἔστω κῶνος, οὗ βάσις μὲν ὁ  $AB\Gamma$  κύκλος, κορυφή δὲ τὸ  $E$  σημεῖον, καὶ τοῦ  $AB\Gamma$  κύκλου ἐφαπτόμεναι ἤχθωσαν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὔσαι αἱ  $A\Delta$ ,  $\Gamma\Delta$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $E$  σημείου, ὃ ἐστὶν κορυφή τοῦ κώνου, ἐπὶ τὰ  $A$ ,  $\Delta$ ,  $\Gamma$  ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $EA$ ,  $E\Delta$ ,  $E\Gamma$ . λέγω, ὅτι τὰ  $A\Delta E$ ,  $\Delta E\Gamma$  τρίγωνα μείζονά ἐστι τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν  $AE$ ,  $\Gamma E$  εὐθειῶν καὶ τῆς  $AB\Gamma$  περιφερείας.

1. δέ] scripsi; δη F, vulgo. 2.  $B\Delta\Gamma$ ] scripsi;  $AB\Gamma$  F, vulgo;  $B\Delta$ ,  $\Delta\Gamma$  Torellius.  $BZ$ ,  $Z\Gamma$  τμημάτων Nizze. 6. το  $\Theta$  F; corr. Torellius. ὧν] ὡς Nizze. 8.  $A\Delta\Gamma$ ]  $A\Delta E$  F; corr. ed. Basil. 10. ιά' F. 19. κωνος F. 25. επιφανιας F.

eodem autem modo adparet superficiem, quae inter  $B\Delta$ ,  $\Delta\Gamma$  lineas sit, cum segmentis in  $BZ$ ,  $Z\Gamma$  positis maiorem esse triangulo  $B\Delta\Gamma$ . tota igitur superficies, quae est inter  $A\Delta$ ,  $\Delta\Gamma$  lineas, una cum segmentis, quae commemorauimus [ $AE$ ,  $EB$ ,  $BZ$ ,  $Z\Gamma$ ], maior est triangulis  $AB\Delta$ ,  $\Delta B\Gamma$ , qui sunt triangulo  $A\Delta\Gamma$  et spatio  $\Theta$  aequales [ex hypothesi]. ex illis [h. e., superficie conica, quae inter lineas  $A\Delta$ ,  $\Delta\Gamma$  et  $AEBZ\Gamma$  ambitum est, et segmentis  $AE$ ,  $EB$ ,  $BZ$ ,  $Z\Gamma$ ] autem segmenta, quae commemorauimus, minora sunt spatio  $\Theta$  [ex constructione]. quare quae reliqua est superficies inter  $A\Delta$ ,  $\Delta\Gamma$  lineas posita, maior est triangulo  $A\Delta\Gamma$ .<sup>1)</sup>

## X.

Si ducuntur lineae tangentes circulum, qui basis est conici [aequicrurii]<sup>2)</sup>, in plano circuli positae et concurrentes, a punctis autem contactus et concursus ad conici uerticem lineae ducuntur, trianguli, qui a contingentibus et lineis ad uerticem conici ductis continentur, maiores sunt superficie conici, quae ab his lineis abscinditur.

sit conus, cuius basis circulus  $AB\Gamma$ , uertex autem punctum  $E$ , et ducantur lineae circulum  $AB\Gamma$  contingentes in plano eodem positae,  $A\Delta$ ,  $\Gamma\Delta$ , et ab  $E$  puncto, quod est uertex conici, ad  $A$ ,  $\Delta$ ,  $\Gamma$  puncta ducantur lineae  $EA$ ,  $E\Delta$ ,  $E\Gamma$ . dico, triangulos  $A\Delta E$ ,  $\Delta E\Gamma$  maiores esse quam conici superficiem, quae inter lineas  $AE$ ,  $\Gamma E$  et ambitum  $AB\Gamma$  est.

1) Nam etiamsi aequalia essent segmenta spatio  $\Theta$ , idem fieret (Eucl. I  $\kappa\omicron\iota\nu$ .  $\acute{\epsilon}\nu\nu$ . 5); eo magis cum segmenta etiam minora sint.

2) Hoc uerbum Archimedes uix omiserat; Quaest. Arch. p. 73.

ἤχθω γὰρ ἡ  $HBZ$  ἐφαπτομένη τοῦ κύκλου καὶ  
παράλληλος οὖσα τῇ  $AG$  δίχα τμηθείσης τῆς  $ABΓ$   
περιφερείας κατὰ τὸ  $B$ · καὶ ἀπὸ τῶν  $H, Z$  ἐπὶ τὸ  $E$   
ἐπεζεύχθωσαν αἱ  $HE, ZE$ · καὶ ἐπεὶ μείζους εἰσὶν αἱ  
 $HΔ, ΔZ$  τῆς  $HZ$ , κοιναὶ προσκείσθωσαν αἱ  $HA, ZΓ$ ·  
ὅλαι ἄρα αἱ  $AΔ, ΔΓ$  μείζους εἰσὶν τῶν  $AH, HZ, ZΓ$ .  
καὶ ἐπεὶ αἱ  $AE, EB, EΓ$  πλευραὶ εἰσὶν τοῦ κώνου,  
ἴσαι εἰσὶν διὰ τὸ ἰσοσκελῆ εἶναι τὸν κώνον. ὁμοίως  
δὲ καὶ κάθετοί εἰσιν [ὡς ἐδείχθη ἐν τῷ λήμματι]· τὰ  
10 δὲ ὑπὸ τῶν καθέτων καὶ τῶν βάσεων τῶν  $AEΔ, ΔΓE$   
τριγώνων μείζονά ἐστι τῶν  $AHE, HEZ, ZEΓ$  τρι-  
γώνων. εἰσὶν γὰρ αἱ μὲν  $AH, HZ, ZΓ$  ἐλάσσους  
τῶν  $ΓΔ, ΔA$ , τὰ δὲ ὕψη αὐτῶν ἴσα [φανερὸν γάρ,  
ὅτι ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ὀρθοῦ κώνου ἐπὶ τὴν  
15 ἐπαφὴν τῆς βάσεως ἐπιξεννυμένη κάθετός ἐστιν ἐπὶ  
τὴν ἐφαπτομένην]. ᾧ δὲ μείζονά ἐστιν τὰ  $AEΔ, ΔΓE$   
 τρίγωνα τῶν  $AEH, HEZ, ZEΓ$  τριγώνων, ἔστω τὸ  
⊙ χωρίον· τὸ δὲ ⊙ χωρίον ἦτοι ἔλαττόν ἐστιν τῶν  
περιλειμμάτων τῶν  $AHBK, BZΓΔ$  ἢ οὐκ ἔλαττον.  
20 ἔστω πρότερον μὴ ἔλαττον. ἐπεὶ οὖν εἰσὶν ἐπιφάνειαι  
σύνθετοι, ἢ τε τῆς πυραμίδος τῆς ἐπὶ βάσεως τοῦ  
 $HAGZ$  τραπεζίου κορυφὴν ἔχουσα τὸ  $E$  καὶ ἡ κωνικὴ  
ἐπιφάνεια ἢ μεταξὺ τῶν  $AEΓ$  μετὰ τοῦ  $ABΓ$  τμή-  
ματος, καὶ πέρας ἔχουσι τὴν αὐτὴν περίμετρον τοῦ

1. ἡ om. F. 9. ληματι F. 10. τῶν  $AEΔ, ΔΓE$  τρι-  
γώνων μείζονά ἐστι om. F; suppleuit Torellius. 16. δέ]  
scripsi; δη F, uulgo. 17. τὸ ⊙ χωρίον· τὸ δὲ ⊙ χωρίον  
om. F lacuna relicta; suppleuit ed. Basil. et Cr.; iam D: τὸ ⊙  
χωρίον· τὸ δὲ χωρίον. τὸ δὲ ⊙ χωρίον, sed manu 2. 18. τῶν  
περιλειμμάτων usque ad ἐπεὶ οὖν lin. 20 (incl.) om. F lacuna  
relicta; suppleuit ed. Basil. (et Cr.), sed habet περιλημμάτων  
(περιλεμμ. Torellius) lin. 19,  $AHB, BZΓ$  lin. 19, πρῶτον et οὐκ  
(pro πρότερον μὴ) lin. 20, quos errores correxi. 21. βάσεως]



ducatur enim  $HBZ$  linea circulum contingens et lineae  $AF$  parallela, ambitu  $AB\Gamma$  in  $B$  puncto in duas partes aequales diuiso [u. Eutocius]. et ab  $H, Z$  punctis ad  $E$  punctum ducantur lineae  $HE, ZE$ . et quoniam  $H\Delta + \Delta Z > HZ$  [Eucl. I, 20], communes addantur  $HA, Z\Gamma$  lineae. itaque totae

$$A\Delta + \Delta\Gamma > AH + HZ + Z\Gamma.$$

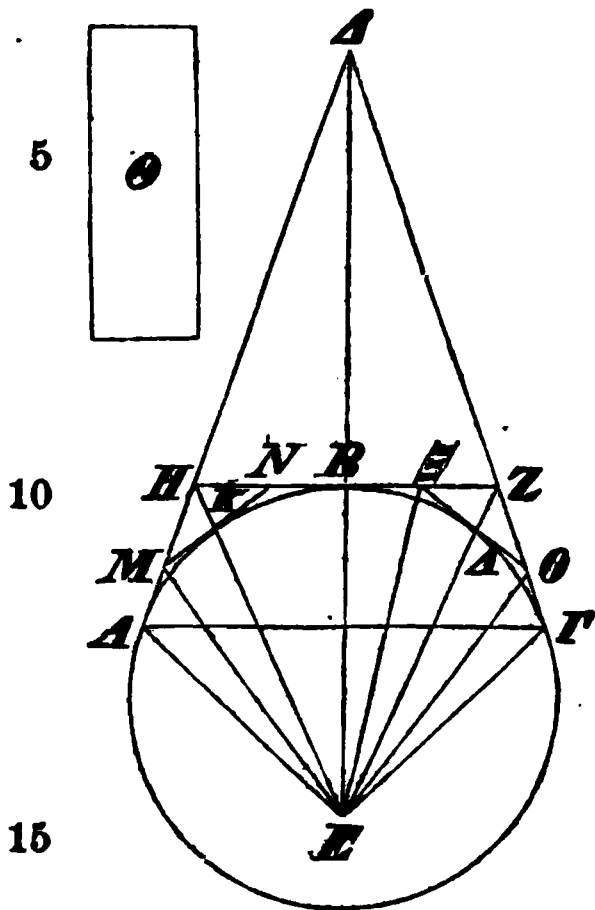
et quoniam  $AE, EB, E\Gamma$  latera sunt conii, aequales sunt, quia conus aequicrurius est. sed eadem etiam perpendiculares sunt [u. Eutocius ad prop. 8]. sed trianguli  $AE\Delta, \Delta\Gamma E$  maiores sunt triangulis  $AHE, HEZ, ZE\Gamma^1$ ); nam  $AH + HE + Z\Gamma$  bases minores sunt  $\Gamma\Delta + \Delta A$  basibus, et altitudines aequales<sup>2</sup>) [tum cfr. Eucl. VI, 1]. quo autem spatio maiores sunt trianguli  $AE\Delta, \Delta\Gamma E$  triangulis  $AHE, HEZ, ZE\Gamma$ , sit  $\Theta$  spatium. itaque  $\Theta$  spatium aut minus est spatiis relictis  $AHBK, BZ\Gamma A^3$ ) aut non minus. sit prius ne minus. iam cum habeamus superficies coniunctas, superficiem pyramidis, cuius basis est trapezium  $H\Gamma Z$ , uerticem

1) Archimedes sine dubio scripserat hunc fere in modum: τὰ ἄρα  $AE\Delta, \Delta\Gamma E$  τρίγωνα μείζονα cett., quod etiam usus non Archimedeus uerbi καθέτος lin. 10 (Quaest. Arch. p. 71) significat; falsarius causam uoluit significare, sed tum postea scribendum erat: τῶν ὑπὸ τῶν καθέτων καὶ τῶν βάσεων τῶν  $AHE$  κτλ.

2) Uerba, quae sequuntur, subditiua et insuper transposita (Quaest. Arch. p. 74) iam Nizze damnauit.

3) Cum infra p. 42, 7 et 10 in codd. legatur  $AHBK, BZ\Gamma A$  quod in ed. Basil. et apud Torellium in  $AHB, BZ\Gamma$  mutatum est, non dubitauit hoc quoque loco eandem scripturam per se meliorem reponere, praesertim cum ex erroribus supra p. 40 not. correctis adparet, lacunam codicum in ed. Basil. coniectura suppletam esse.

$ΑΕΓ$  τριγώνου, δῆλον, ὡς ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τοῦ  $ΑΕΓ$  τριγώνου μείζων ἐστὶν τῆς κωνικῆς



ἐπιφανείας μετὰ τοῦ τμήματος τοῦ  $ΑΒΓ$ . κοινὸν ἀφηγήσθω τὸ  $ΑΒΓ$  τμήμα. λοιπὰ ἄρα τὰ τρίγωνα τὰ  $ΑΗΕ$ ,  $ΗΕΖ$ ,  $ΖΕΓ$  μετὰ τῶν  $ΑΗΒΚ$ ,  $ΒΖΓΛ$  περιλειμμάτων μείζονά ἐστὶν τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν  $ΑΕ$ ,  $ΕΓ$ . τῶν δὲ  $ΑΗΒΚ$ ,  $ΒΖΓΛ$  περιλειμμάτων οὐκ ἔλασσόν ἐστὶ τὸ  $Θ$  χωρίον. πολλῶ ἄρα τὰ  $ΑΗΕ$ ,  $ΗΕΖ$ ,  $ΖΕΓ$  τρίγωνα μετὰ τοῦ  $Θ$  μείζονα ἔσται τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν  $ΑΕ$ ,  $ΕΓ$ . ἀλλὰ τὰ

$ΑΗΕ$ ,  $ΗΕΖ$ ,  $ΓΕΖ$  τρίγωνα μετὰ τοῦ  $Θ$  ἐστὶν τὰ  $ΑΕΔ$ ,  $ΔΕΓ$  τρίγωνα. τὰ ἄρα  $ΑΕΔ$ ,  $ΔΕΓ$  τρίγωνα μείζονα ἔσται τῆς εἰρημένης κωνικῆς ἐπιφανείας.

ἔστω δὴ τὸ  $Θ$  ἔλασσον τῶν περιλειμμάτων. ἀεὶ δὴ περιγράφοντες πολύγωνα περὶ τὰ τμήματα ὁμοίως δίχα τεμνομένων τῶν περιλειπομένων περιφερειῶν καὶ ἀγομένων ἐφαπτομένων λείψομέν τινα ἀπολείμματα, ἃ ἔσται ἔλάσσονα τοῦ  $Θ$  χωρίου. λελείψθω καὶ ἔστω τὰ  $ΑΜΚ$ ,  $ΚΝΒ$ ,  $ΒΞΑ$ ,  $ΑΟΓ$  ἔλάσσονα ὄντα τοῦ  $Θ$  χωρίου, καὶ ἐπεξεύχθω ἐπὶ τὸ  $Ε$ . πάλιν δὴ φανερόν, ὅτι τὰ  $ΑΗΕ$ ,

1.  $ΑΕΓ$ ]  $ΑΒΓ$  F. 7. περιλειμμάτων] scripsi; περιλημμ. F, vulgo. 11. περιλειμμάτων] scripsi; περιλημμάτων F; περιλημμάτων vulgo. 17.  $ΓΕΖ$ ] scripsi; om. F, vulgo ob praecedens  $ΗΕΖ$ ;  $ΖΕΓ$  ed. Basil., Torellius. 21. περιλειμμάτων] scripsi; περιλημμάτων F (altero  $\mu$  suprascripto manu 1), vulgo.

habentem  $E$  punctum, et superficiem conicam, quae est inter lineas  $AE$ ,  $EG$ , una cum segmento  $AB\Gamma$ , et terminum habeant eandem perimetrum trianguli  $AE\Gamma$ , adparet, superficiem pyramidis praeter triangulum  $AE\Gamma$  maiorem esse conica superficie una cum segmento  $AB\Gamma$  [ $\lambda\alpha\mu\beta$ . 4]. subtrahatur segmentum  $AB\Gamma$  commune. itaque qui reliqui sunt trianguli  $AHE$ ,  $HEZ$ ,  $ZEG$  una cum spatiis relictis  $AHBK$ ,  $BZ\Gamma A$ , maiores sunt superficie conica, quae est inter lineas  $AE$ ,  $EG$  [Eucl. I κοιν. ένν. 5]. spatium autem  $\Theta$  non minus est spatiis relictis  $AHBK$ ,  $BZ\Gamma A$ . itaque trianguli  $AHE$ ,  $HEZ$ ,  $ZEG$  una cum spatio  $\Theta$  multo maiores erunt superficie conica, quae inter lineas  $AE$ ,  $EG$  est. sed [ex hypothesi] sunt:

$$AHE + HEZ + GEZ + \Theta = AE\Delta + \Delta EG.$$

itaque trianguli  $AE\Delta$ ,  $\Delta EG$  maiores erunt conica superficie, quam commemorauimus.

sit igitur  $\Theta$  spatium minus quam spatia relictia. si igitur deinceps polygona circum segmenta<sup>1)</sup> circumscripserimus eodem modo [ut supra p. 40, 2] ambitus relictos in duas partes aequales diidentes et lineas contingentes ducentes, relinquemus quaedam spatia minora spatio  $\Theta$ <sup>2)</sup>. relinquuntur et sint  $AMK$ ,  $KNB$ ,  $B\Xi A$ ,  $AO\Gamma$  minora spatio  $\Theta$ , et lineae ad  $E$  punctam

1) Debat esse τὸ τμήμα, et ex Eutocio adparet, Archimedes lin. 21 scripsisse: περιγράφοντες δὴ πολύγωνα περὶ τὸ τμήμα.

2) Ex prop. 6 p. 24, 8. ceterum ex Eutocio comperimus, Archimedes lin. 24 scripsisse: ἀπομήματα ἐλάσσονα τοῦ  $\Theta$  χωρίου.

24. ἀπολείματα] scripsi; απολιματα F altero  $\mu$  suprascripto manu 1; ἀπολήματα ed. Basil.; ἀπομήματα Torellius.

$HEZ$ ,  $ZEG$  τρίγωνα τῶν  $AEM$ ,  $MEN$ ,  $NEΞ$ ,  $ΞEO$ ,  
 $OEG$  τριγώνων ἔσται μείζονα· αἷ τε γὰρ βάσεις τῶν  
 βάσεών εἰσι μείζους καὶ τὸ ὕψος ἴσον. ἔτι δὲ πάλιν  
 ὁμοίως μείζονα ἔχει ἐπιφάνειαν ἢ πυραμὶς ἢ βάσιν  
 5 μὲν ἔχουσα τὸ  $AMNΞOΓ$  πολύγωνον, κορυφὴν δὲ  
 τὸ  $E$  χωρὶς τοῦ  $AEG$  τριγώνου τῆς κωνικῆς ἐπιφα-  
 νείας τῆς μεταξὺ τῶν  $AEG$  μετὰ τοῦ  $ABΓ$  τμήματος.  
 κοινὸν ἀφηγήσθω τὸ  $ABΓ$  τμήμα. λοιπὰ ἄρα τὰ  
 $AEM$ ,  $MEN$ ,  $NEΞ$ ,  $ΞEO$ ,  $OEG$  τρίγωνα μετὰ τῶν  
 10  $AMK$ ,  $KNB$ ,  $BΞA$ ,  $AOΓ$  περιλειμμάτων μείζονα  
 ἔσται τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν  $AEG$ .  
 ἀλλὰ τῶν μὲν εἰρημένων περιλειμμάτων μείζον ἔστιν  
 τὸ  $\Theta$  χωρίον, τῶν δὲ  $AEM$ ,  $MEN$ ,  $NEΞ$ ,  $ΞEO$ ,  
 $OEG$  τριγώνων μείζονα ἐδείχθη τὰ  $AEH$ ,  $HEZ$ ,  $ZEG$   
 15 τρίγωνα. πολλῶ ἄρα τὰ  $AEH$ ,  $HEZ$ ,  $ZEG$  τρίγωνα  
 μετὰ τοῦ  $\Theta$  χωρίου, τουτέστι τὰ  $AΔE$ ,  $ΔEG$  τρίγωνα,  
 μείζονά ἐστιν τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν  
 $AEG$  εὐθειῶν.

ια'.

- 20 Ἐὰν ἐν ἐπιφανείᾳ ὀρθοῦ κυλίνδρου δύο εὐθελαι  
 ᾧσιν, ἢ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου ἢ μεταξὺ τῶν εὐ-  
 θειῶν μείζων ἔστιν τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ περι-  
 εχομένου ὑπὸ τε τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου  
 εὐθειῶν καὶ τῶν ἐπιζευγνουσῶν τὰ πέρατα αὐτῶν.  
 25 ἔστω κύλινδρος ὀρθός, οὗ βάσις μὲν ὁ  $AB$  κύκλος,  
 ἀπεναντίον δὲ ὁ  $ΓΔ$ , καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ  $ΑΓ$ ,  $ΒΔ$ .

3. καὶ τὸ ὕψος om. F, vulgo; τὸ δὲ ὕψος ed. Basil., Torellius.

10. περιλημμάτων F, vulgo. 12. περιλειμμάτων] scripsi;  
 περιλιματων F; περιλημμάτων vulgo. 14.  $AEH$ ]  $ΔEH$  F;  
 corr. Torellius. 16.  $ΔEG$ ]  $ΔEC$  F. 19. ιβ' F.

ducantur<sup>1)</sup>. rursus igitur adparet, triangulos  $AHE$ ,  $HEZ$ ,  $ZEG$  maiores futuros esse triangulis  $AEM$ ,  $MEN$ ,  $NEΞ$ ,  $ΞEO$ ,  $OEG$ ; nam bases maiores sunt basibus [ $\lambda\alpha\mu\beta$ . 2], et altitudines aequales [u. p. 41, 8]. porro autem rursus, uti supra [p. 42, 1], pyramis basim habens polygonum  $AMNΞOΓ$ , uerticem autem  $E$  punctum praeter triangulum  $AEG$  superficiem maiorem habet conici superficie, quae est inter lineas  $AE$ ,  $EG$ , cum segmento  $ABΓ$  [ $\lambda\alpha\mu\beta$ . 4]. subtrahatur, quod commune est segmentum  $ABΓ$ . itaque qui relinquuntur trianguli  $AEM$ ,  $MEN$ ,  $NEΞ$ ,  $ΞEO$ ,  $OEG$  cum spatiis relictis  $AMK$ ,  $KNB$ ,  $BΞA$ ,  $AOΓ$ , maiores erunt conica superficie, quae est inter lineas  $AE$ ,  $EG$  [Eucl. I  $\kappa\omicron\iota\nu$ .  $\acute{\epsilon}\nu\nu$ . 5]. sed spatiis relictis, quae commemorauimus, maius est spatium  $\Theta$  [ex hypothesis], et demonstratum est, triangulis  $AEM$ ,  $MEN$ ,  $NEΞ$ ,  $ΞEO$ ,  $OEG$  maiores esse triangulos  $AEH$ ,  $HEZ$ ,  $ZEG$ . itaque trianguli  $AEH$ ,  $HEZ$ ,  $ZEG$  cum  $\Theta$  spatio, h. e. trianguli  $A\Delta E$ ,  $\Delta EΓ$ , multo maiores sunt superficie conica, quae est inter lineas  $AE$ ,  $EG$ .

## XI.

Si in superficie cylindri recti duae lineae sunt, superficies cylindri, quae inter eas est, maior est parallelogrammo, quod a lineis in superficie cylindri ductis et lineis terminos earum iungentibus continetur.

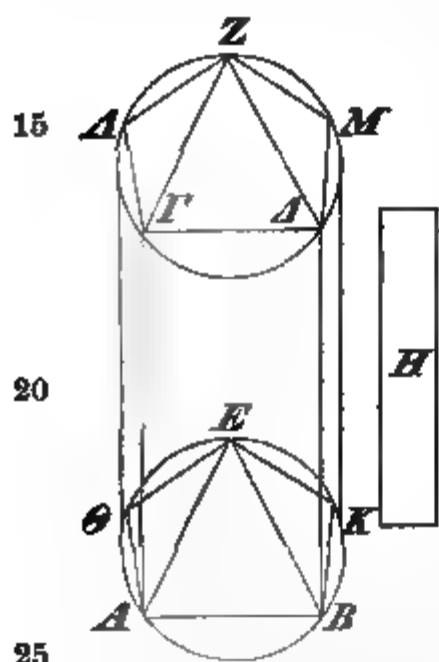
sit cylindrus rectus, cuius basis sit circulus  $AB$ , ei autem oppositus  $ΓA$  circulus, et ducantur lineae  $AΓ$ ,

---

1) Archimedes scripserat:  $\acute{\epsilon}\pi\epsilon\zeta\epsilon\nu\chi\theta\omega\sigma\alpha\nu$  p. 42, 25; de omisso uerbo  $\acute{\epsilon}\nu\theta\epsilon\iota\alpha\iota$  cfr. quae collegi Neue Jahrb. Suppl. XI p. 372.

λέγω, ὅτι ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρική ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν  $ΑΓ$ ,  $ΒΔ$  εὐθειῶν μείζων ἐστὶν τοῦ  $ΑΓΒΔ$  παραλληλογράμμου.

τετμήσθω γὰρ ἑκατέρα τῶν  $ΑΒ$ ,  $ΓΔ$  δίχα κατὰ  
 5 τὰ  $Ε$ ,  $Ζ$  σημεῖα, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $ΑΕ$ ,  $ΕΒ$ ,  $ΓΖ$ ,  
 $ΖΔ$ . καὶ ἐπεὶ αἱ  $ΑΕ$ ,  $ΕΒ$  τῆς  $ΑΒ$  [διαμέτρου] μεί-  
 ζους εἰσὶν, καὶ ἐστὶν ἰσούψη τὰ παραλληλόγραμμα τὰ  
 ἐπ' αὐτῶν, μείζονα οὖν ἐστὶν τὰ παραλληλόγραμμα,  
 ὧν [αἱ] βάσεις μὲν αἱ  $ΑΕ$ ,  $ΕΒ$ , ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ  
 10 κυλίνδρῳ, τοῦ  $ΑΒΔΓ$  παραλληλογράμμου. τίτι ἄρα  
 μείζονά ἐστιν; ἔστω τῷ  $Η$  χωρίῳ. τὸ δὲ  $Η$  χωρίον  
 ἦτοι ἔλασσον τῶν  $ΑΕ$ ,  $ΕΒ$ ,  $ΓΖ$ ,  $ΖΔ$  ἐπιπέδων ἐστὶ



15 τμημάτων ἢ οὐκ ἔλασσον. ἔστω  
 πρότερον μὴ ἔλασσον. καὶ ἐπεὶ  
 ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρική ἐπι-  
 φάνεια ὑπὸ τῶν  $ΑΓ$ ,  $ΒΔ$  εὐθειῶν  
 καὶ τὰ  $ΑΕΒ$ ,  $ΓΖΔ$  τμήματα  
 20 πέρασ ἔχει τὸ τοῦ  $ΑΓΒΔ$  παρ-  
 αλληλογράμμου ἐπίπεδον, ἀλλὰ  
 καὶ ἡ συγκειμένη ἐπιφάνεια ἐκ  
 τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βά-  
 σεις μὲν αἱ  $ΑΕ$ ,  $ΕΒ$ , ὕψος δὲ  
 τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, καὶ τῶν  
 $ΑΕΒ$ ,  $ΓΖΔ$  τριγῶνων πέρασ ἔχει  
 25 τὸ τοῦ  $ΑΒΔΓ$  παραλληλογράμ-  
 μου ἐπίπεδον, καὶ ἡ ἑτέρα τὴν ἑτέραν περιλαμβάνει, καὶ  
 ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλαί εἰσιν, μείζων οὖν ἐστὶν

2.  $ΑΓΔΒ$  Torellius. 4.  $ΓΔ$ ] περιφερειῶν add. ed. Ba-  
 sil., Torellius. 6. διάμετρον, per se falsum, sed ad figuram  
 codicum accommodatum, om. ed. Basil., Torellius. 9. αἱ]  
 deleo. βάσεις] βασ cum compendio syllabae ις vel ης F.  
 16. ἡ] addidi. 17. τμήματα] τριγωνα F; corr. Torellius.

$B\Delta$ . dico, superficiem cylindricam lineis  $A\Gamma$ ,  $B\Delta$  abscisam maiorem esse parallelogrammo  $A\Gamma B\Delta$ .

secetur enim uterque [ambitus]<sup>1)</sup>  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  in duas partes aequales punctis  $E$ ,  $Z$ , et ducantur lineae  $AE$ ,  $EB$ ,  $\Gamma Z$ ,  $Z\Delta$ . et quoniam  $AE + EB > AB$  [Eucl. I, 20], et parallelogramma in iis posita eandem habent altitudinem [quia rectus est cylindrus], parallelogramma igitur, quorum bases sunt lineae  $AE$ ,  $EB$ , altitudo uero eadem, quae cylindri est, maiora sunt  $AB\Delta\Gamma$  parallelogrammo [Eucl. VI, 1]. quo autem spatio maiora sunt, sit  $H$  spatium.<sup>2)</sup> Itaque spatium  $H$  aut minus est segmentis planis  $AE$ ,  $EB$ ,  $\Gamma Z$ ,  $Z\Delta$ , aut non minus. prius sit ne minus. et quoniam superficies cylindrica lineis  $A\Gamma$ ,  $B\Delta$  abscisa cum segmentis  $AEB$ ,  $\Gamma Z\Delta$  terminum habet planum parallelogrammi  $A\Gamma B\Delta$ , superficies autem ex parallelogrammis, quorum bases sunt  $AE$ ,  $EB$  lineae, altitudo autem eadem, quae cylindri est, et ex triangulis  $AEB$ ,  $\Gamma Z\Delta$  composita et ipsa terminum habet planum parallelogrammi  $AB\Delta\Gamma$ , et altera alteram comprehendit, et utraque in eandem partem caua est,

1) Hoc uerbum Archimedes ipse uix omiserat, praesertim cum eo non addito  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  necessario de lineis rectis acciperentur.

2) Formam horum uerborum (lin. 10—11) putidam genuinam non esse, nemo non sentit. puto Archimedes, ut prop. 10 p. 40, 16, scripsisse:  $\omega\delta\epsilon\ \mu\epsilon\lambda\lambda\omicron\nu\acute{\alpha}\ \acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ ,  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\omega\ \tau\omicron\ \eta\ \chi\omega\rho\acute{\iota}\omicron\nu$ . Etiam in sequentibus hic illic quaedam a falsario addita esse suspicor.

18.  $AB\Delta\Gamma$  Torellius. 21.  $\beta\acute{\alpha}\sigma\epsilon\iota\varsigma$ ]  $\beta\alpha\sigma\iota\varsigma$  F; corr. Torellius (BD? cfr. Torellius p. 432 ad 84, 19). 23.  $\tau\acute{\omega}\nu$ ] scripsi;  $\tau\alpha$  F, uulgo. 24.  $\tau\rho\iota\gamma\acute{\omega}\nu\omega\nu$ ] scripsi;  $\epsilon\pi\iota\pi\epsilon\delta\alpha$  F;  $\tau\rho\acute{\iota}\gamma\omega\nu\alpha$  BD, ed. Basil., Torellius. 26.  $\eta$ ] addidi. 27.  $\kappa\omicron\iota\lambda\alpha$  F; corr. B.

ἀποτεμνομένη κυλινδρική ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν  $ΑΓ, ΒΔ$   
 εὐθειῶν καὶ τὰ  $ΑΕΒ, ΓΖΔ$  ἐπίπεδα τμήματα τῆς  
 συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τῶν παραλληλογράμμων,  
 ὧν [αί] βάσεις μὲν αἱ  $ΑΕ, ΕΒ$ , ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ  
 5 κυλίνδρῳ, καὶ τῶν  $ΑΕΒ, ΓΖΔ$  τριγώνων. κοινὰ  
 ἀφηρήσθω τὰ  $ΑΕΒ, ΓΖΔ$  τρίγωνα. λοιπὴ οὖν ἡ  
 ἀποτεμνομένη κυλινδρική ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν  $ΑΓ, ΒΔ$   
 εὐθειῶν καὶ τὰ  $ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ$  ἐπίπεδα τμήματα  
 μείζονά ἐστι τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τῶν παρ-  
 10 αλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ  $ΑΕ, ΕΒ$ , ὕψος δὲ  
 τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. τὰ δὲ παραλληλόγραμμα, ὧν  
 βάσεις μὲν αἱ  $ΑΕ, ΕΒ$ , ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίν-  
 δρῳ, ἴσα ἐστὶν τῷ  $ΑΓΒΔ$  παραλληλογράμμῳ καὶ τῷ  
 $Η$  χωρίῳ. λοιπὴ ἄρα ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρική ἐπι-  
 15 φάνεια ὑπὸ τῶν  $ΑΓ, ΒΔ$  εὐθειῶν μείζων ἐστὶ τοῦ  
 $ΑΓΒΔ$  παραλληλογράμμου.

ἀλλὰ δὴ ἔστω ἔλασσον τὸ  $Η$  χωρίον τῶν  $ΑΕ, ΕΒ,$   
 $ΓΖ, ΖΔ$  ἐπιπέδων τμημάτων· καὶ τετμήσθω ἐκάστη  
 τῶν  $ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ$  περιφερειῶν δίχα κατὰ τὰ  
 20  $Θ, Κ, Λ, Μ$  σημεῖα, καὶ ἐπέξεύχθωσαν αἱ  $ΑΘ, ΘΕ,$   
 $ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ$  [τῶν δὲ  $ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ,$   
 $ΖΔ$  ἄρα ἐπιπέδων τμημάτων ἀφαιρεῖται οὐκ ἔλασσον  
 ἢ τὸ ἡμισυ τὰ  $ΑΘΕ, ΕΚΒ, ΓΛΖ, ΖΜΔ$  τρίγωνα].  
 τούτου οὖν ἐξῆς γινομένου καταλειφθήσεταιί τινα τμή-  
 25 ματα, ἃ ἔσται ἐλάσσονα τοῦ  $Η$  χωρίου. καταλείψθω  
 καὶ ἔστω τὰ  $ΑΘ, ΘΕ, ΕΚ, ΚΒ, ΓΛ, ΛΖ, ΖΜ, ΜΔ$ .

4. αἱ] deleo. βάσεις] βασ cum compendio ις uel ης F.  
 τό] τω F. αὐτό] αυτω F, sed corr. man. 1. 6. αφαιρησθω  
 F; corr. Torellius. ΑΕΒ] ΕΒ F. 8. εὐθειῶν] ευθεια F.

10. βάσεις ut lin. 4 F. 11. τῷ] om. F; corr. AB.  
 12. βάσεις] βασίς F; corr. BD. αὐτὸ τῷ] scripsi ex B; τῷ  
 om. F, uulgo. 13. ΑΓΔΒ Torellius. 16. ΑΓΔΒ Torellius.



maior igitur est superficies cylindrica lineis  $AG$ ,  $B\Delta$  abscisa cum segmentis planis  $AEB$ ,  $\Gamma Z\Delta$ , quam superficies ex parallelogrammis, quorum bases sunt  $AE$ ,  $EB$  lineae, altitudo autem eadem, quae cylindri est, et triangulis  $AEB$ ,  $\Gamma Z\Delta$  composita [ $\lambda\alpha\mu\beta$ . 4]. subtrahantur trianguli  $AEB$ ,  $\Gamma Z\Delta$  communes. itaque quae relinquitur superficies cylindrica lineis  $AG$ ,  $B\Delta$  abscisa cum segmentis planis  $AE$ ,  $EB$ ,  $\Gamma Z$ ,  $Z\Delta$ , maior est superficie ex parallelogrammis composita, quorum bases sunt lineae  $AE$ ,  $EB$ , altitudo autem eadem, quae cylindri est. haec autem parallelogramma aequalia sunt parallelogrammo  $AGB\Delta$  una cum spatio  $H$  [ex hypothesi]. itaque quae relinquitur superficies cylindrica lineis  $AG$ ,  $B\Delta$  abscisa, maior est parallelogrammo  $AGB\Delta$ .<sup>1)</sup>

sed rursus sit spatium  $H$  minus segmentis planis  $AE$ ,  $EB$ ,  $\Gamma Z$ ,  $Z\Delta$ . et secentur ambitus  $AE$ ,  $EB$ ,  $\Gamma Z$ ,  $Z\Delta$  omnes in duas partes aequales punctis  $\Theta$ ,  $K$ ,  $\Lambda$ ,  $M$ , et ducantur lineae  $A\Theta$ ,  $\Theta E$ ,  $EK$ ,  $KB$ ,  $\Gamma\Lambda$ ,  $\Lambda Z$ ,  $ZM$ ,  $M\Delta$ .<sup>2)</sup> quod si deinceps fecerimus, relinquentur segmenta quaedam, quae minora erunt spatio  $H$ . relinquantur et sint  $A\Theta$ ,  $\Theta E$ ,  $EK$ ,  $KB$ ,  $\Gamma\Lambda$ ,  $\Lambda Z$ ,  $ZM$ ,  $M\Delta$  segmenta. similiter igitur<sup>3)</sup> demonstrabimus paralle-

1) Quia ex hypothesi  $H \supseteq AE + EB + \Gamma Z + Z\Delta$  segmentis.

2) Uerba, quae sequuntur: τῶν δέ lin. 21 — τρίγωνα lin. 23 subditiua sunt. Archimedes tacite usus erat prop. 6 p. 24, 6, ubi de ea ipsa re, de qua in uerbis subditiuis agitur, Euclides citatur, demonstratione propria non addita; nec apud Archimedem quidquam inuenitur, unde colligatur

$A\Theta E + EK B + \Gamma\Lambda Z + ZM\Delta \supseteq \frac{1}{2}(AE + EB + \Gamma Z + Z\Delta)$ . praeterea offendunt particulae δέ et ἄρα coniunctae.

3) Sc. ac supra p. 46, 8 ex Eucl. I, 20; VI, 1.

ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι τὰ παραλληλόγραμμα, ὧν βάσεις  
 μὲν αἰ  $A\Theta$ ,  $\Theta E$ ,  $E K$ ,  $K B$ , ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυ-  
 λίνδρῳ, μείζονα ἔσται τῶν παραλληλογράμμων, ὧν  
 βάσεις μὲν αἰ  $A E$ ,  $E B$ , ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίν-  
 5 δρῳ. καὶ ἐπεὶ ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρική ἐπιφάνεια  
 ὑπὸ τῶν  $A\Gamma$ ,  $B\Delta$  εὐθειῶν καὶ τὰ  $A E B$ ,  $\Gamma Z \Delta$  ἐπί-  
 πεδα τμήματα πέρασ ἔχει τὸ τοῦ  $A\Gamma B\Delta$  παραλληλο-  
 γράμμου ἐπίπεδον, ἀλλὰ καὶ ἡ συγκειμένη ἐπιφάνεια  
 ἐκ τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἰ  $A\Theta$ ,  
 10  $\Theta E$ ,  $E K$ ,  $K B$ , ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, καὶ  
 τῶν  $A\Theta E K B$ ,  $\Gamma \Lambda Z M \Delta$  εὐθύγραμμων, κοινὰ ἀφ-  
 ηρήσθω τὰ  $A\Theta E K B$ ,  $\Gamma \Lambda Z M \Delta$  εὐθύγραμμα· λοιπὴ  
 ἄρα ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρική ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν  
 $A\Gamma$ ,  $B\Delta$  εὐθειῶν καὶ τὰ  $A\Theta$ ,  $\Theta E$ ,  $E K$ ,  $K B$ ,  $\Gamma \Lambda$ ,  
 15  $\Lambda Z$ ,  $Z M$ ,  $M \Delta$  ἐπίπεδα τμήματα μείζονά ἐστὶν τῆς  
 συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τῶν παραλληλογράμμων,  
 ὧν βάσεις μὲν αἰ  $A\Theta$ ,  $\Theta E$ ,  $E K$ ,  $K B$ , ὕψος δὲ τὸ  
 αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. τὰ δὲ παραλληλόγραμμα, ὧν βά-  
 σεις μὲν αἰ  $A\Theta$ ,  $\Theta E$ ,  $E K$ ,  $K B$ , ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ  
 20 κυλίνδρῳ, μείζονά ἐστὶν τῶν παραλληλογράμμων, ὧν  
 βάσεις μὲν αἰ  $A E$ ,  $E B$ , ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίν-  
 δρῳ· καὶ ἡ ἀποτεμνομένη ἄρα κυλινδρική ἐπιφάνεια  
 ὑπὸ τῶν  $A\Gamma$ ,  $B\Delta$  εὐθειῶν καὶ τὰ  $A\Theta$ ,  $\Theta E$ ,  $E K$ ,  
 $K B$ ,  $\Gamma \Lambda$ ,  $\Lambda Z$ ,  $Z M$ ,  $M \Delta$  ἐπίπεδα τμήματα μείζονά  
 25 ἐστὶν τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἰ  $A E$ ,

1. των παραλληλογραμμων F; corr. ed. Basil. βασις F;  
 corr. BD. 3. τα παραλληλογραμμα F; corr. Cr., ed. Basil. 4.  
 βασις F. τῷ om. F. 7.  $A\Gamma\Delta B$  Torellius. 9. βάσεις]  
 βασις F; corr. BD. ὧν βάσεις μὲν in rasura F. 11. κονα  
 F; corr. manus 2. 17. βασ cum compendio ις uel ης F; corr.  
 BD. 18. τῷ om. F. βασις F; corr. BD. 21. βάσεις  
 ut lin. 17 F; corr. BD. αἰ om. F. 25. βάσεις ut lin. 17  
 F; corr. BD.

logramma, quorum bases sint  $A\Theta$ ,  $\Theta E$ ,  $EK$ ,  $KB$ , altitudo autem eadem, quae cylindri est, maiora futura esse parallelogrammis, quorum bases sint lineae  $AE$ ,  $EB$ , altitudo autem eadem, quae cylindri est. et quoniam superficies cylindrica lineis  $A\Gamma$ ,  $B\Delta$  abscisa cum segmentis planis  $AEB$ ,  $\Gamma Z\Delta$  terminum habet planum parallelogrammi  $A\Gamma B\Delta$ , superficies autem ex parallelogrammis, quorum bases sunt lineae  $A\Theta$ ,  $\Theta E$ ,  $EK$ ,  $KB$ , altitudo autem eadem, quae cylindri est, et figuris rectilineis  $A\Theta EK B$ ,  $\Gamma\Lambda Z M\Delta$  composita [et ipsa terminum habet planum parallelogrammi  $A\Gamma B\Delta$ , maior igitur est superficies cylindrica lineis  $A\Gamma$ ,  $B\Delta$  abscisa cum segmentis planis  $AEB$ ,  $\Gamma Z\Delta$  superficie ex parallelogrammis, quorum bases sunt lineae  $A\Theta$ ,  $\Theta E$ ,  $EK$ ,  $KB$ , altitudo autem eadem, quae cylindri est, et figuris rectilineis  $A\Theta EK B$ ,  $\Gamma\Lambda Z M\Delta$  composita (*λαμβ. 4*)].<sup>1)</sup> subtrahantur figurae  $A\Theta EK B$ ,  $\Gamma\Lambda Z M\Delta$  communes. itaque quae relinquitur superficies cylindrica lineis  $A\Gamma$ ,  $B\Delta$  abscisa cum segmentis planis  $A\Theta$ ,  $\Theta E$ ,  $EK$ ,  $KB$ ,  $\Gamma\Lambda$ ,  $\Lambda Z$ ,  $ZM$ ,  $M\Delta$ , maior est superficie cylindrica ex parallelogrammis composita, quorum bases sunt lineae  $A\Theta$ ,  $\Theta E$ ,  $EK$ ,  $KB$ , altitudo autem eadem, quae cylindri est. haec autem parallelogramma maiora sunt parallelogrammis, quorum bases sunt lineae  $AE$ ,  $EB$ , altitudo autem

1) Post *εὐθυγράμων* lin. 11 aut a transcriptore aut a librariis haec fere omissa esse puto: *πέρας ἔχει τὸ τοῦ  $A\Gamma B\Delta$  παραλληλογράμου ἐπίπεδον, μείζων οὖν ἐστὶν ἢ ἀποτεμνομένη κυλινδρική ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν  $A\Gamma$ ,  $B\Delta$  εὐθειῶν καὶ τὰ  $AEB$ ,  $\Gamma Z\Delta$  ἐπίπεδα τμήματα τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τῶν παραλληλογράμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ  $A\Theta$ ,  $\Theta E$ ,  $EK$ ,  $KB$ , ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, καὶ τῶν  $A\Theta EK B$ ,  $\Gamma\Lambda Z M\Delta$  εὐθυγράμων (cfr. p. 46—48).*

$EB$ , ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. τὰ δὲ παρα-  
 ληλόγραμμα, ὧν βάσεις μὲν αἱ  $AE$ ,  $EB$ , ὕψος δὲ  
 τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, ἴσα ἐστὶν τῷ  $A\Delta\Gamma B$  παραλληλο-  
 γράμμῳ καὶ τῷ  $H$  χωρίῳ· καὶ ἡ ἀποτεμνομένη ἄρα  
 5 κυλινδρική ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν  $AG$ ,  $B\Delta$  εὐθειῶν καὶ  
 τὰ  $A\Theta$ ,  $\Theta E$ ,  $EK$ ,  $KB$ ,  $\Gamma\Delta$ ,  $\Lambda Z$ ,  $ZM$ ,  $M\Delta$  ἐπίπεδα  
 τμήματα μείζονά ἐστὶν τοῦ  $A\Gamma B\Delta$  παραλληλογράμμου  
 καὶ τοῦ  $H$  χωρίου. ἀφαιρεθέντων δὲ τὰ  $A\Theta$ ,  $\Theta E$ ,  
 $EK$ ,  $KB$ ,  $\Gamma\Delta$ ,  $\Lambda Z$ ,  $ZM$ ,  $M\Delta$  τμήματα τοῦ  $H$  χωρίου  
 10 ἐλάσσονα. λοιπὴ ἄρα ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρική ἐπιφά-  
 νεια ὑπὸ τῶν  $AG$ ,  $B\Delta$  εὐθειῶν μείζων ἐστὶν τοῦ  
 $A\Gamma B\Delta$  παραλληλογράμμου.

ιβ.

Ἐὰν ἐν ἐπιφανείᾳ κυλίνδρου τινὸς ὀρθοῦ δύο εὐ-  
 15 θεῖαι ὧσιν, ἀπὸ δὲ τῶν περάτων τῶν εὐθειῶν ἄχθῶ-  
 σίν τινες ἐπιψάουσαι τῶν κύκλων, οἳ εἰσὶν βάσεις  
 τοῦ κυλίνδρου, ἐν τῷ ἐπιπέδῳ αὐτῶν οὔσαι καὶ συμ-  
 πέσωσιν, τὰ παραλληλόγραμμα τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τε  
 τῶν ἐπιψανουσῶν καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου  
 20 μείζονα ἔσται τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου τῆς με-  
 ταξὺ τῶν εὐθειῶν τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου.

ἔστω κυλίνδρου τινὸς ὀρθοῦ βᾶσις ὁ  $AB\Gamma$  κύκλος,  
 καὶ ἔστωσαν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ δύο εὐθεῖαι, ὧν  
 πέρατα τὰ  $A$ ,  $\Gamma$ · ἀπὸ δὲ τῶν  $A$ ,  $\Gamma$  ἤχθωσαν ἐπιψά-  
 25 ούσαι τοῦ κύκλου ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὔσαι καὶ  
 συμπιπέτωσαν κατὰ τὸ  $H$ . νοείσθωσαν δὲ καὶ ἐν τῇ

2. βᾶσις F. 3.  $A\Delta\Gamma B$ ]  $FB^*$ ;  $A\Delta B\Gamma$   $C^*$ ;  $A\Gamma\Delta B$  vulgo.  
 παραλληλογράμμα  $FC$ . 8. ἀφαιρεθέντων] scripsi; αφαιρεθεντα  
 F, vulgo. 10. λοιπον F; corr. B. 12.  $A\Gamma\Delta B$  Torellius.  
 13. ιγ' F. 16. βᾶσις] βασ cum compendio is uel ης F; corr. D.

eadem, quae cylindri est. itaque etiam superficies cylindrica lineis  $AG$ ,  $B\Delta$  abscisa et segmenta plana  $A\Theta$ ,  $\Theta E$ ,  $EK$ ,  $KB$ ,  $\Gamma\Lambda$ ,  $\Lambda Z$ ,  $ZM$ ,  $M\Delta$  maiora sunt parallelogrammis, quorum bases sunt  $AE$ ,  $EB$  lineae, altitudo autem eadem, quae cylindri est. haec autem parallelogramma aequalia sunt parallelogrammo  $AGB\Delta$  et spatio  $H$  [ex hypothesis]. itaque etiam superficies cylindrica lineis  $AG$ ,  $B\Delta$  abscisa cum segmentis planis  $A\Theta$ ,  $\Theta E$ ,  $EK$ ,  $KB$ ,  $\Gamma\Lambda$ ,  $\Lambda Z$ ,  $ZM$ ,  $M\Delta$  maior est parallelogrammo  $AGB\Delta$  cum  $H$  spatio. subtrahantur autem segmenta  $A\Theta$ ,  $\Theta E$ ,  $EK$ ,  $KB$ ,  $\Gamma\Lambda$ ,  $\Lambda Z$ ,  $ZM$ ,  $M\Delta$  minora spatio  $H$  [p. 48, 25]. itaque quae relinquitur superficies cylindrica lineis  $AG$ ,  $B\Delta$  abscisa, maior est parallelogrammo  $AGB\Delta$ .

## XII.

Si in superficie cylindri recti duae lineae datae sunt, et a terminis linearum ducuntur lineae circulos contingentes, qui bases sunt cylindri, in plano circulorum positae, et concurrunt<sup>1)</sup>, parallelogramma, quae lineis contingentibus et lateribus cylindri continentur, maiora erunt superficie cylindri, quae inter lineas est in superficie cylindri ductas.

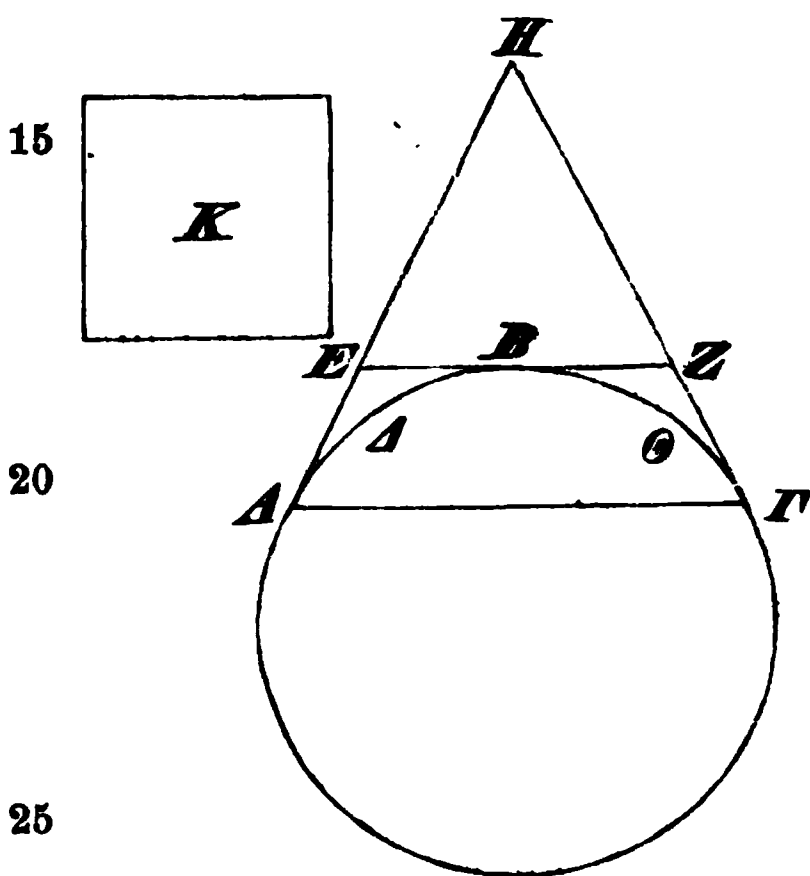
sit circulus  $AB\Gamma$  basis cylindri recti, et in superficie eius duae lineae datae sint, quarum termini sint  $A$ ,  $\Gamma$  puncta. ab  $A$ ,  $\Gamma$  autem punctis ducantur lineae circulum contingentes in eodem plano positae, et concurrant in puncto  $H$ . fingantur autem etiam in altera

---

1) Prop. 10 p. 38, 13 erat: καὶ συμπιπτονσαι.

ἑτέρα βάσει τοῦ κυλίνδρου ἀπὸ τῶν περάτων τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ εὐθεῖαι ἡγμέναι ἐπιψάνουσαι τοῦ κύκλου. δεικτέον, ὅτι τὰ παραλληλόγραμμα τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν ἐπιψανουσῶν καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου  
 5 μείζονά ἐστι τῆς κατὰ τὴν  $ABΓ$  περιφέρειαν ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου.

ἤχθω γὰρ ἡ  $EZ$  ἐπιψάνουσα, καὶ ἀπὸ τῶν  $E, Z$  σημείων ἤχθωσάν τινες εὐθεῖαι παρὰ τὸν ἄξονα τοῦ κυλίνδρου ἕως τῆς ἐπιφανείας τῆς ἑτέρας βάσεως. τὰ  
 10 δὴ παραλληλόγραμμα τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν  $AH, HΓ$  καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου μείζονά ἐστι τῶν παραλληλογράμων τῶν περιεχομένων ὑπὸ τε τῶν  $AE,$



$EZ, ZΓ$  καὶ τῆς πλευρᾶς τοῦ κυλίνδρου [ἐπεὶ γὰρ αἱ  $EH, HZ$  τῆς  $EZ$  μείζους εἰσὶν, κοιναὶ προσκείσθωσαν αἱ  $AE, ZΓ$ . ὅλαι ἄρα αἱ  $HA, HΓ$  μείζους εἰσὶν τῶν  $AE, EZ, ZΓ$ ]. ὅ δὴ μείζονά ἐστιν, ἔστω τὸ  $K$  χωρίον. τοῦ δὴ  $K$  χωρίου τὸ ἥμισυ ἦτοι μείζόν ἐστι τῶν σχημάτων τῶν περιεχομένων ὑπὸ τῶν  $AE, EZ,$

$ZΓ$  εὐθειῶν καὶ τῶν  $AΔ, ΔB, BΘ, ΘΓ$  περιφερειῶν

1. περάτων τῶν] τῶν om. F; corr. Torellius. 2. Post ἐπιφανείᾳ fortasse addendum est εὐθειῶν, cogitatione saltem.  
 13. τῶν πλευρῶν Cr., ed. Basil., Torellius. 16. εἰσὶν] εἶναι F; corr. B. κοιναὶ F; corr. manus 2 (?).

basi cylindri a terminis linearum in superficie ductarum lineae circulum contingentes ductae. demonstrandum, parallelogramma, quae lineis contingentibus et lateribus cylindri contineantur, maiora esse superficie cylindrica in ambitu  $AB\Gamma$  posita.

ducatur enim  $EZ$  linea contingens<sup>1)</sup>, et a punctis  $E, Z$  ducantur lineae axi cylindri parallelae usque ad<sup>2)</sup> superficiem<sup>3)</sup> alterius basis. itaque parallelogramma, quae lineis  $AH, H\Gamma$  et lateribus cylindri continentur, maiora sunt parallelogrammis, quae lineis  $AE, EZ, Z\Gamma$  et latere cylindri continentur.<sup>4)</sup> quo igitur maiora sunt spatium, sit  $K$  spatium. itaque dimidium spatii  $K$  aut maius est figuris, quae lineis  $AE, EZ, Z\Gamma$  et arcibus  $A\Delta, \Delta B, B\Theta, \Theta\Gamma$  continentur, aut non maius. sit prius maius. superficiei autem, quae composita est ex parallelogrammis in lineis  $AE, EZ,$

1) Post *ἐπιψαύουσα* lin. 7 Nizze addi vult: *διχα τμηθείσης τῆς  $AB\Gamma$  περιφερείας κατὰ τὸ  $B$* , et fortasse sic scripserat Archimedes.

2) Archimedes ipse particula *ἕως* hoc modo non utitur; quare puto eam a transcriptore pro *ἕστει πρὸς* uel *μέχρι* suppositam esse (Quaest. Arch. p. 70).

3) Puto Archimedem aut *τῆς ἐπιφανείας* omisisse aut *τοῦ ἐπιπέδου* scripsisse; neque enim apte commemoratur *ἡ ἐπιφάνεια τῆς βάσεως*, quasi *ἡ βάση* solida sit.

4) Nam  $EH + HZ > EZ$  (Eucl. I, 20)

$$\frac{AE + Z\Gamma = AE + Z\Gamma}{AH + H\Gamma > AE + EZ + Z\Gamma.}$$

itaque cum altitudo eadem sit, parallelogramma, quorum bases sunt  $AH, H\Gamma$ , maiora sunt parallelogrammis, quorum bases sunt  $AE, EZ, Z\Gamma$  (Eucl. VI, 1). sed quae in Graecis addita sunt verba lin. 14—20, ualde mihi suspecta sunt, quia Archimedes causam, qua nititur aliquid, praemittere solet, non postea addere. etiam in sequentibus fortasse quaedam addita, quaedam mutata sunt.

ἢ οὐ. ἔστω πρότερον μείζον. τῆς δὲ ἐπιφανείας τῆς  
 συγκειμένης ἐκ τῶν παραλληλογράμμων τῶν κατὰ τὰς  
 ΑΕ, ΕΖ, ΖΓ καὶ τοῦ ΑΕΖΓ τραπεζίου καὶ τοῦ  
 κατεναντίον αὐτοῦ ἐν τῇ ἑτέρᾳ βάσει τοῦ κυλίνδρου  
 5 πέρασ ἐστὶν ἡ περίμετρος τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ  
 κατὰ τὴν ΑΓ. ἔστιν δὲ καὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς συγ-  
 κειμένης ἐκ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου τῆς κατὰ  
 τὴν ΑΒΓ περιφέρειαν καὶ τῶν τμημάτων τοῦ τε ΑΒΓ  
 καὶ τοῦ ἀπεναντίον αὐτοῦ πέρασ ἡ αὐτὴ περίμετρος.  
 10 αἱ οὖν εἰρημέναι ἐπιφάνειαι τὸ αὐτὸ πέρασ ἔχουσαι  
 τυγχάνουσιν, ὅπερ ἐστὶν ἐν ἐπιπέδῳ, καὶ εἰσὶν ἀμφοτέραι  
 ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ τινὰ μὲν περιλαμβάνει ἢ ἑτέρα  
 αὐτῶν, τινὰ δὲ κοινὰ ἔχουσιν· ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἡ  
 περιλαμβανομένη· ἀφαιρεθέντων οὖν κοινῶν τοῦ τε  
 15 ΑΒΓ τμήματος καὶ τοῦ ἀπεναντίον αὐτοῦ ἐλάσσων  
 ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου ἢ κατὰ τὴν ΑΒΓ περι-  
 φέρειαν τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τε τῶν παραλληλο-  
 γράμμων τῶν κατὰ τὰς ΑΕ, ΕΖ, ΖΓ καὶ τῶν σχημάτων  
 τῶν ΑΕΒ, ΒΖΓ καὶ τῶν ἀπεναντίον αὐτῶν. αἱ δὲ τῶν  
 20 εἰρημένων παραλληλογράμμων ἐπιφάνειαι μετὰ τῶν  
 εἰρημένων σχημάτων ἐλάττους εἰσὶν τῆς ἐπιφανείας  
 τῆς συγκειμένης ἐκ τῶν παραλληλογράμμων τῶν κατὰ  
 τὰς ΑΗ, ΗΓ [μετὰ γὰρ τοῦ Κ μείζονος ὄντος τῶν  
 σχημάτων ἴσαι ἦσαν αὐτοῖς]. δῆλον οὖν, ὅτι τὰ παρ-  
 25 αλληλόγραμμα τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν ΑΗ, ΓΗ καὶ  
 τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου μείζονά ἐστι τῆς ἐπιφανείας  
 τοῦ κυλίνδρου τῆς κατὰ τὴν ΑΒΓ περιφέρειαν. εἰ δὲ  
 μή ἐστι μείζον τὸ ἥμισυ τοῦ Κ χωρίου τῶν εἰρημένων

3. τραπεζίου F. 4. κατεναντίον] ἀπεναντίον? ἐν τῇ om.  
 F; corr. A. 13. ἐλάσσων] ελασσῶ F. 17. περιφερειας F per  
 compendium; corr. A. 19. ΑΕΒ, ΒΖΓ] ΑΕ, ΕΒ, ΒΖ, ΖΓ F;



$Z\Gamma$  positis et trapezio  $AEZ\Gamma$  et trapezio ei opposito, quod in altera basi est cylindri, terminus est perimetris parallelogrammi in linea  $A\Gamma$  positi. eadem autem perimetris terminus est superficiei compositae ex superficie cylindri in ambitu  $AB\Gamma$  posita et segmento  $AB\Gamma$  et segmento ei opposito. itaque superficies, quas commemorauimus, eundem terminum habent in plano positum, et utraque in eandem partem caua est, et altera earum quaedam comprehendit, quaedam cum altera communia habet. minor igitur ea est, quae comprehenditur [ $\lambda\mu\beta$ . 4]. si igitur segmentum  $AB\Gamma$  et segmentum ei oppositum utrique communia subtrahimus, minor est superficies cylindri in ambitu  $AB\Gamma$  posita superficie composita ex parallelogrammis in lineis  $AE$ ,  $EZ$ ,  $Z\Gamma$  positis et figuris  $AEB$ ,  $BZ\Gamma$  et figuris iis oppositis. sed superficies parallelogrammorum, quae commemorauimus, cum figuris  $AEB$ ,  $BZ\Gamma$  et figuris iis oppositis minores sunt superficie composita ex parallelogrammis in lineis  $AH$ ,  $H\Gamma$  positis.<sup>1)</sup> quare adparet, parallelogramma, quae lineis  $AH$ ,  $\Gamma H$  et lateribus cylindri contineantur, maiora esse superficie cylindri in ambitu  $AB\Gamma$  posita. — sin non maius est dimidium spatii  $K$  figuris, quas commemorauimus,

1) Nam parallelogr.

$AH + H\Gamma =$  parallelogr.  $AE + EZ + Z\Gamma + K$  (ex hypothesi), et  $\frac{1}{2}K > AEB\Delta + BZ\Gamma\Theta$ ; itaque  $K > AEB\Delta + BZ\Gamma\Theta$  cum figuris iis oppositis. sed uerba sequentia lin. 23—24 suspecta sunt; cfr. p. 55 not. 4; praeterea offendit  $\alpha\upsilon\tau\omicron\iota\varsigma$  (h. e.  $\tau\omicron\iota\varsigma$   $\pi\alpha\rho\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\omicron\gamma\omicron\rho\acute{\alpha}\mu\omicron\iota\varsigma$   $\tau\omicron\iota\varsigma$   $\kappa\alpha\tau\grave{\alpha}$   $\tau\acute{\alpha}\varsigma$   $AH$ ,  $H\Gamma$ ) pro  $\alpha\upsilon\tau\eta$  (h. e. superficiei ex iis compositae; lin. 24).

corr. ed. Basil. „et ex portionibus plani contentis ab arcubus et lineis rectis ae, eb, bf, fc“ Cr.

σχημάτων, ἀχθήσονται εὐθείαι ἐπιψάνουσαι τοῦ τμήματος, ὥστε γενέσθαι τὰ περιλειπόμενα σχήματα ἐλάσσονα τοῦ ἡμίσεως τοῦ *K*, καὶ τὰ ἄλλα κατὰ τὰ αὐτὰ τοῖς ἔμπροσθεν δειχθήσεται.

5 τούτων δὲ δεδειγμένων φανερόν ἐστιν [ἐκ τῶν προειρημένων], ὅτι, ἐὰν εἰς κῶνον ἰσοσκελῆ πυραμῖς ἐγγραφῆ, ἢ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως ἐλάσσων ἐστὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας·

[ἕκαστον γὰρ τῶν περιεχόντων τὴν πυραμίδα τρι-  
10 γώνων ἔλασσόν ἐστι τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν τοῦ τριγώνου πλευρῶν· ὥστε καὶ ὅλη ἢ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κῶνου χωρὶς τῆς βάσεως.]

καὶ ὅτι, ἐὰν περὶ κῶνον ἰσοσκελῆ πυραμῖς περι-  
15 γραφῆ, ἢ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κῶνου χωρὶς τῆς βάσεως [κατὰ τὸ συνεχές ἐκείνω].

φανερόν δὲ ἐκ τῶν ἀποδεδειγμένων, ὅτι τε, ἐὰν εἰς κύλινδρον ὀρθὸν πρίσμα ἐγγραφῆ, ἢ ἐπιφάνεια  
20 τοῦ πρίσματος ἢ ἐκ τῶν παραλληλογράμμων συγκειμένη ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου χωρὶς τῆς βάσεως·

[ἔλασσον γὰρ ἕκαστον παραλληλόγραμμον τοῦ πρίσματος ἐστὶ τῆς καθ' αὐτὸ τοῦ κυλίνδρου ἐπιφα-  
25 νείας.]

1. τμήματος] Nizze; σχηματος F, ulgo; κύκλου σχήματος ed. Basil., Torellius. 3. κατὰ] addidi; om. F, ulgo. 5. δέ] scripsi; δη F, ulgo. ἐστὶν ἐκ] scripsi; ἐπι μεν F, ulgo. 10. ελασσων F; corr. C. 11. ἢ] addidi; om. F, ulgo. 16. μειζω F.

ducentur lineae segmentum contingentes, ita ut figurae relictæ minores sint dimidio spatii  $K$  [prop. 6 p. 23, 6]. et cetera eodem modo, quo supra [prop. 11 p. 49], demonstrabuntur.

His autem demonstratis adparet<sup>1)</sup>, si cono æquicrurio inscribatur pyramis, superficiem pyramidis præter basim minorem esse superficie conica.

[nam unusquisque triangulorum pyramidem comprehendentium minor est superficie conica, quæ est inter latera trianguli [prop. 9]; quare etiam tota superficies pyramidis præter basim minor est coni superficie præter basim].

et, si circum conum æquicrurium pyramis circumscribatur, superficiem pyramidis præter basim maiorem esse coni superficie præter basim [prop. 10].<sup>2)</sup>

adparet autem ex iis, quæ demonstrauius, et, si cylindro recto prisma inscribatur, superficiem prismatis ex parallelogrammis compositam minorem esse superficie cylindri præter bases.<sup>3)</sup>

[nam unumquodque parallelogrammum minus est cylindri superficie ad id pertinenti] [prop. 11].<sup>4)</sup>

1) ἐκ τῶν προσηρημένων subditiua esse puto, quia idem iam dictum est uerbis præcedentibus: τούτων δεδειγμένων.

2) κατὰ τὸ συνεχὲς ἐκείνω (h. e. propter sequentem propositionem) Archimæda esse non puto, maxime ob ἐκείνω (h. e. illi proportioni, qua nitebatur lemma præcedens) obscure et neglegenter dictum.

3) Archimedes hic et pag. 60 linn. 4, 7, 17 scripserat τῶν βάσεων (Qu. Arch. p. 73).

4) Hanc demonstrationem et similem supra lin. 9—13 subditiuas esse suspicor; turbant enim sententiarum nexum (τε — καί lin. 18—60, 1), nec intellegitur, aut cur additæ sint, cum supra dictum sit: φανερόν ἐκ τῶν δεδειγμένων (p. 58, 5 et 18), aut cur Archimedes, si eas addere uoluerit, non ceteris duobus lemmatis etiam (p. 58, 14; p. 60, 1) demonstrationes adiunxerit.

καὶ ὅτι, ἐὰν περὶ κύλινδρον ὀρθὸν πρίσμα περιγραφῆ, ἢ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος ἢ ἐκ τῶν παραλληλογράμμων συγκειμένη μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου χωρὶς τῆς βάσεως.

5

ιγ'.

Παντὸς κυλίνδρου ὀρθοῦ ἢ ἐπιφάνεια χωρὶς τῆς βάσεως ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον λόγον ἔχει τῆς πλευρᾶς τοῦ κυλίνδρου καὶ τῆς διαμέτρου τῆς βάσεως τοῦ κυλίνδρου.

- 10 ἔστω κυλίνδρου τινὸς ὀρθοῦ βάσις ὁ  $A$  κύκλος, καὶ ἔστω τῇ μὲν διαμέτρῳ τοῦ  $A$  κύκλου ἴση ἢ  $\Gamma\Delta$ , τῇ δὲ πλευρᾷ τοῦ κυλίνδρου ἢ  $EZ$ . ἐχέτω δὲ μέσον λόγον τῶν  $\Delta\Gamma$ ,  $EZ$  ἢ  $H$ , καὶ κείσθω κύκλος, οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ  $H$  ὁ  $B$ . δεικτέον, ὅτι ὁ
- 15  $B$  κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου χωρὶς τῆς βάσεως.

- εἰ γὰρ μὴ ἐστὶν ἴσος, ἤτοι μείζων ἐστὶ ἢ ἐλάσσων. ἔστω πρότερον, εἰ δυνατόν, ἐλάσσων. δύο δὲ μεγεθῶν ὄντων ἀνίσων τῆς τε ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου καὶ
- 20 τοῦ  $B$  κύκλου δυνατόν ἐστὶν εἰς τὸν  $B$  κύκλον ἰσόπλευρον πολύγωνον ἐγγράψαι καὶ ἄλλο περιγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφέν πρὸς τὸ ἐγγραφέν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ, ὃν ἔχει ἢ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου πρὸς τὸν  $B$  κύκλον. νοείσθω δὲ περιγεγραμμένον καὶ
- 25 ἐγγεγραμμένον, καὶ περὶ τὸν  $A$  κύκλον περιγεγράφθω εὐθύγραμμον ὅμοιον τῷ περὶ τὸν  $B$  περιγεγραμμένῳ, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τοῦ εὐθύγραμμου πρίσμα· ἔσται

1. καὶ om. F; corr. B\*. 5. ιδ' F. 12. εχετο F; corr. BC\*. 19. ανισων F. 21. ἐγγράψαι] alterum  $\gamma$  in F supra scriptum est manu 1.

et, si circum cylindrum rectum prisma circum-  
scribatur, superficiem prismatis ex parallelogrammis  
composita maiorem esse cylindri superficie praeter  
bases<sup>1)</sup> [prop. 12].

## XIII.

Cuiusuis cylindri recti superficies praeter bases<sup>1)</sup>  
aequalis est circulo, cuius radius media est proportio-  
nalis<sup>2)</sup> inter latus cylindri et diametrum basis cylindri.<sup>3)</sup>

sit  $A$  circulus basis cylindri recti, et sit linea  $\Gamma\Delta$   
aequalis diametro circuli  $A$ , et linea  $EZ$  aequalis la-  
teri cylindri. linea autem  $H$  media sit proportionalis<sup>2)</sup>  
inter  $\Delta\Gamma$ ,  $EZ$  lineas. et ponatur  $B$  circulus, cuius  
radius aequalis sit lineae  $H$ . demonstrandum, circu-  
lum  $B$  aequalem esse superficiei cylindri praeter bases.<sup>1)</sup>

nam nisi aequalis est, aut maior est aut minor.  
sit prius, si fieri potest, minor. datis igitur duabus  
magnitudinibus inaequalibus, superficie cylindri et cir-  
culo  $B$ , fieri potest, ut circulo  $B$  inscribatur polygo-  
num aequilaterum, et aliud circumscribatur, ita ut poly-  
gonum circumscriptum ad inscriptum rationem minorem  
habeat, quam superficies cylindri ad circulum  $B$  [prop. 5].  
fingatur igitur circumscriptum et inscriptum circulo  $B$ ,  
et circum  $A$  circulum circumscriptum polygonum si-  
mile figurae circum  $B$  circulum circumscriptae<sup>4)</sup>, et

1) Archimedes hic et linn. 4, 7, 17 scripserat τῶν βάσεων  
(Qu. Arch. p. 73).

2) Archimedes hic et lin. 12—13 scripsit μέση ἀνάλογόν  
ἔστι (Quaest. Arch. p. 70).

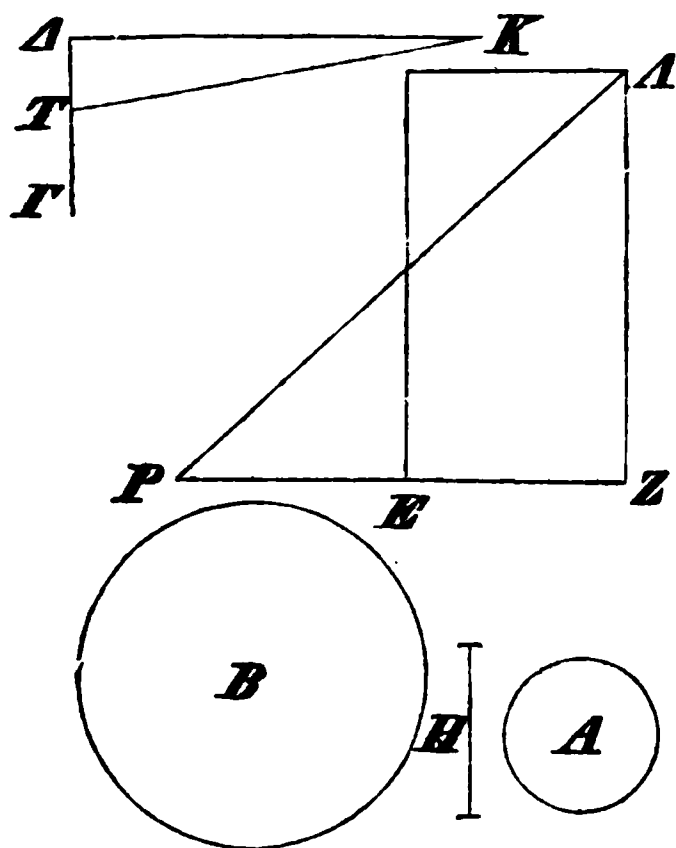
3) Hanc propositionem ut tertiam decimam citat Pappus I  
p. 394, 11.

4) Lin. 24 sq. Archimedes scripserat: νοεῖσθω δὴ εἰς τὸν  $B$   
κύκλον περιγεγραμμένον καὶ ἐγγεγραμμένον, καὶ περὶ τὸν  $A$

δὴ περὶ τὸν κύλινδρον περιγεγραμμένον. ἔστω δὲ καὶ  
 τῆ περιμέτρῳ τοῦ εὐθύγραμμου τοῦ περὶ τὸν  $A$  κύ-  
 κλον ἴση ἢ  $K\Delta$ , καὶ τῆ  $K\Delta$  ἴση ἢ  $\Lambda Z$ . τῆς δὲ  $\Gamma\Delta$   
 ἡμίσεια ἔστω ἢ  $\Gamma T$ . ἔσται δὴ τὸ  $K\Delta T$  τρίγωνον  
 5 ἴσον τῷ περιγεγραμμένῳ εὐθύγραμμῳ περὶ τὸν  $A$  κύ-  
 κλον [ἐπειδὴ βάσιν μὲν ἔχει τῆ περιμέτρῳ ἴσην, ὕψος  
 δὲ ἴσον τῆ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ  $A$  κύκλου], τὸ δὲ  $E\Lambda$   
 παραλληλόγραμμον τῆ ἐπιφανείᾳ τοῦ πρίσματος τοῦ  
 περὶ τὸν κύλινδρον περιγεγραμμένου [ἐπειδὴ περιέχεται  
 10 ὑπὸ τῆς πλευρᾶς τοῦ κυλίνδρου καὶ τῆς ἴσης τῆ περι-  
 μέτρῳ τῆς βάσεως τοῦ πρίσματος]. κείσθω δὴ τῆ  $EZ$   
 ἴση ἢ  $EP$ . ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ  $ZPA$  τρίγωνον τῷ  $E\Lambda$   
 παραλληλογράμμῳ, ὥστε καὶ τῆ ἐπιφανείᾳ τοῦ πρίσ-  
 ματος. καὶ ἐπεὶ ὁμοιά ἐστὶ τὰ εὐθύγραμμα τὰ περὶ  
 15 τοὺς  $A, B$  κύκλους περιγεγραμμένα, τὸν αὐτὸν ἔξει  
 λόγον [τὰ εὐθύγραμμα], ὅνπερ αἱ ἐκ τῶν κέντρων  
 δυνάμει. ἔξει ἄρα τὸ  $KT\Delta$  τρίγωνον πρὸς τὸ περὶ  
 τὸν  $B$  κύκλον εὐθύγραμμον λόγον, ὃν ἢ  $T\Delta$  πρὸς  
 τὴν  $H$  δυνάμει [αἱ γὰρ  $T\Delta, H$  ἴσαι εἰσὶν ταῖς ἐκ τοῦ  
 20 κέντρου]. ἀλλ' ὃν ἔχει λόγον ἢ  $T\Delta$  πρὸς  $H$  δυνά-  
 μει, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ἢ  $T\Delta$  πρὸς  $PZ$  μήκει [ἢ  
 γὰρ  $H$  τῶν  $T\Delta, PZ$  μέση ἐστὶ ἀνάλογον διὰ τὸ καὶ  
 τῶν  $\Gamma\Delta, EZ$ . πῶς δὲ τοῦτο; ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἢ  
 μὲν  $\Delta T$  τῆ  $T\Gamma$ , ἢ δὲ  $PE$  τῆ  $EZ$ , διπλασία ἄρα ἐστὶν  
 25 ἢ  $\Gamma\Delta$  τῆς  $T\Delta$ , καὶ ἢ  $PZ$  τῆς  $PE$ . ἔστιν ἄρα, ὡς ἢ  
 $\Gamma\Delta$  πρὸς  $\Delta T$ , οὕτως ἢ  $PZ$  πρὸς  $ZE$ . τὸ ἄρα ὑπὸ

1. δέ] scripsi; δη F, vulgo. 5. τῷ] το F. 19. τὴν  $H$ ] το  $H$  F. ἐκ τοῦ κέντρου] per compendium F C, quod in loco interpolato ferendum est; ἐκ τῶν κέντρων vulgo; „ex centris“ Cr. 20. πρὸς  $H$ ] πρὸς τὴν  $H$  ed. Basil., Torellius. 25. ὡς ἢ ἢ  $\Gamma\Delta$ ] F; ὡς ἢ  $\Delta T$  vulgo.

in eo construatur prisma; erit igitur circum cylindrum circumscriptum. praeterea autem aequalis sit linea  $K\Delta$  perimetro figurae rectilineae circum  $A$  circulum circumscriptae, et lineae  $K\Delta$  aequalis  $\Delta Z$  linea; lineae autem  $\Gamma\Delta$  dimidium sit



$\Gamma T$  linea. itaque triangulus  $K\Delta T$  aequalis erit figurae circum  $A$  circulum circumscriptae<sup>1)</sup>, parallelogrammum autem  $E\Delta$  superficiei prismatis circum cylindrum circumscripti.<sup>2)</sup> ponatur igitur lineae  $EZ$  aequalis  $EP$  linea. itaque triangulus  $ZPA$  aequalis est parallelogrammo  $E\Delta$  [Eucl. I, 41]; quare etiam superficiei prismatis. et quoniam si-

miles sunt figurae rectilineae circum  $A, B$  circulos circumscriptae, eandem rationem habebunt<sup>3)</sup>, quam radii quadrati [u. Eutocius]. habebit igitur triangulus  $KT\Delta$  ad figuram rectilineam circum  $B$  circulum circumscriptam eandem rationem, quam  $T\Delta^2 : H^2$  [quia  $T\Delta, H$  radii aequales sunt ex hypothesis].

κύκλον περιγεγραμμένον ὁμοιον τῷ περὶ τὸν  $B$  περιγεγραμμένῳ; u. Eutocius.

1) Quia basis  $K\Delta$  aequalis est perimetro polygoni, altitudo autem  $\Delta T$  aequalis radio circuli  $A$  sine radio minori polygoni; cfr. Zeitschr. f. Math. u. Physik, hist.-litt. Abth. XXIV p. 180 nr. 12:

2) Quia basis  $EZ$  aequalis est perimetro polygoni, quod prismatis basis est, altitudo autem  $\Delta Z$  aequalis lateri cylindri.

3) τὰ εὐθύγραμμα lin. 16 deleri uoluit Torellius, probante

τῶν  $\Gamma\Delta$ ,  $EZ$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν  $T\Delta$ ,  $PZ$ . τῷ δὲ  
 ὑπὸ τῶν  $\Gamma\Delta$ ,  $EZ$  ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ  $H$ . καὶ τῷ ὑπὸ  
 τῶν  $T\Delta$ ,  $PZ$  ἄρα ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς  $H$ . ἐστὶν  
 ἄρα, ὡς ἡ  $T\Delta$  πρὸς  $H$ , οὕτως ἡ  $H$  πρὸς  $PZ$ . ἐστὶν  
 5 ἄρα, ὡς ἡ  $T\Delta$  πρὸς  $PZ$ , τὸ ἀπὸ τῆς  $T\Delta$  πρὸς τὸ  
 ἀπὸ τῆς  $H$ . εἰν γὰρ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὄσιν,  
 ἐστὶν, ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, τὸ ἀπὸ τῆς πρώ-  
 τῆς εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας εἶδος τὸ ὅμοιον  
 καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένον]. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ  
 10  $T\Delta$  πρὸς  $PZ$  μήκει, τοῦτον ἔχει τὸ  $KT\Delta$  τρίγωνον  
 πρὸς τὸ  $PAZ$  [ἐπειδὴπερ ἴσαι εἰσὶν αἱ  $K\Delta$ ,  $AZ$ ]. τὸν  
 αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ  $KT\Delta$  τρίγωνον πρὸς τὸ  
 εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν  $B$  κύκλον περιγεγραμμένον,  
 ὅνπερ τὸ  $TK\Delta$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $PZ\Delta$  τρίγωνον.  
 15 ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ  $Z\Delta P$  τρίγωνον τῷ περὶ τὸν  $B$  κύκλον  
 περιγεγραμμένῳ εὐθύγραμμῳ. ὥστε καὶ ἡ ἐπιφάνεια  
 τοῦ πρίσματος τοῦ περὶ τὸν  $A$  κύλινδρον περιγεγραμ-  
 μένου τῷ εὐθύγραμμῳ τῷ περὶ τὸν  $B$  κύκλον ἴση ἐστὶ.  
 καὶ ἐπεὶ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ εὐθύγραμμον τὸ περὶ  
 20 τὸν  $B$  κύκλον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ κύκλῳ  
 τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ  $A$  κυλίνδρου πρὸς τὸν  
 $B$  κύκλον, ἐλάσσονα λόγον ἔξει καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ  
 πρίσματος τοῦ περὶ τὸν κύλινδρον περιγεγραμμένου  
 πρὸς τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ κύκλῳ τῷ  $B$  ἐγγεγραμ-  
 25 μένον, ἥπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου πρὸς τὸν  $B$   
 κύκλον· καὶ ἐναλλάξ· ὅπερ ἀδύνατον [ἡ μὲν γὰρ  
 ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ  
 τὸν κύλινδρον μείζων οὔσα δέδεικται τῆς ἐπιφανείας

2. ἀπὸ  $H$ ] FBC; ἀπὸ τῆς  $H$  vulgo. 5. ὡς ἡ] ὡς om.  
 F; corr. AC. τὸ ἀπό] οὕτως τὸ ἀπό A, ed. Basil., Torellius.



sed

$$T\Delta^2 : H^2 = T\Delta : PZ.^1)$$

et

$$T\Delta : PZ = KT\Delta : PAZ.^2)$$

quare triangulus  $KT\Delta$  ad figuram rectilineam circum  $B$  circulum circumscriptam eandem rationem habet, quam triangulus  $TK\Delta$  ad triangulum  $PZA$  [u. Euto- cius]. aequalis igitur est triangulus  $ZAP$  figurae rectilineae circum  $B$  circulum circumscriptae [Eucl. V, 9]. quare etiam superficies prismatis circum  $A$  cylindrum circumscripti aequalis est figurae rectilineae circum  $B$  circulum circumscriptae. et quoniam figura rectilinea circum  $B$  circulum circumscripta ad figuram circulo inscriptam minorem rationem habet, quam superficies  $A$  cylindri ad  $B$  circulum [ex hypothesi], habebit igitur etiam superficies prismatis circum cylindrum circumscripti ad figuram circulo  $B$  inscriptam minorem rationem, quam superficies cylindri ad  $B$  cir-

Nizzio. et ex Eutocio adparet Archimedes scripsisse: τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον, ὅνπερ.

1) Nam ex hypothesi est  $H^2 = \Delta\Gamma \times EZ$  et  $\Delta\Gamma = 2T\Delta$ ,  $EZ = \frac{1}{2}PZ$ ; quare  $H^2 = T\Delta \times PZ$ , h. e.  $T\Delta : H = H : PZ$ ; tum u. Eucl. VI, 20 πρός. 2. demonstrationem subditivam p. 62, lin. 21 — p. 64, lin. 9 nimis uerbosam esse iam Nizze p. 57 not. β intellexit; idem p. 270 uerba πῶς δὲ τοῦτο deleri uult sed u. Quaest. Arch. p. 74.

2) Ex Eucl. VI, 1, quia ex hypothesi  $AZ = K\Delta$ .

7. τὸ ἀπό]  $FA$ ; οὕτως τὸ ἀπό uulgo. 14.  $TK\Delta$ ]  $KT\Delta$  Torellius. 24. ἐγγεγραμμένον] scripsi; γεγραμμένον F, uulgo.

τοῦ κυλίνδρου, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον ἐν  
 τῷ  $B$  κύκλῳ ἑλασσόν ἐστι τοῦ  $B$  κύκλου]. οὐκ ἄρα  
 ἐστὶν ὁ  $B$  κύκλος ἐλάσσων τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίν-  
 δρου. — ἔστω δέ, εἰ δυνατόν, μείζων. πάλιν δὲ  
 5 νοείσθω εἰς τὸν  $B$  κύκλον εὐθύγραμμον ἐγγεγραμμέ-  
 νον καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον, ὥστε τὸ περιγεγραμ-  
 μένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχειν  
 ἢ τὸν  $B$  κύκλον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου,  
 καὶ ἐγγεγράψθω εἰς τὸν  $A$  κύκλον πολύγωνον ὁμοιον  
 10 τῷ εἰς τὸν  $B$  κύκλον ἐγγεγραμμένῳ, καὶ πρίσμα ἀνα-  
 γεγράψθω ἀπὸ τοῦ ἐν τῷ κύκλῳ ἐγγεγραμμένου πολυ-  
 γώνου. καὶ πάλιν ἡ  $K\Delta$  ἴση ἔστω τῇ περιμέτρῳ τοῦ  
 εὐθυγράμμου τοῦ ἐν τῷ  $A$  κύκλῳ ἐγγεγραμμένου, καὶ  
 ἡ  $Z\Lambda$  ἴση αὐτῇ ἔστω. ἔσται δὴ τὸ μὲν  $KT\Delta$  τρί-  
 15 γωνον μείζον τοῦ εὐθυγράμμου τοῦ ἐν τῷ  $A$  κύκλῳ  
 ἐγγεγραμμένου [διότι βάσιν μὲν ἔχει τὴν περίμετρον  
 αὐτοῦ, ὕψος δὲ μείζον τῆς ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ μίαν  
 πλευρὰν τοῦ πολυγώνου ἀγομένης καθέτου], τὸ δὲ  $E\Lambda$   
 παραλληλόγραμμον ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πρίσματος  
 20 τῇ ἐκ τῶν παραλληλογράμμων συγκειμένη [διότι περι-  
 ἔχεται ὑπὸ τῆς πλευρᾶς τοῦ κυλίνδρου καὶ τῆς ἴσης  
 τῇ περιμέτρῳ τοῦ εὐθυγράμμου, ὃ ἐστὶ βάσις τοῦ  
 πρίσματος]. ὥστε καὶ τὸ  $P\Lambda Z$  τρίγωνον ἴσον ἐστὶ  
 τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πρίσματος· καὶ ἐπεὶ ὁμοιά ἐστι τὰ  
 25 εὐθύγραμμα τὰ ἐν τοῖς  $A, B$  κύκλοις ἐγγεγραμμένα,  
 τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρὸς ἄλληλα, ὃν αἱ ἐκ τῶν  
 κέντρων αὐτῶν δυνάμει. ἔχει δὲ καὶ τὰ  $KT\Delta, ZPA$

1. ἐγγεγραμμένον] scripsi; γεγραμμενον F, vulgo. 7. ἔχειν]  
 εχει F; corr. B\* 10. εγγεγραμμενον F; corr. B\* 12. ἔστω]  
 εστι F; corr. A. 17. μείζων F, ut videtur. κέντρου] κεντρον  
 πλευρας F; corr. Torellius. 22. ὃ] ὅς F; corr. ed. Basil.

culum. permutando igitur [prisma ad cylindrum minorem rationem habet, quam figura circulo  $B$  inscripta ad  $B$  circum] <sup>1)</sup>, quod absurdum est [u. Eutocius] <sup>2)</sup>. itaque fieri non potest, ut  $B$  circulus minor sit superficie cylindri.

sit autem, si fieri potest, maior. rursus autem fingatur figura rectilinea circulo  $B$  inscripta et alia circumscripta, ita ut figura circumscripta ad inscriptam minorem rationem habeat, quam  $B$  circulus ad superficiem cylindri [prop. 5], et inscribatur circulo  $A$  polygonum simile polygono circulo  $B$  inscripto, et prisma in polygono circulo [ $A$ ] inscripto construatur. et rursus linea  $K\Delta$  aequalis sit perimetro figurae rectilineae circulo  $A$  inscriptae, et linea  $Z\Delta$  ei aequalis sit. erit igitur triangulus  $KT\Delta$  maior figura rectilinea circulo  $A$  inscripta <sup>3)</sup>, parallelogrammum autem  $E\Delta$  aequale superficiei prismatis ex parallelogrammis compositae. <sup>4)</sup> quare etiam triangulus  $P\Delta Z$  aequalis est superficiei prismatis [quia aequalis est parallelogrammo  $E\Delta$ ; p. 62, 12]. et quoniam figurae rectilineae circulis  $A$ ,  $Z$  inscriptae similes sunt, eandem inter se rationem habent, quam radii circulorum quadrati [Eucl.

1) Archimedes pro καὶ ἐναλλάξ· ὅπερ ἀδύνατον p. 64, 26 scripserat: ἐναλλάξ ἄρα ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ πρῖσμα πρὸς τὸν κύλινδρον, ἢ περὶ τὸ ἐγγεγραμμένον εἰς τὸν  $B$  κύκλον πολύγωνον πρὸς τὸν  $B$  κύκλον· ὅπερ ἄτοπον, ut ex Eutocio adparet.

2) Sequentia uerba p. 64, 26—66, 2 subditia esse adparet ex Eutocio.

3) Basis enim  $K\Delta$  aequalis est perimetro polygони, altitudo autem  $\Delta T$ , quae aequalis est radio circuli  $A$ , maior quam radius minor polygони. Uerba lin. 16—18 Archimedis non sunt; u. p. 62, 6.

4) U. p. 63 not. 2. Quae sequuntur lin. 20—23 subditia sunt; cfr. p. 62, 9.

τρίγωνα πρὸς ἄλληλα λόγον, ὃν αἱ ἐκ τῶν κέντρων  
 τῶν κύκλων δυνάμει. τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ  
 εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ  $A$  κύκλῳ ἐγγεγραμμένον πρὸς  
 τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ  $B$  ἐγγεγραμμένον, καὶ τὸ  
 5  $KT\Delta$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $\Lambda ZP$  τρίγωνον. ἔλασσον δέ  
 ἐστὶ τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ  $A$  κύκλῳ ἐγγεγραμμέ-  
 νον τοῦ  $KT\Delta$  τριγώνου. ἔλασσον ἄρα καὶ τὸ εὐθύ-  
 γραμμον τὸ ἐν τῷ  $B$  κύκλῳ ἐγγεγραμμένον τοῦ  $ZP\Lambda$   
 τριγώνου· ὥστε καὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ πρίσματος τοῦ  
 10 ἐν τῷ κυλίνδρῳ ἐγγεγραμμένου· ὅπερ ἀδύνατον [ἐπεὶ  
 γὰρ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ περιγεγραμμένον εὐθύ-  
 γραμμον περὶ τὸν  $B$  κύκλον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον,  
 ἢ ὁ  $B$  κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου,  
 καὶ ἐναλλάξ, μείζον δέ ἐστὶ τὸ περιγεγραμμένον περὶ  
 15 τὸν  $B$  κύκλον τοῦ  $B$  κύκλου, μείζον ἄρα ἐστὶν τὸ  
 ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ  $B$  κύκλῳ τῆς ἐπιφανείας τοῦ  
 κυλίνδρου. ὥστε καὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ πρίσματος].  
 οὐκ ἄρα μείζων ἐστὶ ὁ  $B$  κύκλος τῆς ἐπιφανείας τοῦ  
 κυλίνδρου. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων. ἴσος ἄρα  
 20 ἐστίν.

ιδ'.

Παντὸς κώνου ἰσοσκελοῦς χωρὶς τῆς βάσεως ἢ ἐπι-  
 φάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον  
 λόγον ἔχει τῆς πλευρᾶς τοῦ κώνου καὶ τῆς ἐκ τοῦ  
 25 κέντρου τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βᾶσις τοῦ κώνου.

ἔστω κώνος ἰσοσκελής, οὗ βᾶσις ὁ  $A$  κύκλος, ἢ δὲ  
 ἐκ τοῦ κέντρου ἔστω ἢ  $\Gamma$ . τῇ δὲ πλευρᾷ τοῦ κώνου

15. μείζων F. 21. ιε' F. 22. ἢ ἐπιφάνεια χωρὶς τῆς  
 βάσεως Pseudorappus. 23. ἐστίν idem. 24. λόγον] ἀνάλο-  
 γον idem. 25. ἐστίν idem.

XII, 1]. sed etiam trianguli  $KT\Delta$ ,  $ZPA$  eandem inter se rationem habent, quam radii circulorum quadrati.<sup>1)</sup> itaque figura rectilinea circulo  $A$  inscripta ad figuram circulo  $B$  inscriptam eandem rationem habet, quam triangulus  $KT\Delta$  ad triangulum  $AZP$ . minor autem est figura rectilinea circulo  $A$  inscripta triangulo  $KT\Delta$ . itaque etiam figura rectilinea circulo  $B$  inscripta minor est triangulo  $ZPA$ ; quare etiam superficie prismatis cylindro inscripti. quod fieri nequit.<sup>2)</sup> itaque fieri non potest, ut circulus  $B$  maior sit superficie cylindri. demonstratum autem est, ne minorem quidem eum esse. itaque aequalis est.

## XIV.

Superficies cuiusvis conii aequicrurii praeter basim aequalis est circulo, cuius radius media proportionalis est<sup>3)</sup> inter latus conii et radium circuli, qui basis conii est.<sup>4)</sup>

sit conus aequicrurius, cuius basis sit circulus  $A$ , radius autem eius sit  $\Gamma$  linea. et lateri conii aequalis

1) Nam  $KT\Delta : ZPA = T\Delta : ZP = T\Delta^2 : H^2$ ; p. 65 not. 1; sed  $T\Delta$  linea aequalis est radio circuli  $A$ ,  $H$  radio circuli  $B$ .

2) Nam quoniam figura circuli  $B$  circumscripta ad figuram inscriptam minorem rationem habet, quam circulus  $B$  ad superficiem cylindri, et  $B$  circulus  $<$  figura circumscripta, erit etiam figura inscripta maior superficie cylindri, et multo magis superficie prismatis (prop. 12 p. 58, 18). Sequentia uerba lin. 10—17 deleo; cfr. p. 67 not. 2.

3) Archimedes scripsisse puto lin. 29: μέση ἐστὶν ἀνάλογον; cfr. p. 61 not. 2.

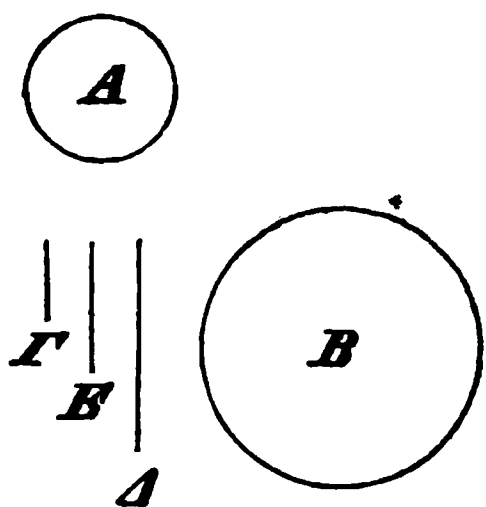
4) Hanc propositionem ut XIV<sup>mam</sup> citat Pappus I p. 390, 16. sed uerba ipsa Archimedis interpolator addidit, ut recte suspicatus est Hultschius; neque enim Pappi temporibus scripta Archimedis in linguam communem conuersa circumferebantur; hoc enim post Eutocium demum factum est (Quaest. Arch. p. 77—78).

ἔστω ἴση ἡ  $\Delta$ , τῶν δὲ  $\Gamma$ ,  $\Delta$  μέση ἀνάλογον ἡ  $E$ .  
ὁ δὲ  $B$  κύκλος ἐχέτω τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆ  $E$  ἴσην.  
λέγω, ὅτι ὁ  $B$  κύκλος ἐστὶν ἴσος τῆ ἐπιφανείᾳ τοῦ  
κῶνου χωρὶς τῆς βάσεως. — εἰ γὰρ μὴ ἐστὶν ἴσος,  
5 ἦτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἐλάσσων. ἔστω πρότερον ἐλάσσων.  
ἔστι δὴ δύο μεγέθη ἄνισα ἢ τε ἐπιφάνεια τοῦ κῶνου  
καὶ ὁ  $B$  κύκλος, καὶ μείζων ἢ ἐπιφάνεια τοῦ κῶνου.  
δυνατὸν ἄρα εἰς τὸν  $B$  κύκλον πολύγωνον ἰσόπλευρον  
ἐγγράψαι καὶ ἄλλο περιγράψαι ὅμοιον τῷ ἐγγεγραμ-  
10 μένῳ, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμέ-  
νον ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια  
τοῦ κῶνου πρὸς τὸν  $B$  κύκλον. νοείσθω δὴ καὶ περὶ  
τὸν  $A$  κύκλον πολύγωνον περιγεγραμμένον ὅμοιον τῷ  
περὶ τὸν  $B$  κύκλον περιγεγραμμένῳ. καὶ ἀπὸ τοῦ περὶ  
15 τὸν  $A$  κύκλον περιγεγραμμένου πολυγώνου πυραμὶς  
ἀνεστᾶτω ἀναγεγραμμένη τὴν αὐτὴν κορυφὴν ἔχουσα  
τῷ κῶνῳ. ἐπεὶ οὖν ὅμοιά ἐστι τὰ πολύγωνα τὰ περὶ  
τοὺς  $A$ ,  $B$  κύκλους περιγεγραμμένα, τὸν αὐτὸν ἔχει  
λόγον πρὸς ἄλληλα, ὃν αἱ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάμει  
20 πρὸς ἀλλήλας, τουτέστιν ὃν ἔχει ἡ  $\Gamma$  πρὸς  $E$  δύναμει,  
τουτέστι ἡ  $\Gamma$  πρὸς  $\Delta$  μήκει. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ  $\Gamma$   
πρὸς  $\Delta$  μήκει, τοῦτον ἔχει τὸ περιγεγραμμένον πολύ-  
γωνον περὶ τὸν  $A$  κύκλον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς  
πυραμίδος τῆς περιγεγραμμένης περὶ τὸν κῶνον [ἡ μὲν  
25 γὰρ  $\Gamma$  ἴση ἐστὶ τῆ ἀπὸ τοῦ κέντρου καθέτῳ ἐπὶ μίαν  
πλευρὰν τοῦ πολυγώνου, ἡ δὲ  $\Delta$  τῆ πλευρᾶ τοῦ κῶ-  
νου· κοινὸν δὲ ὕψος ἢ περίμετρος τοῦ πολυγώνου πρὸς  
τὰ ἡμίση τῶν ἐπιφανειῶν]· τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει

11. ἔχειν] εχει F; corr. BC\* 15. τὸν  $A$ ] scripsi; το  $A$  F,  
vulgo. 19. ὃν] ὦν F; corr. BC\* τῶν κέντρων ed. Basil., To-  
rellius; sed cfr. p. 62, 19. 28. ἡμίση] διπλάσια Hauber, Nizze.

sit linea  $\Delta$ , et inter  $\Gamma$ ,  $\Delta$  lineas media proportionalis  $E$  linea. circulus autem  $B$  radium lineae  $E$  aequalem habeat. dico, circulum  $B$  aequalem esse superficiei conii praeter basim.

nam si aequalis non est, aut maior est aut minor. prius minor sit. sunt igitur duae magnitudines inaequales, superficies conii et  $B$  circulus, quarum maior est superficies conii. itaque fieri potest, ut circulo  $B$  polygonum aequilaterum inscribatur et aliud circumscribatur simile inscripto, ita ut polygonum circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat, quam superficies conii ad  $B$  circulum [prop. 5]. finga-



tur igitur polygonum circum  $A$  circulum circumscriptum simile polygono circum  $B$  circumscripto. et in polygono circum  $A$  circulum circumscripto pyramis construatur eundem habens uerticem, quem habet conus. iam quoniam similia sunt polygona circum  $A$ ,  $B$

circulos circumscripta, eandem habent rationem inter se, quam radii circulorum quadrati [p. 66, 24], id est, quam habet  $\Gamma^2 : E^2$ , id est  $\Gamma : \Delta$  [Eucl. VI, 20 πρόφ. 2]. sed quam rationem habet  $\Gamma$  ad  $\Delta$ , eam habet polygonum circumscriptum circum  $A$  circulum ad superficiem pyramidis circum conum circumscriptae.<sup>1)</sup> eandem igitur

1) Nam polygonum circumscriptum aequale est triangulo, cuius basis est perimetro polygona aequalis, altitudo autem lineae  $\Gamma$  (p. 63 not. 1), et superficies pyramidis triangulo eandem basim habenti, altitudinem autem lineam  $\Delta$  (prop. 8); tum u. Eucl. VI, 1; Zeitschr. f. Math. u. Physik XXIV p. 179 nr. 7. obscuritas uerborum proxime sequentium lin. 24–28 interpolatori, non Archimedi imputanda est.

τὸ εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν *A* κύκλον πρὸς το εὐθύγραμ-  
 μον τὸ περὶ τὸν *B* κύκλον καὶ αὐτὸ τὸ εὐθύγραμμον  
 πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος τῆς περιγεγραμ-  
 μένης περὶ τὸν κώνον. ὥστε ἴση ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια  
 5 τῆς πυραμίδος τῷ εὐθύγραμμῳ τῷ περὶ τὸν *B* κύκλον  
 περιγεγραμμένῳ. ἐπεὶ οὖν ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ  
 εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν *B* κύκλον περιγεγραμμένον  
 πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον, ἢπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου  
 πρὸς τὸν *B* κύκλον, ἐλάσσονα λόγον ἔξει ἡ ἐπιφάνεια  
 10 τῆς πυραμίδος τῆς περὶ τὸν κώνον περιγεγραμμένης  
 πρὸς τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ *B* κύκλῳ ἐγγεγραμ-  
 μένον, ἢπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν *B* κύ-  
 κλον· ὅπερ ἀδύνατον [ἡ μὲν γὰρ ἐπιφάνεια τῆς πυρα-  
 μίδος μείζων οὕσα θέδεικται τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου,  
 15 τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον ἐν τῷ *B* κύκλῳ ἔλασ-  
 σὸν ἐστὶ τοῦ *B* κύκλου]. οὐκ ἄρα ὁ *B* κύκλος ἐλάσσων  
 ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου. — λέγω δὴ, ὅτι οὐδὲ  
 μείζων. εἰ γὰρ δυνατόν ἐστιν, ἔστω μείζων. πάλιν  
 δὴ νοείσθω εἰς τὸν *B* κύκλον πολύγωνον ἐγγεγραμ-  
 20 μένον καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον, ὥστε τὸ περιγεγραμ-  
 μένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχειν  
 τοῦ, ὃν ἔχει ὁ *B* κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ  
 κώνου, καὶ εἰς τὸν *A* κύκλον νοείσθω ἐγγεγραμμένον  
 πολύγωνον ὅμοιον τῷ εἰς τὸν *B* κύκλον ἐγγεγραμμένῳ·  
 25 καὶ ἀναγεγράφθω ἀπ' αὐτοῦ πυραμὶς τὴν αὐτὴν κορυφὴν  
 ἔχουσα τῷ κώνῳ. ἐπεὶ οὖν ὅμοιά ἐστι τὰ ἐν τοῖς *A*, *B*  
 κύκλοις ἐγγεγραμμένα, τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον πρὸς ἄλληλα,  
 ὃν αἱ ἐκ τῶν κέντρων δυνάμει πρὸς ἀλλήλας. τὸν αὐ-  
 τὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον,

2. αὐτὸ τό] τὸ αὐτό? cfr. tamen p. 74, 11; „eadem“ Cr.  
 6. περιγεγραμμενοι F. ελασσο F; corr. BC\*; fortasse ἐλάσσω



rationem habet figura rectilinea circum  $A$  circulum circumscripta ad figuram circum  $B$  circumscriptam, quam haec ipsa figura<sup>1)</sup> ad superficiem pyramidis circum conum circumscriptae. quare superficies pyramidis aequalis est figurae rectilineae circum  $B$  circulum circumscriptae [Eucl. V, 9]. iam quoniam minorem rationem habet figura rectilinea circum  $B$  circulum circumscripta ad figuram inscriptam, quam superficies conici ad  $B$  circulum, minorem rationem habebit superficies pyramidis circum conum circumscriptae ad figuram rectilineam circulo  $B$  inscriptam, quam superficies conici ad  $B$  circulum. quod fieri non potest.<sup>2)</sup> itaque fieri non potest, ut  $B$  circulus minor sit superficie conici. — dico igitur, eum ne maiorem quidem esse. sit enim, si fieri potest, maior. rursus igitur fingatur circulo  $B$  polygonum inscriptum et aliud circumscriptum, ita ut polygonum circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat, quam  $B$  circulus ad superficiem conici [prop. 5], et circulo  $A$  fingatur polygonum inscriptum simile polygono circulo  $B$  inscripto. et in eo pyramis construatur eundem uerticem habens, quem habet conus. iam quoniam polygona circulis  $A$ ,  $E$  inscripta similia sunt, eandem habebunt rationem inter se, quam radii quadrati [Eucl. XII, 1]. polygona igitur inter

1) H. e. figura rectilinea circum  $A$  circulum circumscripta.

2) Nam superficies pyramidis maior est superficie conici (prop. 12 p. 58, 14), sed polygonum inscriptum minus circulo  $B$ .

cum  $A$ . 11. ενυεγραμμενον F. 16. ἐστι] εσται per compendium F; corr. Torellius. 17. εσται] per comp. F. 18. δη] scripsi; δε F, uulgo, 21. εχειν] εχει F; corr. B. 23. τον] το F. 26. κωνω F. 28. των] τ suprascripto ω F.

καὶ ἡ  $\Gamma$  πρὸς τὴν  $\Delta$  μήκει. ἡ δὲ  $\Gamma$  πρὸς τὴν  $\Delta$  μεί-  
 ζονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ πολύγωνον τὸ ἐν τῷ  $A$  κύκλῳ  
 ἐγγεγραμμένον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος  
 τῆς ἐγγεγραμμένης εἰς τὸν κῶνον [ἢ γὰρ ἐκ τοῦ κέν-  
 5 τρου τοῦ  $A$  κύκλου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου μεί-  
 ζονα λόγον ἔχει, ἢπερ ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀγομένη  
 κάθετος ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου πρὸς τὴν  
 ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου κάθετον ἀγομένην  
 ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου]· μείζονα ἄρα λόγον ἔχει  
 10 τὸ πολύγωνον τὸ ἐν τῷ  $A$  κύκλῳ ἐγγεγραμμένον πρὸς  
 τὸ πολύγωνον τὸ ἐν τῷ  $B$  ἐγγεγραμμένον, ἢ αὐτὸ τὸ  
 πολύγωνον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος. μεί-  
 ζων ἄρα ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος τοῦ ἐν τῷ  
 $B$  πολυγώνου ἐγγεγραμμένου. ἐλάσσονα δὲ λόγον ἔχει  
 15 τὸ πολύγωνον τὸ περὶ τὸν  $B$  κύκλον περιγεγραμμένον  
 πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον, ἢ ὁ  $B$  κύκλος πρὸς τὴν ἐπι-  
 φάνειαν τοῦ κώνου. πολλῶν ἄρα τὸ πολύγωνον τὸ  
 περὶ τὸν  $B$  κύκλον περιγεγραμμένον πρὸς τὴν ἐπιφά-  
 νειαν τῆς πυραμίδος τῆς ἐν τῷ κώνῳ ἐγγεγραμμένης  
 20 ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὁ  $B$  κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφά-  
 νειαν τοῦ κώνου· ὅπερ ἀδύνατον [τὸ μὲν γὰρ περι-  
 γεγραμμένον πολύγωνον μείζον ἐστὶν τοῦ  $B$  κύκλου,  
 ἢ δὲ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος τῆς ἐν τῷ κώνῳ. ἐλάσ-  
 σων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου]. οὐκ ἄρα οὐδὲ  
 25 μείζων ἐστὶν ὁ κύκλος τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου.  
 ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων. ἴσος ἄρα.

7. πρὸς τὴν ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου] om. F; corr.  
 ed. Basil.\* 11. αὐτὸ τό] τὸ αὐτό? cfr. p. 72, 2. 19. κωνῶ  
 F. 25. ὁ κύκλος] ὁ κύκλος B Torellius.

se eandem habent rationem, quam  $\Gamma : \Delta$  [Eucl. VI, 20  $\pi\acute{o}\rho$ . 2]. sed  $\Gamma : \Delta$  maiorem rationem habet, quam polygonum circulo  $A$  inscriptum ad superficiem pyramidis cono inscriptae [u. Eutocius]. maiorem igitur rationem habet polygonum circulo  $A$  inscriptum ad polygonum circulo  $B$  inscriptum, quam hoc ipsum polygonum<sup>1)</sup> ad superficiem pyramidis. maior igitur est superficies pyramidis polygono circulo  $B$  inscripto. minorem autem rationem habet polygonum circum  $B$  circulum circumscriptum ad polygonum inscriptum, quam  $B$  circulus ad superficiem cono. multo igitur minorem rationem habet polygonum circum  $B$  circulum circumscriptum ad superficiem pyramidis cono inscriptae, quam  $B$  circulus ad superficiem cono. quod fieri non potest.<sup>2)</sup> itaque ne hoc quidem fieri potest, ut maior sit circulus [ $B$ ] superficie cono. demonstratum autem est, eum ne minorem quidem esse. aequalis igitur est.

---

1) H. e. circulo  $A$  inscriptum.

2) Nam polygonum circumscriptum maius est circulo  $B$ , sed superficies pyramidis inscriptae minor superficie cono (prop. 12 p. 58, 5). sed quibus hoc ipsum continetur uerbis lin. 21—24 in suspicionem uocantur uerbis p. 64, 26 sq. damnatis (p. 67 not. 2); cfr. 69 not. 2.

ιε'.

Παντὸς κώνου ἰσοσκελοῦς ἢ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν βάσιν τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἢ πλευρὰ τοῦ κώνου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως τοῦ κώνου.

- 5 ἔστω κώνος ἰσοσκελής, οὗ βάσις ὁ  $A$  κύκλος. ἔστω δὲ τῇ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ  $A$  ἴση ἢ  $B$ , τῇ δὲ πλευρᾷ τοῦ κώνου ἢ  $\Gamma$ . δεικτέον, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἢ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν  $A$  κύκλον, καὶ ἢ  $\Gamma$  πρὸς τὴν  $B$ .
- 10 εἰλήφθω γὰρ τῶν  $B$ ,  $\Gamma$  μέση ἀνάλογον ἢ  $E$ , καὶ ἐκκείσθω κύκλος ὁ  $\Delta$  ἴσην ἔχων τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῇ  $E$ . ὁ  $\Delta$  ἄρα κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου [τοῦτο γὰρ ἐδείχθη ἐν τῷ πρὸ τούτου]. ἐδείχθη δὲ ὁ  $\Delta$  κύκλος πρὸς τὸν  $A$  κύκλον λόγον ἔχων τὸν
- 15 αὐτὸν τῷ τῆς  $\Gamma$  πρὸς  $B$  μήκει [ἐκότερος γὰρ ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς  $E$  πρὸς  $B$  δυνάμει διὰ τὸ τοὺς κύκλους πρὸς ἀλλήλους εἶναι, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετραγῶνα πρὸς ἀλλήλα, ὁμοίως δὲ καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων· εἰ γὰρ αἱ διάμετροι, καὶ
- 20 τὰ ἡμίση, τουτέστιν αἱ ἐκ τῶν κέντρων. ταῖς δὲ ἐκ τῶν κέντρων ἴσαι εἰσὶν αἱ  $B$ ,  $E$ ]. δῆλον οὖν, ὅτι ἢ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν  $A$  κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἢ  $\Gamma$  πρὸς  $B$  μήκει.

ις'.

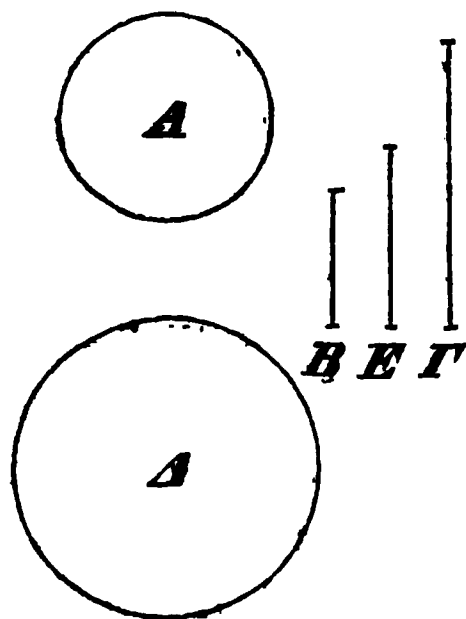
- 25 Ἐὰν κώνος ἰσοσκελής ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ τῇ βάσει, τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου

1. ις' F. 24. ις' F. 26. ἐπιφανείᾳ] τη επιφανεια F; corr. ed. Basil.; τη om. Pseudopappus. 27. ἐστὶν idem.

## XV.

Superficies cuiusvis conici aequicrurii ad basim eandem rationem habet, quam latus conici ad radium basis conici.

sit conus aequicrurius, cuius basis circulus  $A$ . sit autem  $B$  linea aequalis radio circuli  $A$ ,  $\Gamma$  autem aequalis lateri conici. demonstrandum, superficiem conici ad  $A$  circulum eandem rationem habere, quam  $\Gamma$  linea ad  $B$  lineam.



sumatur enim media proportionalis inter  $B$ ,  $\Gamma$  lineas linea  $E$ , et ponatur circulus  $\Delta$  radium lineae  $E$  aequalem habens. itaque circulus  $\Delta$  aequalis est superficiei conici [prop. 14]. demonstratum autem est,  $\Delta$  circulum ad  $A$  circulum eandem rationem habere, quam  $\Gamma$  linea ad  $B$  lineam [prop. 14

p. 59, 20 sq.].<sup>1)</sup> adparet igitur, superficiem conici ad  $A$  circulum eandem rationem habere, quam  $\Gamma$  linea ad lineam  $B$ .

## XVI.

Si conus aequicrurius secatur plano basi parallelo, superficiei conici inter plana parallela positae aequalis est circulus, cuius radius media proportionalis<sup>2)</sup> est

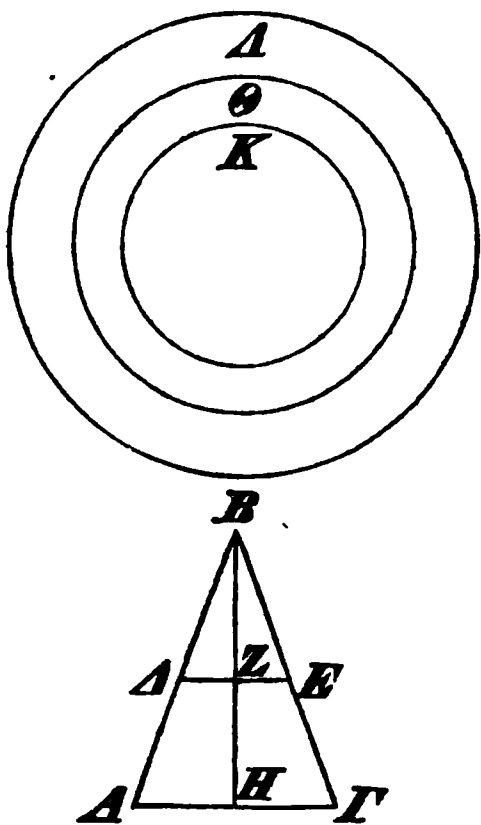
1) Nam  $\Delta : A = E^2 : B^2$  (Eucl. XII, 2) et  $B : \Gamma = B^2 : E^2$  (Eucl. VI, 20 πρόρ. 2).

2) Archimedes p. 78, 1 scripserat: μέση ἀνάλογόν ἐστι; cfr. p. 61 not. 2.

μέσον λόγον ἔχει τῆς τε πλευρᾶς τοῦ κώνου τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων καὶ τῆς ἴσης ἀμφοτέραις ταῖς ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων τῶν ἐν τοῖς παραλλήλοις ἐπιπέδοις.

5 ἔστω κώνος, οὗ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον ἴσον τῷ  $AB\Gamma$ , καὶ τετμήσθω παραλλήλῳ ἐπιπέδῳ τῇ βάσει, καὶ ποιείτω τομὴν τὴν  $\Delta E$ . ἄξων δὲ τοῦ κώνου ἔστω ἡ  $BH$ . κύκλος δὲ τις ἐκκείσθω, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέση ἀνάλογόν ἐστι τῆς τε  $A\Delta$  καὶ συναμφοτέρου τῆς  
10  $\Delta Z$ ,  $HA$ . ἔστω δὲ κύκλος ὁ  $\Theta$ . λέγω, ὅτι ὁ  $\Theta$  κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν  $\Delta E$ ,  $A\Gamma$ .

ἐκκείσθωσαν γὰρ κύκλοι οἱ  $\Lambda$ ,  $K$ , καὶ τοῦ μὲν  $K$  κύκλου ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάσθω τὸ ὑπὸ τῶν  $B\Delta Z$ ,  
15 τοῦ δὲ  $\Lambda$  ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάσθω τὸ ὑπὸ  $BAH$ . ὁ μὲν ἄρα  $\Lambda$  κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ  $AB\Gamma$  κώνου, ὁ δὲ  $K$  κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ  $\Delta EB$ . καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ κῶν  $BA$ ,  $AH$  ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν  $B\Delta$ ,  $\Delta Z$  καὶ τῷ ὑπὸ τῆς  $A\Delta$  καὶ συναμφοτέρου τῆς  $\Delta Z$ ,  $AH$  διὰ τὸ παράλληλον εἶναι τὴν  $\Delta Z$  τῇ  $AH$ , ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ  $AB$ ,  $AH$  δύναται ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ  $\Lambda$  κύκλου, τὸ δὲ ὑπὸ  $B\Delta$ ,  $\Delta Z$   
20 δύναται ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ  $K$  κύκλου, τὸ δὲ ὑπὸ τῆς  $\Delta A$  καὶ συναμφοτέρου τῆς  $\Delta Z$ ,  $AH$  δύναται ἡ  
25



1. τε om. idem. 7. τοῦ] των, ut videtur, F. 8. ἡ] (prius)

inter latus conii, quod inter plana parallela positum est, et lineam aequalem utrique simul radio circulo-  
rum in planis parallelis positorum.<sup>1)</sup>

sit conus eiusmodi, ut triangulus per axem eius positus aequalis sit triangulo  $AB\Gamma$ , et secetur plano basi parallelo, et efficiat [planum secans] sectionem  $\Delta E$ . axis autem conii sit  $BH$  linea. ponatur autem circulus, cuius radius media sit proportionalis inter lineas  $A\Delta$  et  $\Delta Z + HA$ , et sit circulus  $\Theta$ . dico, circulum  $\Theta$  aequalem esse superficiei conii inter lineas  $\Delta E$ ,  $A\Gamma$  positae.

ponantur enim circuli  $A$ ,  $K$ , et radius circuli  $K$  quadratus aequalis sit  $B\Delta \times \Delta Z$ , radius autem circuli  $A$  quadratus aequalis  $BA \times AH$ . itaque circulus  $A$  aequalis est superficiei conii  $AB\Gamma$ ,  $K$  autem circulus aequalis superficiei conii  $\Delta EB$  [prop. 14]. et quoniam

$$BA \times AH = B\Delta \times \Delta Z + A\Delta \times (\Delta Z + AH)$$

[u. Eutocius], quia  $\Delta Z$  linea parallela est lineae  $AH$ , sed radius circuli  $A$  quadratus =  $BA \times AH$ , radius autem circuli  $K$  quadratus =  $B\Delta \times \Delta Z$ , radius autem circuli  $\Theta$  quadratus =  $A\Delta \times (\Delta Z + AH)$  [ex hypo-

1) Citat Pappus I p. 366, 21 sq.; sed totum hunc locum interpolatori tribuo; cfr. p. 69 not. 4. etiam uerba apud Pappum I p. 370, 12:  $\delta\iota\acute{\alpha}$  τὸ αὐτὸ Ἀρχιμήδους ἐξ ἀεὶ ἰσοπέδημα tam delenda sunt, etiam propter uitiosum numerum (cfr. Quaest. Arch. p. 154 not.).

addidi; om. F, uulgo. 13. ἐκκείσθωσ cum comp.  $\iota\nu$  uel  $\eta\nu$  F. 14. τῶν  $B\Delta Z$ ] scripsi; τὸ  $B\Delta Z$  F, uulgo\*;  $\beta\delta\zeta$  ed. Basil.,  $B\Delta$ ,  $\Delta Z$  Torellius. 16.  $BA$ ,  $AH$  Torellius.

ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ  $\Theta$ , τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέν-  
 τρου τοῦ  $\Lambda$  κύκλου ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ἐκ τῶν  
 κέντρων τῶν  $K, \Theta$  κύκλων. ὥστε καὶ ὁ  $\Lambda$  κύκλος  
 ἴσος ἐστὶ τοῖς  $K, \Theta$  κύκλοις. ἀλλ' ὁ μὲν  $\Lambda$  ἴσος ἐστὶ  
 5 τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ  $B\Lambda\Gamma$  κώνου, ὁ δὲ  $K$  τῇ ἐπιφανείᾳ  
 τοῦ  $\Delta B E$  κώνου. λοιπὴ ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου  
 ἡ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν  $\Delta E, \Lambda\Gamma$   
 ἴση ἐστὶ τῷ  $\Theta$  κύκλῳ.

10

[ΛΗΜΜΑ.]

[Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ  $B\Lambda H$ , καὶ διάμετρος  
 αὐτοῦ ἔστω ἡ  $BH$ . τετμήσθω ἡ  $BA$  πλευρά, ὡς  
 ἔτυχεν, κατὰ τὸ  $\Delta$ , καὶ διὰ τοῦ  $\Delta$  ἤχθω παράλληλος τῇ  
 $AH$  ἢ  $\Delta\Theta$ , διὰ δὲ τοῦ  $Z$  τῇ  $BA$  ἢ  $K\Lambda$ . λέγω, ὅτι  
 15 τὸ ὑπὸ  $B\Lambda H$  ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ  $B\Delta Z$  καὶ τῷ ὑπὸ  
 $\Delta A$  καὶ συναμφοτέρου τῆς  $\Delta Z, AH$ . ἐπεὶ γὰρ τὸ  
 μὲν ὑπὸ  $B\Lambda H$  ὅλον ἐστὶ τὸ  $BH$ , τὸ δὲ ὑπὸ  $B\Delta Z$   
 τὸ  $BZ$ , τὸ δὲ ὑπὸ  $\Delta A$  καὶ συναμφοτέρου τῆς  $\Delta Z,$   
 $AH$  ὁ  $MN\Xi$  γνόμων (τὸ μὲν γὰρ ὑπὸ  $\Delta AH$  ἴσον  
 20 ἐστὶ τῷ  $KH$  διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ  $K\Theta$  παραπλήρωμα  
 τῷ  $\Delta\Lambda$  παραπληρώματι, τὸ δὲ ὑπὸ  $\Delta A, \Delta Z$  τῷ  $\Delta A$ ),  
 ὅλον ἄρα τὸ  $BH$ , ὅπερ ἐστὶν τὸ ὑπὸ  $B\Lambda H$ , ἴσον ἐστὶ  
 τῷ τε ὑπὸ  $B\Delta Z$  καὶ τῷ  $MN\Xi$  γνόμονι, ὅς ἐστιν  
 ἴσος τῷ ὑπὸ  $\Delta A$  καὶ συναμφοτέρου τῆς  $AH, \Delta Z$ .]

25

ΛΗΜΜΑΤΑ.

α'. Οἱ κῶνοι οἱ ἴσον ὕψος ἔχοντες τὸν αὐτὸν ἔχουσι  
 λόγον ταῖς βάσεσιν· καὶ οἱ ἴσας ἔχοντες βάσεις τὸν  
 αὐτὸν ἔχουσι λόγον τοῖς ὕψεσιν.

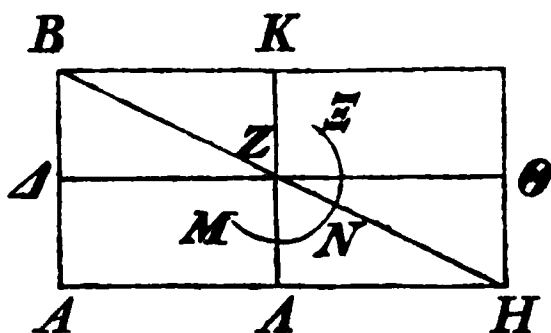
10. ΛΗΜΜΑ om. F; add. Torellius. 15.  $BA, AH$  idem.  
 $B\Delta, \Delta Z$  idem. 16.  $AH$ ]  $\Lambda\Lambda$  F; corr. man. 2, ed. Basil.



thesi], erit radius circuli  $A$  quadratus aequalis radiis  
 circulorum  $K$ ,  $\Theta$  quadratis. quare etiam

$$A = K + \Theta.^1)$$

sed circulus  $A$  aequalis est superficiei conii  $BAG$ ,  
 $K$  autem circulus aequalis superficiei conii  $\Delta BE$ . ita-  
 que quae relinquitur [Eucl. I κοιν. ἐνν. 3] superficies  
 conii inter plana parallela  $\Delta E$ ,  $A\Gamma$  posita, aequalis  
 est circulo  $\Theta$ .<sup>2)</sup>



### LEMMATA.

1. Coni eandem altitudinem habentes eandem ra-  
 tionem habent, quam bases.<sup>3)</sup> et conii aequales bases  
 habentes eandem rationem habent, quam altitudines.<sup>4)</sup>

1) Nam circuli inter se eam habent rationem, quam radii  
 quadrati (Eucl. XII, 2); tum cfr. Quaest. Archim. p. 48.

2) Quod hic sequitur lemma subditium a Torellio ante  
 prop. 16 transpositum est (Quaest. Arch. p. 72); hoc loco ha-  
 bet F.

3) Eucl. XII, 11: οἱ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντες κῶνοι καὶ  
 κύλινδροι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις.

4) Eucl. XII, 14: οἱ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντες κῶνοι καὶ κύ-  
 λινδροι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς τὰ ὕψη.

17.  $BA$ ,  $AH$  Torellius.  $B\Delta$ ,  $\Delta Z$  idem. 19.  $\Delta A$ ,  $AH$  idem.  
 20. τὸ  $K\Theta$ ] τῷ  $K\Theta$  F. 22.  $BA$ ,  $AH$  Torellius. 23.  $B\Delta$ ,  
 $\Delta Z$  idem. γνωμῶνι F; corr. Torellius. 25. λήμματα om.  
 F; hoc et numeros add. Torellius. 26. οἱ ἴσον] οἱ om. F.

β'. Ἐὰν κύλινδρος ἐπιπέδῳ τμηθῆ παρα τὴν βάσιν, ἔστιν, ὡς ὁ κύλινδρος πρὸς τὸν κύλινδρον, ὁ ἄξων πρὸς τὸν ἄξονα.

γ'. Τοῖς δὲ κυλίνδροις ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶν οἱ κῶνοι οἱ ἔχοντες τὰς αὐτὰς βάσεις τοῖς κυλίνδροις.

δ'. Καὶ τῶν ἴσων κῶνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν· καὶ ὧν ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσοι εἰσὶν.

ε'. Καὶ οἱ κῶνοι, ὧν αἱ διάμετροι τῶν βάσεων 10 τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι τοῖς ἄξουσιν [τουτέστι τοῖς ὕψεσι], πρὸς ἀλλήλους ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶν τῶν ἐν ταῖς βάσεσι διαμέτρων.

ταῦτα δὲ πάντα ὑπὸ τῶν πρότερον ἀπεδείχθη.

ιζ'.

15 Ἐὰν ὧσιν δύο κῶνοι ἰσοσκελεῖς, ἢ δὲ τοῦ ἑτέρου κῶνου ἐπιφάνεια ἴση ἢ τῇ τοῦ ἑτέρου βάσει, ἢ δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ κῶνου κάθετος ἀγομένη τῷ ὕψει ἴση ἢ, ἴσοι ἔσονται οἱ κῶνοι.

5. κῶνοι F.  
F. 14. ιη' F.

10. αξουσιν F.

11. ἀλλήλους per comp.

2. Si cylindrus plano basi parallelo secatur, erit, ut cylindrus ad cylindrum, ita axis ad axem.<sup>1)</sup>

3. Eandem autem rationem, quam cylindri, habent coni easdem bases habentes, quas cylindri habent [et altitudinem aequalem].<sup>2)</sup>

4. Et bases conorum aequalium in contraria proportione altitudinum sunt. et quorum bases in contraria proportione altitudinum sunt, aequales sunt coni.<sup>3)</sup>

5. Et coni, quorum basium diametri eandem rationem habent, quam axes<sup>4)</sup>, in tripla ratione diametrorum basium sunt.<sup>5)</sup>

Haec autem omnia a prioribus demonstrata sunt.

## XVII.

Si dati suni duo coni aequicrurii, alterius autem coni superficies aequalis est basi alterius, linea autem a centro basis [prioris coni]<sup>6)</sup> ad latus coni perpendicularis ducta aequalis est altitudini [alterius coni], coni aequales erunt.

1) Eucl. XII, 13: *ἐὰν κύλινδρος ἐπιπέδῳ τμηθῆ παραλλήλῳ ὄντι τοῖς ἀπεναντίον ἐπιπέδοις, ἔσται, ὡς ὁ κύλινδρος πρὸς τὸν κύλινδρον, οὕτως ὁ ἄξων πρὸς τὸν ἄξονα.*

2) Post τοῖς κυλίνδροις Archimedes uix omiserat: *καὶ ὕψος ἴσον*, quae uerba addi uolunt Peyrardus, Hauberus, Nizzius. propositio ipsa apud Euclidem non legitur; sequitur autem ex XII, 10.

3) Eucl. XII, 15: *τῶν ἴσων κώνων καὶ κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι· καὶ ὡν κώνων καὶ κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσοι εἰσὶν ἐκεῖνοι.*

4) Uerba *τουτέστι τοῖς ὕψεσι* transcriptori tribuenda esse uidentur.

5) Eucl. XII, 12: *οἱ ὅμοιοι* (h. e. quorum axes et diametri basium proportionales sunt; XI def. 24) *κῶνοι καὶ κύλινδροι πρὸς ἀλλήλους ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ἐν ταῖς βάσεσι διαμέτρων.*

6) Ueri simile est, Archimedem hos duos conos diligentius

ἔστωσαν δύο κῶνοι ἰσοσκελεῖς οἱ  $ΑΒΓ$ ,  $ΔΕΖ$ . καὶ τοῦ  $ΑΒΓ$  ἡ μὲν βάσις ἴση ἔστω τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ  $ΔΕΖ$ , τὸ δὲ ὕψος τὸ  $ΑΗ$  ἴσον ἔστω τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως τοῦ  $⊙$  ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ κῶνου, οἷον ἐπὶ τὴν  $ΔΕ$ , καθέτω ἠγμένη τῇ  $Κ⊙$ . λέγω, ὅτι ἴσοι εἰσὶν οἱ κῶνοι.

ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ βάσις τοῦ  $ΑΒΓ$  τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ  $ΔΕΖ$  [τὰ δὲ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον], ὡς ἄρα ἡ τοῦ  $ΒΑΓ$  βάσις πρὸς τὴν τοῦ  $ΔΕΖ$  10 βάσιν, οὕτως ἡ ἐπιφάνεια τοῦ  $ΔΕΖ$  πρὸς τὴν βάσιν τοῦ  $ΔΕΖ$ . ἀλλ' ὡς ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν ἰδίαν βάσιν, οὕτως ἡ  $Δ⊙$  πρὸς τὴν  $⊙Κ$  [ἐδείχθη γὰρ τοῦτο, ὅτι παντὸς κῶνου ἰσοσκελοῦς ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν βάσιν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν ἡ πλευρὰ τοῦ κῶνου 15 πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως, τουτέστι ἡ  $ΔΕ$  πρὸς  $Ε⊙$ . ὡς δὲ ἡ  $ΕΔ$  πρὸς  $⊙Δ$ , οὕτως ἡ  $Ε⊙$  πρὸς  $⊙Κ$ . ἰσογῶνια γὰρ ἐστὶ τὰ τρίγωνα. ἴση δὲ ἐστὶν ἡ  $⊙Κ$  τῇ  $ΑΗ$ ]. ὡς ἄρα ἡ βάσις τοῦ  $ΒΑΓ$  πρὸς τὴν βάσιν τοῦ  $ΔΕΖ$ , οὕτως τὸ ὕψος τοῦ  $ΔΕΖ$  πρὸς τὸ ὕψος τοῦ  $ΑΒΓ$ . τῶν  $ΑΒΓ$ ,  $ΔΕΖ$  ἄρα ἀντιπεπόν- 20 θασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ  $ΒΑΓ$  τῷ  $ΔΕΖ$  κῶνω.

ιη΄.

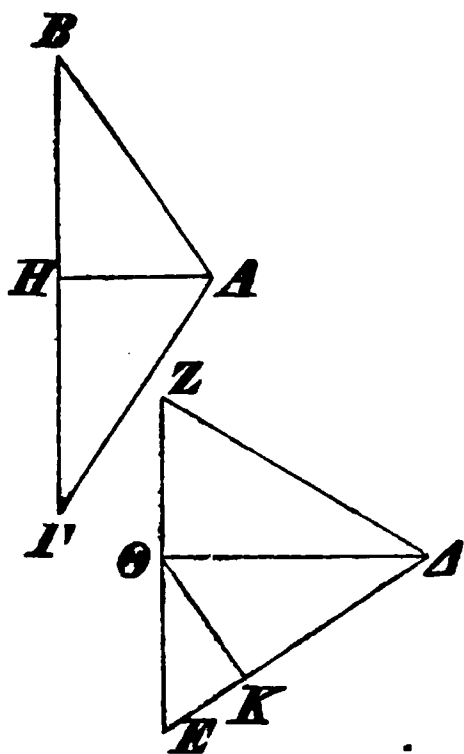
Παντὶ ρόμβῳ ἐξ ἰσοσκελῶν κῶνων συγκειμένῳ ἴσος 25 ἐστὶ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἑτέρου κῶνου τῶν περιεχόντων τὸν ρόμβον, ὕψος δὲ

5. καθετον F; corr. ed. Basil.\* 10. οὕτως per comp. F; item lin. 12. 12.  $Δ⊙$ ]  $Ε⊙$  F; corr. man. 2, B.  $⊙Κ$ ]  $Ε$  supra scriptum man. 2 F. 15.  $η ΔΕ$  τουτεστι F; corr. ed. Basil.\* 16.  $Ε⊙$ ]  $Δ⊙$  F;  $Ε$  supra scriptum man. 2; corr. Torellius.  $⊙Δ$ ]  $⊙Ε$  F man. 2, Torellius. οὕτως] per comp. F, ut lin. 19.  $Ε⊙$ ]  $Δ⊙$  F man. 2, B, ed. Basil., Torellius. 23. ιθ' F. 24. κωνων F.

sint duo conicrurii  $AB\Gamma$ ,  $\Delta EZ$ ; et basis conicrurii  $AB\Gamma$  aequalis sit superficiei conicrurii  $\Delta EZ$ , altitudo autem  $AH$  aequalis lineae  $K\Theta$  a centro basis  $\Delta EZ$  ad latus conicrurii, uelut  $\Delta E$ , perpendiculari ductae.  $AB\Gamma$ ,  $\Delta EZ$  nos esse aequales.

nam quoniam basis conicrurii  $AB\Gamma$  aequalis est superficiei conicrurii  $\Delta EZ$ , erit, ut basis conicrurii  $BAG$  ad basim conicrurii  $\Delta EZ$ , ita superficies conicrurii  $\Delta EZ$  ad basim conicrurii  $\Delta EZ$  [Eucl. V, 7]. sed ut superficies ad basim eiusdem conicrurii, ita  $\Delta\Theta$  ad  $\Theta K$ .<sup>1)</sup> itaque ut basis conicrurii  $BAG$  ad basim conicrurii  $\Delta EZ$ , ita altitudo conicrurii  $\Delta EZ$  ad altitudinem conicrurii  $AB\Gamma$ .<sup>2)</sup> sunt igitur bases conicruriorum  $AB\Gamma$ ,  $\Delta EZ$  in contraria proportione altitudinum. aequalis igitur est conus

$BAG$  cono  $\Delta EZ$  ( $\lambda\eta\mu\mu$ . 4 p. 82).



## XVIII.

Cuius rhombo<sup>3)</sup> ex conicruriis composito aequalis est conus basim habens superficiei alterius conicrurii eorum, qui rhombum comprehendunt, aequalem,

distinxisse; ea saltem uerba, quae in interpretatione addidi, uix omiserat; τοῦ ἑτέρου κώνου p. 82, lin. 18 addidit prop. 18. cfr. prop. 20; Quaest. Arch. p. 73.

1) Nam

superficies conicrurii  $\Delta EZ$  : basis conicrurii  $\Delta EZ = \Delta E : E\Theta$  (prop. 15); sed  $\Delta E : E\Theta = \Theta\Delta : \Theta K$  (Eucl. VI, 4), quia  $\Delta E\Theta \sim \Theta K\Delta$ .

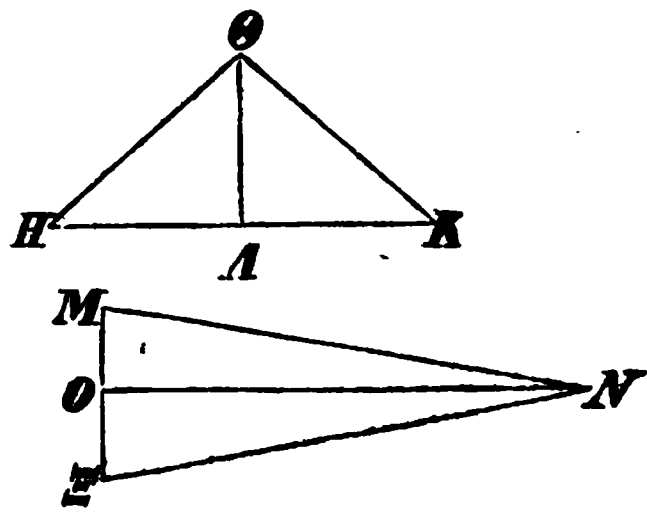
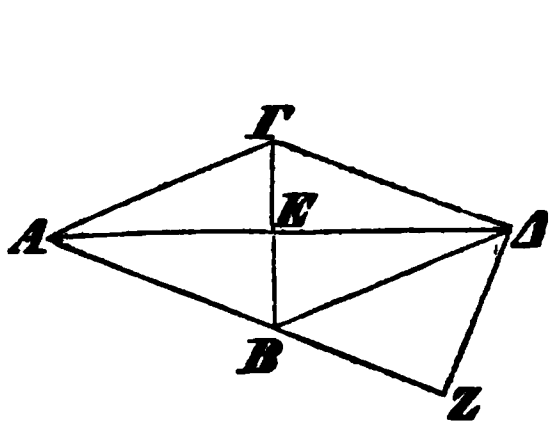
2) Nam  $\Theta K = HA$  ex hypothesis.

3) Sc. solido (defin. 6 p. 8).

ἴσον τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ἑτέρου κώνου καθετῶ ἀγομένη ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ ἑτέρου κώνου.

Ὁ δὲ  $\Delta\text{Β}$  ρόμβος ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκείμενος ὁ κέντρον  $\Delta$ , οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν  $\text{ΒΓ}$  κύκλος, ὕψος δὲ τὸ  $\text{ΑΔ}$ . ἐκκείσθω δὲ τις ἕτερος ὁ  $\text{ΗΘΚ}$  τὴν μὲν βάσιν ἔχων τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ  $\text{ΑΒΓ}$  κώνου ἴσην, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ  $\Delta$  σημείου καθετῶ ἐπὶ τὴν  $\text{ΑΒ}$  ἢ τὴν ἐπ' εὐθείας αὐτῇ ἠγμένη. ἔστω δὲ ἡ  $\Delta\text{Ζ}$ , τὸ δὲ ὕψος τοῦ  $\text{ΘΗΚ}$  κώνου ἔστω τὸ  $\text{ΘΑ}$ . ἴσον δὲ ἔστιν τὸ  $\text{ΘΑ}$  τῇ  $\Delta\text{Ζ}$ . λέγω, ὅτι ἴσος ἔστιν ὁ κώνος τῶ ρόμβῳ.

ἐκκείσθω γὰρ ἕτερος κώνος ὁ  $\text{ΜΝΞ}$  τὴν μὲν βάσιν ἔχων ἴσην τῇ βάσει τοῦ  $\text{ΑΒΓ}$  κώνου, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ  $\text{ΑΔ}$ . καὶ ἔστω τὸ ὕψος αὐτοῦ τὸ  $\text{ΝΟ}$ . ἐπεὶ οὖν ἡ  $\text{ΝΟ}$  τῇ  $\text{ΑΔ}$  ἴση ἔστιν, ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ  $\text{ΝΟ}$  πρὸς  $\Delta\text{Ε}$ , οὕτως ἡ  $\text{ΑΔ}$  πρὸς  $\Delta\text{Ε}$ . ἀλλ' ὡς μὲν ἡ  $\text{ΑΔ}$  πρὸς  $\Delta\text{Ε}$ , οὕτως ὁ  $\text{ΑΒΓΔ}$  ρόμβος πρὸς τὸν  $\text{ΒΓΔ}$  κώνον· ὡς δὲ ἡ  $\text{ΝΟ}$  πρὸς τὴν  $\Delta\text{Ε}$ , οὕτως ὁ  $\text{ΜΝΞ}$  κώνος πρὸς τὸν  $\text{ΒΓΔ}$  κώνον [διὰ τὸ τὰς βάσεις αὐτῶν εἶναι ἴσας]. ὡς ἄρα ὁ  $\text{ΜΝΞ}$  κώνος πρὸς τὸν



$\text{ΒΓΔ}$  κώνον, οὕτως ὁ  $\text{ΑΒΓΔ}$  ρόμβος πρὸς τὸν  $\text{ΒΓΔ}$  κώνον. ἴσος ἄρα ἔστιν ὁ  $\text{ΜΝΞ}$  τῶ  $\text{ΑΒΓΔ}$  ρόμβῳ.

8. ἠγμένην, ut uidetur, F; corr. Torellius. 13. εχον F.

altitudinem autem aequalem lineae, quae a uertice alterius conii ad latus prioris conii<sup>1)</sup> perpendicularis ducitur.

sit rhombus ex conis aequicruriis compositus  $AB\Gamma\Delta$ , cuius basis sit circulus circum  $B\Gamma$  diametrum descriptus, altitudo autem  $A\Delta$ . ponatur autem alius conus  $H\Theta K$  basim habens superficiei conii  $AB\Gamma$  aequalem, altitudinem autem aequalem lineae a  $\Delta$  puncto ad  $AB$  lineam uel eandem productam perpendiculari. sit autem  $\Delta Z$  linea, altitudo autem conii  $\Theta HK$  sit  $\Theta A$  linea. itaque  $\Theta A = \Delta Z$ . dico, conum  $[H\Theta K]$  aequalem esse rhombo.

ponatur enim alius conus  $MN\Xi$  basim habens basi conii  $AB\Gamma$  aequalem, altitudinem autem aequalem  $A\Delta$  lineae. et sit altitudo eius  $NO$  linea. iam quoniam  $NO = A\Delta$ , erit [Eucl. V, 7]

$$NO : \Delta E = A\Delta : \Delta E.$$

sed

$$A\Delta : \Delta E = AB\Gamma\Delta : B\Gamma\Delta^2),$$

et

$$NO : \Delta E = MN\Xi : B\Gamma\Delta \text{ [\lambda\eta\mu\mu. 1 p. 80].}^3)$$

itaque

$$MN\Xi : B\Gamma\Delta = AB\Gamma\Delta : B\Gamma\Delta.$$

quare

$$MN\Xi = AB\Gamma\Delta \text{ [Eucl. V, 9].}$$

1) Cfr. p. 83 not. 6.

2) Nam  $AB\Gamma : B\Gamma\Delta = AE : E\Delta$  ( $\lambda\eta\mu\mu$ . 1 p. 80); quare componendo (Eucl. V, 18):  $AB\Gamma + B\Gamma\Delta : B\Gamma\Delta = A\Delta : E\Delta$ .

3) Sequentia uerba lin. 19—20 transcriptori tribuo; neque enim intellegitur, cur Archimedes, si ad lemma 1 lectorem reuocare uoluit, lin. 18, ubi magis opus erat, praetermiserit.

$AB\Gamma$ ]  $\Gamma$  om. F; add. eadem manus(?). 16. οὐτως F, ut lin. 17 et 18. 22.  $AB\Gamma\Delta$ ]  $\Delta$  om. F; add. man. 2.

καὶ ἐπεὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ  $ΑΒΓ$  ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ  
 $ΗΘΚ$ , ὡς ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ  $ΑΒΓ$  πρὸς τὴν ἰδίαν  
 βάσιν, οὕτως ἡ βάση τοῦ  $ΗΘΚ$  πρὸς τὴν βάση τοῦ  
 $ΜΝΞ$  [ἡ γὰρ βάση τοῦ  $ΑΒΓ$  ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ  
 5  $ΜΝΞ$ ]. ὡς δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ  $ΑΒΓ$  πρὸς τὴν ἰδίαν  
 βάση, οὕτως ἡ  $ΑΒ$  πρὸς τὴν  $ΒΕ$ , τουτέστι ἡ  $ΑΔ$   
 πρὸς  $ΔΖ$  [ὅμοια γὰρ τὰ τρίγωνα]. ὡς ἄρα ἡ βάση  
 τοῦ  $ΗΘΚ$  πρὸς τὴν βάση τοῦ  $ΝΜΞ$ , οὕτως ἡ  $ΑΔ$   
 πρὸς  $ΔΖ$ . ἴση δὲ ἡ μὲν  $ΑΔ$  τῇ  $ΝΟ$  [ὑπέκειτο γὰρ],  
 10 ἡ δὲ  $ΔΖ$  τῇ  $ΘΑ$ . ὡς ἄρα ἡ βάση τοῦ  $ΗΘΚ$  πρὸς  
 τὴν βάση τοῦ  $ΜΝΞ$ , οὕτως τὸ  $ΝΟ$  ὕψος πρὸς τὸ  $ΘΑ$ .  
 τῶν  $ΗΘΚ$ ,  $ΜΝΞ$  ἄρα κῶνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βά-  
 σεις τοῖς ὕψεσιν. ἴσοι ἄρα εἰσὶν οἱ κῶνοι. ἐδείχθη  
 δὲ ὁ  $ΜΝΞ$  ἴσος τῷ  $ΑΒΓΔ$  ῥόμβῳ. καὶ ὁ  $ΗΘΚ$   
 15 ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ  $ΑΒΓΔ$  ῥόμβῳ.

ιδ΄.

Ἐὰν κῶνος ἰσοσκελῆς ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ  
 τῇ βάσει, ἀπὸ δὲ τοῦ γενομένου κύκλου κῶνος ἀνα-  
 γραφῇ κορυφὴν ἔχων τὸ κέντρον τῆς βάσεως, ὁ δὲ  
 20 γενόμενος ῥόμβος ἀφαιρεθῇ ἀπὸ τοῦ ὅλου κῶνου, τῷ  
 περιλείμματι ἴσος ἔσται κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην  
 τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κῶνου τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων  
 ἐπιπέδων, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρον τῆς βά-  
 σεως ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ κῶνου καθέτω ἡγμένη.  
 25 ἔστω κῶνος ἰσοσκελῆς ὁ  $ΑΒΓ$ , καὶ τετμήσθω ἐπι-  
 πέδῳ παραλλήλῳ τῇ βάσει, καὶ ποιείτω τομὴν τὴν  $ΔΕ$ .  
 κέντρον δὲ τῆς βάσεως ἔστω τὸ  $Ζ$ . καὶ ἀπὸ τοῦ περὶ  
 διάμετρον τὴν  $ΔΕ$  κύκλου κῶνος ἀναγεγράφθω κορυ-

8.  $ΝΜΞ$ ] sic FBC\*;  $ΜΝΞ$  ed. Basil., Torellius. 10.  $ΘΑ$ ]



et quoniam superficies conii  $AB\Gamma$  aequalis est basi conii  $H\Theta K$ , erit, ut superficies conii  $AB\Gamma$  ad basim eiusdem conii, ita basis conii  $H\Theta K$  ad basim conii  $MN\Xi$ .<sup>1)</sup> sed ut superficies conii  $AB\Gamma$  ad basim eiusdem conii, ita  $AB$  ad  $BE$  [prop. 15], h. e.  $A\Delta$  ad  $\Delta Z$ .<sup>2)</sup> itaque ut basis conii  $H\Theta K$  ad basim conii  $MN\Xi$ , ita  $A\Delta$  ad  $\Delta Z$ . sed  $A\Delta = NO$  [ex hypothesi], et  $\Delta Z = \Theta A$  [ex hypothesi]. itaque ut basis conii  $H\Theta K$  ad basim conii  $MN\Xi$ , ita erit  $NO$  altitudo ad  $\Theta A$ . conorum igitur  $H\Theta K$ ,  $MN\Xi$  bases in contraria sunt proportione altitudinum. quare conii aequales sunt [λημμ. 4 p. 82]. sed demonstratum est, conum  $MN\Xi$  aequalem esse rhombo  $AB\Gamma\Delta$ . itaque etiam  $H\Theta K$  conus aequalis est rhombo  $AB\Gamma\Delta$ .

## XIX.

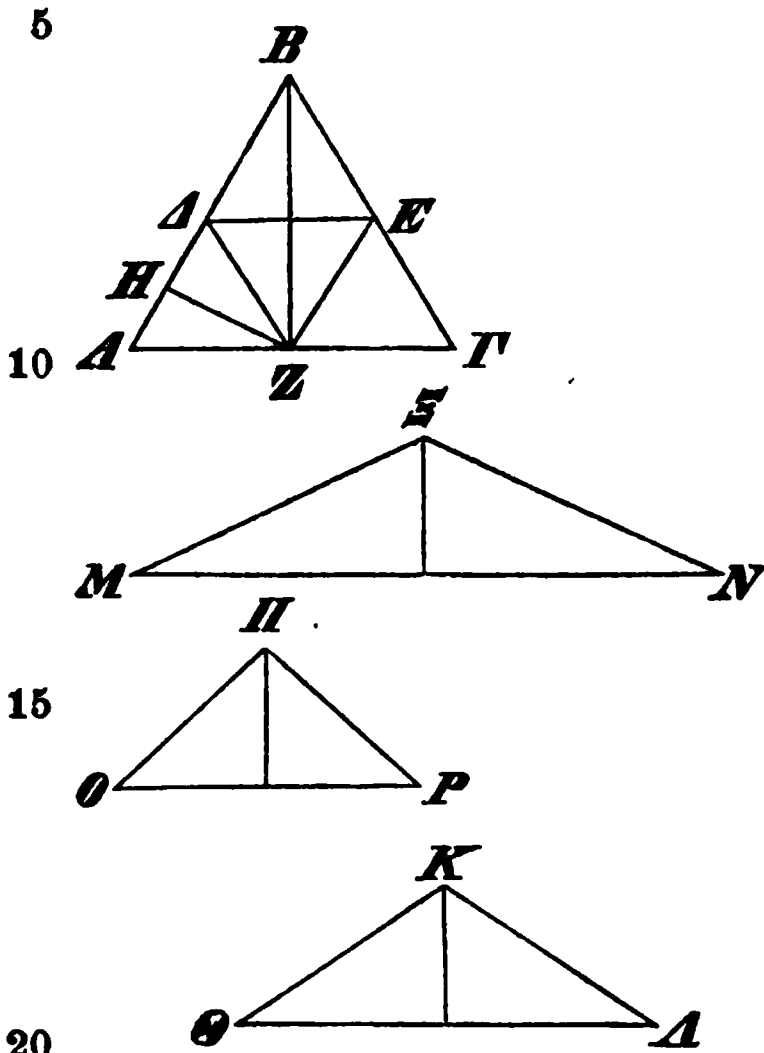
Si conus aequicrurius plano basi parallelo secatur, et in circulo inde orto conus construitur uerticem habens centrum basis, et rhombus inde ortus a toto cono subtrahitur, frusto relicto aequalis erit conus basim habens aequalem superficiei conii inter plana parallela positae, altitudinem autem aequalem lineae a centro basis a latus conii perpendiculari.

sit conus aequicrurius  $AB\Gamma$ , et secetur plano basi parallelo, quod efficiat sectionem  $\Delta E$ . centrum autem basis sit  $Z$ . et in circulo circum diametrum  $\Delta E$  de-

1) Nam basis conii  $MN\Xi$  aequalis est basi conii  $AB\Gamma$  (ex hypothesi). uerba lin. 4—5 Archimedis uix sunt.

2) Nam  $ABE \sim A\Delta Z$ ; tum u. Eucl. VI, 4.

φὴν ἔχων τὸ  $Z$ . ἔσται δὴ ῥόμβος ὁ  $B\Delta ZE$  ἐξ ἰσο-  
σκελῶν κώνων συγκείμενος. ἐκκείσθω δὴ τις κώνος  
ὁ  $\Theta K\Lambda$ , οὗ ἡ μὲν βᾶσις ἔστω ἴση τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ  
μεταξὺ τῶν  $\Delta E$ ,  $A\Gamma$ , τὸ δὲ ὕψος, ἀχθείσης ἀπὸ τοῦ



$Z$  σημείου καθέτου ἐπὶ  
τὴν  $AB$  τῆς  $ZH$ , ἔστω  
ἴσον τῇ  $ZH$ . λέγω, ὅτι,  
ἐὰν ἀπὸ τοῦ  $AB\Gamma$  κώνου  
νοηθῇ ἀφηρημένος ὁ  
 $B\Delta ZE$  ῥόμβος, τῷ περι-  
λείμματι ἴσος ἔσται ὁ  
 $\Theta K\Lambda$  κώνος.

ἐκκείσθωσαν γὰρ δύο  
κῶνοι οἱ  $MN\Xi$ ,  $OPi$ ,  
ὥστε τὴν μὲν τοῦ  $MN\Xi$   
βάσιν ἴσην εἶναι τοῦ  
 $AB\Gamma$  κώνου τῇ ἐπιφανείᾳ,  
τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ  $ZH$   
[διὰ δὴ τοῦτο ἴσος ἔστιν  
ὁ  $MN\Xi$  κώνος τῷ  $AB\Gamma$

κῶνῳ. ἐὰν γὰρ ὡς δύο κῶνοι ἰσοσκελεῖς, ἡ δὲ τοῦ  
ἐτέρου κώνου ἐπιφάνεια ἴση ἢ τῇ τοῦ ἐτέρου βᾶσει, ἔτι  
δὲ ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βᾶσεως ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ  
κῶνου ἀγομένη κάθετος τῷ ὕψει ἴση, ἴσοι ἔσονται οἱ  
25 κῶνοι], τὴν δὲ τοῦ  $OPi$  κώνου βᾶσιν ἴσην εἶναι τῇ  
ἐπιφανείᾳ τοῦ  $\Delta BE$  κώνου, ὕψος δὲ τῇ  $ZH$  [διὰ δὴ  
τοῦτο ἴσος ἔστιν ὁ  $OPi$  κώνος τῷ  $B\Delta ZE$  ῥόμβῳ·  
τοῦτο γὰρ προαπεδείχθη]. ἐπεὶ δὲ ἡ τοῦ  $AB\Gamma$  κώνου  
ἐπιφάνεια σύγκειται ἐκ τε τῆς τοῦ  $B\Delta E$  ἐπιφανείας

6. τῆς] τη FBC\*. 10. περιλημματι F. 12. κωνος F.  
27. τοῦτο] τουτοις F; corr. B\*.

scripto construatur conus uerticem habens  $Z$  punctum. erit igitur  $B\Delta ZE$  rhombus ex conis aequicruriis compositus. ponatur igitur conus  $K\Theta A$ , cuius basis aequalis sit superficiei inter  $\Delta E$ ,  $A\Gamma$  positae, altitudo autem lineae  $ZH$  a  $Z$  puncto ad  $AB$  lineam perpendiculari ductae. dico, si rhombus  $B\Delta ZE$  a cono  $AB\Gamma$  ablatu fingatur, conum  $\Theta KA$  aequalem futurum esse frusto relicto.

ponantur enim duo conus  $MN\Xi$ ,  $O\Pi P$ , ita ut basis conus  $MN\Xi$  aequalis sit superficiei conus  $AB\Gamma$ , altitudo autem lineae  $ZH$ <sup>1)</sup>, basis autem conus  $O\Pi P$  aequalis superficiei conus  $\Delta BE$ , altitudo autem lineae  $ZH$ .<sup>2)</sup>

sed quoniam superficies conus  $AB\Gamma$  composita est ex superficie conus  $B\Delta E$  et superficie inter  $\Delta E$ ,  $A\Gamma$  posita, superficies autem conus  $AB\Gamma$  aequalis est basi

1) Quaest. Arch. p. 75 dixi lin. 21—25 subdituias mihi uideri esse, quippe quae nihil contineant nisi inutilem et ab Archimedis consuetudine abhorrentem repetitionem prop. 17; sed etiam lin. 19—21, quibus interpositis prae interrumpitur constructio, et membra ab  $\omega\sigma\tau\epsilon$  lin. 15 pendentia et per  $\mu\acute{\epsilon}\nu$  lin. 15— $\delta\acute{\epsilon}$  lin. 25 coniuncta uolenter disiunguntur, interpolatori tribuo.

2) Ex iis, quae not. 1 de uerbis similibus lin. 19—25 dixi, ueri simile fit, etiam uerba, quae hoc loco sequuntur lin. 26  $\delta\iota\acute{\alpha}$   $\delta\eta$  — 28  $\pi\rho\omicron\alpha\pi\epsilon\delta\epsilon\acute{\iota}\chi\theta\eta$ , interpolatori deberi.

καὶ τῆς μεταξὺ τῶν  $\Delta E$ ,  $A\Gamma$ , ἀλλ' ἢ μὲν τοῦ  $AB\Gamma$   
κῶνου ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ  $MN\Xi$  κῶνου,  
ἢ δὲ τοῦ  $\Delta BE$  ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶν τῇ βάσει τοῦ  
 $O\Pi P$ , ἢ δὲ μεταξὺ τῶν  $\Delta E$ ,  $A\Gamma$  ἴση ἐστὶ τῇ βάσει  
5 τοῦ  $\Theta K\Lambda$ , ἢ ἄρα τοῦ  $MN\Xi$  βάσις ἴση ἐστὶ ταῖς βά-  
σεσιν τῶν  $\Theta K\Lambda$ ,  $O\Pi P$ . καὶ εἰσιν οἱ κῶνοι ὑπὸ τὸ  
αὐτὸ ὕψος. ἴσος ἄρα ἐστὶν καὶ ὁ  $MN\Xi$  κῶνος τοῖς  
 $\Theta K\Lambda$ ,  $O\Pi P$  κῶνοις. ἀλλ' ὁ μὲν  $MN\Xi$  κῶνος ἴσος  
ἐστὶ τῷ  $AB\Gamma$  κῶνῳ, ὁ δὲ  $\Pi O P$  τῷ  $B\Delta EZ$  ρόμβῳ.  
10 λοιπὸς ἄρα ὁ  $\Theta K\Lambda$  κῶνος τῷ περιλείμματι ἴσος ἐστίν.

κ΄.

Ἐὰν ρόμβου ἐξ ἰσοσκελῶν κῶνων συγκειμένου ὁ  
ἕτερος κῶνος ἐπιπέδῳ τμηθῆ παραλλήλῳ τῇ βάσει,  
ἀπὸ δὲ τοῦ γενομένου κύκλου κῶνος ἀναγραφῆ κορυ-  
15 φὴν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ ἑτέρῳ κῶνῳ, ἀπὸ δὲ τοῦ ὅλου  
ρόμβου ὁ γενόμενος ρόμβος ἀφαιρεθῆ, τῷ περιλείμ-  
ματι ἴσος ἔσται ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ  
ἐπιφανείᾳ τοῦ κῶνου τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπι-  
πέδων, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ἑτέρου  
20 κῶνου ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ ἑτέρου κῶνου καθέτω  
ἠγμένη.

ἔστω ρόμβος ἐξ ἰσοσκελῶν κῶνων συγκείμενος ὁ  
 $AB\Gamma\Delta$ , καὶ τμηθῆτω ὁ ἕτερος κῶνος ἐπιπέδῳ παρ-  
αλλήλῳ τῇ βάσει, καὶ ποιείτω τομὴν τὴν  $EZ$ , ἀπὸ  
25 δὲ τοῦ περὶ διάμετρον τὴν  $EZ$  κύκλου κῶνος ἀναγε-  
γράφθω τὴν κορυφὴν ἔχων τὸ  $\Delta$  σημεῖον. ἔσται δὲ  
γεγονῶς ρόμβος ὁ  $EB\Delta Z$ , καὶ νοείσθω ἀφηρημένος

7. κωνος F. 9. ὁ] το FBC\*. 10. περιλειμματι F. 11.  
κά' F. 12. ισκελων F. 14. κύκλου κῶνος] κωνου κυκλος

coni  $MNΞ$ , et superficies coni  $ΔBE$  aequalis basi coni  $OΠP$ , et superficies inter  $ΔE$ ,  $ΑΓ$  posita aequalis basi coni  $ΘΚΑ$  [ex hypothesi], basis igitur coni  $MNΞ$  aequalis est basibus conorum  $ΘΚΑ$ ,  $OΠP$ , et omnes coni illi eandem habent altitudinem; quare

$$MNΞ = ΘΚΑ + OΠP.^1)$$

sed  $MNΞ = ABΓ$  [prop. 17], et  $ΠOP = BΔEZ$  [prop. 18]. [itaque  $ABΓ = ΘΚΑ + BΔEZ$ , et ablato rhombo  $BΔEZ$ ] erit igitur conus  $ΘΚΑ$  aequalis frusto relicto [Eucl. I *κον. ένν.* 3].

## XX.

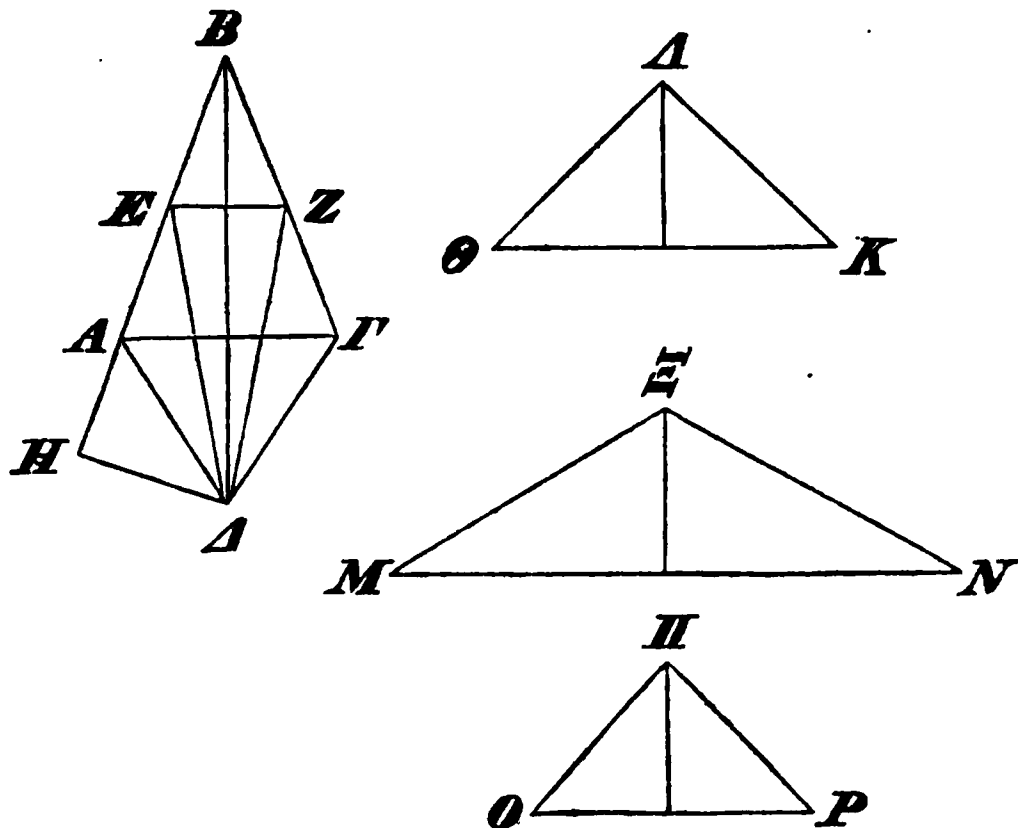
Si in rhombo ex conis aequicruriis composito alter conus plano basi parallelo secatur, et in circulo inde orto conus construitur uerticem habens eundem, quem alter conus [rhombi], et rhombus inde ortus a toto rhombo aufertur, frusto relicto aequalis erit conus basim habens aequalem superficiei coni inter plana parallela positae, altitudinem autem lineae a uertice prioris<sup>2)</sup> coni ad latus alterius coni perpendiculari ductae.

sit rhombus ex conis aequicruriis compositus  $ABΓΔ$ , et secetur alter conus plano basi parallelo, quod efficiat sectionem  $EZ$ ; et in circulo circum diametrum  $EZ$  descripto construatur conus uerticem habens  $Δ$  punctum. efficietur igitur rhombus  $EBΔZ$ , et fingatur ablatas ab toto rhombo. ponatur autem conus

1) Ex lemm. 1; cfr. Quaest. Arch. p. 48.

2) H. e. eius, qui plano parallelo secatur; cfr. p. 83 not. 6.

ἀπὸ τοῦ ὅλου ῥόμβου. ἐκκείσθω δέ τις κώνος ὁ  $\Theta Κ \Lambda$   
τὴν μὲν βάσιν ἴσην ἔχων τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν  
 $ΑΓ, ΕΖ$ , τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ  $\Delta$  σημείου



καθέτω ἀγομένη ἐπὶ τὴν  $ΒΑ$  ἢ τὴν ἐπ' εὐθείας αὐτῇ.  
δ λέγω, ὅτι ὁ  $\Theta Κ \Lambda$  κώνος ἴσος ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ περι-  
λείμματι.

ἐκκείσθωσαν γὰρ δύο κώνοι οἱ  $ΜΝΞ, ΟΠΡ$  καὶ  
ἡ μὲν βάσις τοῦ  $ΜΝΞ$  κώνου ἴση ἔστω τῇ ἐπιφανείᾳ  
τοῦ  $ΑΒΓ$ , τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ  $\Delta Η$  [διὰ δὴ τὰ προ-  
10 δειχθέντα ἴσος ἐστὶν ὁ  $ΜΝΞ$  κώνος τῷ  $ΑΒΓ \Delta$  ῥόμβῳ],  
τοῦ δὲ  $ΟΠΡ$  κώνου ἡ μὲν βάσις ἴση ἔστω τῇ ἐπιφανείᾳ  
τοῦ  $ΕΒΖ$  κώνου, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ  $\Delta Η$  [ὁμοίως  
δὴ ἴσος ἐστὶν ὁ  $ΟΠΡ$  κώνος τῷ  $ΕΒΖ \Delta$  ῥόμβῳ]. ἐπεὶ  
δὲ ὁμοίως ἡ ἐπιφάνεια τοῦ  $ΑΒΓ$  κώνου σύγκειται ἐκ  
15 τε τῆς τοῦ  $ΕΒΖ$  καὶ τῆς μεταξὺ τῶν  $ΕΖ, ΑΓ$ , ἀλλὰ  
ἡ μὲν τοῦ  $ΑΒΓ$  κώνου ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῇ βάσει  
τοῦ  $ΜΝΞ$ , ἡ δὲ τοῦ  $ΕΒΖ$  κώνου ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ

δ. περιληματι supra scripto μ F.

12. ομοιω F.

In

$\odot K A$  basim habens superficiei inter  $A \Gamma$ ,  $E Z$  positae aequalem, altitudinem autem lineae ab  $\Delta$  puncto ad  $B A$  uel eandem productam perpendiculari ductae. dico, conum  $\odot K A$  aequalem esse frusto relicto, quod commemorauimus.

ponantur enim duo conii  $M N \Xi$ ,  $O \Pi P$ . et basis conii  $M N \Xi$  aequalis sit superficiei conii  $A B \Gamma$ , altitudo autem lineae  $\Delta H^1$ ); conii autem  $O \Pi P$  basis aequalis sit superficiei conii  $E B Z$ , altitudo autem lineae  $\Delta H$ .<sup>2</sup>) quoniam autem, ut supra [prop. 19 p. 90, 28], superficies conii  $A B \Gamma$  composita est ex superficie conii  $E B Z$  et superficie inter  $E Z$ ,  $A \Gamma$  posita, et superficies conii  $A B \Gamma$  aequalis est basi conii  $M N \Xi$ , et superficies conii  $E B Z$  aequalis basi conii  $O \Pi P$ , et superficies inter

---

1) Verba sequentia lin. 9—10 subditia esse puto; cfr. p. 91 not. 2.

2) Etiam uerba lin. 12—13, quae per uocabulum  $\delta\mu\acute{o}\lambda\omicron\varsigma$  uerba subditia lin. 9—10 significant, necessario subditia sunt, si illa iure damnauimus.

---

figura litteras  $A$ ,  $H$  permutat  $F$ ; pro  $O$  habet  $C$ ; praeterea ut prop. 19 om. altitudines conorum.

τῆ βάσει τοῦ  $ΟΡΠ$  κώνου, ἣ δὲ μεταξὺ τῶν  $EZ$ ,  $ΑΓ$   
 ἴση ἐστὶ τῆ βάσει τοῦ  $ΘΚΛ$ , ἣ ἄρα βάσις τοῦ  $MNΞ$   
 ἴση ἐστὶ ταῖς βάσεσιν τῶν  $ΟΠΡ$ ,  $ΘΚΛ$ . καὶ εἰσιν οἱ  
 κῶνοι ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος. καὶ ὁ  $MNΞ$  ἄρα κῶνος  
 5 ἴσος ἐστὶ τοῖς  $ΘΚΛ$ ,  $ΟΠΡ$  κῶνοις. ἀλλ' ὁ μὲν  $MNΞ$   
 κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ  $ΑΒΓΔ$  ῥόμβῳ, ὁ δὲ  $ΟΠΡ$  κῶνος  
 τῷ  $ΕΒΔΖ$  ῥόμβῳ. λοιπὸς ἄρα ὁ κῶνος ὁ  $ΘΚΛ$  ἴσος  
 ἐστὶ τῷ περιλείμματι τῷ λοιπῷ.

κα΄.

10 Ἐὰν εἰς κύκλον πολύγωνον ἐγγραφῆ ἀρτιόπλευρόν  
 τε καὶ ἰσόπλευρον, καὶ διαχθῶσιν εὐθεῖαι ἐπιξενγνύ-  
 ούσαι τὰς πλευρὰς τοῦ πολυγώνου, ὥστε αὐτὰς παρ-  
 ἀλλήλους εἶναι μιᾷ ὀποιοῦν τῶν ὑπὸ δύο πλευρὰς  
 τοῦ πολυγώνου ὑποτείνουσῶν, αἱ ἐπιξενγνύουσαι πᾶσαι  
 15 πρὸς τὴν τοῦ κύκλου διάμετρον τοῦτον ἔχουσι τὸν  
 λόγον, ὃν ἔχει ἡ ὑποτείνουσα τὰς μιᾷ ἐλάσσονας τῶν  
 ἡμίσεων πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου.

ἔστω κύκλος ὁ  $ΑΒΓΔ$ , καὶ ἐν αὐτῷ πολύγωνον  
 ἐγγεγράφθω τὸ  $ΑΕΖΒΗΘΓΜΝΔΑΚ$ , καὶ ἐπεξεύχ-  
 20 θωσαν αἱ  $EK$ ,  $ZΑ$ ,  $BΔ$ ,  $ΗΝ$ ,  $ΘΜ$ . δῆλον δὴ, ὅτι  
 παράλληλοί εἰσιν τῆ ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου  
 ὑποτείνουσα. λέγω οὖν, ὅτι αἱ εἰρημέναι πᾶσαι πρὸς  
 τὴν τοῦ κύκλου διάμετρον τὴν  $ΑΓ$  τὸν αὐτὸν λόγον  
 ἔχουσι τῷ τῆς  $ΓΕ$  πρὸς  $ΕΑ$ .

25 ἐπεξεύχθωσαν γὰρ αἱ  $ZK$ ,  $ΑΒ$ ,  $ΗΔ$ ,  $ΘΝ$ . παρ-  
 ἀλληλος ἄρα ἡ μὲν  $ZK$  τῆ  $ΕΑ$ , ἡ δὲ  $BΑ$  τῆ  $ZK$ ,  
 καὶ ἔτι ἡ μὲν  $ΔΗ$  τῆ  $BΔ$ , ἡ δὲ  $ΘΝ$  τῆ  $ΔΗ$ , καὶ ἡ

7.  $ΕΒΖΔ$  Torellius.  
 F habet A, sed expunctum.

8. περιλιμματι F.

19. Post K

27.  $ΔΗ$  (alt.) in rasura F.



$EZ$ ,  $AG$  posita aequalis basi conii  $\odot KA$ , basis igitur conii  $MN\Xi$  aequalis est basibus conorum  $O\Pi P$ ,  $\odot KA$ . et conii eandem altitudinem habent. itaque etiam conus  $MN\Xi = \odot KA + O\Pi P$  [p. 93 not. 1].

sed  $MN\Xi = AB\Gamma\Delta$  [prop. 18], et  $O\Pi P = EB\Delta Z$  [prop. 18] [itaque  $AB\Gamma\Delta = \odot KA + EB\Delta Z$ . auferatur, qui communis est rhombus  $EB\Delta Z$ ]. erit igitur, qui relinquitur, conus  $\odot KA$  aequalis frusto relicto [Eucl. I  $\kappa\omicron\iota\nu$ .  $\acute{\epsilon}\nu\nu$ . 3].

## XXI.

Si circulo polygonum inscribitur aequilaterum, cuius latera paria sunt numero, et ducuntur lineae angulos<sup>1)</sup> polygoni coniungentes, ita ut parallelae sint cuius linearum sub duo latera subtendentium polygoni, omnes simul lineae coniungentes ad diametrum circuli eam habent rationem, quam habet linea subtendens sub latera polygoni uno pauciora, quam dimidius numerus eorum est, ad latus polygoni.

sit circulus  $AB\Gamma\Delta$ , et ei inscribatur polygonum  $AEZBH\odot\Gamma MN\Delta AK$ , et ducantur lineae  $EK$ ,  $Z\Lambda$ ,  $B\Delta$ ,  $HN$ ,  $\odot M$ . adparet igitur, eas parallelas esse lineae sub duo latera polygoni subtendenti.<sup>2)</sup> iam dico, omnes simul lineas, quas commemorauimus, ad diametrum circuli rationem habere, quam  $\Gamma E$  ad  $E A$ .

ducantur enim lineae  $ZK$ ,  $\Lambda B$ ,  $H\Delta$ ,  $\odot N$ . parallela igitur linea  $ZK$  est lineae  $E A$ ,<sup>3)</sup>  $B\Lambda$  lineae  $ZK$ , et

1) Archimedes pro  $\pi\lambda\epsilon\nu\rho\acute{\alpha}\varsigma$  lin. 12 fortasse scripserat  $\gamma\omega\nu\iota\alpha\varsigma$ ; Quaest. Arch. p. 76.

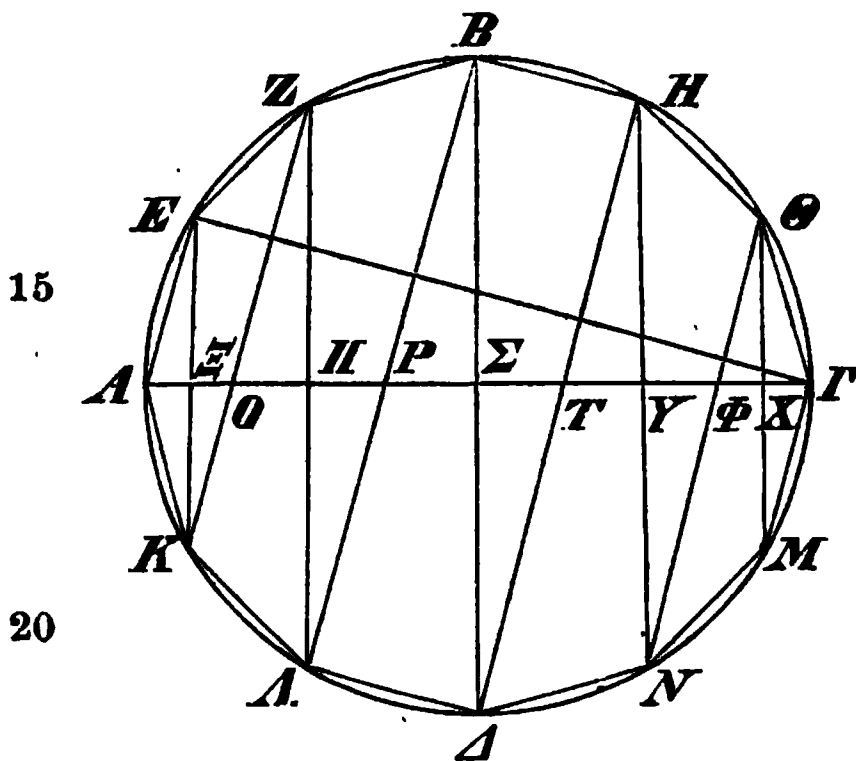
2) Nam quia arcus  $KA$ ,  $EZ$  aequales sunt, erit

$$\angle EKZ = KZ\Lambda \text{ (Eucl. III, 27);}$$

itaque  $EK \neq \Lambda Z$  (Eucl. I, 28), et eodem modo in ceteris.

3) Quia arcus  $KA = EZ$ , erit  $\angle AEK = EKZ$  (Eucl. III,

$\Gamma M$  τῆ  $\Theta N$ . [καὶ ἐπεὶ δύο παραλλήλοί εἰσιν αἱ  $EA$ ,  
 $KZ$ , καὶ δύο διηγμένοι εἰσὶν αἱ  $EK$ ,  $AO$ ] ἔστιν ἄρα,  
ὡς ἡ  $EΞ$  πρὸς  $ΞA$ , ὁ  $KΞ$  πρὸς  $ΞO$ . ὡς δ' ἡ  $KΞ$   
πρὸς  $ΞO$ , ἡ  $Z\Pi$  πρὸς  $\Pi O$ , ὡς δὲ ἡ  $Z\Pi$  πρὸς  $\Pi O$ ,  
5 ἡ  $\Lambda\Pi$  πρὸς  $\Pi P$ , ὡς δὲ ἡ  $\Lambda\Pi$  πρὸς  $\Pi P$ , οὕτως ἡ  
 $B\Sigma$  πρὸς  $\Sigma P$ , καὶ ἔτι, ὡς ἡ μὲν  $B\Sigma$  πρὸς  $\Sigma P$ , ἡ  
 $\Delta\Sigma$  πρὸς  $\Sigma T$ , ὡς δὲ ἡ  $\Delta\Sigma$  πρὸς  $\Sigma T$ , ἡ  $HT$  πρὸς  
 $\Upsilon T$ , καὶ ἔτι, ὡς ἡ μὲν  $HT$  πρὸς  $\Upsilon T$ , ἡ  $NT$  πρὸς  $\Upsilon\Phi$ , ὡς  
δὲ ἡ  $NT$  πρὸς  $\Upsilon\Phi$ , ἡ  $\Theta X$  πρὸς  $X\Phi$ , καὶ ἔτι, ὡς μὲν  
10 ἡ  $\Theta X$  πρὸς  $X\Phi$ , ἡ  $MX$  πρὸς  $X\Gamma$  [καὶ πάντα ἄρα



πρὸς πάντα ἔστιν,  
ὡς εἰς τῶν λόγων  
πρὸς ἓνα]. ὡς ἄρα ἡ  
 $EΞ$  πρὸς  $ΞA$ , οὕτως  
αἱ  $EK$ ,  $Z\Lambda$ ,  $B\Delta$ ,  $HN$ ,  
 $\Theta M$  πρὸς τὴν  $AG$   
διάμετρον. ὡς δὲ ἡ  
 $EΞ$  πρὸς  $ΞA$ , οὕτως  
ἡ  $\Gamma E$  πρὸς  $EA$ . ἔσται  
ἄρα καὶ ὡς ἡ  $\Gamma E$   
πρὸς  $EA$ , οὕτω πά-  
σαι αἱ  $EK$ ,  $Z\Lambda$ ,

$B\Delta$ ,  $HN$ ,  $\Theta M$  πρὸς τὴν  $AG$  διάμετρον.

κβ'.

25 Ἐὰν εἰς τμήμα κύκλου πολύγωνον ἐγγραφῆ τὰς  
πλευρὰς ἔχον χωρὶς τῆς βάσεως ἴσας καὶ ἀρτίους,  
ἀχθῶσιν δὲ εὐθεῖαι παρὰ τὴν βάσιν τοῦ τμήματος τὰς  
πλευρὰς ἐπιξενγνύουσαι τοῦ πολυγώνου, αἱ ἀχθεῖσαι  
πᾶσαι καὶ ἡ ἡμίσεια τῆς βάσεως πρὸς τὸ ὕψος τοῦ

2.  $AO$ ]  $A\Theta F$ ; corr. B man. 2\*. 3. δ']  $FBC^*$ ; δέ uulgo.

porro  $\Delta H$  lineae  $B\Delta$ ,  $\Theta N$  lineae  $\Delta H$ ,  $\Gamma M$  lineae  $\Theta N$ .  
est igitur [Zeitschr. f. Math. u. Phys. XXIV p. 178  
nr. 1]:

$$E\Xi : \Xi A = K\Xi : \Xi O;$$

sed

$$\begin{aligned} K\Xi : \Xi O &= Z\Pi : \Pi O \text{ [Eucl. VI, 4]} \\ &= \Lambda\Pi : \Pi P \text{ [id.]} = B\Sigma : \Sigma P \text{ [id.]} \end{aligned}$$

porro

$$B\Sigma : \Sigma P = \Delta\Sigma : \Sigma T \text{ [id.]} = HT : TT \text{ [id.]}.$$

porro

$$HT : TT = NT : T\Phi = \Theta X : X\Phi = MX : X\Gamma \text{ [id.]}.$$

itaque

$$E\Xi : \Xi A = EK + Z\Lambda + B\Delta + HN + \Theta M : \Lambda\Gamma$$

[Eucl. V, 12]. sed  $E\Xi : \Xi A = \Gamma E : EA$  [Eucl. VI, 4].

itaque etiam

$$\Gamma E : EA = EK + Z\Lambda + B\Delta + HN + \Theta M : \Lambda\Gamma.$$

## XXII.

Si segmento circuli polygonum inscribitur latera  
praeter basim aequalia et paria numero habens, et  
ducuntur lineae basi segmenti parallelae angulos<sup>1)</sup>  
coniungentes, omnes simul lineae ductae cum dimidia  
basi ad altitudinem segmenti eandem rationem habent,

27); quare  $ZK \neq EA$  (Eucl. I, 28); eodem modo sequentia de-  
monstrabuntur.

1) U. p. 97 not. 1.

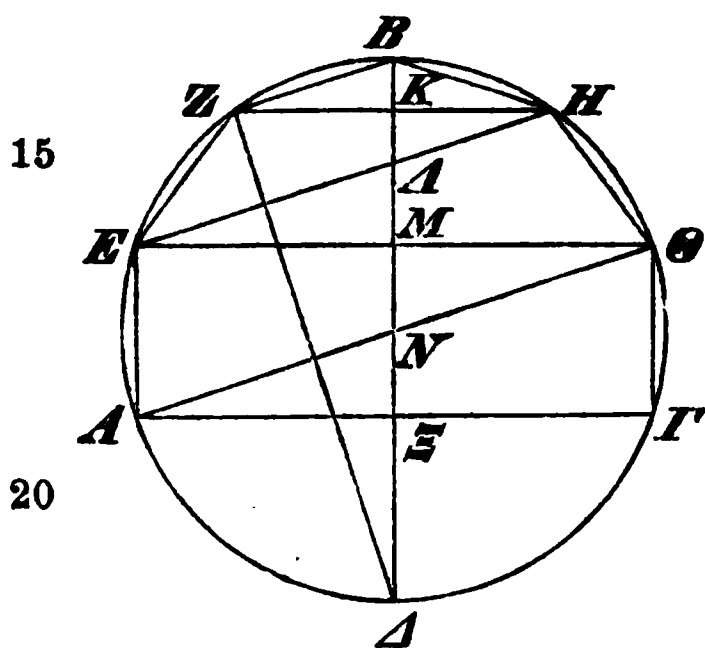
8.  $TT$ ]  $T$  h. l. et postea saepius in rasura  $F$  (lin. 8, 9 septies).  
10.  $X\Gamma$ ]  $X$  in rasura  $F$ . 12.  $\epsilon\lambda\varsigma$ ] om.  $FCB$  (man. 2 ex  $\omega\varsigma$   
fecit  $\epsilon\lambda\varsigma$ )\*. 19.  $\eta$   $\Gamma E$ ]  $\eta$  om.  $F$ .  $\xi\sigma\tau\alpha\iota$  per comp.  $F$ . 24.  
 $\kappa\gamma'$   $F$ ;  $\kappa\beta'$  Eutocius ad prop. 35. 26.  $\epsilon\chi\omega\nu$   $F$ ; corr. Rivaltus.  
27.  $\tau\acute{\alpha}\varsigma$ ]  $\alpha\iota$   $\tau\alpha\varsigma$   $F$ ; corr. ed. Basil. 29.  $\eta$  addidi; om.  $F$ , uulgo.

τμήματος τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσιν, ὃν ἡ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου ἐπιξεννυμένη πρὸς τὴν τοῦ πολυγώνου πλευράν.

εἰς γὰρ κύκλον τὸν  $ΑΒΓ$  διήχθω τις εὐθεῖα ἡ  $ΑΓ$ ,  
 5 καὶ ἐπὶ τῆς  $ΑΓ$  πολύγωνον ἐγγεγράφθω εἰς τὸ  $ΑΒΓ$   
 τμήμα ἀρτιόπλευρόν τε καὶ ἴσας ἔχον τὰς πλευρὰς χωρὶς  
 τῆς βάσεως τῆς  $ΑΓ$ . καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $ΖΗ$ ,  $ΕΘ$ , αἱ  
 εἰσιν παράλληλοι τῇ βάσει τοῦ τμήματος. λέγω, ὅτι ἔστιν  
 ὡς αἱ  $ΖΗ$ ,  $ΕΘ$ ,  $ΑΞ$  πρὸς  $ΒΞ$ , οὕτως ἡ  $ΔΖ$  πρὸς  $ΖΒ$ .

10 πάλιν γὰρ ὁμοίως ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $ΗΕ$ ,  $ΛΘ$ . παρ-  
 ἄλληλοι ἄρα εἰσὶν τῇ  $ΒΖ$ . διὰ δὲ ταῦτά ἐστιν, ὡς ἡ  
 $ΚΖ$  πρὸς  $ΚΒ$ , ἢ τε  $ΗΚ$  πρὸς  $ΚΛ$ , καὶ ἡ  $ΕΜ$  πρὸς

$ΜΛ$ , καὶ ἡ  $ΜΘ$  πρὸς  $ΜΝ$ ,  
 καὶ ἡ  $ΞΑ$  πρὸς  $ΞΝ$  [καὶ  
 ὡς ἄρα πάντα πρὸς πάντα,  
 εἰς τῶν λόγων πρὸς ἓνα]. ὡς  
 ἄρα αἱ  $ΖΗ$ ,  $ΕΘ$ ,  $ΑΞ$  πρὸς  
 $ΒΞ$ , οὕτως ἡ  $ΖΚ$  πρὸς  $ΚΒ$ .  
 ὡς δὲ ἡ  $ΖΚ$  πρὸς  $ΚΒ$ ,  
 οὕτως ἡ  $ΔΖ$  πρὸς  $ΖΒ$ . ὡς  
 ἄρα ἡ  $ΔΖ$  πρὸς  $ΖΒ$ , οὕτως  
 αἱ  $ΖΗ$ ,  $ΕΘ$ ,  $ΑΞ$  πρὸς  $ΒΞ$ .



κγ'.

Ἔστω ἐν σφαίρα μέγιστος κύκλος ὁ  $ΑΒΓΔ$ , καὶ  
 25 ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸν πολύγωνον ἰσόπλευρον, τὸ δὲ  
 πλῆθος τῶν πλευρῶν αὐτοῦ μετρείσθω ὑπὸ τετραδος·  
 αἱ δὲ  $ΑΓ$ ,  $ΔΒ$  διάμετροι ἔστωσαν. ἔαν δὲ μενούσης  
 τῆς  $ΑΓ$  διαμέτρου περιενεχθῇ ὁ  $ΑΒΓΔ$  κύκλος ἔχων

23. κγ' om. F.

27.  $ΔΒ$ ]  $ΒΔ$  ed. Basil., Torellius.

quam linea a diametro circuli ad latus polygoni ducta ad latus polygoni.

ducatur enim in circulo  $AB\Gamma$  linea recta  $A\Gamma$ , et super lineam  $A\Gamma$  polygonum latera praeter basim  $A\Gamma$  aequalia et paria numero habens segmento  $AB\Gamma$  inscribatur. et ducantur  $ZH$ ,  $E\Theta$ , quae parallelae sunt basi segmenti [p. 97 not. 2]. dico esse

$$ZH + E\Theta + A\Xi : B\Xi = AZ : ZB.$$

rursus enim, ut supra [p. 96, 25], ducantur lineae  $HE$ ,  $A\Theta$ ; parallelae igitur sunt lineae  $BZ$  [p. 97 not. 3]. eadem de causa, qua supra [p. 99, 2 sq.], erit

$$KZ : KB = HK : KA = EM : MA = M\Theta : MN = \Xi A : \Xi N.^1)$$

itaque

$$ZH + E\Theta + A\Xi : B\Xi = ZK : KB \text{ [Eucl. V, 12].}$$

sed

$$ZK : KB = AZ : ZB \text{ [Eucl. VI, 4].}$$

quare erit

$$AZ : ZB = ZH + E\Theta + A\Xi : B\Xi.$$

### XXIII.

Sit in sphaera  $AB\Gamma\Delta$  circulus maximus, et ei inscribatur polygonum aequilaterum, cuius laterum numerus per quattuor diuidi possit. lineae autem  $A\Gamma$ ,  $\Delta B$  diametri sint [inter se perpendiculares].<sup>2)</sup> si igitur manente diametro  $A\Gamma$  circulus  $AB\Gamma\Delta$  cum polygono circumuoluitur, adparet, ambitum eius per superficiem

1) Uerba sequentia lin. 14—16 Archimedis non sunt; cfr. p. 98, 10; Neue Jahrb. Suppl. XI p. 388.

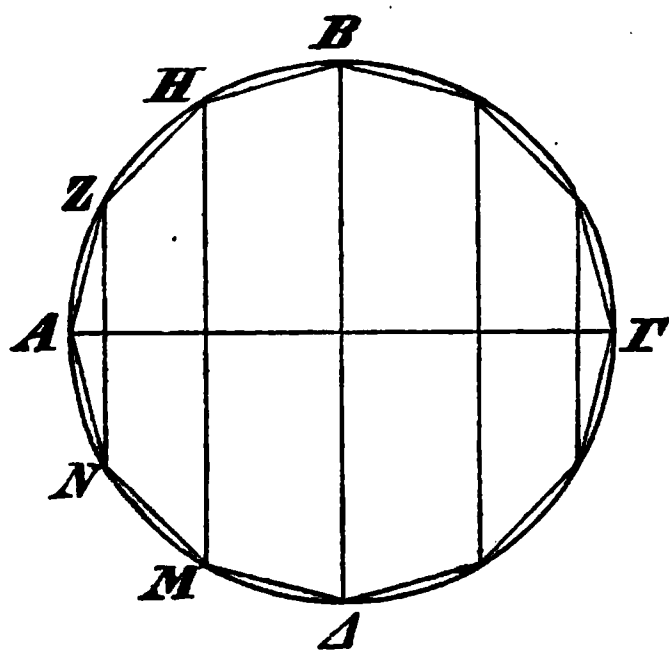
2) Hic Archimedes uix omiserat: πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις lin. 27, quae uerba Nizzius addi uoluit.

τὸ πολυγώνον, δῆλον, ὅτι ἡ μὲν περιφέρεια αὐτοῦ  
κατὰ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἐνεχθήσεται, αἱ δὲ  
τοῦ πολυγώνου γωνίαι χωρὶς τῶν πρὸς τοῖς  $A, \Gamma$   
σημείοις κατὰ κύκλων περιφερειῶν ἐνεχθήσονται ἐν  
5 τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας γεγραμμένων ὀρθῶν πρὸς  
τὸν  $AB\Gamma\Delta$  κύκλον. διάμετροι δὲ αὐτῶν ἔσονται αἱ  
ἐπιξενυγνύουσαι τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου παρὰ τὴν  
 $B\Delta$  οὔσαι. αἱ δὲ τοῦ πολυγώνου πλευραὶ κατὰ τινων  
κῶνων ἐνεχθήσονται, αἱ μὲν  $AZ, AN$  κατ' ἐπιφανείας  
10 κῶνου, οὗ βάσις μὲν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν  
 $ZN$ , κορυφὴ δὲ τὸ  $A$  σημεῖον· αἱ δὲ  $ZH, MN$  κατὰ  
τινος κωνικῆς ἐπιφανείας οἰσθήσονται, ἧς βάσις μὲν  
ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν  $HM$ , κορυφὴ δὲ τὸ  
σημεῖον, καθ' ὃ συμβάλλουσιν ἐκβαλλόμεναι αἱ  $ZH,$   
15  $MN$  ἀλλήλαις τε καὶ τῇ  $AG$ . αἱ δὲ  $BH, M\Delta$  πλευ-  
ραὶ κατὰ κωνικῆς ἐπιφανείας οἰσθήσονται, ἧς βάσις  
μὲν ἔστιν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν  $B\Delta$  ὀρθὸς  
πρὸς τὸν  $AB\Gamma\Delta$  κύκλον, κορυφὴ δὲ τὸ σημεῖον, καθ'  
ὃ συμβάλλουσιν ἐκβαλλόμεναι αἱ  $BH, \Delta M$  ἀλλήλαις  
20 τε καὶ τῇ  $GA$ . ὁμοίως δὲ καὶ αἱ ἐν τῷ ἑτέρῳ ἡμι-  
κυκλίῳ πλευραὶ κατὰ κωνικῶν ἐπιφανειῶν οἰσθήσονται  
πάλιν ὁμοίων ταύταις. ἔσται δὴ τι σχῆμα ἐγγεγραμ-  
μένον ἐν τῇ σφαίρᾳ ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περι-  
εχόμενον τῶν προειρημένων, οὗ ἡ ἐπιφάνεια ἐλάσσων  
25 ἔσται τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

διαίρεθείσης γὰρ τῆς σφαίρας ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου  
τοῦ κατὰ τὴν  $B\Delta$  ὀρθοῦ πρὸς τὸν  $AB\Gamma\Delta$  κύκλον ἡ

5. τῆς] τη F. ορθον F; corr. ed. Bas. 9. AZ] AΞ  
F. 10. οὗ] ὁ FC\*. τήν] τη F; corr. B. 13. HM] MH  
ed. Basil., Torellius. 14. συμβαλουσιν F. ἐκβαλλόμεναι]  
altero λ supra scripto F. 20. αἱ] addidi; om. F, uulgo.

sphaerae circumuolutum iri, angulos autem polygони praeter angulos ad  $A$ ,  $\Gamma$  puncta positos per ambitus circulorum in superficie sphaerae descriptorum et ad  $AB\Gamma\Delta$  circulum perpendicularium. et diametri eorum erunt lineae angulos polygони coniungentes lineae  $B\Delta$  parallelae. latera autem polygони per conos quosdam circumuoluentur,  $AZ$ ,  $AN$  latera per superficiem coni, cuius basis est circulus circum diametrum  $ZN$  descriptus, uertex autem  $A$  punctum, latera uero  $ZH$ ,  $MN$  per superficiem conicam circumuoluentur, cuius basis est circulus circum diametrum  $HM$  descriptus, uertex autem punctum, in quo  $ZH$ ,  $MN$  lineae productae et sibi in uicem et lineae  $A\Gamma$  concurrunt; latera autem  $BH$ ,  $M\Delta$  per superficiem conicam circumuoluentur, cuius basis est circulus circum  $B\Delta$  diametrum descriptus ad  $AB\Gamma\Delta$  circulum perpendi-



cularis, uertex autem punctum, in quo  $BH$ ,  $\Delta M$  lineae productae et sibi in uicem et lineae  $\Gamma A$  concurrunt. eodem modo etiam latera in altero semicirculo posita rursus per superficies conicas circumuoluentur his similes. itaque in sphaera figura inscripta erit comprehensa per su-

perfacies conicas, quas commemorauimus, cuius superficies minor erit superficie sphaerae.

secta enim sphaera plano in linea  $B\Delta$  posito ad circulum  $AB\Gamma\Delta$  perpendiculari superficies alterius

ἐπιφάνεια τοῦ ἑτέρου ἡμισφαιρίου καὶ ἡ ἐπιφάνεια  
 τοῦ σχήματος τοῦ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένου τὰ αὐτὰ  
 πέρατα ἔχουσιν ἐν ἐνὶ ἐπιπέδῳ· ἀμφοτέρων γὰρ τῶν  
 ἐπιφανειῶν πέρασ ἐστὶν τοῦ κύκλου ἢ περιφέρεια τοῦ  
 5 περὶ διάμετρον τὴν  $B\Delta$  ὀρθοῦ πρὸς τὸν  $AB\Gamma\Delta$  κύκλον·  
 καὶ εἰσιν ἀμφοτέραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ περιλαμ-  
 βάνεται αὐτῶν ἡ ἕτερα ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἐπιφανείας καὶ  
 τῆς ἐπιπέδου τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῆ. ὁμοίως  
 δὲ καὶ τοῦ ἐν τῷ ἑτέρῳ ἡμισφαιρίῳ σχήματος ἡ ἐπι-  
 10 φάνεια ἐλάσσων ἐστὶ τῆς τοῦ ἡμισφαιρίου ἐπιφανείας.  
 καὶ ὅλη οὖν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ σχήματος τοῦ ἐν τῇ  
 σφαίρᾳ ἐλάσσων ἐστὶν τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

κδ'.

Ἡ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος εἰς τὴν σφαῖραν  
 15 ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου δύ-  
 ναται τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς πλευρᾶς τοῦ σχή-  
 ματος καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιξεννυούσαις τὰς  
 πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου ὑπὸ τετραδος μετρούμενας καὶ  
 παραλλήλοις οὔσαις τῇ ὑπὸ δύο πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου  
 20 ὑποτεϊνούσῃ εὐθεΐᾳ.

Ἐστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ  $AB\Gamma\Delta$ , καὶ ἐν  
 αὐτῷ πολύγωνον ἐγγεγράφθω ἰσόπλευρον, οὗ αἱ πλευ-  
 ραὶ ὑπὸ τετραδος μετροῦνται· καὶ ἀπὸ τοῦ πολυγώ-  
 νου τοῦ ἐγγεγραμμένου νοείσθω τι εἰς τὴν σφαῖραν  
 25 ἐγγραφὲν σχῆμα, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $EZ$ ,  $H\Theta$ ,  $\Gamma\Delta$ ,  
 $K\Lambda$ ,  $MN$  παράλληλοι οὔσαι τῇ ὑπὸ δύο πλευρᾶς ὑπο-

9. τοῦ ἐν τῷ] scripsi; του FC\*; τοῦ ἐν B\*, ed. Basil., Torellius.  
 18. ὑπὸ τετραδος μετρούμενας] scripsi; τετραγωνους F, vulgo; del.  
 Hauber, Nizze; (τετραπλεύρη) ed. Basil.; τετρακώλου censor  
 Ienensis; ὡς τετραπλευρας γίνεσθαι Torellius. 19. παραλλή-



hemisphaerii et superficies figurae hemisphaerio inscriptae eosdem terminos habent in uno plano (utraque enim superficies terminum habet ambitum circuli circum diametrum  $B\Delta$  descripti ad circulum  $AB\Gamma\Delta$  perpendicularis), et utraque in eandem partem caua est, et altera ab altera comprehenditur superficie et superficie plana eosdem, quos illa, terminos habenti.<sup>1)</sup> eodem modo etiam figurae alteri hemisphaerio inscriptae superficies minor est superficie hemisphaerii. itaque etiam tota superficies figurae sphaerae inscriptae minor est superficie sphaerae.

## XXIV.

Superficies figurae sphaerae inscriptae aequalis est circulo, cuius radius quadratus aequalis est rectangulo, quod continetur latere figurae et linea aequali omnibus simul lineis iungentibus angulos<sup>2)</sup> polygoni, quorum numerus per quattuor diuidi possit, et parallelis lineae sub duo latera polygoni subtendenti.

sit in sphaera circulus maximus  $AB\Gamma\Delta$ , et ei inscribatur polygonum aequilaterum, cuius laterum numerus<sup>3)</sup> per quattuor diuidi possit. et in polygono inscripto fingatur figura inscripta sphaerae, et iungantur lineae  $EZ$ ,  $H\Theta$ ,  $\Gamma\Delta$ ,  $K\Lambda$ ,  $MN$  parallelae

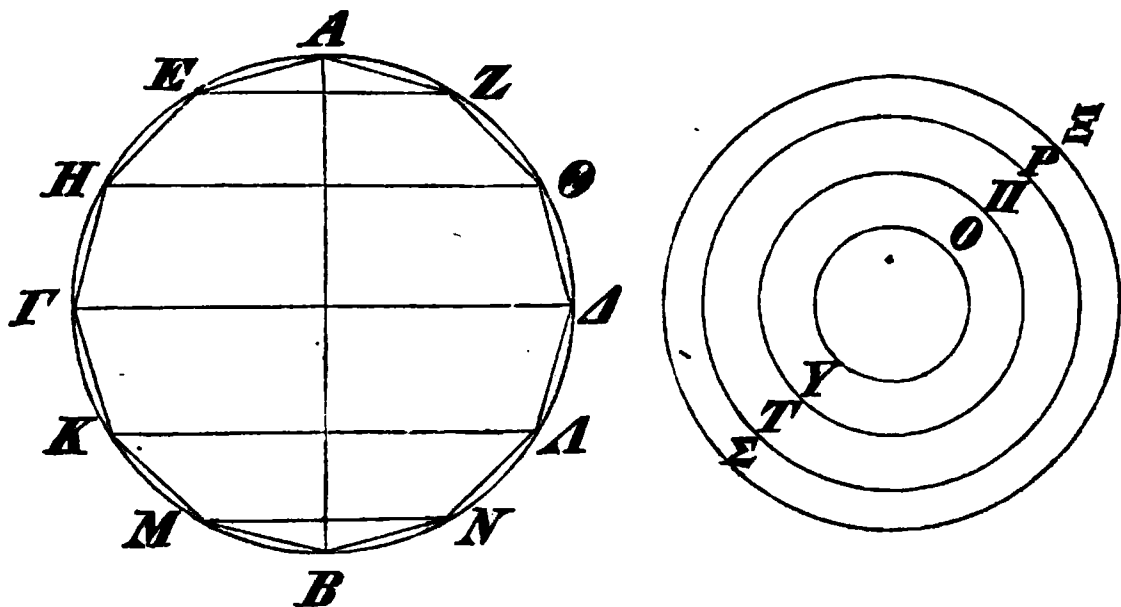
1) Quare superficies figurae inscriptae minor est superficie sphaerae ( $\lambda\mu\beta$ . 4 p. 10). nec Archimedes hoc praetermiserat; cfr. Quaest. Arch. p. 73.

2) Cfr. p. 97 not. 1.

3) Archimedes puto scripsisse lin. 22—23: οὗ τὸ πλῆθος τῶν πλευρῶν μετρεῖσθαι ὑπὸ τετραδός; Quaest. Arch. p. 76.

τεινούση εὐθεία. κύκλος δέ τις ἐκκείσθω ὁ  $\Xi$ , οὗ ἡ  
 ἐκ τοῦ κέντρου δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς  
 $AE$  καὶ τῆς ἴσης ταῖς  $EZ, H\Theta, \Gamma\Delta, K\Lambda, MN$ . λέγω,  
 ὅτι ὁ κύκλος οὗτος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ εἰς  
 5 τὴν σφαῖραν ἐγγραφομένου σχήματος.

ἐκκείσθωσαν γὰρ κύκλοι οἱ  $O, \Pi, P, \Sigma, T, \Upsilon$ ,  
 καὶ τοῦ μὲν  $O$  ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάσθω τὸ περι-  
 εχόμενον ὑπὸ τε τῆς  $EA$  καὶ τῆς ἡμισείας τῆς  $EZ$ ,



ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ  $\Pi$  δυνάσθω τὸ περιεχόμενον  
 10 ὑπὸ τε τῆς  $EA$  καὶ τῆς ἡμισείας τῶν  $EZ, H\Theta$ , ἡ δὲ  
 ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ  $P$  δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπὸ  
 τῆς  $EA$  καὶ τῆς ἡμισείας τῶν  $H\Theta, \Gamma\Delta$ , ἡ δὲ ἐκ τοῦ  
 κέντρου τοῦ  $\Sigma$  δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς  
 $EA$  καὶ τῆς ἡμισείας τῶν  $\Gamma\Delta, K\Lambda$ , ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέν-  
 15 τρου τοῦ  $T$  δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς  $AE$   
 καὶ τῆς ἡμισείας τῶν  $K\Lambda, MN$ , ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου  
 τοῦ  $\Upsilon$  δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς  $AE$  καὶ  
 τῆς ἡμισείας τῆς  $MN$ . διὰ δὴ ταῦτα ὁ μὲν  $O$  κύκλος  
 ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ  $AEZ$  κώνου, ὁ δὲ  $\Pi$  τῇ  
 20 ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν  $EZ, H\Theta$ , ὁ δὲ  
 $P$  τῇ μεταξὺ τῶν  $H\Theta, \Gamma\Delta$ , ὁ δὲ  $\Sigma$  τῇ μεταξὺ τῶν

1. δέ] scripsi; δη F, uulgo.

6.  $\Upsilon$ ] in rasura F.

lineae sub latera subtendenti. ponatur autem circulus  $\Xi$ , cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo, quod linea  $AE$  et linea omnibus simul lineis  $EZ$ ,  $H\Theta$ ,  $\Gamma\Delta$ ,  $KA$ ,  $MN$  aequali continetur. dico, hunc circulum aequalem esse superficiei figurae sphaerae inscriptae.

ponantur enim circuli  $O$ ,  $\Pi$ ,  $P$ ,  $\Sigma$ ,  $T$ ,  $\Upsilon$ , et radius circuli  $O$  quadratus aequalis sit rectangulo, quod continetur linea  $EA$  et dimidia linea  $EZ$ , radius autem circuli  $\Pi$  quadratus aequalis sit rectangulo, quod continetur linea  $EA$  et dimidia parte linearum  $EZ$ ,  $H\Theta$ , radius autem circuli  $P$  quadratus aequalis sit rectangulo, quod linea  $EA$  et dimidia parte linearum  $H\Theta$ ,  $\Gamma\Delta$  continetur, radius autem circuli  $\Sigma$  quadratus aequalis sit rectangulo, quod linea  $EA$  et dimidia parte linearum  $\Gamma\Delta$ ,  $KA$  continetur, radius autem circuli  $T$  quadratus aequalis sit rectangulo, quod linea  $AE$  et dimidia parte linearum  $KA$ ,  $MN$  continetur, radius autem circuli  $\Upsilon$  quadratus aequalis sit rectangulo, quod linea  $AE$  et dimidia linea  $MN$  continetur. itaque circulus  $O$  aequalis est superficiei conici  $AEZ$  [prop. 14],  $\Pi$  circulus aequalis superficiei conicae inter  $EZ$ ,  $H\Theta$  lineas positae,  $P$  circulus superficiei inter  $H\Theta$ ,  $\Gamma\Delta$  positae,  $\Sigma$  superficiei inter  $\Delta\Gamma$ ,  $KA$  positae,  $T$  superficiei inter  $KA$ ,  $MN$  positae<sup>1)</sup>,  $\Upsilon$  circulus

---

1) Haec omnia sequuntur ex prop. 16, quia aequalia sunt latera polygoni.

$\Delta\Gamma$ ,  $ΚΛ$ · καὶ ἔτι ὁ μὲν  $T$  ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ  
κῶνου τῇ μεταξὺ τῶν  $ΚΛ$ ,  $MN$ · ὁ δὲ  $T$  τῇ τοῦ  
 $MBN$  κῶνου ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστίν. οἱ πάντες ἄρα  
κύκλοι ἴσοι εἰσὶν τῇ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐπι-  
5 φανείᾳ. καὶ φανερόν, ὅτι αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν  $O$ ,  
 $\Pi$ ,  $P$ ,  $\Sigma$ ,  $T$ ,  $\Upsilon$  κύκλων δύνανται τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε  
τῆς  $AE$  καὶ δις τῶν ἡμίσεων τῆς  $EZ$ ,  $H\Theta$ ,  $\Gamma\Delta$ ,  $ΚΛ$ ,  
 $MN$ , αἱ ὅλαι εἰσὶν αἱ  $EZ$ ,  $H\Theta$ ,  $\Gamma\Delta$ ,  $ΚΛ$ ,  $MN$ . αἱ  
ἄρα ἐκ τῶν κέντρων τῶν  $O$ ,  $\Pi$ ,  $P$ ,  $\Sigma$ ,  $T$ ,  $\Upsilon$  κύκλων  
10 δύνανται τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς  $AE$  καὶ πασῶν  
τῶν  $EZ$ ,  $H\Theta$ ,  $\Gamma\Delta$ ,  $ΚΛ$ ,  $MN$ . ἀλλὰ καὶ ἡ ἐκ τοῦ  
κέντρου τοῦ  $\Xi$  κύκλου δύναται τὸ ὑπὸ τῆς  $AE$  καὶ  
τῆς συγκειμένης ἐκ πασῶν τῶν  $EZ$ ,  $H\Theta$ ,  $\Gamma\Delta$ ,  $ΚΛ$ ,  
 $MN$ . ἡ ἄρα ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ  $\Xi$  κύκλου δύναται  
15 τὰ ἀπὸ τῶν ἐκ τῶν κέντρων τῶν  $O$ ,  $\Pi$ ,  $P$ ,  $\Sigma$ ,  $T$ ,  $\Upsilon$   
κύκλων. καὶ ὁ κύκλος ἄρα ὁ  $\Xi$  ἴσος ἐστὶ τοῖς  $O$ ,  $\Pi$ ,  
 $P$ ,  $\Sigma$ ,  $T$ ,  $\Upsilon$  κύκλοις. οἱ δὲ  $O$ ,  $\Pi$ ,  $P$ ,  $\Sigma$ ,  $T$ ,  $\Upsilon$  κύκλοι  
ἀπεδείχθησαν ἴσοι τῇ εἰρημένῃ τοῦ σχήματος ἐπιφα-  
νεείᾳ. καὶ ὁ  $\Xi$  ἄρα κύκλος ἴσος ἔσται τῇ ἐπιφανείᾳ  
20 τοῦ σχήματος.

κέ'.

Τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος εἰς τὴν σφαῖραν ἡ  
ἐπιφάνεια ἢ περιεχομένη ὑπὸ τῶν κωνικῶν ἐπιφανειῶν  
ἐλάσσω ἐστὶν ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου  
25 τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ  $AB\Gamma\Delta$ , καὶ ἐν

6. δύναται F; corr. BC\*. 8. ὅλαι] scripsi cum B\*;  
ολοι F, uulgo.  $\Gamma\Delta$ ] om. F; corr. Torellius. 12 δύναται,  
ν expuncto, FC\*. 15. τὰ ἀπὸ τῶν] scripsi; τας F, uulgo.  
19. ἄρα] om. F.

superficiei conii  $MBN$ .<sup>1)</sup> quare omnes simul circuli aequales sunt superficiei figurae inscriptae. et adparet, radios circulorum  $O, \Pi, P, \Sigma, T, \Upsilon$  quadratos aequales esse rectangulo, quod continetur linea  $AE$  et dimidiis lineis  $EZ, H\Theta, \Gamma\Delta, K\Lambda, MN$  bis sumptis, quae aequales sunt ipsis lineis  $EZ, H\Theta, \Gamma\Delta, K\Lambda, MN$ . itaque radii circulorum  $O, \Pi, P, \Sigma, T, \Upsilon$  quadrati

$$= AE \times (EZ + H\Theta + \Gamma\Delta + K\Lambda + MN).$$

sed etiam radius circuli  $\Xi$  quadratus

$$= AE \times (EZ + H\Theta + \Gamma\Delta + K\Lambda + MN)$$

[ex hypothesi]. radius igitur circuli  $\Xi$  quadratus aequalis est radiis circulorum  $O, \Pi, P, \Sigma, T, \Upsilon$  quadratis. quare etiam<sup>2)</sup>

$$\Xi = O + \Pi + P + \Sigma + T + \Upsilon.$$

sed demonstratum est, circulos  $O, \Pi, P, \Sigma, T, \Upsilon$  aequales esse figurae superficiei, quam commemorauimus. itaque etiam conus  $\Xi$  aequalis erit superficiei figurae.

## XXV.

Superficies figurae sphaerae inscriptae, quae per superficies conicas continetur<sup>3)</sup>, minor est quam quadruplo maior circulo maximo sphaerae.

sit sphaerae circulus maximus  $AB\Gamma\Delta$ , et ei in-

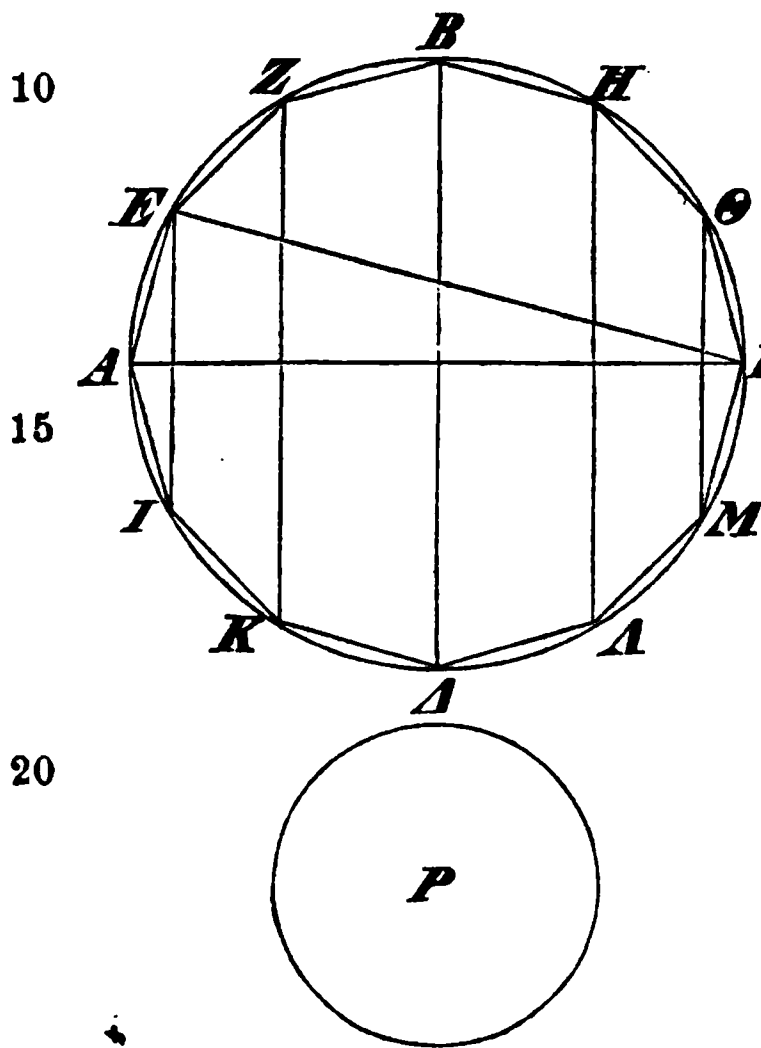
1) Sequitur ex prop. 14, quia  $EA = MB$ .

2) Eucl. XII, 2; cfr. Quaest. Arch. p. 48.

3) Archimedes uix h. l. et p. 110, lin. 3 dixerat, superficiem figurae per superficies conicas comprehendi, cum hoc de ipsa figura dicendum esset. scripsit fortasse lin. 23: τοῦ περιεχομένου et lin. 3: νοείσθω σχῆμα ὑπὸ . . . περιεχόμενον.

αὐτῷ ἐγγεγράφθω πολύγωνον [ἀρτιόγωνον] ἰσόπλευρον, οὗ αἱ πλευραὶ ὑπὸ τετράδος μετροῦνται. καὶ ἀπ' αὐτοῦ νοείσθω ἐπιφάνεια ἢ ὑπὸ τῶν κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχομένη. λέγω, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγραφέντος ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

ἐπεξεύχθωσαν γὰρ αἱ ὑπὸ δύο πλευρᾶς ὑποτείνουσαι τοῦ πολυγώνου αἱ  $EI$ ,  $\Theta M$ , καὶ ταύταις παράλληλοι αἱ  $ZK$ ,  $\Delta B$ ,  $H\Lambda$ .



ἐκκείσθω δέ τις κύκλος ὁ  $P$ , οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ὑπὸ τῆς  $EA$  καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς  $\Gamma EI$ ,  $ZK$ ,  $B\Delta$ ,  $H\Lambda$ ,  $\Theta M$ . διὰ δὴ τὸ προδειχθὲν ἴσος ἐστὶν ὁ κύκλος τῇ τοῦ εἰρημένου σχήματος ἐπιφανείᾳ. καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη, ὅτι ἐστὶν, ὡς ἡ ἴση πάσαις ταῖς  $EI$ ,  $ZK$ ,  $B\Delta$ ,  $H\Lambda$ ,  $\Theta M$  πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ κύκλου τὴν  $AG$ , οὕτως ἡ  $\Gamma E$  πρὸς  $EA$ , τὸ ἄρα ὑπὸ

τῆς ἴσης πάσαις ταῖς εἰρημέναις καὶ τῆς  $EA$ , τουτέστιν τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ  $P$  κύκλου, ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν  $AG$ ,  $\Gamma E$ . ἀλλὰ καὶ τὸ ὑπὸ  $AG$ ,  $\Gamma E$  ἔλασσόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς  $AG$ . ἔλασσον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ  $P$  τοῦ

2. ἀπ'] scripsi; επ' F, uulgo. 27. ἴσον] hic primum occurrit compendium huius uerbi in F.

28. ἐλασσων F.

scribatur polygonum<sup>1)</sup> aequilaterum, cuius laterum numerus<sup>2)</sup> per quattuor diuidi possit. et fingatur superficies inde orta, quae per superficies conicas comprehenditur.<sup>3)</sup> dico, superficiem polygoni inscripti minorem esse quam quadruplo maiorem circulo maximo sphaerae.

ducantur enim lineae sub duo latera polygoni subtendentes,  $EI$ ,  $\Theta M$ , et iis parallelae lineae  $ZK$ ,  $B\Delta$ ,  $H\Lambda$ . ponatur autem circulus  $P$ , cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo, quod linea  $EA$  et linea aequali lineis omnibus  $EI$ ,  $ZK$ ,  $B\Delta$ ,  $H\Lambda$ ,  $\Theta M$  continetur. itaque propter ea, quae antea demonstrauius [prop. 24], circulus aequalis est superficiei figurae, quam commemorauimus. et quoniam demonstratum est, lineam omnibus lineis  $EI$ ,  $ZK$ ,  $B\Delta$ ,  $H\Lambda$ ,  $\Theta M$  aequalem ad diametrum circuli  $A\Gamma$  eam habere rationem, quam  $\Gamma E$  ad  $EA$  [prop. 21], erit

$$EA \times (EI + ZK + B\Delta + H\Lambda + \Theta M),$$

h. e. radius circuli  $P$  quadratus [ex hypothèsi],  
 $= A\Gamma \times \Gamma E$  [Eucl. VI, 16].

sed

$$A\Gamma \times \Gamma E < A\Gamma^2 \text{ [Eucl. III, 15].}$$

itaque radius circuli  $P$  quadratus  $< A\Gamma^2$  [et radius circuli  $P < A\Gamma$ . quare etiam diameter circuli  $P$  minor

1) ἀρτιόγωνον lin. 1 delendum est, quia lin. 1—2 repugnat, et quia desideratur καί ante ἰσόπλευρον; ἰσογώνιον τε καί Nizze.

2) Cfr. p. 105 not. 3.

3) P. 109 not. 3.

ἀπὸ τῆς  $ΑΓ$  [ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἢ ἐκ τοῦ κέντρου  
 τοῦ  $P$  τῆς  $ΑΓ$ . ὥστε ἡ διάμετρος τοῦ  $P$  κύκλου ἐλάσ-  
 σων ἐστὶν ἢ διπλασία τῆς διαμέτρου τοῦ  $ΑΒΓΔ$  κύ-  
 κλου, καὶ δύο ἄρα τοῦ  $ΑΒΓΔ$  κύκλου διαμέτροι  
 5 μείζους εἰσὶ τῆς διαμέτρου τοῦ  $P$  κύκλου, καὶ τὸ τε-  
 τράκις ἀπὸ τῆς διαμέτρου τοῦ  $ΑΒΓΔ$  κύκλου, τουτ-  
 ἐστὶ τῆς  $ΑΓ$ , μείζον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς τοῦ  $P$  κύκλου  
 διαμέτρου. ὡς δὲ τὸ τετράκις ἀπὸ τῆς  $ΑΓ$  πρὸς τὸ  
 ἀπὸ τῆς τοῦ  $P$  κύκλου διαμέτρου, οὕτως τέσσαρες  
 10 κύκλοι οἱ  $ΑΒΓΔ$  πρὸς τὸν  $P$  κύκλον. τέσσαρες ἄρα  
 κύκλοι οἱ  $ΑΒΓΔ$  μείζους εἰσὶν τοῦ  $P$  κύκλου]. ὁ ἄρα  
 κύκλος ὁ  $P$  ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τετραπλάσιος τοῦ με-  
 γίστου κύκλου. ὁ δὲ  $P$  κύκλος ἴσος ἐδείχθη τῇ εἰρη-  
 μένῃ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος. ἢ ἄρα ἐπιφάνεια τοῦ  
 15 σχήματος ἐλάσσων ἐστὶ ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου  
 κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

κς'.

Τῷ ἐγγραφομένῳ ἐν τῇ σφαίρᾳ σχήματι τῷ περι-  
 εχομένῳ ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν ἴσος ἐστὶν  
 20 κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ ἐπι-  
 φανείᾳ τοῦ σχήματος τοῦ ἐγγραφέντος ἐν τῇ σφαίρᾳ,  
 ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ  
 μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτω ἡγμένη.

ἔστω ἡ σφαῖρα καὶ ὁ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ  
 25  $ΑΒΓΔ$ , καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τῷ πρότερον. ἔστω δὲ  
 κῶνος ὀρθὸς ὁ  $P$  βάσιν μὲν ἔχων τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ  
 σχήματος τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ  
 ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευ-  
 ρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτω ἡγμένη. δεικτέον, ὅτι ὁ

9. τέσσαρες] altero σ supra scripto F.

19. ἴσος] per



est quam duplo maior diametro circuli  $AB\Gamma\Delta$ <sup>1)</sup>, et  $4 A\Gamma^2 >$  quadratum diametri circuli  $P$ . sed ut  $4 A\Gamma^2$  ad quadratum diametri circuli  $P$ , ita quattuor circuli  $AB\Gamma\Delta$  ad circulum  $P$  [Eucl. XII, 2]. itaque quattuor circuli  $AB\Gamma\Delta$  maiores sunt circulo  $P$ . circulus  $P$  igitur minor est quam quadruplo maior circulo maximo. sed demonstratum est, circulum  $P$  aequalem esse superficiei figurae, quam commemorauimus. quare superficies figurae minor est quam quadruplo maior circulo maximo sphaerae.

## XXVI.

Figurae sphaerae inscriptae per superficies conicas comprehensae aequalis est conus basim habens circulum superficiei figurae sphaerae inscriptae aequalem, altitudinem autem aequalem lineae a centro sphaerae ad latus polygoni perpendiculari ductae.

sit sphaera, et in ea circulus maximus  $AB\Gamma\Delta$ , et cetera eodem modo, quo supra [prop. 25]. sit autem conus rectus  $P$  basim habens superficiem figurae sphaerae inscriptae, altitudinem autem aequalem lineae a centro sphaerae ad latus polygoni perpendiculari duc-

---

1) Verba sequentia lin. 4—5 damnari Quaest. Arch. p. 74, sed adparet, Archimedis manum nondum restitutam esse; demonstratio enim sic quoque longis ambagibus laborat. putauerim, totum locum lin. 1: ἐλάσσων ἄρα — lin. 11: τοῦ  $P$  κύκλου subditium esse.

---

comp. F, ut lin. 22. 26. τὴν ἐπιφάνειαν] ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ B, ed. Basil., Torellius. 28. ἴσον] per comp. F, ut p. 114 lin. 13; 22; 25.

κῶνος ὁ  $P$  ἴσος ἐστὶν τῷ ἐγγεγραμμένῳ ἐν τῇ σφαίρᾳ σχήματι.

ἀπὸ γὰρ τῶν κύκλων, ὧν εἰσι διαμέτροι αἱ  $ZN$ ,  $HM$ ,  $\Theta\Lambda$ ,  $IK$ , κῶνοι ἀναγεγραφθῶσαν κορυφήν ἔχον-

5 τες τὸ τῆς σφαίρας κέντρον. ἔσται δὴ ῥόμβος στερεὸς ἐκ τε τοῦ κῶνου, οὗ βᾶσις μὲν ἐστὶ ὁ κύκλος ὁ περὶ τὴν  $ZN$ , κορυφή δὲ τὸ  $A$  σημεῖον, καὶ τοῦ κῶνου, οὗ βᾶσις ὁ αὐτὸς κύκλος, κορυφή δὲ τὸ  $X$  σημεῖον. καὶ ἴσος ἐστὶ τῷ κῶνῳ τῷ βᾶσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ  $NAZ$ , ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ  $X$  καθέτω ἡγμένη.

10

15

20

πάλιν δὲ καὶ τὸ περιλειμμένον τοῦ ῥόμβου τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς ἐπιφανείας τοῦ κῶνου τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς  $ZN$ ,  $HM$  καὶ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κῶνων

τοῦ τε  $ZNX$  καὶ τοῦ  $HMX$  ἴσον ἐστὶ τῷ κῶνῳ τῷ βᾶσιν μὲν ἔχοντι ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κῶνου τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς  $MH$ ,  $ZN$ ,

25 ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ  $X$  ἐπὶ τὴν  $ZH$  καθέτω ἡγμένη· δέδεικται γὰρ ταῦτα. ἔτι δὲ καὶ τὸ περιλειπόμενον τοῦ κῶνου τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς ἐπιφανείας τοῦ κῶνου τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς  $HM$ ,  $B\Delta$  καὶ τῆς ἐπιφανείας

4. ἀναγεγραφθῶσαν F. 6. τοῦ] addidi; om. F, vulgo. ἐστὶ] ἔστω per comp. F; corr. Torellius. 10. καὶ] om. F;

tae. demonstrandum est, conum  $P$  aequalem esse figurae sphaerae inscriptae.

construantur enim in circulis, quorum diametri sunt  $ZN$ ,  $HM$ ,  $\Theta A$ ,  $IK$ , coni uerticem habentes centrum sphaerae. erit igitur rhombus solidus ex cono, cuius basis est circulus circum  $ZN$  diametrum descriptus, uertex autem punctum  $A$ , et cono, cuius basis est idem circulus, uertex autem  $X$  punctum, compositus.<sup>1)</sup> et erit aequalis cono basim habenti superficiem coni  $NAZ$ , altitudinem autem aequalem lineae a  $X$  puncto [ad lineam  $AZ$ ] perpendiculari ductae [prop. 18]. rursus autem frustum rhombi<sup>2)</sup> relictum, quod superficie coni inter plana parallela in lineis  $ZN$ ,  $HM$  posita et superficie conorum  $ZNX$ ,  $HMX$  continetur, aequale est cono basim habenti aequalem superficiem coni inter plana parallela in lineis  $MH$ ,  $ZN$  posita, altitudinem autem aequalem lineae a  $X$  puncto ad  $ZH$  lineam perpendiculari ductae [prop. 20]. praeterea frustum relictum coni<sup>3)</sup>, quod superficie coni inter plana parallela in lineis  $HM$ ,  $B\Delta$  posita et superficie coni  $MHX$  et circulo circum diametrum  $B\Delta$  descripto

1) Desideratur: *συγκείμενος*; nam *ἔσται* lin. 5 idem fere est, quod *γενήσεται*.

2) Hic rhombus oritur productis lineis  $MN$ ,  $ZH$ , donec concurrunt, et continetur lineis  $MN$ ,  $ZH$  productis et lineis  $MX$ ,  $XH$ .

3) Qui oritur lineis  $M\Delta$ ,  $HB$  productis, donec concurrunt.

corr. Torellius. 14. Post *τοῦ X* add. Torellius: *ἐπὶ τὴν AZ*.

15. *περιλειμμενον* F. 20. *τὰς ZN, HM*] *τὴν ZNHM* F;

corr. Torellius. 24. *MH, ZN*] scripsi; *MNZH* F, uulgo;

*ZN, HM* Torellius. In figura  $A$  et  $I$  permutat F, et pro  $X$  habet  $K$ . 27. *τὸ περιεχόμενον*] scripsi; *του περιεχομενου* F,

uulgo. 28. *τῆς*] *τη* F.

τοῦ  $MHX$  κώνου καὶ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετρον  
 τὴν  $BD$  ἴσον τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἴσην  
 τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν ἐπιπέδων τῶν  
 κατὰ τὰς  $HM$ ,  $BD$ , ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ  $X$  ἐπὶ  
 5 τὴν  $BH$  καθέτῳ ἠγμένη. ὁμοίως δὲ καὶ ἐν τῷ ἑτέρῳ  
 ἡμισφαιρίῳ ὃ τε φόμβος ὁ  $XKGI$  καὶ τὰ περιλείμματα  
 τῶν κώνων ἴσα ἔσται τοσοῦτοις καὶ τηλικούτοις κώνοις,  
 ὅσοι καὶ πρότερον ἐρρήθησαν. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ ὅλον  
 τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῇ σφαίρᾳ ἴσον ἔστιν  
 10 πᾶσιν τοῖς εἰρημένοις κώνοις. οἱ δὲ κῶνοι ἴσοι εἰσὶν  
 τῷ  $P$  κώνῳ, ἐπειδὴ ὁ  $P$  κῶνος ὕψος μὲν ἔχει ἐκάστῳ  
 ἴσον τῶν εἰρημένων κώνων, βάσιν δὲ ἴσην πάσαις ταῖς  
 βάσεσιν αὐτῶν. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ ἐν τῇ σφαίρᾳ ἐγ-  
 γεγραμμένον ἴσον ἔστιν τῷ ἐκκειμένῳ κώνῳ.

15

κζ.

Τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῇ σφαίρᾳ τὸ περι-  
 εχόμενον ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν ἔλασσόν  
 ἔστιν ἢ τετραπλάσιον τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχον-  
 τος ἴσην τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος  
 20 δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

ἔστω γὰρ [ὁ] γινόμενος κῶνος ἴσος τῷ σχήματι  
 τῷ ἐγγεγραμμένῳ ἐν τῇ σφαίρᾳ τὴν βάσιν μὲν ἔχων  
 ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος, τὸ  
 δὲ ὕψος ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου καθέτῳ  
 25 ἀγομένῃ ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ ἐγγραφέντος πολυγώ-  
 νου ὁ  $P$ . ὁ δὲ κῶνος ὁ  $\Xi$  ἔστω βάσιν ἔχων ἴσην τῷ

2. ἴσον] per comp. F, ut lin. 4, 9, 10, 12. τῷ κώνῳ] ἔσται  
 κώνῳ ed. Basil., Torellius. βασι F. 3. τῶν ἐπιπέδων] των  
 τε επιπεδων F; corr. Torellius. 6.  $XKGI$  F. περιλιμ-  
 ματα F. 10. κωνοις F. 19. τῶν] τον F. 21. ὁ] deleo.

continetur, aequale est cono basim habenti aequalem superficiei coni inter plana in lineis  $HM$ ,  $B\Delta$  posita, altitudinem autem aequalem lineae a  $X$  puncto ad lineam  $BH$  perpendiculari ductae [prop. 19]. eodem modo etiam in altero hemisphaerio rhombus  $XK\Gamma I$  et frusta relictia conorum<sup>1)</sup> aequalia erunt totidem et talibus conis, quot et quales supra indicauimus. adparet igitur, etiam totam figuram sphaerae inscriptam aequalem esse omnibus conis, quos commemorauimus. coni autem aequales sunt  $P$  cono, quoniam conus  $P$  altitudinem habet altitudini<sup>2)</sup> cuiusuis conorum, quos commemorauimus aequalem, basim autem aequalem omnibus simul basibus eorum<sup>3)</sup> [ $\lambda\eta\mu\mu.$  1 p. 80; cfr. Quaest. Arch. p. 48]. adparet igitur, figuram sphaerae inscriptam aequalem esse cono, quem posuimus.

## XXVII.

Figura sphaerae inscripta, quam superficies conicae comprehendunt, minor est quam quadruplo maior cono basim habenti aequalem circulo maximo sphaerae, altitudinem autem radio sphaerae.

ponatur enim conus  $P$  aequalis figurae sphaerae inscriptae basim habens superficiei figurae inscriptae aequalem, altitudinem autem aequalem lineae a centro circuli ad latus aliquod polygoni inscripti perpendiculari ductae [prop. 26]. conus autem  $\Xi$  basim ha-

1) Debat esse: rhombi (qui oritur productis lineis  $AK$ ,  $I\Theta$ , donec concurrunt) et coni (qui oritur eodem modo productis lineis  $\Delta A$ ,  $B\Theta$ ).

2)  $\acute{\epsilon}\kappa\acute{\alpha}\sigma\tau\omega$  sc.  $\kappa\acute{\omega}\nu\omega$ , pro  $\acute{\epsilon}\kappa\acute{\alpha}\sigma\tau\omega$  (sc.  $\upsilon\psi\epsilon\iota$ ).

3) Ex hypothesisi.

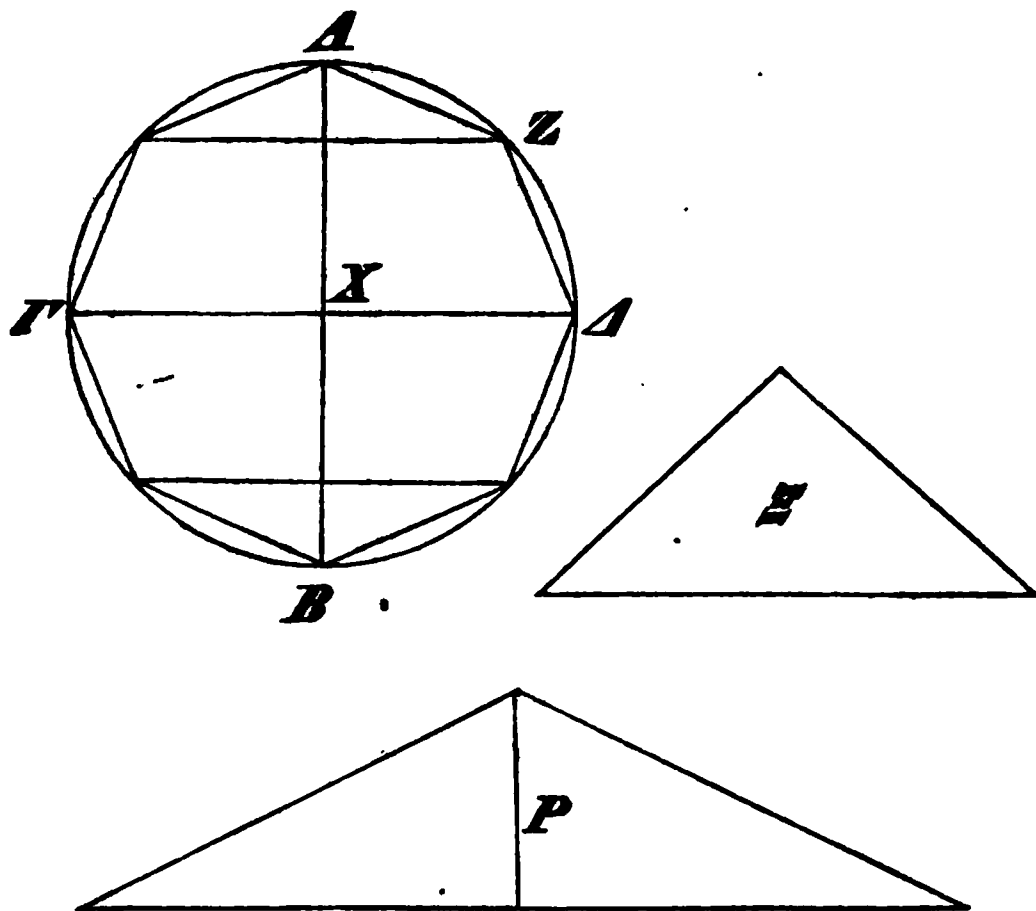
$ΑΒΓΔ$  κύκλω, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ  $ΑΒΓΔ$  κύκλου.

ἐπεὶ οὖν ὁ  $P$  κῶνος βάσιν ἔχει ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ  
 5 τῇ ἀπὸ τοῦ  $X$  καθέτω ἀγομένη ἐπὶ τὴν  $AZ$ , ἐδείχθη δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐλάσσων ἢ τετραπλασία τοῦ ἐν τῇ σφαίρᾳ μεγίστου κύκλου, ἔσται ἄρα ἡ τοῦ  $P$  κώνου βάσις ἐλάσσων ἢ τετραπλασία τῆς βάσεως τοῦ  $\Xi$  κώνου· ἔστιν δὲ καὶ τὸ  
 10 ὕψος τοῦ  $P$  ἔλασσον τοῦ ὕψους τοῦ  $\Xi$  κώνου. ἐπεὶ οὖν ὁ  $P$  κῶνος τὴν μὲν βάσιν ἔχει ἐλάσσονα ἢ τετραπλασίαν τῆς τοῦ  $\Xi$  βάσεως, τὸ δὲ ὕψος ἔλασσον τοῦ ὕψους, δῆλον, ὡς καὶ αὐτὸς ὁ  $P$  κῶνος ἐλάσσων ἔστιν ἢ τετραπλάσιος τοῦ  $\Xi$  κώνου. ἀλλὰ καὶ ὁ  $P$   
 15 κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι. τὸ ἄρα ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον τοῦ  $\Xi$  κώνου.

4. δέ] δὲ ἴσον BC\*, ed. Basil., Torellius. 8. ἔσται] per comp. F, BC\*. 13. ὡς] ὅτι Nizze.

beat aequalem circulo  $AB\Gamma\Delta$ , altitudinem autem radium circuli  $AB\Gamma\Delta$ .

quoniam igitur conus  $P$  basim habet aequalem superficiei figurae sphaerae inscriptae, altitudinem autem aequalem lineae a  $X$  puncto ad  $AZ$  perpendiculari ductae, et demonstratum est, superficiem figurae inscriptae minorem esse quam quadruplo maiorem circulo maximo sphaerae [prop. 25], erit igitur basis conici  $P$  minor quam quadruplo maior basi conici  $\Xi$ . sed

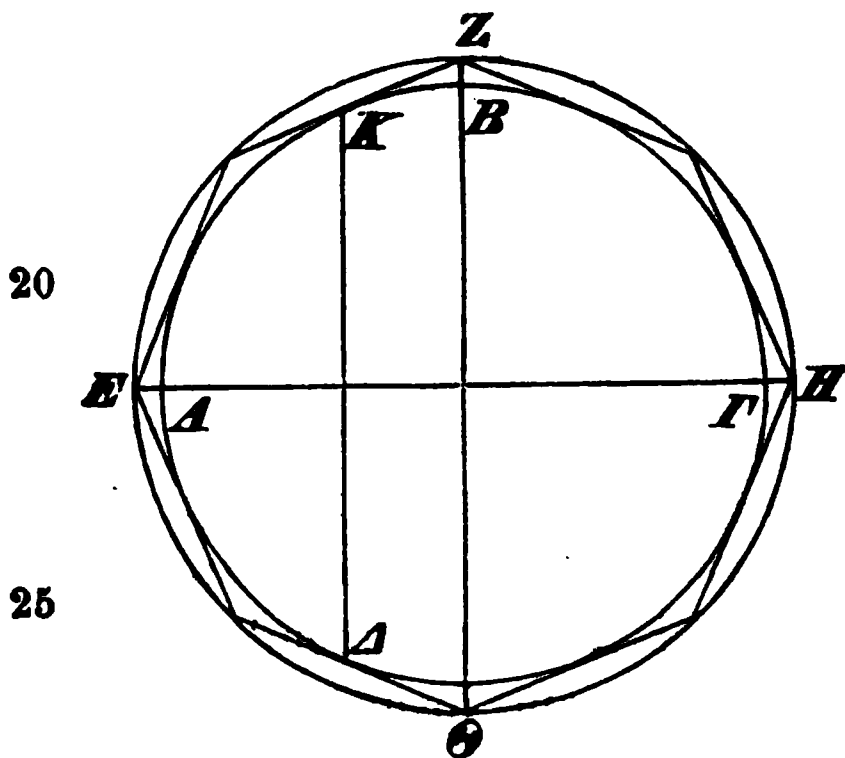


etiam altitudo conici  $P$  minor est altitudine conici  $\Xi$ . quoniam igitur conus  $P$  basim habet minorem quam quadruplo maiorem basi conici  $\Xi$ , altitudinem autem altitudine minorem, adparet, etiam ipsum conum  $P$  minorem esse quam quadruplo maiorem cono  $\Xi$ <sup>1)</sup>. sed conus  $P$  idem aequalis est figurae inscriptae. quare figura inscripta minor est quam quadruplo maior cono  $\Xi$ .

1) Cfr.  $\lambda\eta\mu\mu$ . 1 p. 80.

κη΄.

Ἐστω ἐν σφαίρα μέγιστος κύκλος ὁ  $ΑΒΓΔ$ , περὶ δὲ τὸν  $ΑΒΓΔ$  κύκλον περιγεγράφθω πολύγωνον ἰσό-  
 πλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, τὸ δὲ πλῆθος τῶν πλευρῶν  
 5 αὐτοῦ μετρείσθω ὑπὸ τετράδος. τὸ δὲ περὶ τὸν κύ-  
 κλον περιγεγραμμένον πολύγωνον κύκλος περιγεγραμ-  
 μένος περιλαμβανέτω περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον γινόμενος  
 τῷ  $ΑΒΓΔ$ . μενούσης δὲ τῆς  $ΕΗ$  περιενεχθήτω τὸ  
 $ΕΖΗΘ$  ἐπίπεδον, ἐν ᾧ τὸ τε πολύγωνον καὶ ὁ κύ-  
 10 κλος. δῆλον οὖν, ὅτι ἡ μὲν περιφέρεια τοῦ  $ΑΒΓΔ$   
 κύκλου κατὰ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας οἰσθήσεται,  
 ἡ δὲ περιφέρεια τοῦ  $ΕΖΗΘ$  κατ' ἄλλης ἐπιφανείας  
 σφαίρας τὸ αὐτὸ κέντρον ἐχούσης τῇ ἐλάσσονι οἰσθή-  
 σεται· αἱ δὲ ἀφαί, καθ' ἃς ἐπιψάνουσιν αἱ πλευραὶ,  
 15 γράφουσιν κύκλους ὀρθοῦς πρὸς τὸν  $ΑΒΓΔ$  κύκλον



ἐν τῇ ἐλάσσονι σφαίρα·  
 αἱ δὲ γωνίαι τοῦ πο-  
 λυγώνου χωρὶς τῶν  
 πρὸς τοῖς  $Ε, Η$  ση-  
 μείοις κατὰ κύκλων  
 περιφερειῶν οἰσθή-  
 σονται ἐν τῇ ἐπιφα-  
 νείᾳ τῆς μείζονος σφαί-  
 ρας γεγραμμένων ὀρ-  
 θῶν πρὸς τὸν  $ΕΖΗΘ$   
 κύκλον· αἱ δὲ πλευραὶ  
 τοῦ πολυγώνου κατὰ

κωνικῶν ἐπιφανειῶν οἰσθήσονται, καθάπερ ἐπὶ τῶν προ-  
 τούτου. ἔσται οὖν τὸ σχῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν

1. κη΄ om. F. 8. περιενεχθητο F. In figura plures lit-



## XXVIII.

Sit  $AB\Gamma\Delta$  circulus maximus sphaerae; et circum  $AB\Gamma\Delta$  circulum circumscribatur polygonum aequilaterum et aequiangulum, et numerus laterum eius per quattuor diuidi possit. polygonum autem circum circulum circumscriptum comprehendat circulus circumscriptus, eodem centro, quo  $AB\Gamma\Delta$ , descriptus. manente igitur  $EH$  linea planum  $EZH\Theta$  circumuoluatur, in quo et polygonum et circulus est. adparet igitur, ambitum circuli  $AB\Gamma\Delta$  per superficiem sphaerae circumuolutum iri, ambitum autem circuli  $EZH\Theta$  per aliam superficiem sphaerae idem centrum habentis, quod habet minor sphaera, circumuolutum iri. puncta autem contactus, in quibus latera contingunt [circulum minorem], circulos ad circulum  $AB\Gamma\Delta$  perpendiculares in sphaera minore describunt. anguli autem polygoni praeter angulos ad  $E$ ,  $H$  puncta positos per ambitus circulorum circumuoluentur in superficie sphaerae maioris descriptorum ad circulum  $EZH\Theta$  perpendicularem. latera autem polygoni per superficies conicas circumuoluentur, quemadmodum in propositionibus praecedentibus [23—27]. figura igitur per superficies conicas comprehensa circum sphaeram minorem circumscripta, maiori uero sphaerae inscripta erit. super-

---

teras addit, nonnullas permutat  $F$ , sed  $Z$ ,  $\Gamma$ ,  $\Delta$  ut in nostra figura ponuntur; quare mutari ordinem ed. Basil. et Torellii.

28. ἐπὶ τῶν πρὸ τούτου] uel ἐπὶ τῶν πρότερον Nizze; ἐπὶ τοῦ πρὸ τούτου Torellius; ἐπὶ τοῦ πρώτου  $F$ , uulgo. 29. οὐν] supra scriptum manu 1  $F$ .

ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν περὶ μὲν τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν  
 περιγεγραμμένον, ἐν δὲ τῇ μείζονι ἐγγεγραμμένον. ὅτι  
 δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος μείζων  
 ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας, οὕτως δειχθήσεται.  
 5 ἔστω γὰρ ἡ  $K\Delta$  διάμετρος κύκλου τινὸς τῶν ἐν τῇ  
 ἐλάσσονι σφαίρα τῶν  $K, \Delta$  σημείων ὄντων, καθ' ἃ  
 ἄπτονται τοῦ  $AB\Gamma\Delta$  κύκλου αἱ πλευραὶ τοῦ περι-  
 γεγραμμένου πολυγώνου. διηρημένης δὲ τῆς σφαίρας  
 ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὴν  $K\Delta$  ὀρθοῦ πρὸς  
 10 τὸν  $AB\Gamma\Delta$  κύκλον καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμ-  
 μένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν διαιρεθήσεται ὑπὸ  
 τοῦ ἐπιπέδου. καὶ φανερόν, ὅτι τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχου-  
 σιν ἐν ἐπιπέδῳ· ἀμφοτέρων γὰρ τῶν ἐπιπέδων πέρας  
 ἐστὶν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια τοῦ περὶ διάμετρον  
 15 τὴν  $K\Delta$  ὀρθοῦ πρὸς τὸν  $AB\Gamma\Delta$  κύκλον· καὶ εἰσιν  
 ἀμφοτέραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλαι, καὶ περιλαμβάνεται ἡ  
 ἑτέρα αὐτῶν ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἐπιφανείας καὶ τῆς ἐπι-  
 πέδου τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης. ἐλάσσων οὖν  
 ἐστὶν ἡ περιλαμβανομένη τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας  
 20 ἐπιφάνεια τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος τοῦ περιγε-  
 γραμμένου περὶ αὐτήν. ὁμοίως δὲ καὶ ἡ τοῦ λοιποῦ  
 τμήματος τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια ἐλάσσων ἐστὶν τῆς  
 ἐπιφανείας τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ  
 αὐτήν. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ ὅλη ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαί-  
 25 ρας ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος τοῦ  
 περιγεγραμμένου περὶ αὐτήν.

κθ.

Τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ  
 τὴν σφαῖραν ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου

5. ἡ] οι F. 7. αἱ πλευραὶ] scripsi; cfr. p. 120, lin. 14;

ficiem autem figurae circumscriptae maiorem esse superficie sphaerae, sic demonstrabitur. sit enim linea  $K\Delta$  diameter circuli alicuius in sphaera minore descripti, contingentibus lateribus polygoni circumscripti circulum  $AB\Gamma\Delta$  in punctis  $K, \Delta$ . diuisa igitur sphaera plano in linea  $K\Delta$  ad circulum  $AB\Gamma\Delta$  perpendiculari posito, etiam superficies figurae circum sphaeram circumscriptae eodem plano diuidetur. et adparet, [superficies sphaerae et figurae] eosdem terminos in plano habere (utraque enim superficies<sup>1)</sup> terminum habet ambitum circuli circum diametrum  $K\Gamma$  ad circulum  $AB\Gamma\Delta$  perpendicularis descripti), et utraque in eandem partem caua est, et altera superficies ab altera et plano eosdem terminos habenti comprehenditur. minor igitur est superficies comprehensa segmenti sphaerae superficie figurae circum id circumscriptae [ $\lambda\alpha\mu\beta$ . 4 p. 10]. eodem modo etiam superficies reliqui sphaerae segmenti minor est superficie figurae circum id circumscriptae. adparet igitur, etiam totam superficiem sphaerae minorem esse superficie figurae circum eam circumscriptae.

## XXIX.

Superficiei figurae circum sphaeram circumscriptae aequalis est circulus, cuius radius quadratus aequalis

---

1) Debat esse  $\acute{\epsilon}\pi\iota\phi\alpha\nu\epsilon\iota\omega\nu$  pro  $\acute{\epsilon}\pi\iota\pi\acute{\epsilon}\delta\omega\nu$  lin. 13. sed tota haec demonstratio tam neglegenter scripta est, ut Archimedi abiudicanda esse uideatur. fortasse hoc tantum addidisset lin. 2:  $\kappa\alpha\iota \eta \acute{\epsilon}\pi\iota\phi\acute{\alpha}\nu\epsilon\iota\alpha \tau\omicron\upsilon \pi\epsilon\rho\iota\gamma\epsilon\gamma\rho\alpha\mu\acute{\epsilon}\nu\omicron\upsilon \sigma\chi\eta\mu\alpha\tau\omicron\varsigma \mu\epsilon\lambda\lambda\omega\nu \acute{\epsilon}\sigma\tau\iota \tau\eta\varsigma \acute{\epsilon}\pi\iota\phi\alpha\nu\epsilon\iota\alpha\varsigma \tau\eta\varsigma \sigma\phi\alpha\iota\rho\alpha\varsigma$ .

---

$\alpha\iota \delta\acute{\upsilon}\omicron \pi\lambda\epsilon\upsilon\rho\alpha\iota$  ed. Basil., Torellius; „duo latera“ Cr.; om. F, uulgo. 27.  $\kappa\eta$  F.

ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιξεννυούσαις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου οὕσαι παρά τινα τῶν ὑπὸ δύο πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου ὑποτείνουσῶν.

5 τὸ γὰρ περιγεγραμμένον περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν ἐγγέγραπται εἰς τὴν μείζονα σφαῖραν· τοῦ δὲ ἐγγεγραμμένου ἐν τῇ σφαίρᾳ περιεχομένου ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν δέδεικται, ὅτι τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστὶν ὁ κύκλος, οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ  
10 περιεχόμενον ὑπὸ τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιξεννυούσαις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου οὕσαι παρά τινα τῶν ὑπὸ δύο πλευρᾶς ὑποτείνουσῶν. δῆλον οὖν ἐστὶ τὸ προειρημένον.

λ.

15 Τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὴν σφαῖραν ἢ ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶν ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

ἔστω γὰρ ἢ τε σφαῖρα καὶ ὁ κύκλος καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον προκειμένοις· καὶ ὁ Δ κύκλος  
20 ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ ἔστω τοῦ προκειμένου περιγεγραμμένου περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν.

ἐπεὶ οὖν ἐν τῷ EZHΘ κύκλῳ πολύγωνον ἰσόπλευρον ἐγγέγραπται καὶ ἄρτιογώνιον, αἱ ἐπιξεννυούσαι τὰς τοῦ πολυγώνου πλευρᾶς παράλληλοι οὕσαι  
25 τῇ ZΘ πρὸς τὴν ZΘ τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσιν, ὃν ἢ ΘΚ πρὸς ΚΖ. ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ περιεχόμενον σχῆμα

2. In syllaba γνυ- u supra scriptum est in F, manu 1.  
8. της επιφανειας F; corr. ed. Basil. 11. ξεν supra scriptum manu 1 F. 14. κθ' F. 23. αρτιογωνιον expuncto i F(?).  
24. πλευράς] γωνίας Torellius. 25. ZΘ] scripsi; ZE FBC\*;

est rectangulo, quod continetur uno latere polygones et linea aequali omnibus lineis angulos polygones iungentibus parallelis lineae sub duo latera polygones subtendenti.

figura enim circum sphaeram minorem circumscripta sphaerae maiori inscripta est [prop. 28]. et demonstratum est, superficiei figurae sphaerae inscriptae per superficies conicas comprehensae aequallem esse conum, cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo, quod contineatur uno latere polygones et linea aequali omnibus lineis angulos polygones iungentibus parallelis lineae sub duo latera subtendenti [prop. 24]. constat igitur, quod supra dictum est.

## XXX.

Superficies figurae circum sphaeram circumscriptae maior est quam quadruplo maior circulo maximo sphaerae.

sit enim et sphaera et circulus et cetera eadem, quae antea posuimus; et circulus  $A$  aequalis sit superficiei figurae datae circum sphaeram minorem circumscriptae.

quoniam igitur circulo  $EZH$  polygonum inscriptum est aequilaterum, cuius anguli pares sunt numero, lineae angulos<sup>1)</sup> polygones coniungentes lineae  $Z$  parallelae ad lineam  $Z$  eandem rationem habent, quam  $\Theta K$  ad  $KZ$  [prop. 21]. itaque rectangulum,

---

1) U. p. 97 not. 1.

---

$\Theta Z$  ed. Basil., Torellius.  $Z\Theta$ ]  $ZE$  F; corr. ed. Basil.\* 26.  
 $\Theta K$ ]  $K\Theta$  B man. 2, ed. Basil., Torellius.

ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου καὶ τῆς ἴσης  
 πάσαις ταῖς ἐπιξεννυούσαις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώ-  
 νου τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν  $Z\Theta K$ . ὥστε ἡ ἐκ τοῦ  
 κέντρου τοῦ  $\Lambda$  κύκλου ἴσον δύναται τῷ ὑπὸ  $Z\Theta K$ .  
 5 μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ  $\Lambda$  κύκλου  
 τῆς  $\Theta K$ . ἡ δὲ  $\Theta K$  ἴση ἐστὶ τῇ διαμέτρῳ τοῦ  $AB\Gamma\Delta$   
 κύκλου [διπλασία γάρ ἐστὶν τῆς  $X\Sigma$  οὔσης ἐκ τοῦ  
 κέντρου τοῦ  $AB\Gamma\Delta$  κύκλου]. δῆλον οὖν, ὅτι μείζων  
 ἐστὶν ἡ τετραπλάσιος ὁ  $\Lambda$  κύκλος, τουτέστιν ἡ ἐπι-  
 10 φάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν ἐλάσ-  
 σονα σφαῖραν τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

λά.

Τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι περὶ τὴν ἐλάσσονα  
 σφαῖραν ἴσος ἐστὶ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον  
 15 τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ ἴσον τῇ  
 ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

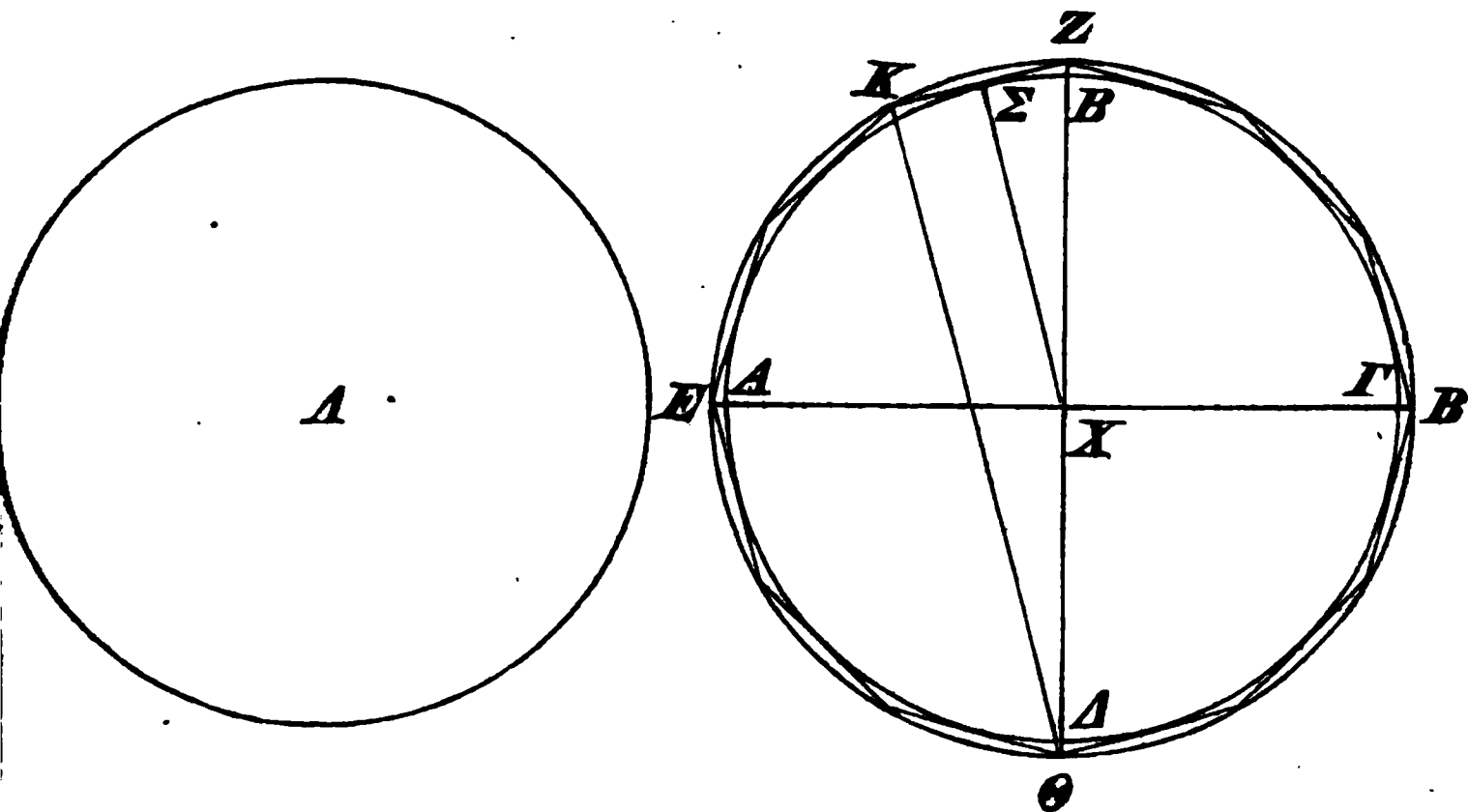
τὸ γὰρ περιγεγραμμένον σχῆμα περὶ τὴν ἐλάσσονα  
 σφαῖραν ἐγγέγραπται ἐν τῇ μείζονι σφαίρᾳ. τῷ δὲ  
 ἐγγεγραμμένῳ σχήματι περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν κωνικῶν

1. ἴσης] om. F; corr. B, Torellius. 3.  $Z\Theta K$ ]  $Z\Theta$ ,  $\Theta K$   
 Torellius. 4.  $Z\Theta K$ ]  $Z\Theta$ ,  $\Theta K$  Torellius. 12. λά' om. F.

quod continetur uno latere polygoni et linea aequali  
omnibus lineis angulos polygoni iungentibus

$$= Z\Theta \times \Theta K \text{ [Eucl. VI, 16].}$$

quare radius circuli  $\Lambda$  quadratus aequalis est  $Z\Theta \times \Theta K$



[prop. 29]. itaque radius circuli  $\Lambda > \Theta K$ .<sup>1)</sup> sed linea  $\Theta K$  aequalis est diametro circuli  $\Lambda B \Gamma \Delta$  [u. Eutocius]. adparet igitur, circulum  $\Lambda$ , h. e. superficiem figurae circum sphaeram minorem circumscriptae, maiorem esse quam quadruplo maiorem circulo maximo sphaerae.<sup>2)</sup>

### XXXI.

Figurae circum sphaeram minorem circumscriptae aequalis est conus basim habens circulum superficiei figurae aequalem, altitudinem autem aequalem radio sphaerae.

nam figura circum sphaeram minorem circumscripta sphaerae maiori inscripta est. sed demonstratum est,

1) Quia  $Z\Theta > \Theta K$  [Eucl. III, 15].

2) Eucl. XII, 2; cfr. prop. 25 p. 112.

ἐπιφανειῶν δέδεικται ἴσος κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν  
κύκλον τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ  
ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευ-  
ρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτω ἠγμένη. αὕτη δὲ ἐστίν  
5 ἴση τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας. δῆλον  
οὖν ἐστὶ τὸ προτεθέν.

## ΠΟΡΙΣΜΑ.

Ἐκ τούτου δὲ φανερόν, ὅτι τὸ σχῆμα τὸ περιγρα-  
φόμενον περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν μείζον ἐστίν ἢ  
10 τετραπλάσιον κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν μέ-  
γιστον κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρα, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ  
κέντρου τῆς σφαίρας. ἐπειδὴ γὰρ ἴσος ἐστὶ τῷ σχή-  
ματι κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ,  
ὕψος δὲ ἴσον [τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ  
15 μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτω ἠγμένη, τουτ-  
ἐστίν] τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας, ἐστὶ  
δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ  
τὴν σφαῖραν μείζων ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύ-  
κλου τῶν ἐν τῇ σφαίρα, μείζον ἄρα ἢ τετραπλάσιον  
20 ἔσται τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον περὶ τὴν σφαῖραν  
τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν μέγιστον κύ-  
κλον, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, ἐπειδὴ  
καὶ ὁ κῶνος ὁ ἴσος αὐτῷ μείζων ἢ τετραπλάσιος γί-  
νεται τοῦ εἰρημένου κώνου [βάσιν τε γὰρ μείζονα ἢ  
25 τετραπλασίαν ἔχει καὶ ὕψος ἴσον].

7. πόρισμα] mg. [□] F; λγ' Torellius. 10. τόν] addidi;  
om. F, uulgo. 16. ελασσωνος F. 19. μειζων F; corr. BC.  
21. τοῦ βάσιν] τοῦ addidi; om. F, uulgo.



figurae inscriptae per superficies conicas comprehensae aequalem esse conum basim habentem circulum aequalem superficiei figurae, altitudinem autem aequalem lineae a centro sphaerae ad latus polygoni perpendiculari ductae [prop. 26]. haec autem aequalis est radio sphaerae minoris. itaque constat propositum.

## COROLLARIUM.

Hinc autem adparet, figuram circum sphaeram minorem circumscriptam maiorem esse quam quadruplo maiorem cono basim habenti circulum maximum sphaerae, altitudinem autem radium sphaerae. nam quoniam figurae aequalis est conus basim habens superficiei eius aequalem, altitudinem autem aequalem [lineae a centro sphaerae ad latus aliquod polygoni perpendiculari ductae, h. e.] radio minoris sphaerae [prop. 31], superficies autem figurae circum sphaeram circumscriptae maior quam quadruplo maior circulo maximo sphaerae [prop. 30], erit igitur figura circum sphaeram circumscripta maior quam quadruplo maior cono basim habenti circulum maximum, altitudinem autem radium sphaerae, quoniam etiam conus ei aequalis maior est quam quadruplo maior cono, quem commemorauimus [basim enim maiorem habet quam quadruplo maiorem et altitudinem aequalem] [*λημμ.* 1 p. 80].<sup>1)</sup>

1) Hic quoque quaedam subditia esse uidentur; maxime uerba lin. 14: *την ἀπὸ τοῦ* — 16: *τουτέστιν* et finis ex *ἐπειδή* lin. 22 suspecta sunt. u. Neue Jahrb. Suppl. XI p. 389. fortasse omnia uerba ex lin. 12: *ἐπειδή* usque ad finem delenda sunt.

λβ΄.

Εὰν ἢ ἐν σφαίρα σχῆμα ἐγγεγραμμένον καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον ὑπὸ ὁμοίων πολυγώνων τὸν αὐτὸν τρόπον τοῖς πρότερον κατασκευασμένα, ἢ ἐπιφάνεια  
 5 τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐπιφάνειαν διπλασίονα λόγον ἔχει, ἢ περὶ ἢ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου περὶ τὸν μέγιστον κύκλον πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου ἐν τῷ αὐτῷ κύκλῳ. αὐτὸ δὲ τὸ σχῆμα τὸ  
 10 περιγεγραμμένον πρὸς τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ λόγου.

ἔστω ἐν σφαίρα κύκλος ὁ  $ΑΒΓΔ$ , καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸν πολύγωνον ἰσόπλευρον, τὸ δὲ πλῆθος τῶν πλευρῶν αὐτοῦ μετρείσθω ὑπὸ τετράδος· καὶ ἄλλο  
 15 περιγεγράφθω περὶ τὸν κύκλον ὁμοιον τῷ ἐγγεγραμμένῳ, αἱ δὲ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πλευραὶ ἐπιψανέτωσαν τοῦ κύκλου κατὰ μέσα τῶν περιφερειῶν τῶν ἀποτεμνομένων ὑπὸ τῶν τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου πλευρῶν. αἱ δὲ  $ΕΗ$ ,  $ZΘ$  διάμετροι πρὸς  
 20 ὀρθὰς ἔστωσαν ἀλλήλαις τοῦ κύκλου τοῦ περιλαμβάνοντος τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον καὶ ὁμοίως κείμεναι ταῖς  $ΑΓ$ ,  $ΒΔ$  διαμέτροις. καὶ νοείσθωσαν ἐπιζευγνύμεναι ἐπὶ τὰς ἀπεναντίον γωνίας τοῦ πολυγώνου, αἷ γίνονται ἀλλήλαις τε καὶ τῇ  $ZΒΔΘ$  παρ-  
 25 ἀλληλοι. μενούσης δὲ τῆς  $ΕΗ$  διαμέτρου καὶ περιενεχθεισῶν τῶν περιμέτρων τῶν πολυγώνων περὶ τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν τὸ μὲν ἐγγεγραμμένον σχῆμα

1. λβ΄] λ΄ F. 4. κατασκευασμένα] censor Ienensis; κατασκευασμενοις F, vulgo. 10. τὸ ἐγγεγραμμένον] om. F, vulgo\*; habent Cr., ed. Basil., Torellius. 16. αἱ] ἐπι F; corr. Torellius.

## XXXII.

Si sphaerae alia figura inscripta, alia circumscripta est polygonis similibus eodem modo, quo supra, effectae, superficies figurae circumscriptae ad superficiem inscriptae duplicem rationem habet, quam latus polygoni circum circulum maximum circumscripti ad latus polygoni eidem circulo inscripti. figura autem ipsa circumscripta ad figuram inscriptam habet rationem triplicem, quam eadem ratio est.

sit in sphaera circulus [maximus]<sup>1)</sup>  $AB\Gamma\Delta$ , et ei inscribatur polygonum aequilaterum, cuius laterum numerus per quattuor diuidi possit. et aliud circum circulum circumscribatur inscripto simile. et latera polygoni circumscripti circulum contingant in punctis mediis arcuum a lateribus polygoni inscripti abscisorum. lineae autem  $EH$ ,  $Z\Theta$  diametri inter se perpendiculares circuli polygonum circumscriptum comprehendentis sint et similiter positae  $A\Gamma$ ,  $B\Delta$  diametris. et fingantur lineae ad angulos inter se oppositos polygoni ductae, quae et inter se et lineae  $ZB\Delta\Theta$  parallelae erunt. manente igitur diametro  $EH$  et perimetris polygonorum circum ambitum circuli circumuolutis<sup>2)</sup> altera figura sphaerae inscripta, altera

1) Archimedes uix omiserat μέγιστος ante κύκλος lin. 12; cfr. Quaest. Arch. p. 76. hoc ipsum uerbum addi uoluit Nizze.

2) Debebat esse lin. 26—27: μετὰ τῶν τῶν κύκλων περιφερειῶν; sed non dubito illud neglegenter dictum transscriptori tribuere.

20. ἀλλήλαις] scripsi; ἀλλήλοις F, uulgo. 24.  $ZB\Delta\Theta$ ] Nizze;  $BZ$ ,  $\Theta\Delta$  F, uulgo. 27. περιφέρειαν] διάμετρον Nizze. ἐγγεγραμμένον] Nizze; περιγεγραμμένον F, uulgo.

ἔσται ἐν τῇ σφαίρα, τὸ δὲ περιγεγραμμένον. δεικτέον οὖν, ὅτι ἡ μὲν ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου διπλασία λόγον ἔχει, ἢπερ ἡ  $EA$  πρὸς  $AK$ , τὸ δὲ σχῆμα  
 5 τὸ περιγεγραμμένον τριπλασία λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ λόγου.

ἔστω γὰρ ὁ μὲν  $M$  κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὴν σφαῖραν, ὁ δὲ  $N$  ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένου. δύναται ἄρα τοῦ μὲν  
 10  $M$  ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῆς  $EA$  καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιξεννουούσαις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου τοῦ περιγεγραμμένου, ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ  $N$  τὸ ὑπὸ τῆς  $AK$  καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιξεννουούσαις τὰς γωνίας. καὶ ἐπεὶ ὁμοιά ἐστι τὰ  
 15 πολύγωνα, ὁμοια ἂν εἶη καὶ τὰ περιεχόμενα χωρία ὑπὸ τῶν εἰρημένων γραμμῶν [τουτέστι τῶν ἐπὶ τὰς γωνίας καὶ τῶν πλευρῶν τῶν πολυγώνων, ὥστε τὸν αὐτὸν λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα, ὃν ἔχουσιν αἱ τῶν πολυγώνων πλευραὶ δυνάμει. ἀλλὰ καὶ ὃν ἔχει λόγον  
 20 τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν εἰρημένων γραμμῶν, τοῦτον ἔχουσιν αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν  $M$ ,  $N$  κύκλων πρὸς ἀλλήλας δυνάμει. ὥστε καὶ αἱ τῶν  $M$ ,  $N$  διάμετροι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον ταῖς τῶν πολυγώνων πλευραῖς. οἱ δὲ κύκλοι πρὸς ἀλλήλους διπλασία λόγον ἔχουσιν  
 25 τῶν διαμέτρων, οἵτινες ἴσοι εἰσὶν ταῖς ἐπιφανείαις τοῦ περιγεγραμμένου καὶ τοῦ ἐγγεγραμμένου]. δῆλον οὖν, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου

1. περιγεγραμμένον] Nizze; εγγεγραμμενον F, uulgo. 13. τό] του per comp. F; corr. ed. Basil. 14. τὰς γωνίας] τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου τοῦ ἐγγεγραμμένου ed. Basil., Torel-

circumscripta erit. itaque demonstrandum est, superficiem figurae circumscriptae ad superficiem inscriptae eam habere rationem quam  $EA^2 : AK^2$ , figuram autem circumscriptam [ad inscriptam]<sup>1)</sup> eam, quam

$$EA^3 : AK^3.$$

sit enim circulus  $M$  aequalis superficiei figurae circum sphaeram circumscriptae, circulus autem  $N$  aequalis superficiei figurae inscriptae. itaque radius circuli  $M$  quadratus aequalis est rectangulo, quod continetur linea  $EA$  et linea aequali omnibus lineis angulos polygони circumscripti iungentibus [prop. 29], radius autem circuli  $N$  quadratus aequalis rectangulo, quod continetur linea  $AK$  et linea aequali omnibus lineis angulos [polygони inscripti]<sup>2)</sup> iungentibus [prop. 24]. et quoniam similia sunt polygona, etiam rectangula comprehensa lineis, quas commemorauimus, similia erunt.<sup>3)</sup> adparet igitur, superficiem figurae circum sphaeram circumscriptae ad superficiem figurae sphaerae inscriptae duplicem rationem habere, quam  $EA$

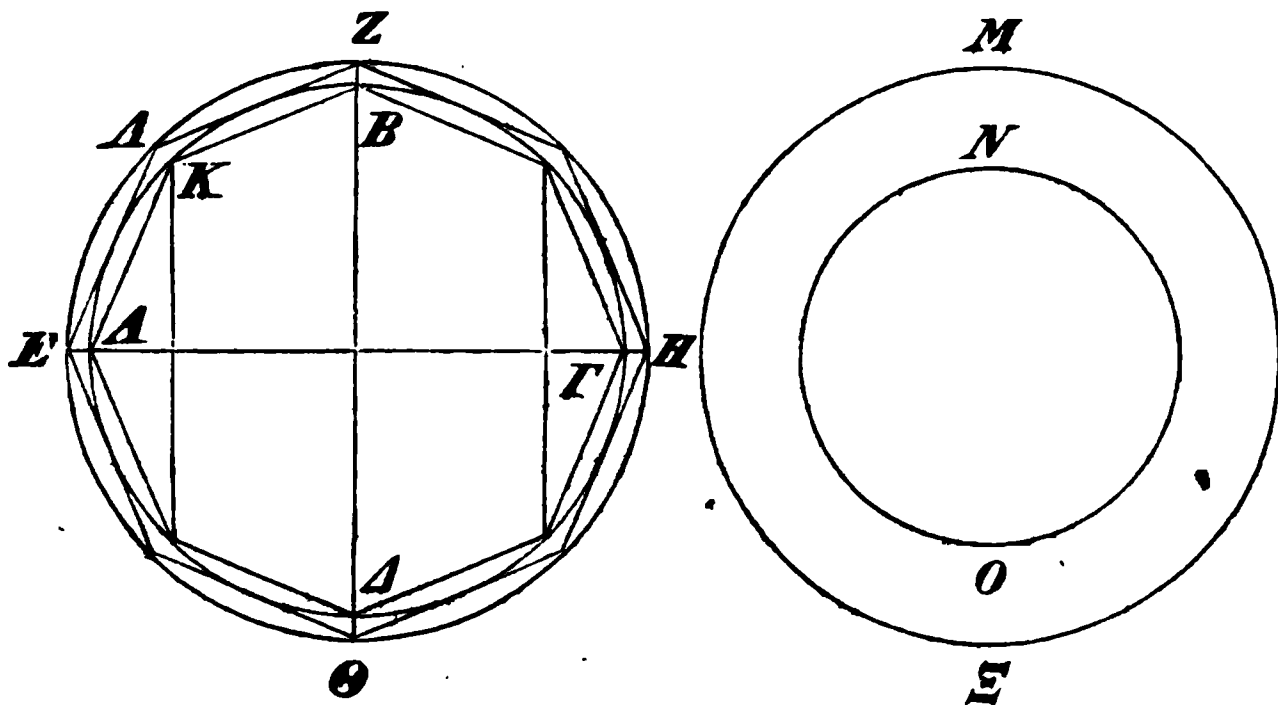
1) Fortasse addendum erat lin. 5: *πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον*; Archimedes certe haec uerba non omiserat.

2) Archimedes uix omiserat: *τοῦ πολυγώνου τοῦ ἐγγεγραμμένου* lin. 14.

3) Nam triangula, in quae diuiduntur polygona similia, et ipsa similia erunt (Eucl. VI, 20). quare lineae angulos iungentes, quae sibi respondent, eam habebunt rationem, quam  $EA$  ad  $AK$  (Eucl. VI, 4); itaque etiam omnes lineae illae polygони circumscripti ad omnes polygони inscripti eandem rationem habebunt (Eucl. V, 12); quare similia sunt rectangula illa (Eucl. VI def. 1), et eam rationem habebunt, quam  $EA^2 : AK^2$  (Eucl. VI, 20).

lius; „inscriptae“ Cr. 17. *καί] ἢ* F; corr. Torellius. τῶν *πλευρῶν]* τὰς πλευράς per comp. F; corr. Torellius. 18. *ἀλλήλας* F; corr. ed. Basil.

σχήματος εἰς τὴν σφαῖραν διπλασίονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ  $EA$  πρὸς  $AK$ . — εἰλήφθωσαν δὴ δύο κῶνοι οἱ  $O$ ,  $\Xi$ , καὶ ἔστω ὁ μὲν  $\Xi$  κῶνος βάσιν ἔχων τὸν  $\Xi$  κύκλον



ἴσον τῷ  $M$ , ὁ δὲ  $O$  βάσιν ἔχων τὸν  $O$  κύκλον ἴσον  
 5 τῷ  $N$ , ὕψος δὲ ὁ μὲν  $\Xi$  κῶνος τὴν ἐκ τοῦ κέντρου  
 τῆς σφαίρας, ὁ δὲ  $O$  τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν  
 $AK$  κάθετον ἠγμένην. ἴσος ἄρα ὁ μὲν  $\Xi$  κῶνος τῷ  
 σχήματι τῷ περιγεγραμμένῳ περὶ τὴν σφαῖραν, ὁ δὲ  
 $O$  τῷ ἐγγεγραμμένῳ. δέδεικται γὰρ ταῦτα. καὶ ἐπεὶ  
 10 ὁμοιά ἐστι τὰ πολύγωνα, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἡ  $EA$   
 πρὸς  $AK$ , ὃν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας πρὸς τὴν  
 ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ τὴν  $AK$  κάθετον  
 ἀγομένην. τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ ὕψος τοῦ  $\Xi$   
 κῶνου πρὸς τὸ ὕψος τοῦ  $O$  κῶνου, ὃν ἡ  $EA$  πρὸς  $AK$ .  
 15 ἔχει δὲ καὶ ἡ διάμετρος τοῦ  $M$  κύκλου πρὸς τὴν διά-  
 μετρον τοῦ  $N$  κύκλου λόγον, ὃν ἔχει ἡ  $EA$  πρὸς  $AK$ .  
 τῶν ἄρα  $\Xi$ ,  $O$  κῶνων αἱ διάμετροι τῶν βάσεων τοῖς  
 ὕψεσι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον [ὁμοιοὶ ἄρα εἰσίν], καὶ  
 διὰ τοῦτο τριπλασίονα λόγον ἔξει ὁ  $\Xi$  κῶνος πρὸς τὸν

3.  $\Xi$  κύκλον]  $\Xi$  om. Torellius. 4.  $O$ ]  $B F$ .  $O$  κύκλον]

ad  $AK$  [h. e. quam latus polygoni circumscripti ad latus inscripti].<sup>1)</sup>

sumantur porro duo conus  $O$ ,  $\Xi$ , et conus  $\Xi$  basim habeat  $\Xi$  circulum circulo  $M$  aequalem,  $O$  autem conus circulum  $O$  circulo  $N$  aequalem; altitudinem autem conus  $\Xi$  habeat radium sphaerae, conus autem  $O$  lineam a centro ad lineam  $AK$  perpendicularem ductam. quare conus  $\Xi$  aequalis est figurae circum sphaeram circumscriptae [prop. 31],  $O$  autem conus figurae inscriptae [prop. 26]. haec enim demonstrata sunt. et quoniam polygona similia sunt [ex hypothesis], eandem habet rationem  $EA$  ad  $AK$ , quam radius sphaerae ad lineam a centro sphaerae ad  $AK$  perpendicularem ductam.<sup>2)</sup> eandem igitur rationem habet altitudo conus  $\Xi$  ad altitudinem conus  $O$ , quam  $EA$  ad  $AK$ . sed etiam diameter circuli  $M$  ad diametrum circuli  $N$  eam habet rationem, quam  $EA$  ad  $AK$  [u. Eutocius]. itaque bases conorum  $\Xi$ ,  $O$  eandem rationem habent, quam altitudines. [similes igitur sunt] [ $\lambda\eta\mu\mu$ . 5 p. 82]. quare conus  $\Xi$  ad conum  $O$  triplicem rationem habet, quam diameter circuli  $M$  ad diametrum circuli  $N$  [Eucl. XII, 12].

1) Nam circuli  $M$ ,  $N$  eam habent rationem, quam diametri siue radii quadrati (Eucl. XII, 2), quae est  $EA^2 : AK^2$ , quia radii quadrati aequales sunt rectangulis illis, de quibus u. p. 133, not. 3; sed ex hypothesis circulus  $M$  aequalis est superficiei figurae circumscriptae, circulus  $N$  superficiei figurae inscriptae.

2) Quia triangula ad centra polygonorum similium posita et ipsa similia sunt; tum u. Eucl. VI, 4.

$O$  om. Torellius. 9.  $\gamma\acute{\alpha}\rho$ ]  $\sigma\nu$  F; corr. Torellius. 14.  $O$ ] om. FC\*. 19.  $\tau\omicron\upsilon\tau\omicron$ ] scripsi;  $\tau\omicron$   $\alpha\nu\tau\omicron$  F, uulgo;  $\alpha\upsilon\tau\omicron$  Torellius.

Ο κῶνον, ἥπερ ἡ διάμετρος τοῦ  $M$  κύκλου πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ  $N$  κύκλου. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον ἔξει, ἥπερ ἡ  $EA$  πρὸς  $AK$ .

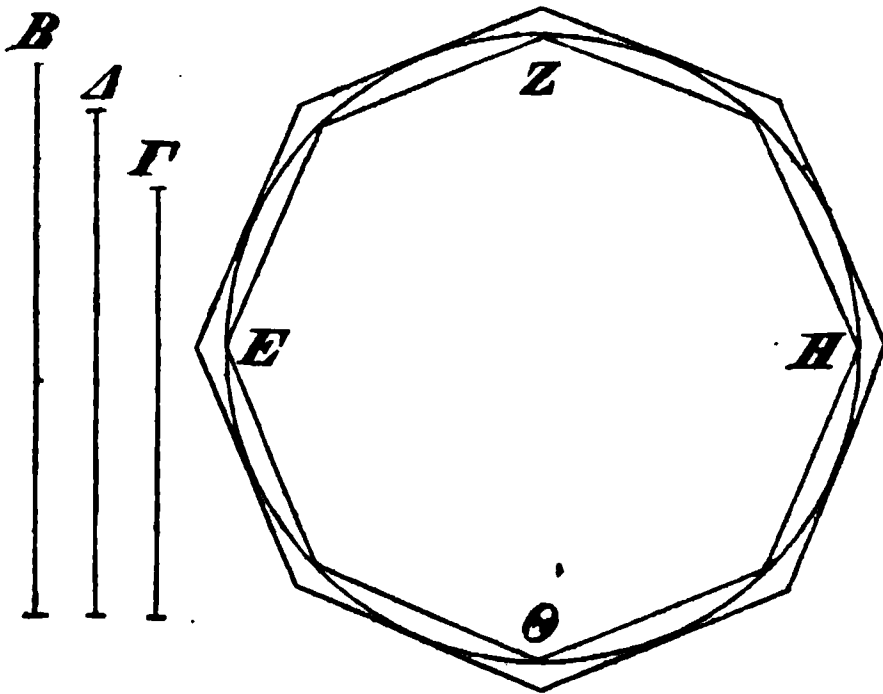
5

λγ΄.

Πάσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ.

ἔστω γὰρ σφαῖρά τις, καὶ ἔστω τετραπλάσιος τοῦ μεγίστου κύκλου ὁ  $A$ . λέγω, ὅτι ὁ  $A$  ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφάνειά τῆς σφαίρας.

εἰ γὰρ μή, ἦτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἐλάσσων. ἔστω πρότερον μείζων ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας τοῦ κύκλου. ἔστι δὴ δύο μεγέθη ἄνισα ἢ τε ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας καὶ ὁ  $A$  κύκλος. δυνατὸν ἄρα ἐστὶ λαβεῖν δύο εὐθείας



15 ἄνισους, ὥστε τὴν μείζονα πρὸς τὴν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἐλάσσονα τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας πρὸς τὸν κύκλον. εἰλήφθωσαν αἱ  $B, \Gamma$ , καὶ τῶν  $B,$

5. λα΄ F; λε΄ Torellius. 8. ἔστω] ως F; corr. B. 12. πρότερον μείζων] προτερον μειζον F.



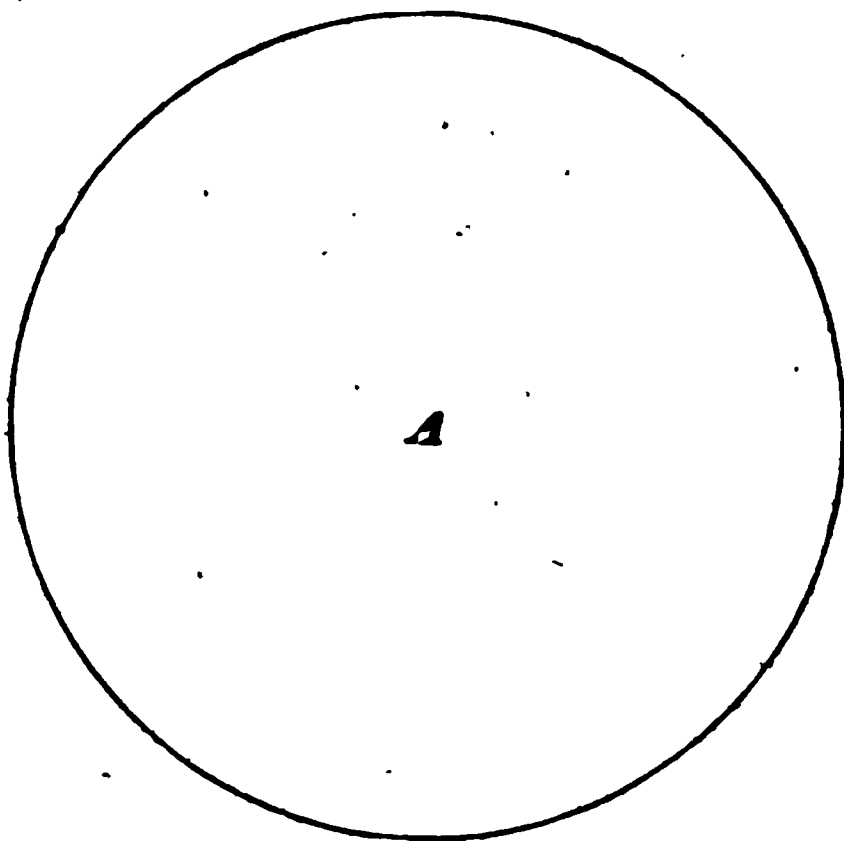
adparet igitur, etiam figuram circumscriptam ad figuram inscriptam triplicem rationem habituram esse, quam  $EA$  ad  $AK$ .<sup>1)</sup>

## XXXIII.

Cuiusvis sphaerae superficies quadruplo maior est circulo in ea maximo.<sup>2)</sup>

sit enim sphaera, et sit  $A$  circulus quadruplo maior circulo maximo. dico, circulum  $A$  aequalem esse superficiei sphaerae.

si enim aequalis non est, aut maior aut minor est. prius superficies sphaerae maior sit circulo. duae igitur magnitudines inaequales sunt, superficies sphaerae et circulus  $A$ . fieri igitur potest, ut sumantur duae



lineae inaequales, ita ut maior linea ad minorem rationem habeat minorem, quam superficies sphaerae ad circulum [prop. 2]. sumantur lineae  $B$ ,  $\Gamma$ , et inter

1) Quia ex hypothese conii  $\Xi$ ,  $O$  figuris aequales sunt.

2) Cfr. Simplicius ad Aristot. IV p. 508, b; Pappus I p. 360.

Γ μέση ἀνάλογον ἔστω ἡ Δ. νοείσθω δὲ καὶ ἡ σφαῖρα  
 ἐπιπέδῳ τετμημένη διὰ τοῦ κέντρου κατὰ τὸν ΕΖΗΘ  
 κύκλον· νοείσθω δὲ καὶ εἰς τὸν κύκλον ἐγγεγραμμένον  
 καὶ περιγεγραμμένον πολύγωνον, ὥστε ὅμοιον εἶναι  
 5 τὸ περιγεγραμμένον τῷ ἐγγεγραμμένῳ πολυγώνῳ καὶ  
 τὴν τοῦ περιγεγραμμένου πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον  
 ἔχειν τοῦ, ὃν ἔχει ἡ Β πρὸς τὴν Δ [καὶ ὁ διπλάσιος  
 ἄρα λόγος τοῦ διπλασίου λόγου ἐστὶν ἐλάσσων. καὶ  
 τοῦ μὲν τῆς Β πρὸς Δ διπλάσιός ἐστὶν ὁ τῆς Β πρὸς  
 10 τὴν Γ, τοῦ δὲ τῆς πλευρᾶς τοῦ περιγεγραμμένου πο-  
 λυγώνου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου διπλά-  
 σιος ὁ τῆς ἐπιφανείας τοῦ περιγεγραμμένου στερεοῦ  
 πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου]. ἡ ἐπιφάνεια  
 ἄρα τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν  
 15 πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος  
 ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢπερ ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας  
 πρὸς τὸν Α κύκλον· ὅπερ ἄτοπον. ἡ μὲν γὰρ ἐπι-  
 φάνεια τοῦ περιγεγραμμένου τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαί-  
 ρας μείζων ἐστίν, ἡ δὲ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου  
 20 σχήματος τοῦ Α κύκλου ἐλάσσων ἐστὶ [δέδεικται γὰρ  
 ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσων τοῦ μεγίστου  
 κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ ἢ τετραπλασία, τοῦ δὲ με-  
 γίστου κύκλου τετραπλάσιός ἐστὶν ὁ Α κύκλος]. οὐκ  
 ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας μείζων ἐστὶ τοῦ Α  
 25 κύκλου. — λέγω δὴ, ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων. εἰ γὰρ δυ-  
 νατόν, ἔστω. καὶ ὁμοίως εὐρήσθωσαν αἱ Β, Γ εὐθεῖαι,  
 ὥστε τὴν Β πρὸς Γ ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ, ὃν ἔχει  
 ὁ Α κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς σφαίρας, καὶ  
 τῶν Β, Γ μέση ἀνάλογον ἡ Δ· καὶ ἐγγεγράφθω καὶ

4. εἶναι] per comp. in rasura F. 10. τοῦ δὲ τῆς] scripsi;  
 της δε F, vulgo.

eas media proportionalis sit  $\Delta$  linea. fingatur autem etiam sphaera per centrum secta per circulum  $EZH\Theta$ . fingatur autem etiam polygonum circulo inscriptum et aliud circumscriptum, ita ut polygonum circumscriptum inscripto simile sit, et latus polygoni circumscripti [ad latus inscripti]<sup>1)</sup> minorem rationem habeat, quam  $B$  ad  $\Delta$  [prop. 3]. quare<sup>2)</sup> superficies figurae circum sphaeram circumscriptae ad superficiem figurae inscriptae minorem rationem habet, quam superficies sphaerae ad circulum  $A$ . quod fieri non potest. nam superficies figurae circumscriptae maior est superficie sphaerae [prop. 28 p. 122], sed superficies figurae inscriptae minor est circulo  $A$  [prop. 25].<sup>3)</sup> itaque superficies sphaerae circulo  $A$  maior non est.

dico iam, ne minorem quidem eam esse. si enim fieri potest, minor sit. et ut supra inueniantur lineae  $B$ ,  $\Gamma$ , ita ut  $B$  ad  $\Gamma$  minorem rationem habeat, quam circulus  $A$  ad superficiem sphaerae [prop. 2], et linea  $\Delta$  media inter  $B$ ,  $\Gamma$  proportionalis. et inscri-

---

1) Archimedes non omiserat: *πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου* lin. 6; sed cum haec omissio toties occurrat, satius duxi, hanc negligentiam transcriptori tribuere, quam cum Nizzio haec uerba omnibus locis addere.

2) Nam latera polygonorum quadrata et eam habent rationem, quam  $B^2 : \Delta^2$ , h. e. quam  $B : \Gamma$  (Eucl. VI, 20 *πρὸς* 2), et eam, quam superficies figurarum (prop. 32). sed quibus hoc continetur, uerba lin. 7—13 fortasse subditua sunt.

3) Repetitionem inutilem prop. 25 deleo (lin. 20—23).

περιγεγράφθω πάλιν, ὥστε τὴν τοῦ περιγεγραμμένου  
 ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ τῆς  $B$  πρὸς  $\Delta$  [καὶ τὰ  
 διπλάσια ἄρα]. ἡ ἐπιφάνεια ἄρα τοῦ περιγεγραμμένου  
 πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονα  
 5 λόγον ἔχει, ἥπερ ὁ  $A$  κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν  
 τῆς σφαίρας· ὅπερ ἄτοπον. ἡ μὲν γὰρ τοῦ περιγε-  
 γραμμένου ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τοῦ  $A$  κύκλου, ἡ δὲ  
 τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσων τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

οὐκ ἄρα οὐδὲ ἐλάσσων ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας  
 10 τοῦ  $A$  κύκλου. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ μείζων. ἡ ἄρα  
 ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας ἴση ἐστὶ τῷ  $A$  κύκλῳ, τουτέστι  
 τῷ τετραπλασίῳ τοῦ μεγίστου κύκλου.

λδ'.

Πᾶσα σφαῖρα τετραπλασία ἐστὶ κώνου τοῦ βάσιν  
 15 μὲν ἔχοντος ἴσην τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ,  
 ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

ἔστω γὰρ σφαῖρά τις, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος  
 ὁ  $AB\Gamma\Delta$ . εἰ οὖν μὴ ἐστὶν ἡ σφαῖρα τετραπλασία  
 τοῦ εἰρημένου κώνου, ἔστω, εἰ δυνατόν, μείζων ἢ τε-  
 20 τραπλασία. ἔστω δὲ ὁ  $\Xi$  κώνος βάσιν μὲν ἔχων τετρα-  
 πλασίαν τοῦ  $AB\Gamma\Delta$  κύκλου, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ  
 κέντρου τῆς σφαίρας. μείζων οὖν ἐστὶν ἡ σφαῖρα τοῦ  
 $\Xi$  κώνου. ἐστὶ δὴ δύο μεγέθη ἄνισα ἢ τε σφαῖρα  
 καὶ ὁ κώνος. δυνατόν οὖν δύο εὐθείας λαβεῖν ἀνίσους  
 25 ὥστε ἔχειν τὴν μείζονα πρὸς τὴν ἐλάσσονα ἐλάσσονα λό-

1. πάλιν] πάλιν πολύγωνον Torellius. τὴν] τὴν πλευρὰν  
 Torellius. 2. τοῦ] το F; corr. Torellius. 13. λβ' F; λς'  
 Torellius. 19. μείζον F. 25. ἐλάσσονα λόγον] scripsi; λο-  
 γον F, vulgo; λόγον ἐλάσσονα B, ed. Basil., Torellius.

batur et circumscribatur rursus polygonum, ita ut latus circumscripti [ad latus inscripti]<sup>1)</sup> minorem rationem habeat, quam  $B$  ad  $A$  [prop. 3]. itaque<sup>2)</sup> superficies figurae circumscriptae ad superficiem inscriptae minorem rationem habet, quam circulus  $A$  ad superficiem sphaerae. quod fieri non potest. nam superficies figurae circumscriptae maior est circulo  $A$  [prop. 30]. sed superficies inscriptae minor est superficie sphaerae [prop. 23 p. 102].

itaque ne minor quidem est superficies sphaerae circulo  $A$ . demonstratum autem est, ne maiorem quidem eam esse. itaque superficies sphaerae aequalis est circulo  $A$ , h. e. quadruplo maior circulo maximo.

## XXXIV.

Quaeuis sphaera quadruplo maior est cono basim habenti circulo maximo sphaerae aequalem, altitudinem autem radium sphaerae.<sup>3)</sup>

sit enim sphaera et in ea circulus maximus  $AB\Gamma\Delta$ . si igitur sphaera quadruplo maior cono, quem commemorauimus, non est, sit, si fieri potest, maior quam quadruplo maior. conus autem  $\Xi$  basim habeat quadruplo maiorem circulo  $AB\Gamma\Delta$ , altitudinem autem radio sphaerae aequalem. itaque sphaera maior est cono  $\Xi$ . erunt igitur duae magnitudines inaequales, sphaera et conus. potest igitur fieri, ut sumantur duae

1) Cfr. not. 1, p. 139.

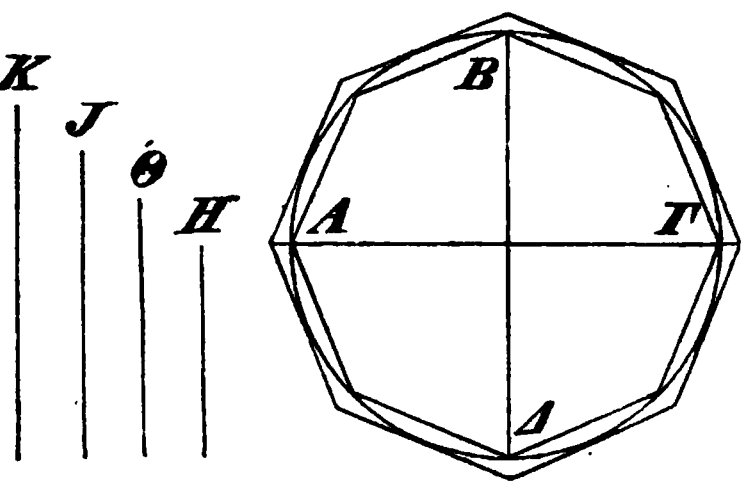
2) Sequitur ex Eucl. VI, 20 πρόρ. 2 et prop. 32, ut not. 2, p. 139; sed uerba praecedentia lin. 2—3 hic quoque subditia sunt; nihil enim continent nisi negligentem et imperfectam significationem uerborum, quae not. 2, p. 139 damnaui.

3) Cfr. Pappus I p. 360.

γον τοῦ, ὃν ἔχει ἡ σφαῖρα πρὸς τὸν  $\Xi$  κῶνον. ἔστωσαν οὖν αἱ  $K$ ,  $H$ , αἱ δὲ  $I$ ,  $\Theta$  εἰλημμένοι ὥστε τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερέχειν τὴν  $K$  τῆς  $I$  καὶ τὴν  $I$  τῆς  $\Theta$  καὶ τὴν  $\Theta$  τῆς  $H$ . νοείσθω δὲ καὶ εἰς τὸν  $AB\Gamma\Delta$  κύκλον

10

15



5 ἐγγεγραμμένον πολύγωνον, οὗ τὸ πλῆθος τῶν πλευρῶν μετρείσθω ὑπὸ τετράδος, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον ὅμοιον τῷ ἐγγεγραμμένῳ, καθάπερ ἐπὶ τῶν προτέρων· ἡ δὲ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πλευρὰ

πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονα λόγον ἔχεται τοῦ, ὃν ἔχει ἡ  $K$  πρὸς  $I$ . καὶ ἔστωσαν αἱ  $A\Gamma$ ,  $B\Delta$  διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις. εἰ οὖν μενούσης τῆς  $A\Gamma$  διαμέτρου περι-

10  $K$   $J$   $\Theta$   $H$

15

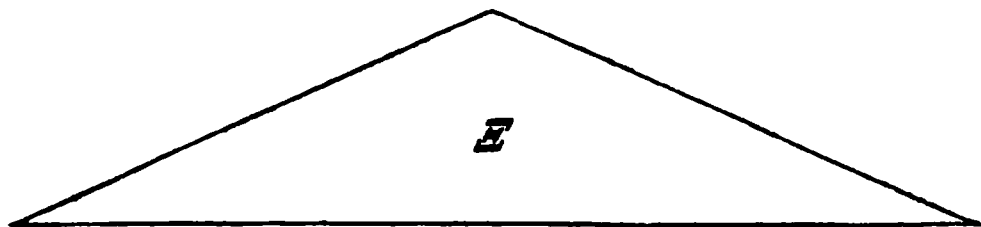
ενεχθεῖη τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ τὰ πολύγωνα, ἔσται σχήματα τὸ μὲν ἐγγεγραμμένον ἐν τῇ σφαίρα, τὸ δὲ περιγεγραμμένον, καὶ ἔξει τὸ περιγεγραμμένον

20 πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον, ἥπερ ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου εἰς τὸν  $AB\Gamma\Delta$  κύκλον. ἡ δὲ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ  $K$  πρὸς τὴν  $I$ . ὥστε τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον ἐλάσσονα

25 λόγον ἔχει ἢ τριπλασίονα τοῦ  $K$  πρὸς  $I$ . ἔχει δὲ καὶ ἡ  $K$  πρὸς  $H$  μείζονα λόγον ἢ τριπλάσιον τοῦ, ὃν ἔχει ἡ  $K$  πρὸς  $I$  [τοῦτο γὰρ φανερόν διὰ λημμάτων]. πολλῷ ἄρα τὸ περιγραφέν πρὸς τὸ ἐγγραφέν ἐλάσσονα

3.  $\Theta$ ]  $H$  F. 13.  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  F. Litteras in circulo positas et polygona om. F. 18. σχήματα] scripsi; το σχημα F, vulgo. 27. διαλληματων F.

lineae inaequales, ita ut maior linea ad minorem rationem habeat minorem, quam sphaera ad conum  $\mathcal{E}$  [prop. 2]. sint igitur lineae  $K$ ,  $H$ , et lineae  $I$ ,  $\Theta$  ita sumantur, ut aequali spatio excedat  $K$  linea lineam  $I$ ,  $I$  lineam  $\Theta$ ,  $\Theta$  lineam  $H$ . fingatur autem etiam circulo  $AB\Gamma\Delta$  polygonum inscriptum, cuius laterum numerus per quattuor diuidi possit, et aliud circumscriptum inscripto simile, sicut antea. et latus polygoni circumscripti ad latus inscripti minorem rationem



habeat, quam  $K : I$  [prop. 3]. et sint diametri  $A\Gamma$ ,  $B\Delta$  inter se perpendiculares. si igitur manente diametro  $A\Gamma$  circumuoluitur<sup>1)</sup> planum, in quo sunt polygona, orientur figurae, altera sphaerae inscripta, altera circumscripta, et habebit figura circumscripta ad inscriptam triplicem rationem, quam latus polygoni circumscripti ad latus inscripti circulo  $AB\Gamma\Delta$  [prop. 32]. sed latera minorem habent rationem quam  $K : I$  [ex hypothesi]. quare figura circumscripta [ad inscriptam]<sup>2)</sup> minorem rationem habet quam  $K^3 : I^3$ . sed etiam  $K : H > K^3 : I^3$  [u. Eutocius]. itaque figura circumscripta ad inscriptam multo minorem rationem habet,

1) Optatius  $\pi\epsilon\sigma\iota\epsilon\nu\epsilon\chi\theta\epsilon\iota\eta$  posterioris temporis scriptoribus aptior fortasse transcriptori debetur, cum Archimedes scripsisset:  $\epsilon\iota\ \kappa\alpha\text{---}\pi\epsilon\sigma\iota\epsilon\nu\epsilon\chi\theta\eta$ .

2) U. p. 139 not. 1.

λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἡ  $K$  πρὸς  $H$ . ἡ δὲ  $K$  πρὸς  
 $H$  ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ σφαῖρα πρὸς τὸν  $\Xi$   
 κώνον· καὶ ἐναλλάξ· ὅπερ ἀδύνατον. τὸ γὰρ σχῆμα  
 τὸ περιγεγραμμένον μείζον ἐστὶ τῆς σφαίρας, τὸ δὲ ἐγ-  
 5 γεγραμμένον ἔλασσον τοῦ  $\Xi$  κώνου [διότι ὁ μὲν  $\Xi$  κώνος  
 τετραπλάσιός ἐστὶ τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην  
 τῷ  $AB\Gamma\Delta$  κύκλῳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου  
 τῆς σφαίρας, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσον τοῦ  
 εἰρημένου κώνου ἢ τετραπλάσιον]. οὐκ ἄρα μείζων ἢ  
 10 τετραπλασία ἢ σφαῖρα τοῦ εἰρημένου. — ἔστω δὴ, εἰ  
 δυνατόν, ἐλάσσων ἢ τετραπλασία· ὥστε ἐλάσσων ἐστὶν  
 ἢ σφαῖρα τοῦ  $\Xi$  κώνου. εἰλήφθωσαν δὴ αἱ  $K, H$   
 εὐθεῖαι, ὥστε τὴν  $K$  μείζονα εἶναι τῆς  $H$  καὶ ἐλάσ-  
 σονα λόγον ἔχειν πρὸς αὐτὴν τοῦ, ὃν ἔχει ὁ  $\Xi$  κώνος  
 15 πρὸς τὴν σφαῖραν. καὶ αἱ  $\Theta, I$  ἐκκείσθωσαν, καθὼς  
 πρότερον, καὶ εἰς τὸν  $AB\Gamma\Delta$  κύκλον νοείσθω πολύ-  
 γωνον ἐγγεγραμμένον καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον, ὥστε  
 τὴν πλευρὰν τοῦ περιγεγραμμένου πρὸς τὴν πλευρὰν  
 τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἥπερ ἡ  $K$   
 20 πρὸς  $I$ · καὶ τὰ ἄλλα κατεσκευάσθω τὸν αὐτὸν τρόπον  
 τοῖς πρότερον. ἔξει ἄρα καὶ τὸ περιγεγραμμένον στε-  
 ρεὸν σχῆμα πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον,  
 ἥπερ ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὸν  $AB\Gamma\Delta$   
 κύκλον πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου. ἡ δὲ πλευρὰ  
 25 πρὸς τὴν πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ  $K$   
 πρὸς  $I$ . ἔξει οὖν τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς  
 τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἢ τριπλάσιον τοῦ,  
 ὃν ἔχει ἡ  $K$  πρὸς τὴν  $I$ . ἡ δὲ  $K$  πρὸς τὴν  $H$  μεί-

10. εἰρημένου] εἰρημένου κώνου? δὴ εἰ] scripsi; η F;  
 εἰ vulgo. 20. κατεσκευάσθω] scripsi; κατεσκευ F, manus 2  
 stellulam adposuit et mg. scripsit ασμενα; κατεσκευασμένα



quam  $K : H$ ; sed  $K$  ad  $H$  minorem rationem habet, quam sphaera ad conum  $\Xi$  [ex hypothesis] [quare figura circumscripta ad inscriptam minorem rationem habet, quam sphaera ad conum  $\Xi$ ]. et uicissim [figura circumscripta ad sphaeram minorem rationem habet, quam figura inscripta ad conum]. quod fieri non potest. nam figura circumscripta maior est sphaera [prop. 28 p. 122], sed inscripta minor cono  $\Xi$  [prop. 27]. itaque sphaera maior non est quam quadruplo maior [cono], quem commemorauimus.

iam, si fieri potest, minor sit quam quadruplo maior. sphaera igitur minor est cono  $\Xi$ . sumantur igitur lineae  $K, H$ , ita ut  $K$  linea maior sit linea  $H$  et minorem ad eam rationem habeat, quam conus  $\Xi$  ad sphaeram [prop. 2]. et ponantur lineae  $\Theta, I$ , ut supra [p. 142, 2]. et fingatur polygonum circulo  $AB\Gamma\Delta$  inscriptum et aliud circumscriptum, ita ut latus polygoni circumscripti ad latus inscripti minorem rationem habeat, quam  $K : I$ . et cetera eodem modo, quo antea, comparentur. habebit igitur etiam<sup>2)</sup> figura solida circumscripta ad inscriptam rationem triplicem, quam latus figurae circum  $AB\Gamma\Delta$  circumscriptae ad latus inscriptae [prop. 32]. sed latera minorem rationem habent, quam  $K : I$  [ex hypothesis]. habebit igitur figura circumscripta ad inscriptam minorem rationem, quam  $K^3 : I^3$ . sed  $K : H > K^3 : I^3$  [u. Eutocius]. quare figura circumscripta ad inscriptam minorem rationem

1) καί lin. 21 uidetur significare: nunc quoque, ut antea.

vulgo. 28. πρὸς τὴν  $I$ . ἢ δὲ  $K$ ] om. F; corr. ed. Basil. et B man. 2.

ζωνα λόγον ἔχει ἢ τριπλάσιον τοῦ, ὃν ἔχει ἡ  $K$  πρὸς  
 τὴν  $I$ . ὥστε ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ σχῆμα τὸ περι-  
 γεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον, ἢ ἡ  $K$  πρὸς τὴν  
 $H$ . ἢ δὲ  $K$  πρὸς τὴν  $H$  ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὁ  $\Xi$   
 5 κῶνος πρὸς τὴν σφαῖραν· ὅπερ ἀδύνατον. τὸ μὲν γὰρ  
 ἐγγεγραμμένον ἔλασσόν ἐστι τῆς σφαίρας, τὸ δὲ περι-  
 γεγραμμένον μείζον τοῦ  $\Xi$  κώνου. οὐκ ἄρα οὐδὲ ἐλάσ-  
 σων ἐστὶν ἢ τετραπλασία ἢ σφαῖρα τοῦ κώνου τοῦ  
 βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῷ  $AB\Gamma\Delta$  κύκλῳ, ὕψος δὲ  
 10 τὴν ἴσην τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας· ἐδείχθη  
 δέ, ὅτι οὐδὲ μείζων· τετραπλασία ἄρα.

## ΠΟΡΙΣΜΑ.

Προδεδειγμένων δὲ τούτων φανερόν, ὅτι πᾶς κύ-  
 λινδρος βάσιν μὲν ἔχων τὸν μέγιστον κύκλον τῶν ἐν  
 15 τῇ σφαίρα, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας  
 ἡμιόλιός ἐστι τῆς σφαίρας, καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ  
 μετὰ τῶν βάσεων ἡμιολία τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

ὁ μὲν γὰρ κύλινδρος ὁ προειρημένος ἑξαπλάσιός  
 ἐστὶ τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὴν αὐτήν,  
 20 ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, ἢ δὲ σφαῖρα δέ-  
 δεικται τοῦ αὐτοῦ κώνου τετραπλασία οὔσα· δῆλον  
 οὖν, ὅτι ὁ κύλινδρος ἡμιόλιός ἐστι τῆς σφαίρας. πάλιν  
 ἐπεὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου χωρὶς τῶν βάσεων  
 ἴση δέδεικται κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέση ἀνά-  
 25 λογόν ἐστι τῆς τοῦ κυλίνδρου πλευρᾶς καὶ τῆς δια-  
 μέτρου τῆς βάσεως, τοῦ δὲ εἰρημένου κυλίνδρου τοῦ

3.  $K$ ]  $HK$  F. Torellius.

5. κωνος F.

12. πόρισμα om. F; κζ

habet, quam  $K:H$ . sed  $K$  ad  $H$  minorem rationem habet, quam conus  $\Xi$  ad sphaeram [ex hypothese] [itaque figura circumscripta ad inscriptam minorem rationem habet, quam conus  $\Xi$  ad sphaeram]. quod fieri non potest. nam figura inscripta minor est sphaera [prop. 23 p. 102], sed figura circumscripta maior cono  $\Xi$  [prop. 31 *πόρισμα* p. 128]. itaque sphaera ne minor quidem est quam quadruplo maior cono basim habenti aequalem circulo  $AB\Gamma\Delta$ , altitudinem autem aequalem radio sphaerae. demonstratum autem est, ne maiorem quidem eam esse. itaque quadrupla est.

COROLLARIUM.<sup>1)</sup>

His autem ante demonstratis adparet, quemuis cylindrum basim habentem circulum maximum sphaerae, altitudinem autem diametro sphaerae aequalem sesquialterum esse sphaerae, et superficiem eius sesquialteram superficiei sphaerae.

nam cylindrus, quem commemoravimus, sexcuplus est cono eandem basim habentis, altitudinem autem aequalem radio<sup>2)</sup>; sed demonstratum est, sphaeram quadruplo maiorem esse eodem cono [prop. 34]. adparet igitur, cylindrum sphaerae sesquialterum esse. rursus quoniam demonstratum est, superficiem cylindri praeter bases aequalem esse circulo, cuius radius media sit proportionalis inter latus cylindri et diametrum

1) Citatur ab Herone stereom. I, 1 (cfr. I, 8, 2), Proclo ad Eucl. p. 71, 18, Simplicio ad Arist. IV p. 508, b. alio modo demonstrat Pappus I p. 408.

2) Cylindrus enim triplo maior est cono, cuius basis est circulus maximus, altitudo autem diameter sphaerae (Eucl. XII, 10); sed hic conus duplo maior est cono, cuius basis eadem est, altitudo autem radius (*λημμ.* 1 p. 80).

περὶ τὴν σφαῖραν ἢ πλευρὰ ἴση ἐστὶ τῇ διαμέτρῳ τῆς  
 βάσεως [δῆλον, ὅτι ἡ μέση αὐτῶν ἀνάλογον ἴση γί-  
 νεται τῇ διαμέτρῳ τῆς βάσεως], ὁ δὲ κύκλος ὁ τὴν ἐκ  
 τοῦ κέντρου ἔχων ἴσην τῇ διαμέτρῳ τῆς βάσεως τε-  
 5 τραπλάσιός ἐστὶ τῆς βάσεως, τουτέστι τοῦ μεγίστου  
 κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρα, ἔσται ἄρα καὶ ἡ ἐπιφάνεια  
 τοῦ κυλίνδρου χωρὶς τῶν βάσεων τετραπλασία τοῦ  
 μεγίστου κύκλου. ὅλη ἄρα μετὰ τῶν βάσεων ἡ ἐπι-  
 φάνεια τοῦ κυλίνδρου ἑξαπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου  
 10 κύκλου. ἔστιν δὲ καὶ ἡ τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια τετρα-  
 πλασία τοῦ μεγίστου κύκλου. ὅλη ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ  
 κυλίνδρου ἡμιολία ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

λέ'.

Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος εἰς τμήμα  
 15 σφαίρας ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον  
 δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ  
 ἐγγεγραμμένου πολυγώνου ἐν τῷ τμήματι τοῦ μεγίστου  
 κύκλου καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς παραλλήλοις τῇ βάσει  
 τοῦ τμήματος σὺν τῇ ἡμισείᾳ τῆς τοῦ τμήματος βάσεως.  
 20 ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ τμήμα, οὗ βάσις ὁ  
 περὶ τὴν  $AH$  κύκλος. ἐγγεγράψθω σχῆμα εἰς αὐτό, οἷον  
 εἴρηται, περιεχόμενον ὑπὸ κανικῶν ἐπιφανειῶν· καὶ  
 μέγιστος κύκλος ὁ  $AH\Theta$ , καὶ ἀρτιόπλευρον πολύγωνον  
 τὸ  $ΑΓΕ\Theta ΖΔΗ$  χωρὶς τῆς  $AH$  πλευρᾶς· καὶ εἰλήψθω  
 25 κύκλος ὁ  $\Lambda$ , οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ

2. γίνεται] γάρ per comp. F; corr. B. 5. τουτέστι] της  
 F; corr. Torellius. 13. λγ' F; κη' Torellius. 14. τμήμα  
 σφαίρας] scripsi; το τμήμα της σφαιρας F, vulgo. 16. τῷ  
 το F. 25. τῷ] το F.

basis [prop. 13], cylindri autem, quem commemorauimus, sphaeram comprehendentis latus aequale est diametro basis [adparet<sup>1)</sup>], lineam inter ea mediam proportionalem aequalem esse diametro basis (Eucl. VI, 16)], circulus autem radium habens diametro basis aequalem quadruplo maior est basi [Eucl. XII, 2], h. e. circulo maximo sphaerae, erit igitur etiam superficies cylindri praeter bases quadruplo maior circulo maximo. tota igitur superficies cylindri una cum basibus sexcuplo maior erit circulo maximo. sed est etiam superficies sphaerae quadruplo maior circulo maximo [prop. 33]. itaque tota superficies cylindri sesquialtera est superficiei sphaerae.

## XXXV.

Superficies figurae segmento sphaerae inscriptae aequalis est circulo, cuius radius quadratus aequalis est rectangulo, quod continetur uno latere polygони segmento circuli maximi inscripti et linea aequali omnibus lineis basi segmenti parallelis una cum dimidia basi segmenti.

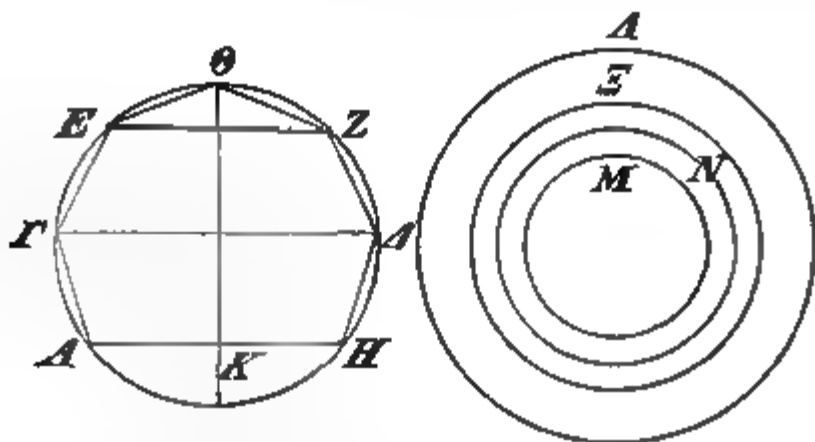
sit sphaera, et in ea segmentum, cuius basis circulus circum  $AH$  descriptus. inscribatur ei polygonum, quale diximus, per superficies conicas comprehensum. et circulus maximus sit  $AH\odot$ , et  $A\Gamma E\odot Z\Delta H$  polygonum [aequilaterum]<sup>2)</sup>, cuius latera paria sint

1) Prae dicitur, inde quod superficies cylindri aequalis sit circulo illi (*ἐπί* p. 146, 23) colligi posse, mediam proportionalem diametro aequalem esse. itaque uerba *σηλον* lin. 2—*βάσεως* lin. 3 transcriptori tribui.

2) Hoc ab Archimede non praetermissum fuit (Quaest. Arch. p. 76); Nizzius coniecit: *ισόπλευρόν τε καὶ ἀρτιόπλ.*

περιεχομένῳ ὑπὸ τε τῆς  $ΑΓ$  πλευρᾶς καὶ ὑπὸ πασῶν τῶν  $ΕΖ$ ,  $ΓΔ$  καὶ ἐτι τῆς ἡμισείας τῆς βάσεως, τουτέστι τῆς  $ΑΚ$ . δεικτέον, ὅτι ὁ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ τοῦ σχήματος ἐπιφανείᾳ.

- 6 εἰλήφθω γὰρ κύκλος ὁ  $Μ$ , οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς  $ΕΘ$  πλευρᾶς καὶ τῆς ἡμισείας τῆς  $ΕΖ$ . γίνεται δὴ ὁ  $Μ$  κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ τὴν  $ΕΖ$  κύκλος, κορυφή δὲ τὸ  $Θ$  σημεῖον. εἰλήφθω δὲ



- 10 καὶ ἄλλος ὁ  $Ν$ , οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσος δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τε τῆς  $ΕΓ$  καὶ τῆς ἡμισείας συναμφοτέρου τῆς  $ΕΖ$ ,  $ΓΔ$ . ἐστὶ οὖν οὗτος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς  $ΕΖ$ ,  $ΓΔ$ . καὶ ἄλλος ὁμοίως ὁ
- 15  $Ξ$  εἰλήφθω κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς  $ΑΓ$  καὶ τῆς ἡμισείας συναμφοτέρων τῶν  $ΓΔ$ ,  $ΑΗ$ . καὶ αὐτὸς οὖν ἴσος ἐστὶ τῇ κωνικῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς  $ΑΗ$ ,  $ΓΔ$ . πάντες οὖν οἱ κύκλοι
- 20 ἴσοι ἐσονται τῇ ὅλῃ τοῦ σχήματος ἐπιφανείᾳ, καὶ αἱ ἐκ τῶν κέντρων αὐτῶν ἴσον δυνήσονται τῷ περιεχο-

3. δεικτέον οὖν ed. Basil., Torellius.

ὁ  $Α$  κύκλος Cr.,

numero praeter latus  $AH$ . et sumatur circulus  $A$ ,  
cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo

$$A\Gamma \times (EZ + \Gamma\Delta + AK).$$

demonstrandum est, circulum aequalem esse super-  
ficiei figurae.

sumatur enim circulus  $M$ , cuius radius quadratus  
aequalis sit rectangulo  $E\Theta \times \frac{1}{2}EZ$ . itaque  $M$  cir-  
culus aequalis est superficiei conii, cuius basis est cir-  
culus circum  $EZ$  descriptus, uertex autem punctum  $\Theta$   
[prop. 14]. sumatur autem etiam alius circulus  $N$ ,  
cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo

$$E\Gamma \times \frac{1}{2}(EZ + \Gamma\Delta).$$

hic igitur aequalis erit superficiei conii, quae est inter  
plana parallela in lineis  $EZ$ ,  $\Gamma\Delta$  posita [prop. 16].  
et eodem modo sumatur alius circulus  $\Xi$ , cuius radius  
quadratus aequalis sit rectangulo

$$A\Gamma \times \frac{1}{2}(\Gamma\Delta + AH).$$

itaque et ipse aequalis est superficiei conicae, quae  
est inter plana parallela in lineis  $AH$ ,  $\Gamma\Delta$  posita  
[prop. 16]. omnes igitur circuli aequales erunt toti  
superficiei figurae, et radii eorum quadrati aequales  
erunt rectangulo  $A\Gamma \times (EZ + \Gamma\Delta + AK)$ .<sup>1)</sup> sed

---

1) Quia aequalia sunt latera polygoni  $E\Theta$ ,  $E\Gamma$ ,  $A\Gamma$ .

---

ed. Basil., Torellius.  
addidi; om. F, uulgo.

7. γίνεται] per comp. F.  
20. αί] om. F; corr. ed. Basil.\*

12. οὐν]

μένω ὑπὸ μιᾶς πλευρᾶς τῆς  $ΑΓ$  καὶ τῆς ἴσης ταῖς  $ΕΖ$ ,  $ΓΔ$  καὶ τῇ ἡμισείᾳ τῆς βάσεως τῇ  $ΑΚ$ . ἐδύνατο δὲ καὶ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ  $Α$  κύκλου ἴσον τῷ αὐτῷ χωρίῳ. ὁ ἄρα  $Α$  κύκλος ἴσος ἔσται τοῖς  $Μ$ ,  $Ν$ ,  $Ξ$  κύκλοις, ὥστε καὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος.

λς'.

Τετμήσθω σφαῖρα μὴ διὰ τοῦ κέντρου ἐπιπέδῳ· καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ  $ΑΕΖ$  τέμνων πρὸς  
 10 ὀρθὰς τὸ ἐπίπεδον τὸ τέμνον· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ  $ΑΒΓ$  τμήμα πολύγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἀρτιόγωνον χωρὶς τῆς βάσεως τῆς  $ΑΒ$ . ὁμοίως δὲ τοῖς πρότερον, ἐὰν μενούσης τῆς  $ΓΖ$  περιενεχθῇ τὸ σχῆμα, αἱ μὲν  $Δ$ ,  $Ε$ ,  $Α$ ,  $Β$  γωνίαι κατὰ κύκλων οἰσθήσονται,  
 15 ὧν διάμετροι αἱ  $ΔΕ$ ,  $ΑΒ$ , αἱ δὲ πλευραὶ τοῦ σχήματος κατὰ κωνικῆς ἐπιφανείας. καὶ ἔσται τὸ γενηθὲν σχῆμα στερεὸν ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον βάσιν μὲν ἔχον κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ  $ΑΒ$ , κορυφήν δὲ τὸ  $Γ$ . ὁμοίως δὲ τοῖς πρότερον τὴν ἐπιφάνειαν ἐλάσσονα ἔξει τῆς τοῦ τμήματος ἐπιφανείας τοῦ περιλαμβάνοντος [τὸ γὰρ αὐτὸ πέρασ αὐτῶν ἔστιν ἐν ἐπιπέδῳ τοῦ τε τμήματος καὶ τοῦ σχήματος ἢ περιφέρεια τοῦ κύκλου, οὗ διάμετρος ἡ  $ΑΒ$ , καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι ἀμφοτέραι εἰσιν αἱ ἐπιφάνειαι, καὶ περι-  
 25 λαμβάνεται ἡ ἑτέρα ὑπὸ τῆς ἑτέρας].

2. ἡδύνατο Torellius. 7. λδ' F; λθ' Torellius. 11. ἀρτιόπλευρον Rivaltus, Torellius. 15. σχήματος] Barrowius; τμήματος F, vulgo. 18. εχων F. κορυφη F; corr. Barrowius.



etiam radius circuli  $A$  quadratus eidem spatio aequalis erat [ex hypothesis]. itaque circulus  $A$  aequalis erit circulis  $M, N, \Xi^1$ ); quare etiam superficiei figurae inscriptae aequalis erit.

## XXXVI.

Secetur sphaera plano non per centrum posito, et in ea sit circulus maximus  $AEZ$  planum secans perpendiculariter secans. et inscribatur segmento  $AB\Gamma$  polygonum aequilaterum, cuius latera paria sint numero praeter basim  $AB$ . si igitur, ut antea, manente linea  $\Gamma Z$

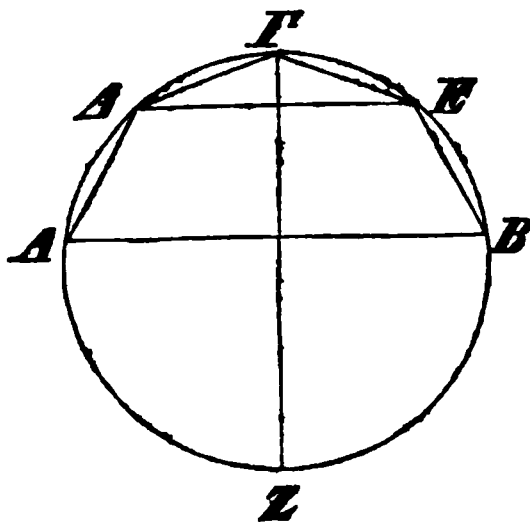


figura circumvoluitur, anguli  $\Delta, E, A, B$  per circulos ferentur, quorum diametri erunt  $\Delta E, AB$ , latera autem figurae per superficies conicas. et figura solida hoc modo orta, per superficies conicas comprehensa, basim habebit circulum, cuius diameter est  $AB$ , uerticem autem punctum  $\Gamma$ . itaque eodem modo, quo antea, superficiem habebit minorem superficiei segmenti comprehendentis [ $\lambda\alpha\mu\beta$ . 4 p. 10].<sup>2</sup>)

1) Ex Eucl. XII, 2; cfr. Quaest. Arch. p. 48.

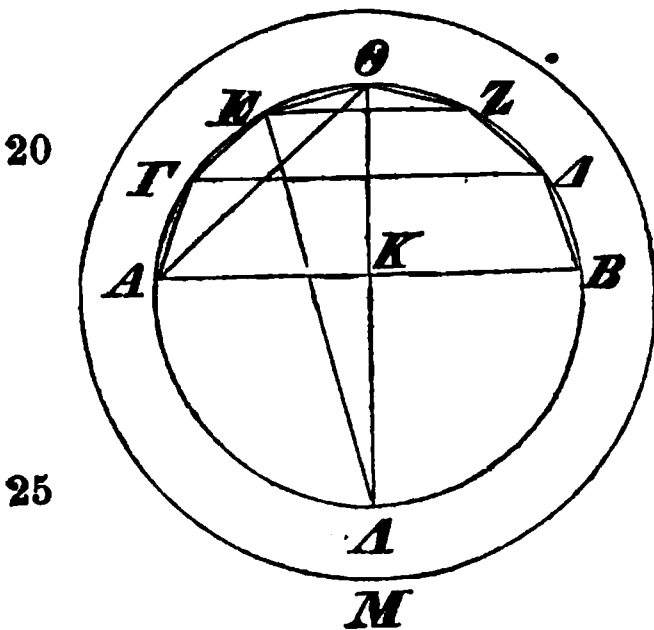
2) In hac propositione praeter finem subditium alia quoque deprehenduntur uestigia manus transcriptoris, uelut omis- sum uerbum  $\xi\sigma\tau\omega$  lin. 9;  $\acute{\alpha}\rho\tau\acute{\iota}\omicron\gamma\omega\nu\omicron\nu$  lin. 11, quod alibi recte dicitur pro  $\acute{\alpha}\rho\tau\acute{\iota}\omicron\pi\lambda\epsilon\nu\rho\nu$  (Quaest. Arch. p. 76), sed hoc loco ferri non potest propter sequentia uerba  $\chi\omega\rho\acute{\iota}\varsigma\ \tau\eta\varsigma\ \beta\acute{\alpha}\sigma\epsilon\omega\varsigma$ ;  $\kappa\omega\nu\iota\kappa\eta\varsigma\ \acute{\epsilon}\pi\iota\phi\alpha\nu\epsilon\acute{\iota}\alpha\varsigma$  lin. 16 pro  $\kappa\omega\nu\iota\kappa\omega\acute{\nu}\ \acute{\epsilon}\pi\iota\phi\alpha\nu\epsilon\acute{\iota}\omega\acute{\nu}$ ;  $\gamma\epsilon\nu\eta\theta\acute{\epsilon}\nu$  lin. 16 (Quaest. Arch. p. 70). praeterea diserte dicendum erat, segmentum  $AB\Gamma$  minus hemisphaerio esse debere (Quaest. Arch. p. 73).

λξ'.

Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐν τῷ  
 τμήματι τῆς σφαίρας ἐλάσσων ἐστὶ τοῦ κύκλου, οὗ ἢ  
 ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ  
 5 τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένη τοῦ κύκλου, ὅς  
 ἐστὶ βᾶσις τοῦ τμήματος.

ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ  $ABEZ$ .  
 καὶ ἔστω τμήμα ἐν τῇ σφαίρα, οὗ βᾶσις ὁ περὶ διά-  
 μετρον τὴν  $AB$ , καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ τὸ εἰρη-  
 10 μένον σχῆμα, καὶ ἐν τῷ τμήματι τοῦ κύκλου πολύγω-  
 νον· καὶ τὰ λοιπὰ τὰ αὐτά, διαμέτρου μὲν τῆς σφαίρας  
 οὔσης τῆς  $\Theta A$ , ἐπεξευγμένων δὲ τῶν  $AE$ ,  $\Theta A$ . καὶ  
 ἔστω κύκλος ὁ  $M$ , οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἔστω τῇ  
 $A\Theta$ . δεικτέον, ὅτι ὁ  $M$  κύκλος μείζων ἐστὶ τῆς τοῦ  
 15 σχήματος ἐπιφανείας.

ἢ γὰρ ἐπιφάνεια τοῦ σχήματος δέδεικται ἴση οὔσα  
 κύκλῳ, οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περι-  
 εχομένῳ ὑπὸ τε τῆς  $E\Theta$  καὶ  
 τῶν  $EZ$ ,  $\Gamma\Delta$ ,  $KA$ . τὸ δὲ  
 ὑπὸ τῆς  $E\Theta$  καὶ τῶν  $EZ$ ,  
 $\Gamma\Delta$ ,  $KA$  δέδεικται ἴσον τῷ  
 ὑπὸ τῶν  $EA$ ,  $K\Theta$  περιεχο-  
 μένῳ· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν  $EA$ ,  
 $K\Theta$  ἐλασσόν ἐστὶ τοῦ ἀπὸ  
 τῆς  $A\Theta$  [καὶ γὰρ τοῦ ὑπὸ  
 τῶν  $A\Theta$ ,  $K\Theta$ ]. φανερόν οὖν,  
 ὅτι ἢ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ  
 κύκλου, ὅς ἐστὶν ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος,



1. λξ' F; μ' Torellius. 7. ABZE Torellius. 13. ἔστω] ωστε F; corr. B\*. 25. ὑπὸ om. F; corr. ed. Basil. 26. τῶν

## XXXVII.

Superficies figurae segmento sphaerae inscriptae minor est circulo, cuius radius aequalis est lineae a uertice segmenti ad ambitum ductae circuli, qui basis est segmenti.

sit sphaera, et in ea circulus maximus  $ABEZ$ , et in sphaera segmentum sit, cuius basis sit circulus circum diametrum  $AB$  descriptus, et ei inscribatur figura, quam commemorauimus [prop. 36], et segmento circuli polygonum. et cetera eodem modo comparentur<sup>1)</sup>, ut linea  $\Theta A$  diametrus sphaerae sit, et ducantur lineae  $AE$ ,  $\Theta A$ . et sit circulus  $M$ , cuius radius aequalis sit lineae  $A\Theta$ . demonstrandum est, circulum  $M$  maiorem esse superficie sphaerae.

nam demonstratum est, superficiem figurae aequalem esse circulo, cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo  $E\Theta \times (EZ + \Gamma\Delta + KA)$  [prop. 35]. et demonstratum est

$$E\Theta \times (EZ + \Gamma\Delta + KA) = EA \times K\Theta \text{ [prop. 22; Eucl. VI, 16].}^2)$$

sed  $EA \times K\Theta < A\Theta^2$  [u. Eutocius].

adparet igitur, radium circuli, qui aequalis est super-

1) τὰ αὐτά lin. 11 sc. ἔστω.

2) U. Eutocius, ex cuius adnotatione comperimus, Archimedes lin. 19—20 scripsisse: ἀλλὰ τὸ ὑπὸ  $E\Theta$ , et lin. 22 uerbum περιεχομένῳ omisisse.

addidi; om. F; uulgo.  $K\Theta$ ]  $\Theta K$  ed. Basil., Torellius. Post hoc uerbum: ἴσον ὄντος τῷ ἀπὸ  $\Theta A$  addunt ed. Basil., Torellius; om. F, uulgo.

ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ  $M$ . δῆλον ἄρα, ὅτι ὁ  $M$  κύκλος μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος.

λη΄.

5 Τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ τμήματι ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον σὺν τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν τὴν αὐτὴν ἔχοντι τῷ σχήματι, κορυφὴν δὲ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας ἴσον ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν ἔχοντι ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τῇ  
10 ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευρὰν τῶν τοῦ πολυγώνου καθέτω ἡγμένη.

ἔστω γὰρ σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος, καὶ τμήμα ἔλασσον ἡμικυκλίου τὸ  $ABΓ$ , καὶ κέντρον τὸ  $E$ . καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ  $ABΓ$  τμήμα πολύγωνον ἀρτιόπλευρον χωρὶς τῆς  $AΓ$  ὁμοίως τοῖς πρότερον, καὶ μενούσης τῆς  $BE$  περιενεχθεῖσα ἡ σφαῖρα ποιείτω σχῆμά τι ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν  $AΓ$  κῶνος ἀναγεγράφθω κορυφὴν ἔχων τὸ κέντρον. καὶ  
20 εἰλήφθω κῶνος ὁ  $K$  βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ  $E$  κέντρου ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτω ἡγμένη. δεικτέον, ὅτι ὁ  $K$  κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ σχήματι σὺν τῷ κώνῳ τῷ  $AEΓ$ .

2.  $M$ ]  $AM$  F. 4.  $\lambda\sigma'$  F;  $\mu\alpha'$  Torellius. 9.  $\tau\eta$ ] Nizze;  $\tau\eta\nu$  F, vulgo. 21.  $\tau\eta$ ] Nizze;  $\tau\eta\nu$  F, vulgo. 28. περιεχο-  
μένῳ] προειρημένῳ Nizze. σχήματι] τμηματι F; cor. ed. Ba-  
sil.; „figurae dictae“ Cr.

ficiei figurae, minorem esse radio circuli  $M$ . itaque constat, circulum  $M$  maiorem esse superficie figurae [Eucl. XII, 2].<sup>1)</sup>

## XXXVIII.

Figura segmento<sup>2)</sup> inscripta per superficies conicas comprehensa una cum cono basim eandem habenti, quam figura, uerticem autem centrum sphaerae aequalis est cono basim habenti superficiei figurae aequalem, altitudinem autem lineae a centro sphaerae ad latus aliquod polygoni perpendiculari ductae aequalem.

sit enim sphaera, et in ea circulus maximus, et segmentum  $AB\Gamma$  minus dimidia parte circuli, et centrum  $E$ . et segmento  $AB\Gamma$  inscribatur polygonum [aequilaterum]<sup>3)</sup>, cuius latera paria sint numero praeter lineam  $A\Gamma$ , eodem modo, quo supra, et manente linea  $BE$  circumuoluatur sphaera<sup>4)</sup> et efficiat figuram per superficies conicas comprehensam, et in circulo circum diametrum  $A\Gamma$  descripto conus construatur uerticem habens centrum. et sumatur conus  $K$  basim habens superficiei figurae aequalem, altitudinem autem lineae a centro  $E$  ad latus aliquod polygoni perpendiculari ductae. demonstrandum est, conum  $K$  aequalem esse figurae comprehensae<sup>5)</sup> una cum cono  $AEG$ .

1) In hac quoque propositione desideratur significatio, segmentum minus esse hemisphaerio; u. p. 153 not. 2.

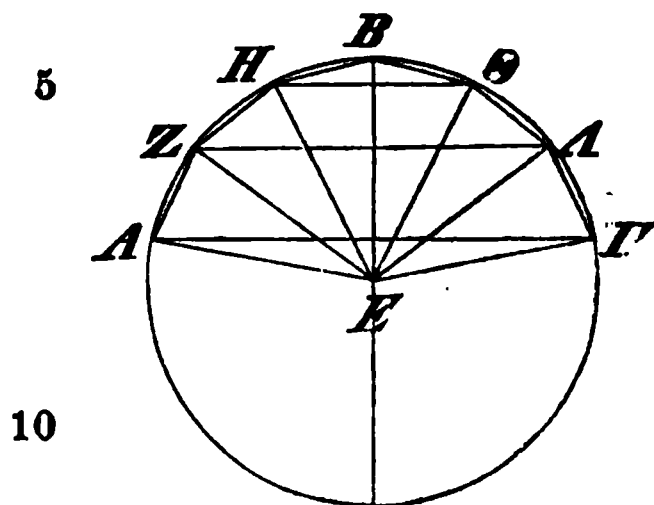
2) Sc. *ἐλάσσονι ἡμισφαιρίῳ* (u. lin. 13), quae uerba addi uoluit Nizzius; sed u. p. 153 not. 2.

3) Desideratur ante *ἰσοπλευρον* lin. 15: *ἰσόπλευρόν τε καί*, quod coniectura addit Nizzius; sed u. p. 149 not. 2.

4) Debat esse: *περιενεχθεὶς ὁ κύκλος* siue *περιενεχθὲν τὸ ἐπίπεδον*, ἐν ᾧ ὁ τε κύκλος καὶ τὸ πολύγωνον (lin. 16).

5) *περιεχομένῳ* lin. 23 sc. ὑπὸ τῶν κωνικῶν ἐπιφανειῶν,

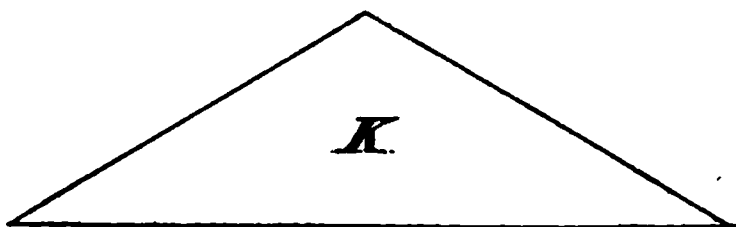
ἀναγεγράφθωσαν δὴ καὶ κῶνοι ἀπὸ τῶν κύκλων τῶν περὶ διαμέτρους τὰς  $\Theta H$ ,  $Z A$  κορυφήν ἔχοντες τὸ  $E$  σημεῖον. οὐκοῦν ὁ μὲν  $H B \Theta E$  ῥόμβος στερεὸς



ἴσος ἐστὶ κῶνω, οὗ ἡ μὲν βάση ἴση ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ  $H B \Theta$  κώνου, τὸ ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ  $E$  ἐπὶ τὴν  $H B$  ἀγομένη καθέτω. τὸ δὲ περιλεῖμμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς  $H \Theta$ ,  $Z A$  καὶ τῶν κωνικῶν τῶν  $Z E A$ ,  $H E \Theta$  ἴσον ἐστὶ κῶνω, οὗ ἡ βάση μὲν ἐστὶν ἴση τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς  $H \Theta$ ,  $Z A$ , ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ  $E$  ἐπὶ τὴν  $Z H$  καθέτω ἡγμένη. πάλιν τὸ περιλεῖμμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς  $Z A$ ,  $A \Gamma$  καὶ τῶν κωνικῶν τῶν  $A E \Gamma$ ,  $Z E A$  ἴσον ἐστὶ κῶνω, οὗ ἡ μὲν  
 15  
 20  
 25  
 βάση ἴση ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς  $Z A$ ,  $A \Gamma$ , ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ  $E$  ἐπὶ τὴν  $Z A$  καθέτω ἡγμένη. οἱ οὖν εἰρημένοι κῶνοι ἴσοι ἔσονται τῷ σχήματι μετὰ τοῦ  $A E \Gamma$  κώνου καὶ ὕψος μὲν ἴσον ἔχουσιν τῇ ἀπὸ τοῦ  $E$  ἐπὶ  
 μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτω ἡγμένη, τὰς δὲ

1. δὴ] scripsi; δε F, vulgo. 2. τὰς] της FC\*.  $\Theta H$ ,  $Z A$ ] scripsi;  $\Theta Z$ ,  $K I$  FC\*;  $H \Theta$ ,  $Z A$  B\* ed. Basil., Torellius. 3. οκουν F. 9. περιλεῖμμα] scripsi; περιλημμα F, vulgo. 13.  $Z E A$  F, corr. Torellius. ἴση FBC\*. 15. τῇ] τῆν F. 16. περιλεῖμμα] scripsi; περιλημμα F, vulgo. 19.  $Z E A$  F,  $\Delta$  in rasura. 23. μετὰ] scripsi; και μετα F, vulgo.

construantur igitur etiam in circulis circum diametros  $\Theta H$ ,  $Z A$  descriptis conii uerticem habentes punctum  $E$ . itaque rhombus solidus  $H B \Theta E$  aequalis est cono, cuius basis aequalis est superficiei conii  $H B \Theta$ , altitudo autem lineae ab  $E$  ad  $H B$  perpendiculari



ductae [prop. 18]. spatium autem relictum<sup>1)</sup> comprehensum per superficiem inter parallela plana in lineis  $H \Theta$ ,  $Z A$  posita et per superficies conicas  $Z E A$ ,  $H E \Theta$  aequale est cono, cuius basis aequalis est superficiei inter plana parallela in lineis  $H \Theta$ ,  $Z A$  posita, altitudo autem lineae ab  $E$  ad  $Z H$  perpendiculari ductae [prop. 20]. rursus spatium relictum<sup>2)</sup> comprehensum per superficiem inter plana parallela in lineis  $Z A$ ,  $A \Gamma$  posita et per superficies conicas  $A E \Gamma$ ,  $Z E A$  aequale est cono, cuius basis aequalis est superficiei inter plana parallela in lineis  $Z A$ ,  $A \Gamma$  posita, altitudo autem lineae ab  $E$  ad  $Z A$  perpendiculari ductae [prop. 20]. conii igitur, quos commemorauimus, aequales erunt figurae una cum cono  $A E \Gamma$  et altitudinem habent aequalem lineae ab  $E$  ad latus aliquod polygони perpendiculari ductae, bases autem superficiei figurae

---

quod transcriptoris negligentia omissum est, ut ἐπιφανειῶν post κοινῶν p. 158 lin. 12, 19.

1) Productis lineis  $Z H$ ,  $\Theta A$ , donec concurrunt, et subtracto rhombo his lineis productis et lineis  $H E$ ,  $\Theta E$  comprehenso.

2) Productis lineis  $Z A$ ,  $A \Gamma$ , donec concurrunt, et subtracto rhombo his lineis productis et lineis  $Z E$ ,  $E A$  comprehenso.

βάσεις ἴσας τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ  $AZHB\Theta\Delta\Gamma$  σχήματος. ἔχει δὲ καὶ ὁ  $K$  κῶνος τὸ αὐτὸ ὕψος καὶ βάσιν ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ κῶνος τοῖς εἰρημένοις κῶνοις. οἱ δὲ εἰρημένοι κῶνοι ἐδείχθησαν ἴσοι τῷ σχήματι καὶ τῷ  $AEG$  κῶνῳ. καὶ ὁ  $K$  ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ τε σχήματι καὶ τῷ  $EAG$  κῶνῳ.

## ΠΟΡΙΣΜΑ.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἡγμένη τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, μείζων ἐστὶ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος σὺν τῷ κῶνῳ. ὁ γὰρ προειρημένος κῶνος μείζων ἐστὶ τοῦ κῶνου τοῦ ἴσου τῷ σχήματι σὺν τῷ κῶνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν βάσιν τοῦ τμήματος, τὴν δὲ κορυφὴν πρὸς τῷ κέντρῳ, τουτέστι τοῦ τὴν βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτω ἡγμένη· ἢ τε γὰρ βάσις τῆς βάσεως μείζων ἐστὶ [δέδεικται γὰρ τοῦτο], καὶ τὸ ὕψος τοῦ ὕψους.

λθ΄.

Ἐστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ  $AB\Gamma$ , καὶ τμήμα ἔλασσον ἡμικυκλίου, ὃ ἀποτεμένει ἢ  $AB$ , καὶ κέντρον τὸ  $\Delta$ · καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ  $\Delta$  ἐπὶ τὰ  $A$ ,  $B$  ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $A\Delta$ ,  $\Delta B$ , καὶ περὶ τὸν

1. ἴσας] per comp. F.     $\Theta$  om. F; corr. Torellius.    4. κῶνοις F.    7. πόρισμα] F mg. [σ].    15. τῷ βάσιν] του βασιν F; corr. B mg.\*, ed. Basil.    ἔχοντι] εχοντος F; corr. B mg.\*, ed.



$AZHB\Theta\Delta\Gamma$  aequales. sed etiam  $K$  conus eandem altitudinem et basim superficiei figurae aequalem habet. itaque aequalis est conis, quos commemorauimus; hos autem figurae cum cono  $AET$  aequales esse, demonstratum est. itaque etiam conus  $K$  figurae et cono  $EAT$  aequalis est.

## COROLLARIUM.

Hinc iam adparet, conum basim habentem circum-  
lum, cuius radius aequalis sit lineae a uertice seg-  
menti ad ambitum ductae circuli, qui basis sit seg-  
menti, altitudo autem radio sphaerae aequalis, maiorem  
esse figura inscripta cum cono. ille enim conus maior  
est cono aequali figurae una cum cono basim habenti  
basim segmenti, uerticem autem ad centrum positum,  
h. e. cono basim habenti superficiei figurae aequalem,  
altitudinem autem aequalem lineae a centro ad latus  
aliquod polygoni perpendiculari ductae [prop. 38].  
basis enim basi maior est<sup>1)</sup> [prop. 37], et altitudo  
altitudine.

## XXXIX.

Sit sphaera, et in ea circulus maximus  $AB\Gamma$ , et  
segmentum minus semicirculo linea  $AB$  abscisum, et  
centrum  $\Delta$ . et a centro  $\Delta$  ad  $A, B$  puncta ducantur  
 $\Delta A, \Delta B$ , et circum sectorem inde ortum circumscri-

1) δέδεικται γὰρ τοῦτο lin. 21, quae uerba inter se con-  
iuncta disiungunt, delenda censeo.

Basil. 17. τοῦ τῆν] scripsi; τὴν F, uulgo. 22. λξ' F, μβ'  
Torellius. 24. τμήμα] scripsi; τετμησθῶ F, uulgo; „et sece-  
tur in eo portio“ Cr.

γεννηθέντα τομέα περιγεγράφθω πολύγωνον καὶ περὶ αὐτὸ κύκλος. ἔξει δὴ τὸ αὐτὸ κέντρον τῷ  $ΑΒΓ$  κύκλῳ. εἰ δὴ μενούσης τῆς  $ΕΚ$  περιενεχθὲν τὸ πολύγωνον εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῆ, ὁ περιγεγραμ-  
 5 μένος κύκλος κατὰ ἐπιφανείας οἰσθήσεται σφαίρας, καὶ αἱ γωνίαι τοῦ πολυγώνου κύκλους γράψουσιν, ὧν αἱ διάμετροι ἐπιξενγνύουσιν τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου οὔσαι παράλληλοι τῇ  $ΑΒ$ . τὰ δὲ σημεῖα, καθ' ἃ ἄπτονται τοῦ ἐλάσσονος κύκλου αἱ τοῦ πολυγώνου πλευ-  
 10 ραί, κύκλους γράψουσιν ἐν τῇ ἐλάσσονι σφαίρα, ὧν διάμετροι ἔσονται αἱ ἐπιξενγνύουσαι τὰς ἀφὰς παράλληλοι οὔσαι τῇ  $ΑΒ$ . αἱ δὲ πλευραὶ κατὰ κωνικῶν ἐπιφανειῶν οἰσθήσονται, καὶ ἔσται τι περιγραφέν σχῆμα ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, οὗ βάσις ὁ  
 15 περὶ τὴν  $ZH$  κύκλος· ἢ δὴ τοῦ εἰρημένου σχήματος ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τῆς τοῦ ἐλάσσονος τμήματος ἐπιφανείας, οὗ βάσις ὁ περὶ τὴν  $ΑΒ$  κύκλος.

ἤχθωσαν γὰρ ἐφαπτόμεναι αἱ  $ΑΜ$ ,  $ΒΝ$ . κατὰ κωνικῆς ἄρα ἐπιφανείας οἰσθήσονται, καὶ τὸ σχῆμα τὸ  
 20 γεννηθὲν ὑπὸ τοῦ πολυγώνου τοῦ  $ΑΜΘΕΑΝΒ$  μείζονα ἔξει τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν  $ΑΒ$  κύκλος [πέρας γὰρ ἐν ἐνὶ ἐπιπέδῳ τὸ αὐτὸ ἔχουσιν τὸν περὶ διάμετρον τὴν  $ΑΒ$  κύκλον, καὶ περιλαμβάνεται τὸ τμήμα  
 25 ὑπὸ τοῦ σχήματος]. ἀλλ' ἢ γεγενημένη ὑπὸ τῶν  $ZM$ ,  $HN$  ἐπιφάνεια κώνου μείζων ἐστὶ τῆς γεγενημένης

1. γεννηθέντα F; corr. Torellius. 11. ἐπιξενγνύουσιν F. 13. τι] scripsi; το F, vulgo. 14. κωνικῶν F. 15. δὴ] scripsi; δε F, vulgo. 20. Α om. F, corr. Torellius. 21. ἔξει μείζονα ed. Basil., Torellius. 22. κύκλος ἐστὶ ed. Basil., Torellius. 23. τὸ αὐτό] scripsi; τῷ αὐτῷ F, vulgo. 25. γεγενημένη] primum ε suprascriptum manu 1 F.

batur polygonum [aequilaterum, cuius latera paria sint numero]<sup>1)</sup>, et circum id circulus. is igitur idem centrum habebit, quod circulus  $AB\Gamma$  [u. Eutocius]. iam si manente linea  $EK$  polygonum circumuolutum in eundem locum restituitur, circulus circumscriptus per superficiem sphaerae feretur, et anguli polygoni circulos describent, quorum diametri angulos polygoni iungunt parallelae lineae  $AB$ . sed puncta, in quibus latera polygoni circulum minorem contingunt, circulos describunt in sphaera minore, quorum diametri erunt lineae puncta contactus iungentes parallelae lineae  $AB$ . latera autem per superficies conicas ferentur, et orietur figura circumscripta per superficies conicas comprehensa, cuius basis erit circulus circum  $ZH$  descriptus. est igitur superficies huius figurae maior superficie segmenti minoris, cuius basis est circulus circum  $AB$  lineam descriptus.

ducantur enim contingentes lineae  $AM$ ,  $BN$ . itaque per superficiem conicam ferentur, et figura ex polygono  $AM\Theta E\Lambda NB$  orta habebit superficiem maiorem segmento sphaerae, cuius basis est circulus circum  $AB$  lineam descriptus [ $\lambda\alpha\mu\beta$ . 4 p. 10].

sed superficies conica ex lineis  $ZM$ ,  $HN$  orta

---

1) Archimedes uix omiserat: *ἰσόπλευρόν τε καὶ ἀρτιόπλευρον* lin. 1.

ὕπὸ τῶν  $MA$ ,  $NB$ . ἡ μὲν γὰρ  $ZM$  τῆς  $MA$  μείζων  
 ἐστὶ [ὕπὸ γὰρ ὀρθὴν ὑποτείνει], ἡ δὲ  $NH$  τῆς  $NB$ .  
 ὅταν δὲ τοῦτο ᾗ, μείζων γίνεται ἡ ἐπιφάνεια τῆς ἐπι-  
 φανείας [ταῦτα γὰρ δέδεικται ἐν τοῖς λήμμασι]. δῆλον  
 5 οὖν, ὅτι καὶ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἡ ἐπιφά-  
 νεια μείζων ἐστὶ τῆς τοῦ τμήματος ἐπιφανείας τῆς  
 ἐλάσσονος σφαίρας.

## ΠΟΡΙΣΜΑ.

Καὶ φανερόν, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμέ-  
 10 νου σχήματος τοῦ περὶ τὸν τομέα ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ  
 ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε  
 μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου καὶ τῶν ἐπιξεννουουσῶν  
 πασῶν τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου καὶ ἔτι τῆς ἡμισείας  
 τῆς βάσεως τοῦ εἰρημένου πολυγώνου. τὸ γὰρ ὑπὸ  
 15 τοῦ πολυγώνου περιγεγραμμένον σχῆμα ἐγγεγραμμένον  
 ἐστὶν εἰς τὸ τμήμα τῆς μείζονος σφαίρας [τότε δὲ  
 δῆλον διὰ τὸ προγεγραμμένον].

μ΄.

Τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος τῷ τομῆι ἡ ἐπι-  
 20 φάνεια μείζων ἐστὶ κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση  
 ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἡγμένη ἐπὶ  
 τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βᾶσις τοῦ τμή-  
 ματος.

2. γάρ] γίνεται per comp. F. 3. γίνεται ἡ] B; γίνεται  
 per comp. F; ἐστὶ ἡ ed. Basil., Torellius. 4. λημασι supra  
 scripto μ F. 8. πόρισμα om. F. 13. ἔτι τῆς] scripsi; ἐπι  
 τῆς F, ulgo; τῆς ἔτι ed. Basil., Torellius. 14. τὸ γὰρ ὑπὸ τοῦ  
 πολυγώνου περιγεγραμμένον] scripsi (περιγεγραμμένον pro ἐγγε-  
 γραμμένον iam Barrowius); ἐγγεγραμμενον F, ulgo; τὸ γὰρ  
 περιγεγραμμένον σχῆμα τῷ τομῆι ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐστὶν  
 (lin. 15) Torellius. 16. τότε] scripsi; τουτο F, ulgo. δέ]

maior est superficie conii ex lineis  $MA$ ,  $NB$  orta. nam

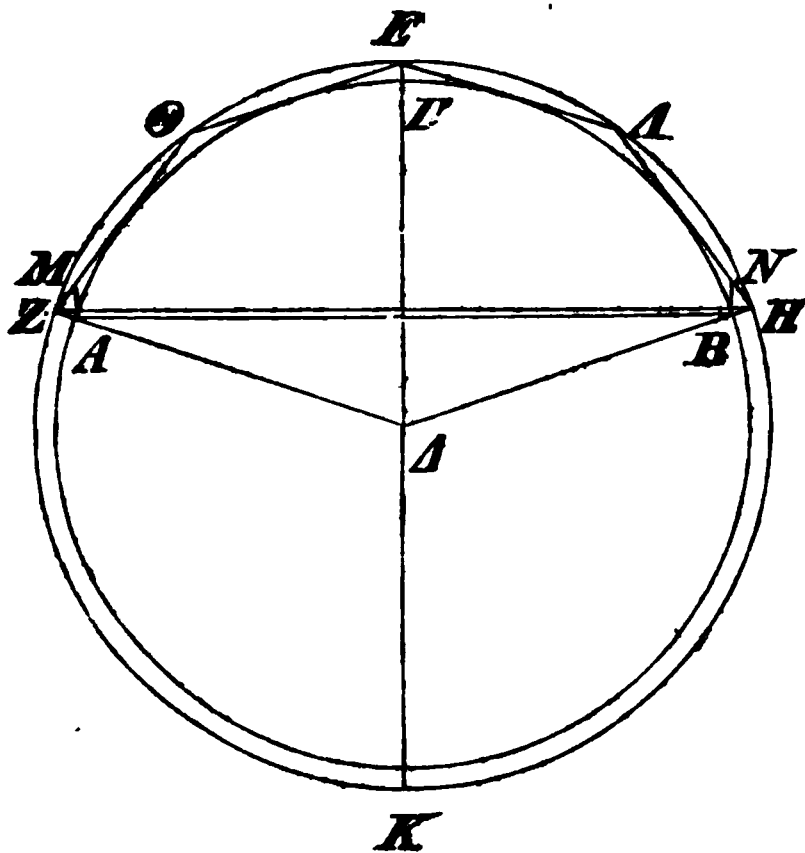
$$ZM > MA$$

et

$$NH > NB$$

[Eucl. III, 18; I, 19].

quod cum ita sit, superficies superficie maior erit [u. Euto-  
cius]. adparet igitur, etiam superficiem figuræ circumscrip-  
tae maiorem esse superficie segmenti sphaerae minoris.



#### COROLLARIUM.

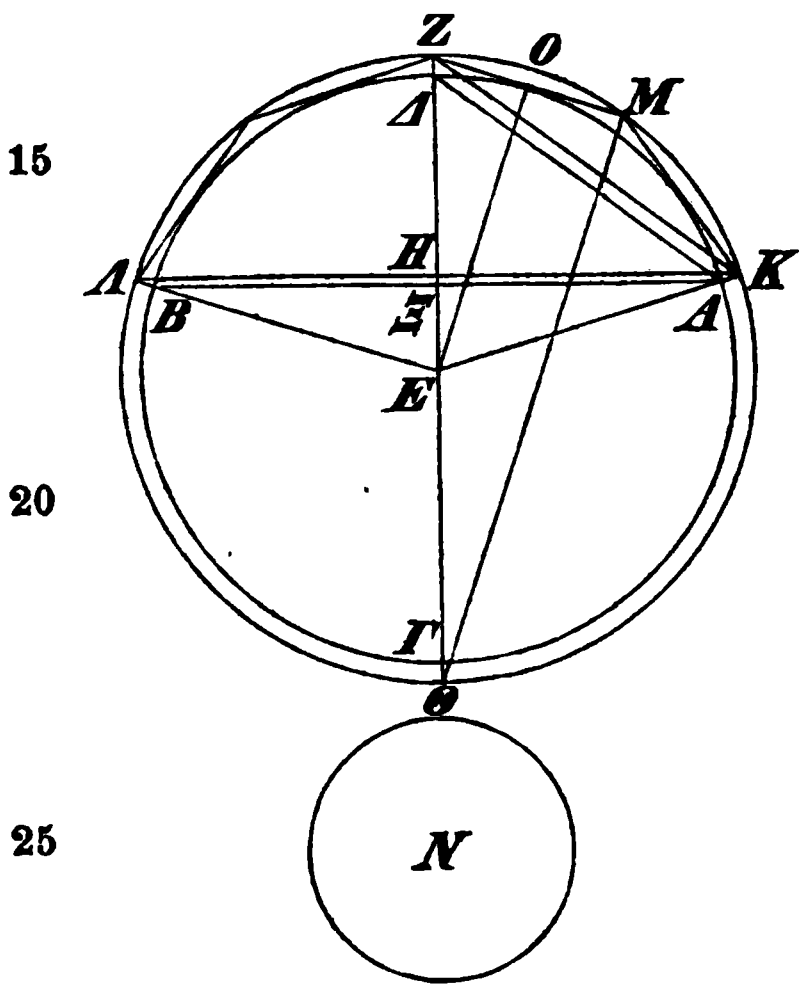
Et adparet, superficiem figuræ circum sectorem circumscriptæ aequalem esse circulo, cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo, quod continetur uno latere polygoni et omnibus lineis angulos polygoni iungentibus et praeterea dimidia basi polygoni, quod commemorauimus. nam figura circumscripta ex polygono orta segmento sphaerae maioris inscripta est [tum u. prop. 35].

#### XL.

Superficies figuræ circum sectorem circumscriptæ maior est circulo, cuius radius aequalis est lineæ a uertice segmenti ad ambitum ductæ circuli, qui segmenti basis est.

$\delta\eta$  Nizze. 18.  $\lambda\eta'$  F,  $\mu\delta'$  Torellius, 22.  $\beta\alpha\sigma\iota\varsigma$  cum comp. syllabæ  $\iota\varsigma$  F.

ἔστω γὰρ σφαῖρα, καὶ μέγιστος κύκλος ἐν αὐτῇ ὁ  $ΑΒΓΔ$ , καὶ κέντρον τὸ  $Ε$ . καὶ περὶ τὸν τομέα περιγεγράφθω τὸ  $ΔΚΖ$  πολύγωνον, καὶ περὶ αὐτὸ κύκλος περιγεγράφθω, καὶ γεγενήσθω σχῆμα, καθάπερ πρό-  
 5 τερον· καὶ ἔστω κύκλος ὁ  $Ν$ , οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου καὶ πασῶν τῶν ἐπιξεννουσῶν σὺν τῇ ἡμισείᾳ τῆς  $ΚΑ$ . ἀλλὰ τὸ εἰρημένον χωρίον ἴσον ἔστι τῷ ὑπὸ τῆς  $ΜΘ$  καὶ  $ΖΗ$ , ὃ δὴ ἔστιν ὕψος τοῦ  
 10 τμήματος τῆς μείζονος σφαίρας. τοῦτο γὰρ προδέδεικται. τοῦ ἄρα  $Ν$  κύκλου ἢ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ ὑπὸ  $ΜΘ$ ,  $ΗΖ$  περιεχομένῳ. ἀλλ' ἢ μὲν



$ΗΖ$  μείζων ἔστι τῆς  $ΔΞ$  [ὃ ἔστιν ὕψος τοῦ ἐλάσσονος τμήματος]. ἂν γὰρ ἐπιξεύξωμεν τὴν  $ΚΖ$ , ἔσται παράλληλος τῇ  $ΔΑ$ . ἔστιν δὲ καὶ ἡ  $ΑΒ$  τῇ  $ΚΑ$  παράλληλος, καὶ κοινὴ ἡ  $ΖΕ$ . ὁμοιον ἄρα τὸ  $ΖΚΗ$  τρίγωνον τῷ  $ΔΑΞ$  τριγώνῳ. καὶ ἔστιν μείζων ἢ  $ΖΚ$  τῆς  $ΑΔ$ . μείζων ἄρα καὶ ἡ  $ΖΗ$  τῆς  $ΔΞ$ . ἴση δὲ ἡ  $ΜΘ$  τῇ διαμέτρῳ

τῇ  $ΓΔ$ . ἂν γὰρ ἐπιξενχθῇ ἡ  $ΕΟ$ , ἐπεὶ ἴση ἔστιν ἢ μὲν  $ΜΟ$  τῇ  $ΟΖ$ , ἢ δὲ  $ΘΕ$  τῇ  $ΕΖ$ , παράλληλος

1. ἐν αὐτῇ] scripsi; ἐπ' αὐτῆς F, vulgo. 2.  $ΑΔΒΓ$  Torellius. τομέα]  $ΑΔΒΕ$  τομέα Nizze. 3.  $ΑΖΚ$  Torellius.

sit enim sphaera, et in ea circulus maximus  $AB\Gamma\Delta$ , et centrum  $E$ . et circum sectorem circumscribatur polygonum  $AKZ$ , et circum id circulus circumscribatur, et efficiatur figura, sicut antea. et sit circulus  $N$ , cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo, quod continetur uno latere polygoni et omnibus lineis [angulos]<sup>1)</sup> iungentibus cum dimidio lineae  $K\Lambda$ . hoc autem spatium aequale est rectangulo, quod continetur lineis  $M\Theta$ ,  $ZH$ , quae altitudo est segmenti sphaerae maioris. hoc enim antea demonstratum est [prop. 22; Eucl. VI, 16]. itaque radius circuli  $N$  quadratus aequalis est  $M\Theta \times HZ$ . sed  $HZ > \Delta\Xi$ <sup>2)</sup>; (nam si ducimus lineam  $KZ$ , parallela erit lineae  $\Delta A$ . sed etiam linea  $AB$  parallela est lineae  $K\Lambda$ , et communis est linea  $ZE$ . quare triangulus  $ZKH$  similis est triangulo  $\Delta A\Xi$  [Eucl. I, 29].

[erit igitur  $ZK : A\Delta = ZH : \Delta\Xi$  (Eucl. VI, 4)].  
sed  $ZK > A\Delta$ ; quare etiam  $ZH > \Delta\Xi$ ) et  $M\Theta = \Gamma\Delta$   
(nam si ducitur linea  $EO$ , erit  $EO$  linea parallela lineae

1) De omisso uerbo *γωνίας* u. index.

2) Sequentia uerba lin. 14—15 iam Nizzius deleuit, nec dubitari potest, quin transcriptori debeantur. addita sunt ex lin. 9 ad demonstrandum  $HZ > \Delta\Xi$ , sed et re et uerbis praua (debebat esse: τοῦ τμήματος τῆς ἐλάσσονος σφαίρας). etiam alia in hac propositione subditiua uideri possint, sed cum ex Eutocio totam demonstrationem ut subobscuram repetenti, adpareat, eam aliquatenus turbatam fuisse, nihil mutauit.

7. ἐπιξεννυσῶν] ἐπιξεννυσῶν τὰς γωνίας ed. Basil., Torellius, Cr. (non BC\*). 9. ὅ] ἧ Torellius. 12.  $HZ$ ]  $NZ$  F. 14. ὅ] ἧ Torellius. 16. ἐπιξεύξωμεν] scripsi; ἐπεξενξώμεν F, uulgo. 28.  $EO$ ]  $EH$  F; corr. Torellius.

ἄρα ἐστὶν ἡ  $EO$  τῆ  $M\Theta$ . διπλασία ἄρα ἐστὶν ἡ  
 $M\Theta$  τῆς  $EO$ . ἀλλὰ καὶ ἡ  $\Gamma\Delta$  διπλασία ἐστὶν τῆς  
 $EO$ . ἴση ἄρα ἡ  $M\Theta$  τῆ  $\Gamma\Delta$ . τὸ δὲ ὑπὸ τῶν  $\Gamma\Delta$ ,  
 $\Delta\Xi$  ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς  $A\Delta$ . ἡ ἄρα τοῦ σχήματος τοῦ  
5  $KZ\Lambda$  ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τοῦ κύκλου, οὗ ἢ ἐκ τοῦ  
κέντρου ἴση ἐστὶ τῆ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος  
ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένη τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βᾶσις  
τοῦ τμήματος, τοῦ περὶ διάμετρον τὴν  $AB$ . ὁ γὰρ  $N$   
κύκλος ἴσος ἐστὶ τῆ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου  
10 περὶ τὸν τομέα σχήματος.

## ΠΟΡΙΣΜΑ α΄.

Γίνεται δὲ καὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα περὶ τὸν  
τομέα σὺν τῷ κώνῳ, οὗ βᾶσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν  
 $K\Lambda$  κύκλος, κορυφή δὲ τὸ κέντρον, ἴσον κώνῳ, οὗ ἢ  
15 μὲν βᾶσις ἴση ἐστὶ τῆ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος  
δὲ τῆ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν πλευρὰν καθέτω ἠγμένη  
[ἢ δὴ ἴση ἐστὶ τῆ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας]. τὸ  
γὰρ περιγεγραμμένον σχῆμα τῷ τομῆι ἐγγεγραμμένον  
ἐστὶν εἰς τὸ τμήμα τῆς μείζονος σφαίρας, ἧς κέντρον  
20 ἐστὶ τὸ αὐτό [δηλὸν οὖν τὸ λεγόμενόν ἐστὶν ἐκ τοῦ  
προγεγραμμένου].

## ΠΟΡΙΣΜΑ β΄.

Ἐκ τούτου δὲ φανερόν, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον  
σχῆμα σὺν τῷ κώνῳ μείζον ἐστὶ κώνου τοῦ βᾶσιν μὲν  
25 ἔχοντος τὸν κύκλον, οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῆ  
ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος τῆς ἐλάσσονος σφαίρας

3. ἄρα] scripsi; εστιν F; ἄρα ἐστὶν B, ed. Basil., Torellius.  
11. πόρισμα α΄] λθ' infra scripto ζ F; με Torellius. 12. δέ] scripsi; δη F, vulgo. 14. ἴσον] ισ supra scripto ο F. 22. πόρισμα β΄ om. F, mg. [ ]; μς Torellius.



$M\Theta$  [Eucl. VI, 2], quia  $MO = OZ$  [Eucl. III, 3] et  $\Theta E = EZ$ . erit igitur  $M\Theta = 2EO$ .<sup>1)</sup> sed etiam  $\Gamma\Delta = 2EO$ . itaque  $M\Theta = \Gamma\Delta$ . sed  $\Gamma\Delta \times \Delta\Xi = A\Delta^2$ .<sup>2)</sup> superficies igitur figurae  $KZA$  maior est circulo, cuius radius aequalis est lineae a uertice segmenti ad ambitum ductae circuli, qui basis est segmenti, h. e. circuli circum diametrum  $AB$  descripti. nam circulus  $N$  aequalis est superficiei figurae circum sectorem circumscriptae [prop. 39 πρόρισμα p. 164].<sup>3)</sup>

## COROLLARIUM I.

Erit autem etiam figura circum sectorem circumscripta una cum cono, cuius basis est circulus circum  $KA$  descriptus, uertex autem centrum, aequalis cono, cuius basis aequalis est superficiei figurae, altitudo autem lineae a centro ad latus perpendiculari ductae.<sup>4)</sup> nam figura circum sectorem circumscripta inscripta est segmento sphaerae maioris, cuius centrum idem est [tum u. prop. 38].

## COROLLARIUM II.

Hinc autem adparet, figuram circumscriptam una cum cono maiorem esse cono basim habenti circulum, cuius radius aequalis sit lineae a uertice segmenti sphaerae minoris ad ambitum ductae circuli, qui basis est segmenti, altitudo autem radio [sphaerae

1) Cfr. Zeitschr. f. Math. u. Phys., hist.-litt. Abth. XXIV p. 178.

2) Ducta enim linea  $A\Gamma$  angulus  $\Delta A\Gamma$  rectus erit (Eucl. III, 31); tum u. Eucl. VI, 8 πρόρισμα.

3) Tum cfr. Eucl. XII, 2.

4) Sequentia uerba, quae prorsus abundant (lin. 17), Archimedis ipsius non sunt.

ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένη τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βᾶσις  
 τοῦ τμήματος, ὕψος δὲ τῆ ἐκ τοῦ κέντρου. ὁ γὰρ  
 ἴσος κῶνος τῷ σχήματι σὺν τῷ κώνῳ τὴν μὲν βᾶσιν  
 μείζονα ἔξει τοῦ εἰρημένου κύκλου, τὸ δὲ ὕψος ἴσον  
 5 τῆ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας.

μά.

Ἔστω πάλιν σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος,  
 καὶ τμήμα ἔλασσον ἡμικυκλίου τὸ  $ΑΒΓ$ , καὶ κέντρον  
 τὸ  $Δ$ · καὶ εἰς τὸν  $ΑΒΓ$  τομέα ἐγγεγράφθω πολύγωνον  
 10 ἄρτιόγωνον, καὶ τούτῳ ὅμοιον περιγεγράφθω, καὶ παρ-  
 ἄλληλοι ἔστωσαν αἱ πλευραὶ ταῖς πλευραῖς· καὶ κύκλος  
 περιγεγράφθω περὶ τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον. καὶ  
 ὁμοίως τοῖς πρότερον μενούσης τῆς  $ΗΒ$  περιενεχθέν-  
 τες οἱ κύκλοι ποιείτωσαν σχήματα ὑπὸ κωνικῶν ἐπι-  
 15 φανειῶν περιεχόμενα. δεικτέον, ὅτι ἡ τοῦ περιγεγραμ-  
 μένου σχήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου  
 σχήματος ἐπιφάνειαν διπλασίονα λόγον ἔχει, ἢ ἡ πλευρὰ  
 ἡ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὴν πλευρὰν  
 τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου, τὸ δὲ σχῆμα σὺν τῷ  
 20 κώνῳ τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ.

ἔστω γὰρ κύκλος ὁ  $Μ$ , οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον  
 δύναται τῷ ὑπὸ τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ περιγεγραμμένου  
 πολυγώνου καὶ πασῶν τῶν ἐπιξεννουσῶν τὰς γω-  
 νίας καὶ ἔτι τῆς ἡμισείας τῆς  $ΕΖ$ . ἔσται δὲ ὁ  $Μ$   
 25 κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου σχή-

2. δέ] δὲ ἴσον Torellius. 6. μά' om. F; μζ' Torellius.  
 10. ἄρτιογώνιον Nizze. τούτῳ] scripsi; τουτου F, ulgo.  
 16. ἐγγεγραμμενον F, ut uidetur, sed in rasura. 17. ἢ ἡ]  
 scripsi; η F; ἢ ulgo. 21. κύκλος ὁ  $Μ$ ] scripsi; ὁ  $Μ$  κυκλος  
 F, ulgo.

minoris]. nam conus aequalis figurae una cum cono basim maiorem habebit circulo, quem commemorauimus [prop. 40], altitudinem autem aequalem radio sphaerae minoris [prop. 40 coroll. 1] [tum u. *λημμ.* 1 p. 80].

## XLI.

Sit rursus sphaera, et in ea circulus maximus, et segmentum semicirculo minus  $AB\Gamma$ , et centrum  $\Delta$ . et sectori  $AB\Gamma$  inscribatur polygonum [aequilaterum]<sup>1)</sup>, cuius latera paria sunt numero, et ei simile polygonum circumscribatur, et latera eorum parallela sint, et circum polygonum circumscriptum circulus circumscribatur. et eodem modo, quo antea, manente linea  $HB$  circumuoluantur circuli [cum polygonis]<sup>2)</sup>, et efficiant figuras per superficies conicas comprehensas. demonstrandum est, superficiem figurae circumscriptae ad superficiem inscriptae duplicem rationem habere, quam latus polygoni circumscripti ad latus inscripti, figuram uero [circumscriptam] una cum cono [ad figuram inscriptam una cum cono]<sup>3)</sup> triplicem rationem.

sit enim circulus  $M$ , cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo, quod continetur uno latere polygoni circumscripti et omnibus lineis angulos iungentibus et praeterea dimidio lineae  $EZ$ .<sup>4)</sup> erit igitur circulus  $M$

1) Archimedes scripserat lin. 10: *ισόπλευρόν τε και ἀρτιόπλευρον* pro *ἀρτιόγωνον*. cfr. p. 149 not. 2.

2) Tale aliquid Archimedes addiderat.

3) Lin. 19 putauerim Archimedes scripsisse: *τὸ δὲ περιγεγραμμένον σχῆμα σὺν τῷ κώνῳ πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον σὺν τῷ κώνῳ*.

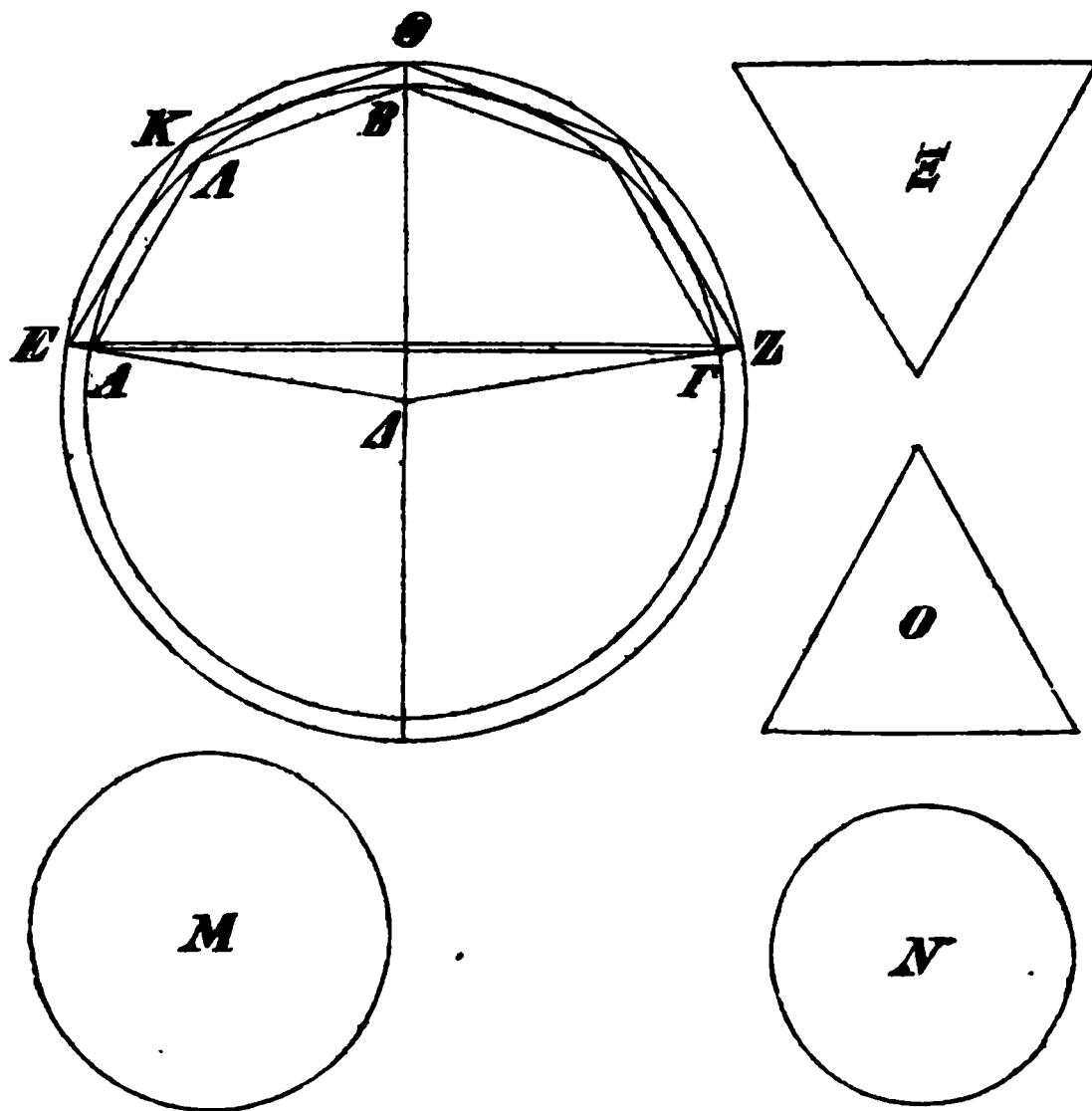
4) Debat esse lin. 23: *και τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνοῦσαις τὰς γωνίας και ἔτι τῇ ἡμισείᾳ τῆς EZ*.

ματος. εἰλήφθω δὲ καὶ ὁ  $N$  κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέν-  
 τρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τε μιᾶς πλευ-  
 ρᾶς τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου καὶ πασῶν τῶν  
 ἐπιξεννουσῶν τὰς γωνίας σὺν τῇ ἡμισείᾳ τῆς  $ΑΓ$ .  
 5 ἔσται δὴ καὶ οὗτος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμ-  
 μένου σχήματος. ἀλλὰ τὰ εἰρημένα χωρία ἐστὶ πρὸς  
 ἄλληλα, ὡς τὸ ἀπὸ τῆς  $EΚ$  πλευρᾶς πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς  
 $ΑΑ$  πλευρᾶς [καὶ ὡς ἄρα τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πο-  
 λύγωνον, ὁ  $M$  κύκλος πρὸς τὸν  $N$  κύκλον]. φανερόν  
 10 οὖν, ὅτι καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχή-  
 ματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου σχή-  
 ματος διπλασίονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ  $EΚ$  πρὸς  $ΑΑ$   
 [τὸν δὲ αὐτόν, ὃν καὶ τὸ πολύγωνον].

---

1. δέ] scripsi; δη F, vulgo. N] M F; corr. Torellius.  
 12. τὴν  $ΑΑ$  ed. Basil., Torellius (non BC\*).

aequalis superficiei figurae circumscriptae [prop. 39 coroll.]. sumatur autem etiam circulus  $N$ , cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo, quod contine-



tur uno latere polygони inscripti et omnibus lineis angulos iungentibus<sup>1)</sup> cum dimidio lineae  $AG$ . erit igitur etiam aequalis superficiei figurae inscriptae [prop. 35]. sed spatia [rectangula], quae commemorauimus, eam habent rationem, quam  $EK^2 : AA^2$  [u. Eutocius]. adparet igitur<sup>2)</sup>, etiam superficiem figurae circumscriptae ad superficiem inscriptae eam habere rationem, quam  $EK^2 : AA^2$ .

1) Debat esse lin. 3: καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιξενυνοῦσαις τὰς γωνίας σὺν κτλ. cfr. p. 171, not. 4.

2) Nam radii circulorum sint  $R$ ,  $r$ , et rectangula iis quadratis aequalia  $S$ ,  $s$ ; erit  $S : s = EK^2 : AA^2 = R^2 : r^2 = M : N$

ἔστω πάλιν κῶνος ὁ  $\Xi$  βάσιν μὲν ἔχων τῷ  $M$  ἴσην,  
 ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας.  
 ἴσος δὴ οὗτός ἐστιν ὁ κῶνος τῷ περιγεγραμμένῳ σχή-  
 ματι σὺν τῷ κώνῳ, οὗ βάσις ὁ περὶ τὴν  $EZ$  κύκλος,  
 5 κορυφή δὲ τὸ  $\Delta$ . καὶ ἔστω ἄλλος κῶνος ὁ  $O$ , βάσιν  
 μὲν ἴσην ἔχων τῷ  $N$ , ὕψος δὲ τὴν ἀπὸ τοῦ  $\Delta$  ἐπὶ  
 τὴν  $ΑΔ$  κάθετον ἠγμένην. ἔσται δὴ καὶ οὗτος ἴσος  
 τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι σὺν τῷ κώνῳ, οὗ βάσις ὁ  
 περὶ διάμετρον τὴν  $ΑΓ$  κύκλος, κορυφή δὲ τὸ  $\Delta$  κέν-  
 10 τρον. ταῦτα γὰρ πάντα προγέγραπται. καὶ. [ἐπεὶ]  
 ἔστιν, ὡς ἡ  $EK$  πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσ-  
 στονος σφαίρας, οὕτως ἡ  $ΑΔ$  πρὸς τὴν ἀπὸ τοῦ κέν-  
 τρου [τοῦ  $\Delta$ ] ἐπὶ τὴν  $ΑΔ$  κάθετον ἠγμένην, ἐδείχθη  
 δὲ ὡς ἡ  $EK$  πρὸς τὴν  $ΑΔ$ , οὕτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου  
 15 τοῦ  $M$  κύκλου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ  $N$  κύ-  
 κλου [καὶ ἡ διάμετρος πρὸς τὴν διάμετρον], ἔσται ἄρα,  
 ὡς ἡ διάμετρος τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ  $\Xi$ , πρὸς  
 τὴν διάμετρον τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ  $O$ , οὕτως  
 τὸ ὕψος τοῦ  $\Xi$  κώνου πρὸς τὸ ὕψος τοῦ  $O$  κώνου  
 20 [ὅμοιοι ἄρα εἰσὶν οἱ κῶνοι]. ὁ  $\Xi$  ἄρα κῶνος πρὸς τὸν  
 $O$  κῶνον τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ διάμετρος  
 πρὸς τὴν διάμετρον. φανερόν οὖν, ὅτι καὶ τὸ σχῆμα  
 τὸ περιγεγραμμένον σὺν τῷ κώνῳ πρὸς τὸ ἐγγεγραμ-  
 μένον σὺν τῷ κώνῳ τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ  
 25  $EK$  πρὸς  $ΑΔ$ .

4. κυκλ cum comp. ον F. 6. τῷ] το F. 8. τῷ] (prius)  
 το F. 12. οὕτως] οὗ F. 14. οὕτως] per comp. F, ut lin. 18.

sit <sup>1)</sup> rursus conus  $\Xi$  basim habens circulo  $M$  aequallem, altitudinem autem radium sphaerae minoris. hic igitur conus aequalis est figurae circumscriptae una cum cono, cuius basis est circulus circum  $EZ$  descriptus, uertex autem  $\Delta$  [prop. 40 coroll. 1]. et sit alius conus  $O$  basim habens aequallem circulo  $N$ , altitudinem autem lineam a  $\Delta$  puncto ad  $AA$  perpendicularem ductam. erit igitur etiam hic aequalis figurae inscriptae una cum cono, cuius basis est circulus circum  $AT$  descriptus, uertex autem  $\Delta$  centrum [prop. 38]. haec enim omnia antea scripta sunt. et [quoniam]<sup>2)</sup> est, ut  $EK$  ad radium sphaerae minoris, ita  $AA$  ad lineam a centro [ $\Delta$ ] ad  $AA$  perpendicularem ductam [u. Eutocius], demonstratum autem est, lineam  $EK$  ad  $AA$  eandem rationem habere quam radium circuli  $M$  ad radium circuli  $N$  [u. Eutocius]<sup>3)</sup>, erit igitur, ut diameter circuli, qui basis est conici  $\Xi$ , ad diametrum circuli, qui basis est conici  $O$ , ita altitudo conici  $\Xi$  ad altitudinem conici  $O$ . itaque  $\Xi$  conus ad conum  $O$  triplicem rationem habet, quam diameter ad diametrum [ $\lambda\eta\mu\mu$ . 5 p. 82; Eucl. XII, 12]. adparet igitur, etiam figuram circumscriptam una cum cono ad inscriptam una cum cono eam habere rationem, quam  $EK^3 : AA^3$ .

(Eucl. XII, 2); sed circulis  $M$ ,  $N$  aequales sunt superficies figurarum. uerba antecedentia delenda sunt; u. praef.

1) De uerbis antecedentibus u. praef.

2) Ex Eutocio adparet, Archimedes ipsum omisisse  $\epsilon\pi\sigma\iota$  lin. 10 et  $\tau\omicron\upsilon$   $\Delta$  lin. 13.

3) Uerba sequentia lin. 16 ad  $\epsilon\delta\epsilon\lambda\chi\theta\eta$  lin. 13 parum apta (neque enim hoc usquam demonstratum est, nec omnino de diametris quidquam dictum) Archimedis non sunt, qui ex Eucl. V, 15 tacite concluderat, diametros eandem rationem habere, quam radios.

μβ΄.

Παντὸς τμήματος σφαίρας ἐλάσσονος ἡμισφαιρίου ἢ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περι-  
 5 φέρειαν ἡγμένη τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βᾶσις τοῦ τμή-  
 ματος τῆς σφαίρας.

ἔστω σφαῖρα, καὶ μέγιστος ἐν αὐτῇ κύκλος ὁ  $ΑΒΓ$ ,  
 καὶ τμήμα ἐν αὐτῇ ἐλάσσον ἡμισφαιρίου, οὗ βᾶσις ὁ  
 περὶ τὴν  $ΑΓ$  κύκλος πρὸς ὀρθὰς ὣν τῷ  $ΑΒΓ$  κύκλῳ·  
 10 καὶ εἰλήφθω κύκλος ὁ  $Z$ , οἷ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση  
 ἐστὶ τῇ  $ΑΒ$ . δεῖ δεῖξαι, ὅτι ἢ ἐπιφάνεια τοῦ  $ΑΒΓ$   
 τμήματος ἴση ἐστὶ τῷ  $Z$  κύκλῳ.

εἰ γὰρ μή, ἔστω μείζων ἢ ἐπιφάνεια τοῦ  $Z$  κύκλου·  
 καὶ εἰλήφθω τὸ  $\Delta$  κέντρον, καὶ ἀπὸ τοῦ  $\Delta$  ἐπὶ τὰ  
 15  $A, Γ$  ἐπιζευχθεῖσαι ἐκβεβλήσθωσαν. καὶ δύο μεγεθῶν  
 ἀνίσων ὄντων, τῆς τε ἐπιφανείας τοῦ τμήματος καὶ  
 τοῦ  $Z$  κύκλου, ἐγγεγράφθω εἰς τὸν  $ΑΒΓ$  τομέα πο-  
 λύγωνον ἰσόπλευρον καὶ ἀρτιογώνιον, καὶ ἄλλο τούτῳ  
 ὅμοιον περιγεγράφθω, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον πρὸς  
 20 τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢπερ ἢ ἐπι-  
 φάνεια τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας πρὸς τὸν  $Z$  κύκλον.  
 περιενεχθέντος δὲ τοῦ κύκλου, ὡς καὶ πρότερον, ἔσται  
 δύο σχήματα ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενα,  
 ὧν τὸ μὲν περιγεγραμμένον, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον·  
 25 καὶ ἢ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνεια πρὸς  
 τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἔσται, ὡς τὸ περιγεγραμμένον  
 πολύγωνον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον· ἐκάτερος γὰρ τῶν  
 λόγων διαπλάσιός ἐστι τοῦ, ὃν ἔχει ἢ τοῦ περιγεγραμ-

1. μ' F; μη' Torellius. 9. τῷ] το FC\*. 14. τὰ] το  
 FBC\*. 18. τούτῳ] τουτο F. 28. ἢ om. F; corr. Torellius.



## XLII.

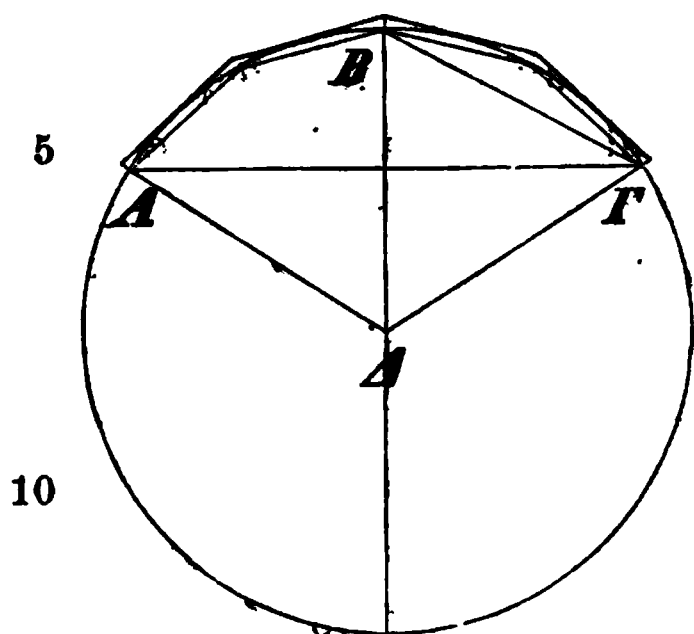
Cuiusuis sphaerae segmenti minoris hemisphaerio superficies aequalis est circulo, cuius radius aequalis est lineae a uertice segmenti ad ambitum ductae circuli, qui basis est segmenti sphaerae.

sit sphaera, et in ea circulus maximus  $AB\Gamma$ , et segmentum in ea hemisphaerio minus, cuius basis sit circulus circum  $A\Gamma$  descriptus ad circulum  $AB\Gamma$  perpendicularis. et sumatur circulus  $Z$ , cuius radius aequalis sit lineae  $AB$ . demonstrari oportet, superficiem segmenti  $AB\Gamma$  aequalem esse circulo  $Z$ .

si enim aequalis non est, sit superficies circulo  $Z$  maior. et sumatur centrum  $\Delta$ , et a  $\Delta$  puncto ad  $A$ ,  $\Gamma$  lineae ductae producantur. datis igitur duabus magnitudinibus inaequalibus, superficie segmenti et circulo  $Z$ , inscribatur sectori  $AB\Gamma$  polygonum aequilaterum, cuius latera<sup>1)</sup> paria sunt numero, et aliud huic simile circumscribatur, ita ut polygonum circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat, quam superficies segmenti sphaerae ad  $Z$  circulum [prop. 6 p. 22]. circumuoluto autem, sicut antea, circulo orientur duae figurae per superficies conicas comprehensae, quarum altera circumscripta erit, altera inscripta. et superficies figurae circumscriptae ad superficiem inscriptae eam habebit rationem, quam polygonum circumscriptum ad inscriptum. utraque enim ratio duplex est quam ea, quam habet latus polygoni circumscripti ad latus inscripti [u. Eutocius]. sed

1) Archimedes scripserat ἀρτιόπλευρον lin. 18; cfr. p. 153 not. 2.

μένου πολυγώνου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου  
πλευρὰν. ἀλλὰ τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον πρὸς



τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα  
λόγον ἔχει, ἢπερ ἡ τοῦ  
εἰρημένου τμήματος ἐπιφά-  
νεια πρὸς τὸν Z κύκλον.  
μείζων δὲ ἐστὶν ἡ τοῦ περι-  
γεγραμμένου σχήματος ἐπι-  
φάνεια τῆς ἐπιφανείας τοῦ  
τμήματος. καὶ ἡ τοῦ ἐγ-  
γεγραμμένου σχήματος ἐπι-  
φάνεια ἄρα μείζων ἐστὶ τοῦ

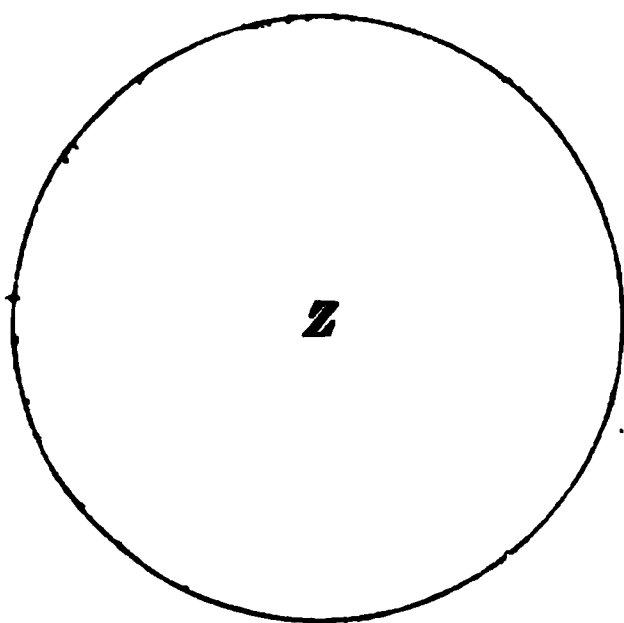
Z κύκλου· ὅπερ ἀδύνατον. δέδεικται γὰρ ἡ εἰρημένη  
τοῦ σχήματος ἐπιφάνεια ἐλάσσων οὐσα τοῦ τηλικούτου  
15 κύκλου. — ἔστω πάλιν ὁ κύκλος μείζων τῆς ἐπιφα-  
νείας· καὶ ὁμοίως περιγεγράψω καὶ ἐγγεγράψω  
ὅμοια πολύγωνα· καὶ τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ  
ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχεται τοῦ, ὃν ἔχει ὁ  
κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ τμήματος. οὐκ ἄρα  
20 ἐλάσσων ἡ ἐπιφάνεια τοῦ Z κύκλου. ἐδείχθη δὲ, ὡς  
οὐδὲ μείζων· ἴση ἄρα.

μγ΄.

Καὶ εἰ μείζων ἡμισφαιρίου ἢ τὸ τμήμα, ὁμοίως  
αὐτοῦ ἡ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέν-  
25 τρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν περιφέρειαν  
ἠγμένη τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βᾶσις τοῦ τμήματος.

3. ἐγγεγραμμενον F. 19. τμήματος] Nizze; σχήματος F,  
uulgo. 20. ἐλάσσων] Nizze; μειζων F, uulgo. 21. μείζων]  
Nizze; ελασσων F, uulgo. 22. μα΄ F; μθ΄ Torellius. 23.  
τά] addidi; om. F, uulgo. 25. ἐστὶ] ἐσται per comp. F; corr.  
Torellius.

polygonum circumscriptum ad inscriptum, minorem rationem habet, quam superficies segmenti, quod commemorauimus, ad circulum



memorauimus, ad circulum  $Z$  [ex hypothesi]. superficies autem figurae circumscriptae maior est superficie segmenti [prop. 39]. itaque etiam superficies figurae inscriptae maior est circulo  $Z$ . quod fieri non potest. nam demonstratum est, superficiem figurae, quam

commemorauimus, minorem esse eius modi circulo [prop. 37].

sit rursus circulus maior superficie. et eodem modo, quo supra, polygona similia circumscribantur et inscribantur. et circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat, quam circulus ad superficiem segmenti [prop. 6 p. 22]. itaque<sup>1)</sup> superficies minor non est circulo  $Z$ . demonstratum autem, ne maiorem quidem eam esse. aequalis igitur.

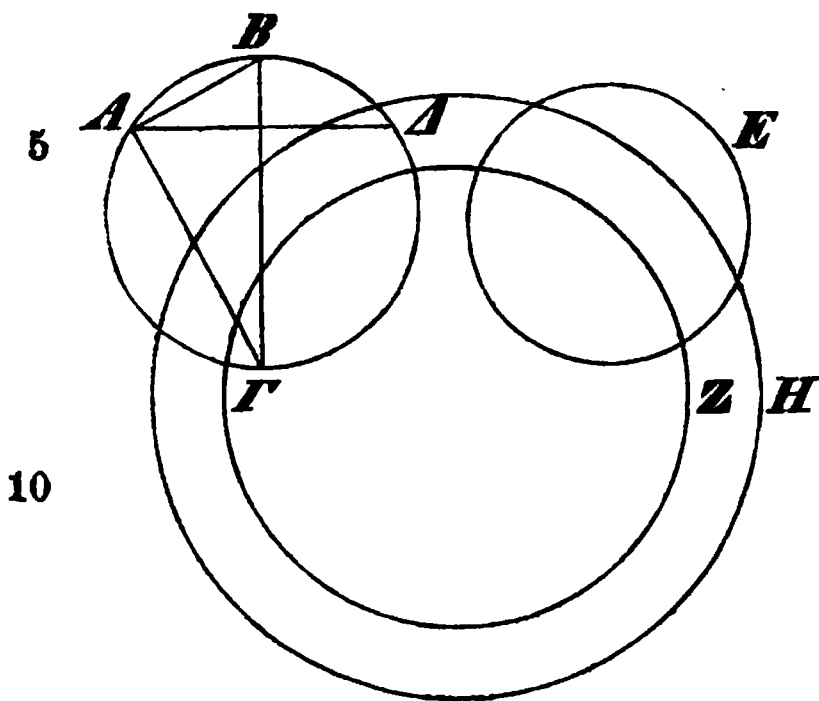
### XLIII.

Etiam si segmentum hemisphaerio maius est, eodem modo superficies eius aequalis est circulo, cuius radius aequalis est lineae a uertice ad ambitum ductae circuli, qui basis est segmenti.

---

1) Uix crediderim hanc demonstrationem totam ab Archimede omissam esse. conficitur hoc modo. sit  $S$  superficies segmenti,  $O$  et  $o$  superficies polygonorum,  $P$  et  $p$  polygona. itaque ex hypothesi:  $P : p < Z : S$ ; sed  $P : p = O : o$  (u. Eu-

ἔστω γὰρ σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος,  
καὶ νοείσθω τετμημένη ἐπιπέδῳ ὀρθῷ τῷ κατὰ τὴν  $ΑΔ$



καὶ τὸ  $ΑΒΔ$  ἔλασσον  
ἔστω ἡμισφαιρίου· καὶ  
διάμετρος ἡ  $ΒΓ$  πρὸς  
ὀρθὰς τῇ  $ΑΔ$ · καὶ ἀπὸ  
τῶν  $Β, Γ$  ἐπὶ τὸ  $Α$  ἐπε-  
ξεύχθωσαν αἱ  $ΒΑ, ΑΓ$ .  
καὶ ἔστω ὁ μὲν  $Ε$  κύ-  
κλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέν-  
τρου ἴση ἐστὶ τῇ  $ΑΒ$ , ὁ  
δὲ  $Ζ$  κύκλος, οὗ ἡ ἐκ  
τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ

$ΑΓ$ , ὁ δὲ  $Η$  κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ  $ΓΒ$ .  
καὶ ὁ  $Η$  κύκλος ἄρα ἴσος ἐστὶ τοῖς δυοῖν κύκλοις τοῖς  
 $Ε, Ζ$ . ὁ δὲ  $Η$  κύκλος ἴσος ἐστὶν ὅλην τῇ ἐπιφανείᾳ  
τῆς σφαίρας [ἐπειδήπερ ἑκατέρω τετραπλασία ἐστὶ τοῦ  
περὶ διάμετρον τὴν  $ΒΓ$  κύκλου], ὁ δὲ  $Ε$  κύκλος ἴσος  
ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ  $ΑΒΔ$  τμήματος [δέδεικται γὰρ  
τοῦτο ἐπὶ τοῦ ἐλάσσονος ἡμισφαιρίου]· λοιπὸς ἄρα ὁ  
 $Ζ$  κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ τοῦ  $ΑΓΔ$  τμήματος ἐπιφανείᾳ,  
ὃ δὲ ἔστι μείζον ἡμισφαιρίου.

μδ.

Παντὶ τομῆι σφαίρας ἴσος ἐστὶ κῶνος ὁ βάσιν μὲν  
ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας  
τοῦ κατὰ τὸν τομέα, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου  
τῆς σφαίρας.

ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ  $ΑΒΔ$ ,

7. τῶν  $Β, Γ$ ] των  $Γ Β$ ; corr. ed. Basil.\*; τοῦ  $Γ Β$ . 14.  
 $Γ Β$ ]  $Α Β Β$ , supra scripto  $Γ$  manu 2. 20. ελασσωνος  $Β$ . 22.

sit enim sphaera, et in ea circulus maximus, et fingatur secta plano perpendiculari in linea  $A\Delta$  posito. et  $AB\Delta$  segmentum minus sit hemisphaerio. et diameter  $B\Gamma$  perpendicularis sit ad lineam  $A\Delta$ . et a punctis  $B, \Gamma$  ad  $A$  ducantur lineae  $BA, A\Gamma$ . et sit  $E$  circulus, cuius radius aequalis sit lineae  $AB$ ,  $Z$  autem circulus, cuius radius aequalis sit lineae  $A\Gamma$ ,  $H$  autem circulus, cuius radius aequalis sit lineae  $\Gamma B$ . itaque circulus  $H$  aequalis est duobus circulis  $E, Z$ .<sup>1)</sup> sed circulus  $H$  aequalis est toti superficiei sphaerae [Eucl. XII, 2; prop. 33], et  $E$  circulus aequalis est superficiei segmenti  $AB\Delta$  [prop. 42]. itaque qui relinquitur circulus  $Z$ , aequalis est superficiei segmenti  $A\Gamma\Delta$ , quod hemisphaerio maius est.

## XLIV.

Cuius sectori sphaerae aequalis est conus basim habens superficiei segmenti sphaerae aequalem, quod in sectore est, altitudinem autem radio sphaerae aequalem.

sit sphaera, et in ea circulus maximus  $AB\Delta$ , et

---

tocius); itaque  $O : o < Z : S$  :  $O : Z < o : S$ , quod fieri non potest; nam  $o < S$  (prop. 36), sed  $O > Z$  (prop. 40).

1) Nam  $H : Z : E = B\Gamma^2 : A\Gamma^2 : AB^2$  (Eucl. XII, 2), et cum angulus  $B\Delta\Gamma$  rectus sit (Eucl. III, 31), erit

$$B\Gamma^2 = A\Gamma^2 + AB^2 \text{ (Eucl. I, 47);}$$

tum u. Quaest. Arch. p. 48.

---

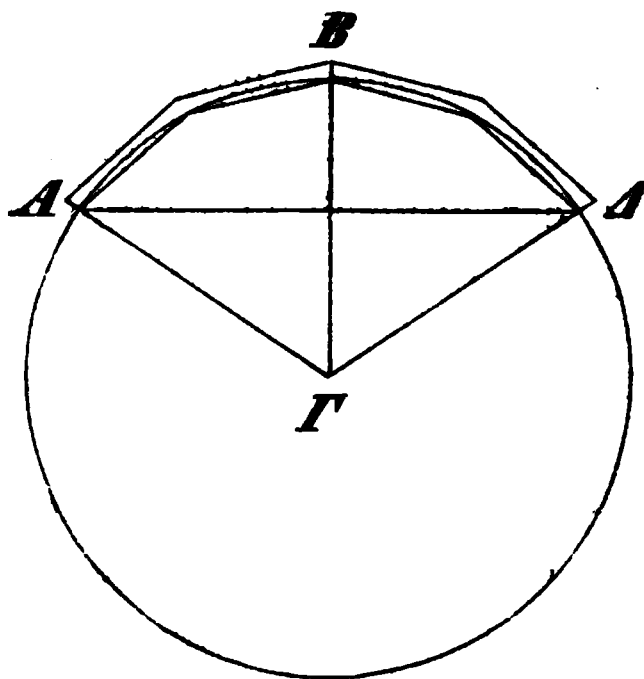
$\mu\epsilon\iota\zeta\omicron\nu$ ] scripsi;  $\mu\epsilon\iota\zeta\omega\nu$  F, vulgo.  
24.  $\beta\alpha\sigma\iota$  F.

23.  $\mu\beta'$  F;  $\nu'$  Torellius.

καὶ κέντρον τὸ  $\Gamma$ , καὶ κῶνος βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ κατὰ τὴν  $AB\Delta$  περιφέρειαν ἐπιφανείᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ  $B\Gamma$ . δεικτέον, ὅτι ὁ τομεὺς ὁ  $AB\Gamma\Delta$  ἴσος ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ κῶνῳ.

5 εἰ γὰρ μή, ἔστω μείζων ὁ τομεὺς τοῦ κῶνου· καὶ κείσθω ὁ  $\Theta$  κῶνος, οἷος εἴρηται. δύο δὴ μεγεθῶν ἀνίσων ὄντων, τοῦ τομέως καὶ τοῦ  $\Theta$  κῶνου, εὗρησθῶσαν δύο γραμμαὶ αἱ  $A, E$ , μείζων δὲ ἢ  $A$  τῆς  $E$ , καὶ ἐλάσσονα λόγον ἔχτω ἢ  $A$  πρὸς  $E$ , ἥπερ ὁ το-

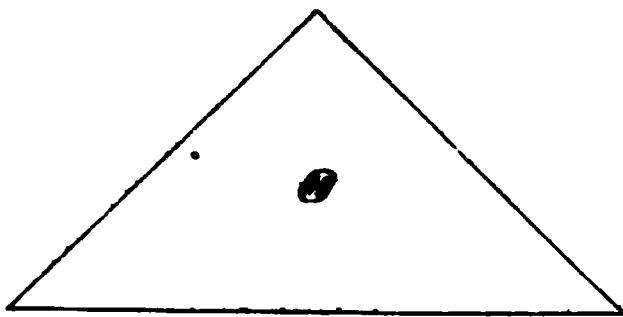
10



15

20

25



μεὺς πρὸς τὸν κῶνον. καὶ εἰλήφθῶσαν δύο γραμμαὶ αἱ  $Z, H$ , ὅπως τῷ ἴσῳ ὑπερέχη ἢ  $A$  τῆς  $Z$ , καὶ ἢ  $Z$  τῆς  $H$ , καὶ ἢ  $H$  τῆς  $E$ . καὶ περὶ τὸν ἐπίπεδον τομέα τοῦ κύκλου περιγεγράφθω πολύγωνον ἰσόπλευ-

20  $\Lambda ZHE$  ρον καὶ ἄρτιογώνιον, καὶ τούτῳ ὁμοιον ἐγγεγράφθω, ὅπως ἢ τοῦ περιγεγραμμένου πλευρὰ ἐλάσσονα λόγον ἔχη πρὸς

τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου τοῦ, ὃν ἔχει ἢ  $A$  πρὸς  $Z$ . καὶ ὁμοίως τοῖς πρότερον περιενεχθέντος τοῦ κύκλου γεγενησθῶ δύο σχήματα ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενα. τὸ ἄρα περιγεγραμμένον σὺν τῷ κῶνῳ τῷ

1. κῶνος] scripsi; κωνος ο F, uulgo. 8.  $\Lambda$  bis scripsi, ut

centrum  $\Gamma$ , et conus basim habens circulum aequalem superficiei in ambitu  $AB\Delta$  positae, altitudinem autem lineae  $B\Gamma$  aequalem. demonstrandum est, sectorem  $AB\Gamma\Delta$  aequalem esse cono, quem commemorauimus.

si enim aequalis non est, maior sit sector cono. et ponatur conus  $\odot$  talis, qualem commemorauimus. datis igitur duabus magnitudinibus inaequalibus, sectore et cono  $\odot$ , inueniantur duae lineae  $A$ ,  $E$ , maior autem  $A$  linea  $E$ , et minorem rationem habeat  $A$  ad  $E$ , quam sector ad conum [prop. 2]. et sumantur duae lineae  $Z$ ,  $H$ , ita ut<sup>1)</sup> aequali spatio excedat linea  $A$  lineam  $Z$ ,  $Z$  lineam  $H$ ,  $H$  lineam  $E$ . et circum sectorem planum<sup>2)</sup> circuli circumscribatur polygonum aequilaterum, cuius latera<sup>3)</sup> paria sunt numero, et ei simile inscribatur polygonum, ita ut<sup>1)</sup> latus circumscripti ad latus inscripti minorem rationem habeat, quam  $A : Z$  [prop. 4]. et eodem modo, quo antea, circumuoluto circulo orientur duae figurae per superficies conicas comprehensae. figura igitur circum-

1)  $\delta\pi\omega\varsigma$  pro  $\delta\sigma\tau\epsilon$  (ut lin. 22 et supra p. 8, 18; prop. 3 p. 14, 22; 4 p. 18, 23; cfr. ad II, 4) transcriptori debetur; u. Quaest. Arch. p. 70. cfr.  $\epsilon\nu\alpha$  prop. 5 p. 20, 22; p. 22, 27.

2)  $\epsilon\pi\iota\pi\epsilon\delta\omicron\nu$  fortasse delendum; redundat adiuncto  $\tau\omicron\upsilon$   $\kappa\acute{\omicron}\nu\lambda\omicron\nu$ .

3)  $\acute{\alpha}\rho\tau\iota\acute{\omicron}\pi\lambda\epsilon\nu\rho\nu$ , non  $\acute{\alpha}\rho\tau\iota\omicron\gamma\acute{\omicron}\nu\iota\omicron\nu$  Archimedes scripserat; u. p. 153 not. 2.

lin. 9, 14, 26 (et in figura) cum Cr.;  $\Delta$  ubique F, uulgo.  
21.  $\tau\omicron\upsilon\tau\omicron$  F. 25.  $\epsilon\chi\eta$ ] BC\*;  $\epsilon\chi\epsilon\iota$  F, uulgo.

κορυφήν ἔχοντι τὸ Γ σημεῖον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον  
 σὺν τῷ κώνῳ τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει  
 ἢ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὴν  
 πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου. ἀλλὰ ἢ τοῦ περιγεγραμ-  
 5 μένου ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ περ ἢ Δ πρὸς Ζ. ἐλάσ-  
 σονα λόγον ἄρα ἔξει ἢ τριπλάσιον τὸ εἰρημένον στε-  
 ρεὸν σχῆμα τοῦ τῆς Δ πρὸς Ζ. ἢ δὲ Δ πρὸς Ε μείζονα  
 λόγον ἔχει ἢ τριπλάσιον τοῦ τῆς Δ πρὸς Ζ. τὸ ἄρα  
 περιγεγραμμένον σχῆμα στερεὸν τῷ τομεῖ πρὸς τὸ ἐγγε-  
 10 γραμμένον σχῆμα ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἢ  
 Δ πρὸς Ε. ἢ δὲ Δ πρὸς Ε ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὁ  
 στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κώνον. μείζονα ἄρα λόγον  
 ἔχει ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κώνον, ἢ τὸ  
 περιγεγραμμένον τῷ τομεῖ σχῆμα πρὸς τὸ ἐγγεγραμ-  
 15 μένον· καὶ ἐναλλάξ. μείζον δὲ ἐστὶ τὸ περιγεγραμμέ-  
 νον στερεὸν σχῆμα τοῦ τμήματος. καὶ τὸ ἐγγεγραμ-  
 μένον ἄρα σχῆμα ἐν τῷ τομεῖ μείζον ἐστὶ τοῦ Θ κώνου·  
 ὅπερ ἀδύνατον. δέδεικται γὰρ ἐν τοῖς ἄνω ἔλασσον  
 ὃν τοῦ τηλικούτου κώνου [τουτέστι τοῦ ἔχοντος βάσιν  
 20 μὲν κύκλον, οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς  
 κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἐπιξεννυ-  
 μένη εὐθεῖα τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος,  
 ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. οὗτος δὲ  
 ἐστὶν ὁ εἰρημένος κώνος ὁ Θ· βάσιν τε γὰρ ἔχει κύ-  
 25 κλον ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ τμήματος, τουτέστι τῷ

4. Post περιγεγραμμένου addit Torellius: πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου. 5. Δ] scripsi cum Cr., ut lin. 7 bis, 8, 10, 11; Δ ubique F, uulgo; cfr. p. 182, 8. 12. μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κώνον] addidi; om. F, uulgo. 13. ἢ τὸ] τὸ ἄρα ed. Basil., Torellius. 14. Post τὸ ἐγγεγραμμένον addunt ed. Basil., Torellius: ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κώνον; sic etiam Cr. 16. τμήματος] τομέως Nizze.



scripta cum cono uerticem habenti punctum  $\Gamma$  ad figuram inscriptam cum cono triplicem rationem habet, quam latus polygони circumscripti ad latus inscripti [prop. 41]. sed latus polygони circumscripti [ad latus inscripti]<sup>1)</sup> minorem rationem habet, quam  $A : Z$ . itaque figura solida [circumscripta cum cono ad figuram inscriptam cum cono]<sup>2)</sup> minorem rationem habebit, quam  $A^3 : Z^3$ . sed  $A : E > A^3 : Z^3$ .<sup>3)</sup> itaque figura solida circum sectorem circumscripta<sup>4)</sup> ad figuram inscriptam minorem rationem habet, quam  $A : E$ . sed  $A$  ad  $E$  minorem rationem habet, quam sector solidus ad conum  $\Theta$  [ex hypothesi]. maiorem igitur rationem habet sector solidus ad conum  $\Theta$ , quam figura circum sectorem circumscripta<sup>5)</sup> ad inscriptam.<sup>6)</sup> et uicissim. maior autem est figura solida circumscripta sectore [prop. 39].<sup>7)</sup> itaque etiam figura sectori inscripta maior est cono  $\Theta$ . quod fieri non potest. nam supra demonstratum est, minorem eam esse eius modi cono

1) Haec uerba transcriptor potius quam aut Archimedes aut librarius omisit.

2) Ne haec quidem ab Archimede omissa esse puto.

3) U. Eutocius ad prop. 34; Quaest. Arch. p. 51.

4) Sc. *σὺν τῷ κώνῳ*, quod in sequentibus etiam saepe omittitur.

5) Sc. *σὺν τῷ κώνῳ*.

6) Ex Eutocio comperimus, Archimedem scripsisse: τὸ ἄρα περιγεγραμμένον στερεὸν πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν  $\Theta$  κώνον, et ita locum correxit ed. Basil.; sed tum non intellegitur, quo modo uerba illa in codicibus exciderint. quare satius duxi aliud supplementum recipere, et discrepantiam transcriptori tribuere.

7) Hic quoque omittitur, ut etiam lin. 17: *σὺν τῷ κώνῳ*; praeterea falsum uerbum *τμήματος* transcriptoris est.

εἰρημένῳ κύκλῳ καὶ ὕψος ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς  
 σφαίρας]. οὐκ ἄρα ὁ στερεὸς τομεὺς μείζων ἐστὶ τοῦ  
 Θ κώνου. — ἔστω δὴ πάλιν ὁ Θ κώνος τοῦ στερεοῦ  
 τομέως μείζων. πάλιν δὴ ὁμοίως ἢ Α πρὸς τὴν Ε  
 5 μείζων αὐτῆς οὕσα ἐλάσσονα λόγον ἔχεται τοῦ, ὃν ἔχει  
 ὁ κώνος πρὸς τὸν τομέα. καὶ ὁμοίως εἰλήφθωσαν αἱ  
 Ζ, Η, ὥστε εἶναι τὰς διαφορὰς τὰς αὐτάς· καὶ τοῦ  
 περιγεγραμμένου περὶ τὸν ἐπίπεδον τομέα πολυγώνου  
 ἄρτιογωνίου ἢ πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου  
 10 ἐλάσσονα λόγον ἔχεται τοῦ, ὃν ἔχει ἢ Α πρὸς τὴν Ζ·  
 καὶ γεγενῆσθω τὰ περὶ τὸν στερεὸν τομέα στερεὰ σχή-  
 ματα. ὁμοίως οὖν δείξομεν, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον  
 περὶ τὸν τομέα στερεὸν σχῆμα πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον  
 ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἢ Α πρὸς Β, καὶ τοῦ,  
 15 ὃν ἔχει ὁ Θ κώνος πρὸς τὸν τομέα [ὥστε καὶ ὁ τομεὺς  
 πρὸς τὸν κώνον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἥπερ τὸ ἐγγε-  
 γραμμένον στερεὸν ἐν τῷ τμήματι πρὸς τὸ περιγεγραμ-  
 μένον]. μείζων δὲ ἐστὶν ὁ τομεὺς τοῦ ἐγγεγραμμένου  
 εἰς αὐτὸν σχήματος· μείζων ἄρα ὁ Θ κώνος τοῦ περι-  
 20 γεγραμμένου σχήματος· ὅπερ ἀδύνατον [δέδεικται γὰρ  
 τοῦτο, ὅτι ὁ τηλικούτος κώνος ἐλάσσων ἐστὶ τοῦ περι-  
 γεγραμμένου σχήματος περὶ τὸν τομέα]. ἴσος ἄρα ὁ  
 τομεὺς τῷ Θ κώνῳ.

4. τομέως] scripsi; τομευς FA; τομέος vulgo. Α] scripsi  
 cum Cr., ut lin. 10, 14; Α ubique F, vulgo. 7. διαφορὰς]  
 scripsi; δυο πλευρας F, vulgo; ὑπεροχάς Hauber; Nizze. 11.  
 τόν] των per comp. F.

[prop. 38 coroll.].<sup>1)</sup> itaque sector solidus maior non est cono  $\Theta$ .

sit igitur rursus conus  $\Theta$  maior sectore solido. rursus igitur eodem modo  $A$  linea maior linea  $E$  ad eam minorem rationem habeat, quam conus ad sectorem [prop. 2]. et eodem modo sumantur lineae  $Z$ ,  $H$ , ita ut differentiae eadem sint. et latus polygoni [aequilateri], cuius latera paria sunt numero<sup>2)</sup>, circum sectorem planum circumscripti ad latus inscripti minorem rationem habeat, quam  $A : Z$  [prop. 4]. et orientur figurae solidae circum solidum sectorem descriptae.<sup>3)</sup> eodem igitur modo demonstrabimus, figuram solidam circum sectorem circumscriptam<sup>4)</sup> ad inscriptam minorem rationem habere, quam  $A : E$ , et quam conus  $\Theta$  ad sectorem.<sup>5)</sup> maior autem est sector figura ei inscripta [prop. 36].<sup>4)</sup> itaque  $\Theta$  conus maior est figura circumscripta.<sup>4)</sup> quod fieri non potest [prop. 40 coroll. 2; cfr. prop. 42—43; u. not. 1].<sup>6)</sup> itaque sector aequalis est cono  $\Theta$ .<sup>7)</sup>

1) Ex prop. 42—43 sequitur, basim eius aequalem esse circulo prop. 38 coroll. commemorato.

2) Archimedes scripserat lin. 9: *ἰσοπλευρόν καὶ ἀρτιπλευρόν*; u. p. 163 not. 1.

3) Debeat esse: *πολύγωνα τὸ μὲν περιγεγραμμένον, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον*; fortasse delenda sunt uerba: *καὶ γεγενήσθω* lin. 11 — *σχήματα* lin. 12.

4) Sc. *σὺν τῷ κώνῳ*, quod idem omittitur lin 19; 20; u. p. 185 not. 7.

5) Sint  $F$ ,  $f$  figurae solidae,  $L$ ,  $l$  latera polygonorum. erit:  $F : f = L^2 : l^2$  (prop. 41)  $< A^2 : Z^2$  (ex hypothesis)  $< A : E$  (p. 185 not. 3)  $< \Theta : \text{sectorem}$  (ex hypothesis). sequentia uerba lin. 15—18 subditia sunt; Archimedes scripsisset: *καὶ ἐναλλάξ*. pro prauo *τμήματι* lin. 17 Nizzius coni. *τομεῖ*.

6) Sequentia transcriptori tribuerim, maxime ob τοῦτο lin. 21; cfr. Neue Jahrb. Suppl. XI p. 388.

7) In fine: *Ἀρχιμήδους περὶ σφαιρᾶς καὶ κυλινδρῶν* α̅  $F$ .

β.

Ἀρχιμήδης Δοσιθέω χαίρειν.

Πρότερον μὲν ἐπέστειλάς μοι γράψαι τῶν προβλη-  
μάτων τὰς ἀποδείξεις, ὧν αὐτὸς τὰς προτάσεις ἀ-  
έστειλα Κόνωνι. συμβαίνει δὲ αὐτῶν τὰ πλεῖστα γρά-  
5 φεσθαι διὰ τῶν θεωρημάτων, ὧν πρότερον ἀπέστειλά  
σοι τὰς ἀποδείξεις, ὅτι τε πάσης σφαίρας ἢ ἐπιφάνεια  
τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ  
σφαίρα, καὶ διότι παντὸς τμήματος σφαίρας τῇ ἐπι-  
φανείᾳ ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση  
10 ἐστὶ τῇ εὐθείᾳ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ  
τὴν περιφέρειαν τῆς βάσεως ἀγομένη, καὶ διότι πάσης  
σφαίρας ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν μέγιστον  
κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρα, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ  
τῆς σφαίρας αὐτὸς τε ἡμιόλιός ἐστι τῷ μεγέθει τῆς  
15 σφαίρας, καὶ ἢ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἡμιολία τῆς ἐπιφα-  
νείας τῆς σφαίρας, καὶ διότι πᾶς τομεὺς στερεὸς ἴσος  
ἐστὶ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν κύκλον τὸν ἴσον  
τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας τοῦ ἐν τῷ  
τομεῖ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.  
20 ὅσα μὲν οὖν τῶν θεωρημάτων καὶ προβλημάτων γρά-  
φεται διὰ τούτων τῶν θεωρημάτων, ἐν τῷδε τῷ βι-

1. Δοσιθεω F, corr. Torellius. 3. αποδειξης F. 4. Κωνωνι F, vulgo. 5. θεωρηματων F. 8. διότι] scripsi; δη σι F, vulgo. τμήματος] om. F; corr. Cr., ed. Basil. 16. διότι] δη ὅτι Barrowius. 21. διὰ τούτων τῶν] cum B; διαντουτων των F.

## II.

### Archimedes Dositheo s.

Antea me admonuisti, ut demonstrationes eorum problematum perscriberem, quorum propositiones ipse Cononi miseram.<sup>1)</sup> accidit autem, ut pleraque eorum conficiantur per ea theoremata, quorum demonstrationes antea tibi misi<sup>2)</sup>: cuiusuis sphaerae superficiem quadruplo maiorem esse circulo maximo sphaerae [I, 33], et superficiei cuiusuis segmenti sphaerae aequalem esse circulum, cuius radius aequalis sit lineae a vertice segmenti ad ambitum basis ductae [I, 42—43], et cylindrum basim habentem circulum maximum sphaerae, altitudinem autem diametro sphaerae aequalem et ipsum dimidia parte maiorem esse sphaera et superficiem eius superficie sphaerae dimidia parte maiorem [I, 34 *πόρισμα*], et quemuis sectorem solidum aequalem esse cono basim habenti circulum aequalem superficiei segmenti sphaerae in sectore positi, altitudinem autem radio sphaerae aequalem [I, 44]. quaecunque igitur theoremata et problemata<sup>3)</sup> per haec theoremata

---

1) Erant praeter problemata huius libri propositiones quaedam de helicibus (cfr. infra) et de conoidibus rectangulis (Quaest. Arch. p. 11).

2) In libro I de sphaera et cylindro.

3) Septem problemata, tria theoremata, quorum primum (II, 2) Cononi missum non erat (Neue Jahrb. Suppl. XI p. 392 not.); pro ceteris duobus experiendi causa falsa miserat Archimedes. u. praef. ad librum *περὶ ἑλίκων*.

βλῖω γράψας ἀπέσταλκά σοι· ὅσα δὲ δι' ἄλλης εὐρίσκονται θεωρίας, τά τε περὶ ἐλίκων καὶ τὰ περὶ τῶν κωνοειδῶν, πειράσομαι διὰ τάχους ἀποστεῖλαι.

Τὸ δὲ πρῶτον ἦν τῶν προβλημάτων τόδε·  
 5 σφαίρας δοθείσης ἐπίπεδον χωρίον εὐρεῖν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας.

ἔστιν δὲ τοῦτο φανερόν δεδειγμένον ἐκ τῶν προειρημένων θεωρημάτων. τὸ γὰρ τετραπλάσιον τοῦ  
 10 μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ ἐπίπεδόν τε χωρίου ἐστὶ καὶ ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας.

α'.

Τὸ δεύτερον ἦν· κώνου δοθέντος ἢ κυλίνδρου σφαῖραν εὐρεῖν τῷ κώνῳ ἢ τῷ κυλίνδρῳ ἴσην.

ἔστω ὁ διδόμενος κώνος ἢ κύλινδρος ὁ  $A$ , καὶ τῷ  
 15  $A$  ἴση ἢ  $B$  σφαῖρα· καὶ κείσθω τοῦ  $A$  κώνου ἢ κυλίνδρου ἡμιόλιος κύλινδρος ὁ  $\Gamma Z \Delta$ , τῆς δὲ  $B$  σφαίρας ἡμιόλιος κύλινδρος, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν  $H\Theta$  κύκλος, ἄξων δὲ ὁ  $KA$  ἴσος τῇ διαμέτρῳ τῆς  $B$  σφαίρας. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ  $E$  κύλινδρος τῷ  $K$   
 20 κυλίνδρῳ [τῶν δὲ ἴσων κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν], ὡς ἄρα ὁ  $E$  κύκλος πρὸς τὸν  $K$  κύκλον, τουτέστιν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς  $\Gamma \Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς  $H\Theta$ , οὕτως ἢ  $KA$  πρὸς  $EZ$ . ἴση δὲ ἢ  $KA$  τῇ  $H\Theta$  [ὁ γὰρ ἡμιόλιος κύλινδρος τῆς σφαίρας ἴσου ἔχει  
 25 τὸν ἄξονα τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, καὶ ὁ  $K$  κύκλος μέγιστός ἐστι τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ]. ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $\Gamma \Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $H\Theta$ , οὕτως ἢ  $H\Theta$  πρὸς τὴν  $EZ$ . ἔστω

4. α' Torellius; cfr. Quaest. Arch. p. 186. 5. εὐρεῖν] εὐρεῖν cum comp. ἦν uel in F. 11. β' Torellius. 18. εὐρεῖν] ut lin. 5 F. 14. δεδομένος? 16. ομοῖος F. 19. E] B F; corr. ed. Basil. 27. οὕτως] per compend. F, ut p. 192 lin. 2 et 4.

conficiuntur, hoc libro perscripta tibi misi. sed quaecunque alia disputationis ratione reperiuntur, de helicibus et de conoidibus, mox mittere conabor.

Primum autem problema hoc erat:

data sphaera planum spatium inuenire superficiei sphaerae aequale.

hoc autem manifestum est ex theorematis antea propositis demonstratum. nam quadruplum circuli maximi sphaerae spatium et planum et superficiei sphaerae aequale est [I, 33].

## I.

Alterum erat: dato cono uel cylindro sphaeram inuenire cono uel cylindro aequalem.<sup>1)</sup>

sit conus uel cylindrus datus  $A$ , et figurae  $A$  aequalis sphaera  $B$ . et ponatur cono uel cylindro  $A$  dimidia parte maior cylindrus  $\Gamma Z \Delta^2)$  [u. Eutocius], et sphaera  $B$  cylindrus dimidia parte maior, cuius basis est circulus circum diametrum  $H\Theta$  descriptus, axis autem  $K\Lambda$  diametro sphaerae  $B$  aequalis [I, 34 *πόρισμα*]. aequalis igitur cylindrus  $E$  cylindro  $K$ . itaque  $E : K$ , hoc est

$$\Gamma \Delta^2 : H\Theta^2 \text{ [Eucl. XII, 2] } = K\Lambda : EZ.^3)$$

sed  $K\Lambda = H\Theta.^4)$  itaque  $\Gamma \Delta^2 : H\Theta^2 = H\Theta : EZ$ . sit

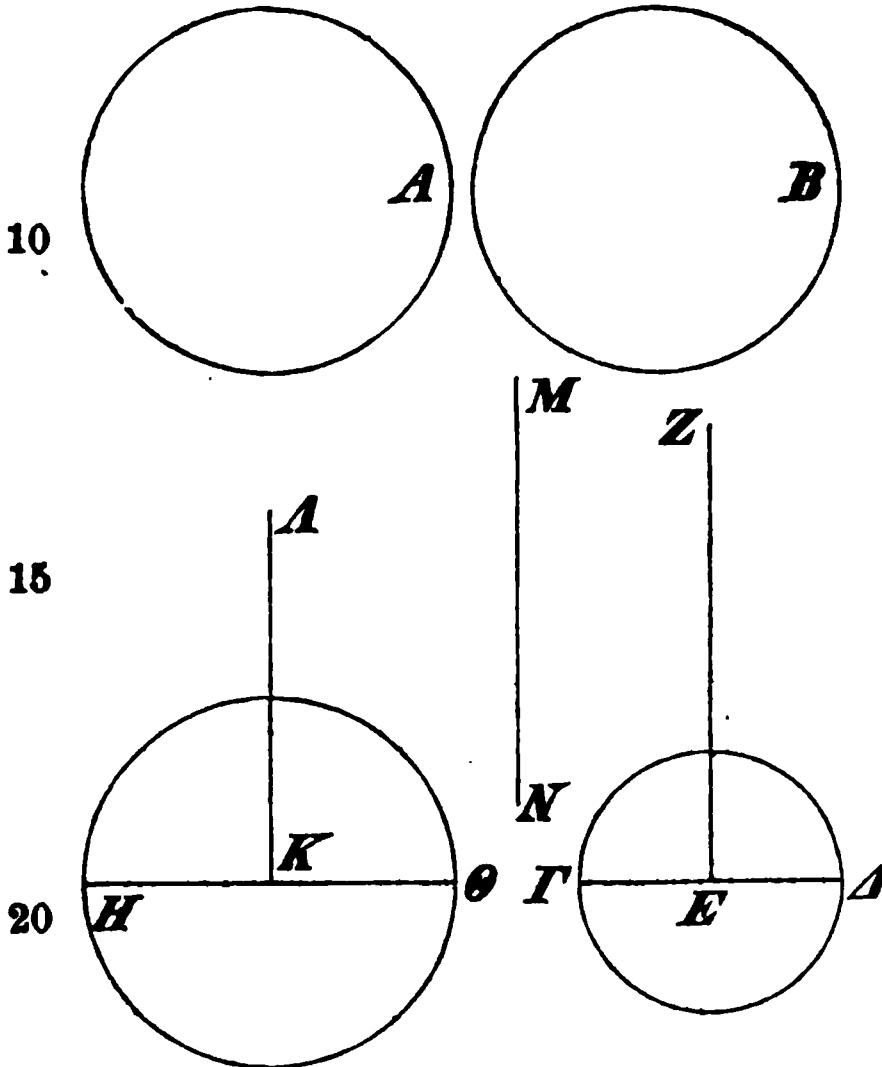
1) Lin. 13: ἴσην τῷ κώνῳ ἢ τῷ κυλίνδρῳ habet Archimedes in praef. περὶ ἐλίκων.

2) Archimedes scripserat: εὐκρίνω τῷ δοθέντος κώνου ἢ κυλίνδρου ἡμίλιος κύλινδρος (Eutocius).

3) Eucl. XII, 15; cfr. I lemm. 3—4 p. 82.

4) Quia ex I, 34 *πόρισμα* basis cylindri circulo maximo aequalis est, diameter igitur sphaerae diametro aequalis.

τῷ ἀπὸ  $H\Theta$  ἴσον τὸ ὑπὸ  $\Gamma\Delta$ ,  $MN$ . ὡς ἄρα ἡ  $\Gamma\Delta$  πρὸς  $MN$ , οὕτως τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $H\Theta$ , τουτέστι ἡ  $H\Theta$  πρὸς  $EZ$ . καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ  $\Gamma\Delta$  πρὸς τὴν  $H\Theta$ , οὕτως ἡ  $H\Theta$  πρὸς τὴν  $MN$ , καὶ ἡ  $MN$  πρὸς  $EZ$ . καὶ ἐστὶν δοθεῖσα ἑκάτερα τῶν  $\Gamma\Delta$ ,  $EZ$ . δύο ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν  $\Gamma\Delta$ ,  $EZ$  δύο μέσαι ἀνάλογόν εἰσιν αἱ  $H\Theta$ ,  $MN$ . δοθεῖσα ἄρα ἑκάτερα τῶν  $H\Theta$ ,  $MN$ .



συντεθήσεται δὲ τὸ πρόβλημα οὕτως. ἔστω δὴ ὁ δοθεὶς κῶνος ἢ κύλινδρος ὁ  $A$ . δεῖ δὴ τῷ  $A$  κώνῳ ἢ κυλίνδρῳ ἴσην σφαῖραν εὑρεῖν.

ἔστω τοῦ  $A$  κώνου ἢ κυλίνδρου ἡμιόλιος κύλινδρος, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν  $\Gamma\Delta$  κύκλος,

ἄξων δὲ ὁ  $EZ$ . καὶ εἰλήφθω τῶν  $\Gamma\Delta$ ,  $EZ$  δύο μέσαι ἀνάλογον αἱ  $H\Theta$ ,  $MN$ , ὥστε εἶναι ὡς τὴν  $\Gamma\Delta$  πρὸς τὴν  $H\Theta$ , τὴν  $H\Theta$  πρὸς τὴν  $MN$ , καὶ τὴν  $MN$  πρὸς τὴν  $EZ$ . καὶ νοείσθω κύλινδρος, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν  $H\Theta$  κύκλος, ἄξων δὲ ὁ  $KA$  ἴσος τῇ  $H\Theta$  διαμέτρῳ. λέγω δὴ, ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ  $E$  κύλινδρος τῷ  $K$  κυλίνδρῳ. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν, ὡς ἡ  $\Gamma\Delta$  πρὸς  $H\Theta$ , ἡ

9. τῶν] των της F; corr. ed. Basil. 11. δέ] scripsi; δη



$H\Theta^2 = \Gamma\Delta \times MN$ . itaque  $\Gamma\Delta : MN = \Gamma\Delta^2 : H\Theta^2$ ,<sup>1)</sup>  
hoc est  $= H\Theta : EZ$ . et uicissim [Eucl. V, 16]

$$\Gamma\Delta : H\Theta = H\Theta : MN = MN : EZ.$$
<sup>2)</sup>

et utraque linea  $\Gamma\Delta$ ,  $EZ$  data est. itaque duarum linearum datarum  $\Gamma\Delta$ ,  $EZ$  duae mediae proportionales sunt  $H\Theta$ ,  $MN$ . itaque utraque linea  $H\Theta$ ,  $MN$  data est.

componetur autem problema hoc modo. sit conus uel cylindrus datus  $A$ . oportet igitur sphaeram cono uel cylindro  $A$  aequalem inuenire.

sit cono uel cylindro  $A$  dimidia parte maior cylindrus, cuius basis est circulus circum diametrum  $\Gamma\Delta$  descriptus, axis autem  $EZ$  linea. et sumantur<sup>3)</sup> inter lineas  $\Gamma\Delta$ ,  $EZ$  duae mediae proportionales  $H\Theta$ ,  $MN$  [u. Eutocius], ita ut sit

$$\Gamma\Delta : H\Theta = H\Theta : MN = MN : EZ.$$

et fingatur cylindrus, cuius basis sit circulus circum diametrum  $H\Theta$  descriptus, axis autem  $K\Lambda$  diametro  $H\Theta$  aequalis. dico, cylindrum  $E$  aequalem esse cylindro  $K$ . nam quoniam  $\Gamma\Delta : H\Theta = MN : EB$  et

1) Quia  $\Gamma\Delta : H\Theta = H\Theta : MN$ ; tum u. Eucl. V def. 10.

2) Debebat sic concludi:

$\Gamma\Delta : MN = H\Theta : EZ$   $\therefore \Gamma\Delta : H\Theta = MN : EZ$  (Eucl. V, 16); sed ex hypothesi est  $\Gamma\Delta : H\Theta = H\Theta : MN$ . fortasse uerbum  $\epsilon\nu\alpha\lambda\lambda\acute{\alpha}\xi$  lin. 3 delendum est.

3) Archimedes posuerat  $\epsilon\nu\rho\eta\sigma\theta\omega\sigma\alpha\nu$ , lin. 23, ut habet Eutocius.

F, uulgo. 12. οὕτως per comp. F. 15. τῶ] το F. 29. και ἐπει] ἐπει γάρ?

$MN$  πρὸς  $EZ$ , καὶ ἐναλλάξ, καὶ ἴση ἢ  $H\Theta$  τῇ  $ΚΑ$   
 [ὡς ἄρα ἢ  $ΓΔ$  πρὸς  $MN$ , τουτέστιν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς  
 $ΓΔ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $H\Theta$ , οὕτως ὁ  $E$  κύκλος πρὸς τὸν  
 $K$  κύκλον]. ὡς ἄρα ὁ  $E$  κύκλος πρὸς τὸν  $K$  κύκλον,  
 5 οὕτως ἢ  $ΚΑ$  πρὸς τὴν  $EZ$  [τῶν ἄρα  $E, K$  κυλίνδρων  
 ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν]. ἴσος ἄρα ὁ  $E$   
 κύλινδρος τῷ  $K$  κυλίνδρῳ. ὁ δὲ  $K$  κύλινδρος τῆς  
 σφαῖρας, ἧς διάμετρος ἢ  $H\Theta$ , ἡμιόλιός ἐστιν. καὶ ἢ  
 σφαῖρα ἄρα, ἧς ἢ διάμετρος ἴση ἐστὶ τῇ  $H\Theta$ , τουτ-  
 10 ἐστὶν ἢ  $B$ , ἴση ἐστὶ τῷ  $A$  κώνῳ ἢ κυλίνδρῳ.

β'.

Παντὶ τμήματι τῆς σφαῖρας ἴσος ἐστὶ κώνος ὁ βάσιν  
 μὲν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, ὕψος δὲ εὐθείαν,  
 ἣτις πρὸς τὸ ὕψος τοῦ τμήματος τὸν αὐτὸν λόγον  
 15 ἔχει, ὃν συναμφοτέρος ἢ τε ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαί-  
 ρας καὶ τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος πρὸς τὸ ὕψος  
 τοῦ λοιποῦ τμήματος.

ἔστω σφαῖρα, ἐν ἣ ἡ μέγιστος κύκλος, οὗ διάμετρος  
 ἢ  $ΑΓ$ . καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ ἢ σφαῖρα τῷ διὰ τῆς  
 20  $BZ$  πρὸς ὀρθὰς τῇ  $ΑΓ$ . καὶ ἔστω κέντρον τὸ  $\Theta$ . καὶ  
 πεποιήσθω, ὡς συναμφοτέρος ἢ  $\Theta A$ ,  $AE$  πρὸς τὴν  $AE$ ,  
 οὕτως ἢ  $ΔE$  πρὸς  $ΓE$ . καὶ πάλιν πεποιήσθω, ὡς  
 συναμφοτέρος ἢ  $\Theta Γ$ ,  $ΓE$  πρὸς  $ΓE$ , οὕτως ἢ  $ΚE$   
 πρὸς  $EA$ . καὶ ἀναγεγράφθωσαν κῶνοι ἀπὸ τοῦ κύ-  
 25 κλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν  $BZ$  κορυφὰς ἔχοντες τὰ  
 $K, Δ$  σημεία. λέγω, ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ μὲν  $BΔZ$  κώνος

6. βασ cum comp. ης F. 10. B]  $\overline{HB}$  F. 11. γ' To-  
 rellius. 19. τῷ] τῶν per comp. F; corr. B\*. 11. γ' To-  
 τῆς] Nizze;  
 τῶν F, vulgo. 25. εχοντα F; corr. B\*.

uicissim [ $\Gamma\Delta : MN = H\Theta : EZ$ ; Eucl. V, 16], et  $H\Theta = K\Lambda$ , erit igitur<sup>1)</sup>  $E : K = K\Lambda : EZ$ .<sup>2)</sup> itaque cylindrus  $E$  aequalis est cylindro  $K$  [Eucl. XII, 15; cfr. 191 not. 3]. sed cylindrus  $K$  dimidia parte maior est sphaera, cuius diameter est  $H\Theta$ . itaque etiam sphaera, cuius diameter aequalis est lineae  $H\Theta$ , hoc est  $B$ , aequalis est cono uel cylindro  $A$ .<sup>3)</sup>

## II.

Cuius segmento sphaerae aequalis est conus basim habens eandem, quam segmentum, altitudinem autem lineam, quae ad altitudinem segmenti eam rationem habet, quam radius sphaerae una cum altitudine reliqui segmenti ad altitudinem reliqui segmenti.

sit sphaera, et in ea circulus maximus, cuius diameter sit  $A\Gamma$ . et sphaera secetur plano per  $BZ$  lineam posito ad  $A\Gamma$  lineam perpendiculari. et centrum sit  $\Theta$ . et fiat<sup>4)</sup>  $\Theta A + AE : AE = \Delta E : \Gamma E$ . et rursus fiat<sup>5)</sup>  $\Theta\Gamma + \Gamma E : \Gamma E = KE : EA$ , et construantur in circulo circum diametrum  $BZ$  descripto coni uertices habentes puncta  $K, \Delta$ . dico, conum  $B\Delta Z$  aequalem

1) Uerba  $\acute{\omega}\varsigma \acute{\alpha}\rho\alpha$  lin. 2 —  $K$  κύκλον lin. 4 deleo. neque enim inde, quod  $\Gamma\Delta : H\Theta = MN : EZ$  et  $H\Theta = K\Lambda$ , concluditur  $\Gamma\Delta : MN = E : K$ ; hoc enim ex Eucl. V def. 10 et XII, 2 sequitur (u. not. 2).

2) Nam

$\Gamma\Delta : MN = H\Theta : EZ = K\Lambda : EZ$ ; sed  $\Gamma\Delta : MN = \Gamma\Delta^2 : H\Theta^2$  (Eucl. V def. 10) =  $E : K$  (Eucl. XII, 2)  $\therefore E : K = K\Lambda : EZ$ . uerba sequentia deleo; cfr. p. 190, 20.

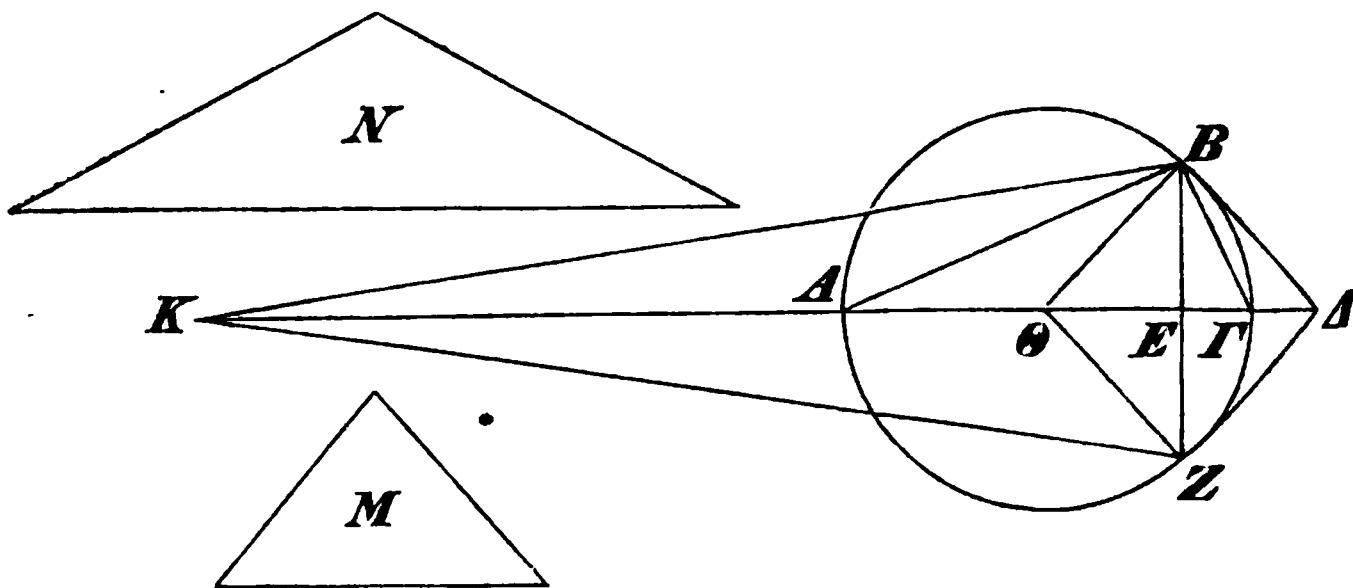
3)  $K = \frac{3}{2}B$ ; sed  $E = \frac{3}{2}A$  (ex hypothesis). quare cum  $K = E$ , erit  $\frac{3}{2}B = \frac{3}{2}A \therefore B = A$ .

4) Archimedes scripserat  $\gamma\epsilon\gamma\omicron\nu\acute{\epsilon}\tau\omega$  lin. 21; Quaest. Arch. p. 70.

5) H. e.  $\gamma\epsilon\gamma\omicron\nu\acute{\epsilon}\tau\omega$  lin. 22; u. not. 4.

τῷ κατὰ τὸ  $\Gamma$  τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ  $BKZ$  τῷ κατὰ τὸ  $A$  σημείον.

ἐπεξεύχθησαν γὰρ αἱ  $B\Theta$ ,  $\Theta Z$ , καὶ νοείσθω κῶνος βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν  $BZ$  κύκλον,



- 5 κορυφήν δὲ τὸ  $\Theta$  σημείον. καὶ ἔστω κῶνος ὁ  $M$  βάσιν ἔχων κύκλον ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ  $B\Gamma Z$  τμήματος τῆς σφαίρας, τουτέστιν οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ  $B\Gamma$ , ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. ἔσται δὴ ὁ  $M$  κῶνος ἴσος τῷ  $B\Gamma\Theta Z$  στερεῷ τομεῖ.
- 10 τοῦτο γὰρ δέδεικται ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ. ἐπεὶ δὲ ἔστιν, ὡς ἡ  $\Delta E$  πρὸς  $E\Gamma$ , οὕτως συναμφοτέρως ἡ  $\Theta A$ ,  $A E$  πρὸς  $A E$ , διελόντι ἔσται, ὡς ἡ  $\Gamma \Delta$  πρὸς  $\Gamma E$ , οὕτως ἡ  $\Theta A$  πρὸς  $A E$ , τουτέστιν ἡ  $\Gamma \Theta$  πρὸς  $A E$ · καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ  $\Delta \Gamma$  πρὸς  $\Gamma \Theta$  ἔστιν, οὕτως ἡ  $\Gamma E$
- 15 πρὸς  $E A$ . καὶ συνθέντι, ὡς ἡ  $\Theta \Delta$  πρὸς  $\Theta \Gamma$ , ἡ  $\Gamma A$  πρὸς  $A E$ , τουτέστι τὸ ἀπὸ  $\Gamma B$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $B E$ . ὡς ἄρα ἡ  $\Delta \Theta$  πρὸς  $\Gamma \Theta$ , τὸ ἀπὸ  $\Gamma B$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $B E$ . ἴση δὲ ἐστὶν ἡ  $\Gamma B$  τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ  $M$  κύκλου, ἡ δὲ  $B E$  ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶ τοῦ περὶ διάμετρον τὴν
- 20  $BZ$  κύκλου. ὡς ἄρα ἡ  $\Delta \Theta$  πρὸς  $\Theta \Gamma$ , ὁ  $M$  κύκλος

5. βάσιν μὲν ed. Basil., Torellius. 9. ἔσται per comp. F.  
11. οὕτως] Nizze; οὕτω F, vulgo. 20. πρὸς per comp. F.

esse segmento sphaerae ad  $\Gamma$  punctum posito, conum autem  $BKZ$  segmento ad  $A$  punctum posito.

ducantur enim lineae  $B\Theta$ ,  $\Theta Z$ , et fingatur conus basim habens circulum circum  $BZ$  diametrum descriptum, uerticem autem punctum  $\Theta$ . et sit conus  $M$ , basim habens circulum superficiei segmenti sphaerae  $B\Gamma Z$  aequalem, h. e. circulum, cuius radius aequalis est  $B\Gamma$ <sup>1)</sup>, altitudinem autem radio sphaerae aequalem. erit igitur conus  $M$  aequalis sectori solido  $B\Gamma\Theta Z$ . hoc enim in primo libro demonstratum est [I, 44]. sed quoniam  $\Delta E : E\Gamma = \Theta A + AE : AE$  [ex hypothesis], dirimendo erit [Eucl. V, 17]

$$\Gamma\Delta : \Gamma E = \Theta A : AE = \Gamma\Theta : AE,$$

et uicissim [Eucl. V, 16]  $\Delta\Gamma : \Gamma\Theta = \Gamma E : EA$ , et componendo [Eucl. V, 18]

$$\Theta\Delta : \Theta\Gamma = \Gamma A : AE = \Gamma B^2 : BE^2 \text{ [u. Eutocius].}$$

itaque  $\Delta\Theta : \Gamma\Theta = \Gamma B^2 : BE^2$ . sed  $\Gamma B$  aequalis est radio circuli  $M$  [I, 42], et  $BE$  aequalis radio circuli circum diametrum  $BZ$  descripti. itaque ut  $\Delta\Theta$  ad  $\Theta\Gamma$ , ita circulus  $M$  ad circulum circum diametrum  $BZ$  de-

1) Ex I, 42. sed fortasse uerba: *τουτέστιν, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ  $B\Gamma$*  delenda sunt (lin. 7—8.)

πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν  $BZ$  κύκλον. καὶ ἐστὶν  
 ἴση ἢ  $\Theta\Gamma$  τῷ ἄξονι τοῦ  $M$  κώνου. καὶ ὡς ἄρα ἢ  
 $\Delta\Theta$  πρὸς τὸν ἄξονα τοῦ  $M$  κώνου, οὕτως ὁ  $M$  κύκλος  
 πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν  $BZ$  κύκλον. ἴσος ἄρα ὁ  
 5 κώνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν  $M$  κύκλον, ὕψος δὲ τὴν  
 ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, τῷ  $B\Delta Z\Theta$  στερεῷ ῥόμβῳ  
 [τοῦτο γὰρ ἐν τοῖς λήμμασι τοῦ πρώτου βιβλίου δέ-  
 δεικται. ἢ οὕτως· ἐπεὶ ἐστὶν, ὡς ἢ  $\Delta\Theta$  πρὸς τὸ ὕψος  
 τοῦ  $M$  κώνου, οὕτως ὁ  $M$  κύκλος πρὸς τὸν περὶ  
 10 διάμετρον τὴν  $BZ$  κύκλον, ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ  $M$  κώνος  
 τῷ κώνῳ, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ διάμετρον τὴν  $BZ$   
 κύκλος, ὕψος δὲ ἢ  $\Delta\Theta$ . ἀντιπεπόνθασιν γὰρ αὐτῶν  
 αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. ἀλλ' ὁ κώνος ὁ βάσιν μὲν  
 ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν  $BZ$  κύκλον, ὕψος δὲ τὴν  
 15  $\Delta\Theta$ , ἴσος ἐστὶ τῷ  $B\Delta Z\Theta$  στερεῷ ῥόμβῳ]. ἀλλ' ὁ  $M$   
 κώνος ἴσος ἐστὶ τῷ  $B\Gamma Z\Theta$  στερεῷ τομεῖ. καὶ ὁ  $B\Gamma Z\Theta$   
 στερεὸς τομεὺς ἄρα ἴσος ἐστὶ τῷ  $B\Delta Z\Theta$  στερεῷ ῥόμβῳ.  
 κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ κώνου, οὗ βάσις μὲν ἐστὶν  
 ὁ περὶ διάμετρον τὴν  $BZ$  κύκλος, ὕψος δὲ ἢ  $E\Theta$ ,  
 20 λοιπὸς ἄρα ὁ  $B\Delta Z$  κώνος ἴσος ἐστὶ τῷ  $BZ\Gamma$  τμήματι  
 τῆς σφαίρας. ὁμοίως δὲ δειχθήσεται καὶ ὁ  $BKZ$  κῶ-  
 νος ἴσος τῷ  $BAZ$  τμήματι τῆς σφαίρας. ἐπεὶ γὰρ  
 ἐστὶν, ὡς συναμφοτέρως ἢ  $\Theta\Gamma$ ,  $\Gamma E$  πρὸς  $\Gamma E$ , οὕτως  
 ἢ  $KE$  πρὸς  $EA$ , διελόντι ἄρα, ὡς ἢ  $KA$  πρὸς  $AE$ ,  
 25 οὕτως ἢ  $\Theta\Gamma$  πρὸς  $\Gamma E$ . ἴση δὲ ἢ  $\Theta\Gamma$  τῇ  $\Theta A$ . καὶ  
 ἐναλλάξ ἄρα ἐστίν, ὡς ἢ  $KA$  πρὸς  $A\Theta$ , οὕτως ἢ  $AE$   
 πρὸς  $E\Gamma$ . ὥστε καὶ συνθέντι, ὡς ἢ  $K\Theta$  πρὸς  $\Theta A$ ,  
 ἢ  $AG$  πρὸς  $\Gamma E$ , τουτέστι τὸ ἀπὸ  $BA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  
 $BE$ . κείσθω δὲ πάλιν κύκλος ὁ  $N$  ἴσην ἔχων τὴν

10. ἐστίν per comp. F.

12. κυκλον F; corr. C.

17.

scriptum [Eucl. XII, 2]. et  $\Theta\Gamma$  linea aequalis est axi conii  $M$ . quare ut  $\Delta\Theta$  ad axem conii  $M$ , ita circulus  $M$  ad circulum circum diametrum  $BZ$  descriptum. conus igitur basim habens circulum  $M$ , altitudinem autem radium sphaerae aequalis est rhombo solido  $B\Delta Z\Theta$ .<sup>1)</sup> sed conus  $M$  aequalis est sectori solido  $B\Gamma Z\Theta$ . itaque etiam sector solidus  $B\Gamma Z\Theta$  aequalis est rhombo solido  $B\Delta Z\Theta$ . subtracto, qui communis est, cono, cuius basis est circulus circum diametrum  $BZ$  descriptus, altitudo autem  $E\Theta$  linea, qui relinquitur conus  $B\Delta Z$  aequalis est segmento sphaerae  $BZF$ . similiter autem demonstrabitur, etiam conum  $BKZ$  aequalem esse segmento sphaerae  $BAZ$ . nam quoniam est  $\Theta\Gamma + \Gamma E : \Gamma E = KE : EA$ , erit igitur dividendo [Eucl. V, 17]  $KA : AE = \Theta\Gamma : \Gamma E$ . sed  $\Theta\Gamma = \Theta A$ . itaque etiam vicissim [Eucl. V, 16]

$$KA : A\Theta = AE : E\Gamma.$$

quare etiam componendo [Eucl. V, 18]

$$K\Theta : \Theta A = A\Gamma : \Gamma E = BA^2 : BE^2 \text{ [u. Eutocius].}$$

ponatur igitur rursus circulus  $N$  radium aequalem

1) Nam conus  $M$  aequalis est cono, cuius basis est circulus circum  $BZ$  descriptus, altitudo autem  $\Delta\Theta$  (I lemm. 4 p. 82), et hic conus ( $k$ ) rhombo illi solido aequalis est. nam sint conii, ex quibus constat rhombus,  $k_1$  et  $k_2$ ; erit

$$k : k_1 : k_2 = \Delta\Theta : E\Delta : E\Theta \text{ (I lemm. 1 p. 80);}$$

sed  $\Delta\Theta = E\Delta + E\Theta$ ; tum u. Quaest. Arch. p. 48.

στερεός] στερεο F.   
 ὁ B; corr. ed. Basil.

18. αφαιρεθετος F.

23. ὡς] ο F; ὡς

ἐκ τοῦ κέντρου τῆς  $AB$ . ὁ ἄρα  $N$  κύκλος ἴσος ἐστὶ  
 τῆς ἐπιφανείας τοῦ  $BAZ$  τμήματος. καὶ νοείσθω ὁ κῶ-  
 νος ὁ  $N$  ἴσον ἔχων τὸ ὕψος τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τῆς  
 σφαίρας. ἴσος ἄρα ἐστὶ τῷ  $B\Theta ZA$  στερεῷ τομεῖ. τοῦτο  
 δ γὰρ ἐν τῷ πρώτῳ δέδεικται. καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη, ὡς ἡ  
 $K\Theta$  πρὸς  $\Theta A$ , οὕτως τὸ ἀπὸ  $AB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $BE$ ,  
 τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ  $N$  κύκλου  
 πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ περὶ διάμετρον  
 τὴν  $BZ$  κύκλου, τουτέστιν ὁ  $N$  κύκλος πρὸς τὸν περὶ  
 10 διάμετρον τὴν  $BZ$  κύκλον, ἴση δὲ ἡ  $A\Theta$  τῷ ὕψει τοῦ  
 $N$  κώνου, ὡς ἄρα ἡ  $K\Theta$  πρὸς τὸ ὕψος τοῦ  $N$  κώνου,  
 οὕτως ὁ  $N$  κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν  $BZ$   
 κύκλον. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ  $N$  κῶνος, τουτέστιν ὁ  $B\Theta ZA$   
 τομεὺς τῷ  $B\Theta ZK$  σχήματι. κοινὸς προσκείσθω ὁ κῶ-  
 15 νος, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ τὴν  $BZ$  κύκλος, ὕψος δὲ ἡ  
 $E\Theta$ . ὅλον ἄρα τὸ  $ABZ$  τμήμα τῆς σφαίρας ἴσον ἐστὶν  
 τῷ  $BZK$  κώνῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

## ΠΟΡΙΣΜΑ.

Καὶ φανερόν, ὅτι γίννεται καθόλου τμήμα σφαίρας  
 20 πρὸς κῶνον τὸν βάσιν μὲν ἔχοντα τὴν αὐτὴν τῷ τμή-  
 ματι καὶ ὕψος ἴσον, ὡς συναμφοτέρος ἢ τε ἐκ τοῦ κέν-  
 τρου τῆς σφαίρας καὶ ἡ κάθετος τοῦ λοιποῦ τμήματος  
 πρὸς τὴν κάθετον τοῦ λοιποῦ τμήματος. ὡς γὰρ ἡ  
 $\Delta E$  πρὸς  $E\Gamma$ , οὕτως ὁ  $\Delta ZB$  κῶνος, τουτέστι τὸ  $B\Gamma Z$   
 25 τμήμα πρὸς τὸν  $B\Gamma Z$  κῶνον.

1.  $AB$ . ὁ ἄρα  $N$  κύκλος ἴσος ἐστὶ τῆς] om. F; suppleuit  
 ed. Basil. 18.  $B\Theta Z\Delta$  F; corr. ed. Basil. 15.  $BZ$  FBC\*.  
 18. πόρισμα] mg. [□] F. 20. πρὸς κῶνον bis F. 21. ὡς] ω F.



habens lineae  $AB$ . itaque circulus  $N$  aequalis erit superficiei segmenti  $BAZ$ . et fingatur conus  $N$  altitudinem habens aequalem radio sphaerae. itaque aequalis est sectori solido  $B\Theta ZA$ . hoc enim in libro primo demonstratum est [u. Eutocius]. et quoniam demonstratum est:  $K\Theta : \Theta A = AB^2 : BE^2$ , hoc est, radius circuli  $N$  quadratus ad radium quadratum circuli circum  $BZ$  diametrum descripti, hoc est circulus  $N$  ad circum diametrum  $BZ$  descriptum [Eucl. XII, 2], aequalis autem  $A\Theta$  linea altitudini conici  $N$ , erit igitur, ut  $K\Theta$  linea ad altitudinem conici  $N$ , ita circulus  $N$  ad circum diametrum  $BZ$  descriptum. conus igitur  $N$ , hoc est sector  $B\Theta ZA$ , aequalis est figurae  $B\Theta ZK$  [u. Eutocius]. addatur communis conus, cuius basis est circulus circum  $BZ$  descriptus, altitudo autem  $E\Theta$ . itaque totum segmentum sphaerae  $ABZ$  aequale est cono  $BZK$ , quod erat demonstrandum.

## COROLLARIUM.

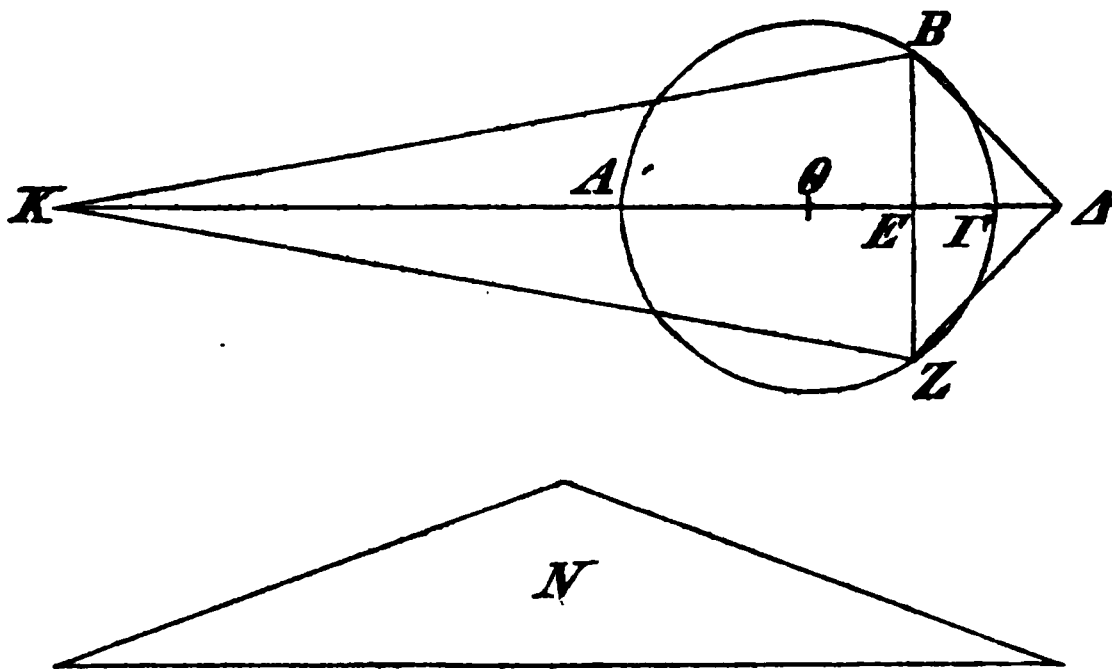
Et adparet, omnino segmentum sphaerae ad conum basim eandem habentem, quam segmentum, et altitudinem aequalem eam habere rationem, quam radius sphaerae una cum altitudine<sup>1)</sup> reliqui segmenti ad altitudinem<sup>2)</sup> reliqui segmenti. nam ut  $\Delta E$  ad  $E\Gamma$ , ita conus  $\Delta ZB$ , hoc est segmentum  $B\Gamma Z$  [prop. 2], ad conum  $B\Gamma Z$  [I lemm. 1 p. 80].<sup>3)</sup>

1) Archimedes scripserat: τὸ ὕψος lin. 22; Quaest. Archimed. p. 71.

2) τὸ ὕψος genuinum est lin. 23; cfr. not. 1. Eutocius ad prop. 8, ubi citat τὸ πόρισμα τοῦ δευτέρου θεωρήματος, utroque loco ὕψος habet.

3) Et  $\Delta E : E\Gamma = \Theta A + AE : AE$ ; u. p. 194, 21.

τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων, ὅτι καὶ ὁ  $KBZ$  κῶνος  
 ἴσος ἐστὶ τῷ  $BAZ$  τμήματι τῆς σφαίρας. ἔστω γὰρ  
 κῶνος ὁ  $N$  βάσιν μὲν ἔχων [τὴν] ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ  
 τῆς σφαίρας, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.  
 ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ κῶνος τῇ σφαίρᾳ [ἢ γὰρ σφαῖρα  
 δέδεικται τετραπλασία τοῦ κῶνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχον-  
 τος τὸν μέγιστον κύκλον καὶ ὕψος τὴν ἐκ τοῦ κέντρου.  
 ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ  $N$  κῶνος τοῦ αὐτοῦ ἐστὶ τετραπλά-  
 σιος, ἐπεὶ καὶ ἡ βάση τῆς βάσεως καὶ ἡ ἐπιφάνεια  
 10 τῆς σφαίρας τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ]. καὶ  
 ἐπεὶ ἐστὶν, ὡς συναμφοτέρος ἡ  $\Theta A$ ,  $AE$  πρὸς  $AE$ , ἢ  
 $\Delta E$  πρὸς  $E\Gamma$ , διελόντι καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ  $\Theta\Gamma$  πρὸς  
 $\Gamma\Delta$ , ἢ  $AE$  πρὸς  $E\Gamma$ . πάλιν ἐπεὶ ἐστὶν, ὡς ἡ  $KE$   
 πρὸς  $EA$ , συναμφοτέρος ἡ  $\Theta\Gamma E$  πρὸς  $\Gamma E$ , διελόντι  
 15 καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ  $KA$  πρὸς  $\Gamma\Theta$ , τουτέστι πρὸς  $\Theta A$ ,  
 οὕτως ἡ  $AE$  πρὸς  $E\Gamma$ , τουτέστιν ἡ  $\Theta\Gamma$  πρὸς  $\Gamma\Delta$ .  
 καὶ συνθέντι· ἴση δὲ ἡ  $A\Theta$  τῇ  $\Theta\Gamma$ . ὡς ἄρα ἡ  $K\Theta$



πρὸς  $\Theta\Gamma$ , ἢ  $\Theta\Delta$  πρὸς  $\Delta\Gamma$ . καὶ ὅλη ἡ  $K\Delta$  πρὸς  $\Delta\Theta$   
 ἐστὶν, ὡς ἡ  $\Delta\Theta$  πρὸς  $\Delta\Gamma$ , τουτέστιν ὡς ἡ  $K\Theta$  πρὸς

1. ὅτι] δείξομεν, ὅτι B, ed. Basil., Torellius; „ostendemus“

Iisdem positis demonstrabimus<sup>1)</sup>, etiam conum  $KBZ$  aequalem esse segmento sphaerae  $BAZ$ . sit enim conus  $N$  basim habens superficiei sphaerae aequalem, altitudinem autem radium sphaerae. conus igitur sphaerae aequalis est.<sup>2)</sup> et quoniam est

$$\Theta A + AE : AE = \Delta E : E\Gamma,$$

erit dirimendo et uicissim [Eucl. V, 17 et 16]

$$\Theta\Gamma : \Gamma\Delta = AE : E\Gamma \text{ [quia } \Theta A = \Theta\Gamma\text{].}$$

rursus quoniam  $KE : EA = \Theta\Gamma + \Gamma E : \Gamma E$ , erit dirimendo et uicissim  $KA : \Gamma\Theta$ , hoc est

$$KA : \Theta A = AE : E\Gamma = \Theta\Gamma : \Gamma\Delta.$$

et componendo [Eucl. V, 18], aequalis autem  $A\Theta$  lineae  $\Theta\Gamma$ <sup>3)</sup>; itaque  $K\Theta : \Theta\Gamma = \Theta\Delta : \Delta\Gamma$ , [et uicissim (Eucl. V, 16)  $K\Theta : \Theta\Delta = \Theta\Gamma : \Delta\Gamma$ , et componendo (Eucl. V, 18)]  $K\Delta : \Delta\Theta = \Delta\Theta : \Delta\Gamma = K\Theta : \Theta A$  [u. Euto-

1) Archimedes sine dubio alio modo hanc alteram demonstrationem partis posterioris (p. 198, 21; cfr. Eutocius) adiunxerat (Quaest. Arch. p. 73). de  $\delta\tau\iota$  cfr. Neue Jahrb., Suppl. XI p. 396.

2) Sphaera enim quadruplo maior est cono basim habenti circulum maximum, altitudinem autem radium (I, 34), sed etiam  $N$  eodem cono quadruplo maior est (I, 33; I lemm. 1 p. 80).

3) Fortasse delenda sunt:  $\iota\sigma\eta$  δὲ ἡ  $A\Theta$   $\tau\eta$   $\Theta\Gamma$  lin. 17; cfr. lin. 15.

Cr. 3.  $\tau\eta\nu$  deleo. 7.  $\kappa\acute{\epsilon}\nu\tau\rho\upsilon\nu$ ]  $\kappa\acute{\epsilon}\nu\tau\rho\upsilon\nu$   $\tau\eta\varsigma$   $\sigma\phi\alpha\iota\rho\alpha\varsigma$  ed. Basil., Torellius. 14.  $\Theta\Gamma E$ ]  $\Theta\Gamma$ ,  $\Gamma E$  Torellius.

$\Theta A$ . ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ  $\Delta K$ ,  $\Theta A$  τῷ ὑπὸ τῶν  $\Delta \Theta K$ .  
 πάλιν ἐπεὶ ἐστίν, ὡς ἡ  $K \Theta$  πρὸς  $\Theta \Gamma$ , ἡ  $\Theta \Delta$  πρὸς  $\Gamma \Delta$ ,  
 ἐναλλάξ. ὡς δὲ ἡ  $\Theta \Gamma$  πρὸς  $\Gamma \Delta$ , ἐδείχθη ἡ  $AE$  πρὸς  
 $EF$ . ὡς ἄρα ἡ  $K \Theta$  πρὸς  $\Theta \Delta$ , ἡ  $AE$  πρὸς  $EF$ . καὶ  
 5 ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $K \Delta$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $K \Theta \Delta$ , τὸ ἀπὸ  $AG$   
 πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν  $AE \Gamma$ . τὸ δὲ ὑπὸ τῶν  $K \Theta \Delta$  ἴσον  
 ἐδείχθη τῷ ὑπὸ  $K \Delta$ ,  $A \Theta$ . ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $K \Delta$  πρὸς  
 τὸ ὑπὸ τῶν  $K \Delta$ ,  $A \Theta$ , τουτέστιν ἡ  $K \Delta$  πρὸς  $A \Theta$ , τὸ  
 ἀπὸ  $AG$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $AE \Gamma$ , τουτέστι πρὸς τὸ ἀπὸ  
 10  $EB$ . καὶ ἐστίν ἴση ἡ  $AG$  τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ  $N$   
 κύκλου. ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ  $N$   
 κύκλου πρὸς τὸ ἀπὸ  $BE$ , τουτέστιν ὁ  $N$  κύκλος πρὸς  
 τὸν περὶ διάμετρον τὴν  $BZ$  κύκλον, οὕτως ἡ  $K \Delta$   
 πρὸς  $A \Theta$ , τουτέστιν ἡ  $K \Delta$  πρὸς τὸ ὕψος τοῦ  $N$  κώ-  
 15 νου. ἴσος ἄρα ἐστίν ὁ  $N$  κῶνος, τουτέστιν ἡ σφαῖρα,  
 τῷ  $B \Delta Z K$  στερεῷ ῥόμβῳ [ἢ οὕτως· ἐστίν ἄρα, ὡς ὁ  
 $N$  κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν  $BZ$  κύκλον,  
 οὕτως ἡ  $\Delta K$  πρὸς τὸ ὕψος τοῦ  $N$  κῶνου. ἴσος ἄρα  
 ἐστίν ὁ  $N$  κῶνος τῷ κῶνῳ, οὗ βάσις μὲν ἐστίν ὁ περὶ  
 20 διάμετρον τὴν  $BZ$  κύκλος, ὕψος δὲ ἡ  $\Delta K$ . ἀντιπε-  
 πόνθασιν γὰρ αὐτῶν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. ἀλλ'  
 οὗτος ὁ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ  $B K Z \Delta$  στερεῷ ῥόμβῳ.  
 καὶ ὁ  $N$  ἄρα κῶνος, τουτέστιν ἡ σφαῖρα, ἴση ἐστὶ τῷ  
 $B Z K \Delta$  στερεῷ ῥόμβῳ]· ὣν ὁ  $B \Delta Z$  κῶνος ἴσος ἐδείχθη  
 25 τῷ  $B \Gamma Z$  τμήματι τῆς σφαίρας. λοιπὸς ἄρα ὁ  $B K Z$   
 κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ  $B A Z$  τμήματι τῆς σφαίρας.

1.  $\Delta K$ ,  $\Theta A$ ]  $\Delta \Theta$ ,  $\Theta K$  Torellius;  $\delta \theta \kappa$ ,  $\theta \alpha$  ed. Basil.  
 $\Delta \Theta K$ ]  $\Delta K$ ,  $\Theta A$  Torellius;  $\delta \kappa$  ed. Basil. 3. post ἐναλλάξ  
 addunt ed. Basil., Torellius (non Cr.): ὡς ἡ  $K \Theta$  πρὸς  $\Theta \Delta$ , ἡ  
 $\Theta \Gamma$  πρὸς  $\Gamma \Delta$ .  $AE$ ]  $\Delta E$  F. 4.  $AE$ ]  $\Theta E$  F. 5.  $K \Theta$ ,  
 $\Theta \Delta$  Torellius, ut lin. 6. 6.  $AE$ ,  $EF$  Torellius, ut lin. 9.  
 21.  $\beta \alpha \varsigma$  cum comp.  $\eta \varsigma$  F. 24.  $B K Z \Delta$  Torellius. post

cuis]. itaque  $\Delta K \times \Theta A = \Delta \Theta \times \Theta K$ . rursus quoniam  $K\Theta : \Theta\Gamma = \Theta\Delta : \Gamma\Delta$ , etiam uicissim

$$[K\Theta : \Theta\Delta = \Theta\Gamma : \Gamma\Delta].$$

sed demonstratum est  $\Theta\Gamma : \Gamma\Delta = AE : E\Gamma$ . itaque  $K\Theta : \Theta\Delta = AE : E\Gamma$ . quare etiam

$$K\Delta^2 : K\Theta \times \Theta\Delta = A\Gamma^2 : AE \times E\Gamma \text{ [u. Eutocius].}^1)$$

sed demonstratum est  $K\Theta \times \Theta\Delta = K\Delta \times A\Theta$ . itaque  $K\Delta^2 : K\Delta \times A\Theta$ , hoc est

$$K\Delta : A\Theta = A\Gamma^2 : AE \times E\Gamma,$$

hoc est  $= A\Gamma^2 : EB^2$ .<sup>2)</sup> et  $A\Gamma$  aequalis est radio circuli  $N$ .<sup>3)</sup> quare ut radius circuli  $N$  quadratus ad  $BE^2$ , hoc est ut circulus  $N$  ad circum circum diametrum  $BZ$  descriptum [Eucl. XII, 2], ita  $K\Delta$  ad  $A\Theta$ , hoc est  $K\Delta$  ad altitudinem conii  $N$ . conus igitur  $N$ , hoc est sphaera, aequalis est rhombo solido  $B\Delta ZK$ .<sup>4)</sup> quorum<sup>5)</sup> conus  $B\Delta Z$  aequalis est segmento sphaerae  $B\Gamma Z$  [u. p. 198, 20 sqq.]. itaque qui relinquitur, conus  $BKZ$  aequalis est segmento sphaerae  $BAZ$ .

1) Ex eius adnotatione comperimus, Archimedes scripsisse: οὕτως ἡ  $AE$  lin. 4; ὑπὸ τῶν  $K\Theta\Delta$ , οὕτως lin. 5.

2) Nam  $AE : EB = EB : E\Gamma$  (Zeitschr. f. Math., hist. litt. Abth. p. 181 nr. 16); tum u. Eucl. VI, 17.

3) Sit enim diameter circuli  $N$   $d$ . erit ex Eucl. XII, 2:  $N : AB\Gamma Z = d^2 : A\Gamma^2$ ; sed  $N = 4AB\Gamma Z$  (I, 33); itaque  $d^2 = 4A\Gamma^2$ ,  $d = 2A\Gamma$ .

4) Nam sint conii, ex quibus constat rhombus,  $k_1, k_2$ . ex proportione supra p. 204, 11 sq. demonstrata adparet, conum  $N$  aequalem esse cono ( $k$ ), cuius basis sit circulus circum  $BZ$  descriptus, altitudo autem  $K\Delta$  (I lemma 4 p. 82); iam

$k : k_1 : k_2 = K\Delta : KE : E\Delta$  (I lemm. 1 p. 80), et  $K\Delta = KE + E\Delta$ ; tum u. Quaest. Arch. p. 48; cfr. p. 199 not. 1.

5) ὁν lin. 24 h. e. conorum, ex quibus constat rhombus.

δομβῶ addit Torellius: τῶ ἐκ τοῖν κώνων συγκειμένῳ τοῖν  $B\Delta Z$ ,  $BKZ$ ; „ex conis  $bdf$  et  $bkf$  composito“ Cr.

γ'.

Τρίτον ἦν πρόβλημα τόδε· τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὅπως αἱ τῶν τμημάτων ἐπιφάνειαι πρὸς ἀλλήλας λόγον ἔχωσιν τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.

5 γεγονέτω, καὶ ἔστω τῆς σφαίρας μέγιστος κύκλος ὁ  $A\Delta B E$ , διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ  $AB$ . καὶ ἐκβεβλήσθω πρὸς τὴν  $AB$  ἐπίπεδον ὀρθόν, καὶ ποιείτω τὸ ἐπίπεδον ἐν τῷ  $A\Delta B E$  κύκλῳ τομὴν τὴν  $\Delta E$ , καὶ ἐξεύχθωσαν αἱ  $A\Delta$ ,  $B\Delta$ .

10 ἐπεὶ οὖν λόγος ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ  $\Delta A E$  τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ  $\Delta B E$  τμήματος δοθείς, ἀλλὰ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ  $\Delta A E$  τμήματος ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ  $A\Delta$ , τῇ δὲ ἐπιφανείᾳ τοῦ  $\Delta B E$  τμήματος ἴσος ἐστὶ  
 15 κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ  $\Delta B$ , ὡς δὲ οἱ εἰρημένοι κύκλοι πρὸς ἀλλήλους, οὕτως τὸ ἀπὸ  $A\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta B$ , τουτέστιν ἡ  $A\Gamma$  πρὸς  $\Gamma B$ , λόγος ἄρα τῆς  $A\Gamma$  πρὸς  $\Gamma B$  δοθείς. ὥστε δοθέν ἐστὶ τὸ  $\Gamma$  σημεῖον. καὶ ἐστὶ τῇ  $AB$  πρὸς ὀρθᾶς ἡ  $\Delta E$ .  
 20 ~~θεῖται~~ ἄρα καὶ τὸ διὰ τῆς  $\Delta E$  ἐπίπεδον.

συντεθήσεται δὲ οὕτως· ἔστω σφαῖρα, ἥς μέγιστος κύκλος ὁ  $AB\Delta E$ , καὶ διάμετρος ἡ  $AB$ . ὁ δὲ δοθείς λόγος ὁ τῆς  $Z$  πρὸς  $H$ . καὶ τετμήσθω ἡ  $AB$  κατὰ τὸ

1. δ' Torellius. 3. τεμεῖν] τιμ cum comp. ιν uel ην F.  
 5. φαιρας F. 12. δοθείς om. F; corr. Torellius. 14.  $A\Delta$ ,  
 τῇ δὲ ἐπιφανείᾳ τοῦ  $\Delta B E$  τμήματος ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ  
 ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ lin. 15 om. F; suppleuit ed.  
 Basil. 19. σημεῖον] syllab. μειον in rasura F. 22.  $A\Delta B E$   
 Torellius.

## III.

Tertium problema hoc erat: datam sphaeram plano secare, ita ut superficies segmentorum inter se rationem datam habeant.<sup>1)</sup>

fiat, et sit  $A\Delta BE$  circulus maximus sphaerae, et diameter eius  $AB$ . et ponatur planum ad  $AB$  lineam perpendiculare<sup>2)</sup>, et faciat planum illud in circulo  $A\Delta BE$  sectionem  $\Delta E$  lineam, et ducantur  $A\Delta$ ,  $B\Delta$  lineae.

iam quoniam data est ratio, quam habet superficies segmenti  $\Delta AE$  ad superficiem segmenti  $\Delta BE$ , et superficiei segmenti  $\Delta AE$  aequalis est circulus, cuius radius aequalis est lineae  $A\Delta$  [I, 43], superficiei autem segmenti  $\Delta BE$  aequalis est circulus, cuius radius aequalis est lineae  $\Delta B$  [I, 42], et quam rationem circuli, quos commemorauimus, inter se habent, eam habet  $A\Delta^2$  ad  $\Delta B^2$  [Eucl. XII, 2], hoc est  $A\Gamma$  ad  $\Gamma B$  [u. Eutocius], data igitur est ratio  $A\Gamma : \Gamma B$ .<sup>3)</sup> quare datum est  $\Gamma$  punctum [u. Eutocius]. et  $\Delta E$  ad  $AB$  perpendicularis est. itaque etiam planum per  $\Delta E$  positum positione datum est.

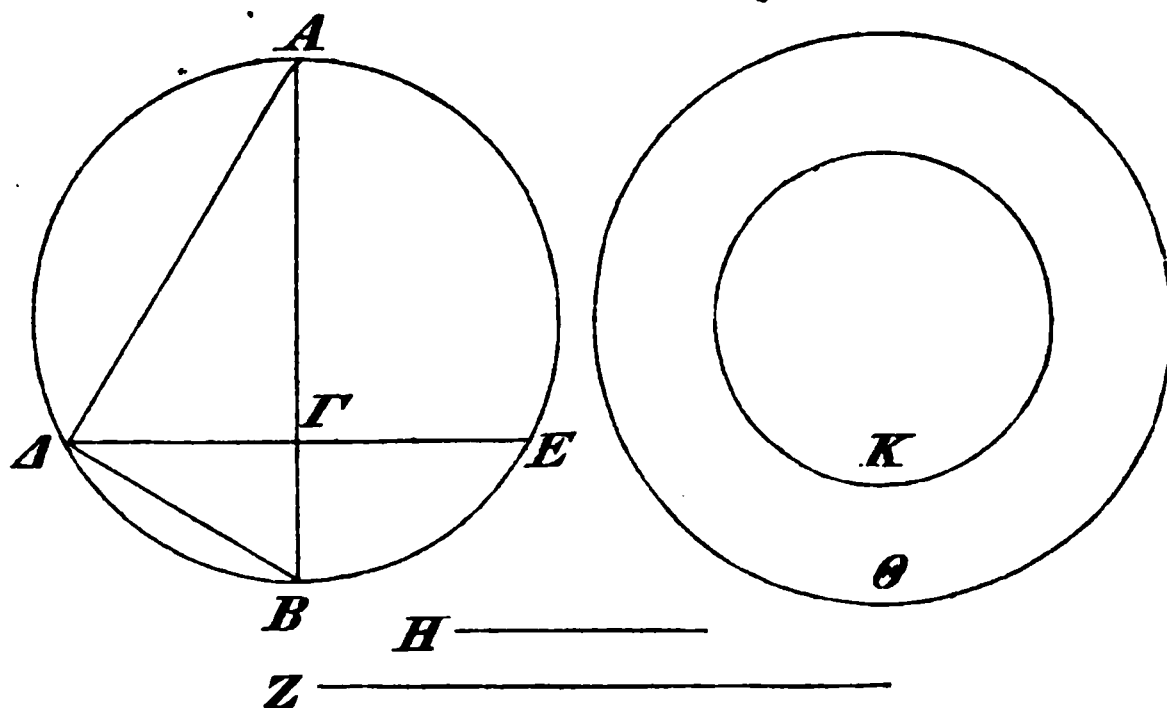
componetur autem hoc modo. sit sphaera, cuius circulus maximus sit  $AB\Delta E$ , et diameter  $AB$ . et data ratio sit  $Z : H$ . et secetur  $AB$  in  $\Gamma$  puncto ita, ut

1) Genuina forma exstat *περὶ ἐλίκων* praef.: τὰν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὥστε τὰ τμήματα τᾶς ἐπιφανείας τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν ποτ' ἄλλαλα. de ὅπως lin. 3 cfr. Quaest. Arch. p. 70.

2) Solitum uerborum ordinem, quem restitui uoluit Nizze: ἐπίπεδον ὀρθὸν πρὸς τὴν  $AB$  (lin. 7) recipere non audeo propter similem locum II, 5.

3) Lin. 18 scripserat Archimedes: δοθεὶς δὲ λόγος τῆς  $A\Gamma$  πρὸς  $\Gamma B$ . hoc enim praebet Eutocius, nisi quod pro δὲ legi-

Γ, ὥστε εἶναι, ὡς τὴν  $ΑΓ$  πρὸς  $ΒΓ$ , οὕτως τὴν  $Ζ$  πρὸς  $Η$ . καὶ διὰ τοῦ  $Γ$  ἐπιπέδῳ τετμήσθω ἡ σφαῖρα πρὸς ὀρθὰς τῇ  $ΑΒ$  εὐθείᾳ, καὶ ἔστω κοινὴ τομὴ ἡ



$ΔΕ$ , καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ  $ΑΔ$ ,  $ΔΒ$ . καὶ ἐκκείσθωσαν  
 5 δύο κύκλοι οἱ  $Θ$ ,  $Κ$ , ὁ μὲν  $Θ$  ἴσην ἔχων τὴν ἐκ τοῦ  
 κέντρου τῇ  $ΑΔ$ , ὁ δὲ  $Κ$  τὴν ἐκ τοῦ κέντρου ἴσην  
 ἔχων τῇ  $ΔΒ$ . ἔστιν ἄρα ὁ μὲν  $Θ$  κύκλος ἴσος τῇ ἐπι-  
 φανείᾳ τοῦ  $ΔΑΕ$  τμήματος, ὁ δὲ  $Κ$  τοῦ  $ΔΒΕ$  τμή-  
 ματος. τοῦτο γὰρ προδέδεικται ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ.  
 10 καὶ ἐπεὶ ὀρθὴ ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $ΑΔΒ$ , καὶ κάθετος ἡ  $ΓΔ$ ,  
 ἔστιν, ὡς ἡ  $ΑΓ$  πρὸς  $ΓΒ$ , τουτέστιν ἡ  $Ζ$  πρὸς  $Η$ , τὸ  
 ἀπὸ  $ΑΔ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΔΒ$ , τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ  
 τοῦ κέντρου τοῦ  $Θ$  κύκλου πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ  
 κέντρου τοῦ  $Κ$  κύκλου, τουτέστιν ὁ  $Θ$  κύκλος πρὸς  
 15 τὸν  $Κ$  κύκλον, τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ  $ΔΑΕ$  τμή-  
 ματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ  $ΔΒΕ$  τμήματος τῆς  
 σφαίρας.

10. ὀρθή] Hauber; δοθεῖσα F, vulgo.



sit  $A\Gamma : B\Gamma = Z : H$  [Eucl. VI, 10]. et per  $\Gamma$  punctum sphaera secetur plano ad  $AB$  lineam perpendiculari, et communis<sup>1)</sup> sectio sit  $\triangle E$ , et ducantur  $A\Delta$ ,  $\Delta B$ . et ponantur duo circuli  $\Theta$ ,  $K$ , ita ut  $\Theta$  radium lineae  $A\Delta$  aequalem habeat,  $K$  autem lineae  $\Delta B$ . itaque  $\Theta$  circulus aequalis est superficiei segmenti  $\triangle A E$  [I, 43],  $K$  autem superficiei segmenti  $\triangle B E$  [I, 42]. hoc enim in primo libro demonstratum est. et quoniam angulus  $A\Delta B$  rectus est [Eucl. III, 31], et  $\Gamma\Delta$  perpendicularis, erit  $A\Gamma : \Gamma B$ , hoc est  $Z : H = A\Delta^2 : \Delta B^2$  [u. p. 206, 17], hoc est radius circuli  $\Theta$  quadratus ad radium circuli  $K$  quadratum, hoc est  $\Theta : K$  [Eucl. XII, 2], hoc est superficies segmenti  $\triangle A E$  ad superficiem segmenti sphaerae  $\triangle B E$ .

---

tur  $\delta\acute{\epsilon}$ , sed sine dubio errore librarii. fieri tamen potest, ut demonstrationis forma a transcriptore mutata sit.

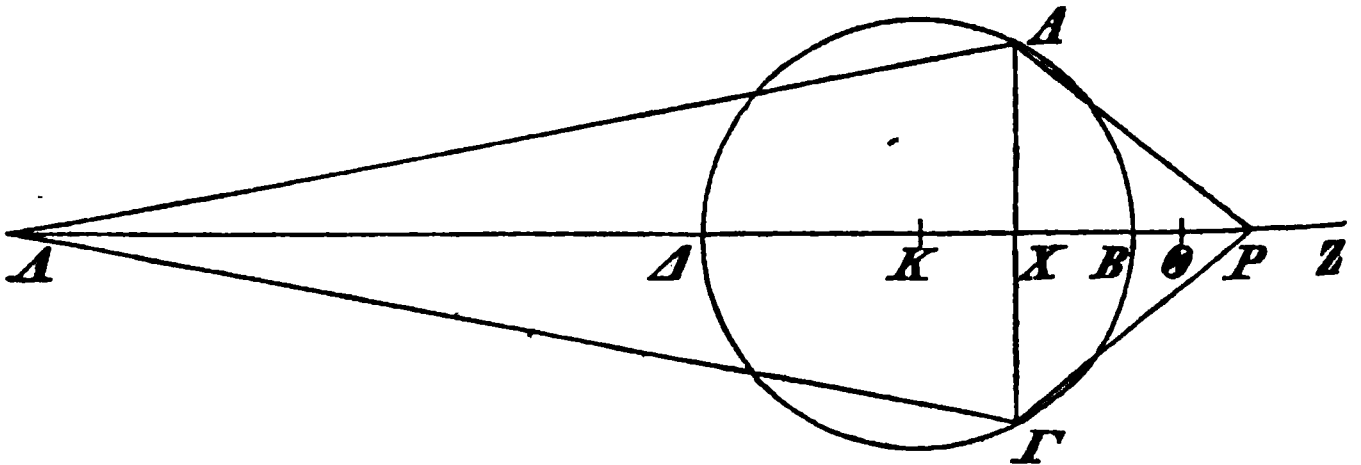
1) Communis sectio sc. plani ad  $AB$  perpendicularis et circuli maximi  $A\Delta B E$ .

δ'.

Τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν τεμεῖν, ὥστε τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.

5 ἔστω ἡ δοθεῖσα σφαῖρα ἡ  $ΑΒΓΔ$ . δεῖ δὴ αὐτὴν τεμεῖν ἐπιπέδῳ, ὥστε τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν τὸν δοθέντα.

τετμήσθω διὰ τῆς  $ΑΓ$  ἐπιπέδῳ. λόγος ἄρα τοῦ  $ΑΔΓ$  τμήματος τῆς σφαίρας πρὸς τὸ  $ΑΒΓ$  τμήμα τῆς  
 10 σφαίρας δοθεῖς. τετμήσθω δὲ ἡ σφαῖρα διὰ τοῦ κέν-  
 τρου, καὶ ἔστω ἡ τομὴ μέγιστος κύκλος ὁ  $ΑΒΓΔ$ , κέν-  
 τρον δὲ τὸ  $Κ$ , καὶ διάμετρος ἡ  $ΔΒ$ . καὶ πεποιήσθω,  
 ὡς μὲν συναμφοτέρως ἡ  $ΚΔΧ$  πρὸς  $ΔΧ$ , οὕτως ἡ  $ΡΧ$   
 πρὸς  $ΧΒ$ , ὡς δὲ συναμφοτέρως ἡ  $ΚΒΧ$  πρὸς  $ΒΧ$ ,  
 15 οὕτως ἡ  $ΔΧ$  πρὸς  $ΧΔ$ , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $ΑΔ$ ,  $ΑΓ$ ,  
 $ΑΡ$ ,  $ΡΓ$ . ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ μὲν  $ΑΔΓ$  κῶνος τῷ  $ΑΔΓ$   
 τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ  $ΑΡΓ$  τῷ  $ΑΒΓ$ . λόγος ἄρα  
 καὶ τοῦ  $ΑΔΓ$  κῶνου πρὸς τὸν  $ΑΡΓ$  κῶνον δοθεῖς.



ὡς δὲ ὁ κῶνος πρὸς τὸν κῶνον, οὕτως ἡ  $ΔΧ$  πρὸς  
 20  $ΧΡ$  [ἐπεὶπερ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχουσιν τὸν περὶ διά-  
 μετρον τὴν  $ΑΓ$  κύκλον]. λόγος ἄρα καὶ τῆς  $ΔΧ$  πρὸς  
 $ΧΡ$  δοθεῖς. καὶ διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον διὰ τῆς

1. ε' Torellius.

2. τεμ cum comp. ιν uel ην F.

13.

IV.<sup>1)</sup>

Datam sphaeram ita secare, ut segmenta sphaerae inter se datam rationem habeant.<sup>2)</sup>

data sphaera sit  $AB\Gamma\Delta$ . oportet igitur eam plano ita secare, ut segmenta sphaerae inter se datam rationem habeant.

secetur plano per  $A\Gamma$  posito. ratio igitur segmenti  $A\Delta\Gamma$  ad segmentum sphaerae  $AB\Gamma$  data est. secetur autem sphaera per centrum [plano ad planum per  $A\Gamma$  positum perpendiculari]<sup>3)</sup>, et sectio sit circulus maximus  $AB\Gamma\Delta$ , centrum autem  $K$ , et diametrus  $\Delta B$ . et fiat<sup>4)</sup>  $K\Delta + \Delta X : \Delta X = PX : XB$  et

$$KB + BX : BX = \Delta X : X\Delta,$$

et ducantur lineae  $A\Delta$ ,  $\Delta\Gamma$ ,  $AP$ ,  $P\Gamma$ . itaque conus  $A\Delta\Gamma$  aequalis est segmento sphaerae  $A\Delta\Gamma$ , et  $AP\Gamma$  conus segmento  $AB\Gamma$  [prop. 2]. quare data est ratio  $A\Delta\Gamma : AP\Gamma$ . sed  $A\Delta\Gamma : AP\Gamma = \Delta X : XP$ .<sup>5)</sup> quare etiam ratio  $\Delta X : XP$  data est. et eodem modo, quo supra [u. Eutocius], per constructionem erit

1) Transcriptior nescio qua de causa propositiones III et IV permutavit; u. Neue Jahrb. Suppl. XI p. 392; cfr. Eutocius ad prop. IV et *περὶ ἑλίκ.* praef.

2) Genuinam huius propositionis formam habemus *περὶ ἑλίκ.* praef.: τὰν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὥστε τὰ τμήματα αὐτᾶς ποτ' ἄλλαλα τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν.

3) Haec uerba Archimedes ipse uix omiserat.

4) Archimedeum est *γεγονέτω*; Quaest. Arch. p. 70.

5) Sequitur ex I lemm. 1 p. 80, cum basis eadem sit.

$K\Delta$ ,  $\Delta X$  Torellius. 14.  $KB$ ,  $BX$  idem. 22.  $XP$ ] hic uerba *ἐπέπερ* lin. 20 — *πρὸς*  $XP$  lin. 21 repetantur in F. τὰ αὐτὰ τοῖς] ταυτοῖς F; ταῦτα τοῖς C\* ed. Basil.; corr. B\*.

κατασκευῆς, ὡς ἡ  $\Delta\Delta$  πρὸς  $K\Delta$ , ἡ  $KB$  πρὸς  $BP$ ,  
καὶ ἡ  $\Delta X$  πρὸς  $XB$ . καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς ἡ  $PB$  πρὸς  
 $BK$ , ἡ  $K\Delta$  πρὸς  $\Delta\Delta$ , συνθέντι, ὡς ἡ  $PK$  πρὸς  $KB$ ,  
τουτέστι πρὸς  $K\Delta$ , οὕτως ἡ  $KA$  πρὸς  $\Delta\Delta$ . καὶ ὅλη  
5 ἄρα ἡ  $PA$  πρὸς ὅλην τὴν  $KA$  ἐστίν, ὡς ἡ  $KA$  πρὸς  
 $\Delta\Delta$ . ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν  $PA\Delta$  τῷ ἀπὸ  $\Delta K$ . ὡς  
ἄρα ἡ  $PA$  πρὸς  $\Delta\Delta$ , τὸ ἀπὸ  $KA$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta\Delta$ .  
καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς ἡ  $\Delta\Delta$  πρὸς  $\Delta K$ , οὕτως ἡ  $\Delta X$  πρὸς  
 $XB$ , ἐστὶ ἀνάπαλιν καὶ συνθέντι, ὡς  $KA$  πρὸς  $\Delta\Delta$ ,  
10 οὕτως ἡ  $B\Delta$  πρὸς  $\Delta X$  [καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  $KA$  πρὸς  
τὸ ἀπὸ  $\Delta\Delta$ , οὕτως τὸ ἀπὸ  $B\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta X$ ]  
[πάλιν ἐπεὶ ἐστίν, ὡς ἡ  $\Delta X$  πρὸς  $\Delta X$ , συναμφοτέρος  
ἡ  $KB$ ,  $BX$  πρὸς  $BX$ , διελόντι, ὡς ἡ  $\Delta\Delta$  πρὸς  $\Delta X$ ,  
οὕτως ἡ  $KB$  πρὸς  $BX$ ]. καὶ κείσθω τῇ  $KB$  ἴση ἡ  $BZ$ .  
15 ὅτι γὰρ ἐκτὸς τοῦ  $P$  πεσεῖται, δῆλον [καὶ ἐστὶ ὡς ἡ  
 $\Delta\Delta$  πρὸς  $\Delta X$ , οὕτως ἡ  $ZB$  πρὸς  $BX$ . ὥστε καὶ ὡς ἡ  $\Delta\Delta$   
πρὸς  $\Delta X$ , ἡ  $BZ$  πρὸς  $ZX$ ]. ἐπεὶ δὲ λόγος ἐστὶ τῆς  $\Delta\Delta$   
πρὸς  $\Delta X$  δοθεὶς, καὶ τῆς  $PA$  ἄρα πρὸς  $\Delta X$  λόγος  
ἐστὶ δοθεὶς. ἐπεὶ οὖν ὁ τῆς  $PA$  πρὸς  $\Delta X$  λόγος συν-  
20 ἦπται ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἡ  $PA$  πρὸς  $\Delta\Delta$ , καὶ ἡ  $\Delta\Delta$   
πρὸς  $\Delta X$ , ἀλλ' ὡς μὲν ἡ  $PA$  πρὸς  $\Delta\Delta$ , τὸ ἀπὸ  $\Delta B$   
πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta X$ , ὡς δὲ ἡ  $\Delta\Delta$  πρὸς  $\Delta X$ , οὕτως ἡ  
 $BZ$  πρὸς  $ZX$ , ὁ ἄρα τῆς  $PA$  πρὸς  $\Delta X$  λόγος συν-  
ἦπται ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ  $B\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ

6.  $PA$ ,  $\Delta\Delta$  Torellius. ἴσον ἄρα — ἀπὸ  $\Delta K$  delet Hauber.  
8.  $\Delta X$ ]  $BX$  F. 17.  $\Delta\Delta$ ]  $PX$  Hauber. 18. ἄρα om. Torellius. Post  $\Delta X$  idem addit: καὶ τῆς  $PA$  ἄρα πρὸς  $\Delta\Delta$ .  
23.  $ZX$ ]  $BX$  FBC\*.

$$\Delta\Delta : K\Delta = KB : BP = \Delta X : XB.$$

et quoniam est  $PB : BK = K\Delta : \Delta\Delta$  [ἀνάπαλιν Eucl. V, 7 πρόρισμα], erit componendo [Eucl. V, 18]  $PK : KB$ , hoc est  $PK : K\Delta = K\Delta : \Delta\Delta$ . quare etiam

$$P\Delta : K\Delta = K\Delta : \Delta\Delta \text{ [Eucl. V, 12; Eutocius].}$$

itaque  $P\Delta \times \Delta\Delta = K\Delta^2$  [Eucl. VI, 17].<sup>1)</sup> erit etiam  $P\Delta : \Delta\Delta = K\Delta^2 : \Delta\Delta^2$  [u. Eutocius]. et quoniam  $\Delta\Delta : \Delta K = \Delta X : XB$ , erit e contrario [Eucl. V, 7 πόρ.] et componendo [Eucl. V, 18]

$$K\Delta : \Delta\Delta = B\Delta : \Delta X.^2)$$

et ponatur  $BZ = KB$ ; nam extra  $P$  punctum eam egressuram esse, adparet [u. Eutocius]. sed quoniam ratio  $\Delta\Delta : \Delta X$  data est [u. Eutocius], erit igitur etiam ratio  $P\Delta : \Delta X$  data.<sup>3)</sup> iam quoniam ratio  $P\Delta : \Delta X$  composita est ex rationibus  $P\Delta : \Delta\Delta$  et  $\Delta\Delta : \Delta X$ , sed  $P\Delta : \Delta\Delta = \Delta B^2 : \Delta X^2$  [u. Eutocius]<sup>4)</sup>, et

$$\Delta\Delta : \Delta X = BZ : ZX \text{ [u. not. 2],}$$

itaque ratio  $P\Delta : \Delta X$  composita est ex rationibus

1) Hoc addit propter synthesin (p. 216, 15). nec hinc pendet sequens ἄρα lin. 7, sed refertur ad proportionem

$$P\Delta : K\Delta = K\Delta : \Delta\Delta,$$

ut ex Eutocio quoque adparet.

2) Sequentia uerba καὶ ὡς lin. 10 — ἀπὸ  $\Delta X$  lin. 11 subditina sunt, ut cognoscimus ex Eutocii adnotatione: ὡς δὲ τὸ ἀπὸ  $K\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta\Delta$ , οὕτως τὸ ἀπὸ  $B\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta X$ . ἐδείχθη γάρ, ὡς ἡ  $K\Delta$  πρὸς  $\Delta\Delta$ , ἡ  $B\Delta$  πρὸς  $\Delta X$ . sed etiam proxima uerba πάλιν lin. 12 — πρὸς  $BX$  lin. 14 et καὶ ἔσται lin. 15 — πρὸς  $ZX$  lin. 17 delenda sunt. nam ut adpareat, rationem  $\Delta\Delta : \Delta X$  datam esse, Eutocius prius demonstrat  $BZ : ZX = \Delta\Delta : \Delta X$ , quod non fecisset, si iam apud Archimedes ipsum demonstrationem inuenisset.

3) Genuinam huius loci formam praebet Eutocius: ἐπεὶ δὲ λόγος ἔσται τῆς  $\Delta\Delta$  πρὸς  $\Delta X$  δοθείς, καὶ τῆς  $P\Delta$  πρὸς  $\Delta X$ , καὶ τῆς  $P\Delta$  ἄρα πρὸς  $\Delta\Delta$  λόγος ἔσται δοθείς.

4) Archimedes scripserat lin. 21: ἀλλ' ὡς μὲν ἡ  $P\Delta$  πρὸς  $\Delta\Delta$ , ἐδείχθη τὸ ἀπὸ  $B\Delta$ . praeterea p. 214 lin. 1: γεγονέτω.

$\Delta X$ , καὶ ἡ  $BZ$  πρὸς  $ZX$ . πεποιήσθω δὲ ὡς ἡ  $PA$   
 πρὸς  $\Delta X$ , ἡ  $BZ$  πρὸς  $Z\Theta$ . λόγος δὲ τῆς  $PA$  πρὸς  
 $\Delta X$  δοθείς. λόγος ἄρα καὶ τῆς  $ZB$  πρὸς  $Z\Theta$  δο-  
 5 θείς. δοθεῖσα δὲ ἡ  $BZ$ . ἴση γάρ ἐστι τῇ ἐκ τοῦ  
 κέντρου· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ  $Z\Theta$ . καὶ ὁ τῆς  $BZ$   
 ἄρα λόγος πρὸς  $Z\Theta$  συνῆπται ἐκ τε τοῦ, ὃν ἔχει τὸ  
 ἀπὸ  $B\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta X$ , καὶ ἡ  $BZ$  πρὸς  $ZX$ . ἀλλ'  
 ὁ  $BZ$  πρὸς  $Z\Theta$  λόγος συνῆπται ἐκ τε τοῦ τῆς  $BZ$   
 πρὸς  $ZX$  καὶ τοῦ τῆς  $ZX$  πρὸς  $Z\Theta$  [κοινὸς ἀφηγήσθω  
 10 ὁ τῆς  $BZ$  πρὸς  $ZX$ ]. λοιπὸν ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ  
 $B\Delta$ , τουτέστι δοθέν πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta X$ , οὕτως ἡ  $XZ$   
 πρὸς  $Z\Theta$ , τουτέστι πρὸς δοθέν. καὶ ἐστὶν δοθεῖσα ἡ  
 $Z\Delta$  εὐθεῖα. εὐθεῖαν ἄρα δοθεῖσαν τὴν  $\Delta Z$  τεμεῖν  
 δεῖ κατὰ τὸ  $X$  καὶ ποιεῖν, ὡς τὴν  $XZ$  πρὸς δοθεῖσαν  
 15 [τὴν  $Z\Theta$ ], οὕτως τὸ δοθέν [τὸ ἀπὸ  $B\Delta$ ] πρὸς τὸ ἀπὸ  
 $\Delta X$ . τοῦτο οὕτως ἀπλῶς μὲν λεγόμενον ἔχει διορισ-  
 μόν, προστιθεμένων δὲ τῶν προβλημάτων τῶν ἐνθάδε  
 ὑπαρχόντων [τουτέστι τοῦ τε διπλασίαν εἶναι τὴν  $\Delta B$   
 τῆς  $BZ$  καὶ τοῦ μείζονα τῆς  $Z\Theta$  τὴν  $ZB$ , ὡς κατὰ  
 20 τὴν ἀνάλυσιν] οὐκ ἔχει διορισμόν. καὶ ἔσται τὸ πρό-  
 βλημα τοιοῦτον· δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν  $B\Delta$ ,  $BZ$ ,  
 καὶ διπλασίας οὔσης τῆς  $B\Delta$  τῆς  $BZ$ , καὶ σημείου  
 ἐπὶ τῆς  $BZ$  τοῦ  $\Theta$ , τεμεῖν τὴν  $\Delta B$  κατὰ τὸ  $X$  καὶ  
 ποιεῖν, ὡς τὸ ἀπὸ  $B\Delta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Delta X$ , τὴν  $XZ$   
 25 πρὸς  $Z\Theta$ . ἐκάτερα δὲ ταῦτα ἐπὶ τέλει ἀναλυθήσεται  
 τε καὶ συντεθήσεται.

συντεθήσεται δὲ τὸ πρόβλημα οὕτως· ἔστω ὁ δο-  
 θεὶς λόγος ὁ τῆς  $\Pi$  πρὸς  $\Sigma$ , μείζονος πρὸς ἐλάσσονα.

2. δέ] δὴ Torellius. 8. συνῆπται] συνηπτε F; fortasse  
 συνῆπται καί. 13. εὐθείαν ἄρα] scripsi; παρα per comp. F,  
 uulgo; καὶ δὴ uel ἄρα Torellius. 19. τῆς] (alt.) scripsi; τὴν  
 F, uulgo. τὴν] τῆς F per comp., uulgo; τὴν  $BZ$  τῆς  $Z\Theta$

$B\Delta^2 : \Delta X^2$  et  $BZ : ZX$ . fiat<sup>1)</sup> autem

$$P\Delta : \Delta X = BZ : Z\Theta.$$

ratio autem  $P\Delta : \Delta X$  data est; itaque etiam ratio  $ZB : Z\Theta$  data. sed etiam  $BZ$  data est; ratio enim aequalis est. quare etiam  $Z\Theta$  data. itaque etiam ratio  $BZ : Z\Theta$  composita est ex rationibus  $B\Delta^2 : \Delta X^2$  et  $BZ : ZX$ . sed eadem ratio etiam ex rationibus  $BZ : ZX$  et  $ZX : Z\Theta$  composita est.<sup>2)</sup> itaque quod relinquitur  $B\Delta^2$ , hoc est spatium datum, ad  $\Delta X^2$  eam rationem habet, quam  $XZ$  ad  $Z\Theta$ , hoc est ad datam lineam [u. Eutocius]. et data est linea  $Z\Delta$ . datam igitur lineam  $\Delta Z$  secare oportet in puncto  $X$ , ita ut sit, sicut  $XZ$  ad lineam datam, ita datum spatium ad  $\Delta X^2$ . hoc si ita indefinite proponitur, determinationem habet, sed adiunctis condicionibus, quae hoc loco exstant, determinationem non habet. et erit problema huiusmodi: datis duabus lineis  $B\Delta$  et  $BZ$ , quarum  $B\Delta$  duplo maior est linea  $BZ$ , et puncto  $\Theta$  in linea  $BZ$  lineam  $\Delta B$  in puncto  $X$  ita secare, ut fiat

$$B\Delta^2 : \Delta X^2 = XZ : Z\Theta.$$

quorum utrumque in fine et resoluetur et componetur.<sup>3)</sup>

componetur autem problema hoc modo: data ratio sit lineae  $\Pi$  ad  $\Sigma$ , maioris ad minorem, et sphaera

1) Cfr. p. 213 not. 4.

2) Ex Eutocio concludi posse uidetur, uerba *κοινός* lin. 9 — *πρός*  $ZX$  lin. 10 subditiva esse.

3) Quod hic pollicetur supplementum, iam Dioclis et Dionysodori temporibus interciderat, sed Eutocius putat, se ipsam Archimedis resolutionem repperisse, neque iniuria (Quaest. Arch. p. 21). aliam totius problematis resolutionem dedit Hugenus: opera mechanica cet. (Lugd. Batau. 1751. 4) II p. 388—91.

Torellius. 23.  $\Delta B$ ]  $AB$  F. 27.  $\delta\epsilon$ ] scripsi;  $\delta\eta$  F, uulgo. 28.  $\mu\epsilon\lambda\lambda\omicron\nu\omicron\varsigma$ ] scripsi;  $\mu\epsilon\lambda\lambda\omicron\nu$  F, uulgo.

καὶ δεδόσθω τις σφαῖρα, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρου. καὶ ἔστω τομὴ ὁ  $ΑΒΓΔ$  κύκλος, καὶ διάμετρος ἦ  $ΒΔ$ , κέντρον δὲ τὸ  $Κ$ . καὶ τῇ  $ΚΒ$  ἴση κείσθω ἦ  $ΒΖ$ , καὶ τετμήσθω ἦ  $ΒΖ$  κατὰ τὸ  $Θ$ ,  
 5 ὥστε εἶναι ὡς τὴν  $ΘΖ$  πρὸς  $ΘΒ$ , τὴν  $Π$  πρὸς  $Σ$ . καὶ ἔτι τετμήσθω ἦ  $ΒΔ$  κατὰ τὸ  $Χ$ , ὥστε εἶναι ὡς τὴν  $ΧΖ$  πρὸς  $ΘΖ$ , τὸ ἀπὸ  $ΒΔ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΔΧ$ , καὶ διὰ τοῦ  $Χ$  ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω ὀρθὸν πρὸς τὴν  $ΒΔ$ . λέγω, ὅτι τὸ ἐπίπεδον τοῦτο τεμεῖ τὴν σφαῖραν, ὥστε  
 10 εἶναι, ὡς τὸ μείζον τμήμα πρὸς τὸ ἔλασσον, τὴν  $Π$  πρὸς  $Σ$ . πεποιήσθω γὰρ ὡς μὲν συναμφοτέρως ἦ  $ΚΒΧ$  πρὸς  $ΒΧ$ , οὕτως ἦ  $ΔΧ$  πρὸς  $ΧΔ$ , ὡς δὲ συναμφοτέρως ἦ  $ΚΔΧ$  πρὸς  $ΧΔ$ , ἦ  $ΡΧ$  πρὸς  $ΧΒ$ , καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $ΑΔ$ ,  $ΔΓ$ ,  $ΑΡ$ ,  $ΡΓ$ . ἔσται δὴ διὰ τὴν  
 15 κατασκευὴν, ὡς ἐδείξαμεν ἐν τῇ ἀναλύσει, ἴσον τὸ ὑπὸ  $ΡΑΔ$  τῷ ἀπὸ  $ΔΚ$ . καὶ ὡς ἦ  $ΚΑ$  πρὸς  $ΑΔ$ , ἦ  $ΒΔ$  πρὸς  $ΔΧ$ . ὥστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ  $ΚΑ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΑΔ$ , τὸ ἀπὸ  $ΒΔ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΔΧ$ . καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν  $ΡΑΔ$  τῷ ἀπὸ  $ΔΚ$  ἔστιν ἴσον [ἔστιν, ὡς ἦ  
 20  $ΡΑ$  πρὸς  $ΑΔ$ , τὸ ἀπὸ  $ΔΚ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΑΔ$ ], ἔσται ἄρα καὶ ὡς ἦ  $ΡΑ$  πρὸς  $ΑΔ$ , τὸ ἀπὸ  $ΒΔ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΔΧ$ , τουτέστιν ἦ  $ΧΖ$  πρὸς  $ΖΘ$ . καὶ ἐπεὶ ἔστιν, ὡς συναμφοτέρως ἦ  $ΚΒΧ$  πρὸς  $ΒΧ$ , οὕτως ἦ  $ΔΧ$  πρὸς  $ΧΔ$ , ἴση δὲ ἔστιν ἦ  $ΚΒ$  τῇ  $ΒΖ$ , ἔσται ἄρα καὶ ὡς ἦ  $ΖΧ$  πρὸς  $ΧΒ$ ,  
 25 οὕτως ἦ  $ΔΧ$  πρὸς  $ΧΔ$ . ἀναστρέψαντι, ὡς ἦ  $ΧΖ$  πρὸς  $ΖΒ$ , οὕτως ἦ  $ΧΔ$  πρὸς  $ΑΔ$ . ὥστε καὶ ὡς ἦ  $ΑΔ$  πρὸς

8. τὴν] scripsi; το F, uulgo. 11. ΚΒ, ΒΧ Torellius, ut lin. 23. 13. ΚΔ, ΔΧ idem. 15. τό] τω F. 16. ΡΑ, ΑΔ Torellius, ut lin. 19. 17. Post ΚΑ repetit F: πρὸς ΑΔ ἢ ΒΔ πρὸς ΔΧ ὥστε καὶ ὡς το ἀπο ΚΑ πρὸς ΑΔ ἢ ΒΔ πρὸς ΔΧ ὥστε καὶ ὡς το ἀπο ΚΑ; similia BC\*. 22. ὡς] σ supra scriptum manu 1 F. 25. ΔΧ] ΔΧ F; corr. Torellius.



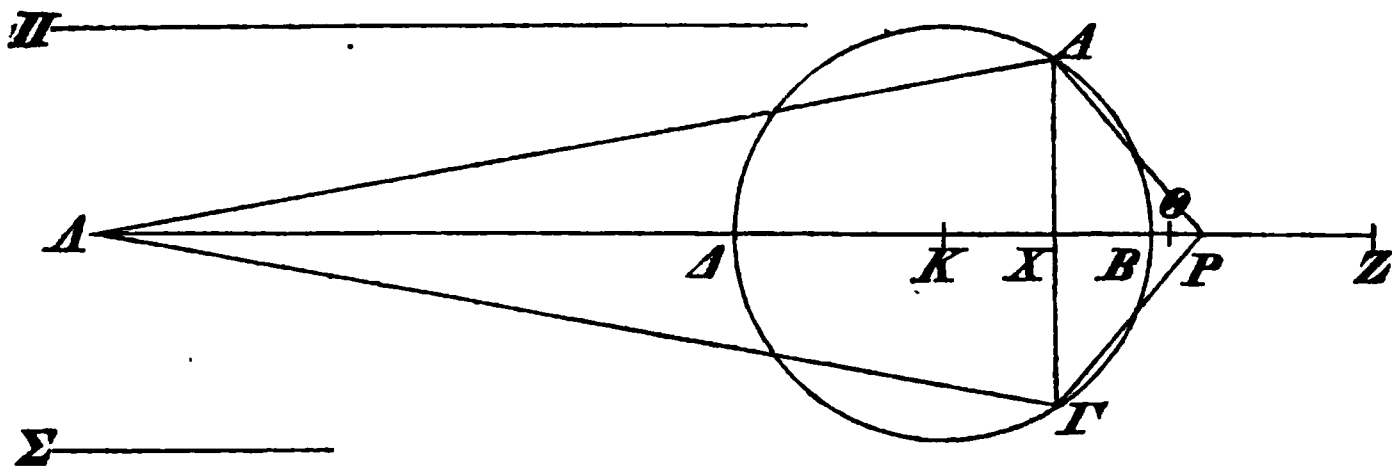
data sit, et secetur plano per centrum posito, et sectio sit circulus  $AB\Gamma\Delta$ , cuius diametrus sit  $B\Delta$ , centrum autem  $K$ . et ponatur  $BZ$  lineae  $KB$  aequalis, et secetur  $BZ$  in puncto  $\Theta$  ita, ut sit  $\Theta Z : \Theta B = \Pi : \Sigma$ . porro secetur linea  $B\Delta$  in puncto  $X$  ita, ut sit

$$XZ : \Theta Z = B\Delta^2 : \Delta X^2,$$

et per  $X$  ducatur planum ad  $B\Delta$  perpendiculare. dico, hoc planum sphaeram ita secaturum esse, ut maius segmentum ad minus eam rationem habeat, quam  $\Pi : \Sigma$ . fiat<sup>1)</sup> enim  $KB + BX : BX = \Delta X : \Delta X$  et

$$K\Delta + \Delta X : X\Delta = PX : XB,$$

et ducantur lineae  $\Lambda\Delta$ ,  $\Lambda\Gamma$ ,  $\Lambda P$ ,  $P\Gamma$ . erit igitur



propter constructionem, ut in analysi demonstraui[mus] [p. 212, 6],  $P\Lambda \times \Lambda\Delta = \Lambda K^2$ , et

$$K\Lambda : \Lambda\Delta = B\Delta : \Delta X \text{ [p. 212, 9—10].}$$

quare etiam  $K\Lambda^2 : \Lambda\Delta^2 = B\Delta^2 : \Delta X^2$ ; et quoniam

$$P\Lambda \times \Lambda\Delta = \Lambda K^2,$$

erit igitur etiam [ $P\Lambda \times \Lambda\Delta : \Lambda\Delta^2$ , hoc est]

$$P\Lambda : \Lambda\Delta = B\Delta^2 : \Delta X^2 = XZ : \Theta Z \text{ [ex hypothesi].}$$

et quoniam est  $KB + BX : BX = \Delta X : X\Delta$ , et  $KB = BZ$ , erit igitur etiam  $ZX : XB = \Delta X : X\Delta$ . et conuertendo [Eucl. V, 19 πρόρισμα]  $ZX : ZB = \Delta X : \Lambda\Delta$ .

1) Archimedes pro  $\kappa\epsilon\pi\omicron\iota\eta\sigma\theta\omega$  scripserat  $\gamma\epsilon\gamma\omicron\nu\epsilon\tau\omega$  lin. 11, et hoc habet Eutocius.

$\Lambda X$ , οὕτως ἢ  $BZ$  πρὸς  $ZX$ . καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς ἢ  $PA$   
 πρὸς  $AA$ , οὕτως ἢ  $XZ$  πρὸς  $Z\Theta$ , ὡς δὲ ἢ  $AA$  πρὸς  
 $\Lambda X$ , οὕτως ἢ  $BZ$  πρὸς  $ZX$ , καὶ δι' ἴσου ἐν τῇ τε-  
 5 παραγμένη ἀναλογίᾳ, ὡς ἢ  $PA$  πρὸς  $\Lambda X$ , οὕτως ἢ  $BZ$   
 πρὸς  $Z\Theta$ . καὶ ὡς ἄρα ἢ  $\Lambda X$  πρὸς  $XP$ , οὕτως ἢ  $Z\Theta$   
 πρὸς  $\Theta B$ . ὡς δὲ ἢ  $Z\Theta$  πρὸς  $\Theta B$ , οὕτως ἢ  $\Pi$  πρὸς  $\Sigma$ .  
 καὶ ὡς ἄρα ἢ  $\Lambda X$  πρὸς  $XP$ , τουτέστιν ὁ  $AG\Lambda$  κῶνος  
 πρὸς τὸν  $AP\Gamma$  κῶνον, τουτέστι τὸ  $A\Delta\Gamma$  τμήμα τῆς  
 10  $\Pi$  πρὸς  $\Sigma$ .

έ.

Τῷ δοθέντι τμήματι σφαίρας ὅμοιον καὶ ἄλλῳ τῷ  
 δοθέντι ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

ἔστω τὰ δύο δοθέντα τμήματα σφαίρας τὰ  $AB\Gamma$ ,  
 15  $EZH$ . καὶ ἔστω τοῦ μὲν  $AB\Gamma$  τμήματος βᾶσις ὁ περὶ  
 διάμετρον τὴν  $AB$  κύκλος, κορυφή δὲ τὸ  $\Gamma$  σημεῖον,  
 τοῦ δὲ  $EZH$  βᾶσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν  $EZ$ , κορυφή  
 δὲ τὸ  $H$  σημεῖον. δεῖ δὴ εὐρεῖν τμήμα σφαίρας, ὃ  
 ἔσται τῷ μὲν  $AB\Gamma$  τμήματι ἴσον, τῷ δὲ  $EZH$   
 20 ὅμοιον.

εὐρήσθω, καὶ ἔστω τὸ  $\Theta K\Lambda$ , καὶ ἔστω αὐτοῦ βᾶ-  
 σις μὲν ὁ περὶ διάμετρον τὴν  $\Theta K$  κύκλος, κορυφή δὲ  
 τὸ  $\Lambda$  σημεῖον. ἔστωσαν δὴ καὶ κύκλοι ἐν ταῖς σφαί-  
 ραις οἱ  $ANB\Gamma$ ,  $\Theta\Xi K\Lambda$ ,  $EOZH$ , διάμετροι δὲ αὐτῶν  
 25 πρὸς ὀρθὰς ταῖς βάσεσιν τῶν τμημάτων αἱ  $\Gamma N$ ,  $\Lambda\Xi$ ,  
 $HO$ . καὶ ἔστω κέντρα τὰ  $\Pi$ ,  $P$ ,  $\Sigma$ . καὶ πεποιήσθω,

8. κῶνον] κωνον προς (comp.) F.  $A\Delta\Gamma$ ]  $A\Delta\Gamma F$ ; corr. To-  
 rellius. 11. ε' Torellius. 12. ἄλλῳ] αλλο F; corr. AB. 26.  
 $HO$ ]  $H\Theta F$ ; corr. Torellius.

quare etiam  $AA : AX = BZ : ZX$  [Eucl. V, 7 πρόρ.].  
et quoniam est

$PA : AA = XZ : Z\Theta$ , et  $AA : AX = BZ : ZX$ ,  
erit ex aequali in perturbata ratione [Eucl. V, 21; Eu-  
tocius]  $PA : AX = BZ : Z\Theta$ , et  $AX : XP = Z\Theta : \Theta B$ .<sup>1)</sup>  
sed  $Z\Theta : \Theta B = \Pi : \Sigma$  [ex hypothesis]. quare etiam  
 $AX : XP$ , hoc est conus  $AG\Lambda$  ad conum  $AP\Gamma$  [p. 211  
not. 5], hoc est segmentum sphaerae  $A\Delta\Gamma$  ad seg-  
mentum sphaerae  $AB\Gamma$  [prop. 2]  $= \Pi : \Sigma$ .

## V.

Segmentum sphaerae construere dato segmento  
sphaerae simile et alii dato idem aequale.<sup>2)</sup>

duo segmenta sphaerae data sint  $AB\Gamma$ ,  $EZH$ . et  
segmenti  $AB\Gamma$  basis sit circulus circum diametrum  
 $AB$  descriptus, uertex autem  $\Gamma$  punctum, segmenti  
autem  $EZH$  basis circulus circum diametrum  $EZ$   
descriptus, uertex autem punctum  $H$ . oportet igitur  
segmentum sphaerae reperiri segmento  $AB\Gamma$  aequale  
et idem segmento  $EZH$  simile.

reperiatur, et sit  $\Theta K\Lambda$ , et basis eius sit circulus  
circum diametrum  $\Theta K$  descriptus, uertex autem punc-  
tum  $\Lambda$ . praeterea sint circuli [maximi]<sup>3)</sup> sphaerarum  
 $ANB\Gamma$ ,  $\Theta\Xi K\Lambda$ ,  $EOZH$ , et diametri eorum ad bases  
segmentorum perpendiculares  $\Gamma N$ ,  $\Lambda\Xi$ ,  $HO$ , et centra

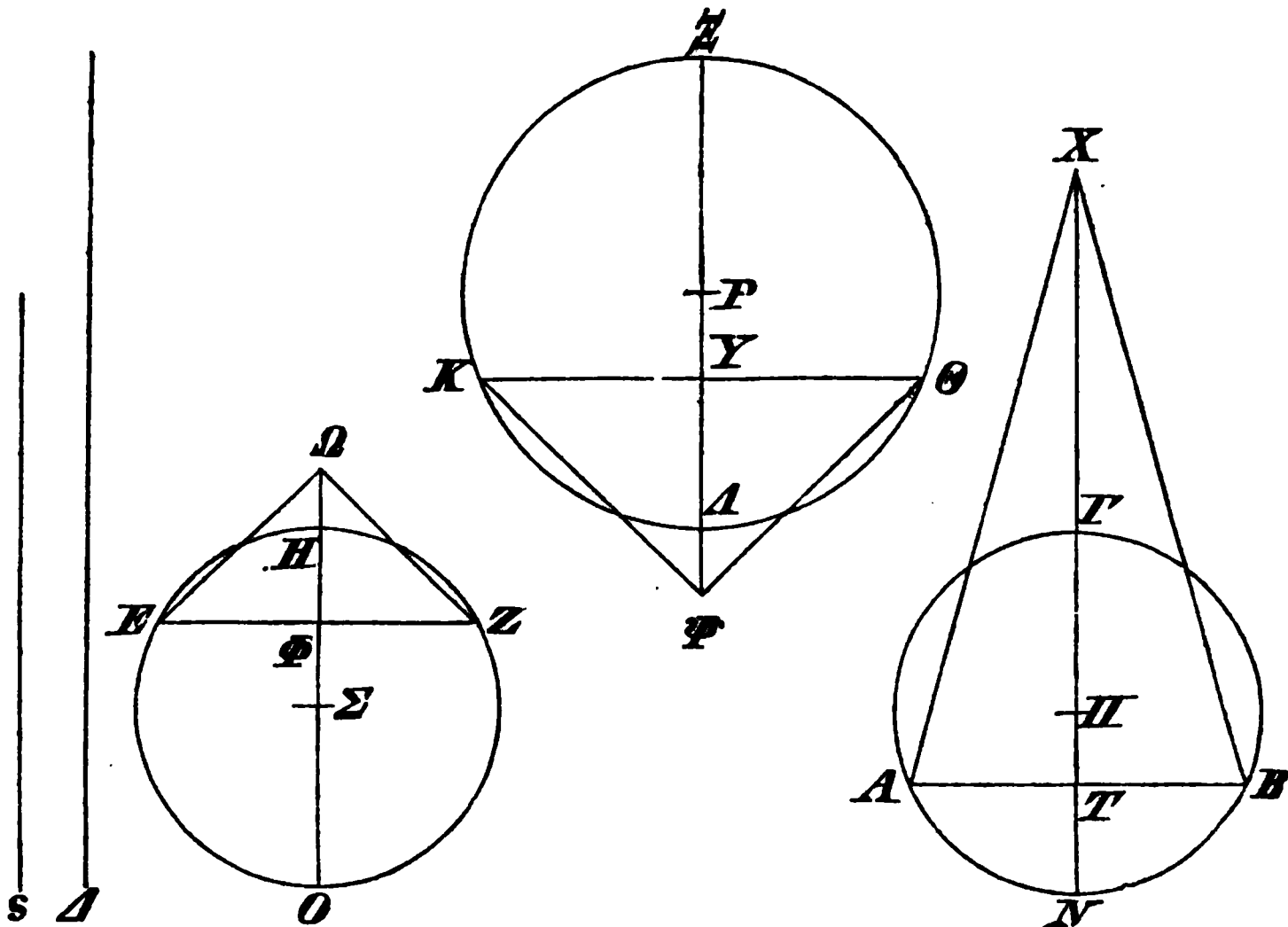
1) Nam conuertendo  $PA : XP = BZ : B\Theta$ , et uicissim  
 $PA : BZ = XP : B\Theta = AX : Z\Theta$ ; unde uicissim

$$AX : XP = Z\Theta : B\Theta.$$

2) Hoc problema antea latius proposuerat: τὸ δοθὲν τμήμα  
σφαίρας τῷ δοθέντι τμήματι σφαίρας ὁμοιώσαι; praef. περὶ  
ἐλλήκων.

3) Archimedes sine dubio scripserat μέγιστοι κύκλοι lin. 23,

ὡς μὲν συναμφοτέρος ἢ  $\Pi N$ ,  $N T$  πρὸς τὴν  $N T$ , οὕτως ἢ  $X T$  πρὸς  $T \Gamma$ , ὡς δὲ συναμφοτέρος ἢ  $P \Xi$ ,  $\Xi T$



πρὸς  $\Xi T$ , οὕτως ὁ  $\Psi T$  πρὸς  $T A$ , ὡς δὲ συναμφοτέρος ἢ  $\Sigma O$ ,  $O \Phi$  πρὸς  $O \Phi$ , οὕτως ἢ  $\Omega \Phi$  πρὸς  $\Phi H$ .  
 5 καὶ νοείσθωσαν κῶνοι, ὧν βάσεις μὲν εἰσιν οἱ περὶ διαμέτρους τὰς  $AB$ ,  $\Theta K$ ,  $EZ$  κύκλοι, κορυφαὶ δὲ τὰ  $X$ ,  $\Psi$ ,  $\Omega$  σημεία. ἔσται δὴ ἴσος ὁ μὲν  $ABX$  κῶνος τῷ  $AB\Gamma$  τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ  $\Psi\Theta K$  τῷ  $\Theta K A$ , ὁ δὲ  $E\Omega Z$  τῷ  $E H Z$ . τοῦτο γὰρ δέδεικται. καὶ ἐπεὶ  
 10 ἴσον ἐστὶ τὸ  $AB\Gamma$  τμήμα τῆς σφαίρας τῷ  $\Theta K A$  τμήματι, ἴσος ἄρα καὶ ὁ  $AXB$  κῶνος τῷ  $\Psi\Theta K$  κώνῳ [τῶν δὲ ἴσων κώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν]. ἔστιν ἄρα, ὡς ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν  $AB$  πρὸς τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν  $\Theta K$ ,

3.  $T A$ ]  $T$  in rasura F.4.  $\Omega \Phi$ ]  $O \Phi$  F; corr. manus 2.

$\Pi, P, \Sigma$ . et fiat<sup>1)</sup>)

$$\Pi N + NT : NT = XT : T\Gamma$$

et

$$P\Xi + \Xi T : \Xi T = \Psi T : T\Lambda$$

et

$$\Sigma O + O\Phi : O\Phi = \Omega\Phi : \Phi H.$$

et fingantur conus, quorum bases sint circuli circum  $AB, \Theta K, EZ$  descripti, uertices autem puncta  $X, \Psi, \Omega$ . erit igitur conus  $ABX$  segmento sphaerae  $AB\Gamma$  aequalis, conus  $\Psi\Theta K$  segmento  $\Theta K\Lambda$ , conus  $E\Omega Z$  segmento  $EHZ$ . hoc enim demonstratum est [prop. 2]. et quoniam segmentum sphaerae  $AB\Gamma$  segmento  $\Theta K\Lambda$  aequale est, etiam conus  $AXB$  cono  $\Psi\Theta K$  aequalis est. itaque circulus circum diametrum  $AB$  descriptus ad circulum circum diametrum  $\Theta K$  descriptum eam

---

sed omissionem transscriptori imputare malim, quam cum Nizio μέγιστοι addere; Quaest. Arch. p. 76.

1) πεποιήσθω p. 218 lin. 26 pro genuino γεγονέτω.

---

5. βασις F; corr. B.      6. διαμετρον F; corr. B.      τὰς] την  
 F; corr. B\*.      7. ἔσται] per comp. F.      δὴ] scripsi; δε F,  
 uulgo.      12. βασ cum comp. ης F.

οὕτως ἡ  $\Psi\Gamma$  πρὸς  $X\Gamma$ . ὡς δὲ ὁ κύκλος πρὸς τὸν  
 κύκλον, τὸ ἀπὸ  $AB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Theta K$ . ὡς ἄρα τὸ  
 ἀπὸ  $AB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Theta K$ , οὕτως ἡ  $\Psi\Gamma$  πρὸς  $X\Gamma$ .  
 καὶ ἐπεὶ ὁμοίον ἐστὶ τὸ  $EZH$  τμήμα τῷ  $\Theta K\Lambda$  τμή-  
 5 ματι, ὁμοίος ἄρα ἐστὶ καὶ ὁ  $EZ\Omega$  κώνος τῷ  $\Psi\Theta K$   
 κώνῳ [τοῦτο γὰρ δειχθήσεται]. ἐστὶν ἄρα, ὡς ἡ  $\Omega\Phi$   
 πρὸς τὴν  $EZ$ , οὕτως ἡ  $\Psi\Gamma$  πρὸς  $\Theta K$ . λόγος δὲ τῆς  
 $\Omega\Phi$  πρὸς τὴν  $EZ$  δοθείς. λόγος ἄρα καὶ τῆς  $\Psi\Gamma$   
 πρὸς τὴν  $\Theta K$  δοθείς. ὁ αὐτὸς ἔστω ὁ τῆς  $X\Gamma$  πρὸς  $\Delta$ .  
 10 καὶ ἐστὶ δοθεῖσα ἡ  $X\Gamma$ . δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ  $\Delta$ . καὶ  
 ἐπεὶ ἐστὶν, ὡς ἡ  $\Psi\Gamma$  πρὸς  $X\Gamma$ , τουτέστι τὸ ἀπὸ  $AB$   
 πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Theta K$ , οὕτως ἡ  $\Theta K$  πρὸς  $\Delta$ , κείσθω τῷ  
 ἀπὸ  $\Theta K$  ἴσον τὸ ὑπὸ  $AB$ ,  $\epsilon$ . ἐστὶ ἄρα καί, ὡς τὸ  
 ἀπὸ  $AB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Theta K$ , οὕτως ἡ  $AB$  πρὸς τὴν  $\epsilon$ .  
 15 ἐδείχθη δὲ καί, ὡς τὸ ἀπὸ  $AB$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Theta K$ , οὐ-  
 τως ἡ  $\Theta K$  πρὸς  $\Delta$ . καὶ ἐναλλάξ ὡς ἡ  $AB$  πρὸς  $\Theta K$ ,  
 οὕτως ἡ  $\epsilon$  πρὸς  $\Delta$ . ὡς δὲ ἡ  $AB$  πρὸς  $\Theta K$ , οὕτως  
 ἡ  $\Theta K$  πρὸς  $\epsilon$  [διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ ἀπὸ  $\Theta K$  τῷ ὑπὸ  
 τῶν  $AB$ ,  $\epsilon$ ]. ὡς ἄρα ἡ  $AB$  πρὸς  $\Theta K$ , οὕτως ἡ  $\Theta K$   
 20 πρὸς  $\epsilon$ , καὶ ἡ  $\epsilon$  πρὸς  $\Delta$ . δύο ἄρα δοθεισῶν τῶν  $AB$ ,  
 $\Delta$  δύο μέσαι κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ  $\Theta K$ ,  $\epsilon$ .

συντεθήσεται δὲ τὸ πρόβλημα οὕτως· ἔστω, ᾧ μὲν  
 δεῖ ἴσον τμήμα συστήσασθαι, τὸ  $AB\Gamma$ , ᾧ δὲ ὁμοίον,  
 τὸ  $EZH$ . καὶ ἔστωσαν μέγιστοι κύκλοι τῶν σφαιρῶν  
 25 οἱ  $AB\Gamma N$ ,  $EHZO$ , διάμετροι δὲ αὐτῶν αἱ  $\Gamma N$ ,  $HO$ ,  
 καὶ κέντρα τὰ  $\Pi$ ,  $\Sigma$ . καὶ πεποιήσθω, ὡς μὲν συν-  
 αμφοτέρος ἡ  $\Pi N$ ,  $NT$  πρὸς  $NT$ , οὕτως ἡ  $X\Gamma$  πρὸς

2. τὸ ἀπό] οὕτως τὸ ἀπό Torellius. 4. τῷ] τα F. 5.  
 ὁμοίος] ομοίως F; corr. ABC. 9.  $\Theta K$ ]  $\Theta K$  ω F; corr. ed.  
 Basil. 13. ἐστὶ] per comp. F. 19.  $AB$ ]  $\Delta B$  F. 22.  
 δέ] scripsi; δη F, uulgo. 25.  $EHZO$ ] scripsi;  $EHZ\Omega$  F;  
 $HEOZ$  uulgo.  $HO$ ]  $H\Theta$  F; corr. BCD.

rationem habet, quam  $\Psi T : XT$  [I lemm. 4 p. 82]. sed ut circulus ad circulum, ita  $AB^2 : \Theta K^2$  [Eucl. XII, 2]. itaque  $AB^2 : \Theta K^2 = \Psi T : XT$ . et quoniam segmentum  $EZH$  segmento  $\Theta K \Delta$  simile est, etiam conus  $EZ\Omega$  cono  $\Psi \Theta K$  similis erit [u. Eutocius]. itaque  $\Omega \Phi : EZ = \Psi T : \Theta K$  [u. Eutocius; cfr. I lemm. 5 p. 82]. sed ratio  $\Omega \Phi : EZ$  data est [u. Eutocius]. itaque etiam ratio  $\Psi T : \Theta K$  data est. eadem sit ratio  $XT : \Delta$ . et data est linea  $XT$  [u. Eutocius]. quare etiam  $\Delta$  linea data est. et quoniam est  $\Psi T : XT$ , hoc est  $AB^2 : \Theta K^2 = \Theta K : \Delta^1$ ), ponatur

$$AB \times \varsigma = \Theta K^2.$$

erit igitur etiam  $AB^2 : \Theta K^2 = AB : \varsigma^2$ ) sed demonstratum est  $AB^2 : \Theta K^2 = \Theta K : \Delta$ . uicissim igitur [Eucl. V, 16]  $AB : \Theta K = \varsigma : \Delta$  [u. Eutocius].<sup>3)</sup> sed  $AB : \Theta K = \Theta K : \varsigma$  [Eucl. VI, 17]. itaque

$$AB : \Theta K = \Theta K : \varsigma = \varsigma : \Delta.$$

itaque inter datas lineas  $AB$ ,  $\Delta$  duae mediae proportionales in proportione continua sunt  $\Theta K$ ,  $\varsigma$ . [quare eae quoque datae sunt; prop. 1 p. 192, 23].

componetur autem problema hoc modo. sit  $AB\Gamma$  segmentum, cui aequale segmentum construendum est,  $EZH$  autem, cui simile construendum. et circuli maximi sphaerarum sint  $AB\Gamma N$ ,  $EHZO$ , et diametri eorum  $\Gamma N$ ,  $HO$ , et centra,  $\Pi$ ,  $\Sigma$ . et fiat<sup>4)</sup>

$$\Pi N + NT : NT = XT : T\Gamma$$

1) Est enim  $\Psi T : \Theta K = XT : \Delta$ ; tum u. Eucl. V, 16; u. Eutocius.

2) Nam  $AB^2 : \Theta K^2 = AB^2 : AB \times \varsigma = AB : \varsigma$ .

3) Ex adnotatione eius adparet, Archimedes  $\sigma\tilde{\upsilon}\tau\omega\varsigma$  lin. 17 omisisse.

4)  $\pi\epsilon\pi\omicron\iota\eta\sigma\theta\omega \text{ } \gamma$ :  $\gamma\sigma\gamma\omicron\nu\acute{\epsilon}\tau\omega$  (lin. 26).

ΤΓ, ὡς δὲ συναμφοτέρως ἢ ΣΟΦ πρὸς ΟΦ, ἢ ΩΦ  
 πρὸς ΦΗ. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ μὲν ΧΑΒ κῶνος τῷ  
 ΑΒΓ τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ ΖΩΕ τῷ ΕΗΖ.  
 πεποιήσθω, ὡς ἢ ΩΦ πρὸς ΕΖ, οὕτως ἢ ΧΤ πρὸς Δ.  
 5 καὶ δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν ΑΒ, Δ δύο μέσαι  
 ἀνάλογον εἰλήφθωσαν, αἱ ΘΚ, ε, ὥστε εἶναι ὡς τὴν  
 ΑΒ πρὸς ΘΚ, οὕτως τὴν ΚΘ πρὸς ε, καὶ τὴν ε πρὸς  
 Δ. καὶ ἐπὶ τῆς ΘΚ κύκλου τμήμα ἐφεστάσθω τὸ ΘΚΑ  
 ὁμοιον τῷ ΕΖΗ κύκλου τμήματι, καὶ ἀναπεπληρώσθω  
 10 ὁ κύκλος, καὶ ἔστω αὐτοῦ διάμετρος ἢ ΑΞ. καὶ νο-  
 εῖσθω σφαῖρα, ἣς μέγιστος κύκλος ἐστὶν ὁ ΑΘΞΚ,  
 κέντρον δὲ τὸ Ρ. καὶ διὰ τῆς ΘΚ ἐπίπεδον ὀρθὸν  
 ἐκβεβλήσθω πρὸς τὴν ΑΞ. ἔσται δὴ τὸ τμήμα τῆς  
 σφαίρας τὸ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Α ὁμοιον τῷ ΕΖΗ τμή-  
 15 ματι τῆς σφαίρας, ἐπειδὴ καὶ τῶν κύκλων τὰ τμήματα  
 ἦν ὁμοια. λέγω δέ, ὅτι καὶ ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΒΓ τμή-  
 ματι τῆς σφαίρας. πεποιήσθω, ὡς συναμφοτέρως ἢ  
 ΡΞ, ΞΥ πρὸς ΞΥ, οὕτως ἢ ΨΥ πρὸς ΥΑ. ἴσος ἄρα  
 ὁ ΨΘΚ κῶνος τῷ ΘΚΑ τμήματι τῆς σφαίρας. καὶ  
 20 ἐπειδὴ ὁμοιός ἐστὶν ὁ ΨΘΚ κῶνος τῷ ΖΩΕ κῶνω,  
 ἔστιν ἄρα, ὡς ἢ ΩΦ πρὸς ΕΖ, τουτέστιν ἢ ΧΤ πρὸς  
 Δ, οὕτως ἢ ΨΥ πρὸς ΘΚ. καὶ ἐναλλάξ καὶ ἀνάπα-  
 λιν. ὡς ἄρα ἢ ΨΥ πρὸς ΧΤ, ἢ ΘΚ πρὸς Δ. καὶ  
 ἐπειδὴ ἀνάλογόν εἰσιν αἱ ΑΒ, ΚΘ, ε, Δ, ἔστιν, ὡς  
 25 τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ, ἢ ΘΚ πρὸς Δ. ὡς δὲ  
 ἢ ΘΚ πρὸς Δ, ἢ ΨΥ πρὸς ΧΤ. καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ  
 ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΘ, τουτέστιν ὁ περὶ διάμετρον

1. ΤΓ] ΤΥ (= ΤΥ?) F; sed fortasse V est γ. ΣΟΦ]  
 ΣΟ, ΟΦ Torellius. ΩΦ] ΟΦ F; corr. BCD. 8. ἐφε-  
 στάσθω] scripsi; επεστασθω F, vulgo. 13. ἔσται] per comp.  
 F. 14. ΕΖΗΘ F. 17. ὡς] γὰρ ὡς Nizze. 18. ΨΥ] Υ  
 in ras. F. 24. ΑΒ] ΑΘ F; corr. Torellius.



et

$$\Sigma O + O\Phi : O\Phi = \Omega\Phi : \Phi H.$$

conus igitur  $XAB$  segmento sphaerae  $AB\Gamma$ , conus  $Z\Omega E$  segmento  $EHZ$  aequalis est [prop. 2]. fiat<sup>1)</sup>  $\Omega\Phi : EZ = XT : \Delta$ . et datis duabus lineis  $AB$ ,  $\Delta$  duae mediae proportionales sumantur  $\Theta K$ ,  $\varsigma$  [prop. 1 p. 192, 23], ut sit  $AB : \Theta K = \Theta K : \varsigma = \varsigma : \Delta$ . et in  $\Theta K$  linea construatur segmentum circuli  $\Theta K\Lambda$  segmento  $EZH$  simile [cfr. Eucl. III, 33 et III def. 11], et expleatur circulus [Eucl. III, 25], et diametrus eius sit  $A\Xi$ . et fingatur sphaera, cuius circulus maximus sit  $A\Theta\Xi K$ , centrum autem  $P$ . et per  $\Theta K$  lineam ducatur planum ad  $A\Xi$  perpendiculare.<sup>2)</sup> erit igitur segmentum sphaerae in eadem parte positum, in qua  $\Lambda$  punctum, segmento sphaerae  $EZH$  simile, cum etiam circulorum segmenta similia sint. dico autem<sup>3)</sup>, id aequale esse etiam segmento sphaerae  $AB\Gamma$ . fiat<sup>1)</sup>  $P\Xi + \Xi\Upsilon : \Xi\Upsilon = \Psi\Upsilon : \Upsilon\Lambda$ . itaque conus  $\Psi\Theta K$  aequalis est segmento sphaerae  $\Theta K\Lambda$  [prop. 2]. et quoniam conus  $\Psi\Theta K$  similis est cono  $Z\Omega E$ , erit  $\Omega\Phi : EZ$ , hoc est  $XT : \Delta$  [ex hypothesis], =  $\Psi\Upsilon : \Theta K$  [p. 222, 9]. et vicissim [Eucl. V, 16]

$$[XT : \Psi\Upsilon = \Delta : \Theta K]$$

et e contrario [Eucl. V, 7 πρόρ.]  $\Psi\Upsilon : XT = \Theta K : \Delta$ . et quoniam proportionales sunt lineae  $AB$ ,  $K\Theta$ ,  $\varsigma$ ,  $\Delta$ , erit  $AB^2 : \Theta K^2 = \Theta K : \Delta$  [u. Eutocius]. sed

$$\Theta K : \Delta = \Psi\Upsilon : XT.$$

quare etiam  $AB^2 : K\Theta^2$ , hoc est circulus circum dia-

1) πεποιήσθω lin. 4 et 17 ο: γεγονέτω.

2) De uerborum ordine lin. 12—13 cfr. p. 207 not. 2.

3) Fortasse scribendum: λέγω δή lin. 16.

τὴν  $AB$  κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν  $\Theta K$   
 κύκλον, οὕτως ἢ  $\Psi T$  πρὸς τὴν  $XT$ . ἴσος ἄρα ἐστὶν  
 ὁ  $XAB$  κῶνος τῷ  $\Psi\Theta K$  κῶνῳ. ὥστε καὶ τὸ  $AB\Gamma$   
 τμήμα τῆς σφαίρας ἴσον ἐστὶ τῷ  $\Theta K A$  τμήματι τῆς  
 5 σφαίρας. τῷ δοθέντι ἄρα τμήματι τῷ  $AB\Gamma$  ἴσον καὶ  
 ἄλλῳ τῷ δοθέντι ὅμοιον τῷ  $EZH$  τὸ αὐτὸ συνέσταται  
 τὸ  $\Theta K A$ .

5.

Δύο δοθέντων σφαίρας τμημάτων, εἴτε τῆς αὐτῆς  
 10 εἴτε μὴ, εὐρεῖν τμήμα σφαίρας, ὃ ἐστὶ ἐνὶ μὲν τῶν  
 δοθέντων ὅμοιον, τὴν δὲ ἐπιφάνειαν ἔξει ἴσην τῇ τοῦ  
 ἑτέρου τμήματος ἐπιφανείᾳ.

ἔστω τὰ δοθέντα τμήματα σφαιρικὰ κατὰ τὰς  $AB\Gamma$ ,  
 $\Delta EZ$  περιφερείας. καὶ ἔστω, ᾧ μὲν δεῖ ὅμοιον εὐρεῖν,  
 15 τὸ κατὰ τὴν  $AB\Gamma$  περιφέρειαν, οὗ δὲ τὴν ἐπιφάνειαν  
 ἴσην ἔχειν τῇ ἐπιφανείᾳ τὸ κατὰ τὴν  $\Delta EZ$ . καὶ γε-  
 γυνήσθω, καὶ ἔστω τὸ  $KAM$  τμήμα τῆς σφαίρας τῷ  
 μὲν  $AB\Gamma$  τμήματι ὅμοιον, τὴν δὲ ἐπιφάνειαν ἴσην  
 ἔχτω τῇ τοῦ  $\Delta EZ$  τμήματος ἐπιφανείᾳ. καὶ νοείσθω  
 20 τὰ κέντρα τῶν σφαιρῶν, καὶ δι' αὐτῶν ἐπίπεδα ἐκ-  
 βεβλήσθω ὀρθὰ πρὸς τὰς τῶν τμημάτων βάσεις, καὶ  
 ἐν μὲν ταῖς σφαίραις τομαὶ ἔστωσαν οἱ  $KAMN$ ,  
 $BA\Gamma\Theta$ ,  $EZH\Delta$  μέγιστοι κύκλοι, ἐν δὲ ταῖς βάσεσι  
 τῶν τμημάτων αἱ  $KM$ ,  $AG$ ,  $\Delta Z$  εὐθεῖαι. διάμετροι  
 25 δὲ τῶν σφαιρῶν πρὸς ὀρθὰς οὔσαι ταῖς  $KM$ ,  $AG$ ,

1. τὴν  $AB$  κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον] om. F; corr. Torellius (et Cr.). 2. κυκλος F; corr. Torellius. 6. αλλο F; corr. ed. Basil.\* 8. ζ' Torellius. 10. εὐρ cum comp. *ιν* uel *ην* F. ἐνί] ἐν F; corr. B\*. 17. τμήμα] om. F; corr. Torellius. sed fortasse potius delenda sunt τῆς σφαίρας. 21. ὀρθὰ πρὸς] syllab. — θα προς in rasura F; uidetur fuisse ορθα.

metrum  $AB$  descriptus ad circulum circum  $\odot K$  descriptum [Eucl. XII, 2] =  $\Psi T : XT$ . quare aequales sunt conus  $XAB$ ,  $\Psi \odot K$  [I lemm. 4 p. 82]. itaque etiam segmentum sphaerae  $AB\Gamma$  aequale est segmento  $\odot KA$ . itaque inuentum est segmentum  $\odot KA$  dato segmento  $AB\Gamma$  aequale et idem alii segmento dato  $EZH$  simile.

## VI.

Datis duobus segmentis sphaerae, siue eiusdem siue non eiusdem, segmentum sphaerae inuenire, quod alteri datorum simile sit, et superficiem superficiei alterius segmenti aequalem habeat.<sup>1)</sup> — segmenta sphaerarum<sup>2)</sup> data in arcibus  $AB\Gamma$ ,  $\Delta EZ$  posita sint. et segmentum in arcu  $AB\Gamma$  positum id sit, cui simile segmentum inueniendum est, segmentum autem in arcu  $\Delta EZ$  positum id, cuius superficiei superficiem aequalem segmentum quaesitum habere oportet. fiat, et segmentum sphaerae  $KAM$  segmento  $AB\Gamma$  simile sit, superficiem autem superficiei segmenti  $\Delta EZ$  aequalem habeat. et fingantur centra sphaerarum, et per ea ducantur plana ad bases segmentorum perpendicularia, et in sphaeris sectiones sint circuli maximi  $KAMN$ ,  $BAG\odot$ ,  $EZH\Delta$ , in basibus autem segmentorum  $KM$ ,  $A\Gamma$ ,  $\Delta Z$  lineae. diametri autem sphaerarum ad lineas  $KM$ ,  $A\Gamma$ ,  $\Delta Z$  perpendiculares sint  $AN$ ,  $B\odot$ ,  $EH$ . et

1) Δύο δοθέντων τμαμάτων σφαίρας εἴτε τῆς αὐτῆς εἴτε ἄλλης εὐρεῖν τι τμαμα σφαίρας, ὃ ἕσσεται αὐτὸ μὲν ὁμοιον τῷ ἑτέρῳ τῶν τμαμάτων, τὰν δὲ ἐπιφάνειαν ἴσαν ἔξει τῶ ἐπιφανεῖα τοῦ ἑτέρου τμαματος. περὶ ἑλίκ. praef.

2) σφαιρικά lin. 13 Archimedem non est.

$\Delta Z$  ἕστωσαν αἱ  $\Delta N$ ,  $B\Theta$ ,  $EH$ . καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ  
 $\Delta M$ ,  $B\Gamma$ ,  $EZ$ . καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ τοῦ  $K\Delta M$  τμή-  
 ματος τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια τῇ τοῦ  $\Delta EZ$  τμήματος  
 ἐπιφανείᾳ, ἴσος ἄρα ἐστὶν καὶ ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ  
 5 κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ  $\Delta M$ , τῷ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ  
 κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ  $EZ$  [αἱ γὰρ ἐπιφάνειαι τῶν εἰρη-  
 μένων τμημάτων ἴσαι ἐδείχθησαν κύκλοις, ὧν αἱ ἐκ  
 τῶν κέντρων ἴσαι εἰσὶν ταῖς ἀπὸ τῶν κορυφῶν τῶν  
 τμημάτων ἐπὶ τὰς βάσεις ἐπιξενγνυούσαις]. ὥστε καὶ  
 10 ἡ  $M\Delta$  τῇ  $EZ$  ἴση ἐστίν. ἐπεὶ δὲ ὁμοιόν ἐστι τὸ  $K\Delta M$   
 τῷ  $AB\Gamma$  τμήματι, ἔστιν ὡς ἡ  $\Delta P$  πρὸς  $PN$ , ἡ  $B\Pi$   
 πρὸς  $\Pi\Theta$ . καὶ ἀνάπαλιν καὶ συνθέντι, ὡς ἡ  $N\Delta$  πρὸς  
 $\Delta P$ , οὕτως ἡ  $\Theta B$  πρὸς  $B\Pi$ . ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ  $P\Delta$  πρὸς  
 $\Delta M$ , οὕτως ἡ  $B\Pi$  πρὸς  $\Gamma B$  [ὅμοια γὰρ τὰ τρίγωνα].  
 15 ὡς ἄρα ἡ  $N\Delta$  πρὸς  $\Delta M$ , τουτέστι πρὸς  $EZ$ , οὕτως  
 ἡ  $\Theta B$  πρὸς  $B\Gamma$ . καὶ ἐναλλάξ. λόγος δὲ τῆς  $EZ$  πρὸς  
 $B\Gamma$  δοθείς· δοθεῖσα γὰρ ἑκατέρα. λόγος ἄρα καὶ τῆς  
 $\Delta N$  πρὸς  $\Theta B$  δοθείς. καὶ ἐστὶ δοθεῖσα ἡ  $B\Theta$ . δο-  
 θεῖσα ἄρα καὶ ἡ  $\Delta N$ . ὥστε καὶ ἡ σφαῖρα δοθεῖσά  
 20 ἐστίν.

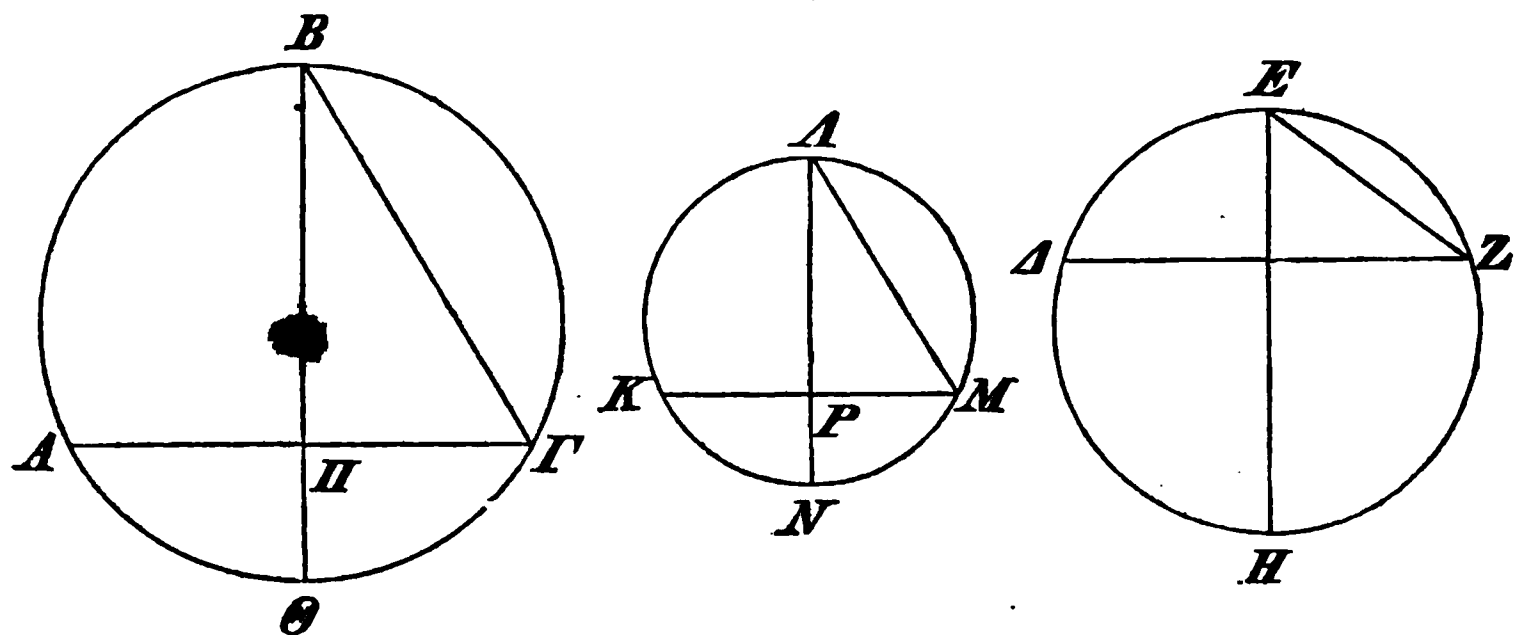
συντεθήσεται δὲ οὕτως· ἔστω τὰ δοθέντα δύο τμή-  
 ματα σφαίρας τὰ  $AB\Gamma$ ,  $\Delta EZ$ , τὸ μὲν  $AB\Gamma$ , ᾧ δεῖ  
 ὅμοιον, τὸ δὲ  $\Delta EZ$ , οὗ τὴν ἐπιφάνειαν ἴσην ἔχειν τῇ

11. ἔστιν] ἔστιν ἄρα Torellius, et hoc habet Eutocius; sed  
 fieri potest, ut ἄρα a transcriptore omissum sit. 13.  $B\Pi$ ]  $\Theta\Pi$  F. 17. δοθείς] om. F; corr. ed. Basil., Cr. 18. δο-  
 θείς] om. F; corr. ed. Basil., Cr. 21. δέ] scripsi; δη F, vulgo.  
 23. ἔχειν] εχει F; corr. Torellius. auditur δεῖ ex lin. 22; cfr.  
 p. 226, 16.

ducantur lineae  $AM$ ,  $B\Gamma$ ,  $EZ$ . et quoniam superficies  $KAM$  segmenti sphaerae aequalis est superficiei segmenti  $\Delta EZ$ , etiam circulus, cuius radius aequalis est lineae  $AM$ , aequalis est circulo, cuius radius aequalis est lineae  $EZ$  [I, 42—43]. quare etiam  $MA = EZ$  [Eucl. XII, 2]. porro quoniam [segmentum]  $KAM$  segmento  $AB\Gamma$  simile est, erit

$$AP : PN = B\Pi : \Pi\Theta \text{ [u. Eutocius].}$$

et conuertendo [Eucl. V, 7 πρόφ.] [ $PN : AP = \Pi\Theta : B\Pi$ ]



et componendo [Eucl. V, 18]  $NA : AP = B\Theta : B\Pi$ . sed etiam  $PA : AM = B\Pi : \Gamma B$ .<sup>1)</sup> quare  $NA : AM$ , hoc est  $NA : EZ = \Theta B : B\Gamma$  [δι' ἰσου Eucl. V, 22]. et uicissim [Eucl. V, 16] [ $NA : \Theta B = EZ : B\Gamma$ ]. ratio autem  $EZ : B\Gamma$  data est; utraque enim linea data est [u. Eutocius]. quare etiam ratio  $AN : \Theta B$  data. et  $B\Theta$  data est; itaque etiam  $AN$ . itaque etiam sphaera data est [Eucl. dat. def. 5].

componetur autem hoc modo: sint data duo segmenta sphaerae  $AB\Gamma$ ,  $\Delta EZ$ , quorum  $AB\Gamma$  id sit, cui simile segmentum inuenire oportet,  $\Delta EZ$  autem

1) Nam  $B\Gamma\Pi \sim AMP$  (u. Eutocius); tum u. Eucl. VI, 4.

ἐπιφανείᾳ, καὶ τὰ αὐτὰ κατεσκευάσθω τοῖς ἐπὶ τῆς  
 ἀναλύσεως, καὶ πεποιήσθω, ὡς μὲν ἡ  $BΓ$  πρὸς  $EZ$ ,  
 οὕτως ἡ  $BΘ$  πρὸς  $AN$ . καὶ περὶ διάμετρον τὴν  $AN$   
 κύκλος γεγράφθω. καὶ νοείσθω σφαῖρα, ἧς μέγιστος  
 5 ἔστω κύκλος ὁ  $AKNM$ , καὶ τετμήσθω ἡ  $NA$  κατὰ  
 τὸ  $P$ , ὥστε εἶναι ὡς τὴν  $ΘΠ$  πρὸς  $ΠB$ , τὴν  $NP$  πρὸς  
 $PA$ . καὶ διὰ τοῦ  $P$  ἐπιπέδῳ τετμήσθω ἡ ἐπιφάνεια  
 ὀρθῶ πρὸς τὴν  $AN$ , καὶ ἐπαξεύχθω ἡ  $AM$ . ὅμοια  
 ἄρα ἐστὶν τὰ ἐπὶ τῶν  $KM$ ,  $AG$  εὐθειῶν τῶν κύκλων  
 10 τμήματα. ὥστε καὶ τὰ τμήματα τῶν σφαιρῶν ἐστὶν  
 ὅμοια. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν, ὡς ἡ  $ΘB$  πρὸς  $BΠ$ , οὕτως ἡ  
 $NA$  πρὸς  $AP$ . καὶ γὰρ κατὰ διαίρεσιν· ἀλλὰ καὶ ὡς  
 ἡ  $ΠB$  πρὸς  $BΓ$ , οὕτως ἡ  $PA$  πρὸς  $AM$ , καὶ ὡς ἄρα  
 ἡ  $ΘB$  πρὸς  $NA$ , ἡ  $BΓ$  πρὸς  $AM$ . ἦν δὲ καὶ ὡς ἡ  
 15  $ΘB$  πρὸς  $AN$ , ἡ  $BΓ$  πρὸς  $EZ$ . ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ  $EZ$   
 τῇ  $AM$ . ὥστε καὶ ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου  
 ἐστὶν ἡ  $EZ$ , ἴσος ἐστὶ τῷ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέν-  
 τρου ἴση ἐστὶ τῇ  $AM$ . καὶ ὁ μὲν τὴν ἐκ τοῦ κέντρου  
 ἔχων τὴν  $EZ$  κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ  
 20  $ΔEZ$  τμήματος. ὁ δὲ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου  
 ἴση ἐστὶ τῇ  $AM$ , ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ  $KAM$   
 τμήματος. τοῦτο γὰρ ἐν τῷ πρώτῳ δέδεικται. ἴση ἄρα  
 καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ  $KAM$  τμήματος τῇ ἐπιφανείᾳ  
 τοῦ  $ΔEZ$  τμήματος τῆς σφαίρας, καὶ ἐστὶν ὅμοιον τὸ  
 25  $KAM$  τῷ  $ABΓ$ .

8.  $AN$ ]  $AN$  F.  $AM$ ]  $AM$  F. 12. κατὰ] scripsi Quaest.  
 Arch. p. 157; τα κατὰ F, vulgo; τοῦτο κατὰ Torellius. 17.  
 τῷ] scripsi; om. F, vulgo. κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση  
 ἐστὶ] om. F; corr. ed. Basil., Cr. 23. τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ  $ΔEZ$   
 τμήματος] om. F; corr. ed. Basil. ( $ΔEΞ$  pro  $ΔEZ$ , quod corr.  
 Torellius), sed post τῆς σφαίρας; ipse transposui. „superficies  
 igitur  $klm$  portationis sphaerae similis est  $abc$  et aequalis super-  
 ficiei  $def$ “ Cr.

id, cuius superficiei aequalem superficiem habere oportet segmentum quaesitum. et construantur eadem, quae in analysi, et fiat<sup>1)</sup>  $B\Gamma : EZ = B\Theta : AN$ . et circum diametrum  $AN$  circulus describatur. et fingatur sphaera, cuius circulus maximus sit  $AKNM$ , et secetur  $NA$  in puncto  $P$ , ita ut sit

$$\Theta\Pi : \Pi B = NP : PA \text{ [Eucl. VI, 10].}$$

et superficies secetur plano per  $P$  ducto ad  $AN$  lineam perpendiculari, et ducatur  $AM$ . similia igitur sunt segmenta circulorum in lineis  $KM$ ,  $AG$  posita [u. Eutocius].<sup>2)</sup> quare etiam segmenta sphaerarum similia sunt. et quoniam  $\Theta B : B\Pi = NA : AP$  (nam etiam per diremptionem [est  $\Theta\Pi : B\Pi = NP : AP$ ; tum u. Eucl. V, 18]), et etiam  $\Pi B : B\Gamma = PA : AM$  [p. 229 not. 1], itaque etiam  $\Theta B : NA = B\Gamma : AM$ .<sup>3)</sup> erat autem  $\Theta B : AN = B\Gamma : EZ$  [ex hypothesis]. itaque  $EZ = AM$  [Eucl. V, 9]. quare etiam circulus, cuius radius est  $EZ$ , aequalis est circulo, cuius radius aequalis est  $AM$  lineae. et circulus radium habens  $EZ$  aequalis est superficiei segmenti  $\Delta EZ$ , circulus autem, cuius radius aequalis est lineae  $AM$ , aequalis est superficiei segmenti  $KAM$ . hoc enim in primo libro demonstratum est [I, 42—43]. itaque etiam superficies segmenti  $KAM$  aequalis est superficiei  $\Delta EZ$  segmenti sphaerae, et simile est segmentum  $KAM$  segmento  $AB\Gamma$ .

1) H. e. γεγονέτω lin. 2.

2) Ex eo comperimus, horum uerborum formam genuinam hanc esse: τὰ ἐπὶ τῶν  $KM$ ,  $AG$  τμήματα κύκλων lin. 9.

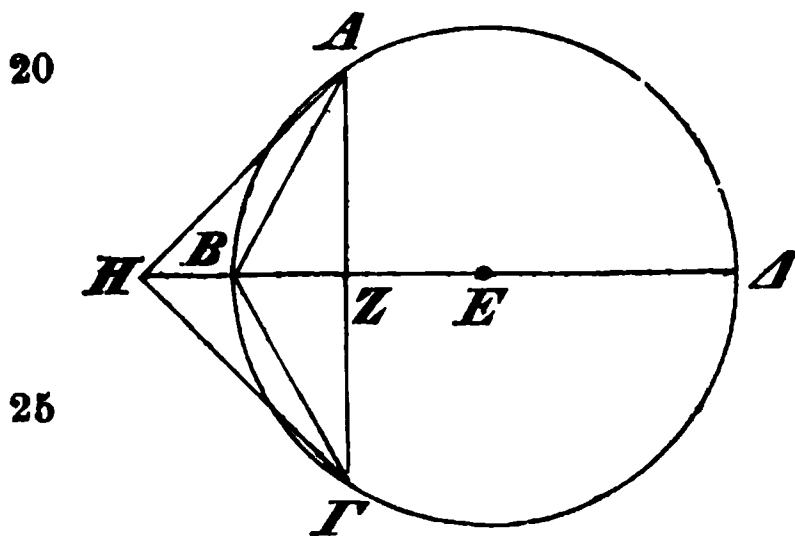
3) Nam δι' ἴσου (Eucl. V, 22):  $\Theta B : B\Gamma = NA : AM$ ; tum ἐναλλάξ (Eucl. V, 16).

ζ'.

Ἀπὸ τῆς δοθείσης σφαίρας τμήμα τεμείν ἐπιπέδῳ ὥστε τὸ τμήμα πρὸς τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι καὶ ὕψος ἴσον τὸν δοθέντα λόγον  
5 ἔχειν.

ἔστω ἡ δοθεῖσα σφαῖρα, ἧς μέγιστος κύκλος ὁ  $ΑΒΓΔ$ , διάμετρος δὲ αὐτῆς ἡ  $ΒΔ$ . δεῖ δὴ τὴν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμείν τῷ διὰ τῆς  $ΑΓ$ , ὅπως τὸ  $ΑΒΓ$  τμήμα τῆς σφαίρας πρὸς τὸν  $ΑΒΓ$  κῶνον λόγον ἔχη  
10 τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.

γεγονέτω, καὶ ἔστω κέντρον τῆς σφαίρας τὸ  $Ε$  καὶ ὡς συναμφοτέρως ἡ  $ΕΔΖ$  πρὸς  $ΔΖ$ , οὕτως ἡ  $ΗΖ$  πρὸς  $ΖΒ$ . ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ  $ΑΓΗ$  κῶνος τῷ  $ΑΒΓ$  τμήματι. λόγος ἄρα καὶ τοῦ  $ΑΗΓ$  κῶνου πρὸς τὸν  
15  $ΑΒΓ$  κῶνον δοθεῖς. λόγος ἄρα τῆς  $ΗΖ$  πρὸς  $ΖΒ$  δοθεῖς. ὡς δὲ ἡ  $ΗΖ$  πρὸς  $ΖΒ$ , συναμφοτέρως ἡ  $ΕΔΖ$  πρὸς  $ΔΖ$ . λόγος ἄρα συναμφοτέρως τῆς  $ΕΔΖ$  πρὸς  $ΔΖ$  δοθεῖς [ὥστε καὶ τῆς  $ΕΔ$  πρὸς  $ΔΖ$ . δοθεῖσα



ἄρα καὶ ἡ  $ΔΖ$ ]. ὥστε καὶ ἡ  $ΑΓ$ . καὶ ἐπεὶ συναμφοτέρως ἡ  $ΕΔΖ$  πρὸς  $ΔΖ$  μείζονα λόγον ἔχει, ἢ περ συναμφοτέρως ἡ  $ΕΔΒ$  πρὸς  $ΔΒ$ , καὶ ἐστὶν συναμφοτέρως μὲν ἡ  $ΕΔΒ$  τρις ἢ  $ΕΔ$ , ἡ δὲ  $ΒΔ$  δις ἢ  $ΕΔ$ , συν-

αμφοτέρως ἄρα ἡ  $ΕΔΖ$  πρὸς  $ΔΖ$  μείζονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει τρία πρὸς δύο. καὶ ἐστὶν ὁ συναμφο-

1. ἡ Torellius; om. ed. Basil.

3. τὸν βάσιν] scripsi;



## VII.

A sphaera data plano segmentum abscindere, ita ut segmentum ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et altitudinem aequalem datam rationem habeat.<sup>1)</sup>

data sphaera ea sit, cuius circulus maximus est  $AB\Gamma\Delta$ , diametrus autem eius  $B\Delta$ . oportet igitur sphaeram plano per  $A\Gamma$  ducto ita secare, ut<sup>2)</sup> segmentum sphaerae  $AB\Gamma$  ad conum  $AB\Gamma$  datam rationem habeat.

fiat, et centrum sphaerae sit  $E$ , et sit

$$E\Delta + \Delta Z : \Delta Z = HZ : ZB.$$

itaque conus  $A\Gamma H$  aequalis est segmento  $AB\Gamma$  [prop. 2]. quare ratio conorum  $A\Gamma H : AB\Gamma$  data. quare etiam  $HZ : ZB$  [I lemm. 1 p. 80]. sed

$$HZ : ZB = E\Delta + \Delta Z : \Delta Z.$$

quare etiam ratio  $E\Delta + \Delta Z : \Delta Z$  data est.<sup>3)</sup> itaque etiam linea  $A\Gamma$  data [u. Eutocius]. et quoniam

$$E\Delta + \Delta Z : \Delta Z > E\Delta + \Delta B : \Delta B,$$

et  $E\Delta + \Delta B = 3E\Delta$ , et  $B\Delta = 2E\Delta$ , erit igitur

1) Ἀπὸ τῆς δοθείσας σφαίρας τμήμα ἀποτεμεῖν ἐπιπέδῳ, ὥστε τὸ τμήμα ποτὶ τὸν κώνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτῶν τῶ τμήματι καὶ ὕψος ἴσον τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν μείζονα τοῦ, ὃν ἔχει τὰ τρία ποτὶ τὰ δύο. περὶ ἐλίκ. praef.

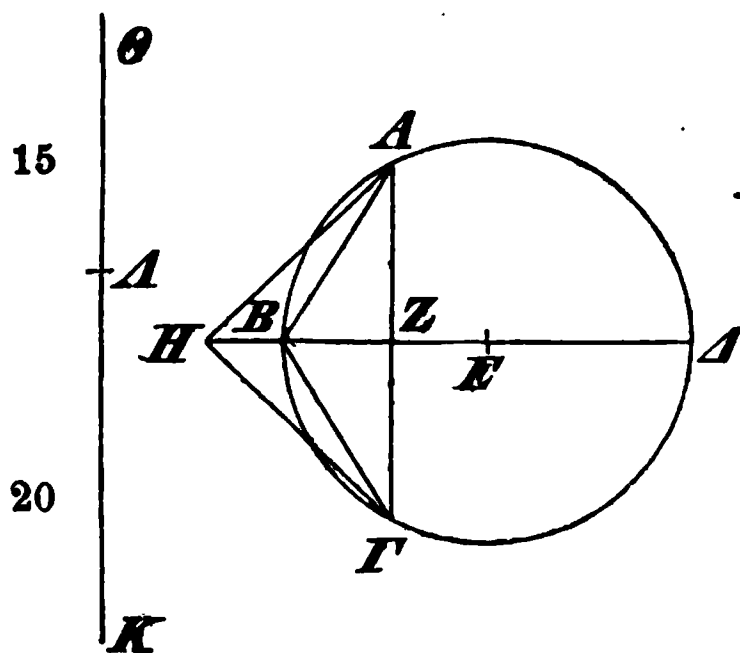
2) Pro ὅπως lin. 8 Archimedes usus erat ὥστε (Quaest. Arch. p. 70).

3) Archimedes scripserāt: λόγος ἄρα δεδομένος συναμφοτέρου τῆς  $E\Delta Z$  πρὸς  $\Delta Z$  lin. 17—18 (Eutocius).

την βασιν F, vulgo. 9. ἔχη] scripsi; εχει FC\*V; ἔχειν B\* ed. Basil., Torellius. 12.  $E\Delta$ ,  $\Delta Z$  Torellius. 16.  $E\Delta$ ,  $\Delta Z$  idem. 17.  $E\Delta$ ,  $Z\Delta$  idem. 21.  $E\Delta$ ,  $\Delta Z$  idem. 24.  $E\Delta$ ,  $\Delta B$  idem, ut lin. 26. 27. δ[ίς] δυο F; corr. V; „bis“ Cr. 28.  $E\Delta$ ,  $\Delta Z$  Torellius, ut p. 234 lin. 1.

τέρου τῆς  $E\Delta Z$  πρὸς  $Z\Delta$  λόγος ὁ αὐτὸς τῷ δοθέντι. δεῖ ἄρα τὸν διδόμενον λόγον εἰς τὴν σύνθεσιν μείζονα εἶναι τοῦ, ὃν ἔχει τρία πρὸς δύο.

συντεθήσεται δὲ τὸ πρόβλημα οὕτως· ἔστω ἡ δοθεῖσα σφαῖρα, ἧς μέγιστος κύκλος ὁ  $AB\Gamma\Delta$ , διάμετρος δὲ ἡ  $B\Delta$ , κέντρον δὲ τὸ  $E$ , ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ τῆς  $\Theta K$  πρὸς  $K\Lambda$ , μείζων τοῦ, ὃν ἔχει τρία πρὸς δύο. ἔστι δὲ ὡς τρία πρὸς δύο, συναμφοτέρος ἡ  $E\Delta B$  πρὸς  $\Delta B$ . καὶ ἡ  $\Theta K$  ἄρα πρὸς  $K\Lambda$  μείζονα λόγον  
 10 ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει συναμφοτέρος ἡ  $E\Delta B$  πρὸς  $\Delta B$ . διελόντι ἄρα ἡ  $\Theta\Delta$  πρὸς  $\Delta K$  μείζονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ  $E\Delta$  πρὸς  $\Delta B$ . καὶ πεποιήσθω, ὡς ἡ  $\Theta\Delta$  πρὸς  $\Delta K$ ,



οὕτως ἡ  $E\Delta$  πρὸς  $\Delta Z$ , καὶ διὰ τοῦ  $Z$  τῆ  $B\Delta$  πρὸς ὀρθῶς ἤχθω ἡ  $AZ\Gamma$ , καὶ διὰ τῆς  $\Gamma A$  ἤχθω ἐπίπεδον ὀρθὸν πρὸς τὴν  $B\Delta$ . λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ  $AB\Gamma$  τμήμα τῆς σφαίρας πρὸς τὸν  $AB\Gamma$  κῶνον λόγον ἔχει τὸν αὐτὸν τῷ  $\Theta K$  πρὸς  $K\Lambda$ . πεποιήσθω γὰρ ὡς συναμ-

φοτέρος ἡ  $E\Delta Z$  πρὸς  $\Delta Z$ , οὕτως ἡ  $HZ$  πρὸς  $ZB$ . ἴσος ἄρα ἔστιν ὁ  $\Gamma A\text{H}$  κῶνος τῷ  $AB\Gamma$  τμήματι τῆς  
 25 σφαίρας. καὶ ἐπεὶ ἔστιν, ὡς ἡ  $\Theta K$  πρὸς  $K\Lambda$ , οὕτως συναμφοτέρος ἡ  $E\Delta Z$  πρὸς  $\Delta Z$ , τουτέστιν ἡ  $HZ$  πρὸς  $ZB$ , τουτέστιν ὁ  $A\text{H}\Gamma$  κῶνος πρὸς τὸν  $AB\Gamma$  κῶνον, ἴσος δὲ ὁ  $A\text{H}\Gamma$  κῶνος τῷ  $AB\Gamma$  τμήματι τῆς σφαίρας, ὡς ἄρα τὸ  $AB\Gamma$  τμήμα πρὸς τὸν  $AB\Gamma$  κῶ-  
 30 νον, οὕτως ἡ  $\Theta K$  πρὸς  $K\Lambda$ .

4. δέ] scripsi; δη F, vulgo.

8.  $E\Delta$ ,  $\Delta B$  Torellius, ut

$E\Delta + \Delta Z : \Delta Z > 3 : 2$ . et ratio  $E\Delta + \Delta Z : \Delta Z$  aequalis est rationi datae. oportet igitur, rationem ad synthesim datam maiorem esse, quam  $3 : 2$ .

componetur autem problema hoc modo: data sphaera ea sit, cuius circulus maximus est  $AB\Gamma\Delta$ , diametrus autem eius  $B\Delta$ , centrum autem  $E$ , et ratio data, maior quam  $3 : 2$ ,  $\Theta K : K\Lambda$ . est autem

$$E\Delta + \Delta B : \Delta B = 3 : 2.$$

quare

$$\Theta K : K\Lambda > E\Delta + \Delta B : \Delta B.$$

dirimendo igitur  $\Theta\Lambda : K\Lambda > E\Delta : \Delta B$ .<sup>1)</sup> et fiat<sup>2)</sup>  $\Theta\Lambda : \Lambda K = E\Delta : \Delta Z$ , et per  $Z$  ad lineam  $B\Delta$  perpendicularis ducatur  $AZ\Gamma$ , et per  $\Gamma\Lambda$  ducatur planum ad  $B\Delta$  lineam perpendicularare. dico, segmentum sphaerae in  $AB\Gamma$  positum ad conum  $AB\Gamma$  eandem rationem habere, quam  $\Theta K : K\Lambda$ . fiat<sup>3)</sup> enim

$$E\Delta + \Delta Z : \Delta Z = HZ : ZB.$$

itaque conus  $\Gamma AH$  aequalis est segmento sphaerae  $AB\Gamma$  [prop. 2]. et quoniam

$\Theta K : K\Lambda = E\Delta + \Delta Z : \Delta Z$ <sup>4)</sup>  $= HZ : ZB =$  conus  $AH\Gamma : \text{conum } AB\Gamma$  [I lemm. 1 p. 80], et conus  $AH\Gamma$  aequalis est segmento sphaerae  $AB\Gamma$ , erit igitur, ut segmentum  $AB\Gamma$  ad conum  $AB\Gamma$ , ita  $\Theta K : K\Lambda$ .

1) Ex Pappi libr. VII, 45 conuersa (II p. 684).

2) πεποιήσθω lin. 12 ο: γεγονέτω.

3) Debat esse γεγονέτω lin. 22.

4) Nam  $\Theta\Lambda : \Lambda K = E\Delta : \Delta Z$ ; tum συνθέντι (Eucl. V, 18).

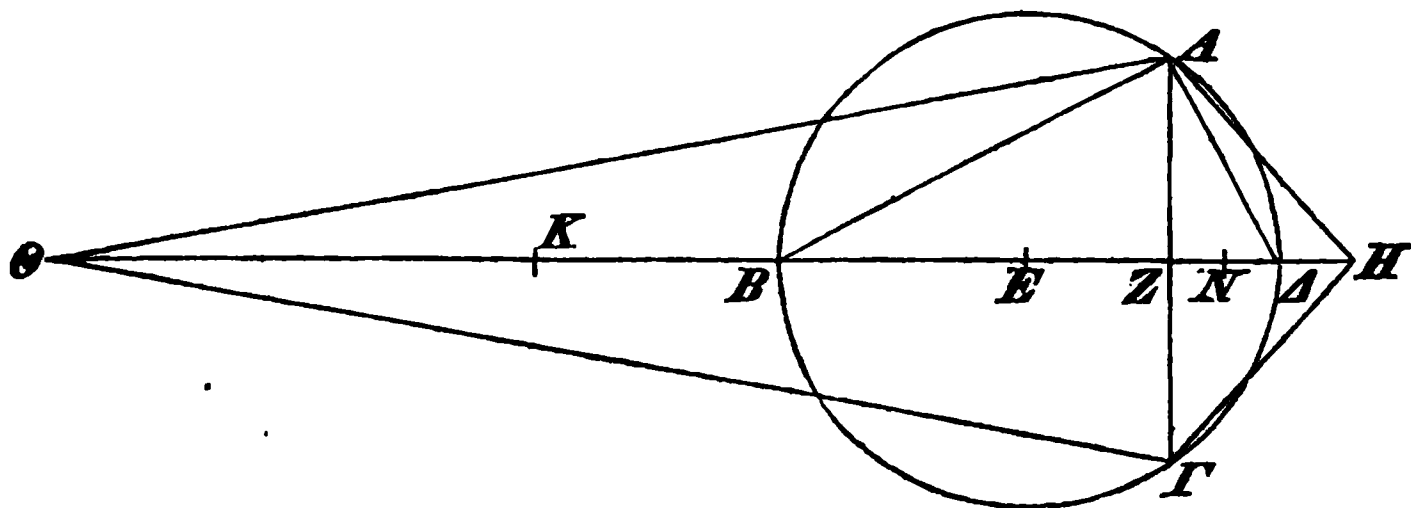
lin. 10. 15.  $AZ\Gamma$ ] Torellius;  $A\Gamma Z$  F, uulgo; fortasse scribendum  $A\Gamma$ . 18.  $\acute{\alpha}\pi\acute{o}$  om. ed. Basil., Torellius, Cr. 23.  $E\Delta$ ,  $\Delta Z$  Torellius, ut lin. 26. 27.  $AH\Gamma$ ]  $AH\Gamma$  F. 28.  $\tau\acute{\omega}$   $AB\Gamma$ ] om. F; corr. B; „aequatur portioni sphaerae“ Cr.

η'.

Ἐὰν σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμηθῆ μὴ διὰ τοῦ κέντρου, τὸ μείζον τμήμα πρὸς τὸ ἔλασσον ἐλάσσονα μὲν λόγον ἔχει ἢ διπλάσιον τοῦ, ὃν ἔχει ἢ τοῦ μείζονος τμήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ ἐλάσσονος ἐπιφάνειαν, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον.

ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ  $ΑΒΓΔ$ , καὶ διάμετρος ἡ  $ΒΔ$ , καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τῆς  $ΑΓ$  ὀρθῶ πρὸς τὸν  $ΑΒΓΔ$  κύκλον, καὶ ἔστω μείζον τμήμα τῆς σφαίρας τὸ  $ΑΒΓ$ . λέγω, ὅτι τὸ  $ΑΒΓ$  τμήμα πρὸς τὸ  $ΑΔΓ$  ἐλάσσονα μὲν ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει, ἢπερ ἢ ἐπιφάνεια τοῦ μείζονος τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐλάσσονος τμήματος, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον.

ἔπεξεύχθωσαν γὰρ αἱ  $ΒΑΔ$ , καὶ ἔστω κέντρον τὸ  $Ε$ . καὶ πεποιήσθω, ὡς μὲν συναμφοτέρος ἢ  $ΕΔΖ$  πρὸς  $ΔΖ$ , ἢ  $ΘΖ$  πρὸς  $ΖΒ$ , ὡς δὲ συναμφοτέρος ἢ  $ΕΒΖ$  πρὸς  $ΒΖ$ , οὕτως ἢ  $ΗΖ$  πρὸς  $ΖΔ$ . καὶ νοείσθωσαν κῶνοι βάσιν ἔχοντες τὸν περὶ διάμετρον τὴν  $ΑΓ$  κύ-



κλον, κορυφὰς δὲ τὰ  $Θ$ ,  $Η$  σημεία. ἔσται δὲ ἴσος ὁ μὲν  $ΑΘΓ$  κῶνος τῷ  $ΑΒΓ$  τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ

1. δ' Torellius. 3. ἔλασσον] om. F; corr. B, Cr. 5. τοῦ] των per comp. F, ut uidetur. 11. τό] τον per comp.

## VIII.

Si sphaera plano non per centrum ducto secatur, maius segmentum ad minus minorem rationem habet quam duplicem, quam habet superficies segmenti maioris ad superficiem minoris, maiorem autem quam sesquialteram.<sup>1)</sup>

sit sphaera, et in ea circulus maximus  $AB\Gamma\Delta$ , et diametrus  $B\Delta$ , et secetur plano per  $A\Gamma$  lineam ad circulum  $AB\Gamma\Delta$  perpendiculari, et maius sphaerae segmentum sit  $AB\Gamma$ . dico, segmentum  $AB\Gamma$  ad  $A\Delta\Gamma$  minorem quam duplicem rationem habere, quam superficiem segmenti maioris ad superficiem minoris, maiorem autem quam sesquialteram.

ducantur enim lineae  $BA$ ,  $A\Delta$ , et centrum sit  $E$ . et fiat<sup>2)</sup>

$$E\Delta + \Delta Z : \Delta Z = \Theta Z : ZB$$

et

$$EB + BZ : BZ = HZ : Z\Delta,$$

et fingantur conii basim habentes circulum circum  $A\Gamma$  diametrum descriptum, uertices autem  $\Theta$ ,  $H$  puncta. erit igitur conus  $A\Theta\Gamma$  aequalis segmento sphaerae

1) *Εἰ καὶ σφαῖρα ἐπιπέδῳ τραυθῆ εἰς ἄνισα ποτ' ὀρθὰς διαμέτρῳ τινὶ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ . . . , τὸ μείζον τμήμα τῆς σφαίρας ποτὶ τὸ ἕλασσον ἕλασσονα μὲν ἢ διπλάσιον λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἡ μείζων ἐπιφάνεια ποτὶ τὴν ἕλασσονα, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον. περὶ ἐλίκ. praef.; u. Neue Jahrbücher, Suppl. XI 396 sq.*

2) *πεποιήσθω lin. 16 ὃ: γεγονέτω.*

F; corr. ed. Basil.\* 15.  $BA$ ,  $A\Delta$  Torellius. 16.  $E\Delta$ ,  $\Delta Z$  Torellius. 17.  $EB$ ,  $BZ$  idem. 19. *βάσιν μὲν* Torellius.

$ΑΓΗ$  τῷ  $ΑΔΓ$ . καί ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ  $ΒΑ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΑΔ$ , οὕτως ἡ ἐπιφάνεια τοῦ  $ΑΒΓ$  τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ  $ΑΔΓ$  τμήματος. τοῦτο γὰρ προ-  
 γέγραπται [δεικτέον, ὅτι τὸ μείζον τμήμα τῆς σφαίρας  
 5 πρὸς τὸ ἔλασσον ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλάσιον,  
 ἢπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ μείζονος τμήματος πρὸς τὴν  
 ἐπιφάνειαν τοῦ ἐλάσσονος τμήματος]. λέγω, ὅτι καὶ ἡ  
 $ΑΘΓ$  κῶνος πρὸς τὸν  $ΑΗΓ$ , τουτέστιν ἡ  $ΖΘ$  πρὸς  $ΖΗ$ ,  
 ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλάσιον τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ  
 10  $ΒΑ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΑΔ$ , τουτέστιν ἡ  $ΒΖ$  πρὸς  $ΖΔ$ . καὶ  
 ἐπεὶ ἐστίν, ὡς [μὲν] συναμφοτέρος ἡ  $ΕΔΖ$  πρὸς  $ΔΖ$ ,  
 οὕτως ἡ  $ΘΖ$  πρὸς  $ΖΒ$  [ὡς δὲ συναμφοτέρος ἡ  $ΕΒΖ$   
 πρὸς  $ΒΖ$ , οὕτως ἡ  $ΖΗ$  πρὸς  $ΖΔ$ ], ἔσται καὶ ὡς ἡ  
 $ΒΖ$  πρὸς  $ΖΔ$ , ἡ  $ΘΒ$  πρὸς  $ΒΕ$ . ἴση γὰρ ἡ  $ΒΕ$  τῇ  
 15  $ΔΕ$  [τοῦτο γὰρ ἐν τοῖς ἐπάνω συναποδέδεικται]. πάλιν  
 ἐπεὶ ἐστίν, ὡς συναμφοτέρος ἡ  $ΕΒΖ$  πρὸς  $ΒΖ$ , ἡ  
 $ΗΖ$  πρὸς  $ΖΔ$ , ἔστω τῇ  $ΒΕ$  ἴση ἡ  $ΒΚ$ . δῆλον γάρ,  
 ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ  $ΘΒ$  τῆς  $ΒΕ$ , ἐπεὶ καὶ ἡ  $ΒΖ$  τῆς  
 $ΖΔ$ . καὶ ἔσται, ὡς ἡ  $ΚΖ$  πρὸς  $ΖΒ$ , ἡ  $ΗΖ$  πρὸς  $ΖΔ$ .  
 20 ὡς δὲ ἡ  $ΖΒ$  πρὸς  $ΖΔ$ , ἐδείχθη ἡ  $ΘΒ$  πρὸς  $ΒΕ$ , ἴση  
 δὲ ἡ  $ΒΕ$  τῇ  $ΚΒ$ . ὡς ἄρα ἡ  $ΘΒ$  πρὸς  $ΒΚ$ , οὕτως ἡ  
 $ΚΖ$  πρὸς  $ΖΗ$ . καὶ ἐπεὶ ἡ  $ΘΖ$  πρὸς  $ΖΚ$  ἐλάσσονα  
 λόγον ἔχει, ἢπερ ἡ  $ΘΒ$  πρὸς  $ΒΚ$ , ὡς δὲ ἡ  $ΘΒ$  πρὸς  
 $ΒΚ$ , ἐδείχθη ἡ  $ΚΖ$  πρὸς  $ΖΗ$ , ἡ  $ΘΖ$  ἄρα πρὸς  $ΖΚ$   
 25 ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢπερ ἡ  $ΚΖ$  πρὸς  $ΖΗ$ . ἔλασσον  
 ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν  $ΘΖΗ$  τοῦ ἀπὸ  $ΖΚ$ . τὸ ἄρα ὑπὸ  
 τῶν  $ΘΖΗ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΖΗ$  [τουτέστιν ἡ  $ΖΘ$  πρὸς  
 $ΖΗ$ ] ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς  
 $ΚΖ$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ΖΗ$  [τὸ δὲ ἀπὸ  $ΚΖ$  πρὸς τὸ ἀπὸ

2. ἀπὸ  $ΑΔ$ ] ἀπό om. F; corr. ed. Basil.

διπλασίονα Eutocius.

11.  $ΕΔ$ ,  $ΔΖ$  Torellius.

9. διπλάσιον]

12.  $ΕΒ$ ,  $ΒΖ$

$AB\Gamma$ , et conus  $A\Gamma H$  segmento  $A\Delta\Gamma$  [prop. 2]. et superficies segmenti  $AB\Gamma$  ad superficiem segmenti  $A\Delta\Gamma$  eam rationem habet, quam  $BA^2 : A\Delta^2$ . hoc enim antea demonstratum est.<sup>1)</sup> dico, etiam<sup>2)</sup> conum  $A\Theta\Gamma$  ad  $AH\Gamma$ , hoc est  $\Theta Z : ZH$  [I lemm. 1 p. 80] minorem quam duplicem rationem habere, quam  $BA^2 : A\Delta^2$ , hoc est  $BZ : Z\Delta$  [u. Eutocius]. et quoniam  $E\Delta + \Delta Z : \Delta Z = \Theta Z : ZB$ , erit etiam

$$BZ : Z\Delta = \Theta B : BE;$$

nam  $BE = \Delta E$ .<sup>3)</sup> rursus quoniam

$$EB + BZ : BZ = HZ : Z\Delta,$$

sit  $BK = BE$ . adparet enim  $\Theta B > BE$ , quia  $BZ > Z\Delta$ . et erit  $KZ : ZB = HZ : Z\Delta$ .<sup>4)</sup> sed

$$ZB : Z\Delta = \Theta B : BE,$$

ut demonstratum est, et  $BE = KB$ ; quare

$$\Theta B : BK = KZ : ZH.<sup>5)</sup>$$

et quoniam  $\Theta Z : ZK < \Theta B : BK$  [u. Eutocius], sed demonstratum est  $\Theta B : BK = KZ : ZH$ , itaque

$$\Theta Z : ZK < KZ : ZH.$$

quare  $\Theta Z \times ZH < ZK^2$  [u. Eutocius]. itaque

$$\Theta Z \times ZH : ZH^2 < KZ^2 : ZH^2$$
 [u. Eutocius].<sup>6)</sup>

1) Demonstratum est (I, 42—43), superficies segmentorum aequales esse circulis, cuius radii sint  $BA$ ,  $A\Delta$ ; sed circuli illi inter se rationem habent, quam  $BA^2 : A\Delta^2$  (Eucl. XII, 2).

2) Hoc est: sicut segmenta  $AB\Gamma$ ,  $A\Delta\Gamma$ ; p. 236 lin. 10 sq.

3) Nam διελόντι (Eucl. V, 17)

$$E\Delta : \Delta Z = \Theta B : ZB = BE : \Delta Z;$$

tum ἐναλλάξ (Eucl. V, 16).

4) Quia  $EB + BZ = BK + BZ = KZ$ .

5) Nam ἐναλλάξ est (Eucl. V, 16)  $KZ : ZH = ZB : Z\Delta$ .

6) Ex eius adnotatione adparet, Archimedes scripsisse lin. 28: ἔχει ἥπερ τὸ ἀπὸ  $KZ$  πρὸς κτλ.

$ZH$  διπλασίονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ  $KZ$  πρὸς  $ZH$ ].  
 ἡ ἄρα  $\Theta Z$  πρὸς  $ZH$  ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλα-  
 σίονα τοῦ, ὃν ἔχει ἡ  $KZ$  πρὸς  $ZH$  [ἡ  $KZ$  πρὸς  $ZH$   
 ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλασίονα τοῦ, ὃν ἔχει ἡ  $BZ$   
 5 πρὸς  $Z\Delta$ ]. τοῦτο δὲ ἐζητοῦμεν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν  
 ἡ  $BE$  τῆς  $E\Delta$ , ἔλασσον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν  $BZ\Delta$  τοῦ  
 ὑπὸ τῶν  $BE\Delta$ . ἡ  $ZB$  ἄρα πρὸς  $BE$  ἐλάσσονα λόγον  
 ἔχει, ἥπερ ἡ  $E\Delta$  πρὸς  $\Delta Z$ , τουτέστιν ἡ  $\Theta B$  πρὸς  $BZ$ .  
 ἔλασσον ἄρα τὸ ἀπὸ  $ZB$  τοῦ ὑπὸ τῶν  $\Theta BE$ , τουτέστι  
 10 τοῦ ὑπὸ τῶν  $\Theta BK$ . ἔστω ἴσον τὸ ἀπὸ  $BN$  τῷ ὑπὸ  
 $\Theta BK$ . ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ  $\Theta B$  πρὸς  $BK$ , τὸ ἀπὸ  $\Theta N$   
 πρὸς τὸ ἀπὸ  $NK$ . τὸ δὲ ἀπὸ  $\Theta Z$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $ZK$   
 μείζονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ ἀπὸ  $\Theta N$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $NK$   
 [καὶ τὸ ἀπὸ  $\Theta Z$  ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ  $ZK$  μείζονα λόγον  
 15 ἔχει, ἥπερ ἡ  $\Theta B$  πρὸς  $BK$ , τουτέστιν ἡ  $\Theta B$  πρὸς  $BE$ ,  
 τουτέστιν ἡ  $KZ$  πρὸς  $ZH$ ]. ἡ ἄρα  $\Theta Z$  πρὸς  $ZH$   
 μείζονα λόγον ἔχει ἢ ἡμιόλιον τοῦ τῆς  $KZ$  πρὸς  $ZH$   
 [τοῦτο γὰρ ἐπὶ τέλει]. καὶ ἐστὶν, ὡς μὲν ἡ  $\Theta Z$  πρὸς  
 $ZH$ , ὁ  $A\Theta\Gamma$  κῶνος πρὸς τὸν  $AH\Gamma$  κῶνον, τουτέστι  
 20 τὸ  $AB\Gamma$  τμήμα πρὸς τὸ  $A\Delta\Gamma$  τμήμα. ὡς δὲ ἡ  $KZ$   
 πρὸς  $ZH$ , ἡ  $BZ$  πρὸς  $Z\Delta$ , τουτέστι τὸ ἀπὸ  $BA$  πρὸς  
 τὸ ἀπὸ  $A\Delta$ , τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ  $AB\Gamma$  τμή-  
 ματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ  $A\Delta\Gamma$  τμήματος. ὥστε  
 τὸ μείζον τμήμα πρὸς τὸ ἔλασσον ἐλάσσονα μὲν ἢ  
 25 διπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ  
 μείζονος τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐλάσσονος  
 τμήματος, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον.

3.  $ZH$ ]  $ZH$ . ὡς δὲ Torellius.  $ZH$ ]  $ZH$ , ἡ  $BZ$  πρὸς  
 $Z\Delta$ . ἡ  $\Theta Z$  ἄρα πρὸς  $ZH$  idem. uerba uncis inclusa om. Cr.,  
 in parenthesi habet ed. Basil. 6.  $BZ$ ,  $Z\Delta$  Torellius. 7.  
 $BE$ ,  $E\Delta$  idem. 9.  $\Theta B$ ,  $BE$  idem. 10.  $\Theta B$ ,  $BK$  idem.  
 11.  $\Theta BK$ ] ed. Basil.;  $B\Theta K$  F;  $\Theta B$ ,  $BK$  Torellius. 13. ἀπὸ



quare  $\Theta Z : ZH$  minorem quam duplicem rationem habet, quam  $KZ : ZH$ . hoc autem quaerebamus.<sup>1)</sup> et quoniam  $BE = E\Delta$ , erit  $BZ \times Z\Delta < BE \times E\Delta$  [u. Eutocius]. itaque  $ZB : BE < E\Delta : \Delta Z$  [u. Eutocius] h. e.  $< \Theta B : BZ$ .<sup>2)</sup> quare  $ZB^2 < \Theta B \times BE$ <sup>3)</sup>, hoc est  $< \Theta B \times BK$  [nam  $BE = BK$ ]. sit

$$BN^2 = \Theta B \times BK.$$

erit igitur  $\Theta B : BK = \Theta N^2 : NK^2$  [u. Eutocius]. sed

$$\Theta Z^2 : ZK^2 > \Theta N^2 : NK^2 \text{ [u. Eutocius].}$$

itaque  $\Theta Z : ZH$  ratio maior quam sesquialtera est quam ratio  $KZ : ZH$  [u. Eutocius]. et ut  $\Theta Z : ZH$ , ita conus  $A\Theta\Gamma$  ad conum  $AH\Gamma$  [p. 238, 8], hoc est segmentum  $AB\Gamma$  ad segmentum  $A\Delta\Gamma$  [p. 236, 21]. est autem  $KZ : ZH = BZ : Z\Delta$  [p. 239 not. 5]  $= BA^2 : A\Delta^2$  [p. 238, 10], hoc est superficies segmenti  $AB\Gamma$  ad superficiem segmenti  $A\Delta\Gamma$  [p. 239 not. 1]. itaque segmentum maius ad minus minorem quam duplicem rationem habet, quam superficies segmenti maioris ad superficiem minoris, maiorem autem quam sesquialteram.

1) Quaerebatur proprie

$$Z\Theta : ZH < BZ^2 : Z\Delta^2$$

(p. 238, 7—10); sed est (p. 239 not. 5)

$$KZ : ZH = BZ : Z\Delta \therefore KZ^2 : ZH^2 = BZ^2 : Z\Delta^2 \\ \therefore \Theta Z : ZH < BZ^2 : Z\Delta^2.$$

2) Nam  $E\Delta : \Delta Z = \Theta B : BZ$  (p. 239 not. 3).

3) Cfr. Quaest. Arch. p. 45; Eutocius ad p. 238, 25.

$NK$ ] ἀπό om. F; corr. Torellius.  
 $\lambda\omicron\tau\epsilon$  F, vulgo; ὠστῆ ἀρα Nizze.

23. ὠστῆ] Hauber; αλ-

## ΑΛΛΩΣ.

Ἔστω σφαῖρα, ἐν ἣ ἡ μέγιστος κύκλος ὁ  $ΑΒΓΔ$ ,  
 διάμετρος δὲ ἡ  $ΑΓ$ , κέντρον δὲ τὸ  $Ε$ , καὶ τετμήσθω  
 ἐπιπέδῳ ὀρθῷ διὰ τῆς  $ΒΔ$  πρὸς τὴν  $ΑΓ$ . λέγω, ὅτι  
 5 τὸ μείζον τμήμα τὸ  $ΔΑΒ$  πρὸς τὸ ἔλασσον τὸ  $ΒΓΔ$   
 ἔλάσσονα ἢ διπλάσιον λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἐπι-  
 φάνεια τοῦ  $ΑΒΔ$  τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ  
 $ΒΓΔ$  τμήματος, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον. ἐπεξεύχθωσαν  
 γὰρ αἱ  $ΑΒ$ ,  $ΒΓ$ . ὁ δὲ τῆς ἐπιφανείας πρὸς τὴν ἐπι-  
 10 φάνειαν λόγος ὁ τοῦ κύκλου ἐστίν, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέν-  
 τρου ἡ  $ΑΒ$ , πρὸς τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου  
 ἡ  $ΒΓ$ , τουτέστιν ὁ τῆς  $ΑΘ$  πρὸς τὴν  $ΘΓ$ . κείσθω τῆ  
 ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἴση ἑκατέρα τῶν  $ΑΖ$ ,  $ΓΗ$ .  
 ὁ δὲ τοῦ  $ΒΑΔ$  τμήματος πρὸς τὸ  $ΒΓΔ$  λόγος συν-  
 15 ἦπται ἐκ τοῦ, ὃν ἔχει τὸ  $ΒΑΔ$  τμήμα πρὸς τὸν κῶ-  
 νον, οὗ ἡ βᾶσις μὲν ἐστίν ὁ περὶ διάμετρον τὴν  $ΒΔ$   
 κύκλος, κορυφή δὲ τὸ  $Α$  σημεῖον, καὶ ὁ αὐτὸς κῶνος  
 πρὸς τὸν κῶνον τὸν βᾶσιν μὲν ἔχοντα τὴν αὐτὴν,  
 κορυφήν δὲ τὸ  $Γ$  σημεῖον, καὶ ὁ εἰρημένος κῶνος πρὸς  
 20 τὸ  $ΒΓΔ$  τμήμα. ἀλλ' ὁ μὲν τοῦ  $ΒΑΔ$  τμήματος  
 λόγος πρὸς τὸν  $ΒΑΔ$  κῶνον, ὁ τῆς  $ΗΘ$  ἐστὶ πρὸς  $ΘΓ$ .  
 ὁ δὲ τοῦ κῶνου πρὸς τὸν κῶνον ὁ τῆς  $ΑΘ$  πρὸς  $ΘΓ$ .  
 ὁ δὲ τοῦ  $ΒΓΔ$  κῶνου πρὸς τὸ τμήμα τὸ  $ΒΓΔ$  ὁ τῆς  
 $ΑΘ$  ἐστὶ πρὸς  $ΘΖ$ . ὁ δὲ συνημμένος ἐκ τοῦ τῆς  $ΗΘ$   
 25 πρὸς  $ΘΓ$  καὶ τῆς  $ΑΘ$  πρὸς  $ΘΓ$  ὁ τοῦ ὑπὸ τῶν  $ΗΘΑ$

12. ἡ  $ΒΓ$ ] πρὸς (comp.)  $ΗΒΓ$  F; corr. ed. Basil.\*; fort. ἐστὶν ἡ  $ΒΓ$ .  $ΘΓ$ ]  $ΑΓ$  FBC\*. 14. δὴ] scripsi; δε F, vulgo. 16. οὗ ἡ] ἡ delendum censeo. βας cum comp. ης F. 18. κῶνον τόν] scripsi; τόν om. F, vulgo. 24. συνημμένος] alterum  $\mu$  supra scriptum manu 1 F. 25.  $ΗΘΑ$ ] scripsi;  $ΗΑΘ$  F;  $ΑΘΗ$  ed. Basil.,  $ΑΘ$ ,  $ΘΗ$  Torellius.

ALITER.<sup>1)</sup>

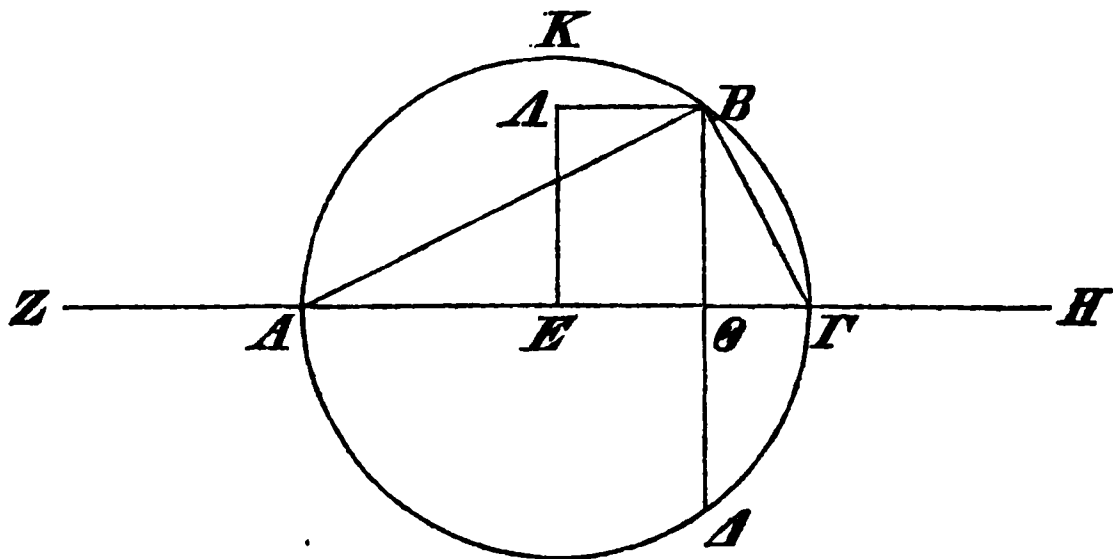
Sit sphaera, in qua circulus maximus  $AB\Gamma\Delta$ , diameter autem  $A\Gamma$ , centrum autem  $E$ , et secetur plano per  $B\Delta$  ad  $A\Gamma$  perpendiculari. dico, segmentum maius  $\Delta AB$  ad minus  $B\Gamma\Delta$  minorem quam duplicem rationem habere, quam habet superficies segmenti  $AB\Delta$  ad superficiem segmenti  $B\Gamma\Delta$ , maiorem autem, quam sesquialteram. ducantur enim  $AB$ ,  $B\Gamma$  lineae. iam ratio superficiei ad superficiem ea est, quam habet circulus, cuius radius est  $AB$ , ad circulum, cuius radius est  $B\Gamma$  [I, 42—43], hoc est  $A\Theta : \Theta\Gamma$ .<sup>2)</sup> ponatur radio circuli aequalis utraque linea  $AZ$ ,  $\Gamma H$ . itaque ratio segmenti  $BA\Delta$  ad segmentum  $B\Gamma\Delta$ <sup>3)</sup> composita est ex ratione, quam habet segmentum  $BA\Delta$  ad conum, cuius basis est circulus circum diametrum  $B\Delta$  descriptus, uertex autem punctum  $A$ , et ratione, quam habet idem conus ad conum basim habentem eandem, uerticem autem punctum  $\Gamma$ , et ratione, quam hic conus, quem [ultimo loco] commemorauimus, ad segmentum  $B\Gamma\Delta$  habet [u. Eutocius]. sed segmentum  $BA\Delta$  ad conum  $BA\Delta$  eam habet rationem, quam  $H\Theta : \Theta\Gamma$  [prop. 2 πρόφ.], conus uero ad conum eam, quam  $A\Theta : \Theta\Gamma$  [I λημμ. 1 p. 80], conus autem  $B\Gamma\Delta$  ad segmentum  $B\Gamma\Delta$  eam, quam  $A\Theta : \Theta Z$  [prop. 2 πρόφ. et Eucl. V, 7

1) Haec demonstratio, quam etiam Eutocius habuit, priore neque clarior neque breuior est. sed cum uerba ipsa pessime deprauata esse constet, ueri simile est, tenorem quoque demonstrationis a transcriptore dilatatum et amplificatum esse (Neue Jahrb. Suppl. XI p. 395—96; Quaest. Arch. p. 75—76).

2) Nam circuli inter se rationem habent, quam  $AB^2 : B\Gamma^2$  (Eucl. XII, 2); tum u. p. 238, 10.

3) Ex Eutocio multis locis aliam scripturam et sine dubio genuinam cognoscimus: lin. 14:  $B\Gamma\Delta$  τμήμα, σύγκειται ἐκ τς

ἐστὶ πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Theta\Gamma$ . ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ  $H\Theta$ ,  $\Theta A$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Theta\Gamma$  μετὰ τοῦ τῆς  $A\Theta$  πρὸς  $\Theta Z$  ὁ τοῦ ὑπὸ τῶν  $H\Theta$ ,  $\Theta A$  ἐστὶν ἐπὶ τὴν  $\Theta A$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Theta\Gamma$  ἐπὶ τὴν  $\Theta Z$ . ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ τῶν  $H\Theta A$  ἐπὶ τὴν  $\Theta A$  ὁ τοῦ ἀπὸ τῆς  $\Theta A$



5 ἐστὶ ἐπὶ τὴν  $\Theta H$ . ὅτι ἄρα τὸ ἀπὸ  $\Theta A$  ἐπὶ τὴν  $\Theta H$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Theta$  ἐπὶ τὴν  $\Theta Z$  ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ τῆς  $A\Theta$  πρὸς  $\Theta\Gamma$  διπλασίου [ἐστὶν ὁ τοῦ ἀπὸ  $A\Theta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Theta\Gamma$ ]. τὸ ἄρα ἀπὸ  $A\Theta$  ἐπὶ τὴν  $\Theta H$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Theta\Gamma$  ἐπὶ τὴν  $\Theta Z$  ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἥπερ τὸ  
 10 ἀπὸ  $A\Theta$  ἐπὶ τὴν  $\Theta H$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Theta$  ἐπὶ τὴν  $\Theta H$ . ὅτι ἄρα μείζον ἐστὶ τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Theta$  ἐπὶ τὴν  $Z\Theta$  τοῦ ἀπὸ  $\Gamma\Theta$  ἐπὶ τὴν  $\Theta H$ . ὅτι ἄρα μείζων ἐστὶν ἢ  $\Theta Z$  τῆς  $\Theta H$ .

φημὶ δὴ, ὅτι καὶ τὸ μείζον τμῆμα πρὸς τὸ ἐλάσσον μείζονα λόγον ἔχει ἢ ἡμιόλιον τοῦ τῆς ἐπιφανείας

1. τὸ ἀπό] (prius) την F; corr. BD. 2.  $\Theta\Gamma$ ]  $H\Theta$ ,  $\Theta\Gamma F$ ; corr. ed. Basil., Cr. 3. ἐπί] (prius) προς per comp. F; corr. ed. Basil.  $H\Theta$ ,  $\Theta A$  Torellius. 4. ἐπί] προς per comp. F; corr. ed. Basil.\* Post prius  $\Theta A$  in ed. Basil. et Cr. legitur: πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Theta\Gamma$  ἐπὶ τὴν  $\Theta H$ , sed haec uerba om. F; Torellius ea recepit,  $\Theta H$  in  $\Theta Z$  mutato, et praeterea addidit: ὁ αὐτός ἐστὶ τῶ ἀπὸ  $A\Theta$  ἐπὶ τὴν  $\Theta H$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Theta\Gamma$  ἐπὶ τὴν  $\Theta Z$ . ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ τῶν  $H\Theta$ ,  $\Theta A$  ἐπὶ τὴν  $\Theta A$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Theta\Gamma$  ἐπὶ τὴν  $\Theta H$ . aliam huius loci difficillimi emendandi uiam ingressus sum Neue Jahrb. Suppl. XI p. 396, nondum cognita scriptura codicis F. 5. ἐπί] (priore loco) scripsi; προς F, uulgo. τὴν  $\Theta H$ ] το

πόρ.; u. Eutocius]. sed ratio ex  $H\Theta : \Theta\Gamma$  et  $A\Theta : \Theta\Gamma$  composita haec est:  $H\Theta \times \Theta A : \Theta\Gamma^2$  [u. Eutocius].

sed  $H\Theta \times \Theta A : \Theta\Gamma^2$  una cum  $A\Theta : \Theta Z$  est

$(H\Theta \times \Theta A) \times \Theta A : \Theta\Gamma^2 \times \Theta Z$  [u. lemma Eutocii].<sup>1)</sup>

sed

$(H\Theta \times \Theta A) \times \Theta A [ : \Theta\Gamma^2 \times \Theta Z ] = \Theta A^2 \times \Theta H [ : \Theta\Gamma^2 \times \Theta Z ]$   
[ibid.] itaque [demonstrandum est]

$$\Theta A^2 \times \Theta H : \Theta\Gamma^2 \times \Theta Z < A\Theta^2 : \Theta\Gamma^2,$$

hoc est  $< A\Theta^2 \times \Theta H : \Theta\Gamma^2 \times \Theta H$  [u. Eutocius].

quare [demonstrandum]  $\Gamma\Theta^2 \times Z\Theta > \Gamma\Theta^2 \times \Theta H$  [u. Eutocius]. [demonstrandum] igitur  $Z\Theta > \Theta H$  [quod constat; u. Eutocius].

dico igitur, maius segmentum ad minus maiorem quam sesquialteram rationem habere, quam superficies

του; lin. 16: οὐ βάσις; lin. 18: πρὸς κῶνον τόν; lin. 21; λόγος om.; lin. 22:  $BA\Delta$  κώνου et  $B\Gamma\Delta$  κώνου;  $A\Theta$  ἐστὶ; lin. 23: τὸ  $B\Gamma\Delta$  τμήμα; lin. 24: συγκείμενος; ibid. ἐκ τε του; lin. 25:  $\Theta\Gamma$  μετὰ τοῦ τῆς; sed discrepantias praeter unam (u. comm. crit. ad lin. 18) aut duo (ibid. ad lin. 16) transscriptori tribuo.

1) In hac quoque pagina Eutocius scripturas permultas discrepantes praebet: lin. 1:  $H\Theta A$ ; lin. 2:  $\Gamma\Theta$ , ὑπὸ  $H\Theta A$  ἐστὶν; lin. 4: τῶν om.; ibid.:  $A\Theta$  ὁ αὐτός ἐστὶ τῶ ἀπὸ  $A\Theta$  ἐπί; lin. 6: ἐλάσσονα ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ τῆς  $A\Theta$  πρὸς  $\Theta\Gamma$ ; lin. 9: ἥπερ τὸ αὐτὸ τὸ; lin. 11: ὅτι τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Theta$  ἐπὶ τὴν  $Z\Theta$  μείζον ἐστὶ τοῦ; lin. 13: καὶ om.; lin. 14: ἐπιφανείας πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν λόγου; p. 246 lin. 3: ἐπιφανείας πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν λόγου; lin. 4: ἀπὸ τῆς  $B\Gamma$ ; lin. 5: φημι οὖν; lin. 8: ἀπὸ τῆς  $\Theta B$ . ante ὅτι lin. 5 Nizzius addi uoluit φημι δέ; similia in hoc ὅτι semper addit Eutocius.

ἀπὸ  $\Theta\Gamma$  Cr., ed. Basil., Torellius. 6.  $\Theta Z$ ]  $AZ$  F;  $Z\Theta$  ed. Basil.; Torellius. 7. διπλασιων FBC, διπλάσιον AD, ed. Basil.; corr. Torellius, qui tum addidit ὅς. 9. ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἥπερ τὸ ἀπὸ  $A\Theta$  ἐπὶ τὴν  $\Theta H$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Theta$  ἐπὶ τὴν  $\Theta H$ ] om. F, uulgo; supplementum Torellii dubitans recepi. 13. δὴ, ὅτι] B, Torellius; διοτι F, uulgo. 14. Post ἐπιφανείας in B, ed. Basil., Cr., Torellio additur: πρὸς ἐπιφάνειαν; idem p. 246 lin. 3 suppleuit Torellius solus.

λόγου. ἀλλ' ὁ μὲν τῶν τμημάτων ἐδείχθη ὁ αὐτὸς  
 τῶ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ  $A\Theta$  ἐπὶ τὴν  $\Theta H$  πρὸς τὸ ἀπὸ  
 $\Theta \Gamma$  ἐπὶ τὴν  $\Theta Z$ . τοῦ δὲ τῆς ἐπιφανείας λόγου ἡμιό-  
 λιος ἐστὶν ὁ τοῦ ἀπὸ  $AB$  κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ  $B\Gamma$   
 5 κύβον. φημι δὴ, ὅτι τὸ ἀπὸ  $A\Theta$  ἐπὶ τὴν  $\Theta H$  πρὸς  
 τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Theta$  ἐπὶ τὴν  $\Theta Z$  μείζονα λόγον ἔχει, ἥπερ [ὁ  
 ἀπὸ τῆς  $AB$  κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς  $B\Gamma$  κύβον,  
 τουτέστιν] ὁ ἀπὸ τῆς  $A\Theta$  κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ  $\Theta B$   
 κύβον, τουτέστιν ὁ τοῦ ἀπὸ  $A\Theta$  πρὸς τὸ ἀπὸ  $B\Theta$   
 10 καὶ ὁ τῆς  $A\Theta$  πρὸς  $\Theta B$ . ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ  $A\Theta$  πρὸς τὸ  
 ἀπὸ  $\Theta B$  προσλαβὼν τὸν τῆς  $A\Theta$  πρὸς  $\Theta B$  ὁ τοῦ ἀπὸ  
 $A\Theta$  ἐστὶν πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν  $\Gamma\Theta B$ . ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ  
 $A\Theta$  πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν  $B\Theta \Gamma$  ὁ τοῦ ἀπὸ  $A\Theta$  ἐστὶν  
 ἐπὶ τὴν  $\Theta H$  πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν  $B\Theta \Gamma$  ἐπὶ τὴν  $\Theta H$ .  
 15 φημι δὴ, ὅτι ἄρα τὸ ἀπὸ  $A\Theta$  ἐπὶ τὴν  $\Theta H$  πρὸς τὸ  
 ἀπὸ  $\Gamma\Theta$  ἐπὶ τὴν  $\Theta Z$  μείζονα λόγον ἔχει, ἥπερ [τὸ ἀπὸ  
 $A\Theta$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $B\Theta \Gamma$ , τουτέστι] τὸ ἀπὸ  $A\Theta$  ἐπὶ τὴν  
 $\Theta H$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $B\Theta \Gamma$  ἐπὶ τὴν  $\Theta H$ . δεικτέον οὖν,  
 ὅτι τὸ ἀπὸ  $\Theta \Gamma$  ἐπὶ τὴν  $\Theta Z$  ἔλασσόν ἐστὶ τοῦ ὑπὸ  
 20 τῶν  $B\Theta \Gamma$  ἐπὶ τὴν  $H\Theta$ . ὃ ταυτόν ἐστὶ τῶ δείξαι, ὅτι  
 τὸ ἀπὸ  $\Gamma\Theta$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $B\Theta \Gamma$  ἐλάσσονα λόγον ἔχει,  
 ἥπερ ἢ  $H\Theta$  πρὸς  $\Theta Z$  [δει ἄρα δείξαι, ὅτι ἢ  $H\Theta$  πρὸς  
 $\Theta Z$  μείζονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἢ  $\Gamma\Theta$  πρὸς  $\Theta B$ ]. ἤχθω  
 ἀπὸ τοῦ  $E$  τῆ  $E\Gamma$  πρὸς ὀρθὰς ἢ  $E\kappa$ , καὶ ἀπὸ τοῦ

4. κύβου] κυκλον F; corr. B. 5. κύβον] κυκλον F; corr.  
 B. ὅτι τό] οτι του F; corr. Torellius. 6. ἥπερ] ηπερ ἢ F;  
 corr. Torellius. 8. ἀπὸ τῆς] της F; corr. B. 9. ἀπὸ  $A\Theta$ ]  $A\Theta$   
 F; corr. B. 11. ὁ τοῦ] Nizze (Cr.); ο δε του F, vulgo. 12.  
 $\Gamma\Theta$ ,  $\Theta B$  Torellius. 13.  $B\Theta \Gamma$ ] scripsi;  $B\Theta$ ,  $\Theta \Gamma$  Torellius;  
 $\Theta B \Gamma$  F, vulgo. 14.  $B\Theta \Gamma$ ] ut lin. 13. 17. ὑπό] απο F;  
 corr. Torellius.  $B\Theta$ ,  $\Theta \Gamma$  idem, ut lin. 18, 20, 21. 24.  $E$   
 τῆ  $E\Gamma$  πρὸς ὀρθὰς ἢ  $E\kappa$ , καὶ ἀπὸ τοῦ] om. F; corr. Torellius  
 et ed. Basil., nisi quod pro καὶ habet ἤχθω; om. Cr.

inter se. sed demonstratum est, rationem, quam inter se habent segmenta, esse

$$= A\Theta^2 \times \Theta H : \Theta \Gamma^2 \times \Theta Z.$$

ratio uero  $AB^3 : B\Gamma^3$  sesquialtera est, quam ratio, quam superficies inter se habent [u. Eutocius]. dico igitur,

$$A\Theta^2 \times \Theta H : \Gamma\Theta^2 \times \Theta Z$$

rationem maiorem esse quam

$$A\Theta^3 : \Theta B^3 \text{ [u. Eutocius],}$$

hoc est

$$> A\Theta^2 : B\Theta^2 \times A\Theta : \Theta B \text{ [u. Eutocius].}$$

sed

$$A\Theta^2 : \Theta B^2 \times A\Theta : \Theta B = A\Theta^2 : \Gamma\Theta \times \Theta B$$

[u. Eutocius]. sed

$$A\Theta^2 : \Gamma\Theta \times \Theta B = A\Theta^2 \times \Theta H : (B\Theta \times \Theta \Gamma) \times \Theta H$$

[u. Eutocius]. dico igitur

$$A\Theta^2 \times \Theta H : \Gamma\Theta^2 \times \Theta Z > A\Theta^2 \times \Theta H : (B\Theta \times \Theta \Gamma) \times \Theta H.$$

demonstrandum igitur

$$\Gamma\Theta^2 \times \Theta Z < (B\Theta \times \Theta \Gamma) \times \Theta H \text{ [u. Eutocius].}$$

quod idem est, ac si demonstramus:

$$\Gamma\Theta^2 : B\Theta \times \Theta \Gamma < H\Theta : \Theta Z \text{ [u. Eutocius].}^1)$$

ducatur ab  $E$  puncto ad  $E\Gamma$  lineam perpendicularis linea  $EK$ , et a  $B$  puncto ad eam perpendicularis linea  $BA$ .

1) Verba sequentia  $\delta\epsilon\iota$  lin. 22 —  $\Theta B$  lin. 23 ex Eutocio huc translata sunt, propter p. 248 lin. 1—3 superuacua. his deletis uerba  $\epsilon\pi\lambda\omicron\iota\pi\omicron\nu$  p. 248 lin. 1 —  $\Theta B$  lin. 3, quae habet Eutocius, retinenda sunt.

$B$  κάθετος ἐπ' αὐτήν ἢ  $BA$ . ἐπίλοιπον ἡμῖν δεῖξαι,  
 διότι ἢ  $H\Theta$  πρὸς  $\Theta Z$  μείζονα λόγον ἔχει, ἢπερ ἢ  $\Gamma\Theta$   
 πρὸς  $\Theta B$ . ἴση δὲ ἐστὶν ἢ  $\Theta Z$  συναμφοτέρῳ τῇ  $A\Theta$ ,  
 $KE$ . δεῖξαι ἄρα δεῖ, ὅτι ἢ  $H\Theta$  πρὸς συναμφοτέρον  
 5 τὴν  $\Theta A$ ,  $KE$  μείζονα λόγον ἔχει, ἢπερ ἢ  $\Gamma\Theta$  πρὸς  $\Theta B$ .  
 καὶ ἀφαιρεθείσης ἄρα ἀπὸ τῆς  $\Theta H$  τῆς  $\Gamma\Theta$ , ἀπὸ δὲ  
 τῆς  $KE$  τῆς  $EA$  ἴσης τῇ  $B\Theta$  δεήσει δειχθῆναι, ὅτι  
 λοιπὴ ἢ  $\Gamma H$  πρὸς λοιπὴν συναμφοτέρον τὴν  $A\Theta$ ,  $KA$   
 μείζονα λόγον ἔχει, ἢπερ ἢ  $\Gamma\Theta$  πρὸς  $\Theta B$ , τουτέστιν  
 10 ἢ  $\Theta B$  πρὸς  $\Theta A$ , τουτέστιν ἢ  $AE$  πρὸς  $\Theta A$ . καὶ ἐναλ-  
 λάξ, ὅτι ἢ  $KE$  πρὸς  $EA$  μείζονα λόγον ἔχει, ἢπερ  
 συναμφοτέρος ἢ  $KA$ ,  $\Theta A$  πρὸς  $\Theta A$ . καὶ διελόντι ἢ  
 $KA$  πρὸς  $AE$  μείζονα λόγον ἔχει, ἢπερ ἢ  $KA$  πρὸς  
 $\Theta A$ . ὅτι ἐλάσσων ἐστὶν ἢ  $AE$  τῆς  $\Theta A$ .

15

θ'.

Τῶν τῇ ἴση ἐπιφανείᾳ περιεχομένων σφαιρικῶν  
 τμημάτων μείζον ἐστὶ τὸ ἡμισφαίριον.

ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ  $AB\Gamma\Delta$ , διά-  
 μετρος δὲ αὐτοῦ ἢ  $A\Gamma$ , καὶ ἄλλη σφαῖρα, ἣς μέγιστος  
 20 κύκλος ὁ  $EZH\Theta$ , διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἢ  $EH$ . καὶ τε-  
 τμήσθω ἐπιπέδῳ ἢ μὲν ἑτέρα σφαῖρα διὰ τοῦ κέντρου,

1.  $BA$ ]  $B\Delta$  FV. ἡμῖν] μιναι F; corr. ed. Basil.\* 2.  
 διότι] ὅτι Nizze. 4. δεῖ, ὅτι] διοτι F; corr. B. 12.  $\Theta A$ ]  $\Theta A$  F; corr. ed. Basil.\* διελόντι, ὅτι? 15. ιδ' F; ι' To-  
 rellius.



restat, ut demonstremus:  $H\Theta : \Theta Z > \Gamma\Theta : \Theta B$  [u. Eutocius]. sed  $\Theta Z = A\Theta + KE$  [u. Eutocius].<sup>1)</sup> itaque demonstrandum  $H\Theta : \Theta A + KE > \Gamma\Theta : \Theta B$ . quare etiam subtracta a  $\Theta H$  linea linea  $\Gamma\Theta$  et a  $KE$  linea linea  $EA$  aequali lineae  $B\Theta$ <sup>2)</sup> demonstrandum erit

$$\Gamma H : A\Theta + KA > \Gamma\Theta : \Theta B \text{ [u. Eutocius],}$$

hoc est  $> \Theta B : \Theta A$ <sup>3)</sup>, hoc est  $> AE : \Theta A$  [nam  $AE = \Theta B$ ], et uicissim  $KE : EA > KA + \Theta A : \Theta A$ <sup>4)</sup>, et dirimendo  $KA : AE > KA : \Theta A$ <sup>5)</sup>, hoc est

$$AE < \Theta A \text{ [Eucl. V, 10].}^6)$$

## IX.

Omnium segmentorum sphaerarum, quae aequali superficie continentur, maximum est hemisphaerium.<sup>7)</sup>

sit  $AB\Gamma\Delta$  circulus sphaerae maximus, et diametrus eius  $A\Gamma$ , et alia sphaera sit, cuius circulus maximus sit  $EZH\Theta$ , diametrus autem eius  $EH$ . et secetur plano

1) Ex Eutocio haec corrigi possunt: p. 246 lin. 12: *έστι*; ibid.: *των* om., item lin. 13, 14, 20; lin. 13—14:  $B\Theta\Gamma$  λόγος, *ὁ αὐτός* *έστι* *τῶ* *τοῦ* *ἀπὸ*  $A\Theta$  *ἐπὶ* *τῆς*; lin. 15: *ἄρα* om.; lin. 18:  $\Gamma\Theta B$ ; ibid.: *οὖν* om.; lin. 21:  $\Gamma\Theta B$ ; p. 248, 4: *δει* *ἄρα* *δειξαι*, *ὅτι*. omisi discrepantias minutissimas in litterarum ordine, quem fieri potest ut Eutocius ipse mutauerit. praeterea Eutocius p. 248 lin. 13: habet: *ἥπερ* *αὐτῆ* *ἢ* et ibid. 14 *τουτέστιν*, *ὅτι* *ἐλάσσων* *ἢ*  $AE$  *τῆς*  $\Theta A$  *έστιν*.

2) Horum uerborum formam singularem (lin. 6—7) propter Eutocium mutare non audeo.

3) Nam  $\Gamma\Theta : \Theta B = \Theta B : \Theta A$ ; Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 Nr. 16.

4) Nam  $KE = \Gamma H$ ; tum u. Pappus VII, 47 p. 686.

5) U. supra p. 235 not. 1.

6) Conclusionem hic et p. 244, 12 omissam Eutocius nec habuisse nec desiderasse uidetur. idem synthesim utriusque partis de suo addit.

7) *Τὸ ἡμισφαίριον μέγιστόν* *έστι* *των* *περιεχομένων* *ὑπὸ* *ἴσας* *έπιφανείας* *σφαίρας* *τμαμάτων*. *περὶ* *έλίκ*. praef.

ἢ δὲ ἑτέρα μὴ διὰ τοῦ κέντρου. ἔστω δὲ τὰ τέμνοντα  
ἐπίπεδα ὀρθὰ πρὸς τὰς  $ΑΓ$ ,  $ΕΗ$  διαμέτρους. καὶ  
τετμήσθωσαν κατὰ τὰς  $ΔΒ$ ,  $ZΘ$  γραμμάς.

ἔστιν δὴ τὸ μὲν κατὰ τὴν  $ZΕΘ$  περιφέρειαν τμήμα  
6 τῆς σφαίρας ἡμισφαίριον, τῶν δὲ κατὰ τὴν  $ΒΑΔ$  περι-  
φέρειαν τομῶν ἐν μὲν τῷ ἑτέρῳ σχήματι, πρὸς ὃ τὸ  
 $Σ$  σημεῖον, μείζον ἡμισφαιρίου, ἐν δὲ τῷ ἑτέρῳ ἔλασ-  
σον ἡμισφαιρίου. ἴσαι δὲ ἔστωσαν αἱ τῶν εἰρημένων  
τμημάτων ἐπιφάνειαι. λέγω οὖν, ὅτι μείζον ἔστι τὸ  
10 κατὰ τὴν  $ZΕΘ$  περιφέρειαν ἡμισφαίριον τοῦ κατὰ τὴν  
 $ΒΑΔ$  περιφέρειαν τμήματος.

ἐπεὶ γὰρ ἴσαι εἰσὶν αἱ ἐπιφάνειαι τῶν εἰρημένων  
τμημάτων, φανερόν, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ  $ΒΑ$  τῇ  $ΕΖ$  εὐ-  
θείᾳ [δέδεικται γὰρ ἐκάστου τμήματος ἡ ἐπιφάνεια  
15 ἴση οὖσα κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ  
ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος εὐθείᾳ ἀγομένη ἐπὶ  
τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βᾶσις τοῦ τμή-  
ματος]. [καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡμίσεως κύκλου ἡ  $ΒΑΔ$   
περιφέρεια ἐν τῷ ἑτέρῳ σχήματι, πρὸς ὃ τὸ  $Σ$  σημεῖον]  
20 δῆλον, ὅτι ἡ  $ΒΑ$  ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλασίῳ δυνάμει  
τῆς  $ΑΚ$ , τῆς δὲ ἐκ τοῦ κέντρου μείζων ἢ διπλασίῳ  
δυνάμει. ἔστω δὲ καὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ  $ΑΒΔ$   
κύκλου ἴση ἡ  $ΓΞ$ , καὶ ὃν ἔχει λόγον ἡ  $ΓΞ$  πρὸς τὴν  
 $ΓΚ$ , τοῦτον ἐχέτω ἡ  $ΜΑ$  πρὸς  $ΑΚ$ . ἀπὸ δὲ τοῦ κύ-  
25 κλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν  $ΒΔ$  κῶνος ἔστω κορυ-

1. τὰ] scripsi; τα μεν F, vulgo. 4. ἔστιν] ἔστω Nizze;  
sed respicitur ad p. 248, 21 sq. 6. τομῶν] τμημάτων Nizze.  
8. αἱ τῶν εἰρημένων τμημάτων ἐπιφάνειαι. λέγω οὖν] om. F;  
corr. ed. Basil. nocuit similitudo compendiorum ἔστωσαν et οὖν;  
lacunam sic supplevit Cr.: „est autem superficies maioris por-  
tionis unius sphaerae superficiei dimidiae sphaerae aequalis, quae  
est ad circumferentiam *feh.* dico igitur.“ 17. ὅς] ὃ F; corr.  
Torellius. 19.  $Σ$ ]  $Γ$  F; corr. ed. Basil.\*; sed fortasse et hic

altera sphaera per centrum, altera autem non per centrum. et plana secantia ad diametros  $AG$ ,  $EH$  perpendicularia sint et secent<sup>1)</sup> in lineis  $AB$ ,  $Z\Theta$ .

itaque segmentum sphaerae in ambitu  $ZE\Theta$  positum hemisphaerium est, segmentum autem in ambitu  $BA\Delta$  positum<sup>2)</sup> in altera figura, ad quam est  $\Sigma$  signum, maius hemisphaerio, in altera uero minus. aequales autem sint superficies segmentorum, quae commemorauimus. dico igitur, hemisphaerium in  $ZE\Theta$  ambitu positum maius esse segmento in  $BA\Delta$  ambitu posito.

nam quoniam aequales sunt superficies segmentorum, adparet, esse  $BA = EZ$  [I, 42—43; Eucl. XII, 2]. [et quoniam ambitus  $BA\Delta$  in altera figura, ad quam  $\Sigma$  signum est, maior est semicirculo] adparet esse

$$BA^2 < 2AK^2,$$

sed maiorem duplici quadrato radii [u. Eutocius].<sup>3)</sup> praeterea autem linea  $\Gamma\Xi$  aequalis sit radio circuli  $AB\Delta$ , et sit  $\Gamma\Xi : \Gamma K = MA : AK$ . et in circulo circum  $B\Delta$  diametrum descripto construaturs conus uer-

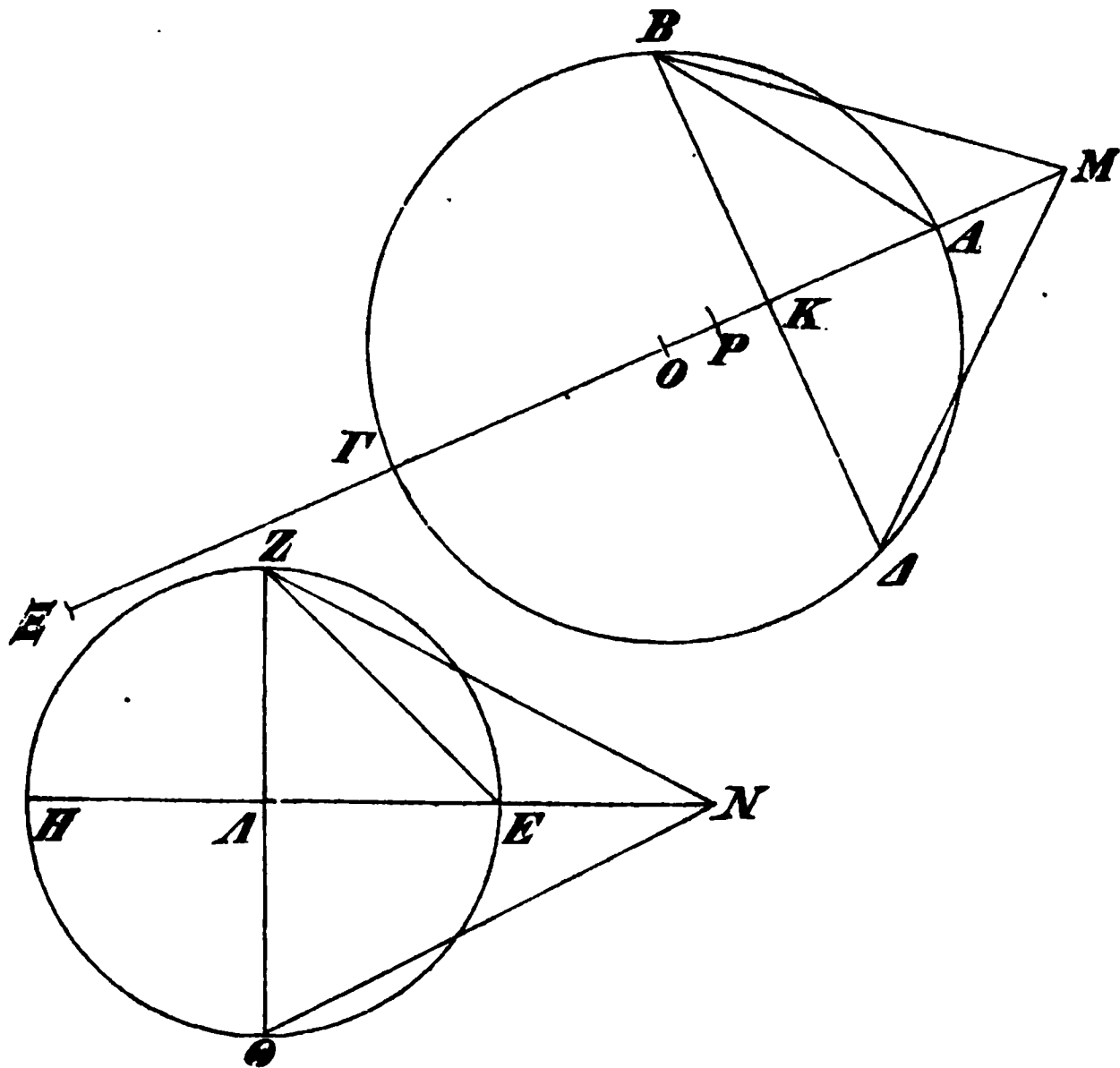
1) Aut auditur *οἱ κύκλοι*, aut potius Archimedes scripserat: *τετρακόντων*. cfr. Quaest. Arch. p. 88.

2) Verba corrupta lin. 5—6 sic fere restituenda sunt: *τὸ δὲ κατὰ τὴν  $BA\Delta$  περιφέρεια τμήμα*.

3) Ex eo comperimus, Archimedes lin. 20—22 scripsisse *δῆλον δὲ, ὅτι ἡ  $BA$  τῆς μὲν  $AK$  ἐλάσσων ἐστὶ ἢ διπλασία δυνάμει, τῆς δὲ ἐκ τοῦ κέντρον μείζων ἢ διπλασία*. lin. 22 *δυνάμει* del. Torellius. - Nizzius post hoc uerbum cum Sturmio aliisque addit: *ἐν δὲ τῷ ἐτέρῳ σχήματι τὰναντία τούτοις. κείσθω τῷ ἡμίσει τοῦ ἀπὸ  $AB$ , τουτέστι τοῦ ἀπὸ  $EZ$ , ἴσον τὸ ἀπὸ  $AP$ . ἔσται ἄρα τῇ  $EA$  ἴση ἡ  $AP$ , καὶ τῆς  $AK$  ἢ  $AP$  ἐγγυτέρω τῆς διχοτομίας τῆς ἐν τῷ  $O$  σημείῳ*.

et lin. 7 scrib.  $\mathcal{A}$ . 20. *ἐστίν*] per comp. F. 25. *τοῦ*] addidi; om. F, uulgo.

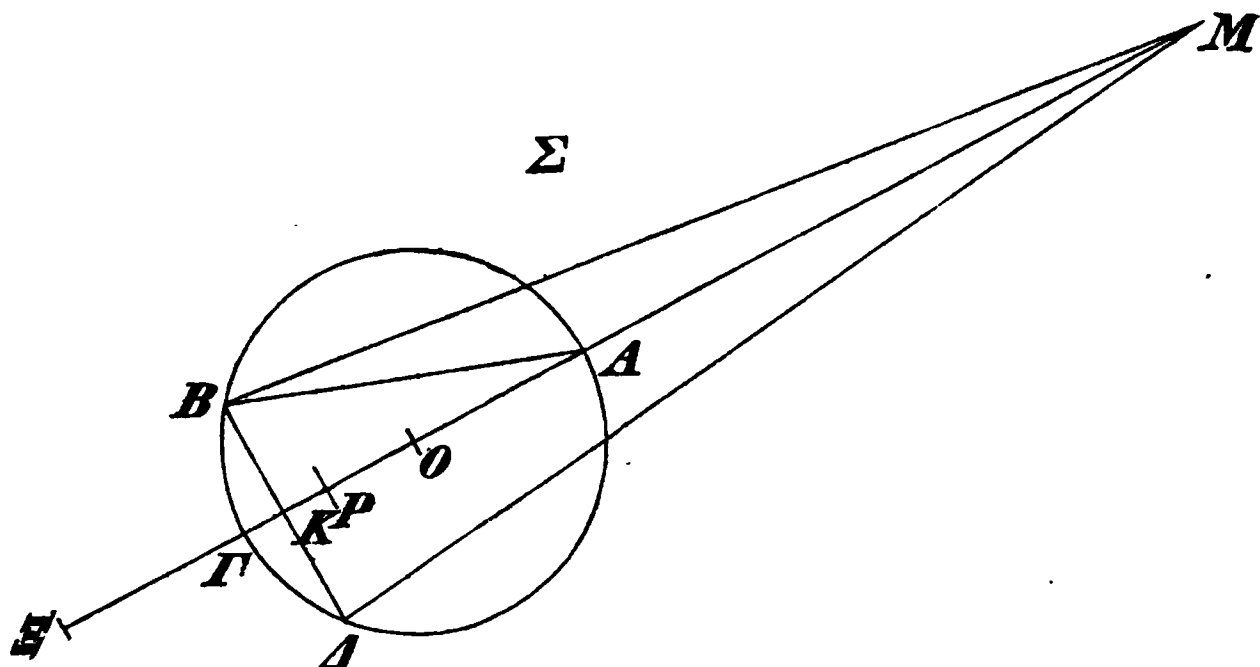
φὴν ἔχων τὸ  $M$  σημείον. ἴσος δὴ ἔστιν οὗτος τῷ  
κατὰ τὴν  $BA\Delta$  περιφέρειαν τμήματι τῆς σφαίρας. ἔστω  
καὶ τῆ  $EA$  ἴση ἢ  $EN$ , καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ



διάμετρον τὴν  $\Theta Z$  κῶνος ἔστω κορυφὴν ἔχων τὸ  $N$   
6 σημείον. ἴσος δὴ καὶ οὗτός ἐστι τῷ κατὰ τὴν  $\Theta EZ$   
περιφέρειαν ἡμισφαιρίῳ. τὸ δὲ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν  
 $AP\Gamma$  μείζον ἐστὶ τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τῶν  $AK\Gamma$ ,  
διότι τὴν ἐλάσσονα πλευρὰν τῆς ἐλάσσονος τοῦ ἑτέρου  
μείζονα ἔχει. τὸ δὲ ἀπὸ τῆς  $AP$  ἴσον ἐστὶ τῷ περι-  
10 εχομένῳ ὑπὸ τῶν  $AK, \Gamma\Xi$ . ἡμισυ γάρ ἐστι τοῦ ἀπὸ

6. δέ] scripsi cum Eutocio; δη F, vulgo. 7.  $AP, P\Gamma$  Torrellius.  $AK, K\Gamma$  idem. 10.  $AK, \Gamma\Xi$ ]  $A\Xi F$ ; corr. ed. Basil.; cfr. Eutocius.

ticem habens punctum  $M$ . is igitur segmento sphaerae in ambitu  $BA\Delta$  posito aequalis erit.<sup>1)</sup> sit praeterea  $EN = EA$ , et in circulo circum diametrum  $\Theta Z$  de-



scripto construatur conus uerticem habens punctum  $N$ . quare etiam is hemisphaerio in ambitu  $\Theta EZ$  posito aequalis est [u. Eutocius]. sed est

$$AP \times P\Gamma > AK \times K\Gamma,$$

quia minus latus minore latere alterius rectanguli maiorius habet [u. Eutocius]. est autem  $AP^2 = AK \times \Gamma\Xi$ ; est enim  $= \frac{1}{2} AB^2$ .<sup>2)</sup> itaque etiam

1) Est enim *συνθέντι* (Eucl. V, 18):  $K\Xi : \Gamma K = MK : AK$ ; tum u. prop. 2.

2) U. Eutocius. sed nusquam dictum est, esse  $AP^2 = \frac{1}{2} AB^2$ . quare puto p. 250, 22 post *δυνάμει* excidisse: *ἔστω δὴ ἡ ΒΑ τῆς ΑΡ δυνάμει διπλασία* (forma ad lemma Eutocii adcommo-data, quod sine dubio genuina uerba Archimedis seruauit; u. p. 251 not. 3). nam uerba praecedentia lin. 20 sq. eo spectant, ut demonstretur, punctum  $P$  inter  $O$  et  $K$  cadere, et praeterea *ἔστω δὲ καὶ* lin. 22 tum demum habebunt, quo referantur. ceterum si lemma Eutocii recte in codicibus traditum est, sequitur, ut uerba *καὶ ἐπεὶ* lin. 18 — *σημεῖον* lin. 19 subditia sint (*δῆλον δέ*). hinc oritur suspicio, Archimedem omnino non ad alteram figuram respexisse, ita ut delenda sint *ἐν μὲν τῷ* p. 250, 6 — *σημεῖον* lin. 7 et *ἐν δέ* lin. 7 — *ἡμισφαιρίου* lin. 8, et praeterea ultima uerba adnotationis Eutocii ad p. 250,

τῆς  $AB$ . μείζον οὖν ἐστὶ καὶ τὸ συναμφοτέρου τοῦ  
 συναμφοτέρου [τὸ ἄρα περιεχόμενον ὑπὸ τῶν  $ΓΑΡ$   
 μείζον ἐστὶ τοῦ ὑπὸ τῶν  $ΞΚΑ$ ]. τῷ δὲ ὑπὸ τῶν  
 $ΞΚΑ$  ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν  $ΜΚΓ$  [ὥστε μείζον ἐστὶ  
 5 τὸ ὑπὸ τῶν  $ΓΑ, ΑΡ$  τοῦ ὑπὸ τῶν  $ΜΚΓ$ ]. ὥστε μεί-  
 ζονα λόγον ἔχει ἢ  $ΓΑ$  πρὸς τὴν  $ΚΓ$ , ἢπερ ἢ  $ΜΚ$   
 πρὸς τὴν  $ΑΡ$ . ὃν δὲ λόγον ἔχει ἢ  $ΑΓ$  πρὸς τὴν  $ΓΚ$ ,  
 τοῦτον ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς  $ΑΒ$  πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς  $ΒΚ$ .  
 δῆλον οὖν, ὅτι μείζονα λόγον ἔχει τὸ ἡμισυ τοῦ ἀπὸ  
 10 τῆς  $ΑΒ$ , ὃ ἐστὶν ἴσον τῷ ἀπὸ  $ΑΡ$ , πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς  
 $ΒΚ$ , ἢπερ ἢ  $ΜΚ$  πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς  $ΑΡ$ , ἢ ἐστὶν  
 ἴση τῇ  $ΑΝ$ . μείζονα ἄρα λόγον ἔχει καὶ ὁ κύκλος ὁ περὶ  
 διάμετρον τὴν  $ZΘ$  πρὸς τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον  
 τὴν  $ΒΔ$ , ἢ ἢ  $ΜΚ$  πρὸς τὴν  $ΝΑ$ . ὥστε μείζων ἐστὶν ὁ  
 15 κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν  $ZΘ$   
 κύκλον, κορυφὴν δὲ τὸ  $N$  σημεῖον τοῦ κῶνου τοῦ  
 βάσιν μὲν ἔχοντος κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν  $ΒΔ$ ,  
 κορυφὴν δὲ τὸ  $M$  σημεῖον. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ  
 ἡμισφαίριον τὸ κατὰ τὴν  $EZΘ$  περιφέρειαν μείζον ἐστὶ  
 20 τοῦ τμήματος τοῦ κατὰ τὴν  $ΒΑΔ$  περιφέρειαν.

1. μείζον] scripsi cum Eutocio; μείζων F, vulgo. 2.  $ΓΑ, ΑΡ$  Torellius. 3. μείζων F. in figura litteram O ex Eutocio addidit Nizze, litteram Σ ed. Basil., sed prae; corr. Torellius. 3.  $ΞΚΑ$ ] B\*, ed. Basil.;  $ΞΑΚ$  F;  $ΞΚ, ΚΑ$  Torellius, ut etiam lin. 4. 4.  $ΜΚΓ$ . ὥστε μείζον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν] om. F; corr. Cr., ed. Basil. 5.  $ΓΑΡ$  ed. Basil.  $ΜΚ, ΚΓ$  Torellius. 10.  $ΑΡ$ , πρὸς τὸ ἀπό] om. F; corr. Cr., ed. Basil. 12.  $ΑΝ$ ]  $ΑΗ$  F; corr. A, Cr., ed. Basil. 14. ἢ] ἢπερ Torellius.  $ΜΚ$ ]  $ΗΜΚ$  F; corr. ed. Basil.\*  $ΝΑ$ ]  $ΜΑ$  F; corr. Torellius; „ln“ Cr. μείζον F. 15. διάμετρον] διαμετρον μεν F, ut etiam lin. 17; corr. utroque loco Torellius. in fine Αρχιμηδους περι σφαιρας και κυλινδρου  $\overline{B}$  F, Cr.

$$AP \times P\Gamma + AP^2 > AK \times K\Gamma + AK \times \Gamma\Xi$$

[hoc est  $\Gamma A \times AP > AK \times K\Xi$  (u. Eutocius)]. sed

$$MK \times K\Gamma = \Xi K \times KA \text{ [u. Eutocius].}$$

quare  $\Gamma A : K\Gamma > MK : AP$  [u. Eutocius].<sup>1)</sup> sed

$$A\Gamma : \Gamma K = AB^2 : BK^2 \text{ [u. Eutocius].}$$

adparet igitur, esse  $\frac{1}{2} AB^2 : BK^2 > MK : 2AP$ , hoc est

$$AP^2 : BK^2 > MK : AN \text{ [u. Eutocius].}$$

quare etiam circulus circum diametrum  $Z\Theta$  descriptus ad circulum circum diametrum  $B\Delta$  descriptum maiorem rationem habet, quam  $MK : NA$ .<sup>2)</sup> quare conus basim habens circulum circum diametrum  $Z\Theta$  descriptum, uerticem autem punctum  $N$ , maior est cono basim habenti circulum circum diametrum  $B\Delta$  descriptum<sup>3)</sup>, uerticem autem punctum  $M$  [u. Eutocius]. adparet igitur, etiam hemisphaerium in ambitu  $EZ\Theta$  positum maius esse segmento in  $B\Delta\Delta$  ambitu posito [p. 252, 1 sq.].

20 sq. (*καὶ ταῦτα μὲν — λεχθήσεται*), in quibus etiam mira breuitas offendit. haec enim figura altera praeter unum locum p. 250, 6 prorsus negligitur. itaque transscriptor ab instituto suo demonstrationem Archimedis corrigendi destitit.

1) Ex eo adparet, Archimedes *τὴν* ante  $K\Gamma$  et  $AP$  lin. 6 et 7, sicut etiam ante  $\Gamma K$  lin. 6 omisisse. lin. 14 pro  $\eta$  habet  $\eta\pi\epsilon\rho$ .

2) Nam est  $Z\Lambda = AP$  (Eutocius); itaque

$$Z\Lambda^2 : BK^2 > MK : AN;$$

tum u. Eucl. XII, 2; nam

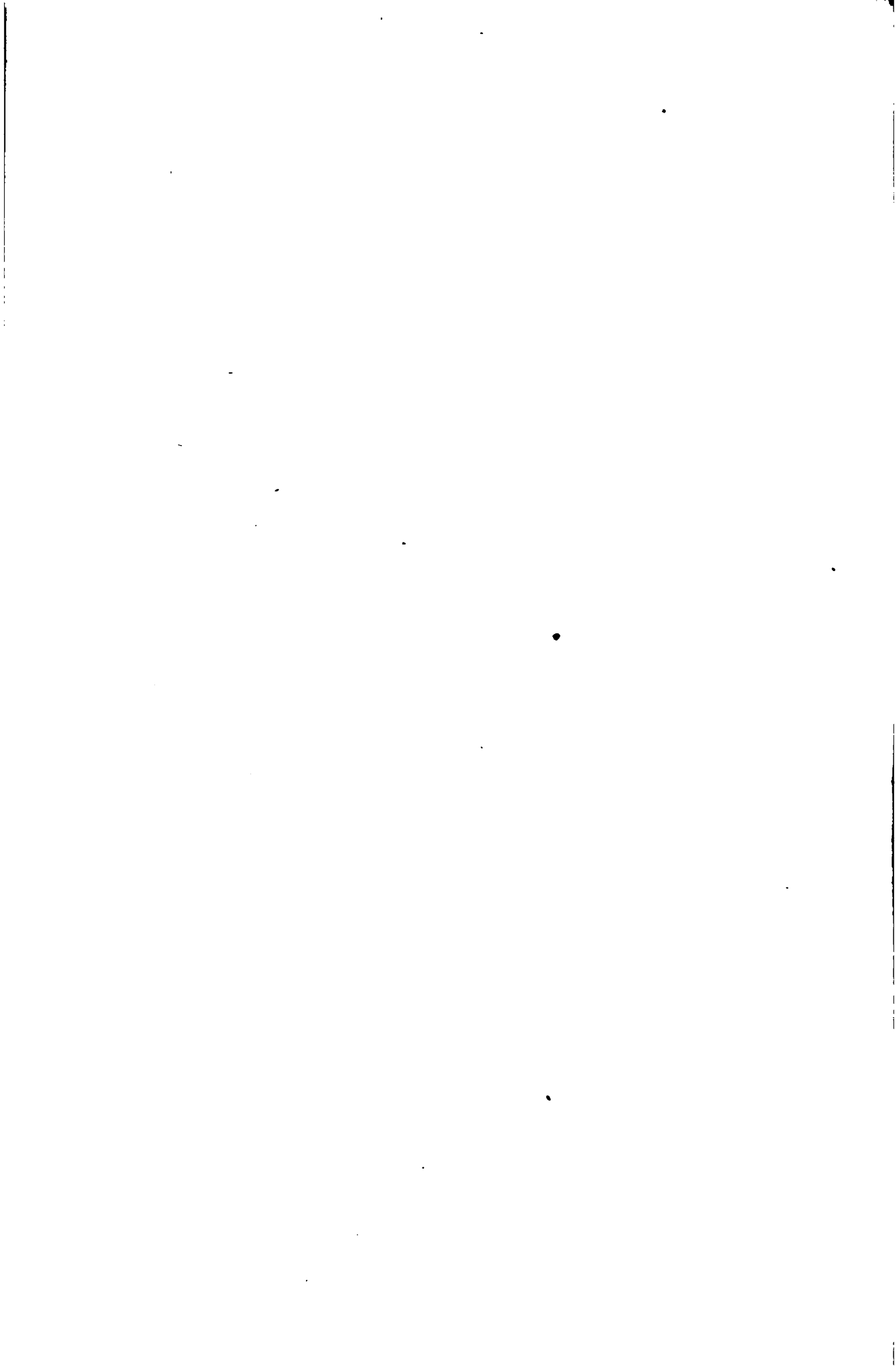
$$Z\Lambda = \frac{1}{2} Z\Theta, BK = \frac{1}{2} B\Delta.$$

3) Archimedes scripserat solito uerborum ordine lin. 17: *τὸν περὶ διάμετρον τὴν  $B\Delta$  κύκλον* (Eutocius).

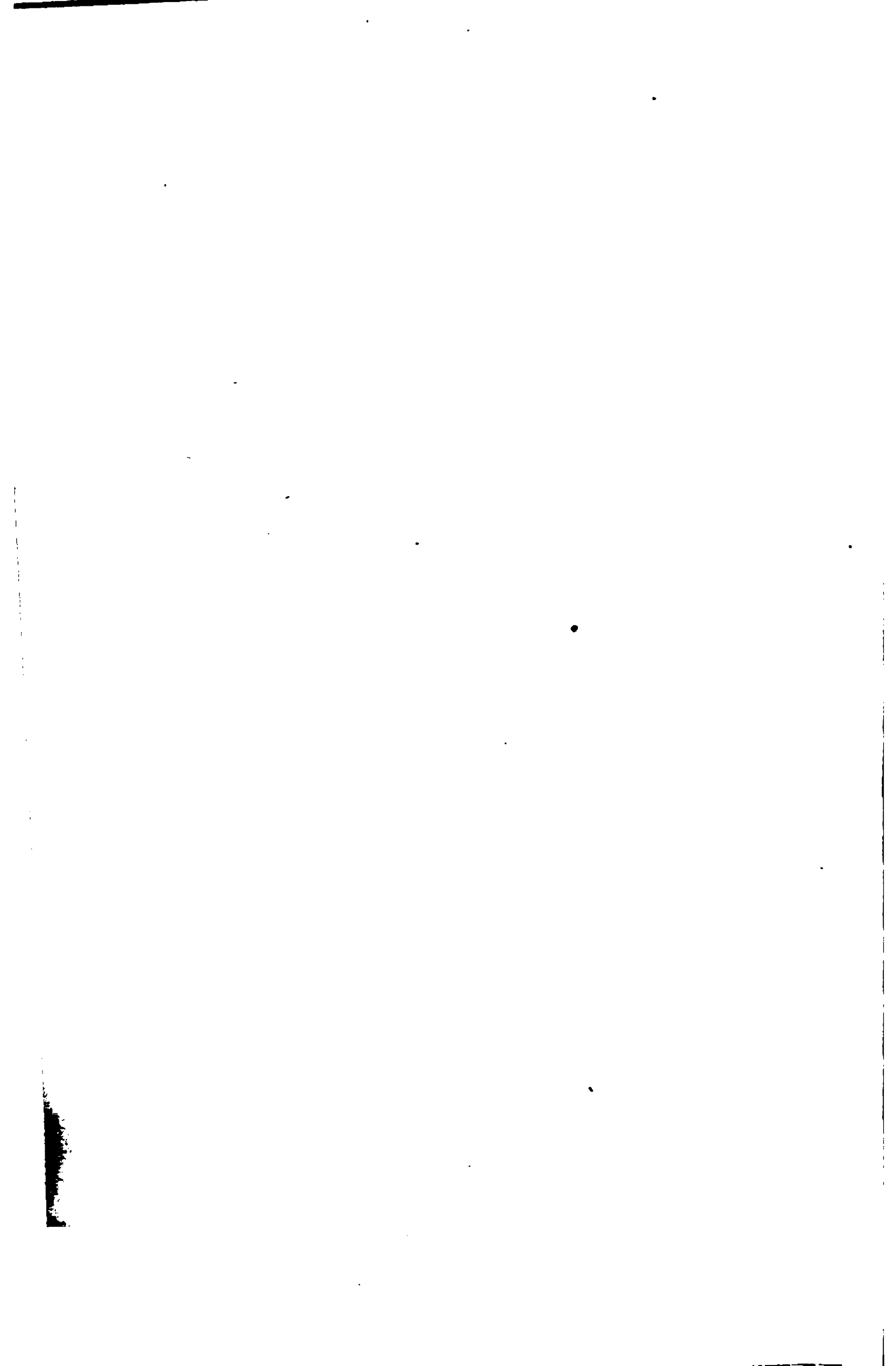




# DIMENSIO CIRCULI.



# DIMENSIO CIRCULI.



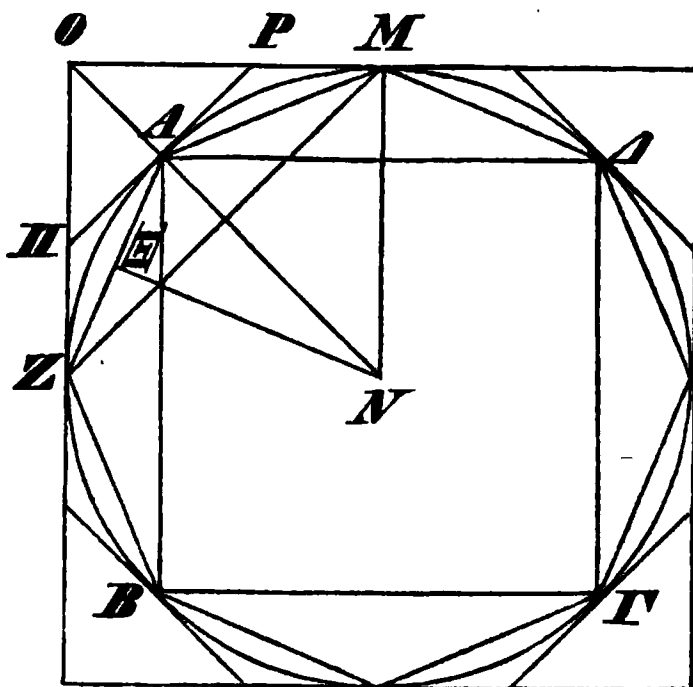
# DIMENSIO CIRCULI.

α'.

Πᾶς κύκλος ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ ὀρθογωνίῳ, οὗ ἡ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴση μιᾷ τῶν περιτῶν ὀρθῶν, ἡ δὲ περίμετρος τῇ βάσει.

δ ἔχεται ὁ  $AB\Gamma\Delta$  κύκλος τριγώνῳ τῷ  $E$ , ὡς ὑπόκειται. λέγω, ὅτι ἴσος ἐστίν.

εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω μείζων ὁ κύκλος, καὶ ἐγγεγράφθω τὸ  $A\Gamma$  τετράγωνον, καὶ τετμήσθωσαν αἱ περιφέρειαι δίχα, καὶ ἔστω τὰ τμήματα ἤδη ἐλάσσονα τῆς



10 ὑπεροχῆς, ἢ ὑπερέχει ὁ κύκλος τοῦ τριγώνου. τὸ εὐθύγραμμον ἄρα ἔτι τοῦ τριγώνου ἐστὶ μείζον. εἰλήφθω κέντρον τὸ  $N$ , καὶ κάθετος ἡ  $N\Xi$ . ἐλάσσων ἄρα ἡ

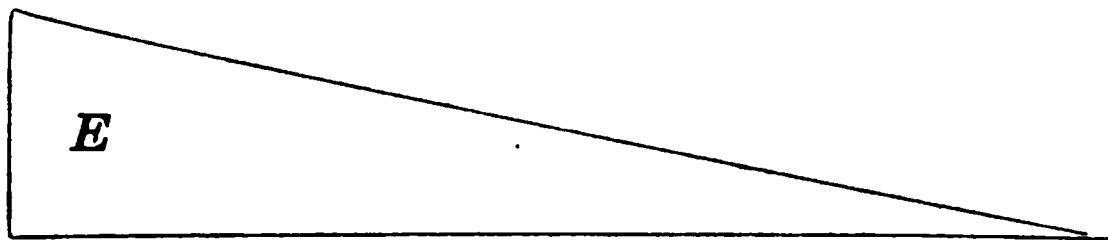
1. α'] om. F. 4. βάσει] λοιπῇ Wallis. 5. τριγώνῳ τῷ  $E$  post ἴσος ἐστίν lin. 6 ponit ed. Basil.; σὺν τρ. τῷ  $E$  Nizzo. 9. ἔστω] per comp. F.

## I.

Omnis circulus aequalis est triangulo rectangulo, si radius aequalis est alteri laterum rectum angulum continentium, ambitus autem basi.<sup>1)</sup>

circulus  $AB\Gamma\Delta$  ad triangulum  $E$ <sup>2)</sup> ita se habeat, ut propositum est. dico, eum ei aequalem esse.

nam si fieri potest, sit maior circulus, et inscribatur quadratum  $A\Gamma$ , et ambitus in duas partes aequales diuidantur [et ducantur lineae  $BZ$ ,  $ZA$ ,  $AM$ ,  $M\Delta$  cet.]<sup>3)</sup>, et segmenta iam minora sint eo spatio, quo



circulus triangulum excedit.<sup>4)</sup> itaque figura rectilinea adhuc maior est triangulo. sumatur centrum  $N$ , et perpendicularis [ducatur]  $N\Xi$ . itaque  $N\Xi$  minor est

1) Aliam et eam correctiorem huius propositionis formam significat Eutocius: ἐκθέμενος γὰρ τρίγωνον ὀρθογώνιον φησιν· ἐχέτω τὴν μίαν τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν ἴσην τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, τὴν δὲ λοιπὴν τῇ περιφερείᾳ; et infra: τρίγωνον τὸ ὀρθογώνιον — ἴσον ἐστὶ τῷ κύκλῳ.

2) Archimedes scripserat πρὸς τρίγωνον τὸ  $E$ , lin. 5.

3) Tale aliquid (uelut: καὶ ἐγγεγραφθῶ εὐθύγραμμον ἰσόπλευρον) Archimedes sine dubio addiderat lin. 9.

4) Hoc fieri potest per Eucl. XII, 2 (II p. 200 ed. August), collato X, 1. sed statim uti potuit Archimedes de sph. et cyl. I, 6 p. 24.

$NΞ$  τῆς τοῦ τριγώνου πλευρᾶς. ἔστιν δὲ καὶ ἡ περι-  
μετρος τοῦ εὐθύγραμμου τῆς λοιπῆς ἐλάττων, ἐπεὶ καὶ  
τῆς τοῦ κύκλου περιμέτρου.

ἔλαττον ἄρα τὸ εὐθύγραμμον τοῦ  $E$  τριγώνου. ὅπερ  
5 ἄτοπον.

ἔστω δὲ ὁ κύκλος, εἰ δυνατόν, ἐλάττων τοῦ  $E$  τρι-  
γώνου. καὶ περιγεγράφθω τὸ τετράγωνον, καὶ τε-  
τμήσθωσαν αἱ περιφέρειαι δίχα, καὶ ἤχθωσαν ἐφαπτό-  
μεναι διὰ τῶν σημείων. ὀρθῆ ἄρα ἡ ὑπὸ  $OAP$ . ἡ  $OP$   
10 ἄρα τῆς  $MP$  ἔστιν μείζων· ἡ γὰρ  $PM$  τῇ  $PA$  ἴση  
ἔστί. καὶ τὸ  $POΠ$  τρίγωνον ἄρα τοῦ  $OZAM$  σχήμα-  
τος μείζον ἔστιν ἢ τὸ ἥμισυ. λελείφθωσαν οἱ τῷ  
 $ΠZA$  τομεῖ ὅμοιοι ἐλάσσους τῆς ὑπεροχῆς, ἢ ὑπερέχει  
τὸ  $E$  τοῦ  $ABΓΔ$  κύκλου. ἔτι ἄρα τὸ περιγεγραμμέ-  
15 νον εὐθύγραμμον τοῦ  $E$  ἔστιν ἔλασσον. ὅπερ ἄτοπον.  
ἔστιν γὰρ μείζον, ὅτι ἡ μὲν  $NA$  ἴση ἐστὶ τῇ καθέτῳ  
τοῦ τριγώνου, ἡ δὲ περίμετρος μείζων ἐστὶ τῆς βάσεως  
τοῦ τριγώνου. ἴσος ἄρα ὁ κύκλος τῷ  $E$  τριγώνῳ.

6. ἐλάττων] μείζων F; corr. ed. Basil.\* 10. τῇ] τῆς F;  
corr. B\*. 13. τομεῖς ed. Basil., Torellius; „portiones“ Cr.  
14. E] E τρίγωνον ed. Basil., Torellius, Cr.



latere [altero]<sup>1)</sup> trianguli. sed etiam perimetrus figurae rectilineae minor est altero latere, quia etiam ambitu circuli minor est [de sph. et cyl. I p. 10].

itaque figura rectilinea minor est triangulo  $E$  [Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p, 180 nr. 12]; quod fieri nequit.

sit autem circulus, si fieri potest, minor triangulo  $E$ . et circumscribatur quadratum, et ambitus in duas partes aequales secetur, et per puncta [sectionum] lineae contingentes ducantur. itaque  $\angle OAP$  rectus est [Eucl. III, 18]; quare  $OP > MP$ ; nam  $MP = PA$  [Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 15]. itaque  $PO\Pi > \frac{1}{2}OZAM$ .<sup>2)</sup> relinquuntur [igitur] segmenta segmento<sup>3)</sup>  $\Pi ZA$  similia minora eo spatio, quo  $E$  triangulum circulum  $AB\Gamma\Delta$  excedit.<sup>4)</sup> itaque figura rectilinea circumscripta adhuc minor est triangulo  $E$ ; quod fieri nequit. est enim maior, quia  $NA$  aequalis est altitudini<sup>5)</sup> trianguli, perimetrus autem maior basi trianguli.<sup>6)</sup> circulus igitur aequalis est triangulo  $E$ .<sup>7)</sup>

1) τῆς τοῦ τριγώνου πλευρᾶς lin. 1 obscurius quam pro more Archimedis dictum est.

2) Nam  $OAP > APM$  (Eucl. VI, 1) et

$$OAP = \frac{1}{2}PO\Pi, PAM = A\Pi Z.$$

3) τομεῖ lin. 13 Archimedes non scripsit pro τμήματι.

4) Cum  $PO\Pi > \frac{1}{2}OZAM$ , hoc fieri potest per Eucl. X, 1; cfr. de sph. et cyl. I, 6.

5) Archimedes scripserat τῷ ὕψει lin. 16; Quaest. Arch. p. 71.

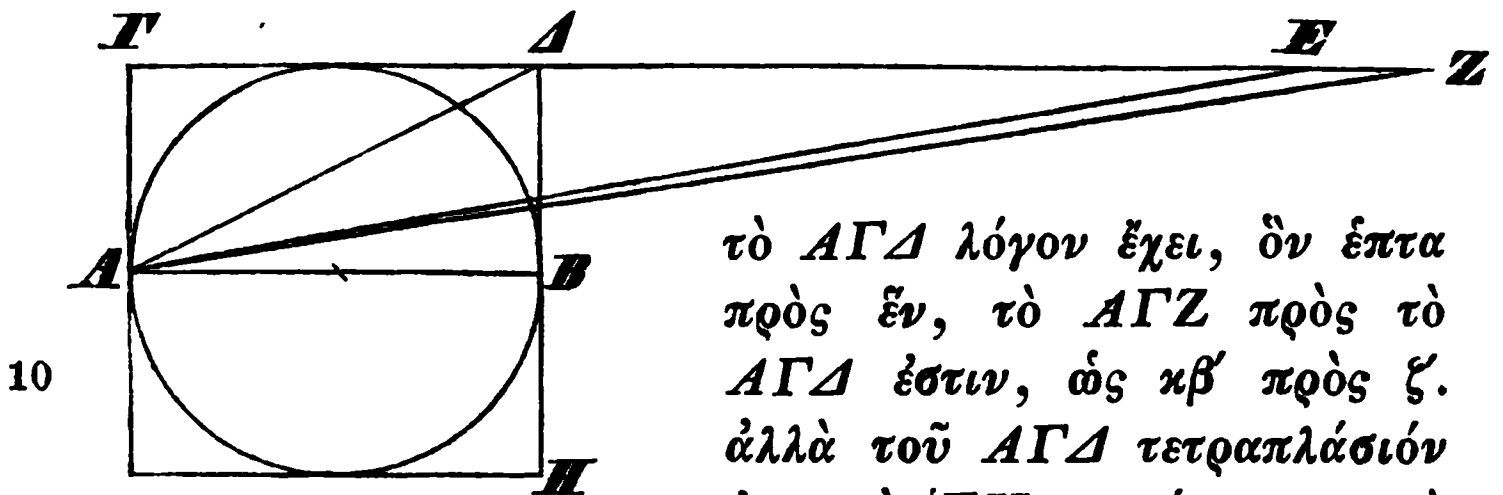
6) Quia maior est ambitu circuli; de sph. et cyl. I, 1.

7) Hanc propositionem citant: Pappus I p. 258, 17; 312, 20; III p. 1158, 22; demonstrationem repetit V, 6 p. 312—16 ex Zenodoro apud Theonem: comm. in Ptolem. p. 12—13 ed. Basil.; Proclus in Eucl. p. 423, 3; Anonymus Hultschii 42, 3 p. 265.

β'.

Ὁ κύκλος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τετράγωνον λόγον ἔχει, ὃν ια' πρὸς ιδ'.

ἔστω κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ  $AB$ , καὶ περιγεγράφθω  
5 τετράγωνον τὸ  $\Gamma H$ , καὶ τῆς  $\Gamma\Delta$  διπλῆ ἡ  $\Delta E$ , ἑβδο-  
μον δὲ ἡ  $EZ$  τῆς  $\Gamma\Delta$ . ἐπεὶ οὖν τὸ  $A\Gamma E$  πρὸς τὸ  
 $A\Gamma\Delta$  λόγον ἔχει, ὃν κα' πρὸς ζ', πρὸς δὲ τὸ  $A E Z$



τὸ  $A\Gamma\Delta$  λόγον ἔχει, ὃν ἑπτα  
πρὸς ἕν, τὸ  $A\Gamma Z$  πρὸς τὸ  
 $A\Gamma\Delta$  ἔστιν, ὡς κβ' πρὸς ζ'.  
ἀλλὰ τοῦ  $A\Gamma\Delta$  τετραπλάσιόν  
ἔστι τὸ  $\Gamma H$  τετράγωνον· τὸ

δὲ  $A\Gamma\Delta Z$  τρίγωνον τῷ  $AB$  κύκλῳ ἴσον ἔστιν [ἐπεὶ ἡ  
μὲν  $A\Gamma$  κάθετος ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, ἡ δὲ  
15 βάσις τῆς διαμέτρου τριπλασίον καὶ τῷ ζ'' ἔγγιστα  
ὑπερέχουσα δειχθήσεται]. ὁ κύκλος οὖν πρὸς τὸ  $\Gamma H$   
τετράγωνον λόγον ἔχει, ὃν ια' πρὸς ιδ'.

γ'.

Παντὸς κύκλου ἡ περίμετρος τῆς διαμέτρου τρι-  
20 πλασίον ἐστὶ, καὶ ἔτι ὑπερέχει ἐλάσσονι μὲν ἢ ἑβδόμῳ  
μέρει τῆς διαμέτρου, μείζονι δὲ ἢ δέκα ἑβδομηκοστο-  
μόνοις.

1. β'] om. F. 3. ιδ' ἔγγιστα Wallis. numeros lineolis  
transuersis supra ductis notat F. 5. διπλῆ] διπλασία Nizze.  
9.  $A\Gamma Z$  ἄρα Wallis. 12. Post τετράγωνον Wallis addit:  
τὸ ἄρα  $A\Gamma Z$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $\Gamma H$  τετράγωνον λόγον ἔχει, ὃν  
κβ' πρὸς κη', ἢ ὃν ια' πρὸς ιδ'. 13.  $A\Gamma\Delta Z$ ] sic F, Cr.;

II.

Circulus ad diametrum quadratam eam rationem habet, quam 11 : 14.

sit circulus, cuius diametrus sit  $AB$ , et circumscribatur quadratum  $\Gamma H$ , et sit  $\Delta E = 2\Gamma\Delta$ , et  $EZ = \frac{1}{4}\Gamma\Delta$ . iam quoniam est  $A\Gamma E : A\Gamma\Delta = 21 : 7$  [Eucl. VI, 1], sed  $A\Gamma\Delta : AEZ = 7 : 1$  [Eucl. VI, 1], erit

$$A\Gamma Z : A\Gamma\Delta = 22 : 7.^1)$$

sed  $\Gamma H = 4A\Gamma\Delta$  [Eucl. I, 34], et triangulum  $A\Gamma\Delta Z$  circulo  $AB$  aequale est [quia altitudo  $A\Gamma$  radio aequalis est, basis autem triplo et praeterea septima parte maior diametro, hoc est ambitui proxime aequalis, ut demonstrabitur prop. 3; tum u. prop. 1].<sup>2)</sup> quare circulus ad quadratum  $\Gamma H$  eam rationem habet, quam 11 : 14.<sup>3)</sup>

III.

Cuiusuis sphaerae perimetrus diametro triplo maior est, et praeterea excedit spatio minore, quam septima pars diametri est, maiore autem quam  $\frac{1}{4}$ .

1) Nam *ἀνάπαλιον* (Eucl. V, 7 *πρόρ.*)  $AEZ : A\Gamma\Delta = 1 : 7$ ; tum addendo sequitur proportio. sed poterat statim concludi ex Eucl. VI, 1; nam  $\Gamma Z = (3 + \frac{1}{4})\Gamma\Delta = \frac{13}{4}\Gamma\Delta$ .

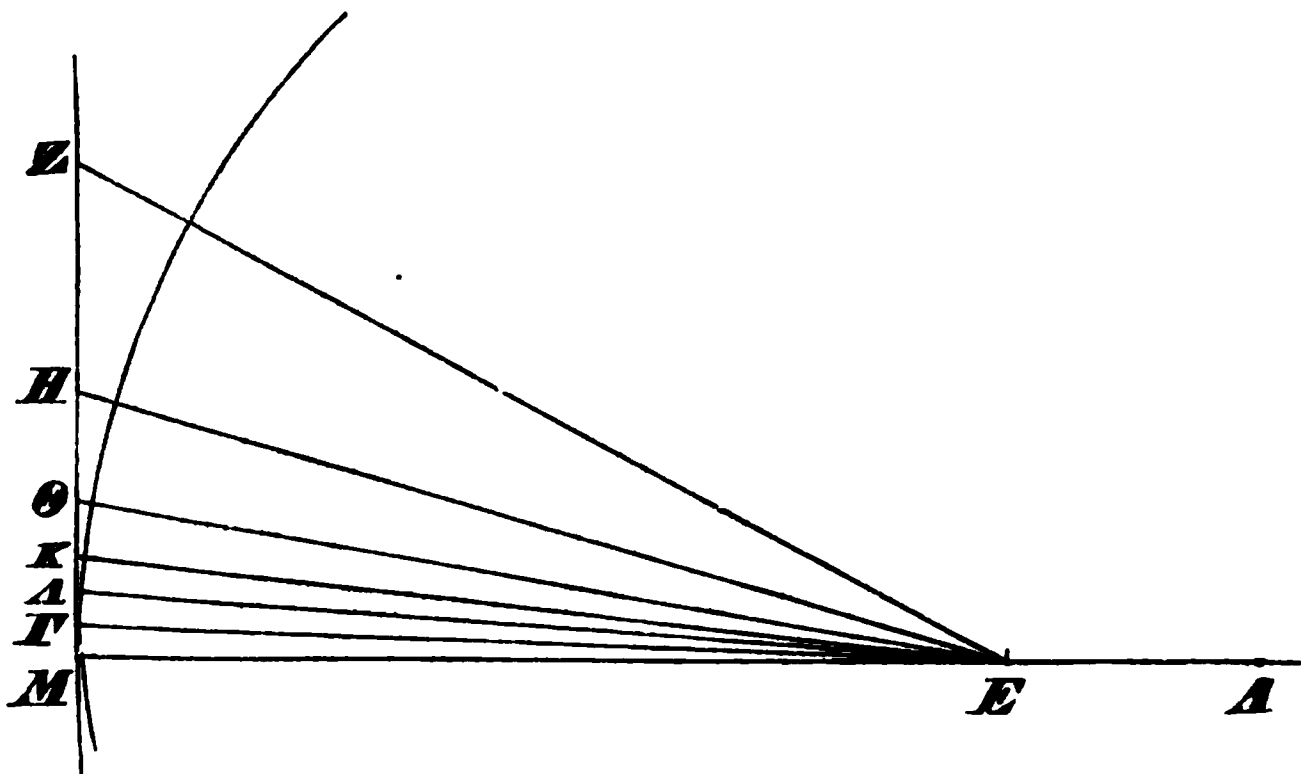
2) Hic locus *ἐπέ* lin. 13 — *δειχθήσεται* lin. 16 mire corruptus et confusus transcriptori tribuo, qui eum addidit, postquam prop. 2 et 3 permutavit; neque enim Archimedes hanc propositionem ante prop. 3, quo nititur, posuit.

3) Citatur haec propositio a Pseudoherone Geom. 103 p. 186.

$A\Gamma Z$  ed. Basil., vulgo. *κύκλου περιμέτρω, ἥτις. ἔγγιστα* Wallis.

15. Post *βάσις* Wallis addit: *τῆ τοῦ τῶ*] scripsi; *του F*, vulgo. 17. *ιδ'*

ἔστω κύκλος, καὶ διάμετρος ἡ  $ΑΓ$ , καὶ κέντρον το  
 $E$ , καὶ ἡ  $ΓΑΖ$  ἐφαπτομένη, καὶ ἡ ὑπὸ  $ΖΕΓ$  τρίτον  
ὀρθῆς. ἡ  $EZ$  ἄρα πρὸς  $ZΓ$  λόγον ἔχει, ὃν τς' πρὸς  
ρνγ'. ἡ δὲ  $EΓ$  πρὸς τὴν  $ΓΖ$  λόγον ἔχει, ὃν σξέ'  
5 πρὸς ρνγ'. τετμήσθω οὖν ἡ ὑπὸ  $ΖΕΓ$  δίχα τῇ  $ΕΗ$ .  
ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ  $ZE$  πρὸς  $EΓ$ , ἡ  $ZH$  πρὸς  $HΓ$  [καὶ  
ἐναλλάξ καὶ συνθέντι]. ὡς ἄρα συναμφοτέρος ἡ  $ZE$ ,  
 $EΓ$  πρὸς  $ZΓ$ , ἡ  $EΓ$  πρὸς  $ΓΗ$ . ὥστε ἡ  $ΓE$  πρὸς  $ΓΗ$   
μείζονα λόγον ἔχει, ἥπερ φοά' πρὸς ρνγ'. ἡ  $ΕΗ$  ἄρα  
10 πρὸς  $HΓ$  δυνάμει λόγον ἔχει, ὃν  $M^{\lambda\delta}$  θυν' πρὸς  $M^{\beta}$  γυνθ'.  
μήκει ἄρα, ὃν φγα' η'' πρὸς ρνγ'. πάλιν δίχα ἡ ὑπὸ



$ΗΕΓ$  τῇ  $EΘ$ . διὰ τὰ αὐτὰ ἄρα ἡ  $EΓ$  πρὸς  $ΓΘ$  μεί-  
ζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ,αροξβ' η'' πρὸς ρνγ'. ἡ  $ΘE$   
ἄρα πρὸς  $ΘΓ$  μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ,αροβ' η'' πρὸς  
15 ρνγ'. ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ  $ΘΕΓ$  τῇ  $EΚ$ . ἡ  $EΓ$  ἄρα πρὸς  
 $ΓΚ$  μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν βτλδ' δ' πρὸς ρνγ'.  
ἡ  $EΚ$  ἄρα πρὸς  $ΓΚ$  μείζονα, ἢ ὃν βτλθ' δ' πρὸς

2. τρίτον] τρίτου (-του per comp.) F, corr. B\*. 3. μεί-  
ζονα λόγον Wallis. ὃν] scripsi cum Eutocio; η ον F, uulgo.

sit circulus, et diametrus  $AG$ , et centrum  $E$ , et  $GAZ$  linea circulum contingens, et  $\angle ZEG$  tertia pars recti. itaque  $EZ : ZG = 306 : 153$  [u. Eutocius], sed

$$EG : GZ = 265 : 153 \text{ [u. Eutocius].}$$

iam secetur  $\angle ZEG$  in duas partes aequales linea  $EH$ . est igitur

$$ZE : EG = ZH : HG \text{ [Eucl. VI, 3].}$$

quare

$$ZE + EG : ZG = EG : GH \text{ [u. Eutocius].}^1)$$

quare

$$GE : GH > 571 : 153 \text{ [u. Eutocius].}^2)$$

itaque

$$EH^2 : HG^2 = 349450 : 23409 \text{ [u. Eutocius].}$$

itaque  $EH : HG = 591\frac{1}{2} : 153$ . rursus secetur eodem modo  $\angle HEG$  linea  $E\Theta$ . propter eadem igitur erit

$$EG : G\Theta > 1162\frac{1}{2} : 153 \text{ [u. Eutocius].}$$

quare  $\Theta E : \Theta G > 1172\frac{1}{2} : 153$  [u. Eutocius]. rursus secetur  $\angle \Theta EG$  linea  $EK$ . erit

$$EG : GK > 2334\frac{1}{2} : 153 \text{ [u. Eutocius].}$$

1) Sequentia uerba lin. 6—7: *καὶ ἐναλλάξ καὶ συνθέντι* a transcriptore ex Eutocio huc prauo ordine illata sunt.

2) Quae Archimedes breuissime, omissis computationibus, proponit, copiose et perspicue explicat Eutocius; quare satis habui lectorem ad eum reuocare. quo modo Archimedes numeros 153 et 780 inuenerit, aut quibus adiuuentis instructus latera numerorum non quadratorum computauerit, nondum constat (Quaest. Arch. p. 60—66). haec propositio difficillima a transcriptore et fortasse etiam a librariis pessime habita est. citatur ab Archimede ipso Arenar. I, 19; II, 3 et a Simplicio in Aristot. IV p. 508, b.

7. *συνθέντι καὶ ἐναλλάξ* Wallis. 10. *μείζονα λόγον* Wallis. *ἢ ὄν* Wallis. idem post *ἀρα* lin. 11 addit *μείζονα ἢ*. 17. *μείζονα*] scripsi; *μειζον* F, uulgo; *μείζονα λόγον ἔχει* Wallis.

ρονγ'. ἔτι δίχα ἢ ὑπὸ ΚΕΓ τῆς ΑΕ. ἢ ΕΓ ἄρα πρὸς  
 ΑΓ μείζονα [μήκει] λόγον ἔχει, ἥπερ ,δχογ' κ'' πρὸς  
 ρονγ'. ἐπεὶ οὖν ἢ ὑπὸ ΖΕΓ τρίτον οὔσα ὀρθῆς τέ-  
 τμηται τετράκις δίχα, ἢ ὑπὸ ΑΕΓ ὀρθῆς ἐστὶ μῆ''.  
 5 κείσθω οὖν αὐτῆ ἴση πρὸς τῷ Ε ἢ ὑπὸ ΓΕΜ. ἢ ἄρα  
 ὑπὸ ΑΕΜ ὀρθῆς ἐστὶ κδ''. καὶ ἢ ΑΜ ἄρα εὐθεία  
 τοῦ περὶ τὸν κύκλον ἐστὶ πολυγώνου πλευρὰ πλευρὰς  
 ἔχοντος ςς'. ἐπεὶ οὖν ἢ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΑ ἐδείχθη  
 μείζονα λόγον ἔχουσα, ἥπερ ,δχογ' κ'' πρὸς ρονγ', ἀλλὰ  
 10 τῆς μὲν ΕΓ διπλῆ ἢ ΑΓ, τῆς δὲ ΓΑ διπλασίων ἢ  
 ΑΜ, καὶ ἢ ΑΓ ἄρα πρὸς τὴν τοῦ ςς' πολυγώνου  
 περίμετρον μείζονα λόγον ἔχει, ἥπερ ,δχογ' κ'' πρὸς  
<sup>α</sup>  
 Μ ,δχπη'. καὶ ἐστὶν τριπλασία, καὶ ὑπερέχουσιν χξξ κ'',  
 ἄπερ τῶν ,δχογ' κ'' ἐλάττονα ἐστὶν ἢ τὸ ἑβδομον. ὥστε  
 15 τὸ πολύγωνον τὸ περὶ τὸν κύκλον τῆς διαμέτρου ἐστὶ  
 τριπλάσιον καὶ ἐλάττονι ἢ τῷ ἑβδόμῳ μέρει μείζον.  
 ἢ τοῦ κύκλου ἄρα περίμετρος πολὺ μᾶλλον ἐλάσσων  
 ἐστὶν ἢ τριπλασίων καὶ ἑβδόμῳ μέρει μείζων.

ἔστω κύκλος, καὶ διάμετρος ἢ ΑΓ, ἢ δὲ ὑπὸ ΒΑΓ  
 20 τρίτον ὀρθῆς. ἢ ΑΒ ἄρα πρὸς ΒΓ ἐλάσσονα λόγον  
 ἔχει, ἢ ὄν ,ατνα' πρὸς ψπ' [ἢ δὲ ΑΓ πρὸς ΓΒ, ὄν  
 ,αφξ' πρὸς ψπ'].

2. μήκει delet Wallis; om. Eutocius. δχογ' κ''] <sup>δ</sup>δνογ  
 FV. 5. ἴση η F; corr. Wallis. idem post ΓΕΜ addit: καὶ  
 ἐκβεβλήσθω ἢ ΖΓ ἐπὶ τὸ Μ. 6. post εὐθεία ed. Basil. ad-  
 dit πλευρὰ ἐστὶν (ἐστὶ Wallis), omisso ἐστὶ lin. 7, quod habent F  
 (per comp.), cett. codd. 7. ante πολυγώνου ed. Basil. habet  
 περιγραφόμενον. πλευρὰ] addidit Wurm; om. F, uulgo. 11.  
 post ΑΜ addit Wallis: καὶ ἢ ΑΓ ἄρα πρὸς τὴν ΑΜ μείζονα  
 λόγον ἔχει, ἥπερ ,δχογ' κ'' πρὸς ρονγ'. 13. ante καὶ idem:  
 ἀνάπαλιν ἄρα ἢ περίμετρος τοῦ πολυγώνου πρὸς τὴν διάμετρον  
<sup>α</sup>  
 ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἥπερ Μ ,δχπη' πρὸς ,δχογ' κ''. 14. ἢ]

quare  $EK : \Gamma K > 2339\frac{1}{4} : 153$  [u. Eutocius]. rursus secetur  $\angle KEG$  linea  $AE$ . erit igitur

$$EG : \Lambda \Gamma > 4673\frac{1}{2} : 153 \text{ [u. Eutocius].}$$

iam quoniam  $\angle ZEG$ , qui tertia pars est recti, quater in partes aequales diuisus est,  $\angle AEG$  erit pars duodequingagesima recti. ponatur<sup>1)</sup> igitur ei aequalis  $\angle GEM$  ad punctum  $E$ . itaque  $\angle AEM$  pars uicesima quarta est recti. quare linea  $AM$  latus est polygони 96 latera habentis circum circulum circumscripti. et quoniam demonstratum est  $EG : \Gamma A > 4673\frac{1}{2} : 153$ , et  $A\Gamma = 2EG$ ,  $AM = 2\Gamma A$ ,  $A\Gamma$  etiam ad perimetrum polygони 96 latera habentis maiorem habet rationem, quam  $4673\frac{1}{2} : 14688$  [u. Eutocius]. est igitur triplo maior [perimetrus polygони], et supersunt  $667\frac{1}{2}$ , quod minus est septima parte  $4673\frac{1}{2}$ . itaque [perimetrus] polygони circumscripti minor est quam triplo et septima parte maior diametro. quare ambitus circuli multo magis<sup>2)</sup> minor est quam triplo et septima parte maior diametro.

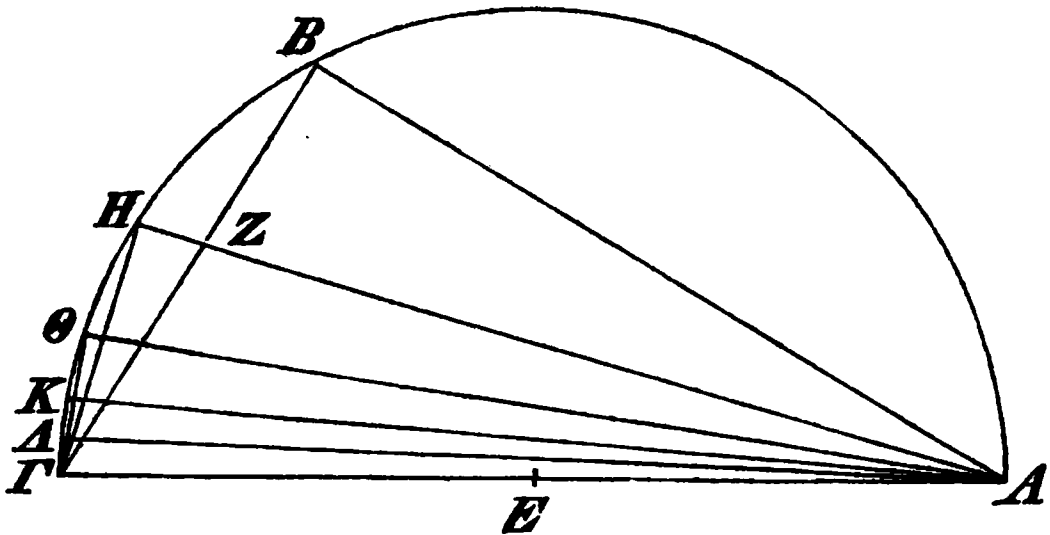
sit circulus, et diameter  $A\Gamma$ , et  $\angle BAG$  tertia pars recti. itaque  $AB : B\Gamma < 1351 : 780$  [u. Eutocius].

1) Quamquam Eutocius: *κείσθω οὖν, φησι, ἴση αὐτῇ ἢ ὑπὸ ΓΕΜ*, tamen ex sequentibus adparet, eum suis ipsius uerbis uti. quare ne infra quidem (lin. 8: *δέδεικται*, lin. 9: *οὐγ', καὶ ἐστὶ τῆς*) constat, eum genuinam formam praebere. sed lin. 19—20 puto eum recte praebere: *κύκλος περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ καὶ τρίτον ὀρθῆς ἢ ὑπὸ ΒΑΓ*; lin. 10 om. *διπλασίων*. de lin. 10, 11, 15, 21 u. p. 269 not. 1.

2) Perimetrus enim polygони maior est ambitu circuli; de sph. et cyl. I, 1.

om. F; corr. Wallis. 16. *ἐλάττονι*] scripsi; *ελαττον* F, uulgo. 19. *Δ'* addit F; corr. Wallis. 20. *τρίτου* F; corr. B\*. 21. *αὐτὰ*] *τῶν* F; corr. B manu 2.\*

δίχα ἢ ὑπὸ  $ΒΑΓ$  τῆ  $ΑΗ$ . ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἢ ὑπὸ  
 $ΒΑΗ$  τῆ ὑπὸ  $ΗΓΒ$ , ἀλλὰ καὶ τῆ ὑπὸ  $ΗΑΓ$ , καὶ ἢ  
 ὑπὸ  $ΗΓΒ$  τῆ ὑπὸ  $ΗΑΓ$  ἐστὶν ἴση. καὶ κοινὴ ἢ ὑπὸ  
 $ΑΗΓ$  ὀρθή. καὶ τρίτη ἄρα ἢ ὑπὸ  $ΗΖΓ$  τρίτη τῆ  
 5 ὑπὸ  $ΑΓΗ$  ἴση. ἰσογώνιον ἄρα τὸ  $ΑΗΓ$  τῷ  $ΓΗΖ$



τριγώνω. ἐστὶν ἄρα, ὡς ἢ  $ΑΗ$  πρὸς  $ΗΓ$ , ἢ  $ΓΗ$  πρὸς  
 $ΗΖ$ , καὶ ἢ  $ΑΓ$  πρὸς  $ΓΖ$ . ἀλλ' ὡς ἢ  $ΑΓ$  πρὸς  $ΓΖ$ ,  
 καὶ συναμφοτέρως ἢ  $ΓΑΒ$  πρὸς  $ΒΓ$ . καὶ ὡς συναμ-  
 φοτέρως ἄρα ἢ  $ΒΑΓ$  πρὸς  $ΒΓ$ , ἢ  $ΑΗ$  πρὸς  $ΗΓ$ . διὰ  
 10 τοῦτο οὖν ἢ  $ΑΗ$  πρὸς τὴν  $ΗΓ$  ἐλάσσονα λόγον ἔχει,  
 ἢπερ  $\beta$  Διά' πρὸς  $\psi$  π', ἢ δὲ  $ΑΓ$  πρὸς τὴν  $ΓΗ$  ἐλάσ-  
 σονα, ἢ ὄν  $\gamma$  γ'  $\lambda$ '' δ'' πρὸς  $\psi$  π'. δίχα ἢ ὑπὸ  $ΓΑΗ$  τῆ  
 $ΑΘ$ . ἢ  $ΑΘ$  ἄρα διὰ τὰ αὐτὰ πρὸς τὴν  $ΘΓ$  ἐλάσσονα  
 λόγον ἔχει, ἢ ὄν  $\epsilon$  Δαδ'  $\lambda$ '' δ'' πρὸς  $\psi$  π', ἢ ὄν  $\alpha$  ωγ'  
 15 πρὸς  $\sigma$  μ'. ἑκατέρα γὰρ ἑκατέρας δ'  $\gamma$  γ''. ὥστε ἢ  $ΑΓ$   
 πρὸς τὴν  $ΓΘ$ , ἢ ὄν  $\alpha$  ωλῆ' δ'  $\iota$  α'' πρὸς  $\sigma$  μ'. ἔτι δίχα  
 ἢ ὑπὸ  $ΘΑΓ$  τῆ  $ΚΑ$ . καὶ ἢ  $ΑΚ$  πρὸς τὴν  $ΚΓ$  ἐλάσ-

1. Ante δίχα ed. Basil. habet τετμήσθω. 3. τῆ] ἄρα τῆ  
 ed. Basil. 4. ἄρα] scripsi; εσται F, vulgo; ἄρα ἴση ἐσται ed.  
 Basil., Torellius. 5. ἴση] addidi; om. F, vulgo. 8. ΓΑ, ΑΒ  
 Torellius. 9. ΒΑ, ΑΓ Nizze. ΑΗ] ΔΗ F; corr. B mg.\*  
 12. pro  $\lambda$ '' FBC\* habent Γ'. 14.  $\epsilon$  Δαδ'  $\lambda$ '']  $\epsilon$  τκδ ε' F; corr.  
 ed. Basil. ( $\lambda$  pro Δ; corr. Wallis). 15.  $\sigma$  μ']  $\sigma$  ν' F; corr. ed. Ba-



secetur<sup>1)</sup>  $\angle B A \Gamma$  in partes aequales linea  $A H$ . iam quoniam  $\angle B A H = H \Gamma B$  [Eucl. III, 26], sed etiam  $= H A \Gamma$ , erit  $H \Gamma B = H A \Gamma$ . et communis est  $\angle A H \Gamma$  rectus [Eucl. III, 31]. quare etiam  $H Z \Gamma = A \Gamma H$  [Eucl. I, 32]. quare triangula  $A H \Gamma$ ,  $\Gamma H Z$  angulos aequales habent. est igitur [Eucl. VI, 4]

$$A H : H \Gamma = \Gamma H : H Z = A \Gamma : \Gamma Z.$$

sed  $A \Gamma : \Gamma Z = \Gamma A + A B : B \Gamma$  [Eucl. VI, 3; Eutocius]. quare  $\Gamma A + A B : B \Gamma = A H : H \Gamma$ . itaque  $A H : H \Gamma < 2911 : 780$  [u. Eutocius],<sup>2)</sup> et

$$A \Gamma : \Gamma H < 3013 \frac{1}{2} \frac{1}{4} : 780 \text{ [u. Eutocius].}$$

secetur eodem modo  $\angle \Gamma A H$  linea  $A \Theta$ . propter eadem igitur erit  $A \Theta : \Theta \Gamma < 5924 \frac{1}{2} \frac{1}{4} : 780$  [u. Eutocius], hoc est  $< 1823 : 240$ . altera<sup>3)</sup> enim alterius  $\frac{4}{3}$  [u. Eutocius]. quare est  $A \Gamma : \Gamma \Theta < 1838 \frac{2}{11} : 240$  [u. Eutocius]. porro secetur  $\angle \Theta A \Gamma$  linea  $K A$ . est igitur

1) Cum p. 266, 20—21; 268, 9—12; 13—16; 268, 17—270, 1 ab Eutocio non ipsis uerbis Archimedis citari uideantur, has contra scripturas in lemmatis eius seruatas genuinas putauerim et in uerbis Archimedis a transscriptore mutatas: lin. 1:  $\tau \epsilon \mu \eta \sigma \theta \omega \delta \acute{\iota} \chi \alpha$ ;  $\acute{\epsilon} \pi \epsilon \iota \omicron \upsilon \nu$ ; lin. 3:  $\acute{\alpha} \rho \alpha \tau \eta$ ; lin. 4:  $\lambda \omicron \iota \pi \eta$  et  $\lambda \omicron \iota \pi \eta$  pro  $\tau \rho \acute{\iota} \tau \eta$  et  $\tau \rho \acute{\iota} \tau \eta$ ; lin. 5:  $\acute{\epsilon} \sigma \tau \iota \nu \acute{\iota} \sigma \eta$ ;  $\acute{\alpha} \rho \alpha \acute{\epsilon} \sigma \tau \acute{\iota}$ ;  $A H \Gamma \tau \rho \acute{\iota} \gamma \omega \nu \omicron \nu$ ; lin. 8  $\kappa \alpha \acute{\iota}$  (prius) om.; lin. 16:  $\pi \rho \acute{o} \varsigma \Theta \Gamma \acute{\epsilon} \lambda \acute{\alpha} \sigma \sigma \omicron \nu \lambda \omicron \gamma \omicron \nu \acute{\epsilon} \chi \epsilon \iota \eta \pi \epsilon \rho$ ; lin. 15:  $\acute{\epsilon} \sigma \tau \acute{\iota} \delta' \iota \gamma''$ ; lin. 17:  $\Theta A \Gamma \gamma \omega \nu \acute{\iota} \alpha$ . simul alia transscriptionis uestigia colligam: ut lin. 5 om.  $\tau \rho \acute{\iota} \gamma \omega \nu \omicron \nu$  prop. 1 p. 260, 14; 2 p. 262, 6;  $\delta \iota \pi \lambda \eta$  p. 266, 10 ( $\delta \iota \pi \lambda \alpha \sigma \acute{\iota} \omega \nu$  Nizze; cfr. prop. 2 p. 262, 5);  $\tau \omicron \upsilon \nu \mu \epsilon \tau \rho \acute{\omicron} \nu$  p. 266, 11; 270, 9;  $\tau \omicron \nu \mu \epsilon \tau \rho \acute{\omicron} \nu$  pro  $\eta \mu \epsilon \tau \rho \acute{\omicron} \nu$   $\tau \omicron \nu \mu \epsilon \tau \rho \acute{\omicron} \nu$  p. 266, 15 ( $\eta \mu \epsilon \tau \rho \acute{\omicron} \nu$   $\tau \omicron \nu \mu \epsilon \tau \rho \acute{\omicron} \nu$   $\tau \omicron \nu$  —  $\tau \rho \iota \pi \lambda \alpha \sigma \acute{\iota} \omega \nu$  —  $\mu \epsilon \acute{\iota} \zeta \omega \nu$  Nizze). praeterea Eutocius uerba  $\eta \delta \acute{\epsilon} A \Gamma$  —  $\psi \pi'$  p. 266, 21 habuisse non uidetur; debebat insuper esse  $\eta \gamma \acute{\alpha} \rho A \Gamma$ .

2) Hic, ut saepissime in hac propositione, utitur proportione illa, quam exposui Quaest. Arch. p. 48.

3) Genus femininum refertur ad auditum uerbum  $\mu \epsilon \tau \rho \acute{\omicron} \nu$ .

sil.\*  $\acute{\epsilon} \kappa \alpha \tau \acute{\epsilon} \rho \alpha \varsigma$ ]  $\acute{\epsilon} \kappa \alpha \tau \acute{\epsilon} \rho \omega \nu$  Wallis.  $\iota \gamma''$ ]  $\iota \gamma' \acute{\alpha}$  F; corr. ed. Basil. 16. Post  $\Gamma \Theta$  additur  $\acute{\epsilon} \lambda \acute{\alpha} \sigma \sigma \omicron \nu \lambda \omicron \gamma \omicron \nu \acute{\epsilon} \chi \epsilon \iota$  in ed. Basil.  $\iota \acute{\alpha}''$ ] om. F; corr. Wallis.

σονα ἄρα λόγον ἔχει, ἢ ὄν ,αζ' πρὸς ξς'. ἑκατέρα γὰρ  
 ἑκατέρας ια' μ''. ἢ ΑΓ ἄρα πρὸς τὴν ΓΚ, ἢ ὄν ,αθ' ε'  
 πρὸς ξς'. ἔτι δίχα ἢ ὑπὸ ΚΑΓ τῆς ΔΑ. ἢ ΑΔ ἄρα  
 πρὸς τὴν ΔΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὄν τὰ βις' ε'  
 5 πρὸς ξς', ἢ δὲ ΑΓ πρὸς ΓΔ ἐλάσσονα, ἢ τὰ βις' δ'  
 πρὸς ξς'. ἀνάπαλιν ἄρα ἢ περίμετρος τοῦ πολυγώνου  
 πρὸς τὴν διάμετρον μείζονα λόγον ἔχει, ἢπερ ,στλς'  
 πρὸς βις' δ', ἄπερ τῶν βις' δ' μείζονά ἐστιν ἢ τρι-  
 πλασίονα καὶ δέκα οα''. καὶ ἢ περίμετρος ἄρα τοῦ  
 10 υς' πολυγώνου τοῦ ἐν τῷ κύκλῳ τῆς διαμέτρου τρι-  
 πλασίον ἐστὶ καὶ μείζων ἢ ι' οα''. ὥστε καὶ ὁ κύκλος  
 ἔτι μᾶλλον τριπλασίον ἐστὶ καὶ μείζων ἢ ι' οα''.

ἢ ἄρα τοῦ κύκλου περίμετρος τῆς διαμέτρου τρι-  
 πλασίον ἐστὶ καὶ ἐλάσσονι μὲν ἢ ἑβδόμῳ μέρει, μεί-  
 15 ζονι δὲ ἢ ι' οα' μείζων.

1. Post ἢ ὄν addit Wallis: ,γξά' θ' ια'' πρὸς σμ' ἢ ὄν.  
 ξς'] cξς F; corr. ed. Basil. 2. ἑκατέρας] ed. Basil. ex Euto-  
 cio; εκατερα FBC\*; ἑκατέρων Wallis. ια' μ'' ἢ ΑΓ] οιμαι F;  
 corr. Wallis. ΓΚ ἢ ὄν] scripsi cum Wurmio; καταγον F;  
 κατάλογον ed. Basil.; ΓΚ ἐλάσσονα λόγον Wallis. ,αθ' ε']  
 scripsi; αος F, ulgo; ἔχει ἢ αθ' ε' Wallis. 4. ΑΓ] ΑΓ F;  
 corr. Wallis. 6. Post ἄρα ἢ Wallis addit: ΑΓ πρὸς τὴν ΓΔ  
 μείζονα λόγον ἔχει ἢπερ ξς' πρὸς βις' δ'. καί (ἢ addit Nizze).  
 7. ,στλς'] ,στας F; corr. Wallis. 8. βις'] (prius) ξις F;  
 corr. Wallis. 9. οα''] ο' α' F; corr. Wallis. 11. ι' οα'']  
 scripsi; ὄν ο' ια' F, ulgo; δέκα οα' ed. Basil. Tor., Wall. 13.  
 ι' οα''] scripsi; θ' ια' F, ulgo; δέκα οα' ed. Basil. Tor., Wall.  
 14. ἐλάσσονι] scripsi; ελασσων F, ulgo. μείζονι δὲ ἢ ι' οα''  
 μείζων] scripsi; μειζων δε F, ulgo; μείζων δὲ ἢ δέκα ἑβδομη-  
 κοστομόνοις ὑπερέχουσα Wallis.

$AK : KG < 1007 : 66$  [u. Eutocius]. altera enim alterius est  $\frac{1}{4}$ . itaque.

$AG : GK < 1009\frac{1}{2} : 66$  [u. Eutocius].

porro secetur  $\angle KAG$ <sup>1)</sup> linea  $AA$ . erit igitur

$AA : AG < 2016\frac{1}{2} : 66$  [u. Eutocius],

et  $AG : GA < 2017\frac{1}{4} : 66$  [u. Eutocius]. et e contrario [ $GA : AG > 66 : 2017\frac{1}{4}$  (Pappus VII, 49 p. 688); sed  $GA$  latus est polygoni 96 latera habentis. quare]<sup>2)</sup> perimetrus polygoni ad diametrum maiorem rationem habet quam  $6336 : 2017\frac{1}{4}$ , quod maius est quam triplo et  $\frac{1}{4}$  maius quam  $2017\frac{1}{4}$ . itaque perimetrus polygoni inscripti 96 latera habentis<sup>3)</sup> maior est quam triplo et  $\frac{1}{4}$  maior diametro. quare etiam multo magis<sup>4)</sup> circulus maior est quam triplo et  $\frac{1}{4}$  maior diametro. itaque ambitus circuli triplo maior est diametro et excedit spatio minore quam  $\frac{1}{4}$ , maiore autem quam  $\frac{1}{4}$ .<sup>5)</sup>

1)  $KAG$  γωνία lin. 3 Eutocius. ceteras huius paginae discrepantias, quae apud eum inveniuntur, inde ortas esse puto, quod Archimedis demonstrationem non ad uerbum citauit, sed suis uerbis reddidit.

2) Ueri simile est, Archimedem ipsum haec addidisse.

3) τοῦ 45' πολυγώνου transcriptori debetur, sicut etiam lin. 11: ὁ κύκλος pro ἡ τοῦ κύκλου περίμετρος (περιφέρεια).

4) Quippe quae maior est perimetro polygoni (de sph. et cyl. I p. 10).

5) Ἀρχιμηδους κυκλου μετρησις in fine F, Cr.



**DE CONOIDIBUS ET SPHAEROIDIBUS.**

Ἀρχιμήδης Δοσιθέῳ εὖ πράττειν.

Ἀποστέλλω τοι γράψας ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ τῶν  
τε λοιπῶν θεωρημάτων τὰς ἀποδείξεις, ὧν οὐκ εἶχες  
ἐν τοῖς πρότερον ἀπεσταλμένοις, καὶ ἄλλων ὕστερον  
5 ποτεξευρημένων, ἃ πρότερον μὲν ἤδη πολλάκις ἐγχει-  
ρήσας ἐπισκεπτέσθαι, δύσκολον ἔχειν τι φανείσας μοι  
τᾶς εὐρέσιος αὐτῶν ἀπόρησα. διόπερ οὐδὲ συνεξ-  
εδόθεν τοῖς ἄλλοις αὐτὰ τὰ προβεβλημένα. ὕστερον δὲ  
ἐπιμελέστερον ποτ' αὐτοῖς γενόμενος ἐξεῦρον τὰ ἀπο-  
10 ρηθέντα. ἦν δὲ τὰ μὲν λοιπὰ τῶν προτέρων θεωρη-  
μάτων περὶ τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος προβεβλημένα·  
τὰ δὲ νῦν ἐντι ποτεξευρημένα περὶ τε ἀμβλυγωνίου  
κωνοειδέος καὶ περὶ σφαιροειδέων σχημάτων, ὧν τὰ  
μὲν παραμάκεια, τὰ δὲ ἐπιπλατέα καλέω.  
15 περὶ μὲν οὖν τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος ὑπέκειτο  
τάδε· εἴ κα ὀρθογωνίου κώνου τομὰ μενούσας τᾶς  
διαμέτρου περιενεχθεῖσα ἀποκατασταθῆ πάλιν, ὅθεν  
ᾤρμασεν, τὸ περιλαφθὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀρθο-  
γωνίου κώνου τομᾶς ὀρθογώνιον κωνοειδὲς καλεῖσθαι,  
20 καὶ ἄξονα μὲν αὐτοῦ τὰν μεμενακοῦσαν διάμετρον κα-  
λεῖσθαι, κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἀπτέται ὁ

1. Δοσιθέῳ F; corr. Rivaltus. 3. ἀποδείξεις] scripsi;  
ἀποδειξ cum comp. ης F; ἀποδείξεις vulgo. 6. δύσκολον]  
δυσποτ' ολον F; corr. Rivaltus. 7. εὐρέσιος] scripsi; ευρε-  
σιας F, vulgo. 14. παραμάκεια] Torellius; παραμηκεια F,  
vulgo. 15. κωνοειδεις F. 16. εἴ κα] αἴκα Torellius, ut  
semper hoc libro. 19. καλεισθω F; corr. Torellius.

## Archimedes Dositheo s.

Hoc libro conscriptas tibi mitto demonstrationes et reliquorum theorematum, quorum demonstrationes in iis libris, quos antea tibi misi<sup>1)</sup>, non habuisti, et aliorum quorundam postea inuentorum<sup>2)</sup>, quae cum antea saepe perscrutari conatus essem, haerebam, quia inuentio eorum difficultatem quandam habere mihi uidebatur. quare ne edebantur<sup>3)</sup> quidem ipsae propositiones una cum ceteris. postea autem diligentius ea adgressus inueni ea, in quibus haeseram. reliqua theorematum priorum de conoide rectangulo proposita erant. quae nunc noua inueni, de conoide obtusian-gulo sunt et de figuris sphaeroidibus, quarum alteras oblongas, alteras latas nomino.

de rectangulo igitur conoide haec proposita erant: si sectio coni rectanguli manente diametro circum-noluta rursus in eum statum restituitur, unde moueri coepta est, figuram sectione coni rectanguli comprehensam conoides rectangulum uocari, et axem uocari eius diametrum manentem, uerticem autem punctum,

---

1) H. e. libros de sphaera et cylindro, de helicibus, de parabola.

2) De conoidibus obtusiangulis et de sphaeroidibus (lin. 12); de iis ne propositiones quidem Cononi miserat Archimedes (lin. 8).

3) H. e. Cononi mittebantur soluendae et cum aliis mathematicis communicandae.

ἄξων τὰς τοῦ κωνοειδέος ἐπιφανείας. καὶ εἴ κα τοῦ  
 ὀρθογωνίου κωνοειδέος σχήματος ἐπίπεδον ἐπιψαύη,  
 παρὰ δὲ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθὲν  
 ἀποτεμῆ τι τμήμα τοῦ κωνοειδέος, βάσιν μὲν καλεί-  
 5 σθαι τοῦ ἀποτμαθέντος τμήματος τὸ ἐπίπεδον τὸ περι-  
 λαφθὲν ὑπὸ τὰς τοῦ κωνοειδέος τομᾶς ἐν τῷ ἀπο-  
 τέμνοντι ἐπιπέδῳ, κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ  
 ἐπιψαύει τὸ ἕτερον ἐπίπεδον τοῦ κωνοειδέος, ἄξονα δὲ  
 τὰν ἐναπολαφθεῖσαν εὐθεῖαν ἐν τῷ τμήματι ἀπὸ τὰς  
 10 ἀχθείσας διὰ τὰς κορυφᾶς τοῦ τμήματος παρὰ τὸν  
 ἄξονα τοῦ κωνοειδέος.

προεβάλλετο δὲ τάδε θεωρήσαι· διὰ τί, εἴ κα τοῦ  
 ὀρθογωνίου κωνοειδέος τμήματα ἀποτμαθῆ ἐπιπέδῳ  
 ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀποτμαθὲν τμήμα ἡμιόλιον  
 15 ἐσσεῖται τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ  
 τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν· καὶ διὰ τί, εἴ κα ἀπὸ  
 τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμήματα ἀποτμαθέωντι  
 ἐπιπέδοις ὁπωσοῦν ἀγμένοις, τὰ ἀποτμαθέντα τμήματα  
 διπλάσιον λόγον ἔξοῦντι ποτ' ἄλλαλα τῶν ἀξόνων.

20 περὶ δὲ τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ὑποτιθέμεθα  
 τάδε· εἴ κα ἐν ἐπιπέδῳ ἔωντι ἀμβλυγωνίου κώνου  
 τομὰ καὶ ἡ διάμετρος αὐτᾶς καὶ αἱ ἔγγιστα τὰς τοῦ  
 ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾶς, μενούσας δὲ τὰς διαμέτρου  
 περιενεχθὲν τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ εἰρημέναι γραμ-

1. τοῦ] το του F; corr. Torellius. 2. ὀρθογωνίου] ὄθ  
 supra scriptum manu 1 F. κωνοειδέος F. 3. ἐπιψαυων F.  
 4. τμημα. F; corr. Torellius. 12. προεβάλλετο] B; προεβαλ-  
 λεντο FCD; προεβάλλοντο A, ed. Basil., Torellius. 15. εσει-  
 ται F; corr. Torellius. 17. ἀποτμαθέωντι] Torellius; απο-  
 τμαθεντι F, vulgo; ἀποτμαθέντα A, ed. Basil. 19. ποτ' ἄλλαλα]  
 Torellius; ποτι τα αλλα F, vulgo. 20. ὑποτιθέμεθα] scripsi;  
 υπετιθεμεθα F, vulgo; ὑπεθέμεθα Nizze. 22. αἱ] addidit  
 Torellius; om. F, vulgo.



in quo axis superficiem conoidis tangat. et si planum conoides rectangulum contingat, et aliud planum contingenti parallelum segmentum conoidis aliquod abscindat, basim segmenti abscisi uocari planum sectione conoidis in plano abscindenti comprehensum, uerticem autem punctum, in quo alterum planum conoides contingat, axem autem eam partem lineae per uerticem segmenti axi conoidis parallelae ductae, quae intra segmentum comprehenditur.

consideranda autem haec proponebantur:

cur, si segmenta<sup>1)</sup> conoidis rectanguli plano ad axem perpendiculari abscindantur, segmentum abscisum dimidia parte maius sit cono basim habenti eandem, quam segmentum, et eundem axem [prop. 21]; et cur, si a conoide rectangulo planis quoquo modo ductis duo segmenta abscindantur, segmenta abscisa duplicem inter se rationem habeant, quam axes [prop. 24].

de obtusiangulo autem conoide haec supponimus<sup>2)</sup>: si in plano sunt sectio cono obtusianguli, diameter eius, lineae sectioni cono obtusianguli proximae<sup>3)</sup>, et manente diametro planum, in quo sunt hae lineae omnes, circumuolutum rursus in eum statum restitui-

1) Lin. 13 pro *τμήματα* Nizzius coniecit *τμήμα*, fortasse recte, sed cum idem infra legatur p. 280, 3 et fieri possit, ut Archimedes prius uniuersalius locutus sit, deinde ad singularem et casum et numerum transierit, scripturam codicis mutare noluit.

2) Scribendum esse *ὑποκείμεθα* lin. 20, adparet ex p. 275 not. 2; haec nunc demum supponit Archimedes.

3) H. e. asymptotae quae uocantur. sed uocabula mathematica Archimedis ubique retinui. quare etiam scripsi: sectio cono rectanguli, obtusianguli, acutianguli pro nominibus recentioribus: parabola, hyperbola, ellipsis. in uocabulis nouis obtusianguli et acutianguli fingendis secutus sum Commandinum aliosque.

μαί, ἀποκατασταθῆ παλιν, ὅθεν ὄρμασεν, αἱ μὲν ἐγ-  
 γιστα εὐθείαι τὰς τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομαῖς δῆ-  
 λον ὡς κώνον ἰσοσκελεῖα περιλαψοῦνται, οὐ κορυφὰ  
 ἐσσεῖται τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ αἱ ἐγγιστα συμπύκνουντι,  
 5 ἄξων δὲ ἡ μεμενακοῦσα διάμετρος. τὸ δὲ ὑπὸ τὰς  
 τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομαῖς σχῆμα περιλαφθέν  
 ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς καλεῖσθαι, ἄξωνα δὲ αὐτοῦ  
 τὰν μεμενακοῦσαν διάμετρον, κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον,  
 καθ' ὃ ἀπτεῖται ὁ ἄξων τὰς ἐπιφανείας τοῦ κωνοει-  
 10 δέος. τὸν δὲ κώνον τὸν περιλαφθέντα ὑπὸ τὰν ἐγ-  
 γιστα τὰς τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομαῖς περιέχοντα  
 τὸ κωνοειδὲς καλεῖσθαι, τὰν δὲ μεταξὺ εὐθείαν τὰς  
 τε κορυφᾶς τοῦ κωνοειδέος καὶ τὰς κορυφᾶς τοῦ κώ-  
 νου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς ποτεοῦσαν τῷ ἄξωνι  
 15 καλεῖσθαι. καὶ εἰ καὶ τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος  
 ἐπίπεδον ἐπιψαύη, παρὰ δὲ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ἄλλο  
 ἐπίπεδον ἀχθέν ἀποτέμη τμήμα τοῦ κωνοειδέος, βάσιν  
 μὲν καλεῖσθαι τοῦ ἀποτμαθέντος τμήματος τὸ ἐπίπεδον  
 τὸ περιλαφθέν ὑπὸ τὰς τοῦ κωνοειδέος τομαῖς ἐν τῷ ἀπο-  
 20 τέμνοντι ἐπιπέδῳ, κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἀπτε-  
 ται τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐπιψαῦον τοῦ κωνοειδέος, ἄξωνα δὲ  
 τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἐν τῷ τμήματι ἀπὸ τὰς ἀχθείσας διὰ  
 τὰς κορυφᾶς τοῦ τμήματος καὶ τὰς κορυφᾶς τοῦ κώνου  
 τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς, καὶ τὰν μεταξὺ τὰν  
 25 εἰρημέναν κορυφᾶν εὐθείαν ποτεοῦσαν τῷ ἄξωνι κα-  
 λεῖσθαι. τὰ μὲν οὖν ὀρθογώνια κωνοειδέα πάντα  
 ὁμοιά ἐντι, τῶν δὲ ἀμβλυγωνίων κωνοειδέων ὁμοία  
 καλεῖσθω, ὧν καὶ οἱ κώνοι οἱ περιεχόντες τὰ κωνοει-

3. ἰσοσκελεῖα] scripsi; ἰσοσκελεῖη F, vulgo. κορυφή F;  
 corr. V. 4. ἐσσεῖται] ἐπειται F; ἐσειται B\*. 8. τὰν] τὰ  
 F; corr. BC. 10. τὰν] τὰς F; corr. B\*. 17. τμήμα F,

tur, unde moueri coeptum est, adparet, lineas sectioni conici obtusianguli proximas conum aequicrurium comprehensuras esse, cuius uertex erit punctum, in quo lineae sectioni proximae sibi in uicem incidunt, axis autem diameter, quae mansit. figuram autem sectione conici obtusianguli comprehensam conoides obtusiangulum uocari, axem autem eius diametrum manentem, uerticem autem punctum, in quo axis superficiem conoidis tangat. conum autem lineis sectioni conici obtusianguli proximis comprehensum comprehendentem conoides uocari, lineam autem inter uerticem conoidis et uerticem conici conoides comprehendentis positam axi adiectam uocari. et si planum conoides obtusiangulum contingat, et aliud planum plano contingenti parallelum segmentum conoidis abscindat, basim segmenti abscisi uocari planum sectione conoidis in plano abscindenti comprehensum, uerticem autem punctum, in quo planum contingens conoides tangat, axem autem eam partem lineae per uerticem segmenti et uerticem conici conoides comprehendentis ductae, quae intra segmentum comprehenditur, lineam autem inter hos uertices positam axi adiectam uocari.

rectangula conoidea omnia similia sunt<sup>1)</sup>, obtusiangulorum autem conoideôn ea similia uocentur, in quibus conici conoidea comprehendentes similes sint.<sup>2)</sup>

1) Quia omnes parabolae similes sunt (Apollonius VI, 11).

2) Eucl. XI def. 24: ὅμοιοι κῶνοι καὶ κύλινδροί εἰσιν, ὧν εἴ τε ἄξονες καὶ αἱ διαμέτροι τῶν βάσεων ἀνάλογόν εἰσι.

δέα ὁμοίον ἔωντι. προβαλλέται δὲ τάδε θεωρήσαι·  
 διὰ τί, εἴ κα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἀποτμαθῆ  
 τμήματα ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀποτμα-  
 θέν τμήμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν  
 5 αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει  
 τὸν λόγον, ὃν ἂ συναμφοτέραις ἴσα τῷ τε ἄξονι τοῦ  
 τμήματος καὶ τῷ τριπλασίᾳ τῆς ποτεούσας τῷ ἄξονι  
 ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις τῷ τε ἄξονι τοῦ τμήματος  
 καὶ τῷ διπλασίᾳ τῆς ποτεούσας τῷ ἄξονι. καὶ διὰ τί,  
 10 εἴ κα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος τμήμα ἀποτμαθῆ  
 ἐπιπέδῳ μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀποτμαθέν  
 τμήμα ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ  
 τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν, ὃ γιννέται ἀπότμαμα  
 κῶνου, τοῦτον ἔξει τὸν λόγον, ὃν ἂ συναμφοτέραις  
 15 ἴσα τῷ τε ἄξονι τοῦ τμήματος καὶ τῷ τριπλασίᾳ τῆς  
 ποτεούσας τῷ ἄξονι ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις τῷ τε  
 ἄξονι τοῦ τμήματος καὶ τῷ διπλασίᾳ τῆς ποτεούσας  
 τῷ ἄξονι.

περὶ δὲ τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὑποτιθέμεθα  
 20 τάδε· εἴ κα ὀξυγωνίου κῶνου τομὰ μενούσας τῆς  
 μείζονος διαμέτρου περιενεχθεῖσα ἀποκατασταθῆ πάλιν,  
 ὅθεν ὄρμασεν, τὸ περιλαφθέν σχῆμα ὑπὸ τῆς τοῦ  
 ὀξυγωνίου κῶνου τομᾶς παραμᾶκες σφαιροειδὲς κα-  
 λείσθαι. εἰ δὲ κα τῆς ἐλάσσονος διαμέτρου μενούσας  
 25 περιενεχθεῖσα ἂ τοῦ ὀξυγωνίου κῶνου τομὰ ἀποκατα-  
 σταθῆ πάλιν, ὅθεν ὄρμασεν, τὸ περιλαφθέν σχῆμα  
 ὑπὸ τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κῶνου τομᾶς ἐπιπλατὺ σφαι-

1. προβαλλέται] alterum λ supra scriptum manu 1 F. 6.  
 ὃν] om. F; corr. ed. Basil.\* συναμφοτέραις] scripsi; συναμ-  
 φοτερα F, vulgo. τῷ τε] scripsi; τῷ F, vulgo. 11. μὴ] supra  
 scriptum manu 1, ut videtur, F. 13. τμηματι F; corr. Torellius.  
 14. ἂ συναμφοτέραις] scripsi; συναμφοτερος F; ἂ συναμφοτερος

consideranda autem haec proponuntur:

cur, si plano ad axem perpendiculari abscindantur segmenta<sup>1)</sup> conoidis obtusianguli, segmentum abscisum ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et axem eundem eam habeat rationem, quam linea axi segmenti et simul triplici lineae axi adiectae aequalis ad lineam axi segmenti et simul duplici lineae axi adiectae aequalem [prop. 25]. et cur, si plano ad axem non perpendiculari segmentum conoidis obtusianguli abscindatur, segmentum abscisum ad figuram basim eandem habentem, quam segmentum, et axem eundem (quae est segmentum conii)<sup>2)</sup> eam rationem habeat, quam linea axi segmenti et simul triplici lineae axi adiectae aequalis ad lineam axi segmenti et simul duplici lineae axi adiectae aequalem [prop. 26].

de sphaeroidibus autem figuris haec supponimus<sup>3)</sup>: si sectio conii acutianguli manente diametro maiore circumuoluta rursus in eum statum restituitur, unde moueri coepta est, figuram sectione conii acutianguli comprehensam sphaeroides oblongum uocari; sin autem sectio conii acutianguli manente minore diametro circumuoluta rursus in eum statum restituitur, unde moueri coepta est, figuram sectione conii acutianguli com-

1) Hic quoque (lin. 3) pro *τμήματα* Nizzius *τμήμα* scribi iubet; sed u. p. 277 not. 1.

2) Haec uerba (lin. 13), si genuina sunt, hoc loco praecipando posteriora significant; nam p. 288, 7 sq. demum definitur *ἀπότμημα κώνου*.

3) Sic recte F; u. p. 277 not. 2.

ed. Basil., uulgo; *ἡ συναμφοτέρα* Torellius. 15. *τε*]addidi; om. F, uulgo. 19. *ὑπεριθέμεθα* Torellius, *ὑπεθέμεθα* Nizze. 20. *τομας* F; corr. Torellius. 21. *αποκαταστη* F C\*; corr. B man. 2\*. 22. *υπο τε* F; corr. Torellius. 24. *κα*] addidi; om. F, uulgo.

ροειδές καλεῖσθαι. ἑκατέρου δὲ τῶν σφαιροειδέων  
 ἄξονα μὲν καλεῖσθαι τὴν μεμνακοῦσαν διάμετρον,  
 κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἀπτεται ὁ ἄξων τῆς  
 ἐπιφανείας τοῦ σφαιροειδέος, κέντρον δὲ καλεῖσθαι τὸ  
 5 μέσον τοῦ ἄξονος, καὶ διάμετρον τὴν διὰ τοῦ κέντρον  
 ποτ' ὀρθῶς ἀγομένην τῷ ἄξονι. καὶ εἴ κα τῶν σφαιρο-  
 ειδέων σχημάτων ὁποτερουοῦν ἐπίπεδα παράλληλα  
 ἐπιψαύονται μὴ τέμνοντα, παρὰ δὲ τὰ ἐπίπεδα τὰ ψαύ-  
 οντα ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθῆ τέμνον τὸ σφαιροειδές, τῶν  
 10 γενομένων τμαμάτων βάσιν μὲν καλεῖσθαι τὸ περι-  
 λαφθὲν ὑπὸ τῆς τοῦ σφαιροειδέος τομᾶς ἐν τῷ τέμνοντι  
 ἐπιπέδῳ, κορυφὰς δὲ τὰ σαμεῖα, καθ' ἃ ἐπιψαύονται  
 τοῦ σφαιροειδέος τὰ παράλληλα ἐπίπεδα, ἄξονας δὲ  
 τὰς ἐναπολαφθεῖσας εὐθείας ἐν τοῖς τμαμάτεσσιν ἀπὸ  
 15 τῆς εὐθείας τῆς τὰς κορυφὰς αὐτῶν ἐπιξενυνοῦσας.  
 ὅτι δὲ τὰ ἐπιψαύοντα ἐπίπεδα τοῦ σφαιροειδέος καθ'  
 ἐν μόνον ἀπτόνται σαμεῖον τῆς ἐπιφανείας αὐτοῦ, καὶ  
 ὅτι ἂ τὰς ἀφὰς ἐπιξενυνοῦσα εὐθεῖα διὰ τοῦ κέν-  
 τρου τοῦ σφαιροειδέος πορευέται, δεῖξοῦμεν. ὁμοῖα  
 20 δὲ καλεῖσθαι τῶν σφαιροειδέων σχημάτων, ὧν κα οἱ  
 ἄξονες ποτὶ τὰς διαμέτρους τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι.  
 τμάματα δὲ σφαιροειδέων σχημάτων καὶ κωνοειδέων  
 ὁμοῖα καλεῖσθαι, εἴ κα ἀφ' ὁμοίων σχημάτων ἀφαι-  
 ρημένα ἔωντι καὶ τὰς τε βασίας ὁμοίας ἔχοντι, καὶ οἱ  
 25 ἄξονες αὐτῶν ἦτοι ὀρθοὶ ἔοντες ποτὶ τὰ ἐπίπεδα τῶν  
 βασίων ἢ γωνίας ἴσας ποιοῦντες ποτὶ τὰς ὁμολόγους  
 διαμέτρους τῶν βασίων τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ'  
 ἀλλάλους ταῖς ὁμολόγοις διαμέτροις τῶν βασίων.

6. σφαιροειδεος F. 8. ψαύοντα] ἐπιψαύοντα? 10. τμη-  
 ματων F; corr. Torellius. 12. ἄ] ἄς F; corr. B. 14. τμαματε-  
 σιν FB\*. 15. τῆς] (posterius) scripsi; τα FCD; om. B, vulgo.

prehensam sphaeroides latum uocari. utriusque autem sphaeroidis axem uocari diametrum manentem, uerticem autem punctum, in quo axis superficiem sphaeroidis tangat, centrum autem uocari medium axis punctum, et diametrum lineam per centrum ad axem perpendicularem ductam. et si plana parallela utramuis figurarum sphaeroideôn contingant, ita ut non secent, et aliud planum planis tangentibus parallelum ducatur sphaeroides secans, segmentorum inde orientium basim uocari [planum] sectione sphaeroidis in plano secanti comprehensum, uertices uero puncta, in quibus plana parallela sphaeroides contingant, axes autem eas partes lineae uertices segmentorum iungentis, quae intra segmenta comprehendantur. plana autem sphaeroides contingentia in uno tantum puncto superficiem eius tangere [prop. 16], et lineam puncta contactus iungentem per centrum sphaeroidis cadere [prop. 16], demonstrabimus. similes autem eas figurarum sphaeroideôn uocari, quarum axes ad diametros eandem rationem habeant. segmenta autem figurarum sphaeroideôn et conoideôn similia uocentur, si ab similibus figuris abscisa sunt et bases similes habent, et axes eorum aut ad plana basium perpendiculares aut aequales angulos cum respondentibus diametris basium facientes eandem inter se rationem habent, quam respondentes diametri basium.

---

16. τὰ] scripsi; τα τε F, uulgo. 20. κα] scripsi; και F, uulgo.  
 21. ἔχοντι] scripsi; εχοντι F, uulgo. 22. τμήματα] Torellius;  
 τμαμα F, uulgo. 23. καλεῖσθαι Torellius. 24. βάσις]  
 scripsi; βασ cum comp. ης F; βάσεις uulgo. ἔχοντι] scripsi;  
 εχοντι F, uulgo. 26. βάσιων] scripsi; βασων F, uulgo; item  
 lin. 27 et 28. 27. ἔχοντι] scripsi; εχοντι F, uulgo.

προβαλλέται δὲ περὶ τῶν σφαιροειδέων τάδε θεω-  
 ρήσαι· διὰ τί, εἴ καὶ τι τῶν σφαιροειδέων σχημάτων  
 ἐπιπέδῳ τμαθῆ διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῶ ποτὶ τὸν  
 ἄξονα, τῶν γεναμένων τμαμάτων ἐκάτερον διπλά-  
 5 σιον ἐσσεῖται τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν  
 τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. εἰ δὲ καὶ ὀρθῶ μὲν  
 ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμαθῆ, μὴ διὰ τοῦ κέν-  
 τρου δέ, τῶν γεναμένων τμαμάτων τὸ μὲν μείζον ποτὶ  
 τὸν κώνον τὸν τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τῷ τμάματι  
 10 καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν τοῦτον ἔξει τὸν λόγον, ὃν ἂ  
 συναμφοτέραις ἴσα τᾶ τε ἡμισείᾳ τᾶς εὐθείας, ἃ ἐστὶν  
 ἄξων τοῦ σφαιροειδέος, καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ ἐλάσσο-  
 νος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ ἐλάσσονος τμάματος,  
 τὸ δὲ ἔλασσον τμάμα ποτὶ τὸν κώνον τὸν βάσιν ἔχοντα  
 15 τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν τοῦτον  
 ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἂ συναμφοτέραις ἴσα τᾶ τε ἡμι-  
 σείᾳ τᾶς εὐθείας, ἃ ἐστὶν ἄξων τοῦ σφαιροειδέος, καὶ  
 τῷ ἄξονι τῷ τοῦ μείζονος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα  
 τοῦ μείζονος τμάματος. καὶ διὰ τί, εἴ καὶ τῶν σφαιρο-  
 20 ειδέων τι ἐπιπέδῳ τμαθῆ διὰ τοῦ κέντρου μὴ ὀρθῶ  
 ποτὶ τὸν ἄξονα, τῶν γεναμένων τμαμάτων ἐκάτερον  
 διπλάσιον ἐσσεῖται τοῦ σχήματος τοῦ βάσιν ἔχοντος  
 τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. γιγνέται  
 δὲ τὸ σχῆμα ἀπότμαμα κώνου. εἰ δὲ καὶ μήτε διὰ τοῦ  
 25 κέντρου μήτε ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμαθῆ  
 τὸ σφαιροειδέος, τῶν γεναμένων τμαμάτων τὸ μὲν μεί-  
 ζον ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμά-  
 ματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν τοῦτον ἔξει τὸν λόγον, ὃν

3. τμηθῆ F; corr. Torellius. 7. τμηθῆ F; corr. Torellius.  
 11. μή] om. F; corr. Torellius. 10. τοῦτον] om. F; corr.  
 Torellius. 13. τμηματος F; corr. Torellius. 18. ἀξωνι F.



consideranda autem de sphaeroidibus haec proponuntur: cur, si quaeuis figurarum sphaeroideôn plano per centrum ad axem perpendiculari secetur, utrumuis segmentorum inde orientium duplo maius sit cono basim habenti eandem, quam segmentum, et axem eundem [prop.27]. sin plano ad axem perpendiculari neque uero per centrum secatur, maius segmentorum inde orientium ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et axem eundem hanc habebit rationem, quam linea dimidio axi sphaeroidis et simul axi segmenti minoris aequalis ad axem segmenti minoris, minus autem segmentum ad conum basim eandem habentem, quam segmentum, et axem eundem hanc habet rationem, quam linea dimidio axi sphaeroidis et simul axi segmenti maioris aequalis ad axem segmenti maioris [prop. 29]. et cur, si quoduis sphaeroides plano per centrum ad axem non perpendiculari secetur, utrumuis segmentorum inde orientium duplo maius sit figura eandem basim habenti, quam segmentum, et axem eundem (figura autem haec conii segmentum est)<sup>1)</sup> [prop.28]. sin plano nec per centrum posito nec ad axem perpendiculari sphaeroides secatur, segmentorum inde orientium maius ad figuram eandem basim habentem, quam segmentum, et axem eundem eam habebit rationem, quam linea dimidiae lineae uertices segmentorum iungenti<sup>2)</sup>

1) Cfr. quae de his uerbis dixi p. 281 not. 2.

2) Fortasse delendum est *αὐτᾶς* p. 286 lin. 1; cfr. ibid. lin. 7.

*ποτί*] Torellius; *προς* per comp. F, uulgo. 20. *τμηθῆ* F; corr. Torellius. 23. *τμάματι*] *τμάτι* F.

ἂ συναμφοτέραις ἴσα τᾶ τε ἡμισέα αὐτᾶς τᾶς ἐπιξεν-  
 γνουύσας τὰς κορυφὰς τῶν τμαμάτων καὶ τῷ ἄξονι  
 τῷ τοῦ ἐλάσσονος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ  
 ἐλάσσονος τμάματος, τὸ δὲ ἔλασσον τμάμα ποτὶ τὸ  
 5 σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα  
 τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔξει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἂ συναμ-  
 φοτέραις ἴσα τᾶ τε ἡμισέα τᾶς ἐπιξεννουύσας τὰς  
 κορυφὰς τῶν τμαμάτων καὶ τῷ ἄξονι τοῦ μείζονος  
 τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ μείζονος τμήματος.  
 10 γινέται δὲ καὶ ἐν τούτοις τὸ σχῆμα ἀπότμαμα κώνου.

ἀποδειχθέντων δὲ τῶν εἰρημένων θεωρημάτων διὰ  
 τούτων εὐρισκόνται θεωρήματά τε πολλὰ καὶ προβλή-  
 ματα, οἷον καὶ τόδε· ὅτι τὰ ὅμοια σφαιροειδέα καὶ  
 τὰ ὅμοια τμάματα τῶν τε σφαιροειδέων σχημάτων καὶ  
 15 τῶν κωνοειδέων τριπλασίονα λόγον ἔχοντι ποτ' ἄλ-  
 λαλα τῶν ἀξόνων· καὶ διότι τῶν ἴσων σφαιροειδέων  
 σχημάτων τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων ἀντι-  
 πεπόνθασι τοῖς ἀξόνεσσιν, καὶ εἴ κα τῶν σφαιρο-  
 ειδέων σχημάτων τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων  
 20 ἀντιπεπόνθωντι τοῖς ἀξόνεσσιν, ἴσα ἐντὶ τὰ σφαιρο-  
 ειδέα. πρόβλημα δέ, οἷον καὶ τόδε· ἀπὸ τοῦ δοθέντος  
 σφαιροειδέος σχήματος ἢ κωνοειδέος τμάμα ἀποτεμεῖν  
 ἐπιπέδῳ παρὰ δοθὲν ἐπίπεδον ἀγμένῳ, εἴμεν δὲ τὸ  
 ἀποτμαθὲν τμάμα ἴσον τῷ δοθέντι κώνῳ ἢ κυλίνδρῳ  
 25 ἢ σφαίρᾳ τᾶ δοθείσα. προγραψάντες οὖν τὰ τε θεω-  
 ρήματα καὶ τὰ ἐπιτάγματα τὰ χρεῖαν ἔχοντα εἰς τὰς

8. τοῦ] τῷ τοῦ? 15. ποτ' ἄλλαλα] Torellius; ποτι τα  
 αλλα F, vulgo. 16. διότι] δὴ ὅτι B, Torellius. 18. ἀξονε-  
 σιν F. 20. ἀντιπεπόνθωντι] scripsi; αντιπεπονθασι F, vulgo.  
 22. σχήματος] Nizze; τμαματος F, vulgo. 23. εἴμεν δέ] ὥστε  
 εἴμεν Torellius.

et simul axi segmenti minoris aequalis ad axem segmenti minoris [prop. 32]; segmentum autem minus ad figuram eandem basim habentem, quam segmentum, et axem eundem eam rationem habebit, quam linea dimidiae lineae uertices segmentorum iungenti et simul axi maioris segmenti aequalis ad axem segmenti maioris. (haec autem figura in his quoque segmentum conici est).<sup>1)</sup> [prop. 30].

his autem theorematis demonstratis per ea multa et theoremata et problemata inueniuntur, uelut hoc<sup>2)</sup>: similia sphaeroidea et similia segmenta et figurarum sphaeroideôn et conoideôn inter se triplicem rationem habere, quam axes. et in aequalibus figuris sphaeroidibus<sup>3)</sup> quadrata diametrorum in contraria proportione esse atque axes. et si in figuris sphaeroidibus quadrata diametrorum in contraria proportione sint, atque axes, sphaeroidea aequalia esse. et problema, uelut hoc: a data figura sphaeroide uel conoide plano dato plano parallelo segmentum abscindere, ita ut<sup>4)</sup> segmentum abscisum dato cono uel cylindro uel etiam datae sphaerae aequale sit. — praemissis igitur et theorematis

---

1) Cfr. p. 281 not. 2.

2) Fortasse scribendum: *τάδε* lin. 18. num Archimedes solutiones horum theorematum et problematis (lin. 21 sq.), quas eum nouisse necesse est, unquam ediderit, non constat. resolverunt Riquartus p. 328 sq., Sturmius p. 377 sq.; cfr. Nizze p. 208 sq.

3) Genetiuis lin. 16 pendet ex *διαμέτρων* lin. 17; cfr. lin. 19.

4) Infinitiuus *εἶμεν* lin. 23 sicut *ἀποτεμεῖν* pendet ex significatione iubendi, quae inest in *πρόβλημα*.

ἀποδειξίας αὐτῶν μετὰ ταῦτα γραφοῦμές τοι τὰ προ-  
κείμενα. εὐτύχει.

Εἰ κα κῶνος ἐπιπέδῳ τμαθῆ συμπίπτοντι πάσαις  
ταῖς τοῦ κώνου πλευραῖς, ἅ τομὰ ἐσσεῖται ἤτοι κύκλος  
ἢ ὀξυγωνίου κώνου τομά. εἰ μὲν οὖν κύκλος ἅ τομά,  
δῆλον, ὅτι τὸ ἀπολαφθὲν ἀπ' αὐτοῦ τμαῖμα ἐπὶ τὰ  
αὐτὰ τᾶ τοῦ κώνου κορυφᾶ κῶνος ἐσσεῖται. εἰ δέ κα  
ἅ τομὰ γενήται ὀξυγωνίου κώνου τομά, τὸ ἀπολαφθὲν  
ἀπὸ τοῦ κώνου σχῆμα ἐπὶ τὰ αὐτὰ τᾶ τοῦ κώνου κο-  
10 ρυφᾶ ἀπότμαμα κώνου καλείσθω. τοῦ δὲ ἀποτμάμα-  
τος βάσις μὲν καλείσθω τὸ ἐπίπεδον τὸ περιλαφθὲν  
ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, κορυφὰ δὲ τὸ  
σαμεῖον, ὃ καὶ τοῦ κώνου κορυφὰ, ἄξων δὲ ἅ ἀπὸ  
τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου ἐπὶ τὸ κέντρον τᾶς τοῦ ὀξυ-  
15 γωνίου κώνου τομᾶς ἐπιζευχθεῖσα εὐθεῖα. καὶ εἰ κα  
κύλινδρος δυοῖς ἐπιπέδοις παραλλήλοις τμαθῆ συμ-  
πιπτόντεσσι πάσαις ταῖς τοῦ κυλίνδρου πλευραῖς, αἱ  
τομαὶ ἐσσοῦνται ἤτοι κύκλοι ἢ ὀξυγωνίων κώνων το-  
μαὶ ἴσαι καὶ ὁμοῖαι ἀλλάλαις. εἰ μὲν οὖν κα αἱ τομαὶ  
20 κύκλοι γενῶνται, δῆλον, ὅτι τὸ ἀποτμαθὲν ἀπὸ τοῦ  
κυλίνδρου σχῆμα μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων  
κύλινδρος ἐσσεῖται. εἰ δέ κα αἱ τομαὶ γενῶνται ὀξυ-  
γωνίων κώνων τομαί, τὸ ἀπολαφθὲν ἀπὸ τοῦ κυλίν-  
δρου σχῆμα μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τόμος  
25 κυλίνδρου καλείσθω. τοῦ δὲ τόμου βάσις μὲν καλείσθω

1. ἀποδειξεις F, uulgo. γραφομεν σοι F, uulgo. 3.  
τμαθῆ] Torellius; τμηθῆ F, uulgo. συμπιπτοντι F. πασαι  
FC\*. 7. κωνος F. 8. ἅ] om. F. 9. Post κορυφᾶ in F re-  
petuntur: κωνος εσσειται ει δε κα τομα γενηται οξυγωνιου κω-  
νου τομα το απολαφθεν απο του κωνου σχημα επι τα αυτα τη  
του κωνου κορυφα; corr. C. τᾶ] τη F; corr. Torellius. 15.  
ἐπιζευχθεισας F; corr. B\*. τμαθῆ] Torellius; τμηθῆ F,

et epitagmatis<sup>1)</sup> ad demonstrationes eorum utilibus, postea tibi scribam, quae proposita sunt. uale.

## DEFINITIONES.

Si conus plano omnibus lateribus conici incidenti secatur, sectio aut circulus erit aut sectio conici acutianguli. si sectio circulus est, adparet, segmentum a cono<sup>2)</sup> abscisum in eadem parte, in qua est uertex conici, conum futurum esse; sin sectio est conici acutianguli sectio, figura a cono in eadem parte abscisa, in qua est uertex conici, segmentum conici uocetur. segmenti autem basis uocetur planum sectione conici acutianguli comprehensum, uertex autem punctum, quod idem conici uertex est, axis autem linea a uertice conici ad centrum sectionis conici acutianguli ducta.<sup>3)</sup> et si cylindrus duobus planis parallelis omnibus lateribus cylindri incidentibus secatur, sectiones aut circuli erunt aut sectiones conorum acutiangulorum sibi in uicem aequales et similes.<sup>4)</sup> iam si sectiones circuli sunt, adparet, figuram a cylindro inter plana parallela abscisam cylindrum futurum esse. sin sectiones acutianguli conici sectiones sunt, figura a cylindro inter plana parallela abscisa frustum cylindri uocetur. basis autem frusti

1) Hoc est: problemata, quibus aliquid facere iubemur; propp. 7—9.

2) ἀπ' αὐτοῦ γ: ἀπὸ τοῦ κώνου (lin. 6); cfr. lin. 9.

3) Cfr. de his propositionibus Apollonii con. I, 4 et I, 13.

4) U. Serenus de sect. cylindri propp. 5 et 18.

uulgo. 18. ἐσσόνται] Torellius; εσσονται F, uulgo. 19. κα] scripsi; και F, uulgo. 22. κα] scripsi; και F, uulgo.

τὰ ἐπίπεδα τὰ περιλαφθέντα ὑπὸ τᾶν τῶν ὀξυγωνίων κώνων τομᾶν, ἄξων δὲ ἅ ἐπιξενγνύουσα εὐθεῖα τὰ κέντρα τᾶν τῶν ὀξυγωνίων κώνων τομᾶν. ἐσσεῖται δὲ αὐτὰ ἐπὶ τᾷς αὐτᾷς εὐθείαις τῷ ἄξονι τοῦ κυλίνδρου.

6 Εἴ κα ἕωντι μεγέθη ὅποσαοῦν τῷ ἴσῳ ἀλλάλων ὑπερέχοντα, ἢ δὲ ἅ ὑπεροχὰ ἴσα τῷ ἐλαχίστῳ, καὶ ἄλλα μεγέθη τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ, πάντα τὰ μεγέθη, ὧν ἐστὶν ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ, πάντων μὲν τῶν  
10 τῷ ἴσῳ ὑπερεχόντων ἐλάσσονα ἐσσοῦνται ἢ διπλάσια, τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ μεγίστου μείζονα ἢ διπλάσια. ἅ δὲ ἀπόδειξις τούτου φανερά.

α΄.

Εἴ κα μεγέθη ὅποσαοῦν τῷ πλήθει ἄλλοις μεγέ-  
15 θεσιν ἴσοις τῷ πλήθει κατὰ δύο τὸν αὐτὸν λόγον ἔχωντι τὰ ὁμοίως τεταγμένα, λεγῆται δὲ τὰ τε πρῶτα μεγέθη ποτὶ τινὰ ἄλλα μεγέθη ἢ πάντα ἢ τινὰ αὐτῶν ἐν λόγοις ὁποιοῦσιν, καὶ τὰ ὕστερον ποτ' ἄλλα μεγέθη τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις, πάντα τὰ  
20 πρῶτα μεγέθη ποτὶ πάντα, ἃ λεγόνται, τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον, ὃν ἔχοντι πάντα τὰ ὕστερον μεγέθη ποτὶ πάντα, ἃ λεγόνται.

ἔστω τινὰ μεγέθη τὰ *A, B, Γ, Δ, E, Z* ἄλλοις μεγέθεσιν ἴσοις τῷ πλήθει τοῖς *H, Θ, I, K, Λ, M*  
25 κατὰ δύο τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, καὶ ἐχέτω τὸ μὲν

3. τομᾶν] τομα F; corr. B\*. 6. α' Torellius; Cr. τῷ] το F, ed. Basil. 7. πλήθει F. 13. β' Torellius, Cr. 16. ἔχωντι] scripsi; εχοντι F, vulgo. 17. ποτὶ τινὰ ἄλλα] scripsi; ποτι τ' ἄλλα F, vulgo; fort. ποτ' ἄλλα ut lin. 18. 18. ποτα ἄλλα F. 22. λεγῶνται F.

uocentur plana sectionibus conorum acutiangulorum comprehensa, axis autem linea centra sectionum conorum acutiangulorum iungens. haec autem in eadem linea erit, in qua axis cylindri est.

Si magnitudines quotlibet datae sunt aequali spatio inter se excedentes, et differentia minimae aequalis est, et aliae quoque magnitudines datae sunt numero prioribus aequales et magnitudine omnes maximae illarum aequales, omnes hae magnitudines, quarum quaeque maximae aequalis est, minores erunt quam duplo maiores omnibus magnitudinibus aequali spatio inter se excedentibus, maiores autem quam duplo maiores reliquis praeter maximam. demonstratio autem huius propositionis in medio posita est.<sup>1)</sup>

## I.

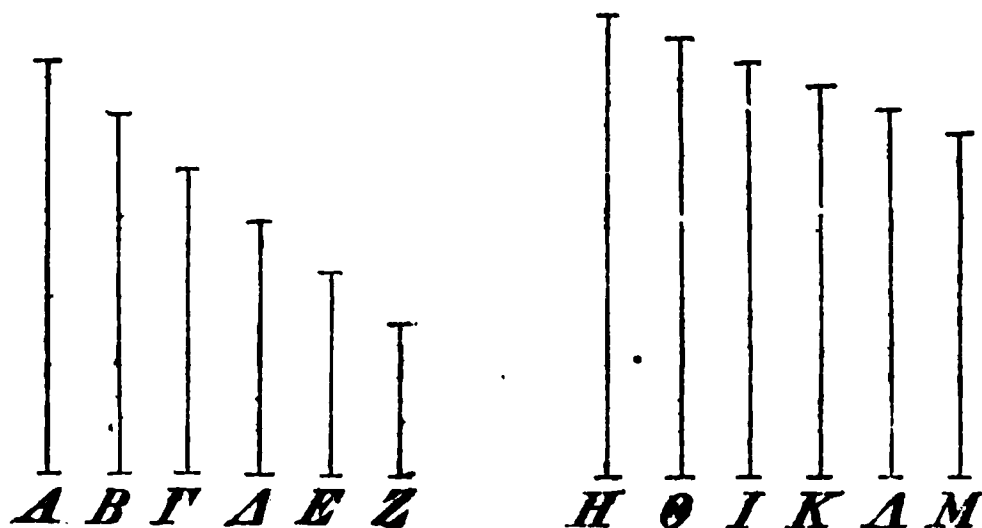
Si magnitudines quotlibet numero et aliae magnitudines numero aequales, binae cum binis similiter positae, eandem rationem habent, et priores magnitudines aut omnes aut nonnullae ad alias magnitudines in quavis proportione sunt, et posteriores magnitudines rursus ad alias similiter positae in eadem proportione sunt, omnes priores magnitudines ad omnes, quae cum iis in proportione sunt, eandem habebunt rationem, quam habent omnes magnitudines posteriores ad omnes, quae cum iis in proportione sunt.

magnitudines quaedam  $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z$  et aliae magnitudines numero aequales  $H, \Theta, I, K, \Lambda, M$  binae cum binis eandem habeant rationem, et sit

1) Nam demonstrata est ab Archimede ipso  $\pi\epsilon\rho\iota \ \acute{\epsilon}\lambda\iota\kappa$ . prop. 11; Quaest. Arch. p. 56.

*A* ποτὶ τὸ *B* τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ *H* ποτὶ τὸ  $\Theta$ ,  
 τὸ δὲ *B* ποτὶ τὸ *Γ*, ὃν τὸ  $\Theta$  ποτὶ τὸ *I*, καὶ τὰ ἄλλα  
 ὁμοίως τούτοις. λεγέσθω δὲ τὰ μὲν *A*, *B*, *Γ*,  $\Delta$ , *E*, *Z*  
 5 μεγέθη ποτὶ τινὰ ἄλλα μεγέθη τὰ *N*,  $\Xi$ , *O*,  $\Pi$ , *P*,  $\Sigma$   
 ἐν λόγοις ὁποιοῦν, τὰ δὲ *H*,  $\Theta$ , *I*, *K*,  $\Lambda$ , *M* ποτὶ  
 τινὰ ἄλλα τὰ *T*,  $\Upsilon$ ,  $\Phi$ ,  $\chi$ ,  $\Psi$ ,  $\Omega$ , τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς  
 αὐτοῖς λόγοις, καὶ ἔν μὲν ἔχει λόγον τὸ *A* ποτὶ τὸ *N*,  
 τὸ *H* ἔχτω ποτὶ τὸ *T*, ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ *B* ποτὶ  
 τὸ  $\Xi$ , τὸ  $\Theta$  ἔχτω ποτὶ τὸ  $\Upsilon$ , καὶ τὰ ἄλλα ὁμοίως  
 10 τούτοις. δεικτέον, ὅτι πάντα τὰ *A*, *B*, *Γ*,  $\Delta$ , *E*, *Z*  
 ποτὶ πάντα τὰ *N*,  $\Xi$ , *O*,  $\Pi$ , *P*,  $\Sigma$  τὸν αὐτὸν ἔχοντι  
 λόγον, ὃν πάντα τὰ *H*,  $\Theta$ , *I*, *K*,  $\Lambda$ , *M* ποτὶ πάντα  
 τὰ *T*,  $\Upsilon$ ,  $\Phi$ ,  $\chi$ ,  $\Psi$ ,  $\Omega$ .

ἐπεὶ γὰρ τὸ μὲν *N* ποτὶ τὸ *A* τὸν αὐτὸν ἔχει λό-  
 15 γον, ὃν τὸ *T* ποτὶ τὸ *H*, τὸ δὲ *A* ποτὶ τὸ *B*, ὃν τὸ



*H* ποτὶ τὸ  $\Theta$ , τὸ δὲ *B* ποτὶ τὸ  $\Xi$ , ὃν τὸ  $\Theta$  ποτὶ τὸ  $\Upsilon$ ,  
 τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον τὸ *N* ποτὶ τὸ  $\Xi$ , ὃν τὸ *T* ποτὶ  
 τὸ  $\Upsilon$ . διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ τὸ  $\Xi$  ποτὶ τὸ *O*, ὃν τὸ  $\Upsilon$   
 ποτὶ τὸ  $\Phi$ , καὶ τούτοις τὰ ἄλλα ὁμοίως. ἔχοντι δὴ

4. τινὰ ἄλλα] scripsi; ταῖα F; τὰ ἄλλα ed. Basil., vulgo;  
 fort. ποτ' ἄλλα. 5. M] M, N FBC\*. 6. τινὰ ἄλλα] scripsi;  
 τ' ἄλλα F, vulgo; fort. ἄλλα. 7. καί] addidi; om. F, vulgo.  
 9.  $\Xi$ ] Z F.



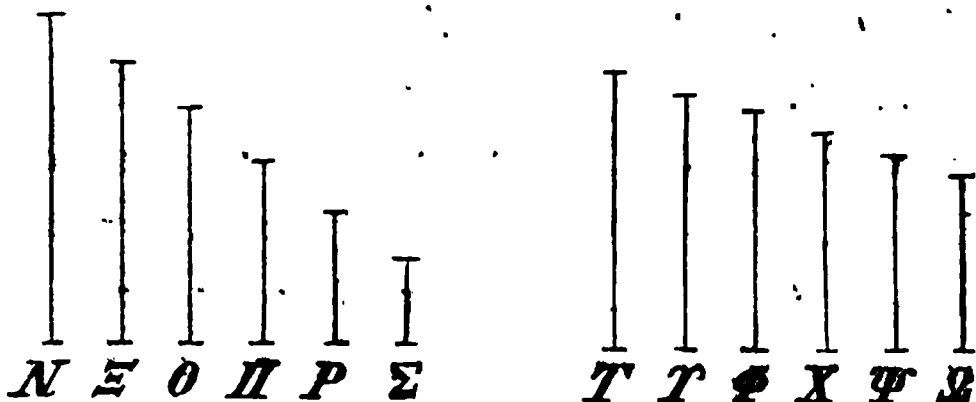
$$A : B = H : \Theta \text{ et } B : \Gamma = \Theta : I$$

et cetera eodem modo. et  $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z$  ad alias magnitudines  $N, \Xi, O, \Pi, P, \Sigma$  in quavis proportione sint, et  $H, \Theta, I, K, \Lambda, M$  ad alias  $T, \Upsilon, \Phi, X, \Psi, \Omega$  similiter positae in eadem proportione sint, et sit  $A : N = H : T, B : \Xi = \Theta : \Upsilon$ , et cetera eodem modo. demonstrandum.

$$\frac{A + B + \Gamma + \Delta + E + Z}{N + \Xi + O + \Pi + P + \Sigma} = \frac{H + \Theta + I + K + \Lambda + M}{T + \Upsilon + \Phi + X + \Psi + \Omega}$$

nam quoniam

$$N : A = T : H, A : B = H : \Theta, B : \Xi = \Theta : \Upsilon,$$



erit  $N : \Xi = T : \Upsilon$ .<sup>1)</sup> eodem modo concluditur etiam  $\Xi : O = \Upsilon : \Phi$ , et cetera eodem modo.<sup>2)</sup> itaque

1) Cum  $N : A = T : H, A : B = H : \Theta$ , erit  $\delta\iota'$  *ἴσον* (Eucl. V, 22)  $N : B = T : \Theta$ , sed  $B : \Xi = \Theta : \Upsilon$ ; quare  $\delta\iota'$  *ἴσον* (Eucl. V, 22)  $N : \Xi = T : \Upsilon$ . conspectum huius demonstrationis dedi Quaest. Arch. p. 50—51.

2) Habebimus igitur  $N : \Xi = T : \Upsilon, \Xi : O = \Upsilon : \Phi$ ,

$$O : \Pi = \Phi : X, \Pi : P = X : \Psi, P : \Sigma = \Psi : \Omega.$$

iam cum sit  $A : B = H : \Theta$ , erit (Eucl. V, 18)

$$A + B : A = H + \Theta : H \text{ et } A + B : H + \Theta = A : H \text{ (Eucl. V, 16).}$$

sed ex  $N : A = T : H$  sequitur (Eucl. V, 16)  $A : H = N : T = \Xi : \Upsilon$

$$\text{(Eucl. V, 16)} = O : \Phi \text{ (Eucl. V, 16)} = \Gamma : I \text{ (Eucl. V, 16;}$$

est enim  $A : N = H : T, B : \Xi = \Theta : \Upsilon, \Gamma : O = I : \Phi$ ,

$$\Delta : \Pi = K : X, E : P = \Lambda : \Psi, Z : \Sigma = M : \Omega, \text{ lin. 9). quare}$$

$$A + B : H + \Theta = \Gamma : I; \text{ unde (}\epsilon\nu\alpha\lambda\lambda\acute{\alpha}\xi, \text{ συνθέντι, } \epsilon\nu\alpha\lambda\lambda\acute{\alpha}\xi\text{)}$$

$$A + B + \Gamma : H + \Theta + I = \Gamma : I = O : \Phi = \Pi : X \text{ (Eucl. V, 16)}$$

$$= \Delta : K \text{ (Eucl. V, 16), et eodem modo semper progredi pos-$$

sumus.

- τὰ μὲν *A, B, Γ, Δ, E, Z* πάντα ποτὶ τὸ *A* τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἔχοντι τὰ *H, Θ, I, K, Λ, M* πάντα ποτὶ τὸ *H*, τὸ δὲ *A* ποτὶ τὸ *N*, ὃν τὸ *H* ποτὶ τὸ *T*, τὸ δὲ *N* ποτὶ πάντα τὰ *N, Ξ, O, Π, P, Σ* τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ *T* ποτὶ πάντα τὰ *T, Υ, Φ, Χ, Ψ, Ω*.  
 5 δῆλον οὖν, ὅτι πάντα τὰ *A, B, Γ, Δ, E, Z* ποτὶ πάντα τὰ *N, Ξ, O, Π, P, Σ* τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον, ὃν πάντα τὰ *H, Θ, I, K, Λ, M* ποτὶ πάντα τὰ *T, Υ, Φ, Χ, Ψ, Ω*.
- 10 φανερόν δέ, ὅτι καί, εἴ κα τῶν τε *A, B, Γ, Δ, E, Z* μεγεθέων τὰ μὲν *A, B, Γ, Δ, E* λεγόνται ποτὶ τὰ *N, Ξ, O, Π, P*, τὸ δὲ *Z* μηδὲ ποθ' ἐν λεγῆται, καὶ τῶν *H, Θ, I, K, Λ, M* τὰ μὲν *H, Θ, I, K, Λ* λεγόνται ποτὶ τὰ *T, Υ, Φ, Χ, Ψ*, τὰ ὅμοια ἐν τοῖς  
 15 αὐτοῖς λόγοις, τὸ δὲ *M* μηδὲ ποθ' ἐν λεγῆται, ὁμοίως πάντα τὰ *A, B, Γ, Δ, E, Z* ποτὶ πάντα τὰ *N, Ξ, O, Π, P* τὸν αὐτὸν ἔξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ *H, Θ, I, K, Λ, M* ποτὶ πάντα τὰ *T, Υ, Φ, Χ, Ψ*.

β'.

- 20 Εἴ κα γραμμαὶ ἴσαι ἀλλάλαις ἔωντι ὀποσαιοῦν τῷ πλήθει, καὶ παρ' ἐκάσταν αὐτῶν παραπέση τι χωρίον

2. εχωντι F, ut uidetur. I] om. F. 7. εχωντι FBC.  
 11. λεγονται] scripsi; λεγωτι F, uulgo; λεγωντι Torellius, 12. P] PC F; corr. Torellius. μηδὲ ποθ' ἐν] scripsi; μηδεποθεν F, uulgo. 13. M] M μεγεθέων Torellius. 14. Ψ] Ψω F; corr. Torellius. 15. μηδεποθεν F, uulgo. 17. P] PC F; corr. Torellius. 18. Ψ] Ψω F; corr. Torellius. 19. γ Torellius, Cr. 20. αλληλαις F; corr. Torellius. 21. παραπέση] scripsi; παρεμπεση F, uulgo.

$A + B + \Gamma + \Delta + E + Z : A = H + \Theta + I + K + \Lambda + M : H.$ <sup>1)</sup>

sed  $A : N = H : T$  [ἀνάπαλιν Eucl. V, 7 πρόφ.], et

$N : N + \Xi + O + \Pi + P + \Sigma = T : T + \Upsilon + \Phi + X + \Psi + \Omega.$ <sup>2)</sup>

adparet ergo esse

$$\frac{A + B + \Gamma + \Delta + E + Z}{N + \Xi + O + \Pi + P + \Sigma} = \frac{H + \Theta + I + K + \Lambda + M}{T + \Upsilon + \Phi + X + \Psi + \Omega}.$$
<sup>3)</sup>

et adparet, etiam si ex magnitudinibus  $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z$  magnitudines  $A, B, \Gamma, \Delta, E$  ad  $N, \Xi, O, \Pi, P$  in proportione sint,  $Z$  autem in nulla proportione, et ex  $H, \Theta, I, K, \Lambda, M$  magnitudinibus  $H, \Theta, I, K, \Lambda$  ad  $T, \Upsilon, \Phi, X, \Psi$  in proportione sint, similiter positae in eadem proportione,  $M$  autem in nulla sit proportione, item esse:

$$\frac{A + B + \Gamma + \Delta + E + Z}{N + \Xi + O + \Pi + P} = \frac{H + \Theta + I + K + \Lambda + M}{T + \Upsilon + \Phi + X + \Psi}.$$
<sup>4)</sup>

## II.

Si lineae quotlibet numero inter se aequales sunt, et singulis spatium adplicatur figura quadrata exce-

1) Demonstravimus enim p. 293 not. 2 esse  $A + B + \Gamma + \Delta + E + Z : H + \Theta + I + K + \Lambda + M = A : H$ ; inde ἐναλλάξ (Eucl. V, 16) sequitur proportio.

2) Nam  $N + \Xi : T + \Upsilon = \Xi : \Upsilon$  (συνθέντι καὶ ἐναλλάξ) =  $O : \Phi$  (ἐναλλάξ); unde ἐναλλάξ καὶ συνθέντι καὶ ἐναλλάξ:  $\frac{N + \Xi + O}{T + \Upsilon + \Phi} = \frac{O}{\Phi}$ , et cetera eodem modo, donec inuenitur  $\frac{N + \Xi + O + \Pi + P + \Sigma}{T + \Upsilon + \Phi + X + \Psi + \Omega} = \frac{N}{T}$ ; tum ἐναλλάξ.

3) Nam δι' ἴσου est (Eucl. V, 22)

$$\frac{A}{N + \Xi + O + \Pi + P + \Sigma} = \frac{H}{T + \Upsilon + \Phi + X + \Psi + \Omega};$$

tum rursus δι' ἴσου sequitur proportio.

4) Prorsus eodem modo concluditur, si ratione not. 2 proposita quater pro quinques utimur.

ὑπερβάλλον εἶδει τετραγώνῳ, ἔωντι δὲ αἱ πλευραὶ τῶν  
 ὑπερβλημάτων τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχούσαι, καὶ ἅ  
 ὑπεροχὰ ἴσα τᾶ ἐλαχίστα, ἔωντι δὲ καὶ ἄλλα χωρία  
 τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον  
 5 ἴσον τῷ μεγίστῳ, ποτὶ μὲν πάντα τὰ ἕτερα χωρία ἐλάσ-  
 σονα λόγον ἔξοῦντι τοῦ, ὃν ἔχει ἅ ἴσα συναμφοτέραις  
 ταῖς τε τοῦ μεγίστου ὑπερβλήματος πλευραῖς καὶ μιᾶ  
 τᾶν ἰσᾶν ἑουσᾶν ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις τῷ τε  
 τρίτῳ μέρει τᾶς τοῦ μεγίστου ὑπερβλήματος πλευρᾶς  
 10 καὶ τᾶ ἡμισθα μιᾶς τᾶν ἰσᾶν ἑουσᾶν, ποτὶ δὲ τὰ λοιπὰ  
 χωρία ἄνευ τοῦ μεγίστου μείζονα λόγον ἔξοῦντι τοῦ  
 αὐτοῦ λόγου.

ἔστωσαν γὰρ ἴσαι εὐθείαι ὀποσαιοῦν τῷ πλήθει,  
 ἐφ' ἃν τὰ *A*· καὶ παραπεπτωκέτω παρ' ἑκάστην αὐτᾶν  
 15 χωρίον ὑπερβάλλον εἶδει τετραγώνῳ. ἔστων δὲ τῶν  
 ὑπερβλημάτων πλευραὶ αἱ *B, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η* τῷ ἴσῳ  
 ἀλλάλαν ὑπερεχούσαι, καὶ ἅ ὑπεροχὰ ἔστω ἴσα τᾶ  
 ἐλαχίστα. καὶ μέγιστα μὲν ἔστω ἅ *B*, ἐλαχίστα δὲ ἅ *H*.  
 ἔστω δὲ καὶ ἄλλα χωρία, ἐφ' ὧν ἕκαστον τῶν *Θ, Ι,*  
 20 *Κ, Λ*, τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει  
 ἕκαστον ἴσον ἔστω τῷ μεγίστῳ τῷ παρὰ τὰν *ΑΒ* παρα-  
 κειμένῳ. ἔστω δὲ ἅ μὲν *ΘΙ* γραμμὰ ἴσα τᾶ *A*, ἅ δὲ  
*ΚΛ* ἴσα τᾶ *B*, καὶ τᾶν μὲν *ΘΙ* γραμμῶν ἑκάστα ἔστω  
 διπλασία τᾶς *I*, τᾶν δὲ *ΚΛ* ἑκάστα τριπλασία τᾶς *K*.  
 25 δεικτέον, ὅτι τὰ χωρία πάντα, ἐν οἷς τὰ *Θ, Ι, Κ, Λ*,  
 ποτὶ μὲν πάντα τὰ ἕτερα χωρία τὰ *ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ,*  
*ΑΕ, ΑΖ, ΑΗ* ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἅ  
*ΘΙΚΛ* εὐθεῖα ποτὶ τὰν *ΙΚ*, ποτὶ δὲ τὰ λοιπὰ ἄνευ

7. τε] om. F. τᾶ et πλευρᾶ Nizze. 10. ημισα F; corr.  
 B. 13. ἔστωσαν FBCD; ἔστω A, ed. Basil.; „esto“ Cr: 15.  
 ἔστων] ἔστωσαν B. τῶν] addidi; om. F, vulgo. 19. ἔστω]

dens, et latera spatiorum excedentium aequali differentia inter se excedunt, et differentia minimae aequalis est, et praeterea alia spatia data sunt numero his aequalia, magnitudine autem omnes maximo aequalia, haec spatia ad omnia spatia priora minorem rationem habebunt, quam linea aequalis lateribus maximi spatii excedentis et simul uni ex lineis inter se aequalibus ad lineam aequalem tertiae parti lateris maximi spatii excedentis et simul dimidiae parti unius ex lineis inter se aequalibus, ad cetera autem spatia praeter maximum maiorem rationem, quam eadem lineae.<sup>1)</sup>

nam datae sint lineae aequales quotlibet numero, in quibus sint litterae  $A$ . et singulis adplicetur spatium figura quadrata excedens. latera autem spatiorum excedentium  $B, \Gamma, \Delta, E, Z, H$  aequali differentia inter se excedant, et differentia minimae aequalis sit. et maxima sit  $B$ , minima autem  $H$ . sed etiam alia spatia data sint, in quibus singulis omnes litterae  $\Theta, I, K, \Lambda$ , numero his aequalia, magnitudine autem omnia maximo spatio lineae  $AB$  adplicato aequalia sint. sit autem

$$\Theta + I = A, K + \Lambda = B, \text{ et } \Theta + I = 2I, K + \Lambda = 3K.$$

demonstrandum est, omnia spatia, in quibus sint litterae  $\Theta, I, K, \Lambda$ , ad omnia priora spatia  $AB, A\Gamma, A\Delta, AE, AZ, AH$  minorem rationem habere, quam  $\Theta + I + K + \Lambda : I + K$ , ad reliqua autem praeter

---

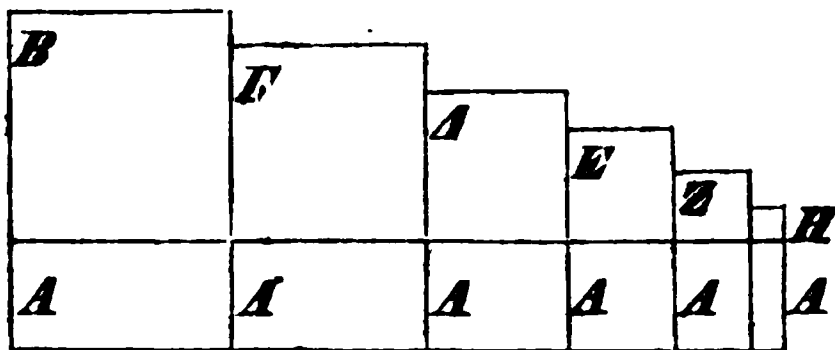
1) Demonstrationem brevius exposui Quaest. Arch. p. 57, arithmeticeam dedit Nizze p. 157.

---

scripsi;  $\eta$  F, vulgo.  $\acute{\epsilon}\nu\acute{\alpha}\sigma\tau\alpha\ \tau\acute{\alpha}\nu$  Torellius; auditur  $\sigma\tau\omicron\iota\chi\sigma\iota\omicron\nu$  (littera). 23.  $\tau\acute{\alpha}\nu$ ]  $\tau\alpha$  F; corr. ed. Basil.\*  $\gamma\rho\alpha\mu\mu\alpha$  F; corr. ed. Basil.\*

τοῦ μεγίστου τοῦ  $AB$  μείζονα λόγον ἔχοντι τοῦ αὐτοῦ λόγου.

ἔστι γάρ τινα χωρία, ἐν οἷς τὰ  $A$ , τῷ ἴσῳ ἀλλάλων ὑπερέχοντα, καὶ ἅ ὑπεροχὰ ἴσα τῷ ἐλάχιστῳ [ἐπεὶ τε



5 τὰ παραβλήματα καὶ τὰ πλάτη τῷ ἴσῳ ὑπερέχουσιν], καὶ ἄλλα χωρία, ἐν οἷς τὰ  $\Theta$ ,  $I$ , τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ. σύμ-  
παντα οὖν τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ  $\Theta$ ,  $I$ , πάντων μὲν  
τῶν, ἐν οἷς τὰ  $A$ , ἐλάσσονά ἐντι ἢ διπλασίονα, τῶν  
10 δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ μεγίστου μείζονα ἢ διπλασίονα.  
αὐτὰ οὖν τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ  $I$ , πάντων μὲν τῶν,  
ἐν οἷς τὰ  $A$ , ἐλάσσονά ἐντι, τῶν δὲ λοιπῶν ἄνευ τοῦ  
μεγίστου μείζονα. πάλιν ἐντὶ γραμμαί τινες αἱ  $B$ ,  $\Gamma$ ,  
 $\Delta$ ,  $E$ ,  $Z$ ,  $H$  τῷ ἴσῳ ἀλλάλων ὑπερεχούσαι, καὶ ἅ  
15 ὑπεροχὰ ἴσα τῷ ἐλάχιστῳ, καὶ ἄλλαι γραμμαί, ἐφ' ἃν  
τὰ  $K$ ,  $A$ , τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει  
ἕκαστα ἴσαι τῷ μεγίστῳ. τὰ οὖν τετράγωνα τὰ ἀπὸ

4. ἐπεὶ τῶν παραβλημάτων Nizze. in figura litteras  $\Theta$ ,  $I$ ,  $K$ ,  $A$  inuerso ordine habet F; litteras  $\Theta$ ,  $I$  permutant ed. Basil., Torellius; corr. Nizze. 9. διπλάσια Nizze, ut lin. 10.  
10. μείζον F; corr. Torellius. 15. ὑπεροχὰ ἴσα] ὑπερεχούσαι ἴσαι F; corr. ed. Basil. 17. ἴσαι] ἴσα?

maximum spatium  $AB$  maiorem rationem quam

$$\Theta + I + K + A : I + K.$$

sunt enim spatia quaedam, in quibus litterae  $A$ , aequali differentia inter se excedentia, et differentia

$\Theta$	$\Theta$	$\Theta$	$\Theta$	$\Theta$	$\Theta$	$\Theta$	$\Theta$
$I$	$I$	$I$	$I$	$I$	$I$	$I$	$I$
$K$	$K$	$K$	$K$	$K$	$K$	$K$	$K$
$A$	$A$	$A$	$A$	$A$	$A$	$A$	$A$

minimo aequalis est<sup>1)</sup>, et alia spatia, in quibus litterae  $\Theta$ ,  $I$ , numero illis aequalia, magnitudine autem omnia maximo aequalia. omnia igitur simul spatia, in quibus litterae  $\Theta$ ,  $I$  sunt, minora sunt quam duplo maiora omnibus spatiis, in quibus litterae  $A$  sunt, maiora autem quam duplo maiora ceteris praeter maximum [p. 290; 5]. ipsa igitur spatia, in quibus sunt litterae  $I$ , omnibus spatiis, in quibus sunt litterae  $A$ , minora sunt, reliquis autem praeter maximum maiora.<sup>2)</sup> rursus sunt lineae quaedam  $B$ ,  $\Gamma$ ,  $\Delta$ ,  $E$ ,  $Z$ ,  $H$  aequali differentia inter se excedentes, et differentia minimae aequalis est, et praeterea aliae lineae, in quibus sunt litterae  $K$ ,  $A$ , numero illis aequales, magnitudine autem

1) Quia ex hypothese latera quadratorum excedentium inter se aequali differentia excedunt, et differentia minimo aequalis est. spatia enim  $A$  inter se rationem habent, quam latera illa (Eucl. VI, 1). sequentia uerba  $\acute{\epsilon}\pi\epsilon\iota$  lin. 4 —  $\acute{\upsilon}\pi\sigma\acute{\epsilon}\chi\omicron\upsilon\sigma\iota\nu$  lin. 5 subditina esse putauerim. nam primum prae dicuntur spatia adplicata inter se aequali differentia excedere, deinde deest  $\acute{\alpha}\lambda\lambda\acute{\alpha}\lambda\omicron\nu$  lin. 5, et  $\pi\lambda\acute{\alpha}\tau\eta$  et  $\acute{\upsilon}\pi\sigma\acute{\epsilon}\chi\omicron\upsilon\sigma\iota\nu$  parum Doricae formae sunt; etiam particula  $\tau\epsilon$  insolito loco posita est. denique insuauiter sermonis cursum interrumpunt. neque hae offensiones coniectura facili et probabili tolli possunt.

2) Nam  $\Theta = I$ .

πασᾶν τᾶν ἰσᾶν ἀλλάλας τε καὶ τᾶ μέγιστα πάντων  
 μὲν τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ [πασᾶν] τᾶν τῷ ἴσῳ  
 ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν ἐλάσσονά ἐντι ἢ τριπλάσια, τῶν  
 δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μέγιστας τετραγώνου  
 4 μείζονα ἢ τριπλάσια. δεδεικται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς  
 περὶ τᾶν ἐλίκων ἐκδεδομένοις. τὰ οὖν χωρία, ἐν οἷς  
 τὸ K, πάντων μὲν τῶν χωρίων, ἐν οἷς τὰ B, Γ, Δ, E,  
 Z, H, ἐλάσσονά ἐστιν, αὐτῶν δὲ τῶν, ἐν οἷς τὰ Γ, Δ,  
 E, Z, H, μείζονα· ὥστε καὶ πάντα τὰ χωρία, ἐν οἷς  
 10 τὰ I, K, πάντων μὲν τῶν, ἐν οἷς τὰ AB, AΓ, AΔ,  
 AE, AZ, AH, ἐλάσσονά ἐστι, τῶν δέ, ἐν οἷς τὰ AΓ,  
 AΔ, AE, AZ, AH, μείζονα. δῆλον οὖν, ὅτι πάντα  
 τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ Θ, I, K, A, ποτὶ μὲν τὰ χωρία,  
 ἐν οἷς τὰ AB, AΓ, AΔ, AE, AZ, AH, ἐλάσσονα  
 15 λόγον ἔχοντι τοῦ, ὃν ἔχει ἃ ΘA ποτὶ τὰν IK, ποτὶ  
 δὲ τὰ λοιπὰ χωρὶς τοῦ, ἐν ᾧ τὸ AB, μείζονα τοῦ  
 αὐτοῦ λόγου.

γ'.

Εἰ κα κώνου τομᾶς ὅποιασοῦν εὐθείαι ἐπιψαύωντι  
 20 ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου ἀγμέναι, ἔωντι δὲ καὶ ἄλλαι  
 εὐθείαι ἐν τᾶ τοῦ κώνου τομᾶ παρὰ τὰς ἐπιψανούσας  
 ἀγμέναι καὶ τεμνούσας ἀλλάλας, τὰ περιεχόμενα ὑπὸ  
 τῶν τμαμάτων τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον ποτ' ἄλλαλα,  
 ὃν τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ἐπιψανουσᾶν· ὁμόλογον

2. πασᾶν τᾶν] Torellius; παντων F, vulgo. fort. scrib.  
 τᾶν. 3. αλλαλων F; corr. Torellius. ὑπερεχουσαι F; corr.  
 ed. Basil. 6. ἐλίκων] scripsi; ελικων F, vulgo. 8. ἐστιν]  
 ἐντι B. 10. τά] (alt.) addidi; om. F, vulgo. 11. ἐστι] ἐντι B.  
 τά] addidi; om. F, vulgo. 16. τό] τά Torellius, fortasse  
 recte. μειζων F; corr. Torellius. γ'] om. ed. Basil., Cr.,  
 Torellius. 23. ποτ' ἄλλαλα] Torellius; ποτι τα αλλα F, vulgo.  
 24. των επιψανουσων F, vulgo.



omnes maximae aequales. quare quadrata omnium linearum inter se et maximae aequalium minora sunt quam triplo maiora omnibus quadratis linearum inter se aequali differentia excedentium, maiora autem quam triplo maiora reliquis praeter quadratum lineae maximae. hoc enim in eo libro, quem de helicibus edidimus, demonstratum est [prop. 10]. itaque spatia, in quibus est littera  $K$ , omnibus spatiis, in quibus sunt litterae  $B, \Gamma, \Delta, E, Z, H$ , minora sunt<sup>1)</sup>, ipsis autem spatiis, in quibus sunt litterae  $\Gamma, \Delta, E, Z, H$ , maiora. quare etiam omnia spatia, in quibus sunt litterae  $I, K$ , minora sunt omnibus spatiis, in quibus sunt litterae  $AB, A\Gamma, A\Delta, AE, AZ, AH$ , maiora autem iis, in quibus  $A\Gamma, A\Delta, AE, AZ, AH$ . adparet igitur, omnia spatia, in quibus sint litterae  $\Theta, I, K, A$ , ad spatia, in quibus  $AB, A\Gamma, A\Delta, AE, AZ, AH$ , minorem rationem habere, quam  $\Theta A : IK^2)$ , ad reliqua autem praeter id, in quo est  $AB$ , maiorem rationem.<sup>3)</sup>

## III.

Si lineae sectionem conii qualemlibet contingunt ab eodem puncto ductae, et aliae quoque lineae in sectione conii contingentibus parallelae sunt et inter se secant, spatia partibus earum comprehensa inter se eandem rationem habebunt, quam quadrata linearum contingentium. et spatium partibus alterius lineae

1) Nam  $K = \frac{1}{2}A$ ; itaque  $K + A = 3K$ .

2) Hoc est  $\Theta + I + K + A : I + K$ .

3) Nam summa spatiorum  $\Theta, I, K, A$  ad summam spatiorum  $I, K$  eam habet rationem quam  $\Theta + I + K + A : I + K$ , cum basis eadem sit (Eucl. VI, 1); tum u. Eucl. V, 8. et est  $\Theta + I + K + A = A + B, I + K = \frac{1}{2}A + \frac{1}{2}B$ .

δὲ ἐσσεΐται τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν τᾶς ἑτέρας γραμμᾶς τμαμάτων τῷ τετραγώνῳ τῷ ἀπὸ τᾶς ἐπιφανούσας τᾶς παραλλήλου αὐτᾶ. ἀποδεδείκται δὲ τοῦτο ἐν τοῖς κωνικοῖς στοιχείοις.

δ Εἴ κα ἀπὸ τᾶς αὐτᾶς ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς δύο τμάματα ἀποτμηθέντι ὅπως οὖν ἴσας ἔχοντα τὰς διαμέτρους, αὐτὰ τε τὰ τμάματα ἴσα ἐσσοῦνται, καὶ τὰ τρίγωνα τὰ ἐγγραφόμενα εἰς αὐτὰ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσι καὶ ὕψος τὸ αὐτό. διά-  
10 μετρον δὲ καλέω παντὸς τμάματος τὰν δίχα τέμνουσαν τὰς εὐθείας πάσας τὰς παρὰ τὰν βάσιν αὐτοῦ ἀγομένας.

ἔστω ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἃ  $ΑΒΓ$ , καὶ ἀπο-  
τετμήσθω ἀπ' αὐτᾶς δύο τμάματα τὸ τε  $ΑΔΕ$  καὶ  
15 τὸ  $ΘΒΓ$ . ἔστω δὲ τοῦ μὲν  $ΑΔΕ$  τμάματος διάμετρος ἃ  $ΔΖ$ , τοῦ δὲ  $ΘΒΓ$  ἃ  $ΒΗ$ , καὶ ἔστων ἴσαι αἱ  $ΔΖ$ ,  $ΒΗ$ . δεικτέον, ὅτι τὰ τμάματα ἴσα ἐντὶ τὰ  $ΑΔΕ$ ,  $ΘΒΓ$ , καὶ τὰ τρίγωνα τὰ ἐγγραφόμενα τὸν εἰρημένον τρόπον ἐν αὐτοῖς.

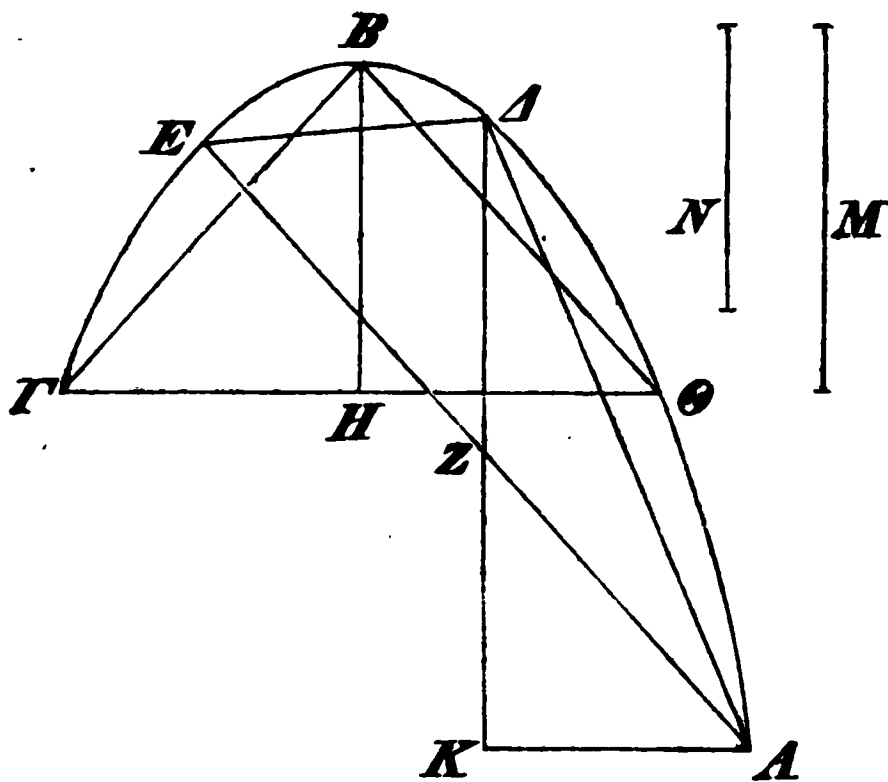
20 ἔστω δὴ πρῶτον ἃ ἀποτέμνουσα τὸ ἕτερον τμάμα

1. ἐσσεΐται] επειτα F; corr. ed. Basil. 2. τῷ τετραγώνῳ] scripsi; τετραγωνον F, ulgo; τετραγώνῳ Torellius. τῷ] το F; corr. Torellius. 3. τᾶς] addidi; om. F, ulgo. παραλλήλους F; corr. Nizze. αὐτας F; corr. Torellius. 4. δ' Cr., Torellius. 5. ἀποτμηθέντι F; corr. Torellius. ὅπως οὖν] D; οπωςον F, ulgo; ὅπωςαοῦν Torellius. 6. αὐτὰ] αυταν FBC\*. 7. τμαμάτεσσι F. 8. τᾶς] (alterum) ταν FBC\*. 9. ἀποτμηθέντι] με supra scriptum manu 1 F. 10. αὐτᾶς] αυτ cum comp. ας, insuper addita syllaba ας (circumflexu super σ posito, ut solet) F. 11. ἐστων] comp. uocabuli ἔστω addito accentu acuto F; ἔστωσαν ulgo\*; ἔστω ed. Basil., Torellius, Cr. 12. ἐγγραφόμενα] με supra scriptum manu 1 F. 13. πρῶτον ἃ] scripsi; α om. F, ulgo.

comprehensum respondebit quadrato lineae contingen-  
tis ei parallelae. hoc autem in conicis elementis<sup>1)</sup>  
demonstratum est [Apollonius con. III, 17].

Si ab eadem sectione conii rectanguli duo segmenta  
quoquo modo abscinduntur diametros aequales haben-  
tia, et ipsa segmenta aequalia erunt et triangula iis  
inscripta eandem basim habentia, quam segmenta, et  
altitudinem aequalem. diametrum autem cuiusvis seg-  
menti eam lineam uoco, quae omnes lineas basi eius  
parallelas in duas partes aequales secat.

sit  $AB\Gamma$  sectio conii rectanguli, et ab ea abscin-  
dantur duo segmenta  $A\Delta E$ ,  $\Theta B\Gamma$ . et diametrus seg-



menti  $A\Delta E$  sit  $\Delta Z$ , segmenti autem  $\Theta B\Gamma$  linea  $BH$ ,  
et sit  $\Delta Z = BH$ . demonstrandum est, et segmenta  
 $A\Delta E$ ,  $\Theta B\Gamma$  aequalia esse et triangula iis ita inscripta,  
ut diximus.

primum igitur linea alterum segmentum abscindens

1) H. e. elementis conicis ab Aristaeo compositis, ab Eu-  
clide emendatis et suppletis.

ἃ  $\Theta\Gamma$  ποτ' ὀρθὰς τῆ διαμέτρῳ τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου  
 κώνου τομᾶς. λελάφθω δὲ παρ' ἂν δυνάνται αἱ ἀπὸ  
 τᾶς τομᾶς, ἃ διπλασία τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος, καὶ ἔστω,  
 ἐφ' ἃ τὸ  $M$ . ἀπὸ δὲ τοῦ  $A$  κάθετος ἄχθω ἐπὶ τὰν  
 5  $\Delta Z$  ἃ  $AK$ . ἐπεὶ οὖν διάμετρος ἐντι ἃ  $\Delta Z$  τοῦ τμά-  
 ματος, ἃ τε  $AE$  δίχα τεμνέται κατὰ τὸ  $Z$ , καὶ ἃ  
 $\Delta Z$  παρὰ τὰν διάμετρον ἐστὶ τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου  
 κώνου τομᾶς· οὕτω γὰρ δίχα τέμνει πάσας τὰς  
 παρὰ τὰν  $AE$  ἀγομένας. ὃν δὴ λόγον ἔχει τὸ τε-  
 10 τράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς  $AZ$  ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ  
 ἀπὸ τᾶς  $AK$ , τοῦτον ἔχέτω ἃ  $N$  ποτὶ τὰν  $M$ . αἱ δὴ  
 ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἐπὶ τὰν  $\Delta Z$  ἀγομέναι παρὰ τὰν  $AE$   
 δυνάνται τὰ παρὰ τὰν ἴσαν τῆ  $N$  παραπίπτοντα πλά-  
 τος ἔχοντα, ἃς αὐταὶ ἀπολαμβάνοντι ἀπὸ τᾶς  $\Delta Z$   
 15 ποτὶ τὸ  $\Delta$  πέρας. δεδείκται γὰρ ἐν τοῖς κωνικοῖς.  
 δυνάται οὖν καὶ ἃ  $AZ$  ἴσον τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶς  
 $N$  καὶ τᾶς  $\Delta Z$ . δυνάται δὲ καὶ ἃ  $\Theta H$  ἴσον τῷ περι-  
 εχομένῳ ὑπὸ τε τᾶς  $M$  καὶ τᾶς  $BH$ , ἐπεὶ κάθετός  
 ἐστὶν ἃ  $\Theta H$  ἐπὶ τὰν διάμετρον. ἔχει οὖν καὶ τὸ τε-  
 20 τράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς  $AZ$  ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ  
 τᾶς  $\Theta H$  τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἃ  $N$  ποτὶ τὰν  $M$ , ἐπεὶ  
 ἴσαι ὑπέκειντο αἱ  $\Delta Z$ ,  $BH$ . ἔχει δὲ τὸ ἀπὸ τᾶς  $AZ$

1.  $\Theta\Gamma$ ]  $B\Gamma$  F; corr. BC.    13.  $N$ ]  $M$  F; corr. Torellius.  
 19. ἔχει οὖν κα] scripsi; εχει και F, vulgo; ἔχει καί Torellius.  
 20. τᾶς] του per comp. F.

⊙Γ perpendicularis ad diametrum sectionis conii rectanguli sit. sumatur autem linea, cui parallelae lineae a sectione ductae quadratae aequales sunt [spatiis ipsa hac linea et ea parte diametri comprehensis, quam linea a sectione ducta ad uerticem uersus abscindit]<sup>1)</sup>, quae duplo maior est linea [a uertice sectionis] ad axem conii ducta<sup>2)</sup>, et sit ea, in qua est littera M. et ab A linea AK ad ΔZ perpendicularis ducatur. iam quoniam ΔZ diameter est segmenti, linea AE in puncto Z in duas partes aequales secatur, et ΔZ diametro sectionis conii rectanguli<sup>3)</sup> parallela est, ita enim omnes lineas lineae AE parallelas in duas partes aequales secat. itaque, sit  $AZ^2 : AK^2 = N : M$ . quare lineae a sectione ad lineam ΔZ ductae lineae AE parallelae quadratae aequales sunt spatiis lineae N aequali adplicatis latitudinem habentibus eas lineas, quas ipsae a ΔZ ad punctum Δ uersus abscindunt. hoc enim in conicis demonstratum est.<sup>4)</sup> itaque

$$AZ^2 = N \times \Delta Z.$$

sed etiam  $\odot H^2 = M \times BH$ , quoniam ⊙H ad diametrum perpendicularis est [et linea M parametrum; tum u. Apollon. con. I, 11]. itaque

$$AZ^2 : \odot H^2 = N : M,$$

quia ex hypothesis  $\Delta Z = BH$ . sed etiam

$$AZ^2 : AK^2 = N : M.$$

1) H. e. parametrum parabolae ΓB⊙.

2) Quia antiquiores geometrae parabolam ita efficiebant, ut conum rectum et rectangulum plano lateri conii parallelo secarent.

3) H. e. axi. cfr. Zeitschr. f. Math., litt. Abth. XXV p. 44; p. 51 nr. 14.

4) H. e. N linea parametrum est, si diameter est ΔZ. cfr. Zeitschr. f. Math., litt. Abth. XXV p. 52 nr. 15.

τετράγωνον καὶ ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς  $AH$  τὸν αὐτὸν λόγον,  
 ὃν ἂν  $N$  ποτὶ τὸν  $M$ . ἴσαι ἄρα ἐντὶ αἱ  $QH, AK$   
 ἐντὶ δὲ ἴσαι καὶ αἱ  $BH, AZ$ . ὥστε ἴσων ἐστὶ τὸ ἀπὸ  
 τῶν  $QH, BH$  περιεχόμενον τῷ ὑπὸ τῶν  $AK, AZ$   
 ἴσον ἄρα ἐστὶν καὶ τὸ  $QHB$  τρίγωνον τῷ  $A, AZ$  τρι-  
 γώνῳ· ὥστε καὶ τὸ διπλάσιον ἐστὶ δὲ τοῦ μὲν  $AAE$   
 τριγώνου ἐπίσφιστον τὸ  $ADE$  τμήμα, τοῦ δὲ  $QBG$  τρι-  
 γώνου ἐπίσφιστον τὸ  $QBG$  τμήμα. δῆλον οὖν, ὅτι τὰ  
 τμήματά ἐστιν ἴσα καὶ τὰ τρίγωνα τὰ ἐγγραφόμενα εἰς  
 10 αὐτά. εἰ δὲ μηθιτέρα τῶν τὰ τμήματα ἀπρετιμνωσάν  
 ποτ' ὀρθῶς ἐντὶ τῇ διαμέτρῳ τῆς τοῦ ὀρθογωνίου  
 κώνου τομῆς, ἀπολαφθεύσας ἀπὸ τῆς διαμέτρου τῆς  
 τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς ἴσας τῇ διαμέτρῳ τῆς  
 τοῦ ἐνὸς τμήματος καὶ ἀπὸ τοῦ πέρατος τῆς αἰσῆ-  
 15 λαφθεύσας ποτ' ὀρθῶς ἀρθεύσας τῇ διαμέτρῳ, τὸ γὰρ  
 τόμεινον τμήμα ἐπιπέδῳ τῶν τριγώνων ἴσων ἴσασθαι.  
 δῆλον οὖν ἐστὶ τὸ προτεθέν.

δῆλον οὖν ἐστὶ τὸ προτεθέν.

Πᾶν χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου  
 20 τομῆς ποτὶ τὸν κύκλον τὸν ἔχοντα διάμετρον ἴσαν τῇ  
 μείζονι διαμέτρῳ τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῆς τὸν  
 αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἂν ἐλάσσων διάμετρος αὐτῆς ποτὶ  
 τὴν μείζω, τὴν τοῦ κύκλου διάμετρον.

ἔστω γὰρ ὀξυγωνίου κώνου τομά, ἐφ' ἧς τὰ  $A, B,$   
 25  $\Gamma, \Delta$ , διάμετρος δὲ αὐτῆς ἂν μὲν μείζων ἔστω, ἐφ' ἧς

7. τμήμα F; corr. Torellius; item lin. 8. 9. τμήματά F;  
 corr. Torellius, ut etiam lin. 10. 11. διαμέτρῳ] μης F; corr.  
 ed. Basil. 12. διαμέτρου] μετα F; corr. Torellius. - latet in  
 his compendium aliquod uocabuli διάμετρος. 13. τῇ τοῦ]  
 scripsi; τας τοῦ F, uulgo. 18. ε' Torellius. 21. τῆς] τα  
 F; corr. Torellius. τομῆς] τομα F; corr. Torellius. 29.

quare  $\odot H = AK$  [Eucl. V, 9]. sed etiam  $\Delta Z = BH$ .  
quare erit

$$\odot H \times BH = AK \times \Delta Z.$$

itaque etiam  $\odot HB = \Delta AZ^1$ , et etiam dupla [quare  
 $F\odot B = \Delta EA$ ].<sup>2)</sup> sed segmentum  $\Delta AE$  tertia parte  
maius est triangulo  $\Delta AE$ , et segmentum  $\odot BF$  trian-  
gulo  $\odot BF$  [τετραγ. παραβ. propp. 17 et 24]. adparet  
igitur, et segmenta et triangula iis inscripta aequa-  
lia esse.

si neutra linearum segmenta abscindentium ad  
diametrum sectionis conici rectanguli perpendicularis  
est, abscisa a diametro sectionis conici rectanguli linea  
diametro alterius segmenti aequali, et a termino lineae  
abscisae linea ab diametro perpendiculari ducta seg-  
mentum inde ortum utrique segmento aequale erit.  
adparet igitur, quod propositum est [Eucl. I κοιν. ένν. 1].

#### IV.

Quoduis spatium sectione conici acutianguli com-  
prehensum ad circulum diametrum maiori diametro  
sectionis conici acutianguli aequalem habentem eandem  
rationem habet, quam minor diameter ad maiorem,  
quae est diameter circuli.

sit enim sectio conici acutianguli, in qua sint lit-  
terae  $A, B, \Gamma, \Delta$ , diameter autem maior sit linea, in

1) Cfr. Zeitschr. f. Math., litt. Abth. XXIV p. 179 nr. 7.

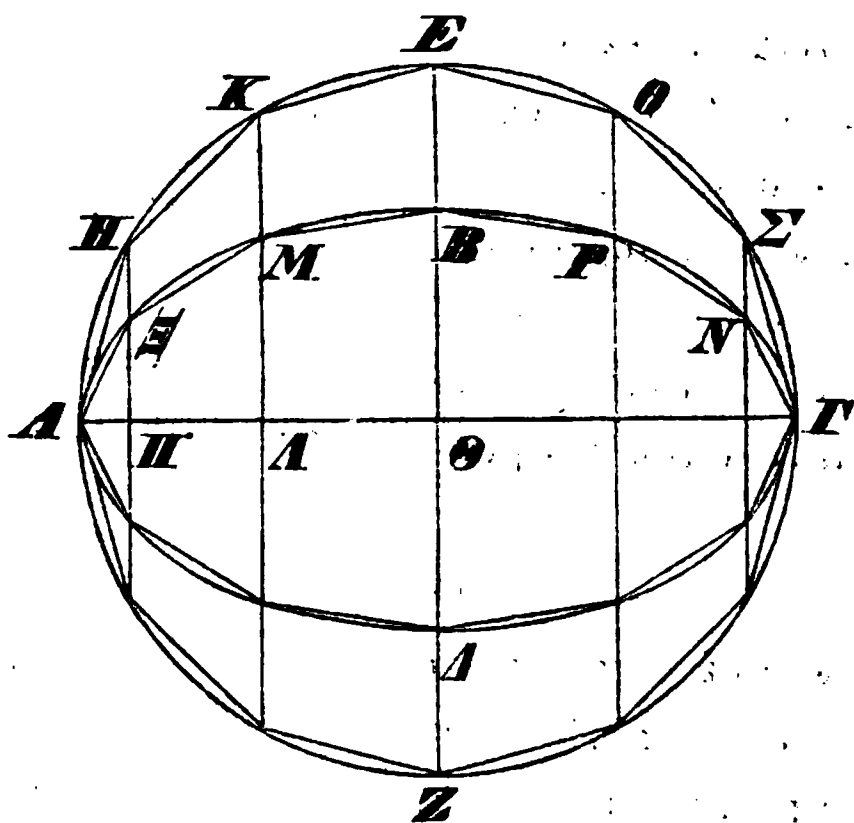
2) Nam  $EZ = ZA$ , et altitudo eadem est. quare

$$\Delta EA = 2 \Delta AZ.$$

τάς] scripsi; ποτε των F, uulgo; τουτέστι ποτε τάν ed. Basil.,  
Torellius; „quae est circuli diameter“ Cr.

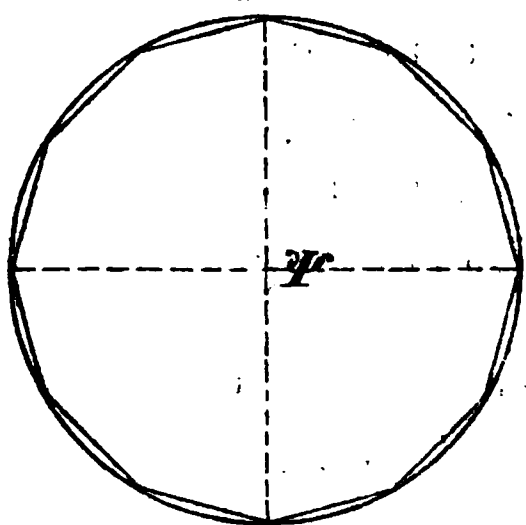
τὰ  $A, \Gamma$ , ἃ δὲ ἐλάσσων, ἐφ' ἃς τὰ  $B, \Delta$ . ἔστω δὲ κύκλος περὶ διάμετρον τὰν  $ΑΓ$ . δεικτέον, ὅτι τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπὸ τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ποτὶ τὸν κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἃ  $B \Delta$  ποτὶ τὰν  $\Gamma A$ , τουτέστι τὰν  $EZ$ . ὃν δὴ λόγον ἔχει ἃ  $B \Delta$  ποτὶ τὰν  $EZ$ , τοῦτον ἔχεται ὁ κύκλος, ἐν ᾧ τὸ  $\Psi$ , ποτὶ τὸν  $ΑΕΓΖ$  κύκλον. λέγω, ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ  $\Psi$  κύκλος τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ.

10



20

25



εἰ γὰρ μὴ ἐστὶν ἴσος ὁ  $\Psi$  κύκλος τῷ περιεχομένῳ χωρίῳ ὑπὸ τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατόν, μείζων. δυνατόν δὴ ἐστὶν εἰς τὸν  $\Psi$  κύκλον πολύγωνον ἐγγράψαι ἀρτιόγωνον μείζον τοῦ  $ΑΒΓΔ$  χωρίου. νοείσθω δὴ ἐγγεγραμμένον. ἐγγεγράφθω δὲ καὶ εἰς τὸν  $ΑΕΓΖ$  κύκλον εὐθύγραμμον ὁμοῖον τῷ ἐν τῷ  $\Psi$  κύκλῳ ἐγγεγραμμένῳ, καὶ

8. τᾷ] τη F; corr. Torellius. 16. μείζων F; corr. Torellius.

24. δέ] scripsi; δη F, uulgo.



qua sunt  $A, \Gamma$ , minor autem ea, in qua  $B, \Delta$ . sit autem circulus, circum diametrum  $A\Gamma$  descriptus. demonstrandum est, spatium sectione conici acutianguli comprehensum ad circulum eandem habere rationem, quam  $B\Delta : \Gamma A$ , hoc est  $B\Delta : EZ$ . iam circulus, in quo est littera  $\Psi$ , ad circulum  $AE\Gamma Z$  eam habeat rationem, quam  $B\Delta : EZ$ . dico, circulum  $\Psi$  aequalem esse sectioni conici acutianguli.

nam si circulus  $\Psi$  spatio sectione conici acutianguli comprehenso aequalis non est, sit prius, si fieri potest, maior. potest igitur fieri, ut circulo  $\Psi$  inscribatur polygonum [aequilaterum], cuius anguli pares sunt numero, maius spatio  $AB\Gamma\Delta$ .<sup>1)</sup> fingatur igitur inscriptum. et etiam circulo  $AE\Gamma Z$  inscribatur figura rectilinea, polygono circulo  $\Psi$  inscripto similis, et ab angulis eius lineae ad  $A\Gamma$  diametrum perpen-

---

1) Nam fieri potest, ut circulo  $\Psi$  inscribatur polygonum ( $p$ ), ita ut spatia relicta minora sint eo spatio, quo  $\Psi$  spatium  $AB\Gamma\Delta$  excedit; u. de sph. et cyl. I, 6 p. 24. erit igitur:

$$\Psi - p < \Psi - AB\Gamma\Delta < p > AB\Gamma\Delta.$$

ἀπὸ τῶν γωνιῶν αὐτοῦ καθέτοι ἄχθωσαν ἐπὶ τὰν  $ΑΓ$   
 διάμετρον, ἐπὶ δὲ τὰ σαιεῖα, καθ' ἃ τέμνοντι αἱ καθέτοι  
 τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῶν, εὐθείαι ἐπιπέδωσαν.  
 ἔσσεσθαι δὴ τι ἐν τῷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῶν  
 5 ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον, καὶ ἔξει αὐτὸ ποτὶ τὸ  
 εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ  $ΑΕΓΖ$  κύκλῳ ἐγγεγραμμένον  
 τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἂ  $ΒΔ$  ποτὶ τὰν  $ΕΖ$ . ἐπεὶ γὰρ  
 αἱ  $ΕΘ$ ,  $ΚΑ$  καθέτοι εἰς τὸν αὐτὸν λόγον τετιμῆνται  
 κατὰ τὰ  $Μ$ ,  $Β$ , δῆλον, ὅτι τὸ  $ΑΕ$  τραπέζιον ποτὶ τὸ  
 10  $ΘΜ$  τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἂ  $ΘΕ$  ποτὶ τὰν  $ΒΘ$ .  
 διὰ ταῦτα δὲ καὶ τῶν ἄλλων τραπεζίων ἕκαστον τῶν  
 ἐν τῷ κύκλῳ ποθ' ἕκαστον τῶν τραπεζίων τῶν ἐν τῷ  
 τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῶν τοῦτου ἔχει τὸν λόγον, ὃν  
 ἂ  $ΕΘ$  ποτὶ τὰν  $ΒΘ$ . ἔχοντι δὲ καὶ τὰ τρίγωνα τὰ  
 15 ποτὶ τοῖς  $Α$ ,  $Γ$  τὰ ἐν τῷ κύκλῳ ποτὶ τὰ ἐν τῷ τοῦ  
 ὀξυγωνίου κώνου τομῶν τοῦτου τὸν λόγον. ἔξει οὖν  
 καὶ ὅλον τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ  $ΑΕΓΖ$  κύκλῳ  
 ἐγγεγραμμένον ποτὶ ὅλον τὸ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμ-  
 μον ἐν τῷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῶν τὸν αὐτὸν λό-  
 20 γον, ὃν ἂ  $ΕΖ$  ποτὶ τὰν  $ΒΔ$ . ἔχει δὲ τὸ αὐτὸ εὐθύ-  
 γραμμον καὶ ποτὶ τὸ ἐν τῷ  $Ψ$  κύκλῳ ἐγγεγραμμένον  
 τοῦτου τὸν λόγον, διότι καὶ οἱ κύκλοι τοῦτου εἶχον  
 τὸν λόγον. ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ εὐθύγραμμον το ἐν  
 τῷ  $Ψ$  κύκλῳ ἐγγεγραμμένον τῷ εὐθυγράμμῳ τῷ ἐν  
 25 τῷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῶν ἐγγεγραμμένῳ· ὅπερ  
 ἀδύνατον. μείζον γὰρ ἦν ὅλου τοῦ περιεχομένου χω-  
 ρίου ὑπὸ τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῆς.

2. τέμνοντι] scripsi; τεμνονται F, vulgo. 4. δῆ] scripsi;  
 δε F, vulgo. τι] τι εὐθύγραμμον ed. Basil., Torellius. ego  
 εὐθύγραμμον lin. 5. post ἐγγεγραμμένον addere malui (om. F,  
 vulgo). 5. αὐτό] scripsi; το αυτο F, vulgo. litteras H, Ξ, O,  
 P, Σ (E?), N in figura cum F addidi; Π ipse addidi. 9. τὸ  $ΘΜ$ ]

dioulares ducantur, et ad puncta, in quibus lineae perpendiculares sectionem conii acutianguli secant, lineae ducantur. erit igitur figura quaedam rectilinea sectioni conii acutianguli inscripta, et habebit ad figuram rectilineam circulo  $AETZ$  inscriptam eandem rationem; quam  $BA : EZ$ . nam quoniam  $EO, KA$ , lineae perpendiculares eadem proportione in punctis  $M, B$  sectae sunt, adparet, trapezium  $AE$  ad  $OM$  eam habere rationem, quam  $OE : BO$ .<sup>1)</sup> eadem de causa etiam cetera trapezia singula, quae in circulo sunt, ad singula trapezia, quae in sectione conii acutianguli sunt, eam habent rationem, quam  $EO : BO$ . sed etiam triangula ad puncta  $A, \Gamma$  in circulo posita ad triangula in sectione conii acutianguli posita eandem rationem habent.<sup>2)</sup> itaque etiam tota figura rectilinea circulo  $AETZ$  inscripta ad totam figuram sectioni conii acutianguli inscriptam eam rationem habet, quam  $EZ : BA$ .<sup>3)</sup> sed eadem figura etiam ad figuram circulo  $\Psi$  inscriptam hanc rationem habet, quoniam etiam circuli hanc rationem habebant [Eucl. V, 16].<sup>4)</sup> itaque figura circulo  $\Psi$  inscripta figurae sectioni conii acutianguli inscriptae aequalis est [Eucl. V, 9]. quod fieri non potest. maior enim erat toto spatio sectione conii acutianguli comprehenso.

1) U. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 180 nr. 11.

2) Habent enim rationem, quam  $\Pi H : \Pi E$ , quae aequalis est  $EO : BO$ .

3) ἐναλλάξ καὶ συνθέντι καὶ ἐναλλάξ; tum quia

$$EZ = 2EO, BA = 2BO.$$

4) U. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 13.

α  $OMF$ ; corr. Torellius. 13.  $\epsilon\pi\alpha\upsilon\tau\iota$  F, uulgo; corr. Torellius.

15.  $\tau\tilde{\alpha}$ ] Torellius;  $\tau\eta$  F, uulgo. 20.  $\alpha\upsilon\tau\omicron$  το F; corr. Torellius.

ἀλλ' ἔστω, εἰ δυνατόν, ἐλάσσων. πάλιν δὴ δυνα-  
 τὸν εἰς τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰν ἐγγράψαι  
 πολύγωνον ἀρτιόπλευρον μείζον τοῦ  $\Psi$  κύκλου. ἐγγε-  
 γράφθω οὖν, καὶ ἀπὸ τᾶν γωνιᾶν αὐτοῦ καθέτοι  
 5 ἀχθείσαι ἐπὶ τὰν  $ΑΓ$  ἐκβεβλήσθωσαν ποτὶ τὰν τοῦ  
 κύκλου περιφέρειαν. πάλιν οὖν ἐσσεῖται τι ἐν τῷ  
 $ΑΕΓΖ$  κύκλῳ εὐθύγραμμον ἐγγεγραμμένον, ὃ ἔξει  
 ποτὶ τὸ ἐν τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ ἐγγεγραμ-  
 μένον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἂ  $ΕΖ$  ποτὶ τὰν  $ΒΔ$ . ἐγ-  
 10 γραφέντος δὴ καὶ εἰς τὸν  $\Psi$  κύκλον ὁμοίου αὐτῷ  
 δειχθησέται τὸ ἐν τῷ  $\Psi$  κύκλῳ ἐγγεγραμμένον ἴσον  
 ἐὸν τῷ ἐν τᾷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ ἐγγεγραμ-  
 μένῳ· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἔστιν οὖν οὐδὲ ἐλάσσων  
 ὁ  $\Psi$  κύκλος τοῦ χωρίου τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τᾶς  
 15 τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ εἰ-  
 ρημένον χωρίον ποτὶ τὸν  $ΑΕΓΖ$  κύκλον τὸν αὐτὸν  
 ἔχει λόγον, ὃν ἂ  $ΒΔ$  ποτὶ τὰν  $ΕΖ$ .

ε'.

Πᾶν χωρίον περιεχόμενον ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου  
 20 τομᾶς ποτὶ πάντα κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν  
 τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν διαμέτρων τᾶς τοῦ ὀξυγω-  
 νίου κώνου τομᾶς ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς τοῦ κύκλου δια-  
 μέτρου τετράγωνον.

ἔστω γάρ τι χωρίον περιεχόμενον ὑπὸ ὀξυγωνίου  
 25 κώνου τομᾶς, ἐν ᾧ τὸ  $X$ . διαμέτροι δὲ ἔστωσαν τᾶς  
 τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς αἱ  $ΑΓ$ ,  $ΒΔ$ , μείζων δὲ

3. πολυγωνον F. 6. τι] τη FBC\*. 7. ΑΕΓΖ] scripsi;  
 $ΔΕ$  F, vulgo; ΑΕ Torellius. 8. τό] Torellius; ταν F, vulgo.  
 ἐγγραφέντος] scripsi; ἐγγεγραφέντος F, vulgo. 18. 5' To-  
 rellius.

sed, si fieri potest, minor sit [circulus  $\Psi$ ]. rursus igitur fieri potest, ut sectioni conici acutianguli inscribatur polygonum [aequilaterum], cuius latera paria sunt numero<sup>1)</sup>, maius circulo  $\Psi$ .<sup>2)</sup> inscribatur igitur, et lineae ab angulis eius ad  $A\Gamma$  perpendiculares ductae producantur ad ambitum circuli. rursus igitur circulo  $A\Gamma Z$  figura rectilinea inscripta erit, quae ad figuram sectioni conici acutianguli inscriptam eam rationem habebit, quam  $EZ : B\Delta$  [p. 310, 5 sq.]. si igitur etiam circulo  $\Psi$  inscribitur figura ei similis, figura circulo  $\Psi$  inscripta demonstrabitur aequalis esse figurae sectioni conici acutianguli inscriptae [p. 310, 16 sq.]. quod fieri non potest.<sup>3)</sup> itaque circulus  $\Psi$  ne minor quidem est spatio sectione conici acutianguli comprehenso. adparet igitur, hoc spatium ad circulum  $A\Gamma Z$  eam rationem habere, quam  $B\Delta : EZ$ .<sup>4)</sup>

## V.

Quoduis spatium sectione conici acutianguli comprehensum ad quemuis circulum eam rationem habet, quam rectangulum diametris sectionis conici acutianguli comprehensum ad quadratum diametri circuli.

sit enim spatium aliquod sectione conici acutianguli comprehensum, in quo sit littera  $X$ . diametri autem sectionis conici acutianguli sint  $A\Gamma$ ,  $B\Delta$ , maior autem

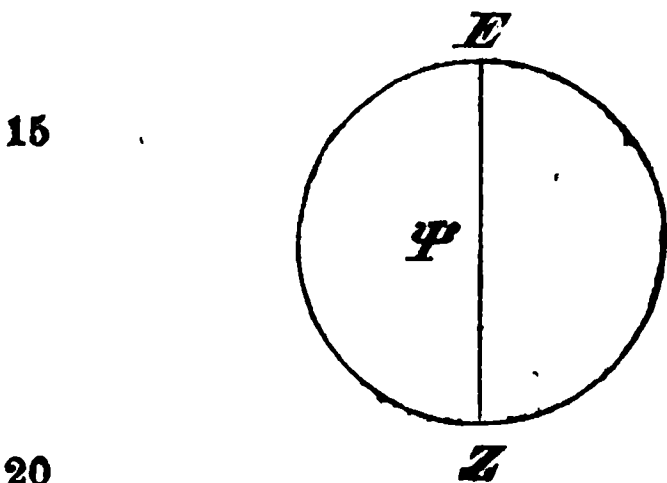
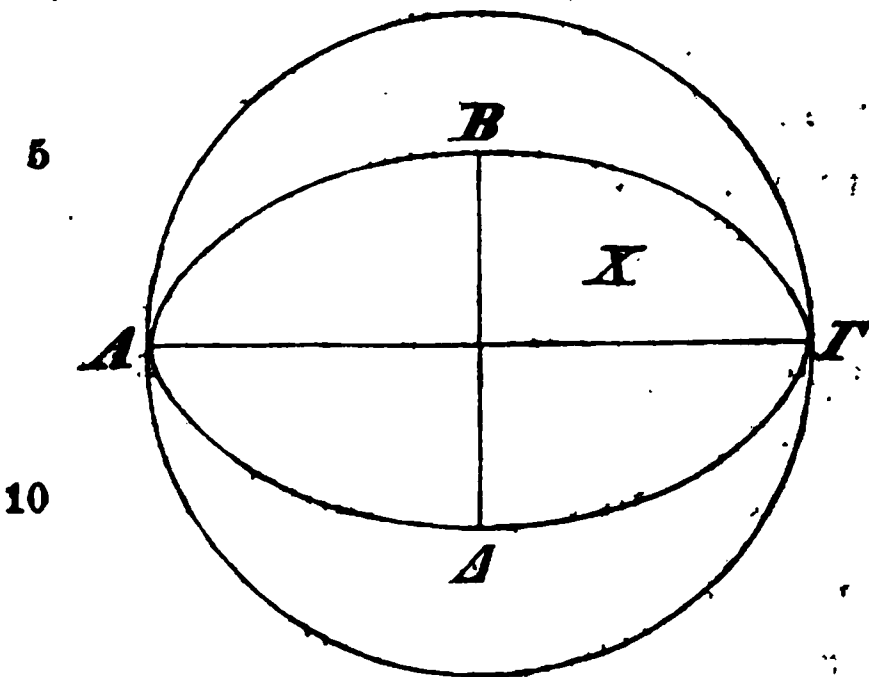
1) Debebat esse: cuius laterum numerus per quattuor dividi possit; ita etiam p. 308, 19 dictum esse oportuit.

2) Hoc fieri posse, eodem modo intellegitur, quo in circulo demonstravimus p. 309 not. 1.

3) Nam circulus  $\Psi$ , figura inscripta maior, minor est figura ellipsi inscripta.

4) Proprie hoc adparet, figuram ellipsi comprehensam aequalem esse circulo  $\Psi$ ; tum u. p. 308, 4 et Eucl. V, 7.

ἡ  $ΑΓ$ . καὶ κύκλος ἔστω, ἐν ᾧ τὸ  $Ψ$ , διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ  $ΕΖ$ . δεκτέον, ὅτι τὸ  $Χ$  χωρίον ποτὶ τὸν  $Ψ$



τὰν  $ΑΓ$ . ἔχει δὲ καὶ ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ  $ΑΓ$ , ποτὶ τὸν κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ  $ΕΖ$ , τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τῆς  $ΑΓ$  τετραγώνου ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς  $ΕΖ$ . δῆλον οὖν, ὅτι τὸ  $Χ$  χωρίον ποτὶ τὸν  $Ψ$  κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τῶν  $ΑΓ$ ,  $ΒΔ$  περιεχόμενον ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς  $ΕΖ$  τετραγώνου.

5'.

Τὰ περιεχόμενα χωρία ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου τομῆς τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ' ἄλλαλα, ὃν τὰ περι-

1. τό] om. F; corr. B. 28. τῆς] (alt.) της F. 27. ξ' Torrel-

sit  $A\Gamma$ . et sit circulus, in quo sit littera  $\Psi$ , et diameter eius  $EZ$ . demonstrandum est, esse

$$X : \Psi = A\Gamma \times B\Delta : EZ^2.$$

circumscribatur igitur [circum spatium  $X$ ] circulus, circum diametrum  $A\Gamma$  descriptus. habebit igitur spatium  $X$  ad circulum, cuius diameter est  $A\Gamma$ , eandem rationem, quam habet  $A\Gamma \times B\Delta : A\Gamma^2$ . nam demonstratum est, spatium  $X$  ad circulum, cuius diameter sit  $A\Gamma$ , eam habere rationem, quam  $B\Delta : A\Gamma$  [prop. 4]. sed etiam circulus, cuius diameter est  $A\Gamma$ , ad circulum, cuius diameter est  $EZ$ , eam rationem habet, quam  $A\Gamma^2 : EZ^2$  [Eucl. XII, 2]. adparet igitur, esse  $X : \Psi = A\Gamma \times B\Delta : EZ^2$  [Eucl. V, 22].

## VI.

Spatia sectione conii acutianguli comprehensa eam inter se rationem habent, quam rectangula diametris

---

lius. 28. *τομᾶν* Torellius. 29. *ποτ' ἄλλαλα*] *ποτι τα αλλα*  
F; corr. ed. Basil.

εχόμενα ὑπὸ τᾶν διαμέτρων τᾶν τῶν ὀξυγωνίων κώνων τομᾶν ποτ' ἄλλαλα.

ἔστω περιεχόμενα χωρία ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ἐν οἷς τὰ  $A, B$ . ἔστω δὲ καὶ τὸ μὲν  $\Gamma\Delta$  περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν διαμέτρων τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τᾶς περιεχούσας τὸ  $A$  χωρίον, τὸ δὲ  $EZ$  περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν διαμέτρων τᾶς ἐτέρας τομᾶς. δεικτέον, ὅτι τὸ  $A$  χωρίον ποτὶ τὸ  $B$  τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ  $\Gamma\Delta$  ποτὶ τὸ  $EZ$ .

- 10 λελάφθω δὴ κύκλος τις, ἐν ᾧ τὸ  $\Psi$ , ἀπὸ δὲ τᾶς διαμέτρου αὐτοῦ τετράγωνον ἔστω τὸ  $ΚΑ$ . ἔχει δὴ τὸ μὲν  $A$  χωρίον ποτὶ τὸν  $\Psi$  κύκλον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ  $\Gamma\Delta$  ποτὶ τὸ  $ΚΑ$ , ὃ δὲ  $\Psi$  κύκλος ποτὶ τὸ  $B$  χωρίον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ  $ΚΑ$  ποτὶ τὸ  $EZ$ .
- 15 δῆλον οὖν, ὅτι τὸ  $A$  χωρίον ποτὶ τὸ  $B$  τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ  $\Gamma\Delta$  ποτὶ τὸ  $EZ$ .

#### ΠΟΡΙΣΜΑ.

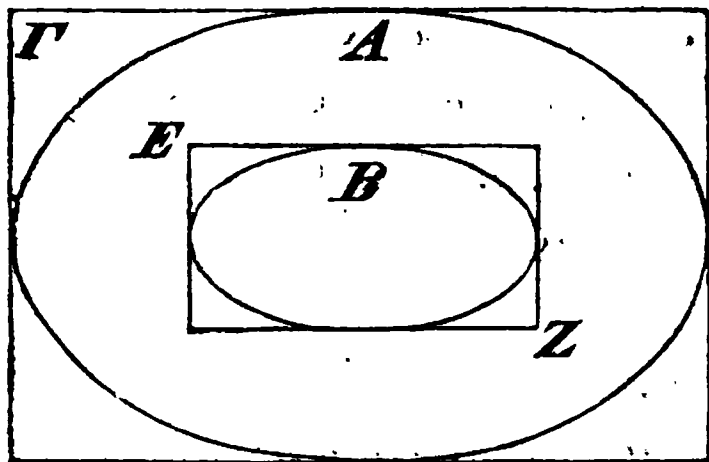
Ἐκ τούτου δὲ φανερόν, ὅτι τὰ περιεχόμενα χωρία ὑπὸ ὁμοίαν ὀξυγωνίων κώνων τομᾶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι ποτ' ἄλλαλα, ὃν ἔχοντι δυνάμει ποτ' ἄλλάλας αἱ ὁμολόγοι διαμέτροι τᾶν τομᾶν.

1. τᾶν τῶν ὀξυγωνίων κώνων] scripsi cum margine ed. Basil.; τμαμα των οξυγωνιων κωνων F, vulgo; τᾶν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου Torellius. 3. τομᾶν Torellius. 5. τᾶς] τα F; corr. B\*. 11. ΚΑ] ΚΑ F. δῆ] scripsi; δε F, vulgo. 17. [ ] mg. F. 20. εχωντι bis F; corr. BV.

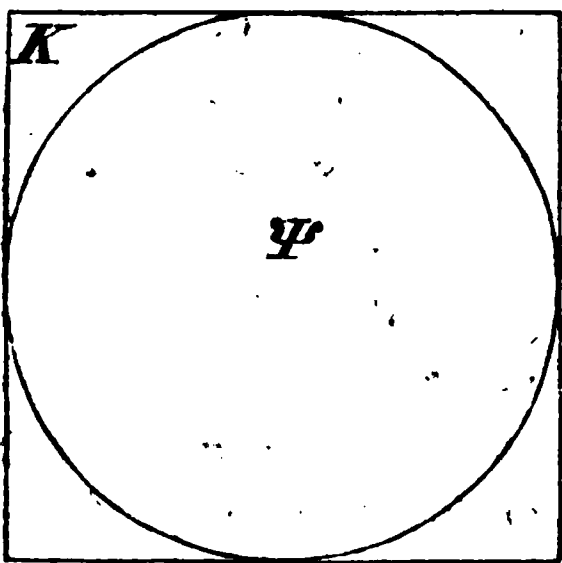


sectionum conorum acutiangulorum comprehensa inter se, habent.

sint spatia sectione cono acutianguli comprehensa,



in quibus sint litterae  $A, B$ . rectangulum autem  $\Gamma\Delta$  diametris continetur sectionis cono acutianguli, quae  $A$  spatium comprehendit, rectangulum autem  $EZ$



$\Delta$  continueatur diametris alterius sectionis. demonstrandum est, esse  $A : B = \Gamma\Delta : EZ$ .

sumatur igitur circulus aliquis, in quo sit littera  $\Psi$ , et in diametro eius construatur quadratum  $K\Lambda$ . erit

igitur  $A : \Psi = \Gamma\Delta : K\Lambda$  [prop. 5], et etiam

$$\Psi : B = K\Lambda : EZ \text{ [prop. 5; Eucl. V, 16].}$$

adparet igitur, esse  $A : B = \Gamma\Delta : EZ$  [Eucl. V, 22].

### COROLLARIUM.

Hinc autem adparet, spatia sectionibus conorum acutiangulorum similibus comprehensa eandem inter se habere rationem, quam quadrata diametrorum sectionum, quae sibi respondeant.<sup>1)</sup>

1) Nam similes ellipses eae sunt, quarum qui sibi respondeant axes proportionales sint.

ζ'.

Ὁξυγωνίου κώνου τομᾶς δοθείσας καὶ γραμμᾶς ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἀνεστακούσας ὀρθᾶς ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστὶν ἡ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶ, δυνατόν ἐστὶ κώνον εὐρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ πέρασ τᾶς ἀνεστακούσας εὐθείας, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἡ δοθείσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶ.

δεδοσθῶ τις ὀξυγωνίου κώνου τομᾶ, καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου αὐτᾶς εὐθεῖα γραμμὰ ἀνεστακούσα ὀρθᾶ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστὶν ἡ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶ. διὰ δὲ τᾶς ἀνεστακούσας εὐθείας καὶ τᾶς ἐλάσσονος διαμέτρου ἐπίπεδόν τι ἐκβεβλήσθω, καὶ ἔστω ἐν αὐτῷ ἡ μὲν ἐλάσσωσ διάμετρος ἡ  $AB$ , τὸ δὲ κέντρον τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τὸ  $\Delta$ , ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀνεστακούσα ὀρθᾶ ἡ  $\Gamma\Delta$ , πέρασ δὲ αὐτᾶς τὸ  $\Gamma$ . ἡ δὲ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶ νοείσθω περὶ διάμετρον τὰν  $AB$  γεγραμμένα ἐν ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὰν  $\Gamma\Delta$ . δεῖ δὴ κώνον εὐρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ  $\Gamma$  σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἡ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶ.

ἀπὸ δὴ τοῦ  $\Gamma$  ἐπὶ τὰ  $A, B$  εὐθεῖαι ἀχθεῖσαι ἐκβεβλήσθων, καὶ ἀπὸ τοῦ  $A$  διάχθω ἡ  $AZ$ , ὥστε τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν  $AE, EZ$  ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς  $E\Gamma$  τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἡμισείας τᾶς μείζονος διαμέ-

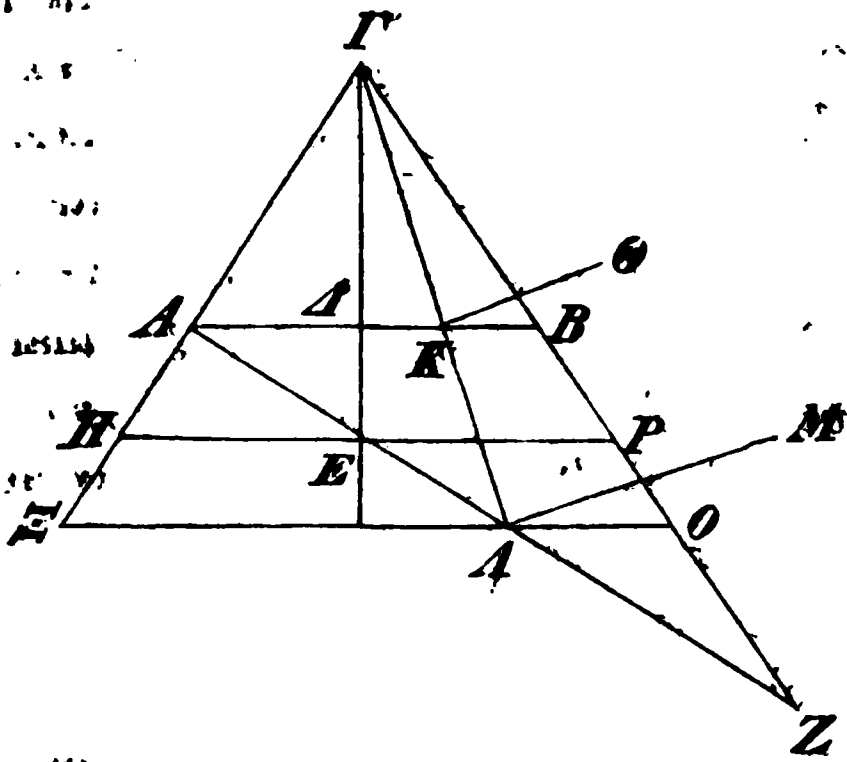
1. ἡ Torellius. 6. εὐθείας] repetit F. 9. κώνου] om. F; corr. B. 22. δὴ] Torellius; δε F, vulgo. εὐθεῖαι ἀχθεῖσαι ἐκβεβλήσθων] scripsi; εὐθεῖα ἀχθεῖσαι ἐκβεβλήσθω F, vulgo. 24. τᾶν] των per comp. F; corr. Torellius. 25. εχει F; corr. Torellius. 26. ἡμισείας τᾶς] scripsi; τᾶς om. F, vulgo.

## VII.

Data sectione conici acutianguli et linea a centro sectionis conici acutianguli erecta perpendiculari ad planum, in quo est sectio conici acutianguli, fieri potest, ut inveniatur conus verticem habens terminum lineae erectae, in cuius superficie sit data sectio conici acutianguli.

data sit sectio conici acutianguli et linea a centro eius perpendicularis erecta ad planum, in quo est

sectio conici acutianguli. et per lineam erectam diametrumque minorem ducatur planum, et in eo sit diameter minor  $AB$ , et centrum sectionis conici acutianguli  $\Delta$ , et linea a centro perpendicularis



erecta  $\Gamma\Delta$ , et terminus eius  $\Gamma$ . sectio autem conici acutianguli fingatur circum diametrum  $AB$  descripta in plano ad  $\Gamma\Delta$  lineam perpendicularam. oportet igitur conum inveniri verticem habentem punctum  $\Gamma$ , in cuius superficie data sectio conici acutianguli sit.

lineae igitur a  $\Gamma$  puncto ad puncta  $A, B$  ductae producantur, et ab  $A$  puncto ducatur linea  $AZ$ , ita ut ratio  $AE \times EZ : EF^2$  aequalis sit rationi, quam habet quadratum dimidiae diametri maioris ad  $\Delta\Gamma^2$ . hoc autem fieri potest, quoniam

τρου ποτὶ τὸ ἀπὸ  $\Delta\Gamma$  τετράγωνον. δυνατὸν δὲ ἐστίν,  
 ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ὁ λόγος τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τῶν  
 $ΑΔ$ ,  $\Delta Β$  περιεχόμενον ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς  $\Delta\Gamma$  τετρά-  
 γωνον. ἀπὸ δὲ τῆς  $AZ$  ἐπίπεδον ἀνεστακῆτω ὀρθὸν  
 5 ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ  $A\Gamma$ ,  $AZ$ . ἐν δὲ τῷ  
 ἐπιπέδῳ τούτῳ κύκλος γεγράφθω περὶ διάμετρον τῶν  
 $AZ$ , καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τούτου κῶνος ἔστω κορυφὰν  
 ἔχων τὸ  $\Gamma$  σαιμεῖον. ἐν δὴ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κῶνου  
 τούτου δειχθήσεται εὐθυσὰ ἃ τοῦ ὀξυγωνίου κῶνου τομά.  
 10 εἰ γὰρ μὴ ἐστὶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κῶνου, ἀναγ-  
 καῖον, εἴμην τι σαιμεῖον ἐπὶ τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κῶνου  
 τομᾶς, ὃ μὴ ἐστὶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κῶνου. νοείσθω  
 δὴ τι σαιμεῖον λελαμμένον ἐπὶ τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κῶ-  
 νου τομᾶς τὸ  $\Theta$ , ὃ οὐκ ἐστὶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ  
 15 κῶνου, καὶ ἀπὸ τοῦ  $\Theta$  κάθετος ἄχθω ἃ  $\Theta K$  ἐπὶ τὰν  
 $ΑΒ$ . ἔσσειται δὴ αὐτὰ ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τό, ἐν  
 ᾧ ἐντι αἱ  $A\Gamma$ ,  $\Gamma Z$ . ἀπὸ δὲ τοῦ  $\Gamma$  ἐπὶ τὸ  $K$  εὐθεῖα  
 ἄχθείσα ἐκβεβλήσθω, συμπιπέτω δὲ αὐτὰ τῇ  $AZ$  κατὰ  
 τὸ  $A$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $A$  ἄχθω ποτ' ὀρθὰς τῇ  $Z A$  ἃ  $ΑΜ$   
 20 ἐν τῷ κύκλῳ τῷ περὶ τὰν  $AZ$ . τὸ δὲ  $M$  νοείσθω  
 μετέωρον ἐπὶ τῆς περιφερείας αὐτοῦ. ἄχθω δὲ καὶ  
 παρὰ τὰν  $ΑΒ$  διὰ μὲν τοῦ  $A$  ἃ  $\Xi O$ , διὰ δὲ τοῦ  $E$   
 ἃ  $\Pi P$ . ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ὑπὸ τῶν  $ΕΑ$ ,  $ΕΖ$  περιεχόμε-  
 νον ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς  $E\Gamma$  τετράγωνον τὸν αὐτὸν ἔχει  
 25 λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς μείζονος διαμέτρου  
 ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς  $\Delta\Gamma$ , τὸ δὲ ἀπὸ τῆς  $E\Gamma$  ποτὶ τὸ ὑπὸ  
 τῶν  $E\Pi$ ,  $EP$ , ὃν τὸ ἀπὸ τῆς  $\Delta\Gamma$  ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν

1. δέ] supra scriptum manu 1 F. 2. μείζω F. 3.  $\Delta B$ ]  $AB$  F; corr. B. 5. ἐντι] εντη F. 8. δὴ] scripsi; δε F, uulgo. 9. ουσα F, uulgo. ὀξυγωνίου F. 10. γὰρ] addidi; om. F, uulgo; „nam si non“ Cr. 13. δὴ] scripsi; δε F, uulgo; „itaque“ Cr. 17.  $\Gamma AZ$  ed. Basil., Torellius. 18. δέ] scripsi;

$$AE \times EZ : E\Gamma^2 > A\Delta \times \Delta B : \Delta\Gamma^2.^1)$$

porro a linea  $AZ$  planum erigatur perpendiculare ad id planum, in quo sunt lineae  $A\Gamma$ ,  $AZ$ . in hoc autem plano circulus describatur circum diametrum  $AZ$ , et in hoc circulo conus construatur uerticem habens punctum  $\Gamma$ ; iam demonstrabimus, in huius conici superficie esse sectionem [datam] conici acutianguli.

nam si in superficie conici non est, necesse est esse punctum aliquod in sectione conici acutianguli, quod non sit in conici superficie. fingatur igitur punctum aliquod  $\Theta$  sumptum in sectione conici acutianguli, quod in superficie conici non sit, et a  $\Theta$  puncto ducatur linea  $\Theta K$  ad lineam  $AB$  perpendicularis. haec igitur ad planum, in quo lineae  $A\Gamma$ ,  $\Gamma Z$  sunt, perpendicularis erit [Eucl. XI def. 4]. a puncto  $\Gamma$  autem ad  $K$  linea ducta producatur, et lineae  $AZ$  in puncto  $A$  incidat, et a puncto  $A$  ad lineam  $ZA$  perpendicularis ducatur linea  $AM$  in circulo circum diametrum  $AZ$  descripto.  $M$  autem punctum fingatur sublime in ambitu eius. ducatur autem praeterea lineae  $AB$  parallela per  $A$  punctum linea  $EO$ , per  $E$  autem linea  $\Pi P$ . iam quoniam  $EA \times EZ : E\Gamma^2$  eandem rationem habet, quam quadratum dimidiae diametri maioris ad  $\Delta\Gamma^2$  [ex hypothesis], et  $E\Gamma^2 : E\Pi \times EP = \Delta\Gamma^2 : A\Delta \times \Delta B^2$ ),

1) Quo modo Archimedes hanc condicionem inuenerit, nescimus; ueram eam esse, ostendit Nizze p. 162—63.

2) Est enim  $E\Gamma : E\Pi = \Delta\Gamma : A\Delta$  (Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 178 nr. 4)  $\therefore E\Gamma^2 : E\Pi^2 = \Delta\Gamma^2 : A\Delta^2$ ; sed  $E\Pi^2 = E\Pi \times EP$ , et  $A\Delta^2 = A\Delta \times \Delta B$ .

$\delta\eta$  F, uulgo. 19.  $\alpha\chi\theta\omega$ ]  $\alpha\nu\epsilon\sigma\tau\alpha\kappa\acute{\epsilon}\tau\omega$ ? 26.  $\acute{\upsilon}\pi\acute{o}$   $\tau\acute{\alpha}\nu$ ] scripsi; om. F, uulgo\*;  $\acute{\upsilon}\pi\acute{o}$  ed. Basil., Torellius.

$ΑΔ, ΔΒ$ , τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον το ὑπὸ τᾶν  $ΑΕ, ΕΖ$   
 ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν  $ΠΕ, ΕΡ$ , ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ  
 τᾶς ἡμισείας τᾶς μείζονος διαμέτρου ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν  
 $ΑΔ, ΔΒ$ . ἔστιν δέ, ὡς μὲν τὸ ὑπὸ τᾶν  $ΑΕ, ΕΖ$   
 5 ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν  $ΕΠ, ΕΡ$ , οὕτω τὸ ὑπὸ τᾶν  $ΑΔ, ΔΖ$   
 ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν  $ΑΞ, ΑΟ$ . ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τᾶς ἡμι-  
 σείας τᾶς μείζονος διαμέτρου ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν  $ΑΔ,$   
 $ΔΒ$ , οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς  $ΘΚ$  τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ  
 τᾶν  $ΑΚ, ΚΒ$ . τὸν αὐτὸν ἄρα ἔχει λόγον τὸ ὑπὸ τᾶν  
 10  $ΑΔ, ΔΖ$  ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν  $ΞΑ, ΑΟ$ , ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς  
 $ΘΚ$  τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν  $ΑΚ, ΚΒ$ . ἔχει δὲ  
 καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν  $ΞΑ, ΑΟ$  ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς  $ΓΑ$  τετρά-  
 γωνον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ  $ΑΚ, ΚΒ$  ποτὶ τὸ  
 ἀπὸ τᾶς  $ΚΓ$  τετράγωνον. ἔχει ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν  $ΑΔ,$   
 15  $ΔΖ$  περιεχόμενον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς  $ΓΑ$  τετράγωνον  
 τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς  $ΘΚ$  ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς  
 $ΚΓ$ . τῷ δὲ ὑπὸ τᾶν  $ΑΔ, ΔΖ$  περιεχομένῳ ἴσον ἔστι  
 τὸ ἀπὸ τᾶς  $ΑΜ$  τετράγωνον· ἐν ἡμικυκλίῳ γὰρ τῷ  
 περὶ τᾶν  $ΑΖ$  κάθετος ἄχθῃ ἃ  $ΑΜ$ . τὸν αὐτὸν ἄρα  
 20 ἔχει λόγον τὸ ἀπὸ τᾶς  $ΑΜ$  τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ  
 τᾶς  $ΑΓ$ , ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς  $ΘΚ$  ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς  $ΚΓ$ .  
 ὥστε ἐπ' εὐθείας ἐστὶν τὰ  $Γ, Θ, Μ$  σαιμεῖα. ἃ δὲ  
 $ΓΜ$  ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστὶ τοῦ κώνου. δῆλον οὖν, ὅτι  
 καὶ τὸ  $Θ$  σαιμεῖον ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται τοῦ κώ-  
 25 νου. ὑπέκειτο δὲ μὴ εἶμεν. οὐκ ἄρα ἐστὶ σαιμεῖον  
 οὐδὲν ἐπὶ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ὃ οὐκ  
 ἐστὶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ προειρημένου κώνου. ὅλα

1.  $ΔΒ$ ]  $ΑΒ$  F; corr. B, Cr.      3. τᾶς μείζονος] Torellius;  
 τῆς μείζονος F, vulgo.      4.  $ΕΖ$ ]  $ΕΓ$  F; corr. Torellius.      6.  
 $ΑΞ$ ]  $ΑΞ$  F.      8.  $ΔΒ$ ]  $ΑΒ$  F; corr. B, Cr.      10.  $ΞΑ$ ]  $ΖΑ$  F.  
 13. ὑπό] ὑπὸ τᾶν B, ed. Basil., Torellius.      19. ἄρα] om. F;  
 corr. Torellius.      25. ἐπέκειτο Torellius.

habet  $AE \times EZ : \Pi E \times EP$  eandem rationem, quam quadratum dimidiae diametri maioris ad  $A\Delta \times \Delta B$  [Eucl. V, 22]. est autem

$$AE \times EZ : E\Pi \times EP = A\Delta \times \Delta Z : A\Xi \times \Lambda O.^1)$$

sed ut quadratum dimidiae diametri maioris ad

$$A\Delta \times \Delta B,$$

ita est  $\Theta K^2 : AK \times KB$  [Apollon. I, 21]. itaque erit

$$A\Delta \times \Delta Z : \Xi\Lambda \times \Lambda O = \Theta K^2 : AK \times KB.$$

sed etiam

$$\Xi\Lambda \times \Lambda O : \Gamma\Lambda^2 = AK \times KB : K\Gamma^2.^2)$$

quare

$$A\Delta \times \Delta Z : \Gamma\Lambda^2 = \Theta K^2 : K\Gamma^2 \text{ [Eucl. V, 22].}$$

sed  $A\Delta \times \Delta Z = \Lambda M^2$ ; linea enim  $\Lambda M$  in semicirculo circum  $AZ$  descripto perpendicularis est [tum u. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 16]. erit igitur

$$\Lambda M^2 : \Lambda\Gamma^2 = \Theta K^2 : K\Gamma^2 \text{ [hoc est } \Lambda M : \Lambda\Gamma = \Theta K : K\Gamma].}$$

itaque in eadem linea posita sunt puncta  $\Gamma, \Theta, M.^3)$  sed linea  $\Gamma M$  in superficie conici est [Apollon. I, 1]. adparet ergo, etiam punctum  $\Theta$  in superficie conici esse. supposuimus autem, non esse. itaque nullum punctum est in sectione conici acutianguli, quod in superficie

1) Nam cum  $\Pi E \neq \Xi\Lambda$ , erit (p. 321 not. 2)

$$AE : E\Pi = A\Delta : A\Xi,$$

et cum  $\Lambda O \neq EP$ , erit etiam (ibid.)  $EZ : EP = \Delta Z : \Lambda O$ . tum multiplicando inuenitur proportio, quam quaerimus.

2) Nam  $\Gamma\Lambda : \Xi\Lambda = \Gamma K : AK$  (Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 178 nr. 4) et  $\Gamma\Lambda : \Lambda O = \Gamma K : KB$ . itaque multiplicando  $\Gamma\Lambda^2 : \Xi\Lambda \times \Lambda O = \Gamma K^2 : AK \times KB$ ; tum *ἐναλλάξ* (Eucl. V, 16).

3) Nam  $\Gamma\Lambda M$  triangulum est, in quo transversalis est  $K\Theta$ , ut ex proportione illa  $\Lambda M : \Lambda\Gamma = \Theta K : \Gamma K$  sequitur (cfr. not. 2).

οὖν ἅ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ  
ἐστὶν τοῦ αὐτοῦ κώνου.

η'.

Ὁξυγωνίου κώνου τομᾶς δοθείσας καὶ γραμμᾶς μὴ  
5 ὀρθᾶς ἀνεστακούσας ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς τοῦ ὀξυ-  
γωνίου κώνου τομᾶς ἐν ἐπιπέδῳ, ὃ ἐστὶν ὀρθὸν ἀν-  
εστακὸς διὰ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ποτὶ τὸ ἐπίπεδον,  
ἐν ᾧ ἐστὶν ἅ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, δυνατόν  
ἐστὶ κῶνον εὐρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ πέρασ τᾶς ἀν-  
10 εστακούσας εὐθείας, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἅ δο-  
θεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ.

ἔστω δὴ διάμετρος μὲν τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου  
τομᾶς ἅ  $BA$ , κέντρον δὲ τὸ  $\Delta$ , καὶ ἅ  $\Delta\Gamma$  ἀπὸ τοῦ  
κέντρου ἀνεστακοῦσα, ὡς εἰρήται. ἅ δὲ τοῦ ὀξυγωνίου  
15 κώνου τομὰ νοείσθω περὶ διάμετρον τὰν  $AB$  ἐν ἐπι-  
πέδῳ ὀρθῶ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$ .  
δεῖ δὴ κῶνον εὐρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ  $\Gamma$  σαμεῖον,  
οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἅ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου  
τομὰ.

20 οὐ δὴ ἐντι ἴσαι αἱ  $A\Gamma$ ,  $\Gamma B$ , ἐπεὶ ἅ  $\Gamma\Delta$  οὐκ ἐστὶν  
ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστὶν ἅ τοῦ ὀξυγωνίου  
κώνου τομὰ. ἔστω οὖν ἴσα ἅ  $E\Gamma$  τᾷ  $\Gamma B$ . ἅ δὲ  $N$   
εὐθεῖα ἴσα ἔστω τᾷ ἡμισείᾳ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου, ἃ  
ἐστὶ συζυγῆς τᾷ  $AB$ . καὶ διὰ τοῦ  $\Delta$  ἄχθω ἅ  $ZH$   
25 παρὰ τὰν  $EB$ . ἀπὸ δὲ τᾶς  $EB$  ἐπίπεδον ἀνεστακέτω  
ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ  $A\Gamma$ ,  $\Gamma B$ , καὶ  
ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ γεγράφθω περὶ διάμετρον τὰν

3. θ' Torellius. 7. ποτὶ] τι supra scriptum manu 1 F.  
8. ἅ τοῦ] αὐτου F; corr. ed. Basil. 9. εναστακουσας F. 12.  
δὴ] Torellius; δε F, vulgo. 24. τᾷ] ἅ F; corr. Torellius.



coni, quem commemorauimus, non sit. ergo tota sectio coni acutianguli in eiusdem coni superficie est.

## VIII.

Data sectione coni acutianguli et linea a centro sectionis coni acutianguli non perpendiculari erecta in plano, quod per alteram diametrum erectum est ad id planum perpendicularare, in quo est sectio coni acutianguli, fieri potest, ut inueniatur conus uerticem habens terminum lineae erectae, in cuius superficie sit sectio coni acutianguli data.

sit igitur  $BA$  diametrus sectionis coni acutianguli, centrum autem  $\Delta$ , et linea  $\Delta\Gamma$  a centro erecta sit, ita ut diximus. sectio autem coni acutianguli fingatur circum diametrum  $AB$  descripta in plano, quod perpendicularare est ad planum, in quo sunt lineae  $AB, \Gamma\Delta$ . oportet igitur conum inueniri uerticem habentem punctum  $\Gamma$ , in cuius superficie sit sectio coni acutianguli data.

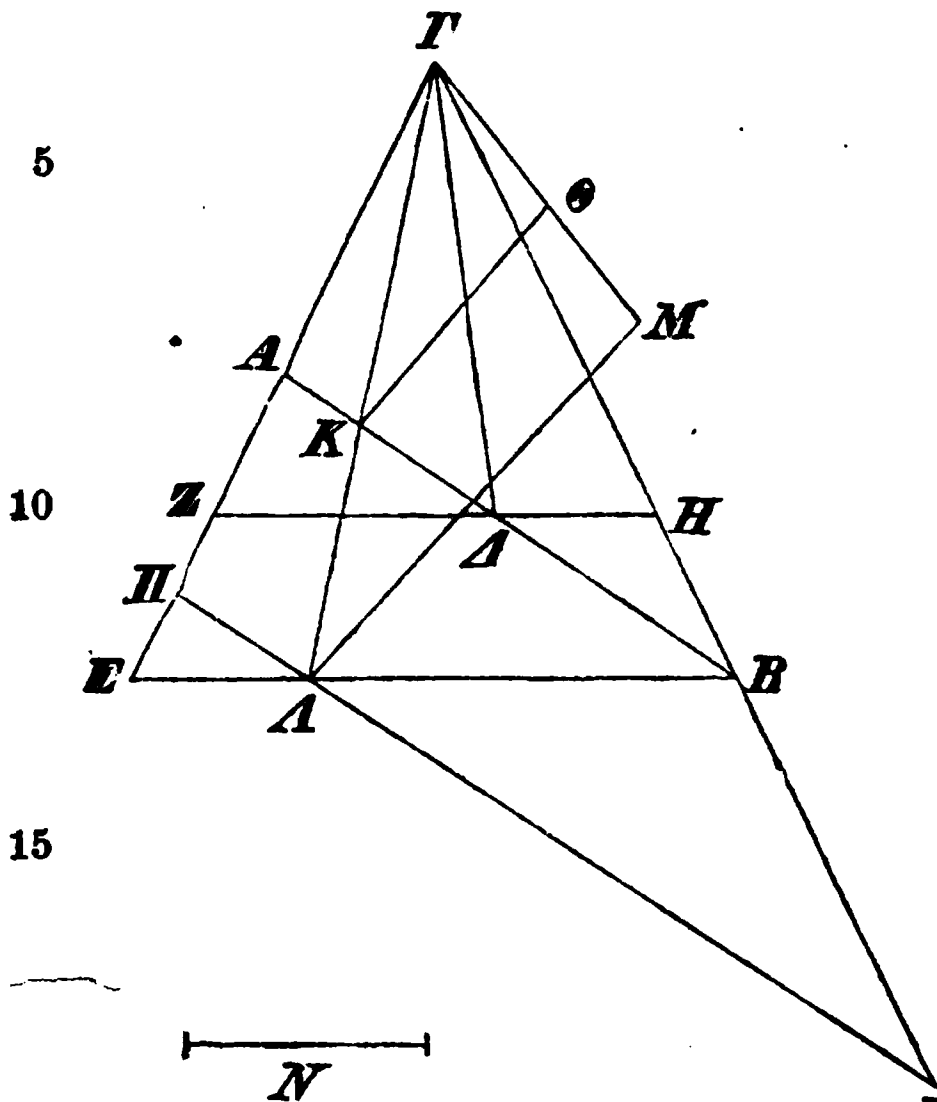
lineae igitur  $A\Gamma, \Gamma B$  aequales non sunt, quoniam linea  $\Gamma\Delta$  ad planum, in quo est sectio coni acutianguli, perpendicularis non est.<sup>1)</sup> sit igitur  $E\Gamma = \Gamma B$ . et linea  $N$  aequalis sit dimidiae alteri diametro, quae cum diametro  $AB$  coniugata est. et per  $\Delta$  ducatur  $ZH$  lineae  $EB$  parallela. ab  $EB$  autem planum erigatur perpendicularare ad planum, in quo sunt lineae  $A\Gamma, \Gamma B$ , et in hoc plano describatur<sup>2)</sup> circum diametrum  $EB$ , si

---

1) Si  $\Gamma\Delta$  perpendicularis esset,  $A\Gamma$  et  $\Gamma B$  recti coni latera essent.

2) Sequentia uerba subditua esse ( $\kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda\omicron\varsigma \eta \acute{\epsilon}\lambda\lambda\epsilon\iota\upsilon\mu\iota\varsigma$ ; u. not. crit. ad p. 326 lin. 1) ostendi Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 43 sq.; Philologisk Samfund Mindeskrift (Hauniae 1879)

$EB$ , εἰ μὲν ἴσον ἐστὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς  $N$  τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν  $Z\Delta$ ,  $\Delta H$ , κύκλος, εἰ δὲ μὴ



ἐστὶν ἴσον, ὀξυγωνίου κώνου τομὰ τοιαύτα, ὥστε τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς  $EB$  τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς  $N$  τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν  $Z\Delta$ ,  $\Delta H$ . κῶνος δὲ λελάφθω κορυφὰν ἔχων τὸ  $\Gamma$  σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ  $P$  ἐπιφανείᾳ ἐσσειέ-

20 ται ὁ κύκλος ἢ ἄ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἄ περι διάμετρον τᾶν  $EB$ . δυνατόν δέ ἐστι τοῦτο, ἐπεὶ ἀπὸ τοῦ  $\Gamma$  ἐπὶ μέσαν τᾶν  $EB$  ἀχθεῖσα ὀρθά ἐντι ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τᾶν  $EB$ . ἐν ταύτῃ δὴ τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστὶ καὶ ἄ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἄ  
25 περι διάμετρον τᾶν  $AB$ . εἰ γὰρ μὴ ἐστὶν, ἐσσειέται τι σαμεῖον ἐπὶ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ὃ οὐκ ἐσσειέται ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου. νοείσθω τι σαμεῖον λελαμμένον τὸ  $\Theta$ , ὃ οὐκ ἐστὶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, καὶ ἀπὸ τοῦ  $\Theta$  κάθετος ἄχθω ἄ  $\Theta K$

1.  $EB$ ]  $EB$  κύκλος ἢ ελλειψὶς  $F$ , uulgo; ultima uerba deleui. 5. τομὰ] τομαν  $FBC^*$ . 11. ἔχειν] εχει  $F$ ; corr. Torellius.

$N^2 = Z\Delta \times \Delta H$ , circulus<sup>1)</sup>, sin minus; sectio conii acutianguli eiusmodi, ut quadratum alterius diametri ad  $EB^2$  eandem rationem habeat, quam

$$N^2 : Z\Delta \times \Delta H.^2)$$

et sumatur conus uerticem habens punctum  $\Gamma$ , in cuius superficie sit circulus uel sectio conii acutianguli circum diametrum  $EB$  descripta. hoc autem fieri potest, cum [linea]<sup>3)</sup> a puncto  $\Gamma$  ad mediam lineam  $EB$  ducta perpendicularis sit ad planum in  $EB$  linea positum.<sup>4)</sup> in hac igitur superficie erit sectio conii acutianguli circum diametrum  $AB$  descripta. nam si non est, erit punctum aliquod in sectione conii acutianguli, quod in conii superficie non sit. fingatur punctum aliquod  $\Theta$  sumptum, quod in superficie conii non sit, et a  $\Theta$  puncto ducatur  $\Theta K$  ad  $AB$  perpendicularis.

p. 3. Nizzius minus bene pro ἔλλειψις restitui uoluit ὀξυγωνίον κώνον τομά.

1) Tum oriatur conus, cuius basis est circulus ille, uertex autem  $\Gamma$ , in cuius superficie erit ellipsis data.

2) H. e. ellipsis similis ellipsi circum  $ZH$  diametrum descriptae, in qua linea  $N$  perpendicularis est in puncto  $\Delta$ . sit enim huius ellipsis diametrus altera  $d$ , prioris autem  $d_1$ . erit igitur  $\frac{1}{4}d^2 : \frac{1}{4}ZH^2 = N^2 : Z\Delta \times \Delta H$  (Apoll. I, 21)  $= d_1^2 : EB^2$ . diametri igitur proportionales sunt; tum u. p. 317 not. 1.

3) In Graecis uocabulum εὐθεία omissum est, quod saepissime fit; u. index s. u. εὐθεία.

4) Nam planum per  $EB$  positum perpendicularare est ad planum per  $A\Gamma$ ,  $\Gamma B$  positum, et  $EB$  eorum sectio communis; tum u. Eucl. XI def. 4 (perpendicularis autem ab  $\Gamma$  ad  $EB$  ducta hanc in duas partes aequales secabit, quia  $\Gamma E = \Gamma B$ ); itaque uti possumus prop. 7.

15. κώνος δέ] scripsi; δέ om. F, uulgo. 20. τομά ἄ] scripsi; ἄ om. F, uulgo. 23. ταυτη F; corr. Torellius. 24. τομά ἄ] ἄ addidi; om. F, uulgo. 25. ἐσσεῖται τι] εσσειται F; corr. B. 27. ἐσσεῖται] εσσειται per comp. F, uulgo.

ἐπὶ τὰν  $AB$ · ἃ δὲ  $ΓΚ$  ἐπιζευχθεῖσα ἐκβεβλήσθω καὶ  
 συμπίπτει τῶ  $EB$  κατὰ τὸ  $A$ . διὰ δὲ τοῦ  $A$  ἄχθω  
 τις ἐν τῷ ὀρθῷ ἐπιπέδῳ τῷ κατὰ τὰν  $EB$  ποτ' ὀρθῶς  
 τῶ  $EB$  ἃ  $AM$ . τὸ δὲ  $M$  νοείσθω μετέωρον ἐν τῶ  
 5 ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου. ἄχθω δὲ καὶ διὰ τοῦ  $A$  παρὰ  
 τὰν  $AB$  ἃ  $ΠΡ$ . ἔστιν δὴ, ὡς μὲν τὸ ἀπὸ τῆς  $N$  τε-  
 τράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν  $ZΔ, ΔΗ$ , οὕτως τὸ ἀπὸ  
 τῆς  $AM$  ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν  $ΕΛ, ΛΒ$ , ὡς δὲ τὸ ὑπὸ  
 τῶν  $ZΔ, ΔΗ$  ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν  $ΑΔ, ΔΒ$ , οὕτως τὸ  
 10 ὑπὸ  $ΕΛ, ΛΒ$  ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν  $ΠΛ, ΛΡ$ . ἔσσειται  
 οὖν, ὡς τὸ ἀπὸ τῆς  $N$  τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ  $ΑΔ,$   
 $ΔΒ$  περιεχόμενον, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς  $AM$  τετράγωνον  
 ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν  $ΠΛ, ΛΡ$ . ἔχει δέ, ὡς τὸ ἀπὸ τῆς  
 $N$  τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν  $ΑΔ, ΔΒ$ , οὕτως τὸ  
 15 ἀπὸ τῆς  $ΘΚ$  τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν  $ΑΚ, ΚΒ$ ,  
 ἐπεὶ ἐν τῶ αὐτῶ ὀξυγωνίου κώνου τομῶ καθέτοι ἐντὶ  
 ἀγμέναι ἐπὶ διάμετρον τὰν  $AB$ . τὸν αὐτὸν ἄρα ἔχει  
 λόγον τὸ ἀπὸ τῆς  $AM$  τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν  
 $ΠΛ, ΛΡ$ , ὃν τὸ ἀπὸ τῆς  $ΘΚ$  ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν  $ΑΚ,$   
 20  $ΚΒ$ . ἔχει δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν  $ΠΛ, ΛΡ$  ποτὶ τὸ ἀπὸ  
 τῆς  $ΓΑ$  τετράγωνον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τῶν  
 $ΑΚ, ΚΒ$  ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς  $ΚΓ$ . τὸν αὐτὸν οὖν λό-  
 γον ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς  $AM$  τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ  
 τῆς  $ΑΓ$  τετράγωνον, ὃν τὸ ἀπὸ τῆς  $ΘΚ$  ποτὶ τὸ ἀπὸ  
 25 τῆς  $ΚΓ$ . ὥστε ἐπ' εὐθείας ἐντὶ τὰ  $Γ, Θ, Μ$  σαιμεῖα.  
 ἃ δὲ  $ΓΜ$  ἐν τῶ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου. δῆλον οὖν,  
 ὅτι καὶ τὸ  $Θ$  σαιμεῖον ἐν τῶ ἐπιφανείᾳ ἐστὶ τοῦ κώνου.  
 ὑπέκειτο δὲ μὴ εἶμεν. φανερόν οὖν ἐστίν, ὃ ἔδει δεῖξαι.

2. τὸ  $A$ ] το  $A F$ ; corr.  $B^*$ . 3. τῷ κατὰ] scripsi; κατὰ  
 $F$ , vulgo. 4. τῶ] (prius) τῆς  $F$ , corr. Torellius. 15. τῶν]  
 τῶν per comp.  $F$ ; corr. Torellius. 21. τὸ ὑπὸ τῶν  $ΑΚ$ ] ποτ'  
 ἃ  $F$ ; corr. ed. Basil., Cr. 22. οὖν] supra scriptum manu 1  $F$ .

et linea  $\Gamma K$  ducta producat et lineae  $EB$  in puncto  $A$  incidat. et per  $A$  ducatur linea  $AM$  ad lineam  $EB$  perpendicularis in plano perpendiculari in linea  $EB$  posito.  $M$  autem punctum fingatur sublime in superficie conii. ducatur autem etiam per  $A$  punctum linea  $\Pi P$  lineae  $AB$  parallela. erit igitur

$$N^2 : Z\Delta \times \Delta H = AM^2 : EA \times AB^1),$$

et praeterea erit

$$Z\Delta \times \Delta H : A\Delta \times \Delta B = EA \times AB : \Pi A \times AP.^2)$$

erit igitur

$N^2 : A\Delta \times \Delta B = AM^2 : \Pi A \times AP$  [Eucl. V, 22].  
est autem  $N^2 : A\Delta \times \Delta B = \Theta K^2 : AK \times KB$ , quoniam in eadem sectione conii acutianguli perpendiculares ductae sunt ad diametrum  $AB$  [Apollon. I, 21].  
ergo  $AM^2 : \Pi A \times AP = \Theta K^2 : AK \times KB$ . est autem etiam  $\Pi A \times AP : \Gamma A^2 = AK \times KB : K\Gamma^2$  [cfr. p. 323 not. 2]. erit igitur etiam

$$AM^2 : \Gamma A^2 = \Theta K^2 : K\Gamma^2 \text{ [Eucl. V, 22]}$$

[et  $AM : \Gamma A = \Theta K : K\Gamma$ ]. itaque in eadem linea recta sunt puncta  $\Gamma, \Theta, M$  [p. 323 not. 3]. linea uero  $\Gamma M$  in superficie conii est [Apollon. I, 1]. adparet igitur, etiam punctum  $\Theta$  in superficie conii esse. supposuimus autem, non esse. adparet igitur id, quod demonstrandum erat.

1) Nam

$AM^2 : EA \times AB = d^2_1 : EB^2$  (Apollon. I, 21) =  $N^2 : Z\Delta \times \Delta H$  (u. p. 327 not. 2).

2) Nam cum  $Z\Delta\Delta \sim E\Pi A$ , erit  $Z\Delta : A\Delta = EA : \Pi A$ , et cum  $\Delta HB \sim \Delta BP$ , erit etiam  $\Delta H : \Delta B = AB : AP$  (Eucl. VI, 4). multiplicando igitur sequitur, quod quaeritur.

θ'.

Ὁξυγωνίου κώνου τομᾶς δοθείσας καὶ γραμμᾶς ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς μὴ ὀρθᾶς ἀνεστακούσας ἐν ἐπιπέδῳ, ὃ ἐστὶν ἀπὸ τᾶς ἐτέρας δια-  
 5 μέτρου ὀρθὸν ἀνεστακὸς ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστὶν ἅ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, δυνατὸν ἐντι κύλινδρον εὐρεῖν τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ' εὐθείας τᾷ ἀνεστακούσῃ γραμμᾷ, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἅ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

10 ἔστω τᾶς δοθείσας τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἅ ἐτέρα διάμετρος ἅ  $BA$ , κέντρον δὲ τὸ  $\Delta$ , ἅ δὲ  $\Gamma\Delta$  γραμμὰ ἔστω ἀνεστακούσα ἀπὸ τοῦ κέντρου, ὡς εἰρή-  
 15 ται. ἅ δὲ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά νοείσθω περὶ διάμετρον τὰν  $AB$  ἐν ἐπιπέδῳ ὀρθῶ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τό, ἐν ᾧ ἐντι αἱ  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$ . δεῖ δὲ κύλινδρον εὐρεῖν τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ' εὐθείας τᾷ  $\Gamma\Delta$ , οὗ ἐν τᾷ ἐπι-  
 20 φανείᾳ ἐσσεῖται ἅ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

ἀπὸ δὴ τῶν  $A$ ,  $B$  σημείων ἄχθων παρὰ τὰν  $\Gamma\Delta$  αἱ  $AZ$ ,  $BH$ . ἅ δὴ ἐτέρα διάμετρος τᾶς τοῦ ὀξυγω-  
 20 νίου κώνου τομᾶς ἦτοι ἴσα ἐντὶ τῷ διαστήματι τὰν  $AZ$ ,  $BH$  ἢ μείζων ἢ ἐλάσσων. ἔστω δὴ πρότερον ἴσα τᾷ  $ZH$ , ἅ δὲ  $ZH$  ἔστω ποτ' ὀρθᾶς τᾷ  $\Gamma\Delta$ . ἀπὸ δὲ τᾶς  $ZH$  ἀνεστακέτω ἐπίπεδον ὀρθὸν ποτὶ τὰν  $\Gamma\Delta$ ,

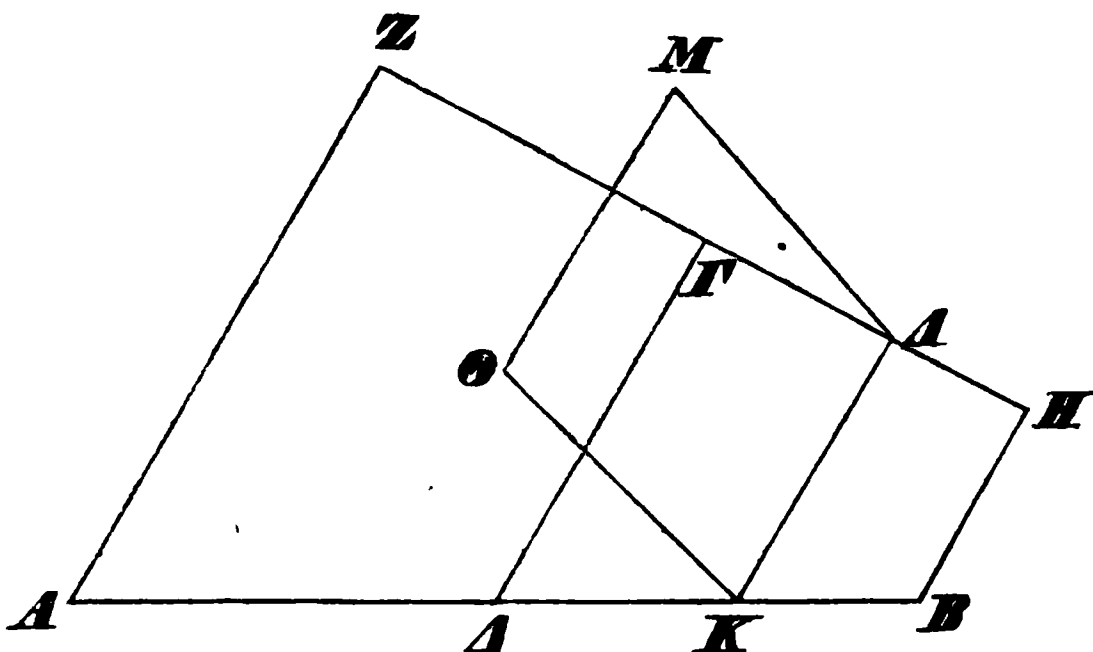
1. *i'* Torellius. 3. τᾶς] τ cum comp. ας addita insuper littera σ F. μὴ ὀρθᾶς] om. F, uulgo; corr. Torellius; omitti nequit propter lin. 12: ὡς εἰρήται. 10. ἅ ἐτέρα] scripsi; ετερα F, uulgo. 18. ἄχθων] scripsi; αχθω F, uulgo. 20. τᾶν] των F; corr. Torellius.

## IX.

Data sectione conici acutianguli et linea a centro sectionis conici acutianguli erecta non perpendiculari in plano, quod ab altera diametro erectum est perpendiculari ad planum, in quo est sectio conici acutianguli, fieri potest, ut cylindrus inueniatur, axem habens in producta linea erecta, cuius in superficie sit sectio conici acutianguli data.

sit altera diametrus datae sectionis conici acutianguli  $BA$ , centrum autem  $\Delta$ , linea autem  $\Gamma\Delta$  a centro erecta sit, ita ut diximus. et sectio conici acutianguli fingatur circum diametrum  $AB$  descripta in plano, ad id planum perpendiculari; in quo sunt lineae  $AB, \Gamma\Delta$ . oportet igitur inueniri cylindrum axem habentem in producta linea  $\Gamma\Delta$ , in cuius superficie sit data sectio conici acutianguli.

itaque a punctis  $A, B$  ducantur lineae  $AZ, BH$  lineae  $\Gamma\Delta$  parallelae. altera igitur diametrus sectionis conici acutianguli aut aequalis est distantiae linearum



$AZ, BH$  aut maior aut minor. prius igitur aequalis sit lineae  $ZH$ , et  $ZH$  perpendicularis sit ad lineam  $\Gamma\Delta$ . et a linea  $ZH$  erigatur planum ad lineam  $\Gamma\Delta$  perpen-

καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ κύκλος ἔστω περὶ διάμετρον  
τὰν  $ZH$ , καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τούτου κύλινδρος ἔστω  
ἄξονα ἔχων τὰν  $\Gamma\Delta$ . ἐν δὴ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίν-  
δρου τούτου ἐστὶν ἅ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά. εἰ  
5 γὰρ μὴ ἐστὶν, ἐσσεῖται τι σαρμεῖον ἐπὶ τῆς τοῦ ὀξυγω-  
νίου κώνου τομάς, ὃ οὐκ ἐστὶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ  
κυλίνδρου. νοείσθω δὴ τι σαρμεῖον λελαμμένον ἐπὶ  
τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομάς τὸ  $\Theta$ , ὃ οὐκ ἐστὶν  
ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου, καὶ ἀπὸ τοῦ  $\Theta$  ἅ  $\Theta K$   
10 κάθετος ἄχθω ἐπὶ τὰν  $AB$ . ἐσσεῖται δὴ αὐτὰ ὀρθὰ  
ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ  $AB, \Gamma\Delta$ . ἀπὸ δὲ τοῦ  
 $K$  ἄχθω παρὰ τὰν  $\Gamma\Delta$  ἅ  $KL$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $A$  ἀνεστα-  
κέτω ἅ  $AM$  ποτ' ὀρθὰς τῇ  $ZH$  ἐν τῷ κύκλῳ τῷ περὶ  
τὰν  $ZH$ . τὸ δὲ  $M$  νοείσθω μετέωρον ἐν τῇ περι-  
15 φερείᾳ τοῦ ἡμικυκλίου τοῦ περὶ διάμετρον τὰν  $ZH$ .  
τὸν αὐτὸν δὴ ἔχει λόγον τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς  
 $\Theta K$  καθέτου ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν  $AK, KB$  περιεχόμενον,  
καὶ τὸ ἀπὸ  $Z\Gamma$  ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν  $A\Delta, \Delta B$  περιεχό-  
μενον, ἐπεὶ ἴσα ἐστὶν ἅ  $ZH$  τῇ ἑτέρᾳ διαμέτρῳ. ἔχει  
20 δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν  $Z\Lambda, \Lambda H$  περιεχόμενον ποτὶ τὸ  
ὑπὸ  $AK, KB$  περιεχόμενον, ὅν τὸ ἀπὸ τῆς  $Z\Gamma$  τε-  
τράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ  $A\Delta$ . ἴσον οὖν ἐντι τὸ ὑπὸ  
τῶν  $Z\Lambda, \Lambda H$  περιεχόμενον τῷ ἀπὸ τῆς  $\Theta K$  τετρα-  
γώνῳ. ἔστιν δὲ ἴσον καὶ τῷ ἀπὸ  $AM$ . ἴσαι ἄρα ἐντι  
25 αἱ  $\Theta K, MA$  καθετοὶ· παραλλήλοι οὖν ἐντι αἱ  $AK,$   
 $M\Theta$ . ὥστε καὶ αἱ  $\Delta\Gamma, M\Theta$  παραλλήλοι ἐσσοῦνται.  
καὶ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ἄρα ἐστὶ τοῦ κυλίνδρου ἅ  $\Theta M$ ,

10. δὴ] scripsi; δε F, vulgo. 13. τῇ] τας F; corr. B.  
17. τῶν] τῶν per comp. F; corr. Torellius. 18.  $A\Delta, \Delta B$ ]  
scripsi;  $A\Delta B$  F, vulgo. 21. ὅν] λόγον, ὅν ed. Basil., Torel-  
lius; „eam, quam“ Cr. 22.  $A\Delta$ ]  $A\Delta$  της ελλειψεως F, vulgo  
(τῆς Torellius); corr. Nizze; cfr. p. 325 not. 2. 23. τῶν] τας



diculare, et in hoc plano circulus sit circum diametrum  $ZH$  descriptus, et in hoc circulo cylindrus construatur axem habens  $\Gamma\Delta$ . in huius igitur cylindri superficie est sectio conii acutianguli [data]. nam si non est, erit punctum aliquod in sectione conii acutianguli, quod in superficie cylindri non sit. fingatur igitur punctum aliquod  $\Theta$  sumptum in sectione conii acutianguli, quod non sit in superficie cylindri, et a puncto  $\Theta$  ducatur  $\Theta K$  ad lineam  $AB$  perpendicularis. haec igitur perpendicularis erit ad planum, in quo sunt lineae  $AB, \Gamma\Delta$  [Eucl. XI def. 4]. et a  $K$  puncto ducatur  $KA$  lineae  $\Gamma\Delta$  parallela, et in puncto  $A$  erigatur  $AM$  ad lineam  $ZH$  perpendicularis in circulo circum  $ZH$  descripto.  $M$  autem punctum fingatur sublime in ambitu semicirculi circum diametrum  $ZH$  descripti. itaque erit  $\Theta K^2 : AK \times KB = Z\Gamma^2 : A\Delta \times \Delta B$ , quoniam  $ZH$  aequalis est alteri diametro.<sup>1)</sup> sed etiam est

$$ZA \times AH : AK \times KB = Z\Gamma^2 : A\Delta^2.<sup>2)</sup>$$

quare  $ZA \times AH = \Theta K^2$ ;<sup>3)</sup> sed etiam

$$ZA \times AH = AM^2.<sup>4)</sup>$$

quare lineae perpendiculares  $\Theta K, MA$  aequales sunt. itaque  $AK \neq M\Theta$  [Eucl. I, 33]. quare etiam  $\Delta\Gamma \neq M\Theta$  [Eucl. XI, 9]. itaque  $\Theta M$  in superficie cylindri est,

1) Itaque  $Z\Gamma$  dimidiae alteri diametro ellipsis aequalis est; et  $A\Delta = \Delta B$ ; tum u. Apollon. I, 21.

2) Nam  $ZA : AK = Z\Gamma : A\Delta$ , quia  $\Delta\Gamma \neq AZ$ , et  $AH : KB = \Gamma A : \Delta K$  (quia  $AK \neq \Delta\Gamma$ ) =  $Z\Gamma : A\Delta$  (quia  $AK \neq \Delta\Gamma$ ); u. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 178 nr. 2.

3) Quia  $A\Delta = \Delta B$ , et igitur  $A\Delta \times \Delta B = A\Delta^2$ .

4) U. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 16.

ἐπεὶ ἀπὸ τοῦ  $M$  ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἔοντος ἄκται παρὰ τὸν ἄξονα. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ  $\Theta$  ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστὶν αὐτοῦ. ὑπέκειτο δὲ μὴ εἶμεν. φανερόν οὖν ἐστίν, ὃ ἔδει δεῖξαι.

5 δῆλον δὴ, ὅτι καὶ ὁ κύλινδρος ὁ περιλαμβάνων ὀρθὸς ἐσσεῖται, εἴ κα ἢ ἄ ἑτέρα διάμετρος ἴσα τῷ διαστήματι τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ἀγμέναν παρὰ τὰν ἀνεστακουῦσαν εὐθεῖαν.

ἔστω πάλιν ἄ ἑτέρα διάμετρος μείζων τᾶς  $ZH$ ,  
 10 καὶ ἴσα ἔστω ἄ  $\Pi Z$  τᾷ ἑτέρᾳ διαμέτρῳ. ἀπὸ δὲ τᾶς  $\Pi Z$  ἐπίπεδον ἀνεστακέτω ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τό, ἐν ᾧ ἐντι αἱ  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$ , καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ κύκλος ἔστω περὶ διάμετρον τὰν  $\Pi Z$ , ἀπὸ δὲ τοῦ κύκλου τούτου κύλινδρος ἔστω ἄξονα ἔχων τὰν  $\Delta P$ .  
 15 ἐν δὴ τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου τούτου διὰ τῶν αὐτῶν δειχθησέται ἐοῦσα ἄ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

ἀλλ' ἔστω ἐλάσσων ἄ ἑτέρα διάμετρος τᾶς  $ZH$ .  
 ᾧ δὴ μείζον δυνάται ἄ  $Z\Gamma$  τᾶς ἡμισείας τᾶς ἑτέρας  
 διαμέτρου ἔστω τὸ ἀπὸ τᾶς  $\Gamma\Xi$  τετράγωνον. καὶ ἀπὸ  
 20 τοῦ  $\Xi$  ἀνεστακέτω γραμμὰ ἴσα τᾷ ἡμισείᾳ τᾶς ἑτέρας

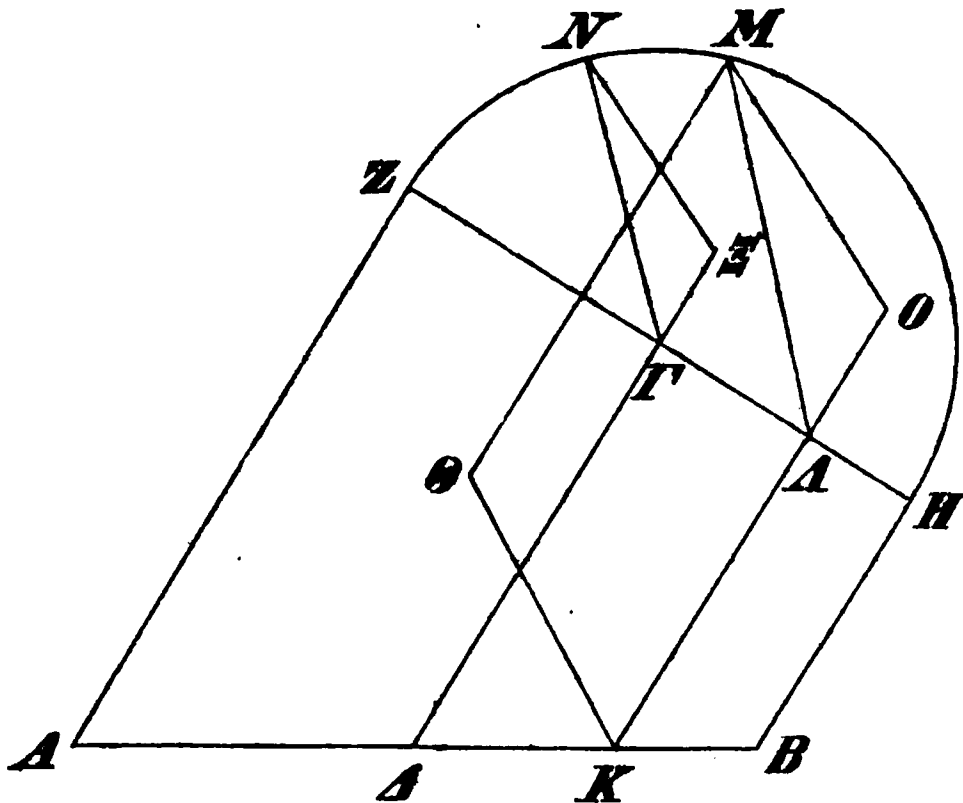
5. δῆλον] δηλ F. περιλαμβάνων] scripsi; περιλαμβανων  
 ταν ελλειψιν F, ulgo; περιλ. ταν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομάν  
 Nizze; u. p. 325 not. 2. 6. ἢ ἄ] scripsi; η F, ulgo. 7.  
 τῶν] scripsi; ταν F, ulgo. 9. ι' F; corr. ed. Basil., Cr.;  
 cfr. Quaest. Arch. p. 123—24. ἄ] addidi; om. F, ulgo. 12.  
 αἱ  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$ ] ἄ  $B\Gamma\Delta$  F; corr. Torellius. in figura litteras par-  
 tim permutavit, partim om. F. 16. ουσα F, ulgo. 17. ια'  
 F; corr. ed. Basil., Cr. 18. μείζων F; corr. Torellius.



διαμέτρου ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ  $AB$ ,  
 $\Gamma\Delta$ , ἡ  $\Xi N$ , τὸ δὲ  $N$  νοείσθω μετέωρον. ἡ οὖν  $\Gamma N$   
 ἴσα ἐντι τᾷ  $\Gamma Z$ . ἐν δὴ τῷ ἐπιπέδῳ, ἐν ᾧ ἐντι αἱ  
 $ZH$ ,  $\Gamma N$ , κύκλος γεγράφθω περὶ διάμετρον τὰν  $ZH$ .  
 5 ἥξει δὲ οὗτος διὰ τοῦ  $N$ · καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου κύ-  
 λινδρος ἔστω ἄξονα ἔχων τὰν  $\Gamma\Delta$ . ἐν δὴ τᾷ ἐπιφανείᾳ  
 τοῦ κυλίνδρου τούτου ἐστὶν ἡ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου  
 τομά. εἰ γὰρ μὴ ἐστίν, ἔσσειται τι σαμεῖον ἐπ' αὐτᾶς,  
 ὃ οὐκ ἐστὶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου. λελάφθω  
 10 δὴ τι σαμεῖον ἐπ' αὐτᾶς τὸ  $\Theta$ , καὶ ἡ  $\Theta K$  κάθετος  
 ἄχθω ἐπὶ τὰν  $AB$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $K$  παρά τὰν  $\Gamma\Delta$  ἔστω  
 ἡ  $KA$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $A$  ἄχθω ποτ' ὀρθὰς τᾷ  $ZH$  ἐν τῷ  
 ἡμικυκλίῳ τῷ περὶ διάμετρον τὰν  $ZH$  ἡ  $AM$ . νοείσθω  
 δὲ τὸ  $M$  ἐπὶ τᾶς περιφερείας τᾶς τοῦ ἡμικυκλίου τοῦ περὶ  
 15 τὰν  $ZH$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $M$  κάθετος ἄχθω ἐπὶ τὰν  $KA$   
 ἐκβληθεῖσαν ἡ  $MO$ . ἔσσειται δὲ αὐτὰ ὀρθὰ ποτὶ τὸ

3. ἐντι τᾷ] εντα F; corr. B. 4. τὰν] τα F; corr. Torellius.  
 5. κύλινδρος] του κυλινδρου F; corr. B\*, Cr. 6. τὰν] scripsi;  
 των per comp. FAD; τόν BC, ed. Basil., Torellius. figuram minus bene delineavit F. 12. τᾷ] τας F; corr. Torellius. 13. τὰν  $ZH$ ] ταν  $ZMH$  F; corr. B, Cr. 14. περιφερείας τᾶς] addidi; om. F, uulgo; „in arcu semicirculi“ Cr.

et perpendicularis ad planum, in quo sunt lineae  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$ , et  $N$  punctum fingatur sublime. itaque erit  $\Gamma N = \Gamma Z$ .<sup>1)</sup> in eo igitur plano, in quo sunt lineae



$ZH$ ,  $\Gamma N$ , circulus describatur circum diametrum  $ZH$ . is igitur per  $N$  ueniet [quia  $Z\Gamma = \Gamma N = \Gamma H$ ]; et in hoc circulo construatur cylindrus axem habens  $\Gamma\Delta$ . in huius igitur cylindri superficie est sectio conici acutianguli. nam si non est, erit in ea punctum aliquod, quod in superficie cylindri non sit. sumatur igitur aliquod punctum [eius modi] in ea,  $\Theta$ , et linea  $\Theta K$  ducatur perpendicularis ad lineam  $AB$ , et ab  $K$  ducatur  $KA$  lineae  $\Gamma\Delta$  parallela, et ab  $A$  ducatur  $AM$  ad lineam  $ZH$  perpendicularis in semicirculo circum diametrum  $ZH$ .  $M$  autem fingatur in ambitu semicirculi circum  $ZH$  descripti positum; et ab  $M$  ad productam lineam  $KA$  perpendicularis ducatur  $MO$ . ea igitur

1) Nam  $\Gamma N^2 = \Gamma\Xi^2 + N\Xi^2$  (Eucl. I, 47), et ex hypothesi est  $\Gamma Z^2 = \Gamma\Xi^2 + N\Xi^2$ , quia  $N\Xi$  dimidiae diametro aequalis est.

ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἰ  $AB, ΓΔ$ , ἐπεὶ ποτ' ὀρθάς ἐντι  
 ἅ  $ΚΑ$  τᾷ  $ZH$ . ἔστιν δὴ, ὡς μὲν τὸ ἀπὸ τᾶς  $ΜΟ$   
 ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς  $ΜΑ$ , οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς  $ΞΝ$  ποτὶ τὸ  
 ἀπὸ τᾶς  $ΝΓ$ , ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τᾶς  $ΜΑ$  ποτὶ τὸ ὑπὸ  
 5 τᾶν  $ΑΚ, ΚΒ$ , οὕτως τὸ ἀπὸ  $ΓΝ$  ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς  
 $ΑΔ$ , ἐπεὶ τὸ μὲν ἀπὸ τᾶς  $ΜΑ$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τᾶν  
 $ΑΖ, ΔΗ$  περιεχομένῳ, τὸ δὲ ἀπὸ τᾶς  $ΓΝ$  τῷ ἀπὸ  
 τᾶς  $ΓΖ$ . ἔστιν ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ τᾶς  $ΜΟ$  τετράγωνον  
 ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν  $ΑΚ, ΚΒ$ , οὕτως τὸ ἀπὸ τᾶς  $ΞΝ$   
 10 ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς  $ΑΔ$ . ἐντι δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς  $ΚΘ$  τετρά-  
 γωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν  $ΑΚ, ΚΒ$ , ὡς τὸ ἀπὸ τᾶς  $ΞΝ$   
 ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς  $ΑΔ$ , ἐπεὶ ἴσα ἐστὶν ἅ  $ΞΝ$  τᾷ ἡμισείᾳ  
 τᾶς ἐτέρας διαμέτρου. δῆλον οὖν, ὅτι ἴσαι ἐντι αἰ  
 $ΜΟ, ΘΚ$  καθέτοι, ὥστε παραλλήλοι αἰ  $ΚΟ, ΘΜ$ .  
 15 ἐπεὶ δὲ ἅ  $ΜΘ$  παρὰ τὸν ἄξονά ἐντι τοῦ κυλίνδρου,  
 καὶ τὸ  $Μ$  σαρμεῖον ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ, ἀναγκαῖον,  
 καὶ τὰν  $ΜΘ$  ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ εἶμεν τοῦ κυλίνδρου.  
 φανερόν οὖν, ὅτι καὶ τὸ  $Θ$  ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐντι  
 αὐτοῦ. οὐκ ἦν δέ. δῆλον οὖν, ὅτι ἀναγκαῖόν ἐστι  
 20 τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ εἶμεν  
 τοῦ κυλίνδρου.

1. ποτ'] ποτι F. 7. τό] τω F; corr. Torellius. 9. τὸ  
 ὑπό] υπο F; corr. Torellius. 13. ἴσαι] ἴσα F; corr. Torel-  
 lius. 14. παραλλήλοι] scripsi; ἴσαι F, vulgo. ΚΟ] ΚΘ  
 F; corr. Torellius. 15. ἐντι] εν τη F; corr. B.

perpendicularis erit ad planum, in quo sunt  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$ , quia  $KA \perp ZH$ .<sup>1)</sup> erit igitur

$$MO^2 : MA^2 = \Xi N^2 : N\Gamma^2, ^2)$$

et  $MA^2 : AK \times KB = \Gamma N^2 : A\Delta^2$ , quoniam

$$MA^2 = AZ \times AH \text{ et } \Gamma N^2 = \Gamma Z^2. ^3)$$

erit igitur [Eucl. V, 22]

$$MO^2 : AK \times KB = \Xi N^2 : A\Delta^2;$$

est autem etiam  $K\Theta^2 : AK \times KB = \Xi N^2 : A\Delta^2$ , quoniam  $\Xi N$  aequalis est dimidiae alteri diametro [Apollon. I, 21]. itaque adparet esse  $MO = \Theta K$ ; quare etiam  $KO \neq \Theta M$  [Eucl. I, 33].<sup>4)</sup> quoniam autem linea  $M\Theta$  axi cylindri parallela est<sup>5)</sup>, et punctum  $M$  in superficie eius positum, necesse est, etiam lineam  $M\Theta$  in superficie cylindri esse. adparet igitur, etiam punctum  $\Theta$  in superficie eius esse. sed [ex hypothesi] non erat. adparet igitur necesse esse, sectionem conii acutianguli in superficie cylindri esse.

1) Quia  $KA \neq \Gamma\Delta$  et  $\Gamma\Delta \perp ZH$ . quoniam igitur  $KA \perp ZH$  et  $AM \perp ZH$ , erit  $ZH \perp \Theta MOK$  (Eucl. XI, 4); itaque

$$ABHZ \perp \Theta MOK \text{ (Eucl. XI, 18);}$$

iam quoniam  $MO \perp KA$ , erit (Eucl. XI def. 4)  $MO \perp ABHZ$ .

2) Nam  $\Xi N \neq MO$  (Eucl. XI, 6) et  $N\Gamma \neq MA$ ; itaque  $\angle N = M$  (Eucl. XI, 10) et  $\angle \Xi = O = 90^\circ$ . itaque  $N\Gamma\Xi \sim MAO$ , et erit (Eucl. VI, 4)  $MO : MA = \Xi N : N\Gamma$ .

3) Nam  $AZ \times AH : AK \times KB = \Gamma Z^2 : A\Delta^2$  (p. 333 not. 2) et  $MA^2 = AZ \times AH$  (Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 16) et  $\Gamma N = \Gamma Z$  (p. 337 not. 1).

4) Nam  $MO \neq \Theta K$ , quia utraque ad  $ABHZ$  perpendicularis est (tum u. Eucl. XI, 6); nam de  $MO$  u. not. 1; de  $\Theta K$  sequitur inde, quod ellipsis ad  $ABHZ$  perpendicularis est et  $\Theta K \perp AB$  (Eucl. XI def. 4). lin. 14 pro  $\text{ἴσαι}$  requiritur, quod restitui,  $\text{παράλληλοι}$ ; cfr. p. 332, 25. permutata sunt compendia horum uerborum.

5) Nam  $KO \neq \Delta\Gamma$ ; tum u. Eucl. XI, 9.

ι'.

Ὅτι μὲν πᾶς κώνος ποτὶ κώνον τὸν συγκείμενον  
 ἔχει λόγον ἔκ τε τοῦ τῶν βασίων λόγου καὶ ἔκ τοῦ  
 τῶν ὑψέων, ἀποδεικνύται ὑπὸ τῶν πρότερον. ἃ αὐτὰ  
 5 δὲ ἀπόδειξις ἐντι καί, διότι πᾶν ἀπότμαμα κώνου ποτὶ  
 ἀπότμαμα κώνου τὸν συγκείμενον λόγον ἔχει ἔκ τε  
 τοῦ τῶν βασίων λόγου καὶ ἔκ τοῦ τῶν ὑψέων.

καὶ ὅτι πᾶς τόμος κυλίνδρου τριπλασίων ἐστὶ τοῦ  
 ἀποτμάματος τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν  
 10 τῷ τόμῳ καὶ ὕψος ἴσον, ἃ αὐτὰ ἀπόδειξις, ἅπερ καὶ  
 ὅτι ὁ κύλινδρος τριπλάσιός ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν  
 ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ κυλίνδρῳ καὶ ὕψος ἴσον.

ια'.

Εἴ κα τὸ ὀρθογώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ  
 15 διὰ τοῦ ἄξονος ἢ παρὰ τὸν ἄξονα, ἃ τομὰ ἐσσεῖται  
 ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἃ αὐτὰ τᾶ περιλαμβανούσα  
 τὸ σχῆμα. διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἐσσεῖται ἃ κοινὰ τομὰ  
 τῶν ἐπιπέδων τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα καὶ τοῦ διὰ  
 τοῦ ἄξονος ἀχθέντος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ τέμνον.

20 εἰ δέ κα τμαθῇ τῷ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα,  
 ἃ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ  
 ἄξονος.

εἴ κα τὸ ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ  
 διὰ τοῦ ἄξονος ἢ παρὰ τὸν ἄξονα ἢ διὰ τᾶς κορυφᾶς  
 25 τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, ἃ τομὰ ἐσσεῖ-

1. ιβ' F; ια' Torellius. 3. τοῦ] (alt.) των per comp. F;  
 corr. BD. 5. διότι] ὅτι Nizzo. 13. ιγ' F; ιβ' Torellius.  
 15. αξωνος F. παρὰ] per comp. F. 16. κώνου] κωνοειδος F;  
 corr. Torellius. ἃ] addidi; om. F, vulgo. 20. τμηθη F;  
 corr. Torellius. 24. ἢ διὰ] ἢ om. F; corr. Torellius.



## X.

Quemuis conum ad [alium] conum rationem ex ratione basium et ratione altitudinum compositam habere, a prioribus demonstratum est.<sup>1)</sup> eodem autem modo demonstratur, etiam quoduis segmentum coni ad [aliud] segmentum coni rationem ex ratione basium et ratione altitudinum compositam habere.

et quoduis frustum cylindri triplo maius esse segmento coni basim habenti eandem, quam frustum, et altitudinem aequalem, eodem modo demonstrabitur, quo demonstratur, cylindrum triplo maiorem esse cono basim eandem habenti, quam cylindrus, et altitudinem aequalem.<sup>2)</sup>

## XI.

a) Si conoides rectangulum plano secatur per axem posito uel axi parallelo, sectio erit sectio coni rectanguli eadem, quae figuram comprehendit; diametrus autem eius sectio communis erit plani figuram secantis et plani per axem ducti ad planum secans perpendicularis.

sin plano ad axem perpendiculari secatur, sectio erit circulus centrum in axe positum habens.

b) Si conoides obtusiangulum secatur plano uel per axem posito uel axi parallelo uel per uerticem coni conoides comprehendentis posito, sectio erit coni obtu-

---

1) Sequitur ex Eucl. XII, 11 et 14 coniunctis; cfr. de sph. et cyl. I lemm. 1 p. 80.

2) Hoc demonstraerant Endoxus; u. de sph. et cyl. I p. 4; cfr. Eucl. XII, 10.

ται ἀμβλυγωνίου κώνου τομά, εἰ μὲν καὶ διὰ τοῦ ἄξονος,  
 ἃ αὐτὰ τᾶ περιλαμβανούσα τὸ σχῆμα, εἰ δὲ καὶ παρὰ  
 τὸν ἄξονα, ὁμοία αὐτᾶ, εἰ δὲ καὶ διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ  
 κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, οὐχ ὁμοία. διά-  
 5 μετρος δὲ τᾶς τομᾶς ἐσσεῖται ἃ κοινὰ τομὰ τῶν ἐπι-  
 πέδων τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ  
 τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον.

εἴ καὶ τμηθῆ ὀρθῶ τῶ ἐπιπέδῳ ποτὶ τὸν ἄξονα,  
 ἃ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ  
 10 ἄξονος.

εἴ καὶ τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὅποτερονοῦν  
 ἐπιπέδῳ τμηθῆ διὰ τοῦ ἄξονος ἢ παρὰ τὸν ἄξονα, ἃ  
 τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά, εἰ μὲν καὶ διὰ  
 τοῦ ἄξονος, αὐτὰ ἃ περιλαμβάνουσα τὸ σχῆμα, εἰ δὲ  
 15 καὶ παρὰ τὸν ἄξονα, ὁμοία αὐτᾶ. διάμετρος δὲ τᾶς  
 τομᾶς ἐσσεῖται ἃ κοινὰ τομὰ τῶν ἐπιπέδων τοῦ τέμ-  
 νοντος τὸ σχῆμα καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος  
 ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον.

εἰ δὲ καὶ τμηθῆ τῶ ἐπιπέδῳ ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξο-  
 20 να, ἃ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ  
 ἄξονος.

εἴ καὶ τῶν εἰρημένων σχημάτων ὅποιονοῦν ἐπι-  
 πέδῳ τμηθῆ διὰ τοῦ ἄξονος, αἱ ἀπὸ τῶν σαμείων  
 τῶν ἐν τᾶ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος μὴ ἐπὶ τᾶς τομᾶς  
 25 ἐόντων καθέτοι ἀγομέναι ἐπὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον ἐντὸς  
 πεσοῦνται τᾶς τοῦ σχήματος τομᾶς.

τούτων δὲ πάντων φανεραὶ ἐντι αἱ ἀποδείξεις.

1. κα] addidi; om. F, uulgo. 2. ἃ] addidi; om. F, uulgo.  
 παραλαμβανουσα (παρα per comp.) F; corr. Torellius. κα]  
 scripsi; και F, uulgo. 3. κα] scripsi; και F, uulgo. 4. κω-  
 νοειδες F. 8. τμηθη F; corr. Torellius. 12. επεπεδω F.  
 τμηθη F; corr. Torellius. 13. κα] scripsi; και F, uulgo. 15.

sianguli sectio, si per axem, eadem, quae figuram comprehendit, sin axi parallelo, ei similis, sin autem per uerticem cono conoides comprehendentis, non similis. diametrus autem sectionis erit communis sectio plani figuram secantis et plani per axem ducti ad planum secans perpendicularis.

si plano ad axem perpendiculari secatur, sectio erit circulus centrum in axe positum habens.

c) Si utralibet figurarum sphaeroideôn plano secatur per axem posito uel axi parallelo, sectio erit cono acutianguli sectio, si per axem, ipsa sectio figuram comprehendens, si plano axi parallelo, ei similis. diametrus autem sectionis erit sectio communis plani figuram secantis et plani per axem ducti ad planum secans perpendicularis.

sin plano ad axem perpendiculari secatur, sectio circulus erit centrum in axe positum habens.

d) Si quaelibet figurarum, quas commemorauimus, plano per axem posito secatur, lineae a punctis in superficie figurae positis, sed quae in sectione non sint, ad planum secans perpendiculares ductae intra sectionem figurae cadent.

harum autem omnium rerum demonstrationes manifestae sunt.<sup>1)</sup>

1) Nonnullas harum propositionum demonstrauerunt Commandinus annotat. fol. 37, Riualtus p. 271, Torellius p. 314 sq., Nizzius p. 168 sq.

κα] scripsi; και F, ulgo. 16. τομά] om. F; corr. Torellius.  
 19. κα] scripsi; και F, ulgo. τμηθη F; corr. Torellius. 23.  
 τμηθη F; corr. Torellius. 25. εωντων F; corr. Torellius.  
 27. φανεραί] scripsi; φανερων F, ulgo.

ιβ'.

Εἰ καὶ τὸ ὀρθογώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῆ  
 μήτε διὰ τοῦ ἄξονος μήτε παρὰ τὸν ἄξονα μήτε ποτ'  
 ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ἂ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου  
 5 τομὰ, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἂ μείζων ἐσσεῖται ἂ ἐναπο-  
 λαφθεῖσα ἐν τῷ κωνοειδεῖ τᾶς γενομένας τομᾶς τῶν  
 ἐπιπέδων τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα καὶ τοῦ ἀχθέντος  
 διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον ἂ δὲ  
 ἐλάσσων διάμετρος ἴσα ἐσσεῖται τῷ διαστήματι τᾶν  
 10 ἀχθεισῶν παρὰ τὸν ἄξονα ἀπὸ τῶν περάτων τᾶς μεί-  
 ζονος διαμέτρου.

τετμάσθω γὰρ τὸ ὀρθογώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ,  
 ὡς εἰρήται. τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ  
 τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον ἔστω τοῦ  
 15 μὲν κωνοειδέος τομὰ ἂ  $ΑΒΓ$ , τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ  
 τέμνοντος τὸ σχῆμα ἂ  $ΓΑ$  εὐθεῖα. ἄξων δὲ ἔστω τοῦ  
 κωνοειδέος καὶ διάμετρος τᾶς τομᾶς ἂ  $ΒΔ$ . δεικτέον,  
 ὅτι ἂ τομὰ τοῦ κωνοειδέος ἂ ἀπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ  
 κατὰ τὰν  $ΑΓ$  ὀξυγωνίου ἐστὶ κώνου τομὰ, καὶ διά-  
 20 μετρος αὐτᾶς ἂ μείζων ἐστὶν ἂ  $ΑΓ$ , ἂ δὲ ἐλάσσων  
 διάμετρος ἴσα ἐντὶ τᾷ  $ΑΑ$  τᾶς μὲν  $ΓΑ$  παρὰ τὰν  
 $ΒΔ$  εὐθείας, τᾶς δὲ  $ΑΑ$  καθέτου ἐπὶ τὰν  $ΓΑ$ .

νοείσθω τι σημείον ἐπὶ τᾶς τομᾶς λελαμμένον τὸ  
 $K$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $K$  κάθετος ἄχθω ἐπὶ τὰν  $ΓΑ$  ἂ  $KΘ$ .  
 25 ἐσσεῖται οὖν ἂ  $KΘ$  κάθετος ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τό, ἐν  
 ᾧ ἐστὶν ἂ  $ΑΓΒ$  ὀρθογωνίου κώνου τομὰ, διότι καὶ

1. ιδ' F; ιγ' Torellius. 2. τμηθη F; corr. Torellius. 6. τᾶς] F; ἀπὸ τᾶς vulgo. 9. διάμετρος] α διαμετρος F; corr. ed. Basil. 12. τετμησθω F, qui omnino in sequentibus usque ad finem huius libri semper τμημα, τμηθη, τμηθέντος, τετμησθω cet. praebet; quod plerumque corr. Torellius. itaque hinc iam hanc discrepantiam notare supersedeo. 13. ἄλλῳ]

## XII.

Si conoides rectangulum plano neque per axem posito neque axi parallelo neque ad axem perpendiculari secatur, sectio erit sectio conici acutianguli, maior autem diameter eius erit pars intra conoides comprehensa eius [lineae], quae [communis] sectio est plani figuram secantis et plani per axem ducti ad secans planum perpendicularis; minor autem diameter aequalis erit distantiae linearum, quae a terminis diametri maioris axi parallelae ducuntur.

secetur enim conoides rectangulum plano ita, ut dictum est, posito. eodem autem alio plano ad planum secans perpendiculari per axem secto sectio conoidis sit  $AB\Gamma$ , plani autem figuram secantis linea  $\Gamma A$ . axis autem conoidis et diameter sectionis [prop. 11, a] sit  $B\Delta$ . demonstrandum, sectionem conoidis plano in  $A\Gamma$  linea posito effectam<sup>1)</sup> sectionem esse conici acutianguli, et lineam  $A\Gamma$  maiorem esse eius diametrum, minorem autem aequalem esse lineae  $AA$ , ducta linea  $\Gamma A$  lineae  $B\Delta$  parallela, linea autem  $AA$  ad lineam  $\Gamma A$  perpendiculari.

fingatur punctum aliquod in sectione sumptum  $K$ , et a  $K$  puncto ducatur  $K\Theta$  ad  $\Gamma A$  perpendicularis. erit igitur linea  $K\Theta$  ad id planum perpendicularis, in quo est sectio conici rectanguli  $A\Gamma B$ , quia planum

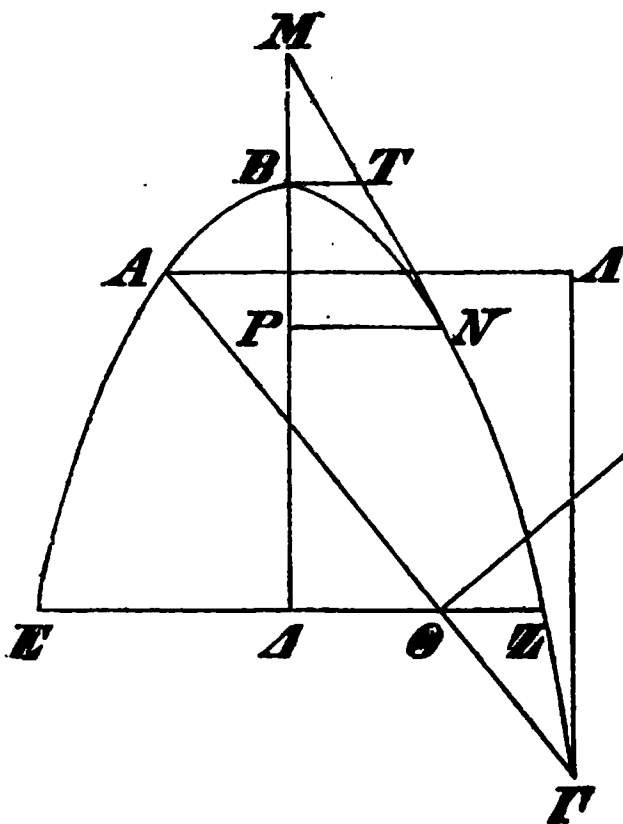
1)  $\acute{\alpha}$   $\acute{\alpha}$ πὸ τοῦ lin. 18 corruptum videtur; fortasse  $\acute{\alpha}$  ὑπὸ τοῦ scribendum est.

ορθῶς ἀλλῶ F; corr. Torellius. 15.  $B\Gamma$  F; corr. ed. Basil.\*  
 16.  $\Gamma\Delta$  F; corr. BC. 18. τοῦ κατὰ] scripsi; τοῦ ἑμ. F, uulgo.  
 19. τάν] παν  $\acute{\alpha}$  F; corr. Torellius. 21. τᾶ]  $\acute{\alpha}$  F; corr. B mg.  
 24. ηχθῶ F; corr. Torellius.

τὸ τέμνον ἐπίπεδον ὀρθόν ἐστὶ ποτὶ τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον.  
διὰ δὲ τοῦ  $\Theta$  ἄχθω ἅ  $EZ$  ὀρθὰς ποιούσα γωνίας  
ποτὶ τὰν  $B\Delta$ , καὶ διὰ τὰν  $EZ$ ,  $K\Theta$  εὐθειᾶν ἐπίπεδον  
ἐκβεβλήσθω· ἐσσεῖται δὲ τοῦτο ὀρθόν ποτὶ τὰν  $B\Delta$ .

5 τετμησέται δὴ τὸ κωνοειδὲς σχῆμα ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ  
τὸν ἄξονα. ὥστε ἅ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται, κέντρον δὲ  
αὐτοῦ τὸ  $\Delta$ . ἅ ἄρα  $K\Theta$  ἴσον δυνασείται τῷ ὑπὸ  
 $Z\Theta$ ,  $\Theta E$  [ἡμικύκλιον γάρ ἐστὶ τὸ ἐπὶ τῆς  $EZ$ , καὶ  
ἅ  $K\Theta$  κάθετος οὖσα μέση γίνεται ἀνάλογον τῷ ὑπὸ

10



15

20

τὰν  $E\Theta$ ,  $\Theta Z$  περιεχο-  
μένων]. ἄχθω δὲ ἐπιψαύ-  
ουσα τᾶς τοῦ κώνου το-  
μᾶς ἅ μὲν  $MN$  παρὰ  
τὰν  $AG$ · ἐπιψανέτω δὲ  
κατὰ τὸ  $N$ · ἅ δὲ  $BT$   
 $K$  παρὰ τὰν  $EZ$ . τὸ δὴ  
περιεχόμενον ὑπὸ τὰν  
 $A\Theta$ ,  $\Theta\Gamma$  ποτὶ τὸ περιεχό-  
μενον ὑπὸ τὰν  $E\Theta$ ,  $\Theta Z$   
τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν  
τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς  
 $NT$  ποτὶ τὸ τετράγωνον

τὸ ἀπὸ τᾶς  $BT$ . δεδείκται γὰρ τοῦτο. τᾶ δὲ  $NT$  ἴσα  
ἐντὶ ἅ  $TM$ , διότι καὶ ἅ  $BP$  τᾶ  $BM$ . ἔχει οὖν καὶ τὸ  
25 περιεχόμενον ὑπὸ τὰν  $A\Theta$ ,  $\Theta\Gamma$  ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς  $K\Theta$   
τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς  $TM$  ποτὶ τὸ ἀπὸ  
τᾶς  $TB$ . ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς  $\Theta K$  καθέτου τετράγω-  
νον ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν  $A\Theta$ ,  $\Theta\Gamma$  περιεχόμενον τὸν αὐτὸν  
ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς  $BT$  τετράγωνον ποτὶ τὸ

3. εὐθειας F, C manu 1\*.  
8. τᾶς Torellius. 9. μέσα idem.

4. δὴ Nizzius; δε F, vulgo.  
Post ἀνάλογον supplet Com-

secans et ipsum ad idem planum perpendiculare [Eucl. XI def. 4]. et per  $\Theta$  ducatur linea  $EZ$  rectos angulos ad  $B\Delta$  efficiens, et per lineas  $EZ$ ,  $K\Theta$  planum ducatur. hoc autem ad  $B\Delta$  perpendiculare erit.<sup>1)</sup> itaque conoides plano ad axem perpendiculari sectum erit. sectio igitur circulus erit, et centrum eius punctum  $\Delta$  [prop. 11, a]. erit igitur  $K\Theta^2 = Z\Theta \times \Theta E$ .<sup>2)</sup> ducantur autem sectionem conii contingentes linea  $MN$  lineae  $A\Gamma$  parallela, quae contingat in puncto  $N$ , et linea  $BT$  lineae  $EZ$  parallela. erit igitur

$$A\Theta \times \Theta\Gamma : E\Theta \times \Theta Z = NT^2 : BT^2.$$

hoc enim demonstratum est [prop. 3]. sed  $NT = TM$ , quia  $BP = BM$ .<sup>3)</sup> erit igitur

$$A\Theta \times \Theta\Gamma : K\Theta^2 = TM^2 : TB^2.$$

quare etiam

$$\Theta K^2 : A\Theta \times \Theta\Gamma = BT^2 : TM^2 \text{ [Eucl. V, 7 πρόρισμα].}$$

1) Nam cum  $K\Theta \perp AB\Gamma$ , planum per  $K\Theta$ ,  $EZ$  positum ad  $AB\Gamma$  perpendiculare erit (Eucl. XI, 18); tum u. Eucl. XI def. 4.

2) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 16. uerba sequentia lin. 8—11 Nizzius recte ob formam prauam ( $\mu\acute{\epsilon}\sigma\eta$  ἀνάλογον τῶν ὑπὸ τῶν  $E\Theta$ ,  $\Theta Z$ ) damnauit. augent suspicionem formae uulgares  $\tau\eta\varsigma$ , οὐσα, μέση.

3) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 53 nr. 16. tum u. Eucl. VI, 2; nam  $PN$  lineae  $BT$  parallela ducta est.

mandinus: καὶ δύναται ἴσον. γίνεται] γὰρ ἐστὶ F per compendia; corr. B. 21. τᾶς] ταν F; corr. Torellius. 24. BM].  $TM$  F; corr. man. 2.

ἀπὸ τᾶς  $TM$ . ἐπεὶ οὖν ὁμοιά ἐντι τὰ  $ΓΑΛ$ ,  $ΤΜΒ$   
 τρίγωνα, τὸ ἀπὸ τᾶς  $ΘΚ$  καθέτου τετράγωνον ποτὶ  
 τὸ ὑπὸ τᾶν  $ΑΘ$ ,  $ΘΓ$  περιεχόμενον τὸν αὐτὸν ἔχει  
 λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς  $ΑΛ$  τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ  
 5 τᾶς  $ΑΓ$  τετράγωνον. ὁμοίως δειχθησόνται καὶ τὰ  
 ἀπὸ τᾶν ἄλλαν καθέτων τετράγωνα τᾶν ἀγομένων  
 ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἐπὶ τὰν  $ΑΓ$  ποτὶ τὰ περιεχόμενα ὑπὸ  
 τῶν τᾶς  $ΑΓ$  τμαμάτων τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ὃν  
 τὸ ἀπὸ τᾶς  $ΑΛ$  τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς  $ΑΓ$ .  
 10 δῆλον οὖν, ὅτι ἡ τομὰ ἐστὶν ὀξυγωνίου κώνου τομὰ,  
 διαμέτροι δὲ αὐτᾶς ἐντι ἡ μὲν μείζων ἡ  $ΑΓ$ , ἡ δὲ  
 ἐλάσσων ἴσα τᾷ  $ΑΛ$ .

ιγ'.

Εἴ κα τὸ ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῆ  
 15 συμπίπτουσι πάσαις ταῖς τοῦ κώνου πλευραῖς τοῦ πε-  
 ριέχοντος τὸ κωνοειδὲς μὴ ποτ' ὀρθᾶς τῷ ἄξονι, ἡ  
 τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομὰ. διάμετρος δὲ  
 αὐτᾶς ἡ μείζων ἐσσεῖται ἡ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ κω-  
 νοειδεῖ ἀπὸ τᾶς γενομένης τομᾶς τῶν ἐπιπέδων τοῦ  
 20 τε τέμνοντος τὸ σχῆμα καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ  
 ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον.

τεμνέσθω γὰρ τὸ ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ,  
 ὡς εἰρήται, καὶ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ τμαθέντος αὐτοῦ διὰ τοῦ  
 ἄξονος ὀρθῶ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον τοῦ μὲν κω-  
 25 νοειδέος τομὰ ἔστω ἡ  $ΑΒΓ$  ἀμβλυγωνίου κώνου τομὰ,  
 τοῦ δὲ τέμνοντος τὸ σχῆμα ἐπιπέδου ἡ  $ΑΓ$  εὐθεῖα,  
 ἄξων δὲ τοῦ κωνοειδέος καὶ διάμετρος τᾶς τομᾶς ἡ

1.  $ΤΑΒ$  F; corr. ed. Basil.\* 2. τὸ ἀπὸ τᾶς  $ΘΚ$  usque  
 ad τὸ ἀπὸ τᾶς  $ΑΓ$  lin. 5 om. F; corr. Commandinus. 5. τε-  
 τράγωνον] addidi; om. F, vulgo. ὁμοίως] syllab. ως per comp.



iam quoniam  $\Gamma A A \sim T M B^1$ ), erit

$$[B T : T M = A A : A \Gamma \text{ (Eucl. VI, 4)}];$$

itaque erit]  $\odot K^2 : A \odot \times \odot \Gamma = A A^2 : A \Gamma^2$ . eodem modo demonstrabimus, etiam quadrata ceterarum linearum a sectione ad  $A \Gamma$  lineam perpendicularium ductarum ad rectangula partibus lineae  $A \Gamma$  comprehensa eandem habere rationem, quam  $A A^2 : A \Gamma^2$ . adparet igitur, sectionem esse conici acutianguli sectionem, diametros autem eius maiorem  $A \Gamma$  lineam, minorem uero lineae  $A A$  aequalem [Apollon. I, 21].

### XIII.

Si conoides obtusiangulum plano secatur, quod omnibus lateribus conici conoides comprehendentis incidit ad axem non perpendicularare, sectio erit conici acutianguli sectio, maior autem diameter eius erit pars intra conoides comprehensa eius lineae, quae [communis] sectio est plani figuram secantis et plani per axem ad secans planum perpendicularis.

secetur enim conoides obtusiangulum plano ita, ut dictum est. et eodem alio plano per axem ad secans planum perpendiculari secto sectio conoidis sit  $A B \Gamma$  conici obtusianguli sectio [prop. 11, b], plani autem figuram secantis lineae  $A \Gamma$ . axis autem conoidis et diameter sectionis sit  $B A$ . fingatur igitur punctum

---

1) Nam  $\angle B = \angle A = 90^\circ$  et  $\angle A = \angle T$ , quia  
 $A \Gamma \neq M N$  et  $B T \neq A A$ .

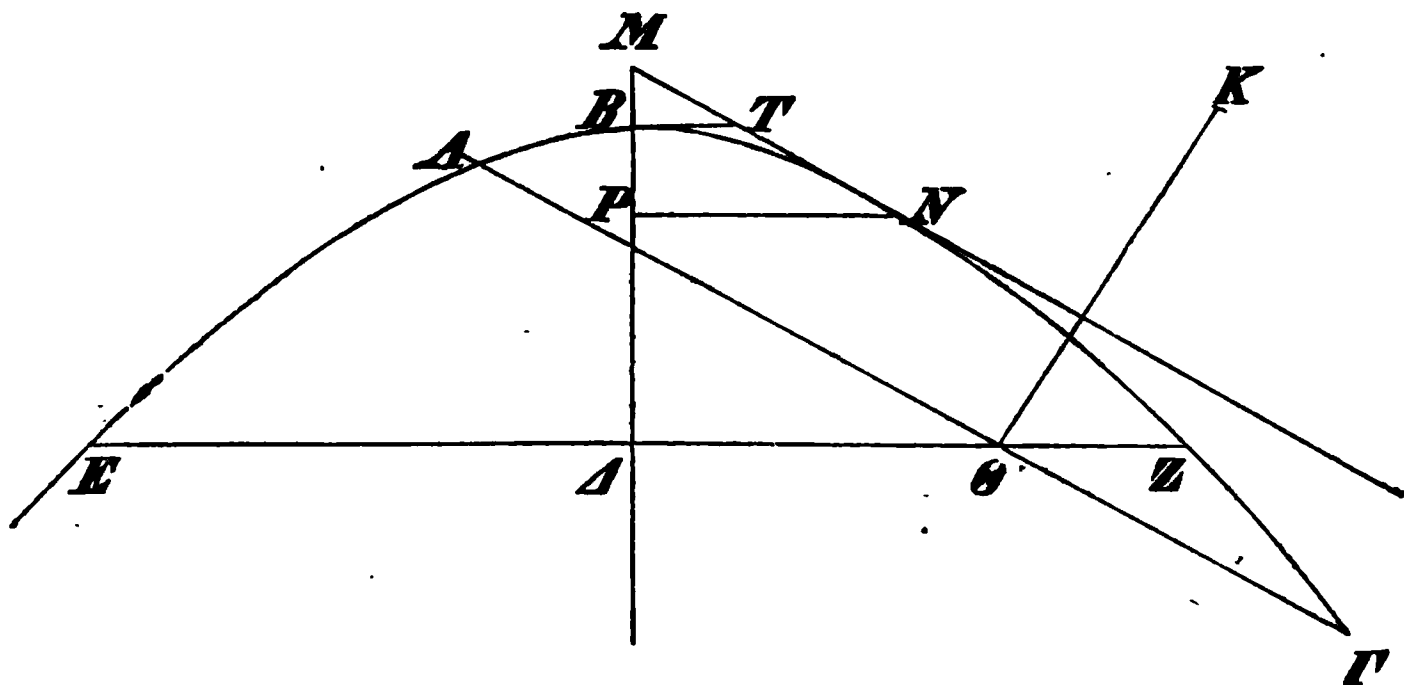
---

F.  $\delta\epsilon\iota\chi\theta\acute{\eta}\sigma\epsilon\tau\alpha\iota$  Nizzius cum D. 8.  $\epsilon\chi\omicron\nu\tau\iota$  F; corr. AB.  
 10.  $\tau\omicron\mu\acute{\alpha}$ ] (alt.)  $\tau\omicron\mu\alpha\varsigma$  FC\*. 11.  $\delta\iota\alpha\mu\epsilon\tau\rho\varsigma$  F; corr. B.  
 $\acute{\epsilon}\nu\tau\iota$ ] scripsi;  $\epsilon\iota\sigma\iota\nu$  F, uulgo. 13.  $\iota\epsilon'$  F,  $\iota\delta'$  Torellius. 14.  
 $\acute{\epsilon}\pi\iota\pi\acute{\epsilon}\delta\omega$ ] om. F; corr. B. 16.  $\kappa\omicron\nu\omicron\epsilon\iota\delta\epsilon\varsigma$  F. 27.  $\kappa\omicron\nu\omicron\epsilon\iota\delta\epsilon\omicron\varsigma$  F.

$B\Delta$ . νοείσθω δὴ τι ἐπὶ τᾶς τομᾶς λελαμμένον σαμεῖον  
 τὸ  $K$ , καὶ ἀπὸ τοῦ  $K$  κάθετος ἄχθω ἐπὶ τὰν  $ΑΓ$  ἃ  
 $K\Theta$ . ἐσσεῖται δὴ αὐτὰ ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τό, ἐν  
 ᾧ ἐντι ἃ  $ΑΒΓ$  κώνου τομά. διὰ δὲ τοῦ  $\Theta$  ἄχθω ἃ  
 5  $EZ$  ποτ' ὀρθὰς τᾶ  $B\Delta$ , καὶ διὰ τᾶν  $EZ$ ,  $K\Theta$  εὐθειᾶν  
 ἐπίπεδον ἄχθω τέμνον τὸ κωνοειδές. τετμησέται δὴ  
 ἐπιπέδῳ ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα, ὥστε ἃ τομὰ κύκλος  
 ἐσσεῖται, κέντρον δὲ αὐτοῦ τὸ  $\Delta$ . ἃ ἄρα κάθετος ἃ  
 $K\Theta$  ἴσον δυνασείται τῶ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν  $\Theta E$ ,  
 10  $\Theta Z$ . ἄχθω δὲ πάλιν ἃ μὲν  $MN$  παρὰ τὰν  $ΑΓ$  ἐπι-  
 ψάουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ  $N$ , ἃ δὲ  $BT$   
 παρὰ τὰν  $EZ$ . τὸ δὴ περιεχόμενον ὑπὸ  $E\Theta$ ,  $\Theta Z$   
 ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν  $A\Theta$ ,  $\Theta\Gamma$  τὸν αὐτὸν  
 ἔχει λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς  $BT$  ποτὶ  
 15 τὸ ἀπὸ τᾶς  $TN$ . ὥστε τὸ ἀπὸ τᾶς  $K\Theta$  καθέτου τε-  
 τράγωνον ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν  $A\Theta$ ,  $\Theta\Gamma$  τὸν  
 αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς  $BT$  ποτὶ τὸ ἀπὸ  
 τᾶς  $TN$ . ὁμοίως οὖν δειχθησοῦντι καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν  
 ἄλλαν καθέτων τᾶν ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἀγομέναν ἐπὶ τὰν  
 20  $ΑΓ$  ποτὶ τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τμαμάτων τᾶς  $ΑΓ$ ,  
 ὧν αἱ καθέτοι ποιοῦντι, τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ὃν  
 τὸ ἀπὸ τᾶς  $BT$  τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς  $TN$ .  
 καὶ ἐστὶν ἐλάσσων ἃ  $BT$  τᾶς  $TN$ , διότι καὶ ἃ  $MT$   
 ἐλάσσων ἐστὶν τᾶς  $TN$ . καὶ γὰρ ἃ  $MB$  ἐλάσσων  
 25 τᾶς  $BP$ . τοῦτο γὰρ ἐστὶν ἐν ταῖς τοῦ ἀμβλυγωνίου

3. επιπεδω F; corr. BC.\* 8. εσειται F. 9.  $\Theta E$ ,  $\Theta Z$ ] scripsi;  $\Theta E$ ,  $EZ$  FBC\*,  $E\Theta$ ,  $\Theta Z$  uulgo. 10. δέ] Nizzius; δη F, uulgo. 13. τᾶν] των per comp. F; corr. Torellius. 14. ποτὶ] προς per comp. F; corr. Torellius. 18. δειχθήσεται Nizzius. 19. τᾶς] supra m. 1 F. αγομενων F; corr. Torellius. 21. ὧν] ἃ Torellius.

aliquod  $K$  in sectione sumptam, et a  $K$  puncto ducatur  $K\Theta$  ad  $A\Gamma$  perpendicularis. erit igitur ad id planum perpendicularis, in quo est conici sectio  $AB\Gamma$



[Eucl. XI def. 4]. et per  $\Theta$  ducatur  $EZ$  ad  $B\Delta$  perpendicularis, et per lineas  $EZ$ ,  $K\Theta$  planum ducatur conoides secans. itaque sectum erit plano ad axem perpendiculari [p. 347 not. 1]; quare sectio circulus erit, et centrum eius  $\Delta$  punctum [prop. 11, b]. itaque erit  $K\Theta^2 = \Theta E \times \Theta Z$  [p. 347 not. 2]. ducatur autem rursus linea  $MN$  lineae  $A\Gamma$  parallela sectionem conici in  $N$  puncto contingens, et linea  $BT$  lineae  $EZ$  parallela. erit igitur

$$E\Theta \times \Theta Z : A\Theta \times \Theta \Gamma = BT^2 : TN^2 \text{ [prop. 3].}$$

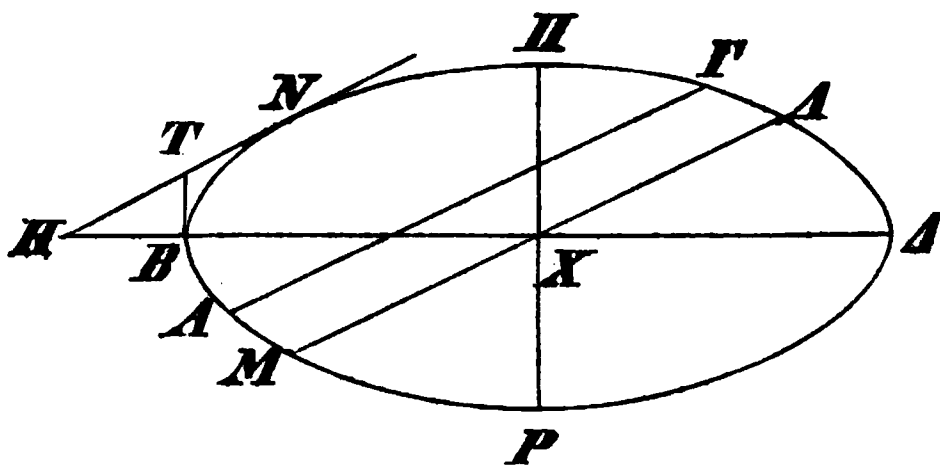
quare erit  $K\Theta^2 : A\Theta \times \Theta \Gamma = BT^2 : TN^2$ . eodem modo igitur demonstrabimus, etiam quadrata ceterarum linearum a sectione ad  $A\Gamma$  lineam perpendicularium ductarum ad rectangula partibus lineae  $A\Gamma$  a perpendicularibus effectis comprehensa eandem habere rationem, quam  $BT^2 : TN^2$ . est autem  $BT < TN$ , quia  $MT < TN$  [et  $MT > BT$ ]. nam etiam  $MB < BP$ ;

κώνου τομαῖς σύμπτωμα. δῆλον οὖν, ὅτι ἅ τομὰ ὀξυγωνίου κώνου τομά, καὶ διάμετρος αὐτᾶς ἅ μείζων ἅ  $ΑΓ$  [ὁμοίως καθέτου οὔσης τᾶς  $ΝΡ$  ἐν τᾷ τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾶ, διάμετρος ταύτας μείζων  $δ$  ἐστὶν ἅ  $ΓΑ$ ].

ιδ'.

Εἴ κα τὸ παράμακρος σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῆ μὴ ποτ' ὀρθᾶς τῷ ἄξονι, ἅ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά. διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἅ μείζων ἐσσεῖται  
 10 ἅ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ σφαιροειδεῖ ἀπὸ τᾶς γενομένης τομᾶς τῶν ἐπιπέδων τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον.

εἰ μὲν οὖν κα τμαθῆ διὰ τοῦ ἄξονος ἢ παρὰ τὸν  
 15 ἄξονα, δῆλον. τετμάσθω δὲ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ. τμαθέντος δὲ αὐτοῦ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῶ ποτὶ τὸ τέμνον τοῦ μὲν σφαιροειδέος τομά ἔστω ἅ  $ΑΒΓΔ$  ὀξυγωνίου κώνου τομά, τοῦ δὲ τέμνοντος αὐτὸ ἐπιπέδου ἅ  $ΓΑ$  εὐθεῖα. ἄξων δὲ ἔστω τοῦ σφαιροειδέος καὶ διάμετρος



20 τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς  $α ΒΔ$ , κέντρον δὲ τὸ  $X$ , καὶ ἐλάσσων διάμετρος ἔστω ἅ  $ΠΡ$ . ἄχθω δὲ

1. οὖν] om. F; corr. Torellius. ὀξυγωνίου] ἐστὶν ὀξ. Torellius. 2. ἅ μείζων] scripsi; ἅ om. F, uulgo. Nizzius uerba

hoc enim sectionibus conici obtusianguli proprium est.<sup>1)</sup> adparet igitur, sectionem esse conici acutianguli sectionem, et maiorem eius diametrum lineam  $A\Gamma$ .<sup>2)</sup>

## XIV.

Si sphaeroides oblongum plano ad axem non perpendiculari secatur, sectio erit conici acutianguli sectio, maior autem diametrus eius erit pars intra sphaeroides comprehensa eius lineae, quae [communis] sectio est plani figuram secantis et plani per axem ad secans planum perpendicularis.

hoc, si per axem uel plano axi parallelo secatur, statim adparet [prop. 11, c]. secetur autem alio plano. eodem autem plano per axem ad secans planum perpendiculari secto, sphaeroidis sectio sit  $AB\Gamma\Delta$  conici acutianguli sectio [prop. 11, c], plani autem sphaeroides secantis linea  $\Gamma A$ . axis autem sphaeroidis et diametrus sectionis conici acutianguli sit  $B\Delta$ , centrum autem  $X$ , et minor diametrus sit  $\Pi P$ . ducatur autem

1) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 56 nr. 27. nam  $MB : BP = MT : TN$  (Eucl. VI, 2).

2) Ellipsis, cuius altera diametrus est linea  $A\Gamma$ , est propter Apollon. I, 21, quia quadrata linearum ordinate ductarum ad rectangula partibus lineae  $A\Gamma$  ab ipsis effectis comprehensa semper eandem rationem habent. itaque etiam quadratum lineae ad medium punctum lineae  $A\Gamma$  ordinate ductae ( $p$ ) ad  $\frac{1}{4}A\Gamma^2$  eam rationem habet, quam  $BT : TN$ . iam cum  $BT < TN$ , erit etiam  $p^2 < \frac{1}{4}A\Gamma^2$ . quare  $A\Gamma$  maior erit diametrus. sequentia uerba nunc delere malui, quam cum Nizzio transponere.

$\kappa\alpha\theta\acute{\epsilon}\tau\omicron\nu$   $\sigma\upsilon\sigma\eta\varsigma$   $\tau\acute{\alpha}\varsigma$   $NP$   $\acute{\epsilon}\nu$   $\tau\acute{\alpha}$  . . .  $\tau\omicron\mu\acute{\alpha}$  lin. 3—4 post  $BP$  p. 350, lin. 25 transposuit additis:  $\acute{\epsilon}\pi\iota$   $\tau\acute{\alpha}\nu$   $B\Delta$  et deletis  $\delta\acute{\iota}\alpha\mu\epsilon\tau\rho\varsigma$  . . .  $\acute{\alpha}$   $\Gamma A$  lin. 5 et  $\acute{\omicron}\mu\omicron\lambda\omicron\varsigma$  lin. 3 (quod retineri poterat; Qu. Arcy. p. 164). 5.  $\Gamma A$  Torellius. 6.  $\iota\epsilon'$  Torellius. 7.  $\kappa\alpha$ ]  $\kappa\alpha$   $\kappa\alpha\iota$  F; corr. Nizzius. 10.  $\sigma\varphi\alpha\iota\rho\epsilon\iota\delta\epsilon\varsigma$  F; corr. BD.

ἅ μὲν  $BT$  ποτ' ὀρθὰς τᾶ  $B\Delta$ , ἅ δὲ  $HN$  παρὰ τὰν  
 $AG$  ἐπιφανύουσα τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς κατὰ  
 τὸ  $N$ . ἄχθω δὲ καὶ ἅ  $MA$  διὰ τοῦ  $X$  παρὰ τὰν  $AG$ .  
 ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον δειχθησοῦντι τὰ τετράγωνα  
 5 τὰ ἀπὸ τᾶν καθέτων τᾶν ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἐπὶ τᾶν  $AG$   
 ἀγμέναν ποτὶ τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τᾶς  $AG$  τμα-  
 μάτων τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς  $BT$   
 τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς  $TN$ . ὅτι μὲν οὖν ἅ τομά  
 ἐστὶν ὀξυγωνίου κώνου τομά, καὶ διάμετρος αὐτᾶς ἅ  
 10  $GA$ , δῆλον· ὅτι δὲ μείζων, δεικτέον. τὸ γὰρ ὑπὸ τᾶν  
 $PX$ ,  $XP$  περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ  $MX$ ,  $XA$  τὸν  
 αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς  $BT$  ποτὶ τὸ ἀπὸ  
 τᾶς  $NT$ , ἐπεὶ παρα τᾶς ἐπιφανούσας ἐντὶ αἱ  $PP$ ,  $MA$ .  
 ἔλασσον δὲ ἐστὶ τὸ ὑπὸ τᾶν  $PX$ ,  $XP$  περιεχόμενον  
 15 τοῦ ὑπὸ τᾶν  $MX$ ,  $XA$ , ἐπεὶ καὶ ἅ  $X\Pi$  τᾶς  $XA$ .  
 ἔλασσον ἄρα ἐστὶν καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς  $BT$  τετράγωνον  
 τοῦ ἀπὸ τᾶς  $TN$ . ὥστε καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν καθέτων  
 τετράγωνα τᾶν ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἐπὶ τὰν  $AG$  ἀγομέναν  
 ἐλάσσονά ἐντι τῶν ὑπὸ τῶν τμαμάτων τᾶς  $AG$  περι-  
 20 εχομένων. δῆλον οὖν, ὅτι μείζων ἐντὶ διάμετρος  
 ἅ  $GA$ .

εἴ κα τὸ ἐπιπλατὺ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῆ,  
 τὰ μὲν ἄλλα τὰ αὐτὰ ἐσσεῖται, τᾶν δὲ διαμέτρων ἅ  
 ἐλάσσων ἐσσεῖται ἅ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ σφαιροειδεῖ.  
 25 ἔξ αὐτῶν δὲ φανερόν ἐν πάντεσσι τοῖς σχημάτεσιν,

1. τᾶ] τα δε F. 3. δέ] scripsi; δη F, vulgo. 4. ὁμοίως]  
 syllab. ὡς per comp. F. δειχθήσεται Nizzius. 5. τᾶν]  
 (prim.) των F; corr. Torellius. 6. ἀγμέναν] scripsi; αγμενας  
 F, vulgo; ἀγομένας A\*, ed. Basil.; ἀγομέναν Torellius. 13.  
 $MA$ ]  $M\Pi$  FBC\*. 15. ἅ] η F; corr. Torellius. 18. τᾶν ἀπό]  
 Torellius; των απο F, vulgo. τᾶς] ταν FC\*. 19. ελασσων  
 F; corr. Torellius. ὑπὸ τῶν] Torellius; υπο ταν F, vulgo.  
 περιεχομενα F; corr. Torellius. 23. ἅ ἐλάσσων] scripsi; ἅ

•  $BT$  ad  $B\Delta$  perpendicularis, et  $HN$  lineae  $A\Gamma$  parallela sectionem conii acutianguli in  $N$  puncto contingens. ducatur autem etiam  $MA$  per  $X$  punctum lineae  $A\Gamma$  parallela. itaque eodem modo, quo antea<sup>1)</sup>, demonstrabitur, quadrata linearum a sectione [circum  $A\Gamma$  descripta] ad  $A\Gamma$  perpendicularium ductarum ad rectangula partibus lineae  $A\Gamma$  [ab ipsis effectis] comprehensa eandem rationem habere, quam  $BT^2$  ad  $TN^2$ . hinc igitur adparet, sectionem esse conii acutianguli sectionem, cuius [altera] diametrum sit  $\Gamma A$  [Apollon. I, 21]. sed maiorem diametrum eam esse, demonstrandum est. est enim  $\Pi X \times XP : MX \times XA = BT^2 : TN^2$ , quoniam  $\Pi P$ ,  $MA$  lineis contingentibus parallelae sunt [prop. 3]. sed  $\Pi X \times XP < MX \times XA$ , quia

$$X\Pi < XA.^2)$$

quare etiam  $BT^2 < TN^2$ . itaque etiam quadrata linearum a sectione ad  $A\Gamma$  lineam perpendicularium ductarum minora sunt rectangulis partibus lineae  $A\Gamma$  comprehensis. adparet igitur,  $\Gamma A$  maiorem esse diametrum.<sup>3)</sup>

Si sphaeroides latum plano secatur, cetera eadem erunt, sed linea intra sphaeroides comprehensa minor diametrum erit.

Inde adparet, in omnibus figuris<sup>4)</sup>, si planis paral-

1) P. 346, 16 sq.; p. 350, 12 sq.

2) Nam  $X\Pi = XP$ ,  $XM = XA$ , et diametrum minor omnium linearum per centrum ductarum minima est.

3) Nam etiam quadratum dimidii alterius axis minus est quarta parte quadrati lineae  $A\Gamma$ ; cfr. p. 353 not. 2.

4) H. e. et conoidibus et sphaeroidibus.

ὅτι, εἴ κα παραλλήλοις ἐπιπέδοις τμαθῆ, αἱ αὐτῶν τομαὶ ὁμοίαι ἐσσοῦνται. τὰ γὰρ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν καθέτων ποτὶ τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τμαμάτων τοὺς αὐτοὺς λόγους ἐξοῦντι.

5

ιε'.

Ἐν τῷ ὀρθογωνίῳ κωνοειδεῖ ἀπὸ παντὸς ὄτουοῦν σαμείου τῶν ἐν τῷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κωνοειδέος τῶν ἀγομέναν εὐθειᾶν παρὰ τὸν ἄξονα αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγομέναι, ἐφ' ἃ ἐντι τὰ κυρτὰ αὐτοῦ, ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ κωνοειδέος, αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα ἐντός.

10

ἄχθέντος γὰρ ἐπιπέδου διὰ τε τοῦ ἄξονος καὶ τοῦ σαμείου, ἀφ' οὗ ἡ παράλληλος ἀγέται τῷ ἄξονι, ἡ τομὰ ἐσσεῖται ὀρθογωνίου κώνου τομὰ· διάμετρος δὲ αὐτῆς ὁ ἄξων τοῦ κωνοειδέος. ἐν δὲ τῷ τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῶ ἀπὸ παντὸς σαμείου τοῦ ἐπὶ τῆς τομῆς ἀγομέναν παρὰ τὴν διάμετρον εὐθειᾶν αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγομέναι, ἐφ' ἃ ἐντι τὰ κυρτὰ αὐτῆς, ἐκτὸς πίπτουσι, αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα ἐντός. δῆλον οὖν τὸ προτεθέν.

15

Ἐν τῷ ἀμβλυγωνίῳ κωνοειδεῖ ἀπὸ παντὸς σαμείου τῶν ἐν τῷ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ τῶν ἀγομέναν εὐθειᾶν παρὰ τινὰ γραμμάν, ἣ ἐστὶν ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀγμένα διὰ τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδέος, αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγομέναι, ἐφ' ἃ ἐντι τὰ κυρτὰ αὐτοῦ, ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ κωνοειδέος, αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα ἐντός.

20

25

2. τὰ ἀπό] ταν απο F; corr. Torellius. 3. τῶν] Torellius; των F, uulgo. 5. ιε' Torellius. 10. κωνοειδέος F. 12. παράλληλος ed. Basil., Torellius (non BC\*). ἡ τομὰ] scripsi; τομα F, uulgo. 16. τῶν ἀγομέναν Torellius. 17. αὐτῆς] αυτη F; corr. Torellius. 18. πιπτουσι F. 22.



lelis secantur, sectiones earum similes futuras esse. nam quadrata perpendicularium ad rectangula partibus [diametri] comprehensa easdem rationes habebunt.<sup>1)</sup>

## XV.

a) In conoide rectangulo earum linearum, quae a quouis puncto in superficie conoidis posito axi parallelae ducuntur, eae, quae in eandem partem ducuntur, in qua est conuexa eius pars, extra conoides cadent, quae uero in alteram partem ducuntur, intra.

si enim planum ducitur simul per axem et per id punctum, unde ducitur linea axi parallela, sectio erit conoidei rectanguli sectio [prop. 11, a], diameter autem eius axis conoidis. sed in sectione conoidei rectanguli earum linearum, quae a quouis puncto sectionis diametro parallelae ducuntur, eae, quae in eandem partem ducuntur, in qua est pars eius conuexa, extra [sectionem] cadunt, quae uero in alteram partem ducuntur, intra. constat igitur propositum.

b) In conoide obtusiangulo earum linearum, quae a quouis puncto in superficie eius posito ducuntur parallelae lineae, quae in conoide per uerticem conoidei comprehendentis ducta est, eae, quae in eandem partem ducuntur, in qua est pars eius conuexa, extra conoides cadent, quae uero in alteram partem ducuntur, intra.

---

1) Eam enim habebunt rationem, quam  $BT^2 : TN^2$  (prop. 12, 13, 14); tum u. p. 327 not. 2.

---

ἀγμένα] scripsi; ἀγομενας F, uulgo; ἀγομένα Torellius. 23. τό] τω F; corr. BC.

ἀχθέντος γὰρ ἐπιπέδου διὰ τε τᾶς εὐθείας τᾶς ἐν  
 τῷ κωνοειδεῖ ἀγομένας διὰ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου  
 τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές καὶ διὰ τοῦ σαμείου,  
 ἀφ' οὗ ἀγέται ἅ ἐς αὐτό, ἅ τομὰ ἐσσεῖται ἀμβλυγω-  
 5 νίου κώνου τομὰ, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἅ ἀπὸ τᾶς κο-  
 ρυφᾶς τοῦ κώνου ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀγομένα. ἐν δὲ  
 τᾷ τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾷ ἀπὸ παντὸς σαμείου  
 τοῦ ἐπὶ τᾶς τομᾶς τᾶν ἀγομέναν εὐθειᾶν παρὰ τὰν  
 οὕτως ἀγμέναν γραμμὰν αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγομένα,  
 10 ἐφ' ἧ ἔστιν αὐτᾶς τὰ κυρτά, ἐκτὸς πίπτουσι, αἱ δὲ  
 ἐπὶ θάτερα ἐντός.

Εἰ κα τῶν κωνοειδέων σχημάτων ἐπίπεδον ἐφ-  
 απτήται μὴ τέμνον τὸ κωνοειδές, καθ' ἐν μόνον ἀψέται  
 σαμείον, καὶ τὸ διὰ τᾶς ἀφᾶς καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπε-  
 15 δον ἀχθέν ὀρθὸν ἐσσεῖται ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον.

ἐφαπτέσθω γάρ, εἰ δυνατόν, κατὰ πλείονα σαμεία.  
 λαφθέντων δὴ δύο σαμείων, καθ' ἧ ἀπτέται τὸ ἐπι-  
 ψαῦον ἐπίπεδον τοῦ κωνοειδέος, καὶ ἀφ' ἑκατέρου  
 παρὰ τὸν ἄξονα εὐθειᾶν ἀχθεῖσᾶν ἀπὸ τᾶν ἀχθεῖσᾶν  
 20 παρὰ τὸν ἄξονα ἐπίπεδον ἐκβληθὲν ἦτοι διὰ τοῦ ἄξονος  
 ἢ παρὰ τὸν ἄξονα ἐσσεῖται ἀγμένον. ὥστε τὰν τομὰν  
 ποιήσει κώνου τομὰν, καὶ τὰ σαμεία ἐσσοῦνται ἐν τᾷ  
 τοῦ κώνου τομᾷ, ἐπεὶ ἐν τε τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐντὶ καὶ ἐν  
 τῷ ἐπιπέδῳ. ἅ οὖν μεταξὺ τῶν σαμείων εὐθεῖα ἐντὸς  
 25 ἐσσεῖται τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς· ὥστε καὶ τᾶς τοῦ κω-  
 νοειδέος ἐπιφανείας ἐντὸς ἐσσεῖται. ἔστιν δὲ ἡ εὐθεῖα

3. κωνοειδές F. 4. ἐς αὐτό] scripsi; σεαυτα F, vulgo;  
 παρ' αὐτὰν Nizzius; „aequidistans illi“ Cr. 7. τομᾷ] του F;  
 corr. Torellius. 12. εφαπτεται F; corr. Torellius. 17. δὴ]  
 scripsi; δε F, vulgo; „igitur“ Cr. 19. ἀπό] scripsi; απο δε  
 F, vulgo. 20. παρὰ] τᾶν παρὰ? 22. σαμεία] σα- supra  
 m. 1 F. 23. ἐπεὶ] Nizzius; επει ουν F, vulgo.

nam si planum ducitur simul per lineam, quae in conoide per uerticem conii conoides comprehendentis ducitur, et per punctum, unde ducitur linea conoidei applicata, sectio erit conii obtusianguli sectio, et diametrus eius linea in conoide a uertice conii ducta [prop. 11, b]. sed in sectione conii obtusianguli earum linearum, quae a quouis puncto sectionis lineae ita ductae parallelae ducuntur, eae, quae in eandem partem ducuntur, in qua pars eius conuexa est, extra [sectionem] cadunt, quae uero in alteram, intra.

c) Si planum figuras conoideon contingit conoides non secans, in uno solo puncto tanget, et planum per punctum contactus et axem ductum ad planum contingens perpendiculare erit.

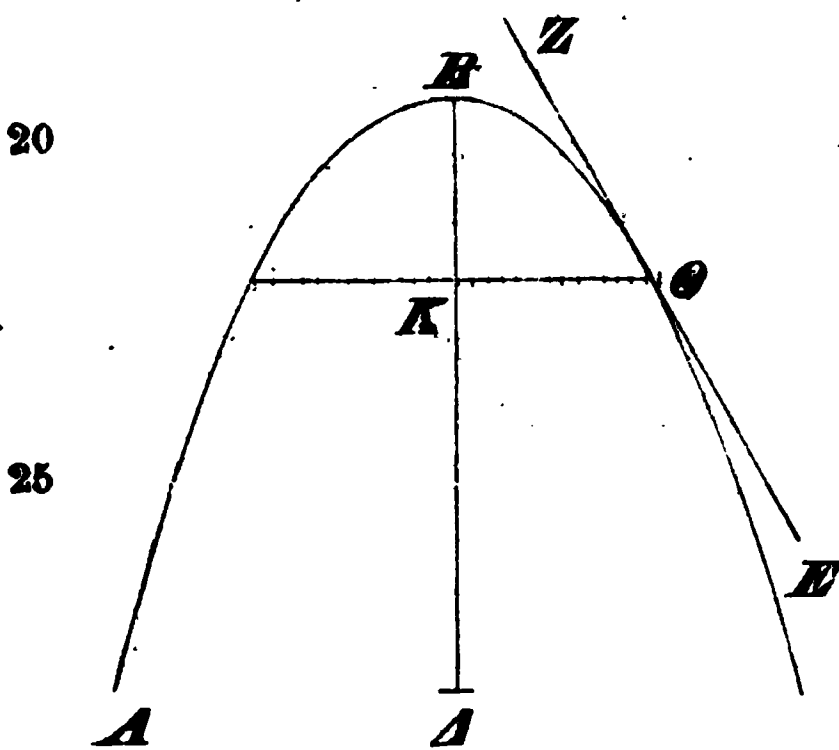
contingat enim, si fieri potest, in pluribus punctis. sumptis igitur duobus punctis, in quibus planum contingens conoides tangat, et ab utroque lineis axi parallelis ductis, planum per lineas axi parallelas<sup>1)</sup> ductum aut per axem aut axi parallelum ductum erit.<sup>2)</sup> quare sectio conii erit sectio [prop. 11], et puncta in conii sectione erunt, quoniam et in superficie [conoidis] sunt et in plano. itaque linea puncta iungens intra conii sectionem erit.<sup>3)</sup> quare etiam intra superficiem conoidis erit. sed ea ipsa linea in plano contingenti est, quia etiam puncta in eo sunt. itaque quaedam pars plani

1) Adparet, iungendum esse lin. 19. 20: τᾶν ἀχθεισᾶν παρὰ τὸν ἄξονα : τᾶν παρὰ τὸν ἄξονα ἀχθεισᾶν; sed fortasse scribendum: τᾶν παρὰ.

2) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 17.

3) Apollon. con. I, 10.

αὐτὰ ἐν τῷ ἐπιψαύοντι ἐπιπέδῳ, διότι καὶ τὰ σαμεῖα  
 τοῦ ἄρα ἐπιψαύοντος ἐπιπέδου ἐσσεῖται τι ἐντὸς τοῦ  
 κωνοειδούς· ὅπερ ἀδύνατον. ὑπέκειτο γὰρ μὴ τέμνειν.  
 καθ' ἃν ἄρα μόνον ἀψέται σαμεῖου. ὅτι δὲ καὶ τὸ  
 5 διὰ τῆς ἀφᾶς καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν ὀρθὸν  
 ἐσσεῖται ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον, εἰ κατὰ τὴν κορυφάν τοῦ  
 κωνοειδούς ἐφραπτεται, δῆλον. ἀχθόντων γὰρ διὰ τοῦ  
 ἄξονος δύο ἐπιπέδων τοῦ κωνοειδούς αἱ τομαὶ ἐσσούν-  
 ται κώνων τομαὶ διάμετρον ἐχούσαι τὸν ἄξονα, τοῦ  
 10 δὲ ἐπιψαύοντος ἐπιπέδου [αἱ] εὐθείαι ἐπιψαυούσαι τῶν  
 τῶν κώνων τομῶν κατὰ τὸ πέρασ τῆς διαμέτρου. αἱ  
 δὲ εὐθείαι αἱ ἐπιψαυούσαι πᾶν τῶν κώνων τομῶν κατὰ  
 τὸ πέρασ τῆς διαμέτρου ὀρθὰς ποιῶντι γωνίας ποτὶ  
 τὴν διάμετρον. ἐσσούνται οὖν ἐν τῷ ἐπιψαύοντι ἐπι-  
 15 πέδῳ δύο εὐθείαι ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι. ὀρθὸν οὖν  
 ἐσσεῖται ποτὶ τὸν ἄξονα τὸ ἐπίπεδον, ὥστε καὶ ποτὶ  
 τὰ διὰ τοῦ ἄξουος. ἀλλὰ ἔστω μὴ κατὰ τὴν κορυφάν



20  
 25  
 30 κώνου τομᾶς ἀπομένεα κατὰ τὸ  $\Theta$ . ἀπὸ δὲ τοῦ  $\Theta$

6. εἰ] om. F; corr. Torellius.

7. ἐφάπτηται Torellius.

contingentis intra conoides erit. quod fieri non potest. nam suppositum est, planum non secare. in uno igitur solo puncto continget. planum autem per punctum contactus et axem ductum perpendiculare ad planum contingens fore, statim adparet, si in uertice conoidis contingit. ductis enim per axem duobus planis sectiones conoidis erunt conorum sectiones diametrum habentes axem [prop. 11]; sectiones uero plani contingentis lineae sectiones conorum in termino diametri contingentes. lineae autem sectiones conorum in termino diametri contingentes cum diametro rectos angulos faciunt.<sup>1)</sup> itaque in plano contingenti duae lineae ad axem perpendiculares erunt. quare planum ipsum ad axem perpendiculare erit [Eucl. XI, 4]; quare etiam ad planum per axem positum [Eucl. XI, 18]. sed planum ne in uertice conoidis contingat. ducatur igitur planum per punctum contactus et axem. et sectio conoidis sit  $AB\Gamma$  conici sectio [prop. 11, a—b], axis autem et diameter sectionis sit  $BA$ . plani uero contingentis sectio sit linea  $E\Theta Z$  sectionem conici in  $\Theta$  puncto tangens. et a  $\Theta$  puncto ducatur linea  $\Theta K$

---

1) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 47 nr. 4.

---

8. τοῦ κωνοειδῆτος] τοῦ μὲν κων.ῆ εἰσονται F. 9. κωνων F. 10. αἰ] deleo. 11. αἰ δὲ εὐθείαι usque ad τὰς διαμέτρων lin. 13 ego suppleni; om. F, ulgo. 14. εἰσονται F. 16. ποτὶ] (alt.) πρὸς per comp. F; corr. Torellius. 24.  $AB\Gamma$ ] Torellius;  $B\Gamma$  F, ulgo.

κάθετος ἄχθω ἐπὶ τὰν  $B\Delta$  ἢ  $\Theta K$ , καὶ ἐπίπεδον ἀνεστακέτω ὀρθὸν ποτὶ τὸν ἄξονα. ποιήσει δὴ τοῦτο τὰν τομὰν κύκλον, οὗ κέντρον τὸ  $K$ . ἢ δὲ τομὰ τούτου τοῦ ἐπιπέδου καὶ τοῦ ἐπιψαύοντος ἐσσεῖται δ ἐπιψαύουσα τοῦ κύκλου. ὀρθὰς ἄρα ποιήσει γωνίας ποτὶ τὰν  $\Theta K$ . ὥστ' ὀρθὰ ἐσσεῖται ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τό, ἐν ᾧ ἐντι αὐτῶν  $K\Theta$ ,  $B\Delta$ . δῆλον οὖν, ὅτι τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ὀρθὸν ἐστὶ ποτὶ τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον, ἐπεὶ καὶ αὐτὸ ἐν αὐτῶν εὐθεῖαι.

10

ις.

Εἴ κα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὅποτερουοῦν ἐπίπεδον ἀπτήται μὴ τέμνον τὸ σχῆμα, καθ' ἓν μόνον ἀψέται σαμεῖον, καὶ τὸ διὰ τῆς ἀφᾶς καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν ὀρθὸν ἐσσεῖται ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον ἐπί-  
15 πεδον.

ἀπτέσθω γὰρ κατὰ πλείονα σαμεῖα. λαφθέντων δὴ τῶν σαμείων, καθ' ἃ ἀπτέται τὸ ἐπίπεδον τοῦ σφαιροειδέος, καὶ ἀφ' ἑκατέρου αὐτῶν παρὰ τὸν ἄξονα εὐθειᾶν ἀχθειςᾶν καὶ διὰ τῶν ἀχθειςᾶν ἐπιπέδου ἐκ-  
20 βληθέντος ἢ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά, καὶ τὰ σαμεῖα ἐσσοῦνται ἐν τᾷ τοῦ κώνου τομᾷ. ἢ οὖν μεταξὺ τῶν σαμείων εὐθεῖα ἐντὸς ἐσσεῖται τῆς τοῦ κώνου τομᾶς. ὥστε καὶ τῆς τοῦ σφαιροειδέος ἐπιφανείας ἐντὸς ἐσσεῖται. ἔστιν δὲ ἢ εὐθεῖα ἐν τῶ  
25 ἐπιψαύοντι ἐπιπέδῳ, διότι καὶ τὰ σαμεῖα. τοῦ οὖν ἐπιψαύοντος ἐπιπέδου ἐσσεῖται τι ἐντὸς τοῦ σφαιρο-

2. ποτὶ] scripsi; επι F, uulgo; u. Philol. Samfd. Minde-  
skrift. Haun. 1879 p. 19. δῆ] scripsi; δε F, uulgo. 7. τό,  
ἐν] τω, εν F; corr. C. ὅτι] ὅτι καὶ A (non BC\*), ed. Ba-  
sil., Torellius. 10. ις' Torellius. 11. ὅποτερουοῦν] scripsi;  
οποτερονουν F, uulgo. 17. δῆ] scripsi; δε F, uulgo. τῶν]

ad  $B\Delta$  perpendicularis, et [in ea] planum erigatur ad axem perpendicularare. hoc igitur sectionem circulum faciet, cuius centrum sit  $K$  [prop. 11, a—b]. sectio autem huius plani et plani contingentis circulum continget. itaque cum  $\Theta K$  rectos angulos faciet [Eucl. III, 18]. quare ad planum, in quo sunt lineae  $K\Theta$ ,  $B\Delta$ , perpendicularis erit [Eucl. XI def. 4]. adparet igitur, planum contingens ad idem planum perpendicularare esse, quoniam etiam lineae in eo positae [ad idem planum perpendicularares sunt. Eucl. XI, 18].

## XVI.

a) Si planum utramvis figurarum sphaeroideôn tangit non secans figuram, in uno solo puncto tanget, et planum per punctum contactus et axem ductum ad planum contingens perpendicularare erit.<sup>1)</sup>

tangat enim in pluribus punctis. sumptis igitur punctis, in quibus planum sphaeroides tangit, et ab utroque eorum lineis axi parallelis ductis et per ductas lineas plano posito sectio erit conici acutianguli sectio [prop. 11, c], et puncta in conici sectione erunt. itaque linea puncta iungens intra conici sectionem erit [Apollon. I, 10]. quare etiam intra superficiem conoidis erit. ea autem linea in plano contingenti est, quia etiam puncta [in eo sunt]. itaque pars quaedam plani contingentis intra sphaeroides erit. at non est; nam

---

1) Praef. p. 282, 16: ὅτι δὲ τὰ ἐπιψαύοντα ἐπίπεδα τοῦ σφαιροειδέος καθ' ἓν μόνον ἀπτόνται σαμείον τᾶς ἐπιφανείας αὐτοῦ.

---

δύο Nizzius, fort. recte. 19. εὐθείαι ἀχθῶσιν F; corr. Torellius. τῶν ἀχθείσων F; corr. Torellius.

ειδέος. οὐκ ἔστιν δέ. ὑπέκειτο γὰρ μὴ τέμνειν. δῆ-  
 λον οὖν, ὅτι καθ' ἐν σαμεῖον μόνον ἀψέται. ὅτι δὲ  
 τὸ διὰ τᾶς ἀφᾶς καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν ὀρθὸν  
 ἐσσεῖται ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐπιψαῦον, ὁμοίως τοῖς  
 5 περὶ τῶν κωνοειδέων σχημάτων δειξοῦμες.

Εἴ κα τῶν κωνοειδέων ἢ τῶν σφαιροειδέων σχη-  
 μάτων ὁποιοῦν ἐπιπέδῳ τμαθῆ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ  
 τᾶς γενομένας τομᾶς ἐπιψαύουσά τις ἀχθῆ εὐθεῖα, καὶ  
 διὰ τᾶς ἐπιψαυούσας ἐπίπεδον ἀνασταθῆ ὀρθὸν ποτὶ  
 10 τὸ τέμνον, ἐπιψαύει τοῦ σχήματος κατὰ τὸ αὐτὸ σα-  
 μεῖον, καθ' ὃ καὶ ἡ εὐθεῖα ἐπιψαύει τᾶς τοῦ κώνου  
 τομᾶς.

οὐ γὰρ ἀψέται κατ' ἄλλο σαμεῖον τᾶς ἐπιφανείας  
 αὐτοῦ. εἰ δὲ μή, ἡ ἀπὸ τοῦ σαμεῖου κάθετος ἀγο-  
 15 μένα ἐπὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον πεσεῖται ἐκτὸς τᾶς τοῦ  
 κώνου τομᾶς. ἐπὶ γὰρ τὴν ἐπιψαύουσαν πεσεῖται, ἐπεὶ  
 ὀρθὰ ποτ' ἄλλαλά ἐντι τὰ ἐπίπεδα. ὅπερ ἀδύνατον.  
 ἐδείχθη γάρ, ὅτι ἐντὸς πεσεῖται.

Εἴ κα τῶν σφαιροειδέων τινὸς σχημάτων δύο ἐπί-  
 20 πεδα παράλληλα ἐπιψαύονται, ἡ τᾶς ἀφᾶς ἐπιξενγνύουσα  
 εὐθεῖα διὰ τοῦ κέντρου τοῦ σφαιροειδέος πορευσέται.

εἰ μὲν οὖν κα ποτ' ὀρθὰς τῶ ἄξονι τὰ ἐπίπεδα  
 ἔσονται, δῆλον. ἀλλ' ἔστω μὴ ποτ' ὀρθὰς. τὸ δὲ ἐπί-  
 πεδον τὸ ἀχθὲν διὰ τοῦ ἄξονος καὶ τᾶς ἀφᾶς τᾶς  
 25 ἑτέρας ὀρθὸν ἐσσεῖται ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον.  
 ὥστε καὶ ποτὶ τὸ παράλληλον αὐτῶ. ἀναγκαῖον ἄρα

1. τέμνον B. 5. δειξοῦμες] om. F; suppleuit Torellius;  
 „et in hoc demonstrabimus“ Cr. 6. τῶν κωνοειδέων ἢ] om.  
 F; suppleuit Barrowius. 10. ἐπιψαύσει Torellius. 11. ἡ] ἡ F; corr. Torellius, ut etiam lin. 14. 13. ἄλλο] αλλο εν FC\*;  
 fort. ἄλλο τι. 15. ἐκτός] εντος F; corr. Commandinus. 17.  
 ἐντι τὰ] scripsi; εωντι F, vulgo. 18. ιη' Torellius. 20.



suppositum est, id non secare. adparet igitur, in uno solo puncto [planum] tacturum esse. planum autem per punctum contactus et axem positum ad planum contingens perpendiculare futurum esse, eodem modo, quo in figuris conoidibus, demonstrabimus [p. 360, 4 sq.].

b) Si quaevis figurarum conoideôn uel sphaeroideôn plano per axem posito secatur, et sectionem inde ortam contingens linea ducitur, et in linea contingenti planum erigitur ad secans planum perpendiculare, figuram in eodem puncto contingit, in quo linea illa conic sectionem contingit.

neque enim in alio puncto superficiei eius tanget. si minus, linea a puncto illo ad planum secans perpendicularis ducta extra conic sectionem cadet. nam in lineam contingentem cadet, quoniam plana inter se perpendicularia sunt.<sup>1)</sup> quod fieri non potest. nam demonstratum est, intra [conic sectionem] eam casuram esse [prop. 11, d].

c) Si duo plana parallela quamuis figurarum sphaeroideôn contingunt, linea puncta contactus iungens per centrum sphaeroidis ibit [cfr. p. 282, 18]. — si primum plana ad axem perpendicularia sunt, adparet.<sup>2)</sup> sint uero ne perpendicularia. itaque planum

1) Nam linea a puncto illo contactus ad lineam contingentem perpendicularis ad planum secans perpendicularis erit (Eucl. XI def. 4), nec ab eodem puncto duae lineae ad idem planum perpendiculares ducuntur.

2) Tum enim in terminis diametri contingunt (cfr. p. 360 11 sq.).

ἐπιψαύωντι] scripsi; επιψαυοντι F, uulgo. 22. εἰ] Nizzius; ὅτι per comp. F, uulgo. κα ποτ'] scripsi; κατ' F, uulgo. 25. ποτ'] V; προς F (per comp.) A, BC\*; ἐπί D.

τὸ αὐτὸ εἶμεν ἐπίπεδον τὸ διὰ τοῦ ἄξονος καὶ ἑκα-  
 τέραν τᾶν ἀφᾶν ἀγμένον. εἰ δὲ μή, ἔσσούνται δύο  
 ἐπίπεδα ποτὶ τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον ὀρθὰ διὰ τᾶς αὐτᾶς  
 γραμμᾶς ἀγμένα οὐκ εἰσάσας ὀρθᾶς ποτὶ τὸ ἐπίπεδον.  
 5 ὑπέκειτο γὰρ ὁ ἄξων μὴ εἶμεν ὀρθὸς ποτὶ τὰ παράλ-  
 ληλα ἐπίπεδα. ἐν τῷ αὐτῷ ἄρα ἔσσούνται ἐπιπέδω  
 ὃ τε ἄξων καὶ αἱ ἀφαί, καὶ τετρακτὸς ἔσσειται τὸ σφαι-  
 ροειδὲς διὰ τοῦ ἄξονος. ἂ οὖν τομὰ ἔσσειται ὀξυγων-  
 νίου κώνου τομὰ, αἱ δὲ τῶν ἐπιψανόντων ἐπιπέδων  
 10 τομαὶ παράλληλοι ἔσσούνται καὶ ἐπιψανούσαι τᾶς τοῦ  
 ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς κατὰ τὰς ἀφᾶς τῶν ἐπιπέδων.  
 εἰ δὲ καὶ δύο εὐθείαι ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἐπι-  
 ψαύωντι παράλληλοι εἶναι, τότε τε κέντρον τᾶς τοῦ  
 ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς καὶ αἱ ἀφαί ἐπ' εὐθείας  
 15 ἔσσούνται.

ιζ'.

Εἰ καὶ τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποτερουοῦν  
 δύο παράλληλα ἐπίπεδα ἀχθῆ ἐπιψαύοντα, ἀχθῆ δὲ  
 τι ἐπίπεδον διὰ τοῦ κέντρου τοῦ σφαιροειδέος παρὰ  
 20 τὰ ἐπιψαύοντα, αἱ διὰ τᾶς γενομένης τομᾶς ἀγομέναι  
 εὐθείαι παρὰ τὰν τὰς ἀφᾶς ἐπιξενυγνύουσιν ἐκτὸς  
 πεσοῦνται τοῦ σφαιροειδέος.

3. ὀρθαν FC\*. 7. τετρακτὸς F; corr. Torellius. 9. ἐπι-  
 ψανόντων] scripsi; ἐπιψανουσων F, vulgo. 10. εσσουνται F;  
 corr. Torellius. καί] scripsi; αἱ F, vulgo. 15. ἔσσούνται]  
 scripsi; εωντι F; ἔοντι vulgo. 16. ιθ' Torellius.

per axem et alterum punctum contactus ductum ad planum contingens perpendicularare erit [p. 362]. quare etiam ad planum ei parallelum [perpendicularare erit].<sup>1)</sup> necesse est igitur, planum per axem et utrumque punctum contactus ductum idem esse. nam si minus, duo plana ad idem planum perpendiculararia erunt per eandem lineam ducta, quae ad planum perpendiculararis non est.<sup>2)</sup> suppositum enim est, axem ad plana parallela perpendiculararem non esse. itaque et axis et puncta contactus in eodem plano erunt, quod sphaeroides per axem secabit.<sup>3)</sup> itaque sectio conici acutianguli erit [prop. 11, c], sectiones autem planorum contingentium parallelae erunt [Eucl. XI, 16] et sectionem conici acutianguli in punctis contactus planorum contingent. sin autem duae lineae parallelae sectionem conici acutianguli contingunt, et centrum sectionis conici acutianguli et puncta contactus in eadem linea recta erunt.<sup>4)</sup>

## XVII.

Si ducuntur duo plana parallela utramvis figurarum sphaeroideôn contingentia, et per centrum sphaeroidis planum contingentibus parallelum ducitur, lineae per<sup>5)</sup> sectionem inde ortam ductae parallelae lineae puncta contactus iungenti extra sphaeroides cadent.

1) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 18.

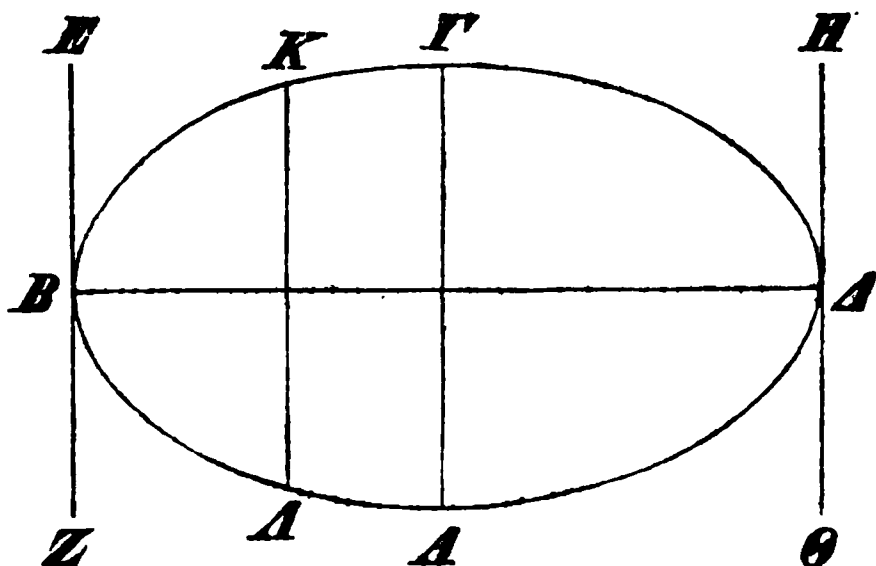
2) Quod fieri non potest; u. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 182 nr. 20.

3) Ad τετρακῶς ἐσσεῖται, quod actuum est, subiectum est τὸ ἐπίπεδον (in quo et axis et puncta contactus sunt).

4) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 49, nr. 8.

5) διὰ, non ἀπό, quod expectaueris, posuit Archimedes, quia lineae illae in utramque partem sectionis producendae sunt.

ὑποκείσθω τὰ εἰρημένα, καὶ λείψθω τι σαμεῖον ἐπὶ τᾶς γενομένης τομᾶς, διὰ δὲ τοῦ γενομένου σαμείου καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς τὰς ἀφὰς ἐπιξεννυούσας ἐπίπεδον ἄχθω. τεμεῖ δὴ τοῦτο τό τε σφαιροειδὲς δ καὶ τὰ παράλλαλα ἐπίπεδα. ἔστω οὖν ἅ μὲν τοῦ σφαιροειδέος τομὰ ἅ  $ΑΒΓΔ$  [ὀξυγωνίου] κώνου τομὰ, αἱ δὲ τῶν ἐπιπέδων τῶν ψανόντων τομαὶ αἱ  $ΕΖ$ ,  $ΗΘ$



εὐθείαι, τὸ δὲ λαφθὲν σαμεῖον τὸ  $Α$ , ἅ δὲ τὰς ἀφὰς ἐπιξεννυούσας ἔστω ἅ  $ΒΔ$ . πεσεῖται δὲ αὐτὰ διὰ τοῦ  
 10 κέντρου· ἅ δὲ τοῦ παράλληλου ἐπιπέδου τοῖς ἐπιψανόντεσσιν ἐπιπέδοις τομὰ ἅ  $ΓΔ$ . ἔσσειται δὲ αὐτὰ διὰ τοῦ κέντρου ἄγμένα, ἐπεὶ καὶ τὸ ἐπίπεδον. ἐπεὶ οὖν ἔστιν ἅ  $ΑΒΓΔ$  ἤτοι κύκλος ἢ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, καὶ ἐπιψαύονται αὐτᾶς δύο εὐθείαι αἱ  $ΕΖ$ ,  $ΗΘ$ , διὰ  
 15 δὲ τοῦ κέντρου ἄχται παράλληλος αὐταῖς ἅ  $ΑΓ$ , δῆλον, ὡς αἱ ἀπὸ τῶν  $Α$ ,  $Γ$  ἄγομέναι σαμείων παρὰ τὰν  $ΒΔ$  ἐπιψαύονται τᾶς τομᾶς καὶ ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ σφαιροειδέος, — εἰ δὲ καὶ τὸ παράλληλον ἐπίπεδον τοῖς ἐπιψανόντεσσιν ἐπιπέδοις μὴ διὰ τοῦ κέντρου  
 20 ἄγμένον ἦ, ὡς τὸ  $ΚΛ$ , δῆλον, ὡς τᾶν ἀπὸ τᾶς τομᾶς

2. γενομένου] delet Nizzius. 4. δῆ] Nizzius; δε F, uulgo.  
 7. ἐπιψανόντων? 8. δέ] Nizzius; δη F, uulgo. 9. πεσεί-

supposita sint ea, quae diximus, et sumatur punctum aliquod in sectione orta, et per punctum ita sumptum et lineam puncta contactus iungentem planum ducatur. hoc igitur et sphaeroides et plana parallela secabit. itaque sphaeroidis sectio sit  $AB\Gamma\Delta$  conici [acutianguli]<sup>1)</sup> sectio [prop. 11, c], sectiones uero planorum contingentium lineae  $EZ$ ,  $H\Theta$ , et punctum sumptum  $A$ , et linea puncta contactus iungens sit  $B\Delta$ ; cadet autem per centrum [prop. 16, c]. plani autem planis contingentibus paralleli sectio sit  $\Gamma A$  linea; ea autem per centrum ducta erit, quoniam etiam planum [per centrum ductum est]. quare quoniam  $AB\Gamma\Delta$  aut circulus<sup>2)</sup> aut sectio conici acutianguli est [prop. 11, c], et eam contingunt duae lineae  $EZ$ ,  $H\Theta$ , et per centrum iis parallela ducta est linea  $A\Gamma$ , adparet, lineas a punctis  $A$ ,  $\Gamma$  ductas lineae  $B\Delta$  parallelas sectionem contingere<sup>3)</sup> et extra sphaeroides casuras esse.

sin planum contingentibus planis parallelum non per centrum ductum est, uelut  $K\Lambda$ , adparet, linearum

1) Putauerim,  $\acute{\alpha}\xi\nu\gamma\omega\nu\lambda\iota\omicron\nu$  lin. 6 delendum esse, cum sequatur lin. 13:  $\eta\tau\omicron\iota\ \kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda\omicron\varsigma\ \eta\ \acute{\alpha}\xi\nu\gamma\omega\nu\lambda\iota\omicron\nu\ \kappa\acute{\omega}\nu\omicron\nu\ \tau\omicron\mu\acute{\alpha}$ .

2) Hoc fit, ubi plana parallela in terminis diametri sphaeroidis contingunt, et punctum ita sumitur, ut linea ab eo ad id planum perpendicularis, quod per puncta contactus positum est, in ipsam lineam puncta contactus iungentem cadat.

3) Apollon. I, 17; Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 49 nr. 9.

$\tau\alpha\iota$ ]  $\pi\omicron\rho\epsilon\upsilon\sigma\epsilon\tau\alpha\iota$  Nizzius.  $\delta\acute{\epsilon}$ ] scripsi;  $\delta\eta$  F, uulgo. 10.  $\epsilon\pi\iota\psi\alpha\nu\omicron\nu\tau\epsilon\sigma\iota$  F. 11.  $\delta\acute{\epsilon}$ ]  $\delta\eta$  Nizzius. 14.  $\epsilon\pi\iota\psi\alpha\nu\omicron\nu\tau\iota$  F; corr. Torellius.  $\alpha\upsilon\tau\acute{\alpha}\varsigma$ ] Torellius cum V;  $\alpha\nu\tau\alpha\iota$  F, uulgo.  $\delta\upsilon\omicron$ ] scripsi;  $\alpha\iota\ \delta\nu\omicron$  F, uulgo. 17.  $\acute{\epsilon}\pi\iota\psi\alpha\nu\omicron\nu\tau\iota$ ] scripsi;  $\epsilon\pi\iota\psi\alpha\nu\omicron\nu\tau\iota$  F, uulgo; fort.  $\acute{\epsilon}\pi\iota\psi\alpha\nu\omicron\upsilon\nu\tau\iota$ .  $\kappa\alpha\iota$ ] om. F; corr. Torellius. 18.  $\kappa\alpha$ ] scripsi;  $\kappa\alpha\iota$  F, uulgo. 19.  $\epsilon\pi\iota\psi\alpha\nu\omicron\nu\tau\epsilon\sigma\iota\ \sigma\alpha\mu\epsilon\iota\omicron\iota\varsigma\ \mu\eta$  F; corr. Torellius.

ἀγομέυαν εὐθειᾶν αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ γενομένηαι τῷ  
ἐλάσσονι τμάματι ἐκτὸς πιεδούνται τοῦ σφαιροειδέος,  
αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα ἐντὸς.

ιη'.

5 Πᾶν σχῆμα σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθὲν διὰ τοῦ  
κέντρου δίχα τεμνέται ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου καὶ αὐτὸ καὶ  
ἅ ἐπιφάνεια αὐτοῦ.

τετμάσθῳ γὰρ τὸ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ  
κέντρου ἦτοι δὴ καὶ διὰ τοῦ ἄξονος ἐσσεῖται τετμα-  
10 μένον ἢ ποτ' ὀρθὰς ἢ μὴ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι. εἰ  
μὲν οὖν διὰ τοῦ ἄξονος τεμνέται ἢ ποτ' ὀρθὰς τῷ  
ἄξονι, δῆλον, ὡς δίχα τεμνέται τε αὐτὸ καὶ ἅ ἐπι-  
φάνεια αὐτοῦ. φανερόν γάρ, ὅτι ἐφαρμόζει τὸ ἕτερον  
μέρος αὐτοῦ ἐπὶ τὸ ἕτερον, καὶ ἅ ἐπιφάνεια τοῦ ἑτέρου  
15 μέρους ἐπὶ τὰν τοῦ ἑτέρου. — ἀλλ' ἔστω μὴ διὰ τοῦ  
ἄξονος τετμαμένον μῆδὲ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι. τμα-  
θέντος δὴ τοῦ σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ ὀρθῶ ποτὶ τὸ  
τέμνον ἐπίπεδον διὰ τοῦ ἄξονος αὐτοῦ μὲν τοῦ σχή-  
ματος τομὰ ἔστω ἅ  $AB\Gamma\Delta$  ὀξυγωνίου κώνου τομά,  
20 διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἔστω καὶ ἄξων τοῦ σφαιροειδέος  
ἅ  $B\Delta$ , καὶ κέντρον τὸ  $\Theta$ , τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ τετμα-

1. ἀγομέυαν] scripsi; ταν γενομεναν F, ulgo; τᾶς γενο-  
μένας Nizzius. τῷ] scripsi; τῶ τε F, ulgo. 2. τμάματι]  
sic F. 4. κ' Torellius. 10. ἢ μὴ ποτ' ὀρθὰς] om. F; corr.  
Torellius; „aut erecto aut non erecto“ Cr. 12. τε] scripsi;  
το F, ulgo; de uerborum ordine cfr. Xenoph. Hellen. III, 4,  
3, al. 15. τοῦ ἑτέρου] scripsi; τοῦ om. F, ulgo. 16. μῆδὲ]  
scripsi; μῆ F; μήτε ulgo.\*

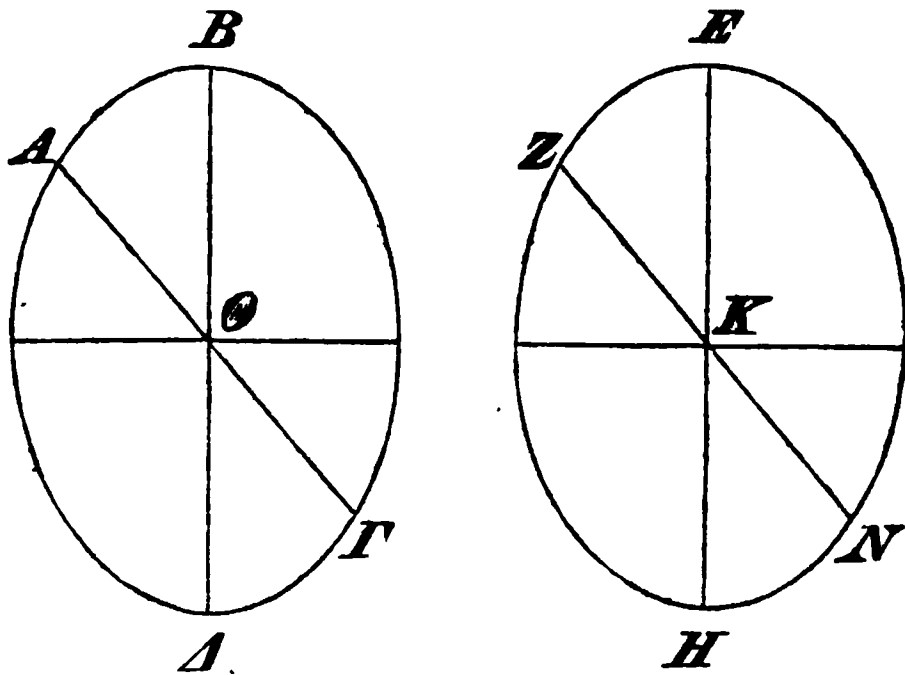
a sectione ductarum eas, quae in eadem parte sint, in qua sit minus segmentum, extra sphaeroides casuras esse, quae in altera parte sint, intra.

## XVIII.

Quaevis figura sphaeroides plano per centrum secta in duas partes aequales plano secatur et ipsa et superficies eius.

secetur enim sphaeroides plano per centrum ducto. erit igitur aut per axem quoque sectum aut plano ad axem perpendiculari aut non perpendiculari. iam si per axem uel plano ad axem perpendiculari secatur, adparet, et ipsum et superficiem eius in duas partes aequales secari. nam manifestum est, alteram partem eius alteri congruere, et superficiem alterius partis superficiei alterius.

sit autem ne per axem neu plano ad axem perpendiculari sectum. itaque secto sphaeroide per axem plano ad secans planum perpendiculari ipsius figurae sectio sit  $AB\Gamma\Delta$  conii acutianguli sectio, diametrus



autem eius et axis sphaeroidis sit  $B\Delta$ , et centrum sit  $O$ , plani autem per centrum sphaeroides secantis sectio

κότης διὰ τοῦ κέντρου τὸ σφαιροειδὲς ἔστω τομὰ ἁ  
*ΑΓ* εὐθεΐα. λελάφθω δὴ τι καὶ ἄλλο σφαιροειδὲς  
 ἴσον καὶ ὁμοῖον τούτῳ, καὶ τμαθέντος αὐτοῦ διὰ τοῦ  
 ἄξονος ἐπιπέδῳ τομὰ ἔστω ἁ *ΕΖΗΝ* ὀξυγωνίου  
 5 κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς καὶ ἄξων τοῦ σφαι-  
 ροειδέος ἁ *ΕΗ*, καὶ κέντρον τὸ *Κ*. καὶ διὰ τοῦ *Κ*  
 ἄχθω ἁ *ΖΝ* γωνίαν ποιούσα τὰν *Κ* ἴσαν τᾶ  $\Theta$ , ἀπὸ  
 δὲ τᾶς *ΖΝ* ἐπίπεδον ἔστω ἀνεστακὸς ὀρθὸν ποτὶ τὸ  
 ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἔστιν ἁ *ΕΖΗΝ* τομά. ἐντὶ δὴ δύο  
 10 ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ αἱ *ΑΒΓΔ*, *ΕΖΗΝ* ἴσαι καὶ  
 ὁμοίαι ἀλλάλαις. ἐφαρμόζονται οὖν ἐπ' ἀλλάλας, τε-  
 θεΐσας τᾶς *ΕΗ* ἐπὶ τὰν *ΒΔ* καὶ τᾶς *ΖΝ* ἐπὶ τὰν  
*ΑΓ*. ἐφαρμόζει δὲ καὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ κατα τὰν *ΝΖ*  
 τῷ ἐπιπέδῳ τῷ κατα τὰν *ΑΓ*, ἐπεὶ ἀπὸ τᾶς αὐτᾶς  
 15 γραμμᾶς ποτὶ τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον ἀμφοτέρω ὀρθὰ ἐντι.  
 ἐφαρμόζει οὖν καὶ τὸ τμᾶμα τὸ ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου  
 ἀποτεμνόμενον τοῦ κατα τὰν *ΝΖ* ἀπὸ τοῦ σφαιροει-  
 δέος τὸ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ *Ε* τῷ ἑτέρῳ τμᾶματι τῷ ἀπο-  
 τεμνομένῳ ἀπὸ τοῦ ἑτέρου σφαιροειδέος ὑπὸ τοῦ ἐπι-  
 20 πέδου τοῦ κατα τὰν *ΑΓ* ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ *Β*, καὶ τὸ  
 λοιπὸν τμᾶμα ἐπὶ τὸ λοιπόν, καὶ αἱ ἐπιφανεῖαι τῶν  
 τμαμάτων ἐπὶ τὰς ἐπιφανείας. πάλιν δὲ καὶ τεθεΐσας  
 τᾶς *ΕΗ* ἐπὶ τὰν *ΒΔ* οὕτως, ὥστε τὸ μὲν *Ε* κατα τὸ  
*Δ* κείσθαι, τὸ δὲ *Η* κατα τὸ *Β*, τὰν δὲ μεταξὺ τῶν  
 25 *Ν*, *Ζ* σαμείων γραμμᾶν ἐπὶ τὰν μεταξὺ τῶν *Α*, *Γ*  
 σαμείων, δῆλον, ὡς αἶ τε τῶν ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ  
 ἐφαρμοξοῦντι ἐπ' ἀλλάλας, καὶ τὸ μὲν *Ζ* ἐπὶ τὸ *Γ*  
 πεσεῖται, τὸ δὲ *Ν* ἐπὶ τὸ *Α*. ὁμοίως καὶ τὸ ἐπίπεδον

1. τὸ σφαιροειδὲς] scripsi; του σφαιροειδες FC\*; τοῦ σφαι-  
 ροειδέος vulgo. 7. *ΖΝ*] *ΖΗ* F. 9. δὴ δύο] scripsi; δια  
 των F, vulgo; δὴ τῶν Torellius. 11. ἀλλάλαις] Torellius;



sit linea  $AG$ . sumatur igitur etiam aliud sphaeroides huic aequale et simile, et secto eo plano per axem posito sectio sit  $EZHN$  conici acutianguli sectio, diametrus autem eius et axis sphaeroidis  $EH$  [prop. 11, c] et centrum  $K$ . et per  $K$  ducatur  $ZN$  angulum  $K$  aequalem faciens angulo  $\Theta$ , et in  $ZN$  planum erigatur ad id planum perpendiculare, in quo est sectio  $EZHN$ . itaque duae sectiones conorum acutiangulorum sunt inter se aequales et similes  $AB\Gamma\Delta$ ,  $EZHN$ . quare inter se congruunt, linea  $EH$  in  $B\Delta$  linea posita et linea  $ZN$  in  $AG$ . et etiam planum in  $NZ$  linea positum plano in linea  $AG$  posito congruit, quoniam utrumque ab eadem linea ad idem planum perpendiculare est [p. 367 not. 2]. quare etiam segmentum plano in linea  $NZ$  posito a sphaeroide abscisum in eadem parte positum, in quo est  $E$  punctum, alteri segmento congruit ab altero sphaeroide plano in linea  $AG$  posito absciso in eadem parte, in qua est  $B$  punctum, et reliquum segmentum reliquo, et superficies segmentorum inter se. rursus autem etiam linea  $EH$  in linea  $B\Delta$  ita posita, ut  $E$  punctum in  $\Delta$  ponatur,  $H$  autem in  $B$ , linea autem  $N, Z$  puncta iungens in linea puncta  $A, \Gamma$  iungenti, adparet fore, ut et sectiones conorum acutiangulorum inter se congruant, et  $Z$  punctum in  $\Gamma$  cadat, et  $N$  punctum in  $A$ . eodem

ἀλλήλαις F, uulgo. εφαρμοζονται F; corr. Torellius. ἄλλας F; corr. Torellius. 12. τᾶς ΖΝ] α ΖΝ F; corr. Torellius.  
 13. τῷ κατὰ F. 15. ποτὶ] ὀρθὰ ποτὶ Nizzius. ὀρθά] scripsi; om. F, uulgo. 18. τὸ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Ε] scripsi; τὸ ἐπὶ τὰς F, uulgo; τὰ αὐτὰ τῷ Ε, τὸ ἐπὶ τᾶς Torellius; τὰ αὐτὰ τῷ Ε Nizzius. ἀποτεμνωμένῳ F. 21. αἱ ἐπιφανείαι] Torellius; ἡ ἐπιφάνεια F, uulgo. 27. ἐφαρμοξοῦντι] scripsi; ἐφαρμοζοῦντι F, uulgo.

τὸ κατὰ τὰν  $NZ$  ἐφαρμόζει τῷ ἐπιπέδῳ τῷ κατὰ τὰν  $AG$ , καὶ τῶν τμαμάτων τῶν ἀποτεμνομένων ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὰν  $NZ$  τὸ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ  $H$  ἐφαρμόζει τῷ τμάματι τῷ ἀποτεμνομένῳ ὑπὸ τοῦ  
 5 ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὰν  $AG$  ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ  $B$ , τὸ δὲ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ  $E$  τῷ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ  $\Delta$ . ἐπεὶ δὲ τὸ αὐτὸ τμάμα ἐφ' ἐκάτερον τῶν τμαμάτων ἐφαρμόζει, δῆλον, ὅτι ἴσα ἐντὶ τὰ τμάματα· διὰ ταῦτα δὲ καὶ αἱ ἐπιφανεῖαι.

10

ιδ'.

Τμάματος δοθέντος ὁποτερουοῦν τῶν κωνοειδέων ἀποτετμαμένου ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα ἢ τῶν σφαιροειδέων ὁποτερουοῦν μὴ μείζονος ἡμίσεως τοῦ σφαιροειδέος ὁμοίως ἀποτεμνομένου δυνατὸν ἐστὶ σχῆμα  
 15 στερεὸν ἐγγράψαι καὶ ἄλλο περιγράψαι ἐκ κυλίνδρων ἴσον ὕψος ἔχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφόμενον σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ἐλάσσονι ὑπερέχειν παντὸς τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθους.

δεδόσθω τμάμα, οἷόν ἐστι τὸ  $AB\Gamma$ . τμαθέντος δὲ  
 20 αὐτοῦ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος τοῦ μὲν τμάματος τομὰ ἐστὼ ἃ  $AB\Gamma$  κώνου τομὰ, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτετμακότος τὸ τμάμα ἃ  $AG$  εὐθεῖα. ἄξων δὲ ἐστὼ τοῦ τμάματος καὶ διάμετρος τᾶς τομᾶς ἃ  $B\Delta$ . ἐπεὶ οὖν ὑποκείται τὸ ἀποτέμνον ἐπίπεδον ὀρθὸν εἶμεν ποτὶ τὸν ἄξονα,  
 25 ἃ τομὰ κύκλος ἐστὶ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἃ  $\Gamma A$ . ἀπὸ δὲ τοῦ κύκλου τούτου κύλινδρος ἐστὼ ἄξονα ἔχων τὸν

1. το κατὰ F. 6. το E F. το  $\Delta$  F. 7. ἐφ' ἐκάτερον] scripsi; εκατερον F, uulgo; ἐκατέρῳ Torellius. 8. τὰ αὐτὰ B. αἱ] ἃ F. 10. κα' Torellius. 13. ἡμίσεος? 14. ἐστὶ] scripsi; εσται F, uulgo. σχῆμα] Barrowius; τμαμα F, uulgo. 16. ἔχόντων συγκείμενον] εχοντων των (comp.) συγκειμενον F;

modo etiam planum in linea  $NZ$  positum plano in  $AF$  posito congruit, et ex segmentis plano in  $NZ$  posito abscisis id, quod in eadem parte est, in qua punctum  $H$ , congruit segmento plano in  $AF$  posito absciso in eadem parte, in qua  $B$ , praeterea quod in eadem parte est, in qua est punctum  $E$ , ei, quod in eadem parte est, in qua  $A$ . et quoniam idem segmentum utrique segmento congruit, adparet, segmenta aequalia esse, et eadem de causa etiam superficies.

## XIX.

Dato segmento utriusvis conoideon absciso plano ad axem perpendiculari, uel segmento utriusvis sphaeroideon non maiore, quam dimidia pars sphaeroidis est, eodem modo absciso fieri potest, ut figura solida inscribatur, et alia circumscribatur ex cylindris altitudinem aequalem habentibus composita, ita ut figura circumscripta inscriptam excedat spatio minore, quam quacuis data magnitudo solida est.

datum sit segmentum, quale est  $AB\Gamma$ . et secto eo plano per axem posito segmenti sectio sit  $AB\Gamma$  conici sectio [prop. 11], plani uero segmentum abscindens linea  $AF$ . axis autem segmenti et diametrus sectionis sit  $BA$ . iam quoniam suppositum est, planum abscindens ad axem perpendicularare esse, sectio circulus est, et diametrus eius  $FA$  [prop. 11]. in hoc autem circulo cylindrus construatur axem habens  $BA$ .

corr. Barrowius. 20. τοῦ μὲν] scripsi; om. F, uulgo. τομά] τομας F; corr. ed, Basil.\* 21. ἀποτετμηκότες F, ἀποτετμηκότες ceteri codd., ἀποτέμνοντες ed. Basil., Torellius. 24. ποτί] scripsi; ἐπι F, uulgo; u. not. crit. p. 362, 2. 26. τόν] τάν Nizzius.

$B\Delta$ . πεσείται δὲ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἐκτὸς τοῦ τμήματος, ἐπεὶ ἐστὶν ἤτοι κωνοειδὴς ἢ σφαιροειδὴς μὴ μείζον τοῦ ἡμίσεος τοῦ σφαιροειδέος. τοῦ δὲ κυλίνδρου τούτου ἀεὶ δίχα τεμνομένου ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ  
 5 τὸν ἄξονα, ἐσσεῖται ποτὲ τὸ καταλειπόμενον ἔλασσον τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθους. ἔστω δὲ τὸ καταλειμμένον ἀπ' αὐτοῦ κύλινδρος ὁ ἔχων βάσιν τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν  $ΑΓ$ , ἄξονα δὲ τὸν  $E\Delta$  ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθους. διαι-  
 10 ρήσθω δὲ ἡ  $B\Delta$  εἰς τὰς ἰσας τᾶ  $E\Delta$  κατὰ τὰ  $P, O, \Pi, \Xi$ , καὶ ἀπὸ τῶν διαιρεσίων ἄχθων εὐθεῖαι παρὰ τὰν  $ΑΓ$  ἔστω ποτὶ τὰν τοῦ κώνου τομάν, ἀπὸ δὲ τῶν ἀχθεισῶν ἐπίπεδα ἀνεστακέτω ὀρθὰ ποτὶ τὰν  $B\Delta$ . ἐσσοῦνται δὲ αἱ τομαὶ κύκλοι τὰ κέντρα ἔχοντες ἐπὶ  
 15 τᾶς  $B\Delta$ . ἀφ' ἐκάστου δὲ τῶν κύκλων δύο κυλίνδρου ἀναγεγράφθω, ἐκάτερος ἔχων ἄξονα ἴσον τῷ  $E\Delta$ , ὁ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τοῦ κύκλου, ἐφ' ᾗ ἐστὶ τὸ  $\Delta$ , ὁ δὲ ἐπὶ τὰ αὐτά, ἐφ' ᾗ ἐστὶ τὸ  $B$ . ἐσσεῖται δὲ τι ἐν τῷ τμήματι σχῆμα στερεὸν ἐγγεγραμμένον ἐκ τῶν κυλίνδρων  
 20 συγκείμενον τῶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀναγραφέντων, ἐφ' ᾗ ἐστὶ τὸ  $\Delta$ , καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον ἐκ τῶν κυλίνδρων συγκείμενον τῶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀναγραφέντων, ἐφ' ᾗ τὸ  $B$  ἐστὶν. λοιπὸν δὲ ἐστὶ δεῖξαι, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον τοῦ ἐγγεγραμμένου ὑπερέχει ἐλάσσονι

2. ἐστὶν] ἐστὶν (comp.) δε F; corr. Torellius. 3. ἡμίσεως F; corr. Torellius. 6. δὴ] scripsi; δε F, uulgo. καταλειμμένον F. 7. ὁ] om. AB, ed. Basil., Torellius. 9. ἐλάσσον F; corr. Torellius. διαιρῆσθω F. 10. τᾶ] τας F; corr. Torellius. 11. διαιρῆσεων F, uulgo. 12. ἔστω] ἔσται (per comp.) F, uulgo; corr. Torellius. 14. ἐσσοῦνται F. 16. ἀναγεγράφθω puncto addito F; corr. Torellius. 17. κύκλου] scripsi, collata p. 384, 17; κυλίνδρου F, uulgo. 19. στερεόν] στερεὸν ἐκ τῶν (comp.) F. 21. ἐκ] συγκείμενον ἐκτε F, uulgo;

superficies autem eius extra segmentum cadet, quoniam est aut conoides aut sphaeroides [segmentum]<sup>1)</sup> non maius dimidia parte [totius] sphaeroidis [prop. 15, a—b; prop. 17]. hoc igitur cylindro semper deinceps in duas partes aequales diuiso planis ad axem perpendicularibus, aliquando quod relinquitur, minus erit data magnitudine solida. itaque quod ex eo relinquitur, sit cylindrus basim habens circulum circum diametrum  $A\Gamma$  descriptum, axem autem  $E\Delta$ , [qui] minor [sit]<sup>2)</sup> data magnitudine solida. diuidatur igitur linea  $B\Delta$  in lineas lineae  $E\Delta$  aequales in punctis  $P, O, \Pi, \Xi$ <sup>3)</sup>, et a punctis diuisionis lineae ducantur lineae  $A\Gamma$  parallelae usque ad sectionem conii, et in ductis lineis plana erigantur ad lineam  $B\Delta$  perpendicularia. sectiones igitur circuli erunt centra habentes in linea  $B\Delta$ . in singulis igitur circulis bini cylindri construantur uterque axem lineae  $E\Delta$  aequalem habentes, alter in eadem parte circuli, in qua est  $\Delta$  punctum, alter in eadem, in qua  $B$ . ergo in segmento figura quaedam solida inscripta erit ex cylindris composita in eandem partem constructis, in qua est punctum  $\Delta$ , et alia circumscripta ex cylindris composita in

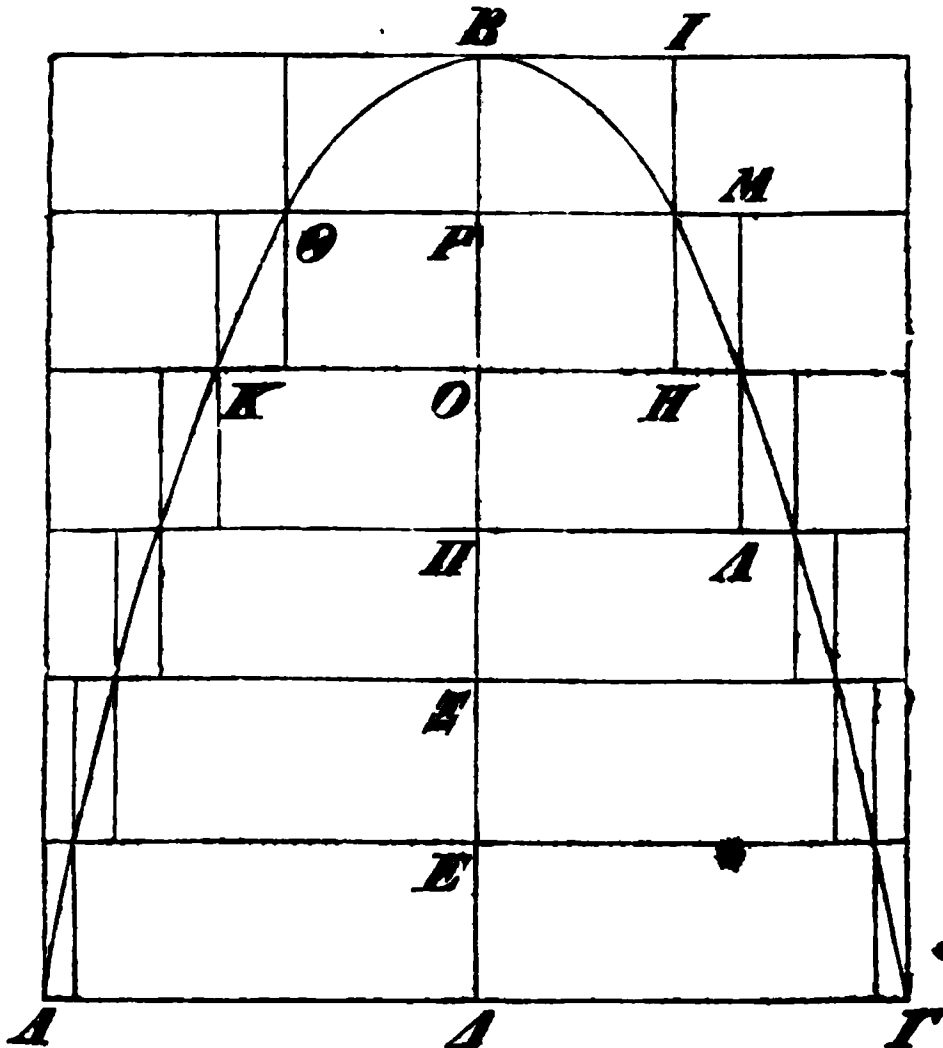
1) Ad *κωνοειδές* et *σφαιροειδές* lin. 2 auditur: *τμήμα*.

2) Fortasse retineri potest *έλασσον* lin. 9 ad τὸ καταλειμμένον lin. 7 relatum.

3) Figura ita comparata esse debebat, ut numerus partium lineae  $B\Delta$  per quattuor diuidi posset, quia cylindrus „semper deinceps in duas partes aequales diuisa“ esse fingitur (lin. 3 sq.).

*συγκείμενον* om. B, *τε* deleui. 22. *συγκείμενον*] recepi ex F; om. C, ed. Basil., Torellius. 23. Post *έφ' α* in F repetuntur haec: *το Δ και* (per compendium simillimum compendio *ισον*) *αλλο περιγεγραμμενον συγκειμενον εκ τε των κυλινδρων των επι τα αυτα αναγραφεντων εφ' α*; corr. C. *έστιν*] comp. F. *έστι*] comp. F; om. AB, ed. Basil., Torellius.

τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθους. ἕκαστος δὴ τῶν κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι ἴσος ἐστὶ τῷ κυλίνδρῳ τῷ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ κύκλου ἀναγραφόμενῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ  $B$ , ὡς ὁ μὲν  $\Theta H$  τῷ  $\Theta I$ , ὁ δὲ  $K A$  τῷ  $K M$ , καὶ οἱ ἄλλοι ὡσαύτως. καὶ πάντες



δὴ οἱ κυλίνδροι πάντεσσι ἴσοι ἐντί. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου ὑπερέχει τῷ κυλίνδρῳ τῷ βάσιν ἔχοντι τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν  $AG$ , ἄξονα δὲ τὰν  $EA$ . οὗτος δὲ ἐστὶν  
10 ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθους.

κ'.

Τμήματος δοθέντος ὅποτερουοῦν τῶν κωνοειδέων ἀποτετμαμένου ἐπιπέδῳ μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα ἢ τῶν σφαιροειδέων ὀποτεροῦνον μὴ μείζονος ἡμίσεος

4. τῷ] (prius) το F; corr. Torellius. 6. δὴ] scripsi; δε F,

eandem partem constructis, in qua est  $B$ . restat autem, ut demonstramus, figuram circumscriptam excedere inscriptam spatio minore, quam data magnitudo solida est. unusquisque igitur cylindrorum figurae inscriptae aequalis est cylindro in eodem circulo constructo in eandem partem, in qua est punctum  $B$ , uelut  $\odot H = \odot I$ ,  $KA = KM$ , et ceteri eodem modo. quare etiam omnes cylindri omnibus aequales sunt. adparet igitur, figuram circumscriptam excedere inscriptam cylindro basim habenti circulum circum diametrum  $AG$  descriptum, axem autem  $EA$ . hic autem minor est data magnitudine solida.<sup>1)</sup>

## XX.

Dato segmento utriusuis conoideôn absciso plano non ad axem perpendiculari, uel segmento utriusuis sphaeroideôn non maiore, quam est dimidia pars sphaeroidis, eodem modo absciso fieri potest, ut in

---

1) Ex hypothesi p. 376, 9. hoc autem fieri potest per Eucl. X, 1; cfr. Quaest. Arch. p. 45.

---

vulgo.  $\pi\alpha\sigma\iota\nu$  F, vulgo.  $\acute{\epsilon}\nu\tau\acute{\iota}$ ] scripsi;  $\epsilon\iota\sigma\iota\nu$  F, vulgo. 11.  $\kappa\beta'$  Torellius. 14.  $\acute{\eta}\mu\acute{\iota}\sigma\sigma\omicron\varsigma$ ] scripsi;  $\eta\mu\iota\kappa\upsilon\upsilon\lambda\iota\omicron\nu$  F, ceteri codd;  $\acute{\eta}\mu\acute{\iota}\sigma\omicron\upsilon\varsigma$  ed. Basil., Torellius; „dimidia“ Cr.

τοῦ σφαιροειδέος ὁμοίως ἀποτετμαμένου δυνατὸν ἐστὶν εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεὸν ἐγγράψαι καὶ ἄλλο περιγράψαι ἐκ κυλίνδρων τόμων ὕψος ἴσον ἔχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφέν σχῆμα τοῦ ἐγγραφομένου ὑπερέχειν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθους.

δεδόσθω τμᾶμα, οἷον εἰρήται. τμαθέντος δὲ τοῦ σχήματος ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῶ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμακὸς τὸ δοθέν τμᾶμα τοῦ μὲν  
 10. σχήματος τομὰ ἔστω ἅ  $ΑΒΓ$  κώνου τομά, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτετμακότητος τὸ τμᾶμα ἅ  $ΓΑ$  εὐθεῖα. ἐπεὶ οὖν ὑποκείται τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμακὸς τὸ τμᾶμα μὴ εἶμεν ὀρθὸν ποτὶ τὸν ἄξονα, ἅ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἅ  $ΑΓ$ .  
 15. ἔστω δὴ παράλληλος τᾶ  $ΑΓ$  ἅ  $ΦΥ$  ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς, ἐπιψανέτω δὲ κατὰ τὸ  $B$ , καὶ ἀπὸ τᾶς  $ΦΥ$  ἀνεστακέτω ἐπίπεδον παράλληλον τῶ κατὰ τὰν  $ΑΓ$ . ἐπιψαύσει δὲ τοῦτο τοῦ σχήματος κατὰ τὸ  $B$ . καὶ εἰ μὲν ἐστὶ τὸ τμᾶμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος,  
 20. ἀπὸ τοῦ  $B$  ἄχθῳ παρὰ τὸν ἄξονα ἅ  $BΔ$ , εἰ δὲ ἀμβλυγωνίου, ἀπὸ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς εὐθεῖα ἀχθεῖσα ἐπὶ τὸ  $B$  ἐκβεβλήσθω ἅ  $BΔ$ , εἰ δὲ σφαιροειδέος, ἐπὶ τὸ  $B$  ἀχθεῖσα εὐθεῖα ἀπολελάφθω ἅ  $BΔ$ . δῆλον δὴ, ὅτι τέμνει ἅ  
 25.  $BΔ$  δίχα τὰν  $ΑΓ$ . ἐσσεῖται οὖν τὸ μὲν  $B$  κορυφα

2. εἰς τὸ τμᾶμα] cum F; εἰς αὐτὸ Torellius. σχῆμα] om. F; corr. Torellius. καὶ ἄλλο περιγράψαι] om. F; corr. Ripaltus. ἐγγράψαι] εγγεγραψαι F. 3. συγκείμενον] των συγκειμενων F; corr. Torellius. 4. ἐγγραφέντος B. 7. τμᾶμα] sic F, ut lin. 9, 11, 18, 19. 10.  $ΑΒΓΔ$  F; corr. Nizzius. 14.  $ΑΓ$ ]  $ΔΓ$  F; corr. Torellius. 15. ἔστω δὴ παράλληλος τᾶ  $ΑΓ$ ] om. F, vulgo; suppleuit Torellius, qui tamen δὴ omisit et pro  $ΑΓ$  habet  $ΓΑ$ ; „sit uy contingens“ Cr. 19. κωνοειδεις F.



segmento figura solida inscribatur et alia circumscribatur ex cylindrorum frustis altitudinem aequalem habentibus composita, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quaevis data magnitudo solida est. — datum sit segmentum, quale dictum est. figura igitur alio plano per axem secta ad planum datum segmentum abscindens perpendiculari figurae sectio sit  $AB\Gamma$  conici sectio, plani autem segmentum abscindentis linea  $\Gamma A$ . iam quoniam suppositum est, planum segmentum abscindens ad axem perpendicularare non esse, sectio erit conici acutianguli sectio, et diameter eius linea  $A\Gamma$ .<sup>1)</sup> sit igitur linea  $\Phi\mathcal{T}$  lineae  $A\Gamma$  parallela conici sectionem contingens, et contingat in puncto  $B$ , et in linea  $\Phi\mathcal{T}$  erigatur planum plano in  $A\Gamma$  posito parallelum. hoc igitur figuram in  $B$  puncto continget [prop. 16, b]. iam si est segmentum conoidis rectanguli, a  $B$  puncto ducatur  $B\Delta$  axi parallela, sin [segmentum conoidis] obtusianguli, linea a vertice conici conoides comprehendentis ad  $B$  punctum ducta producat[ur] [et sit]  $B\Delta$ , sin [segmentum] sphaeroidis, linea [a centro sphaeroidis] ad  $B$  ducta abscindatur [et sit]  $B\Delta$ .<sup>2)</sup> adparet igitur, lineam  $B\Delta$  in duas partes aequales diuidere lineam  $A\Gamma$ .<sup>3)</sup>

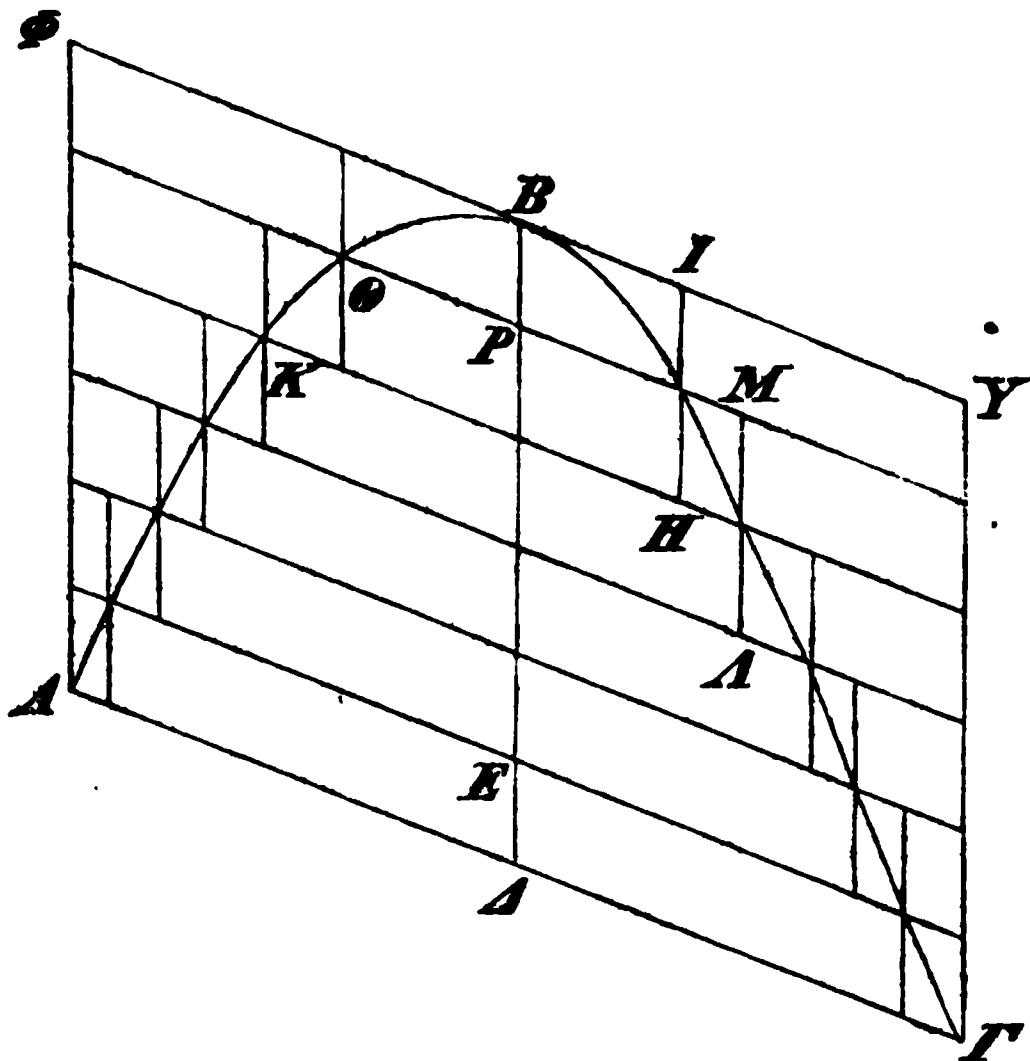
1) U. propp. 12, 13, 14.

2) Expectatur ἀχθείσας εὐθείας ἀπολελάφθω lin. 23—24. puto tamen, constructionem duram nec satis logicam ferri posse.

3) In conoidis rectanguli segmento adparet ex quadr. parab. prop. 1, de ceteris cfr. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 56 nr. 26, p. 49 nr. 7.

23. ἐπί] ἀπὸ τοῦ κέντρον ἐπί Commandinus; scribendum puto: ἀπὸ τοῦ κέντρον τοῦ σφαιροειδέος ἐπί. 24. δῆ] scripsi; δε F, uulgo. 25. ἐσσεῖται] scripsi; εἶσται F, codd. ceteri\*; ἔστιν ed. Basil., Torellius; „erit igitur“ Cr.

τοῦ τμήματος, ἃ δὲ  $B\Delta$  εὐθεῖα ἄξων. ἔστιν δὴ τις ὀξυγωνίου κώνου τομὰ περὶ διάμετρον τὰν  $A\Gamma$ , καὶ γραμμὰ ἃ  $B\Delta$  ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀνεστακουῦσα ἐν ὀρθῷ ἐπιπέδῳ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἔστιν ἃ τοῦ ὀξυγωνίου



κώνου τομὰ, διὰ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ἑόντος τοῦ ἐπιπέδου. δυνατόν οὖν ἔστιν κύλινδρον εὐρεῖν ἄξωνα ἔχοντα τὰν  $B\Delta$ , οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἔσσειται ἃ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ περὶ διάμετρον τὰν  $A\Gamma$ . πε-  
 10 σείται δὲ ἃ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἐκτὸς τοῦ τμήματος, ἐπεὶ ἔστιν ἤτοι κωνοειδὴς ἢ σφαιροειδὴς τμήμα, καὶ οὐ μείζον ἔστιν τοῦ ἡμισέως τοῦ σφαιροειδὴς. ἔσσειται δὴ τις κυλίνδρου τόμος βάσιν μὲν ἔχων τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰν τὰν περὶ διάμετρον τὰν  $A\Gamma$ ,

7. ἐπιφανεια F. 9. τμήματος] sic F, ut lin. 10. 11. τοῦ] (prius) addidi; om. F, vulgo. ἡμίσεος Torellius. 12. δὴ]

itaque  $B$  punctum uertex segmenti erit, linea autem  $B \Delta$  axis.<sup>1)</sup> quare data est conici acutianguli sectio circum diametrum  $A \Gamma$  descripta, et linea  $B \Delta$  a centro erecta in plano ad id planum perpendiculari, in quo est sectio conici acutianguli, ita ut planum illud per alteram diametrum positum sit. fieri igitur potest, ut cylindrus inueniatur axem habens  $B \Delta$  lineam, cuius in superficie sit sectio conici acutianguli circum diametrum  $A \Gamma$  descripta [prop. 9]. superficies autem eius extra segmentum cadet, quoniam est aut conoidis segmentum aut sphaeroidis non maius dimidia parte sphaeroidis.<sup>2)</sup> erit igitur frustum aliquod cylindri basim<sup>3)</sup> habens sectionem conici acutianguli circum diametrum  $A \Gamma$  descriptam, axem autem  $B \Delta$ . frusto

---

1)  $B$  punctum uerticem esse adparet ex p. 276, 7; 278, 20; 282, 12. porro cum  $B \Delta$  lineam  $A \Gamma$  in duas partes aequales diuidat, diametrus est segmenti et diametro sectionis (hec est axi conoidis uel sphaeroidis; u. p. 274, 20; 278, 5; 282, 2) parallela (Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 44); tum u. loci supra de uertice laudati.

2) Sequitur in conoidibus ex prop. 15, a—b, quia  $B \Delta$  axis est, et  $\Phi A$ ,  $\Gamma T$  lineae axi parallelae, in sphaeroidibus ex prop. 17, quia  $B \Delta$  puncta contactus iungit (prop. 16, c).

3) Poterat fortasse retineri  $\beta\alpha\sigma\iota\alpha\varsigma$  lin. 12.

---

scripsi;  $\delta\epsilon$  F, uulgo.  $\beta\alpha\sigma\iota\alpha\varsigma$  F; corr. C.  $\tau\acute{\alpha}\nu$ ]  $\tau\alpha\varsigma$  F; corr. Torellius. 13.  $\tau\omicron\mu\alpha\varsigma$  F; corr. Torellius.

ἄξονα δὲ τὰν  $B\Delta$ . τοῦ οὖν τόμου δίχα τεμνομένου  
ἐπιπέδοις παραλλήλοις τῷ ἐπιπέδῳ τῷ κατὰ τὰν  $ΑΓ$   
ἐσσεῖται τὸ καταλειπόμενον ἔλασσον τοῦ προτεθέντος  
στερεοῦ μεγέθους. ἔστω τόμος βάσιν μὲν ἔχων τὰν  
5 τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰν τὰν περὶ διάμετρον  
τὰν  $ΑΓ$ , ἄξονα δὲ τὰν  $E\Delta$  ἐλάσσων τοῦ προ-  
τεθέντος στερεοῦ μεγέθους. διηρήσθω δὴ ἅ  $\Delta B$   
ἐς τὰς ἴσας τᾶ  $\Delta E$ , καὶ ἀπὸ τᾶν διαιρεσίων ἄχθων  
εὐθεῖαι παρὰ τὰν  $ΑΓ$  ἔστε ποτὶ τὰν τοῦ κώνου το-  
10 μὰν, ἀπὸ δὲ τᾶν ἀχθεισᾶν ἐπίπεδα ἀνεστακέτων  
παράλληλα τῷ κατὰ τὰν  $ΑΓ$  ἐπιπέδῳ. τέμνοντι δὴ  
ταῦτα τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ τμήματος, καὶ ἐσσοῦνται  
ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ ὁμοίαι τᾶ περὶ τὰν  $ΑΓ$  διά-  
μετρον, ἐπεὶ παράλληλά ἐντι τὰ ἐπίπεδα. ἀφ' ἐκάστας  
15 δὴ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἀναγεγράφθων  
κυλίνδρου τόμοι δύο, ὁ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τᾶς τοῦ  
ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τῷ  $\Delta$ , ὁ δὲ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ  
 $B$ , ἄξονα ἔχοντες ἴσον τῷ  $\Delta E$ . ἐσσοῦνται δὴ τινα  
σχήματα στερεά, τὸ μὲν ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμήματι,  
20 τὸ δὲ περιγεγραμμένον, ἐκ κυλίνδρου τόμων ἴσον ὕψος  
ἔχόντων συγκείμενα. λοιπὸν δὲ ἐστὶ δεῖξαι, ὅτι τὸ  
περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονι  
ὑπερέχει τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθους. δειχ-  
θησέται δὲ ὁμοίως τῷ προτέρῳ, ὅτι τὸ περιγεγραμ-  
25 μένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου ὑπερέχει τῷ τόμῳ

1. οὖν] scripsi; μεν F, uulgo; δὴ Nizzius. δίχα] ἀεὶ δίχα  
Nizzius. 7.  $\Delta B$ ]  $AB$  F; corr. Torellius. 8. διαιρεσεων  
F, uulgo. 9. ευθεια F; corr. B\*. ἔστε] εσται F; corr.  
Torellius. 10. ανεστακοτων F; corr. Torellius. Figura in  
F paullo aliter descripta est. 12. τμήματος] sic F, ut lin. 19.  
ἐσσοῦνται] scripsi; εσονται F, uulgo. 14. ἀφ'] scripsi; εφ  
F, uulgo; „in unaquaque“ Cr. εναστης F; corr. Torellius.

igitur [semper deinceps] in duas aequales partes diuiso<sup>1)</sup> planis parallelis plano in linea  $AG$  posito, quod reliquum est, [aliquando] minus erit data magnitudine solida [Eucl. X, 1]. frustum basim habens sectionem conici acutianguli circum diametrum  $AG$  descriptam, axem autem  $EA$ , minus sit data magnitudine solida. diuidatur igitur linea  $AB$  in partes lineae  $AE$  aequales, et a punctis diuisionum duceantur lineae usque ad conici sectionem lineae  $AG$  parallelae, et in ductis lineis plana erigantur plano in  $AG$  posito parallela. ergo haec [plana] superficiem segmenti secant, et orientur sectiones conorum acutiangulorum sectioni circum diametrum  $AG$  descriptae similes, quia plana parallela sunt [prop. 14 p. 354, 25]. iam in singulis sectionibus conorum acutiangulorum bina frustra cylindri construantur, alterum in eadem parte sectionis conici acutianguli, in qua est  $A$ , alterum in eadem parte, in qua est  $B$ , axem habentia lineae  $AE$  aequalem. orientur igitur figurae quaedam solidae, altera segmento inscripta, altera circumscripta, ex cylindri frustis altitudinem aequalem habentibus compositae. restat autem, ut demonstremus, figuram circumscriptam excedere inscriptam spatio minore, quam est data magnitudo solida. eodem autem modo, quo supra [prop. 19 p. 378], demonstrabitur, figuram circumscriptam excedere inscriptam frusto basim habenti

1) Hic quoque figura ita comparanda erat, uti dixi p. 377 not. 3, sed cum mutari nequeat, hic quoque retinui Torellianam.

15. αναγεγραφοῦντι F; corr. Torellius. 16. τᾶς] addidi; om. F, uulgo. 17. τῶ] (prius) το F; corr. Torellius. 18. ἐσσούνται] scripsi; εσονται F, uulgo. 22. ελασσον F; corr. Torellius.

τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰν  
τὰν περὶ διάμετρον τὰν  $ΑΓ$ , ἄξονα δὲ τὰν  $ΕΔ$ .  
οὗτος δὲ ἐστὶν ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος στερεοῦ  
μεγέθεος.

5

κα'.

Τούτων προγεγραμμένων ἀποδεικνύωμες τὰ προ-  
βεβλημένα περὶ τῶν σχημάτων.

Πᾶν τμήμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος ἀποτεταμένον  
ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα ἡμιόλιόν ἐστὶ τοῦ κώνου  
10 τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα.

ἔστω γὰρ τμήμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος ἀποτετα-  
μένον ὀρθῷ ἐπιπέδῳ ποτὶ τὸν ἄξονα, καὶ τμαθέντος  
αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος τὰς μὲν ἐπιφανείας  
τομὰ ἔστω ἅ  $ΑΒΓ$  ὀρθογωνίου κώνου τομά, τοῦ δὲ  
15 ἐπιπέδου τοῦ ἀποτεμένοντος τὸ τμήμα ἅ  $ΓΑ$  εὐθεῖα,  
ἄξων δὲ ἔστω τοῦ τμήματος ἅ  $ΒΔ$ . ἔστω δὲ καὶ  
κῶνος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμήματι καὶ ἄξονα  
τὸν αὐτόν, οὗ κορυφὰ τὸ  $Β$ . δεικτέον, ὅτι τὸ τμήμα  
τοῦ κωνοειδέος ἡμιόλιόν ἐστὶ τοῦ κώνου τούτου.

20 ἐκκείσθω γὰρ κῶνος ὁ  $\Psi$  ἡμιόλιος ἐὼν τοῦ κώνου,  
οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὰν  $ΑΓ$ , ἄξων δὲ ἅ  $ΒΔ$ .  
ἔστω δὲ καὶ κύλινδρος βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον  
τὸν περὶ διάμετρον τὰν  $ΑΓ$ , ἄξονα δὲ τὰν  $ΒΔ$ . ἐσ-  
σεῖται οὖν ὁ  $\Psi$  κῶνος ἡμίσεος τοῦ κυλίνδρου [ἐπείπερ

2. τὰν περὶ] τὰν om. F. 5. κα'] cum F; in lin. 8 po-  
suit Torellius (κγ'). 7. περὶ] addidi; om. F, vulgo. 8.  
τμήμα] sic F, ut lin. 10, 11, 12, 15, 16, 18. ἀποτεταμένον]  
scripsi; ἀποτετμημενου F, vulgo. 10. ἄξονα τὸν αὐτόν Niz-  
zsius. 20. ων F, vulgo. 21. ὁ] ὁ κύκλος ὁ Nizzsius. ἄξων  
δὲ ἅ] ἄξονα δε ταν F; corr. Torellius. 24. ημισεος ολι F  
(h. e. ἡμίσεος in ἡμιόλιος correctum); pro ολι ed. Basil., To-  
rellius (non BC\*) ὄλου.

sectionem conii acutianguli circum diametrum  $AG$  descriptam, axem autem lineam  $E\Delta$ . hoc autem minus est data magnitudine solida.

## XXI.

His praemissis demonstremus, quae de figuris proposita erant.

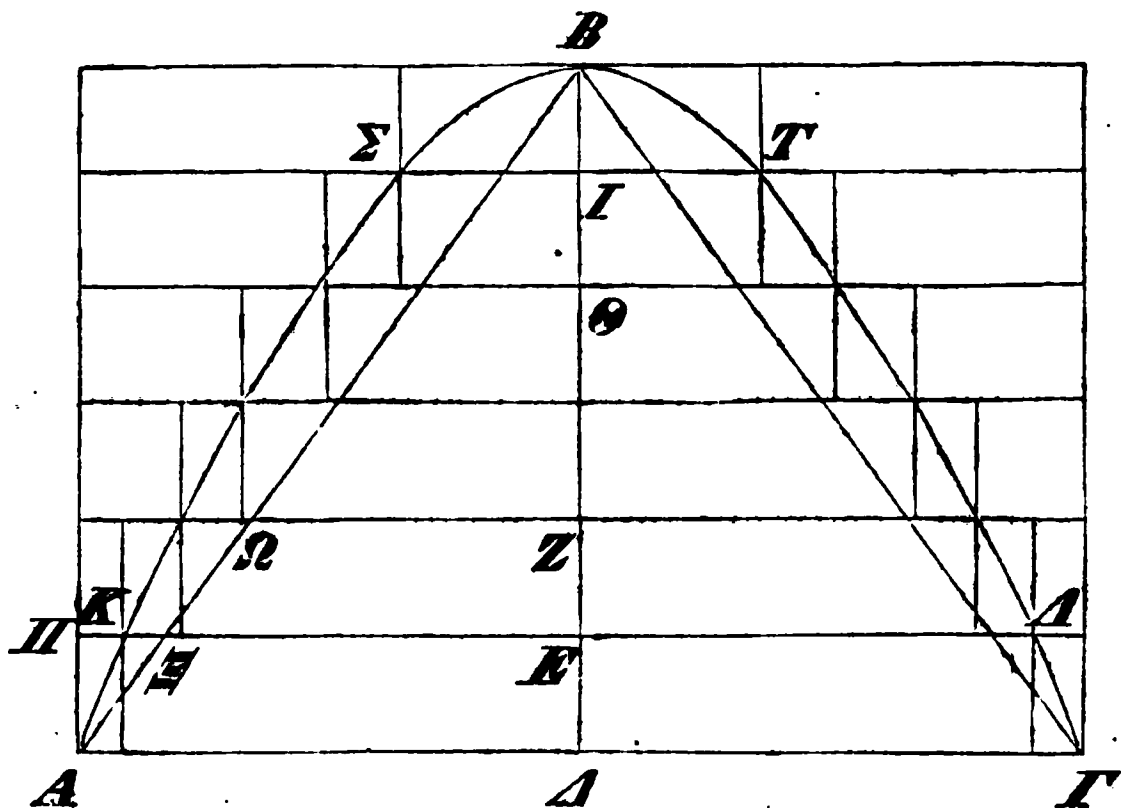
Quoduis segmentum conoidis rectanguli plano abscisum ad axem perpendiculari dimidia parte maius est cono basim habenti eandem, quam segmentum, et axem [eundem].<sup>1)</sup>

sit enim segmentum conoidis rectanguli plano abscisum ad axem perpendiculari, et secto eo alio plano per axem superficiei sectio sit  $AB\Gamma$  conii rectanguli sectio [prop. 11, a], plani uero segmentum abscindentis linea  $\Gamma A$ , axis autem segmenti sit  $B\Delta$ . sit autem etiam conus eandem basim habens, quam segmentum, et axem eundem; cuius uertex sit  $B$ . demonstrandum est, segmentum conoidis dimidia parte maius esse hoc cono.

construatur enim conus  $\Psi$  dimidia parte maior cono, cuius basis est [circulus] circum diametrum  $AG$  descriptus, axis autem  $B\Delta$ . sit autem etiam cylindrus basim habens circulum circum diametrum  $AG$  descriptum, axem autem  $B\Delta$ . erit igitur conus  $\Psi$

1) Cfr. p. 276, 12: διὰ τί, εἴ κα τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος τμήματα ἀπομαθῆ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀπομαθὲν τμήμα ἡμιόλιον ἐσσεῖται τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. et περὶ ἑλικ. praef.: ὅτι δὲ τὸ ἀπομαθὲν τμήμα ἡμιόλιον ἐσσεῖται τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ὕψος ἴσον, δειξάι δεῖ.

ἡμιόλιός ἐστιν ὁ  $\Psi$  κώνος τοῦ αὐτοῦ κώνου]. λέγω, ὅτι τὸ τμήμα τοῦ κωνοειδούς ἴσον ἐστὶ τῷ  $\Psi$  κώνῳ: εἰ γὰρ μὴ ἐστὶν ἴσον, ἦτοι μείζον ἢ ἐλάσσον. ἔστω δὴ πρότερον, εἰ δυνατόν, μείζον. ἐγγεγράφθω



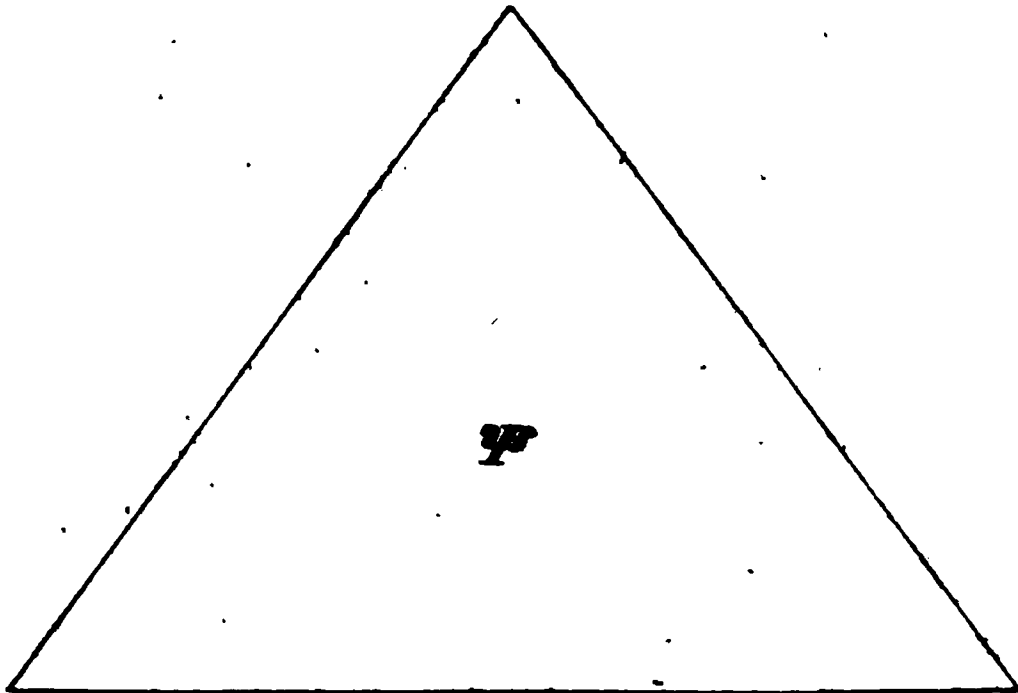
5 δὴ σχῆμα στερεὸν εἰς τὸ τμήμα, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἔχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφέν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχει ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει τὸ τοῦ κωνοειδούς τμήμα τοῦ  $\Psi$  κώνου. καὶ ἔστω τῶν κυλίνδρων, ἐξ ὧν συγ-  
10 κείται τὸ περιγραφέν σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν  $AG$ , ἄξονα δὲ τὰν  $E\Delta$ , ἐλάχιστος δὲ ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν  $\Sigma T$ , ἄξονα δὲ τὰν  $BI$ . τῶν δὲ κυλίνδρων, ἐξ ὧν συγκείται τὸ ἐγγραφέν

4. μειζων F; corr. VBD. 5. αλλω F. 6. συγκείμενον] των συγκειμενων F; corr. Torellius. 8. ἢ ἀλίκῳ] scripsi; πηλικῳ F, uulgo; ἢ πηλικῳ Torellius. τό] τῷ F. figura in F male descripta est; I et  $\Theta$  permutat Torellius. 14. BI] scripsi cum Cr.; BΓ F, uulgo\*; B $\Theta$  ed. Basil., Torellius.



dimidius, quam cylindrus.<sup>1)</sup> dico, segmentum conoidis aequale esse cono  $\Psi$ .

si enim aequale non est, aut maius est aut minus. prius igitur, si fieri potest, maius sit. itaque segmento figura solida inscribatur et alia circumscribatur ex



cylindris altitudinem aequalem habentibus compositae, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali spatio excedit segmentum conoidis conum  $\Psi^2$ ), et cylindrorum, ex quibus composita est figura circumscripta, maximus sit [cylindrus] basim habens circulum circum diametrum  $AI$  descriptum, axem autem  $E\Delta$ , minimus autem [cylindrus] basim habens circulum circum diametrum  $\Sigma T$  descriptum, axem autem  $BI$ . eorum uero cylindrorum, ex quibus figura inscripta composita est, maximus sit [cylindrus]

1) Nam cylindrus sit  $C$ , et conus  $AB\Gamma$  sit  $K$ ; erit ex hypothesis  $\Psi = \frac{2}{3}K$ . sed  $K = \frac{1}{3}C$  (Eucl. XII, 10)  $= \frac{2}{3}\Psi$   $\therefore C = 2\Psi$ . hoc ipsum significatur uerbis: ἐπειδήπερ ἡμιόλιος p. 386 lin. 24 — τοῦ αὐτοῦ κώνου lin. 1; sed nimis obscurum est τοῦ αὐτοῦ κώνου; etiam ἐπειδήπερ, uocabulum ab interpolatoribus amatum, suspectum est; quare haec uerba subditua esse puto.

2) Hoc fieri potest per prop. 19.

σχῆμα, μέγιστος μὲν ἔστω ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον  
 τὸν περὶ διάμετρον τὰν  $ΚΑ$ , ἄξονα δὲ τὰν  $ΔΕ$ , ἐλάχι-  
 στος δὲ ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διά-  
 μετρον τὰν  $ΣΤ$ , ἄξονα δὲ τὰν  $ΘΙ$ . ἐκβεβλήσθω δὲ  
 5 τὰ ἐπίπεδα πάντων τῶν κυλίνδρων ποτὶ τὰν ἐπιφά-  
 νειαν τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὸν κύκλον  
 τὸν περὶ διάμετρον τὰν  $ΑΓ$ , ἄξονα δὲ τὰν  $ΒΔ$ . ἐσσεί-  
 ται δὴ ὁ ὅλος κύλινδρος διηρημένος εἰς κυλίνδρους  
 τῷ μὲν πλήθει ἴσους τοῖς κυλίνδροις τοῖς ἐν τῷ περι-  
 10 γεγραμμένῳ σχήματι, τῷ δὲ μεγέθει ἴσους τῷ μεγίστῳ  
 αὐτῶν. καὶ ἐπεὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα περὶ τὸ  
 τμήμα ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος,  
 ἢ τὸ τμήμα τοῦ κώνου, δῆλον, ὅτι καὶ τὸ ἐγγεγραμ-  
 μένον σχῆμα ἐν τῷ τμήματι μείζον ἔστι τοῦ  $\Psi$  κώνου.  
 15 ὁ δὴ πρῶτος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ  
 ἔχων ἄξονα τὰν  $ΔΕ$  ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν  
 ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν  
 $ΔΕ$ , τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἂν  $ΔΑ$  ποτὶ τὰν  $ΚΕ$   
 δυνάμει. οὗτος δὲ ἔστιν ὁ αὐτὸς τῷ, ὃν ἔχει ἂν  $ΒΔ$   
 20 ποτὶ τὰν  $ΒΕ$ , καὶ τῷ, ὃν ἔχει ἂν  $ΔΑ$  ποτὶ τὰν  $ΕΞ$ .  
 ὁμοίως δὲ δειχθησέται καὶ ὁ δεύτερος κύλινδρος τῶν  
 ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὸν  $ΕΖ$ , ποτὶ  
 τὸν δεύτερον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ  
 σχήματι τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἂν  $ΠΕ$ , τουτέστιν  
 25 ἂν  $ΔΑ$ , ποτὶ τὰν  $ΖΩ$ , καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκα-  
 στος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἐχόντων ἴσον τῷ

12. ἐγγεγραμμένου] περιγεγραμμένου F; corr. ed. Basil.  
 13. τμήμα] sic F, ut lin. 14. 15. ὁ ἔχων] scripsi; ὁ om. F,  
 uulgo. 16.  $ΔΕ$  FV, CD\*; corr. F man. 2. τῶν] scripsi;  
 τον F, uulgo. 20. τῷ] τον F. 23. τῶν] scripsi; τον F  
 uulgo. ἐγγεγραμμένῳ] alterum  $\mu$  supra man. 1 F. 24.  
 ἔχειν] scripsi cum C; ειχεν FAD, ed. Basil., ἔχει B; ἔχων

basim habens circulum circum diametrum  $KA$  descriptum, axem autem  $AE$ , minimus uero [cylindrus] basim habens circulum circum diametrum  $\Sigma T$  descriptum, axem autem  $\Theta I$ . producantur autem plana omnium cylindrorum usque ad superficiem cylindri basim habentis circulum circum diametrum  $AG$  descriptum, axem autem  $BA$ . totus igitur cylindrus diuisus erit in cylindros numero cylindris figurae circumscriptae aequales, magnitudine autem maximo eorum aequales. et quoniam figura circum segmentum circumscripta excedit figuram inscriptam spatio minore, quam quo segmentum conum excedit, adparet, etiam figuram segmento inscriptam maiorem esse cono  $\Psi$ .<sup>1)</sup> quare primus cylindrus cylindri totius axem habens  $AE$  ad primum cylindrum figurae inscriptae axem habentem  $AE$  eandem rationem habet, quam  $\Delta A^2 : KE^2$ .<sup>2)</sup> sed  $\Delta A^2 : KE^2 = BA : BE^3) = \Delta A : EE$ .<sup>4)</sup> et eodem modo demonstrabimus, etiam secundum cylindrum totius cylindri axem habentem  $EZ$  ad secundum cylindrum figurae inscriptae eandem rationem habere, quam  $\Pi E$ , hoc est  $\Delta A$ , ad  $Z\Omega$ <sup>5)</sup>, et unusquisque ceterorum cylindrorum totius cylindri axem habentium lineae

1) Quia figura circumscripta segmento maior est.

2) Nam cum axes aequales sint, eam rationem habent cylindri, quam bases (Eucl. XII, 11); tum, u. Eucl. XII, 2.

3) Quadr. parab. 3; u. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 50 nr. 12.

4) U. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 178 nr. 4.

5) Habent enim eam rationem, quam

$$\Pi E^2 : EE^2 = \Delta A^2 : EE^2 = BA : BZ = \Delta A : Z\Omega.$$

$\Delta E$  ποτὶ ἕκαστον τῶν κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμ-  
 μένῳ σχήματι ἄξονα ἔχόντων τὸν αὐτὸν ἔξει τοῦτον  
 τὸν λόγον, ὃν ἂ ἡμίσεια τᾶς διαμέτρου τᾶς βάσιος  
 αὐτοῦ ποτὶ τὰν ἀπολελαμμέναν ἀπ' αὐτᾶς μεταξὺ τᾶν  
 5  $AB, B\Delta$  εὐθειᾶν. καὶ πάντες οἱ κυλίνδροι οἱ ἐν τῷ  
 κυλίνδρῳ, οὗ βάσις μὲν ἐστὶν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμε-  
 τρον τὰν  $AG$ , ἄξων δέ [ἐστὶν] ἂ  $\Delta I$  εὐθεῖα, ποτὶ πάντας  
 τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι  
 τὸν αὐτὸν ἔξοῦντι λόγον, ὃν πάσαι αἱ εὐθεῖαι αἱ ἐκ  
 10 τῶν κέντρων τῶν κύκλων, οἳ ἐντι βασίεις τῶν εἰρη-  
 μένων κυλίνδρων, ποτὶ πάσας τὰς εὐθείας τὰς ἀπο-  
 λελαμμένας ἀπ' αὐτᾶν μεταξὺ τᾶν  $AB, B\Delta$ . αἱ δὲ  
 εἰρημέναι εὐθεῖαι τῶν εἰρημένων χωρὶς τᾶς  $A\Delta$  μειζό-  
 νες ἐντὶ ἢ διπλασίου. ὥστε καὶ οἱ κυλίνδροι πάντες  
 15 οἱ ἐν τῷ κυλίνδρῳ, οὗ ἄξων ὁ  $\Delta I$ , μειζόνες ἐντὶ ἢ  
 διπλασίου τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. πολλῶ ἄρα  
 καὶ ὁ ὅλος κύλινδρος, οὗ ἄξων ἂ  $\Delta B$ , μείζων ἐντὶ ἢ  
 διπλασίων τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. τοῦ δὲ  $\Psi$   
 κώνου ἦν διπλασίων. ἔλασσον ἄρα τὸ ἐγγεγραμμένον  
 20 σχῆμα τοῦ  $\Psi$  κώνου· ὅπερ ἀδύνατον. ἐδείχθη γὰρ  
 μείζων. οὐκ ἄρα ἐστὶν μείζων τὸ κωνοειδὲς τοῦ  $\Psi$   
 κώνου. ὁμοίως δὲ οὐδὲ ἔλασσον. πάλιν γὰρ ἐγγε-  
 γράφθω τὸ σχῆμα, καὶ περιγεγράφθω, ὥστε ὑπερέχειν  
 ἕκαστον ἐκάστου ἐλάσσονι, ἢπερ ἀλίκῳ ὑπερέχει· ὁ  $\Psi$

3. βασεως F, vulgo. 4. αὐτοῦ] Nizzius; αυτας F, vulgo.  
 τᾶν] των per comp. F; corr. Torellius. 5. ευθειων F; corr.  
 Torellius. πάντες οὖν οἱ? 7.  $\Delta I$ ] scripsi cum Cr.;  $\Delta I$   
 F;  $\Delta B$  Commandinus. 8. γεγραμμενω F; corr. AC. 10.  
 ἐντὶ βασίεις] scripsi; εν τη βασει εισ (cum comp. ην uel εν) F,  
 vulgo (τᾶ pro τη Torellius). 12. ἀπ' αὐτᾶν] scripsi; απο τας  
 F, vulgo. 13. τᾶς] ταν F; corr. Torellius. μείζων F; corr.  
 Torellius. 15. οὗ] scripsi; ου ὁ F, vulgo.  $\Delta I$ ]  $\Delta B$  Com-  
 mandinus. 16. πολλῶ] delet Commandinus. 19. ελασσων

$\Delta E$  aequalem ad unumquemque cylindrorum figurae inscriptae eundem axem habentium eam rationem habebit, quam dimidium diametri basis eius<sup>1)</sup> ad partem eius<sup>2)</sup> inter lineas  $AB$ ,  $B\Delta$  abscisam. [quare] omnes etiam cylindri in eo cylindro positi, cuius basis est circulus circum diametrum  $AI$  descriptus, axis autem linea  $\Delta I$ , ad omnes cylindros figurae inscriptae eandem rationem habebunt, quam omnes lineae, quae radii sunt circulorum, qui bases sunt cylindrorum, quos commemorauimus<sup>3)</sup>, ad omnes lineas de illis<sup>4)</sup> inter lineas  $AB$ ,  $B\Delta$  abscisas. sed illae lineae his, excepta linea  $A\Delta$ , maiores sunt quam duplo maiores. quare etiam omnes cylindri in eo cylindro positi, cuius axis est  $\Delta I$ , maiores sunt quam duplo maiores figura inscripta.<sup>5)</sup> itaque etiam totus cylindrus, cuius axis est  $\Delta B$ , multo maior est quam duplo maior figura inscripta. erat autem duplo maior cono  $\Psi$ . itaque figura inscripta minor est cono  $\Psi$ ; quod fieri non potest. nam demonstratum est, maiorem eam esse. quare conoides cono  $\Psi$  maius non est. sed idem ne minus quidem est. rursus enim figura inscribatur et circum-

1) H. e. cylindri in toto cylindro positi, p. 390, lin. 25.

2) H. e. diametri basis cylindri in toto cylindro positi.

3) H. e. cylindros in cylindro  $\Delta I$  positos.

4) H. e. radiis circulorum.

5) Nam quia  $BI = \Theta I = ZE = E\Delta$  cet., lineae  $A\Delta$ ,  $\Xi E$ ,  $Z\Omega$  aequali spatio minimae earum aequali inter se excedunt; tum u. p. 290, 5 sq.

F. 24.  $\epsilon\kappa\acute{\alpha}\sigma\tau\omicron\nu$ ] om. F; corr. Torellius.  $\epsilon\lambda\alpha\sigma\sigma\omicron\nu$  F; corr. Torellius.  $\eta\pi\epsilon\rho\ \acute{\alpha}\lambda\iota\kappa\omega$ ] scripsi;  $\eta\ \kappa\alpha\lambda\iota\nu\ \kappa\omega$  F;  $\eta\ \kappa\eta\lambda\iota\kappa\omega$  B, ed. Basil., Torellius.

κῶνος τοῦ κωνοειδέος, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς  
 πρότερον κατεσκευάσθω. ἐπεὶ οὖν ἔλασσόν ἐστι τὸ  
 ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ τμήματος, καὶ τὸ ἐγγραφέν  
 τοῦ περιγραφέντος ἐλάσσονι λειπέται, ἢ τὸ τμήμα τοῦ  
 5  $\Psi$  κώνου, δῆλον, ὡς ἔλασσόν ἐστι τὸ περιγραφέν  
 σχῆμα τοῦ  $\Psi$  κώνου. πάλιν δὲ ὁ πρῶτος κύλινδρος  
 τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν  $\Delta E$  ποτὶ  
 τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ  
 σχήματι τὸν τὸν αὐτὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν  $E\Delta$  τὸν  
 10 αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τῆς  $A\Delta$  τετράγωνον  
 ποτὶ τὸ αὐτό. ὁ δὲ δεύτερος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ  
 ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν  $EZ$  ποτὶ τὸν δεύτερον  
 κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν  
 ἔχοντα ἄξονα τὰν  $EZ$  τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἂ  
 15  $\Delta A$  ποτὶ τὰν  $KE$  δυνάμει· οὗτος δὲ ἐστὶν ὁ αὐτὸς  
 τῷ, ὃν ἔχει ἂ  $B\Delta$  ποτὶ τὰν  $BE$ , καὶ τῷ, ὃν ἔχει ἂ  
 $\Delta A$  ποτὶ τὰν  $E\Xi$ · καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαστος  
 τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἔχόντων ἴσον τῷ  $\Delta E$   
 ποτὶ ἕκαστον τῶν κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ περιγεγραμ-  
 20 μένῳ σχήματι ἄξονα ἔχόντων τὸν αὐτὸν, ἔξει τοῦτον  
 τὸν λόγον, ὃν ἂ ἡμίσεια τῆς διαμέτρου τῆς βάσιος  
 αὐτοῦ ποτὶ τὰν ἀπολελαμμέναν ἀπ' αὐτῆς μεταξὺ τῶν  
 $AB$ ,  $B\Delta$  εὐθειῶν. καὶ πάντες οὖν οἱ κύλινδροι οἱ  
 ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, οὗ ἄξων ἐστὶν ἂ  $B\Delta$  εὐθεῖα,

7. τὰν] την F; corr. Torellius. 8. τῶν] scripsi; τον F, uulgo. 9. τὸν τὸν] scripsi; τον F, uulgo. τὰν] scripsi; τα F, uulgo. 10. ἔχει] Torellius; εἶχε F, uulgo. 12. κυλίνδρῳ] κυλίνδρων FACD\*. τὰν] των (comp.) αν F. 13. τῶν] scripsi; τον F, uulgo. 16. ταν] τα F. ἂ] Torellius; ο F, uulgo. 18. ἴσον] Torellius; ἴσαν F, uulgo. 21. τῆς διαμέτρου] om. F; corr. Nizzius. βασεως F, uulgo. 23. παντ cum comp. ην uel εν F. οὖν] γουν (comp.) F; corr. Torellius. 24. ὅλῳ] ο supra manu 1 F. ού] ων F; corr. Nizzius.

scribatur, ita ut altera excedat alteram<sup>1)</sup> spatio minore, quam quali excedit conus  $\Psi$  conoides [prop. 19], et cetera eadem, quae supra, construantur. iam quoniam figura inscripta segmento minor est, et figura inscripta minor est figura circumscripta spatio minore, quam quo segmentum minus est cono  $\Psi$ , adparet, figuram circumscriptam minorem esse cono  $\Psi$ . rursus autem cylindrus primus totius cylindri axem habens  $\Delta E$  ad primum cylindrum figurae circumscriptae eundem axem  $E \Delta$  habentem eandem rationem habet, quam

$$A \Delta^2 : A \Delta^2 \text{ [p. 391 not. 2].}$$

et secundus cylindrus totius cylindri axem habens  $EZ$  ad secundum cylindrum figurae circumscriptae axem habentem  $EZ$  eandem rationem habet, quam  $\Delta A^2 : KE^2$  [u. ibidem]. ea autem eadem est, quam habet  $B \Delta$  ad  $BE$  [p. 391 not. 3] et  $\Delta A : E \Xi$  [p. 391 not. 4]. et ceterorum cylindrorum singuli, qui in toto cylindro sunt et axem habent lineae  $\Delta E$  aequalem, ad singulos cylindros, qui in figura circumscripta sunt et eundem axem habent, eam rationem habebunt, quam dimidia pars diametri basis eorum<sup>2)</sup> ad partem eius<sup>3)</sup> inter lineas  $AB$ ,  $B \Delta$  abscisam. itaque etiam omnes cylindri totius cylindri, cuius axis est  $B \Delta$ , ad omnes

1) H. e. figura circumscripta inscriptam; itaque parum recte dicitur:  $\xi\kappa\alpha\sigma\tau\omicron\nu \xi\kappa\acute{\alpha}\sigma\tau\omicron\nu$ ; saltem debebat esse  $\xi\kappa\acute{\alpha}\tau\epsilon\rho\nu \xi\kappa\alpha\tau\acute{\epsilon}\rho\omicron\nu$ .

2) H. e. cylindrorum cylindri totius.

3) H. e. diametri basis. hoc loco igitur bases uocantur ii circuli, qui in ea parte cylindrorum sunt, in qua est punctum  $\Delta$ , supra uero ii, qui in altera parte sunt, in qua est  $B$  (p. 392, 4; sed p. 392, 3 ut hoc loco).

ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ περιγεγραμ-  
 μένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον, ὃν πάσαι αἱ  
 εὐθεῖαι ποτὶ πάσας τὰς εὐθείας. αἱ δὲ εὐθεῖαι πάσαι  
 αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων, οἱ βασιῆς ἐντὶ τῶν  
 5 κυλίνδρων, τῶν εὐθειῶν πασῶν τῶν ἀπολελαμμέναν  
 ἀπ' αὐτῶν σὺν τῷ  $ΑΔ$  ἐλασσόνες ἐντὶ ἡ διπλασία.  
 δῆλον οὖν, ὅτι καὶ οἱ κυλίνδροι πάντες οἱ ἐν τῷ ὅλῳ  
 κυλίνδρῳ ἐλασσόνες ἐντὶ ἡ διπλασίῳ τῶν κυλίνδρων  
 τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι. ὁ ἄρα κύλινδρος  
 10 ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τῶν  
 $ΑΓ$ , ἄξονα δὲ τῶν  $ΒΔ$  ἐλάσσων ἐστὶν ἡ διπλασίῳ  
 τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος. οὐκ ἐστὶ δέ, ἀλλὰ  
 μείζων ἡ διπλασίῳ. τοῦ γὰρ  $Ψ$  κώνου διπλασίῳ  
 ἐστὶ, τὰ δὲ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλαττον ἐδείχθη  
 15 τοῦ  $Ψ$  κώνου. οὐκ ἄρα ἐστὶν οὐδὲ ἔλασσον τὸ τοῦ  
 κωνοειδέος τμήμα τοῦ  $Ψ$  κώνου. ἐδείχθη δέ, ὅτι  
 οὐδὲ μείζων. ἡμιόλιον ἄρα ἐστὶν τοῦ κώνου τοῦ βάσιν  
 ἔχοντος τῶν αὐτῶν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

κβ'.

20 Καὶ τοίνυν εἴ κα μὴ ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα ἐπι-  
 πέδῳ ἀποτμαθῆ τὸ τμήμα ἀπὸ τοῦ ὀρθογωνίου κω-  
 νοειδέος, ὁμοίως ἡμιόλιον ἐσσεῖται τοῦ ἀποτμάματος  
 τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τῶν αὐτῶν τῷ τμήματι  
 καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

25 ἔστω τμήμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος ἀποτετμαμένον,  
 ὡς εἰρήται, καὶ τμαθέντος αὐτοῦ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ

5. κυλίνδρων] κυλινδρων προς (comp.) F; corr. Torellius.  
 6. τῷ] ταν F; corr. BD. 10. κύκλον] κυλινδρον F; corr. B\*.  
 13. διπλασίῳ] διπλασι cum comp. ων F. 17. οὐδέ] scripsi;  
 ουτε F, vulgo. 18. τμήματι] sic F, ut lin. 21 (bis), 23. 19.



cylindros figurae circumscriptae eandem habebunt rationem, quam omnes lineae illae ad omnes has lineas.<sup>1)</sup> sed omnes lineae, quae radii sunt cylindrorum, qui bases sunt cylindrorum, minores sunt quam duplo maiores omnibus lineis de iis abscisis una cum linea  $A\Delta$  [p. 290, 5; u. p. 393 not. 5]. adparet igitur, etiam cylindros omnes totius cylindri minores esse quam duplo maiores cylindris figurae circumscriptae. itaque cylindrus basim habens circulum circum diametrum  $A\Gamma$  descriptum, axem autem  $B\Delta$  minor est quam duplo maior figura circumscripta. at non est, sed maior quam duplo maior; nam duplo maior est cono  $\Psi$ , et figura circumscripta minor est cono  $\Psi$ , ut demonstratum est [p. 394, 5]. itaque segmentum conoidis ne minus quidem est cono  $\Psi$ . demonstratum autem est, ne maius quidem id esse. quare dimidia parte maius est cono basim eandem habenti, quam segmentum, et eundem axem.

## XXII.

Iam uero etiam si segmentum plano ad axem non perpendiculari abscinditur a conoide rectangulo, item dimidia parte maius erit segmento cono basim eandem habenti, quam segmentum, et eundem axem.

sit segmentum [conoidis rectanguli ita abscisum, ut dictum est, et secto eo plano per axem posito ad

---

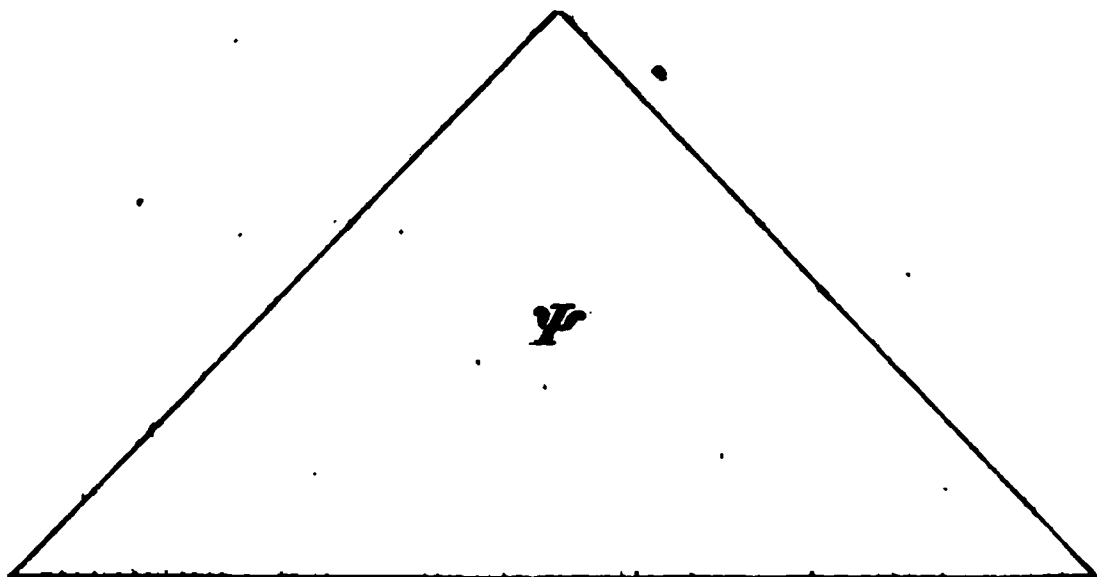
1) Sequitur (ut supra p. 392, 5 sq.) addendo proportionem, quarum denominatores aequales sunt (*ἀνάπαινον*).

---

$\kappa\delta'$ . Torellius. 20. τῷ ἐπιπέδῳ? 22. ἐσσεύεται] scripsi; εἶσται per comp. F, uulgo. 25. κωνοειδὲς F.



planum segmentum abscindens perpendiculari, figurae sectio sit  $AB\Gamma$  conici rectanguli sectio [prop. 11, a], plani uero segmentum abscindentis linea  $A\Gamma$ , et lineae  $A\Gamma$  parallela sit linea  $\Phi\Gamma$  conici rectanguli sectionem contingens in puncto  $B$ , et linea  $B\Delta$  ducatur axi parallela. ea igitur lineam  $A\Gamma$  in duas partes aequales secabit.<sup>1)</sup> et in linea  $\Phi\Gamma$  planum erigatur parallelum plano in linea  $A\Gamma$  posito. hoc igitur conoides in



puncto  $B$  continget [prop. 16, b], et uertex segmenti erit punctum  $B$ , axis autem  $B\Delta$ .<sup>2)</sup> iam quoniam planum in linea  $A\Gamma$  positum ad axem non perpendicularare conoides secat, sectio erit conici acutianguli sectio, et maior eius diameter  $A\Gamma$  [prop. 12]. itaque quoniam data est sectio conici acutianguli circum diametrum  $\Gamma A$  descripta, et linea  $B\Delta$  a centro conici acutianguli erecta

1) U. quadr. parab. prop. 1; cfr. supra p. 381 not. 3.

2)  $B$  uertex est propter p. 276, 7,  $B\Delta$  autem diameter segmenti (sectionis conici rectanguli) et diametro sectionis, hoc est axi conoidis, parallela (u. p. 383 not. 1); tum u. p. 276, 8.

om. F; corr. B. 3. κώνου] om. F; corr. Torellius. 8.  $A\Delta$   
 $A\Gamma$ ? δῆ] scripsi; δε F, uulgo. 11. τῶ] τω τω F; corr.  
 C\*. 12. τετραησει F, uulgo.

τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομαῖς ἀνεστακουῖσα ἐν ἐπιπέδῳ  
 ὀρθῶ ἀνεστακóτι ἀπὸ διαμέτρου ποτὶ τὸ ἐπίπεδον,  
 ἐν ᾧ ἐστὶν ἡ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, δυνατόν  
 ἐστὶ κύλινδρον εὑρεῖν τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ' εὐθείας  
 5 τῆς  $B\Delta$ , οὗ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἡ τοῦ ὀξυγωνίου  
 κώνου τομά. δυνατόν δέ ἐστὶ καὶ κώνον εὑρεῖν κο-  
 ρυφὰν ἔχοντα τὸ  $B$  σαμεῖον, οὗ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ἡ τοῦ  
 ὀξυγωνίου κώνου τομά ἐσσεῖται. ὥστε ἐσσεῖται τόμος  
 κυλίνδρου τις βάσιν ἔχων τὴν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου  
 10 τομὴν τὴν περὶ διάμετρον τὴν  $AG$ , ἄξονα δὲ τὴν  $B\Delta$ ,  
 καὶ ἀποτέλεσμα κώνου βάσιν ἔχον τὴν αὐτὴν τῷ τε τόμῳ  
 καὶ τῷ τμήματι, ἄξονα δὲ τὸν αὐτόν. δεικτέον, ὅτι τὸ  
 τοῦ κωνοειδέος τμήμα ἡμιόλιόν ἐστὶ τούτου τοῦ κώνου.

ἔστω δὴ ὁ  $\Psi$  κώνος ἡμιόλιος τοῦ ἀποτεμάματος  
 15 τούτου. ἐσσεῖται δὴ ὁ τόμος τοῦ κυλίνδρου ὁ βάσιν  
 ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν  
 διπλάσιος τοῦ  $\Psi$  κώνου. οὗτος γὰρ ἡμιόλιός ἐστὶ  
 τοῦ ἀποτεμάματος τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν  
 αὐτὴν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, τὸ δὲ ἀπό-  
 20 τεμα τοῦ κώνου τὸ εἰρημένον τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ  
 τόμου τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὴν αὐτὴν  
 τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. ἀναγκαῖον δὴ ἐστὶ  
 τὸ τοῦ κωνοειδέος τμήμα ἴσον εἶμεν τῷ  $\Psi$  κώνῳ. εἰ  
 γὰρ μὴ ἐστὶν ἴσον, ἢτοι μεῖζόν ἐστὶν ἢ ἔλασσον. ἔστω  
 25 δὴ πρότερον, εἰ δυνατόν, μεῖζον. ἐγγεγράφθω δὴ τι  
 εἰς τὸ τμήμα σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω  
 ἐκ κυλίνδρων τόμων ὕψος ἴσον ἔχόντων συγκείμενα,  
 ὥστε τὸ περιγραφέν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν

2. τῆς διαμέτρου? 4. *euq cum comp. ην uel ιν F.* 6.  
*euq cum comp. ην uel ιν F.* 8. ὥστε ἐσσεῖται] *scripsi; om.*  
*F, uulgo; ἐσσεῖται δὴ Torellius.* 11. ἀποτεμμα *F, ut lin. 15,*

in plano a diametro erecto ad id planum perpendiculari, in quo est sectio conici acutianguli, fieri potest, ut cylindrus inueniatur axem habens in producta linea  $B\Delta$ , cuius in superficie sit sectio conici acutianguli [prop. 9]. sed hoc quoque fieri potest, ut conus inueniatur uerticem habens punctum  $B$ , cuius in superficie sit sectio conici acutianguli [prop. 8]. erit igitur frustum quoddam cylindri basim habens sectionem conici acutianguli circum diametrum  $A\Gamma$  descriptam, axem autem  $B\Delta$ , et segmentum conici basim habens eandem, quam et frustum et segmentum [conoidis], et axem eundem. demonstrandum est, segmentum conoidis dimidia parte maius esse hoc cono.<sup>1)</sup>

sit igitur conus  $\Psi$  dimidia parte maior hoc segmento [conici]. erit igitur frustum cylindri basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem duplo maius cono  $\Psi$ . hic enim dimidia parte maior est segmento conici basim habenti eandem, quam segmentum, et eundem axem, segmentum autem conici, quod commemorauimus, tertia pars est frusti cylindri basim habentis eandem, quam segmentum, et eundem axem.<sup>2)</sup> necesse igitur est, segmentum conoidis aequale esse cono  $\Psi$ . nam si aequale non est, aut maius est aut minus. prius igitur, si fieri potest, maius sit. inscribatur igitur segmento figura solida, et alia circumscribatur ex frustis cylindrorum altitudinem aequalem

1) Fortasse scribendum lin. 14: *τούτου τοῦ ἀποτμήματος τοῦ κώνου*; cfr. lin. 15.

2) U. supra prop. 10. p 340, 8.

19, 20; corr. Torellius. 13. *τὸ τοῦ*] scripsi; *το* F, uulgo; *τοῦ* Torellius. *κωνοειδές* F; corr. Torellius. 19. *την αὐτην*, utrumque per comp., F; corr. Torellius. 23. *δή*] scripsi; *δε* F, uulgo. 27. *σχῆμα*] om. F; corr. Torellius.

ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει τὸ τοῦ κωνοειδέος τμήμα  
 τοῦ  $\Psi$  κώνου. καὶ διάχθω τὰ ἐπίπεδα τῶν τόμων ἔστε  
 ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ τόμου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν  
 αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. πάλιν δὴ  
 5 ὁ πρῶτος τόμος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ ὁ ἔχων ἄξονα  
 τὰν  $\Delta E$  ποτὶ τὸν πρῶτον τόμον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμ-  
 μένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν  $\Delta E$  τὸν αὐτόν  
 ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς  $A\Delta$  τετραγώνου ποτὶ τὸ  
 ἀπὸ τᾶς  $KE$ . οἱ γὰρ τόμοι οἱ ἴσον ὕψος ἔχοντες τὸν  
 10 αὐτόν ἔχοντι λόγον ποτ' ἀλλάλους ταῖς βάσεσιν, αἱ  
 δὲ βασίεις αὐτῶν, ἐπεὶ ὁμοίαι ἐντὶ ὀξυγωνίων κώνων  
 τομαί, τὸν αὐτόν ἔχοντι λόγον, ὃν αἱ ὁμολόγοι δια-  
 μέτροι αὐτῶν δυνάμει, ἡμισεῖαι δὲ ἐντὶ τῶν ὁμολόγων  
 διαμέτρων αἱ  $A\Delta$ ,  $KE$ . ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ  $A\Delta$  ποτὶ  
 15 τὰν  $KE$  δυνάμει, τοῦτον ἔχει ἡ  $B\Delta$  ποτὶ τὰν  $BE$   
 μάκει, ἐπεὶ ἡ  $B\Delta$  παρὰ τὰν διάμετρόν ἐστιν, αἱ  
 δὲ  $A\Delta$ ,  $KE$  παρὰ τὰν κατὰ τὸ  $B$  ἐπιψαύουσιν· ὃν  
 δὲ λόγον ἔχει ἡ  $B\Delta$  ποτὶ τὰν  $BE$ , τοῦτον ἔχει ἡ  $A\Delta$   
 ποτὶ τὰν  $E\Xi$ . ἔξει οὖν ὁ πρῶτος τόμος τῶν ἐν τῷ  
 20 ὅλῳ τόμῳ ποτὶ τὸν πρῶτον τόμον τῶν ἐν τῷ ἐγγε-  
 γραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτόν λόγον, ὃν ἡ  $A\Delta$  ποτὶ  
 τὰν  $E\Xi$ . καὶ τῶν ἄλλων τόμων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ  
 ὅλῳ τόμῳ ἄξονα ἴσον ἔχόντων τᾶ  $\Delta E$  ποτὶ ἕκαστον  
 τῶν τόμων τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν  
 25 αὐτόν ἄξονα ἔχόντων τὸν αὐτόν ἔχει λόγον, ὃν ἡ  
 ἡμίσεια τᾶς διαμέτρου τᾶν βασίων αὐτοῦ ποτὶ τὰν  
 ἀπολελαμμέναν ἀπ' αὐτᾶς μεταξὺ τᾶν  $AB$ ,  $B\Delta$ . δειχ-

2. διάχθω] addidi; om. F, uulgo. ἔστε] scripsi; εσσειται F,  
 uulgo. 3. τὰν] την comp. F; corr. Torellius. 5. τῷ] το F; corr.  
 man. 2, ut uidetur. 6.  $\Delta E$ ]  $AE$  FBC\*. 10. ἔχοντι] εχωντι F.  
 12. εχωντι F. 17. τὸ  $B$ ] ταν  $BE$  F; corr. Torellius. 20. τῶν]  
 per comp. FB\*. 23. ἔχόντων] εχοντα F; corr. B. ποτί] πρὸς

habentibus compositae, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali segmentum conoidis conum  $\Psi$  excedit [prop. 20]. et plana frustorum producantur ad superficiem frusti basim habentis eandem, quam segmentum, et axem eundem. rursus igitur primum frustum totius frusti axem habens  $\Delta E$  ad primum frustum figurae inscriptae axem habens  $\Delta E$  eandem rationem habet, quam  $A\Delta^2 : KE^2$ . nam frusta eandem altitudinem habentia eandem rationem inter se habent, quam bases<sup>1)</sup>, bases autem eorum, quoniam similes sunt coni acutianguli sectiones [prop. 14 coroll.], eandem rationem habent, quam quadrata diametrorum suarum sibi respondentium [prop. 6 coroll.], et lineae  $A\Delta$ ,  $KE$  dimidiae sunt diametri sibi respondentes. est autem  $A\Delta^2 : KE^2 = B\Delta : BE$  [quadr. parab. prop. 3], quoniam  $B\Delta$  diametro parallela est [p. 399 not. 2], et lineae  $A\Delta$ ,  $KE$  parallelae lineae in puncto  $B$  contingenti. sed  $B\Delta : BE = A\Delta : E\Xi$  [p. 391 not. 4]. itaque primum frustum frusti totius ad primum frustum figurae inscriptae eandem rationem habebit, quam  $A\Delta : E\Xi$ . et ceterorum frustorum unumquodque eorum, quae in toto frusto sunt axem habentia lineae  $\Delta E$  aequalem, ad unumquodque frustum figurae inscriptae eundem axem habens eandem rationem habet, quam dimidia diametrus basium eius ad eam partem eius<sup>2)</sup>, quae inter lineas  $AB$ ,  $B\Delta$  abscinditur.

1) Cfr. prop. 10 p. 340.

2) H. e. diametri basis, eo circulo pro basi sumpto, qui in ea parte cylindri est, in qua est punctum  $B$ . cfr. p. 395 not. 3.

per comp. F; corr. Torellius. 26.  $\tau\acute{\alpha}\nu\ \beta\alpha\sigma\iota\omega\nu$ ] scripsi;  $\tau\omega\nu\ \beta\alpha\sigma\iota\omega\nu$  F, vulgo;  $\tau\acute{\alpha}\varsigma\ \beta\acute{\alpha}\sigma\epsilon\omega\varsigma$  Nizzius. 27.  $\tau\acute{\alpha}\nu$ ]  $\tau\omega\nu$  F; corr. Torellius.

5 θησέται οὖν ὁμοίως τοῖς πρότερον τὸ μὲν ἐγγεγραμ-  
 μένον σχῆμα μείζον ἐὼν τοῦ Ψ κώνου, ὁ δὲ τοῦ κυ-  
 λίνδρου τόμος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι  
 καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν μείζων ἐὼν ἢ διπλασίων τοῦ  
 10 ἐγγεγραμμένου σχήματος. ὥστε καὶ τοῦ Ψ κώνου  
 μείζων ἐσσεῖται ἢ διπλασίων. οὐκ ἐστὶ δέ, ἀλλὰ δι-  
 πλασίων. οὐκ ἄρα ἐστὶ μείζον τὸ τοῦ κωνοειδέος  
 τμάμα τοῦ Ψ κώνου. διὰ τῶν αὐτῶν δὲ δειχθησέται,  
 ὅτι οὐδὲ ἔλασσόν ἐστίν. δῆλον οὖν, ὅτι ἴσον. ἡμιόλιον  
 15 ἄρα ἐστὶ τὸ τοῦ κωνοειδέος τμάμα τοῦ ἀποτμάματος  
 τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι  
 καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

κγ'.

15 Εἰ καὶ τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμάματα  
 ἀποτμαθέντι ἐπιπέδοις, τὸ μὲν ἕτερον ὀρθῶ ποτὶ  
 τὸν ἄξονα, τὸ δὲ ἕτερον μὴ ὀρθῶ, ἔωντι δὲ οἱ τῶν  
 τμαμάτων ἄξόνες ἴσοι, ἴσα ἐσσοῦνται τὰ τμάματα.

20 ἀποτετμάσθω γὰρ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμά-  
 ματα, ὡς εἰρήται. τμαθέντος δὲ τοῦ κωνοειδέος ἐπι-  
 πέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος τοῦ μὲν κωνοειδέος ἔστω τομὰ  
 ἁ  $AB\Gamma$  ὀρθογωνίου κώνου τομὰ, διάμετρος δὲ αὐτᾶς  
 ἁ  $B\Delta$ , τῶν δὲ ἐπιπέδων αἱ  $AZ$ ,  $E\Gamma$  εὐθεῖαι, τοῦ μὲν  
 ὀρθοῦ ποτὶ τὸν ἄξονα ἁ  $E\Gamma$ , τοῦ δὲ μὴ ὀρθοῦ ἁ  $Z\Lambda$ .  
 ἄξόνες δὲ ἔστων τῶν τμαμάτων αἱ  $B\Theta$ ,  $K\Lambda$  ἴσαι

1. ὁμοίως] syll. ως per comp. F. 7. μείζων F. 9. ελασσων  
 F. 10. ἀποτμηματος F. 13. κε' Torellius. 15. αποτμη-  
 θεωντι F, vulgo (τ pro θ AB, ed. Basil.), ἀποτματέωντι To-  
 rellius. 17. εσουνται F, vulgo. 18. αποτετμησθω F; corr.  
 Torellius. τμάματα] sic F, ut lin. 14. 20. Post ἄξονος  
 haec verba habet F, vulgo: καὶ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ ὀρθῶ ποτὶ τὸν  
 ἄξονα, sed adparet, delenda esse. nam conoides secundum



itaque eodem modo, quo antea [p. 390, 11], demonstrabimus, figuram inscriptam maiorem esse cono  $\Psi$ , frustum autem cylindri basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem maius esse quam duplo maius figura inscripta [cfr. p. 392, 16]. quare etiam maius erit quam duplo maius cono  $\Psi$ .<sup>1)</sup> hoc autem non est, sed duplo maius. itaque segmentum conoidis maius non est cono  $\Psi$ . per eadem autem demonstrabitur, ne minus quidem esse. adparet igitur, aequale id esse. itaque segmentum conoidis dimidia parte maius est segmento cono basim habenti eandem, quam segmentum, et eundem axem.

## XXIII.

Si a conoide rectangulo duo segmenta abscinduntur, alterum plano ad axem perpendiculari, alterum non perpendiculari, et axes segmentorum aequales sunt, segmenta aequalia erunt.

abscindantur enim a conoide aliquo rectangulo duo segmenta ita, ut dictum est. secto autem conoide plano per axem posito conoidis sectio sit  $AB\Gamma$  conoide rectanguli sectio, diameter autem eius  $BA$  [prop. 11, a], planorum autem lineae  $AZ$ ,  $E\Gamma$ , plani ad axem perpendicularis sectio  $E\Gamma$ , plani autem non perpendicularis linea  $ZA$ . axes autem segmentorum sint

---

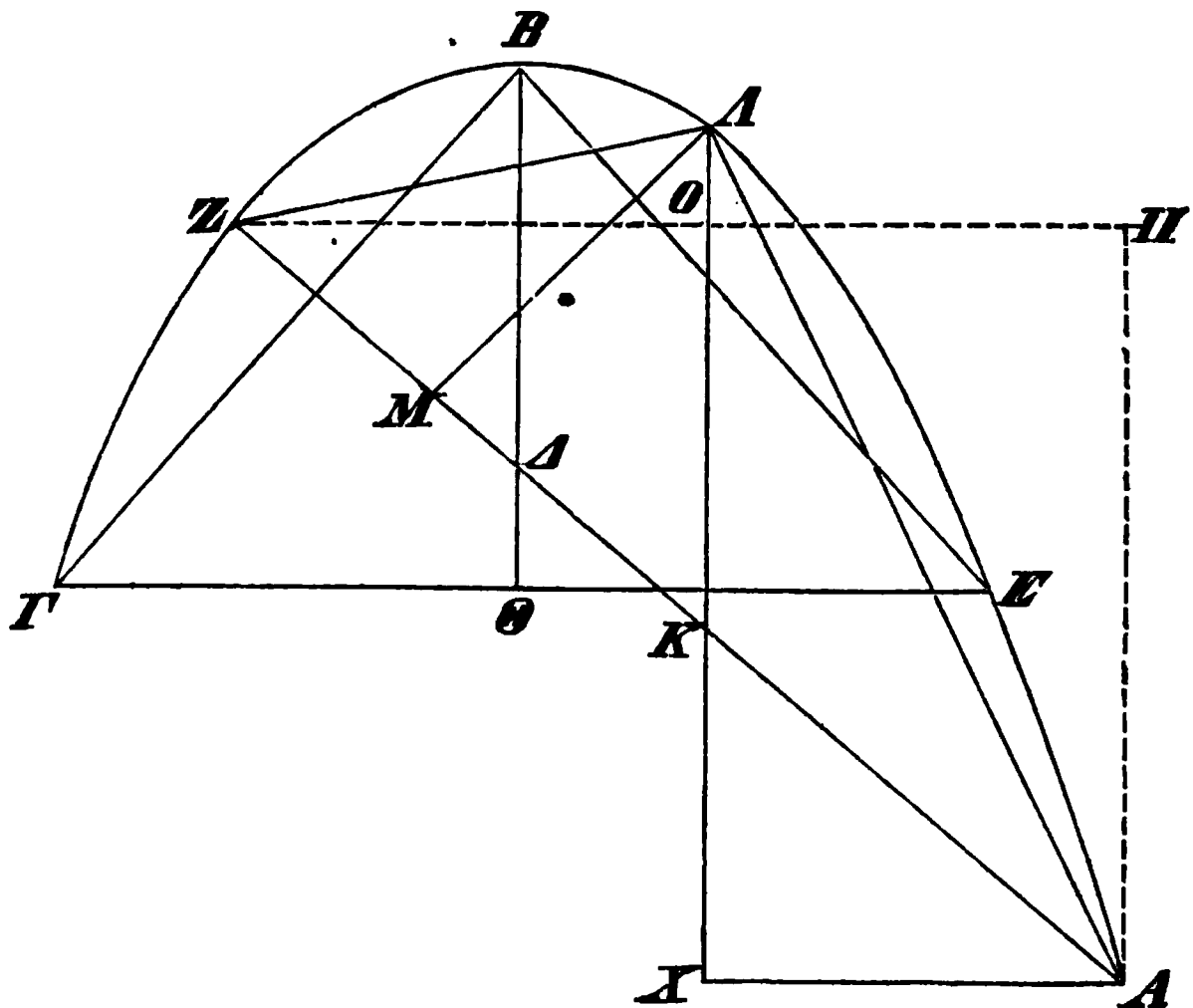
1) Quia conus  $\Psi$  minor est figura inscripta.

---

esse et perpendiculari et non perpendiculari plano, iam lin. 18—19: *δύο τμήματα, ὡς εἰρήται* (lin. 14—16) dictum est. quare Nizzius male post *ἄξονα* supplet: *καὶ ἄλλω μὴ ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα*. 21.  $AB\Gamma$ ]  $B\Gamma F$ ; corr. Torellius. 24. *ἔστων*] scripsi; *ἔστω F*; *ἔστωσαν AD, BC\**.

ἀλλάλαις, κορυφαὶ δὲ τὰ  $B, \Lambda$ . δεικτέον, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ τμήμα τοῦ κωνοειδέος, οὗ κορυφὰ τὸ  $B$ , τῷ τμήματι τοῦ κωνοειδέος, οὗ κορυφὰ τὸ  $\Lambda$ .

ἐπεὶ γὰρ ἀπὸ τῆς αὐτῆς ὀρθογωνίου κώνου τομῆς  
 5 δύο τμήματά ἐντι ἀφηρημένα τό τε  $A\Lambda Z$  καὶ τὸ  $EB\Gamma$ , καὶ ἐντι αὐτῶν αἱ διαμέτροι ἴσαι αἱ  $K\Lambda, B\Theta$ , ἴσον ἐστὶ τὸ τρίγωνον τὸ  $A\Lambda K$  τῷ  $E\Theta B$ . δεδείκται γάρ, ὅτι τὸ  $A\Lambda Z$  τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ  $EB\Gamma$  τριγώνῳ. ἄχθω δὴ ἡ  $AX$  κάθετος ἐπὶ τὴν  $K\Lambda$  ἐκβλη-  
 10 θείσαν. καὶ ἐπεὶ ἴσαι αἱ  $B\Theta, K\Lambda$ , ἴσαι καὶ αἱ  $E\Theta, AX$ . ἔστω δὴ ἐν τῷ τμήματι, οὗ κορυφὰ τὸ  $B$ , κώνος ἐγγεγραμμένος τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχων τῷ τμήματι καὶ



ἄξονα τὸν αὐτόν· ἐν δὲ τῷ τμήματι, οὗ κορυφὰ τὸ  $\Lambda$ , ἀπότμαμα κώνου τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχων τῷ τμή-

1. ἀλλήλαις F; corr. Torellius.

2. τοῦ] addidi; om. F,

$B\Theta$ ,  $KA$  inter se aequales, et uertices puncta  $B$ ,  $A$ . demonstrandum est, segmentum conoidis, cuius uertex sit  $B$ , aequale esse segmento conoidis, cuius uertex sit  $A$ .

nam quoniam ab eadem sectione conii rectanguli duo segmenta abscisa sunt,  $A\Lambda Z$  et  $EB\Gamma$ , et diametri eorum  $KA$ ,  $B\Theta$  aequales sunt, triangulum  $A\Lambda K$  aequale est triangulo  $E\Theta B$ ; nam demonstratum est, triangulum  $A\Lambda Z$  aequale esse triangulo  $EB\Gamma$  [prop. 3].<sup>1)</sup> ducatur igitur linea  $AX$  ad productam lineam  $KA$  perpendicularis. et quoniam  $B\Theta = KA$ , erit etiam  $E\Theta = AX$ .<sup>2)</sup> inscribatur igitur segmento, cuius uertex est  $B$ , conus eandem basim habens, quam segmentum, et eundem axem, et segmento, cuius uertex est  $A$ , segmentum conii eandem basim habens, quam seg-

---

1) Et  $B\Theta$ ,  $KA$  diametri (prop. 11, a) sectionum bases in duas partes aequales diuidunt (prop. 3 p. 302, 9); tum u. Eucl. VI, 1.

2) Nam, cum bases  $B\Theta$ ,  $KA$  aequales sint, erit

$$E\Theta B : AK\Lambda = E\Theta : AX \text{ (Eucl. VI, 1) } = 1 \text{ (not. 1).}$$

---

uulgo. 6.  $\alpha\upsilon\tau\omega\nu \alpha\iota$ ] scripsi;  $\alpha\iota$  om. F, uulgo. 14.  $\alpha\pi\omicron$ -  
 $\tau\mu\eta\mu\alpha$  F, ut p. 408 lin. 3; corr. Torellius.  $\acute{\epsilon}\chi\omicron\nu$ ] D, B mg.;  
 $\epsilon\chi\omicron\nu$  F, uulgo.

ματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. ἄχθω δὲ ἀπὸ τοῦ  $A$   
 κάθετος ἐπὶ τὰν  $AZ$  ἢ  $AM$ . ἐσσεῖται δὴ αὐτὰ ὕψος  
 τοῦ ἀποτμήματος τοῦ κώνου, οὗ κορυφὰ τὸ  $A$ . τὸ  
 δὲ ἀπότμαμα τοῦ κώνου, οὗ κορυφὰ τὸ  $A$ , καὶ ὁ κῶνος,  
 5 οὗ κορυφὰ τὸ  $B$ , τὸν συγκείμενον λόγον ἔχοντι ποτ'  
 ἄλλαλα ἕκ τε τοῦ τῶν βασιῶν λόγου καὶ ἕκ τοῦ τῶν  
 ὑπέων. τὸν συγκείμενον οὖν ἔχοντι λόγον ἕκ τε τοῦ,  
 ὃν ἔχει τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγων-  
 νίου κώνου τομᾶς τᾶς περὶ διάμετρον τὰν  $AZ$  ποτὶ  
 10 τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν  $EΓ$ , καὶ ἕκ τοῦ,  
 ὃν ἔχει ἢ  $MA$  ποτὶ τὰν  $BΘ$ . τὸ δὲ χωρίον τὸ περι-  
 εχόμενον ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ποτὶ  
 τὸν αὐτὸν κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ πε-  
 ριεχόμενον ὑπὸ τᾶν διαμέτρων ποτὶ τὸ τετράγωνον  
 15 τὸ ἀπὸ τᾶς  $EΓ$  [ἔχει καὶ τὸ ἀπότμημα τοῦ κῶ-  
 νου, οὗ κορυφὰ τὸ  $A$ , πρὸς τὸν κῶνον, οὗ κορυφὰ  
 τὸ  $B$ , τὸν συγκείμενον λόγον ἕκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἢ  
 $KA$  ποτὶ τὰν  $EΘ$ , καὶ τοῦ, ὃν ἔχει ἢ  $MA$  ποτὶ τὰν  
 $BΘ$ . ἢ μὲν γὰρ  $KA$  ἡμίσειά ἐντι τᾶς διαμέτρου τᾶς  
 20 βάσιος τᾶς τοῦ ἀποτμήματος τοῦ κώνου, οὗ κορυφὰ  
 τὸ  $A$ , ἢ δὲ  $EΘ$  ἡμίσεια τᾶς διαμέτρου τᾶς βάσεως τοῦ  
 κώνου, αἱ δὲ  $AM$ ,  $BΘ$  ὕψεά ἐντι αὐτῶν. ἔχει δὲ ἢ  
 $AM$  ποτὶ τὰν  $BΘ$  τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν καὶ ποτὶ τὰν  
 $KA$ , ἐπεὶ ἢ  $BΘ$  ἴση ἐστὶ τᾷ  $KA$ . ἔχει δὲ καὶ ἢ  $AM$   
 25 ποτὶ τὰν  $KA$ , ὃν ἢ  $XA$  ποτὶ τὰν  $AK$ ]. ἔχοι οὖν κα  
 καὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου ποτὶ τὸν κῶνον τὸν συγ-  
 κείμενον λόγον ἕκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἢ  $AK$  ποτὶ τὰν

1. δέ] δὲ καὶ D (non BC\*); ed. Basil., Torellius. 2. δή] Torellius; δι F, vulgo. 3. A] A F. 5. εχωντι F; corr. D. ποτι ταλλαλα F. 11. MA] scripsi; NA FBC\*; AM ed. Basil., Torellius. In figura lineas ZΠ, AΠ et litteras O, Π addidi. 15. ἀπότμαμα, ut lin. 20, Torellius. 16. ποτί Torellius.

mentum, et eundem axem. ducatur autem ab  $A$  puncto linea  $AM$  ad lineam  $AZ$  perpendicularis. ea igitur altitudo erit segmenti conici, cuius uertex est  $A$ .<sup>1)</sup> segmentum autem conici, cuius uertex est  $A$ , et conus, cuius uertex est  $B$ , eam inter se rationem habent, quae composita est ex ratione basium et ratione altitudinum.<sup>2)</sup> habent igitur rationem compositam ex ratione, quam habet spatium comprehensum sectione conici acutianguli [prop. 12] circum diametrum  $AZ$  descripta ad circulum [prop. 11, a] circum diametrum  $E\Gamma$  descriptum, et ratione  $MA : B\Theta$ . sed spatium sectione conici acutianguli comprehensum ad eundem circulum eandem rationem habet, quam rectangulum diametris [illius] comprehensum ad  $E\Gamma^2$  [prop. 5].<sup>3)</sup> quare etiam segmentum conici ad conum rationem ha-

1) Quia a uertice  $A$  ad basim perpendicularis ducta est (u. quadr. parab. 17 extr.).

2) Cfr. prop. 10.

3) Sequentia uerba:  $\acute{\epsilon}\chi\epsilon\iota\ \kappa\alpha\iota$  lin. 15 —  $\tau\acute{\alpha}\nu\ AK$  lin. 25 subditiua sunt. nam primum uerba  $\alpha\acute{\iota}\ \delta\acute{\epsilon}\ AM, B\Theta\ \acute{\upsilon}\psi\epsilon\acute{\alpha}\ \acute{\epsilon}\nu\tau\iota\ \alpha\acute{\upsilon}\tau\acute{\omega}\nu$  hoc loco prorsus absurda sunt post lin. 2—3. deinde quae proxime sequuntur lin. 22—25 demonstrationis tenorem plane conturbant. adparet enim ex p. 410, 1 sq., Archimedes rationem  $AM : B\Theta$  immutatam retinuisse et alteram rationem ita transformasse, ut adpareret, eam aequalem esse  $B\Theta : AM$ . tum etiam lin. 15—21, ubi etiam causa obscure significata ( $\acute{\alpha}\ \mu\acute{\epsilon}\nu\ \gamma\acute{\alpha}\rho\ \kappa\tau\lambda.$  lin. 19) offendit, delendae sunt propter lin. 25 sq.

18.  $MA$ ] scripsi;  $NA\ FBC^*$ ;  $AM$  ed. Basil., Torellius. 19.  $\tau\acute{\alpha}\nu\ \delta\iota\alpha\mu\epsilon\tau\rho\omega\upsilon\upsilon$  ( $\omega\upsilon\upsilon$  comp.)  $\tau\alpha\varsigma\ \beta\alpha\sigma\iota\alpha\varsigma$  ( $\alpha\varsigma$  comp.)  $F$ ; corr. Torellius. 22.  $AM$ ]  $AN\ F$ , ut lin. 23; corr. ed. Basil. 24.  $\acute{\iota}\sigma\alpha$  Torellius.  $AM$ ]  $AN\ F$ , ut p. 410 lin. 2; corr. ed. Basil. 25.  $\acute{\epsilon}\chi\omicron\iota\ \omicron\upsilon\acute{\nu}\ \kappa\alpha$ ] scripsi;  $\epsilon\chi\omicron\iota\ F$ , uulgo;  $\acute{\epsilon}\chi\epsilon\iota$  Torellius, B. 26.  $\alpha\pi\omicron\tau\mu\eta\mu\alpha\ F$ ; corr. Torellius.

$AX$  ἴσα γάρ ἐστιν ἃ  $AX$  τᾷ  $E\Theta$ · καὶ ἐκ τοῦ, ὃν  
 ἔχει ἃ  $AM$  ποτὶ τὰν  $B\Theta$ . ὁ δὲ ἕτερος τῶν εἰρημένων  
 λόγων, ὁ τᾶς  $AK$  ποτὶ  $AX$ , ὁ αὐτός ἐστι τῷ τᾶς  $AK$   
 ποτὶ  $AM$ . τὸ ἄρα ἀπότμαμα ποτὶ τὸν κώνον λόγον  
 5 ἔχει, ὃν ἃ  $AK$  ποτὶ τὰν  $AM$ , καὶ ὃν ἔχει ἃ  $AM$  ποτὶ  
 τὰν  $B\Theta$ . ἴσα δὲ ἃ  $B\Theta$  τᾷ  $KL$ . δῆλον οὖν, ὅτι ἴσον  
 ἐστὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου, οὗ κορυφὰ τὸ  $A$ , τῷ  
 κώνῳ, οὗ κορυφὰ τὸ  $B$ . φανερὸν οὖν, ὅτι καὶ τὰ  
 τμάματα ἴσα ἐντί, ἐπεὶ τὸ μὲν ἕτερον αὐτῶν ἡμιόλιόν  
 10 ἐστὶ τοῦ κώνου, τὸ δὲ ἕτερον ἡμιόλιον τοῦ ἀποτμά-  
 ματος τοῦ κώνου ἴσων ἐόντων.

κδ'.

Εἰ κα τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμάματα  
 ἀποτμαθέωντι ἐπιπέδοις ὀπωσοῦν ἀγμένοις, τὰ τμά-  
 15 ματα ποτ' ἄλλαλα τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον τοῖς τε-  
 τραγώνοις τοῖς ἀπὸ τῶν ἀξόνων αὐτῶν.

ἀποτετμασθῶ γὰρ τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο  
 τμάματα, ὡς ἔτυχεν. ἔστω δὲ τῷ μὲν τοῦ ἑτέρου  
 τμάματος ἀξονι ἴσα ἃ  $K$ , τῷ δὲ τοῦ ἑτέρου ἴσα ἃ  $A$ .  
 20 δεικτέον, ὅτι τὰ τμάματα τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον  
 ποτ' ἄλλαλα τοῖς ἀπὸ τῶν  $K$ ,  $A$  τετραγώνοις.

τμαθέντος δὴ τοῦ κωνοειδέος ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ

1.  $AX$ ]  $AG$  FV. 2. ἕτερος] scripsi; εκ F, vulgo. 3.  
 τᾶς] της F; corr. Torellius. προς per comp. F; corr. Torel-  
 lius, ut lin. 4 bis. τᾶς  $AK$ ] της  $AN$  F, της  $AK$  ed. Basil.;  
 corr. Torellius. 4.  $AM$ ]  $AK$  FVD. 5.  $AK$ ]  $AN$  F; corr.  
 AB.  $AM$ ]  $AK$  F; corr. AB. και τω ον F; corr. Torellius.  
 $AM$ ]  $AN$  F; corr. AB. 6. ιση F; corr. Torellius. 7. απο-  
 τμημα F. 10. αποτμηματος F; corr. Torellius. 12. κς'  
 Torellius. 16. αὐτῶν] αυτησ cum comp. ων supra σ F;  
 αὐτοῖς ed. Basil. corr. C\*. 17. ἀποτετμησθῶ F, ut lin. 14;  
 corr. Torellius. 18. τῷ] τα F; corr. B\* D. 19.  $K$ ]  $AK$   
 FBC\*.  $A$ ]  $AA$  FBC\*.

bebit compositam ex  $AK : AX$  (nam  $AX = E\Theta$ )<sup>1)</sup> et  $AM : B\Theta$ . altera autem harum rationum,  $AK : AX$ , aequalis est rationi  $AK : AM$ .<sup>2)</sup> itaque segmentum [coni] ad conum eam rationem habet, quam

$$AK : AM \times AM : B\Theta.$$

sed  $B\Theta = KA$  [ex hypothesis]. adparet igitur, segmentum coni, cuius uertex sit  $A$ , aequale esse cono, cuius uertex sit  $B$ . constat igitur, etiam segmenta aequalia esse, quia alterum eorum dimidia parte maius est cono [prop. 21], alterum dimidia parte maius segmento coni cono illi aequali [prop. 22].

## XXIV.

Si a conoide rectangulo duo segmenta abscinduntur planis quouis modo ductis, segmenta inter se eandem rationem habebunt, quam quadrata axium.<sup>3)</sup>

abscindantur enim a conoide rectangulo duo segmenta quouis modo sumpta, et axi alterius segmenti aequalis sit linea  $K$ , alterius autem linea  $A$ . demonstrandum, segmenta eandem rationem habere inter se quam  $K^2 : A^2$ .

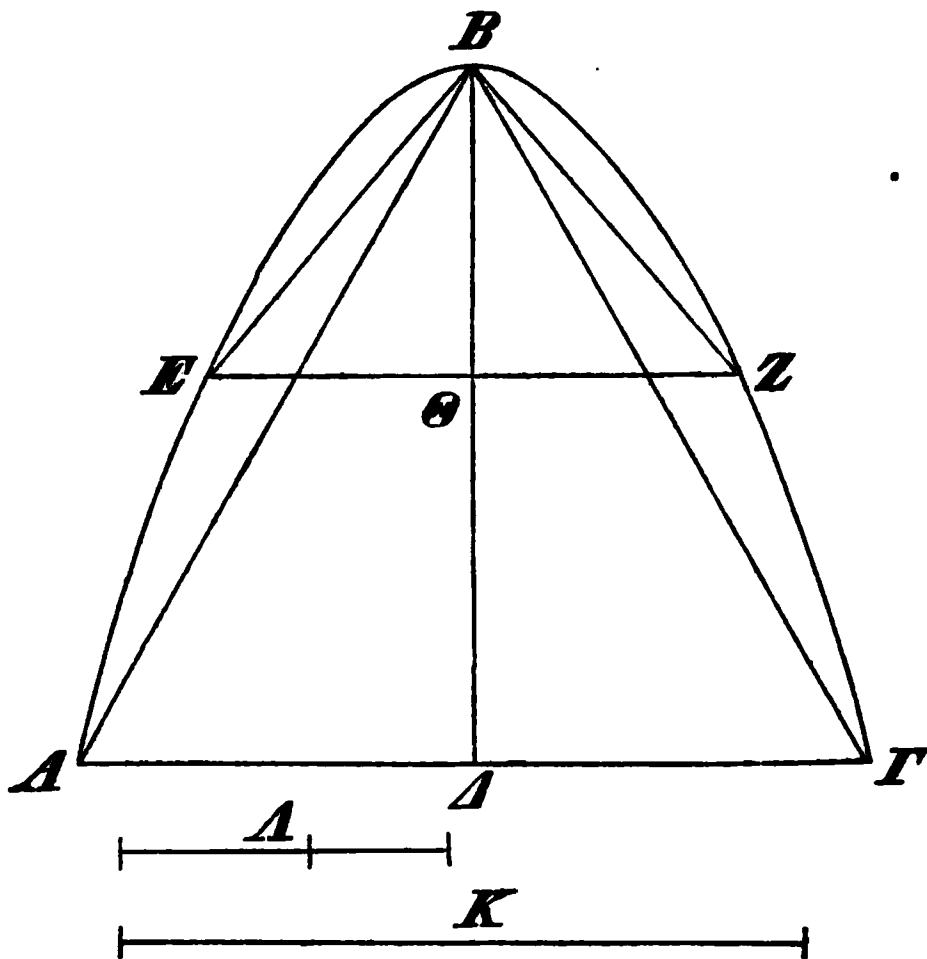
secto igitur conoide plano per axem posito segmenti

1) U. p. 406, 10. Ducatur  $AP \neq AX$  et  $ZP \perp AP$ . erit  $ZP$  minor diameter ellipsis, cuius maior diameter est  $AZ$  (prop. 12). et (Eucl. VI, 2)  $ZO : OP = ZK : KA = 1$ . sed  $OP = AX$  (Eucl. I, 34) =  $\Theta E$ . quare erit  $ZP = E\Gamma$ . itaque  $AZ \times ZP : E\Gamma^2 = AZ : E\Gamma = AK : E\Theta = AK : AX$ .

2) Nam trianguli  $MKA$ ,  $AKX$  similes sunt; tum u. Eucl. VI, 4.

3) P. 276, 18 finis hic est: τὰ ἀπομαθέντα τμήματα διπλάσιον λόγον ἔξουσιν ποτ' ἄλλαλα τῶν ἀξόνων; cfr. περὶ ἐλλίπ. praef.

ἄξονος τοῦ τμήματος ἔστω τομὰ ἃ  $AB\Gamma$  ὀρθογωνίου κώνου τομὰ, ἄξων δὲ ἃ  $B\Delta$ . καὶ ἀπολελάφθω ἃ  $B\Delta$  τᾷ  $K$  ἴσα, καὶ διὰ τοῦ  $\Delta$  ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω ὀρθὸν ποτὶ



τὸν ἄξονα. τὸ δὴ τμήμα τοῦ κωνοειδέος τὸ βάσιν  
 5 μὲν ἔχον τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν  $AG$ ,  
 ἄξονα δὲ τὰν  $B\Delta$  ἴσον ἐστὶ τῷ τμήματι τῷ ἄξονα ἔχοντι  
 ἴσον τᾷ  $K$ . εἰ ἔμὲν οὖν καὶ ἃ  $K$  ἴσα ἐστὶ τᾷ  $\Lambda$ ,  
 φανερόν, ὅτι καὶ τὰ τμήματα ἴσα ἐσσοῦνται ἀλλάλοις.  
 ἑκάτερον γὰρ αὐτῶν ἴσον τῷ αὐτῷ. καὶ τὰ τετρά-  
 10 γωνα τὰ ἀπὸ τᾶν  $K, \Lambda$  ἴσα· ὥστε τὸν αὐτὸν ἔξοῦντι  
 λόγον τὰ τμήματα τοῖς τετραγώνοις τοῖς ἀπὸ τῶν  
 ἄξόνων. εἰ δὲ μὴ ἴσα ἐστὶν ἃ  $\Lambda$  τᾷ  $K$ , ἔστω ἃ  $\Lambda$  ἴσα  
 τᾷ  $B\Theta$ , καὶ διὰ τοῦ  $\Theta$  ἐπίπεδον ἄχθω ὀρθὸν ποτὶ  
 τὸν ἄξονα. τὸ δὴ τμήμα τὸ βάσιν ἔχον τὸν κύκλον  
 15 τὸν περὶ διάμετρον τὰν  $EZ$ , ἄξονα δὲ τὰν  $B\Theta$  ἴσον

1. ἃ] om. F. 3.  $K$ ]  $IK$  F. 4. δὴ] scripsi; δε F, vulgo.



sectio sit  $AB\Gamma$  rectanguli conici sectio [prop. 11, a], axis autem  $B\Delta$ . et ponatur  $B\Delta$  lineae  $K$  aequalis, et per  $\Delta$  punctum planum ducatur ad axem perpendiculare. segmentum igitur conoidis basim habens circulum circum diametrum  $A\Gamma$  descriptum, axem autem  $B\Delta$  aequale est segmento axem habenti lineae  $K$  aequalem [prop. 23]. quare si  $K = A$ , constat, etiam segmenta aequalia inter se fore; nam utrumque eorum eidem aequale est. et  $K^2 = A^2$ . quare segmenta eandem rationem habebunt, quam quadrata axium. sin  $A$  linea lineae  $K$  aequalis non est, sit  $A = B\Theta$ , et per  $\Theta$  ducatur planum ad axem perpendiculare. segmentum igitur basim habens circulum circum diametrum  $E\Z$  descriptum, axem autem  $B\Theta$

---

6.  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota$ ] comp. F, BC\*;  $\acute{\epsilon}\nu\tau\iota$  uulgo.  $\tau\mu\acute{\alpha}\mu\alpha\tau\iota$ ] sic F, ut lin. 8, 11.  
 7.  $A$ ]  $\Delta$  F; corr. ed. Basil.\* 9.  $\acute{\iota}\sigma\omicron\nu$ ] comp. F. 10.  $\tau\acute{\alpha}\nu$ ] scripsi;  $\tau\omicron\nu$  F, uulgo.  $A$ ]  $A$  F; corr. ed. Basil.\* 14.  $\delta\acute{\eta}$ ] scripsi;  $\delta\epsilon$  F, uulgo.

ἐστὶ τῷ τμήματι τῷ ἔχοντι ἄξονα ἴσον τῷ  $\Lambda$ . ἐγγε-  
 γραφθῶσαν δὴ κῶνοι βασιῆς μὲν ἔχοντες τοὺς κύκλους  
 τοὺς περὶ διαμέτρους τὰς  $ΑΓ$ ,  $ΕΖ$ , κορυφὰν δὲ τὸ  
 $B$  σαιμεῖον. ὁ δὴ κῶνος ὁ ἔχων ἄξονα τὰν  $B\Delta$  ποτὶ  
 5 τὸν κῶνον τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν  $B\Theta$  τὸν συγκεί-  
 μενον ἔχει λόγον ἕκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἅ  $ΑΔ$  ποτὶ τὰν  
 $\Theta Ε$  δυνάμει, καὶ ἕκ τοῦ, ὃν ἔχει ἅ  $\Delta Β$  ποτὶ τὰν  $B\Theta$   
 μάκει. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἅ  $\Delta Α$  ποτὶ τὰν  $\Theta Ε$  δυνά-  
 μει, τοῦτον ἔχει ἅ  $B\Delta$  ποτὶ τὰν  $B\Theta$  μάκει. ὁ ἄρα  
 10 κῶνος ὁ ἔχων ἄξονα τὰν  $B\Delta$  ποτὶ τὸν κῶνον τὸν  
 ἔχοντα ἄξονα τὰν  $B\Theta$  τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἕκ  
 τε τοῦ, ὃν ἔχει ἅ  $\Delta Β$  ποτὶ τὰν  $\Theta Β$ , καὶ ἕκ τοῦ, ὃν  
 ἔχει ἅ  $\Delta Β$  ποτὶ τὰν  $B\Theta$ . οὗτος δὲ ἐστὶν ὁ αὐτὸς τῷ,  
 ὃν ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς  $\Delta Β$  ποτὶ τὸ τετρά-  
 15 γωνον τὸ ἀπὸ τῆς  $\Theta Β$ . ὃν δὲ λόγον ἔχει ὁ κῶνος ὁ  
 ἄξονα ἔχων τὰν  $B\Delta$  ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ἄξονα ἔχοντα  
 τὰν  $\Theta Β$ , τοῦτον ἔχει τὸν λόγον τὸ τμήμα τοῦ κωνοειδέος  
 τὸ ἄξονα ἔχον τὰν  $\Delta Β$  ποτὶ τὸ τμήμα τὸ ἄξονα ἔχον τὰν  
 $\Theta Β$ . ἐκάτερον γὰρ ἡμιόλιόν ἐστὶν. καὶ ἐστὶν τῷ μὲν  
 20 τμήματι τῷ ἄξονα ἔχοντι τὰν  $B\Delta$  ἴσον τὸ τμήμα τοῦ  
 κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον ἴσον τῷ  $K$ , τῷ δὲ τμήματι τῷ  
 ἄξονα ἔχοντι τὰν  $\Theta Β$  ἴσον τὸ τμήμα τοῦ κωνοειδέος  
 τὸ ἄξονα ἔχον ἴσον τῷ  $\Lambda$ , καὶ τῷ μὲν  $B\Delta$  ἴσα ἅ  $K$ ,  
 τῷ δὲ  $\Theta Β$  ἴσα ἅ  $\Lambda$ . δῆλον οὖν, ὅτι τὸ τμήμα τοῦ  
 25 κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον ἴσον τῷ  $K$  τὸν αὐτὸν ἔχει  
 λόγον ποτὶ τὸ τμήμα τοῦ κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον  
 ἴσον τῷ  $\Lambda$ , ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς  $K$  ποτὶ τὸ  
 τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς  $\Lambda$ .

1. τῷ] scripsi; τῷ F, uulgo.      2. δῆ] duo A, ed. Basil.,  
 Torellius.      4. δῆ] scripsi; δε F, uulgo.      9. μακων F; corr.  
 B.      15.  $\Theta Β$ ]  $Ε Β$  F; corr. ed. Basil.\*      16. ὁ ἄξονα] ὁ ad-

aequale est segmento axem habenti aequalem lineae  $A$ .  
 inscribantur igitur cono bases habentes circulos circum  
 diametros  $A\Gamma$ ,  $EZ$  descriptos, uerticem autem punctum  
 $B$ . conus igitur axem habens  $B\Delta$  ad conum axem  
 habentem  $B\Theta$  eam rationem habet, quam habet

$$A\Delta^2 : \Theta E^2 \times \Delta B : B\Theta.^1)$$

sed  $\Delta A^2 : \Theta E^2 = B\Delta : B\Theta$  [quadr. parab. prop. 3].  
 quare conus axem habens  $B\Delta$  ad conum axem ha-  
 bentem  $B\Theta$  eam habet rationem, quam

$$\Delta B : \Theta B \times \Delta B : B\Theta = \Delta B^2 : \Theta B^2.$$

et quam rationem habet conus axem habens  $B\Delta$  ad  
 conum axem habentem  $\Theta B$ , eam rationem habet seg-  
 mentum conoidis axem habens  $\Delta B$  ad segmentum  
 axem habens  $\Theta B$ . utrumque enim [segmentum] di-  
 midia parte maius est [cono basim eandem habenti  
 et axem eundem; prop. 21]. et segmento axem ha-  
 bentem  $B\Delta$  aequale est segmentum conoidis axem habens  
 lineae  $K$  aequalem, segmento autem axem habenti  
 $\Theta B$  segmentum axem aequalem habens lineae  $A$ , et  
 $B\Delta = K$ ,  $\Theta B = A$ . adparet igitur, segmentum co-  
 noidis axem habens lineae  $K$  aequalem ad segmentum  
 conoidis axem habens lineae  $A$  aequalem eandem ra-  
 tionem habere, quam  $K^2$  ad  $A^2$ .

1) Habent enim rationem ex ratione basium et ratione  
 axium compositam (prop. 10); sed ratio basium ea est, quam  
 habet  $A\Delta^2 : E\Theta^2$  (Eucl. XII, 2).

didi; om. F, uulgo.  $B\Delta$ ]  $K\Delta$  FBC\*. 20. τό] addidi; om.  
 F, uulgo. 23. ἴσον] scripsi; ἴσαν F, uulgo.  $K$ ]  $AK$  F. 27.  
 τετράγωνον] τετραγωνον  $KE$  F; corr. B. 28.  $A$ ]  $A$  F.

κε'.

Πᾶν τμήμα ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἀποτετμαμέ-  
 νον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα ποτὶ τὸν κῶνον  
 τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ὕψος  
 5 ἴσον τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἂ συναμφοτέραις  
 ἴσα τῷ τε ἄξονι τοῦ τμήματος καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς  
 ποτεούσας τῷ ἄξονι ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις τῷ τε  
 ἄξονι τοῦ τμήματος καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας  
 τῷ ἄξονι.

10 ἔστω τι τμήμα ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἀποτετμα-  
 μένον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, καὶ τμαθέντος  
 αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ἂ τομὰ ἔστω  
 αὐτοῦ μὲν τοῦ κωνοειδέος ἂ  $AB\Gamma$  ἀμβλυγωνίου  
 κῶνου τομὰ, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτέμνοντος  
 15 τὸ τμήμα ἂ  $A\Gamma$  εὐθεῖα, ἄξων δὲ ἔστω τοῦ τμήματος  
 ἂ  $B\Delta$ , ἂ δὲ ποτεούσα τῷ ἄξονι ἔστω ἂ  $B\Theta$ , καὶ τᾷ  
 $B\Theta$  ἴσα ἂ  $Z\Theta$  καὶ ἂ  $ZH$ . δεικτέον, ὅτι τὸ τμήμα  
 ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμή-  
 ματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν ἂ  $H\Delta$  ποτὶ  
 20 τὰν  $Z\Delta$ .

ἔστω δὴ κύλινδρος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμή-  
 ματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ ἔστωσαν  
 αὶ  $\Phi A$ ,  $\Gamma T$ . ἔστω δὲ καὶ κῶνός τις, ἐν ᾧ τὸ  $\Psi$ ,  
 καὶ ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ  
 25 τμήματι καὶ ἄξονα τὰν  $B\Delta$  τοῦτον ἔχέτω τὸν λόγον,  
 ὃν ἔχει ἂ  $H\Delta$  ποτὶ τὰν  $\Delta Z$ . φανὲν δὴ τὸ τμήμα τοῦ

1. κζ' Torellius. 2. ἀποτετμημενον F, ut lin. 10; corr. Torellius. 5. ἂ συναμφοτέραις] scripsi; συναμφοτερα F, vulgo. 6. τῷ] το F. 15. ἂ  $A\Gamma$  εὐθεῖα] scripsi; ευθεια F, vulgo; εὐθεῖα ἂ  $A\Gamma$  ed. Basil., Torellius. 16.  $B\Delta$ ]  $BA\Delta$  F; corr. ed. Basil\*. ποτιουσα F; corr. Torellius. 18. τὸν βάσιν] Torellius; ταν βασιν F, vulgo. 19. λόγον] τὸν αὐτὸν λόγον?

## XXV.

Quoduis segmentum conoidis obtusianguli plano ad axem perpendiculari abscisum ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et altitudinem aequalem eam habet rationem, quam linea utrique simul aequalis, et axi segmenti et triplici lineae axi adiectae ad lineam utrique aequalem et axi segmenti et duplici lineae axi adiectae.<sup>1)</sup>

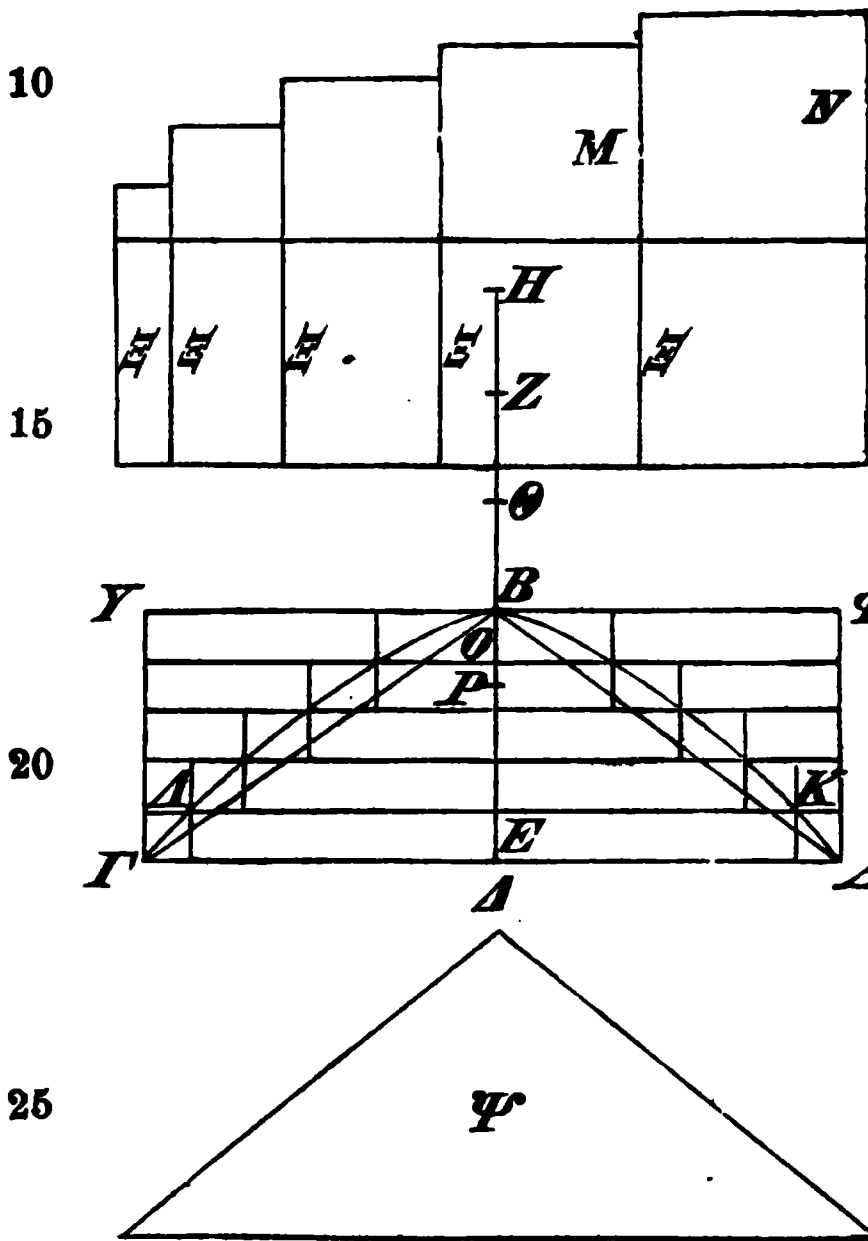
sit segmentum aliquod conoidis obtusianguli plano ad axem perpendiculari abscisum, et secto eo alio plano per axem posito ipsius conoidis sectio sit  $AB\Gamma$  conii obtusianguli sectio [prop. 11, b], plani autem segmentum abscindentis linea  $A\Gamma$ , axis autem segmenti sit  $B\Delta$ , et linea axi adiecta sit  $B\Theta$ , et sit  $B\Theta = Z\Theta = ZH$ . demonstrandum est, segmentum ad conum basim habentem eandem, quam segmentum, et eundem axem eam rationem habere, quam  $H\Delta : Z\Delta$ .

sit igitur cylindrus eandem basim habens, quam segmentum, et axem eundem, latera autem eius sint lineae  $\Phi A$ ,  $\Gamma T$ . sit autem etiam conus quidam, in quo sit littera  $\Psi$ , et ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et axem  $B\Delta$  eam habeat rationem, quam  $H\Delta : \Delta Z$ . dico igitur, segmentum

1) P. 280, 2: εἴ κα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἀπομαθῆ τμήματα ἐπιπέδῳ ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀπομαθὲν τμήμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἂ συναμφοτέραις ἴσα, τῷ τε ἄξονι κτλ. (lin. 6—9).

23. δέ] scripsi; δη F, vulgo. 26.  $H\Delta$ ]  $K\Delta$  F; corr. ed. Basil.\* φημι F; corr. Torellius.

κωνοειδῆς ἴσον εἶμεν τῷ Ψ κώνῳ. εἰ γὰρ μὴ ἔστιν ἴσον, ἦτοι μείζον ἢ ἑλάσσον ἔστιν. ἔστω πρότερον, εἰ δυνατόν, μείζον. ἐγγεγράφθω δὴ εἰς τὸ τμήμα σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων

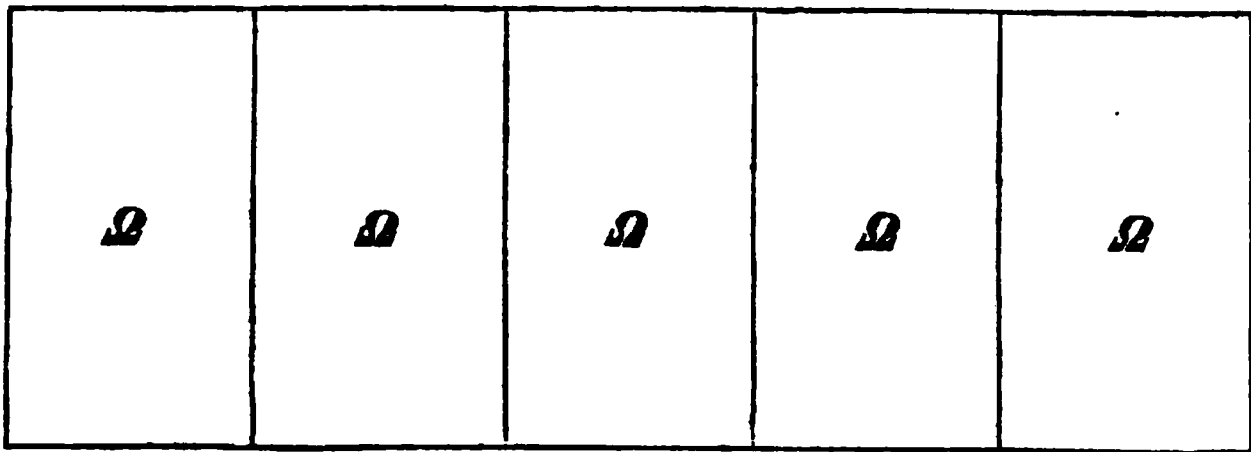


ἕψ ὕψος ἴσον ἔχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφέν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἑλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει, τὸ τοῦ κωνοειδῆος τμήμα τοῦ Ψ κώνου. διάχθω δὴ τὰ ἐπίπεδα πάντων τῶν κυλίνδρων ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ, ἄξονα δὲ τὰν ΒΔ. ἐσσεῖται δὴ ὅλος ὁ κύλινδρος διηρημένος εἰς κυλίνδρους τῷ μὲν πλήθει ἴσους τοῖς κυλίνδροις τοῖς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τῷ δὲ μεγέθει ἴσους τῷ μεγίστῳ αὐτῶν. καὶ ἐπεὶ ἑλάσσονι ὑπερέχει τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου, ἢ τὸ

τμήμα τοῦ Ψ κώνου, καὶ μείζον ἔστι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ τμήματος, δῆλον, ὅτι καὶ τὸ ἐγγε-

1. γάρ] scripsi; γε F, vulgo. 4. ἀλλω F. 8. διηχθω F;

conoidis aequale esse cono  $\Psi$ . nam si aequale non est, aut maius est aut minus. prius, si fieri potest, maius sit. inscribatur igitur segmento figura solida, et alia circumscribatur ex cylindris altitudinem aequalem habentibus composita, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali excedit segmentum conoidis conum  $\Psi$  [prop. 19]. producantur igitur plana omnium cylindrorum ad superficiem cylindri basim habentis circulum circum diametrum



$AG$  descriptum, axem autem  $B\Delta$ . itaque totus cylindrus diuisus erit in cylindros numero cylindris figurae circumscriptae aequales, magnitudine autem maximo eorum aequales. et quoniam figura circumscripta excedit inscriptam minore spatio, quam quo segmentum conum  $\Psi$  excedit, et figura circumscripta maior est segmento, adparet, etiam figuram inscriptam maiorem esse cono  $\Psi$ . sit igitur  $BP$  tertia pars

---

corr. Torellius. In figura litteras  $M, N$  permutant Cr., ed. Basil., Torellius. 24. ελασσονι F. 27. η] om. F; corr. ed. Basil. 28. τμᾶμα] sic F, ut p. 420 lin. 12.

γραμμένον σχῆμα μεῖζόν ἐστι τοῦ  $\Psi$  κώνου. ἔστω  
 δὴ τρίτον μέρος τᾶς  $B\Delta$  ἢ  $BP$ . ἐσσεῖται οὖν ἢ  $H\Delta$   
 τριπλασία τᾶς  $\Theta P$ . καὶ ἐπεὶ ὁ μὲν κύλινδρος ὁ βάσιν  
 ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν  $ΑΓ$ , ἄξονα  
 5 δὲ τὰν  $B\Delta$  ποτὶ τὸν κώνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν  
 αὐτὰν καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον,  
 ὃν ἢ  $H\Delta$  ποτὶ τὰν  $\Theta P$ , ἔχει δὲ καὶ ὁ εἰρημένος κῶ-  
 νος ποτὶ τὸν  $\Psi$  κώνον, ὃν ἢ  $Z\Delta$  ποτὶ τὰν  $H\Delta$ ,  
 ἔξει ἄρα καὶ ἀνομοίως τῶν λόγων τεταγμένων τὸν  
 10 αὐτὸν λόγον ὁ κύλινδρος ὁ εἰρημένος ποτὶ τὸν  $\Psi$   
 κώνον, ὃν ἢ  $Z\Delta$  ποτὶ τὰν  $\Theta P$ . ἔστωσαν δὲ γραμμαὶ  
 κειμέναι, ἐφ' ἃν τὰ  $\Xi$ , τῷ μὲν πλήθει ἴσαι τοῖς τμα-  
 μάτεσσιν τοῖς ἐν τᾷ  $B\Delta$  εὐθείᾳ, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστα  
 ἴσα τᾷ  $ZB$ , καὶ παρ' ἑκάσταν αὐτᾶν παραπεπτωκέτω  
 15 χωρίον ὑπερβάλλον εἶδει τετραγώνῳ, καὶ τὸ μὲν μέ-  
 γιστον ἔστω ἴσον τῷ ὑπὸ  $Z\Delta$ ,  $\Delta B$ , τὸ δὲ ἐλάχιστον  
 ἴσον τῷ ὑπὸ  $ZO$ ,  $OB$ . αἱ δὲ πλευραὶ τῶν ὑπερβλη-  
 μάτων τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχόντων [καὶ γὰρ αἱ  
 ἴσαι αὐταῖς αἱ ἐπὶ τᾶς  $B\Delta$  εὐθείας τῷ ἴσῳ ἀλλάλων  
 20 ὑπερέχουσιν]. καὶ ἔστω ἢ μὲν τοῦ μεγίστου ὑπερβλή-  
 ματος πλευρά, ἐφ' ἃς τὸ  $N$ , ἴσα τᾷ  $B\Delta$ , ἢ δὲ τοῦ ἐλαχί-  
 στου ἴσα τᾷ  $BO$ . ἔστω δὲ καὶ ἄλλα χωρία, ἐν οἷς το  
 $\Omega$ , τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον  
 ἴσον τῷ μεγίστῳ τῷ ὑπὸ τᾶν  $Z\Delta$ ,  $\Delta B$ . ὁ δὲ κῶ-

2. ἐπειταί F. 9. ἄρα καὶ] scripsi; αμετρι post lacunam  
 F, uulgo; οὖν Commandinus; ἄρα Torellius. τεταγμένων]  
 Commandinus; τεταραγμενον F, uulgo; τεταγμένον Torellius.  
 11. ὄν] om. FBC\*.  $\Theta P$ ]  $\Theta O$  F; corr. ed. Basil.\* ἔστω-  
 σαν] comp. F. δέ] scripsi; δε αἱ F, uulgo. 12. ἴσα F; corr.  
 B\* 13. τᾷ] τῷ F; corr. Torellius. 14. αὐτων F; corr.  
 Torellius. 16. ἴσον] ἐν F; corr. ed. Basil.  $Z\Delta$ ,  $B\Delta$  scripsi;  
 $ZB\Delta$  FBC\*;  $Z\Delta B$  ed. Basil., uulgo. 17. ἴσον] ἐν F; corr. A.  
 $ZO$ ,  $OB$ ] scripsi;  $ZOB$  F, uulgo. 18. τῷ] τῶν τῷ F; corr. B.



lineae  $B\Delta$ . erit igitur  $H\Delta = 3\Theta P$ .<sup>1)</sup> et quoniam cylindrus basim habens circulum circum diametrum  $A\Gamma$  descriptum, axem autem  $B\Delta$  ad conum basim habentem eandem et eundem axem eam habet rationem, quam  $H\Delta : \Theta P$ ,<sup>2)</sup> et etiam conus ille ad conum  $\Psi$  eam rationem habet, quam  $Z\Delta : H\Delta$ , habebit etiam, cum perturbata sit proportio [Eucl. V, def. 20], cylindrus, quem commemorauimus, ad conum  $\Psi$  eam rationem, quam  $Z\Delta : \Theta P$  [Eucl. V, 23]. ponantur autem lineae quaedam, in quibus sint litterae  $\Xi$ , numero partibus lineae  $B\Delta$  aequales, magnitudine autem singulae lineae  $ZB$  aequales, et singulis adplicetur spatium figura quadrata excedens, et maximum sit  $= Z\Delta \times \Delta B$ , minimum autem  $= ZO \times OB$ ; latera autem excessuum aequali differentia inter se excedant.<sup>3)</sup> et latus maximi excessus sit ea linea, in qua est littera  $N$ , aequalis lineae  $B\Delta$ , latus autem minimi excessus lineae  $BO$  aequalis sit. sint autem etiam alia spatia, in quibus sit littera  $\Omega$ , numero his aequalia et magnitudine singula maximo illorum, rectangulo lineis  $Z\Delta$ ,  $\Delta B$

1) Nam  $H\Delta = HB + B\Delta = 3\Theta B + 3BP$  et  
 $\Theta P = \Theta B + BP$ .

2) Conus enim tertia pars est cylindri (Eucl. XII, 10; cfr. supra prop. 10), et  $\Theta P = \frac{1}{3}H\Delta$ .

3) Cum nusquam dixerit Archimedes, latera aequalia esse partibus lineae  $B\Delta$  (neque enim hoc ex linn. 15—17 concludi potest), adparet, retinendam esse scripturam codicum lin. 18, et uerba sequentia lin. 18—20 delenda, in quibus offendunt etiam  $\alpha\lambda\lambda\acute{\alpha}\lambda\omega\nu$  et  $\upsilon\pi\epsilon\rho\acute{\epsilon}\chi\omicron\nu\sigma\iota\nu$ .

$\upsilon\pi\epsilon\rho\acute{\epsilon}\chi\omicron\nu\sigma\iota$  Nizzius. 20.  $\upsilon\pi\epsilon\rho\acute{\epsilon}\chi\omicron\nu\sigma\iota$  Torellius; sed u. not. 3.  
 21.  $\tau\omicron N$ ] scripsi;  $\tau\omicron\nu F$ ;  $\tau\omicron M$  ed. Basil., Torellius; u. p. 419.  
 22.  $BO$ ]  $BI F$ ; corr. ed. Basil. 24.  $Z\Delta$ ,  $\Delta B$  scripsi;  $Z\Delta B F$ , uulgo.

λινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ  
 διάμετρον τὰν  $ΑΓ$ , ἄξονα δὲ τὰν  $ΔΕ$  ποτὶ τὸν κύ-  
 λινδρον τὸν βάσιν μὲν ἔχοντα τὸν κύκλον τὸν περὶ  
 διάμετρον τὰν  $ΚΑ$ , ἄξονα δὲ τὰν  $ΔΕ$  τὸν αὐτὸν  
 5 ἔχει λόγον, ὃν ἂ  $ΔΑ$  ποτὶ τὰν  $ΚΕ$  δυνάμει. οὗτος  
 δὲ ἐστὶν ὁ αὐτὸς τῷ, ὃν ἔχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ  
 τὰν  $ΖΔ$ ,  $ΒΔ$  ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τὰν  $ΖΕ$ ,  $ΒΕ$ .  
 ἐν πάσῃ γὰρ τᾷ τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾷ τοῦτο  
 συμβαίνει [ἂ γὰρ διπλασία τᾷς ποτεούσας, τουτέστι  
 10 τᾷς ἐκ τοῦ κέντρου, πλαγία ἐστὶ τοῦ εἶδους πλευρά].  
 καὶ ἐστὶ τῷ μὲν ὑπὸ τὰν  $ΖΔ$ ,  $ΒΔ$  περιεχομένῳ ἴσον  
 τὸ  $ΞΝ$  χωρίον, τῷ δὲ ὑπὸ τὰν  $ΖΕ$ ,  $ΒΕ$  ἴσον ἐστὶ  
 τὸ  $ΞΜ$ . ἂ γὰρ  $Ξ$  ἴσα ἐστὶ τᾷ  $ΖΒ$ , ἂ δὲ  $Μ$  τᾷ  $ΒΕ$ ,  
 ἂ δὲ  $Ν$  τᾷ  $ΒΔ$ . ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων  
 15 τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν  $ΑΓ$ , ἄξονα δὲ  
 τὰν  $ΔΕ$  ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν βάσιν ἔχοντα τὸν  
 κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν  $ΚΑ$ , ἄξονα δὲ τὰν  
 $ΔΕ$  τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον, [ὃν τὸ  $Ω$  χωρίον ποτὶ τὸ  
 $ΞΜ$ . ὁμοίως δὲ δειχθήσεται καὶ τῶν ἄλλων κυλίν-  
 20 δρων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἔχων  
 τὰν ἴσαν τᾷ  $ΔΕ$  ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγε-  
 γραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα τὸν αὐτὸν ἄξονα τοῦ-  
 τον ἔχων τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ  $Ω$  χωρίον ποτὶ τὸ  
 ὁμόλογον τῶν παρὰ τὰν  $Ξ$  παραπεπτωκῶτων ὑπερβάλ-  
 25 λον τῷ τετραγώνῳ. ἐστὶν δὴ τινα μεγέθη, οἱ κυλίν-  
 δροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὧν ἕκαστος ἄξονα ἔχει  
 ἴσον τᾷ  $ΔΕ$ , καὶ ἄλλα μεγέθη, τὰ χωρία, ἐν οἷς τὸ

7. τὰν] τας F; corr. AB. 12. ΞΝ] addidi; om. F, vulgo;  
 ΞΜ Cr., ed. Basil., Torellius. ἴσον ἐστὶ τὸ ΞΜ. ἂ γὰρ  
 Ξ] om. F; corr. ed. Basil. (ΞΝ pro ΞΜ). 13. Μ] scripsi;  
 Ν F, vulgo. 14. Ν] Μ ed. Basil., Torellius. 19. ΞΝ Torellius.  
 24. ὁμόλογον] ον λογον F; corr. Torellius. τῶν παρὰ] ταν

comprehenso, aequalia. itaque cylindrus basim habens circulum circum diametrum  $A\Gamma$  descriptum, axem autem  $\Delta E$  ad cylindrum basim habentem circulum circum diametrum  $K\Lambda$  descriptum, axem autem  $\Delta E$  eandem rationem habet, quam  $\Delta A^2 : KE^2$  [Eucl. XII, 11; XII, 2]. sed

$$\Delta A^2 : KE^2 = Z\Delta \times B\Delta : ZE \times BE.$$

hoc enim in omnibus sectionibus conii obtusianguli accidit.<sup>1)</sup> et spatium  $\Xi N = Z\Delta \times B\Delta$ , et

$$\Xi M = ZE \times BE;$$

nam  $\Xi = ZB$  et  $M = BE$  et  $N = B\Delta$ .<sup>2)</sup> itaque cylindrus basim habens circulum circum diametrum  $A\Gamma$  descriptum, axem autem  $\Delta E$  ad cylindrum basim habentem circulum circum diametrum  $K\Lambda$  descriptum, axem autem  $\Delta E$  eandem rationem habebit, quam  $\Omega$  spatium ad  $\Xi M$ . et eodem modo demonstrabimus, etiam unumquemque ex ceteris cylindris totius cylindri axem habentem lineae  $\Delta E$  aequalem ad cylindrum figurae inscriptae eundem axem habentem eam rationem habere, quam spatium  $\Omega$  ad respondens spatium eorum, quae lineae  $\Xi$  adplicata sunt figura quadrata excedentia. sunt igitur magnitudines quaedam, cylindri totius cylindri, quorum singuli axem habent lineae  $\Delta E$  aequalem, et aliae magnitudines,

1) Apollon. I, 21; cfr. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 55 nr. 24. sed sequentia uerba lin. 9—10 delenda sunt, quia nomen  $\eta \kappa\lambda\alpha\gamma\iota\alpha \kappa\lambda\epsilon\nu\rho\acute{\alpha}$  ab Apollonio demum inuentum est. interpolator uerba Archimedis ad genus dicendi Apollonii adcommodare uoluit.

2) Et  $\Xi N = (\Xi + N) \times N$ ,  $\Xi M = (\Xi + M) \times N$ .

$\kappa\epsilon\rho\iota$  F; corr. Torellius.  $\Xi$ ] Nizzius;  $N\Xi$  F, uulgo.  $\kappa\epsilon\rho\iota\text{-}\kappa\epsilon\pi\tau\omega\kappa\omicron\tau\omega\nu$  F; corr. Torellius.

$\Omega$ , ἴσα τούτοις τῷ πλήθει κατὰ δύο μεγέθη τὸν  
 αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ἐπεὶ οἷ τε κυλίνδρῳ ἴσοι ἐντὶ  
 ἀλλάλοις, καὶ τὰ  $\Omega$  χωρία ἴσα ἀλλάλοις· λέγονται δὲ  
 τῶν τε κυλίνδρων τινὲς ποτὶ ἄλλους κυλίνδρους τοὺς  
 5 ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, ὁ δὲ ἔσχατος οὐδὲ  
 ποθ' ἐν λέγεται, καὶ τῶν χωρίων, ἐν οἷς τὰ  $\Omega$ , ποτ'  
 ἄλλα χωρία τὰ παρὰ τὰν  $\Xi$  παραπεπτακότα ὑπερβάλ-  
 λοντα εἶδει τετραγώνῳ, τὰ δὲ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς  
 λόγοις, τὸ δὲ ἔσχατον οὐδὲ ποθ' ἐν λέγεται. δῆλον  
 10 οὖν, ὅτι καὶ πάντες οἱ κυλίνδρῳ οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίν-  
 δρῳ ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ ἐγγε-  
 γραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἔξοῦντι λόγον, ὃν πάντα  
 τὰ  $\Omega$  χωρία ποτὶ πάντα τὰ παραβλήματα χωρὶς τοῦ  
 μεγίστου. δεδείκται δέ, ὅτι πάντα τὰ  $\Omega$  χωρία ποτὶ  
 15 πάντα τὰ παραβλήματα χωρὶς τοῦ μεγίστου μείζω λό-  
 γον ἔχοντι, ἢ ὃν ἂ  $N\Xi$  ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις  
 τᾶ τε ἡμισέᾳ τᾶς  $\Xi$  καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς  $N$ . ὥστε  
 καὶ ὅλος ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα  
 μείζονα ἔχει λόγον, ἢ ὃν ἂ  $Z\Delta$  ποτὶ τὰν  $\Theta P$ , ὃν ὁ  
 20 ὅλος κύλινδρος ἔχων ἐδείχθη ποτὶ τὸν  $\Psi$  κῶνον.  
 μείζονα οὖν ἔχει λόγον ὁ ὅλος κύλινδρος ποτὶ τὸ  
 ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἢ ποτὶ τὸν  $\Psi$  κῶνον· ὥστε  
 μείζων ἐστὶν ὁ  $\Psi$  κῶνος τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος·  
 ὅπερ ἀδύνατον. ἐδείχθη γὰρ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα  
 25 μείζον τοῦ  $\Psi$  κῶνου. οὐκ ἄρα μείζον τὸ τοῦ κωνοειδέος  
 τμᾶμα τοῦ  $\Psi$  κῶνου. οὐδὲ τοίνυν ἔλασσον. ἔστω γάρ,  
 εἰ δυνατόν, ἔλασσον. πάλιν οὖν ἐγγεγράφθω εἰς τὸ τμᾶμα

3. ἀλλήλοις (alt.) F. λεγωνται F. 4. τοὺς] addidi; om.  
 F, vulgo. 6. ποθ' ἐν] scripsi; ποθεν F, vulgo. 8. αὐτοῖς]  
 Nizzius; om. F, vulgo. 9. ποθ' ἐν] u. lin. 6. 11. τῷ]  
 scripsi; om. F, vulgo. 16.  $M\Xi$  Torellius. 17.  $M$  Torellius.

spatia, in quibus est littera  $\Omega$ , illis numero aequales, binae cum binis in eadem proportione, quoniam et cylindri inter se aequales sunt, et spatia  $\Omega$  inter se aequalia. porro et cylindrorum nonnulli cum aliis cylindris, qui sunt in figura inscripta, in proportione sunt, ultimus autem in nulla est proportione,<sup>1)</sup> et spatiorum, in quibus sunt litterae  $\Omega$ , [nonnulla] cum aliis spatiis, quae lineae  $\Xi$  adplicata sunt figura quadrata excedentia, respondentia in iisdem proportionibus, ultimum autem in nulla proportione. adparet igitur, etiam omnes cylindros totius cylindri ad omnes cylindros figurae inscriptae eandem rationem habere, quam omnia spatia  $\Omega$  ad omnia spatia adplicata praeter maximum [prop. 1]. demonstratum autem, omnia simul spatia  $\Omega$  ad omnia spatia adplicata praeter maximum maiorem rationem habere, quam  $N + \Xi : \frac{1}{2} \Xi + \frac{1}{3} N$  [prop. 2]. quare etiam totus cylindrus ad figuram inscriptam maiorem rationem habet, quam  $Z\Delta : \Theta P^2$ ), quam rationem totum cylindrum ad conum  $\Psi$  habere demonstratum est. itaque totus cylindrus ad figuram inscriptam maiorem rationem habet, quam ad  $\Psi$  conum. quare conus  $\Psi$  maior est figura inscripta [Eucl. V, 8]; quod fieri non potest. nam demonstratum est, figuram inscriptam maiorem esse cono  $\Psi$ . itaque segmentum conoidis maius non est cono  $\Psi$ . — sed ne minus quidem est. sit enim, si fieri potest, minus. rursus igitur segmento inscri-

1) Quia cylindri figurae inscriptae uno pauciores sunt, quam cylindri totius cylindri.

2) Nam  $N + \Xi = B\Delta + ZB = Z\Delta$ , et  
 $\frac{1}{2} \Xi + \frac{1}{3} N = B\Theta + BP = \Theta P$ .

σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων  
 ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον  
 σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ  
 ὑπερέχει ὁ κῶνος τοῦ τμάματος, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατε-  
 5 σκευάσθω. ἐπεὶ οὖν ἐλασσόν ἐστὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα  
 τοῦ τμάματος, καὶ ἐλάσσονι ὑπερέχει τὸ περιγεγραμ-  
 μένον τοῦ ἐγγεγραμμένου, ἢ ὁ  $\Psi$  κῶνος τοῦ τμάματος,  
 δῆλον, ὅτι καὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἐλασσόν  
 ἐστὶ τοῦ  $\Psi$  κώνου. πάλιν δὴ ὁ τε κύλινδρος ὁ πρῶ-  
 10 τος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν  $\Delta E$   
 ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμ-  
 μένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν  $\Delta E$  τὸν αὐτὸν  
 ἔχει λόγον, ὃν τὸ  $\Omega$  χωρίον ποτὶ τὸ  $\Xi N$ . ἴσον γὰρ  
 ἐκάτερον ἐκατέρῳ· καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαστος  
 15 τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἐχόντων τὰν ἴσαν  
 τῶν  $\Delta E$  ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ περιγεγραμ-  
 μένῳ σχήματι κατ' αὐτὸν ἔοντα καὶ ἄξονα ἔχοντα τὸν  
 αὐτὸν τοῦτον ἔξει τὸν λόγον, ὃν τὸ  $\Omega$  χωρίον ποτὶ  
 τὸ ὁμόλογον τῶν παρὰ τὰν  $\Xi$  παραβλημάτων σὺν τῷ  
 20 ὑπερβλήματι, διὰ τὸ ἕκαστον τῶν περιγεγραμμένων  
 χωρὶς τοῦ μεγίστου ἴσον εἶμεν ἐκάστῳ τῶν ἐγγεγραμ-  
 μένων σὺν τῷ μεγίστῳ. ἔξει οὖν καὶ ὁ ὅλος κύλιν-  
 δρος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τὸν αὐτὸν λόγον,  
 ὃν πάντα τὰ  $\Omega$  χωρία ποτὶ τὰ παραβλήματα σὺν τοῖς  
 25 ὑπερβλημάτεσσιν. δεδείκται δὲ πάλιν πάντα τὰ  $\Omega$   
 χωρία ποτὶ πάντα τὰ ἕτερα ἐλάσσῳ λόγον ἔχοντα τοῦ,

1. σχῆμα] om. F; corr. Torellius. 3. υπερεχ cum comp.  
 ην uel εν F. 8. περιγεγραμμενον F. 13. τὸ  $\Xi N$ ]  $\Xi M$  To-  
 rellius. 14. ἐκατέρῳ] addidi; om. F, uulgo. 15. τάν]  
 addidi; om. F, uulgo; cfr. p. 422, 21. 18. τόν] om. FBC\*.  
 ὄν] om. F; corr. B\*. 21. εἶμεν] Torellius; ἐστιν per comp.  
 F; εἶναι uulgo.

batur figura solida, et alia circumscribatur ex cylindris altitudinem aequalem habentibus composita, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali excedit conus segmentum, et cetera eadem construantur. iam quoniam figura inscripta minor est segmento, et figura circumscripta excedit inscriptam minore spatio, quam quo conus  $\Psi$  segmentum excedit, adparet, etiam figuram circumscriptam minorem esse cono  $\Psi$ . rursus igitur et cylindrus primus totius cylindri axem habens  $\Delta E$  ad primum cylindrum figurae circumscriptae axem habentem  $\Delta E$  eandem rationem habet, quam spatium  $\Omega$  ad  $\Xi N$  (utraque enim aequalia sunt), et ceterorum cylindrorum unusquisque eorum, qui in toto cylindro sunt axem habentes lineae  $\Delta E$  aequalem, ad cylindrum figurae circumscriptae eodem loco positum et eundem axem habentem eam rationem habebit, quam spatium  $\Omega$  ad spatium respondens eorum, quae lineae  $\Xi$  adplicata sunt, adsumpto excessu, quia unusquisque circumscriptorum praeter maximum aequalis est unicuique inscriptorum cum maximo.<sup>1)</sup> habebit igitur etiam totus cylindrus ad figuram circumscriptam eandem rationem, quam omnia spatia  $\Omega$  ad spatia adplicata cum excessibus [prop. 1]. rursus autem demonstratum est, omnia spatia  $\Omega$  ad omnia illa spatia

1) Sint  $c_1 c_2 c_3 c_4$  cylindri inscripti,  $C_1 C_2 C_3 C_4 C_5$  circumscripti,  $K$  cylindri totius cylindri,  $r_1 r_2 r_3 r_4 r_5$  spatia adplicata adsumpto excessu. iam supra p. 422, 14 sq. demonstratum est  $K : c_1 = \Omega : r_2$ ,  $K : c_2 = \Omega : r_3$ ,  $K : c_3 = \Omega : r_4$ ,  $K : c_4 = \Omega : r_5$ ; sed  $c_1 = C_2$ ,  $c_2 = C_3$ ,  $c_3 = C_4$ ,  $c_4 = C_5$ . itaque  $K : C_2 = \Omega : r_2$ ,  $K : C_3 = \Omega : r_3$  cett.

ὄν ἔχει ἅ  $\Xi N$  ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾶς  $\Xi$  καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς  $N$ . ὥστε καὶ ὅλος ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἐλάσσονα λόγον ἔξει, ἢ ἅ  $Z \Delta$  ποτὶ τὰν  $\Theta P$ . ἀλλ' ὡς ἅ  $Z \Delta$  ποτὶ τὰν  $\Theta P$ , ὁ ὅλος κύλινδρος ποτὶ τὸν  $\Psi$  κῶνον. ἐλάσσονα οὖν λόγον ἔχει ὁ αὐτὸς κύλινδρος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἢ ποτὶ τὸν  $\Psi$ . ὥστε μείζον ἐστὶ τὸ περιγεγραμμένον τοῦ  $\Psi$  κῶνου· ὅπερ ἀδύνατον. ἐδείχθη γὰρ ἔλαττον εἶναι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ  $\Psi$  κῶνου. οὐκ ἄρα ἐλασσόν ἐστὶ τὸ τοῦ κωνοειδέος τμήμα τοῦ  $\Psi$  κῶνου. ἐπεὶ δὲ οὔτε μείζον οὔτε ἔλασσόν ἐστίν, δεδείκται οὖν τὸ πρότεθέν.

κς'.

Καὶ τοίνυν εἴ κα μὴ ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ ἀποτμηθῆ τὸ τμήμα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος, ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κῶνου τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔξει τὸν λόγον, ὄν ἅ συναμφοτέραις ἴσα τῷ τε ἄξονι τοῦ τμήματος καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι ποτὶ τὰν ἴσαν. συναμφοτέραις τῷ τε ἄξονι καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι.

ἔστω γὰρ τμήμα ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἀποτμημένον ἐπιπέδῳ, ὡς εἰρήται. τμηθέντος δὲ ἐπιπέδῳ τοῦ σχήματος ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῶ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμακὸς τὸ τμήμα τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἅ  $AB\Gamma$  ἀμβλυγωνίου κῶνου τομά, τοῦ δὲ

1.  $\Xi M$  Torellius. 2.  $M$  Torellius. 7. τόν] scripsi; το F, vulgo.  $\Psi$ ]  $\Psi$  κῶνον Torellius. 12. ελασσ cum comp. ην vel ιν F. 14. κη' Torellius. 16. αποτμηθη F, ut lin. 17; corr. Torellius. 17. τὸ βάσιν] scripsi; του (comp.) βασιν F, vulgo. ἔχοντος BC\*, ed. Basil., Torellius. 19. αι συναμφο-



minorem rationem habere, quam  $\Xi + N : \frac{1}{2}\Xi + \frac{1}{3}N$  [prop. 2]. quare etiam totus cylindrus ad figuram circumscriptam minorem rationem habebit, quam  $Z\Delta : \Theta P$ . sed ut  $Z\Delta : \Theta P$ , ita totus cylindrus ad conum  $\Psi$ . itaque idem cylindrus ad figuram circumscriptam minorem rationem habet, quam ad  $\Psi$ . quare [figura] circumscripta maior est cono  $\Psi$  [Eucl. V, 8]; quod fieri non potest. nam demonstratum est, figuram circumscriptam minorem esse cono  $\Psi$ . itaque segmentum conoidis minus non est cono  $\Psi$ . et quoniam nec maius nec minus est, constat propositum.

## XXVI.

Iam etiam si plano ad axem non perpendiculari segmentum conoidis obtusianguli abscinditur, sic quoque ad segmentum conici basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem eam rationem habebit, quam linea utrique aequalis, et axi segmenti et triplici lineae axi adiectae ad lineam utrique aequalem, et axi et duplici lineae axi adiectae.<sup>1)</sup>

sit enim segmentum conoidis obtusianguli abscisum plano, ita ut dictum est. figura autem alio plano per axem secta ad planum segmentum abscindens perpendiculari figurae sectio sit  $AB\Gamma$  conici obtusianguli sectio [prop. 11, b], plani autem segmentum abscindentis

1) P. 280, 10: εἴ κα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος τμήμα ἀπομαθῆ ἐπιπέδῳ μὴ ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀπομαθὲν τμήμα ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῶ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ὃ γινέται ἀπότμαμα κώνου, τοῦτον κτλ., ut hoc loco, nisi quod ibi ἀμφοτέραις legitur pro συναμφοτέραις lin. 20.

τεραι FVACD; αἱ συναμφοτέραις B; corr. ed. Basil. 23.  
αποτετμημενον F, ut lin. 26, p. 430, corr. Torellius.

ἐπιπέδου τοῦ ἀποτετμακός το τμήμα ἃ ΓΑ εὐθεία,  
 κορυφὰ δὲ ἔστω τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνο-  
 ειδὲς τὸ Θ σαμεῖον. καὶ ἄχθω διὰ τοῦ Β παρὰ τὰν  
 ΑΓ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς ἃ ΦΥ, ἐπι-  
 5 ψανέτω δὲ κατὰ τὸ Β. καὶ ἀπὸ τοῦ Θ ἐπὶ τὸ Β ἐπι-  
 ζευχθεῖσα ἐκβεβλήσθω. τεμεῖ δὴ αὐτὰ δίχα τὰν ΑΓ,  
 καὶ ἔσσειται κορυφὰ μὲν τοῦ τμήματος τὸ Β σαμεῖον,  
 ἄξων δὲ ἃ ΒΔ, ἃ δὲ ποτεοῦσα τῷ ἄξονι ἃ ΒΘ. τᾶ  
 δὲ ΒΘ ἴσα ἔστω ἄ τε ΘΖ καὶ ἃ ΖΗ. ἀπὸ δὲ τᾶς  
 10 ΦΥ ἐπίπεδον ἀνεστακέτω τι παράλληλον τῷ κατὰ τὰν  
 ΑΓ. ἐπιψαύσει δὴ τοῦ κωνοειδέος κατὰ τὸ Β. καὶ  
 ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν ΑΓ οὐκ ἔον ὀρθὸν  
 ποτὶ τὸν ἄξονα τετμάκει τὸ κωνοειδὲς, ἃ τομὰ ἔσσει-  
 ται ὀξυγωνίου κώνου τομᾶ, διάμετρος δὲ αὐτᾶς α  
 15 μείζων ἃ ΓΑ. εἴσας ἄρα ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς  
 περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ καὶ τᾶς ΒΔ γραμμᾶς ἀπὸ  
 τοῦ κέντρου ἀνεστακούσας ἐν ἐπιπέδῳ, ὃ ἔστιν ἀπὸ  
 τᾶς διαμέτρου ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἔστιν  
 ἃ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶ, δυνατόν ἐστι κύλινδρον  
 20 εὔρειν τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ' εὐθείας τᾶ ΒΔ, οὗ ἐν  
 τᾶ ἐπιφανείᾳ ἔσσειται ἃ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶ  
 ἃ περὶ διάμετρον τὰν ΑΓ. εὔρεθέντος οὖν ἔσσειται  
 τις κυλίνδρου τόμος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμή-  
 ματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ἃ δὲ ἕτερα βάσις αὐτοῦ  
 25 ἔσσειται τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν ΦΥ. πάλιν δὲ καὶ  
 κώνον εὔρειν δυνατόν ἐστι κορυφὰν ἔχοντα τὸ Β

6. δὴ] scripsi; δια τα F, vulgo; δὴ τὰ Torellius. 7. τμή-  
 ματος] sic F. 11. δὴ] scripsi; δε F, vulgo. 12. ἐπεὶ]  
 εσσει altero σ supra scripto F; ἔσσειται cett. codd.\*; corr. ed.  
 Basil. 13. τετμηκεῖ F, vulgo. κωνοειδὲς F. 15. εουσα  
 F; corr. ed. Basil. ἄρα] scripsi; ἀλλῆ F, vulgo; δὴ ed. Ba-  
 sil., Torellius. τομα F; corr. ed. Basil. 20. ευρ cum comp.

linea  $\Gamma A$ , uertex autem cono conoides comprehendentis sit punctum  $\Theta$ . et per  $B$  punctum ducatur lineae  $A\Gamma$  parallela linea  $\Phi\mathcal{T}$  sectionem cono contingens, et contingat in puncto  $B$ , et [linea] a  $\Theta$  ad  $B$  ducta producat. ea igitur lineam  $A\Gamma$  in duas partes aequales secabit<sup>1)</sup>, et uertex segmenti erit  $B$ , axis autem  $B\Delta$ <sup>2)</sup>, et  $B\Theta$  linea axi adiuncta [p. 278, 24]. sit autem

$$B\Theta = \Theta Z = ZH.$$

et a linea  $\Phi\mathcal{T}$  planum erigatur parallelum plano in  $A\Gamma$  posito. continget igitur conoides in  $B$  [prop. 16, b]. et quoniam planum in  $A\Gamma$  positum ad axem non perpendicularare conoides secat, sectio erit cono acutianguli sectio, et diametrus eius maior  $\Gamma A$  [prop. 13]. data igitur cono acutianguli sectione circum diametrum  $A\Gamma$  descripta, et linea  $B\Delta$  a centro erecta in plano in diametro posito ad id planum perpendicularari, in quo est cono acutianguli sectio, fieri potest, ut inueniatur cylindrus axem habens in producta linea  $B\Delta$ , cuius in superficie sit cono acutianguli sectio circum diametrum  $A\Gamma$  descripta.<sup>3)</sup> eo igitur inuento erit frustum quoddam cylindri eandem basim habens, quam segmentum, et eundem axem, altera autem basis eius erit planum in linea  $\Phi\mathcal{T}$  positum. rursus autem hoc quoque fieri potest, ut conus inueniatur uerticem habens punctum  $B$ , cuius in superficie sit cono acuti-

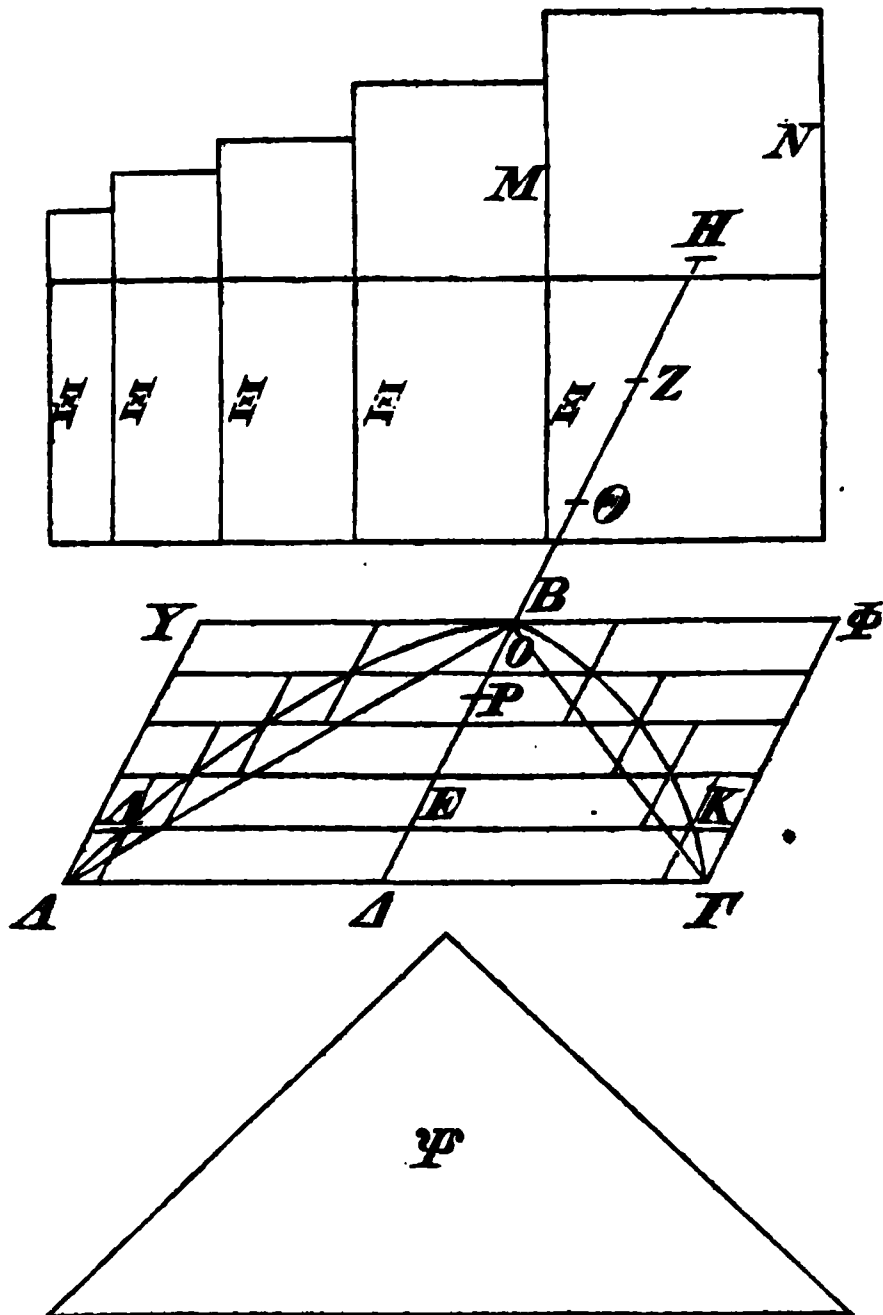
1) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 56 nr. 26; cfr. supra p. 381 not. 3.

2)  $B$  uertex erit propter p. 278, 20. tum  $B\Delta$  axis erit propter p. 278, 21.

3) U. prop. 9.

$\eta\nu$  uel  $\iota\nu$  F.  $\epsilon\nu\theta\epsilon\iota\omega\nu$  F; corr. Torellius. 22.  $\acute{\alpha}$ ] addidi; om. F, uulgo. 25.  $\tau\acute{\alpha}\nu$ ] Torellius;  $\tau\eta\nu$  (comp.) F, uulgo.

σάμειον, οὗ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ἐσσεύεται ἅ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἅ περι διάμετρον τὰν  $ΑΓ$ . εὐρεθέντος

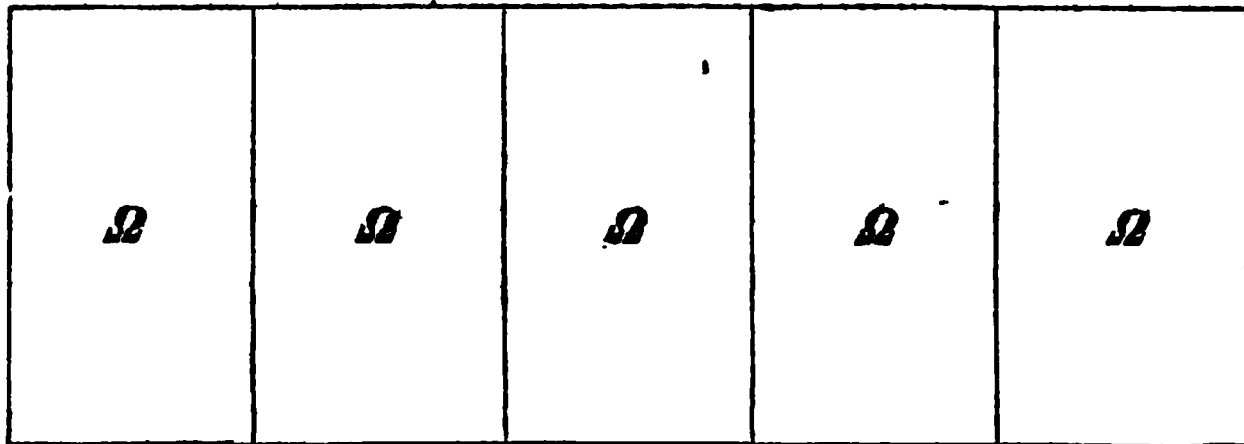


οὖν καὶ ἀπότμαμά τι ἐσσεύεται κώνου βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τε τόμῳ καὶ τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. δεικτέον, ὅτι τὸ τοῦ κωνοειδέος τμήμα ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ εἰρημένον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἅ  $HΔ$  ποτὶ τὰν  $ΔΖ$ .

ὄν γὰρ ἔχει λόγον α  $HΔ$  ποτὶ τὰν  $ΔΖ$ , τοῦτον ἔχέτω ὁ  $Ψ$  κῶνος ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου. εἰ  
 10 οὖν μὴ ἔστιν ἴσον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμήμα τῷ κώνῳ

2. ἅ περι] ἅ addidi; om. F, vulgo. 3. καὶ ἀπότμαμα...

anguli sectio circum diametrum  $AT$  descripta [prop. 8].  
eo igitur inuento etiam segmentum conici erit basim



habens eandem, quam et frustum et segmentum, et eundem axem. demonstrandum, segmentum conoidis ad segmentum conici rationem eam habere, quam  $H\Delta$  ad  $\Delta Z$ .

habeat enim conus  $\Psi$  ad segmentum conici eam rationem, quam  $H\Delta : \Delta Z$ . iam si segmentum conoidis cono  $\Psi$  aequale non est, sit, si fieri potest, maius.

---

$\tau\omega$  τμήματι lin. 4 om. F, vulgo; corr. Commandinus, nisi quod lin. 3 scribit ἐσσεῖται τὸ ἀπότμημα (τι ἀπότμαμα Torellius, qui lin. 3 ἔχων habet). ego haec ita transposui addito καὶ lin. 3, ut adpareret origo lacunae. 6. αποτμημα F, ut lin. 9; corr. Torellius. 8. γάρ] Nizsius cum VD; γουν F, vulgo. ἂν  $H\Delta$ ] om. F; corr. Torellius. 9. ἐχέτω] Torellius; εχει F, vulgo. Post κώνον supplet Commandinus: φημι (φαμί Torellius) δὴ τὸ τμήμα (τμάμα idem) τοῦ κωνοειδέος ἴσον εἶμεν τῷ  $\Psi$  κώνῳ.

τῷ  $\Psi$ , εἰ μὲν δυνατὸν ἐστίν, ἔστω μείζον. ἐγγεγράφθω  
 δὴ εἰς τὸ τοῦ κωνοειδέος τμήμα σχῆμα στερεόν, καὶ  
 ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρου τόμων ἴσον ὕψος  
 ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφέν σχῆμα τοῦ  
 5 ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει τὸ  
 τοῦ κωνοειδέος τμήμα τοῦ  $\Psi$  κώνου. ἐπεὶ οὖν τὸ  
 περιγεγραμμένον σχῆμα μείζον ἐὼν τοῦ τμήματος ἐλάσ-  
 σονι ὑπερέχει τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος, ἢ τὸ τμήμα  
 τοῦ  $\Psi$  κώνου, δῆλον, ὅτι μείζον ἐστὶ τὸ ἐγγεγραμμένον  
 10 σχῆμα τοῦ  $\Psi$  κώνου. διάχθω δὴ τὰ ἐπίπεδα τῶν τό-  
 μων τῶν ἐγγεγραμμένων ἐν τῷ τμήματι πάντων ἔστε  
 ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ τόμου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν  
 αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, καὶ ἃ τε  $BP$   
 τρίτον μέρος ἔστω τᾶς  $B\Delta$ , καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς  
 15 πρότερον κατεσκευάσθω. πάλιν δὴ ὁ πρῶτος τόμος  
 τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν  $\Delta E$  ποτὶ  
 τὸν πρῶτον τόμον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι  
 τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν  $\Delta E$  τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν  
 τὸ ἀπὸ τᾶς  $A\Delta$  τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς  $KE$ . οἱ  
 20 γὰρ τόμοι οἱ ἴσον ὕψος ἔχοντες τὸν αὐτόν ἔχοντι  
 λόγον ποτ' ἀλλάλους, ὅνπερ αἱ βασίεις αὐτῶν. αἱ δὲ  
 βασίεις αὐτῶν, ἐπεὶ ὁμοίαι ἐντὶ ὀξυγωνίων κώνων  
 τομαί, τὸν αὐτόν [οὖν] λόγον ἔχοντι ποτ' ἀλλάλας,  
 ὃν αἱ ὁμολόγοι διαμέτροι αὐτῶν δυνάμει. ὃν δὲ λόγον  
 25 ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς  $A\Delta$  τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς  $KE$ ,  
 τοῦτον ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶν  $Z\Delta$ ,  $\Delta B$  περιεχόμενον ποτὶ  
 τὸ ὑπὸ τᾶν  $ZE$ ,  $EB$ , ἐπεὶ ἐστὶν ἃ μὲν  $Z\Delta$  ἀγμένα

1. μέν] scripsi; γαρ (comp.) μη F, uulgo; μέν ἐστὶ Torel-  
 lius; om. Commandinus. ἐστίν, ἔστω] scripsi; ἐστίν (comp.)  
 F, uulgo; ἔστω Commandinus. 3. ἀλλῶ F. κυλίνδρων ed.  
 Basil., Torellius. 5. υπερεχ cum comp. ην uel ιν F. 8. σχή-  
 ματος] τμηματος F; corr. D, Cr. 10. διηχθω F; corr. Torel-

inscribatur igitur segmento conoidis figura solida, et alia circumscribatur ex cylindri frustis altitudinem aequalem habentibus composita, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali excedit segmentum conoidis conum  $\Psi$  [prop. 20]. iam quoniam figura circumscripta, quae segmento maior est, minore spatio figuram inscriptam excedit, quam quo segmentum excedit conum  $\Psi$ , adparet, figuram inscriptam maiorem esse cono  $\Psi$ . producantur igitur plana frustorum omnium segmento inscriptorum usque ad superficiem frusti basim habentis eandem, quam segmentum, et eundem axem, et sit

$$BP = \frac{1}{3} B\Delta,$$

et cetera eadem construantur, quae antea. rursus igitur primum frustum totius frusti axem habens  $\Delta E$  ad primum frustum figurae inscriptae axem habens  $\Delta E$  eam rationem habet, quam  $A\Delta^2 : KE^2$ . nam frusta altitudinem aequalem habentia eam inter se rationem habent, quam bases [cfr. prop. 10]. bases autem, quoniam sectiones conorum acutiangulorum similes sunt [prop. 14 coroll.], eandem inter se rationem habent, quam quadrata diametrorum respondentium [prop. 6 coroll.]. sed

$$A\Delta^2 : KE^2 = Z\Delta \times \Delta B : ZE \times EB,$$

lius. 11. ενγεγο. F. τμάματι] scripsi; σχηματι F, uulgo. ξοτε] εσσειται F; corr. Torellius. 12. τάν] (prius) scripsi, την F, uulgo; om. ed. Basil., Torellius. 14. τὰ ἄλλα] scripsi; τ' ἄλλα F, uulgo. 15. κατεσκευάσθω] scripsi; κατασκευασθω F, uulgo. 16. ἄξονα] α F. 17. τῶν] scripsi; τον F, uulgo. 20. εχωντι F. 21. αἱ δὲ βάσεις αὐτῶν] om. F; corr. Commandinus (nisi quod βάσεις scripsit). 23. οὖν] delet Torellius. εχωντι F. 26. ZΔ, ΔB] scripsi; ZAB F, ZΔB uulgo; sic etiam p. 436 lin. 3. 27. ZEB F, uulgo, ut p. 436 lin. 4.

διὰ τοῦ  $\Theta$ , καθ' ὃ αἱ ἔγγιστα συμπίπτουσι, αἱ δὲ  $AD$ ,  
 $KE$  παρὰ τὰν κατὰ τὸ  $B$  ἐπιψάουσιν. ἔστιν δὲ τὸ  
 μὲν ὑπὸ τῶν  $ZD$ ,  $DB$  περιεχόμενον ἴσον τῷ  $\Omega$  χω-  
 ρίῳ, τὸ δὲ ὑπὸ τῶν  $ZE$ ,  $EB$  τῷ  $\Xi M$ . ἔχει οὖν ὁ  
 5 πρῶτος τόμος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ ὁ ἔχων ἄξονα  
 τὰν  $DE$  ποτὶ τὸν πρῶτον τόμον τῶν ἐν τῷ ἐγγε-  
 γραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν  $DE$  τὸν  
 αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ  $\Omega$  χωρίον ποτὶ τὸ  $\Xi M$ . καὶ τῶν  
 ἄλλων δὲ τόμων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ ἄξονα  
 10 ἔχόντων τὰν ἴσαν τῆ  $DE$  ποτὶ τὸν τόμον τὸν ἐν τῷ  
 ἐγγεγραμμένῳ σχήματι κατ' αὐτὸν ἔοντα καὶ ἄξονα  
 ἔχοντα τὰν ἴσαν τῆ  $DE$  τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν  
 τὸ  $\Omega$  χωρίον ποτὶ τὸ ὁμόλογον τῶν παρὰ τὰν  $\Xi$   
 παραπεπτωκότων ὑπερβαλλόντων εἶδει τετραγώνῳ. πά-  
 15 λιν οὖν ἐντί τινα μεγέθη, οἱ τόμοι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ  
 τόμῳ, καὶ ἄλλα μεγέθη, τὰ χωρία, ἐν οἷς τὸ  $\Omega$ , ἴσα  
 τῷ πλήθει τοῖς τόμοις καὶ κατὰ δύο τὸν αὐτὸν λόγον  
 ἔχοντα αὐτοῖς. λεγόνται δὲ οἱ τόμοι ποτ' ἄλλους τό-  
 μους τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, ὁ δὲ ἔσχατος  
 20 τόμος οὐδὲ ποθ' ἐν λεγέται, τὰ δὲ  $\Omega$  χωρία ποτ'  
 ἄλλα χωρία τὰ παρὰ τὰν  $\Xi$  παραπεπτωκότα ὑπερ-  
 βάλλοντα εἶδεσι τετραγώνοις, τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς  
 αὐτοῖς λόγοις, τὸ δὲ ἔσχατον οὐδὲ ποθ' ἐν λεγέται.  
 δῆλον οὖν, ὅτι καὶ πάντες οἱ τόμοι ποτὶ πάντας τὸν  
 25 αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ  $\Omega$  χωρία ποτὶ

1. ὁ αἱ] ας F; corr. Torellius. συμπίπτουσι F. 4.  $\Xi N$ ] Torellius, ut lin. 8. 6. τῶν] scripsi; τον F, vulgo. 8. τὸ] (prius) τῷ F. 10. τὰν] addidi; om. F, vulgo. 12. τὰν] addidi; om. F, vulgo. 13. τὰν  $\Xi$ ] τα  $N\Xi$  F; corr. ed. Basil. 15. τόμοι οἱ] om. F; corr. Torellius. 17. πληθῆ F. κατὰ] κα supra manu 1 F. 18. ἔχοντα] εχωντι F; ἔχοντι vulgo; corr. Torellius. αλλαλους F; corr. BC. 20. ποθ' ἐν] scripsi;



quoniam  $Z\Delta$  linea per  $\odot$  ducta est, in quo lineae sectioni proximae inter se incidunt, et  $A\Delta$ ,  $KE$  lineae in puncto  $B$  contingenti parallelae.<sup>1)</sup> sed

$$Z\Delta \times \Delta B = \Omega,$$

et  $ZE \times EB = \Xi M$ . itaque primum frustum totius frusti axem habens  $\Delta E$  ad primum frustum figurae inscriptae axem habens  $\Delta E$  eandem rationem habet, quam  $\Omega$  ad  $\Xi M$ . et ceterorum quoque frustorum unumquodque eorum, quae in toto frusto sunt axem habentia lineam lineae  $\Delta E$  aequalem, ad frustum in figura inscripta eodem loco positum et axem habens lineam lineae  $\Delta E$  aequalem eam rationem habet, quam spatium  $\Omega$  ad respondens spatium eorum, quae lineae  $\Xi$  adplicata sunt figura quadrata excedentia. rursus igitur magnitudines quaedam sunt, frusta totius frusti, et aliae magnitudines, spatia, in quibus est littera  $\Omega$ , numero frustis aequales et binae cum binis in eadem proportione. et frusta cum aliis frustis, quae in figura inscripta sunt, in proportione sunt, ultimum autem frustum in nulla proportione<sup>2)</sup>, et spatia  $\Omega$  cum aliis spatiis, quae lineae  $\Xi$  adplicata sunt figuris quadratis excedentia, respondentia in iisdem proportionibus, ultimum autem in nulla est. adparet igitur, etiam omnia frusta ad omnia eandem rationem habitura esse, quam omnia spatia  $\Omega$  ad omnia spatia

1) Apollon. I, 21; Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 55 nr. 24; cfr. supra p. 422, 5 sq.

2) Id scilicet, cuius axis est  $BO$ ; numerus enim frustorum inscriptorum uno minor est.

$\kappa\theta\epsilon\nu$  F, vulgo; sic etiam lin. 23. 21.  $\tau\acute{\alpha}$ ] addidi; om. F, vulgo.  $\tau\alpha \nu\pi\epsilon\rho\beta\alpha\lambda\lambda\omicron\nu\tau\alpha$  F; corr. Torellius.

πάντα τὰ παραβλήματα χωρὶς τοῦ μεγίστου. πάντα  
 δὲ τὰ Ω χωρὶα ποτὶ πάντα τὰ παραβλήματα χωρὶς  
 τοῦ μεγίστου μείζονα λόγον ἔχοντι, ἢ ὄν ἅ ΞΝ ποτὶ  
 τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις τᾶ τε ἡμισέα τᾶς Ξ καὶ τῷ τρίτῳ  
 5 μέρει τᾶς Ν. μείζονα οὖν λόγον ἔχει ὅλος ὁ τόμος  
 ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ, ὄν ἔχει ἅ ΞΝ  
 ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις τᾶ τε ἡμισέα τᾶς Ξ καὶ  
 τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς Ν· ὥστε καὶ τοῦ, ὄν ἔχει ἅ ΖΔ  
 ποτὶ τὰν ΘΡ. μείζονα οὖν ἔχει λόγον ὁ ὅλος τόμος  
 10 ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον·  
 ὅπερ ἀδύνατον. ἐδείχθη γὰρ μείζον ἐὼν τὸ ἐγγεγραμ-  
 μένον σχῆμα τοῦ Ψ κῶνου. οὐκ ἐστὶν οὖν μείζον  
 τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κῶνου. — εἰ δὲ  
 ἔλασσόν ἐστι τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κῶνου,  
 15 ἐγγραφέντος εἰς τὸ τμᾶμα σχήματος στερεοῦ καὶ ἄλλου  
 περιγραφέντος ἐκ κυλίνδρου τόμων ἴσον ὕψος ἔχόντων  
 συγκειμένου, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγ-  
 γραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει ὁ Ψ  
 κῶνος τοῦ τμᾶματος, πάλιν ὁμοίως δειχθησέται τὸ  
 20 περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσον ἐὼν τοῦ Ψ κῶνου,  
 καὶ ὁ τοῦ κυλίνδρου τόμος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν  
 τῷ τμᾶματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ περιγεγραμ-  
 μένον σχῆμα ἐλάσσονα λόγον ἔχων ἢ ποτὶ τὸν Ψ  
 κῶνον· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἐστὶν οὖν οὐδ'  
 25 ἔλασσον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κῶνου. δῆ-  
 λον οὖν τὸ προτεθέν.

1. τα χωρὶς FD. 3. εχωντι F. MΞ Torellius. 5. M  
 Torellius, ut lin. 8. 6. ΞM Torellius. 7. Ξ] EΞ F; corr.  
 Cr., ed. Basil. 10. τόν] το F. 11. μείζον ἐὼν] μειξεον F;  
 corr. B\*. 23. ἔχων ἢ] Torellius; εχωντι F, εχοντι vulgo.  
 24. ἐστίν] supra manu 1 F.

adplicata praeter maximum [prop. 1]. sed omnia spatia  $\Omega$  ad omnia spatia adplicata praeter maximum maiorem rationem habent, quam

$$\Xi + N : \frac{1}{2} \Xi + \frac{1}{3} N \text{ [prop. 2].}$$

itaque totum frustum ad figuram inscriptam maiorem rationem habet, quam  $\Xi + N : \frac{1}{2} \Xi + \frac{1}{3} N$ ; quare etiam maiorem, quam  $Z\Delta : \Theta P$ .<sup>1)</sup> itaque totum frustum maiorem rationem habet ad figuram inscriptam quam ad conum  $\Psi$ <sup>2)</sup>; quod fieri non potest. nam demonstratum est, figuram inscriptam maiorem esse cono  $\Psi$ . itaque segmentum conoidis maius non est cono  $\Psi$ . — sin minus est segmentum conoidis cono  $\Psi$ , inscripta segmento figura solida et alia circumscripta ex cylindri frustis aequalem altitudinem habentibus compositis, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali conus  $\Psi$  segmentum excedit, rursus eodem modo demonstrabimus, figuram circumscriptam minorem esse cono  $\Psi$  [cfr. p. 434, 6 sq.], et frustum cylindri basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem ad figuram circumscriptam minorem rationem habere quam ad conum  $\Psi$  [cfr. p. 434, 15 sq.]; quod fieri non potest.<sup>3)</sup> itaque segmentum conoidis ne minus quidem est cono  $\Psi$ . constat igitur propositum.

1) U. p. 425 not. 2.

2) Nam frustum totum ad  $\Psi$  eam rationem habet, quam  $Z\Delta : \Theta P$ ; cfr. p. 420, 3 sq. itaque figura minor est cono.

3) Tum enim figura circumscripta maior esset cono  $\Psi$  (Eucl. V, 10), quod secus est (lin. 19).

κξ'.

Παντὸς σχήματος σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ τμαθέντος διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα τὸ ἀμίσειον τοῦ σφαιροειδέος διπλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν  
 5 ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

ἔστω σφαιροειδὲς σχῆμα ἐπιπέδῳ τετμαμένον διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα. τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἁ  $AB\Gamma\Delta$  ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, διάμετρος  
 10 δὲ αὐτᾶς καὶ ἄξων τοῦ σφαιροειδέος ἁ  $B\Delta$ , κέντρον δὲ τὸ  $\Theta$ . διοίσει δὲ οὐδέν, εἴτε ἁ μείζων ἐστὶ διάμετρος ἁ  $B\Delta$  τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, εἴτε ἁ ἐλάσσων. τοῦ δὲ τετμακότος ἐπιπέδου τὸ σχῆμα τομὰ ἔστω ἁ  $\Gamma A$  εὐθεῖα. ἐσσεῖται δὴ αὐτὰ διὰ τοῦ  
 15  $\Theta$  καὶ ὀρθὰς ποιήσει γωνίας ποτὶ τὰν  $B\Delta$ , ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον ὑποκεῖται διὰ τοῦ κέντρου τε ἄχθαι καὶ ὀρθὸν εἶμεν ποτὶ τὸν ἄξονα. δεικτέον, ὅτι τὸ ἀμίσειον τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν  $A\Gamma$ , κορυφὰν δὲ τὸ  $B$  σα-  
 20 μείον διπλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

ἔστω γὰρ κώνός τις, ἐν ᾧ τὸ  $\Psi$ , διπλασίον τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν τὰν  $\Theta B$ . φανὲν δὴ τὸ ἀμίσειον τοῦ  
 25 σφαιροειδέος ἴσον εἶμεν τῷ  $\Psi$  κώνῳ. εἰ οὖν μὴ ἐστὶν ἴσον τὸ ἀμίσειον τοῦ σφαιροειδέος τῷ  $\Psi$  κώνῳ, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατόν, μείζον. ἐγγεγραφήτω δὴ

1. κθ' Torellius. 6. σχῆμα] τμημα F; corr. ed Basil.\*; „portio“ Cr. τετμημενον F, uulgo. 8. διὰ] scripsi; του μεν δια F, uulgo. σχήματος] τμηματος F; corr. B. 11.  $\Theta$ ]  $\Theta\Delta$  F. 13. ἁ] addidi; om. F, uulgo. τετμηκοτος F; corr. Torellius.

## XXVII.

Quavis figura sphaeroidis per centrum plano ad axem perpendiculari secta, dimidia pars sphaeroidis duplo maior est cono basim eandem habenti, quam segmentum, et eundem axem.<sup>1)</sup>

sit figura sphaeroidis per centrum plano ad axem perpendiculari secta. ea autem alio plano per axem posito secta, figurae sectio sit  $AB\Gamma\Delta$  conici acutianguli sectio [prop. 11, c], diametrus autem eius et axis sphaeroidis  $B\Delta$ , centrum autem  $\Theta$ . nihil autem interest, utrum maior diametrus sectionis conici acutianguli sit  $B\Delta$  an minor. plani autem figuram secantis sectio sit linea  $\Gamma A$ . ea igitur per punctum  $\Theta$  [ducta] erit, et cum linea  $B\Delta$  rectos angulos faciet, quoniam suppositum est, planum et per centrum ductum esse et ad axem perpendicularare [Eucl. XI, 18 et XI def. 4]. demonstrandum est, dimidiam partem sphaeroidis basim habentem circulum circum diametrum  $A\Gamma$  descriptum, uerticem autem punctum  $B$  duplo maiorem esse cono basim eandem habenti, quam segmentum, et eundem axem.

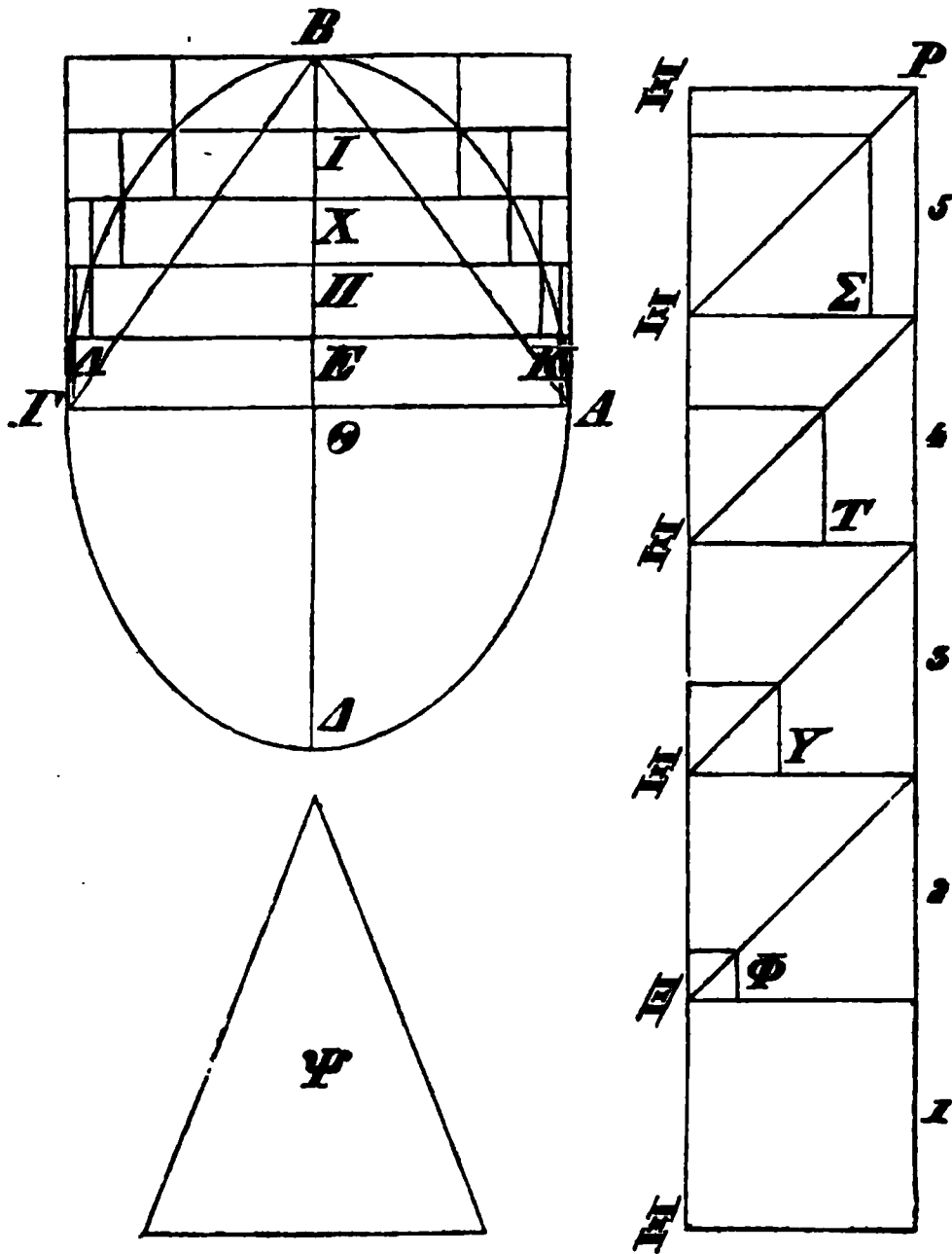
sit enim conus aliquis, in quo sit littera  $\Psi$ , duplo maior cono basim habenti eandem, quam segmentum, et eundem axem  $\Theta B$ . dico igitur, dimidiam partem sphaeroidis aequalem esse cono  $\Psi$ . iam si dimidia pars sphaeroidis cono  $\Psi$  aequalis non est, sit primum, si fieri potest, maior. inscribatur igitur segmento,

1) P. 284, 2 sq.: εἰ καὶ τι τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ἐπιπέδῳ τετραγῶν διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῶς ποτὶ τὸν ἄξονα, τῶν γεννημένων τετραγώνων ἑκάτερον διπλάσιον ἔσσειται τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τετράματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

16. τε ἄχθαι] scripsi; τετραχθαι F, uulgo. δε F, uulgo.

24. δη] scripsi;

εἰς τὸ τμήμα τὸ ἀμίσειον τοῦ σφαιροειδέος σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον



ἔχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφέν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἄλλως ὑπερέχει τὸ ἀμίσειον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. ἐπεὶ οὖν μείζον ἔσθ' τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἀμίσειος τοῦ σφαιροειδέος ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος, ἢ τὸ ἀμίσειον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου, δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα  
 10 ἐν τῷ τμήματι τῷ ἀμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος μείζον

3. ἔχόντων] εχον τον (comp.) F. Litteram P in figura ad-

quod dimidia pars est sphaeroidis, figura solida, et alia circumscibatur ex cylindris altitudinem aequalem habentibus composita, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam minore spatio, quam quali excedit dimidia pars sphaeroidis conum  $\Psi$  [prop. 19]. itaque quoniam figura circumscripta, quae maior est dimidia parte sphaeroidis, minore spatio excedit figuram inscriptam, quam quo dimidia pars sphaeroidis conum  $\Psi$  excedit, adparet, etiam figuram segmento inscriptam, quod dimidia pars sphaeroidis est, maiorem esse cono  $\Psi$ . sit igitur cylindrus basim habens circulum circum

didi; quadratum 1 addidit Torellius, sed seorsum; ego cum ceteris iunxi. 6. ἀμίσσος] F; ἀμίσσεως ulgo. 7. ἐλάσσονι] Nizzius; ελασσον F, ulgo. 9. οὖν] delendum? 10. τῷ ἀμίσσῳ] scripsi; του αμίσσος FCD, τοῦ ἀμίσσεως ulgo.

ἐστὶ τοῦ  $\Psi$  κώνου. ἔστω δὴ κύλινδρος βάσιν μὲν  
 ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν  $ΑΓ$ , ἄξονα  
 δὲ τὰν  $ΒΘ$ . ἐπεὶ οὖν οὗτος ὁ κύλινδρος τριπλάσιός  
 ἐστὶ τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμά-  
 5 ματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ὁ δὲ  $\Psi$  κώνος διπλάσιός  
 ἐστὶ τοῦ αὐτοῦ κώνου, δῆλον, ὡς ὁ κύλινδρος ἡμιό-  
 λιος ἐστὶ τοῦ  $\Psi$  κώνου. ἐκβεβλήσθω δὴ τὰ ἐπίπεδα  
 τῶν κυλίνδρων πάντων, ἐξ ὧν συγκείται τὸ ἐγγεγραμ-  
 μένον σχῆμα, ἔστε ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου  
 10 τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα  
 τὸν αὐτόν. ἐσσεῖται δὴ ὁ ὅλος κύλινδρος διαιρημένος  
 εἰς κυλίνδρους τῷ μὲν πλήθει ἴσους τοῖς κυλίνδροις  
 τοῖς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τῷ δὲ μεγέθει  
 ἴσους τῷ μεγίστῳ αὐτῶν. ἔστων οὖν γραμμαὶ κει-  
 15 μέναι, ἐφ' ἃν τὰ  $\Xi$ , τῷ πλήθει ἴσαι τοῖς τμαμάτεσσι  
 τοῖς τᾶς  $ΒΘ$  εὐθείας, τῷ δὲ μεγέθει ἴσα ἐκάστα τᾶ  
 $ΒΘ$ , καὶ ἀπὸ ἐκάστας τετραγώνου ἀναγεγράφθω. ἀφαι-  
 ρήσθω δὴ ἀπὸ μὲν τοῦ ἐσχάτου τετραγώνου γνώμων  
 πλάτος ἔχων ἴσον τᾶ  $ΒΙ$ . ἐσσεῖται δὴ οὗτος ἴσος τῷ  
 20 περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν  $ΒΙ$ ,  $ΙΔ$ . ἀπὸ δὲ τοῦ παρ'  
 αὐτῷ τετραγώνου γνώμων ἀφαιρήσθω πλάτος ἔχων  
 διπλάσιον τᾶς  $ΒΙ$ . ἐσσεῖται δὴ οὗτος ἴσος τῷ περι-  
 εχομένῳ ὑπὸ τᾶν  $ΒΧ$ ,  $ΧΔ$ . καὶ αἰὲ ἀπὸ τοῦ ἐχομένου  
 τετραγώνου γνώμων ἀφαιρήσθω, οὗ πλάτος ἐνὶ τμά-  
 25 ματι μείζον τοῦ πλάτους τοῦ πρὸ αὐτοῦ ἀφαιρημένου  
 γνώμονος. ἐσσεῖται δὴ ἕκαστος αὐτῶν ἴσος τῷ περι-

1. βάσιν] scripsi; ὁ βασιν F, vulgo. 9. ἔστε] εσσεεται F;  
 corr. Torellius. 11. διαιρημένος] scripsi; διαιρουμενος F,  
 vulgo. 14. ἔστων] scripsi; εστω δη F; ἔστωσαν δη Nizzius  
 cum BD. 15. ισα F; corr. Torellius. τμημασι F, vulgo;  
 τμάμασι Torellius. 19. ἴσον] scripsi; ισαν F, vulgo. δῆ]  
 Nizzius; δε F, vulgo. 21. τετραγωνων F. 22. τῷ] το F.



diametrum  $AG$  descriptum, axem autem  $B\Theta$ . iam quoniam hic cylindrus triplo maior est cono basim habenti eandem, quam segmentum, et eundem axem [Eucl. XII, 10; cfr. supra prop. 10], sed conus  $\Psi$  duplo maior eodem cono, adparet, cylindrum dimidia parte maiorem esse cono  $\Psi$ . producantur igitur plana omnium cylindrorum, ex quibus composita est figura inscripta, usque ad superficiem cylindri basim habentis eandem, quam segmentum, et eundem axem. totus igitur cylindrus diuisus erit in cylindros numero aequales cylindris figurae circumscriptae, magnitudine autem maximo eorum aequales. ponantur igitur lineae quaedam, in quibus sint litterae  $\Xi$ , numero partibus lineae  $B\Theta$  aequales, magnitudine autem singulae aequales lineae  $B\Theta$ , et in singulis quadratum construatur. auferatur igitur ab ultimo quadrato gnomon latitudinem habens lineae  $BI$  aequalem. is igitur aequalis erit  $BI \times I\Delta$ .<sup>1)</sup> a quadrato autem ei proximo auferatur gnomon latitudinem habens  $2BI$ . is igitur aequalis erit  $BX \times X\Delta$ . et semper deinceps a quadrato sequenti auferatur gnomon, cuius latitudo una parte [lineae  $B\Theta$ ] maior est latitudine gnomonis ante ablati. unusquisque igitur eorum aequalis erit spatio partibus

1) Nam cum  $B\Delta$  in partes aequales (in  $\Theta$ ) et in inaequales (in  $I$ ) diuisa sit, erit (Eucl. II, 5):  $BI \times I\Delta + I\Theta^2 = B\Theta^2$ , h. e.  $B\Theta^2 - I\Theta^2 = BI \times I\Delta$ , sed  $B\Theta^2 - I\Theta^2$  ipse gnomon est. et eodem modo ceteri gnomones inueniuntur.

23.  $\acute{\epsilon}\chi\omicron\mu\acute{\epsilon}\nu\omicron\upsilon$ ]  $\acute{\epsilon}\pi\omicron\mu\acute{\epsilon}\nu\omicron\upsilon$  Torellius. 24.  $\omicron\upsilon$ ] addidi; om. F, uulgo.  $\acute{\epsilon}\nu\iota$ ] scripsi;  $\mu\epsilon\nu \eta$  FCD;  $\mu\acute{\epsilon}\nu \acute{\iota}\sigma\omicron\nu$  AB, ed. Basil;  $\mu\acute{\epsilon}\nu \acute{\epsilon}\chi\omicron\nu \acute{\epsilon}\nu\iota$  Commandinus, Torellius. 25.  $\pi\rho\acute{o}$ ] C, Torellius;  $\pi\rho\omicron\tau\omicron\upsilon$  FD;  $\pi\rho\acute{\omega}\tau\omicron\upsilon$  AB, ed. Basil.

εχομένῳ ὑπὸ τῶν τᾶς  $B\Delta$  τμαμάτων, ὧν τὸ ἕτερον  
 τμᾶμα ἴσον ἐστὶ τῷ πλάτει τοῦ γνώμονος. ἐσσεύεται  
 δὴ καὶ [ἀπὸ] τοῦ τετραγώνου τοῦ δευτέρου τὸ λοιπὸν  
 τετράγωνον τὰν πλευρὰν ἔχον ἴσαν τᾶ  $\Theta E$ . ὁ δὲ  
 5 κύλινδρος ὁ πρῶτος τῶν ἐν τῷ ὄλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων  
 ἄξονα τὰν  $\Theta E$  ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν πρῶτον τῶν  
 ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἔχοντα ἄξονα  
 τὰν  $\Theta E$  τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ  
 ἀπὸ τᾶς  $A\Theta$  ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς  $KE$ .  
 10 ὥστε καὶ ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν  $B\Theta$ ,  $\Theta\Delta$  περιεχόμενον ποτὶ  
 τὸ ὑπὸ τᾶν  $BE, E\Delta$  περιεχόμενον. ἔχει οὖν ὁ κύλι-  
 νδρος ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ  
 πρῶτον τετράγωνον ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπὸ τοῦ  
 δευτέρου τετραγώνου ἀφαιρημένον. ὁμοίως δὲ καὶ  
 15 τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαστος ἄξονα ἔχόντων ἴσον  
 τᾶ  $\Theta E$  ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ  
 σχήματι καὶ ἔχοντα ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν  
 λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ὁμοίως τεταγμένον αὐτῷ  
 ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπὸ τοῦ ἐπομένου αὐτῷ τε-  
 20 τραγώνου ἀφαιρημένον. ἐντὶ δὴ τινα μεγέθη, οἱ  
 κυλίνδροι οἱ ἐν τῷ ὄλῳ κυλίνδρῳ, καὶ ἄλλα, τὰ τε-  
 τράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν  $\Xi\Xi$ , ἴσα τῷ πλήθει τοῖς κυλί-  
 νδροις καὶ κατὰ δύο τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντα. λεγόνται  
 δὲ οἱ κυλίνδροι ποτ' ἄλλα μεγέθη, τοὺς κυλίνδρους  
 25 τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, ὁ δὲ ἔσχατος οὐδὲ  
 ποθ' ἐν λεγέται, καὶ τὰ τετράγωνα ποτ' ἄλλα μεγέθη,  
 τοὺς ἀπὸ τῶν τετραγώνων ἀφαιρημένους, τὰ ὁμόλογα  
 ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις, τὸ δὲ ἔσχατον τετράγωνον οὐδὲ  
 ποθ' ἐν λεγέται. πάντες οὖν οἱ κυλίνδροι οἱ ἐν τῷ

3. ἀπό] deleo. 4. τᾶ] ταν F; corr. Torellius. δέ] δῆ  
 Torellius. 7. εχοντι F; corr. B. 10.  $B\Theta$ ]  $BA$  F; corr. ed.

lineae  $BA$  comprehenso, quarum altera latitudini gnomonis aequalis sit. quadrati igitur secundi quod relinquitur, quadratum erit latus habens lineae  $\odot E$  aequale. cylindrus autem primus totius cylindri axem habens  $\odot E$  ad primum cylindrum figurae inscriptae eundem habentem axem  $\odot E$  eandem habet rationem, quam

$$A\odot^2 : KE^2 \text{ [Eucl. XII, 11; XII, 2];}$$

quare etiam, quam  $B\odot \times \odot A : BE \times EA$ .<sup>1)</sup> itaque cylindrus ad cylindrum eandem rationem habet, quam primum quadratum ad gnomonem a secundo quadrato ablatum. et eodem modo etiam ceterorum cylindrorum axem habentium lineae  $\odot E$  aequalem unusquisque ad cylindrum figurae inscriptae eundem axem habentem eam rationem habet, quam quadratum eodem loco positum ad gnomonem a quadrato proxime sequenti ablatum. sunt igitur magnitudines quaedam, cylindri totius cylindri, et aliae magnitudines, quadrata linearum  $AE$ , numero cylindris aequales et binae cum binis in eadem proportione. cylindri autem cum aliis magnitudinibus, cylindris figurae inscriptae, in proportione sunt, ultimus autem in nulla proportione [p. 425 not. 1], et quadrata cum aliis magnitudinibus, [gnomonibus] a quadratis ablati, respondentia in iisdem proportionibus, ultimum autem quadratum in nulla proportione. omnes igitur cylindri totius cy-

1) Apollon. I, 21; Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 48 nr. 5.

Basil.\* 11. τὸ ὑπό] om. F; corr. B\*. 12. κύλινδρον] κυκλον F; corr. ed. Basil. 15. ἴσον] scripsi; ἴσαν F, ulgo; τὰν ἴσαν? 18. τὸ ὁμοίως] scripsi; τό om. F, ulgo. 21. ὄλω] om. F; corr. Torellius. ἀλλὰ, τὰ] scripsi; τα om. F, ulgo. 26. ποθ' ἐν] scripsi; ποθεν F, ulgo, ut lin. 29. 27. τοὺς] τοὺς γνώμονας τοὺς Nizzius.

ὅλῳ κυλίνδρῳ ποτὶ πάντας τοὺς ἑτέρους κυλίνδρους  
 τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ τετράγωνα  
 ποτὶ πάντας τοὺς γνωμόνας τοὺς ἀφαιρημένους ἀπ'  
 αὐτῶν. ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ  
 5 τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον  
 σχῆμα τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν πάντα τὰ τετράγωνα  
 ποτὶ πάντας τοὺς γνωμόνας τοὺς ἀφαιρημένους ἀπ'  
 αὐτῶν. τὰ δὲ τετράγωνα πάντων τῶν γνωμόνων τῶν  
 ἀφαιρημένων ἀπ' αὐτῶν μείζονά ἐντι ἢ ἡμιόλια. ἐντὶ  
 10 γὰρ τινες γραμμαὶ κειμέναι αἱ  $\Xi P$ ,  $\Xi \Sigma$ ,  $\Xi T$ ,  $\Xi Y$ ,  $\Xi \Phi$   
 τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχοῦσαι, καὶ ἃ ἐλαχίστα ἴσα τῷ  
 ὑπεροχῶ. ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι γραμμαί, ἐφ' ἃν τὰ δύο  
 $\Xi$ ,  $\Xi$ , τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει  
 ἐκάστα ἴσα τῷ μεγίστῳ. τὰ οὖν τετράγωνα τὰ ἀπὸ  
 15 πασῶν, ἃν ἐστὶν ἐκάστα ἴσα τῷ μεγίστῳ, πάντων μὲν  
 τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τῶν ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερ-  
 εχουσῶν ἐλάσσονά ἐντι ἢ τριπλάσια, τῶν δὲ λοιπῶν  
 χωρὶς τοῦ ἀπὸ τῆς μεγίστας μείζονα ἢ τριπλασίονα.  
 τοῦτο γὰρ ἐν τοῖς περὶ τῶν ἐλλίκων ἐκδεδομένοις δε-  
 20 δείκται. ἐπεὶ δὲ πάντα τὰ τετράγωνα ἐλάσσονά ἐντι  
 ἢ τριπλάσια τῶν ἑτέρων τετραγώνων, ἃ ἐντι ἀφαιρη-  
 μένα ἀπ' αὐτῶν, δῆλον, ὅτι τῶν λοιπῶν μείζονά ἐντι  
 ἢ ἡμιόλια. τῶν οὖν γνωμόνων μείζονά ἐντι ἢ ἡμιόλια.  
 ὅστε καὶ ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ  
 25 τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν μείζων ἐστὶν ἢ ἡμιόλιος

8. ἀφαιρημένους] scripsi; αφαιρομενους F, vulgo; αφαι-  
 ρουμένους ed. Basil., Torellius; sic etiam lin. 7. 9. ἢ] om. F.  
 10.  $\Xi \Phi$ ]  $\Xi \Phi$ ,  $\Xi \Psi$ ,  $\Xi \Omega$  F; corr. ed. Basil. 14. τῷ] τῶ F; corr.  
 Torellius. 15. ἃν] scripsi; ἃ F, vulgo. μὲν τῶν] scripsi;  
 τῶν om. F, vulgo. 16. τῶν ἴσῳ] scripsi; των ἴσων F,  
 vulgo; τῶν ἴσῳ Torellius. 18. μείζον F; corr. Torellius.  
 τριπλασίονα] uel τριπλάσια scripsi; τριπλασιον F, vulgo. 21.

lindri ad omnes ceteros cylindros eandem rationem habebunt, quam omnia quadrata ad omnes gnomones ab iis ablatos [prop. 1]. itaque cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem ad figuram inscriptam eandem habet rationem, quam omnia quadrata ad omnes gnomones ab iis ablatos. sed [omnia] quadrata illa maiora sunt quam dimidia parte maiora omnibus gnomonibus ab iis ablati. sunt enim lineae quaedam positae,  $\Xi P$ ,  $\Xi \Sigma$ ,  $\Xi T$ ,  $\Xi \Upsilon$ ,  $\Xi \Phi$ , aequali differentia inter se excedentes, et minima differentiae aequalis est.<sup>1)</sup> sed etiam aliae quaedam lineae sunt, in quibus sunt duae litterae  $\Xi \Xi$ , numero illis aequales, magnitudine autem singulae aequales maximae. quadrata igitur omnium linearum, quarum quaeque maximae [illarum] aequalis est, omnibus quadratis linearum inter se aequali differentia excedentium minora sunt quam triplo maiora, reliquis autem praeter quadratum maximae maiora quam triplo maiora. hoc enim in libro de helicibus edito demonstratum est [prop. 10 coroll.]. quoniam autem omnia quadrata minora sunt quam triplo maiora alteris quadratis, quae ab iis ablata sunt, adparet, reliquiis maiora ea esse quam dimidia parte maiora. gnomonibus igitur maiora sunt quam dimidia parte maiora. quare etiam cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem maior est quam dimidia parte maior figura in-

1) Sunt enim  $5BI$ ,  $4BI$ ,  $3BI$ ,  $2BI$ ,  $BI$ .

τριπλάσια] διπλασια F; corr. ed. Basil.\* 22. μείζονα] να post lacunam F; corr. ed. Basil. 23. ημισλιω (alt. loco) F; corr. Torellius. 24. βασιμ μεν F, vulgo; μεν deleui. 25. μείζον F. η ημισλιος] ημισσεος F; corr. ed. Basil., Cr.

τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος· ὅπερ ἀδύνατον. τοῦ γὰρ  
 Ψ κώνου ἡμιόλιός ἐστι, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον σχῆμα  
 μείζον ἐδείχθη τοῦ Ψ κώνου. οὐκ ἄρα ἐστὶ μείζον  
 τὸ ἡμίσειον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. οὐδὲ  
 5 τοίνυν ἔλασσον. ἔστω γάρ, εἰ δυνατόν, ἔλασσον.  
 πάλιν δὴ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ἀμίσειον τοῦ σφαιρο-  
 ειδέος σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυ-  
 λίνδρων ὕψος ἴσον ἐχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ  
 περιγραφέν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι,  
 10 ἢ ᾧ ὑπερέχει ὁ Ψ κώνος τοῦ ἡμίσειος τοῦ σφαιρο-  
 ειδέος, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατεσκευ-  
 άσθω. ἐπεὶ οὖν ἔλασσόν ἐστὶ τὸ ἐγγραφέν σχῆμα τοῦ  
 τμάματος, δῆλον, ὅτι καὶ τὸ περιγραφέν σχῆμα ἔλασ-  
 σόν ἐστὶ τοῦ Ψ κώνου. πάλιν δὴ ὁ πρῶτος κύλιν-  
 15 δρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΘΕ  
 ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμ-  
 μένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΘΕ τὸν αὐτὸν  
 ἔχει λόγον, ὃν τὸ πρῶτον τετράγωνον ποτ' αὐτό. ὁ  
 δὲ δεύτερος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ  
 20 ἔχων ἄξονα τὰν ΕΠ ποτὶ τὸν δεύτερον κύλινδρον  
 τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα  
 τὰν ΕΠ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ δεύτερον τε-  
 τράγωνον ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρη-  
 μένον. καὶ τῶν ἄλλων δὲ κυλίνδρων ἕκαστος τῶν ἐν  
 25 τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἐχόντων τὰν ἴσαν τῶ ΘΕ  
 ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχή-  
 ματι κατ' αὐτὸν ἔοντα καὶ ἄξονα ἔχοντα τὸν αὐτὸν

4. ἀμίσειον Torellius. 5. ἔλασσον] priore loco ελασσων F.  
 6. ἀμίσειον] αμισθον F; corr. BC\*. 10. ᾧ] addidi; om.  
 F, vulgo. ἀμίσειος Torellius. 18. ποτ' αὐτό] scripsi; ποτ'  
 αὐτό vulgo; de neglecta aspiratione cfr. Quaest. Arch. p. 93.  
 21. τῶν] scripsi; τον F, vulgo. 22. δεύτερον] Torellius; β F,

scripta; quod fieri non potest. nam dimidia parte maior est cono  $\Psi$ , et demonstratum est, figuram inscriptam maiorem esse cono  $\Psi$ . itaque dimidia pars sphaeroidis maior non est cono  $\Psi$ . sed ne minor quidem est. sit enim, si fieri potest, minor. rursus igitur in dimidia sphaeroidis parte inscribatur figura solida, et alia circumscribatur ex cylindris altitudinem aequalem habentibus composita, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quo conus  $\Psi$  dimidiam sphaeroidis partem excedit, et cetera eadem, quae antea, construantur. iam quoniam figura inscripta segmento minor est, adparet, etiam figuram circumscriptam minorem esse cono  $\Psi$ . rursus igitur primus cylindrus totius cylindri axem habens  $\Theta E$  ad primum cylindrum figurae circumscriptae axem habentem  $\Theta E$  eandem rationem habet, quam primum quadratum ad se ipsum.<sup>1)</sup> secundus autem cylindrus totius cylindri axem habens  $E\Pi$  ad secundum cylindrum figurae circumscriptae axem habentem  $E\Pi$  eandem rationem habet, quam secundum quadratum ad gnomonem ab eo ablatum. et ceterorum etiam cylindrorum unusquisque eorum, qui in toto cylindro sunt axem habentes lineam lineae  $\Theta E$  aequalem, ad cylindrum in figura circumscripta eodem loco positum et axem eundem habentem eam rationem habet, quam

---

1) Utraque enim utrisque aequalia sunt.

---

uulgo. 25.  $\tau\acute{\alpha}\nu$ ] addidi; om. F, uulgo. 26.  $\epsilon\gamma\gamma\epsilon\gamma\rho\alpha\mu\mu\epsilon\nu\omega$   
 F; corr. Torellius. 27.  $\kappa\alpha\iota \acute{\alpha}\xi\omicron\nu\alpha \acute{\epsilon}\chi\omicron\nu\tau\alpha$ ] scripsi; om. F,  
 uulgo;  $\kappa\alpha\iota \acute{\epsilon}\chi\omicron\nu\tau\alpha \acute{\alpha}\xi\omicron\nu\alpha$  Torellius.

τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ὁμοίως τεταγμένον αὐτῷ  
 τετράγωνον ποτὶ τὸν γνωμόνα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρη-  
 μένον. καὶ πάντες οὖν οἱ κυλίνδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ  
 κυλίνδρῳ ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ  
 5 περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον, ὃν  
 πάντα τὰ τετράγωνα ποτὶ τὸ ἴσον τῷ πρώτῳ τετρα-  
 γώνῳ καὶ τοῖς γνωμόνεσσι τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τε-  
 τραγώνων ἀφαιρημένοις. καὶ τὰ τετράγωνα πάντα  
 ἐλάσσονά ἐντι ἢ ἡμιόλια τοῦ ἴσου τῷ τε πρώτῳ τε-  
 10 τραγώνῳ καὶ τοῖς γνωμόνεσιν τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν  
 ἀφαιρημένοις, διότι τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τῶν τῷ  
 ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστης  
 τετραγώνου μείζονά ἐντι ἢ τριπλάσια. ὁ ἄρα κύλιν-  
 δρος ὁ βάσιν [μὲν] ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ  
 15 ἄξονα τὸν αὐτὸν ἐλάσσων ἢ ἡμιόλιός ἐστι τοῦ περι-  
 γεγραμμένου σχήματος· ὅπερ ἀδύνατον. τοῦ γὰρ Ψ  
 κώνου ἡμιόλιός ἐστι, τὸ δὲ περιγεγραμμένον σχῆμα  
 ἔλαττον ἐδείχθη τοῦ Ψ κώνου. οὐκ ἄρα ἐστὶν ἔλασ-  
 σον τὸ ἡμίσειον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. ἐπεὶ  
 20 δὲ οὔτε μείζον ἐστὶν οὐδὲ ἔλασσον, ἴσον ἄρα ἐστίν.

κη'.

Καὶ τοίνυν εἰ καὶ τὸ σφαιροειδὲς μὴ ὀρθῶ ποτὶ  
 τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρου τμαθῆ, ὁμοίως  
 τὸ ἡμίσειον τοῦ σφαιροειδέος διπλάσιον ἐσσεῖται τοῦ  
 25 ἀποτμάματος τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν  
 τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

1. τὸν λόγον] scripsi; τόν om. F, uulgo. ὃν τό] Nizzius;  
 om. F, uulgo. τεταγμένον] Nizzius; τεταγμενω F, uulgo.  
 2. τετράγωνον] Torellius; τετραγωνω F, uulgo. uidentum  
 tamen, ne ferri possit: τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον τῷ ὁμοίως τε-  
 ταγμένῳ . . τετραγώνῳ. 10. γνωμονεσιν F. 11. τῶν] των F;  
 corr. Torellius. 12. χωρὶς] χωρ cum comp. ης F. 14. μὲν]



quadratum eodem loco positum ad gnomonem ab eo ablatum.<sup>1)</sup> itaque etiam omnes cylindri totius cylindri ad omnes cylindros figuræ circumscriptæ eandem habebunt rationem, quam omnia quadrata ad spatium æquale quadrato primo simul cum gnomonibus a reliquis quadratis ablati [prop. 1]. et quadrata omnia minora sunt quam dimidia parte maiora spatio æquali primo quadrato simul cum gnomonibus a reliquis ablati, quia quadratis linearum æquali differentia inter se excedentium præter quadratum maximæ maiora sunt quam triplo maiora. quare cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem minor est quam dimidia parte maior figura circumscripta; quod fieri non potest. cono enim  $\Psi$  dimidia parte maior est, sed demonstratum est, figuram circumscriptam minorem esse cono  $\Psi$ . itaque dimidia pars sphaeroidis cono  $\Psi$  minor non est. quoniam igitur neque maior est neque minor, æqualis est.

## XXVIII.

Sed etiam si sphaeroides plano ad axem non perpendiculari per centrum secatur, item dimidia pars sphaeroidis duplo maior erit segmento cono basim eandem habenti, quam segmentum, et eundem axem.<sup>2)</sup>

1) Sint  $C_1 C_2 C_3 C_4 C_5$  cylindri circumscripti,  $c_1 c_2 c_3 c_4$  inscripti,  $K$  partes totius cylindri,  $Q_1 Q_2 Q_3 Q_4 Q_5$  quadrata,  $g_2 g_3 g_4 g_5$  gnomones. demonstratum est (p. 446, 6 sq.):  $K : c_1 = Q_2 : g_2$ ,  $K : c_2 = Q_3 : g_3$ ,  $K : c_3 = Q_4 : g_4$ ,  $K : c_4 = Q_5 : g_5$  (nam  $Q_1 = Q_2$  cet.); sed  $c_1 = C_2$ ,  $c_2 = C_3$ ,  $c_3 = C_4$ ,  $c_4 = C_5$ .

2) P. 284, 19: *εἰ καὶ τῶν σφαιροειδέων τι ἐπιπέδῳ τεμαθῆ*

deleo. 19. τὸ ἡμισσον] scripsi; τὸν ἡμισσον F, uulgo; τὸ ἄμισσον Torellius. 20. δέ] addidi; om. F, uulgo. μέζων F. οὐδέ] F; οὔτε uulgo. 21. λ' Torellius; om. F. 25. ἀποτμηματος F; corr. Torellius.

τετμάσθω γὰρ σχῆμα σφαιροειδές· τμαθέντος δὲ  
 αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῶ ποτὶ τὸ  
 τέμνον ἐπίπεδον τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἃ  
 $ΑΒΓΔ$  ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, κέντρον δὲ αὐτᾶς τὸ  
 5  $\Theta$ , τοῦ δὲ τετμακότος ἐπιπέδου τὸ σχῆμα ἔστω ἃ  $ΑΓ$   
 εὐθεῖα. ἔσσειται δὴ αὐτὰ διὰ τοῦ  $\Theta$  ἀγομένα, ἐπεὶ  
 τὸ ἐπίπεδον ὑπέκειτο διὰ τοῦ κέντρου ἄχθαι. ἔσσειται  
 οὖν τις ὀξυγωνίου κώνου τομὰ περὶ διάμετρον τὰν  
 $ΑΓ$ , ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτέμνον ὑπέκειτο οὐ ποτ'  
 10 ὀρθὰς εἶμεν τῷ ἄξονι ἀγμένον. ἄχθων δὴ τινες αἱ  
 $ΚΔ$ ,  $ΜΝ$  παρὰ τὰν  $ΑΓ$  ἐπιφανούσαι τὰς τοῦ ὀξυ-  
 γωνίου κώνου τομᾶς κατὰ τὰ  $Β$ ,  $Δ$ , ἀπὸ δὲ τὰν  $ΚΔ$ ,  
 $ΜΝ$  ἐπίπεδα ἀνεστακέτω παράλληλα τῷ κατὰ τὰν  $ΑΓ$ .  
 ἐπιψαύοντι δὴ ταῦτα τοῦ σφαιροειδέος κατὰ τὰ  $Β$ ,  $Δ$ ,  
 15 καὶ ἃ  $ΒΔ$  ἐπιζευχθεῖσα πεσειται διὰ τοῦ  $\Theta$ , καὶ ἐσ-  
 σοῦνται τῶν τμαμάτων κορυφαὶ μὲν τὰ  $Β$ ,  $Δ$  σαμεῖα,  
 ἄξόνες δὲ αἱ  $Β\Theta$ ,  $\ThetaΔ$ . δυνατὸν δὴ ἐστὶν κύλινδρον  
 εὐρεῖν ἄξονα ἔχοντα τὰν  $Β\Theta$ , οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ  
 ἔσσειται ἃ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἃ περὶ διάμετρον  
 20 τὰν  $ΑΓ$ . εὐρεθέντος δὲ ἔσσειται τις κυλίνδρου τόμος  
 τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος  
 καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. πάλιν δὴ καὶ κώνον εὐρεῖν  
 δυνατόν ἐστὶ κορυφὰν ἔχοντα τὸ  $Β$  σαμεῖον, οὗ ἐν  
 τᾷ ἐπιφανείᾳ ἔσσειται ἃ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ

1. σχῆμα] τμημα F; corr. ed. Basil.\* 2. αξωνος F. 6.  
 δῆ] δ' F; corr. Torellius. ἐπεὶ] ἐπι F. 7. ἄχθαι] τε-  
 τὰχθαι Torellius. 10. ἄχθων] scripsi cum C; ἀχθῶ F, vulgo;  
 ἄχθωσαν Nizzius cum VBD. 11. ἐπιφανουσαν FBC\*. 13.  
 τῷ] το F; corr. Torellius. 14. ἐπιψαυοντι F. δῆ] scripsi; δε  
 F, vulgo. κατὰ τὰ  $Β$ ,  $Δ$ ] om. F; corr. Torellius. 15. καὶ  
 ἃ  $ΒΔ$ ] scripsi; καὶ τὰ  $Β$ ,  $Δ$  F, vulgo. διὰ] δε διὰ F; corr.  
 Torellius. 17.  $\ThetaΔ$ ]  $\ThetaΑ$  FBC\*. δῆ ἐστὶν] scripsi; δε ἐστὶν  
 F, vulgo. 18. εὐρ cum comp. ἦν uel ἰν F, ut lin. 22. 20.

secetur enim figura sphaeroides. secta autem ea alio plano per axem posito ad secans planum perpendiculari figurae sectio sit  $AB\Gamma\Delta$  conici acutianguli sectio [prop. 11, c], centrum autem eius punctum  $\Theta$ , plani autem figuram secantis sectio sit linea  $A\Gamma$ . ea igitur per  $\Theta$  ducta erit, quoniam suppositum est, planum per centrum ductum esse. erit igitur conici acutianguli sectio quaedam circum diametrum  $A\Gamma$  descripta, quoniam suppositum est, planum secans ad axem non perpendicularare ductum esse [prop. 14]. ducantur igitur lineae  $K\Lambda$ ,  $MN$  lineae  $A\Gamma$  parallelae sectionem conici acutianguli contingentes in punctis  $B$ ,  $\Delta$ , et in lineis  $K\Lambda$ ,  $MN$  erigantur plana plano in linea  $A\Gamma$  posito parallela. ea igitur sphaeroides in punctis  $B$ ,  $\Delta$  contingunt [prop. 16, b], et ducta linea  $B\Delta$  per  $\Theta$  punctum cadet [prop. 16, c], et uertices segmentorum erunt puncta  $B$ ,  $\Delta$  [p. 282, 12], axes autem  $B\Theta$ ,  $\Theta\Delta$  [p. 282, 13]. potest igitur fieri, ut inueniatur cylindrus axem habens  $B\Theta$ , in cuius superficie sit conici acutianguli sectio circum diametrum  $A\Gamma$  descripta [prop. 9]. eo autem inuento erit frustum quoddam cylindri eandem basim habens, quam dimidia pars sphaeroidis, et eundem axem. rursus igitur fieri potest, ut inueniatur conus uerticem habens punctum  $B$ , in cuius superficie sit conici acutianguli sectio in

---

διὰ τοῦ κέντρου μὴ ὀρθῶς ποτὶ τὸν ἄξονα τῶν γεναμένων τμαμάτων ἐκάτερον διπλάσιον ἐσσεῖται τοῦ σχήματος τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῶ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. γινέται δὲ τὸ σχῆμα ἀπότμαμα κώνου.

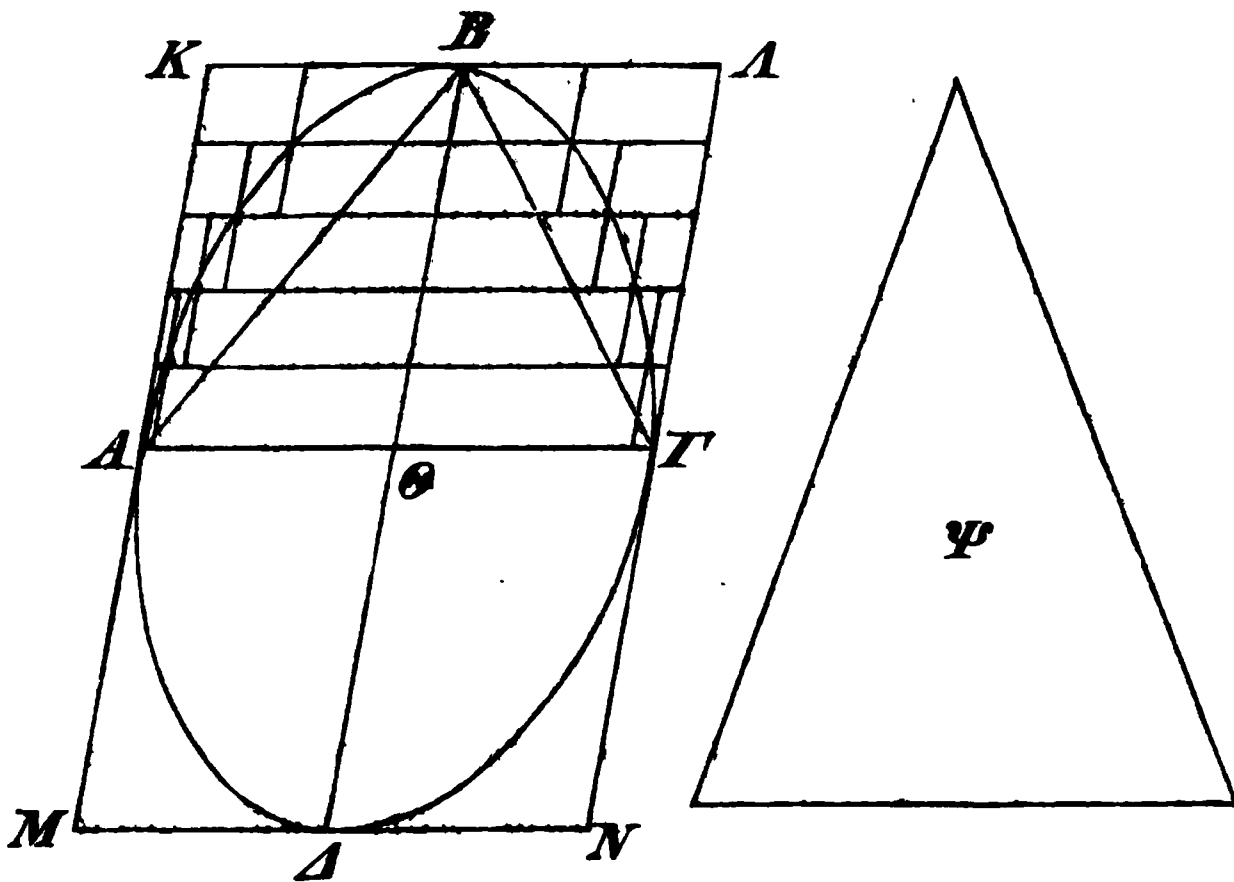
---

κυλινδρ supra scripta littera o F; κύλινδρος CD. 21. τῶ ἡμισέφ] scripsi; του ημισους F, uulgo\*; τοῦ ἀμίσεος Torellius.

ἅ ἀπὸ διαμέτρου τᾶς  $ΑΓ$ . εὐρεθέντος δὲ ἐσσεῖται τι  
 ἀπόγραμμα κώνου τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τράματι  
 καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. λέγω δὴ, ὅτι τοῦ σφαιροειδέος  
 τὸ ἡμίσειον διπλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου τούτου. ἔστω  
 5 δὴ ὁ  $\Psi$  κώνος διπλάσιος τοῦ ἀποτμήματος τοῦ κώνου.  
 εἰ οὖν μὴ ἐστὶν ἴσον τὸ ἡμίσειον τοῦ σφαιροειδέος  
 τῷ  $\Psi$  κώνῳ, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατόν, μείζον. ἐν-  
 ἔγραφα δὴ τι εἰς τὸ ἡμίσειον τοῦ σφαιροειδέος σχῆμα  
 στερεόν, καὶ ἄλλο περιέγραφα ἐκ κυλίνδρου τόμων  
 10 ὕψος ἴσον ἔχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφέν  
 σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἄλλῳ  
 ὑπερέχει τὸ ἡμίσειον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ  $\Psi$  κώνου.  
 ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον δειχθησέται τὸ ἐγγεγραμμένον  
 σχῆμα ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος μείζον ἐὼν τοῦ  
 15  $\Psi$  κώνου, καὶ ὁ τόμος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ

1. τι] scripsi; τῷ F, vulgo. 2. αποτμημα F, ut lin. 5;  
 corr. Torellius. κώνου] om. F; corr. Torellius. 4. ἡμίσειον  
 Torellius, ut lin. 6. τοῦ ἀποτμήματος τοῦ κώνου Nizzius.  
 7. ἐνέγραφα] scripsi cum VABD; ἐνεγραψω F; ἐγγεγράψω  
 ed. Basil., Torellius. 8. ἡμίσειον Torellius. 9. περιγεγράφω  
 ed. Basil., Torellius. 14. ἡμισέῳ Torellius. 15. τόμος τοῦ  
 κυλίνδρου Commandinus, Torellius.

diametro  $AF$  descripta.<sup>1)</sup> eo autem inuento erit, segmentum quoddam conici eandem basim habens, quam segmentum [sphaeroidis], et eundem axem. dico igitur, dimidiam sphaeroidis partem duplo maiorem esse hoc cono. sit igitur conus  $\Psi$  duplo maior segmento conici. itaque si dimidia pars sphaeroidis cono  $\Psi$  aequalis non est, sit primum, si fieri potest, maior. inscripsi igitur dimidiae parti sphaeroidis figuram solidam, et aliam circumscripsi, ex frustis cylindrorum altitudinem aequalem habentibus compositas, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore,



quam quali excedit dimidia pars sphaeroidis conum  $\Psi$  [prop. 20]. itaque eodem modo, quo antea, demonstrabimus, figuram dimidiae parti sphaeroidis inscriptam maiorem esse cono  $\Psi$ , et frustum basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem

1) Ex prop. 8; nam linea  $B\Theta$  perpendicularis non est.

τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦ μὲν  $\Psi$  κώνου  
 ἡμιόλιος ἐών, τοῦ δὲ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐν τῷ  
 ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος μείζων ἢ ἡμιόλιος· ὅπερ  
 ἀδύνατον. οὐκ ἄρα μείζον τὸ ἡμίσειον τοῦ σφαιροει-  
 5 δέος τοῦ  $\Psi$  κώνου. εἰ δὲ ἔλασσόν ἐστι τὸ ἡμίσειον  
 τοῦ σφαιροειδέος τοῦ  $\Psi$  κώνου, ἐγγεγράφθω εἰς τὸ  
 ἡμίσειον τοῦ σφαιροειδέος σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο  
 περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων τόμων ὕψος ἴσον ἐχόν-  
 των συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφέν τοῦ ἐγγραφέν-  
 10 τος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει ὁ  $\Psi$  κώνος  
 τοῦ ἡμίσειος τοῦ σφαιροειδέος. πάλιν οὖν ὁμοίως τοῖς  
 πρότερον δειχθησέται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλασ-  
 σον ἐὼν τοῦ  $\Psi$  κώνου, καὶ ὁ τόμος τοῦ κυλίνδρου ὁ  
 βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν  
 15 αὐτὸν τοῦ μὲν  $\Psi$  κώνου ἡμιόλιος ἐών, τοῦ δὲ περι-  
 γεγραμμένου σχήματος ἐλάσσων ἢ ἡμιόλιος· ὅπερ ἀδύ-  
 νατον. οὐκ ἐσσεῖται οὖν οὐδὲ ἔλασσον τὸ ἡμισυ τοῦ  
 σφαιροειδέος τοῦ  $\Psi$  κώνου. ἐπεὶ δὲ οὔτε μείζον ἐστὶν  
 οὐδὲ ἔλασσον, ἴσον ἐστὶ. φανερόν οὖν ἐστὶν, ὃ ἔδει  
 20 δεῖξαι.

κθ'.

Παντὸς σχήματος σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ τμαθέν-  
 τος μὴ διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα; τὸ  
 ἔλαττον τμάμα ποτὶ τὸν κώνον τὸν βάσιν ἔχοντα  
 25 τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον  
 ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἂ ἴσα συναμφοτέραις τᾶ τε ἡμισέᾳ

2. τῷ ἡμισέῳ] scripsi; ημισεως F, uulgo; ἡμισέῳ B, ἡμι-  
 σέῳ Torellius. 4. ἄρα μείζον] scripsi; εσται ουν F, uulgo;  
 ἐσται οὖν μείζον Commandinus, Torellius. ἡμίσειον Torel-  
 lius. 5. εἰ δὲ ἔλασσόν ἐστι τὸ ἡμίσειον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ  
 $\Psi$  κώνου] scripsi; om. F, uulgo; εἰ δὲ ἔλασσόν ἐστὶν Comman-

dimidia parte maius esse cono  $\Psi$ , maius autem quam dimidia parte maius figura dimidiae parti sphaeroidis inscripta; quod fieri non potest. itaque dimidia pars sphaeroidis maior non est cono  $\Psi$ . sin minor est dimidia pars sphaeroidis cono  $\Psi$ , inseribatur dimidiae parti sphaeroidis figura solida, et alia circumscribatur ex frustis cylindrorum altitudinem aequalem habentibus compositae, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali excedit conus  $\Psi$  dimidiam partem sphaeroidis [prop. 20]. rursus igitur eodem modo, quo antea, demonstrabimus, figuram circumscriptam minorem esse cono  $\Psi$ , et frustum cylindri basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem dimidia parte maius esse cono  $\Psi$ , minus autem quam dimidia parte maius figura circumscripta; quod fieri non potest. quare dimidia pars sphaeroidis ne minor quidem erit cono  $\Psi$ . quoniam autem neque maior est neque minor, aequalis est. constat igitur, quod demonstrandum erat.

## XXIX.

Quavis figura sphaeroide plano secta per centrum non posito, sed ad axem perpendiculari, minus segmentum ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et eundem axem eam habet rationem,

---

dinus, Torellius. 6. *εγγραφθω* F. *εις τὸ ἡμισιον . . . .*  
*περιγεγραφθω* *ἐκ* lin. 8 om. F; corr. Commandinus. 8. *κυ-*  
*λίνδρον* Commandinus. 11. *ἡμισιος*] scripsi; *ημισους* F, ulgo;  
*ἀμισους* Torellius. 17. *τό*] *του* (comp.) F; corr. BC\*. 18.  
*μειζων* F. 21. *λα'* Torellius; om. F. 26. *ὄν*] addidit  
Torellius; om. F, ulgo. *ἴσα συναμφοτέραις*] scripsi; *ἄ συν-*  
*αμφοτερα* F, ulgo; *ἄ* om. Torellius. *τε*] om. F; corr. To-  
rellius. *ἀμίσεια* idem.

τοῦ ἄξονος τοῦ σφαιροειδέος καὶ τῷ ἄξονι τοῦ μείζονος τμήματος ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ μείζονος τμήματος.

ἔστω γάρ τι τμήμα σφαιροειδέος σχήματος ἀποτε-  
 5 τμαμένον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα μὴ διὰ τοῦ  
 κέντρου. τραθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ  
 ἄξονος τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἡ  $ΑΒΓ$  ὀξυγων-  
 νίου κώνου τομὰ, διάμετρος δὲ τῆς τομᾶς καὶ ἄξων  
 τοῦ σφαιροειδέος ἔστω ἡ  $ΒΖ$ , κέντρον δὲ τὸ  $Θ$ , τοῦ  
 10 δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτέμνοντος τὸ τμήμα τομὰ ἔστω ἡ  
 $ΑΓ$  εὐθεῖα. ποιήσει δὲ αὐτὰ ὀρθὰς γωνίας ποτὶ τὰν  
 $ΒΖ$ , ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον ὀρθὸν εἴμεν ποτὶ τὸν ἄξονα  
 ὑπέκειτο. ἔστω δὲ τὸ τμήμα τὸ ἀποτετμαμένον, οὗ  
 κορυφὰ τὸ  $Β$  σαμεῖον, ἔλασσον ἢ ἀμίσειον τοῦ σφαι-  
 ροειδέος σχήματος, καὶ τῶ  $ΒΘ$  ἴσα ἔστω ἡ  $ΖΗ$ . δεια-  
 15 τέον, ὅτι τὸ τμήμα, οὗ κορυφὰ τὸ  $Β$  σαμεῖον, ποτὶ  
 τὸν κώνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι  
 καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἡ  
 $ΔΗ$  ποτὶ τὰν  $ΔΖ$ .

ἔστω δὴ κύλινδρος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ  
 20 ἐλάσσονι τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. ἔστω δὲ καὶ  
 κώνος, ἐν ᾧ τὸ  $Ψ$ , ποτὶ τὸν κώνον τὸν βάσιν ἔχοντα  
 τὰν αὐτὰν τοῦτον ἔχων τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ  $ΔΗ$   
 ποτὶ τὰν  $ΔΖ$ . φανερὸν δὴ τὸν  $Ψ$  κώνον ἴσον εἴμεν  
 τῷ τμήματι τῷ κορυφὰν ἔχοντι τὸ  $Β$  σαμεῖον. εἰ γὰρ  
 25 μὴ ἔστιν ἴσος, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατόν, ἐλάσσων.

1. τῷ ἄξονι] scripsi; ὁ ἄξων F, vulgo. 3. σχήματος] τμήματος F; corr. ed. Basil. 4. ἀποτετμημένον F, ut lin. 12; corr. Torellius. 9. τμήμα] τ supra manu 1 F. 11. εἶναι per comp. F; corr. Torellius. 18. ἀμίσειον] scripsi; ἀμισσοῦς F, vulgo. 19. σφαιροειδέος F. 14. ἡ  $ΖΗ$ ] του  $ΑΖΗ$  F; corr. B.\* 18. τὰν] τα F; corr. AB. 19. δὴ] scripsi; δε F, vulgo. 21. τὸ] τῷ F. 22. αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν Nizzius, fortasse recte.



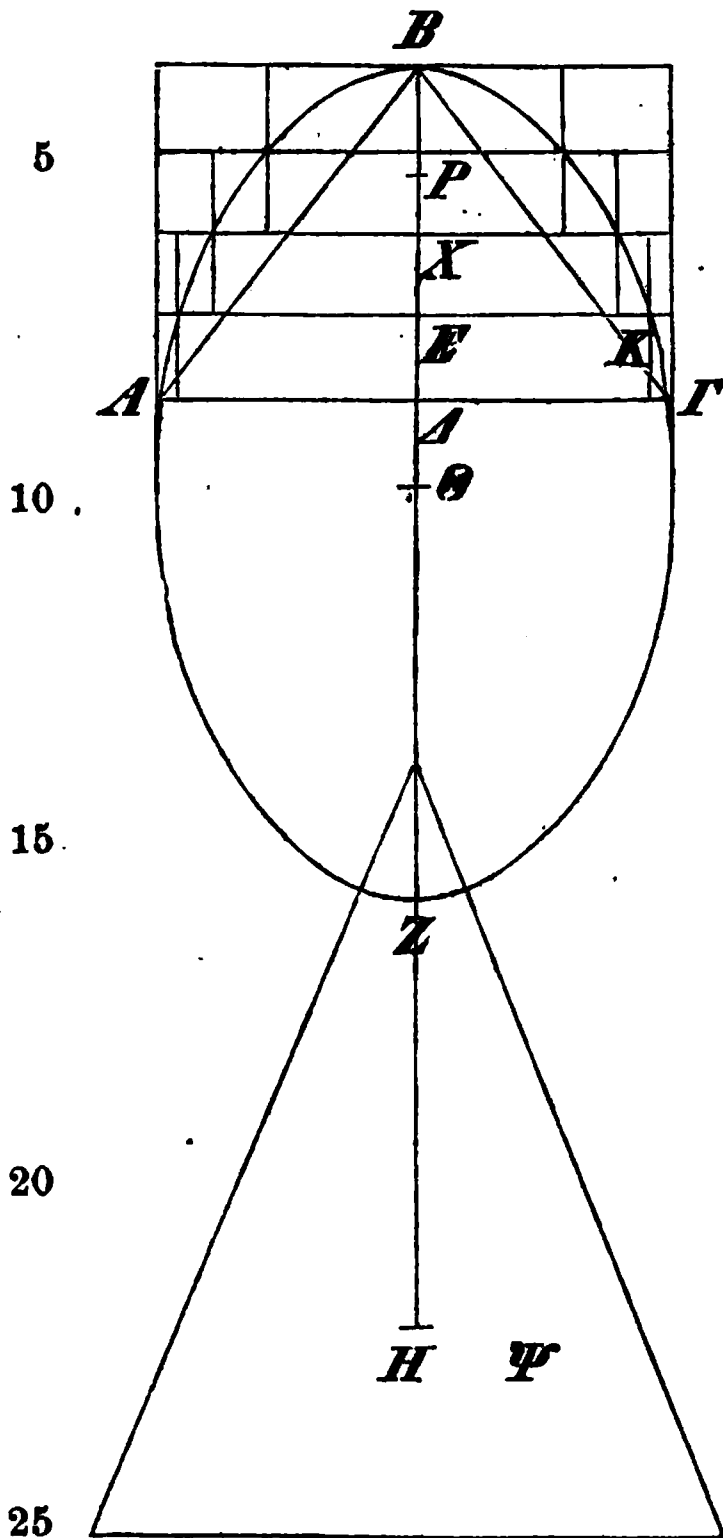
quam linea utrique aequalis, et dimidio axi sphaeroidis et axi segmenti maioris, ad axem segmenti maioris.<sup>1)</sup>

sit enim segmentum aliquod figurae sphaeroidis plano ad axem perpendiculari non per centrum abscisum. secto autem eo alio plano per axem posito figurae sectio sit  $AB\Gamma$  conici acutianguli sectio [prop. 11, c], diametrus autem sectionis et axis sphaeroidis sit linea  $BZ$ , centrum autem  $\Theta$ ; plani autem segmentum abscindentis sectio sit linea  $A\Gamma$ . ea igitur cum  $BZ$  rectos angulos faciet, quoniam suppositum est, planum ad axem perpendicularare esse [Eucl. XI, 18; XI def. 4]. sit autem segmentum abscisum, cuius uertex sit  $B$  punctum, minus quam dimidium sphaeroidis, et sit  $ZH = B\Theta$ . demonstrandum, segmentum, cuius uertex sit  $B$ , ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et eundem axem eam habere rationem, quam  $\Delta H : \Delta Z$ .

sit igitur cylindrus eandem basim habens, quam segmentum minus, et eundem axem. sit autem etiam conus, in quo sit littera  $\Psi$ , ad conum eandem basim habentem [quam segmentum, et eundem axem] eam habens rationem, quam  $\Delta H : \Delta Z$ . dico igitur, conum  $\Psi$  aequalem esse segmento uerticem habenti punctum  $B$ . nam si aequalis non est, sit primum, si fieri potest, minor. inscripsi igitur segmento figuram solidam, et

1) P. 284, 6: εἰ δὲ καὶ ὀρθῶ μὲν ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμαθῆ, μὴ διὰ τοῦ κέντρον δέ, τῶν γεναμένων τμαμάτων τὸ μὲν μείζον κτλ., τὸ δὲ ἔλασσον τμαμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμαματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἂ συναμφοτέραις ἴσα τᾶ τε ἡμισέα τᾶς εὐθείας, ἃ ἔστιν ἄξων τοῦ σφαιροειδέος κτλ., ut lin. 1—2.

ἐνέγραψα δὴ εἰς τὸ τμήμα σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιέγραψα ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἔχόντων συγκεί-

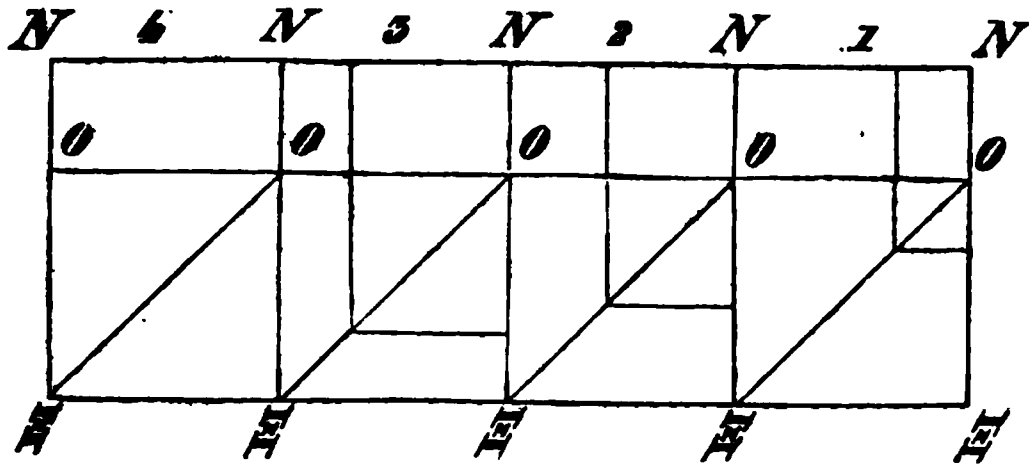


μενον, ὥστε τὸ περιγραφέν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ μείζον ἐστὶ τὸ τοῦ σφαιροειδέος τμήμα τοῦ  $\Psi$  κώνου. ἐπεὶ οὖν μείζον ἐὼν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ τμήματος ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ ἐγγεγραμμένου, ἢ τὸ τμήμα τοῦ κώνου, δῆλον, ὅτι μείζον ἐστὶ καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ  $\Psi$  κώνου. ἔστω δὴ τρίτον μέρος τῆς  $B\Delta$  ἢ  $BP$ . ἐπεὶ οὖν ἂ μὲν  $BH$  τριπλασία ἐστὶν τῆς  $B\Theta$ , ἂ δὲ  $B\Delta$  τῆς  $BP$ , δῆλον, ὅτι τριπλασία ἐστὶν ἂ  $\Delta H$  τῆς  $\Theta P$ . ἔχει δὴ ὁ μὲν κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῶ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν  $B\Delta$  ποτὶ τὸν κώνον τὸν βάσιν ἔχοντα

τὰν αὐτὰν καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἂ  $\Delta H$  ποτὶ τὰν  $\Theta P$ . ὁ δὲ κώνος ὁ εἰρημένος ποτὶ τὸν  $\Psi$  κώνον τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν ἂ  $\Delta Z$  ποτὶ τὰν  $\Delta H$ . ἔξει οὖν ἀνομοίως τῶν λό-

1. ἐγγεγράφθω Nizzius. 2. περιγεγράφθω idem. 10. ἐλάσσονι] scripsi cum Nizzio; ἐλάσσον F, vulgo. 18. ἐστίν]

aliam circumscripsi ex cylindris altitudinem aequalem habentibus compositas, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali segmentum sphaeroidis maius est cono  $\Psi$  [prop. 19]. iam



quoniam figura circumscripta, quae segmento maior est, excedit figuram inscriptam spatio minore, quam quo segmentum conum excedit, adparet, etiam figuram inscriptam maiorem esse cono  $\Psi$ . sit igitur

$$BP = \frac{1}{3} B\Delta.$$

iam quoniam  $BH = 3 B\Theta$ ; et  $B\Delta = 3 BP$ , adparet, esse  $\Delta H = 3 \Theta P$ . itaque cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, et axem  $B\Delta$  ad conum eandem basim habentem et eundem axem eam rationem habet, quam  $\Delta H : \Theta P$  [Eucl. XII, 10]. conus autem, quem commemorauimus, ad conum  $\Psi$  eandem rationem habet, quam  $\Delta Z : \Delta H$ . itaque cum perturbata sit

comp. F. τὰς  $B\Theta$ , ἂ δὲ  $B\Delta$  τὰς  $BP$ , δῆλον, ὅτι τριπλασία ἐστίν] scripsi; om. F, uulgo; τὰς  $B\Theta$ , καὶ ἂ  $B\Delta$  τὰς  $BP$ , τριπλασία ἐστὶ καὶ ed. Basil., Torellius. 24. ποτὶ] πρὸς per comp. F; corr. Torellius. 26. τουτον εχει τον F; corr. Torellius. 29.  $\Delta Z$ ]  $\Delta H$  F; corr. B.  $\Delta H$ ]  $\Delta Z$  F; corr. B.

γων τεταγμένων ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν  
 τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸν  $\Psi$  κῶνον  
 τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἂ  $\Delta Z$  ποτὶ τὰν  $\Theta P$ . ἔστων δὴ  
 γραμμαὶ κειμέναι, ἐφ' ἃν τὰ  $\Xi, N$ , τῷ μὲν πλήθει  
 5 ἴσαι τοῖς τμημάτεσσιν τοῖς τᾶς  $B \Delta$ , τῷ δὲ μεγέθει  
 ἑκάστα ἴσα τᾶ  $Z \Delta$ . ἔστω δὲ καὶ τὰν  $\Xi O$  ἑκάστα ἴσα  
 τᾶ  $B \Delta$ . τὰν οὖν  $NO$  ἑκάστα διπλασία ἐσσεῖται τᾶς  
 $\Theta \Delta$ . παραπεπτωκέτω δὴ παρ' ἑκάσταν αὐτᾶν χωρίον  
 τι πλάτος ἔχον ἴσον τᾶ  $B \Delta$ , ὥστε εἶμεν ἕκαστον τῶν  
 10 ἔχόντων τὰς διαμέτρους τετράγωνον. ἀφαιρήσθω δὴ ἀπὸ  
 μὲν τοῦ πρώτου γνώμων πλάτος ἔχων ἴσον τᾶ  $BE$ , ἀπὸ  
 δὲ τοῦ δευτέρου πλάτος ἔχων ἴσον τᾶ  $BX$ . καὶ ἐφ'  
 ἑκάστου τὸν αὐτὸν τρόπον εἰς ἀπὸ τοῦ ἐπομένου χω-  
 ρίου γνώμων ἀφαιρήσθω πλάτος ἔχων ἐνὶ τμήματι  
 15 ἔλασσον τοῦ πλάτους τοῦ πρὸ αὐτοῦ γνώμονος ἀφαι-  
 ρημένου. ἐσσεῖται δὴ ὁ μὲν ἀπὸ τοῦ πρώτου χωρίου  
 γνώμων ἀφαιρημένος ἴσος τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν  
 $BE, EZ$ , καὶ τὸ λοιπὸν χωρίον παραπεπτωκὸς παρὰ  
 τὰν  $NO$  ὑπερβάλλον εἶδει τετραγώνῳ τὰν τοῦ ὑπερ-  
 20 βλήματος πλευρὰν ἔχον ἴσαν τᾶ  $\Delta E$ , ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ  
 δευτέρου χωρίου γνώμων ἀφαιρημένος ἴσος τῷ περι-  
 εχομένῳ ὑπὸ τᾶν  $ZX, XB$ , καὶ τὸ λοιπὸν χωρίον παρὰ  
 τὰν  $NO$  παραπεπτωκὸς ὑπερβάλλον εἶδει τετραγώνῳ.  
 καὶ τὰ λοιπὰ ὁμοίως τούτοις ἐξοῦντι. διάχθω δὲ τὰ  
 25 ἐπίπεδα πάντων τῶν κυλίνδρων, ἐξ ὧν συγκεῖται τὸ

2. τὸν  $\Psi$ ] το  $\Psi$ . F. 3. ἔστων] C; εστω per comp. F;  
 ἔστωσαν vulgo. 5. τᾶς] scripsi cum B; τα F, vulgo; ἐν τᾶ  
 ed. Basil., Torellius. 6.  $\Xi O$ ]  $\Xi \Theta$  F. 7. τὰν] τα F; corr.  
 BC. 11. τᾶ] ταν F. 12. ἐφ'] scripsi; ἀφ' F, vulgo. 14.  
 ἐνὶ] εν F, corr. Torellius. 19.  $NO$ ]  $\Theta$  F; corr. ed. Basil.\*  
 20. ἔχον] scripsi; εχων F, vulgo. 24. διάχθω δέ] scripsi; δε  
 ωδε F, vulgo; δε ᾧδε ἐκβεβλήσθω Torellius. 25. τό] scripsi;  
 το τε F, vulgo.

proportio [Eucl. V def. 20], cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem ad conum  $\Psi$  eandem habebit rationem, quam  $\Delta Z : \Theta P$ . sint igitur lineae quaedam positae, in quibus sint puncta  $\Xi, N$ , numero partibus lineae  $B\Delta$  aequales, magnitudine autem singulae lineae  $Z\Delta$  aequales. sint autem etiam lineae  $\Xi O$  singulae aequales lineae  $B\Delta$ . itaque lineae  $NO$  singulae erunt  $2\Theta\Delta$ .<sup>1)</sup> adplicetur igitur unicuique harum linearum spatium latitudinem habens lineae  $B\Delta$  aequalem, ita ut unaquaeque figurarum diametros habentium quadratum sit. auferatur igitur a primo [spatio] gnomon latitudinem habens lineae  $BE$  aequalem, a secundo autem gnomon latitudinem habens lineae  $BX$  aequalem. et in unoquoque [spatio] eodem modo gnomon ab spatio sequenti auferatur latitudinem habens una parte minorem latitudine gnomonis ante eum ablati. erit igitur gnomon a primo spatio ablatum aequalis rectangulo  $BE \times EZ$ <sup>2)</sup>, et reliquum erit spatium lineae  $NO$  adplicatum excedens figura quadrata et latus excessus lineae  $\Delta E$  aequale habens. gnomon autem a secundo spatio ablatum erit  $= ZX \times XB$ , et reliquum erit spatium lineae  $NO$  adplicatum figura quadrata excedens<sup>3)</sup>, et cetera eodem modo se habebunt. producantur autem plana omnium cylindrorum, ex quibus

1) Nam

$$NO = \Xi N - \Xi O = Z\Delta - B\Delta = \Theta\Delta + B\Theta - B\Delta = 2\Theta\Delta.$$

$$\begin{aligned}
 2) \text{ Nam gnomon} &= Z\Delta \times B\Delta - E\Delta \times (Z\Delta - BE) \\
 &= Z\Delta \times (B\Delta - E\Delta) + BE \times E\Delta = Z\Delta \times BE + BE \times E\Delta \\
 &= BE \times (Z\Delta + E\Delta) = BE \times EZ.
 \end{aligned}$$

3) Cuius latus erit  $2\Delta E$ .

ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ τμάματι, ποτὶ τὰν ἐπι-  
 φάνειαν τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν  
 τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. ἔσσειται δὴ ὁ ὅλος  
 κύλινδρος διαιρημένος εἰς κυλίνδρους τῷ μὲν πλήθει  
 5 ἴσους τοῖς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τῷ δὲ με-  
 γέθει ἴσους τῷ μεγίστῳ αὐτῶν. ὁ δὲ πρῶτος κύ-  
 λινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν  
 $\Delta E$  ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμ-  
 μένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν  $\Delta E$  τὸν αὐτὸν  
 10 ἔχει λόγον, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς  $\Delta \Gamma$  ποτὶ  
 τὸ ἀπὸ τᾶς  $KE$ . οὗτος δὲ ἐστὶν ὁ αὐτὸς τῷ, ὃν ἔχει  
 τὸ ὑπὸ τᾶν  $B \Delta$ ,  $\Delta Z$  περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν  
 $BE$ ,  $EZ$ . ἔχει οὖν ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸν κύλινδρον  
 τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ πρῶτον χωρίον ποτὶ τὸν  
 15 γνώμονα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρημένον. ὁμοίως δὲ καὶ  
 τῶν ἄλλων κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἕκα-  
 στος ἄξονα ἔχων τὰν ἴσαν τᾶ  $\Delta E$  ποτὶ τὸν κατ' αὐτὸν  
 κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι ἄξονα  
 ἔχοντα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔξει τὸν λόγον, ὃν τὸ ὁμοίως  
 20 τεταγμένον αὐτῷ χωρίον ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπ'  
 αὐτοῦ ἀφαιρημένον. ἐντὶ οὖν μεγέθειά τινα οἱ κυ-  
 λίνδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ καὶ ἄλλα μεγέθεια τὰ  
 χωρία τὰ παρὰ τὰς  $\Xi N$  παραπεπτωκότα πλάτος ἔχοντα  
 τὰν ἴσαν τᾶ  $B \Delta$ , τῷ δὲ πλήθει ἴσα τοῖς κυλίνδροις  
 25 καὶ κατὰ δύο τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον. λεγόνται δὲ  
 οἷ τε κυλίνδροι ποτ' ἄλλους κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ  
 ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, ὁ δὲ ἔσχατος οὐδὲ ποθ' ἐν  
 λεγέται, καὶ τὰ χωρία ποτ' ἄλλα χωρία, τοὺς ἀπ'

5. τοῖς] τους F; corr. BC\*. 6. κύλινδρος] scripsi; ὁ κυ-  
 λινδρος F, vulgo. 8. τῶν] τον F; corr. B. 10.  $\Delta \Gamma$ ]  $\Delta E$  F;  
 corr. ed. Basil.\* 17. κατ' αὐτόν] κατατον F supra scripto u

composita est figura segmento inscripta, ad superficiem cylindri basim habentis eandem, quam segmentum, et eundem axem. totus igitur cylindrus diuisus erit in cylindros numero cylindris figurae circumscriptae aequales, magnitudine autem maximo eorum aequales. primus autem cylindrus totius cylindri axem habens  $\Delta E$  ad primum cylindrum figurae inscriptae axem habentem  $\Delta E$  eandem habet rationem, quam  $\Delta \Gamma^2 : K E^2$  [Eucl. XII, 11; XII, 2], quae eadem est, quam habet  $B \Delta \times \Delta Z : B E \times E Z$  [Apollon. I, 21; cfr. supra p. 447 not. 1]. itaque cylindrus ad cylindrum eandem rationem habet, quam primum spatium ad gnomonem ab eo ablatum. et eodem modo ceterorum cylindrorum totius cylindri unusquisque axem habens lineam lineae  $\Delta E$  aequalem ad cylindrum in figura inscripta eodem loco positum et eundem axem habentem eam rationem habet, quam spatium eodem loco positum ad gnomonem ab eo ablatum. sunt igitur magnitudines quaedam, cylindri totius cylindri, et aliae magnitudines, spatia lineis  $\overline{EN}$  adplicata latitudinem habentia lineam lineae  $B \Delta$  aequalem, numero cylindris aequales et binae cum binis in eadem proportione.<sup>1)</sup> praeterea et cylindri cum aliis cylindris, qui in figura inscripta sunt, in proportione sunt, ultimus autem in nulla proportione, et spatia cum aliis spatiis, [gnomonibus] ab iis ablati, respondentia in iisdem pro-

1) Quia cylindri cylindris, spatia spatiis aequalia sunt.

manu 2; corr. B. 19.  $\epsilon\chi\omega\nu\tau\alpha$  F.  $\tilde{\omicron}\nu$ ] om. F, corr. A. 20.  $\tau\epsilon\tau\alpha\gamma\mu\acute{\epsilon}\nu\omicron\nu$ ]  $\alpha$  supra manu 1 F. 22.  $\tau\grave{\alpha}$   $\chi\omega\rho\iota\alpha$   $\tau\acute{\alpha}$ ] scripsi;  $\chi\omega\rho\iota\alpha$  F, uulgo. 23.  $\tau\acute{\alpha}\varsigma$ ] scripsi;  $\tau\alpha\nu$  F, uulgo. 27.  $\pi\omicron\theta'$   $\tilde{\epsilon}\nu$ ] scripsi;  $\pi\omicron\theta'\acute{\epsilon}\nu$  uulgo, ut p. 468 lin. 2.

αὐτῶν ἀφαιρημένους, τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λό-  
 γοις, τὸ δὲ ἔσχατον χωρίον οὐδὲ ποθ' ἐν λεγέται.  
 δῆλον οὖν, ὅτι καὶ πάντες οἱ κυλίνδροι ποτὶ πάντας  
 τοὺς ἑτέρους τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ  
 5 χωρία ποτὶ πάντας τοὺς γνωμόνας. ὁ ἄρα κύλινδρος  
 ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν  
 αὐτὸν ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμά-  
 ματι τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον, ὃν πάντα τὰ χωρία ποτὶ  
 πάντας τοὺς γνωμόνας. καὶ ἐπεὶ ἐντί τινες γραμμαὶ ἴσαι  
 10 κειμέναι, ἐφ' ἅν τὰ  $N$ ,  $O$ , καὶ παρ' ἐκάσταν παρα-  
 πέπτωκέν τι χωρίον ὑπερβάλλον εἶδει τετραγώνῳ, αἱ  
 δὲ πλευραὶ τῶν ὑπερβλημάτων τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερ-  
 ἔχοντι, καὶ ἡ ὑπεροχὰ ἴσα ἐστὶ τῆ ἐλαχίστα, καὶ ἄλλα  
 ἐντί χωρία παρὰ τὰς  $\Xi N$  παραπεπτωκότα, πλάτος δὲ  
 15 ἔχοντα ἴσον τῆ  $B \Delta$  τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ  
 δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ, δῆλον, ὡς σύμ-  
 παντα τὰ χωρία, ὧν ἐστὶν ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ,  
 ποτὶ πάντα τὰ ἕτερα χωρία ἐλάσσῳ λόγον ἔχοντι τοῦ,  
 ὃν ἔχει ἡ  $\Xi N$  ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέρῃ τῆ τε ἡμι-  
 20 σέᾳ τῆς  $NO$  καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τῆς  $\Xi O$ . φανερόν  
 οὖν, ὅτι τὰ αὐτὰ χωρία ποτὶ πάντας τοὺς γνωμόνας  
 μείζονα λόγον ἐξοῦντι τοῦ, ὃν ἔχει ἡ  $\Xi N$  ποτὶ τὰν  
 ἴσαν συναμφοτέραις τῆ τε ἡμισέᾳ τῆς  $NO$  καὶ δυοῖς  
 τριταμορίοις τῆς  $\Xi O$ . ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων  
 25 τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ  
 σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμάματι μείζονα λόγον

6. καὶ ἄξονα ad ἐν τῷ τμάματι lin. 7 bis F, sed alterum  
 expunxit manus, ut uidetur, prima. 12. τῷ] addidi; om. F,  
 uulgo. 14. τῆς] scripsi; ταν F, uulgo.  $\Xi N$ ]  $\Xi O$  Torel-  
 lius. 15. ἴσον] ἴσας F per comp., uulgo; ἴσαν C; corr. To-  
 rellius; fort. τῆς ἴσας. 19. συναμφοτέραις Torellius. 24.  
 τῆς] τα F; corr. B\*.



portionibus, ultimum autem spatium in nulla proportionem.<sup>1)</sup> adparet igitur, etiam omnes cylindros ad omnes alteros eandem rationem habituros esse, quam omnia spatia ad omnes gnomones [prop. 1]. itaque cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem ad figuram segmento inscriptam eandem rationem habebit, quam omnia spatia ad omnes gnomones. et quoniam positae sunt lineae quaedam aequales, in quibus sunt litterae  $N$ ,  $O$ , et singulis adplicatum est spatium figura quadrata excedens, latera autem excessuum aequali differentia inter se excedunt, et differentia minimo aequalis est, et alia spatia sunt, quae lineis  $\Xi N$  adplicata sunt, latitudinem habentia lineae  $B \Delta$  aequalem et numero illis<sup>2)</sup> aequalia, magnitudine autem singula maximo aequalia, adparet, omnia simul spatia, quorum quodque maximo aequale est, ad omnia altera spatia minorem rationem habere, quam  $\Xi N : \frac{1}{2} NO + \frac{1}{3} \Xi O$  [prop. 2]. itaque manifestum est, eadem spatia ad omnes gnomones maiorem rationem habitura esse, quam  $\Xi N : \frac{1}{2} NO + \frac{2}{3} \Xi O$ .<sup>3)</sup> itaque cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem ad figuram segmento inscriptam maiorem rationem habet, quam  $\Xi N : \frac{1}{2} NO + \frac{2}{3} \Xi O$ .

1) Quia a spatio ultimo nullus gnomon ablatus est.

2) Spatiis, quae lineis  $NO$  adplicata sunt.

3) Sit summa spatiorum  $\Xi N = s_1$ , summa spatiorum

$$NO = s_2,$$

summa gnomonum =  $s_3$  ( $s_3 = s_1 - s_2$ ); erit

$$s_1 : s_2 < \Xi N : \frac{1}{2} NO + \frac{1}{3} \Xi O.$$

tum conuertendo (Pappus VII, 48 p. 688)

$$s_1 : s_3 > \Xi N : \Xi N - \frac{1}{2} NO - \frac{1}{3} \Xi O;$$

sed  $\Xi N = NO + \Xi O$ ; itaque

$$\Xi N - \frac{1}{2} NO - \frac{1}{3} \Xi O = \frac{1}{2} NO + \frac{2}{3} \Xi O.$$

ἔχει, ἢ ἂ  $\Xi N$  ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις τᾶ τε ἡμισέα  
 τᾶς  $NO$  καὶ δυοῖς τριταμορίοις τᾶς  $\Xi O$ . ἔστιν δὲ τᾶ μὲν  
 $\Xi N$  ἴσα ἂ  $\Delta Z$ , τᾶ δὲ ἡμισέα τᾶς  $NO$  ἂ  $\Delta \Theta$ , τὰ δὲ  
 δύο τριταμόρια τᾶς  $\Xi O$  ἂ  $\Delta P$ . ὅλος ἄρα ὁ κύλινδρος  
 5 ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμάματι μεί-  
 ζονα λόγον ἔχει, ἢ ὄν ἔχει ἂ  $\Delta Z$  ποτὶ τὰν  $\Theta P$ . ὄν  
 δὲ λόγον ἔχει ἂ  $\Delta Z$  ποτὶ τὰν  $\Theta P$ , τοῦτον ἐδείχθη  
 ἔχων ὁ αὐτὸς κύλινδρος ποτὶ τὸν  $\Psi$  κῶνον. μείζονα  
 οὖν ἔξει λόγον ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἢ ποτὶ  
 10 τὸν  $\Psi$  κῶνον· ὅπερ ἀδύνατον. ἐδείχθη γὰρ μείζον  
 ἐὸν τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ  $\Psi$  κῶνου. οὐκ ἄρα  
 ἐστὶ μείζον τὸ τοῦ σφαιροειδέος τμάμα τοῦ  $\Psi$  κῶνου.  
 ἀλλ' ἔστω, εἰ δυνατόν, ἔλασσον. πάλιν δὴ ἐγγεγράψω  
 τι εἰς τὸ τμάμα σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράψω  
 15 ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἔχόντων συγκείμενον, ὥστε  
 τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν  
 ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ μείζων ἐστὶν ὁ  $\Psi$  κῶνος τοῦ τμά-  
 ματος, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατεσκευ-  
 ᾶσθω. ἐπεὶ οὖν ἔλασσόν ἐστι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα  
 20 τοῦ τμάματος, καὶ ἐλάσσονι ὑπερέχει τὸ περιγραφέν  
 τοῦ ἐγγραφέντος, ἢ ὁ  $\Psi$  κῶνος τοῦ τμάματος, δῆλον,  
 ὅτι καὶ τὸ περιγραφέν σχῆμα ἐλασσόν ἐστὶ τοῦ  $\Psi$   
 κῶνου. πάλιν δὴ ὁ πρῶτος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ  
 ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν  $\Delta E$  ποτὶ τὸν πρῶ-  
 25 τον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι  
 τὸν ἔχοντα ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον,  
 ὄν τὸ ἔσχατον χωρίον τῶν παρὰ τὰν  $\Xi N$  παραπεπτω-  
 κότων πλάτος ἔχόντων ἴσον τᾶ  $B \Delta$  ποτ' αὐτό. ἐκά-  
 τερα γὰρ ἴσα ἐστίν. ὁ δὲ δεύτερος κύλινδρος τῶν ἐν

3.  $\Delta \Theta$ ]  $\Delta E$  F; corr. Torellius. 4. δύο τριταμόρια]  
 scripsi; τριτα δυο μορια F, vulgo; error ortus est ex signis

sed  $\Xi N = \Delta Z$ ,  $\frac{1}{2} NO = \Delta \Theta$ ,  $\frac{2}{3} \Xi O = \Delta P$ .<sup>1)</sup> itaque totus cylindrus ad figuram segmento inscriptam maiorem habet rationem, quam  $\Delta Z : \Theta P$ . sed demonstratum est, eundem cylindrum ad conum  $\Psi$  eam habere rationem, quam  $\Delta Z : \Theta P$ . maiorem igitur rationem habebit [idem cylindrus] ad figuram inscriptam quam ad conum  $\Psi$ .<sup>2)</sup> quod fieri non potest. nam demonstratum est, figuram inscriptam maiorem esse cono  $\Psi$ . quare segmentum sphaeroidis cono  $\Psi$  maius non est. — sed, si fieri potest, sit minus. rursus igitur segmento inscribatur figura solida, et alia circumscribatur ex cylindris aequalem altitudinem habentibus compositae, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali conus  $\Psi$  maior est segmento [prop. 19], et cetera eadem, quae antea, construantur. iam quoniam figura inscripta segmento minor est, et figura circumscripta inscriptam excedit minore spatio, quam quo conus  $\Psi$  segmentum excedit, adparet, etiam figuram circumscriptam minorem esse cono  $\Psi$ . rursus igitur primus cylindrus totius cylindri axem habens  $\Delta E$  ad primum cylindrum figurae circumscriptae eundem axem habentem eam rationem habet, quam ultimum spatium eorum, quae lineae  $\Xi N$  adplicata sunt latitudinem habentia lineae  $B \Delta$

1) Nam  $B \Delta = 3 B P = \Xi O = B P + \Delta P$ .

2) Itaque figura inscripta minor est cono  $\Psi$  (Eucl. V, 10).

numeralibus. 9. λόγον] λόγον ὁ αὐτὸς κύλινδρος Torellius.  
 16. υπερεχει F; corr. AB. 17. μείζον F; corr. B. 18. ἄλλα]  
 alterum λ supra manu 1 F. 21. τοῦ ἐγγραφέντος] om. F;  
 corr. Torellius. 22. τοῦ] το F. 25. τῶν] τον F; corr. B.  
 27. ΞΜ F. 28. ποτ' αὐτό] scripsi; ποτ' αὐτό uulgo; cfr.  
 p. 450, 18.

τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἔχων ἴσον τᾷ  $\Delta E$  ποτὶ τὸν  
 κύλινδρον τὸν κατ' αὐτὸν ἑόντα τῶν ἐν τῷ περιγε-  
 γραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ πρῶ-  
 τον χωρίον τῶν παρὰ τὰν  $\Xi N$  παραπεπτωκῶτων  
 5 πλάτος ἔχόντων ἴσον τᾷ  $B \Delta$  ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν  
 ἀφαιρημένον ἀπ' αὐτοῦ· καὶ τῶν ἄλλων δὲ κυλίνδρων  
 ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἔχόντων ἴσον  
 τᾷ  $\Delta E$  ποτὶ τὸν κατ' αὐτὸν κύλινδρον τῶν ἐν τῷ  
 περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ  
 10 ὁμόλογον χωρίον αὐτῷ τῶν παρὰ τὰν  $\Xi N$  παραπεπτω-  
 κῶτων ποτὶ τὸν γνώμονα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρημένον  
 πρώτου λεγομένου τοῦ ἐσχάτου. καὶ πάντες οὖν οἱ  
 κυλίνδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ποτὶ πάντας τοὺς  
 κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν  
 15 αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ χωρία τὰ παρὰ τὰν  
 $\Xi N$  παραπεπτωκῶτα ποτὶ τὸ ἴσον τῷ τε ἐσχάτῳ κειμένῳ  
 χωρίῳ καὶ τοῖς γνωμόνεσσι τοῖς ἀφαιρημένοις ἀπὸ τῶν  
 ἄλλων διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον. ἐπεὶ οὖν δεδείκται,  
 ὅτι τὰ χωρία πάντα τὰ παρὰ τὰν  $\Xi N$  παραπεπτωκῶτα  
 20 ποτὶ τὰ χωρία πάντα τὰ παρὰ τὰν  $NO$  παραπεπτω-  
 κῶτα ὑπερβάλλοντα εἶδει τετραγώνῳ χωρὶς τοῦ μεγί-  
 στου μείζονα λόγον ἔχοντι τοῦ, ὃν ἔχει ἡ  $\Xi N$  ποτὶ  
 τὰν ἴσαν συναμφοτέραις τᾷ τε ἡμισείᾳ τᾶς  $NO$  καὶ  
 τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς  $\Xi O$ , δῆλον, ὅτι τὰ αὐτὰ χωρία  
 25 ποτὶ τὰ λοιπά, ἃ ἐντι ἴσα τῷ ἐσχάτῳ χωρίῳ κειμένῳ

1. ἴσον] scripsi; ἴσαν F, vulgo. 2. τῶν] scripsi; τον F,  
 vulgo. 5. ἴσον] Torellius; ἴσαν F, vulgo; τὰν ἴσαν? 7.  
 ἴσον] scripsi; ἴσαν F, vulgo; τὰν ἴσαν? 12. πρώτου] scripsi;  
 προ του F, vulgo. λεγομένου] λεγομεν F; corr. A, C\*. παν-  
 τος (comp.) F. 16. παραπεπτωκῶτα F. 17. γνωμονεσι F.  
 19. τὰ χωρία πάντα τὰ παρὰ τὰν  $\Xi N$  παραπεπτωκῶτα ποτὶ]  
 om. F; corr. Torellius (nisi quod πάντα τὰ χωρία habet).

aequalem ad se ipsum. utraque enim inter se aequalia sunt. secundus autem cylindrus totius cylindri axem habens lineae  $\Delta E$  aequalem ad cylindrum in figura circumscripta eodem loco positum eandem rationem habet, quam primum spatium eorum, quae lineae  $\Xi N$  adplicata sunt latitudinem habentia lineae  $B \Delta$  aequalem, ad gnomonem ab eo ablatum.<sup>1)</sup> et etiam ceterorum cylindrorum unusquisque eorum, qui in toto cylindro sunt et axem lineae  $\Delta E$  aequalem habent, ad cylindrum in figura circumscripta eodem loco positum eandem rationem [habet]<sup>2)</sup>, quam respondens spatium eorum, quae lineae  $\Xi N$  adplicata sunt, ad gnomonem ab eo ablatum, ita ut ultimum primo loco numeretur.<sup>3)</sup> quare etiam omnes cylindri totius cylindri ad omnes cylindros figurae circumscriptae eandem habebunt rationem, quam omnia spatia lineae  $\Xi N$  adplicata ad spatium aequale spatio ultimo loco posito et gnomonibus a ceteris ablati propter eadem, quae autea [prop. 1]. iam quoniam demonstratum est [prop. 2], omnia spatia lineae  $\Xi N$  adplicata ad omnia spatia lineae  $NO$  adplicata figura quadrata excedentia praeter maximum maiorem rationem habere, quam  $\Xi N : \frac{1}{2} NO + \frac{1}{3} \Xi O$ , adparet, eadem spatia ad reliqua, quae aequalia sunt spatio ultimo loco posito

1) Quia secundus cylindrus figurae circumscriptae aequalis est primo inscriptae; tum u. p. 466, 15. idem in ceteris cylindris fit.

2) Fortasse post τὸν αὐτόν lin. 9 addendum est ἔχει.

3) Fingatur spatium 4 alteri parti adfixum. proportiones igitur hae erunt (cfr. p. 453 not. 1):  $K : C_1 = Q_4 : Q_4$ ;

$K : C_2 = Q_1 : g_1$ ;  $K : C_3 = Q_2 : g_2$ ;  $K : C_4 = Q_3 : g_3$ .

$Q$  spatia  $\Xi N$  sunt.

καὶ τοῖς γνωμόνεσσι τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν ἀφαιρου-  
 μένοις, ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι τοῦ, ὃν ἔχει ἡ  $\Xi N$   
 ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις τᾶ τε ἡμισέᾳ τᾶς  $NO$   
 καὶ δυσὶ τριταμορίοις τᾶς  $\Xi O$ . δῆλον οὖν, ὅτι καὶ  
 5 ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ  
 ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον  
 ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἡ  $Z \Delta$  ποτὶ τὰν  
 $\Theta P$ . ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ  $\Delta Z$  ποτὶ τὰν  $\Theta P$ , τοῦτον  
 ἔχει ὁ εἰρημένος κύλινδρος ποτὶ τὸν  $\Psi$  κῶνον. ἐλάσ-  
 10 σονα ἄρα λόγον ἔχει ὁ αὐτὸς κύλινδρος ποτὶ τὸ περι-  
 γεγραμμένον σχῆμα ἢ ποτὶ τὸν  $\Psi$  κῶνον· ὅπερ ἀδύνα-  
 τον. ἐδείχθη γὰρ ἔλασσον εἶναι τὸ περιγεγραμμένον  
 σχῆμα τοῦ  $\Psi$  κῶνου. οὐκ ἄρα ἐστὶν ἔλασσον τοῦ  $\Psi$   
 κῶνου. ἐπεὶ δὲ οὔτε μείζον οὔτε ἔλασσον, ἴσον ἄρα  
 15 ἐστίν.

λ'.

Καὶ τοίνυν εἴ κα μὴ ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα τμαθῆ  
 τὸ σφαιροεδὲς μηδὲ διὰ τοῦ κέντρου, τὸ ἔλασσον αὐτοῦ  
 τμαμα ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κῶνου τὸ βάσιν ἔχον  
 20 τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον  
 ἔξει τὸν λόγον, ὃν ἡ ἴσα συναμφοτέρα τᾶ τε ἡμισέᾳ  
 τᾶς ἐπιξενυγνυούσας τὰς κορυφὰς τῶν γενομένων τμα-  
 μάτων καὶ τῷ ἄξονι τοῦ μείζονος τμάματος ποτὶ τὸν  
 ἄξονα τοῦ μείζονος τμάματος.

1. γνωμόνεσσι] alterum σ supra manu 1 F. ἀφαιρημέ-  
 νοις Torellius. 3. ταις τε ημισεαῖς F; corr. Torellius. 4.  
 τριταμορίοις F. 7.  $Z \Delta$ ]  $Z \Lambda$  F. 10. ἄρα] om. F; corr. B.  
 11. ἢ] om. F; corr. B. 13. ἔλασσον] ἔλασσον τὸ τοῦ σφαιρο-  
 ειδέος τμαμα Torellius.  $\Psi$ ] om. F; corr. Torellius. 16.  
 λβ' Torellius; om. F. 19. αποτμημα F; corr. Torellius. τὸ  
 βάσιν ἔχον] scripsi; του βασιν εχοντος F, vulgo. 21. ἡ ἴσα  
 συναμφοτέρα] scripsi; αι (supra manu 1) συναμφοτεραι F, vulgo;  
 αἱ συναμφοτέρα ἴσα Torellius.

et gnomonibus a ceteris ablatis, minorem rationem habere, quam  $\Xi N : \frac{1}{2} NO + \frac{2}{3} \Xi O$ .<sup>1)</sup> adparet igitur, etiam cylindrum basim habentem eandem, quam segmentum, et eundem axem ad figuram circumscriptam minorem rationem habere, quam habet  $Z\Delta : \Theta P$ .<sup>2)</sup> sed quam rationem habet  $\Delta Z : \Theta P$ , eam habet cylindrus ille ad conum  $\Psi$  [p. 462, 29]. itaque idem cylindrus ad figuram circumscriptam minorem rationem habet quam ad conum  $\Psi$ <sup>3)</sup>; quod fieri non potest. nam demonstratum est, figuram circumscriptam minorem esse cono  $\Psi$ . quare [segmentum sphaeroidis] minus non est cono  $\Psi$ . et quoniam neque maius neque minus est, aequale igitur est.

## XXX.

Uerum etiam si [plano] ad axem non perpendiculari sphaeroides secatur nec per centrum posito, minus eius segmentum ad conum segmentum basim habens eandem, quam segmentum [sphaeroidis], et eundem axem eam habebit rationem, quam linea utrique aequalis, et dimidiae lineae uertices segmentorum ortorum iungenti et axi segmenti maioris, ad axem segmenti maioris.<sup>4)</sup>

1) *Ἀναστρέψαντι*; u. Pappus VII, 48 p. 686; cfr. p. 469 not. 3.

2) Nam  $Z\Delta = \Xi N$ ,  $\Theta P = \Theta\Delta + \Delta P = \frac{1}{2} NO + \frac{2}{3} \Xi O$ ; u. p. 470, 2 et 471 not. 1.

3) Quare figura circumscripta maior est cono  $\Psi$  (Eucl. V, 10).

4) P. 284, 24: *εἰ δὲ κα μῆτε διὰ τοῦ κέντρου μῆτε ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα τῶ ἐπιπέδῳ τμαθῆ τὸ σφαιροειδές, τῶν γενομένων τμαμάτων τὸ μὲν μείζον κτλ., τὸ δὲ ἔλασσον τμαμα ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον κτλ., ut hoc loco, nisi quod lin. 21 ἄ συναμφοτέραις ἴσα legitur, lin. 22 γενομένων omittitur, lin. 24 τὸν τοῦ legitur.*

τετμάσθω γάρ τι σχῆμα σφαιροειδές, ὡς εἰρήται.  
 καὶ τμαθέντος αὐτοῦ ἄλλω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος  
 ὀρθῶ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον τοῦ μὲν σχήματος το-  
 μὰ ἔστω ἃ  $AB\Gamma$  ὀξυγωνίου κώνου τομά, τοῦ δὲ τέμ-  
 5 νοντος ἐπιπέδου τὸ σχῆμα ἃ  $\Gamma A$  εὐθεία. καὶ παρὰ  
 τὰν  $A\Gamma$  ἄχθων αἱ  $\Pi P$ ,  $\Sigma T$  ἐπιψανούσαι τὰς τοῦ  
 κώνου τομᾶς κατὰ τὰ  $B$ ,  $Z$ , καὶ ἀνεστακέτω ἀπ' αὐτᾶν  
 ἐπίπεδα παράλληλα τῷ κατὰ τὰν  $A\Gamma$ . ἐπιψανσοῦντι  
 δὴ ταῦτα τοῦ σφαιροειδέος κατὰ τὰ  $B$ ,  $Z$ , καὶ ἐσσοῦν-  
 10 ται κορυφαὶ τῶν τμαμάτων. ἄχθω οὖν ἃ τὰς κορυφὰς  
 τῶν τμαμάτων ἐπιξενγνύουσα, καὶ ἔστω ἃ  $BZ$ . πεσει-  
 ται δὲ αὐτὰ διὰ τοῦ κέντρου. καὶ ἔστω κέντρον τοῦ  
 σφαιροειδέος καὶ τὰς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τὸ  
 $\Theta$ . ἐπεὶ οὖν ὑπέκειτο μὴ ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα τε-  
 15 τμάσθαι τῷ ἐπιπέδῳ τὸ σχῆμα, ἃ τομά ἐστὶν ὀξυγω-  
 νίου κώνου τομά, καὶ διάμετρος αὐτᾶς ἃ  $\Gamma A$ . λε-  
 λάφθω οὖν ὃ τε κύλινδρος ὁ ἄξονα ἔχων ἐπ' εὐθείας  
 τᾶ  $B\Delta$ , οὗ ἐν τᾶ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἃ τοῦ ὀξυγωνίου  
 κώνου τομά ἃ περὶ διάμετρον τὰν  $A\Gamma$ , καὶ ὁ κῶνος  
 20 ὁ κορυφὰν ἔχων τὸ  $B$  σαμεῖον, οὗ ἐν τᾶ ἐπιφανείᾳ  
 ἐσσεῖται ἃ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά ἃ περὶ διά-  
 μετρον τὰν  $A\Gamma$ . ἐσσεῖται δὴ τόμος τις κυλίνδρου  
 τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν  
 αὐτόν, καὶ ἀπόμμαμα κώνου τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον  
 25 τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. δεικτέον, ὅτι τὸ  
 τμάμα τοῦ σφαιροειδέος, οὗ κορυφὰ τὸ  $B$ , ποτὶ τὸ

3. τομαν F. 4.  $AB\Gamma$ ]  $AB\Gamma\Delta$  F; corr. Nizzius. 6.  
 ἄχθων] scripsi; αχθω F, vulgo. 8. ἐπίπεδα παράλληλα]  
 Nizzius; επιπεδον παραλληλον F, vulgo. κατὰ] κα F. 9.  
 δὴ scripsi; δε F, vulgo. τὰ] το F; corr. AB. 10. ἄχθω  
 οὖν ἃ τὰς κορυφὰς τῶν τμαμάτων] scripsi; om. F, vulgo; τὰ  
 B, Δ. ἄχθω οὖν ἃ τὰς κορυφὰς Nizzius. 11. ἐπιξενγνύουσα]

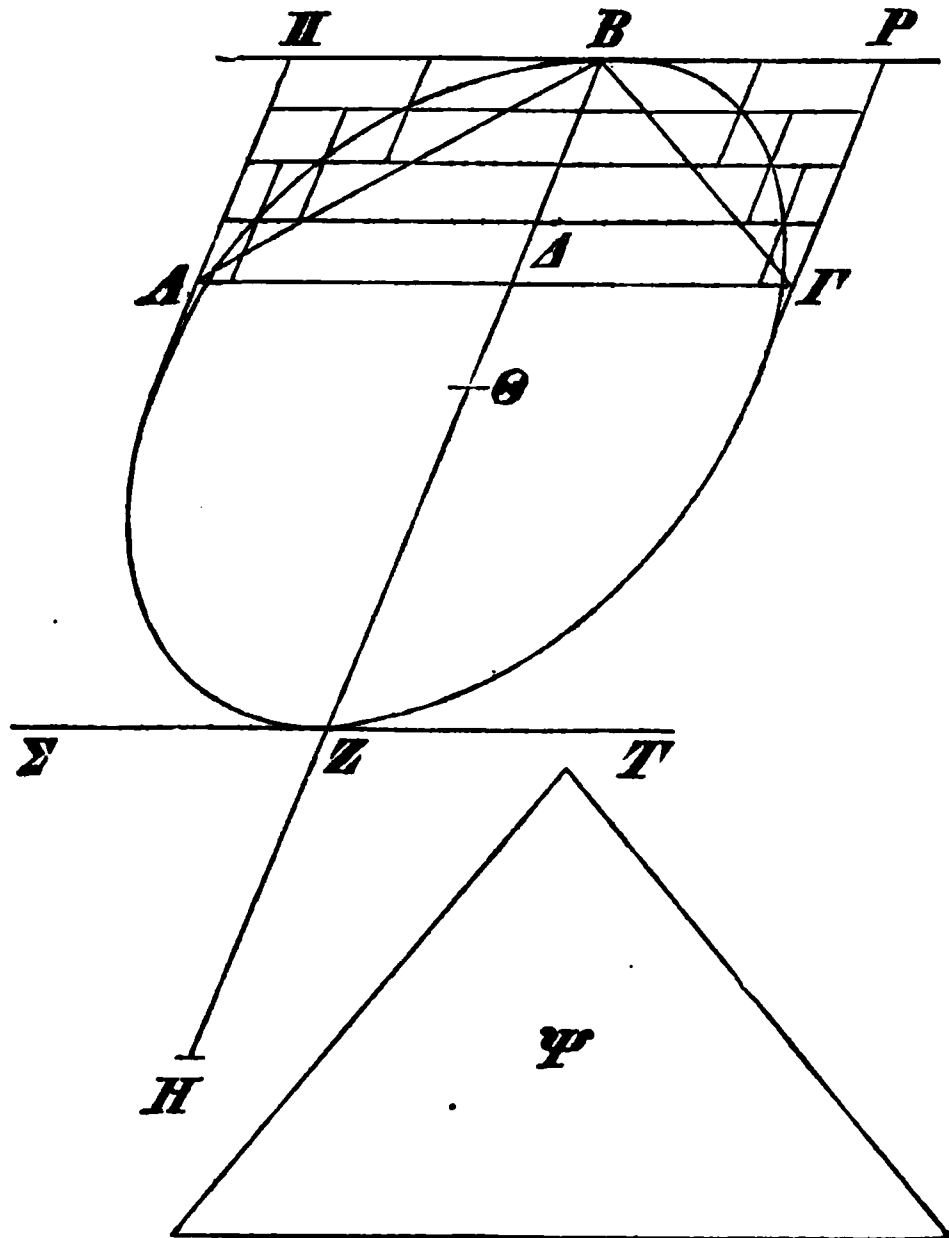


secetur enim figura sphaeroidis, ita ut diximus. et secta ea alio plano per axem ad secans planum perpendiculari figurae sectio sit  $AB\Gamma$  conici acutianguli sectio [prop. 11, c], plani autem figuram secantis linea  $\Gamma A$ . et lineae  $A\Gamma$  parallelae ducantur lineae  $\Pi P$ ,  $\Sigma T$  sectionem conici in punctis  $B$ ,  $Z$  contingentes, et in iis plana erigantur plano in linea  $A\Gamma$  posito parallela. ea igitur sphaeroides in punctis  $B$ ,  $Z$  contingunt [prop. 16, b], quae uertices erunt segmentorum [p. 282, 12]. ducatur igitur linea uertices segmentorum iungens, et sit  $BZ$ . ea igitur per centrum cadet [prop. 16, c]. et centrum sphaeroidis et sectionis conici acutianguli sit  $\Theta$ . iam quoniam suppositum est, figuram plano ad axem non perpendiculari sectam esse, sectio est conici acutianguli sectio, et diameter eius  $\Gamma A$  [prop. 14]. sumatur igitur et cylindrus axem habens in producta linea  $B\Delta$ , cuius in superficie sit sectio conici acutianguli circum diametrum  $A\Gamma$  descripta [prop. 9], et conus uerticem habens punctum  $B$ , cuius in superficie sit sectio conici acutianguli circum diametrum  $A\Gamma$  descripta [prop. 8]. erit igitur frustum quoddam cylindri basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem, et segmentum conici eandem basim habens, quam segmentum [sphaeroidis], et axem eundem. demonstrandum est, segmentum sphaeroidis, cuius uertex sit  $B$ , ad segmentum conici

---

scripsi; επιξευχθεισα F, uulgo. 14. τετμησθαι F; corr. Torellius. 17. δ] addidi; om. F, uulgo. αξωνα F. 24. και απόγραμμα ad lin. 25: τὸν αὐτόν in mg. habet F manu 1, adposito signo  $\sphericalangle$ . εχων F.

ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ  
 τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔξει τὸν λόγον,  
 ὃν ἂ  $\Delta H$  ποτὶ τὰν  $\Delta Z$ . ἴσα δὲ ἔστω ἂ  $ZH$  τῷ  $\Theta Z$ .



λελάφθω δὴ τις κώνος, ἐν ᾧ τὸ  $\Psi$ , ποτὶ τὸ ἀπό-  
 5 τμαμα τοῦ κώνου τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμή-  
 ματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχων τὸν λόγον, ὃν  
 ἔχει ἂ  $\Delta H$  ποτὶ τὰν  $\Delta Z$ . εἰ οὖν μὴ ἔστιν ἴσον τὸ  
 τμήμα τοῦ σφαιροειδέος τῷ  $\Psi$  κώνῳ, ἔστω πρῶτον,  
 εἰ δυνατόν, μείζον. ἐνέγραψα δὴ εἰς τὸ τμήμα τοῦ  
 10 σφαιροειδέος σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιέγραψα ἐκ  
 κυλίνδρων τόμων ὕψος ἴσον ἔχόντων συγκείμενον,

1. αποτμημα] F, ut p. 476 lin. 24, p. 478 lin. 4; corr. Torellius.

basim habens eandem, quam segmentum [sphaeroidis], et eundem axem eam rationem habiturum esse, quam  $\Delta H : \Delta Z$ . sit autem  $ZH = \odot Z$ .

sumatur igitur conus aliquis, in quo sit littera  $\Psi$ , qui ad segmentum conici basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem eam habeat rationem, quam  $\Delta H : \Delta Z$ . iam si segmentum sphaeroidis cono  $\Psi$  aequale non est, primum, si fieri potest, maius sit inscripsi igitur segmento sphaeroidis figuram solidam, et aliam circumscripsi ex frustis cylindrorum altitudinem aequalem habentibus compositas, ita ut figura

$\tau\acute{o}$   $\beta\acute{\alpha}\sigma\iota\nu$   $\acute{\epsilon}\chi\omicron\nu$ ] scripsi;  $\tau\omicron\nu$   $\beta\acute{\alpha}\sigma\iota\nu$   $\acute{\epsilon}\chi\omicron\nu\tau\omicron\varsigma$  F, ulgo. 3.  $\odot Z$ ]  $\Delta Z$  F. 5.  $\tau\acute{o}$   $\beta\acute{\alpha}\sigma\iota\nu$   $\acute{\epsilon}\chi\omicron\nu$ ] scripsi;  $\tau\omicron\nu$   $\beta\acute{\alpha}\sigma\iota\nu$   $\acute{\epsilon}\chi\omicron\nu\tau\omicron\varsigma$  F, ulgo. 6.  $\acute{\epsilon}\chi\omicron\nu$  F; corr. Torellius. 9.  $\acute{\epsilon}\gamma\gamma\epsilon\gamma\rho\acute{\alpha}\phi\theta\omega$  et lin. 10:  $\pi\epsilon\rho\iota\gamma\epsilon\gamma\rho\acute{\alpha}\phi\theta\omega$  Nizzius.

ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν  
 ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος  
 τοῦ Ψ κώνου. ὁμοίως δὴ τῷ προτέρῳ δειχθησέται  
 τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μείζον ἐὼν τοῦ Ψ κώνου,  
 5 καὶ ὁ τόμος τοῦ κυλίνδρου ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν  
 τῷ τμᾶματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμέ-  
 νον σχῆμα μείζονα λόγον ἔχων ἢ ποτὶ τὸν Ψ κώνον·  
 ὃ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἐσσεῖται οὖν τὸ τοῦ σφαι-  
 ροειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου μείζον. ἀλλ' ἔστω, εἰ  
 10 δυνατόν, ἔλασσον. ἐγγεγραμμένον δὴ πάλιν ἔστω εἰς  
 τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον  
 ἐκ κυλίνδρου τόμων ὕψος ἴσον ἔχόντων συγκείμενα,  
 ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν  
 ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει ὁ Ψ κώνος τοῦ τμᾶματος.  
 15 πάλιν δὴ διὰ τῶν αὐτῶν δειχθησέται τὸ περιγεγραμ-  
 μένον σχῆμα ἔλασσον τοῦ Ψ κώνου, καὶ ὁ τόμος τοῦ  
 κυλίνδρου ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμᾶματι καὶ  
 ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἐλάσ-  
 σονα λόγον ἔχων ἢ ποτὶ τὸν Ψ κώνον· ὃ ἐστὶν ἀδύ-  
 20 νατον. οὐκ ἐσσεῖται οὖν οὐδὲ ἔλασσον τὸ τμᾶμα τοῦ  
 κώνου. φανερόν οὖν, ὃ ἔδει δείξαι.

λα'.

Παντὸς σχήματος σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ τμαθέντος  
 ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα μὴ διὰ τοῦ κέντρου τὸ μείζον  
 25 τμᾶμα ποτὶ τὸν κώνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν  
 τῷ τμᾶματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν  
 λόγον, ὃν ἂ ἴσα συναμφοτέραις τᾶ τε ἡμισείᾳ τοῦ

10. ἔστω] om. F; corr. Torellius. 12. ἴσον] om. F; corr.  
 B. 13. υπερεχει F. 20. ἐσσεῖται] εσσει F. 21. ὃ ἔδει]  
 ωσδει F; corr. Torellius. 22. λγ' Torellius; om. F.

circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali segmentum sphaeroidis conum  $\Psi$  excedit.<sup>1)</sup> eodem igitur modo, quo supra, demonstrabimus, figuram inscriptam maiorem esse cono  $\Psi$ , et frustum cylindri basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem ad figuram inscriptam maiorem rationem habere quam ad conum  $\Psi$ ; quod fieri non potest. quare segmentum sphaeroidis maius non erit cono  $\Psi$ . sit autem, si fieri potest, minus. inscribatur igitur rursus segmento figura solida, et alia circumscribatur ex cylindri frustis altitudinem aequalem habentibus compositae, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali conus  $\Psi$  segmentum excedit [prop. 20]. rursus igitur eodem modo demonstrabimus, figuram circumscriptam minorem esse cono  $\Psi$ , et frustum cylindri basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem ad figuram circumscriptam minorem rationem habere quam ad conum  $\Psi$ ; quod fieri non potest. quare segmentum ne minus quidem erit cono. manifestum ergo est, quod erat demonstrandum.

## XXXI.

Quavis figura sphaeroide plano ad axem perpendiculari, per centrum autem non posito, secta, segmentum maius ad conum basim habentem eandem, quam segmentum, et eundem axem eam rationem habet, quam linea utrique aequalis, et dimidio axi

---

1) Ex prop. 20.

ἄξονος τοῦ σφαιροειδέος καὶ τῷ τοῦ ἐλάσσονος τμήματος ἄξονι ποτὶ τὸν τοῦ ἐλάσσονος τμήματος ἄξονα.

τετμάσθω τι σφαιροειδές, ὡς εἰρήται. τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῶ ποτὶ  
 5 τὸ τέμνον ἐπίπεδον τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἅ  $ABΓ$  ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, διάμετρος δὲ αὐτᾶς καὶ ἄξων τοῦ σχήματος ἅ  $BΔ$ , τοῦ δὲ τέμνοντος ἐπιπέδου ἅ  $ΓΑ$  εὐθεῖα. ἐσσεῖται δὴ αὐτὰ ποτ' ὀρθὰς τᾶ  $BΔ$ . ἔστω δὲ μείζον τῶν τμαμάτων, οὗ κορυφὰ τὸ  $B$ , καὶ  
 10 κέντρον τοῦ σφαιροειδέος τὸ  $Θ$ . ποτικείσθω δὴ ἅ  $ΔΗ$  τᾶ  $ΔΘ$  ἴσα, καὶ ἅ  $BZ$  τᾶ αὐτᾶ ἴσα. δεικτέον, ὅτι τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος, οὗ κορυφὰ τὸ  $B$ , ποτὶ τὸν κώνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει  
 15 ἅ  $ΕΗ$  ποτὶ τὰν  $ΕΔ$ .

τετμάσθω δὴ τὸ σφαιροειδές ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρον ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα, καὶ ἀπὸ τοῦ γενομένου κύκλου κώνος ἔστω κορυφὰν ἔχων τὸ  $Δ$  σαμεῖον. ἔστιν δὴ τὸ μὲν ὅλον σφαιροειδές διπλάσιον τοῦ τμήματος  
 20 τοῦ βάσιν ἔχοντος τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν  $ΚΑ$ , κορυφὰν δὲ τὸ  $Δ$  σαμεῖον, τὸ δὲ εἰρημένον τμᾶμα διπλάσιον τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. δεδείκται γὰρ ταῦτα. τὸ ὅλον οὖν σφαιροειδές τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου  
 25 τοῦ εἰρημένου. ὁ δὲ κώνος οὗτος ποτὶ τὸν κώνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν

5. σχήματος] τμηματος F; corr. Torellius. 7. δέ] om. F; corr. Torellius. 25. δέ] scripsi; δη F, vulgo.

sphaeroidis et axi segmenti minoris, ad axem segmenti minoris.<sup>1)</sup>

secetur sphaeroides aliquod, ita ut diximus. secto autem eo alio plano per axem ad secans planum perpendiculari figurae sectio sit  $AB\Gamma$  conici acutiansectio, diameter autem eius et axis figurae  $B\Delta$  [p. 11, c], plani autem secantis linea  $\Gamma A$ . ea igitur ad lineam  $B\Delta$  perpendicularis erit [p. 440, 15]. autem maius segmentum id, cuius vertex est  $B$  actum, et centrum sphaeroidis sit  $\Theta$ . adiciatur tur linea  $\Delta H$  lineae  $\Delta\Theta$  aequalis, et  $BZ$  eidem qualis. demonstrandum, segmentum sphaeroidis, cuius vertex sit  $B$ , ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et eundem axem, eam habere rationem, quam habeat  $EH : E\Delta$ .

secetur igitur sphaeroides plano per centrum ad axem perpendiculari, et in circulo inde orto [prop. 11, c] conus construatur verticem habens punctum  $\Delta$ . est igitur totum sphaeroides duplo maius segmento basim habenti circulum circum diametrum  $K\Delta$  descriptum, verticem autem punctum  $\Delta$  [prop. 18]; segmentum autem illud duplo maius est cono basim eandem habenti, quam segmentum, et eundem axem [prop. 27]. haec enim demonstrata sunt. itaque totum sphaeroides quadruplo maius est cono, quem commemora-

1) P. 284, 6: εἰ δὲ καὶ ὀρθῶς μὲν ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμαθῆ, μὴ διὰ τοῦ κέντρου δέ, τῶν γεναρμένων τμαμάτων τὸ μὲν μείζον ποτὶ τὸν κῶνον τὸν τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τῷ τμαμάτι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔξει τὸν λόγον, ὃν ἂ συν-αμφοτέραις ἴσα τᾶ τε ἡμισείᾳ τᾶς εὐθείας, ἢ ἔστιν ἄξων τοῦ σφαιροειδέος, καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ ἐλάσσονος τμαμάτος ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ ἐλάσσονος τμαμάτος.





uimus. sed hic conus ad conum basim habentem circulum circum diametrum  $A\Gamma$  descriptum, uerticem autem punctum  $\Delta$  rationem habet compositam ex ratione  $\Theta\Delta : E\Delta$  et  $K\Theta^2 : EA^2$ .<sup>1)</sup> sed

$$K\Theta^2 : EA^2 = B\Theta \times \Theta\Delta : BE \times E\Delta$$

[Apollon. I, 21; cfr. supra p. 447 not. 1]. sit igitur [Eucl. VI, 11]  $E\Delta : \Theta\Delta = \Theta\Delta : E\Delta$ ; quare etiam erit  $E\Delta \times B\Theta : B\Theta \times \Theta\Delta = \Delta\Theta : \Delta E$ . ratio autem composita ex

$$E\Delta \times \Theta B : B\Theta \times \Theta\Delta \text{ et } B\Theta \times \Theta\Delta : BE \times E\Delta$$

eadem est, quam habet  $X\Delta \times \Theta B : BE \times E\Delta$ . itaque conus basim habens circulum circum diametrum  $K\Delta$  descriptum, uerticem autem punctum  $\Delta$  ad conum basim habentem circulum circum diametrum  $A\Gamma$  descriptum, uerticem autem punctum  $\Delta$  eandem rationem habet, quam  $E\Delta \times B\Theta : BE \times E\Delta$ . sed co-

---

1) U. prop. 10 et Eucl. XII, 2. nam basis segmenti circulus est (prop. 11, c).

τὰν  $ΚΑ$ , κορυφὰν δὲ τὸ  $Δ$  σαρμεῖον ποτὶ τὸν κῶνον  
 τὸν βάσιν ἔχοντα τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν  
 $ΑΓ$ , κορυφὰν δὲ τὸ  $Δ$  σαρμεῖον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν  
 τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τὰν  $ΞΔ$ ,  $ΒΘ$  ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν  
 5  $ΒΕ$ ,  $ΕΔ$ . ὁ δὲ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν  
 περὶ διάμετρον τὰν  $ΑΓ$ , κορυφὰν δὲ τὸ  $Δ$  σαρμεῖον  
 ποτὶ τὸ τμήμα τοῦ σφαιροειδέος τὸ βάσιν ἔχον τὰν  
 αὐτὰν αὐτῷ καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν  
 λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τὰν  $ΒΕ$ ,  $ΕΔ$  ποτὶ τὸ  
 10 περιεχόμενον ὑπὸ  $ΖΕ$ ,  $ΕΔ$  [τουτέστιν ἂ  $ΒΕ$  ποτὶ  $ΕΖ$ .  
 τὸ γὰρ ἔλασσον ἢ ἡμίσειον τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸν  
 κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ  
 ἄξονα τὸν αὐτὸν δεδεικται τοῦτον ἔχον τὸν λόγον, ὃν  
 ἂ συναμφοτέραις ἴσα τᾶ τε ἡμισέᾳ τοῦ ἄξονος τοῦ  
 15 σφαιροειδέος καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ μείζονος τμήματος  
 ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ μείζονος τμήματος. οὗτος δὲ  
 ἐστίν, ὃν ἔχει ἂ  $ΖΕ$  ποτὶ τὰν  $ΒΕ$ ]. ὁ ἄρα κῶνος ὁ  
 ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸ τμήμα τοῦ  
 σφαιροειδέος τὸ ἔλασσον τοῦ ἡμίσειος τὸν αὐτὸν ἔχει  
 20 λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τὰν  $ΞΔ$ ,  $ΒΘ$  ποτὶ τὸ  
 ὑπὸ τὰν  $ΖΕ$ ,  $ΕΔ$ . ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ὅλον σφαιροειδὲς  
 ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος  
 τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τὰν  
 $ΖΗ$ ,  $ΞΔ$  ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν  $ΒΘ$ ,  $ΞΔ$ . τετραπλάσιον  
 25 γὰρ ἐκότερον ἐκατέρου· ὁ δὲ κῶνος ὁ ἐν τῷ ἡμισέῳ  
 τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸ τμήμα τὸ ἔλασσον ἢ τὸ  
 ἡμίσειον τοῦ σφαιροειδέος τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν  
 τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τὰν  $ΞΔ$ ,  $ΒΘ$  ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν  
 $ΖΕ$ ,  $ΕΔ$ , ἔχει κα καὶ τὸ ὅλον σφαιροειδὲς ποτὶ τὸ

1. τὰν] τὰ F.  
 $ΕΔ$ ]  $ΞΕ$ ,  $ΒΕ$  F.

7. τοῦ] το του F.  
 13. εχων F.

εχων F.

10.  $ΖΕ$ ,  
 19. τοῦ ἡμίσειος] scripsi;

nus basim habens circulum. circum diametrum  $AF$  descriptum, uerticem autem punctum  $A$  ad segmentum sphaeroidis basim habens eandem, quam conus, et eundem axem eam habet rationem, quam

$$BE \times EA : ZE \times EA.^1)$$

quare conus, qui in dimidia parte sphaeroidis est, ad segmentum sphaeroidis, quod minus est dimidia parte, eandem rationem habet, quam  $EA \times B\Theta$  ad  $ZE \times EA$  [*δι' ἴσου* Eucl. V, 22]. iam quoniam totum sphaeroides ad conum, qui in dimidia parte sphaeroidis est, eandem rationem habet, quam

$$ZH \times EA : B\Theta \times EA$$

(utrumque enim utroque<sup>2)</sup> quadruplo maius est), conus autem, qui in dimidia sphaeroidis parte est, ad segmentum, quod minus est dimidia parte sphaeroidis, eam rationem habet, quam  $EA \times B\Theta : ZE \times EA$ , habebit etiam totum sphaeroides ad segmentum eius minus eandem rationem, quam  $ZH \times EA : ZE \times EA$

1) Habent enim eam rationem, quam  $BE : ZE$  (prop. 29). sed quae sequuntur uerba lin. 10—17, quibus sine causa repetitur prop. 29 tota, subditia sunt. neque enim *τοῦτέστι* lin. 10 aptum est, quod tum demum sensum haberet, si Archimedes proportione  $EA : ZE$  uti uellet. ut nunc est, ita debuit scribere: ὅν ἂν  $BE$  πρὸς  $EZ$ , τοῦτέστι τὸ περιεχόμενον ὑπὲρ  $BE$ ,  $EA$  πρὸς τὸ ὑπὸ  $ZE$ ,  $EA$ .

2) H. e. et sphaeroides cono; et rectangulum  $ZH \times EA$  rectangulo  $B\Theta \times EA$  (nam  $ZH = 4B\Theta$ ).

τοῦ ημισυ  $F$ , uulgo; τοῦ ἡμίσεως  $B$ ; ἢ τὸ ἡμίσειον Torellius. 22. ἡμισίω] ημισυ  $F$ ; corr.  $B$ . 25. ἐκαστέρον] addidi; om.  $F$ , uulgo. 28. τᾶν] (alterum) τῶν per comp.  $F$ ; corr. Torellius. 29. κα] addidi; om.  $F$ , uulgo. ἔχει  $B$ , Nizzius.

τμᾶμα τὸ ἔλασσον αὐτοῦ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ  
 περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν  $ZH$ ,  $\Xi\Delta$  ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν  $ZE$ ,  
 $E\Delta$ . ὥστε καὶ τὸ μείζον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος  
 ποτὶ τὸ ἔλασσον τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν ἂ ὑπεροχά,  
 5 ἂ ὑπερέχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν  $ZH$ ,  $\Xi\Delta$  τοῦ  
 ὑπὸ τᾶν  $ZE$ ,  $E\Delta$ , ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν  $ZE$ ,  $E\Delta$ . ὑπερέχει  
 δὲ τὸ ὑπὸ τᾶν  $ZH$ ,  $\Xi\Delta$  τοῦ ὑπὸ τᾶν  $ZE$ ,  $E\Delta$  τῷ  
 τε ὑπὸ τᾶν  $\Xi\Delta$ ,  $EH$  περιεχομένῳ καὶ τῷ ὑπὸ τᾶν  
 $ZE$ ,  $\Xi E$ . ἔχει ἄρα τὸ μείζον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος  
 10 ποτὶ τὸ ἔλασσον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ἴσον ἀμφο-  
 τέροις τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν  $\Xi\Delta$ ,  $EH$  καὶ τῷ  
 ὑπὸ τᾶν  $ZE$ ,  $\Xi E$  ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν  $ZE$ ,  
 $E\Delta$ . τὸ δὲ ἔλασσον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ  
 τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν αὐτῷ καὶ  
 15 ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ περι-  
 εχόμενον ὑπὸ τᾶν  $ZE$ ,  $E\Delta$  ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν  $BE$ ,  $E\Delta$   
 [τὸν γὰρ αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἂ  $ZE$  ποτὶ τὰν  $BE$ ].  
 ὁ δὲ κῶνος ὁ ἐν τῷ ἐλάσσονι τμᾶματι ποτὶ τὸν κῶνον  
 τὸν ἐν τῷ μείζονι τμᾶματι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν  
 20 τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν  $BE$ ,  $E\Delta$  ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς  
 $BE$  τετράγωνον. τὸν γὰρ τῶν ὑψέων λόγον ἔχοντι  
 οἱ κῶνοι, ἐπεὶ βάσιν ἔχοντι τὰν αὐτὰν. ἔχει οὖν κα  
 τὸ μείζον τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸν κῶνον τὸν  
 ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένον, ὃν τὸ ἴσον ἀμφοτέροις τῷ  
 25 τε περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν  $\Xi\Delta$ ,  $EH$  καὶ τῷ ὑπὸ τᾶν  
 $ZE$ ,  $\Xi E$  ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς  $BE$ . οὗτος

1. αὐτοῦ] delet Nizzius.      2.  $ZH$ ]  $ZN$  F.       $ZE$ ,  $E\Delta$ ] scripsi;  $ZE\Delta$  F, uulgo.      5. τοῦ] το F; corr. Torellius.      6. ποτὶ] προς per comp. F; corr. Torellius.       $ZE$ ,  $E\Delta$ ] scripsi;  $ZE\Delta$  F, uulgo.      7. τό] του per comp. F; corr. ed. Basil.      τοῦ] α F; corr. ed. Basil.      8. τῷ] το F.      11.  $EH$ ]  $EN$  F.      16. τό] τὸ περιεχόμενον Torellius.       $BE$ ,  $E\Delta$ ]

[Eucl. V, 22]. quare etiam maius sphaeroidis segmentum ad minus eandem rationem habet, quam

$$ZH \times \Xi\Delta - ZE \times E\Delta : ZE \times E\Delta$$

[διελόντι Eucl. V, 17]. sed

$$ZH \times \Xi\Delta - ZE \times E\Delta = \Xi\Delta \times EH + ZE \times \Xi E.^1)$$

itaque segmentum maius sphaeroidis ad minus eandem rationem habet, quam

$$\Xi\Delta \times EH + ZE \times \Xi E : ZE \times E\Delta.$$

sed minus segmentum sphaeroidis ad conum eandem basim habentem et axem eundem eam habet rationem, quam  $ZE \times E\Delta : BE \times E\Delta.^2)$  et conus, qui in minore segmento est, ad conum, qui est in maiore, eandem rationem habet, quam  $BE \times E\Delta : BE^2$ ; coni enim rationem altitudinum inter se habent, quoniam eandem habent basim [Eucl. XII, 14; cfr. supra prop. 10]. quare maius segmentum sphaeroidis ad conum ei inscriptum [eam rationem] habet, quam habet

$$\Xi\Delta \times EH + ZE \times \Xi E : BE^2 \text{ [Eucl. V, 22].}$$

haec autem ratio eadem est, quam habet  $EH : E\Delta$ .

1) Nam  $ZH = EH + EZ$ ; itaque

$$ZH \times \Xi\Delta = EH \times \Xi\Delta + EZ \times \Xi\Delta;$$

$$\text{et } EH \times \Xi\Delta + EZ \times \Xi\Delta - EZ \times E\Delta$$

$$= EH \times \Xi\Delta + EZ \times (\Xi\Delta - E\Delta) = EH \times \Xi\Delta + EZ \times E\Xi.$$

2) Uerba τὸν γὰρ αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἂν ZE ποτὶ τὰν BE lin. 17 prorsus superuacua sunt, cum Archimedes iam p. 486, 5 hac ipsa proportione usus sit, nulla addita causa. itaque interpolatori tribuenda esse putavi. — Hinc sequitur (Eucl. V, 22), segmentum maius ad conum in minore segmento inscriptum eam habere rationem, quam

$$\Xi\Delta \times EH + ZE \times \Xi E : BE \times E\Delta.$$

BEΔ F; corr. Torellius.

17. ZE] ZΘ F; corr. ed. Basil.

22. ἐπέλ] ἐπι F. ἔχει οὖν κα] scripsi; εχει αν και F, uulgo;

ἔχει οὖν καί Nizzius. 24. ὅν] scripsi; om. F, uulgo; τοῦτον

τὸν λόγον, ὃν ed. Basil., Torellius. 26. ZE] ZΘ F.

δὲ ὁ αὐτός ἐστι τῷ, ὃν ἔχει ἅ  $E\Gamma$  ποτὶ τὰν  $E\Delta$ . τὸ  
 γὰρ ὑπὸ τὰν  $\Xi\Delta$ ,  $E\Gamma$  ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν  $\Xi\Delta$ ,  $E\Delta$   
 τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἅ  $E\Gamma$  ποτὶ τὰν  $E\Delta$ , καὶ  
 τὸ ὑπὸ τὰν  $\Xi E$ ,  $Z E$  περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν  
 5  $Z E$ ,  $\Theta E$  τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἅ  $E\Gamma$  ποτὶ τὰν  
 $E\Delta$ . ἅ γὰρ  $\Xi E$  ποτὶ τὰν  $\Theta E$  τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον,  
 ὃν ἅ  $E\Gamma$  ποτὶ τὰν  $E\Delta$  διὰ τὸ ἀνάλογον εἶμεν τὰς  
 $\Xi\Delta$ ,  $\Theta\Delta$ ,  $\Delta E$ , καὶ τὰν  $\Theta\Delta$  ἴσαν εἶμεν τῶ  $H\Delta$  καὶ  
 τὸ ἴσον οὖν ἀμφοτέροις τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τὰν  
 10  $\Xi\Delta$ ,  $E\Gamma$  καὶ τῷ ὑπὸ τὰν  $Z E$ ,  $\Xi E$  ποτὶ τὸ ἴσον  
 συναμφοτέροις τῷ τε ὑπὸ τὰν  $\Xi\Delta$ ,  $E\Delta$  καὶ τῷ ὑπὸ  
 τὰν  $Z E$ ,  $\Theta E$  τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἅ  $E\Gamma$  ποτὶ  
 τὰν  $E\Delta$ . τὸ δὲ ἀπὸ τῆς  $E B$  τετραγώνου ἴσον ἐντὶ  
 ἀμφοτέροις τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τὰν  $\Xi\Delta$ ,  $E\Delta$  καὶ  
 15 τῷ ὑπὸ τὰν  $Z E$ ,  $\Theta E$ . τὸ μὲν γὰρ ἀπὸ τῆς  $B\Theta$  τε-  
 τραγώνου ἴσον τῷ ὑπὸ τὰν  $\Xi\Delta$ ,  $E\Delta$  περιεχομένῳ, ἅ  
 δὲ ὑπεροχά, ἅ μείζον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς  $B E$  τετραγώνου  
 τοῦ ἀπὸ τῆς  $B\Theta$ , ἴσον ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τὰν  
 $Z E$ ,  $\Theta E$ , ἐπεὶ ἴσαι αἱ  $B\Theta$ ,  $B Z$ . δῆλον οὖν, ὅτι τὸ  
 20 μείζον τοῦ σφαιροειδέος τμήμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν  
 βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν  
 αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἅ  $E\Gamma$  ποτὶ τὰν  $E\Delta$ .

λβ'.

Καὶ τοίνυν εἴ κα μὴ ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ  
 25 ἐπιπέδῳ τμαθῆ τὸ σφαιροειδὲς μηδὲ διὰ τοῦ κέντρου,

1. ὁ] addidi; om. F, vulgo.  $E\Gamma$ ]  $EN F$ .  $E\Delta$ ] om.  
 F; corr. AB. 5. λόγον] λόγον ·  $E\Delta$  · F; corr. B;  $E\Delta$  in mar-  
 gine adscriptum, ita ut ad lineam 1 pertineret, postea hic ir-  
 repsit.  $E\Gamma$ ]  $EN F$ . 6. ἅ] αἱ F; corr. AB. 7. εἶμεν]  
 το εἶμεν FV. 8. εἶμεν] τ' εἶμεν F; τε εἶμεν vulgo.  $H\Delta$ ]  
 $N\Delta F$ . 9. τε] addidi; om. F, vulgo. 11.  $\Xi\Delta$ ]  $\Xi E F$ ;  
 corr. AB. 12. ὃν] om. F; corr. Torellius. 15. τῷ] scripsi;

est enim  $\Xi\Delta \times EH : \Xi\Delta \times E\Delta = EH : E\Delta$ , et

$$\Xi E \times ZE : ZE \times \Theta E = EH : E\Delta;$$

nam  $\Xi E : \Theta E = EH : E\Delta$ , quia proportionales sunt lineae  $\Xi\Delta$ ,  $\Theta\Delta$ ,  $\Delta E$ , et  $\Theta\Delta = H\Delta$ .<sup>1)</sup> itaque etiam  $\Xi\Delta \times EH + ZE \times \Xi E : \Xi\Delta \times E\Delta + ZE \times \Theta E = EH : E\Delta$ .<sup>2)</sup> sed  $EB^2 = \Xi\Delta \times E\Delta + ZE \times \Theta E$ ; nam

$$B\Theta^2 = \Xi\Delta \times E\Delta^3),$$

et  $BE^2 - B\Theta^2 = ZE \times \Theta E$ , quoniam  $B\Theta = BZ$ .<sup>4)</sup> adparet igitur, maius sphaeroidis segmentum ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et axem eundem eam habere rationem, quam  $EH : E\Delta$ .

## XXXII.

Uerum etiam si plano ad axem non perpendiculari secatur sphaeroides nec per centrum posito, maius

1) Erat (p. 484, 6):  $\Xi\Delta : \Delta\Theta = \Delta\Theta : \Delta E$ ; quare διελόντι erit  $\Xi\Theta : \Delta\Theta = E\Theta : \Delta E = \Xi\Theta : H\Delta$ , unde ἐναλλάξ

$$\Xi\Theta : E\Theta = H\Delta : \Delta E$$

et συνθέντι  $\Xi E : \Theta E = EH : E\Delta$ .

2) Nam

$EH : E\Delta = \Xi\Delta \times EH : \Xi\Delta \times E\Delta = \Xi E \times ZE : ZE \times \Theta E$ ;  
unde ἐναλλάξ

$$\Xi\Delta \times EH : \Xi E \times ZE = \Xi\Delta \times E\Delta : ZE \times \Theta E,$$

et συνθέντι

$$\begin{aligned} & \Xi\Delta \times EH + \Xi E \times ZE : \Xi E \times ZE \\ & = \Xi\Delta \times E\Delta + ZE \times \Theta E : ZE \times \Theta E; \end{aligned}$$

et rursus ἐναλλάξ

$$\begin{aligned} & \Xi\Delta \times EH + \Xi E \times ZE : \Xi\Delta \times E\Delta + ZE \times \Theta E \\ & = \Xi E \times ZE : ZE \times \Theta E = EH : E\Delta. \end{aligned}$$

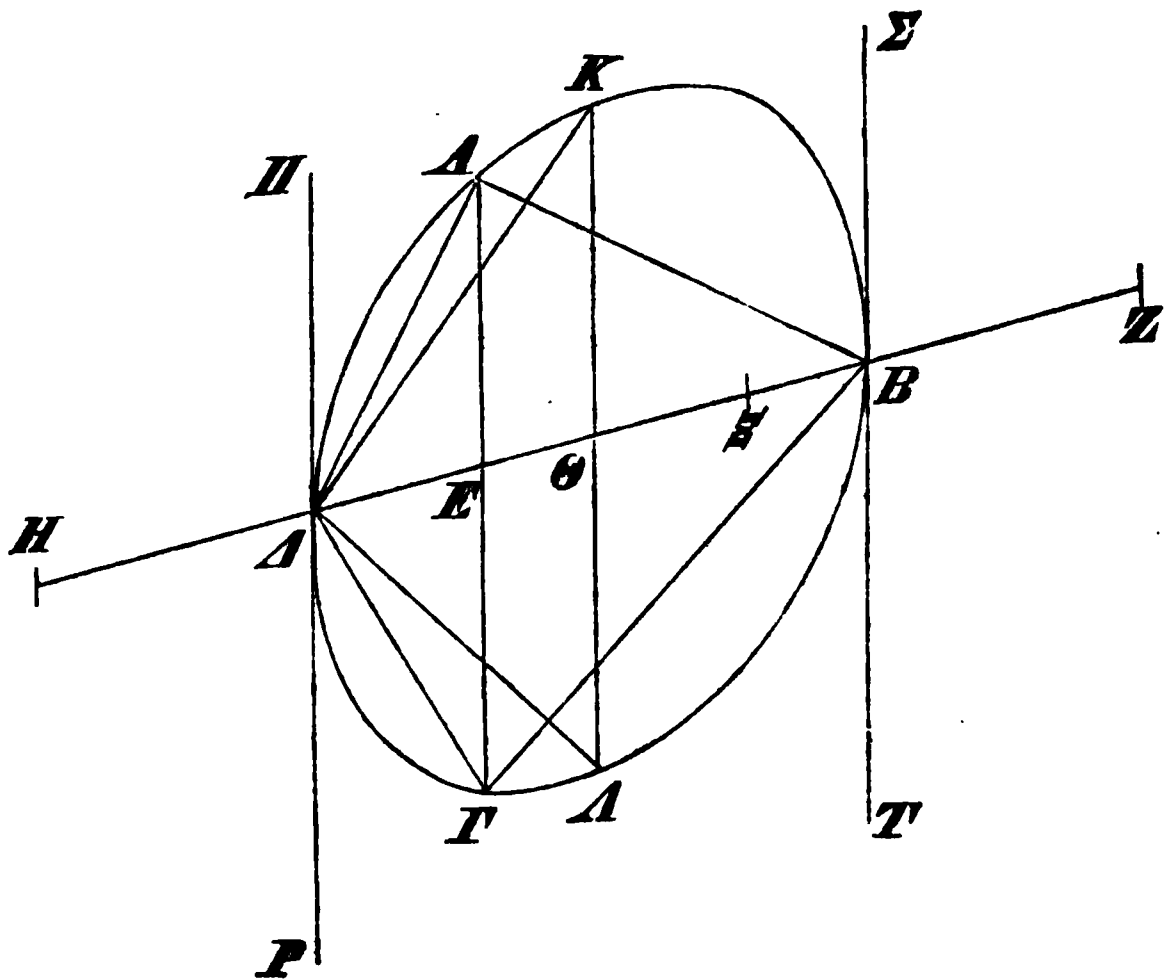
3) Nam  $B\Theta = \Theta\Delta$ , et  $\Xi\Delta : \Theta\Delta = \Theta\Delta : \Delta E$ ; tum u. Eucl. VI, 17.

4) Nam  $BE^2 = B\Theta^2 + E\Theta^2 + 2B\Theta \times E\Theta$  (Eucl. II, 4)  
 $= B\Theta^2 + E\Theta \times (E\Theta + 2B\Theta) = B\Theta^2 + E\Theta \times (E\Theta + B\Theta + BZ)$   
 $= B\Theta^2 + E\Theta \times EZ.$

το F, uulgo. 16. α] ο F. 17. μείζον] scripsi; μείζων F, uulgo. 19. αλ] scripsi; α F, uulgo. 23. λδ' Torellias; om. F.

τὸ μείζον τμήμα αὐτοῦ ποτὶ τὸ ἀπόστημα τοῦ κώνου  
 τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν  
 αὐτὸν τοῦτον ἔξει τὸν λόγον, ὃν ἂ συναμφοτέραις ἴσα  
 τᾶ τε ἡμισεία τᾶς ἐπιξεννυούσας τὰς κορυφὰς τῶν  
 5 γενομένων τμαμάτων καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ ἐλάσσονος  
 τμήματος ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ ἐλάσσονος τμή-  
 ματος.

τετμάσθω τὸ σφαιροειδὲς ἐπιπέδω, ὡς εἰρήται. τμα-  
 θέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδω ἄλλω διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῶ  
 10 ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω  
 ἂ  $AB\Gamma\Delta$  ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, τοῦ δὲ τέμνοντος  
 ἐπιπέδου τὸ σχῆμα ἂ  $\Gamma A$  εὐθεῖα. παρὰ δὲ τὰν  $A\Gamma$



ἄχθωσαν αἱ  $\Pi P$ ,  $\Sigma T$  ἐπιφανούσαι τὰς τοῦ ὀξυγωνίου  
 κώνου τομᾶς κατὰ τὰ  $B$ ,  $\Delta$ , καὶ ἀνεστακέτω ἀπ' αὐτᾶν  
 15 ἐπίπεδα παράλληλα τῷ κατὰ τὰν  $A\Gamma$ . ἐπιψαυσοῦντι

1. αποτμημα F; corr. Torellius. 2. τὸ βάσιν ἔχον] scripsi;



segmentum eius ad conii segmentum eandem basim habens, quam segmentum [sphaeroidis], et axem eundem eam habebit rationem, quam linea utrique aequalis, et dimidiae lineae uertices segmentorum inde ortorum iungenti et axi segmenti minoris, ad axem segmenti minoris.<sup>1)</sup>

secetur sphaeroides plano, ita ut diximus. et secto eo alio plano per axem ad secans planum perpendiculari figurae sectio sit  $AB\Gamma\Delta$  conii acutianguli sectio [prop. 11, c], plani autem figuram secantis linea  $\Gamma A$ . et lineae  $A\Gamma$  parallelae ducantur lineae  $\Pi P$ ,  $\Sigma T$  sectionem conii acutianguli in punctis  $B$ ,  $\Delta$  contingentes, et ab iis erigantur plana plano in linea  $A\Gamma$  posito parallela. ea igitur sphaeroides in punctis

---

1) P. 284, 24; εἰ δὲ κα μῆτε διὰ τοῦ κέντρου μῆτε ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα τῶ ἐπιπέδῳ τμαθῆ τὸ σφαιροειδές, τῶν γενομένων τμαμάτων τὸ μὲν μείζον ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῶ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔξει τὸν λόγον, ὃν κτλ. ut hoc loco, nisi quod lin. 4 αὐτᾶς τᾶς legitur, et lin. 5 γενομένων omittitur.

---

του βασιν εχοντος F, uulgo.

αι συναμφοτεραι F, uulgo.

8. τετμησθω F; corr. Torellius.

$\Delta$ , B Torellius.

3. ἃ συναμφοτέραις] scripsi;

4. τε] cum B; om. F, uulgo.

9. ἀλλὰ F; corr. B\*.

14.

15. ἐπιψανωντι F; corr. Torellius.

δὴ ταῦτα τοῦ σφαιροειδέος κατὰ τὰ  $B, \Delta$ , καὶ ἐσσοῦν-  
 ται κορυφαὶ τῶν τμαμάτων τὰ  $B, \Delta$ . ἄχθω οὖν ἅ  
 τὰς κορυφὰς ἐπιξενγνύουσα τῶν γενομένων τμαμάτων  
 ἅ  $B\Delta$ · πεσεῖται δ' αὐτὰ διὰ τοῦ κέντρου· καὶ ἔστω  
 5 κέντρον τὸ  $\Theta$ , μείζον δὲ ἢ τὸ ἡμίσειον τοῦ σφαιρο-  
 ειδέος τὸ τμαμα, οὗ κορυφὰ τὸ  $B$ . ποτικείσθω δὲ τῷ  
 $\Delta\Theta$  ἴσα ἅ  $\Delta H$ , καὶ ἅ  $BZ$  τῷ αὐτῷ. δεικτέον, ὅτι τὸ  
 τμαμα τοῦ σφαιροειδέος τὸ μείζον ποτὶ τὸ ἀπότμαμα  
 τοῦ κώνου τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ  
 10 ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἅ  $EH$   
 ποτὶ τὰν  $E\Delta$ .

τετμάσθω γὰρ τὸ σφαιροειδέος ἐπιπέδω διὰ τοῦ  
 κέντρου παραλλήλῳ τῷ κατὰ τὰν  $AG$  ἐπιπέδω, καὶ  
 ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ἡμίσειον τοῦ σφαιροειδέος ἀπό-  
 15 τμαμα κώνου κορυφὰν ἔχον τὸ  $\Delta$  σαμεῖον, καὶ ὃν  
 ἔχει λόγον ἅ  $\Delta\Theta$  ποτὶ τὰν  $E\Delta$ , τοῦτον ἔχτω ἅ  $\Xi\Delta$   
 ποτὶ τὰν  $\Theta\Delta$ . ὁμοίως δὴ τῷ πρότερον δειχθησέεται  
 τό τε ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ  
 σφαιροειδέος ἐγγεγραμμένου ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ  
 20 κώνου τοῦ ἐν τῷ ἐλάσσονι ἐγγεγραμμένου τὸν αὐτὸν  
 ἔχον λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν  $\Xi\Delta, B\Theta$   
 ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν  $BE, E\Delta$ , καὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώ-  
 νου τοῦ ἐν τῷ ἐλάσσονι τμάματι ἐγγεγραμμένου ποτὶ  
 τὸ τμαμα τό, ἐν ᾧ ἐγγεγράφεται, τὸν αὐτὸν ἔχον λόγον,  
 25 ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν  $BE, E\Delta$  ποτὶ τὸ ὑπὸ  
 τῶν  $ZE, E\Delta$ . ἔξει οὖν τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ  
 ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος ἐγγεγραμμένου ποτὶ

1. δὴ] scripsi; δε F, vulgo. εσσουνται F, vulgo. 5.  
 δὲ ἢ τό] οντος (comp.) τω F; corr. Torellius (ἢ τό iam V; τό  
 iam CD). 6. τὸ τμαμα] scripsi; τό om. F, vulgo. τῷ  $\Delta\Theta$   
 ἴσα ἅ  $\Delta H$ ] scripsi; τας  $\Delta H$  ἴσα ἅ  $\Delta\Theta$  FCD; ἅ  $\Delta H$  ἴσα τῷ  
 $\Delta\Theta$  vulgo. 8. αποτμημα F; corr. Torellius, ut lin. 14, 18, 19,

$B$ ,  $\Delta$  contingent [prop. 16, b], et uertices segmentorum erunt  $B$ ,  $\Delta$  [p. 282, 12]. ducatur igitur uertices segmentorum ita ortorum iungens  $B\Delta$  linea (per centrum autem cadet [prop. 16, c]), et centrum sit  $\Theta$ , et segmentum, cuius uertex est  $B$ , maius sit quam dimidia pars sphaeroidis. adiiciatur autem linea  $\Delta H$  aequalis lineae  $\Delta\Theta$ , et linea  $BZ$  eidem aequalis. demonstrandum est, segmentum sphaeroidis maius ad segmentum conii basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem eam habere rationem, quam  $EH : EA$ .

secetur enim sphaeroides plano per centrum posito plano in linea  $A\Gamma$  posito parallelo, et dimidiae sphaeroidis parti inscribatur segmentum conii uerticem habens punctam  $\Delta$ , et sit  $EA : \Theta\Delta = \Theta\Delta : EA$ . itaque eodem modo, quo supra, demonstrabimus, segmentum conii dimidiae sphaeroidis parti inscriptum<sup>1)</sup> ad segmentum conii [segmento] minori inscriptum<sup>1)</sup> eandem rationem habere, quam  $EA \times B\Theta : BE \times EA$ , et segmentum conii segmento minori inscriptum<sup>1)</sup> ad segmentum, cui inscriptum sit, eam rationem habere, quam

$$BE \times EA : ZE \times EA.$$

itaque segmentum conii dimidiae parti sphaeroidis inscriptum<sup>1)</sup> ad minus segmentum sphaeroidis [eam

1) Debat esse (lin. 18, 20, 23, 26): τὸ ἐν ... ἐγγεγραμμένον; ad ἀπόγραμμα enim, non ad κώνον pertinet. et ita fortasse uel inuito codice scribendum est. lin. 19 ed. Basil. et A habent ἐγγεγραμμένον.

22, 26. 9. τὸ βάσιν ἔχον] scripsi; του βασιν εχοντος F, uulgo.  
12. τετμησθω F; corr. Torellius. 17.  $\Theta\Delta$ ]  $\Theta A$  F. τῶ] το F.  
19. ἐγγεγραμμενω F; corr. Torellius. 24. εχοντα F; corr. B\*.

τὸ ἔλασσον τμήμα τοῦ σφαιροειδέος, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν  $\Xi\Delta$ ,  $B\Theta$  ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν  $ZE$ ,  $E\Delta$ . ἔξει οὖν τὸ μὲν ὅλον σφαιροειδὲς ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ ἡμισέφῳ τοῦ σφαιροειδέος ἐγγε-  
 5 γραμμένου τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν  $ZH$ ,  $\Xi\Delta$  ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν  $B\Theta$ ,  $\Xi\Delta$ . τετραπλάσιον γὰρ ἑκατέρου ἑκάτερον. τὸ δὲ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ εἰρημένον ποτὶ τὸ ἔλασσον τμήμα τοῦ σφαιροειδέος τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν  
 10  $\Xi\Delta$ ,  $B\Theta$  ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν  $ZE$ ,  $E\Delta$ . ἔξει οὖν τὸ ὅλον σφαιροειδὲς ποτὶ τὸ ἔλασσον τμήμα αὐτοῦ [τοῦ σφαιροειδέος] τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν  $ZH$ ,  $\Xi\Delta$  ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν  $ZE$ ,  $E\Delta$ . αὐτὸ δὲ τὸ μείζον τμήμα ποτὶ τὸ ἔλασσον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον,  
 15 ὃν ἂ ὑπεροχά, ἄ ὑπερέχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν  $ZH$ ,  $\Xi\Delta$  τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τῶν  $ZE$ ,  $E\Delta$ , ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν  $ZE$ ,  $E\Delta$ . τὸ δὲ ἔλασσον τμήμα ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένου τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τῶν  $ZE$ ,  $E\Delta$  ποτὶ τὸ  
 20 ὑπὸ τῶν  $BE$ ,  $E\Delta$  [δεδείκται γὰρ τοῦτον ἔχον τὸν λόγον, ὃν ἂ  $ZE$  ποτὶ τῶν  $BE$ ]. τὸ δὲ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ ἐλάσσονι τμήματι ἐγγεγραμμένου ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ μείζονι τμήματι ἐγγεγραμμένου τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ  
 25 τῶν  $BE$ ,  $E\Delta$  ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς  $BE$  τετράγωνον. τὰ

2.  $B\Theta$ ]  $BE$  F. 3. αποτμημα F; corr. Torellius; ut lin. 7, 18. 4. τῷ supra manu 1 F. 6.  $B\Theta$ ]  $B\Xi$  FD. 9. τῶν] τῶν per comp. F; corr. Torellius. 10.  $ZE$ ]  $ZC$  F. 11. τοῦ σφαιροειδέος] deleo; „eius“ Cr. 13.  $ZH$ ,  $\Xi\Delta$  ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν] bis F; corr. A. 21. αποτμημα F; corr. Torellius, ut p. 498, 1 et 5. 22. ἐλάσσονι τμήματι ad τοῦ ἐν τῷ lin. 23 om. F; corr. ed. Basil. (τμήματι, ἀπότμημα; corr. Torellius).

rationem] habebit, quam  $\Xi\Delta \times B\Theta : ZE \times E\Delta$  [Eucl. V, 22]. habebit igitur totum sphaeroides ad segmentum conici dimidiaae sphaeroidis parti inscriptum<sup>1)</sup> eandem rationem, quam  $ZH \times \Xi\Delta : B\Theta \times \Xi\Delta$ ; utrumque enim utroque quadruplo maius est.<sup>2)</sup> sed segmentum conici, quod commemorauimus, ad minus segmentum sphaeroidis eandem rationem habet, quam

$$\Xi\Delta \times B\Theta : ZE \times E\Delta.$$

habebit igitur totum sphaeroides ad minus segmentum eius eandem rationem, quam  $ZH \times \Xi\Delta : ZE \times E\Delta$  [Eucl. V, 22]. ipsum autem segmentum maius ad minus eandem rationem habet, quam

$$ZH \times \Xi\Delta - ZE \times E\Delta : ZE \times E\Delta$$

[διελόντι Eucl. V, 17]. segmentum autem minus ad segmentum conici ei inscriptum<sup>3)</sup> eandem rationem habet, quam  $ZE \times E\Delta : BE \times E\Delta$ .<sup>4)</sup> segmentum autem conici minori segmento inscriptum<sup>5)</sup> ad segmentum conici segmento maiori inscriptum<sup>5)</sup> eandem rationem habet, quam  $BE \times E\Delta : BE^2$ . nam segmenta conorum, quae commemorauimus, rationem altitudinum habent, quoniam eandem habent basim [prop. 10], et alti-

1) τὸ ἐν ... ἐγγεγραμμένον? (lin. 4—5); cfr. p. 495 not. 1.

2) H. e. sphaeroides segmento conici, et rectangulum

$$ZH \times \Xi\Delta$$

rectangulo  $B\Theta \times \Xi\Delta$  (nam  $ZH = 4B\Theta$ ).

3) τὸ ἐν ... ἐγγεγραμμένον? (lin. 18); cfr. not. 1.

4) Quare segmentum maius sphaeroidis ad segmentum conici minori inscriptum eam habet rationem, quam

$$ZH \times \Xi\Delta - ZE \times E\Delta : BE \times E\Delta \text{ (Eucl. V, 22).}$$

sed quae sequuntur uerba: δεδείκται γάρ lin. 20 ad ποτὶ τὰν BE lin. 21, subditia sunt. nam, si opus essent, adiicienda erant p. 494, 26; cfr. p. 489 not. 2.

5) τό ... ἐγγεγραμμένον? (lin. 22 et lin. 23—24); cfr. not. 1. uerum semel seruatum est p. 498, lin. 5.

γὰρ ἀποτμάματα τῶν κώνων τὰ εἰρημένα τὸν τῶν  
 ὑψέων λόγον ἔχοντι, ἐπεὶ βάσιν ἔχοντι τὰν αὐτάν, τὰ  
 δὲ ὕψεα αὐτῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι τῷ τᾶς  $\Delta E$   
 ποτὶ τὰν  $EB$ . ἔχει οὖν καὶ τὸ μείζον τμήμα τοῦ  
 5 σφαιροειδέος ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ ἐν αὐτῷ  
 ἐγγεγραμμένον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἂ ὑπεροχά, ἃ ὑπερ-  
 ἔχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν  $HZ$ ,  $\Xi\Delta$  τοῦ ὑπὸ τᾶν  
 $ZE$ ,  $E\Delta$ , ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς  $BE$  τετράγωνον. ὁ δὲ  
 λόγος οὗτος ὁμοίως τῷ πρότερον δειχθεῖη καὶ ὁ αὐτὸς  
 10 ἐὼν τῷ, ὃν ἔχει ἂ  $EH$  ποτὶ τὰν  $E\Delta$ .

2. ἐπεὶ βάσιν ἔχοντι] addidi; om. F, ulgo; post τὰν αὐτάν  
 addidit Torellius. 3. ἔχοντι F. τῷ τᾶς] τον της F; corr.  
 Torellius. 4. ποτὶ τάν] προς τον (utrumque per comp.) F;  
 corr. Torellius. οὖν] addidi; om. F, ulgo. 5. τοῦ .. ἐγ-  
 γεγραμμένον ed. Basil., Torellius. 7. τοῦ] το F; corr. BC.  
 8.  $ZE$ ,  $E\Delta$ ] scripsi;  $ZE\Delta$  F, ulgo. 9. δειχθεῖη κα] scripsi;  
 κα om. F, ulgo; δειχθήσεται Torellius. In fine F: περι κω-  
 νοειδων και σφαιροειδων.

tudines eorum eandem rationem habent, quam

$$\Delta E : EB.^1)$$

itaque etiam maius segmentum sphaeroidis ad segmentum conici ei inscriptum eandem rationem habet, quam

$$HZ \times \overline{E\Delta} - ZE \times E\Delta : BE^2.^2)$$

sed hanc rationem eandem esse, quam  $EH : E\Delta$ , eodem modo, quo supra [p. 490, 1 sq.; cfr. p. 488, 6], demonstrabimus.

---

1) Ducantur enim a punctis  $B, \Delta$  lineae ad lineam  $A\Gamma$  perpendiculares. orientur trianguli rectanguli similes, quorum hypotenusae erunt  $\Delta E, EB$ , cathetae autem inter se respondentes lineae perpendiculares, quae altitudines conorum erunt; tum u. Eucl. VI, 4.

2) Eucl. V, 22; cfr. p. 497 not. 4.

