







ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA

DI
Scienze, Lettere e Belle Arti
DI PALERMO

TERZA SERIE

(Anni 1912-13-14-15-16)

Volume X.



PALERMO
Scuola tip. "Boccone del Povero,"
1917



ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA
DI
SCIENZE, LETTERE E BELLE ARTI
DI PALERMO





ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA

DI
Scienze, Lettere e Belle Arti
DI PALERMO

TERZA SERIE

(Anni 1912-13-14-15-16)

Volume X.



PALERMO
Scuola tip. "Boccone del Povero",
1917

L'ACCADEMIA, ai termini del suo Statuto, non si rende responsabile delle opinioni, dei sistemi e delle dottrine comprese nei discorsi dei suoi componenti qui pubblicati.

Tavola delle materie

Magistrato Accademico.

SANSONE Prof. Alfonso — Relazione Accademica per gli anni 1914 a 1916.

CESAREO Prof. G. A. — Giuseppe Pitrè e la letteratura del popolo.

VENTURI Prof. Adolfo — Gli integrali generali del moto del bipendolo in relazione a movimenti orizzontali intrinseci od estrinseci del supporto.

CESAREO Prof. G. A. — La filosofia del linguaggio.

PITRÈ Prof. Giuseppe — Capitoli inediti degli Speziali (5 agosto 1407).

LA MANTIA Dott. Giuseppe — Testamento dell'Infante D. Pietro d' Aragona, fratello di Alfonso il magnanimo, Re di Sicilia, del 4 giugno 1436.

DE GREGORIO Prof. Giacomo — La riforma ortografica dell'inglese, del francese e dell'italiano.

GABRICI Prof. Ettore — L'Efebo del Municipio di Palermo.

PIPITONE-FEDERICO Prof. Giuseppe — La Sicilia nella guerra tra Francia e Spagna per il dominio del Reame di Napoli (1503-1505). Con documenti inediti.

APR 2 1952

PATRONO
IL MUNICIPIO DI PALERMO

PROMOTORE
IL SINDACO DI PALERMO

MAGISTRATO ACCADEMICO

Presidente CERVELLO Comm. Prof. VINGENZO.
Vice-Presidenti. CESAREO Cav. Uff. Prof. ALFREDO.
RICCOBONO Comm. Prof. SALVATORE.
Segretario Generale. SANSONE Comm. Prof. ALFONSO.
Segretario Aggiunto. PIPITONE-FEDERICO Cav. Uff. Prof. GIUSEPPE.
Tesoriere RUSSO-GILIBERTI Cav. Prof. ANTONINO.

CLASSE DI SCIENZE NATURALI ED ESATTE

Direttore BORZÌ Comm. Prof. ANTONINO.
Anziani. GIUFFRÈ Comm. Prof. LIBORIO.
ANGELITTI Cav. Prof. FILIPPO.
Segretario. DI STEFANO Cav. Prof. GIOVANNI.

CLASSE DI SCIENZE MORALI E POLITICHE

Direttore
Anziani. LA MANTIA Cav. Dott. FRANCESCO.
SIRAGUSA Comm. Prof. GIAMBATTISTA.
Segretario. MERENDA Prof. PIETRO.

CLASSE DI LETTERE E BELLE ARTI

Direttore.
Anziani. GARUFI Comm. Prof. CARLO ALBERTO.
.
Segretario. TRAVALI Comm. Dott. GIUSEPPE.

AMMINISTRAZIONE DELLA FONDAZIONE « SENSALIS »

CERVELLO VINCENZO, predetto.
RICCOBONO SALVATORE, pred.
SANSONE ALFONSO, pred.
LA MANTIA FRANCESCO, pred.
RUSSO - GILIBERTI ANTONINO, pred.

COMMISSIONE DI AMMINISTRAZIONE

CERVELLO VINCENZO, pred.
SANSONE ALFONSO, pred.
GIUFFRÈ LIBORIO, pred.
SIRAGUSA GIAMBATTISTA, pred.
RUSSO-GILIBERTI ANTONINO, pred.

COMMISSIONE PER LA STAMPA DEGLI ATTI

SANSONE ALFONSO, pred.
GARUFI CARLO ALBERTO, pred.
LA MANTIA Cav. Uff. Dott. GIUSEPPE.

CURATORE DEL BOLLETTINO

TRAVALI GIUSEPPE, pred.

RELAZIONE ACCADEMICA

PER GLI ANNI 1914 - 16

Letta dal Segretario Generale

COMM. PROF. ALFONSO SANSONE



Relazione accademica per gli anni 1914 = 1916

SOMMARIO : Soci defunti — Morte di Giuseppe Pitrè — Comunicazione agli istituti scientifici — Solenni onoranze di Palermo al Pitrè — Discorso del Prof. Alfonso Sansone, Segretario generale dell'Accademia — Solegne commemorazione alla Società siciliana per la Storia Patria — Discorso del Prof. G. A. Cesareo — Cenni biografici di G. B. Guccia, Adolfo Venturi, Antonino Salinas, Luigi Siciliano Villanueva, Gioacchino di Marzo e Salvatore Salomone-Marino — Nomine e promozioni di soci — Letture : G. Pipitone Federico : *Documenti tratti dai registri dell'Archivio comunale di Palermo* — G. A. Cesareo: *Filosofia del linguaggio* — De Gregorio : *Riforma ortografica dell'inglese, del francese e dell'italiano* — C. A. Garufi : *Comunicazione intorno ad un lavoro del Prof. Ettore Gabrici* — Relazioni con le Accademie nazionali ed estere — Pareggiamento dell'Accademia — Sedute inaugurali annue.

La morte inesorabile, che non risparmia, ha rapito, in tre anni, alla nostra Accademia, una schiera di insigni studiosi, tra cui ricordiamo con vivo dolore: Andrea Guarneri, Alessandro D'Ancona, Angelo De Gubernatis, Gaspare Finale, Enrico Pessina, Adolfo Renier, Bonaventura Zumbini, Camillo Finocchiaro Aprile, Emilio Teza, Guido Baccelli, Michele Lo Jacono, Giuseppe Riggio e Giuseppe Pitrè, benemerito Presidente di questa Reale Accademia.

Il Pitrè spirava, quasi improvvisamente, nella notte dal nove al dieci aprile 1916. L'indomani il Magistrato accademico, riunitosi di urgenza, deliberava ad unanimità :

- 1) Di prendere il lutto per sei mesi;
- 2) Di commemorare, nel trigesimo, l'illustre Estinto;
- 3) Di collocare il ritratto di Lui nel locale dell'Accademia;
- 4) Di far voti al Sindaco della Città, perchè il Museo Etnografico e la Piazza S. Oliva portino il nome del Grande Folklorista;

5) D'inviare agli Istituti Letterari e Scientifici del Regno e dell'Estero la seguente comunicazione :

Illustre Signore

Con profondo dolore annunzio ' alla S. V. Ill.ma la morte di **Giuseppe Pitrè**, presidente di questa Accademia Reale di Scienze, Lettere ed Arti, professore di demopsicologia nella R. Università, senatore del Regno.

Giuseppe Pitrè fu considerato dai dotti di tutta Europa come il più insigne studioso di psicologia popolare, che sorse non solo in Italia, ma fuori; la sua « Biblioteca delle Tradizioni popolari siciliane », in 25 volumi, è giustamente ammirata come un'opera classica : la demopsicologia o folklore fu dal Pitrè assunta a dignità di scienza.

Ad essa l'insigne letterato siciliano prescrisse il rigore del metodo; e come ciascuna raccolta di documenti fu compiuta con la più scrupolosa fedeltà di forma e di contenuto; così la sua indagine comparativa fu sempre cauta, oculata, sicura; così ciascun processo di induzione o di deduzione fu sostenuto di vasta e varia dottrina e rischiarato d'una dialettica sana ed acuta, così le conclusioni, talvolta sicure, spesso molto probabili, riuscirono ad illuminare di nuova luce la storia del costume, della letteratura, della scienza morale, presso il popolo siciliano e presso le varie genti d'Europa.

La morte di Giuseppe Pitrè è un lutto non meno per la nostra Accademia che per l'alta cultura di tutti i paesi civili.

Per il Vice Presidente

G. A. CESAREO

Il 12 aprile la città di Palermo celebrò solennissimi funerali al suo diletto figlio.

Al cospetto di numeroso popolo, del Cardinale Arcivescovo, del Sindaco, di numerose autorità civili, politiche e militari, il Segretario Generale di questa Accademia, prof. Alfonso Sansone, disse, non senza commozione :

Signori: A nome della Società Siciliana per la Storia Patria e della Reale Accademia di Scienze, lettere ed arti l'estremo vale al ben amato presidente, figlio eletto di quell'Isola, di cui quasi, primo fra tutti, rivelò la psiche in un lavoro poderoso, che non morrà.

Esso, frutto di oltre mezzo secolo di ricerche assidue, fu il sogno, la meta, il tutto di una operosa esistenza, consacrata, con intenso affetto, con fede di apòstolo, al paese. — Giuseppe Pitrè divenne, per questo, la figura più fattiva, nota e popolare di Palermo, ove per le sue doti di mente e di cuore, per una innata, squisita ed incantevole bontà di anima, godette una ammirazione universale. — Niuno fu mai glorificato, da vivo, in mezzo ai suoi concittadini, quanto lui in mezzo ai palermitani.

Premio condegno. — Perchè egli aveva studiato e rivelato l'anima del popolo siciliano, come nessuno lo aveva fatto prima di lui; perchè semplice, buono, modesto, era la gentilezza fatta persona, amava il popolo sinceramente, senza sussiego, senza iattanza, ed il popolo gli corrispose con una ammirazione che confinava con l'idolatria: ammirazione doverosa, perchè il Pitrè, figlio di sè stesso, cioè del suo vivido ingegno, della sua vasta dottrina e della sua instancabile operosità, autodidatta per eccellenza, seppe, in mezzo ad infinite difficoltà, guadagnarsi il titolo di sommo maestro fra i dotti mitologi e folkloristi d'Italia e di fuori.

La vita di Pitrè, mirabile esempio di tenacia, di perseveranza, sarà di grande ammaestramento ai giovani per la disciplina della loro volontà. — Egli, figlio di un marinaio, morto di febbre gialla in America, appena scoppiata la rivoluzione del 1860, si arruolò sul Washington, piroscalo della marina garibaldina. Sciolto l'esercito meridionale, si scrisse, come studente di medicina, nell'Università di Palermo e si diede, spinto da innato impulso, con predilezione, alla demopsicologia, nella quale compì un'opera originale, che ebbe, dopo alterne vicende ed amarezze, il plauso degli studiosi, il premio quinquennale di Brera per giudizio del Comparetti, del Villari, del Graf e del d'Ovidio, e l'ammirazione sincera di Gaston Paris, di Max Muller, di Marco Monnier, ecc., insigni studiosi del mondo civile.

Il Pitrè non fu solo un dotto, uno scrittore geniale, il creatore del folklorismo in Sicilia, ma altresì un cittadino esemplare che servì il paese con devozione ed affetto filiale, un virtuosissimo di nobili, squisiti sentimenti e di ineffabile dolcezza.

La purezza dell'animo suo traspariva dalla serenità del suo volto; la correttezza dei suoi atti dalla vita pubblica lunga e laboriosa. —

Patriota amò l'Italia con ardore ; figliuolo, amò la madre con tenerezza ; amico, fu l'ideale dell'amicizia ; padre tenerissimo, infelice, ebbe schianti ed angosce che abbreviarono la sua preziosa esistenza.

Addio, amico carissimo, tolto, come uno strappo, improvvisamente, al nostro affetto. Il paese, che ti fu sacro, gli amici che non obliano, la Società Siciliana per la Storia Patria, di cui fosti fondatore, preside e braccio validissimo ; la Reale Accademia di scienze, lettere ed arti, della quale assicurasti le sorti, elevandola alla pari delle più rinomate d'Italia, ti ricorderanno, o buono, con memore affetto, perennemente.

*
* *

Il 14 maggio 1916, l'Accademia, in adempimento della deliberazione del 10 aprile, commemorò solennemente, nella grande Aula Luigi Di Maggio della Società siciliana per la Storia Patria, il suo benemerito Presidente.

Alla presenza del Magistrato e del Corpo Accademico, del Prefetto della Provincia, del Sindaco di Palermo, del Comandante del XII Corpo d'Armata, del Presidente della Corte di Cassazione, del Presidente della Corte di Appello, del Procuratore Generale presso la medesima Corte, del Rettore della R. Università, di molti consiglieri provinciali e comunali e d'uno stuolo di studiosi e di cittadini, l'illustre prof. Giovanni Alfredo Cesareo pronunziò, per incarico del Magistrato della Reale Accademia e del Consiglio direttivo della Società siciliana per la Storia Patria, il magnifico ed applaudito discorso, pubblicato in questo volume.

Alla perdita gravissima del Pitrè aggiungiamo quella altrettanto dolorosa di G. B. Guccia, dei socii attivi Adolfo Venturi, Antonino Salinas, Luigi Siciliano Villanueva, Gioacchino Di Marzo e Salvatore Salomone - Marino.

*
* *

Giambattista Guccia dei marchesi di Ganzeria, nato il 21 ottobre 1855 in Palermo, morto il 29 ottobre 1914, fu insigne cultore delle scienze esatte — Allievo prediletto del Cremona, contribuì, col grande maestro, ad affermare la superiorità italiana nel campo della geometria, ch'egli trattò con eleganza, chiarezza e semplicità.

Nominato ordinario di geometria superiore nel nostro Ateneo, istituiti, sorretto dai beni di fortuna, il *Circolo matematico* di Palermo, floridissima associazione scientifica, composta di quasi mille socii di ogni nazione, il cui giornale, divenuto uno dei più accreditati presso i dotti, pubblica, con mirabile esattezza, la migliore produzione matematica contemporanea del mondo.

Nell'aprile 1914, trentesimo anniversario del *Circolo matematico*, alla cui floridezza ed esistenza provvide il Guccia munificamente nel suo testamento, i matematici di tutto il mondo offrirono solennemente al benemerito studioso una medaglia d'oro in attestato di gratitudine per una ammirabile istituzione che onora l'Italia, Palermo e la scienza.

*
* *

Il prof. Adolfo Venturi, nato a Firenze il 22 settembre 1852, morto a Palermo il 28 dicembre 1914, venuto fra noi nel 1888, vincitore del concorso alla cattedra di geodesia nella nostra R. Università; noto per aver guadagnato il Premio Reale in Astronomia della R. Accademia dei Lincei, godette qui meritamente la pubblica stima.

Fu per quattro anni Rettore amatissimo, attivo dell'Università di Palermo; preside della Facoltà di Scienze; membro dell'Accademia dei Lincei; Vice presidente della nostra Accademia; presidente della Società di Scienze Naturali ed Economiche; presidente della Giunta di Vigilanza del R. Istituto Tecnico; membro della Commissione conservatrice dei Monumenti; ecc. ecc.

Elettissimo ingegno, maestro amoroso, nobile d'animo e cortese di maniere, il Venturi, matematico, geodeta, astronomo, intento sempre alla sua duplice opera di scienziato e di educatore, rimarrà nella memoria di tutti coloro che lo ebbero a maestro ed amico, come una delle figure più elette, di cui si onori l'Italia accademica dell'ultimo trentennio.

Ed a lungo, molto a lungo, vivrà la sua poderosa opera scientifica, consistente in trentacinque importantissimi lavori di geodesia e di astronomia, rivendicanti alla patria nostra l'indipendenza del pensiero, l'acutezza del ragionamento, la profondità della ricerca paziente. Egli riposa, serenamente come visse, nel cimitero suburbano dei Cappuccini, all'ombra mite di quei cipressi, che spezzano, col verde cupo della loro chioma, la gloria fulgida degli aranceti in fiore.

Di Lui non potrebbe meglio dirsi che riportando la bellissima e-pigrafe dettata per la sua tomba da G. A. Cesareo :

« QUI TACE - NELLA QUIETE AUGUSTA DELLA MORTE - IL NOBILE CUORE - DI
 ADOLFO VENTURI - CHE FU ALTO MAESTRO - DI GEODESIA E MECCANICA
 CELESTE - NELL'UNIVERSITÀ DI PALERMO - E DAI COLLOQUI SUBLIMI -
 CON LA TERRA E CON GLI ASTRY - TOLSE A NORMA DELLA VITA O-
 PEROSA - LA LUCE - DEL VERO , DEL BELLO, DEL GIUSTO - CHE NON
 TRAMONTA ».

*
 * *

Antonino Salinas, nato nel 1841, morto nel 1914, ingegno eletto, ebbe sin dai primi anni a maestra la madre, Teresa Gargotta, donna esperta nelle arti, nelle scienze e nell'archeologia, ed a guida sapiente Giuseppe Romano e Gregorio Ugdulena, illustri termitani.

Nel 1858, appena diciassettenne, pubblicò tre piccole monografie : *Appendice alla memoria sulle monete punico - sicule dell'abate Ugdulena ed esame della stessa ; Su alcune monete di Mozia puniche ; Sopra di una moneta di Imera*, illustrata dal Prof. Gemmellaro Carlo.

Nel 1860, lasciato il Regio Archivio di Stato, ove era impiegato in seguito a concorso, seguì, col grado di sottotenente di artiglieria, Garibaldi in Sicilia e nel Napoletano. Cessata la campagna, tornò alle sue predilette occupazioni ed ottenne la pensione per il perfezionamento degli studi all'estero, onde dimorò alcuni anni in Grecia, in Germania, in Francia ed in Inghilterra.

Nel 1867 ebbe, a 26 anni, come ordinario, la cattedra di archeologia nella R. Università di Palermo, e nel 1873 la Direzione del Museo nazionale, a cui consacrò, per 40 anni, tutta la sua attività, trasformandolo in un istituto di primaria importanza scientifica.

Tutto assorto in un intenso lavoro intellettuale, arricchito da mezzo secolo di esperienza, di viaggi e di visite nei principali musei d'Europa, si occupò, con varia e salda dottrina, d'argomenti diversi, cioè delle monete antiche di Sicilia, dei monumenti sepolcrali scoperti nel 1863 in Atene, dei sigilli di creta rinvenuti a Selinunte, delle grondaie del tempio di Imera, del tipo delle teste muliebri nelle monete di Siracusa anteriori al IV secolo, di piombi antichi siciliani, della scoperta del nome fenicio di Erice, del tipo dei tetradrammi di Segesta e di alcune rappresentazioni numismatiche di Pane Agreo ; di Solunto, del castello di Vicari, delle nuove metope arcaiche selinuntine, di studii storici ed archeologici sulla Sicilia, assai apprezzati dai dotti, ecc.

L'opera scientifica del Salinas onora la Sicilia, alla quale l'incomparabile uomo consacrò tutto se stesso, memore, come scrive l'illustre prof. Columba, che la vita è sacra alla patria, alla scienza, al dovere.

*
* *

Luigi Siciliano Villanueva, nato in Palermo il 18 novembre 1869, morto a 46 anni il 5 febbraio 1916, professor ordinario di storia del diritto italiano nella nostra R. Università; colto, buono, coscenzioso, era un conoscitore profondo del diritto siculo.

Non ancora ventenne vinse il premio Di Giovanni, che si conferisce ai giovani che danno prova di singolare perizia nel greco, nel latino, nella storia sacra ed in quella antica e moderna della Sicilia. Lavoratore indefesso diè alla luce, in pochi anni, non meno di cinquanta pubblicazioni, di cui ricordiamo principalmente:

Studi intorno alla difesa, molto lodati da Francesco Schupfer; *Fonti delle consuetudini sicule*, nelle quali rafferma le sue idee rispetto all'importanza dell'elemento normanno nelle consuetudini della Sicilia; — *Sulla legislazione aragonese*, in cui determina il posto delle leggi di procedura penale in rapporto alle antiche leggi del Regno ed ai principali ordinamenti contemporanei. — *Sul diritto greco romano in Sicilia*, che testimonia la sua profonda conoscenza nel diritto bizantino; ed una serie di dotte investigazioni riguardo ai rapporti fra Stato e Chiesa nel campo giuridico, nel foro ecclesiastico, nelle cause civili dei chierici; sulle vicende relative alla giurisdizione arbitrare nelle cause dei laici e nelle nozze della vedova *intra tempus luctus* e il valore derogatorio del diritto canonico nella dottrina intermedia.

Il dotto studioso, che non ebbe mai posa, si accingeva ad una opera di grande importanza: *La storia della procedura in Italia*, quando morte crudele lo tolse quasi improvvisamente alla scienza ed alla famiglia, ch'egli amò con affetto intenso.

*
* *

Gioacchino Di Marzo, nato a Palermo nel 1839, morto il 4 aprile 1916, mente sagace, fu un vero erudito. Nel 1856, ancora diciassettenne, pubblicò, in due grossi volumi, il *Dizionario topografico di Vito Amico, tradotto ed annotato*.

Nel 1857 fu, in seguito a concorso, nominato custode della Biblioteca Comunale di Palermo, ove approfondì la sua varia e vasta coltura. Pochi anni dopo pubblicava due notevoli codici, uno: *La storia di Troia di anonimo siciliano* del secolo XIV, l'altro *Delle origini e vicende di Palermo di Pietro Ranzano*; lavori ch'ebbero il plauso di Michele Amari, Ministro allora della Pubblica Istruzione.

Nel 1875, primo centenario della Biblioteca Comunale, diè alle stampe il catalogo ragionato dei manoscritti ivi esistenti, e la *Biblioteca Storica e Letteraria di Sicilia*, ricca e voluminosa collezione, degno seguito a quella del Caruso e del Gregorio, che illustra in 28 volumi sulle notizie raccolte dal Pirri, dal Paruta, da Vincenzo Auria, dal Mongitore, dal Villabianca, ecc. la vita pubblica e privata, intellettuale e morale della Sicilia dal 1500 al 1700.

Il Di Marzo amò di affetto fervido l'importante Istituto alle sue indefesse cure affidato. Ne sono prova solenne l'ordinamento della collezione degli incunabuli e degli aldini, la raccolta di non poche edizioni siciliane del Quattrocento e del Cinquecento, l'ampia collezione di autografi d'illustri scrittori, ed un prezioso schedario, ricco di 150.000 schede, frutto di dieci anni di assiduo lavoro.

Tutto ciò non è che una parte dell'opera sua attivissima. Invaighito delle multiformi immagini della bellezza e della copia varia delle opere artistiche di quest'Isola, che vide ed ospitò nazioni di civiltà e cultura diversa, scrisse, giovanissimo, in quattro volumi, delle *Belle Arti in Sicilia dai Normanni alla fine del secolo XVI*, fondendo in una visione di bellezza, magnificando con entusiasmo, scaldato da un vivido affetto per l'isola natia, gli avanzi colossali di Selinunte, i tempj di Agrigento e di Segesta, i grandi teatri di Siracusa e di Taormina, i castelli arabi, i tempi normanni, i palazzi del rinascimento, le chiese barocche e le ville gaie del settecento, ecc.

Quest'opera giovanile, che è nonostante alcuni errori, una miniera di notizie, fu continuata con maggior rigore di metodo ed una scrupolosa esattezza scientifica in un poderoso lavoro: *I Gagini e la scultura in Sicilia nei secoli XV e XVI*, risultato di vent'anni di ricerche assidue, di studio amoroso, miniera inesauribile di notizie importantissime e di documenti numerosi, che mettono sotto una luce nuova il rinascimento dell'arte siciliana e gl'influssi di una schiera di artisti della penisola, rimasti sino allora ignoti.

L'opera sui Gagini trova la sua continuazione negli studi e documenti su Vincenzo da Pavia, su Filippo Paladino, Antonello da Messina, Pietro Ruzolone, sulla *Pittura in Palermo nel Rinascimento*

e nel volume intorno al pittore fiammingo Guglielmo Borremans, rimasto nel secolo XVIII circa trent'anni in Sicilia, nel quale mette in evidenza i rapporti tra la Sicilia ed i Paesi Bassi nella pittura.

Gioacchino Di Marzo, Protonotaro Apostolico, Ciantro e Parroco della Cappella Palatina, Delegato alla Cappellania Maggiore del Re in Sicilia, Prelato domestico di S. S. e Conte Palatino, Grande Ufficiale dell'Ordine della Corona d'Italia, è un figlio benemerito della Sicilia, che lo ricorderà con memore affetto

*
* *

Salvatore Salomone Marino, medico insigne, nato l'8 febbraio 1847 a Borgetto, morto il 10 marzo 1916 in Palermo, occupa un posto notevole fra gli studiosi della storia e delle tradizioni popolari della Sicilia.

A vent'anni pubblicò, in aggiunta a quella del Vigo, un opuscolo di *Canti popolari siciliani, raccolti ed annotati* ed una serie preziosa di studi storici, letterari e folkloristici, fra cui ricordiamo: *Costumi ed usanze dei contadini in Sicilia*; *Storie popolari in poesie siciliane riprodotte dalle stampe dei secoli XVI, XVII e XVIII*; *La tradizione degli Aleramici presso il popolo di Sicilia*; *Documenti inediti relativi ad artisti siciliani dei secoli XVI e XVII*; *La rivoluzione francese del 1789 nei canti del popolo siciliano*; *Un processo di stregoneria nel 1623 in Sicilia*; *La Congregazione dei Cavalieri d'armi e le pubbliche giostre in Palermo nel secolo XVI e l'Accademia siciliana di Palermo (1790 - 1818)*.

Fu argomento prediletto del Salomone - Marino un tragico e fosco dramma su cui s'indugiò non poco durante la sua vita di studioso. Nel 1873 pubblicò la *Baronessa di Carini, leggenda storica popolare del secolo XVI in poesia siciliana con discorso e note*: lavoro accresciuto e corretto, poco dopo, in una seconda edizione molto lodata da Alessandro d'Ancona nella *Nuova Antologia*, ed in una terza del 1914, reintegrata nel testo e illustrata con documenti.

Il Salomone - Marino si occupò inoltre per trent'anni delle guerre contro gl'infedeli nel secolo XVI, che riassunse in due erudite letture del dicembre 1911 e del gennaio 1912 presso la *Società siciliana per la Storia Patria*, mettendo in rilievo, con documenti nuovi, l'opera efficacissima apprestata dai capitani, dai soldati, dai marinai e dai Bonavoglia delle galere siciliane nella memoranda battaglia di Lepanto.

Il Salomone - Marino, degno di migliore fortuna, lascia durevole

ricordo nella nostra Accademia, di cui fu solerte ed autorevole segretario, e nella Società Siciliana per la Storia Patria, nella quale fu, per oltre trent'anni, uno dei più assidui e dotti collaboratori.

*
* *

A riparo delle sudette perdite, l'Accademia nominava:

Presidente: il Prof. Vincenzo Cervello, ordinario di farmacologia sperimentale e tossicologia e Direttore dell'Istituto di Materia medica, membro del Consiglio Superiore della Pubblica Istruzione;

Vice Presidenti: i Prof.ri Giovanni Alfredo Cesareo e Salvatore Riccobono;

Segretario della Classe di lettere e belle arti: il dott. Giuseppe Travalì;

Soci attivi: i Prof.ri Giuseppe Bagnera, Carmelo Lazzaro, Giovanni Colozza e il Dott. Giuseppe La Mantia;

Soci collaboratori: il Dottor Giuseppe Amato ed i professori Cosmo Guastella, Giuseppe Messina, Andrea Giardina, Francesco Spallitta, Gaetano Lodato, Giuseppe Pagano, Costantino Bresciani Turroni, Fabrizio Natoli e Antonio Ugo;

Soci corrispondenti: i Prof.ri Paolo Orsi, Mario Orso Corbino, Michele Cantone, Giovanni Verga, Ettore Pais ed Eugenio Casanova;

Soci emeriti: Di Maria Alleri Tommaso Marchese di Monterosato, il Canonico Salvatore Di Pietro ed i Professori Francesco Caldarrera ed Ugo Antonio Amico.

*
* *

Non ostante la guerra, l'Accademia non ha interrotto i suoi lavori. Il 25 ottobre 1914 il professore Pipitone Federico, comunicava una serie di documenti tratti dai registri dell'Archivio generale del Comune di Palermo, relativi alla guerra tra Luigi XII re di Francia e Ferdinando il Cattolico re di Spagna, combattuta nel Regno di Napoli in seguito al trattato di Granata — I documenti, abbastanza numerosi, contengono particolari nuovi e interessanti intorno a quella guerra.

Il 22 dello stesso anno il compianto presidente prof. Giuseppe Pitrè commemorava i senatori Finali ed Ancona, rilevandone gli alti meriti, ed il prof. Giovanni Alfredo Cesareo si occupava, per oltre un'ora, della *Filosofia del linguaggio*; studio interessantissimo, che trovasi pubblicato in questo volume.

*
* *

Il 20 febbraio 1915 il prof. marchese Giacomo De Gregorio faceva una dotta comunicazione sulla riforma ortografica dell'inglese, del francese e dell'italiano, accennando, per l'inglese, alle proposte di Teodoro Roosevelt, continuate dal *Comitee of simplified spelling* e dall'Associazione americana per le lingue moderne — Riferiva, rispetto al francese, i punti d'innovazione semplificati da Antoine Thomas e le osservazioni contrarie dell'Accademia francese. Annunziava infine che le riforme della scrittura nostra, proposte dalla *Società ortografica italiana* nel 1910, consistono nell'abolizione dei segni *h*, *j* e *q* nell'uso di *gl* invece di *gli* e di *sc* invece di *sci*, di *k* per la gutturale sorda, invece di *ch* e di un segno speciale per la sonora, invece di *gh*. Conchiudeva facendo la proposta di un segno speciale pel gruppo *ghi* ed un altro pel gruppo *gm*, e di non ammettere che provvisoriamente le palatine sieno trascritte in *ci* e *gi*, escludendo da ora l'*i* ortografico.

*
* *

Nella stessa tornata il prof. Carlo Garufi presentava un lavoro del prof. Ettore Gabrici, direttore del nostro Museo Nazionale, dal titolo l'*Efebo* del Municipio di Palermo, nel quale l'autore studia, con singolare competenza, una statua di marmo di antico scarpello, conservata nel nostro Palazzo comunale, di cui l'Houel, dopo lo schizzo inesatto del Torremuzza, diede una discreta riproduzione; ricerca con minuta analisi i caratteri stilistici di questo marmo, proveniente da Solunto o da antica villa palermitana; fissa il tipo di Efebo nell'arte policletea, tanto nel cosiddetto *Idolino* che nei due del Louvre e nell'altro del Vaticano; esamina l'opinione dello Hauser; crede la nostra statua non attribuibile, per lo stile, ad un maestro determinato, e conchiude dimostrando ch'essa rappresenta un Efebo vincitore, coronato, il cui motivo deriva da originali del secolo IV; ma che fu elaborato in un ambiente artistico anteriore alla prima metà dello stesso secolo.

*
* *

La nostra Accademia, dopo il decreto reale del 4 dicembre 1913, che la pareggia, per le precedenze in Corte, alle Regie Accademie di scienze di Torino e di Napoli, dell'Istituto Lombardo, dell'Istituto

Veneto, della Società scientifica dei XL e dell'Accademia della Crusca; dopo il responso della Cassazione di Roma, relativo alla *Fondazione Sensales*, ha iniziato un periodo nuovo di lavoro fecondo. — Corrisponde oggi attivamente con oltre duecento istituti scientifici nazionali ed esteri; si associa, con vivo interesse, al lavoro assiduo degli Istituti scientifici, veri laboratori della cultura internazionale, è non oblia le glorie patrie, testimonianza dell'opera ammiranda degli assertori del nostro riscatto.

Il Magistrato, mosso d'alto sentimento patriottico, deliberava il 14 novembre 1916 di inaugurare i lavori dell'accademia il 12 gennaio di ogni anno; data storica che riapre, dopo i falliti tentativi del 1820 e del 1821, nel 1848 il ciclo dei contra stipolitici, che diedero l'indipendenza e l'unità all'Italia, e non è, come opinano gli ignari della nostra storia, un semplice moto separatista; non è uno sciupio di energie popolari in tentativi fallaci, come afferma il Taine; non è moto generoso di isolani impazienti di sottrarsi al dominio della corte napoletana, come afferma il Guizot; non è il semplice desiderio della separazione della Sicilia dal Regno di Napoli, come scrive il Carlyle; ma il risultato di lunghe aspirazioni; un passo avanti irrevocabile nel fatale processo di liberazione e di unificazione della patria italiana, il primo anello di quell'aurea catena che doveva avvincere in una suprema aspirazione, in una nobile colleganza, santificata da comuni sciagure, le genti tutte della nazione; concetto puro, santo, naturale, che sorrideva fra gli esuli e gli oppressi come una segreta musica di anime, come un raggio di speranza che mandava il cielo d'Italia.

ALFONSO SANSONE







GIUSEPPE PITRÈ

E LA

LETTERATURA DEL POPOLO

DISCORSO

DI

G. A. CESAREO



Ciò ch'io provo, signori, rammemorando GIUSEPPE PITRÈ, è pensosa mestizia; non opaco dolore; come d'un assente, non come d'un morto. In fatti è un'illusione volgare che certi uomini muoiano, quelli appunto o che rinnovaron le sorti del loro paese, o che dischiusero varehi intentati al pensiero sitibondo di verità, o che ristorarono le dolenti pupille de' loro simili con l'aurora improvvisa d'una fresca bellezza. Muore la folla, o signori: i sofi, i poeti, gli eroi, i grandi costruttori non muoiono. Perisce, sì, la loro forma apparente e caduca: lo spirito vive; vive accanto a noi, dentro noi, dopo noi; vive nelle loro azioni e ne' loro libri, perennemente rievocato e riaccolto dagl'infiniti spiriti nuovi che gli s'accostano, che lo chiamano interrogandolo, che si ritrovano in lui, che lo ritrovano in sè.

Certo, se la nostra materia sensibile e sentimentale, che pure ha suoi bisogni e li vuol soddisfatti, si volge alla sembianza, omai dileguata, del soave maestro che amammo, un'acerba punta di desiderio ci trapassa il cuore: desiderio di quella sua cara immagine sorridente ed arguta; desiderio di quella sua voce conciliante e modesta, ch'era sempre conforto agli afflitti, incitamento paterno ai neghittosi, lode festosa alle fatiche utili e probe, rimbrotto accorato a' nemici della giustizia; desiderio di quella mano pura e operosa, che pareva co-

municare anche altrui la fermezza del bene; desiderio di quella bella canizie, che ispirava l'affetto prima della reverenza, ed era come il segno involontario d'una superiorità ch'egli si sforzava invano di dissimulare. Ma non per codesto egli è morto: la sua ricca e vigilante dottrina è sempre la cattedra austera ond'egli ci parla, discute, insinua le sue ragioni, suggerisce nuove indagini, ci aiuta a proseguire il dissodamento del campo ch'egli insolcò per il primo con braccio saldo e vomere aguzzo. Il suo mite e nobile cuore di padre, di cittadino, d'amico batte ancora nel suo carteggio, che gli studiosi palermitani hanno il sacro dovere di raunare: e sarà il più degno ossequio alla memoria di GIUSEPPE PITRÈ, mentre da quello si potrà ricavar la materia per una biografia, onde il nostro insigne concittadino si levi tutto qual era, semplice e acuto, dotto e remissivo, probo e indulgente, verecondo e benefico. Finchè durerà la generazione che lo conobbe, il suo dolce spirito ammonitore sarà fra noi, parteciperà alle nostre letizie e a' nostri lutti, accompagnerà i nostri studii, ritornerà a interrogare le vie, le piazze, i giardini, i monumenti di questa città ch'egli amò sopra ogni cosa; quando anche la nostra apparenza corporea si sarà sottratta agli occhi de' sopraggiunti, quel suo spirito indagatore sarà ancora qui sorridente e modesto, con gli altri spiriti degni che recheranno alle future generazioni il patrimonio ideale di questo secolo nostro così vario, tormentato, perplesso; la tradizione d'arte e di pensiero, di virtù seria e operosa di questa nuova Sicilia italiana, che i nostri figliuoli, a loro volta, s'ingegneranno di rendere più lieta, più gentile e più gloriosa.

I.

La coltura del popolo o demopsicologia o, con voce inglese, *folklore*, è una nuova scienza fondata, si può dire, in Italia, da GIUSEPPE PITRÈ. Accenni e presagi di questa scienza balenarono, com'è naturale, anche prima di lui, fin da' tempi remoti. Saffo, Teocrito, qualche poeta della scuola alessandrina hanno elaborazioni di motivi popolareschi; Ateneo testimonia a' suoi tempi il canto dell'alba; canti e credenze di popolo son ricordati da Orazio, da' comici latini, da Suetonio, da Petronio Arbitro; su motivi popolareschi fu costrutta una parte della più antica poesia di Francia, di Provenza, d'Italia, di Portogallo, di Germania. I nostri vecchi menanti de' secoli XIII e XIV

già cominciano a raccattare canti di popolo, mentre i nostri vecchi cronisti accennano spesso a usi, costumi, superstizioni e proverbi del popolo. Ma il movimento di pensiero che si rivolse, con meditata serietà di propositi, allo studio della coscienza popolare, fu il romanticismo. Goffredo Herder, considerando la poesia quasi un dono dell'umanità e dei popoli, « eine Weltgabe und Völkergabe »; celebrando la letteratura de' selvaggi, perchè « quanto un popolo è più selvaggio, cioè pronto ed attivo, tanto più i suoi canti saranno freschi, liberi, pieni d'affetto, lirici e drammatici insieme »; raccogliendo le *Voci de' popoli*, che sono il primo saggio ordinato di poesia popolare, aprì alla demopsicologia le vie della scienza. Qui da noi Giovanni Berchet, divulgatore e seguace in parte delle idee del Herder, anche tradusse vecchie romanze popolari spagnuole: e di lì a poco il Giannini, il Visconti, il Carrer adunarono canti popolari di Toscana, di Marittima e Campagna, di Venezia; il Tommaseo diede in luce quattro volumi di canti toscani, còrsi, illirici, greci; il Marcoaldi de' canti dell'Italia settentrionale e centrale; il Nigra quelli del Piemonte, e così via seguitando.

Il primo raccoglitore di canti popolari siciliani fu Lionardo Vigo, a cui tenne dietro Salvatore Salomone Marino. Appunto dopo costoro, GIUSEPPE PITRÈ iniziò, co' *Canti popolari siciliani*, la sua « Biblioteca delle tradizioni popolari siciliane » e i suoi studi di demopsicologia.

Ma s'avverte subito la differenza. Que' primi raccoglitori italiani e stranieri non s'erano proposto altro fine che estetico: ciascuno in somma voleva dimostrare che anche il suo popolo era stato capace di produrre poesia nuova ed alata, anzi, secondo l'idea un po' ingenua del tempo, poesia di gran lunga superiore a quella de' letterati. Il PITRÈ, per il primo, avvertì la vera importanza di quegli studi, intese che non bisognava fermarsi su la sola poesia, concepì la demopsicologia, non più come diletterismo estetico, ma come scienza.

Che cosa è, in fondo, la demopsicologia? È una storia minore, una storia rimasta nell'ombra fino a' nostri giorni, la storia degli umili, degl'ignari, de' dimenticati, dei senza nome, la storia degli agricoltori, de' pastori, degli operai, delle femminette e de' fanciulli, la storia del vero popolo: storia politica, storia letteraria, storia naturale, storia religiosa, storia de' costumi. Questa storia minore è sempre esistita accanto alla storia maggiore; ma nessuno l'aveva degnata mai d'uno sguardo di considerazione. Scienza parve soltanto la storia de' grandi fatti, delle purpuree battaglie, degli eroi vinti o vittoriosi;

arte fu tenuta soltanto quella de' poeti laureati, de' creatori solitarii e rappresentativi. Anche nel mondo della coltura fermentava dunque segreta una lotta di classe: il popolo, l'eterno diseredato, si lasciava prendere da' signori dell'intelligenza i germi fecondi dell'anima sua, i suoi temi lirici, le sue invenzioni narrative, le sue aspirazioni e le sue rivolte, i suoi miti, i suoi proverbii, le sue salutari esperienze dell'erbe e dell'acque, le sue tradizioni d'ogni maniera: l'aristocrazia e la borghesia della coltura ne ricavavano la loro storia, la loro poesia, la loro morale, la loro religione, la loro scienza, e non pregiavan che quelle, e sorridevano con superiore disdegno dell'umile roccia a cui pur avevano attinto, se non altro, la vena della loro ispirazione. Ma come la rivolta economica, e quasi allo stesso tempo, scoppiò la rivolta intellettuale: cosciente della sua forza viva, il popolo chiese il riconoscimento de' proprii diritti: accanto alla storia maggiore delle classi dominatrici, egli affermò la sua storia minore; protestò che la coscienza dell'umanità non è solo quella degli uomini rappresentativi, che la fantasia dell'umanità non è solo quella de' poeti chiarissimi, che l'azione dell'umanità non è solo quella de' generali e degli statisti. Così nacque la demopsicologia, ch'è il socialismo della coltura: GIUSEPPE PITRÈ ne fu l'apostolo cauto ed ardente ad un tempo, il più valoroso in Italia, fra i più segnalati e ammirati in Europa e nel mondo.

Assodato che la demopsicologia non è se non una storia minore, storia modesta, rudimentale e collettiva, ma storia, il PITRÈ s'avvide subito che, per utilizzarla a' fini della scienza, occorreva sottoporla al rigoroso trattamento a cui è fatta segno la storia maggiore, e quindi darle anche un metodo. Fu egli il primo che, raccogliendo canti e novelle, fiabe e indovinelli, usi e proverbii, badasse innanzi tutto a non lasciarsi ingannare, come accadde a molti raccoglitori prima di lui, da qualche cantastorie popolaresco o da qualche letterato burlone, che gli gabellassero per produzione di popolo le loro esercitazioni individuali; poi anche a sceverare, nella stessa letteratura di popolo, ciò ch'è veramente popolare da ciò che, com'egli argutamente diceva, puzza d'inchiostro, contaminazioni popolari di motivi semidotti; infine a riprodurre, con fedeltà la più scrupolosa, i suoni, le forme, persino le lacune e gli errori di ciascun documento. «Se i testi fossero stati alterati, ammonisce il PITRÈ con probità scientifica che in lui non fu minore della probità civile, non avrebbero l'importanza che si attribuisce ad essi nella forma originale con cui si presentano. Nessuno

de' miei amici » coloro che raccoglievan per lui « si è permesso mai una interpolazione, un ritocco qualunque; se ciò mi riuscì di scoprire in principio della raccolta, in novelle non sapute letteralmente trascrivere da poco esperte persone, io fui sollecito di mettere da parte i mss. e di persuadere i raccoglitori che la importanza di queste tradizioni cresce in ragione contraria agli intendimenti comuni; che dove l'arte dell'uomo di lettere entra, o per modificare un periodo, o per togliere una ripetizione, o per ricondurre a suo luogo una circostanza, la scienza perde il frutto che s'impromette. Quanto a me, è ben noto che io ho colto quasi a volo la parola del mio narratore, e quale è uscita dalle sue labbra tale la ho, per così esprimermi, stenografata; chi mi è stato testimonio in questa improba fatica, può farne sicurtà». Con tali propositi egli anche fondò, insieme col Salomone Marino, l'*Archivio delle tradizioni popolari*, dove chiamò i più egregi studiosi d'Italia a istituire raffronti istruttivi fra le tradizioni siciliane e quelle delle altre regioni, di guisa che le une e le altre a vicenda s'illuminassero e si completassero.

In questa guisa, oltre il servizio generale ch'egli rendeva alla sua scienza, offrendo un materiale sicuro e sincero, già prima saggiato da lui con intelletto guardingo, che affidasse gli studiosi futuri, un particolare servizio rendeva alla linguistica siciliana. Su i volumi di quella *Biblioteca* si potrebbe (e l'esempio ch'egli ne diede in principio delle *Fiabe, novelle e racconti* non è stato più seguito da alcuno) ricostituire la fonetica e la morfologia di quasi ciascun paese dell'isola nostra, e poco meno che interamente la grammatica e il dizionario del volgare siciliano, il quale ha tanto maggiore importanza perchè fu, come tutti riconoscono omai, la prima lingua letteraria della nazione. Egli, in oltre, avvisando l'importanza delle varianti, le quali giovano insieme a ristabilire il senso originario del documento, la sua sincerità, i suoi continui passaggi da un paese all'altro, ne accumulò e confrontò quante più ne potè, disgombrando in tal guisa il terreno a nuove ricerche e a risultati sempre più rilevanti. Così, per un esempio, fu solo dopo la pubblicazione de' *Canti popolari siciliani* che Alessandro D'Ancona potè accingersi al suo bel lavoro su *La poesia popolare italiana*, per rivelare che quasi tutta la lirica popolare del continente italiano non è se non importata, fra il Duecento e il Trecento, dalla Sicilia, e Costantino Nigra riuscì a dimostrare, in un suo scritto famoso, la differenza etnica fra la poesia popolare del Piemonte tutta epica, secondo l'inclinazione avventurosa e severa del genio

celtico, e quella della Sicilia, tutta lirica, secondo il gusto improvviso, espansivo e sensuale della razza indigena nostra. Così anche l'attento esame degli strambotti popolari siciliani indusse il sospetto, confortato poi da altre testimonianze, che alcuni di questi avessero a riportarsi, almeno nella loro ossatura, al tempo de' due Guglielmi, di Federigo II, di Manfredi, e che quindi una poesia popolare siciliana fiorisse in Sicilia avanti e accanto a quella cortigiana di Giacomo di Lentino e di Guido delle Colonne: donde anche poi risultò l'origine del sonetto il quale, adoperato per la prima volta dal nostro Notaro, non è già, come altri s'indusse a credere, la stanza frammentaria d'una canzone, ma la sovrapposizione e poi la fusione di due strambotti siciliani, d'otto versi e di sei.

Ma chi oserebbe prevedere a quante indagini nuove potrà essere nel tempo stesso incitamento ed aiuto la sola raccolta de' *Canti popolari siciliani*? Perchè, mettiamo, unicamente in Sicilia l'endecasillabo è il metro più antico e più popolare, mentre nella poesia lirica primitiva degli altri paesi romani è quasi sempre un succedaneo del tetrametro giambico e del tetrametro trocaico latino, il settenario o l'ottonario? E qual è dunque l'antecedente medievale latino dell'endecasillabo, su cui tanto s'è disputato? Onde avviene, poniamo, che mentre la poesia siciliana non ha quasi mai una sua fisionomia epica, come la piemontese, la francese e la spagnuola, alcuni vecchi strambotti appaiono manifestamente schegge superstiti di canti epici? A che cosa va riportata la sorprendente concordanza di certe abitudini della poesia elegante di Provenza con quella popolare di Sicilia, per un esempio della *rima capcaudada* con la *rima ncruccata*? a un remoto contatto fra le due poesie, al caso, a un'origine comune? E potrei seguir per un pezzo, se non fossi certo oramai che avranno tutti compreso quale fecondo repertorio di successive ricerche è l'opera ricca, paziente e oculata onde GIUSEPPE PITRÈ, salutato con gioia da uomini come il Cantù, il D'Ancona, Gaston Paris, il Puymaigre, il Milà y Fontanals, Adolfo Tobler, iniziò la sua severa esplorazione dell'anima e della coltura popolare in Sicilia.

II.

« . . . Gli storici anche addottrinati, ammonì il sottile intelletto di Giambattista Vico, devono narrare le tradizioni volgari de' popoli,

de' quali scrivono le storie», perchè, aggiunge più oltre; «devono le favole unicamente contenere narrazioni storiche degli antichissimi costumi, ordini, leggi, delle prime gentili nazioni». Appunto questa originale intuizione ispirò la raccolta di fiabe, *Märchen*, de' fratelli Giacomo e Guglielmo Grimm in Germania, a cui poi altre ne succedettero anche in Francia, nell'Inghilterra, nella Spagna, in Boemia, in Russia, in quasi tutti i paesi d'Europa. In Italia, avanti il PITRÈ solo tre o quattro scrittori s'eran dati a stampar fiabe, ma solo per passatempo, senza alcun metodo, fuori a ogni criterio di scienza. La raccolta di GIUSEPPE PITRÈ, in quattro cospicui volumi, preceduta da una dotta prefazione ove sono agitati tutti i varii e importanti problemi circa la favole, è uno de' più abbondanti tesori di novellistica popolare che siano mai stati offerti alla meditazione degli eruditi.

Al tempo in cui cade quella pubblicazione, prevaleva l'opinione del Benfey e del Müller, che tali tradizioni rifrangessero tutte, come gli stessi linguaggi indoeuropei, de' miti iniziali della gente arya: *nomina*, *numina*. Ma, anche prima che il Bédier riducesse a proporzioni modeste tale pretesa, aveva opposto saviamente il PITRÈ: «Un portato indigeno particolare bisogna ammetterlo, se non si vuol cadere nella esagerazione di un sistema che condannasi in altri. E con questo deve anche ammettersi che delle tradizioni analoghe, consimili, in tutta Europa esistano, le quali nacquerò in più luoghi quasi ad un tempo od in tempi differenti: ignote l'una all'altra». Qui lo studioso siciliano intravedeva due nuove possibilità, che affaticano ancor oggi i ricercatori più circospetti, la partecipazione di più razze primordiali alla formazione de' miti, e la poligenesi. Se, come apparisce da' risultati della moderna antropologia, il continente europeo è diviso etnograficamente fra due stirpi preistoriche, la mediterranea, ch'è quella autoctona, e l'arya ch'è quella straniera e conquistatrice, perchè le tradizioni andrebbero tutte riportate a quest'ultima, e la stirpe autoctona non avrebbe serbato alcuna traccia delle sue? Segnatamente poi in que' paesi, come a punto la Sicilia, dove l'invasione arya non giunse, o giunse languida, tarda, per vie traverse? «Le forme delle teste neolitiche della Sicilia, attesta il Sergi, si scambiano con quelle de' Siciliani viventi». Dunque la razza è ancor quella: anche s'intende che l'isola nostra, gittata com'è, a guisa d'un ponte, fra l'Oriente e l'Europa, abbia accolto e trasmesso al continente settentrionale miti e leggende non solo dell'India, ma della Persia, della Fenicia, della Grecia e dell'Arabia: con tutto questo,

come avrebbe rinunciato affatto alla sua vita ideale originaria, a quelle favole prime onde l'anima d'un popolo è radicata, per così dire, alla terra ove nacque e ove per la prima volta i suoi chiari occhi attoniti rispecchiarono la meraviglia della natura circostante? Ecco, o signori, una delle tante magnifiche investigazioni a cui può dar luogo il prezioso materiale con tanta diligenza raunato dal nostro PITRÈ: chi sa che non venga il giorno in cui si riesca finalmente a discernervi le prime testimonianze della nostra vita spirituale, i primi vagiti della nostra ansietà davanti il mistero dell'universo?

Oggi anche s'affaccia, circa la concordanza di tali tradizioni presso popoli i più lontani e i più estranei fra loro, il sospetto della poligenesi. « È sommamente improbabile, avvertì primo il Darwin, che queste pratiche, che sono seguite da tante nazioni distinte, siano dovute alla tradizione di qualche sorgente comune. Indicano piuttosto la somiglianza intima della mente dell'uomo, a qualunque razza appartenga, nello stesso modo come gli usi quasi universali del ballare, del travestimento e del far rozze pitture ». Lo studioso di novellistica popolare rimane imbarazzato e stupito osservando che una stessa favola è narrata, spesso co' medesimi particolari, così fra il popolo di Sicilia come fra quello della Cina, così nella steppa siberiana come sotto la tenda beduina, così nel cuore dell'Asia come a' confini dell'Islanda. D'una di tali leggende lo stesso PITRÈ volle indagare le ramificazioni e l'origine: è l'avventura di Cola Pesce. Il demopsicologo nostro la ritrova, oltre che in Sicilia, in Bretagna, nella penisola iberica, in Norvegia, poi ricordata in una poesia provenzale del secolo XII, in due antiche cronache inglesi, in quella italiana di Salimbene, in altri libri posteriori italiani e stranieri, specialmente tedeschi; poi rielaborata da poeti grandi e piccoli d'ogni paese. A questo punto, con un ardito ravvicinamento della leggenda di Cola Pesce a quella di San Nicola protettore de' naviganti, e poi d'entrambe al mito tedesco di Wotan da una parte e a quello greco di Nettuno dall'altra; appoggiandosi alla tradizione greca d'oggi, in cui San Nicola è salutato *ὁ Ποσειδῶν Χριστιανῶν*; richiamando il mito d'Orione, a cui Nettuno suo padre avrebbe concesso il privilegio d'andare a piedi asciutti su i mari e che avrebbe assistito e partecipato, secondo Diodoro, alla costruzione di Zancle, l'odierna Messina, conchiude in somma che la favola di Cola Pesce va riportata a quel gruppo di miti marini nella Sicilia greca, a cui pure aderiscono i miti di Scilla e Cariddi, di Glauco, delle Sirene. È certo una ricostruzione elegante,

e non più ardita che altre parecchie su lo stesso stampo del Liebrecht, del Köhler, di Max Müller. Ma lo spirito umano è, in fin de' conti, lo stesso sempre e dovunque; nè forse è necessario pensare a un ceppo primitivo comune per rendersi conto di quelle immaginazioni di giganti, di fate o di streghe, di uccelli che parlano, di uomini straordinariamente sciocchi o astuti, e così via seguitando, che sono gli elementi costitutivi delle favole d'ogni paese. Ce n'ha di certo che saranno variazioni, filiazioni, contaminazioni d'un mito comune; ma anche ce n'ha che saranno germinati spontaneamente presso ogni popolo, senza alcuna dipendenza fra loro, simili solo per la concordanza originaria dello spirito umano.

Ma anche a un altro lato importante della novellistica siciliana ebbe l'occhio curioso il nostro raccoglitore; a quello, intendo, ove il popolo narra e tramanda, a modo suo, la storia politica. Il popolo ricorda Mamuka e la dominazione araba; il conte Ruggiero, Guglielmo il malo e i Normanni; l'imperatore Federigo e gli Svevi; i Vespri siciliani, giù giù sino a Ferdinando II il Cattolico, a Carlo V, ai Borboni. Or quella del popolo non è la storia de' grandi fatti, è la storia de' casi fuggitivi e malcerti; non è il documento, è l'aneddoto; non si cura della precisione e nè anco della verità scrupolosa, ma dà l'impressione collettiva sul tal uomo o sul tale avvenimento; è una storia segreta, meno illustre di certo, ma talora più significativa della vera storia. «Non si può dare tradizione, quantunque favolosa, che non abbia da prima avuto alcun motivo di vero» anche suggerì saviamente il Vico; e ciò è dimostrato da quelle rare leggende per cui la storia maggiore ci porge qualche rincalzo. Così non senza motivo la tradizione popolare evoca sempre in una triste nebbia di sangue la figura di Federigo II, pur tanto adulata dal pennello compiacente degli storici di professione. In fatti, se il secondo Svevo fu un principe prode e sagace, se promosse ogni sorta di coltura nel regno, se fu tenace nemico alla curia di Roma, dovette anche essere uomo rotto a ogni vizio, libidinoso, crudele. Tenea de' veri serragli di femmine, alla guisa de' califfi, con *garciae* ed *ancillae*, ebbe non si sa quante mogli e quanti figliuoli naturali, si vendicò con fredda ferocia de' baroni congiurati a' suoi danni nel 1246, trattò a quel modo che tutti sanno Pier della Vigna. Nè va, credo io, tenuta in dispregio la tradizione costante su Giovanni da Procida, la cui moglie o figliuola sarebbe stata sedotta da un capitano francese, mentre pur da' documenti si può imparare, che fuggito e spogliato di tutti i suoi

beni Giovanni, la moglie di lui Landolfina fu trattata co' più premurosi riguardi dal governo di Carlo d' Angiò. C'è delle minuzie che la storia maggiore non degna raccogliere e che pur dànno un più preciso rilievo al profilo morale d' un eroe: li raccoglie la tradizione, e allora la storia s'affretta a buttarle in un canto come menzogne. Ma la tradizione non è altro, in fondo, che la testimonianza collettiva d' un popolo: o perchè dunque la voce di tutto un popolo non avrebbe a esser tenuta a calcolo almeno da quanto quella d' un solo cronista, sgrammaticato e parziale il più delle volte? Verrà tempo forse che alle tradizioni popolari sarà resa giustizia, e andranno considerate alla pari degli altri fonti della storia, segnatamente rispetto alla psicologia delle persone storiche: allora crescerà la gratitudine all' uomo che tali tradizioni ci avrà custodite, e si scorgerà quanta luce di vero si celasse negl' ingenui e informi racconti ch' egli raunò, paziente e geloso, per la maggior gloria dell' isola nostra.

III.

L'amore del PITRÈ per questa sua isola appassionata e profonda, se ferve represso sotto la fredda corteccia scientifica de' canti popolari e delle novelle e leggende, dà guizzi e vampate frequenti in tutti gli altri volumi, quelli de' *Proverbi siciliani*, quelli degli *Usi e costumi*, segnatamente nell'ultimo su *La casa, la famiglia, la vita del popolo siciliano*, ov' egli, ritraendo i sentimenti, i bisogni, la coscienza morale, l'anima stessa della sua gente, è costretto a giudicarla, a paragonarla con quella d'altre genti tenute per più savie e civili, a difenderla da accuse eccessive o immeritate, a esaltarla con tenerezza sdegnosa. Nulla è più commovente dello spettacolo di questo vecchio il quale, trascurato e quasi spregiato per anni e anni dagli stessi concittadini, sèguita a tenersi abbracciato alla sua terra con un affetto prepotente, irrequieto, quasi cruccioso; non si sazia di scrutarla e ammirarla; non sopporta che altri gliela calunnii; s'insospettisce persino dell'amore altrui. Il PITRÈ era nato dal popolo e custodiva dentro di sè, con disciplina tenace, i gusti, gli impulsi, le tendenze, l'anima chiara ed onesta del popolo. Amò, sì, certo, l'Italia; ma adorò la Sicilia e idolatrava Palermo, la città dov'era nato. Palermo era per lui, come per Federigo II, la più bella città della terra. Fino a pochi anni or sono, egli non era uscito mai di Sicilia: si recò a Roma nella

vecchiezza, una mezza dozzina di volte, ora per tutelar gl'interessi dell'Accademia Reale palermitana, di cui era presidente, ora per partecipare a' lavori della Commissione per la storia del Risorgimento, l'ultima volta per prestare giuramento in Senato. Il più dolce, il più ricco, il più vario, il più armonioso idioma del mondo era per lui il siciliano, e nessun poeta di certo aveva egli letto e studiato più di Giovanni Meli. Così egli, interpretando con miglior senso filosofico e storico d'Alessandro Manzoni la formazione della lingua nazionale, lodava quegli scrittori i quali, come il nostro glorioso Giovanni Verga, avean cercato d'introdurvi parole, locuzioni ed immagini che, corrispondendo a sensazioni e stati d'animo proprii della Sicilia, non posson trovare esatta corrispondenza nè nella tradizione letteraria, nè nel dialetto fiorentino o toscano. Conosceva Palermo come nessun altro la conosce nè la conoscerà mai: quando un forastiero il più curioso e il più dotto era venuto qui e, dopo aver bighellonato tutto un mese con la guida in mano, avea contemplato i palazzi normanni, le cappelle settecentesche, i parchi, le fontane, i monumenti, i musei, ogni vicolo e ogni buco, e si figurava d'aver visto tutto e tutto esplorato, il buon PITRÈ gli si piantava davanti, gli ammiccava con occhi brillantini, diffusa la barba breve ed irsuta d'indulgente malizia, lo prendea sotto braccio e lo trascinava con sè. S'andava in un chiassuolo deserto, tra festoni di stracci bianchi, verdi, turchini, tesi a asciugare, e l'arguto mago accennava, e sembrava evocare con un gesto della mano nervosa, un arco trecentesco di fattura squisita; ci si perdeva in un androne fuliginoso, s'accendeva un mozzicone di candela, ed ecco apparire la deliziosa testina scolpita d'una Madonna gaginiana; ci si calava in un sotterraneo, ed il PITRÈ commentava disegni e graffi murali che i prigionieri del Sant'Uffizio tracciarono due o tre secoli a dietro; si correva nell'aperta campagna, e il PITRÈ correggeva un errore di topografia circa l'ubicazione d'una contrada al tempo degli Arabi o il corso d'un fiume che adesso non esiste più. Il forastiero guardava trasecolato, e il buon PITRÈ, sfavillando di soddisfatta letizia entro il nevos spineto della sua barba, chinava il capo modestamente e si stropicciava le mani.

Ma guai a dirgli male della Sicilia! « Da una trentina d'anni, egli prorompe nel suo ultimo libro, parlandosi dei Siciliani, non si sogna altro che malandrinaggio, mafia, violenza, coltellate. Alla triste nomea hanno concorso da un lato recenti processi e dall'altro la in-

discutibile potenza d'un artista drammatico che, con impertubabile unilateralità di indirizzo e di espressione, rappresenta nei principali teatri dei due mondi un'anima siciliana che non esiste, o che esiste solo in parte, ma temperata e resa buona da virtù domestiche e da sentimenti dolci e sereni. Gli effetti di quei processi e di queste rappresentazioni dureranno lungamente, e, se avvenimenti nuovi non concorreranno a far dimenticare i già noti, od a modificarne la interpretazione, si perpetueranno ancora, a scapito della fama di questo popolo mal compreso e peggio giudicato».

In queste parole c'è molta parte di vero. E se mal si potrebbe negare o dissimulare un doppio eccesso della nostra, non dirò natura, ma educazione, che ritarda presso di noi ogni civile progresso, l'istinto fisico della violenza e della sopraffazione, almeno in qualche parte della Sicilia, ond'è manifesta espressione a punto la mafia, e la pigrizia intellettuale che, non consentendoci di formare giudizi di uomini e cose, ci costringe a aspettare e adottare i distratti giudizi altrui anche su ciò ch'è più nostro, a guardare con diffidenza invidiosa, se non con dispetto, quanto di gentile e di geniale si produce fra noi, e a prosternarci con trepida adorazione a qualunque feticcio ci venga di fuori, non per ciò si vuole isminuire o tacere le grandi virtù di questo popolo che, pure nel presente bisogno della gran Patria italiana, ha dimostrato e dimostra di saperla difendere con un tale nativo e giocondo eroismo de' suoi soldati, da meritare la gratitudine de' capi, dei compagni d'arme, dell'intera nazione. I proverbi siciliani, raccolti da GIUSEPPE PITRÈ, rivelano, meglio di tutte l'altre testimonianze, l'intima fierezza e bontà di questa stirpe veemente, laboriosa ed onesta. Fioritura improvvisa e perenne della quotidiana esperienza del popolo, il proverbio ne discopre, più schiettamente che qualunque altra produzione, gli affetti, i gusti, le passioni ed i vizi. Il PITRÈ s'è giovato, con avveduta sagacia, de' suoi quattordicimila proverbi (la più abbondante raccolta che abbia qualunque letteratura) per ricomporre, colorire, atteggiare e determinare il carattere del popolo siciliano; nè pago di ciò, ha cercato e trovato la riprova della sua indagine psicologica nelle note de' viaggiatori stranieri che hanno visitato l'isola nostra. L'esagerata coscienza della propria personalità; l'eccesso del sentimento che s'inacerbisce in passione, donde scatti infrenabili di violenza, di gelosia, di vendetta; la mente acuta e veloce, ma insofferente di lunga attenzione donde il difetto di maturità in quasi ogni opera nostra e il gran numero

di mezzi scrittori, mezzi poeti, mezzi statuarii e pittori, e pensatori e ricercatori dilettanti; l'avidità della luce, de' colori, de' suoni, del fasto; l'immaginazione diffusa più frequente che la concentrata fantasia evocatrice; la voluttà esasperata fino al delirio; la simulazione inconscia persino negli scatti, sempre un poco voluti, dell'amore e dell'odio; la religione quasi tutta esteriore: in compenso, la fedeltà alle amicizie, la larghezza ospitale, l'onestà delle donne e la dignitosa fierezza degli uomini, l'affetto alla propria casa, l'attaccamento alla terra natale; tali sono le qualità più sostanziali e più intime del popolo siciliano. E, a guardarvi bene, l'ingenua verità de' proverbii serve a spiegare tutta la storia dell'isola nostra. L'inettitudine a una salda federazione sociale, ch'è il risultato dell'individualismo implacabile, fu cagione che la Sicilia, dopo la caduta dell'impero romano, passasse d'uno in un altro governo straniero, e non riuscisse a durare in un reggimento nazionale nè pur dopo l'ardita e gloriosa rivoluzione del 1848: fortuna che la ricostituzione del regno d'Italia le aprì finalmente lo sbocco de' suoi nuovi destini! L'impazienza del lavoro ordinato, lungo, aspro, tenace, ha impedito al nostro popolo di dar conveniente sviluppo alle sue industrie e a' suoi commerci, che sono per la più parte in mano degli stranieri; i quali in vece v'hanno sempre trovato magnificenza di ville, di palazzi, di vie, di monumenti; sfarzo di vita esteriore; delicata sensualità d'abitudini; accoglienze liberali e cortesi. « Qui pare che tutto si voglia buttar fuori delle finestre, scriveva or è già più d'un secolo il conte de Borch; e io metto pegno che non si trova un altro paese dove le cose si facciano con più gusto, magnificenza e, vorrei anche dire, raffinatezza voluttuosa, che a Palermo ». Oggi, forse, non siamo più a questo; ma non è la voglia quella che manca!

IV.

I riferimenti sociali e morali, del resto, che ne' proverbii si chiudono entro una forma rigida e sentenziosa, s'effondono in figurazioni ed in armonie, quando il popolo non filosofeggia, ma narra, canta e descrive. Chi legge le novelle e, più, i canti popolari e le leggende dell'isola, vi ritrova la traboccante immaginazione d'una stirpe la più sensuale, violenta e chimerica che sia mai stata al mondo. L'opulenza, la pompa, la decorazione, tutto ciò che risuona e risplende, l'oro,

il marmo e la porpora, le fanfare e i vessilli, i fiori, il sole, il turchino metallico del cielo, la donna amata fino al delitto e sospettata come una schiava, l'orgoglio aggressivo e il bisogno della dominazione, la fedeltà eroica, in somma quell'eccesso di sentimenti buoni e cattivi che informa tutta la razza, si rivela in codeste composizioni di popolo. Basta dare un'occhiata a' canti: a ogni verso, per così dire, sfavilla quel gusto dell'appariscente, come nella cappella Palatina e nel duomo di Monreale ogni colonna, ogni marmo, gli archi, la volta, perfino l'aria, sprizza barbagli, quasi uno scigno di pietre preziose. I paragoni son tutti su lo stesso andare: quando nasce la donna, tre angeli vengono in terra, si muovono i tre re dell'Oriente recando gli ori e le gemme, tre aquile si spiccan del nido spargendo il grido ne' vènti; quand'ella s' inoltra, le muove incontro una nave tutta vessilli, e l'acque del mare scintillano come specchi. La donna è spilla d'argento lavorata, sigillo d'oro con due diamanti, fontana di bellezza, capelli di seta damaschina, fronte d'avorio dorato, montagna di cristallo e d'oro, figliuola della stella diana, e chi più n'ha più ne metta: son queste le galanterie che il carrettiere o il contadino di Sicilia, nutrito di pan nero e cipolla, sa dire alla sua bella. Ma guai se ella tradisce o dimentica! Allora l'orgoglio, la gelosia, l'assillo della vendetta, suggeriscono scherni e minacce in cui par già di veder lampeggiare una lama. L'uno ammonisce la donna: « Non è fatta per te la mia grandezza »; un altro, con poca discrezione a dir vero, si vanta de' favori carpitile; un terzo promette sinistramente di fare « ciò che non ha fatto »; un altro la sfida a affacciarsi mentre egli canta: « Affaccia, e proverai come si muore ». E poi quella leggenda terribile, *La baronessa di Carini*, dove un padre uccide di propria mano la figliuola, che ha macchiato l'onore della famiglia. Ma non è questo il luogo da rilevare la selvaggia bellezza di quest'arte ruvida e ricca, un poco simile a quelle stoffe indiane dove, sur un canovaccio di canapa s'intrecciano, in rabeschi meravigliosi, l'oro, la filigrana e la seta. Solo va qui ricordato che alla raccolta di GIUSEPPE PITRÈ attinge da più di trent'anni la letteratura del « C'era una volta » la quale, dopo la prova elegante di Luigi Capuana, un altro morto la cui memoria deve esser sacra alle nuove generazioni, allaga periodicamente, a ogni festa di Natale, l'Italia; e giova sperare che ben altri servigi la letteratura delle tradizioni popolari siciliane renderà all'arte, quando i nostri poeti non si vergogneranno di cercare le loro ispirazioni nell'anima stessa del loro po-

polo, come fece quasi ogni vero poeta, Dante, l'Ariosto, lo Shakespeare per alcuni de' suoi drammi e il Goethe per il suo capolavoro.

Avanti che GIUSEPPE PITRÈ venisse al mondo, una città solitaria ismisurava tenebrosa ed ignota sotto la crosta soleggiata, popolosa e sonora dell'isola nostra. In quella città dormiva l'anima antichissima della Sicilia; ma un sortilegio la custodiva, non potendo penetrarvi se non colui che recasse con mano pura la face dell'amore operoso ed intrepido. Più d'uno tentò l'impresa; ma, perchè non avea quella face tutelare, a mezza via, contrastatogli il passo dalle grandi ombre insonni, fu costretto a tornare in dietro. Chi era destinato al favoloso viaggio fu l'uomo che, sin da fanciullo, aveva vissuto in fedele comunione col mare, millenario custode de' primordiali segreti degli uomini; al quale egli chiese la face che doveva guidarlo a traverso i labirinti della città sotterranea. E quando vi scese e cominciò ad inoltrarsi, uno spettacolo prodigioso ed immenso s'aprì davanti i suoi occhi. Costruzioni ciclopiche anteriori a ogni tempo e a ogni storia, sospese in una palpitante atmosfera di sogno, dalle quali affacciavano le fate principesse; questa tendendo, come una scala, la lunga capigliatura di luce al giovine eroe che cavalca per liberarla; quella motteggiando la rozza ferocia della Mamma Draga che non riesce a incatenarla; altra aspettando al lume di luna il messaggio dell'albero che canta; altra piangendo a diretto su le sei sorelline decapitate dallo Schiavo malvagio. Ruleri di propilei, entro a' quali fantasmeggiano ancora le antiche deità della Sicilia, Venere Ericina, Poseidone dalle chiome azzurre, le Sirene armoniose, Persefone da' grandi occhi notturni, Aretusa, Èfaisto dalle cento fucine intronanti il monte Etna col fragore degli operosi martelli. Ossature d'acquedotti romani, avanzi di moschèe saracene, spettri di palazzi normanni, con dame velate e cavalieri vestiti di ferro che si rincorrono per selve visionarie; e poi tesori inestimabili, quello custodito dall'ombra alta e severa d'una monaca, quello guardato dal demonio in forma di cane, quello della caverna Valori, gli altri di Monteburrello, della grotta di Losi di Castel d'Orlando, di Pizzo Russido, d'altri luoghi. E a ciascuna maga il visitatore chiedeva una favola, a ciascun drago un proverbio, a ciascun eroe una leggenda, a ciascuna fata uno strambotto o uno stornello d'amore. E avendo scrutato il senso occulto del loro linguaggio, egli scoprì che, sotto il vagabondo capriccio di que' simboli puerili ed alati, si nascondeva una significazione originaria e profonda: l'anima della stirpe rivelava se stessa, i suoi segreti più oscuri,

le sue discendenze, i suoi istinti, le sue sorti: in quelle misteriose parole eran racchiusi i presagi dell'avvenire, e non avrebbe mai conosciuto la Sicilia chi non avesse ascoltato ed inteso le voci fatidiche che si levavan dal cuore stesso de' secoli. E come ei tornò su la terra, si diede a scoperchiare i remoti ipogèi; li mostrò parte a parte a' suoi discepoli; ne rivelò l'importanza; insegnò la maniera d'interpretarli e, compiuta l'opera sua, tornò nella notte del mito, ombra egli stesso di quel mondo che aveva primo esplorato.

Or che faremo noi del retaggio mirabile che il caro vecchio ci lasciò in dono? Miti e leggende, pregiudizi e racconti, poesie e proverbi mal resistono ancora all'inondazione livellatrice della moderna civiltà, implacabile nemica delle varietà locali e de' caratteri etnici. Eppure noi sappiamo, perchè egli ce l'ha insegnato, che in quelle tradizioni è riposto l'oscuro ricordo delle nostre origini prime, il tacito presentimento delle nostre vicende future. Gitteremo noi da parte, con mano distratta, quel suo vasto patrimonio d'erudizione, come farebbe un bambino d'un mucchio di giocattoli infranti? Lascieremo che altri venga di fuori a sparnazzare il terreno arato da lui, a mantrugiare le spiche del grano seminato da lui? Io credo, o signori, che nulla affliggerebbe il suo spirito mite affettuoso quanto un tale dispregio o un tale abbandono: io credo che nulla, nè commemorazioni, nè onoranze, nè monumenti, lo consolerebbe della sua lunga notte senza più lume d'aurora, quanto la certezza che l'opera sua non sarà stata solitaria ed inutile, e che la scienza istituita da lui avrà qui persecutori, che la spingeranno verso cime più alte di verità, verso cieli più luminosi di civiltà e di giustizia.



GLI INTEGRALI GENERALI DEL MOTO DEL BIPENDOLO

IN RELAZIONE

a movimenti orizzontali intrinseci od estrinseci del supporto

Memoria del Vice Presidente

PROF. ADOLFO VENTURI



PREFAZIONE

La R. Commissione Geodetica italiana nella sua ultima adunanza del 1909, presa occasione dall' esame dei diversi lavori gravimetrici già eseguiti in Italia e dalla proposta di nuove determinazioni nei luoghi già devastati dal memorabile terremoto del 28 dicembre 1908, fatta dalla R. Commissione Sismologica, stabilì molto opportunamente di dare unità, coordinazione e completamento a tali importanti ricerche, progettando di costituire l'intera rete gravimetrica del Regno con omogeneità di criteri e di metodi.

A questo scopo fu dato incarico ad una speciale Sottocommissione di avanzare quelle proposte che meglio ritenesse rispondenti allo scopo, sia nella scelta delle stazioni quanto nelle norme d'osservazione; e che inoltre istituisse apposite ricerche comparative fra gli istromenti vari adibiti alla determinazione della gravità relativa, per conoscere se si debba a qualcuno di questi dare la preferenza assoluta in confronto ai rimanenti.

La Sottocommissione, in merito a quest'ultima domanda, ritenne opportuno dedurre le sue conclusioni da nuovi studi sia teorici, nell'intento di stabilire il grado di validità dell'impiego dei vari istromenti, sia sperimentali, nella eventualità che fosse possibile perfezionare la costruzione meccanica di tali delicati apparecchi.

Diviso il lavoro, toccò a me di fare ricerche teoriche sopra le tante e diverse formule usate nella riduzione delle misure bipendolari: e poichè si trattava anche di stabilire delle serie di misure gravimetriche nelle regioni sismiche calabro-sicule, divenne necessario esaminare gli effetti che i moti

sismici, sieno piccoli urti improvvisi, sieno persistenti ondulazioni del suolo, producono sull'andamento dei pendoli, trasmettendosi al sostegno di essi.

Parve, quindi, opportuno, riunire tutte queste nuove ricerche trattate dal punto di vista più generale, in un insieme sistematico, che permettesse di vederne la connessione e corroborasse meglio le varie proprietà cinematico-dinamiche trovate; cosicchè le conclusioni appaiano pienamente giustificate, e il loro contenuto venga esattamente interpretato.

Contemporaneamente a ciò, ho ritenuto non inutile prendere questa occasione per fare opera di divulgazione scientifica di queste interessanti teorie poco note presso di noi.

Mi si vorrà, quindi, perdonare, in vista di questo fine, la soverchia minuziosità della trattazione, che qua e là il lettore esperto possa riscontrare in questo modesto lavoro.

1. Equazioni rigorose del moto di un bipendolo.

1. Si considerino tre corpi, A, B, C , ridotti a porzioni materiali di una superficie piana, giacenti, tutti e tre, sopra un unico piano verticale dal quale non possano uscire. Abbiano, ciascuno dei corpi A, B , un punto comune con C , attorno al quale ognuno possa liberamente, e dentro certa regione, girare. Si dica a il punto comune ad A, C : sia b quello comune a B, C . Nel piano dei tre corpi si prenda un sistema fisso ortogonale di coordinate coll'asse x orizzontale, positivo in una direzione determinata (p. e. verso sinistra), e quello delle y positivo verso il basso.

I punti di A si riferiscano ad un sistema ortogonale di assi x_1, y_1 fissi nel corpo ed aventi l'origine in a : quelli di B , ad un sistema analogo x_2, y_2 coll'origine in b , e quelli di C , infine, ad un terzo sistema x_3, y_3 fisso in C coll'origine in un punto c qualunque di C . Sieno, ancora, ordinatamente $x_a y_a, x_b y_b, x_c y_c$ le coordinate di a, b, c rispetto al sistema fisso. Se si ruota il sistema $x_1 y_1$ attorno ad a sino che l'asse $+y_1$ sia parallelo all'asse $+y$, sarà positivo quel segmento della x_1 che risulterà parallelo all'asse $+x$. Così dicasi degli altri sistemi.

2. Allora, se si dicano $\varphi', \varphi'', \varphi'''$ gli angoli che gli assi delle x_1, x_2, x_3 fanno rispettivamente coll'asse delle x fisse, contati nel senso opposto alle lancette dell'orologio, si ha immediatamente:

$$\text{per } A: x = x_a + x_1 \cos \varphi' + y_1 \sin \varphi' \quad y = y_a - x_1 \sin \varphi' + y_1 \cos \varphi' \quad (1)$$

$$\text{per } B: x = x_b + x_2 \cos \varphi'' + y_2 \sin \varphi'' \quad y = y_b - x_2 \sin \varphi'' + y_2 \cos \varphi'' \quad (2)$$

$$\text{per } C: x = x_c + x_3 \cos \varphi''' + y_3 \sin \varphi''' \quad y = y_c - x_3 \sin \varphi''' + y_3 \cos \varphi''' \quad (3)$$

Per esprimere che a è comune ad A, C e che b è comune a B, C , dicendo, p. e. $x'_3 y'_3$ le coordinate di a considerata su C , e $x''_3 y''_3$ quelle

di b considerate su C , basta che $x_a y_a$, $x_b y_b$ soddisfino le (3); cioè che si abbia:

$$x_a = x_c + x'_3 \cos \varphi''' + y'_3 \operatorname{sen} \varphi''' \quad y_a = y_c - x'_3 \operatorname{sen} \varphi''' + y'_3 \cos \varphi''' \quad (4)$$

$$x_b = x_c + x''_3 \cos \varphi''' + y''_3 \operatorname{sen} \varphi''' \quad y_b = y_c - x''_3 \operatorname{sen} \varphi''' + y''_3 \cos \varphi''' \quad (5)$$

Pigliamo le variazioni delle (1) (2) (3) il cui schema, è, in generale:

$$\delta x = \delta x_i + (y - y_i) \delta \varphi^{(i)} \quad \delta y = \delta y_i - (x - x_i) \delta \varphi^{(i)} \quad (6)$$

e dalle (4) (5):

$$\left. \begin{aligned} \delta x_a &= \delta x_c + (y_a - y_c) \delta \varphi''' & \delta y_a &= \delta y_c - (x_a - x_c) \delta \varphi''' \\ \delta x_b &= \delta x_c + (y_b - y_c) \delta \varphi''' & \delta y_b &= \delta y_c + (x_b - x_c) \delta \varphi''' \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Eliminando fra le (6) (7) le δx_a , δy_a , δx_b , δy_b si ottiene:

$$\left. \begin{aligned} \text{per } A: \quad & \delta x = \delta x_c + (y - y_a) \delta \varphi' + (y_a - y_c) \delta \varphi''' \\ & \delta y = \delta y_c - (x - x_a) \delta \varphi' + (x_a - x_c) \delta \varphi''' \\ \text{per } B: \quad & \delta x = \delta x_c + (y - y_b) \delta \varphi'' + (y_b - y_c) \delta \varphi''' \\ & \delta y = \delta y_c - (x - x_b) \delta \varphi'' + (y_b - y_c) \delta \varphi''' \\ \text{per } C: \quad & \delta x = \delta x_c + (y - y_c) \delta \varphi''' \\ & \delta y = \delta y_c - (x - x_c) \delta \varphi''' \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

3. Ora l'equazione di D'Alembert pel sistema dei tre corpi è:

$$\sum_A \left[\left(m \frac{dx^2}{dt^2} - X \right) \delta x + \left(m \frac{dy^2}{dt^2} - Y \right) \delta y \right] + \sum_B id + \sum_C id = 0.$$

indicando Σ la sommazione estesa a tutti i punti del corpo A e così per gli altri Σ . Introducendo nella precedente le (8) ed ordinando, abbiamo, poichè tutte le variazioni comparenti nei secondi membri delle (8) non dipendono dalle Σ :

$$\begin{aligned} & \delta x_c \sum_{ABC} \left(m \frac{dx^2}{dt^2} - X \right) + \delta y_c \sum_{ABC} \left(m \frac{dy^2}{dt^2} - Y \right) + \\ & + \delta \varphi' \sum_A \left[(y - y_a) \left(m \frac{dx^2}{dt^2} - X \right) - (x - x_a) \left(m \frac{dy^2}{dt^2} - Y \right) \right] + \\ & + \delta \varphi'' \sum_B \left[(y - y_b) \left(m \frac{dx^2}{dt^2} - X \right) - (x - x_b) \left(m \frac{dy^2}{dt^2} - Y \right) \right] + \\ & + \delta \varphi''' \left\{ \sum_C \left[(y - y_c) \left(m \frac{dx^2}{dt^2} - X \right) - (x - x_c) \left(m \frac{dy^2}{dt^2} - Y \right) \right] + \right. \\ & + (y_a - y_c) \sum_A \left(m \frac{dx^2}{dt^2} - X \right) - (x_a - x_c) \sum_A \left(m \frac{dy^2}{dt^2} - Y \right) + \\ & \left. + (y_b - y_c) \sum_B \left(m \frac{dx^2}{dt^2} - X \right) - (y_b - y_c) \sum_B \left(m \frac{dy^2}{dt^2} - Y \right) \right\} = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Questa è l'espressione più generale del principio di D'Alembert per un sistema di due corpi aventi ciascuno, con un terzo, un punto in comune. Questa si scinde a seconda le condizioni date, che vincolano i parametri fissatori $x_c, y_c, \varphi', \varphi'', \varphi'''$.

4. Supponiamo, p. e. che i punti a, b ove i due corpi A, B son connessi a C , possano soltanto scorrere sopra una retta orizzontale, che prenderemo come asse delle x fisse: si prenderà c , che è arbitrario, sulla congiungente di a, b . Si avrà, allora:

$$y_a = y_b = y_c = 0, \quad \varphi''' = 0 \quad \delta y_c = 0, \quad \delta \varphi''' = 0. \quad (10)$$

e spariscono dalle (9) i termini in $\delta y_c, \delta \varphi'''$: uguagliando a zero i coefficienti che rimangono, si avranno le equazioni del moto in questo caso, cioè:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma_{ABC} \left(m \frac{dx^2}{dt^2} - X \right) &= 0 \\ \Sigma_A \left[(x - x_a) \left(m \frac{dy^2}{dt^2} - Y \right) - y \left(m \frac{dx^2}{dt^2} - X \right) \right] &= 0 \\ \Sigma_B \left[(x - x_b) \left(m \frac{dy^2}{dt^2} - Y \right) - y \left(m \frac{dx^2}{dt^2} - X \right) \right] &= 0 \end{aligned} \right\} (11)$$

che coesistono colle (1) — (5) onde ridurle funzioni dei parametri fissatori che ora son ridotti ad x_c, φ', φ'' .

Supponiamo, invece, che il punto c del corpo centrale C , sia fisso. Allora $\delta x_c = \delta y_c = 0$, e le equazioni del moto sarebbero, scindendo le (9) nelle sue parti ultime, e prendendo c come origine:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma_A \left[(x - x_a) \left(m \frac{dy^2}{dt^2} - Y \right) - (y - y_a) \left(m \frac{dx^2}{dt^2} - X \right) \right] &= 0 \\ \Sigma_B \left[(x - x_b) \left(m \frac{dy^2}{dt^2} - Y \right) - (y - y_b) \left(m \frac{dx^2}{dt^2} - X \right) \right] &= 0 \\ \Sigma_{ABC} \left[x \left(m \frac{dy^2}{dt^2} - Y \right) - y \left(m \frac{dx^2}{dt^2} - X \right) \right] &= 0 \end{aligned} \right\} (12)$$

La terza di queste non è immediata, ma risulta facilmente combinando le due prime (12) coll'espressione del coefficiente di $\delta \varphi'''$ in (9) che deve esser nullo.

5. Se il corpo C si considera come il supporto, e i due altri A, B , si pigliano come due pendoli appesi ad esso, secondo i casi ci troveremo ora in grado di poter determinare i movimenti dei due pendoli, quando

si muova anche il supporto. Se questo può scorrere orizzontalmente, allora le equazioni del moto sono le (11), e nel modo più generale; poichè si potrà supporre che il moto del supporto risulti da reazioni elastiche, o da forze esterne date comunque, o dall'una o dall'altra circostanza insieme. Se il supporto può ruotare attorno ad un punto fisso, le equazioni relative sono le (12) qualunque siano le forze che agiscono sui tre corpi.

Il caso dell'ordinario bipendolo a base larga, è quello sintetizzato dalle (11), poichè il piatto superiore ove poggiano i due pendoli, non potrà muoversi che in senso orizzontale, e nella direzione del moto di essi, oscillanti nello stesso piano verticale.

Il caso di un pendolo libero, cui sono attaccati altri due, sarebbe rappresentato dalle (12), le quali competerebbero anche all'altro caso di una mensola a muro portante due pendoli oscillanti in un piano parallelo al muro medesimo, qualora questa mensola avesse le chiavarde poco strette, si da poter ruotare p. e. attorno alla chiavarda inferiore.

6. In questo studio ci occuperemo solo del primo caso. Le (11) si scrivano così :

$$\frac{d^2}{dt^2} \sum_{ABC} m x = \sum_{ABC} X \quad (13)$$

$$\sum_A m \left[(x - x_a) \frac{dy^2}{dt^2} - y \frac{d^2(x - x_a)}{dt^2} \right] - \frac{d^2 x_a}{dt^2} \sum_A m y = \sum_A \left[(x - x_a) Y - y X \right] \quad (14)$$

$$\sum_B m \left[(x - x_b) \frac{dy^2}{dt^2} - y \frac{d^2(x - x_b)}{dt^2} \right] - \frac{d^2 x_b}{dt^2} \sum_B m y = \sum_B \left[(x - x_a) Y - y X \right]$$

Sieno, i due pendoli, corpi omogenei e simmetrici rispetto ad un asse passante pel punto di sospensione; piglieremo il detto asse come quello delle y_1 per A , delle y_2 per B . Sieno, inoltre M_a , M_b , M_c le masse di A , B , C ; $\xi_1 \eta_1$, $\xi_2 \eta_2$, $\xi_3 \eta_3$ le coordinate, rispetto al sistema fisso, dei centri di gravità di A , B , C , che diremo G_1 , G_2 , G_3 . Abbiamo allora :

$$\sum_A m x = M_a \xi_1, \quad \sum_A m y = M_a \eta_1, \text{ etc.} \quad (15)$$

Sarà G_1 un punto di y_1 e avrà una distanza r_a dal punto di sospensione del pendolo, cioè da a : quindi, nel sistema di assi connesso ad A , le sue coordinate sono O , r_a , e per le (1) si avrà :

$$\xi_1 = x_a + r_a \text{ sen } \varphi' \quad \eta_1 = r_a \text{ cos } \varphi' \quad (16)$$

onde le (15) divengono :

$$\sum_A m x = M x_a + M_a r_a \operatorname{sen} \varphi' \quad \sum_A m y = M_a r_a \cos \varphi' \quad (17)$$

e analogamente per B . Quanto a C , siccome per esso si ha $\varphi''' = 0$, e il suo centro di gravità possederà due coordinate qualunque χ , η rispetto al proprio sistema connesso, si avrà per le (3) :

$$\xi_3 = x_c + \chi \quad \eta_3 = \eta \quad (18)$$

Inoltre, le (4) (5) danno, per $\varphi''' = 0$

$$x_a = x_c + x'_3, \quad y_a = y_c + y'_3, \quad x_b = x_c + x''_3, \quad y_b = y_c + y''_3 \quad (19)$$

La (13) diviene, dunque :

$$M_a \frac{d^2 \xi_1}{dt^2} + M_b \frac{d^2 \xi_2}{dt^2} + M_c \frac{d^2 \xi_c}{dt^2} = \sum_{ABC} X$$

e per (17), (18), (19) :

$$\begin{aligned} (M_a + M_b + M_c) \frac{d^2 x_c}{dt^2} + M_a r_a \left[\cos \varphi' \frac{d^2 \varphi'}{dt^2} - \operatorname{sen} \varphi' \left(\frac{d \varphi'}{dt} \right)^2 \right] + \\ + M_b r_b \left[\cos \varphi'' \frac{d^2 \varphi''}{dt^2} - \operatorname{sen} \varphi'' \left(\frac{d \varphi''}{dt} \right)^2 \right] = \sum_{ABC} X \end{aligned} \quad (20)$$

Osserviamo, ora, passando alle (14), che essendo $y_a = 0$, le (1) danno :

$$\frac{dy}{dt} = -(x - x_a) \frac{d \varphi'}{dt} \quad \frac{d(x - x_a)}{dt} = y \frac{d \varphi'}{dt}$$

e che, quindi, in (14) :

$$\begin{aligned} \sum_A m \left[(x - x_a) \frac{d^2 y}{dt^2} - y \frac{d^2 (x - x_a)}{dt^2} \right] = \frac{d}{dt} \sum_A m \left[(x - x_a) \frac{dy}{dt} - y \frac{d(x - x_a)}{dt} \right] \\ = - \frac{d}{dt} \sum_A \frac{d \varphi'}{dt} \left[(x - x_a)^2 + y^2 \right] m = - I_a \frac{d^2 \varphi'}{dt^2} \end{aligned} \quad (20) \text{ bis}$$

essendo I_a il momento d'inerzia del pendolo A rispetto al suo punto di sospensione. Badando alle (17), (19), (20) bis, la 1^a (14) diviene :

$$- I_a \frac{d^2 \varphi'}{dt^2} - M_a r_a \cos \varphi' \frac{d^2 x_c}{dt^2} = \sum_A \left[(x - x_a) Y - y X \right] \quad (21)$$

e così :

$$- I_b \frac{d^2 \varphi''}{dt^2} - M_b r_b \cos \varphi'' \frac{d^2 x_c}{dt^2} = \sum_B \left[(x - x_b) Y - y X \right] \quad (22)$$

Le (20) (21) (22) sostituiscono le (13) (14).

7. Restano, ora, a costruirsi i secondi membri delle (20) (21) (22), introducendovi le forze attive le cui componenti designammo con X , Y .

Sul sistema agiscono tre sistemi di forze.

a) La gravità, la cui intensità diremo, al solito, g .

b) La resistenza dell'aria e la spinta idrostatica, pei due pendoli A , B .

c) La reazione elastica del supporto che si oppone a che questo sia trascinato dal moto dei pendoli: l'attrito interno di esso, e forze eventuali esterne, alle quali il medesimo possa esser soggetto.

Quanto alla prima, le componenti su d'ogni punto di massa infinitesima m , sono, evidentemente

$$X_g = 0 \quad Y_g = mg \quad (23)$$

Quanto alle forze dipendenti dalla presenza dell'aria, e parlando, prima, della spinta idrostatica, noi terremo conto di questa, immaginando che M_a designi, non la massa assoluta di A , ma tale massa diminuita di quella dell'aria spostata; con r_a intenderemo la distanza dal coltello a , non dal centro di gravità di A , ma dal centro di massa del sistema così considerato, pendolo-aria: con I_a intenderemo il momento d'inerzia di tal sistema. Trascuremo, poi, la viscosità dell'aria, la sua aderenza al pendolo, etc., tutte cose di pochissimo momento, e che, del resto, vengono eventualmente determinate tutte insieme empiricamente, nella cosiddetta riduzione al vuoto.

Per ciò che riguarda la resistenza dell'aria al movimento dei pendoli, ricorderemo che trattandosi di piccolissime velocità, la resistenza stessa può riguardarsi proporzionale alla semplice velocità e all'elemento di superficie su cui normalmente si esercita in senso contrario alla velocità medesima. Detta f tal forza, la sua espressione sarà, per A :

$$f = -\lambda r d\sigma \frac{d\varphi'}{dt} \quad (24)$$

ove λ è una costante piccolissima, come vedremo, $d\sigma$ è l'elemento di contorno di A nel punto qualunque m di esso: r la distanza da m ad a (vedi

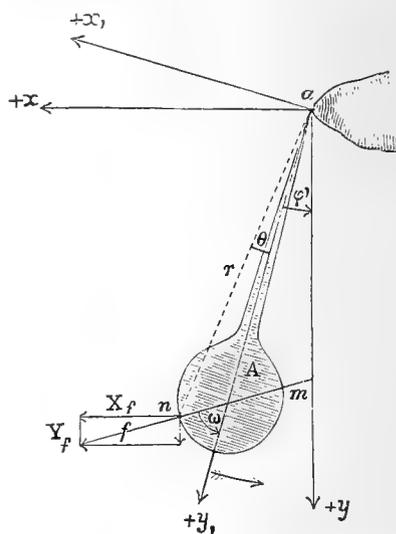


figura *); cosicchè $r \frac{d\varphi'}{dt}$ è la velocità lineare di m . Occorre risolvere rispetto agli assi fissi. Sia $m n$ la normale al contorno di A in m , positiva nel senso opposto al moto. Sia ω l'angolo che la direzione positiva della normale, fa con quella delle y_1 , contata nel senso degli angoli positivi. Si vede subito dalla figura, che viene:

$$X_f = f \operatorname{sen} (\omega + \varphi') \quad Y_f = f \operatorname{cos} (\omega + \varphi') \quad (25)$$

8. Rimane a vedere quali valori piglino le X , Y sul supporto. Dapprima vi è la reazione elastica che esso sviluppa in opposizione alla spinta che i pendoli in moto gli comunicano nei punti di sospensione a , b . Rigorosamente parlando, tale questione è molto complessa: perchè, anche ammettendo che il piatto, e quindi la retta di posa dei pendoli sia rigido, resta sempre complicato il giuoco elastico, per così dire, della colonna di sostegno e del suolo stesso ove questo è fissato. Siamo dunque, obbligati ad una postulazione semplicistica, plausibile, ma sempre arbitraria, la quale consiste nell'ammettere che tutta la reazione elastica del supporto si componga in una forza orizzontale, agente in un punto della retta di posa dei pendoli e nella direzione di questa: cioè, in un punto dell'asse delle x , che può esser anche quello che chiamammo c (vedi N. 4). Non potremo tener conto della *isteresi elastica*, dato il suo modo oscuro di azione; ci limiteremo ad ammettere che l'intensità della reazione elastica, opposta al movimento della retta di posa, sia proporzionale alla quantità di spostamento di esso, cioè allo spostamento del punto x_c . Cosicchè, dicendo x_0 il valore di x_c all'inizio del moto, quando il sostegno è immobile, ed ϵ un coefficiente di elasticità, la reazione elastica del supporto è determinata dalla formula:

$$X_c = - \epsilon (x_c - x_0) \quad (27)$$

In una parola, si schematizza la questione, riducendo l'intero apparato di sostegno, alla retta di posa dei due pendoli, in un punto della quale si immagini poggiata una molla la cui reazione elastica, com'è noto dalle leggi sperimentali dell'elasticità, è espressa dalle (27), intendendo inclusa in ϵ la massa del sostegno, cui è idealmente ridotta la retta di posa. E a questo proposito, dichiarerò, che per M_c intendo, non la massa dell'intero sostegno materiale, ma quella parte di essa che può, nella nostra schematizzazione, considerarsi come la massa materiale che dovrebbe sup-

* Per un errore della figura, la retta na è stata disegnata invece della ma che doveva disegnarsi.

porsi concentrata nella retta di posa perchè questa pigliasse il moto che avrà effettivamente*.

9. Inoltre, per accostarci il più possibile alla realtà, ammetteremo che si sviluppi, durante il moto del sostegno, una resistenza di attrito interno, che, sempre in base a portati dell'esperienza, considereremo proporzionale alla quantità di moto di ogni molecola. Chiamando X_a tali forze elementari d'attrito, avremo, per la loro risultante:

$$\sum_c X_a = -a \sum_c m \frac{dx}{dt} = -a M_c \frac{dx_c}{dt} \quad (28)$$

ove a è la costante di proporzionalità, e potendosi considerare le $\frac{dx}{dt}$ tutte uguali nei diversi punti della massa.

Ancora vi sarebbe la resistenza dell'aria soffertà dal supporto C . Per le azioni elementari di essa valga la 1^a delle (25) applicata convenientemente alle condizioni di contorno del sostegno: onde sarà $\sum_c X_f$ la parte relativa alla resistenza dell'aria.

Infine, potrebbe il sostegno intero, essere animato da una o più forze esterne, indipendenti dal moto dei pendoli, come sarebbe un movimento proprio e autonomo del suolo, che per la base dell'apparecchio, si trasmettesse integralmente al piatto di posa dei pendoli.

Supponiamo che questo movimento esterno sia di tal natura, che il sostegno, *considerato da per se stesso*, oscillasse per dato di tal moto, con una certa legge, determinata dalla equazione:

$$x_c - x_o = K f(t) \quad (29)$$

essendo K una costante, ed $f(t)$ una assegnata funzione del tempo. Vediamo qual forza sarebbe capace di imprimere, al sistema solidificato del sostegno e dei pendoli, un moto caratterizzato dalla legge precedente. Se diciamo X_h le forze sconosciute che agiscono su ciascuna molecola di C , per muovere l'intera massa solidificata A, B, C , colla legge (29) dovranno sottostare alla equazione di D'Alembert, la quale, per le condizioni a cui è soggetta la libertà di movimento del sostegno C , si riduce solo a

$$\sum_{ABC} \left(m \frac{d^2 x}{dt^2} - X_h \right) = 0$$

* In formule di altri autori si trova, anzichè M_c , il prodotto γM_c (con $\gamma < 1$). Ciò significa che per M_c essi intendono la massa dell'intero apparecchio di sostegno, tal quale come si vede.

ed anche, essendo il moto parallelo da una retta fissa, e le $\frac{d^2 x}{dt^2}$ uguali fra loro :

$$\sum_C X_h = \frac{d^2 x_c}{dt^2} \sum_{ABC} M$$

Introducendo in questa la (29), abbiamo per la risultante delle forze cercate, producenti la legge del moto (29) :

$$\sum_C X_h = K \frac{d^2 f(t)}{dt^2} \sum_{ABC} M \quad (30)$$

10. Ciò premesso, potremo, ora, costruire i secondi membri delle equazioni del moto, (20), (21), (22). Si ha per le (23) - (30) :

$$\sum_{ABC} X = \sum_A (X_g + X_f) + \sum_B (X_g + X_f) + X_c + \sum_C X_a + \sum_C X_f + \sum_C X_h$$

Si noti, intanto, come per C , la 1^a (25) si riduce ad

$$X_f = -\lambda ds \frac{dx_c}{dt}$$

essendo ds l'elemento di spigolo verticale del cilindro piatto servente da sostegno. Quindi, per le citate (23) - (30) :

$$\begin{aligned} \sum_{ABC} X = & -\lambda \frac{d\varphi'}{dt} \cos \varphi' \sum_A r d\sigma \operatorname{sen} \omega - \lambda \frac{d\varphi'}{dt} \operatorname{sen} \varphi' \sum_A r d\sigma \cos \omega \\ & - \lambda \frac{d\varphi''}{dt} \cos \varphi'' \sum_B r_1 d\sigma_1 \operatorname{sen} \omega_1 - \lambda \frac{d\varphi''}{dt} \operatorname{sen} \varphi'' \sum_B r_1 d\sigma_1 \cos \omega_1 \quad (31) \\ & - \lambda \frac{dx_c}{dt} \sum_C ds - \varepsilon (x_c - x_o) - a M_c \frac{dx_c}{dt} + K \frac{d^2 f(t)}{dt^2} \sum_{ABC} M \end{aligned}$$

Sostituendo, dunque, questa nella (20), e ponendo :

$$\begin{aligned} 2\nu = \varepsilon M_c + \lambda \sum_C ds; \quad 2\beta = \lambda \sum_A r d\sigma \cos \omega \quad 2\gamma = \lambda \sum_A r d\sigma \operatorname{sen} \omega \quad (32) \\ 2\beta_1 = \lambda \sum_B r_1 d\sigma_1 \cos \omega_1 \quad 2\gamma_1 = \lambda \sum_B r_1 d\sigma_1 \operatorname{sen} \omega_1 \end{aligned}$$

si ha :

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x_c}{dt^2} \sum_{ABC} M + 2\nu \frac{dx_c}{dt} + \varepsilon (x_c - x_o) + M_a r_a \left[\cos \varphi' \frac{d^2 \varphi'}{dt^2} - \operatorname{sen} \varphi' \left(\frac{d\varphi'}{dt} \right)^2 \right] \\ + M_b r_b \left[\cos \varphi'' \frac{d^2 \varphi''}{dt^2} - \operatorname{sen} \varphi'' \left(\frac{d\varphi''}{dt} \right)^2 \right] + 2\beta \operatorname{sen} \varphi' \frac{d\varphi'}{dt} + 2\gamma \cos \varphi' \frac{d\varphi'}{dt} \\ + 2\beta_1 \operatorname{sen} \varphi'' \frac{d\varphi''}{dt} + 2\gamma_1 \cos \varphi'' \frac{d\varphi''}{dt} = K \frac{d^2 f(t)}{dt^2} \sum_{ABC} M \quad (33) \end{aligned}$$

che è la prima rigorosa equazione del moto.

11. Passiamo alle (21), (22). In esse si introducano le (1) col notare che $y_c = 0$, e si badi alle (23), (24), (25). Se dapprima si introducano le coordinate polari r , θ di A , nel coefficiente di λ , avremo:

$$\sum_A \left[(x - x_a) Y - y X \right] = 2h \frac{d\varphi'}{dt} + g \cos \varphi' \sum_A m x_1 + g \operatorname{sen} \varphi' \sum_A m y_1$$

ove è:

$$2h = \lambda \sum_A r d\sigma (y_1 \operatorname{sen} \omega - x_1 \cos \omega) = \lambda \sum_A r^2 d\sigma \operatorname{sen} (\omega - \theta) \quad (34)$$

Ma se χ , η son le coordinate del centro di gravità di A rispetto al sistema $x_1 y_1$ ad esso connesso, si ha subito:

$$\sum_A m x_1 = M_a \chi = 0 \quad \sum_A m y_1 = M_a \eta = M_a r_a,$$

per ciò che si è detto al N. 6. Per questa, la (21) diviene

$$I_a \frac{d^2 \varphi'}{dt^2} + M_a r_a \cos \varphi' \frac{d^2 x_c}{dt^2} + M_a r_a g \operatorname{sen} \varphi' + 2h \frac{d\varphi'}{dt} = 0 \quad (35)$$

e analogamente si trova pel corpo B :

$$I_b \frac{d^2 \varphi''}{dt^2} + M_b r_b \cos \varphi'' \frac{d^2 x_c}{dt^2} + M_b r_b g \operatorname{sen} \varphi'' + 2h_1 \frac{d\varphi''}{dt} = 0. \quad (36)$$

Quindi le equazioni interamente rigorose del moto dei due pendoli e del loro supporto, nelle ipotesi fatte, sono le (33), (35), (36).

12. Se il pendolo fosse uno solo, p. e. A , le equazioni del moto si riducono alle (33), (35), nella prima delle quali si sopprime tutto ciò che dipende dal corpo B , cioè si ponga a zero M_b , β_1 , γ_1 : resterebbe, allora, invece della (33):

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x_c}{dt^2} \sum_{AC} M + 2\nu \frac{dx_c}{dt} + \varepsilon(x_c - x_o) + M_a r_a \left[\cos \varphi' \frac{d^2 \varphi'}{dt^2} - \operatorname{sen} \varphi' \left(\frac{d\varphi'}{dt} \right)^2 \right] \\ + 2\beta \operatorname{sen} \varphi' \frac{d\varphi'}{dt} + 2\gamma \cos \varphi' \frac{d\varphi'}{dt} = K \frac{d^2 f(t)}{dt^2} \sum_{AC} M \end{aligned} \quad (37)$$

Cosicchè le equazioni del moto di un solo pendolo, reversibile o no, sono le (35) (37).

Scendendo a caso anche più particolare, se il supporto fosse rigido, sarebbe $\varepsilon = \infty$, inquantochè il coefficiente di elasticità è inverso al grado di elasticità. Inoltre, è $x_c = x_o$, ossia costante; la (37) non ha più senso, e la (35) che è la sola equazione del moto resta, essendo x_c costante:

$$I_a \frac{d^2 \varphi'}{dt^2} + M_a r_a g \operatorname{sen} \varphi' + 2h \frac{d\varphi'}{dt} = 0 \quad (38)$$

che, com'è naturale, è l'ordinaria equazione del moto di un pendolo sopra supporto rigido immerso nell'aria; e nel vuoto essendo $\lambda = 0$, si riduce ad

$$I_a \frac{d^2 \varphi'}{dt^2} + M_a r_a g \operatorname{sen} \varphi' = 0 \quad (39)$$

Siamo discesi sino a questi ultimi due casi notissimi, perchè ci sarà comodo partire da essi, e dal caso (37) speciale, per intendere il significato dei coefficienti che entrano nel sistema generale, completo (33), (35), (36), e procedere alla semplificazione di esso.

2. Interpretazione e riduzione delle equazioni del moto

1. Si presenta, ora, la necessità di un'altra postulazione: che, cioè, la mancanza di immobilità del sostegno non alteri il movimento dei due pendoli, che di quantità molto piccole di fronte agli elementi del loro moto, quale sarebbe stato sopra supporto rigido. Questo postulato appare tanto più accettabile, quanto minore è il grado di elasticità del sostegno; e, in seguito, riusciremo a fissare, anche quantitativamente, la portata di questa limitazione necessaria a dar valore obbiettivo alle nostre conclusioni: ma sin da ora si intuisce, come prima condizione dell'attendibilità di queste, sia la maggior possibile inelasticità del supporto, congiunta colla maggiore stabilità del suolo su cui l'apparecchio è fissato.

E diciamo anche subito, che per determinare la gravità relativa, uno solo dei due pendoli deve oscillare sul supporto, ad ogni stazione. Il secondo si aggiunge dopo, per correggere la durata di oscillazione del primo, onde ridurla al valore che avrebbe avuto, se il supporto fosse stato immobile e rigido. Questa correzione si dice "riduzione a supporto rigido". Non potrebbero i due pendoli, oscillanti contemporaneamente, servirci alla determinazione della gravità relativa, perchè le oscillazioni di ciascuno di essi, in tal condizione, non sono isocrone: e, per converso, tali oscillazioni anisocrone sono adatte a ricercare l'anzidetta riduzione a supporto rigido.

2. Occorre dunque, per via dinamica, studiare le leggi secondo le quali il bipendolo si muove. E per farne un quadro ordinato dovremo, anche a costo di ripeter, dappprincipio, cose note, cominciar proprio dal pendolo unico oscillante sopra supporto rigido, nel vuoto: cioè pigliar le mosse dalla (39).

Ponendo

$$l = \frac{I_a}{M_a r_a} \quad (1)$$

la detta (39) diviene

$$\frac{d^2 \varphi'}{dt^2} + \frac{g}{l} \operatorname{sen} \varphi' = 0 \quad (2)$$

che è l'equazione del moto di un pendolo semplice di lunghezza l , che, com'è noto, dicesi *equivalente* al composto che si considera. Moltiplicando la (2) per $2 \frac{d\varphi'}{dt}$ ed integrando, abbiamo:

$$\left(\frac{d\varphi'}{dt} \right)^2 = \frac{2g}{l} (\cos \varphi' - \cos \alpha) \quad (3)$$

essendo α la costante arbitraria, che è l'amplitudine iniziale del pendolo, data. Il massimo della (3) è per $\varphi' = 0$; cosicchè la velocità massima del pendolo, sarà:

$$\left(\frac{d\varphi'}{dt} \right)_m = 2 \operatorname{sen} \frac{1}{2} \alpha \sqrt{\frac{g}{l}} \quad (4)$$

Siccome il valore che si dà ad α è molto piccolo, i valori delle φ , che non possono superare α , saranno pure piccoli. Se α si assume come piccola quantità di 1° ordine, allora le (2), (4) si possono scrivere:

$$\frac{d^2 \varphi'}{dt^2} = -\frac{g}{l} \varphi' \quad \left(\frac{d\varphi'}{dt} \right)_m = \alpha \sqrt{\frac{g}{l}} \quad (5)$$

esatte sino al 3° ordine escluso: e quindi pel postulato ammesso al principio del numero precedente, si potrà dire che anche sul bipendolo, le amplitudini, le velocità e le accelerazioni dei pendoli sono piccole quantità del primo ordine.

Ordinariamente, in pratica, l'amplitudine iniziale che si dà ad un pendolo non suol superare i 10', ed è questa che considereremo di 1° ordine. In parti di raggio, e nel sistema di unità *C. G. S.*, questa quantità di 1° ordine avrà il valore

$$\alpha = 0,003 \quad (5) \text{ bis}$$

3. Usando la (1) e ponendo

$$\frac{h}{I_a} = k, \quad \frac{g}{l} = a \quad (6)$$

le (38) § 1° diviene:

$$\frac{d^2 \varphi'}{dt^2} + 2k \frac{d\varphi'}{dt} + a \varphi' = 0 \quad (7)$$

il cui integrale è, notoriamente :

$$\varphi' = e^{-k t} [c_1 \cos t \gamma + c_2 \operatorname{sen} t \gamma] \quad (8)$$

ove si sia posto :

$$\gamma = \sqrt{a - k^2}$$

Dalla (8) si ha :

$$\frac{d \varphi'}{d t} = e^{-k t} [(c_2 \gamma - c_1 k) \cos t \gamma - (c_1 \gamma + c_2 k) \operatorname{sen} t \gamma] \quad (9)$$

Se si mette in moto il pendolo con amplitudine α e velocità nulla, le (8), (9) danno :

$$c_1 = \alpha \qquad c_2 = \frac{\alpha k}{\gamma}$$

onde la (8) viene

$$\varphi' = \alpha e^{-k t} \left[\cos t \gamma + \frac{k}{\gamma} \operatorname{sen} t \gamma \right]$$

Il tempo periodico di questo moto è $T = \frac{\pi}{\gamma}$: cosicchè si può anche scrivere

$$\varphi' = \alpha e^{-k t} \left[\cos \pi \frac{t}{T} + \frac{k}{\gamma} \operatorname{sen} \pi \frac{t}{T} \right] \quad (10)$$

od infine :

$$\varphi' = \alpha M e^{-k t} \cos \left(\pi \frac{t}{T} - \mu \right) \quad (11)$$

ove

$$M \cos \mu = 1 \qquad M \operatorname{sen} \mu = \frac{k}{\gamma} \quad (12)$$

4. Consideriamo due successive elongazioni del pendolo, che avranno luogo ai tempi

$$t = n T \qquad t_1 = (n + 1) T \quad (13)$$

e sieno α_n, α_{n+1} i valori corrispondenti di φ' . Si avrà dalla (10) :

$$\alpha_n = \pm \alpha e^{-n k T} \qquad \alpha_{n+1} = \mp \alpha e^{-(n+1) k T} \quad (14)$$

ove come sopra si è posto :

$$T = \frac{\pi}{\gamma} = \sqrt{\frac{\pi}{a - k^2}} \quad (15)$$

e i segni superiori di (14) si avverano per n pari, gl' inferiori per n dispari. L'ampiezza della oscillazione considerata, fra le elongazioni successive α_n, α_{n+1} , sarà la differenza della (14), cioè, indicandola con ω_n :

$$\omega_n = \alpha e^{-n k T} (1 + e^{-k T}) \quad (16)$$

Questa formula mostra, come al crescere di n , ω_n vada decrescendo, con tanta maggior rapidità quanto più k è grande. Perciò la k dicesi, *costante di estinzione*. Dunque, mentre le ampiezze delle oscillazioni vanno diminuendo, la loro durata è costante, perchè è determinata da T , che, come vedesi dalla (15), ha un valor fisso.

5. La (16) serve a determinare sperimentalmente il valore della costante di estinzione. Siccome è intuitivo che k sarà piccolissima, perchè la resistenza dell'aria è, contro alle piccole velocità pendolari, molto debole, si può per n abbastanza grande* trascurare $k T$ di fronte ad $n k T$, cosicchè si potrà scrivere la (16):

$$\omega = 2 \alpha e^{-n k T}$$

Si osservi poi, come questa formula non si alteri sensibilmente se n varia di alcune unità, sempre a causa della piccolezza di k . Questo fa sì, che rimettendo t per $n T$, e scrivendo

$$\omega_n = 2 \alpha e^{-k t} \quad (17)$$

questo t può esser preso dall'orologio sufficientemente regolato, conoscendosi il tempo in cui si mise in moto il pendolo. Siccome $2 \alpha = \omega_0$, dicendo ω_0 la grandezza della semioscillazione iniziale (che si osserva, come si osserverà dopo alcun tempo la ω_n) così dalla (17) si ricava subito il valore di k , cioè:

$$k = \frac{1}{t} \lg \frac{\omega_0}{\omega_n} \quad (18)$$

Naturalmente, l'osservazione si ripete per valori diversi di t a cui corrispondono diversi valori di ω_n che vengono osservati; e la k vien così determinata, con un error medio che si assegna immediatamente.

* Si osservi che t deve esprimersi in unità di minuto secondo medio, perchè tale è l'unità di tempo nel sistema C. G. S. Quindi dopo 10 minuti dacchè il pendolo è in moto, poichè T è sempre circa $1/2$ secondo, sarà per la 1^a (13), $n = 2400$.

Gli ordinari pendoli di Sterneck, che battono il mezzo secondo, hanno, a meno di quantità trascurabili, la stessa costante di estinzione. Il Borrass, per due pendoli sperimentati, trova:

$$k = 0,000105$$

Lo Schiötz, trova, pei suoi, dei valori varianti fra

$$k = 0,000122 \quad \text{e} \quad k = 0,000126$$

Io pure ho istituito tali ricerche sul pendolo 119, il risultato delle quali è stato, in quattro prove:

$$\begin{array}{ll} k = 0,00012 & \text{per } \omega_0 = 10^p \quad \omega_n = 8,^p 0 \\ k = 0,00011 & \quad \quad \quad \omega_n = 6, \quad 1 \\ k = 0,00011 & \quad \quad \quad \omega_n = 5, \quad 2 \\ k = 0,00011 & \quad \quad \quad \omega_n = 4, \quad 4 \end{array}$$

onde in media

$$k = 0,000112$$

Si vede dunque, come la costante di estinzione nei diversi casi e per vari sperimentatori, è sensibilmente costante, e di un'ordine superiore alquanto al primo, che è dato dalla (5) bis; cioè k è di ordine $\frac{3}{2}$.

6. È importante, per ciò che verrà dopo, cercare l'effetto che la resistenza dell'aria, produce sulle circostanze del moto di un pendolo, rispetto al movimento che esso avrebbe nel vuoto (intendendo *vuoto* nel senso dichiarato nel N. 7, § 1).

Se tal resistenza sparisse, avremmo $k = 0$, e le (10) (15) divengono:

$$\varphi'_0 = \alpha \cos \pi \frac{t}{T_0} \quad T_0 = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \quad (19)$$

confrontando T (15) con T_0 , sviluppando T in formula di Taylor, si ha subito:

$$T_0 - T = \frac{1}{2} T_0^3 \left(\frac{k}{\pi} \right)^2 \quad (20)$$

quantità di 3° ordine, almeno, poichè come si è visto or ora, k^2 è di 3° ordine, senza contare $\frac{1}{2} T_0^3 = \frac{1}{16}$. Dunque, a meno di quantità più piccole

del 3° ordine, vale a dire, assolutamente insensibili ($1^s \times 10^{-9}$), la durata di oscillazione nel vuoto è uguale a quella nell'aria.

Sviluppando, poi, in (10) la $\frac{1}{T}$ col mezzo della (20), si vede, che a meno di quantità del 3° ordine, si ha:

$$\varphi' = \alpha e^{-kt} \cos \pi \frac{t}{T_0} + \alpha e^{-kt} \frac{k}{\gamma} \operatorname{sen} \pi \frac{t}{T_0} \quad (21)$$

Confrontando colla 1^a (19) si vede l'effetto che sulle amplitudini apporta la resistenza dell'aria. Si vede, che essendo αk di ordine superiore al secondo, la (21) può scriversi, a meno di tali quantità:

$$\varphi' = \alpha e^{-kt} \cos \pi \frac{t}{T_0} \quad (22)$$

Cosicchè può dirsi: *a meno di quantità superiori al 2° ordine, l'effetto della resistenza dell'aria sulla forma analitica del moto di un pendolo nel vuoto, si riduce a quello di introdurvi un fattore esponenziale e^{-kt}.*

7. Continuando a metterci in speciali condizioni, onde interpretare il significato delle grandezze e dei coefficienti che entrano nelle equazioni differenziali, supponiamo, nei riguardi della generale equazione del moto (33), che ad un istante determinato, che prenderemo come origine del tempo, i due pendoli rimangano fissi come in quell'istante si trovavano, solidificandosi così tutto il sistema. Consideriamo pure che non vi siano moti esterni, cosicchè $K = 0$, e resti il sostegno abbandonato alla sua reazione elastica. Allora da quel momento in poi, spariscono dalla (33) tutti i termini dipendenti da φ' , φ'' , rimanendo costanti queste amplitudini, e si ridurrà a:

$$p \frac{d^2 x_c}{dt^2} + 2\gamma \frac{dx_c}{dt} + \varepsilon (x_c - x_0) = 0 \quad (23)$$

ove si è posto

$$\sum_{ABC} M = p. \quad (24)$$

L'integrale di questa è perfettamente analogo a quello della (7), che è dato dalla (8); e indica che il sostegno, abbandonato a sè stesso, ha un moto oscillatorio di periodo uguale a

$$\tau = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{\varepsilon}{p} - \frac{\gamma^2}{p^2}}} = \frac{\pi}{\gamma_1} \quad (25)$$

per la (15), ove α , k abbiano i valori corrispondenti al caso nostro. Se supponiamo che la solidificazione avvenga nell'istante di una elongazione

del supporto, allora le condizioni iniziali del moto sono $x_c = a$, $\frac{dx_c}{dt} = 0$, ove a è il massimo di x_c : quindi determinando le costanti arbitrarie, analogamente al N. 3, avremo, dal confronto di (7) con (23), e badando alla forma definita dalla (10):

$$x_c - x_0 = (a - x_0) e^{-\nu t} \left[\cos \pi \frac{t}{\tau} + \frac{\nu}{\gamma_1} \operatorname{sen} \pi \frac{t}{\tau} \right] \quad (26)$$

8. Consideriamo, in questa, le grandezze delle quantità che vi entrano. La ν qui è ben più grande della k di (10), poichè il movimento oscillatorio forzato dovuto all'elasticità, si estingue ben più presto che quello di un pendolo libero: del resto, ν dipende dalla massa M_c , come si vede dalla (32) § 1.

Quindi la ν sarà una quantità finita. La ε è molto grande; e sarà tale anche $\frac{\varepsilon}{p}$, perchè la τ (25) deve essere molto piccola, come durata di una oscillazione elastica, che deve avere piccola ampiezza, ma grande rapidità. Ora perchè ciò sia, mentre $\frac{\nu}{p}$ è quantità finita, si vede da (25) esser necessario che $\frac{\varepsilon}{p}$ sia molto grande, e almeno di ordine -1 .

Ciò posto, collo sviluppo di Taylor, in base a queste ultime considerazioni, si ha da (25):

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{p}{\varepsilon} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{\nu^2}{p^2} \frac{p}{\varepsilon} \right]} \quad (27)$$

e la parentesi differisce dall'unità di una quantità di prim'ordine almeno; cosicchè sensibilmente si può scrivere:

$$\tau = \tau_0 = \pi \sqrt{\frac{p}{\varepsilon}} \quad (28)$$

Da questa si deduce il significato meccanico della costante $\frac{p}{\varepsilon}$, la quale è, quindi, *proporzionale al quadrato del tempo periodico con cui vibrerebbe il supporto caricato dei pendoli irrigiditi, ove ad esso si comunicasse un piccolo spostamento iniziale.*

Si osservi infine, come, considerando che $\frac{\nu}{\gamma_1}$ è una quantità piccola come vedesi dalla (25), si può, collo stesso ragionamento fatto per φ' , passare dalla (26) alla

$$x_c - x_0 = (a - x_0) e^{-\nu t} \cos \pi \frac{t}{\tau_0} \quad (29)$$

Facendo di questa la derivata seconda, e dicendo, θ_2 il complesso di termini d'ordine superiore al primo, si ha facilmente, badando alla (28):

$$\frac{p}{\varepsilon} \frac{d^2 x_c}{dt^2} = -(a - x_0) e^{-\nu t} \cos \pi \frac{t}{\tau_0} + \theta_2 \quad (30)$$

il che mostra che $\frac{p}{\varepsilon} \frac{d^2 x_c}{dt^2}$ è dello stesso ordine di $a - x_0$, cioè di $x_c - x_0$ di cui la $a - x_0$ è il valor massimo. Si osservi poi che si ricava, pure da (29):

$$\frac{2\nu}{\varepsilon} \frac{dx_c}{dt} = -(a - x_0) \sqrt{\frac{p}{\varepsilon}} e^{-\nu t} \frac{\nu}{p} \operatorname{sen} \pi \frac{t}{\tau_0} + \theta'_2 \quad (31)$$

essendo θ'_2 il complesso dei termini più piccoli del primo. La (31) mostra, che $\frac{2\nu}{\varepsilon} \frac{dx_c}{dt}$, è di ordine superiore ad $x_c - x_0$ trovandosi questa nel 2° membro moltiplicato per la quantità $\sqrt{\frac{p}{\varepsilon}}$ che si è detto essere almeno di ordine $\frac{1}{2}$.

3. Integrazione delle equazioni del bipendolo

1. Le equazioni rigorose trovate nel paragrafo 1, cioè le (33), (35), (36), non si possono integrare così come sono. Occorre semplificarle, pur restando in una approssimazione che, per l'indole di questo lavoro, deve essere la massima possibile.

Già vedemmo come le amplitudini φ , e le derivate prime e seconde, dovranno sempre essere quantità piccole che assumemmo come di primo ordine, il cui valore numerico è circa 0,003, come dalla (5) *bis* § 2.

L'altra grandezza $\frac{p}{\varepsilon}$ che non è nota *a priori*, è una quantità fissa, un elemento fondamentale, della cui piccolezza, sotto certi criteri, possiamo formarci un'idea, avendo di essa fissata la significazione fisica, colla (28) § 2. Se p. e., il supporto, sotto la sua sola reazione elastica è capace di fornire 20 oscillazioni al secondo, cioè un'oscillazione in $0^s, 05 = \tau_0$, si avrà, dalla (28) citata:

$$\frac{p}{\varepsilon} = 0,0002$$

quantità inferiore al prim'ordine: per 50 oscillazioni al secondo, si avrebbe

$$\frac{p}{\varepsilon} = 0,00004$$

quantità che si avvicina al secondo ordine. Se poi il supporto fosse tanto elastico da compiere 100 o 200 oscillazioni al secondo, allora la quantità $\frac{p}{\varepsilon}$ arriverebbe a tale ordine di piccolezza, che non potrebbe esser considerato nelle formule, poichè ora vedremo che non è possibile tener conto, nelle equazioni rigorose, che dei termini di 2° ordine incluso. In quel caso, il supporto deve considerarsi come rigido; e il limite di tale assunzione sarà il numero di oscillazioni non inferiore a 50 al secondo, che esso supporto possa compiere.

2. Invece, l'ordine di $x_c - x_o$ non può *a priori* stimarsi, perchè esso dipende dall'azione dei pendoli, che a sua volta dipende dalle equazioni del moto. Bisogna, dunque, ricorrere ad esse per averne un'idea. Consideriamo la (33), e poniamo non vi sieno forze esterne agenti sul supporto, chè altrimenti si potrà facilmente tenerne conto: si ricordi che β , γ , β_1 , γ_1 dipendono da λ , che è dell'ordine di k , come dalle (32), (34) § 1 e (6) § 2: che le φ e derivate son di 1° ordine come dal principio del § 2. Allora, dicendo θ_2 una quantità almeno di 2° ordine, si potrà scrivere la (33), ricordando la (24) § 2, così:

$$\frac{p}{\varepsilon} \frac{d^2 x_c}{dt^2} + \frac{2v}{\varepsilon} \frac{dx_c}{dt} + (x_c - x_o) = - \frac{M_a \nu_a}{\varepsilon} \frac{d^2 \varphi'}{dt^2} - \frac{M_b \nu_b}{\varepsilon} \frac{d^2 \varphi''}{dt^2} - \frac{\theta_2}{\varepsilon} \quad (2)$$

Ora se $\frac{p}{\varepsilon}$ (e quindi $\frac{M_a \nu_a}{\varepsilon}$, $\frac{M_b \nu_b}{\varepsilon}$, essendo p , $M_a \nu_a$, $M_b \nu_b$ grandezze finite) è di 1°, 2°... ordine, il 2° membro di (2) è rispettivamente di 2°, 3°... ordine, epperò tale sarà il trinomio del 1° membro. Ma in esso trinomio il termine medio è inferiore agli estremi (N. S, § 2): quindi sarà il complesso dei due primi che sarà di 2°, 3°... ordine quando $\frac{p}{\varepsilon}$ sarà di 1°, 2°... rispettivamente. Ma i detti termini sono dello stesso ordine, come si è visto dalla (30) § 2; quindi: *in ogni caso* $\frac{d^2 x_c}{dt^2}$ è una quantità di 1° ordine, mentre $x_c - x_o$ è di un ordine superiore di un'unità a quello di $\frac{p}{\varepsilon}$.

Questi rilievi sono necessari per procedere alla semplificazione delle (33), (35), (36) § 1. Non potremo conservare in esse che i termini di 1° e di 2° ordine di grandezza; altrimenti le equazioni non risulterebbero lineari, com'è necessario per poterne affrontare l'integrazione.

3. Escludiamo, quindi, i termini di 3° ordine delle sudette equazioni, ricordando che le φ e derivate sono di 1°, come lo sono β , γ , β_1 , γ_1 e $\frac{d^2 x_c}{dt^2}$:

svolgiamo in serie seni e coseni di φ' , φ'' : e così le (35), (36) divengono, ponendo mente alle (1), (6) § 2:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 \varphi'}{dt^2} + 2k \frac{d\varphi'}{dt} + a \varphi' + b \frac{d^2 x_c}{dt^2} &= 0 \\ \frac{d^2 \varphi''}{dt^2} + 2k_1 \frac{d\varphi''}{dt} + a_1 \varphi'' + b_1 \frac{d^2 x_c}{dt^2} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ove, per riunire tutto insieme ciò che scrivemmo e quello che verrà, si ha:

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{g}{l}, & b &= \frac{1}{l}, & l &= \frac{I_a}{M_a r_a}, & q &= M_a r_a & \text{pel pendolo } A \\ a_1 &= \frac{g}{l_1}, & b_1 &= \frac{1}{l_1}, & l_1 &= \frac{I_b}{M_b r_b}, & q_1 &= M_b r_b & \text{,, ,, } B \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

dalle quali: $al = a_1 l_1$ $ab_1 = a_1 b$

Quanto alla (33), cogli stessi criteri, e usando le posizioni (4), si ottiene subito:

$$\begin{aligned} p \frac{d^2 x_c}{dt^2} + 2\gamma \frac{dx_c}{dt} + \varepsilon (x_c - x_0) + q \frac{d^2 \varphi'}{dt^2} + q_1 \frac{d^2 \varphi''}{dt^2} + 2\gamma \frac{d\varphi'}{dt} \\ + 2\gamma_1 \frac{d\varphi''}{dt} = K p \frac{d^2 f(t)}{dt^2} \end{aligned} \quad (5)$$

Le (3), (5) sono le equazioni del moto esatte sino al 3° ordine escluso, e che dobbiamo integrare, senza quelle ulteriori modificazioni che si sogliono fare quando si ha solo in vista uno scopo pratico. Io recherò tutti e tre gli integrali particolari del sistema (3), (5), onde vedere davvicino il meccanismo dinamico-cinematico del bipendolo.

Noi, per semplicità di linguaggio, considereremo $\frac{p}{\varepsilon}$ come una quantità di 1° ordine, anche quando fosse vicina al secondo, poichè le conclusioni che risulteranno nella prima ipotesi saranno a *fortiori* valide nella seconda. Ciò è anche imposto dal fatto che, a priori, nulla si sa circa l'ordine di questa costante $\frac{p}{\varepsilon}$; solo si deve ammettere che non sia molto al di sopra del 2° ordine, affinchè essa possa trovar posto nelle nostre equazioni.

3. Cominciamo, anzitutto, a dedurre dalle (3) un'equazione indipendente da x_c , la quale sarà, evidentemente:

$$b_1 \frac{d^2 \varphi'}{dt^2} + 2k b_1 \frac{d\varphi'}{dt} + a b_1 \varphi' = b \frac{d^2 \varphi''}{dt^2} + 2k_1 b \frac{d\varphi''}{dt} + a_1 b \varphi'' \quad (6)$$

e sarà una relazione tra φ' e φ'' , qualunque sia il moto del supporto.

Inoltre, eliminando $\frac{d^2 x_c}{dt^2}$ fra la (5) e la prima delle (3); si ha:

$$\begin{aligned} \varepsilon (x_c - x_o) = & M \frac{d^2 \varphi'}{dt^2} + N \frac{d^2 \varphi''}{dt^2} + 2\mu \frac{d\varphi'}{dt} - 2\gamma_1 \frac{d\varphi''}{dt} \\ & + P\varphi' - 2\nu \frac{dx_c}{dt} + \psi(t) \end{aligned} \quad (7)$$

ove

$$M = \frac{p}{b} - q, \quad N = -q_1 \quad P = \frac{ap}{b} \quad \mu = \frac{pk}{b} - \gamma \quad (8)$$

e si è, poi, posto per semplicità di scrittura

$$\psi(t) = Kp \frac{d^2 f(t)}{dt^2} \quad (9)$$

Derivando la (7) ed eliminando ancora $\frac{d^2 x_c}{dt^2}$ fra tal derivata e la prima delle (5), abbiamo:

$$\varepsilon \frac{dx_c}{dt} = M \frac{d^3 \varphi'}{dt^3} + N \frac{d^3 \varphi''}{dt^3} + Q \frac{d^2 \varphi'}{dt^2} - 2\gamma_1 \frac{d^2 \varphi''}{dt^2} + S \frac{d\varphi'}{dt} + T\varphi' + \psi'(t) \quad (10)$$

ove

$$Q = 2\left(\mu + \frac{\nu}{b}\right) \quad S = \frac{1}{b}(ap + 4k\nu) \quad T = \frac{2a\nu}{b} \quad (11)$$

Deriviamo ancora la (10), ed eliminiamovi la $\frac{dx_c^2}{dt^2}$ colla 1^a (3); avremo:

$$\begin{aligned} \frac{M d^4 \varphi'}{\varepsilon dt^4} + \frac{N d^4 \varphi''}{\varepsilon dt^4} + \frac{Q d^3 \varphi'}{\varepsilon dt^3} - \frac{2\gamma_1 d^3 \varphi''}{\varepsilon dt^3} + \left(\frac{S}{\varepsilon} + \frac{1}{b}\right) \frac{d^2 \varphi'}{dt^2} + \\ + \left(\frac{T}{\varepsilon} + \frac{2k}{b}\right) \frac{d\varphi'}{dt} + \frac{a}{b} \varphi' + \frac{1}{\varepsilon} \psi''(t) = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

Questa, accoppiata colla (6), servirà ad eliminare φ'' , sì da ottenere l'equazione differenziale risultante in φ' . Ma prima di far ciò, onde aver tutto

sott'occhio, eliminiamo $\frac{dx_c}{dt}$ fra le (7), (10); così si avrà:

$$\begin{aligned} x_c - x_o = & -\frac{2\nu}{\varepsilon^2} \left(M \frac{d^3 \varphi'}{dt^3} + N \frac{d^3 \varphi''}{dt^3} \right) + \frac{1}{\varepsilon} \left(M - \frac{2\nu}{\varepsilon} Q \right) \frac{d^2 \varphi'}{dt^2} + \\ & + \frac{1}{\varepsilon} \left(N + \frac{4\nu}{\varepsilon} \gamma_1 \right) \frac{d^2 \varphi''}{dt^2} + \frac{2}{\varepsilon} \left(\mu - \frac{\nu}{\varepsilon} S \right) \frac{d\varphi'}{dt} + \frac{1}{\varepsilon} \left(P - \frac{2\nu}{\varepsilon} T \right) \varphi' - \frac{2\gamma_1 d\varphi''}{\varepsilon dt} \\ & + \frac{1}{\varepsilon} \psi(t) - \frac{2\nu}{\varepsilon^2} \psi'(t) \end{aligned} \quad (13)$$

la quale, quando saranno determinate le φ' , φ'' , darà l'espressione del moto del supporto.

4. Veniamo, infine, all'eliminazione di φ'' fra le (6), (12).

Nei coefficienti della eliminata entrano termini finiti, come a , p , b ecc.; termini di 1° ordine assoluto, come k , γ , μ ; termini di forma $\frac{h}{\varepsilon}$, con h quantità finita o di 1° ordine assoluto, e termini con prodotti $k\gamma_1$, k^2 , γ^2 . Questi debbono considerarsi di 3° ordine, come si vide al N. 5 § 2, e perciò assolutamente trascurabili. Noi terremo, invece, nei coefficienti della eliminata, *solamente termini che sieno o finiti, o di 1° ordine assoluto, e termini con $\frac{h}{\varepsilon}$, ove h sia finito*; cosicchè non comparando in detti coefficienti termini di 2° ordine assoluto, se $\frac{p}{\varepsilon}$ è di 1° ordine, noi avremo messi in vista, nella loro espressione, i termini di prim'ordine soltanto, e sono i soli che esistono (all'infuori di quelli del 3° ordine, sempre trascurabili): se $\frac{p}{\varepsilon}$ è di 2° ordine, avremo conservato nei coefficienti *tutti* i termini del 1° e 2° ordine, ora che di quest'ordine ne esistono. In tal modo, noi avremo calcolato i coefficienti della eliminata in maniera, che qualunque sia l'ordine di $\frac{p}{\varepsilon}$, essi saranno esatti sino al 3° ordine escluso, cioè sino al grado di approssimazione massimo che ci è concesso di stabilire.

Con queste osservazioni, si faccia l'eliminazione p. e. di φ'' e derivate, dalle (6), (12). Dopo un calcolo lungo, ma senza difficoltà, giungeremo all'eliminata in φ' , che servirà a determinarla:

$$\begin{aligned} \frac{\omega}{\varepsilon} \frac{d^6 \varphi'}{dt^6} + 2 \frac{\nu}{\varepsilon} \frac{d^5 \varphi'}{dt^5} + \left(1 + \frac{f}{\varepsilon}\right) \frac{d^4 \varphi'}{dt^4} + 2 \left[k + k_1 + (a + a_1) \frac{\nu}{\varepsilon} \right] \frac{d^3 \varphi'}{dt^3} \\ + \left[a + a_1 + \frac{h}{\varepsilon} \right] \frac{d^2 \varphi'}{dt^2} + 2 \left[a k_1 + a_1 k + a a_1 \frac{\nu}{\varepsilon} \right] \frac{d \varphi'}{dt} \\ + a a_1 \varphi' + a_1 \frac{b}{\varepsilon} \psi''(t) + 2 \frac{b}{\varepsilon} k_1 \psi'''(t) + \frac{b}{\varepsilon} \psi^{IV}(t) = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

ove:

$$\omega = p - bq - b_1 q_1; \quad f = (a + a_1)p - a b_1 (q + q_1); \quad h = a a_1 p \quad (14) \text{ bis}$$

La eliminata in φ'' si otterrebbe cambiando φ' in φ'' , ed a , b , q in a_1 , b_1 , q_1 e viceversa, nella (14); poichè le (3) (5) dalle quali si dovrebbero eliminare φ' , x_c sono simmetriche rispetto alle sudette quantità. Facendo

tal cambiamento, si vede che nel 1° membro i coefficienti non variano; si avrà, dunque, per φ'' :

$$\begin{aligned} & \frac{\omega}{\varepsilon} \frac{d^6 \varphi''}{dt^6} + 2 \frac{\nu}{\varepsilon} \frac{d^5 \varphi''}{dt^5} + \left(1 + \frac{f}{\varepsilon}\right) \frac{d^4 \varphi''}{dt^4} + 2 \left[k + k_1 + (a + a_1) \frac{\nu}{\varepsilon} \right] \frac{d^3 \varphi''}{dt^3} \\ & + \left[a + a_1 + \frac{h}{\varepsilon} \right] \frac{d^2 \varphi''}{dt^2} + 2 \left[a k_1 + a_1 k + a a_1 \frac{\nu}{\varepsilon} \right] \frac{d \varphi''}{dt} \\ & + a_1 a \varphi'' + a \frac{b_1}{\varepsilon} \psi''(t) + 2 \frac{b_1}{\varepsilon} k \psi'''(t) + \frac{b_1}{\varepsilon} \psi^{IV}(t) = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

Integrate le (14) (15), si sostituiranno le espressioni delle φ' , φ'' nella (13), e resterà così determinata anche la $x_c - x_o$, che ci fornisce il moto del supporto, mentre le (14) (15) ci faranno conoscere le leggi del moto di ciascun pendolo.

5. Passiamo ora ad eseguire l'integrazione delle (14) (15). Sono lineari complete, ed hanno comune l'equazione incompleta. L'equazione caratteristica relativa ad entrambe è:

$$Az^6 + Bz^5 + Cz^4 + Dz^3 + Ez^2 + Fz + G = 0 \quad (16)$$

ove:

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{\omega}{\varepsilon}; \quad B = 2 \frac{\nu}{\varepsilon}; \quad C = 1 + \frac{f}{\varepsilon}; \quad D = 2 \left[k + k_1 + (a + a_1) \frac{\nu}{\varepsilon} \right] \\ E &= a + a_1 + \frac{h}{\varepsilon}; \quad F = 2 \left(a k_1 + a_1 k + a a_1 \frac{\nu}{\varepsilon} \right) \quad G = a a_1 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Profittando della circostanza che i coefficienti C , E , G contengono dei termini finiti, si potrà risolvere la (16) con successive approssimazioni. Cominciamo a lasciar da parte tutti i termini di 1° e 2° ordine nei coefficienti della (16). Essa si ridurrà alla seguente:

$$z^4 + (a + a_1) z^2 + a a_1 = 0 \quad (18)$$

che ha le quattro radici:

$$z_1 = + i \sqrt{a} \quad z_2 = - i \sqrt{a}, \quad z_3 = + i \sqrt{a_1} \quad z_4 = - i \sqrt{a_1} \quad (19)$$

Per trovare i valori più prossimi delle radici, sino al 3° ordine escluso, chiamiamo z_o una delle (19), e z il valore esatto di essa; avremo:

$$z = z_o + y \quad (20)$$

con y di ordine 1° o 2° secondochè $\frac{p}{\varepsilon}$ è di 1° o 2° ordine. Introducendo

la (20) nella (16), e tenendo presente la (18) che è soddisfatta da z_0 , avremo:

$$Az_0^6 + Bz_0^5 + C^1z_0^4 + Dz_0^3 + E^1z_0^2 + Fz_0 + y[6Az_0^5 + 5Bz_0^4 + 4C^1z_0^3 + 3Dz_0^2 + 2E^1z_0 + F + 4z_0^3 + 2(a+a_1)z_0] = 0 \quad (21)$$

ove

$$C^1 = \frac{f}{\varepsilon} \quad E^1 = \frac{h}{\varepsilon} \quad (22)$$

La (21) dà la φ :

$$y = - \frac{Az_0^6 + Bz_0^5 + C^1z_0^4 + Dz_0^3 + E^1z_0^2 + Fz_0}{6Az_0^5 + 5Bz_0^4 + 4C^1z_0^3 + 3Dz_0^2 + 2E^1z_0 + F + 4z_0^3 + 2(a+a_1)z_0} \quad (23)$$

Siccome i coefficienti maiuscoli di questa, son tutte quantità dell'ordine di $\frac{p}{\varepsilon}$, come vedesi dalle (17) (22), sopprimendo il fattore comune z_0 , alla (23) si può dare la forma:

$$y = - \frac{Az_0^5 + Bz_0^4 + C^1z_0^3 + Dz_0^2 + E^1z_0 + F}{2[2z_0 + a + a_1][1 + \tau_0]} \quad (24)$$

ove τ_0 è una quantità dell'ordine di $\frac{p}{\varepsilon}$. Svolgendo in serie il binomio $1 + \tau_0$ si può scrivere la (24), arrestata ai termini dell'ordine di $\frac{p}{\varepsilon}$:

$$y = - \frac{Az_0^5 + Bz_0^4 + C^1z_0^3 + Dz_0^2 + E^1z_0 + F}{2[2z_0^2 + a + a_1]} \quad (25)$$

6. Se, ora, per z_0 si prende:

$$z_0 = \pm i\sqrt{a}$$

viene:

$$y = \frac{\mp i\sqrt{a}[Aa^2 - ca + E^1] + [Ba^2 - Da + F]}{2(a - a_1)} \quad (26)$$

e per le (17) (22):

$$y = -k \mp i\sqrt{a} \frac{abq}{2\varepsilon}$$

Quindi per la (20) (26), una prima coppia di radici della caratteristica (16) è la seguente:

$$z = -k \pm i \sqrt{a \left(1 - \frac{abq}{\varepsilon}\right)} \quad (27)$$

esatta sino all'ordine di $\frac{p}{\varepsilon}$ inclusive, cioè colla massima approssimazione che ci è consentita.

Se invece che dalle due prime (19), si parte dalle due ultime, si giunge all'altra coppia di radici:

$$z = -k_1 \pm i \sqrt{a_1 \left(1 - \frac{a_1 b_1 q_1}{\varepsilon}\right)} \quad (28)$$

E se, per brevità si pone:

$$\xi = \sqrt{a \left(1 - \frac{a b q}{\varepsilon}\right)} \quad \eta = \sqrt{a_1 \left(1 - \frac{a_1 b_1 q_1}{\varepsilon}\right)} \quad (29)$$

queste quattro radici della caratteristica, sono:

$$z_1 = -k + i \xi, \quad z_2 = -k - i \xi, \quad z_3 = -k_1 + i \eta, \quad z_4 = -k_1 - i \eta \quad (30)$$

nelle quali è notevole il fatto che in esse non comparisce traccia della ν , cioè dell'azione esercitata dall'attrito interno, dalle quali queste quattro radici sono affatto indipendenti, nell'ordine della nostra approssimazione.

7. Cerchiamo ora le altre due radici z_5, z_6 della caratteristica. Per le note proprietà delle equazioni, dovremo avere:

$$z_1 + z_2 + z_3 + z_4 + z_5 + z_6 = -\frac{B}{A} \quad z_1 z_2 z_3 z_4 z_5 z_6 = \frac{G}{A}$$

e per le (30):

$$z_5 + z_6 = 2(k_1 + k_1) - \frac{B}{A}, \quad z_5 z_6 = \frac{G}{A} (\xi^2 + k^2)^{-1} (\eta^2 + k_1^2)^{-1}$$

Quindi le z_5, z_6 son le radici X , di una stessa equazione di 2° grado, e avremo, a causa delle due prime (17):

$$X = -\frac{\nu}{\omega} + k + k_1 \pm \sqrt{\left(k + k_1 - \frac{\nu}{\omega}\right)^2 - \varepsilon \frac{a a_1}{\omega} (\xi^2 + k^2)^{-1} (\eta^2 + k_1^2)^{-1}} \quad (31)$$

Si noti qui che $\frac{\varepsilon}{\omega}$ è grandissimo, almeno di ordine -1 : le quantità chiuse in parentesi sono finite; e si potrà scrivere:

$$X = -\frac{\nu}{\omega} + k + k_1 \pm i(1 + \tau_\varepsilon) \sqrt{\frac{\varepsilon}{\omega} \frac{a a_1}{(\xi^2 + k^2) (\eta^2 + k_1^2)}} \quad (32)$$

ove τ_ε è una quantità dell'ordine di $\frac{\rho}{\varepsilon}$. Ora, osservando le (29), e ricordando che k^2, k_1^2 son di 3° ordine, si porrà:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\nu}{\omega} - (k + k_1) \\ \zeta &= (1 + \tau_\varepsilon) \sqrt{\frac{\varepsilon}{\omega} \frac{a a_1}{(\xi^2 + k^2)(\eta^2 + k_1^2)}} = (1 + \tau_\varepsilon^1) \sqrt{\frac{\varepsilon}{\omega}} \end{aligned} \quad (34)$$

essendo τ_ε^1 un'altra piccola quantità dell'ordine di $\frac{\rho}{\varepsilon}$. Sdoppiando la (32), si avranno le radici z_5, z_6 , così sciolte:

$$z_5 = -\alpha + i\zeta \quad z_6 = -\alpha - i\zeta \quad (35)$$

e la ζ è di ordine inverso a quello di $\sqrt{\frac{\rho}{\varepsilon}}$; cioè molto grande.

8. Avute così le radici della equazione caratteristica (16), l'integrale generale della (14), considerata priva del 2° membro, com'è noto dalla teoria delle equazioni lineari, è dato dalla espressione:

$$\begin{aligned} \varphi' &= c_1 e^{-kt} \cos t \xi + c_2 e^{-kt} \sin t \xi + c_3 e^{-k_1 t} \cos t \eta + c_4 e^{-k_1 t} \sin t \eta \\ &\quad + c_5 e^{-\alpha t} \cos t \zeta + c_6 e^{-\alpha t} \sin t \zeta \end{aligned} \quad (36)$$

ove le c_1, \dots, c_6 sono le costanti arbitrarie. La (36) dà l'espressione generale del moto del pendolo A ove non agiscono forze esterne, qualunque sieno le condizioni iniziali di esso moto. Ognuno dei termini della (36) è un integrale particolare della (14) considerata come incompleta.

Avremo subito l'espressione di φ'' , poichè si è visto che la equazione caratteristica è comune alle (14) (15). L'integrale di quest'ultima, presa incompleta, sarà un'altra espressione (36) ove le costanti abbiano valori diversi. Si avrà, quindi, indicando con γ delle costanti, per ora indeterminate:

$$\begin{aligned} \varphi'' &= \gamma_1 e^{-kt} \cos t \xi + \gamma_2 e^{-kt} \sin t \xi + \gamma_3 e^{-k_1 t} \cos t \eta + \gamma_4 e^{-k_1 t} \sin t \eta \\ &\quad + \gamma_5 e^{-\alpha t} \cos t \zeta + \gamma_6 e^{-\alpha t} \sin t \zeta \end{aligned} \quad (37)$$

Ed infine, anche la $x_c - x_o$ che dà il moto del supporto, sempre quando non agiscano forze esterne, come la (30) § 1, avrà un'espressione analoga,

come vedesi dalla (13) ove si faccia $\psi = 0$, e si introducano le (36) (37). Scriveremo, dunque:

$$x_c - x_o = \chi_1 e^{-kt} \cos t \xi + \chi_2 e^{-kt} \operatorname{sen} t \xi + \chi_3 e^{-k_1 t} \cos t \eta + \chi_4 e^{-k_1 t} \operatorname{sen} t \eta \\ + \chi_5 e^{-\alpha t} \cos t \zeta + \chi_6 e^{-\alpha t} \operatorname{sen} t \zeta \quad (38)$$

essendo le χ delle costanti per ora indeterminate. Se assumiamo le $c_1 c_2 \dots c_6$ come arbitrarie, le γ, χ saranno funzioni delle c , poichè le arbitrarie non possono essere più di sei.

9. Bisognerà, quindi, cercare queste funzioni, vale a dire esprimere le γ, χ per le c , il che avrà luogo in base alle equazioni del moto, che costituiscono le relazioni esistenti fra le tre funzioni del problema, cioè $\varphi', \varphi'', x_c - x_o$. Ma per trattar di ciò con tutta la estensione possibile, stabiliamo prima quali saranno le espressioni di φ', φ'' quando il supporto sia soggetto a forze esterne, poichè le (36) (37) riguardano il caso in cui queste non fossero presenti.

Si tratta dunque di eseguire l'integrazione delle complete (15) (16), mentre le (36) (37) sono gl'integrali delle rispettive incomplete. Se la funzione da noi chiamata $\psi(t)$, (9), è qualunque, allora gl'integrali delle complete (15) (16) si ottengono facendo variare le costanti c, γ delle (36) (37) col noto metodo di Lagrange. Ma se questa $\psi(t)$ è di forma tale che possa permetterci di trovare facilmente un integrale particolare della completa (15), o rispettivamente (16), si avrà l'integrale generale di esse complete, aggiungendo al trovato integrale particolare, l'integrale generale della incompleta rispettiva, dato già dalle (15) o (16).

Ora per noi è inutile dare alla (9) tutta l'arbitrarietà possibile, che praticamente non potrebbe neanche esser constatata: si ammetterà che il movimento del suolò che si trasmette integralmente al supporto sia o un urto, o un movimento periodico permanente, o soggetto a smorzamento, o tutti e due i casi insieme: il che oltre ad esser verosimile, ci permette di affrontare la soluzione del problema. Poniamo, quindi, che la (29) § 1, sia:

$$x_c - x_o = K e^{-\mu t} \cos(mt + \beta) + \gamma_1 t + \gamma_o \quad (38) \text{ bis}$$

per cui sarebbe:

$$f(t) = e^{-\mu t} \cos(mt + \beta) + \frac{\gamma_1}{K} t + \frac{\gamma_o}{K} \quad (39)$$

ove μ sia una quantità positiva, $m, \beta, \gamma_1, \gamma_o$ costanti date. Con questa

posizione, è facile assegnare un integrale particolare della (14), p. e. limitando dapprima a questa, le nostre considerazioni.

Introducendo la (39) nella (9), si avrà facilmente :

$$\psi(t) = C e^{-\mu t} \cos(mt + \gamma) \quad (40)$$

ove le costanti C , γ , dipendono dalla m , μ , β , p delle (39) (9) e C , è inoltre proporzionale a K . Dovremo quindi, considerare C come quantità non più grande del 1° ordine, poichè il moto oscillatorio impresso dal terreno al sostegno, non snaturi completamente il problema che trattiamo.

10. Indicando con $D(\varphi')$ l'operazione su φ' , contenuta nel 1° membro della (14), essa si può scrivere :

$$D(\varphi') = -a_1 \frac{b}{\varepsilon} \psi''(t) - 2 \frac{b}{\varepsilon} k_1 \psi'''(t) - \frac{b}{\varepsilon} \psi^{IV}(t) \quad (41)$$

e sostituendo per le ψ'' , ψ''' ecc. ciò che si ricava dalla (40), avremo, in forma, per l'osservazione fatta :

$$\begin{aligned} D(\varphi') = C_1 a_1 \frac{b}{\varepsilon} e^{-\mu t} \cos(mt + \gamma_1) + 2C_2 \frac{b}{\varepsilon} k_1 e^{-\mu t} \cos(mt + \gamma_2) \\ + C_3 \frac{b}{\varepsilon} e^{-\mu t} \cos(mt + \gamma_3) \end{aligned} \quad (42)$$

ove C_1 , C_2 , C_3 son costanti proporzionali a C (e quindi di 1° ordine come C); γ_1 , γ_2 , γ_3 altre costanti facili a determinarsi e note. Per avere un integrale particolare di (42), basta cercare un integrale particolare di ciascuna delle tre equazioni :

$$\begin{aligned} D(\varphi') &= C_1 a_1 \frac{b}{\varepsilon} e^{-\mu t} \cos(mt + \gamma_1) \\ D(\varphi') &= 2C_2 \frac{b}{\varepsilon} k_1 e^{-\mu t} \cos(mt + \gamma_2) \\ D(\varphi') &= C_3 \frac{b}{\varepsilon} e^{-\mu t} \cos(mt + \gamma_3) \end{aligned} \quad (43)$$

e sommare i tre integrali di queste. Essendo esse della stessa forma, basta occuparsi di una, p. e. della prima.

Si ponga, per semplificare :

$$\varphi' = \frac{C_1 a_1 b f}{\varepsilon} \quad (44)$$

basterà, tenendo presente la forma della $D(\varphi')$ che è il 1° membro della (14), cercare il valore di f , che soddisfa ciò che diviene la (43) per l'introduzione della (44), cioè :

$$D(f) = e^{-\mu t} \cos(mt + \gamma_1) \quad (45)$$

Ora dico che si soddisfa a questa, ponendo :

$$f = X_1 e^{-\mu t} \cos(mt + Y_1) \quad (46)$$

essendo X_1, Y_1 due costanti per ora indeterminate.

11. Introducendo in (45) al posto di f la (46) ed eseguendovi quindi le operazioni indicate dal simbolo D , si vede subito, che la (46) si cambia nell'altra :

$$X_1 [P \cos(mt + Y_1) + Q \sin(mt + Y_1)] = \cos(mt + \gamma_1) \quad (47)$$

ove le P, Q son funzioni di m, μ e dei coefficienti del 1° membro della (14), e hanno forma nota. La (47) dà la condizione a cui debbono soddisfare le X_1, Y_1 affinché (46) sia integrale di (45). Ora in (47) svolgendo i seni e coseni, si ha :

$$\begin{aligned} \cos mt (PX_1 \cos Y_1 + QX_1 \sin Y_1) + \sin mt (QX_1 \cos Y_1 - PX_1 \sin Y_1) \\ = \cos mt \cos \gamma_1 - \sin mt \sin \gamma_1 \end{aligned}$$

per il che è necessario e sufficiente che sia :

$$PX_1 \cos Y_1 + QX_1 \sin Y_1 = \cos \gamma_1 \quad QX_1 \cos Y_1 - PX_1 \sin Y_1 = -\sin \gamma_1$$

che bastano a determinare X_1, Y_1 . Si ha, da questa :

$$X_1 = \frac{1}{\sqrt{P^2 + Q^2}} \quad Y_1 = \operatorname{arctg} \frac{P \sin \gamma_1 + Q \cos \gamma_1}{Q \sin \gamma_1 - P \cos \gamma_1} \quad (48)$$

onde, per la (46), la (44) diviene :

$$\varphi' = C_1 a_1 \frac{b}{\varepsilon} e^{-\mu t} \cos(mt + Y_1) \quad (49)$$

essendo la Y_1 data dalla (48). La (49) è il cercato integrale della prima delle (43). Perfettamente analoghi saranno gli integrali delle altre due (43) :

in essi al luogo di Y_1 di (49) si metterà ciò che diviene la (48) quando al luogo di γ_1 si mette γ_2 e γ_3 : inoltre cambieremo il coefficiente di (49) nei rispettivi coefficienti delle due ultime (43)*.

L'integrale generale, dunque, della equazione completa (15), è, per la (36) e la (49), ed analoghe, come si è detto:

$$\begin{aligned} \varphi' = & c_1 e^{-kt} \cos t \xi + c_2 e^{-kt} \operatorname{sen} t \xi + c_3 e^{-k_1 t} \cos t \eta + c_4 e^{-k_1 t} \operatorname{sen} t \eta \\ & + c_5 e^{-\alpha t} \cos t \zeta + c_6 e^{-\alpha t} \operatorname{sen} t \zeta + C_1 a_1 \frac{b}{\varepsilon} e^{-\mu t} \cos (mt + Y_1) \quad (50) \\ & + 2 C_2 \frac{b}{\varepsilon} k_1 e^{-\mu t} \cos (mt + Y_2) + C_3 \frac{b}{\varepsilon} e^{-\mu t} \cos (mt + Y_3) \end{aligned}$$

Per l'integrale generale della completa (15) si osservi, che siccome il 2° membro della (15) non differisce da quello della (14) se non per coefficienti, i quali, a bello studio si sono lasciati in vista nell'integrazione della (14); e siccome da questi coefficienti non dipendono le costanti $C_1 C_2 C_3, Y_1 Y_2 Y_3$, così l'integrale della (15) si dedurrà dalla (50) cambiando le c nelle γ , e nella seconda riga, a, b, k in $a_1 b_1 k_1$ e viceversa: avremo, cioè:

$$\begin{aligned} \varphi'' = & \gamma_1 e^{-kt} \cos t \xi + \gamma_2 e^{-kt} \operatorname{sen} t \xi + \gamma_3 e^{-k_1 t} \cos t \eta + \gamma_4 e^{-k_1 t} \operatorname{sen} t \eta + \\ & + \gamma_5 e^{-\alpha t} \cos t \zeta + \gamma_6 e^{-\alpha t} \operatorname{sen} t \zeta + \quad (51) \\ & + C_1 a \frac{b_1}{\varepsilon} e^{-\mu t} \cos (mt + Y_1) + 2 C_2 \frac{b_1}{\varepsilon} k e^{-\mu t} \cos (mt + Y_2) + \\ & + C_3 \frac{b_1}{\varepsilon} e^{-\mu t} \cos (mt + Y_3) \end{aligned}$$

Per avere, infine, l'espressione completa del movimento del supporto, basterà sostituire nella (13) le espressioni trovate di (50) (51), e per le ψ, ψ' ciò che viene dalla (40).

12. I tre ultimi termini di ciascuna delle (50), (51) si possono riunire in uno solo, di ugual forma di ognuno di essi: come anche possono riu-

* Si sarebbe potuto ridurre il 2° membro della (39) ad un sol termine della forma (40); ma a noi conviene per ora tenere in vista i coefficienti del medesimo 2° membro della (39).

nirsi in un solo, due a due, i termini in ξ , in η , in ζ ; cosicchè potrebbe aversi la forma da (50):

$$\begin{aligned} \varphi' = & L_1 e^{-kt} \cos(t\xi + l_1) + L_2 e^{-k_1 t} \cos(t\eta + l_2) + L_3 e^{-\alpha t} \cos(t\zeta + l_3) \\ & + N e^{-\mu t} \cos(mt + n) \end{aligned}$$

e così, da (51):

(52)

$$\begin{aligned} \varphi'' = & L_1^1 e^{-kt} \cos(t\xi + l_1^1) + L_2^1 e^{-k_1 t} \cos(t\eta + l_2^1) + L_3^1 e^{-\alpha t} \cos(t\zeta + l_3^1) + \\ & + N^1 e^{-\mu t} \cos(mt + n^1) \end{aligned}$$

e una forma analoga verrebbe per la $x_c - x_o$ (13), ove si sostituissero le (52) e si riunissero le ψ, ψ' all'ultimo termine coll'esponente $-\mu t$.

Se si confronta la struttura dei termini di (52) con quella della (11) § 2, si vede che ogni pendolo, sotto l'azione dell'altro e del supporto, quando questo, oltre a reagire per elasticità, è animato da un moto proprio oscillatorio decrescente, assume un movimento composto di quattro movimenti elementari, che sono pendolari ad estinzione. Di questi, i due primi sono a tempo periodico finito, e ad estinzione lenta dovuta alla resistenza dell'aria: il terzo è a tempo periodico piccolissimo (a causa della grandezza di ζ) e ad estinzione piuttosto rapida (un vero fremito): il quarto infine ha lo stesso periodo del moto proprio che ha il supporto, ma (a causa delle N, n) ha diversa ampiezza e diversa fase di questo. È chiaro, poi, che sebbene i quattro movimenti elementari dei due pendoli e del supporto, abbiano gli stessi tempi periodici, rispettivamente, pure sono di diversa ampiezza rispettiva, e di fase diversa, diverse essendo nelle (52) e in quella che se ne dedurrebbe pel supporto, le costanti L, l, N, n . Il diagramma di ciascuna amplitudine risultante φ', φ'' rispetto al tempo, è una sinusoide composta irregolare, i cui estremi massimi ed estremi minimi non sono a distanze uguali di tempo fra loro: donde l'anisocronismo delle massime elongazioni, e la diversa ampiezza di esse.

4. Determinazione delle costanti arbitrarie del bipendolo

1. Prima di tutto dobbiamo, come si è detto al n. 9 § 3, stabilire le relazioni che intercedono fra le γ e le c , eppoi quelle che esprimono le χ per le c medesime. Cominciamo dalle prime.

La condizione relativa sarà la (6) del § 3 che lega φ'' a φ' . Sostituendo le (50), (51) e derivate in detta (6), i due membri risulteranno ordinati

per le stesse funzioni del tempo e dovremo uguagliare i coefficienti, il che fornisce le relazioni cercate.

Le relazioni rigorose sarebbero le seguenti:

$$\gamma_1 = \frac{b_1}{b} (a - \xi^2 - k^2) \frac{c_1 (a_1 - \xi^2 + k^2 - 2k k_1) + 2c_2 \xi (k - k_1)}{(a_1 - \xi^2 + k^2 - 2k k_1)^2 + 4\xi^2 (k + k_1)^2} \quad (1)$$

$$\gamma_3 = \frac{b_1}{b} \frac{c_3 (a - \eta^2 + k_1^2 - 2k k_1) + 2c_4 \eta (k_1 - k)}{(a_1 - \eta^2 + k_1^2)} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \gamma_5 = & \frac{b_1}{b} c_5 \frac{(a - \zeta^2 + \alpha^2 - 2\alpha k)(a_1 - \zeta^2 + \alpha^2 - 2\alpha k_1) + 4\zeta^2 (k - \alpha)(k_1 - \alpha)}{(a_1 - \zeta^2 + \alpha^2 - 2\alpha k_1)^2 + 4\zeta^2 (k_1 - \alpha)^2} \\ & + 2\zeta \frac{b_1}{b} c_6 \frac{(k - \alpha)(a_1 - \zeta^2 + \alpha^2 - 2\alpha k_1) - (k_1 - \alpha)(a - \zeta^2 + \alpha^2 - 2\alpha k)}{(a_1 - \zeta^2 + \alpha^2 - 2\alpha k_1)^2 + 4\zeta^2 (k_1 - \alpha)^2} \quad (3) \end{aligned}$$

e le $\gamma_2, \gamma_4, \gamma_6$ si ricaverebbero da queste, mutando rispettivamente c_1, c_2 in $c_2, -c_1$ nella (1), c_3, c_4 in $c_4, -c_3$ nella (2), c_5, c_6 in $c_6, -c_5$ nella (3).

Però queste si semplificano grandemente. Anzitutto i quadrati e i prodotti delle k son di 3° ordine e decadono naturalmente: inoltre in pratica si può tenere con ogni sicurezza $k_1 = k$. Infatti i pendoli che si sogliono adoperare sono quelli detti di Sterneek, costruiti nelle identiche forme e dimensioni: il che, se lascia sussistere differenze di 1° ordine nelle durate delle loro oscillazioni, non può portar divario nelle costanti di estinzione che sono le k . E difatti si è visto al n. 5, § 2, che i diversi pendoli sperimentati, differiscono, in k , di quantità dipendenti dagli errori di osservazione e dalle diverse condizioni di pressione a cui le esperienze furono fatte. Trascurando, dunque, prodotti e quadrati delle k , e ponendo $k = k_1$, le (1) (2) per intanto, divengono, tenendo presente anche la legge di deduzione delle γ_2, γ_4 :

$$\begin{aligned} \gamma_1 = \frac{b_1}{b} c_1 \frac{a - \xi^2}{a_1 - \xi^2}; \quad \gamma_2 = \frac{b_1}{b} c_2 \frac{a - \xi^2}{a_1 - \xi^2}; \quad \gamma_3 = \frac{b_1}{b} c_3 \frac{a - \eta^2}{a_1 - \eta^2}; \\ \gamma_4 = \frac{b_1}{b} c_4 \frac{a - \eta^2}{a_1 - \eta^2} \end{aligned} \quad (4)$$

Quanto alla (3), dividiamo per ξ^4 numeratori e denominatori; se si ricorda che $\frac{1}{\xi^2}$ è dell'ordine di $\frac{p}{\varepsilon}$ (cioè almeno di 1° ordine) si vede subito, che dicendo τ_5 , una quantità di tale ordine, la (3) e analoga si riducono alle

$$\gamma_5 = \frac{b_1}{b} c_5 (1 + \tau_5) \quad \gamma_6 = \frac{b_1}{b} c_6 (1 + \tau_5) \quad (5)$$

Per semplicità, poniamo :

$$\theta_1 = \frac{a - \xi^2}{a_1 - \xi^2} \quad \theta_3 = \frac{a - \eta^2}{a_1 - \eta^2} \quad \theta_5 = 1 + \tau_5 \quad (6)$$

e le (4) divengono :

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \frac{b_1}{b} c_1 \theta_1, & \gamma_2 &= \frac{b_1}{b} c_2 \theta_1, & \gamma_3 &= \frac{b_1}{b} c_3 \theta_3, & \gamma_4 &= \frac{b_1}{b} c_4 \theta_3, \\ \gamma_5 &= \frac{b_1}{b} c_5 \theta_5, & \gamma_6 &= \frac{b_1}{b} c_6 \theta_5 \end{aligned} \quad (7)$$

che sono le relazioni cercate fra i coefficienti della (51) quelli della (50) che sono arbitrari.

2. Veniamo, ora, a determinare le espressioni delle χ (38) e in genere tutti i coefficienti che entreranno nella espressione completa di $x_c - x_o$, cioè del moto del sostegno.

Anzitutto occorre semplicizzare la (13) § 3, la quale contiene termini al di là della sempre tenuta approssimazione. Trascureremo i termini con $\frac{1}{\varepsilon^2}$, e quelli con $\frac{\mu}{\varepsilon}$, $\frac{\gamma_1}{\varepsilon}$ che sono almeno di 2° ordine, e che, poi, vengono moltiplicati per φ' , φ'' e derivate, che sappiamo essere di 1° ordine, onde risulterebbero termini di 3°. Solo terremo, per scrupolo, il 1° termine del 2° membro di (13) § 3 per quanto contenga $\frac{1}{\varepsilon^2}$: perchè le derivate terze di φ' , φ'' conterranno, fra altri, termini in ζ^3 , cioè, dell'ordine di $\left(\frac{p}{\varepsilon}\right)^{-\frac{3}{2}}$, come vedesi dalla (34) § 3; e questi termini abbasseranno l'ordine del coefficiente $\frac{2\nu}{\varepsilon^2}$ che si vede nella (13). Questa, dunque resterà così ridotta:

$$x_c - x_o = \frac{M}{\varepsilon} \frac{d^2 \varphi'}{dt^2} + \frac{N}{\varepsilon} \frac{d^2 \varphi''}{dt^2} + \frac{P}{\varepsilon} \varphi' - \frac{2\nu}{\varepsilon^2} \left(M \frac{d^3 \varphi'}{dt^3} + N \frac{d^3 \varphi''}{dt^3} \right) + \frac{1}{\varepsilon} \psi(t) \quad (8)$$

ove si è trascurato anche l'ultimo termine di (13) § 3, perchè ψ e ψ' son di 1° ordine, come abbiamo detto al n. 9 § 3 (in fine).

Sostituiremo, ora, nella (8), le espressioni delle φ' , φ'' tratte dalle (50) (51): e per quel che si è detto, nelle derivate terze di esse, terremo conto solo dei termini che crescono colla derivazione, cioè quelli con ζ . Inoltre, a

causa della presenza del fattore $\frac{1}{\varepsilon}$ nella (8), nel derivare le (50), (51), si tenga conto solo delle quantità finite (come M, N, P ecc.), e della ζ che andrà presentandosi. Con queste avvertenze, e con un calcolo di nessuna difficoltà, si giungerà alla forma:

$$\begin{aligned} x_c - x_o = & c_1 \frac{\rho_1}{\varepsilon} e^{-kt} \cos t \xi + c_2 \frac{\rho_1}{\varepsilon} e^{-kt} \sin t \xi + c_3 \frac{\rho_3}{\varepsilon} e^{-k_1 t} \cos t \eta + c_4 \frac{\rho_3}{\varepsilon} e^{-k_1 t} \sin t \eta \\ & + \frac{1}{\varepsilon} \left[c_5 \rho_5 + \frac{2\nu}{\varepsilon} \zeta c_6 (P - \rho_5) \right] e^{-\lambda t} \cos t \zeta + \\ & + \frac{1}{\varepsilon} \left[c_6 \rho_5 - \frac{2\nu}{\varepsilon} \zeta c_5 (P - \rho_5) \right] e^{-\lambda t} \sin t \zeta + \frac{S}{\varepsilon} e^{-\mu t} \cos(mt + s) \end{aligned} \quad (9)$$

In merito all'ultimo termine della (9) devo osservare, che esso nasce dalla sostituzione fatta in (8) degli ultimi tre termini di (50) (51) che si possono prendere, concentrati, dagli ultimi termini in m delle (52). Le derivate terze qui non crescono, m essendo finito, onde si è trascurato il termine relativo della (8): e infine, badando alla (40) § 3 si sono concentrati in uno tutti i termini ottenuti, aventi m qual coefficiente di t , e n'è venuto l'ultimo termine di (9) ove, com'è facile vedere, S è dell'ordine di C (40), cioè di prim'ordine.

In (9), poi, le quantità indicate con ρ_1 hanno le espressioni

$$\begin{aligned} \rho_1 = P - \xi^2 \left(M + N \frac{b_1}{b} \theta_1 \right); \quad \rho_3 = P - \eta^2 \left(M + N \frac{b_1}{b} \theta_3 \right); \\ \rho_5 = P - \zeta^2 \left(M + N \frac{b_1}{b} \theta_5 \right) \end{aligned} \quad (10)$$

Potremo, ora, scrivere anche la espressione di $x_c - x_o$ come quelle di φ', φ'' , (50) (51) e cioè:

$$\begin{aligned} x_c - x_o = & \chi_1 e^{-kt} \cos t \xi + \chi_2 e^{-kt} \sin t \xi + \chi_3 e^{-k_1 t} \cos t \eta + \chi_4 e^{-k_1 t} \sin t \eta + \\ & + \chi_5 e^{-\lambda t} \cos t \zeta + \chi_6 e^{-\lambda t} \sin t \zeta + \frac{S}{\varepsilon} e^{-\mu t} \cos(mt + s) \end{aligned} \quad (11)$$

ove

$$\begin{aligned} \chi_1 = \frac{c_1}{\varepsilon} \rho_1, \quad \chi_2 = \frac{c_2}{\varepsilon} \rho_1, \quad \chi_3 = \frac{c_3}{\varepsilon} \rho_3, \quad \chi_4 = \frac{c_4}{\varepsilon} \rho_3, \\ \chi_5 = \frac{1}{\varepsilon} \left[c_5 \rho_5 + \frac{2\nu}{\varepsilon} \zeta c_6 (P - \rho_5) \right]; \quad \chi_6 = \frac{1}{\varepsilon} \left[c_6 \rho_5 - \frac{2\nu}{\varepsilon} \zeta c_5 (P - \rho_5) \right] \end{aligned} \quad (12)$$

e così abbiamo trovato anche le espressioni dei coefficienti di $x_c - x_o$ in funzione delle costanti arbitrarie c .

3. Venendo, ora, a determinare le costanti arbitrarie c , cominceremo dal caso in cui sul supporto non agiscano forze esterne, perchè questo caso servirà poi di base all'altro in cui le forze esterne ad un dato istante intervengano. Faremo quindi, per ora, astrazione degli ultimi termini in N, N', S delle (50), (51) o (52) § 3, e della (11). Tutto il sistema essendo in quiete, comunicheremo al pendolo A , che diremo *motore*, un'amplitudine di 1° ordine = α , mentre il B , che diremo *mosso*, resta nella sua posizione di equilibrio. Lasciato libero A , conteremo il tempo da quell'istante; e sicchè, per $t = 0$, si dovrà avere:

$$\varphi' = \alpha, \quad \varphi'' = 0, \quad x_c = x_o, \quad \frac{d\varphi'}{dt} = \frac{d\varphi''}{dt} = \frac{d(x_c - x_o)}{dt} = 0 \quad (13)$$

Facendo queste posizioni nelle (50), (51) § 3 e nella (11) ove si cancellino i termini in N, N', S , si avrà:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= c_1 + c_3 + c_5 \\ 0 &= \gamma_1 + \gamma_3 + \gamma_5 \\ 0 &= \chi_1 + \chi_3 + \chi_5 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

e nelle derivate:

$$\left. \begin{aligned} 0 &= c_2 \xi + c_4 \eta + c_6 \zeta - c_1 k + c_3 k_1 - c_5 x \\ 0 &= \gamma_2 \xi + \gamma_4 \eta + \gamma_6 \zeta - \gamma_1 k - \gamma_3 k_1 - \gamma_5 x \\ 0 &= \chi_2 \xi + \chi_4 \eta + \chi_6 \zeta - \chi_1 k - \chi_3 k_1 - \chi_5 x \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Poniamo nelle (14) (15) le espressioni (7) (12), si avrà:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= c_1 + c_3 + c_5 \\ 0 &= \theta_1 c_1 + \theta_3 c_3 + \theta_5 c_5 \\ 0 &= \rho_1 c_1 + \rho_3 c_3 + \rho_5 c_5 + \frac{2\nu}{\varepsilon} c_6 \zeta (P - \rho_5) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

e

$$\left. \begin{aligned} 0 &= c_2 \xi + c_4 \eta + c_6 \zeta - c_1 k - c_3 k_1 - c_5 x \\ 0 &= c_2 \xi \theta_1 + c_4 \eta \theta_3 + c_6 \zeta \theta_5 - c_1 \theta_1 k - c_3 \theta_3 k_1 - c_5 \theta_5 x \\ 0 &= c_2 \xi \rho_1 + c_4 \eta \rho_3 + c_6 \zeta \rho_5 - c_1 \rho_1 k - c_3 \rho_3 k_1 - c_5 \rho_5 x - \\ &\quad - \frac{2\nu}{\varepsilon} c_5 \zeta^2 (P - \rho_5) - \frac{2\nu}{\varepsilon} c_6 \zeta x (P - \rho_5) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

4. Per sdoppiare questi due sistemi, si parta dal postulato che le c debbano essere almeno di 1° ordine: $\rho_1, \rho_3, \xi, \eta$, essendo finiti i primi due

termini dei secondi membri della 3ª (17) e della 3ª (18), saranno di 1° ordine, mentre le $c_1 \rho_1 k$, $c_3 \rho_3 k_1$ sono almeno di 2°. Quindi le terze equazioni (17) (18), si possono scrivere, indicando con u_1 u_2 due quantità di 1° ordine:

$$\begin{aligned} \rho_5 c_5 + \frac{2\nu}{\varepsilon} \zeta (P - \rho_5) c_6 &= u_1 \\ \left[\rho_5 \kappa + \frac{2\nu}{\varepsilon} \zeta^2 (P - \rho_5) \right] c_5 - \left[\rho_5 \zeta + \frac{2\nu}{\varepsilon} \zeta \kappa (P - \rho_6) \right] c_6 &= u_2 \end{aligned}$$

Risolvendo questo sistema rispetto a c_5 , c_6 , e ricordando che ρ_5 è di ordine -1 , come lo è ζ^2 , e che $\frac{\nu}{\varepsilon}$ è di 1° ordine almeno, si vede subito che c_5 è di 2° ordine, e c_6 di ordine $\frac{5}{2}$, quando le c_1 c_2 c_3 c_4 C sono di 1° ordine.

Ne segue che il termine in c_6 della 3ª (17) è di 2° ordine, mentre tutti gli altri sono di 1° ordine. Si può, dunque, in prima approssimazione, trascurarlo, e il sistema (17) si cambia nel sistema autonomo:

$$\left. \begin{aligned} c_1 + c_3 + c_5 &= \alpha \\ c_1 \theta_1 + c_3 \theta_3 + c_5 \theta_5 &= 0 \\ c_1 \rho_1 + c_3 \rho_3 + c_5 \rho_5 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Si ha, quindi, una notevole semplificazione di calcolo, poichè il sistema (17) è dipendente dal (18) a causa del c_6 . Il (18) a sua volta, in prima approssimazione, diviene anch'esso autonomo nelle c_2 , c_4 , c_6 , quando avremo ricavato dalle (19) i valori delle c_1 , c_3 , c_5 .

5. Il determinante delle (19) è

$$\Delta = \rho_5 (\theta_3 - \theta_1) \left[1 + \frac{\rho_3 \theta_1 - \theta_5}{\rho_5 \theta_3 - \theta_1} + \frac{\rho_1 \theta_5 - \theta_3}{\rho_5 \theta_3 - \theta_1} \right] \quad (20)$$

cosicchè esso è tale, che la sua inversa è di prim'ordine. Risolvendo la (19), sviluppando in serie l'inversa della parentesi di (20), e limitandosi, nei coefficienti dei termini noti, a tenere i termini non superiori al 2° ordine, si avrà:

$$\begin{aligned} c_1 &= \alpha \frac{\theta_3}{\theta_3 - \theta_1} \left[1 - \frac{\rho_3 \theta_1 - \rho_1 \theta_3}{\theta_3 \rho_5} \cdot \frac{\theta_3 - \theta_5}{\theta_3 - \theta_1} \right] \\ c_3 &= -\alpha \frac{\theta_1}{\theta_3 - \theta_1} \left[1 - \frac{\rho_1 \theta_3 - \rho_3 \theta_1}{\theta_1 \rho_5} \cdot \frac{\theta_5 - \theta_1}{\theta_3 - \theta_1} \right] \\ c_5 &= \alpha \frac{\theta_1 \rho_3 - \rho_1 \theta_3}{\rho_5 (\theta_3 - \theta_1)} \end{aligned} \quad (21)$$

Si deve, ora, notare, che queste sono definitive, sino al 2° ordine incluso, perchè se invece di aver risolto il sistema (19) di prima approssimazione, avessimo risolto il genuino (17), ove il termine in c_6 si considerasse come noto, si vedrebbe subito, che ai secondi membri delle (21) si dovrebbero aggiungere termini della forma, ove λ sia un coefficiente finito :

$$2\lambda \frac{\nu}{\varepsilon} c_6 \frac{\zeta}{\rho_5} (P - \rho_5)$$

che è manifestamente di ordine 3°; quindi molto al di là della nostra approssimazione del 2° ordine.

6. Conosciute le (21), il sistema (18) è ridotto alle sole incognite c_2, c_4, c_6 , e si può molto semplificare. Si possono in esso tralasciare i termini $c_1 k$, e simili, che superano il 2° ordine. La c_5 , è la 3ª (21), che, come si vede, è di 2° ordine. L'ultimo termine in c_6 della 3ª (18) è trascurabilissimo di fronte all'altro termine in c_6 della stessa equazione. Siccome, infine, κ può essere piccola ma finita, conserveremo i termini in κ , nelle (18). In tal modo si ha, trascurando P di fronte a ρ_5 , il che porterebbe errore di 3° ordine :

$$\left. \begin{aligned} c_2 &= \frac{\alpha}{\xi} \frac{\theta_3 - \theta_5}{\theta_3 - \theta_1} \cdot \frac{\rho_3 \theta_1 - \rho_1 \theta_3}{\rho_5 (\theta_3 - \theta_1)} \cdot \frac{2\nu}{\varepsilon} \zeta^2 \\ c_4 &= \frac{\alpha}{\eta} \frac{\theta_5 - \theta_1}{\theta_3 - \theta_1} \cdot \frac{\rho_3 \theta_1 - \rho_1 \theta_3}{\rho_5 (\theta_3 - \theta_1)} \cdot \frac{2\nu}{\varepsilon} \zeta^2 \\ c_6 &= \frac{\alpha}{\zeta} \cdot \frac{\rho_3 \theta_1 - \rho_1 \theta_3}{\rho_5 (\theta_3 - \theta_1)} \left[\kappa + \frac{2\nu}{\varepsilon} \zeta^2 \right] \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

che sono esatte sino al 2° ordine incluso; anzi la c_6 è di ordine $\frac{5}{2}$, come si era determinato per altra via.

Si vede dalle (21) (22), che le costanti c_1, c_3 sole, sono di primo ordine come α : le c_2, c_4, c_5 sono di secondo; la c_6 è di ordine $\frac{5}{2}$ e potrebbe sin da ora abolirsi.

Avute le c , si avranno le γ di (51) § 3, dalle formule (7) § 4: e si avranno pure le χ di (11) § 4, dalle (12). Però in queste ultime, volendo ritenere i termini sino al 2° ordine incluso, si dovrà abbandonare il termine $\frac{2\nu}{\varepsilon^2} \zeta c_6 (P - \rho_5)$: e allora, anzichè le (12), scriveremo le seguenti, ove

le ρ son sempre date dalle (10) § 4:

$$\chi_1 = \frac{c_1}{\varepsilon} \rho_1, \chi_2 = \frac{c_2}{\varepsilon} \rho_1, \chi_3 = \frac{c_3}{\varepsilon} \rho_3, \chi_4 = \frac{c_4}{\varepsilon} \rho_3, \chi_5 = \frac{c_5}{\varepsilon} \rho_5, \chi_6 = \frac{c_6}{\varepsilon} \rho_5 \quad (23)$$

Di queste, però, riterremo solo le χ_1, χ_3, χ_5 che sono di 2° ordine. In tal modo, i movimenti dei due pendoli e del sostegno, quando questo non possiede che la reazione elastica, sono dati dalle (36), (37), (38) del § 3, ove le c, γ, ζ son quelle ora calcolate, sino al 2° ordine incluso.

7. Si vede, dalle (21) (23) come le costanti arbitrarie non contengono più le k, k_1 , cioè i coefficienti d'estinzione; nè contengono ν che dipende dall'attrito interno, se non nei termini di 2° ordine delle c_2, c_4, c_6 . Se poi si osserva che k, k_1, ν non compariscano neppure nelle ξ, η, ζ dei tempi periodici, così nelle (36), (37), (38) § 3, le k, k_1 compariscono solo agli esponenti: e si ha, allora, l'importante osservazione, *che la resistenza dell'aria non introduce che delle esponenziali negative nelle equazioni del moto, quali queste sarebbero nel vuoto**; giacchè tutti gli altri elementi delle (36), (37), (38) sono indipendenti dalle k .

La stessa proprietà ha luogo per l'attrito interno, a meno però, di alcune quantità di 2° ordine che compariscono nelle $c_2, c_4, c_6, \gamma_2, \gamma_4, \gamma_6, \chi_2, \chi_4, \chi_6$ delle equazioni del moto (36), (37), (38) § 3; ma se, come poi si fa in pratica, trascuriamo le quantità del 2° ordine, allora le costanti tutte sono indipendenti anche dall'attrito interno. Si conclude infine, che *se si vogliono determinare le costanti arbitrarie, colla sola approssimazione del 1° ordine, basta operare sulle (36), (37), (38) § 3 sopprimendo tutti gli esponenziali*: e con tutto ciò, le costanti dispari c_1, c_3, c_5 (nonchè le congeneri γ, ζ) risultano ancora esatte sino al 2° ordine incluso.

Quanto, infine, alla cinematica del movimento bipendolare nel caso non esistano forze esterne nel sostegno, si ha che: *dei tre moti elementari di ogni pendolo, due sono ad amplitudine di prim'ordine, ed a tempi periodici, per ciascuno di essi, uguali a quelli posseduti dall'altro. Il terzo moto elementare, che dicemmo fremito, è rapido, e di ugual tempo periodico in entrambi; ma la sua amplitudine è di second'ordine*. Il sostegno poi ha tre movimenti elementari, cogli stessi tempi periodici dei movimenti elementari dei due pendoli; ma le amplitudini di essi sono indistintamente di 2° ordine: la velocità complessiva del supporto è di ordine $\frac{1}{2}$: l'accelerazione è di 1° ordine.

8. Passiamo ora, alla determinazione delle costanti arbitrarie nel caso che sul supporto agiscano forze esterne. Queste sieno tali, che agendo da sole sul supporto considerato rigido e interamente libero, coi pendoli solidificati, produrrebbero il moto già assunto nella (38) *bis* § 3; e il moto

* Ricordiamo che la parola *vuoto* è da noi usata nel senso dichiarato al n. 7 § 1.

del bipendolo sarà, allora, rappresentato dalla (52) § 3, dalla (11) § 4; nelle quali, però, occorre determinare le costanti arbitrarie.

Si consideri la coppia pendolare in moto, non essendovi forze esterne agenti sul supporto. Varranno per tal moto, le (36), (37), (38) § 3, ove le c sono le (21) (22) di questo §, e le γ, χ vengono note di conseguenza. All'istante t_1 di tempo, interviene la forza esterna. In quell'istante, la configurazione del bipendolo (posizioni dei pendoli e del supporto, loro velocità) è determinata, facendo $t = t_1$ nelle (36), (37), (38) § 3 e rispettive derivate. Sieno in quell'istante

$$\varphi_1', \quad \varphi_1'', \quad (x_c - x_o)_1, \quad \left(\frac{d\varphi'}{dt}\right)_1, \quad \left(\frac{d\varphi''}{dt}\right)_1, \quad \left(\frac{dx_c}{dt}\right)_1 \quad (24)$$

le amplitudini e le velocità dei pendoli e del supporto così calcolate. Da quel momento in poi, si stabilisce un nuovo moto del bipendolo, che è caratterizzato dalle (52) § 3 e dalla (11) § 4. In questa seconda legge di moto, pigliamo per origine del tempo l'istante t_1 : vuol dire che le (52) § 3, (11) § 4 e (38) *bis* § 3, hanno esistenza da $t = 0$: ed in quell'istante il 2° membro di (38) *bis* deve annullarsi, perchè il moto non è ancora cominciato. Questa esigenza serve a determinare la costante γ_o , dovendosi avere per $t = 0$:

$$0 = K \cos \beta + \gamma_o \quad (25)$$

Invece, la velocità impressa dalla forza esterna, all'istante in cui questa entra in giuoco, sarà, per la (38) *bis*, e dicendola v_o :

$$v_o = -K [m \operatorname{sen} \beta + \mu \cos \beta] + \gamma_1 \quad (26)$$

Quindi, per determinare le costanti nelle (52) § 3 e (11) § 4, si dovrà avere, per $t = 0$, in esse:

$$\begin{aligned} \varphi' &= \varphi_1', \quad \varphi'' = \varphi_1'', \quad x_c - x_o = (x_c - x_o)_1 \\ \frac{d\varphi'}{dt} &= \left(\frac{d\varphi'}{dt}\right)_1, \quad \frac{d\varphi''}{dt} = \left(\frac{d\varphi''}{dt}\right)_1, \quad \frac{dx_c}{dt} = \left(\frac{dx_c}{dt}\right)_1 + v_o \end{aligned} \quad (27)$$

ove i secondi membri di queste sono le (24), completamente note.

9. Facendo $t = 0$ in (52) § 3, in (11) § 4, e derivate, si avrà, per le (27):

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1' &= c_1 + c_3 + c_5 + N \cos n \\ \varphi_1'' &= \theta_1 c_1 + \theta_3 c_3 + \theta_5 c_5 + N' \cos n' \\ \varepsilon (x_c - x_o)_1 &= \rho_1 c_1 + \rho_3 c_3 + \rho_5 c_5 + \frac{2\nu}{\varepsilon} c_6 \zeta (P - \rho_5) + S \cos s \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

e

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{d\varphi'}{dt}\right)_1 &= c_2 \xi + c_4 \eta + c_6 \zeta - c_1 k - c_3 k_1 - c_5 \alpha - N \omega_1 \\ \left(\frac{d\varphi''}{dt}\right)_1 &= c_2 \theta_1 \xi + c_4 \theta_3 \eta + c_6 \theta_5 \zeta - c_1 \theta_1 k - c_3 \theta_3 k_1 - c_5 \theta_5 \alpha - N' \omega_2 \\ \varepsilon \left(\frac{dx_c}{dt}\right)_1 + \varepsilon v_o &= c_2 \rho_1 \xi + c_4 \rho_3 \eta + c_6 \rho_5 \zeta - \frac{2\nu}{\varepsilon} c_5 \zeta^2 (P - \rho_5) - \\ &\quad - c_1 \rho_1 k - c_3 \rho_3 k_1 - c_5 \rho_5 \alpha - \frac{2\nu}{\varepsilon} \zeta \alpha c_6 (P - \rho_5) - S \omega_3 \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

ove si pose :

$$\omega_1 = m \operatorname{sen} n + \mu \operatorname{cos} n; \quad \omega_2 = m \operatorname{sen} n' + \mu \operatorname{cos} n'; \quad \omega_3 = m \operatorname{sen} s + \mu \operatorname{cos} s \quad (30)$$

Si possono, senz'altro, trascurare i termini superiori al 2° ordine, come i prodotti delle c_1, c_3 per le k : si può, nella 3ª (29), trascurare il 2° termine in c_6 , che è di un'ordine più basso dell'altro termine in c_6 . Si ponga, infine :

$$\varphi'_1 - N \operatorname{cos} n = \lambda_1, \quad \varphi''_1 - N' \operatorname{cos} n' = \lambda_2, \quad \varepsilon (x_c - x_o)_1 - S \operatorname{cos} s = \lambda_3 \quad (31)$$

$$\left(\frac{d\varphi'}{dt}\right)_1 + N \omega_1 = \lambda_4; \quad \left(\frac{d\varphi''}{dt}\right)_1 + N' \omega_2 = \lambda_5; \quad \varepsilon \left(\frac{dx_c}{dt}\right)_1 + \varepsilon v_o + S \omega_3 = \lambda_6$$

Allora, le (28) (29) divengono :

$$\left. \begin{aligned} c_1 + c_3 + c_5 &= \lambda_1 \\ \theta_1 c_1 + \theta_3 c_3 + \theta_5 c_5 &= \lambda_2 \\ \rho_1 c_1 + \rho_3 c_3 + \rho_5 c_5 + \frac{2\nu}{\varepsilon} c_6 \zeta (P - \rho_5) &= \lambda_3 \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

$$\left. \begin{aligned} c_2 \xi + c_4 \eta + c_6 \zeta - c_5 \alpha &= \lambda_4 \\ c_2 \theta_1 \xi + c_4 \theta_3 \eta + c_6 \theta_5 \zeta - c_5 \theta_5 \alpha &= \lambda_5 \\ c_2 \rho_1 \xi + c_4 \rho_3 \eta + c_6 \rho_5 \zeta - c_5 \left[\alpha \rho_5 + \frac{2\nu}{\varepsilon} \zeta^2 (P - \rho_5) \right] &= \lambda_6 \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

10. Si osservi ora, che le $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ sono di 1° ordine, poichè tali sono le amplitudini φ'_1, φ''_1 : la $(x_c - x_o)_1$ è di 2° ordine, come si è visto alla fine del n. 7; onde $\varepsilon(x_c - x_o)_1$ è di 1°. Le N, N', S si debbono considerare di 1° ordine, onde non uscire dall'utilità pratica delle formule: del resto, esse dipendono da K e da m , come meglio vedremo in seguito; è, quindi, quistione di opportune limitazioni alle grandezze di K e di m .

Le λ_4, λ_5 sono analoghe alle precedenti, ma a causa della ζ , sono ordine $\frac{1}{2}$.

La λ_6 è più grande. Infatti alla fine del n. 7 si è visto che $\frac{dx_c}{dt}$ è di or-

dine $\frac{3}{2}$; onde il 1° termine di (36) sarebbe dell'ordine $\frac{1}{2}$. Il termine ϵv_0 , come si vede dalla (26), può esser finito, e lo sarà, se appena K e γ_1 sono di 1° ordine. Cosicchè λ_6 può considerarsi come una quantità finita.

La risoluzione del sistema (32) (33) si effettua abbastanza rapidamente, scindendolo in altri tre. Eliminando c_1, c_3 dalle (32), e poi eliminando c_2, c_4 dalle (33) si avrà un sistema in c_5, c_6 , che sarà facile risolvere. Avute queste, il sistema delle due prime (32) darà c_1, c_3 , mentre quello delle due prime (33) darà c_2, c_4 . Intanto, le dette eliminate, sono:

$$\begin{aligned} & -c_5 \left\{ x \rho_0 + \left[x \rho_5 + \frac{2\nu}{\epsilon} \zeta^2 (P - \rho_5) \right] \right\} + c_6 \zeta \rho_0 \\ & = \lambda_6 - \rho_1 \frac{\theta_3 \lambda_4 - \lambda_5}{\theta_3 - \theta_1} - \rho_3 \frac{\lambda_5 - \theta_1 \lambda_4}{\theta_3 - \theta_1} \\ c_5 \rho_0 + c_6 \frac{2\nu}{\epsilon} \zeta (P - \rho_5) & = \lambda_3 - \rho_1 \frac{\lambda_1 \theta_3 - \lambda_2}{\theta_3 - \theta_1} - \rho_3 \frac{\lambda_2 - \theta_1 \lambda_1}{\theta_3 - \theta_1} \end{aligned} \quad (34)$$

ove si è posto:

$$\rho_0 = \rho_1 \frac{\theta_5 - \theta_3}{\theta_3 - \theta_1} + \rho_3 \frac{\theta_1 - \theta_5}{\theta_3 - \theta_1} + \rho_5 \quad (35)$$

Il determinante del sistema (34), detto Δ' , ha per valore:

$$\Delta' = -\zeta \rho_5^2 + \text{term. inferiori}$$

Risolvendo le (34), ponendo:

$$\begin{aligned} \Lambda_3 & = \lambda_3 - \rho_1 \frac{\lambda_1 \theta_3 - \lambda_2}{\theta_3 - \theta_1} - \rho_3 \frac{\lambda_2 - \theta_1 \lambda_1}{\theta_3 - \theta_1}; \\ \Lambda_6 & = \lambda_6 - \rho_1 \frac{\lambda_4 \theta_3 - \lambda_5}{\theta_3 - \theta_1} - \rho_3 \frac{\lambda_5 - \theta_1 \lambda_4}{\theta_3 - \theta_1} \end{aligned} \quad (36)$$

si ha, sino al 2° ordine incluso:

$$c_5 = \frac{\Lambda_3}{\rho_5} + \frac{2\nu}{\epsilon} \frac{\lambda_6}{\rho_5} \quad \zeta c_6 = \frac{\Lambda_6}{\rho_0} + \frac{\Lambda_3}{\rho_5} \left(x - \frac{2\nu}{\epsilon} \zeta^2 \right) \quad (37)$$

Dalle due prime (32) e (33) si ha subito:

$$\begin{aligned} c_1 & = \frac{\lambda_1 \theta_3 - \lambda_2}{\theta_3 - \theta_1} + c_5 \frac{\theta_5 - \theta_3}{\theta_3 - \theta_1} & c_3 & = \frac{\lambda_2 - \theta_1 \lambda_1}{\theta_3 - \theta_1} + c_5 \frac{\theta_1 - \theta_5}{\theta_3 - \theta_1} \\ c_2 & = \frac{1}{\xi} \left[\frac{\theta_3 \lambda_4 - \lambda_5}{\theta_3 - \theta_1} + \frac{\theta_3 - \theta_5}{\theta_3 - \theta_1} (x c_5 - \zeta c_6) \right] \\ c_4 & = \frac{1}{\eta} \left[\frac{\lambda_5 - \theta_1 \lambda_4}{\theta_3 - \theta_1} + \frac{\theta_5 - \theta_1}{\theta_3 - \theta_1} (x c_5 - \zeta c_6) \right] \end{aligned} \quad (38)$$

e portando in queste le (37), si avranno i valori di tutte le c esatte sino al 2° ordine incluso. Avute le c , si hanno subito le γ e le χ , per le (7) (12) § 4. Così si avranno tutte le circostanze del moto dei pendoli e del sostegno, nel caso generale.

Le (38) forniscono subito le (21) (22), per $\lambda_1 = \alpha$, e $\lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = 0$ $\lambda_5 = \lambda_6 = 0$: ma era necessario precedesse il caso dell'assenza di moto esterno, per potere concludere l'ordine delle grandezze (31), la cui conoscenza è necessaria per semplificare (se non altro) i calcoli della risoluzione delle equazioni più generali (32) (33).

Si vede quanto profondamente vengono alterate le costanti dalla presenza di un moto esterno. Ne vedremo le conseguenze in apposito paragrafo.

Se ad un certo istante t_2 , la forza esterna cessasse, allora, per tale istante, si determineranno le amplitudini e le velocità colle formule (52) § 3, (11) § 4 ove le costanti sono le (37) (38); indi riprenderemo le formule (36), (37), (38) § 3, delle quali determineremo le costanti, servendosi delle amplitudini e velocità di cui or ora si è parlato: e le dette formule rappresenteranno il moto dall'istante t_2 in poi.

5. Casi particolari del problema del bipendolo (Monopendolo — Pendoli sostituibili — Pendoli equivalenti)

Occorre ora, anche allo scopo di conoscere i significati dinamici di certe costanti contenute nelle espressioni dei coefficienti delle equazioni del moto, trattare alcuni casi particolari importanti che andremo enumerando.

1. *Caso del monopendolo* — Per primo si tratti il caso in cui, sopra sostegno elastico ed animato, eventualmente, da forze esterne, si trovi ad oscillare un pendolo solo.

La soluzione di questo caso è contenuta nelle formule generali sinora stabilite. Adesso abbiamo $M_b = 0$; cosicchè bisognerà fare nella (14) § 3, $a_1 = b_1 = q_1 = k_1 = 0$, e abbassare di due unità gli ordini di derivazione, poichè qui l'eliminata dev'essere di 4° ordine. Si avrà, in tal modo:

$$\frac{\omega_1}{\varepsilon} \frac{d^4 \varphi'}{dt^4} + \frac{2\nu}{\varepsilon} \frac{d^3 \varphi}{dt^3} + \left[1 + \frac{ap}{\varepsilon} \right] \frac{d^2 \varphi'}{dt^2} + 2 \left(+ k \frac{a\nu}{\varepsilon} \right) \frac{d\varphi'}{dt} + a\varphi' + \frac{b}{\varepsilon} \psi''(t) = 0 \quad (1)$$

La $x_c - x_o$, poi, è data subito dalla (13) § 4 ove pongasi $\varphi'' = 0$ e $q_1 = N = 0$. Riducendola ai termini più sensibili, si avrà dalla (8) § 4, per $N = \varphi'' = 0$:

$$x_c - x_o = - \frac{2\nu}{\varepsilon^2} M \frac{d^3 \varphi'}{dt^3} + \frac{M}{\varepsilon} \frac{d^2 \varphi'}{dt^2} + \frac{P}{\varepsilon} \varphi' + \frac{1}{\varepsilon} \psi(t) \quad (1) \text{ bis}$$

L'integrale della (1) avrà la forma (50) § 3, ove però si tralascino i termini in c_3, c_4 , e si concentrino in uno gli ultimi tre termini di essa (50); ugualmente spariranno χ_3, χ_4 nella (11) § 4. Infine, avremo per le (29), (34) § 3, facendovi $a_1 = b_1 = q_1 = k_1 = 0$.

$$\xi = \sqrt{a \left(1 - \frac{abq}{\varepsilon}\right)}; \quad \zeta = (1 + \tau''_{\varepsilon}) \sqrt{\frac{\varepsilon}{\omega_1}}; \quad \omega_1 = p - bq; \quad (2)$$

$$p = M_a + M_c; \quad \varkappa = \frac{\nu}{\omega_1} - k$$

ove τ''_{ε} è una quantità di 1° ordine; ed è ciò che diviene τ'_{ε} (34) § 3, quando in essa si faccia $a_1 = 0$.

Con ciò le (50) § 3 ed (11) § 4, divengono:

$$\varphi' = c_1 e^{-kt} \cos t \xi + c_2 e^{-kt} \sin t \xi + c_3 e^{-xt} \cos t \zeta + c_4 e^{-xt} \sin t \zeta + N \cos(mt + n)$$

$$x_c - x_o = \chi_1 e^{-kt} \cos t \xi + \chi_2 e^{-kt} \sin t \xi + \chi_3 e^{-xt} \cos t \zeta +$$

$$+ \chi_4 e^{-xt} \sin t \zeta + \frac{S}{\varepsilon} \cos(mt + s) \quad (3)$$

la quali risolvono il caso del monopendolo sovra sostegno elastico soggetto a forze esterne. Nelle (3) le χ son date dalle (12) § 4: ma in esse, anzichè le (10), vanno sostituite per le ρ cioè che le (10) divengono per $q_1 = 0$, poichè ciò risulta da (8) § 3, ove facciasi $q_1 = 0$. Avremo dunque:

$$\rho_1 = P - \xi^2 M, \quad \rho_3 = P - \zeta^2 M \quad (4)$$

Le costanti di (3), si determinano collo stesso metodo adoperato pel bipendolo, nel § 4. Dapprima consideriamo il caso che non vi sieno forze esterne; nelle (3) saranno $N = S = 0$. All'inizio del moto si darà al pendolo l'amplitudine α , e saranno zero le velocità iniziali e $x_c - x_o$. Determinate così le costanti, supponiamo che al tempo t_1 intervenga una forza, colla solita legge (38) bis § 3. Faremo lo stesso ragionamento del n. 8 § 4: e in quell'istante t_1 comincia l'esistenza delle (3), per le quali quell'istante sarà preso come $t = 0$. Nel caso nostro, seguendo il ragionamento del n. 9 § 4 si avranno le (31) § 4, saltando λ_2, λ_5 ; cioè:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= \varphi'_1 - N \cos n, & \varepsilon (x_c - x_o)_1 - S \cos s &= \lambda_2 \\ \lambda_4 &= N \omega_1 + \left(\frac{d\varphi'}{dt}\right)_1, & \lambda_6 &= \varepsilon \left(\frac{dx_c}{dt}\right)_1 + \varepsilon v_o + S \omega_2 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

quindi le (32) (33) di detto § 4, divengono, saltando le equazioni in λ_2, λ_5 e i termini in c_3, c_4 :

$$c_1 + c_5 = \lambda_1; \quad \rho_1 c_1 + \rho_5 c_5 + \frac{2\nu}{\varepsilon} c_6 \zeta (P - \rho_5) = \lambda_3 \quad (6)$$

$$c_2 \xi + c_6 \zeta - c_5 x = \lambda_4 \quad c_2 \rho_1 \xi + c_6 \rho_5 \zeta - c_5 \left[x \rho_5 + \frac{2\nu}{\varepsilon} \zeta^2 (P - \rho_5) \right] = \lambda_6 \quad (7)$$

Anche qui eliminiamo c_1 fra le (6) e c_2 fra le (7), e avremo un sistema in c_5, c_6 analogo al (34) § 4, cioè:

$$c_5 \left[x (\rho_1 - \rho_5) - \frac{2\nu}{\varepsilon} \zeta^2 (P - \rho_5) \right] + \zeta c_6 (\rho_5 - \rho_1) = \lambda_6 - \rho_1 \lambda_4$$

$$c_5 (\rho_5 - \rho_1) + \frac{2\nu}{\varepsilon} c_6 \zeta (P - \rho_5) = \lambda_3 - \rho_1 \lambda_1$$

dalle quali, fermandosi al 2° ordine incluso, osservando che $\lambda_1, \lambda_3, \lambda_4$ son di 1° ordine, ma λ_6 è quantità finita, avremo:

$$c_5 = \frac{\lambda_3 - \rho_1 \lambda_1}{\rho_5} - \frac{\lambda_6}{\rho_5^2} \frac{2\nu}{\varepsilon} (P - \rho_5), \quad c_6 = \frac{\lambda_6}{\zeta \rho_5} \quad (8)$$

e le prime (6) (7) danno:

$$c_1 = \lambda_1 - c_5 \quad c_2 = \frac{1}{\xi} \left[\lambda_4 + x c_5 - \frac{\lambda_6}{\rho_5} \right] \quad (9)$$

delle quali c_1, c_2 son di 1° ordine, c_5 è di 2°, c_6 è di ordine $\frac{3}{2}$.

Avute le c si avranno subito le χ come sopra si è detto, tenendo presenti le (4).

2. Trattiamo, per ora, il caso in cui non esistano forze esterne. Allora in (3) sarà $N = S = 0$, e inoltre abbiamo per l'origine del tempo in cui nessun moto esisteva, e solo si era data al pendolo l'amplitudine α :

$$\varphi_1' = \alpha, \quad \left(\frac{d\varphi'}{dt} \right)_1 = 0, \quad (x_c - x_o)_1 = 0, \quad \left(\frac{dx_c}{dt} \right)_1 = 0, \quad \lambda_1 = \alpha, \quad \lambda_3 = \lambda_4 = \lambda_6 = 0 \quad (10)$$

onde le (8) (9) si riducono a:

$$c_1 = \alpha \left(1 + \frac{\rho_1}{\rho_5} \right) \quad c_2 = -\alpha \frac{x}{\xi} \frac{\rho_1}{\rho_5} \quad c_5 = -\alpha \frac{\rho_1}{\rho_5} \quad c_6 = 0 \quad (11)$$

sino al 2° ordine incluso. La sola c_1 è di 1° ordine. Tenendo presenti le

(12) § 4, colle (4) precedenti, si avranno le χ , e le equazioni (3) diverranno :

$$\varphi' = c_1 e^{-kt} \cos t \xi + c_2 e^{-kt} \sin t \xi + c_3 e^{-xt} \cos t \zeta \quad (12)$$

$$x_c - x_o = \chi_1 e^{-kt} \cos t \xi + \chi_2 e^{-kt} \sin t \xi + \chi_3 e^{-xt} \cos t \zeta \quad (13)$$

Si vede, dunque, che il pendolo ha due movimenti oscillatori: il primo, di 1° ordine, è un moto pendolare nell'aria; l'altro di 2°, un fremito, ad estinzione più o meno rapida. Ritenendo nella (12) i soli termini di 1° ordine, essa si riduce a :

$$\varphi' = \alpha e^{-kt} \cos t \xi \quad (14)$$

mentre la (13) che ha tutti i coefficienti di 2° ordine si riduce a :

$$x_c - x_o = \alpha \frac{q}{\varepsilon} \left[e^{-kt} \cos t \xi - e^{-xt} \cos t \zeta \right] \quad (15)$$

i cui due moti oscillatori sono di egual ordine di piccolezza.

Confrontando la (14) colla (22) § 2, che esprime il moto dello stesso pendolo sopra supporto rigido, nell'aria, si può dire che: *Il moto di un sol pendolo sopra supporto elastico, non soggetto a forze esterne, è equivalente al moto di un pendolo oscillante sopra supporto rigido, ove sia variato il tempo periodico.*

Infatti il tempo periodico su supporto rigido è, per la (19) § 2 :

$$T_o = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \quad (20)$$

mentre chiamando T_a il tempo periodico della (14), si ha per la (2) :

$$T_a = \frac{\pi}{\xi} = \pi \cdot \sqrt{\frac{1}{a \left(1 - \frac{abq}{\varepsilon}\right)}} \quad (21)$$

Svolgendo in serie il radicale sino al 1° ordine, abbiamo :

$$T_o = T_a \left(1 - \frac{abq}{2\varepsilon}\right) \quad (12)$$

da cui :

$$T_o - T_a = - T_a \frac{abq}{2\varepsilon}$$

che dà la differenza dei tempi periodici di uno stesso pendolo fatto oscillare una volta sopra supporto rigido, ed un'altra sopra supporto elastico.

Se si conosce quest'ultimo tempo, cioè T_a , si avrà il primo, quando, in qualche modo, si possa conoscere la costante

$$\frac{a b q}{2\varepsilon}$$

3. La (13) mostra, inoltre, che l'effetto della elasticità del supporto è quello (limitandoci al 1° ordine in $\frac{q}{\varepsilon}$) di accrescere la durata della semi-oscillazione, relativa al supporto rigido, della quantità:

$$\sigma = T_a \frac{a b q}{2\varepsilon} \quad (13)$$

che si dice, perciò, *riduzione a supporto rigido*. La T_a si dirà *oscillazione apparente*, perchè è quella che nella pratica può osservarsi.

Se si fa oscillare il secondo pendolo, *da solo*, sopra il medesimo supporto elastico, e diciamo T_b la sua oscillazione apparente, avremo, coll'identico ragionamento, la rispettiva riduzione a supporto rigido:

$$\sigma' = T_b \frac{a_1 b_1 q_1}{2\varepsilon} \quad (14)$$

e per conseguenza:

$$\frac{\sigma}{\sigma'} = \frac{T_a}{T_b} \frac{a b q}{a_1 b_1 q_1} = \frac{M_a r_a l^2}{M_b r_b l^2} \cdot \frac{T_a}{T_b} \quad (15)$$

la quale mostra, che per lo stesso supporto, il rapporto delle riduzioni a supporto rigido di due pendoli, è formalmente indipendente dal coefficiente di elasticità, ma dipende dal rapporto delle loro oscillazioni apparenti.

La (13) dà, quindi, il significato della costante $\frac{a b q}{\varepsilon}$ che entra nella espressione della ξ ; e la (14) darebbe quello della $\frac{a_1 b_1 q_1}{\varepsilon}$, che entra nella η del caso generale; formula (29) del § 3.

4. *Caso dei pendoli sostituibili* — Daremo questo nome a due pendoli assolutamente uguali in tutto; e quindi, che fatti oscillare da soli sopra un sostegno, abbiamo affatto uguale la durata di oscillazione. Sarà, perciò:

$$M_a = M_b; \quad a = a_1; \quad b = b_1; \quad q = q_1; \quad k = k_1; \quad (16)$$

il che però, vedremo, che non porta radici uguali nella equazione caratteristica. Le generali (21), (22) del § 4, divengono manifestamente infinite*; poichè, come dicono le (6) (10) § 4, in questo caso, si ha:

$$\theta_1 = \theta_3, \quad \rho_1 = \rho_3:$$

occorre, dunque, di questo caso fare apposita trattazione.

* Questa circostanza, lasciando impregiudicata ogni altra considerazione, mostra che le (50) (51) § 3 non servono, in questo caso, allo studio del moto.

Facciamo nelle generali (3) (5) § 3, le posizioni (16). Avremo:

$$\frac{d^2 \varphi'}{dt^2} + 2k \frac{d\varphi'}{dt} + a\varphi' + b \frac{d^2 x_c}{dt^2} = 0, \quad \frac{d^2 \varphi''}{dt^2} + 2k \frac{d\varphi''}{dt} + a\varphi'' + b \frac{d^2 x_c}{dt^2} = 0 \quad (17)$$

$$p \frac{d^2 x_c}{dt^2} + 2v \frac{dx_c}{dt} + \varepsilon(x_c - x_0) + q \frac{d^2(\varphi' + \varphi'')}{dt^2} + 2\gamma \frac{d(\varphi' + \varphi'')}{dt} = 0 \quad (18)$$

Sottraendo ordinatamente le (17), si ha:

$$\frac{d^2(\varphi' - \varphi'')}{dt^2} + 2k \frac{d(\varphi' - \varphi'')}{dt} + a(\varphi' - \varphi'') = 0 \quad (19)$$

Sommiamo, ora, le (17), e scriviamovi sotto la (18):

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2(\varphi' + \varphi'')}{dt^2} + 2k \frac{d(\varphi' + \varphi'')}{dt} + a(\varphi' + \varphi'') + 2b \frac{d^2 x_c}{dt^2} &= 0 \\ p \frac{d^2 x_c}{dt^2} + 2v \frac{dx_c}{dt} + \varepsilon(x_c - x_0) + q \frac{d^2(\varphi' + \varphi'')}{dt^2} + 2\gamma \frac{d(\varphi' + \varphi'')}{dt} &= 0 \end{aligned} \right\} (20)$$

Il sistema differenziale, in questo caso, si è scisso in due indipendenti. Uno è il (19), costituito da unica equazione; l'altro è il (20) costituito da due. Ma la cosa più notevole si è, che ognuno di questi sistemi ricade in uno dei casi precedentemente trattati. Infatti, la (19) non è che la (7) § 2, ove alla φ' siasi sostituita la differenza $\varphi' - \varphi''$; il sistema (20), poi, è di forma identica alle (1) di questo §, ed esprime, quindi, le stesse leggi, in riguardo alla somma $\varphi' + \varphi''$ delle amplitudini.

La differenza $\varphi' - \varphi''$ si può considerare come l'amplitudine relativa del pendolo A , rispetto al suo sostituibile B : d'altra parte, confrontando la 1^a (20) colla 1^a (1), si vede che, per poterle identificare, si dovrebbe far l'ipotesi che la gravità, nel caso della 1^a (20) sia la metà di quella della 1^a (1), poichè, dalle (4) § 3 si deduce, per questa:

$$\frac{a}{b} = g$$

mentre dovrà essere per la 1^a (20):

$$\frac{a}{2b} = g_1$$

dalle quali:

$$g_1 = \frac{1}{2} g$$

si hanno, dunque, i notevoli teoremi:

L'amplitudine relativa di due pendoli sostituibili, oscillanti sopra supporto

elastico, può considerarsi come l'amplitudine assoluta di uno di essi oscillanti da solo sopra supporto rigido.

La somma delle amplitudini di due pendoli sostituibili, oscillanti sopra supporto elastico, può considerarsi come l'amplitudine assoluta d'uno di essi oscillante da solo ancora sopra lo stesso supporto elastico, qualora la gravità si riducesse alla metà del suo valore effettivo.

5. L'integrale della (19) non è che quello della (7) § 2, ove a φ' sia sostituito $\varphi' - \varphi''$. Le costanti arbitrarie sono determinate nello stesso modo che là, poichè $\varphi' - \varphi''$ all'origine prende il valore α , mentre la sua derivata prende il valore zero, come si vede dalle condizioni fondamentali (13) § 4. Perciò l'integrale di (19) sarà il (10) § 2, ove si trascuri il termine in αk che è di ordine $\frac{5}{2}$, e si rimetta per $\frac{\pi}{T}$ il valore \sqrt{a} che nasce dall'aver trascurato k^2 . Si avrà quindi per (19):

$$\varphi' - \varphi'' = \alpha e^{-kt} \cos t \sqrt{a} \quad (21)$$

L'integrale del sistema (20) sarà il sistema (3), colle costanti (7), purchè si cambi b in $2b$. Perciò, dapprima le ξ , ζ diverranno:

$$\xi_1 = \sqrt{a \left(1 - \frac{2abq}{\varepsilon}\right)} \quad \zeta_1 = (1 + \tau''_{\varepsilon}) \sqrt{\frac{\varepsilon}{\omega_2}}, \text{ con } \omega_2 = p - 2bq \quad (22)$$

ed essendo τ''_{ε} ciò che diviene la quantità di 1° ordine τ''_{ε} ove vi si cambi b in $2b$. Inoltre le (4) diventeranno, per le (8) § 3:

$$\rho_1 = P_1 - \xi_1^2 M_1, \quad \rho_5 = P_1 - \zeta_1^2 M_1 \quad \text{con } P_1 = \frac{ap}{2b}, \quad M_1 = \frac{p}{2b} - q \quad (23)$$

Gl'integrali delle (20) son le (3), ove mutisi φ' in $\varphi' + \varphi''$, ξ, ζ in ξ_1, ζ_1 , le c in altre c' , le χ in χ' ; cioè, dunque, saranno:

$$\begin{aligned} \varphi' + \varphi'' &= c'_1 e^{-kt} \cos t \xi_1 + c'_2 e^{-kt} \sin t \xi_1 + c'_3 e^{-\alpha t} \cos t \zeta_1 + c'_4 e^{-\alpha t} \sin t \zeta_1 \\ x_c - x_o &= \chi'_1 e^{-kt} \cos t \xi_1 + \chi'_2 e^{-kt} \sin t \xi_1 + \chi'_3 e^{-\alpha t} \cos t \zeta_1 + \chi'_4 e^{-\alpha t} \sin t \zeta_1 \end{aligned} \quad (24)$$

ove le c'_1 non sono altro che ciò che divengono le (7) mettendo per le (23), e mutando le ξ, ζ, P in ξ_1, ζ_1, P_1 . Per le χ' si metteranno le (7) bis ove alle ρ si sostituiscano le (23) ora definite.

Per aver le φ', φ'' , basta, ora, combinare la 1ª (24) colla (21): e si avrà,

sempre sino al 2° ordine incluso, poichè c'_6, χ'_6 son di ordine $\frac{5}{2}$ epperò trascurabili :

$$\begin{aligned} \varphi' &= \frac{1}{2} c'_1 e^{-kt} \cos t \xi_1 + \frac{1}{2} c'_2 e^{-kt} \sin t \xi_1 + \frac{\alpha^{-xt}}{2} e^{-\alpha t} \cos t \sqrt{a} + \frac{1}{2} c'_5 e^{-xt} \cos t \zeta_1 \\ \varphi'' &= \frac{1}{2} c'_1 e^{-kt} \cos t \xi_1 + \frac{1}{2} c'_2 e^{-kt} \sin t \xi_1 - \frac{\alpha^{-xt}}{2} e^{-\alpha t} \cos t \sqrt{a} + \frac{1}{2} c'_5 e^{-xt} \cos t \zeta_1 \quad (25) \\ x_c - x_o &= \chi'_1 e^{-kt} \cos t \xi_1 + \chi'_2 e^{-kt} \sin t \xi_1 + \chi'_5 e^{-xt} \cos t \zeta_1 \end{aligned}$$

che sono gli integrali sino al 2° ordine incluso, del caso in cui i due pendoli sono sostituibili l'uno all'altro.

Le costanti di (25) saranno, dunque, per le (7) e per ciò che sopra si è detto, non oltrepassando i termini di 2° ordine :

$$\begin{aligned} c'_1 &= \alpha \left(1 + \frac{\rho_1}{\rho_5} \right), & c'_2 &= 2\alpha \frac{\rho_1}{\varepsilon} \frac{\zeta_1^4}{\xi_1 \rho_5^2} M_1, & c'_5 &= -\alpha \frac{\rho_1}{\rho_5} \\ \chi'_1 &= \alpha \frac{\rho_1}{\varepsilon} & \chi'_2 &= 0 & \chi'_5 &= -\alpha \frac{\rho_1}{\varepsilon} \end{aligned} \quad (26)$$

Abbiamo, dunque, che nel caso di due pendoli sostituibili, il moto di ciascun d'essi (quando non vi sono forze esterne) è il risultante di due moti pendolari e di un fremito: ma mentre nel caso generale i due moti pendolari son quelli che ciascun pendolo prende oscillando da solo sul supporto elastico, qui invece dei due detti moti pendolari, uno è quello che ciascuno di essi piglierebbe oscillando da solo sovra supporto rigido; e l'altro, quello che ciascuno piglierebbe oscillando da solo sovra supporto elastico, ma quando la gravità avesse il valore della metà di quello che ha realmente*.

Questo teorema stabilisce il fatto, che alla prima sembrerebbe paradossale, che nel caso di due pendoli sostituibili, le due radici finite della equazione caratteristica non sono uguali: e, con tutto ciò, non valgono le formule generali (21) (23) § 4, come si è visto al n. 4 di questo §. Si tratta, dunque, di un vero caso singolare.

6. *Caso di due pendoli equivalenti.* — Si diranno così pendoli non sostituibili, ma che abbiano uguali oscillazioni apparenti. Questo è il caso in cui l'equazione caratteristica ha due radici uguali, senza che siano

$$a = a_1 \quad b = b_1 \quad q = q_1;$$

* Infatti la (22) mostra che ξ_1 dipende da $2b$ anzichè da b : e si è visto che questa circostanza corrisponde a $g_1 = \frac{1}{2} g$.

ed allora la forma degli integrali non è più la (50) (51) § 3, ma l'altra ben nota, che ha luogo in caso di radici uguali, cioè:

$$\begin{aligned} \varphi' &= c_1 e^{-kt} \cos t \xi + c_2 e^{-kt} t \cos t \xi + c_3 e^{-kt} \sin t \xi + c_4 e^{-kt} t \sin t \xi + \\ &\quad + c_5 e^{-xt} \cos t \zeta + c_6 e^{-xt} \sin t \zeta \\ \varphi'' &= \gamma_1 e^{-kt} \cos t \xi + \gamma_2 e^{-kt} t \cos t \xi + \gamma_3 e^{-kt} \sin t \xi + \gamma_4 e^{-kt} t \sin t \xi + \\ &\quad + \gamma_5 e^{-xt} \cos t \zeta + \gamma_6 e^{-xt} \sin t \zeta \end{aligned} \quad (27)$$

ove ξ , ζ son le solite (29) (34) del § 3. Si son prese uguali le k , k_1 , perchè effettivamente nel bipendolo lo sono. Cosicchè, badando alle (29) § 4, in questo caso ha luogo la relazione

$$a - \frac{a^2 b q}{\varepsilon} = a_1 - \frac{a_1^2 b_1 q_1}{\varepsilon} \quad (28)$$

nella quale è escludersi che sia $a = a_1$: poichè rimarrebbe allora:

$$b q = b_1 q_1 \quad (29)$$

la quale, per le (4) § 3, si cambia in

$$a q = a_1 q_1 \quad (30)$$

giacchè, per dette formule si ha:

$$b = \frac{a}{g} \quad b_1 = \frac{a_1}{g} \quad (31)$$

Se $a = a_1$, si ha quindi anche $b = b_1$, $q = q_1$, e ricadiamo nel caso precedente. Bisogna, dunque, ammettere, nel caso che trattiamo, che sia:

$$a \text{ diverso da } a_1 \quad (32)$$

e ammetteremo pure che la forma esterna sia uguale nei due pendoli, si da giustificare l'ipotesi fatta di $k_1 = k$: ciò non toglierà che la (32) non abbia luogo, e nemmeno che non sieno diverse le b , q dalle b_1 , q_1 perchè queste dipendono dalle masse e dalla loro distribuzione.

7. Bisognerà cercare, ora, le relazioni fra le c e le γ delle (27), servendosi della solita relazione (6) § 3, che servì nel caso generale. Introduciamo in essa le (27) e le loro derivate; e siccome i risultati dei due membri saranno ordinati per le stesse funzioni del tempo, così uguagliandone i coefficienti, avremo le relazioni cercate.

Se poniamo :

$$A = \frac{b_1}{b} \theta_1, \quad B = 2\xi \frac{b_1}{b} \frac{a_1 - a}{(a_1 - \xi^2)^2}, \quad C = \frac{b_1}{b} \theta_5 \quad (33)$$

ove le θ_1, θ_5 , sono precisamente le stesse delle (6) § 4, si avrà sino al 2° ordine incluso:

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= A c_1 + B c_4; & \gamma_2 &= A c_2; & \gamma_3 &= A c_3 - B c_2; & \gamma_4 &= A c_4; \\ \gamma_5 &= C c_5; & \gamma_6 &= C c_6 \end{aligned} \quad (34)$$

che legano le γ alle c .

Le (33) si possono trasformare in base alla condizione fondamentale (28). Essa può scriversi:

$$a_1 - a = \frac{a_1^2 b_1 q_1 - a^2 b q}{\varepsilon} \quad (35)$$

onde :

$$\theta_1 = \frac{a - \xi^2}{a_1 - \xi^2} = \frac{\frac{a^2 b q}{\varepsilon}}{a_1 - a + \frac{a^2 b q}{\varepsilon}} = \frac{a^2 b q}{a_1^2 b_1 q_1} \quad (36)$$

ed

$$\frac{a - a_1}{(a_1 - \xi^2)^2} = \varepsilon \frac{a_1^2 b_1 q_1 - a^2 b q}{a_1^4 b_1^2 q_1^2} \quad (37)$$

Le (33) divengono, quindi :

$$A = \frac{a^2 q}{a_1^2 q_1}, \quad B = 2\xi \frac{a^2 b q - a_1^2 b_1 q_1}{a_1^4 b b_1 q_1^2} \varepsilon, \quad C = \frac{b_1}{b} (1 + \tau_5) \quad (38)$$

le quali mostrano che A, C son finite, mentre B è di ordine -1 , dovendo noi ritener finita la differenza che vi comparisce.

Introducendo le (27) e derivate nella espressione di $x_e - x_o$ data generalmente dalla (13) § 3, è evidente che avremo la stessa forma delle (27), e si potrà scrivere :

$$\begin{aligned} x_e - x_o &= \chi_1 e^{-kt} \cos t\xi + \chi_2 e^{-kt} t \cos t\xi + \chi_3 e^{-kt} \sin t\xi + \chi_4 e^{-kt} t \sin t\xi + \\ &+ \chi_5 e^{-xt} \cos t\zeta + \chi_6 e^{-xt} t \sin t\zeta \end{aligned} \quad (39)$$

ove si ha :

$$\chi_1 = \frac{c_1}{\varepsilon} \rho_1 + \frac{c_4}{\varepsilon} Q, \quad \chi_2 = \frac{c_2}{\varepsilon} \rho_1, \quad \chi_3 = \frac{c_3}{\varepsilon} \rho_1 - \frac{c_2}{\varepsilon} Q, \quad \chi_4 = \frac{c_4}{\varepsilon} \rho_1 \quad (40)$$

$$\chi_5 = \frac{c_5}{\varepsilon} \rho_5 + S \frac{c_6}{\varepsilon} \quad \chi_6 = \frac{c_6}{\varepsilon} \rho_5 - \frac{c_5}{\varepsilon} S$$

nelle quali le $\rho_1 \rho_5$ sono le (10) § 4, mentre le Q, S sono:

$$Q = 2\xi \left[M + N \frac{b_1}{b} \left(\theta_1 - \xi^2 \frac{a_1 - a}{(a_1 - \xi^2)^2} \right) \right]; \quad S = \frac{2\nu}{\varepsilon} \zeta (P - \rho_5) \quad (41)$$

A causa della (37), la Q è grande di ordine -1 ; e la S di ordine $-\frac{1}{2}$ ricordando che ρ_5 è di ordine -1 , e $\frac{\nu}{\varepsilon}$ di 1° .

8. Si può, ora, venire a determinare le costanti arbitrarie indipendenti c_1, c_2 , ecc. in base alle solite condizioni (13) § 4.

In questa ricerca si può porre $= 0$ la k , perchè si è visto che la resistenza dell'aria non influisce nella determinazione delle costanti arbitrarie (n. 7 § 4). Le (27) (39) danno per $t = 0$:

$$\alpha = c_1 + c_5, \quad o = \gamma_1 + \gamma_5, \quad o = \chi_1 + \chi_5,$$

e le derivate di esse, forniscono, nello stesso istante:

$$o = c_2 + c_3 \xi + c_6 \zeta, \quad o = \gamma_2 + \gamma_3 \xi + \gamma_6 \zeta, \quad o = \chi_2 + \chi_3 \xi + \chi_6 \zeta - \chi_5 \alpha$$

sostituendo in queste le (34), (40), abbiamo:

$$\left. \begin{aligned} c_1 + c_5 &= \alpha \\ A c_1 + B c_4 + C c_5 &= o \\ \rho_1 c_1 + Q c_4 + \rho_5 c_5 &= -S c_6 \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

e poi:

$$\left. \begin{aligned} c_2 + \xi c_3 + \zeta c_6 &= o \\ (A - B \xi) c_2 + A \xi c_3 + C \zeta c_6 &= o \\ (\rho_1 - Q \xi) c_2 + \rho_1 \xi c_3 + (\zeta \rho_5 - S \alpha) c_6 &= c_5 (\alpha \rho_5 + \zeta S) \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

Eliminando c_1, c_4 dalle (42), si ha:

$$c_5 \left[\rho_5 - \rho_1 - \frac{C - A}{B} Q \right] + c_6 S = -\alpha \left(\rho_1 - Q \frac{A}{B} \right) \quad (44)$$

Eliminando, invece, c_2, c_3 dalle (43), si ottiene:

$$c_6 \left[\zeta Q \frac{A - C}{B} + \rho_1 \zeta + \rho_5 \zeta - S \alpha \right] = c_5 (\alpha \rho_5 + \zeta S) \quad (45)$$

Si noti, ora, che le quantità Q, B, ρ_5 sono grandi, dell'ordine -1 , mentre S, ζ lo sono dell'ordine $-\frac{1}{2}$: infine le A, C, ρ_1 sono quantità finite, come è α . Risolvendo rispetto a c_5, c_6 le (44) (45), tenendo presenti tali

circostanze, e limitandosi ai risultati non oltre l'ordine $\frac{5}{2}$, si ha subito:

$$c_5 = -\frac{\alpha}{\rho_5} \left(\rho_1 - Q \frac{A}{B} \right) \quad c_6 = -\frac{\alpha}{\zeta \rho_5} \left(\rho_1 - Q \frac{A}{B} \right) \left(z + \frac{\zeta S}{B} \right) \quad (46)$$

cosicchè si ha che c_5 è di 2° ordine, mentre c_6 è di ordine $\frac{5}{2}$ come avveniva nel caso generale.

Dalle due prime (42) si ha, quindi:

$$c_1 = \alpha \left[1 - \frac{A Q - B \rho_1}{B \rho_5} \right] \quad c_4 = -\alpha \frac{A}{B} \quad (47)$$

e dalle due prime (43), escludendo in c_3 i termini di 3° ordine:

$$c_2 = \frac{\alpha}{\rho_5} \left(\rho_1 - Q \frac{A}{B} \right) \left(z + \frac{\zeta S}{B} \right) \frac{A - C}{B \xi}; \quad c_3 = \frac{\alpha}{\xi \rho_5} \left(\rho_1 - Q \frac{A}{B} \right) \left(z + \frac{\zeta S}{\rho_5} \right) \quad (48)$$

cosicchè la c_1 è di prim'ordine, le c_3 c_4 sono di secondo, la c_2 è di terzo; e si conserva qui soltanto perchè or ora dovrà introdursi nelle (39), in cui essa c_2 comparisce moltiplicata per B , che è di ordine -1 .

9. Introducendo le precedenti nelle (34) (40), e tenendo solo i termini di second'ordine, abbiamo:

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \alpha A \frac{\rho_1 B - Q A}{B \rho_5}, & \gamma_2 &= 0, & \gamma_3 &= \alpha \frac{C}{\xi \rho_5} \left(\rho_1 - Q \frac{A}{B} \right) \left(z + \frac{\zeta S}{\rho_5} \right) \\ \gamma_4 &= -\alpha \frac{A^2}{B} & \gamma_5 &= -\gamma_1 & \gamma_6 &= 0 \end{aligned} \quad (48)$$

e per le (40):

$$\begin{aligned} \chi_1 &= \frac{\alpha}{\varepsilon} \frac{\rho_1 B - Q A}{B} & \chi_2 &= 0 & \chi_3 &= 0 \\ \chi_4 &= -\frac{\alpha}{\varepsilon} \frac{A \rho_1}{B} & \chi_5 &= -\chi_1 & \chi_6 &= 0 \end{aligned} \quad (49)$$

Di queste ultime, la χ_1 come la χ_5 , è di 2° ordine; la χ_4 è di 3°: ma si conserva, perchè essa avrà in fattore t , che potrà farla crescere sino al 2° ordine come le altre; ciò che non succede per la χ_2 perchè sarebbe di 4° ordine.

Così tutte le costanti son determinate. Riunendo per comodità, tutti gli integrali del moto (27) (39), e volendo, per ora, dare alle formule la mas-

sima estensione, i coefficienti si terranno sino al 2° ordine incluso, salvo che in (39), ove terremo anche χ_4 . Si avrà, quindi:

$$\left. \begin{aligned} \varphi' &= c_1 e^{-kt} \cos t\xi + c_3 e^{-kt} \sin t\xi + c_4 e^{-kt} t \sin t\xi + c_5 e^{-xt} \sin t\zeta \\ \varphi'' &= \gamma_1 (e^{-kt} \cos t\xi - e^{-xt} \cos t\zeta) + \gamma_3 e^{-kt} \sin t\xi + \gamma_4 t e^{-kt} \sin t\xi \\ x_c - x_o &= \chi_1 (e^{-kt} \cos t\xi - e^{-xt} \cos t\zeta) + \chi_4 t e^{-kt} \sin t\xi \end{aligned} \right\} (50)$$

ove le c , γ , χ son date dalle precedenti; di queste, la sola c_1 è di primo ordine, tutte le altre son di secondo, ad eccezione di χ_4 che è di terzo.

10. I termini che contengono il tempo in evidenza, crescono, ma non indefinitamente. Si consideri la funzione:

$$f(t) = t e^{-kt} \quad (51)$$

le due derivate successive sono:

$$f'(t) = e^{-kt} (1 - kt) \quad f''(t) = k e^{-kt} (kt - 2)$$

le quali mostrano che il massimo di detta funzione è per

$$t = \frac{1}{k}$$

Si è visto che, nel caso dei pendoli di Sterneck, $k = 0,0001$: quindi il massimo della (51) sarà per

$$t = 10,000 = 3 \text{ ore circa} \quad (52)$$

poichè l'unità di tempo è il secondo. Si può notare che dopo tre ore, l'amplitudine degli ordinari pendoli è ridotta a circa un terzo del valore iniziale. Ma intanto il valore della (51), al momento del suo massimo è

$$t e^{-kt} = 3800 \text{ circa.}$$

Questa quantità, grande di 1° ordine, ingrandisce i coefficienti c_4 , γ_4 , χ_4 delle (50): sì che i due primi di questi coefficienti, che erano di 2° ordine divengono di 1° e anche alquanto più grandi, mentre il terzo diviene di secondo, almeno come sono gli altri della 3ª (50): ma passato il massimo, i detti coefficienti tendono a diminuire sempre più. In ogni modo, si vede che i termini più importanti di φ' sono il primo e l'ultimo: quelli di φ'' si riducono al solo ultimo, poichè γ_1 è di 2° ordine, come rilevasi da ciò che si è detto alla fine del n. 9: quelli di $x_c - x_o$ son di uguale importanza.

Dunque in questo caso, *il pendolo motore oltre al fremito, di più o meno rapida estinzione, possiede un moto pendolare che va diminuendo, e uno oscillatorio, non pendolare, che va crescendo: sì che la durata dell'oscillazione risultante, dopo una serie di amplificazioni e di contrazioni tenderà a crescere sino ad un certo limite, dopo di che il moto andrà progressivamente estinguendosi. Il pendolo mosso, oltre al detto fremito, ha un moto pendolare pressochè impercettibile, e uno non pendolare crescente, che sarà quello dominante, sino all'epoca della diminuzione progressiva di ogni movimento. Il sostegno ha tutti i suoi tre movimenti di second'ordine, uno dei quali non pendolare e crescente dal 3° ordine al secondo.*

11. In pratica, questi casi assoluti, sia di due pendoli rigorosamente sostituibili, sia di due pendoli di uguale forma, ma di massa diversa e dotati di oscillazioni apparenti rigorosamente uguali, non si daranno che in via affatto eccezionale. Però, siccome sarà mostrato in seguito, che quando due pendoli abbiano durate di oscillazioni apparenti, che senza essere rigorosamente uguali, differiscano di quantità di 2° ordine, l'applicazione pratica del caso generale diviene incerta e malsicura, così in tali circostanze è preferibile l'applicare uno dei due ultimi procedimenti contenuti in questo paragrafo; il primo se i due pendoli abbiano lo stesso peso e uguali dimensioni, il secondo, quando, pur avendo uguali le ultime, abbiano pesi differenti fra loro.

Nè è da credersi che il caso dei pendoli sostituibili si possa dedurre dal caso delle oscillazioni uguali di pendoli di massa diversa, col fare nelle (50) $a_1 = a$, e quindi (come si è visto al n. 6) $b = b_1$, $q = q_1$: poichè per $a = a_1$ la B (33) si annulla rigorosamente; e quindi, per le (45), le costanti $c_1 c_2 \dots$ e quindi anche le γ e le χ , divengono tutte infinite. Questo conferma quanto si disse alla fine del n. 5 di questo §: e ci autorizza a rigettare delle eventuali formule più o meno empiriche, ove dal caso di pendoli di diverso peso, si possa passare a quello di pendoli sostituibili.

6. Determinazione delle epoche di massima amplitudine.

1. La massima amplitudine fu chiamata anche *elongazione* di un pendolo, e corrisponde ad un massimo o ad un minimo delle φ . Per determinarla in tutti i periodi successivi del tempo, non si ha che da uguagliare a zero le derivate delle (50) (51) del § 3 ove le c, γ son date dalle (7), (21), (23) del § 4. Però, in questa ricerca, basterà limitarsi, nelle c, γ , ai termini di primo ordine, che sono i soli che abbiano, poi, un'applicazione pratica. Coticchè, nelle dette (50) (51) si lascerà da canto il *fremito*, che ha coefficienti di 2° ordine, non solo, ma si estingue verosimilmente

più presto degli altri moti elementari dei pendoli, essendo κ ben più grande delle k , come si vede dalla (34) § 3, cioè:

$$\kappa = \frac{\nu}{\omega} - (k + k_1) \quad (1)$$

Se vi sono forze esterne, la ricerca dei tempi di elongazione è molto complicata; e del resto, nel caso di due pendoli, non offrirebbe interesse, ai fini dell'applicazione che si fa del bipendolo: converrà quindi non occuparci di tale ricerca.

Ammettendo, invece, che forze esterne non vi sieno, le (50) (51) § 3, ove le c son le (21), e le γ vengono dalle (7) § 4, si riducono subito alle seguenti:

$$\varphi' = \alpha \frac{\theta_3}{\theta_3 - \theta_1} e^{-kt} \cos t \xi - \alpha \frac{\theta_1}{\theta_3 - \theta_1} e^{-kt} \cos t \eta \quad (2)$$

$$\varphi'' = \alpha \frac{b_1}{b} \frac{\theta_3 \ell_1}{\theta_3 - \theta_1} e^{-kt} [\cos t \xi - \cos t \eta] \quad (3)$$

E il movimento del supporto, nell'assenza di forze esterne, che risulterebbe dalla (11) § 4, ove le χ sono le (26), nelle quali, però, alle $c_1 c_2$ si pongano i soli valori di prim'ordine, piglia la forma:

$$x_c - x_o = \frac{\alpha e^{-kt}}{\varepsilon(\theta_3 - \theta_1)} [\rho_1 \theta_3 \cos t \xi - \rho_3 \theta_1 \cos t \eta] + \frac{\alpha}{\varepsilon} \frac{\theta_1 \rho_3 - \rho_1 \theta_3}{\theta_3 - \theta_1} e^{-t\kappa} \cos t \zeta \quad (4)$$

Se siamo nel caso di pendoli in cui a differisca da a_1 di quantità di prim'ordine, come avviene per lo più nei pendoli di Sterneck, e consideriamo che in (4) $\frac{\alpha}{\varepsilon}$ è di 2° ordine, si vede subito, che senza alterare questo grado di approssimazione si può, nelle ρ_1, ρ_3 (10) § 4, porre $\xi^2 = \eta^2 = a$; e per conseguenza anche $b_1 = b$. Quindi la (4) diviene, tenendo presenti le (2) (3):

$$x_c - x_o = \frac{P - aM}{\varepsilon} \varphi' - \frac{a_1 N}{\varepsilon} \varphi'' - \alpha \frac{(P - aM)^{-\kappa t}}{\varepsilon} \cos t \zeta \quad (5)$$

ossia per le (8) del § 3:

$$x_c - x_o = a \frac{q}{\varepsilon} \varphi' + a_1 \frac{q_1}{\varepsilon} \varphi'' - \frac{\alpha q^{-\kappa t}}{\varepsilon} \cos t \zeta \quad (6)$$

che dà il moto del sostegno in funzione delle amplitudini dei due pendoli; ma nel solo caso in cui $a - a_1$ sia di 1° ordine.

Nelle formule di altri autori, il terzo termine di (6) non comparisce, perchè essi non considerano, sin dal principio, il terzo integrale particolare del moto; quindi tal termine non può esser trovato. È, invece, necessario conservarlo, sia perchè dello stesso ordine degli altri due, sia perchè quel termine, ove si voglia la velocità e l'accelerazione del supporto, dà un contributo prevalente su quello degli altri due, giacchè la ζ che è grande, come sappiamo, esce dal simbolo trigonometrico.

2. Se nelle (3) (4) introduciamo i tempi di oscillazione apparente T_a , T_b dei due pendoli, cioè ponendo:

$$T_a = \frac{\pi}{\xi} \qquad T_b = \frac{\pi}{\eta} \qquad (6)$$

esse divengono:

$$\varphi' = \alpha \frac{e^{-kt}}{\theta_3 - \theta_1} \left[\theta_3 \cos \frac{\pi t}{T_a} - \theta_1 \cos \frac{\pi t}{T_b} \right] \qquad (7)$$

$$\varphi'' = \alpha \frac{b_1}{b} \frac{\theta_1 \theta_3}{\theta_3 - \theta_1} e^{-kt} \left[\cos \frac{\pi t}{T_a} - \cos \frac{\pi t}{T_b} \right] \qquad (8)$$

Per cercare, di queste, i tempi delle elongazioni, deriviamole, rispetto al tempo ed uguagliamo a zero. Ma si osservi che le esponenziali possono considerarsi come costanti, giacchè derivandole, porterebbero termini con αk , che sono come sappiamo di ordine $\frac{\delta}{2}$, sì che il rapporto dei termini con k , agli altri, sarebbe dell'ordine $\frac{\delta}{2}$; in questa ricerca trascurabile. Derivando, in questa intesa, le (7) (8) abbiamo:

$$\text{sen} \frac{\pi t}{T_a} = \frac{\theta_1 T_a}{\theta_3 T_b} \text{sen} \frac{\pi t}{T_b} \qquad \text{sen} \frac{\pi t}{T_a} = \frac{T_a}{T_b} \text{sen} \frac{\pi t}{T_b} \qquad (9)$$

e se, per semplicità, pigliamo per il momento la T_a come unità di tempo, abbiamo: *

$$\text{sen} \pi t = \frac{\theta_1 T_a}{\theta_3 T_b} \text{sen} \frac{T_a}{T_a} \pi t \qquad \text{sen} \pi t = \frac{T_a}{T_b} \text{sen} \frac{T_a}{T_b} \pi t \qquad (10)$$

Allo scopo di vedere la successione dei tempi di elongazione dei due pen-

* Nei pendoli di Sterneek, le T_a e T_b sono poco diverse da 0s,5.

doli in ogni fase, si può far uso di un metodo geometrico semplicissimo. Si disegnino le tre sinusoidi regolari, aventi per equazioni:

$$y = \text{sen } \pi x \quad (11)$$

$$e \quad y = \frac{\theta_1 T_a}{\theta_3 T_b} \text{sen} \left(\pi \frac{T_a}{T_b} \right) x \quad y = \frac{T_a}{T_b} \text{sen} \left(\pi \frac{T_a}{T_b} \right) x \quad (12)$$

Le due ultime sono di pari argomento: cosicchè costruitane una, si avrà facilissimamente l'altra, riducendo le ordinate della prima in un certo rapporto.

La (11) ha gli zeri negli intervalli $x = 1, 2, 3, \dots$ dell'asse x , le (12) li hanno, invece nei punti $x = \frac{T_b}{T_a}, 2 \frac{T_b}{T_a}, \dots$. Le massime ordinate sono rispettivamente:

$$\pm 1 \quad \pm \frac{\theta_1 T_a}{\theta_3 T_b} \quad \pm \frac{T_a}{T_b} \quad (13)$$

Ora, negli ordinari pendoli di Sterneek, le durate delle oscillazioni differiscono, per lo più, di quantità attorno al 2° ordine: cosicchè si può scrivere:

$$\frac{T_a}{T_b} = 1 + \frac{T_a - T_b}{T_b} = 1 + e \quad (14)$$

ove e sarà qui una quantità almeno di 1° ordine che, a seconda dell'unità scelta per il grafico, diverrà graficamente più o meno sensibile. Così se si piglia come unità grafica il decimetro, la e sarà mezzo millimetro circa.

3. Immaginando disegnate le tre sinusoidi sopra un asse comune, col primo zero di tutte e tre coincidente, avremo subito, per le (9), che le ascisse delle intersezioni che le sinusoidi (12) hanno colla sinusoidi fondamentale (11), saranno i tempi di massima elongazione del primo (per la 1ª (12)) e rispettivamente per il secondo (per la 2ª (12)) pendolo. Questi tempi sono in unità T_a ; e conoscendosi il valore di T_a , si possono subito avere in secondi. Così procedendo, si possederà immediatamente un quadro sinottico della distribuzione delle elongazioni nel tempo progressivo.

Supponiamo, ora, per fissare le idee, che $T_a > T_b$. Siccome T_a è l'unità di tempo, gli zeri o nodi * della sinusoidi fondamentale, sono corrispondenti alle ascisse

$$x = 0, 1, 2, 3, \dots, h, \dots \quad (15)$$

* Diremo *nodo ascendente* il punto attraverso al quale, procedendo da sinistra verso destra, l'ordinata da negativa diviene positiva; *discendente* l'altro.

mentre quelli delle altre due, hanno le ascisse che già si indicarono, e che, in forza della (14), saranno :

$$x = 0, 1 - e, 2 - 2e, \dots, h - he, \dots \tag{16}$$

sicchè, se p. e. h è dispari, per posizionare il *colmo* delle (12) rispetto a quello della fondamentale (11), che si stende fra $h - 1$ ed h , si dovrà porre il nodo discendente delle (12) nel punto di ascissa

$$x = h - he; \tag{17}$$

ed allora, se $he < 1$, avremo le intersezioni delle due (14) col *colmo* della fondamentale (11) che ha per zeri le ascisse $h - 1$ e h . Se invece fosse $he > 1$, si da porre

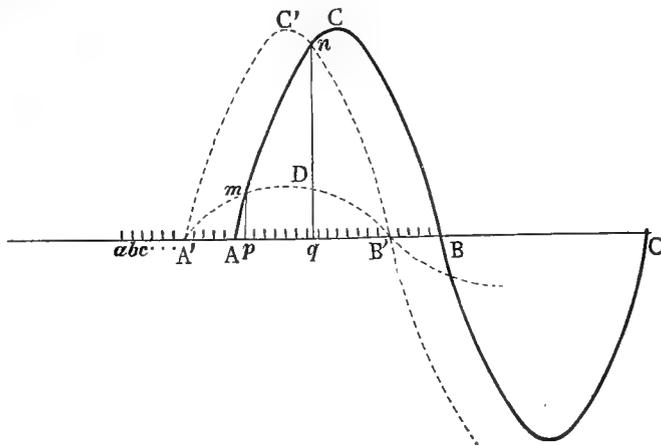
$$he = n + \rho(he) \tag{18}$$

ove n sia un intero e $\rho(he)$ indichi il resto di he che è < 1 , allora è chiaro, che se vogliamo le ascisse d'intersezione fra la fondamentale (11) e le due (12), comprese nel *colmo* di (11) che va da $h - 1$ ad h , si porrà il detto nodo discendente delle (12) sull'ascissa :

$$x = h - \rho(he) \tag{19}$$

Se h è pari, invece di parlar di *colmo* parleremo di *vuoto* delle curve; e, anzicchè di nodo discendente, parleremo di nodo ascendente.

Queste osservazioni sono importanti, quando si vogliano i tempi di elongazione, che cadono fra due tempi dati, $h - 1$ ed h . Non vi è bisogno di disegnare tutti i colmi e i vuoti delle tre sinusoidi. Si disegnerà un solo colmo e un sol vuoto della fondamentale, su carta opaca millimetrata; e sopra una carta trasparente disegneremo un colmo e un vuoto delle due altre sinusoidi, in modo che abbiano gli zeri coincidenti. Basterà, allora immaginare che B (vedi figura nel caso di h dispari) corrisponda all'ascissa h ; e si sovrapporrà alla carta millimetrata il lucido fatto, collocando il nodo discendente B' comune alle due sinusoidi, in un punto dell'asse, alla distanza (17) o (19) da B . Allora,



attraverso la carta trasparente, vedremo come nella figura, che le intersezioni della (11) colle (12) situate fra $h - 1$ ed h , sono m, n .

Si abbasseranno da questi punti le perpendicolari all'asse, ed avremo i punti p, q , corrispondenti ai tempi delle elongazioni in quell'intervallo: e questi tempi, in unità T_a , saranno, ove si ponga:

$$\begin{array}{l} \zeta_1 = Ap \quad \zeta_2 = Aq, \\ \text{pel pendolo motore} \quad t = h - 1 + \zeta_1 \\ \text{,, ,, mosso} \quad t = h - 1 + \zeta_2 \end{array} \quad (20)$$

Se h è pari, anzichè dei colmi, ci riferiremo ai vuoti delle curve.

4. In tal modo si ha, colla massima facilità, e servendosi del semplicissimo abaco sopra descritto, il tempo di elongazione di ciascun pendolo ad un'epoca qualunque assegnata*.

Se poi, invece di usare nell'abaco solamente i colmi sovrapposti, consideriamo i colmi ed i vuoti, allora, prese le intersezioni fornite dall'uno e dall'altro, potremo avere anche i tempi in cui ogni pendolo passa per la verticale, giacchè è ovvio che esso tempo è dato dalla semisomma dei due tempi di elongazioni successive che avremo rilevate per ciascun pendolo.

È poi, non meno chiaro, che con questo metodo, si ha un valore approssimativo della durata di oscillazione risultante, relativa a ciascun pendolo: essa sarà la differenza dei tempi sopra determinati, di due elongazioni successive: e si può constatare appunto come il movimento non sia isocrono.

Un'ultima osservazione importante, si ricava pure da quel che precede. Per due o più colmi e vuoti successivi, le ζ_1, ζ_2 si possono considerare invariate. Infatti, aumentando h della (17) di due o quattro unità, la he , ove fosse $e = 0,001$ aumenterebbe di 0,002 e di 0,004; se l'unità grafica è 100^{mm} , la posizione rispetto al nodo discendente (sia il caso di h dispari, per fissare le idee) pel colmo $A'B'C'$ varia di $0^{\text{mm}}, 2$ o di $0^{\text{mm}}, 4$ di fronte alla base di AB che è 100^{mm} ; e si capisce di leggieri, come le intersezioni delle sinusoidi non variino sensibilmente; e quindi le ζ_1, ζ_2 , come si è enunciato, possano riguardarsi invariate rispetto ai nodi dalla sinusoidi fondamentale, pei valori di h che differiscano fra loro di alcune unità.

Ciò porterà la conseguenza, che si potranno, anche in via numerica, determinare, con esattezza bastevole, i tempi delle elongazioni, relativi alle progressive unità assolute di tempo, conoscendo solo approssimativamente il tempo assoluto che è scorso dal principio del moto sino al mo-

* Nella figura, ACB è il colmo della fondamentale (11): i due colmi $A'C'B', A'DB'$ sono quelli delle altre due sinusoidi che la figura rappresenta già sovrapposti al primo. La scala segnata sull'asse indica $10e, 20e, 30e$ ecc. onde applicare rapidamente le (17) (18).

mento che si considera. In altre parole: *si avrà sensibilmente esatta la frazione dell'unità di tempo, entro la quale* avviene l'elongazione di ciascun pendolo, conoscendo solo approssimativamente il numero d'ordine di essa unità rispetto all'inizio del movimento.*

5. In via numerica, il problema di cercare il tempo di elongazione si risolve pure facilmente. Le (10) sono dell'unica forma:

$$\operatorname{sen} \pi t = \lambda \operatorname{sen} \pi \frac{T_a}{T_b} t \quad (21)$$

Entro ogni unità di t vi sarà, salvo casi isolati e lontani, una soluzione: cosicchè potremo porre, essendo h un intiero:

$$t = h + \tau \quad (22)$$

qual soluzione della (21), essendo $\tau \leq 1$ l'incognita del problema. Introducendo in (21), tanto la (22) quanto la (14), e ricordando anche la (18), noi avremo, secondochè n (18) è o non è dalla stessa parità di h :

$$\operatorname{sen} \pi \tau = \pm \lambda \operatorname{sen} [\rho(h \mathbf{e}) + \tau + \tau \mathbf{e}] \pi \quad (23)$$

In prima approssimazione trascuriamo $\tau \mathbf{e}$ che è piccolissimo; si avrà, allora, subito:

$$t g \pi \tau = \frac{\pm \lambda \operatorname{sen} \pi \rho(h \mathbf{e})}{1 \mp \lambda \cos \pi \rho(h \mathbf{e})} \quad (24)$$

dalla quale si ha τ : se si vuole, si può ripetere il calcolo, ponendo nella (23) in $\tau \mathbf{e}$ il valore τ_0 di τ , così trovato; e si arriverebbe a

$$t g \pi \tau = \frac{\pm \lambda \operatorname{sen} \pi [\rho(h \mathbf{e}) + \tau_0 \mathbf{e}]}{1 \mp \lambda \cos \pi [\rho(h \mathbf{e}) + \tau_0 \mathbf{e}]} \quad (25)$$

Ma praticamente basta fermarsi alla (24).

Se λ è vicinissima ad 1, qual'è il caso della 2^a (10), e si pone in (25) $\lambda = 1$, si ha subito, corrispondentemente ai segni \pm della (23):

$$\tau = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} [\rho(h \mathbf{e}) + \tau_0 \mathbf{e}] \quad \tau = 1 - \frac{1}{2} [\rho(h \mathbf{e}) + \tau_0 \mathbf{e}]$$

e, siccome per $\mathbf{e} = 0,001$, la $\frac{\tau_0 \mathbf{e}}{2}$ è, al massimo, 0,0005, quantità praticamente inapprezzabile, così resterà, in corrispondenza al \pm

$$\tau = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \rho(h \mathbf{e}) \quad \tau = 1 - \frac{1}{2} \rho(h \mathbf{e}) \quad (26)$$

* Ricordiamo che si è supposto $T_a > T_b$ e si è preso T_a come unità di tempo: perciò entro ogni intervallo, T_a , avvengono le elongazioni dei pendoli.

Quanto alla 1^a (10), basterà fare in (24) o (25):

$$\lambda = \frac{T_a \theta_1}{T_b \theta_3} \quad (27)$$

Ma questa *a priori* è sconosciuta, perchè le θ (6) § 4 dipendono dalle a, b, q, ε , che non son note. Vedremo come teoreticamente non c'importi la conoscenza delle θ , su questo riguardo; e la (24) resta per noi come forma analitica da introdursi nelle opportune formule; in pratica si vedrà, come ammesse certe condizioni, la λ sarà molto piccola, sì che la (24) ci direbbe che τ è molto vicina a zero.

6. Veniamo, ora, alla ricerca delle elongazioni nel caso di pendoli sostituibili. Come si è detto al n. 1, basta in questa ricerca limitare al 1° ordine i coefficienti delle formule generali. Esse, in questo caso, sono le (25) § 5, che limitate al 1° ordine, si riducono alle seguenti:

$$\varphi' = \frac{\alpha}{2} e^{-kt} \left[\cos \pi \frac{t}{T'_a} + \cos \pi \frac{t}{T_o} \right] \quad \varphi'' = \frac{\alpha}{2} e^{-kt} \left[\cos \pi \frac{t}{T'_a} - \cos \pi \frac{t}{T_o} \right] \quad (28)$$

$$x_c - x_o = \alpha \frac{aq}{\varepsilon} \left[e^{-kt} \cos \pi \frac{t}{T'_a} - e^{-\lambda t} \cos \pi \frac{t}{T_1} \right] \quad (29)$$

ove

$$T'_a = \frac{\pi}{\xi_1} = \frac{\pi}{\sqrt{a}} : \sqrt{1 - \frac{2abq}{\varepsilon}}; \quad T_o = \frac{\pi}{\sqrt{a}}; \quad T_1 = \frac{\pi}{\zeta_1} = \pi \sqrt{\frac{\omega_2}{\varepsilon}} \quad (30)$$

le quali cose tutte risultano dalle (26) e dalle (22) (23) del § 5.

Le condizioni di elongazione delle (28) sono, uguagliandone a zero le derivate, e prendendo, al solito, T_a come unità di tempo:

$$\text{sen } t \pi = \mp \frac{T'_a}{T_o} \text{sen } t \pi \frac{T'_a}{T_o} \quad (30)$$

Queste rientrano completamente nel tipo già studiato (21), ove sia:

$$\lambda = \mp \frac{T'_a}{T_o} \quad (31)$$

Ora T'_a e T_o sono, rispettivamente, le durate d'oscillazione di uno dei pendoli sopra supporto elastico e sopra supporto rigido: perciò differiranno, per buone condizioni dell'istromento, di quantità di 1° ordine almeno: si avrà anche qui l'analoga della (14), cioè:

$$\frac{T'_a}{T_o} = 1 + \frac{T'_a - T_o}{T_o} = 1 + e \quad (32)$$

colla sola differenza pratica, che nella (14) la e è nota, e nella (32) no, a causa del T_0 che non può essere osservato. Comunque, però, i tempi di elongazione verranno dati dalla (24) ove λ sia una delle (31). Nel caso del segno positivo di (31), cioè pel pendolo mosso, il tempo di elongazione è già esibito dalla 1^a (26) ove per e s'intenda quello veniente da (32). Nel caso del pendolo motore, il segno di (31) è negativo: quindi il tempo di elongazione è dato dalla 2^a (26) e così, per la (22), i tempi di elongazione dei pendoli sostituibili al tempo h (cioè fra il tempo $h - 1$ e il tempo h), son dati dalla (in unità T_a):

$$t = h + \tau; \quad (34)$$

ove, pel pendolo motore, la τ è la 2^a (26), pel mosso la 1^a (26): e la e sarebbe:

$$e = \frac{T'_a - T_0}{T_0} \quad (35)$$

Graficamente, il problema vien risoluto come il precedente: la sola differenza sta in ciò, che la sinusoide più bassa $A'DC'$ deve esser sostituita da una identica alla $A'B'C'$ ma disegnata sotto l'asse, anzichè sopra, trattandosi di colmi; viceversa ove si tratti di vuoti. La fondamentale resta la stessa: quella del pendolo motore è la sinusoide ora sostituita alla bassa; quella del mosso diviene la $A'B'C'$.

7. Passiamo, infine, al caso delle oscillazioni apparenti uguali, in pendoli di masse diverse. Limitando al 1^o ordine i coefficienti delle (50) § 5, conservando quelli che contengono il tempo in fattore, e lasciando la 3^a inalterata, poichè i termini son della stessa importanza, si ottiene, con riguardo alle (46) § 5 e seguenti:

$$\varphi' = \alpha e^{-kt} \left[\cos t \xi - \frac{A}{B} t \operatorname{sen} t \xi \right] \quad \varphi'' = -\alpha \frac{A^2}{B} e^{-kt} t \operatorname{sen} t \xi \quad (36)$$

$$x_c - x_0 = \alpha \frac{aq}{\varepsilon} e^{-kt} \left[\cos t \xi - \frac{A}{B} t \operatorname{sen} t \xi \right] - \alpha \frac{aq}{\varepsilon} e^{-kt} \cos t \zeta \quad (37)$$

e poichè anche, come dalle (10) § 4, in questo caso, come si fece al n. 1 di questo §, si può qui porre:

$$\rho_1 = aq,$$

le (36) si possono anche scrivere, per la 1^a (6):

$$\varphi' = \alpha e^{-kt} [\cos \pi t - \omega t \operatorname{sen} \pi t] \quad \varphi'' = -\alpha A \omega e^{-kt} t \operatorname{sen} \pi t \quad (38)$$

ove si è posto :

$$\omega = \frac{A}{B} \quad (39)$$

e si è preso T_a come unità di tempo. Le condizioni di elongazione sono, per le (38), sempre, come si è detto, non facendo variare l'esponentiale :

$$\pi t = - \left(1 + \frac{\pi}{\omega} \right) t g t \pi \quad \pi t = - t g \pi t; \quad (40)$$

e se si pone, giacchè sappiamo che dentro ogni unità di tempo deve verificarsi una elongazione :

$$t = h - \frac{x}{\pi} \quad \text{e} \quad 1 + \frac{\pi}{\omega} = \mu \quad (41)$$

ove h è un intero, ed x è l'incognita, le (40) divengono :

$$h\pi - x = \mu t g x \quad h\pi - x = t g x \quad (42)$$

le quali sono della stessa forma, nella seconda essendo $\mu = 1$.

S. Una soluzione grafica in questo caso, non sarebbe pratica, ma possiamo accennarla, se non altro, per guida. Si costruisca la retta :

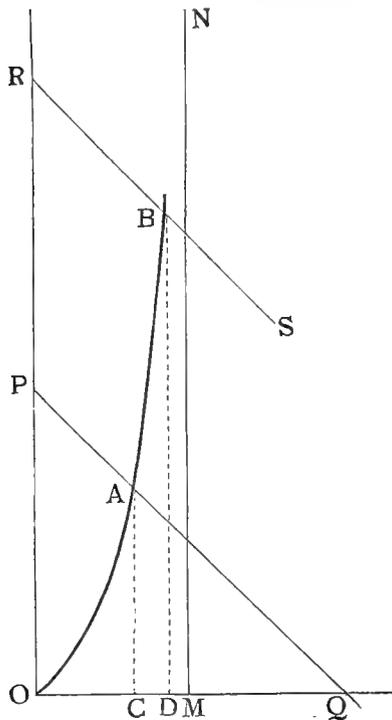
$$y = h\pi - x \quad (43)$$

e le due curve :

$$y = \mu t g x \quad y = t g x \quad (44)$$

Le ascisse delle intersezioni comuni alla (43) e a ciascuna delle (44), ci daranno subito l'incognita x della elongazione per ciascun pendolo.

Della curva indicata dalla 2^a (44) basta tenere la parte verso le ascisse positive: essa sia OAB ed ha per asintoto la MN parallela all'asse y alla distanza $OM = 1,57 = \frac{\pi}{2}$, e alla quale la curva si avvicina rapidamente. La retta (43) è, per $h = 1$, rappresentata da PQ tagliante gli assi positivi a distanze uguali dall'origine, col valore di π . Per gli altri valori di h , la PQ si sposterà parallelamente a se stessa a distanze successive uguali ad OP , ed avremo RS , ecc. Si vede subito dalla figura, che appena dopo un secondo (due unità di t), dal principio del moto, sarà la $x = OD$, cioè



molto vicina ad $OM = \frac{\pi}{2}$, onde il tempo della elongazione sarebbe per la (41) molto vicino a $2 - \frac{1}{2}$: e più si va avanti nelle successive unità di tempo, più le epoche delle elongazioni tendono ad essere:

$$t = h - \frac{1}{2} \tag{45}$$

Col calcolo della 2^a (42) si vede facilmente che per

$h = 1$	10	20	30	100	1000
si ha: $\frac{x}{\pi} = 0,3558$	0,4894	0,4948	0,4966	0,4990	0,4999

Dunque, dopo appena 50 secondi (100 unità di tempo) dall'inizio del moto si può considerare come rigorosa la (45), quale epoca delle elongazioni del pendolo mosso.

9. Passiamo al pendolo motore, e per esso alla curva 1^a (44). Il coefficiente μ è grande, di ordine -1 almeno, come si vede da (39) (41), ricordando che B è di ordine -1 , per la (38) § 5.

La curva

$$y = \mu t g x$$

si costruirebbe sulla scorta della curva della figura, amplificando tutte le ordinate nel rapporto da 1 ad μ . Siccome questo è molto grande, la curva che ne risulterà sarà, per tratti lunghi centinaia di volte la OP , vicinissima all'asse delle y , e le intersezioni colle rette (43), avranno, quindi, ascisse piccolissime; sì che la (41) diviene sensibilmente, per h di alcune centinaia:

$$t = h \tag{46}$$

quale epoca delle elongazioni del pendolo motore. Solo se h divenisse migliaia allora la x si renderebbe sensibile, ma tanto meno quanto più μ è grande.

Col calcolo della 1^a (42), si trova, per $\mu = 1000$:

$h =$	10	50	100	1000	2000
$\frac{x}{\pi} =$	0,010	0,060	0,096	0,401	0,450

ora si vede che sino ad $h = 100$ la (46) è sufficientemente esatta, ma da 1000 in poi, va l'epoca avvicinandosi al tipo (45) del pendolo mosso. Invece, per $\mu = 10000$ abbiamo:

$h = 10$	50	100	1000	2000
$\frac{x}{\pi} = 0,001$	0,006	0,011	0,100	0,180

e si vede che sino a 1000, il tipo dell'epoca di elongazione del pendolo motore è il (46). In conclusione, *dentro determinati intervalli di tempo, dipendenti dal valore di ω , i due pendoli hanno le epoche delle elongazioni quasi esattamente alternate, equidistanti, e dei tipi (45) (46): fuori di questi intervalli, il pendolo motore, tende ad avere le sue elongazioni agli stessi istanti in cui le ha il pendolo mosso: cioè, i due pendoli tendono ad oscillare sincronamente.*

7. Applicazione alla ricerca della riduzione a supporto rigido.

1. La riduzione a supporto rigido, cioè la quantità da aggiungersi alla durata dell'oscillazione osservata sopra supporto elastico, per avere la durata di essa qual sarebbe stata sopra supporto rigido, si introdusse sin dal n. 3 del § 5. Per ciascuno dei due pendoli, tal riduzione σ è data, in valore assoluto, dalle (13) (14) § 5, cioè:

$$\begin{aligned} \text{pel pendolo motore} \quad \sigma &= T_a \frac{a b q}{2 \varepsilon} \\ \text{,, ,, mosso} \quad \sigma' &= T_b \frac{a_1 b_1 q_1}{2 \varepsilon} \end{aligned} \quad (1)$$

essendo T_a T_b le durate delle *oscillazioni apparenti* di ciascuno rispettivamente dei due pendoli, quando ognuno oscilla da solo sul sostegno elastico: quindi esse sono quantità pienamente determinabili dall'esperienza.

Per conoscere le σ si dovrebbero, inoltre, conoscere le frazioni che compariscono nelle (1): ed è ovvio che *a priori* ciò è impossibile. Considereremo, dunque, come incognite le due σ , e cercheremo di dedurle dalle equazioni del moto dei due pendoli, che nel caso generale, sono le (7) (8), § preced. Vedremo ora, che i coefficienti di esse son funzioni delle σ ; se, quindi, si osservano i valori massimi e minimi delle φ' , φ'' (cioè le elongazioni dei pendoli, i cui relativi tempi, dopo ciò che si è detto, possono ritenersi noti), si conosceranno, nelle (7) (8), dei valori delle φ' , φ'' e dei corrispondenti t : e siccome la k può ritenersi nota (V. n. 5, § 2), e può anche farsi in (8) $b_1 = b$, a meno di quantità di second'ordine, così le (7) (8) non conterranno più che le σ , σ' , e potranno servire a determinarle.

2. Cominciamo, quindi ad esprimere le θ_1 , θ_3 per le σ , σ' . Si tengan presenti le (6) § 4, le (29) § 3, e si ricordi che è:

$$T_a = \frac{\pi}{\xi} \qquad T_b = \frac{\pi}{\eta} \quad (2)$$

Si ha, quindi, per le (29) § 3, e per le (1) di questo §:

$$T_a = \frac{\pi}{\sqrt{a}} \left(1 + \frac{\sigma}{T_a} \right) \qquad T_b = \frac{\pi}{\sqrt{a_1}} \left(1 + \frac{\sigma'}{T_b} \right) \quad (3)$$

da cui, a meno dei quadrati delle σ , σ' che, una volta per tutte, dovremo ammettere come trascurabili fronte alla differenza $T_a - T_b$:

$$a = \frac{\pi^2}{T_a^2} + 2 \frac{\pi^2}{T_a^2} \frac{\sigma}{T_a} \quad a_1 = \frac{\pi^2}{T_b^2} + 2 \frac{\pi^2}{T_b^2} \frac{\sigma'}{T_b} \quad (4)$$

Ora, per le (6) § 4:

$$\theta_1 = \frac{a - \xi^2}{a_1 - \xi^2} = \frac{\frac{2\sigma}{T_a} a}{a_1 - a + \frac{2\sigma}{T_a} a} : \theta_3 = \frac{a - a_1 + \frac{2\sigma'}{T_b} a_1}{\frac{2\sigma'}{T_b} a_1}$$

Introducendo in queste le (4), si avrà, sempre a meno dei quadrati delle σ, σ' :

$$\theta_1 = \frac{\frac{2\sigma}{T_a}}{\frac{T_a^2 - T_b^2}{T_b^2} + \frac{2\sigma'}{T_b} \left(\frac{T_a}{T_b}\right)^2} : \theta_3 = \frac{\frac{T_b^2 - T_a^2}{T_a^2} + \frac{2\sigma}{T_a} \left(\frac{T_b}{T_a}\right)^2}{\frac{2\sigma'}{T_b}} \quad (5)$$

e così la θ_1, θ_2 sono espresse per le σ, σ' , e per tutte quantità note, come sono le T_a, T_b .

Ricordiamo la (14) § 6, dalla quale si ricava anche sino ad e^2 :

$$\frac{T_a + T_b}{T_b} = 2 + e, \quad \frac{T_a + T_b}{T_a} = \frac{T_a + T_b}{T_b} \cdot \frac{T_b}{T_a} = 2 - e + e^2 \quad (6)$$

e si avrà, quindi, per le (6):

$$\left. \begin{aligned} \frac{T_a^2 - T_b^2}{T_b^2} &= \frac{T_a - T_b}{T_b} (2 + e) = 2 \frac{T_a - T_b}{T_b} + e^2 \\ \frac{T_a^2 - T_b^2}{T_a^2} &= \frac{T_a - T_b}{T_b} (2 - e + e^2) (1 + e) = 2 \frac{T_a - T_b}{T_b} - 3e^2 \end{aligned} \right\} (7)$$

e ciò arrestandoci ad e^2 . Si ha infine, sempre per la (14) § 6:

$$\frac{2\sigma'}{T_b} \left(\frac{T_a}{T_b}\right)^2 = \frac{2\sigma'}{T_b} + 4 \frac{\sigma'}{T_b} e \quad \frac{2\sigma}{T_a} \left(\frac{T_b}{T_a}\right)^2 = \frac{2\sigma}{T_a} - 4 \frac{\sigma}{T_a} e \quad (8)$$

3. Ora, la e può esser molto diversa dalle $\frac{\sigma}{T_a}$ o $\frac{\sigma'}{T_b}$. Se l'istromento è ben costruito, le σ oltrepassano raramente il valore di

$$0,00001$$

vale a dire che l'ordine generale di quella quantità da noi chiamata $\frac{p}{\varepsilon}$ è

il secondo. La e , invece, può essere spesso di *primo*, come non menò frequentemente può essere di ordine anche secondo. Ne segue che i termini con $e\sigma$, $e\sigma'$ delle (8) possono trascurarsi sempre; ma che non sempre possono trascurarsi, assolutamente parlando, quelli di (7) in e^2 di fronte alle σ , il che sarebbe lecito solo quando e fosse di ordine $\frac{3}{2}$. Perciò, portando in (5) i soli primi termini delle (8) e le (7), si avrà:

$$\theta_1 = \frac{\frac{\sigma}{T_a}}{e + \frac{e^2}{2} + \frac{\sigma'}{T_b}} \quad \theta_3 = \frac{-e + \frac{3}{2}e^2 + \frac{\sigma}{T_a}}{\frac{\sigma'}{T_b}} \quad (9)$$

Nella θ_1 però, l' e^2 può trascurarsi sempre. Infatti, o è di 3° ordine, e allora cade spontaneamente; ovvero è di 2°, come per ipotesi sono σ , σ' . Allora la e è di 1°, e si può scrivere:

$$\theta_1 = \frac{\frac{\sigma}{T_a}}{e} \left(1 - \frac{1}{2}e - \frac{\sigma'}{eT_b} \right) = \frac{\sigma}{eT_a} + \text{termini di ordine superiore} \quad (10)$$

Se e è di 2° ordine, allora resta per θ_1 :

$$\theta_1 = \frac{\frac{\sigma}{T_a}}{e + \frac{\sigma'}{T_b}} \quad (11)$$

senza poter, come sopra, sviluppare in serie l'inversa del denominatore, poichè e e σ' son dello stess'ordine.

Analogamente si concluderà per l'inverso di θ_3 : cosicchè, riunendo tutto sinotticamente, avremo:

$$\theta_1 = \frac{\sigma}{eT_a} \quad \frac{1}{\theta_3} = -\frac{\sigma'}{eT_b} \quad \text{se } e \text{ è di ord. inferiore alle } \sigma, \sigma' \quad (12)$$

$$\theta_1 = \frac{\frac{\sigma}{T_a}}{e + \frac{\sigma'}{T_b}} \quad \frac{1}{\theta_3} = \frac{\frac{\sigma'}{T_b}}{\frac{\sigma}{T_a} - e} \quad \text{se } e \text{ è dello stesso ordine di } \sigma, \sigma' \quad (13)$$

Si dee notare, che nelle (7) (8) § 6, i coefficienti possono essere ridotti a funzioni di $\theta_1, \frac{\theta_1}{\theta_3}$, il che giustifica lo studio precedente*.

4. Ciò premesso, per ricavare i valori delle σ, σ' dalle (7) (8) § 6, prendiamo in esse T_a per unità di tempo, e introduciamovi, oltre la (14) § 6, anche la (22) § 6, nella quale τ dee soddisfare alla (24) di § 6; e si avrà, pei segni interni, secondochè h è o non è della stessa parità di n (18) § 6:

$$\alpha' = \pm \frac{\alpha e^{-kh}}{\theta_3 - \theta_1} \left\{ \theta_3 \cos \pi \tau \mp \theta_1 \cos [\rho(h \mathbf{e}) + \tau] \pi \right\}^{**} \quad (14)$$

$$\alpha'' = \pm \alpha e^{-kh} \frac{\theta_1 \theta_3}{\theta_3 - \theta_1} \left\{ \cos \pi \tau \mp \cos [\rho(h \mathbf{e}) + \tau] \pi \right\} \quad (15)$$

ove α', α'' sono le massime amplitudini, ossia le elongazioni osservate *successivamente* ai tempi fra loro vicini, di $t = h$ e $t = h'$ rispettivamente. Si è lasciato, anche nella (15) lo stesso h della (14), poichè in forza dell'ultima osservazione fatta al n. 4 del § 6, basta (per avere i tempi di elongazione) conoscere solo approssimativamente il numero d'ordine delle unità di tempo trascorse dall'inizio del movimento e l'istante in cui avviene l'elongazione. Qualunque orologio può, dunque, darci h .

Pel medesimo motivo, si può tenere lo stesso h sia per la (24) § 6, che determina la τ di (14), quanto per le (26) che determinano la τ della (15). Si assumerà un valore di h intermedio fra i tempi (in unità di T_a) delle due determinazioni.

La soluzione generale e indipendente da ogni ipotesi sui valori rispettivi di $\mathbf{e}, \sigma, \sigma'$, in rispetto alle determinazioni di queste ultime due, è quella di eliminare τ dalla (14) colla (24) § 6, e dalla (15) colle appropriate (26): se si considera la (24) in unione alla (27) § 6, si vede che in tal modo (poichè k si considera nota) le (14) (15) divengon funzioni delle θ_1, θ_2 , e possono, quindi, servire a determinarle. Dopo ciò, le (13) di questo § ci daranno i valori di σ, σ' .

* Potrebbe sembrare, che essendoci, noi, nelle (7) (8) § 6, arrestati ai termini di 1° ordine, sia illusorio di aver tenuto conto, in questo numero, dei termini di 2°. Ma si osservi che le quantità, le quali in c_1, c_3, \dots delle (21) § 5 son considerate di 2° ordine, son tali quando la quantità $\frac{p}{\varepsilon}$ è di primo. Se, dunque, come qui si è visto possa avvenire, la $\frac{p}{\varepsilon}$ è di 2° ordine, quei termini trascurati sono di 3° donde la legittimità dalle nostre conclusioni.

** Stante la piccolezza di k , si può, negli esponenti, porre $t = h$, anzichè la (22) § 6.

5. Passiamo ai dettagli dell'operazione. Anzitutto, vista la possibilità ricordata, di usare nelle (14) (15) un h alquanto (di alcune unità) diverso da quelli che segnano il rispettivo numero d'ordine degli intervalli T_a , in cui avvengono le elongazioni osservate, si potrà assumere un h intermedio ai due fenomeni, che sia della stessa parità di n (18) § 6. Così, nelle (14) (15), resteranno i segni superiori, e scriveremo:

$$\alpha' = \frac{\alpha e^{-kh}}{1-x} \left\{ \cos \pi \tau - x \cos \pi [\rho(h \mathbf{e}) + \tau] \right\} \quad (14)_1$$

$$\alpha'' = \frac{\alpha e^{-kh}}{1-x} \theta_1 \left\{ \cos \pi \tau - \cos \pi [\rho(h \mathbf{e}) + \tau] \right\} \quad (15)_1$$

ove si è posto:

$$x = \frac{\theta_1}{\theta_3} \quad (16)$$

Per la stessa ragione, nelle (23) (24) § 6, terremo solo i segni superiori, con che esse forniscano, poichè ora è sempre $\tau < \frac{1}{2}$:

$$\cos \pi \tau = \frac{1 - \lambda \cos \pi \rho(h \mathbf{e})}{\sqrt{1 + \lambda^2 - 2\lambda \cos \pi \rho(h \mathbf{e})}}, \quad \sin \pi \tau = \frac{\lambda \sin \pi \rho(h \mathbf{e})}{\sqrt{1 + \lambda^2 - 2\lambda \cos \pi \rho(h \mathbf{e})}} \quad (17)$$

ove ora avremo, per la (16):

$$\lambda = x \frac{T_a}{T_b} \quad (18)$$

Introduciamo, ora, nella (14)₁ le (17), e nella (15)₁, la 1^a (26) § 6, si avrà:

$$\begin{aligned} \alpha' (1-x) \sqrt{1 + (1+\mathbf{e})^2 x^2 - 2(1+\mathbf{e})x \cos \pi \rho(h \mathbf{e})} = \\ = \alpha e^{-kh} [1 - x(2+\mathbf{e}) \cos \pi \rho(h \mathbf{e}) + (1+\mathbf{e})x^2] \end{aligned} \quad (19)$$

e

$$\alpha'' (1-x) = 2\alpha e^{-kh} \theta_1 \sin \frac{\pi}{2} \rho(h \mathbf{e}) \quad (20)$$

La (19) che è di quarto grado, determinerà la x numericamente: la (20), colla nota x , servirà a darci la θ_1 . Avute θ_1 , θ_3 dalle (16); (20), le (13) daranno σ , σ' .

Per quanto, in pratica, questo metodo non sia comodo, pure è inevita-

bile, quando si fosse nel caso, non verificabile *a priori*, che la \mathbf{e} sia dello stesso ordine delle σ , σ' . Allora la x (16), che è data, per le (13), da :

$$x = \frac{\frac{\sigma}{T_a} \frac{\sigma'}{T_b}}{\left(\frac{\sigma}{T_a} - \mathbf{e}\right) \left(\frac{\sigma'}{T_b} + \mathbf{e}\right)} \quad (21)$$

Sarebbe una *quantità finita*, anche grande, della quale nessun valore prossimo è possibile stabilire *a priori*. Quindi nessuna semplificazione si può fare sulla (19) se ne toglie quella insignificante di lasciar da parte nel secondo membro di (19) il termine in $\mathbf{e}x$ che è molto piccolo rispetto agli altri due. Il risultato, quindi, della risoluzione del sistema (19) (20), sarebbe, di avere le σ , σ' espresse da funzioni complicate irrazionali, delle α' , α'' , e non già da funzioni lineari del rapporto $\frac{\alpha''}{\alpha'}$ alle quali si giunge solo come vedremo, in casi particolari, ove sieno verificate speciali condizioni sulle relative grandezze delle \mathbf{e} , σ , σ' .

6. Ma, per espletare il caso generale, il quale, del resto sempre dovrebbe logicamente applicarsi quando nulla si sappia, *a priori*, delle grandezze relative delle \mathbf{e} , σ , σ' , occorre stabilire un criterio per esser guidati nella scelta dei valori, ottenuti per σ , σ' dalla risoluzione del sistema (19) (20).

Noi abbiamo visto, (15) § 5, che :

$$\frac{\sigma}{\sigma'} = \frac{M_a r_a l_1^2 T_a}{M_b r_b l^2 T_b} \quad (22)$$

Essa può semplificarsi, poichè se per le l , l_1 si mettono i loro valori (4) § 3, per cui abbiamo :

$$l = \frac{g}{a} = \frac{g}{\pi^2} T_a^2 (1 + \tau_1) \quad l_1 = \frac{g}{\pi^2} T_b^2 (1 + \tau_2)$$

ove τ_1 , τ_2 son quantità di 1° ordine, ed ove si sono usate la (11) § 5 e la sua analoga, si scriverà la (22) così :

$$\frac{\sigma}{\sigma'} = \frac{P_a r_a}{P_b r_b} \left(\frac{T_b}{T_a}\right)^3 \quad (22) \text{ bis}$$

a meno di quantità di 1° ordine, che di fronte al rapporto finito $\frac{\sigma}{\sigma'}$ non c'interessano. P_a , P_b , sono i pesi dei due pendoli.

Ora, può non esser difficile, misurare le r_a , r_b (distanze dai coltelli dei pendoli dei rispettivi centri di gravità), poichè trattandosi di corpi simmetrici, omogenei, o formati di parti omogenee, ciascuna simmetrica ri-

spetto l'asse comune, la determinazione pratica del centro di gravità non è difficile: le P sono subito determinabili, cosicchè il 2° membro di (22) *bis* potrebbe considerarsi noto, e potremo porre:

$$\frac{\sigma'}{T_b} = \vartheta \frac{\sigma}{T_a} \quad (23)$$

Questa formula serve di criterio per la scelta della coppia σ, σ' che fa al caso nostro; poichè, anche con un valore approssimativo di ϑ , si può decidere fra le varie coppie delle σ, σ' ottenute dal sistema (19) (20), dato anche che le radici di esso sien tutte reali.

Se la figura geometrica dei pendoli è tale che la costante ϑ si possa determinare con una buona precisione, allora il caso generale si semplifica sensibilmente. Le (13) (16) forniscono per la (23):

$$\theta_1 = \frac{\frac{\sigma}{T_a}}{e + \vartheta \frac{\sigma}{T_a}}, \quad \theta_1 = \frac{\frac{\sigma}{T_a} \left(\frac{\sigma}{T_a} - e \right)}{1 - x \left[(1 - \vartheta) \frac{\sigma}{T_a} - e \right]} \quad (24)$$

Quindi, la (20) basta a determinare direttamente σ introducendovi le (24), poichè essa diviene:

$$\alpha Q \left(\frac{\sigma}{e T_a} \right)^2 - [\alpha'' (1 - \vartheta) + \alpha Q] \left(\frac{\sigma}{e T_a} \right) + \alpha'' = 0 \quad (25)$$

ove per brevità si è posio (Q essenzialmente positivo):

$$Q = 2 e^{-kh} \operatorname{sen} \frac{1}{2} \pi \rho (h e) \quad (26)$$

Si vede dunque, che colla nozione di ϑ , la risolvete sarà la (25) che è di *secondo grado*, anzichè di 4°. Essa avrà le sue radici reali: e per vedere quale delle due è la $\frac{\sigma}{T_a}$ cercata, ci serviremo, per criterio, della (19). Siccome x si ha subito dalla (21) ove si tenga conto della (23), corrispondentemente a ciascun valore del $\frac{\sigma}{T_a}$ fornito da (25), così di questi terremo quello che soddisfa la (19).

7. Questo procedimento ultimo, colla cognizione prossima del valore di ϑ è il più sicuro ed il più razionale quando nulla si sa delle rispettive grandezze delle quantità e, σ, σ' , o si ha ragione di ritenere che esse sieno dello stesso ordine. Ma se, p. e., le condizioni dell'apparecchio son tali che e sia relativamente grande rispetto alle σ, σ' , senza arrivare al grado che

$\frac{\sigma}{e}, \frac{\sigma'}{e}$ sieno di 1° ordine, si avrà una soluzione facile del problema, senza aver bisogno neanche della cognizione della Φ (23).

Le (21) e (24) mostrano subito che in questo caso, abbiamo con sufficiente approssimazione:

$$x = -\frac{1}{e^2} \frac{\sigma}{T_a} \frac{\sigma'}{T_b}; \quad \theta_1 = \frac{1}{e} \frac{\sigma}{T_a} \quad (27)$$

e si ammetta, dapprima, che $\frac{\sigma}{e}, \frac{\sigma'}{e}$ sieno quantità di ordine $\frac{1}{2}$. Sarà allora x di 1° ordine; e la (19) ove si trascurino le quantità in x^2 , si svolgono in serie il radicale e il binomio del 2° membro reso divisore del primo, diviene:

$$\alpha' \left[1 - 2x \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} \pi \rho(h e) \right] = \alpha e^{-kh} \quad (29)$$

e la (20) diviene:

$$\alpha'' (1 - x) = 2 \frac{\sigma}{e T_a} \alpha e^{-kh} \operatorname{sen} \frac{\pi}{2} \rho(h e) \quad (30)$$

Da queste, eliminando prima la αe^{-kh} , e arrendoci alla 1ª potenza di σ , si ha:

$$\sigma = \frac{e T_a}{2} \frac{\alpha''}{\alpha'} \operatorname{cosec} \frac{\pi}{2} \rho(h e) [1 - x \cos \pi \rho(h e)]$$

ed infine eliminando x fra questa e la (29) e badando che con più che sufficiente approssimazione si può fare $e T_a = T_a - T_b$, abbiamo per σ :

$$\sigma = \frac{\alpha''}{\alpha'} \frac{T_a - T_b}{2} \operatorname{cosec} \frac{\pi}{2} \rho(h e) \left[1 - (\alpha' - \alpha e)^{-kh} \frac{\cos \pi \rho(h e)}{2 \alpha' \operatorname{sen}^2 \frac{\pi}{2} \rho(h e)} \right] \quad (31)$$

si avrà, poi, σ' dalla 1ª (27), per mezzo delle (29) (31).

8. Se la e sia ancora più grande del caso precedente, cioè che $\frac{\sigma}{e}, \frac{\sigma'}{e}$ sieno quantità proprio di 1° ordine, o più, allora la 1ª (27) è di 2° ordine, e si può in (29) considerarla come nulla. Si ha allora, da quella:

$$\alpha' = \alpha e^{-kh}$$

e la (31) si riduce a:

$$\sigma = \frac{\alpha''}{\alpha'} \cdot \frac{T_a - T_b}{2} \operatorname{cosec} \frac{\pi}{2} \rho(h e) \quad (33)$$

Questa formola è la più semplice, ma esige anche le più ristrette condizioni per essere applicabile. Va inoltre notato che σ' non può determinarsi: ma ciò, in pratica non importa, poichè non si cerca che il valore di σ , e quindi basta la (33).

Le due formole (31) (34) sono le più appropriate alla pratica. Per poterle applicare non illusoriamente, occorre ammettere che la e sia abbastanza più grande delle σ . È chiaro che questa circostanza non può, *a priori*, essere rigorosamente constatata, poichè si conosce la e , ma non la σ . Quindi, il dare le formole (31) (34) come generali od incondizionate, non sarebbe cosa corretta. Si può tuttavia ritenere che se l'istromento è ben costruito, è da aspettarsi che le σ saranno piccolissime: e allora, se si vede che la e non discende troppo al di sotto di una quantità di 1° ordine, si potrà ammettere di essere nelle condizioni volute per applicare una delle due formole (31) o (34), delle quali la più sicura è la prima, come più ampia e completa.

Se poi l'istromento fosse molto elastico, anche per una imperfetta fissazione al suolo, o per altre cause (esclusa quella di un movimento d'insieme) allora le (31) (34) sono in difetto, e si dovrebbe ricorrere ad uno dei due procedimenti svolti ai nn. 5 e 6

9. Passiamo al caso di pendoli sostituibili. Le equazioni sono le (28) § 6, prese alle elongazioni che continueremo a chiamare rispettivamente α' , α'' . I tempi di esse elongazioni sono dati da (34) § 6, ove τ è la 2ª (26) pel pendolo motore (φ'), ed è la 1ª (26) pel mosso. Le (28) intanto, se si piglia per unità di tempo T_a' , si scriveranno:

$$\varphi' = \frac{\alpha}{2} e^{-kt} \left[\cos \pi t + \cos \pi \frac{T_a'}{T_o} t \right]; \quad \varphi'' = \frac{\alpha}{2} e^{-kt} \left[\cos \pi t - \cos \pi \frac{T_a'}{T_o} t \right] \quad (35)$$

I tempi delle elongazioni sono, rispettivamente, per ciò che si è detto:

$$t = h + 1 - \frac{1}{2} \rho(h e) \quad t = h + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \rho(h e) \quad (36)$$

ove, (32) § 6:
$$e = \frac{T_a' - T_o}{T_o} \quad (37)$$

si dee notare, che mentre nel caso generale T_a indica la durata della oscillazione apparente tanto quanto il pendolo oscilla solo sul supporto elastico, che quando vi oscilla insieme all'altro (poichè la ξ è la stessa nei due casi), qui la T_a' della (37) è data dalla (30) § 6, mentre il valore della oscillazione quando uno dei pendoli sostituibili oscilla da solo sul supporto, è sempre la (11) § 5. Quindi la σ che andiamo cercando è ancora la (13) § 5, cioè:

$$\sigma = T_a \frac{abq}{2\epsilon} \quad (38)$$

Ciò posto, dalle (30) § 6, svolgendo il radicale in serie, si ha :

$$T'_a - T_o = T'_a \frac{a b q}{\varepsilon}$$

e per la (38), osservando che a T'_a (30) § 6, si può sostituire T_a (11) § 5, poichè ciò porterebbe divario di 2° ordine almeno, scriveremo :

$$T'_a - T_o = 2\sigma \quad (39)$$

onde anche, (37) :

$$e = \frac{2\sigma}{T_o} \quad (40)$$

Per la (39), le (35) possono scriversi così :

$$\begin{aligned} \varphi' &= -\alpha e^{-kt} \cos \pi t \frac{\sigma}{T_o} \cos \pi t \left(1 + \frac{\sigma}{T_o}\right) \\ \varphi'' &= \alpha e^{-kt} \operatorname{sen} \pi t \frac{\sigma}{T_o} \operatorname{sen} \pi t \left(1 + \frac{\sigma}{T_o}\right) \end{aligned} \quad (41)$$

10. Mettiamoci, ora nelle elongazioni, ed osserviamo, che queste non si possono osservare contemporaneamente, cosicchè nella (36) la h non sarà la stessa nelle due formule. Ma si è visto che, per un certo numero di unità di h , questa può prendersi anche differente da quella che obbiettivamente sarebbe; cosicchè non solo prenderemo le h uguali nelle due (36) ma della stessa parità che n (18) § 6. Sostituiamo, dunque, in (41) per t , rispettivamente le (36), e trascuriamo i prodotti piccolissimi $\frac{1}{2} \frac{\sigma}{T_o}$, $\frac{1}{2} \rho(h e) \frac{\sigma}{T_o}$ ecc.

Si avranno (nell'esponente $t = h$) le elongazioni :

$$\left. \begin{aligned} \alpha' &= \alpha e^{-kh} \cos \pi \left(h \frac{\sigma}{T_o}\right) \cos \pi \left[-\frac{1}{2} \rho(h e) + \rho\left(h \frac{\sigma}{T_o}\right)\right] \\ \alpha'' &= \alpha e^{-kh} \operatorname{sen} \pi \left(h \frac{\sigma}{T_o}\right) \operatorname{sen} \pi \left[-\frac{1}{2} \rho(h e) + \rho\left(h \frac{\sigma}{T_o}\right) + \frac{1}{2}\right] \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

Dividendo l'una per l'altra, viene

$$\frac{\alpha'}{\alpha''} = \operatorname{tg} \pi \left(\frac{h \sigma}{T'_a}\right) \quad (43)$$

ove si è cambiato T_o in T'_a , che è nota; il che non porterebbe che un termine in σ^2 , assolutamente trascurabile.

Siccome, poi, h indica le unità di tempo T'_a trascorse dall'inizio del moto ad un istante intermedio fra i tempi delle due osservazioni di α' , α'' ,

se si vuole esprimere questo tempo in secondi siderali, in modo da ricavarlo dall'orologio, basterà scrivere la (43) così:

$$\frac{\alpha''}{\alpha'} = t g \pi \left(h \frac{\sigma}{T_a^2} \right) \quad (44)$$

ove, ora, h esprime il numero dei secondi dall'inizio del moto all'istante intermedio delle osservazioni di α' , α'' . Infine, se h non è molto grande, stante la piccolezza di σ , si può in (44) sostituire l'arco alla tangente, e se ne ricava:

$$\sigma = \frac{\alpha''}{\alpha'} \frac{T_a^2}{\pi h} \quad (45)$$

che dà semplicemente la riduzione a supporto rigido nel caso di due pendoli sostituibili.

11. Rimane da trattare il 3° caso, che è quello di due pendoli di peso diverso, quando le loro oscillazioni apparenti sieno esattamente uguali. La teoria relativa, fu svolta nel § 5.

Riprendiamo le formole (38) § 6, che sono:

$$\varphi' = \alpha e^{-kt} [\cos \pi t - \omega t \sin \pi t] \quad \varphi'' = -\alpha A \omega e^{-kt} t \sin \pi t \quad (46)$$

ove:
$$\omega = \frac{A}{B}$$

e le A , B , sono le (38) § 5, cioè:

$$A = \frac{a^2 q}{a_1 q_1} \quad B = 2 \xi \frac{a^2 b q - a_1^2 b_1 q_1}{a_1^4 b b_1 q_1^2} \varepsilon \quad (47)$$

Introducendo in B le espressioni delle σ , σ' , (13, 14) § 5°, osservando che ora è $T_b = T_a$, si trova facilmente, dapprima:

$$\omega = \frac{A}{B} = \frac{a a_1}{\xi} \frac{\sigma \sigma'}{a \sigma - a_1 \sigma'}$$

e siccome \sqrt{a} , $\sqrt{a_1}$, ξ , sono proporzionali alle inverse delle durate T_o , T'_o , T_a di oscillazione sopra supporto rigido, e rispettivamente sopra supporto elastico, si ha pure:

$$= \omega \frac{A}{B} = T_a \frac{\frac{\sigma}{T_o^2} \frac{\sigma'}{T'_o{}^2}}{\frac{\sigma}{T_o^2} - \frac{\sigma'}{T'_o{}^2}} \pi \quad (48)$$

Le due σ avranno un rapporto finito, come vedesi dalla (22) *bis* e sia

$T_a = T_b$, poichè le masse, per ipotesi, son diverse. Potremo dunque porre p. e.

$$\frac{\sigma'}{T'_0} = \vartheta \frac{\sigma}{T_0} \tag{49}$$

e la ω diverrà:

$$\omega = \frac{\sigma}{T_a} \frac{\vartheta}{1 - \vartheta} \pi$$

e ciò per aver fatto $T_0 = T_a$ il che, in presenza della σ , è lecito. Per la stessa ragione è lecito scrivere

$$A \omega = \frac{\sigma}{T_a} \frac{\vartheta}{1 - \vartheta} \pi \frac{a^2 q}{a_1^2 q_1} = \frac{\sigma}{T_a} \frac{\vartheta}{1 - \vartheta} \pi$$

Le (46) divengon, quindi:

$$\begin{aligned} \varphi' &= \alpha e^{-kt} \left[\cos \pi t - \frac{\sigma}{T_a} \pi \frac{\vartheta}{1 - \vartheta} t \operatorname{sen} \pi t \right] \\ \varphi'' &= -\alpha \frac{\sigma}{T_a} \pi \frac{\vartheta}{1 - \vartheta} e^{-kt} t \operatorname{sen} \pi t \end{aligned} \tag{50}$$

12. Consideriamo le elongazioni. Si è veduto al n. 9 § 6, che per tempi, t , non troppo grandi, i tempi di elongazione del 1° (50) sono vicinissimi al tipo $t = h$, e quelli del 2° (50) sono invece del tipo $t = h + \frac{1}{2}$: e ciò dentro un periodo di tempo che va da due o tre unità di h , scorse dopo l'inizio del moto, ad una o due migliaia di h , se σ è abbastanza piccola. Non uscendo da questo periodo, si ha, facendo $t = h$ in 1ª (50), e $t = h + \frac{1}{2}$ in 2ª (50), tenendo, al solito, le due h uguali:

$$\alpha' = \pm \alpha e^{-kh} \qquad \alpha'' = \mp \alpha \frac{\sigma}{T_a} \frac{\vartheta}{1 - \vartheta} \pi h e^{-kh} \tag{51}$$

dalle quali:

$$\sigma = \frac{\alpha''}{\alpha'} \frac{1 - \vartheta}{\vartheta} \frac{T_a^2}{\pi h} \tag{52}$$

ove abbiamo combinate le due (51) che avevano ugual segno, il che vale aver aumentato una delle h di un'unità, il che sappiamo non altera nulla: inoltre si è ripreso per unità il secondo: cosicchè la h , in (52), segna il numero dei secondi che è prossimamente scorso fra l'inizio del moto, e il momento intermedio alla determinazione di α' , α'' .

La (52) risolve il problema di cercare la σ , in questo caso. Per la σ' bisogna ricorrere alla (49), che può anche scriversi, per la solita approssimazione, più che sufficiente

$$\sigma' = \vartheta \sigma \tag{53}$$

imperocchè altro modo non vi sarebbe. Si vede, infatti, che nella 1^a (51) non vi è nulla che valga. Si noti ancora, che dalla (52) non si può dedurre la (45) — nè si deve poterlo fare, trattandosi di due casi affatto diversi, come risultò dal § 5 — poichè se si fa $\vartheta = 1$ in (52), la σ diviene zero, e non diviene la (45).

S. Effetti prodotti da un moto esterno sull'andamento dei pendoli a supporto elastico.

1. Abbiamo, nei §§ 4 e 5, date le forme che prendono le equazioni finite del mono e del bipendolo, nel caso che il supporto, oltre che dalla reazione, sia mosso di una forza esterna, proveniente, p. e., da micromovimenti del suolo, che avessero la estrinsecazione di piccoli urti od oscillazioni periodiche, caratterizzati dalla forma (38) *bis*, § 3. Abbiamo anche determinate le costanti arbitrarie relative, colle (37) (38) § 4 e (6) (7) § 5, nell'ipotesi che fossero state determinate le quantità N , N' , S , n , n' , s che entrano nelle λ (31) § 4 e (3) § 5.

Per discutere gli effetti che tali moti esterni possono produrre sull'andamento dei pendoli, si debbono determinare le dette quantità N , N' ecc. e fare varie ipotesi, conformi ai fatti, sui valori che la costante m può prendere: o in altri termini, sui valori che il tempo periodico

$$\tau = \frac{\pi}{m} \quad (1)$$

del moto esterno, può avere.

Per semplicità di calcolo, nella (38) *bis* § 3, considereremo $e^{-\mu t}$ costante, e incorporato in K ; e ciò per queste ragioni. La μ è una quantità piccola; poichè se anche il moto oscillatorio si estinguesse in un minuto (vale a dire, essendo K di prim'ordine, l'esponenziale divenisse di prim'ordine anch'essa) si dovrebbe avere:

$$e^{-\mu t} = 0,005$$

da cui:

$$\mu = 0,09$$

Essendo μ piccola, l'esponenziale varia lentamente; onde per un intervallo più o meno lungo, essa può considerarsi costante, ed incorporarla in K . D'altro lato, ciò che avviene in quell'intervallo considerato, basta a darci un concetto dell'influenza che la forza esterna esercita sull'andamento dei pendoli.

Prenderemo, quindi, la (9) § 3 sotto la forma:

$$\psi(t) = -K p m^2 \cos(mt + \beta)$$

essendo m , β due costanti qualunque (la prima dentro certi limiti).

2. Cominciamo a trattare il caso di un pendolo solo. La sua equazione è la (1) § 5. Per averne l'integrale non si dee far altro che tenere il metodo generale tenuto ai nn. (10) (11) § 3, determinando le quantità N , n della espressione:

$$\varphi' = N \cos (m t + n) \quad (3)$$

in modo che sodisfi la (1) § 5, nella quale la ψ sia la (2). Portando le (2) (3), in detta equazione, e tenendo il procedimento ora indicato, si arriva facilmente alle seguenti.

$$N = \frac{p}{\varepsilon} K \sqrt{\frac{b m^4}{P^2 + Q^2}} \quad t g n = \frac{P \operatorname{sen} \beta + Q \cos \beta}{P \cos \beta - Q \operatorname{sen} \beta} \quad (4)$$

ove:

$$P = \frac{\omega_1}{\varepsilon} m^4 - \left(1 + \frac{ap}{\varepsilon}\right) m^2 + a; \quad Q = \frac{2v}{\varepsilon} m^3 - 2km \quad (5)$$

Le (4) sono i valori di N , n che competono alla 1^a (3) § 5 e che, quindi, entrano nelle (5) § 5. Per avere S , s della 2^a (3) § 5, basta sostituire la precedente (3) nella (1) bis § 5, trascurando in questa il termine in ε , che per la sostituzione di (3) diviene di 3^o ordine. Ponendo:

$$U = N \frac{ap - m^2 \omega}{b} \quad V = -p K^2 m$$

si ha:

$$U \cos n + V \cos \beta = S \cos s, \quad U \operatorname{sen} n + V \operatorname{sen} \beta = S \operatorname{sen} s \quad (5) \text{ bis}$$

dalle quali:

$$S = \sqrt{U^2 + V^2 + 2UV \cos (n - \beta)} \quad t g s = \frac{U \operatorname{sen} n + V \operatorname{sen} \beta}{U \cos n + V \cos \beta} \quad (6)$$

che danno S e s . La prima potrà sempre prendersi positiva: il quadrante ove dee prendersi s sarà designato dalle (5) bis. Con questi valori delle (5) (6) possiamo costruire le λ (5) § 5, e quindi le costanti c_1 , c_2 , c_3 , c_6 date dalle (8) (9) § 5. Qui basterà in esse tenere le quantità di ordine 1^o e $\frac{3}{2}$; e siccome c_3 è di 2^o, così basta tenere:

$$c_1 = \lambda_1, \quad c_2 = \frac{1}{\xi} \left[\lambda_4 - \frac{\lambda_6}{\rho_5} \right], \quad c_3 = 0, \quad c_6 = \frac{\lambda_6}{\xi \rho_5}; \quad (7)$$

ove abbiamo:

$$\lambda_1 = \varphi'_1 - N \cos n; \quad \lambda_4 = \left(\frac{d\varphi'}{dt} \right)_1 + Nm \operatorname{sen} n; \quad (8)$$

$$\lambda_6 = \varepsilon \left(\frac{dx_c}{dt} \right)_1 + \varepsilon v_0 + Sm \operatorname{sen} s$$

e ciò perchè ora avendo considerato $\mu = 0$ (poichè l'esponenziale si è tenuta costante e incorporata in K), le (30) § 4 danno:

$$\omega_1 = m \operatorname{sen} n, \quad \omega_3 = m \operatorname{sen} s \quad (9)$$

Sostituendo le (8) nelle (7), ed osservando che per essere $(x_c - x_o)_1$ di 2° ordine, e così pure $\frac{S}{\varepsilon}$, come risulta dalla (6), ove K, N sono di 1° si vede che a meno di quantità di 2° ordine, ora inutili, si può scrivere:

$$\frac{\lambda_6}{\rho_5} = \frac{\varepsilon}{\rho_5} v_o \quad (10)$$

Dalla (4) § 5 si vede come prevalentemente sia $\rho_5 = -\zeta^2 M$. E per la (8) § 3, e per le (2) § 5, si vede che

$$\zeta^2 M = \frac{\varepsilon}{\omega_1} \frac{p - bq}{b} = \frac{\varepsilon}{b} \quad \text{onde} \quad \rho_5 = -\frac{\varepsilon}{b}$$

ed infine, (10):

$$\frac{\lambda_6}{\rho_5} = -b v_o \quad (11)$$

La 1ª (3) § 5 esprimente l'amplitudine del pendolo, diviene, quindi, per le (7), (8), (11):

$$\begin{aligned} \varphi' = & [\varphi'_1 - N \cos n] e^{-kt} \cos t \xi + \frac{1}{\xi} \left[\left(\frac{d\varphi'}{dt} \right)_1 + Nm \operatorname{sen} n + b v_o \right] e^{-kt} \operatorname{sen} t \xi \\ & - \frac{b v_o}{\xi} e^{-\zeta t} \operatorname{sen} t \xi + N \cos (mt + n) \end{aligned} \quad (12)$$

ove N, n sono date dalle (4) (5). Già, dando uno sguardo alla (14) § 5, che rappresenta il moto del monopendolo in assenza di forze esterne, si vede quanto grande e vario sia l'effetto prodotto da queste.

3. Ma per discutere esaurientemente la questione di tale influsso delle forze esterne, rappresentate dalla (38) *bis* § 3, occorre vedere che grandezza assuma la N (4), per ogni data K (non superiore al 1° ordine) dipendentemente dal valore della m : poichè potrà darsi che per certi valori di questa, la N risulti di 2° ordine e quindi insensibile; caso, questo, per cui la presenza della forza esterna alternativa, ove almeno non sia accompagnata da speciali circostanze iniziali, sarebbe senza effetto sull'andamento del pendolo.

Supponiamo in primo luogo, che si tratti di solo urto il quale imprima una velocità γ_o di 1° ordine. La legge del moto proprio del sostegno da per se, che è stata assunta così:

$$x_c - x_o = K \cos (mt + \beta) + \gamma_1 t + \gamma_o \quad (13)$$

mostra, che se siamo nel caso di solo urto, dev'essere $K = \gamma_c = 0$, e quindi, per la (4), anche $N = 0$. Quindi, per (26) § 4, avremo $v_0 = \gamma_1$ che abbiám supposto di 1° ordine. Facendo in (12) $N = 0$ si avrà:

$$\varphi' = \varphi'_1 e^{-kt} \cos t \xi + \frac{1}{\xi} \left[\left(\frac{d\varphi'}{dt} \right)_1 + b v_0 \right] e^{-kt} \operatorname{sent} t \xi - \frac{b v_0}{\zeta} e^{-zt} \operatorname{sent} t \zeta \quad (14)$$

Se l'urto avvenisse nell'istante in cui si mette in moto il pendolo, sarebbero

$$\varphi'_1 = \alpha \quad \left(\frac{d\varphi'}{dt} \right)_1 = 0$$

e quindi:

$$\varphi' = \alpha e^{-kt} \cos t \xi + \frac{b v_0}{\xi} e^{-kt} \operatorname{sent} t \xi - \frac{b v_0}{\zeta} e^{-zt} \operatorname{sent} t \zeta \quad (15)$$

se, infine, l'urto avviene sul supporto mentre il pendolo è in equilibrio, è $\alpha = 0$, e resta:

$$\varphi' = \frac{b v_0}{\xi} e^{-kt} \operatorname{sent} t \xi - \frac{b v_0}{\zeta} e^{-zt} \operatorname{sent} t \zeta \quad (16)$$

siccome i due primi termini delle (14) (15) si possono raccogliere in uno, così le tre precedenti rientrano nella forma:

$$\varphi' = A_1 e^{-kt} \cos(t \xi + \lambda_1) - \frac{b v_0}{\zeta} e^{-zt} \operatorname{sent} t \zeta \quad (17)$$

Mentre il termine in A_1 è di prim'ordine, il secondo, a causa del divisore ζ , è di ordine $\frac{3}{2}$: confrontando colla (14) § 5, si vede che *un urto di prim'ordine, lascia inalterato il tempo periodico del monopendolo, ma ne cambia l'amplitudine e la fase.*

A causa, infatti, del 2° termine della (17), che è di ordine $\frac{3}{2}$, nei primi istanti del moto, dopo l'urto, può rendersi oscuramente sensibile il tremito rappresentato dal detto 2° termine; ma la z essendo una quantità vicina ad 1 , [v. (34) § 3°], quel tremito si estingue presto, e rimane il solo 1° termine in (17); il che giustifica il teorema enunciato.

4. Veniamo ora a ricercare come si comporti la N , per un dato K di prim'ordine, quando m prenda valori diversi.

Si sa dalla teoria che le radici di $P = 0$ (5), sono in questo caso, i coefficienti dello immaginario delle radici della caratteristica dell'equazione fondamentale; cioè sono ξ, ζ . Quindi potremo scrivere la 1ª (5):

$$P = \frac{\omega_1}{\varepsilon} (m^2 - \xi^2) (m^2 - \zeta^2) \quad (18)$$

il che, del resto, si verifica agevolmente, sostituendo i valori delle ξ, ζ

(2) § 5. Dunque la P si annulla, quando la m abbia valori uguali a ξ ed a ζ , cioè quando il tempo periodico dell'oscillazione propria del supporto uguagli o la durata d'oscillazione del pendolo sopra supporto semplicemente elastico, o sia uguale a quella che compie lo stesso supporto per reazione elastica alla spinta del pendolo.

In ciascuno di questi casi, la 1^a (4) diviene:

$$N = \frac{p}{\varepsilon} K \frac{b m^3}{2 \left(\frac{\nu}{\varepsilon} m^2 - k \right)} \quad (19)$$

ove, però, m dev'essere sostituita da ξ o da ζ .

Si ricordi, ora, che abbiamo:

$$p = M_a + M_c \quad \omega_1 = p - b q \quad \nu = \rho M_c + \lambda \Sigma d s \quad (20)$$

ed osservando che M_c , massa idealizzata dell'intero supporto, è molto maggiore della massa M_a del pendolo; che per (4) § 3, si ha:

$$b q = M_a \frac{r_a}{l}$$

ove la frazione poco differisce da 1 com'è chiaro dal significato dei suoi termini; che ρ è pure poco diverso da uno, si avrà che p , ω_1 , ν saranno non solo dello stesso ordine, ma poco differenti fra loro, specialmente quando sieno divise per la quantità grandissima ε : nel qual caso si può dire che le loro differenze risultano insensibili.

Ciò premesso, se si tien conto di ciò in (19), e si trascura k di fronte alla quantità ben più grande $\frac{\nu}{\varepsilon} m^2$, si ha, nei due casi, sensibilmente:

$$N = \frac{1}{2} K b m \quad : \quad n = \beta + \frac{\pi}{2} \quad (21)$$

Quindi N è dell'ordine di K , per $m = \xi$: un poco più grande per $m = \zeta$. E si ricordi, a questo proposito, che $b = \frac{1}{l}$ e che nei pendoli di Sterneck $l = 250^{mm}$ circa: inoltre essi battono il $\frac{1}{2}$ secondo, cosicchè $\xi =$ circa 6. Quanto a ζ , che è di ordine $-\frac{1}{2}$, esso sarà non superiore a 20. Cosicchè, nei due casi di $m = \xi$, $m = \zeta$ la (21) darà:

$$N = \frac{3}{25} K \quad N = \frac{2}{5} K \quad (22)$$

5. Vediamo che cosa diviene la (12) in questi due casi. In essa non

considereremo i termini in v_0 , perchè questi si riferiscono all'urto, del quale abbiamo già parlato. Sostituendo in (12) la (21) ove $m = \xi$, si ha:

$$\begin{aligned} \varphi' = & \left[\varphi'_1 + \frac{1}{2} K b \xi \operatorname{sen} \beta \right] e^{-kt} \cos t \xi + \frac{1}{\xi} \left[\left(\frac{d\varphi'}{dt} \right)_1 + \right. \\ & \left. + \frac{\xi^2}{2} K b \cos \beta \right] e^{-kt} \operatorname{sen} t \xi - \frac{1}{2} K b \xi \operatorname{sen} (t \xi + \beta) \end{aligned} \quad (23)$$

la quale si può scrivere sotto la forma:

$$\varphi' = \Lambda_1 \cos (t \xi + \lambda_1) \quad (24)$$

ove Λ_1, λ_1 son funzioni dell'esponenziale, e quindi, sebbene a lenta variazione, son funzioni del tempo. Si vede quindi che i tempi di elongazione massima non sono equidistanti, epperò il moto pendolare non è isocrono. Però la variazione degli intervalli di elongazione è molto lenta, causa la piccolezza di k ; sicchè si può dire, che *quando il supporto possiede oscillazioni uguali (o quasi) a quelle che eseguirebbe il pendolo sovra supporto semplicemente elastico, l'isocronismo viene regolarmente e lentamente perturbata, nello stesso tempo che l'amplitudine e la fase vengano continuamente modificate.*

Un caso particolare interessante è quando la forza esterna si comunichi al sostegno quando il pendolo è in riposo. Allora in (23) abbiamo

$$\varphi'_1 = 0 \quad \left(\frac{d\varphi'}{dt} \right)_1 = 0,$$

e resta:

$$\varphi' = N (e^{-kt} - 1) \operatorname{sen} (t \xi + \beta) \quad (25)$$

ove, per maggiore esattezza, terremo per N anzichè la (21), la rigorosa (19) per $m = \xi$, cioè:

$$N = \frac{\nu}{\varepsilon} K \frac{b \xi^3}{2 \left(\frac{\nu}{\varepsilon} \xi^2 - k \right)} \quad (26)$$

6. Consideriamo, ora, il caso in cui $m = \zeta$. Anche qui, non tenendo presente v_0 , per limitarci all'effetto della forza esterna oscillatoria, si consideri (12), che si può scrivere sotto la forma:

$$\varphi' = \Lambda' e^{-kt} \cos (t \zeta + \lambda') - N \operatorname{sen} (t \zeta + \beta) \quad (27)$$

La prima parte confrontata colla (14) § 5, mostra che per essa, il moto del pendolo non cambierebbe di oscillazione ma bensì di amplitudine e di fase: la 2^a parte di (27) è un fremito a sensibile amplitudine, contraria-

mente a ciò che avviene nella (14) § 5, cioè nel pendolo sopra supporto semplicemente elastico, in cui il fremito aveva amplitudine di 2° ordine.

La sovrapposizione dei due moti ondulatori (27), darà una oscillazione risultante, procedente come a scatti, di cui potremo osservare gli estremi massimi e gli estremi minimi, e simulante una oscillazione ordinaria. Ma, in generale, gl'intervalli fra gli estremi massimi e gli estremi minimi non sono uguali; cosicchè il movimento generale non è esattamente isocrono, mentre le amplitudini e le fasi di esso son ben diverse da quelle che avrebbe il pendolo sopra supporto semplicemente elastico.

7. Altri casi possono esaminarsi, come quelli in cui m sia al di fuori dei due limiti precedenti, cioè ξ e ζ .

Per m molto minore di ξ , cioè o frazione propria qualunque, o quantità poco maggiore di uno, la quantità $\frac{\omega_1}{\varepsilon} m^2$ sarà di 1° ordine; cosicchè in P predomina il termine a , e Q è trascurabile. La (4) dà:

$$N = \left(\frac{p}{\varepsilon} m^2 \right) \frac{Kb}{a} m^2 \quad n = \beta. \quad (28)$$

La parentesi è di prim'ordine; $\frac{m^2}{a}$ una frazione propria $b = \frac{1}{l} = \frac{1}{25}$; cosicchè N è di second'ordine almeno: quindi, ove non vi sia urto, sarà

$$v_o = -K m \text{sen } \beta$$

per la (26) § 4. Perciò la (12), ove trascurarsi i termini in N perchè di 2° ordine, dà

$$\varphi' = \varphi'_1 e^{-kt} \cos t \xi + \frac{1}{\xi} \left[\left(\frac{d\varphi'}{dt} \right)_1 + b v_o \right] e^{-kt} \text{sen} t \xi - \frac{b v_o}{\zeta} e^{-\lambda t} \text{sen} t \zeta \quad (29)$$

che può scriversi:

$$\varphi' = \Lambda'' e^{-kt} \cos (t \xi + \lambda'') + \frac{K m \text{sen } \beta}{l \zeta} e^{-\lambda t} \text{sen} t \zeta \quad (30)$$

Se prescindiamo dall'ultimo termine, che è quasi di 2° ordine, si vede, limitandoci al primo, che se il tempo periodico del pendolo è rimasto inalterato, la fase e l'amplitudine sono cambiate. Solo nel caso specialissimo in cui vi fosse un certo γ_1 tale che rendesse nulla la (26) § 4, cioè v_o , e la forza esterna entrasse in giuoco nell'atto in cui si mette in moto il pendolo, questo nel caso presente non sentirebbe alcuna alterazione, poichè svanirebbe in (29) il coefficiente di $\text{sen} t \xi$ e quello di $\text{sen} t \zeta$.

Infine, se è $m > \zeta$, cioè $m^2 > \frac{\varepsilon}{p}$, e quindi molto maggiore di a , si ha

dalle (5), che P è superiore a Q , cosicchè il denominatore di (4) può sensibilmente considerarsi

$$= \frac{p}{\varepsilon} m^{\dagger}$$

e viene allora

$$N = Kb \tag{30} \text{ bis}$$

cioè di 1° ordine: cosicchè, per vibrazioni del supporto anche più rapide di ζ , resta la stessa legge che quando uguagliavano ζ , cioè quella espressa dalla (27).

8. Aggruppando, ora, i precedenti risultati, si potrà dire, che quando, *essendo il pendolo in moto*, viene ad agire sul sostegno una forza oscillatoria con amplitudine di prim'ordine, accompagnata o ò da un urto, avvengono i seguenti fatti:

a) Se si tratta di solo urto, che imprima una velocità di prim'ordine, il tempo periodico del pendolo non si modifica, ma ne variano la fase e l'amplitudine.

b) Se le oscillazioni proprie del sostegno son lente [caso della (28)], avviene lo stesso fenomeno che si è riscontrato nel caso dell'urto.

c) Se le oscillazioni proprie del sostegno sono della durata (o quasi) di quelle che compie il pendolo sopra sostegno semplicemente elastico, allora la durata di questa oscillazione viene modificata lentissimamente, ma non insensibilmente, sebbene l'osservatore non possa generalmente accorgersi del fenomeno che in modo incerto. Inoltre si modificano la fase e l'amplitudine.

d) Se le oscillazioni del sostegno sono rapide, cioè non inferiori alla durata del tremito, ζ , che si genera per la reazione elastica del sostegno, allora abbiamo nel pendolo un movimento oscillatorio composto, in ogni andata e in ogni ritorno, di tanti scatti di brevissima durata, probabilmente inapprezzabile all'occhio, sì da assumere l'apparenza di una serie di ordinarie oscillazioni, di una durata non costante, ma certamente poco diversa da quella del pendolo sopra supporto semplicemente elastico. In questo caso dunque viene leggermente alterato l'isocronismo, e nettamente la fase e l'amplitudine del pendolo.

In conclusione, un moto proprio di prim'ordine del sostegno modifica, di regola, la fase e le elongazioni del pendolo. Solo nel caso speciale $v_0 = 0$, in cui la spinta iniziale è nulla, e il sostegno si mette in moto senza scosse, all'istante di una elongazione del pendolo, questo non risente alcuna influenza dal moto del supporto, purchè le oscillazioni di questo sian lente.

Se il moto del sostegno è rapido, oltre a modificarsi fase ed amplitudine, si altera generalmente, sebben di poco, anche l'isocronismo.

9. Tuttociò che precede si riferisce al caso semplice delle oscillazioni seguenti le legge del coseno, data da (53); ma è facile vedere che le conclusioni ottenute, si mantengono anche se si tratta di una legge più complicata, come quella che abbiamo posto sin da principio, colla (39) § 3, cioè:

$$f(t) = e^{-\mu t} \cos(mt + \beta) + \frac{\gamma_1}{K} t + \frac{\gamma_0}{K} \quad (31)$$

Avremo, dunque:

$$\psi(t) = K p e^{-\mu t} [(\mu^2 - m^2) \cos(mt + \beta) + 2m\mu \operatorname{sen}(mt + \beta)] \quad (32)$$

cosicchè in (1) § 5 la ψ'' si deve ricavare dalla (32), e si soddisferà alla detta (1) § 5, ponendo la forma

$$\varphi' = N e^{-\mu t} \cos(mt + L) \quad (33)$$

Introducendo in (1) § 5, e tenendo il solito metodo, si trova con facili calcoli:

$$N = \frac{p}{\varepsilon} K b \frac{(m^2 + \mu^2)^2}{\sqrt{P^2 + Q^2}} \quad \operatorname{tg} L = \frac{QX - PY}{PX + QY} \quad (34)$$

ove:

$$\left. \begin{aligned} P &= \frac{\omega}{\varepsilon} (m^4 - \mu^4) - \frac{2\nu}{\varepsilon} (\mu^3 - 3\mu m^2) + \left(1 + \frac{ap}{\varepsilon}\right) (\mu^2 - m^2) - 2k\mu + a \\ Q &= 2 \frac{\omega}{\varepsilon} m\mu (\mu^2 - m^2) + \frac{2\nu}{\varepsilon} (m^3 - 3m\mu^2) + 2 \left(1 + \frac{ap}{\varepsilon}\right) \mu m - 2km \end{aligned} \right\} (35)$$

$$\left. \begin{aligned} X &= -\frac{p}{\varepsilon} K b (m^4 + \mu^4) \cos \beta - \frac{2p}{\varepsilon} K b (m\mu^3 + m^3\mu) \operatorname{sen} \beta \\ Y &= +\frac{p}{\varepsilon} K b (m^4 + \mu^4) \operatorname{sen} \beta - \frac{2p}{\varepsilon} K b (m\mu^3 + m^3\mu) \cos \beta \end{aligned} \right\} (36)$$

Ora si consideri che per un'estinzione del moto proprio del sostegno, che si compia anche in un minuto, la μ è ancora minore dell'unità. Infatti il moto oscillatorio proprio del sostegno è dato ora, per la (29) § 1, e, (31), dalla equazione:

$$x_c - x_0 = K e^{-\mu t} \cos(mt + \beta)$$

ove K è di prim'ordine. Per dirsi estinto sensibilmente, il moto, anche nel breve termine di un minuto, abbiamo visto al n. 1 di questo §, che:

$$\mu = 0.09$$

cosicchè la μ essendo, anche in questo caso non frequente, una piccola

quantità poco più che di 1° ordine, abbiamo che le P, Q (35) non sono sostanzialmente diverse dalle P, Q (5) che sinora abbiamo discusse; cosicchè la discussione precedente fatta al n. 4 e segg. vale ancora nel caso più generale e più conforme alla realtà, caratterizzato dalla (31), al quale sono, di conseguenza, applicabili le conclusioni del n. 8.

Si noti, però, che a causa della (33), nelle equazioni generali del moto, (3) § 5, si dee applicare alle N, S l'esponenziale $e^{-\mu t}$ e lo stesso dee farsi all'ultimo termine della (12), all'ultimo della (23) e della (27). Infine le ω che entrano nelle λ e quindi nei coefficienti della equazione del moto, sono ora le (30) § 4.

10. Veniamo infine a trattare il caso del bipendolo, soggetto a forze esterne, e mettiamoci nelle stesse circostanze semplici del pendolo unico, che fu trattato alla fine del § 5. Come là, prendiamo per legge del moto esterno la (38) *bis* § 3, donde

$$\psi(t) = -K p m^2 \cos(mt + \beta) \quad (37)$$

e veniamo a determinare le N, N', n, n' delle (52) § 3, che entrano, poi, nelle (31) § 4. Tenendo il metodo del n. 10 § 3, si ha colla (37):

$$D(\varphi') = \frac{b}{\varepsilon} K p m^4 [(a_1 - m^2) \cos(mt + \beta) - 2k_1 m \sin(mt + \beta)]$$

che scriviamo:

$$D(\varphi') = \frac{b}{\varepsilon} K p m^4 \cdot C \cos(mt + \gamma) \quad (38)$$

ove:

$$C = \sqrt{(a_1 - m^2)^2 + 4K_1^2 m^2}, \quad \gamma = \beta + \gamma_1, \quad \operatorname{tg} \gamma_1 = \frac{2k_1 m}{a_1 - m^2} \quad (39)$$

si dovrà quindi, analogamente alla generale (41) § 3, determinare N, n in modo che la funzione:

$$\varphi' = N \cos(mt + n) \quad (40)$$

sodisfi l'equazione generale (14), ove gli ultimi tre termini son costituiti dalla (38). Facendo la sostituzione, col metodo del n. 11 § 3, si arriva ad avere:

$$N = \frac{p}{\varepsilon} K \frac{b C m^4}{\sqrt{P^2 + Q^2}}, \quad \operatorname{tg} n = \frac{P \operatorname{sen} \gamma + Q \operatorname{cos} \gamma}{P \operatorname{cos} \gamma - Q \operatorname{sen} \gamma} \quad (41)$$

ove abbiamo:

$$P = -\frac{\omega}{\varepsilon} m^6 + \left(1 + \frac{f}{\varepsilon}\right) m^4 - \left(a + a_1 + \frac{h}{\varepsilon}\right) m^2 + a a_1 \quad (42)$$

$$Q = -\frac{2\gamma}{\varepsilon} m^5 + 2 \left[k + k_1 + (a + a_1) \frac{\gamma}{\varepsilon} \right] m^3 - 2 \left(a k_1 + a_1 k + a a_1 \frac{\gamma}{\varepsilon} \right) m$$

Le (41) dànno le N, n da sostituirsi nella (31) § 4; le ω si ricavano dalle (30) § 4; ed essendo ora $\mu = 0$, si ha:

$$\omega_1 = m \operatorname{sen} n \qquad \omega_2 = m \operatorname{sen} n' \qquad (43)$$

Quanto alle N', n' , si dedurranno dalle (41) precedenti, nelle quali le P, Q, p restino inalterate, e si cambino $C_1 \gamma$ in C', γ' , le quali risultano dalle (39) mutando a, k , in $a_1 k_1$. Si avrà, cioè:

$$N' = \frac{p}{\varepsilon} K b_1 \frac{C' m^4}{\sqrt{P^2 + Q^2}} \qquad \operatorname{tg} n' = \frac{P \operatorname{sen} \gamma' + Q \operatorname{cos} \gamma'}{P \operatorname{cos} \gamma' - Q \operatorname{sen} \gamma'} \qquad (46)$$

ove è

$$C' = \sqrt{(a - m^2)^2 + 4k^2 m^2}, \qquad \gamma' = \beta + \gamma_1', \qquad \operatorname{tg} \gamma_1' = \frac{2km}{a - m^2} \qquad (45)$$

11. Studiamo, ora, il comportarsi delle N, N' a seconda della grandezza che può avere la m , la quale fornisce il tempo periodico

$$\tau = \frac{\pi}{m} \qquad (46)$$

della oscillazione propria del supporto. Anche qui osserveremo come al n. 4, che le quantità p, ω, ν , son poco diverse fra loro, specialmente se divise per la quantità grande ε . Si ha dalla teoria, che, nel caso presente, le radici di $P = 0$ (42) sono i coefficienti dell'immaginario delle radici della caratteristica, cioè ξ, η, ζ ; cosicchè potremo scrivere:

$$P = -\frac{\omega}{\varepsilon} (m^2 - \xi)^2 (m^2 - \eta^2) (m^2 - \zeta^2) \qquad (47)$$

il che, del resto, si verifica agevolmente, introducendo i valori delle ξ, η, ζ (29) (34) § 3; avviene, dunque, che se il tempo periodico della oscillazione posseduta, per cause esterne, dal supporto, è uguale alla durata di una di quelle che ciascun pendolo ha da solo sopra supporto semplicemente elastico, od uguale a quella che compie lo stesso supporto per reazione elastica, la quantità P (47) si annulla.

In tal caso, le N, N' (41) (44) divengono, tenendo per Q solo il suo primo termine, che è maggiore degli altri:

$$N = -\frac{p}{\varepsilon} K b \frac{C}{\frac{2\nu}{\varepsilon} m} \qquad N' = -\frac{p}{\varepsilon} K b_1 \frac{C'}{\frac{2\nu}{\varepsilon} m}$$

od anche, poichè si è visto che $\frac{p}{\varepsilon}$ è pochissimo differente da $\frac{\nu}{\varepsilon}$:

$$N = -\frac{1}{2} K b \frac{C}{m} \qquad N' = -\frac{1}{2} K b_1 \frac{C'}{m} \qquad (48)$$

le quali hanno luogo in uno di questi tre casi:

$$m = \xi, \quad m = \eta, \quad m = \zeta. \quad (49)$$

Nel 1° caso avendosi, (13) (14) § 5:

$$a_1 - m^2 = a_1 - a + \frac{a^2 b q}{\varepsilon} = \Delta a + \frac{2\sigma}{T_a} a; \quad a - m^2 = \frac{2\sigma}{T_a} a \quad (50)$$

e nel 2°:

$$a - m^2 = a - a_1 + \frac{2\sigma'}{T_b} a_1 = -\Delta a + \frac{2\sigma'}{T_b} a_1 \quad a_1 - m^2 = \frac{2\sigma'}{T_b} a_1, \quad (51)$$

si vede, quindi, da (39) (45), come le C , C' in questi due primi casi (49) sieno quantità piccole assai, essendo il massimo loro valore, una quantità pochissimo più grande di Δa , e quindi molto piccola, vicina al primo ordine. La m , nei due casi, è circa 6: cosicchè le (48) saranno quantità di second'ordine, se K è di primo, epperchè affatto trascurabili.

Nel 3° caso (49), si ha che essendo ζ grande, le C , C' si riducono sostanzialmente al valore molto predominante ζ^2 , cosicchè le (48) danno:

$$N = -\frac{1}{2} K b \zeta \quad N' = -\frac{1}{2} K b_1 \zeta \quad (52)$$

le quali non sono trascurabili essendo dell'ordine di K . E ciò perchè ζ è di ordine $-\frac{1}{2}$, cioè circa 18, mentre b , b_1 sogliono essere $\frac{1}{25}$ circa, nei pendoli di Sterneek.

12. Fuori dei limiti precedenti, si domanda, ora, che cosa avvenga dell'azione della forza esterna.

Consideriamo m molto più piccola di ξ , o di η ; e sia poco superiore all'unità, o sia una frazione propria. Allora si vede subito che nella (42), i termini contenenti $\frac{1}{\varepsilon}$ sono di prim'ordine; cosicchè si può scrivere, a meno di tali grandezze

$$P = m^4 - (a + a_1) m^2 + a a_1 = (m^2 - a) (m^2 - a_1); \quad Q = 0$$

e, sensibilmente; per (39), (45):

$$C = a_1 - m^2 \quad C' = a - m^2.$$

Cosicchè (41) (44):

$$N = \left(\frac{p}{\varepsilon} m^4 \right) \frac{K b}{a - m^2}; \quad N' = \left(\frac{p}{\varepsilon} m^4 \right) \frac{K b_1}{a_1 - m^2} \quad (53)$$

Ma le parentesi son di prim'ordine per ciò che si è detto; i loro fattori

sono almeno di 1° ordine: cosicchè le N, N' sono di 2° ordine se K è di 1°. Quindi per m vicino all'unità, o più piccolo di essa, le N saranno in tutto trascurabili. È questo il caso delle oscillazioni *lente*: poichè la (36) lo mostra all'evidenza.

Consideriamo, invece, m al di sopra del limite superiore ζ delle (49); porremo, se θ è un numero poco lontano da uno * e ad esso superiore:

$$m = \theta \zeta = \theta \sqrt{\frac{\varepsilon}{\omega}}, \quad \text{da cui: } m^2 \frac{\omega}{\varepsilon} = \theta^2 \quad (54)$$

ove θ^2 sia tra 1 e 4. La (47) può scriversi, molto prossimamente

$$P = (m^2 - a)^2 (1 - \theta^2) \quad (55)$$

La condizione (54), per $\frac{\omega}{\varepsilon}$ di 1° ordine e $\theta^2 = 4$ darebbe circa $m = 33$ e se ricordiamo che a è circa 36, la (55) è circa m^4 , mentre la Q è molto inferiore. Anche le C sono prevalentemente $= m^2$ cosicchè le (41) (44) si scriveranno:

$$N = \left(\frac{p}{\varepsilon} m^2 \right) K b, \quad N' = \left(\frac{p}{\varepsilon} m^2 \right) K b_1. \quad (56)$$

e si vede che queste son dell'ordine di K , in quanto le parentesi son poco diverse dalla (54) ove $\theta^2 \leq 4$. Le N , dunque, non sono trascurabili.

Se la K fosse un pò più piccola del 1° ordine, si che le (56) fossero pressochè trascurabili, non sarebbero tali le quantità mN, mN' poichè m , qui è grande, come sopra si è visto.

13. Occorre infine trovare l'espressione di S , che entra nelle equazioni generali del moto (52) § 3 ed (11) § 4. Nella (8) § 4 si introducano gli ultimi termini delle (52) § 3, che nel caso nostro sono:

$$\varphi' = N \cos(mt + n) \quad \varphi'' = N' \cos(mt + n')$$

con N, N', n, n' date dalle (41) (44). Si tenga conto anche della (2) di questo §, e si avrà per la parte considerata della (8) § 4, ove per M, N, P si mettono i loro valori (8) § 3:

$$\begin{aligned} & \left[-\frac{p - bq}{b} m^2 + \frac{ap}{b} \right] \frac{N}{\varepsilon} \cos(mt + n) + \\ & + q_1 m^2 \frac{N'}{\varepsilon} \cos(mt + n') - K \frac{p}{\varepsilon} m^2 \cos(mt + \beta) \end{aligned} \quad (57)$$

* È inutile supporre valori grandi di m , poichè i moti sismici, come meglio vedremo in seguito, non superano di molto 10 o 12 oscillazioni a secondo.

Questa può ridursi alla forma

$$\frac{S}{\varepsilon} \cos(mt + s) \quad (58)$$

e da questa relazione è facile dedurre la S , la quale, come si vede, è una quantità dell'ordine della N e della K , cioè non più grande di una quantità di prim'ordine, o, più esattamente, tale che $\frac{S}{\varepsilon}$ è di 2° ordine.

Si osservi ancora, che meno del caso in cui m sia vicino a ξ o ad η (caso, che del resto, lascia le N, N' insensibili) le $\gamma_1 \gamma_1'$ possono ritenersi trascurabili, vista la piccolezza delle k , come si scorge dalle (39) (45): cosicchè si può dire che:

$$\gamma = \gamma' = \beta \quad \text{onde} \quad n = n' \quad (59)$$

Anche le N, N' possono ritenersi uguali, quando sono sensibili, poichè esse differiscono solo per lo scambio di a, b , in $a_1 b_1$ quantità vicinissime fra loro rispettivamente.

14. Riprendiamo l'espressione dell'amplitudine del pendolo motore, o pendolo A , quando non vi sono forze, e limitiamola alla quantità di primo ordine. Si avrà dalla (50) § 3:

$$\varphi' = c_1 e^{-kt} \cos t \xi + c_3 e^{-kt} \cos t \eta \quad (60)$$

ove, per le (21) (22) § 4:

$$c_1 = \frac{\alpha \theta_3}{\theta_3 - \theta_1} \quad c_3 = -\alpha \frac{\theta_1}{\theta_3 - \theta_1} \quad (61)$$

essendo queste di 1° ordine.

Se vi sono le forze esterne, di forma (38) bis § 3, con $\mu = 0$, la stessa amplitudine diviene la generale:

$$\begin{aligned} \varphi' = c_1' e^{-kt} \cos t \xi + c_2' e^{-kt} \sin t \xi + c_3' e^{-kt} \cos t \eta + c_4' e^{-kt} \sin t \eta + \\ + c_6 e^{-\alpha t} \sin t \zeta + N \cos(mt + n) \end{aligned} \quad (62)$$

ove le $c_1' \dots c_4'$ sono le (36) (37) (38) § 4, ridotte al 1° ordine, cioè:

$$\begin{aligned} c_1' = \frac{\lambda_1 \theta_3 - \lambda_2}{\theta_3 - \theta_1}, \quad c_2' = \frac{I}{\xi} \left[\frac{\theta_3 \lambda_4 - \lambda_5}{\theta_3 - \theta_1} + v_0 \frac{\theta_5 - \theta_3}{\theta_3 - \theta_1} \right] \\ c_3' = \frac{\lambda_2 - \theta_1 \lambda_1}{\theta_3 - \theta_1}, \quad c_4' = \frac{I}{\eta} \left[\frac{\lambda_5 - \theta_1 \lambda_4}{\theta_3 - \theta_1} + v_0 \frac{\theta_1 - \theta_5}{\theta_3 - \theta_1} \right] \end{aligned} \quad (63)$$

La c_6 è ancora la 2ª (36) § 4, e cioè:

$$c_6 = \frac{v_0}{\xi} \quad (64)$$

In tutte queste si è posto, (31) § 4:

$$\frac{\lambda_6}{\rho_5} = \frac{\varepsilon}{\rho_5} \left[\left(\frac{dx_c}{dt} \right)_1 + v_0 + \frac{S}{\rho_5} \omega_3 \right] = v_0 \quad (65)$$

perchè $\frac{\varepsilon}{\rho_5}$ è pochissimo diversa da 1, $\frac{S}{\rho_5} = \frac{S}{\varepsilon}$ si è vista di 2° ordine e $\left(\frac{dx_c}{dt} \right)_1$ è di ordine $\frac{3}{2}$, ma resta trascurabile di fronte a v_0 che è di primo.

Le $\lambda_1 \dots \lambda_5$ son le (31) § 4. La N di (62) è data, secondo i casi, dalle (48), (52), (53). Ma in ogni caso, e salvo particolarissime eccezioni, è facile intendere come il moto caratterizzato dalla (62) è sempre diverso da quello della (60). Se avvenga anche che i tempi periodici elementari di (62) fossero gli stessi che quelli di (60), come avviene quando N e c_6 sieno trascurabili, pure l'andamento periodico risultante del pendolo nei due casi non è lo stesso: perchè il detto andamento dipende anche dalle amplitudini e dalle fasi dei due moti elementari, che nel caso (62) son diverse dal caso (60), perchè le (63) son diverse dalle (61). In una parola: nel bipendolo non è a parlarsi di esatto isocronismo, anche quando non vi sono forze esterne: vi sarà una serie di intervalli di varia durata fra estremi massimi ed estremi minimi dell'amplitudine di ciascun pendolo; la presenza delle forze esterne modifica, insieme alle fasi ed amplitudini elementari, anche la durata di quelli intervalli, che vengono, così, a cambiare la legge da cui erano regolati.

15. I diversi casi, possono, dopo ciò, rapidamente passarsi in rivista.

a) Se vi è solo un urto, essendo $K = 0$, spariscono N , N' , S , ma non spariscono affatto le $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_4, \lambda_5$ (31) § 4: quindi la (62) perde l'ultimo termine, e anche il penultimo, perchè di ordine $\frac{3}{2}$, se questo vuol trascurarsi: si ha, dunque, che *nel caso dell'urto, restano i tempi periodici elementari, ma si alterano le fasi e le amplitudini relative*: per conseguenza varia anche la legge dell'oscillazione risultante di ciascun pendolo.

b) Se vi sono oscillazioni lente del sostegno, comprese fra queste anche quelle di durata eguale al tempo periodico di uno o dell'altro pendolo, [casi (48) (53)] avviene lo stesso fenomeno del caso a), perchè anche qui spariscono N , N' . senza che in generale spariscano $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_4, \lambda_5$ (31) § 4.

Nel solo caso in cui sia $v_0 = 0$, e la forza esterna intervenga giusto

nell'istante in cui si mette in moto il pendolo motore, non vi è effetto della forza esterna, poichè, allora, (31) § 4:

$$\lambda_1 = \alpha, \quad \lambda_2 = \lambda_4 = \lambda_5 = 0$$

e le (63) si cambiano nella (61) mentre la (64) si annulla.

c) Finalmente, nel caso di oscillazioni rapide (da ζ in avanti) del supporto, N , N' son di 1° ordine [casi (52) (56)]: tutti i termini di (62) vengono conservati: a causa della grandezza di m , e dell'essere N non trascurabile, com'è sensibilmente trascurabile il penultimo termine di (62), abbiamo che le ondulazioni risultanti caratterizzate dai quattro primi termini della (62), vengono compiute a scatti successivi semi-istantanei, analogamente a quanto avveniva nel caso *d)* del n. 8.

Pel pendolo mosso, hanno luogo le stesse leggi relative fra il caso di semplice supporto elastico, e il caso in cui esso abbia un moto esterno; e ciò perchè le costanti del pendolo mosso, son quelle del motore moltiplicate per delle quantità determinate, come si vede dalle (7) § 4.

16. Noi abbiamo trattato il caso che la forza esterna periodica obbedisca alla legge semplice del coseno, mentre in natura le oscillazioni del suolo sono molto complicate, anche se di breve durata. Potremo, teoricamente parlando, tener presente questo fatto, dando alla legge del movimento esterno, la forma di una serie di Fourier:

$$f(t) = \sum_i A_i \cos(m_i t + \lambda_i) \quad (66)$$

Ogni termine di questa avendo la forma di cui ci siamo occupati sinora, si potrà applicare ad ognuno di essi i procedimenti precedenti. Così alla (62) vengono aggiunti tanti termini analoghi all'ultimo in N , quanti sono quelli di (66) e questi porteranno altrettanti termini corrispondenti nelle λ (31) § 4. Le N , n (41) saranno, secondo i termini di (66), di vari valori e segni, cosicchè l'effetto risultante da una legge complessa come la (66) potrà essere svariaticissimo, e non definibile *a priori*; solo il metodo qui indicato potrebbe condurci a determinare il risultato finale, date che siano, ben inteso, le costanti di (66).

Altre forme potrebbero escogitarsi per la legge della forza esterna, coerentemente alla generale posizione (29) § 1; ogni caso vuole, allora, apposita trattazione. Ma queste forme escogitate saranno sempre arbitrarie, assunte talora per spiegare determinati fenomeni oscillatori che non trovano spiegazione nei casi precedenti*: e vanno sempre riguardate come ipotetiche speculazioni.

* Lo Schiotz, p. e., per spiegare un'accelerazione da lui osservata, del tempo periodico nel suo pendolo, ricorse ad una forza esterna, proporzionale all'amplitudine di esso, vincolando, così, una forza libera ad un determinato fenomeno dinamico.

9. Effetti prodotti da un moto esterno sopra l'eventuale scorrimento del coltello di un pendolo sopra mensola anelastica

1. Le forze esterne potendo diminuire l'attrito che si oppone allo scorrimento, non sarà fuor di luogo cercare di esaminare anche questo effetto delle forze esteriori che possono agire sul supporto: e per veder più semplicemente quali fenomeni si producano nel conflitto fra attrito e forze esterne, noi ammetteremo che il sostegno sia perfettamente rigido; cosicchè quei due elementi dinamici restino soli in presenza l'uno dell'altro. Per la stessa ragione sarà opportuno considerare un pendolo solo, e assumeremo come supporto anelastico, una mensola a muro solidamente fissata e priva di ogni elasticità, sì che essa faccia corpo integrante col muro rigido e colla roccia sottostante.

Le equazioni del moto, in questo caso, non sono le (13) § 1, ma da esse facilmente si deducono. Per ridurle ad un solo pendolo, si sopprima il B nel sommatorio, e la 2ª delle (14). Si ricordi che a è l'ascissa del coltello e c quella di un punto fisso nella mensola: ora che a e c non sono più legati invariabilmente tra loro, la (13) si sdoppia nelle due:

$$\frac{d}{dt^2} \sum_A m x = \sum_A X: \quad \frac{d}{dt^2} \sum_C m x = \sum_C X \quad (1)$$

mentre la prima (14) resta inalterata. Le due (1) non sono indipendenti: esse hanno una X comune, salvo il segno: ed è quella dovuta all'attrito, il quale è proporzionale alla differenza delle velocità di a, c . Porremo, dunque, per questo attrito:

$$\pm 2\mu \frac{d(x_a - x_c)}{dt} \quad (2)$$

e pel principio dell'uguaglianza dell'azione colla reazione, avremo che la (2) va introdotta nei secondi membri delle (1) con un segno diverso. Si osservi, poi, che le altre forze X che agiscono su A , sono la resistenza dell'aria e la forza esterna che si trasmette sulla mensola: detta forza sarà in generale, se la legge generica di movimento esterno è ancora la (19) § 1:

$$\psi_a(t) = K M_a \frac{d^2 f}{dt^2} \quad (2)$$

Le forze esterne X che agiscono sulla mensola C sono, oltre all'attrito di cui sopra, la forza esterna, che su di essa mensola prenderà la forma:

$$\psi_c(t) = K M_c \frac{d^2 f}{dt^2} \quad (3)$$

nelle quali (2) (3), le M_a , M_c sono rispettivamente le masse di A e di C . Osservando infine che le (1) possono scriversi:

$$M_a \frac{d^2 \xi_1}{dt^2} = -2\mu \frac{d}{dt} (x_a - x_c) + \psi_a(t) + \sum_A X_f \quad (4)$$

$$M_c \frac{d^2 x_c}{dt^2} = +2\mu \frac{d}{dt} (x_a - x_c) + \psi_c(t) \quad (5)$$

ove ξ_1 è la (16) § 1, sviluppando il 1° membro della (4) come al n. 6 § 1 e l'ultimo del 2° membro di (4) come al n. 10 § 1, e osservando che la 2ª (14) § 1 resta inalterata, avremo il sistema in questo caso:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + 2k \frac{d\varphi}{dt} + a\varphi + b \frac{d^2 x_a}{dt^2} &= 0 \\ M_a \frac{d^2 x_a}{dt^2} + q \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + 2\gamma \frac{d\varphi}{dt} + 2\mu \frac{d(x_a - x_c)}{dt} &= \psi_a(t) \\ M_c \frac{d^2 x_c}{dt^2} - 2\mu \frac{d(x_a - x_c)}{dt} &= \psi_c(t) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Se volessimo considerare insieme anche la elasticità, basterebbe aggiungere al primo membro della terza (6), il 2° e 3° termine della (33) § 1.

2. Poniamo:

$$\omega = M_a - bq, \quad \lambda = M_a k - b\gamma \quad (7)$$

Si trova, con facili eliminazioni:

$$\frac{d(x_a - x_c)}{dt} = \frac{\omega}{2b\mu} \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \frac{\lambda}{b\mu} \frac{d\varphi}{dt} + \frac{aM_a}{2b\mu} \varphi + \frac{\psi_a(t)}{2\mu} \quad (8)$$

e

$$\begin{aligned} \frac{\omega}{2\mu} \frac{d^3 \varphi}{dt^3} + \left(1 + \frac{\omega}{M_c} + \frac{\lambda}{\mu}\right) \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \left(2k + \frac{2\lambda}{M_c} + a \frac{M_a}{2\mu}\right) \frac{d\varphi}{dt} + \\ + a \frac{M_a + M_c}{M_c} \varphi = -\frac{b}{2\mu} \psi'_a(t) - \frac{b}{M_c} (\psi_a + \psi_c) \end{aligned} \quad (9)$$

Quest'ultima determina l'oscillazione risultante del pendolo sotto la doppia azione dello scorrimento e della forza esterna: la (8), dopo ciò, determina il movimento relativo, $x_a - x_c$, del coltello rispetto a un punto fisso della mensola: la 3ª (6) per ultimo, in base alla (8), determina il moto assoluto della mensola.

Noi abbiamo limitato sin dappprincipio la generalità delle (6), poichè considerammo la mensola anelastica, facente corpo con un muro e colla

roccia sottostante. In questo caso, si può dire $M_c = \infty$; cosicchè badando alle (2) (3), la (9) diviene:

$$\frac{\omega}{2\mu} \frac{d^3\varphi}{dt^3} + \left(1 + \frac{\lambda}{\mu}\right) \frac{d^2\varphi}{dt^2} + \left(2k + \frac{aM_a}{2\mu}\right) \frac{d\varphi}{dt} + a\varphi = -\frac{b}{2\mu} \psi'_a(t) - bK \frac{d^2f}{dt^2} \quad (10)$$

mentre la (8) resta inalterata, e la 3ª (6) diviene la (29) § 1, com'è naturale, facendo nulle le due costanti arbitrarie che si presenterebbero.

Due radici della caratteristica relativa alla (10) incompleta, si otterranno col solito metodo tenuto nel § 3 al n. 5 e seguenti. Si noti solo, che considereremo la quantità $\frac{M_a}{2\mu}$ derivante dall'attrito, come un po' maggiore del 1º ordine: cosicchè conserveremo i termini in $\left(\frac{M_a}{2\mu}\right)^2$. Ciò porterà alla necessità di fare due approssimazioni, nel risolvere la detta equazione caratteristica, dovendo conservare anche la h^2 nello sviluppo di $(z_0 + h)$ alle diverse potenze. Osservando, infine, che per le (4) § 3 abbiamo:

$$\omega = M_a - bq = M_a \left(1 - \frac{r}{l}\right) \quad (11)$$

si avrà, infine, per due radici della caratteristica:

$$z = -\left(k + \frac{abq}{4\mu}\right) \pm i \sqrt{a \left[1 - \frac{abq}{4\mu^2} M_a \left(\frac{5}{4} \frac{r}{l} - 1\right) - 3k \frac{bq}{2\mu}\right]} \quad (12)$$

Per la 3ª radice della stessa equazione, si ha:

$$z_1 z_2 z_3 = -a \frac{2\mu}{\omega} \quad \text{onde:} \quad z_3 = -\frac{2\mu}{\omega} (1 + \tau) \quad (13)$$

essendo τ una quantità almeno di prim'ordine.

Perciò, l'integrale dell'incompleta (10) è:

$$\varphi = c_1 e^{-\frac{2\mu}{\omega} t} + c_2 e^{-z_1 t} \cos t \xi + c_3 e^{-z_1 t} \sin t \xi \quad (14)$$

ove:

$$z = k + \frac{abq}{4\mu} \quad \xi = \sqrt{a \left[1 - \frac{abq}{4\mu^2} M_a \left(\frac{5}{4} \frac{r}{l} - 1\right) - 3k \frac{bq}{2\mu}\right]} \quad (15)$$

Si vede quindi dalla (14), che il pendolo ha un moto regressivo continuo che rapidamente si estingue poichè $\frac{2\mu}{\omega}$ è di ordine -1 : inoltre ha un moto

pendolare isocrono, con oscillazione di durata maggiore di quella che avrebbe se non vi fosse scorrimento, quando sia $\frac{r}{l} > \frac{4}{5}$, il che appunto avviene nei pendoli di Sterneek, in cui è circa $\frac{r}{l} = 0,9$. Si vede, poi, dalla 1^a (15), che l'estinzione del moto pendolare, dipende ora anche dall'attrito di scorrimento in maggior misura di quello che non dipenda dalla resistenza dell'aria, anche se $\frac{M_a}{2\mu}$ sia di 1° ordine. La durata, dunque del periodo di estinzione, ci può comparativamente illuminare circa all'entità dell'attrito.

3. Passando, ora, all'integrazione della (10) completa, osserviamo che il 2° membro di essa, è, per la (2), e ammettendo che sia

$$f = \cos(mt + \beta)$$

come si è sempre ammesso, per rappresentare l'oscillazione elementare che verisimilmente corrisponde alla realtà:

$$-\frac{b}{2\mu} \psi'_a(t) - bK \frac{d^2 f}{dt^2} = Kb m^2 \left[\cos(mt + \beta) - \frac{M_a}{2\mu} m \operatorname{sen}(mt + \beta) \right]$$

Sodisferemo, al solito, la (10), col porre:

$$\varphi = N \cos(mt + L)$$

e, col medesimo procedimento del § 7, si avrebbe:

$$N = \frac{Kb m^2}{\sqrt{P^2 + Q^2}} \sqrt{1 + m^2 \left(\frac{M_a}{2\mu}\right)^2}$$

$$\operatorname{cotg} L = \frac{\frac{M_a}{2\mu} m (Q \cos \beta + P \operatorname{sen} \beta) + (Q \operatorname{sen} \beta - P \cos \beta)}{\frac{M_a}{2\mu} m (Q \operatorname{sen} \beta - P \cos \beta) - (Q \cos \beta + P \operatorname{sen} \beta)} \quad (16)$$

ove

$$P = a - m^2 \left(1 + k \frac{M_a}{\mu}\right) \quad Q = m^3 \frac{\omega}{2\mu} - m \left(2k + a \frac{M_a}{2\mu}\right) \quad (17)$$

e ponendo: $\frac{M_a}{2\mu} m = \operatorname{tg} \lambda$ (17) bis

si ha:

$$N = \frac{Kb m^2}{\sqrt{P^2 + Q^2}} \operatorname{sec} \lambda \quad \operatorname{cotg} L = \frac{P \cos(\beta + \lambda) - Q \operatorname{sen}(\beta + \lambda)}{P \operatorname{sen}(\beta + \lambda) + Q \cos(\beta + \lambda)} \quad (17) \text{ ter}$$

mentre per determinare il quadrante di L , si hanno le formule:

$$\cos L = \frac{Q \operatorname{sen}(\beta + \lambda) - P \cos(\beta + \lambda)}{\sqrt{P^2 + Q^2}}, \quad \operatorname{sen} L = \frac{-Q \cos(\beta + \lambda) - P \operatorname{sen}(\beta + \lambda)}{\sqrt{P^2 + Q^2}} \quad (17) \text{ quat}$$

L'integrale generale della (10), dipendente della forza esterna, è:

$$\varphi = c_1 e^{-\frac{2\mu}{\omega} t} + c_2 e^{-\alpha t} \cos t \xi + c_3 e^{-\alpha t} \sin t \xi + N \cos (m t + L) \quad (18)$$

Introducendo questa e derivate in (8), e integrando, tenendo presente la (11), e trascurando i termini in $\alpha \frac{M_a}{2\mu}$, e così pure, prendendo $\alpha^2 + \xi^2 = a$, il che è sufficientissimo, poichè abbiamo a fattori le e , che sono almeno di 1° ordine, si avrà:

$$\begin{aligned} x_a - x_c = & -\frac{c_1}{b} e^{-\frac{2\mu}{\omega} t} + c_2 \frac{\xi q^{-\alpha t}}{2\mu} \sin t \xi - c_3 \frac{\xi q^{-\alpha t}}{2\mu} \cos t \xi - \frac{M_a}{2\mu} K m \sin (m t + \beta) \\ & + \frac{M_a}{2\mu} \cdot \frac{N}{b m} \left[a - m^2 \left(1 - \frac{r}{l} \right) \right] \sin (m t + L) + c_4 \end{aligned} \quad (19)$$

4. a) Se non vi sono forze esterne, si vede subito, che, detta Δ_0 la distanza $x_a - x_c$ all'origine, e se si parte, per $t = 0$, dalla quiete colla elongazione arbitraria α di 1° ordine, si ha, per le costanti arbitrarie, sino al 2° ordine:

$$c_1 = 0 \quad c_2 = \alpha \quad c_3 = 0 \quad c_4 = \Delta_0 \quad (20)$$

onde le (18) (19) danno:

$$\varphi = \alpha e^{-\alpha t} \cos t \xi \quad x_a - x_c = \Delta_0 + \alpha \frac{\xi q^{-\alpha t}}{2\mu} \sin t \xi \quad (21)$$

il che mostra che *il coltello ha la massima elongazione quando il pendolo passa per la posizione di equilibrio, e viceversa.*

b) Se vi son le forze esterne, che entrano ad un istante determinato, allora, per quell'istante, le (21) e derivate ci forniscono i valori delle amplitudini e delle velocità del pendolo e del coltello; alla quale ultima si aggiunge in quell'istante la velocità impressa dalla forza esterna. Dicasi v_0 questa velocità complessiva, φ_0 , Δ_{00} , φ'_0 , i valori delle φ , Δ_0 , φ' nel detto istante, che per le (18) (19) prenderemo come origine del tempo. Allora, da queste ultime e derivate, collo stesso metodo del § 7, dedurremo le c_1 c_2 c_3 c_4 , nel caso del moto esterno; e si avrà sino al 1° ordine incluso:

$$c_1 = 0 \quad c_2 = \varphi_0 - N \cos L, \quad c_3 = \frac{1}{\xi} (b D - B), \quad c_4 = -C \quad (22)$$

ove:

$$\left. \begin{aligned} B &= -\varphi'_0 - N m \sin L; \\ C &= -\Delta_{00} - \frac{M_a}{2\mu} K m \sin \beta + \frac{M_a}{2\mu} \frac{N}{b m} \left[a - m^2 \left(1 - \frac{r}{l} \right) \right] \sin L \\ D &= v_0 + \frac{M_a}{2\mu} K m^2 \cos \beta - \frac{M_a}{2\mu} \frac{N}{b} \left[a - m^2 \left(1 - \frac{r}{l} \right) \right] \cos L \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

5. Dal confronto delle (22) (23) colle (20), si vede come e quanto l'intervento della forza esterna modifica l'amplitudine e la fase del pendolo, ancorchè la N (16) che entra in (18) sia insensibile e non alteri, quindi, l'isocronismo del pendolo stesso. Vediamo ora in quali casi tale isocronismo venga compromesso.

Ciò dipenderà dal valore della m , e quindi dal tempo periodico del moto esterno. Si ripetono qui gli stessi tre casi del n. 4, 5 del § 7.

a) Se m^2 è minore sensibilmente di a , la Q (17) è insensibile, P si riduce ad a , ed N (16) diviene molto prossimamente:

$$N = \frac{Kb}{a} m^2 = K \frac{m^2}{al} \quad (24)$$

la quale, ove m sia poco discosta dall'unità è già insensibile, e tanto più lo sarà se m è una piccola frazione; intendendo sempre che K sia, al più, di 1° ordine, e considerandoci nel caso di Sterneck, in cui $a = 38$, $l = 25$ circa.

b) Se $m^2 = a$, o circa, allora si ha sensibilmente, tralasciando $k \frac{M_a}{\mu}$ quasi di 2° ordine:

$$P = 0, \quad Q = - \left(2k + \frac{abq}{2\mu} \right) \sqrt{a}$$

quindi, (16):

$$N = \frac{Kb\sqrt{a}}{2k + \frac{abq}{2\mu}} \sqrt{1 + \frac{aM_a^2}{4\mu^2}} \quad (25)$$

Siccome

$$\frac{abq}{2\mu} = a \frac{r}{l} \frac{M_a}{2\mu} = 38 \times \frac{9}{10} \times 0.003 = 0,102 \quad (26)$$

considerando $\frac{M_a}{2\mu}$ come di 1° ordine, essendo nei pendoli di Sterneck $\frac{r}{l} = 0,9$ circa, si vede, quindi, come (26) sia molto più grande di $2k$, sì che questa può trascurarsi: inoltre il radicale è sensibilmente uguale all'unità. La (25) può dunque scriversi:

$$N = + \frac{K}{\frac{M_a r \sqrt{a}}{2\mu}} \frac{1}{2\mu} \quad (27)$$

che è una quantità di 1° ordine: infatti il primo rapporto è quantità finita, mentre il secondo, è per Sterneck $= 0,006$.

c) Infine se m^2 è sensibilmente maggiore di a^* , allora in (17) predo-

* Mentre a è circa 38, la m non supera 30, poichè, come mi avverte il Prof. Riccò, le oscillazioni microsismiche non superano il numero di 10 circa al secondo, il che darebbe m vicino a 30.

mina P che si può considerare $= -m^2$, mentre Q anche per $m = 30$ è molto più piccola di P , come si rileva dalla 2^a (17) ove è noto ω per la (7). Si ha, dunque, per la 1^a (16):

$$N = Kb \sqrt{1 + m^2 \frac{M_a^2}{4\mu^2}} \quad (28)$$

Ma per quanto m arrivi anche a 30, poichè $\frac{M_a}{2\mu}$ è di 1^o ordine il radicale è vicinissimo ad uno, onde sensibilmente abbiamo, in questo caso di rapide oscillazioni:

$$N = Kb \quad (29)$$

che è, all'incirca di 1^o ordine.

Confrontando questi tre casi ora discussi, cogli analoghi trattati nel § 8, nell'ipotesi del supporto elastico, casi sintetizzati rispettivamente nelle (28), (22), (30) *bis* di detto §, si vede che i risultati son sensibilmente gli stessi quanto ai valori della N . Solo la (27) può essere un po' più grande della (22) § 8, che si riferisce al caso analogo. Ed anche le conseguenze cinematiche sono le stesse; nel senso che un moto esterno oscillatorio di primo ordine, altera in tutti i casi la fase e l'amplitudine: nel caso *a*) non altera l'isocronismo, e modifica una volta per sempre amplitudine e fase: negli altri due, quello va lentamente variando, mentre variano, col tempo, fase ed amplitudine con lento e progressivo andamento.

6. Le (17) *ter* e *quatuor*, mostrano, che nei tre casi *a*), *b*), *c*) i valori rispettivi delle L sono:

$$L_a = \beta + \lambda \pm \pi \quad L_b = \beta + \lambda + \frac{\pi}{2} \quad L_c = \beta + \lambda$$

Sostituendole nelle (18) (19), e osservando, per la (17) *bis*, che λ è sempre un piccolissimo angolo, il quale non avrebbe influenza sui termini in cui compare, lo trascureremo; cosicchè le (18) (19) prendono la forma, poichè $c_1 = 0$, per le (22):

$$\begin{aligned} \varphi &= A e^{-\alpha t} \cos(t\xi - \psi) + N' \frac{\cos}{\text{sen}}(mt + \beta) \\ x_a - x_c &= c_2 + A \frac{\xi q}{2\mu} e^{-\alpha t} \text{sen}(t\xi - \psi) + \frac{M_a}{2\mu} Q \frac{\text{sen}}{\cos}(mt + \beta) \end{aligned} \quad (30)$$

avendo posto:

$$c_2 = A \cos \psi \quad c_3 = A \text{sen} \psi \quad (31)$$

Nelle (30), i simboli trigonometrici doppi, corrispondono fra loro nelle due

formule. I valori della N' , nei tre casi, sono dati dalle (24) (27) (29), a meno del segno: quelli della quantità Q si vedrebbe subito, che, siccome $1 - \frac{r}{l} = \frac{1}{10}$, con la solita approssimazione, sono:

$$Q_a = -2Km, \quad Q_b = K, \quad Q_c = -2Km \quad (32)$$

i valori espliciti della N' sono, quindi:

$$N'_a = -Kb \frac{m^2}{a} \quad N'_b = -\frac{K}{M_a} \frac{1}{r\sqrt{a}}, \quad N'_c = Kb \quad (33)$$

Infine, nelle (30), si terranno i simboli trigonometrici superiori nei casi $a)$, $c)$: gli inferiori nel caso $b)$:

La struttura delle (30) mostra, che i termini elementari corrispondenti, soddisfano alla legge (21), nel senso che i valori estremi dell'uno corrispondono ai valori nulli dell'altro: cosicchè si può enunciare la seguente proprietà: *In un pendolo su mensola anelastica, ma a coltello scorrevole, una forza esterna periodica induce, presa a se, un movimento della stessa natura di quello che animerebbe il pendolo scorrevole sotto la sola azione della gravità.*

La sovrapposizione di questi due moti, quali figurano nelle (30), fa sì che, in generale almeno, i movimenti risultanti del pendolo e del coltello, non rispondono più alla legge semplice di corrispondenza enunciata dopo le formule (21).

7. Se, infine, l'attrito radente è così forte che sia impedito ogni movimento di strisciamento del coltello sulla mensola fissa e anelastica, allora basta fare, nelle formule sinora trattate, $\mu = \infty$. Gli effetti della forza esterna si modificano subito, in quanto essi hanno presa solo sul pendolo, la cui equazione è ancora la (18) con $c_1 = 0$, o anche la (30); ma le costanti (22) (23) variano: e precisamente la c_3 si riduce a:

$$c_3 = \frac{1}{\sqrt{a}} (bv_0 + \varphi'_0 + Nm \operatorname{sen} L) \quad (34)$$

$$\text{poichè rimane (15):} \quad \xi = \sqrt{a} \quad (35)$$

e

$$N = \frac{Kbm^2}{\sqrt{P^2 + Q^2}}; \quad \cotg L = \frac{P \cos \beta - Q \operatorname{sen} \beta}{Q \cos \beta + P \operatorname{sen} \beta}; \quad P = a - m^2; \quad Q = -2mk \quad (36)$$

per le (16) (17). Il tempo periodico del pendolo è ridotto a quello sopra supporto rigido: i valori delle N sono ancora dati dalle (24) (29) nei casi $a)$, $c)$ non dipendendo essi, sensibilmente, da μ . Solo nel caso $b)$ varia la N , che diviene molto grande, come rilevasi dalla (25), sì da potersi

considerare, questa formula, quale un caso singolare. Gli effetti cinematici, dunque, della forza esterna, sono ancora, sostanzialmente, quelli descritti nella 2^a parte del n. 5, quando vi era possibilità di scorrimento del coltello.

10. Effetti prodotti da eventuale imperfetto attacco del piatto di posa di un pendolo su mensola anelastica.

1. Il piatto di posa, costituito da un forte disco di bronzo coperto ordinariamente da lastra d'agata, viene montato su tre punte robuste d'acciaio, comandate dalle viti di rettifica; e si ammette che questo attacco sia rigido, cosicchè il piatto di posa si consideri tutto un pezzo colla mensola, o, comunque, col sostegno generale dell'apparecchio. Si può, peraltro, sospettare, che vi possa essere qualche infinitesimo giuoco, per così dire, fra le dette punte d'acciaio e i corrispondenti alveoli del piatto di posa; e non sarà fuor di luogo studiare l'effetto di una tal circostanza, considerata come permettente al piatto, un infinitesimo movimento orizzontale nel senso del piano di oscillazione del pendolo, cui si oppone una forza di attrito che sviluppandosi fra punte ed alveoli, fra loro dall'artefice meglio connessi che sia possibile, dev'essere, senza fallo, fortissima, e in ogni modo, proporzionale alla somma delle masse del piatto di posa e del pendolo: somma che già chiamammo p . Per semplicità di investigazione, considereremo il pendolo come non scorrevole, cioè come il coltello ruotasse attorno ad una ideale cerniera levigata.

Il coefficiente di attrito ora indicato, sia $2\mu'$: e siccome la mensola si suppone anelastica, non terremo i termini in ε e in ν nelle (3) (5) § 3; cosicchè le equazioni del moto in questo caso, sono:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2k \frac{d\varphi}{dt} + a\varphi + b \frac{d^2x_c}{dt^2} &= 0 \\ p \frac{d^2x_c}{dt^2} + 2\mu' \frac{dx_c}{dt} + q \frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\gamma \frac{d\varphi}{dt} &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

2. Colle solite eliminazioni, deduciamo le equivalenti:

$$\frac{\omega}{2\mu'} \frac{d^3\varphi}{dt^3} + \left[1 + \frac{\lambda}{\mu'}\right] \frac{d^2\varphi}{dt^2} + \left[2k + \frac{ap}{2\mu'}\right] \frac{d\varphi}{dt} + a\varphi = 0 \quad (2)$$

$$\frac{dx_c}{dt} = \frac{\omega}{2\mu'b} \frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{\lambda}{\mu'b} \frac{d\varphi}{dt} + \frac{ap}{2\mu'b} \varphi \quad (3)$$

ove

$$p = M_a + M_c \quad \omega = p - bq, \quad \lambda = kp - b\gamma \quad (4)$$

Confrontando la (2) colla (10) § 9 ove si annulli il 2° membro, si vede che

esse differiscono solo in ciò, che si passa dalla (2) alla detta (10) mutando p in M_a , ossia facendo $M_c = 0$. Le radici della (2) si otterranno, dunque, collo stesso metodo, e saranno, analogamente alle (12) (13) § 9:

$$z = - \left(k + \frac{abq}{4\mu'} \right) \pm i \sqrt{a \left[1 - \frac{abq}{4\mu'^2} \left(\frac{5}{4} bq - p \right) - 3k \frac{bq}{2\mu'} \right]} \quad (5)$$

per due radici: e la terza sarà, se τ è una quantità di 1° ordine:

$$z_3 = - \frac{2\mu'}{\omega} (1 + \tau). \quad (6)$$

Si vede subito, che per $M_c = 0$, la (5) si cambia nella (12) § 9. Analogamente a quanto si fece per stabilire le (14) (19) § 9, e ponendo come allora:

$$z = k + \frac{abq}{4\mu'}, \quad \xi = \sqrt{a \left[1 - \frac{abq}{4\mu'^2} \left(\frac{5}{4} bq - p \right) - 3k \frac{bq}{2\mu'} \right]} \quad (7)$$

si ha:

$$\varphi = c_1 e^{-\frac{2\mu'}{\omega} t} + c_2 e^{-xt} \cos t \xi + c_3 e^{-xt} \sin t \xi \quad (8)$$

$$x_c - x_0 = -\frac{c_1}{b} e^{-\frac{2\mu'}{\omega} t} + c_2 \frac{\xi q}{2\mu'} e^{-xt} \sin t \xi - c_3 \frac{\xi q}{2\mu'} e^{-xt} \cos t \xi$$

E, infine, determinando le costanti arbitrarie colle solite condizioni, si avrà, conformemente al n. 4 § 9:

$$\varphi = \alpha e^{-xt} \cos t \xi \quad x_c - x_0 = \Delta_0 + \alpha \frac{\xi q}{2\mu'} e^{-xt} \sin t \xi \quad (9)$$

che rappresentano il moto nelle poste condizioni.

3. Gli effetti, dunque, che una leggiera mobilità orizzontale del piatto di posa produce sul moto del pendolo, sono: una maggiore rapidità di estinzione dell'amplitudine, come si vede dalla 1ª (7); ed un'alterazione del tempo periodico rispetto al tempo normale a sostegno interamente rigido.

È notevole il fatto che tale alterazione, per poco che la massa del piatto di posa sia superiore a quella del pendolo, e il giuoco alveolare non sia pressochè nullo, si risolve in un accorciamento del tempo periodico normale.

E difatti, se si ricorda che, nei pendoli di Sterneek:

$$bq = \frac{r}{l} M_a = 0,9 M_a, \quad a = 38 \text{ circa}, \quad k = 0,0001$$

la (7) si può scrivere :

$$\xi^2 = a \left[1 + 34,2 \frac{M_a}{2\mu'} \left(\frac{M_c - \frac{1}{8} M_a}{2\mu'} - 0,000008 \right) \right] \quad (10)$$

Ora, se appena M_c supera M_a , abbiamo, ponendo $M_c = M_a + \Delta$, con Δ positivo :

$$\xi^2 = a \left[1 + 34,2 \frac{M_a}{2\mu'} \left(\frac{7}{8} \frac{M_c}{2\mu'} + \frac{1}{8} \frac{\Delta}{2\mu'} - 0,000008 \right) \right] \quad (11)$$

Ora, se anche Δ fosse nullo, siccome $\frac{M_c}{2\mu'}$ non può esser di 2° ordine, (altrimenti è evidente che non sarebbe sensibile l'effetto cercato) si vede che se appena $\frac{M_c}{2\mu'}$ è di ordine $\frac{3}{2}$, la parentesi rotonda di (11), è positiva, ξ^2 maggiore di a , e quindi vi è accorciamento del tempo periodico*.

4. Sulla (10) si dee ancora osservare, che siccome $2\mu'$ è proporzionale a $M_a + M_c$, dei due fattori interni, al crescere indefinito di M_c , il primo decresce continuamente ed ha per limite zero, il secondo cresce lentamente ed ha un limite finito. Quindi è soddisfatta la condizione che per un piatto di posa di massa infinita, il moto si riduca a quello del supporto rigido. Si ha, dunque, *che il piatto sudetto, non potendo esser fisso, perchè dee potersi livellare, dovrà essere molto pesante*. Così, il rapporto $\frac{M_a}{2\mu'}$ che entra in (10) sarà più piccolo del corrispondente $\frac{M_a}{2\mu}$ che figura nella (15) § 9, poichè in questo, μ è soltanto proporzionale ad M_a ; ed oltre a ciò, il coefficiente di proporzionalità che entra in μ' , dev'esser più grande di quello relativo a μ , poichè nel primo caso abbiamo un attrito vincolato o multiplo, mentre nel secondo si tratta di attrito libero.

L'altro fattore che entra in (10), cioè :

$$34,2 \left[\frac{M_c - \frac{1}{8} M_a}{2\mu'} - 0,000008 \right]$$

è dello stesso ordine del fattore corrispondente di (15) § 9, che è :

$$\frac{abq}{2\mu} \left(\frac{5}{4} \frac{r}{l} - 1 \right) = a \frac{r}{l} \frac{M_a}{2\mu} \left(\frac{5}{4} \frac{r}{l} - 1 \right) = 4,5 \frac{M_a}{2\mu}$$

* Se p. e. $M_c = 2M_a$, ed $\frac{M_c}{2\mu'} = 0,003$, per un pendolo che batte il mezzo secondo si avrebbe l'accorciamento di $0^s,0000356$ — Chi sa che non si possa spiegare in questo modo, l'accorciamento constatato da Schiötz, di cui nel § 8.

Quindi le due ξ [(10) di questo § e (15) § 9] son tali, che la prima è, per istromenti ben costrutti, sensibilmente minore della seconda, e in nessun caso maggiore: cosicchè nella pratica, quando non ci si preoccupa dello scorrimento eventuale del coltello del pendolo, non vi è ragione di preoccuparci del possibile scorrimento del piatto di posa, contro il quale fenomeno del resto, un costruttore coscienzioso si premunirà agevolmente.

11. Investigazione della anelasticità di un supporto nel caso di monopendolo. Eventuale riduzione.

1. Quando il sostegno sopporti un pendolo solo, come è il caso del primitivo pendolo Sterneek a tripode, o di qualunque altra disposizione, noi non abbiamo un mezzo diretto di constatare se detto sostegno sia perfettamente rigido, e, nel caso negativo, di apportare alla durata di oscillazione del pendolo, la relativa riduzione. Nè è cosa facile trovare una maniera indiretta di fare tale ricerca in modo sicuro. Si cerca piuttosto, nel caso del monopendolo, di ridurre al più possibile le cause che possono indurre elasticità nel sostegno, e ne venne la mensola a muro, la quale usata con scrupolo e con tutte le precauzioni, ha reso buoni servizi. Tuttavia, per completare queste teorie, sarà opportuno indicare ai metodi coi quali si può investigare la esistenza di eventuale elasticità nel monopendolo, e cercare di rimuoverne gli effetti.

Il primo di tali metodi consiste nel valersi di una forza esterna, conosciuta: comunicando un moto determinato al sostegno, col mezzo p. e. di un dinamometro. Quando il pendolo è in perfetta quiete, si imprimano con esso, ritmicamente, al supporto, delle spinte ad ogni mezzo secondo (se tale è la durata di oscillazione apparente del pendolo), e si gradui la forza in modo, che il sostegno acquisti per suo conto, un moto vibratorio retto dalla legge del coseno, e che abbia un tempo periodico uguale al più possibile a quello che possiede il pendolo — e qui sta la difficoltà maggiore di questo metodo. Siamo, allora, nel caso della (25) § 8. I massimi e i minimi della (25) sono per

$$t = n \frac{\pi}{\xi} - \frac{\frac{\pi}{2} + \beta}{\xi} \quad (1)$$

essendo n un intero. Se si comincia a contare il tempo dalla prima spinta del dinamometro, sarà $\beta = 0$: e quindi per (80) § 5:

$$t = n \frac{\pi}{\xi} - \frac{\pi}{2\xi} \quad (2)$$

Se poi si ricorda che:

$$\frac{\pi}{\xi} = T_a \quad (3)$$

è il tempo periodico del pendolo, la (1) diviene, per le precedenti :

$$t = \left(n - \frac{1}{2} \right) T_a \quad (4)$$

Nei primi istanti, la φ' (25) § 8 è piccolissima a causa dell'esponenziale : per un t sufficientemente grande, e per n dispari (il che è sempre possibile immaginare) detta α' l'elongazione al tempo (4), si avrà :

$$\alpha' = N \left(1 - e^{-nkT_a} \right)$$

essendosi nell'esponente soppressa la quantità $\frac{1}{2} k T_a = 0,000025$. Ponendo ora per N la (26) § 8, avremo :

$$\alpha' = K \frac{p}{\varepsilon} b \frac{a^{\frac{3}{2}}}{2 \left(\frac{a\gamma}{\varepsilon} - k \right)} \left(1 - e^{-nkT_a} \right) \quad (5)$$

2. Ricordiamo, ora, di aver trovato, per la riduzione, σ , a supporto rigido, la (13) § 5 :

$$\sigma = \frac{abq}{2\varepsilon} T_a$$

Per questa, e per le (4) § 3 si può scrivere la (5), come segue :

$$\alpha' = \frac{\sigma}{T_a^2} \pi \frac{Kp}{M_a r_a} \frac{1 - e^{-nkT_a}}{\frac{a\gamma}{\varepsilon} - k} \quad (6)$$

poichè, sino al 1° ordine escluso, qua si può porre :

$$a^{\frac{1}{2}} = \xi = \frac{\pi}{T_a}$$

Ciò posto, la forza applicata al sostegno, è, in genere, (30) § 1 :

$$F = K p f''(t)$$

e siccome qui è : $f(t) = \cos t \xi$

così abbiamo :

$$F = - K p \xi^2 \cos t \xi = - K p \frac{\pi^2}{T_a^2} \cos t \xi$$

e il coefficiente assoluto di questa forza, è, di conseguenza :

$$F_o = K p \frac{\pi^2}{T_a^2}$$

ed è noto, poichè è noto lo sforzo fatto col dinamometro : cosicchè la (6) potrà scriversi, dicendo P_a il peso del pendolo, la cui massa si chiamò sempre M_a :

$$\alpha' = \frac{\sigma}{\pi} F_o \frac{g}{P_a r_a} \frac{1 - e^{-u k T}}{a \frac{\nu}{\varepsilon} - k} \quad (7)$$

In questa formula, tutto dee ritenersi noto meno σ . Sappiamo, infatti, come k si determini : tutt'al più potremo considerare difficilmente determinabile il coefficiente d'attrito interno, ν . Ammettendo quindi che $\frac{\nu}{\varepsilon}$ possa sperimentalmente determinarsi, avremo da (7) :

$$\sigma = \alpha' \pi \frac{P_a r_a}{g F_o} \frac{\frac{a \nu}{\varepsilon} - k}{1 - e^{-u k T_a}} ; \quad (8)$$

ma la questione del valore di ν , dà a questa formula un valore più teorico che pratico.

3. A girare la difficoltà, e contentandosi di un valore molto sommario di σ , alcuni sperimentatori astraggono dalla resistenza dell'aria e dalla resistenza interna del supporto.

Allora però, la formula non può più essere la (8), che per $\nu = k = 0$ diviene indeterminata. Occorre, in tal caso, fare tali posizioni nella (56) § 5; indi, anzichè la soluzione (58) § 8 con $m = \xi$ che ora non sarebbe possibile, determineremo N , L dall'altra soluzione

$$\varphi' = t N \cos (t \xi + L). \quad (9)$$

Coi soliti metodi, si avrebbe l'integral generale :

$$\varphi' = c_1 \cos t \xi + c_2 \sin t \xi + c_3 \cos t \zeta + c_4 \sin t \zeta + N t \cos (t \xi + L)$$

ove :

$$N = K b \frac{p}{\varepsilon} \frac{\xi^3}{2} \quad L = \beta + \frac{\pi}{2}$$

Trascurando, al solito, c_3 , c_4 di 2° ordine, ponendo, com'è in questo caso, $\beta = 0$, e determinando le costanti colle condizioni che all'origine si abbia :

$$\varphi' = 0 \quad \frac{d\varphi'}{dt} = 0$$

avremo subito:

$$\varphi' = t \frac{\mu}{\varepsilon} \frac{Kb}{2} \xi^3 \operatorname{sen} t\xi \quad (10)$$

Quanto al massimo e minimo della funzione

$$t \operatorname{sen} t\xi = t \operatorname{sen} \pi t$$

ove sia preso T_a come unità di tempo, si è visto dalla (45) § 6, che dopo appena 50 secondi, si può assumere come tempo di elongazione, con h intero:

$$t = h - \frac{1}{2}$$

in unità $T_a = \frac{\pi}{\xi}$: quindi, siccome in tale unità è $t\xi = t\pi$, abbiamo, che, detta α' la massima (o minima) amplitudine, la (10) darà, se nel t , esterno a (10), si trascura $\frac{1}{2}$ di fronte ad h :

$$\alpha' = h \frac{\mu}{\varepsilon} \frac{Kb}{2} a^{\frac{3}{2}}$$

Introducendo le stesse quantità che si trovano da (6) ad (8), avremo anche

$$\alpha' = \frac{\sigma}{\pi} F_o \frac{g}{P_a r_a} h, \quad (11)$$

analoga alla (7), ove al luogo della frazione che diviene indeterminata, si trova il numero h delle unità di tempo (T_a) scorre dall'inizio del moto al momento della osservazione di α' , e delle quali basta conoscere un valore approssimato. La (11) fornisce σ .

Questo metodo, come si è osservato, è abbastanza sommario, ma può essere utile per constatare se il supporto possiede un'elasticità sensibile, anche nel caso della mensola a muro.

4. Un altro metodo per determinare la riduzione a supporto rigido per un monopendolo, consiste nel cercare di conoscere l'ampiezza delle oscillazioni del supporto, mentre il pendolo è in moto. A ciò si può giungere con maggiore o minore sicurezza, col mezzo di un interferometro, coll'osservazione delle frange che ne risultano. Vi sono delle recenti esperienze che sembrano condurre a buoni risultati, nella determinazione del moto vibratorio di un supporto, purchè questo moto sia non troppo piccolo. Resta a vedere, come da tal dato si possa dedurre la correzione a supporto rigido.

Il moto del supporto, nel monopendolo, è regolato dalla (15) § 5, cioè:

$$x_c - x_o = \alpha \frac{aq}{\varepsilon} \left[e^{-kt} \cos t \xi - e^{-\alpha t} \cos t \zeta \right] \quad (12)$$

il secondo termine periodico che si riferisce al *fremito*, si estingue verosimilmente molto presto, cosicchè dopo alcun tempo potrà considerarsi insensibile. Resterà, allora, se si prende, al solito, per unità la T_a :

$$x_c - x_o = \alpha \frac{aq}{\varepsilon} e^{-kt} \cos t \pi \quad (13)$$

i cui valori estremi sono per valori interi di t . L'ampiezza della $(h-1)$ esima oscillazione del supporto sarà, dunque, chiamata la ω :

$$\omega = 2\alpha \frac{aq}{\varepsilon} e^{-kh} \quad (14)$$

Ora, ricordiamo che, se τ è una quantità dell'ordine di σ :

$$\sigma = \frac{abq}{2\varepsilon} T_a, \quad \frac{a}{b} = g \quad a = \frac{\pi^2}{T_a^2} (1 + \tau)$$

cosicchè:

$$\frac{aq}{\varepsilon} = \frac{2\sigma g}{T_a a} \quad \text{e quindi} \quad \frac{aq}{\varepsilon} = g\sigma \frac{T_a}{\pi^2} (1 - 2\tau) \quad (15)$$

Dalla (14), allora, si ha:

$$\sigma = \frac{\omega \pi^2}{4\alpha g T_a} e^{kh} (1 + 2\tau) \quad (20)$$

Se σ è, come dovrebbe essere, una quantità, vicina al 2° ordine, si vede dal 2° membro di (15), che τ essendo, come si è detto, dell'ordine di σ , può essere trascurata, e resta:

$$\sigma = \frac{\omega \pi^2}{4\alpha g T_a} e^{kh} \quad (21)$$

5. Se siamo nel caso di un pendolo di Sterneek, in cui T_a è mezzo secondo circa, siccome h indica unità di T_a , così la (21) può anche scriversi, giacchè si vide che $k = 0,0001$:

$$\sigma = 0,0048 \frac{\omega}{\alpha} e^{0,00005t} \quad (22)$$

ove t è il tempo approssimativo, in secondi, in cui si è determinata la ω . Si intende che α è l'ampiezza iniziale data al pendolo per metterlo in

moto. La (21) dà la riduzione a supporto rigido, ammesso: 1°, che il secondo termine di (12) sia rapidamente evanescente; 2°, che la ω possa determinarsi con sicurezza. Si deve osservare però, che questo metodo parve meno sicuro del metodo bipendolare, allorchè trattasi di riduzioni a supporto rigido, di ordinario valore, cioè non superiore a

$$\sigma = 0,00001. \quad (23)$$

Ammettendo infatti, com'è il caso ordinario, che α sia all'incirca 0,003 il valor massimo di ω nel caso (13) sarebbe, *in microns*:

$$\omega = 0,062$$

quantità ritenuta di poco sicura determinazione. Ma da una recente memoria di W. H. Burger* pare egli sia giunto a vincere le difficoltà che sono a temersi in siffatte ricerche.

12. Riepilogo.

1. Questa lunga disquisizione sistematica sulla teoria cino-dinamica del bipendolo, spinta sin dove l'accessibilità delle formule lo ha permesso — e, quindi, molto al di là dei limiti sensibili dell'esperimentabile — ha avuto per iscopo di dare larga base analitica e razionale a tutte le discussioni che si vogliano istituire sulle proprietà e l'uso di questo apparecchio, come pure di rendere possibile una sintesi comparativa delle non poche frammentarie o particolari trattazioni che si possiedono in argomento. E la ricerca degli effetti perturbatori di moti vibratorii esterni sull'andamento dei due pendoli, non è stata una delle ultime cause che hanno condotto alla pubblicazione presente, nulla esistendo di conosciuto al riguardo, se ne toglia qualche caso non riguardante il bipendolo.

Ma per la necessaria lunghezza che ha dovuto assumere questo scritto; stimo necessario alleviare la fatica di chi voglia limitarsi ad averne una idea complessiva, riunendo in forma di epilogo i principali risultati ottenuti sia dal lato teorico, che da quello pratico e applicativo.

Dal titolo stesso (non interamente proprio) di questo lavoro, si comprende che era obbligatorio di considerare e determinare anche il terzo integrale particolare del moto, che nelle trattazioni ordinarie, composte a solo scopo applicativo, veniva a scomparire dalle formule fondamentali senza esser conosciuto e senza una abbastanza soddisfacente garanzia, che l'azione di esso sugli effetti sperimentali del moto, fosse senza impor-

* *The measurement of the flexure of Pendulum supports with the interferometer.* Washington, 1911.

tanza*. L'analisi precedente, mostra che, in effetti, *ove non sieno forze esterne presenti*, tale terzo integrale non produce modificazioni sensibili al moto dei pendoli caratterizzato dagli altri due; ma non è sempre trascurabile ove vogliasi accertare il moto elastico del sostegno, e più ancora la sua velocità e la sua accelerazione. Se, invece, agiscono sul supporto oscillazioni periodiche del suolo, allora questo terzo integrale non è del tutto insensibile, pur nel movimento dei pendoli: e, ad ogni modo, la conoscenza di esso completa il quadro cinematico del problema considerato.

2. Il metodo generale adottato, ha, poi, permesso di trattare completamente — e credo per la prima volta — i due casi particolari interessanti che riguardano i pendoli che chiamiamo *sostituibili*, e quelli dotati di maggior grado di libertà, che dicemmo *equivalenti*. Questi casi sono irriducibili fra loro, e col caso generale: cosicchè fu necessaria, per essi, una apposita trattazione. E se può dirsi, che, in pratica, tali casi, in via assoluta, non potranno mai rigorosamente constatarsi, ostandovi la presenza inevitabile degli errori di osservazione, si noterà che occorre sempre dare solida base alla teoria di questi casi, che potremmo chiamare *casi limiti*, i quali non sono abitualmente trattati col necessario rigore: ed oltracciò, era pregio dell'opera di mettere in rilievo le singolari leggi cinematico-dinamiche che in tali casi limiti si manifestano. Infine, come tutti sanno, la questione dei casi prossimi al limite è molto delicata; e questo giustifica, a mio credere, la relativa estensione data a tale ricerca. In certi casi, come p. e., in quello dei pendoli equivalenti, (detto, dai pratici, caso del *pendolo pesante*) vi è una decisa incompatibilità tra le formule adottate da alcuni sperimentatori in tali circostanze, come sarebbe la seguente:

$$\sigma' = \frac{\alpha'' M_b r_b T_a^2}{\alpha' M_a r_a \pi h} \quad **$$

e la vera formula del caso limite in discorso, che è, come si è visto dalla (52) § 7, applicandola al pendolo leggero, considerato come mosso:

$$\sigma' = \frac{\alpha''}{\alpha'} \frac{1 - \vartheta}{\vartheta} \frac{T_a^2}{\pi h} = \frac{\alpha''}{\alpha} \frac{M_a r_a - M_b r_b}{M_a r_a} \frac{T_a^2}{\pi h}$$

il qual fatto basta a mettere in rilievo la delicatezza con cui si debbono trattare questi casi limiti.

* Il solo Schiötz, nel suo lavoro sulla gravità in Norvegia, considera tale integrale, ma nel caso particolare di un pendolo solo.

** V. p. e. HAASEMANN: *Bestimmung der Intensität der Schwerkraft in Nordt. Theile von Hannover*. Berlin, 1909.

3. Quando vi sono forze esterne che agiscono sul sostegno dei pendoli, o su quello di un pendolo solo, si è visto che l'effetto principale di esse, quando sieno periodiche, è quello di perturbare nettamente fase ed amplitudine, a preferenza dell'isocronismo, che risente meno tale azione. I particolari di tale fenomeno si trovano nei §§ 8, 9: e si è visto che gli effetti della forza esterna non sono favoriti dalla elasticità del sostegno, o dalla possibilità di scorrimento del coltello sul piano d'agata: chè, anzi, in supporto perfettamente rigido, e a coltello non scorrevole, gli effetti della forza esterna, sono, in certi casi, più sensibili di quando il supporto è elastico o il coltello scorrevole. La perturbazione più efficace, ma sempre piccola e a lento decorso, dell'isocronismo di un sol pendolo, avviene nel caso che il sostegno oscilli, per propria tendenza, isocronamente col pendolo stesso; e tale perturbazione dipende unicamente dalla resistenza dell'aria *, senza della quale non sarebbero perturbati che la fase e l'amplitudine. Nel caso di lente oscillazioni del supposto, l'isocronismo non muta; nel caso di oscillazioni rapide, l'alterazione reale dell'isocronismo sarà evanescente, perchè nascerebbe dagli scatti provocati dal moto esterno: ora, questi scatti sono di una durata di qualche decimo di secondo, e di una amplitudine di ordine circa $\frac{3}{2}$; cosicchè è piuttosto difficile, in pratica, che il loro effetto sia percepibile, poichè in un gran numero di oscillazioni principali, i loro effetti tendono a compensarsi **.

4. Si può, dunque, affermare, che quando si fa oscillare un pendolo solo, ai fini di ricercarne il tempo periodico, l'azione di una forza esterna, non è *necessariamente* nocevole alla ricerca: mentre nel caso dei due pendoli, e al fine di determinare la riduzione a supporto rigido, la presenza di una forza esterna è pregiudizievole sempre, perchè tale determinazione è basata tutta sulle quantità di elongazioni dei pendoli, le quali sono appunto gli elementi del moto che soffrono la più sensibile perturbazione, nel caso di forze esterne. Nè ciò avviene solo per azione di forze continue: in quanto si è visto, che basta un semplice urto a produrre alterazione nelle fasi e nelle elongazioni dei due pendoli.

Quanto ad altri movimenti interni dell'apparecchio, come quelli che eventualmente potessero nascere da qualche imperfetto attacco, si è visto nel § 10, che a meno si trattasse di vera sconnessione di pezzi (la quale in un buono apparecchio è da escludersi) l'effetto di questa imperfezione è non superiore a quello che sarebbe prodotto dallo scorrimento del coltello del pendolo sul piano d'agata: effetto, che almeno nei pendoli da

* V. che cosa diverrebbe la (23) § 8 se fosse $k = 0$.

** V. § 8 n. 6.

gravità relativa, suol considerarsi come inapprezzabile — ma, ad ogni modo, la tendenza di esso sarebbe (per piatti di posa pesanti) una accelerazione della oscillazione, e un aumento del coefficiente di estinzione del moto pendolo.

5. Una volta ammesso che sopra un pendolo esistano tutte le accennate cause di scostamento dal moto rigido, e cioè elasticità, eventuale scorrimento del coltello, movimenti esterni trasmessi dal suolo, imperfetta adesione del piano di posa, ecc., le minute analisi istituite al riguardo, ci portano alla conclusione che sarebbe cosa illusoria il credere che il metodo bipendolare abbia la potenza di correggere *tutte* le irregolarità e le alterazioni della durata di una oscillazione, provocate dalle cause or ora enumerate.

E difatti, a non parlare di forze esterne, delle quali, a volerne correggere gli effetti, bisognerebbe conoscerne le circostanze, non si può considerare neanche la perturbazione dovuta ad eventuale scorrimento del coltello, oltre che per l'incertezza del coefficiente d'attrito, anche per la sua facile variabilità, e infine perchè presenteremmo al metodo bipendolare, più incognite di quanto esso possa comportarne. Resta, dunque, di competenza del detto metodo, la sola correzione dell'effetto che la elasticità del supporto produce sulla durata di oscillazione del pendolo, ossia ciò che si dica la *correzione a supporto rigido*. Ma anche tale competenza del nostro apparecchio, è sottoposta a condizioni, di cui forse non sempre ci si vuol rendere esatto conto.

6. Anzitutto non è a parlarsi di fattiva riduzione a supporto rigido, se l'elasticità di esso non è una quantità piccolissima, poco meno che di 2° ordine; poichè solo con questa ipotesi siamo giunti alle formule che a tal riduzione si connettono, in quanto che, per venire a metodi *pratici* di determinazione, si è dovuto ammettere che σ^2 sia trascurabile ai fini gravimetrici, cioè cada al di là della 7^a decimale del minuto secondo.

Inoltre, la validità delle formule di riduzione a supporto rigido, anche quando sia soddisfatta la condizione precedente, non è illimitata, nel senso che si possa assumere *a priori*, indistintamente l'una o l'altra di più forme che si possono dare a tale riduzioni. Ognuna di tali forme corrisponde ad una peculiare circostanza in cui si trovi il problema: è, quindi, applicabile ad un dato caso e nulla più: ed ove niente *a priori* possa intuirsi del caso in cui ci troviamo, quelle forme speciali rischiano di divenire illusorie, e sarebbe prudenza allora, ricorrere alle formule generali, contenute nei nn. 5, 6 del § 7. La formula particolare (31) e quella ancora più particolare (33) del detto § (che è la formula di Borrass) potrebbero razionalmente applicarsi quando, come si dimostrò, si sapesse qualche cosa, *a priori*, della relazione che vi è tra σ e la differenza delle oscillazioni ap-

parenti dei due pendoli, cioè $T_a - T_b$. Quest'ultima è nota, ma non è tale la prima: quindi, l'applicare indifferentemente l'una o l'altra delle menzionate formule può condurre a risultati illusori, e spesso in contraddizione, come è stato più volte constatato*.

7. La riduzione a supporto rigido nel caso di pendoli *sostituibili*, è meno soggetta a restrizioni, quando, ben s'intende, le condizioni fisiche si avvicinino al più possibile al caso ideale. Questa circostanza può rendersi praticamente avverabile, collocando opportunamente qualche piccolissimo peso sulla lente di uno dei due pendoli, che prenderemo come pendolo mosso. Allora la formula da usarsi è la (45) § 7. Si potrà, poi, aver confidenza anche nella formula particolare (33) § 7 quando si sappia che il supporto è meno elastico che sia possibile, che i piedritti sono robustissimi, che lo attacco al suolo è rigido e costituito da una base pesante, massiccia ed allungata nel senso del moto. Ed anche allora, con opportuni piccoli pesi addizionali, si potrà rendere la differenza $T_a - T_b$ non troppo piccola, p. e. di 1° ordine, o anche di ordine $\frac{3}{2}$, apportando, ben s'intende, tale modificazione al pendolo mosso. Nel caso, infine, di un pendolo pesante ed uno leggero, che sieno, o possono rendersi equivalenti, la formula di riduzione è, come si è visto, la (52) § 7.

In tutti gli altri casi, dove non si abbia alcun criterio circa la relazione fra la σ e la differenza $T_a - T_b$, è prudenza ricorrere al metodo generale dei nn. 5, 6 del § 7.

Occorre qui notare come sia pericoloso il metodo della cosiddetta determinazione diretta della flessione del supporto, modificando ad arte l'elasticità del supporto medesimo. Tale metodo riposa sul presupposto che la riduzione relativa sia data *sempre* dalla (33) § 7, poichè ammette per σ la formula:

$$\sigma = \frac{\alpha''}{\alpha'} K$$

ove K è indipendente da α' , α'' . Ma tal formula è subordinata alle condizioni che abbiám visto nel n. 8, § 7: e non si è sicuri — si può, anzi, temere il contrario — che variando artificialmente le condizioni del supporto la *forma* della riduzione rimanga quella che sopra è scritta, o non piuttosto si muti in un'altra, qual sarebbe p. e. la (31) § 7; per cui K non risponderebbe più alla condizione necessaria di essere indipendente dalle α' , α'' , rendendo, quindi, illusorio il metodo.

* V. p. e. ALESSIO: *Esperienze comparative sopra alcuni apparecchi gravimetrici*, ecc. p. 87. Genova, Istituto idrografico, 1909.

8. In questo scritto consacrato al bipendolo, si è dovuta implicitamente trattare la questione del monopendolo e delle varie forme del suo sostegno, sia in quanto si può considerarlo affetto da elasticità, sia in quanto si voglia conoscere l'effetto che su di esso producono eventuali forze esterne: materia tutta contenuta nei § 5, 8, 9, 10, 11. Quest'ultimo paragrafo è consacrato ai metodi coi quali si può scoprire e correggere un eventuale effetto di elasticità del supporto: e si è visto che il metodo dinamometrico è poco sicuro quantitativamente, e può servire, più che ad altro, a constatare la rigidità di una mensola a muro. Il secondo metodo, basato sull'impiego dell'interferometro, ove se ne confermino le buone prove esibite dal Burger, sarebbe veramente prezioso, e potrebbe forse suppiantare il metodo dei due pendoli.

Ma la mensola a muro fu dallo Sterneck proposta nell'intendimento di liberarsi dalle inevitabili flessioni elastiche del supporto di un pendolo, quando era foggiato a tripode e collocato sopra un pilastro in muratura. Se egli abbia raggiunto lo scopo, non lo possono dire le formule precedenti, ma solo l'esperienza. Parve a prudenti sperimentatori, che siccome, anche ammessa la rigidità della mensola, non se ne potevano avere prove materiali, tale dispositivo fosse senz'altro da scartarsi, e che il solo bipendolo, o le sue combinazioni multiple, come il tripendolo o il quadripendolo fosse degno di confidenza. Ma altri pensano che tale giudizio è troppo assoluto, e che anche la mensola di Sterneck possa dare, se usata con prudenza, precauzione e coscienziosità, gli stessi risultati del bipendolo o dei suoi multipli, con molto minor impiego di tempo. Già esperienze furono istituite, a proposta della R. Commissione Geodetica italiana, dal R. Istituto idrografico di Genova *, sulla comparabilità dei metodi istromentali di mono-bi-e tripendolo: e le accuratissime misure del Dott. Alessio dimostrarono come i risultati riuscissero identici, e che i tre istromenti si equivalessero.

9. A dissipare ogni scrupolo, ed a riunire in uno i vantaggi del bipendolo, con quelli della mensola, si potrebbe aggiungere su di essa un pendolo di spia, che potrebbe essere molto leggiero onde non rendere l'attacco al muro troppo pesante: esso pendolo, all'occorrenza potrebbe servire (questa volta certamente colla formula (33) § 7) a calcolare l'eventuale infinitesima correzione a supporto rigido, appunto maggiormente attendibile, in quanto certamente piccolissima. O meglio ancora, si potrebbe impiegare l'interferometro, per scoprire se vi sono oscillazioni del supporto, e, all'uopo, correggerle, giusta la formula (22) del § 11.

* V. ALESSIO, loco citato.

Quanto agli effetti che le forze esterne potrebbero esercitare sulla mensola a muro, si è visto che dessi non sono certamente maggiori di quelli che risente il bipendolo, come risulta dalle conclusioni del § 8; cosicchè sotto tal riguardo, nessun vantaggio ha il bipendolo sulla mensola*.

La mensola a muro, dunque, se integrata come si è detto, in modo da togliere ogni dubbio di variazione della eventuale infinitesima elasticità di essa, è, a nostro credere, preferibile alla forma comune del bipendolo, se non altro, perchè la sua correzione a supporto rigido dev'essere estremamente piccola; vale a dire, secondo la nostra analisi, che tale correzione eventuale è *più sicura* che quella relativa ad un bipendolo oscillante sopra un pilastro, o comunque, fissato nel centro del pavimento di una stanza**, essendosi dimostrato, che prima condizione della attendibilità di una riduzione a supporto rigido, è che essa sia più piccola che è possibile.



* Un'obbiezione che si fa all'uso della mensola è che nella camera d'aria contenente il pendolo, la temperatura non è uniforme, perchè influenzata dalla presenza del muro. Apposite esperienze fatte nell'Istituto Geodetico dell'Università di Palermo, e che vedranno la luce a suo tempo, dimostrano che una tale influenza non esiste assolutamente.

** Erano in corso di stampa queste linee, quando è uscita la Nota del DOTT. AIMONETTI su di: *Una modificazione all'apparato pendolare di Sterneek* ecc. (Torino, R. Accad. delle Scienze, 1911) in cui egli fa determinazioni di flessione della mensola, per mezzo di un secondo pendolo, e trova una correzione evanescente, e sensibilissimamente costante da stazione a stazione. Questa è la conferma sperimentale delle previsioni-teoriche su esposte.

ERRATA-CORRIGE

Pag. 13, linea 18: il coefficiente di M_c deve leggersi ρ .

„ 33, formula (49):

invece di $e^{-\mu t}$ si legga: $\frac{e^{-\mu t}}{\sqrt{P^2 + Q^2}}$

„ 49, formula (15):

invece di $\alpha \frac{q}{\varepsilon}$ si legga: $\alpha \frac{\alpha q}{\varepsilon}$

„ 53, nei terzi termini dei secondi membri di φ' , φ'' , anzicchè:

$e^{-\alpha t}$ leggasi: e^{-kt}

„ 67, linea 15: invece di $A' D C'$, leggasi: $A' D B'$

„ 68, formula (39):

invece di $\frac{A}{B}$ si legga: $\frac{A}{B} T_a$

„ 90, invece delle (34) (35) (36), si sostituiscono ordinatamente le seguenti:

$$N = \frac{p}{\varepsilon} K b \frac{\sqrt{X^2 + Y^2}}{\sqrt{P^2 + Q^2}} \quad tg L = \frac{QX - PY}{QY + PX} \quad (34)$$

$$P = \frac{\omega_1}{\varepsilon} (m^4 + \mu^4 - 6m^2\mu^2) + \frac{2\nu}{\varepsilon} \mu (3m^2 - \mu^2) + (1 + a \frac{p}{\varepsilon}) (\mu^2 - m^2) - 2 (k + \frac{\alpha\nu}{\varepsilon}) \mu + a \quad (35)$$

$$Q = 4 \frac{\omega_1}{\varepsilon} m \mu (\mu^2 - m^2) + \frac{2\nu}{\varepsilon} m (m^2 - 3\mu^2) + 2m \mu (1 + \frac{\alpha p}{\varepsilon}) - 2m (k + \frac{\alpha\nu}{\varepsilon})$$

$$X = \frac{p}{\varepsilon} K b (m^4 + \mu^4 - 6m^2\mu^2) \cos \beta + 4m \mu \frac{p}{\varepsilon} K b (\mu^2 - m^2) \sin \beta$$

$$Y = -\frac{p}{\varepsilon} K b (m^4 + \mu^4 - 6m^2\mu^2) \sin \beta + 4m \mu \frac{p}{\varepsilon} K b (\mu^2 - m^2) \cos \beta$$

(36)

LA FILOSOFIA DEL LINGUAGGIO

DI

G. A. CESAREO

I.

Che cosa è *espressione*? S'è soliti di significare con tale vocabolo il complesso di suoni articolati, o parole, onde l'uomo comunica il proprio pensiero. Ma codesta non è che una specie d'espressione: i segni de' sordomuti, le formule de' matematici, il fischio onde il ladro è avvisato delle guardie che sopravvengono, il disegno di cui si aiuta l'indigeno brasiliano per indicare a' compagni che c'è dei pesci nel lago, la figurazione ideografica della lingua giapponese o cinese, sono altrettante espressioni. Espressione è ogni mezzo verbale, grafico, mimico, fonico, o di qualunque altra specie, con cui l'uomo comunica il proprio pensiero. *Espressione*, in questo senso, è dunque un fatto pratico.

Ma non bisogna scambiare codesta espressione, ch'è il prodotto d'uno sforzo collettivo per la vita sociale, con un'altra espressione primitiva e spontanea, che s'adegua in somma alla facoltà conoscitiva dell'uomo, alla sua funzione teoretica, alla sua coscienza della realtà. L'uomo non apprende le cose che per rappresentazioni: ciascuna rappresentazione è insieme sensazione, intelletto e sentimento, tutto lo spirito: l'espressione della rappresentazione è psicofisica, si rivela oltre che in un'oggettivazione sensibile, anche ne' mutamenti del viso, ne' gesti, in esplosioni faciche, come accade segnatamente a' bambini e forse accadde agli uomini primitivi. Ciò tutto insieme è certo espressione; ma noi la dimandiamo *espressione interiore*, pur

quando avviene l'esplosione fasica (la quale non è propriamente linguaggio), serbando il nome d'*espressione esteriore* o *comunicativa* a quel posteriore momento in cui ella *vuole* essere appresa; s'ingegna di scrutare, determinare, analizzare e proporre se stessa; diviene coscienza di sè; dalla funzione meramente teoretica passa alla pratica; oltre la gioia d'esser chiara a se stessa, prova il bisogno di manifestarsi nelle sue determinazioni. Qui a punto per noi nasce il linguaggio: il quale dunque non è sola intuizione, ma intuizione che si specchia in un'intuizione simile a sè; non mera espressione interiore, ma espressione comunicativa.

In fatti l'uomo può anche non voler comunicare altrui il proprio pensiero: il quale, per altro, esiste, e, se esiste, dev'essere espresso interiormente. Bisogna dunque distinguere l'espressione interiore dall'espressione esteriore: la prima vive nello spirito e per lo spirito, la seconda è destinata a' rapporti sociali. S'oppono l'esempio di quelli che parlan da soli: or bene, in quel caso l'esplosione fasica è involontaria e incosciente, un accompagnamento fisico dell'espressione interiore, come nei bambini e negli uomini primitivi, e non ha punto valore di linguaggio: in fatti, non è intesa fuorchè da colui che l'adopera.

Che cosa è l'espressione interiore? e in che rapporto si trova con l'espressione esteriore?

L'espressione interiore, nel suo primo momento, non può esser altro che la stessa rappresentazione. Quando dal flusso continuo delle sue sensazioni la coscienza stacca un'immagine, quella è anche espressione interiore. Nè si può parlare d'un'impressione e d'una espressione: l'impressione, che non sia penetrata nella coscienza, non esiste per essa: l'impressione, che sia penetrata nella coscienza, è già al tempo stesso espressione.

La quale, dunque, è conoscenza, e ne conserva i caratteri: la necessità, l'astrazione, lo schematismo, l'immobilità. L'immagine, la espressione interiore d'una cosa, non può esser che questa cosa quale io la percepisco: innanzi tutto come oggettivata in me o fuori di me, a ogni modo distinta da me; poi, come isolata dal corso perpetuo delle mie sensazioni e inquadrata nello spazio e nel tempo; poi come una sintesi d'alcune determinazioni più o meno chiare, più o meno variabili, a ogni modo viventi in un'unità; in fine, come una cosa che penso, ma che non posso pensare diversa da quella che m'apparisce.

E a determinare una tale espressione interiore concorreranno,

secondo l'oggetto, tutt'i miei sensi o uno solo o parecchi: l'espressione interiore d'una selva sarà rappresentazione di colori, di fragranze, di suoni; quella d'un dolor fisico, sarà tattile e motrice; quella d'una montagna nevosa, sarà visuale; quella del canto d'un usignuolo, sarà unicamente auditiva. E certo non potrò esprimere più che non abbia appreso la mia coscienza: e qui è proprio vero che l'attività conoscitiva tanto intuisce quanto esprime.

Ma quanto esprime a se stessa: non già quanto esprime al altri. Chi dall'espressione interiore voglia passare all'espressione esteriore, chi voglia manifestar ciò che sente, non riprodurrà mai tale quale l'immagine sua. L'espressione interiore, finchè rimane se stessa, è un fatto psicofisico, spontaneo, immediato; anzi, in origine, è forse la sola espressione. Il colore del volto, la contrazione dei muscoli, la varia esplosione fasica non sono se non elementi nella sintesi originaria dell'espressione. Ma quando, per un atto della coscienza riflessa; tale espressione si vuole comunicare ne' suoi elementi, allora quell'unità necessariamente si scioglie; dalla sintesi si passa all'analisi; l'espressione interiore e l'espressione esteriore diventan due cose successive e diverse.

L'espressione esteriore stacca anche più, impoverisce anche più, le determinazioni dell'oggetto già separato e schematizzato dalla conoscenza sul fondo psichico del continuo e dell'indiviso. E quanto più il mezzo espressivo s'allontana dalla realtà originaria, tanto riesce più scarso, più frammentario, più stinto. L'espressione interiore è un riquadro su l'intera realtà; l'espressione verbale analizza e scompone l'unità di quel riquadro; l'espressione scritta, « ein Missbrauch des Wortes » come dice il Goethe, non lascia che la nuda impalcatura di codesta scomposizione. Sono davanti al mare in tempesta: la mia immagine, la mia espressione interiore è al tempo stesso varietà di suoni, varietà di colori, varietà d'effluvii, varietà di movimenti, varietà d'affetti, tutta la mia vita psichica. Voglio rappresentare a parole la mia impressione: non potrò significare i suoni, i colori, i movimenti, gli effluvii, i miei sentimenti, quali gli avea percepiti; ma col baleno degli occhi, con l'impeto della voce, co' larghi gesti delle braccia, co' sussulti della persona, potrò suscitare negli altri un'impressione che sia come il riverbero della mia. Voglio scrivere quello che dissi: non traccio se non parole, vale a dire qualità astratte delle cose, simboli intellettuali, rapporti d'esistenza e di coesistenza, di somiglianza o di differenza, semplificazioni pratiche: l'analisi sostituita alla sintesi: cinque pagine di descrizione per cer-

care inutilmente di suscitare in altrui quello stato d'animo che per me fu l'affare d'un attimo.

Tutto ciò è verità d'esperienza: basta che ognuno ficchi gli occhi in se stesso per avvertire il graduale svigorimento dall'espressione interiore (immagine) all'espressione articolata (linguaggio); dall'espressione articolata all'espressione scritta (letteratura).

Il linguaggio non è dunque l'espressione, ma uno fra i varii mezzi di significare altrui l'espressione: l'effetto pratico d'una funzione teoretica. Se l'espressione articolata o linguaggio fosse tutt'una con l'espressione interiore o immagine, non esisterebbe alcun altro modo comunicativo di questa: in vece sappiamo che un musicista può tradurre a se stesso la propria espressione interiore con armonie e un pittore con tinte. Il musicista francese Giulio Massenet, racconta il Desjardins, una volta a un banchetto bevve del vino greco. — A che cosa vi fa pensar questo vino? — chiese il maestro — per me ecco quel che mi dice. — E s'avviò a canticchiare una strana melodia orientale, languida e penetrante, una vera danza d'almèa. « Ogni impressione, nota il Desjardins, gli si trasforma in ritmi, e per ciò egli è veramente un musicista nato » (1). E fu già ripetuto più volte il detto di Michelangelo che « si dipinge col cervello, non con le mani ».

Certo, anche il linguaggio è una continua energia, lo sforzo incessante d'adequare il suono articolato all'esigenza dell'espressione interiore. Ma com'è il risultato di due opposte tendenze, il bisogno teoretico di determinare la propria espressione interiore e quello pratico di notarne la funzione comune a ogn'altra più o meno simile, il linguaggio contiene sempre un doppio elemento: l'uno aspira alla continua trasformazione, l'altro alla perenne immobilità. Per questo gli uomini, mentre si son sempre ingegnati di crear nuovi vocaboli e allargare o mutare il significato de' vecchi, d'adattare il loro pensiero in nuovi costrutti, d'aiutarsi con nuove combinazioni di suoni, con rapporti nuovi di somiglianze e di differenze, di sottrarsi a ogni regola, perchè la regola agguaglia tutte le varie espressioni; al tempo stesso van compilando i precetti e le regole, i vocabolarii e le grammatiche, i trattati normativi del bello scrivere e del bel parlare, con lo scopo di determinare ciò che molte rappresentazioni hanno in comune, per i fini della vita sociale. Quest'opposizione è manifesta nella stessa parola, intuizione vissuta per ciascuno che la profferisce, ma al tempo stesso espressione generale d'una qualità comune a tutte

(1) *Revue bleue*, 22 maggio 1886.

le particolari intuizioni di quella classe. Il selvaggio di Taiti che, per indicare l'alba, rifà il verso del gallo *a-a-o-à*, ha dicerto una sua rappresentazione interiore dell'alba, ma la parola oggettivata non esprime se non una sola determinazione comune a tutte le albe, il canto del gallo che le annunzia.

II.

Il problema della natura dell'espressione non è se non quello della sua genesi. L'espressione, in quanto immagine, contiene un maggior numero d'elementi soggettivi, colori, suoni, movimenti, immediatamente appresi dalla coscienza; ma in quanto sono appresi come apparenze della realtà, distinti nel tempo e nello spazio, intuiti come esistenziali, sentiti come stimoli al piacere e al dolore, includono giudizi più o meno oscuri riquadrando la sensazione pura (che non giungerebbe altrimenti alla nostra coscienza) in cornici intellettuali. Il linguaggio, a sua volta, costretto a valersi di segni fisici, fonemi, parole, gradazioni vocali, contrazioni muscolari delle mani e del volto e così via seguitando, non può tradurre se non in parte e con maggior discontinuità l'espressione interiore simultanea e diversa: in oltre è condannato a significare con simboli astratti ciò che nella espressione interiore era una sensazione concreta. Ancora: mentre nell'espressione interiore l'elemento verbale, che n'è solo una parte, apparisce sommario, interrotto, a pena articolato, composto di segni nuovi e noti a noi soli, d'ellissi inafferrabili, aderente al nostro pensiero, insofferente de' nessi logici e de' rapporti grammaticali, simile in tutto e per tutto al linguaggio primitivo dell'individuo, (1) nell'espressione esteriore, al contrario, quello deve adattarsi al fine comunicativo: ristabilire il convenuto delle parole e de' modi intesi da tutti, ripristinare le classi, riordinare i giudizi e le proposizioni, specificare il soggetto, la copula e il predicato, far del vocabolario e della grammatica.

Chi sta a sentire, cercherà poi, con una sintesi nuova, di ricostruire in sè l'espressione interiore che l'altro voleva significare; a ogni modo, la sua sarà sempre una nuova espressione più o meno simile a quella, ma non identica mai; sufficiente a' bisogni pratici,

(1) Cfr. alcune giuste osservazioni di V. EGGER, *La parole intérieure*, II éd. Paris, Alcan, 1904, p. 69.

ma conoscenza a sua volta frammentaria e imperfetta, non meno dell'espressione che l'ha suscitata.

In fine l'espressione scritta o letteratura dee pur rinunciare a quegli elementi del linguaggio che il segno grafico non può riprodurre; dar più rilievo allo stacco tra suono e suono, parola e parola, proposizione e proposizione, periodo e periodo; non lasciar di ciascuna voce se non quasi soltanto il residuo intellettuale; sistemare oggettivamente ciò che in principio era schietta soggettività. E su tali astrazioni il lettore dovrà ricostruire non soltanto la voce, il gesto, l'accento, la fisionomia del linguaggio, ma l'unità varia e improvvisa dell'espressione interiore.

È dunque non meno erroneo tener l'espressione, in qualunque suo stadio, per fatto meramente intuitivo, che tenerla per fatto meramente logico. Come la rappresentazione, in quanto cosciente, non è sensazione pura, nè pura intellesione, così l'espressione, in quanto cosciente, vale a dire in quanto linguaggio, è sintesi dell'una e dell'altra; è quindi il primo momento della conoscenza, la sintesi di ciò che apparisce distinto nello spirito e nella natura. E come la conoscenza non è creazione, così non è creazione il linguaggio, determinato da quella e ligio alla stessa necessità. La superficiale ricerca, se il linguaggio sia stato formato per onomatopie, per interiezioni, per analogie o per convenzioni, rivela soltanto la coscienza d'un rapporto necessario fra il linguaggio e l'espressione interiore, fra il segno e l'immagine, d'un rapporto che sia non già differenza tra l'espressione interiore dell'uno e quello dell'altro individuo, ma riferimento a ciò che codeste espressioni hanno in comune. Gli uomini primitivi i quali, per virtù della stessa energia, avranno trovata una sola parola per designare la fiamma, non avranno già creduto di determinare ciascuno la sua particolare intuizione della fiamma, ma ciò che la fiamma era per tutti, un sistema di sensazioni più o men rilevate, che in tutti si riproduceva quasi alla stessa maniera, perchè il processo della funzione conoscitiva è lo stesso per tutti. Così pur oggi ciascuno di noi ha un'immagine propria del sole, che non è quella di nessun altro, e pure tutti, come avverte il Reid, crediamo di vedere *lo stesso sole*. E la parola, anche qui, in quanto variamente atteggiata, è l'espressione interiore, ma in quanto *la stessa parola* è il segno di ciò che accomuna l'espressione interiore di tutti gli altri uomini; l'astrazione verbale di tutte le singole espressioni interiori; ciò che poi solo rimarrà nella scrittura.

III.

Poi che la conoscenza immediata della realtà non si può concepire, come vedemmo, se non accompagnata dalla distinzione fra l'io che percepisce e la cosa ch'è percepita, dall'idea di spazio e di tempo in cui sorge la cosa davanti a noi, dall'unità delle intuizioni sensibili che la costituiscono, dalla necessità del suo apprendimento, bisogna dire che già la conoscenza, e quindi l'espressione interiore, e quindi ogni altra espressione, sia anche grammatica. La coscienza dell'io è quella del *soggetto*; la coscienza della cosa quella dell'*oggetto*; la coscienza del rapporto fra il soggetto e l'oggetto quella del *verbo*. Certo, nell'espressione interiore, la rappresentazione apparisce già una; ma è rappresentazione della sintesi, non la sintesi in sè. Or quando dall'espressione interiore si passa al linguaggio, l'unità di quella viene scomposta di nuovo nei suoi primi elementi astratti, sensazioni, rapporti, categorie, onde poi, con una sintesi nuova, chi ode potrà ricostruire a sua volta una nuova espressione interiore. La semplice proposizione: — Ho fame — sarà dentro di me nient'altro che la rappresentazione sintetica d'uno stato doloroso del mio organismo; ma, come tale rappresentazione era composta d'una percezione dell'io distinto da tutti gli altri uomini che non sono io, d'una percezione della fame distinta da qualunque altro stato doloroso che non è la fame, e dalla percezione del rapporto fra l'io e quel particolare stato doloroso, così l'espressione comunicativa, o linguaggio, è analizzata nel soggetto — *io* —, nell'oggetto — *fame* — e nel verbo — *ho*. È anche verò che questi elementi sono subito ricomposti, da chi ode, in una nuova rappresentazione sintetica, dove rimane assorbita la loro diversità; ma il linguaggio, in quanto linguaggio, è analisi di determinazioni: la sintesi accade di là dal linguaggio, nell'espressione interiore.

La parola totale è l'espressione interiore, l'immagine: il linguaggio non è altro che il segno comunicativo di quella, e la scienza linguistica è una scienza storica e pratica. Il segno per sè è vuoto; ma l'immagine senza il segno è incomunicabile. Che il linguaggio non sia la stessa espressione interiore, è dimostrato dalla varietà delle lingue e dalla possibilità di comunicare il proprio pensiero in più lingue. « Se tutti gli uomini parlassero la stessa lingua, dice il

Voltaire, noi saremmo disposti a credere che tra le parole e le idee la connessione è necessaria». Che una stessa parola pronunciata da due diverse persone abbia in ciascuna un contenuto diverso, corrispondente alla loro diversa psicologia, non è dubbio; ma non è dubbio nè pure che, per la somiglianza spirituale di tutti gli uomini, quel contenuto venga appreso come identico e quindi comunicato con la stessa parola. I selvaggi che vedon la fiamma, non hanno coscienza d'una loro diversa percezione della fiamma, anzi la credono esistente tal quale per tutti fuori del loro spirito, la considerano come indipendente dal loro me individuale, astraggono dalla varietà delle loro sensazioni per rilevarne soltanto la somiglianza, anzi, a loro giudizio, l'identità e la realtà oggettiva. Ciò non ostante la parola reca al tempo stesso l'impronta generale e quella individuale della conoscenza: è la coscienza d'una identità e d'una realtà oggettiva e, al tempo stesso, per il modo come più o meno incoscientemente l'atteggia e la profferisce ciascuno, un'espressione interiore diversa. Ed è anch'ella, come la rappresentazione, l'uno nel vario e il vario nell'uno.

In quanto segno d'intuizione, il linguaggio è perennemente mutabile. Ma in quanto analisi dell'espressione interiore e concordanza di segni espressivi, obbedisce a una legge logica e a una legge storica. Tanto l'una quanto l'altra l'aiutano al fine suo, ch'è la comunicazione dell'espressione interiore. L'esatta distinzione degli elementi logici d'una rappresentazione è la condizione onde questa rappresentazione venga riappresa, nella sua sintesi, da un altro spirito; la conoscenza storica de' segni espressivi è la condizione onde ciascun elemento della rappresentazione venga riappreso, in modo simile, da un altro spirito. Senza codeste due leggi, non sarebbe possibile intendersi: il linguaggio non può dare l'istantanea unità della rappresentazione; ma deve, per la sua stessa natura fisica, decomporla in successivi momenti: non può dare, con parole inaudite, la diversità della percezione individuale; ma deve, per la sua natura pratica, adoperare de' segni già convenuti.

Di qui la necessità del vocabolario e della grammatica. Il primo insegna la corrispondenza approssimativa fra certi suoni e certe idee, la seconda distingue il rapporto fra gli elementi della rappresentazione; l'uno e l'altra nel momento storico in cui una lingua viene parlata. È il dato logico del linguaggio, che corrisponde al dato logico della conoscenza, la varietà delle percezioni e la sintesi interna eguale in ciascuna coscienza. La quale, immediatamente, rielabora la con-

venzione linguistica a modo proprio, la riscalda del proprio sentimento, la ricolora della propria immaginazione. È il dato intuitivo del linguaggio, che corrisponde al dato intuitivo della conoscenza, la psichicità. Ma come la psichicità non può divenire rappresentazione e coscienza della realtà senza un atto logico, allo stesso modo il tono, l'accento, l'animazione del viso, il fonema non può divenire linguaggio senza la serie di segni comuni che trasmettono agli altri il nostro pensiero.

Ciò è tanto manifesto, che chi s'è ostinato a considerare il linguaggio come la stessa rappresentazione, ha dovuto poi ammettere che l'uomo, per parlare una lingua, ha bisogno di ricordi linguistici, vale a dire di vocabolarii, di frasarii e di nomenclature; che « dal punto di vista pratico » la grammatica, la retorica e così via hanno la loro ragione e la loro utilità (1). Non soltanto dal punto di vista pratico; oltre la grammatica pratica di questa o quella lingua c'è, come vedemmo, una grammatica interiore, ch'è la distinzione delle percezioni nell'unità sintetica dell'espressione, vale a dire dell'immagine. La grammatica è pratica per il fine comunicativo di questa o quella lingua, di questo o quel momento storico d'una lingua; ma nella sua essenza è teoretica, perchè riflette il processo della conoscenza. La proposizione è la sintesi interna delle percezioni: il soggetto, il verbo, il complemento, sono le singole percezioni distinte da quella e tutt'una cosa con quella. A punto perchè il linguaggio è un succedaneo della rappresentazione, ha gli stessi caratteri della rappresentazione, la discontinuità, la necessità, la distinzione, la limitazione. Perchè il linguaggio non contenesse riferimenti intellettuali, bisognerebbe che non ne contenesse nè pure la rappresentazione; senza que' riferimenti nessuna rappresentazione è possibile: chi pensa e parla, compie una funzione spirituale; e una funzione spirituale non può essere che intelligente; chi pensa e parla non può che oggettivar la realtà, distinguerla dal soggetto, collocarla nello spazio e nel tempo.

Il valore di scienza della grammatica è a punto la determinazione analitica degli elementi d'una rappresentazione: che poi questi elementi costituiscano o no una rappresentazione coerente, è affare che non riguarda più la grammatica. La quale, essendo in atto la varietà delle percezioni, non può esser chiamata in colpa d'un vizio di sintesi che guastava l'espressione interiore, vale a dire l'immagine. La

(1) B. CROCE, *Problemi di estetica*. Bari, Laterza, 1910, p. 217.

unità sintetica del pensiero è nel pensiero, non nelle parole, che sono il pensiero analizzato ne' suoi diversi elementi. La verità della grammatica è che ciascuna parola rifletta esattamente a uno a uno gli elementi della rappresentazione: la verità del pensiero è che quegli elementi sian davvero una rappresentazione. Così può accadere che uno abbia una rappresentazione e, per ignoranza della grammatica, non riesca a comunicarla, ch'è il caso di tutti coloro i quali cominciano a balbettare una lingua; e può anche accadere che un altro non abbia l'unità d'un pensiero e, per debolezza mentale o per gioco, esprima in perfetta grammatica alcune determinazioni incoerenti fra loro. Tal è l'esempio, citato dallo Steinthal e ricordato da altri, della proposizione: — Questa tavola rotonda è quadrata. — Qui assurda è la sintesi; ma le percezioni analitiche comunicate con le parole *questa, tavola, rotonda, è, quadrata* sono tutte, a una a una, pensabili: così la grammatica corre, e la logica no. E a punto perchè la grammatica corre, noi possiamo affermare che quella proposizione chiude un errore. Se non andasse bene nè pur la grammatica, non potremmo formulare nessun giudizio, perchè non avremmo capito.

La grammatica in somma ha il suo fondamento teoretico nella diversità delle percezioni, onde risulta l'unità sintetica della rappresentazione: saper la grammatica importa significare esattamente la varietà delle sensazioni, delle percezioni, de' rapporti ond'è costituita l'unità della rappresentazione. Ha in oltre un valore pratico nell'apprendimento de' segni più o meno corrispondenti alle diverse intuizioni della realtà, co' quali la rappresentazione può venire comunicata secondo lo sviluppo storico di questo o quell'idioma.

IV.

Come la grammatica tende a riprodurre il momento analitico della rappresentazione, così la retorica quello sintetico. Al tempo stesso che l'uomo, per comunicare la propria espressione interiore, la decompone in tante determinazioni, egli avverte il contrasto fra la molteplicità del suo mezzo comunicativo e l'unità della cosa comunicata, e cerca istintivamente espressioni linguistiche più veloci e più intense, che rispecchino in certa guisa l'immediatezza totale della espressione interiore. A tal fine egli sfronda il linguaggio di tutto ciò che si può sottintendere, accorcia più determinazioni in un simbolo

solo, omette i passaggi più ovvii, si sforza in somma di lasciare all'espressione interiore tutto quello che può, senza danno di quella suprema necessità del linguaggio, ch'è la comunicazione. La retorica, in somma, segue il processo opposto della grammatica. Secondo grammatica, è perfetta la proposizione in cui gli elementi del pensiero son tutti, a uno a uno, rifranti nelle parole; secondo retorica, è perfetta la proposizione in cui il pensiero stesso, nell'unità dei suoi elementi, vien comunicato con un segno o un simbolo solo. In questo senso è anche vero che il linguaggio è una continua metafora. Ma grammatica e retorica, così divelte l'una dall'altra, sono astrazioni: come nella rappresentazione la varietà delle intuizioni è necessaria condizione dell'unità sintetica della rappresentazione, e l'unità sintetica della rappresentazione suppone la varietà delle intuizioni, così nel linguaggio la grammatica è il fondamento della retorica, e la retorica è la coscienza della grammatica. Non si tratta già di due forme arbitrarie dell'espressione, ma dell'espressione stessa nella sua forma concreta, ch'è l'unità della varietà. Non si tratta già di contenuto, psicologico, logico o pratico; ma del principio supremo d'ogni uso della conoscenza e del linguaggio che la comunica.

È stato un errore di trattatisti poco accorti la partizione del linguaggio in *nudo* e *ornato*, *proprio* e *figurato*. Codeste locuzioni non rispondono in verità alla natura del linguaggio. Ma è bene notare la funzione sintetica della retorica rispetto a quella analitica della grammatica, perchè sono entrambe la chiara coscienza della funzione teorica. Insegnare a distinguere il soggetto del verbo, il verbo dal predicato, val quanto avviare al riconoscimento dell'espressione interiore, cioè degli elementi costitutivi della rappresentazione. La grammatica aiuta a discernere esattamente e quindi a comunicare direttamente il proprio pensiero: e allora vien detta sintassi. Anche la grammatica ha l'ufficio pratico di stabilir quanto può (mentre la lingua è in continua trasformazione) i suoni e le forme che sono più in uso tra quelli che parlano e scrivono una stessa lingua. S'intende che queste parti della grammatica, fonologia e morfologia, hanno solo valore storico, se bene chi voglia comunicare il proprio pensiero non può trascurarle.

Eguualmente, lo studio della retorica abitua a cogliere il più immediatamente possibile la sintesi interna della rappresentazione. Una metafora acconcia non è altro che l'identificazione verbale fra due rappresentazioni, di cui la seconda èvoça in grado eminente alcune fra le qualità che si vuole attribuire alla prima. Una bella metafora

è come un lampo che rivela d'un tratto i mille seni d'un paesaggio notturno.

L'ellissi e il pleonasmo (perchè quasi sempre il pleonasmo non è che un'ellissi) sono il linguaggio smozzicato, interrotto, sommario, quale apparisce, segnatamente ne' moti della passione, all'espressione interiore. Metafora, ellissi, pleonasmo, son dunque locuzioni improprie rispetto alla pluralità delle intuizioni, ma proprie rispetto all'unità dell'espressione interiore o rappresentazione. Se noi potessimo, come fanno, secondo certi astronomi visionarii, gli abitanti di Marte, comunicare direttamente, senza l'uso della parola, il nostro pensiero, non ci sarebbe opposizione fra la varietà delle intuizioni e la loro sintesi, fra la grammatica e la retorica: ciascuno significherebbe nello stesso attimo tutte le proprie intuizioni e la loro unità sintetica. La opposizione è prodotta dall'imperfezione de' nostri sensi. Già dimostriamo che il linguaggio è una tarda riproduzione dell'espressione interiore: dee mutare in successione ciò che dentro è coesistenza. Donde il perpetuo conflitto fra le intuizioni che pigiano, perchè son la chiarezza, e la rappresentazione che vuol assorbirle nella propria unità; e quell'accordo a volta a volta mutabile fra l'une e l'altra, che costituisce la realtà di ciascuna espressione verbale. Dove più importa l'analisi, come in un libro di matematica o in un trattato di logica, la grammatica ha il predominio; dove più importa la sintesi, come in un libro di storia o in un poema, ha il predominio ciò che si suol dire stile figurato. Ma in verità non esiste *uno* stile, nè due: gli stili son tanti quanti i modi comunicativi di ciascuna espressione interiore, vale a dire infiniti. Lo stile in fatti non è, e non può essere, altro, che l'espressione comunicativa del pensiero individuale.

V.

Ma tutto quanto s'è esposto fin qui riguarda l'espressione: espressione interiore, espressione esteriore, espressione verbale, espressione scritta. E l'espressione non è se non conoscenza: ogni uomo s'esprime; ogni uomo si giova della grammatica e della retorica; ogni uomo ha uno stile: ma non per ciò ogni uomo è un artista.

L'artista ha la forma: la forma è l'espressione dell'individuale compiuto, cioè del fantasma. Come c'è un'espressione interiore e una espressione comunicativa, così c'è una forma interiore e una forma

comunicativa. Il mezzo di comunicazione è, per il poeta, il linguaggio, il *suo* linguaggio: segno pratico, sì, ma d'un'espressione creativa.

La forma interiore è la stessa creazione. Circa la qualità della forma, non c'è distacco tra il fantasma d'un artista e quello d'un altro, tra il fantasma d'un poeta e quello d'un musicista, d'un pittore o d'uno statuario. La natura del fantasma interiore è la stessa per tutti, come la stessa per tutti è la natura dell'espressione conoscitiva. Come il fantasma interiore del poeta non è soltanto parola, ma anche musica, atteggiamento, colore, così quello del musicista, dello statuario e del pittore è anche parola. Il fantasma interiore è sempre totale, tutt'i sensi e tutto lo spirito.

La differenza fra le arti è unicamente pratica, vale a dire dipende dal mezzo espressivo; il quale è determinato da fatti psicofisici, come la maggior attitudine di ciascun artista a percepire o le sensazioni auditive o le visive o le muscolari o le verbali, e da fatti tecnici, come l'educazione. Si badi bene, per altro: non già che la facoltà visiva o auditiva anche eccellente basti a far de' pittori e de' musicisti; ma chi ha fantasia, inclina a comunicare il suo fantasma o coi colori o con le melodie, secondo la qualità psicofisica ch'egli ha più acuta: chi non ha fantasia, può anche esser capace di ricordare ogni più minuto particolare d'un paese o d'un quadro, ogni nota d'una sinfonia udita una volta, come certi soggetti studiati dallo Charcot; non per questo sarà pittore o poeta.

L'idea d'una classificazione delle arti e de' loro limiti non riguarda dunque l'essenza del fatto estetico, ma la sua espressione comunicativa. E poichè l'espressione comunicativa è anche un fatto fisico, si capisce che sia soggetta alla legge de' fatti fisici.

Il fantasma interiore non è condizionato, come la percezione, dallo spazio e dal tempo: è lo stesso artista, non un aspetto della realtà. Gli eroi di Sofocle sono forme dello stesso Sofocle, le sinfonie del Beethoven sono stati d'animo dello stesso Beethoven. Ma quando si tratta di comunicare il fantasma, la pura creazione deve aiutarsi con intuizioni conoscitive, e quindi riassoggettarsi alle categorie dello spazio e del tempo. Il quadro, nella mente d'un pittore, non ha spazio: è una cosa infinita; ma trasportato sur una tela, occupa lo spazio di quella tela, diviene qualcosa che non è più lo stesso pittore, ma un fenomeno esterno, come qualunque altro. La novella d'un poeta non ha tempo, nell'immaginazione di lui: è una sintesi unica; ma estrinsecata con parole, si svolge nel tempo e talora in un tempo assai lungo. A punto per il fine comunicativo, l'opera

d'arte obbedisce alle leggi fisiche. Il pittore ha uno spazio davanti a sè, quello della sua tela. Or egli sa bene che, pur possedendo una sua creazione integrale, non può esprimerla tutta e deve rappresentarla in determinazioni coesistenti nello spazio, e però simultanee nel tempo. Perchè? perchè l'occhio è il mezzo fisico a cui egli si volge per suscitare negli altri il proprio fantasma, e l'occhio considera simultaneo nel tempo ciò ch'è coesistente nello spazio. Come il fantasma non può venire comunicato, così non può venire appreso, se non a traverso lo stimolo conoscitivo dell'espressione fisica. Senza una chiara visione del quadro dipinto, non si può assorgere alla contemplazione del vero quadro, del quadro interiore, del quadro integrale e ideale, ch'era nella fantasia dell'artista. Il quale, per un esempio, avrà in mente Napoleone, un suo Napoleone uno e molteplice, tumultuoso e pacato, trionfatore ad Austerlitz e fuggiasco a Lipsia, umiliato all'isola d'Elba, acclamato dopo lo sbarco, vinto a Waterloo, solo con se stesso a Sant'Elena. Se vorrà comunicarlo in un quadro, e si figurerà di raccogliere visibilmente in quel breve spazio tutti codesti elementi della sua forma raffigurando, poniamo, un Napoleone a Sant'Elena e dietro a lui lo sbaraglio dei Russi e de' Prussiani e tutt'intorno Parigi acclamante, noi non coglieremo il fantasma interiore, perchè l'espressione comunicativa sarà disuguale, malcerta, fuor dello spazio e del tempo, sottratta alle leggi della conoscenza. Il solo modo, ond'egli potrà comunicare il fantasma, sarà quello di scegliere un istante dell'azione, mettiamo Napoleone a sant'Elena, ma di rappresentarcelo in guisa da rievocare alla fantasia, anche tutta la storia anteriore

la gloria
Maggior dopo il periglio,
La fuga e la vittoria,
La reggia e il triste esiglio:
Due volte nella polvere,
Due volte sull'altar.

Per la stessa ragione il poeta, che si giova del linguaggio, mezzo comunicativo nel tempo, non può rendere la coesistenza, ma la successione. E però l'azione è, non l'*oggetto proprio*, come dice il Lessing, il quale pure avvertì confusamente i limiti fra pittura e poesia (1), ma il proprio mezzo comunicativo della poesia. Senza dubbio

(1) «Gegenstände, die auf einander oder deren Theile auf einander folgen, heissen überhaupt Handlungen. Folglich sind Handlungen der eigentliche Gegenstand der Poesie». Cfr. LAOKOON, Leipzig, Reclam, p. 87.

un poeta vede a un dipresso come, se non quanto, un pittore, i tratti particolari d'un suo fantasma di donna, gli occhi, il naso, la bocca e così via seguitando. Ma li vede in un'immagine sola: all'opposto, se vuole comunicarli, ha da spicciolarli in tante percezioni consecutive: vede nello spazio e ha da parlare nel tempo. Or nè l'orecchio può cogliere insieme, nè quindi l'immaginazione sintetizzare in unità di fantasma, molte determinazioni apprese una alla volta e sempre più evanescenti a grado a grado che sopravvengon le nuove: in somma, il successivo non può divenir simultaneo. Il poeta dee scegliere dunque un'azione e rappresentarla in tal guisa che suggerisca alla fantasia quanto anche più può di determinazioni spaziali. Così, per un esempio, l'Ariosto, che mal si sforza, in un luogo del suo poema, di comunicarci la sua visione di Medoro rappresentandone gli occhi, la guancia, i capelli, il colore, la grazia, raggiunge in vece l'effetto con que' quattro versi ov'è descritta l'azione di Zerbino contro il fanciullo:

Stese la mano in quella chioma d'oro,
E trascinollo a sè con violenza,
Ma come gli occhi a quel bel volto mise,
Gli ne venne pietade, e non l'uccise.

L'improvvisa pietà di Zerbino per il *bel volto* di Medoro ci ritrae la bellezza di lui con un'efficacia che nessun'analisi di parti e di qualità avrebbe mai conseguita. Chi crea, non ha dunque bisogno di darsi pensiero circa i limiti dell'arte sua; ma chi vuol comunicare la sua creazione, non può se non conoscerli nè trascurarli. Sono le leggi della sua tecnica.

S'è negato che all'esteriorizzazione dell'opera d'arte occorresse la tecnica, da quanti non hanno inteso a dovere la partecipazione del fatto fisico nell'espressione comunicativa. Si può sortir da natura la fantasia più potente e più ricca, ma non la sicurezza del disegno, la pratica de' colori, la varietà del linguaggio, il rapporto dei suoni. E a comunicare il proprio fantasma occorre per l'appunto il disegno, come a' pittori e agli scultori, il linguaggio, come a' poeti; la modulazione, come a' musicisti. Raffaello sarebbe stato un gran pittore dicerto anche senza le mani: soltanto noi non potremmo ammirare i suoi quadri. Sta bene che un vero artista comincia a esercitare la sua fantasia fin dal primo istante ch'egli prende a imparare la tecnica, e che un disegno puerile di Leonardo sarà differente da quello d'un infelice sgobbone d'accademia; ma anche Leonardo non avreb-

be dipinto mai la *Gioconda* se non si fosse sveltita la mano nel disegno e l'occhio nella combinazione, la gradazione e il contrasto de' colori e dell'ombre. E il Meli e il Belli, che scrivean così bene in dialetto, furon mediocri poeti in lingua italiana, a punto per la scarsa pratica del nuovo mezzo espressivo. E nè anco il Bellini avrebbe mai potuto eseguire dieci note sul flauto, mentre non apprese a sonare quello strumento.

La tecnica, dunque, non è necessaria all'arte dal punto di vista creativo, ma è indispensabile dal punto di vista pratico, ch'è poi il solo a traverso cui noi ci affisiamo nell'arte. Un fantasma interiore non esiste che per l'artista; nè quindi possiamo giudicarlo o gustarlo: la comunicazione d'un fantasma dev'esser fatta con mezzi efficaci; altrimenti non possiamo coglierlo, o ci apparisce intollerabile e brutto.

E pure, s'oppone, una *macchia* vale talvolta più d'un quadro finito: lì la tecnica è ridotta ai minimi termini, qui in vece dispiega ogni sua forza. Naturale, se nella *macchia* c'è fantasia, e nel quadro no. Io ho detto che non si può dipingere senza la tecnica; ma non ho detto che la pittura sia sola tecnica. La pittura, come ogni altra arte, è essenzialmente creazione, fantasia, individuale: la tecnica è solo mezzo comunicativo. Ora il mezzo non può far le veci della cosa: la tecnica, per quanto rigorosa, scrupolosa, minuziosa, non può comunicare ciò che non esiste. Ma ciò che esiste non può venire comunicato senza la tecnica, poco o molta, sufficiente per altro a rievocare il fatto creativo. Questo è l'essenziale, esteticamente parlando; ma anche quella è necessaria, parlando praticamente.

Che cosa è la *macchia*, il *bozzetto*, l'*impressione* dei pittori? È il fantasma comunicato in pochi tratti, i più rilevati e significativi, in quel che chiamammo il « caratteristico » dell'opera d'arte. E quei brevi tratti basteranno a commuovere la fantasia; ma son necessari, e son tecnica. Poca, se si vuole, ma tecnica. Del resto ciò accade in tutte le arti, non nella pittura soltanto. E se talora l'abbozzo d'un'opera d'arte val più dell'opera stessa ornata, lustrata, cincischiata e ridotta a perfezione, ciò accade perchè l'artista, proprio per l'eccessiva ansietà della tecnica, neglesse il dato della fantasia e raffreddò o sofisticò la propria creazione. Sicchè, siamo intesi: della tecnica non bisogna abusare; ma non se ne deve, in coscienza, raccomandare l'abolizione: si distruggerebbe l'opera d'arte.

Risulta da quanto avvertimmo fin ora che l'espressione comunicativa non è mai, nè pur nel fatto creativo, *tutto* il fantasma del poeta; ma n'è più tosto la traduzione in simboli psicofisici. L'artista

coglie intero l'individuale, nell'infinito delle sue determinazioni: in vece l'espressione comunicativa ha sempre un limite. Di qui la fatica e la difficoltà dell'opera d'arte, che non è già nella creazione, ma nell'esecuzione. L'artista ha in sè tutto un mondo innumerevole e pur sempre quello; ma se vuole comunicarlo, dee scegliere fra le infinite determinazioni; collocarle in maniera che ciascuna, non solo esprima se stessa, ma altre ne adombri e ne suggerisca; tenerle tutte sotto il dominio d'una sola ispirazione, di modo che sian tutt'uno con quella; compier questo prodigio di rievocare con la dura materia della sua tecnica l'assoluto e l'infinito della sua creazione. E chi ha fantasia, riprodurrà in sè, assoluto e infinito, vale a dire integrale, il fantasma; ma quando vorrà tornare a comunicarlo, non lo potrà se non con una tecnica nuova, cioè con nuove determinazioni, mentre le prime saranno state assorbite nell'unità della riproduzione.

Un poeta che si metta a tradurre un altro poeta, non fa se non ricomunicare, in una lingua diversa, il fantasma originale secondo che fu appreso da lui. E se fu appreso integralmente, vale a dire se il traduttore è anch'egli un vero poeta, il fantasma è *lo stesso*, perchè l'assoluto e l'infinito è sempre pari a se stesso. Sarà diversa la nuova espressione comunicativa, perchè il traduttore dovrà far i conti con le necessità pratiche del nuovo mezzo (la nuova lingua), di cui si giova; ma s'egli è anche padrone della sua tecnica, benchè la traduzione paia diversa, un'altra opera d'arte, in verità di diverso non c'è che la tecnica; e il fantasma, che la traduzione rievocherà, sarà di nuovo assoluto e infinito, cioè pari a se stesso. Così può accadere che le tragedie dello Shakespeare sian recitate in tutte le lingue senza che venga in mente ad alcuno d'ascoltar altro che le tragedie dello Shakespeare, e Dante tradotto in francese o in tedesco non è meno ammirato che nella sua veste italiana.

Certo, può anche avvegnere, e avviene il più spesso, che una traduzione non renda nè punto nè poco il fantasma dell'originale. E ciò accade quando il traduttore è un pedante senza fantasia, il quale non riesce a afferrare l'unità della creazione, e persuaso che questa consista nel mezzo comunicativo, parole, immagini, ritmi, traduce pari pari, inciampando in generalità, discordanze, negligenze, stonature, segnatamente per il diverso valore espressivo delle due lingue, senza darsi pensiero della luce interiore che dovrebbe rivestire di sè tutte le singole determinazioni. I veri poeti difficilmente traducono, e preferiscono creare; ma se qualcuno traduce, l'effetto ch'egli riesce a ottenere è quello dell'originale. La *Pulcella d'Orléans* del Vol-

taire voltata in italiano dal Monti, *I tessitori* del Heine tradotti dal Carducci sono, per la fantasia, *lo stesso fatto creativo*.

Eguale è possibile, se bene più raro, stimolare lo stesso fantasma con un'arte diversa, vale a dire esprimere pittoricamente la forma interiore d'una poesia, o poeticamente quella d'una scultura: tutto sta, come s'è detto sopra, che il fantasma originale sia appreso integralmente e riprodotto sapientemente dal nuovo artista. Ma l'attività dell'interprete è qui più vicina alla vera creazione. Dall'infinito di determinazioni d'un dato fantasma, onde il poeta, mettiamo, avea ricavato massimamente rappresentazioni motrici e solo accenni iniziali di rappresentazioni foniche, il musicista al contrario sviluppa, mesce, raccoglie, tutte determinazioni foniche, e intona armonie ch'eran solo in germe, *piccole percezioni*, nel fantasma del poeta, le cui rappresentazioni motrici a loro volta ritornano in germe, *piccole percezioni*, nel fantasma del musicista. Anzi talvolta, come nell'opera in musica, il musicista esige espressamente che il poeta non gli fornisca se non i germi poetici del fantasma, ond'egli poi trarrà fuori la nuova dovizia dell'espressione musicale: e in questo caso lo schema del librettista agisce da stimolo. Lo stesso avviene se il musicista toglie il soggetto da un poema fallito per comporre una musica bella: qui il fantasma, che non era nel poema, vien creato dal musicista.

Ma se il fantasma era nel poema, non si può dar altri casi che questi: o il musicista rielabora in melodie il fantasma del poeta, e il fantasma sarà pur sempre quello, e il musicista un insigne virtuoso più che un vero creatore: tal è il caso, a parer mio, dell'*Amleto* del Thomas rispetto alla tragedia dello Shakespeare; o il musicista si sottrae al fantasma originale e allora, se bene su lo stesso tema, crea un'altra opera d'arte: tal è il caso del Gounod rispetto al *Faust* del Goethe.

I poeti sono certo scontenti de' loro illustratori quando questi, per difetto di fantasia, non riuscendo a rifare in sè la creazione di quelli, non posson nè pure ripresentarla con altri mezzi comunicativi, e la sciupano. Ma non pochi poeti han ravvisato l'opera propria nell'interpretazione de' loro illustratori: così piacquero al Manzoni i disegni del Gonin su episodii de' *Promessi Sposi*: « All'ammirabile suo traduttore e carissimo amico Gonin, l'autore » scrisse questi inviandogli un esemplare dell'edizione illustrata.

VI.

Il linguaggio del poeta non è sola espressione, ma forma. Come la forma interiore è sensazione, percezione, sentimento, pensiero, materia in fine, ma investita e assoggettata nell'unità della libera creazione, così il linguaggio dell'arte è vocabolario, grammatica, rettorica, stile, espressione insomma, ma dimenticata e assorbita nell'unità della forma. Certo, qui pure il linguaggio, in quanto mezzo di comunicazione, è un fatto pratico; salvo che, volto a comunicare, in luogo d'un mero dato conoscitivo, la creazione d'una vita interiore originale e totale, apparisce non più rigido e limitato, ma vario, ricco, pieghevole, nuovo; creazione esso pure, creazione non nelle sue singole determinazioni, ma nella sua unità: non nelle parole o nelle proposizioni, ma nel discorso poetico.

Questa natura creativa del linguaggio d'arte si rivela del resto anche nello sforzo continuo di rivolta a tutte le regole: il poeta dissepellisce vocaboli disusati; ne conia di suoi; muta il suono e il significato di quelli in corso; manomette le leggi logiche e quelle storiche della grammatica; rinnova la rettorica; s'aiuta del rimo: compone organismi espressivi il cui valore non è già in quello che dicono, ma in quello che suggeriscono; il cui pregio non è punto in sè, ma nella forma, cioè nella sintesi ideale in cui sono fusi.

Solo apparentemente, dunque, vale a dire nelle sue astrazioni verbali, il linguaggio della prosa e quello della poesia è il medesimo. L'espressione di chi comunica una sua conoscenza è subordinata all'esterna necessità delle sensazioni, riquadrata nel tempo e nello spazio, volta a un fine pratico, parziale e schematica, infusa di sentimento e di carattere, a punto come la conoscenza; l'espressione di chi comunica una sua creazione è subordinata a un'interna necessità ideale, fuori al tempo e allo spazio, volta a un fine estetico, infinita e individuale, pura forma, proprio come la creazione.

Come l'opera d'arte è composta di tutti elementi conoscitivi, se bene nuovi o rinnovellati, fedeli all'euritmia della sua forma ideale, creati appunto per questa, così il linguaggio della poesia è materiato di tutte parole accessibili, se bene nuove o rinnovellate, fedeli all'euritmia della sua forma espressiva, create appunto per questa. Poichè anche in poesia il linguaggio ha il fine pratico della comunica-

zione, non può in tutto sottrarsi alle leggi della grammatica e del vocabolario, salvo a osservarle proprio quel tanto che basti alla comunicazione e a distaccarsene senza scrupolo quando l'esiga la piena unità della forma. Chi voglia avvertire come un poeta rinnovi il vocabolario, non dee pedantescaemente fermarsi a ciascun vocabolo, che per sè è mera astrazione, ma considerare più tosto i gruppi verbali, i quali sono i veri vocaboli nuovi che quegli foggia a suo modo per comunicare la sua creazione. Il « sì dentro impietrai » dell'Ugolino, la « faccia quale par tremolando mattutina stella » dell'angelo, la « selva selvaggia e aspra e forte » e così a ogni passo le locuzioni di Dante; le « chiare, fresche e dolci acque » o altri luoghi compagni del Petrarca, « l'orror de' notturni silenzi » e simili del Foscolo, gli occhi « ridenti e fuggitivi » di Silvia nel Leopardi, sono in somma, presi come gruppi verbali, de' vocaboli nuovi, i quali esprimono appunto la personale intuizione, che qui è perciò creazione, del poeta.

Il poeta in somma tende a rappresentar delle cose non l'apparenza comune per un fine pratico, ma la sua rivelazione individuale per un fine estetico; e dovendo servirsi delle stesse parole degli altri, le sostituisce, se non può con parole nuove, con nuove accezioni delle parole o con gruppi verbali. Chiunque vede il bue *grande e grosso*: questa è la notazione generale del bue; ma il bue « solenne come un monumento » è la parola creatrice del poeta.

Fra il linguaggio conoscitivo e il linguaggio creativo c'è dunque in fondo anche una vera e propria differenza di vocaboli: il primo accoglie quelli comuni a tutti gli uomini, inclinando a rispecchiare soltanto la somiglianza delle loro percezioni; il secondo ne chiede de' nuovi per significare principalmente il caratteristico della creazione individuale. E in ogni parola, in ogni gruppo verbale, in ogni periodo d'un poeta c'è sempre una risonanza interiore, per cui quell'espressione non è mai se stessa, ma oltrepassa il suo significato comune e acquista un valore quasi di simbolo.

Anche l'ossequio alla grammatica, nel linguaggio della poesia, è praticato sol quanto è strettamente necessario alla comunicazione del fantasma. I grammatici, come ognuno sa, hanno sempre addebitato a' poeti gran copia di « licenze », le quali sono vere e proprie violazioni della grammatica a vantaggio dell'arte. Anche in poesia, certo, per comunicare il fantasma, occorre decomporlo in successive rappresentazioni; ma il vero poeta in ogni rappresentazione rifrange quasi il consenso delle altre, di guisa che non si possa evocarne una senza evocare tutto il sistema d'immagini, tutta la sintesi, tutto il

fantasma coerente e indissolubile. Per conseguir questo fine, il poeta si giova di costrutti nuovi, d'ellisi violente, di trasposizioni contrarie a ogni buona regola di grammatica; smarrisce la coscienza del soggetto e dell'oggetto; sottrae la sua creazione a' limiti del tempo e dello spazio; altra necessità non l'ispira se non quella a punto d'abolire la differenza tra lo spirito e la cosa creata, di riviverla perennemente, di diventare tutt'uno con la bellezza. Che bisogno c'è di chiedere a Dante dove e quando egli abbia visto la sua donna per gustare il sonetto *Tanto gentile*? E l'*Allodola* dello Shelley, il giovinetto nell'*Excelsior* del Longfellow, il *Passero solitario* del Leopardi son forse *oggetti* rispetto al *soggetto* poeta, o non sono lo stesso poeta, o non sono me e chiunque altro li riviva, nel momento in cui li rivive, nella sua fantasia?

Anche il linguaggio poetico ha dunque, per il bisogno comunicativo, soggetto, verbo e complementi; ma tutto ciò è trattato dal poeta con la negligenza di chi non gli attribuisce alcun vero valore logico, sapendo che dee venir tosto assorbito e annullato nella sintesi folgorante della creazione. Un uomo che nella vita pratica proponga a una ragazza di rapirla seco verso un paese lontano, fa sbarrar gli occhi ai parenti, i quali subito avvertono in una tale proposizione il *soggetto* rapitore e l'*oggetto* rapito; ma è molto probabile che, leggendo l'*Auf Flügen* d'Arrigo Heine, nè ancò i parenti d'Ottilia avranno fatto codesta logica scomposizione, e si saranno contentati, se avevano gusto, ad ammirare l'appassionato entusiasmo di quel sogno orientale.

Ma ciò per cui massimamente il linguaggio della poesia differisce da quello della conoscenza è la sua insostituibilità. Il linguaggio dell'arte non conosce sinonimi. Poichè, come vedemmo, l'espressione conoscitiva si risolve praticamente nel segno di ciò che accomuna l'espressione interiore di tutti gli uomini, si capisce che ciascun uomo possa significare e significhi un suo stato d'animo con locuzioni generali, approssimative, sommarie e mutevoli, come a punto gli schemi della realtà ch'egli ha nello spirito e intende comunicare. *T'amo, mi piaci, ti voglio bene, t'adoro, m'hai preso il cuore* e simili, sono locuzioni le quali, sicuramente, corrispondono a intuizioni diverse, ma che nella vita pratica un uomo adopera l'una per l'altra, con la coscienza di confessar sempre un egual sentimento. Nella poesia, in vece, non un sentimento, non un contenuto qualunque si tratta di comunicare, ma una forma; l'importante non è il generale o il particolare, ma l'individuale vivente, la realtà infinita ed

eterna, la pura bellezza. E allora anche il mezzo comunicativo della poesia, ch'è la parola, acquista un valore assoluto dall'ispirazione, ch'è l'atto creativo a cui dee conformarsi, di cui dee risonare, in cui dee smarrirsi e ritrovarsi continuamente per suscitare in altrui il divino prodigio, che favillò prima nella fantasia del poeta. Il quale a punto elesse, dispose, animò le sue parole a quella vita interiore, ch'è quella sola e non un'altra; di guisa che il mutamento arbitrario d'una parola basta a oscurare la forma e qualche volta a distruggerla. Ma che dico delle parole? Anche il ritmo, il solo ritmo, dà sempre un'impronta così originale al linguaggio, traduce un movimento così necessario della fantasia, che basta mutare il suono d'un verso per corrompere il caratteristico della poesia. Uno che si provasse a rimutare i due celebri versi di Francesca

Questi, che mai da me non fia diviso,
La bocca mi baciò tutto tremante,

in questi altri

Questi, che non fia mai diviso da me,
Mi baciò tutto tremante la bocca,

provocherebbe la nausea; chi correggesse l'aspro abbaio di Cerbero

Con tre gole caninamente latra

in un ben modulato

Caninamente con tre gole latra.

avrebbe distrutto la creazione selvaggiamente stupenda del genio di Dante.

VII.

La forma, in somma, vale a dire l'espressione poetica o, più generalmente, artistica, s'adeguа alla creazione, come l'espressione comune alla conoscenza. Linguaggio conoscitivo e linguaggio poetico appaiono press'a poco i medesimi solo a chi li consideri materialisticamente, nell'aspetto fonico, nell'astrazione de' vocaboli, delle locuzioni, del costruito apparente. Ma in realtà, nel loro intimo, nella loro sostanza spirituale, hanno un contenuto affatto diverso, a quel modo che le note pur da noi modulate nella conversazione son tutta

altra cosa che quelle su cui fu tramata una melodia musicale, e che i colori d'un quadro non sono gli stessi colori di cui si riveste uno spettacolo fisico. Il linguaggio della conoscenza è varietà di determinazioni nell'unità logica del pensiero; livellamento di tutte le espressioni interiori individuali a un'espressione esteriore comune; necessità di rapporto fra le cose e le parole corrispondenti; coscienza dello spazio e del tempo; grammatica e proprietà, che val quanto dire valore di verità. Il linguaggio della poesia è sempre improprio per lo intelletto (si ricordi le accuse de' critici inglesi e francesi allo Shakespeare, del Bettinelli a Dante, del Galilei al Tasso e, più recentemente, del Giordani al Foscolo e le lunghe dispute su gl'« irrevocati di » del Manzoni, sul « silenzio verde » del Carducci, e simili), e si capisce, tendendo a comunicare non intuizioni note a ciascuno, ma intuizioni originali e non mai sperimentate da altri, vere creazioni del poeta rivelatore. Codesto linguaggio è l'infinito delle determinazioni nell'unità estetica della forma, forma integrale ed eterna: quindi ciascuna locuzione non è simile a un'altra qualsiasi, non è neppure soltanto se stessa, ma è risonante di richiami, di simboli, di riscontri, d'armonie lunghe e segrete; onde accade che un vero poeta non lo si legge mai tanto che non vi si scoprano nuove bellezze. È un linguaggio che non si può analizzare fuor che meccanicamente e materialmente, perchè, come le pietre in una pittura musicale, ciascuna locuzione non istà per sè, ma è in funzione della forma totale, della sintesi palpitante e vivente, del fantasma armonioso che vi si specchia per entro; perchè lo spazio e il tempo non vi figurano che come apparenze, mentr'egli è veramente di là da queste pure intuizioni dell'intelletto; perchè non può, se non per finzione comunicativa, affermare il soggetto e l'oggetto, mentre nella opera d'arte l'oggetto non è che il soggetto, la stessa fantasia del poeta, e il creatore e la sua creazione sono una cosa medesima. In fine il suo valore, come quello della cosa che esprime, non è la verità: nessuno ha cercato mai la verità nel linguaggio d'un poeta. Il suo valore è la bellezza: e la forma perfetta per l'appunto comunica la bellezza interiore della creazione perfetta. La disposizione pratica della conoscenza ha prodotto un linguaggio convenzionale e frammentario, arido e limitato: solo la poesia sveglia la vita superiore del linguaggio, il linguaggio fluido, luminoso, coerente, molteplice, illimitato e totale.

CAPITOLI INEDITI

DEGLI

S P E Z I A L I

(5 Agosto 1407)

PUBBLICATI PER CURA

DI

G. PITRÈ

Questi *Capitula pro regimine speciariorum Siciliae* portano la data del 5 Agosto 1407, e furono decretati da Re Martino in Catania per ordine del catanese Ruggiero de Camma, Dottore di Arti e di Medicine e Protomedico del Regno. Provengono dalla R. Cancelleria dell'Archivio di Stato in Palermo.

A me ne fece dono, son degli anni parecchi, il dotto storico Mons. Giuseppe Beccaria, ora Cappellano Maggiore del Re d'Italia; il quale vide quei *Capitula* «un vero regolamento di polizia e d'igiene, tendente ad avere buoni farmaci e ad impedire qualunque frode nella vendita di essi» (1).

Se il documento sia il primo nel genere, io non so affermare; certo è il più antico che io ne conosca, e non fu mai pubblicato.

Nei *Capitula et Ordinationes* del Protomedico Antonio D'Alessandro, (dove non è da confondersi quell'Antonio de Alixandrano (2), che fu Nunzio di Catania ad Alfonso il Magnanimo, nel 1437) (3) son da vedere una specie di regolamento di medici, chirurghi, speciali, bandito nel 1429 dai due Vicerè Nicolò Speciale e Guglielmo di Montignana.

(1) *Archivio Storico Siciliano*, N. S., v. XXII, p. 260. Palermo, 1897.

(2) DIEGO ORLANDO, *Un Codice di Leggi e Diplomi siciliani del Medio Evo*, p. 177. Palermo, 1857.

(3) SABBATINI, *Storia documentata della R. Università di Catania*. Parte I, doc. n. 62, pp. 68-69. Catania, 1898. — PITRÈ, *Medici, Chirurghi, Barbieri e Speciali antichi in Sicilia* (secoli XIII-XVII), pp. 10-11. Palermo, 1910.

Tanto i *Capitula* del de Camma, quanto i *Capitula et Ordinationes* del D' Alessandro sembrerebbero una medesima cosa; ma sono del tutto diversi. Ben è vero che nel contenuto certi titoli si ravvicinano ad alcuni punti, e qua e là farebbero supporre una derivazione l'uno dall'altro; ma i *Capitula* del 1407 riguardano esclusivamente gli speciali; invece, quelli del 1429, trattano in generale i componenti della pubblica salute, o come oggi si direbbe, della classe sanitaria. Inoltre i *Capitula* del de Camma vigevano per un anno in un ufficio di Capo - Maestro e di tutti gli speciali del comune, mentre i *Capitula et Ordinationes* del D' Alessandro si applicavano a lunga durata e con l'alta autorità del Protomedico.

È poi molto probabile che qualche spunto, anteriore al secolo XIV, abbia potuto entrare nella compilazione dei *Capitula*.

E dico così, perchè le testimonianze fan difetto, e resta sempre qualche accenno più o meno vago nel genere. Per dirne una: le Costituzioni di Federico II lo Svevo vietavano severamente accordi e società tra medici e speciali; peggio ancora, se i medici tenevano una spezieria propria (1); ed Andrea da Isernia ne diede un esempio (2).

Questo speciale accenno avea ragione di pubblica moralità. Medici e speciali eran d'intesa con loro; gli uni agevolavano una data spezieria; gli altri si disobbligavano del favore: di che alcune spezierie erano affollate, con evidente loro vantaggio e con danno delle famiglie, che pagavano a caro prezzo quello che avrebbero potuto avere a prezzo mite; altre, erano neglette ed abbandonate. Donde una differenza fittizia, inonestamente creata tra spezierie e spezierie: e lo esaltamento di una e lo avvilito d'un'altra senza la prova della concorrenza, ma solo con espedienti subdoli e con mercimoni sfrontati. Tra gli altri era questo: che le ricette di nessun conto e di minimo costo venivano indirizzate a quelle con le quali non era prospettiva di promessa di compenso; e le ricette di valore, su quali un indegno lucro era convenuto doversi dividere tra farmacista ese-

(1) *Constitutiones Regum Regni utriusque Siciliae mandante Friderico II Imperatore*, p. 199. Neapoli, ex Regia Thipographia, anno MDCCLXXXVI.

(2) *Constitutionum Regni Siciliarum libri III. Cum Commentariis Veterum Iuris Consultorum. Accedit nunc primum DOMINICI ALPHENI varii J. C. Commentarius ad Friderici II Imperatoris et Regis Constitutiones De Rebus non alienandis Ecclesiis*. T. I. Neapoli, MDCCLXXIII. Sumptibus Antonii Cervonii.

cutore e medico prescrivente, si facevano spedire da coloro che a tali vergogne si prestavano (1).

Ma lasciamo poi i particolari, e veniamo a cosa che c'importa.

Circa le relazioni tra gli articoli del de Camma e del D'Alessandro, un accurato esame non ne autorizza più di sei. Gli altri sedici articoli non hanno nulla di comune o di analogo, e sono completamente estranei. Ed ecco le prove.

Incominciamo i sei articoli del 1407 e mettiamoli a confronto con quelli del 1429:

DE CAMMA, 1407, 1.

Ogni anno, in città o luogo o terra nel quale sono più d'uno speciale, il più idoneo ed abile di loro, nel mese di Agosto, viene eletto da medici e giurati Capo-Maestro o Console. Egli sovrintende a quell'ufficio, nè d'altro potrà fare, dovendo visitare le farmacie, sorvegliare le qualità delle medicine, approvarle se buone, buttarle via o bruciare se cattive.

D'ALESSANDRO, 1429, n. XV, p. 45:

Il Protomedico insieme con un revisore delle medicine si rechi ad osservare, almeno due volte l'anno, qualunque spezieria, e se trovi una medicina invecchiata si bruci pubblicamente.

(Ad ogni testo del D'Alessandro seguono le chiose ed i commenti dell'Ingrassia: illustrazioni magistrali della salute pubblica e privata, chiose e commenti.

DE CAMMA, 3:

Gli speciali devono conservare nelle loro botteghe tutte le composizioni, e mostrarle al Capo-Maestro in guisa da verificarle, scioglierle, serbandone le buone, respingendone le cattive, pestarne nel mortaio ed opportunamente mescolarle.

D'ALESSANDRO, n. XIII, p. 40:

Quando lo speciale deve ordinare una confezione, la mostri al Protomedico o a chi per lui (due persone). Quando però deve comporre medicine solutive: pillole, elettuari, trocisci od altro, di medicine preziose, elettuari di gemme, diambre, diamasco aromatico rosato o simili, che lo mostri.

(1) *Constitutiones, Capitula Iurisdictionum ac Pandectae Regii Protomedicatus Officii, prius iam spect. IOANNE PH. INGRASSIA etc. nunc a spect. Domino D. PAULO PIZZUTO etc.*, pp. 22-24. Panormi, Ex Typographia N. Bua. M. DC. LVII.

DE CAMMA, 7.

Nessuno speciale o altra persona ardisca vendere o dare ad ammalato medicina di sorta solutiva o narcotica senza licenza di medico autorizzato.

D'ALESSANDRO, n. XI, p. 37.

Nessuno speciale, anche approvato, ardisca vendere o dare medicine velenose di qualunque sorta, sia semplici, sia composite, senza un ordine scritto di un medico autorizzato.

DE CAMMA, 8:

Nessuno speciale o altra persona ardisca vendere o dar veleno o cosa velenosa senza licenza del medico approvato: salvo che non sia necessario per uso a maniscalchi, argentieri, chirurghi ai loro bisogni; ma allora è necessario che ci siano testimoni, come specialmente si impone per l'arsenico pei topi.

D'ALESSANDRO, n. XVI, p. 51.

A nessun giudeo sia lecito di esercitare l'arte di speciale, nè vendere medicine pericolose come oppio, turbit, scammonèa, arsenico, euforbio, rosagalla, sublimato e simili, se non all'ingrosso, per mercanzia ed a persone ordinate... Se però un maniscalco per uso dell'arte sua, o alcuno buon cittadino per uccidere i topi voglia comprare siffatti veleni a minuto, dagli stessi Giudei o da altri speciali, non si vendano se non con mandato di altri degli ufficiali della stessa città o del luogo nel quale essi li tengano in vendita.

(I *Capitula* del 1407 tacciono di Giudei; non tacciono, come diciamo, quelli del 1429. Il citato n. XVI è inesorabile contro gli Ebrei, Essi eran tenuti in grado d'inferiorità dei cristiani. Federico lo Svevo li dichiarava non meritevoli di fede, non potendone avere chi non ne aveva esso stesso, nè potendo esser fedeli coloro che avevan tradito il Signore).

DE CAMMA, 10:

Nessuno speciale dia una cosa per un'altra, nè varii cosa per un'altra in una ricetta, nè accresca o diminuisca le dosi senza licenza del medico approvato.

D'ALESSANDRO, n. X, p. 35:

Nessuno speciale ordini, in qualsivoglia medicina composita, di aggiungere, diminuire, mutare.

(Giova notare che se ne toglì il comune testo latino: *addere*,

minuere, vel mutare in aliqua medicina composita del D'A., manca il resto dei *Capitula* del de Camma, il cui articolo è ampio e minuto, indiscutibilmente superiore alla elocuzione, anzi al contenuto del 1429).

DE CAMMA, 14 :

Nessuno speciale ardisca far società o dar parte di lucro da lui venduta o da vendere con altro medico.

D'ALESSANDRO, n. IV, p. 12 :

Nessun medico fisico o chirurgo abbia dallo speciale provvigione alcuna o salario diretto o indiretto; nè riceva lucro di speciale, sia di solido sia di liquido.

Un punto sul quale specialmente si fermava l'Autorità sanitaria era quello della severità delle leggi per la difesa della salute comune. Massima difesa: la osservanza dei medicinali, della manipolazione e della natura di essi, per poco che i farmacisti ne trascurassero i minimi particolari. Il tema non fu mai abbastanza studiato. I veleni si guardavano con una scrupolosità che potrebbe parere eccessiva se non fosse stata abbastanza soverchia.

In ragione della trascuranza e degli abusi, le pene dei negligenti e degli oscitanti.

Una osservazione poi si affaccia alla mente del lettore dell'ordinamento dei *Capitula*.

Siamo in una terra o in una università qualunque dell'Isola.

Le spezierie eran parecchie: e tutte con un capo o console. È ovvio il supporre che non tutti gli speciali s'intendevano tra loro. Gelosia di mestiere, svariati interessi personali e, soprattutto, mal celata distinzione di farmacie ricche e di farmacie povere cagionavano gare ed antipatie. Il Console d'oggi scenderà domani al suo grado ordinario di speciale. Se egli soffrì ieri dei disappunti, non potè non dolersene: e da qui malumori e risentimenti. Infra un anno egli potrà prender la rivincita e diventare in ufficio quello che non è più il compagno. Guai poi il possibile grave caso della distruzione o dispersione d'un barattolo con estratti, boli, trocisci e perfino un legno medicinale vecchio o inutile!

Ben diversa era la bisogna di un Protomedico, d'un Vice-Protomedico, o, per lo meno, di un *Artium et Medicinae Doctor*. Egli era autorevolmente superiore a tutti i farmacisti.

G. PITRÈ

CAPITULA PRO REGIMINE SPECIARIORUM SICILIE

Martinus etc. Nobili Regni sicilie magistro Iusticiario, Iudicibus magne curie consiliarijs ceterisque universis et singulis officialibus civitatum, terrarum et locorum dicti nostrj Regni presentibus et futuris fidelibus nostris gratiam etc. Rogerius de camma arcium et medicine doctor prothomedicus noster dilectus. In nostre maiestatis presencia constitutus quedam capitulo per eum cum consciencia et voluntate nostra super esercizio et regimine speciariorum Regnj eiusdem nuper facta Infrascripti tenoris, nostro culminj presentavit, quorum tenor sequitur In hac forma :

Capitula et ordinationes facte et ordinate per rogerium de camma arcium et medicine doctorem Regnj sicilie prothomedicum auctoritate suj prothomedicatus officij de voluntate et expresso consensu serenissimi dominj Regis servande per speciarios et singulas personas omnium civitatum terrarum et locorum Regnj predicti, confirmate per dictum dominum Regem cum matura deliberacione suj consilij pro comuni utilitate rej puplice et omnium habitancium In regno predicto.

1. In primis quod In qualibet civitate terra sive loco ubi sint speciarij ultra duos quolibet anno de mense augusti speciarij una cum medicis et Iuratis eligant Inter eos unum de speciarijs dicte civitatis, terre sive loci quj eis videbitur magis ydoneus ad Infrascriptum officium exercendum, et facta electione In scriptis ipsam mictant ad prothomedicum, quj electum confirmabit et talis vocabitur caputmagister sive consul, et dictus electus nullimode audeat nec possit

dictum officium refutare sub pena unciarum viginti, nisi sit aliqua racionabilj causa excusatus, de qua excusacione Iurati cognoscant; pro anno tamen presenti fiat electio eo ipso quod presencia capitula ad noticiam speciariorum devenerint, et electus gaudeat officio per totum annum prime Indicionis proximo venture, habita tamen prius confirmacione dicti prothomedici et aniter nullus electus possit officium exercere, nihil tamen electus pro confirmacione eiusdem eidem prothomedico solvere teneatur nisi tantum notario conficiendi literam confirmacionis tarenos duos, quj electus vel caput magister debeat bis In anno, scilicet de mense marcj et de mense septembris, Insimul cum uno medico christiano approbato dicte civitatis vel loci eligendo per Iuratos revidere omnes apothecas speciariorum dictorum, diligenter Investigare et Inquirere omnes medicinas simplices et compositas existentes in apotecis ipsorum, et si aliquid Invenerint non bonum et Inutile vel forte male compositum debeat prohibere ab apotheca predicta et expandere vel comburere, et hoc dictus caputmagister facere teneatur sub pena unciarum quatuor ab eodem tocienis exigenda quociens confexerit, et dicti speciarij teneantur et debeant dicto capitimagistro circa predicta et specialiter circa prohibicionem dictarum medicinarum Inutilium omnino obedire et non contravenire sub pena predicta.

2. Item quod dictus caput caputmagister sive consul habeat supra speciarios quoslibet illius civitatis, terre sive loci quamlibet potestatem et Iurisdictionem quam quilibet caputmagister sive consul speciariorum habere potest et debet sicut hactenus solitus est habere In civitate terra sive loco predicto cum omnibus prerogativis et Immunitatibus debitis et consuetis et omnibus hijs que In presentibus continentur.

3. Item quod dicti speciarij et quilibet eorum omnes et singulas composiciones servandas In apothecis eorum debeant dispensatas particulariter ostendere dicto capitimagistro antequam componant ipsas, et dictus caputmagister debeat dictam dispensacionem verificare et bonas medicinas eligere et malas proicere et bonas pro malis ponj facere, et deinde omnes Res conteribiles simul miscerj et In suj presencia In mortario aliqualiter conterj faciat et deinde dimictat speciario fideliter per eum componendas Iuxta artem speciarie, si vero aliquis contrafecerit, penam unciarum duarum Inremissibiliter Incurrat, nisi aliqua necessaria causa dictus caputmagister non possit Interesse, quo casu teneatur dictam composicionem alicuj medico ostendere christiano, et In eius defectu alicuj speciario ydoneo ut

est dictum sub pena predicta Caputmagister vero suas dispensaciones ostendere debet medico ut est dictum vel alicuj ydoneo speciario sub predicta pena.

4. Item quod dictus caputmagister ad omnem requisicionem dictorum speciariorum teneatur et debeat ire ad apothecam ipsius et receptam dispensatam videre et verificare et capitulum supradictum servare, nisi fuerit aliquaj excusabilij causa Impeditus sub pena unciarum duarum, debeat tamen speciarius postquam dispensavit receptam expectare caputmagistrum per diem antequam componat eandem nisi forte propter aliquem emergentem causam oporteret ipsam Incontinenti et sine mora componere, quo casu sufficit quod ostendat medico vel alteri speciario ut est dictum.

5. Item quod quilibet speciarius omnes receptas datas a medicis de aliqua medicina servanda In apotheca debeat ostendere dicto medico vel capitomagistro ut supra, nisi forte ipsum oporteret dictam receptam dispensare de nocte ex aliqua emergente causa et hoc observare teneatur sub pena uncie unius tociens ab eo extorquenda quociens contrafecerit.

6. Item quod quilibet speciarius teneat quaternum In quo primo describat omnes medicinas compositas quas habet In apotheca et de Inde omnes composiciones quas de cetero fecerit scribi faciat per manus capitsmagistri vel medici vel speciarij quj dispensatas viderit et diem composicionis Illarum necnon pondus ut minus fraus committi possit, et dictarum medicinarum etas comprehendere valeat et Investigarij sub pena uncie unius quociens fuerit contrafactum.

7. Item quod nullus speciarius vel alia persona audeat vel presumat vendere vel donare alicuj egro vel alteri persone pro parte sua medicinam solutam vel marcoticam sine licencia medici approbati sub pena unciarum quatuor tociens ab eo exigenda quociens contrafecerit.

8. Item quod nullus speciarius vel alia quavis (*sic*) persona audeat vel presumat alicuj vendere vel donare venenum sive rem venenosam sine licencia medici approbati, nisi forte maniscalcis, argentarijs vel chirurgicis aliqua necessaria pro artibus eorum et tunc vendant eis In presencia testium sub pena unciarum decem, si tamen causa nocendi alicuj hoc fecerit puniatur Iuxta meriti delicta, si tamen aliqua digna et non suspecta persona vellet forte de arsenico vel realgar pro muribus Interficiendis ut fieri solet, possit ei vendere In presencia testium.

9. Item possent dicti speciarij et alie persone dictas res vendere In grosso Impune modo mercatorum.

10. Item quod nullus speciarus audeat vel presumat vendere vel donare unam rem pro alia vel aliquam receptam vel compositionem variare vel mutare vel In ipsa aliquid addere quod non sit positum In recepta vel minuere vel dosim augere vel diminuere sine licentia specialj medici approbati sub pena perdicionis omnium bonorum existencium In apotheca nisi per ignoranciam hoc fecerit quo casu penam uncie unius Incurrat et ab officio speciariorum omnino privetur ad quod nunquam audeat redire nisi examinatus debite ydoneus fuerit Inventus, stet tamen per annum privatus officio predicto ad minus, utrum vero hoc per ignoranciam fecerit vel non, stetur arbitrio dicti capitismagistri debitis exquisicionibus informatus.

11. Item si speciarus aliquis exercens artem suam aliquid commiserit quod concernat aliquod Interesse particularem ultra penam In capitulis contentam contra eum procedatur per suum Iudicem competentem secundum ordinem Iuris.

12. Item si de precio rerum medicinalium Inter speciaros et emtores esset discordia sive controversia stetur Iudicio et arbitrio dicti capitismagistri et medici approbati electi vel eligendi per Iuratos, quj considerata reij et temporis qualitatem Iuxta eorum arbitrium precium Imponant et dicto precio speciarus stare teneatur et ultra petere non possit ab eodem emente.

13. Item si speciarus assereret aliquam rem vel medicinam vendidisse donasse vel aliud fecisse de consensu vel mandato alicuius medici teneatur hoc probare per scripturam manu dicti medici vel saltim per testes fidedignos et aliter nullo modo ei credatur, facile est enim medico receptas vel ordinationes scribere vel saltim subscribere manu propria.

14. Item quod nullus speciarus audeat facere societatem vel dare partem lucrj de rebus per eum venditis vel vendendis cum aliquo medico sub pena privacionis officij et perdicionis omnium bonorum existencium In speciaria.

15. Item quod quibibet speciarus teneatur et debeat Iurare In manibus capitismagistri quolibet anno ad requisicionem ipsius quod bene et fideliter exercebit artem suam.

16. Item quod si Inventum fuerit aliquem speciarium de arte speciarie de rebus medicinalibus fraudem vel dolum commisisse perdicionem omnium bonorum existencium In apotheca et annualem carceracionem Inremissibiliter Incurrat.

17. Item quod si caputmagister circa exercicium suj officij fraudem vel dolum commisisse constiterit perdicionem omnium bonorum

suorum Inremissibiliter Incurrat et carcerij (*sic*) per biennium retineatur Inclusus.

18. Item si In aliqua civitate, terra, sive loco non sint ultra duos speciarios et sit aliquis medicus approbatus eidem medico debeant eorum receptas ostendere sicut dictum est de capitemagistro, et ipse medicus teneatur ipsas revidere et verificare ut de capitemagistro dictum est sub pena consimilj. Si vero non sit aliquis medicus unus speciarius receptas suas alteri ostendat et omnino servant ac si unus esset caputmagister alterius, et si esset Inter eos controversia Iurati disponent quid fiendum, non tamen unus alium audeat punire nec condemnare, medicus tamen si est omnino tenat locum capitismagistri, et omnia que dicta sunt de capitemagistro habeant locum In medico predicto, et si sint plures medici ille teneat locum predictum quem Iurati ordinabunt; si vero non esset nisi unus tantum speciarius et sit aliquis medicus sic etiam omnino servet videlicet tenendo medicum pro capitemagistro, Ubi vero medicus non adsit sue fidei omnino standum est nisi dolum vel fraus per eum fuerit commissum, quo caso puniatur Iuxta capitula superius de fraude dictancia, posset tamen medicus superveniens cum uno Iuratorum res existentes In apotheca videre et Investigare et malas et Inutiles proicere (*sic*) et expandere et In hijs dictus speciarius teneatur et debeat eidem medico obedire sub pena unciarum aurj quatuor.

19 Item de cetero nullus audeat vel presumat depone re vel ponere apothecam speciariae et artem speciariae exercere et res medicinales compositas vendere vel donare nisi primo sit examinatus per caputmagistrum et medicum christianum approbatum eligendum per Iuratos, et si reperiatur idoneus et sufficiens ad artem speciariae exercendam habet licenciam tenendi apothecam et res medicinales compositas vendendi, aliter non, dicti vero examinatores Iurabunt In manibus Iuratorum se fideliter eum examinatos et dictus speciarius Iurabit fideliter exercere artem speciariae et sine fraude, si vero aliquis de cetero contra formam presentis capitulj ausus fuerit tenere apothecam de novo ubi non sit caputmagister ordinatus non audeat ipsam tenere sine licencia prothomedici Res vero medicinales simplices et non compositas quilibet christianus possit ad libitum vendere vel donare cuicumque volenti, nisi medicinas solutas narcoticas vel venenosas sive venenum quod nullimode audeat aliquis vendere vel donare ad minutum nisi speciarij approbati secundum continenciam capitulorum predictorum, et si quis contravenerit per quatuor menses carceribus detineatur Inclusus et unciarum duarum penam Inremissibiliter Incurrat.

20. Item quod dictus caputmagister possit et valeat ex officio procedere condemnare et punire omnes et singulos speciarios et alias quascunque personas contra formam dictorum capitulorum aliquid acceptantes et circa eorum artem delinquentes et penas debitas exigere secundum deum et Iusticiam cum consilio nihilominus Iudicis capitanej dicte civitatis, terre, sive loci, penarumque proveniencium Iurium et emolumentorum due partes sint et esse debeant prothomedici predicti, et alia quarta pars dicto capitimagistro totaliter applicetur reliqua vero sit accusatoris vel denunciatoris. Iudex vero et notarius quj In dictis causis laborabunt habeant partem eorum sicut solent habere In curia capitanei, possit tamen notarium ydoneum dictus caputmagister ad eius libitum eligere qui processus et cetores actus componat.

21. Item quod dictus caputmagister teneatur et debeat contra quemcunque speciarium et alias personas delinquente procedere et punire ut supra, et si scienter aliquem Impunitum dimiserit delinquentem dupla pena puniatur qua talis delinquens puniri debebat.

22. Item presente In civitate sine loco prothomedico dictus caputmagister non audeat vel possit aliquem punire vel condemnare sine consensu et licencia prothomedici predicti, prothomedicus vero ubicunque fuerit possit et valeat contra delinquentes procedere ex officio et ipsos punire et condemnare et penas exigere, quarta tamen parte eius quod provenerit dicto capitimagistro omnino reservata, preterquam de penis ad quas forte Incurreret caputmagister de quibus nullam debet habere partem caputmagister predictus, sic etiam reservetur alia quarta pars accusatorj.

Et maiestati nostre humiliter supplicavit ut dicta capitula confirmare acceptare et servari mandare benigniter dignaremur, cuius supplicacione admissa preinserta capitula omniaque et singula In eis contenta visa prius et examinata In nostro consilio diligenter, actuentes ea beneficium et salutem universalem subditorum nostrorum concernere, tenore presencium cum deliberacione dicti nostrj consilij confirmamus acceptamus et approbamus eaque servari volumus effectualiter et Iubemus Mandantes vobis et unicuique vestrum firmiter et expresse quatenus forma nostre presentis confirmacionis per vos actenta predicta capitula et omnia et singula In eis contenta prius per vos voce preconia publice declarata sub penis In eis contentis convenientibus Inremissibiliter exigendis Iuxta eorum continenciam et tenorem tenerj et observari Inviolabiliter faciatis. In cuius Rej testimonium presens privilegium etc. Rex Martinus.

Datum Cathanie per nobilem bartholomeum de Iuvenio militem etc. anno dominice Incarnacionis M^o CCCCVII^o die quinta mensis augusti XV^o Indicionis Regnique nostri dicti Regis aragonie anno XII^o et dicti Regis sicilie XVI^o.

Dominus Rex mandavit mihi Iacobo de Aricio prothonotario In consilio.

(Dal reg. 46 della *Regia Cancelleria*, ann. 1407-08, f. 142 e segg., nell'Archivio di Stato di Palermo).



TESTAMENTO

DELLO

INFANTE D. PIETRO D'ARAGONA

FRATELLO DI ALFONSO IL MAGNANIMO

RE DI SICILIA

DEL 4 GIUGNO 1436

Lettura fatta dal socio

Cav. Dott. GIUSEPPE LA MANTIA

nella tornata del 21 Dicembre 1913

Il Re Ferdinando I di Castiglia, soprannominato *il Giusto*, che fu il primo sovrano che governò la Sicilia dopo che essa perdette per sempre la sua indipendenza, moriva nell'anno 1416 in Barcellona (1). I suoi figli maschi furono cinque, cioè: Alfonso che gli successe nel regno, ed a buon diritto fu appellato *il magnanimo*; Giovanni duca di Peñafiel che fu dall'aprile 1415 all'agosto dell'anno seguente Vicerè in Sicilia, per parte del genitore Ferdinando, con ampie facoltà sino a quel tempo non attribuite nell'isola, e poi sposava nel 1419 la vedova del Re Martino il giovane, ossia Bianca di Navarra, e cingeva nel 1425 la corona di tal regno (2); Enrico, maestro dell'Ordine di S. Giacomo di Galizia; Sancio maestro dell'Ordine di Calatrava, e Pietro signore delle terre di Tarrasa, Vilagrasa e Tárrega in Catalogna (3).

Appartiene a questo Pietro, che è distinto col nome di Infante, cioè principe reale, nei documenti e nelle cronache del suo tempo, il testamento che viene da me ora dato alle stampe. Per quante ri-

(1) SURITA, *Anales de la Corona de Aragon*. Saragoza, 1610, lib. XII, cap. 60.

(2) Varie importanti notizie su Giovanni, fratello di Alfonso, si hanno nel pregevole lavoro del can. Giuseppe BECCARIA, *La regina Bianca in Sicilia*. Palermo, 1887. Cfr. specialmente le pag. 97, 111 e 115.

(3) SURITA, loc. cit. — PIRRI, *Sicilia Sacra*, ed. Panormi [Venetiis] 1733, t. I, p. LVII, nella *Cronologia Regum*.

cerche abbia fatte, non mi è riuscito di trovarne il testo inserito nelle opere degli storici siciliani, i quali non ne fanno alcuna menzione, e neppure nell'ampia collezione curata dagli insigni catalani Prospero e Manuele de Bofarull (1).

Per la storia dei tempi del famoso Re Alfonso e dei grandi avvenimenti di guerra per la conquista del regno di Napoli, dei quali il testamento serba evidentemente il ricordo, e per la più sicura notizia delle gesta e delle vicende dell'Infante D. Pietro, mi è sembrato conveniente di pubblicare il pregevole documento. Esso è stato da me rinvenuto per buona fortuna nella trascrizione che se ne fece in un volume della *Conservatoria di Registro*, serie delle grazie o *mercedes*, dell'anno indizionale 1486-87 (2).

L'originale testamento, che recava la data del 4 giugno 1436, ora più non si trova, perchè esso era stato scritto di mano del notaro Bartolomeo Bonaiuto di Aci, e fu conservato nell'archivio della Regia Gran Corte, donde a 12 dicembre 1460 fu tratta una prima copia, ed a 24 febbraio 1486 [m. c. 1487] ancora un'altra, a richiesta del procuratore del regio Fisco. Per le vicende di distruzione, alle quali soggiacquero le più antiche carte notarili, conservate nella città di Catania, nemmeno potè rimanere la trascrizione, che dovette probabilmente formarsi nel registro del notaro di Aci, quando nel 1460 fu aperto il testamento (3).

Credo utile, innanzi di fornire le notizie del contenuto del testamento, dare alcuni cenni biografici su l'Infante D. Pietro, perchè

(1) BOFARULL, *Coleccion de documentos ineditos del Archivo general de la Corona de Aragon*. Barcelona, 1847-1870, in 40 vol. Se ne ha un esemplare nella Biblioteca Comunale di Palermo. Soltanto il chiaro letterato LIONARDO VIGO nelle *Notizie storiche della città d'Aci-Reale*. Palermo, 1836, pag. 101, ricorda che l'Infante Pietro «ebbe Aci, e morto senza figli la donò ad Alfonso, ordinando con suo testamento (da Bartolo Bonaiuto stipulato in Catania a 4 giugno 1436) che s'ei morisse privo di successione l'avrebbe l'Infante Giovanni, altrimenti al demanio resterebbe congiunta».

(2) *Conservatoria di Registro*, vol. 70, fol. 3-10 (Archivio di Stato di Palermo). Nel vol. 763 a f. 2-14 se ne ha altra copia del secolo XVIII, quando furono trascritti molti registri della *Conservatoria* perchè guasti.

(3) Diego DE ROBERTO, *Gli archivi pubblici di Catania*. Ivi, 1906, pag. 33 e 84 ricorda che gli atti notarili dell'Archivio provinciale hanno inizio solamente dal 1520, e per quello notarile afferma che nel saccheggio delle truppe borboniche del 1849 i registri dei secoli XV e XVI furono in gran parte bruciati.

sono scarsi e non bene ordinati i ricordi che ne han fatto gli storici, ed a me è stato possibile il rinvenire alquanti documenti che lo riguardano (1).

Fonti principali per quanto concerne le guerre sostenute per molti anni dal Re Alfonso, con l'intento di togliere il regno di Napoli agli Angioini, sono le memorie scritte dal contemporaneo letterato Bartolomeo Facio, la Cronaca Siciliana di Anonimo dal 1416 al 1434 edita la prima volta dal Muratori e poi dal Gregorio, l'altra pure in volgare, ed anonima, scritta in Napoli e nota col nome di *Diurnali del Duca di Monteleone*, ed infine quella composta in latino elegante dal siciliano Tommaso de Chaula, edita nel 1904 dal barone Starrabba (2).

Da tali memorie si rileva che il Re Alfonso venne in Sicilia sin dal febbraio del 1421 per i preparativi di guerra contro la parte continentale del regno, o (come dice la cronaca) « per la imprisa, la quali havia piglato di lo Regnu di Napuli », e rimase nell'isola sino in giugno di quell'anno (3).

(1) DI BLASI, *Storia cronologica dei Vicerè di Sicilia*. Palermo, 1842, pag. 47 a 63, ha dato importanti notizie sul tempo del dominio dell' Infante in Sicilia; ma i ricordi che egli offre non si estendono su le altre vicende dell' Infante medesimo.

(2) Pregevole è ancora il *Commentario della Vita del Serenissimo Re Alfonso* scritto dal fiorentino VESPASIANO BISTICCI, contemporaneo. Il MURATORI non poté rinvenire quel *Commentario* per inserirlo nella sua grande raccolta *Rerum Ital. Script.*, anzi ritenne che si fosse perduto. Venne però ritrovato nel 1843 da Francesco DEL FURIA, che lo pubblicò nell'*Archivio Storico Italiano*, antica serie, t. IV (1843), pag. 379-416. BISTICCI ricorda le virtù ed i costumi del Re Alfonso, seguendo il metodo adoperato dal PANORMITA, ma tralascia di esporre, anco brevemente, ogni impresa di guerra e dice: « Sonci molte cose memorabili, dello andare contro agl' infedeli, e dell'acquisto fece del Reame di Napoli, e dell'assedio della Città di Napoli, e del trionfo fattogli all' entrare in Napoli come trionfante, a modo degli antichi per l'acquisto di sì degna patria. Tutte queste cose sono iscritte nell'Istoria sua, fatta da Bartolomeo Fazzi » [ossia FACIO]. Cfr. pag. 406.

(3) GREGORIO, *Biblioteca scriptorum qui res in Sicilia gestas sub Aragonum imperio retulere*. Panormi, 1792, t. II, pag. 314. Nel registro 23 del *Protonotaro del Regno* sono notevoli a fol. 65-66 l'atto di giuramento prestato dal Re a 12 febbraio 1421 di conservare i privilegi della città di Palermo, « dum applicuisset portum civitatis Panormi, et descendisset ad litus maris, clausis portis civitatis eiusdem », e l'altro di fedecomaggio per tenere il palazzo regio *secundum usum et morem Ispanie*, ed in fine quello di osservare i privilegi di Monreale, mentre il Re « accessisset ad civitatem seu locum Montisregalis, et esset ante januam maioris ecclesie loci predicti ».

L'Infante Pietro, che era nato nel 1411, ed era stato educato con gli altri fratelli dal Maestro dell'Ordine di Alcantara, uomo assai distinto per la gravità ed illibatezza dei costumi (1), si recò dalla Catalogna in Napoli nella fine del 1423, cioè in età ancora assai giovanile, se è esatto il computo degli anni, secondo un'affermazione ricordata dal Surita (2).

Il De Chaula, che pare abbia scritto la sua cronaca in leggiadra forma latina per comporne un poema, in un capitolo intitolato: *Infans Petrus Neapolim venit frater Regis*, narra le ansie dell'Infante per recarsi in Napoli a soccorrere nella guerra il fratello, poichè la fama delle imprese militari di Alfonso *totum regium iuvenem Mavor-tis amore corripuit*, in tal modo da pregare caldamente la madre di dargli licenza di partire, ciò che ottenne con lagrime dalla regina, che lo chiamava: « Dulce decus, et o sola paterni oris imago » (3).

Dal Re e dai cittadini napolitani fu l'Infante accolto con grande gioia, ed il cronista aggiunge: « Memorabilis illa dies inter cunctos annales fastos ascribitur » (4). Nei varî combattimenti in Napoli sino alla fine di novembre del 1423 l'Infante si distinse per il suo ardire (5); ed il Re Alfonso, partendo per l'Aragona per sedarvi una discordia tra i suoi fratelli, lo destinò in Napoli « Gubernaturi e Ret-turi di Napuli e di la insula di Sicilia, cu certi nobili homini in sua compagnia » (6), e più concisamente, secondo il De Chaula « germano Infanti regni gubernaculo constituto » (7).

(1) FACIO, *De rebus gestis ab Alphonso primo, Neapolitanorum Rege*. Lugduni, 1560, pag. 80 e seg.

(2) SURITA, op. cit., lib. XIV, cap. L dice che quando morì l'Infante « era, segun escribe Pero Carrillo de Albornoz, de edad de veinte y siete años ».

Cfr. PIRRI, op. cit. t. I, pag. LVII.

(3) DE CHAULA, *Gestorum per Alphonsum Aragonum et Siciliae Regem*. Palermo, 1904 (ed. Starrabba) pag. 70 e seg.

(4) DE CHAULA, cit. pag. 75.

(5) Di quelle azioni guerresche, nelle quali prese parte l'Infante, e che sarebbe qui lungo esporre, offre minuta narrazione l'ACIO cit. pag. 53 e seg.

(6) GREGORIO, *Bibl. Arag.* cit. pag. 316. Su i viaggi del Re Alfonso è utile consultare la memoria dell'illustre professore spagnuolo GIMENEZ SOLER, *Itinerario del rey Don Alonso de Aragon, el que gaño Napoles*. Zaragoza, 1909.

(7) DE CHAULA, cit., pag. 108. — FACIO, cit. pag. 61 dice: « Petrum fratrem summae rerum praefecit ». Nel reg. 26 della *Conservatoria di Registro* (an. 1445-46, fog. 67), in un privilegio del Re Alfonso del 30 giugno 1425, per conferma di esenzioni alla città di Reggio, l'Infante è detto: « pro nobis in Regno Neapolis et Siciliae generalis gubernator ».

L'Infante, con grande coraggio, « nullo metu concussus, magnanimo pectore et solerti cura » resistette nell'occupazione di Napoli compiuta dal Caldora nel 1424 (1); anzi è fama che abbia risoluto di mettere a fuoco la città di Napoli, ma che in un Consiglio di Italiani del continente e della Sicilia si opposero il palermitano Nicola Sottile e Giacomo Caldora, che ne seguì il parere (2). Richiese poi l'Infante aiuti di navi al Re Alfonso in Catalogna (3). Quando intese la morte del valoroso Braccio da Montone, sebbene nemico, non nascose le lagrime per l'avversa sorte di tanto condottiero (4).

Nell'agosto del medesimo anno, insieme con Federico conte di Luna, figlio naturale del Re Martino il giovane, ed antico pretendente al trono di Sicilia (5), l'Infante Pietro venne con molte galere in Sicilia, per disporsi ad una spedizione nell'isola delle Gerbe, « volianu fari la volta di Barbaria oy di li Gerbi » (6).

Palermo in quel tempo, cioè negli anni 1420 a 1426, non essendo per oltre un decennio sede dei propri Re, era, in parte, decaduta dal suo antico splendore, e nella via del Cassaro cucine e finestrini recavano ingombro e molestia notevoli, ed i castellani diroccavano, con permesso regio surrettizio, le vetuste mura della Galcia presso il palazzo reale. Lo scopo della difesa si fece allora vivo fra i cittadini, ed il Re ordinò nel marzo 1426 da Saragozza che si restaurassero le mura, affinchè la città « validis meniis roborata, valeat eciam

(1) DE CHAULA, cit., p. 121. Nel reg. 55 bis della *Regia Cancelleria* (fol. 33) in un documento di novembre 1424 è ricordato un prestito per il Castel nuovo di Napoli, dove l'Infante era assediato.

(2) FARAGLIA, *Diurnali detti del Duca di Monteleone*. Napoli, 1895, pag. 82 (nella Serie I *Cronache*, dei *Documenti storici* della Società Storica napoletana). Tralascio di citare le anteriori edizioni di tale cronaca, perchè il testo dato dal FARAGLIA è il più antico ed altresì quello che offre la maggiore integrità, come egli dimostra nella *Prefazione*. Accennerò soltanto che il testo venne fuori la prima volta nel t. XXI della raccolta *Rerum Ital. Script.* del MURATORI, e poi nel t. XI della collezione del GRAVIER, *Raccolta di tutti i più rinomati scrittori della istoria generale del Regno di Napoli*. Ivi, 1769; e che un rifacimento sulla stessa cronaca fu eseguito nella metà del secolo XVI, e dato in luce pure dal GRAVIER nel t. IV della collezione già ricordata. Il Duca di Monteleone, che fu Vicerè di Sicilia e morì nel 1535, era il possessore del manoscritto della Cronaca autentica.

(3) DE CHAULA, cit. pag. 128.

(4) FACIO, cit. pag. 69 e seg. — DE CHAULA, cit. p. 139.

(5) BECCARIA, cit., pag. 37.

(6) GREGORIO, cit. pag. 317. FACIO, cit., p. 78. DE CHAULA, p. 139.

subito hostili invasioni resistere ». Gli abitanti con entusiasmo adempierono quegli ordini, perchè consideravano (secondo le loro parole) come negli antichi e moderni tempi città grandi e luoghi famosi non muniti fossero stati invasi, e con desolazione e strage distrutti. La lunga dimora del Re Alfonso in Sicilia con la magnifica sua corte dovette allora riuscir molto gradita, poichè i cittadini di Palermo nel 1421 ricordavano con soddisfazione che i sovrani aveano sempre concesso privilegi e grazie alla loro città, «havendula per comuni patria in tutto lu dicto regnu, comu fu Ruma comuni patria a tucta la republica subiecta a lu romanu imperiu » (1).

L'Infante Pietro, prima di partire per le Gerbe nel 1424, destinò per Vicerè Nicola Speciale « comu ja era innanti chi lo dittu Infanti venissi », la quale notizia dimostra che non è del tutto esatta l'affermazione del Di Blasi che l'Infante non avesse avuto vere prerogative di Vicerè in Sicilia (2).

Da Siracusa, dalla quale città l'Infante salpava con la flotta per Malta e per l'Africa a 5 settembre, egli inviò a Catania con tutte le sue robe per dimorare in quel Castello, una donna, che aveva condotto con sè da Napoli, e che si chiamava Lucrezia, ed era probabilmente sua amante (3). Nel golfo di Gabes approdò l'Infante alle isole Kerkene, e rinnovando le antiche gesta dei sovrani di Sicilia su quelle lontane spiagge, riuscì vittorioso; e recatosi indi in terraferma nella città di Sfax, posta dinanzi a quelle isole (4), gli si presentò il Re di Tunisi che era venuto per offrire alcuni doni all'Infante, che teneva il comando supremo.

(1) Queste notizie ho desunto da varii documenti, ed in ispecial modo dal reg. 24 del *Prot. del Regno* (a. 1421-22) f. 494r; reg. 25 (a. 1421-22) f. 58 e reg. 33 (a. 1432-33) fol. 135.

(2) DI BLASI, cit., pag. 48. — Per buona fortuna nel reg. 55 bis (a. 1424-25) della *Regia Cancelleria*, il quale è una Miscellanea formata dopo gli incendi della rivoluzione del 1848, da fol. 23 a 138 si hanno i documenti firmati dall'Infante (*Infans Petrus*) da ottobre 1424 a febbraio 1425. Altri documenti da dicembre 1424 a 6 febbraio 1425 sono nel reg. 24 del *Protonotaro del Regno*, fol. 388 a 418. BARBERI fa menzione di alcuni privilegi dell'Infante nel tempo della sua dignità di Vicerè: « In regno tunc Vicarius, suo cum vicariali privilegio », ed altrove: « Infans don Petrus, Regis predicti [Alfonsi] frater, et tunc Regni Prorex et Locumteneus ». SILVESTRI, *I Capibrevi di Giovan Luca Barberi*. Palermo, 1888, vol. III, Val di Mazzara pag. 534 e 562 (in *Docum. della Soc. Sicil. di Stor. Patria*).

(3) GREGORIO, cit., pag. 317.

(4) Nella Cronaca si legge invece: *Staphati* (GREGORIO, ibidem).

Ritornò costui in ottobre in Sicilia, e dimorò per qualche tempo in Catania nel celebre castello Ursino (*lo Castellu di la gitati*), assistendo ad una grande giostra e ad imbandigione che furon fatte in suo onore. Da Trapani l'Infante partì nel marzo del 1425 per la Sardegna, e di là per l'Aragona (1); nè per sette anni egli fece più ritorno in Sicilia, perchè venne altra volta nel 1432 quando nuovi preparativi di spedizione formavansi contro il regno di Napoli, essendo le forze unite della Sicilia e dell'Aragona destinate a compiere la grande impresa, che era personalmente e con lunghe dimore del Re e dei suoi figli, e specialmente dell'Infante Pietro, vigilata e diretta nell'isola e nel continente vicino (2). Il denaro che serviva per quella guerra, come dice il medesimo Re, scorreva allora come fiume (3).

Il Re Alfonso nei primi giorni di luglio del 1432 venne con numerosa flotta in Sicilia, ed essendo dimorato alquanto in Catania, si recò poi alle Gerbe, « fichiro la via di li Gerbi » (4). Non ottenne il Re i vantaggi che avea creduto di ricavare, ed in ottobre salpò per la Sicilia, fermando sua dimora in Catania, finchè sul terminar di novembre partì con tutto il naviglio per l'isola d'Ischia (5).

(1) Nel reg. 55 bis *R. Canc.*, f. 141 l'ultimo documento dell'Infante con data da Trapani è del 28 febbraio 1425. — DI BLASI, *Storia dei Vicerè*, cit., pag. 49 ricorda che l'Infante « si trattene in detta città [di Trapani] per lo meno sino a 4 (*sic*) di febbraio del 1425, essendovi nell'ufficio del Protonotaro un suo dispaccio dato in detto giorno da Trapani ». L'asserzione del DI BLASI non è sicura, come egli stesso manifesta. Infatti il suddetto documento del 28 febbraio ne offre la prova contraria; ed il BARBERI (*I Capibrevi*, cit. ed. SILVESTRI, pag. 562) dà notizia di un documento emanato dall'Infante a Trapani a 4 marzo, 3^a indizione (cioè 1425), che trovasi trascritto nel reg. 91 (an. 1453) della *R. Cancelleria*, fol. 58. Deve quindi la dimora in Trapani dell'Infante protrarsi ancora di un mese dalla data fornita dal DI BLASI; e poichè nei documenti che seguono, sino ad aprile, non se ne scorgono altri dell'Infante, può ben supporsi che costui sia partito nel marzo.

(2) FACIO, *De rebus*, cit., pag. 80 dà notizia di quanto l'Infante Pietro operò col Re Alfonso per il nuovo dissidio tra il fratello Enrico con Giovanni Re di Castiglia, ed altresì della tregua poi conchiusa.

(3) *R. Canc.*, reg. 75, f. 137, documento di ottobre 1439, che viene da me più avanti ricordato pel De Quiros.

(4) GREGORIO, cit. pag. 321. — FACIO, cit. p. 82.

(5) ANTONIO PANORMITA fa menzione di quei fatti nell'aureo libro *De dictis et factis Alphonsi regis Aragonum*. Basileae, 1538, pag. 35. Il celebre letterato tedesco Conte Augusto PLATEN, morto in Siracusa nel 1835, nel suo breve lavoro in-

Se in questa spedizione, che era stata tentata negli anni anteriori dall'Infante Pietro con miglior successo, costui non seguì il Re, nell'anno seguente 1433 invece si ha notizia che Giovanni Re di Navarra e gli altri due fratelli, l'Infante Pietro ed Enrico maestro di S. Giacomo Galizia, sono in Sicilia ad apprestare aiuto al Re, quivi pure ritornato, per la guerra che si rinnovava (1).

Giunto infatti nell'isola l'annuncio della morte della Regina di Napoli Giovanna II in febbraio del 1435, il Re ed i due fratelli, ed a quanto attesta la cronaca, anche l'altro a nome Sancio, indicato come « Mastro di la Cantara », o meglio Maestro degli Ordini di Alcantara e di Calatrava (2), trasferivansi a Catania; e l'Infante Pietro soggiornò a Noto, e poi a Catania nella casa di messer Gabriele di Fallo. Appena tutto fu pronto, la flotta mosse per Gaeta, ove si recò il Re Alfonso. L'Infante Pietro già di età di ventitrè anni, e che Facio, contemporaneo e storiografo di Alfonso, appella *fortissimus vir*, rimase in Sicilia, e quivi tenne il comando di una parte della flotta, nel caso di doversi recare in Napoli per accrescere le forze dell'espugnazione, ed inoltre ebbe la cura dei fornimenti di guerra

titolato *Storia del reame di Napoli dal 1413 al 1443* (trad. di Tommaso GAR). Napoli, 1864, pag. 165 dice pel Re Alfonso: « Deliberò di portare la guerra nell'Africa, tra per quel suo spirito intraprendente e per proteggere la Sicilia, tra ancora per tenersi pronto ad ogni mutamento nelle cose di Napoli ». La narrazione del PLATEN è interessante anche per le più note vicende dell'Infante Pietro sino alla sua morte (Cfr. pag. 125 e seg.).

Su quella impresa guerresca scrisse una pregevole memoria l'archivista FLANDINA, *La spedizione di Alfonso nell'isola delle Gerbe* ecc. nell'*Archivio Storico Siciliano*, an. I (1876), pag. 422 e seg. Alquanto notizie sulla spedizione del Re Alfonso nel 1432 alle Gerbe, ed anche su l'antecedente dell'Infante Pietro ha fornito di recente il chiar. prof. Francesco CERONE nella sua erudita monografia *A proposito di alcuni documenti sulla seconda spedizione di Alfonso V contro l'isola Gerba*, inserita nell'*Anuari de l'Institut d'Estudis catalans*, an. III (1909-1910), pag. 51 e seg. L'autore si è giovato di alcuni documenti dell'Archivio della Corona di Aragona in Barcellona, che gli furono esibiti dal professore spagnolo SOLER. Ora che l'Italia ha riacquisito quei territori africani, che i Normanni aggiunsero al loro dominio, è grato rievocare tali ricordi storici.

(1) FACIO, cit., pag. 88 narra che a Messina il Re « agitare animo coepit quoniam modo neapolitanum regnum, quod amiserat, recuperare posset ».

(2) GREGORIO, cit. pag. 322. — SURITA, cit., lib. XII, cap. 60, dice che Sancio aveva « el maestrazgo de Alcántara con el de Calatrava ».

« quae bello gerendo opus forent, curaret, annonamque et comaeatus summitteret » (1).

L'assedio di Gaeta, città notevolissima per la conquista, perchè vicina a quella di Napoli, durava tenace, resistendo agli assalti vigorosi del Re Alfonso, quando l'Infante Pietro venne chiamato dalla Sicilia col grande naviglio di guerra. I Gaetani si credettero perduti. Il celebre letterato Antonio Panormita, con un magnifico discorso, li esortò ad arrendersi. La sorte delle armi, nonostante la perizia militare dell'Infante, riuscì avversa ad Alfonso per tradimento dei Gaetani, ed il Re ed i suoi due fratelli, cioè Giovanni Re di Navarra ed Enrico maestro di S. Giacomo di Galizia, furono fatti prigionieri. Il Re Alfonso fu accolto in Milano alla corte del Duca Filippo Visconti come *Rex peregre proficiscens*, insieme al fratello Enrico; e Giovanni, ricevuto con onore a Genova, ottenne poi la libertà in Milano al pari di Enrico, trasferendosi entrambi in Catalogna (2).

L'Infante Pietro sfuggì invece con ardimento alla prigionia, volgendo con le restanti navi ad Ischia, e di là in Sicilia (3), donde ritornò per accorrere a liberare il Re; ma una tempesta lo spinse presso Gaeta, e non ricusando le offerte di dedizione degli abitanti, con mirabile tattica militare entrò nella città sul finire del 1435, ed impose ai suoi « a preda et caedibus civium abstinere », dimostrando la generosità del suo animo (4).

(1) FACIO, cit. pag. 89 e seg. — Ho trovato di quel tempo alquanti documenti dell'Infante Pietro, di agosto 1434 e di aprile e maggio 1435, nel reg. 70, fol. 21, 191 a 205 della *Regia Cancelleria*, ed in uno (fol. 191) l'intitolazione: « Infans Petrus Aragonum et Sicilie, Vicerex in eodem regno Sicilie », che prova chiaramente la sua potestà.

(2) FACIO, cit., pag. 93 e seg. — Il cronista GIOVANNI STELLA negli *Annales Ianuenses* dà precise notizie su la prigionia del Re Alfonso e dei suoi fratelli, e mostra il suo sdegno per la liberazione, che dice: *inauditum facinus*. MURATORI, *Rerum italicarum scriptores*. Mediolani, 1730, t. XVII, col. 1316 e seg.

(3) STELLA, cit., afferma: « Evasit tantum Infans, frater Regum predictorum, cum una ex suis galeis ». MURATORI, loc. cit. — Alessio DE SARRI snella sua *Istoria del regno di Napoli*. Ivi, 1791, parte II, t. II, pag. 309 narra: « Solo si salvò fuggendo ad Ischia D. Pietro colla sua nave ».

(4) FACIO, cit., pag. 123 e seg. — *L'Anonimo* ricorda che « lo Re di Rahona » (cioè Alfonso), tostochè fu liberato, sollecitò « l'Infante suo frate venesse da Sicilia ad sequire la conquista et guerra in lo Reame ». FARAGLIA, *Diurnali*, cit., pag. 96. Per tali avvenimenti è utile consultare l'importante lavoro del medesimo FARAGLIA, *Storia della lotta tra Alfonso V d'Aragona e Renato d'Angiò*. Lancia-
no, 1908, pag. 24-55.

Lieto il Re Alfonso, già libero, di avere per il valore del fratello, acquistato Gaeta, che sembravagli « *haud dubie totius regni possessionem portendere* », giunse nel febbraio del 1436 in quella città, e sicuro per nuovi prosperi eventi, provvedeva con sagacia a quanto occorreva per la guerra (1). Sembra che l'Infante Pietro sia venuto nuovamente in Sicilia per raccogliervi altre forze, poichè ho ritrovato inolti documenti da lui segnati da gennaio ad aprile del 1437 (2). In Napoli egli aveva allora al suo comando immediato centocinquanta lance (3).

Un fatto notevole, riferito dal mio genitore, per le gare tra Palermo e Messina, avvenne nel 1437, mentre l'Infante Pietro era ancora in Sicilia. La città di Messina reclamava presso il Re Alfonso perchè suo fratello « *illustrissimus dominus Infans don Petrus eius frater dilectus* » avesse largito a Palermo la prerogativa di Capitale del regno. Poco dopo, mentre la guerra ferveva, nel 1439 i Messinesi facevano transuntare da un notaro un privilegio falso di Ruggiero per dignità e grado di capitale a Messina, e nel 1440 ottenevano dal Re la conferma di franchigie concesse sin dal tempo di Ruggiero, ma non si inserì il testo del privilegio, nè si fece ricordo di capitale (4).

Devo qui notare che le parole *Caput* e *principalis*, adoperate per Messina in documenti del secolo XIV e sino al 1435, si riferiscono soltanto alla sua posizione geografica, cioè di città posta al vertice della costa orientale dell'isola, e che la prima offrivasi venendo dal continente. Durante le guerre di Alfonso, per distinguere con precisione le due parti insulare e continentale del regno, prevale la espressione di *citra* o *ultra farum*, cioè del faro che splendeva pei naviganti nel capo Peloro, non lungi da Messina; e *farius*

(1) Nel vol. di n. 6 dei Conti del *Tesoriere generale di Sicilia* degli anni 1435-36, esistenti nell'Archivio di Stato di Palermo, si trovano designate varie spese per galee ed altro, per ordine dell'Infante.

(2) *Regia Cancelleria*, reg. 71 (a. 1436-37) fol. 140r. a 261r. La firma, che doveva essere riprodotta dall'autografo, era costantemente così: *Inf. p^o*. Un documento, a nome di lui, a fol. 383r. è falso senza dubbio. DI BLASI, *Stor. cronol.* cit., pag. 58 e seg. non ammette questo nuovo periodo di viceregnato dell'Infante Pietro.

(3) MINIERI RICCIO, *Alcuni fatti di Alfonso di Aragona dal 1437 al 1458* (in *Arch. Storico napolitano*, vol. VI, 1881, pag. 6).

(4) VITO LA MANTIA, *I privilegi di Messina (1129-1816)*. Palermo, 1897, p. 16, e *Su gli antichi privilegi di Messina e su le ultime controversie per titolo di Capitale del regno*. Palermo, 1898, p. IX e seg.

populus, ossia cittadini del Faro, aveva chiamato il Neocastro, dopo il Vespro, i Messinesi (1).

Ordinò nel 1438 il Re Alfonso di espugnare per terra con grandi apparecchi la città di Napoli. Presso la chiesa della Maddalena, vicino il mare, pose l'accampamento l'Infante Pietro, ed il Re in luogo più eminente. Tra grandi macchine di guerra, mille uomini si volsero all'assalto verso il castello regio; ma un fatale evento, come dice il Facio « *cuncta Alphonsi consilia uno momento evertit* ». L'Infante Pietro per esplorare si era allontanato per qualche tratto, passeggiando verso la spiaggia, quando un colpo di artiglieria lanciato dalla vicina chiesa del Carmine lo ferì al capo, ed egli subito spirò a 18 ottobre del 1438 (2).

Il Facio non ne fa alcun cenno; ma una pia leggenda, forse per adornar con mistero il caso funesto, dice che l'Infante non volle cedere alle esortazioni del Re Alfonso, di non tirare bombarde su la

(1) Il prof. Giacinto ROMANO in una sua memoria intorno la *Origine della denominazione « Due Sicilie »*, nell'*Arch. Stor. napoletano*, an. XXII (1897), pag. 371 e seg. fa molto sottile disamina della distinzione di *citra* ed *ultra farum*, in vigore dopo che l'isola di Sicilia fu conquistata dagli Aragonesi (1282). È evidente però che i Re angioini, protestando sempre contro l'occupazione della Sicilia, continuavano ad assumere il titolo di *Re di Sicilia*, e non potendo più usare l'espressione *citra* od *ultra flumen Salsum*, che comprendeva metà dell'isola di Sicilia, che non possedevano (cfr. GREGORIO, *Considerazioni sulla storia di Sicilia*. Palermo, 1845, pag. 152, 236-239), adottarono invece l'altra di *citra* od *ultra farum* (cioè sino a Messina), che trovavasi talvolta adoperata sotto gli Svevi (*Constitutiones Regni Siciliae*, ed. CARCANI, Napoli, 1786, pag. 235; WINKELMANN, *Acta imperii inedita*. Innsbruck, 1880, pag. 580). Per la denominazione di *farius populus* usata dal cronista Neocastro, vedasi GREGORIO, *Bibliotheca Aragon. cit.*, t. I, pag. 61.

Non v'ha alcun dubbio che l'antica designazione di *citra* ed *ultra flumen Salsum* si mutò gradatamente nell'altra di *citra* ed *ultra farum*, specialmente quando servì a denotare le due parti del regno (il continente e l'isola), dopo il 1282 governate da diversi monarchi, e dal tempo della riunione in un solo regno compiuta da Alfonso, che destinava suoi Vicerè in Sicilia. Aggiungo che non appare esatta l'affermazione del ROMANO (pag. 383) che il Re Alfonso abbia usato l'intitolazione *Rex Siciliae citra et ultra farum* dal 1436 in poi, perchè la conquista del regno di Napoli avvenne nel 1442, e nei *Capitula Regni Siciliae* (ed. TESTA, Pannormi, 1741, t. I, pag. 240) quel titolo riscontrasi in un documento del 1446 e non prima.

(2) FACIO, cit. pag. 140 e seg. I cronisti Gaspare FUSCOLILLO, (*Le Cronache di li antichi Rè del Regno di Napoli*. ediz. CAPASSO, in *Arch. Stor. Napol.*, vol. I, an. 1876, pag. 47), NOTAR GIACOMO, (*Cronaca di Napoli*, ediz. P. GARZILLI, Napoli, 1845, pag. 83) e Giuliano PASSERO (*Historie*. Napoli, 1785, pag. 14) ricordano quella morte, ma il NOTAR GIACOMO con più precise notizie.

chiesa del Carmine, dove il Crocifisso era rimasto illeso, e che il giorno seguente l'Infante rimase vittima (1).

Grande fu il dolore del Re per la morte del fratello, poichè con rassegnazione e fra le lagrime si recò nella chiesa della Maddalena a baciare l'estinto sul petto disciolto dalla corazza, e a dare l'estremo saluto al partecipe *laborum et gloriae nostrae*. Dinanzi alle milizie disse che era perito il fiore dei cavalieri (*equestris ordinis flos*), ed ai suoi compagni d'arme divise per memoria quanto l'Infante teneva. La regina Isabella moglie di Renato d'Angiò pianse all'annuncio della morte dell'Infante, e profferse al Re Alfonso di dare onorata sepoltura alla salma del suo nemico; ma il Re ruscò la proposta (2).

L'assedio alla città fu sospeso per breve tempo (3). Il Re Alfonso volle che il cadavere fosse condotto al castello dell'Ovo, e che i solenni funerali si facessero quando la guerra fosse terminata. Scrisse lettere consolatorie agli amici e compagni assenti dell'Infante Pietro palesandosi bene (come osserva il Panormita) un vero filosofo, perchè adempì insieme i doveri di fratello pietoso e di strenuo duce (4). Quando dopo quattro anni, nel 1442, la città di Napoli fu presa, il Re Alfonso non volle che i soldati si dessero al saccheggio, non trasse vendetta della morte del fratello, ed usò clemenza, « iniuriarum omnium, etiam Petri fratris caedis, oblitus » (5).

Nel 1445 il Re fece trasportare il cadavere dell'Infante Pietro per dargli sepoltura nella chiesa di S. Pietro martire, nella tribuna, presso la tomba del Gran Siniscalco Cristoforo di Costanzo. I fune-

(1) FARAGLIA, *Diurnali*, cit., pag. 107. — COSTANZO, *Istoria del Regno di Napoli*. Ivi, 1769, pag. 452 e seg. ENGENIO, *Napoli Sacra*. Ivi 1624, pag. 433. SUMMONTE, *Dell'istoria della città e regno di Napoli*. Ivi 1675, t. II, pag. 640 e seg. — Gaetano FILANGIERI nell'importante opera *Documenti per la storia, le arti e le industrie delle provincie napoletane*. Napoli, 1885, vol. III, pag. 274-79 dà notizia sul Crocifisso della chiesa del Carmine, ed a pag. 551-556 pubblica la leggenda del Crocifisso, la quale stava trascritta in un'antica tabella della chiesa.

(2) FACIO, cit., pag. 142. FARAGLIA, *Diurnali*, cit., pag. 107.

(3) Per questi fatti dell'assedio di Napoli e della fine immatura dell'Infante vedi FARAGLIA, *Storia della lotta di Alfonso V d'Aragona* cit. pag. 153 e seg.

(4) PANORMITA, *De dictis*, cit., pag. 84.

(5) Di tanta magnanimità fanno ricordo il PANORMITA, cit. e GIOVIANO PONTANO, *Opera*. Venetiis, 1512, *De fortitudine bellica*, lib. I, tit. *De officio victoris*. — MINIERI RICCIO, cit., pag. 22 e 24 offre alcuni ricordi di spese funebri fatte nel 1439.

rali furono imponentissimi. Quattro Conti portavano il feretro, che era accompagnato, con faci accese, dal clero e dal popolo accorso « fora de Napole ad Santa Lucia » (1). Il Facio assistette a quei funerali, ed afferma: « Ego postea exequias vidi, universo regno perdomito » (2).

I monaci del convento di S. Pietro Martire curarono poscia di innalzare un sepolcro in marmo, nel quale deposero pure il cadavere di Isabella Chiaramonte sposa del Re Ferdinando I di Napoli. Engenio riferisce il testo dell'iscrizione, che stimo utile di inserire per la sua rarità:

OSSIBUS ET MEMORIAE ISABELLAE CLARIMONTIAE
 ET PETRI ARAGONEI PRINCIPIS STRENUI
 REGIS ALPHONSI SENIORIS FRATRIS
 QUI NI MARS EI ILLUSTREM VITA CURSUM INTERRUPISSSET
 FRATERNAM GLORIAM FACILE ADAEQUASSET
 O FATUM QUOT BONA PARVULO SAXO CONDUNTUR! (3)

Il Facio, che conobbe l'Infante e frequentava la Corte del Re Alfonso, ricorda l'infelice fine e fa un elogio notevole dell'Infante Pietro, pervenuto a grande virtù militare per le doti di animo e di corpo, e per la fermezza nei pericoli. *Primus in acie*, soggiunge ancora il Facio, *postremus praelio excedebat* (4).

Nè tale elogio potrà sembrare adulazione, perchè il Re Alfonso faceva menzione dell'Infante Pietro nei suoi privilegi ed ordini, sì in vita che dopo la morte del medesimo, con espressioni di alta stima e ridondanti di vivo affetto fraterno; e ne è prova un privilegio (da me rinvenuto) del Re Alfonso, con data *in castro novo regali Neapolis* a 2 ottobre 1423, nel quale il Re, in seguito ai memorabili avvenimenti di quell'anno, diceva per l'Infante:

« Ipse animosus et audax, et sub pedibus subiiciens omnem metum, nobis satis ilariter et prompte, satisque caritative ac cum indicibilis caritatis ardore in presidium nostrum venit, non parcens

(1) FARAGLIA, *Diurnali*, cit., pag. 131.

(2) FACIO, cit., pag. 142. — Il cronista FUSCOLILLO, (ed. CAPASSO cit., pag. 47), dice: « Lo predicto Infante sta socterrato in Santo Pietro martiro de Napoli ».

(3) ENGENIO, cit., pag. 458. — Ne fa cenno CARLO CELANO, *Notizie della città di Napoli*. Ivi, 1859, vol. IV, pag. 269, senza riportarne l'iscrizione.

(4) FACIO, cit., pag. 140 e seg.

sue et aliorum, qui secum et in servicio eius erant, personarum periculis, nec innumeris expensis et sumptibus ac laboribus et sollicitudinibus indefessis, qui ex tunc et nunc eciam causam nostram in se sumens, ut quam viriliter, statum nostrum in omni et qualibet oportunitate et urgente necessitate processerat, et nobis cum actenta sollicitudine magna preb[uit], ut quam occurrerunt considerabiliter menti nostre, dignum fore conspeximus » (1).

Il Re Alfonso nel 1437 rinnovava le lodi per l'Infante: « nec minus consideracione tam laudabiliorum et continuatorum servitiorum, que, nullis parcens periculis, laboribus et expensis, nostre prestitit et prestari non desinit Maiestati, multo maioribus prosequamur » (2).

Dopo avere esposto i ricordi delle vicende dell'Infante, conviene dar notizia del suo testamento.

L'Infante Pietro nell'anno 1436 risiedendo nel castello del comune di Aci (ossia Acireale), volle a 4 giugno dettare al notaro Bartolomeo de Bonaiuto le sue ultime disposizioni. I cimenti della guerra, nei quali sino a quel tempo si era trovato, lo avranno certamente persuaso a provvedere circa i suoi beni per il caso di una disgrazia, che durante le fazioni militari avesse potuto accadergli, od anche per una morte repentina.

Il testamento fu scritto di mano del notaro; ma conteneva in fine alquante righe autografe dell'Infante scritte in lingua spagnuola, mista di volgare siciliano, con le quali attestava di esser quella la sua estrema volontà.

Si sottoscrissero, come testimoni, ed apposero il proprio sigillo nel foglio di chiusura del testamento il giudice Antonino de Bonaiuto della illustre Corte dell'Infante (*Iudex magne illustralis Curie domini Infantis*), il notaro Giovanni de Regnia giudice di Aci, il milite Andrea de Castello, il tesoriere del regno Antonio Caruso, il milite Giovanni di Taranto barone di Castania, il milite Giacomo de Malictis, che appose il sigillo con lo stemma dell'Infante (*anulo divise domini Infantis*), il segreto di Aci Gregorio de Protopapa, il capitano di Aci Diego de Onesto, il notaro Giovanni di Bonaiuto, il regio segretario Stefano Biondo ed altri, in tutto tredici testimoni.

(1) *Regia Cancellaria*, reg. 55 (a. 1423-24) fol. 122, privilegio di concessione all'Infante di oncie mille di oro di Sicilia ogni anno.

(2) *R. Canc.*, reg. 73 (a. 1437-38) fol. 148 per largizione di tratte franche di vettovaglie all'Infante Pietro.

Il notaro Bartolomeo di Bonaiuto aggiunse in fine la dichiarazione di avere ricevuto quel testamento in consegna, per conservarlo, « manu propria dicti illustrissimi domini Infantis ». Appose pure il sigillo ed il segno del tabellionato, cioè una B maiuscola, intrecciata con croce, che riproduco in fac-simile (1).

È degno di nota che, seguita dopo due anni nel 1438 la morte dell' Infante in Napoli, come ho già detto, nessuna cura si ebbe di aprire quel testamento per darvi esecuzione. Ciò sarà probabilmente accaduto perchè il Re Alfonso trovavasi nella metropoli del vacillante regno angioino fra lo strepito delle armi, e non fu data a lui alcuna notizia della esistenza del testamento del fratello da chi poteva esserne informato. Si legge infatti in un documento del Re Alfonso, con data di Gaeta nel novembre del 1438, che l' Infante morì senza lasciar figli, nè alcun testamento, *absque liberis atque ab intestato* (2).

Dopo ventiquattro anni, cioè nel 1460, il Procuratore del regio Fisco, forse avutane conoscenza, richiese, in presenza del Maestro Giustiziere e dei Giudici della regia Gran Corte, che fosse aperto il testamento dell' Infante (3). La prova sicura che la regia Corte conobbe, e si giovò, dopo molti anni, di quel testamento, si desume da un documento del 15 dicembre, 9ª indizione [1460], col quale il vicerè Giovanni Moncada ordinava al milite Antonio Sin, Tesoriere del regno, di pagare alla vedova ed ai figli ed eredi del notaro Bartolomeo Bonaiuto la somma di oncie otto per diritto di conservazione, apertura, visione e copia del testamento, poichè la regia Corte aveva avuto notizia « che lo testamentu che fichi lu illustrissimo signuri don Petru, di memoria immortali, fratri di lu serenissimu signuri Re, era in putiri di la mugleri et figli » di quel notaro, e dovea provvedersi all'apertura « cum pro Curia in totum vel in partem faceret, vel non » (4).

Fu quindi il testamento presentato in giudizio per le liti, che insorsero, riguardanti il comune ed il castello di Aci, le gabelle del

(1) La parola *publicatum*, prima delle altre *apud castrum terre Jacij die IIII Junii 1436*, è evidentemente errata, invece di *conservatum*. Cfr. l'inizio del testamento (doc. IV).

(2) *R. Canc.*, reg. 74 (a. 1438-39) fol. 166. Documento per Alvaro de Castro, del quale farò cenno appresso.

(3) Vedasi la nota del 12 dicembre 1460 apposta verso la fine del testamento.

(4) Pubblico questo documento in fine, traendolo dalla *Conservatoria di Registro* (Mercedes), vol. n. 41 (a. 1460-61) fol. 239.

comune di Piazza, ed altresì la terra di Roccella a mare nel Val di Mazzara, nelle quali liti vinse la regia Corte (1).

Trascorsero ancora altri ventisette anni, quando nel 1487 il Procuratore del Fisco fece ricercare in Palermo (forse per altra lite) l'originale testamento nell'archivio della regia Gran Corte «intus quandam arcam bene conservatum», donde fu portato nel regio palazzo; e quivi, riconosciuto per la sua autenticità in presenza del Vicerè e dei componenti il Sacro Regio Consiglio, che sono distintamente indicati, cioè Giovan Tommaso Moncada ed il figlio Guglielmo, Centelles, De Francesco, Minutoli, Ricioli, Bonanno, Crapona, Leofante, Sabia e Adamo (2), ne fu fatta la nuova trascrizione, sottoscritta dai membri suddetti del Sacro Regio Consiglio insieme al maestro notaro della Gran Corte Andrea Valdina.

Offrirò ora alquanti cenni sul contenuto del testamento.

L'Infante Pietro di Aragona e di Sicilia, duca di Noto e signore delle terre di Piazza, Caltagirone, Aci e Castello a mare di Roccella (3), dimorando nel suo Castello di Aci, poichè inevitabilmente, per cagione del peccato del primo parente (4), *statutum sit hominibus semel mori*, e spesso la malattia tolga vigoria alla mente, ha voluto fare il suo testamento, *premissa in cordis arcario crebrius revolventes*.

Istituisce erede universale su tutti i suoi beni mobili ed immobili, e specialmente su le sue terre, castelli e ville il Re Alfonso, suo fratello germano; e nel caso che egli muoia senza figli, sostituisce come erede l'altro fratello Giovanni Re di Navarra ed i suoi figli, ed in mancanza anche di costoro, il terzo fratello Enrico, Maestro dell'ordine di S. Giacomo di Galizia.

(1) Cfr. le dichiarazioni di apertura del testamento nel 1486 (m. c. 1487).

(2) Ciò si ricava dall'inizio dell'atto di apertura del testamento.

(3) PIRRI, *Sicilia Sacra*, cit., nella *Cronol. regum* pag. LVII ricorda soltanto, sulla fede del SURITA, cit. lib. XIV, cap. 40, che l'Infante Pietro fu Duca di Noto. Sul dominio di lui in Noto fornisce pregevoli notizie LITTARA, *De rebus netinis*. Panormi 1593, pag. 105 e seg., ed altre VITO LA MANTIA, *Antiche consuetudini delle città di Sicilia*. Palermo, 1900, pag. CLV. CHIARANDÀ, *Piazza città di Sicilia*. In Messina, 1654, non fa alcun cenno della signoria dell'Infante in quella città. Per Caltagirone cfr. PARDI, *Un comune della Sicilia e le sue relazioni con i dominatori dell'isola nell'Arch. Storico Siciliano*, an. XXVI (1901), pag. 329 e seg.; per Acireale han dato alcuni ricordi Lionardo VIGO, *Notizie storiche*, cit., pag. 100 e seg. e SALVATORE RACCUGLIA, *Iaci dall'anno 1320 all'anno 1528* (in «Atti della R. Accademia degli Zelanti di Acireale», 3ª serie, vol. IV, 1904-1905).

(4) «Propter peccatum primi parentis». Cfr. il verso di DANTE (*Inferno*, IV, 55): «Trasseci l'ombra del primo Parente».

Vuole che il suo corpo sia seppellito nel monastero di S. Maria di Monserrato *parcium Cathalonie*, innanzi la porta esterna della chiesa, al qual monastero lega una rendita di oncie venti. Per sentimento di eccessiva modestia, l'Infante ordina che alla sua morte *nulle ceremonie neque pompe serventur*, ma che sia sepolto con umiltà (*simpliciter*), e con le solennità ecclesiastiche per la salvezza dell'anima.

Lega per matrimonio di povere orfane oncie duecento, ed altrettante per elemosine agli ospedali ed ai poveri che vi risiedono, ed all'ospedale grande e nuovo di Palermo (fondato per munificenza del Re suo fratello) oncie quaranta per la roba dei letti ed altro (1). Uno speciale legato stabilisce inoltre per la celebrazione di mille messe in onore della Passione, della Vergine ed altri santi.

Dichiara di accettare il testamento di Ferdinando Velasci Porrado, che era stato Vicerè negli anni 1419 e 1422, e che lo aveva istituito suo erede universale (2).

Fa quindi molti legati di somme rilevanti, cioè di fiorini mille, seicento o quattrocento, o di oncie cento, ai suoi *creatis et servitoribus*, ossia ad Alvaro de Castro castellano di Noto, a Guglielmo de Bodrevilla castellano di Piazza, all'usciera Alfonso de Cardines capitano di Caltagirone, a Ferrando Scovar capitano di Noto, al maggiordomo Giovanni de Liria, al quale lega altresì la castellania di Montalbano nella Castiglia (*parcium Castelle*), ad Alvaro Vacca, al quale conferma la castellania di Aci, ed a Pietro de Cordova, al quale conferisce la castellania di Grogna *parcium Castelle*.

Lega un assegno annuale di oncie venti su la Secrezia di Noto a Ludovico Ingomera, e ad Alfonso de Burgos la castellania delle torri di S. Felice *parcium Castelle*.

Per varie di tali persone prega il Re di confermar loro le cariche, le quali tenevano per concessione dell'Infante, od anche di concedere qualche altra grazia.

Seguono per altre ottantaquattro persone, denotate con precisione, legati di somme da una quantità massima di fiorini quattrocento ad altra minima di venti, e sarebbe vano qui ripeterne i nomi, bastando accennare che alquanti individui traggono evidentemente

(1) « Legamus hospitali magno novo felicis urbis Panormi », espressione durata poi per secoli per indicare la riunione degli antichi ospedali minori della città.

(2) Lionardo VIGO, *Notizie storiche di Acireale* cit. pag. 101, dice: « Dipoi estinto Ferdinando Velasquez senza prole, institui erede l'Infante D. Pietro » nel dominio di Aci.

origine spagnuola, ed altri sono ufficiali, custodi, artigiani e familiari della Corte dell' Infante (1).

Da un servitore, che era morto nel Castello nuovo di Napoli, l' Infante ricevette centocinquanta fiorini, e vuole che si spendano per matrimonio di orfane e per i poveri ricoverati negli ospedali.

Dal reverendo Giovanni de Soctomaiori, maestro dell' Ordine di Alcantara ebbe in prestito alcuni vasi di argento, che l' Infante diè in pegno, insieme con altri piatti propri, al dottore in leggi Gabriele de Ruisetta, ed ordina che siano riscattati i vasi d'argento del reverendo Soctomaiori.

Manifesta altresì che sulla sua sepoltura si dovrà murare una lapide liscia, nella quale sia scolpito l' epitaffio ed il titolo, con le parole in volgare che lo stesso Infante designa in tal modo: « Iza è sepulta lu servu di quista Signura (2) lu Infanti don Petru di Aragonia et di Sichilia, duca di Nothu etc. ».

Varie donne sono pure considerate nelle largizioni dell' Infante, cioè la moglie del portiere (3), e Maria moglie di Guglielmo de Tolosa, e per il futuro lor matrimonio Damiata sorella del monaco Ludovico di Heredia, la figlia maggiore di Giovanna sorella di una certa Damiata « olim retinentis hospicium in urbe Panormi prope biviraturam », la figlia del portiere, e donna Costanza per i servizi resi alla Regina di lui madre, già morta, ed alla sorella Infantessa.

A Battista Platamone regio Segretario, e poi anche Vicerè nel 1435, lascia fiorini quattrocento, a Calcerando de Santapace « gubernatori ducatus et terrarum nostrarum » la celata propria dell' Infante, ricoperta d'oro con pietre preziose e perle, per serbar memoria di lui, ed al dottore in leggi Antonio de Bonaiuto fiorini centocinquanta.

Vuole che si formino due magnifici calici di argento dorato con le sue armi (*arma nostra et nostre imprese*), per donarli al monastero di S. Maria di Monserrato.

Assai importante è la dichiarazione dell' Infante, che dicesi oltremodo dolente di non avere le facoltà sufficienti per remunerare i suoi

(1) L'alta dignità di Vicerè, esercitata dall' Infante per varii anni in Sicilia, dimostra le grandi relazioni che egli aveva con tante persone, delle quali alcune erano invero eminenti.

(2) Cioè della Madonna di Monserrato, perchè nella Chiesa a lei dedicata voleva esser sepolto.

(3) Nel reg. 78 della *R. Canc.* fol. 249 è un documento del 1443, che concerne Aloisio de Limpies portiere, e sua moglie Francesca cameriera (*cubigeria*) dello Infante negli anni trascorsi.

familiari e servitori secondo i loro meriti, e però li raccomanda caldamente alla benignità ed all'animo grato del Re, ed in ispecial modo « eos qui a partibus Yspanie nobiscum ad sua regna et usque ad hoc Sicilie regnum transfretarunt », per i grandi servizi che essi con infinito amore e zelo han prestato, abbandonando la propria patria ed i loro beni, ed esponendosi non solo a pericolo della vita, ma alla perdita di loro sostanze, ed all'esilio perpetuo.

Se ad uno soltanto di essi lasciassi (dice l'Infante) quanto ho assegnato a tutti, « vix esset condigna remuneracio ad remuneranda servicia alterius eorumdem » (1).

L'Infante Pietro destina infine come suoi fedecommissari ed esecutori Calcerando de Santapace, Battista Platamone, il reverendo Garsia de Azavar vescovo di Lerida, ed il frate Giuliano monaco di S. Martino delle Scale, dell'ordine di S. Benedetto, in Palermo, cioè il celebre frate Giuliano Maiali, che tanto allora si distinse anco in negozi politici e per l'erezione del grande ospedale di Palermo (2).

Prega però il Re di non prender possesso dei beni ereditari, e specialmente dei castelli di Aci e di Roccella, se prima i fedecommissari non daranno esecuzione al suo testamento, e quì l'Infante aggiunge notevoli espressioni di lode per il Re sapiente ed invitto, che lo amava di affetto paterno: « Et in hoc suam humanitatem et clemenciam exhibeat liberalem, et ostendat dilectionem fraternalem, ymmo paternam, quam erga nos semper gessit et gerit, illud per experienciam rerum magistram in patulo deducendo ». Vuole bensì che, appena avvenuta la sua morte, gli ufficiali ed abitanti delle sue terre prestino il giuramento di fedeltà ed omaggio al Re.

Tale è il testamento dell'Infante Pietro, e se ne rileva tosto la importanza per le memorie dinastiche del Re Alfonso e la storia del suo tempo.

La notizia della Corte ossia *Camera* dell'Infante riesce ben chiara dal testamento. Un governatore generale del ducato di Noto e delle altre terre teneva l'alta amministrazione, un segretario stava alla sua dipendenza (3), un tesoriere curava le rendite e le spese, ed un giudice rendeva giustizia. Dai varî documenti, da me esaminati, si rileva

(1) Il Re Alfonso, nonostante che non conoscesse l'esistenza del testamento del fratello, non mancò di fare concessioni alle persone aderenti alla Corte dell'Infante, o di confermare quelle che aveano da costui ottenute.

(2) Ne farò cenno appresso, per alcune notizie della sua vita.

(3) Di tale carica era rivestito Bartolomeo Coni.

che facevano pure parte della Corte il Camerlengo, il cantore della Cappella ed il ragioniere (*scriptor porcionis domus*).

Tra i familiari erano il maggiordomo, l' araldo, l' usciere, i portieri, l' armiere, il sellaio, il guardaroba maggiore, o *maior repostorius* (1), ed il minore (*subrepostorius*), i cuccinieri con la stessa distinzione (*submuseus*), il chirurgo, il sarto, il ciabattino (*zabacterius*) ed il barbiere. La Corte dell' Infante doveva essere splendida nell' antica città di Noto, che era capo di una delle tre Valli dell' isola, poichè è ricordato al Molober di richiedere, nella consegna dei beni dell' Infante (dopo la sua morte), denaro, oro, argento, margarite, gioie, robe, frumenti, cavalli ed altro (2).

Ho voluto ricercare tra i molti documenti degli anni dal 1423 al 1438, cioè dalla prima venuta dell' Infante Pietro nell' isola sino alla sua morte, quali memorie si avessero su le cento otto persone che sono menzionate nel testamento; e per alquante di esse ho rinvenuto abbondanti e soddisfacenti notizie.

Per l' Infante ed i suoi territori e beni, e per le vicende che lo concernono, i documenti forniscono pure ricordi pregevoli. Nel 1423 il Re Alfonso gli concedeva ducati mille di oro sui porti di Sicilia, volendo *nos gerere graciose* verso l' Infante (3); ordinava che fossero al medesimo pagate oncie cento di oro per indennità di un naufragio di Saraceni (4), e gli assegnava poi per il fasto della sua condizione mille oncie d' oro ogni anno in feudo e col militare servizio sul porto di Vindicari (5).

L' Infante stesso in quel tempo scriveva dal Castello nuovo di Napoli al Vicerè di Sicilia per aver tratte di frumento per approvvigionamenti (6). Da Gaeta, in ottobre il Re Alfonso richiedeva l' Infante perchè curasse l' esecuzione del privilegio concesso a quella città, in rimerito di « *gratorum obsequiorum impendia* », per estrarre

(1) Si ricava dai documenti, che indicherò più innanzi, l' esistenza di questa carica. L' araldo era Antonio Bover, soprannominato *Conquista* forse per il suo valore o la gagliardia del corpo. Di tale araldo si ha il ricordo in un conto di spese del 1442 nel reg. 78 della *R. Cancelleria*, fol. 38.

(2) *R. Canc.*, reg. 74, fol. 106.

(3) *R. Canc.*, reg. 54 (a. 1422) fol. 344r.

(4) *R. Canc.*, reg. cit., f. 344.

(5) *R. Canc.*, reg. 55, f. 122 « *pro cuius status aumento* ».

(6) *R. Canc.*, reg. 55, fol. 179r.

le tratte dalla Sicilia e per potere usare le grandi franchigie, che godevano i Messinesi (1).

In giugno 1424 si spedivano dall'isola vettovaglie « ad Infantem Petrum obsessum in castro novo regali Neapolis, pro subvencione dicti illustris et gencium ibi existencium » (2). A Simone de Banhierio l'Infante concedeva in dicembre l'ufficio di acatapano in Palermo per aver curato il trasporto di navi mandate *per Curiam regiam fraternam* al Castello nuovo in Napoli « pro nostri succursu, dum ibi obsessi residebamus » (3).

Il Re Alfonso a 30 giugno 1425 confermava alla città di Reggio di Calabria i privilegi ed immunità, anco per compra e vendita di merci in Sicilia, per liti ed altro, concessi da lui, dalla regina Giovanna II (*per matrem nostram carissimam*) e da altri Re di Napoli, « seu per inclitum et magnificum Infantem Petrum » governatore generale nel regno di Napoli e di Sicilia (4).

Nel 1427, quando l'Infante Pietro dimorava in Valenza, furono a lui inviate cento salme di orzo « pro Regis grandi servizio » (5). Un assegno su le estrazioni del porto di Vindicari il Re Alfonso gli concesse verso il 1428 (6).

Dopo la seconda venuta dell'Infante dalla Catalogna, il Re nel 1437, *exigentibus maximis meritis* dell'Infante medesimo, ed anche *pro substentacione aliquali sui status* gli permise l'estrazione (franca da ogni tassa) di vettovaglie dalla Sicilia (7). In quello stesso anno i Vicerè vendettero all'Infante Pietro la castellania, capitania e secrezia di Polizzi, e ne fu formato il contratto dal notaio Andrea Gazull, e dato l'ordine di immettere in possesso il procuratore dell'Infante, e redigere l'inventario della consegna (8).

(1) *R. Canc.*, reg. suddetto f. 235, e reg. 71 (a. 1436-37) f. 302r. Tali esenzioni furono confermate negli anni posteriori.

(2) *R. Canc.*, reg. 55, fol. 415.

(3) *Protonotaro del Regno*, reg. 24 (a. 1424) fol. 388r. Nel reg. 55 bis, fol. 33 di *R. Canc.*, (a. 1424-25) è inserito il testo di una lettera di cambio dell'Infante, di alcuni mesi innanzi (agosto 1424), per una somma mutuata dal Banherio.

(4) *R. Canc.*, reg. 57 (a. 1425-26), f. 48. *Conservatoria*. Mercedes, reg. 26 (a. 1445-46), f. 67. Il regno dell'isola di Sicilia è denominato *regnum Trinacie* nelle disposizioni del documento.

(5) *R. Canc.*, reg. 60 (a. 1427-28) f. 69.

(6) *R. Canc.*, reg. 71 (a. 1436-37) f. 266r. Cfr. pure SILVESTRI, *I Capibrevi di Giovan Luca Barberi* cit., pag. 569.

(7) *R. Canc.*, reg. 73 (a. 1437-38) f. 148.

(8) *R. Canc.*, reg. cit., f. 59, 60. Un Guglielmo Gazull è ricordato nel testamento.

Il Re Alfonso nei suoi diplomi diretti all' Infante, o che riguardavano lui, usava di consueto le espressioni di *inclito*, *magnifico*, *fratello nostro carissimo*, e dopo morte lo ricordava con le parole *celebris* ovvero *recolende memorie* (1).

Di Giovanni Re di Navarra, fratello dell' Infante Pietro, dirò soltanto che il Re Alfonso nel 1430 per riparare il detrimento che le rendite di Giovanni avean sofferto per la guerra, che il Re di Castiglia ingiustamente avea mosso contro di lui ed Alfonso (come sopra ho accennato), gli concesse il porto di Augusta con tutte le rendite e con ampie facoltà (2).

Il Re Alfonso in un documento riguardante l' Infante Pietro diceva nel 1423 che costui venne in Italia noncurando i pericoli di sè « et aliorum qui secum et in servicio eius erant » (3). Ciò prova che alquante persone di sua fiducia, ed altre appartenenti alla sua Corte lo seguirono quando lasciava la Catalogna. Le notizie che ora fornirò su varie persone straniere, o native dell' isola, ricordate nel testamento dell' Infante, ne danno altresì conferma.

Antonio Bonaiuto, dottore di leggi, fu giudice, sindacatore ed avvocato fiscale nel 1431 (4). Alberto Caneylles, di origine certamente spagnuola, apparteneva alla Corte (*de camera*) dell' Infante, dopo la cui morte gli fu assegnata dal Re nel 1438 una rendita di oncie quindici a vita (5). Alfonso de Cardines era maggiordomo dell' Infante medesimo, ed ottenne dal Re in novembre 1438 la concessione di alcune gabelle e la castellania del comune di Piazza (6).

Pietro Decazes era catalano, e nel 1423 otteneva che si facesse la revisione di una sua lite agitata nella Curia dei consoli dei Catalani in Messina (7). Alvaro De Castro, milite, fu camerlengo dell' Infante, e dopo la morte di costui, il Re gli concesse la castellania di Noto, e varie gabelle che il medesimo comune avea restituito alla

(1) *R. Canc.*, reg. 54, f. 344; reg. 71, f. 302; reg. 74, f. 230; reg. 75 (a. 1439-40) f. 361r, 510r, documenti del 1423 in poi.

(2) *R. Canc.*, reg. 66 (a. 1431-32) f. 37. Cfr. pure i documenti del reg. 68 (a. 1432-33) fol. 132, e reg. 74, f. 109. -- Dell'altro fratello Enrico ho dato prima varie notizie.

(3) *R. Canc.*, reg. 55, f. 122, documento già ricordato.

(4) *R. Canc.*, reg. 63 (a. 1429-30) f. 1, 23; reg. 66, f. 130r.

(5) *R. Canc.*, reg. 74, f. 158, 164; reg. 75, f. 97, 452.

(6) *R. Canc.*, reg. 74, f. 152, 154. SILVESTRI, *I Capibrevi di Barberi*, cit., pag. 179.

(7) *R. Canc.*, reg. 54, f. 124.

regia Corte « una cum aliis terris, quas dictus illustris Infans tenebat et possidebat » (1).

Giovanni Deliria fu maggiordomo del Re Alfonso, ed aveva reso servigi all' Infante, che gli concesse la castellania di Piazza. Il Re in dicembre 1438 ritolse al Deliria quel posto, confermandogli un assegno (2). Sancio Garsia fu familiare e cantore della cappella dell' Infante, dal quale *regia auctoritate, qua fungimur*, ottenne nel 1435 in Noto il beneficio della *terzaria di Bonaxia* nel territorio di Monte S. Giuliano (3).

Francesco Imbusketo, milite, nel 1428 fu dalla Sicilia inviato a Napoli con una galera, perchè « è necessarium pro singulari regio servicio tramectiri a li Castelli di Napuli » (4). Il frate Giuliano Maiali è assai noto nelle vicende dell'epoca di Alfonso. Fu ammesso nel monastero di S. Martino delle Scale nel 1417, e poi fece vita romita alle Ciambre presso Partinico. Negli anni 1431 a 1433 si distinse per le ambascerie al Re Alfonso per il nuovo grande ospedale da fondarsi in Palermo (5). Quel Re diceva: « Si, prout libitum fuerit, sibi vitam agere liceret, Iuliani eremitae vitam sese electurum » (6).

Giovanni di Medina era portiere regio nel 1416, come si ricava da un ordine vicereale di quel tempo (7). Francesco de Monlober esercitò l'ufficio di tesoriere dell' Infante Pietro, come prima aveva fatto il fratello del medesimo Francesco, a nome Pietro, e che era a lui premorto. Nel novembre del 1438, per la morte dell' Infante, gli fu affidato l'incarico di recarsi in Sicilia per curare che fossero devoluti alla regia Corte il ducato di Noto « et alia castra, terre et bona, ac bona universa que a nobis obtinebat in feudum et alias », e per redigere l'inventario di tutti i beni mobili (8).

(1) *R. Canc.*, reg. 74, f. 147, 149, 166.

(2) *R. Canc.*, reg. 75, fol. 191, 510.

(3) *R. Canc.*, reg. 70 (a. 1434-35) f. 205.

(4) *R. Canc.*, reg. 60, f. 131.

(5) FRANGIPANI, *Storia del Monastero di S. Martino presso Palermo*. Assisi, 1905, pag. 74 e seg. — *Prot. del Regno*, reg. 33 (a. 1432-33) f. 11, 12. — Varii ricordi delle ambascerie del frate Maiali presso il Re di Tunisi nel 1438 trovansi in CERONE, *Alfonso il Magnanimo ed Abu Omar Othman*, nello *Arch. Stor. per la Sicilia Orient.*, an. IX (1912) pag. 50 e seg.

(6) PANORMITA, *De dictis*, cit., pag. 117.

(7) *R. Canc.*, reg. 52 (a. 1416) f. 20. — F. LIONTI, *Codice diplomatico di Alfonso il Magnanimo*. Palermo, 1891, pag. 87 (nei *Doc. della Soc. Sicil. di Stor. Patria*).

(8) *R. Canc.*, reg. 74, f. 106, 118; reg. 75, f. 361. Cfr. doc. I in fine. 4

Alfonso de Nugaes, milite, fu *maior reposterius* dell' Infante, e lo servì per lungo tempo (*in tanto tempore servivistis*). Ottenne nel 1437 dal Re Alfonso la castellania di Taormina, anche per aver seguito in guerra l' Infante « presertim apud Calabriam novissime ubi cum comitiva decenti sub illustri Infante Petro carissimo fratre nostro egregie militavit ». Egli sposò Paolina, figlia di Francesco Anichito dottore in leggi. Nel 1440 ebbe un assegno dal Re Alfonso « in exoneracionem anime dicti illustris Infantis » (1).

Battista Platamone fu insigne giureconsulto e giudice della Gran Corte, e reputato per « conspicui mores, ingensque sciencia et indubie virtutes ». Nel 1432 diede oncie trecento per acquisto di frumento « pro armata serenissimi domini Regis ». L' Infante Pietro, tenendo in considerazione che « eciam in Ytalie partibus, ad quas destinatus ambaxiator, vestris propriis sumptibus accedendo, summas eorum maiestates vestri leporis et acutissimi ingenii admiratos plurimum reddidistis », accrescendo in tal modo onore alla monarchia, gli assegnò oncie trenta di oro annuali. Altra largizione di oncie dodici ogni anno fece pure a lui su la Secrezia di Noto.

Nel 1439, essendo ricaduto al demanio il comune di Aci, il Re lo vendette al Platamone, e ordinò che tutti i privilegi, le scritture ed i mobili ed altro (cioè: artiglierie, legna, botti, molino o *centimulu*, tavole di mensa) del castello, che rimasero dopo la morte di Ferrando de Velasci milite e dell' Infante, i quali furono signori di Aci, si consegnassero al suddetto Platamone (2).

Stefano de Quiros era il ragioniere *porcionis domus* dell' Infante Pietro. Il Re Alfonso in remunerazione gli concesse nel 1439 oncie trenta annuali a vita (3). Antonino Salonia, abitante di Noto, recò soccorso con mutui alla regia Corte, ed il Re « quoniam ad prosequendam nostram felicem amprisiam circa recuperacionem huius Regni nostri Sicilie [cioè di Napoli] per hostes et rebelles nostros variis incurribus laccessiti, propter incumbencia gravia nobis onera expensarum, profecto pecuniarum pro fluvio indigemus », gli concesse in quell'anno l'ufficio della capitania di Noto (4).

Calcerando Santapace ottenne dal Re Alfonso nel 1430 la licenza

(1) *R. Canc.*, reg. 71, f. 143, 307, 308; reg. 74, f. 361.

(2) *R. Canc.*, reg. 66, f. 258, 260; reg. 72, f. 64; reg. 74, f. 192, 219, 238, 391.

Il documento per la consegna dei beni di Aci è da me appresso riportato al n. II.

(3) *R. Canc.*, reg. 74, f. 223; reg. 75, f. 345.

(4) *R. Canc.*, reg. 75, f. 137. Si ha ricordo di lui pure a f. 361r, e nel doc. I che riferisco in fine, nel quale è detto procuratore dell' Infante.

di costruire una torre nel territorio di Butera, nel luogo della Falconara, « pro custodia et tuicione agricultorum et aliorum in dicto territorio laborancium », e nel 1432 di poter estrarre salme cento, *semel tantum*, per suo uso nelle parti di Catalogna, ove si era recato per servizio regio (1).

Ferdinando de Scovar dall' Infante ebbe un assegno, a vita, di oncie venti su la Secrezia di Noto, che dal Re Alfonso fu confermato nel 1441 (2). Giovanni de Soctomaiori ci è noto per i ricordi del Facio, da me accennati sopra. Rainaldo Ulianti era nativo di Noto. Alfonso volle ricompensare i servigi da lui resi durante la vita dell' Infante, e specialmente quando si distinse fra le milizie di costui « apud vallem Sancti Severini strenue dudum cum inimicis nostris preliando, adeo quod maxime nostre victorie glorieque per vos et perpetui honoris eo die ex manu vestra prosiliit » (3).

Giovanni de Urso ottenne nel 1440 dal Re per i meriti verso lo Infante, anche con pericolo della vita, duecento salme di frumento o il diritto di estrazione (4). Alvaro Vacca era nel 1427 Castellano di Castrogiovanni (5). Ferrando Velasci Porrado, milite e Maestro Segreto del Regno di Sicilia, fu dal Re Alfonso nel 1426 elevato alla dignità di Maestro Giustiziere, e nel caso che non avesse potuto occupare l'ufficio, gli si concedeva l' estrazione di tratte per la somma di oncie trecento all'anno dalla terra di Aci (della quale ebbe ancora il dominio) e dal castello di Roccella o da qualunque altra marina. Il Velasci fu pure Vicerè (6).

Le notizie da me raccolte su la vita, il testamento, le persone aderenti, della Corte o familiari dell' Infante Pietro gioveranno a far meglio conoscere le virtù e le gesta di questo strenuo principe aragonese, così caro al Re Alfonso, che ne rimpianse l'immatura perdita.

Se il dominio della parte continentale del regno, che dopo la rivoluzione del Vespro, era rimasto diviso, per poco più di un secolo e mezzo, dalla Sicilia, potè ricuperarsi dal magnanimo Alfonso, grande

(1) *R. Canc.*, reg. 64 (a. 1430) f. 78; reg. 66, f. 141.

(2) *R. Canc.*, reg. 75, f. 249, 472.

(3) Assegnò a vita la castellania della torre nuova del porto e caricatore di Vindicari, e con altro privilegio oncie tre su quel caricatore. *R. Canc.*, reg. 74, f. 230; reg. 75, f. 210r, 387r.

(4) *R. Canc.*, reg. 74, f. 218.

(5) *R. Canc.*, reg. 60, f. 82.

(6) *R. Canc.*, reg. cit., f. 199. — DI BLASI, *Storia dei Vicerè*, cit., pag. 41 e 46. LITTARA, cit., p. 106 dice che l' Infante Pietro nel 1424 nominò suo procuratore il Velasci per prendere il possesso del comune di Noto.

merito se ne deve attribuire all'ardimento ed alla tattica militare dell'Infante Pietro, al quale il destino avverso contese, appena per pochi anni, di godere nel 1442 la gloriosa fine di cotanta guerra (1).

Per mirabile coincidenza di eventi, due giovani principi perdettero la vita nella stessa piazza del Carmine in Napoli, cioè Corradino di Svevia nel 1268 allo stabilirsi della dominazione angioina nell'Italia meridionale, e l'Infante Pietro aragonese nell'assedio del 1438 quando quella dominazione volgeva all'inevitabile rovina. Forse le memorie del grande antenato Re Pietro d'Aragona, che nel 1282 conquistava la Sicilia, ed incitava tosto (ma vanamente) gli abitanti delle provincie continentali del regno ad unirsi al suo dominio, avranno agitato l'animo dell'Infante D. Pietro a compiere con entusiasmo l'irrefrenabile ed antico desiderio degli Aragonesi.



(1) La città di Palermo all'annuncio della vittoria riportata da Alfonso nel 1442 « tantu di la prisu di Napuli, quantu di tuttu restu di lu riami » tenne grandi feste, innalzandosi dai cittadini preci di ringraziamento, vestendosi di scarlatto, con danze e conviti « per multi iorni ». Ciò si ricava dai capitoli della città approvati dal Re nel 1442, e pubblicati da VITO LA MANTIA, *Antiche consuetudini delle città di Sicilia*. Palermo, 1900, pag. CCXLII, e ristampati, come inediti, dal prof. GUGLIELMO SAVAGNONE, nella memoria *Capitoli inediti della città di Palermo*, nell'*Arch. Stor. Sicil.*, an. XXVI (1901) pag. 108 e seg.

DOCUMENTI *

I.

Capua, 3 novembre 1438.

Il Re Alfonso ordina a Francesco de Monlober di recarsi nel regno di Sicilia oltre il Faro per prendere possesso, a nome del Re, di città, terre e luoghi già appartenuti all'Infante Pietro di Aragona.

PRO FRANCISCO DE MONBULER.

Alfonsus dei gracia etc.

Vicere rex etc. Dilecto familiari et fideli regio francisco de Monbuler salutem. Cum dominus serenissimus dominus noster Rex eius provisionibus oportunis nobis commisisset et mandaverit sub hac forma. Alfonsus dei gracia etc. Fideli nostro francisco de monlober graciam etc. Quia propter obitum bone memorie Infantis petri Aragonum et Sicilie ducis Nothi, fratris carissimi ducatus, jamdictus et alia castra, terre et loca ac bona universa, que a nobis obtinebat in feudum, et alias sunt nobis et nostre curie regie legitimis titulis et racionibus devoluta. Confisi ad plenum de fide sufficiencia ac probitate et industria vestris hactenus comprobatis, tenore presentis vobis dicto francisco de monlober, dicimus commictimus et mandamus plenum posse auctoritatem et facultatem omnimodam conferentes quatenus ad dictum nostrum regnum Sicilie ultra farum, et proinde ad civitatem castra terras et loca nothi calatagironj Iacii placie policii rochelle et alias terras et loca que fuerunt dicti quondam Infantis, vos personaliter conferatis, et ipsa castra civitatem terras et loca, vice loco et nomine maiestatis nostre ad manus vestras apprehendatis recuperetis habeatis et retineatis requiringdo castellanos seu alcaydos aut detentores castrorum predictorum, et cuiuslibet eorumdem sub pena fidelitatis et homagii quibus nobis sunt astricti ad dandum assignandum liberandum vobis personaliter vel cui aut quibus vos voluerit[is] parte nostra predicta castra et eorum quodlibet, cum omnibus armis victualibus municionibus et rebus curie, in ipsis inventis medio beneficio inventarij, ut est moris. Et In casu deliberacionis et assignacionis predicte, de dictis castris et eorum singulis vobis fiende absolvatis et absolutum vel absolutos et liberatos faciatis reddatis et denunciatis pro parte et nomine nostris Iandictos castellanum vel castellanos aut castrorum ipsorum detentores qui nunc sunt ab omni fidelitatis Iuramento et homagio ac alia quavis obligacione facta et prestita

* Pubblico i documenti con la stessa ortografia, che si riscontra nei registri originali del governo viceregio di Sicilia.

per eosdem aut aliquem ex eis nobis seu dicto Infanti aut alij cuius officiali seu persone vice nostra aut Illius, et postquam dicta castra et unum quodque ipsorum civitatem et terras predictas vestras vel verius nostras ad manus recuperaveritis et habueritis castra illa et unum quodque illorum sub eisdem Iuramentis homagiis et aliis obligacionibus In manibus vestris loco nostri prestandis et cum eisdem inventariis commictatis et commendetis custodienda pro nobis, et ad fidelitatem nostre maiestatis et nostrorum heredum et successorum in dicto regno ad usum et consuetudinem yspanje illis persone vel personis nobis tantum fidelibus quibus nobis videbitur et placebit Capitaneum quoque in dicta civitate et terris et alios officiales qui nunc sunt amovendo et alios de novo constituendo. Et Insuper eligatis habeatis Recipiatis requiratis et retineatis ad manus et posse vestrum pro nobis, omnes et singulas pecuniarum et rerum quantitates, aurum, argentum, margaritas localia raupas, frumenta, equos bona et Iura redditus, cabellas, proventus, emolumenta, et pecunias compositionum excadenciarum, et alias quascumque tam in banco, vel banchijs quam in posse nobilium Antonij de carioso thesaurarij, vel leonardi de bartholomeo prothonotarii dicti Regni Sicilie quam eciam Antonij de Salonja, tamquam procuratoris dicti Infantis, quam eciam in posse quorumvis secretorum vicesecretorum cabellorum viceportulano- rum, procuratorum et nunciorum dicti Infantis, et aliarum quarumvis personarum quovis officio commissione auctoritate, et nomine tam nostri quam sui parte, fungencium, cuiusvis legis gradus et condicionis existant et sub quovis genere pondere et precio et specie talia bona redditus pecunje Iura et emolumenta, composiciones et excadencie constitute vel constituta sint, a quibus quidem supranominatis, et aliis omnibus officialibus, et personis, tam per nos quam per dictum Infan-tem, super recepcione administracione conservacione et custodia dictarum pecuniarum carricatoriorum frumentorum, aurj, argenti, et localium honorum et Iurium aliorum possitis et valeatis, auctoritate presencium computa calculos et Raciones legitimas exigere recipere petere et audire, tam silicet de tempore preterito de eo quo compota ipsa exhibita non fuerint, ante obitum dicti Infantis quam pro presenti, scilicet post sui obitum, usque ad diem qua compota ipsa receperitis ab eisdem, et ea ipsa compota possitis et valeatis Inpugnare dubitare reprobare et retinere vel eciam admjctere transire remjctere concludere et diffinire, sicut vobis et consciencie vestre videbitur faciendum, et de omnibus et singulis per vos ut predicatur exigendis, recipiendis investigandis habendis recuperandisque et tam in ipsis castris quam civitate terris et locis predictis quam alibi inveniendis et apprehendendis, que dicto Infanti pertinebant et spectabant, seu pertinere et spectare videbantur et debebant Inventarium et Inventaria ac memorialia et alias scripturas oportunas et necessarias faciatis et recipiatis, ac fierj et recipi faciatis et de his que fieri habueritis et receperitis a predictis apocas fines diffiniciones quietancias et absoluciones possitis facere utique et firmare, demum ac generaliter omnia alia et singula exequi Implere, exercereque possitis cum omni plenitudine potestatis que nos facere et exercere possemus personaliter constituti, eciam si forent talia que de Iure vel de facto mandatum requirerent magis speciale. Nos enim vobis dicto francisco de monlober super predictis omnibus et singulis ac dependentibus emergentibus et connexis commictimus et impartimur plenarie vices nostras cum plenissima facultate, promictentes habere ratum gratum et acceptum quicquid per vos nomine et vice nostra actum fuerit In

premissis. In quorum testimonijum presentes fierj Iussimus sigillo nostro secreto In dorso munjtas. Datum In civitate capue die iij^o mensis Novembris ij Indicionis, Anno a nativitate domini MCCCCXXXVIII. Rex Alfonsus. Propterea cupientes provisiones commissiones et mandata regia eorum debitum deduci ad effectum vobis dicimus et mandamus quatenus provisiones et commissiones regias preinsertas Iuxta ipsarum seriem et tenorem exequaminj, teneatis et Inviolabiliter observetis ac ad debitum deducatis effectum. Mandantes huiusmodi tenore universis et singulis officialibus et personis dicti regnj, presertim dictarum civitatum terrarum castrorum et locorum que fuerunt dicti Illustris domini Infantis bone memorie, ceterisque ad quos spectet, quatenus vobis In premissis et quolibet premissorum pareant et obediant ac faveant et assistant, ope, opere, et favoribus oportunis quociens per vos fuerint requisiti, et Iuxta provisionum predictarum continenciam et tenorem. Datum panormi die iiij^o mensis decembris ij Indicionis. Rogerius de Paruta.

Dominus Vicerex mandavit mihi Iohanni de Vicencio

P.

Regia Cancellaria, reg. 74, fol. 106r.

II.

Palermo, 26 gennaio 1439.

Il Vicerè Ruggiero de Paruta ordina che siano consegnate al Regio Consigliere e Segretario Battista Platamone tutte le scritture ed i beni esistenti nella terra di Aci, venduta al medesimo dopo la morte dell' Infante Pietro di Aragona.

PRO NOBILI BAPTISTA DE PLATAMONE

Alfonsus etc.

Vicerex etc. Dyonisio de parisio locumtenenti regie thesaurarie regio fideli salutem. Cum prefatus serenissimus dominus noster Rex per capitula et memoriale noviter apportata per nobilem et regium consiliarium dilectum gispertum desfar militem huius regni sicilie magistrum procuratorem providerit et mandaverit, nosque in contractu vendicionis per nos facte nobili et dilecto Regio consiliario et secretario baptiste de platamone de terra castro et territorio Iacis proviserimus quod omnia privilegia et scripture Iacis que remanserunt post mortem quondam nobilis francisci ferranti di velasti militis et quondam Illustris domini Infantis petrj, celebris memorie, olim prefate terre et castri dominorum facta et facte in persona eorum necnon omnes artiglarie lignamina vegetes centimulum tabule de mensa et omnia alia bona et fornimenta castri predicti, particulariter et distinte declarata in capitulis firmatis inter prefatam regiam maiestatem et

dictum nobilem baptistam dari et consignarij deberent dicto nobili baptiste, ipsius terre et castri emptorj. Eapropter ut mandata eiusdem domini nostri Regis et que per nos dicto baptiste promissa fuerunt eorum debitum sorciantur effectum, vobis dicimus et mandamus expresse quatenus Receptis presentibus mora quacumque postposita prefatas scripturas privilegia lignamina vegetes centimulum tabolas de mensa et alia bona et fornimenta dicti castrj, per nos ut supra sibi dari promissa, dare et consignare debeatis, prefato nobilj baptiste, seu eiusdem legitimo procuratori Recuperaturus ab eo presentem et apocam de particulari assignacione omnium predictorum, pro cautela Regie curie restituendas per nos tempore vestri redditus nobilibus eiusdem Regni magistris racionalibus et conservatori nostri patrimonii. Datum Panormi die xxvj mensis Ianuarii ij Indicionis. Rogerius de paruta.

Dominus vicerex mandavit mihi benedicto de pisano Vidit eam conservator.

P.

Regia Cancellaria, reg. 74, fol. 238.

III.

Catania, 15 dicembre 1460.

Il Vicerè Giovanni Moncada ordina che siano pagati alla vedova ed ai figli del notaro Bartolomeo Bonaiuto i diritti competenti per l'apertura e copia del testamento dell'Infante Pietro, avendone ora avuto notizia.

UXOR FILIJ ET HEREDES QUONDAM NOTARII BARTHOLOMEJ DE BONAYUTO

Provisio hj sianu datj unci octu a li predictj pro confectione et copia testamentj Illustrissimj dominj petrj de Aragona ut infra patet . . . oz. viij Johannes etc.

Vicerex etc. Nobili Antonio'sin militi dicti regnj thesaurario regio dilecto salutem. Ja sapiti comu la curti per respectu di la commoditati et utilj chi spectava trahirj havendu noticia che lo testamentu che fichi lu illustrissimo signurj don petru di memoria immortali fratri di lu serenissimu signuri Re era in putirj di la muglerj et figli et heredi di lu nobili quondam bartholomeo di bonayutu fuit conclusum eum deliberacione consilij regij che retrovandusi lo dictu testamentu li fussinu dati pro Iure conservacionis et copie apericionis ac visionis dicti testamenti, cum pro curia In totum vel In partem faceret vel non unzi octu et perche reperto aperto et viso eodem testamento fuit eciam provisum che in omnem eventum fussiru dali et presencialiter pagatj a lj dictj muglerj figlj et heredj li dicti unzi octu, vi dichimu et comandamu hj dj qualsivogla dinarj regie curie vestrj officij ad manus vestras pervenuti oy da pervenirj digiati dari et pagarj et assignarj a li prefati muglerj heredi et figli lj predictj unzi octu recuperandu ab eis la

presenti cum apoca de recepto ca nuy per hanc eandem comandamu alj nobili mastri racionalj et conservaturj regij patrimonij che restituendu vuy la presenti cum la dicta apoca vi li digianu in vostri cunti admectirj et acceptarj omnj cessante dubio. Datum cathine xv^o decembris none Indicionis [1460]. Johan de moncayo.

vidit christofarus conservator, lo tresorer

dominus vicerex mandavit mihi friderico de leto et viderunt eam christofarus conservator et thesaurarius.

Conservatoria di Registro (Mercedes), vol. 41, an. 1460-61, fol. 239.

IV.

Palermo, 24 febbraio 1487.

La Regia Corte fa eseguire una nuova copia del testamento originale del 1436 dell'Infante Pietro di Aragona, del quale testamento nel 1460 si era ordinata l'apertura e la trascrizione.

TESTAMENTUM INFANTIS DOMPNI PETRI DE ARAGONA

Die XXIIIJ^o mensis februarii V^o Indictionis M^o CCCC LXXXVJ^o

Pateat universis et singulis presentem publicam notam quodocunque quomodolibet inspecturis, Quod cum nuper ad petitionem et instanciam procuratoris regii fisci fuisset perquisitum originale testamentum quondam illustrissimi domini domini don petri Infantis de aragonia, ipsum originale et sollempne testamentum ipsius illustrissimi domini domini don petri Infantis de aragonia, clausulatum et subscriptum manu quondam notarii Bartholomey de bonayuto et per eum publicatum apud castrum terre Jacij die IIIJ^o Iunij M^o CCCC XXXVJ^o XIIIJ^o Indictionis, et olim apertum et publicatum facta legitima recognicione a testibus in eo descriptis et subscriptis, petente eodem procuratore regij fisci, coram illustre quondam magistro Justiciario et Judicibus magne regie curie, qui tunc preerant, ut patet per notam scriptam in dorso dicti testamenti die XIJ decembris VIIIJ^o Indictionis M^o CCCC LX^o, fuit repertum et inventum penes archivum magne regie curie intus quamdam arcam bene conservatum. Et ita inventum et repertum fuit hodie pretitulato die visum, lectum et recognitum in sacro regio palacio felicis urbis panormi, in presenciam illustris domini viceregis et sacri regii consilij, in quo interverunt infrascripti regij consiliarij videlicet: illustris dominus Joannes thomasius de montecatheno comes comitatum adernionis, calatanixecte et auguste, terreque paternionis dominus, et regni sicilie magister Justiciarius, Spectabilis don Iulianus de centegles locumtenens in eodem officio magistri Justiciarij, magnificus et spectabilis don guillelmns de montecatheno filius eiusdem illustris magistri Jusit-

ciarij, magnificus dominus franciscus de francisco Judex magne regie curie, magnificus dominus franciscus de minutulis Judex magne regie curie, Magnificus dominus gaspar Richuli Judex magne regie curie, magnificus dominus Jacobus de bonanno magister rationalis regni sicilie, magnificus dominus guido de crapona Judex magne curie rationum, magnificus alferius de leofante regius thesaurarius regni sicilie, magnificus dominus Nicolaus Sabia regij fisci patronus et magnificus Joannes adam locumtenens in officio conservatoris regni sicilie, et omnibus recte pensatis et diligenter investigatis et prescrutatis, apparuit et constitit iddem originale et sollempne testamentum legitime recognitum, apertum et publicatum fuisse et esse omni sollempnitate vallatum et roboratum, maxime cum impressione sigillorum, inscripcionibus et subscripcionibus manu propria dicti illustrissimi domini domini don petri Infantis de aragonia, prefati notarij bartholomey et testium, non abrasum, non abolitum, non cancellatum, nec In aliqua sui parte suspectum, sed In sui prima figura omni prorsus vicio et suspceptione carens: Insuper ex actis ipsius magne curie apparuit et plene constitit huiusmodi testamentum fuisse alias ad petitionem regie curie In Judicio presentatum et observatum, maxime in quadam lite et questione predictae terre et castri Jacij, et In quadam alia lite et causa gabellarum terre placie, et in quadam alia lite et causa rocelle ad mare vallis mazarie, et virtute huiusmodi testamenti tamquam veri, sollempnis, validi et In aliqua sui parte non suspecti, et omni prorsus vicio et suspceptione carentis, fuisse In causis et questionibus predictis ad petitiones eiusdem regie curie processum, decisum, sentenciatum et Judicatum in favorem ipsius regie curie, quod quidem originale et sollempne testamentum, clausulatum ut supra, cum Inscriptiõibus, subscripcionibus et legitima nota publicacionis et apertura [ip]sius predictis, fuit et est tenoris et continencie sequentis videlicet: Jhesus: In nomine domini nostri ihesu christi amen anno Incarnacionis eiusdem M^o CCCC XXXVJ^o, mense Junij, quarto die mensis eiusdem, XIIIJ^o Indictionis, apud nostrum castrum Jacij. Cum propter peccatum primi parentis In penam Inevitabilem statutum sit hominibus semel mori, et morbi vehemencia sepe mentem prorsus tollat et Interdum obnubilet, quo fit ut patientes, ipsi quasi sui ipsius obliti, [uec] (1) sue possint anime providere, nec de bonis suis consulte disponere. Iccirco Nos petrus Infans aragonum et sicilie, dux nothi, et terrarum placie, calatagironi, Jacii et castri ad mare rocelle dominus etc. premissa in cordis arcario crebrius revolventes, dum corporea sospitate potimur et proprja regimur racione, presens In his scriptis. sollempne facimus, ordinamus et condimus testamentum per manus notarii bartholomey de bonayuto, nostre magne illustralis curie magistri notarii, Irritantes et annullantes omnia alia testamenta et ultimas voluntates per nos forte hactenus facta sive condita. Et propterea volentes et mandantes quod valeat jure testamenti sollempnis, et si non valeat Jure testamenti sollempnis, valeat vel valebit Jure testamenti nuncupativi, et si Jure testamenti nuncupativi non valuerit sive valebit, valere debeat seu valeat vel valebit Jure codicillorum vel donacionis causa mortis, vel alterius cuiuscumque ultime voluntatis, [quo] (2) melius de Jure posset valere. Et si forte aliquo casu cogitato nel non cogitato per nos testatorem predictum pre-

(1) Per evidente errore si legge: *ut*.

(2) Si legge per equivoco: *quia*.

sens nostrum testamentum sive ultimam voluntatem contingeret non valere vel rumpi, eo casu rogamus omnes eos, qui ad nostram successionem venire possent ab intestato, vel ex clausola codicillari, quod debeant presens nostrum testamentum seu ultimam voluntatem adimplere Juxta eius continenciam et tenorem. Item adhimimus omnibus heredibus et successoribus seu substituendis per nos In presenti nostro testamento, seu quomodocumque ad successtonem nostram venientibus ab Intestato, vel ex clausula codicillarj, omne Jus falcidie et quarte trebellianice porcionis; et quia ipsius testamenty capud dicitur esse heredis Institucio, propterea Instituimus, facimus et ordinamus heredem nostrum universalem super omnibus bonis nostris, mobilibus et stabilibus, pheudalibus et burgensaticis, Juribus et accionibus ac nominibus debitorum, ubicunque esistentibus et melius apparentibus, et specialiter super terris, castris et villis nostris, cum eorum vassallis, Juribus, redditibus, rationibus et partinenciis universis, serenissimum et excellentissimum principem et dominum, dominum regem alfonsum fratrem et dominum nostrum reverendum, Aragonum et sicilie regem etc., preterquam in legatis et fideycommissis Infrascriptis, et cum condicionibus et oneribus Inferius declaratis, adhimendo ab eo de legatis et fideycommissis eisdem Jus falcidie et quarte trebellianice porcionis ut supra. Et casu quo idem serenissimus dominus Rex germanus et heres noster quandocumque decederet sine liberis de suo corpore legitime descendentibus, eo casu substituimus sibi et nobis heredem universalem serenissimum dominum regem Joannem, regem navarre, similiter germanum nostrum reverendum, et filios suos de suo corpore legitime descendentes. In quorum defectu Illustrissimum Infantem henricum, magistrum Sancti Jacobi de galicia, similiter fratrem nostrum colendissimum, super omnibus bonis, Juribus et accionibus superius declaratis. Et decernimus quod, ubicunque contingat nos decedere, volumus et Jubemus cadaver et reliquia nostri corporis deferrj et sepellirj in monasterio sancte marie de monte serrato, parcium cathalonie, videlicet In medio Janue ecclesie dicti monasterij, ex parte exteriorj, cuj monasterio legamus redditum unciarum viginti annualem. Ita quod volumus quod ematur unum vel plura predia utilia dicti redditus, et traddatur sive traddantur monasterio predicto. Volentes quod In et pro obsequio nostrj obitus sive funeris nulle ceremonie neque pompe serventur, quia volumus corpus nostrum simpliciter seppellirj, spiriualibus et ecclesiasticis sollempnitatibus observatis, et non aliis, que concernunt dei servicium et salutem anime nostre.

Item legamus pro maritandis orphanabus pauperibus, eligendis per Infrascriptos nostros fideicommissarios, uncias auri ducentas.

Item legamus quod traddantur pro beneficiis elargiendis hospitalibus et pauperibus commorantibus in eisdem, specialiter pro vestibus necessariis pauperibus ipsis, uncias auri ducentas.

Item legamus hospitali magno novo felicis urbis panormi, pro empcione raube cubilium et alia caritativa opera pauperum commorancium In eodem, uncias auri quatragesima.

Item legamus quod celebrentur misse quingente In veneracionem et memoriam passionis domini nostri ihesu christi, et alie misse quingente ad laudem et veneracionem gloriose virginis dei genitricis marie, et celebrentur insuper misse sante trinitatis et sancti gregorii.

Item volumus et Jubemus quod servetur et adimpleatur dispositio testamen-

taria quondam nobilis Ferdinandi velast porrado, qui In eodem suo testamento nos heredem universalem Instituit, quod testamentum acceptamus, ratificamus et confirmamus.

Item relinquimus Infrascriptis creatis et servitoribus nostris legata infrascripta per modum ut infra sequitur :

Et primo legamus nobili et dilecto nostro dompno alvaro de castro florenos mille, et supplicamus prefato Serenissimo domino regi alfonso, fratri et heredi nostro, quatenus dignetur maiestas sua confirmare et de novo concedere eidem dompno alvaro castellaniam castrorum terre nothi, cum sua solita provisione.

Item legamus dilecto nostro domino guillelmo de bodrevilla uncias auri centum, et supplicamus eidem serenissimo domino regi quatenus dignetur confirmare et de novo concedere sibi capitaniam et castellaniam terre et castri placie, pro aliquali substentacione milicie sue.

Item legamus dilecto uxerio nostro domino alfonso de cardines uncias auri centum et supplicamus eidem serenissimo domino regi quatenus dignetur concedere sibi capitaniam terre calatagironj, pro aliquali substentacione status eius.

Item legamus ferrando scovar uncias auri centum, et supplicamus eidem serenissimo domino regi quatenus dignetur confirmare et de novo concedere sibi capitaniam et officium magistri notariatus curie capitanei terre nothi, eo modo et forma prout dicta officia possidet de presenti.

Item legamus dilecto cammerario nostro Joannj deliria florenos quadringentos, et supplicamus eidem serenissimo domino regi quatenus dignetur sibi concedere capitaniam dicte terre nothi pro hiis singulis annis, quibus ab eadem capitania vacabit predictus ferrandus de scovar: Insuper legamus eidem Joanni castellaniam castri montis albanj, parcium castelle, cum suo salario consueto durante vita Joannis eiusdem.

Item legamus dilecto nostro alvaro vacca, et sibi confirmamus, castellaniam castrj nostrj Jacij cum sua ordinaria provisione, ipsius alvarj vita durante, cuj similiter legamus florenos quatringentos.

Item legamus petro de corduba florenos sexcentos, necnon et castellaniam de grozna, parcium castelle, cum suo salario consueto, quam castellaniam obtineat donec vitam duxerit In humanis.

Item legamus dilecto nostro domino ludovico Ingomera florenos quatringentos, et confirmamus sibi uncias viginti annuas super secrecia terre nothi, propterea supplicantes eidem regie Maiestati quatenus dignetur dictas uncias viginti annuales super secrecia predicta benigniter sibi confirmare et de novo concedere.

Item legamus dilecto nostro domino alfonso de burgos florenos quatringentos, et supplicamus eidem regie Maiestati quatenus dignetur gracie sibi concedere aliquam castellaniam sive capitaniam alicuius terre civitatis regni sicilie, et nichilominus legamus eidem domino alfonso castellaniam turrium sancti felices, parcium castelle, cum salario duorum milium maravedis monete regni castelle, In vita dominj alfonsi predicti.

Item legamus domino francisco Inbusketo florenos auri quatringentos.

Item legamus domino chanchio de pomar florenos quatringentos.

Item legamus domino garcie de Ingabagnellis florenos tricentos quinquaginta.

Item legamus domino gasparj de rebelles florenos tricentos.

Item legamus dilecto nostro thesaurario francisco de moloberr florenos tricentos.

- Item legamus domino francisco Insigner florenos quatringentos.
Item legamus domino arnardo pardu florenos tricentos quinquaginta.
Item legamus petro de vadiglo florenos tricentos quinquaginta.
Item legamus fratri ludovico de heredia florenos ducentos quinquaginta.
Item legamus Ferrando de medina florenos tricentos.
Item legamus domino alfonso de nohales florenos tricentos quinquaginta.
Item legamus Joanni de cherrera florenos ducentos quinquaginta.
Item legamus bartholomeo conì, secretario nostro, florenos ducentos.
Item legamus gucterre de deragullo florenos ducentos.
Item legamus pardo de farnayo florenos ducentos.
Item legamus grassie de montemolino florenos ducentos.
Item legamus stephano dequiros florenos ducentos quinquaginta.
Item legamus rodorico furtatos florenos ducentos.
Item legamus domino gonsalvo chamos florenos ducentos quinquaginta.
Item legamus toribio de medina florenos ducentos quinquaginta.
Item legamus Joannj spison florenos ducentos.
Item legamus antonio bover, dictu conquesta, araldo, florenos ducentos.
Item legamus Joannj de ursone, de nostra terra nothi, florenos ducentos.
Item legamus raynaldo de ulianti, de predicta terra nothi, florenos ducentos.
Item legamus alberto cannelles florenos centumquinquaginta.
Item legamus ferrando de madri florenos centumquinquaginta.
Item legamus ludovico ferrandes florenos centumquinquaginta.
Item legamus diaco septimo florenos centumquinquaginta.
Item legamus Ferrando moru florenos centum.
Item legamus petro de medina florenos centum.
Item legamus manchino de malmaseda florenos octuaginta.
Item legamus diaco de salvaterra florenos octuaginta.
Item legamus guillelmo gazull florenos octuaginta.
Item legamus petro marino florenos octuaginta.
Item legamus antonio del cantinu florenos octuaginta.
Item legamus petro Isgferdu florenos sexaginta.
Item legamus angliot florenos sexaginta.
Item legamus antonio de salomia florenos octuaginta.
Item legamus Jannino de (1) florenos sexaginta.
Item legamus Joannj de medina florenos octuaginta.
Item legamus francisco de valdolit florenos sexaginta.
Item legamus guillelmo tolisa florenos sexaginta.
Item legamus diaco de palencia florenos septuaginta.
Item legamus petro suares florenos septuaginta.
Item legamus diaco de valcarzar florenos octuaginta.
Item legamus fratri alonso de galicia florenos octuaginta.
Item legamus sanchio garsia florenos sexaginta.
Item legamus magistro petro, sellario, florenos octuaginta.
Item legamus magistro consalvo, sutori, florenos quinquaginta.

(1) Manca il cognome nel registro.

- Item legamus thomasio, barberio, florenos sexaginta.
 Item legamus nicolao de notho florenos quatráginta.
 Item legamus ludovico, porterio, florenos sexaginta.
 Item legamus magistro antonio, maniscalco, florenos quatráginta.
 Item legamus magistro antonio, porterio, florenos triginta.
 Item legamus andree, porterio, florenos quatráginta.
 Item legamus francisce mulieri, uxori dicti (1) porterij, florenos triginta.
 Item legamus marie, uxori guillelmi tolosa, florenos triginta.
 Item legamus Joanni pues florenos quinquaginta.
 Item legamus magistro petro, armerio florenos quatráginta.
 Item legamus Joanni de furno, cirurgico, florenos sexaginta.
 Item legamus alfonso de maioricis florenos triginta.
 Item legamus andree, subreposterio, florenos triginta.
 Item legamus gonsalvo, submuseo, florenos quatráginta.
 Item legamus magistro Jaymo, zabacterio, florenos quatráginta.
 Item legamus Joannj de saragusia florenos quatráginta.
 Item legamus petro de valencia florenos triginta.
 Item legamus Johanni galvagnu florenos quinquaginta.
 Item legamus sanchio dagler florenos quinquaginta.
 Item legamus ferrando de villalucus florenos triginta.
 Item legamus alfonso de toleto florenos triginta.
 Item legamus Johanni de rosales florenos triginta.
 Item legamus petro decazes florenos triginta.
 Item legamus Johanni dalista florenos vigintiquinque.
 Item legamus petro de reyna florenos triginta quinque.
 Item legamus petro de vassurt florenos triginta.
 Item legamus petro tenencia florenos vigintiquinque.
 Item legamus sanchio de medina florenos triginta.
 Item legamus grassie lu cocu florenos viginti.
 Item legamus Joanni ferrandis florenos triginta.
 Item legamus Joanni clementi florenos trigintaquinque.
 Item legamus petro de villarmo florenos trigintaquinque.
 Item legamus perio garssia florenos ducentos.
 Item legamus domino Joanni de corica florenos ducentos quinquaginta.
 Item legamus domino Johanni socto florenos ducentos quinquaginta.
 Item confitemur quod habuimus de pecunia cuiusdam servitoris nostri, decedentis olim in castro novo neapolis, florenos centum quinquaginta, quos volumus et Jubemus erogari pro maritaggio orphanarum ac pauperibus et egenis, commorantibus In hospitalibus, ad arbitrium nostrorum fideycommissariorum, pro anima et In remissionem peccatorum eius, cuius fuit pecunia supradicta.
 Item confitemur qualiter habuimus accomodati titulo certas plactas argenti, pro ipsis pignorandis, a reverendissimo et nobili viro domino Joanni de socto maiori, magistro decantara, que vasa argentea, simul cum aliis plactis nostris proprijs, pignoravimus In posse cuiusdam dominj gabrielis de ruysecta, legum doc-

(1) Dopo *dicti* segue la parola *barberii*, che sembra aggiunta per errore.

loris, pro florenis octingentis aragonie: et pro tanto volumus et Jubemus dicta vasa argentea dicti reverendi virj de cantara redemj de et super bonis nostris, et illa restituj sibi, super quo dictum serenissimum dominum regem heredem nostrum specialiter oneramus; nichilominus de quantitate dicti argenti et pecunie, pro qua fuit pignorum, referimus nos scripture Inde propterea celebrate.

Item supplicamus dicto serenissimo domino regi heredi nostro, et infrascriptos nostros fideicommissarios oneramus quod super sepultura nostra apponatur lapis unus planus, In quo describatur et sit sculpitum epethafeum et titulus declarans corpus nostrum fuisse et esse ibi sepultum, cum subscripcione horum verborum: Iza e sepultu lu servu di quista signura lu Infanti don petru di aragonia et di sichilja, duca di notu etc.

Item legamus damiate mulierj, sorori dicti fratris lodovici de heredia, consideratione servitorum per ipsum fratrem lodovicum nobis prestitorum, pro subsidio maritagij damjate predictae uncias vigintj.

Item legamus filie maiorj cuiusdam Janne mulieris, sororis cuiusdam damiate, olim retinentis hospicium In urbe panormj, prope biviraturam ipsius urbis, uncias viginti pro subsidio maritagij puellae predictae.

Item legamus dicto magistro antonio. porterio, pro maritagio filie suae uncias viginti.

Item legamus donne constancie dezuguiza, pro serviciis per eam prestitis quondam serenissime domine regine reverende genitrici nostre, et Illustri Infantisse nostre sororj, uncias centum.

Item legamus dilecto nostro domino bactista de platamone, regio secretario, consideratione servitorum nobis per eum liberaliter prestitorum, florenos quadringentos.

Item legamus quod fiant duo sollempnes calices de argento deaurato, In quibus sint sculpita arma nostra et nostre Imprese, et traddantur dicto monasterio sancte marie de monserrato pro celebrando divino sacrificio, pro salute anime nostre.

Item legamus nobili domino calcerando de santa pace, gubernatori ducatus et terrarum nostrarum, ut memoriam aliqualem sibi faciat de nobis, celatam nostram, munjtam de auro cum certis lapidibus preciosis et perulis.

Item legamus domino antonio de bonayuto, legum doctorj, consideratione servitorum per eum nobis prestitorum florenos centumquingenta.

Item actendentes quod de presenti non sunt nobis facultates, per quas possemus dictis nostris creatis et servitoribus, secundum eorum merita et servicia, respondere ut vellemus; supplicamus propterea dicto serenissimo domino regi, heredi nostro, quatenus dignetur eius serenitas dictos creatos et servitores nostros, specialiter eos, qui a partibus yspanie nobiscum ad sua regna et usque ad hoc sicilie regnum transfretarunt, habere benigniter recomissos, actentis eorum maximis et singularibus servicijs, que eius serenitati et nobis cum efrenato cordis amore, Ita ferventer et grandi zelo liberaliter prestiterunt, relinquendo propriam patriam et eorum bona, et propterea Incurrendo non solum personalia pericula, sed proprie substantie perdicionem et exilium perpetuum, unde novit deus quantum In nobis residet voluntas et affectio de remunerando servitores eosdem, et deficientibus nobis facultatibus, ut supra, non valemus nostre satisfacere voluntati: pro tanto dignetur sua regia benignitas supplere, si non secundum mensuram servitorum, saltim aliqualem recognoscant, In sua benignitate, gratitudinem; quoniam

rectum credimus habere Judicium quod si omnia per nos cunctis servitoribus antedictis, ut supra, relicta, unj tantum ipsorum legata forent, vix esset condigna remuneratio ad remuneranda servicia alterius eorundem.

Item ordinamus constituimus et facimus fideicommissarios et exequutores nostri presentis testamenti et omnium contentorum In eodem prefatum nobilem dominum Calcerandum de sancta pace, dictum egregium virum dominum baptistam de platomone, reverendum dominum grassiam de azavar, episcopum ilardensem et fratrem Julianum monacum monasterij sancti martini de scalis, urbis panormj, ordinis sancti benedicti, quibus et eorum cuilibet In solidum damus et concedimus auctoritatem, licenciam et liberam potestatem Inrandi et capiendi bona necessaria, ipsaque vendendi et alienandi, distribuendi et erogandi pro satisfacione presentis nostri testamenti et ultime voluntatis, Ita quod non sit melior condicio occupantis, sed quod unus inceperit alius possit prosequi et finire. Et supplicamus eidem serenissimo domino regi et heredi et fratri ac domino nostro reverendo quod graciose et benigniter dignetur non apprehendere possessionem naturalem nostrorum honorum hereditariorum, specialiter castrorum nostrorum Jacij et rocelle, nisi primo per eosdem nostros fideicommissarios fuerit satisfactum presenti nostre testamentarie disposicionj et ultime voluntatis, et In hoc suam humanitatem et clemenciam exhibeat liberalem, et ostendat dilectionem fraternalem, ymmo paternam, quam erga nos semper gessit et gerit, illud per experienciam, rerum magistram, In patulo deducendo; nichilominus mandamus omnibus officialibus et habitatoribus dictarum terrarum nostrarum, specialiter castellanis dictorum castrorum Jacij et rocelle, quatenus Incontinenti post nostri obitum fidem et homagium prestant regie Maiestati predictae.

Item volumus et mandamus quod presens nostrum testamentum non possit viciarij, pretextu alicuius cassature forte In eo reperte, quia non vicio, sed voluntate nostra et errore scribentis processerunt, etiam in Illis particulis ubi Invenitur aliquod additum, quod suppletum et additum fuit de nostro consensu ut supra, et volumus quod semper talia verba interpretentur et sint ad validandum presens nostrum testamentum, quod si opus fuerit viderj, volumus corrigi et emendarj ad consilium sapientis, non mutata substancia, ad maiorem firmitatem testamenti ipsius.

Lesamos a notari thomeo de bonayuto C florines desta moneda.

E queremos questa sea la nuestra ultima volundat, e queremos que aga valor hud supra, tanto de derico cumuni, como derecho special.

Nos ell infante don pedro daragon y de sicilia duca de notho etc., In presenza di li Infrascripti Judichi notari et testimonij, rogando dezimos esto ser el nuestro testamento, en el qual ordenamos nuestro heredero oniversal el serenissimo senyor Rey don alfonso Rey darago y de sicilia etc., ermano nuestro reverendo, e portanto nos sobre escrivimos de nuestra mano, e segellamos de nuestro anillo de nuestras armas.

Ego antonius de bonayuto, Judex magne illustralis curie dicti domini Infantis rogatus ac Judex, In clausura presentis testamenti, simul cum testibus subscriptis, uno contextu interfui, me subscripsi et testor, et mea anulo signavj.

Ego notarius Joannes de regnia, Judex terre Jacij, presentis testamenti clausure et signacioni, una cum dicto domino antonio et testibus Infrascriptis, rogatus Interfui, me subscripsi et anulo meo signavj et testor.

Ego andreas de castello, miles, vocatus et rogatus ut testis, simul cum predictis iudicibus et subscriptis testibus, interfui clausure presentis testamenti, me suprascripti, et anulo meo sigillavi.

Ego antonius de carusio, regius thesaurarius regni sicilie, vocatus et rogatus ut testis, simul cum predictis iudicibus, predictis et infrascriptis testibus, Interfui clausure presentis testamenti, me suprascripti, et anulo meo signavi.

Ego Joannes de tarento, miles, baro castanie, vocatus et rogatus ut testis, simul cum predictis iudicibus, ac predictis et infrascriptis testibus, Interfui clausure presentis testamenti, me subscripsi, et anulo meo sigillavi.

Ego Jacobus de malictis, miles, vocatus et rogatus ut testis, simul cum predictis iudicibus interfui clausure presentis testamenti, me suprascripti, et anulo divise dominj Infantis predicti sigillavi.

Ego nicolaus de vassallo, vocatus et rogatus ut testis, simul cum predictis iudicibus, ac predictis et infrascriptis testibus, Interfui clausure presentis testamenti, me subscripsi, et anulo meo sigillavi.

Ego notarius gregorius de prothopapa, secretus Jacij, vocatus et rogatus ut testis, simul cum predictis iudicibus ac predictis et Infrascriptis testibus, Interfui clausure presentis testamenti, me subscripsi, et anulo meo sigillavi.

Ego Dragus de honesto, capitaneus Jacij, vocatus et rogatus ut testis, simul cum predictis iudicibus ac predictis et Infrascriptis testibus, Interfui clausure presentis testamenti, me suprascripti, et anulo meo sigillavi.

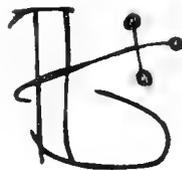
Ego notarius Joannes de bonayuto, vocatus et rogatus ut testis, simul cum predictis iudicibus ac predictis et Infrascriptis testibus, Interfui clausure presentis testamenti, me subscripsi, et anulo dicti testis sigillavi.

Ego belingarius de murocha, vocatus et rogatus ut testis, simul cum predictis iudicibus ac predictis et Infrascriptis testibus, Interfui clausure presentis testamenti, me subscripsi, et anulo dicti notarii grecorij sigillavi.

Ego stephanus blondus, regius secretarius, vocatus Interfui et testor, meque subscripsi, et anulo dicti thesaurarij sigillavi.

Ego antonius pastonerj, vocatus et rogatus ut testis, premissis Interfui me subscripsi, et anulo dominj antonij de bonayuto sigillavi.

Ego notarius bartholomeus de bonayuto, auctoritate regia publicus totius regni Sicilie tabellio, vocatus et rogatus ut publicus notarius, presens testamentum, ut infra scriptum est, propria manu scripsi et clausi, simul cum iudicibus et testibus supradictis In uno contextu existentibus, et simul vocatus et rogatus, In clausura et signacionibus presentis testamenti Interfui, ac presens testamentum, mihi accomdatum [ad] conservandum, manu propria dicti illustrissimi dominj Infantis recepi, et manu propria subscripsi, ac meo anulo sigillavi, ac meo solito signo signavi et testor.



Die xije decembris viije Indictionis M° CCCC LX° presens testamentum, in presencia illustris dominj magistri Justiciarij, regij locumtenentis et iudicum magne regie curie, fuit apertum, de mandato ipsorum iudicum, ad petitionem procuratoris regii fisci.

Unde ne unquam contingat dubitarj de veritate, sollemnitate, validitate et iuribus dicti testamenti, ad futuram rei memoriam, et ad certitudinem et caute-

lam tam dicti procuratoris regij fisci, cuius interest, quam omnium et singulorum, quorum interest, et Intererit, et quomodolibet Interesse poterit In futurum, ad petitionem et Instanciam eiusdem procuratoris regij fisci, hoc Instanter petentis, facta est presens publica, sollempnis et autentica nota, cum inserto tenore eiusdem testamenti de verbo ad verbum prout Jacet, nihil addito, diminuto aliquatenus vel mutato, quod sensum mutet, viciet vel variet Intellectum, apud acta eiusdem magne regie curie, de mandato eiusdem illustris dominj viceregis et eiusdem sacri regij consilij, In quo Intervenerunt supradicti regij consiliarij, qui regij consiliarij, eorum Judiciaria auctoritate et decreto Interpositis, et andreas de valdina, pro magistro notario magne regie curie, ad maioris roboris firmitatem et indubitatum fidem omnium et singulorum premissorum, propria manu se subscripserunt. Actum in dicta felici urbe panormi, ut supra, anno, die, mense et Indictione premissis.

Ego Ioannes thomasius de moncata, magister Justiciarius regni sicilie, fui presens et Intervenj, et meam auctoritatem Interposuj et Interpono, et In fidem propria manu subscripssi.

Ego Julianus centelles, locumtenens in officio magistri Justiciariatus regni sicilie, fui presens et Intervenj, et meam auctoritatem Interposuj et Interpono, et In fidem propria manu me subscripssi.

Ego guillelmus raymundus de moncata me subscripssi, et testis sum.

Ego franciscus de francisco, Judex magne regie curie, fui presens et Intervenj, et meam auctoritatem Interposui et Interpono pariter et decretum, et In fidem propria manu me subscripssi.

Ego gaspar richuli, Judex magne regie curie, premissis Interfuj, et meam auctoritatem Interposui pariter et decretum ac Interpono, et propria manu me subscripssi.

Ego franciscus minutulus, Judex magne regie curie, fui presens et Intervenj, et meam auctoritatem Interposuj et Interpono pariter et decretum, et In fidem premissorum propria manu me subscripssi.

Ego Jacobus bonannus, magister Rationalis, me subscribo, et ut testis testor.

Ego alferius de leofante, thesaurarius, me subscribo et ut testis testor.

Ego guido crapona, Judex magne regie curie rationum, me subscribo, et testis sum.

Ego nicolaus sabia, advocatus fisci, me premissa subscribo, et ut testis testor.

Ego Joannes adam, Regius locumtenens In officio conservatoris, me premissa subscribo, et ut testis testor.

Ego andreas valdina, pro magistro notario magne regie curie, me subscripssi.

LA RIFORMA ORTOGRAFICA
DELL'INGLESE DEL FRANCESE E DELL'ITALIANO

DI

GIACOMO DE GREGORIO



La Riforma ortografica è un portato della Glottologia. — Ragioni ed oggetto della Riforma. Suo criterio. Il movimento riformista.

Generalmente si afferma che la Glottologia sia una scienza di mero lusso, i cui risultati rassomigliano ad aride formule matematiche, non aventi neanche la possibilità di qualche pratica applicazione. Eppure tutti, a loro insaputa, ne risentono vantaggio per es. nell'imparare le lingue, quando trovano nelle grammatiche alcuni risultati scientifici, ridotti alla forma modesta delle cosiddette regole. Ma vi ha di più. Se la Glottologia è una spettatrice inerte, per quanto vigile, delle evoluzioni del linguaggio, ha la suprema facoltà di risolvere tanti problemi relativi alle vicende delle singole lingue, e può avviare la massa eletta del popolo a utili riforme della parola scritta, cioè a una ortografia più semplice e nello stesso tempo più consentanea alla fonetica.

Il linguaggio parlato subisce, sia per ragioni fisiologiche che etniche, a traverso i secoli, vicende e trasformazioni che non subisce il linguaggio scritto, fedele conservatore delle antiche forme. Da ciò nasce che in ogni età, e specie nelle epoche che linguisticamente possono considerarsi come transitorie, cioè nelle quali avviene una sostituzione, o una ingerenza, di una lingua straniera nella lingua di una nazione, gli scrittori spesso hanno avuto la preoccupazione della scelta delle lettere più adeguate a rappresentare i suoni costi-

tutivi delle parole. Ma il bisogno di una vera e totale riforma si sperimenta oggi, che occorre facilitare ai bambini lo apprendimento della scrittura, essendo la istruzione divenuta obbligatoria quasi dappertutto. Infine gli accresciuti scambi internazionali e l'introduzione di voci straniere, che nelle grafie speciali delle varie nazioni non trovano segni adatti, ha dato l'ultima spinta; e di ciò darò alcuni esempi, parlando della riforma ortografica italiana.

Oltre a ciò nei tempi moderni, in seno alla linguistica, sono sorti quei rami detti *fonetica*, e *fonetica sperimentale*, che hanno indotto a considerare le parole non soltanto storicamente o etimologicamente, ma per quelle che realmente sono, uscendo dalla bocca del popolo; e tali rami della linguistica ci hanno avvezzi a dare più peso alla sostanza che non alla forma delle parole.

Però non solo per mera esattezza scientifica, ma per la utilità pratica dianzi accennata oggi si mira ad ottenere una più semplice ed esatta rappresentazione delle parole. Con piccole aggiunzioni di segni alfabetici, ed anche con un uso più razionale dei segni esistenti si potrà ottenere una trascrizione con un numero di segni forse minore di quelli che occorrono con l'antico sistema, e, quel che più monta, una trascrizione che vada di accordo con la fonetica, e che perciò non lasci campo a errori o incertezze di pronunzia. Ecco lo scopo della riforma.

Il criterio poi di tale riforma è quello stesso che stabiliva già Lepsius, nel suo *Standart Alphabet*, per la grafia delle lingue prive di letteratura: ogni suono orale (oggi noi diremmo, ogni *fonema*) deve essere rappresentato da una lettera particolare; esclusa la convenzione che la stessa lettera possa in vicinanza di date lettere avere un valore diverso di quello che ha quando è in vicinanza di altre lettere; esclusa la convenzione che lo stesso suono possa essere rappresentato da diverse lettere o gruppi di lettere.

Come appresso diremo, la tendenza alla riforma è sorta quasi contemporaneamente in varie nazioni. La Germania, oltre a riformare negli scritti d'indole scientifica o internazionale la forma delle lettere, che da germaniche divennero *italiche*, effettuò subito poche ma utilissime semplificazioni, abolendo per es. la lettera *h* in *tun* (*thun*), *tat* (*that*) etc.

La Francia e l'America del Nord a cui fece eco l'Inghilterra, si spinsero avanti con molto maggiore ardore. L'Italia non restò loro addietro, sebbene avesse ben poco da riformare appetto di loro.

Ora non paia strano se noi Italiani, pria di ponderare le rifor-

me più opportune per la nostra ortografia, passiamo in rassegna quelle proposte per l'inglese e il francese. Potremmo ricavarne qualche vantaggio. E d'altro lato potrà pure accadere che le impressioni che noi, da stranieri, proviamo dai tentativi di riforma di altre lingue e le osservazioni, che queste ci suscitano, giovino molto anche per le riforme delle ortografie straniere, appunto perchè certi vieti pregiudizi o abitudini ortografiche sfuggono ai connazionali.

Riforma ortografica dell'inglese.

Il movimento riformista, sebbene avvertito nell'italiano, doveva prima più energicamente farsi sentire nelle lingue internazionali, che hanno subito un maggiore attrito, e la cui ortografia spesso è in discordanza assoluta con la fonetica. Quasi contemporaneamente la idea è sorta in Francia e in America. Quivi principalmente è stata caldeggiata da un grande uomo politico, *Teodoro Roosevelt*, degno rappresentante del popolo americano, che è sempre animato da principî eminentemente pratici. Tali principî, a preferenza di ogni altro, in America si è tentato far valere anche rispetto al modo di rappresentare graficamente le parole, e si è mirato a ottenere, da un canto, che l'inglese, parlato in America, divenga il migliore strumento internazionale per lo scambio del pensiero, con dotare il suo dizionario di elementi cosmopoliti e con semplificare la sua grammatica e la sua ortografia, e dall'altro che i bambini apprendano facilmente la ortografia dell'inglese, sia' oggi irta di difficoltà, e insieme si risparmi molto sciupio di tempo e danaro nello scrivere a penna, a macchina, o a stampa tante lettere, che in realtà non sono pronunziate, e risultano anche etimologicamente assurde. Su questi criteri si è basato Roosevelt nel difficile lavoro di riforma, che insieme hanno effettuato l'*Associazione filologica americana* e la *Società filologica di Londra*. Quest'ultima già nel 1883 aveva formulato una serie di regole in proposito, e modificato la ortografia di 3500 parole. Nel 1893 lo *Standart Dictionary* adottava una parte di tali parole riformate, e nel 1898 anche l'adottava, pei suoi Atti, l'*Associazione nazionale di educazione*.

Ben presto si formò una *Giunta per la semplificazione ortografica*; e speciali modificazioni ed aggiunte alla proposta di Roosevelt fecero anche i Professori *Calvin Thomas*, *Brander Mathews* e *Thomas Lounsbury* dell'Università di Yale. Uno strenuo difensore della riforma ortografica inglese, in Inghilterra, fu il Prof. *Walter W. Skeat*. Memo-

randa è la lettera di Roosevelt, allora rappresentante del potere esecutivo, diretta, da Oyster Bay, 27 Agosto 1906, al Sig. Stillings, editore ufficiale degli atti del governo di Washington, nella quale, inculcando l'adozione della ortografia riformata, fa notare che essa non rappresenta un attentato violento contro la libera evoluzione del linguaggio, ma soltanto una piccola estensione di quel movimento popolare incosciente, che ha già fatto scrivere agli agricoltori *plow* invece di *plough*, alla maggior parte degli Americani *honor*, senza l'assurda e superflua *u*, *program* senza la finale *-me*, e a tutti quelli che attualmente parlano l'inglese *bat*, *set*, *dim*, *sum*, *fish*, invece delle forme strane *batte*, *sette*, *dimme*, *summe*, *fishes*; come pure *public*, *almanac*, *era*, *fantasy*, *wagon* in luogo di *publick*, *almanack*, *aera*, *phantasy*, *waggon* dei nostri bisavoli. — E qui si potrebbe soggiungere che anche i dizionari classici dell'inglese registrano delle parole, graficamente già riformate dal popolo, che gli scrittori hanno pur cominciato ad usare. Così certe voci uscenti in *-ough*, in cui le ultime tre lettere non sono pronunziate, hanno, allato, le forme semplici, corrispondenti alla pronunzia, per es. *although* e *altho*.

Ma l'abitudine è una seconda natura presso tutti i popoli, anche per l'americano, che ha fama d'innovatore. Circa dopo soli tre mesi di prova, la innovazione ortografica, proposta da Roosevelt, doveva essere contrastata e quasi del tutto abbandonata. Al 13 Dicembre 1906 il Sig. Charles B. Landis, capo della Commissione della stampa, sottometteva alla Camera dei Rappresentanti una proposta di completo abbandono della riforma, dicendo che nei tre mesi che la ortografia riformata era stata in vigore, egli si era potuto convincere che il sentimento pubblico, riflesso dai periodici, dalle riviste e da altre pubblicazioni, non era favorevole alla proposta riforma, contenuta nell'ordine del potere esecutivo del 27 agosto 1906, nè che esso varierebbe se il Governo in tutte le sue dipendenze adottasse la indicata ortografia, che non potrebbe produrre che confusione e danno, senza vantaggio alcuno. Così la nuova ortografia cessò di essere adottata per la stampa degli atti governativi, e fu riammessa la ortografia comune, seguita dalla generalità dei dizionari inglesi.

Ma la corrente della innovazione non ha cessato di procedere lenta e costante, e a Roosevelt è restato soltanto il merito di averle dato il primo impulso efficace. Da che parve che la riforma abortisse per gli Atti del Governo, della questione cominciarono ad interessarsi le società scientifiche, e principalmente l'Associazione delle

lingue moderne, *The modern language association of America*. Nel congresso di tale associazione, tenutosi nell'Università di Cincinnati, Ohio, dal 29 al 31 Dicembre del 1913, una speciale commissione presentò la sua relazione sul movimento riformista, che era stato dianzi efficacemente invitato a promuovere da un comitato speciale, *Comitee of simplified spelling*. Dallo spoglio di un questionario, mandato a 450 membri, la suddetta commissione constatò, tra l'altro, che una maggioranza, benchè non grande, favoriva la ortografia semplificata (*a majority, tho not a very large one, favors simplified spelling*), benchè con qualche restrizione, e con il desiderio che, almeno pel momento, non si procedesse ancora avanti nelle riforme iniziate (*that the Board should go no further, at least for the present*). Constatò pure che una piccola maggioranza approvava le riforme proposte, e credeva utile che fossero adottate nelle scuole (*about 58 per cent... favors the use of simplified spelling in colleges, normal schools, high schools and grade schools*), ma che soltanto pochi individui e corpi scolastici e scientifici le mettevano in pratica. Infine il Congresso votò il seguente ordine del giorno:

1. *That the central Division of « the Modern Language Association of America » favors the movement for the reform of English orthography;*

2. *That the central Division requests the Executiv Council for the year 1914-1915 to consider the whole subject of the further reform of English orthography, and to make recommendations to the Association, at the union meeting to be held in 1915.*

Come si vede, la questione della riforma ortografica in America è tutt'altro che abortita o sopita. Il prossimo congresso dell'Associazione testè nominata c'informerà delle vicende ultime di essa. Passo ora ad esaminare i principali punti della riforma in base a un importante articolo del Prof. Juan M. Dihigo dell'Università di La Habana.

1. In tutte le voci in cui entra *ae*, le quali sono generalmente di origine greca, questo doppio segno sarà sostituito dal segno *e*, che corrisponde al suono reale. Così le voci *chimaera*, *aesthetic*, *palaeontology* verranno scritte *chimera*, *esthetic*, *paleontology*. Noi troviamo opportuna la proposta, tanto più che, anche in una data epoca dell'ellenismo, i due suoni vocalici *a* ed *i* si erano tra loro tanto avvicinati da incontrarsi e fondersi nel suono intermedio *e* che anche nel greco moderno rappresenta l'antico dittongo.

2. La *e* muta del gruppo di lettere *-dge-ment* verrà soppressa

nella scrittura, così come è soppressa nella pronunzia. Invece di scrivere *abridgement*, *acknowledgement*, *judgement*, *lodgement* si scriverà: *abridgment*, *acknowledgment*, *judgment*, *lodgment*. Anche questa piccola riforma è opportuna, poichè essa, semplificando un po' la scrittura di una serie di parole, e accostandole alla pronunzia, ne lascia ben riconoscibile la forma e la etimologia.

3. La finale *-ed* dei Participi, in cui la consonante precedente a *-ed* sia raddoppiata, sarà sostituita dal semplice *t*, e la doppia sarà scempiata. Così, invece di *dropped*, *dipped*, *stopped*, *blessed*, sarà scritto: *dropt*, *dipt*, *stopt*, *blest*. A noi non interessa di rammentare che etimologicamente *-ed* rappresenta il preterito del verbo *do* (come se *hoped* sia una forma semplificata di *hope-did*) ed ha relazione col suffisso lat. *-tus*, p. es. di *amatus*, con la dentale sorda. Piuttosto rammenteremo che in una grande categoria di verbi inglesi ci si presenta la uscita del Participio in *t*, preceduta dalla consonante radicale, e senza la menoma traccia di *e* grafico: *felt*, *kept*, *lost*, e che alcuni verbi che hanno l'infinito in *end*, fanno il Participio in *ent*, come *send*, *wend*, *bend*, che fanno *sent*, *went*, *bent*. Dunque anche per ragione di simmetria ed analogia, oltre che per la ragione della concordanza colla fonetica, della economia di segni, e, in fondo, anche della etimologia, la proposta ci sembra plausibile. Secondo noi dovrebbe però farsi una giunta, ossia una modificazione alla regola formulata qui sopra, escludendo i verbi che hanno l'infinito in *d* o *t*. Infatti i Participi *added*, *acted*, *accepted* non potranno essere riformati, e non lo sono stati neppure.

4. La uscita dei sostantivi in *-ence*, derivante dal lat. *-ensa*, sarà sostituita da *-ense*. Per ciò: *defence*, *offence*, *pretence* saranno invece scritte *defense*, *offense*, *pretense*. Questa riforma non semplifica nulla, ma certamente soddisfa e la esigenza fonetica e la etimologica. Potremmo aggiungere che sarebbe desiderabile anche una discussione sulla opportunità della sostituzione di *s* a *c* in tanti altri casi, e dello impiego di *c* semplice per designare quella speciale esplosiva palatina, che l'inglese rappresenta col gruppo *ch* (p. es. in *church*). Ma lasciamo che tale discussione la facciano gli stessi Inglesi.

5. Le parole che contengono *gh*, all'uscita, debbono invece scriversi con *f*. Così *draught* sarà scritto *draft*. — Senza discutere l'origine di *gh* in questi casi, e il valore che anticamente aveva tale gruppo grafico, è certo che oggi esso rappresenta nè più nè meno il fonema indicato dalla semplice lettera *f*, che perciò è opportuno e pratico preferire allo stranissimo doppio segno di una gutturale aspirata.

6. La uscita in *-ise* dei verbi di origine greca sarà sostituito da *-ize*; perciò *civilise, criticise, exorcise, cathechise* saranno scritte *civilize, criticize, exorcize, catechize*. — Non ci sottoscriviamo a tale cambiamento, che ci sembra inutile, e anzi contrario al criterio della concordanza tra la ortografia e la fonetica. Infatti il *z* in inglese suona precisamente come *s*, ma nell'alfabeto scientifico e in quello di lingue diverse dell'inglese ha valore di doppia. È evidente poi che la riforma qui pretende mostrarsi più dottrinarìa che pratica, e più ligia al criterio della grafia etimologica che non a quello della fonetica. Ma la pretesa si traduce in illusione, perchè i verbi suddetti non rappresentano direttamente verbi greci in *-izein*, ma verbi introdotti in inglese per la trafila di verbi francesi, aventi la uscita in *-iser*.

7. Le voci *programme, gramme* saranno scritte *program, gram*. Nulla da obiettare.

8. Il dittongo *oe, æ* sarà sostituito da *e*; perciò *phenix, esophagus* etc. invece di *phoenix, oesophagus* etc. Questa innovazione non è certo ardita, nè molto importante, colpendo alcune voci poco popolari, anzi di evidente origine dotta; ma è accettabile per la semplificazione di lettere e per la uniformità che stabilisce tra la grafia odierna di tante voci, che presentano ora *oe* ora *e*, ora persino *o*, di contro al lat. *oe* (venuto dal greco *oi*).

9. La uscita *-our* dei sostantivi sarà sostituita da *or*; perciò invece di *ardour, colour, honour, humour, labour* si scriverà *ardor, color, honor, humor, labor*. La nuova grafia, che diremmo americana, è senza dubbio preferibile alla vecchia grafia inglese, perchè la pronunzia del suffisso delle voci suddette è la stessa di quella di altri suffissi, costituiti da vocale semplice e *r*, per es. *-er* di *brother, sister*. È vero che, secondo la grammatica, la pronunzia dovrebbe essere quella di *eur* francese, ma il popolo rende tutti i suffissi in *r* con un *a* un po' indistinto, senza far sentire *r*. Adottare il semplice *a* senza *r* sarebbe trasformare troppo, e quasi svisare le parole. La grafia in *or* rappresenta dunque una innovazione temperata e opportunissima, tanto più che la origine prima delle voci suddette sta nel latino, che aveva il suffisso *or* (*-orem*). Probabilmente l'*u* di *ou* della grafia inglese non è altro che un resto dell'*eu* del fr. *ardeur, couleur*. A proposito di tali sostantivi cade in acconcio una osserazione, che esce dal campo della riforma ortografia, ed è la seguente. Le migliaia e migliaia di voci, che in inglese designano idee astratte, hanno origine sicuramente latina. Gli Anglo-sassoni non potranno non essere riconoscenti ai popoli latini di quanto hanno loro tolto in prestito per lo sviluppo della lingua, del pensiero e della civiltà.

10. Il *ph* delle voci dotte, che rappresenta il φ greco, sarà sostituito da *f*; perciò: *alfabet*, *bibliografy*, *fantasm*, *paragraf*, invece di *alphabet*, *bibliography*, *phantasm*, *paragraph*. Nulla da obiettare, perchè è un assurdo usare ancora del ripiego, che usavano i Latini per la rappresentazione dell' aspirata greca, che del resto presso i Greci era pure rappresentata da unico segno grafico.

Oltre alle precedenti regole speciali di riforma, la giunta detta *Simplified spelling board*, a 15 Gennaio 1908, compilò una lista alfabetica di voci ortograficamente semplificate. Questa lista non porta nè le definizioni delle voci, nè le forme corrispondenti nella grafia ordinaria inglese; e comprende, se non facciamo male il computo, circa 5550 vocaboli. Da un semplice colpo d'occhio, ci accorgiamo che ivi si fa una più larga applicazione dei 10 principi dianzi riportati, in modo da farne sorgere altri principi di una portata più generale dei precedenti. Così il fognamento della lettera *e* muta viene esteso ad un gran numero di casi; così pure la uscita di tutti i Partecipî dei verbi regolari viene spogliata della stessa vocale *e* innanzi il *d* finale. Aggiungeremo, con ordine di numeri successivi ai precedenti, alcuni altri principi, desunti dalla lista summentovata.

11. La desinenza dei Partecipî dei verbi regolari sarà in genere rappresentata nella scrittura dal semplice *d* e non da *-ed*. È grandissimo il numero di tali forme verbali nella lista delle voci riformate; e non si capisce perchè la giunta di riforma non abbia preferito formulare una regola in proposito, e abbia invece voluto inserire alfabeticamente un numero così grande di partecipî, che potrebbe del resto neanche essere completo. Così troviamo: *abandond*, *abhornd*, *absolvd*, *abstaind*, *administerd*, *adornd*, *annoyd*, *belongd*, *blunderd*, *burnd*, *chatterd*, *damd*, *dishonord*, *endevord*, *evolvd*, *foald*, *foamd*, *gatherd*, *glitterd*, *honord*, *informd*, *involvd*, *jamd*, *labeld*, *mannerd*, *ministerd*, *opend*, *pardond*, *playd*, *preferd*, *questiond*, *reclaimd*, *returnd*, *seemd*, *softend*, *tatterd*, *trouveld*, *vapord*, *vaivd*, *whimperd*, *wormd*, *yellowd* etc. Codesta riforma grafica è accettabilissima perchè l'*e* della uscita *-ed*, nella pronunzia, non esiste, fuorchè nei verbi che hanno l'infinito in *d* o *t*, come *add*, *act*, *accept*, che si pronunziano *added*, *acted*, *accepted*, con un *e* alquanto indistinto e brevissimo.

12. Nella lunga serie di verbi, nei quali per effetto della doppia consonante, antecedente al suffisso del Partecipio, o per effetto della natura di essa consonante, il *d* grafico suona comunemente *t*, invece di *ed* della scrittura ordinaria, la grafia riformata esige il semplice *t*. Così la regola del N. 3 ha una applicazione molto più larga di quella

sopra enunciata. Es. *abash*, *abolish*, *accomplish*, *address*, *annex*, *bench*, *black*, *book*, *carp*, *clack*, *crimp*, *depress*, *dropt*, *entrapt*, *establish*, *fork*, *garnish*, *lump*, *mesh*, *mopt*, *oppress*, *percuss*, *prefix*, *purpos*, *recompens*, *revamp*, *roof*, *septet*, *shank*, *sopt*, *stack*, *task*, *tipt*, *trick*, *usurp*, *wink*, *yelp*, etc.

13. Resta soppresso il segno di *e* finale nei suffissi *-ine*, *ive*, (fr. *-ine*, *-ive*, lat. *-inus*, *-ivus*). Es. *adamantin*, *adhesiv*, *adjectiv*, *adoptiv*, *affirmativ*, *aggressiv*, *alkalin*, *attentiv*, *attractiv*, *captiv*, *cognitiv*, *decisiv*, *evasiv* etc., per *adamantine*, *adhesive*, *adjective* etc. Nessuna difficoltà si oppone a questa riforma, perchè la vocale *e*, dato che rappresenti un resto etimologico del basso latino, non rischierà per nulla la origine di dette voci, che, essendo di origine dotta o letteraria, e comuni a moltissime lingue, restano sempre di origine trasparente.

14. Va soppresso anche il gruppo grafico *-ue* finale nella scrittura ordinaria, se preceduto da *g*: *analog*, *apolog* etc., per *analogue*, *apologue* etc.

15. Soppresso anche il *g* delle voci *campaign*, *foreign*, *sovereign*, *diaphragm*. Il *g* qui parrebbe, ma non è, un segno etimologico di una certa importanza (lat. *regnum*, gr. *diafragma*), avente anche una tradizione nelle lingue romanze (cfr. it. *campagna*, lat. *campania*). Oltre a ciò secondo il Prof. Dihigo, la soppressione del *g* svisterebbe la forma delle parole, in modo che per es. la radice di *diaphragm* (*frag*) potrebbe scambiarsi con quella del lat. *frater* (*fra*).

Non ci sottoscriviamo a tale scrupolo, e invece parteggiamo per l'idea della soppressione, tanto caldeggiata dalla Giunta. La voce *diaphragm*, se scritta *diafram*, sarà sempre ben riconoscibile. Il *g* di *campaign* non è nella pronunzia nè nella etimologia (lat. *campania*). Le voci *foreign* e *sovereign* non hanno da fare col lat. *regnum* ma col fr. *forain* (lat. *foraneus*), e *souverain* (del lat. popol. *superanu*).

16. Sono abolite alcune lettere, oltre la *e* muta sopra considerata, le quali esistono nella ortografia ma non nella pronunzia inglese. Così la Riforma stabilisce: *aile*, *benum*, *bested*, *bild*, *bilder*, *building*, *bilt*, *boro*, *bred*, *breth*, *ded*, *def*, *delt*, *dum*, *fesant*, *gild*, *hart*, *iland*, *jealous*, *molt*, *pesant*, *redy*, *tisic*, *wether* etc. invece di: *aisle*, *benumb*, *bestead*, *build*, *builder*, *building*, *built*, *borough*, *bread*, *breast*, *breath*, *dead*, *deaf*, *dealt*, *dumb*, *pheasant*, *guild*, *heart*, *island*, *jealous*, *moult*, *peasant*, *ready*, *phtisic*, *weather*. Codesta riforma non è nè strana nè ardita, perchè certe voci sono già state semplificate nella ortografia ordinaria; anche i dizionari classici portando per es. allato a *coulter*,

phthisis le forme *colter*, *tisis*. Essa potrebbe anzi essere applicata più largamente, s'intende, a casi analoghi a questi sopra indicati, come ad es. a *dream*, in cui l'*a* non è pronunziato affatto. Inutile osservare che se la si volesse applicare molto largamente, si finirebbe per riformare tutto il vocabolario inglese.

17. Le riforme che importano cambiamenti di lettere, oltre a fognamenti, sono pochissime, e però neppure si possono chiamare vere riforme, perchè state già adottate da una parte del popolo inglese. Così *hock*, per *hough*, è registrato già dai dizionari comuni.

In conclusione, a noi sembra che tutte le riforme proposte, fatta se vuolsi qualche piccola riserva, sieno da adottarsi, e che la Giunta per la semplificazione si sia lasciata guidare da molta prudenza e discretezza. Vero è che la Riforma viene a modificare la grafia di un numero di parole relativamente scarse, di fronte alla immensità di quelle che sarebbero da modificarsi, se volessero seguirsi i principi che la informano, perchè la grafia inglese è quasi sempre in disaccordo con la pronunzia. Vero è altresì che vi sarebbero delle riforme di più vitale interesse per accostare la detta grafia anche di più a quel tipo di ortografia internazionale, verso il quale dovrebbero tendere tutte le grafie nazionali. Ma è necessità d'iniziare, comunque, una riforma, perchè col tempo quel distacco si andrà sempre più accentuando, e si arriverà al punto, se non vi si pone un argine, che le parole scritte in inglese diventeranno similissime alle cosiddette *chiavi* cinesi, o ai *geroglifici* egiziani, senza avere il vantaggio della immediata rappresentazione obbiettiva. Accostando la grafia alla fonetica, la difficoltà della conoscenza dell'inglese sarà ridotta di metà. L'attuale grafia inglese è assurda, e non ha il più spesso neanche una sicura base etimologica. In inglese esiste un vero caos ortografico. Spesso una moltitudine di segni diversi è impiegata a rappresentare uno stesso suono, e viceversa un solo segno talvolta rappresenta suoni diversi. Per es., ad esprimere lo stesso suono *e*, sono impiegate, niente di meno, 7 lettere o gruppi di lettere: *e* in *bet*, *ea* in *head*, *ei* in *heifer*, *eo* in *leopard*, *ay* in *says*, *ai* in *said*, *a* in *many*. Per esprimere la esplosiva palatina sonora, l'it. *g* (+ *e* ovvero *i*), sono impiegate 4 lettere o gruppi: *g* in *large*, *gg* in *exaggerating*, *dg* in *lodged*, *ahnowledgment*, *d* in *soldier*. Per il *c* palatino sono impiegati il *ch* in *such*, il *t* in *picture*. E così si dica di centinaia di altri casi. Come ho detto poi, i segni dell'attuale grafia non hanno il più delle volte neanche giustificazione etimologica, e, come in altre lingue, sono stati occasionati o da equivoci, o da imitazioni di grafie eterogenee,

o da false etimologie e analogie popolari, come hanno riconosciuto valenti linguisti, quali Child di Harvard, Hadley di Yale, White di Cornell, Skeat di Cambridge, Sayce di Oxford. Troppo per le lunghe andrei se volessi esaminare un numero considerevole di casi, ma mi basterà ricordare le voci *campaing*, *foreign*, *sovereign*, testè citate, in cui è evidente la contaminazione dal fr. *campagne*, *regn* - di *regner*, lat. *regnum*.—Ortografie così discordanti colla fonetica non si possono riformare di un tratto. Le riforme proposte da Roosevelt sono però di facile e pronta applicazione, e rappresentano come un primo restauro a un vecchio monumento, che, se abbandonato alle vicende e alle corrosioni del tempo, finirà per non rispondere più all'uso a cui era destinato. Conforta però il fatto che, non ostante tutte le opposizioni, la Riforma ha già cominciato a farsi strada; e infatti nelle *Publications of the Modern Language Association of America*, dell'anno scorso, sono comparse delle memorie in cui le uscite dei Participi sono costituite dal semplice *d* invece che da *-ed*.

L'ultimo numero di tali *Publications* uscito nel Marzo 1915, data posteriore alla mia relazione di sopra, mi dà occasione di aggiungere dati recentissimi sul movimento riformista dell'inglese.

Il Segretario della suddetta Associazione, William Guild Howard, a 5 Maggio 1914, inviava a tutti i membri attivi di essa una lettera, redatta nella cosiddetta ortografia riformata, «*the so cald reformd spelling*», invitandoli ad esprimere i loro voti sopra due punti:

1. Se accettavano, per le pubblicazioni ufficiali e le corrispondenze dell'Associazione, l'uso delle forme riformate quali erano state esemplificate in essa lettera.

2. Se le accettavano con qualche restrizione.

I voti furono i seguenti:

Voti in favore della semplificazione, inclusi quelli contenenti qualche restrizione, N. 362. Voti contrari, inclusi i pochissimi indifferenti, N. 267. Come si vede la maggioranza è stata favorevole alla Riforma. Ma è bene far noto che, in questa, 62 voti hanno dichiarato di accettare la Riforma, ma con minore estensione di quella esemplificata nella lettera-circolare (*but to a less extent than that exemplified in the foregoing letter*).

Infatti in questa lettera non solo vi sono attuate delle riforme precedentemente stabilite (che io in questo scritto ho sopra indicate) ma altre ancora. Alla prima categoria appartengono: il suffisso dei Participi in *ed* privato dell'*e* (*reformd*, *prevaild*) o cambiato in *t* (*an-*

nounst, accomplisht); il *ph* reso con *f* in *orthografy*; il fognamento di lettere o gruppi di lettere non pronunziate (*program* per *programme, thru* per *through, erly* per *early*); la espunzizione della *e* muta (*ar, hav, believ, leav, affirmativ, negativ, themselvs*) per *are, have, believe, leave, affirmative, negative, themselves*. Alla seconda categoria appartengono: gli scempiamenti di consonanti doppie finali (*wil, shal, od, stil* per *will, shall, odd, still*).

A giustificare questa aggiunzione il segretario aveva sottomesso ai voti anche la idea che non si dovesse parlare di una « ortografia riformata » ma « in via di riforma » (The term 'reformd, is misleading if it suggests the accomplishment of something that nobody professes to hav accomplisht. The official spelling does not call it-self reformd; it is at most in process of reformation or of simplification; and as simplified, it is not at a stage that anybody regards as final).

Riforma ortografica del francese.

Il movimento riformista quasi contemporaneamente che in America si faceva sentire in Francia, anzi qui forse prima. Ed è molto significativo il fatto che tra' principali promotori di esso vi siano dei glottologi principalmente dedicati all'etimologia, e che sono pure autori dei migliori vocabolari del francese, come Antoine Thomas, che, con Hatzfeld e Darmesteter, ha il vanto di aver pubblicato il *Dictionnaire général de la langue française*. Pare infatti impossibile che chi ha dovuto tanto studiare le fasi e le evoluzioni delle parole attraverso i secoli, e che alle forme attuali di esse, sanzionate dall'uso letterario e secolare, ha dato anche una nuova sanzione in un vocabolario generale, possa esser convinto della opportunità di riformare la scrittura di queste parole. Per venire a questa convinzione l'etimologo dovette cedere le armi al fonologo, l'accademico allo scrittore moderno, riconoscendo che accostare la scrittura delle parole alla loro pronunzia attuale è meglio che lasciare intatta la fisionomia delle parole scritte, che può interessare o anche piacere soltanto ai letterati e in genere ai dotti.

Non credo sia il caso di fare la storia di questo movimento decisivo di riforma, che si è esplicito ai nostri giorni. Siccome però i brevi cenni, che seguono, mirano sopra tutto a dare qualche notizia sullo stato della questione, non posso esimermi di far noto che in Francia sorse già una Commissione incaricata di preparare la sem-

plificazione dell'ortografia, e che il primo rapporto sui lavori di questa commissione fu esaminato e discusso minuziosamente dall'*Académie française*. Questa in massima, si è pronunciata contraria alla riforma, ma ha convenuto pure, il che è molto importante, « *qu' il y a des simplifications désirables, et qui sont possibles à apporter dans l'orthographe française* », e che, pur rispettando l'uso stabilito, si possa guidarlo, però *très doucement et discrètement*. Discutendo poi le particolari proposte, molte ne ha respinte, ma alcune ne ha accettate.

Ecco in riassunto le risoluzioni prese dall'*Académie française*.

A — RISOLUZIONI DI ORDINE GENERALE

1. L'accademia respinge il principio che guida la Commissione della semplificazione ortografica, cioè il ravvicinamento dell'ortografia alla fonetica, della parola scritta alla parola parlata, giudicando che non vi ha nulla di più arbitrario di una ortografia fonetica, che la fonetica varia da generazione a generazione, che nessuno può dire che tale o tal altra provincia sia in possesso della vera pronunzia, e che per conseguenza se si volesse adottare la grafia fonetica, si dovrebbero stabilire parecchie grafie quante sono le pronunzie del francese.

2. L'Accademia si dichiara ligia alla ortografia etimologica, giudicando che con essa le parole francesi rimangono facilmente comprensibili ai letterati di ogni nazionalità, che conoscono il latino, e alle persone a cui è familiare qualche altra lingua romanza oltre il francese, e rammentando che un Ministro d'istruzione pubblica ricevette già dei reclami da Ambasciatori esteri contro il tentativo della riforma ortografica.

3. L'Accademia si dichiara pure molto attaccata a ciò che chiamasi « fisionomia delle parole ». Questa fa parte della bellezza stessa della lingua, e costituisce come una parte del patrimonio letterario. Rammenta ciò che diceva Brunetière, in un articolo pubblicato il 1° Sett. 1900: « *dans une langue élaborée par cinq ou six siècles le mot a sa valeur en soi... est un être vivant, qu'on le mutile... en modifiant l'orthographe* ».

4. L'Accademia crede che la ragione più forte che si oppone all'adozione delle riforme proposte sia il trambusto, *le bouleversement*, che cagionerebbero in tutte le abitudini dei Francesi. Prima che esse possano essere adottate, prima che la Commissione pubblichi il Di-

zionario riformato, e il pubblico vi si adatti, e lo segua, decorrerà un lungo periodo caotico, nel quale la nuova grafia, timida ancora se non incerta, si troverà alle prese con l'antica. Che se si ammette nella istruzione e nella adozione delle riforme qualche temperamento, o dilazione, certo gli studi del francese diverranno più complicati.

5. La riforma darebbe tristi conseguenze anche nella letteratura, perchè i letterati incontrerebbero anche una difficoltà materiale, e potrebbero perfino essere come paralizzati nelle loro produzioni.

6. I novatori non si contentano delle riforme proposte, ma in certo modo aprono la via a riforme ben più radicali, le quali addirittura gettano l'allarme negli Accademici, che temono si possa giungere per es. all'adozione del semplice *g* per la gutturale sonora, in modo da doversi scrivere *gère* per *guerre*, *gerir* per *guerir* e via.

7. Con l'adozione delle riforme tante parole di diversa origine e significazione verrebbero a riuscire in unica forma. Così *cors* per *corps* si confonderà con *cors* pl. di *cor*, *las* per *lacs* si confonderà con l'aggettivo *las*, *ni* per *nid* si confonderà con *ni* congiunzione, *pui* per *puits* si confonderà con *pui* (*puis*) avverbio.

8. L'Accademia in genere è proclive alla soppressione delle lettere raddoppiate, ma riconosce che è difficile l'applicazione di questo principio, perchè vi sono delle consonanti doppie, che la maggior parte dei parlanti realmente pronunziano tali, come quelle di *grammaire*, *correspondre*, *affection*, *assemblée*, *collège*; e riconosce che colla nuova grafia si verrebbe a ingenerare una confusione in certi verbi, che in un tempo son pronunziate con doppia consonante, in altri no, per es. *errer*, di fronte a *ère*, 3^a pers. sing. pres. indic.

9. L'Accademia si maraviglia che la Commissione, da un lato altera decisamente la grafia invalsa, e, dall'altro, fa delle concessioni all'uso, che non sono certo consone con il principio fonetico. Così, mentre scrive *bele fame* per *belle femme*, *manjer* per *manger*, *j' ai u* per *j'ai eu*, etc. dall'altro, lascia *mission*, *passion*, *chez*, *assez*, *nez*, che, secondo il principio adottato dalla Commissione, andrebbero scritte *micion*, *pacion*, *che*, *asse*, *ne*.

Infine l'Accademia conviene che sia possibile e utile una riforma blanda, soltanto delle parole i cui elementi grafici non sono giustificati dalla etimologia, nè consacrati dall'uso di eminenti scrittori.

B — RISOLUZIONI DI ORDINE PARTICOLARE

Non è qui il caso di riprodurre con lo stesso ordine numerico, con cui le ha formulate l'Accademia, tutte le risposte negative (son ben 32) a proposte di riforma sopra punti particolari. Le ridurrò e riassumerò in pochi capi.

1. Alcune di tali risposte contraddicono le proposte di abolire gli accenti, che non importino notazione di differenza di pronunzia. L'Accademia fa osservare che se si aboliscono gli accenti in *à*, *là*, *où*, *dû*, queste voci potrebbero, nella scrittura, essere confuse con *a* (verbo), *la* (articolo), *ou* (congiunzione), *du* (articolo).

2. È respinta la proposta di scrivere *cliant*, *inconvenient*, *orient*, *patiant* per *client*, *inconvenient* etc.; e ciò per rispetto all'etimologia e all'uso ormai tanto radicato.

3. Per una ragione simile è respinta la grafia *fame* per *femme*; inoltre se si adotta la prima forma, l'agg. *fameux* ne sembrerebbe un derivato, mentre esso viene dall'ant. fr. *fame*, lat. *fama*.

4. Sono contraddette le soppressioni di elementi grafici, non pronunziati, in *faon*, *paon*, *taon*, *noeud*, *soeur*, *voeu*, *corp*, *lacs*, *nid*, *doigt*, *vingt*, *poids*, *puits*, *temps*, *dompter*, *dompteur*, *sculpter*, *sculpteur*, che la Commissione propone si scrivano *fan*, *pan*, *tan*, *neu*, *seur*, *veu*, *cors*, *las*, *ni*, *doit*, *vint*, *pois*, *puis*, *tems*, *donter*, *donteur*, *sculter*, *sculteur*. E ciò sia per non svisare parole tanto usate, sia per evitare delle confusioni con altre parole. Così vi sarebbe anfibiaologia tra *tan* animale e *tan* scorza polverizzata; tra *pan* animale e *pan* termine mitologico, *pan* pezzetto, *pan* esclamazione; tra *cors* corpo e *cors* plur. di *cor*; tra *las* laghi e *las* stanco; tra *ni* nido e *ni* nè; tra *doit* dito e *doit* deve etc. Scherzosamente, l'Accademia osserva la stranezza di una semplificazione, che condurrebbe a confusioni di voci come quelle delle frasi seguenti: «*son doit doit être coupé*», «*il vint vint fois*», «*ni ni ni fleurs*».

5. Parecchie particolari riforme, esaminate e respinte dall'Accademia (ai NN. 16, 17, 18, 19, 20, 21, 24, 32) si possono riunire sotto unico titolo: scempiamento di consonanti doppie. Come è detto al N. 7 delle Considerazioni generali, l'applicazione del principio dello scempiamento è ben difficile ad essere applicato. Decisamente si dovrebbe conservare la doppia *l* in *ville*, *tranquille*, *telle*, *nouvelle*, ma non in *échelle*, che sarà meglio scrivere *échèle*, conforme alla pronunzia e alla etimologia. Potrebbe concedersi lo scempiamento in

becarre, *beurre*, che perciò si scriverebbero meglio *becare*, *beure*, ma non in *abhorrer*, *susurrer*, *bourre* etc. Neppure dovrà scriversi *jete* per *jette*, *nète* per *nette*, *guète* per *guette*, *sote* per *sotte*, *hute* per *hutte*, e ciò allo scopo di non commettere una vera deformazione di voci tanto comuni. In una grande quantità di voci con doppia *l*, gli Accademici osservano che la doppia si fa più o meno sentire nella pronunzia, e perciò respingono *alaiter* per *allaiter*, *alécher* per *allécher*, *alégresse* per *allégresse*, *alée* per *allée*, *colège* per *collège*, *embelir* per *embellir* etc. In molti casi essi inclinano a conservare la doppia consonante per un motivo ben diverso, cioè per indurre i parlanti a una pronunzia « *moins molle, moins nonchalante, que l'Académie jugerait plutôt souhaitable* ». Così è di *corélatif* per *corrélatif*, *corespondre* per *correspondre*, *coroborer* per *corroborer*, *bareau* per *barreau*, *bigarer* per *bigarrer*, *bourasque* per *bourrasque*, *caré* per *carré*, *charète* per *charrète* etc. E così pure va detto di *acomoder* per *accommoder*, *assomer* per *assommer*, *comander* per *commander*, *comotion* per *commotion*, *aparament* per *apparentement*, *prudament* per *prudemment*, *bonet* per *bonnet*, *afaire* per *affaire*, *afection* per *affection* etc. In altri casi, dicono gli Accademici, la doppia è marcata nella pronunzia, e perciò non deve scriversi *assembler*, *desaisir*, *resentir* etc. ma *assembler*, *desaisir*, *ressentir* etc. La doppia *l* poi va conservata in *scintiller*, *osciller*, *vaciller*, per non alterare la fisionomia di tali voci.

La Commissione riformatrice, sostituisce il *j* al *g* in *manjer*, *manjons*, *manjant*, *oblijer*, *oblijant*; ma l'Accademia, pur riconoscendo che la grafia col *g* qui rappresenti una anomalia, non vuole alterata la forma ormai tanto invalsa di quelle voci.

7. La stessa Commissione, che si mostra sempre ispirata al principio della rappresentazione fonetica (ma che, ci permettiamo noi di osservare, ha sempre il preconconcetto della grafia nazionale), non ha il coraggio di smettere l'uso di certe lettere, tradizionali nel francese, le quali nell'alfabeto scientifico e fonetico hanno tutt'altro valore. Così sostituisce il segno *c* a *t*, per denotare il suono *s*, nelle voci *aristocracie*, *démocracie*, *inercie*, *parcial*, *terciaire*, *ambicieux*, *faccieux*, *inicier*, *pacient*, *saciété*, *nocion* etc. per *aristocratie*, *démocratie* etc. Ma l'Accademia respinge la proposta, attenendosi alle forme comunemente usate, che sono anche giustificate dall'etimologia.

8. I riformisti, forse in omaggio alla grafia francese, ma non alla semplificazione, vorrebbero sostituire il *z* a *s*, in modo da scrivere *niaize* per *niaise*, *cloze* per *close*, *extaze* per *extase*, *phraze* per *phrase*, *tranziger* per *transiger*, *épouze* per *épouse*, *confuze* per *confuse*. L'Ac-

cademia non trova sufficienti ragioni per approvare tale cangiamento di segni, e in alcuni casi lo dichiara addirittura assurdo, come in *confuze*, *niaize*, *cloze*, che avrebbero di contro i maschili, scritti anche dai riformisti con *s*: *confus*, *niais*, *clos*.

9. Nelle voci di origine greca i riformisti vorrebbero sostituire *y*, *th*, *ph*, *rh*, con *i*, *t*, *f*, *r*. Ma gli accademici osservano che molte di queste voci, come *pharmacie*, *théologie*, *athée*, sono ormai entrate nell'uso comune, e non si possono più impunemente trasformare. Solo in alcuni casi si riservano di concedere la semplificazione.

Le riforme che l'Accademia accetta, e in parte ha già adottate, sono le 14 seguenti, che io riproduco testualmente in italiano.

1. *Déja* per *déjà*.

2. *Chute* per *chûte*, *joute* per *joûte*, *otage* per *ôtage*, modificazioni che l'Accademia ha già fatte entrare nel suo dizionario; e di più: *assidument* per *assidûment*, *dévouement* per *dévoûment* o *dévouement*, *crucifiment* per *crucifiement*.

3. *Ile* per *île*, *flute* per *flûte*, *maitre* per *maître*, *naitre* per *naître*, *traître* per *traitre*, *croute* per *croûte*, *voute* per *voûte*, e altre parole ove l'accento circonflesso non serve che a richiamare *s* etimologico.

4. L'Accademia ammette che si scriva a volontà *confidentiel* per *confidenciel* e gli aggettivi analoghi, cioè a dire quelli di cui il sostantivo finisce in *-ence* o in *-ance*.

5. Accetta l'identificazione ortografica di *différent* e *différend*, di *fond* e *fonds*, di *appats* e *appat*, in questo senso che si scriva: *Un différent s'est élevé; un fond de terre; la retraite a pour vous des appats*.

6. Accetta che si scrivano a piacere *enmitoufler* e *emmitoufler*, *enmener* e *emmener*, *enmailloter* e *emmailloter*, e altre parole analoghe, dove *n* incontrandosi con *m* è divenuto *m*.

7. Accetta *ognon* per *oignon*.

8. Non vede inconveniente alcuno a scrivere *pied* o *pié*.

9. Accetta che i 7 sostantivi in *ou*, che prendono *x* al plurale, *bijou*, *caillou*, *chou*, *genou*, *hibou*, *joujou*, *pu* rientrino nella regola generale, e prendano *s* al plurale.

10. Accetta *échèle* in luogo di *échelle*, conforme alla pronunzia e alla etimologia.

11. Ha deciso di regolare la ortografia delle voci derivate da *carrus*, scrivendo *charriot* con due *r*, come si scrivono tutte le altre voci derivate da *carrus*.

12. È disposta, esaminando ciascun caso, a non opporsi alla

soppressione di *h* nelle voci derivate dal greco, nelle quali s'incontri la combinazione *rh*.

13. Parimenti, specie per le parole di creazione scientifica, avrà la tendenza a favorire *i* piuttosto che *y*.

14. Propende a scrivere *sizain*, come si scrive *dizain* e *dizaine*, e giudica che potrebbe estendersi questa riforma a *dizième* e *sizième* in luogo di *dixième* e *sixième*, in conformità a *ouzième* e *douzième*.

Siccome lo scopo principale di questo scritto è quello di dare qualche notizia sul movimento riformista, non oserei aggiungere altre considerazioni a quelle degli Accademici, sopra riferite, e a quelle poche, che potrò di sfuggita avere aggiunte io. Nè sarebbe delicato che uno straniero venga a ingerirsi in questioni, che riguardano una lingua non propria, e che tanti dotti stranieri sono al caso di risolvere meglio di chicchessia. Tuttavia la lingua francese è ormai quasi un patrimonio della cultura internazionale, e i Francesi non possono dispiacersi se gl'Italiani, che hanno una lingua sorella alla francese, e una ortografia immensamente più vicina alla fonetica, s'interessino della questione.

Ebbene, pur facendo plauso all'ardita impresa tentata dai riformisti, francamente debbo dichiarare che, mentre le proposte riforme ortografiche bastano per sè a mettere un grande scompiglio, se non a gettare l'allarme, negli studiosi del francese, in realtà poi non giungono, neanche lontanamente, ad appagare le esigenze della fonetica. Particolarmente a confronto delle riforme ortografiche proposte per l'italiano e anche a confronto dell'usuale grafia italiana, le riforme della scrittura francese sembrano come troppo timide e monche. Sul primo punto, è innegabile che chi ha consacrato tanto tempo allo studio di una lingua straniera, non può non provare avversione al tentativo di cangiamento della grafia di quella lingua. In ispecie poi, l'alterazione della grafia del francese, ch'è una lingua ormai familiare a tutti, sembra quasi un sacrilegio. L'introduzione di una grafia diversa dell'abituale, discrediterebbe senza dubbio questa lingua, e a chi dovesse impararla farebbe quasi perdere la voglia di farlo. Dato pure che presto sorgano grammatiche e dizionari in base alla riforma, gli stranieri dovrebbero esser costretti ad apprendere due grafie: la antica ormai invalsa non solo nella letteratura di tanti secoli, presa la voce letteratura nel suo più ampio significato, ma nell'uso di tutti i Francesi, sparsi nel mondo, che certamente non potrebbero smetterla di un tratto; e la nuova, che si vuole sostituire alla vecchia

come migliore, e che ha dinanzi a sè l'avvenire. È innegabile poi che una innovazione abbastanza radicale nel modo di scrivere una lingua, e la necessaria, benchè temporanea, coesistenza di due grafie noccia al prèstigio della lingua stessa, e costituisca un ostacolo grandissimo alla sua diffusione.

Dall'altro lato è stranissimo come, non ostante la grande audacia dei riformisti nello svisare la forma secolare e tradizionale di tante parole del francese, costoro non facciano nessun tentativo di lotta e di riforma contro le vere incongruenze grafiche non solo proprie del francese ma talvolta anche di altre lingue della stessa famiglia, come l'italiano. Tanto difficile è spogliarsi dei pregiudizi secolari della scrittura! Tutti i dotti riformisti sanno bene che la vocale *u* è un suono semplicissimo, e che il segno *u* dell'alfabeto fonetico esprime appunto questo suono. Sanno pure che spesso *u* della pronunzia francese riproduce nè più nè meno l'*u* della madre lingua latina, o altra vocale unica. Eppure continuano a rappresentare questo fonema semplicissimo con due segni! Così in *où* (lat. *ubi*), *insoutenable* (lat. *sustineo*), *loup* (lat. *lupus*), l'*u* della pronunzia risponde perfettamente a l'*u* etimologico; sicchè le dette voci dovrebbero scriversi *u*, *insutenable*, *lup*.

Per noi, italiani, fa pure specie la conservazione delle vocali mute e in ispecie della *e*. Se devesi scrivere come si parla, si dovrebbero abolire tutte le *e* finali e le vocali mute. Invece i riformisti scrivono: *sinonime*, *samble*, *probable*, *plume*, *unige*, *orijine*, *etimolojie*, *faire*, *segonde*, *chanjemant* etc.

Così non si capisce neanche perchè sono conservate la *t* e la *s* finale, anche innanzi parole comincianti per consonate, e cioè quando non si pronunziano affatto, per es. in *parait*, *payis*, mentre la *t* è tolta in *documans*, che la ha anche etimologicamente (lat. *documentum*), la *s* è tolta in *ét*, che è il lat. *est*. La *s* nei plurali è sempre conservata dai riformisti (es. *radicaus*, *publiés*, *des*, *documants*), e certamente non in omaggio della pronunzia. Ma qui sta appunto una delle gravi difficoltà per l'attuazione di una riforma radicale della grafia francese, ispirata alla fonetica, difficoltà che non s'incontra in altre lingue. Tante consonanti finali nel francese non si pronunziano se precedono ad altre consonanti, mentre si fanno sentire innanzi vocali. I sostenitori dell'antica grafia sono principalmente preoccupati di non far perdere la trasparenza etimologica, la fisonomia, alle parole, di non svisarle con sopprimere loro elementi grafici, a cui ormai tutti siamo abituati. Se *temps* lo scriviamo *tans*, *tens* o *tan*, certo ai letterati rincrescerà che la parola perda come la traspa-

renza della sua origine, perchè *temps* non manca che dell' *u* per riprodurre tal quale il lat. *tempus*; ma la grafia fonetica qui non incontra difficoltà. Proviamo invece a scrivere foneticamente *tant* con *tan* (o *tâ*). Ebbene, nei casi in cui a questa voce susseguiva una voce cominciante da consonante la ortografia fonetica è applicabile; ma quando a *tant* susseguiva vocale avremo bisogno di aggiungere *t* alla voce, che nel primo caso foneticamente non esiste. E certo non sarebbe semplificare e migliorare la grafia a scrivere la medesima parola in due modi differenti. Così si dica di migliaia e migliaia di altri casi.

Per superare queste difficoltà i riformisti sono stati costretti a lasciare le consonanti finali delle voci; sicchè scrivono per es. sempre *ét* per *est*, *et* (lat. *et*), e giammai *é*, *e*, come suonano queste voci innanzi consonante. Ma allora la riforma non è veramente applicata. D'altra parte questo fatto, della pronunzia di consonanti finali innanzi vocale, attesta la grande importanza e influenza della scrittura ordinaria ed etimologica sulla pronunzia, che i riformisti vorrebbero in certo modo rispettare più della scrittura ordinaria.

Ma vi ha di più. Parecchie delle riforme proposte per la ortografia francese, di fronte alle riforme richieste dalla fonetica, alcune delle quali già proposte per la ortografia italiana, riescono arretrate, per non dire erronee, e talvolta assurde e contraddittorie. Cosa vuol dire la sostituzione di *j* a *g*, per es. in *janre* per *genre*, se non l'impiego di un segno convenzionale e territoriale, che invece, per la scienza, denota la semivocale palatina, cioè un fonema diversissimo di quello che si vuole rappresentare? Meglio era lasciare il *g*, che, se non altro graficamente, continuava il *g* latino di *genus*, ch'è anche nell'it. *genere*. Se si volesse rappresentare foneticamente l'attuale pronunzia francese, bisognerebbe adoprare il segno corrispondente offertoci dall'alfabeto fonetico, non il *g* che denota la esplosiva gutturale sonora.

Il principio essenziale che guida l'ortografia fonetica essendo quello dell'impiego di unico segno per unico fonema, è un errore adoperare il gruppo *gn* per il *ñ* per es. di *siñaler*, che i riformisti continuano a scrivere *signaler*, come il *ch* per *š*, e così tanti altri gruppi di lettere.

Cosa vuol dire lo scrivere *qi* per *qui*, *qalifie* per *qualifie* se non uno svisamento di parole, che del resto non raggiunge lo scopo della voluta semplificazione? Infatti per la gutturale sorda l'alfabeto scientifico ha il *k*, che anche i riformisti adoperano per es. in *arkéologues*. Non è semplificazione adoperare per lo stesso fonema anche il segno

q, che del resto nella grafia comune ha sempre bisogno di essere accompagnato a *u*, e che foneticamente è un segno superfluo. Aggiungi che oltre a quest'altro segno i riformisti conservano il *c* (innanzi consonante e innanzi *o*, *ou*, etc. es. *cronolojie*, *considerer*). È una strana semplificazione codesta: tre segni per unico fonema!

Al *s* di *maladresse* (dal lat. *male directus*) e al *t* etimologico di *attention*, *identification* etc. viene dai riformisti sostituito il *c* (*maldreçe*, *atancion*, *idantificacion*), che però non soltanto in altre lingue, e anche nell'alfabeto scientifico, ha tutt'altro valore, ma che nello stesso francese ha pure il valore di gutturale sorda, come nella stessa voce *identification*. Se la sibilante sorda *s* deve essere rappresentata dal segno *c*, perchè rappresentarla talvolta con *s* (p. es. in *aussi*, *sans*, *soit*), e talvolta anche con *ç* (*reçamant*)? Anche qui tre segni per unico fonema!

A noi, italiani, fa effetto di un paradossale equivoco il cambio che si propone di fare di *ct* in *cc* (all'uso spagnuolo), come nelle voci *traduccion* per *traduction*, *instruccion* per *instruction*. Se non altro, l'antica grafia impiegava due segni differenti pei due fonemi differenti. Qui i riformisti non sono neppure consoni a sè stessi, perchè la pronunzia va contro la loro proposta. Se ai riformisti è caro il segno *q* per la gutturale, e *c* per la sibilante, dovrebbero scrivere *traduqcion*, non mai raddoppiare lo stesso segno per fargli indicare prima un dato fonema e poi un altro fonema differente. E dire che i riformisti aborriscono tanto i raddoppiamenti delle consonanti! La vera grafia fonetica sarebbe *traduksion* (astrazione fatta dalla rappresentazione della vocale nasale finale).

Sulla questione dei *raddoppiamenti* delle consonanti, alla quale non solo i riformisti ma anche gli Accademici danno tanta importanza, io debbo rammentare che ben prima di loro, cioè quando pubblicai la mia *Fonetica siciliana*, avevo osservato che l'uso di rappresentare le consonanti energiche con un doppio segno è un convenzionalismo, poichè si tratta di unica articolazione. Una distinzione tra consonanti semplici e consonanti energiche, è necessaria, ma certamente, volendosi attuare una riforma scientifica radicale, lo scrivere due volte la medesima lettera per indicare la consonante energica, è un mezzo primitivo, e rassomiglia assai alle ripetizioni degli aggettivi, che fanno i bambini, e fa anche il popolo, quando vogliono esprimere il grado superlativo. Io non do importanza alle apparenti contraddizioni della grafia dei riformisti, che, mentre scrivono: *anées*, *suposé*, *apelènt*, *donée*, *atribue*, *consone*, *atan-*

cion, diferante, atirent, ofrent, eles (lat. *illae*), conservano poi il doppio segno in: *connaissent, passajère, aussi, posséder, necessairemant*, con ciò volendo essi esprimere che solo in questi ultimi casi si ha la pronunzia energica, che non si ha nei primi. Debbo però osservare, che la riforma esigerebbe studî molto più esatti, e impiego di mezzi molto più adatti di quelli già istituiti o tentati, perchè, come ben osserva l'Accademia, vi sono delle consonanti che sono più energiche delle consonanti semplici, ma non tanto quanto quelle rappresentate da doppio segno. Come faremo a rappresentare queste consonanti intermedie? E sarebbe poi il caso di darsi tanto pensiero per tali *nuances*, quando abbiamo problemi ben più gravi a risolvere?

Passo alla riforma nel rappresentare le vocali nasalizzate. I riformisti accostano certamente la scrittura alla pronunzia, quando trascrivono con *an, en* i gruppi grafici *en, in* della scrittura ordinaria; così scrivono: *examples, panse, aproximativemant, presisemant, naturemment, ordinairement, anploie, sans, ven, idantificacion, provançale, provenance*. Ma, a prescindere da certe apparenti contraddizioni, che parrebbero incongruenze, almeno a noi italiani, (p. es. *examen*, invece di *examan*, che trovo in *Romania* a 1915 p. 595, *simple* invece di *senple*, *ibid.* p. 87, *renseignement*, *ibid.* p. 99 invece di *rans-*, *impossible*, *ibid.* p. 75 per *emp-*), io osservo, in primo luogo, che la pretesa facilitazione nell'apprendere il francese non viene affatto accresciuta da tale innovazione; perchè generalmente chi si mette ad apprendere il francese sa il latino o almeno qualche lingua neolatina, e la grafia ordinaria è più fedele conservatrice delle lettere latine e più vicina anzi identica a quella di altre lingue romanze (cfr. p. es. lat. *exempla*, it. *esempi*; lat. *pensum*, it. *pensa* 3^a pers. sing.; lat. suffisso avverb. - *mente* (dal sostantivo *mente*) riprodotto tal quale dall'italiano - *mente*; lat. *sensus*, it. *senso*; lat. *vinum* it. *vino*; lat. *simplex* etc.). In secondo luogo poi il rappresentare le vocali nasalizzate con le vocali accompagnate dalla lettera *n* non è un mezzo scientifico, perchè due segni esprimerebbero due articolazioni, mentre le vocali nasalizzate si rappresentano scientificamente con i segni vocalici a cui sia sovrapposto l'accento circonflesso.

La sostituzione di *s* a *x* nelle uscite dei plurali, come in *ceus* per *ceux*, *douteus* per *douteux*, *eureus* per *heureux*, non semplifica nulla, perchè a una lettera foneticamente inutile si viene a sostituire altra lettera foneticamente inutile. Vero è che *x* rappresenta due suoni, *k + s*; ma se si vuol far la guerra ai segni di consonanti doppie, sarebbe logico ed esatto di abolire addirittura dall'alfabeto

il segno x , sostituendolo coi segni dei fonemi, che realmente denota; non lasciarlo, come in *explicacion, examples, aproximativemant*.

Tutto sommato la riforma dell'ortografia francese presenta tali e tante difficoltà che, pur facendo plauso agli sforzi dei novatori per migliorarla e semplificarla, solo in piccoli punti essa potrà utilmente esplicarsi ed adottarsi; e per ora converrà assolutamente attenersi alle riforme accettate dall'*Académie française*. Se a me poi fosse lecito fare una piccola giunta, direi che bisognerebbe pure abolire la *y*, la quale nei casi in cui importa doppia *i*, come in *ayant, pays*, andrebbe sostituita da due *i*; in altri casi in cui suona soltanto *i*, e pur corrisponde a *i* etimologico, come in *y*, it. *vi*, lat. *ibi*, andrebbe sostituita dalla semplice *i*. Del resto mi pare che anche il Prof. Mario Roques abbia adottato ormai questa forma.

Riforma ortografica dell'italiano.

Tra tutte le ortografie delle lingue dei popoli civili l'italiana è certamente la migliore. A renderla perfetta (e s'intende non poi quanto quella scientifica) non occorre che qualche piccola riforma. Si tratta di specializzare il valore di alcune lettere, di fare qualche piccola giunta di segni speciali, apposti a lettere già in uso, e abolire alcune lettere inutili.

Sarebbe anche qui fuor di luogo tessere la storia della nostra ortografia sin dalle sue origini, e delle discussioni fattesi da secoli tra' letterati sul valore e sull'impiego di questa o quella lettera. Anche meno opportuna riuscirebbe la indagine sull'uso e il valore delle singole lettere attraverso i secoli e le varie zone dialettali. Il vero tentativo di una generale riforma e di un adattamento della scrittura alla fonetica non poteva sorgere che ai nostri giorni, in cui è sorta la fonetica, che è forse il ramo più importante della glottologia. E potrebbe bene affermarsi che tutti i glottologi italiani e principalmente i dialettologi possano vantarsi di avere, anche con gli studi sui vernacoli, messo in evidenza certe discordanze della ortografia comune con quella scientifica, e perciò fatto nascere l'idea di una riforma.

La ortografia comune ha origine da tradizioni grafiche del latino scritto, e perciò manca di segni speciali di suoni, che il latino classico non aveva, come i suoni palatini *c*, *g*, *ñ*, *l̄*, *š*, per es. il *c* di *cento* (lat. *centum* pronunziato *kentum*), il *g* di *gente* (lat. *gens* pronunz. *ghens*), il *ñ* di *segno* (lat. *signum* pronunz. *sighnum*), il *l̄* di *figlio* (lat.

filii), il *s* di *scendere* (lat. *descendere*), col *c* pronunciato gutturale. D'altro lato la ortografia conserva segni, che anche il latino usava inutilmente per equivoco, imitazione sbagliata o tradizione. Così è quasi certo che *h* di *habeo* non fosse pronunciato, e che il *q* di *qualis* non suonasse diversamente di *k*. Le altre ragioni per cui da noi si è fatta viva la idea della riforma sono comuni ad altre nazioni, e cioè il bisogno di facilitare ai bambini lo apprendimento della scrittura, che ora si sente più di prima a causa dell'istruzione obbligatoria, e l'introduzione di voci straniere, che con la grafia ordinaria non potrebbero adeguatamente essere rappresentate. Citerò solo, pochi esempi. Il *c* palatino, che è finale di tante voci slave, e si trova anche nel gentilizio *Petrovic*, il cognome della nostra augusta Sovrana, in italiano ha un valore dubbio, perchè, non essendo seguito da vocale, potrebbe da alcuni esser pronunciato gutturale, da altri palatino. Le parole uscenti in fricativa palatina, come l'inglese *stockfish*, che alcuni traducono *stoccofisso*, e l'arabo *Gargaresh*, o nelle quali questo stesso suono si trovi innanzi *r*, come l'inglese *shrapnell* se si scrivono con *sc*, potrebbero essere pronunziate col *sc* di *scanno*, o col *scr* di scrivere. Il *gn* del cognome *Wagner* potrebbe essere pronunziato come il *gn* di *segno*. Il *g* finale di *Würzburg* potrebbe credersi palatino. Il *debbliu* delle voci inglesi, come *tramways*, da alcuni potrebbe essere pronunziato *v* (*tranvai* e *tranvia*, con immissione di *via*), mentre non è altro che l'*u* semivocale, cioè precisamente l'*u* di *uomo*. — Infine con la grafia fonetica si otterrebbe la semplificazione della scrittura e la precisione della pronunzia in gran numero di voci straniere, particolarmente geografiche, che ora corrono in bocca di tutti, p. es. *Canak*, una fortezza turca sui Dardanelli, che la grafia tedesca rappresenta con *Tschanak*.

Fu nel Dicembre del 1910, che, in seno alla « Società italiana per il progresso delle scienze », si costituì una *Società ortografica italiana*, avente per iscopo di proporre un sistema unico di ortografia nazionale, migliore di quello in uso, di ottenerne, per mezzo del Ministero della I. P. e l'appoggio e il concorso dei soci, l'adozione e la diffusione, di generalizzare la retta pronunzia di *e*, *o*, *s*, *z*, e, in genere, di perfezionare la grafia nazionale e renderne l'insegnamento più facile. Questa Società fondò il suo statuto, distribuì cariche sociali, ed ebbe nel primo anno (1910-1911) un paio di centinaia di soci. Siccome lo statuto stabiliva che i soci ogni anno venissero a congresso, così un primo congresso ebbe luogo, dal 16 al 18 Ottobre del 1911, sotto la presidenza, prima, del Prof. I. Guidi, e, poi, del

Prof. Pio Rajna. In questo congresso parlarono principalmente i Professori P. A. Goidanich e Malagodi, il primo sull'andamento della Società, e sul manualetto ortoepico ad uso delle scuole classiche, il secondo sull'uso degli accenti, sul plurale dei nomi in *io*, sull'impiego del *j* e dell'*h*; e su questi temi parlò pure il Goidanich. Si discusse pure sulla grafia delle gutturali e delle palatine; e poi si votò un ordine del giorno del senatore Luciani, con una giunta del Prof. Mariani dell'Università di Pisa, così concepito: « L'assemblea delibera di promuovere l'accettazione per uso delle scuole elementari... del programma minimo della *Società ortografica italiana*... rimanendo inteso che questo sia considerato come un primo passo per una più larga futura riforma ».

Il « programma minimo » è il seguente :

1. Abolizione dei segni *h*, *j* e *q*.
2. Uso di *k* e *g* (1) per le gutturali, lasciando *c* e *g* (provvisoriamente *ci* e *gi*) per denotare le palatine.
3. Uso di *gl*, *sc*, davanti a tutte le vocali, per *sc(i)*, *gl(i)* senza l'*i* ortografico; conservazione di *gn*.
4. Impiego dell'accento, invece che dell'*h*, nelle forme del verbo « avere ».

Con questa ortografia il Prof. Goidanich cominciò a stampare gli atti della Società e le circolari relative alla riforma, conservando, come sopra è detto, in linea provvisoria, l'*i* ortografico dopo *c* e *g* palatini.

Esempi, ò (per *ho*), *anke* (*anche*), *ke* (*che*), *poki* (*pochi*), *ieri* (*jeri*), *kuesto* (*questo*), *ekuivoko* (*equivoco*), *kuei* (*quei*), *kui* (*qui*).

Kontinuo (*continuo*), *kol* (*col*), *storiko* (*storico*), *lingue* (*lingue*), *organicamente* (*organicamente*), *tracciati* per *traccati* (*tracciati*), ciò per *co* (*ciò*), *giorni* per *gorni* (*giorni*).

Figlo (*figlio*), *gl'antiki* (*gli antichi*), *meglo* (*meglio*), *scame* (*sciame*), *ingegnere* (*ingegnere*).

La più larga riforma, a cui si allude nell'ordine del giorno sopra ricordato consisterebbe nell'adozione del segno di *n* spagnuolo (cioè \tilde{n}) per *gn*, di *s* rumeno per *sc(i)*, di un segno analogo per *gl(i)* e di altri segni speciali per *s* e *z* sonori e per *e*, *o* stretti e larghi.

Credo ora necessario che io lumeggi i punti di riforma sopra indicati, e insieme aggiunga qualche mia proposta ed osservazione,

(1) Per esigenza tipografica adoperiamo il segno *g* per la gutturale, invece del *g* tagliato da un frego che è il segno prescelto dalla Società ortografica.

tanto più che vi sono stato indotto dalla medesima *Società ortografica*, con delle circolari contenenti, tra l'altro, dei quesiti sulla natura degli elementi *c, g, z* dell'italiano. Vero è che la detta Società avrebbe potuto trovare nei miei lavori, già pubblicati, le risposte. Che anzi mi lusinga la credenza, o se vogliasi la illusione, che la Società abbia appunto avuto sott'occhio i miei risultati nel formulare taluni di quei quesiti, e nel discutere altri punti della ortografia italiana. Così partendo dal concetto che il fonema espresso dalla lettera *c* (innanzi vocale palatina) sia semplice (il che io avevo dichiarato e dimostrato varie volte, e più particolarmente nella Memoria intitolata *Sur la simplicité de deux articulations prépalatales*, in *Verhandlungen des XIII Internationalen Orientalisten Kongresses*, E. J. Brill, Leiden, 1904 p. 11) mostra di avere apprezzato i miei risultati. Anche rispetto al valore di *i* lungo, atono, del plurale dei nomi in *-io*, e rispetto al modo di rappresentarlo con *î*, parrebbe che la Società non faccia che sottoscrivere alle mie vedute, manifestate nel *Manuale di Glottologia* (Milano, Hoepli) e altrove, e sempre tradotte in pratica. Da che scrivo io ho infatti sempre adoperato l'*i* con l'accento angolare (volgarmente detto circonflesso), *î*, aborrendo l'*j*, che adoperava l'Ascoli.

Soltanto in qualche punto io vorrei essere più radicale dei riformisti. Ma, viceversa, rispetto l'accentuazione delle vocali *e, o*, chiuse od aperte, io non crederei discutere nè fare riforme, perchè la pronunzia di queste vocali varia da vernacolo a vernacolo, e il pubblico non deve esser costretto a studiare la scelta dell'accento da apporre alle vocali pria, di scrivere le voci più comuni.

Abolizione di h, j, q, e anche di x, y.

La lettera *h* nell'alfabeto scientifico rappresenta la continua sorda dell'ordine delle gutturali, (a torto chiamata aspirazione, perchè tutti i fonemi delle lingue indoeuropee sono espirati e non aspirati). Or siccome la continua sorda gutturale non esiste nella lingua italiana, astrazione fatta dalla particolarità di qualche vernacolo toscano (cfr. *Studi glottologici italiani*, Torino, Loescher vol. VI, p. 59), la lettera corrispondente non ha ragion di essere. Nella grafia ordinaria il segno *h* serve generalmente a indicare la modificazione del valore della consonante a cui si fa succedere; in secondo luogo talvolta rappresenta come una tradizione grafica, a cui si suole dare l'importanza pratica di togliere anfibologie; infine si adopera in qualche interiezione. In nessuno di questi tre casi l'impiego di *h* è giustificato. Per

il primo, basterà rammentare il principio che ogni fonema deve essere rappresentato da un segno speciale, senza il concorso di altri segni. Ora la gutturale sorda e la sonora avendo i loro segni speciali, *k*, *g*, questi suoneranno gutturali anche innanzi *e*, *i*; sicchè per *che*, *chi*, *ghe*, *ghi* della grafia ordinaria si scriverà *ke*, *ki*, *ge*, *gi*, senz'altro. — Nelle forme del verbo « avere », che ancora conservano il tradizionale *h* (*ho*, *hai*, *ha*, *hanno*), che però serve per non far confondere queste voci con *o*, *ai*, *a*, *anno*, questo segno potrà essere sostituito da un accento grave sulla vocale, che resterà iniziale: *ò*, *ài*, *à*, *ànno*, e così sarà tolta l'anfibologia. È innegabile però che qui la lettera *h* non rappresenta un fonema, ma è soltanto un segno grafico, mentre la ortografia arcaica la ammetteva anche in *havere*, *huomo*, per rimembranza latina. Del resto il pericolo di far nascere confusione di senso (anche se non si adoprassero l'accento) è abbastanza puerile e direi arretrato; i glottologi ormai hanno compilato dei veri dizionari di *doppioni*, o *omeòtropi*, ciascuno dei quali rappresenta due parole di origine e significato diverso, che per ragione di anafonia si sono poi venute a ridurre a unica forma. Il contesto del discorso e il posto della parola nella frase toglierà ogni anfibologia. Neanche nelle interiezioni la lettera *h* rappresenta il fonema che le è assegnato nell'alfabeto. È illusorio od erroneo quanto affermano alcuni grammatici e vocabolaristi circa la cosiddetta aspirazione, che accompagnerebbe certe esclamazioni, e in ogni caso l'aspirazione non sarebbe rappresentata da *h*. Perciò io non sono di avviso col Prof. Malagodi, che vorrebbe restringere l'uso di *h* alle esclamazioni, che nella scrittura ordinaria hanno questa lettera al principio o alla fine, come *han!* *hui!*, *oh!* *ah!* Dalle mie osservazioni risulta che l'*h* mediano delle interiezioni, come quello di *ahi!* *ahimè!* è soltanto grafico; perciò va senza dubbio proscritto. L'*h* iniziale o finale rappresenta o un prolungamento del suono vocativo o un nasalizzamento. Così nelle interiezioni di meraviglia *eh!* *oh!* si ha niente altro che *e*, *o*, accompagnate da un tono musicale ed elevazione di voce, *ee!* *oo!* Nelle interiezioni di avvertimento o domande, *eh!* io sento invece la *e* nasalizzata, che volgarmente potrebbe rappresentarsi con *en!* o *een!* In nessun caso dunque l'uso di *h* può essere concesso.

Anche *j* è una lettera condannata a morte, anzi si può dire che per molti è già sulla ghigliottina da parecchi anni. Già nel 1896 io scrivevo (*Glottologia* p. 156): « il segno *j* ha anche in italiano un impiego un po' libero, se non capriccioso, e alcuni lo adoperano per denotare l'*i* lungo finale, non accentato, di *studi*, *Ari* » (che però or-

mai è anche divenuto *i* ordinario in bocca ai Toscani). Siccome tutte le altre vocali quando sono lunghe, cioè quando hanno lunga durata, non sono rappresentate da un segno speciale, da un segno graficamente lungo, è una sciocchezza scrivere il *j* per l'*i* lungo finale, non accentato. Per altri casi, cioè pei casi in cui la vocale *i*, precedendo a un'altra vocale, nel corpo di una parola si semivocalizza, neanche sarebbe giustificato l'impiego del segno *j*. Infatti codesto rappresenta un fatto di così poca importanza, che sarebbe inutile metterlo in rilievo graficamente. Lo stesso avviene con la vocale *u*, per es. di *uosa*, che nessuno ha mai creduto necessario, scrivendo con la grafia italiana, di distinguere da *u* vocale. Soltanto la grafia inglese trascrive la semivocale di *i* con *y* (cfr. *yes*) e la semivocale di *u* con *w* (cfr. *warm*). Del resto, anche coloro che ammettono *j* a formula finale, come fa la Crusca, non l'ammettono quando sia iniziale o mediano; e sono pochissimi coloro che anche oggi scrivono *jeri*, *josa*, *jota*, *jugero* invece di *ieri*, *iosa*, *iota*, *iugero*.

L'ultima lettera che i riformisti vogliono abolita è *q*. Questa lettera in italiano costituisce una soprabbondanza oziosa, ed essendo un rimasuglio di una tradizione grafica del latino deve sparire. Aggiungo anche che nel latino l'uso di questa lettera a esprimere il *k*, seguito dalla semivocale labiale trascritta con la semplice vocale *u*, era inesatto, perchè la diversità dell'effetto acustico tra *ku* + cons. e *ku* + voc. non nasce da diverso valore della consonante, ma da diverso valore del fonema successivo, che nel primo caso è una semplice vocale, nel secondo una semivocale. Sin nel 1890 (*Fonetica sicil.* p. 78) scrivevo: « non è punto vero che la esplosiva iniziale dei primi esempi (cioè di quelli che contengono *ku* + cons.) differisce da quella dei secondi. Piuttosto è la coesione tra le vocali *u*, *i*, che differisce ». In *quanto*, *quasi*, *questo*, *quindi*, *liquido*, *quota* etc. il segno *q* non fa che indicare che l'*u* successivo alla gutturale esplosiva ha assunto valore di semivocale. Se valesse la pena d'indicare graficamente questo fatto, dovrebbero contraddistinguere il segno *u*, non mai la esplosiva, che ha sicuramente e nettamente il valore di gutturale sorda, *k*; sicchè gli esempi di sopra vanno trascritti: *kuanto*, *kuasi*, *kuesto*, *kuindi*, *likuido*, *kuota*. Nè vale la pena di rilevare quanto sia inesatto ciò che scrivono i Dizionari italiani sulla lettera *q*, che per loro avrebbe « un suono schiacciato (!?) onde se all'*u* segue un'altra vocale forma con essa una sillaba sola ». Non si sono neanche accorti che all'*u*, successiva a *q*, segue sempre altra vocale! Solo nei casi in cui la *u* (successiva a *k*) sia tonica, essa

non si semivocalizza, e pochissimi i casi di anfibologie, che potrebbero nascere dall'adottare sempre il *k* per *q*, per es. *cui* dativo del pron. *chi*, di fronte a *qui* avverbio. Ma è semplicissimo il modo di togliere l'anfibologia: apporre l'accento sulla tonica; per l'esempio addotto, apporre l'accento sull'*u*, nel primo caso, *kùì*, e sull'*i*, nel secondo, *kui*.

Presso certi dialetti di Alta Italia *u* dopo *k* suole divenire addirittura *v*, in modo che p. es. *kuindi* suona *kvindi*. Ma neanche questa speciale pronunzia può giustificare l'uso di *q*, perchè i fonemi *k* e *v* hanno nell'alfabeto i loro segni speciali; e, a ogni modo, si tratta di pronunzia regionale, non comune a tutti gl'Italiani.

Oltre le lettere *h*, *j*, *q* io propongo si aboliscano anche *x* e *y*. Come è noto, *x* rappresenta nè più nè meno i due fonemi *ks*, ed è pochissimo adoperato in italiano, poichè il *x* latino ha subito generalmente l'assimilazione (cfr. *dissi*, lat. *dixi*). Aggiungo che è anche poco organico pel dialetto tipico dell'italiano, cioè il toscano, che preferisce *isse* anche pel nome della stessa lettera *x*. Da ultimo osservo che, se si dovessero adoperare segni speciali pei fonemi doppi consonantici, logicamente dovremmo anche usare un segno speciale p. e. pel gruppo *ps*, come lo aveano i Greci.

La lettera «*y* (io scrivevo già nel Manuale di *Glottologia*, Milano Hoepli, 1896) non esiste nell'alfabeto fisiologico, neppure esiste nello alfabeto pratico dell'italiano, avendo valore uguale a quello di *i*». Anche è lecito ammettere che nel latino suonasse ugualmente a *i* e neppure ha un uso tanto giustificato in altri alfabeti di lingue moderne oltre la italiana. Nel francese ha valore di due *i*, l'uno dei quali fa sillaba colla precedente vocale e l'altro colla seguente. Nello inglese, ha lo stesso valore di *i*, specie quando è finale di aggettivi e avverbi. Generalmente si trova nelle parole di origine greca o credute tali, e come finale, forse per mero vezzo degli amanuensi antichi (il che avvenne anche nel francese), nei monosillabi *my*, *fly*. Talvolta rappresenta la semivocale di *i*, cioè quando si trova innanzi vocali, come in *yes*, *yard*. Ad ogni modo in queste lingue straniere, nelle quali il segno *j* ha un valore affatto speciale, diversissimo dal valore assegnatogli dall'alfabeto fonetico, che sarebbe quello della *i* semivocale, potrebbe il segno *y* avere qualche ragione pratica di esistere. Nell'italiano non ne ha alcuna.

Introduzione di segni di distinzione tra le gutturali e le palatine.

Una delle principali difficoltà, che incontrano i bambini nella lettura e la scrittura dell'italiano, è costituita dal diverso valore che hanno le lettere *c* e *g*, le quali, quando precedono *a*, *o*, *u*, rappresentano gutturali, quando precedono *e*, *i* rappresentano palatine. Le denominazioni, che hanno nell'alfabeto tali segni, e la pronunzia che a ciascuno di loro, isolatamente presa, si attribuisce, cioè *ci*, *gi*, viene ad aggiungere difficoltà, perchè il bambino, che ha avuti insegnati i nomi *ci*, *gi* di quelle lettere, quando dovrà pronunziare *c + a* o *g + a*, sarà logicamente portato a dire *cia*, *gia*. È ovvio dunque che la riforma s'impone non soltanto per la ragione scientifica, che la serie gutturale debba avere segni speciali distinti dai segni della serie palatina, ma per logica e utilità pratica. Il sistema che io adoperai nella memoria intitolata « Il dialetto fiorentino volgare e la lingua italiana » (in *Studi glottol. it.* VI) è quella di rappresentare le gutturali con *k* e *g* (*kikkino*, *mika*, *kosì*, *ki* qui, *ke*, *kesti*, *pagone*, *pagura*), le palatine con *č* e *ǰ* (*raffaccare*, *diaccido*, *greticcò*, *malannaǰǰa*, *spinjere*). Questo sistema ha il vantaggio di andare di accordo con l'alfabeto scientifico e di escludere il segno *c*, che anche in lingue diverse dall'italiana, come la francese, la inglese, la tedesca e la spagnuola ha l'inconveniente di rappresentare suoni diversi, a secondo le vocali alle quali precede. Innanzi *a*, *o*, *u* dappertutto ha valore di *k*, ma innanzi vocali palatine ha valore di *s* (in inglese e francese), di *z* (in tedesco), di *th* (in spagnuolo). Anche Lepsius nel suo *Standart Alphabet* trova per tale motivo svantaggioso l'uso della lettera *c*, che egli esclude, e che soltanto adopera, con l'accento angolare sovrapposto, per rappresentare il suono che questa lettera rappresenta in italiano, che, secondo lui, costerebbe di due fonemi. Ma d'altro lato resterebbe il segno *g*, che nelle lingue suddette ha pure doppio valore. E poi sarebbe strano che noi rinunziassimo a un segno tanto semplice e tradizionale, come il *c*, solo perchè esso ha l'inconveniente sopra indicato, o perchè nelle lingue estere rappresenta un suono diverso di quello che rappresenta in italiano. Certo si è che nella nostra lingua, i fonemi rappresentati da *c*, *g*, innanzi *a*, *o*, *u* sono le esplosive gutturali, e che quelli rappresentati da *c*, *g* innanzi *e*, *i* sono, secondo la più comune pronunzia, esplosive prepalatali, da considerarsi come suoni semplici, non ostante la rappresentazione a mezzo di lettere multiple che ne

fa la grafia tedesca (*tsch*, *dsch*), e anche la grafia inglese (*ch* in *church*, *dg* in *lodged*), benchè questa talvolta rappresenti col semplice *g* la esplosiva prepalatale (es. *gentleman*). (Cfr. la mia memoria, già citata, *Sur la simplicité de deux articul. prépal.*).

Non essendo opportuno di abolire il segno *c*, si potrà utilmente limitarne l'uso alla rappresentazione della esplosiva prepalatale sorda, usando il *g* per la corrispondente esplosiva sonora.

Resta la scelta del segno per la gutturale sonora, perchè per la sorda abbiamo il *k*. Per non creare diversità coi segni proposti dalla Società ortografica, trattandosi di una riforma d'innegabile importanza, non esito di adottare il *g*, che è nella stampa il *g* corsivo, con un piccolo taglio nel tratto inferiore (1). Tal riforma dovrebbe attuarsi al più presto possibile da quanti hanno a cuore il perfezionamento della ortografia italiana, e da quanti comprendono che essa, così perfezionata, potrà servire di modello alle ortografie delle altre lingue. — Quanto all'impiego del *k* non si potrà obiettare che esso sia un segno incomodo. Se non altro, è unico, mentre, nei casi di successiva vocale palatina, la grafia ordinaria adopera due segni, il *c* e il *h*. Nè gli si potrà fare lo stesso appunto che gli fece l'*Académie française*, non ammettendolo in sostituzione di *ch* (di *archéologie*, *archiépiscopal*) per essere un segno poco nazionale. In tutti i codici nostri dei secoli XIII, XIV, XV, e specie dei codici meridionali, il *k* è spesso adoperato di fronte al *ch*, che rappresentava il *c* palatino, secondo la grafia spagnuola, allora invalsa.

Riguardo alla conservazione provvisoria di *i* ortografico (p. es. in *ciarla*, *ciuffo*, invece di *carla*, *cuffo*) io non sono di accordo col Goidanich e altri membri della prelodata Società. Credo che, riconosciuta la necessità della riforma dei segni per le gutturali e le palatine, la si debba applicare senza restrizioni, in modo da dare un assetto definitivo a tali segni, attribuendo a ciascuno di loro un valore fisso e costante, indipendentemente dalle lettere vicine, e senza bisogno di segni ortografici concomitanti.

Introduzione dei segni ñ (per gni), ĺ (per gli), š (per sci).

Una semplice mostruosità grafica sono i gruppi *gni*, *gli*, *sci*, poichè *gni* rappresenta unicamente la nasale palatinizzata, *gli* rappresenta *l mouillé*, che esiste anche nello spagnuolo, in cui è indicato da *ll*, *sci* rappresenta la sibilante palatale.

(1) Nella calligrafia il *g* ha l'asta a sinistra invece che a destra; il filetto viene a tagliarla per metà.

Inutile fare considerazioni più particolari sulla natura elementare di tali suoni, o indagare la data dell'apparizione di tali segni grafici, che rappresentano soltanto dei ripieghi sbagliati. Certo si è che ciascuno di essi rappresenta un prodotto unico e produce un effetto acustico unico, e non già una successione di due o tre suoni, come farebbe credere la sciocca grafia tradizionale. Aggiungasi che il *g* in *gn(i)* spesso non è etimologico (come ad es. in *ogni*, lat. *omnis* - *e*, che i Toscani pronunziano addirittura *onni*, *vigna* lat. *vinea*, *ingegno* lat. *ingenium*); che il *g* in *gli* non lo è giammai (*figlio* lat. *filius*, *famiglia* lat. *familia*, *giglio* lat. *lilium*, *paglia* lat. *palea*, *gli* lat. *illi* etc.); e infine lo *sci* in alcune voci non rappresenta niente altro che *s* lat. (cfr. *scimmia* lat. *simia*). In latino i segni *s* e *c* non formavano un vero gruppo grafico, e avevano un valore ben diverso di quello indicato dal gruppo italiano *sci*.

Io non credo di dovere adottare il gruppo *gl*, analogo a *gn*, e *sc*, proposti dalla Società ortografica, perchè essi costituiscono delle semplificazioni palliative, punto scientifiche. Potrebbe il *gl* sembrare logico di fronte alla grafia di *gn* (di *degno*, *legno*, *segno*); ma modellare la grafia di un fonema, riconosciuta cattiva, sulla grafia di altro fonema, anch'esso erroneamente rappresentato, non costituisce una buona riforma. Nel \bar{n} (*nj*) di *degno* la esplosiva gutturale sonora, *g*, non esiste nè punto nè poco, sebbene sia etimologica, nel \bar{l} (*lj*) di *famiglia*, *figlia* non esiste nè foneticamente, nè etimologicamente.

Io propongo che ciascuno dei tre fonemi sopra indicati sia rappresentato da unico segno, e questo sia quello stesso che ha nello alfabeto fonetico, il quale del resto ha adottato per il *gni* il segno \bar{n} dell'alfabeto spagnuolo.

I segni \bar{n} , \bar{l} , \bar{s} non sono punto peregrini, e i due primi esistono già nel materiale tipografico comune; hanno poi il grande vantaggio di non dar luogo ad equivoci o dubbî di sorta. Infine è bene ricordare che lo stesso Lepsius stabiliva tre segni speciali per il *gn* del fr. *regner*, per il *gli* dell'it. *giglio*, e per il *ch* del fr. *chat*, che è il *sh* dell'ingl. *show* e il *sch* del ted. *schon*.

Quanto alla proposta di privare *sc* dell'*i* ortografico, in modo da scrivere *scame* per *sciame*, *scorinare* per *sciorinare*, *ascutto* per *asciutto*, non l'approviamo, per la ragione stessa per la quale non abbiamo approvato *carla* per *ciarla*, *cuffo* per *ciuffo*.

Nè potrà dirsi che con la nostra grafia ci sia pericolo di confondere i casi in cui avviene l'incorporamento di *j* con *n* o *l* da quelli in cui la vocale *i* non si semivocalizza. Questo avviene facilmente con la grafia ordinaria, tanto che alcuni pronunziano *Sinigallia*

e altri *Sinigaglia*. La nostra grafia invece stabilisce una distinzione netta tra il *ni* di *seniore* dal *nj* (fuso insieme) di *siñore*, il *li* di *skolio*, *folio* dal *l̄* di *skoło*, *foło*. Anzi questi esempi mostrano alla evidenza quanto erronea sia la grafia comune. Ciascuno che faccia attentamente il confronto p. e. tra *skolio* e *skoło*, si accorgerà che la differenza tra le due parole sta in ciò che nella seconda l' *i*, divenuta semivocale, si è fusa con la precedente *l*, dando luogo a un fonema avente sembianza particolare, mentre nella prima l' *i*, rimasta vocale, conserva la sua indipendenza e il distacco dai fonemi vicini.

Vocali lunghe (in ispecie i finale), strette e aperte.

La indicazione della quantità delle vocali non offre speciale importanza, nè suscita impellenti riforme ortografiche. Soltanto qui debbo ripetere quanto ho osservato, parlando dell'abolizione della lettera *j* sulla notazione di *i* lungo finale, che segna plurale dei nomi in *io*. Qui il *j*, come in ogni altro caso, va escluso, e in sua vece va adoperato il semplice *i* con l'accento angolare, volgarmente detto circonflesso, *î*.

Le ragioni di tale riforma, se così può chiamarsi un uso ormai quasi da tutti seguito, le ho indicate nel luogo sudetto. Mi piace ripetere che su questo punto la *Società ortografica*, e in particolare il Prof. Goidanich, si accorda con le mie vedute. Questi ha il merito di schierarsi risolutamente non solo contro gli Accademici della Crusca e gli autori dei più diffusi Dizionari, come Rigutini e Petrocchi, di cui fa rilevare le contraddizioni e le incongruenze, ma anche contro certi colleghi di Università italiane, che ancora cattedraticamente, e forse per rispetto alla grafia Ascoliana, conservano *j* non solo in *giudizj*, *vizj*, etc., ma financo in *jeri*, etc.

Debbo qui poi aggiungere che in un solo caso converrà adoperare i due *i*, apponendo l'accento acuto sul primo di essi, e cioè nella uscita dei plurali in *ii* che sieno parossitoni, p. es. in *pendii*, *restii*. S'intende poi che noi qui prescindiamo di occuparci della grafia della 2ª persona del Presente indic. dei verbi che esce in *ii*, sia che risulti colla vocale tonica p. es. *avvii*, sia colla vocale atona, per es. *risparmiî*, lasciando che tale grafia debba rimanere quale è stata sinora.

Lungo sarebbe riferire i risultati delle discussioni e le innovazioni proposte sull'accentuazione. Su questo punto il Prof. Malagodi ha anche redatto un elenco delle voci sdruciole di pronunzia mal

nota, colla dovuta notazione degli accenti. Soltanto credo necessario far noto che il *Congresso ortografico* fu di avviso che si dovesse usare l'accento acuto per segnare la vocale stretta, il grave per l'aperta. Es. *tórrre* sostant. e *tòrrre* verbo. E s'intende che quest'uso resti ristretto ai casi in cui sia necessario togliere le possibili anfibologie.

Consonanti raddoppiate e segni di doppie consonanti.

Le vocali lunghe hanno ortograficamente la stessa sorte delle consonanti raddoppiate, perchè, nella grafia ordinaria, tanto le vocali di lunga durata che le consonanti energicamente profferite sono rappresentate per via dello stesso spediente: il raddoppiamento del segno. Si sa che scientificamente questo mezzo è ritenuto falso, tanto che nella riforma dell'ortografia francese le consonanti doppie quasi generalmente sono state abolite. D'altro lato però è pratico di lasciare l'uso attuale per non aver bisogno di aggiungere segni diacritici su tutte le consonanti energiche, il che sarebbe perfettamente contrario allo scopo della semplificazione. Per distinguere *motto* da *moto*, *sette* da *sete*, *seggo* da *sego*, e così via, continueremo perciò a usare lo spediente consueto.

Sebbene per noi il *z* non rappresenti suono semplice, ma un fonema doppio, costituito dalla esplosiva dentale e dalla sibilante, sia allo stato sordo, *t + s*, che allo stato sonoro, *d + s* dolce, crediamo utile lasciare tale segno nell'alfabeto, perchè i due fonemi, rappresentati da tal segno, non sono profferiti successivamente, come sarebbe il caso di *x* (che rappresenta *k + s*), ma insieme, e perchè tale gruppo consonantico è moltissimo usato nell'italiano.

Quanto al quesito sul valore di *z*, che il Prof. Goidanich faceva ai membri della Società ortografica, io credo che esso resti escluso, quando si ponga mente al valore che ha *z*, tanto sordo che sonoro, in bocca ai Toscani, che, secondo le mie osservazioni, risulta un fonema doppio dentale-sibilante. Vero è che in molti dialetti di Alta Italia il valore di *z* differisce da quello ora indicato; ma noi non possiamo tener conto di tutte le particolarità dialettali, e dobbiamo fermarci, anche per la questione ortografica, alla pronunzia toscana, che è la più accettata e diffusa.

Punti secondari di riforma. Ki + voc.

Vi sarebbero tanti altri punti secondari di riforma, se si dovesse proprio adottare una nuova ortografia, basata sopra criterî strettamente fonetici. Per es. la differenziazione dei due *s*, il sordo di *rosa* (participio) e il sonoro di *rosa* (sostantivo), dei due *z*, il sordo di *mezzo*, quasi marcio, e il sonoro di *mezzo*, metà, parte centrale. Su questi punti secondari l'indagine dei novatori si è anche esplicita, benchè, per prudente riserbo, sia rimasta nel campo tecnico. Ma, a dir vero, i riflessi fonetici di quei segni variano tanto da regione a regione, e anche nello stesso terreno toscano, che sarebbe inutile occuparsene. Vi sarebbe pure la questione delle vocali nasali, che la grafia fonetica rappresenta con i segni delle vocali, con un accento circonflesso soprapposto. Qui non si è fatta innovazione alla grafia ordinaria, che le rappresenta con far seguire al segno vocalico la lettera *n*.

Buoni risultati ha dato la indagine sul valore delle consonanti dei gruppi della grafia ordinaria *chi* (cioè *ki*) + voc. per es. di *vecchio*, *ghi* (cioè *gi*) + voc. per es. di *ghianda*, che però non ha dato luogo a riforme grafiche particolari. E mi piace constatare che i risultati di tali indagini perfettamente concordano con quelli, che io molti anni prima avevo ottenuto. Il Prof. Goidanich, rettificando ciò che Bianchi scriveva in *Archivio glottologico italiano*, XIII, p. 175, che « la differenza tra *poki* e *okki* sta nell'*i* », afferma che la differenza non sta solo nella vocale finale « ma anche nella consonante, che è palatalizzata in *okki* e gutturale in *poki*.

Ebbene, già nella *Fonetica sicil.*, 1890 p. 75, io avevo scritto: « Se da un lato può dirsi che i gruppi *chj*, *ghj* indicano qualcosa di diverso di *chi*, *ghi*, dall'altro è ovvio che la diversità, apparentemente espressa cade sulla vocale, mentre invece è la esplosiva che si è mutata ». E più giù facevo rilevare che, dato l'uso di *z* per *t + s*, di *ñ* per *nj* etc. fosse opportuno e logico l'impiego di segni speciali per la rappresentazione di *kj*, *gj*. Nove anni più tardi, dalla pubblicazione della *Fonetica*, in un articolo pubblicato in *Romania* (28° ann., 1899, p. 86), avevo accennato al convincimento, venutomi da attenta osservazione fisiologica, « che il suono rappresentato dal *chi* di *vecchio* etc. fosse diverso di *k + i* e anche di *k + j*, pure rappresentando come la fusione o lo schiacciamento completo di *kj*. Abolita la lettera *j*, i gruppi di cui si parla andranno trascritti con *ki*, *gi* (es. *kia-*

mare, giotto), che lasciano sottinteso il semivocalizzamento di *i*, che incoscientemente e quasi inevitabilmente innanzi vocale qualunque parlante effettua. Quando questo semivocalizzamento non avvenisse, si potrà mettere in rilievo tal fatto coi puntini di dièresi. Così se occorresse rappresentare come viene profferita la voce *vekkio* da alcuni vernacoli gallo-italici, la si potrà scrivere *vekkïo*.

Obbiezioni (1) kontro la riforma ortografika. Innovazioni nell'ordine alfabetiko delle lettere. Necessità di un vokabolario kompilato kolla nuova ortografia.

Da kuinto ò osservato in kuesto breve cenno risulta ke le proposte di riforma ortografika, specie per l'inglese e per l'italiano, sono sagge e punto avventate; e ke anke dal punto di vista internazionale saranno utilissime per un più sollecito ed esatto apprendimento delle lingue, e in genere per tutti li usi a kui è destinata la rappresentazione grafika delle parole. Ma esse si trovano di fronte a un nemiko, ke parrebbe invincibile: la ortografia ormai invalsa e usata da sekoli nella immensa letteratura delle varie lingue, presa la voce letteratura nel senso più ampio della parola. Non si troveranno a disagio i nostri posteri, dopo ke sarà adottata e invalsa la riforma, a leggere il materiale skritto o stampato kon la ortografia sinora komune? E, per fare adottare la nuova ortografia, non si dovrebbe kominciare dal kompilare dei dizionari, ordinandoli sekondo di essa? Parrebbe perfino ke il tentativo della riforma rappresenti kome un sacrilego kontro la stabilità e la konservazione delle lingue. Eppure kueste sono difficoltà ke possono impressionare la folla, direi il volgo, dei letterati, ke non à avuto sott'okkio per caskuna lingua ke le skritture o le stampe prodotte entro il korso di un tre o kuattro sekoli, e percò skritte koi medesimi kriterii ortografici. Kì però è avvezzo a leggere kodici medievali, non solo di epoka anteriore all'assetamento attuale delle lingue, ma anke posteriore, in kui la grafia subìse evidenti influssi dalle grafie eterogene, dalle false analogie ed etimologie popolari, ki pensa alle successioni delle lingue e alle mutazioni anke grafike ke kueste successioni produkono, e p. e. alla grafia anglo-sassone, anteriore alla inglese, alla grafia del latino, anteriore alla italiana, non sarà per nulla skosso dalle difficoltà apparenti sopra esposte. Inoltre, i nostri testi antiki, in fatto di ortografia, mostrano delle diskordanze le più

(1) Kuest' ultimo kapitolo è traskitto kolla nuova ortografia.

spikkate, e l'attuale ortografia non à i karatteri essenziali per kui possa credersi stabile e deffinitiva.

Le riforme accennate in kuesta breve memoria mirano appunto a renderla kquanto più stabile si possa, kon akkostarla alla fonetika, le kui leggi tanto resistono a traverso i sekoli; oltre ke allo skopo della facilitazione della lettura e skrittura.

Per l'attuazione della riforma è ovvio intanto ke si dovrà kompilare un *Manualetto ortoepiko*, o diffondere kuello della Società ortografika, e ristampare il *Vokabolario* kon i kriteri nuovi. Ma questi rappresentano lavori materiali e di facile attuazione. Soltanto potrebbe domandarsi kuale dovrà essere per il *Vokabolario* l'ordine da dare alle lettere. Sikkome l'ordine delle lettere dell'alfabeto italiano è in fondo lo stesso di kuello delle altre lingue più diffuse, si dovrà procurare di alterarlo il meno possibile. E certo non si potrà, per ora, klassifikare le lettere sekondo l'ordine ke ai fonemi si è dato nell'alfabeto sientifiko, coè: vokali, esplosive e frikative gutturali, esplosive e frikative palatine, dentali, labiali. Sekondo noi, dovendosi sdoppiare il c e il g, sarebbe opportuno di far precedere a kueste lettere rispettivamente le lettere k e g. Alla sibilante dentale si farà seguire a-palatina. I segni \bar{n} , \bar{l} , ke indikano fonemi komposti, andrebbero akkanto z, ke ank'esso non indika un suono semplice. Kosì proporremmo kuest'ordine alfabetiko: a, b, k, c, d, e, f, g, g, i, l, m, n, o, p, r, s, š, t, u, v, \bar{n} , \bar{l} , z.

Finisko le mie brevi konsiderazioni kon osservare ke, stabilendo der la ortografia il kriterio ben saldo della fonetika, si otterrà un risultato analogo a kuello ke si ottenne kuando si stabilì come kriterio dei pesi e delle misure un sottomultiplo del meridiano terrestre. Non più dubbì sul valore delle lettere, nelle varie loro posizioni, non più necessità di ulteriori kambiamenti, non più differenze di pronunzia da nazione a nazione. E la ortografia italiana, ga per sè kosì trasparente, diventerà, kolle pikkole riforme da subire, addirittura perfetta, e tale da poter servire di modello alle ortografie di tutte le altre lingue.



L'Efebo del Municipio di Palermo

Nota letta nella tornata del 20 Luglio 1915

DAL

Prof. ETTORE GABRICI

Nel palazzo municipale di Palermo si conserva una statua di marmo, di antico scalpello, della quale ignorasi la provenienza. Il Torremuzza è il più remoto scrittore che ne faccia menzione nell'opera sulle antiche iscrizioni di Palermo (1), pubblicandone uno schizzo così scorretto ed infedele, che sarebbe difficile riportarlo al suo originale, ove non ci soccorresse la tradizione orale. Da lui apprendiamo, che la statua, insieme con un'altra gemella, decorava la porta australe del Palazzo Senatorio (ora Palazzo Municipale) e che entrambe, pochi mesi prima, che egli scrivesse, erano state collocate nel cortile coperto di detto palazzo, mercè la diligente cura del Senato.

In questa nuova sede vide e disegnò le due statue l'artista ed architetto J. Houel, che nell'opera sua ne diede una riproduzione più fedele, ed artisticamente anche più corretta (2). I due gemelli, tale appellativo le statue ebbero nella tradizione popolare, erano oggetto di un singolare aneddoto, che Giuseppe Pitrè in uno scritto recente (3) ci fa gustare nelle fresche e vivaci espressioni del parlare dialettale; ma la loro notorietà non valse a proteggerli dagli inevitabili sfregi di mano profana.

(1) *Antiche iscrizioni di Palermo*; a. 1762, p. 112 sg.

(2) *Voyage pittoresque des isles de Sicile, de Malte et de Lipari*, Paris 1782, tav. XXXIX.

(3) *Proverbi, motti e scongiuri*, p. 74 sgg. (ivi la bibliografia).

Uno dei due gemelli è la statua che io pubblico (1), restituita all'antico onore in una magnifica sala del palazzo municipale. Colà fu trasportata dopo l'anno 1875, nel quale, per invito del Sindaco di Palermo, una Commissione, composta del Direttore Salinas e dei Professori Basile, Gemmellaro e Delisi, espresse il proprio avviso intorno ai restauri, di cui la statua aveva bisogno. La Commissione non si volle assumere la responsabilità di correggere gli errori del primo restauro mal fatto, per non esporre la statua al rischio di deturpamenti maggiori, e si limitò a colmare vuoti e supplire lievi mancanze alla superficie del corpo (2).

Null'altro è dato di accertare sulla storia di questo monumento. La provenienza da qualche città della Sicilia, forse con maggior verisimiglianza Solunto o Palermo stessa, non è da ritenere improbabile, così per questa come per molte altre opere d'arte, che abbellivano i giardini di ville principesche nella campagna palermitana, alle quali accenna il Torremuzza nell'opera citata (3).

*

* *

La statua di marmo lunense, d'una leggiadra tinta dorata, è alta m. 1.31 (v. Tav.), e rappresenta un giovinetto ancora impubere, di

(1) Le fotografie della statua, riprodotte in questa mia nota, sono ricavate da un calco in gesso, da me fatto eseguire per cortese concessione del Sindaco di Palermo Senatore Girolamo Di Martino.

(2) I restauri di gesso furono eseguiti dal Prof. Delisi nelle parti della statua qui appresso indicate: naso, punta del mento, guancia sinistra, attacco del collo del piede destro con la gamba, pollice del piede destro. Tralascio altri restauri di minore importanza. V. documento relativo nell'archivio del Museo Nazionale di Palermo. Il restauro del naso fu rifatto, sul calco, sotto la mia direzione, dal Prof. Vittorio Griffo.

(3) Ibid. p. 113. L'altra delle due statue conservavasi ancora in buone condizioni al tempo dello Houel, come rilevasi dall'acquerello, che egli ne dà alla tav. XXXIX dell'opera citata. Quali vicende abbia essa attraversato di poi, non si sa; oggi ne rimane il solo torso, abbandonato e malconcio, in un luogo riposto nella Villa Giulia, sotto la così detta Montagnola. Monsignor Di Marzo, l'insauribile fonte di dottrina e di ragguagli, mi pose sulle tracce del monumento, che io potei esaminare per intercessione dello illustre senatore G. Pitrè. I tentativi da me fatti per il ricupero della testa di quella statua, nella ipotesi che si fosse staccata dal busto e fosse rimasta coperta dai rottami che lo circondano, diedero risultato negativo.

età non superiore ai quindici o sedici anni (1). La testa non fu mai staccata dal busto; ma il corpo nella parte inferiore fu bensì ricongiunto al tronco d'albero, e i piedi furono saldati all'altezza del malleolo. Un'altra saldatura appare alla gamba destra sotto al ginocchio. Tali restauri furono malamente condotti e perciò manca la corrispondenza dei piani nel contorno delle gambe, rimanendo così tutto il corpo alquanto fuori piombo, dal lato sinistro. Resta scoperto un largo solco orizzontale alla base del cranio sotto all'orecchio sinistro, il cui lobo non è più visibile.

La figura sta in piedi ed insiste sulla gamba destra; ha la gamba sinistra rilasciata e piegata, toccando il suolo con la estremità del piede. Questa posizione determina quel ritmo di linee e quella flessione del torso, che osserviamo nelle statue congeneri in maniera più o meno accentuata. Il capo è inclinato in avanti verso la spalla destra, e lo sguardo è rivolto in basso. La curva della schiena, che risponde alla inclinazione del capo, e una certa rilassatezza, determinata dalla flessuosità del tronco e dalla gamba sinistra piegata, esprimono con verisimiglianza lo stato di riposo.

Quanto alla direzione delle braccia, è sicuro che l'avambraccio sinistro era quasi in abbandono e consolidato da un puntello, ora perduto, di cui resta visibile l'attacco alla coscia; il braccio destro era alquanto proteso, e probabilmente la mano stringeva qualche arnese, destinato a indicare il genere di gara, nella quale cotesto efebo coronato aveva conseguito la vittoria. Efebo, dunque, diremo, e giammai Antinoo, come vorrebbe la tradizione dotta, che risale almeno alla fine del secolo XVIII, conforme alla tendenza degli studi in quel tempo, per la quale cercavasi di scoprire in ogni rappresentazione figurata un contenuto mitologico o storico.

La modellatura degli arti inferiori è mediocre; la muscolatura del tronco, in generale, buona, ma non priva di qualche scorrettezza o esagerazione. Difatti, lo stretto rigonfiamento tra la cresta dello ileo, sul lato sinistro, e il solco inguinale non corrisponde al vero.

(1) La statua di Palermo fu pubblicata in *Einzelaufnahmen*, Serie III, n. 751 da fotografia non buona, perchè ricavata direttamente dall'originale, che sta in cattiva luce, con un breve testo illustrativo dello Hauser (Serie II p. 53), dove arbitrariamente è esclusa la provenienza del monumento dalla Sicilia.

Per ciò che riguarda le proporzioni del tipo efebico prepolicleto, mi attengo ai criteri generalmente seguiti; e non importa al mio scopo accennare nel testo alle divergenze di vedute. Rinvio alle opportune osservazioni dell'Orsi ed alla bibliografia, da lui citata in *Ausonia* VIII, 1913, p. 49.

Sobria nei particolari anatomici, la superficie del corpo presenta facili passaggi da un piano all'altro, e la modellatura del corpo ha nello insieme qualche cosa di molle e di delicato.

La statua è trasandata nella esecuzione dei particolari; gli occhi, le orecchie, la bocca, le dita dei piedi nulla conservano di ciò che doveva apparire nella originaria modellatura, che è fiacca e un po' contraffatta in questa copia di artista romano.

*
* *

L'atteggiamento della figura risponde a un motivo, che fu molto prediletto agli artisti greci fin da tempi remoti. L'antica scuola argiva, variando il motivo arcaico della figura maschile, riuscì a rappresentare l'efebo stante in riposo, con una gamba rilasciata alquanto tirata indietro. Ma il torso esagerato in lunghezza e ancora rigidamente eretto, le ampie spalle quadre, limitate in alto da una linea quasi orizzontale (1), esprimevano con un certo sforzo lo stato di riposo del corpo: sforzo che scorgiamo ancora in certe statue, i cui caratteri stilistici ne dimostrano l'appartenenza a scuole più tarde, come ad esempio l'atleta bendato del Museo Chiaramonti (2) e il così detto Adonis, riferibile forse alla scuola di Eufanore (3).

L'arte policletea modifica e perfeziona questo tipo, nel quale alla tranquillità della posa innesta una certa espressione di sentimentalismo, che rimaneva ancor velata nella tradizione artistica precedente. Questa nota è raggiunta in grado eminente dal così detto Narcisso, col suo abbandono del capo e con l'espressione che racchiude un senso di malinconia.

Ma lasciando da parte il Narcisso, che è troppo lontano dall'efebo di Palermo, è indubitato che tutte le statue di efebo, affini a questa e sicuramente più antiche, hanno una nota dominante che le accomuna, in quanto che dall'espressione di compiacimento e di calma per il meritato riposo, che consegue alla vittoria atletica, traspare un dolce sentimentalismo.

Questo fondo di sentimentalismo noi troviamo in molte opere dell'arte argiva ed attica nel secolo quinto, sia che questa ritraesse

(1) Vedi la nota della pagina precedente.

(2) AMELUNG, *Sculpturen des Vaticanischen Museums*, I tav. 53.

(3) FURTWÄENGLER, *Meisterwerke*, p. 588 fig. 115; Amelung, *Op. cit.* II, tav. 76; Bulle, *Schöne Mensch*, tav. 56, testo alla col. 109 sgg.

la severa compiacenza dell'efebo che si corona (Cinisco) o di quello che si cinge la benda (Diadumeno), sia che volesse rendere il dignitoso e grave incedere del giovane con ritmico equilibrio del corpo e con la lancia poggiata alla spalla (Doriforo).

Ma l'espressione più forte di questo sentimentalismo si concentrò nel tipo dell'efebo in riposo, con un braccio abbandonato, e avente nella destra qualche oggetto allusivo alla palestra, col capo reclinato



Fig. 1.

e lo sguardo rivolto a terra. Tipico fra tutti è il così detto Idolino, intorno al quale si raggruppano altre statue minori di scuola policletea, come a dire il piccolo efebo di bronzo del Louvre (1), l'altro efebo del Louvre di corpo più slanciato col ramo di palma sul sostegno laterale (2), l'efebo del Vaticano, attribuito più particolarmente a Xenokles dal Furtwängler (3).

In questa cerchia del tipo efebico sentimentale entra il pugilatore

(1) FURTWAENGLER, *Meisterwerke*, tav. 13; Reinach, *Répertoire*, II, p. 588, 3; Fotogr. Alinari n. 23930.

(2) FURTWAENGLER, *Op. cit.*, p. 435 e fig. 67; fotogr. Alinari n. 22553.

(3) *Op. cit.* p. 491 sgg.; AMELUNG, *Op. cit.*, II, tav. 46, n. 251.

di Sorrento (1): statua per molti rispetti affine all'Idolino e ad opere anche anteriori pei caratteri della testa, con il forte sviluppo del mascellare inferiore, con l'occhio allungato, ed in ispecial modo con la capigliatura a riccioli nettamente distinti in serie, così affini a quelli di una testa del frontone occidentale di Olimpia (un Lapito morsicato da un Centauro) (2). E ritengo anch' io, che il pugilatore di Sorrento proceda da un originale di scuola mironiana.

Dopo tali considerazioni, si può anche arrivare ad ammettere, che qualche statua di efebo, rappresentato nello schema, di cui ci occupiamo, possa avere avuto destinazione funebre. Ed infatti que-



Fig. 2.

sto motivo, consacrato dall'arte del secolo quinto, ben si prestava a rendere quel senso di tristezza, con cui è rappresentata la figura del defunto sopra qualche stele sepolcrale attica (3).

(1) BRUNN-BRUCKMANN, *Denkmäler*, tavv. 614, 615; 53 *Winckelmannsprog.* tav. 3; fotogr. Brogi n. 12552, 12553.

(2) BULLE, *Schöne Mensch*, col. 457, fig. 131 e 132. Cfr. la testa di Dresda, Reinach, *Têtes antiques*, tav. 32, 33.

(3) COLLIGNON, *Statues funéraires*, p. 129, fig. 68.

*
* *

Ma l'efebò di Palermo mantiene esso i caratteri stilistici delle menzionate sculture del secolo quinto? La sua figura slanciata, le forme delicate e la carnosità, che nasconde la muscolatura, sono caratteri che vengono in parte spiegati dall'età giovanile della figura, ma si scostano dal rigore del canone policleteo. Anche nella statua efebica di Parigi, che ripete il motivo del Doriforo (1), il canone policleteo sfugge all'esame, forse anche per la giovinezza non ancora matura; ma nel nostro efebò ricorrono taluni elementi, che lo fanno ritenere un'opera alquanto posteriore: e sono la flessione del tronco, e, più ancora, la modellatura e rotondità delle membra, che oltrepassano i limiti del secolo quinto e risentono dell'ambiente artistico del secolo quarto.

La testa guardata di profilo (fig. 1) ha uno sviluppo occipitale emisferico, non diverso da quello del discobolo stante del Vaticano (2) cui si addirebbe un'altra testa, secondo una recente indagine (3); il movimento dei capelli, rialzati a guisa di cercine e distinti a piccole masse, è il medesimo in entrambe le statue. Guardata di prospetto (fig. 2) la medesima testa ha un ovale allungato ed una curva dei capelli sulla fronte, come nella statua di Eleusi (4), a cui si accosta pure per il taglio delle labbra. Ma l'espressione d'ingenua bellezza, che a stento si coglie attraverso la mediocre esecuzione, pur tenendo conto dell'età diversa delle figure, abbassa la statua palermitana entro i limiti del secolo quarto.

Lo Hauser osservò, che essa non ha caratteri di una determinata scuola; e difatti, anche ravvicinandola nelle singole parti a statue più facilmente classificabili, nessuno potrebbe riportarla con sicurezza allo stile di un dato maestro. In quanto al movimento delle braccia potrebbe ravvicinarsi ad una statua di bronzo di Berlino acefala, che il Furtwängler prima attribuì alla scuola argiva, poi a quella di

(1) V. pag. 7, nota 2.

(2) Winter, *Kunstgeschichte in Bildern*, p. 255, 3.

(3) MARIANI in *Bullett. della commiss. comunale di Roma*, 1911.

(4) BULLE, *Op. cit.*, tav. 51. Si tenga presente pure la statua atletica della collezione Barracco (n. 99 del piccolo catalogo); 49 *Winckelmannsprog.* tav. IV; fot. Moscioni, n. 24296.

Eufanore (1), cui rivendica parecchie statue, rimaste senza attribuzione prima di lui. Quanto alla statua di Berlino tratterebbesi di un tipo dell'antica scuola argiva, elaborato da Eufanore secondo le leggi di proporzione e di simmetria dettate da lui. Tanto in questa come in altre statue, compreso il così detto Adonis del Vaticano, la delicata modellatura, sino a un certo punto muliebre, sarebbe un indizio di quello indirizzo artistico, che le fonti classiche riconoscono a Eufanore (2). Segnatamente per lo Adonis la espressione negativa del volto dimostrerebbe appunto, che quel maestro lavorava sopra schemi artistici anteriori, che non più corrispondevano al sentimento dei tempi suoi (3).

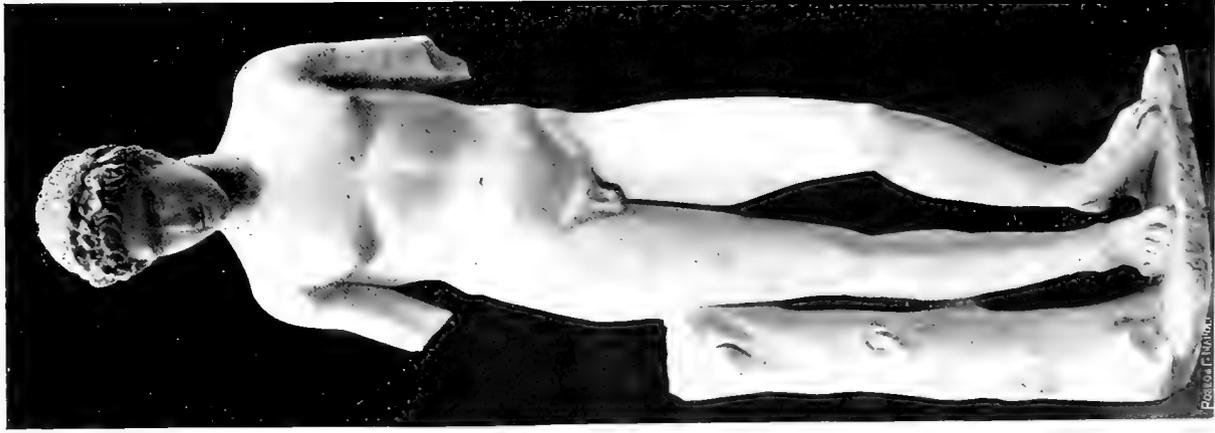
In quanto alla statua palermitana, se si è disposti ad ammettere, che la bontà dell'originale abbia molto discapitato a traverso questa copia romana, non sarebbe poi del tutto inammissibile, che la rotondità dei contorni in un corpo delicato e molle, come questo, possa far risalire l'originale alla scuola di Eufanore. Ciò sia detto per altro con molta riserva; e d'altronde non si deve esitare ad ammettere, che il monumento da noi studiato rappresenta un efebo vincitore, coronato, il cui motivo deriva da originali del secolo quinto, ma che fu elaborato in un ambiente artistico, non anteriore alla prima metà del secolo quarto.



(1) SAMMLUNG SABOUROFF, tav. 8; *Beschr. antiken Skulpturen*, n. 1; Brunn
Bruckmann, *Denkmäler* N. 278; FURTWAENGLER, *Meisterwerke* pag. 583; Winter,
Kunstgesch. in Bildern pag. 259, 4. Si confronti pure il torso del Vaticano.

(2) BRUNN, *Gesch. der griech. Künstler* I, p. 220 sgg.

(3) AMELUNG, *Op. cit.*, II, pag. 721.



G. PIPITONE - FEDERICO

LA SICILIA

NELLA

GUERRA TRA FRANCIA E SPAGNA

PER IL DOMINIO

DEL

REAME DI NAPOLI

(1503 - 1505)

Con documenti inediti

Studiando ne' volumi, tanto preziosi, degli *Atti*, che si conservano nell' *Archivio Generale del Comune* — atti dai quali mi riprometto di venir traendo in servizio della nostra storia, notizie e particolari di non tenue valore — mi sono imbattuto in un manipolo di documenti che riguardano il periodo interessantissimo della guerra tra Francesi e Spagnuoli, combattutasi nel reame di Napoli in seguito all' iniquo trattato di Granata, conchiuso tra Ferdinando il Cattolico, re di Spagna, e Luigi XII Cristianissimo, re di Francia, per dividersi quel reame, togliendolo al re legittimo Federico di Aragona.

Tutti sanno come Ferdinando il Cattolico pretendesse il dominio del regno di Napoli, poichè, sebbene Alfonso I re di Aragona avesse acquistato quel regno per virtù delle sue armi e della sua politica, dopo una lunga guerra — onde aveva creduto di poterlo legittimamente lasciare al figlio naturale Ferdinando — tanto Giovanni, fratello di Alfonso, succedutogli nel regno di Aragona, quanto Ferdinando, figlio di Giovanni, sostenevano che, essendosi Alfonso insignorito del reame napoletano con le armi e con il denaro della Spagna, dovesse quello restituirsi alla Corona spagnuola.

Pervenuto frattanto al trono di Spagna Ferdinando il Cattolico, ei dissimulò da principio l'animo suo, ma quando, morto Carlo VIII, Luigi XII, re di Francia, disponevasi a far valere i suoi diritti sul Milanese, e a riconquistare quindi il regno di Napoli, ritornato al ramo illegittimo degli Aragonesi, il subdolo re decise di attuare l'antico suo proposito.

Federigo di Aragona, allora re di Napoli, nipote di Ferdinando il Cattolico, erasi molto preoccupato degli apparecchi militari di Luigi XII contro Ludovico il Moro, convinto che alla ruina del ducato di Milano sarebbe seguita la propria; e crebbero le sue preoccupazioni dopo che, occupato il Milanese dalle armi del re di Francia, il Moro fu da lui mandato prigioniero al castello di Loches. Disegnò egli allora di volgersi per aiuti al Turco, facendogli intravedere i pericoli che avrebbe corso ove il re Cristianissimo fosse riuscito a far suo il regno di Napoli; ma, fallite le trattative su questo punto, si rivolse allo zio, Ferdinando, il quale con la massima sollecitudine mandava il Gran Capitano Consalvo de Cordova in Sicilia, affinché di là movesse alla volta del reame di terraferma. Pure fidava così poco il giovine Federigo nella sincerità dello zio, che contemporaneamente — fu affermato almeno — ei profferiva al re di Francia di tenersi suo vassallo se lo avesse lasciato regnare in pace. Vera o no questa voce, Luigi XII giudicò più conveniente rinnovare col re di Spagna le pratiche già iniziate a' tempi di Carlo VIII, e, terminate le trattative, fu stabilito:

1. Che al re di Francia si sarebbero assegnati la città di Napoli, Gaeta, la Terra di Lavoro, gli Abruzzi, oltre alla metà degli introiti della dogana delle pecore di Puglia; e che Luigi XII avrebbe assunto, col titolo di re di Francia, quelli di duca di Milano, re di Napoli e di Gerusalemme;

2. Che al re di Spagna si sarebbero date la Puglia, la Calabria e l'altra metà de' proventi delle dogane delle pecore, con facoltà di aggiungere altresì al titolo di re di Castiglia e di Aragona, quello di duca di Calabria e Puglia.

Il patto fu tenuto segretissimo, quantunque approvato dal Papa — ch'era in quel torno Alessandro VI Borgia — sì che quando, per incarico del re di Francia, il generalissimo D'Aubigny, con mille lance e diecimila fanti, apprestavasi a invadere il regno, Federigo chiese aiuti allo zio, e, per lui, al Gran Capitano Consalvo di Cordova, il quale, nella contigua Sicilia, attendeva con l'armata il momento opportuno ad operare simultaneamente coi Francesi. Mosse alla volta di Gaeta il Gran Capitano, e ottenne frattanto dal re Federigo di mettere guarnigione in alcune terre di Calabria, preparandosi così meglio la via all'attuazione del malvagio disegno.

Non mi diffonderò su' particolari della perfida impresa per non ripetere fatti risaputi; nè sul dolore provato da Federigo allorchè la perfidia dallo zio gli fu palese, ond'egli, conquistato ormai

tutto il regno da Francesi e Spagnuoli, preferì darsi nelle mani del nemico aperto, anzichè dell'occulto. Mi sia concesso, per altro, di richiamare alla memoria degli studiosi come in siffatta iniqua guerra fosse pur balenata la singolare e stranamente fascinatrice figura di Cesare Borgia—il famoso *Duca Valentino*—ben degno di partecipare, seguendo gli eserciti di Francia, ad uno degli episodî più caratteristici di slealtà che ricordi la Storia.

A me par di vederlo il tristo ma pur tanto audace figliuolo di Alessandro VI nel momento in cui, secondo la tradizione non ancora smentita, dopo l'orrendo sacco di Capua indica a' suoi gianizzeri le più formose e leggiadre giovani, ch'ei volea destinate alla sua insaziata libidine, non prevedendo ch'esse si sarebbero gittate ne' pozzi più tosto che subire la vergogna estrema. Quella bellezza perfida e implacabile, quella pagana serenità nel delitto ci suggestionano e ci spaventano insieme: imagine—come fu bene avvertito dal Quinet—dell'Italia del Rinascimento, così superba di arti e di lettere così nitente e fulgida e affascinante al di fuori, ma pur così intimamente corrotta! Forse ci saranno state, e ci saranno, epoche di corruzione maggiore nel mondo, ma non credo che l'umana coscienza abbia conosciuta mai siffatta tranquillità nella colpa. E questa tranquillità riscontrasi appunto nel bellissimo volto del Valentino, rotto ad ogni perfidia, ma nel tempo stesso, più che tutti i principi di quel periodo, non meno perfidi di lui, di grandissime cose capace. E ciò lo fa eccellere e lo impone all'ammirazione del Machiavelli, che segue passo per passo il corso delle sue azioni, illudendosi, pare, ch'ei potesse, in quell'evo corrotto, essere il Principe auspicato, il *Profeta armato* d'Italia. Nulla di più tragico di quel Borgia feroce, guidato ad ogni passo dal teorico, il quale, come uno spirito dell'abisso, legge anzi tratto ne' suoi disegni sanguinosi, e giorno per giorno denuncia al governo di Firenze i delitti che il Principe tremendo compirà domani. Si direbbe che il Valentino venga sospinto senza saperlo a muoversi nel recinto tracciatogli dal Machiavelli. Così potè sorgere e accreditarsi l'opinione di qualcuno che giudicò il Machiavelli complice de' delitti del Borgia. No: il sommo Segretario Fiorentino quei delitti prevede, ed enunciò con matematica precisione; non suggerì. Primo grande politico nostro, e precursore vero del moderno Stato italico, il Machiavelli potè anche vagheggiare pel realizzazione del suo sogno la figura di un Principe come il Valentino, e accendersi di entusiasmo nello studiarne la singolare fisionomia, ma l'anima sua rimase alta e pura, e l'ideale cui sempre mirò lo salva dalle malignazioni de' piccini e dalle calunnie de' sentimentali in ritardo!

*
* *

I casi che alla conquista del regno di Napoli da parte di Francia e Spagna seguirono sono anch'essi troppo noti perchè metta conto di farne lunga narrazione. Era naturale che, mirando il Cattolico a insignorirsi di tutto il reame, la guerra fra i due alleati della vigilia dovesse sorgere senza indugio. E sorse. Ne fu pretesto la limitazione de' confini fra i territori del Napolitano, che, secondo il cosiddetto accordo di Granata, doveva farsi tra Spagna e Francia, ma il dissidio era — chi ben guardi — inevitabile. Dal contrasto lungo — che a noi Siciliani fa ricordare con orgoglio i nomi di due valorosi uomini d'arme nostri segnalatisi nella disfida di Barletta, il Salomone e l'Albimonte — uscì vittoriosa la Spagna, onde nel 1506 Ferdinando il Cattolico veniva riconosciuto re di Napoli e Sicilia; e iniziavasi per tal guisa nel mezzodì d'Italia quel dominio spagnuolo, le cui stigmate rimasero dolorosamente impresse sul volto austero della Madre infelicissima per oltre due secoli. Di quel periodo di servaggio abbondano i documenti negli Archivi delle grandi città e de' piccoli centri; e ce n'è pure — come ho detto già — dovizia ne' registri dell'Archivio Generale del Comune, da' quali ne ho trascritti alcuni sulla conquista del Napolitano, compiuta nell'interesse del re Cattolico. Di questi documenti, i quali mi sembrano interessanti, io esporrò, con brevi parole il contenuto.

Il primo documento è un bando del 4 maggio, sesta Indizione, 1503, per il quale, avuto riguardo allo strabocchevole e sempre crescente numero di armigeri, a piedi e a cavallo, adunatisi nella Calabria a sostenere la guerra in servizio delle Cattoliche e invittissime Maestà, il re Ferdinando e la regina Isabella di Spagna, e alla deficienza delle vettovaglie, si accordano le maggiori agevolezze a tutti quei mercatanti, che dalla Sicilia si fossero recati nella vicina regione a vendervi le derrate e i commestibili necessari al vettovagliamento del regio esercito.

Il secondo documento è un bando del 5 maggio, da parte degli Spettabili e Magnifici signori Officiali, Giustiziere, Capitani, Pretore e Giurati della felice città di Palermo, per il quale, in considerazione de' « movimenti delle guerre che si preparavano in li partj di Italia et Calabria et altri loki », si raccomanda ai cittadini palermitani, i cui nomi erano stati già scritti in apposito registro dagli Officiali dello scorso anno, di tenersi pronti, con le loro armi e i loro cavalli,

per tutte le richieste che si sarebbero potute fare da' Capitani e Contestabili, nell'interesse del real servizio e della difesa della Sicilia. Aggiungevasi il permesso ai cittadini medesimi di portare le armi per le vie, secondo le norme dalla legge prescritte.

Il terzo documento è pure un bando, del 2 luglio, 6^a Indizione, col quale si annunzia a tutti i cittadini e forestieri come il Vicerè di Sicilia don Giovanni di Lanuza, il Reverendo Vicario, e gli Spettabili e Magnifici Ufficiali, Pretore e Giurati della felice città di Palermo, avessero stabilito di festeggiare solennemente la vittoria ottenuta dal re Ferdinando il Cattolico, su' Francesi «jn haviri piglatu lu reamj dj napolj et pugla et altri chitati et lochj dj lo dicto Regno et pre maxime noviter di la Chitatj di napulj cum li soy castellj et fortificzj».

A tal uopo dovevasi il domani, 3 luglio, fare una gran processione e la sera luminaria in tutta la città. La processione sarebbe partita, allo spuntar del giorno (*a spunsia di suli*), dalla Cattedrale per giungere alla Chiesa di Santa Maria della Catena, dove si sarebbe celebrata la messa di rendimento di grazie al Signore per l'ottenuta vittoria: dopo di che, la sera, si sarebbe fatta l'illuminazione (*luminaria*) del Palazzo di Città (*la casa di la chitati*) e di tutte le case.

Il quarto documento è una lettera, indirizzata il 10 maggio dal Pretore e da' Giurati della città all' Illustre e potente Signore don Giovanni Lanuza, Vicerè di Sicilia, in risposta ad altra del Vicerè, in data del 30 aprile, con la quale si partecipa al Comune di Palermo la vittoria delle armi del Re Cattolico in Calabria. Il Pretore e i Giurati suddetti annunziano al Vicerè di aver disposto luminaria e processioni a ringraziar la Divinità de' successi ottenuti; mentre, d'altra parte, si dicono dolenti dello stupore espresso dal Vicerè per la nomina del Capitani d'arme fatta dalle autorità comunali palermitane, non ostante il divieto viceregio, affermando, per altro, di non avere ricevuta alcuna lettera del Vicerè relativa a tale nomina, la quale imponevasi, del resto, per le eccezionali circostanze del tempo, e dichiarandosi pronti, comunque, a compiere in avvenire quanto potesse parer conveniente a Sua Altezza.

Il quinto documento è una lettera del Comune di Palermo, al Vicerè, in data del 18 luglio, sesta Indizione 1503, con la quale i reggitori gli annunziano di aver fatto festeggiare con luminarie la vittoria «di la chitati et castello novo di napoli», conosciuta dai Palermitani per lettera del 12 giugno.

Il sesto documento è una lettera del Re, in lingua spagnuola,

spedita da Saragozza il 20 di ottobre 1502, agli *amati e fedeli suoi* il Pretore e i Giurati della Città di Palermo, per convincerli delle improrogabili ragioni strategiche che avevano costretto il Vicerè a fermar sua dimora in Messina a causa della vicinanza di questa città al continente.

Il settimo documento è una lettera del Pretore e de' Giurati della città al Re, in data del 23 dicembre VI Indizione 1502, nella quale, pur dichiarandosi di riconoscere la giustezza delle ragioni che avevano indotto il Sovrano a far dimorare in Messina il Vicerè, si afferma che in Palermo la popolazione si veniva preparando a poter sostenere una guerra contro i Francesi a difesa del Re Cattolico. Il documento, molto lungo, si diffonde a enumerare le disposizioni prese per armare la cittadinanza e prepararla a contribuire alla difesa del reame contro i Francesi. Fanteria, cavalleria, artiglieria erano pronte a concorrere, ove fosse stato necessario, allo sforzo che si sarebbe dovuto fare per la vittoria finale del Re Cattolico.

L'ottavo documento è una lettera del Pretore e de' Giurati della città al Vicerè, in data 23 maggio, V Indizione 1503, con la quale gli si esprime, in una forma caratteristica per semplicità, e stavo per dire ingenuità, la soddisfazione provata all'annuncio dell'entrata trionfale del Gran Capitano Consalvo di Cordova in Napoli; e il desiderio che il Vicerè manifestasse il suo avviso intorno alle feste con le quali i cittadini palermitani avrebbero voluto celebrare anch'essi la grande vittoria. Questo documento contiene alcuni particolari assai curiosi e notevoli sugli avvenimenti che precorsero l'entrata nella città di Napoli del Gran Capitano, e su' casi della guerra, che, per non trovarsi nelle storie più note del tempo — ricordo, fra gli altri, i libri del Guicciardini, del Summonte e del Giannone — assumono particolare importanza e illuminano di alcun raggio di luce le storie generali di quel fortunoso periodo. È per questo che mi è mettesse conto di pubblicarlo, essendo fuor di dubbio che l'aneddoto dia vita alla storia, e la renda più attraente e gustosa.

Il nono documento ha per me una particolare importanza. È anch'esso una lettera del Pretore e de' Giurati della città di Palermo al Vicerè, in data del 6 maggio. Gli si annunzia come alle ore 18 di quel giorno fosse arrivato nel porto della città un *galeone* con sessanta spagnuoli, fra i quali certo gentiluomo, che aveva affermato essersi dal Duca Valentino (Cesare Borgia) licenziata tutta la gente d'arme francese e italiana, di cui erasi servito nella impresa di Napoli, ad eccezione d'una compagnia di trecento uomini d'arme che

il Duca aveva creduto di trattenere presso di sè come sua guardia personale. Il documento si dilunga a parlare di provvedimenti presi nell'interesse della causa spagnuola, e accenna al soccorso che i Francesi, sconfitti in Calabria, avevano chiesto in Roma al Cardinale Sanseverino.

Il decimo documento è una lettera che, dalla *nobile città di Messina*, a 18 maggio, VI Indizione 1503, il Vicerè dirige ai cittadini di Palermo. Egli, mentre si rallegra con essi della notizia partecipatagli della capitolazione di Napoli e Sorrento, li esorta a ricevere ospitalmente tutti quelli che in Palermo si fossero rifugiati, provenienti da Napoli, da Amalfi e da tutte le altre città e luoghi del demanio regio.

L'undicesimo documento è una lettera del Re — naturalmente in lingua spagnuola — inviata da Barcellona il 3 maggio, nella quale il Sovrano, dopo aver accennato allo acquetarsi delle cose nel reame di Napoli, esorta i cittadini a volere, come sempre, ne' limiti delle loro forze, rispondere alle richieste, che, a sostegno della causa regia, si fossero fatte loro, lodandoli della incrollabile fedeltà alla causa de' legittimi sovrani.

Il dodicesimo documento consiste in una lettera che il 23 giugno i cittadini di Palermo indirizzavano al monarca. Essi, dopo avere ricordato come il Vicerè si fosse trattenuto circa un anno in Messina per provvedere a' bisogni della guerra contro la Francia; e come, pacificatosi il reame di Napoli e ridotto all'ubbidienza del monarca spagnuolo, il Vicerè medesimo avesse fatto ritorno in Palermo, gli rivolgono supplichevole istanza di ordinargli ch'ei fermasse definitivamente sua residenza nella capitale della Sicilia. Assai speciosi sono gli argomenti addotti dal Pretore e dai Giurati della città a conforto della loro richiesta. Affermano essi in primo luogo che Palermo con maggior comodo di qualunque altra città del regno di Sicilia avrebbe potuto provvedere alle occorrenze del Sovrano; ed in secondo luogo ch'essa, non essendo stata fortificata al pari di Messina, aveva bisogno dell'opera accorta del Vicerè in previsione di possibili sbarchi da parte di un'armata, la quale correa voce si preparasse in Genova ai danni del Regno. Speciosi argomenti codesti, lo ripeto, quando un solo argomento, e potentissimo, avrebbe potuto addursi: quello che Palermo — *prima Sedes, Corona Regis et Regni caput* — capitale del Regno coi Normanni e gli Svevi, cioè nel periodo più splendido della storia di Sicilia, e quindi, tranne brevi interruzioni, con gli Aragonesi e gli Spagnuoli; Palermo, dalla cui reggia, sotto Ruggero *di Sicilia e d'Italia Re*; sotto Guglielmo I e II; sotto Federico II — il più grande e geniale prin-

cipe del Medio Evo — la luce della civiltà erasi diffusa in tutto l'Occidente, non poteva rinunciare ad essere la sede di Colui che rappresentava la maestà regia. E chi non ricorda le deplorevoli, spesso fratricide, lotte fra Palermo e Messina per il primato politico—lotte che al sole della libertà si dissiparono; e che le pene, le aspirazioni, i dolori comuni, durati imperversando la mala signoria, convertirono in vincolo più saldo di fratellanza? Oggi di quelle velleità, di quei contrasti — che potrebbero anche parere ai superficiali intelletti motivi da *Secchia Rapita* — sorrideranno molti, ma lo studioso della storia nostra, così varia e drammatica, guarderà sempre con malinconica pupilla a quel passato fosco, nel quale futili ambizioni potevano dare origine a irrimediabili e innaturali odii fraterni, benedicendo al travaglio immane degli Spiriti sacri, cui dobbiamo una grande patria, dove tutti, dal Quarnero e dall'Alpe di Trento, alla Sicilia estrema ci sentiamo fratelli.

Il decimoterzo documento contiene un ordine del 13 gennaio del Vicerè Don Giovanni di Lanuzza per la celebrazione di feste religiose in rendimento di grazie al Signore delle vittorie ottenute su' Francesi, e specialmente della presa di Gaeta.

Il decimoquarto consiste in un bando, dell'8 agosto, per mostra di armi nell'attesa d'una temuta invasione nemica.

Il decimoquinto documento è una lettera del Re, in idioma spagnuolo, del 13 giugno 1504, datata dal monastero del Majorado e diretta agli *amati e fedeli* Pretore e Giurati della città di Palermo, con la quale, mentre si annunzia loro la tregua conchiusa col Re di Francia, che si augura possa preludere alla pace, tanto necessaria ai Sovrani spagnuoli anche per condurre a compimento la impresa contro i Mori, si esortano, d'altra parte, a far eseguire ai cittadini gli esercizi guerreschi così di cavalleria come di fanteria per tutti i possibili eventi.

Il decimosesto documento è la risposta del Pretore e de' Giurati della città di Palermo al *molto alto, molto poderoso e Cattolico Principe Re e Signore*, cioè a Ferdinando Re di Aragona e di Castiglia, con la quale gli si partecipa l'ordine da essi dato ai fedelissimi cittadini palermitani perchè di continuo si adoperassero, in *armi a cavallo e a piedi*, in servizio del principe; soggiungendo che avrebbero per mezzo del Vicerè informato Sua Maestà del successo di tale ordine.

Il decimosettimo documento è una lettera del Pretore e dei Giurati della città di Palermo al *molto illustre, eccellente, savio e virtuo-*

sissimo Signore don Consalvo Fernandez (de Cordova) Capitan Generale dell'armata (*stolj maritimj*) della Sacra Regia Maestà, per la quale lo si prega di restituire alla città medesima, consegnandola al suo inviato, il nobile Giovanni Bonanno, l'artiglieria datagli in prestito per la guerra del reame di Napoli.

Il decimottavo documento è un bando del Vicerè, (16 agosto, 7^a Indizione 1504) notificato al Pretore e ai Giurati della città di Palermo, perchè si provveda col massimo zelo all'adunata de' frumenti e nel territorio della città stessa e in tutto il regno di Sicilia.

Il decimonono è pure un bando, assai caratteristico, in data del 22 dicembre, 8^a Indizione 1505, col quale si dà annunzio al popolo della conclusione della pace, e s'ingiunge a tutti i sudditi di far sì che per terra o per mare non sia essa in alcun modo turbata.

Il ventesimo documento contiene un bando, in data del 23 dicembre dell'Arcivescovo, degli Officiali, Pretori e Giurati della città di Palermo, per il quale, fattosi conoscere ai cittadini, che il Sovrano aveva partecipato, con lettera diretta al Vicerè Don Giovanni di Lanuza, la stipulazione della pace e dell'alleanza fra lui e il Cristianissimo Re di Francia, si ordina loro, da parte del suddetto Vicerè, di accorrere alla processione in rendimento di grazie all'Onnipotente.

Il ventesimo primo documento è una lettera del 13 dicembre, nona Indizione 1509, con la quale il Vicerè fa sapere ai *regii diletti Consiglieri* di avere ricevuto un foglio regio da Salamanca, in data del 31 ottobre, partecipantegli la stipulazione della *parentela, pace e lega* perpetua fra i due sovrani di Spagna e di Francia con tali vincoli e così saldi che non mai per l'addietro. È qui evidente l'accento al trattato di Blois, conchiuso tra Ferdinando il Cattolico e Luigi XII dopo che il re di Francia dovette rinunciare ad ogni speranza di ottenere con le armi quella parte del regno di Napoli attribuitagli dal patto di Granata. Per il trattato di Blois si conchiudevano le nozze di Germana di Foix, nipote di Luigi XII, con Ferdinando, già vedovo d'Isabella di Castiglia, assegnandosi a lei come dote la parte del reame di Napoli cui la Francia aveva diritto, con la clausola della reversibilità alla corona di Francia ove la nuova regina fosse rimasta vedova senza prole. Da ciò il germe di futuri interminabili contrasti, onde Francia e Spagna non tardarono a riprendere le armi per il possesso del Napoletano.

Di questi documenti non si può affermare che tutti abbiano la medesima importanza storica; alcuni di essi, però—i bandi soprattutto—offrono notizie interessanti e curiose, appaiono notevoli per la forma ingenua, e costituiscono anche un saggio filologico non ispregevole.

Documenti

I.

Die IIII madij VI Indicionis 1503 demetrius di perino retulit per loca publica felicis Urbis panormi emisisse bapnum infrascriptum.

Sia noto et manifesto ad qualsivogla persuna dj qual | sivogla gradu statu et conditioni si sia, chi atento la gran | quantitati dj gentj dj pedj et dj cavallo chi ogi sunno | jn lu felichj exercito dj li catholicj et jnvictissimj | Majestatj del Re e Regina nostrj Signurj, chi sta jn la provincia | di Calabria dj jornu jn jornu lu dicto exercito si augmenta | , et e necessaria gran copia dj victuaglj tanto per li | cavallj comu per li hominj; pertanto per majuri servilitatj | et comodita dj lu dicto exercito dj lu Illustrj et potentj signurj lu | signurj don johanj de lanuza Vicere dj quisto regno di sicilia, cum | votu et parirj dj lu Sacru Regiu Consiglu providj ordina | et comanda chi qualsivogla persuna dj qualsivogla gradu | statu et condicionj fussj chi volissi portarj oy mandarj al | campu et exercito predicto dj Calabria undjque formentj | orgj farinj et cascavallj et qualsivogla altra munimenti | dj victuaglj per lo subvenimentu dj lu dictu felicj exercitu | , chi fussi liberu et exemptu dj qualsivogla dritto | et raxunj spectantj et pertinentj ala Regia Curtj et qualsivogla | altra persuna, tantu comu officialj quantu comu privatj, tanto dritto | ordinario quanto extraordinario, chi per la extrhacionj di dictj victuaglj | in quistu Regno fussi tenuto pagarj, manifestando prime | ramentj ali officialj dili porti et carricaturj undi vurranno | talj victuaglj extrahirj, et djli extrhacionj tenino carrico | victuaglj vorranno portarj oy mandarj secundo la qualitatj | et quantitatj dj quillj, et dando pligiria dj portarilj oy mandarilj jn lu dicto exercito, obligandosj con li debijt | consueti cautelj dj portarj oy mandarj li responsalj dj lu Capitanio | generalj djlu dicto felicj exercito oy dj cui lu dicto Capitanio | generalj ad talj effecto dj la apportacionj dj li dictj victuaglj | alloru qualitatj et quantitatj, notificando ad onnj unu chi jn lu | dictu campu et exercito si tenira tali ordinj chi onnj unu | vindira sua robba liberamentj senza violencia alcuna | et serra ben tractato et honorato; comandando per lu presentj bapno | alu magnifico maistru portulano et a tuctj et qualsivogla Vice | portolanj | et portolanotj et altri officialj dj li carricaturj chi | per talj extrhacioni non si djgiano prendrj drectu alcunu ut supra dictum est.

Dal vol. di « Atti Bandi e Provviste », anno 1502-3 Indiz. VI f. 21 r.

II.

Die V madij VI Indicionis dimitrj dj perino bannitor | retulit per loca publica emisisse bampnum infrascriptum.

Bando et comandamentu da partj di li spectabilj | et magnificj signurj Officialj Justicerj et Capitani j | priturj et juratj, capitanej di armj di quista filichi | chitatj dj palermo, considerati li movimenti | di li guerrj kj si preparano omnj joru jn li partj | dj Italia et Calabria et altrj lokj, di liqualj | quandu quista chitati non stassi jn ordinj et jn pronto | porria essirj grandemente dannificata; kj | per serviciod j la Maesta dj lu Re nostru signurj | et publico beneficio di quista chitati ki tuttj | quilli persunj ki su statj ordinati per li officialj | passati supta li capitani j dj li quarterj | si digiano meetirj jn ordinj et starj jn prontu | cum loru armj et cavallj, ki quandu lu casu | suchidissi et fussiru richiestj per loru | Capitani j et connistabilj ki siano prompti et jn ordinj | di potirj exequirj tutto quillo et quantu | per loru Capitani j et contistabili li serra ordinato | , et obedirilj ad omnj loru simplici requista | et ordinacionj per potirj li suddicti Capitani j et Contistabilj | exequirj quantu per li suddicti signurj Officialj lj serra comandato | et ordinato; et considerata la suddicta causa li suddicti spectabili | et magnificj signurj Officialj aczo chj omni uno alu bisogno | si pocza trovarj cum li soy armj dunano licencia | ad omnj uno, tantu chitatinu comu foristery, habitanti | jn quista chitati, ki vulendo portarj armj | li poczano portarj a loru voluntati, dummodo li spati | et pugnalj li digiano portarj chinti a lato et cum li foderj | sanj cum loru gaspi, et cuj li portassi altramenti | sia jn pena di perdirj li armj et ki sonati li duj | urj di nocti non poczano portarj armj nullo | salvu quilli ki andassiru ad accompagnarj donnj supta pena di perdirj li armj et di uncia una | di applicarj a lu magnifico signuri capitaneo; et tutti quilli | persunj ki di joru oy di nocti arricassiro primo | li armj et fussiro prisi jn fragranti jncureranno | jn pena di havirj quattru tracti di corda oy di pagarj unci chince dj pena-

Dal vol. di « Atti Bandi e Provviste » c. s. f. 22 r.

III.

Die II Julij VI Indicionis dimitrj di perino publicus bannitor retulit per loca publica emisisse bannum infrascriptum.

Sia notu et manifesto ad omnj persuna tantu chitatini | comu foristerj di kj grado stato et condicionj si sia | , kj per la grandi victoria ki la Maesta di lu Signari Re nostru | signurj havj havutu dj li francisi nostrj jnjmici | jn havirj piglatu lu reamj dj napolj et pugla et altri | chitati et vicj dj lu dicto Regno et pro maxime noviter | di la Chitatj di napolj cum li soy castellj et fortilizzi, per ordine | dj lu Illustrj et potentj signur Vicere don Johan dj lanueza | Vicerre di quisto Regno di Sicilia lu

Reverendo | Vicario et li spectabilj et magnificj signurj Officialj | preturj et juratj dj quista filichi chitati dj palermu hanno | ordinato domanj matino farj una sollepnj | processionj et la sira farj la luminaria per tucta | la chitati more solito et consueto; per tantu per ordinj | dj lo Illustrj Signur Vicerre, da parti dili dicti Vicario | et signurj Officialj, si comanda a tucti et singulj | persunj religiosi ki domanj matino a spunsia | di sulj si digiano trovarj ala majurj panormitana | ecclesia da undi si partira la processionj et andira | a sancta maria la cathina, undi si celebrira | la missa sollepnj per referirj gracia a lu eterno | et jmmortalj deu di talj et tanta victoria kj | havj concesso ala Sacra Regina Majestati di li soy ; jnjmici li quali signurj officialj comandano | ad omni uno ki allegramentj digianu vinirj | a la processioni et pluj domanj arsira ki serra | dominica videndo farj lominaria ala casa | di la chitati omnj uno digia farj lominaria | davantj dili loru casi et porti et cum gaudio | et festa more solito farisi insimilj sollepnitatj | supta pena dj uncia una da applicari jnremissibilmentj | ali marammj dj la chitati.

Dal vol. « Atti Bandi e Provviste » c. s., f. 155.

IV.

Illustri potenti et virtuosissimo signuri. Per una chi herj rechippimo di Vostra Illustrissima Signuria, data alj XXX | di aprilj jntesimo la felichi victoria chi happiro li capitha | nij di loro alteczy jn la provincia dj calabria, dj la qualj | tutta quista chitatj havj prisu grandissima conso | lacionj et allegricza, undi tenino speranza alo | altissimo dio dicza jnnantj havirj loro alteczy prospe | ra victoria. Et pluj per quilla Vostra Illustri signuria nj coman | da chi di talj victoria divissimo farj festa et cerimo | nij costumatj, dando laudj alo onnipotentj dio dj talj | et tanta felicissima victoria, advisando Vostra Illustri Signuria per | essiri juncta dicta licetera herj chi fu la vigilia dj sancta | christina dacontinentj fichimo promulgarj bando chi di talj | victoria si divissi farj luminaria per quista sira, et | martidi processioni ala Virginj maria di la victoria, sup | plicando quilla placza alloro alteczj conchedirj con | tinua victoria con longa vita. Preterea hogi re | chippimo unaltra di Vostra Illustri signuria, data alj X djlo presentj | , per la qualj Vostra Illustri Signuria sta admirata chi havendonj dato | adviso per altrj provisionj non divissimo exercirj cosa | alcuna jn lo officio dj capithanij darmi, certificamo | Vostra Illustri signuria chi may per nixuno ni e stata presentata alcuna | provisionj dj tal negotio, ne di talj cosa happimo may | noticia alcuna, per chi Illustri signuri si di tal cosa havissimo | havuto cognicionj, per quanto havissimo havuto cara | la vita non haviriamo facto promulgarj dicto bando | , et quillo chi per nuy e stato exequito como capithanij | darmj tucto fu facto visto li occurrencij djli tempi et | per non esserj dj Vostra Illustrj signuria reprisi di negligencia, nj parsi | per farj starj tuctu homu jn ordinj promulgarj dicto bando | , et di quillo darj adviso ad Vostra Illustri Signuria, comu a quilla scripsimo et perchi per la predicta licetera Vostra Illustri Signuria ni co | manda chi jn tali negotio non nj tramectissimo | fino ad altra provisionj di Vostra Illustri Signuria, undj restamo conten | tissimi di quillo et quanto Vestra Illustrj Signuria nj comanda sup | plicando multo quilla placza havirj lu honurj | di quista chitatj jn ge-

neralj et particularj et lu honurj | di tuctj nuj altri essendo stati creati et electj officialj | per Vestra Illustri Signuria ala qualj di continuo nj recomandamo | et ad quilla baxamo li manu. Ex urbe felici | panormo die X madij VI Indicionis 1503.

Pretor et Jurati felicis Urbis Panormj.

Illustri et potentj domino don johannj di lanucza huius | regnj sicilie viceregi.

Dal vol. di « Atti Bandi e Provviste » c. s., f. 170.

V.

Multa Illustri et excellenti signurj. Una di napolj dili XII di jugno | richippimu di Vostra Signuria ali XV del presenti, per la quali particolarmenti | nj avisa la prisu et gloriosa victoria dj la chitatella | et castellonovo di napolj, di la qualcosa multo regraciamo | Vostra Signuria, et diquilla prisimo grandissima leticia et consolacionj | jnperochi simo fidelissimi vassallj et affectatj serviturj | di loro altezi | non potiamo jn quistj tempi jutendirj cosa | chi plu jn dilectassj per la gloria triumpho nomu et | fama jmmortalj dj loru altezi, quali tuctj divemu | desiderarj; undi, jutisa dicta nova, devotamenti ren | graciando lu omnipotentj deu et sua sanctissima matrj da | liquallj prochedi omnj benj et felichi successi dj loro altezi et | di vostra signuria fichimo generalmentj pir tucta la chitatj festa et | luminarij cum grandissima allegriza sperando chi | vostra signuria cum lo divino adjutorjo et sua prudencia et sapirj | sequendo la victoria jnponira talj finj chi loru altizi | Christianissimj restiranno contentj cum grandissimo nomu victo | ria et fama jmmortalj et cum riposo et quetu vivirj | ũj tucta la Christianitatj qualj semprj fu e et sarra | la sanctissima voluntatj di loru alticzj zelantj la fidj | christiana et Vostra Signuria restira cum grandissimo honurj et | fama qualj ha facto per lo passato di quilla supplicamo | nj voglj darj aviso di quillo sequira chi majur gracia non nj | peria farj jn gracia de lo quale nj recomandamo alu grandj deu | et sua santissima matre prosperj cum felichi successi | per lo servitio et honurj dj loro altezi qualj Vostra Signuria et | nj offerimo in quillo sarra possibilj ex urbe felici panormj (die XVIII julij VI Indicionis 1503).

Illustri et excellentj domino dompno consalvo Ferdinando de aguila | duci terrenove et capitaneo generalj invictissimorum | Sacrae Regiae Maiestatis Regis et regine nostrorum dignissimorum.

Dal vol. di « Atti Bandi e Provviste » c. s., f. 172.

VI.

A los amados e fieles nostros los pretor et jurados | de la nuestra ciudad di palermo.

El Rey

Amados e fieles nostros. Vimos vostra letra | de XX del mes passato, tenemos Vos en mucho | servicio tode loque por ella nos scriveis | . de tan fidelissimos e leales vassallos no | se spera otra cosa no vos maravigleys | quel Visorey sea ydo con la corte a meçina | , que por estar aquilla Ciudad e puerto | tam vicino ala Calabria comu sabeys | ha seydo forzato facer lo asi porrà mas | presto dende alli pueda proveer en todo | loque cumple ala conservacio de aquilla | provincia, e pues la necesidad se offeece | para a mostrarssse los buenos servidores | conviene que agora en su ausencia | fazays loque siempre haveis acostumbados | que sempre sereis favorecidos e mirados | de manera que indi vos pueda facer | danno, e de lo que succediere nos scriveis.

Datum en la ciudad de çaragosa | a XX dias del mes de octubre del | anno Mil quingentos e dos. Io el Rey.

Calcina secretarius.

(Dal vol. « Atti Bandi e Provviste », Anno, X Indiz., 1500, f. 200 r).

VII.

Multo alto et poderoso princhi Rey et Signuri | . poy ki a Vostra altecza genibus flexis baxamo | li mano et a quilla jnfinite volte ricomandamunj | per una ki di vostra altecza di li XX di lu prisenti misi | di octubru recipimo risposta di una nostra | supra la partenza del Vicerey cum la curti di quista | chitati per missina, per quilla poi indi, secundo | li cosi ki allura sirranu suplicatj a Vostra Maesta, princhipalmenti | per lu servizio di quilla essirj pluj necessaria | la presencia del dicto vicerre cum la curti jn quista | chitati ki jn quilla; et suchidendo poy jn la | provincia di Calabria la rebellionj di tam mala | et disvirgugaata genti ki, non avendo causa nixuna | si volissiro appartarj di uno tanto cristianissimo | et iustissimo princhipi comu e vostra altieza, bona deliberacionj si è stata trovarisi lu Vicere jn quilla | chitatj di missina, per essirj jn parti tantu propinqua | a quilla provincia per potirj providirj luchi è | stato bisogno per luj oportunamente jn tuttu multo li ha profitato sua presencia ac tuctu so bonissimo governo et grandi sollicitudinj ki ha tinutu et tenj continuamenti jn farj passarj di quisto Regno | genti di pedi et di cavallo a quilla banda, e stato | grandi causa di la ricuperacionj di dicta provincia | chi ja non chi e plui agente di potirj comparirj ad hora et afruntarisi cum li nostrj; speramo ki cum la bona justicia kj vostra altecza tenj non sulamenti si cachiranno francozosi | di lu Reamj ma di tucta Italia, ki di stanno | multo allegrj et contenti havi-

risi redundato | dicta partenza jn tanto servicio di Vostra Maesta quanto | e stato quisto, nu j altrj iza, azochj omnj uno hagia di canuxirj la fidelitatj et amurj grandi | kj quista Chita di Vostra Altezza tenj a quilla jn | mancarj lu animo di lu jnimico ki gana havissiro | temuto oy temissiro adnoxarinj jn quisto | nostro officio, continuamenti non si havi facto altro | pinserj nè altro exercitio ki tenirj semprj la chitatj | jn exercitacione dj armj, et lu ordinj kj in quisto si havj | tenuto jn omnj cosa e ki vostra altezza jndi hagia | aviso, azochj parendo Vostra Maesta jn alcuna cosa | adjungirj oy mancarj, nu j apresso nj potissimo | stringirj cum quillo ki Vostra altezza ordinassi et | comandassi; lu quali ordinj e stato quisto: jncomenzando | primo di farj farj la cherca di tutti homini cavalli | et armj undi trovano bonu numero di homini et | di cavallj, et, facto quisto, a tallj tucto lo pane dila chitatj | plu j presto fussi jn lukj fussi necessario et | quilla nun fussi jn ordinj di armj, si chi mectissi | ordinj, ki si spartissi in multi capitanej | , jn assay persunj principalj dj quista chitanti, et | comandandolj ki omni festa cada capitano | fachissi farj la mustra ali genti soy, da poy | da quista dispartendo quista genti in tri parti | la una cum soy Capitanej jn la guarnicionj dj li mura | dj la Chitatj; l'altra cum tucti li cavallj per portirj | nixirj di fora di la chitate et afrontarj li jnimici quando fussi bisognu; l'altra ki stassi jn | la guardia di la artiglieria quannu si havissi | di nexiri dila chitate; gietarisi bando ad pena | di la vita ki quannu sintissiru sunarj da qualsivogla | via una campana principalj dj la chitate | omnj uno sia presto cum soy army ad presentarisi a soy | capitanej et ordinarisi jn la maynera ki supra e | stato dicto. damo ancora aviso a Vostra altezza | ki, ultra ki continuamenti fachimo farj | mustrj particularj tanta di pedi conu di cavallo | , dectimo quisti jornj passati du j jornj luno | per la mustra | generalj dj cavallj | ki certificamo Vostra Maesta kj tantu luna comu l'altra | dectino grandi reputacionj a quista chitatj. Vostra altezza | havimo facto mectirj jn ordinj quista artiglieria | da tucti quillj municionj kj siano necessarij, alaquaj | havimo adjunti or novamenti una colubrina | et uno cannonj, la colubrina di piso di XXXX cantara | et lu cannonj di XXV, havimo misu supra traino | uno pecco di artiglieria lu quali chamamu basilisco | e cosa multo excellentj et principalj; et con | quisti trj pecci si sarra competentementi multu provista | quista chitanti di Vostra Altezza di artiglieria | avisando et certificando Vostra Maesta ki quista | chitatj e tucto lu Regno, havendo uno tanto | justiciario et signurj qualj e vostra altezza | , may si ha spagnato mectirj per lu servicio | di quilla roba, figli, et ultimamentj li proprij | persunj; et acussi continuj si farra per lu advenirj | et jnludendo baxamu la mano e pedi genibus | flexis a Vostra altezza. Scriptae jn la felichi | chitanti di Vostra Altezza di palermo die XXIII decembris | VI Indicionis MDII.

C. S. R. M.

S. R. M.

Servitores et vassallj
franciscus dj vigintimilia preturj
gaspar bonecta juratus
dominus antonius de afficto juratus
antonius patella juratus.
antonius de cuscenza juratus
johannes bankerj, juratus.
hieronimu valdaura juratus.

(Dal vol. « Atti Bandi e Provviste », Anno, VI Ind., 1502, f. 201 r).

VIII.

Multo Illustri potenti et virtuosissimo Signuri.

Hora jn quista punto, chi su harj XX, arrivaru jn quisto | portu duj navilj, li quali parteru dj majurj ali XVIIIJ | dj lo presenti, dichino a bucca lo Illustrissimo gran capithanio | jntrao in napulj alj XVI dj lo presenti cum sey milia | persunj cum grandissima festa et triunfo, et dichino | come jn la intrata dj lo dicto gran capithanio nixero | lj electi et lu populo di napulj cum li qualj era misser | julio de scarciatis Docturj grandi jn juycio; quisto fu quillo | chi trj volti ha miso quista revolta jn lo realmj | di napulj jn favurj di lo re di francha, et, videndo lo | dicto gran capithanio jnfra li dicti electi et populo lu | dicto misser Julio, li fichi bona fachi, et ridendo li dissi | vuj sitj misser Julio, et ipso respusi signurj si; et allura | dissi lu dicto gran capithanio vuj sitj quillo havitj miso | jn revolta quisto reanuj, et essendo jn napulj lu fichi pren | dirj et carcerarj et tenirj jn bona custodia jn lo castello | di capuano. Item dichino comu lu signur frabricio columna | , cum lu qualj erano li signurj fora uxiti capuanj, anti | cipao et prisi lu passo di garaglano, undi veniano mon | signor di allegre et lu princhipi di salerno per salvarisi jn | gayta, et, trovato lu dicto passo priso, andaro ala rocca | di muntj ragurj et jlla si fichiro fortj, undj e andato lo | signor prospero culonna cum un altro capithanio a la dicta | rocca erano andati di ruma jn loro succurso chento hominj | darmj et cum li pidunj: jn tucto trj milia pidunj. sti | masi li nostrj haviranno complita victoria et chi lar | mata maritima di loro Altezzi si trovava assissanta | migla di li buckj di crapi; et quisto fu dominica die | proxima passata, jn lu quali jorno dicta armata | stectj jn calma. pensano a lu presentj secundo lo tempo | chi ha stato siano arrivatj annapulj; et li navj et | galey francesi, videndo essirj priso napulj et larmata | nostra aproximarj, si partero et andaro jn gayta; et in | tucto li dictj navj et galiy su vintj duj; et pero chi Illustrissimi | Signurj cum li dictj navilj su venutj alcuni lieterj | a mercatanti confirmando la jntrata djlo dicto | Illustri gran capithanio, dj li quali tramectimo ad Vestra | Illustri Signuria, jntendira lu tucto. Et nui, como desiderusi | dj farj grandj demonstracionj di talj et tanta glo | riosa victoria comu fidelissimj et affectionatissimj | alo Real servizio dj sua Altezza, vorriamo per | effetto havirj jncontinentj nuj et tucta quista fe | lichi chitatj demonstrato talj et tanta allegricza | qualj jn lu corj teniamo, ma primo nj ha parso et di tucto conferirj cum Vostra Illustri Signoria per conformarinj ad la volun | ta et pariri et comandamentu dj quilla a la qualj | humilimentj supplicamo si digna rescriverinj quillo | parra ad Vestra Illustri Signuria hagiamo di farj per mectirj ad | effecto comu dj supra Vi scrivimo, et supra ezo scri | vimo piu largo alu magnificu collega nostro alexandro | gallecto, chi supplica et jnforma Vostra Illustri Signuria qualj | e quanto si divj per effecto farj dicta festa. supplica | mo perchi Vostra Illustri Signuria si digna jntendirlo et providirlo | comu o di natura et costuma di Vostra Illustri Signuria. | Insuper advisamo Vostra Illustri Signuria comu hogi rechippimo una | dj sua Illustri Signuria, risposta ad una nostra, per la qualj nj | agradixj li novj hadvisamo confortandonj et co | mandandonj per severissimo; et nostro Signuri Ydio nj con | chessi chi, avuta quilla, jntendissimo li novj | supradictj comu per la presentj quilla havira jntiso. | pre | terea, rengraciando, da partj dj tucta | quista chitatj nostra, supra la optima provisionj | , ha provisto Vostra Illustri Signuria per modo conuximo per effecto | la costumata et affectionata

volunta dj Vestra | Illustrtri Signuria, la vita dj la qualj pregamo a lu bonu | e grandj | ydio prosperj et couservj. Ex | urbe felici Panormj die XXIII madij V Indicionis 1503.

Illustrj et potentj domino don Joannj de lanuza | hujus Regni Sicilie Viceregi. de panormo.

Pretor et Jurati felicis Urbis panormi.

(Dal vol. « Atti Bandi e Provviste », Anno, V Indiz., 1502-503, f. 224 r.)

IX.

Multo Illustrj potentj et virtuosissimo signuri.

Dapoy baxamo li mano di Vostra Illustrj Signuria a quilla advisamo | como hogi chi su sey dj lo presenti ad hurj XVIII e arrivato | jn quisto porto unu galiunj dj vichenzo scalcerate, lu qualj | partio dj roma a di III del presenti cum li qualj galiuni | su venutj LX spagnolj, jnfra li qualj e uno gentilhomine | nomine misser servent, lu quali dichi abbuca como | lo duca Valentino havia licenciato tucta la gentj | darmj francesa et taliana et tuctj li pedunj; li qualj | agentj darmj et pidunj, havuta licencia del dicto | duca, si mectiano jn ordinj per la via dj napolj; li qualj | erano jn summa di CCC lanchi et millj pedunj; di la | gentj di cavallo era capithanio lu cugnato de dicto | duca fratj di mossen de calabria, et dili dictj pidunj | lo signur fragatho sivarino; et pluj dichi lu dicto servent | jn la guardia dilo dicto duca sia tenuto CCC homini | darmi tuctj pagatj; ancora dichi lu dicto serventi | comu per lu jnbaxaturj del Re nostro signuri su statj | provisionatj CCC pidunj spagnolj, dili qualj ipso misser ser | vent jndi este capithanio dj CL; et essendo per nuj altri | requersi chi divisi partirj di continentj per conferirisi | jn servizio dj Sua Altezza ad Vestra Illustri Signuria, nj havj | respuso chi jnfra uno oy duj jornj si aspecta duj | navilj cum duj chento quaranta persuni et venendo | jncontinentj si mectira in camino, et quando lj | dicti navilj non venissiro jn quistj duj jornj si par | tira et virra jn quissi partj. Et pluj dichi como | essendo ipso serventj jn ruma vinnj uno francesi | del campo di calabria alo cardinalj sansava | rino, dimandando siccurso per la ruera chi haviano ha | vuto jn calabria, et per la dicta causa lu dicto cardinalj | et lo ambaxaturj del Re di francia si coytavano | di mandarj supra dicti hominj darmj et pedunj lu pluj | presto chi potiano. Et per essirj Vestra Illustri Signuria del tucto | advisata, mandamo la copia di alcuni capituli | chi su venutj a diversi mercatantj et di tutto quillo | sentiremo cum omnj presticza et sollicitudinj si darra | aviso ad Vestra Illustri Signuria, ala qualj baxamo la mano.

Ex urbe felici panormj VI madij, VI Indicionis.

Illustri et potenti domino don Joannj de lanuza huius regnj sicilie Viceregi dignissimo.

Pretor et Juratj felicis urbis Panormj.

(Dal vol. « Atti Bandi e Provviste », anno, VI Indiz., 1502-503, f. 224-225 r.)

X.

Magnifici Consiliarij Regij dilectj. Complimentj per vestrj | lieterj havimo jntiso li felicissimj novellj nj scrivitj | di la redductionj dj napulj et costa dj sorrento alj invi | ctissimj et catholicichi Maestati del Re et Reina nostrj | signuri li qualj su tanto dignj chi meritano omuj plauso | et leticia et ja nui per uno brigantino de Jsola serio | annuj tramiso jntesimo similj novellj dj li qualj | non si porria per nuj scrivirj ne dirj la licia nj ha | vimo prisu. jndicamo tucto essirj processo per divino | miraculo et per dimostrare esso Immortali deo la | grandj justicia tenj el Re nostro signuri, in la prote | ctionj del quali et soi prosperi progressi el divino | brachio et ajutorio per sua grandj et innumerabilj | vita, ymo sanctimonia, et de continuo accompagnira | et felicitera so Regalj statu cum longa vita | , augmentando lo stato et gloria dj sua altecza | . non mediocrimente. Vi regradiamo de dicto adviso et | di vestrj lieterj, qualj nj su statj gratissimj, et vuj siti | dignj di laudj jn havere usato tanta diligencia | , al continuare dj la qualj accadendo el bisogno vi exor | tamo; et benkj vuj statj si prudentj chi da vuj mi | desimj lo divitj considerari, et persuadimonj lo poniritj per opera, puro dal canto nostro nj ha parso recordarivj | et cussi per la presenti vi dichimo et jncarricamo chi ad tucti | quilli chi jn ipsa cita capitassiro dalj parti di napolj | demalfa, de tuctj quelli citatj et lokj del demanio | cum singularj careczj et accoglimento li voglatj et debiatj | recipere et tractare et usare verso loro omnj gracioso | modo di optimo tractamento, favori et talj porta | mentj assay piu ehi si potissiro farj ali proprij nostrj regnicolj | jn modo restano benj hediticatz et possano cum omnj animo | volunta venirj praticatz et negociatz jn quissa cita | , la qual cosa divitj eridirj serra non poco accepta assua | Altecza, et talj e sua voluntatz et anchi nostra, et quillo | nj scrivitj dilj dinarj su statj pagatz per despisa dj lj | fantj su venuti di roma per lj magnifici mastro portulano | et secreto di quissa chita nj ha piachuto, et havimo | comandato li siano factj lj oportunj cautelj. Datum mes | sane die XVIII maij VI Indicionis 1503. Post Datum | . quauto a quillo scrivitj chi per la necessita et bisogno | dila cita vorrissimo retinirj li duj partj dj li furnagi | et casicavallj et la tereza partj li patronj et magasinerj | potissiro exhiri. consideratz tutetz li respectj et motivj | dj vestra litera, havimo per hora deliberato chi, essendo | necessario per uso de dicta cita possatz retinirj la mitatz. | de dictj furnagi et laltra mita possano li patronj | di quillj liberamentj et seneza alcuno jnpedimento | exhirj; et quista deliberacionj nj ha parso al presentj | exequirj. Datum in dicta nobilj Civitate messane | die ut supra. Johannes de lanueza.

Magnificis pretorj et juratis felicis Urbis panormj Consi | liarijs Regijs dilectis.

(Dal vol. « Atti Bandi e Provviste », anno, VI Indiz., 1502-503, f. 226-27).

XI.

El Rey.

Amados e fieles nostros. Vimos Vostra | lectra, por la qual nos fateis saber | que embiastes poder a nostro general | thesorero para jurar a los Illustrissimos principes | nostros muj caros e muj amados | fijos. de vos otros y de vestra fidelitat | no se desperava otra cosa como | qujer que alla lo pochades facer | antel viserey nostro en esse reyno | que tiene poder para ello como | lo hanno fecho los otros del reyno | . Et porque le cosas de la gnerra de napoles | , comu sabeis, se aquietan y es raczon | que con tan buena disposicion se de | ve vençir priesto en lo que se havjera | de faczer, por ende rogamos Vos y encaricamo | que en lo que a Vos otros se es guardare | , y por el dicho nostro Visorey fueredes | para esto requeridos, entendays | in favoricizer et aydar quanto las forcziás | vos bastiren, fachiendolo comu | siempre haveys aconstubado et de | buenos et leales vassallos se spera que muchos | nos servirejs. Datum jn la ciudat dj barsalona | a III de los mise de mayo del lanno | millesimo quingentesimo e tres.

Calczerro secretario.

A los amados y fieles nostros los | pretor et juratos de la nuestra felichi | ciu dat dj palermo.

(Da vol. « Atti Bandi e Provviste », anno, VI Indiz., 1502-503, f. 227 r. 228).

XII.

Multu Altu et poteroso principe Rey et Signurj.

Poy di humilimentj havirj baxatu li Real manu et | pedi di Vostra Real Maesta, havendo stato lo Illustri Vi | cerre di quisto regno circa uno anno jn la chitatj | di missina per la occurrencia di lo tempu chi lo requidia | , et havendo provisto cum omnj prudentia et summa | vigilancia ad tucto quillo chi complia alo servicio | di Vostra Altecza, et maxime jn li cosi di calabria, la qualj | e ja reducta jn la obediencia et justissimo dominio | di vostra Real Maesta, et ultimamentj havendosi re | ducto la chitatj di napolj et quasj tucto lo Realmj | jn la dicta obediencia et dominio di Vostra Altecza, et | tornatu lo dicto Illustri Vicere jn quista chitatj di palermo | , undj, per lo servicio generalj di Vostra Real Maesta, et | precipue per li cosi di napolj, è necessaria la stancia et | presencia dilo dicto Vicerre. per tanto, per nomu et | partj di tucta quista chitatj, la qualj di continuo pen | sa alo servicio di Vostra Real Maesta, supplicamo | humilimentj quilla li placha voliri providirj, ordi | narj et comandarj alo dicto Vicerre chi hagia di farj resi | dencia jn quista chitatj di palermo, jn la qualj cum major co | moditatj chi jn veruna altra partj di quisto re-

gno purra | supplirj, providirj ad quantu potissi occurrirj per lo servizio | di Vostra Altezza. Certificando vostra Real Maesta chi, como per lo | passato, la stancia et presencia dilo dicto Illustrj Vicerre era | necessaria jn la chitatj di missina, cussi e plu necessaria | alu prisenti sua presencia jn quista chitatj di palermo per li ra | xunj predictj, et ancora havirisi quistj jornj jntiso | chi jn genua si fachia preparatorio dj alcuna armata |, dichj plu facilmentj si porria rechipirj alcuno dampno | jn quista costa di palermo, per esserj ala frontera, chi jn altra | partj dj lo regno; et tanto plu havendo lo dicto Vicerre | provisto missina, et ordinato jn quilla chitatj pro stratico | et capithanio darmj lu spectabilj contj di aderno, magistro | justicerj di quisto regno. baxando lj Realj mano et | pedj dj Vostra altezza et jn gracia de Vostra Real Maesta | humilimentj nj recomandamo. In palermo die XXIIj | junij V Indicionis 1503.

Di Vostra Real Maesta

humilj vassallj et serviturj
 Petru antonj dj playa, pretor.
 Joanni lu calavellu, juratus et prior
 Simuni di bulogna, juratus
 Anthonius de XX milia, juratus
 Joanni henrico de diana, juratus
 Joanni suctilj, juratus.
 Joanni suctilj, juratus.
 Alexandro gallecta juratus.

Sacre Regie Majestati.

(Dal vol. « Atti Bandi e Provviste », anno, VI Indiz., 1502-503, f. 228 r.)

XIII.

Die XIII eiusdem (januarij) VII Indicionis) Dimitrius de perino retulit etc.

Sia notu et manifesto ad omnj persuna tantu chitatina | comu foristera, habitantj jn quista chitatj, chi lo Illustri et | potentj signurj lo signurj Don Joanni dilanueza, Vicere | di quisto regno di sicilia, per la victoria grandj | chi havi havuto la Maista del Re nostro Signore | et so capitaneo dj la prisa di gayta | et altrj lochi dilo regno di napolj, et dj la victoria | et expulsionj di francisi, havi ordinatu et comanda | chi si hagiano di farj processioni et luminarij jn | quista chitatj, et cussi e stato accordatu per lu Reverendissimo | signurj Archiepiscopo et per li spectabilj et magnifici signurj officialj | preturj et juratj de quista felichi chitatj di palermo |, chi dominica di matino si digia farj una processioni | sollemnj, la qualj si partira di la majurj panormitana | ecclesia et andira a sancta maria la catina, undi si cantira | la missa sollempnj, et, dicta la missa, omnj una | sindi possa andari, et la sira farj la luminaria | per tucta la chitatj; et lu lunidj matinu si farra | un altra processionj, la qualj

si partira dj la | majurj panormitana ecclesia et andira a sancta | maria la marturana, undi si cantira lo divino | officio, et illa si pronunciyrra la terza litanja; | et pertantu, da parti dj lo dicto Reverendissimo | signuri archiepiscopo et dj li spectabilj | et magnifici signuri officialj preturj et juratj di la felichi chitati | di palermo si comanda ad omni unu chi jn li dicti trj litanii, | tantu ecclesiastica comu secularj, a spunta | di sulj si digia trovarj a la majurj panormitana | ecclesia per accompagnarj li processioni chi si partiranno | dj jlla per farj oracionj alo omnipotenti deo et ala sua | roatrj gloriosissima dj la victorja, chi havj concessu | ali excercitj dj sua alteza contra li franciscj. omnj | lunu allegramentj chi digia venirj et nullo digia | fari servitio lunj matino nè martidi matino | , perfuj jntanto chi non sia facta la dicta | litanja. et omni unu, videndo farj la luminaria | dominica di la sira a la casa di la chitatz, digia farj lu | minaria di focu davanti li loru casi more solito et consueto.

(Dal volume « Atti Bandi e Proviste », anno, VII Indiz., 1503-1504, f. 9).

XIV.

Die viiij augustj demetrius de perino retulit per loca publica emisisse infrascripta bampna.

Bandu et comandamento daparti dilo Illustrj et potentj | signuri don joannj dila nueza Vicerre di quisto regno di sicilia | . actentj li revolucionj dilitempj, et lianimj dilihominj | di christianj et infidilj chi parj per tucto si mustrano prompti | ala guerra per omnj locu, secundo si jntendj, non si lassa didonarj li gentj alo exercicio militarj et ordinato mj | sterio di quillo, ad effecto chi li gentj pratici, succedendo | lu casu, pluj comodamentj servano alloro signurj jn defen | sarj soi statu et offendirj, bisognando, loro jnimichi. luchj | sua alteza, como prudentissimo principi, non ha lassato | per sua Real Carta descriverne et comandarne chi la gentj di quisto regno continnamentj digiano starj jn or | dinj di gentj, armi et cavallj, et exercitarsi continua | meutj jn li cosi pertinentj a la guerra cum continuj mustrij | et exercicii di quilla; chi lo savio et prudentj homu, quanto | e più pacifico et tranquillo tempo, allura più pensa | mettirisi jn ordinj per quanto potissi succedirj; chi la guerra | oy la pachi non stanno jn la volunta dilihominj; di | una ora ad unaltra in similj materia senza humano | pensamento succedino repentinj mutacionj, et porriano proxime accadirj jn quisto regno, essendo situato jn | mani et jn tal comarcha; che da pluj et diversi gentj | et christianj et infidilj se porria recipirj da uno momento ad | un altro subita jnvasionj et dampno; et per quisto, piu chi in altri lokj, li gentj divino starj cussi percipitj et jn ordinj, chi ad omnj repentino casu non prima fassiro | invasi chi lj jnimichi jnvasurj fugatj et perdutj; et per | questj respectj et altri, li qualj nou cumplj dexprimirj, e stato deliberato per lo dieto Illustri vicerre, cum delibe | racionj del sacro regio consiglio, chi, a lu primo di ginnaro | di lanno viii Ind. proximo, per tuctj li chitatz et lokj djlo regno | si faczano mustrij generalj, dili qualj non divino | esserj exceptuatj li barunj e feudatarij, appartenendo | alloro principalmentj

per pluj causi, et maxime per la obbliga | cionj djlo servicio militarj, la defensionj
 djlo regno | Et per quisto si ordina et comanda che tuctj et | qualsivogla barunj et
 feudatarij lo primo jorno | dj jennaro proximo davenirj, VIII Indicionis, si digiano
 cun | ferirj personalmentj ju quista felichi chitati dj palermo | cum loro hominj, armj
 et cavallj jn ordinj, secun | do sunno obligatj per lo regio militarj servicio | a lo
 dicto jorno dj lo primo diginnaro farj la muetra | di quillj da jnnantj sua Illustri
 Signuria. dunasi lo tempo | cussi longo ad effecto di potirisi meetirj la persuna |
 meglo jn ordinj non si ha demonstrato per lo passato | ; notificandosi ad omni uno
 chi non si recipiranno ne | arme ne cavalli non receptibilj, ne hominj nial | pratici,
 secundo per ventura altri voltj si ha facto | , et quisto supta li penj a jure et con-
 stitucionibus regnj | statutj, et altri ad arbitrio dj sua Illustri signuria reservatj.

(Dal vol. « Atti, Bandi e Proviste », anno, VII Ind., 1503-04, f. 19 r).

XV.

El Rey

Amados y fieles nostros, como quiere que nos, como ha | vereys sabido, havemos
 firmado tregua con el Rey | de francia por tres annos, deseando la paz entre la |
 cristianidat y por fallar nos en libertat para poder | continuar nostra sancta empresa
 contra los moros | y a las vezes las cosas de las guerras non estan en mano | de ombre,
 y los prudentes y cuerdos, en el tempo de | la major pacification scan de exercitar
 y poner, | para que allo que eniudo puede acotencer; por ende encar | gamos vos
 e mandamos quanto estrechamente pode | mos que con toda diligentia entendays en
 que la gente | dessa ciudad, que fuere para ello, se en cavalgue | e apercibas de armas
 e todo lo | necessario par al exercicio dela guerra y la gente de pie | se arme en
 ordene ala cuyrsa, exercitandose de con | tinuo los unos y los otros en armar et
 cavalgar por | manera que se fallen todos diestros e apercebidos | , e no tome por
 escusation la tregua por que ahunque | se guarde no se porra excusar la guerra
 contra los | moros, como dicho es y en hunida, se podria effie | cer tal necessidat
 que seria grande servicio nostro e | danno desse Reyno non se hallar la giente del
 bien | destra y apercebida, fazer los pues comode Vcs otros | se confia y es razon que
 fareys lo que cumple ala | conservation de vostras mesmas cosas y facien | das e
 nos lo recibiremos en servitio. Datum en el | monasterio dj lo Mejorado a XIII dios
 del | mes de junyo del anno Mil DIIII, Yo el Rey.

A los amados y fieles nostros el Pretor e Jurados | de nostra ciudad de palermo

Calczena secretarius.

(Dal vol. « Atti Bandi e Provviste », anno, VII Indiz., 1503-1504, f. 198 r).

XVI.

Multo alto multo poderoso et Catholico principi Rey et signurj.

Post pedum oscula etc. Una carta di Vostra Alteza | havimo quistj proximj jorni rechiputo, et quilla | cum la debita reverencia, grandi leticia lecta | et jntisa, respondimo dila tregua con el Rey dj | francaza vostra Alteza per trj annj havitj firmato | essiri stata a nuj summa consolacionj, et speramo | jn lu bono ydio sequira optima pachj; ma, como | Vostra Alteza beni scrivj chi jn lu temp djla pachj li savij et | prudentj si providino et exercitano per la futura guer | ra potria suchedirj, ad monendonj et comandandonj | digiamo in tal modo exercitarinj chi a tal tempo | e bisognj nj poczamo prevalirj dj lj jnimichi : nuj | vero, comu fidelissimj vassallj et serviturj dj Vostra | Altezca et a soy comandamentj obedientissimj | et zelantj dj lo honurj et fidelitatj nostra, jncontinentj | havuto le debito colloquio djlo spectabile so vicerre—, cum sua deliberacionj et bono ordinj, havimo pro | visto chi tueta quista sua fidelissima chita con | tinuamentj si adopera jn armj accavallo et | appedj, chi ad vostra Altezca resultira grandissimo | servizio et ad ipsa chita honurj et beneficio et | ad tucto el regno bono principio et perfecto exemplo, como sucessivamentj dj jorno jn jorno Vostra Altezca | sarra per ludicto so Vicerre et per nuj avisato per | experiencia canuxira el nostro solito et cordialj animu per | Vostra altezca, la vita et statu dj la | qualj pregamo lo Immortalj dio augumentj, prosperj | et conserva cum felichitatj et victoria contra li jnnimichi.

Ex urbe sua felicj panhormj die XII augusti VII Indicionis 1504.

C. Sacre Regie Majestatj.

Humillimi Vassallj et servitores pretor et juratj felicis Urbis Panormi videlicet :

Joannes rebesaltes, pretor.

Joannes antonius predicaro, jurato e priolo.

Joannes luysi Manuelj, jurato.

Matheo dj XX milia, jurato.

Vichenzo dj bulogna, jurato.

Joannocto xarra, jurato.

Ambroxox levj, jurat.

Sacre Regie Majestatj.

Farfagla, unus magistrorum juratorum.

(Dal vol. « Atti Bandi e Provviste », anno, VII Indiz., 1504, f. 198 r).

XVII.

Multu Illustri et excellentj savio et virtuosissimo signurj.

Poy dili jnfinitj recomandationj etc. Como Vostra Illustrj signuria | sa, multj lieterj havimo ad quilla scripto per la | recuperationj dj lartigliaria di quista chita li

presta | jn principio d'la guerra dj la conquista di quisso regno | di napulj et jpsa
 nnj respu | si haviria voluto | lo memorialj et haviria proviso nj fussi stata | restituita;
 el qualj con altrj nostrj piu jornj fa l'j | havimo tramiso, et perchi de novo sua Altezza
 | nj scrivj, como savio et prudentissimo princhipi | Rey et Signurj nostro, chi
 alu presenti, essendo tempo | di tregua et pachi, nj voglamo providirj dj artigleria |
 et armj, et jn quillj exercitarinj, asta ki quando guer | ra fussi nj trovassimo jn or-
 dinj et dispostj, coman | dandonj como ancora ad Vostra Illustri Signuria ha scripto |
 nj recuperassimo nostra artigleria ad quilla prestatj | , nuj vero, per obedirj soy realj
 mandatj et providirj | ala necessita nostra, havimo deliberato de scrivirj | ad Vostra
 Illustri Signuria lu nobilj joannj di bonanno cum pote | statj dj firmarj apoca de
 recepto cum la copia | autentica dj la artigleria Vostra Illustrj signuria fichi rechi-
 pirj | di quista chita; per tanto supplicamo quilla si digna di | continentj providirj et
 farj restituirj alu dicto joannj | nostro misso tucta quilla artigleria li pristao | dicta
 chitatj juxta lu memorialj et apoca de recepto | lu dicto joannj li dimostrira, aczo
 chi recuperata | quilla poczamo providirj ad quillo nj parra man cassi | per lo biso-
 gno nostro, et un'altra volta, accadendo lo | caso, et quissa et quanto quista chita tenj
 sia | pronta alo servizio dj loro Altezzi, et arriquesta et | ordinationj dj Vostra Illu-
 stri Signuria. la vita et lu stato dj la qualj | nostro signuri ydio conservj et augu-
 mentj secundo so desiderio.

Ex urbe felice panormj die XII augustj, VII Indicionis 1504. Pretor et Jurati
 felicis urbis panormj.

farfaglia pro magistro notario.

Illustrj et excellenti domino consalvo fernandes Capitaneo generalj stolj mari-
 timj Sacre Regie Majestatis.

(Dal vol. « Atti, Bandi e Provviste », anno, VII Indiz. 1504, f. 199 r).

XVIII.

Rex Castelle etc.

Vicerex jn dicto Regno Sicilie Magnificj Virj Regij Consiliarj Dilecti. per ser-
 vitio grandj del Rey nostro signurj et benefi | tio di quisto regno, per nuj e stato
 provisto chi senza mora | alcuna si facza per tucto lo dicto regno la cherca dili
 furmentj | et orgj si troviranno essirj jn quillo. Et pertanto Vi dichi | mo et expresse
 comandamo chi da continentj, reciputa | la presentj, darj opera cum grandi effectu
 chi jn quista felichi chitatj si facza cum grandi diligentia | et debito ordinj la dicta
 cherca di tuctj furmentj et | orgj si troviranno jn jpsa chita et so territorio, tanto |
 dili chitatinj et habitaturj di quilla como dili furisterj | , dila qualj cherca farriti farj
 unu quaterno et discrivirj | tuctj li summj et quantitaj di furmentj et orgj si trovi |
 ranno, notando etiam jn quillo lu bastivulj et tucto lo | necessario per la dicta chi-
 tatj per toto presentj anno usque ad | aliam recollectionem; lu qualj quaderno cum
 la summa | summarum jn lo finj di quillo tramectiritj dacontinentj a nuj per potirj
 providirj alu bisogno dj lo dicto regno per lo | servizio di sua altezza. Datum pan-
 hormi XVI augustj VII Indicionis 1504. Johan di lanueza.

Vidit benedictus regens.

Dominus Vicereus mandavit mihi jacobo madalena. Visa per benedictum regentem.

Magnificis viris Pretorj et Juratis felicis Urbis panormj Consiliarijs et fidelibus regijs dilectis.

Presentate panormj magnificis Pretorj et Juratis die XXVI augustj VII Indicionis.

XIX.

Die XXII decembris VIII Indicionis. Dimitrj de perino puplicus proclama | felicis Urbis panormj retulit superscriptum bampnum. de mandato | Magnificorum et spectabilium pretoris et juratorum, emisisse in tribus | locis dicte urbis, videlicet jn tecto magni hospicii Illustris Dominj Viceregis | super uno catafalco pannis di raeza et bruccato ornato, presen | tibus Spectabilibus et magnificis dominis pretorj et juratis, pulcher | rimis novis vestibus crocey coloris seu scarlati decoratis, ac jnfnitis magnatibus et nobilibus civibus, qui associaverunt supradictum | magistratum jn dicto loco, nec non et jn alio catafalco eodem modo | ordinato jn bancis jn logia cathalanorum, presentibus etiam supra | dictis officialibus et magnatibus et nobilibus, nec non et in alio | cathafalco eodem modo ordinato jn quarterio albergarie | jn ballaro, presentibus etiam supradictis spectabilibus et magnificis officialibus ac magnatibus et nobilibus jn eorum comitiva serio | congregatis, cum trumbectis et varijs generibus dj sonj | cum maxima leticia tocins popul! dicte urbis.

Auditj : auditj : auditj chi, per comandamento dilo | multo alto et multo poderoso et catholico princhipi | lu Re nostro Signurj, si notifica et fa assapirj ad tuctj et | qualsivogla persunj di qualunqua qualita et preheminentia | siano, como jnfra Sua Alteza et soy heredj et | successurj et li Regnj et dominij subditj et naturalj | dilj coronj dicastella et dj aragona dj la una partj—, et lumulto alto et multo poderoso et christianissimo | princhipi Don Luysi Re di franza duca di milano | et lo Illustrissimo delfno di franza et soy heredj et successurj | et li soy regni et dominij subditj et naturalj, dj laltra partj |, per lo servicio di dio nostro signurj et acceriscimento dila christia | nitatj et conservacionj dili dictj Regnj et dominij, benj, et | perpetuo reposu di quillj, et per quetarj perpetuamentj | tuctj differencij jnfra loro, fu factj pachj et fraternita | et biancij multu strictj et perpetuj, perlj | qualj li supradictj Re, dalfno et loro heredj et successu | rj stanno in bono amurj fraternitatj, consideracionj | et perpetua unionj, essendo amichi dilj amichi et jni | michi dilj jni-michi, cessando per semprij jnfra li dicti prin | chipj et loro heredj et successurj di dictj Regnj, terrj |, dominij et subditj di luna partj et di laltra tuctj actj | di factj di guerra di luna partj contra laltra, et laltra | contra laltra, dandu et concedendo dija jnanantj libe | ra facultatj ad qualsivogla vassallj et subditj dilj | dictj Re Regnj et dominij di qualsivogla stato et | condicionj chi siano chi possano girj et vinirj, starj et | morarj et conversarj luno con li altrj et lj altri con li altri | jn li terrj, regnj, Signurij et jurisdictionj di chasquiduna | di loro partj, cussi mercantinzando como jn altra qualsivogla maynera; cussi per terra comu per montj et | acqj dulchi, libere et securamentj, senza farilj; ne | consentirilj sia facto dampno alcuno jn loro,

be | nj ne persunj, secundo li supradictj et altri cosi più | largamentj sunno declaratj et contenutj jn li capitulj | dilj supradictj pachi liancij et consideracionj perpetuj | , factj et juratj jntra li supradictj princhipi; per la qual | cosa lu dicto Re nostro Signuri comanda ad tuctj li subditj | et naturalj di li dictj regnj et dominij dila corona | di castella et dj aragona, di qualsivogla ligi, statu | et condicionj chi siano, chi cussi per marj comu per terra | digiano tenirj et guardarj, et farj tenirj et guardarj | , senza rumpimento alcuno dilj dictj pachi, confideracionj | , fraternitatj et liancij perpetui, subta quillj penj chi | cadino et jncurrino lj jnobedientj ali comandamentj | di loro Re et Signurj, et chi rumpino la pachi et se | curitatj per jpsi factj et datj.

XX.

Die XXIII decembris VIII Indicionis.

Ad honurj et gloria et triumpho djlo eterno et Immortalj deo | et djla sua gloriosa matrj Virginj maria nostra advocata | et di tucta la curtj celestialj, per li prosperj novj dila dicta | Regia et jnvictissima Maesta del Re nostro Signuri, deo | nj lo salvj et mantegua, chi havj scripto alo Illustri signuri vicerre | don joannj delanueza, Vicerre di quisto regno di sichilia | , liqualj havj facto pachi et liga con la Maesta dilo Christianissimo | Re di francia, et ancora dilj sponsalicij et casamento | di sua Altezza et la serenissima Regina Dompna | germana, sua Carissima spusa et muglerj, nostra | regina et signura. Da partj dilo Reverendissimo signuri archiepiscopo | et lj spectabilj et magnifici signuri Officialj preturj et juratj dj quista felichi chitatj dj palermo, per ordinationj dj lo Illustri | signuri Vicerre di quisto regno di sichilia hanno ordinato | farj trj processionj di la qualj la prima serra venniridj | proximo sequentj, chi haviremo lj XXVI dj lo presentj misi, la qualj si partira di santa maria la cathina e passira | per li bankj et audirassindj alamajuri panormitana ecclesia | , undj si cantira lo divino officio, la missa et la predica | et di jlla onj unu sindju porra andarj la secunda processionj | sarra sabbato dia sequentj, la qualj si partira di santo dominico et andira per chivalcarj ala majurj panormitana | ecclesia, undj si cantira lo divino officio, la missa et la predi | ca, et de illa onj uno sindj porra andarj | la terza serra dominica dia la qualj si partira | dila ecclesia di sancto francisco et andira per la feravecha | et ballaro ala majurj panormitana ecclesia, undj si can | tira lo divino officio la missa et predica, et onj uno | sindj porra andarj. Per tanto, per partj dilo prefato | Reverendissimo Signurj Archiepiscopo et dj li spectabilj et magnifici Signurj officialj | preturj et juratj dj la felicità chitatj di palermo, si comanda | ad tucti coaventj et observantij et casi dj disciplina cum loro | confalunj et confratrj di quista citatj, et altri persunj, tanto | hominj quanto donnj, chi li dictj trj jornj si digiano | trovarj matino alj dictj trj ecclesij e accompagnarj lj | dictj trj processionj supta pena dj unci (manca) da applicarj alj | marammj dj la dicta majurj panormitana ecclesia, aczochi lo eterno dio mediantj lj nostrj oracionj dibenj jn meglio | faccia prosperarj la Maesta dilo signuri Re nostro Signurj et Sua | Serenissima Consorte. Et pluj, per ordinationj et comandamento dj lo dicto Illustrj signurj Vi-

seire comandano | li dictj signurj officialj ad tuctj et qualsivogla persuna di | qualsivogla stato et condicionj si sia, tanto chita | tino comu foristero dila dicta chitatj et habitaturj | di quilla, chi onnj sira di lj dictj trj jornj, accomensando | la casa dila chitatj onnj uno digia farj luminaria | et assai fokj tanto jn li finestrj dj lj loro casi comi | alj portj per allegricza di lj dictj prosperj novj subta | lipenj predictj et altri penj personalj reservatj ad ar | bitrio di li dictj signuri officialj.

XXI.

Spectabiles magnifici Regij consiliarij dilectj, hora jn questo puncto | , chi sunno li XIII dilo presentj misi di dichembro, havimo re | chiputo cartj dila Catholica Majestati del Re nostro signuri | factj jn salamanca alj XXXI di octobri proximo paslato | , per li qualj sua Altecza nj advisa chi, per servicio dj lo | onnipotentj dio et accreximento di la fe christiana et consevacioni | di soy statj et regnj et riposu di quillj, et per livarj | omnj differencia chi havissi potuto occurrirj jnfrua Sua | Maesta et la Maesta del Re di francia, si havj firmato | parintela pachi et liga perpetua jnfrua sua altecza | heredj et successurj Regni et Signorij et subditj dj sua | Altecza, dj una partj, et la prefata Maesta del Re | et delfino di francia et loro heredj et successurj | Regnj signorij et subditj, dj laltra partj | , perpetuamentj : la qualj pachi et liga e cum talj vineuli | chi may si fichiro cussi strictamentj jnfrua li regnj di sua | Altecza et di la Majestati del Re di franceza; et ancora | fichiro li sponsaliej e casamento infra sua Altecza | et la serenissima Regina germana, sua cara | spusa e muglerj e reina dila Maiestati del Rey di fran | za, cum grandj demonstrationj plachiri et allegria | , comu jn similj casi si solj fari, dicta pachi et liga | e stata publicata jn francia cum demonstracionj et alle | gria di soy subditj; et perchi sua Realj Altecza | providj et comanda chi jn quisto regno et lochi princhi | palj et di marina si hagia ad publicarj et preconizarj la dicta pachi et lianza, per tanto vi dichimo et comandamo chi da continentj, vista la presentj, faczatj preconizarj la dicta pachi et lianza; pertanto vi dichimo et comandamo vista la presentj faczatj pre | conezarj et devulgarj la dicta pachi et liga perpetua | secundu la forma continencia et tenurj dilo bando, dilo qualj | vi tramectimo copia jnclusa jn la presenti et eciam | lujorno dila nativitatj di nostru signurj Jesu, tempu proximo | da venirj, ordiniritj si faczano rogacionj, litanij et pro | cessionj, referendo graciaj et laudj alo onnipotentj dio | et ala sua gloriosissima matrj di tanta allegria | pachi et concordia chi havj conchesso alu populo christiano | et etiam lo medesimu jorno cum li duj sequentj farritj | demonstracionj puplica festa et luminarij dj la dicta | felichi nova comu si convenj ad tanta comunj | allegria, et la copia dilo dicto bampno tramectiritj | ala Regia thesauraria, non fachendo lu contrario per quanto | havitj cara la gracia dj sua Altecza. Datum in fidelissima | civitate Siracusarum XIII decembris nove Indicionis 1505. Johan de Lanueza.

Vidit thesaurarius.

Spectabilibus et Magnificis Viris pretorj et juratis felicis Urbis | panhormj Regys Consiliarijs dilectis.

Presentate magnificis pretorj et juratis die XX decembris | VIII Indicionis 1505.





ATTI DELL'ACCADEMIA

DI

Scienze, Lettere ed Arti

DI PALERMO

che fu già Accademia del BUON GUSTO

PRIMA SERIE

- Saggi di dissertazione dell' Accademia palermitana del **Buon Gusto**.* anno 1755
*Saggi di dissertazione dell' Accademia palermitana del **Buon Gusto** dopo la sua reintegrazione l'anno 1791* anno 1800

NUOVA SERIE

Atti dell'Accademia di Scienze e Lettere di Palermo

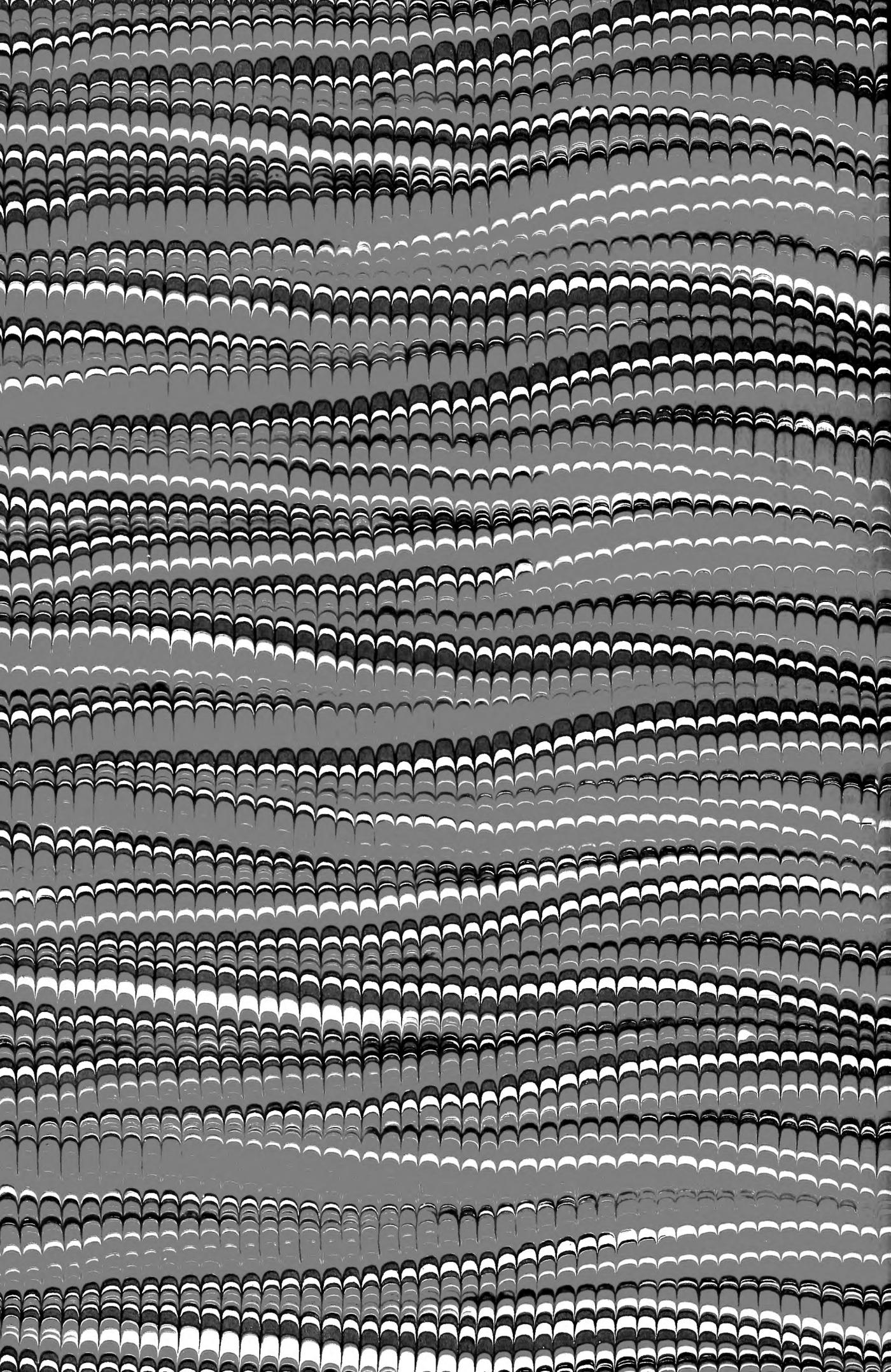
Vol. I	1845
Vol. II	1855
Vol. III	1859
Vol. IV	1874
Vol. V	1875
Vol. VI	1878-79
Vol. VII	1882
Vol. VIII	1884
Vol. IX	1885-86
Vol. X	1887-88

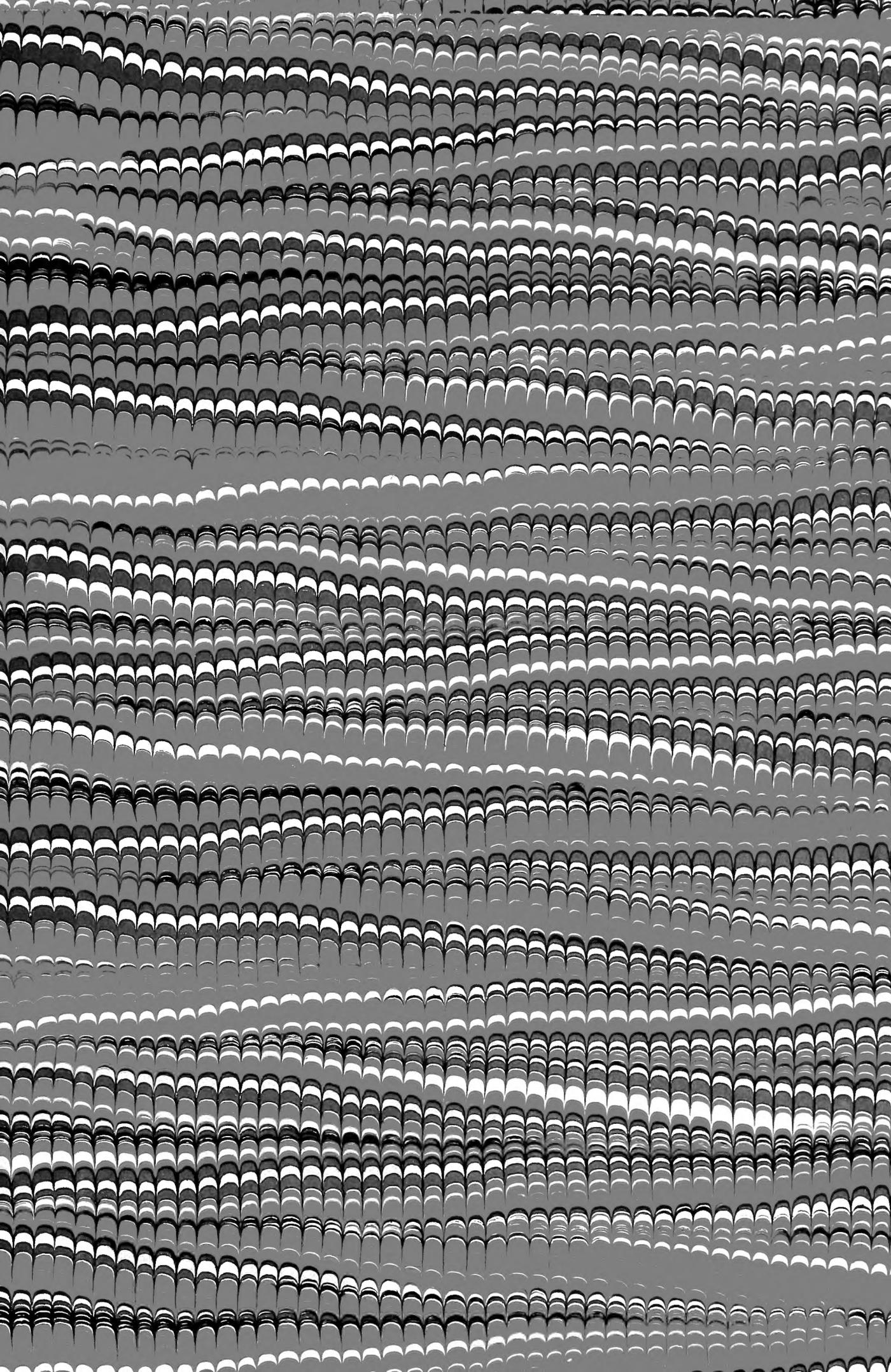
TERZA SERIE

Atti della R. Accademia di Scienze, Lettere e Belle Arti

Vol. I	1891
Vol. II	1892
Vol. III	1894
Vol. IV	1896
Vol. V	1899
Vol. VI	1900-901
Vol. VII	1902-903
Vol. VIII	1904-907
Vol. IX	1908-911
Vol. X	1912-916







SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES



3 9088 01299 1063

