BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK

JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON / PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1893.

NEUE FOLGE 7. — NOUVELLE SÉRIE 7.

STOCKHOLM
G. ENESTRÖM.

BERLIN
MAYER & MÜLLER.
MARKGRAFENSTRASSE 51.

PARIS
A. HERMANN.
RUE DE LA SORBONNE 8.

CENTRAL-TRYCKERIET, STOCKHOLM 1893.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK

JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON — PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1893.

NEUE FOLGE 7. — NOUVELLE SÉRIE 7.

STOCKHOLM
G. ENESTRÖM.

BERLIN
MAYER & MÜLLER.
MARKGRAFENSTRASSE 51.

PARIS
A. HERMANN.
RUE DE LA SORBONNE 8

CENTRAL-TRYCKERIET, STOCKHOLM 1893.

Inhalt. — Table des matières.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK | JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON | PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1893. STOCKHOLM. N° 1.

NEUE FOLGE. 7. | Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr. | NOUVELLE SÉRIE. 7.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Markgrafenstrasse 51. | PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Zur Geschichte der Trigonometrie.

Von H. SUTER in Zürich.

Vor einem Jahre erschien in Konstantinopel ein Buch, betitelt: *Traité du quadrilatère, attribué à* NASSIRUDDIN EL-TOUSSY, nach einem Ms. aus der Bibliothek des Grosswezirs EDHEM PASCHA, arabisch und in's französische übersetzt durch ALEXANDER PASCHA KARATHEODORY, ehemaligen Minister der auswärtigen Angelegenheiten. Es ist diese Herausgabe ein sehr verdienstliches Werk, da sie der Geschichte der Trigonometrie eine wesentlich andere Beleuchtung gibt, als dies bis jetzt der Fall war. Obgleich dieses Werk bereits zwei französische Besprechungen erfahren hat (die eine durch CARRA DE VAUX im Journal asiatique **20**$_7$, 1892, die andere durch P. TANNERY im Bulletin des sciences mathématiques, mai 1892), so glaubte ich doch, es dürfte noch eine deutsche nachfolgen, zumal in jenen beiden Besprechungen der wesentliche Fortschritt der historisch-trigonometrischen Forschung mir nicht scharf genug hervorgehoben zu sein schien, und weil ich selbst durch genaues Vergleichen der beiden Texte des Werkes die Korrektheit der Übersetzung in allen wesentlichen Punkten nachzuweisen unternommen hatte.

Mit *Traité du quadrilatère* übersetzt KARATHEODORY das arabische *Schakl al-kattâ*, das in arabischen Bücherverzeichnissen bisweilen auftritt und »Sekantenfigur» oder »Transversalenfigur» bedeutet und nichts anderes als eine Behandlung des Satzes des MENELAOS mit seiner Anwendung auf die Trigonometrie (anfänglich nur sphärische) ist. Bekanntlich hatte schon TÂBIT BEN KURRA eine Abhandlung unter diesem Titel geschrieben,[1] auf die auch am Schlusse seines Buches NASSIR ED-DIN verweist. Ich gebe im folgenden eine Übersicht des Inhaltes des Werkes.

Das I. Buch handelt über die Zusammensetzung der Verhältnisse; die für das folgende wichtigsten Sätze desselben sind:

1) Sind A, B, C 3 homogene Grössen, so ist stets $\frac{A}{B}=\frac{A}{C}\cdot\frac{C}{B}$.

2) Aus $\frac{A}{B}=\frac{C}{E}\cdot\frac{D}{F}$ folgt: $A.E.F=B.C.D$.

Das II. Buch handelt über das *ebene* vollständige Vierseit. Hinsichtlich der verschiedenen Fälle, die stattfinden können in Bezug auf die gegenseitige Lage der 6 Schnittpunkte der 4 Geraden, ist NASSIR ED-DIN (wie übrigens auch nach seinen Angaben seine Vorgänger) nach Art und Weise der alten Geometer furchtbar weitschweifig; was man heutzutage in 2 Fällen abthut, daraus machten die Alten 48 Fälle. Mit Rücksicht auf die verschiedenen Lagen der schneidenden Linie gegenüber den drei andern geschnittenen kommt NASSIR ED-DIN auf die ungeheure Zahl von 497664 Fällen des Satzes des MENELAOS: er bemerkt hierzu allerdings, dass unter dieser Zahl der Fälle viele sind, in denen dieselben Abschnittsverhältnisse auftreten und bricht dann in die Worte aus: »Siehe, wie diese kleine Figur alle diese Verhältnisse ergibt; so hat es der Mächtige, der Weise geordnet!«. Er kommt dann auf PTOLEMAIOS und bemerkt, dass dieser sich bloss auf 2 einzige Fälle beschränkt habe. Was in diesen zwei ersten Büchern auf 60 Seiten (im arabischen Text 47) gesagt ist, würde heute ein Mathematiker auf 3 Seiten abthun.

Das III. Buch enthält Vorbereitungen auf das *sphärische* vollständige Vierseit. Der erste Satz als Hülfssatz für das folgende lautet: Wenn in einem Kreise die Sehne der Summe zweier aneinanderstossender Bogen durch den vom Zusammenstosspunkt ausgehenden Durchmesser geschnitten wird, so verhalten sich die beiden Abschnitte derselben wie die Sinus der beiden Bogen. — Im 2. Capitel behandelt er die verschiedenen Auflösungsfälle des rechtwinkligen und schiefwinkligen Dreiecks. Hierbei verfährt er zuerst ganz nach PTOLEMAIOS' Weise mit Hülfe der Sehnen der doppelten Winkel statt der Sinus (vergl. HANKEL, *Zur Geschichte der Mathematik im Alter-*

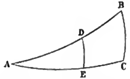
thum und Mittelalter p. 287 über GÂBIR BEN AFLAH), gibt dann aber nachher auch die moderne Art der Berechnung mit Hülfe des Sinussatzes, den er auf zwei verschiedene Arten und jedesmal für das spitz- und für das stumpfwinklige Dreieck beweist. Den Fall zweier Seiten mit dem eingeschlossenen Winkel behandelt er durch Zerlegung des Dreiecks in zwei rechtwinklige, denjenigen der drei Seiten löst er mit Hülfe des Cosinussatzes, den er allerdings noch nicht ganz in der jetzigen Form ausspricht, sondern statt des Cosinus die Projection der einen Seite auf die andere einführt:[2] $a^2 = b^2 + c^2 - 2cp$. — Im 3. Capitel wird die Aufgabe gelöst, zwei Winkel eines Dreieckes zu berechnen, wenn man ihre Summe (resp. Differenz) und das Verhältniss ihrer Sinus kennt.

Das IV. Buch geht zum sphärischen Vierseit über. Im 2. und 3. Capitel werden das sogenannte explicite und implicite Verhältniss des PTOLEMAIOS bewiesen, d. h. in unsere Sprache übersetzt der Satz des MENELAOS für die beiden Fälle, wo die Transversale entweder zwei Seiten des Dreiecks und die Verlängerung der dritten, oder alle drei Seiten in der Verlängerung schneidet; NASSIR ED-DIN gibt in erster Linie die Ptolemäischen Beweise dieser Sätze, dann aber auch seine eigenen, die »seinen bisherigen Entwicklungen und Principien conformer seien», und insoweit wirklich sehr consequent sind, als das sphärische Vierseit durch Konstruktion der Sehnen zu den einzelnen Bogen auf das ebene Vierseit zurückgeführt wird.

V. Buch. Die drei ersten Kapitel enthalten wieder weitschweifige Auseinandersetzungen über die verchiedenen Arten von sphärischen Dreiecken in Bezug auf die Grösse der Seiten und Winkel. In den folgenden Kapiteln geht er zur Berechnung der unbekannten Stücke aus den gegebenen über; im 5. und 6. behandelt er als Einleitung hierzu die sogenannte *»ersetzende Figur»* (Satz), *asch-schakl al mugni*, d. h. diejenige, welche die Sekantenfigur des MENELAOS ersetzt, und die *»Tangentenfigur»*, *asch-schakl az-zilli*. Die ersetzende Figur ist nun nichts anderes als der sphärische Sinussatz, den NASSIR zuerst für das rechtwinklige und dann für das schiefwinklige Dreieck nachweist und zwar gibt er für den ersteren Fall eine Reihe von Beweisen, so einen ersten von ABÛ NASR 'ALI BEN 'IRÂK[3] und ABÛ'L-WEFÂ, einen zweiten und dritten von ABÛ NASR, einen vierten von ABÛ'L-WEFÂ, einen fünften von ABÛ'L FADL AN-NAIRIZI[4] (in seinem Commentar zum *Almagest*) und ABÛ DSCHA'FAR AL-CHÂZIN (in seinem Buche: Untersuchungen über die Neigung der partiellen Neigungen und die Aufgänge auf der geraden

Sphäre[5]), einen sechsten von ABÛ MAHMÛD AL-CHODSCHENDÎ, einen siebenten von ABÛ-RIHÂN AL-BIRÛNÎ, und endlich einen achten (vielleicht von NASSIR selbst?) mit Hülfe des sphärischen Vierseits. Alle diese Beweise sagen also aus, dass in einem sphärischen Dreieck mit einem rechten Winkel (Fig. 1):

Fig. 1.

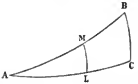


$$\frac{\sin AB}{\sin BC} = \frac{\sin C (=1)}{\sin A} \quad \text{oder} \quad \frac{\sin AB}{\sin AD} = \frac{\sin BC}{\sin DE},$$

wenn E auch ein rechter Winkel ist, was NASSIR so ausspricht: Die Sinus der Bogen verhalten sich wie die Sinus ihrer Neigungen.[6] Von diesen Beweisen ist unstreitig derjenige mit Hülfe des Satzes des MENELAOS der eleganteste und einfachste, dann folgt ihm wohl der vierte von ABÛ'L-WEFÂ; ich muss den Leser hierfür auf das Werk selbst verweisen um nicht zu weitläufig zu werden.[7]

Nach diesem leitet NASSIR ED-DIN den Sinussatz für das schiefwinklige Dreieck ab, dann die Formeln $\cos c = \cos a \,.\, \cos b$ und $\cos A = \cos a \,.\, \sin B$ für das rechtwinklige. Hierauf kommt er im 6. Capitel zu der sogenannten Tangentenfigur und schickt hier zuerst einige einleitende Bemerkungen über die neuen Begriffe: »Tangente« (*zill* = Schatten), »Cotangente« (*zill altamâm* = Tangente der Ergänzung), »Sekante« (*kutr* = Durchmesser der Tangente) und »Cosekante« (Durchmesser der Cotangente) voraus; er bemerkt hierzu, dass die *Erfindung der Tangente* unbestritten dem ABÛ'L-WEFÂ angehöre, wie ABÛ RIHÂN AL-BIRÛNÎ selbst bezeuge. Dann beweist er die Formel (Fig. 2):

Fig. 2.

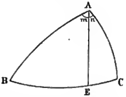


$$\sin a = \frac{\operatorname{tg} b}{\operatorname{tg} B} \quad \text{oder} \quad \frac{\sin AC}{\sin AL} = \frac{\operatorname{tg} BC}{\operatorname{tg} ML},$$

wenn C und L rechte Winkel sind.

NASSIR spricht diesen Satz in Worten auch so aus: die Sinus der Bogen verhalten sich wie die Tangenten ihrer Breiten (analog zur »ersetzenden Figur»). Er gibt ebenfalls mehrere Beweise dafür. Als Anwendung dieses Satzes auf das schiefwinklige Dreieck gibt er die Sätze (Fig. 3):

Fig. 3.



$$\frac{\operatorname{tg} B}{\operatorname{tg} C}=\frac{\sin CE}{\sin BE} \text{ und } \frac{\operatorname{tg} m}{\operatorname{tg} n}=\frac{\operatorname{tg} BE}{\operatorname{tg} CE}.$$

Als weitere Ergebnisse der Anwendung der Tangentenfigur auf das rechtwinklige Dreieck werden die Formeln abgeleitet:

$$\cos A=\frac{\cot c}{\cot b} \text{ und } \cos c=\frac{\cot A}{\operatorname{tg} B}=\cot A \cdot \cot B.$$

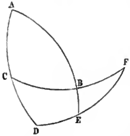
Als Beziehung zwischen 4 Stücken eines rechtwinkligen Dreiecks leitet er noch ab:

$$\frac{\cot A}{\operatorname{tg} b}=\frac{\cos c}{\sin a}.$$

In einem Schlusswort zu diesem Capitel tritt NASSIR der Behauptung »hervorragender Vertreter der mathematischen Wissenschaften» entgegen, die Tangentenformel und die aus ihr abgeleiteten seien wegen des schnellen Wachsens der Tangente bei grössern Winkeln nicht mehr brauchbar; er bemerkt hierzu, dass in allen solchen Fällen die Tangente eines solchen Winkels einfach durch die Cotangente ersetzt werden könne, indem man zugleich die Multiplikation mit Division und umgekehrt vertausche. — Im 7. Capitel nun behandelt er die sechs Fälle des rechtwinkligen Dreiecks sowohl mit Hülfe der »ersetzenden Figur» (Sinussatz) und ihrer Ableitungen, als auch mittelst der »Tangentenfigur» und ihrer Folgerungen. Dann folgen die sechs Fälle des schiefwinkligen Dreiecks. Hierbei wendet er an: 1) den Sinussatz; 2) die Zerlegung in rechtwinklige Dreiecke; 3) den Satz: wenn man die Summe (resp. Differenz) zweier Winkel und das Verhältniss ihrer Sinus kennt, so kann man hieraus die einzelnen Winkel finden (diesen benutzt er beim Fall: gegeben die 3 Seiten); 4) den Satz: $\frac{\operatorname{tg} B}{\operatorname{tg} C}=\frac{\sin CE}{\sin BE}$ (siehe oben). Den sechsten Fall: gegeben die 3 Winkel, führt er mittelst des Polardreieckes auf den Fall der 3 Seiten zurück. Auch die Ergänzung zweier Seiten zu Quadranten und Herstellung des vollständigen Vierseits wird zu Hülfe gezogen (doch ohne etwa hierauf den Satz das Menelaos anzuwenden). Der Cosinussatz, den nach Cantor (a. a. O. I, 633) und Hankel (a. a. O. p. 281) schon Al-Battânî gekannt hat, findet sich bei Nassir ed-Din nicht.[8]

Wir können nicht umhin, hier die elegante Lösung des Falles der 3 Seiten wiederzugeben. ABC (Fig. 4) sei das Dreieck, dessen 3 Seiten gegeben sind. Man vervollständige die Seiten AC und AB zu Quadranten (AD und AE) und ergänze die Figur zum vollständigen Vierseit $ADFB$. Da AC und AB bekannt sind, so kennt man auch CD und BE; nun ist $\frac{\sin CD}{\sin BE} = \frac{\sin CF}{\sin BF}$; letzteres Verhältniss ist also bekannt, ebenso die Differenz der Bogen CF und $BF = BC$, also kann nach dem oben angeführten Satze sowohl CF als BF gefunden werden, mithin sind in den rechtwinkligen Dreiecken CDF und BEF je 2 Seiten bekannt, also kann man die Winkel bei C und B berechnen, ebenso die Seiten DF und EF, kennt dann also auch den Bogen DE, der den Winkel A misst.

Fig. 4.



Am Schluss des Werkes gibt er noch einen Auszug aus dem Buche Tâbits über die *Figur al-kattâ* und die zusammengesetzten Verhältnisse, in welchem ein besonderer, von dem Ptolemäischen verschiedener Beweis des Satzes des Menelaos gegeben wird.

Fassen wir kurz das historische Facit zusammen: Nassir ed-Din stellt zum *ersten Mal* eine vollständige Trigonometrie unabhängig von der astronomischen Anwendung auf. Sie zerfällt in eine *ebene* und *sphärische;* jene wird von ihm zum ersten Mal[9] mit Hülfe der trigonometrischen Functionen, des Sinus- und Cosinussatzes der Ebene, unabhängig von der Ptolemäischen Sehnenrechnung behandelt; in dieser kennt er alle sechs Hauptformeln des rechtwinkligen Dreiecks, löst alle sechs Fälle des schiefwinkligen ohne Anwendung (wir wollen nicht sagen »Kenntniss«) des sphärischen Cosinussatzes (für den er entsprechende Surrogate hat), und führt auf elegante Weise den Fall der 3 Winkel auf denjenigen der 3 Seiten zurück. Dies der Stand der Trigonometrie zur Zeit NASSIR ED-DINS! Was wäre da dem 15. Jahrhundert zu thun übrig geblieben, wenn es alles das gekannt hätte? Oder haben die Hauptvertreter desselben in den mathematischen Wissenschaften etwas hiervon gewusst? Diese Frage ist noch nicht endgültig entschieden.

[1] Vergl. meine Übersetzung des *Fihrist* in Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik 6, 1892. Sie befindet sich nach STEINSCHNEIDER (Biblioth. mathem. 1891, p. 69) in der Amplon. Sammlung als Ms. Qu. 349[16], und auch in Paris Cod. 7377 B.

[2] GÂBIR (DSCHÂBIR) BEN AFLAH benutzt in seinen *Astronomiae libri IX* den Satz in der Form: $a^2-b^2=p^2-q^2$, wo p und q die durch die Höhe gebildeten Abschnitte der Seite c sind.

[3] Wird auch nur ABÛ NASR BEN 'IRÂK geschrieben. KARATHEODORY vermuthet, dass derselbe identisch sei mit dem von WENRICH p. 211 genannten Commentator der Sphaerik des MENELAOS, ABÛ NASR MANSÛR(?). Es wäre auch möglich, dass ALFARABI damit gemeint wäre, der einen Commentar zum *Almagest* (vergl. STEINSCHNEIDERS *Alfarabi*, p. 78) verfasst haben soll, der vielleicht mit dem »königlichen Almagest« identisch ist, der ihm in diesem Werke NASSIR ED-DINS (p. 125 des arab. Textes, p. 162 der Übersetzung) zugeschrieben wird.

[4] Sein richtiger Name ist ABÛ'L-ABBÂS AL-FADL BEN HÂTIM AN-NAIRIZI, vergl. meine Ubersetzung des *Fihrist* a. a. O.

[5] KARATHEODORY übersetzt unrichtig: »introduction sur la sphère droite«. »Neigung der partiellen Neigungen« ist wahrscheinlich die »totale Neigung (Schiefe)« der arabischen Astronomen.

[6] Diese Ausdrucksweise ist aus der Astronomie entlehnt: AB und AD sind Bogen der Ekliptik, BC und DE ihre Neigungen (Schiefen) zum Aequator.

[7] Aus den Namen der hier angeführten Autoren der verschiedenen Beweise des Sinussatzes, die alle vor DSCHÂBIR BEN AFLAH gelebt haben (vergl. meine Übersetzung des *Fihrist* a. a. O.) ergibt sich, dass die bisherige Annahme, der letztere Mathematiker sei der erste, der diesen Satz ausgesprochen habe (vergl. HANKEL, a. a. O. p. 285, 286 und CANTOR, *Vorl. über Gesch. der Mathem.* I, 682, 683) wohl nicht mehr haltbar ist, ja nach einer Stelle NASSIRS (p. 125 d. Textes, p. 162 d. Übersetzung) hatte sogar schon TÂBIT BEN KURRA die »ersetzende Figur« behandelt, ABÛ NASR ihr aber erst

diesen Namen gegeben; Al-Birûnî dagegen behaupte, dass der Name von Kuschjâr ben Lebbân (vergl. Cantor, a. a. O. I, p. 654) herstamme. Wir kommen auf diese historischen Fragen gelegentlich noch näher zu sprechen.

[8] Bei Al-Battânî findet sich der sphärische Cosinussatz im 11. Cap. seiner *Scientia stellarum*, das »de azimuth» überschrieben ist, aber in einer schwer verständlichen Form.

[9] Damit wollen wir nicht etwa behaupten, dass er hierin ohne Vorgänger gewesen sei, wir kennen bis jetzt einfach keine solche.

Sur les découvertes mathématiques de Wronski.

Par S. Dickstein à Warszawa.

4. Théorie des congruences.

Dans la *Philosophie des mathématiques,* Wronski attribue une grande importance à la notion de congruence établie par Gauss. Il dit que ce principe et son application forment la plus belle découverte faite depuis cinquante ans dans les mathématiques pures; c'est, selon lui, dans l'histoire de ces sciences, une époque hors de comparaison avec tout ce qui a été fait dans l'intervalle indiqué. Il faut dériver la notion de congruence de la loi citée plus haut pour les fonctions alephs, qu'il écrit sous la forme

$$\aleph[N_\omega - n_p]^{(m)} \equiv \aleph[N_\omega - n_q]^{(m)} \ (\mathrm{mod}\ n_q - n_p);$$

Wronski donne un essai d'une méthode générale pour la résolution des congruences de tous les ordres et degrés, qui consiste à ramener les congruences données à la forme de cette loi et dans la détermination des éléments n. Dans les travaux postérieurs et nommément dans la *Réforme du savoir humain,* I, il modifie le point de départ. Il voit ici le fondement de toute la théorie des nombres dans la loi dite »téléologique» donnant la résolution de la congruence binôme $x^m \equiv a \ (\mathrm{mod}\ M)$, et il réduit tous ces problèmes, par une transformation convenable, à cette forme fondamentale. Ces formules »téléologiques», constituant »la troisième loi de l'Algorithmie» de Wronski et données par lui sans déduction, ont la forme suivante:[28]

$$a = (-1)^{\omega+1}\left\{h(1^{k/1})^2 + (-1)^{k+1}\right\}^m \aleph\left[\frac{M}{(1^{k/1})^2}, \omega\right]^{\omega-2} + Mi,$$

$$x = h + (-1)^{\pi+k} \aleph\left[\frac{M}{(1^{k/1})^2}, \pi\right]^{\pi-1} + Mj,$$

$$M = \mathrm{fact}\left[a(1^{k/1})^{2m} - \left\{h(1^{k/1})^2 - (-1)^{k+1}\right\}^m\right].$$

La dernière formule signifie que le module M doit être un facteur de l'expression renfermée dans les crochets [ ]; i et j sont nombres entiers arbitraires; k et h sont des nombres entiers jouant un rôle principal dans la méthode de Wronski. Le premier est nommé *genre,* le second *espèce.* Le nombre k est originairement tout nombre positif et entier compris entre zéro et la moitié de module diminué de l'unité, lorsque ce module est un nombre premier ou bien généralement entre zéro et la moitié pareille du plus petit nombre premier parmi les facteurs de ce module. Le nombre h est originairement tout nombre entier positif ou négatif, y compris zéro, plus petit que le module M. La congruence binôme donnée peut donc être envisagée comme un cas particulier de la congruence binôme générale:

$$X(k\,,\,h)^m \equiv A(k\,,\,h) \pmod{M},$$

et les formules de Wronski expriment alors les relations qui doivent exister entre les nombres donnés de la congruence; les valeurs spéciales des nombres caractéristiques k et h indiquent les cas dans lesquels la congruence est résoluble ou non en nombres entiers (sous la forme donnée par Wronski).

Sur cette base sont développées les méthodes concernant la résolution des problèmes de la théorie des congruences, nommément la résolution des congruences $z^n - ay^n \equiv 0 \pmod{M}$, le problème de décomposition des nombres entiers en facteurs, la résolution des congruences de la forme

$$A_0 + A_1 x + A_2 x^2 + \ldots + A_m x^m \equiv 0 \pmod{M},$$

ainsi que des congruences des ordres supérieurs (avec plusieurs inconnues) et des équations indéterminées de tous les ordres et de tous les degrés.

La simplicité et la fécondité de ces méthodes méritent notre attention.[20] Partout y entrent les nombres caractéristiques k et h, c'est à dire les »éléments» des quantités inconnues. Les quantités inconnues dans les questions de la théorie des nombres échappent, comme dit Wronski, à la loi de continuité et se rangent au contraire et exclusivement sous la loi d'isolément, c'est à dire sous la loi de singularité où elles ne peuvent être atteintes méthodiquement que par leurs éléments »philosophiques», leur genre k et leur espèce h.

Il faut aussi mentionner la formule de Wronski dans laquelle il réunit les théorèmes de Fermat et de Wilson:

$$(a\omega + 1)^{k/1} \,.\, (b\omega + 1)^{\omega - k - 1/1} + (-1)^k x^{\omega - 1} \equiv 0 \pmod{\omega}$$

ω étant un nombre premier, a et b des nombres entiers arbitraires, x un nombre entier premier avec ω; $k = 0\,,\,1\,,\,2\,,\,\ldots\,,\,\frac{1}{2}(a-1)$. La démonstration du théorème de Fermat est analogue à celle de Gauss dans les *Disquisitiones* (art. 51), avec cette différence que le point de départ de Wronski est un peu plus général.

Gauss part de la somme $S = n_1 + n_2 + \ldots + n_x$, et en élévant les deux membres de cette égalité à la puissance ω il obtient

$$S^\omega \equiv n_1^\omega + n_2^\omega + \ldots + n_x^\omega \pmod{\omega}.$$

Wronski, au lieu des puissances, prend la factorielle

$$S^{\omega/\mu\omega} = (n_1 + n_2 + \ldots + n_x)^{\omega/\mu\omega}$$

et obtient la congruence

$$S^{\omega/\mu\omega} \equiv n_1^{\omega/\mu\omega} + n_2^{\omega/\mu\omega} + \ldots + n_x^{\omega/\mu\omega} \pmod{\omega}$$

de laquelle il résulte que si $n_1 = n_2 = \ldots = n_x = n$,

$$(xn)^{\omega/\mu\omega} \equiv x(n)^{\omega/\mu\omega} \pmod{\omega}$$

d'où pour $n = 0$ on obtient le théorème de Fermat.

5. Canons de logarithmes.

Ces canons avaient été construits par Wronski plusieurs années avant leur publication (en 1827). Ils se distinguent parmi toutes les tables connues par le moindre volume, car ils se réduisent à une petite table qu'on peut embrasser d'un seul coup d'oeil. Leur construction est fondée sur la formule de la théorie des différences

$$F(x+t) = F(x) + \frac{t}{1 \,.\, h} \Delta_h F(x) + \frac{t(t-h)}{1 \,.\, 2 \,.\, h^2} \Delta_h^2 F(x)$$

qui étant appliquée aux logarithmes conduit à l'équation:

$$\log(\omega a + \omega m + \omega z)$$

$$= \log(\omega a) + \Delta_m \log a + z\Delta_1 \log(a+n)$$

$$+ \left(1 - \frac{m}{n}\right) z \left\{ \Delta_1 \log a - \Delta_1 \log(a+n) \right\} - z \frac{m(n-m)}{1 \,.\, 2} \Delta_1^2 \log a;$$

m et $a < n$ sont ici deux nombres quelconques, $z < 1$ et ω un facteur arbitraire. Les quantités ωa, ωm, ωz sont les parties »initiale», »moyenne» et »finale» du nombre donné; les parties correspondantes du logarithme sont respectivement:

$$\log \omega a,$$

$$\Delta_m \log a,$$

$$z\Delta_1 \log(a+n)$$

$$+ \left(1 - \frac{m}{n}\right) z \left\{ \Delta_1 \log a - \Delta_1 \log(a+n) \right\} - z \frac{m(n-m)}{1 \,.\, 2} \Delta_1^2 \log a.$$

Toutes ces parties des nombres et des logarithmes sont disposées de manière qu'on peut les trouver facilement par le principe de l'intersection des lignes horizontales avec des lignes verticales. L'interpolation à l'aide de l'expression $z\frac{m(n-m)}{1\cdot 2}\Delta_1^3\log a$ n'est nécessaire que pour la partie finale.

WRONSKI a construit six canons: le n° 1 avec 4 figures décimales des logarithmes; les nos 1bis, 2 et 3 avec 5 décimales, le n° 3bis avec 6, enfin le n° 4 avec 7 figures décimales.

6. Fonctions trigonométriques des ordres supérieurs.

La science doit à WRONSKI l'introduction dans l'analyse de ces transcendantes nouvelles. Dans la *Philosophie des mathématiques* il donne leur définition et un aperçu de leur théorie qu'il développe plus tard dans la *Technie algorithmique* et dans la *Réforme du savoir humain.* Le mémoire d'OLIVIER[30] (1827) cité par GUNTHER[31] comme le premier dans ce domaine d'analyse est donc fort postérieur aux recherches de WRONSKI. La théorie de WRONSKI est très complète et générale. Il définit ces fonctions par l'équation

$$a^{x\psi(m,n)} = f_0x + f_1x\psi(m\,,\,n) + f_2x\psi(m\,,\,n)^2 + \ldots + f_{m-1}x\psi(m\,,\,n)^{m-1}$$

où

$$\psi(m\,,\,n) = \{(-1)^n\}^{\frac{1}{m}} = \cos\frac{n\pi}{2m} + \sqrt{-1}\,\sin\frac{n\pi}{2m}.$$

Les fonctions $f_0x\,,\,f_1x\,,\,\ldots\,,\,f_{m-1}x$ sont nommées fonctions transcendantes ou sinus de l'*ordre* $m-1$ et de plus du *genre elliptique,* lorsque le nombre n est impair, du *genre hyperbolique,* quand ce nombre est pair. La fonction f_0x (le sinus du degré 0) est dite aussi le cosinus. De la formule fondamentale on tire l'expression générale

$$f_\mu x = \frac{(-1)^n}{m}\Big\{\psi(m\,,\,n_1)^{m-\mu}a^{x\psi(m,n_1)} + \psi(m\,,\,n_2)^{m-\mu}a^{x\psi(m,n_2)} + \ldots$$
$$\ldots + \psi(m\,,\,n_m)^{m-\mu}a^{x\psi(m,n_m)}\Big\},$$

$n_1\,,\,n_2\,,\,\ldots\,,\,n_m$ étant des valeurs différentes du nombre n entre 1 et $2m$. WRONSKI énonce les propriétés principales de ces nouvelles transcendantes.

La première propriété correspond à la relation fondamentale des sinus et cosinus ordinaires, c'est à dire à la relation $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, et elle s'exprime p. ex. pour le cas du genre elliptique et du troisième ordre par la formule:

$$f_0x^2 + f_1x^2 + f_2x^2 + f_3x^2 = a^{x\sqrt{2}} + a^{-x\sqrt{2}}.$$

Une deuxième propriété (le théorème d'addition) est représentée pour le même cas par les équations

$$f_0(x+y)=f_0x\,f_0y-f_2x\,f_2y-f_1x\,f_3y-f_3x\,f_1y$$
$$f_1(x+y)=f_1x\,f_0y+f_0x\,f_1y-f_3x\,f_2y-f_2x\,f_3y$$
$$f_2(x+y)=f_0x\,f_2y+f_2x\,f_0y+f_1x\,f_1y-f_3x\,f_3y$$
$$f_3(x+y)=f_3x\,f_0y+f_0x\,f_3y+f_1x\,f_2y-f_2x\,f_1y.$$

Une troisième propriété consiste dans le retour périodique des différentielles de ces fonctions. On a par exemple dans l'ordre ρ pour le genre elliptique (si l'on fait $a=e$)

$$df_0x=-f_\rho x\,dx$$
$$df_1x=+f_0x\,dx$$
$$df_2x=-f_1x\,dx$$
$$\dots\dots\dots$$
$$df_\rho x=+f_{\rho-1}x\,dx.$$

Une autre propriété est la détermination de ces fonctions pour un multiple quelconque de la variable au moyen de puissances de ces mêmes fonctions simples. On a la formule générale

$$\left\{\Sigma'_\mu f_\mu x\psi(m\,,\,n)^\mu\right\}^\xi=\Sigma'_\mu f_\mu(\xi x)\psi(m\,,\,n)^\mu.$$
$$(\mu=0,1,2,\dots,n-1)$$

Une fonction quelconque des sinus et des cosinus supérieurs peut être développée par rapport à ces mêmes sinus et cosinus des multiples progressifs de la variable; Wronski indique le moyen d'y parvenir. On doit aussi à lui l'application de ces fonctions à l'intégration des équations différentielles. Il attribue à ces nouvelles transcendantes un rôle important dans la science future. »Déjà même«, dit-il, »l'usage des sinus et des cosinus du premier ordre est, comme on sait, indispensable dans l'astronomie, dans la mécanique céleste et dans toutes les hautes questions de la physique; et cependant ces fonctions périodiques du premier ordre ne font que revenir sur elles-mêmes, sans aucun accroissement ni décroissement dans ce retour périodique. Mais comme on trouve, dans les mouvements des astres, des écarts de leur état moyen ou plutôt des oscillations continues qui, indépendamment de leurs retours périodiques, impliquent des accroissements et des décroissements continus et alternatifs, il est évident que nos transcendantes des ordres supérieurs pourront seules représenter leurs mouvements.»

Les travaux d'APPELL, de GLAISHER, de NIKODEMI, cités par GÜNTHER,[32] d'YVON VILLARCEAU,[33] de FARKAS,[34] de WEST,[35] de J. C. et W. KAPTEYN[36] ont développé la théorie de ces transcendantes. Et les travaux récents de SCHAPIRA[37] qui ouvrent uue nouvelle voie à des recherches fort intéressantes, dérivent quoique indépendamment de la même source qui a inspiré l'auteur de la *Philosophie des mathématiques*.

[28] HANEGRAEFF, a démontré les formules de WRONSKI dans la *Note sur l'équation de congruence* $x^m = r \pmod p$ (Paris 1860). Voir aussi BUKATY, *Déduction et démonstration de trois lois primordiales de la congruence des nombres etc.* (Paris 1873).

[29] J'ai donné un aperçu de ces méthodes de WRONSKI dans l'écrit: »Les principes de la théorie des nombres de HOENE-WRONSKI« (en polonais; Cracovie 1892). Voir aussi la note: »Sur la résolution de la congruence $z^n - ay^n \equiv 0 \pmod M$« (ibid. 1893).

[30] OLIVIER, *Bemerkungen über eine Art von Functionen, welche ähnliche Eigenschaften haben wie die Cosinus und Sinus.* Journal für Mathem. **2**, 1827, 243—251.

[31] GÜNTHER, *Die Lehre von den gewöhnlichen und verallgemeinerten Hyperbelfunctionen* (Halle 1881), p. 395.

[32] GÜNTHER, l. c., chapitre IV.

[33] VILLARCEAU, *Théorie des sinus des ordres supérieurs.* Comptes rendus des séances de l'acad. des sciences [de Paris] **86**, 1878, 1160—1166, 1216—1222, 1287—1290. — *Application de la théorie des sinus des ordres supérieurs à l'intégration des équations différentielles.* Ibid. **90**, 1880, 721—727, 767—769. — *Note sur la théorie des sinus des ordres supérieurs.* Ibid. **91**, 1880, 195—197.

[34] FARKAS, *Sur la théorie des sinus des ordres supérieurs.* Comptes rendus etc. **91**, 1880, 544—547. — *Sur l'application de la théorie des sinus des ordres supérieurs à l'intégration des équations différentielles linéaires.* Ibid. **91**, 1880, 1543—1545.

[35] E. WEST, l. c., p. 298—308.

[36] J. C. KAPTEYN et W. KAPTEYN. *Les sinus de quatrième ordre.* Archives néerland. d. sc. exactes **24**, 1885, 1—98. — *Die höheren Sinus.* Sitzungsber. der Akad. d. Wissensch. zu Wien; (Mathem. Cl.) **93**, 1886, 807—868.

[37] H. SCHAPIRA, *Grundlagen zu einer Theorie allgemeiner Cofunctionen* (Leipzig 1881). — *Theorie allgemeiner Cofunctionen und einige ihrer Anwendungen.* I (Leipzig 1892).

Intorno ad una pretesa seconda edizione dell' Algebra di Rafael Bombelli.

Nota di Antonio Favaro in Padova.

La menzione fatta dall' illustre Maurizio Cantor[1] di due diverse edizioni dell' *Algebra* di Rafael Bombelli, respettivamente pubblicate a Venezia nel 1572 ed a Bologna nel 1579 diede occasione ad un quesito dal ch^{mo} G. Eneström[2] nel quale, posta in chiaro la inesattezza per cui le due anzidette edizioni sarebbero state pubblicate in città diverse, mentre, qualunque sia il giudizio che intorno ad esse possa formarsi, figurano pubblicate ambedue »In Bologna», avvertito che il Riccardi nella pregevolissima sua *Biblioteca matematica Italiana* accenna a credere trattarsi di due edizioni distinte,[3] mentre il Boncompagni afferma trattarsi di una edizione unica, cioè di quella del 1572,[4] della quale alcuni esemplari portano nel frontespizio il millesimo MDLXXII ed altri il MDLXXIX, si domanda se effettivamente l'opera del Bombelli sia stata nel 1579 ristampata.

La Biblioteca Universitaria di Padova possiede un esemplare di quest' opera con la data del MDLXXII ed un altro con quella del MDLXXIX, ed ho perciò stimato opportuno istituire sopra di essi un diligente esame allo scopo di rispondere al suaccennato quesito.

L'esemplare segnato »SN 11234» ha il titolo seguente: L'ALGEBRA | PARTE MAGGIORE | DELL' ARITMETICA | DIVISA IN TRE LIBRI | DI RAFAEL BOMBELLI | DA BOLOGNA | *Nouamente posta in luce.* | *IN BOLOGNA* | *Nella stamperia di Giouanni Rossi* | *MDLXXII.* | Con Licentia delli RR. VV. del Vesc. & Inquisit.

Nel qual titolo la parola »nouamente», non è già da interpretarsi nel senso di nuova edizione, ma bensi che l'opera è di fresco data alla luce. Consta questo esemplare di 710 pagine, delle quali le 1^a—56^a, 707^a—710^a non sono numerate, le 57^a—706^a sono numerate 1—650, e le 3^a—8^a contengono una lettera dedicatoria indirizzata nella prima di queste sei pagine »AL REVER^{MO} | MONS. IL SIG. | ALESSANDRO RVFINI | VESCOVO DIGNISSIMO | DI MELFI | SIGNORE E PADRON SVO | SEMPRE OSSERVANDISS. | Rafael Bombelli da Bologna.»

L'esemplare segnato »XXXI. 277» e che porta il timbro del primo regno italico, è intitolato:

L'ALGEBRA | OPERA | DI RAFAEL BOMBELLI da Bologna | Diuisa in tre Libri. | *Con la quale ciascuno da se potrà venire in perfetta* | *cognitione della teorica dell' Aritmetica.* | Con una Tauola copiosa delle materie, che | in essa si contengono. | *Posta hora in luce a beneficio degli studiosi di* | *detta professione.* | IN BOLOGNA, | Per Giouanni Rossi. MDLXXIX. | *Con licenza de' Superiori.*

Si compone di 710 pagine, delle quali le 1^a—56^a, 707^a—710^a non sono numerate, le 57^a—706^a sono numerate 1—650; le 57^a—710^a sono identiche colla 57^a—710^a della anzidetta edizione del 1572 e le 3^a—56^a contengono ciò che trovasi nelle pag. 3^a—56^a della edizione stessa, con questa differenza che le tre carte contenenti la suaccennata dedicatoria vennero effettivamente ristampate, mentre non lo furono le altre contenenti l'indice delle materie: il testo delle suddette lettere, ristampato pagina a pagina e linea a linea è indirizzato: »AL REVERENDISSIMO | MONSIGNOR, IL SIGNOR | ALESSANDRO RVFINI, | VESCOVO DIGNISS. | DI MELFI, | Signore, e Padron suo sempre osseruandiss. | RAFAEL BOMBELLI DA BOLOGNA.»

Il Conte GIOVANNI MARIA MAZZUCHELLI nel cenno da lui dettato intorno al BOMBELLI nota le due edizioni distintamente l'una dall' altra;[5] ma SILVESTRO GHERARDI, dopo avvertito che il TIRABOSCHI avea fatto altrettanto,[6] riferiti i due diversi frontespizii, aggiunge: »Parendomi difficile che un libro di tal genere avesse potuto godere, a quei tempi, tutto quel favore che farebbero supporre due edizioni del medesimo eseguite nello stesso luogo, nel breve lasso di sette anni, volli collazionare fra di loro li esemplari dall' uno e dall' altro frontespizio, che ne possiede la Biblioteca di questa P. Università.[7] Vidi subito che erano identici, d'una sola e medesima edizione, eccetto la differenza de' frontispizi ed eccetto la ristampa fatta, per li esemplari del secondo frontispizio, della Lettera dedicatoria a Monsignor RUFINI, conservatavi però la data: *In Bologna il dì XXII di Giugno MDLXXII,* che leggesi nell' esemplare dal primo frontispizio. La conformità della qual data coll' annata 1572 dello stesso frontispizio in un col tenore della Lettera fanno conoscere che l'edizione che porta questa medesima annata 1572 non è già una ristampa, come di prima giunta potrebbero insinuare le parole: *Novamente posta in luce,* che veggonsi nel ridetto primo frontispizio, onde quel *Novamente* va pigliato in senso di *Presentemente.* Il prestantissimo LAGRANGE non vide dell' Algebra Bombelliana che esemplari dal secondo frontispizio, poichè la disse stampata in Bologna nel 1579 (Lezioni cit., lez. terza, pag. 49). — Il FANTUZZI che cita quest' Opera del BOMBELLI, sotto i due frontispizi, in guisa da far quasi credere che le due citazioni corrispondano a due opere diverse dello stesso Autore, menziona anche una ristampa di essa nel 1593 in Bologna, sull' autorità d'una *Biblioteca Exotica, sive Catalogus Officinalis etc.*, stampata in Francfort l'anno 1610, pag. 196 (FANTUZZI, ecc. Tomo 2, pag. 283). Ma in Bologna non abbiamo potuto ritrovare il libro del BOMBELLI con quest' ultima data, e dubitiamo fortemente che sia giammai esistito. — Rispetto agli esemplari dai due riportati frontispizi, che simulano due edizioni successive, aggiungeremo pure (per coloro che non avesser idea di queste piccole contrafazioni tipografico-librarie), che, a non dubitarne, il tipografo Rossi, trovandosi avere ancora, nel 1579, un bel fondo dell' Algebra Bombelliana, stampata da lui sette anni prima, rinnovò negli esemplari di essa soltanto il frontispizio e la dedica, colla speranza che la fresca data di quello gli accrescesse lo spaccio del suo fondo.»[8]

Io concordo pienamente, dopo accurato esame dei due succitati esemplari, con la opinione espressa dal GHERARDI; anzi mi vi sono associato già, quasi vent' anni or sono, quando trattai altra volta ed a fondo questa medesima questione.[9]

---

[1] M. CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Matematik.* 2 (1892), p. 570.

[2] Bibliotheca Mathematica 1892, 96.

[3] RICCARDI, *Biblioteca matematica italiana* 1 (1870), 145—146.

[4] BONCOMPAGNI, *Sur l'histoire des sciences mathématiques et physiques de M. Marie.* Biblioth. Mathem. 1886, col. 44.

[5] G. MAZZUCHELLI, *Gli scrittori d'Italia, cioè notizie storiche e critiche intorno alle vite e agli scritti dei letterati italiani.* Vol. II. Parte III (Brescia 1762), pag. 1509.

[6] TIRABOSCHI, *Storia della letteratura italiana.* Tomo VII. Par. 2ª. Lib. 2°. Cap. 2°. § 44.

[7] Cioè di Bologna.

[8] S. GHERARDI, *Di alcuni materiali per la storia della facoltà matematica nell' antica università di Bologna composti nella opportunità di stendere delle notizie sul Padre Bonaventura Cavalieri* (Bologna 1846), pag. 86—87.

[9] A. FAVARO, *Notizie storiche sulle frazioni continue dal secolo decimoterzo al decimosettimo.* Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. 7, 1874, pag. 494—495.

Sur la propagation des signes numériques cunéiformes.

Par V. Bobynin à Moskwa.

Les habitants de l'ancienne Chaldée parvenus à un degré de culture supérieur à celui de leurs proches voisins ne manquèrent pas d'exercer une influence plus ou moins grande sur ces derniers. L'ascendant en serait même peut être devenu exclusif sans la proximité d'une contrée encore plus civilisée, telle que l'Egypte. La propagation des signes numériques cunéiformes fait justement partie de l'influence exercée par les Chaldéens sur leurs voisins. Il va sans dire que cette propagation n'a pu avoir lieu sans que des changements notables n'aient été opérés dans l'extérieur de ces signes, changements qui ne laissèrent pas de s'accroître avec le temps. C'est donc tout modifiés que nous trouvons les signes de numération cunéiformes chez les plus proches voisins de la Chaldée, les Phéniciens, les Araméens ou les Palmériens.

Conformément à l'écriture cunéiforme, les Phéniciens n'avaient possédé tout d'abord que trois signes numériques différents. C'étaient: un trait vertical pour désigner l'unité; une ligne droite plus ou moins inclinée ayant le bout de dessus courbé à droite et souvent muni d'un angle, pour exprimer le nombre 10; enfin une ligne droite horizontale (ou le signe de 10) placée entre deux traits verticaux et servant à rendre le nombre 100.[1] On voit sans peine que le premier de ces signes provient d'un signe correspondant dans l'écriture cunéiforme, et qui est le coin vertical, ou ne présente qu'un reste similaire de son antécédant, l'écriture figurée.

Le second signe sous sa forme d'angle est bien une reproduction soit directe, soit quelque peu variée d'un autre signe correspondant dans l'écriture cunéiforme et qui est un angle formé de coins. Le sommet en est tourné dans la direction de l'écriture, c'est à dire non à gauche, mais à droite. C'est bien l'opposé de l'écriture cunéiforme qui a la direction de gauche à droite contrairement aux caractères phéniciens imités d'Egypte.

Quant au signe représentant le nombre 100, la première forme n'en fait qu'un avec la seconde ainsi qu'il va être démontré. Considérée comme la forme primitive, elle est encore une reproduction directe d'un signe correspondant dans l'écriture cunéiforme et qui est la réunion du coin vertical au coin horizontal. Le trait droit et vertical en est alors regardé comme marquant l'unité et donnant à entendre que l'unité des centaines y est prise une seule fois, — cela conformément à la manière d'exprimer les multiples de 100 dont nous allons prendre connaissance. Or voici les modifications que subit avec le temps la forme phénicienne des signes de numération cunéiformes. En premier lieu on se sert d'un trait horizontal pour exprimer le nombre 10, ce qui peut bien amener à remplacer la droite horizontale dans la figure du nombre 100 par le signe de 10 en général. En second lieu on introduit pour le nombre 20 un signe à part composé de deux traits inclinés et d'un troisième unissant deux points pris sur ces derniers. Les Phéniciens employaient ce signe à côté de l'expression habituelle du nombre 20, au moyen de deux lignes, l'une surmontant l'autre et figurant chacune le nombre 10. Evidemment ce n'en est là qu'une modification.

La parenté des chiffres phéniciens à l'écriture cunéiforme n'est pas seulement bornée à leur nombre et à leur extérieur. Elle est prouvée plus vivement encore par les moyens d'en réunir les signes numériques pour exprimer les multiples des unités des ordres. Ceux-ci étaient représentés dans les ordres des unités et des dizaines par le signe de l'unité de l'ordre, marqué un nombre correspondant de fois. Ainsi que dans l'écriture cunéiforme, les signes en question, répétés à plusieurs reprises, étaient partagés en groupes, à trois, disposés l'un au dessus de l'autre ou l'un à côté de l'autre. Le signe exprimant le nombre 20 une fois trouvé, on chercha à abréger l'expression des nombres du deuxième ordre, multiples de 20, et on y arriva en remplaçant le signe de 10 par celui de 20 un nombre correspondant de fois. Nous ne saurions manquer de voir dans ce procédé, comme dans le signe de 20 qui y avait abouti, l'une des voies dont l'humanité s'était servie en inventant des signes à part pour les multiples des unités des ordres. Elle y voyait un moyen de diminuer le nombre des signes nécessaires à l'expression des nombres. Les multiples des unités des hauts ordres, ou tout au moins de celui des centaines, étaient encore exprimés chez les Phéniciens conformément à l'écriture cunéiforme. Ils associaient au signe de l'unité de l'ordre en question un nombre, marquant combien de fois cette unité se trouvait répétée. Il a fallu discerner ce dernier signe d'avec son semblable, servant à marquer le nombre des unités destinées à former avec le nombre écrit des centaines un nombre entier composé. On convint donc que le premier dans la direction usitée de l'écriture précéderait le signe de l'unité de l'ordre en question, tandis que le second le suivrait. Placé donc dans l'écriture cunéiforme, comme nous l'avons vu plus haut, à gauche de l'unité de l'ordre en question, c'est à droite de ce même signe qu'il se trouve dans les caractères phéniciens qui ont une direction opposée.

Quant aux nombres entiers composés, ils étaient rendus comme à peu près partout par une série de signes numériques, servant de multiples aux unités des ordres différents qui les composaient. L'ordre de leur disposition était décroissant par rapport à la direction de l'écriture, c'est à dire chez les Phéniciens de droite à gauche.

Les chiffres des Palmériens, employés à Palmyre entre l'an 2 après J. Ch. et jusque vers le milieu du 3[me] siècle, présentent une forme quelque peu variée du système phénicien de ces mêmes signes, ou du système cunéiforme lui-même. Ils diffèrent du premier par emploi d'un signe à part pour le nombre 5, ressemblant un peu à l'Y. Ils en diffèrent encore par certaines modifications dans les signes équivalents à 10 et à 20. Ils en diffèrent enfin par l'emploi d'un seul trait vertical, nommément du trait droit, dans le signe du nombre 100. Dans tout le reste les chiffres palmériens coïncident entièrement avec ceux des Phéniciens.

Les signes de numération employés par les Palmériens furent transmis, avec de certaines modifications sans doute, aux manuscrits syriaques des 6[e] et 7[e] siècles. Pour juger du caractère des changements qui ont eu lieu dans ce cas là, il suffit d'observer que le nombre 2, par exemple, y était exprimé par deux traits verticaux et unis dans le bas par la partie du trait droit courbée en arc.

[1] A. P. Pihan, *Exposé des signes de numération usités chez les peuples orientaux anciens et modernes.* Paris 1860, p. 164—167.

Über den von Gerbert angeführten Joseph Sapiens oder Joseph Ispanus.

Von H. Weissenborn in Eisenach.

Als ich im vorigen Jahre unter dem Titel: *Zur Geschichte der Einführung der jetzigen Ziffern in Europa durch Gerbert* ein Schriftchen herausgab, dessen Zweck war, die Persönlichkeit des in Gerberts Briefen erwähnten Joseph *Sapiens* oder Joseph *Ispanus* nachzuweisen, eine Untersuchung, die mich nach mehrjähriger Forschung zu der Überzeugung führte, der Fragliche sei höchst wahrscheinlich ein s. g. Schutz-Jude des Grafen Borrel von Barzelona gewesen, fand diese Ansicht wenig Beachtung, weil ein greifbarer Beweis für ihre Richtigkeit sich nicht beibringen liess. Dieser Umstand sowohl als der, dass ich bald nach Vollendung meiner Schrift zufällig unter Büchern, die sich auf spanische Geschichte beziehen, ein älteres Werk »Über die Grafen von Barzelona« aus dem Jahre 1836, angeführt fand, liessen es mir nicht als überflüssig erscheinen, nochmals in der Kürze auf die Frage einzugehen, die zum Abschluss zu bringen ich mir, ich kann sagen, zur Lebens-Aufgabe gemacht habe. Der Titel liess mich wohl auch hoffen, etwas Näheres über den Joseph *Sapiens* zu erfahren. Zwar zeigte sich, als es mir gelungen war des betreffenden Werkes habhaft zu werden, dass derselbe etwas anders lautet, als ich ihn, offenbar der Kürze wegen, angegeben gefunden hatte, nämlich: *Los condes de Barcelona vindicados, y cronologia y genealogia de los reyes de España consideratos como soberanos independientes de su Marca. Por* D. Próspero de Bofarull y Mascarò (Barcelona 1836, 2 Teile), und meine Hoffnungen schwanden; dagegen fand ich bei der Abfassung des Werkes zu Hilfe gezogen die 1829 vollständig veröffentlichte *Cronica universal de Cataluña,* von Dr. Gerónimo Pujades und die von Jaime Ripoll 1834 herausgegebenen Urkunden aus dem Staatsarchiv von Vich, und dies veranlasst mich, einige hier in Betracht kommende Thatsachen und Ansichten mitzuteilen.

Als Stammvater der Grafen von Barzelona wird (I, p. 4 von Bofarulls Werk) angeführt ein Urgrossenkel Karl Martels, Wifred I *el velloso* (874—898). Ferner ist zu erwähnen, dass, wie (I, p. 23—24) aus den Acten des Klosters zu Ripoll hervorgeht, im 10. und 11. Jahrhundert in Spanien den Mönchen die Ehe wenigstens stillschweigend erlaubt und gestattet gewesen ist; es scheint also hier mehr Freiheit geherrscht zu haben, als anderswo. Weiter lesen wir (I, p. 78, Anmerk. 2): »In den Archiven der Königl.. Klöster von Ripoll und Campredon existiren verschiedene Schriften der 10. Jahrhunderts, welche sich auf einen Bischof von Gerona Namens *Bonifilio* beziehen, dessen keine Episkopologie Erwähnung thut. Bei der Übereinstimmung der Zeiten und Würden jenes *Bonifilio* mit dem Grafen Miron von Gerona vermuten wir, dass dies ein Beiname (*sobrenombre*), den er hatte, gewesen ist.» Ebenso soll die Tochter Borrell's, die nach der Zerstörung des Nonnenklosters in Barzelona zur Äbtissin gewählt wurde, eigentlich Adelazi, Adelez oder Adelaide geheisen haben, und *Bonafilia* nur ein Beiname gewesen sein (I, p. 135—137). Endlich wird als Jahr der Eroberung Barzelonas durch die Sarazenen nicht 985 angegeben, welches die *Marca Hispanica*, die der Verfasser Bofarull mehrfach erwähnt, ausdrücklich hervorhebt (s. Anm. 34 meiner oben angeführten Schrift), sondern als Datum jenes Ereignisses wird das in der *Appendix* zur *Marca Hispanica* zweimal genannte Jahr 986, wie es scheint, nach denselben Quellen, die bei der Abfassung derselben *Appendix* gedient haben, bezeichnet (I, p. 161—162).

Was mich nun zu der in meinem oben genannten Schriftchen ausgesprochenen Ansicht, an der ich noch heute festhalte, geführt hat, ist der Umstand, dass sich auch bei der sorgfältigsten Nachforschung ein Joseph *Sapiens*, dem wir ein Verdienst um das Rechnen zuschreiben könnten, oder ein hervorragender Gelehrter und Mathematiker nicht ergeben hat, sodann der entschieden jüdische Name Joseph, der bei Christen in jener Zeit in der Mark nicht vorkommt, und endlich die Bemerkung, dass sich in dem von dem damaligen Vezier Almansor unternommenen Sarazenen-Einfall, der doch wohl länger dauerte, als man gewöhnlich glaubt, manches, was sonst rätselhaft erschiene, eine leichte und natürliche Erklärung findet. Dahin rechne ich z. B. die Unterbrechung der von dem Kanzler oder Notar Arnulf in die Pyrenäen-Klöster gemachten Visitations-Reisen, den Mangel an Nachrichten über den Verbleib des Lupitus von Barzelona und des Bonifilius von Girona (mir wenigstens scheint diese Ursache der Wahrheit näher zu kommen, als die oben angeführte), und das Verschwinden des Büchleins *De multiplicatione et divisione numerorum* sammt seinem Verfasser. Das Alles macht begreiflich weshalb fassbare Beweise nicht gefunden worden sind und auch wohl in Zukunft nicht werden gefunden werden. Wenn aber Gerbert selbst den Joseph *Sapiens*, der das Büchlein geschrieben, nicht als Juden bezeichnet, so beweist dies nur, wie gut und richtig er die Menschen zu beurteilen verstand. Und doch hatte er selbst Verdacht und üble Nachrede nicht von sich abzuhalten vermocht. Oder wäre es so unwahrscheinlich, dass in jenen weit zurückliegenden Jahren, trotz Gerberts und seiner Freunde Vorsicht und Zurückhaltung, eine dunkle Kunde von dem wahren Stande der Dinge in das Volk hindurchgesickert wäre, und indem dies die jüdische Kabbala mit der Wissenschaft der Sarazenen verwechselte, die seltsamen Märchen, die Wilhelm von Malmesbury über ihn erzählt (Anm. 16 meines Schriftchens), hervorgerufen hätte?

RECENSIONEN. — ANALYSES.

Diophanti Alexandrini Opera omnia cum graecis commentariis. Edidit et latine interpretatus est **P. Tannery.** Volumen I. Diophanti quae exstant omnia continens. Lipsiae, Teubner 1893. 8°, IX + 481 p.

Il y a 9 ans, nous avons inséré dans ce journal une *Notice sur une nouvelle édition de Diofantos préparée par M. Paul Tannery* (voir Biblioth. Mathem. 1884, col. 47—48). Nous nous permettons d'en reproduire ici les lignes suivantes:

> L'ouvrage en question comprendra une édition critique du texte grec de Diofantos, avec une traduction latine, faite en employant les notations modernes, des commentaires étendus, et, de plus, le texte grec, encore inédit, des scholies attribués à Maximus Planudes.
>
> La collation complète des cinq manuscrits de Diofantos qui existent à Paris, a convaincu M. Tannery qu'il y a en fait deux familles de manuscrits, dérivant d'une source commune.
>
> L'archétype de la première famille est antérieur à Maximus Planudes et avait ses scholies propres, d'ailleurs en petit nombre et peu étendus, qui seront également publiés. Le plus ancien manuscrit de cette famille est le n° 191 du Vatican.
>
> Le plus ancien de la seconde famille est le n° 308 de San Marco à Venezia. C'est à cette famille qu'appartiennent les manuscrits utilisés par Xylander et par Bachet de Méziriac. Mais ceux de la première famille sont préférables et permettront de combler plusieurs lacunes et d'apporter des corrections importantes.
>
> L'intérêt de la nouvelle édition sera surtout, au point de vue du texte grec, dans la restitution aussi fidèle que possible des notations algébriques de Diofantos souvent abandonnées ou défigurées dans les manuscrits et dans les éditions de Bachet et de S. Fermat.

D'après le plan de M. Tannery, la publication de la nouvelle édition aurait eu lieu déjà en 1885, mais ce n'est que vers la fin de l'année passée que la première partie en a paru. Ce retard a permis à M. Tannery de consulter quelques manuscrits qui lui étaient inconnus en 1884, en premier lieu le Cod. Matritensis 48 (du 13e siècle), qui est le plus ancien de la première famille et dont le n° 191 du Vatican est une copie faite en Italie vers le milieu du 15e siècle. En tout, M. Tannery a eu connaissance de 22 manuscrits, dont seulement 8 ont mérité d'être collationnés pour la nouvelle édition. Pour la réstitution du texte, il s'est servi en premier lieu du cod. Matritensis déjà cité. Quant aux notations algébriques, M. TANNERY fait remarquer dans la préface qu'il est presque impossible de savoir comment DIOFANTOS a désigné la quantité inconnue, et quel symbole il a employé pour distinguer entre un nombre entier et une fraction fondamentale ayant ce nombre pour dénominateur; les signes qu'à choisis M. TANNERY, sont ceux qu'il a jugés les plus probables.

Comme l'indique le titre, le premier volume de l'édition de M. TANNERY contient tous les écrits de DIOFANTOS qui nous sont parvenus, c'est à dire *Arithmeticorum libri sex* et *De polygonis numeris liber* avec traduction latine; dans cette traduction les notations modernes (x, X_1, X_2, etc.), pour des quantités inconnues sont toujours employés, ce qui en facilite essentiellement la lecture.

La seconde partie embrassera entre autres choses les scholies attribués à MAXIMUS PLANUDES, et une notice sur les manuscrits connus des ouvrages de DIOFANTOS et des scholies.

L'édition soigneuse de M. TANNERY rendra assurément de grands services aux savants qui voudront étudier d'après les sources mêmes l'arithmétique et l'algèbre des Grecs.

Aux deux errata indiqués à la fin de la préface il faut ajouter: p. 209, ligne 5, *au lieu de* $35x$ *lire* $35x^2$.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

REVUE SEMESTRIELLE DES PUBLICATIONS MATHÉMATIQUES RÉDIGÉE SOUS LES AUSPICES DE LA SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE D'AMSTERDAM. TOME I. PREMIÈRE PARTIE. Amsterdam, W. Versluys 1893. 8°, (4) + 104 p.

De nos jours, où les mathématiques sont cultivées avec tant d'ardeur, il devient de plus en plus difficile de suivre le mouvement scientifique dans toutes ses branches et dans tous les pays. Le Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik est un excellent guide pour quiconque veut prendre connaissance des recherches faites pendant les dernières années, mais il passe en général un temps de trois ans entre la publication d'un mémoire et la publication de l'analyse correspondante dans le Jahrbuch, et pendant ce temps intermédiaire il faut chercher ailleurs les renseignements nécessaires. Pour cette raison nous commençâmes en 1884 de publier dans la première série de la Bibliotheca Mathematica des listes trimestrielles d'écrits récemment parus dans le domaine des mathématiques pures, mais, pour des motifs qui sont indiqués dans la préface à l'année 1886 du journal, la publication de ces listes ne fut plus continuée. Maintenant notre plan a été repris avec quelques modifications par la société mathématique d'Amsterdam, qui l'a en même temps considérablement amplifié, en joignant aux indications des titres aussi de petites analyses des mémoires respectifs. Pour donner une idée du plan de la Revue, nous reproduisons ici un extrait de l'»Avis» de la société.

En publiant la *Revue semestrielle* la société mathématique d'Amsterdam s'est proposé de faciliter l'étude des sciences mathématiques, en faisant connaître, sans délai de quelque importance, le titre et le contenu principal des mémoires mathématiques publiés dans les principaux journaux scientfiques.

La *Revue semestrielle* sera rédigée d'après les règles suivantes:

1. Le titre du mémoire sera précedé d'une ou de plusieurs notations, renvoyant au système de classification, adopté par le Congrès international de bibliographie des sciences mathématiques et suivi d'un compte rendu très sommaire du contenu du mémoire. Dans le cas pourtant que les notations et le titre indiquent suffisamment le contenu du mémoire, le compte rendu pourra être supprimé.

2. Les titres seront donnés en entier ou en abrégé dans la langue des auteurs. Pour les analyses on se servira de la langue allemande, anglaise ou française, selon que le mémoire a été rédigé en allemand, en anglais ou en français; pour les mémoires rédigés dans une autre langue l'analyse se fera d'ordinaire en français.

3. En général on ne donnera des comptes rendus que des mémoires se rapportant aux mathématiques pures et à la mécanique, y compris l'hydrodynamique et la théorie de l'élasticité et à l'exclusion de la mécanique appliquée, de la physique mathématique et de l'astronomie. Cependant on inscrira les notations de classification et les titres des mémoires sur des sujets exclus, si ces memoires se trouvent dans des journaux presque exclusivement mathématiques.

— — — — — — — — — — — — —

5. Les deux parties dont se composent les tomes annuels de la Revue paraîtront en général le 1 janvier et le 1 juillet. La première partie contiendra l'analyse des travaux publiés depuis le 1 mars jusqu'au 1 octobre de l'année précé-

dente; la seconde partie contiendra celle des travaux parus depuis le 1 octobre de l'année précédente jusqu'au 1 mars de l'année courante. Les mémoires y seront rangés d'après leur ordre dans les journaux, les journaux d'après l'ordre alphabétique des différents pays.

6. Pour faciliter les recherches, chaque partie contiendra trois tables, une table des journaux, une table des notations de classification et une table des auteurs.

— — — — — — — — — — — — —

La rédaction de la Revue a été confiée à MM. P. H. Schoute, D. J. Korteweg, J. C. Kluyver, W. Kapteyn et P. Zeeman avec la collaboration de MM. C. van Aller, F. de Boer, J. Cardinaal, D. Coelingh, R. J. Escher, W. Mantel, P. Molenbroek, P. van Mourik, M. C. Paraira, A. E. Rahusen, G. Schouten, J. W. Tesch, J. Versluys, J. de Vries et Mlle A. G. Wijthoff. Le prix de l'abonnement annuel est de 8·50 fr.

Dans le cahier paru sont analysés 56 différents recueils, dont 4 ont été publiés en Amérique, 3 en Belgique, 1 en Danemark, 10 en l'Allemagne, 10 en France, 11 en Angleterre, 6 en Italie, 2 en Néerlande, 1 en Norvège, 4 en Autriche, 1 en Portugal, 1 en Finlande et 2 en Suède. Outre ces recuils, la rédaction indique 64 autres, dont il sera rendu compte dans les cahiers suivants. Nous espérons que la liste de recueils sera bientôt complétée, de manière qu'elle embrasse au moins quelques journaux publiés en langue russe et quelques recueils parus en Suisse. En même temps nous nous permettons de demander à la rédaction s'il n'est pas possible d'ajouter aussi dans chaque cahier une liste des ouvrages mathématiques récents publiés en dehors des recueils périodiques.

Nous recommendons vivement la Revue semestrielle à nos lecteurs; comme nous l'avons déjà indiqué, elle ne fait pas double emploi avec le Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik.

Abstraction faite de quelques errata sans importance, dont certains sont indiqués à la page 99 du cahier, l'exécution matérielle de la Revue est très soignée.

Stockholm. G. Eneström.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. Eneström. Stockholm. 8°.
1892: 4. — [Analyse de l'année 1892:] *Venezia*, Istituto Veneto, Atti 4$_7$, 1893, 403—409. (A. Favaro.)

Физико-математическія науки въ ихъ настоящемъ и прошедшемъ. Журналъ издаваемый В. В. Бобынинымъ. Москва. 8°.
1891: 3—4. — Les sciences mathématiques dans leur état actuel et passé. Journal publié par V. V. Bobynin.

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. Cantor. Leipzig. 8°.
38 (1893): 1—2.

°**Apollonii Pergaei** quæ græce exstant cum commentariis antiquis. Edidit et latine interpretatus est J. L. Heiberg. Volumen II. Lipsiæ 1893.
8°, 85 + 368 p. — [4·50 Mk.]

Beltrami, E., Enrico Betti.
Palermo, Circ. matem., Rendiconti **6**, 1892, 245—246. — Nécrologie. — [Traduite en espagnol:] El progreso matem. **3**, 1893, 30—32.

Besso, D., Sopra un opuscolo di Michelangelo Ricci.
Periodico di matem. **8**, 1893, 1—16.

Birkenmajer, L., Marcin Bylica z Olkusza oraz narzedzia astronomiczne, ktore zapisal uniwersytetowi Jagellonskiemu w roku 1493.
Krakow, Akad. umiej., Rozprawy **25**, 1892, 1—164. — Martin Bylica d'Olkusz et les instruments astronomiques qu'il avait procurés à l'université de Krakow. — [Compte rendu en allemand:] *Krakow*, Akad. umiej., Bulletin 1892, 98—110.

Bobynin, V., Progrès successifs des sciences mathématiques chez les peuples de l'Europe.
Biblioth. Mathem. 1892, 110—114.

БОБЫНИНЪ, В. В., Изъ біографіи Нилса-Генрика Абеля.
Fiziko-matem. naouki **10** (1891), 1893, 78—94. — Bobynin, V. V., De la biographie de N.-H. Abel. (Séjour à Paris; rétour à la Norwège.) — Cfr. Biblioth. Mathem. 1891, p. 93.

БОБЫНИНЪ, В. В., Очерки исторіи расвитія фисико-математическихъ зианій въ Россіи. Эпоха государственнаго содѣиствія развитію научныхъ знаній.
Fiziko-matem. naouki **9**, 1890, 23—47; **10**, 1891, 33—37, 65—77; **11**, 1892, 27—30. — Bobynin, V. V., Esquisses d'histoire du développement des connaissances mathématiques et physiques en Russie. Epoque de l'appui du gouvernement pour le développement des connaissances scientifiques.

БОБЫНИНЪ, В. В., Русская физико-математическая библіографія. **2**: 4 [1792—1799]. Москва 1891—1893.

8°, (2) + 271 + (1) p. — BOBYNIN, V. V., Bibliographie russe des sciences mathématiques et physiques. Catalogue de livres et de mémoires des sciences mathématiques et physiques publiés en Russie depuis l'invention de l'imprimérie jusqu'à présent. — Appendice au journal »Fiziko-matematitcheskia naouki» **10** (1891).

Böcher, M., A bit of mathematical history.

New York, Mathem. soc., Bulletin **2**, 1893, 107—109. — Sur l'histoire des fonctions de BESSEL.

Favaro, A., Per il terzo centenario dalla inaugurazione dell' insegnamento di Galileo Galilei nello studio di Padova. Firenze 1892.

Folio, 29 p. + portr. + 25 facsim.

Favaro, A., Galileo Galilei ed il suo terzo centenario cattedratico nella università di Padova.

Natura ed arte (Milano) **1**, 1892, 297—321.

Favaro, A., Stemmi ed inscrizioni concernenti personaggi Galileiani nella università di Padova. Padova 1893.

8°, 15 p.

G[aldeano], Z. G. de, Notas que pueden servir para un artículo biográfico acerca de Gerono.

El progreso matem. **3**, 1893, 28—30.

Gerhardt, C. J., Leibniz und Pascal.

Berlin, Akad. d. Wissensch., Mittheilungen 1892, 505—520.

°**Graf, J. H.**, Das Leben und Wirken des Physikers und Astronomen Johann Jacob Huber aus Basel (1733—98). Bern 1892.

8°, 75 p. + portr. — [1 Mk.]

Hunrath, K., Zur Geschichte der Decimalbrüche.

Zeitschr. für Mathem. **38**, 1893; Hist. Abth. 25—27.

Köpper, F. Th., Notizen über die Zahlwörter im Abacus des Boethius.

| *S:t Pétersbourg*, Acad. d. sc., Mélanges gréco-romains **6**, 1892. 18 p. — [Analyse:] Zeitschr. für Mathem. **37**, 1892; Hist. Abth. 210—211. (CANTOR.)

Lampe, E., Die Entwickelung der Mathematik im Zusammenhange mit der Ausbreitung der Kultur. Rede zum Geburtfeste seiner Majestät des Kaisers und Königs Wilhelm II. in der Aula der königlichen technischen Hochschule zu Berlin am 26. Januar 1893. Berlin 1893.

8°, 26 p.

Lloyd Tanner, H. W., On the history of Arbogasts rule.

Messenger of mathem. **20**, 1890, 83—101.

Loria, G., Congetture e ricerche sull' aritmetica degli antichi Egiziani.

Biblioth. Mathem. 1892, 97—109.

Mackay, J. S., Historical notes on a geometrical problem and theorem.
Edinburgh, Mathem. soc., Proceedings **8**, 1890. 93—94.

Müller, F., Carl Heinrich Schellbach. Gedächtnisrede in der Aula des königlichen Friedrich Wilhelms Gymnasiums am 29. Oktober 1892. Berlin, Reimer 1893.
8°, 35 p.

Omaggi a Galileo Galilei per il terzo centenario dalla inaugurazione del suo insegnamento nel Bò pubblicati per cura della r. accademia di Padova. Padova 1892.
4°, 46 + (1) p. — Cette publication contient les notices suivantes relatives à l'histoire des mathématiques: A. Favaro, *Galileo Galilei e l'accademia di Padova* (p. 5—8); G. Eneström, *Remarque sur l'étude des écrits de Galilei en Suède au commencement du 17e siècle* (p. 26—27); A. Wolynski, *Carteggio Galileiano* (p. 44—46). — Parmi les autres contributions, celles de MM. P. Riccardi et E. Wohlwill se rapportent plus étroitement à l'histoire des mathématiques.

ПЕРГАМЕНТЪ, О., Галилео Галилей, его жизнь и научная дѣятельность.
Vjestnik elem. matem. **13**, 1893, 177—184, 197—204. — Pergament, O., Galileo Galilei, sa vie et son action scientifique.

Pinto, L., Per Enrico Betti.
Napoli, Accad. d. sc. fis. e matem. **6**$_2$, 1892, 143—144. — Nécrologie.

Schubert, H., The squaring of the circle.
Washington, Smithson. instit., Report 1890, 97—120. — Traduction de l'écrit indiqué à la Biblioth. Mathem. 1889, p. 61—62.

Segre, C., Riccardo de Paolis. Cenni biografici.
Palermo, Circ. matem., Rendiconti **6**, 1892, 208—224.

Studnicka, F. J., Johannes Marcus Marci a Cronland, sein Leben und gelehrtes Wirken. Festvortrag gehalten bei der am 31. Jänner 1891 stattgehabten Jahresversammlung der böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften. Prag 1891.
8°, 32 p. — [Analyse:] Zeitschr. für Mathem. **37**, 1892; Hist. Abth. 39.

Sturm, R., Heinrich Schröter.
Journ. für Mathem. **109**, 1892, 358—360. — Nécrologie.

Suter, H., Der V. Band des Katalogs der arabischen Bücher der vice königlichen Bibliothek in Kairo. Aus dem Arabischen übersetzt und mit Anmerkungen versehen.
Zeitschr. für Mathem. **38**, 1893; Hist. Abth. 1—24, 41—57.

Wiedemann, Notiz über ein von Ibn al Haitam gelöstes arithmetisches Problem.
Erlangen, Phys.-med. Soc., Sitzungsber. **24**, 1892, 83.

Question 40 [sur le géomètre allemand Bürmann].
Biblioth. Mathem. 1892, 120. (G. Eneström.)

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik. Herausgegeben von E. LAMPE. Band 22 (1890). Berlin, Reimer 1893.
8°. — Les pages 1—60 contiennent un compte rendu des ouvrages d'histoire des mathématiques parus en 1890.

CANTOR, M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Zweiter Band. Von 1200—1668. Zweiter Theil. Leipzig, Teubner 1892. 8°.
Mathesis 3_2, 1893, 16. (P. M.)

FAVARO, A., Nuovi studi Galileiani. Venezia 1891.
Zeitschr. für Mathem. **37**, 1892; Hist. Abth. 87—91. (CANTOR.)

LORIA, G., Nicola Fergola e la scuola di matematici che lo ebbe a duce. Genova 1892. 4°.
El progreso matem. **2**, 1892, 267—269. (Z. G. DE G.) — Zeitschr. für Mathem. **37**, 1892; Hist. Abth. 215—216. (CANTOR.) — Rivista di matem. **2**, 1892, 179—186. (E. PASCAL.) — [Réponse à la critique de M. E. PASCAL:] Rivista di matem. **3**, 1893, 6—15. (G. LORIA.) — Jorn. de sc. mathem. **11**, 1892, 59. (G. T.)

MÜLLER, F., Zeittafeln zur Geschichte der Mathematik, Physik und Astronomie bis zum Jahre 1500, mit Hinweis auf die Quellen-Literatur. Leipzig, Teubner 1892. 8°.
Biblioth. Mathem. 1892, 115—116. (G. ENESTRÖM.)

RUDIO, F., Über den Antheil der mathematischen Wissenschaften an der Kultur der Renaissance. Hamburg 1892. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **37**, 1892; Hist. Abth. 213. (CANTOR.)

RUDIO, F., Archimedes, Huygens, Lambert, Legendre. Vier Abhandlungen über die Kreismessung. Deutsch herausgegeben und mit einer Übersicht über die Geschichte des Problems von der Quadratur des Zirkels von den ältesten Zeiten bis auf unsere Tage versehen. Leipzig, Teubner 1892. 8°.
Biblioth. Mathem. 1892, 116—117. (G. ENESTRÖM.)

WEISSENBORN, H., Zur Geschichte der Einführung der jetzigen Ziffern in Europa durch Gerbert. Berlin, Mayer & Müller 1892. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **37**, 1892; Hist. Abth. 211—212. (CANTOR.)

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1892, 117—120. — Zeitschr. für Mathem. **38**, 1893; Hist. Abth. 39—40. — Fiziko-matem. naouki **10** (1891), 1893, 95—132.

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

41. Dans les recueils de récréations mathématiques publiés au 17^e siècle on trouve la question suivante: »On veut ranger 15 chrétiens et 15 juifs de manière qu'il ne reste que des chrétiens, si l'on écarte d'abord le neuvième homme, puis le neuvième homme à partir de l'homme éloigné, etc., jusqu'à ce que 15 hommes soient supprimés. Comment doit on s'y prendre à cet effet?»

Cette question a été mentionnée déjà en 1484 par CHUQUET; elle paraît avoir été publiée pour la première fois (comparez CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* **2**, 1892, p. 701—702) en 1518 par ELIAS LEVITA, qui l'attribue à ABRAHAM IBN ESRA († 1167; voir aussi STEINSCHNEIDER, *Abraham Ibn Esra;* Abhandl. zur Gesch. der Mathem. **3**, 1880, p. 123—124). D'autre part, d'après HEGESIPPUS (*De bello judaico* III: 16—18), la question semble tirer son origine de l'écrivain juif FLAVIUS JOSEPHUS († environ 100 après J. C.); aussi elle est appelée *Ludus Joseph* en 1539 par CARDANO (voir CANTOR, l. c. p. 460).

En Suède, la question est connue sous le nom de *jeu de S:t Pierre* (»Sankt Peders lek»); elle est rapportée dans un traité manuscrit d'arithmétique composé en 1601 par RIZANESANDER, et sa solution a été inscrite sur plusieurs bâtons runiques (*runstafvar*) faits en Suède au 17e siècle. Même en Japon la question n'est point inconnue (voir LE VALLOIS, *Les sciences exactes chez les Japonais;* Compte rendu du 1er congrès international des orientalistes **1** [Paris 1874], p. 289—299).

On demande une notice critique sur l'origine et sur l'histoire de la question qui vient d'être mentionnée.

(G. Eneström.)

Inhalt. — Table des matières.

STOCKHOLM, TRYCKT I CENTRAL-TRYCKERIET, 1893.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK
HERAUSGEGEBEN VON

JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES
PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1893. STOCKHOLM. N° 2.

NEUE FOLGE. 7.
BERLIN. MAYER & MÜLLER.
Markgrafenstrasse 51.

Preis des Jahrgangs 4 M.
Prix par an 5 fr.

NOUVELLE SÉRIE. 7.
PARIS. A. HERMANN.
Rue de la Sorbonne 8.

Die beiden Euclid-Ausgaben des Jahres 1482.

Von G. VALENTIN in Berlin.

M. CANTOR sagt in seinen *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* Bd. II (Leipzig 1892), S. 266, bei Besprechung der ersten EUCLID-Ausgaben: »Gleich im ersten Jahre 1482 sind zweierlei Ausgaben vorhanden, beide bei RATDOLT in Venedig gedruckt, unterschieden in den ersten Bogen, späterhin übereinstimmend. Es ist natürlich ganz unmöglich, zu entscheiden, ob man hier wirklich von zwei Ausgaben zu reden hat, oder ob nur die erste Lage noch einmal gedruckt worden ist, wofür wir allerdings einen Grund nicht abzusehen vermögen».

Die eine dieser Ausgaben, welche HAIN in seinem *Repertorium* unter N:o 6693 beschrieben hat,[1] ist alter Bestand der Kgl. Bibliothek zu Berlin, die andere Ausgabe[2] ist vor Kurzem ebenfalls in deren Besitz gelangt, und da meines Wissens eine Beschreibung der Verschiedenheiten in den beiden Drucken bisher noch nicht veröffentlicht worden ist, so will ich im Folgenden eine kurze Darstellung derselben geben. Dabei werde ich die von HAIN beschriebene *B*, die andere Ausgabe *A* nennen.

Beide Ausgaben enthalten *r* Bogen, von welchen der Bogen *a* quinarius, die Bogen *b* bis *r* quaterni sind. Vom Bogen *a* ist Bl. 1ª unbedruckt, Bl. 1ᵛ enthält die Dedication RATDOLTS an den Fürsten IOANNES MOCENICUS; vom Bogen *r* ist Bl. 8ª und 8ᵛ unbedruckt. In der Dedication und von Bogen *a* Bl. 10ª an bis zum Schluss des Bogens *r* Bl. 7ᵛ stimmen beide

Ausgaben im Text, in der Interpunctation, in den Abbreviaturen und in den Figuren vollständig überein, so dass auch namentlich der Schluss in beiden übereinstimmend lautet:

> Opus elementor*um* euclidis megarensis in geometri*am* art*em* In id quo*que* Campa- | ni *per*spicacissimi C*om*mentationes fini*unt*. Erhardus ratdolt Augustensis impressor | solertissimus. venetijs impressit. Anno salutis MCCCCLXXXIJ. Octauis Caleñ. | Iuñ. Lector. Vale.

Anders verhält es sich dagegen mit den Blättern 2 bis 9 des Bogens *a*. Schon der Eingang ist verschieden; in *A* heisst es:

> Preclarissim*um* opus elementor*um* Euclidis megar*en*sis ūna *cum com*- | mentis Campani *per*spicacissimi in art*em* geometri*am* incipit felici*ter*.

in B:

> Preclarissimus liber elementorum Euclidis perspi- | cacissimi: in artem Geometrie incipit qu*am* foelicissime:

Die 16 Seiten der 8 Blätter schliessen übereinstimmend mit dem gleichen Worte, die einzelnen sich entsprechenden Zeilen dagegen nur selten, da in *B* häufig ganz andere Abbreviaturen gebraucht sind, wie in *A*. Der Text ist ungeändert geblieben, nur finde ich im Druck folgende Abweichungen, wobei ich die falsche Lesart mit cursiven Lettern wiedergebe und wenn in beiden Ausgaben derselbe Fehler ist, die richtige Lesart hinzusetze.

		A	*B*	Richtige Lesart
Bl. 2^v Z.	26.	animi	*ainmi*	
	37.	Propositio. 1.	Propositio prima	
3^a	9.	*linea*	linee	
	14.	*puncca*	puncta	
	18.	*hee*	he	
	26.	*collocauimus*	collocabimus	
	43.	*data*	date	
3^v	8.	demantur de	*demantur*	
	17.	*in puncto*	in puncto. f.	
4^a	4.	*equalis*	equalia	
	7.	*intellige*	intelligo	
	33.	due	*dne*	
	36.	*ila*	illa	

<table>
<tr><th></th><th></th><th>A</th><th>B</th><th>Richtige Lesart</th></tr>
<tr><td>Bl. 4^{v} Z.</td><td>4.</td><td>. b. d. et b. c.</td><td>.b.d.et.b.d.et.b.c.</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>15.</td><td>. b. e.</td><td>. b. e.</td><td>. b. c.</td></tr>
<tr><td>5^{a}</td><td>13, 14.</td><td>pro- | ham</td><td>14: protraham</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>20.</td><td>.d. b. c.</td><td>.a. d. c.</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>24.</td><td>Tit</td><td>25: Sit</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>29.</td><td>. c. b. d.</td><td>. e. b. d.</td><td></td></tr>
<tr><td>5^{v}</td><td>26.</td><td>. b: g. h.</td><td>. b. g. h.</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>28.</td><td>. b. c. a.</td><td>. g. c. a.</td><td>.g. a. c.</td></tr>
<tr><td></td><td>34.</td><td>. e.</td><td>. e.</td><td>.c.</td></tr>
<tr><td>6^{a}</td><td>20, 21.</td><td>mi | nor</td><td>21: maior</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>37.</td><td>circulum. k. h.</td><td>. k. h.</td><td></td></tr>
<tr><td>6^{v}</td><td>11.</td><td>Propositio. 14.</td><td>Propositio. 24</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>29.</td><td>quinti</td><td>qnte</td><td>quintae</td></tr>
<tr><td>7^{v}</td><td>3.</td><td>. d. et .e. f.</td><td>. d. et .e. f.</td><td>.c. d. et. e. f.</td></tr>
<tr><td></td><td>18.</td><td>. a. b: et .c. d.</td><td>. a. b. et .c. d.</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>33, 34.</td><td>Sint ergo in omnes super- | ficie vna</td><td>Sint ergo omnes in super- | ficie vna</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>34.</td><td>. a. b. et .c. d.</td><td>. a. b. et :c. d.</td><td></td></tr>
<tr><td>8^{a}</td><td>17.</td><td>angulus</td><td>angulus. a.</td><td></td></tr>
<tr><td>9^{a}</td><td>22.</td><td>ipsi</td><td>ipse [sc. superficies]</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>26.</td><td>constitute</td><td>constituti [sc. trianguli]</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>34.</td><td>. c. f.</td><td>. c. f.</td><td>.e. f.</td></tr>
<tr><td>9^{v}</td><td>14.</td><td>idem</td><td>15: eidem [sc. triangulo]</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>20.</td><td>Propositio. 40.</td><td>[fehlt]</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>34.</td><td>Propositio. 41.</td><td>[fehlt]</td><td></td></tr>
</table>

Die am Rande gegebenen Figuren zeigen endlich folgende Verschiedenheiten:

Bl. 2^{a}. In *A* ist, entsprechend dem Texte, zuerst *Punctus*, dann *Linea* abgebildet, in *B* ist es umgekehrt; in *A* folgt dann *Linea curva* und *recta*, welche in *B* fehlen; in *A* ist in der Figur des Kreises ausser *Diameter* auch *Circumferentia* gedruckt, in *B* fehlt letzteres.

Bl. 2^{v}. In *A* ist ausser *Parallele* und *Sil'is helmu(aym)* noch die Figur eines *Helmuaripha* gegeben, welche in *B* fehlt. Zur Erläuterung der *Petitiones* ist in *A* gezeichnet: 1) eine Gerade; 2) zwei rechtwinklig sich schneidende Linien; 3) drei concentrische Kreise; 4) zwei convergirende von einer dritten Geraden geschnittene Linien, bis zu ihrem Durchschnittspunkt verlängert.

In *B* dagegen fehlen die beiden ersten Figuren, die drei concentrischen Kreise sind grösser als in *A*; und endlich sind die beiden convergirenden Linien der 4. Figur nicht bis zu ihrem Durchschnitt verlängert, der hier rechts von der schneidenden Geraden liegen würde, während er in *A* links von derselben liegt.

Bl. 3^v. In *A* sind zu *Propositio 2* noch zwei Figuren für die Fälle beigedruckt, dass der gegebene Punkt erstens Endpunkt der gegebenen Linie ist und zweitens in der gegebenen Linie selbst liegt; beide Figuren fehlen in *B*.

Bl. 4^a. Die Figur zu *Propositio 5* des *A* ist in *B* auf Bl. 3^v.

Bl. 9^a. Die zu *Propositio 39* gehörige Figur ist in *A* in kleinerem Maasstabe als in *B*.

Eine fernere Verschiedenheit ist, dass in *B* oben am Rande von Bl. 2^a die Worte gedruckt sind: »De principijs per se notis: et primo de diffinitionibus earundem«, welche in *A* fehlen.

Als letzte Verschiedenheit der beiden Ausgaben ist zu erwähnen, dass in der ganzen Ausgabe *A* am Kopf jeder Seite von Bl. 2^v an »Liber I« (resp. II, III, u. s. w.) gedruckt ist, und zwar so, dass auf der linken Seite »Liber«, auf der rechten »I« (resp. II, III, u. s. w.) steht; dasselbe ist in *B* der Fall mit Ausnahme der Blätter 2 bis 9, so dass also auf Bl. 9^v (= Seite 18) das Wort »Liber« fehlt, auf der gegenüberstehenden Seite (Seite 19 = Bl. 10^a) dagegen »I« steht.

Aus dem Vorstehenden ergiebt sich nun, dass die beiden Ausgaben in den Blättern 2—9 und nur in diesen verschieden sind; es scheint mir daher klar zu sein, dass man nicht von zwei verschiedenen Ausgaben des Jahres 1482 reden darf, sondern dass man es nur mit einer Ausgabe zu thun hat, von welcher während des Druckes aus irgend einem Grunde der erste Bogen neu gesetzt wurde. Was mag der Grund dafür gewesen sein? Sachlich unterscheiden sich die beiden Drucke im Wesentlichen nur darin, dass in *B* am Anfang der Name Campanus fortgelassen ist und einige Figuren in ihr fehlen, dagegen der Zusatz am Rande von Bl. 2^a »De principiis etc.« neu hinzugekommen ist. Diese Änderungen können aber schwerlich einen Grund abgegeben haben, den ersten Bogen ganz neu zu setzen. Zwei Erklärungen scheinen mir daher für den Neudruck nur übrig zu bleiben: entweder bemerkte man, nachdem eine Reihe von Abzügen gemacht war, die grosse Menge von Druckfehlern im ersten Bogen, oder es ist die Satzform desselben mitten im Druck durch einen unglückligen Zufall unbrauchbar geworden. Im ersten Falle würde sich aber Ratdolt wohl damit begnügt haben, nur die Fehler im ersten Satz zu verbessern, anstatt den ganzen Bogen neu zu setzen. Nun folgt aber aus den vielfach veränderten Abbreviaturen unzweifelhaft, dass der erste Bogen ganz neu gesetzt ist und deshalb neige ich mich der Ansicht zu, dass die Form für den ersten Bogen während des Druckes verunglückt ist und RATDOLT sich desshalb genöthigt sah, den ersten Bogen noch eimal zu setzen. Hierbei mögen auch die Holzschnitte der drei concentrischen Kreise und der zwei convergirenden Linien auf Bl. 2^v, sowie der zu *Propositio 39* gehörigen Figur beschädigt sein, so dass neue Holzschnitte dafür angefertigt werden mussten. Wäre der Satz der Druckfehler wegen erneuert worden, so würden wohl auch die als fehlerhaft erkannten Exemplare nicht in den Handel und somit auch nicht auf uns gekommen sein.

Eine zweite Frage welche sich aufdrängt ist die, welcher von den beiden Drucken ist der erste, welcher der zweite Satz? Einen überzeugenden Beweis zu liefern, halte ich nicht für möglich; wir sind hier, wie oben, auf Vermuthungen angewiesen und will ich im Folgenden kurz die Gründe angeben, aus denen ich die Ausgabe *B* für die spätere halte.

1) Von den 28 Druckfehlern der Blätter 2 bis 9 des *A* sind in *B* 22 beseitigt, 2 sind verändert aber nicht richtig und 4 sind stehen geblieben, dafür haben sich freilich 8 neue eingeschlichen. RATDOLT hat also den neuen Satz benutzt um den Text von einer Reihe von Druckfehlen zu befreien. Läge die Sache dagegen umgekehrt, so würden 22 neue Druckfehler neu hineingekommen sein; diese grosse Anzahl könnte aber nur durch die Schnelligkeit, mit welcher der Bogen neu gesetzt werden musste, erklärt werden, was meiner Meinung nach nicht angeht.

2) Der zweite Grund für meine Ansicht ist das Fehlen von Liber I am Kopfe jeder der neugedruckten 16 Seiten, denn es ist wahrscheinlicher, dass bei dem neuen Satz diese Bezeichnung vergessen worden ist, als dass ihr Fehlen einen Grund zu einem völlig neuen Satz mitabgegeben hat. Ein gleiches Vergessen erklärt das Fehlen des Wortes Circumferentia in der Figur des Kreises auf Bl. 2^a in *B*.

3) Die Euklidischen Lehrsätze sind einzeln durch die Überschrift *Propositio 1* (bezw. 2, 3, u. s. w.) kenntlich gemacht; es würde der Gleichmässigkeit entsprechen, auch den Euclidischen Grundsätzen eine Überschrift zu geben; das hat man in der zweiten Ausgabe (*B*) nachgeholt, war aber genöthigt, sie an den Rand zu setzen, weil der Text der 16 Seiten des ersten Druckes wieder 16 Seiten, nicht mehr, nicht minder, des zweiten

Satzes ausfüllen musste. Aus diesem Grunde mussten schliesslich auf Bl. 9[v] auch die Überschriften *Propositio 40* und *Propositio 41* fortfallen; sie an den Rand zu setzen ging aber in diesem Falle nicht an, weil sonst die dazu gehörigen Figuren fortgelassen oder in verkleinertem Maasstabe hätten neu geschnitten werden müssen.

[1] Vergleiche auch Kästner, *Geometriae Euclidis prima editio* (Lipsiae 1750) und Weissenborn, *Die Übersetzungen des Euklid durch Campano und Zamberti* (Halle 1882), S. 4 ff.
[2] Vergleiche Curtze, in der Zeitschr. für Mathem. **19**, 1874, p. 80.

L'odierno indirizzo e gli attuali problemi della storia delle matematiche.

Di Gino Loria a Genova.*

Nella stessa guisa che ogni popolo civile, non appena si sia assicurato uno stabile assetto politico, attende a che sia serbata memoria delle gesta compiute per conseguirlo, e con amorosa cura raccoglie i nomi di coloro che ne furono più efficaci fattori, quasi volesse dalle glorie del passato derivare gli auspici dell' avvenire; così ogni scienza, appena trascorso quel periodo di ricerca affannosa ed ininterrotta che la rese degna di tal nome, si dà premura di compilare gli annali delle imprese condotte a termine da chi con maggiore successo la coltivò o promosse. Le grandi opere storiche che è fama componessero i Peripatetici Teofrasto da Lesbo ed Eudemo da Rodi stanno a dimostrare quanto di buon ora siasi sviluppato negli studiosi questo sentimento elevato di ben intesa riconoscenza verso coloro che li precedettero nell' arringo scientifico.

Come la storia civile e politica ebbe le sue scaturigini nel l'epopea e soltanto dopo essersi purgata dagli ingredienti introdottivi dalle leggende popolari e dalla fantasia dei poeti assunse i lineamenti che oggi riteniamo come caratteristici di una vera storia; così la storia scientifica, prima di divenire ciò che essa è oggi, si presentò come una sequela di nomi d'autori e titoli di libri, lardellata di aneddoti più o meno interessanti e, quel che più monta, di autenticità in generale insostenibile.

Ma, mentre lo stadio epico — appartenendo ad un' epoca tanto remota ed essendo così schiettamente separato dagli stadi posteriori — non proietta alcuna luce sinistra sulle serietà degli intendimenti e il rigore dei metodi della storia politica; per converso, sono così vicini a noi i tempi nei quali si credeva (si vegga ad es. Kästner) di scrivere la storia di una scienza quando si faceva un catalogo ragionato delle opere racchiuse in una ricca biblioteca, si narravano le circostanze in cui esse vennero acquistate e si dava qualche notizia intorno a chi le compose, che non deve essere cagione di meraviglia il constatare come molti pensino tuttora essere la storia della scienza immeritevole del nome di scienza, lo studio di essa di scarsa o

* Riassunto di una relazione letta dinnanzi al V Congresso storico italiano tenutosi in Genova nel settembre 1892.

nessuna utilità, indegno quindi di venire consigliato o incoraggiato. Ora, poichè nella continuità ininterrotta della storia il pensiero scientifico dell' oggi per ineluttabile necessità si lega al pensiero scientifico di ieri, e dal ritornare alle sue origini lontane o prossime arriva ad una migliore conoscenza di sè medesimo e ad un più sicuro procedere verso le inevitabili trasformazioni future, così io sono convinto sia urgente opporsi a che quell' opinione, basata su un' imperfetta cognizione del vero stato delle cose, si affermi e diffonda. Lo penso anche, perchè, a mio avviso, lo studio della storia della scienza esercita una salutare influenza sulla mente di ogni scienziato. Questi acquista col mezzo di essa serenità nell' accogliere ed imparzialità nel giudicare le nuove dottrine, dopo avere su mille esempi riscontrato come l'errore segni il cammino dall' ignoranza alla verità, e il paradosso dell' oggi possa divenire domani dogma scientifico; e si procurerà in tal modo un antidoto contro quell'avversione a tutto ciò che sa di nuovo, la quale può soffocare i più nobili tentativi di scoperta del vero. Egli diverrà indulgente verso le imprese più chimeriche, apprendendo quanto debba la chimica alla ricerca della pietra filosofale, la fisica a quella del moto perpetuo, l'astronomia allo studio dell' influenza dei corpi celesti sui destini dell' uomo; sarà guardingo prima di condannare all' ostracismo i lavori meno perfetti, percorrendo opere che, come l'Ottica di NEWTON, sono sempre degne di ammirazione e di studio per quanto abbiano siccome canoni fondamentali delle proposizioni oggi inammissibili; egli si corazzerà infine contro il pericolo di ritenere assolutamente indispensabile per una fertile indagine della verità quell' immenso arsenale di strumenti dei quali ogni giorno egli si serve, quando apprenderà gl'ingegnosi espedienti usati in passato per sopperire alla loro mancanza.

Tuttavia se, per queste ragioni ed altre molte che il desiderio di esser breve mi persuade a passare sotto silenzio, ritengo ingiusto il severo giudizio che molti sulla storia della scienza pronunciano, sono costretto ad ammettere essere esso, in parte almeno, giustificato dal modo con cui essa veniva intesa e trattata in epoche non molto discoste da noi. Ed invero, sino a poco tempo addietro, si dimenticava essere la storia tanto racconto di effetti quanto ricerca di cause, epperò si riguardava essere cómpito esclusivo dello storico l'ammassare il più gran numero di notizie bibliografiche, e il diminuire l'aridità di una tale raccolta con particolari relativi alla vita dei singoli autori; unica preoccupazione dello storico era quella di rendere l'esposizione gradita al gran pubblico, ed intelligibile anche per coloro che non erano versati nella scienza di cui egli scriveva i fasti. Oggi all' opposto si tende ad espellere dalla storia di qualsivoglia dottrina tutto che rifletta esclusivamente la vita privata dei cultori di essa, per tener conto soltanto delle circostanze atte ad illuminare l'origine e l'evoluzione successiva delle loro idee e, più generalmente, l'ambiente intellettuale nel quale essi operarono; per compenso si esaminano con occhio di lince tutte le produzioni superstiti, per iscoprirne l'orditura e constatarne le più importanti conseguenze e determinare quindi le successive fasi di sviluppo di ogni teoria ed i loro scambievoli rapporti, in base alle quali desumere il modo in cui lo spirito umano procede dalle tenebre alla luce. In una parola, alla biografia degli scienziati si sostituisce la storia delle idee, e il desiderio di dilettare un pubblico numeroso si surroga coll' intendimento di completare l'istruzione necessaria a chiunque voglia coltivare con successo una data disciplina.

Ora siccome in ragion diretta della serietà degli ideali di chi proponesi di studiare un determinato tema, crescono gli ostacoli che si frappongono al conseguimento dell' intento, così il condurre oggi a buon termine una ricerca storica esige non di rado degli sforzi intellettuali comparabili a quelli necessari per compiere certe investigazioni scientifiche; tanto più che le difficoltà da sormontare sono di natura differente a norma del periodo storico che si studia. E così colui che esamina i fatti accaduti nelle antiche età deve, più che in qualunque altra circostanza, tenere presente il primo dei cardini posti da CARTESIO al sano filosofare, quella cioè di *non accettare mai per vera cosa alcuna che non si conosca ad evidenza esser tale;* armarsi in conseguenza, non di un cieco pironismo, ma di un scetticismo illuminato, a fine di ascrivere fra i veri soltanto quei fatti su cui non può nascere discussione. Orbene, per raggiungere tale certezza è quasi sempre necessario passare attraverso una lunga trafila di testimonianze intermedie; per avere piena conoscenza di una dottrina non basta attingere alle opere di un autore e de' suoi contemporanei, ma bisogna spesso percorrere la letteratura di parecchi secoli e chiedere informazioni a coloro che poterono valersi dei manoscritti originali; di ogni documento fa d'uopo dimostrare l'autenticità, di ogni autore bisogna indagare i procedimenti per discernere le citazioni di prima da quelle di seconda mano; ciascuna fonte secondaria deve venire minutamente discussa; per ogni tradizione conviene indagare il modo di formazione e la via per la quale giunse fino a noi; nè si deve dimenticare la determinazione dell' ordine in cui si succedettero le varie ricerche e dell' età relativa de' vari autori, per non essere trascinati a giudizi tanto erronei quanto sarebbero quelli che farebbe un individuo incapace di percepire giustamente il rilievo degli oggetti e ignaro di tale imperfezione del suo organo visivo. Ma sgraziatamente, anche attenendosi a tutte queste regole, anche usando tutte le cautele immaginabili, non si arriva sempre a conseguenze che tutti ritengono per vere; spesso *si sente* di aver raggiunto la verità, ma si è tormentati dalla persuasione di essere incapaci di trasfondere in altri il proprio convincimento; donde deriva che certe questioni ricevettero parecchie soluzioni fra loro contradditorie eppure egualmente verosimili, fra le quali ciascuno è libero di scegliere quella che maggiormente lo soddisfa.

Alle investigazioni concernenti le origini di un' antica dottrina, le quali formano le delizie dello storico propriamente detto, fanno splendido riscontro quelle, che esercitano la più grande attrazione sullo scienziato di professione, aventi per iscopo la ricostruzione di un edificio scientifico del quale siasi conservato un solo frammento, ricostruzione analoga a quella (che l'anatomia comparata rese possibile) di un animale del quale ci siano presentate alcune membra. Tali lavori di divinazione possono essere condotti con metodo uniforme e guidare a risultati la cui verosimiglianza confini con la certezza, nelle matematiche, ove le varie proposizioni sono siffattamente collegate fra loro che non si può conoscerne una senza essere in possesso anche delle precedenti; ed in fatto molte delle notizie che abbiamo intorno alla geometria greca prima di EUCLIDE sono il frutto di una rigorosa applicazione di tale procedimento.

Passando dalla contemplazione delle splendide produzioni del genio greco, all' esame dei contributi arrecati dall' età di mezzo alle nostre cognizioni positive, saremo dolorosamente impressionati dall' assenza quasi totale di pensatori originali; troveremo in regola dei commentatori, non degli autori; proveremo quindi una sensazione non dissimile da quella che avverte chi passa da un luogo sfarzosamente illuminato ad uno avvolto in una fitta tenebra: e se un accurato esame ci farà scorgere nell' ampia oscurità qualche punto brillante, a cui curiosamente ci avviciniamo, che cosa troveremo? tranne rarissime eccezioni, non una fiamma che avviva e riscalda, ma un pallido fuoco fatuo, ultimo derivato dei prodotti di altri tempi che l'ambiente mefitico conduce alla decomposizione.

Perciò nello studio delle opere medioevali si va incontro, più che in qualunque analoga circostanza, al grave pericolo di smarrire la diritta via e seppellire quelle opere sotto il più profondo disprezzo. Per evitarlo fa mestieri rievocare il mezzo intellettuale nel quale esse furono pensate e scritte, rendersi esatto conto delle condizioni in cui versavano i loro autori in un tempo nel quale, secondo la geniale congettura di un grande poeta, l'architettura sacra era così sviluppata ed ardita perchè rappresentava l'unico campo in cui poteva liberamente estrinsecarsi l'umano intelletto. Tale rievocazione riesce senza dubbio sommamente difficile a noi che viviamo in una epoca in cui la scienza impera come sovrana assoluta; ove però perveniamo a trasportarci col pensiero in quell'epoca, il disprezzo nel quale saremmo tentati di tenere quanto allora venne intrapreso, trasformasi ben presto in ammirazione verso coloro che curarono a che la face della scienza non si spegnesse del tutto; e lo fecero, non già colla fiducia di ritrarne onore e fama, ma colla prospettiva di essere tenuti in conto di maghi o di allucinati; non già colla speranza di raggiungere una onorata fama, ma disposti ad essere in conseguenza tratti sulla via che conduce alla tortura od al rogo.

Nelle ricerche storiche riferentisi alla vita intellettuale del medio evo spesso accade di trovarsi di fronte ad errori assai gravi in cui incorsero gli studiosi di quel tempo, errori per ognuno dei quali si ripresenta la questione se sia debito dello storico il registrare, assieme agli sforzi coronati da buon successo, i tentativi falliti. A me sembra che sia dovere della storia della scienza l'indagare quali idee furono fertili di conseguenze degne di nota, l'assegnare ad esse un posto stabile nel nostro patrimonio scientifico e constatare il naufragio di quelle che non furono abbastanza robuste da poter navigare nel mare procelloso di una critica acuta e rigorosa. In conseguenza, se da un lato credo sarebbe ingiustizia passare sotto silenzio quei conati, infruttuosi bensì, ma in cui esistono germi che diedero in altre circostanze frutti sani e succosi, o quelli che servono a indicare una certa vita intellettuale in un' epoca di letargo; se inoltre credo assai utile porre allo scoperto l'errore che s'annida in certi pseudo-ragionamenti; per converso il serbare memoria di certi grossolani paralogismi, che sembrano quasi prodotti dall' avere i loro autori di deliberato proposito chiuso gli occhi dinanzi alla luce del vero, è a mio credere dannoso forse o per lo meno inutile: e mi sembra indegno della scienza e della storia seguire il consiglio di chi (Montucla) vorrebbe, quasi per rappresaglia, tradurre come malfattori dinnanzi alla posterità le persone che i fatti dimostrarono intellettualmente degradate.

L'eterno oblio non è forse la sorte che ragionevolmente spetta a coloro che con mezzi illeciti tentarono di elevarsi più di quanto avevano diritto? e d'altronde l'oscurità non è forse condanna abbastanza grave per chi volle brillare ad ogni costo?

Il constatare ora come una gran parte delle questioni che s'incontrano studiando la storia scientifica antica e medioevale, abbiano le loro analoghe nella storia moderna di soluzione estremamente più facile, può far credere che la bisogna di chi indaga le vicende della scienza in tempi a noi vicini sia assai agevole. Ma che ciò non sia si riconosce osservando come alle difficoltà che presenta l'investigazione dello stato della scienza in epoche da noi lontane, altre non meno gravi subentrino passando a tempi più vicini, prodotte dall'ingente produzione intellettuale e dalla maggiore varietà ed elevatezza di concetti su cui essa aggirasi. Sicchè lo storico coscienzioso deve disporre di un' accuratezza infinita per procurarsi un completo materiale di studio, di una vasta coltura scientifica che gli consenta di intendere le opere che deve esaminare, e di un non comune acume critico per valutare il valore di quelle opere, e cioè il valore intrinseco, il valore rispetto all' epoca in cui furono composte, il valore riguardo alle conseguenze che ebbero. Qui pertanto si manifesta più chiaramente la necessità di un mutamento nell' indirizzo delle ricerche storiche, fondato sulla divisione del lavoro; e mentre un tempo il MONTUCLA si illuse che un sol uomo potesse render conto di tutti i progressi che le matematiche, sia pure che applicate, fecero dalle origine fino a'giorni suoi, ora si è già riconosciuto indispensabile studiare a parte la storia della matematica pura e quella di ciascuna delle sue svariate applicazioni; anzi si va ognor più raffermando e diffondendo la convinzione che anche ciascuna di queste storie parziali non potrà mai raggiungere il desiderato grado di perfezione, se non allor quando si sarà ricchi di un buon numero di particolari monografie storiche su ogni ramo delle matematiche, scritte da persone aventi speciale competenza.

Altre difficoltà presenta la storia moderna, perchè si esige che essa porga particolari incomparabilmente più minuti dell' antica: si vuole che da essa vengano rivelati i fattori prossimi e remoti delle scoperte di maggiore rilievo, messi in luce i rapporti fra gli autori più noti, e che col suo mezzo vengano definitivamente risolte quelle spinose questioni di priorità che turbano quella bella concordia che d'ordinario regna fra gli scienziati. Per rispondere a tutte le domande che in conseguenza si affollano alla sua mente, lo storico si trova di sovente trascinato a compiere delle scorrerie in campi estranei alla cerchia consueta de' suoi studi nell' intento di procurarsi il combustibile con cui fare un po' di luce, e spingersi perfino a indagare tanto le relazioni politiche, commerciali ed intellettuali fra popolo e popolo, quanto le condizioni interne di ogni paese.

Errerebbe chi credesse che il vasto programma dell' odierna storia scientifica, del quale ho dianzi indicati alcuni articoli, sia ancora tutto da svolgere. Al contrario, si è già percorso buon tratto di cammino verso la conoscenza di quanto accadde in passato, e con gioia posso constatare come il moto in avanti, lungi dall' arrestarsi, accenni a proseguire con velocità crescente ed invadere tutto il mondo civile.

L'angustia dello spazio mi costringe a tacere degli importanti documenti, di recente scoperti e pubblicati, che svelarono le cognizioni aritmetiche e geometriche possedute dai popoli che precorsero gli Europei nell' arduo cammino delle scienze. Ma non posso per converso lasciare inosservato come la storia della matematica greca abbia raggiunto in questo ultimo quarto di secolo una perfezione insperata; cosicchè, prescindendo da qualche nube (che forse non si giungerà mai a dissipare) ancora avvolgente alcuni metodi di ricerca e specialmente i procedimenti di calcolo numerico, si è in grado di delinearne i contorni e disegnarne con esattezza anche molti particolari. È forza e dovere riconoscere che ciò è stato reso possibile dal valido aiuto che i cultori della filologia classica volonterosamente offrirono ai matematici: essi, col preparare delle eccellenti edizioni critiche dei più eminenti scienziati greci, nelle quali sono indicati i passi di origine dubbia, le interpolazioni, le aggiunte di posteriori commentatori, in una parola facendo servire a nostro vantaggio gli attrezzi ed i metodi dell' esegesi e dell' ermeneutica moderne, ci posero in grado di accertare la genuinità di alcuni testi, di migliorarne altri e di ricostruirne altri ancora.

Quanto alla storia della matematica presso i Romani, dopo il bel lavoro di Maurizio Cantor, ben poco ci resta a fare; d'altronde l'epoca in cui essi dominarono è una delle più sterili in produzioni scientifiche, tanto che si sarebbe tentati di giudicare quei nostri lontani progenitori come incapaci a piegare il loro genio pratico alle astrazioni della scienza; si può tutt' al più far merito ad essi di avere fatto in principio del medio evo quello che alla fine fecero gli Arabi, di avere cioè conservata e trasmessa la tradizione del sapere greco.

Per quanto concerne la storia scientifica dell' età di mezzo furono già raccolti e sfruttati molti importanti materiali; molti, ma non ancora a sufficienza. E per rendere meno imperfetta la nostra conoscenza di quell' epoca la generalità dei matematici deve rivolgersi per aiuto agli orientalisti, la cui collaborazione sembra indispensabile per determinare con esattezza quanto fecero gli Arabi, sia di originale, sia per tramandarci le produzioni dell'antica Grecia; si rivolgono agli eruditi di professione per ottenere vengano tolti dagli archivi, decifrati e pubblicati quei preziosi manoscritti a cui troppo spesso si tributa un culto simile a quello degli Egiziani per le mummie schierate nei sotterranei.

Finalmente per quanto concerne la storia scientifica moderna, siamo giunti recentemente in possesso del secondo volume dell' opera magistrale dell' illustre capo della scuola storica tedesca, volume che ci abilita a giudicare quanto i matematici fecero prima dell' invenzione del calcolo infinitesimale. Inoltre di quei tempi e dei tempi posteriori altre scritture sono capaci di porgere ampie sebbene non complete notizie. Esse però non hanno il potere di sconsigliare dal portare a compimento, cambiandone forse il piano e le tendenze, la grande impresa a cui si accinse GUGLIELMO LIBRI scrivendo l'*Histoire des sciences mathématiques en Italie;* il lasciarla più a lungo nello stato frammentario nel quale attualmente si trova potrebbe ingenerare la falsa opinione che, spento GALILEO e dispersa la sua scuola, l'Italia sia stata, sino ai nostri tempi, sterile in matematici originali.

Intanto mi sia concesso esprimere il desiderio che queste pagine abbiano in primo luogo la virtù, se non di svelare agli spregianti o incuriosi la grandezza della storia della scienza, almeno di ricordare le belle parole di LEIBNIZ: *La verità è più diffusa di quanto si pensi; ma è spessissimo nascosta, avvolta, affievolita, mutilata, corrotta da aggiunte. Col rilevare le traccie di verità presso gli antichi ed i predecessori si caverà il diamante dalla sabbia, la luce dalle tenebre, e si riuscirà a formare una filosofia perenne.* E in secondo luogo quello di attrarre l'attenzione degli eruditi sul campo vasto e fertile in utili risultati che loro offre la storia della scienza; di scuoterli dall' indifferenza che molti affettano per essa, convincendoli esser dessa un elemento integrante della conoscenza di qualunque popolo, di qualunque secolo; di indurli quindi a prestare il loro valido aiuto agli scienziati titubanti nell' interpretare gli antichi testi; in una parola di stringere un' alleanza fra gli scienziati ed i cultori delle discipline storiche e filologiche, senza della quale sembra vana la speranza che la storia delle matematiche compia in avvenire dei progressi comparabili a quelli che incessantemente vanno facendo gli altri rami dello scibile.

Ancora sul teorema fondamentale della teoria delle equazioni algebriche.

Di GINO LORIA a Genova.

Nel presentare al r. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti il vol. V (nuova serie) delle Bibliotheca Mathematica, il prof. FAVARO notava, a proposito dell' *Esame di alcune ricerche concernenti l'esistenza di radici nelle equazioni algebriche* ivi contenuto (p. 99—112), che io avrei potuto forse fare a quel lavoro delle nuove aggiunte »pescando nelle famose *Riviste di giornali* del BELLAVITIS«.[1] Sembrommi quindi doveroso di seguire il consiglio implicitamente contenuto in questa osservazione; ed ora mi gode l'animo nell' asserive che, avendo percorsa attentamente la completa e variopinta collezione delle prelodate *Riviste,* trovai in un solo punto di esse fatto un cenno rapidissimo del teorema su cui erigesi la teoria delle equazioni algebriche. Alludo a quel passo della *Settima rivista*[2] ove il celebre inventore del metodo delle equipollenze discorre della dimostrazione del FOSCOLO (n. 36),[3] per segnalare i punti di contatto che essa manifesta con una esposta assai prima dal BELLAVITIS stesso nel § 15 del *Saggio sull' algebra degli immaginarii.*[4]

Forse non mi sarei deciso a far noto questo piccolo risultato di quella modesta ricerca bibliografica, ove non avessi cosl rinvenuta l'occasione desiderata per dare notizia di alcune importanti investigazioni[5] che vennero ad accrescere in modo notevole la letteratura dell' argomento in questione.

Fra esse meritano il posto d'onore quelle di WEIERSTRASS,[6] le quali in sostanza arrivano a trasformare in argomentazione rigorosa e concludente uno pseudo-ragionamento antichissimo, il cui punto debole non era sfuggito a GAUSS. Infatti il grande analista di Berlino si propone di dimostrare che, posto

$$(x-x_1)(x-x_2)\ldots(x-x_n)=x^n+\sum_\nu(x_1\ldots x_n)_\nu x^{n-\nu},$$

ove ν qui ed in seguito assume successivamente tutti i valori interi da 1 a n, e supposte date n costanti arbitrarie $C_1, C_2, \ldots, C_n$, esistono sempre n altre quantità $x_1, x_2, \ldots, x_n$ soddisfacenti le n equazioni seguenti

$$\text{(S)} \qquad (x_1\ldots x_n)_\nu = C_\nu,$$

tali, cioè, che, posto

$$f(x) = x^n + C_1 x^{n-1} + \ldots + C_n$$

risulti identicamente

$$f(x) = \prod_\nu (x - x_\nu).$$

A tale scopo egli insegna un algoritmo con cui, date le C, si possono determinare le quantità $x_1, x_2, \ldots, x_n$ soddisfacenti il sistema (S), senza, ben inteso, presuppore nota prima l'esistenza di tali quantità. In questo metodo di calcolo si ammette essere differente da o il discriminante di $f(x)$ e noto un sistema di n quantità $a_1, a_2, \ldots, a_n$ soddisfacenti le condizioni

$$\text{(C)} \qquad | C_\nu - (a_1 a_2 \ldots a_n)_\nu | < d_0,$$

ove d_0 è un numero positivo soggetto a certe limitazioni che per brevità qui si tacciono; da esso sistema se ne deducono successivamente altri $a'_\nu, a''_\nu, \ldots$, mediante le equazioni

$$a'_\nu = a_\nu - \frac{f(a_\nu)}{\prod_\mu (a_\nu - a_\mu)}, \qquad a''_\nu = a'_\nu - \frac{f(a'_\nu)}{\prod_\mu (a'_\nu - a'_\mu)}, \ \ldots \quad \text{ove } \mu \gtrless \nu.$$

Le quantità $a_\nu^{(\lambda)}$ $(\lambda = 0, 1, 2, \ldots)$ così definite sono tutte finite. Se si pone $A_\nu^{(\lambda)} = (a_1^{(\lambda)} \ldots a_n^{(\lambda)})_\nu$ e si chiama $\varepsilon^{(\lambda)} d_0$, per un certo valore di λ, la massima fra le quantità $| C_\nu - A_\nu^{(\lambda)} |$, si avrà $\varepsilon^{(\lambda)} < (\varepsilon)^{2\lambda}$. Finalmente se si designa con $\varphi_\lambda(x)$ il prodotto $\prod_\nu (x - a_\nu^{(\lambda)})$ e con $\psi_\lambda(x)$ la differenza $f(x) - \varphi_\lambda(x)$, le n quantità

$$(*) \qquad x_\nu = a_\nu - \sum_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} \frac{f(a_\nu^{(\lambda)})}{\varphi'_\lambda(a_\nu^{(\lambda)})},$$

queste soddisfaranno il sistema (S). Tutto dunque è ora ridotto ad assodare la esistenza delle quantità $a_1, a_2, \ldots, a_n$ soddisfacenti le condizioni (C): ciò vien fatto dal WEIERSTRASS nel terzo § della sua memoria, servendosi di due proposizioni che, a mò di lemmi, egli premise nel secondo. Per una prossima scrittura egli riserba l'esposizione di complementi al suo notevolissimo ragionamento (a dimostrarne l'importanza basta segnalare le formole (*), le quali dànno esplicitamente tutte le varie radici della equazione proposta), dopo averne con una semplice osservazione estesa la portata sino ad includere il caso in cui il discriminante di $f(x)$ sia nullo.

Le altre indagini su cui credo opportuno di fissare l'attenzione degli algebristi sono dovute al MERTENS[7] e rappresentano uno svolgimento ulteriore dei concetti che governano le anteriori pubblicazioni del medesimo autore sullo stesso tema (n. 74). Come le antiche, le nuove indagini sono di quelle che è impossibile riassumere; ci limitiamo pertanto alla seguente notizia. Quando un' equazione algebrica ad un' incognita $f(z)=0$ non possiede alcuna radice (reale o complessa) razionale, in generale ad essa non si può soddisfare che adoperando un procedimento di approssimazione continua illimitata; laonde dimostrare il teorema fondamentale dell' algebra non può significare altro che scoprire un modo per determinare successivamente dei valori razionali di $z=x+iy$ che rendano $|f(z)|$, funzione continua e sempre positiva delle variabili reali x e y, minore di qualsia numero positivo dato; e (supposto ancora che $f(z)$ e $f'(z)$ siano funzioni fra loro prime) a tale scopo è sufficiente sapere determinare, mediante un numero finito di tentativi, un valore a partir dal quale la notissima regola di NEWTON rappresenti un vero metodo di approssimazione. Gli è quello in cui mirano ed a cui giungono le argomentazioni del MERTENS.

Mi sia lecito di lamentare da ultimo che anche nel più pregevole trattato d'algebra che — per quanto a me consta — vide la luce in questi ultimi tempi,[8] il teorema fondamentale venga dimostrato con qual ragionamento incompleto,[9] che è oggi a cognizione di tutti per opera del *Cours d'algèbre supérieure* di J. A. SERRET.

[1] A. FAVARO, *Sulla Bibliotheca mathematica di Gustavo Eneström.* Atti del r. istituto Veneto 3_7, 1892, p. 643.

[2] Atti dell' i. r. Istituto Veneto 10_3, 1865, p. 136—137.

[3] I numeri in parentesi servono di richiami all' Elenco con cui si chiude il mio articolo precitato.

[4] Memorie dell' i. r. Istituto Veneto 4, 1852, p. 263.

[5] Escludo quelle di E. AMIGUES e P. MANSION di cui fa cenno il T. XXII (p. 107) del Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik.

[6] Furono annunziate all' Accademia di Berlino nel 1859 (v. Monatsberichte p. 758) e di nuovo nel 1868 (v. Monatsberichte p. 428); vennero ad essa poi presentate il 21 Febbrajo 1889 ed inserite nel resoconto della seduta del 17 Dicembre 1891, sotto il titolo *Neuer Beweis des Satzes*

dass jede ganze rationale Function einer Veränderlichen dargestellt werden kann als ein Product aus linearen Functionen derselben Veränderlichen.

[7] *Der Fundamentalsatz der Algebra.* Sitzungsberichte der k. Akad. d. Wiss. in Wien (Math.-naturv. Classe) **101**, 1892, p. 415—424; e Monatshefte für Mathem. und Phys. (Wien) **3**, 1892, p. 293—308.

[8] G. CHRYSTAL, *Algebra, an elementary text-book.* Part I. Second Edition. Edinburgh 1889.

[9] Cfr. Bibliotheca Mathematica 1891, p. 101.

Mathematische Werke in hebräischen Übersetzungen.

Notiz von M. STEINSCHNEIDER in Berlin.

Ich beabsichtige in dieser Zeitschrift eine chronologische Übersicht der mathematischen Studien der Juden seit dem 10. Jahrhundert zu geben; einen wichtigen *Teil* der betreffenden Literatur bilden hebräische *Übersetzungen* aus verschiedenen Sprachen, welche ich in einer Monographie behandelt habe. Da ich auf letztere öfter werde Bezug nehmen müssen, so mag die nachfolgende Notiz darüber als *Vorläufer* der, im nächsten Hefte beginnenden Übersicht angesehen werden.

Im Jahre 1880 stellte die »Académie française» als Preisaufgabe eine vollständige Bibliographie der hebräischen Übersetzungen des Mittelalters ohne Unterschied des Inhaltes und der Sprache der Originale. Mein Memoire in französicher Sprache hatte das Glück, im Jahre 1884 den Preis zu erlangen. Es sind darin nicht bloss die Übersetzungen, sondern auch die Commentare und Compendien etc. erschöpfend behandelt. Ich habe es vorgezogen, meine Untersuchungen in deutscher Sprache zu veröffentlichen, und das betreffende Werk ist so weit gediehen, dass die 8 Register, welche die Titel, die Namen und Sachen und die angeführten Handschriften umfassen, auf Seite 1086 abschliessen. Wenn diese Zeilen in die Hände der Leser gelangen, ist auch die kurze Vorrede abgedruckt, und das fertige Werk in 2 Bänden erschienen.* Wenn auch anzunehmen ist, dass diejenigen Gelehrten welche sich mit Geschichte der Mathematik beschäftigen, bei dem Zusammenhange der Geschichte der Wissenschaften überhaupt, sich für verschiedene Partien des Werkes interessiren könnten, welches nicht bloss die hebräischen Übersetzungen vollständig aufzählt, sondern auch die Autoren und Werke selbst zum Gegenstand der Forschung macht; so scheint es mir doch aus dem oben angegebenen Grunde angemessen, die Leser der Bibliotheca Mathematica durch die folgenden Zeilen mit dem Inhalte des Abschnittes »Mathematik» (S. 501—650) genauer bekannt zu machen.

* Das Werk (in 300 Exemplaren gedruckt) ist, zum Preise von 30 Mk. direct von dem Bibliographischen Bureau in Berlin oder durch jede Buchhandlung zu beziehen. Um das Publikum in Stand zu setzen, den Inhalt und Umfang des Werkes zu beurtheilen, habe ich von der speciellen »Übersicht» eine Anzahl von Exemplaren, gewissermassen als Prospect, drucken lassen, welcher auf Verlangen gratis zu beziehen ist.

Im Allgemeinen sei bemerkt, dass das Werk in 5 Abschnitte zerfällt; vorangeht: »Allgemeines» (Encyklopaedik und dergl.). Abschn. I: Philosophie; II: Mathematik; III: Medicin; IV: Verschiedenes; V: die Juden als Dolmetscher. Jeder der Abschnitte I—IV zerfällt in IV Kapitel: Griechen, Araber, Juden, Christen; die Paragraphen laufen von 1—590 fort; jeder Artikel beginnt mit Angaben über Zeit und Vaterland des Verfassers unter Anführung der besten Quellen. Die hebräischen Übersetzungen, welche nicht direct aus den Originalen geflossen sind, werden auf ihre Mittelquelle zurückgeführt. Es handelt sich überwiegend um mss., welche vollständig aufgezählt sind.

Der Abschnitt Mathematik beginnt mit Vorbemerkungen zu Kapitel I: Griechen § 309. Es folgen (in alphabetischer Reihe) Archimedes, von der Sphäre und dem Cylinder, *de mensura circuli* § 310. Autolykos, von der Sphäre in Bewegung 311. Euklid, Elemente 312—313, arabische und andere Commentare 314; *Data*, Optik, Buch der Spiegel 316. Eutocius, Commentar zu Archimedes 317. Hermes, über die Fixsterne 318. Menelaos, *Sphaerica* 319. Nikomachos, Arithmetik 320. Ptolomäus, 321; *Almagest* 322—324, *Quadripartitum* 325, *Centiloquium* 326—328, *Planisphaerium* 329, 330, Astrolab 331, 332, Hypothesen 333. Einleitung (Geminus) 334, Verschiedenes 335. Theodosius, *Sphaerica* 336.

II. Kapitel: Araber. Ibn Afla'h, Astronomie 337, Sector des Menelaos 338. Albubater 339. Averroës, kurzer *Almagest* 340. Battani, Astronomie 340[b]. Bitrodji, Astronomie 341. Costa ben Luca, *Globus* 342. Fergani, Astronomie 343, Compendien und Commentare 344. Al-'Hassar, Rechenkunst 345. Ibn al-Heitham, *de Imaginibus* 346, Astronomie 347—349. Kabisi (Alcabitius), Astrologie 350. Al-Kindi, Nativitäten, Regen, Ursachen des Regens 351. Kuschjar, Tabellen 352. Abu Ma'aschar, Einleitung in die Astrologie 353—354. Al-Matani (Muthanna), Gründe der Tafeln des Khowarezmi 356. Ibn Mu'ads, Sonnenfinsternisse, Morgenröte 357. Muhammed ben Muhammed, Bogenquadrant 358. Omar ben Muhammed, Astronomisches Compendium 359. Ibn abi'l Ridjal, Astrologie 360—361. Ibn al-Saffar, Astrolab 362. Ibn al-'Sam'h, Cylinder und Kegel 363. Schodja, Algebra 364—367. Thabit ben Korra, *Figura sector* 368. Zarkali, *Safi'ha* (Scheibe) 369—371. — Anonyme Schriften 372, 373.

III. Kapitel: Juden. Jakob al-Corsono, Astrolab; Josef Israeli, Compendium der Astronomie seines Vaters 374. Josef ibn Na'hmias, Licht der Welt (Astronomie) 375. Josef ibn

WAKKAR, astronomische Tabellen 376. MAIMONIDES, Chronologie 377. MASCHALLAH 378, astrologische Fragen, Eklipsen 379. SAHL BEN BISCHR 380—381, astrologische Urteile 382. — Anhang: JAKOB BEN MACHIR (PROPHATIUS), *Quadrans novus* 383—386. JAKOB POËL, astronomische Tafeln 387.

IV. Kapitel: Christen. ALFONS X, astronomische Tafeln 388. (St. ARCHANGEL 389). ALFONSO, Quadratur des Zirkels 391. BARTOLOMEO DEI MANFREDI, Celidario 392. BIANCHINI, *Tabularum canones* 393, 394. CHRYSOCOCCA, persische Tafeln 395, 396. DARDI aus Pisa,[1] 194 Probleme aus den Beziehungen der 5 numerischen Quantitäten 397. GERARD VON SABBIONETTA 398, *Theorica planetarum* 399. HERMANNUS CONTRACTUS, *de mensura astrolabii* 400. JOHANNES VON GMUND, Aspecte der Sterne 401. JOHANNES DE SAXONIA, *Canones, Mutatio aëris* (?) 402. LUCA PACIUOLO, *Summa de Arithmetica* etc. 403. PEDRO IV, astronomische Tafeln 404. ALESS. PICCOLOMINI, *La spera del mondo, theoriche* 404[b]. PURBACH, *Theorica planetarum* 405. REGIOMONTANUS, Ephemeriden 406. SACROBOSCO, *Sphaera mundi* 407—411. — Anonyme Schriften: Pariser Tafeln, Quadrant, Eklipsen, geometrische Probleme, astrologisches Fragment 412.

Von der gesammten hier behandelten Literatur ist fast gar Nichts gedruckt. Zwei Übersetzungen von SACROBOSCO's *Sphaera* erschienen Offenbach 1720, 4°, eine Abhandlung über den jüdischen Kalender von MAIMONIDES, aus dem Arabischen, Frankfurt a. M. 1849 (näheres im *Catal. Bodl.* p. 2254 und 1917). Hingegen sind *Hunderte* von Mss. in aller Welt zerstreut, deren bekannte Beschreibungen vielfach einer kritischen Zurechtstellung bedurften.

[1] Über diesen Autor (ms. Paris 1029) habe ich keine Nachricht auffinden können.

Sopra un codice ebraico contenente alcuni scritti matematici ed astronomici.

Nota di P. Riccardi a Modena.

Nelle mie indagini intorno ai codici Euclidei mi è occorso di consultare un codice miscellaneo di proprietà privata, il quale per la sua importanza merita una particolareggiata descrizione.

Esso consta di un volume rilegato in cartapecora, delle dimensioni nei fogli di milimetri 245 × 182, composto di 147 carte in 4°; cioè car. numerate 1, ..., 66, due car. senza numeri, car. 77 numerate 67, ..., 143, e due car. bianche nel fine, senza numerazione. Le car. 1ª, 8ª e 9ª, 16ª e 17ª, 25ª e 26ª, 34ª e 35ª, 42ª e 43ª, 50ª e 51ª, 58ª e 59ª, 66ª, 67ª, 68ª e 69ª, 76ª e 77ª, 84ª e 85ª, 92ª e 93ª, 100ª e 101ª, 109ª e 110ª, 118ª e 119ª, 126ª e 127ª, 134ª e 135ª, 142ª e 143ª sono membranacee e le altre tutte bombicine con marca di fabbrica.

E scritto in carattere ebraico nitidissimo, quasi uniforme e presumibilmente della stessa mano; ed è corredato di figure geometriche ed astronomiche ben disegnate, interposte al testo. Come ammanuense vi è indicato Mordechai Finzi da Mantova, il quale afferma di averlo trascritto nel periodo dal 1441 al 1456.[1]

Contiene i seguenti scritti.

I. Da car. num. 1 *verso* a car. 67 *v°*. I primi sette libri degli Elementi di Euclide tradotti dall' arabo in ebraico dal Rabbino Jahakov Ben Machir, nato a Cordova verso la fine del secolo XII, ed appartenente alla celebre famiglia dei Tibboniadi, valenti volgarizzatori di opere arabe.[2]

Al testo dei primi libri degli Elementi, preceduto da una breve prefazione del traduttore, sono intercalate le figure geometriche rispondenti al testo Euclideo secondo la versione dall' arabo attribuita al Campano.

II. Da car. 68 *recto* a car. 83 *verso:*

L'astrolabio di Abraham Aben Ezra.

In una nota illustrativa dell' ammanuense si legge: »Tutto questo è detto in modo approssimativo; ed eccoti un' altra lezione sullo stesso soggetto, tratta da un' altra spiegazione dell' astrolabio fatta dal dotto Rabbino Abraham Aben-Ezra, nell' anno 4906» (dell' era ebraica, corrispondente al 1146 dell' era volgare).

Vi sono intercalate alcune altre note dell' ammanuense, precedute sempre dalla locuzione: »Dice Mordechai Finzi ec.»

Nell' ultima di queste note si legge: »Qui finisce la spiegazione dell' astrolabio del dotto Rabbino Abraham Aben-Ezra del suo secondo esemplare».

Segue nel fine una nota del figlio del traduttore, sul modo di determinare le distanze e le altitudini, preceduta dalle parole dell' ammanuense: »Dice Emanuel figlio di Jahakov ec.»

III. Da car. 84 *recto* a car. 104 *recto*. L'astrolabio di Tolomeo.

a) Indice dei 40 capitoli componenti l'opera di Tolomeo sugli strumenti (sic) dell' Astrolabio.

Nel fine dell' indice trovasi la nota dell' ammanuense: »Qui finisce la descrizione dell' astrolabio, tradotta dall' arabo in ebraico dal dotto Rabbino Jahakov figlio del dotto stimato Rabbino Machir di felice memoria.»

b) Modo di costruire l'astrolabio secondo il sistema di Tolomeo (ricavato dal libro sui sette climi dello stesso astronomo).

L'ammanuense intercala al testo del summenzionato trattato (car. 97 *v°*—100 *r°*) parecchie sue note illustrative, facendolè precedere dalla solita locuzione: »Dice Mordechai Finzi ec.»

A car. 99 *v°* trovasi la figura dell' astrolabio ben disegnata.

In altra notarella, scritta in carattere più minuto, si legge: »L'ho scritto io (intendasi il codice) Mordechai Finzi e l'ho corretto tutto, meno l'ultimo capitolo, nel mese di Scevat [Gennajo-Febbrajo] anno 201» [cioè 5201 dell' era ebraica, corrispondente all' anno 1441 dell' e. v.].

IV. Da car. 104 *v°* a car. 123 *v°*. Epistola sul modo di costruire la tavola detta *Zeppichà*, di Abu Isac Ibn Alzracala.[3]

Indice dei capitoli del trattato, cui fa seguito la nota dell' ammanuense: »Prima di cominciare a spiegare i summenzionati capitoli parve bene a me, Mordechai Finzi, di descrivere la tavola che vi va unita, e di chiarirla secondo mi venne fatto di comprendere dalle spiegazioni avute oralmente dal dotto maestro Bartolomeo Dall' Orologio, abitante qui in Mantova, da me consultato e che mi fu largo di aiuto.»

Nel margine poi della pagina num. 105 *v°* si trova una nota del traduttore, scritta in carattere minutissimo, nella quale dà la descrizione della tavola *Zeppichà*.

V. Da car. 124 *r°* a car. 142 *r°*. Trattato della sfera celeste composto da Costa figlio di Luca, per Hasmon Abdalah Ibn Jachia.

Prefazione, indice dei 65 capitoli dei quali si compone il trattato, e nel fine del trattato la nota: »E finito il trattato della composizione della sfera celeste di COSTA figlio di LUCA. Lo tradusse il dotto Rabbino JAHAKOV, figlio di MACHIR, figlio di TIBBON. La traduzione fu terminata nell' anno 5016 della creazione» (corrispondente al 1256 dell' e. v.).

Segue nel fine la nota dell' ammanuense:

»Terminai di scriverlo io MORDECHAI FINZI, oggi mercoledì 10 Agosto 5216 della creazione (an. 1456 dell' e. v.) quì in Mantova, ed è libro assai corretto».

VI. Da car. 139 *v*° a car. 141 *v*°.

Modo di costruire il Mappamondo. (Anonimo).

VII. Da car. 142 *r*° a car. 143 *r*°.

Modo di costruire la meridiana. (Anonimo).

Da quanto ho esposto si comprende che MORDECHAI FINZI, cui è dovuta la trascrizione del codice, non era solo un accurato scrivano, ma un istruito ammanuense e conscienzioso postillatore; e che a vantaggio della storia della scienza codesto codice, tradotto in lingua più conosciuta, forse meriterebbe di essere pubblicato.

[1] Debbo alla cortesia del dotto sig' SALOMONE JONA, Rabbino maggiore in Modena, la traduzione italiana degli squarci del testo che mi occorrevano per compilare questa recensione.

[2] V. nel catalogo del PASINI: *Codices manuscripti bibl. R. Taurinensis* ec. (Taurini, 1749, T. I, p. 3, col. 1ª, e p. 25 col. 2ª) la descrizione di preziosi codici ebraici degli Elementi di EUCLIDE tradotti dall' arabo da MOSE figlio del R. SAMUELE, figlio di GIUDA, figlio di TIBBON. E similmente si consulti il catalogo degli ASSEMANI: *Codices manuscripti biblioth. apost. vaticanae* (Romae 1756). Cfr. cod. CCXC, CCCXXXVIII, e CCCC.

[3] Nel British Museum esiste un ms. di ABU ISHAC IBRAHIM IBN AL ZARCILAH AL TULAITILI, intitolato: *Liber operationis per planam tabulam astronomicam, compositam ad dispositionem siderum et inveniendam aequationem prout figura celestis postulet.* Cfr. HOUZEAU et LANCASTER, *Bibliographie générale de l'astronomie,* t. I, par. I, p. 475.

RECENSIONEN. — ANALYSES.

A. Reblère. MATHÉMATIQUES ET MATHÉMATICIENS. PENSÉES ET CURIOSITÉS. Deuxième édition, revue et augmentée. Paris, Nony 1893. 8°, 4 + II + 566 p.

Ce livre se compose de quatre parties, dont la première se rapporte à la philosophie et à l'histoire des mathématiques, la deuxième contient des variétés et des anecdotes sur les mathématiciens, et la troisième est un recueil de paradoxes et de singularités mathématiques; dans la quatrième partie l'auteur a réuni un certain nombre de problèmes curieux, et à la fin il donne une liste bibliographique d'ouvrages sur la philosophie, l'histoire, les applications, l'enseignement et les curiosités des mathématiques.

Dans un journal consacré à l'histoire des mathématiques, le livre de M. REBIÈRE peut être mentionné pour deux raisons. D'une part, il contient, outre une esquisse de l'histoire des mathématiques, beaucoup de notices détachées sur le même sujet; d'autre part, on y trouve un recueil de matériaux pour l'histoire des opinions sur les mathématiques.

Quant à l'esquisse de l'histoire des mathématiques, elle n'embrasse que six pages (p. 119—124); l'auteur y a divisé le développement des mathématiques en sept périodes qu'il caractérise succinctement, et il ajoute quelques mots sur chacun des mathématiciens suivants: THALES, PYTHAGORAS, PLATON, EUKLIDES, ARCHIMEDES, APOLLONIOS, HIPPARCHOS, PTOLEMÆUS, DIOFANTOS, PAPPOS, GERBERT, LEONARDO PISANO, LUCAS PACIOLI, COPERNICUS, CARDANO, VIÈTE, NEPER, HARRIOT, GALILEI, KEPLER, DESCARTES, FERMAT, PASCAL, HUYGENS, NEWTON, LEIBNIZ, EULER, D'ALEMBERT, LAGRANGE, MONGE, LAPLACE, CARNOT, GAUSS, PONCELET, CAUCHY, JACOBI, CHASLES. Les indications sont parfois un peu superficielles; en voici deux exemples: »DIOPHANTE (350 ans ap. J.-C.) surnommé le Père de l'algèbre, crée enfin cette nouvelle branche dans ses *Arithmétiques*»; ... »MONGE (1746—1818) fonde la géométrie descriptive, si utile aux ingénieurs».

Parmi les nombreuses notices historiques disséminées dans le livre de M. REBIÈRE, nous nous permettons d'indiquer ci-dessous quelques-unes qui méritent d'être complétées ou corrigées pour une troisième édition.

P. 124, 130. CHASLES est mort le 18 déc. 1880 (non 1876).

P. 140. L'auteur comprend l'*Histoire des sciences mathématiques* de M. MARIE parmi les ouvrages les plus importants et les plus remarquables; cette indication aura peut-être besoin d'être un peu modifiée.

P. 142. M. REBIÈRE mentionne les principaux journaux mathématiques publiés actuellement en France; il serait à propos de donner aussi une liste des principaux journaux mathématiques étrangers.

P. 273—275. La liste des mathématiciennes décédées peut être complétée par les noms MARIA CUNITZ (mort en 1664) et MARIA MITCHELL (1818—1889), professeur d'astronomie à Vassar College (New York, U. S. A.). Parmi les nombreuses mathématiciennes vivantes, il convient de signaler aussi CHARLOTTE ANGAS SCOTT, professeur à Bryn Mawr College (Pennsylvania, U. S. A.).

P. 301. Le premier traité d'arithmétique qui a été imprimé n'est pas celui de BORGO (Venezia 1484), comme l'indique M. REBIÈRE. En effet on connaît un traité d'arithmétique imprimé à Treviso en 1478, et deux traités parus à Bamberg respectivement en 1482 et en 1483.

P. 319. La notice sur les dimensions de la grande pyramide, probablement tirée de l'ouvrage connu de PIAZZI-SMYTH, n'a guère de fondement réel.

P. 416. L'auteur dit: »FERMAT affirme, sans démonstration, qu'au-dessus du cube, la somme des puissances semblables de deux nombres n'est jamais la puissance semblable d'un troisième nombre«. Ici il faut mettre *carré* au lieu de *cube;* FERMAT savait très bien que l'équation $x^n + y^n = z^n$ est impossible pour $n = 3$.

P. 443. Parmi les savants qui ont fait des recherches sur les propriétés géométriques des alvéoles des abeilles, on peut signaler aussi F. W. HULTMAN (1868), K. MÜLLENHOFF (1883) et H. HENNESSY (1885).

Nous avons déjà fait observer que le livre de M. REBIÈRE, contient des matériaux pour l'histoire des opinions sur les mathématiques. En effet, l'auteur a réuni un grand nombre de citations empruntées non seulement aux mathématiciens, mais aussi aux poètes, aux philosophes, aux hommes politiques aux orateurs sacrés, etc., et se rapportant toutes aux mathématiques. Ces citations ne sont pas toujours flatteuses; écoutons par exemple ce que dit CONDILLAC (p. 351): »Le géomètre avance de supposition en supposition, et retournant sa pensée sous mille formes, c'est en répétant sans cesse *le même est le même,* qu'il opère tous ses prodiges.« Ce jugement peu favorable me rappelle quelques mots de l'amiral JURIEN DE LA GRAVIÈRE, non cités par M. REBIÈRE, et que je me permets de rapporter ci-dessous:

> Les géomètres ont, plus que d'autres, besoin d'être jugés par leurs pairs: la géométrie, en effet, est un arcane. Elle tient ses assises à part, décerne ses prix sans phrase et, contemplant avec une juste fierté l'univers soumis en ses plus intimes profondeurs aux lois dont elle a saisi l'enchaînement, se refugie, calme et impossible, dans sa royauté silencieuse. C'est bien une royauté, en effet, et une royauté absolue qu'exerce cette science maîtresse qui ne connaît pas le doute comme ses soeurs et n'a jamais, depuis le temps d'EUCLIDE, bâti sur le sable. Ajoutous que, par son exemple, la géométrie a influé sur la direction imprimée à toutes les branches des connaissances humaines. (Comptes rendus des séances de l'académie des sciences [de Paris] **101**, 1885, p. 1307.)

La lecture des aphorismes sur les mathématiques reproduits par M. REBIÈRE est souvent très instructive; en les comparant on trouve parfois la même pensée exprimée par plusieurs personnes. On pourrait donc se proposer comme un problème historique d'étudier le développement d'une certaine pensée à travers les âges. Prenons pour exemple la sentence de M^me^ DE STAËL (p. 162): »Rien n'est moins applicable à la vie qu'un raisonnement mathématique». Sans doute cette pensée a été rendue un très grand nombre de fois depuis l'antiquité jusqu'à nos jours; en voici la dernière forme que je connaisse: »Les mathématiques donneront une fausse précision, une rigeur apparente, qui masque la faiblesse des raisonnements, une raideur inflexible qui multiplie les erreurs, les rend irréparables, et empêche la juste notion des choses. Helas! qu'il y a peu de mathématiques dans les choses de la vie: elles sont complexes, changeantes, faites de finesses, de sous-entendus, de détails, et impossibles à exprimer par une formule» (voir l'article de M. CHANDOS: *A propos de l'école polytechnique;* Revue scientifique **39**, 1887, p. 563).

La classification des morceaux choisis par M REBIÈRE n'est pas toujours satisfaisante. Dans la préface à la nouvelle édition il dit que les sujets analogues y ont été mieux groupés et réliés que dans la première édition, mais sans doute il reste encore des améliorations à faire à ce point de vue. Ainsi le problème des parapluies rapporté aux pages 401—402 est au fond identique avec le problème sur les chameaux à la page 482, et la démonstration de NICOLE, qu'il y a sur le globe au moins deux hommes ayant le même nombre de cheveux, est mentionnée deux fois (p. 233—234, p. 482—483).

Afin que les lecteurs puissent retrouver sans difficulté les différents sujets traités dans le livre, M. REBIÈRE y a ajouté, outre la table des matières, un index ou table alphabétique comprenant les noms de choses et ceux de personnes.

Par ce qui précède, on voit que l'ouvrage dont nous avons rendu compte contient beaucoup qui puisse intéresser vivement les étudiants de l'histoire des mathématiques, et pour cette raison nous nous permettons de le recommander aux lecteurs de la Bibliotheca Mathematica.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. ENESTRÖM. Stockholm. 8°.
1893: 1.

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. CANTOR. Leipzig. 8°.
38 (1893): 3.

Ball, W. W. R., A short account of the history of mathematics. Second edition. London, Macmillan 1893.
8°, XXIV + 520 p. — [10 sh.]

Besthorn, R. O. et Heiberg, J. L., Codex Leidensis 399, 1. Euclidis Elementa ex interpretatione Al-Hadschdschadschii cum commentariis Al-Narizii. Arabice et latine ediderunt notisque instruxerunt. I: 1. Hauniæ 1893.
8°, (4) + 88 p.

Bobynin, V., Sur la propagation des signes numériques cunéiformes.
Biblioth. Mathem. 1893, 18—20.

Cantor, M., Ein historischer Papyrus in griechischer Sprache.
Zeitschr. für Mathem. **38**, 1893; Hist. Abth. 81—87. — Sur le papyrus d'Akhmîm.

Craig, T., Some of the developments in the theory of ordinary differential equations between 1878 and 1893.
New York, Mathem. soc., Bulletin **2**, 1893, 119—134.

Dickstein, S., Sur les découvertes mathématiques de Wronski.
Biblioth. Mathem. 1893, 9—14.

Echols, W. H., Wronski's expansion.
New York, Mathem. soc., Bulletin **2**, 1893, 178—184. — Sur la loi suprême de WRONSKI.

El »Tratado sobre los cuerpos flottantes» de Arquímedes.
La controversia (Madrid) **7**, 1893, 280.

Favaro, A., Intorno ad una pretesa seconda edizione dell' Algebra di Rafael Bombelli.
Biblioth. Mathem. 1893, 15—17.

Favaro, A., Serie ottava di scampoli Galileiani.
Padova, Accad. d. sc., Atti e memorie **9**, 1893, 9—48.

Favaro, A., Sopra un capitolo attribuito a Galileo Galilei.
Venezia, Istituto Veneto, Atti 4_7, 1893, 725—730.

Favaro, A., Gli oppositori di Galileo. II. Liberto Froidemont.
Venezia, Istituto Veneto, Atti 4_7, 1893, 731—745.

Gebbia, M., Guiseppe Albeggiani.
Palermo, Circolo matem., Rendiconti **7**, 1893, 39—47. — Nécrologie.

°**Gerland, E.,** Geschichte der Physik. Leipzig 1892.
8°, 356 p. — [Analyse:] Zeitschr. für Mathem. **38**, 1893; Hist. Abth. 62. (CANTOR.)

Gram, J. P., Essai sur la restitution du calcul de Léonard de Pise sur l'équation $x^3 + 2x^2 + 10x = 20$.
| *Kjöbenhavn,* Vidensk. Selskab, Oversigt 1893. 11 p.

Homén, Th., Galileo Galilei.
Finsk tidskrift (Helsingfors) **34**, 1893, 81—102.

Hyde, E. W., The evolution of algebra.
American association, Proceedings 1891, 51—65.

Index du répertoire bibliographique des sciences mathématiques, publié par la commission permanente du répertoire. Paris, Gauthier-Villars 1893.
8°, XIV + 80 p. — [2 fr.]

Loria, G., L'odierno indirizzo e gli attuali problemi della storia delle scienze esatte. Relazione fatta al quinto congresso storico italiano addì 22 settembre 1892. Genova 1893.
8°, 17 p.

Loria, G., Della varia fortuna di Euclide in relazione con i problemi dell' insegnamento geometrico elementare.
Periodico di matem. **8**, 1893, 81—113.

Loria, G., Intorno a la vita e le opere di Gaetano Giorgini.
| Giornale di matem. **31**, 1893. 8 p.

Macfarlane, A., The imaginary of algebra.
American association, Proceedings 1892, 33—55. — Mémoire en grande partie historique.

Mackay, J. S., Matthew Stewart's theorem.
Edinburgh, Mathem. soc., Proceedings **10**, 1892, 90—94. — [Résumé:] Mathesis 3_2, 1893, 63—64.

Mansion, P., Notice sur les travaux scientifiques de Louis-Philippe Gilbert. Paris, Gauthier-Villars 1893.
8°, 86 p. + portr.

Mc Clintock, E., On the early history of the non-euclidian geometry.
New York, Mathem. soc., Bulletin **2**. 1893, 144—147.

Meyer, F., Bericht über den gegenwärtigen Stand der Invariantentheorie.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresbericht **1**, 1892, 79—289.

ПЕРГАМЕНТЪ, О., Галилео Галилей, его жизнъ и научная дѣятельностъ.
Vjestnik elem. matem. **13**, 1893, 217—222, 248—254. — PERGAMENT, O., GALILEO GALILEI, sa vie et son action scientifique. (Fin.)

Pressland, A. J., On the history and degree of certain geometrical approximations.
Edinburgh, Mathem. soc., Proceedings **10**, 1892, 23—34.

Rebière, A., Mathématiques et mathématiciens. Pensées et curiosités. Deuxième édition, revue et augmentée. Paris, Nony 1893.
8°, (4) + II + 566 p. — [5 fr.]

Reyes Prosper, V., La lógica simbolica en Italia.
El progreso matem. **3**, 1893, 41—42.

СУВОРОВЪ, Ѳ. М., В. Г. Имшенецкій.
Kazan, Fiz.-matem. obchtch., Izviestia $\mathbf{2}_2$, 1892, B: 15—18. — SOUVOROFF, TH. M., V. G. Imchenetskij. (Nécrologie.)

Sturm, R., Heinrich Schröter.
| Chronik der Universität zu Breslau für 1891—92. 10 p. — Nécrologie.

Suter, H., Zur Geschichte der Trigonometrie.
Biblioth. Mathem. 1893, 1—8.

Tannery, P., La correspondance de Descartes dans les inédits du fonds Libri étudiée pour l'histoire des mathématiques. Paris, Gauthier-Villars 1893.
8°, VII + 94 + (1) p. — [2 fr.] — Réimpression d'une série d'articles publiés dans le Bulletin des sciences mathématiques $\mathbf{15}_2$ (1891) et $\mathbf{16}_2$ (1892).

Tannery, P., Recherches sur l'histoire de l'astronomie ancienne.
Bordeaux, Soc. d. sc., Mémoires $\mathbf{1}_4$, 1893. VIII + 370 p.

°**Théon de Smyrne**, Exposition des connaissances mathématiques utiles pour la lecture de Platon, traduite pour la première fois du grec en français par J. DUPUIS. Paris, Hachette 1892.
8°, 28 + 404 p. — [7·50 fr.]

Weissenborn, H., Über den von Gerbert angeführten Joseph Sapiens oder Joseph Ispanus.
Biblioth. Mathem. 1893, 21—23.

Zanotti Bianco, O., Sulla scoperta del potenziale.
Rivista di matem. **3**, 1893, 56—60. — [Résumé:] Nature (London) **47**, 1893, 510. — [Remarque:] Nature (London) **47**, 1893, 510. (E. J. ROUTH.)

Zeuthen, H. G., Note sur l'histoire des mathématiques.
| *Kjöbenhavn*, Vidensk. Selskab, Oversigt 1893. 17 p.

Question 41 [sur une récréation mathématique].
Biblioth. Mathem. 1893, 31—32. (G. ENESTRÖM.)

DIOPHANTI ALEXANDRINI Opera omnia cum graecis commentariis. Edidit et latine interpretatus est P. TANNERY. Volumen I. DIOPHANTI quae exstant omnia continens. Leipzig, Teubner 1893. 8°.
Biblioth. Mathem. 1893, 24—25. (G. ENESTRÖM.)

MUIR, TH., The theory of determinants in the historical order of its development. Part I. Determinants in general. London, Macmillan 1890. 8°.
Nature **45**, 1892, 481—482. (P. A. M.)

MÜLLER, F., Zeittafeln zur Geschichte der Mathematik, Physik und Astronomie bis zum Jahre 1500, mit Hinweis auf die Quellen-Literatur. Leipzig, Teubner 1892. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **38**, 1893; Hist. Abth. 63—64. (CANTOR.) — Mathesis 3_2, 1893, 66.

Revue semestrielle des publications mathématiques rédigée sous les auspices de la société mathématique d'Amsterdam. I: 1. Amsterdam 1893. 8°.
Biblioth. Mathem. 1893, 25—27. (G. ENESTRÖM.) — Mathesis 3_2, 1893, 92. (P. M. et J. N.) — *New York*, Mathem. soc., Bulletin 2, 1893, 190—192. (A. ZIWET.) — *Venezia*, Istituto Veneto, Atti 4_7, 1893, 829—837. (A. FAVARO.)

RUDIO, F., Archimedes, Huygens, Lambert, Legendre. Vier Abhandlungen über die Kreismessung. Deutsch herausgegeben und mit einer Übersicht über die Geschichte des Problems von der Quadratur des Zirkels von den ältesten Zeiten bis auf unsere Tage versehen. Leipzig, Teubner 1892. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **38**, 1893; Hist. Abth. 64—65. (CANTOR.)

WEISSENBORN, H., Zur Geschichte der Einführung der jetzigen Ziffern in Europa durch Gerbert. Eine Studie. Berlin, Mayer & Müller 1892. 8°.
Bullet. des sc. mathém. 17_2, 1893, 47—50. (P. TANNERY.)

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1893, 28—31. — Zeitschr. für Mathem. **38**, 1893 Hist. Abth. 79—80, 119—120.

Osservazione intorno alla nota del prof. A. Favaro sull' Algebra del Bombelli.

A rettificazione di quanto afferma l'egregio mio collega ed amico prof. FAVARO (Biblioth. mathem. 1893, p. 15) intorno alla mia opinione che le due pubblicazioni dell' *Algebra* del BOMBELLI fatte nel 1572 e 1579 costituissero due distinte edizioni dell' opera stessa, faccio osservare che al seguito di quanto ne scrisse il GHERARDI espressi già nell' *Appendice* (serie II, col. 96) della mia *Biblioteca matematica italiana* l'avviso che gli esemplari della pretesa 2ª edizione non siano che copie della 1ª, alle quali venne sostituito il frontispizio con la data posteriore e la dedicatoria. (P. Riccardi.)

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

42. Plusieurs auteurs ont proposé, pour l'ajustement d'une série de valeurs observées, la formule

$$u'_x = \frac{17}{35} u_x + \frac{12}{35}(u_{x+1} + u_{x-1}) - \frac{3}{35}(u_{x+2} + u_{x-2})$$
$$= u_x - \frac{3}{35} \Delta^4 u_{x-2},$$

où u_{x-2}, u_{x-1}, u_x, u_{x+1}, u_{x+2}, sont cinq termes successifs de la série, et u'_x est la valeur ajustée de u_x. On demande une notice historique, aussi complète que possible, sur cette formule. (G. Eneström.)

Inhalt. — Table des matières.

STOCKHOLM, TRYCKT I CENTRAL-TRYCKERIET, 1893.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK | JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON | PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1893. STOCKHOLM. N° 3.

NEUE FOLGE. 7. | Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr. | NOUVELLE SÉRIE. 7.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Markgrafenstrasse 51. | PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Die Mathematik bei den Juden.

Von MORITZ STEINSCHNEIDER in Berlin.

1. Allgemeines.

Als ich in den Jahren 1844—1847 die Materialien für den Artikel »Jüdische Literatur» in der *Realencyclopädie* von ERSCH und GRUBER sammelte, fand ich für Mathematische Wissenschaften (§ 20 u. 30) keinerlei Hilfsmittel von einigem Belang. Nur Einzelnes konnte ich in der englischen Übersetzung (*Jewish Literature*, London 1857; der ungenannte Übersetzer ist WILLIAM SPOTTISWOODE) aus bodleianischen Büchern und Manuscripten berichtigen oder hinzufügen. Seit jener Zeit sind wenige hiehergehörende Abhandlungen und Notizen erschienen: im Ganzen fehlt es noch an einer Monographie eines Fachmannes für das bedeutende Material. Allerdings müsste der Bearbeiter einer solchen auseinanderliegende Kenntnisse und Mittel vereinigen. Die betreffende Literatur umfasst Schriften in orientalischen und occidentalischen Sprachen, liegt meistens in Handschriften, grossenteils in Übersetzungen, die eventuell mit Rücksicht auf ihre Originale zu prüfen und zu beurteilen sind. Welche Aussicht auf Veröffentlichung und Verbreitung ermutigt zu einer solchen anstrengenden, langwierigen Arbeit? Und doch ist sie ein wohlbegründetes Desideratum; das lehren uns die Resultate ausgeführter Untersuchungen, wie zum Beispiel betreffs der Übersetzungen (vergl. Biblioth. Mathem. 1893, S. 51).

»Wenn du die Arbeit nicht ausführen kannst, so ist das kein Grund, dich ihr gänzlich zu entziehen», lehrt der Talmud. So erachte ich es, ohne Fachkenner zu sein, für meine Aufgabe, meine Aufzeichnungen im Laufe eines halben Jahrhunderts in chronologischer Ordnung als Material für fachmännische Bearbeitung niederzulegen. Sie betreffen hauptsächlich die Kenntnis der Bücher und Manuscripte in allen Sprachen, welche von Juden verfasst oder übersetzt sind.

2. Grenzen.

Die Grenze, welche ich der eigentlichen, möglichst genauen und vollständigen Zusammenstellung gesetzt habe, beruht auf einer Eigentümlichkeit der jüdischen Literatur, welche in neuerer Zeit vielfach geschildert worden, auch für den Titel des Buches »*Jewish Literature from the eighth . . . century*» maassgebend war, und hier in Kürze erledigt werden muss. Das eigentliche Judentum, im Gegensatze zum alten Hebräertum, gestaltete sich in den Kämpfen während des 2. Tempels, insbesondere in den letzten vergeblichen Auflehnungen gegen die Römerherrschaft unter HADRIAN (130). Von da an sind die Juden eine Nation »in partibus» wie ZUNZ sie sinnig bezeichnet. Der Geist ist nicht bloss *räumlich* anderswo magnetisch angezogen, auch *zeitlich;* Vergangenheit (Bibelstudium) und Zukunft (Eschatologie) verdrängen die Sorgen um die Gegenwart, nach den Worten des Talmuds: »man lässt das Leben der Stunde bei Seite und befasst sich mit dem der Ewigkeit». Unter den Eigentümlichkeiten der Literatur kommt hier nur eine einzige aber hochbedeutende in Betracht. Das Studium des Gesetzes erzeugt eine in Schulen fortgepflanzte Autorität (Tradition, hebr. *Kabbala,* ein Namen, welchen im XIII. Jahrhundert eine dem Judentum fremde Theosophie sich missbräuchlich anmaasste). Die Tradition leitet ihren Ursprung von einem sogenannten *mündlichen* Gesetze (»Lehre Mosis vom Sinai») her; dennoch wurde die Codification dieser Erweiterung des schriftlichen Gesetzes, die sich zuletzt bis zum offnen Widerspruch gegen letzteres erhebt, streng verboten; Mündliches sollte nur mündlich fortgepflanzt werden. Allein das Leben tötet Alles, was Menschen aufbauen, um dem Laufe des Lebens Grenzen zu setzen. Auch die mündliche Lehre wurde codificirt und die Inconsequenz mit der Verdrehung eines Bibelverses (Ps. 119, 16) gerechtfertigt. Das geschah aber erst nach Jahrhunderten, und die eigentliche Schriftstellerei, als selbstbewusste, den Stoff nach freier Wahl und mit Sinn für die Formenschönheit bildende Kunst, wurde auf lange Zeit verdrängt. Die herrschende Art der Compilationen liess mitunter die Autorität für's Einzelne nicht zum rechten Ausdrucke kommen, so dass man oft nicht weiss, wo die Rede des Einen aufhört, die des Gegners beginne! Dazu noch die weithergeholten Deutungen der alten Documente, die Verbindung zufälliger Nebendinge, an welche sich Abschweifungen knüpfen. Dieses »Ein und All«, dessen Ausläufer man noch in den gelehrten Abhandlungen des jüngst verstorbenen Paulus (als Jude: Selig) Cassel bedauert, erschwert ganz besonders das Studium der *Geschichte* irgend eines Gegenstandes in jener *Collectivliteratur*, welche man *Mischna, Gemara, Talmud, Midrasch*, u. s. w. nennt, teilweise noch in späteren, ohne strenge Zucht der Methode verfassten, hebräischen Schriften. Es hat für den Historiker stets etwas Missliches aus einer Sammlung von Ansichten und zufälligen Äusserungen, die Jahrhunderte aus einander liegen und oft ganz gelegentlich vorkommen, eine Entwicklung zu construiren, die so leicht dem *circulus vitiosus* anheimfällt. Dem Mathematiker vom Fach ist dergleichen naturgemäss zuwider, und der Laie erkennt nlcht die Bedeutung mancher hingeworfenen Bemerkung.

So liegt denn ein weites Terrain vor uns, welches erst, man möchte sagen *geologisch* zu analysiren ist. Es ist allerdings viel bequemer *das* Geschichte, welches *die* Geschichte sondern soll, als ein Ganzes anzusehen; man spricht von *Talmud* oder den *Rabbinen*, die zu Hunderten existirten, und fertigt damit die verschiedenartigen Erscheinungen beinahe eines Jahrtausends oder noch mehr ab. — Dieses Gebiet wird hier nur als *Einleitung* behandelt, die Zeit von 1801—40 nur als *Anhang*, weil mir die Literatur nicht genug bekannt ist. — Ehe wir die Literatur verzeichnen, ist noch eine innere Seite des ganzen Thema's zu beleuchten.

3. Motive.

Wenn man bei den Juden irgend eine geistige Thätigkeit gewahrte, die nicht direct mit der. Bibel zusammenhing, oder zusammenzuhängen schien, so glaubte man dieselbe auf die Beschäftigung zurückführen zu müssen, welche ihnen im Mittelalter (allerdings nur in gewissen Gegenden) ganz besonders in späterem Mittelalter, das für die Juden bis in die neueste Zeit hineinreicht, allein gestattet wurde: Handel, Wucher und Heilkunst. Selbst der unbefangene Historiker G. Libri (*Histoire des sciences mathématiques* I, 153; cf. II, 265) knüpft die literarische Vermittlung der Juden an ihre Handelsreisen. Der deutsche Literaturhistoriker GRÄSSE hat sich nicht entblödet, die Mathematik bei den Juden, von der er Nichts gelesen hat und Nichts verstanden hätte, auf Handel und Wucher zurückzuführen. Ein ähnlicher Gedanke schwebte noch WEISSENBORN[1] vor, als er in dem, von GERBERT angeführten »JOSEPHUS *sapiens*» oder »*hispanus*» nach vergeblichem Umhersuchen auf einen jüdischen »Handelsmann» geriet, den er allerdings nicht nachweisen konnte. Es ist aber höchste Zeit, derartigen unklaren Vorstellungen und Hypothesen vom Standpunkte der wirklichen Literatur aus ein Ende zu machen. Es wird sich zeigen, dass die Juden ihre Studien vorzugsweise der *Astronomie* und der engverwandten Astrologie, ferner der Geometrie, Algebra, allerdings auch der Arithmetik, zuwandten. Wann haben Handelsleute und Wucherer irgend einer Nation zu den schwierigsten Problemen der Mathematik sich je verstiegen?! Die wahren Motive sind in den Schriften selbst gegeben, und wenn die besondere Neigung und Befähigung der Juden für Mathematik in ihrer äusseren Geschichte einen Grund oder Antrieb zu suchen hat, so führt uns schon der gänzliche Mangel an Schriften über *Mechanik* auf die rechte Fährte. Menschen, die vom öffentlichen Leben ausgeschlossen sind, teilweise vom socialen (letzteres auch durch gewisse Ceremonialgesetze), wenden sich naturgemäss mehr *abstracten* Gegenständen zu; bis heute beschäftigen sich russische Juden gern mit Erfindung von Rechenmaschinen, und in der brotlosen Kunst des Schachspiels, also der abstracten Combination, zählt noch die neueste Zeit nicht wenige jüdische Matadore.[2]

Dass schliesst aber nicht aus, dass einzelne Disciplinen oder besondere Themen von alter Zeit her durch eigentümliche, religiöse und practische Verhältnisse in einem höheren Grade gefördert worden. So zum Beispiel war für Bibelerklärer ein geometrisches Problem geboten in dem sogenannten »Meer Salomo's» (1 Kön. 7, 26);[3] man erinnert sich dabei an das berühmte griechische Problem der Verdopplung des Altars, angeblich von PLATO gelöst. — Eine bedeutende Anregung zur Beobachtung des Mondlaufes und dann der Himmelsbewegungen überhaupt bot der hebräische *Kalender*, der noch heute jüdische Federn beschäftigt. Der Kern der Frage führte auch zu einer Controverse mit und unter Christen. Das Passah (Osterfest) soll in einem Mondjahre stets am 15. des *Frühlings*monats (Nisan) gefeiert werden, was in einer noch nicht genau ermittelten Zeit zur Annahme des METON'schen Cyclus von 19 Jahren mit 7 Schaltmonaten führte.[4]

Die weitere Entwicklung des Kalenders gehört in eine spätere Zeit und wird an der betreffenden Stelle zur Sprache kommen; hier galt es nur ihn als Motiv hinzustellen. Die Feststellung und Verkündigung des Neumondes geschah ohne Zweifel sehr lange nach Zeugenaussagen; als aber die Berechnung zu Ansehn gelangte, vindicirte man ihrer Autorität auch ein höheres Alter — dergleichen findet sich überall — man ging so weit, in der »Einsicht in die Zeiten«, welche das 1 Buch Chron. (12, 32) an den Söhnen ISACHAR's rühmt, die Kalender- und Sternenkunde zu sehen.[5] Ein anderes Motiv war die Beobachtung des Sonnenuntergangs für den Anfang von Sabbat und Fasttagen, für Datirung von Ereignissen und Documenten. — Ein anderweitiges Motiv für Geometrie war das, wovon diese Wissenschaft selbst ihren Namen erhielt, das Messen von Erdflächen, Äckern und dergl. Das Verbot der Saatenmengung (Levit. 19, 19; Deuteron. 22, 9) führte schon die Lehrer der Mischna (Tractat Kil'ajim 1, 3) auf geometrische Betrachtungen des »Beetes« (*Aruga*). Es mag hier gelegentlich bemerkt werden, dass die Abhängigkeit der römischen *Agrimensoren* von Ägypten — welche CANTOR in seiner berühmten Monographie aufgestellt hat, — im Midrasch in seiner eigentümlichen Weise ausgedrückt scheint, es habe ESAU (sinnbildlich für Rom) das »Groma« aus Egypten geholt.[6] — Untergeordneter Art sind die beliebten Wort- und Zahlspielereien, welche sich im Hebräischen um so enger verbinden, als die Buchstaben selbst bekanntlich auch *Zahlzeichen* (Ziffern) sind, wie im Griechischen und fast in derselben Reihenfolge. Nur für 100—400 galten ursprünglich die letzten Buchstaben. Ich weiss nicht, zu welcher Zeit die 5 *Endbuchstaben* für 500—900 eingeführt worden, welche allerdings selten angewendet werden (s. oben Anm. 5). Sie sind erwähnt in einer mystischen Auslegung der Buchstaben, welche wahrscheinlich von JEHUDA B. SALOMO aus Toledo (in Toscana 1259) herrührt,[7] auf welchen wir noch zurückkommen. Buchstaben für Zahlzeichen mit *Positionswert* werden wir zuerst bei ABRAHAM IBN ESRA (XII. Jahrh.) finden. Derselbe hat in seinem Buche der Zahl bereits einen hebräischen Namen (*Galgal*, Rad) für *Null* neben ספרא (*Sifra*), welches auch in einem Manuscript des Vereins *Talmud Thora* in Rom vorkommt, wovon später die Rede sein wird; ELIA MISRACHI (Buch der Zahl, fol. 5) erklärt das Wort *Sifra* ausdrücklich für arabisch.[8] ABRAHAM B. CHIJJA (um 1116—1136) kennt nur 9 Zahlzeichen.[9]

Kehren wir nach dieser kurzen Abschweifung zu ihrem Ausgangspunkte zurück. Die Deutung biblischer Wörter durch die Anwendung des *Zahlwertes* der Buchstaben wird vielleicht schon in der Mischna mit einem Worte bezeichnet, welches man bisher »*Geometria*» las, aber nicht erklären konnte. Michael Sachs sieht in jenem Worte eine Corruption von γραμματεια, d. h. Auflösung der Wörter in Buchstaben; dann muss die weitere Verwertung der Buchstaben als Ziffern eine jüngere Verengung des Begriffes sein.[10] Zu dieser Art von Spielerei gehört eine Bemerkung in dem ziemlich jungen Midrasch zu Exodus (Cap. 15, f. 100, col. 2, Ed. 1732) über den Vers in Num. 23, 9, wo das Wort הן (siehe) aus den 2 Buchstaben besteht, welche als Ziffern 5 und 50 bedeuten, isolirte Zahlen, die sich im Decadenssystem nicht paaren, um 10 zu bilden, wie $1 + 9$, $2 + 8$, $3 + 7$, $4 + 6$. Hier ist wahrscheinlich eine Spur griechischer Arithmetik.

Es genügt an dieser Stelle auf einige besondere Motive hinzuweisen; andere werden sich gelegentlich aus Inhalt und Behandlung der Schriften selbst ergeben. Im Allgemeinen ist aber auf die *Bedeutung des Forschens und Wissens* hinzuweisen, welche bei den Juden allmälig von dem Studium der Bibel auf das Studium überhaupt überging und ebenfalls in dem engen Spielraum für den Ehrgeiz eine mächtige Stütze erhielt.

Gegenuber den eigentlichen religiösen und geschichtlichen Förderungen der Beschäftigung mit der Mathematik steht die Aufgabe zu erforschen, in wie weit mathematische Begriffe, Lehrsätze und Anschauungen in *das religiöse Denken und Handeln* der Juden eingedrungen sind. Dieses, meines Wissens hier zuerst präcisirte Thema ist natürlich nur wegen seiner Verwandtschaft mit dem unsrigen angedeutet und mit Angabe weniger Beispiele für uns erledigt. Wie es scheint, hat die in Persien herrschende Teilung der Grössen in Sechzigstel (Sexagesimalsystem), bekanntlich in der Zeitteilung noch immer nicht ganz vom Decadenssystem überwunden, sich in die jüdische Gesetzkunde und Legende eingeschlichen.[11] Die Astrologie drang selbst in die Gebete ein.[12]

[1] H. Weissenborn, *Zur Geschichte der Einführung der jetzigen Ziffern* etc. (Berlin 1892); S. 24 wird mein Einwand auf einen Grund zurückgeführt, der auch für mich nicht entscheidend gewesen wäre. — Bei dieser Gelegenheit möchte ich neuerdings Nichtorientalisten vor dem Vertrauen zu Casiri warnen, welchen Herr Weissenborn (S. 83) nicht genügend benützt glaubt.

[2] S. mein: *Schach bei den Juden,* in Van der Linde, *Geschichte des Schach* (Berlin 1873; I, 194).

[3] B. Zuckermann, *Das jüdische Maassystem in seinen Beziehungen zum griechischen und römischen* (Breslau 1867), S. 3; *Das Mathematische im Talmud* (1878; s. unten) S. 23; *Hebr. Bibliogr.* XV, 127; vgl. Herzfeld, *Metrolog. Voruntersuch.* II, 8—11.

[4] Die Nachrichten in Al-Biruni's (Béruni bei Sachau) Chronologie sind wegen ihres hohen Alters wichtig, aber noch nicht beachtet. — S. unten § 4, C).

[5] Saadia Gaon (gest. 941) hat jedenfalls aus diesem Vers die Zeitrechnung bewiesen (*Ozar Nechmad*, herausg. v. Blumenfeld, Wien 1863, IV, 27); eine junge Quelle (ms. Hamburg n. 294 meines Catalogs) findet in dem hebr. Worte *Ittim* die Zahl 1080 (indem das Schlussmem 600 bedeutet; wie alt ist diese Anweudung der Endbuchstaben für 500—900?), also die Zahl der Stundenteile, nach welchen das Sonnenjahr berechnet wird. Dass Isachar in einer Himmelfahrt diese Stundenteilung mitgebracht, erzählt schon die Baraita des Samuel Jarchinai (s. unten § 7), wenn man dem Citat eines Anonymus trauen darf, der noch zu ermitteln ist; Zunz (*Hebr. Bibliogr.* V, 19; *Gesamm. Schriften* III, 248) citirt Abr. Sacut f. 40 (eigentl. 39), ed. Cracau (s. auch ed. London, S. 46), welcher kurz vorher angegeben, dass seit Ptolemaeus 1370 Jahre verflossen sind. Sacut hat das wohl in einem älteren Buch *Ibronot* gelesen; ich finde es vollständig in dem anonymen Kalenderwerk bei Münsterus, *Calend.* p. 56. — Christliche Quellen über die 1080 Teile hat B. Boncompagni in seiner Abhandlung über ein altes Rechenbuch sehr fleissig gesammelt (*Intorno ad un trattato d'aritmetica stampato nel 1478;* Atti dell' accad. pontif. dei Nuovi Lincei 16, 1862—1863); vgl. Abraham b. Chijja, *ha-Ibbur* (hebr.) S. 37. — Auch Abraham, der Patriarch, soll in Aegypten »in cathedra» Astronomie gelehrt haben (Sacut f. 135^b Crac., 233 Lond.; vgl. B. Beer, *Das Leben Abrahams*, S. 25, 207; cf. Petr. Appianus bei D. Gans, Chron. zu 1906). — Christliche Quellen legen dem Kainan ben Arpakhschad astronomische Kenntniss bei (Wolf, *B. H.* I, n. 1885; vgl. *Hebr. Bibliogr.* III, 119, IV, 22).

[6] *Hebr. Bibliogr.* XIX, 76.

[7] *Hebr. Bibliogr.* VI, 52 zu ms. Almanzi 283, wo als Autor: Moses b. Jehuda.

[8] Die Ableitung des Namens *Zero* vom arab. *Sir* (*estremità*) (S. Cusa, im *Archivio storico siciliano* I, 19) ist nicht wahrscheinlich.

[9] *Hebr. Bibliogr.* XVII, 88.

[10] J. LEVY, *Neuhebr. Wörterb.* I, 324 giebt keine Begriffsentwickelung.

[11] Im Gesetz im Aufgehen von Unerlaubtem in 60-facher Quantität; s. *Hebr. Bibliogr.* XVII, 92 A. 2.

[12] Zum Beispiel Planetenbeherrschung der Tage im Gebetbuche aus dem XV. Jahrh. (*Catal. Bodl.* p. 357, n. 2384; auch im span. Ritus ed. 1581, f. 8r^b; vgl. ms. Schönblum 67). Der Zodiak spielt eine Rolle in den Gebeten um Regen und Thau an 2 Festen. In dem Hymnus, anf. *As be-'hot'enu* (Span. Rit. ed. 1581 f. 331) klagen die Sternbilder. Vgl. auch M. SACHS, *Die relig. Poesie d. Juden* etc. S. 229 die Schilderung des Universums, welche auch v. HUMBOLDT im *Kosmos* erwähnt ist.

Miscellen zur Geschichte der Mathematik.

Von MORITZ STEINSCHNEIDER in Berlin.

12. Kurze Bemerkungen zur Beschreibung eines hebräischen Manuscripts von Herrn P. Riccardi.[1]

Der Copist MORDECHAI FINZI war ein Mathematiker von Fach, wahrscheinlich auch Übersetzer, wie ich in meinem Werke über die hebräischen Übersetzungen[2] angebe; Näheres verspare ich für den Artikel: »Mathematik bei den Juden« *suo loco.*

I. Der Übersetzer JAKOB BEN MACHIR ist nicht in Cordova geboren; übrigens s. *H. Übs.* 506.

II. Die Recension vom J. 1148 ist miserabel gedruckt: Königsberg 1845; es giebt auch eine Nebenrecension; s. mein: *Abraham ibn Esra* in Supplement zur hist.-liter. Abtheilung der Zeitschr. für Mathem. **25**, 1880, S. 125.

Der Verfasser der Schlussbemerkung soll ein Sohn des Übersetzers sein — von welchem Nichts bekannt ist. Offenbar ist hier eine inconsequente Confusion mit dem »ammanuense« EMANUEL BEN JAKOB und eine irrtümliche Conjectur zu berichtigen. IMMANUEL BEN JAKOB ist nicht ein Sohn JAKOBS BEN MACHIR, sondern ein späterer sehr bekannter Autor (um 1365), auf welchen ich ebenfalls in dem unter der Feder befindlichen Artikel zurückkomme. Er hat gleichfalls eine Schrift über das Astrolab verfasst, wovon mss. in Paris und London; es handelt sich wohl in unserem ms. um Höhe und Entfernung der *Sterne*, und wäre ms. De Rossi 336^b, in Parma zu vergleichen.

III. a) ist von dem Araber IBN AL-ʿSAFFAR; s. *H. Übs.* S. 580 und 581.

b) wird dem PTOLEMAEUS nicht streng genommen beigelegt, aber von einem »*Buche*« der 7 Klimata als Quelle ist nicht die Rede; ein solches wird auch sonst nicht erwähnt; s. *H. Übs.* S. 537.

IV. Die Scheibe des ZARKALI darf nicht »*Zeppichà*« umschrieben werden, sondern lautet *Safi'ha;* die Lateiner schreiben »*Safeha, Saphea*« und dergl.; daher emendire ich (*H. Übs.* S. XXX zu S. 628) den Titel: »conclusiones *sophiae*« von GUILELMUS BADECOMIUS *Anglus* (um 1420) bei allen Bibliographen[3] in »*sapheae*«. Über ZARKALI s. meine *Études* (Rome 1884) und *H. Übs.* S. 592; BARTOLOMEO DEGLI OROLOGI(?) ist identisch mit »DEI MANFREDI«; s. *H. Übs.* S. 626.

V. Muss heissen: »Trattato del globo» und in letzt. Zeile »Hasmon» lies »ABU'L HASSAN»; s. *H. Übs.* S. 552.

VI. »Modo ... *Mappamondo*» scheint nicht richtig; es scheint vielmehr identisch mit dem, anderswo auf COSTA folgenden Stücke über Anfertigung des *Globus* (*H. Übs.* S. 553).

Sollte Jemand Etwas aus dem wertvollen ms. bearbeiten wollen, so wird er die, in meinem Werke angegebenen mss. möglichst benützen müssen.

[1] P. RICCARDI, *Sopra un codice ebraico contenente alcuni scritti matematici ed astronomici.* Biblioth. Mathem. 1893, 54—56.

[2] Ich verweise, der Kürze halber, darauf mit der Abbreviatur »*H. Übs.*».

[3] LELAND, *De scriptoribus Britannicis* (Oxoniae 1709) Cap. 309, p. 428, eben so wie Io. BALEUS, *Scriptores Britannici* (Basil. 1559), VII, 67, p. 559, und Io. PITS, *Relationes de rebus Anglicis* (Parisiis 1619) p. 608; letztere beiden citirt FABRICIUS, *Bibliotheca latina medii aevi* sub voce *Guilelmus.*

Nota storica sulla variazione delle latitudini.

Di Ottavio Zanotti Bianco a Torino.

Eulero fu il primo a dimostrare che le latitudine dei luoghi terrestri potevano essere variabili, in causa di uno spostamento del polo alla superficie terrestre. Dopo di lui Legendre giunse a risultati analoghi. Ma di Legendre, i molti astronomi che si sono in questi ultimi tempi occupati della variabilità e variazione delle latitudini, o ignorarono o tacquero. Due soli, per quanto io so, e questi sono Italiani, ne fanno menzione; essi sono i signori Nobile[1] ed Angelitti,[2] astronomi all' Osservatorio di Capodimonte in Napoli. I due astronomi napoletani attinsero le loro informazioni, studiando i lavori dell' astronomo C. Brioschi, primo direttore dell' osservatorio di Napoli. Il Brioschi misurò la latitudine di Capodimonte e pubblicò i suoi lavori in un' opera intitolata: Commentarij astronomici della Specola Reale di Napoli.

Nel volume primo, parte seconda, pag. 165 si trova quanto riguarda la variabilità della latitudine. Ecco il passo.

Invariabilità della latitudine.

L'insigne geometra Legendre nei suoi *Exercices de calcul intégral* ec. ec. (Tom. II, p. 363) applicando alla Terra le teorie generali del moto di rotazione, propende a credere che l'asse di rotazione della medesima sia soggetto ad una specie di nutazione, o piuttosto variazione intrinseca, dipendente dalle circostanze primitive del moto medesimo, le quali è ben poco probabile che siano state tali da far coincidere quell' asse con uno degli assi principali, o vero da qualche grande catastrofe avvenuta nel decorso de' secoli, che possa averne alterata la coincidenza perfetta, se mai prima esisteva, ed assegna anche presso a poco il periodo di tale nutazione di giorni 300 o 320. In conseguenza di queste congetture la latitudine sarebbe variabile (ciò che da qualcheduno anche in altri tempi fu opinato, senza però assegnarne positivamente alcuna causa), e quella da noi poco fa trovata non dovrebbe considerarsi che come un medio corrispondente alla totalità delle osservazioni impiegate, siccome si è praticato finora. Prima adunque di progredire ad altro argomento, sarà utile di esaminare siffatto punto, e vedere se le nostre osservazioni indichino la necessità di tener conto della congetturata variabilità della latitudine, o pure se si può continuare a considerarla come costante.

A tale oggetto paragoneremo fra loro le latitudini date dalle distanze dal zenit della Polare e della Spica etc. etc. (Vedasi il riassunto di questi confronti che dà il Dr. ANGELITTI a pag. 108 della sua memoria citata alla nota [1]).

Le seguenti parole chiudono il paragrafo.

»La latitudine potrebbe anche essere variabile indipendentemente dalle circostanze primitive del moto di rotazione della Terra, se la direzione della gravità fosse soggetta a mutazioni, in conseguenza del traslocamento di grandi masse nell' interno od alla superficie della medesima, ma secondo le osservazioni più esatte, pare che tale variazione, se mai esiste, non sia sensibile nel giro di qualche anno, e forse nemmeno di qualche secolo«.

È curioso l'avvertire come BRIOSCHI non nomini EULERO; giova però notare che neppure LEGENDRE lo nomina, nel capitolo ove tratta dell' argomento; solo nella prefazione al tomo secondo dei suoi *Exercices de calcul intégral* (edizione del 1817) lo cita genericamente.

Non sappiamo poi a chi alluda BRIOSCHI quando scrive a proposito della variabilità delle latitudini: »ciò *che da qualcuno anche in altri tempi fu opinato, senza però assegnarne positivamente una causa*«. Non si allude certo ad EULERO, perchè egli non solo assegnò la causa ma ne diede la teoria.

Il tomo VII del Bulletin astronomique (1890) nelle pagine 449—452 contiene una bibliografia che porta questo titolo: *Rotation d'un corps de forme variable. — Variation de la latitude ou de la verticale. — Influence des phenomènes géologiques, des marées, etc.* In questa bibliografia mancano per tacere di molti altri i nomi di EULERO, LEGENDRE, BRIOSCHI, ANGELITTI.

Assai probabilmente la frase di BRIOSCHI si riferisce a quei matematici, WITZEL, REISEL, FABER, CASSINI (GIAN DOMENICO), BODE, ZACH ed altri, che prima di lui ebbero a considerare la variabilità delle latitudini. Anche questi nomi mancano nella citata bibliografia del Bulletin astronomique.

Ecco ora i brani principali che si trovano in LEGENDRE concernente la variabilità della latitudine (*Exercices de calcul intégral*, tomo II, 1817, p. 363).

»Remarque sur le mouvement de l'axe de la Terre«.

67. Comme il est infiniment probable que l'axe de rotation

primitif de la Terre n'a pas coïncidé exactement avec un axe principal, ou du moins que ces deux axes se sont séparés par quelque variation arrivée à la surface ou à l'intérieur du globe, il est à présumer que les inégalités qu'on vient de calculer ont lieu effectivement dans le mouvement de rotation de la Terre. Mais comme elles sont extrémement peu sensibles et que la quantité ε beaucoup plus grande que a' ne peut monter tout au plus qu'à quelques secondes, ce n'est que par une longue suite d'observations très délicates qu'on pourra s'assurer de leur existence.»

Segue un breve calcolo, dopo il quale si legge quanto segue.

»D'où il suit que la distance du zenith au pole variera pour un lieu quelconque depuis[1] $p - \frac{A+C}{B+C}\varepsilon$, jusqu'à $p + \frac{A+C}{B+C}\varepsilon$. Donc si par des observations exactes de la hauteur du pole dégagées de la réfraction, de l'aberration et des nutations dues aux causes externes, on trouve que cette hauteur n'est pas constante, ce sera une preuve qu'il y a un mouvement naturel dans l'axe terrestre, mouvement dont la cause est dans la Terre même et qui doit être distinguée de la nutation causée par l'attraction de la lune et des planètes. C'est peut-être par ce mouvement qu'on pourrait expliquer la petite différence que des observateurs exacts ont trouvée dans l'obliquité de l'ecliptique déduite des solstices d'hiver et l'obliquité déduite des solstices d'été».

»On peut remarquer que depuis la plus grande jusqu'à la plus petite hauteur du pole, pour un lieu quelconque, la Terre fait une demi-revolution autour de son axe principal. Le nombre des jours écoulés dans cet intervalle est donc d'après nos formules $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{B+A}{B-A}\cdot\frac{C+A}{C-A}}$ ou $\frac{1}{2}\frac{C+A}{C-A}$, si l'on admet, ce qui est fort vraisemblable, que C diffère beaucoup moins de B que de A. D'un autre côté il paraît, par le phénomène de la précession des équinoxes, que la valeur de $\frac{C}{A}$ est comprise entre $\frac{302}{300}$ et $\frac{322}{320}$; donc le temps dont il s'agit est d'environ 150 ou 160 jours. Ces résultats auraient encore lieu, quand même on aurait exactement $B = C$, ce qui est le cas de l'art. 13.»

[1] Nobile, *Terza determinazione della latitudine geografica del R. Osservatorio di Capodimonte* (Napoli 1883) pag. 5. Questo

valente astronomo italiano ha con una serie di profonde memorie e discussioni di sue osservazioni, contribuito largamente e potentemente allo studio delle variazioni delle latitudini, a cui con lavori di grandissima importanza attesero, pure in Italia, gli astronomi SCHIAPARELLI, FERGOLA, ANGELITTI, PORRO.

[2] ANGELITTI, *Distanze zenitali circummeridiane di alcune stelle principali osservate nell' anno 1821 dal astronomo Carlo Brioschi* (Napoli 1889) p. 108.

[3] A, B, C sono tre integrali (p. 317 del volume citato nel testo) a mezzo dei quali i momenti d'inerzia del corpo rispetto ai suoi tre assi principali sono dati rispettivamente da $B+C$, $A+C$, $A+B$. ε è l'angolo fatto dall' asse di massimo momento (di stabile rotazione) coll' asse di rotazione iniziale (d'istantanea rotazione).

Un nuovo documento relativo alla logistica greco-egiziana.

Di Gino Loria a Genova.

Erodoto e Platone[1] assicurano che nell' antico Egitto il calcolo numerico era cosa generalmente conosciuta e l'aritmetica pratica uno dei temi svolti nel più elementare insegnamento. Ma l'aritmetica che aveva corso sulle rive del Nilo aveva una fisonomia spiccatamente caratteristica specialmente per l'uso (che, da un certo punto di vista, potrebbe riattaccarsi alla rappresentazione dei numeri reali in frazioni continue ordinarie) di frazioni (»fondamentali» cioè) aventi per numeratori l'unità;[2] nè essa perdette i propri lineamenti quando, subendo l'influenza degli abitatori dell' Ellade, divenne quella che noi chiamiamo *logistica greco-egiziana*,[3] e nella quale si incontrano ed hanno capitale importanza dei problemi che la nostra aritmetica ignora o di cui sdegna di occuparsi, problemi che sono per la maggior parte difficili e suscettibili di infinite soluzioni.

I documenti sui quali si fonda la nostra conoscenza dell'aritmetica pratica che i Greci ereditarono dagli Egiziani sono: il Papiro Rhind (scritto circa 1700 anni a. C.), le *Opere* superstiti di Erone d'Alessandria (I Sec. a C.)[4] è le Lettere scritte nel 1341 dallo Smirnese Nicola Artasvade detto il Rhabdas.[5] Queste ultime, a differenza delle altre citate scritture, somministrano ampi schiarimenti non soltanto intorno ai metodi, adoperati dai Greci per risolvere i problemi di algebra elementare, ma eziandio sui modi in cui si eseguivano le operazioni aritmetiche (sino all' estrazione della radice quadrata inclusivamente) sui numeri interi e frazionarii. Sfortunatamente però queste lettere, malgrado preziose doti di cui riboccano, porgono ben poco ajuto a chi voglia ricostruire la tecnica aritmetica greco-egiziana; gli è che desse furono scritte in un momento in cui, non incontrandosi più alcun ostacolo al concepire e trattare le frazioni più generali, non era più esclusivo l'uso delle frazioni fondamentali; anzi, quando si vede il Rhabdas restringersi ad usare le anzidette frazioni nell' enunciare le questioni e formularne le risposte, si sarebbe tentati di credere che egli di malavoglia si addattasse alle consuetudini avite.

In tale stato di cose è pertanto di inestimabile valore l'acquisto del nuovo documento il cui esame è lo scopo precipuo del presente scritto. È il *Papiro matematico d'Akhmîm*[6] le cui interpretazione e pubblicazione sono dovute ad uno dei membri della missione archeologica francese al Cairo.[7]

Il nuovo papiro per la forma in cui è redatto si avvicina tanto a quello di cui l'EISENLOHR rivelò il contenuto, quanto a quello (scritto in Egitto fra il 193 ed il 165 a. C.) che LETRONNE decifrò e chiamò *Didascalie céleste de Leptine* e che BRUNET DE PRESLE pubblicò intitolandolo *Art d'Eudoxe:*[8] giacchè se questo venne con ragione assomigliato ad un quaderno scolastico, il nuovo papiro apparve al suo editore come »le cahier net et soigné d'un élève moyen». Esso venne scritto (in greco) fra il VII e l'VIII secolo dell'èra nostra da un cristiano, ma è probabilmente la copia di altro più antico che, per l'epoca a cui appartiene, s'interporrebbe certamente fra il papiro Rhind e le lettere del RHABDAS (forse anzi fra quello e le opere di ERONE). Non rappresenta probabilmente lo stato di perfezione massima a cui giunsero i metodi egiziani, è tuttavia sintomo di una scienza più progredita di quella che viene attestata dal papiro Rhind, non foss' altro sembra che quando venne compilato si fosse più prossimi ad emanciparsi dall' impiego costante di frazioni fondamentali[9] e per fermo si era così progrediti nella teoria della divisibilità da essere in grado (non solo di distinguere, come AHMES, i numeri pari dai dispari, ma anche) di assegnare i vari modi di decomporre un intero in due fattori.

Il papiro di cui il sig. BAILLET arricchì la letteratura storica è oggi il più antico documento sull' insegnamento dell' aritmetica pratica presso i Greci; tuttavia non è ancora sufficiente a colmare le lacune che presenta la collezione delle nostre cognizioni su questo argomento, perchè (a somiglianza del Papiro Rhind) contiene delle tabelle numeriche di cui ignoriamo il metodo di costruzione e dei problemi aritmetici di cui viene dogmaticamente esposta la soluzione.[10] Rimandando alla pubblicazione originale chi desiderasse leggere una particolareggiata descrizione del nuovo papiro, vederne anche la riproduzione fotolitografica, conoscere il modo con cui venne scoperto e venire istruito intorno alle questioni paleografiche e filologiche[11] a cui esso dà luogo, noi, colla scorta dell' eccellente commento fatto del prelodato editore, tenteremo di determinare il valore del nuovo documento confrontandolo con i congeneri.[12]

Le tavole numeriche che dicemmo esistere nel papiro d'Akhmîm hanno uno scopo identico a quello della tabella con cui comincia il papiro Rhind e di cui recentemente ci occupammo;[13] esse possono anzi qualificarsi siccome un ulteriore svolgimento di questa.[14] Esse infatti porgono da principio la decomposizione in frazioni fondamentali dei numeri della forma $\frac{2}{3} \cdot 10^k \cdot l$ e $\frac{1}{m} \cdot 10^k \cdot l$ ove k prende successivamente i valori $0, 1, 2, 3$, l i valori $1, 2, \ldots, 9$ e m i valori $3, 4, \ldots, 10$. Sembra che il calcolatore, arrivato a questo punto, siasi finalmente accorto di sobbarcarsi ad un lavoro assai più esteso di quanto fosse strettamente necessario, dal momento che dalla decomposizione in frazioni fondamentali di un numero si deducono subito le decomposizioni dei numeri frazionari i cui numeratori sono congrui al numeratore di quello rispetto al comune denominatore; perciò nella parte rimanente delle tabelle egli si limita a registrare le decomposizioni delle frazioni $\frac{1}{m} n$, ove m prende successivamente i valori $11, 12, \ldots, 20$ ed in corrispondenza n successivamente i valori $1, 2, \ldots, m$.

Nei casi in cui il numero delle parti in cui deve scomporsi il numero considerato sia non grande od eguale col prodotto di pochi numeri piccoli, la scomposizione riesce agevole per chiunque, senza possedere estese cognizioni aritmetiche, abbia una certa famigliarità con i numeri, onde non è difficile immaginare in qual modo l'abbia eseguita l'autore (o gli autori?) del papiro d'Akhmîm. In molti altri casi meno semplici essa viene operata in modo tale da porgere delle novelle conferme alle nostre congetture sul concetto che servì di guida nella costruzione delle tabelle consegnate nel papiro Rhind.[15] In altri casi si esegue spezzando il numero frazionario proposto in parti facilmente decomponibili in fondamentali applicando il precitato concetto. L'esame di altre decomposizioni induce finalmente ad ammettere che tale concetto sia stato svolto ed ampliato in due differenti direzioni: seguendo l'una o l'altra si giunge ad un procedimento di calcolo nel quale si tenta di sottrarre dalla frazione data $\frac{n}{m}$ tante frazioni della forma $\frac{1}{km}$ finchè si arrivi a $\frac{2}{3}$ o ad una frazione di cui lo spezzamento sia già noto oppure immediatamente assegnabile. Il lettore propenso a giudicare verosimili le nostre supposizioni precedenti, non farà certo il viso dell' arme a queste aggiunte, la prima delle quali anzi non presenta nulla di essenzialmente nuovo vista la posizione eccezionale della frazione $\frac{2}{3}$ nel sistema egiziano e la seconda si offre spontanea a chi avverta le relazioni che intercedono fra certe decomposizioni;[16] tanto più che delle traccie di queste generalizzazioni esistono nello stesso *Manuale del calcolatore egiziano* (e nelle *Collezioni eroniane*; cfr più avanti) come emerge dalla seguente tabella in cui sono riunite alcune relazioni rilevate da AHMES nel risolvere i problemi da lui trattati:[17]

$\frac{5}{7}=\frac{1}{2}+\frac{1}{7}+\frac{1}{14}$	$\frac{5}{13}=\frac{1}{3}+\frac{1}{26}+\frac{1}{78}$	$\frac{9}{32}=\frac{1}{4}+\frac{1}{32}$
$\frac{6}{7}=\frac{2}{3}+\frac{1}{7}+\frac{1}{21}$	$\frac{9}{13}=\frac{2}{3}+\frac{1}{39}$	$\frac{15}{53}=\frac{1}{4}+\frac{1}{53}+\frac{1}{106}+\frac{1}{212}$
$\frac{7}{8}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$	$\frac{7}{22}=\frac{1}{6}+\frac{1}{11}+\frac{1}{22}+\frac{1}{66}$	$\frac{44}{63}=\frac{2}{3}+\frac{1}{42}+\frac{1}{126}$
$\frac{5}{9}=\frac{1}{2}+\frac{1}{18}$	$\frac{18}{25}=\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{50}$	$\frac{56}{73}=\frac{2}{3}+\frac{1}{10}+\frac{1}{2190}.$
$\frac{8}{9}=\frac{2}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{18}$	$\frac{5}{27}=\frac{1}{6}+\frac{1}{54}$	

Le tavole con cui comincia il papiro d'Akhmîm non si possono in alcun modo designare come rappresentanti la totalità delle decomposizioni note a chi le ha redatte; a dimostrarlo basti dire che durante un calcolo viene usata la decomposizione $\frac{5}{11}=\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{99}$ a preferenza della $\frac{5}{11}=\frac{1}{3}+\frac{1}{11}+\frac{1}{33}$ in esse tavole contenuta e che vengono citate come note le relazioni

$$\frac{11}{120}=\frac{1}{15}+\frac{1}{40}, \qquad \frac{155}{3080}=\frac{1}{55}+\frac{1}{56}+\frac{1}{70}$$

e la seguente complicatissima

$$\frac{1}{110}\left(66+\frac{1}{10}+\frac{1}{30}\right)=\frac{1}{10}+\frac{1}{11}+\frac{1}{20}+\frac{1}{22}+\frac{1}{30}+\frac{1}{33}+\frac{1}{40}+\frac{1}{44}+\frac{1}{50}+\frac{1}{55}$$
$$+\frac{1}{60}+\frac{1}{66}+\frac{1}{70}+\frac{1}{77}+\frac{1}{88}+\frac{1}{90}+\frac{1}{99}+\frac{1}{100}+\frac{1}{110}.$$

L'accordo fra i due papiri è frequente ma non senza eccezioni: esso ha luogo nelle decomposizioni di $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{2}{11}$, $\frac{5}{13}$, $\frac{9}{13}$, $\frac{2}{17}$ ed è percepibile in quelle (che il nuovo papiro insegna) di $\frac{8}{11}$ e $\frac{12}{19}$; ma esso non si riscontra nelle decomposizioni di $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{2}{13}$, $\frac{2}{19}$.

E siccome per formarsi un concetto almeno approssimato delle successive fasi di sviluppo della logistica greco-egiziana ci sembra di capitale importanza il seguire l'evoluzione successiva che subì la collezione degli spezzamenti in fondamentali delle frazioni che fondamentali non sono, così crediamo prezzo dell'opera l'istituire un confronto anche fra quanto è racchiuso nel papiro di Akhmîm e i risultati aritmetici sparsi nelle opere che vanno sotto il nome di Erone. Questi risultati si possono riassumere nel quadro seguente.

$\frac{2}{5}=\frac{1}{3}+\frac{1}{15}$

$\frac{3}{5}=\frac{1}{2}+\frac{1}{10}$

$\frac{4}{5}=\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{10}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{20}$

$\frac{5}{6}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$

$\frac{2}{7}=\frac{1}{4}+\frac{1}{28}$

$\frac{4}{7}=\frac{1}{2}+\frac{1}{14}$

$\frac{5}{7}=\frac{1}{2}+\frac{1}{7}+\frac{1}{14}=\frac{2}{3}+\frac{1}{21}$

$\frac{6}{7}=\frac{2}{3}+\frac{1}{7}+\frac{1}{21}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{42}$

$\frac{2}{9}=\frac{1}{6}+\frac{1}{18}$

$\frac{4}{9}=\frac{1}{3}+\frac{1}{9}$

$\frac{7}{9}=\frac{2}{3}+\frac{1}{9}$

$\frac{8}{9}=\frac{2}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{18}$

$\frac{7}{10}=\frac{1}{2}+\frac{1}{5}$

$\frac{6}{11}=\frac{1}{2}+\frac{1}{22}$

$\frac{9}{11}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{22}+\frac{1}{44}$

$\frac{7}{12}=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}+\frac{1}{12}$

$\frac{11}{12}=\frac{2}{3}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{12}$

$\frac{4}{13}=\frac{1}{4}+\frac{1}{26}+\frac{1}{52}$

$\frac{5}{13}=\frac{1}{3}+\frac{1}{26}+\frac{1}{78}$

$\frac{8}{13}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{26}$

$\frac{9}{13}=\frac{2}{3}+\frac{1}{39}$

$\frac{10}{13}=\frac{2}{3}+\frac{1}{13}+\frac{1}{39}$

$\frac{12}{13}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{13}+\frac{1}{78}$

$\frac{3}{14}=\frac{1}{7}+\frac{1}{14}$

$\frac{9}{14}=\frac{1}{2}+\frac{1}{7}$

$\frac{11}{14}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{28}$

$\frac{11}{18}=\frac{1}{2}+\frac{1}{9}$

$\frac{3}{20}=\frac{1}{8}+\frac{1}{40}$

$\frac{5}{21}=\frac{1}{6}+\frac{1}{14}=\frac{1}{7}+\frac{1}{14}+\frac{1}{42}$

$\frac{11}{21}=\frac{1}{2}+\frac{1}{42}=\frac{1}{3}+\frac{1}{7}+\frac{1}{21}$

$\frac{13}{21}=\frac{1}{2}+\frac{1}{14}+\frac{1}{21}$

$\frac{16}{21}=\frac{1}{2}+\frac{1}{7}+\frac{1}{14}+\frac{1}{21}$

$\frac{2}{25}=\frac{1}{15}+\frac{1}{75}$

$\frac{6}{25}=\frac{1}{5}+\frac{1}{25}$

$\frac{8}{25}=\frac{1}{4}+\frac{1}{20}+\frac{1}{50}$

$\frac{12}{25}=\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}+\frac{1}{200}$

$\frac{16}{25}=\frac{1}{2}+\frac{1}{10}+\frac{1}{25}$

$\frac{21}{26}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{26}+\frac{1}{52}$

$\frac{4}{27}=\frac{1}{9}+\frac{1}{27}$

$\frac{25}{28}=\frac{2}{3}+\frac{1}{7}+\frac{1}{21}+\frac{1}{28}$

$\frac{11}{30}=\frac{1}{3}+\frac{1}{30}$

$\frac{13}{30}=\frac{1}{3}+\frac{1}{10}$

$\frac{17}{30}=\frac{1}{2}+\frac{1}{15}$

$\frac{20}{33}=\frac{1}{2}+\frac{1}{11}+\frac{1}{66}$

$\frac{23}{33}=\frac{2}{3}+\frac{1}{33}$

$\frac{19}{35}=\frac{1}{3}+\frac{1}{7}+\frac{1}{15}$

$\frac{31}{36}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}$

$\frac{19}{50}=\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{200}$

$\frac{31}{50}=\frac{1}{2}+\frac{1}{10}+\frac{1}{50}$

$\frac{39}{50}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{40}+\frac{1}{200}$

$\frac{19}{51}=\frac{1}{3}+\frac{1}{34}+\frac{1}{102}$

$\frac{31}{51}=\frac{1}{2}+\frac{1}{17}+\frac{1}{34}+\frac{1}{51}$

$\frac{35}{51}=\frac{2}{3}+\frac{1}{51}$

$\frac{39}{51}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{68}$

$\frac{41}{51}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{51}+\frac{1}{51}+\frac{1}{68}$

$\frac{35}{66}=\frac{1}{2}+\frac{1}{33}$

$\frac{37}{84}=\frac{1}{3}+\frac{1}{12}+\frac{1}{42}$

$\frac{71}{84}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{84}$

$\frac{61}{90}=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{90}$

$\frac{17}{112}=\frac{1}{7}+\frac{1}{112}$

$\frac{73}{112}=\frac{1}{2}+\frac{1}{7}+\frac{1}{112}$

$\frac{104}{125}=\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{10}+\frac{1}{50}+\frac{1}{125}+\frac{1}{250}$

$\frac{101}{132}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{66}$

$\frac{57}{175}=\frac{1}{4}+\frac{1}{25}+\frac{1}{28}$

$\frac{116}{175}=\frac{1}{2}+\frac{1}{7}+\frac{1}{50}$

$\frac{163}{224}=\frac{1}{2}+\frac{1}{7}+\frac{1}{14}+\frac{1}{112}+\frac{1}{224}$

$\phantom{\frac{163}{224}}=\frac{1}{2}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{112}$

$\phantom{\frac{163}{224}}=\frac{2}{3}+\frac{1}{21}+\frac{1}{112}+\frac{1}{224}.$ [18]

Orbene il confronto fra questo quadro ed il papiro pubblicato dal Sig. BAILLET dimostra che i due scritti si trovano d'accordo negli spezzamenti delle frazioni

$$\tfrac{2}{5},\ \tfrac{3}{5},\ \tfrac{4}{5},\ \tfrac{5}{6},\ \tfrac{4}{7},\ \tfrac{5}{7},\ \tfrac{6}{7},\ \tfrac{2}{9},\ \tfrac{4}{9},\ \tfrac{7}{9},\ \tfrac{7}{10},\ \tfrac{6}{11},\ \tfrac{9}{11},\ \tfrac{7}{12},\ \tfrac{11}{12},\ \tfrac{4}{13},\ \tfrac{5}{13},\ \tfrac{8}{13},$$
$$\tfrac{9}{13},\ \tfrac{12}{13},\ \tfrac{11}{14}\ \text{e}\ \tfrac{39}{51}=\tfrac{13}{17};$$

mentre l'accordo non si verifica nei sei casi seguenti che segnaliamo al lettore come prove della superiorità dei risultati eroniani in semplicità ed eleganza:

$$\tfrac{8}{9}=\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{3}+\tfrac{1}{18} \qquad \tfrac{3}{14}=\tfrac{1}{5}+\tfrac{1}{70} \qquad \tfrac{11}{18}=\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{12}+\tfrac{1}{36}$$
$$\tfrac{10}{13}=\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{4}+\tfrac{1}{52} \qquad \tfrac{9}{14}=\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{8}+\tfrac{1}{56} \qquad \tfrac{3}{20}=\tfrac{1}{10}+\tfrac{1}{20}.$$ [19]

Sebbene, come già avertimmo, sia dogmatica la forma prescelta da chi scrisse il nuovo come l'antico papiro, pure un accurato esame dei calcoli eseguiti nel corso dei problemi di cui consta il papiro d'Akhmîm permise al Sig. BAILLET di projettare qualche raggio di luce sull' antica tecnica aritmetica. Così egli ha avvertito che, per risolvere la questione di dividere un numero per un altro maggiore, viene spesso applicato un procedimento uniforme del quale il lettore potrà formarsi un' immagine sufficientemente chiara notando attentamente i vari momenti del seguente calcolo:

$$\frac{239}{6460}=\frac{239}{76\times 85}=\frac{1}{85}+\frac{239-76}{6460}=\frac{1}{85}+\frac{163}{98\times 95}=\frac{1}{85}+\frac{1}{95}+\frac{163-68}{68\times 95}$$
$$=\frac{1}{85}+\frac{1}{95}+\frac{1}{68}.$$

E quando si tratta di decomporre in due fondamentali una frazione del tipo $\frac{a}{bc}$ ove $b+c$ sia un multiplo di a serve la formola

$$\frac{a}{bc}=\frac{1}{b\,\dfrac{b+c}{a}}+\frac{1}{c\,\dfrac{b+c}{a}};$$ [20]

che se l'anzidetta condizione non è soddisfatta si tenta di sottrarre dalla frazione $\frac{a}{bc}$ tante frazioni fondamentali finchè nella frazione residua $\frac{a'}{b'+c'}$ sia $b'+c'$ multiplo di a'; oppure si osserva essere

$$\frac{a}{bc} = \frac{1}{b\,\frac{b+mc}{ma}} + \frac{1}{c\,\frac{b+mc}{a}}$$

e si sceglie m per modo che sia $b+mc$ multiplo di ma: se ad es. è $b=b_1 b_2$ e si prende $m=b_2$, risulterà la formula

$$\frac{a}{bc} = \frac{1}{b_1 b_2 \frac{b_1+c}{a}} + \frac{1}{cb_2 \frac{b_1+c}{a}}$$

che condurrà alla decomposizione voluta ogni qualvolta $b_2(b_1+c)$ sarà un multiplo di a. Il costruttore (od i costruttori?) delle tavole del papiro d'Akhmîm sembra usufruire promiscuamente di questi artifici (non omettendo di ridurre ai loro minimi termini le frazioni succettibili di tale riduzione) nell' intento di giungere per la via più breve e meno disagiosa al risultato più elegante o conveniente. E si avverta che tali artifici o analoghi espedienti entrano in gioco, non soltanto per surrogare una frazione con la somma di più altre, ma anche quando si tratti di combinare mediante una delle prime quattro operazioni aritmetiche due o più frazioni o numeri frazionari.

Le operazioni aritmetiche di cui sopra, o sono lo scopo dei problemi contenuti nel papiro Akhmîm oppure fungono da ausiliari nelle soluzioni di quelli fra essi (analoghi ai problemi del Papiro Rhind) ove fa mestieri dividere un dato numero in parti proporzionali a numeri dati[21] o determinare una incognita x in base a condizioni che si traducono in un' equazione della forma

$$x - \frac{x}{a} - \frac{1}{b}\left(x - \frac{x}{a}\right) - \frac{1}{c}\left[x - \frac{x}{a} - \frac{1}{b}\left(x - \frac{x}{a}\right)\right] - \ldots = k,$$

o si riferiscono ad calcolo d'interessi, alla regola del tre o alla determinazione di volume.[22] Sfortuna volle che di questi ultimi, uno soltanto (e precisamente il primo della collezione) ci pervenisse con un enunciato completo sulla cui interpretazione non può cadere dubbio di sorta. Esso non somiglia ad alcuna delle questioni risolte da AHMES, avendo per iscopo la ricerca della capacità V di una cisterna tronco-conica di cui si conoscono le periferie p_s e p_i delle basi (superiore ed inferiore) e l'altezza. E chiaro che l'espressione esatta di V è

$$V = \frac{h}{12\pi}(p_s^2 + p_s p_i + p_i^2);$$

invece il calcolatore egiziano applica una regola equivalente alla formola

$$V = \frac{h}{36}\left(\frac{p_s + p_i}{2}\right)^2,$$

la quale non si può giustificare neppure considerandola come approssimativa e prendendo in conseguenza l'antico valore $\pi = 3$, a meno che non si ammetta col sig. BAILLET[23] si sia usata una espressione approssimativa di V di cui gli scritti eroniani offrono delle applicazioni[24] e poi ad un certo punto del calcolo sia stato fatto tacitamente un cambiamento di unità di misura.

L'angustia dello spazio non ci consente di aggiungere altro intorno al nuovo documento che viene ad arrichire in modo così notevole le notizie sicure intorno all' antica logistica greco-egiziana; ma il fin quì detto è a parer nostro sufficiente a dimostrare come non fossero infondate le speranze che i cultori delle matematiche riponevano nello studio degli antichi papiri: una nuova volta è dimostrato che ogniqualvolta uno di questi monumenti scritti è decifrato e spiegato, viene sollevato un lembo di quel fitto velo che tuttora avvolge la misteriosa terra de' Faraoni.

[1] In due passi ricordati da M. CANTOR a p. 20 dei *Mathematische Beiträge zum Kulturleben der Völker* (Halle 1863).

[2] È fatta un eccezione a favore della frazione $\frac{2}{3}$, della quale però non era ignota la decomponibilità in $\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$.

[3] In un importante passo di PLATONE (sul quale P. TANNERY rivolse l'attenzione degli storici nell' Introduzione al lavoro citato nella nota seguente) si scorge la schietta distinzione che si faceva ai suoi tempi fra i metodi di calcolo greci e gli egiziani.

[4] Cfr. P. TANNERY, *L'arithmétique des Grecs dans Héron d'Alexandrie* (Mém. de la société des sciences de Bordeaux **4**$_2$, 1882, p. 161—194) e *Questions héroniennes* (Bulletin des sciences mathém. **8**$_2$, 1884).

[5] P. TANNERY, *Notice sur les deux lettres arithmétiques de Nicolas Rhabdas* (Notices et extraits de la Bibliothèque nationale, **32**: 1, Paris 1886, p. 121—252).

[6] Così denominato perchè venne scoperto nell' alto Egitto, entro la necropoli di Akhmîm (l'antica Panopoli). Ora è conservato nel Museo di Gizeh.

7 Mémoires publiés par les membres de la mission archéologique française au Caire sous la direction de M. U. BURIANT. T. IX. I Fascicule, Paris 1892. J. BAILLET, *Le papyrus mathématique d'Akhmîm*, p. 1—89 con 8 tavole in fototipia.

8 Notices et extraits des manuscrits etc. T. **18**, II Partie, p. 25 e seg.

9 Cfr. BAILLET, l. c., p. 37.

10 Si potrebbe dubitare di quest' analogia di forma fra i due documenti percorrendo la traduzione del Papiro Rhind fatta dall' EISENLOHR ove la parola »Vorschrift« s'incontra ad ogni piè sospinto. Ma »Vorschrift« è per l'EISENLOHR equivalente ad una parola che L. RODET (Journal asiatique **18**$_7$, 1881, p. 191), E. & V. REVILLOUT (v. la Nota *Sur l'équerre égyptienne et son emploi dans le papyrus mathématique* inserita a pag. 304—314 del T. II, 1882, della Revue égyptologique) tradussero per »articolo«; d'altronde che la parola »Vorschrift« porgesse un' idea del contenuto del Papiro anzidetto difforme dal vero era già stato avvertito da M. CANTOR (*Vorlesungen*, T. I, p. 20).

11 Perciò passeremo sotto silenzio un' espressione singolare (v. BAILLET, l. c., p. 17—20) la cui interpretazione non influisce in alcun modo sul significato matematico del Papiro.

12 Nella trascrizione delle tavole in cifre arabiche incorsero alcune sviste che non è inutile segnalare:

p. 23:	$\frac{1}{3}\,400 = 133\,\frac{2}{3}$	invece	di	$133\,\frac{1}{3}$
	$\frac{1}{3}\,500 = 166\,\frac{1}{3}$	»	»	$166\,\frac{2}{3}$
	$\frac{1}{7}\,80 = 11\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{4}\,\frac{1}{42}$	»	»	$11\,\frac{1}{3}\,\frac{1}{14}\,\frac{1}{42}$
p. 27:	$\frac{1}{7}\,100 = 14\,\frac{1}{4}\,\frac{1}{18}$	»	»	$14\,\frac{1}{4}\,\frac{1}{28}$
	$\frac{1}{7}\,4000 = 571\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{4}\,\frac{1}{42}$	»	»	$571\,\frac{1}{3}\,\frac{1}{4}\,\frac{1}{42}$
	$\frac{1}{8}\,700 = 86\,\frac{1}{2}$	»	»	$87\,\frac{1}{2}$.

13 *Congetture e ricerche sull' aritmetica degli antichi Egiziani.* Biblioth. mathem. **6**$_2$, 1892, 97—109. — Colgo con piacere quest' occasione per rilevare che non esiste fra il Prof. FAVARO e me quella divergenza di opinioni che egli credette additare in una sua recente pubblicazione (Atti del R. Istituto Veneto **4**$_7$, 1893, p. 407—408).

14 Nella nota intitolata *Ein mathematischer Papyrus in griechischer Sprache* (Zeitschr. für Mathem. **38**, 1893; Hist. Abth. p. 81—87) M. CANTOR segnalò delle analogie fra esse ed il *Calcolo di Vittorio.*

[15] E qui, a complemento delle nostre anteriori ricerche e congetture, osserveremo come il primo germe del concetto da noi ritenuto per fondamento delle decomposizioni riportate da AHMES esista forse nel loro sistema di misure di capacità. Essi infatti avevano per misura fondamentale la *bescha* di cui consideravano i multipli secondo 10 e 100 e le frazioni di denominatori 2, 4, . . ., 64; la 320 parte della *bescha* era una nuova unità, il *ro*, di cui venivano considerati tutti i summultipli. Perciò gli Egiziani, quando avevano una frazione di *bescha*, cercavano quali e quante delle frazioni $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \ldots, \frac{1}{64}$ fossero in essa contenute, cioè *sottraevano da quella frazione di bescha tanti termini della serie* $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \ldots, \frac{1}{64}$ *finchè ottenessero un resto minore di* $\frac{1}{64}$; *questo multiplicavano per 320 e riducevano il risultato in interi e frazioni di ro* (cfr. EISENLOHR, *Ein mathematisches Handbuch der alten Aegypter*, 2e Aufl. [1891], p. 96—98, 191—192 e problemi 82—85). Orbene, la sottrazione indicata nelle precedenti parole sottosegnate non è forse analoga a quella di $\frac{n}{m}$ di tante frazioni del tipo $\frac{1}{mx}$ che noi supporremmo ajutare nella decomposizione delle frazioni qualunque in fondamentali?

[16] Queste relazioni si rilevano con una semplice ispezione del papiro Akhmîm.

[17] Val la pena di notare che nel papiro Rhind s'incontrano anche le seguenti espressioni di frazioni fondamentali come somme di altre:

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{192} \qquad \frac{1}{9} = \frac{1}{12} + \frac{1}{36}$$
$$\frac{1}{7} = \frac{1}{14} + \frac{1}{21} + \frac{1}{42} \qquad \frac{1}{81} = \frac{1}{108} + \frac{1}{324}.$$

[18] Inoltre in ERONE si trova la formola seguente

$$\frac{327}{512} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{73};$$

essa è evidentemente approssimata; la formola esatta sarebbe

$$\frac{327}{512} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{73 + \frac{1}{7}}.$$

[19] Del resto la superiorità del formulario eroniano su quello racchiuso nel papiro di cui ci stiamo occupando è confermata dall' osservazione che delle frazioni $\frac{4}{5}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}, \frac{7}{12}, \frac{11}{12}$,

$\frac{5}{21}$ e $\frac{11}{21}$ vengono indicate due differenti decomposizioni in fondamentali e tre ne vengono suggerite per la frazione $\frac{103}{224}$.

20 Supposto $a=2$ e $b=5$, $c=7$, oppure $b=13$, $c=7$ si ottengono da questa le due formole

$$\frac{2}{35}=\frac{1}{30}+\frac{1}{42}, \qquad \frac{2}{91}=\frac{1}{70}+\frac{1}{130}$$

che, come si sa, nel papiro Rhind formano un gruppo isolato.

21 Ossia risolvere dei sistemi del tipo seguente

$$\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}=\ldots, \qquad x+y+z+\ldots=s.$$

22 È noto che questa classe di problemi diede origine ad una discussione fra L. Rodet da un lato (Journal asiatique $\mathbf{18}_7$, 1881, p. 184—232, 390—459), M. Cantor, A. Eisenlohr, Eugenio e Vittorio Revillout (Revue égyptologique, T. II, 1881, p. 287—303) dell' altro. Non è questo il momento di entrare in merito della questione; osservo soltanto che le idee del Rodet sembrano condivise dal sig. G. Milhaud (v. Leçons sur les origines de la science grecque, Paris 1893, p. 91 e seg.), ed aggiungo essere generalmente errata la seguente proposizione che il Rodet per ben tre volte ripete (l. c., p. 395, 399 e 424): »Toutes les fois qu'on fait subir à différentes quantités une même opération arithmétique, les résultats obtenus sont proportionels aux quantités dont on est parti». Se ciò fosse vero si avrebbe, qualunque fossero i numeri a e b, $\frac{f(a)}{f(b)}=\frac{a}{b}$, f rappresentando un' operazione aritmetica o un complesso di tali operazioni. Ora da tale eguaglianza emerge che $\frac{f(x)}{x}$ ha un valore costante k; allora si deduce $f(x)=kx$, onde quella proposizione vale soltanto se l'operazione è una semplice moltiplicazione, nel qual caso essa è di verità intuitiva ed è appunto in quest' unico caso che viene applicata da Ahmes.

23 Op. cit. p. 35.

24 Il lettore a cui non è ignoto il papiro Rhind ricorderà che ostacoli somiglianti presenti l'interpretazione di alcuni calcoli ivi eseguiti per risolvere certe questioni di geometria metrica: v. Eisenlohr, l. c., p. 76—77 e 86—91.

RECENSIONEN. — ANALYSES.

W. W. R. Ball. A SHORT ACCOUNT OF THE HISTORY OF MATHEMATICS. Second edition. London, Macmillan 1893. In-8°, XXIV + 520 p.

La première édition de cet ouvrage a paru en 1888, et elle a été analysée par M. LORIA dans la Bibliotheca Mathematica 1889, p. 56—58. A la fin de cette analyse nous nous permîmes d'exprimer le désir que M. BALL entreprit une révision complète de son ouvrage afin que les erreurs qui s'y étaient glissées malgré lui fussent corrigées. Maintenant nous sommes bien content de pouvoir constater que, dans la nouvelle édition, M. BALL a introduit un grand nombre de corrections; néanmoins, on trouve aisément qu'il y a encore certaines rectifications à faire pour la troisième édition. Ci-dessous nous nous permettons de signaler quelques-uns des passages où des modifications nous semblent nécessaires.

P. 127: »There are no Greek abaci now in existence». Dès en 1863, M. CANTOR appelait l'attention (*Mathematische Beiträge zum Culturleben der Völker*, p. 132) sur un grand *abacus* en marbre, trouvé en 1846 à Salamis, et il donnait une description détaillée de cet *abacus*.

P. 170: »GEBER IBN APHLA seems to have discovered the theorem that the sines of the angles of a spherical triangle are proportional to the sines of the opposite sides». M. SUTER (*Zur Geschichte der Trigonometrie;* Biblioth. Mathem. 1893, p. 7) a fait observer que ce théorème doit avoir été connu par plusieurs mathématiciens antérieurs à DSCHABIR BEN AFLAH.

P. 177. Le petit traité: *De similibus arcubus* n'a pas pour auteur JORDANUS, mais AHMED BEN JUSUF (voir STEINSCHNEIDER, Biblioth. Mathem. 1888, p. 114).

P. 256. WILLEBRORD SNELL naquit 1581, non 1591 (voir VAN GEER, *Notice sur la vie et les travaux de W. Snellius;* Arch. néerl. d. sc. exactes **18**, 1883, 453—468).

P. 277: »I think also that DESCARTES was the first to realize that his letters might represent any quantities, positive or negative». Autant que je sache, DESCARTES n'a pas employé des lettres (sans signe) pour désigner indifféremment des quantités positives ou des quantités négatives (voir p. ex. *La géométrie,* éd. HERMANN [1886] p. 76—79; cf. MANSION, Biblioth. Mathem. 1888, 63—64).

P. 349, 354. La *Methodus differentialis* n'a pas été publiée pour la première fois en 1736, mais déjà en 1711; STIRLING l'a commentée en 1719 (*Methodus differentialis Newtoniana illustrata;* Philos. Trans. 1719, 1050—1070). On y lit (p. 1052): Anno vero 1711. tandem prodiit, inter alios ejusdem Authoris tractatus, ipsa Methodus Differentialis plenius quam ante exposita, cum fundamento ejus demonstrato.

P. 377, 389. »NICOLE was the first to publish a systematic treatise on finite differences. TAYLOR ... had been led to give a sketch of the subject in his *Methodus*. — TAYLOR ... is usually recognized as the creator of the theory of finite differences«. Dans mon mémoire: *Differenskalkylens historia*. I. (Upsala universitets årsskrift 1878), j'ai démontré que TAYLOR est le véritable inventeur de la théorie des différences finies; NICOLE n'a que donné une exposition de la partie la plus élémentaire de cette théorie. Le »well-arranged *book*« publié par NICOLE en 1717, dont parle M. BALL, est un petit traité inséré dans les Mémoires de l'académie des sciences de Paris et contenant 13 pages in-4°.

Le style de M. BALL est en général soigné, mais parfois on trouve dans son livre des expressions plus ou moins inexactes. Ainsi p. ex. le *Triparty* de CHUQUET est appelé (p. 210) »a *small* treatise« (il contient environ 200 pages imprimées in-4°), et le traité *De triangulis* de REGIOMONTANUS est dit (p. 206) »printed in five *volumes*«; de même, M. BALL indique (p. 167) que la *Scientia stellarum* d'ALBATEGNI fut »published by REGIOMONTANUS at Nuremberg in 1537« (REGIOMONTANUS mourut déjà en 1476, et c'était MELANCHTON qui publia le traité d'après le manuscrit laissé par REGIOMONTANUS). — Parmi les fautes de plume nous signalons »Maralois« (p. 238, 512) au lieu de MAROLOIS.

Les nombreuses citations d'écrits historiques et biographiques insérées dans l'ouvrage de M. BALL seront sans doute très utiles pour les lecteurs auxquels il s'adresse en premier lieu. Ces citations montrent aussi que M. BALL poursuit lui-même avec ardeur son étude de l'histoire des mathématiques; nous regrettons seulement qu'il n'ait pas jugé convenable de signaler aucun des importants écrits de M. LORIA (p. ex. à la page 450 la monographie: *Die hauptsächlichsten Theorien der Geometrie in ihrer früheren und heutigen Entwickelung* [1888]).

Stockholm. G. ENESTRÖM.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. Eneström. Stockholm. 8°.

1893: 2. — [Analyse de l'année 1892:] Fiziko-matem. naouki **12**, 1893, 63—68. (V. Bobynin.)

Физико-математическія науки въ ихъ настоящемъ и прошедшемъ. Журналъ издаваемый В. В. Бобынинымъ. Москва. 8°.

1892: 2; 1893: 1. — Les sciences mathématiques dans leur état actuel et passé. Journal publié par V. V. Bobynin.

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. Cantor. Leipzig. 8°.

38 (1893): 4—5. — [Analyse de l'année 1891:] Fiziko-matem. naouki **11** (1892), 1893, 84—88.

Baillet, J., Le papyrus mathématique d'Akhmîm.
Mémoires publiés par les membres de la mission archéologique française au Caire **9**, 1892, 1—89 + 8 pl.

Berthold, G., Notizen zur Geschichte der Physik.
Zeitschr. für Mathem. **38**, 1893; Hist. Abth. 121—125.

Bertrand, J., Michel Chasles.
Revue scientifique **50**, 1892, 801—807.

БОБЫНИНЪ, В. В., Очерки исторіи расвитія физико-математическихъ знаній въ Россіи. Эпоха государственнаго содѣйствія развитію научныхъ знаній.
Fiziko-matem. naouki **11** (1892), 1893, 67—83. — Bobynin, V. V., Esquisses d'histoire du développement des connaissances mathématiques et physiques en Russie. Epoque de l'appui du gouvernement pour le développement des connaissances scientifiques.

БОБЫНИНЪ, В. В., Преподаваніе ариѳметики въ индусскихъ школахъ.
Fiziko-matem. naouki **12**, 1893, 58—62. — Bobynin, V. V., L'enseignement de l'arithmétique dans les écoles indiennes.

Cantoni, G., Sul valore filosofico degli scritti di Galileo Galilei.
Roma, Accad. d. Lincei, Rendiconti 1_5: 2, 405—410.

°**Cleomedes**, De motu circulari corporum caelestium libri duo. Ad novorum codicum fidem edidit et latina interpretatione instruxit H. Ziegler. Leipzig, Teubner 1891.
8°, VI + 258 p. — [2·70 Mk.]

Favaro, A., Delle case abitate da Galileo Galilei in Padova.
Padova, Accad. d. sc., Atti e memorie **9**, 1893, 225—268.

Galdeano, Z. G. de, Ernesto Eduardo Kummer. Necrologia.
El progreso matem. **3**, 1893, 234—236.

Galilei, G., Opere. Edizione nazionale sotto gli auspicii di sua maestà il re d'Italia. Volume III. Parte prima. Firenze 1892.
4°, 399 p. — Edition publiée sous la direction de M. A. FAVARO.

°**Goldbeck, E.**, Descartes' mathematisches Wissenschaftsideal. Berlin 1893.
8°, 42 p. — [1·20 Mk.]

Heppel, G., The use of history in teaching mathematics.
Association for the improvement of geometrical teaching, Report **19**, 1893, 19—32.

Hultsch, F., Die Näherungswerte irrationaler Quadratwurzeln bei Archimedes.
Göttingen, Gesellsch. d. Wissensch., Nachrichten 1893, 367—428 + 2 pl.

Huygens, Chr., Oeuvres complètes publiées par la société hollandaise des sciences. Tome cinquième. Correspondance 1664—1665. La Haye, Nijhoff 1893.
4°, 625 p. + 3 pl.

°**Jamblichus**, De communi mathematica scientia liber. Ad fidem codicis Florentini edidit N. FESTA. Leipzig, Teubner 1891.
8°, X + 153 p. — [1·80 Mk.]

Karagiannides, A., Die Nichteuklidische Geometrie vom Alterthum bis zur Gegenwart. Eine historisch-kritische Studie. Berlin, Mayer & Müller 1893.
8°, (2) + 44 p. — [1·60 Mk.]

Lampe, E., Ernst Eduard Kummer. Nachruf.
Naturwissenschaftliche Rundschau (Braunschweig) **8**, 1893, 361—364.

Loria, G., L'odierno indirizzo e gli attuali problemi della storia delle matematiche.
Biblioth. Mathem. 1893, 39—46. — Résumé d'un discours prononcé en 1892 au congrès historique italien (cf. ci-dessus p. 61).

Loria, G., Ancora sul teorema fondamentale della teoria delle equazioni algebriche.
Biblioth. Mathem. 1893, 47—50. — Rivista di matem. **3**, 1893, 105—108.

Loria, G., Le scienze esatte nell' antica Grecia. Libro I. I geometri greci precursori di Euclide.
Modena, Accad. d. sc., Memorie **10**$_2$, 1893. 168 p. + 2 pl.

Mittag-Leffler, G., Sophie Kovalevsky.
Acta Mathem. **16**, 1893, 385—392 + portrait.

°**Obenrauch**, Monge, der Begründer der darstellenden Geometrie. Eine historische Studie. I. Brünn 1893.
8°. — [1·50 Mk.]

Ovidio, E. d', Sopra alcune classi di sizigie binarie.
| *Torino*, Accad. d. sc., Atti **28**, 1893. 8 p. — Note historique.

Riccardi, P., Sopra un codice ebraico contenente alcuni scritti matematici ed astronomici.
Biblioth. Mathem. 1893, 54—56.

Riccardi, P., Osservazione intorno alla nota del prof. A. Favaro sull' Algebra del Bombelli.
Biblioth. Mathem. 1893, 64.

Ritter, F., François Viète, inventeur de l'algèbre moderne.
Association française pour l'avancement des sciences (congrès de Pau) 1892, t. II, 17—25.

Ritter, F., L'algèbre nouvelle de François Viète.
Association française pour l'avancement des sciences (congrès de Pau) 1892, t. II, 177—182.

Ritter, F., La trigonométrie de François Viète.
Association française pour l'avancement des sciences (congrès de Pau) 1892, t. II, 208—212.

РОЗЕНБЕРГЕРЪ, Ф., Очеркъ исторіи физики. III: 1. Переводъ подъ ред. Н. Сѣченова. Санктъ-Петербургъ 1892.
8°, 326 p. — ROSENBERGER, F., Aperçu de l'histoire de la physique. III: 1. Traduction rédigée par I. SJETCHENOFF.

Steinschneider, M., Mathematische Werke in hebräischen Übersetzungen.
Biblioth. Mathem. 1893, 51—53.

°**Sterner, M.**, Principielle Darstellung des Rechenunterrichtes auf historischer Grundlage. I. Geschichte der Rechenkunst. München 1891.
8°, XII + 533 p. — [6 M.]

Studnicka, F. J., Algorismus prosaycus Magistri Christiani anno fere 1400 scriptus. Prag 1893.
8°, 17 p. — [0·50 Mk.] — [Analyse:] Zeitschr. für Mathem. **38**, 1893; Hist. Abth. 198—199. (CANTOR.)

Suter, H., Der V. Band des Katalogs der arabischen Bücher der vice-königlichen Bibliothek in Kairo. Aus dem Arabischen übersetzt und mit Anmerkungen versehen. (Schluss.)
Zeitschr. für Mathem. **38**. 1893; Hist. Abth. 161—184.

Suter, H., Nachtrag zu meiner Übersetzung des Mathematiker-Verzeichnisses im Fihrist des Ibn Abî Ja'kûb an-Nadim.
Zeitschr. für Mathem. **38**, 1893; Hist. Abth. 126—127.

Valentin, G., Die beiden Euclid-Ausgaben des Jahres 1482.
Biblioth. Mathem. 1893, 33—38.

Zanotti Bianco, O., Sulla scoperta del potenziale.
Rivista di matem. **3**, 1893, 114.

Question 42 [sur une formule pour l'ajustement d'une série de valeurs observées].
Biblioth. Mathem. 1893, 64. (G. ENESTRÖM.)

BALL, W. W. R., Mathematical recreations and problems of past and present times. London, Macmillan 1892. 8°.
New York, Mathem. soc., Bulletin **2**, 1892, 37—46. (J. E. OLIVER.) — Mathesis 3_2, 1893, 65—66.

Burkhardt, H., Bernhard Riemann. Vortrag, bei der am 20. Juli 1891 vom mathematischen Verein zu Göttingen veranstalteten Feier der 25. Wiederkehr seines Todestages. Göttingen 1892. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **38**, 1893; Hist. Abth. 66. (Cantor.)

Cantor, M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Zweiter Band. Von 1200—1668. Zweiter Theil. Leipzig, Teubner 1892. 8°.
Bullet. des sc. mathém. $\mathbf{17}_2$, 1893, 57—65. (P. Tannery.)

Favaro, A., Per il terzo centenario dalla inaugurazione dell' insegnamento di Galileo Galilei nello studio di Padova. Firenze 1892.
Zeitschr. für Mathem. **38**, 1893; Hist. Abth. 197—198. (Cantor.)

Graf, J. H., Das Leben und Wirken des Physikers und Astronomen Johann Jacob Huber aus Basel (1733—98). Bern 1892. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **38**, 1893; Hist. Abth. 63. (Cantor.)

Lampe, E., Die Entwickelung der Mathematik im Zusammenhange mit der Ausbreitung der Kultur. Rede. Berlin 1893. 8°.
El progreso matem. **3**, 1893, 64. — Jornal de sc. mathem. **9**. 1893. 126. (G. T.)

Meyer, F., Bericht über den gegenwärtigen Stand der Invariantentheorie. (Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung 1, 1892.)
Zeitschr. für Mathem. **38**, 1893; Hist. Abth. 141—144. (H. Burkhardt.)

Müller, F., Zeittafeln zur Geschichte der Mathematik, Physik und Astronomie bis zum Jahre 1500, mit Hinweis auf die Quellen-Literatur. Leipzig, Teubner 1892. 8°.
Bullet. d. sc. mathém. $\mathbf{17}_2$, 1893, 108—110. (P. Tannery.)

Omaggi a Galileo Galilei per il terzo centenario dalla inaugurazione del suo insegnamento nel Bò pubblicati per cura della R. Accademia di Padova. Padova 1892. 4°.
Zeitschr. für Mathem. **38**, 1893; Hist. Abth. 197—198. (Cantor.)

Rebière, A., Mathématiques et mathématiciens. Pensées et curiosités. Deuxième édition, revue et augmentée. Paris, Nony 1893. 8°.
Biblioth. Mathem. 1893, 57—60. (G. Eneström.) — Mathesis 3_2, 1893, 132—133. (P. M.)

Mathematisches Abhandlungsregister. 1892. Erste Hälfte: 1. Januar bis 30. Juni.
Zeitschr. für Mathem. **38**, 1893; Hist. Abth. 149—160.

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1893, 60—63. — Fiziko-matem. naouki **11** (1892), 1893, 89—112; **12**, 1893, 69—80. — Zeitschr. für Mathem. **38**, 1893; Hist. Abth. 146—148, 199—200.

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

43. Dans son ouvrage *Mathématiques et mathématiciens* (2e éd., Paris 1893, p. 273—274), M. A. Rebière a donné quelques petites notices sur les mathématiciennes décédées; pour ce qui concerne les mathématiciennes vivantes, les matériaux semblent lui avoir manqué. Mais comme il est sans doute d'un certain intérêt d'apprendre quel rôle jouent actuellement les femmes dans le domaine des mathématiques, j'ai réuni tous les renseignements sur les mathématiciennes vivantes que j'ai pu trouver. Il est néanmoins à présumer que ces renseignements sont très incomplets et pour y remédier je me permets de faire appel aux lecteurs de la Bibliotheca Mathematica et aux mathématiciennes elles-mêmes. Pour chacune d'entre elles, je désire avoir une petite notice biographique et une liste des écrits qu'elle a publiés.

En ce moment j'ai des renseignements plus ou moins complets sur les mathématiciennes suivantes:

Amort, Anna (Jicin?, Bohème).
Blackwood, Elisabeth (London?).
Bortniker L. (Paris?).
Bouwmeester, S. (Rotterdam?).
Bryant, Sophia (London?).
Gaio, Olimpia (Firenze?).
de Haas, Carolina (Rotterdam).
Ladd-Franklin, Christine (Baltimore).
Marks, Sarah (London?).
Perrin, Emily (Cheltenham?, England).
Pompilianu, Mlle (Bukarest).
Prime, F. (Bruxelles).
Scott, Charlotte A. (Bryn Mawr, U. S. A).
Wijthoff, A. G. (Amsterdam).

(G. Eneström.)

Inhalt. — Table des matières.

STOCKHOLM, TRYCKT I CENTRAL-TRYCKERIET, 1893.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK — JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON — PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1893. STOCKHOLM. N° 4.

NEUE FOLGE. 7. — Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr. — NOUVELLE SÉRIE. 7.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Markgrafenstrasse 51. — PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Note sur la résolution géométrique d'une équation du 3e degré par Archimède.

Par H. G. Zeuthen à Kjöbenhavn.

On sait qu'Archimède, dans son second livre sur la sphère et le cylindre, réduit la question »de diviser une sphère par un plan en deux segments dont le rapport est donné» à la proportion suivante:

(1) $$DB^2 : DX^2 = XZ : TZ,$$

D, B, T et Z étant des points connus d'une droite et X un point inconnu qui doit se trouver sur le segment DB de la même droite.[1] Dans le manuscrit conservé par Eutocius dont je vais parler, cette proportion est remplacée par l'égalité de deux parallèlépipèdes

(2) $$DB^2 . TZ = DX^2 . XZ.$$

L'une et l'autre de ces deux formes n'est que la représentation familière aux anciens de l'équation qu'en conservant la homogénéité nous écririons

(3) $$x^2(a-x) = b^2c$$

ou

(4) $$x^3 - ax^2 + b^2c = 0.$$

Archimède promet de résoudre »à la fin» cette équation; sa remarque que la question générale a un diorisme (c'est à dire: condition de possibilité), qui n'entre pas en vigueur pour la question particulière sur la division de la sphère, montre bien qu'il veut traiter la question générale.

La résolution promise manque à la fin du livre qui nous est conservé, mais on admet assez généralement qu'un manuscrit trouvé par EUTOCIUS[2] a contenu la véritable fin du livre. Malheureusement le texte trouvé était alors assez maltraité, et EUTOCIUS ne nous en communique que sa propre réstitution; mais on voit, en tous cas, que la valeur de x a été déterminée comme abscisse d'un point d'intersection de la parabole

$$x^2 = \frac{b^2}{c} y$$

et de l'hyperbole

$$y(a-x) = ec,$$

et que le diorisme a dépendu du contact ayant lieu entre ces deux courbes, au point $x = \frac{2}{3} a$, dans le cas où $b^2 c = \frac{4}{27} a^3$; la condition d'intersection des deux courbes est $b^2 c < \frac{4}{27} a^3$.

Hésitant — de même que M. CANTOR, qui en est un meilleur juge que moi — à regarder les raisons philologiques et historiques comme absolument décisives pour regarder le manuscrit comme une copie plus ou moins directe de la fin du livre d'ARCHIMÈDE, j'ai étudié, dans mon livre déjà cité, les raisons qu'on pourrait tirer de la connexion mathématique. Grace aux remarques déjà citées d'ARCHIMÈDE sur le diorisme de la question générale et aux remarques qu'on trouve ailleurs dans les oeuvres d'ARCHIMÈDE sur certaines autres questions qu'il se déclare capable de résoudre, j'ai constaté qu'ARCHIMÈDE devait être en possession de la résolution et du diorisme, non seulement de l'équation en question, mais aussi de celle que nous écririons

$$(5) \qquad x^3 + ax^2 - b^2 c = 0,$$

et qui ne différerait de celle à laquelle ARCHIMÈDE a réduit la division de la sphère que par l'ordre des points donnés D, B, T et Z. Vu que la résolution et la discussion communiquées par EUTOCIUS correspondent exactement à ces exigences, et qu'elle a bien le caractère des mathématiques d'ARCHIMÈDE et de ses contemporains, il est peut-être rendu assez probable que la résolution d'EUTOCIUS est en vérité celle qu'a donnée ARCHIMÈDE »à la fin» du livre. La seule doute qui me restât encore provenait du fait que déjà DIOCLES, ne sachant rien sur cette solution donnée à la fin, reproche à ARCHIMÈDE de s'être borné à réduire la question à une autre qu'il ne résout pas. Il serait donc possible que la promesse d'ARCHIMÈDE fût une interpolation au moyen de laquelle un éditeur aurait essayé d'expliquer cette omission d'une manière moins défavorable pour ARCHIMÈDE. Regardant comme certain qu'ARCHIMÈDE n'aurait été satisfait que d'une résolution complète du problème qu'il s'est posé, j'ai donc émis la conjecture qu'un travail antérieur de lui-même ou d'un autre — et alors probablement celui qu'a retrouvé EUTOCIUS — lui permettait de regarder comme connue la solution de l'équation cubique à laquelle il réduit ce problème. Alors sa réduction suffirait et serait analogue à celle du problème suivant du même livre, qu'il réduit à la construction bien connue des deux moyennes géométriques.

Cette conjecture deviendra superflue si l'on peut trouver des raisons particulières pour expliquer la place de la résolution de l'équation cubique *à la fin* du second livre sur la sphère et le cylindre. A cet effet, je me suis demandé les motifs qui auraient pu porter ARCHIMÈDE à remettre cette solution. Il y en a un qui se présente immédiatement: celui qu'elle demande l'usage des sections coniques et qu'elle diffère ainsi des autres recherches consignées dans ce livre. En considérant les propositions suivantes du livre j'en ai trouvé un autre qui rendrait encore plus naturelle la place de la solution. On verra en effet qu'au nombre des questions sur les segments de sphère qui occupent ARCHIMÈDE, il y en a une dont il commence à traiter à la fin du livre conservé mais dont la solution complète demande et la résolution et le diorisme de son équation cubique.

Selon un manuscrit arabe conservé,[3] le geomètre ALKÛHÎ commence un travail, auquel j'aurai à revenir toute à l'heure, par la remarque qu'il y a une lacune à combler dans le livre d'ARCHIMÈDE qui nous occupe. ALKÛHÎ a dit »qu'il y a là trois constructions qui rentrent dans la même catégorie, dont la première est celle d'un segment de sphère qui, de deux autres segments de sphères, est égal à l'un et semblable à l'autre. La seconde, celle d'un segment de sphère dont la surface est égale à celle d'un autre segment de sphère, et qui est semblable à un second segment de sphère. La troisième, celle d'un segment de sphère égal à un autre segment de sphère, et dont la surface est égale à celle d'un segment de sphère. ARCHIMÈDE — continue ALKÛHÎ — résolut les deux premiers problèmes (sphère et cylindre II, 5 et 6) sans s'occuper du troisième qui ne fut pas ajouté non plus aux deux autres par les geomètres qui lui succédèrent.»

Le passage cité ici montre que je ne suis pas le seul qui trouve que la question d'un segment de sphère dont le volume et la surface courbe sont donnés s'impose aux lecteurs du livre d'Archimède; mais Alkûhî a tort en niant nettement qu'Archimède s'en soit occupé. En effet, l'usage des géomètres grecs ne permettait pas même d'énoncer un problème qui devient impossible dans certaines conditions, sans y ajouter le diorisme, dont la *nécessité* devait être démontrée dans une proposition précédente. La résolution du problème devait servir de son côté à montrer la *suffisance* de la condition énoncée dans le diorisme.[4] Dans le cas actuel, le diorisme du problème de construire un segment de sphère égal à un segment donné, A, et ayant la même surface courbe qu'un autre, B, doit demander que le segment A ne soit pas plus grand qu'un hémisphère à la même surface courbe que le segment B. La nécessité de cette condition est démontrée dans la 9ème et dernière proposition du livre d'Archimède qui énonce que l'hémisphère est le plus grand des segments de sphère qui ont une surface courbe donnée.

De l'autre côté, les propositions énonçant des théorèmes de *maximum* ou de *minimum* sont toujours, dans la géométrie ancienne, suppléées par les problèmes conduisant aux constructions qui en démontrent la suffisance. Le théorème 20 du premier livre des éléments d'Euclide, qui énonce les conditions auxquelles doivent satisfaire les côtés d'un triangle, est suppléé par la construction d'un triangle à côtés donnés qui satisfont à ces conditions (22). Le théorème VI, 27 sur le parallélogramme maximum à un angle donné et à une somme donnée des côtés est suppléé par la construction VI, 28 du parallélogramme dont encore l'aire est donnée. Dans le 5me livre des Coniques Apollonius trouve les conditions auxquelles doit satisfaire un point d'où sortent des normales à une [partie bien déterminée d'une] conique avant d'en indiquer la construction;[5] et Apollonius nous apprend expressément dans la préface du 7me livre que les valeurs *maximae* et *minimae* qu'il y établit seront utiles aux diorismes des problèmes qu'il va résoudre dans le huitième livre, remarque qui a fait la base de la réstitution de ce livre par Halley.[6]

Suivant l'usage ordinaire des anciens, le 9me théorème du second livre sur la sphère et le cylindre demande donc un supplément contenant la construction dont ce théorème établit le diorisme.

Archimède a voué à ce théorème maximum un intérêt tout particulier; il suffit de rappeler à cet egard qu'en envoyant premièrement un faux résultat à Alexandrie, il réussit à confondre les géomètres qui essayaient de s'approprier les propositions trouvées par lui en les démontrant.[7] Il n'aura donc pas, certainement, oublié son obligation de le suppléer par la résolution du problème qui s'y attache. Alors il aura eu à sa disposition les équations exprimant que le volume et l'aire courbe du segment ont des valeurs données:

$$(6) \qquad \left(\frac{3}{2}x-y\right)y^2=d^2f, \qquad xy=g^2,$$

où j'ai désigné par x et y le diamètre de la sphère et la hauteur du segment cherché, par d et f le rayon de la base et la hauteur du cône auquel le segment doit être égal, et par g le rayon du cercle auquel sa surface courbe doit être égale. Les différentes transformations exécutées par ARCHIMÈDE dans le même livre nous garantissent qu'il a bien été en état d'en déduire l'équation suivante:

$$(7) \qquad x^2\left(\frac{3}{2}g^4-d^2fx\right)=g^6,$$

ou bien l'équation (3) dont nous nous sommes déjà occupé

$$x^2(a-x)=b^2c,$$

où

$$a=\frac{3}{2}\frac{g^4}{d^2f}, \qquad b^2c=\frac{g^6}{d^2f},$$

exprimée, bien entendu, dans son langage géométrique ordinaire. De cette façon le problème sera réduit précisément à celui dont ARCHIMÈDE nous promet la résolution »à la fin», et il présente une véritable application du diorisme dont il parle aussi. On en déduit que la résolution sera possible si

$$g^3 \geqq \sqrt{2}\,.\,d^2f,$$

et que dans le cas limite $x=\sqrt{2}\,.\,g$, $y=\frac{g}{\sqrt{2}}$, ce qui correspond au cas où le segment est un hémisphère.

Selon nous, ARCHIMÈDE a donc remis la résolution à la fin, parce que le dernier problème dont il devait s'occuper — celui qui nous est annoncé par le dernier théorème du texte conservé — en dépend aussi et en demande même une discussion plus complète que la division de la sphère. Il est vrai que la communication d'EUTOCIUS ne contient rien sur cette application; mais vu l'état du manuscrit qu'il a retrouvé et le fait qu'il ne se présentait pas immédiatement comme un appendice au livre d'ARCHIMÈDE, il n'en est permis de conclure rien. L'appendice promis doit avoir contenu en tout cas le supplément nécessaire au théorème 9.

Qu'on n'objecte pas que dans le n° 9 de son livre ARCHIMÈDE ait démontré ce théorème, que nous regardons ici comme une conséquence du diorisme de la construction des racines de l'équation cubique, sans faire aucun usage de coniques et du contact devant avoir lieu entre elles dans le cas du segment maximum. Il suffit, pour y répondre, de renvoyer à l'autre résolution d'un problème solide qui nous est conservée complétement: la construction d'APOLLONIUS des normales menées d'un point donné à une conique (5e livre des Coniques). Sans doute la condition de sa possibilité a été trouvée par la même analyse qui a conduit à la construction: elle est une conséquence de la condition de contact de la conique donnée avec l'hyperbole servant à déterminer les points auxquels appartiennent les normales; mais l'auteur ne fait pas usage de cette hyperbole dans la démonstration de la nécessité de la condition de possibilité — ou plutot dans la démonstration de l'impossibilité dans le cas où le point donné ne satisfait pas à cette condition (Coniques V, 51 pour la parabole, et 52 pour les autres coniques).[8] Il n'est donc pas moins naturel que, dans sa démonstration du théorème 9, ARCHIMÈDE a évité de faire usage des coniques, quand même il aurait *trouvé* ce théorème par la même analyse qui a conduit à la construction d'un segment dont le volume et l'aire courbe sont donnés.

La démonstration de ce théorème est du reste incomplète dans le texte conservé; mais elle est très facile à réstituer. Abstraction faite des détours qui résultent de la circonstance qu'ARCHIMÈDE indique le volume d'un segment en déterminant la hauteur d'un cône sur la même base qui a le même volume, on peut la rendre de la manière suivante dans le langage algébrique moderne.

Il résulte de la seconde équation (6) que

$$\left(g\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2 = \frac{x}{2}\cdot y, \tag{8}$$

et que, par conséquent, si y n'est pas égal à $g\sqrt{\frac{1}{2}}$,

$$\frac{x}{2} > g\sqrt{\frac{1}{2}} > y \quad \text{ou} \quad \frac{x}{2} < g\sqrt{\frac{1}{2}} < y.$$

On en conclut que

$$(9) \qquad g\sqrt{\frac{1}{2}}\left(x - g\sqrt{\frac{1}{2}}\right) > y(x-y)$$

(ce qu'on voit immédiatement par la construction ordinaire des moyennes géométriques des facteurs des deux membres de l'inégalité). On trouve ensuite par l'addition des deux membres de l'équation (8) à ceux de l'inégalité (9) que

$$(10) \qquad g\sqrt{\frac{1}{2}}\,.\,x > y\left(\frac{3}{2}x - y\right)$$

et, comme

$$\frac{g^2}{x} = y,$$

$$(11) \qquad g^3\sqrt{\frac{1}{2}} > y^2\left(\frac{3}{2}x - y\right).$$

En divisant par 3 on voit que l'hémisphère au rayon $g\sqrt{\frac{1}{2}}$ est plus grand que le segment à la hauteur y de la sphère au diamètre x. Cette démonstration[2] est assez simple pour la préférer à celle qui dépend de l'usage de coniques dont il n'y aura besoin immédiat que dans la construction devant suivre, selon l'usage des anciens, au théorème. De l'autre côté elle n'explique pas si bien la découverte de son résultat que l'analyse qui a dû conduire à cette construction.

Nous devons encore dire quelques mots sur la résolution du même problème stéréométrique trouvée par Alkûhî. Ce savant arabe ne le réduit pas à l'équation cubique (3), bien que sa résolution lui fût connue par Eutocius. Il déduit immédiatement des deux équations (6) l'équation suivante:

$$(12) \qquad y^2 = \frac{3}{2}g^2 - \frac{d^2 f}{g^2}x$$

qu'on obtient en multipliant la première équation par x et en la réduisant ensuite au moyen de la seconde. L'équation (12) représente une parabole; en la combinant avec l'hyperbole représentée par la seconde équation (6), on trouve les valeurs cherchées de x et y. Les deux courbes étant exactement de la même nature et ayant, l'une par rapport à l'autre, la même position que celles dont se sert Archimède selon Eutocius, Alkûhî a pu profiter de l'étude géométrique de leur contact contenue au manuscrit conservé par le dernier auteur, pour trouver les conditions de possibilité.

La construction d'ALKÛHÎ est essentiellement identique à celle que, dans l'antiquité, DIONYSODORE a inventée[10] des racines de l'équation d'ARCHIMÈDE, mais comme l'auteur arabe ne réduit pas son problème à cette équation, il le doit probablement à sa propre invention guidée seulement par les suggestions puisées à l'étude d'ARCHIMÈDE et d'EUTOCIUS. Elle lui fait donc beaucoup d'honneur, et quoique il ait pu puiser immédiatement dans EUTOCIUS sa recherche de la condition de possibilité, il se sépare avantageusement de la plupart de ses compatriotes, en ne négligeant pas ce diorisme. Cependant ses mérites ne doivent pas nous faire oublier ceux de son grand modèle. Bien que nous ne possédions immédiatement de la main d'ARCHIMÈDE aucune résolution du problème dont nous avons parlé ici, son 9e théorème contient le résultat qui en serait le meilleur fruit, et la résolution que nous lui avons attribuée, n'est qu'une application très simple de ce que nous trouvons dans son second livre et dans le manuscrit d'EUTOCIUS.

[1] ARCHIMEDIS *Opera*, ed. HEIBERG, p. 214. Voir encore mon travail: *Keglesnitslæren i Oldtiden* dans les Mémoires de l'académie royale des sciences et des lettres du Danemark 6e série, t. III, p. 157 et suiv., ou l'édition allemande: *Die Lehre von den Kegelschnitten im Altertum* p. 238 et suiv. Dans les citations suivantes je désignerai ces deux livres respectivement par Z_1 et Z_2.

[2] ARCHIMEDIS *Opera*, ed. HEIBERG, t. III, p. 152—181.

[3] Voir l'édition de l'*Algèbre d'Omar Alkhayyâmî* par WOEPCKE, p. 104.

[4] Dans un livre qui vient de paraître: *Forelæsning over Mathematikens Historie. Oldtid og Middelalder*, je montre (p. 78—79) qu'un but essentiel des constructions des anciens est de servir de démonstrations d'existence.

[5] Voir Z_1, p. 187 et suiv.; Z_2, p. 288 et suiv.

[6] Voir Z_1, p. 257, 258; Z_2, p. 403 et suiv.

[7] ARCHIMEDIS *Opera*, ed. HEIBERG, t. II, p. 6.

[8] Voir Z_1, p. 189; Z_2, p. 292.

[9] Dans le texte conservé l'inégalité (9) n'est enoncé que pour le dernier des alternatives qui la précèdent ici.

[10] ARCHIMEDIS *Opera*, ed. HEIBERG, t. III, p. 180. Z_1, p. 164; Z_2, p. 250.

Die Mathematik bei den Juden.

Von Moritz Steinschneider in Berlin.

4. Literatur.

Allgemeine Schriften, welche insbesondere für unsere *Bibliographie* zu benutzen wären, giebt es kaum. Poggendorff's *Biographisch-Literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exakten Wissenschaften* (Leipzig 1858) reicht selbst für europäische Literatur nicht aus,[13] geschweige für hebräische, wie für arabische.[14] Dieses Werk ist jedoch überhaupt dem Plane nach nicht auf minder bedeutende, entlegene, dunkle und zweifelhafte Stoffe eingerichtet. Hingegen ist die weitschichtige *Bibliographie générale de l'astronomie par* Houzeau *et* Lancaster (T. I, Bruxelles 1887) auf Vollständigkeit berechnet, ermangelt aber leider in Bezug auf Hebräisches und Arabisches der Specialkenntniss, — die allerdings nur unter Mitwirkung eines Fachmannes erreichbar ist — daher auch meist aus veralteten, nicht mehr brauchbaren Quellen ohne Kritik zusammengelesen; ein grosses in neueren Katalogen und Abhandlungen niedergelegtes Material blieb unberührt.[15] Es wird sich nicht lohnen, im Verlauf der gegenwärtigen Abhandlung dieses Buch überhaupt zu berücksichtigen, da in unserem engeren Kreise, so weit ich gesehen, nicht einmal die Fehler originell sind.

Die *biblische* Zeit ist hier von vorne herein ausgeschlossen, und sei nur ausnahmsweise eine Monographie erwähnt: J. J. Schmidt, *Biblischer Mathematicus, oder Erläuterung der H. Schrift aus den mathematischen Wissenschaften*, Lüttichau 1763, 8° (*Catalogue de la Bibliothèque* etc. *du feu Joseph Almanzi*, Padoue 1864, n. 1914).

Eine streng wissenschaftliche *Einteilung* der wenigen Schriften, die hier folgen sollen,[16] ist nicht gut ausführbar; es wird unsere Übersicht nach gewissen *Gruppen* auch nicht auf Vollständigkeit Anspruch machen dürfen.

A) *Zusammenstellungen* von jüdischen Schriften enthält der erwähnte Artikel »Jüdische Literatur« in der *Realencyclopädie* von Ersch und Gruber, oder die englische Übersetzung *Jewish Literature*, wozu eben ein Autorenregister (Frankfurt a/M. bei J. Kauffmann) erschienen ist. — Die vollständige Literatur der *Übersetzungen* ins Hebräische habe ich in meiner Preisschrift darüber gegeben; s. die Notiz darüber in dieser Zeitschrift (1893, S. 51). — 77 hebräische Druckwerke, und einige Artikel in Zeitschriften, hauptsächlich über Chronologie und Kalenderwesen und einiges über Mathematisches, verzeichnet CH. J. GURLAND in seinem hebräisch-russischen Kalender für das Jahr 643 (1882—83) Jahrgang VI, Seite 112—118. — Werke über vergleichende Berechnung, insbesondere Kalender-*Tafeln* verzeichnet ISIDORE LOEB (leider so früh verstorben) in seinen vorzüglichen *Tables du Calendrier juif* (Paris 1886, in 4°).[17]

Ich stelle noch hierher die hebräische Schrift *Bikkure ha-Limmudijjot* (Erstlinge der Mathematik), von BARUCH LEWENSTEIN B. SALOMO, Erklärung der mathematischen Stellen in den Schriften von ABRAHAM IBN ESRA, MAIMONIDES und JOSEF DEL MEDIGO, Warschau 1863, 37 S. u. Kupfertaf. (*Hebr. Bibliogr.* X, 91).

B) Kürzere Angaben von mathematischen Schriften überhaupt (auch griechischer und arabischer Autoren) finden sich in Encyklopädien, methodologischen Anweisungen und dergl., wie bei ABRAHAM BAR CHIJJA (um 1116—1130) in seiner mathematischen Encyklopädie; die betreffende Stelle ist in der *Hebräischen Bibliographie* VIII, 84 behandelt; vgl. Zeitschrift f. Mathematik **10**, 1865, 466; **12**, 1867, 10. — JOSEF IBN AKNIN, geboren im Magreb, später Schüler des MAIMONIDES, gestorben 1226 in Aleppo, verfasste ein arabisches Sittenwerk worin ein Kapitel eine Anleitung zum Studium überhaupt, also auch zur Mathematik enthält. Dieses Kapitel, auch in hebräischer Ubersetzung handschriftlich erhalten, ist 1874 von GÜDEMANN edirt und deutsch übersetzt; die literarischen Nachrichten habe ich wiederholt besprochen (Zeitschr. f. Mathem. **10**, 1865, 465; *Hebr. Bibliogr.* XIV, 38; cf. *Hebr. Übersetz.* S. 33). — JEHUDA SAMUEL ABBAS (wahrscheinlich im XIII. Jahrh. in Spanien) widmet ebenfalls ein Kapitel seiner hebräischen Schrift einem Wegweiser für das Studium, welcher zusammen mit dem des IBN AKNIN edirt, übersetzt und besprochen ist (*Hebr. Übersetz.* S. 35). — Der Warnung halber sei hier ein Autor genannt, dessen vielleicht nicht unverschuldete Confusion anderswo besprochen ist (Magazin f. die Wissenschaft des Judenth. [Berlin] **3**, 1876, S. 196). Die betreffende Stelle findet sich in einem unedirten Commentar zum Pentateuch, von JEHUDA (oder *Leon*) MOSCONO aus Ochrida (Bulgarien) verfasst (1362—1370).

C) Schriften über Mathematik im *Talmud*.[18] ADAM ANDREAS CNOLLEN (gest. 1714) versprach in einer Recension des Buches von JAKOB B. SAMUEL (s. unten Jahr 1593) in den Unschuldigen Nachrichten eine *Mathesis Biblico-Talmudica* (*Hebr. Bibliogr.* XIV, 103; XV, 128; XVII, 88 A. 1). POGGENDORFF's *Handwörterbuch* I, 458 citirt: »De geometria talmudica» und »De algebra Hebraeorum» ohne nähere Nachweisung. Ich kenne keine Schrift eines anderen christlichen Gelehrten über Mathematisches im Talmud. Hingegen haben Juden, abgesehen von Commentaren zu den betreffenden Stellen des Talmuds, auch in anderen Schriften diese Themen behandelt. Schon ABRAHAM BAR CHIJJA bespricht in dem von mir edirten Epilog zu seiner hebräischen Geometrie (1864) das im Talmud angegebene Maass der Diagonale des Quadrates = $1\frac{2}{5}$ der Seite;[19] doch ist aus dem Mittelalter keine Monographie bekannt. Der Verfasser der ältesten bekannten, JACOB B. SAMUEL, sagt in seinem Commentar zu JOSEF ALBO's Grundlehren (des Glaubens) I, 17 (f. 10, ed. 1584): »Wer diese Wissenschaft erlernen will, der lese ihre [der Christen] Bücher, worin sich bewährt [der talmudische Spruch]: »Ich habe mich bemüht und gefunden», denn nur sehr Weniges blieb bei uns [Israeliten] in dieser Zeit, weil in der langen Zeit des Exils diese Wissenschaft mit den anderen Wissenschaften uns fast gänzlich verloren gegangen ist.» Andere von da ab lebende Verfasser hebräischer Schriften, welche an ihrem Orte näher besprochen werden sollen, sind: 1599: SAMUEL EDELS; 1617: MOSES CASES; 1708: JEHUDA B. CHANOCH; 1712: MOSES EISENSTADT; 1741: ISRAEL SAMOSC; 1775: SERACH EIDLITZ; 1777: GEDALJA LIPSCHÜTZ; 1796: DAVID FRIEDENHEUSSEN; 1807: TOBIA LEVI; 1815: FRIZZI; s. auch unter 1765. Erklärungen talmudischer Stellen enthält ein *arabisches* Manuscript in hebräischer Schrift in der hiesigen königl. Bibliothek (n. 108 S. 78 meines Catalogs).

Nachdem PH. L. HURWITZ (1809) in einem Artikel über die Wissenschaften im Talmud auch die mathematischen besprochen hatte, und D. EHRMANN letztere insbesondere in einem Artikel der Allgemeinen Zeitung des Judentums (1852, S. 128 ff.), haben es namentlich zwei Männer von *Fach* unternommen, den Stoff in wissenschaftlicher Methode und technischer deutscher Form zu behandeln. B. ZUCKERMANN (Lehrer am jüdisch-theolog. Seminar in Breslau; gest. am 17. December 1891)[20] hatte schon in der von GRAETZ herausgegebenen Monatsschrift für Geschichte und Wissenschaft des Judenthums, 4, 1855, S. 156 ff. Einiges berührt; der Jahresbericht jenes Seminars (Breslau 1878) enthält eine Abhandlung: *Das Mathematische im Talmud, Beleuchtung und Erläuterung der Talmudstellen mathematischen Inhalts* (64 S. und XXXIV Figuren).[21]

Da die Abhandlung keine Inhaltsübersicht bietet, so mag hier eine solche folgen. Nach einigen allgemeinen Bemerkungen ohne Bedeutung behandelt diese Monographie: I. Quadratwurzel (S. 6); II. Verhältniss des Flächeninhalts eines Kreises und des ihm eingeschriebenen Quadrats zum Flächeninhalt des diesem Kreise umschriebenen Quadrates (S. 11); III. Verhältniss des Umfanges eines Kreises zu dem des ihm umschriebenen Quadrates (S. 63); daran schliesst sich (S. 25) das Thema des Salomonischen Meeres, ferner (S. 34) die Bestimmung des Sabbatweges, der kubische Inhalt eines Hohlmasses (S. 51).

Hr. EDUARD MAHLER in Wien hat einiges Hierhergehörige behandelt,[22] nämlich *Die Irrationalitäten der Rabbiner* in Zeitschr. f. Mathem. **29**, 1884, Hist.-lit. Abth. S. 41—43; *Zur Thalmudischen Mathematik*, daselbst **31**, 1886, S. 121—131, auch im Sonderabdruck, behandelt vom historischen Gesichtspunkt einige Stellen, welche sich auf die Quadratwurzel beziehen.

Die von AD. BRULL herausgegebenen Populärwissenschaftl. Monatsblätter v. J. 1892, S. 262, berichten, dass Prof. HOCHMANN in Odessa in der dortigen mathematischen physikal. Gesellschaft Vorträge über Mathematik und Physik im Talmud gehalten habe, ohne anzugeben, ob dieselben irgendwo gedruckt erschienen sind.

Über *einzelne Lehrer* (sogenannte »Rabbinen»), welche eine Bekanntschaft mit mathematischer Wissenschaft bekunden, muss man diejenigen Quellen benutzen, welche von den Talmudlehrern überhaupt handeln, dazu gehören einige biographische Monographien aus der neuesten Zeit.[23] Ich habe selbst angefangen, die Namen dieser Lehrer und die entsprechenden Quellen zusammenzustellen, kann aber die Notizen im Augenblick nicht auffinden. Der gegenwärtige Artikel hat mit ihnen direct Nichts zu schaffen, mit Ausnahme von zweien: dem SAMUEL BEN ABBA[24] (gest. 254—255) genannt *Jarchinai*, dem Kenner des Mondes (Mondlaufes), wird eine Schrift beigelegt, welche am Anfange unserer eigentlichen Abhandlung (§ 7) näher besprochen wird. Ein anderer Talmudlehrer namens ADA (oder ADDA?) soll der Begründer oder Einführer des, der jüdischen Chronologie zu Grunde liegenden Sonnenjahres sein und bildet hier einen Übergang zu der letzten Schriftengruppe.

D) Schriften über *Chronologie* und *Kalenderwesen*. Es versteht sich von selbst, dass hier nicht die Schriften von Juden zusammengestellt werden sollen, welche einzeln nach ihrer Zeitfolge den Gegenstand der Abhandlung selbst bilden. Es sind auch die *tabellarischen* Anweisungen ausgeschlossen, deren Literatur oben unter A) berührt worden. Hier sind nur einige *allgemeine* Schriften von Christen erwähnt, welche die Grundregeln des judischen Kalenders behandeln,[25] wie SEB. MÜNSTERUS, *Kalendarium Hebr., ex Hebraeorum penetralibus jam recens in lucem aeditum* (Basil. 1537, 4°), worin p. 56—106 ein anonymes hebräisches Werk über Kalender mit MUNSTER's lateinischer Übersetzung; s. unten unter dem Jahr 1521. — JAC. CHRISTMANN, *De Calendario Hebraeorum*, im Anhange zur lateinischen Übersetzung von ALFRAGANI, *Chronologica et astron. elementa* (Francof. 1590) p. 223—265. — AEG. STRAUCH, *Diss. de Computo Talmudico-Rabbinico* (Witteb. 1661), kenne ich nur aus WOLF, *Bibl. Hebr.*, wo II, 1302 und IV, p. 1048 einige nur versprochene Abhandlungen anderer Gelehrten. — JO. GER. PAGENDARM citirt seine handschriftlichen »Praelectiones in Calendarium judaicum« in seiner Abhandlung über ein gedrucktes Bibelfragment in Oels (*De Codice Judaeorum Oelsnensium*, Jenae 1730, p. 32); cfr. WOLF, IV, p. 1048 n. 286[b].

Ich habe bereits oben (§ 3) angedeutet, dass die Feststellung des jüdischen Kalenders nach dem METON'schen Cyclus von 19 Jahren[26] mit 7 Schaltmonaten nach je 3 oder 2 Jahren (die jetzt giltige Reihenfolge ist 3, 6, 8, 11, 14, 17, 19)[27] mit der genauen Berechnung des Sonnenjahres zusammenhängt; nach der alten Tradition gab es neben den »Quatembern« des SAMUEL, welche man als exoterisch bezeichnete, die Quatember eines R. ADA, dessen Persönlichkeit streitig ist, als esoterische.[28] Die Einführung des exacten Sonnenjahres ist zuerst kritisch behandelt in einer in 3 Auflagen erschienenen hebräischen Schrift (*Jesode ha-Ibbur*, zuerst Zitomir 1865, zuletzt Warschau 1889) von dem scharfsinnigen Kenner der Astronomie, CHAJJIM SELIG SLONIMSKI, welche jedoch teilweise bekämpft worden ist. Eine Übersicht des Themas, wenn auch ohne kritische Schärfe, bietet ADOLF SCHWARZ: *Der jüdische Kalender historisch und astronomisch untersucht* (Breslau 1872; 136 S. incl. Tabellen).

Um nicht aus einem einzigen Buche eine neue Rubrik zu bilden, schliesse ich hier an eine Abhandlung von WACKERBARTH: *Views of the ancient Rabbies relative to the Dimension of the earth* (in Monthly notices of the r. astronom. society, **33**, p. 671; cf. *Hebr. Bibliogr.* XVII, 92, aus GÜNTHER, mir selbst nicht zugänglich).

5. Methode.

Über die Methode der nachfolgenden Aufzeichnungen, deren verschiedenartige Natur von der Zugänglichkeit der Quellen und des Stoffes abhängt, soll hier nur das Nötigste zusammengefasst sein. Die Mitteilungen umfassen vorzugsweise vorhandene, meist *handschriftliche* Werke, welche von Juden *verfasst* oder *übersetzt* sind; die Übersetzungen werden sehr kurz mit Hinweisung auf meine Monographie (Biblioth. Mathem. 1893, S. 51) erledigt. *Biographische* Nachrichten über die Verfasser sind, mit seltenen Ausnahmen, sehr spärlich vorhanden, da die jüdischen Autoren in der Regel ein stilles Gelehrtenleben führten, wenn nicht Verfolgung, oder Not, sie hinaustrieb.

Die allgemeine Anordnung ist die chronologische; was sich nicht wenigstens auf ein Jahrhundert begrenzen liess, kommt zuletzt, und zwar zuerst Autoren, dann Anonyma, oder andere unser Thema berührende Notizen.

Für den Gebrauch in weiteren Kreisen sind die hebräischen *Werktitel* — meist, wie die arabischen, symbolischer Art, vorzugsweise Bibelphrasen — mit lateinischen Lettern umschrieben, und zwar in der Regel ohne besondere unterscheidende Zeichen.

Das Verzeichniss der, für die gewöhnlichsten Quellen gebrauchten *Abkürzungen* folgt zuletzt, damit es vollständig sei. —

Bis hieher reicht dasjenige, was als *Einleitung* zur eigentlichen Abhandlung bezeichnet werden könnte.

[13] So z. B. über BIANCHINO S. 182, s. meinen *Catal. Codd. mss. Lugd. Bat.* p. 377.

[14] So z. B. fehlt unter PETRUS ABANO eine Verweisung auf ABRAHAM IBN ESRA, dessen astrologische Schriften er lateinisch [aus dem Französ. des Hagins] übersetzt. S. 30 unter ALFONS: ISAAC ABEN SAID [lies *Cid*] ist nicht ein Araber, sondern ein Jude. S. 26 ALCABITIUS, unrichtig ein Homonymus in Toledo. S. 30 ALFRAGANUS, Nichts von Textausgabe, Ungenügendes über die Übersetzungen. Der Übers. CALO CALONYMUS ist nur unter ALPETRAGI S. 34 genannt.

[15] Es genügt hier eine Vergleichung der Artikel JOSEF B. ISAK (S. 374, 481). MAIMONIDES (477), MASCHALLAH (465, 700, 702, n. 3811), SAHL = ZAEL (489, 523, 699, 717, 720), JACOB B. MACHIR (484, vgl. 595) mit meinem Werke, *Die hebr. Übersetz.* Anmerk. Reihe [9] n. 8[b], 18, 25, 54, 81.

[16] S. die Stelle bei JAKOB B. SAMUEL (1584) zu JOSEF ALBO I, 17, welche weiter unten (§ 5) mitgeteilt ist. JAKOB war allerdings ein Deutscher, der die Schriften der südlichen Juden nicht kannte.

[17] Bei LOEB sind genannt (ich ordne die Autoren hier chronologisch): 1838: E. H. LINDO; 1842: B. GOLDBERG (auch 1844); 1844: PHILIPPOWSKI; 1848: I. MONTEL; 1849: S. D. LUZZATTO; 1854: A. I. WUNDERBAR; 1855: MAHMUD EFFENDI; 1856: G. A. JAHN; 1863: RENÉ MARTIN; 1868:

JOS. ENGEL und ULYSSE BOUCHET. — Ich füge hinzu: 1811: M. E. FÜRTH, *Entwurf zur Selbstverfertigung eines immerwährenden Kalenders* etc., mit hebr. Titel: *Peripheraot* etc. Leipzig. — 1840: M. KLOPPSTOCK, *70-jährige Vergleichungstabellen der jüd. mit der üblichen Zeitrechnung*, Berlin (dann Wollstein 1844 in: »Notiz und Erinnerungsbuch«). — 1845: ISRAEL LÜPSCHÜTZ (vulgo *Lipsch.*) *Schewili* [sic! lies *Schebile*] *de Rakia* [aus der Einleitung zum Mischna-Commentar] *oder Chronologie* etc. *Anweisung zur Anfertigung eines Kalenders* etc. *ins Deutsche übersetzt von* M. MICHAELIS, Lehrer, Danzig, 44 S. kl. 8°; der Umschlagtitel lautet etwas abweichend. — 1856: S. M. LANDSBERG, *System der math. und theolog. Chronologie, 1741—1900*, Altona, quer-4°. — 1856: L. M. LEWISOHN, *Geschichte und System des jüdischen Kalenderwesens*, mit 7 Tabellen, Leipzig. — 1860: ABRAHAM JEHUDA ELBINGER, *Tif'eret Zebi* (hebr.), Warschau. — 1879: COHN, *Mafteach* etc. *Schlüssel zur sofortigen Umwandlung jüd. bürgerlichen Datums* etc. *für die Jahre 1750—1950*, Rees. — 1880: DAVID FRIEDLÄNDER, *Sod Haibur* [lies *ha-Ibbur*] *Grundlage und Fortsetzung der Zeitberechnung bis 1930*, Budapest. — 1882: ZUCKERMANN, s. weiter unten. — 1883: B. GOLDBERG, *Notes sur le Calendrier juif*, Paris (16 p.). — 1883: F. S. BROCHMANN, *System der Chronologie*, Stuttgart. — 1889: M. SIMON, *220-jähriger Kalender zur Umwandlnng des jüd. Datums etc. 1781—2000*, Berlin, und 1891 desselben Verf. *Grundzüge des jüd. Kalenders und ... Anleitung zu seiner Berechnung*, Berlin.

18 H. STRACK, *Einleitung in den Talmud* (Leipzig 1887), S. 75, erwähnt nur ZUCKERMANN.

19 Bei ZUCKERMANN, *Das Mathematische im Talmud* unter Quadratwurzel, S. 6. Über die anonyme Erklärung in ms. Paris 1005[8a] erfährt man aus dem Catalog nichts Näheres. — Eine anonyme Schrift über die Kenntniss der Mathematik bei den Rabbinen, ms., citirt CH. HOROWITZ, *Bet Nechot*, Frankf. a/M. 1882, II, 62.

20 Jahresber. des jüdisch-theolog. Seminars 1892, S. 1.

21 Vgl. meine Anzeige in der *Hebr. Bibliogr.* XVIII, 12. — Zu dem »Fernrohr ohne Gläser« des GAMALIEL vgl. HOUZEAU et LANCASTER, *Bibliographie générale de l'astronomie* I, 173 über den Unterschied des Tubus und Telescops.

22 S. GÜNTHER, *Gesch. der Mathem.* S. 146 citirt *Beiträge zur Mathematik der Hebräer* in Zeitschr. für Realschulwesen IX, 465—471; sie behandeln Annäherungswerte bei MAIMONIDES.

[23] Einige sind in dem chronol. Verzeichniss der bedeutendsten Lehrer bei STRACK, *Einleitung* etc. (s. Anm. 18), S. 53 ff. angegeben.

[24] Zu den Quellen über ihn bei STRACK, l. c., S. 58, kommt A. GEIGER, in Forschungen des wiss. talmud-Vereins etc., Beil. der Zeitschr. Ben Chananja (Szegedin 1866), S. 69.

[25] DETLEV (oder DETLEF) CLÜVER, Mitglied der K. Societät zu London (gest. in Hamburg 21. Februar 1708, s. *Allgem. Deutsche Biographie*, Leipzig 1876, Bd. IV, S. 351) verfasste nach POGGENDORFF's *Handwörterbuch* I, 458: *Tabulae astronomicae in R. Mos. Maimonidis librum de consecratione calendarii etc. additae* (London 1683), über deren Charakter ich Nichts auffinden konnte. In den Angaben lateinischer Bearbeitungen dieses klassischen Abschnittes bei WOLF, *Bibl. Hebr.* I, p. 843, III, 776, IV, 915, sind diese Tafeln nicht erwähnt; sie scheinen äusserst selten zu sein. Derselbe »Cluverus» verfasste eine *Geologia, sive Philosophemata de genesi ac structura globi terreni, oder Natürliche Wissenschaft von Erschaffung* etc. (Hamburg 1700) in einem kaum verständlichen Deutsch; Capp. IX u. X behandelt die Mosaische Urkunde und der Juden Unfähigkeit, den natürlichen »Bericht davon einzunehmen und zu verstehen».

[26] *The Metonic Cycle und Calippic Period.* Reprinted from the Journal of Sacred Literature etc. Jan., April and July 1865 (London). — Die jüdischen Cyclen (*Mahazir*, arab. Plural des hebr. *Ma'hzor*, vulgo *Machsor*) etc. citirt CYRIANUS (1480) bei NICOLL, *Catal. Codd. arab. Bodl.* II, 244.

[27] Drei Arten der Reihenfolge erwähnt ISAK ISRAELI, *Jesod Olam* (hebr.), IV, 2 f. 1; vgl. meine Bemerkung in *ha-Jona* von S. SACHS (Berlin 1851), S. 28, wo ich als Quelle die *Baraita* des SAMUEL vermute, die allerdings in einem ms. genannt ist.

[28] Der Kalender oder, nach SLONIMSKI (l. citando, ed. Warschau S. 36) das den Kalender bestimmende Collegium, wird als *Sod* (Geheimniss, Geheimer Rath) bezeichnet. Auch die Brahminen hielten den Kalender geheim (HOUZEAU *et* LANCASTER, *Bibliogr. gén. de l'astron.* I, 158). Persönliches Interesse ist es, wenn SAMUEL CHAKIM (Hakim) seinem Lehrer ABRAHAM B. NATAN schwören muss, dass er die Berechnung des »mittleren Neumonds» Niemand lehren werde (Gutachten des ISAK B. SCHESCHET, I, 103).

Eine seltene Schrift über Winkeldreitheilung.

Von G. VALENTIN in Berlin.

Die Kgl. Bibliothek zu Berlin ist kürzlich in den Besitz eines Buches gelangt, das mir, trotzdem es erst am Ende des vorigen Jahrhunderts erschienen ist, ziemlich selten geworden zu sein scheint. Der Titel desselben lautet:

Principj di analisi geometrica necessarj o per accignersi a sciogliere i due Problemi della Duplicazione del cubo e della Trisezione dell' angolo per mezzo della retta e del cerchio, o per dimostrarne l'impossibilità. Lettera dell' Abate FRANCESCO BOARETTI a sua Eccellenza il Sig. Bernardo Memmo Senatore amplissimo. In vigore di cui si rendono affatto superflui tutti gli Esami che venissero pubblicati in opposizione all' Opuscolo de' *Pensieri sulla Trisezione dell' angolo.* Venezia MDCCXCIII. Presso Domenico Fracasso. Con Licenza de' Superiori.

Das Buch besteht aus 32 Seiten in 8°, von der 3[ten] an bis 32 numeriert. Auf Seite 3—6 spricht sich BOARETTI über einige allgemeinere Gesichtspunkte in Bezug auf seine Schrift: *Pensieri sulla trisezione dell' angolo* und die dadurch hervorgerufenen Gegenschriften aus; auf Seite 7—17 folgen in 7 Paragraphen einige speciellere Entwickelungen, welche mehrere in den *Pensieri* benutzten Sätze weiter ausführen und sich hauptsächlich gegen DANDOLO's Entgegnung wenden. Es folgt dann auf Seite 28—30 unter der Überschrift: »ABC geometrico per il Sig. VINCENZO DANDOLO« noch eine scharfe Auseinandersetzung mit DANDOLO und auf Seite 31 einige Worte gegen ANTONIO ROMANÒ und unter der Überschrift »Avvertimento« eine kurze Schlussbemerkung. Auf Seite 32 endlich sind »Opere finora pubblicate dell' autore« angezeigt.

Wie man sieht, gehört das eben beschriebene Buch zu der Reihe von Gegenschriften, welche die anonym erschienene Schrift: *Trisectio anguli et cubi duplicatio aliaque geometrica problemata ope solius circini ac regulae resoluta, & demonstrata.* Roma 1792 (RICCARDI, *Biblioteca matematica italiana* II, 558) hervorrief. Auf diese antwortete BOARETTI mit seinen *Pensieri* etc., deren Titel ausführlicher wie bei RICCARDI (I, 138) auf S. 32 der *Principj* folgendermassen angegeben ist:

Pensieri sulla Trisezione dell' angolo, all' occasione d'un recente opuscolo stampato in Roma col titolo: Trisectio anguli &c. ope solius circini ac regulae resoluta ac demonstrata, che si convince manifestamente di errore.

Hierauf veröffentlichten DANDOLO und ROMANÒ die ebenfalls bei RICCARDI (I, 138) angegebenen Entgegnungen. Diesen erwiderte alsdann BOARETTI mit zwei Schriften, zuerst mit der oben angeführten und kurz darauf mit den auch von RICCARDI (I, 138) citierten, unter dem Pseudonym »Piroforo Zanzara» (fieberbringende Mücke) erschienenen *Ottave rime ossia Progetto secondo di Piroforo Zanzara intitolato a quei geometri etc.*[1] Der Titel dieser Schrift zeigt selbst schon deutlich, dass sie erst die *zweite* Entgegnung ist, denn »Progetto *secondo* intitolato a quei geometrici etc.» ist auf BOARETTI's *Principj di analisi geometrica,* welche sich ebenfalls gegen DANDOLO und ROMANÒ (»a quei geometrici») richtet, und nicht auf seine *Pensieri* zu beziehen. Ausserdem schliesst das Verzeichniss der Werke BOARETTIS auf S. 32 mit den beiden Schriften *Pensieri* und *Principj.*

Es ist mir nun bei Durchsicht der mir zu Gebote stehenden bibliographischen Hülfsmittel und Litteraturgeschichten nicht möglich gewesen, die oben angeführte Schrift BOARETTIS nachzuweisen und desshalb hielt ich eine Anzeige dieser, wie es scheint, bisher unbekannten Streitschrift für den Bibliographen nicht für uninteressant.

[1] Abweichend hiervon finde ich übrigens bei FERRARI, *Vitae virorum seminarii Patavini* (1815), bei VEDOVA, *Scrittori Padovani* (1832), bei LANCETTI, *Pseudonimia* (1836), bei TIPALDO, *Biografie* (1837) den Titel folgendermassen angegeben: *Ottave rime o sia Cinque progetti di Piroforo Zanzara, intitolati a quei geometri* etc. — Warum mag BOARETTI überhaupt diese Schrift unter einem Pseudonym herausgegeben haben? und warum wählte er dieses Pseudonym? Giebt etwa der *Elogio di Franc. Boaretti* (Venezia, Rosa 1815), welcher mir nicht zugänglich war, darüber Aufschluss?

RECENSIONEN. — ANALYSES.

H. G. Zeuthen. FORELÆSNING OVER MATHEMATIKENS HISTORIE. OLDTID OG MIDDELALDER Kjöbenhavn, Höst 1893. 8°, (12) + 292 p.

Dans le numéro précédent de la Biblioth. Mathem. nous avons fait mention (p. 90—91) de l'aperçu de l'histoire des mathématiques publié par M. BALL. Maintenant nous avons le plaisir d'appeler l'attention de nos lecteurs sur un autre ouvrage de la même nature. En effet, le livre de M. ZEUTHEN dont nous venons de transcrire le titre, contient un aperçu de l'histoire des mathématiques dans l'antiquité et au moyen âge. Cependant le plan de ce livre est en quelque sorte différent de celui de l'ouvrage de M. BALL. Dans la préface, M. ZEUTHEN fait observer que, son but ayant été en premier lieu d'être utile aux mathématiciens et aux professeurs de mathématiques, il a omis tous les détails historiques qui ne soient pas nécessaires pour donner une idée du développement des notions et des méthodes mathématiques. Il s'en suit qu'on y trouve peu de renseignements biographiques et peu de notices relatives à l'histoire de la littérature mathématique.

Après une brève introduction (p. 1—12) sur les mathématiques préhistoriques ainsi que sur l'état des mathématiques chez les Egyptiens et les Babyloniens, l'auteur passe (p. 13—227) à une exposition historique des mathématiques grecques. Cette exposition comprend 29 chapitres, savoir: 1. Aperçu général des mathématiques grecques. — 2. Les mathématiques pythagoriciennes. — 3. L'arithmétique géométrique. — 4. L'algèbre géométrique. — 5. Equations numériques de second degré. — 6. La considération de l'infini. — 7. La quadrature du cercle. — 8. La trisection d'un angle; les problèmes de directions. — 9. La duplication du cube. — 10. Théorèmes et problèmes; la signification de la construction géométrique. — 11. La méthode analytique; la forme d'exposition analytico-synthétique. — 12. Des »éléments»; ressources analytiques. — 13. Aperçu des éléments d'EUCLIDES; système synthétique. — 14. Les fondements géométriques d'EUCLIDES. — 15. Remarque sur les fondements de la géométrie. — 16. La théorie générale des proportions; les livres 5e et 6e d'EUCLIDES. — 17. Grandeurs commensurables et leur représentation au moyen de nombres; les livres 7e—9e d'EUCLIDES. — 18. Grandeurs incommensurables; la 10e livre d'EUCLIDES. — 19. Eléments de la stéréométrie; polyèdres réguliers; les livres 11e et 13e d'EUCLIDES. — 20. La méthode d'exhaustion; le 12e livre d'EUCLIDES. — 21. Les recherches infinitésimales d'ARCHIMEDES. — 22. La théorie d'équilibre d'ARCHIMEDES. — 23. La théorie des sections coniques avant APOLLONIUS. — 24. Les sections coniques d'APOLLONIUS. — 25. Lieux et problèmes solides. — 26. La géométrie soumise au calcul. — 27. Géométrie sphérique. — 28. La décadence de la géométrie grecque. — 29. L'arithmétique grecque postérieure; DIOFANTOS.

La section suivante (p. 228—253) est consacrée à l'histoire des mathématiques chez les Hindous et contient 4 chapitres, savoir: 1. Aperçu général des mathématiques indiennes. — 2. Noms des nombres, signes numéraux, systèmes de numération et manière de calculer avant et chez les Hindous. — 3. Applications des règles à calculer. — 4. Algèbre et théorie des nombres; géométrie.

Dans la dernière section (p. 254—292), l'auteur expose l'état des mathématiques au moyen âge. Après un aperçu général, il rend compte de l'arithmétique et de l'algèbre des arabes, puis de la trigonométrie des arabes, et enfin de la renaissance des mathématiques en Europe jusqu'à REGIOMONTANUS et CHUQUET.

Bien que l'ouvrage de M. ZEUTHEN s'adresse en premier lieu aux élèves des écoles normales, il peut être recommandé aussi à ceux qui se sont dédiés particulièrement à l'étude de l'histoire des mathématiques, parce qu'il contient une exposition à plusieurs égards originale de l'état des mathématiques dans l'antiquité. Seulement il est à désirer qu'il soit bientôt traduit en une langue plus répandue parmi les savants que le danois.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

L'INTERMÉDIAIRE DES MATHÉMATICIENS DIRIGÉ PAR **C.-A. Laisant** ET **E. Lemoine.** Tome I. N° 1. Paris 1894. 8°.

Le but de ce nouveau journal est de fournir aux personnes qui cultivent habituellement les Mathématiques, ou qui s'y intéressent, des renseignements sur des sujets se rapportant à leurs études, des solutions à des questions posées, ou des indications bibliographiques. *L'intermédiaire des mathématiciens* a donc, pour les mathématiques entières, un but semblable à celui que, depuis 9 ans, nous avons essayé de réaliser pour l'histoire des mathématiques par la section: »Questions» de la Bibliotheca Mathematica.

Le numéro paru de *L'intermédiaire des mathématiciens* contient 38 questions et 12 réponses; il y en a trois à chacune des questions 21 et 30. Parmi les questions, la 5[e], qui est purement historique, a été proposée par M. MORITZ CANTOR; nous nous permettons de la reproduire ci-dessous:

La question agitée depuis longtemps sur l'origine des signes + et — est quasi résolue, si je ne me trompe, par les hypothèses de MM. LE PAIGE et ZANGEMEISTER, citées dans la préface (p. V) des mes *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* (Zweiter Band, Leipzig 1892). Le signe + serait un compendium pour *et*, remontant au moins jusqu'au commencement du XIV[e] siècle, et le signe — serait l'*obelos* des grammairiens alexandrins. Mais, ces hypothèses admises, c'est une nouvelle question qui se présente: Quand et par qui les *mots* »plus» et »minus» ont-ils été introduits pour *prononcer* les signes + et —?

Parmi les autres questions quatre (n[os] 2, 13, 30 et 36) sont essentiellement bibliographiques, une (n° 35) historique, et une (n° 19) biographique. — Les réponses aux questions 7 et 8 renferment aussi beaucoup de renseignements bibliographiques.

Par ce qui précède, on voit que l'*Intermédiaire des mathématiciens* peut intéresser aussi les historiens, et c'est pour cette raison que nous avons voulu appeler sur lui l'attention des lecteurs de la Bibliotheca Mathematica.

Parmi les fautes d'impression nous nous permettons de signaler une à la page 12, ligne 22, où il faut lire 1850 au lieu de 1880, et une à la page 16, ligne 6, où il faut lire 530 au lieu de 730.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. ENESTRÖM. Stockholm. 8°.

1893: 3. — [Analyse de l'année 1892 (fin):] Fiziko-matem. naouki 12, 1893, 163—168. (V. BOBYNIN.)

Физико-математическія науки въ ихъ настоящемъ и прошедшемъ. Журналъ издаваемый В. В. Бобынинымъ. Москва. 8°.

1893: 2. — Les sciences mathématiques dans leur état actuel et passé. Journal publié par V. V. BOBYNIN.

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. CANTOR. Leipzig. 8°.
38 (1893): 6.

Ball, W. W. R., An essay on Newton's Principia. London, Macmillan 1893.
8°, X + 175 p. — [6 sh.]

Bellacchi, G., A proposito di un lavoro sulla storia delle matematiche.
Periodico di matem. **7**, 1892, 81—88, 169—171; **8**, 1893, 25—28, 57—62, 113—116, 137—144.

°**Boncompagni, B.**, Catalogo dei lavori di Enrico Narducci. Roma 1893.
8°, 18 p. — [Analyse:] Zeitschr. für Mathem. **38**, 1893; Hist. Abth. 225. (CANTOR.)

°**Brewster, D.**, Life of sir Isaak Newton. New edition. London, Gall 1893.
8°, 340 p. — [2 sh.]

°**Dreyer, J. L. E.**, Tycho Brahe. Ein Bild wissenschaftlichen Lebens und Arbeitens im 16. Jahrhundert. Übersetzt von M. BRUHNS mit Vorwort von W. VALENTINER. Karlsruhe 1893.
8°, 12 + 434 p. + 6 pl. — [10 Mk.]

ДЮРИНГЪ, Е., Критическая исторія общихъ принциповъ механики. Перевелъ Н. МАРАКУЕВЪ. Москва 1893.
8°, XX + 531 p. — [4 roub.] — DÜHRING, E., Histoire critique des principes généraux de la mécanique. Traduite par N. MARAKOUEFF.

ЭНГЕЛЬГАРДТЪ, М. А., Н. Коперникъ, его жизнь и научная дѣятельность. Санктъ-Петербургъ 1892.
8°, 69 p. — [25 kop.] — ENGELHARDT, M. A., N. Kopernik, sa vie et son action scientifique.

ФИЛИППОВЪ, М. М., Ньютонъ, его жизнь и научная дѣятельность. Санктъ-Петербургъ 1892.
8°, 80 p. — [25 kop.] — FILIPPOFF, M. M., Newton, sa vie et son action scientifique.

°**Frobenius, G.**, Gedächtnissrede auf Leopold Kronecker. Berlin 1893.
4°, 22 p. — [1·50 Mk.]

Gelcich, E. und **Sauter, F.**, Kartenkunde geschichtlich dargestellt. Stuttgart, Göschen 1894.
8°, 160 p. — [0·80 Mk.]

°**Günther, S.**, Abriss der Geschichte der Mathematik und der Naturwissenschaften im Alterthum. Zweite neubearbeitete Auflage. München 1893. 8°.

Günther, S., Exakte Wissenschaften.
65. Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte, Festschrift (Nürnberg 1892). 33 p. — Histoire des sciences exactes à Nürnberg.

León y Ortiz, E., Breve reseña de tablas logaritmicas.
La controversia (Madrid) **7**, 1893, 669—671.

Loria, G., Un nuovo documento relativo alla logistica greco-egiziana.
Biblioth. Mathem. 1893, 79—89.

°**Mach, E.**, The science of mechanics: a critical and historical exposition of its principles. Translated from the second german edition by T. J. Mc Cormack. Chicago 1893.
8°, 538 p. — [2·50 doll.]

M[ansion], P., Albert Ribaucourt (1845—1893).
Mathesis **3_2**, 1893, 270—272.

Reyes Prosper, V., Nicolas Ivanovich Lobatchefski. Reseña biográfico-bibliográfica.
El progreso matem. **3**, 1893, 321—324.

Riccardi, P., Saggio di una bibliografia Euclidea. Parte quinta.
Bologna, Accad. d. sc. dell' Istituto. Memorie **3_8**, 1893, 639—694.

СИНЦОВЪ, Д. М., Систематическiй указатель книгъ и статей по чистой и прикладной математикѣ напечатанныхъ въ Казани по 1890 годъ. Казань 1893.
8°, 28 p. — Sintzoff, D. M., Liste systématique des écrits de mathématiques pures et appliquées publiés à Kasan jusqu'en 1890.

Steinschneider, M., Die Mathematik bei den Juden.
Biblioth. Mathem. 1893, 65—72.

Steinschneider, M., Miscellen zur Geschichte der Mathematik.
Biblioth. Mathem. 1893, 73—74.

°**Todhunter, I.** and **Pearson, K.**, A history of the theory of elasticity and of the strength of materials, from Galilei to the present time. Vol. II: Saint-Venant to lord Kelvin. London, Macmillan 1893.
8°, 1310 p.

°**Tschumi, J.**, Ein Beitrag zur Geschichte und Discussion der Cycliden. Bern 1893.
8°, 48 p. + 1 pl. — [1·50 Mk.]

Wertheim, G., Die Arithmetik des Elia Misrachi. Ein Beitrag zur Geschichte der Mathematik. Frankfurt a/M. 1893.
4°, 42 p. — Programm der Realschule der israelitischen Gemeinde zu Frankfurt a. M., 1893.

Zanotti Bianco, O., Nota storica sulla variazione delle latitudini.
Biblioth. Mathem. 1893, 75—78.

Zeuthen, H. G., Forelæsning over Mathematikens Historie. Oldtid og Middelalder. Kjöbenhavn, Höst 1893.
8°, (12) + 292 p. — Leçons sur l'histoire des mathématiques dans l'antiquité et au moyen âge.

Question 43 [sur les mathématiciennes vivantes].
Biblioth. Mathem. 1893, 96. (G. Eneström.)

Apollonii Pergaei quæ græce exstant cum commentariis antiquis. Edidit et latine interpretatus est J. L. Heiberg. I—II. Lipsiæ 1891—1893. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **38**, 1893; Hist. Abth. 224—225. (Cantor.)

Ball, W. W. R., A short account of the history of mathematics. Second edition. London, Macmillan 1893. 8°.
Biblioth. Mathem. 1893, 90—91. (G. Eneström.)

Besthorn, R. O. et Heiberg, J. L., Codex Leidensis 399, 1. Euclidis Elementa ex interpretatione Al-Hadschdschadschii cum commentariis Al-Narizii. Arabice et latine ediderunt notisque instruxerunt. I: 1. Hauniæ 1893. 8°.
Zeitschrift für Mathem. **38**, 1893; Hist. Abth. 192—195. (H. Suter.)
— Göttingische gelehrte Anzeigen 1893, 828—846. (H. Kinssberg.)

Hultsch, F., Die Näherungswerte irrationaler Quadratwurzeln bei Archimedes. (Göttingen 1893. 8°.)
Zeitschr. für Mathem. **38**, 1893; Hist. Abth. 223—224. (Cantor.)

Mansion, P., Notice sur les travaux scientifiques de Louis-Philippe Gilbert. Paris, Gauthier-Villars 1893. 8°.
Jornal de sc. mathem. **11**, 1893, 158—159. (G. T.)

Mathematisches Abhandlungsregister. 1892. Zweite Hälfte: 1. Juli bis 31. December.
Zeitschr. für Mathem. **38**, 1893; Hist. Abth. 228—240.

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1893, 92—95. — Zeitschr. für Mathem. **38**, 1893; Hist. Abth. 226—227. — Fiziko-matem. naouki **12**, 1893, 169—192.

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

44. Dans sa note *Sur quelques écrits mathématiques publiés en Espagne aux 16e et 17e siècles* (Biblioth. Mathem. 1890, p. 33—36), Vicuña a appelé l'attention sur un ouvrage du mathématicien espagnol Omerique cité avec éloge par Newton. On demande une petite notice sur la vie et l'action scientifique d'Omerique. (G. Eneström.)

Remarque sur la question 43. Parmi les mathématiciennes vivantes j'ai indiqué aussi »Mme F. Prime» à Bruxelles. M. Mansion a bien voulu me faire savoir que cela est un pseudonyme, sous lequel se cache un de ses anciens élèves. Il faut dont rayer ce nom de la liste des mathématiciennes actuellement vivantes. (G. Eneström.)

Index.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK

HERAUSGEGEBEN VON

JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1894.

NEUE FOLGE 8. NOUVELLE SÉRIE 8.

STOCKHOLM
G. ENESTRÖM.

BERLIN
MAYER & MÜLLER.
MARKGRAFENSTRASSE 51.

CENTRAL-TRYCKERIET, STOCKHOLM, 1894.

PARIS
A. HERMANN.
RUE DE LA SORBONNE 8.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK | JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON | PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1894.

NEUE FOLGE 8. | NOUVELLE SÉRIE 8.

STOCKHOLM
G. ENESTRÖM.

BERLIN
MAYER & MÜLLER.
MARKGRAFENSTRASSE 51.

PARIS
A. HERMANN.
RUE DE LA SORBONNE 8.

CENTRAL-TRYCKERIET, STOCKHOLM, 1894.

Inhalt. — Table des matières.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK | JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON | PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1894. STOCKHOLM. N° 1.

NEUE FOLGE. 8. Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr. NOUVELLE SÉRIE. 8.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Markgrafenstrasse 51. PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Note sur l'histoire de l'infiniment petit.

Par G. Vivanti à Mantova.*

Introduction.

Si nous essayons de parvenir au concept d'infiniment petit au moyen de la division indéfiniment répétée d'une grandeur continue, par exemple d'un segment rectiligne, nous nous trouvons libres de premier abord de choisir entre deux formes-limites différentes, celle de segment plus petit qu'aucun assignable, et celle de point inétendu. Mais, d'une part, on ne saurait regarder un segment, si petit qu'il soit, comme le résultat final de la division, et par là comme indivisible; de l'autre, la décomposition d'une ligne en points inétendus est une chose inconcevable. On peut échapper à cette double difficulté en envisageant le point, non pas comme le resultat *dernier* de la décomposition de la ligne, mais comme l'élément *premier* capable de lui donner naissance, et en lui attribuant par là *la puissance d'engendrer le continu.* Il naît ainsi, en opposition à *l'infiniment petit ponctuel* ou *nul* et à l'infiniment petit doué d'extension (*infiniment petit déterminé* ou *actuel*), *l'infiniment petit intensif*, c'est à dire inétendu mais ayant l'aptitude à engendrer les grandeurs continues.

Avant même que les discussions sur la nature de l'élément de l'étendue eussent excité l'intérêt des mathématiciens, il s'agita

* Abrégé d'un travail plus étendu paru sous le titre: *Il concetto d'infinitesimo e la sua applicazione alla matematica* (Mantova, Mondovi 1894).

entre ceux-ci une question qui n'en diffère pas essentiellement, celle de *l'angle de contingence*. Cet angle, d'après la prop. 16 du 3e livre des Éléments d'EUCLIDE, est moindre que tout angle rectiligne, c'est donc par rapport à cet angle ce que c'est qu'un infiniment petit par rapport à une grandeur finie; et l'on a longuement discuté s'il est absolument nul ou s'il a quelque grandeur.

Mais l'histoire de l'infiniment petit doit avoir égard, non-seulement aux façons diverses dont il a été conçu, mais aussi aux formes sous lesquelles il a été introduit dans l'analyse.

L'introduction de l'infiniment petit dans les mathématiques a eu lieu à une époque relativement récente, lorsque les procédés des anciens (connus plus tard sous le nom de *méthode d'exhaustion*) ne parurent plus offrir une voie assez courte et directe pour la résolution des nombreux problèmes géométriques et mécaniques auxquels donnait naissance le progrès continuel des arts et des sciences. C'est alors que naquit et se développa la *méthode des indivisibles;* mais celle-ci fut bientôt remplacée par d'autres plus parfaites, qui peuvent se grouper sous deux titres principaux: *méthode des infiniment petits* et *méthode des limites*.

Dans cette courte note j'essaierai de tracer rapidement l'histoire de l'infiniment petit jusqu'à CAUCHY. Le plan que je suivrai résulte naturellement des considérations exposées plus haut; il me reste seulement à avertir que, quoique la question dont il s'agit ici se trouve aux bornes des mathématiques et de la philosophie, je ne dépasserai pas en général ces bornes, et je passerai sous silence, sauf quelque exception, tous ceux qui ont considéré l'infiniment petit en philosophes seulement et sans égard à son application aux mathématiques.

I. Le concept d'infiniment petit.

§ 1. *L'infiniment petit nul.* — Il est bien naturel de se demander avant tout qu'est ce que c'était l'infiniment petit pour l'inventeur du Calcul infinitésimal. Malheureusement l'examen des écrits de LEIBNIZ ne nous amène à aucune conclusion positive à ce sujet; car à côté de quelque morceaux ou il nie l'existence de grandeurs infiniment petites autres que le zéro, nous en trouvons d'autres où il exprime une opinion diamétralement opposée, et d'autres encore où il se déclare incertain. On rencontre même dans ses ouvrages de jeunesse sur la dynamique le concept d'infiniment petit intensif (*conatus*), tel qu'il a été introduit dans la science par HOBBES.

On remarque la même inconséquence chez quelques-uns de ses élèves les plus illustres, tels que GRANDI et JACQUES BER-

NOULLI. En effet, pendant que l'un et l'autre affirment qu'on ne saurait point concevoir de quantité infinie ou infiniment petite déterminée, le premier dit qu'on doit regarder toute chose comme actuellement infinie, attendu qu'elle est indéfiniment divisible, le second observe que l'axiome que les différences de grandeurs égales sont égales n'a plus lieu en général si ces différences sont infiniment petites par rapport aux grandeurs mêmes.

WOLF aussi, qui dans son *Ontologia* écrit: *Infinite parva impossibilia sunt,* s'exprime bien moins clairement dans sa *Dissertatio algebraica,* où il semble même admettre l'existence de grandeurs infiniment petites déterminées.

D'ALEMBERT déclara le premier ouvertement la guerre aux concepts d'infini et d'infiniment petit, en soutenant que ce ne sont vraiment que des manières abrégées de s'exprimer, et que le calcul infinitésimal n'a à faire en réalité qu'à des grandeurs finies.

Son grand contemporain EULER, en partant du même principe, à savoir, qu'il n'y a pas d'autre infiniment petit que le zéro, mais ne pouvant se résoudre à nier absolument à l'infiniment petit toute existence réelle, parvint à une conclusion inattendue. Il remarqua que, pendant que la différence de deux grandeurs nulles est toujours nulle, leur rapport peut être quelconque, car $n \cdot 0 = 0$; mais, au lieu d'en déduire que le rapport de deux zéros est complètement indéterminé, il en conclut au contraire qu'on peut envisager ce rapport comme une vraie grandeur. Rien ne s'opposait donc, suivant lui, à ce qu'on regardât comme tel le rapport de deux infiniment petits, bien que ceux-ci fussent rigoureusement nuls. Il faut toutefois remarquer qu'EULER ne réussit pas à établir le calcul sur un principe si peu satisfaisant, mais dut recourir pour cela au concept de limite, ainsi qu'on le verra plus loin (II, § 4).

§ 2. *L'infiniment petit actuel.* — Il y a bien peu d'auteurs qui aient affirmé ouvertement l'existence de grandeurs différentes de zéro mais moindres qu'aucune grandeur assignable. Le plus illustre parmi eux c'est JEAN BERNOULLI, qui eut une longue discussion avec LEIBNIZ à ce sujet. Il résulte aussi de la correspondance de LEIBNIZ, que L'HOSPITAL et VARIGNON auraient admis l'infiniment petit actuel. A une époque plus récente, on peut citer FONTENELLE et POISSON, auxquels il faut peut-être ajouter LESAGE, le premier inventeur d'un télégraphe électrique; voir sa lettre publiée par LHUILIER à la fin de son *Exposition élémentaire des principes des calculs supérieurs.*

§ 3. *L'angle de contingence.* — La proposition d'EUCLIDE rappelée au debut avait amené les mathématiciens à regarder l'angle de contingence comme une vraie grandeur de la même nature que les angles rectilignes. Mais il s'ensuivait de là un curieux paradoxe. Un rayon mobile peut partir d'une position donnée et aller à une autre sans former jamais avec la première position un angle égal à l'angle de contingence; donc une grandeur variant continuellement peut aller d'une valeur plus petite à une plus grande sans passer nécessairement par toutes les valeurs comprises entre celles-ci. Et il y a aussi une autre difficulté. L'existence de l'angle de contingence est en contradiction avec la première proposition du dixième livre d'EUCLIDE, plus connue sous le nom de *postulatum d'Archimède*. CAMPANUS, et plus tard STIFEL et CARDAN, regardèrent comme admissible le premier des deux paralogismes (ainsi que CARDAN les appellait); quant au second, ils tentèrent de le lever en disant que l'angle de contingence et l'angle rectiligne ne sont pas des grandeurs homogènes et ne tombent point par conséquent sous la proposition citée. Cette idée a été accueillie par DE FOIX CANDALLA ou FLUSSATE, et ensuite aussi par CLAVIUS et par ses défenseurs.

C'est seulement dans la seconde moitie du 16e siècle, que PELETIER eut le courage de déclarer que l'angle de contingence est absolument nul. CLAVIUS combattit âprement ses conclusions, qu'il jugea même contraires à EUCLIDE, et soutint que les angles de contingence sont de vraies grandeurs, et qu'il ne sont pas tous égaux; pendant que GUIDO UBALDO DEL MONTE exprimait le même avis à l'occasion d'une question de mécanique soulevée par TARTAGLIA.

Bientôt la discussion devint générale entre les savants de l'époque, et se prolongea pendant près d'un siècle. COMMANDIN, VIÈTE, GALILÉE, VIVIANI, WALLIS se rangèrent du côté de PELETIER; HOBBES, LEIBNIZ, NEWTON de celui de CLAVIUS.

COMMANDIN démontre que l'angle de contingence est nul, en le regardant comme l'angle extérieur d'un polygone d'un nombre infini de côtés. VIÈTE apporte plusieurs raisons à l'appui de la thèse de PELETIER; il remarque entre autres que les angles de contingence sont tous égaux entre eux, et qu'ils ne peuvent pas être mesurés par des arcs de circonférence.

GALILÉE, suivi par son élève VIVIANI, s'approprie les raisonnements de VIÈTE, et insiste particulièrement sur le premier les deux paralogismes rappelés plus haut. WALLIS recueille dans deux longs opuscules tous les arguments de ses prédécesseurs; il observe en outre d'après PROCLUS, qu'on peut dans quelques cas former un angle rectiligne égal à un angle curviligne donné, et en déduit qu'on ne peut pas regarder les angles rectilignes et les angles curvilignes comme hétérogènes, de façon que la justification du deuxième paralogisme alléguée par les adversaires tombe d'elle-même.

HOBBES, ennemi déclaré de WALLIS, n'épargna point ceux de ses écrits qui se rapportent à l'angle de contingence. Il reproduisit en grande partie les raisons de CLAVIUS, en y ajoutant toutefois une remarque qui contient en germe la solution véritable de la question: c'est à dire, qu'il y a une commune mesure pour les angles de contingence, mais qu'il n'y en a pas une pour ces angles et les angles rectilignes pris ensemble; ou dans notre langage, que dans la classe de grandeurs formée par les angles rectilignes et par les angles de contingence ceux-ci sont infiniment petits par rapport à ceux-là. Cette circonstance ne pouvait pas échapper aux deux principaux fondateurs de la nouvelle analyse, LEIBNIZ et NEWTON; tous les deux en effet regardèrent l'angle de contingence comme un exemple intéressant de leurs concepts.

Enfin TACQUET et RENALDINI, deux géomètres du 17[e] siècle, se déclarèrent contraires en même temps à PELETIER et à CLAVIUS; ils nièrent en effet qu'on puisse appliquer aux angles les concepts d'égalité et d'inégalité, attendu que, suivant eux, l'angle n'est pas *quantitas*, mais *modus quantitatis*.

Après une si vive discussion, la question s'apaisa vers la fin du 17[e] siècle; parmi les auteurs peu nombreux qui en traitèrent plus tard on peut citer FONTENELLE, KARSTEN, SCORZA.

§ 4. *L'infiniment petit intensif.* — Parmi les formes différentes qu'affecte ce concept chez les divers savants, il faut en distinguer deux principales, qu'on peut nommer *forme cinématique* et *forme dynamique*. En considérant p. ex. le point comme l'élément générateur du continu, la forme cinématique se borne à remarquer le fait de la génération de la ligne par le mouvement, tandis que la forme dynamique fixe particulièrement son attention sur la *tendance* ou aptitude du point générateur à donner naissance au continu. Les deux formes doivent leur existence à deux philosophes: GIORDANO BRUNO et THOMAS HOBBES.

Déjà, avant BRUNO, NICOLAS DE CUSA avait appelé la ligne l'évolution du point. Mais c'est à BRUNO que revient l'honneur d'avoir renversé la question fondamentale d'où tire son origine le concept d'infiniment petit, en affirmant qu'on doit regarder l'élément (*minimum*) non pas comme le *dernier* résultat de la division du continu, mais comme le *premier* élément générateur de l'extension. Le *minimum* devient ainsi pour lui le fondement, non seulement de la nature, mais aussi de notre connaissance de la nature, l'instrument sans lequel rien ne peut être conçu, le point auquel toute étude doit commencer.

On ne sait pas quelle influence aient exercé ces idées sur SOVERO et CAVALIERI, les deux savants à l'oeuvre simultanée desquels est due l'introduction du concept de mouvement comme fondement de la géométrie.

SOVERO dit que la géométrie ne peut pas subsister sans le mouvement, puisque les définitions qu'on y donne ordinairement ne nous présentent point une idée claire des formes géométriques, et, ce qui est pis, ne nous assurent même pas de leur possibilité. On définit, dit-il, le cercle comme une figure renfermée dans une ligne plane dont tous les points sont équidistants d'un point intérieur nommé centre; mais n'est-il pas permis de douter de l'existence d'une telle figure? Prenons maintenant une ligne droite, et faisons-la tourner dans un plan autour de l'une de ses extrémités; on verra l'autre extrémité engendrer le cercle, et l'on sera assuré de son existence et de sa propriété caractéristique. Mais ce n'est pas tout, car le mouvement est tout aussi bien nécessaire dans la géométrie constructive que dans la géométrie spéculative, n'étant pas possible de concevoir une construction quelconque sans l'aide du mouvement.

CAVALIERI regardait lui aussi assurément les surfaces comme engendrées par le mouvement d'un ligne; il considérait p. ex. les différentes ordonnées du contour d'une surface plane comme les positions successives (*vestigia*) de la droite mobile génératrice. Malheureusement l'infiniment petit intensif, sous quelle forme qu'on le prenne, n'est pas susceptible d'être introduit dans l'analyse, où l'on a à faire seulement à des grandeurs extensives. C'est ainsi que CAVALIERI se vit obligé de fonder sa méthode des indivisibles sur un principe tout différent, celui de la division des surfaces en une infinité de droites. Mais comme il n'eut pas soin de distinguer clairement les deux points de vue, plusieurs écrivains (p. ex. GULDIN, WALLIS, TAYLOR, GRANDI, FRISI, MONTUCLA, BOSSUT, etc.) ont été amenés à lui attribuer l'opinion qu'une surface soit effectivement décomposable en une infinité de lignes. Ce malentendu lui procura bien des adversaires, et il est curieux à voir que GULDIN, tout en combattant le concept faussement attribué à CAVALIERI, s'appropriait son concept vrai de la génération des grandeurs géométriques par le mouvement. A cette même idée sont inspirés les ouvrages de BARROW et de JEAN CÉVA.

Vers cette même époque, des recherches et des expériences qui sont restées immortelles, avaient fait de GALILÉE le créateur de la dynamique scientifique. Il avait le premier fixé son attention sur un élément essentiel du mouvement, dont on n'avait pas jusqu'alors assez tenu compte, je veux dire sur la tendance du corps mobile à poursuivre son mouvement d'une façon déterminée (*momento*). HOBBES donna au concept de GALILEI une bien plus grande étendue, en faisant du *momento*, qu'il appela *conatus*, l'élément générateur, non seulement du mouvement, mais aussi de tout continu, puisque, suivant HOBBES, on peut regarder toute grandeur continue comme engendrée par le mouvement. Le *conatus* est donc un mouvement le long d'un espace et pendant un temps moindre qu'aucun assignable, il est incomparable à tout mouvement, mais deux *conatus* sont comparables entre eux. Et la vitesse est le mouvement envisagé comme la *puissance* en vertu de laquelle un point parcourt une longueur donnée dans un temps donné.

Peu après le *conatus*, sous son nom primitif de *momentum*, apparait dans les recherches mathématiques de NEWTON, qui, en regardant les grandeurs comme nées du mouvement (*fluentes*), se propose d'en calculer les variations à l'aide des vitesses (*fluxiones*) avec lesquelles elles augmentent ou diminuent, vitesses qui sont proportionnelles aux moments. Ce même concept se retrouve chez MAC-LAURIN, et aussi, sous une forme très peu différente, chez TAYLOR.

II. L'application de l'infiniment petit aux mathématiques.

§ 1. *Méthode d'exhaustion.* — Le souvenir le plus ancien de l'usage de l'infini en mathématiques c'est la quadrature du cercle d'ANTIPHON. Ce géomètre inscrivit, comme on sait, dans le cercle des polygones réguliers de 4, 8, 16, ... côtés, et affirma qu'en continuant de la sorte on parviendrait enfin à un polygone, dont les côtés, grâce à leur petitesse, se confondraient avec la circonférence. Les géomètres grecs postérieurs n'acceptèrent point, et à bon droit, cette conclusion comme rigoureuse; au contraire ils s'efforcèrent de développer les mathématiques en dehors de toute notion de l'infini. De là naquit la méthode célèbre dont EUCLIDE et ARCHIMÈDE firent un usage si étendu, et qui consiste en ce qu'on réduit l'étude d'une figure donnée à celle d'une autre de nature différente, mais dont la grandeur et la forme peuvent différer de celles de la première aussi peu que l'on veut. Au 17^e siècle VALERIO, TACQUET et RENALDINI donnèrent une forme plus générale et systématique à cette méthode, qui prit le nom de *méthode d'exhaustion.*

Il est remarquable, que presque tous les principaux fondateurs de l'analyse moderne — comme KEPLER, ROBERVAL, FERMAT, WALLIS, PASCAL, LEIBNIZ, NEWTON, JEAN BERNOULLI — ont regardé les méthodes modernes comme essentiellement identiques à celle des anciens, dont elles ne constitueraient qu'une simplification; tandis qu'au contraire depuis la moitié du 18e siècle on s'est plutôt efforcé d'en chercher et d'en éclaircir les différences. Je ne m'arrête point ici sur cette question, qui n'a peut-être pas un intérêt immédiat pour notre argument.

§ 2. *Méthode des indivisibles.* — Suivant LIBRI, LÉONARD DE VINCI aurait déterminé le centre de gravité de la pyramide en la décomposant en plans parallèles à la base. Mais le vrai précurseur de CAVALIERI c'est KEPLER, qui, pour calculer le rapport des volumes des solides, les regarde *veluti plana corporata,* comme des plans devenus corps.

La méthode de CAVALIERI s'appuie sur le principe suivant: Si deux surfaces planes sont comprises entre deux mêmes parallèles, et si l'on imagine de mener toutes les droites parallèles à celles-ci, les deux surfaces auront entre elles le même rapport que les sommes des segments de ces parallèles contenus respectivement dans l'intérieur des deux surfaces. Les deux sommes étant évidemment infinies, il s'agit en réalité de déterminer la limite du rapport des sommes des segments lorsque le nombre des parallèles croît indéfiniment. La détermination de cette limite, que CAVALIERI effectuait dans les différents cas à l'aide d'artifices spéciaux, fut rendue plus aisée et plus régulière par WALLIS, grâce à l'usage de concepts arithmétiques et à l'étude de quelques series infinies. La méthode des indivisibles, dont ROBERVAL réclamait la priorité, et dont plusieurs mathématiciens (GULDIN, TACQUET, BETTINI etc.) attaquaient les fondements, trouva une expansion rapide en Italie et à l'étranger; parmi ses adeptes on peut signaler TORRICELLI, DEGLI ANGELI, CASATI, JEAN CÉVA, GRANDI, WHITE, SCHOOTEN, WALLIS.

GRÉGOIRE DE S. VINCENT développa dans son *Opus geometricum* une méthode, qui, quoique semblable à celle de CAVALIERI dans la forme, en diffère dans le fond, parce que les démonstrations y procèdent toujours à la façon des anciens.

§ 3. *Méthode des infiniment petits.* — L'idée que le cercle est un polygone d'un nombre infini de côtés, née à une époque très ancienne, repoussée ensuite par la rigueur de la science grecque, reparaît après bien des siècles chez NICOLAS DE CUSA, Stifel, Commandin, Viète; Kepler en fait l'application à la détermination de la surface du cercle, qu'il regarde comme composé d'une infinité de triangles isoscèles égaux ayant leur sommet commun au centre. A cette même époque prenait naissance la méthode des indivisibles; mais le principe de la décomposition des surfaces en lignes était accueillie avec défiance par beaucoup d'esprits. Ce fut alors qu'on conçut l'idée de substituer aux lignes rigoureusement indivisibles, des bandes superficielles très-minces, formées par un système d'ordonnées équidistantes en nombre arbitrairement grand (Roberval, Pascal). On pouvait transformer ces bandes à contour mixtiligne, par la suppression d'une portion triangulaire, en des rectangles, dont la surface totale était égale au produit de la somme des ordonnées moins une par leur distance constante δ, et il était possible dans les cas ordinaires d'établir, qu'on peut augmenter suffisamment le nombre des ordonnées pour que la somme des triangles qu'on néglige devienne arbitrairement petite. Il est aisé de voir que le résultat ainsi obtenu ne diffère de celui qu'aurait fourni la méthode des indivisibles que par le facteur constant δ, destiné d'ailleurs à disparaître lorsqu'on calculerait le rapport de deux surfaces. Mais cette différence prenait une importance particulière de ce fait qu'elle introduisait dans le calcul une quantité δ de grandeur arbitrairement petite, c'est à dire un *infiniment petit;* car cet élément allait bientôt devenir un aide précieux pour l'étude des problèmes fondamentaux qui hantaient la pensée des savants de l'époque. Je fais allusion spécialement à la recherche des maxima et des minima et à la détermination des tangentes aux lignes courbes.

Fermat donna la règle suivante pour la recherche des maxima et des minima d'une fonction $f(x)$. On écrit l'équation approchée (*adaequatio*) $f(x+\varepsilon)=f(x)$, ou $f(x+\varepsilon)-f(x)=0$, on divise par ε et l'on fait ensuite $\varepsilon=0$; l'équation ainsi obtenue donnera les valeurs cherchées de x. Huygens commente cette règle en disant que, si x est une valeur pour laquelle $f(x)$ est maximum ou minimum, il doit y avoir au voisinage de x deux valeurs $x-\delta$, $x+\varepsilon$ telles que $f(x+\varepsilon)=f(x-\delta)$, ou bien, en posant $x-\delta=x_1$, $\delta+\varepsilon=e$:

$$f(x_1+e)=f(x_1),$$

et par conséquent, que les valeurs qu'on obtiendra de cette relation en y regardant e comme *infiniment petite* — c'est à dire en divisant par e et en négligeant ensuite tous les termes contenant e — rendront la fonction $f(x)$ maximum ou minimum.

L'un et l'autre appliquèrent leur règle au problème des tangentes. C'est justement ce dernier problème qui amena BARROW à la considération du *triangle caractéristique*, formé par les incréments simultanés de l'abscisse, de l'ordonnée et de l'arc. Ce triangle étant semblable à celui formé par la sous-tangente, l'ordonnée et la tangente, on peut déduire du rapport des incréments de l'ordonnée et de l'abscisse celui de l'ordonnée et de la sous-tangente, et par là mener la tangente à la courbe au point considéré. Il va sans dire qu'on doit ici aussi négliger les termes qui ne sont pas finis.

C'était donc un vrai relâchement dans la rigueur justement vantée des mathématiques qui se produisait à cette époque, et cela ne pouvait pas manquer d'éveiller des doutes dans les esprits timides. Il était reservé à notre siècle de mettre à jamais la nouvelle analyse à l'abri de toute attaque; mais LEIBNIZ sut au moins faire dépendre tout ce qu'il y avait de peu sûr dans son calcul d'un seul point, c. à. d. du lemme fondamental qu'un *infiniment petit, ajouté à une quantité finie, n'en altère pas la valeur et peut par suite être negligé.* D'ailleurs ce n'est pas là le seul titre de gloire de LEIBNIZ. C'est grâce à lui que le calcul différentiel est devenu un algoritme général, applicable dans tous les cas, directement et sans tâtonnements; c'est lui aussi qui a découvert le lien tout à fait simple existant entre le problème des quadratures et celui des tangentes, en rendant ainsi possible la création d'un vrai *calcul intégral.* La méthode leibnitienne a été exposée d'une façon systématique par L'HOSPITAL dans son *Analyse des infiniment petits,* en partant de ces deux postulats que l'auteur regarde comme évidents: qu'on peut prendre l'une pour l'autre deux quantités dont la différence est infiniment petite, et qu'on peut envisager une ligne courbe comme un polygone d'un nombre infini de côtés. VARIGNON, le plus illustre parmi les commentateurs de l'*Analyse,* fit de ses *Eclaircissements* un ouvrage presque original, où l'on remarque une tendance prononcée vers la méthode des limites.

On trouve aussi dans l'ouvrage de GRANDI: *De infinitis infinitorum et infinite parvorum ordinibus disquisitio geometrica* une exposition complète des principes du calcul infinitésimal. Enfin on doit signaler comme le premier traité de calcul intégral les *Lectiones mathematicae de calculo integralium aliisque* de JEAN BERNOULLI.

§ 4. *Méthode des limites.* — Cette méthode diffère de celles des indivisibles et des infiniment petits en ce qu'elle ne se fonde sur aucun lemme ou postulat particulier, et se sert seulement des moyens que lui fournit l'algèbre, et des théorèmes élémentaires sur la limite d'une somme, d'un produit et d'un quotient.

La *Vera circuli et hyperbolae quadratura* de JACQUES GREGORY, ouvrage très remarquable bien que manqué, est peut être l'essai le plus ancien sur la méthode des limites, mais c'est NEWTON qui en fit le premier un usage étendu dans ses *Principia* en la fondant sur le théorème suivant: Deux grandeurs, dont la différence devient en un temps fini moindre qu'aucune assignable, deviennent enfin égales. Plus tard, en combinant la méthode des limites avec le concept de vitesse, il créa la *méthode des fluxions,* dont j'ai déjà rappelé le principe plus haut (I, § 4), et qui a été exposée dans tous ses détails et avec ses applications par MAC-LAURIN. On peut rapprocher de celle-ci la *méthode des incréments* de TAYLOR.

Ainsi que je l'ai déjà remarqué, le traité de calcul différentiel d'EULER est fondé effectivement sur le principe des limites, bien qu'il n'en soit pas ainsi en apparence; il l'avoue lui-même dans sa préface, où il dit qu'on doit concevoir les incréments des variables comme toujours décroissants, de façon que le rapport de ses incréments tend à une certaine limite, qu'il atteint lorsque les incréments deviennent absolument nuls.

Pendant que D'ALEMBERT ouvrait la campagne contre les concepts d'infini et d'infiniment petit, LANDEN, KRAMP, ARBOGAST, et plus tard LAGRANGE, tentaient d'établir des méthodes analytiques indépendantes de ces concepts, et en 1784, l'Académie de Berlin invitait les savants de tous les pays à présenter une théorie claire et précise de ce qu'on appelle *infini* en mathématiques, et à expliquer comment on a déduit tant de théorèmes vrais d'un concept contradictoire, tel que celui de *grandeur infinie.* Le prix fut adjugé à LHUILIER, qui dans son *Exposition élémentaire* s'était proposé de montrer que la *méthode des anciens, convenablement étendue, suffit pour établir d'une manière certaine les principes des nouveaux calculs.* Mais l'extension qu'il présente transforme simplement la méthode des anciens dans la méthode des limites; voici en effet son théorème fondamental: *Si une quantité variable, susceptible de limite, approche d'autant plus de jouir d'une propriété, qu'elle approche d'avantage de sa limite, de manière qu'il n'y ait aucune limite à la capacité qu'elle a de jouir de cette propriété, sa limite jouit de cette propriété.* Je mentionne seulement en passant un mémoire de KARSTEN occasionné par le même concours, mais ne contenant rien de particulièrement remarquable. C'est peut-être aussi à la suite du concours de Berlin que CARNOT écrivit ses *Réflexions sur* *la métaphysique du calcul infinitésimal,* publiées seulement en 1797. Dans cet opuscule, qui eut un grand retentissement, CARNOT s'acharne contre ceux qui voudraient remplacer la méthode leibnitienne par d'autres moins simples et directes. Il établit l'exactitude de la méthode infinitésimale en s'appuyant sur deux considérations: celle de l'indétermination des différentielles et celle de l'élision des erreurs. Le principe d'où il part est tout à fait juste, mais son procédé est susceptible d'une remarquable simplification, car l'indétermination des différentielles suffit à elle seule pour justifier pleinement la méthode de LEIBNIZ, et l'élision des erreurs n'en est qu'une conséquence. C'est ce qu'aperçut sans doute CAUCHY, qui trouva qu'il suffisait de définir l'infiniment petit d'une façon précise et convenable, pour lever tout doute sur l'exactitude de la méthode infinitésimale. Il définit donc l'infiniment petit comme une grandeur variable ayant pour limite zéro, et cela permit de démontrer immédiatement ce lemme fondamental, qui avait été jusqu'alors la pierre d'achoppement dans le grand édifice élévé par LEIBNIZ.

Ainsi les deux méthodes, déjà opposées l'une à l'autre, se fondaient enfin en une seule, qui, joignant la rigueur à la simplicité, prenait son départ d'une définition précise empruntée à la méthode des limites pour procéder ensuite suivant le langage et le mécanisme de la méthode infinitésimale.

Über den Josephus sapiens oder Hispanus Gerberts.

Von M. CURTZE in Thorn.

Durch die völlig negativ verlaufenen Untersuchungen H. WEISSENBORNS[1] über die von GERBERT in zwei Briefen aus dem Jahre 984 als Verfasser einer Anleitung zur Multiplication und Division erwähnten Persönlichkeit eines gewissen JOSEPHUS *sapiens* oder JOSEPHUS *Hispanus* ist in neuerer Zeit die Aufmerksamheit auf diesen Mann wieder gelenkt worden. Dass derselbe, ausgestattet mit dem Namen *sapiens*, d. h. der *Weise*, unter der Gestalt eines spanischen Schutzjuden des Grafen von Barcellona zu suchen sein sollte, will mir nicht in den Kopf.[2] So habe ich denn in den mir zugänglichen Quellen mich umgesehen, ob nicht ein Mann, dem der Name JOSEPH zukommt, der mehrfache Werke über Rechenkunst verfasste und zu der Zeit GERBERTS oder vor derselben gelebt haben muss, sich nachweisen lasse. Ich glaube eine solche Persönlichkeit gefunden zu haben und möchte mich darüber hier des weiteren auslassen.

In dem von H. SUTER übersetzten Mathematiker-Verzeichniss im *Fihrist* des IBN ABÎ JA'KUB AN-NADÎM[3] finde ich folgende Notiz (S. 37):

AR-RÂZÎ.

JAK'UB BEN MUHAMMED, mit dem Beinamen ABU-JÛSUF schrieb: Das Buch über das gesammte Rechnen. Das Buch *at-Taht*. Über die Rechnung mit den beiden Fehlern. Das Buch der dreissig seltenen (ungewöhnlichen, fremdartigen) Fragen (Probleme).

Da der *Fihrist* im Jahre 987 abgeschlossen ist,[4] so liegt zunächst die Lebenszeit des AR-RÂZÎ, genannt ABU JÛSUF, vor diesem Zeitpunkte, sie braucht aber nicht bis zu ihm selbst heranzureichen. Seine exakte Lebenszeit ist nicht bestimmbar.[5] Der Betreffende wird ABU JÛSUF genannt, also ist auch der Name JOSEPH vorhanden.

In Bezug auf das Buch *at-Taht* heisst es weiter bei HÂDSCHÎ KHALFA:[6] »quae ea ars est, qua ratio cognoscitur, operationes arithmeticas signis tractandi, quae numeros ab uno usque ad decem exprimunt et omnes alios, qui hos excedunt, ope ordinum, quo ponuntur, excludunt. Haec signa ab Indis originem duxisse dicuntur. Eadem doctrina nobis *el-taht* sive *el tarâb* (Erde, Staub = gobâr) dicitur».

Dazu macht SUTER die Bemerkung:[7] »Ich wage die Vermuthung auszusprechen, das Wort *taht* bedeute das indische *tatstha*, welches die sogenannte symmetrische oder kreuzweise Multiplikationsmethode bedeutet«.

Es ist also das Buch *at-taht* auch dem Inhalte nach ein Werk über Multiplikation (und vielleicht auch Division) und zwar nach WOEPCKE,[8] der freilich statt *taht, tacht* liest, würde *hisâb at-tacht wa'l-mîl* das Rechnen mit den indischen Ziffern auf dem Staubbrett mit Hilfe des Griffels (*mîl*) im Gegensatz zu dem Fingerrechnen sein.

Ob es sich nicht lohnen würde dieser Spur eines den Beinamen JÛSUF führenden, mit den Ziffern *Gobār* rechnenden, auch der Lebenszeit nach stimmenden Mannes weiter nachzugehen, muss ich competenteren Beurtheilern zu entscheiden überlassen.

[1] *Zur Geschichte der Einführung der jetzigen Ziffern in Europa durch Gerbert. Eine Studie von* H. WEISSENBORN (Berlin 1892). Man vergleiche auch den Aufsatz desselben Verfassers über JOSEPHUS *sapiens* in dieser Zeitschrift (1893, S. 21—23).

[2] Ahnliches hat schon STEINSCHNEIDER in dieser Zeitschrift (1893, S. 61) ausgesprochen.

[3] *Das Mathematiker-Verzeichniss im Fihrist des Ibn Abî Ja'kub An-Nadim. Zum ersten Mal vollständig ins Deutsche übersetzt und mit Anmerkungen versehen von* HERMANN SUTER (Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik **6**, 1892, S. 1—87).

[4] SUTER, a. a. O., S. 3.

[5] SUTER, a. a. O., S. 71, Anm. 237.

[6] SUTER, a. a. O., S. 70, Anm. 232, zu dem Artikel SINÂN BEN AL-FATH.

[7] Ebenda.

[8] Ebenda, am Ende der Anm. 232.

Das gläserlose Sehrohr im Altertum und Mittelalter.

Von S. Günther in München.

Schon häufig, immer jedoch nur gelegentlich, ist die Frage erortert worden ob und weshalb man auch vor Erfindung des eigentlichen Fernrohres sich eines hohlen Rohres zur Beobachtung des gestirnten Himmels bedient habe. Es mag deshalb gestattet sein, den Gegenstand einmal im Zusammenhange zu behandeln und alle die Zeugnisse zu prüfen, welche zu gunsten einer solchen Beobachtungsthätigkeit angeführt werden können. Selbstverständlich wird auf absolute Vollständigkeit dabei nicht zu rechnen sein, vielmehr wird es genügen müssen, die wichtigsten Thatsachen der Besprechung unterzogen zu haben, und auf die Erreichung dieses Zieles glaubt unsere kleine Skizze allerdings Anspruch erheben zu können.

Von vornherein liegen ersichtlich nur zwei Möglichkeiten vor, welche man ins Auge zu fassen ein Recht hat. Das Sehrohr kann dazu dienen, ein entferntes Objekt — einerlei ob auf die Erde oder am Himmel — schärfer anzuvisieren und dadurch genauer seiner Lage nach zu bestimmen, als dies durch blosse *Sehlöcher* oder *Diopten* angängig erscheint; es kann aber auch den Zweck haben, das diffuse seitlich einfallende Licht fernzuhalten und so ein günstigeres Sehen des Blickzieles zu ermöglichen. Die erste Art der Verwendung ist eine unmittelbar einleuchtende; wer zu gedachtem Zwecke eine Röhre an einem Messinstrumente anbrachte, der that mutatis mutandis genau dasselbe, was Morin erreichen wollte als er ein Fernrohr fest mit der Alhidade seines Quadranten verband.[1] Wir wollen demgemäss fürs erste einen Blick auf die Geschichte der praktischen Astronomie werfen, während wir den zweiten der genannten Falle einer späteren Diskussion vorbehalten.

Die unseres Wissens *erste* geschichtliche Belegstelle, welche wir zu zitieren haben, zeigt gleich recht deutlich, dass das Sehrohr nur dazu bestimmt war, einen Ort im Raume recht exakt erkennen und festhalten zu können. Polybios gibt einmal[2] einen Überblick über die im damaligen Heerwesen gebräuchlichen Methoden, wichtige Nachrichten durch eine Art von Fackel-Telegraphie auf weite Entfernungen mitzuteilen. Es wird insbesondere das von Kleoxenos und Demokleitos angewandte Verfahren beschrieben, und da wird u. a. von den Telegraphisten folgendes gesagt: »Wenn sie nach dieser Übereinkunft sich jeder an die bestimmte Stelle begeben, so muss jeder zuvörderst ein *Diopter mit zwei Röhren* haben, so dass diejenigen, welche sich gegenseitig Signale geben wollen, mit der einen Röhre die Stelle rechts, mit der anderen die Stelle links erblicken können.» Er ist mithin eine Art von Binokolurartelekop, wennschon ohne vergrössernde Eigenschaften, gemeint, und man erkennt sofort, dass ohne die Röhre der militärische Zweck, auf den es bei diesem Hinschauen nach weit abliegenden Feuerzeichen ankam, unerreichbar hätte bleiben müssen.[3]

Irgend ein Beweis dafür, dass auch auf *griechicshen* Sternwarten das Sehrohr eine Rolle gespielt habe, lässt sich nicht erbringen. Wohl aber haben die *Araber*, welche ja überhaupt um die eigentliche Beobachtungstechnik sich entschiedene Verdienste erworben, den genannten Vorteil sich nicht entgehen lassen.[4] Und auch die *Hebräer*, welche ja in so manchen Dingen von ihren Stammesverwandten lernten, waren mit dem Gebrauche der gläserlosen Tuben vertraut, und zwar scheinen diese nach den dürftigen auf uns gekommenen Nachrichten darüber auch zum geodätischen Gebrauche verwendet worden zu sein: »Eine Art Fernrohr (ohne Gläser)», so lesen wir bei Zuckermann[5] »im Besitze des Rabbi Gamaliel wurde zur Angabe von Ortsentfernungen und zur Messung der Tiefe eines Thales angewendet.» Auch hier können die Motive, welche dazu veranlassten, die ursprünglich isolirten Durchsichten in eine gemeinsame Fassung zu bringen, niemandem unklar bleiben.

Das christliche Mittelalter ist, wie man weiss, über den Standpunkt seiner Lehrer nur selten hinausgegangen, hat sich vielmehr im allgemeinen darauf beschränkt, auf den durch jene vorgezeichneten Wegen zu verbleiben und nur ab und zu kleine Schritte vorwärts zu thun. Zu denjenigen Gelehrten, welche noch am meisten originelle Denkart an den Tag legten, gehört zweifellos der bekannte Gerbert (nachmaliger Papst Sylvester), ein Mann, dessen mathematisches Talent, von seinen Zeitgenossen wohl etwas über Gebühr angestaunt, sich vorzugsweise in der Konstruktion neuer Apparate bethätigte. Gerbert's Biograph Werner hat auf die Schilderung dieser Seite seiner Thätigkeit besonderen Fleiss gewendet.[6]

Den Angaben des Richerus sowie denjenigen zufolge, welche in einem Briefe Gerbert's an den Stiftslehrer Konstantin von Fleury niedergelegt sind, hatte der gelehrte Praelat, von seinem bekannten Himmelsglobus abgesehen, auch eine Armillarsphäre konstruirt, welche auch die wichtigsten Sterne und Sternbilder an Drähten enthielt,[7] während eine am Instrumente angebrachte Röhre auf den Polarstern einzustellen erlaubte. Man darf wohl glauben, dass diese Röhre, so lange Beobachter und Sphäre ihren Ort nicht veränderten, festgeschraubt war, dass sich aber ihre Stellung der jeweiligen geographischen Breite anpassen liess. Es ist nicht unwahrscheinlich, dass so zugleich ein wichtiger didaktischer Zweck erreicht ward, nämlich der, den Lernenden von der relativen Unveränderlichkeit des Polarsternes zu überzeugen.[8] In dem Sendschreiben an Konstantin drückt sich Gerbert noch bestimmter darüber aus, wie man einen Sternglobus so zu orientiren habe, dass sich an ihn unmittelbar die Bewegung des Himmels verfolgen lasse. »Zwei ausgehöhlte Halbkugeln, deren Pole durchbort sind, werden an einander gelegt, und die durchborten Pole werden mittelst einer Röhre, der sogenannte Polarröhre, verbunden, die auf das Sternbild des kleinen Bären gerichtet ist.» An dem Apparate, befanden sich auch noch andere Sehrohre, mit deren Hilfe bestimmte Punkte des Himmelsgewölbes fixiert werden konnten.

Bei allen diesen Verkehrungen handelt es sich, wie man sieht, durchaus nicht darum, von dem Objekte, nach welchem man das Rohr richtete, ein besonders deutliches, klares Bild zu erhalten; *bisjetzt stellt sich uns das Sehrohr lediglich dar als Unterrichtsmittel oder als ein Mittel zur Erleichterung und Verschärfung der Ortsbestimmung.* Inwieweit, so haben wir aber weiter zu fragen, konnte das leere Rohr noch dem weiteren Zwecke dienen, den wir heutzutage mittelst des katoptrischen oder dioptrischen Fernrohres anstreben? Die Ansicht, dass man in früheren Zeiten des Tubus auch bloss zur genaueren Betrachtung des Firmamentes sich bedient habe, wird mehrfach von neueren Schriftstellern, so zumal von Mädler[9] und von Servus,[10] vertreten, und in der That scheint dieselbe, wiewohl sich manches auch dagegen einwenden lässt, auf Grund der Urkunden nicht von der Hand gewiesen werden zu dürfen.

Auch Henri Martin, dem wir wohl die zuverlässigste kritische Prüfung der Frage nach allfallsigen Vergrösserungsmitteln des Altertums verdanken,[11] ist von der gelegentlichen Benützung des Sehrores überzeugt, betont aber zugleich, dass dasselbe keinen eigentlichen Gewinn bringen konnte. Man begegnet zwar dem Ausspruche, dass man durch lange Rohre schärfer und weiter sehen könne, als mit freiem Auge, und zwar rührt dieser Ausspruch von keinem geringeren als von Aristoteles selber her,[12] allein irgendwelche Konsequenzen für das, was man gegenwärtig als *topographische Astronomie* bezeichnet, hat jene Erkenntnis, wenn man es so nennen will, nicht gehabt.[13] Man wäre strenge genommen nur einen einzigen Fall aus der Geschichte der antiken Astronomie anzuführen in der Lage, welche auf eingehenderes Studium der *Oberflächenbeschaffenheit eines Himmelskörpers* hinweist: wir meinen die (pseudo-)Plutarchische kleine Schrift *De facie in orbe lunae*,[14] und dass derjenige, der diese verfasste, unseren Trabanten durch ein von den Störungen des diffusen Himmelslichtes emanzipierendes optisches Instrument zum öfteren betrachtet habe, kann unbedenklich zugestanden werden.

Wie dem aber auch sei: dafür, dass man wirklich auch im Mittelalter Rohre nach dem gestirnten Himmel gerichtet habe, *ohne zugleich irgendwelche Messung zu beabsichtigen*, liegen unverwerfliche Zeugnisse vor. Das eine derselben stammt aus dem Kloster St. Gallen, welches ja in der älteren deutschen Kaiserzeit einer besonders hohen Blüte sich erfreute. Der Gewährsmann, dem wir die sichersten Nachrichten hierüber zu danken haben, I. v. Arx, meldet von den Mönchen folgendes:[15] »In der Astronomie, die sie mitunter auch Astrologie nannten, schränkten sie ihr Wissen nicht bloss auf die Kunde der Sternbilder und des Sonnenlaufes ein, sie wussten sich auch des *Tubus* und des Astrolabiums zu dienen.« Und in einer Randnote fügt er noch bei: »In der Handschrift K. 18 p. 43 steht noch das Bild eines Klostergeistlichen, der durch einen langen Tubus ein Gestirn beobachtet. Eine räuberische Hand hat aber den Diskus desselben herausgeschnitten.« Etwas anders schildert den Zusammenhang Zimmermann.[16] In einem astronomischen Kodex der Klosterbücherei sieht man das Bild eines durch ein Rohr nach dem Himmel blickenden Mönches; um Raum für wichtiger Erscheinendes zu gewinnen, kratzte man — nach vielbewährten Mustern — die Zeichnung ab, allein mitten in dem so entstandenen Palimpseste ist der beobachtende Astronom mit seinem Tubus noch jetzt zu erblicken. Wir wissen nicht ob v. Arx' und Zimmermann's Mitteilungen sich auf das nämliche Manuskript beziehen, jedenfalls aber steht soviel fest, dass man in St. Gallen das Sehrohr — ohne Messvorrichtung — zu den gewöhnlichen Beobachtungsinstrumenten gezählt hat.[17]

Auch aus etwas späterer Zeit liegt eine Abbildung von ganz verwandter Art vor, die uns jedoch zugleich ein gewisses Rätsel aufgiebt. Der Jesuit Cysatus, welcher zu Beginn dess XVII. Jahrhunderts an der Universität Ingolstadt die Mathematik mit grossem Beifalle lehrte, spricht zuerst von einer der Bibliothek des Klosters Scheyern (in Oberbayern) gehörenden Federzeichnung, die einen mit dem Tubus operierenden Beobachter darstelle.[18] Doch thut er der auszeichnenden Eigenschaft eben dieses Bildes noch keine Erwähnung. Dies geschieht erst etwas später bei dem bekannten Theologen und Historiker Mabillon, welcher im Auftrage des Ministers Colbert, und auf Kosten Ludvig's xiv., eine Studienreise nach Deutschland unternommen hatte. Dieser hebt besonders auch hervor, dass das Rohr des abgebildeten Astronomen, in welchem er den Ptolemaeus erblickt, *vier Züge zum Zusammenschieben* besitze.[19] Dass es sich wirklich so verhält, davon kann sich jeder überzeugen, der in Knitl's Monographie über Scheyern die hier zu findende Reproduktion des Originales sich ansieht.[20]

Was soll nun diese *Auszugsvorrichtung* bei einem gläserlosen Tubus bedeuten, denn dass damals, als der fragliche Kodex entstand, an irgend eine Art des wirklichen Fernrohres noch nicht zu denken war, leidet wohl keinen Zweifel.[21] Unseres Dafürhaltens hat man daran zu denken, welche grosse Autorität Aristoteles für die damalige Zeit besass. Man hatte bei ihm (s. o.) gelesen, dass eine Röhre ein um so besseres Bild gewähr leiste, je länger sie sei, und so steckte man einfach eine Anzahl solcher Röhren zusammen, um durch Verschiebung derselben jenen Satz praktisch zu erproben. Und dieser Zweck wird, wie A. v. Humboldt[22] ausdrücklich bemerkt, auch erreicht worden sein.

Wenn wir unsere Ergebnisse rekapitulieren, so können wir denselben zweierlei entnehmen. Das gläserlose Fernrohr der früheren Zeit ersetzte nach zwei verschiedenen Richtungen hin den älteren Astronomen das Fernrohr unserer Tage. Erstlich liess sich der Tubus mit Messinstrumenten kombinieren und diente dann irgendwelchem feldmesserischen oder mathematisch-geographischen Zwecke, vielleicht auch dann und wann nur dem elementaren Unterrichte in der Sternkunde. Zum zweiten aber wurde dieser Tubus auch im Sinne des Aristoteles als ein direktes Hilfsmittel, um das Gesicht zu unterstützen, angesehen, und um dieser Seite seiner Wirksamkeit möglichst auszugestatten, aptierte man dasselbe in der uns bekannten Art und Weise für Verkürzung oder Verlängerung. Es darf vermutet werden, dass ein solcher Hohlzylinder zu den Inventarstücken eines besser eingerichteten mittelalterlichen Observatoriums gehörte.

[1] Es scheint festzustehen (R. Wolf, *Geschichte der Astronomie*, München 1877, S. 328, 363), dass Morin als der erste die

Absehen durch das Fernrohr — jedoch ohne Fadenkreuz — ersetzte.

[2] Polybios, lib. x, cap. 43 ff.; Polybios *Geschichten, übersetzt von* Campe (Stuttgart 1862), S. 909 ff.

[3] Indem Houzeau und Lancaster (*Bibliographie générale de l'astronomie,* 1. Band, Brussel 1887, S. 173) der Bemerkung des Polybios Erwähnung thun, fügen sie hinzu, dass ähnliche Vorrichtungen in der Sternkunde der Chinesen in noch früherer Zeit einen Platz gehabt hätten (vgl. Souciet, *Observations mathématiques, astronomiques, géographiques, chronologiques et physiques, tirées des anciens livres chinois,* tome 2 [Paris 1732] S. 25). Für bewiesen kann diese nicht unwahrscheinliche Annahme freilich nicht gelten.

[4] Notizen hierüber findet man in den beiden nachstehend verzeichneten Schriften: Jourdain, *Mémoire sur l'observatoire de Méragah et sur quelques instruments employés pour y observer* (Paris 1810); L. A. Sédillot, *Mémoire sur les instruments astronomiques des Arabes* (Paris 1841).

[5] Zuckermann, *Das Mathematische im Talmud; Beleuchtung und Erläuterung der Talmudstellen mathematischen Inhaltes* (Breslau 1878), S. 2. Der Hinweis auf diese Stelle, welchem man in dem unlängst in dieser Zeitschrift (1893, S. 111) abgedruckten Aufsatze Steinschneider's begegnet, gab für die vorliegende Untersuchung den ersten Anstoss.

[6] K. Werner, *Gerbert von Aurillac, die Kirche und Wissenschaft seiner Zeit* (Wien 1878), S. 35; Migne, *Patrologia Latina,* tom. CXXXX, S. 155.

[7] Die Gerbert'sche Beschreibung dürfte, soweit die spärlichen Mitteilungen uns ein Urteil erlauben, Ähnlichkeit gehabt haben mit dem grossartigen Projektionsglobus von Adami (vgl. Verhandlungen der 41. Versammlung deutscher Philologen und Schulmänner in München, Leipzig 1892, S. 310; Ausland 1892, S. 321 ff.). Auch dieser stellt sich dar als Nachbildung der wichtigsten Himmelskreise; ist in Metall ausgeführt, und die Fundamentalsterne sind an einem dieser Kreise (dem Aequator) durch Drähte befestigt.

[8] Dieser seiner Auffassung hatte der Verf. schon früher (*Geschichte des mathematischen Unterrichts im deutschen Mittelalter bis 1525,* Berlin 1887, S. 78) in folgender Weise Ausdruck verliehen: »Wir würden am meisten der Annahme zustimmen, dass ein Tubus dieser Art, auf einem Statife angebracht, zur Auffindung des Polarsterns diente, dass

somit nicht erst GERBERT für den Urheber dieses einfachen Verfahrens zu gelten hat; in der Chronik des Bischofs THIETMAR von Merseburg wird nämlich von jenem gesagt: 'In Magdeburg horologium fecit, illud nocte constituens con siderata per *fistulam* quandam stella nautarum duce.' Man richtete, so denken wir uns den Sachverhalt, auf der Sternwarte das Rohr nach einem beliebigen Sterne, liess den Schüler hindurchsehen und zeigte ihm so direkt, was sonst erst nach Umfluss einer längeren Zeit festzustellen ist, dass nämlich jener Stern sich fortbewegt. Nur Sterne im unmittelbaren Umkreise des Poles blieben dauernd im Gesichtsfelde.» In solcher Weise soll sich der bekannte Autodidakt VAL. DUVAL (vgl. dessen Leben von KAISER, Regensburg 1888) die Kenntniss von der scheinbaren Bewegung der Himmelskugel verschafft haben.

[9] MÄDLER, *Geschichte der Himmelskunde von den ältesten bis auf die neueste Zeit*, I. Band (Braunschweig 1873), S. 189: »Es ist nicht zu leugnen, dass die Alten *tubi* anwandten um deutlicher zu sehen: lange hohle Röhren, um die störenden Seitenstrahlen abzuhalten; allein nichts deutet darauf, dass diese *tubi* mit optischen Gläsern versehen waren.»

[10] SERVUS, *Die Geschichte des Fernrohres bis auf die neueste Zeit* (Berlin 1886), S. 11 ff.

[11] H. MARTIN, *Sur des instruments d'optique faussement attribués aux anciens par quelques savants modernes,* Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche, **4**, 1871, S. 165 ff.

[12] *Ἀριστοτέλους περὶ ζῴων γενέσεως βιβλία ε*; ARISTOTELES, *fünf Bücher von der Zeugung und Entwickelung der Tiere, übersetzt von* AUBERT *und* WIMMER (Leipzig 1860), S. 366. Der Stagirite erläutert (lib. I, cap. 1) den Unterschied zwischen deutlichem Erkennen von Einzelheiten, Farbennuancen z. B., einer- und Weitsehen andererseits und fährt dann fort: *»ὁ γὰρ αὐτὸς ἐπηλυγασάμενος τὴν χεῖρα ἢ δι' αὐλοῦ βλέπων τὰς μὲν διαφορὰς οὐδὲν μᾶλλον οὐδ' ἧττον κρίνει τῶν χρωμάτων. ὄψεται δὲ πορρώτερον. οἱ γοῦν ἐκ τῶν ὀρυγμάτων καὶ φρεάτων ἐνίοτε ἀστέρας ὁρῶσιν»*. Am besten, heisst es zuletzt (a. a. O., S. 369), wäre es, wenn man durch eine vom Auge bis zum Gegenstande sich erstreckende Röhre zu sehen imstande wäre. A. v. HUMBOLDT, der auch einer *»viel emendierten und viel umstrittenen Stelle des* STRABON» in diesem Zusammenhange Erwähnung thut (Kosmos, III Band, 2 Abschnitt), der auch den KLEOMEDES

dafür als Zeugen aufführt, dass, aus Zisternen betrachtet, die Sonne grösser als sonst erscheine, hat Nachforschungen über die Wahrheit der Behauptung des ARISTOTELES angestellt und dieselbe einigermassen bestätigt gefunden. Ihm selbst sei von Rauchfangkehrern versichert worden, dass ihnen im Schlote »die Himmelsdecke ganz nahe und die Sterne wie vergrössert erscheinen«, und JOHN HERSCHEL erzähle aus eigener Erfahrung, er habe durch einen Kamin Sterne am hellen Tage gesehen.

[13] R. WOLF, Vierteljahrsschrift der Astronomischen Gesellschaft, **9**, 1874, S. 56: »Dass DEMOKRIT kein Fernrohr nötig hatte, um seine Vermutung über die Konstitution der Milchstrasse auszusprechen, kann wohl niemand bezweifeln; dass PTOLEMAEUS einige Sterne und Nebel aufführt, welche man jetzt bei uns von freiem Auge nicht wahrnimmt, lässt sich zum teile durch seine günstigere Position, zum teile durch stattgehabte wirkliche Veränderungen ganz naturgemäss erklären; um Sonnenflecke mit Venus oder Merkur zu verwechseln, bedarf man kein Fernrohr; und wenn die Japaner Juppiter mit zwei Monden abbildeten, so geht daraus gerade hervor, dass sie kein Fernrohr besassen, sonst hätten sie alle vier, und dann auch manches andere sehen müssen«.

[14] Näheres über dieses im allgemeinen zu wenig gewürdigte Schriftchen ist bei A. v. HUMBOLDT zu finden (Stuttgarter neue Ausgabe, II. Band, S. 358, S. 389).

[15] v. ARX, *Geschichten des Kantons St. Gallen*, I. Band (St. Gallen 1810), S. 265.

[16] ZIMMERMANN, *Ratpert, der erste Zürichergelehrte* (Basel 1878), S. 63 ff.

[17] In diesem Sinne hat MARTY die Anweisung zum Gebrauche des Tubus als Unterrichtsgegenstand aufgefasst in seinem bekannten geschichtlichen Romane (*Wie man vor tausend Jahren lehrte und lernte*, Einsiedeln 1857). Als Realität scheint die hübsch den historischen Thatsachen angepasste Erzählung betrachtet zu haben WOLF (*Geschichte der Astronomie*, Munchen 1877, S. 76).

[18] CYSATUS, *De loco, natu, magnitudine et causis cometae, qui sub finem 1618 et initium anni 1619 fulsit* (Ingolstadt 1619). »An NICEPHORUS (?) et ANAXAGORAS illarum stellarum erraticarum confluxum, DEMOCRITUS autem earundem disgressum libero oculo conspexerint, non dubito, fortassis et ipso solo tubo optico phaenomenon illud deprehenderunt.

Fuisse enim usum tubi optici antiquis etiam astronomis familiarem, testatur liber vetustissimus in bibliotheca celeberrimi monasterii Scheurensis scriptus ante 400 annos, quo in libro inter caetera schemata etiam astronomus per tubum opticum, in coelum intentum, sidera contemplans visitur.»

[19] Die Beschreibung MABILLON's kann man bei SERVUS (a. a. O., S. 12) nachlesen: »In tertio folio astronomia exhibetur, adjunctam habens a dextris PTOLEMAEI effigiem sidera contemplantis ope instrumenti longioris, quod instar tubi optici, quatuor ductus habentis, concinnatum est».

[20] KNITL, *Scheyern als Burg und Kloster* (Freising 1880), S. 8 ff. Im beginnenden XIII. Jahrhundert lebte und wirkte zu Scheyern ein hochgepriesener Lehrer der Klosterschule, der von den Geschichtschreibern als CONRADUS *Philosophus* bezeichnet wird. Zahlreiche Handschriften bekunden seinen im Scriptorium ausgeübten Fleiss. Als seine bedeutendste Leistung galt die *Historia scholastica* COMESTORIS, in welchen Kodex KONRAD verschiedene Zeichnungen von eigener Hand eintrug, so insonderheit eine allegorische Darstellung der sieben freien Künste. Als Repräsentantin der Astronomie erkennen wir eben die uns schon bekannte, im KNITLschen Buche sehr gut wiedergegebene Gestalt mit dem Auszugs-Sehrohre.

[21] Es ist ja allerdings wohl davon die Rede gewesen, dass ROGER BACON die vergrössernde Kraft der Linsen gekannt habe, allein erstens steht diese Anschauung auf sehr schwachen Füssen (vgl. SERVUS, a. a. O, S. 6 ff.), und sodann lebte ja auch KONRAD vor diesem Zeitpunkte.

[22] v. HUMBOLDT, a. a. O., S. 43: »Wenn das Sehen durch Röhren die Aufsuchung von Sternen in der Abenddämmerung erleichterte, wenn die Sterne dem blossen Auge durch die Röhre früher sichtbar wurden als ohne dieselbe, so liegt, wie schon ARAGO bemerkt hat, die Ursache darin, dass die Röhre einen grossen Teil des störenden diffusen Lichtes (die »rayons perturbateurs») der Luftschichten abhält, welche zwischen dem an die Röhre angedrückten Auge und dem Sterne liegen. Ebenso hindert die Röhre auch bei Nacht den Seiteneindruck des schwachen Lichtes, welches die Luftteilchen von den gesammten Sternen des Firmamentes empfangen. Die Intensität des Lichtbildes und die Grösse des Sternes nehmen sichtbar zu.»

Zur Geschichte der Mathematik im siebzehnten Jahrhundert.

Von S. Dickstein in Warszawa.

Im LXXIII. Kapitel des zweiten Bandes seiner *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* hat M. Cantor über einige im siebzehnten Jahrhundert erschienene trigonometrische Werke berichtet. Unter solchen Werken dürften auch zwei Schriften von Johannes Tonski citiert werden können. Die erste unter dem Titel *Arithmetica vulgaris et Trigonometria rectilineorum prout universae geometriae practica* erschien in Ingolstadt 1640. Sie enthält eine trigonometrische Tafel (»Canonem istum mathematicum«, schreibt Tonski, »Joan. Regiomontanus supputavit, Chr. Clavius correxit, ego à mendis repurgavi et radio 10000.00 accomodavi«). Die zweite Schrift, vom Jahre 1645, ist eine bedeutend vergrösserte Auflage der ersten und enthält auch die sphärische Trigonometrie.

Es verdient hervorgehoben zu werden, dass Tonski einer der ersten die Unbestimmtheit der Dreiecksaufgabe, in welcher zwei Seiten und der einer Seite gegenüberliegende Winkel gegeben sind, wie sie bei Copernicus vorkommt, bemerkt hat. Er sagt (I. Aufl., S. 72; II. Aufl., S. 109): »Ambiguitatem istam non omnes bene videntur advertisse, quos inter est Copernicus noster, lib. I *Revolutionum*, Capite 13, num. 6«.

Ich benutze diese Gelegenheit um ein paar Bemerkungen über die von M. Cantor citierten polnischen mathematischen Werke zu machen.

1) Der wirkliche Namen des polnischen Mathematikers Broscius (1585—1652) war Brozek (nicht Brocki, wie Cantor l. c. p. 627 angiebt). Der Titel seines in Danzig 1652 erschienenen Werkes ist: *Apologia pro Aristotele et Euclide contra Petrum Ramum et alios. Additae sunt duae disceptationes de numeris perfectis.* Der Titel: *Aristoteles et Euclides defensus* etc. gehört einer späteren Ausgabe desselben Werkes (Amsterdam 1699). Siehe *Jan Brozek*, eine Monographie von J. N. Franke, Krakau 1884 (vgl. Jahrb. üb. d. Fortschr. d. Mathem. **16** (1884), S. 19 und Biblioth. Mathem. 1889, S. 50).

2) Der ungenannte Verfasser der von Cantor (S. 628) citierten *Geometria peregrinans* hiess Gloskowski; siehe darüber J. N. Franke und A. Jakubowski: *Maciej Gloskowski*, Krakau 1878 (vgl. Biblioth. Mathem. 1889, S. 49).

RECENSIONEN. — ANALYSES.

M. Cantor. VORLESUNGEN ÜBER GESCHICHTE DER MATHEMATIK. ERSTER BAND. VON DEN ÄLTESTEN ZEITEN BIS ZUM JAHRE 1200 N. CHR. Zweite Auflage. Leipzig, Teubner 1894. 8°, VII + 883 p. + 1 pl.

La première édition du premier tome des *Vorlesungen* étant déjà épuisée, M. CANTOR a entrepris d'en publier une nouvelle édition. Il est inutile de dire que cette entreprise a été saluée avec la plus grande joie par tous les amis de l'histoire des mathématiques, d'autant plus que la nécessité d'une nouvelle édition a permis à M. CANTOR de tirer profit aussi des importants écrits historico-mathématiques parus depuis 1880, date de la publication de la première édition.

L'ouvrage de M. CANTOR est trop connu par nos lecteurs pour qu'il soit nécessaire de donner ici un aperçu des sujets y traités et d'en signaler les grands mérites; sans recours à cet excellent guide, il aurait été extrêmement difficile d'écrire plusieurs des monographies historico-mathématiques auxquelles nous venons de faire allusion. Nous faisons remarquer seulement que la seconde édition a été augmentée d'environ 80 pages, et que, d'autre part, les fautes d'impression de la première édition semblent y avoir été éloignées. En parcourant le volume, on voit aisément que M. CANTOR s'est efforcé d'y utiliser toutes les nouvelles recherches faites pendant ces derniers temps dans le domaine de l'histoire des mathématiques, à l'exception de celles qui exigeraient un remaniement complet de dizaines de pages, p. ex. les travaux de M. ZEUTHEN sur l'histoire des sections coniques dans l'antiquité. Naturellement il est souvent difficile de décider jusqu'à quel point un ouvrage, tel que celui de M. CANTOR, doit rendre compte de détails historiques peu importants. Ainsi p. ex. on pourrait mettre en question s'il n'avait pas été convenable de mentionner au moins le nom du mathématicien byzantin LEON, sur lequel M. HEIBERG a donné quelques renseignements (voir Biblioth. Mathem. 1887, p. 33—36).

Dans la nouvelle édition, nous n'avons pu trouver aucun mot sur la question s'il existe des traductions des *Elementa* faites de l'arabe en latin antérieurement à ATELHARD de Bath; à la page 670, M. CANTOR dit expressément qu'ATELHARD était le premier traducteur de l'arabe. Il est vrai que M. CANTOR a parlé de ce sujet dans le second tome (p. 91—92) des *Vorlesungen*, mais, comme il s'agit du temps avant l'an 1200, il nous semble avoir été plus correct d'en rendre compte aussi dans la nouvelle édition du premier tome. De même, dans la notice sur AHMED IBN JUSUF (p. 694), M. CANTOR n'a pas mentionné l'écrit *de similibus arcubus* cité par lui à la page 71 du second tome, et, pour ce qui concerne le traité sur les proportions, il dit seulement qu'on en parlera dans un chapitre suivant (cf. tome II, p. 15).

Nous espérons que M. CANTOR aura bientôt le plaisir de préparer une troisième édition du premier tome et que, dans cette édition, on retrouvera tout ce qui se rapporte à l'histoire des mathématiques avant l'an 1200.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

DIE GEOMETRIE VON **René Descartes.** DEUTSCH HERAUSGEGEBEN VON **L. Schlesinger.** Berlin, Mayer & Müller 1894. 8°, X + (1) + 116 p. + 2 pl.

Il y a 8 ans, M. A. HERMANN a publié une nouvelle édition de *La géométrie* de DESCARTES (cf. Biblioth. Mathem. 1887, 25—26). M. SCHLESINGER, estimant que l'étude des éditions françaises, de même que celle des traductions en latin, n'est pas sans difficultés pour les jeunes mathématiciens allemands, a jugé à propos de publier une traduction allemande du chef-d'oeuvre de DESCARTES. Il a essayé de garder autant que possible la forme un peu antique de l'original; quant aux formules, il y a introduit quelques notations modernes, p. ex. = pour le signe d'égalité et $\sqrt[3]{}$ pour la racine cubique.

En vue de faciliter la lecture de l'ouvrage pour les étudiants, M. SCHLESINGER y a ajouté quelques remarques explicatives; dans une de ces remarques, il appelle l'attention sur le fait curieux que DESCARTES n'a parlé de l'équation d'une *droite* qu'en passant et à un seul endroit (p. 23—24, ed. HERMANN).

Stockholm. G. ENESTRÖM.

W. W. R. Ball. AN ESSAY ON NEWTONS PRINCIPIA. London, Macmillan 1893. 8°, X + 175 p.

L'histoire du livre immortel de NEWTON a été exposée par RIGAUD dans son *Historical essay on the first publication of sir Isaac Newtons Principia*, et par BREWSTER dans ses *Memoirs of the life, writings and discoveries of sir Isaac Newton* (second édition, 1860). S'appuyant sur des matériaux plus complets, M. BALL a traité le même sujet dans l'écrit dont nous venons de transcrire le titre. Après une introduction, où il indique le plan et les sources de son ouvrage, il fait mention des recherches préliminaires de NEWTON en 1666, 1679 et 1684, dont les dernières avaient pour résultat le traité *de motu*, présenté en 1684 ou 1685 à Royal Society et reproduit par M. BALL; puis il rend compte des détails relatifs à la rédaction et à la publication des *Principia* en 1685—1687, et il en donne une analyse étendue; enfin il ajoute quelques renseignements intéressants sur l'histoire ultérieure et sur les différentes éditions du livre. Dans un appendice il a réuni un certain nombre de lettres, en partie inédites, de NEWTON, de HOOKE et de HALLEY, se rapportant à l'histoire de la genèse et de la publication des *Principia*.

Dans l'analyse des *Principia*, M. BALL énonce les propositions des différents livres et sections, et il signale les principales différences entre les trois éditions; en parlant du fameux scholium après le second lemma du second livre, il mentionne donc aussi le changement qu'a subi ce scholium dans la troisième édition.

La savante monographie de M. BALL est rédigée avec beaucoup de soin, et à plusieurs égards elle peut servir de modèle pour des écrits de la même nature. Si nous possédions une monographie semblable pour chacun des ouvrages classiques des sciences mathématiques, nous aurions évidemment plus de chance de voir bientôt paraître une histoire complète des mathématiques jusqu'à nos jours.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. ENESTRÖM. Stockholm. 8°.
1893: 4. — [Analyse de l'année 1893:] *Venezia*, Istituto Veneto, Atti 5_7, 1894, 545—551. (A. FAVARO.)

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. CANTOR. Leipzig. 8°.
39 (1894): 1.

°**Bellacchi, G.**, Galileo ed i suoi successori. Discorso letto nel r. istituto tecnico Galilei di Firenze il dì 29 ottobre 1891. Firenze 1891.
8°, 29 p.

Berson, Sur l'emploi des figures géométriques par les Japonais pour la résolution des problèmes d'arithmétique.
Toulouse, Acad. d. sc., Mémoires 3_9, 1891, 268—271.

B[ierens] de H[aan], D., Fransiscus Johannes van den Berg.
Amsterdam, Wisk. Genoots., Nieuw Arch. 1_2, 1894, 1—10. — Nécrologie.

Bierens de Haan, D., Bouwstoffen voor de geschiedenis der wis- en natuurkundige wetenschappen in de Nederlanden. XXXIII.
Amsterdam, Akad. van Wetensch., Verhandelingen **2**, 1893, 1—60 + 4 pl.

БОНДАРЕНКО, И., Н. И. Лобачевскій. (1793—1893.)
Vjestnik elem. matem. **15**. 1894. 97—103. — BONDARENKO, I., N. I. Lobatchevski.

Brill, A., Streifblicke auf die Geschichte der Geometrie.
Mathem.-naturw. Mitteil. (Tübingen) **4**. 1891, 12—29.

Cantor, M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Erster Band. Von den ältesten Zeiten bis zum Jahr 1200 n. Chr. Zweite Auflage. Leipzig, Teubner 1894.
8°. VII + 883 p. + 1 pl. — [22 Mk.]

Delbos, L., L'astronomie aux Indes orientales.
Bullet. d. sc. mathém. 17_2, 1893, 145—172.

Descartes, R., Die Geometrie. Deutsch herausgegeben von L. SCHLESINGER. Berlin, Mayer & Müller 1894.
8°. X + (1) + 116 p. + 2 pl. — [3·60 Mk.]

Duhem, P., L'école anglaise et les théories physiques. Bruxelles 1893.
8°, 38 p. — Extrait de la »Revue des questions scientifiques», octobre 1893.

Ernest Edouard Kummer.
Mathesis 4_2, 1894. 40—42. — Nécrologie.

Favaro, A., Serie nona di scampoli Galileiani.
Padova, Accad. d. sc., Atti e memorie **10**. 1894. 11—58.

Favaro, A., Materiali per un indice dei manoscritti e documenti Galileiani non posseduti dalla Biblioteca nazionale di Firenze.
Venezia, Istituto Veneto, Atti 5_7, 1894. 127 p.

Favaro, A., Amici e corrispondenti di Galileo Galilei. I. Margherita Sarrocchi.
Venezia, Istituto Veneto, Atti 5_7, 1894, 552—580.

G[aldeano], Z. G. de, Eugene Charles Catalan. Necrología.
El progreso matem. **4**. 1894. 58—60.

Gerhardt, K. J., Leibniz in London.
Berlin, Akad. d. Wissensch., Sitzungsber. 1891, 157—176.

Gibson, G. A., On the history of the Fourier series.
Edinburgh, Mathem. soc., Proceedings **11**. 1893. 137—166.

Halsted, G. B., Lamberts non-euclidian geometry.
New York, Mathem. soc., Bulletin **3**. 1893. 79—80.

ИЗНОСКОВЪ, И. А., В. Г. Имшенецкій.
Kazan, Fiz.-matem. obchtch., Isvjestia 3_2, 1893, 37—44. — ISNOSKOFF, I. A., V. G. Imchenetskij. Notice biographique.

Knott, C. G., Japanese arithmetic.
Edinburgh, Mathem. soc., Proceedings **11**. 1893, 167.

Korteweg, D. J., Het bloeitijdperk der wiskundige wetenschappen in Nederland. Redevoering uitgesproken op den Jaardag der Amsterdamsche Universiteit den 8sten januari 1894.
(2) + 20 p.

Kötter, F., Die Entwickelung der Lehre vom Erddruck.
Deutsche Mathematikervereinigung, Jahresbericht **2** (1891—1892), 77—155.

Krumbacher, K., Woher stammt das Wort Zifter (Chiffre)?
Etudes de philologie néo-grecque (Paris 1892). 11 p. — [Analyse:] Zeitschr. für Mathem. **39**, 1894; Hist. Abth. 16. (Cantor.)

Krumbacher, K., Noch einmal das Wort Ziffer.
Byzantinische Zeitschrift (Leipzig) 1893. 5 p. — [Analyse:] Zeitschr. für Mathem. **39**, 1894; Hist. Abth. 16. (Cantor.)

Mackay, J. S., The Wallace line and the Wallace point.
Edinburgh, Mathem. soc., Proceedings **9**, 1891, 83—91.

Mackay, J. S., History of the nine-point circle.
Edinburgh, Mathem. soc., Proceedings **11**, 1893, 19—57.

Mackay, J. S., Early history of the symmedian point.
Edinburgh, Mathem. soc., Proceedings **11**, 1893, 92—103.

°**Marz, L.,** Über die Entstehung der Zahlwörter. Memmingen 1893.
8°, 6 p.

Mansion, P., Note bibliographique sur les intégrales générales et les solutions singulières des équations différentielles et aux dérivées partielles.
Bruxelles, Soc. scient., Annales **15**, 1891, A: 32—37, 60.

Massip, Les carrés magiques.
Toulouse, Acad. d. sc., Mémoires **4**$_9$, 1892, 423—454. — Memoire en partie historique.

Matrot, A., Sur le théorème de Bachet (aperçu historique).
Association française pour l'avancement des sciences, **20** (congrès de Marseille), 1891, 185—191.

Матеріалы для біографіи Н. И. Лобачевскаго.
Kazan, Fiz.-matem. obchtch., Isvjestia **3**$_2$, 1893, 27—34. — Matériaux pour la biographie de I. N. Lobatchevskij; deux notices par A. F. Popoff et N. N. Boulitch.

Newcomb, S., Modern mathematical thought.
New York, Mathem. soc., Bulletin **3**, 1894, 95—107.

ПЕРГАМЕНТЪ, О., Исторія барометра и его примѣненій. 1643—1893.
Vjestnik elem. matem. **16**, 1894, 30—38, 58—63. — Pergament, O., Histoire du baromètre et de son usage.

R., C. J., La cuadratura del círculo.
La controversia (Madrid) **8**, 1894, 86—88. — Note historique.

Reyes Prosper, V., Breve reseña histórica de la geometría no-euclídea, espedialmente de dos y tres dimensiones.
El progreso matem. **4**, 1894, 13—16.

Reyes Prosper, V., Wolfgang y Juan Bolyai. Reseña bio-bibliográfica.
El progreso matem. **4**, 1894, 37—40.

Ruoss, H., Geschichte der optischen und katoptrischen Anamorphosen.
Zeitschr. für Mathem. **39**, 1894; Hist. Abth. 1—12.

Steinschneider, M., Die Mathematik bei den Juden.
Biblioth. Mathem. 1893, 105—112.

Sturm, R., Heinrich Schröter.
Deutsche Mathematikervereinigung, Jahresbericht **2** (1891—1892), 32—42.

Tannery, P., Un fragment des métriques de Héron.
Zeitschr. für Mathem. **39**, 1894; Hist. Abth. 13—15.

Valentin, G., Eine seltene Schrift über Winkeldreitheilung.
Biblioth. Mathem. 1893, 113—114.

Vallín, A. F., Cultura científica de España en el siglo XVI.
Discursos leidos ante la real academia de ciencias en la receptión pública del sr. A. F. Vallín (Madrid 1893). — Aux pages 29—68 on trouve une exposition de l'histoire des mathématiques en Espagne au 16e siècle. — [Analyse:] El progreso matem. **4**, 1894, 49—54. (Z. G. de G.)

Васильевъ, А., Iезуитъ Саккери, итальянскiй предшественникъ Лобачевскаго.
Kazan, Fiz.-matem. obchtch., Isvjestia 3_2, 1893, 53—57. — Wasilieff, A., Le jésuit Saccheri, prédécesseur italien de Lobatchevskij.

Weber, H., Leopold Kronecker.
Mathem. Ann. **43**, 1893, 1—26.

Weber, H., Leopold Kronecker.
Deutsche Mathematikervereinigung, Jahresbericht **2** (1891—1892), 5—32.

Weissenborn, H., Die Berechnung des Kreis-Umfanges bei Archimedes und Leonardo Pisano. Berlin, Calvary 1894.
8°, (2) + 32 p. — Berliner Studien für classische Philologie und Archaeologie **14**: 3.

Vivanti, G., Il concetto d'infinitesimo e la sua applicazione alla matematica. Mantova, Mondovi 1894.
8°, 134 p. + 1 pl. — [3 lire.] — [Analyse:] Rivista di matem. **4**, 1894, 28—32. (G. Loria.)

Vivanti, G., Lista bibliografica della teoria degli agregati.
Rivista di matem. **3**, 1893, 189—192. — Reproduction, avec quelques additions, d'une liste insérée dans la Biblioth. Mathem. 1892, p. 22—25.

Zeuthen, H. G., Note sur la résolution géométrique d'une équation du 3e degré par Archimède.
Biblioth. Mathem. 1893, 97—104.

Zeuthen, H. G., Notes sur l'histoire des mathématiques. II. »Tartalea contra Cardanum«; réplique relative à la question de priorité sur la résolution des équations cubiques. — III. Sur la signification traditionnelle du mot »géométrique«.
Kjøbenhavn, Vidensk. Selskab, Oversigt 1893, 303—341.

Question 44 [sur les mathématicien espagnol OMERIQUE].
Biblioth. Mathem. 1893, 120. (G. ENESTRÖM.)

Remarque sur la question 43.
Biblioth. Mathem. 1893, 120. (G. ENESTRÖM.)

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik. Herausgegeben von E. LAMPE. Band 23 (1891). Berlin, Reimer 1894.
8°. — Les pages 1—46 contiennent un compte rendu des ouvrages d'histoire des mathématiques parus en 1891.

APOLLONII PERGAEI quæ græce exstant cum commentariis antiquis. Edidit et latine interpretatus est J. L. HEIBERG. I—II. Lipsiæ 1891—1893. 8°.
Nordisk tidsskrift for filologi (Kjöbenhavn) 2_3, 1894, 79—84. (H. G. ZEUTHEN.)

BALL, W. W. R., An essay on Newton's Principia. London, Macmillan 1893. 8°.
Mathesis 4_2, 1894, 21. (P. M.)

DIOPHANTI ALEXANDRINI Opera omnia cum graecis commentariis. Edidit et latine interpretatus est P. TANNERY. Volumen I. DIOPHANTI quae exstant omnia continens. Leipzig, Teubner 1893. 8°.
Bullet. d. sc. mathém. 17_2, 1893, 254—256. (J. T.)

LORIA, G., Nicola Fergola e la scuola di matematici che lo ebbe a duce. Genova 1892. 4°.
Bullet. d. sc. mathém. 17_2, 1893, 237—239. (P. TANNERY.)

MANSION, P., Notice sur les travaux scientifiques de Louis-Philippe Gilbert. Paris, Gauthier-Villars 1893. 8°.
Zeitschr. für Mathem. 39, 1894; Hist. Abth. 20—21. (CANTOR.)

MÜLLER, F., Carl Heinrich Schellbach. Gedächtnisrede. Berlin, Reimer 1893. 8°.
Zeitschrift für Mathem. 39. 1894; Hist. Abth. 19—20. (CANTOR.)

THÉON DE SMYRNE, Exposition des connaissances mathématiques utiles pour la lecture de Platon, traduite pour la première fois du grec en français par J. DUPUIS. Paris, Hachette 1892. 8°.
Bullet. d. sc. mathém. 17_2, 1893, 282—286. (P. TANNERY.)

WERTHEIM, G., Die Arithmetik des Elia Misrachi. Ein Beitrag zur Geschichte der Mathematik. Frankfurt a/M. 1893. 4°.
Zeitschr. für Mathem. 39. 1894; Hist. Abth. 16—17. (CANTOR.)

ZEUTHEN, H. G., Forelæsning over Mathematikens Historie. Oldtid og Middelalder. Kjöbenhavn, Höst 1893. 8°.
Biblioth. Mathem. 1893, 115—116. (G. ENESTRÖM.)

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1893, 117—120. — Zeitschr. für Mathem. 39, 1894; Hist. Abth. 39—40.

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

45. On admet ordinairement (voir p. ex. P. TANNERY, *Le fragment d'Eudème sur la quadrature des lunules;* Mém. de la soc. des sciences de Bordeaux **5**$_2$, 1883, 234) que l'existence de 5 différentes lunules carrables géométriquement a été démontrée pour la première fois par CLAUSEN (*Vier neue mondförmige Flächen, deren Inhalt quadrirbar ist;* Journ. für Mathem. **21**, 1840, 375—376). Néanmoins, il est certain que l'existence en a été connue beaucoup de temps avant CLAUSEN. En effet, toutes les 5 lunules ont été indiquées déjà en 1766 par le mathématicien finlandais M. J. WALLENIUS dans sa *Dissertatio lunulas quasdam quadrabiles exhibens* (Aboæ 1766; in-4°, (2) + 31 p. + 1 pl.).

On demande si quelque auteur antérieur à WALLENIUS est arrivé au même résultat. (G. Eneström.)

On the question 23. In a letter from EULER to GOLDBACH dated »Petropoli die 25 novembre A. 1731» published in FUSS *Correspondance mathématique et physique,* I find this: »*e* denotat hic numerum, cujus logarithmus hyperbolicus = 1».
(W. W. Beman.)

Inhalt. — Table des matières.

STOCKHOLM, TRYCKT I CENTRAL-TRYCKERIET, 1894.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK — JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON — PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1894. STOCKHOLM. N° 2.

NEUE FOLGE. 8. — NOUVELLE SÉRIE. 8.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Markgrafenstrasse 51. — Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr. — PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Quelques remarques sur l'histoire des mathématiques en Espagne au 16e siècle.

Par G. Eneström à Stockholm.

Dans sa petite note *Sur quelques écrits mathématiques publiés en Espagne au 16e et 17e siècles* (Biblioth. Mathem. 1890, 33—36), Vicuña a fait observer que les sciences mathématiques ont été cultivées avec beaucoup d'ardeur en Espagne au 16e siècle. Dans un écrit récemment publié,[1] M. Vallín semble avancer non seulement qu'il y avait en Espagne au 16e siècle un nombre extraordinairement grand de mathématiciens, mais aussi que les résultats de leurs travaux ont été assez importants. En effet, M. Vallín dit:[2]

> Ningún otro país aventajó á España, siendo verdaderamente prodigioso el número de escritores y maestros de matemáticas que contábamos dentro y fuera de la Península, cuyos trabajos de traducción y comentario unos, y originales otros, no sólo no desmerecían de los más celebrados en los demás naciones de Europa, sino que muchos les llevaban no poca ventaja, corrigiendo sus errores y sosteniendo con brillantez continuas polémicas científicas, como lo hicieron Nuñez, Sánchez, Cortés, Péres de Oliva y otros.

D'autre part, on trouve dans les traités généraux d'histoire des mathématiques peu de renseignements sur les mathématiciens espagnols du 16e siècle. La plupart de ces traités ne citent que Nuñez;[3] M. Cantor, dans le second tome de ses *Vor-*

lesungen über Geschichte der Mathematik (1892) ayant consacré quatre pages (p. 355—358) aux mathématiciens espagnols et portugais de la première moitié du 16e siècle, fait mention de Ciruelo, Silíceo, Lax, Ortega et Nuñez. D'après ce que nous informe M. Cantor, les trois premiers ont publié des traités d'arithmétique et quelques autres écrits, mais ils ne semblent pas avoir fait de recherches originales; Ortega a indiqué quelques nouvelles valeurs approximatives de racines carrées et cubiques, mais il paraît qu'il n'ait pas rendu compte des méthodes par lesquelles il est arrivé à ces valeurs. Enfin, Nuñez est, selon l'avis de M. Cantor, le seul mathématicien dont les ouvrages contiennent des traits d'originalité.

Il s'ensuit de ce que nous venons de faire observer, que notre connaissance du développement des mathématiques en Espagne au 16e siècle doit être actuellement très incomplète, et que, pour cette raison, une notice détaillée sur cette matière serait d'une très grande utilité. L'intéressant ouvrage de M. Vallín déjà cité donne sans doute beaucoup de renseignements sur les mathématiciens espagnols de l'époque en question, mais malheureusement ces renseignements sont plutôt bibliographiques que scientifiques. En effet, les indications de M. Vallín sur les résultats des recherches des mathématiciens espagnols sont en général trop vagues pour qu'on puisse se former une idée nette de la valeur scientifique de ces recherches. Ainsi p. ex. M. Vallín dit que Rodrigo de Porras a trouvé des relations curieuses entre les côtés des polygones, des constructions élégantes des racines d'équations du second degré et des méthodes nouvelles pour la division de la circonférence d'un cercle; qu'Antich Rocha a enrichi l'algèbre de la théorie des égalités (*igualaciones*); que Juan Alfonso de Molina Cano a indiqué une méthode pour la construction des côtés de polygones réguliers et une valeur de π différente de celle d'Archimedes;[4] etc. On voit aisément que de telles notices ne nous mettent pas en état d'apprécier les mérites scientifiques des mathématiciens mentionnés; à cet effet il faudrait avoir des indications beaucoup plus détaillées.

Mais si M. Vallín nous donne ainsi des renseignements peu complets sur les recherches mathématiques des espagnols au 16e siècle, son ouvrage contient en revanche un recueil d'intéressantes notices bibliographiques; effectivement, il a rédigé[5] une liste d'écrits mathématiques de 72 auteurs espagnols,[6] et dans une note il signale encore 29 de ses compatriotes au 16e siècle, dont les ouvrages mathématiques sont actuellement inconnus ou perdus. Dans ce qui suit, nous nous permettons de donner un aperçu des écrits signalés dans cette liste.

Parmi les traducteurs des *Elementa* sont mentionnés L. CARDUCHO, J. MUÑOZ, R. DE PORRAS et R. ZAMORANO. D'autres traductions ou commentaires sur les ouvrages des géomètres grecs sont dus à P. CIRUELO, R. DOSMA DELGADO, P. J. MONZÓ, P. A. ONDERIZ et J. DE SEGURA; le premier ainsi que T. DURÁN ont publié des écrits de BRADWARDIN, et M. SILÍCEO a édité un ouvrage du géomètre anglais RICHARD SWINSHEAD (SUISSET) sur l'art de calculer.

Des traités généraux de mathématiques ont été rédigés par P. CIRUELO (1516), J. DE ORTEGA (1512; plusieurs éditions), J. PÉREZ DE MOYA (1562) et P. NUÑEZ (1567). A. LÓPEZ DE CORELLA a révélé en 1546 »les secrets des quatres sciences mathématiques».

Un très grand nombre de traités de l'arithmétique sont mentionnés par M. VALLÍN; la plupart se rapportent à l'usage des règles d'arithmétique dans le commerce. Parmi les autres traités d'arithmétique on peut signaler ceux de P. CIRUELO (1505), M. SILÍCEO (1514) et G. LAX. La première algèbre en langue espagnole a été composée par M. AUREL (1552). Sous le nom de R. DE PORRAS nous trouvons un écrit: *Cuestiones de binomios*, dont nous ignorons le contenu.

Les ouvrages sur la géométrie sont relativement peu nombreux. J. DE ALZEGA a publié en 1580 une géométrie pratique et P. J. DE LASTANOSA a traduit en espagnol la *Geometria practica* d'ORONCE FINE; le même ouvrage semble avoir été l'objet d'un travail de J. GIRABA. Des écrits sur la quadrature du cercle ont été composés par P. RUÍS DE VILLEGAS, J. FALCÓ (1587) et LUIS INFANTE DE PORTUGAL (1556); probablement le livre de NUÑEZ *De erratis Orontii Finaei* se rapporte au même sujet. Enfin R. DOSMA DELGADO a écrit *De geometria cum parergis et conicis*(?), J. PORRES OSORIO a publié *Nuevas proposiciones geométricas* (1570), et J. A. DE MOLINA CANO a fait paraître en 1598 ses *Descubrimientos geométricos* (traduites en latin par N. JANSONIUS en 1620) qui, à en juger d'après le titre, doivent être d'un certain intérêt.[1]

Comme nous l'avons déjà fait remarquer, nous connaissons très peu sur le contenu des écrits dont nous venons de faire mention, et dont la plupart sont sans doute très rares. Il serait donc à désirer qu'ils pussent être examinés par quelque savant espagnol, en vue d'avoir une réponse définitive à la question:

»Quels ont été les mérites scientifiques des mathématiciens espagnols au 16e siècle?»

[1] A. F. Vallín, *Cultura científica de España en el siglo XVI.* Discursos leídos ante la real academia de ciencias. Madrid 1893.

[2] Vallín, l. c. p. 32.

[3] Bien que né en Portugal, Nuñez a rédigé son *Libro de algebra* en espagnol, et pour cette raison on peut le ranger parmi les mathématiciens espagnols.

[4] Vallín, l. c. p. 38, 40.

[5] Vallín, l. c. p. 205—208.

[6] Parmi ces 72 auteurs nous trouvons aussi J. Blancanus, G. de Rocamora, D. Desclapes et J. de Herrera. Mais le premier était italien, et probablement M. Vallín l'a indiqué par méprise; la dissertation du second sur les mathématiques et sur les géomètres espagnols n'est qu'une introduction à l'ouvrage *Sphera del universo* (Madrid 1599). Enfin, les écrits des deux derniers (*Super arte combinatoria, ad illustrationem Lullianæ* etc., et *Discurso sobre la figura cubica*) semblent se rapporter à l'*Ars demonstrativa* de Lullius, mais non pas aux mathématiques.

[7] Le titre de la traduction en latin est: »Nova reperta geometrica, in quibus subtiliores geometricæ questiones de duplicatione cubi, quadratura circuli, rectitudine angulorum, æqualitate linearum curvarum cum recta discutiuntur, demonstrationibus firmissimis fulciuntur, indeque aurea colloraria geometricarum subtilitatum deducuntur, Euclidea elementa nonnulla corriguntur, nonnulla falsa rejiciuntur». Une réfutation de cet ouvrage par P. A. Cataldi a paru en 1626.

Die Mathematik bei den Juden.

Von Moritz Steinschneider in Berlin.

Die ältesten Monographien (im Orient).

6. Die beiden sogenannten *Talmude*, richtiger *Gemara*, d. h. Erklärungen und Erörterungen der *Mischna* (redigirt von Jehuda ha-Nasi, s. § 7), in Palästina und Babylon repräsentiren die Literatur der ersten V Jahrhunderte nach Chr.; darauf folgen einige Jahrhunderte, in denen die jüdischen Gelehrten sich fast ausschliesslich mit Bibel und Talmud beschäftigen; doch ist auch die Literaturgeschichte dieses Gebietes nicht genau bekannt.

Monographien, welche direct einem Zweige der mathematischen *Wissenschaft* gewidmet wären, haben höchst wahrscheinlich vor Einführung der griechischen Wissenschaft unter den *Arabern* auch bei den Juden aller Länder nicht existirt (s. weiter unten).

Es sei gleich hier ein, in jüdischen neuesten Geschichtswerken paradirender Namen abgewiesen. »Jakob b.[1] Scheara» soll der Jude heissen, welcher nach Indien geschickt wurde, und den Inder Kankah, oder Kattaka, mitbrachte, dessen astronomische Tafeln er arabisch übersetzt haben soll. Dieses Missverständnis de Rossi's habe ich bei der Mitteilung der Quelle (Zeitschr. d. deutschen morgenländ. Gesellsch. **24**, 1870, 354) dahin berichtigt, dass der *anonyme Jude* nur Dolmetscher ins Arabische war, der arabische Bearbeiter höchst wahrscheinlich der sonst bekannte Muhammedaner Ja'akub b. Tarik sein soll.

Der älteste sichere, namentlich bekannte jüdische Autor ist ein ägyptischer Arzt und Astronom, Namens Maschallah (770—820?), das heisst: »Was Gott will». Sein eigentlicher hebräischer Namen ist unbekannt, der Namen seines Vaters sehr zweifelhaft, in den orientalischen Quellen verschieden verstümmelt, daher der arabische: »Marzuk al-Basri» [für al-Misri], sehr verdächtig.[2] In den lateinisch übersetzten Schriften und Fragmenten ist der Namen vielfach verstümmelt; die gewöhnliche Form ist Messahala(c) oder dergleichen.

Eine ausführliche Bibliographie der, unter dem Namen Maschallah's citirten und erhaltenen astrologischen Werke und

Fragmente, namentlich in mss., würde die nötigen Grenzen dieses Artikels überschreiten. Ich habe bereits an mehreren Orten das hauptsächliche Material gesammelt[3] und beschränke mich hier auf das Wichtigste.

In arabischem Original sind fast nur Citate und Excerpte bekannt. Das Buch *De interrogationibus* existirt in hebräischer Übersetzung, wie auch das über die *Eklypsen* nur unter den hebräischen astrologischen Schriften des IBN ESRA.

Lateinische Übersetzungen, zum Teil von dem getauften JOHANNES HISPALENSIS, von dem wir später (XII. Jahrh.) handeln, sind 1493, 1504 (Nürnberg, s. Hebr. Bibliogr. VI, 31), 1549, 1551 gedruckt.

Das Buch *De electionibus* ist auch unter dem Namen des ZAËL gedruckt, worauf wir bald zurückkommen.

7. Nicht vor der arabischen Periode ist, nach meiner Ansicht, die älteste hebräische geometrische Elementarschrift verfasst, welche ich vor 30 Jahren in dem Münchener ms. n. 36 entdeckt und herausgegeben habe:

Mischnat ha-Middot, die erste geometrische Schrift in hebräischer Sprache nebst Epilog der Geometrie von ABRAHAM BAR CHIJJA.[4] Zum siebenzigsten Geburtstage des Meisters Zunz (10. August 1864) aus Handschriften in München und Rom herausgegeben von M. STEINSCHNEIDER. Berlin, A. Ascher & Comp. 1864. (10 S. hebr., VI S. deutsch.)

Später erschien dieselbe Schrift, mit vollständiger deutscher, von Noten begleiteter Übersetzung eines Fachmannes, in den Supplem. der hist. lit. Abtheilung der Zeitschr. für Mathem. (1880); hier genügt ein abgekürzter Titel:

Mischnat ha-Middoth ... ins Deutsche übersetzt, erläutert und mit einem Vorwort versehen von HERMANN SCHAPIRA. (54 + 4 S., teils arabisch, teils hebr.)[5]

Zur Bedeutung dieses Schriftchens und zur Beurteilung der sich daran knüpfenden Controverse zwischen den beiden Herausgebern werden einige Bemerkungen nötig sein.

Mischna (Deuterosis) bezeichnet insbesondere die Bestandteile des sogenannten »mündlichen Gesetzes«, wovon es in den ersten Jahrhunderten verschiedene, wahrscheinlich nur mündlich tradirte Redactionen gab. Die, späterhin schriftlich fixirte Redaction des JEHUDA HA-NASI (spät im II. Jahrhund. nach Chr.) wurde gewissermassen kanonisch, und die, von ihm nicht aufgenommenen Bestandteile, nannte man »Baraita« (externe), welche Benennung wir bei dem zunächst zu besprechenden Werkchen finden werden.

Eine Schrift, welche sich »Mischna« nennt, prätendirt ein hohes Alter, nicht aber die Autorschaft JEHUDA's. Von der »Echtheit« dieser Schrift kann also gar nicht die Rede sein.

Wie das Schriftchen uns vorliegt, gehört es direct in die Mathematik, wenn auch wenige Male auf *biblische* Stellen Bezug genommen ist. Es scheint aber auch eine Recension davon, oder ein ähnlich betiteltes Schriftchen existirt zu haben, worin die Beziehung zur Bibel stärker hervortrat, so dass man es als einen *Midrasch* (Homilie oder Exegese) bezeichnete. Die entsprechenden Citate, welche man in der Ausgabe vermisst, berechtigen uns jedoch nicht zu einem Schlusse über die Priorität der umfangreicheren Schrift, ja nicht einmal zur Bezeichnung der Ausgabe als *unvollständig*.[6] Man citirt vielfach eine »Baraita der 49 Maasse«; unsere Ausgabe theilt sich in 5 Kapitel mit zusammen 42 Lehrsätzen; doch kennen wir nicht das Alter dieser Einteilung.

Herr SCHAPIRA (S. 10) legt für die schwierige *Alters*frage des Büchleins einen Wert auf den »leibhaftigen Stil« der Mischna, richtiger der talmudischen Phraseologie; aber eine solche ist noch heute teilweise im Gebrauch, und ein anderer wissenschaftlicher arabistischer entwickelte sich erst in Süd-Osteuropa im XIII. Jahrhundert durch die Übersetzer. Hingegen erkannte er auffallende Ähnlichkeit mit der Geometrie des bekannten MUHAMMED B. MUSA AL-KHOWAREZMI, woraus er Parallelen mitteilt. Für mich ist die technische Bezeichnung des Sinus versus durch »Pfeil« noch jetzt genügend, um den Einfluss arabischer Literatur zu erkennen.[7]

Als Curiosum erwähne ich hier gelegentlich, dass ein Autor des XIV. Jahrh. die für eigenen Gebrauch copirten Elemente des EUKLID (ms. Turin 68) als »Mischnijjot« bezeichnet (*Hebr. Übers*. S. 505), was hier Grundlehren bedeutet.

8. Sicherer in Bezug auf die Zeit, aber nicht auf den Autor, ist eine, wahrscheinlich pseudepigraphische Schrift, wovon ein Fragment in der neuesten Zeit ans Tageslicht gekommen ist und die früheren aus Citaten geflossenen Vermutungen teilweise berichtigt. Literatur und Kritik sind hier, wie so häufig, durch L. ZUNZ vertreten.

NATAN AMRAM, der aus Bibliotheken und Privatbesitz einige Inedita ans Licht förderte, gab im Jahre 1861 in Salonichi ein, jedenfalls unvollständiges hebr. Schriftchen heraus, betitelt: »*Baraita* des SAMUEL, des Kleinen«.

Ich habe diese Originalausgabe nie gesehen und kenne nur den, nicht ganz correcten Abdruck Frankfurt a. M. 1863 in 16:0 (s. Hebr. Bibliogr. VII, 122), worin S. 25 ff. anonyme Kleinigkeiten mit abgedruckt sind, die uns hier nicht weiter angehen.

Das Schriftchen bietet 9 kurze Kapitel astronomisch-astrologischen Inhalts, welchen ZUNZ analysirt.[8] Das 5. Kapitel eröffnet eine Angabe über das Zusammentreffen von Sonnen- und Mondperiode im J. 4536 (776), während das Schriftchen schon 860 benutzt wird. ZUNZ setzt es in die Zeit 810—840 und ins *Byzantinische* Reich; ich habe es hieher gestellt wegen seiner Ähnlichkeit mit dem vorigen Schriftchen, dem es vielleicht voranging. Auch hier ist der Zweck die Belehrung über eine unabhängige Wissenschaft, unter Anspielung auf die nationalen Schriften.

Der Titel *Baraita* prätendirt auch hier einen alten Ursprung (s. § 8), und mit SAMUEL ist offenbar der talmudische Rector (gest. 254) gemeint, der sich selbst rühmte, dass ihm »die Wege des Firmaments so klar seien wie die (seiner Vaterstadt) Nehardea's«.[9] Ihm wird auch die lange geltende Berechnung der Quatember (*Tekufa*), d. h. des Sonnenjahres, beigelegt, welche später verdrängt wurde (§ 4, S. 109).

Der Verfasser kennt, oder adoptirt, noch nicht die Resultate der arabischen Wissenschaft, gebraucht *griechische* Termini technici und führt den noch nicht erklärten Ausdruck תלי (Tali?) für den Drachen in die hebräische astronomische Literatur ein.[10] Seine kosmologischen Ansichten sind unklar oder unklar ausgedrückt; das Hebräische hatte noch keinen wissenschaftlichen Stil.

9. Ehe ich zu jüdischen Gelehrten des Ostens zurückkehre, mag auf einen offenbaren Fehler (Schreib- oder Druckfehler) in einer an sich guten Quelle hingewiesen sein, den ich schon anderswo berichtigt habe.[11] In der 2. und besseren Ausgabe des Buches *Jesod Olam* von ISAK ISRAELI (a. 1310) liest man (IV, C. 7), dass um die Mitte des 6. Jahrhunderts des (muss heissen *nach dem*) 4. Jahrtausends (also um 790 nach Chr.) Männer unter den Weisen »Israels« in Persien zur Beobachtung des Laufes der Himmelskörper angeregt wurden durch einen Auftrag des Herrschers. Hier ist offenbar für »Israel« zu lesen »Ismael«, d. h. Araber oder Muhammedaner.

Wieder tritt uns ein jüdischer Astrologe entgegen, und zwar einer der bedeutendsten und vielfach benutzten arabischen Autoren, dessen Schriften in den Ausgaben der lateinischen Übersetzungen den Fehler, der so eben gerügt worden, umkehren, indem sie den »*Israelita*« der mss. in einen »*Ismaelita*«

verwandeln, so dass erst vor 40 Jahren (im *Catal. Bodl.)* der Jude reclamirt und restituirt worden ist. CASIRI (I, 439) hat ihn aus eigener Machtvollkommenheit nach Spanien versetzt; hingegen ist die Identität mit einem gleichnamigen Arzte noch im Stadium einer unbewiesenen Conjectur. Auch hier werden aus einem weitschichtigen Material nur die Hauptmomente hervorzuheben sein.[12]

Der volle arabische Namen des Mannes ist: ABU OTHMAN SAHL[13] B. BISCHR B. 'HABIB B. HÂNNI [oder *Hani* zu lesen], nach Andern *Haja*.[14] Der eigene Name wurde in den lateinischen Übersetzungen zu *Zael*, *Zahel* etc., mit *ben* in Verbindung mit dem Namen des Vaters zu ZAEL *Benbix*, *Kembris* etc. bis zu *Ethelbront!*

Zeit und Vaterland sind schon durch NADIM festgestellt; er diente dem Fürsten TAHIR in Khorassan, der 829 starb, wie ich schon in *Cat. Bodl.* angegeben (s. weiter unten).

Unter den vielen Schriften SAHL's, welche NADIM im *Fihrist* aufzählt, figurirt eine über Algebra, welche von den Bewohnern »Rums« — darunter versteht man damals das byzantinische Reich — geschätzt wurde. Anderseits ist es wahrscheinlich, dass eine seiner Schriften, welche die 16 Stellungen der Sterne auseinandersetzt,[15] in indischen Quellen als »*Tajjikam*« citirt, die arabische Astrologie repräsentirt.

Von den arabischen Originalen hat sich wohl darum wenig erhalten, weil sie von den späteren populären Astrologen benutzt und verdrängt wurden. Wir besitzen sein Werk *fi A'hkam* (de judiciis) in dem ms. der Refaja 116 in Leipzig, welches mit dem lateinischen *Introductorium* übereinstimmt, das 1493 in Venedig hinter dem *Quadripartitum* des PTOLEMAEUS gedruckt ist. Noch festzustellen ist das Verhältnis zu ms. Bodl. bei URI 941[16] über die vorzüglichen (auserlesenen) Judicia, und zu dem Berliner ms. Landberg 221 (geschrieben 1749 n. Chr.), welches als »Sammlung (Auszug) von Judiciis über die Umwälzungen der Jahre und [über?] Anderes« vom Copisten überschrieben ist. Nach der Beschreibung AHLWARDT's (*Verzeichniss* V, 1893, S. 279 n. 5583) ist oft ABU MAASCHAR angeführt, woraus AHLWARDT folgert, dass SAHL nach dem Tode desselben (885 n. Chr.) noch am Leben gewesen sei! Für Herrn AHLWARDT existiren alle früheren Quellen nicht.[17] Einiges aus demselben Werke ist ausgezogen in einem hebräischen ms., welches früher I. H. SCHORR in Brody, zuletzt dem am 28. Jan. 1894 verstorbenen Dr. AD. JELLINEK, Rabbiner in Wien, gehörte und zweimal eine Zeitlang in meinen Händen sich befand.[18]

Das Verhältnis der lateinisch gedruckten Schriften SAHL's, auch *de Electionibus* (1493, wie oben, und mit IUL. FIRMICUS *Astronomia*, Basel 1551 fol., auch unter dem Namen des MASCHALLAH gedruckt, s. oben § 6), *de Temporum significatione ad judicia* (1493, wie oben) zu den Anführungen bei ALBERTUS MAGNUS und den noch erhaltenen mss. ist nur nach sorgfältigen Vergleichungen festzustellen, wie ich an SCHUM's *Catalog der Amploniana in Erfurt* in der Biblioth. Mathem. 1891, S. 70 nachgewiesen habe.

Es erübrigt noch ein Wort über eine Hypothese, welche ich im Jahre 1862[19] als solche der Prüfung anheimstellte, die aber von keiner Seite erfolgte, so dass ich noch heute nicht darüber entscheiden möchte. Es handelt sich um die etwaige Identität mit einem Homonymus, der jedenfalls hier seine Stelle finden müsste.

SAHL, genannt RABBAN AL-TABARI, das heisst: der Rabbiner von Tabaristan,[20] Vater des ABU'L HASAN ALI (des zum Islam übergetretenen Lehrers des berühmten Arztes RAZI),[21] Arzt und Astrolog, wird auch als Übersetzer wissenschaftlicher Werke »aus einer Sprache in die andere» genannt; WÜSTENFELD meinte, aus dem *Hebräischen* ins Arabische, wofür ich als Conjectur aus dem *Syrischen* substituirt habe, allein es wird auch kein bestimmtes Werk angegeben, das er übersetzt hätte. Nach einer, wenig verbürgten Mitteilung soll ABU MA'ASCHAR gesagt haben, der Ausdruck *Matra'h al-Schuâ'* (Strahlenwurf) komme in keiner Übersetzung von PTOLEMAEUS' *Almagest* aus dem Griechischen vor, sondern nur in der des SAHL. Allein ABU MA'ASCHAR ist keine zuverlässige Autorität, und es fragt sich anderseits, ob die allgemeine Angabe, dass SAHL übersetzt habe, nicht eine blosse Verallgemeinerung jenes Berichts vom Ausspruch des ABU MA'ASCHAR sei; da ja sonst nirgends von einer Übersetzung des SAHL die Rede ist und er im Verzeichnis der Übersetzer bei NADIM nicht vorkommt. WÜSTENFELD (*Aerzte* S. 20) hat den astrologischen Ausdruck ungenau mit »Brechung der Lichtstrahlen» wiedergegeben, und so ist von unkritischen Schreibern und Nachschreibern SAHL zum Entdecker der »Strahlenbrechung» gemacht worden, obwohl diese den alten Griechen bekannt war.[22]

Hervorzuheben ist, dass SAHL's Kenntnis der Geometrie und Arithmetik gerühmt wird; nimmt man hinzu, dass NADIM diesem SAHL gar keinen Artikel unter den Astrologen widmet, so wird man die Identität der beiden Homonymen nicht ungeprüft verwerfen, obwohl der eine in Khorassan, der andere in Tabaristan und sonstwo gelebt haben soll.

Bei dieser Gelegenheit sei auch bemerkt, dass die Vermutungen und Angaben über eine angebliche *hebräische* Übersetzung des *Almagest* und der Geographie des PTOLEMAEUS aus etwa jener Zeit ganz unbegründet sind *(Hebr. Übersetz.* S. 522).

[1] b. = ben, Sohn, dient bei Hebräern und Arabern bekanntlich wie bei alten Griechen und Anderen, zur näheren Bezeichnung anstatt des Familiennamens.

[2] So bei seinem Schüler AL-KHAJJÂT; AHLWARDT, *Verzeichnis der arabischen Handschriften der Berliner Königl. Bibliothek*, Bd. V (1893) S. 274 und 275 unten, S. 286, macht einander widersprechende Angaben, indem er principiell die betreffende Literatur und selbst Ausgaben ignorirt. Daher emendirt er (S. 141) IBN AFLAH in ALBATTANI ohne die beiden lateinischen Übersetzungen zu befragen, welche ihn belehrt hätten, dass das Manuscript wirklich das seltene Werk des ersteren enthalte. Ähnliches wird auch später zur Sprache kommen. — IBN ESRA nennt MASCHALLAH einen Weisen »von Hodu«, was gewöhnlich Indien bedeutet.

[3] *Cat. Bodl.* pag. 1677: Zeitschr. d. deutschen morgenländ. Gesellsch. **18**, 1864, 166; **24**, 1870, 338; Zeitschr. für Mathem. **16**, 1871, 376; Biblioth. Mathem. 1891, 65; *Hebr. Übers.* S. 599.

[4] In manchen Antiquariatscatalogen ist die Schrift unter dem Schlagwort *Abraham bar Chijja* zu finden! — Die früher angenommene Autorschaft eines Rabbi NATAN beruht höchst wahrscheinlich auf Verwechslung.

[5] Auf die Beschreibung der anderen Stücke desselben Münchener Codex (Seite 9: »alle so durcheinander«!) ohne Berücksichtigung meines Catalogs ist hier nicht einzugehen, s. Hebr. Bibl. XX, 111; vergl. *Hebr. Übers.* S. 501.

[6] BERLINER, in der Monatsschrift für Gesch. und Wissenschaft d. Judenth. 1868, S. 428.

[7] *Mischnat ha-Middot*, S. IV, Anmerk. 3; vergl. *Kerem Chemed* II, 26, IV, 112; Zeitschr. d. deutschen morgenländ. Gesellsch. **28**, 1874, 459; Hebr. Bibl. XIX, 61.

[8] Hebr. Bibl. V, 15, 25 und S. III (abgedruckt in ZUNZ, *Gesammelte Schriften* III, 242); s. dazu Hebr. Bibl. IX, 175, XVII, 8; *Hebr. Übers.* S. 501.

[9] Über SAMUEL erschienen Monographien von I. HOFFMANN (Leipzig 1873) und S. FESLER (Breslau 1879); s. auch W. BACHER, *Die Agada der babylonischen Amoräer* (Budapest 1878, Jahresbericht, S. 41). Eine Biographie SAMUEL's von

ABR. KROCHMAL enthalt die hebräische Zeitschrift He-Chaluz (Lemberg) **1**, 1892, 66—69. — S. auch Biblioth. Mathem. 1893, 71, Anmerk. 5.

[10] Wahrscheinlich aus dem »Buch der Schöpfung« (*Jezira),* dessen Zeit ebenfalls unbestimmt ist. In diesem Buche wird die Schöpfung aus den 22 hebräischen Buchstaben und den 10 Zahlen abgeleitet. — Der Drachen verschlingt die verfinsterten Himmelskörper; s. meinen Artikel: *Orientalische Ansichten über Sonnen- und Mondfinsternis* im Mag. für die Literat. des Auslandes, 1845, S. 519.

[11] Die angeführte interessante historische Stelle habe ich italienisch übersetzt in meinen Anmerkungen zu BALDI, *Vite,* p. 74, französisch in *Etudes sur Zarkali,* p. 4.

[12] Von den in Biblioth. Mathem. 1891, S. 10 verzeichneten Quellen hebe ich hier wegen der bibliographischen Nachweisungen hervor: *Catal. Bodl.* p. 2260 und Add.; Zeitschr. für Mathem. **16**, 1871, S. 388, und *Hebr. Übers.* S. 603 u. XXX. — SUTER (s. Anmerk. 14), S. 62 hat über Lebenszeit und Wohnsitz SAHL's keine weiteren Angaben gefunden als bei CASIRI.

[13] Das Diminutiv *Soheil* bei HAGI KHALFA, welches AHLWARDT zurückweist, findet sich auch im ms. Refaja.

[14] *Fihrist* S. 274: »*Hani*, man sagt [auch] *Haja,* der Jude«. *Haja* ist also hier Variante von *Hani* (*Hana* bei AHLWARDT ist unbegründet). SUTER, *Das Mathematiker-Verzeichnis im Fihrist* (in Abh. z. Gesch. d. Mathem. **6**, 1892) übersetzt irrtümlich: »wurde als Jude *Haja* genannt«.

[15] Zeitschr. d. deutschen morgenländ. Gesellsch. **25**, 1871, 417 zu **18**, 1864, 194.

[16] Geschrieben 649 H., nicht 640, wie URI angiebt; so ist zu corrigiren *Catal. Bod.* p. 2262 Zeile 8 von unten.

[17] Ich habe eben (Januar 1894) dieses Manuscript flüchtig angesehen, da ich zu genauerer Prüfung nicht die Zeit habe. Fol. 100 steht: Es spricht ABU (!) SAHL; 112[b]: »Pforte über Auserlesenes *(Nawadir)* betreffend die Revolutionen der Jahre«. Fol. 104: »Rede des ABU MA'ASCHAR DJA'AFAR . . . AL-BALKHI AL-KATIB zur Zeit des HARUN, Cap. über seine Rede betreffend die Revolution«. Mit solcher Zeitbestimmung citirt nur ein jungerer Compilator.

[18] S. meinen Art.: *Schriften der Araber in hebräischen Handschriften,* Zeitschr. der deutschen morgenländ. Gesellsch. **47**, 1893, S. 379.

[19] *Zur pseudepigraphischen Literatur* S. 78; vergl. Zeitschr. d. deutschen morgenländ. Gesellsch. **18**, 1864, 183.

[20] Es ist unbegreiflich, wie unsere besten Orientalisten, die ja die jüdischen Gelehrten überhaupt missbräuchlich »Rabbinen» nennen, das hebräische Wort, das ausdrücklich als Ehrennamen erklärt wird, nicht wiedererkennen und einen seltsamen Namen *Dsil* (durch Versetzung eines Punktes und Verwechslung eines Buchstabens), oder *Zein* (so noch bei AHLWARDT l. c. V, 513 n. 6257) annehmen. — S. die Citate in *Hebr. Übers.* S. 521, 604 Anmerk. 60 und Zusätze S. XXX.

[21] HAMMER, *Literaturgesch.* III, 191 macht ihn zum Schüler und Lehrer RAZI's, indem er eine gewöhnliche arabische Phrase verdreht.

[22] *Hebr. Übers.* S. 521; s. auch über ADOLF GERECKE's Semiplagiat (1893) meinen Artikel *Die Juden und die profanen Wissenschaften* in Magazin für die Wissenschaft d. Jud. 1893, S. 234.

Intorno alla prima dimostrazione di un teorema di Fermat.

Nota di GIOVANNI VACCA a Genova.

Nelle *Disquisitiones arithmeticae* di GAUSS[1] (§ 50), dopo una dimostrazione del noto teorema di FERMAT: »Se a è primo con p, e p è un numero primo, si ha $a^{p-1} - 1 \equiv 0 \pmod{p}$, si legge:

> Theorema hoc quod tum propter elegantiam tum propter eximiam utilitatem omni attentione dignum, ab inventore *theorema Fermatianum* appellari solet. Ill. EULER primus demonstrationem publici juris fecit (*Theorematum quorundam ad numeros primos spectantium demostratio.* Comm. Petrop. VIII). In commentario anteriore vir summus ad scopum nondum pervenerat.
>
> In controversia famosa inter MAUPERTUIS et KÖNIG a principio actionis minimae orta, ..., KÖNIG in manibus se habere dixit autographum Leibnitianum, in quo demonstratio huius theorematis cum Euleriana prorsus cospirans contineatur. Licet vero fidem huic testimonio denegare nolimus, certe LEIBNITIUS inventum suum nunquam publicavit.

A mia conoscenza nessun altro scrittore parla di una dimostrazione di LEIBNIZ del teorema sopra enunciato anteriore a quella di EULERO. Ora nelle opere matematiche di LEIBNIZ, pubblicate da GERHARDT (1849—1863) si trova una dimostrazione rigorosa di esso, che si fonda sulla divisibilità dei coefficienti polinomichi e che dimostra la verità dell' asserzione del KÖNIG; è di essa che intendo rendere conto.

Noto anzitutto che in tre lettere a J. BERNOULLI,[2] LEIBNIZ annuncia di avec già da tempo trovata la formola che dà il coefficiente di un termine qualunque nello sviluppo di una potenza di un polinomio. Inoltre alla stessa formola accenna nel suo *Symbolismus memorabilis calculi algebraici et infinitesimalis, in comparatione potentiarum et differentiarum* etc.

Nella sua *Nova Algebrae promotio*[3] riprende a trattare lo stesso soggetto. Osserva che le potenze dei polinomi sono rappresentate da *forme* dello stesso grado, moltiplicate per certi determinati coefficienti numerici; col nome di *forma* egli chiama poi la somma di tutti i termini formati nello stesso modo da un certo numero di lettere; così

$$a + b + c + \ldots$$

è una *forma* di primo grado,

$$a^2 + b^2 + c^2 + \dots$$
$$ab + bc + ac + \dots$$

sono forme di 2° grado, ecc. Posto per brevità, con Leibniz,

$$\begin{gathered} a + b + c + \dots = \underset{\cdot}{a} \\ a^2 + b^2 + c^2 + \dots = \underset{\cdot}{a}^2 \\ ab + bc + ac + \dots = \underset{\cdot}{a}\underset{\cdot}{b} \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \end{gathered}$$

si avrà

$$\begin{gathered} (a + b + c + \dots)^1 = \underset{\cdot}{a} \\ (a + b + c + \dots)^2 = \underset{\cdot}{a}^2 + 2\underset{\cdot}{a}\underset{\cdot}{b} \\ (a + b + c + \dots)^3 = \underset{\cdot}{a}^3 + 3\underset{\cdot}{a}^2\underset{\cdot}{b} + 6\underset{\cdot}{a}\underset{\cdot}{b}\underset{\cdot}{c} \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \end{gathered}$$

Per trovare i coefficienti numerici delle *forme* nello sviluppo della potenza x^{ma} di un polinomio, osserva che ogni termine appare tante volte nello sviluppo quante sono le disposizioni differenti che si possono formare colle sue lettere; così nel cubo $(a + b)^3$ per il membro a^2b, questo numero è 3, poichè colle 3 lettere a, a, b si possono formare le 3 disposizioni

$$aab\ ,\ aba\ ,\ baa\,.$$

In generale trova che il coefficiente del termine

$$a^\alpha b^\beta c^\gamma \dots, \quad \text{ove} \quad \alpha + \beta + \gamma + \dots = n,$$

è dato dalla espressione

$$\frac{\underline{|n}}{\underline{|\alpha}\,\underline{|\beta}\,\underline{|\gamma}\dots}.$$

Conclude infine da questa espressione che n e il numero precedente non possono mai essere primi fra loro, donde segue che, se n è un numero primo, esso necessariamente divide

$$\frac{\underline{|n}}{\underline{|\alpha}\,\underline{|\beta}\,\underline{|\gamma}\dots},$$

ove tuttavia si suppone che almeno uno dei numeri $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ sia maggiore dell' unità.

Emerge da ciò che se a, b, c, ... sono interi ed

$$x = a + b + c + \dots,$$

i numeri $x^e - \underset{\cdot}{a}^e$ ed e non sono mai primi fra loro, e se e è primo, $x^e - \underset{\cdot}{a}^e$ è divisibile per e.

Supposto finalmente in particolare

$$a = b = c = \ldots = 1,$$

si ha

$$a^t = 1, \qquad a^t = x,$$

e allora si giunge al teorema di FERMAT.

[1] GAUSS, *Werke*, I. Band (Göttingen 1863), p. 41.

[2] Carteggio tra LEIBNIZ e BERNOULLI, lettere X, XI, XII nel vol. III parte 1ª delle opere ed. GERHARDT (p. 175, 181—182 e 195).

[3] *Aus d. Manuscripten der königl. Biblioth. zu Hannover.* LEIBNIZ, *Mathematische Schriften*, ed. GERHARDT, vol. VII, pag. 154.

Sur les découvertes mathématiques de Wronski.

Par S. Dickstein à Warszawa.

7. La loi suprême.

La loi suprême a été présentée par Wronski à l'Institut de France dans le mémoire déjà cité: *Premier principe des méthodes algorithmiques comme base de la Technie algorithmique,* dont le but était la fondation d'une branche nouvelle de l'Analyse, c'est à dire de la »Technie algorithmique» qui, d'après Wronski, diffère essentiellement de la »Théorie algorithmique». Celle-ci embrasse les propositions ou les *théorèmes* ayant pour objet la *nature* des qualités, tandis que la première est le système de *méthodes* qui ont pour objet la *mesure* ou l'évaluation des fonctions. Dans sa *Philosophie des mathématiques,* Wronski, par des considérations métaphysiques sur la nature du savoir, établit la nécessité de cette division de l'Analyse et trouve dans la loi suprême un instrument d'une généralité absolue pour tous les procédés »techniques» concernant l'évaluation des fonctions. Les séries, les fractions continues et les produits infinis sont contenues dans cet instrument général.

Soit $\varphi(x_1, x_2, x_3, \ldots)$ une fonction arbitraire de plusieurs quantités variables $x_1, x_2, x_3, \ldots$, et soient $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \ldots$ des quantités quelconques. Posons

$$\Omega_0 = 1,$$

$$\Omega_1 = \varphi(x_1, x_2, x_3, \ldots),$$

$$\Omega_2 = \varphi(x_1, x_2, x_3, \ldots)\varphi(x_1 + \xi_1, x_2 + \xi_2, x_3 + \xi_3, \ldots),$$

et généralement

$$\Omega_\mu = \varphi(x_1, x_2, x_3, \ldots)\ldots\varphi(x_1 + (\mu-1)\xi_1, x_2 + (\mu-1)\xi_2, x_3 + (\mu-1)\xi_3, \ldots),$$

les fonctions Ω formant une espèce très générale des facultés, qu'on désigne d'après Kramp de cette manière

$$\Omega_\mu = \varphi(x_1, x_2, x_3, \ldots)^{\mu/\xi_1, \xi_2, \xi_3, \ldots}.$$

Soit $F(x)$ une fonction de x dont il s'agit de déterminer la génération technique; nous aurons

$$F(x) = A_0\Omega_0 + A_1\Omega_1 + A_2\Omega_2 + A_3\Omega_3 + \ldots,$$

où le coefficient A_μ a l'expression générale

$$A_\mu = X_\mu + Z(\mu)_1 X_{\mu+1} + Z(\mu)_2 X_{\mu+2} + Z(\mu)_3 X_{\mu+3} + \ldots,$$

les X_μ étant les quotients des sommes combinatoires:

$$X_\mu = \frac{\text{ש}[\Delta^a \Omega_1 \, \Delta^b \Omega_2 \, \Delta^c \Omega_3 \ldots \Delta^p \Omega_{\mu-1} \, \Delta^q F(x)]}{\text{ש}[\Delta^a \Omega_1 \, \Delta^b \Omega_2 \, \Delta^c \Omega_3 \ldots \Delta^p \Omega_{\mu-1} \, \Delta^q \Omega_\mu]};$$
$$(a=1, b=2, c=3, \ldots)$$

les différences $\Delta\Omega_1, \Delta\Omega_2, \ldots, \Delta F(x)$ sont prises pour une valeur particulière de la variable x. Les quantités Z sont déterminées par les formules:

$$Z(\mu)_1 = -Y(\mu+1)_\mu,$$
$$Z(\mu)_2 = -Y(\mu+2)_\mu - Y(\mu+2)_{\mu+1} Z(\mu)_1,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$Z(\mu)_\omega = -Y(\mu+\omega)_\mu - Y(\mu+\omega)_{\mu+1} Z(\mu)_1 - \ldots - Y(\mu+\omega)_{\mu+\omega-1} Z(\mu)_{\omega-1}$$

où

$$Y(\omega)_\mu = \frac{\text{ש}[\Delta^a \Omega_1 \, \Delta^b \Omega_2 \ldots \Delta^{a+\mu-2} \Omega_{\mu-1} \, \Delta^{a+\mu-1} \Omega_\omega]}{\text{ש}[\Delta^a \Omega_1 \, \Delta^b \Omega_2 \ldots \Delta^{a+\mu-2} \Omega_{\mu-1} \, \Delta^{a+\mu-1} \Omega_\mu]}.$$

La forme donnée plus haut aux fonctions $\Omega_0, \Omega_1, \ldots$ n'est pas encore la plus générale possible; on peut prendre des fonctions génératrices quelconques, et la loi des coefficients restera la même.[38]

Lorsque la fonction proposée est une fonction de plusieurs variables indépendantes, on mettra à la place des différences simples la somme des différences partielles.

De sa loi suprême, WRONSKI déduit les développements spéciaux qu'il nomme lois »relatives» ou »subordonnées». Dans le cas $x_1 = x_2 = x_3 = \ldots$; $\xi_1 = \xi_2 = \xi_3 = \ldots$; $\Omega_\mu = \varphi(x)^{\mu/\xi}$, on aura la génération de la fonction $F(x)$ suivant les facultés progressives de la fonction arbitraire $\varphi(x)$, et si l'on donne à la variable x une valeur égale à une des racines de l'équation $\varphi(x) = 0$, on aura

$$Y(\omega)_\mu = 0, \qquad (\omega > \mu)$$
$$Z(\mu)_1 = 0, \qquad Z(\mu)_2 = 0, \quad \ldots, \quad Z(\mu)_\omega = 0,$$
$$A_\mu = X_\mu.$$

Si l'on fait donc

$$\Xi_0 = F(x), \qquad \Xi_1 = \frac{1}{\Delta\varphi(x)} F(x),$$
$$\Xi_2 = \frac{1}{\Delta^2 \varphi^{2/\xi}} \left\{ \Delta^2 F(x) - \Delta F(x) \frac{\Delta^2 \varphi(x)}{\Delta\varphi(x)} \right\},$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

on aura le développement

$$F(x) = \Xi_0 + \Xi_1 \varphi(x) + \Xi_2 \varphi(x)^{2/\xi} + \dots .$$

Pour $\xi = 0$, on obtient le développement suivant les puissances de la fonction $\varphi(x)$. Si $\varphi(x) = a + x$, on reçoit

$$F(x) = F(-a) + \frac{\Delta F(-a)}{1 \cdot \xi}(a + x) + \frac{\Delta^2 F(-a)}{1 \cdot 2 \cdot \xi^2}(a + x)^{2/\xi} + \dots$$

et pour $\xi = 0$ la série de Taylor.

Si la variable x est donnée au moyen d'une équation avec d'autres variables, p. ex. par l'équation $\psi(x, y) = 0$, et s'il s'agit de développer la fonction $F(x, y)$, on aura

$$F(x, y) = \Xi_0 + \Xi_1 \varphi(x) + \Xi_2 \varphi(x)^{2/\xi} + \dots ,$$

où les différences (ou les différentielles) de la fonction $F(x, y)$ peuvent être exprimées à l'aide de l'équation donnée. Cette génération donne la loi générale de la résolution »technique» des équations.

Soient $x_1, x_2, x_3, \dots$ plusieurs variables indépendantes, x une fonction de ces variables; $f(x), f_1(x), f_2(x), f_3(x), \dots$ des fonctions quelconques de x. Soit de plus:

$$0 = f(x) + x_1 f_1(x) + x_2 f_2(x) + x_3 f_3(x) + \dots ,$$

l'équation qui détermine la valeur de x, dont on demande le développement. Wronski remarque que toutes les équations »immanentes» et transcendantes, primitives et différentielles, peuvent être ramenées à la forme de cette équation et, par conséquent, que cette équation présente la forme générale de toutes les équations qu'on retrouve dans les problèmes d'Analyse (»Problème universel» de Wronski).

Pour le développement d'une fonction arbitraire $F(x)$ de la quantité cherchée x, Wronski donne la formule:

$$\begin{aligned} F(x) = M_0 &+ \frac{x_1}{1} M(1)_1 + \frac{x_1^2}{1 \cdot 2} M(1, 1)_2 + \frac{x_1^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} M(1, 1, 1)_3 + \dots \\ &+ \frac{x_2}{1} M(2)_1 + \frac{x_1 x_2}{1 \cdot 1} M(1, 2)_2 + \frac{x_1^2 x_2}{1 \cdot 2 \cdot 1} M(1, 1, 2)_3 + \dots \\ &+ \frac{x_3}{1} M(3)_1 + \frac{x_2^2}{1 \cdot 2} M(2, 2)_2 + \frac{x_1 x_2^2}{1 \cdot 1 \cdot 2} M(1, 2, 3)_3 + \dots , \end{aligned}$$

. . . .

les coefficients ayant la forme générale

$$M(p\,,\,q\,,\,r\,,\,\ldots\,,\,\omega)_\mu =$$

$$(-1)^\mu \frac{\mho\left(df(x)d^2(f(x))^2\ldots d^{\mu-1}(f(x))^{\mu-1}d^\mu\left[\int f_p(x)f_q(x)\ldots f_\omega(x)dF(x)\right]\right)}{1\,.\,1\,.\,2\,\ldots\,1\,.\,2\,\ldots\,\mu\,.\,(df(x))^{1+2+\ldots+\mu}}$$

où, après avoir pris les différentielles, il faut substituer à la place de x la quantité que donne la relation $f(x)=0$.

De cette formule générale on reçoit comme le cas particulier pour $f(x)=a+x$, $x_1=x_2=x_3=\ldots=0$, la série connue de LAGRANGE.

Au développement de la théorie et aux applications de la loi suprême sont consacrés les deux grands volumes de la *Philosophie de la Technie algorithmique*. La déduction qu'on y trouve est assez compliquée, grâce aux notations adoptées par WRONSKI; elle n'est au fond qu'une simple transformation de la série dont on admet l'existence. Elle ne nous apprend rien ni sur la légitimité, ni sur les limites du développement général des fonctions.[39]

LAGRANGE et LACROIX dans leur rapport sur le mémoire de WRONSKI proposaient à l'auteur de développer ses idées nouvelles et générales pour les soumettre aux applications plus speciales.[40] Ces développements sont contenus dans les ouvrages postérieurs de WRONSKI. SCHWEINS a reproduit plusieurs formules de WRONSKI dans son ouvrage sur la théorie des différences et différentielles, qui est cependant resté sans influence.[41] Les idées de WRONSKI sont retombées dans l'oubli. Ce n'est qu'en 1873 que CAYLEY a consacré un bel article à la série de WRONSKI, de laquelle on déduit les séries de LAGRANGE et de BÜRMANN.[42] L'année suivante, TRANSON, par un article publié dans les Nouvelles annales des mathématiques, a rappelé l'attention des savants sur la loi suprême.[43] En 1884 et 1885, CH. LAGRANGE a publié quelques mémoires, dans lesquels il introduit le reste dans l'expression de la loi suprême, et donne, par des considérations analogues à celles qui conduisent à la série de TAYLOR, une forme rigoureuse et plus simple à la déduction de WRONSKI.[44] P. DUBOIS-REYMOND n'attribue aux formules de WRONSKI qu'une signification formelle.[45] MANSION est de l'avis que la loi suprême est une généralisation stérile jusqu'à present du théorème de TAYLOR.[46]

La signification formelle, c'est à dire la possibilité de déduire plusieurs développements de la loi suprême étant incontestable, l'utilité plus réelle de cette loi dépendrait naturellement de la détermination des conditions de sa légitimité. Les difficultés de cette recherche peuvent être graves à cause de la vaste généralité des fonctions arbitraires de WRONSKI, elles ne sont pas cependant insurmontables pour des cas spéciaux mais encore assez généraux, comme par exemple pour la série de LAGRANGE. Les travaux récents d'ECHOLS prouvent que les idées de WRONSKI sont en effet d'une fécondité remarquable.[47] La loi suprême bien qu'elle ne soit pas un instrument d'une généralité »absolue», comme le voulait WRONSKI, peut devenir néanmoins, je crois, un instrument utile pour le développement des fonctions. Du reste, WRONSKI lui-même a senti la nécessité de soumettre ses développements aux conditions de convergence, comme on le voit dans sa »méthode suprême», sur laquelle je dirai quelques mots dans l'article suivant.

[38] Conf. E. WEST, *Exposé des méthodes générales en mathématiques* (Paris 1886), p. 235 et suiv. — H. LAURENT, *Traité d'analyse.* III (Paris 1888), p. 352—356.

[39] Conf. S. DICKSTEIN, *O »prawie najwyzszém»* (Sur la loi suprême). Prace matematyczno-fizyczne **2**, 1890, p. 145—168.

[40] Rapport de l'Institut lu à la Classe des sciences lundi 15 octobre 1810 et fait par M. M. LAGRANGE et LACROIX. On trouve dans ce rapport ce passage: »Ce qui a frappé vos commissaires dans le mémoire de M. WRONSKI, c'est qu'il tire de sa formule toutes celles que l'on connaît pour le développement des fonctions et qu'elles n'en sont que de cas très particuliers».

[41] SCHWEINS, *Theorie der Differenzen und Differentiale* (Heidelberg 1825).

[42] CAYLEY, *On Wronski's theorem.* Quarterly journ. of mathem. **12**, 1873, p. 221—228.

[43] TRANSON, *Réflexions sur l'évènement scientifique d'une formule publiée par Wronski en 1812 et démontrée par M. Cayley en 1873.* Nouv. ann. des mathém. **13**$_2$, 1874, p. 161—174. — *Loi des séries de Wronski. Sa phoronomie.* Ibid. p. 305—318.

[44] CH. LAGRANGE, *Forme générale du reste dans l'expression d'une fonction au moyen d'autres fonctions.* Comptes rendus de l'académie des sciences [de Paris] 9 juin 1884. — *Démonstration élémentaire de la loi suprême de Wronski.* Mémoires de l'académie de Belgique **47**, 1884. — *Développement des fonctions d'un nombre quelconque de variables*

indépendantes à l'aide d'autres fonctions de ces mêmes variables. Mém. de l'académie de Belgique **48**, 1885.

[45] Dubois Reymond, *Über die Convergenz und Divergenz der Fourierschen Darstellungsformeln* (München 1878), p. I, II: »Ist die Möglichkeit der Entwickelung nachgewiesen oder wahrscheinlich gemacht, so ist Wronski's Coefficientenbildung, weil sie für alle Reihen dieselbe ist und daher im gegebenen Fall äusserst verwickelt ausfallen muss, im Allgemeinen unbrauchbar. Man versuche z. B. die Coefficienten der Entwickelung nach Kugelfunktionen auf diese Weise zu bestimmen. Steht dagegen die Möglichkeit der Entwickelung selbst in Frage, so ist die Form der Coefficienten wieder zu verwickelt um die Convergenzprüfung der Reihe in der sie auftreten, zu ermöglichen. Aus diesen Gründen scheint, wenigstens vor der Hand, den Wronski'schen Ergebnissen nur ein formales Interesse zugesprochen werden können.«

[46] Mansion, *Résumé du cours d'analyse infinitésimale* (Paris 1887), p. 120.

[47] Echols, *On certains determinant forms and their applications.* Annals of mathem. **6**, 1892, p. 110—126; **7**, 1893, p. 1—59, 111—142. — *On the composite.* Ibid. **7**, 1893, 92—101. — *On the expansion of functions.* American journ. of mathem. **15**, 1893, p. 316—326. — *On a general formula for the expansion of functions in series.* Bullet. of the New York mathem. soc. **2**, 1893, p. 135—144. — *Wronski's expansion,* Ibid. p. 178—184 (article historique).

Sur les méthodes primitives qui ont servi à résoudre des questions arithmétiques.

Par V. Bobynin à Moskwa.

Un nombre peut être considéré de deux manières différentes. Il peut être pris en lui-même, comme membre indépendant d'une série indéterminée et infinie,[1] contenant tous les nombres entiers et fractionnaires qui existent, disposés suivant leur grandeur relative; il peut être envisagé selon ses rapports aux autres nombres. On dira pour être plus court qu'en premier lieu il est considéré dans son état individuel, en second dans sa liaison avec les autres ou dans sa composition au moyen de ces autres. Conformément aux deux manières d'envisager les nombres il existe aussi deux moyens ou méthodes pour les trouver. Un nombre est donc obtenu soit comme membre d'une série indéterminée et infinie, d'après les traits qui le distinguent des autres, soit comme composé de plusieurs nombres qui marquent son union avec ces derniers, autrement dit dans son expression au moyen de ces derniers. Puisque le premier cas n'exige que la connaissance des traits distinguant le nombre en question d'avec les autres, nous appellerons la première méthode *celle des diversités*. Quant à la seconde elle peut être appelée *celle de l'expression d'un nombre dans d'autres nombres.*

La méthode des diversités une fois présente à son esprit, l'homme cherche, l'homme tâtonne, l'homme tâche d'en faire un emploi pratique. Guidé d'un côté par certains traits distinctifs du nombre à trouver, d'un autre côté par la connaissance acquise de quelques autres nombres, l'homme *essaye* de trouver le nombre en question au milieu de ceux qu'il connaît. Il y arrive en comparant les traits distinctifs des nombres qu'il a choisis aux traits semblables du nombre en question qu'il est à chercher. La forme, communiquée par ce moyen à la méthode des diversités, dont elle fait jusqu'aujourd'hui la forme unique, est ordinairement appelée *la méthode des tâtonnements.* Actuellement à peu près bannie de la science, elle se trouve néanmoins largement répandue dans la partie de l'humanité, privée de toute instruction scolaire, ainsi que nous le prouvent les observations prises sur des calculateurs prodiges, tels que Inaudi. En antiquité son emploi fut bien plus grand encore alors qu'elle contribua puissamment au progrès de la science dont elle fut l'instrument. En étudier donc la nature et les éléments se trouve être souverainement nécessaire à l'Histoire des mathématiques.

Les observations entreprises dans ce but sur la manière de résoudre diverses questions et problèmes, d'après la méthode des tâtonnements, nous amènent à des conclusions suivantes quant au contenu et au caractère. Tout d'abord le nom de la méthode nous en indique suffisamment le sujet, qui est en effet une suite de tâtonnements visant à trancher les questions exactement ou approximativement. Le nombre de ces tâtonnements devant être limité au possible pour le succès même de l'entreprise, il est urgent d'en définir le minimum et le maximum, selon les conditions du problème. On se sert ensuite d'une de ces limites ou d'un nombre approchant comme d'un point de départ, comme d'un *nombre d'issue*. C'est le premier tâtonnement. En cas qu'on échoue, le choix des nombres dans les tentatives suivantes est toujours conforme au *principe des nombres les plus commodes* à calculer. Il reste à savoir si tous ces tâtonnements répondent à leur but principal, c'est à dire s'ils donnent la solution désirée ou du moins s'ils en approchent assez. On y arrive en les vérifiant par les conditions du problème. Cette vérification est si impérieusement exigée par la nature même de la méthode dont elle fait l'élément essentiel et inséparable, qu'une fois privé d'elle l'emploi en devient impossible.

La méthode des tâtonnements peut s'appliquer à la solution des problèmes et des questions le plus variés, théoriques aussi bien que pratiques. C'est donc l'universalité qui est son trait dominant. Cette qualité importante, elle la doit à la simplicité de son origine primitive, dépourvue de tout artifice, suscitée par la nature psychique de l'homme sans que sa conscience souvent accompagnée d'un étroit courant de pensée y soit pour quelque chose. Il est à noter que la méthode des tâtonnements ne peut être universelle qu'en théorie. Le succès de son application pratique est souvent douteux et parfois irréalisable. Les questions compliquées, contenant beaucoup de conditions ou exigeant la définition de plusieurs inconnus, ainsi que la recherche des solutions exactes, dans bien des cas demandent un nombre de tâtonnements extraordinairement et même infiniment grand. On ne tâtonne avec succès que par hasard ou moyennant une recherche assidue et souvent très longue. Il y a force cas enfin, où ni assiduité, ni hasard ne suffisent à donner un résultat satisfaisant. La méthode des tâtonnements est *directe* toutes les fois qu'elle s'applique à définir simplement le nombre à trouver, elle est *indirecte* quand elle tend à définir un nombre mis par les conditions du problème en liaison avec le nombre à trouver. C'est ce dernier qui est alors indirectement cherché à l'aide de son rapport avec le nombre obtenu.

La méthode des tâtonnements offre un cas particulier dans celle *de la formation successive du nombre à trouver d'après les conditions de la question*. Celle-ci remplace tous les tâtonnements ou du moins elle en remplace une partie par une série de variations successives, opérées selon les conditions du problème dans le nombre d'issue, ou en général dans le nombre fourni par le dernier tâtonnement. Le but unique de ces changements est d'approcher peu à peu les nombres qu'ils donnent à la vraie solution que l'on cherche. L'application de cette méthode étant loin de satisfaire à toutes les questions, soumises à la méthode des tâtonnements, nous ne saurions y voir, nous le répétons, qu'un cas particulier de cette dernière, mais un cas qui l'emporte sur elle en en marquant un progrès considérable. En effet, il abrège les questions en exigeant moins de temps pour les résoudre. Il communique aux procédés de chercher l'inconnu une précision beaucoup plus grande, et quelquefois il les précise tout à fait. Enfin, comme il exige une entente sérieuse du problème et par là le travail d'une pensée mûre et développée, il est bien la forme supérieure de la méthode des tâtonnements dont l'emploi conscient ne saurait être commun à l'humanité sans un degré suffisant de culture intellectuelle. Grâce à lui la méthode des tâtonnements est à même de résoudre bien des questions qu'elle aurait trouvées inaccessibles ou trop à la portée du hasard, pour des raisons citées plus haut.

Afin de se mieux l'expliquer, il est bon de comparer la méthode des tâtonnements à celle de l'expression d'un nombre dans d'autres nombres plus connue. La première ne voit dans les conditions et les données du problème que des matériaux dont elle se sert pour définir les traits distinctifs du nombre à trouver. Tout le temps que dure la solution, ces traits là et l'inconnue doivent être sans cesse présents à la mémoire de la personne qui résout le problème, l'inconnu se trouvant ainsi toujours au premier plan. Et la méthode parente aux procédés employés pour deviner ce qu'on appelle en société les énigmes, ne met entre le problème et l'énigme qu'une différence extérieure, c'est à dire quant au sujet des questions qu'ils traitent.

Dans la seconde méthode les conditions du problème font les moyens et les données en font les matériaux dont on se sert pour former directement le nombre à trouver. Dans le procès de la solution ce sont donc les données qui occupent le premier plan et qui absorbent l'attention de la personne résolvante, au point que celle-ci n'en garde qu'une partie pour les conditions du problème. L'inconnu y est donc réduit à signifier seulement le but général et plus ou moins éloigné de tout le procès de la solution et que la poursuite des buts plus proches fait quelque peu oublier.

Des observations prises sur des calculateurs prodiges (Inaudi en France, Jean Pétroff en Russie) et qui n'ont point reçu d'instruction scolaire, prouvent qu'en résolvant les problèmes au moyen de la méthode des tâtonnements, ils s'en servent tout à fait inconsciemment. Cette conclusion, appliquée aux anciens calculateurs dont le degré de culture avait dû être analogue au leur, nous permet de comprendre bien des faits remarquables dans l'Histoire des mathématiques. Quels sont les traits dominants dans les oeuvres anciennes des mathématiques? C'est bien la valeur qui y est attachée à la vérification, c'est encore le mépris des explications et des démonstrations, c'est enfin le procédé dogmatique d'après lequel sont exposées les solutions des problèmes ainsi que les théorèmes elle-mêmes. En somme n'y avons-nous pas l'héritage direct de la méthode des tâtonnements primitivement employée?

Semblable à ses collègues de nos jours, le calculateur ancien ne s'en rapportait qu'à la vérification pour s'assurer lui-même et pour assurer les autres de la justesse de la solution qu'il avait trouvée, moyennant l'application inconsciente de la méthode des tâtonnements. Il était incapable d'aller plus loin. Toute solution d'un problème par la méthode des tâtonnements est donc facilement reconnu dans l'ancienne littérature mathématique à ces deux traits intimement liés l'un à l'autre: 1° la solution cherchée, sans calculs, ni notes qui l'accompagnassent, est indiquée immédiatement après l'exposition du problème dont 2° une vérification détaillée suit aussitôt. Le Papyrus de Rhind nous présente ces traits au complet dans les tables de la division du nombre 2 par les impairs de 3 à 99 (les huit tables premières de l'édition Eisenlohr) et dans le partage d'un nombre de pain donné entre 10 personnes (Ib. Nos 1—6). On les remarque avec moins d'évidence dans les problèmes portant chez Eisenlohr les Nos 28, 40 et 64. Dans tous ces cas on peut envisager les solutions des questions comme obtenues à l'aide de la méthode des tâtonnements, dont l'application inconsciente en même temps que l'emploi général se trouvent peut-être le mieux exprimés en ces termes: »que le hasard te guide« (mache wie geschieht, *art ma χeper*).

La méthode servant à exprimer un nombre dans les autres ou, à proprement parler, *celle de l'expression de l'inconnu par les données du problème,* est exclusivement appliquée à la solution des problèmes par la science de nos jours. Un coup d'oeil suffit pour nous démontrer que toutes les méthodes et procédés servant à résoudre les questions de l'arithmétique et de l'algèbre ont pour but général, soit l'expression de l'inconnu au moyen des données du problème, soit, dans des cas particuliers, la formule qui en trace la supputation d'après ces données. La dite expression ou la formule une fois trouvée, le problème est regardé comme résolu, et cela indépendamment des calculs qu'il exige, c'est à dire malgré qu'ils aient eu lieu ou non et, le cas échéant, sans tenir compte s'ils ont été faits petit à petit, comme la formule, ou à la fois, après que la formation s'en fut achevée. De cette manière tous les procédés et méthodes, appliqués à la solution des questions dans l'arithmétique comme dans l'algèbre et considérés par rapport à la méthode générale que nous examinons, n'en sont que des cas particuliers et des formes à part, développés à mesure que s'en effectuait l'adaption à mille particularités des questions diverses et des quantités que celles-ci avaient pour objet.

La méthode de l'expression d'un nombre dans les autres n'est peut être pas moins ancienne que celle des tâtonnements. C'est à elle que sont toujours soumis les problèmes aux conditions simples et peu nombreuses, démontrant clairement quel genre d'opérations il faut employer pour définir l'inconnu et amenant aux calculs immédiats. Il est même à croire que tout d'abord exclusivement appliquée aux problèmes les plus simples et par là les plus fréquents, cette méthode eut un emploi beaucoup plus étendu que celle des tâtonnements traitant ordinairement les questions plus difficiles et plus compliquées. Voyons un peu ce qui fait son grave avantage: c'est la précision complète, la limitation sévère des procès mêmes de la solution et c'est la certitude d'arriver au but. Ne fût-ce que d'une manière inconsciente au premier abord, cet avantage aura pu être reconnu et apprécié de bonne heure. En même temps la tendance d'en élargir l'application aura dû se développer en faisant entrer dans son domaine un grand nombre de questions auparavant soumises à la méthode des tâtonnements. Cette tendance eut des suites fort importantes, puisque c'est elle qui contribua dans le cours des siècles à la création de la science des mathématiques. En effet, pour en obtenir les buts plus proches et pour en arriver aux plus éloignés il fallait accumuler autant que possible les connaissances mathématiques. C'en était là une condition indispensable. Or, on ne pouvait y satisfaire qu'en étudiant les opérations sur les nombres et sur les propriétés de ces derniers, enfin en étudiant les expressions qu'ils composent et les quantités d'un nouveau genre qu'ils nous présentent.

Quoique indirectement la tendance en question a dû influer sur la méthode des tâtonnements. Celle-ci, ne pouvant réaliser ses buts ni immédiatement, ni rapidement, a dû travailler elle-même à rendre le procès de la solution plus déterminé et par là contribuer puissamment au progrès de son cas particulier et supérieur cité plus haut. Quant au besoin d'accumuler les connaissances mathématiques, à mesure que les questions soumises à la méthode de l'expression de l'inconnu par les données du problème, deviennent plus difficiles et plus compliqués, ce besoin que nous venons d'énoncer met entre les deux méthodes une grave et nouvelle différence. Les personnes étrangères à l'étude et privées de connaissances scientifiques ne sauraient se servir de la première que dans les cas les plus simples de son application. Au contraire ces mêmes personnes peuvent user si largement de la seconde (celle des tâtonnements) que l'habitude inconsciente d'un emploi prolongé en excite l'admiration et la surprise du public savant, auquel l'usage continuel de la première a fait oublier jusqu'à l'existence de la seconde.

Pour ce qui concerne l'universalité de l'application il est difficile d'établir quelque différence entre les deux méthodes. Des cas particuliers de la première sont les seuls qui soient limités dans leur application. La méthode elle-même dans toute la variété de ses cas et de ses formes particulières ne saurait en aucune façon être moins universelle que celle des tâtonnements. Et si elle le fut naguère dans son emploi pratique, ainsi qu'on le supposerait pour les époques préscientifiques et alors que les deux méthodes étaient en vogue, elle ne le fut qu'à défaut des moyens dont elle eût pu disposer et par là à cause de son peu de développement.

[1] Nous appelons cette série indéterminée et infinie la trouvant telle non seulement dans son extension des deux côtés, mais encore dans tout intervalle entre deux de ses membres pris à volonté.

RECENSIONEN. — ANALYSES.

G. Wertheim. DIE ARITHMETIK DES ELIA MISRACHI. EIN BEITRAG ZUR GESCHICHTE DER MATHEMATIK. Frankfurt a. M. 1893. 4°, 42 p.

Le grand rabbin ELIA MISRACHI à Constantinople (né vers 1455, mort en 1526), auquel on doit des commentaires, actuellement perdus, sur les *Elementa* et sur l'*Almagest*, a écrit aussi un traité d'arithmétique intitulé *Sefer-Hamispar* (livre des nombres) publié seulement en 1534 à Constantinople et réédité en 1546 à Bâle avec une traduction latine par S. MÜNSTER. Il y a environ 30 années, M. STEINSCHNEIDER a appelé l'attention sur ce traité, et il en a publié quelques extraits. Dans l'écrit indiqué ci-dessus, M. WERTHEIM vient de donner une notice détaillée sur le *Sefer-Hamispar*, d'où il résulte que ce livre est assez intéressant au point de vue historique.

En composant son traité d'arithmétique, ELIA MISRACHI a utilisé en premier lieu un livre d'ABRAHAM IBN ESRA, portant aussi le titre *Sefer-Hamispar*, mais il a tiré profit en même temps des ouvrages des mathématiciens grecs et arabes. A l'avis de M. WERTHEIM, il n'est pas un simple compilateur, car il a choisi habilement ses matériaux, et il les a traités avec beaucoup de talent.

Le *Sefer-Hamispar* d'ELIA MISRACHI est divisé en trois parties, dont la première rend compte des quatre opérations fondamentales pour des nombres entiers, fractionnaires et mixtes; la seconde s'occupe des fractions sexagésimales, de l'extraction des racines carrées et cubiques, ainsi que des proportions arithmétiques, géométriques et harmoniques. Enfin la troisième partie contient un recueil de problèmes avec leurs solutions. Plusieurs de ces problèmes sont empruntés par ELIA MISRACHI à d'autres auteurs, et M. WERTHEIM signale les écrits où il les a retrouvés; un des problèmes se rapporte aux nombres parfaits.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. ENESTRÖM. Stockholm. 8°.
1894: 1.

Физико-математическія науки въ ихъ настоящемъ и прошедшемъ. Журналъ издаваемый В. В. Бобынинымъ. Москва. 8°.
2 (1886): 4. — Les sciences mathématiques dans leur état actuel et passé. Journal publié par V. V. Bobynin.

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. Cantor. Leipzig. 8°.
39 (1894): 2.

БОБЫНИНЪ, В. В., Философія математики по ученію Гоёне Вронскаго.
Fiziko-matem. naouki **2** (1886), 1886—1894, A: 73—96, 271—288, 394—437. — Bobynin, V. V., La philosophie des mathématiques selon la doctrine de Hoëne Wronski.

БОБЫНИНЪ, В. В., Очерки исторіи расвитія физико-математическихъ знаній въ Россіи. V. Землемѣріе.
Fiziko-matem. naouki **2** (1886), 1887—1894, A: 209—264, 289—348. — Bobynin, V. V., Esquisses d'histoire du développement des connaissances mathématiques et physiques en Russie. V. Arpentage.

°**Cajori, F.**, A history of mathematics. New York, Macmillan 1894.
8°, 14 + 422 p. — [3·50 doll.]

Collins, J. V., Plea for teaching the history of mathematics.
Science (New York) **23**, 1894, 44.

Curtze, M., Uber den Josephus sapiens oder Hispanus Gerberts.
Biblioth. Mathem. 1894, 13—14.

Dickstein, S., Zur Geschichte der Mathematik im siebzehnten Jahrhundert.
Biblioth. Mathem. 1894, 24.

Dirichlet, G. P. L., Карлъ Густавъ Яковъ Якови. Біографическій очеркъ.
Fiziko-matem. naouki **2** (1886), 1887—1894, A: 265—270, 349—369. — Notice biographique sur K. G. J. Jacobi, traduite de l'allemand.

Günther, S., Das gläserlose Sehrohr im Altertum und Mittelalter.
Biblioth. Mathem. 1894, 15—23.

Heron d'Alexandrie, Les mécaniques ou l'élévateur publiées pour la première fois sur la version arabe de Qostâ ibn Lûqâ et traduites en français par Carra de Vaux. Paris 1894.
8°, (4) + 194 + (4) + 115 p. — Extrait du Journal Asiatique.

ПЕРГАМЕНТЪ, О., Исторія барометра и его примѣненій. 1643—1893.
Vjestnik elem. matem. **16**, 1894, 100—106, 127—131. — Pergament, O., Histoire du baromètre et de son usage.

Rebière, A., Les femmes dans la science. Conférence faite au cercle Saint-Simon le 24 février 1894. Paris, Nony 1894.
8°, 85 p. — [1·50 fr.] — Notices biographiques sur Hypatia, Emilie du Châtelet, Maria Agnesi, Sophie Germain, Mary Sommerville et Sophie Kowalevski.

Tannery, P., Sur un fragment inédit des Métriques de Héron d'Alexandrie.
Bullet. d. sc. mathém. **18**$_2$, 1894, 18—22.

Wittstein, A., Über die Wasseruhr und das Astrolabium des Arzachel.
Zeitschr. für Mathem. **39**, 1894; Hist. Abth. 41—55.

Vivanti, G., Note sur l'histoire de l'infiniment petit.
Biblioth. Mathem. 1894, 1—12.

Question 45 [sur l'histoire des 5 lunules carrables géométriquement].
Biblioth. Mathem. 1894, 32. (G. Eneström.)

On the question 23.
Biblioth. Mathem. 1894, 32. (W. W. Beman.)

Ball, W. W. R., An essay on Newton's Principia. London, Macmillan 1893. 8°.
Biblioth. Mathem. 1894, 26—27. (G. Eneström.) — Bullet. d. sc. mathém. **18**$_2$, 1894, 8—12. (P. Tannery.)

Cantor, M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Erster Band. Von den ältesten Zeiten bis zum Jahre 1200 n. Chr. Zweite Auflage. Leipzig, Teubner 1894. 8°.
Biblioth. Mathem. 1894, 25—26. (G. Eneström.)

Descartes, R., Die Geometrie. Deutsch herausgegeben von L. Schlesinger. Berlin, Mayer & Müller 1894. 8°.
Biblioth. Mathem. 1894, 26. (G. Eneström.)

Galilei, G., Opere. Edizione nazionale sotto gli auspicii di sua maestà il re d'Italia. Volume II. Firenze 1891. 4°.
Bullet. d. sc. mathém. **16**$_2$, 1892, 257—263. (P. Tannery.)

Loria, G., L'odierno indirizzo e gli attuali problemi della storia delle scienze esatte. Relazione fatta al quinto congresso storico italiano addì 22 settembre 1892. Genova 1893. 8°.
Jornal de sc. matem. **9**, 1894, 191. (G. T.)

Loria, G., Le scienze esatte nell' antica Grecia. Libro I. I geometri greci precursori di Euclide. Modena 1893. 4°.
Bullet. d. sc. mathém. **18**$_2$, 1894, 5—8. (P. Tannery.) — Periodico di matem. **9**, 1894, 70—73. (A. Lugli.)

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1894, 27—31. — Zeitschr. für Mathem. **39**, 1894; Hist. Abth. 79—80.

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

46. Parmi les éditions du traité d'arithmétique de Sacrobosco, M. Cantor (*Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, **2**, 1892, p. 50; cf. p. 349) signale une, publiée en 1510 à

Paris par JODOCUS CLICHTOVEUS (mort en 1543) sous le titre: *Opusculum de praxi numerorum quod Algorismum vocant.* D'un autre côté, M. K. HUNRATH (*Zum Verständnis des Wortes Algorismus;* Biblioth. Mathem. 1887, p. 70) a fait remarquer que cet *Opusculum* se trouve dans un recueil, publié à Paris en 1503 et réimprimé à la même ville en 1510, dont le premier écrit est *Epitome compendiosaque introductio in libros arithmeticos diui Severini Boetij;* l'*Opusculum* y figure comme appendice à JUDOCI CLICHTOUEI Neoportuensis *de praxi numerandi compendium.*

M. HUNRATH mentionne aussi (l. c. p. 70) que l'auteur de l'*Opusculum* dérive le mot Algorismus d'un certain *philosophus nomine Algorismus,* tandis que M. CANTOR (l. c. p. 81) dit que SACROBOSCO, dans son traité d'arithmétique, parle d'un philosophe nommé *Algus.* Dans un ouvrage antérieur (*Mathematische Beiträge zum Kulturleben der Völker,* Halle 1863, p. 419), M. CANTOR cite un passage d'un manuscrit de la bibliothèque ducale de Darmstadt, lequel passage se trouve aussi à peu près littéralement dans l'*Opusculum,* sinon qu'*Algus* est mis à la place d'*Algorismus.*

On demande des réponses aux questions suivantes:

1) l'*Opusculum de praxi numerorum quod Algorismum vocant,* paru en 1503 et réimprimé en 1510, est-il édité par CLICHTOVEUS?
2) Ce même *Opusculum,* est-il identique avec le traité d'arithmétique composé par SACROBOSCO? Et, en ce cas, quel est le nom donné par SACROBOSCO au philosophe, auquel il attribue un écrit sur l'algorismus? Au cas contraire, quel est l'auteur de l'*Opusculum?* (G. Eneström.)

Inhalt. — Table des matières.

STOCKHOLM, TRYCKT I CENTRAL-TRYCKERIET, 1894.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK — JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON — PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1894. STOCKHOLM. N° 3.

NEUE FOLGE. 8. Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr. NOUVELLE SÉRIE. 8.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Markgrafenstrasse 51. PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Sur la part de Jean Bernoulli dans la publication de l'»Analyse des infiniment petits».

Par G. ENESTRÖM à Stockholm.

Dans la préface à son *Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes* (Paris 1696), le marquis de L'HÔPITAL a inséré le passage suivant: »Je reconnais devoir beaucoup aux lumières de MM. BERNOULLI, surtout à celles du jeune, présentement professeur à Groningue. Je me suis servi sans façon de leurs découvertes et de celles de M. LEIBNIS. C'est pourquoi je consens qu'ils en revendiquent tout ce qu'il leur plaira, me contentant de ce qu'ils voudront bien me laisser».

Cette mention générale a donné lieu à des réclamations de la part de JEAN BERNOULLI. En effet, on sait que, dans quelques écrits parus après la mort du marquis de L'HÔPITAL, il soutenait qu'il était le vrai auteur de presque tout ce qui se trouve dans l'*Analyse des infiniment petits;* il en est même venu jusqu'à vouloir faire du marquis de L'HÔPITAL un plagiaire.[1] Parmi les historiens, quelques-uns se sont mis du côté de JEAN BERNOULLI,[2] tandis que d'autres ont pris le parti du marquis de L'HÔPITAL.[3]

Dans ces circonstances, il doit être d'un certain intérêt de connaître si L'HÔPITAL a publié son ouvrage à l'insu de JEAN BERNOULLI, et quel a été le jugement que ce dernier a porté directement au premier sur l'*Analyse des infiniment petits*. Dans ce qui suit, je me propose de donner sur ces deux points des renseignements, tirés de la correspondance de Jean Bernoulli avec l'Hôpital. Comme on sait, cette correspondance est gardée dans la bibliothèque de l'académie des sciences de Stockholm; elle est composée de 62 lettres adressées par le marquis ou la marquise de l'Hôpital à Jean Bernoulli, et de 25 copies de lettres adressées par Jean Bernoulli au marquis de l'Hôpital.[4] Le dernier nombre indique que Jean Bernoulli avait omis de copier plus de la moitié de ses lettres.

La première lettre où le marquis de l'Hôpital fait mention de l'*Analyse des infiniment petits* est du 22 août 1695. Il y écrit:

> Je suis sur le point de faire imprimer mon traité des sections coniques, en étant persécuté par le père Malebranche et quelques-uns de ses amis. J'y joindrai un petit traité du calcul différentiel, où je vous rendrai toute la justice que vous méritez. Je n'y parlerai point du tout du calcul intégral, laissant cela à Mr. Leibniz, qui a dessein d'en faire un traité, comme vous savez, sous le titre de *Scientia infiniti*, de sorte que ceci ne sera proprement qu'une introduction au sien. Si vous vouliez mettre par ordre vos règles du calcul logarithmique, que vous avez inventées il y a déjà quelque temps, je les joindrais à la fin sous votre nom, comme vous jugez bien, et cela contribuerait à faire trouver ce traité meilleur. Vous en userez comme vous jugerez à propos.

A cette demande Jean Bernoulli ne semble avoir répondu que le 4 janvier 1696.[5] Après avoir fait quelques remarques sur l'utilité d'un traité analytique des sections coniques, il ajoute:

> Je vous suis bien obligé de l'offre que vous me faites de joindre à la fin de votre traité mon nouveau calcul logarithmique ou plutôt parcourant — — —. Vous jugez bien que je ne suis présentement pas en état d'en mettre les règles par ordre, y ayant si longtemps que je n'y aie plus pensé. Cependant je pourrais bien vous envoyer (si vous le souhaitez) ce que j'en ai écrit à M. Leibnitz, qui a aussi trouvé quelque chose sur cette matière.

l'Hôpital n'insistait plus sur sa demande; il continua de faire imprimer son ouvrage, et le 15 juin 1696 il écrivit à Jean Bernoulli:

> Mon livre paraîtra au premier jour;[6] je n'y traite que du calcul différentiel que je tâche d'expliquer à fond, et mon but n'a été que de faire proprement une introduction à ce

que Mr. LEIBNIZ et autres pourront donner dans la suite. Je ne doute point que si vous vouliez en prendre la peine, vous ne nous donnassiez tout ce qu'on peut souhaiter sur le calcul intégral, et c'est à quoi on devrait vous exciter de travailler, car il me semble que Mr. LEIBNIZ a trop d'occupations pour pouvoir expliquer les choses comme il serait à souhaiter. Je voulais faire imprimer en même temps mes sections coniques, comme je vous avais marqué, parce que cela n'aurait fait qu'un juste volume, mais comme je n'ai point voulu m'appliquer depuis ma maladie, cela fait que le premier traité paraîtra seul. Vous verrez que je vous y rends la justice qui vous est due, et il était inutile que vous me marquassiez de vous en envoyer, car vous jugez bien que vous êtes la première personne à qui j'en destine.

La réponse de JEAN BERNOULLI datée le 30 juin 1696 était extrêmement obligeante; la voici:

Il faut que je vous félicite, Monsieur, de ce que votre livre a commencé de paraître — — —. J'accepte avec grand remerciement l'offre que vous me faites d'un exemplaire. C'est votre civilité ordinaire, que vous ayez donné dans votre livre quelque place à mon nom; je vous en suis bien obligé. Je prévois par avance que ce livre, quand il sera connu dans le monde, vous procurera une grande reputation digne de votre illustre personne. Je crois aussi que Mr. LEIBNIZ nous laissera trop longtemps attendre son traité de *Scientia infiniti* pour être trop occupé. Vous pouvez bien vous imaginer la raison pourquoi je n'ai rien voulu donner au jour jusqu'à présent touchant cette matière; c'est que je n'ai rien voulu faire sans votre consentement suivant la promesse que je vous en avais donnée autrefois; mais voyant maintenant que vous m'y excitez vous-même; je pourrai peut-être bien prendre le dessein de faire la continuation là où vous avez fini, en expliquant le calcul intégral, pourvu que j'en aie le loisir.

Au moment où JEAN BERNOULLI écrivit cette lettre, il n'avait pas encore, comme on voit, reçu son exemplaire de l'*Analyse des infiniment petits*, et il lui fallait l'attendre plus d'une demi-année. Voici quelques extraits de la correspondance entre JEAN BERNOULLI et L'HÔPITAL pendant ce temps.

L'HÔPITAL *à* JEAN BERNOULLI *le 10 septembre 1696*. Je suis ravi que vous vouliez bien nous donner l'explication du calcul intégral; il me semble que vous en sauriez mieux faire, et que ce livre sera très recherché; vous pourrez y supposer ce que j'ai expliqué du calcul différentiel dans le mien que l'on pourra regarder comme une introduction au vôtre; je crois que vous ne devez point perdre de temps à y travailler, car la curiosité est fort excitée sur toutes ces matières.

L'Hôpital *à* Jean Bernoulli *le 30 novembre 1696.* Mandez-moi aussi si vous — — — ne travaillez pas à nous donner un traité sur toutes ces matières, ce qui serait assurément très curieux; mon livre ne devrait être considéré à cet égard que comme les éléments d'Euclide par rapport à la géométrie de Descartes. Il y a déjà quelques mois, j'en ai envoyé deux cent exemplaires à Mr. Leers avec ordre de vous en faire tenir un aussi tôt qu'il les aurait reçus.

Jean Bernoulli *à* l'Hôpital *le 21 décembre 1696.* Mr. Leibnitz et Menckenius ont reçu les exemplaires de votre livre que vous leur avez envoyés. — — — Je suis impatient de recevoir le mien, je ne sais à quoi il tient qu'on ne me l'envoie pas — — —. Vous me demandez, si je ne travaille pas à donner un traité sur toutes ces matières, mais pour dire la vérité, je ne sais quand cela se fera, étant trop distrait par des embarras domestiques.

Enfin, vers le commencement de l'année 1697, Jean Bernoulli reçut l'exemplaire de l'*Analyse des infiniment petits* que l'Hôpital lui avait annoncé. Après l'avoir étudié, il écrivit:

J'ai reçu enfin un exemplaire de votre livre; je vous en remercie très humblement. Vous m'avez fait trop d'honneur en parlant si avantageusement de moi dans la préface; quand je composerai quelque chose, à mon tour je ne manquerai pas de vous y donner la revanche. Vous expliquez les choses fort intelligiblement; j'y trouve aussi un bel ordre et les propositions bien rangées; enfin tout est admirablement bien fait, et mille fois mieux que je n'aurais pu faire; enfin je n'y désire rien si non que vous n'avez pas mis votre nom à la tête du livre, ce qui lui aurait donné plus d'autorité à notre nouvelle méthode, outre que le livre serait sans doute recherché avec plus de désir. Il faut que je vous dise encore un mot avec votre permission; vous me paraissez un peu trop libéral à faire des reconnaissances à mon frère, comme si vous vous étiez servi de ses découvertes, et cependant je n'ai rien remarqué jusqu'ici dans votre livre, que mon frère se pourrait attribuer avec justice.

Dans la correspondance suivante entre Jean Bernoulli et l'Hôpital, je n'ai trouvé aucun passage se rapportant à l'*Analyse des infiniment petits.*

Il s'ensuit des extraits précédents que JEAN BERNOULLI:

1) connaissait d'avance l'intention qu'avait L'HÔPITAL de publier l'*Analyse des infiniment petits;*
2) approuvait l'entreprise et jugeait L'HÔPITAL apte à s'en acquitter;
3) après avoir lu l'ouvrage, le trouva bien rédigé et n'adressa à l'auteur aucune réclamation directe.

Cela étant, comment peut-on expliquer que, plus tard, JEAN BERNOULLI s'est montré très mécontent de la mention générale dans la préface à l'*Analyse des infiniment petits?* A mon avis, une lettre que JEAN BERNOULLI adressa à VARIGNON[7] le 18 juillet 1705 peut donner quelques éclaircissements sur ce point.

Cette lettre était écrite à cause d'une petite note manuscrite de SAURIN que VARIGNON avait remise à JEAN BERNOULLI et où SAURIN revoquait en doute que JEAN BERNOULLI eût trouvé le premier par différentiation la valeur d'une fraction dont le numérateur et le dénominateur tendent en même temps vers zéro;[8] de son côté, SAURIN voulait attribuer cette découverte à L'HÔPITAL.[9] On voit par un passage de la lettre, que JEAN BERNOULLI soupçonnait L'HÔPITAL d'avoir inspiré à SAURIN en 1702, ou peut-être plus tôt, cette doute.[10] Il est donc naturel de penser, que JEAN BERNOULLI a soupçonné L'HÔPITAL de s'être attribué à tort aussi quelques autres des règles publiées dans l'*Analyse des infiniment petits.* Ce soupçon doit avoir mis JEAN BERNOULLI en fureur, et ainsi il a été induit à revendiquer tout ce qu'il y a de plus important dans l'ouvrage de L'HÔPITAL. En effet, il écrit à VARIGNON dans la lettre citée:

> M. le M. de L'HÔPITAL — — — ne devait-il pas se contenter de ce que je lui laissais l'honneur de la publication de l'*Analyse des infiniment petits* sans informer le public que j'en avais fourni les matériaux, comme j'aurais pu faire de bon droit; car je le puis prouver par des lettres du feu M. le marquis de L'HÔPITAL, que je publierai s'il est nécessaire, par lesquelles on verra qu'il n'a pas eu plus de part à son livre que Mr. BARTHOLIN en avait aux *Principia matheseos universalis,* qu'il a donnés au jour, mais qu'il avoue ingénument appartenir à Mr. SCHOOTEN; au lieu que Mr le marq. de L'HÔPITAL fait dans sa préface une mention de moi, quoique en verité honorable, mais toujours d'une manière si générale et si vague, qu'on n'en peut pas juger que je suis l'auteur de la plupart des règles, que je lui avais fournie par écrit, et qu'il n'avait fait autres choses que les digérer et mettre en ordre; et c'est apparemment là la raison pour.

quoi il a cité avec moi encore quelques autres, des *lumières* desquelles il doit avoir profité, pour faire accroire, que le profit qu'il a eu de moi n'est point autre que celui qu'on a des livres des auteurs, par la lecture desquels on trouve l'occasion de faire quelques nouvelles découvertes, en sorte que cette citation me fait plus de tort que de bien. Mr. Saurin n'a donc pas raison de me reprocher que M. de l'Hôpital en a si bien usé avec moi par rapport à l'ouvrage même dont il est question, ni l'affection dont un illustre ami m'a honorée, car cette affection était assez froide quelques années devant sa mort, c'est à dire d'abord après la publication de son livre, lorsqu'il a cru n'avoir plus besoin de mon secours;[11] et si avant ce temps-là il m'a fait quelques douceurs, je suis en état de les rendre, et ce n'est pas grand' choses par rapport aux services réels que je lui ai faits.

Je me permets d'ajouter que, deux ans plus tard, l'éloge de l'Hôpital par Fontenelle[12] donnait sujet à Jean Bernoulli de revenir encore une fois, dans sa correspondance avec Varignon, à l'*Analyse des infiniment petits*. »Si l'on veut parler franchement», dit-il dans sa lettre du 26 février 1707, »Mr. de l'Hôpital n'a pas eu plus de part à la production de ce livre que d'avoir traduit en français la matière que je lui avais donnée la plupart en latin». A cette remarque Varignon répondit avec raison: »Je vous avoue que je suis tombé des nues en lisant — — — que le livre de *L'analyse des infiniment petits* ne contenait que les leçons que vous aviez données à ce marquis, qui les avait seulement traduites en français», et demanda en même temps pourquoi Jean Bernoulli n'en avait pas fait mention avant la mort de l'Hôpital. A cette demande Jean Bernoulli répondit qu'il ne l'avait pas fait, parce que l'Hôpital ne s'était jamais »émancipé à s'arroger les inventions d'autrui». A mon avis, il aurait pu dire avec plus de raison qu'il ne l'avait pas fait parce que cette idée ne lui était pas entrée dans l'esprit avant la mort de l'Hôpital.

[1] Comparez Cantor, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* **3** (Leipzig 1894), p. 215.

[2] Voir p. ex. Montucla, *Histoire des mathématiques* **2** (Paris 1758), p. 359.

[3] Voir p. ex. Bossut, *Histoire générale des mathématiques* **2** (Paris 1810), p. 51—52. Cantor, l. c., p. 215—217, 237—241.

[4] Voir Eneström, *Notice sur la correspondance de Jean Ier Ber-*

noulli. Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. **12**, 1879, 313—314.

[5] La copie de JEAN BERNOULLI porte la date: »*10* janvier 1696», mais dans sa lettre du 1 février 1696, L'HÔPITAL accuse la reception de la lettre du *4* janvier 1696.

[6] Dans une lettre adressée à JEAN BERNOULLI le 28 juin 1696, VARIGNON indique que l'impression de l'*Analyse des infiniment petits* venait d'être terminée et que les exemplaires avaient été envoyés au relieur.

[7] La correspondance entre JEAN BERNOULLI et VARIGNON est gardée dans la bibliothèque de l'académie des sciences de Stockholm. Elle est composée de 163 lettres adressées par VARIGNON à JEAN BERNOULLI et 88 copies de lettres de JEAN BERNOULLI à VARIGNON. Comparez ENESTRÖM, l. c. p. 313.

[8] SAURIN avait publié dans le Journal des savants pour le 3 août 1702 un petit article dirigé contre ROLLE; dans cette article, en parlant de la règle indiquée à l'art. 163 de l'*Analyse des infiniment petits,* au moyen de laquelle on obtient la valeur limite d'une fraction dont les deux termes tendent en même temps vers zéro, SAURIN faisait entendre que cette règle avait été découverte par L'HÔPITAL. De son côté, JEAN BERNOULLI revendiquait la règle dans son mémoire: *Perfectio regulae suae pro determinando valore fractionis, cujus numerator et denominator certo casu evanescunt* inséré dans les Acta eruditorum 1704, p. 375—380; la note manuscrite de SAURIN, dont j'ai parlé dans le texte, était une réplique à ce mémoire.

[9] Dans ma note *Om uppläckten af sättet att medelst differentiation bestämma värdet af en bråkfunktion, då täljare och nämnare samtidigt blifva noll* (Öfversigt af Vetenskaps-Akademiens förhandlingar [Stockholm] **51**, 1894, 297—305), j'ai démontré que la règle dont il s'agit est due à JEAN BERNOULLI et non à L'HÔPITAL.

[10] Dans une lettre du 15 août 1702, VARIGNON écrivit à JEAN BERNOULLI que L'HÔPITAL avait »fait faire par un nommé Mr. SAURIN» une réponse à M. ROLLE. JEAN BERNOULLI, estimant que cette indication se rapportait à l'article signalé ci-dessus dans la note 8, en concluait, que L'HÔPITAL avait fourni à SAURIN les matériaux de cet article et l'avait approuvé.

[11] Il me semble que cette remarque de JEAN BERNOULLI ne soit pas parfaitement exacte. En effet, la bibliothèque de

l'académie des sciences de Stockholm possède 21 lettre adressées à JEAN BERNOULLI par L'HÔPITAL après la publication de l'*Analyse des infiniment petits.* Ces lettres ont les dates suivantes: 27 juillet 1696, 10 septembre 1696, 30 novembre 1696, 31 décembre 1696, 28 janvier 1697, 25 février 1697, 18 mars 1697, 3 juin 1697, 27 septembre 1697, 30 septembre 1697, 18 novembre 1697, 24 mars 1699, 16 février 1700, 28 juin 1700, 26 novembre 1700, 3 janvier 1701, 25 février 1701, 30 juin 1701, 17 mars 1702, 15 septembre 1702, 27 février 1703. Autant que j'ai pu trouver, ces lettres ne prouvent aucunement de l'»affection assez froide» de la part de L'HÔPITAL. Après la publication de l'ouvrage posthume: *Traité analytique des sections coniques et de leur usage pour la résolution des équations* (Paris 1707), la marquise de L'HÔPITAL en envoya à JEAN BERNOULLI un exemplaire, et dans sa lettre du 15 décembre 1707 elle parlait de la liaison intime qui avait toujours existé entre son mari et JEAN BERNOULLI.

[12] Voir Histoire de l'académie royale des sciences [de Paris] 1704, p. 125—136.

Intorno ad alcune edizioni dell' »Algorismus» del Sacrobosco.

Nota di P. RICCARDI in Modena.

I.

Non presumo e non intendo di risolvere il quesito **46** proposto a pag. 63 della Bibliotheca Mathematica 1894, non potendo consultare per gli opportuni confronti, i mss. del trattato *De algorismo* attribuito al SACROBOSCO; mentre d'altra parte la questione è collegata a quella dell' autenticità di quel Trattato (cfr. DE MORGAN, *Arithmetical books* [1847] pp. XIX e 13). Mi limito perciò a chiarire di qualche poco la questione con la descrizione ed il confronto fra la miscellanea del 1503, della quale già diedi ragguaglio nella mia *Biblioteca matematica italiana* (par. I, vol. I, col. 142—143), la edizione forse prima (1501) dell' Algorismo attribuito al SACROBOSCO, e la ripubblicazione che ne fece l'HALLIWELL nel 1841.

Il volume miscellaneo sopracitato si compone di cxij carte numerate, costituite da fogli riuniti in quaderni di 8 pagine, con le segnature aiiij—oiiij; ed è impresso in caratteri tondi su buona carta avente per marca di fabbrica una stella ad otto raggi. Le carte 12^a, 19^a, 25^a, 28^a, 31^a e 32^a sono per errore segnate rispettivamente con i n^i xiij, xx, xxxiij, xxvij, xxxix e xxxi.

La prima carta (*recto*) contiene il seguente titolo:

In hoc libro contenta.

Epitome compendiosaque introductio in libros | Arithmeticos diui SEVERINI BOETHIJ: *adiecto fa- | miliari commentario dilucidata.*

Praxis numerandi certis quibusdam regulis | constricta.

Introductio in Geometriam breuiusculis an- | notationibus explanata, sex libris distincta.

Primus de magnitudinibus et earum circumstan- | tiis.

Secundus de consequentibus, contiguis et continuis.

Tertius de punctis.

Quartus de lineis.

Quintus de superficiebus.

Sextus de corporibus.

Liber de quadratura circuli.

Liber de cubicatione sphere.

perspectiua introductio.

Insuper Astronomicon.

Nel *verso* della 1ª car. e di seguito nel *recto* della 2ª, trovansi due lettere; l'una intitolata:

Iacobus Faber Stapulensis Magnifico domino Ioanni Stephano | Ferrerio designato Episcopo Versellensi studiorum amantissimo.

L'altra:

Iodocus Clichtoueus Neoportuensis Ioanni Molinari | bonarum litterarum studiis deditissimo.

Nella car. 2ª (*verso*) comincia:

¶Iacobi Fabri *Stapulensis Epitome in duos libros Arithmeticos | diui* Severini Boethij *ad Magnificum dominum* Ioannem Stephanum | *Ferrerium Episcopum Versellensem.*

Questa *Epitome* termina nel *verso* della 32ª carta segnata per errore col nº xxxi. Il testo della *Epitome* è intercalato dalle annotazioni e commenti di Clichtoueus. Segue l'opuscolo:

¶Iudoci Clichtouei *Neoportuensis de praxi numerandi compendium,*

al quale titolo è premessa l'altra lettera:

Iudocus Clichtoueus Neoportuensis Philippo preposito | in philosophie studio commilitoni.

In questa lettera si legge (lin. 23—27):

»... subnectitur in calcem libellus (quem vulgo Algorismum dicunt) de numera | tionis generibus non inscite (nescio quo auctore) compositus, et ob subiecte mate | rie affinitatem ceteris adiectus. ...»

Terminando infatto l'opuscolo *de praxi numerandi* nel *verso* della xliiij car., comincia nella successiva il suindicato scritto intitolato:

Opusculum de praxi numerorum quod Algorismum vocant.

E termina nel *recto* della car. xlviij.

Nel principio di questo opuscolo (car. xlv, lin. 4—6) leggesi:

»... Hanc igitur scientiam numerandi compendiosam philosophus edidit no | mine Algorismus: vnde et Aigorismus nuncupant: vel ars numerandi, vel ars introducto | ria in numerum ...»

Sembrami perciò che per quanto concerne la edizione del 1503, si possa affermativamente rispondere alla prima domanda, cioè che l'*Opusculum de praxi numerorum quod Algorismum vocant* fu pubblicato da Clichtoveus.

A completare la descrizione della edizione del 1503, indico gli altri opuscoli di seguito contenuti in questa miscellanea, sebbene estranei alla questione.

Da car. l *recto* a car. lxxxiv *verso*, e preceduto da lettera dedicatoria (car. xlix) si legge: CAROLI BOUILLI *Samarobrini Geometrici introductorij liber primus.*

(Seg. *secundus, tertius, quartus, quintus, sextus,* come nel titolo.)

Da car. lxxxv *recto* a car. lxxxvij *verso:* CAROLI BOUILLI *Samarobrini* | *liber de circuli quadratura.*

Da car. lxxxvij *verso* a car. lxxxix *verso:* CAROLI BOUILLI *Samarobrini* | *liber cubicationis sphere.*

Da car. xc *recto* a car. xcv *verso:* CAROLI BOUILLI *Samarobrini introductio* | *in scientiam perspectiuam.*

Car. xcvi *recto:* »Errata etc.«

Car. xcvij *recto:* IACOBUS STAPULENSIS *spectabili viro* GERMANO | GANAIENSI, *consiliario regio, decano bellouacensi.*

Da car. xcvij *verso* a car. cxi *verso:* IACOBI FABRI STAPULENSIS *Astronomici* | *theorici corporum celestium Liber primus* (seg. II).

Ed in calce alla cxi car. *verso* trovansi le note tipografiche:

Id opus impresserunt Volphgangus | hopilius et Henricus Stephanus | ea in arte socii in Almo pari- | siorum studio Anno Chri- | sti Celorum totiusque | nature conditoris. | 1503. Die vice | sima septi- | ma Iu- | nij.

Seguono nell' ultima car. cxij *recto: Recognita ex commentario Epitomes Arithmetice et praxi numerandi.* | *Recognita ex Astronomico.*

La edizione del 1510 di questa miscellanea venne pure indicata nella mia *Biblioteca matematica italiana* (l. c.) sulla fede del MURHARD (*Bibliotheca mathematica,* vol. I, p. 160). Il titolo appare identico a quello della edizione del 1503, ed uguale pure il numero delle carte, registrate in foglio, contenenti gli scritti aritmetici. Le note tipografiche quali vengono riportate dal MURHARD, sono le seguenti: »Absolutum in almo Parisiorum studio, anno Domini, qui numero definivit omnia. 1503. Et emissum ex officina Henrici Stephani. Anno Christi salvatoris omnium. 1510. decimaquinta die Martis«.

Parmi quindi che questa edizione non sia che una riproduzione della prima; se pure, come il senso delle suriportate note di stampa mi fa dubitare, questa pretesa seconda edizione del 1510, non sia costituita che da esemplari della precedente edizione del 1503, con la ristampa del foglio contenente le note tipografiche.

II.

La prima edizione che mi fu possibile rinvenire del trattatello *De arte numerandi*, attribuito al SACROBOSCO, è di Venezia, con la data del 1501. Ne do la descrizione sull' esemplare unico posseduto dalla Biblioteca nazionale di Firenze.

Il *recto* della 1ª carta contiene il seguente titolo:

Algorismus Domini IOAN- | NIS DE SACRO BUSCO | *Nouiter Impressum* (sic). | *Cum Gratia Et Priuilegio.*

E al disotto havvi uno stemma inciso in legno con Aquila fra le iniziali F. D.

Car 2ª *recto:*

Incipit Algorismus Editus per Reuerendum dominum IOAN- | NEM DE SACRO BUSCO ordinis predicatorum atque artium et sacre Theo- | logie Doctorem Excellentissimum etc.

Car. 8ª *recto*, lin. 11:

Explicit Algorismus. | Impressum Venetiis per Bernardinum Venetum | De Vitalibus: Anno Domini M. CCCCC. I. | Die Tertio Men. februarij.

Car. 8° *verso*. Prospetto di numerazione, che pare non farmi parte del Trattato *de Algorismo* di SACROBOSCO.

Il *recto* della 9ª car. contiene il seguente titolo:

Computus Ecclesiasticus et astrono- | *micus Editus a Magistro* AR- | NALDO DE VILLA NOUA *No-* | *uiter Impressum.* | *Cum Gratia Et Priuilegio.*

E al disotto lo stesso stemma come nella 1ª car.

Comincia il testo a car. 10ª *recto* con le parole:

¶ Incipit Computus a Magistro ARNALDO DE VILLA NOUA editus.

Termina il testo a car. 19 *recto*, seguendo nel *verso* un Prologo; ed in calce si legge:

Impressum Venetiis per Bernardinum Venetum de Vitalibus. | Anno Dni. M. CCCCC. I. Die. xvij. Men. Februarij.

Questo opuscolo si compone quindi di carte 19, registrate in 4° piccolo, senza numeri, ma con le segnature Aij—Bij corrispondenti al primo degli scritti contenutivi, ed Aij—Cij corrispondenti al secondo.

Nella breve prefazione premessa all' Algorismo del SACROBOSCO si legge (car. 2ª, lin. 7ª):

... Hanc igitur | scientiam numerandi compendiosam philosophus nomine Algus | Edidit vnde et Algorismus nuncupant.

Mentre adunque nella miscellanea del 1503 si fa derivare il nome di algorismo da quello di un filosofo chiamato *Algorismus*, qui viene derivato dal nome di un filosofo *Algus*.

Una edizione di Venezia, del 1523, dell' Algorismo di SACROBOSCO è citata dal DE MORGAN (*Arithmetical books*, London 1847, p. XIX e 13) il quale vi espone importanti osservazioni critico-storiche sull' autenticità di questo trattato attribuito al SACROBOSCO. Non mi fu possibile il rinvenire alcun esemplare di questa edizione.

Del resto eccettuate la variante che concerne il nome di *Algus* e parecchie altre di minor conto, il trattatello intitolato *Algorismus* inserito in questo opuscolo, ed attribuito al SACROBOSCO non è che quello inserito col titolo *De praxi numerorum* nella sudescritta edizione di Parigi del 1503, attribuito dal CLICHTOVEUS ad ignoto autore.

L'HALLIWELL, cui sembra che fossero sconosciute queste edizioni, ne pubblicò il testo col titolo: IOANNIS DE SACRO-BOSCO *tractatus de arte numerandi* e lo inserì nel prezioso suo libretto, che mi fu concesso di esaminare per cortesia dell' illustre collega ed amico Prof. FAVARO, ed intitolato:

Rara Mathematica, or a collection of Treatises on the mathematics and subiects connected with them. From ancient inedited Manuscripts. Edited by J. O. HALLIWELL (London 1841, in 8°).

Nella prefazione si legge:

»1. IOHANNES DE SACRO-BOSCO *de Arithmetica*. Often occurs in Mss. without his name; Mss. Harl. 3647, 3843, 4350; Bib. Reg. 12 C. xvii; Arund. 343; Cott. Cleop. B. vi. f. 234; Publ. Cantab. I i, I. 15 (1692). An English translation — Ashm. 396. The present text is taken from a manuscript formerly in the Library of the Abbate Canonici of Venice.»

Il trattatello attribuito al SACROBOSCO occupa le pagine da 1 a 26 del detto libretto.

Vi si legge a car. 1, nella introduzione il solito periodo:

»... Hanc igitur scientiam numerandi | compendiosam edidit philosophus nomine Algus | unde algorismus nuncupatur, vel ars numerandi, | vel introductio in numerum ...»

Al nome *Algus* l'HALLIWELL appone la seguente nota:

Rex quondam Castelliae. »IOHANNIS NORFOLK *progressionis summula*, M. S. Harl. Mus. Brit. 3742.» Cum haec scientia de numeris quae algorismus ab inventore vel ab Algo, quae est inductio et rismus, quæ est numerus, quasi inductio in numeros appellatur. — »*Tractatus de Algorismo*, Ms. Arundel. M. B. 332, fol. 68. Vid. Pref. a: »Oeuvre tresubtille et profitable de Arithmetique et Geom.» 4°, Par. 1515. sig. B. 2.

Avvertasi che la detta introduzione comincia con le parole: »Omnia quæ a primæva rerum origine processerunt ratione numerorum formata sunt.» Il capo II (Lib. I) dell' Aritmetica di Boezio (Venetiis 1499; Parisiis 1521; Basileae 1546, in fol.) comincia analogamente con le parole: »Omnia quæcunque a primæva rerum natura constructa sunt, numerorum videntur ratione formata.» Sembra pertanto doversi accertare che a Sacrobosco non era sconosciuta l'aritmetica di Boezio.

Da quanto ho esposto parmi si possa per ora affermare in risposta alla 2ª parte del quesito:

a) che l'*Opusculum de praxi numerorum quod Algorismum vocant*, stampato nel 1503 e ripubblicato nel 1510, è lo stesso, eccettuate alcune varianti, di quello pubblicato nel 1501 con il titolo *Algorismus Domini* Ioannes De Sacro-Busco; e di quello edito nel 1841 dall' Halliwell col titolo Ioannis de Sacro-Bosco *tractatus de Arte numerandi*.

b) che in queste due edizioni (1501 e 1841) si fa derivare il nome di *Algorismus* da quello di un filosofo *Algus*, mentre che nell' *Opusculum* del 1503 viene derivato dal nome di un filosofo chiamato *Algorismus*.

Malgrado però che il De Morgan (l. c.) abbia attenuato il valore degli argomenti addotti dal Dr. Peacock per dimostrare apocrifo il trattato *de Algorismo* attribuito al Sacrobosco, rimane tuttavia il grave dubbio se la numerazione e la calcolazione arabica, di cui si fa uso nel detto trattato (solo a quella epoca fatta conoscere primamente in Italia da Leonardo Pisano), potesse essere pervenuta a notizia del Sacrobosco.

Die Mathematik bei den Juden.

Von Moritz Steinschneider in Berlin.

10. Wiederum zieht ein Bestandteil einer sicher pseudepigraphischen Schrift unsere Aufmerksamkeit auf sich, und fordert die historische Kritik gegen blinden Autoritätsglauben und luftige Hypothesenbehauptung heraus. Der Schwerpunkt der Untersuchung fällt in ein Gebiet, dessen Kenntniss hier weder vorausgesetzt noch vermittelt werden kann. Wir müssen uns daher auf einige Andeutungen beschränken, welche für die Beurteilung des uns speciell interessirenden Materials unerlässlich sind.

Unter der Bezeichnung: *Perakim* (oder *Pirke*, d. h. Kapitel), auch *Baraita* des Rabbi Elieser ist ein, wahrscheinlich unvollendetes hebräisches Büchlein in 54 Kapiteln oft (meist in quarto) gedruckt worden,[1] zuerst in Constantinopel 1514,[2] in neuerer Zeit mit Commentaren von A. A. Broda und W. Einhorn (beide in Wilna 1838), von David Loria (Warschau 1852), dessen Gelehrsamkeit durch jüngere kabbalistische phantastische Voraussetzungen vom kritisch historischen Boden weggeleitet wird. Ich citire die leicht zugängliche Ed. Amst. 1698 in 8°. Eine kritische Ausgabe mit Benutzung von mss., worin auch der Nachweis des hohen Altertums geliefert werden sollte, beschäftigte seit vielen Jahren Herrn I. Ch. Horowitz in Frankfurt a/M. (jetzt Buchhändler); er ist aber in allerlei Vor- und Nebenstudien stecken geblieben.

Der, auf dem Titel genannte Elieser soll, nach den einleitenden Kapp. 1 u. 2, der Sohn des Hyrkanos, also ein berühmter Gelehrter des 2. Jahrh. sein! Diese Voraussetzung bedarf für einen unbefangenen Beurteiler keiner Widerlegung. Andere unkritische Hypothesen und Combinationen, wie z. B. die Identification der *Perakim* mit der »*Baraita* des Samuel« (oben § 8)[3] können hier füglich übergangen werden, da sie als beseitigt anzusehen sind.

Die wichtige Frage nach der *Zeit* der Schlussredaction des Buches wird wohl kaum genau und entscheidend zu beantworten sein. S. L. Rapaport (Kerem Chemed VII, 17) zieht aus einer Berechnung der Weltreiche in K. 28 und 48 den Schluss, dass das Buch (wenigstens die betreffenden Kapp.) kurz vor dem Jahre 781 abgefasst sei. Chwolsohn findet in K. 30 eine Anspielung auf die Gradmessung unter Ma'amun. Das Buch ist in seiner gegenwärtigen Gestalt jedenfalls in Westasien (Syrien oder Kleinasien) und nicht vor dem arabischen Einfluss redigirt.

Über den Charakter des eigentumlichen Buches entlehnen wir eine gekürzte Stelle dem klassischen Werke von ZUNZ.[4] Nach einer Einleitung, die von dem Studium und dem hohen Ruhme des ELIESER BEN HYRCANUS handelt (K. 1, 2), knüpft der Verf. seine Darstellungen an und verfolgt den Gang des Pentateuch in seinen wichtigsten historischen Momenten. 9 Kapitel (3—11) sind den Schöpfungstagen, 10 (12—21) dem ersten Menschen und 2 (22—23), dessen Nachkommen gewidmet. Kapitel 24 beschäftigt sich mit NOAH u. s. w., das 54. und letzte Kapitel bricht bei MIRJAM's Strafe ab.

11. Die Schöpfungsgeschichte giebt dem Verfasser Veranlassung zu allerlei, aus Legenden, Homilien und astrologischen Theorien bunt zusammengesetzten Bemerkungen. Bei einer so gelegentlichen Behandlung ist nicht ein zu Grunde liegendes System, und am allerwenigsten Originalität zu erwarten; eine directe Entlehnung aus griechisch-arabischen Quellen wird durch Parallelen des Inhalts kaum zu erweisen sein. Für die geognostische Anschauung mag der Anfang des 5. Kap. hervorgehoben sein, wonach die Erde am 3. Schöpfungstage »eine Ebene wie ein Thal» war, als durch die Zusammenziehung des die Oberfläche bedeckenden Wassers Höhen und Tiefen hervortraten. Im 6. und 7. Kap. knüpft sich an eine legendarische, vielleicht mit alter Mythologie zusammenhängende, Erzählung von der Schöpfung der »beiden Lichter» (Sonne und Mond) in ursprünglich gleicher Grösse, eine Belehrung über die Himmelskörper, welche alte phantastische Vorstellungen von der Construction des Himmels mit systematischen astrologischen Theorien verbindet.[5] Den Ausgangspunkt bildet die Planetenherrschaft. »Alle Sterne dienen den 7 Sternen der Stunden», nämlich Merkur, Mond, Saturn, Jupiter, Mars, Sonne, Venus — die vollständige Aufzählung mit den hebräischen, von da ab üblichen Namen, vielleicht hier zum ersten Male in der hebräischen Literatur. In den 7 Wochentagen herrschen je 2 Planeten; Sonntag: Merkur, Sonne; Montag: Jupiter, Mond; Dienstag: Venus, Mars; Mittwoch: Saturn, Merkur; Donnerstag: Sonne, Jupiter; Freitag: Mond, Venus; Sonnabend: Mars, Saturn; die Planeten, nach welchen die Wochentage benannt sind, kommen also hier erst in zweiter Stelle zur Herrschaft. Eine Aufzählung der Planeten bietet sich zunächst in Verbindung mit den Gliedern des Leibes,[6] in dem sogenannten »Buch der Schöpfung» (auf welches wir unter ISAK ISRAELI, zurückkommen), am Ende der 2. Recension, im Commentare des SAADIA (gest. 941) Kap. 7 (arab. ed. LAMBERT p. 100, französ. p. 119). Die Ordnung ist dort: Saturn Sonnabend (Mund), Jupiter Sonntag, Mars, Sonne, Venus, Merkur, Mond, entsprechend Montag bis Freitag. — Zur Beurteilung der anscheinenden Widersprüche zwischen der astronomischen (räumlichen) Anordnung der 7 Planeten[7] und ihrer astrologischen Herrschaft nach Stunden und Tagen, ist IDELER's Hinweisung auf die harmonische Bedeutung der »Quarte» wichtig.[8] Auch die Namen der 12 Sternbilder des Zodiak sind hier vollständig aufgezählt, wie wiederum im Buch der Schöpfung, und ihre »Herrschaft» im Jahre führt auf die grossen und kleinen Sonnencyklen von 28 und 4 Jahren.

Es kann nicht die Aufgabe unserer literarischen Übersicht sein, die sonderliche Himmelsconstruction mit ihren »Fenstern» und dergleichen, und die wenig geordneten, auf Sternenlauf gegründeten chronologischen Auseinandersetzungen im Einzelnen zu verfolgen. Dagegen ist es für die Geschichte der jüdischen Chronologie von Wichtigkeit zu constatiren, dass der Quatember (also die Dauer des Sonnenjahrs) noch in der alten Weise berechnet ist, welche man dem SAMUEL beilegt; die Hinzufügung von $^{73}/_{1080}$ Stunde, welche die Juden später als die geheime Quatemberrechnung des R. »ADA» bezeichnen, ist offenbar erst im 7. Kapitel aus einer Interpolation einer Stelle im Talmud dahingekommen.

Wir haben bei dieser astronomisch-astrologischen Einschaltung in ein homiletisches Buch länger verweilt, als seine eigene Bedeutung verdient hätte; es galt eben nachzuweisen, dass die Astrologie bei den Juden nicht an alte Traditionen knüpfen und hebräische Monographien hervorrufen konnte, vielmehr aus den Schulen der Araber auf die Juden überging und schon in namhaften arabischen Schriften derselben vertreten war, als sie sich in die theologischen hebräischen einschlich. Das ergiebt sich aus der Geschichte der jüdischen Literatur in den ersten Jahrhunderten nach Abschluss des babylonischen Talmuds.

12. Der Namen »ELIESER» führt uns auf eine irrtümliche Combination und eine noch nicht genügend beleuchtete Nachricht. Als ich im J. 1851 (Ha-Jona S. 17) zuerst die Aufmerksamkeit der Forscher darauf lenkte, war meine Quelle eine ziemlich späte, nämlich MAKRIZI (in DE SACY's Chrestomathie); ich habe dafür im J. 1878 eine ziemlich alte und wichtige Quelle gefunden, woraus auch MAKRIZI geschöpft haben könnte, nämlich den berühmten Chronologen AL-BIRUNI (um 1000).[9] Seine, von ED. SACHAU arabisch herausgegebene (Leipz. 1878) und englisch übersetzte (London 1879) Chronologie orientalischer Völker enthält eine ausführliche Darstellung der jüdischen Chronologie, welche meines Wissens für die neuesten Forschungen auf diesem Gebiete noch nicht herangezogen ist. Ich erwähne z. B. die Angabe für das Sonnenjahr (S. 54) 365 Tage, 5 Stunden, $^{3791}/_{4104}$, ungefär 990 »Hulakim», das heisst $^{990}/_{1080}$. AL-BIRUNI hat schwerlich hebräische Quellen direct benutzen können, wahrscheinlich von gelehrten Juden sich unterrichten lassen.[10] Er berichtet, dass die Juden die Mondberechnung (anstatt der Wahrnehmung) eingeführt hätten, um eine Übereinstimmung in der Verbannung zu erzielen. Um diese Angelegenheit trug Sorge (*a'atana*) ELIESER BEN FARU'H; arabisch »ALJA'AZAR»; warum SACHAU, im Index S. 7, den Namen: ELIEZER BEN »PARUAH» schreibt, kann ich nicht erraten. Ein jüdischer Gelehrter dieses Namens ist aber sonst unbekannt; DE SACY und IDELER haben ohne allen sachlichen Grund an den Verfasser der *Perakim* (§§ 10, 11) gedacht; ich habe früher an den alten R. ELIESER gedacht, nach dessen Ausspruch die Welt im Monat Tischri erschaffen ist, weil diese Annahme der jüdischen Chronologie zu Grunde liegt. Bei AL-BIRUNI scheint eine so weit hergeholte Begründung nicht befriedigend zu sein; dazu kommt der unerklärte Namen *»ben Faru'h»* zu welchem kein hebräischer verwandter sich darbietet.

Dieser Namen hat mich auf eine andere Persönlichkeit geführt, welche wahrscheinlich in diese Periode und wohl nach Persien gehört. Es ist wieder ein Astrologe, der nur aus Citaten auszugraben war. In der Einleitung des KABI'SI (ALCABITIUS) und bei spätern daraus schöpfenden Astrologen erscheint ein corrumpirter Namen *Alezdegoz*, oder ähnlich entstellt.[11] Ich erkannte in ihm den von ABRAHAM IBN ESRA gerühmten jüdischen Astrologen: AL-ANDRUZAGAR BEN ZADI(?) FARUKH (oder FARRUKH?).[12] IBN ESRA scheint direct aus Schriften desselben, also in arabischer Sprache verfasst, geschöpft zu haben. Ältere Anführungen habe ich bis jetzt nicht auffinden können; es ist kein ausreichender Grund vorhanden, ihn mit ELIESER BEN FARU'H zu identificiren.

Hiermit enden meine Aufzeichnungen über jene dunkele Periode der ersten arabischen Monographien und der pseud-epigraphischen homiletischen hebräischen Literatur, die hieher gehörte.

Der nächste Abschnitt wird uns ganz bestimmte Gelehrte, Autoren und Schriften vorführen.

[1] Editionen sind verzeichnet in *Cat. Bodl.*, p. 633 und Add.; bei ZEDNER p. 221; BENJACOB, *Thesaurus*, p. 498 n. 1204.

[3] Nicht 1492, wie noch S. Sachs, *Carmina Salomonis b. Gabirol*, p. 81, angiebt.
[3] Filipowski, *Einleitung zu Abraham bar Chijja* (London 1851) p. XIII; s. Zunz, *Literaturgeschichte*, S. 605; mein *Polemische und apolog. Literatur*, S. 229 und im Index unter Elieser S. 434.
[4] Zunz, *Gottesdienstliche Vorträge*, S. 271, oder S. 285 der Ausgabe 1892.
[5] Bemerkungen zu diesen Kapp. nebst Parallelen gab ich in der Zeitschrift ha-Jona [Die Taube] herausgeg. von S. Sachs, (Berlin 1851), S. 20 ff. J. Fürst, Literaturblatt des Orient XII, 488 bezeichnet diese Arbeit als »durch Verworrenheit und Unselbständigkeit ganz wertlos», nachdem er den Inhalt derselben als eigene Weisheit vorgetragen hat.
[6] *Hebr. Übers.* S. 862, wo vom Zodiak in Bezug auf die Glieder, anders als bei Berthelot, *Introduction à l'étude de la chimie* (1889) p. 205. Die Angabe der Glieder, für uns hier gleichgültig, ist, mit Ausnahme des ersten, hier weggelassen.
[7] Diese bietet nur eine Differenz in Bezug auf Venus und Merkur, s. M. Sachs, *Relig. Poesie der Juden in Spanien*, S. 231, wo ein Artikel von Letronne, Jour. des savants 1840 [lies 1841] p. 538 citirt wird; s. auch den Commentar des Sabbatai Donnolo zum Buche der Schöpfung, S. 59.
[8] Ha-Jona, l. c., p. 21; s. auch Chwolsohn, *die Ssabier* II, 174 [wo Kabisi, der bekannte Astrolog, s. *Hebr. Übers.* S. 561]; Biot, *Etudes sur l'astronomie indienne* (extr. du Journ. des savants 1859) p. 66 und 100; E. Narducci, *Intorno ad alcuni passi d'antiche opere, relat. alle scienze fisiche* ecc. (ristamp. 1865) p. 8.
[9] Sachau hat für seine Ausgaben und Übersetzungen eine im Orient vorkommende Aussprache *Alberuni* gewählt. Solche ungewöhnliche Umschreibung sollte möglichst vermieden werden; die Umschreibung orientalischer Namen bietet schon Schwierigkeiten genug.
[10] Al-Biruni's Nachrichten über die Juden in seinem Werke über Indien hat Schreiner zusammengestellt.
[11] Zeitschr. d. deutschen morgenl. Gesellsch. **18**, 1864, 192; **24**, 1870, 383; **25**, 1871, 417.
[12] Vgl. »Farrukhan», Biblioth. Mathem. 1891, S. 67; s. auch Magazin für d. Wissensch. d. Judenth. III, 199; Monatsschrift für Gesch. u. Wissensch. d. Judenth. S. 497 (so lies in *Hebr. Übers.* S. 834 wie S. 531), wo ich auf *Zad-al-Farukh* oder *Zadan Farukh* bei Nadim im *Fihrist* hinweise.

Zur Frage über den Josephus sapiens.

Von H. SUTER in Zürich.

Die Vermuthungen, die Herr M. CURTZE (siehe Biblioth. Mathem. 1894, S. 13—14) über die Persönlichkeit des JOSEPHUS *sapiens* aufgestellt hat, können schwerlich richtig sein, und zwar aus folgenden Gründen:

1. Der im *Fihrist* genannte AR-Râzî heisst nicht JOSEPH, sondern trägt den Beinamen ABÛ JÛSUF (Vater des JOSEPH); daran, dass dieses *abû* von den Europäern einfach weggelassen worden sei, ist kaum zu denken.

2. AR-Râzî bedeutet: der aus Raj in Chorâzân gebürtige; JA'KÛB BEN MUHAMMED war also ein Ostaraber, was allerdings nicht verhindern würde, dass er später nach Spanien ausgewandert sein könnte, was bei vielen ostarabischen Gelehrten der Fall war.

3. Über AR-Râzî habe ich bei dieser Gelegenheit noch etwas weiteres erfahren. Im Art. EUKLEIDES (*Fihrist*-Übersetzung, p. 17) wird gesagt »das zehnte Buch commentierte auch ABÛ JÛSUF AR-Râzî, und zwar vortrefflich im Auftrage von IBN AL-'AMÎD». Dieser ABÛ JÛSUF AR-Râzî ist nun wohl kein Andrer als der pg. 37 des *Fihrist* genannte JA'KÛB BEN MUHAMMED AR-Râzî mit dem Beinamen ABÛ JÛSUF; nun war IBN AL-'AMÎD, in dessen Auftrag ABÛ JÛSUF das 10. Buch des EUKLEIDES commentirt hat, nach FLÜGEL (*Fihrist* II, pg. 106, aus IBN CHALLIKÂN und And.) der Wezîr des Bujiden RUKN AD-DAULA und starb im Jahre 360 d. H. (970/971 n. Chr.); nun hat wohl kaum der Wezîr eines ostarabischen Fürsten einen in Spanien lebenden Gelehrten mit der Commentirung eines Buches beauftragt. — Ich bedaure, bei meiner *Fihrist*-Übersetzung diese Notiz FLÜGELS über IBN AL-'AMÎD übersehen zu haben.

Trotz meinen Nachforschungen über spanische Gelehrte der Araberzeit habe ich bis jetzt noch nichts Sicheres über einen JOSEPHUS *sapiens* ausfindig machen können.

Sur les découvertes mathématiques de Wronski.

Par S. DICKSTEIN à Warszawa.

8. La méthode suprême.

Nous allons faire connaître les traits principaux d'une méthode constituant, d'après son auteur, une méthode générale pour la »construction théorique« des fonctions analytiques (*Philosophie de la Technie*, I, p. 168 et suiv.).[48]

Dans le développement de la fonction $F(x)$ d'après la loi suprême:

$$F(x) = A_0 + A_1\Omega_1 + A_2\Omega_2 + \ldots$$

les fonctons $\Omega_1, \Omega_2, \ldots$ étant arbitraires, on peut prendre à volonté un nombre quelconque de ces fonctions de manière à satisfaire le mieux possible aux conditions du problème, duquel résulte la fonction $F(x)$, qu'il s'agit de connaître. Dans la méthode suprême on détermine ω de ces fonctions ($\omega = 1, 2, 3, \ldots$) $\Omega_1, \Omega_2, \ldots, \Omega_\omega$ de manière à satisfaire à l'équation différentielle

$$(1) \qquad \mho(d\Omega_1\, d^2\Omega_2 \ \ldots \ d^\omega\Omega_\omega d^{\omega+1}F(x)) = 0;$$

quant aux fonctions suivantes

$$\Omega_{\omega+1}, \Omega_{\omega+2}, \ldots,$$

on les définit par la formule

$$\Omega_{\omega+\lambda} = \varphi(x)\varphi(x+\xi) \ \ldots \ \varphi(x+(\omega+\lambda-1)\xi). \quad {\scriptstyle (\lambda=1,2,\ldots)}$$

La fonction $\varphi(x)$ étant ici arbitraire, on la prend telle que la série

$$A_{\omega+1}\Omega_{\omega+1} + A_{\omega+2}\Omega_{\omega+2} + \ldots$$

soit convergente et ait la plus petite valeur possible entre les limites que l'on aura fixées. En exprimant alors les coefficients du développement au moyen de la loi suprême, on aura pour les valeurs progressives de ω ($\omega = 1, 2, \ldots$) les degrés successifs de la »construction théorique« de la fonction $F(x)$, c'est à dire on aura des fonctions:

$$F_1(x), F_2(x), \ldots, F_\omega(x)$$

avec leurs séries complémentaires correspondantes:

$$S_1, S_2, \ldots, S_\omega;$$

et

$$F(x) = F_\omega(x) + S_\omega.$$

Les »progrès» $F_\omega(x)$ seront d'autant plus exacts qu'il y entre un plus grand nombre des fonctions génératrices et la série S_ω est plus proche de zéro.

Dans le cas où l'on donne aux fonctions $\Omega_1, \Omega_2, \ldots, \Omega_\omega$ les déterminations spéciales

$$\Omega_\lambda = \frac{(x-a_1)(x-a_2)\ \ldots\ (x-a_\lambda)}{(n_1+x)(n_2+x)\ \ldots\ (n_\lambda+x)},$$

ou plus simplement

$$\Omega_\lambda = \frac{(x-a)^\lambda}{(n_1+x)(n_2+x)\ \ldots\ (n_\lambda+x)} \qquad (\lambda=1,2,\ldots,\omega)$$

$n_1, n_2, \ldots, n_\lambda$ étant des paramètres que l'on détermine conformément à la condition (1), Wronski désigne sa méthode sous le nom de méthode »primordiale» (*Réforme des mathématiques* p. 266 et suiv.).

En appliquant à ce cas le procédé général indiqué et en prenant pour $\varphi(x)$ la fonction $\frac{x-a}{n+x}$, on obtiendra la génération théorique du degré ω sous la forme:

$$(2)\qquad \begin{aligned} F(x) &= F(a) + \frac{D_a F}{1} P_1 . (x-a) + \frac{D_a^2 F}{1 . 2} P_2 . (x-a)^2 + \ldots \\ &\ldots + \frac{D_a^\omega F}{1 . 2 \ldots \omega} P_\omega . (x-a)^\omega + S_\omega . \end{aligned}$$

Cette représentation de la fonction $F(x)$ ne constitue pas une simple série procédant par rapport aux puissances de $(x-a)$, car les fonctions P, comme le montre le calcul (*Réforme des mathématiques*, p. 310), sont des fonctions de x et des dérivées de la fonction $F(x)$. Pour $\omega=1$ et $\omega=2$ on obtient[49]

$$F(x) = F(a) + D_a F \left| 1 + (x-a)\frac{D^2 F(x)}{2 D F(x)} \right| (x-a) + S_1,$$

$$\begin{aligned} F(x) = F(a) + D_a F &\left| 1 + (x-a)^2 \frac{Z}{12X} \right| (x-a) \\ &+ \frac{D_a^2 F}{1 . 2} \left| 1 + (x-a)\frac{Y}{2X} + (x-a)^2 \frac{Z}{12X} \right| (x-a)^2 + S_2, \end{aligned}$$

où

$$\begin{aligned} X &= 2 D_x^2 F . D_x^3 F - 3 (D_x^2 F)^2, \\ Y &= D_x F . D_x^4 F - 2 D_x^2 F . D_x^3 F, \\ Z &= 3 D_x^2 F . D_x^4 F - 4 (D_x^3 F)^2 . \end{aligned}$$

Les séries complémentaires S_1, S_2 seront aussi déterminées par la loi suprême; on peut les construire d'après une formule générale donnée par WRONSKI (*Réforme des mathématiques*, p. 315).

Quand les fonctions sont définies par leurs différentielles ou dérivées, la méthode primordiale devient une méthode générale d'intégration;[50] la formule (2) donne alors l'expression de l'intégrale cherchée. Par exemple si l'on définit $\log x$ par l'équation $dF(x) = \frac{dx}{x}$, nos formules donneront les développements suivants:

$$\log x = \log a + \frac{(x+a)(x-a)}{2ax} - \frac{4}{1}\left[\frac{1}{3}\left(\frac{x-a}{x+a}\right)^3 + \frac{2}{5}\left(\frac{x-a}{x+a}\right)^5 + \frac{3}{7}\left(\frac{x-a}{x+a}\right)^7 + \ldots\right],$$

$$\log x = \log a + \frac{(x+a)(x-a)}{12a^2x^2}[8ax-(a^2+x^2)] + \frac{16}{3}\left[\frac{1}{5}\left(\frac{x-a}{x+a}\right)^5 + \frac{3}{7}\left(\frac{x-a}{x+a}\right)^7 + \frac{6}{9}\left(\frac{x-a}{x+a}\right)^9 + \ldots\right],$$

$$\log x = \log a + \frac{(x+a)(x-a)}{60a^3x^3}\left[(x-a)^4 + 5ax\{8ax-(a^2+x^2)\}\right] - \frac{32}{5}\left[\frac{1}{7}\left(\frac{x-a}{x+a}\right)^7 + \frac{4}{9}\left(\frac{x-a}{x+a}\right)^9 + \frac{10}{11}\left(\frac{x-a}{x+a}\right)^{11} + \ldots\right],$$

qui peuvent être utiles pour le calcul des logarithmes.[51]

[48] Conf. MONTFERRIER, *Encyclopédie mathématique*, III, p. 457 et suiv.; E. WEST, *Exposé des méthodes générales* etc., p. 260—264; S. DICKSTEIN, *O prawie najwyzszem* II. (Sur la loi suprême, II). Prace matematyczno-fizyczne, **5**, 1894, p. 123—145.

[49] Les formules pour le troisième progrès ont été calculées par M. DURUTTE et publiées dans l'ouvrage de WRONSKI: *Accomplissement de la réforme de la mécanique céleste* (Paris 1851), Supplement p. 63—66.

[50] Voir HANEGRAEFF, *Méthode générale d'intégration* (Paris 1856).

[51] Voir S. DICKSTEIN, *O szeregach logarytmowych Wronskiego* (Sur les séries logarithmiques de WRONSKI). Prace matematyczno-fizyczne **4**, 1893, p. 88—94.

RECENSIONEN. — ANALYSES.

Heron d'Alexandrie. Les mécaniques ou l'élévateur publiées pour la première fois sur la version arabe de Qostâ ibn Lûqâ et traduites en français par **Carra de Vaux.** Extrait du Journal asiatique. Paris 1894. 8°, (4) + 194 + (4) + 115 p.

Le célèbre orientaliste J. Golius (né en 1596, mort en 1667) ayant rapporté d'Orient un manuscrit contenant la traduction arabe de l'important traité des mécaniques (ou *Baroulkos*) de Heron, déposa ce manuscrit à la bibliothéque de Leiden, où il se trouve encore. Golius le traduisit aussi en latin, mais cette traduction semble être perdue (cf. Biblioth. Mathem. 1885, 199—200), à l'exception du commencement, qui a été publié en 1785 par Brugmans. Maintenant, M. Carra de Vaux en a fait une traduction française qu'il vient de publier avec la version arabe.

L'ouvrage de Heron est divisé en trois livres, dont le premier contient des notions préliminaires sur la mécanique, le second rend compte des cinq machines simples (le treuil, le levier, la moufle, le coin, la vis sans fin), et le troisième se rapporte à quelques machines composées, en particulier les machines pour élever des fardeaux ainsi que les presses.

La traduction est précédée par une introduction, où M. Carra de Vaux donne quelques renseignements intéressants sur l'ouvrage de Heron et sur le manuscrit de la version arabe. Il en résulte que ce manuscrit est le seul qu'on en connaisse, et que l'original grec est sans doute perdu.

Dans l'introduction, M. Carra de Vaux fait observer aussi que le traité des mécaniques de Heron »est l'un des traités les plus importants que nous offre l'antiquité dans la branche des sciences mathématiques à laquelle il appartient, et l'un de ceux qui, en raison de leur étendue et de la notoriété de leur auteur, peuvent le mieux nous renseigner sur le caractère et le développement de l'antique mécanique». D'un autre côté, on trouve dans ce même traité des passages ayant un intérêt aussi au point de vue de l'histoire des mathématiques pures. Voici p. ex. le contenu des numéros 9—19 du premier livre: »Etant donnée une ligne, en trouver une autre semblable, telle que les figures semblables construites sur elles deux soient dans un rapport donné. Même problème dans le cas où les figures semblables sont à trois dimensions. Trouver deux moyennes proportionnelles consécutives entre deux lignes données. Définition de la similitude des figures irrégulières. Définition du centre de similitude. Trouver une figure semblable à une figure donnée. Description d'un instrument destiné à tracer les figures semblables dans le plan. Transporter en un lieu quelconque du plan la figure tracée. Transporter en un lieu quelconque de l'espace une figure solide tracée. Description d'un instrument destiné à construire les figures semblables dans l'espace. Application de cet instrument au tracé des figures solides symétriques». Dans le second livre, on rencontre de même quelques théorèmes sur le centre de gravité de figures rectilignes.

Mais en dehors des passages qui viennent d'être mentionnés, le traité de HERON en contient d'autres qui semblent avoir indirectement un grand intérêt pour l'histoire des mathématiques pures. Jusqu'à présent on a admis en général que HERON a vécu vers l'an 100 avant J.-C., mais en 1893 DIELS s'est efforcé de démontrer qu'il faut placer HERON à une époque plus basse, en tout cas après J.-C. Maintenant, cette opinion de DIELS est confirmée par la description de quelques machines donnée par HERON dans le troisième livre, et en particulier par la description des presses. En effet, C. PLINIUS SECUNDUS (23—79 après J.-C.) a indiqué que la petite presse à vis et sans levier fut inventée pendant le temps de sa vie, et cette même presse est décrite dans le paragraphe 19 du troisième livre de HERON. Comme le fait remarquer M. CARRA DE VAUX, ce fait est un argument très fort en faveur de l'opinion qui rabaisse l'âge de HERON au dessous de l'époque de PLINIUS.

A notre avis, la traduction de M. CARRA DE VAUX doit contribuer beaucoup aux progrès de nos connaissances sur l'histoire des mathématiques grecques.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

M. Cantor. VORLESUNGEN ÜBER GESCHICHTE DER MATHEMATIK. DRITTER BAND. VOM JAHRE 1668 BIS ZUM JAHRE 1759. ERSTE ABTHEILUNG. DIE ZEIT VON 1668 BIS 1699. Leipzig, Teubner 1894. 8°, 251 p.

Comme l'indique le titre, la première partie du troisième tome des *Vorlesungen* de M. CANTOR est consacrée à l'exposition de l'histoire des mathématiques pendant les années 1668—1699. Après avoir signalé les ouvrages d'histoire des mathématiques, les sociétés savantes, les éditions d'auteurs classiques et les traités élémentaires de mathématiques de cette période, M. CANTOR rend compte successivement de différentes recherches de géométrie élémentaire, et particulièrement de la *Characteristica geometrica* de LEIBNIZ, de l'arithmétique, de l'analyse combinatoire et de la théorie des rentes viagères. Ensuite il expose le développement de la théorie des séries par MERCATOR, BROUNCHER, GREGORY, NEWTON, LEIBNIZ, HALLEY, DE MOIVRE et JACQUES BERNOULLI. Après avoir traité la théorie des nombres et l'algèbre, les sections coniques et la théorie des autres courbes, il passe à l'histoire de la découverte et du premier développement du calcul infinitésimal. Ici il nous donne une analyse détaillée des écrits de NEWTON et de LEIBNIZ sur ce calcul jusqu'en 1699, ainsi que des recherches des frères BERNOULLI et de L'HÔPITAL se rapportant au même sujet. Il raconte aussi la première partie de l'histoire de la querelle sur le problème isopérimétrique; enfin il mentionne les objections de NIEUWENTIJT contre le calcul différentiel et l'attaque de FATIO DE DUILLIER contre LEIBNIZ, attaque qui donna lieu aux débats sur la priorité de l'invention des nouveaux calculs. Ces débats seront exposés dans la partie suivante du troisième tome des *Vorlesungen*, qui embrassera les années 1700—1726; une troisième partie suivra le développement des mathématiques jusqu'en 1759, qui sera le point terminal de l'ouvrage de M. CANTOR.

Par ce qui vient d'être mentionné, on voit que M. CANTOR a divisé en trois parties la période 1668—1759 et que, dans chaque partie, il s'est efforcé de traiter séparément les différentes branches des mathématiques. Il est vrai que ce procédé entraîne avec soi quelques inconvénients; ainsi p. ex. il a été nécessaire d'interrompre l'exposition de la querelle sur le problème isopérimétrique pour la reprendre plus loin. Mais d'autre part cet arrangement offre aussi des avantages essentiels, et par conséquent M. CANTOR a sans doute eu raison en s'en servant.

Si les deux tomes antérieurs des *Vorlesungen* s'adressent en premier lieu aux spécialistes dans l'histoire des mathématiques, la première partie du troisième tome doit avoir un intérêt immédiat pour tous les mathématiciens, parce qu'elle rend compte de l'invention du calcul infinitésimal, c'est à dire d'une des plus importantes découvertes qui aient jamais été faites dans le domaine des mathématiques. L'histoire de cette découverte a été déjà racontée, il est vrai, par plusieurs auteurs, mais personne d'entre eux ne l'a fait avec autant d'impartialité et d'exactitude que M. CANTOR.

En parcourant l'ouvrage de M. CANTOR, il nous a semblé qu'il soit en même temps très complet et très correct; les remarques auxquelles il nous a donné occasion, sont d'une importance tout à fait secondaire. Ainsi p. ex. nous n'y avons pu retrouver aucune notice sur la formule d'interpolation de NEWTON publiée dans les *Principia* (comparez p. ex. Biblioth. Mathem. 1886, 141—142), ni aucun renseignement sur le mathématicien espagnol OMERIQUE (voir Biblioth. Mathem. 1890, 36). Nous nous permettons aussi d'ajouter que nous aurions désiré à la page 4 une indication de l'écrit historique de H. WALLERIUS: *De matheseos incrementis* (Upsaliæ 1694), cité à la Biblioth. Mathem. 1889, p. 3.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. ENESTRÖM. Stockholm. 8°.
1894: 2.

Физико-математическія науки въ ихъ настоящемъ и прошедшемъ. Журналъ издаваемый В. В. Бобынинымъ. Москва. 8°.
1893: 3. — Les sciences mathématiques dans leur état actuel et passé. Journal publié par V. V. BOBYNIN.

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. CANTOR. Leipzig. 8°.
39 (1894): 3—5. — [Analyse de l'année 1892:] Fiziko-matem. naouki **12** (1893), 1894, 257—264.

°**Albrecht, G.**, Adam Ries und die Entwicklung unserer Rechenkunst. Prag 1894. •
8°, 18 p. — [0·40 Mk.]

Aubry, A., Notice historique sur la sommation des progressions géométriques décroissantes.
Journal de mathém. élément. **18**, 1894, 49—54.

°**Becker, H.**, Die geometrische Entwickelung des Infinitesimalbegriffs im Exhaustionsbeweise bei Archimedes und ihre Bedeutung für die Differentialgeometrie und die Schule. Insterburg 1894.
4°, 26 p. — [1·50 Mk.]

Bobynin, V., Sur les méthodes primitives qui ont servi à résoudre des questions arithmétiques.
Biblioth. Mathem. 1894, 55—60.

Boyer, J., Charles-Julien Brianchon d'après des documents inédits.
Revue scientifique 1, 1894, 592—594. — D'après les documents rapportés dans cette note, Brianchon naquit à Sèvres le 19 décembre 1783 et mourut à Versailles le 29 avril 1864.

Cantor, M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Dritter Band. Vom Jahre 1668 bis zum Jahre 1759. Erste Abtheilung. Die Zeit von 1668 bis 1699. Leipzig, Teubner 1894.
8°, 251 p. — [6 Mk.] — [Analyse:] Mathesis 4_2, 1894, 137. (P. M.) — [Analyse de la 2e édition du 1er tome:] Nordisk Tidsskr. for Filologi (Köbenhavn) 2_3, 1894, 179—181. (H. G. Zeuthen.) — Giornale di matem. **32**, 1894, 23—27. (G. Loria.) — Bullet. d. sc. mathém. 18_2, 1894, 102—107. (P. Tannery.)

Cerruti, V., Elenco dei lavori scientifici di Enrico Betti.
Palermo, Circolo matem., Rendiconti **8**, 1894, 161—165.

Dickstein, S., Sur les découvertes mathématiques de Wronski.
Biblioth. Mathem. 1894, 49—54.

Dickstein, S. i **Wawrykiewicz, E.**, Bibliografia matematyczna polska XIX. stulecia. Zeszyt próbny. Kraków 1894.
8°, 32 p. — Spécimen d'une bibliographie mathématique polonaise du 19e siècle.

Eneström, G., Quelques remarques sur l'histoire des mathématiques en Espagne au 16e siècle.
Biblioth. Mathem. 1894, 33—36.

Eneström, G., Note upon the history of the rules of convergency in the eighteenth century.
New York, Mathem. soc., Bulletin **3**, 1894, 186—187.

Eneström, G., Om Taylors och Nicoles inbördes förtjänster beträffande differenskalkylens första utbildande.
Stockholm, Vetenskapsakad., Öfversigt **51**, 1894, 177—187.

Eneström, G., Om uppkomsten af tecknen + och — samt de matematiska termerna »plus» och »minus».
Stockholm, Vetenskapsakad., Öfversigt **51**, 1894, 243—256. — [Résumé:] L'intermédiaire des mathématiciens **1**, 1894, 119—121.

Eneström, G., Om upptäckten af sättet att medelst differentiation bestämma värdet af en bråkfunktion, då täljare och nämnare samtidigt blifva noll.
Stockholm, Vetenskapsakad., Öfversigt **51**, 1894, 297—305.

Fabris, V., Pico Fonticulano e la sua geometria.
Bollettino di storia patria Antinori negli Abruzzi (Aquila) **6**, 1894, 229—238.

Favaro, A., Intorno alle meccaniche di Erone Alessandrino edite per la prima volta sulla versione araba di Costa ben Luca dal bar. Carra de Vaux.
Venezia, Istituto Veneto, Atti 5_7, 1894, 1117—1132.

°**Fermat, P. de**, Oeuvres. Publiées par les soins de P. Tannery et Ch. Henry sous les auspices du ministère de l'instruction publique. Tome second. Correspondance de Fermat. Paris 1894.
4°, 12 + 514 p. — [19 Mk.]

°**Firmicus, Julius,** Matheseos libri VIII. Primum recensuit C. SITTL. Pars I. Libri I—IV. Leipzig, Teubner 1894.
8°, 15 + 246 p. — [2·40 Mk.]

Fontès, Pierre Bongo, arithméticien, essai d'archéologie mathématique.
Toulouse, Acad. d. sc., Mémoires 5_6, 1893, 371—380.

Fontès, Sur l'ancienneté du triangle arithmétique.
Association française pour l'avancement des sciences (Congrès de Besançon) 1893, II, 236—240.

°**Franchetti, G.,** Cenni storici sulle matematiche elementari. Sassari, Satta 1893.
8°, 68 p. — [5 lire.]

G[aldeano], Z. G. de, Giuseppe Battaglini.
El progreso matem. **4**, 1894, 195—196.

Galilei, G., Opere. Edizione nazionale sotto gli auspicii di sua maestà il re d'Italia. Volume IV. Firenze 1894.
4°, 794 + (2) p. — Edition publiée sous la direction de M. A. FAVARO. — [Analyse du tome III: 1:] Bullet. d. sc. mathém. $\mathbf{18}_2$, 1894, 97—102. (P. TANNERY.)

Gegenbauer, L., Bemerkung über Leonardo Pisano's »Liber Abaci«.
Monatshefte für Mathem. **4**, 1893, 402.

Hultsch, F., Zur Kreismessung des Archimedes.
Zeitschr. für Mathem. **39**, 1894; Hist. Abth. 121—137, 161—172.

°**Hüniger, H.,** Der Philosoph K. Chr. Fr. Krause als Mathematiker. Eisenberg 1894.
4°, 32 p. — [1·50 Mk.]

°**Kiebel, A.,** Galilei's Untersuchung der Fallbewegung. Czernowitz 1894.
8°, 29 p. — [0·50 Mk.]

Laisant et Humbert, Communication sur l'état d'avancement des travaux du répertoire bibliographique des sciences mathématiques. Paris 1894.
8°, 11 p.

Loria, G., La logique mathématique avant Leibniz.
Bullet. des sc. mathém. $\mathbf{18}_2$, 1894, 107—112.

Loria, G., Studi intorno alla logistica greco-egiziana.
Giornale di matem. **32**, 1894, 28—57.

Mackay, J. S., The triangle and its six scribed circles.
Edinburgh, Mathem. soc., Proceedings **1** [1883], 1894, 4—128.

Mackay, J. S., Notice sur le journalisme mathématique en Angleterre.
Association française pour l'avancement des sciences (Congrès de Besançon) 1893, II, 303—308.

Newcomb, S., Pensiero matematico moderno.
Rivista di matem. **4**, 1894, 121—128. — Traduction, par O. ZANOTTI BIANCO, de la note indiquée ci-dessus p. 29.

Pascal, E., Giuseppe Battaglini. Cenno necrologico.
Rivista di matem. **4**, 1894, 91—96.

P[eano], Un precursore della Logica matematica.
Rivista di matem. **4**, 1894, 120.

Pinto, L., Giuseppe Battaglini.
Napoli, Accad. d. sc. fis. e matem., Rendiconto **8**₂, 1894, 49—54.

Quiquet, A., Aperçu historique sur les formules d'interpolation des tables de survie et de mortalité. Deuxième édition. Paris, Warnier 1893.
8°, 38 p. — [3 fr.]

°**Riccardi, P.**, Biblioteca matematica italiana dalla origine della stampa ai primi anni del secolo XIX. Ripubblicata a cura della società tipografica modanese, con 2 nuove serie di aggiunte. I—II. Torino 1894.
4°. — [42 Mk.]

°**Riesfen**, Ein ungedrucktes Rechenbuch aus dem Jahre 1676. Glückstadt 1893.
4°, 26 p. — [1·20 Mk.]

Rudio, F., Erinnerung an Moriz Abraham Stern. Zürich 1894.
4°, 19 p. + portrait.

Stäckel, P., Bemerkungen zur Geschichte der geodätischen Linien.
Leipzig, Sächs. Gesellsch. d. Wissensch., Berichte (Math. Cl.) 1893, 444—467.

Steinschneider, M., Die Mathematik bei den Juden.
Biblioth. Mathem. 1894, 37—45.

Torelli, G., Giuseppe Battaglini.
Palermo, Circ. matem., Rendiconti **8**, 1894, 180—186.

Vacca, G., Intorno alla prima dimostrazione di un teorema di Fermat.
Biblioth. Mathem. 1894, 46—48.

Wassilieff, A., Lobatchewskij as algebraist and analyst.
New York, Mathem. soc., Bulletin **3**, 1894, 231—235.

ВАСИЛЬЕВЪ, А., Броннеръ и Лобачевскій. Казань 1893.
8°, 15 p. — Wassilieff, A., Bronner et Lobatchevskij. Deux épisodes de la vie des premiers professeurs à l'université de Kasan.

ВАСИЛЬЕВЪ, А., Николай Ивановичъ Лобачевскій. Казань 1894.
8°, 40 p. — Wassilieff, A., N.-I. Lobatchevskij. Discours prononcé à la séance solennelle de l'université de Kasan le 22 octobre 1893.

Weilenmann, A., Nekrolog auf Joh. Rudolf Wolf.
Zürich, Naturf. Gesellsch., Vierteljahrsschrift **39**, 1894, 1—64 + portrait.

Wittstein, A., Über die Wasseruhr und das Astrolabium des Arzachel.
Zeitschr. für Mathem. **39**, 1894; Hist. Abth. 81—94.

Question 46 [sur un *Opusculum de praxi numerorum*].
Biblioth. Mathem. 1894, 63—64. (G. Eneström.)

Besthorn, R. O. et Heiberg, J. L., Codex Leidensis 399, 1. Euclidis Elementa ex interpretatione Al-Hadschdschadschii cum commentariis Al-Narizii. Arabice et latine ediderunt notisque instruxerunt. I: 1. Hauniæ 1893. 8°.
Bullet. d. sc. mathém. **17**$_2$, 1893, 315—318. (P. Tannery.) — Nyt Tidsskrift for Mathem. **4**, 1893, 92—93.

Cajori, F., A history of mathematics. New York, Macmillan 1894. 8°.
New York, Mathem. soc., Bulletin **3**, 1894, 190—197. (D. E. Smith.) — [Répliques:] *New York*, Mathem. soc., Bulletin **3**, 1894, 248—251. (G. B. Halsted; D. E. Smith.)

Loria, G., Le scienze esatte nell' antica Grecia. Libro I. I geometri greci precursori di Euclide. Modena 1893. 4°.
The mathematical gazette (Bedford) **1**, 1894, 3—4. (J. S. Mackay.)

Loria, G., Della varia fortuna di Euclide in relazione con i problemi dell' insegnamento geometrico elementare. (Periodico di matematica **8**, 1893.)
Zeitschr. für Mathem. **39**, 1894; Hist. Abth. 185—186. (Cantor.)

Meyer, F., Bericht über den gegenwärtigen Stand der Invariantentheorie. (Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung **1**, 1892.)
New York, Mathem. soc., Bulletin **3**, 1894, 187—190. (F. Franklin.)

Obenrauch, Monge, der Begründer der darstellenden Geometrie. Eine historische Studie. I. Brünn 1893. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **39**, 1894; Hist. Abth. 187—188. (Cantor.)

Rebière, A., Mathématiques et mathématiciens. Pensées et curiosités. Deuxième édition, revue et augmentée. Paris, Nony 1893. 8°.
Jornal de sc. mathem. **9**, 1894, 189. (G. T.)

Rebière, A., Les femmes dans la science. Conférence faite au cercle Saint-Simon le 24 février 1894. Paris, Nony 1894. 8°.
Mathesis **4**$_2$, 1894, 135. (J. N.) — El progreso matem. **4**, 1894, 225.

Wertheim, G., Die Arithmetik des Elia Misrachi. Ein Beitrag zur Geschichte der Mathematik. Frankfurt a/M. 1893. 4°.
Biblioth. Mathem. 1894, 61. (G. Eneström.)

Zeuthen, H. G., Forelæsning over Mathematikens Historie. Oldtid og Middelalder. Kjöbenhavn, Höst 1893. 8°.
Nyt Tidsskrift for Mathem. **4**, 1893, 84—92.

Mathematisches Abhandlungsregister. 1893. Erste Hälfte: 1. Januar bis 30. Juni.
Zeitschr. für Mathem. **39**, 1894; Hist. Abth. 113—120.

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1894, 61—63. — Zeitschr. für Mathem. **39**, 1894; Hist. Abth. 110—112, 159—160, 199—200. — Fiziko-matem. naouki **12** (1893). 1894, 265—272.

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

47. Dans un traité d'algèbre rédigé en italien au 14[e] siècle et publié par LIBRI dans le 3[e] tome (p. 302—349) de son *Histoire des sciences mathématiques en Italie* (Paris 1840), le mot *cosa* a été employé pour désigner la quantité inconnue. M. CANTOR, ayant appelé l'attention sur ce fait dans le second tome (p. 145) des *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, ajoute: »höchstens könnte cosa bemerkenswerth erscheinen, die Übersetzung von res, während GERHARD von Cremona und LEONARDO meistens radix sagten, LEONARDO allerdings einmal auch res». Il s'ensuit de ce passage que M. CANTOR n'a rencontré le mot italien *cosa* ni le mot latin correspondant *causa* dans aucun ouvrage antérieur à l'algèbre citée. Néanmoins ce dernier mot a été employé déjà par LEONARDO PISANO dans son *Flos*. Effectivement, on y lit (*Scritti di Leonardo Pisano,* éd. BONCOMPAGNI, **2**, 1857, p. 236, ligne 18): »posui pro primo numero causam et pro quinto rem». Par conséquent, les mots *causa* et *res* semblent être pour LEONARDO deux traductions différentes du mot arabe *schai.*

Est-ce que quelque auteur antérieur à LEONARDO a fait usage du mot *causa* pour désigner une quantité inconnue?

(G. Eneström.)

Inhalt. — Table des matières.

STOCKHOLM, TRYCKT I CENTRAL-TRYCKERIET, 1894.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK — JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON — PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1894. STOCKHOLM. N° 4.

NEUE FOLGE. 8. — NOUVELLE SÉRIE. 8.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Markgrafenstrasse 51. — Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr. — PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Über den Geburtsort des Serenos.

Von J. L. HEIBERG in Kjöbenhavn.

Als Vaterstadt des Mathematikers SERENOS gilt, so viel ich weiss, unbestritten Antissa auf Lesbos; bekanntlich hat BRETSCHNEIDER[1] sogar eine, übrigens ganz unhaltbare,[2] chronologische Bestimmung daran knüpfen wollen. Die Benennung des SERENOS als Antissäer beruht lediglich auf den Überschriften seiner beiden Abhandlungen. Ich habe wegen einer Neubearbeitung derselben die Handschriften untersucht, und es ergiebt sich, dass die wie im APOLLONIOS[3] allein massgebende Handschrift Vatic. gr. 206 folgendes hat: über *de sectione cylindri* *Σερήνου περὶ κυλίνδρου τομῆς* (ebenso Paris. gr. 2342), am Schluss *Σερήνου Ἀντινσέως φιλοσόφου περὶ κυλίνδρου τομῆς* (ebenso cod. Constantinopolitanus). Anfang und Schluss von *de sectione coni* ist unbezeichnet (auch in cod. Constantinopolitanus; Paris. gr. 2342 hat als Überschrift *Σερήνου Ἀντινέως φιλοσόφου περὶ κώνου τομῆς*, als Unterschrift *τέλος τοῦ περὶ κώνου τομῆς Σερήνου*). Das fragliche Ethnikon ist also nur einmal überliefert und zwar in der Form *Ἀντινσέως*. Diese sprachlich unmögliche Form mit HALLEY[4] als spätgriechisch für *Ἀντισσέως* zu erklären hat gar keine Gewähr; und wenn wir auch diese Erklärung gelten lassen wollten, wäre damit nichts gewonnen; denn das Ethnikon zu Antissa ist nicht *Ἀντισσεύς*, sondern *Ἀντισσαῖος*.[5] Wir müssen also in *Ἀντινσέως* etwas anderes suchen, und da bietet sich durch die leichte Änderung eines *σ* in *ο* das Ethnikon *Ἀντινοέως* dar, d. h. aus Antinoeia[6] oder Antinoupolis in Ägypten.

Dadurch wird für die Lebenszeit des SERENOS ein *terminus post quem* gewonnen; denn Antinoupolis wurde vom Kaiser HADRIAN im Jahre 122 n. Chr. dem ANTINOUS zu Ehren gegründet. Zugleich wird er auch räumlich in die Nähe der Alexandrinischen Mathematiker, eines PAPPOS und THEON, gerückt, wo er sicher hingehört. Wir dürfen ihn also künftig SERENOS *von Antinoeia* nennen.

[1] BRETSCHNEIDER, *Die Geometrie und die Geometer vor Euklides*, S. 183—184.

[2] FR. BLASS, Neue Jahrbücher für Philologie und Pädagogik **105**, 1872, S. 34.

[3] APOLLONII *Pergaei quae Graece exstant cum commentariis antiquis*, ed HEIBERG, II S. LVI.

[4] In seiner Ausgabe S. 1 Anm.

[5] Z. B. THUKYDID III, 18, 2 und Inschriften.

[6] *Stephanus Byzant. ed.* WESTERMANN, S. 44, 34 *Ἀντινόεια πόλις Αἰγύπτου ἀπὸ Ἀντινόου παιδός· τὸ ἐθνικὸν Ἀντινοεύς.*

Die Mathematik bei den Juden.

Von Moritz Steinschneider in Berlin.

Orientalische Autoren im IX. und X. Jahrhundert.

13. Mit der arabischen Wissenschaft zog auch der Islam in die Studirstuben der Juden. Es ist weder leicht, noch befriedigend, die Motive zu untersuchen, welche den Religionswechsel überhaupt bewirken; Liebe, Ehrgeiz, Eigennutz, religiöser Indifferentismus und dergl. werden sicherlich, ausser einer, im reifen Alter gewonnenen neuen Überzeugung, bei den meisten Renegaten, oder Proselyten, von Einfluss gewesen sein; es ist für uns hier nur die allgemeine Frage zu beantworten: *Gehören abgefallene Juden in die Kulturgeschichte derselben?* Wir nehmen vor Allem Abstand von den geborenen Juden, welche von Eltern oder Anderen der neuen Religion zugeführt werden; hingegen ist es gewiss nicht unbefangene Geschichtsforschung, welche in den jüdischen Abtrünnigen nur für nachteilige Seiten seiner Persönlichkeit die Abstammung verantwortlich macht. Es wird also in der Kulturgeschichte darauf ankommen, ob der betreffende Gelehrte unter jüdischem Einflusse seine erste Bildung erhalten habe. Das ist allerdings auch nicht überall nachweislich, am wenigstens bei den Juden unter den Arabern, über welche wir oft nur aus arabischen Quellen schöpfen können, denen die Erziehung des Renegaten ferne lag.

Diese allgemeine Erörterung soll nur rechtfertigen, wenn in der folgenden Zusammenstellung jüdische Renegaten vorkommen, ohne dass überall ihre jüdische Erziehung nachweisbar ist. Bei dem ersten, den wir hiermit einführen, ist allerdings die Sache unzweifelhaft.

Abu'l-Tajjib Sind ben Ali (829—833?) war ein berühmter Sternbeobachter.[1] Die älteste Quelle, der *Fihrist* des Nadim (S. 275, s. II, 122, deutsch von Suter: *Das Mathematiker-Verzeichniss* etc., Zeitschr. f. Mathem. **38**, 1893; Hist. lit. Abtheil. S. 29, dazu S. 63), erzählt, dass Sind auf Veranlassung Ma'amun's zum Islam überging und dessen Astronom wurde. Er ist derjenige, welcher die Synagoge hinter dem Thor der Schamâsijja in dem Harîm der Wohnung des Muizz al-Daula baute.[2] Er arbeitete unter den Stern-Beobachtern, ja sogar an der Spitze aller.

Kifti, dessen Artikel bei Casiri (I, 341) und Sédillot (*Prolég. des tables astron. d'Oloug Beg*, p. IX) ungenau mitgeteilt und übersetzt ist, rühmt Sind's Kenntnis des Sternenlaufes, des Gebrauchs astronomischer Instrumente, wie des Astrolab, und nennt Bagdad ausdrücklich. Sind erprobte (*imta-'hana*) die Orte der Sterne, wurde aber in seiner Arbeit durch den Tod Ma'amun's unterbrochen.

Die astronomischen Tafeln, welche von mehreren Astronomen Ma'amun's hergestellt wurden, heissen die Ma'amunischen. Kifti bemerkt, dass die Tafeln, welche Sind ausarbeitete, von den Astronomen »bis auf den heutigen Tag» angewendet werden.

Unklar ist mir die Rolle, welche Sind in einer Katastrophe des berühmten al-Kindi spielte. Oseibia (I, 207, Zeile 9. v. u.) teilt eine Stelle aus einem Buche des Ahmed ben Jusuf mit,[3] welche Hammer (III, 242, Z. 2) so auffasst, dass die Brüder Ahmed und Muhammed, Söhne des Musa ben Schakir,[4] Ränke geschmiedet hätten, um »Said» [lies Sind] ben Ali vom Khalifen Mutawakkil zu entfernen. Flügel (*Al-Kindi*, S. 16) liest heraus, dass die Brüder »mit Hilfe» des Juden Sind den Kindi in Missgunst brachten. Diesmal scheint der, sonst unzuverlässige Hammer der Wahrheit näher zu kommen als Flügel. Es heisst im Texte wörtlich: »Sie schickten Sind nach Bagdad weg und entfernten ihn von Mutawakkil»; dann kommt erst die Verläumdung des Kindi. Das Wegschicken »nach Bagdad» bedarf der Erklärung; Mutawakkil residirte in Sermenrei; aber jedenfalls war Sind nicht Spiessgeselle der ränkevollen neidischen Brüder.

Die Schriften Sind's scheinen bis auf n. 6. sich nicht erhalten zu haben. Wir stellen 5 voran, deren Titel der *Fihrist* erwähnt, ohne den Inhalt anderweitig zu bestimmen; Kifti, dem das Biographische die Hauptsache ist, begnügt sich mit der Bemerkung: Sind verfasste Schriften über Rechenkunst und Astronomie, welche bekannt (berühmt) sind. Hagi Khalfa kennt nur die astronomischen Beobachtungen. Die 5 Titel sind folgende:

1. *al-Munfa'salât wa'l-Mutawassatat*, wörtlich »die Vereinzelten und die Mittleren»; Suter (S. 63) vermutet: »die Apotomeen und Medialen».
2. die Schneidenden (Hammer: »die Symmetrie»!).
3. die indische Rechnung (d. h. Arithmetik; vgl. Reinaud, *Mémoire sur l'Inde*, p. 302; Woepcke, *Mémoire sur l'introduction des chiffres* p. 181).
4. »Sammlung und Trennung» (Suter: Vermehrung und Verminderung).
5. Algebra (Hammer: »Kabbale»!).

Dazu kommen (unter fortgesetzter Zählung):

6. die (Ma'amunischen) Tafeln, von denen oben die Rede gewesen ist.

7. Compendium des X. Buches von EUKLID, worüber das Nähere in meinem Art. »*Euklid bei den Arabern*« (1886), S. 4.

8. Frage (oder Problem), welche AHMED BEN MUSA BEN SCHAKIR dem SIND vorlegte, und: »Fragen (Probleme), welche zwischen SIND und AHMED verhandelt wurden«, erwähnt *Fihrist* (S. VII, SUTER S. 24: »über die Frage etc.«) nicht unter SIND, sondern nur unter AHMED, und zwar fehlen die letzteren in 2 mss. (s. Lesarten S. 24), wie bei KIFTI (CASIRI, I, 418, vgl. Biblioth. Mathem. 1887, S. 74 n. 11 u. 13); es ist aber jedenfalls daraus zu schliessen, dass auch SIND auf die Fragen einging. Ein persönliches Verhältnis zwischen den beiden Gelehrten ist oben besprochen worden.

9. Dem SIND wird eine Abhandlung beigelegt, worin er von seiner Sendung zur Ausmessung eines Grades (zwischen Wasit und Tadmor, oder Palmyra) erzählt. Diese Abhandlung wird von IBN JUNIS in den Hakim'schen Tafeln citirt.[5]

10. Eine Notiz über eine, oder mehrere Schriften SIND's ist wiederum an einer isolirten Stelle des *Fihrist* zu finden (bei SUTER S. 30, 64; auch bei FLÜGEL Zeitschr. der deutschen morgenländ. Gesellsch. 13, 1859, 630); KIFTI hat diese »Erzählung« (Nachricht) an seinen Artikel »Dja'afar« gefügt; aber die Stelle fehlt bei CASIRI (I, 352), was SUTER nicht wissen konnte. Die eigentliche Quelle ist ein Buch von der Hand des IBN AL-DJAHM, das ist der Barmekide MUHAMMED (*Fihrist* II, 110 zu 245 Anm. 1).

Danach hätte SIND eine »Einleitung« (in die Astronomie oder Astrologie) verfasst und dem ABU MA'ASCHAR geschenkt, welcher sie sich selber zuschrieb;[6] letzterer erlernte die Sternkunde nämlich erst im späteren Alter, und seine Intelligenz reichte nicht aus zur Abfassung dieses Buches, wie zu der der neuen Tractate (*Makalât*)[7] über die Nativitäten und des Buches über die Conjunctionen, welches dem IBN AL-BAZJAR beigelegt wird;[8] alle diese Schriften sind von SIND.

Dieser Gelehrte war jedenfalls schon ein im Judentum erzogener Mann, als er von MA'AMUN dem Islam zugeführt wurde, und hat schon als Jude sich durch Talent oder Wissen dem Khalifen bekannt gemacht.

14. Anno 887—98 lebte und lehrte, nach gewöhnlicher Annahme, der Gaon, d. h. Rector der Hochschule zu Sura in Babylon, NACHSCHON (NA'HSCHON, wahrscheinlich BEN ZADOK), welchem die Erfindung einer Periode von 347 Jahren (= 13 Cyklen zu 19 Jahren) für die Kalenderberechnung beigelegt wird, zu finden in fast allen mss. über Kalenderkunde (sogen. »*Ibronot*«), in ms. Paris 1032 mit Tabellen, zuerst hebräisch gedruckt 1521 in dem Werke des JOSEF BEN SCHEMTOB (worüber an seinem Orte), auch unter dem Titel *Canones festivitatum* mit lateinischer Übersetzung von SEB. MÜNSTER, in seiner Sammelschrift *Calendarium hebraicum* (Basil. 1527), auch lateinisch von JAC. CHRISTMANN, in seinem Sammelwerke *Calendarium* (Francof. a. M. 1594), wo der Namen NAHASSON lautet. Mehr in meinem *Catal. l. h. in Bibl. Bodleiana* p. 2019.

[Zum Jahre 893 ist eine *Fiction* zu verzeichnen, nämlich der angebliche Abgesandte IMMANUEL ASSALONI in Gnesen, bei STERNBERG, *Geschichte der Juden in Polen*, S. 7; es genügt, die ganze Notiz als Erfindung zu bezeichnen.]

15. Sehr zu bedauern ist es, dass von einem anderen berühmten Gaon die Nachrichten und Reste mathematischer Schriftstellerei so ungenügend auf uns gekommen sind.

SA'ADIA Gaon BEN JOSEF, arabisch SA'ÎD BEN JUSUF AL-FAJJUMI (gest. 941), war von Ägypten nach Babylon zum Lehramt berufen. Prof. JOSEPH DERENBOURG in Paris hat zum 1000. Geburtsjahr SAADIAS 1892 eine Sammlung der Schriften und Fragmente begonnen, die langsam vorschreitet. ABR. IBN ESRA (st. 1167) bezeichnet SAADIA als »Haupt der Redner an allen Orten«, das heisst als denjenigen, mit welchem die Pflege aller Zweige der jüdischen Disciplinen beginnt und in sichtbarer Continuität sich fortpflanzt.[9] Er ist in Allem epochemachend; seine etwaigen Vorgänger hat er in den Schatten der Vergessenheit gestellt. Er ist ein Schüler der Araber, schrieb fast alles in ihrer Sprache, sogar seine Bibelübersetzung in arabischer Schrift, nicht mit hebräischen Lettern, wie es in der arabischen Literatur der Juden allmälig üblich wurde.

Unter solchem Einflusse verfasste er eine Abhandlung über Erbrecht, oder Erbschaftsrechnung, unter dem Titel *Kitab al-Mawârîth*, wovon ich ein Fragment in hebräischer Schrift in der Bodleiana in einem Fragmentenheft wiederaufgefunden habe (*Catal. Bodl.* p. 2160). Das Fragment scheint beim ersten Anblick ein arithmetisches zu sein; es behandelt den Gegenstand hauptsächlich nach Grundsätzen der Erbteilung, für welche jüdische Quellen nicht bekannt sind; die ganze Methode erinnert an die arabische Disciplin der *Farâidh* (Erbteilung), deren Vertreter als *Faradhi* bezeichnet werden, was auch Familienamen geworden ist.[10] Diese Wissenschaft ist ein Zweig der Rechts-lehre (*Fikh*). — Eine hebräische Übersetzung jenes Fragments von I. S. Fuchs, wovon ein Specimen in der von Fuchs redigirten hebräischen Zeitschrift ha'Hoker (»Revue Hébraique, Études littéraires» etc., Paris 1891, gedruckt in Krakau) p. 41 abgedruckt ist, wird von Herrn Dr. Joel Müller hier mit einer Einleitung herausgegeben werden.[11]

Sa'adia hat sich auch mit dem Kalender beschäftigt und eine Monographie darüber (Buch *Ibbur*, in hebräischer Sprache?) verfasst. Diesem verlorenen Buche gehören wahrscheinlich allerlei, meist gereimte hebräische Formeln, oder »Schlüssel» zur kürzeren Berechnung der Quatember und der Neumonde nach kurzen Cyklen (»9 Pforten») und dergl., welche man mit, oder ohne Namen des Verf. in allen mss. und in Drucken mit verschieden lautenden Erklärungen und Beispielen findet.[13]

Aber auch in seinen Bibelcommentaren und in besonderen polemischen Abhandlungen gegen die Secte der Karäer (oder Karaiten) behandelt er die, zwischen ihnen und den Rabbaniten (Anhängern des Talmud) bis heute streitigen Fragen, den Kalender betreffend.[14] Sa'adia ist ein Apologet der Tradition, also nicht ein kritischer Historiker — und wer war es zu seiner Zeit? — Es ist ihm wahrscheinlich, dass die Sprüche Salomonis sich im Munde des Volkes bis zur schriftlichen Sammlung des biblischen Buches erhielten, eben so kann die phantastische Kosmogonie des Buches *Jezira* (s. oben § 11) dem Inhalte nach vom Patriarchen Abraham herrühren. Ähnlich ist seine Behauptung, dass die Juden von jeher den Neumond nach blosser Berechnung bestimmten und die Wahrnehmung (Zeugenaussage) ein secundäres Moment für den Gerichtshof war. —

Um hier mit Asien abzuschliessen, greifen wir in der Zeit etwas vor. Um 997 lebte der jüdische Mathematiker Bischr ben Fin'has (Pinchas) ben Schueib, angeblich ein Freund des Christen îbn Zar'a, der im J. 997 an ihn eine Widerlegung jüdischer Religionslehren richtete;[15] nach einem Zusatz Oseibia's (I, 236) hatte auch Bischr den ibn Zar'a widerlegt. Hier ist der Namen offenbar corrumpirt (s. Lesarten S. 29): Bischr »ben Bischr, genannt ibn Anaja». Bischr ist vielleicht ein Nachkomme des jüdischen Astrologen Schueib, der zu Anfang des IX. Jahrhunderts zwischen bekannten Astrologen in hoher Stellung erwähnt wird,[16] und der an seiner Stelle erwähnt wäre, wenn ich mehr hätte heranbringen können.

Hottinger weiss von einer Arithmetik Bischr's, welche von arabischen Schriftstellern oft erwähnt werde; ich finde aber keine andere von ihm unabhängige Quelle.

[1] Quellen, s. in meinem *Euklid bei den Arabern* S. 90, wo lies: Zeitschr. D.M.G. Band **25** zu S. 170; s. auch FLÜGEL, *Diss. de interpret.* p. 32 n. 71.

[2] Die Stelle bei KIFTI ms. fehlt bei CASIRI. SUTER übersetzt *Kauisa* mit »Tempel (Observatorium)«, was unstatthaft ist, und fügt hinzu: »welcher in der Residenz Bagdad steht« (etwa aus KIFTI?). MUIZZ eroberte Bagdad ein Jahrhundert nach MA'AMUN, also bezeichnet NADIM nur den Platz. Der spanische Richter 'SÂID (über welchen s. *Al-Farabi* p. 144) bei HAGI KHALFA, III, 466 (die indirecte Quelle für [HAMMER], *Encyklopäd. Übersicht*, S. 363), macht Schamâsijja zu einer Stadt im Bezirk von Damaskus. — HAMMER, *Literaturgesch.* III, 254, fügt noch hinzu, dass SIND 2 Sternwarten baute, wovon Nichts bei NADIM.

[3] *'Husn al-Ukba*, s. Biblioth. Mathem. 1888, S. 114. Gewährsmann ist der bekannte Mathematiker ABU KAMIL SCHUDJA.

[4] Biblioth. Mathem. 1887, S. 44 und weiter unten N. 8.

[5] Cap. II, nach SÉDILLOT, bei DELAMBRE, *Hist. de l'astronomie* III, 97 (vgl. daselbst p. 139: Mondbreite von 5° aus den astronomischen Tafeln). — Als College SIND's wird dort ABDAL-MALIK »al-Mezurudi« [sic] genannt, richtiger KHALID BEN ABD AL-MALIK aus Merw; s. HAGI KHALFA III, 466. SÉDILLOT, *Prolégom.* p. X.; Zeitschr. f. Mathem. **12**, 1867, 39, Anm. 66, wo aber »Calet filius alimelit alcemini« im Commentar zum *Centiloquium* nr. 30, nach dem Originale und der hebräischen Übersetzung 'SALI'H BEN AL-WALID AL-TAMIMI; Zeitschr. der deutschen morgenl. Gesellsch. **24**, 1870, 347 b); vgl. SALI'H B. AL-MALIK AL-TAMIMI AL-KHORASANI, *Fihrist*, S. 7 Zeile 21.

An einer anderen Stelle des IBN JUNIS ed. CAUSSIN (p. 67) erzählt SIND, dass er die Armilla gesehen habe, womit der bekannte Astronom JA'HJA IBN ABI MANSUR (den ich mit *Almeon* in europäischen Quellen identificire) beobachtete. Gehört diese Stelle derselben Abhandlung?

[6] Das Plagiat wäre demnach die vielfach bearbeitete »Einleitung« des berühmten Astrologen (s. mein *Hebr. Übersetz.* S. 566), welcher zuerst Geschichtschreiber war (daselbst S 567, Anm. 211).

[7] Hier nicht »Abhandlungen«, wie SUTER übersetzt.

[8] SUTER hat erst in letzter Correctur [die ich seiner Gefälligkeit verdanke] dafür: »an IBN BAZJAR gerichtet« gesetzt. Das Buch des IBN BAZJAR erwähnt NADIM bald darauf

(SUTER S. 30). — ABU MA'ASCHAR bestritt Angaben von SIND (IBN JUNIS l. c. p. 59; HAMMER III, 262, Anm. 1).

[9] Die Bibliographie über SAADIA nimmt in meinem *Catal. Bodl.* p. p. 2156—2224 ein. Von diesem Artikel (SA'ADIA) habe ich mit einigen anderen über berühmte Männer einige Sonder-Abzüge machen lassen unter d. T.: *Specimen Catalogi libr. hebr.* etc. (Berolini 1857.)

[10] Ich habe ein Verzeichnis der betreffenden Autoren und Schriften, so wie derjenigen Autoren auf anderen Gebieten, welche den Familienamen FARADHI (mitunter in den Quellen verstümmelt) führen, seit langer Zeit gesammelt, aber noch nicht veröffentlicht.

[11] Herr FUCHS behauptet in seiner Vorbemerkung (S. 11), dass SA'ADIA nirgends die Textworte des Talmuds angebe, aus welchen er »Alles» (!) geschöpft habe. Dieser junge Gelehrte hätte wissen müssen, dass SA'ADIA's Quelle nicht durchaus der Talmud sei; wieviel fremden Ursprungs sei, hoffen wir von MÜLLER zu erfahren, den wir auf gedruckte arabische Quellen über den Gegenstand hingewiesen haben.

[12] SAADIA FAJJUMI [wohl Überschrift des Redacteurs], *der Gaon, über den jüdischen Kalender, von* S. D. LUZZATTO, im »Orient», herausg. von I. FÜRST, **12**, 1851, S. 102 und 133. Vgl. meinen *Catal. Bodl.* p. 2170 und Addenda.

[13] Gesammelt bei LUZZATTO, l. c.; die Kalenderprophezeiung in ms. München 289 ist unecht?

[14] Z. B. aus der im J. 926—927 verfassten arabischen Schrift (*al-Tamjiz*), hebräisch bei ABRAHAM BAR CHIJJA (LUZZATTO, l. c. S. 133—134; *Catal. Bodl.* p. 2165).

[15] Siehe mein *Polem. u. apologet. Lit.* S. 149, wo 2 Handschriften des Werkes angegeben sind. Cf. Hebr. Bibliogr. 1862, S. 31.

[16] OSEIBIA I, 131, Zeile 5; französisch bei SANGUINETTI, Journal Asiat. 1855, t. **5**, 455; cf. **6**, 460.

On the use of a single symbol to denote the incommensurable number 3·14159 ....

By W. W. ROUSE BALL in Cambridge.

M. ENESTRÖM contributed to the Bibliotheca Mathematica for 1889 (p. 28) a valuable note on the introduction in the eighteenth century of a single symbol to indicate the number which represents the ratio of the circumference of a circle to its diameter.

It may be interesting to add that this number is represented by π in W. JONES's *Synopsis palmariorum matheseos* (London 1706) p. 243, 263, et seqv. For instance, on p. 243 he says: — »In the circle the *Diameter* is to *Circumference* as

$$\overline{\frac{16}{5}-\frac{4}{239}} - \frac{1}{3}\,\overline{\frac{16}{5^3}-\frac{4}{239^3}} + \frac{1}{5}\,\overline{\frac{16}{5^5}-\frac{4}{239^5}} - \&c.$$

$$= 3{,}14159, \&c = \pi.«$$

This use of a single symbol to denote the incommensurable number 3·14159 ... is slightly earlier than the instances cited in the note to which reference is made above.

Miscellen zur Geschichte der Mathematik im 14. und 15. Jahrhundert.

Von Maximilian Curtze in Thorn.

Die unedierten Sachen, welche ich nachfolgend veröffentlichen will, befinden sich in der Handschrift der Königl. Hof- und Staatsbibliothek zu München N:o 14908, von welcher Gerhardt in den Monatsberichten der Königl. Akademie zu Berlin vom Jahre 1870, S. 401 eine vorläufige, jedoch höchst mangelhafte Beschreibung gegeben hat. Indem ich mir vorbehalte, auf diese Handschrift an anderer Stelle weitläufiger und mit hochinteressanten Auszügen zurückzukommen — sie ist sowohl für die Geschichte der Arithmetik und Algebra wie diejenige der praktischen Geometrie von ganz eminenter Bedeutung, so hervorragend, wie es Gerhardt auch noch nicht einmal ahnen lässt —, begnüge ich mich hier damit eine Reihe von Kleinigkeiten, welche der Schreiber der Handschrift, ein gewisser Frater Fridericus aus dem Kloster St. Emmeran zu Regensburg, theils abgeschrieben, theils selbst verfasst hat, mit den nöthigen sachlichen und geschichtlichen Bemerkungen abdrucken zu lassen. Sie werden zeigen, dass auch noch um jene Zeit die Regeln, welche Gerbert in seiner Geometrie gegeben hatte, und die bekanntlich zum grössesten Theile bis auf Heron von Alexandria zurückverfolgt werden können, in unbeschränktem Gebrauche waren, dass aber auch schon manche neue Errungenschaft daneben benutzt wurde. Jedenfalls hat der Schreiber nicht gesehen, dass mehrere der mitgetheilten Regeln einander gegenseitig ausschliessen.

Der erste und längste Abschnitt fusst absolut auf der Gerbertschen Geometrie, sowie auf dessen Brief an Adelbold und des letzteren Brief an Gerbert über den Inhalt der Kugel. Dabei sind aber auch hier schon später erst bekannt gewordene Thatsachen benutzt. So findet sich Beispiels halber neben dem Werthe des Archimedes für π, also neben $\frac{22}{7}$, der Werth $\sqrt{10}$ und $\frac{62832}{20000}$ benutzt, welche beide zuerst bei den Indern gefunden sind, und welche auch Peurbach kannte,[1] dieser aber so, dass er ihren verschiedenen Grad der Annäherung hervorhebt, während sie bei unserm Verfasser als gleichwerthig neben einander auftreten. Es findet sich weiter neben der Verwandlung einer Kreises in ein gleichgrosses Quadrat, die umgekehrte Aufgabe ebenfalls behandelt: ein Quadrat in einen gleichgrossen Kreis zu verwandeln. Während das erste *circulum quadrare* heisst, nennt sich die andere Aufgabe *quadratum circulare*, beide Ausdrücke von CANTOR als schon früher vorhanden nachgewiesen und zwar bei ALBERTUS DE SAXONIA.[2] Die genaue Ausziehung der Quadratwurzel wird gelehrt nach der Art des JOHANN VON GMUNDEN.[3] Die Fussnoten werden genauere Gleichheiten nachweisen.

Die zweite Notiz ist stereometrisch, handelt aber zunächst von der Bestimmung eines Kreisabschnittes, wenn Durchmesser und Sagitta gegeben sind. Sie beruht wieder auf der Benutzung neuerer Hilfsmittel. Als Gewährsmänner nennt Verf. EUKLID, PTOLOMEUS und BOHETIUS. Der eigentliche Zweck, den Inhalt eines Fasses zu finden, welches nicht völlig gefüllt ist, wird in N:o IV wieder aufgenommen, welche die Anweisung gibt eine *virga visoria*, wie bekanntlich der Kunstausdruck ist, zu verfertigen.

Das dazwischenliegende Stück N:o III schliesst sich insofern an N:o II an, als darin die Berechnung eines Stückes gelehrt wird, wenn won den dreien: Durchmesser des Kreises, Sehne und Sagitta zwei bekannt sind.

N:o V zeigt wie eine Säule, deren Länge grösser ist als ihr Durchmesser in eine andere verwandelt werden kann, bei welcher Durchmesser und Höhe einander gleich sind.

N:o VI erweitert den Begriff des Gnomon eines Quadrates auf Gnomon eines Würfels. Endlich zeigt N:o VII, dass die Diagonale eines Quadrates gleich der Quadratwurzel aus dem doppelten Quadrate der Seite sein muss.[4]

Durch die Veröffentlichung dieser Kleinigkeiten hoffe ich einen, wenn auch bescheidenen, Beitrag für die genauere Kenntniss der Mathematik des ausgehenden Mittelalters geliefert zu haben.

[1] CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Matematik*, II, S. 168.

[2] CANTOR, a. a. O. II, 132.

[3] CANTOR, a. a. O. II, 164.

[4] Auch hier sind Anklänge an ALBERT VON SACHSEN vorhanden.

I.

Anonyme Abhandlung über Geometrie.

301′ | I. Si autem vis mensurare planum in longum et latum tunc planum aut erit circulare aut angulare. Si circulare, tunc medietas dyametri ducatur in medietatem circumferenciae, et productum dabit aream circuli.[1]

Vel aliter. Multiplica dyametrum in se ipsum et hanc summam iterum multiplica per 11, et productum divide per 14, et numerus quociens denotabit aream.

II. Quantitas vero circumferenciae habetur sic. Multiplicatur dyameter per tria et addatur septima pars eius ei, et productum dabit quantitatem circumferenciae.

III. Si vero e contrario volueris scire, scilicet per circumferenciam dyametrum, subtrahe 22$^{\text{am}}$ partem circumferenciae ab ipsa circumferencia, et quod remanet, divide per tria, et numerus quociens dabit tibi dyametrum.[2]

Vel sic. Multiplica circulum in semet ipsum et quod exierit divide per 10, et illius exinde provenientis quaere radicem, qui erit circuli dyameter.[3]

Vel aliter. Multiplica circulum in 20 000, et divide quod colligitur per 62 832, et quod tibi proveniet ex hac divisione erit dyameter.[4]

IV. Si vis scire dyametrum circuli infra circumferenciam orthogonam tangentem omnia latera orthogoni, adde quantitatem
|302 lineae orthogoni quantitati basis, et ex hac summa | quantitatem *podismi* subtrahe, et residuum erit quantitas circuli dyametri. Unde si linea orthogona sit 8 pedum, et basis sit 15, et *podismus* 17, erit illa dyameter 6 pedum.[5]

V. Si autem superficies fuerit triangula et aequilatera, mensura sic. Dividatur unum latus trianguli in duas partes aequales, et a puncto divisionis ad angulum oppositum protrahatur una linea recta. Sic dicta ducatur in unam partem lateris divisi, et habetur quantitas trianguli.

Vel aliter. Divide unum latus in duo media per lineam exeuntem ab angulo opposito ad sui medio, et inde ducatur unum latus trianguli in medietatem lineae dividentis triangulum, et productum dabit aream. Et nota quod latus trianguli aequilateri est longius linea dividente ipsum triangulum in septima parte, unde si latus fuerit 7 pedum, linea dividens erit 6 pedum.[6]

VI. Si autem triangulus habet duo latera aequalia et tercium inaequale, dividatur latus inaequale in duo aequalia, et a puncto divisionis trahatur linea ad angulum oppositum, et una medietas lateris ducatur in lineam protractam ab angulo ad punctum divisionis, et productum dabit aream. Vel ducas totam basim | in medietatem lineae perpendiculariter ductae et habebis idem. |302′

VII. Si autem trium laterum inaequalium, ab angulo ad latus oppositum trahatur linea perpendicularis, et illud latus, super quod cadit perpendicularis, ducatur in perpendicularem, et producti medietas dabit aream. Vel multiplica illud latus, super quod cadit perpendicularis, in medietatem perpendicularis et productum dabit aream.[7]

VIII. Si vis scire aream trianguli orthogonii, duc basim in orthogonam, et medietas producti dabit aream. Vel duc medietatem basis in lineam orthogonam, vel medietatem orthogonæ in basim, et idem proveniat.

IX. Si autem superficiem quadratam vis mensurare duc unum latus in alterum, vel in se ipsum et productum dabit aream quadrati.

X. Quod si quadranguli superficiem vis metiri, ducatur minus latus in maius, et productum dabit aream.

XI. Si autem aream elimpharifae volueris habentis duo latera opposita aequedistancia et alia duo latera aequalia, sed non aequedistancia, adde unum latus aequedistancium alteri, | et quod |303 provenit ex addicione, multiplica per quantitatem orthogonae, et medietas producti dabit aream. Vel sic. Multiplica illud, quod provenit ex dicta addicione, per medietatem orthogonae, et productum dabit aream. Vel multiplica medietatam eius, quod provenit ex dicta addicione, per orthogonam et habebis idem.

XII. Si autem velis scire elimpharife habentis duo latera opposita et aequalia non tamen aequedistancia, quorum unum latus constituet duos angulos super aequedistancia rectos, quod orthogonum dicitur, adde unum latus aequedistancium alteri, et quod provenit, multiplica per quantitatem orthogonae, et medietas producti dabit aream. Vel multiplica illud, quod provenit ex addicione, per medietatem orthogonae, vel per ipsum orthogonam multiplica medietatem eius, quod provenit, et habebis iam idem ut prius.[8]

XIII. Quod si superficiei penthagonae vis aream invenire, et si erit aequalium laterum et aequalium angulorum, tunc unum latus in se ipsum ducatur, et productum ternario multiplicetur, et a summa exeunte subtrahatur quantitas unius lateris semel, et medietas tocius erit area.[9]

Aliter. Vel aliter. Duc unum latus in medietatem suae orthogonae, vel orthogonam in medietatem lateris, et productum
| 303' multiplica per 5 | et habebis penthagona.

XIV. Hextagonum simili modo invenies, sed multiplica per 6, heptagonum autem per 7 etc. Sic deinceps potes aream cuiuslibet figurae angularis et rectilineae sive fuerit regularis sive irregularis invenire: Divide ipsam in triangulos et mensurando quodlibet triangulum per se per artem praedictam.

XV. Scias, quod radix areae alicuius circuli est costa alicuius quadrati aequalis illi areae; et per hoc posses quadrare circulum.[10] Et si praecise non posses invenire radicem alicuius numeri, adde numero illi, cuius radicem vis extrahere, multas ciffras, quia, quanto plures ei addas, tanto praecisius erit opus, et oportet ipsas ciffras esse in numero pari. Ut si sit numerus 2, cuius radicem vis extrahere, ei adde 6 ciffras, et proveniet talis numerus 2 000 000, a quo extrahe radicem, cuius radix erit hic 1414, a qua radice oportet aufferre tot figuras, quot fuerunt ciffrae in medietate ciffrarum prius additarum, ut cum additis sex ciffris, debent aufferre 3 primae figurae ab ipsa radice, et numerus residui erit numerus integrorum radicis quaerendae, qui in hoc casu erit 1. Deinde multiplica per 60 numerum ablatum a prima radice, scilicet 414, et a producto
304 protrahe tot | figuras, sicut prius, videlicet tres primas figuras, quae sunt 840, et residuum, quod est 24, erit numerus minutorum radicis quaerendae. Postea adhuc illum numerum subtractum qui est 840, multiplica per 60, et a producto subtrahe suas 3 figuras primas, quae sunt 400, et residuum, quod est 50, erit numerus secundorum radicis. Adhuc cum numero ultimo subtracto, qui est 400, operabis ut prius, et post multiplicacionem per 60 et subtractionem trium primarum figurarum a producto remanebunt 24, qui erunt tercia radicis quaerendae, et igitur satis praecise radix hic: 1 integrum et 24 minuta et 50 secunda, et 24 tercia. Et sic semper in omnibus numeris sumptis non quadratis operaberis, et numquam cessas in opere, donec figurae auferendae sint omnes cifrae, et sic radicem uniuscuiusque numeri praecisius, quo posses inveniri.[11]

XVI. Si autem aream alicuius quadrati multiplicaveris per 14 et productum diviseris per 11, radix residui erit dyameter alicuius circuli aequalis illi quadrato. Unde si costa quadrati sit 6 pedum cum quinta parte unius, dyameter circuli sibi aequalis erit 7 pedum, *et per hoc potest circulare quadratum.*[12]

XVII. Si vis scire excessum quadrati ad circulum scriptum infra illud quadratum ad maius, quo posset scribi, | subtrahe 304' aream circuli ab area quadrati, et quod remanet, erit excessus. Ut si dyameter circuli sit 7 pedum, excessus erit 10 cum dimidio, unde in tali figura costa quadrati est dyameter circuli et e converso.

XVIII. Si vis scire excessum circuli ad quadratum scriptum infra illum circulum, duc dyametrum circuli in se ipsum, et medietas producti dabit aream illius quadrati, quam subtrahe ab area circuli et residuum erit eorum excessus.

XIX. Scias, quod si infra aliquod quadratum scribatur unus circulus ad maius, quo possit scribi, et infra illum circulum scribatur eciam aliud quadratum ad maius, quo possit scribi: oportet, quod illud quadratum maius sit duplum ad minus quadratum, quod poterit probari per duas regulas.

XX. Si vis mensurare latum et profundum simul, si vis igitur putei profunditatem metiri rotundi, ab uno latere putei respice cum quadrato terminum oppositi lateris in fundo putei, et notetur quantitas dyametri latitudinis putei. Accipiatur igitur in hora consideracionis numerus punctorum umbrae rectae et multiplica quantitatem dyametri latitudinis putei per 12, et productum divide per numerum punctorum umbrae rectae, et exibit profunditas putei.[13]

XXI. Si autem vis mensurare rem secundum latum | et 305 profundum, ut si corpus quadratum aequilaterum mensurare volueris, cubes ipsum et habebis eius mensuram; et per hoc potes invenire capacitatem vasis quadrati aequilateri.

XXII. Si autem corpus quadratum oblongum volueris mensurare, ut columpnae aequilaterae, duc superficiem latitudinis in longitudinem et habebis eius grossiciem, et si superficies latitudinis in una extremitate fuerit maior alia, aequa maiorem cum minore hoc modo. Sume differenciam earum subtrahendo minorem de maiore, deinde medietatem differenciae subtrahe a maiori superficie vel adde eam minori superficiei, et erit ipsa aequata. Vel adhuc aliter. Adde superficiem minorem maiori, et medietas summae erit superficies latitudines aequata. Quam si duxeris in longitudinem ipsius columpnae, habebis grossiciem eius. Et hoc modo potes invenire capacitatem omnium vasorum circularium, eciam putei quadrilateri, et hoc modo penitus potes mensurare grossiciem et capacitatem omnium corporum oblon-

gorum et rotundorum, et columpnae rotundae, et putei rotundi, et dolii habentis recta latera, et tonnarum. Et si superficies isto-
|305* rum corporum in una extremitate fuerit maior alia | aequabis eam penitus, ut prius.[14]

XXIII. Si autem vis scire capacitatem dolii non habentis latera recta, ut dolii, quod est amplius in medio, tunc superficies latitudinis medii aequatur cum superficie extremitatum per artem praedictam. Quam superficiem aequatam si duxeris in longitudinem dolii, habebis capacitatem dolii.

Si igitur quadratum illius lineae, per quam lineam superficiem extremitatis dolii mensurasti, valeret quantitatem denariati vini, posses scire, quot denariati vini esset in toto dolio.[15]

XXIV. Si igitur vis scire quantitatem corporis spaerici, cubes dyametrum eius, et habebis corpus quadratum maius ipso corpore spaerico. Sed excessum eius ad corpus spaericum sic invenies. Quantitatem illius quadrati divide per 21, et numerum quociens multiplica per 11, et productum erit excessus quadrati ad corpus spaericum. Vel aliter inveneris quantitatem illius corporis spaerici, ut si multiplicaris per 10 illum numerum quociens, qui provenit ex ductione quantitatis praedicti corporis quadrati per 21, nam ille numerus, qui provenit, erit quantitas corporis spaerici praedicti.[16]

Unde si dyameter illius spaerae sit 7 pedum, et cubetur
|306 ipsa, ut sepcies 7 sepcies, et pro | venient 343 pedes, et haec est quantitas corporis quadrati, quod est maius corpore spaerico. Et si haec quantitas, scilicet 343, dividatur per 21, provenient 16 pedes cum tercia unius pedis. Quos 16 pedes cum tercia unius si multiplicaveris per 11, provenient 179 pedes cum duabus terciis unius, et haec est quantitas spaerae dictae. Vel si illos 16 pedes cum una tercia multiplicaveris per 10 provenient 163 pedes cum una tercia, et hic est excessus unius corporis quadrati ad ipsam spaeram. Unde si istos 163 pedes cum una tercia subtraxeris de quantitate corporis quadrati, scilicet a 343 pedibus, habebis eciam quantitatem corporis spaerici dicti, scilicet 179 pedes cum duabus terciis unius.

XXV. Si vis scire superficiem corporis spaerici, duc dyametrum eius in se ipsum, et illam summam tunc multiplica per 22, et productum divide per 7, et numerus quociens dabit superficiem spaerae. Vel aliter. Duc dyametrum in circumferenciam et productum dabit superficiem spaerae. Ut si dyameter erit 7 pedum, circumferencia erit 22, et superficies spaerae est 154.

XXVI. Scias eciam, si dyameter unius spaerae sit dupla ad dyametrum alterius spaerae, quod superficies unius quadrupla erit ad superficiem alterius. Et similiter | si dyametrus | 306' unius circuli sit dupla ad dyametrum alterius circuli, scias, quod tunc area unius quadrupla erit ad aream alterius, et quorum dyametri sunt duplae, et circumferenciae erunt duplae. Et scias, quod si radices sunt duplae, quadrata erunt quadrupla.[17]

1456.

XXVII. Item omnis quadratus continet circulum infra se scriptum in proporcione triparciente undecimas, id est sicut 14 ad 11. Item circulus continens quadratum in se tenet eum ut 11 ad 7. Item circulus extra quadratum continet plus in duplo quam circulus infra quadratum.

[1] Gleich GERBERT, Cap. 56, 2. Absatz.

[2] Gleich GERBERT, Cap 56, 1. Abs. Hier ist $\pi = \frac{22}{7}$ gesetzt.

[3] Hier ist $\pi = \sqrt{10}$ genommen.

[4] Hier endlich findet sich $\pi = \frac{62832}{20000}$.

[5] Vergleiche GERBERT, Cap. 59. Hier ist die Anwendung des Wortes *podismus* für Hypotenuse, welche sich bei GERBERT, aber an anderer Stelle findet, höchst bemerkenswerth. Aus dieser Verwechselung wurde gefolgert, dass GERBERT den *Codex Arcerianus* gekannt haben musste. Jedenfalls folgt aber aus der augenblickligen Anwendung, dass unser Verfasser GERBERT gelesen haben muss.

[6] Diese Bemerkung ist dem Briefe GERBERTS an ADELBOLD entnommen. An einer andern Stelle der Handschrift 14908 wird diese nämliche Beziehung als aus der *Geometria Gilberti* (!) entnommen hingestellt. Es war also wohl der Geometrie der Brief an ADELBOLD hinzugefügt worden.

[7] Dass hier und im Folgenden für dieselbe Rechnung 2 bis 3 dem Wesen nach identische Anweisungen gegeben werden — auch das ist GERBERTISCH — hat darin seinen Grund, dass man diejenige Rechnung wählen soll, bei welcher die Halbierung ohne Rest geschehen kann.

[8] Die beiden letzten Absätze stammen, wie schon die angewendeten Worte bezeugen, aus arabischer Quelle.

[9] Gleich GERBERT, Cap. 55, Absatz 3. Es ist eigenthümlich, dass hier für das Fünfeck einmal die Fünfeckszahl benutzt wird, und dann sogleich die richtige Berechnung der Fläche folgt. Nur für das 5-eck ist die falsche Formel gegeben worden.

[10] Hier zeigt der Verfasser, dass er einen richtigen Begriff von der Quadratur des Kreises besitzt; er weiss auch, dass dieselbe nur näherungsweise, *praecisius quo possis*, geschehen kann.

[11] Wie schon in der Einleitung gesagt ist, hat auch JOHANN v. GMUNDEN diese eigenthümliche Verquickung der Decimal- und Sexagesimal-Rechnung in Anwendung gebracht. Weitere Untersuchungen haben mir gezeigt, dass diese Methode auf JOHANNES DE LINERIIS zurückgeht. Nebenbei übrigens die Bemerkung, dass aus den Handschriften der K. K. Hof-Bibliothek zu Wien sicher hervorgeht, dass der Vatersname JOHANNS VON GEMUNDEN SCHINDEL war.

[12] Wenn bei dieser Circulation des Quadrates wirklich 7 herauskommen sollte, so müsste die Seite um eine Kleinigkeit grösser sein als $6\frac{1}{5}$.

[13] Gleich GERBERT, Cap. 20.

[14] Hier, wie fast in allen mittelalterlichen Schriften, ist also die falsche Formel $V = \frac{d_1^2 + d_2^2}{8}\pi h$ in Anwendung gekommen.

[15] Hier würde die Formel heissen: $V = \frac{d_1^2 + d_2^2 + d_3^2}{12}\pi h$.

[16] Das ist entnommen dem Briefe ADELBOLD's an GERBERT bis auf das angewendete Beispiel.

[17] Diese und die folgende Nummer sind sicherlich von Bruder FRIDERICUS hinzugefügt worden, und zeigen Früchte seiner Studien an.

Zur Geschichte des Josephspiels.

Von Maximilian Curtze in Thorn.*

In der Handschrift Codex lat. Monacensis N:o 14836, dem 11. Jahrhundert angehörend, findet sich (Blatt 80') Folgendes:

»Quatuor. et pentas. duo. monas. tris. mias. unus

»Hinc dias. ambo. trias. unus. dias. et duo. monas.

»Quorum quidem versuum universalis regula tali poterit mon»strari experiencia, ut non solum sicut in his versibus auferendi »auferantur, sed etiam quovis numero, quos volueris tollantur. »Ponantur enim quilibet numeri duplici proportione constituti, »quorum quem vis remanere, duplus ponatur, quem vero vis »auferre, subduplus ponatur. Computo solummodo per VIIII, »vel VIII, vel quemcumque numerum voluero, et quem VIIII, »vel VIII vel quicumque numerus, per quem computavi, mon»straverit, tollo, et inde duplos tuli, subduplus pono, et eosdem »duplos, quo ordine positi, si auferendi sunt, aufero.»

Dass es sich hier um das sogenannte Josephspiel handelt, ist klar. Die Verse geben die Anleitung, wie die Aufstellung zu bewerkstelligen ist, wenn, wie gewöhnlich, der 9te Mann ausgemerzt werden soll. Offenbar handelt es sich hier nicht um etwas Neues, sondern etwas Allbekanntes, nur die Erweiterung auf jede beliebige Abzählezahl, um so kurz zu sagen, nimmt der Verfasser dieser Notiz für sich in Anspruch. In späterer Zeit wurden zu dem nämlichen Zwecke Verse benutzt, in denen die fünf Vokale — nur diese hatten für die Lösung Bedeutung — das leisteten, was oben die Zahlworte thuen.

In der Handschrift Codex lat. Monacensis N:o 14809 finden sich folgende Merkverse (Blatt 76, Z. 1—6):

»Rex angli cum veste bona dat signa serena (10)

»Non dum pena minas a te declina degeas (9)

»Arte parare mea veniant adistere secte (8)

»Larga dei pietas bene manes omnia papam (6)

»Ibant per montes, querebant desidiosa (12) proponendo »videas.

»Item 15 christiani et 15 Judei.»

Hier bedeuten die in Klammern hinzugefügten Zahlen die jedesmalige Abzählezahl des betreffenden Spruches. Die Handschrift ist aus dem 15. Jahrh. (1455—1464).

* Vgl. Eneström, *Anfrage 41;* Biblioth. Mathem. 1893, 31—32.

RECENSIONEN. — ANALYSES.

G. Bellacchi. INTRODUZIONE STORICA ALLA TEORIA DELLE FUNZIONI ELLITTICHE. Firenze, G. Barbera 1894. IV + 316 p.

È tendenza generale della moderna analisi l'atteggiarsi a scienza così completamente autonoma ed indipendente che, non soltanto non invoca ajuto alcuno dalle discipline sorelle, ma sdegna perfino di soffermarsi a quelle applicazioni che varrebbero ad estollerla agli occhi di coloro i quali dalla scienza pura esigono incessanti servizi per l'interpretazione dei fatti naturali. In conseguenza, mentre gli analisti dei secoli decorsi, giudicarono non sprecato il molto tempo e la molta fatica spesi nell' applicare l'analisi alla geometria, gran parte dei moderni analisti sembra col fatto propugnare opinioni diametralmente opposte. Il sistema moderno ha indubbiamente la qualità di fare spiccare più chiaramente i caratteri distintivi della scienza analitica; ma le trattazioni che ad esso rigorosamente s'informano, per essere assai astratte, possono offrire difficoltà non agevolmente sormontabili e riuscire meno atte a destare quell' ardente interesse che è prima radice dell' amore alla scienza, primo stimolo alla ricerca scientifica. Salutiamo pertanto con soddisfazione la comparsa di un' opera, come quella del Prof. BELLACCHI, destinata a fungere in parte di preparazione ed in parte di complemento agli ammaestramenti somministrati dalle migliori fra le moderne esposizioni della teoria delle funzioni ellittiche, avendo essa per tema la descrizione dell' èra di incosciente preparazione e di successiva formazione di questo ramo di matematica.

A meglio dichiararne il contenuto e l'ordinamento, trascriviamo qui i titoli degli undici capitoli in cui essa è divisa: I. Archi delle linee piane a differenza rettificabile. II. Addizione di due integrali ellittici. III. Coniche confocali. IV. Curve rettificabili per integrali ellittici. V. Superficie quadriche. VI. Curvatura delle superficie quadriche. VII. Periodicità delle funzioni ellittiche. VIII. Le funzioni $\wp(u)$ di EISENSTEIN e $\sigma(u)$ di WEIERSTRASS. IX. Il teorema di ABEL. X. Le serie di JACOBI. XI. Funzioni di una variabile complessa.

Deploriamo nel libro del Prof. BELLACCHI l'assenza di un indice dei nomi e di una lista bibliografica che lo avrebbero trasformato in un' opera di consultazione raccomandabilissima, qualità che oggi le manca a cagione della grande varietà dei soggetti trattati, tra cui esiste un legame intimo che spesso soltanto un lungo studio rivela, e a cagione anche, diciamolo pure, della forma un pò farraginosa e dello stile non sempre limpido dell' autore. Ciò non ostante ci sembra che lo scritto che abbiamo annunciato possa riuscire di non ispregievole giovamento ai professori che desiderano trovare applicazioni delle funzioni ellittiche ed a quelli che conoscendone già la teoria aspirano ad essere messi a parte delle scaturigini che ebbe; essa inoltre, mostrando come la teoria delle funzioni ellittiche debba la vita alle indagini intorno a molteplici problemi geometrici, varrà indubbiamente a modificare le idee di chi, non avendo mai aperto il gran libro della storia, a torto inclina a disconoscere i debiti che l'analisi ha verso la geometria.

Genova. GINO LORIA.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. ENESTRÖM. Stockholm. 8°.
1894: 3.

Физико-математическія науки въ ихъ настоящемъ и прошедшемъ. Журналъ издаваемый В. В. БОБЫНИНЫМЪ. Москва. 8°.
11 (1892): 3. — Les sciences mathématiques dans leur état actuel et passé. Journal publié par V. V. BOBYNIN.

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. CANTOR. Leipzig. 8°.
39 (1894): 6.

Alexander Macfarlane.
The electric world (New York) **24**, 1894, 357. — Notice biographique, avec portrait.

Cajori, F., Was the binomial theorem engraven on Newton's monument?
New York, Americ. mathem. soc. 1_2, 1894, 52—54.

Cantor, M., Fürst Baldassarre Boncompagni Ludovisi. Ein Nachruf.
Zeitschr. für Mathem. **39**, 1894; Hist. Abth. 201—203.

Curtze, M., Zur Biographie des Rheticus.
Altpreussische Monatsschrift **31**, 1894, 491—496.

Descartes, R., La géométrie. A Paris, Chez Charles Angot, rue saint Jacques, au Lion d'or. M. DC. LXIV. Avec privilege du roy.
8°, (4) + 111 p. — Réimpression, insérée aux pages 1—111 de l'ouvrage: *La géométrie d'*AUGUSTE COMTE. *Nouvelle édition précédée de la géométrie de* DESCARTES. Paris, Bahl 1894.

Dickstein, S., Sur les découvertes mathématiques de Wronski.
Biblioth. Mathem. 1894, 85—87.

Doehlemann, K., Georg von Vega.
Zeitschr. für Mathem. **39**, 1894; Hist. Abth. 204—211.

Eneström, G., Sur la part de Jean Bernoulli dans la publication de l'»Analyse des infiniment petits».
Biblioth. Mathem. 1894, 65—72.

Reye, Th., Wilhelm Stahl.
Journ. für Mathem. **114**, 1894, 45—46.

Riccardi, P., Intorno ad alcune edizioni dell' »Algorismus» del Sacrobosco.
Biblioth. Mathem. 1894, 73—78.

Steinschneider, M., Die Mathematik bei den Juden.
Biblioth. Mathem. 1894, 79—83.

Suter, H., Zur Frage über den Josephus sapiens.
Biblioth. Mathem. 1894, 84.

Wasilieff, A., Nicolai Ivanovitch Lobachevsky. Address pronounced at the commemorative meeting of the imperial university of Kasan, october 22, 1893. Translated from the russian, with a preface by G. B. HALSTED. Austin 1894.
8°, VIII + 40 p.

Zeuthen, H. G., M. Maurice Cantor et la géométrie supérieure de l'antiquité.
Bullet. des sc. mathém. **18**$_2$, 1894, 163—169.

Question 47 [sur l'usage du mot *causa* pour désigner un quantité inconnue].
Biblioth. Mathem. 1894, 96. (G. ENESTRÖM.)

CAJORI, F., A history of mathematics. New York, Macmillan 1894. 8°.
The nation (New York) **58**, 1894, 316—317. [C. S. PEIRCE.] — The physical review (Ithaca) **2**, 1894, 146—152. (A. L. BAKER.)

CANTOR, M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Dritter Band. Vom Jahre 1668 bis zum Jahre 1759. Erste Abtheilung. Die Zeit von 1668 bis 1699. Leipzig, Teubner 1894.
Biblioth. Mathem. 1894, 89—91. (G. ENESTRÖM.)

HERON D'ALEXANDRIE, Les mécaniques ou l'élévateur publiées pour la première fois sur la version arabe de Qostâ ibn Lûqâ et traduites en français par CARRA DE VAUX. Paris 1894. 8°.
Biblioth. Mathem. 1894, 88—89. (G. ENESTRÖM.) — Bullet. d. sc. mathém. **18**$_2$, 1894, 206—211. (P. TANNERY.)

LORIA, G., Le scienze esatte nell' antica Grecia. Libro I. I geometri greci precursori di Euclide. Modena 1893. 4°.
Zeitschr. für Mathem. **39**, 1894; Hist. Abth. 184—185. (CANTOR.)

TANNERY, P., La correspondance de Descartes dans les inédits du fonds Libri étudiée pour l'histoire des mathématiques. Paris, Gauthier-Villars 1893. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **39**, 1894; Hist. Abth. 182—184. (CANTOR.)

TANNERY, P., Recherches sur l'histoire de l'astronomie ancienne. (Mémoires de la société des sciences de Bordeaux 1_4, 1893.)
Zeitschr. für Mathem. **39**, 1894; Hist. Abth. 187—188. (CANTOR.)

WEISSENBORN, H., Die Berechnung des Kreis-Umfanges bei Archimedes und Leonardo Pisano. Berlin, Calvary 1894. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **39**, 1894; Hist. Abth. 186—187. (CANTOR.)

Mathematisches Abhandlungsregister. 1893. Zweite Hälfte: 1. Juli bis 31. December.
Zeitschr. für Mathem. **39**, 1894; Hist. Abth. 232—240.

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1894, 91—95. — Zeitschr. für Mathem. **39**, 1894; Hist. Abth. 230—232.

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

48. A la page 41 de ses *Zeittafeln zur Geschichte der Mathematik, Physik und Astronomie bis zum Jahre 1500* (Leipzig 1893), M. F. MÜLLER indique que BOËTIUS a écrit un traité d'arithmétique, »worin die Mensa Pythagorica (Einmaleinstafel) erwähnt wird». A en juger d'après ces mots, BOËTIUS, dans le traité cité, aurait inséré la table ordinaire de multiplication sous le nom de *Mensa Pythagorica*, et il l'aurait attribuée ainsi à PYTHAGORAS. Mais il n'en est rien; en effet, on sait qu'une tablette à calculer (*abacus*) se trouve dans la géométrie qui porte le nom de BOËTIUS et que cette tablette y est attribuée aux Pythagoriciens, tandis que l'arithmétique de BOËTIUS contient la table de multiplication, mais sans attribution aux Pythagoriciens. M. CANTOR a fait remarquer de plus (*Mathematische Beiträge zum Kulturleben der Völker*, 1863, p. 205) que, dans une édition de la géométrie de BOËTIUS publiée à Bâle en 1570, ainsi que dans quelques manuscrits relativement récents, la table ordinaire de multiplication a été introduite par méprise à la place de l'*abacus*, et que, pour cette raison, la table de multiplication a été appelée ordinairement »table de PYTHAGORAS».

Quel est le premier auteur qui a donné expressément à la table ordinaire de multiplication le nom de »table de PYTHAGORAS»? (G. Eneström.)

Index.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK

JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON

PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1895.

NEUE FOLGE 9.

NOUVELLE SÉRIE 9.

STOCKHOLM
G. ENESTRÖM.

BERLIN
MAYER & MÜLLER.
MARKGRAFENSTRASSE 51.

PARIS
A. HERMANN.
RUE DE LA SORBONNE 8.

CENTRAL-TRYCKERIET, STOCKHOLM 1895.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK

JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON — PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1895.

NEUE FOLGE 9. — NOUVELLE SÉRIE 9.

STOCKHOLM
G. ENESTRÖM.

BERLIN
MAYER & MÜLLER.
MARKGRAFENSTRASSE 51.

CENTRAL-TRYCKERIET, STOCKHOLM, 1895.

PARIS
A. HERMANN.
RUE DE LA SORBONNE 8.

Inhalt. — Table des matières.

ERRATA.

Page 59 ligne 21, au lieu de *1851* lire *1850*.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK — JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON — PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1895. STOCKHOLM. N° 1.

NEUE FOLGE. 9. Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr. NOUVELLE SÉRIE. 9.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Markgrafenstrasse 51. PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Miscellen zur Geschichte der Mathematik im 14. und 15. Jahrhundert.

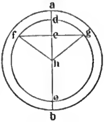
Von Maximilian Curtze in Thorn.

II.

Porcionis vasis datae capacitatem invenire.

[*F. 394'*] Esto vas, cuius absoluta seu medii eius dyameter [fig. 1] sit *ab* virga 16 parcium, et eius pars distaaperta *A* quator parcium, aequata autem dyameter sit *de* 14 parcium,[1] cuius circumferencia *fdge* 44 parcium et centrum *h*. Erit igitur *de* pars scilicet dyametri aequatae distaaperta 3 parcium et *ch* residuum semidyametri aequale 4 parcium. Et ducantur lineae *fcg* perpendiculariter super *dh*, et *hf* et *hg*. Stantibus hiis ita propositum melius aggrediar. Restat ponere modum quaerendi circuli porcionem, gracia cuius subiungam hoc theorema.

Fig.1.



Datam circuli porcionem sub certa dyametri parte cordaque eius contentam invenire.

Sit porcio circuli quaerenda *gefc*. Quia igitur [*f. 395*] *ch* est 4 parcium, cuius quadratum est 16, et *hf* semidyameter circuli est 7, cuius quadratum est 49, ablata igitur quadrato *ch* de quadrato *hf* per penultimam primi Euclidis remanet quadratum *fc* 33 parcium, cuius radix est linea *cf* 5 parcium et $\frac{3}{4}$ unius fere.[2] Ecce tota linea *fg* erit 11 partes et $\frac{1}{2}$ secundum quantitatem, qua dyameter *de* est 14 parcium, ergo secundum quantitatem, qua dyameter *de* est 120 parcium, erit *fg* 98 parcium et $\frac{4}{7}$, quod est 34 minuta fere. Patet sic: *de*, prout est 14, fit primus numerus, *fg* 11 et $\frac{1}{2}$ secundus, *de* vero prout est 120 tercius. Duc igitur secundum in tercium et divide per primum, et patet. Ergo arcus *fdg* pro tali corda erit 110 parcium et 27 minutorum fere, prout tota circumferencia *fdge* est 360 parcium. Sed quia talis est proporcio circumferenciae ad arcum, quae est areae circuli ad aream sectoris eiusdem arcus, ut vult PTOLOMEUS in Almagesti dictione sexta[3] capitulo septimo dicendo: *et quia proporcio orbium ad arcum erit aequalis proporcioni superficierum eorum ad superficies sectorum,* erit superficies sectoris, scilicet superficies *fhdg*, 47 parcium et $\frac{1}{4}$ unius partis. Patet sic. Sit circumferencia circuli, scilicet 360, primus numerus, et arcus *fdg*, scilicet 110 et 27 minuta, secundus, et area circuli, scilicet 154 tercius. Duc igitur secundum in tercium etc. Area autem circuli invenitur ex ductu medietatis dyametri, scilicet 7, in medietatem circumferenciae, scilicet 22 etc. [*f. 395'*] Et quia *ch*, ut patuit, est 4 parcium et *cf* est 5 parcium et $\frac{3}{4}$ unius, ducto igitur *ch* in *cf* provenit superficies trianguli *hfg*, scilicet 23 parcium, ut patet per BOHECIUM in sua geometria practica.[4] Subtraham igitur hanc superficiem trianguli *hfg* de superficie sectoris *hfdg*, quae erat 47 parcium et $\frac{1}{4}$, et remanet superficies porcionis circuli *fdgc* 24 parcium et $\frac{1}{4}$ unius. Subtraham de superficie tocius circuli *fdeg*, quae est 154 parcium, et remanet superficies porcionis maioris circuli *gefc*, quae est 129 parcium et $\frac{3}{4}$ unius, quod erat secundo propositum.

Virgae visor igitur seu geometer accipe tocius circuli *fdgc* superficiem, quae est 154, pro primo numero, et superficiem porcionis circuli *gefc*, quae est 129 et $\frac{3}{4}$ unius, pro secundo, et tocius fundi aequati seu circuli *fdge* capacitatem secundam virgam seu artem tuam inventam virga 40 metretas pro numero tercio, et duc secundum in tercium etc., et proveniet capacitas porcionis fundi aequati, scilicet *gef* 33 parcium et $\frac{2}{3}$ et $\frac{1}{29}$. Quod est 42 [*f. 396*] minuta phisica, per quam multiplicabo longitudinem vasis dolii, et producitur capacitas porcionis vasis, quae quaeritur, quod erat propositum principale; et hoc erit porcionis vasis datae capacitatem invenire.

1458. Alexius episcopus.

[1] Nach der früher gegebenen Regel würde nur 12 als Durchmesser erscheinen.

[2] Der Werth $5\frac{3}{4}$ ist dadurch gefunden, dass 33 mit $\frac{16}{16}$ erweitert ist, und dann statt $\sqrt{528}$ die $\sqrt{529}$ in Rechnung gezogen wurde.

[3] Das Wort *sexta* fehlt im Manuscripte. In der Ausgabe des Almagest: *Almagestum Cl. Ptolomei Pheludiensis etc. . . . Felicibus astris eat in lucem: Ductu Petri Liechtenstein Coloniensis Germani Anno Virginei partus 1515. Die 10 Ja. Venetijs ex officina eiusdem litteraria*, finden sich die im Texte angeführten Worte buchstäblich auf Blatt 68ª Z. 44—45 im 7. Cap. der *Dictio sexta.*

[4] Hier geht also der Verfasser nicht auf GERBERT sondern auf die Geometrie des BOËTIUS zurück.

III.

[*F. 405'*] *Proposicio prima. Cognita dyametro circuli et sagitta arcus porcionis eius, quantitatem cordae invenire.*

Multiplica sagittam per dyametrum et ex producto subtrahe quadratum sagittae, et remanebit quadratum medietatis cordae. Extrahe igitur radicem, quam dupla, et habebis cordam.[1]

Vel aliter. Subtrahe sagittam a dyametro, et residuum multiplica per sagittam, tunc radix producti est medietas cordae.[2]

Secunda proposicio. Cognita corda et dyametro sagittam invenire.

Subtrahe quadratum medietatis cordae a quadrato medietatis dyametri, et residui accipias radicem, quam subtrahe a semidyametro, et remanebit sagitta.[3]

Tercia proposicio. Cognita corda porcionis circuli et sagitta dyametrum invenire.

Divide quadratum medietatis cordae addito quadrato sagittae per sagittam, et habebis dyametrum.[4]

[1] $\frac{c}{2} = \sqrt{sd - s^2}$.

[2] $\frac{c}{2} = \sqrt{(d-s)s}$.

[3] $s = \frac{d}{2} - \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2}$; es ist die Gleichung

$$s^2 - sd + \left(\frac{c}{2}\right)^2 = 0$$

nach s aufgelöst worden, da der kleinere Abschnitt gemeint ist, so musste das untere Zeichen genommen werden.

[4] $$d = \frac{\left(\frac{c}{2}\right)^2 + s^2}{s}.$$

IV.

[*F. 400'*] Divide unam liniam (!) in quot partes volueris scilicet in 4, 5, 6, 10, 12, et mitte primum punctum intactum. Et secundum punctum divide in tres partes inaequales tali modo: divide in 19 partes aequales et recipe pro prima divisione 8 partes aequales, et pro secunda recipe 6 partes, et pro tercia 5. Iterum tercium punctum divide in 5 partes inaequales. Et divide primo in 20 partes aequales, et pro quinta accipe $4\frac{1}{2}$, et pro sexta $4\frac{1}{4}$, et pro septima 4 aequales, pro octava $3\frac{3}{4}$ et pro nona $3\frac{1}{2}$. Quartum punctum divide in 7 partes aequales; iterum punctum 5^{um} in 9 partes aequales, et punctum 6^{um} in 11 partes aequales, et punctum 7^{um} in 13 partes aequales, punctum octavum in 15 partes aequales. Iterum punctum 9^{um} in 17 partes aequales et punctum 10^{m} in 19 partes aequales et sic augmentando per 2 et sic ascendendo. Et sic reliqua signa facilis sunt divisionis, quia omnia dividuntur in partes, quae inter se sunt aequales. Confecta igitur hac »virgae«[1] parte potes numero certo quodlibet signum ponere; 1 pro primo signo, et 2 pro secundo et 3 cum tercio signo, et sic de aliis. Quodlibet signum impositum repraesentabit unam mensuram, pro qua facies virgam usitatam.

1458. Jacobi apostoli martyris.

[1] Die Auszeichnung des Wortes *virgae* durch Anführungszeichen findet sich im Manuscripte.

V.

[*F. 400*] Quadra dyametrum columpnae, et quadratum duc in altitudinem columpnae eiusdem, et producti extrahe radicem cubicam, quia ipsa est dyameter circuli, qui circulus est basis columpnae cubicae[1] quaesitae.

Proposicio ex secunda duodecimi EUCLIDIS, quae est:

Omnium duorum circulorum est proporcio alterius ad alteram tamquam proporcio quadrati dyametri unius ad quadratum dyametri alterius.

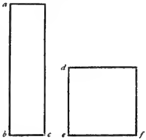
Sicut igitur habet se quadratum ad circulum, sic cubus ad columpnam eiusdem altitudinis rotundam. Non enim alio modo ymaginatur mathematicus de quadrato ad cubum, cuius cubi idem quadratum est basis, vel de circuli ad columpnam rotundam, cuius columpnae idem circulus est basis, nisi sicut de puncto, linia (!) et superficie. Modo sicut ymaginatur, quod punctus serpens producit liniam (!), et linia (!) mota ad latus producit superficiem, et superficies in altum ducta gignit corpus; sic omnino quadratum in altum directe gradiens et terminum sui lateris non excedens generat cubum, et circulus columpnam rotundam. Similiter ergo, quae est proporcio quadrati dyametri ad circulum, eadem est cubi, cuius latus est dyameter basis columpnae, ad columpnam.[2] Item per 2^{m} duodecimi Euclidis sic se habet quadratum dyametri circuli unius ad quadratum dyametri circuli alterius, sicut circulus ad circulum.

1458. Jacobi apostoli.

[*F. 401'*] *Datam columpnam rotundam altera parte longiorem in columpnam cubicam reducere.*

Sit data columpna [fig. 2] altera parte longior *abc* cuius latus altitudinis *ab* virga ut 16 sit longius lateris latitudinis *bc*, quod sit virga ut 2. Ducatur ergo dyameter *bc* scilicet 2, in se ipsam, et productum ducatur in altitudinem columpnae datae, scilicet 16, et producitur columpna quadrata, cuius capacitas est 64. Cuius capacitatis quaeratur radix cubica, quanto praecisius potest, quae est 4. Super radicem, quae est 4, erigam cubum *def*, cuius cubi basis erit quadratum *ef*, scilicet 16; ergo basis harum quadratarum columpnarum ipsarum altitudinibus erunt mutuae seu muthalkesiae (!). Sicut enim se habet basis columpnae *def*, scilicet 16, ad basim columpnae *abc*, scilicet ad 4, sic e converso altitudo columpnae *abc* scilicet 16, ad altitudinem *def*, scilicet ad 4. Ergo per secundam partem 35^{ae} undecimi Euclidis columpnae quadratae *abc* et *def*, seu columpna et cubus sunt aequales.

Fig. 2.



Linea igitur *ef* facta dyametro circinabo circulum *ef*, et eo basi facto erigam columpnam [*f. 402*] rotundam in eadem altitudine *ef* seu *ed*. Et quia per 2^{am} duodecimi Euclidis sicut se habet quadratum *ef* ad quadratum *bc*, sic circulus *ef* ad circulum *bc*, ergo bases harum columpnarum rotundarum erunt similes altitudinibus earum mutuae, ergo per secundam partem duodecimi Euclidis ipsae columpnae rotundae erunt similiter aequales, ergo etc. Et conficiatur quaerendo capacitatem utriusque earum singillatim; idem proveniet utrobique. Similiter est de dyametro ut 4 et altitudine ut 32 etc. duplicando.

Nota. Columpnam rotundam altera parte longiorem, cuius basis dyameter est ut 16, et axis ut 35 ad columpnam cubicam modo vulgari redigere.

Excessum axis columpnae super dyametrum basis eius, scilicet 19, divide in 4 partes aequales, et proveniet scilicet $4\frac{3}{4}$. Super dyametrum basis columpnae additum producit dyametrum basis columpnae cubicae quaesitae, quod est 20 et $\frac{3}{4}$, quod est prope veritatem, quia verior dyameter est 20 et 46 minuta.[3]

Si vero axis columpnae praedictae dyametrum basis eius, scilicet ut 16, in 9 tantum excesserit, tunc illius excessus accipe $\frac{2}{7}$, quod est 2 et $\frac{4}{7}$, et super dyametrum basis columpnae adde, et proveniet dyameter basis columpnae cubicae, scilicet 18 et $\frac{4}{7}$ unius.[4]

Si vero axis columpnae rotundae praedictae dyametrum basis eius, scilicet 16, tantum in 2 excedat, tunc accipe $\frac{1}{3}$ illius excessus, quod est $\frac{2}{3}$ unius, quod adde super dyametrum basis eius, et proveniet dyameter basis columpnae rotundae cubicae quaesitae, scilicet 16 et $\frac{2}{3}$ unius, quod est similiter prope veritatem.[5] Quod totum probare et examinare poteris, ut supra de columpna rotunda.

[1] *Columpna cubica* ist ein Cylinder, dessen Höhe gleich seinem Durchmesser ist, er heisst *cubicus*, weil er in einen Würfel einbeschrieben werden kann.

[2] Die genetische Entstehung der Linien, Flächen und Körper, wie sie der Verfasser hier auseinandersetzt, ist nicht ohne Interesse.

[3] Nach obiger Regel wurde der Durchmesser 20,77 sein. $20\frac{3}{4}$ ist also um 0,02 zu klein, dagegen $20\frac{46}{60}$ um $\frac{2}{600}$ zu klein.

[4] Hier wäre also die Axe des Cylinders $= 25$ und nach der Regel müsste der Durchmesser $= \sqrt[3]{6400}$ werden, d. h. $= 18{,}566$. $18\frac{4}{7}$ ist aber 18,561, also ist auch hier die praktische Regel fast genau richtig.

[5] Hier müsste nach obiger Regel der richtige Durchmesser $= \sqrt[3]{4608} = 16{,}64$ sein; er wird aber $= 16{,}66$ berechnet.

VI.

[*F. 396*] *Nota.* Quia vult CAMPANUS circa 43^{am} primi EUCLIDIS et ipse EUCLIDES diffinicione 2^a secundi quod duo supplementa cum quadrato circa dyametrum consistente complent gnomonem, scilicet superficialem, qui gnomon additus quadrato gignitur quadratum novum, et hoc est quod dicit ARISTOTELES: *Quadratum addito sibi gnomone crescit, sed non mutatur,*[1] id est, facit quadratum maius sed a quadrati specie non recedit. Modo sicut hoc sit in superficie, ita praecise fit idem in solido. Solum postquam haec ducuntur in se superficialiter, illa, scilicet pro gnomone cubico seu solido, debent in se duci seu fieri solide. Et sic a quadrato et supplementis superficialibus producuntur supplementa solida et quadrata vel cubelli solidi, qui gnomonice cubum constituunt. Cubicum dico, quia additus cubo priori alium constituit.

1458. In vigilia Mariae Magdalenae.

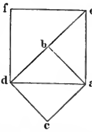
[1] Die Stelle des ARISTOTELES, ist bei BOËTIUS *In Aristotelis praedic.* p. 212 der Ausgabe Basileae 1570 abgedruckt in folgender Fassung: *Si quadrato addatur gnomon, crescit quidem quadratum, non tamen commutatur.*

VII.

[F. 394] Dyametri quadrati ad costam eiusdem medietas duplae proporcionis esse demonstretur.

Sit [fig. 3] quadratus *adef*, cuius dyameter *ed*, quam divide per medium in puncto *b*, et describatur aliud quadratum *bdca*, cuius dyameter necessario erit costa quadrati prioris *ad*. Sequitur igitur, sicut se habet dyameter quadrati maioris *ed* ad costam quadrati eiusdem *ad*, sic se habet *ad* dyameter quadrati minoris ad costam quadrati eiusdem minoris *bd*. Sed primi scilicet *ed* ad ultimum, scilicet *bd*, est proporcio dupla per ypothesin, et cum proporcio extremorum componitur ex proporcionibus intermediorum, ut vult EUCLIDES diffinicione 19ª septimi, et deducitur in secundo libro de 36 modis proporcionum[1] sufficienter. Cum autem inter mediis sit proporcio continua, sequitur necessario, quod *ed* ad *ad* est medietas duplae proporcionis, et *ad* ad *ab* in reliqua medietas proporcionis duplae eiusdem.[2]

Fig.3.



1458. In die Margarethae.

[1] Diese Abhandlung findet sich in vielen mittelalterlichen Handschriften. Es ist die Abhandlung des AHMED BEN JUSUF

De proporcionibus et proporcionalitate. Sie steht z. B. im Codex Db 86 der Dresdener Bibliothek.

[2] Hier ist die Bezeichnung der $\sqrt{2}$ durch *medietas proporcionis duplae* nach Art des ORESME in dessen *Algorismus proportionum* gewählt.

Zum Schlusse bemerke ich noch, dass die Handschrift der Königl. Hof- und Staatsbibliothek zu München Cod. lat. N° 56 von Blatt 219 an das unter N° I abgedruckte Stück ebenfalls, wenn auch in etwas anderer Reihenfolge, sowie nicht in genau demselben Umfange enthält. Der Wortlaut ist jedoch bis auf orthographische Kleinigkeiten vollständig derselbe.

Per Leon Battista Alberti.

Di Gino Loria a Genova.

Nel rileggere di recente le pagine (Bd. II, 268—270) delle *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik,* che M. Cantor consacrò a Leon Battista Alberti mi accadde di avvertire in esse poche inesattezze e certe lacune che mi sembra opportuno di rettificare e colmare, fidando che l'illustre storico vorrà accogliere con animo sereno queste mie osservazioni fatte, non per rilevare qualche nèo nella sua grande opera, ma per approntargli i materiali capaci di renderla più vicina alla desiderata perfezione e per delineare con maggiore esatezza i lineamenti di una fra le più eminenti personalità del secolo XV.

Anzitutto qualche parola di biografia.[1] La famiglia Alberti è una delle più illustri ed antiche della Toscana; oriunda dal Casentino, fino dal sec. XIII la troviamo in Firenze godente il diritto di risiedere nel supremo ufficio del consolato; ebbe parte attivissimo nelle lotte che durante il Medio Evo dilaniarono la patria di Dante ed ebbe in conseguenza da patire di quando in quando persecuzioni ed esigli. Appunto durante uno di questi bandi da Lorenzo Alberti nacque, probabilmente in Genova ai 14 o ai 18 di Febbrajo del 1404, il celebre architetto di cui intendiamo occuparci. La prima educazione di questo venne fatta del padre; alla morte del quale (24 Maggio 1421) troviamo Leon Battista studente di diritto canonico a Bologna, ove poi ventiquattrenne consegul la laurea dottorale. Non è questo il luogo di narrare le vicende dell' uomo di cui ci occupiamo, le avventure che ebbe, i lunghi e numerosi viaggi che condusse a termine, gli svariati uffici che coprì, nè tampoco di tracciare partitamente un quadro della sua poliedrica attività intellettuale,[2] la quale gli meritò di prendere posto in quella nobile schiera di pensatori enciclopedici che hanno per prototipi nell' antichità Eudosso da Cnido e nei tempi moderni Leonardo da Vinci.[3] Giova però ricordare come una sua invenzione ottica fatta in giovanile età lo dimostri di buon' ora ben nutrito di cognizioni scientifiche e come le sue scritture *Della Statua, Della Pittura,* e *Gli Elementi di pittura*[4] abbiano somministrato a scultori e pittori i più sani precetti artistici fondati sopra proposizioni matematiche.

Un opuscolo di *Prospettiva* venne a lui attribuito ed in conseguenza pubblicato dal BONUCCI, ma che gli appartenga in realtà è assai dubbio; siccome però sembra assicurato che l'ALBERTI si sia occupato di quell' argomento, così si può sperare che un giorno ritorni alla luce il suo scritto che vi si riferisce, se vero è che *quidquid sub terra est in apricum proferet aetas.* La sua grande opera intitolata *Arte aedificatoria* gli procurò tal fama che in conseguenza (fatto questo che non è ipotetico come sembra credere il CANTOR) un poeta cantò:

Nec minor EUCLIDE est ALBERTUS: vincit et ipsum
VITRUVIUM: quisquis celsas extollere moles
Affectat, nostri relegat monumenta BATISTAE;

in essa sono citati dei *Commentarii delle cose matematiche* scritti in latino, ne' quali »insegnava partitamente» in qual modo e con quali ragioni si descrivono e disegnano gli angoli coi numeri e con le linee, »precetti, i quali si aggirano sui pesi e sulla misura delle superficie e de' corpi, e che i Greci appellano podismati ed embadi», ma qual sorte abbiano avuto ci è totalmente ignoto. Per converso è stata conservata una raccolta non priva d'interesse di problemi geometrici,[5] intitolata *Ludi matematici* e dedicata al principe MELIADUSO fratello di LEONELLO D'ESTE marchese di Ferrara. Questo libretto fu composto (probabilmente prima del 1450) per soddisfare ad un desiderio del principe al quale è dedicato, quello cioè di conoscer le regole per misurare la superficie dei terreni. I precetti esposti sono (l'ALBERTI medesimo avverte) non originali ma desunti da COLUMELLA, SAVASORDA (geometra ebreo del sec. XI) e LEONARDO PISANO. LEON BATTISTA vi aggiunse l'esposizione di procedimenti per misurare le altezze, le distanze, le profondità per mezzo di triangoli, non tacendo delle costruzione e dell' uso di certi strumenti dei quali sarebbe fuor di luogo il ragionare quì; soltanto facciamo un eccezione per quel meccanismo[6] (chiamato più tardi *bolide albertiana* ed a torto attribuito talvolta all' HOOK)[7] destinato a misurare la profondità che ha il mare ne' punti in cui non può giungere lo scandaglio.[8]

Una breve appendice ai citati *Ludi matematici* fu di recente pubblicata, coll' ajuto di F. SIACCI, dal prelodato biografo dell' ALBERTI.[9] Essa contiene la quadratura della lunula avente per arco esterno una semicirconferenza che diciannove secoli avanti IPPOCRATE da Chio aveva considerata e misurata. L'autore l'espone nell' intento di dimostrare erronea »l'oppenione» (che egli fa risalire sino ad ARISTOTELE) »de molti che dicono che le figure contente da linee curve et circolare perfettamente non si dà la loro quadratura». Osserviamo che egli stesso non seppe trattenersi da una generalizzazione affrettata — simile a quella che alcuni vogliono non abbia saputo evitare quel geometra greco — che egli manifesta, come chiusa alla sua memorietta con le parole: »che come è trovato il quadrare questa figura lunare contenta da due curve linee, che similmente è possibile quadrare il circolo».

Da questi brevi cenni ci sembra risultare che Leon Battista Alberti (la cui esistenza finì a Roma l'anno 1472) piuttosto che un continuatore del movimento intellettuale che ha le proprie origini nel periodo aureo della geometria greca, deve di preferenza collegarsi al più antico scrittore conosciuto di geometria pratica, Erone d'Alessandria, col quale egli ha commune la tendenza a compiere anche quelle ricerche geometriche che sono destitute di immediata applicazione pratica, tendenza di cui difficilmente si troverebbe traccia fra gli eredi diretti della geodesia greca, cioè gli agrimensori romani.

[1] Cfr. Girolamo Mancini, *Vita di Leon Battista Alberti* (Firenze 1882); opera che è frutto di coscienziose ricerche, che largamente sfruttammo nel redigere il presente articolo, ed a cui rimandiamo il lettore desideroso di completare le nostre notizie e valutare i documenti che ne dimostrano l'esatezza. Cfr. la recensione fattane dal Favaro nel Bullettino di bibliogr. d. sc. matem. **16**, 1883, p. 325—332.

[2] Vedi Leon Battista Alberti, *Opere volgari per la più parte inedite e tratte dagli autografi annotate e illustrate dal Dott.* Anicio Bonucci (4 vol., Firenze 1844—1847).

[3] Cfr. il bell' articolo di W. R. Thayer, *Leonardo da Vinci as a pioneer in science* in The Monist (Chicago), July 1894.

[4] Alberti, *Gli elementi di pittura per la prima volta pubblicati* (Cortona 1864).

[5] È quella che il Bartoli nel 1668 pubblicò modificandone arbitrariamente il titolo in *Piccolezze matematiche,* sotto il quale viene citata dal Cantor (l. c. p. 263).

[6] Cfr. Caverni, *Storia del metodo sperimentale in Italia* **1** (Firenze 1891) p. 72.

[7] Cfr. gli Atti della Società reale di Londra, Seduta del 12 febbrajo 1665.

[8] A complemento del testo diamo qui gli enunciati dei problemi trattati nei *Ludi:* I. Del modo di misurare l'altezza di una torre da un luogo discosto da cui la si vede. II,

III. Come possa misurarsi l'altezza di una torre da un luogo discosto da cui si vede la cima di essa. IV. Problema analogo nella ipotesi che la torre sia inaccessible ma ne sia visible il piede e la cima. V. Come possa misurarsi la largezza di un fiume d'in sulla sponda. VI. Come si giunga a sapere quanto sia alta una torre di cui solo apparisce la cima. VII. Modo per misurare la profondità d'un pozzo insino all' acqua. VIII. Modo per misurare la profondità di qualunche mare. IX, X. Costruzione di orologi. XI. Modo per conoscere l'ora della notte col solo vedere. XII. Modo di misurare i campi. XIII. Modo di regolare le acque correnti. XIV. Modo di misurare un peso enormamente maggiore di quel che possa comportare una stadera. XV. Problema di balistica. XVI. Modo di misurare il circuito di una terra. XVII—XIX. Procedimenti e strumenti per misurare le distanze. XX. Esposizione del *problema della corona* di ARCHIMEDE.

[9] LEONIS BAPTISTAE ALBERTI *Opera inedita et pauca separatim impressa*. HYERONIMO MANCINI *curante* (Florentiae 1890), p. 305—307: De lunarum quadratura, Cod. magliab. VI f° 77, 243.

Zur Geschichte des Jakobsstabes.

Von H. SUTER in Zürich.

In den Artikeln: *Die erste Anwendung des Jakobsstabes zur geographischen Ortsbestimmung*[1] und *Levi ben Gerson und der Baculus Jacobi*[2] betrachten S. GÜNTHER und M. STEINSCHNEIDER den in Avignon 1344 verstorbenen jüdischen Gelehrten LEVI BEN GERSON als den Erfinder oder wenigstens den ersten Beschreiber des Jakobsstabes. Ich glaube nun diese Ansicht durch folgende Mitteilung rectificieren zu können.

In dem biographischen Werke des IBN CHALLIKÂN, betitelt: *Wafajât el a'jân* (Tod der Vornehmen) befindet sich[3] die Biographie des KEMÂL ED-DÎN MÛSÂ BEN ABÎ'L-FADL JÛNIS, die ich in ihren wesentlichen Stellen wiedergebe, da der genannte ein in Mathematik sehr bewanderter Gelehrter war.

»ABÛ'L-FATH MÛSÂ BEN ABÎ'L-FADL JÛNIS BEN MUHAMMED BEN MAN'A BEN MÂLIK BEN MUHAMMED, zubenannt KEMÂL ED-DÎN EL-FAKÎH ESCH-SCHÂFI'Î, studierte in Mosul unter seinem Vater, begab sich dann nach Bagdad im Jahre 571 (1175—76) an das Collegium en-Nizâmijja, und arbeitete daselbst unter dem Repetitor ES-SADÎD ES-SALAMÂSÎ. Zu jener Zeit war daselbst Lehrer (des Rechtes) der Schaich RIDÂ ESCH-SCHÎRÂZÎ ABÛ'L-CHAIR AHMED BEN ISMA'ÎL BEN JÛSUF BEN MUHAMMED BEN EL-'ABBÂS EL-KAZWÎNÎ; KEMÂL ED-DÎN studierte hier die Rechtscontroversen und die Grundzüge (des Rechtes), ebenso die Literatur unter KEMÂL(ED-DÎN) ABÛ'L-BARAKÂT 'ABDERRAHMÂN BEN MUHAMMED EL-ANBÂRÎ Vorher schon hatte er beim Schaich ABÛ BEKR JAHJA BEN SA'DÛN EL-KORTUBÎ studiert und sich ausgezeichnet. Hierauf wandte er sich wieder nach Mosul zurück und lag fleissig der Arbeit ob und lehrte nach dem Tode seines Vaters in der Moschee, die nach dem Emîr ZAIN ED DÎN, dem Beherrscher von Arbela, benannt ist. Diese Moschee habe ich gesehen, sie ist nach Art eines Collegiums gebaut und heisst auch das Kemâlische Collegium, es erhielt diesen Namen, weil KEMÂL ED-DÎN solange in demselben wirkte und zu ihm, als er berühmt geworden, von allen Seiten die Theologen herbeiströmten. In allen Gebieten zeigte er ein reiches Wissen und vereinigte in sich die Kenntniss so vieler Disciplinen, wie selten Einer. Er zeichnete sich besonders in den mathematischen Wissenschaften aus; ich sah ihn in Mosul im Monat Ramadân

626 (1229) und bin öfters bei ihm ein- und ausgegangen, da zwischen ihm und meinem Vater intime Freundschaft bestanden hatte. Es wurde mir freilich nicht zu Teil, Unterricht von ihm zu erhalten, denn ich konnte nicht lange in Mosul bleiben und verreiste bald wieder nach Syrien. Die Theologen behaupteten, dass er eine genaue Kenntniss von 24 Disciplinen hatte; zu diesen gehörte das Schâfitische Recht, hierin war er der erste seiner Zeit. — — — Er war bewandert in der Philosophie, Logik, Physik, Metaphysik, Medicin; er kannte die mathematischen Wissenschaften, den EUCLIDES und die Astronomie, die Kegelschnitte, die verschiedenen Mittel (wahrscheinlich die verschiedenen Konstructionen der beiden mittleren Proportionalen) und den *Almagest*, ebenso die verschiedenen Arten der Rechenkunst, nämlich die Algebra, die Arithmetik und die Regel der beiden Fehler; dann die Musik und die Ausmessung der Figuren, eine Disciplin in welcher er nicht seines Gleichen hatte, man sähe dann etwa nur auf die oberflächliche Kenntniss dieser Dinge, nicht auf ihre tiefere Ergründung und Wahrheit. Er fand auch in der Wissenschaft der Amulete und magischen Quadrate[4] Verfahren, auf welche bisher Niemand gekommen war. Er machte auch in der arabischen Sprache und Flexionslehre so vollkommene Untersuchungen, dass er im Stande war das Buch des SÎBAWAIH und die *Idâh* und die *Takmila* des ABÛ 'ALÎ EL-FÂRISÎ und den *Mufassal* des ZAMACHSCHARÎ zu lesen. In der Interpretation (des Korân) und in der Traditionswissenschaft und was damit in Verbindung steht, und der Namenkenntniss (von Männern der Geschichte) hatte er eine grosse Sicherheit. Er kannte die Epochen und Tage der arabischen Geschichte, das Datum der Schlachten, viele Poesien und Gespräche auswendig. Juden und Christen hörten bei ihm die Thora und das Evangelium, und er erklärte ihnen diese beiden Bücher so gut, dass sie anerkennen mussten, sie würden keinen finden, der ihnen diese Bücher so auslegen könnte, wie er. Er war in jeder Disciplin so bewandert, wie wenn er nur diese allein studiert gehabt hätte; kurz, man hat von keinem, der vor ihm war, gehört, dass er alle jene Disciplinen mit seinem Wissen umfasst habe. — — — Es stand ATHÎR ED-DÎN EL-MUFADDAL EL-ABHARÎ (der Verfasser der *Ta'lîka fî'l-chilâf*, der astronomischen Tafeln und anderer berühmter Werke)[5] auf dem Gipfel seines Ruhmes, als er noch das Buch in die Hand nahm und sich zu seinen Füssen setzte und ihm vorlas (d. h. von ihm die Erklärung des Vorgelesenen erhielt), und zur selben Zeit beschäftigten sich die Studierenden mit den Werken des ATHÎR,

was ich mit eigenen Augen gesehen habe; ATHÎR studierte auch noch (unter KEMÂL ED-DÎN) den *Almagest*. Es erwähnt ihn (KEMÂL ED-DÎN) auch ABÛ' L-BARAKÂT BEN MUSTAUFÎ, wenn er in seiner Chronik von Arbela sagt: er war weise, bahnbrechend in jeder Wissenschaft, besonders in denen der Alten, wie Geometrie, Logik und andern. Das beweisen die Lösungen der Schwierigkeiten im EUKLIDES und Almagest für den Schaich SCHARAF ED-DÎN EL-MUZAFFAR BEN MUHAMMED BEN EL-MUZAFFAR ET-TÛSÎ EL-KÂRÎ (d. Korânleser), den Erfinder des Linear-Astrolabiums, bekannt unter dem Namen »der Stab». Ferner sagt IBN EL-MUSTAUFÎ: Es kamen ihm Fragen zu aus Bagdad über die schwierigen Partien dieser Wissenschaft, die er mit geringer Anstrengung löste und die Beweise dazu gab. — — — Im Jahre 633 (1235—36) war ich in Damaskus, wo damals ein Mann lebte, der in den mathematischen Wissenschaften sich auszeichnete; er fand einige schwierige Punkte in arithmetischen, algebraischen und Vermessungs-Aufgaben und im EUKLIDES, diese schrieb er alle auf ein Blatt Papier und schickte sie nach Mosul (zu KEMÂL ED-DÎN); nach einigen Monaten kam die Antwort zurück und das Räthselhafte und Verborgene war enthüllt und klar gelegt. — — — Er (KEMÂL ED-DÎN) wurde geboren am Donnerstag den 5. Safar 551 (1156) in Mosul und starb daselbst am 14. Scha'bân 639 (1242), er wurde auf dem nach seiner Familie benannten Gottesacker begraben, neben dem Gottesacker *Gassân*, ausserhalb des Thores *'Irâk*.»[6]

Aus der gesperrt gedruckten Stelle ersehen wir, dass SCHARAF ED-DÎN EL-MUZAFFAR BEN MUHAMMED ET-TÛSÎ, ein Zeitgenosse des KEMÂL ED-DÎN MÛSÂ BEN JÛNIS, der Erfinder des Linear-Astrolabiums, genannt der Stab (*el-'assâ*) war. DORN führt in seiner Abhandlung *Drei astronomische Instrumente mit arabischen Inschriften*, etc.[7] zwei verschiedene Instrumente an, das Linear-Astrolabium und den Stab des Tûsî, bemerkt aber gar nichts über ihre Beschaffenheit, auch nicht in welchen Schriften er dieselben citiert gefunden habe. In dem *Mémoire sur les instruments astronomiques des Arabes*[8] von L. A. SÉDILLOT ist an mehreren Stellen (pg. 27, 36 und 191) von dem »astrolabe linéaire ou la baguette de NASIR ED-DIN TOUSI» die Rede, aber nirgends eine Beschreibung desselben zu finden; SÉDILLOT verspricht pg. 191 eine Arbeit über NASÎR ED-DÎN, in der er dann über die »baguette de Tousi» handeln werde, deren Beschreibung das Ms. arab. N:o 1148[9] auf Blatt 120 ff. enthalte, allein diese Arbeit SÉDILLOT's ist meines Wissens nie erschienen.

Dass nun hier und bei Ibn Challikân das Linear-Astrolabium und der Stab des Tûsî als ein und dasselbe Instrument bezeichnet werden, macht es mir *sehr wahrscheinlich*, dass dieses Instrument der Jakobsstab sei, obgleich Max Guckin de Slane im 3. Bd. seiner Übersetzung des Ibn Challikân (pg. 474) der Ansicht ist, dieses Instrument sei nicht identisch mit dem Jakobsstab, für diese Behauptung aber gar keine Gründe anführt. Klarheit ist in diese Sache nur zu bringen durch Veröffentlichung der betreffenden Stellen des Ms. ar. 1148, fol. 120 ff.; vielleicht würde Herr Baron Carra de Vaux in Paris die Güte haben, diese Arbeit zu übernehmen.

Nach dem, was ich oben aus Ibn Challikân citiert habe, ist Sédillot (resp. Abû'l-Hasan 'Alî von Marokko) im Irrthum begriffen, wenn er dieses Instrument dem Nasîr ed-Dîn et-Tûsî zuweist, der gleiche Abstammungs-Beiname (*el-Tûsî*) hat jedenfalls zu dieser Verwechslung geführt. Übrigens würden die zeitlichen Beziehungen auch nicht stimmen; Sédillot gibt in dem *Traité des instruments astronomiques des Arabes, composé au 13. siècle par* Aboul Hhassan Ali de Maroc, etc. (Paris 1834) pg. 13—14, als Jahr der Abfassung dieses Werkes 1229 oder 1230 an, allein die wissenschaftliche Tätigkeit Nasîr ed-Dîns fällt in die Jahre 1240—74; ich halte freilich die Gründe, die Sédillot für Annahme jener früheren Abfassungszeit beibringt, nicht für stichhaltig, ich glaube, dass 'Alî von Marokko eher gegen das Ende des 13. Jahrhunderts gelebt hat.

Nachträglich sei bemerkt, dass in Kazwînî's Cosmographie (Edid. Wüstenfeld, 1848—49, Bd. II., pg. 310) eine Stelle sich findet, die sich auf Kemâl ed-Dîns mathematische Leistungen bezieht, und von Interesse ist; ich gebe sie im Folgenden wieder:

»Von Mosul stammt auch der Schaich Kemâl ed-Dîn ben Jûnis, er vereinigte alle Disciplinen in seinem Wissen, keiner kam ihm gleich zu seiner Zeit in jedem Wissenszweig, über den man mit ihm disputieren mochte, gleich als ob er der Begründer dieser Wissenschaft gewesen wäre. Was die mathematischen Disciplinen betrifft, so stand er einzig da in ihrer Kenntniss; zu dem Wunderbaren, was ich von ihm vernommen habe, gehört folgendes: Die Franken (Europäer) sandten zur Zeit des Melik el-Kâmil[10] Fragen nach Syrien, deren Beantwortung sie erbaten; es waren dies Fragen aus der Medicin, aus der Philosophie und der Mathematik; die medicinischen und die philosophischen beantworteten die Leute (Gelehrten) Syriens selbst, aber den geometrischen waren sie nicht gewachsen; da aber EL-MELIK EL-KÂMIL verlangte, dass alle Fragen beantwortet würden, so sandte man die geometrische an MUFADDAL BEN ʿOMAR EL-ABAHRÎ, in Mosul, unsern Lehrer, der seines Gleichen in der Geometrie nicht hatte; doch die Beantwortung derselben war ihm zu schwer, er übergab sie daher dem Schaich IBN JÛNIS, der sie studierte und löste, die Aufgabe war folgende: Es sei ein Bogen gegeben, man ziehe seine Sehne und verlängere sie über den Kreis hinaus und konstruiere auf der verlängerten Sehne ein Quadrat, dessen Fläche gleich sei derjenigen des Bogenstückes." Hierauf fand dann EL-MUFADDAL den Beweis dazu, machte aus dem Ganzen eine Abhandlung und sandte sie nach Syrien an EL-MELIK EL-KÂMIL. Als ich (KAZWÎNÎ) nach Syrien reiste, sah ich die vortrefflichsten Gelehrten Syriens in Verwunderung über diese Abhandlung, sie lobten auch die Auffindung des Beweises, denn er war ein seltenes Erzeugniss zu jener Zeit.»

[1] Biblioth. Mathem. 1890, pg. 73 und ff.

[2] Ibid. pg. 107.

[3] Kairenser Ausgabe vom Jahre 1310 d. H. (1892—93), 2. Bd. pg. 132—134.

[4] Andere Mss. des IBN CHALLIKÂN haben statt *aufâk*, was eben »Amulete oder auch magische Quadrate» bedeutet, *aukât*, und dann müsste es durch »Zeiten» oder auch »Zeitbestimmungen» wiedergegeben werden, welche Lesart MAX GUCKIN DE SLANE vorzieht.

[5] War ein bedeutender Mathematiker, Astronom und Logiker; er starb nach HADSCHÎ CHALFA (VI, 473 und III, 538) ums Jahr 660, nach einer andern Stelle (I, 502) desselben Autors um 700, die erste Angabe wird wohl die richtigere sein.

[6] Aus dem biographischen Werke *Fawât el-wafajât* des MUHAMMED BEN SCHÂKIR EL-KUTBÎ, welches eine Fortsetzung und Ergänzung desjenigen von IBN CHALLIKÂN ist, entnehme ich, dass KEMÂL ED-DÎN der Lehrer NASÎR ED-DÎN ET-TÛSÎ's war; diese Notiz findet sich in der Biographie des NASÎR ED-DÎN (Bulâker Ausgabe vom Jahre 1283 (1866), 2. Bd. pg. 186—189).

[7] In den Mémoires de l'acad. impér. des sciences de St. Pétersbourg, VII. Série, Tome IX, pg. 84 und 87.

[8] Mémoires présentés par divers savants à l'acad. roy. des inscriptions etc. I. Série, Tome I.

[9] Dieses Mscrpt., sowie N:o 1147, enthalten die Abhandlung

des ABÛ'L-HASAN 'ALÎ von Marokko über die astronomischen Instrumente der Araber. N:o 1147 und einige Partien aus 1148 wurden übersetzt von I. I. SÉDILLOT und herausgegeben von dem Sohne L. A. SÉDILLOT unter dem Titel: *Traité des instruments astronomiques des Arabes, composé au treizième siècle par* ABOUL HHASSAN ALI *de Maroc, intitulé* etc. (Paris 1834—1835, 2 tomes). In dieser Ausgabe finden sich nun eben gerade diejenigen Stellen des Ms. 1148 nicht, die die Beschreibung des Stabes des Tûsî ent halten.

[10] EL-MELIK EL-KÂMIL war der mit FRIEDRICH II. in freundschaftlichen Beziehungen stehende bedeutendste Ejjubide, der Sultan von Egypten, der von 1228 bis zu seinem 1238 erfolgten Tode auch im Besitze des grössten Teils von Syrien war. Wahrscheinlich kamen diese wissenschaftlichen Fragen von europäischen Gelehrten durch Vermittlung FRIEDRICHS II. an EL-MELIK EL-KÂMIL, resp. nach Syrien.

[11] Also Quadratur eines Segmentes; die Stelle oben, wo von der Ausmessung der Figuren die Rede ist, wird sich also wesentlich auf diese Aufgabe beziehen.

Die Mathematik bei den Juden.

Von Moritz Steinschneider in Berlin.

Afrika.

16. Auch hier halten wir uns nicht ganz genau an dem Faden der Chronologie, indem wir einen Blick auf diesen Weltteil werfen, um dann uns von jenem weiter leiten zu lassen.

Wir beginnen mit der allgemeinen Bemerkung, dass die Entwickelung der sogenannten profanen Wissenschaften unter den Juden mit den äusseren Schicksalen dieses, allmälig in alle Welt zerstreuten Volkes selbst zusammenhänge; namentlich mit dessen Verhältnissen zu den Ländern, worin es Aufnahme oder Aufenthalt fand und an dem Culturzustande der Eingebornen und Heimischen mehr oder weniger teilnahm, ohne irgendwo ausser *allem* Zusammenhang mit den Glaubensgenossen anderer, oft an den Enden des damals bekannten Erdkreises liegenden Erdstriche zu kommen. Dem Culturhistoriker begegnet hier die, von einem *Einzelnen* nicht wohl zu lösende Aufgabe, mit den vertriebenen und sonst fleissig wandernden und damit Zusammenhang und Anhänglichkeit erhaltenden Juden Länder und Zeiten mit ihren allgemeinen Culturzuständen zu durchforschen, um die, in jüdischen Quellen zu findende Kenntnis und Wissenschaft auf deren, nahe oder fern liegenden, Ursprung zurückzuführen, mitunter auf sonderbaren und ermüdenden Kreuz- und Querwegen. Wie schwer, oft unmöglich, ist es da, festzustellen, was den andersgläubigen Bewohnern des Heimatlandes eines Juden, was einem fremden Lande, vielleicht durch persönlichen oder schriftlichen Verkehr, entlehnt, was einer etwaigen alten vererbten Kunde, was dem Genie und der Erfindung des Einzelnen angehöre. Diese Erörterung war hier am Orte, wo wir zuerst jene weite Wanderung antreten und, vom Laufe der Zeit geleitet, oft zu grossen räumlichen Sprüngen gezwungen sein werden.

Die Culturgeschichte der Juden im Mittelalter hat sich an eine, hauptsächlich im *Ritus* hervortretende, Dichotomie gewöhnt, nämlich: Juden unter *Muslimen*, oder unter *Christen*. Erst in neuester Zeit, wo überhaupt die Geschichte der profanen Wissenschaften unter ihnen zur Beachtung kam, fand man diese Zweiteilung in diesem engeren Kreise am meisten maassgebend, das heisst in der Grundzügen; Einzelnes muss mit Rücksicht auf besondere verschiedenartige Umstände auch in seiner Besonderheit untersucht und aufgefasst werden. Hier soll nur eine kurze Bemerkung diese allgemeine Vorbetrachtung abschliessen.

Sie betrifft den Zusammenhang der Juden in Bezug auf eine *Autorität*.

Schon in der babylonischen Gefangenschaft entwickelte sich eine *politische* oberste Autorität unter wenig bekannten Umständen und dauerte durch das ganze Mittelalter. Die Inhaber dieser Würde, welche ihr Geschlecht, mit Recht oder Unrecht, von König DAVID ableiteten, wurden (im sing.) *Resch Geluta*, d. h. Exilarch genannt.[1] Die oberste Autorität in Palästina war eigentlich die sogenannte grosse Synode, später das Synhedtion, welchem 3 Würdenträger vorstanden. Der angemaassten Macht der fremdgeschlechtlichen »Könige« aus der Familie des HERODES gegenüber bildete sich allmälig eine Autorität der *Gelehrsamkeit* aus, welche in *Scholarchen* ihre Vertretung fand. Das Geschlecht des HILLEL (kurz vor Christus) erhielt den Titel *Nasi* (Fürst, auch »Patriarch«), der später von angeblichen Abkömmlingen dieser Familie und verschiedenen sonst angesehenen Familien geführt wurde,[2] — mit mehr oder weniger freiwilliger Unterwerfung seitens der Länder und Städte, — teils von Regierungen zur bequemen Ausführung der Judenverordnungen, insbesondere der drückenden Judensteuer, bestätigt oder eingeführt wurde. Aus den stets gepflegten Talmudschulen stammt auch der Titel *Rab* oder *Rabbi* (Lehrer), der, durch die freie Wahl einer Gemeinde, Genossenschaft u. dergl. mit einer gewissen Stellung verbunden, sich in *Rabbenu* (unser Lehrer) verwandelte, woraus unser »Rabbiner« geworden, der nichts weniger als »Geistlicher« zu nennen ist. Eine quellenmässige Geschichte der Autorität im Judentum ist merkwürdigerweise noch heute ein Desideratum, obwohl sie auch von Wichtigkeit für alle practischen Fragen im Judentum ist.[3] Die Schwankungen in den Begriffen und Bezeichnungen erschweren allerdings die an sich weitschichtige Untersuchung, für welche einzelne Vorarbeiten existiren. Dabei ist auch der äussere Einfluss der Landesregierung auf das jüdische herkömmliche Recht zu beachten. Unter den vielfachen und veränderten Einrichtungen zur Feststellung und Abgrenzung einer Autorität ist das sogenannte »Gaonat« von grösster Bedeutung für die jüdischen Studien im Mittelalter.

17. Unter der Herrschaft der Khalifen zu Bagdad blühten in der Nähe der Residenz 2 hohe talmudische, mit einander wetteifernde Schulen zu Sura (oder Syra) und Pumbedita, deren Rector, oder Präsident, den Titel *Gaon* führte, ein Wort, das in der Bibel »Hochmut» bedeutet,[4] aber nach seiner Etymologie auch für »Hoheit» angewendet werden konnte, später auch andern ausgezeichneten Gelehrten und Rabbinern beigelegt wurde. Die Chronologie dieser Scholarchen interessirt uns hier nicht.[5] Diese Schulen, wie alle anderen jüdischen bis zur Zeit MENDELSOHN's, beschäftigen sich ausschliesslich mit dem Studium der Hauptquelle des jüdischen Rechts, dem Talmud, also nur indirect mit der Bibel; unter Recht (hebr. *Halacha*, Vorschrift) muss man aber hier die »Gottesrechtslehre» verstehen, welche, wie das indische *Dharma* und das arabische *Fikh*, auch die religiösen Pflichten begreift, welche nach Methode und Analogie des eigentlichen Rechtes behandelt wurden, daher auch in einander griffen, so dass der Richter ebensowohl Sittenrichter war. MAIMONIDES fasst die *literarische* Thätigkeit der *Gaonim* (heb. plural, man schreibt auch *Gäonim*, *Geonim*, deutsch Gaonen oder Geonen) unter drei Formen zusammen: sie schrieben Gutachten, Erläuterungen zum Talmud, fortlaufend oder lexicalisch, und Vorschriften (Resultate der Discussion, Monographien) über einzelne Themata der juridischen und ritualen Praxis. Von der 2. Art hat sich fast nichts erhalten, von der dritten Art ist oben § 15 ein Beispiel aus der Erbschaftskunde von SAADIA, dem berühmtesten und universalsten Gaon angeführt worden. Von den *Gutachten*,[6] welche in chaldäischer, arabischer, oder hebräischer Sprache in alle Welt bis nach *Spanien* hin, den Unkundigen und Zweifelnden meistens eine kurze Belehrung erteilten, besitzen wir bereits ungefähr 10 verschiedene gedruckte Sammlungen, die nur wenige Original-Doubletten, aber eine grössere Anzahl von hebräischen Übersetzungen aus dem Arabischen und einige jüngere Stücke aus verschiedenen Ländern enthalten. Dr. JOEL MÜLLER hat eine »Einleitung in die Responsen der babylonischen Geonen» (in hebräischer Sprache, Berlin 1891) verfasst, worin er die Antworten nach chronologischer Folge der einzelnen Autoren ordnet und aus ihrem Inhalt Characteristisches oder Beachtenswerthes hervorhebt, wozu ein Realindex fehlt. Ohne dieses verdienstliche Buch vollständig gelesen zu haben, möchte ich doch behaupten, dass keine Anfrage ein Thema der *profanen Wissenschaft* betrifft, und um dies zu constatiren und zu verwerten, musste den Lesern dieser Blätter in einer anscheinenden Abschweifung eine oberflächliche Schilderung der Sachlage geboten werden, um so mehr, als vor Kurzem ein christlicher amerikanischer Schriftsteller sich nicht entblödete, die jüdischen »Akademien» Babylon's als die Erhalter der Wissenschaft überhaupt hinzustellen.[7] In Wahrheit haben theologische Schulen, hier so wenig, als sonst irgendwo und irgendwann, aus eigenem Interesse eine von ihnen unabhängige Wissenschaft gefördert; hier heisst es »*quoique, non parce que*». Das schliesst allerdings nicht aus, dass einzelne jener Rectoren persönlich an der allgemeinen Bildung Anteil nahmen; einem der letzten (SAMUEL) scheint der eigene Schwiegersohn (HAIS) es übel vermerkt zu haben, ohne dass man den Gegner fremder Studien für einen Mystiker zu halten hat, wozu ihn die pseudepigraphischen Ausgeburten Westeuropa's im XIII. Jahrh. machen wollten. Auf SA'ADIA's Kentnis profaner Wissenschaft werden wir bald zurückkommen müssen. Für die Juden unter arabischer Herrschaft bildeten die babylonischen Rectoren gewissermaassen die höchste Autorität, wie der Khalif für die gläubigen Muhammedaner, nicht ohne allen Zusammenhang zwischen beiden. Das Khalifat war aber bereits zu einer Schattenherrschaft herabgesunken, als der letzte Gaon, HAI, der schon College seines Vaters SCHERIRA gewesen war, nach weithin gerühmter 40-jähriger Amtsführung seine Würde mit sich ins Grab nahm (Ostern 1038). Ein Versuch, ihm einen Nachfolger zu geben, missglückte; dieser floh vor den Grausamkeiten des Herrschers bis nach *Spanien*. Damit schwand auch der Schein einer Vereinigung der Diaspora unter ein sichtbares Oberhaupt; denn die Exilarchen, mitunter unwissende Reiche, welche ihre Würde erkauft hatten, waren längst in ihrer Rivalität mit den Rectoren unter dieselben in Ansehn gesunken; die Gottes*gelehrsamkeit* erhob sich zur *alleinigen* Autorität und bildete in ihrer teilweisen Vererbung den einzigen jüdischen Adel von allgemeiner Anerkennung.

Wie aber mit dem östlichen Khalifat allmälig ein westliches in Spanien und Afrika (die Fatimiden) zu wetteifern begann, so wurde auch schon zur Zeit der letzten Gaonim eine, vielleicht aus Palästina nach dem römischen Italien gebrachte, jüdische Gelehrsamkeit durch das zufällige Schicksal von vier Gelehrten aus Bari im X. Jahrhundert[8] nach Spanien und *Afrika* verpflanzt; sie lockerte die Abhängigkeit von Babylon und bereitete neue selbständige Schulen vor, denen die Literatur der Gaonim nur als Quelle alter Traditionen galt. Um diese Zeit (X. Jahrh.) treten uns *überhaupt* sichere Literaturreste der Juden *ausserhalb Asiens* entgegen[9], und wir werfen einen flüchtigen Blick auf *Afrika* mit besonderer Rücksicht auf unser eigentliches Thema.

In diesem Weltteil sind die Hebräer eine Nation geworden, deren Schicksal auch grossenteils von dem ältesten Kulturvolk desselben, dem *ägyptischen,* abhing. In Ägypten lebten auch zuerst *Juden* in enger Verbindung mit dem wissenschaftlichen Geiste der *Griechen.* Der »*Alexandrinismus*«, der ohne jüdischen Einfluss unerklärlich ist, hat nicht bloss einen Anteil an dem Christentum, sondern auch an der Philosophie, an der Wissenschaft des ganzen Mittelalters innerhalb der drei Religionen der civilisirten Welt. Hier wäre die Frage aufzuwerfen: Gab es unter den alexandrinischen Juden keinen *Mathematiker* von Bedeutung? Mir ist keiner bekannt; ich habe aber auch nicht Specialstudien auf diesem Gebiete gemacht. Aus den ersten Jahrhunderten unserer Zeitrechnung sind literarische Reste ägyptischer Juden meines Wissens nicht erhalten.[10] Aus den späteren Jahrhunderten, vielleicht nur aus einem kurzen Zeitraum (VIII—IX. Jahrh.?) stammt ein Schatz von hebräischen Papyrus-Fragmenten, welche in neuester Zeit, neben syrischen und arabischen, im Fajjum[11] aufgefunden, jetzt in Oxford, Wien und Berlin (im ägyptischen Museum)[12] aufbewahrt werden. So weit bis jetzt bekannt ist, enthalten sie Privatdocumente und Ritualien.

Aus dem Fajjum wurde Saadia Gaon im Jahre 928 nach Sura als Rector berufen, wo es an einem würdigen, allen Parteien imponirenden Gelehrten fehlte. Es gilt dies als Zeugnis allerdings nur für den Kenner des jüdischen Gesetzes, abgesehen vom Charakter. Saadia hat sich aber selbst ein Zeugnis philosophischer Bildung ausgestellt in einer arabischen, höchst wahrscheinlich noch in Fajjum, also vor seinem 40-ten Lebensjahre, verfassten Schrift, welcher wir hier einige Worte widmen wegen des Zusammenhanges mit einem hierher gehörenden Probleme. Saadia commentirte das oben (§ 11) besprochene »Buch der Schöpfung« in arabischer Sprache, welchen Commentar Mayer Lambert aus dem einzigen Ms. (in hebräischen Lettern) in arabischen Typen mit französischer Übersetzung kürzlich herausgegeben hat.[13] Als Einleitung zum Commentar giebt Saadia eine Kritik von neun Ansichten über die Schöpfung oder den Ursprung der Welt, wie er Ähnliches in seinem, im J. 933 in Babylon verfassten »Buch der Religionen und Dogmen« thut. Das Buch *Jezira* stellt als Principien der Welt die 10 Zahlen und 22 Buchstaben auf. Saadia widmet den Buchstaben auch eine phonetische und philologische Erläuterung, auf das Wesen und System der Zahlen lässt sich der, sonst auf die Principien eingehende Commentator nicht ein, obwohl er der Zahl ein solches Gewicht beilegt, dass er im »Buch der Religionen« in der Widerlegung der kritisirten Ansichten wie ein genauer Buchhalter die Argumente im Einzelnen zu zählen und die Summen zu ziehen niemals vergisst. Doch finden wir auch in obigem Commentar Spuren arithmetischer Beschäftigung. S. 84 der französischen Übersetzung giebt er die Regel für die Progression der Wörter nach der Zahl der Buchstaben; S. 89 bespricht er den Vorzug der ungeraden Zahl für die Bildung der Quadrate : $1+3=4$, $+5=9$, $+7=16$, $+9=25$, $+11=36$; das stammt aus nicht-jüdischer Quelle.[14] S. 105 kritisirt er die Zahl 221 der Permutationen der Buchstaben, welche nach Hörensagen ein ungenannter Erklärer aufrecht erhalten wollte, während es 231 heissen müsse. SAADIA hatte, ohne Zweifel von Fajjum aus, mit einem Zeitgenossen in Afrika über wissenschaftliche Gegenstände correspondirt und indirect einen Mathematiker von Bedeutung zur Erklärung des »Buches der Schöpfung» veranlasst, worin der Commentator sich auf seine mathematischen Schriften beruft. Diesen, erst vor vierzig Jahren aufgegrabenen Mathematiker des X. Jahrh. in Afrika vorzuführen, ist die eigentliche Aufgabe dieses Paragraphen. Wir finden uns aber hier vor einem der vielen verwickelten *Probleme*, welche die jüdische Literaturgeschichte durch ihre eigentümlichen Sprachverhältnisse darbietet.

Eine erschöpfende Darlegung der Quellen und der verschiedenen, daraus entsprungenen Hypothesen ist an dieser Stelle unmöglich; ich muss, und darf, auf die Erörterung der Hauptmomente in meinem Werke: *Die hebräischen Übersetzungen* etc. (S. 394 ff.) verweisen und mich hier auf eine äusserst kurze Zusammenfassung der Grundlagen beschränken.

In der alten *Kyrenaika* fanden sich schon zur Zeit des zweiten Tempels jüdische Einwohner.[15] In der Nähe des alten Kyrene erhob sich später *Kairuan*,[16] die Residenzstadt des ersten Khalifen von der Dynastie der Fatimiden, dem man jüdischen Ursprung vorwarf.[17] In Kairuan fand der, aus Babylon verbannte Exilarch UKBA (um 920?) eine ehrenvolle Aufnahme.[18] Dort lebten im X. Jahrh. bis ins XI. hinein mehrere rühmlich bekannte jüdische Gelehrte, einige in schriftlichem Verkehr mit den letzten babylonischen Gaonim. Uns interessirt hier namentlich ISAK B. SALOMO AL-ISRAÎLI, jetzt gewöhnlich ISAK ISRAËLI genannt, im Mittelalter kurzweg als »Ysaacus» berühmt.[19] Dieser philosophisch gebildete Arzt, der in sehr hohem Alter gegen Mitte des X. Jahrh. starb, verfasste in arabischer Sprache verschiedene philosophische und medicinische Werke, in welchen er die Ansichten der *griechischen* ersten Autoritäten (ARISTOTELES, HIPPOKRATES, GALEN) zusammenfasste. Unter den medicinischen Werken, welche schon im XI. Jahrh. durch CONstantinus Afer's willkürliche lateinische Bearbeitung in Europa bekannt wurden, wird noch heute die *Urologie* für bedeutend gehalten. In dem nicht minder berühmten Werke über die Fieber findet sich im Original und in der hebräischen Übersetzung (IV, 6) eine *arithmetische und astronomische* Stelle, wofür Constantin eine Verweisung auf das Buch *Pantegni* gesetzt, so dass man versucht war, auch dieses Buch dem Isak zuzuschreiben; es gehört aber dem Ali ben Abbas, und ist die Einschaltung aus Israeli kaum erklärlich. Von Schriften Isak's aus dem Gebiete der Mathematik ist Nichts bekannt.[20]

In Kairuan hat man, vielleicht erst durch Saadia veranlasst, mit der Erklärung des »Buches der Schöpfung« vom Standpunkt der damaligen Naturphilosophie sich ernstlich beschäftigt und verschiedene hebräische, teils defecte Handschriften, aus denen nur wenige Excerpte gedruckt sind, bieten verschiedene Namen von Autoren und Übersetzern, ausser einem jüngeren Auszuge. Die Kritik ist noch immer nicht zu einem *sicheren* Ergebnis gelangt. Zwei in den mss. vorkommende Verweisungen auf eine *Urologie* können wohl nur aus einem, auch sonst bezeugten Commentar des Isak herrühren, und mochten wörtlich von einem weiteren Bearbeiter aufgenommen sein. Ein ms. identificirt aber Isak mit dem bisher nur als Philologen bekannten abu Sahl Dunasch (= Dsu-Nas) ben Tamim, dem Babylonier.[21] Ein dritter angeblicher Autor aus Kairuan, Jakob ben Nissim (Ende X. Jahrh.) ist für uns nicht beachtenswert, da er sicherlich nicht der Mathematiker war, um den es sich hier handelt.

Der unsichere Commentator des »Buches der Schöpfung« erzählt, dass Saadia noch im Fajjum mit dem Arzte Isak ben Salomo in wissenschaftlichem Briefverkehr gestanden habe, als er selbst (der Commentator) noch nicht 20 Jahr alt [also vor 900 geboren] war. Als Saadia's Commentar ihm zu Gesichte kam, war er neugierig, ob Saadia darin diejenige Kentnis *profaner Wissenschaft* bekunde, welche zur richtigen Auslegung jenes Buches erforderlich sei. Als er diese grossenteils vermisste, verfasste er einen weitläufigen Commentar, worin er die ungenügenden Erklärungen Saadia's beleuchtete. Aus diesem Commentar zog der Verfasser später, jedenfalls nach dem Tode Saadia's (941), einen Auszug, in welchem die eigene Erklärung des Buches als Hauptzweck in den Vordergrund trat, die Kritik Saadia's, mit ausgesprochener Achtung vor dem Wissen und dem Style des kritisirten Gelehrten, nur als Nebensache angesehen wird. Alles, was wir davon besitzen, stammt aus diesem Auszuge.

Als Verfasser dieses Commentars dürfen wir, mit dem nötigen Vorbehalt, nach dem vorhandenen Material, den genannten DUNASCH ansehen, über welchen MUNK (l. c.) die ihn betreffenden Nachrichten gesammelt, unter Anderem nachgewiesen hat, dass DUNASCH Arzt, vielleicht auch Schriftsteller auf dem medicinischen Gebiete war.

In dem betreffendem Commentar citirt der Verfasser 3 mathematische Schriften, die er verfasst hat:

1) ein Werk über die *indische Rechnung*, genannt *'Hisab al-Gobar*, was der hebräische Übersetzer durch »Staubrechnung» erklärt. Diese interessante Notiz hat schon vor einem halben Jahrhundert REINAUD (*Mémoire sur l'Inde*, 1842) nach einer Mitteilung MUNK's verwertet. Ich habe dasselbe vor beiden gethan,[22] zugleich darauf hingewiesen, dass an derselben Stelle von der sogenannten *Knöchelrechnung* die Rede sei.[23]

2) ein *astronomisches* Werk, welches der Verfasser als Antwort auf Anfragen, die aus Constantine[24] (?) zu ihm gelangten, an ABU JUSUF CHISDAI (oder 'HASDAI) B. ISAK geschickt hatte, in 3 Teilen: 1. über Beschaffenheit (Construction) der Himmelssphären; 2. die Notwendigkeit der Rechenkunst für die Kenntnis der Construction der Himmelssphären; 3. über den Weg (Lauf) der Sterne. MUNK vermutet, dass es sich (zuletzt?) um den jüdischen Kalender handelte. CHISDAI ist ohne Zweifel der jüdische Mäcen in Cordova, genannt IBN SCHAPRUT, oder BASCHRUT, welcher bei der zweiten arabischen Übersetzung des DIOSKORIDES als Dolmetsch für die Pflanzennamen benutzt wurde.[25] Ob er die Anfragen nach Constantine, oder über Constantine nach Kairuan (an DUNASCH?) richtete, ist aus dem Citate nicht zu ersehen.

3) ein grosses *astronomisches* Werk, verfasst für den (oder gewidmet dem) fatimidischen Khalifen MANSUR ISMAIL BEN AL-KAJIM (gest. 953), in dessen 2. Teil der Verf. die *Schwäche gewisser astrologischer Principien* (oder Regeln) darlegte. Der Wortlaut dieser interessanten Stelle ist leider in den mir zugänglichen mss. unklar; in meiner Copie ist von »Ascendenten» die Rede. Es wäre wichtig zu wissen, ob der Verfasser die *Astrologie überhaupt bekämpfte*. Zwei für AL-MANSUR verfasste Schriften anzunehmen, liegt kein genügender Grund vor.[26]

[1] F. LAZARUS, *Die Häupter der Vertriebenen*, etc. (Jahrb. für jüd. Gesch. u. Lit. 10, 1890).
[2] ZUNZ, in *Benjamin of Tudela*, ed. ASHER, II, 215.

[3] S. HOLDHEIM, *Über die Autonomie der Rabbinen und das Princip der jüdischen Ehe.* Schwerin 1843.

[4] Vor den Fall kommt »Hochmuth«; Sprüche SALOMO's 13, 18.

[5] Die wahrscheinlichen Daten für die letzte Zeit gab ich im *Catalog libr. hebr. in Bibl. Bodl.*, p. 2617 unter SIMON KAHIRA.

[6] Z. FRANKEL, *Entwurf einer Geschichte der Litteratur der nachtalmudischen Responsen.* Progr. Breslau 1864.

[7] S. meinen Art.: *Die Juden und die profanen Wissenschaften,* im Magazin für die Wiss. d. Judenth. 1893, S. 229—235.

[8] Gegen grundlose Hypothesen darüber s. GEIGER in Hebr. Bibliogr. III, 3, dazu A. BERLINER, *Chananel* S. XXIX; HOCHSTÄDTER und HOCK in Jüd. Literaturbl. 1882, n. 41 und 44.

[9] Im VIII. Jahrh. wird die Ankunft eines Juden als »Événement« bezeichnet; s. HOUZEAU *et* LANCASTER, *Bibliographie générale de l'astronomie* I (1887) p. 144.

[10] Weder EBERS berühmter Roman: *Die ägyptische Königstochter,* noch CH. KINGSLEY's *Hypatia* (London 1874), hat für die Juden Ägyptens ein unbefangenes historisches Auge.

[11] »Das Fajjum« ist ein Bezirk, worin die Stadt Fajjum das alte Pithom sein soll.

[12] Zeitschr. für Ägyptologie 1879, S. 93—96, abgedruckt im Magazin f. d. Wiss. des Jud. 6, 1879, S. 249.

[13] P. 89 (franz.) citirt SAADIA offenbar seinen Commentar zu Exodus 26, 1, wie IBN ESRA; danach ist in meinem *Catal. Bodl.* p. 2186 die Zahl 25, 40 zu berichtigen. Vom Commentar zum »Buch der Schöpfung« existiren 2 unedirte hebräische Übersetzungen; der ihm untergeschobene gedruckte Commentar ist, nach MUNK, »die grösste Beleidigung, die man SAADIA anthun konnte«.

[14] CANTOR, *Vorlesungen* I, 135 bezeichnet die Summirung der ungeraden Zahlen als pythagoräisch. Ist etwa SAADIA's Quelle NIKOMACHOS?

[15] S. L. RAPOPORT, Biogr. des Chananel (hebr.) S. 16. Anm. 3.

[16] YACUT (JACUT), Geographisches Wörterbuch, herausg. v. WÜSTENFELD, Bd. IV (1869) S. 212. D'HERBELOT, *Bibl. Orient.* s. v. Cairavan, deutsch II (1787) S. 73; ABU ABD ALLAH MUHAMMED AL-BÂDJI AL-MASUDI, *al-Khala'sa* etc. Tunis 1283 H. [1866—1867], S. 5.

[17] Art. »Juden« (von S. CASSEL) in ERSCH *und* GRUBER's *Encyklopädie* Bd. 27, S. 201.

[18] In der Erzählung des bald darauf lebenden NATAN, des »Babyloniers«, wird Kairuan nicht genannt, aber von einem späteren Europäer, ABR. JARCHI, bei GRAETZ, *Gesch. der Juden* V, 298, 314, 472. Die arabischen Lobgedichte auf den Khalifen, mehr als 300, waren schwerlich alle von UKBA selbst verfasst, wie GRAETZ S. 298 annimmt.

[19] Quellen für alle Folgende in meinem: *Die hebräischen Übersetzungen* etc. § 223 und 479.

[20] Mathematisches findet sich manchmal unerwartet in der *medicinischen* Literatur des Mittelalters; so enthält das Prooemium der Chirurgie des HEINRICH VON MANDEVILLE (Anf. XIV. Jahrh.), herausg. von I. L. PAGEL (Berlin 1892), p. 14—16 eine *Doctrina et ars sciendi computare per figuras algorismi.*

[21] S. MUNK, *Notice sur Abou'l-Walid* etc. Paris 1851 (Extr. de l'année 1850 du Journ. Asiat. t. XVI p. 50), p. 14; dazu weitere medicinische Citate in VIRCHOW's *Archiv*, Bd. **85**, S. 360.

[22] Im Art. »Jüdische Literatur« in ERSCH *und* GRUBER's *Encyclopädie* Bd. **27**, 1848 (englisch London 1857), Ende § 21.

[23] Anderes über diese Rechnungsart s. Hebr. Bibliogr. XXI, 40; *Die hebr. Übersetz.* S. 400; s. auch GÜNTHER, *Gesch. des mathem. Unterrichts* etc. S. 9 und 189; M. STERNER, *Principielle Darstellung der Rechenkunst. I. Geschichte der Rechenkunst*, München und Leipzig [1891] S. 107.

[24] MUNK nimmt Anstoss an Constantine in Afrika, als einem unbedeutenden Orte und deutet den Namen *Constantinopel?*

[25] *Die hebr. Übersetz.* S. 978.

[26] JAKOB IBN KILLIS, der Wezir, als Jude geboren (930), vielleicht auch als solcher gestorben (62 Jahr alt), wird von HAMMER (V, 125) fälschlich zu einem Rechenlehrer in Bagdad gemacht; s. Hebr. Bibliogr. VIII, 118; *Die hebr. Übersetz.* S. 391; vgl. auch *Lettera del* ... VINC. MORTILLARA *al* ... *Silv. de Sacy*, Palermo 1837 (Estr. dal Giornale di scienze etc. di Sicilia), p. 5.

RECENSIONEN. — ANALYSES.

Répertoire bibliographique des sciences mathématiques. Première série. Fiches 1 à 100. Paris, Gauthier-Villars 1894. 8°, 100 feuillets.

Le travail préparatoire de la Commission du *Répertoire bibliographique des sciences mathématiques* (voir Biblioth. Mathem. 1890, 39—42) est actuellement assez avancé pour permettre à la Commission de commencer la publication des matériaux réunis. Cette publication n'aura pas lieu par cahiers mais par séries de 100 fiches, c'est à dire feuillets déliés, imprimés sur un seul côté. Sur chaque feuillet sont mentionnés 9 mémoires ou notes mathématiques se rapportant à une certaine section de l'*Index du répertoire bibliographique des sciences mathématiques*, et au haut se trouve la signature de cette section, ainsi p. ex. **A3k** pour la théorie des équations des troisième et quatrième degrés. Pour chaque mémoire ou note sont indiqués: l'auteur, le titre (ou bien sa traduction en français ou en allemand), la signature du recueil où il a été inséré, le volume et les pages où il se trouve, enfin l'année de publication du volume.

Les 900 titres de la première série se rapportent aux 9 premières classes de l'*Index*, c'est à dire à celles désignées par les lettres A—I; les classes présentant la plus grande fréquence sont A (algèbre) et D (théorie des fonctions).

Il est naturel que, dans une publication dont les matériaux sont fournis par un grand nombre de collaborateurs, il se glissera, au commencement, de petites inconséquences et fautes d'orthographe, et nous ne nous arrêterons pas à signaler ici les corrections nécessaires ou les changements désirables à des points particuliers. Mais nous ne pouvons pas omettre de regretter que la Commission ait adopté, pour désigner les recueils de sociétés savantes et les journaux, non pas les abréviations systematiques de MM. Houzeau et Lancaster dans leur *Bibliographie générale de l'astronomie* (voir tome II, 1882, p. 1—85), mais des abréviations nouvelles arbitrairement choisies, dont plusieurs sont absolument impossibles à interpréter sans recours à la clef; ainsi p. ex. *A. S. C.* (équivalant à *Christiania, Fhd* de MM. Houzeau et Lancaster) signifie Forhandlinger i Videnskabsselskabet i Christiania (dans la clef de la Commission on ne trouve pas ce titre même, mais une traduction française: »Traités de l'académie des sciences de Christiania»). Espérons que, dans la bibliographie définitive, la Commission fera usage d'abréviations plus convenables.

Stockholm. G. Eneström.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. Eneström. Stockholm. 8°.
1894: 4.

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. Cantor. Leipzig. 8°.
40 (1895): 1.

°Abhandlungen über Variations-Rechnung herausgegeben von P. Stäckel. Theil I: Abhandlungen von Johann Bernoulli (1696), Jacob Bernoulli (1697) und L. Euler (1744). Theil II: Abhandlungen von Lagrange (1762, 1770), Legendre (1786) und C. G. J. Jacobi (1837). Leipzig, Engelmann 1894.
8°, 144 + 110 p. — [3·60 Mk.]

Ball, W. W. R., On the use of a single symbol to denote the incommensurable number 3·14159 . . . . .
Biblioth. Mathem. 1894, 106.

°**Bellacchi, G.**, Introduzione storica alla teoria delle funzioni ellittiche. Firenze, Barbera 1894.
8°, IV + 316 p. — [6 lire.] — [Analyse:] Biblioth. Mathem. 1894, 117—118. (G. Loria.)

Bertini, E., Commemorazione del prof. Felice Casorati.
Milano, Istituto Lombardo, Rendiconti **25**, 1892, 1206—1236.

Brill, A. und **Nöther, M.**, Die Entwickelung der Theorie der algebraischen Functionen in älterer und neuerer Zeit.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **3** (1892—1893), 107—566.

Cantor, M., Zahlensymbolik.
Neue Heidelberger Jahrbücher **5**, 1895, 25—45. — Notice historique.

Capelli, A., Giuseppe Battaglini. Cenno biografico.
Giornale di matem. **1**$_2$, 1894, 205—208.

Curtze, M., Miscellen zur Geschichte der Mathematik im 14. und 15. Jahrhundert.
Biblioth. Mathem. 1894, 107—115.

Curtze, M., Zur Geschichte des Josephspiels.
Biblioth. Mathem. 1894, 116.

Curtze, M., Die abgekürzte Multiplication.
Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 7—13.

Favaro, A., Serie decima di scampoli Galileiani.
Padova, Accad. d. sc., Atti e memorie **11**, 1895, 11—43.

Favaro, A., Nuovi contributi alla storia del processo di Galileo.
Venezia, Istituto Veneto, Atti **6**$_7$, 1895, 88—97.

Günther, S., Der Plan geomagnetischer Korrespondenzbeobachtungen vor Humboldt und Gauss.
Feestbundel aan P. J. Veth (1894), 93—97.

Heiberg, J. L., Über den Geburtsort des Serenos.
Biblioth. Mathem. 1894, 97—98.

Index du répertoire bibliographique des sciences mathématiques. Errata, additions et modifications. Liste alphabétique des abréviations conventionnelles employées pour désigner les principaux recueils. Paris 1894.
8°, 10 p.

Lampe, E., Nachruf für Ernst Eduard Kummer.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **3** (1892—1893), 13—28.

Mehmke, R., Zur Geschichte der Rechenmaschinen.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **3** (1892—1893), 59—62.

Ovidio, E. d', Per Giuseppe Battaglini.
Torino, Accad. d. sc., Atti **29**, 1894, 458—460.

Répertoire bibliographique des sciences mathématiques. Première série. Fiches 1 à 100. Paris, Gauthier-Villars 1894.
8°, 100 feuillets. — [2 fr.]

Steinschneider, M., Die Mathematik bei den Juden.
Biblioth. Mathem. 1894, 99—105.

Teixeira, A. J., Biographia do dr. Rodrigo Ribeiro de Sousa Pinto.
Jorn. de sc. mathem. **12**, 1894, 3—10.

Wittstein, A., Historische Miscellen. II.
Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 1—6.

Question 48 [sur l'introduction du terme: »table de PYTHAGORAS» pour la table ordinaire de multiplication].
Biblioth. Mathem. 1894, 120. (G. ENESTRÖM.)

CAJORI, F., A history of mathematics. New York, Macmillan 1894. 8°.
Educational review **8**, 1894, 91—93. (G. B. HALSTED.) — The school review **2**, 1894, 513—514. (J. M. TAYLOR.)

CANTOR, M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Dritter Band. Vom Jahre 1668 bis zum Jahre 1759. Erste Abtheilung. Die Zeit von 1668 bis 1699. Leipzig, Teubner 1894. 8°.
Bullet. d. sc. mathém. **18**$_2$, 1894, 227—230. (P. TANNERY.)

FIRMICUS, JULIUS, Matheseos libri VIII. Primum recensuit C. SITTL. Pars I. Libri I—IV. Leipzig, Teubner 1894. 8°.
Bullet. d. sc. mathém. **18**$_2$, 1894, 211—212. (P. TANNERY.)

KARAGIANNIDES, A., Die nichteuklidische Geometrie vom Alterthum bis zur Gegenwart. Berlin, Mayer & Müller 1893. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 37—38. (M. MEYER.)

Loriá, G., Della varia fortuna di Euclide in relazione con i problemi dell' insegnamento geometrico elementare. (Periodico di matematica **8**, 1893.)
Jorn. de sc. mathem. **12**, 1894, 16—17.
Vivanti, G., Il concetto d'infinitesimo e la sua applicazione alla matematica. Mantova, Mondovi 1894. 8°.
Bullet. d. sc. mathém. **18**$_2$, 1894. 230—233. (P. Tannery.) — Mathesis **5**$_2$, 1895, 18. (P. M.)

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1894, 118—120. — Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 39—40.

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

49. On demande une recherche biographique et bibliographique sur un ou plusieurs des mathématiciens espagnols antérieurs au 16e siècle, dans laquelle sera donnée une notice circonstanciée sur leurs études, les services qu'ils ont rendus à l'enseignement, et leurs ouvrages imprimés, avec une analyse détaillée et raisonnée des principaux d'entre ces derniers.*

(Académie des sciences de Madrid.)

50. Où peut on trouver des notices biographiques sur le mathématicien anglais Braikenridge (première moitié du 18e siècle), auquel on doit quelques recherches sur la génération de courbes (voir p. ex. Loria, *Il passato e il presente delle principali teorie geometriche* [1887], p. 12).

(G. Eneström.)

* Question mise au concours pour l'année 1896. Prix: 1,500 francs.

Inhalt. — Table des matières.

Stockholm, tryckt i Central-Tryckeriet, 1895.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK HERAUSGEGEBEN VON | JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1895. STOCKHOLM. N° 2.

NEUE FOLGE. 9. Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr. NOUVELLE SÉRIE. 9.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Markgrafenstrasse 51. PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Mathematisch-historische Miscellen.

Von MAXIMILIAN CURTZE in Thorn.

1. Noch einmal über den de la Hire zugeschriebenen Lehrsatz.

Im Jahrgang 1888 dieser Zeitschrift, S. 65—66, habe ich nachgewiesen, dass der Satz:

> Wenn ein Kreis im Innern eines festen Kreises von doppeltem Radius rollt, so beschreibt jeder Punkt des rollenden Kreises einen Durchmesser des festen,

COPPERNICUS angehört. In letzter Zeit ist jedoch die Übersetzung eines Abschnittes einer arabischen Schrift der NASÎR-EDDÎN ATTÛSÎ erschienen, aus welcher unzweifelhaft hervorgeht, dass schon dieser hervorragende Gelehrte obigen Satz gekannt und bewiesen hat.

Dem hochinteressanten Werke P. TANNERY's: *Recherches sur l'histoire de l'astronomie ancienne* (Paris 1893) ist als *Appendice* VI ein Abschnitt angefügt worden, in welchem Herr CARRA DE VAUX über die astronomischen Werke des NASÎR EDDÎN ATTÛSÎ berichtet, speciell über dessen *Memento d'Astronomie*. In diesem geht der Verfasser mit einzelnen Behauptungen des PTOLOMÆUS ins Gericht und bringt seine Verbesserungen an. In XI. Capitel dieses *Memento*, dessen vollständige Übersetzung CARRA DE VAUX hinzugefügt hat, heisst es nun gleich am Anfang:

> *Lemme.* Deux cercles sont dans un même plan; le diamètre de l'un est la moitié du diamètre de l'autre; on

les donne tangents intérieurement, et l'on donne un point sur le plus petit, le point de contact; puis on fait mouvoir ces deux cercles de mouvements réguliers, en sens opposés, tels que le mouvement du petit soit double du mouvement du grand; le petit accomplit deux tours pendant que le grand en accomplit un. On démontre que le point donné se meut sur le diamètre du grand cercle, qui passait au départ par le point de contact, allant et venant entre ses deux extremités.

Darauf folgt der richtige strenge Beweis. Es ist klar, dass es sich hier um den nämlichen Satz handelt, welchen Coppernicus im IV. Cap. des III. Buches seiner *Revolutiones* ebenso ausspricht und dem Wesen nach in identischer Art beweist. Solange jedoch nicht eine mittelalterliche Übersetzung des obigen Beweises von Attûsî nachgewiesen ist, dürfte die selbständige Nacherfindung des Coppernicus nicht in Zweifel gezogen werden können, von welcher Nicolaus Muller in seiner Ausgabe von 1617 sagt:

»Miro artificio docetur hoc capite ex duobus motibus circularibus confici posse motum in lineam rectam sursum ac deorsum reciprocando. Quod sane commentum est Copernici ingenio dignum.«

Ebensowenig ist die selbständige Nacherfindung Lodovico Ferrari's und de la Hire's anzuzweifeln.

2. Weiteres über das Josephspiel.

Die älteste im Abendlande bis jetzt bekannte Fassung des fraglichen Spieles hat Mommsen im Jahrgang 1854 des Rheinischen Museums für Philologie S. 298 nach dem *Codex Einsidelensis №. 326* aus dem Anfange des X. Jahrhunderts Blatt 88' veröffentlicht. Ich erlaube mir diese Form des Räthselspieles, welche eine sehr milde Auffassung desselben behandelt, hier folgen zu lassen, da dieselbe in mathematischen Kreisen nicht bekannt zu sein scheint.

Quadam nocte Niger dux nomine, Candidus alter
  Forte subintrarunt unica tecta simul.
Candidus exhibuit secum ter quinque nitentes
  Totque Niger nigros more colore pares.
»Candide, de nostris primus quis«, dixerat alter
  »Providet excubias, nam tua dicta sequar«?
Haec placido contra respondit Candidus ore:
  »Judicio quemquam nolo gravare meo,
»Ne nova lis socios per me conspiret in arma;
  »Sed tibi consilium non removebo meum.

»Ordine disponam socios discumbere cunctos,
»Quos sors nona legat noctis in excubias.
»Candida sed sedeat nigris commixta catervis,
»Ut me velle viros fallere nemo putet».
Quattuor eximii candoris, quinque nigelli,
Candiduli bini, unicus atque niger.
Splendentes trini, furcato pelle nigellus,
Candidus hinc unus carboneique duo,
Fulgentes bini furcato tegmine trini,
Candidus hinc unus carboneique duo,
Candiduli bini splendentes pelle decora,
Quos sequitur cunctos unicus atque niger.
Hoc super ingenio cunctos sors nona nigellos
Sic cecidit; turba candida sorte caret.
Dux Niger excubias solus cum milite furco
Pervigil ingratus duxit ad usque diem,
Ast placitum tota carpebet nocte soporem
Candidus ingenio praeditus atque sui.

Dass hier die Regel genau mit der von mir früher gegebenen

Quator et pentas. duo. monas. tris. mias. unus.
Hinc dias. ambo. trias. unus. dias. et duo. monas.

übereinstimmt, ist augenfällig. Weiter geht aber aus dem Alter der Handschrift hervor, dass im Cod. lat. Monac. 14826 wirklich von einer lange bekannten Sache gesprochen wird, und dass der Schreiber sicher sein konnte, auch ohne weitere Auseinandersetzung mit seinen Versen verstanden zu werden.

In dem *Codex Bernensis 704* (Sec. XII.) Bltt 11ª findet sich folgende Fassung des Spieles, welche ich deshalb hier hinzufüge, weil sie dieselben beiden Verse enthält, wie Cod. lat. Monac. 14876. Ich entnehme dieselbe dem Werke: *Carmina medii aevi maximam partem inedita. Ex Bibliothecis Helveticis collecta ed.* H. Hagen. Bernae 1877, S. 145.

Sors cuiusdam de XV Christianis totidemque Iudaeis.

Bis duo nam nivei praesunt et quinque nigelli
His supponuntur clari duo postque secuntur,
Unius et taetri interimunt vestigia terri
Albi lacte magis, unus albus et alter habetur.
Hos duo fuscati, crystallini quoque bini
Tres titubant nigri lactantis robore victi.
Post duo corvini et nivei sunt denique bini,
Orbem tam furvus demum determinat unus.

Item de sorte supradicti episcopi.

Quattuor et pentas, duo monas tres mias unus,
Hinc dias ambo, trias, unus duo et duo monas.

Es ist somit ein Zeugnis aus dem X., eins aus dem XI. und eins aus dem XII. Jahrh. nachgewiesen.

Zum Schlusse möchte ich noch auf eine Abhandlung von Prof. H. Schubert in Hamburg hinweisen, der im letzten Jahrgang der Potonié'schen Naturwissenschaftlichen Wochenschrift (Berlin) ausführlich über die damals bekannte Geschichte dieser Spielerei und über die mathematische Theorie derselben gehandelt hat.

3. Der Algorismus des Sacrobosco.

Der Algorismus, welcher unter dem Namen des Sacrobosco gedruckt ist, und über dessen *bekannte* älteste Ausgaben Professor Riccardi im Jahrg. 1894 (S. 73—78) dieser Zeitschrift so genaue Daten gegeben hat, ist schon bedeutend früher als 1501 dem Drucke übergeben worden. Ich erlaube mir das hier mitzutheilen, was in dem *Catalogue Libri 1861*[1] darüber angegeben ist, wobei ich nur bemerke, dass Libri offenbar *die Identität mit dem Algorismus des* Sacrobosco *nicht erkannt hat.*[2]

485. *Arithmetic.* Aniani (*Magistri*) *Compotus Manualis metricus cum Comento, et Algorismus.*

Very scarce fine copy 4^to^. *Argentinae per Johannem Pryss* 1488.

Professor De Morgan considers this Compotus the only work of the sort printed in the XV:th Century. The *Algorismus* is an early treatise on arithmetic beginning by *Omnia quae a primaeva,* and ascribing to an imaginary philosopher, *Algus,* the origin of the Arabic *ars numerandi.* This exceedingly scarce book appears to be the *first arithmetical work* ever printed in a French town (Strasbourg). This edition of the *Algorismus* has remained unknown to M. Brunet, for in the new edition of his *Manuel,* in which he has devoted a special article to *Algorismus,* it is not mentioned.

Das Exemplar ist in der Auction mit 19 s. bezahlt worden. Aus dem von Libri Mitgetheilten ist wohl absolut sicher, dass es sich um den fraglichen *Algorismus* handelt. Eine Handschrift desselben aus dem Jahr 1356 im Besitze der Königl. Hof- und Staats-Bibliothek zu München (Cod. lat. 14684) hat die Unterschrift »Explicit algorismus sive arismetrica practica«. Auch in ihr ist *Algus* derjenige, von dessen Namen der Titel

Algorismus abgeleitet ist. An denselben schliesst sich unmittelbar der *Tractatus de Spera* des SACROBOSCO an. Letzterer hat den Namen des Verfassers im Explicit: »Explicit tractatus spere editus a magistro JOHANNE DE SACROBOSCO anglico qui istum tractatum sumpsit de astrologia ALPHRAGANI», während der *Algorismus* anonym ist. In der Handschrift Cod. lat. Monac. 14908 aus dem XV. Jahrh. findet sich der letzte Abschnitt von *Progressio* an aus Cod. lat. Monac. 14684 abgeschrieben. Der Schreiber hat jedoch die Unterschrift falsch gelesen; und setzt dafür: »Explicit algorismus sive arismetrica punctura». Beide Codices gehörten früher dem Kloster St. Emmeram zu Regensburg. Weder der Handschriftenkatalog, noch GERHARDT in seiner Beschreibung des Cod. lat. Monac. 14908 in den Monatsberichten des Berliner Akademie[3] haben die Identität dieses Stückes mit SACROBOSCO's Algorismus erkannt.[4]

[1] *Catalogue of the mathematical, historical, bibliographical and miscellaneous portion of the celebrated library of M.* GUGLIELMO LIBRI *etc. Part the first, A—L., etc. which will be sold by Auction etc. on Thursday, the 25-th of April, 1861, & Eleven following days, etc.* Printed by I. Davy and Sons, 137, Long Acre, London. XXXII + 4 Taf. + 475 S. gr. 8°. S. 56, 11—21.

[2] Das folgt aus der Anmerkung, welche a. a. O. S. 65 zu HALLIWELL's *Rara mathematica* hinzugefügt ist: »Professor DE MORGAN, however, has shown that Mr. HALLIWELL was wrong in publishing SACROBOSCO as inedited, as it had been printed in Venice in 1523.»

[3] *Catalogus codicum latinorum bibliothecae regiae Monacensis. Tomi II pars II, codices num. 11001—15028 complectens.* München 1876. IV + 288 S. 8°. — S. 250. — Monatsberichte der Berliner Akademie 1870, S. 407. Anm.

[4] Ich habe nachträglich gesehen, dass Herr Prof. A. FAVARO in seiner Abhandlung über PROSDOCIMO DE' BELDOMANDI (Bullettino di bibliogr. d. sc. matem. 12, 1879, S. 1 u. ff.) schon die Existenz dieser ältesten Ausgabe des *Algorismus* von SABROBOSCO nachgewiesen hat.

4. Zur Zahlentheorie aus dem XV. Jahrhundert.

Aus Cod. lat. Monac. 14908 Blatt 504' setze ich Folgende hierher; die Ordnungszahlen habe ich der Erklärung halbe hinzugefügt.

1. Omnis quadratus, cuius prima figura est par, est per 4 divisibilis.
2. Omnis quadratus in primis locis habet parem numerum ciffrarum.
3. Nullus quadratus recipit in primo loco 2, 3, 7 vel 8, sed »alios» bene.
4. Omnis quadratus est simpliciter vel subtracta unitate per 3 divisibilis.
5. Subtrahendo a quadrato duplum suae radicis minus 1 habebitur immediate praecedens; vel addendo sibi duplum plus 1 occurrit immediate sequens.
6. Si quadratus fuerit impar, remota 1 per 4 est divisibilis.
7. Si prima figura fuerit impar, secunda semper est par.
8. Numquam omnes figurae possunt esse impares, sed bene pares.
9. Quando 4 est in primo loco, semper par est in secundo loco.
10. Quando 6 est in primo loco, semper impar in secundo loco.
11. Omnis cubicus, cuius prima figura est par, est in 8 divisibilis, et numerus quociens est eciam cubicus.
12. Numerus ciffrarum in primis suis locis semper est per 3 divisibilis.
13. Proba de cubicis per 7 est 1, 6, vel 0; et proba per 9 est 1, 8 vel 0.
14. Proba in quadratis per 7 est 1, 2, 4, 0; et proba per 9 est 1, 4, 7 vel 0.
15. Item cubicus recipit omnes digitos in primo loco et 0.

1464.

Primus locus ist hier die Einerstelle. Die 15 Nummern sagen also aus:

1. Das Quadrat einer geraden Zahl ist stets durch 4 theilbar.
2. Sind am Ende einer Quadratzahl Nullen vorhanden, so müssen diese in gerader Zahl dasein.
3. Kein Quadrat hat die Form $10n+2$, $10n+3$, $10n+7$, $10n+8$, sondern es können nur die Formen $10n$, $10n+1$, $10n+6$, $10n+9$ vorkommen.
4. Jede Zahl muss eine der Formen haben $3n$, $3n \pm 1$, also hat jedes Quadrat eine der Formen $9n^2$, $9n^2 \pm 6n + 1$. Es ist also entweder selbst durch 3 theilbar, oder wenn 1 subtrahirt wird.
5. Sagt aus, dass $a^2-(2a-1)=(a-1)^2$ und $a^2+(2a+1)=(a+1)^2$ ist.
6. $(2a+1)^2-1=4a^2+4a$; also durch 4 theilbar.
7. Jede ungerade Zahl hat die Formen $2n+1$, $2n+3$, $2n+5$,

$2n+7$, $2n+9$; ihre Quadrate sind $4n^2+4n+1$, $4n^2+12n+9$, $4n^2+20n+25$, $4n^2+28n+49$, $4n^2+36n+81$, woraus die Richtigkeit der Behauptung ohne weiteres hervorgeht.

8. Der erste Theil folgt schon aus dem Vorhergehenden, für den zweiten Theil ist $8^2=64$ schon beweisend.

9. In der Einerstelle kann 4 nur entstehen, wenn die Basis $10n+2$ oder $10n+8$ ist, dann folgt aber aus den Quadraten $100n^2+40n+4$ und $100n^2+160n+64$ die Behauptung ohne weiteres.

10. Aus $(10n+4)^2=100n^2+80n+16$ und $(10n+6)^2=100n^2+120n+36$ folgt die Behauptung sofort.

11. Da eine gerade Cubikzahl immer der Cubus einer geraden Zahl $2n$, also von der Form $8n^3$ sein muss, so folgt die Behauptung.

12. Sagt aus, dass die Zahl der am Ende einer Cubikzahl vorhandenen Nullen ein Vielfaches von 3 sein muss.

13. Behauptet, jede Cubikzahl hat eine der Formen $7n+1$, $7n+6$, $7n$ oder $9n+1$, $9n+8$, $9n$. Da jede Zahl einer der Formen haben muss $7n+1$, $7n+2$, $7n+3$, $7n+4$, $7n+5$, $7n+6$, $7n$, so ist klar, dass die Probe nach 7 nur von den letzten Bestandtheilen abhängt. 1, 8 und 64 haben die Form $7n+1$; 27, 125 und 216 die Form $7n+6$. Ebenso für die Neunerprobe. Hier sind die möglichen Formen der Zahlen $9n$, $9n+1$, ..., $9n+8$; 1, 64, 343 haben die Form $9n+1$; 8, 125, 512 die Form $9n+8$, endlich 27, 216 die Form $9n$. Damit ist die Behauptung bewiesen.

14. Jede Quadratzahl muss eine der Formen $7n+1$, $7n+2$, $7n+4$, $7n$ oder $9n+1$, $9n+4$, $9n+7$, $9n$ besitzen. 1 und 36 haben die Form $7n+1$; 4 und 25 die Form $7n+4$; 9 und 16 die Form $7n+2$. Ebenso haben 1 und 64 die Form $9n+1$; 4 und 49 die Form $9n+4$; 9 und 36 die Form $9n$; endlich 16 und 25 die Form $9n+7$. Damit ist der Beweis geliefert.

15. Behauptet die bekannte Thatsache, dass die Cubikzahlen in der Einerstelle sämmtliche 10 Ziffern besitzen können.

5. Zur Geschichte der vollkommenen Zahlen.

Die folgende deutsche Bearbeitung der Eintheilung der Zahlen in gerade und ungerade, vollkommene, überschiessende und mangelhafte Zahlen, dürfte schon deshalb von Interesse sein, als sie die fünfte vollkommene Zahl richtig angiebt, welche

z. B. Michael Stiefel nicht erkannt hat. Auch dieser Abschnitt findet sich in Cod. lat. Monac. 14908 Blatt 32'—34.

[Blatt 32'] Ain yede zal ist gelich oder ungelich, und was gelich ist, daz ist glich glich, als alle zal dye gewachsen ist mit duplieren an ainnem anzefahn, als 2, 4, 8, 16, 32, 64 etc. wann es gat mit glichen ausz vnz auf ainsz. Oder glich unglich alz alle zal dye von ungelicher duplirter zal erwachsen ist, als 6, 10, 14, 18, 22, 26 vnd des glychen. Wann alszbald sye ain mol getailt wirt, so ist sye nit mer zetailen in zwe. Oder vnglych glych, alz alle zal dye sich taylen lat in gelych tail, aber nit ze end ausz, als 24 lat sich taylen in 2 mol 12, vnd 12 in 2 mol 6, aber 6 lat »nit» sich taylen, dann in vnglich teil, daz ist 3 vnd 3, dye paid ungelich sind. Vnd wachsen ausz glych glych zal, wann ainer in den andern multipliciret wirt als da stat:

3	5	7	9	11	13
4	8	16	32	64	128
12	40	112	288	704	1664

oder der erst ungelich in der gelychen ainen vnder im, welchen man wil, also auch mit den andern.

Dye vngelych zal ist auch dreyerlay. Dye erst ist vngesamelt ausz ander zal alz sine regula, wann kain andre zal *[Blatt 33]* erczelt dye zal, alz 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37. Aber dye ander vngelich zal ist gesamelt ausz ander zal, alz 9, 15, 21, 25, 27; alz 9 komet ausz 3 mol 3, und 15 ausz 3 mol 5.

Ausz der zal finstu, daz die gesamelt ist ausz der ersten vnglychen zal, und sameln sich selb nit, darumb wann man 25 scheczt gen 9 oder gen 18 oder 21, so wer sie vngesamelt; daz ist der drit tail der vnglychen zal.

Von den glychen zal sind etlich gancz gerecht, etlich gebrechend, etlich vberfluszig. Die vberflussig alz 12, 24. Wann 12 hat $\frac{1}{2}$ 6, vnd $\frac{1}{3}$ 4, vnd $\frac{1}{4}$ 3, vnd $\frac{1}{6}$ 2, vnd $\frac{1}{12}$ 1; daz machet 16, daz ist 4 zevil. Aber dye gebrechent 8, 14. Wann 8 hat $\frac{1}{2}$ 4, vnd $\frac{1}{4}$ 2, und $\frac{1}{8}$ 1, daz macht 7, vnd gebricht ains.

Zwischen den czwayen vnmassen findet man daz gancz gerecht, daz nit zevil noch zewenig hat, als 6, 28; wann $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$ von 6 ist 3, 2, 1, dye machen eben 6; von 28 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{14}$, $\frac{1}{28}$ 14, 7, 4, 2, 1, dye machen eben 28; darumb wert dye zal perfectus numerus gehayszen, vnd sind wenig. Zwichsen(!) ainem vnd 10 ist aine 6 *[Blatt 33']* von 6 zuo 100 auch aine 28;

zwischen 100 vnd 1000 auch aine 496; zuo 10000 auch aine 8128. Wiltu aber finden wye dye werden, so secz all glych glyche zal, alz vil du wilt, an ainem anzefahen also 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, tue dye ersten zw der andern, daz macht 3, und multiplicir in dye lesten gesamelte zal, das ist 2, und 2 mol 3 ist 6, daz ist dye erst ganz gerechte zal. Darnach samel 1, 2, 4, daz macht 7, multiplicir daz in dye lesczt sumirte zal, daz ist 4, mal 7 ist 28, daz ist dye ander perfecte zal. Wer aber, daz etwann ausz dem sumeren ain zal keme, die nit sine regula, daz ist primus vnd incompositus were, so behalt dye sum vnd ganz furbas, alz 1, 2, 4, 8 macht 15, dye 15 sint nit sine regula, dar vmb sumir darczw 16, daz macht 31, daz ist sine regula, dye multiplicir in 16, so kumpt 496, dye drit gerecht zal. Also tue furbas mit den andern glychglychen zalen, so finstu all gerecht zal etc. *[Bl. 34]*.

1461. Erasmi episcopi martiris.

Primus numerus perfectus	Secundus perfectus	Tercius perfectus	Quartus perfectus	Quintus numerus perfectus
6	28	496	8128	33550336
3	14	248	4064	16775168
2	7	124	2032	8387584
1	4	62	1016	4193792
	2	31	508	2096896
	1	16	254	1048448
		8	127	534224
		4	64	262112
		2	32	131056
		1	16	65528
			8	32764
			4	16382
			2	8191
			1	4096
				2048
				1024
				512
				256
				128
				64
				32
				16
				8
				4
				2
				1

Dass hier der Verfasser durch fortwährende Verdoppelung der gefundenen Primzahl $2^n - 1$ vorgegangen ist, brauche ich kaum zu erwähnen. Ob vor ihm die fünfte vollkommene Zahl nachweisbar ist, habe ich nicht verificieren können; er muss aber jedenfalls 511, 1023, 2047, 4095 als zusammengesetzte erkannt haben, was für 1023 und 4095 nicht gerade schwer, für die beiden Andern jedoch nicht ohne Schwierigkeit ist.[1]

[1] $511 = 7.73$, $2047 = 23.89$. Noch HEILBRONNER (*Historia matheseos universae*, S. 755) hält 511.256 und 2047.1024 für vollkommene Zahlen.

Die Mathematik bei den Juden.

Von Moritz Steinschneider in Berlin.

Europa.

18. Es ist bereits bemerkt worden, dass die ältesten Spuren *literarischer* Thätigkeit von Juden in Europa, wenigstens in hebräischer Sprache, nicht über das X. Jahrhundert hinaufreichen. Hieraus darf man nicht voreilig auf die Nichtexistenz von Juden in Europa vor jener Zeit schliessen, da wir positive Zeugnisse für die Existenz solcher überhaupt und einzelner Lehrer in jüdischen Dingen insbesondere, besitzen. In *Rom* hat es seit der Zeit des zweiten Tempels eine jüdische Gemeinde mit eigenen, in neuester Zeit entdeckten Katakomben, und zeitweise sich dort aufhaltende jüdische Gelehrte gegeben.[1] Auch in Spanien ist Ähnliches schon aus den bekannten fanatischen Gesetzen der westgothischen Könige ersichtlich; hat man doch das Eindringen der Araber auf jüdischen Verrat — wenn das Wort hier anwendbar ist — zurückführen wollen. Wo ist die unterdrückte Bevölkerung nicht des Vaterlandsverrats beschuldigt worden? und bei weit geringerer Veranlassung. In Südfrankreich eifert schon Anfangs des XI. Jahrhunderts der Bischof Agobard gegen die Juden und denuncirt ihren angeblichen Anthropomorphismus, ohne bestimmte Bücher zu nennen.[2]

Einzelne Namen tauchen aus jener Zeit auf, aber die Persönlichkeit bleibt im Dunkel oder verschwindet vor besserer Beleuchtung. Der angebliche Jude Moschion, Übersetzer einer Gynäkologie, verwandelte sich vor der Kritik V. Rose's in einen christlichen Afrikaner.[3] Domnus, der jüdische Lehrer des Arztes Gesios, wird durch die Unsicherheit über letzteren selbst zu einem leeren Namen.[4] Elinus, Salomo und Sarach in Salerno sind Ausgeburten einer angeblichen Chronik und gedankenloser Nachschreiber mit einer liberalen Tendenz, welche um Jahrhunderte jünger ist als die damit ausgeschmückte Zeit.[5]

Das X. Jahrhundert, in welchem wir Afrika verlassen haben, führt uns nach Europa und merkwürdiger Weise wieder zu einem Erklärer des seltsamen *Buches des Schöpfung*, das seinen Namen in Bezug auf die aus ihm hervorgegangenen verschiedenartigen literarischen Erscheinungen wohl verdient. Seine Geschichte ist gewissermaassen typisch für die Behandlung mancher alten Texte, welche von einer Alles »verschlingenden» (in beiden Bedeutungen des Wortes) jüngeren Mystik missdeutet werden, während eine ältere Zeit sie einfach, oder im Sinne ihrer wissenschaftlichen Ansichten, zu erklären sucht.

19. Das Land, welchem der vorzuführende Gelehrte angehörte, ist das älteste von Juden bewohnte Europa's, *Italien;* aber er lebte in der Gegend, welche die Berührungspunkte der christlichen Bewohner und der arabischen Eindringlinge einschloss, Barbarei und Cultur von den feindlichen Bewegungen zurückbehielt, und seine Bildung ist für die Literaturgeschichte seines Vaterlandes belehrend. Es können hier natürlich nur die Resultate verschiedenartiger Forschungen kurz zusammengefasst werden.[6]

SABBATAI BEN (Sohn des) ABRAHAM, genannt DONNOLO, — das ist ein italienisches Diminutivum des oben erwähnten lateinischen Namens DOMNUS, in griechischer Quelle *Δόμνουλος*, — gewährt uns den ältesten Beleg dafür, wie die Juden Europa's neben einem hebräischen (später so genannten »heiligen») Namen einen »profanen», der Landessprache entnommenen, mit, oder ohne innere Beziehung zu dem ersteren, zu führen pflegten, wenn Stellung, Geschäft, oder sociale Beziehung sie in engeren Verkehr mit ihrer christlichen Umgebung brachten. Eine richtige Einsicht in dieses Verhältnis ist für die Literaturgeschichte von grosser Bedeutung und teilweise auf die Juden unter arabischer Herrschaft anwendbar.[7] DONNOLO ist also als Vornamen erkannt, aber zu spät, um die Bezeichnung SABBATAI DONNOLO zu verdrängen, welche den Schein eines Familiennamens erweckt. Für uns genüge das einfache DONNOLO.

Dieser bezeichnet sich selbst als Arzt, und die von mir herausgegebenen »pharmakologischen Fragmente» weisen in ihrer Nomenclatur durchaus auf *griechisch-lateinische* Quellen hin. Er war ein geschätzter Arzt, dessen Cur allerdings der heilige NILUS *junior* ablehnte, weil Gottesvertrauen menschliche Hilfe überflüssig mache — wenn solche Anekdoten für Geschichte gelten dürfen.

Von seinen *Lebensverhältnissen* wissen wir mehr, als es bei jüdischen Autoren der älteren Zeit gewöhnlich der Fall ist; er erzählt selbst das Wichtigste in der, seit 1839 bekannten Vorrede zu seinem hebräischen Commentar über das »Buch der Schöpfung», welcher uns nunmehr in einer schönen Ausgabe vorliegt.[8] Leider bietet der hebräische Ausdruck, an sich für die neue Entwickelung eines *wissenschaftlichen* Stiles von Bedeutung, nicht überall die wünschenswerte Klarheit.

Donnolo ist wahrscheinlich um 913 zu Oria (bei Otranto) geboren, wurde im Juli 925 von Arabern gefangen genommen, jedenfalls als 12-jähriger Knabe in Otranto ausgelöst. Während Eltern und Verwandte nach Palermo und Afrika verkauft wurden, blieb er im Lande der Römer (Christen), wendete sich allen möglichen practischen Dingen mit Eifer zu (»es gab keine Arbeit welche meine Augen ! sahen und meine Hände nicht machten»), fand aber »Alles eitel», studirte daher die Wissenschaft der Medicin und der Sterne und Sternbilder (Astronomie und Astrologie), copirte sich *Schriften der Alten Weisen Israels*, fand aber in allen diesen Ländern [seines Aufenthalts] »*keinen jüdischen Gelehrten*, der sie verstünde»; hingegen behaupteten einige Gelehrte Israel's von den astrologischen (?) Büchern, welche von israelitischer Hand geschrieben sind, dass Nichts daran sei — weil sie dieselben nicht verstanden — die [rechten] sternkundlichen Bücher befänden sich unter den [nicht israelitischen] Völkern und weichen von den israelitischen ab.[10] Donnolo forscht daher nach der Wissenschaft der *Griechen*, der *Ismaeliten* [Araber], der *Babylonier* und der *Inder;*[11] er beruhigte sich nicht, bis er die Bücher der Gelehrten »*Jon's* und *Makedon's*» *in ihrer Schrift und Sprache*, nebst ihrer Erläuterung geschrieben hatte, »auch aus den Schriften der Gelehrten Babylon's und Indien's».[12] Das Studium derselben ergab die Übereinstimmung mit den Schriften Israel's.[13] Ferner ergab sich, dass die ganze Sternkunde gegründet [verfasst] sei in der *Baraita* des Samuel ha-Doresch, womit die Bücher der [anderen] Nationen übereinstimmen; nur habe Samuel sein Buch dunkel [schwer verständlich] gehalten. Nachdem Donnolo jene Schriften copirt hatte, suchte er in den Ländern umher nach einem Lehrer und fand einen gelehrten Astrologen aus Babylon,[14] namens Bagadas, welchen er »durch vieles Geld und grosse Geschenke» bewog, ihn in der Astrologie zu unterrichten,[15] [Alles] »wie es in der *Baraita* des Samuel geschrieben steht».[16] Hierauf begann Donnolo alle zu seiner Kenntnis gelangten Bücher zu erläutern, in Verbindung mit der ihm gewordenen Belehrung des Babyloniers, und schrieb das deutlich nieder in dem Buche *Chakmoni*.

Auf diese Worte folgt ohne jeden sichtbaren Zusammenhang eine chronologisch-astrologische Stelle für das Schöpfungsjahr 4706 (946); dann ebenso unvermittelt eine Abhandlung über den Menschen als Ebenbild Gottes — daher die Überschrift »Commentar über: Wir wollen machen» (Genesis 1, 26) — worin der Verfasser seine anatomischen und astronomischen

Anschauungen aufbietet, um den Menschen als *Mikrokosmos* darzustellen. Erst S. 30 heisst es: »Hier ist der Anfang des Commentars über das Buch der Schöpfung«. Über den Commentar selbst ist nur zu bemerken, dass DONNOLO das Buch der Schöpfung für eine Offenbarung Gottes an ABRAHAM hält, und dass die Zehnzahl ihn nur zu kurzen theologischen Betrachtungen über die Unendlichkeit Gottes veranlasst; während die 22 Buchstaben ihn auf physikalische Erscheinungen, und die 7 Planeten auf ihre Qualitäten und Kräfte führen.

Das Buch *Chakmoni* (eigentlich Personennamen, 1. Chron. 11: 11; 27: 32) findet sich als Titel des Commentars, so dass man in demselben die astrologische Auseinandersetzung und die Erklärung der *Baraita* des SAMUEL erwarten durfte; ja es könnte die chronologische Notiz hinter der biographischen Vorrede ein Fragment davon sein. Es konnte aber auch der Titel *Chakmoni* ursprünglich die astrologische Abhandlung bezeichnen und auf den Commentar übertragen sein. CASTELLI hat die verschiedenen Hypothesen erörtert (Introd. p. 9); wir begnügen uns zu constatiren, dass die für die Culturgeschichte interessanten vergleichenden Studien DONNOLO's leider verloren scheinen, bis auf einige alte Citate, die sich nicht im Commentar finden; dazu gehört wahrscheinlich auch die Stelle am (defecten) Ende des gedruckten *Pseudo*-SAADIA zum Buch der Schöpfung, wo es heisst, dass im Jahre 4706 am 28. Elul der Drachenschwanz in den Eimer (Wassermann) trat.[17]

Wir dürfen DONNOLO nicht verlassen, ohne hervorzuheben, dass seine Schriften über *profane* Wissenschaften zu den ersten hebräischen Europa's gehören, vielleicht die allerersten von europäischen Juden sind, und dass die erste Anregung zu denselben nicht aus der arabischen Wissenschaft hervorging.

Eine lange Zeit nach DONNOLO ist keine Schrift eines italienischen Juden auf dem Gebiete der profanen Wissenschaften aufzufinden; doch hat ein jüdischer *Anonymus* in Sicilien dem bekannten arabischen Astronomen AL-ZARKALI (XI. Jahrh.) astronomische Beobachtungen mitgeteilt.[18]

Wir müssen unsern Weg nach Westen weiter verfolgen; um aber nicht sofort, und wahrscheinlich nutzlos, umkehren zu müssen, sei hier noch ein wenig vorgegriffen, um eine wenig glaubwürdige Nachricht zu erledigen. Die armenische Chronik des MATTHÄUS von Edessa (um 1136) erzählt:[19] Im J. 1106 fand eine Controverse zwischen einem armenischen, nach Constantinopel gesendeten Gelehrten und den griechischen wegen der abweichenden Berechnung des Osterfestes statt. Ersterer forderte den Kaiser BASILIUS II. auf, nach einem Juden (MOSES) auf Cypern zu senden, welcher eine weite Kenntnis in der Wissenschaft des Kalenders »und allen Zweigen des menschlichen Wissens» besitze. MOSES kam und entschied in Gegenwart des Kaisers natürlich für die Armenier. Die ganze, hier auf's Wesentlichste beschränkte Erzählung trägt die Farben einer tendentiösen *Erfindung*.

20. Auf der iberischen Halbinsel hat im X. Jahrh. in Anschluss an politische Verhältnisse eine *freiere Richtung des Geistes* unter Arabern und Juden sich zu entwickeln begonnen, welche im den folgenden 2 Jahrhunderten, der Blüthezeit ihrer beiderseitigen Literatur, nur durch den blinden Fanatismus der sogenannten Almohaden gewaltsam eingeengt wurde. Noch sind die alten allgemeinen Anschauungen von jener höchst interessanten Literaturperiode nicht durch ein ausgeführtes Bild ersetzt, welches die vielen Specialforschungen zusammenfasst. Die arabischen Männer »Andalusiens», zu welchen sich der, bis nach Ägypten fliehende MAIMONIDES noch gerne mit einem nicht unberechtigten Selbstbewusstsein zählt, sie waren die Himmelstürmer, welche unter der Ägide aristotelischer Philosophie die hergebrachte Kosmologie des PTOLEMAEUS zu bekämpfen wagten. Die Rolle anzugeben, welche die *Mathematik* überhaupt in der Umgestaltung der Wissenschaften spielte, kann nicht die Aufgabe dieser Abhandlung sein. Hingegen muss daran erinnert werden, dass selbst im Kreise der traditionellen jüdischen Studien die Unabhängigkeit von der Autorität der Gaonen schon im X. Jahrh. vorbereitet war (oben § 17, S. 26 unter 2), dass der dort genannte CHISDAI SCHAPRUT eine hohe Stellung am Hofe des Khalifen einnahm, wenn auch nicht die eines Wezirs; gelegentlich mag auch erwähnt werden, dass ein hebräischer Brief desselben an den zum Judentum bekehrten König der Chazaren — der die Probe der Kritik besser bestanden hat als die Antwort darauf — wie die Schriften DONNOLO's, zu den ältesten Documenten der europäischen Juden gehört.

Es ist nichts weniger als befremdend, von einem jüdischen Astronomen Spaniens aus jener Zeit zu vernehmen; leider sind die Nachrichten wiederum dürftig und zweifelhaft.[20]

HASAN, jüdischer Richter in Cordova, schrieb über den jüdischen Kalender 3 Schriften nach dem Zeugnisse des ABRAHAM IBN ESRA (*Ibbur f.* 10^b). ISAK ISRAËLI teilt Daten der Berechnung (4713, 4732) mit, welche Schwierigkeiten darbieten. ABR. GEIGER lässt ihn um 950 geboren sein und identificirt ihn mit JEKUTIEL IBN HASAN, dessen Tod der berühmte Dichter und Philosoph SALOMO IBN GABIROL (im J. 1039) in einem ihn sehr rühmenden Gedichte betrauerte.[21] HASAN wäre danach ungewöhnlich alt geworden. CH. SLONIMSKI, in seinem hebräischen, kritischen Werke über den jüdischen Kalender (*Jesode ha-Ibbur*, 3. Auflage, Warschau 1889, S. 47), vermutet, dass das *Sonnenjahr*, welches dem späteren jüdischen Kalender zu Grunde liegt und auf einen Talmudlehrer ADDA BAR AHABA zurückgeführt wird, dem bekannten Araber AL-BATTANI entnommen sei, auf welchen sich HASAN beruft, und von letzterem (oder einem Zeitgenossen im Westen Europa's?) eingeführt sei.[22]

Vielleicht gehört dem XI. Jahrh. an der Arzt JEHUDA (wohl richtiger als ISAK) BEN (IBN?) RAKUFIAL (nach einigen DAKUFIAL); die Endung *ial* des Namens weist auf Spanien,[23] wie ja auch seine Schrift über den jüdischen Kalender schon von ABRAHAM BAR CHIJJA, dem Spanier (spätestens 1136), erwähnt wird.[24]

Mit der 2. Hälfte der XI. Jahrhunderts werden wir endlich für unsere Angaben einen festeren Boden betreten, und die mathematischen Schriften meist aus eigener Anschauung beschreiben können.

[1] A. BERLINER, *Geschichte der Juden in Rom.* Frankfurt a. M. 1893.

[2] *Des heiligen* AGOBARD *Abhandlungen* u. s. w. *übertragen von* EM. SAMOSTZ, Leipzig 1852 (vergl. S. CASSEL, Artikel »Juden» in der *Realencyklopädie* von ERSCH und GRUBER, S. 65), Vorwort, wo die Kenntnis bestimmter Bücher, wie das Buch der Schöpfung, ohne hinreichenden Grund angenommen wird.

[3] Siehe mein Werk: *Die hebräischen Übersetzungen des Mittelalters*, S. 871.

[4] VIRCHOW's Archiv für pathol. Anatomie **38**, 1868, S. 67; dazu Zeitschr. der deutschen morgenländ. Gesellsch. **20**, 1866, 431, bei FLÜGEL zu *Fihrist* II, 143; ROHLFS, Deutsches Archiv für Geschichte der Medicin I, 443. — ANTONIUS BAUMSTARK (*Lucubrationes Syrograecae*, Diss. Lips. 1894, p. 366) ist in seinen Hypothesen nicht — baumstark.

[5] VIRCHOW's Archiv l. c., S. 80—85. — Der biblische Namen SERACH kommt im XI. (so) Jahrh. wieder vor. — Ein jüdischer Arzt JOSEF lebte allerdings 848 in Salerno (Archiv l. c., S. 89).

[6] Hauptquelle ist meine Abhandlung: *Donnolo, Pharmakologische Fragmente aus dem X. Jahrh.* etc. aus VIRCHOW's Archiv

37—42, 1868. Zu unserem Texte s. Bd. **38**, S. 67; vergl. CASTELLI, Introduzione (s. weiter unten) p. 6 ff.

[7] So z. B. heisst Jehuda oft hebräisch Arje, arabisch *Ja'hja*, aber auch *Abbas* (Löwe), deutsch Löwe, Loeb. Prof. GILDEMEISTER sträubte sich gegen die ihm gewordene Belehrung in seiner *Antwort hebr. sogen. Bibliogr. betreffend*, p. XXVI, indem er sich auf ein Beispiel beruft, aber *die Parenthese weglässt*, welche eben die identischen Namen unterordnet! Beispiele aus dem Kreise jüdischer Mathematiker sind: JACOB B. MACHIR = PROPHATIUS, LEVI B. GERSON = LEO DE BAÑOLAS.

[8] *Il Commento di* SABBATAI DONNOLO *sul libro della creazione. Con note* etc. *da* DAVID CASTELLI, Firenze 1880; s. CASTELLI's Introduzione Cap. II, p. 6.

[9] Im Texte CASTELLI's S. 4, Zeile 2 ist ein Druckfehler.

[10] Auch an dieser Stelle kann: »von (oder »in«) der Hand Israel's« nur den israelitischen Ursprung bedeuten, wie später, wo aber nur von der *Baraita* des SAMUEL die Rede ist; was meint DONNOLO ausserdem?!

[11] Natürlich nur als Mittelquellen; s. unten Note 12.

[12] Das heisst wohl, was daraus in griechischen Quellen zu finden war.

[13] Ein beachtenswertes Argument (um nicht zu sagen: Zeugnis) dafür, dass es *keine specifisch jüdische Astrologie* gab.

[14] *Babel* muss nicht das eigentliche Babylon oder Bagdad bedeuten, es wird auch für andere Orte gebraucht; s. Hebr. Bibliogr. VII, 14; *Jeschurun* herausgegeben von KOBAK VII, 4; vgl. ZUNZ, *Litteraturgesch.* S. 508 — BAGADAS gab sich vielleicht für einen Babylonier aus?

[15] Unter den Specialitäten erscheint ein »Messer (Abmesser) des Schattens des Rohrs«, = *Gnomon?*

[16] Über diese Schrift s. oben § 8. DONNOLO ist der älteste bekannte Autor, der sie ausdrücklich citirt und behandelt, was zu ihrem Vaterlande (das byzantinische Reich, nach ZUNZ) gut passt.

[17] Über das Verhältnis von *Pseudo*-SAADIA zu DONNOLO s. Magazin für die Wissensch. d. Judenthums **19**, 1892, S. 81, Monatschr. f. Gesch. u. Wissensch. d. Jud. 1892/3, S. 75, 120.

[18] WOEPCKE, *Recherches* etc. (1856) p. 14; GEIGER's Jüd. Zeitschr. I, 243 Anm.

[19] DULAURIER, *Biblioth. hist. armen.*, Paris 1858, woraus WIENER in Hebr. Bibliogr. VI, 116.

[20] Der angebliche »spanische» Astrolog um 810 (STEINSCHNEIDER, *Jewish Lit.* 183, 191, 355 n. 29), nämlich SAHL, oder SOHEIL, ist oben als Erfindung CASIRI's nachgewiesen. — Hingegen ist oben nachzutragen ABU DA'UD in Bagdad (911/2), vielleicht identisch mit DA'UD (angebl. 430 H. = 1038/9), und Verfasser einer Prophezeiung (*Mul'hama*); s. die Einzelheiten in Zeitschr. der deutschen morgenl. Gesellsch. **24**, 1870, 386.

[21] *Catal. libr. h. in Bibl. Bodl.* p. 2171, 2333 und *Addenda*, letztere übersehen bei GEIGER, *Salomo ben Gabirol* S. 139, Anm. 75, vgl. S. 118 Anm. 24. — Bei ISRAELI (IV, 14 f. 28 Col. 2 ed. 1848) heisst es: »im J. 4713, dem 1. unseres Cyklus war der 25. Kislew am Sabbat»; in jenem Jahr war aber der 1. Kislew ein Freitag; f. 28 Col. 4 unten: »im J. 4732, dem 1. Jahre des 250. Cyklus (von 19 Jahren) 25. Kislew»; in diesem Jahre war der 1. Kislew ein Sonntag, also muss *28*. Kislew corrigirt werden, wie auch SLONIMSKI, wohl nach der älteren Ausgabe, liest.

[22] AL-BATTANI, dessen Namen bei ISRAELI falsch gedruckt ist, wird auch von OBADJA im Commentar zu MAIMONIDES, *de novilun.* Kap. 12 genannt.

[23] *Cat. l. h. Bodl.* p. 2518 u. *Addenda;* Hebr. Bibl. XIV, 96.

[24] *Cat. l. h. Bodl.* p. 2171; *Jewish. Lit.* p. 183, 355, n. 30.

Desargues e la geometria numerativa.

Appunti di GINO LORIA in Genova.

In una lettera di DESCARTES, alla quale delle frequenti citazioni hanno dato una grande rinomanza, si legge il seguente giudizio sopra DESARGUES: »La façon dont il commence son raisonnement, en l'appliquant tout ensemble aux lignes droites et aux courbes, est d'autant plus belle qu'elle est plus générale, et semble être prise de ce que j'ai coutume de nommer métaphysique de la géométrie, qui est une science dont je n'ai point remarqué qu'aucun autre se soit servi, sinon ARCHIMÈDE.»[1] Qual era il genere di ragionamento al quale alludeva il celebre autore del *Discours de la méthode?* Dalle parole citate, nemmeno se si cerca di illustrarle ricorrendo alle opere del Siracusano, non scaturisce la risposta. Il primo che credette di indovinare il senso di quelle frasi fu il PONCELET, il quale nell' introduzione alla sua *Analyse des transversales appliquée aux courbes et aux surfaces géométriques* asserira che »DESARGUES avait eu la singulière et lumineuse idée de traiter les courbes géométriques comme un assemblage de lignes droites en nombre égal à celui qui marque le degré de ces courbes».[2] Questa interpretazione venne tacitamente accettata per vera da CHASLES, il quale asserì senz' altro che »DESARGUES appliquait, aux systèmes de lignes droites, les propriétés des lignes courbes, ce qui est aujourd'hui chose naturelle et très usitée, parce qu'un système de droites peut être représenté par une équation unique, comme une courbe géométrique, mais ce qui était alors une conception neuve et originale».[3]

Adottando il modo di vedere dei due illustri geometri ora citati, si concluderebbe che a DESARGUES si deve far risalire uno dei metodi di ricerca più fecondi della geometria e che oggi si considera come una delle faccie che presenta il »principio della conservazione del numero» su cui riposano le soluzioni di tanti problemi di geometria numerativa.[4] È quanto io stesso feci alcuni anni or sono.[5] Ma ritornando ora a considerare la questione, mi parve che il senso attribuito alle frasi di DESCARTES fosse il frutto di un' interpretazione, sinchè non si dimostri l'opposto, arbitraria; e mi sembrò anche che la considerazione attribuita a DESARGUES, per quanto potesse sembrare ovvia al creatore del »principio di continuità» in geometria, fosse difficilmente ammissibile in un' epoca in cui la teoria delle curve piane era si può dire appena sbocciata colla geometria analitica di DESCARTES et FERMAT. Ad ogni modo DESARGUES è geometra troppo originale perchè sia lecito di escludere *a priori* in lui la possibilità di una concezione ardita come quella di cui trattiamo. Onde è debito dello storico di esaminare i di lui lavori con la più scrupulosa attenzione per cercare gli argomenti a sostegno o contro le idee propugnate da PONCELET. Tale esame fatto più di trent' anni or sono dal CREMONA[6] (il quale, come è noto, di quel metodo seppe trarre profitto da par suo), e ripetuto recentemente da M. CANTOR[7] e da me sulle *Oeuvres de Desargues réunies et analysées par M.* POUDRA (Paris 1864) ha dato un risultato completamente negativo; e si noti che per raggiungerlo stavano a nostra disposizione, non soltanto molte delle opere del geometra lionese, ma ancora le critiche di persone malevoli e di mediocre levatura, che si armarono di forti lenti d'ingrandimento per scoprire perfino le mende microscopiche delle argomentazioni, da lui esposte nelle opere ora superstiti ed in altre (fra cui basterà citare les *Leçons de ténèbres*), mende fra cui esse non avrebbero mancato di ascrivere quella di ragionare su un sistema di *n* rette e di concludere poi per una curva qualunque di ordine *n*.

A queste conclusioni negative sembra essersi avvicinato negli ultimi anni della sua vita lo stesso PONCELET, il quale nelle *Annotations* alla seconda edizione del *Traité des propriétés projectives* riconosce di essersi lasciato trascinare a »trop généraliser les éloges» ed in particolare di non essere riuscito a trovare in DESARGUES »rien qui concerne les courbes géométriques en général comparées à des systèmes de droites».[8] Queste dichiarazioni, d'accordo con le osservazioni dianzi esposte, ci sembrano bastanti ad autorizzare a concludere che il metodo di ricerca sopra indicato e che per le moltiplici e brillanti applicazioni che ricevette ai nostri giorni gode di una ben meritata celebrità, non può sino a prova contraria, farsi risalire a DESARGUES, ma — malgrado le allusioni ad esso che si possono rintracciare nelle opere di CARNOT[9] — deve, finchè non ne siano citate delle applicazioni più antiche, attribuirsi a PONCELET stesso.

Questo abbiamo voluto osservare in primo luogo per evitare che un errore storico ulteriormente si propaghi (e alla diffusione di esso sembrano propizie, non tanto quel mio scritto e le traduzioni di cui fu onorato, quanto le sempre nuove edizioni »conformes à la première» dell *Aperçu historique*) ed in secondo luogo per segnalare agli storici della geometria il problema di determinare qual era il genere di ragionamenti di DESARGUES che DESCARTES tanto ammirava nella lettera succitata.

[1] *Lettres de* DESCARTES *où sont traités les plus belles questions touchant la morale, la physique, la médecine et les mathématiques* (ed. CLERSELIER). T. IV, p. 379.
[2] Journal für die reine und angewandte Mathematik **8**, 1832, p. 27.
[3] *Aperçu historique* etc. § 21 (2ª ed. 1875, p. 76).
[4] Cfr. SCHUBERT, *Kalkül der abzählenden Geometrie* (Leipzig 1879), p. 12 (§ 4 n. III).
[5] *Il passato e il presente delle principali teorie geometriche*. Memorie della r. accademia delle scienze di Torino **38**$_2$, 1887. Si veggano anche le versioni tedesca e polacca di tale monografia.
[6] Annali di matematica pura ed applicata **5**, 1863, p. 332—336.
[7] Nel II Vol. delle *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* (Leipzig 1892).
[8] T. I p. 410.
[9] Veggasi: *De la corrélation des figures de géométrie* (Paris, An IX = 1801) e *Géométrie de position* (Paris, An XI = 1803).

RECENSIONEN. — ANALYSES.

G. Loria. LE SCIENZE ESATTE NELL' ANTICA GRECIA. LIBRO I. I GEOMETRI GRECI PRECURSORI DI EUCLIDE. Modena 1893. 4°, 168 p. + 2 pl. LIBRO II. IL PERIODO AUREO DELLA GEOMETRIA GRECA. Modena 1895. 4°, 236 + (1) p. + 2 pl.

M. LORIA s'est proposé d'écrire une histoire des mathématiques grecques, et il en a publié déjà deux parties.

La première partie contient six chapitres, savoir: 1. *Aperçu général de la géométrie grecque avant* EUKLIDES. 2. THALES *et l'école ionienne.* 3. PYTHAGORAS *et l'école italique.* 4. *Les écoles des éléates, des atomistes et des sophistes.* 5. *Les pythagoriciens et leurs successeurs.* 6. *De* SOKRATES *à* EUKLIDES. A la fin de cette partie, M. LORIA a ajouté un aperçu des recherches géométriques des Egyptiens et des Babyloniens, et une note sur la tentative de VIVIANI de réstituer les *Loci solidi* d'ARISTAIOS.

Le plan de la deuxième partie est à peu près le même que celui du mémoire: *Il periodo aureo della geometria greca* publié par M. LORIA en 1890 et analysée par M. KÜNSSBERG dans la Biblioth. Mathem. 1891, p. 55—60. En effet, cette partie peut être considérée comme une nouvelle édition entièrement refondue et notablement augmentée du mémoire cité. On y trouve à la fin une remarque sur l'algèbre géométrique attribuée aux Grecs par M. ZEUTHEN, et quelques notes sur différentes tentatives de réstituer des ouvrages perdus d'EUKLIDES et d'APOLLONIUS.

Bien que l'ouvrage de M. LORIA ne contienne guère des pensées parfaitement nouvelles ni des faits inconnus jusqu'à présent, il est néanmoins d'un profond intérêt à cause de l'impartialité de l'auteur et grâce à ses lectures très étendues, qui lui ont permis d'y donner une foule de renseignements qu'on ne saurait trouver réunis dans aucun autre livre sur le même sujet. Nous osons dire qu'il y a peu de recherches originales sur la géométrie grecque dont M. LORIA n'ait pas pris connaissance, et les rares indications inexactes ou incomplètes qu'on pourrait découvrir dans son ouvrage, semblent être sans aucune importance. Quelques-unes en sont sans doute de simples fautes de plume ou d'impression, p. ex. le renvoi (II, p. 18, lignes 20—21) au Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. au sujet de notre Notice sur les versions *latines* des éléments d'EUKLIDES publiées en Suède, et la notice (II, p. 67, note 2) que HASSAN-BEN-HAITHEM (ALHAZEN) est mort en »430 *d. C.*»

Stockholm. G. ENESTRÖM.

F. Cajori. A HISTORY OF MATHEMATICS. New York Macmillan & Co. 1895. 8°, XIV + 422 p.

L'ouvrage de M. CAJORI dont nous allons rendre compte a été publié pour la première fois au commencement de l'année 1894; il a été réimprimé en 1895 avec de légères corrections et quelques »addenda» (une seule page). Nous ignorons pourquoi MM. Macmillan & Co. n'ont pas ajouté les mots »Second edition» sur le feuillet de titre de la réimpression.

Après une introduction sur l'importance de l'étude de l'histoire des mathématiques (p. 1—4), l'auteur expose le développement des mathématiques dans l'antiquité (p. 5—83) et au moyen âge (p. 84—137), d'où il passe à l'histoire des mathématiques jusqu'à LAGRANGE et LAPLACE inclusivement (p. 138—290), et il finit par une esquisse des progrès de cette science pendant le 19e siècle (p. 291—403). Au commencement, on trouve une liste de 101 écrits historiques ou biographiques consultés par l'auteur, et à la fin un index (18 pages à deux colonnes).

Dans la préface, M. CAJORI, nous avertit qu'il a rédigé son ouvrage à l'usage des professeurs et des étudiants qui désirent avoir recours à un aperçu de l'histoire générale des mathématiques; il s'ensuit qu'on ne doit guère demander à y trouver des résultats de recherches originales. Aussi M. CAJORI indique expressément qu'il a fait un usage étendu des livres suivants: CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, I (première édition), II; GOW, *A short history of greek mathematics;* HANKEL, *Zur Geschichte der Mathematik im Alterthum und Mittelalter;* ALLMAN, *Greek geometry from Thales to Euclid;* CHASLES, *Geschichte der Geometrie* (traduction par SOHNCKE); GERHARDT, *Geschichte der Mathematik in Deutschland;* TODHUNTER, *A history of the mathematical theory of probability* et *A history of the theory of elasticity and of the strength of materials;* LORIA, *Die hauptsächlichsten Theorien der Geometrie in ihrer früheren und heutigen Entwickelung* (traduction par SCHÜTTE). Mais d'autre part on ne doit pas considérer l'ouvrage de M. CAJORI comme une simple compilation des livres cités, et dans l'aperçu du développement des mathématiques pendant notre siècle il paraît même avoir remonté aux sources originales ou au moins à des monographies équivalant à peu près à ces sources.

Pour ce qui concerne le plan de l'ouvrage, il nous semble en général bon. Naturellement, les avis seront toujours partagés sur l'espace qui doit être assigné légitimement à l'histoire de chaque période et de chaque théorie, et dans un *abrégé* de l'histoire des mathématiques il est presque impossible de traiter chaque partie avec une étendue proportionnelle à son importance et en même temps d'une manière intelligible. De notre côté, nous avons vu avec beaucoup de plaisir que l'auteur a consacré plus d'un quart de son livre aux mathématiques du 19[e] siècle. Nous regrettons seulement qu'il n'y ait pas réservé deux ou trois pages pour les importantes recherches historico-mathématiques de nos temps. Il est vrai qu'il fait mention incidemment de quelques-unes de ces recherches en parlant de De Morgan (p. 316), Hankel (p. 322) et Todhunter (p. 334), mais ces notices détachées ne nous donnent point une idée nette des progrès et de l'état actuel de ces recherches. A propos de cela, nous aurions aussi désiré de trouver dans l'ouvrage de M. Cajori quelques mots sur les principaux journaux mathématiques de nos jours.

Cependant, ces remarques sont peu importantes, et pour porter un jugement définitif sur la valeur de l'ouvrage de M. Cajori, il faut avoir des réponses aux questions suivantes: L'auteur a-t-il puisé aux meilleures sources dont on puisse disposer actuellement? Les a-t-il utilisées d'une manière satisfaisante?

Quant à la première question, nous avons déjà signalé les livres dont M. Cajori a fait un usage étendu (malheureusement il avait achevé la rédaction de son traité avant la publication de la seconde édition du premier tome des *Vorlesungen* de M. Cantor), et presque tous ces livres méritent sans doute d'être vivement recommandés; nous avons aussi fait observer qu'il a consulté pour son ouvrage plus de 100 écrits historiques ou biographiques. En examinant la liste bibliographique déjà mentionnée, on trouve néanmoins qu'elle est assez incomplète; ainsi p. ex. elle ne contient aucun des nombreux et importants écrits de M. Paul Tannery. De même, on y cherche en vain le Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche et la Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik. Ce dernier recueil nous semble à peu près indispensable à la rédaction d'un abrégé d'histoire des mathématiques, non seulement à cause des monographies y contenues, mais aussi à cause des analyses (la plupart de la main de M. Cantor) d'ouvrages récents; en effet ces analyses renferment beaucoup de remarques précieuses permettant d'éviter la répétition d'indications incorrectes d'autres auteurs. — La Bibliotheca

Mathematica est citée dans la liste, mais il paraît que M. CAJORI n'ait pas eu recours à tout ce recueil à l'époque où il composait son ouvrage.

Quant à la seconde question, il nous faut avouer que nous n'avons pas eu le loisir d'examiner le traité de M. CAJORI assez en détail pour pouvoir y donner une réponse décisive, mais il nous semble qu'il ait utilisé ses sources d'une manière en général satisfaisante. On voit aisément, c'est vrai, qu'il ne les a pas soumises à une critique méthodique, mais, vu le but modeste de l'ouvrage, il ne serait guère juste de le lui reprocher. Tout au plus on aurait pu désirer qu'il eût évité de répéter quelques indications inexactes, corrigées déjà dans les *Vorlesungen* de M. CANTOR, p. ex. celle (p. 154) qu'il y a eu un mathématicien nommé »Peter Metius» (voir CANTOR, l. c. II, p. 552; cf. Biblioth. Mathem. 1888, p. 84). Si, d'un autre côté, l'esquisse du développement des mathématiques au 19ᵉ siècle présente plusieurs lacunes et inégalités, la cause en est sans doute que M. CAJORI a eu sur ce terrain trop peu de devanciers; en tout cas, on y voit qu'il a fait des efforts sérieux pour s'acquitter de sa tâche extrêmement difficile.

Pendant la lecture de l'ouvrage de M. CAJORI, nous avons fait quelques autres petites remarques, dont nous insérons ici les suivantes.

P. 25. »He [HIPPOKRATES] committed an error in attempting to apply this result to the squaring of the circle.» Il n'est point démontré que HIPPOKRATES ait commis cette erreur; cf. TANNERY, *La géométrie grecque* I (1887), p. 119—120; CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* I (2ᵈᵉ édition, 1894), p. 193—194.

P. 55. M. HEIBERG (Biblioth. Mathem. 1894, p. 97—98) a fait observer qu'il faut mettre SERENOS d'*Antinoeia* au lieu de SERENOS d'Antissa.

P. 104. Ici M. CAJORI indique sans réserve que le 15ᵉ livre des *Elementa* a pour auteur DAMASCIUS. Mais aux pages 38 et 61 il dit avec plus de raison que DAMASCIUS a été *supposé* auteur de ce livre, et à la page 51 il se restreint à l'indication que »recent critics are of opinion that the fifteenth book was written by an author who lived several centuries after Christ». En effet, on semble porté à croire maintenant que ce livre est composé de trois parties distinctes dont la troisième a peutêtre pour auteur DAMASCIUS (cf. LORIA, *Le scienze esatte nell' antica Grecia* II (1895), p. 88—92).

P. 107. »*Aldshebr walmukabala,* the nearest English translation of which is »restoration» and »reduction». By ... »reduction» [was meant] the uniting of similar terms. Thus, $x^2 - 2x = 5x + 6$ passes by aldshebr into $x^2 = 5x + 2x + 6$; and this, by walmukabala, into $x^2 = 7x + 6$.» Ici, la lettre *w* signifiant »et», il faut lire »restoration and reduction» au lieu de »restoration» and »reduction» et »by almukabala» au lieu de »by walmukabala». Quant à la définition du terme »almukabala», il semble le plus convenable d'accepter celle donnée déjà par BEHA-EDDIN († 1622) et exprimée par M. CANTOR (l. c. I, p. 676) sous la forme suivante: »[Mukabala ist genannt] wenn Glieder gleicher Natur auf beiden Seiten weggelassen werden, so dass Glieder dieser Art nach vollzogener Gegenüberstellung nur noch auf der einen Seite vorkommen, wo sie eben im Überschusse vorhanden waren». D'après cette définition, l'opération mukabala ne peut pas être effectuée sur l'équation $x^2 - 2x = 5x + 6$.

P. 134. »In the mathematical writings of the monk LUCA PACIOLI ... symbols began to appear.» P. 135. »LUCAS PACIOLI ... first introduced symbols in algebra.» Mais à la page 150 M. CAJORI fait observer très justement que les symboles + et — ont été employés déjà en 1489 par WIDMANN, tandis que la *Summa* de PACIUOLI ne fut publiée qu'en 1494. Au reste, des symboles ont été introduits en algèbre déjà dans l'important traité manuscrit *Triparty en la science des nombres* (1484) par CHUQUET; il semble un peu étrange que M. CAJORI ne fasse aucune mention de CHUQUET, tandis que M. CANTOR, dans le 2^{d} tome de ses *Vorlesungen*, a consacré 12 pages à ce mathématicien distingué.

P. 134. Nous regrettons une indication sur l'*Algorismus* de SACROBOSCO.

P. 180. »FERMAT's theorem ... was proved by EULER.» P. 252. »He [EULER] first supplied the proof to FERMAT's theorem.» La première démonstration de ce théorème est due à LEIBNIZ (cf. la note de M. G. VACCA: *Intorno alla prima dimostrazione di un teorema di Fermat* dans la Biblioth. Mathem. 1894, p. 46—48).

P. 240. M. CAJORI indique que, dans l'*Analyse des infiniment petits*, on trouve pour la première fois la méthode de déterminer la valeur limite d'une fraction dont les deux termes tendent en même temps vers zéro. Il aurait pu y ajouter que cette méthode est due à JEAN BERNOULLI et non à HÔPITAL (cf. Biblioth. Mathem. 1894, p. 71, note 9).

P. 252. »EULER enunciated and proved a well-known theorem, giving the relation between the number of vertices, faces and edges of certain polyhedra, which, however, appears to have been known to DESCARTES.» Par les recherches de M. E. DE JONQUIÈRES, il est mis hors de doute que DESCARTES a énoncé formellement et explicitement la relation $F + S = A + 2$ (cf. Biblioth. Mathem. 1890, p. 43—55).

Pour ce qui concerne les noms des mathématiciens et les notices biographiques sur eux, il y a ça et là de petites erreurs dont quelques-unes ne sont possiblement que des fautes d'impression. En voici des épreuves. P. 154: au lieu de A. Quercu lire S. A QUERCU. P. 155: au lieu de Lilius Clavius lire CHRISTOPHORUS CLAVIUS (ALOYSIUS LILIUS était un astronome contemporain à CLAVIUS). P. 177: au lieu de La Louère lire LA LOUVÈRE ou LA LOUBÈRE. P. 346: au lieu de Appel lire APPELL. — P. 290. On semble ignorer l'année de naissance et de mort de GIOVANNI CEVA; l'indication 1648—1737 se rapporte à son frère TOMASO CEVA (cf. VIVANTI, *Il concetto d'infinitesimo* [1894], p. 98). P. 346. APPELL est né en 1855 (non 1858). P. 353. SCHLÄFLI est né en 1814 (non 1818). P. 380. Selon des renseignements publiés après la mort de SOPHIE KOWALEVSKI, cette mathématicienne était née en 1851 (non 1853). — P. 139. TYGE BRAHE n'était pas allemand de naissance (cf. p. 168). P. 166. GIRARD, dans une note insérée aux *Oeuvres* de STEVIN, nous apprend formellement qu'il était étranger dans les Pays-Bas; il était natif de Lorraine. P. 324. WRONSKI n'a pas demeuré en Italie; il était polonais de nation, mais il a véçu en France pendant la plus grande partie de ses jours.

Comme des fautes d'impression il faut évidemment regarder la formule $1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 = (1 + 2 + \ldots + n)^{\frac{2n+1}{3}}$ à la page 111, et probablement aussi »volaria» (au lieu de »velaria») à la page 237. Cette dernière faute est répétée dans l'*Index*, où il y a, du reste, quelques autres petites corrections ou additions à faire (ainsi p. ex., il y manque le mot »Wronskian», avec renvoi à la p. 325).

Avec tout cela, il n'en est pas moins vrai que l'ouvrage de M. CAJORI pourra être très utile aux professeurs et aux étudiants, et qu'il leur inspirera en même temps du goût pour l'histoire des mathématiques. Nous esperons donc que cet ouvrage sera répandu parmi eux, et que l'auteur aura bientôt le plaisir d'en publier une nouvelle édition revue et corrigée. A cette édition nous lui proposons d'annexer, à l'aide des étudiants, une liste bibliographique des principaux écrits d'histoire des mathématiques; cette liste pourra être composée sans difficulté en consultant les différentes années du Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik et la section »Publications récentes» de la Bibliotheca Mathematica.

Stockholm. G. Eneström.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. Eneström. Stockholm. 8°.

1895: 1. — [Analyse de l'année 1894:] *Venezia*, Istituto Veneto, Atti 6$_7$, 1895, 522—526. (A. Favaro.)

Физико-математическія науки въ ихъ настоящемъ и прошедшемъ. Журналъ издаваемый В. В. Бобынинымъ. Москва. 8°.

12 (1893—1894): 4. — Les sciences mathématiques dans leur état actuel et passé. Journal publié par V. V. Bobynin.

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. Cantor. Leipzig. 8°.

40 (1895): 2. — [Analyse de l'année 1892 (fin):] Fiziko-matem. naouki 12 (1893—1894), 1895, 341—344. (V. Bobynin.)

°**Berthold, G.**, Der Magister Johann Fabricius und die Sonnenflecken nebst einem Excurs über David Fabricius. Leipzig, Veit 1894.

8°, 60 p. — [Analyse:] Zeitschr. für Mathem. 40, 1895; Hist. Abth. 54. (Cantor.)

Berthold, G., Die Originalluftpumpe Otto von Guericke's.

Annalen der Physik 54, 1895, 724—726.

Berthold, G., Dr. Christian Heræus und die Original-Luftpumpe Otto von Guericke's.

Stockholm, Vetenskapsakad., Öfversigt 52, 1895, 45—53.

БОБЫНИНЪ, В. В., Русская физико-математическая библіографія. 3:2 [1806—1809]. Москва 1893—1895.

8°, (2) + 170 p. — Bobynin, V. V., Bibliographie russe des sciences mathématiques et physiques. Catalogue de livres et de mémoires des sciences mathématiques et physiques publiés en Russie depuis l'invention de l'imprimerie jusqu'à présent. — Appendice au journal »Fiziko-matematitcheskia naouki» 12 (1893—1894).

БОБЫНИНЪ, В. В., Греко-Египетскій математическій папирусъ изъ Акмима.

Fiziko-matem. naouki 12 (1893—1894), 1895. 301—340. — Bobynin, V. V., Le papyrus gréco-égyptien d'Akmim.

Burkhardt, H., Paolo Ruffini e i primordii della teoria dei gruppi. Traduzione di E. Pascal.
Annali di matem. **22**, 1894, 175—212. — Traduction du mémoire indiqué à la p. 63 de la Biblioth. Mathem. 1892.

Cajori, F., A history of mathematics. New York, Macmillan & Co. 1895.
8°, XIV + 422 p. — [3·50 doll.] — Réimpression, avec quelques corrections et additions (cf. Biblioth. Mathem. 1894, 62).

Cantor, M., M. Zeuthen et sa géométrie supérieure de l'antiquité.
Bullet. d. sc. mathém. **19**$_2$, 1895, 64—69.

°**Christensen, S. A.**, Mathematikens Udvikling i Danmark og Norge i det 18. Aarhundrede. Odense 1895.
8°, 270 p. — [5 Kroner.]

Colaw, J. M., Alexander Macfarlane. Biography.
The american mathem. monthly (Kidder) **2**, 1895, 1—4. — Avec portrait.

Curtze, M., Miscellen zur Geschichte der Mathematik im 14. und 15. Jahrhundert.
Biblioth. Mathem. 1895, 1—8.

Duro, C. F., De algunas obras desconocidas de cosmografía y de navegación, y singularmente de la que escribió Alfonso de Chaves á principios del siglo XVI. Madrid 1895.
Folio, 46 p.

Eggenberger, J., Beiträge zur Darstellung des Bernoulli'schen Theorems, der Gammafunction und des Laplace'schen Integrals.
Bern, Naturforsch. Gesellsch., Mittheilungen 1893, 110—182. — Les sections I—VI sont historiques.

Epstein, S. S., Mathematische Irrthümer.
Bern, Naturforsch. Gesellsch., Mittheilungen 1893, 183—192. — Note essentiellement historique.

Favaro, A., Don Baldassarre Boncompagni e la storia delle scienze matematiche e fisiche.
Venezia, Istituto Veneto, Atti **6**$_7$, 1895, 509—521.

Favaro, A., Un episodio inedito della vecchiaia di Galileo. Padova 1895.
8°, 12 p.

°**Georgius de Hungaria**, Arithmetice summa tripartita, 1499. Ediderunt cum introductione K. Szily et A. Heller. Budapest 1894.
8°, 11 + 24 p. — [0·60 Mk.]

ГОЛЬДГАММЕРЪ, Д., Лордъ Кельвинъ (сэръ Вилліамъ Томсонъ).
Kazan, Fiz.-matem. obchtch., Isvjestia **4**$_2$, 1894, 78—81. — Goldhammer, D., Lord Kelwin (sir William Thomson).

Günther, P., Die Untersuchungen von Gauss in der Theorie der elliptischen Functionen.
Göttingen, Gesellsch. d. Wissensch., Nachrichten (Mathem. Kl.) 1894, 92—105.

°**Hipparchus Bithynus**, In Arati et Eudoxi Phaenomena commentariorum libri tres. Ad codicum fidem recensuit et germana interpretatione instruxit C. MANITIUS. Leipzig 1894.
8°, 34 + 376 p. — [4 Mk.]

°**Jaeger, F. M.**, Aphorismen en curiosa, benevens een overzicht van de geschiedenis der wiskunde. Haarlem 1894.
8°, 8 + 119 p. — [3 Mk.]

°**Jamblichus**, In Nicomachi arithmeticam introductionis liber. Ad fidem codicis florentini edidit H. PISTELLI. Leipzig, Teubner 1894.
8°, 9 + 195 p. — [2·40 Mk.]

Klein, F., Riemann and his significance for the development of modern mathematics.
New York, Americ. mathem. soc., Bulletin 1_2, 1895, 165—180. Traduit de l'allemand par A. ZIWET.

°**Lange, J.**, Geschichte des Feuerbach'schen Kreises. Berlin 1894.
4°, 34 p. + 2 pl. — [1 Mk.]

°**Lesky, A.**, Die historische Entwicklung des Problems der Saitenschwingung. II. Graz 1894.
8°, 31 p.

Loria, G., Per Leon Battista Alberti.
Biblioth. Mathem. 1895, 9—12.

Loria, G., Le scienze esatte nell' antica Grecia. Libro II. Il periodo aureo della geometria greca.
Modena, Accad. d. sc., Memorie 11_2, 1895, 3—236 + (1) p. + 2 pl.

M[ansion], P., Arthur Cayley (1821—1895).
Mathesis 5_2, 1895, 84—85.

Maupin, G., Quadrature de la cycloïde d'après le P. Tacquet.
Revue de mathém. spéciales 5, 1895, 81—82.

°**Milhaud, G.**, Leçons sur les origines de la science grecque. Paris, Alcan 1893.
8°, 306 p. — Les troisième et huitième leçons se rapportent aux mathématiques. — [Analyse:] Bullet. d. sc. mathém. 19_2, 1895, 5—7. (P. TANNERY.)

Neper, J., Mirifici logarithmorum canonis constructio; et eorum ad naturales ipsorum numeros habitudines; una cum appendice, de alia eâque præstantiore Logarithmorum specie condenda. Quibus accessere Propositiones ad triangula sphærica faciliore calculo resolvenda: Vnà cum Annotationibus aliquot doctissimi D. HENRICI BRIGGII in eas, et memoratam appendicem. Lugduni M.DC.XX. Paris, Hermann 1895.
8°, 62 + (1) p. — [8 fr.] — Réimpression fac-similé.

°**Obenrauch, F. J.**, Monge, der Begründer der darstellenden Geometrie als Wissenschaft, eine mathematisch-historische Studie. Theil II. Brünn 1894.
8°, 20 p. — [1 Mk.]

°**Ridolfi, F.**, Il »de arithmetica« de Boezio.
La scuola cattolica (Milano) 1894.

Rittershaus, F., Mittheilungen zur Geschichte der Rechenmaschinen.
Dresden, Naturwiss. Gesellsch., Sitzungsber. 1893, 9—10.

Saalschütz, L., Die Zahlzeichen der alten Völker.
Königsberg, Phys.-ökon. Gesellsch., Sitzungsber. 1892, 4—9.

Sacerdote, G., Le livre de l'algèbre et le problème des asymptotes de Simon Motot. Versailles 1894.
8°, 53 p. — Extrait de la Revue des études juives 1893—1894.

°**Schenkel, H.**, Kritisch-historische Untersuchungen über die Theorie der Gammafunction und die Euler'schen Integrale. Bern 1895.
8°, 66 p. + 2 pl. — [1·50 Mk.]

Scott, Charlotte A., Arthur Cayley.
New York, Americ. mathem. soc. $\mathbf{1}_2$, 1895, 133—141.

Steinschneider, M., Die Mathematik bei den Juden.
Biblioth. Mathem. 1895, 19—28.

Suter, H., Zur Geschichte des Jakobsstabes.
Biblioth. Mathem. 1895, 13—18.

Tannery, P., Sur le mathématicien français Chauveau.
Bullet. d. sc. mathém. $\mathbf{19}_2$, 1895, 34—37.

°**Uzielli, G.**, La vita e i tempi di Paolo dal Pozzo Toscanelli; ricerche e studi. Con un capitulo sui lavori di Toscanelli di G. Celoria. Firenze 1894.
Folio, 745 p. + 11 pl. — [62 Mk.]

ВАСИЛЬЕВЪ, А., Каталанъ †.
Kazan, Fiz.-matem. obchtch., Isvjestia $\mathbf{4}_2$, 1894, 84. — Vasilieff, A., Nécrologie sur E. Catalan.

Question 49 [sur les mathématiciens espagnols antérieurs au 16e siècle].
Biblioth. Mathem. 1895, 32. (Académie des sciences de Madrid.)

Question 50 [sur le mathématicien anglais Braikenridge].
Biblioth. Mathem. 1895, 32. (G. Eneström.)

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik. Herausgegeben von E. Lampe. Band 24 (1892). Berlin, Reimer 1895.
8°. — Les pages 1—59 contiennent un compte rendu des ouvrages d'histoire des mathématiques parus en 1892.

Loria, G., Della varia fortuna di Euclide in relazione con i problemi dell' insegnamento geometrico elementare. (Periodico di matematica **8**, 1893.)
La controversia (Madrid) **9**, 1895, 76.

Rebière, A., Les femmes dans la science. Conférence faite au cercle Saint-Simon le 24 février 1894. Paris, Nony 1894. 8°.
Jornal de sc. mathem. **12**, 1895, 54. (G. T.)

Répertoire bibliographique des sciences mathématiques. Première série: Fiches 1 à 100. Paris, Gauthier-Villars 1894. 8°.
Biblioth. Mathem. 1895, 29. (G. Eneström.) — *New York*, Americ. mathem. soc., Bulletin 1_2, 1895, 186—189. (A. Ziwet.)

Riessen, Ein ungedrucktes Rechenbuch aus dem Jahre 1676. Glückstadt 1893. 4°.
Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 58. (Cantor.)

Rudio, F., Erinnerung an Moriz Abraham Stern. Zürich 1894. 4°.
Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 60. (Cantor.)

Wasilieff, A., Nicolai Ivanovitch Lobachevsky. Address pronounced at the commemorative meeting of the imperial university of Kasan, october 22, 1893. Translated from the russian, with a preface by G. B. Halsted. Austin 1894. 8°.
El progreso matem. **5**, 1895, 12—16, 33—34.

Vivanti, G., Il concetto d'infinitesimo e la sua applicazione alla matematica. Mantova, Mondovi 1894. 8°.
Jornal de sc. mathem. **12**, 1895, 55—56. (G. T.) — Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 52—53. (Cantor.)

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1895, 30—32. — Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 78—80. — Fiziko-matem. naouki **12** (1893—1894), 1895, 345—356.

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

51. Quand et où mourut le mathématicien Jean-Robert Argand, ne à Genève le 22 juillet 1768 et auteur de l'ouvrage: *Essai sur une manière de représenter les quantités imaginaires dans les constructions géométriques* (Paris 1806; nouvelle édition Paris 1874)?

(G. Eneström.)

Inhalt. — Table des matières.

Stockholm, tryckt i Central-Tryckeriet, 1895.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK — JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON — PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1895. STOCKHOLM. N° 3.

NEUE FOLGE. 9. — NOUVELLE SÉRIE. 9.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Markgrafenstrasse 51. — Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr. — PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Die Frauen in den exakten Wissenschaften.

Von G. VALENTIN in Berlin.

Die Anfrage 43 in der Biblioth. Mathem. 1893, S. 96 gab mir Veranlassung, ein Verzeichniss aller lebenden und verstorbenen Frauen aufzustellen, welche in den exakten Wissenschaften: Mathematik, Astronomie und Physik als selbständige Schriftstellerinnen, Übersetzerinnen, Herausgeberinnen oder als werkthätige Gehülfinnen anderer Gelehrter mir bekannt geworden sind.

Agnesi, Maria Gaetana. (1718—1799.)
Biographisches: Elogio storico (scritto da A. F. FRISI). Milano 1799 (französ. von BOULARD, Paris 1808). — BIANCA MILESI-MOJON, Vita. Milano 1836. — M. G. Agnesi da Milano, professora onoraria di matematiche nell' Università di Bologna l'anno 1760. Documenti e note (Herausg. von C. GROSSI: »Nozze S. Piccardi — A. Baratti», Ferrara (?) 1843). — RENIÈRE, Les femmes dans la science (Paris 1894).
Instituzioni analitiche. Milano 1748. 4:o. 2 tom. (französ. von ANTELMY. Paris 1775; engl. von J. COLSON und veröffentlicht von I. HELLENS 1801).

Amort, Anna.
[Neue Anleitung zum Potenziren und Radiciren von algebraischen Ausdrücken und dekadischen Zahlen.] Jicin 1883. [Böhmisch.]

Ayres, Mrs. Henry.

Conversations on arithmetic. London 1843.

The lady's practical arithmetician. 2 ed. London 1846. *Key.* Ib. 1846.

Barrère, M^lle Christine.

Solution du problème de F. Lucas. Les mondes **19**$_2$, 1869, 22.

Bassi-Verati, Laura Maria Catterina. (1711—1778.)

Biographisches: FANTUZZI, Elogio. 1778 (?). — (A. MAGNANI), Elogio. Venezia 1806.

De problemate quodam hydrometrico. Bologna, Acad. scient., Comment. **4**, 1757, 61—73.

De problemate quodam mechanico. Ib. 74—79.

Bertram, Fräulein Rosa († 1891).

FR. BRIOSCHI, Theorie der Determinanten etc. Aus dem Ital. übersetzt [von ROSA BERTRAM]. Mit einen Vorwort von SCHELLBACH. Berlin 1856. — Sie unterstützte ihren Bruder H. BERTRAM wesentlich bei der Herausgabe der neuen Auflagen (14. und ff.) der »Sammlung von Beispielen u. s. w. aus der Buchstabenrechnung und Algebra» von MEIER HIRSCH.

Bickel, Miss M.

FRIEDR. KRANCKE, Arithmetic primer. A guide for elementary instruction in arithmetic etc. Translated and prepared for English use by Miss M. BICKEL. Hannover 1885.

Biot, M^me.

E. G. FISCHER, Physique mécanique. Traduit de l'allemand [par M:me BIOT] avec des notes etc. par I. B. BIOT. Paris 1806 (2. ed. 1813; 3. ed. 1819; 4. ed. 1829).

Blackwood, Elisabeth.

Lösungen von Aufgaben in den »Educational times».

Bortolotti, Emma.

Sulle frazioni continue algebriche periodiche. Palermo, Circolo matem., Rendiconti **9**, 1895, 136—149.

Bortniker, M^lle L.

Sur un genre particulier de transformations homographiques. Paris, Acad. d. sc., Comptes rendus **104**, 1887, 771—773.

Sur la théorie des cyclides. Ib. **106**, 1888, 824—829.

Bouwmeester, M^lle S.

[Problème de géométrie.] Mathesis **7**, 1887, 260.

Propriétés de certaines hyperboles équilatères. Ib. 238—239.

Question de géométrie du triangle. Ib. **9**, 1889, 226—228.

Bryan, Margaret.

A compendious system of astronomy etc. London 1797. 4°.
Lectures on natural philosophy, etc. Ib. 1806. 4°.

Bryant, Mrs Sophie.

On the failure of the attempt to deduce inductive principles from the mathematical theory of probabilities. Philos. mag. **17**$_5$, 1884, 510—518.

On the ideal geometrical form of natural cellstructure. London, Mathem. soc., Proceed. **16**, 1884—1885, 311—315.

An example in »Correlation of averages« for four variables. Philos. mag. **36**$_5$, 1894, 372—377.

Carter, Mrs Elizabeth. (1717—1806.)

Biographisches: Memoirs of the life of Mrs E. CARTER, with a new ed. of her poems etc. by M. PENNINGTON. 2. ed. London 1808. 2 voll.

Sir ISAAC NEWTON's philosophy explain'd by F. ALGAROTTI. Translated from the Italian of ALGAROTTI [by ELIZABETH CARTER]. London 1739. — Sir ISAAC NEWTON's theory of light and colours made familiar by F. ALGAROTTI. Translated [by ELIZ. CARTER]. Ib. 1742.

Clémence, M^me^.

Stellte und löste mathematische Aufgaben in »Le cosmos« Nouv. sér. Tom. 10—18 (z. B. **10**: 109, 221, 333, 361, 389, 417, 446; **11**: 25, 53, 81, 109, 136, 163, 192, 220, 248, 276, 304, 332, 444 etc.).

Clerke, Miss Agnes Mary.

A popular history of astronomy during the nineteenth century. Edinburgh 1885 (2. ed. 1886; deutsch übers. von H. MASER. Berlin 1889).

The system of the stars. London 1890.

Cunitz, Maria, verehelichte von Löwen. (1610[?]—1664.)

Urania propitia sive tabulae astronomicae etc. *Das ist Newe* etc. *astronomische Tabellen* etc. Bicini Silesiorum (= Pitschen), Olsnae (gedruckt) 1650 fol.

Du Châtelet-Laumont, Marquise Gabrielle-Emilie, geb. Baronesse **de Breteuil.** (1706—1749.)

Biographisches. I. B. H. R. CAPEFIGUE, La marquise du Châtelet et les amies des philosophes du XVIII siècle. Paris 1868. — REBIÈRE, l. c.

Institutions de physique. Paris 1740. (Nouv. ed. Amsterd. 1742, m. Portr.; deutsch von W. B. A. VON STEINWEHR, Halle und Leipzig 1743, m. Portr.; italienisch Venezia 1743.)

Réponse à la lettre de Mairan, Sur la question des forces vives, 1741, in der obigen Amsterdamer Ausgabe und in C. A. GIULIANI, Memorie sopra la fisica, 1743, tom. 3 (deutsch s. unter GOTTSCHED).

Principes mathématiques de la philosophie naturelle. Paris 1759. 2 tom. (ist Übersetzung von NEWTON's »Principia« mit Commentar).

Dumée, Jeanne.

»Entretiens sur l'opinion de Copernic touchant la mobilité de la terre«, im »Journal des savants« 1680 citirt, aber trotzdem wahrscheinlich nicht erschienen.

Dupuy, M[lle] Laurence.

I. H. D. B. DUPUY, Le franc-arithme ou Le calcul affranchi de l'embarras des retenues, des emprunts et des restes etc. Revue et augmenté d'un supplément par M[lle] LAURENCE DUPUY. Blois 1862.

Ermanska, M[lle] Olga.

Trouver l'enveloppe des ellipses concentriques d'aire constante et dont les axes ont la même direction. Nouv. ann. de mathém. **8**$_2$, 1869, 321—323.

Fabri, Cornelia.

Sopra alcune proprietà generali delle funzioni che dipendono di altre funzioni e da linee. *Torino,* Accad. d. sc., Atti **25**, 1889—1890, 654—674.

Sui moti vorticosi nei fluidi perfetti. Bologna 1892. 4°, 67 S.

Sopra le funzioni di iperspazii. *Venezia,* Istituto Veneto, Atti **4**$_7$, 1892—1893, 283—295.

Sulla teorica dei moti vorticosi nei fluidi incompressibili. Nuov. cimento **31**$_3$, 1892, 135—145.

I moti vorticosi di ordine superiore al primo in relazione alle equazioni pel movimento dei fluidi viscosi. Ib. **36**$_3$, 1894, 87—91.

Fawcett, Miss.

Note on the motion of solids in a liquid. Quart. journ. of mathem. **26**, 1893, 231—258.

Gaio, Olimpia.

La teoria delle equazioni applicata alla soluzione di un' equazione di 7. grado. Firenze 1885. 8°, 56 S.

Galitzine, M[me] la princesse Eudoxie, née Ismailoff.

De l'analyse de la force. Paris 1846. 3 part.

Gates, Fanny.

Some considerations on the nine-point conic and its reciprocal. Ann. of mathem. **8**, 1894, 185—188.

Germain, Sophie. (1776—1831.)

Biographisches: LIBRI, Nekrolog (Journal des Débats vom 18. 5. 1832). — Sophie Germain. Astr. Wochenschr. **2**. 1859. 352. — Vie. Bullet. de bibliogr., d'histoire et de biographie mathématiques 1860 p. 9. — H. GÖRING, Sophie Germain. Ein Lebensbild aus der Geschichte der Philosophie. Progr. Gewerbeschule Basel 1879. — H. GÖRING, Eine Frau als selbständige Forscherin auf dem Gebie der Mathematik und Philosophie Deutsche Bl. f. Unterr. **7**, 1880, 125—128, 133—136, 141—145. — H. GÖRING, S. Germain. Westermann's Monatsh. **52**, 1882, 702. — E. A. WOLFART, Zur Erinnerung an S. Germain. Schmeitzer's Internat. Monatschr. **1**, 1882, 323—336. — »Hilda», Sophie Germain. Tidskrift för Hemmet **25**, 1883, 256—271. — H. GÖRING, Sophie Germain, die Vorläuferin Comte's. Ztschr. f. Philos. **91**, 1887, 1—25, 171—158. — H. GÖRING, Sophie Germain und Clotilde de Vaux. Zürich 1888. — REBIÈRE, l. c.

Tables générales de nutation. Connaiss. des temps 1807, 484.

Recherches sur la théorie des surfaces élastiques. Paris 1821.

Remarques sur la nature, les bornes et l'étendue de la question des surfaces élastiques et équation générale de ces surfaces. Paris 1826.

Examen des principes qui peuvent conduire à la connaissance des lois de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques. Ann. de chim. et de phys. **38**, 1828, 123—131.

Mémoire sur la courbure des surfaces. Journ. für Mathem. **7**, 1831, 1—29.

Note sur la manière dont se composent les valeurs de y *et* z *dans l'équation* $\frac{4(x^p - 1)}{x - 1} = y^2 + pz^2$ etc. Ib. 201—204.

Cinq lettres à Ch. Fr. Gauss p. p. B. BONCOMPAGNI. Berlin 1880 (auch in Archiv der Mathem. und Phys., Lit. 259: 27—31; 261: 3—10).

Mémoire sur l'emploi de l'épaisseur dans la théorie des surfaces élastiques [hrsg. von G. DE COURCEL]. Journ. de mathém. 6_3, 1880, Suppl. 1—66.

Gottsched, Luise Adelgunde Victoria, geb. Kulmus.

Zwo Schriften, welche von der Frau Marquis von CHATELET etc. und dem Herrn von MAIRAN, Das Maass der lebendigen Kräfte betreffend, gewechselt worden. Aus dem Französ. übers. von LOUISE ADELGUNDE VICTORIA GOTTSCHED, geb. KULMUS. Leipzig 1741.

Haas, Mlle Caroline de.

Lösungen von Aufgaben in »Mathesis» 1891—1894.

Herschel, Miss Caroline Lucretia. (1750—1848.)

Biographisches: L. C. Herschel, Biographische Notiz von A. von Humboldt. Astron. Nachr. **25**, 1847, 229. — Erinnerungen an C. Herschel, Wöch. astr. Unterh. **2**, 1848, 69. — Miss C. L. Herschel, von I. F. W. Herschel. Astron. Nachr. **27** (629), 1848, 65—68. — Memoirs and correspondance of Caroline Herschel ed. by Mrs John Herschel. London 1876. M. Portr. (deutsch von A. Scheibe. Berlin 1877 m. Portr.).

Catalogue of stars taken from Flamsteeds observations etc. *With an index to point out every observation* etc. *To which is added a collection of errata* etc. London 1798 fol.

Hevelius, Elisabeth.

Unterstützte ihren Mann, den berühmten Danziger Astronomen Johannes Hevelius (1611—1687) bei seinen astronomischen Beobachtungen und Arbeiten; selbst veröffentlichte sie nichts. — Wie Mädler (Westermanns Monatsh. **13**, 1863, S. 388) auf den Vornamen Margarethe kommt, weiss ich nicht; die beiden Frauen des Hevelius hiessen: 1) Katharina Rebeschke, 2) Elisabeth Koopmann (Deutsche Biogr.; Westphal, Leben des Hevelius. Königsberg 1820; Seidemann, Leben des Hevelius. Zittau 1864).

Hudson, Miss Hulda.

Simple proof of Euclid II 9 and 10. Nature **45**, 1891—1892, 189.

Hypatia. (C. 375—415.)

Biographisches: Hypatia, in I. Toland, Tetradymus III. London 1720. — Th. Lewis, The history of Hypatia etc. Ib. 1721. — I. Chr. Wernsdorf, Diss. acad. I—IV de Hypatia. Vitembergae 1747—48. — (I. Toland), Hypatia etc. London 1753. — Hypatia, in Joh. Andr. Schmidt, Variorum philosophorum decas. P. I. — Ph. Hoche, Hypatia, die Tochter Theons. Philologus **15**, 1860, 435—474. — H. Ligier, De Hypatia philosopha et eclecticismi Alexandrini fine. Thesis. Divion 1879. — P. Tannery, L'article de Suidas sur Hypatia. *Bordeaux*, Fac. d. lettres, Annales **2**, 1880, 197—201. — St. Wolf, Hypatia, die Philosophin von Alexandrien etc. Wien 1879. — W. A. Meyer, Hypatia von Alexandria. Heidelberg 1886. — G. Bigoni, Ipazia Alessandrina. *Venezia*, Istituto Veneto, Atti $\mathbf{5}_6$, 1887, 397—437, 495—526, 681—710.

Jullien, Marie-Louise Angélique, née Lamire.

Le quadricide ou paralogisme prouvé dans la quadrature du cercle de M. de Causans. (Paris) 1755. 4°.

Kirch, Marie Margarethe, geb. Winkelmann. (1670—1720.)

Praeparatio ad oppositionem magnam, sive notabilis coeli facies anno 1712.

Ob vielleicht in diesem Jahre 1712 ein neuer Komet erscheinen möchte? Cöln an der Spree 1712.

Sie half ihrem Manne, dem Astronomen GOTTFRIED KIRCH (1639—1710) bei seinen Arbeiten und namentlich bei den Rechnungen für den von ihm herausgeg. astronomischen Kalender, welchen sie nach des Mannes Tode bis 1716 allein berechnete und herausgab. (MADLER, l. c. S. 388.)

Kirch, Christine. (1696—1782.)

Schwester von CHRISTFRIED KIRCH, beides Kinder von GOTTFRIED und MARIE MARG. KIRCH, half ihrem Bruder bei seinen astronomischen und besonders Kalender-Arbeiten, wie die Mutter dem Vater.

Klumpke, Dorothée.

Contributions à l'étude des anneaux de Saturne. Paris 1894. 4°, 70 p.

Kowalewsky, Sophie. (1850—1891.)

Biographisches: P. K., Sophie Kovalevsky. Nature **43**, 1890—1891, 375—376. — L. KRONECKER, S. von Kowalevsky. Journ. für Mathem. **108**, 1891, 88. — E. DE KERBEDZ, S. de Kowalevsky. *Palermo*, Circolo matem., Rendiconti **5**, 1891, 121—128 (auch: Bull. d. sc. mathém. **15**$_2$, 1891, 212—220). — A. CH. LEFFLER, Sonja Kovalevsky. Ann. di matem. **19**$_2$, 1891—1892, 200—211. — A. C. LEFFLER, Sonja Kovalevsky: Hvad jag upplefvat tillsammans med henne och hvad hon berättat mig om sig själf. Med 4 portr. Stockholm 1891 (deutsch: Reclam'sche Bibliothek 1894). — Souvenirs d'enfance de Sophie Kovalevsky, écrits par elle-même et suivis de sa biographie par A. CH. LEFFLER, Paris 1895. — G. MITTAG-LEFFLER, Sophie Kovalevsky. Acta Mathem. **16**, 1893, 385—392. — REBIÈRE, l. c.

Zur Theorie der partiellen Differentialgleichungen. Journ. für Mathem. **80**, 1874, 1—32 (Diss. Göttingen; auch in MANSION, Theorie der partiellen Differentialgleichungen. Berlin 1892, p. 277—311).

Über die Reduction einer bestimmten Klasse Abel'scher Integrale 3. Ranges auf elliptische Integrale. Acta Mathem. **4**, 1884, 393—414.

Sur la propagation de la lumière dans un milieu cristallisé. Paris, Acad. d. sc., Comptes rendus **98**, 1884, 356—357. (Schwedisch in Svenska Vet.-Akad. Förh. **41**:2, 1884, 119—121.)

Über die Brechung des Lichtes in cristallinischen Mitteln. Acta Mathem. **6**, 1885, 249—304.

Zusätze und Bemerkungen zu Laplace's Untersuchung über die Gestalt der Saturnsringe. Astron. Nachr. **111** (2643), 1885, 37—48.

Sur le problème de la rotation d'un corps solide autour d'un point fixe. Acta Mathem. **12**, 1889, 177—232.

Mémoire sur un cas particulier du problème de la rotation d'un corps pesant autour d'un point fixe, où l'intégration s'effectue à l'aide de fonctions ultraelliptiques du temps. Paris, Acad. d. sc., Mém. prés. par div. savants **31**, 1890. 62 S.

Sur une propriété du système d'équations différentielles qui définit la rotation d'un corps solide autour d'un point fixe. Acta Mathem. **14**, 1890—1891, 81—93.

Sur un théorème de M. Bruns. Acta Mathem. **15**, 1891, 45—52.

Ladd-Franklin, Mrs Christine.

The Pascal hexagram. Americ. journ. of math. **2**, 1879, 1—12.

On de Morgan's extension of the algebraic processes. Ib. **3**, 1880, 210—225.

On segments on lines by curves. Ib. **4**, 1881, 272.

On the algebra of logic, aus: Studies in logic by Members of the Johns Hopkins University ed. by CH. G. PEIRCE. Boston (U. S.) 1883.

On the so-called d'Alembert-Carnot geometrical paradox. Mess. of mathem. **15**, 1885—1886, 36—37.

Lösungen von Aufgaben in den »Educational times».

Lagerborg-Cedercreutz, Nanny (geb. 1866).

Études sur la variation des indices de réfraction et de la densité du sel gemme sous l'influence de la température. Stockholm, Vetenskapsakad., Bihang, **13**: 1 N:o 10 [1888]. 12 S. + 1 Taf.

Sur le problème du mouvement d'un corps solide autour d'un point fixe. Paris, Soc. mathém., Bullet. **18**, 1890, 118—122.

de La Lande, Marie Jeanne Lefrançais, née Harlay. (1768— ?)

Unterstützte ihren Gatten MICHEL JEAN JÉROME LE FRANÇAIS DE LA LANDE (1766—1839) und ihren Onkel JOSEPH JÉROME LE FRANÇAIS DE LA LANDE bei astronomischen Beobachtungen und Rechnungen und berechnete selbst unter anderem die Tafeln zu des letzteren »Abrégé de navigation etc.» Paris 1793 (MÄDLER, l. c. S. 392).

Leboeuf, M^lle Lucie.

Le polygone formé par n tangentes à une parabole est la moitié du polygone qui a pour sommets les points de contact. Nouv. corr. mathém. **2**, 1876, 153—154.

Les foyers de toutes les ellipses qui ont leur cercle osculateur maximum commun en un point donné fixe, appartiennent à une même circonférence. Nouv. ann. de mathém. $\mathbf{15}_2$, 1876, 232—233.

Lechaucey, Mlle **Léonide**.

Si P, Q, A, B, C, D sont sur une conique les points PA.QB, PB.QA, PC.QD, PD.QC, P et Q sont sur une même conique. Nouv. ann. de mathém. **4**$_2$, 1865, 372—373.

Lepauté, Mme **Nicole-Reine-Etable**, née de la Brière. (1723—1788.)

Tables des longueurs des pendules (in dem 1760 erschienenen Suppl. zu ihres Gatten, des Uhrmachers JEAN ANDRÉ LEPAUTÉ [1709—1789] »Traite d'horlogerie«. Paris 1755).

Observations (in den »Connaiss. des temps« 1759—1777).

Carte du passage de l'ombre de la lune au travers de l'Europe dans l'éclipse annulaire du soleil qui doit arriver 1 Avr. 1764. Paris 1762.

Angles parallactiques. Paris 1763.

Tables du soleil, de la lune et des autres planètes (in LALANDE's »Éphémérides du mouvement céleste« Tom. VII, VIII. Paris 1774).

Mémoires d'astronomie (veröffentlicht im »Mercure«).

Litwinowa-Iwaschkina, Elisabeth.

[Lösung einer Abbildungsaufgabe.] S:t Petersburg 1879. [Russisch.]

Luise, Herzogin von Sachsen-Gotha (Ende des 18. Jahrh.).

War eine eifrige Förderin der Wissenschaften, besonders der Astronomie (MÄDLER, l. c. S. 393). LALANDE sagt in seiner »Bibliographie astronomique« p. 786 von ihr: »la princesse la plus savante que l'on connaisse, qui observe et qui calcule elle-même d'une manière surprenante«.

Maddison, Miss **Isabel.**

On certain factors of the c- and p-discriminants and their relation to fixed points on the family of curves. Quart. journ. of mathem. **26**, 1893, 307—321.

Manfredi, Agnes (1. Hälfte des 18. Jahrh.).

Unterstützte ihre Brüder EUSTACHIO (1674—1734) und GABRIELE (1681—1761) bei ihren astronomischen Beobachtungen und Berechnungen (MÄDLER, l. c. S. 390).

Marks, Miss **Sarah.**

Marks' London table book of arithmetic, weights and measures, the mariner's compass etc. London (1876).

The uses of a line-divider. London, Phys. soc., Proceed. **7**, 1885—1886, 1—6.

Lösungen von Aufgaben in den »Educational times«.

Matt, Baronin.

Stellte astronomische Beobachtungen an ihrer Privatsternwarte in Wien an (Mädler, l. c. S. 398).

Mitchell, Maria. (1818—1889.)

On Jupiter and its satellites. Americ. journ. of science **1**$_3$, 1871, 393—395; **5**$_3$, 1875, 454—456; **15**$_3$, 1878, 38—41.

Notes on the satellites of Saturn. Ib. **17**$_3$, 1879, 430—432.

Stellte auf ihrer eigenen Sternwarte astronomische Beobachtungen an und entdeckte einen Kometen (Mädler, l. c. S. 398).

Müller, Maria Clara geb. **Einmart.** (1676—1717.)

Biographisches: Mädler, l. c. p. 389; Deutsche Biogr. bei Georg Christoph. Einmart und Joh. Heinr. Müller **22**, 583.

Iconographia nova contemplationum de sole. Norimbergae 1701.

Nicola, Clara und **Julia.**

Luvini, Tables of logarithmes etc. [The logarithmic differences calculated together with an index by Julia and Clara Nicola.] London 1866.

Nops, Marianne.

Class-Lessons on Euclid etc. London 1882.

Perrin, Emily.

Lösungen von Aufgaben in den »Educational times«.

Pilati, Margareta.

Einführung der Kinder in das Verständniss der Zinsrechnung. Monatschr. für kath. Lehrerin. **1**, 1888, 282—284.

Eine Rechenstunde in der einklassigen Schule. Ib. **6**, 1893, 632—634.

Pompilianu, M^lle^ **C.**

Lösungen von Aufgaben in »Mathesis« 1891—1892.

Rossander-Tschudi, Jenny. (1837—1887.)

Om mathematik såsom undervisningsämne för flickor. Tidskrift för hemmet 1865, 160—166, 229—235, 361—367.

Om mathematiken och dess studium vid våra flickskolor. Berättelse om nya elementarskolan för flickor, Stockholm 1871, S. 13—24.

Rümker, Frau.

Gattin des bekannten Astronomen K. L. Chr. Rümker (1788—1862); sie entdeckte einen Kometen (Mädler, l. c. S. 398).

Rönström, Anna.

Om läsningen af Euklides' andra bok, Verdandi **7**, 1889, 108—114.

Geometrien såsom läroämne i folkskolan. Ib. **11**, 1893, 145—159.

Scarlatti, Maria.

Trattato di algebra ridotta in aritmetica etc. Roma 1781.

Corso analitico d'algebra ridotta in aritmetica. Roma 1808. (Giorn. bibliografico universale **5**, 39.)

Schiff, Frau **N. J.**

[Über Symmetrieaxen der centrischen Curven vierter Ordnung.] *Charkow,* Mathem. Gesellsch., Schriften $\mathbf{3}_2$, 1892, 163—192. [Russisch.]

Scott, Charlotte Angas.

The binomial equation $x^p - 1 = 0$. Americ. journ. of mathem. **8**, 1886, 261—264.

On the higher singularities of plane curves. Ib. **14**, 1892, 301—325.

The nature and effect of singularities of plane algebraic curves. Ib. **15**, 1893, 221—243.

On plane cubics. (Abstract.) *London,* Royal soc., Proceedings **54**, 1894, 370—371.

An introductory account of certain modern ideas and methods in plane geometry. NewYork 1894. 8°, XII + 288 S.

Lösungen von Aufgaben in den »Educational times«.

Skorzewska, Gräfin.

Biographisches: (J. A. GRUNERT.) Die polnische Gräfin Skorzewska und die beiden Mathematiker J. H. Lambert und von Holland über die Aufgabe von der Beschreibung eines drei andere gegebene Kreise berührenden Kreises. Arch. der Mathem. und Phys. **28**, 1857, 354—359.

Slack, Mrs.

Schrieb unter dem Namen »George Fischer«:

The instructor: or young man's best companion, containing spelling, reading, writing and arithmetic etc. London 1763 (14. ed. Worcester, U. S. 1785; 28. ed. ib. 1798; new ed. Philadelphia 1801; new ed. corr. by G. N. WRIGHT. London 1853).

E. COCKERS Arithmetick. 43. ed. corrected by »George Fischer« 1725 (45. ed. 1731; 46. ed. 1736; 49. ed. 1738; 51. ed. 1745; 55. ed. 1758; 56. ed. 1767).

Arithmetic in the plainest and most concise method etc. 10. ed. London 1758 (12. ed. 1768).

Somerville, Mary. (1780—1872.)

Biographisches: Personal recollections from early life to old age of MARY SOMERVILLE. With selection from her correspondance. By her daughter MARTHA SOMERVILLE. M. Portr. London 1883. — ALFRED VON REUMONT, Mary Somerville. Histor. Taschenb. 7_6, 1877, 179—248. — REBIÈRE, l. c.

On the magnetizing power of the more refrangible solar rays. Philos. Trans. 1826:2, 132—139.

Mechanism of the heavens. London 1832. (Americ. ed. Philadelphia 1832.)

On the connexion of the physical sciences. London 1834 (2. ed. 1835; 3. ed. 1836; 8. ed. 1849; 9. ed. 1859; Americ. ed. NewYork 1846; deutsch von K. F. KLÖDEN. Berlin 1835; französisch trad. par Mme T. MEULIEN. Paris 1838).

Physical geography. London 1848 (2. ed. 1849; 3. ed. 1851; 4. ed. 1858; 5. ed. 1862; Americ. ed. Philadelphia 1848; 2. ed. 1850; 3. ed. 1853; 4. ed. 1856).

On molecular and microscopical science. London 1869. 2 voll.

Ven, Elize van der.

De theori en de oplossing van hoogere magtsvergelijkingen etc. Leiden 1864.

De beginselen van de theoretische en toegepaste mechanica. Ib. 1866.

Eenige beschouwingen over de potentiaalfunctie. Thèse. Amsterdam 1868. 4°.

De beginselen der kosmographie. Haarlem 1868.

De physisch toestand der zon. Haarlem 1876.

Le moment statique dans la machine dynamoélectrique. Lumière électr. 10, 1883, 407—411.

Essai d'une déduction de la théorie des machines magnéto-électriques du principe de la conservation de l'énergie. Ib. 516—523.

Wijthoff, A. Geertruida (geb. 1859).

Referate in der »Revue Semestrielle des publications mathématiques«. — Lösungen von mathematischen Aufgaben in holländischen Zeitschriften.

Winston, Miss M.

Eine Bemerkung zur Theorie der hypergeometrischen Function. Mathem. Ann. 46, 1895, 159—160.

Witte, Wilhelmine, geb. Böttcher. (1777—1854.)

Verfertigte nach vorhandenen Mondkarten und nach eigenen Mondbeobachtungen Reliefkugeln des Mondes.

Mathematisch-historische Miscellen.

Von Maximilian Curtze in Thorn.

6. Arithmetische Scherzaufgaben aus dem 14. Jahrhundert.

Das folgende Stück ist dem Cod. lat. Monac. 14684, Bltt 30—33 entnommen. Der Codex auf Pergament stammt aus dem XIV. Jahrhundert und ist sehr deutlich geschrieben. Emendationen des Textes sind zum Verständnis nöthig. Die Lesart der Handschrift gebe ich in den Noten. Die Paragraphenzahlen habe ich hinzugefügt.

[*F. 30.*] *Incipiunt subtilitates enigmatum.* Sadaj. (!)

I. Si vis divinare in mente tua, in qua manu aliquis tenet sterlingum, vel in qua parisiensem, vel sic de alia re, ponatur, quod aliquis te interroget. Debes appreciare sterlingum pro tribus et parisiense pro duobus, et est pro regula servandum quod semper alius numerus sit par, alius impar. Postea dicas ei, quod duplet, quod tenet in dextra manu, et triplet, quod tenet in sinistra, et quod postea addat totam summam. Quo facto queras hanc certitudinem, utrum numerus totalis summe sit par vel impar. Si par, sterlingus erit in dextra, quam duplasti, si impar, parisiensis erit in dextra[1] manu.

II. *Item alia subtilitas.* Si vis scire, qua die quis fuerit cum amica sua vel aliud tale, dic ei, quod ad numerum dierum addat X, si sint pares, vel V, si sint impares. Deinde precipe productum numerum ex ambobus dimidiare, et unam medietatem reiicere. Deinde pete, quantum sit, quod remanet, et ab hoc remove medietatem numeri tui, quod adiecisti, et quod remanet est numerus dierum suorum, si fuerint pares; sed si numerus eius est impar, in proximo die.

III. *Item aliud.* Si vis scire, quot denarios aliquis habeat in bursa sua, dic ei, quod triplet precium totum, quod habet. Deinde dividat triplatum in duas porciones. Item tripletur altra porcio illius divisi.[2] Deinde quere, quot[3] novenarii proveniunt ex tota summa, videlicet ex illo ultimo triplato, et pro quolibet novenario accipe 2, et si aliquid fuerit residuum, pro illo capias unum.[4] Unde versus:[5]

Conceptum tripla, triplatum divide summam.
Reliquo triplato, quociens novem summe, inde,
Dic tociens binos. Quidquid superest notat unum.

IV. *Item aliud.* Simile est de 20 avibus pro 20 denariis, quot erunt de melioribus, quot de vilioribus, quot de mediocribus, aliis legibus retentis. Sic scitur per hunc versum:

In medio tetras, externis octo locentur.[6]

V. *Item alia subtilitas.* Si quis intrat monasterium, veniens coram primo altari dicat: Sancte domine, dupla mihi censum et offeram 5 dona vel duos denarios. Iterum dicat coram secundo, et ita deinceps, si plura fuerint. Discedens autem nihil deportabit. Si vis scire, quot denarios tulit secum intrans ecclesiam, subtrahe medietatem oblacionis, si non fuerit nisi unum altare; si duo tantum, quartam partem; si tria, octavam partem; et ita deinceps duplando subtractionem oblacionis.

VI. *Item aliud.* Si vis scire, quot poma sumenda sunt in pomerio, si dicetur tibi a ianitore, quod primo dabis ei medietatem et insuper pomum, et secundo ianitori idem, eciam de tercio, et postea deportabis 3; debes duplare tria, eciam [*F. 30'*] similiter, si plura portanda sunt tribus vel pauciora; eciam insuper adde 2, et postea duplatum totum reduplare ad secundum ianitorem addendo 2, eciam sic totum similiter ad tercium, et sic patebit tibi.

VII. *Item alia subtilitas.* Si de tribus hominibus vis scire, quis illorum fur fuerit, detur uni hoc nomen duo, alii tres, tercio vero quatuor. Postea dic, quod duplet nomen latronis, nomen alterius multiplicet per 7, tercii vero per 8, et queratur, per quot possunt perfici 80, et in illa complecione per 80 per octonarios sumatur nomen latronis.

VIII. *Item aliud.* Si duorum hominum peregre proficiscencium ad eundem locum et per eandem viam unus proficiscatur singulis diebus 7 leucas, vel 9, et ita deinceps secundum voluntatem dicentis, alter vero primo die unam, secunda duas et ita naturaliter ascendendo, ad habendum igitur, quota die iste priorem consequetur, dupla numerum leucarum uniformiter procedentis et postea subtrahe unitatem, et residuum ostendit, quota die et per quot. Si unus autem proficiscatur naturaliter ascendendo, sicut dictum est, et de alio nesciatur, sed de die consecucionis certum fuerit, quo simul veniant, scilicet 7°, 8° vel 9°, prout dicenti placuerit, summe dicte[7] adde unitatem et postea divide numerum illum per duas partes, et quota fuerit eius medietas, tot leucas peragit uniformiter proficiscens.

IX. *Aliud.* Ponatur, quod sint tres homines; unus habet aurum, alius argentum, tercius plumbum, et velis in mente tua divinare, quis quamque rem tenet, appone precia tua super res predictas ita, quod super plumbum unum, super argentum duos et super aurum tres, et dic uni, quod duplet; post hoc alteri, quod multiplicet per 9; tercio, quod multiplicet per 10. Post hoc, quod totum addatur simul. Tunc queras hanc certitudinem ab eo, quot novenarii deficiunt ad perfectionem 60, quod si 3, aurum habens duplavit; quod si duo, argentum habens multiplicavit per 9; si unum, habens plumbum per 9 multiplicavit. Unde versus:[8]

Arnoldus. byganium. katulos. erumpna fugavit.
Glutinat addicias, sic bene perficias.

X. *Item aliud.* Si velis scire in quota feria osculatus est aliquis amicam suam, dic ei, quod duplet feriam adiciendo 1. Quod totum multiplicet per 5, post hoc productum per 10, et de tota summa reiciat 50. Post hoc quere hanc certitudinem, quociens possint 100 subtrahi de tota summa. Si semel sit, est dies domenica; si bis, secunda feria; si ter, tercia feria, et sic deinceps.

XI. *Item alia subtilitas.* Sint hic milites, pedites et puelle, et sint in universo[9] 12, et habeant 12 panes, parciendos, et quilibet miles accipiat duos, quilibet pedes quartam partem panis, quilibet puella medietatem panis: queritur, quot erunt milites, pedites et puelle. Responditur:

Sola puella manet, peditum sex, quinque quirites. [*F. 31*] Simile est de 20 avibus[10] pro 20 denariis, quot erunt de melioribus, quot de vilioribus, quot de mediocribus aliis legibus retentis. Scitur per hunc versum:

In medio tetras, extremis octo locentur.

XII. *Item simile predicto.* Simile est de 12 hominibus, scilicet militibus, clericis, puellis et peditibus, habentibus 12 denarios, et quilibet miles accipiat duos, et quilibet clericus unum, et quilibet puella obolum, et quilibet pedes quadrantem: queritur, quot erunt de militibus, quot de clericis, quot de puellis, quot de peditibus? Responditur:

In mediis binos, extremis quatuor aptes.

XIII. *Item alia subtilitas.* Quidam committens filiis suis tribus pira vendere dicit seniori: exeas cum 50, et vendas prout melius possis, et reporta precium. Post hoc alteri 30, iuniori vero 10, et iniunxit utrisque iunioribus filiis, quod omnimode sicut senior venderent sua pira et tot pro denario, et reportarent tantam pecuniam, quantam primus. Senior vero exiens vendidit 7 pro denario, et unum pirum, quod remansit pro tribus denariis. Secundus vero considerans diligenter vendicionem senioris vendidit quater 7 pro denario, et 2 pira remanencia pro 6 denariis, et reportabat 10 denarios sicut primus. Tercius autem dedit 7 pro denario et tria remanencia pro 9 denariis vendidit, et similiter reportabat patri suo 10 denarios sicut fratres sui.

XIV. O fili, si tantum vixisses, quantum vixisti, et iterum tantum, et dimidium tanti, et dimidium dimidii, centum annos complevisses. Responditur. Unde versus:

Hic puer etate quantus fuit, arte probate.
Quinta recidatur, remanentis tercia pars est.

XV. *Item alia subtilitas.* Si duorum hominum greges ad forum ducencium dicat unus alteri: da mihi unam de ovibus tuis, ut habeam tot, quot tu; non, dicit alter, immo detur mihi una de tuis, ut habeam in duplo plures quam tu. Si queratur igitur, quot habeat unus, et quot alter, respondendum est ad hoc, quod unus habet 5 et alter 7, et est hic numerus utrobique radix hoc modo dicencium, quoniam inferius non fuerit digressus. Si igitur querantur due oves, vel 3, vel deinceps perquesitorum, utrius suum quesitum multiplicentur radices iste, scilicet 5 et 7, et habeatur propositum, et sic de similibus vel aliis[11] faciendam.

XVI. *Item alia subtilitas.* Si aliquis dicat, sit hasta fixa in aliquo stagno, de qua due ulne et dimidia, vel duo pedes et dimidius sint in luto,[12] sive in terra, et tercia pars in aqua, et dimidia hasta super aquas, et querit, quante longitudinis sit hasta illa: debes notare numerum pedum vel ulnarum haste in luto. Multiplicetur ergo duo et dimidium per 6, et erit hasta 15 ulnarum vel pedum.

XVII. [*F. 31'*] *Item aliud.* Sint tres socii nisum empturi pro 34 denariis. Dicat igitur primus secundo et tercio: date medietatem denariorum vestrorum, et ego omnes meos, et emetur. Tercius vero dicat: detis quartam partem vestrorum et ego meos omnes, et emetur nisus. Non, dicat secundus, sed detis terciam partem vestrorum et ego omnes meos, et emetur. Primus 10 denarios habuit, secundus 22, tercius vero 26.

XVIII. *Item alia subtilitas.* Si ponatur amphora 8 quartarum vini inter duos equaliter parcienda, quorum unus habeat ollam 5 quartarum, alter vero ollam trium quartarum, et queratur, quomodo vinum inter eos parciatur non habita alia mensura, respondendum: Impleatur primo maior olla 5 quartarum, et ab illa minor, et a minori[13] retro effundatur in amphoram. Deinde due quarte a maiori evacuentur in minorem; postea iterum impleatur maior, et ab illa minor, et tunc vinum partitur.

XIX. *Item alia subtilitas.* Si de tribus hominibus et eorum uxoribus scire volueris, que illarum cuius uxor fuerit, detur uni unitas in censu, alie[14] dentur 2, tercie[15] 3. Deinde maritus unius notate mulieris duplet censum suum, maritus alterius notate multiplicet censum suum per 9, tercius eciam suum per 10 multiplicet. Postea colligatur totalis numerus et queratur, per quot possunt complere 60, et in illius complecionis octonariis[16] exibit nomen duplati, in unitatibus vero nomen per 9 multiplicati. Habito igitur de duobus, de tercio manifestum est.

XX. *Item alia subtilitas pulchra.* Si velis scire, in quot diebus possunt duo homines convenire, si uno et eodem die ibunt de Sto. Jacobo, et unus singulis diebus uniformiter eat 10 leucas, alter vero secundum naturalem progressionem ita, quod primo die unam leucam, secundo die 2, tercio tres: dupla numerum leucarum uniformiter procedentis, quotcumque sit ille, quia ad voluntatem dicentis hoc potest fieri, videlicet, si alter peragat 10 leucas eundo, dupla igitur 10, et postea subtrahe 1 de duplatis, et sic patebit tibi dies, in quo et per quot conveniunt.

Si autem unus vadat naturaliter procedendo, secundum quod iam dictum est, videlicet primo die unam leucam, secundo 2; et de alio nesciatur, sed de die consecucionis certum fuerit, qua simul conveniant, scilicet vel 7, vel 8, vel 9 die, prout dicenti placuerit, summe totius numeri dierum, in quo conveniunt, adde unum, et postea divide numerum istum per 2 partes, et quota fuerit eius medietas, tot leucas peregit uniformiter proficiscens.

XXI. *Item alia subtilitas.* Si quis dicat filio suo, dabo tibi 20 solidos, vel 10, vel deinceps in qualibet septimana excercendo scolas Parisiis, et vis scire, quantum dabit ei per annum, [*F. 32*] totam summam denariorum unius septimane multiplica per 4, et quot sunt ibi picte, tot sunt ibi solidi, et praeterea, quot solidi, tot denarii.

XXII. *Item aliud enigma.* Si vis divinare inter duos, que res sit unius, et que alterius, ut de cappis vel cultellis, ponendi sunt numeri supra res, ut super unam unus denarius, et super aliam duo denarii et sic deinceps. Postea triplatur precium cuiuslibet rei, item ista triplacio dividatur in 2 porciones, et altera porcio abiciatur, et retripletur iterum, et postea queratur de novenaris, quociens possint a precio unius subtrahi; et primo pro quolibet novenario duas accipias, et si aliquod fuerit residuum, pro illo residuo unum recipias, et sic de singulis.

XXIII. *Item aliud enigma.* Si quis diversas res habuerit ita, quod in una manu falconem et in alia gladium, et tu neutrum videas, velis tamen scire, in qua manu falco sit, detur precium duorum denariorum super falconem, precium vero trium denariorum super gladium. Deinde dicatur ei, quod dupletur dextra et tripletur sinistra, et triplatum addatur duplato. Hoc facto queratur, si numerus sit par vel impar; quia si par in manu duplata, scilicet dextra, fuit res imparis precii, scilicet gladius, in sinistra vero, que triplicabatur, fuit res paris precii, scilicet falco: et hoc est, si numerus excrescens de addicione manus duplate ad triplatum sit par. Si impar,[17] e converso fiat[18] iudicium.

(Randglosse.) Est simile de duobus quibuslibet diversas res habentibus, ut alter anulum, alter fibulam, vel aliud huius modi. Hec autem due cautele fere eadem sunt cum illa in primo folio, differunt tamen secundum vocabulorum imposicionem.

XXIV. *Item aliud.* Si queratur de 9 doliis inter tres fratres dividendis, ut quilibet equaliter de ligno et vino habeat sine vini extractione, quorum doliorum primum contineat modium unum, secundum duo modia, tercium tria, et deinceps nonum 9, querenti dicendum,[19] primo per regulam secundam naturalis progressionis ducatur quinarius in novenarium, ut videatur, quot modia quilibet habere debeat, deinde detur primo fratri dolium unitatis, quinarii et novenarii, secundo binarii, senarii et septenarii; tercio vero remaneant ternarii, quaternarii et octonarii.

XXV. *Item aliud.* Si vis scire in quo digitorum anulus sit, dentur numeri digitis ita, quod pollici 1, indici 2, et sic deinceps. Postea dicatur ei, quod duplet digitum, in quo est anulus, et ad numerum illum addat numeros aliorum digitorum. Deinde queratur summa tocius numeri, et exinde abice 15, et residuum ostendit digitum, in quo est anulus.

XXVI. *Item aliud.* Tres hystriones cum tribus uxoribus transituri erant amnem cum cimba, que non valuit, nisi duos homines transferre. Unde talem fecerunt inter se constitucionem, quod si aliqua parte portus sine proprio marito uxor inveniretur, licitum fiat viris astantibus eam subagere. Questio igitur est, qualiter isti transituri sunt aquam bini et bini, ne aliquis cum amica alterius incestum faciat. Dicendum, quod taliter. Primo eant due femine trans flumen. Deinde redeat una illarum, et eadem secum terciam feminam capiens [*F. 32'*] iterum transeat, et tunc tres mulieres sunt ex una parte portus cum cimba, et viri in anteriori portu. Postea una feminarum redeat ad maritum suum, deinde transeant alii duo viri ad uxores. Quo pervento unus virorum redeat cum uxore sua, deinde ille idem vir capiat secum tercium virum, et iterum redeat ultra aquam. Postea femina dimittat viros, veniat prope unam illarum, quæ ex hac parte sûnt, et eam transducat ad virum suum. Deinde vir tercie femine eat pro sua, si velit, et ita bini et bini transibunt salvatis condicionibus. Et hoc scitur per hos versus:

Bine. sola. due. mulier. duo. vir mulierque.
Bini. sola. due. solus. vir cum muliere.

XXVII. *Item aliud.* Simile est. Sint ex una parte portus unus lupus, et una capra, et unus fascis de olere sive de herba, et unus nauta eos sigillatim transducat in navicula sua ita, quod nullus alium comedat. Questio est, quem primo transducans sit, quem secundo, quem tercio. Et patet per hunc versum:

Hinc capra. post olus. hoc redit. hinc lupus. et capra[20] rursus.

XXVIII. *Aliud.* Si vis scire, quot ova sufficiant conventui per annum, scilicet si quilibet canonicorum habeat quid determinatum ovorum,[21] negociandum est sic. Sumatur primo numerus canonicorum, et multiplicetur iste numerus per numerum ovorum, que unus canonicus debet habere uno die ad partem suam, et facta multiplicacione[22] tali excrescet summa ovorum, que accidit conventui habere uno die. Deinde illa summa excrescens multiplicetur per dies anni.

XXIX. *Item aliud.* Duo socii habebant in communi 8 lagenas[23] vini in una amfora et non poterant recte dimidiare eas, nec habebant mensuram, nisi unam 5 lagenarum et aliam trium. Modo queritur, qualiter sit istud vinum in duas porciones equales dividendum. Ad hoc sic: pone de 8[24] in 5, et impleatur postea 3 de 5, et remanent 2 in 5 et 3 in tercium. Deinde resumeretur de tribus in 8, et postea 2, que sunt in 5 effundantur in 3, et impleatur iterum 5 de 8, et impleatur 3 de 5,[25] et tunc remanent 4 in 5, et una in 8,[26] et 3 in 3. Et postea impleantur 3 de 3 in 8,[27] et tunc ibi 4, et in 5 4: ergo erit tunc equalis porcio in utraque.

XXX. *Item aliud enigma.* Sit palus in qua hasta sit fixa in aqua, cuius medietas sit in terra, tercia pars in aqua, 17 pedes et dimidius extra, et queratur tocius quantitas. Dicendum, quod sexta pars est extra aquam, unde si illa pars multiplicetur per 6, tocius quantitas habebitur; et de similibus similiter.

XXXI. Sint hic 12 aule, et in qualibet aula stent 12 postes, et in quamlibet postem infigantur 12 unci, et in quolibet unco pendeant 12 marsupia, et in quolibet marsupio sunt 12 denarii, et in quolibet denario 4 quadrantes, et in [*F. 33*] quolibet quadrante tres anguli: questio est, quot sunt anguli?

Item sint hic 12 pertice, et super qualibet stent 12 galli cum gallinis et pullis etc.

. Item sint 7 barones, et habeat quilibet 7 valles, in qualibet valle[28] 7 quique ville[29] cum domibus et lectis et militibus pari summa.

XXXII. *Aliud enigma.* Item si queratur, quot lepores possent iacere in una acra terre, in qua quilibet contineat unum pedem in longitudine[30] et dimidium in latitudine, considerandum est, quot pedes contineat acra in longitudine et in latitudine. Cum ergo acra sit in longitudine 40 perticarum, et pertica 14 pedes, habebit acra in longitudine 40.14 pedes (!). Si ergo multiplicetur 40 per 14, vel e converso, patebit numerus pedum in longitudine. Deinde querendum est quot pedes habet in latitudine, et habeat[31] quatuor 14 pedes. Multiplicentur 14 per 4, et patebit numerus in latitudine. Quot sunt ergo dimidii pedes in latitudine, tot lepores possunt iacere in pari ordine versis omnibus capitibus adversus longitudinem terre. Deinde multiplica numerum dimidiorum pedum in latitudine per numerum pedum integrorum in longitudine, et patebit quesitum.

XXXIII. *Item aliud.* Si trium fratrum sororem nubilem habencium dicat minor aliis: iuvemus sororem nostram maritari. Respondeat mediocris: da et tu secundum tuam ubertatem, et duplabo, et maior natu confirmet se triplare duplatum mediocris, et sit summa denariorum tantum 3: queratur igitur doni primi quantitas et consequenter aliorum. Responsio. Dat primus pictam et 12 nu., quo habito de aliis planum erit. Cuius questionis solucio ex divisione tocius summe per 9, sive sit trium denariorum sive plurium, semper habebitur. Si autem duplando uniformiter processerint, tunc septima pars tocius summe est donum prioris.

XXXIV. *Item alia subtilitas.* Si aliquis testamentum condens, cui tres sunt filii et totidem filie, dicat cuilibet filiorum, quod supplicat deo, ut duplet denarios in archa sua, et capiat centum libras, cuilibet filiarum similiter, et capiat 50 libras, quo facto nihil remanebit: queratur igitur, quantum in archa primo continebatur. Responsio 92 librae 19 solidi 4 denarii et obolus. Et huius questionis solucio per addicionem octave partis capitalis minoris — et erit octava pars minoris capitalis 5 libre 9 solidi 4 denarii et obolus, — supra totum capitale maioris invenietur, que duo capitalia per artem cautele precedentis habentur, per istam: *Si qui intrans monasterium,* etc.

[1]) *dextra* steht auf Rasur; ursprünglich stand *sinistra.* — [2]) *illius divisi] illud divisum.* — [3]) *quot] quod.* — [4]) *unum* fehlt. — [5]) Die drei folgenden Zeilen sind Randglosse. — [6]) § IV ist hier fälschlich eingescho-

ben. Siehe unten § XI. — [7]) *summe dicte] summe ductum.* — [8]) Randglosse. — [9]) *12] 22.* — [10]) *20 avibus pro 20] 12 avibus pro 30.* — [11]) *vel aliis] ut vel aliis.* — [12]) Hinter *luto* fügt die Hdschr. *et dimidium* hinzu, lässt es aber an der richtigen Stelle hinter *duo* aus. — [13]) *minori].* Zuerst stand *maiori*, das ist jedoch durchgestrichen und das richtige *minori* übergeschrieben. — [14]) *alie] alii.* — [15]) *tercie] tercii.* — [16]) *octonariis] octonarius.* — [17]) *sit par. Si impar* fehlt im Mscpt. — [18]) *fiat] autem fiat.* — [19]) *querenti dicendum] querendo dividentur.* — [20]) *et capra] est capra.* — [21]) *ovorum] ovorum et.* — [22]) *multiplicacione] multitudine.* — [23]) *8 lagenas] 4 lagenas.* — [24]) *de 8] de 4.* — [25]) *de 5* fehlt. — [26]) *una in 8] una in 4.* — [27]) *de 3 in 8] de 3 in 4.* — [28]) *qualibet valle] qua valle.* — [29]) *quique ville] quinque ville.* — [30]) *in longitudine et* fehlt. — [31]) *et habeat* fehlt.

Die vorliegende Sammlung arithmetischer Scherzaufgaben findet sich auch im *Codex Amplonianus Qu. 345*, Bltt 16 und 16′ aus der ersten Hälfte des 14. Jahrh., also mit dem unsrigen ziemlich gleichaltrig. In ihr hat die Sammlung die Überschrift: *Cautele algorismorum.* So weit es nöthig, will ich jetzt die einzelnen Abschnitte commentieren.

I ist wohl an sich klar.

II. Ist die Zahl $2x$, so lässt Verf. $2x + 10$, dann $x + 5$ bilden, und nach Abwerfen von 5 bleibt x übrig; ist aber die Zahl ungerade, also $2x + 1$, so erhält er der Reihe nach $2x + 6$, $x + 3$, $x + \frac{1}{2}$, was ihm anzeigt dass das doppelte also $2x + 1$, die gesuchte Zahl ist.

III. Man hat der Reihe nach entweder $2x$, $6x$, $3x$, $9x$, x oder $2x + 1$, $6x + 3$, $3x + \frac{3}{2}$, $9x + \frac{9}{2}$, $x + \frac{1}{2}$. Die Regel giebt also im ersten Falle $2x$, im zweiten $2x + 1$ als gesuchte Zahl.

IV wird an späterer Stelle behandelt werden.

V. Ist die Anzahl der Denare, welche er besitzt, x, so ist bei einem Altar $2x - 2 = 0$, also $x = 1$, d. h. die Hälfte der Weihgabe ist von ihr abzuziehen, um das ursprüngliche Capital zu erhalten; bei zwei Altären ist $4x - 6 = 0$, also $x = 1\frac{2}{4}$, also der 4[te] Theil der Weihgabe von ihr abzuziehen, um das Capital zu finden; bei drei Altären ist $8x - 14 = 0$, also $x = 1\frac{6}{8}$, also der achte Theil von der Weihgabe abzuziehen u. s. w.

VI. Hier ist die *regula sermonis*, das Rückwärtsrechnen in Anwendung gebracht. Sollen n Äpfel übrigbleiben, so sind zu berechnen $((2n + 2)2 + 2)2 + 2 = 8n + 14$. Für $n = 3$ folgt 38.

VII. Die Worte der erste, der zweite, der dritte sind hier cyklisch zu nehmen. Ist N° 1 der Räuber, so ist die zu bildende Summe $4 + 21 + 32 = 57$. Bis 80 fehlen 23, was durch 8 dividiert 2, den Namen des ersten giebt. Ist N° 2 der Räuber, so haben wir $6 + 28 + 16 = 50$; der Rest bis 80 ist 30, und giebt durch 8 dividierte 3, den Namen des Zweiten.

Ist endlich N° 3 der Räuber, so haben wir $8+14+24=46$, der Rest 34 durch 8 dividiert giebt 4, den Namen des Dritten.

VIII. Sie möge am x-ten Tage zusammenkommen, und n sei die Anzahl Meilen, welche der erste zurücklegt, so muss $\frac{x(x+1)}{2}=nx$, also $x=2n-1$ sein. Umgekehrt ist $n=\frac{x+1}{2}$.

IX. Soll bei XIX mit behandelt werden, da dieses das vollständigere ist. Was die Verse bedeuten sollen, ist mir unverständlich geblieben.

X. Kommt auf die Identität $\frac{(2x+1).5.10-50}{100}=x$ hinaus.

XI. Die beiden Gleichungen

$$x+y+z=12;\quad 2x+\tfrac{1}{4}y+\tfrac{1}{2}z=12,$$

geben die allgemeine Lösung $x=t$, $y=6t-24$, $z=36-7t$, die nur für $t=5$ positive Werthe hat: $x=5$, $y=6$, $z=1$, wie der Vers angibt. Der Zusatz, mit N° IV identisch, gibt die Gleichungen $x+y+z=20$, $2x+\frac{1}{4}y+\frac{1}{2}z=20$ und die allgemeine Lösung $x=t$, $y=6t-40$, $z=60-7t$, welche nur für $t=7$ und $t=8$ positive Werthe liefert. Für $t=7$, ist $x=7$, $y=2$, $z=11$; für $t=8$, $x=8$, $y=8$, $z=4$, die Lösung, welche der Vers angibt.

XII. Setzt man die Zahl der Mädchen $=2$, so ist die gegebene Lösung 4, 2, 2, 4 die einzig mögliche. Allgemein ist unter obiger Bedingung $x=1+3t$, $y=9-7t$, $z=2$, $v=4t$.

XIII. Diese bekannte Scherzfrage ist an sich klar.

XIV. Aus der ursprünglichen Gleichung $3\frac{3}{4}x=100$ folgt $3x=80$, d. h. es muss von 100 der fünfte Theil 20 abgezogen werden, um in dem dritten Theile des Restes die Lösung zu erhalten.

XV. Werden allgemein n Schafe gefordert, so folgt aus den zu lösenden Gleichungen $x=5n$, $y=7n$, d. h. die Lösung für $n=1$ braucht nur für ein anderes n mit diesem multipliciert zu werden, um die beabsichtigte zu finden. Solche gefundenen Zahlen nannte man allgemein *Radices*.

XVI. Eine in der verschiedensten Weise variierte Aufgabe, welche sich wohl in jedem Rechenbuche bis weit in das 16. und 17. Jahrhundert hinein wiederfindet. Die Aufgabe ist nur dem Wortlaut, nicht der Berechnung nach von der Aufgabe XXX verschieden.

XVII. Lässt man zunächst den Preis des Sperbers ausser acht, so findet sich, dass sich $x:y:z=5:11:13$ verhalten muss, während der Preis $=17t$ würde, wenn der Proportionalitätsfaktor

t heisst. Auch hier sind die Zahlen 5, 11, 13 und 17 *radices*. In der vorliegenden Lösung ist $t = 2$ genommen.

XVIII. Auch diese bekannte Aufgabe ist in Aufgabe XXIX nochmals behandelt. Dort ausführlicher als hier.

XIX. Zugleich IX. Die Aufgabe ist so zu verstehen, dass die Männer 1, 2, 3 als Ordnungsnummern erhalten, die Frauen aber in irgend einer Ordnung, die Werthe 1, 2, 3. Es können also nur folgende Combinationen eintreten

Männer 1, 2, 3; 1, 2, 3; 1, 2, 3; 1, 2, 3; 1, 2, 3; 1, 2, 3.
Frauen 1, 2, 3; 1, 3, 2; 2, 1, 3; 2, 3, 1; 3, 1, 2; 3, 2, 1.

Führt man nun die von der Aufgabe gewollten Multiplication aus, so liefert das:

$$2 + 18 + 30;\ 8 + 27 + 20;\ 4 + 9 + 30;\ 4 + 27 + 10;\ 6 + 9 + 20;\ 6 + 18 + 10.$$

Die Differenzen bis 60 sind also: $10 = 1.8 + 2$; $11 = 1.8 + 3$; $17 = 2.8 + 1$; $19 = 2.8 + 3$; $25 = 3.8 + 1$; $26 = 3.8 + 2$, wodurch die Behauptung bewiesen ist. In IX fehlt also die Angabe, dass man den Zweiten durch den überschiessenden Rest bei der Division durch 8 zu finden hat.

XX. Mit VIII identisch.

XXI. Der Solidus ist $= 12$ Denare, 1 picta $= \frac{1}{4}$ Denar. Gibt also der Vater seinem Sohne 1 Solidus pro Woche, so sind das 12 Denare. Also erhält man durch Multiplication mit 4, 48 pictae, welche zu 48 Solidi gerechnet werden sollen. Es sollen nun noch ebenso viel Denare, als Solidi sind, hinzugerechnet werden, das sind 48 Denare $= 4$ Solidi, und so entstehen die 52 Solidi, welche im Jahre gebraucht werden.

XXII. Mit III identisch. Die Rechnung ist für jeden einzeln zu führen.

XXIII. Ist wie auch schon die Randglosse sagt, mit N° I bis auf die angewendeten Bezeichnungen identisch. Es ist hier etwas ausführlicher gesprochen als oben.

XXIV. Die Summe der 9 ersten Zahlen ist in drei gleiche Theile so zu theilen, dass alle 9 Zahlen gebraucht werden. Die Theile sind natürlich $1 + 5 + 9$, $2 + 6 + 7$, $3 + 4 + 8$.

XXV. Ist der Ring auf dem x^{ten} Finger, so ist die gesuchte Summe $15 + x$, also findet man x, wenn man von der gefundenen Zahl 15 wegnimmt.

XXVI. Auch diese Scherzfrage ist alter Bestand und kommt, ebenso wie XXVII, schon bei Alcuin vor.

XXVIII. Ist an sich klar.

XXIX. Diese Aufgabe ist mit XVIII identisch. Auch sie ist uralter Bestand der Rechenbücher.

XXX. Siehe oben N° XVI.

XXXI. Eine ähnliche Aufgabe kommt schon im Rechenbuch des AHMES vor, sowie bei LEONARDO VON PISA. Siehe CANTOR, *Vorlesungen* I (2. Aufl.), S. 42 und II, S. 25.

XXXII. Die Aufgabe ist dem Cap. LXVII bei GERBERT (Ed. OLLERIS, S. 459) sehr ähnlich. Die Lösung ist an sich klar. Die *Pertica* ist hier zu 14 pedes gerechnet. *Acra* soll jedenfalls *Acker* bedeuten, und ist zu 160 Quadratperticis gerechnet.

XXXIII. Ist der Beitrag des Jüngsten x, so giebt der zweite $2x$, der dritte $6x$, alle drei also $9x$; der neunte Theil des Zusammengebrachten ist also der Antheil des Jüngsten u. s. w. Im zweiten Falle sind die Theile x, $2x$, $4x$, also ihre Summe gleich $7x$. 1 Picta $= \frac{1}{4}$ Denar $= 36$ nu.

XXXIV. Die Aufgabe ist, wie auch in der Auflösung selbst gesagt wird, mit Aufgabe V verwandt. Am bequemsten wird die Aufgabe von hinten berechnet. Ich setze hier nach einander, was jeder vorfand, und was deshalb vorher verdoppelt sein musste. Die Töchter nenne ich 3, 2, 1; die Söhne III, II, I. Dann hat man:

$$3\left\{\begin{matrix}50\\25\end{matrix}\right. ;\ 2.\ \begin{matrix}75\\37\frac{1}{2}\end{matrix} ;\ 1.\ \begin{matrix}87\frac{1}{2}\\43\frac{3}{4}\end{matrix} ;\ \mathrm{III}.\ \begin{matrix}143\frac{3}{4}\\71\frac{7}{8}\end{matrix} ;\ \mathrm{II}.\ \begin{matrix}171\frac{7}{8}\\85\frac{15}{16}\end{matrix} ;\ \mathrm{I}.\ \begin{matrix}185\frac{15}{16}\\92\frac{31}{32}\end{matrix}.$$

Es müssen also $92\frac{31}{32}$ *librae* in der Kasse gewesen sein. 1 Libra $= 20$ Solidi; 1 Solidus $= 12$ Denare; 1 Denar $= 2$ Oboli giebt die in der Aufgabe gegebene Lösung 92 Librae 19 Solidi 4 Denare 1 Obolus. Dagegen ist die andere Angabe falsch. Sie muss heissen 6 Libre 5 Solidi. Rechnet man von vorn, so sind die Beträge, welche in der Kasse sind und deren jedesmalige Verdoppelungen:

$$\begin{matrix}x\\2x\end{matrix} ;\ \begin{matrix}2x-100\\4x-200\end{matrix} ;\ \begin{matrix}4x-300\\8x-600\end{matrix} ;\ \begin{matrix}8x-700\\16x-1400\end{matrix} ;\ \begin{matrix}16x-1450\\32x-2900\end{matrix} ;\ \begin{matrix}32x-2950\\64x-5900\end{matrix} ;\ 64x-5950.$$

Da der letzte Betrag gleich Null sein muss, so folgt wieder $x = 92\frac{31}{32}$ wie vorher.

Der Unterricht in der Geschichte der Mathematik an der k. technischen Hochschule zu München.

Von A. von Braunmühl in München.

In den beiden Wintersemestern 1893—94 und 1894—95 habe ich an der k. technischen Hochschule zu München in wöchentlich einer Stunde privatim mathematisch-historische Vorlesungen abgehalten. Da mir einerseits aus verschiedenen Gründen nur ein Semester jährlich zur Abhaltung einer solchen Vorlesung zur Verfügung stand, und andererseits zu erwarten war, dass das Auditorium sich an unserer Anstalt nicht aus Studirenden der Mathematik allein, sondern auch aus Technikern zusammensetzen würde, so glaubte ich, dem verschiedenen Wissensgrade der Zuhörer entsprechend, auf einen summarischen Überblick über die geschichtliche Entwickelung der Mathematik bis in die *neueste Zeit* von vorne herein verzichten zu müssen. — Übrigens bemerke ich hier nebenbei, dass nach meiner Ansicht eine blos übersichtliche kurze Darstellung der Fortschritte, welche von Gauss ab die gesammte Mathematik bis auf unsere Tage gemacht hat, überhaupt unmöglich ist, wenn sie irgend einen Nutzen gewähren soll. — So beschloss ich denn nur einzelne Zeitabschnitte, diese aber eingehender, zu behandeln.

In der *1. Vorlesung* (1893—94) trug ich die Geschichte der Mathematik von den ältesten Zeiten bis zur Mitte des Zeitalters der Renaissance vor. Der hierbei von mir eingeschlagene Gang entspricht im Allgemeinen der in den Nummern 1—18 von Herrn Eneström (Biblioth. Mathem. 1890, S. 3—5) vorgeschriebenen Reihenfolge, nur zog ich, um für die Renaissance mehr Zeit zu gewinnen, den Stoff im Altertum etwas mehr zusammen, widmete aber dafür Leonardo Pisano und Jordanus Nemorarius, als frühen Vorläufern der Renaissance, beinahe 2 ganze Vorlesungen und behandelte Peurbach und Regiomontan auf das eingehendste. Hieran schloss sich ein Vortrag, in welchem ich das Rechnen im 15. und 16. Jahrhundert sowie die Anfänge und den allmäligen Aufschwung der deutschen Algebra in jener Zeit schilderte. Dann folgten drei Vorträge über die Renaissance in ausserdeutschen Ländern (Alberti, Leonardo da Vinci, Chuquet, Nonius, Record, die Auflösung der Gleichungen 3. und 4. Grades). In einer Schlussvorlesung gab ich dann noch einen Überblick über die Entwickelung der Geometrie im 15. und 16. Jahrhundert, wobei ich namentlich Tartaglia und Albrecht Dürer besprach.

Die 2. *Vorlesung* (1894—95) beschäftigte sich in 14 Vorträgen nur mit der Mathematik vom Beginne der Renaissance bis zur Mitte des 17. Jahrhunderts. Da wegen des Wechsels der Zuhörerschaft an eine directe Fortsetzung der früheren Vorlesung nicht zu denken war, so begann ich mit einem kurzen Rückblick auf das Mittelalter, behielt dann die oben angeführte Eintheilung bei, indem ich nur manches, wie z. B. die Schriften von Cardano und Tartaglia, eingehender behandelte, und setzte meine Darstellung bis zur Erfindung der analytischen Geometrie einerseits und den Anfängen der Infinitesimalrechnung andererseits fort. Es ist dies ungefähr der von Herrn Eneström in den Nummern 17—22 incl. aufgeführte Stoff. Die Vorträge suchte ich dadurch zu beleben, dass ich stets die interessantesten Originalwerke in Vorlage brachte, was durch die reichen Mittel unserer Hof- und Staatsbibliothek ermöglicht wurde.

Ausser den beiden erwähnten Vorlesungen war es mir zu meiner grossen Befriedigung vergönnt, während 4 Semestern (1894 und 1895) ein einstündiges matematisch-historisches Seminar abzuhalten, in welchem ich theils selbst Vorträge über einzelne Gebiete hielt, mit denen ich mich eingehender beschäftigt hatte (so z. B. über die Geschichte der geodätischen Linien, über die Trigonometrie der Griechen, die Trigonometrie bei Regiomontan etc.), theils den in ihren Studien vorgerückteren Theilnehmern Themata zu Vorträgen zuwies, zu deren Behandlung ich eingehende Quellenstudien verlangte. Einige kleine selbständige Arbeiten, die sich hieran anschlossen, werden, wie ich hoffe, demnächst erscheinen.

Ich glaube, dass namentlich der pädagogische Wert eines solchen Seminars nicht unterschätzt werden darf, da einerseits den zukünftigen Lehrern der Mathematik Gelegenheit geboten wird, die geschichtliche Entwickelung derjenigen Wissensgebiete eingehend kennen zu lernen, die sie einmal selbst lehren sollen, und andererseits freie Vorträge über einen bis ins Detail durchgearbeiteten Stoff, soferne auf formvollendete Darstellung gesehen wird, zur Ausbildung des Lehrtalentes gewiss von hervorragendem Nutzen sind.

RECENSIONEN. — ANALYSES.

SEFER HA-MISPAR. DAS BUCH DER ZAHL. EIN HEBRÄISCH-ARITHMETISCHES WERK VON R. **Abraham ibn Esra** (XII. Jahrhundert). ZUM ERSTEN MALE HERAUSGEGEBEN, INS DEUTSCHE ÜBERSETZT UND ERLÄUTERT VON Dr. **Moritz Silberberg**. Frankfurt a. M., J. Kaufmann 1895. 8°, 148 S. und 80 hebräischer Text.

Der Verfasser des Buches war ein Universalgenie, Grammatiker, Poët, Mathematiker, Bibelausleger; die neueste Zeit brachte einzelne Abhandlungen, welche ihn nach den verschiedenen Seiten seiner literarischen Thätigkeit würdigen. Der unterzeichnete Referent hat den Versuch gewagt, die Materialien, aus welchen der Mathematiker zu construiren wäre, nach den Kräften eines Laien zu sammeln (*Abraham ibn Esra. Zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften im XII. Jahrhundert.* Suppl. z. hist.-lit. Abth. d. Zeitschr. f. Math. etc. 1880 S. 58—128) und wird bald Gelegenheit haben — in dem Artikel: *Mathematik bei den Juden,* in der Biblioth. Mathem. — auf ihn zurückzukommen. Die damals noch unedirte Arithmetik ist in jenem Artikel (S. 103—119) ausführlich besprochen und mit ähnlichen Schriften verglichen; s. auch Biblioth. Mathem. 1893 S. 69 über *Sifra* für Null. Herr SILBERBERG (gegenwärtig Rabbiner in Beuthen) hat bereits 1891 den Anfang des Buches zur Doctordissertation benutzt, und edirt es nunmehr im Texte nach mehreren Mss., mit einer ziemlich treuen deutschen Übersetzung nebst 175 angehängten Noten verschiedenen Inhalts, welche meine Andeutungen fleissig benutzen, teilweise erweitern, auch berichtigen; so z. B. ist es richtig, dass meine Wiedergabe (S. 92) der Stelle zu Exod. 3, 15 ungenau ist (hier S. 115 A. 165); der Inhalt entspricht dem Texte, zu dem diese Anm. gehört (S. 89, das Auffinden der Textstellen, resp. der deutschen Übersetzung konnte erleichtert werden). S. 93 A. 15 wird richtig bemerkt, dass die Kreisfigur auch im ms. Luzzatto mit Zarza übereinstimme; jedoch macht meine Stellung der Ziffern die Sache anschaulicher. S. 114 A. 154 habe ich an das *Quadrat* der Diagonale gedacht wegen der Quadratur; den Ausdruck כפל für π (welches im Index fehlt) ist nicht nachgewiesen. — Gelegentlich bemerke ich zu meiner Abhandlung: Zu S. 91 A. 118: vgl. CANTOR, *Vorlesungen* I, 534 (Erste Aufl.). — Die vollständige Multiplicationstabelle hat BOETHIUS, *Arithm.* C. 26 (MIGNE, *Patrologie,* t. 63, Paris 1860, p. 1103). — Es fehlt auch bei Herrn SILBERBERG nicht an Ungenauigkeiten, so z. B. heisst der Annotator (S. 115 n. 164 und sonst) nicht Soavi, sondern Soave; ein nur aus Antiquarcatalogen erklärliches Missverständnis macht Abraham bar Chijja zum Verfasser der einige Jahrhundert älteren *Mischnat ha-Middot* (S. 114 n. 157). — Am Schluss findet sich ein an sich nützlicher Index der Termini, sonderbarer Weise nach deutschem Alphabet geordnet, anstatt nach dem Hebräischen. — Durch die gewissenhafte Arbeit des Herrn Silberberg sind nunmehr die Fachmänner in der Lage, ein maassgebendes Urteil über diese Arithmetik zu fällen.

Berlin. Moritz Steinschneider.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. Eneström. Stockholm. 8°.

1895: 2. — [Analyse de l'année 1893:] Fiziko-matem. naouki **13**, 1895, 25—33. (V. Bobynin.)

Физико-математическія науки въ ихъ настоящемъ и прошедшемъ. Журналъ издаваемый В. В. Бобынинымъ. Москва. 8°.

13 (1895): 1. — Les sciences mathématiques dans leur état actuel et passe. Journal publié par V. V. Bobynin.

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. Cantor. Leipzig. 8°.

40 (1895): 3—4.

Aubray, A., Essai historique sur la théorie des équations.
Journ. de mathém. spéciales **18**, 1894, 225—228, 245—253, 276—279; **19**, 1895, 14—17, 36—40, 67—70.

Autonne, L., Quelques mots sur les mathématiques pures dans l'antiquité et au moyen âge.
Revue générale des sciences **5**, 1894, 561—563.

Berenguer, P. A., Un geómetra español del siglo XVII.
El progreso matematico **5**, 1895, 116—121. — Note sur Omerique.

БОБЫНИНЪ, В. В., Изъ біографіи Нильса-Генрика Авеля.
Fiziko-matem. naouki **11** (1892), 1894, 150—167. — Bobynin, V. V., De la biographie de N.-H. Abel. (Vie et travaux d'Abel après son retour à la patrie.) — Cfr. Biblioth. Mathem. 1893, p. 28.

БОБЫНИНЪ, В. В., Первое основанное въ россіи математическое общество.
Fiziko-matem. naouki **13** 1895, 1—24. — Bobynin, V. V., La fondation de la première société mathématique russe.

°**Boll, F.**, Studien über Claudius Ptolemäus. Ein Beitrag zur Geschichte der griechischen Philosophie und Astrologie. Leipzig, Teubner 1894.
8°, 194 p. — [Analyse:] Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 130—132. (CANTOR.)

Brocard, H., Notice sur les titres et travaux scientifiques de M. H. Brocard. Bar-le-Duc 1895.
8°, (5) + 72 + 26 + 69 + (1) p.

Christensen, A. A., Cirkelns Kvadratur hos Grækerne.
Nyt Tidsskrift for Mathem. **5**, 1894, B: 63—67.

Curtze, M., Mathematisch-geschichtliches aus dem Codex latinus Monacensis N° 14908.
Arch. der Mathem. **13**$_2$, 1894, 388—406.

Curtze, M., Mathematisch-historische Miscellen.
Biblioth. Mathem. 1895, 33—42.

Diophanti Alexandrini Opera omnia cum graecis commentariis. Edidit P. TANNERY. Volumen II continens pseudepigrapha, testimonia veterum, PACHYMERAE Paraphrasin, PLANUDIS Commentarium, Scholia vetera, omnia fere adhuc inedita, cum prolegomenis et indicibus. Leipzig, Teubner 1895.
8°, XLVII + 297 + (1) p.

°**Euclidis** Opera omnia. Ediderunt J. L. HEIBERG et H. MENGE. Vol. VII. EUCLIDIS Optica, Opticorum recensio THEONIS, Catoptrica, cum scholiis antiquis. Edidit J. L. HEIBERG. Leipzig, Teubner 1895.
8°, LV + 362 p. — [5 Mk.] — [Analyse:] Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 134—135. (CANTOR.)

Fabris, V., Il Pandosio di Andrea Argoli.
Bollettino della società storica Abruzzese **7**, 1895, 247—257.

°**Graf, J. H.**, Rudolf Wolf. 1816—1893. Der Bernischen naturforschenden Gesellschaft zum Andenken beim 50-jährigen Jubiläum ihrer »Mittheilungen» gewidmet.
Bern, Naturforsch. Gesellsch., Mittheilungen 1894. — [Analyse:] Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 59. (CANTOR.)

°**Herz, N.**, Kepler's Astrologie. Wien, Gerold 1895.
8°, 148 p. — [3 Mk.]

Juel, C., Redegjørelse for en Afhandling af Landsmaaler Caspar Wessel fra 1799.
Nyt Tidsskrift for Mathematik **6**, 1895, 25—35. — Sur l'histoire de la représentation géométrique des quantités complexes avant ARGAND.

Kempe, A. B., Mathematics.
London, Mathem. soc., Proceedings **26**, 1895, 5—15. — Notices historiques sur la définition de mathématiques.

Klein, F., Riemann e la sua importanza nello sviluppo della matematica moderna.
Annali di matem. **23**$_2$, 1895, 209—224. — Traduit de l'allemand par E. PASCAL.

Lafitte, P., Auguste Comte, examinateur d'admission à l'école polytechnique.
Nouv. ann. de mathém. **13**, 1894, 65—81, 113—121, 405—428, 462—482.

°**Liapounoff, A. M.**, P. L. Tchebycheff.
Charkoff, Soc. mathém., Communications $\mathbf{4}_2$, 1894, 263—280.

Loria, G., Desargues e la geometria numerativa.
Biblioth. Mathem. 1895, 51—53.

Mansion, P., Sur les raisons données par Copernic en faveur du mouvement de la terre.
Bruxelles, Société scientifique, Annales **18**: 1, 1894, 12—15.

Mansion, P., Sur une opinion de Galilée relative à l'origine commune des planètes.
Bruxelles, Société scientifique, Annales **18**: 1, 1894, 46—49, 90—92.

Mansion, P., Sur une opinion de Galilée relative à la chute des corps.
Bruxelles, Société scientifique, Annales **18**: 1, 1894, 92—94.

Mansion, P., Notice sur les recherches de M. de Tilly en métagéométrie.
Revue des questions scientifiques **37**, 1895, 584—595.

Meyer, F., Rapport sur les progrès de la théorie des invariants projectifs. Traduction annotée par H. Fehr.
Bullet. d. sc. mathém. $\mathbf{18}_2$, 1894, 179—196, 213—220, 284—308.

Picard, E., A propos de quelques récents travaux mathématiques.
Revue générale des sciences **3**, 1892, n° 21. — Sur l'histoire de la théorie des groupes et des équations différentielles. — [Réimpression:] *Palermo*, Circolo matem., Rendiconti **9**, 1895, 150—158.

Picard, E., Sur la théorie des surfaces algébriques.
Revue générale des sciences **5**, 1894, 945—949. — Note historique. — [Réimpression:] *Palermo*, Circolo matem., Rendiconti **9**, 1895, 159—166.

Pierpont, J., Zur Geschichte der Gleichung des V. Grades (bis 1858).
Monatshefte für Mathem. **6**, 1895, 15—68.

Ruska, J., Zur Geschichte des »Sinus«.
Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 126—128.

Silberberg, M., Sefer ha-Mispar. Das Buch der Zahl. Ein hebräisch-arithmetisches Werk des R. Abraham ibn Esra (XII. Jahrhundert). Zum ersten Male herausgegeben, ins Deutsche übersetzt und erläutert. Frankfurt a. M., Kauffmann 1895.
8°, IX + 118 + (2) + 80 p. — [Analyse:] Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 142—144. (G. Wertheim.)

°**Stäckel, P.** und **Engel, F.**, Die Theorie der Parallellinien von Euklid bis auf Gauss. Eine Urkundensammlung zur Vorgeschichte der Nicht-Euklidischen Geometrie. Leipzig 1895.
8°, X + 325 p. + 1 facsim. — [9 Mk.]

Steinschneider, M., Die Mathematik bei den Juden.
Biblioth. Mathem. 1895, 43—50.

Sturm, A., Das delische Problem. [I. Behandlung des Problems in der Platonischen Zeit.] Linz 1895.
8°, 56 p.

Suter, H., Die Araber als Vermittler der Wissenschaften in deren Ubergang vom Orient in den Occident. Vortrag.
| Verein schweiz. Gymnasiallehrer, Jahresheft **25** (Aarau 1895). 31 p. — Les pages 10—28 se rapportent aux mathematiques.

°**Szily, K. von** und **Heller, A.,** Die Arithmetik des Magisters Georgius de Hungaria aus dem Jahre 1499.
Mathem. und naturw. Berichte aus Ungarn **12**, 1895. 134—143. — [Analyse:] Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 135—136. (Cantor.)

Wittstein, A., Aus Manuscripten und einer früheren Publication.
Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 121—125.

Zeuthen, H. G., Notes sur l'histoire des mathématiques. IV. Sur les quadratures avant le calcul intégral, et en particulier sur celles de Fermat.
Kjobenhavn, Vidensk. Selskab, Oversigt 1895, 37—80.

Zeuthen, H. G., Réponse aux remarques de M. Cantor.
Bullet. d. sc. mathém. **19**$_2$, 1895, 183—184.

Question 51 [sur le mathématicien J.-R. Argand].
Biblioth. Mathem. 1895, 64. (G. Eneström.)

Abhandlungen über Variations-Rechnung herausgegeben von P. Stäckel. Theil I: Abhandlungen von Johann Bernoulli (1696), Jacob Bernoulli (1697) und L. Euler (1744). Theil II: Abhandlungen von Lagrange (1762, 1770), Legendre (1786) und C. G. J. Jacobi (1837). Leipzig, Engelmann 1894. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 132—133. (Cantor.)

Brill, A. und Nöther, M., Die Entwickelung der Theorie der algebraischen Functionen in älterer und neuerer Zeit. (Jahresber. der deutschen Mathematiker-Vereinigung **3**.)
Torino, Accad. d. sc., Atti **30**, 1895, 91—93. (C. Segre.)

Cajori, F., A history of mathematics. New York, Macmillan & Co. 1895. 8°.
Biblioth. Mathem. 1895, 55—60. (G. Eneström.)

Cantor, M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Zweiter Band. Von 1200—1668. Dritter Band. Vom Jahre 1668 bis zum Jahre 1759. Erste Abtheilung. Die Zeit von 1668 bis 1699. Leipzig, Teubner 1892—1894. 8°.
Giornale di matem. **1**$_2$, 1894, 353—357. (G. Loria.)

Loria, G., Le scienze esatte nell' antica Grecia. Libro I. I geometri precursori di Euclide. Libro II. Il periodo aureo della geometria greca. Modena 1893—1895. 4°.
Biblioth. Mathem. 1895, 54. (G. Eneström.) — [Analyse du 2d livre:] Periodico di matem. **10**, 1895, 121—125. (A. Lugli.)

Répertoire bibliographique des sciences mathématiques. Première série: Fiches 1 à 100. Paris, Gauthier-Villars 1894. 8°.
Fiziko-matem. naouki **13**, 1895, 34—39. (V. Bobynin.)

Riccardi, P., Saggio di una bibliografia Euclidea. I—V. (Memorie dell' accad. d. sc. di Bologna.) Bologna 1887—1893. 4°.
Bullet. d. sc. mathém. **19**$_2$, 1895, 176—178. (P. Tannery.)

Schenkel, H., Kritisch-historische Untersuchungen über die Theorie der Gammafunction und die Euler'schen Integrale. Bern 1895. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 138—139. (Cantor.)

Mathematisches Abhandlungsregister. 1894. Erste Hälfte. 1. Januar bis 30. Juni.
Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 109—120.

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1895, 60—64. — Fiziko-matem. naouki **13**, 1895, 40—48. — Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 107—108, 158—160.

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

52. La bibliothèque de l'observatoire astronomique d'Upsala possède (ou possédait au moins en 1878) un manuscrit (54 feuillets in-4°) intitulé *Algebraicarum praeceptionum epitome, authore* Jacobo de Billy et écrit de la main d'Andreas Spole, professeur de mathématiques à l'université d'Upsala (né en 1630, mort en 1699). On sait que Spole séjournait à Paris 1664—1666, et sans doute la copie y a été faite par lui.

Est-ce que cet ouvrage de J. de Billy (né en 1602, mort en 1679) a été imprimé? En cas négatif, est-ce qu'on en connaît d'autres copies? (G. Eneström.)

Inhalt. — Table des matières.

Stockholm, tryckt i Central-Tryckeriet, 1895.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK — JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON — PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1895. STOCKHOLM. N° 4.

NEUE FOLGE. 9. Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr. NOUVELLE SÉRIE. 9.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Markgrafenstrasse 51. — PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Die Mathematik bei den Juden.

Von MORITZ STEINSCHNEIDER in Berlin.[1]

21. In der zweiten Hälfte des XI. Jahrhunderts begegnen wir im arabischen Spanien dem ISAK BEN BARUCH, einem hochgestellten und wissenschaftlich gebildeten jüdischen Mathematiker von Fach. Wir haben zwar den Verlust seiner Schriften zu bedauern, dafür aber den seltenen Vorteil wichtiger und zuverlässlicher biographischer Nachrichten, nämlich von Seiten seines Tochtersohnes, ABRAHAM IBN DA'ÛD (in dieser arabischen Form wird er meist citirt und dadurch von einem homonymen jüngeren Zeitgenossen unterschieden). ABRAHAM, 1180 in Toledo getödtet (?), verfasste im J. 1160 zur Abwehr der in die iberische Insel eindringenden Karaiten, welche die rabbinische Tradition verwarfen, eine kleine Schrift unter dem Titel: *Sefer ha-Kabbala* (Buch der Tradition), worin er die ununterbrochene Gesetzüberlieferung an den bekannten Autoritäten und Celebritäten nachzuweisen versucht. Dieses Schriftchen gilt als die älteste Geschichtsquelle über die jüdischen Gelehrten, welche seit dem berühmten Briefe des Gaon SCHERIRA, namentlich in *Europa*, gelebt haben. In unserem Falle verdient ABRAHAM wohl volles Vertrauen, doch bietet sein hebräischer Text Veranlassung zu Missverständnis; ungerechtfertigte Ausschmückung und vermeintliche Ergänzung in unsicheren Einzelheiten sollte der ernste Geschichtsforscher den Romanschreibern überlassen.

Der Bericht ABRAHAM's ist als Quelle für die späteren jüdischen Geschichtschreiber oder Bibliographen anzusehen, welche je nach ihrer Tendenz Einzelnes herausgriffen oder umschrieben;[2] eine ältere kurze arabische Notiz des MOSES IBN ESRA wird unten mitgeteilt werden. Unserem Zwecke ist es nicht angemessen, alle Einzelheiten zu besprechen; wir beschränken uns auf einige Punkte.

Der volle Namen ISAK's ist schon in der 1. Ed. ABRAHAM's wie in Ed. Amst. 1711 f. 44 (Ed. Neub. p. 74) durch Einschiebung von »und R. Isak» (vielleicht aus der vorangehenden Zeile?) irreführend. Daher stammt wohl auch die irrige Wiederholung bei MEÎRI, welche vielleicht durch ein bei DE LATÀS hinzugefügtes Wort beseitigt werden sollte, wonach unser ISAK ein eigentlicher Schüler des ISAK IBN GAJJATH (gest. 1089, im Alter von 51 Jahren?)[3] gewesen wäre, was schon die geringe Altersverschiedenheit und der Mangel einer anderweitigen Bestätigung unwahrscheinlich machen. Die richtige Lesart hatte wohl IBN DANAN: »ISAK BEN BARUCH BEN JAKOB B. BARUCH BEN (ibn) AL-BALIJJA» (woraus »AL-KALAJA» verstümmelt ist).

»Die Schwäche, mit einer vonehmen Abkunft zu prahlen, ist so alt als die Abfassung unechter Stammbäume»[4] bemerkt ZUNZ. Auch die Familie ISAK's in al-Merida (Spanien), dann in Cordova, führte ihren Stammbaum auf einen, angeblich von TITUS aus Jerusalem nach Spanien gesendeten Seidenarbeiter zurück. ISAK, geboren im Frühling (Ijjar) 1035, erfreute sich der Gunst des jüdischen Ministers SAMUEL HA-NAGID (bei den Arabern: *Nagdêla*, nicht »Nagrela») und dessen unglücklichen Sohnes und Nachfolgers JOSEF, in Granada, bei dessen Sturz (1066) er in wunderbarer Weise gerettet wurde; bis dahin lebte er abwechselnd in Cordova und Granada.[5] Im 34. Lebenjahre, 1069, wurde er zum Rabbiner und »*Nasi*» ernannt.[6] Spater diente er dem MU'ATAMID als Astrolog gegen 20 Jahre und starb in Granada im Frühling 1094, im Alter von beinahe 59 Jahren, nachdem er viele Schüler ausgestellt und den Israeliten viel Gutes erwiesen hatte.[7] MOSES IBN ESRA, in einer arabischen Abhandlung uber die hebräischen Poëten,[8] nennt auch ISAK BEN BARUCH den Cordubenser als bewandert in den Disciplinen der (mathematischen) Wissenschaften, zu den Rechtsgelehrten und Mathematikern gehörend, auch Dichter und Rhetor; er diente der Dynastie der Abbadijja in der astrologischen Kunst, in welcher er bedeutend war . . . er starb in Granada im J. 854 (1094) und wurde in Cordova begraben. IBN DANAN erzahlt nach einer Tradition vornehmer Greise, dass ISAK auf dem Gottesacker von Granada neben der Grabhöhle eines Saadia abu Harun südwärts bestattet sei; trotz ihrer Genauigkeit verdient doch diese angebliche Tradition nach 400 Jahren dem Zeugnisse eines Zeitgenossen gegenüber keinen Glauben.

Isak hatte eine Bildung genossen, die wir nach modernen Begriffen eine »klassische« nennen würden; Abraham bemerkt von Isak und dessen Sohne Baruch (geb. 1077) — der als 17-jährige Waise von dem ehemaligen Gegner Isak's, dem berühmten Talmudgelehrten Isak al-Fasi (gest. in Lucena 1103), väterlich aufgenommen wurde — sie haben »griechische Weisheit« oder »Wissenschaft« besessen. Dieser Ausdruck bezeichnet die Kenntnis profaner Wissenschaften, welche die Araber auf Grundlage von Übersetzungen aus den griechischen Koryphäen betrieben und teilweise fortentwickelten; sie bildet hier den Gegensatz zur jüdischen Theologie,[9] deren Gebiet Isak auch literarisch bearbeitete.

Indem wir zu der schriftstellerischen Thätigkeit Isak's übergehen, tritt uns zunächst die Frage entgegen: in welcher Sprache schrieb er? Sowohl in arabischer als in hebräischer Sprache dürften seine »Gutachten« über Rechtsanfragen abgefasst worden sein, wovon in neuester Zeit Proben vorliegen.[10] Wissenschaftliche selbständige Abhandlungen wurden in jener Zeit und Gegend arabisch geschrieben; hebräische Citate können aus einem arabischen Originale übersetzt sein; Commentare zum Talmud von Anderen liegen nicht vor, um danach zu urteilen; es wird also die Sprachfrage für die nachfolgenden Schriften noch eine offene bleiben. Aber auch Zahl und Inhalt derselben ist nicht ganz unzweifelhaft und sind hier nicht alle jüngeren Nachrichten aus Abraham's geflossen, so dass sie neben ihm beachtet werden müssen. — Isak hat mindestens 2 Werke geschrieben; uns interessirt direct nur eines, bei welcher wir auch das andere streifen müssen.

Eine Abhandlung über die jüdische Zeitrechnung (Kalenderrechnung), welche man nach dem wichtigsten Punkte mit dem Gattungsnamen »Ibbur« (Intercalation) bezeichnete, verfasste Isak für den obengenannten Gönner, Josef.[11] Aus diesem Werke hat uns Abraham bar Chijja — von dem wir bald zu sprechen haben — in seinem gleichartigen hebräischen Werke (ed. London 1851) einige längere Citate mitgeteilt (S. 54—55, 60 ff., 93—94), welche nicht aus dem Arabischen übersetzt scheinen. Wir heben daraus einige bemerkenswerte Einzelheiten hervor.

Der greise Hasan (s. oben § 20 S. 48) behauptete, die alten Weisen haben die Stellung von Sonne und Mond nach einem Standpunkt am Ostende der Erde berechnet. ISAK erklärt sich dagegen (S. 54). Bei Gelegenheit bemerkt er (ib. letzte Zeile): »Wenn Gott das Leben des NAGID, unseres Herren verlängert, und der Himmel mir beisteht, den Tractat [des Talmud] *Rosch ha-Schana* zu erklären, worin jene Regeln vorkommen, werde ich meine Ansicht über die beiden Standpunkte auseinandersetzen.» Dazu bemerkt ABRAHAM (S. 65), das sei eine leere Vertröstung (Prov. 13, 12). Die Erklärung jenes Tractates bildete also nicht einen Teil des chronologischen Werkes, wie man aus den Worten MENACHEM MEÎRI's (l. c. Anm. 2) entnehmen könnte: »Es gelangte in unsere Hände [Etwas?] von seinem Buche *Sod ha-Ibbur* (Geheimnis der Intercalation) und Erklärung jener Stellen im Tractat *Rosch ha-Schana*» u. s. w.! Etwas davon musste allerdings in jenem Werke besprochen werden; der ausführliche Commentar sollte unzweifelhaft einen Teil des Commentars über den ganzen Talmud bilden, welchen ISAK unter dem Titel: »Korb der Spezereihändler» (*Kufat*, oder *Kuppat ha-Rochelim*) begonnen, aber nicht vollendet hat.[12]

In einem anderen Citat (S. 60) bestreitet ISAK die Annahme des Gaon SA'ADIA (oben § 15), dass die Verlegung gewisser Feste wegen des unbequemen Wochentages schon talmudisch sei. Nachdem er alle angeblichen Beweise des berühmten Lehrers angeführt — dessen Sendschreiben an die Gemeinden von Cordova, Elvira, Lucena, Baëna (? Bagana), Calzana (in Granada), Sevilla und al-Merida von einem Zeitgenossen ABRAHAM B. DAVID's gesehen, das Ansehen des Gaon in Spanien bekundet — sieht er sich veranlasst, seinen Widerspruch gegen eine solche Autorität zu rechtfertigen, mit folgenden Worten: »Es werfe mir Niemand vor: Wie kannst du einem Gelehrten widersprechen, der gross und ausgezeichnet ist, mehr als du? Ich antworte: Gewiss ist er in jeder Wissenschaft grösser als ich, eben so war MOSE, unser Lehrer »Gaon» und der grösste in ganz Israel; dennoch unterlies nicht ELASAR, der Priester, zu ergänzen, was MOSES nicht ausgeführt hatte (Num. 31, 21), um wie viel weniger [ist] R. SAADIA, dass man von ihm nicht sagen dürfte: seine Worte leuchten mir nicht ein; vielmehr bin ich überzeugt, dass unsere Weisen das Pesach und alle Feste an jedem Wochentage feierten.» Wir sehen in dieser Wendung nicht sowohl persönliche Bescheidenheit als vielmehr einen Einspruch gegen persönliche Autorität.

An einer dritten Stelle (S. 93) beruft sich ISAK auf einen Satz, der nicht in den talmudischen Quellen nachgewiesen ist, und citirt dafür auch die Schrift eines alten Gelehrten,[13] der seinen Lehrer darüber befragte. Hier stehen wir an der ältesten bisher bekannt gewordenen Quelle über die sogenannten Quatember eines Adda bar Ahaba, dessen Maass des Sonnenjahres nur geheim gelehrt worden sei — das bedeutendste Problem in der Geschichte des jüdischen Kalenders, noch jetzt ein Zankapfel der Gelehrten,[14] weshalb wir unserem Citate einige Bedeutung beilegen. — Aus derselben Stelle geht auch Isak's Glaube (richtiger Aberglaube) an die Astrologie hervor. — Was *nach* Abraham bar Chijja von Isak b. Baruch berichtet wird, dürfte aus Abraham geschöpft sein, mit Ausnahme eines Citates bei Abraham ibn Esra,[15] wonach Isak das Mondjahr der Inder mit $354^1/_3$ Tagen und $^4/_5$ Stunden nach Berechnung der 5,000 verflossenen Weltjahre für falsch erklärte, was ibn Esra wiederum für irrige Berechnung erklärt; diese Angabe findet sich bei Abraham bar Chijja nicht; ibn Esra hat kein halbes Jahrhundert nach Abraham bar Chijja gelebt und kannte Isak's Werk wohl noch aus Autopsie. —

Zur Zeit Isak's gab es in Toledo eine Anzahl von Juden, welche sich mit Sternbeobachtung beschäftigten und als ungenannte Mitarbeiter an den toledanischen astronomischen Tafeln anzusehen sind, welche der berühmte Araber Ibrahim al-Zarkala (oder al-Zarkali, um 1070) redigirte.[16]

Wenig verbürgt ist die Existenz eines Lazarus Levi von dessen kosmographischem Werke eine Nachricht aus derselben Zeit stammen soll.[17]

[1] Zu S. 48 Anm. 4 ist nachzutragen: Ad. Neubauer, *Un chapitre inédit de* Sabbatai Donnolo, in den Études juives XXII (1891) p. 213; dieses Cap. ist 982 geschrieben. — P. 213, note, wird irrtümlich ein hebr. Text im Archiv citirt, wo er nicht erschien.

[2] Abraham Sacut, *Juchasin*, ed. Krakau f. 162, bietet hier offenbar eine, unbeachtet gebliebene Lücke; ed. Lond. S. 212 giebt einen unveränderten Text Abraham's b. D. Menachem Meïri, Einleit. (zu Abot) ed. Salon. f. 34, wie ed. Wien f. 18, bietet einen corrupten Text, indem hinter Isak b. Baruch zum zweiten Male »Isak b. Jehuda» angefügt wird; De Latas, *Schaare Zion* (irrtümlicher Titel) ed. S. Buber, Jaroslaw 1885, S. 36, schiebt ein Wort ein (s. weiter unten). Saadia ibn Danan (in der Sammelschrift: *Chemda Genusa* f. 29^b) fügt eine Notiz über das Grab hinzu. Der unkritische Gedalja ibn Jachja, *Schalschelet* f. 40 ed. Ven. (38 ed.

Amst.) macht aus unserem ISAK zwei verschiedene Personen! ASULAI (Bio-bibliogr. Lexikon, geordnet von BENJAKOB I f. 100 n. 295, ohne Verweisung auf II, 129 n. 62) citirt ein Gutachten. WOLF, *Biblioth. hebr.* I. n. 1177 (wonach DE ROSSI im *Diz. stor.*, deutsch unter: »Albalia«) giebt einen Doppelgänger BARUCH (p. 269 n. 424), s. auch JOST, *Gesch.* VI, 142, 362, meinen *Catal. l. h. in Bibl. Bodl.* p. 1096 u. Add. (Dort lies: WEIL zu Abr. b. D. p. III; vgl. Hebr. Bibliogr. XVIII, 65). GEIGER, *Divan des Juda ha-Levi* S. 43; GRÄTZ, *Gesch.* VI, 72, 93, s. weiter unten mehrfache Berichtigungen. — H. I. MICHAEL und S. I. FÜNN haben ISAK in ihren hebräischen Gelehrten-Lexicis übergangen.

[3] Nach ALGASI, s. *Cat. Bodl.* p. 1110; BUBER zu DE LATAS l. c. n. 456 giebt an: geb. 1030, offenbar nach GRÄTZ VI, 74, wo: »um 1030« nach Conjectur. Dergleichen ist nichts Seltenes.

[4] ZUNZ, zu *Benjamin von Tudela* (1840) II, 8, wo verschiedene Beläge.

[5] Nach GRÄTZ, S. 73, nahm er hierauf »seinen bleibenden Sitz in Cordova«! im Widerspruch mit dem Folgenden und ohne Belag. ISAK soll den »grössten Teil« der Bibliothek JOSEF's gekauft haben. ABRAHAM spricht von »vielen« Büchern des NAGID (SAMUEL's?); s. jedoch die unten angeführte Stelle bei ABRAHAM BAR CHIJJA, S. 54 l. Zeile.

[6] Über diesen Titel s. ZUNZ, l. c. 116. In dem von ASULAI citirten Gutachten (GRÄTZ, Anm. 4) steht aber: *hanissa* (der erhabene).

[7] GRÄTZ beachtet die 20 Jahre nicht und lässt MU'ATAMID bei seinem Regierungsantritt a. 1069 den ISAK nach Sevilla berufen u. s. w. Bei AD. JELLINEK, Vorwort zu JOSEF IBN ZADDIK, *Mikrokosmos* p. VI ist das Todesjahr 1098 Druckfehler. — Über MU'ATAMID s. R. DOZY, *Scriptor. arabum loci de Abbadidis*, vol. III, Lugd. Bat. 1846, p. 397; desselben *Hist. des Musulmans d'Espagne*, T. IV, Lugd. Bat. 1861, p. 108 seq., Index p. 330.

[8] Ms. der Bodleiana, wovon eine Durchzeichnung, früher mein Eigentum, jetzt im Besitz der hiesigen K. Bibliothek n. 464 Oct., f. 39^b. Zwei Sätze, deren Text Schwierigkeiten darbietet, habe ich nur durch Punkte angedeutet. Über ISAK als Poëten vgl. CHARISI Cap. 3, bei GRÄTZ S. 72, A. 2.

[9] Über die Bedeutung der, im Talmud verpönten »griechischen Weisheit«, oder Wissenschaft (DE ROSSI, l. c. substituirt

»Literatur«) sind die Gelehrten seit lange im Streite. GRÄTZ S. 72 scheint *dafür* Philosophie zu setzen, wenn er von ISAK meint: »seine Neigungen waren zwischen Astronomie, Mathematik, Philosophie und Talmud geteilt.« Von ISAK's philosophischen Studien im eigentlichen Sinne des Wortes wissen die Quellen Nichts.

10 CH. HOROWITZ, Halach. Schriften der Geonim (*Beth Nechot* etc.) Frankf. a. M. 542 (1881), S. 35; das Verhältnis des Hebraischen zum Arabischen (welches fast unbrauchbar abgedruckt ist) lässt sich kaum erkennen.

11 Das Jahr 1065 bei GRÄTZ soll wohl ein *Terminus ad quem* sein? Der angebliche »Titel« *Ibbur* ist nur eine Sachbezeichnung (s. weiter unten und *Catal. Bodl.* p. 2069 u. Add. u. p. 2171; HALBERSTAM zu IBN ESRA, *Ibbur* S. 8). ABRAHAM B. DAVID gebraucht den Ausdruck: *Machberet Ibbur wekhol Sodo,* d. h. »und dessen ganzes Geheimnis« mit Bezug auf die typisch gewordene Bezeichnung; s. Biblioth. Mathem. 1893, S. 112 Anm. 28.

12 »Wegen des bedeutenden Umfanges« setzt GRÄTZ S. 72 als Grund hinzu, als ob kein andrer möglich wäre! — ISAK ISRAELI (IV, 3 f. 6 ed. 1848 [vgl II, 17 f. 35^b] und IV, 6 f. 9^b und 10^a, Cap. 7 f. 11) kennt offenbar nur ABRAHAM BAR CHIJJA's Citate, daher schliesst er seine eigene Motivirung (IV, 6 Ende) mit den Worten: »so, *oder ähnlich,* waren [wohl] die Worte ISAK's.«

13 Der Ausdruck *Sefer missifre ha-Kadmonim* bedeuted keinesfalls eine Schrift von anerkannter Autorität; vgl. SLONIMSKI, *Jesode ha-Ibbur,* 3 Aufl., Warschau 1889, S. 42; Über AD. SCHWARZ, *Der jüdische Kalender,* Breslau 1872, S. 42 vgl. die hier folg. Anm. 14.

14 Von einer, nach ADDA benannten »Baraita« (s. über diese Bezeichnung § 8, wo auch der wahrscheinliche Ursprung) weiss erst ABRAHAM BAR CHIJJA. Characteristisch für die Argumentation von SCHWARZ (l. c. S. 43) ist es, dass er sich auf »OBADJA und ABRAHAM BAR CHIJJA« beruft, ohne zu sehen, dass OBADJA (erst 1341, s. *Catal. Bodl.* p. 2075, Magazin für die Wiss. d. Judenth. III, 97) mit seinem ganzen 10. Kap. nur ein Plagiat an ABRAHAM beging! die versprochenen Tabellen ist er schuldig geblieben; sie gehörten ebenfalls zum Plagiat. — Über das Verhältnis des Sonnenjahrs ADDA's zu BATTANI s. oben § 20.

15 *Ha-Ibbur* ed. 1874 f. 10^b Zeile 4 (vgl. Vorr. S. 8); vgl. Zeitschr. der deutschen morgenl. Gesellsch. **24,**

1870, 349; **30**, 1876, 117, so lies im Magazin f. d. W. d. Jud., III, 200. — Die Stelle bei IBN ESRA l. c. f. 10^b über ISAK's Widerspruch gegen HASAN könnte aus ABRAHAM BAR CHIJJA stammen.

[16] Meine *Etudes sur Zarkali* p. 4 (Bullett. di bibliogr. d. sc. matem; **16**, 1883, p. 174).

[17] WOLF, *Bibl. hebr.* I, p. 743 n. 130 aus SALOMO IBN VERGA, *Schebet Jehuda*, hebr. ed. WIENER p. 57, deutsche Ubersetzung, Hannover 1856, p. 114. — Das Vorbild der Erfindung dürfte *L'Image du Monde* gewesen sein, also nicht vor dem XIII. Jahrh.

Mathematisch-historische Miscellen.

Von Maximilian Curtze in Thorn.

7. War Johannes de Lineriis ein Deutscher, ein Italiener oder ein Franzose?

Nach Bernardino Baldi (Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. **12**, 1879, 420) war Johannes de Lineriis »Tedescho di nazione»; nach der Ausgabe: *Algorismus de integris Magistri Prosdocimi Debeldomandis Pataui simul cum algorismo de deminutiis (!) seu fractionibus magistri Ioannis de Liuerij siculi. Reintegratus ab erroribus commissis a scriptoribus a me* Federico Delfino etc. (Venetiis MDXXXX) war er ein Italiener, und steht deshalb auch in der *Biblioteca matematica italiana* des Prof. Pietro Riccardi; nach M. Steinschneider endlich war er (Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. **12**, 1879, 345 ff.) ein Franzose aus der Picardie. Da ich in der Lage bin die letztere Angabe als absolut sicher zu beweisen, so erlaube ich mir, den Lesern dieser Zeitschrift die Beweismittel kurz vorzuführen.

Nach Cantors *Vorlesungen* II, 115 existiert in Oxford handschriftlich eine *Tabula sinus Mag. Joh. de Ligneriis.* Diese *Tabula sinus* findet sich nun unter sehr verschiedenem Titel in einer ganzen Reihe von Handschriften,[1] von denen eine Autograph des bekannten Schülers unseres Johannes de Lineriis, des Johannes Danecowe de Saxonia ist. Dieses Exemplar ist enthalten im Codex Amplonianus F. 377[3] und schliesst mit folgendem Explicit: »Expliciunt canones tabularum astronomie ordinati per magistrum Johannem Pychardum de Lyneriis et completi Parisius (!) anno ab incarnacione Christi filii Dei 1322, scripte Parisius (!) per manus Johannis de Danecowe a. D. M°CCC°XXIII° in die cathedra Petri, Deo gr.»

Diesem jedenfalls unwiderleglichem Ausspruche reiht sich eine zweite Handschrift der Amploniana an, Cod. Ampl. Q. 349[7], welche die Schrift *de minutiis* des Johannes de Lineriis mit einer in allen mir bekannten sonstigen Handschriften nicht vorhandenen Widmung desselben enthält. Diese Widmung beginnt nun folgendermassen:[2] »Multiplicis philosophie variis illustrato domino Roberto de Bardis de Florencia Glacunensis (!) ecclesie inclito decano Johannes de Lineriis Anbianensis diocesis astronomie veritatis amator» u. s. w.

Da Anbianum, das heutige Amiens, die Hauptstadt der Picardie ist, so wird hier durch den fraglichen Verfasser selbst seine Landsmannschaft festgelegt. Aus beiden Notizen dürfte es also wohl absolut feststehen, dass JOHANNES DE LINERIIS französischer Nationalität gewesen ist und noch im Jahre 1322 gelebt hat.

Was den JOHANNES DANECOWE DE SAXONIA betrifft, den die *Allgemeine deutsche Biographie*, ich weiss nicht aus welchem Grunde, nicht für werth gehalten hat, in ihre Spalten aufgenommen zu werden — der *Ictus* JOHANNES DE SAXONIA ist nämlich sicherlich mit JOHANNNES DANECOWE nicht identisch —, so folgt aus einer Handschrift derselben Bibliothek, Cod. Ampl. Q. 365[20], dass derselbe schon im Jahre 1297 gelebt und geschrieben haben muss. Die Beschreibung der fraglichen Handschrift bei SCHUM, *Beschreibendes Verzeichnis der Amplonianischen Handschriften-Sammlung zu Erfurt*, S. 611 lautet nämlich folgendermassen:

20) Bl. 132—139. Notule JOHANNIS DANKO(!) *super compotum*. *Anf.:* Sicut dicit PTHOLOMEUS in *Almagesti*, disciplina hominis. *Ende:* est causans ipsum. Expl. notule supra comp. mag. JOH. DE SAXONIA extracte a scriptis eiusdem completis a. D. 1297.

In einer zur Currentschrift neigenden Minuskel (s. Ex. codd. Ampl. Taf. XXIV) mit sehr blasser Tinte 2-sp. ohne Horiz. auf Pgt. geschr.; zu Anfang bunter Initial beabsichtigt.

Da JOHANNES DE SAXONIA, z. B. in der Handschrift Codex Amplonianus F. 386[20], sich folgendermassen ausspricht: »Quia plures astrologorum diversos libros fecerunt ... JOHANNES DE LINERIIS magister meus canones presentes ordinavit ... ego JOHANNES DE SAXONIA intendo« u. s. w., so muss JOHANNES DE LINERIIS jedenfalls älter als JOHANNES DANECOWE gewesen sein, kann also nicht, wie BERNARDINO BALDI (a. a. O., 421) angiebt, um 1350 geblüht haben, während oben bewiesen wurde, dass er 1322 sicher noch am Leben gewesen ist. Beide Verfasser gehören also sowohl dem 13. als dem 14. Jahrhundert an.

[1] So heisst die Abhandlung z. B. im Cod. Ampl. Q. 366[1]: *Canones de sinibus, arcubus et cordis et aliis bonis* JOHANNIS DE LINERIIS.

[2] Dieselbe Abhandlung findet sich auch im Cod. Ampl. Q. 366[5] unter den Titel: *Canones tabularum magistri* JOHANNIS DE LYNERIIS. Dort heisst die Kirche, deren Decan ROBERTUS DE BARDIS ist, jedoch »Glasquensis ecclesie«. Die Handschrift ist aus der Mitte des 14. Jahrh. ebenso wie Q. 349.

8. Über den Dominicus Parisiensis der "Geometria Culmensis".

In der *Geometria Culmensis* [1] wird ein gewisser DOMINICUS PARISIENSIS erwähnt und, wie der Herausgeber nachgewiesen hat, recht ausgiebig benutzt. Herr MENDTHAL bemerkt von ihm: [2] »Näheres scheint über ihn nicht bekannt zu sein«. Meine Studien haben mir wenigstens in etwas den Schleier lüften lassen, welcher über dieser Persönlichkeit ruhete, und bin ich soeben im Begriffe sein Hauptwerk, die *Practica geometriae demonstrativa* in 3 Büchern zur Herausgabe vorzubereiten.

In einer Handschrift dieser *Practica geometriae* heisst es nämlich: »Explicit practica Geometriae magistri DOMINICI DE CLAVASIO astrologi cuiusdam regis Franciae«. Da *Clavasium*, die heute *Chivasso* genannte Stadt in Piemont nordöstlich von Turin und direct südlich von Ivrea in der Nähe des Po gelegen ist, so dürfte DOMINICUS wohl aus dieser Stadt stammen, also ein Italiener sein, der später in Paris in die Dienste des Königs von Frankreich als Hofastrolog trat. Die fragliche Handschrift datiert von 1377, eine andere in Prag geschrieben von 1368, jedenfalls lebte also DOMINICUS vor 1368. Aus dem Inhalte der *Practica Geometriae*, in welcher die Perspective des WITELO erwähnt wird, welche am Ende des 13. Jahrhunderts geschrieben ist, und in welcher die Kenntnis des Verfassers mit Tangens und Cotangens *(Umbra recta* und *versa)*, Sinus, Sinus versus, Complementum sinus versus, d. h. Cosinus hervorgeht, kann man ihn auch nicht in ein früheres als das 14. Jahrhundert setzen; er dürfte also ein Zeitgenosse des NICOLE ORESME gewesen sein.[3]

Einer freundlichen Mittheilung des Herrn Dr. PERLBACH in Halle entnehme ich noch folgende bestätigende Notizen. 1. Nach BULAEUS, *Historia universitatis Parisiensis* T. IV (1668), p. 945 war DOMINICUS DE CLAVASIO *olim bursarius collegii Constantinopolitani, deinde eiusdem primarius*, er hat also seine Studien zu Paris getrieben. 2. Nach dem *Chartularium universitatis Parisiensis edd.* DENIFLE *et* CHATELAIN T. II Sectio I (1891), p. 634 heisst es in dem *Rotulus univers. Parisiensis 1349 Mai 22 Avenione* unter *Provincia Bituricensis* (Zur Natio Gallicana gehörig) an 3. Stelle: M. DOMINICUS DE MARTINACIO DE CLAVAXIO, *clerico Yporegiensis dyocesis [de canonicatu S. Johannis in Leodio sc. provideatur a papa]*. Ebendaselbst T. III, p. 45: 1356, Ian. 25 Paris wird unter den Magistern der *medicinischen* Fakultät aufgezählt: DOMINICUS DE CLAVASIO, und p. 48: 1357, Nov. 25 ebenfalls unter den Magistern der medicinischen Fakultät: DOMINICUS DE CLAVAXIO. Im *Auctarium* *universitatis Parisiensis edd.* DENIFLE *et* CHATELAIN (1894) heisst es p. 138: 1349 zwischen Juni 2. und Juli 17.: *incepit in artibus dns* THEMO IUEDE *de Monasterio sub Magistro* DOMINICO DE CLAVAGIO, und p. 141: 1350 zwischen Febr. 16. und März 19.: *Dns* NYCHOLAUS *dictus* ROEDE *licenciatus fuit sub m.* DOMINICO. Daraus folgt also, dass DOMINICUS DE CLAVASIO wirklich aus Chivasso stammte, und dass er 1349—1350 als Magister der Artistenfakultat, 1356 und 1357 aber der medicinischen Fakultät zu Paris angehörte.

Ausser der *Practica geometriae* ist in einer Handschrift noch vorhanden eine Abhandlung *Lectiones de sphaera* zusammen mit einer ganzen Sammlung von Oresmischen Schriften,[4] und waren noch zu MONTFAUCON's Zeiten *Questiones de Perspectiva* erhalten, welche jedoch in der später dem Fürsten BONCOMPAGNI gehörenden Handschrift sich nicht mehr vorfanden.[5] DOMINICUS selbst beabsichtigte nach einer Bemerkung der *Practica geometriae* eine Schrift: *Tractatus de umbris et radiis*, welche sich mit Trigonometrie beschäftigen sollte, zu verfassen,[6] ob diese Absicht zur Ausführung gekommen ist, ist nicht bekannt.

Die *Practica geometriae* zeigt DOMINICUS als einen vortrefflichen Mathematiker, der für seine Zeit bemerkenswerthe Kenntnisse entwickelt. Er kennt genau EUKLID, PTOLOMEUS, WITELO und beweist das, was er als praktische Regeln aufstellt, in strenger Weise.

Nach vier einleitenden arithmetischen Sätzen und der Beschreibung des *Instrumentum Gnomonicum*, d. i. des *Quadratum Geometricum* GERBERTS, werden in 35 Paragraphen des ersten Buches der Reihe nach Längen-, Höhen- und Tiefenmessungen gelehrt. Es finden sich hier neben den Heronisch-Gebertschen Methoden auch die der späteren Zeit, speciell mit Astrolab und Quadrant. Das zweite Buch lehrt ebenso in 27 Paragraphen, denen wieder einige Erklärungen vorausgehen, Flächenberechnungen, auch die der Oberflachen der stereometrischen Körper. Hier sagt DOMINICUS ausdrücklich, das Verhältnis $3\frac{1}{7}$ zwischen Durchmesser und Umfang sei nicht genau, sondern es schliesse nur einen *error sensibilis* aus.[7] Hier könne er demnach seine Vorschriften nicht beweisen, sondern man müsse sie ihm auf Treu und Glauben hinnehmen. Jedenfalls würde ein nur unmerklicher Fehler begangen. Ähnliche Bemerkungen enthalt das dritte Buch, das sich in 17 Paragraphen mit den entsprechenden Berechnungen des Körperinhaltes beschäftigt, in Bezug auf die runden Körper.

Die Herausgabe der *Practica geometriae* dürfte erweisen, dass DOMINICUS DE CLAVASIO ein würdiger Zeitgenosse des

NICOLE ORESME gewesen ist, und speciell seine grossen Verdienste um die Feldmesskunst hervortreten lassen.

[1] *Geometria Culmensis. Ein agronomischer Tractat aus der Zeit des Hochmeisters* CONRAD VON JUNGINGEN (1393—1407). *Herausgegeben von Dr.* H. MENDTHAL. Leipzig 1886.

[2] A. a. O., S. 6 Anmerkung.

[3] Die mir bekannten Handschriften der *Practica geometriae* sind folgende: 1. Codex Amplonianus Q. 352[19] geschrieben von CONRADUS DE BREITSCHEDE Pragae a. D. 1368; 2. Codex Amplonianus F. 395[36] geschrieben im Jahre 1373 in England; 3. Codex Amplonianus F. 37[2] geschrieben 1377 von Magister JOHANNES DE WASIA in Holland; 4. Codex Amplonianus F. 393[4] am Ende des XIV. Jahrh. geschrieben. In ihr heisst die Schrift: *practica geometriae Euclidis ordinata per reverendum magistrum, magistrum* DOMINICUM DE CLAVASIO, dadurch bezeugend, dass der Verfasser Geistlicher gewesen ist; 5. Codex latinus Monacensis 14908 geschrieben 1446 von *Frater* FRIDERICUS im Kloster Sti. Emmerami zu Regensburg; 6. Cod. lat. Monac. 410[2] im XVI. Jahrhundert geschrieben; 7. Codex Matritensis Aa. 30 im XV. Jahrhundert in Italien geschrieben; endlich Codex h 586 (alte Signatur DD III 24) Blatt 170—188 der Universitätsbibliothek zu Krakau. Hier heisst es: *Practica Geometriae* DOMINICI DE CLAVASIO *edita Parisius*(!) 1346, damit das Datum der Schrift festlegend. Damit stimmt ein nach HEILBRONNER, *Hist. math.* S. 618 in der Bodlejana zu Oxford befindliches Manuscript, welches DOMINICI DE MASCIARIO *Geometria Practica completa anno 1346* angiebt. Hier dürfte nämlich de MASCIARIO nichts anderes sein als eine falsche Lesart für DE MARTINACIO, wie es nach DENIFLE heissen müsste. N° 1—4 und 7 sind Pergament-, die drei anderen Papierhandschriften. Wir sehen, dass die Schrift weite Verbreitung gefunden hatte. Ich darf wohl auch an dieser Stelle meine anderswo ausgesprochene Bitte wiederholen, mir über weitere Handschriften, sowie über sonstige Lebensumstände der Verfassers, über welchen alle mir zugänglichen litterarischen Quellen versagen, gütigst Mittheilung zukommen zu lassen.

[4] Codex Amplonianus Q. 299[3]: »Expliciunt questiones supra tractatum de spera lecte a magistro DOMINICO dicto DE CLAVAGIO«. Die in dieser Handschrift unter 1, 2, 4, 5 verzeichneten Schriften gehören NICOLE ORESME an. Auch sie sind bis jetzt unbekannt geblieben.

[5] M. s. Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. 7, 1874, S. 349—350: *Tractatus optici: Questiones Magistri* DE CLAVASIO *super Perspectiva,* und *Catalogo di manoscritti* ecc. *compilato da* ENRICO NARDUCCI, S. 144—145.

[6] *Practica Geometriae, liber I, Conclusio XV:* »Sed de isto fiet specialis tractatus, scilicet de umbris et radiis, quia multa possunt haberi per radios et umbras, quae cum difficultate acquiruntur per alia instrumenta astrolabica«. Vorher ist die Rede von *Umbra recta* und *Umbra versa,* von *Sinus rectus* und *Sinus versus* und *Residuum sinus versi,* also von Tangens, Cotangens, Sinus, Sinus versus, Cosinus.

[7] *Practica geometriae, liber II, Circulum quid nominis:* »Quia circumferentiae ad dymetrum non est aliqua certa proporcio demonstrata, ideo quando loquitur de numeracione circuli cum quadrato, non intendo demonstrative loqui, sed solum docere invenire arcum ita, quod error sensibilis non relinquatur«. Vrgl. auch den Schluss des *liber II:* »Istae conclusiones, quae sunt a decima nona usque ad praesentem conclusionem non sunt demonstratae, sed si opereris, ut docent, non multum relinqueretur erroris sensibilis«. Bei allen handelt es sich um Kreisflächen und Oberflächen von Kugeln, Cylindern und Kegeln. Ebenso heisst es im *liber III, Concl. VII:* »Sicut quadrati ad circulum nondum est aliqua certa proporcio demonstrata, sic nec eciam sphaerae ad corpus rectilineum. Sed in istis sufficit habere ita prope, quod non relinquitur error sensibilis«.

9. Alte Scherzaufgaben in deutscher Sprache.

Aus Cod. lat. Monac. 14908 setze ich hier noch einige Scherzaufgaben her, z. Th. an die früher mitgetheilten anklingend.

[*F. 125*] *Von dreyen Dingen.*

I. Item 3 gesellen haben 3 ding. Nu wiltu wissen, welcher daz oder daz hab. So gib ainem ding dy zal 1, und dem andern 2, dem dritten 3. [*F. 125'*] Darnach sprich zw it ainen, czu welchen du wild: duplir dy zal deines dings, vnd der merck gar wol. darnach sprich zu dem andern: multiplicir dy zal deins dings mit 9, den merck auch. darnach sprich zw dem dritten: multiplicir dy zal deins dings mit 10. darnach haysz dy drey sumen zesam thun, vnd waz dann komen ist, daz subtrahir ab 60, vnd waz do pleibt, daz merk vnd lueg, wie oft du 8 dauon magstu subtrahiren; vnd magstu 1 mal, so hat der,

der sein hat duplirt, daz ding, dem du 1 hast geben; magstu aber zwir, so hat er daz ding, dem du 2 hast geben, dezgleichen mit 3, vnd waz dann pleibt, wenn du 8 davon zeuchst, daz mustu auch merken. Wann pleibt 1 vber, so hat der, der sein ding mit 9 multiplicirt, daz ding mit 1; pleibt 2, so hat er daz ding mit 2, dezgleichen mit 3, vnd wenn man dy czwen waysz, so ist der dritt auch bekannt. [*F. 126*]

II. Item nym dir ein zal fur, wie vil du wild, so wil ichsz wissen. Sprich also zu ym: duplir dy zal, darnach haysz yn addiren 5, darnach haysz in multiplicirn mit 5, darnach haysz yn addiren 10, darnach multipliciren mit 10, vnd wenn nu daz geschehen ist und gemacht ist, so nym von der ganczen zal 350, vnd was vbrig pleibt, daz tail in 100, so kumpt dy summa.

$$350 \left\{ \begin{array}{l} \text{duplir} \;\text{———}\; \text{zal} \\ \text{Addir} \\ \text{Multiplicir} > 5 \\ \text{Addir} \\ \text{Multiplicir} > 10 \end{array} \right.$$

Du fragst, warvmb sol man dy zall 350 subtrahiren und kayne andre nit. Wiltu daz wissen, so nym dy clainsten zal fur dich, das ist 1. Nu duplir vnd machs nach der regel, so kumpt 450. Nu zeuch von der zal ein zal daz denn noch 100 pleibt, daz ist 350, et ideo.

Wurfel.

III. Nota des gleichen, wenn ir 3 mit einem wurfel werfen, und wild wissen, wie vil ydlicher hat geworffen, sprich zu dem ersten: duplir dy zal deiner augen, dy du geworffen hast. darnach haysz yn addirn 5 vnd multiplicirn mit 5. Darnach sprich zu dem andern, daz er addir sein augen, darnach haysz in addiren 10 vnd multiplicirn mit 10. Darnach sprich zu dem driten, dasz er [*F. 126'*] addir auch sein augen. Darnach nym von der summ 350, vnd waz do pleibt an der ersten stat an der linken hannd, daz hat der erst geworffen.

Du fragst war vmb sol man dy zal 350 subtrahiren etc. Nym dy clainsten zal für dich, daz ist 1 vnd aber 1; machs nach der regel, komen 461, davon mag man kain zal abzychen, daz 1 vnd 1 vnd 1 pleibt, dann 350.

Fingerlein.

IV. Item einer hat ein fingerlein an dem finger. Nu wiltu wyssen, welche person daz fingerlein hab, vnd an welchen finger, vnd an welchen glid. Machs also. Sprich daz ayner unter in zel, vnd haysz in an heben an den ersten, vnd haysz in zelen vnz auf den, der daz fingerlein hat. Darnach haysz in dupliren dy selben zal, darnach haysz in addiren 5, darnach multipliciren mit 5, darnach haysz in addiren den finger, vnd sol an heben zu zelen von dem clainsten finger der rechten hand, darnach haysz in o fur die zal seczen, daz ist, haysz in dy zal multipliciren mit 10, vnd darnach haysz yn addiren das glid, vnd wenn daz geschehen ist, so subtrahir von der [*F. 127*] gemachten zal 250, vnd waz do pleibt, zaigt dir dain mainung. wann dy erst zal gegen der lincken hant bedeut dy person, dy ander zal den finger, dy drit zal daz glid; doch ye merck, wenn dy ander zal wirt 0, so nym al mol 1 von der driten figur, vnd addirsz zw 0, wirt der 10 finger, vnd dann pleibt darnach bedeut dy person.

Du fragst, war vmb sol man do subtrahirn 250, vnd hat vor subtrahirt 350? Wil du daz wissen, so nym dy clainsten zal, daz ist 1 man 1 finger 1 glid. Nu machsz nach der regel, kumpt 361; darvon musz man subtrahiren *1* zal, daz 1 . 1 . 1 pleibt, vnd daz ist kaine dann 250.

$$\begin{array}{ccc} 4 & 7 & 2 \\ \text{man} & \text{finger} & \text{glid} \end{array}$$

$$250 \left\{ \begin{array}{ll} \text{duplir} & \text{— zal} \\ \text{addir} & \\ \text{multiplicir} & > 5 \\ \text{addir} & \text{— finger} \\ \text{multiplicir} & 10 \\ \text{addir} & \text{— glid.} \end{array} \right.$$

N° I ist absolut mit N° IX und XIX im Abschnitte 6 identisch, die letzte eine Erweiterung der N° XXV. Heisst bei N° II die zu suchende Zal x, so lasst unser Verfasser Folgendes ausführen:

$$x = \frac{[(2x+5)5+10]10-350}{100},$$

was eine identische Gleichung ist. In N° III mögen die drei geworfenen Zahlen, jede ist kleiner oder höchstens gleich 6, x, y, z sein, dann bildet der Verfasser

$$[(2x+5)5+y+10]10+z-350 = 100x+10y+z$$

und hat also in den drei Ziffern der Zal die geworfenen Augen. N° IV ist dem Wesen nach mit dem vorhergehenden identisch, nur ist hier die Addition von 10 unterlassen, weshalb nicht 350, sondern nur 250 abzuziehen ist. Da hier auch der 10. Finger vorkommen kann, so wird sich das dadurch kundgeben, dass die vorletzte Ziffer eine Null ist. Das Beispiel gibt der Reihe nach die Zahlen 8, 13, 65, 720, 722, 472, wie es sein muss.

10. Zur Geschichte der Progressionen im Mittelalter.

Ich schliesse diese zweite Serie dieser Miscellen mit einem Abschnitt aus derselben Handschrift Cod. lat. Monac. 14908.

[*F. 29.*] *Progressio.*

Addir albeg zesam daz erst vnd das leczt, vnd daz selb multiplicir mit dem halben der zal der posicionum. *Exemplum* 1.2.3.4.5.6.7.8.9.10. Addirt 1 zw 10, wirt 11; daz multiplicir mit 5, facit 55. Item: 1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11. Addir 1 ad 11, erit 12; multiplica per $5\frac{1}{2}$ facit 66. Item: 3.5.7.9.11.13.15 faciunt 63. Item in fractis: $\frac{1}{2} . 1\frac{1}{2} . 2\frac{1}{2} . 3\frac{1}{2} . 4\frac{1}{2} . 5\frac{1}{2} . 6\frac{1}{2} . 7\frac{1}{2}$. Adde primum et ultimum, facit 8; hoc multiplica per medietatem istius numeri, hoc est 4, facit 32.

Item wiltu wissen dy zal des ritschendes, so duplir dy leczten zal, vnd von dem, daz do kumpt, subtrahir dy erst zal. *Exemplum* 1.2.4.8.16.32.facit 63.

Item wirt dy progressio tripla, so diuidir dy leczt zal mit 2, vnd addir zwm quocient dy leczt zal. *Exemplum* 1.3.9.27.81.243.facit 364. [*F. 29'*]. Item wirt dy progressio quadrupla, so diuidir dy leczt mit 3, vnd addir zum quocient dy leczt zal. Item wirt sy quintupla, so diuidir dy leczt mit 4 vnd addir dy leczt zal etc.

Exempla quere, reverte 10 folia.

[*F. 40*] Item einer hat 1 kue verkaufft nach den cloen, der sein 16. Und hat geben dy erst vmb 1 haller, dy ander vmb 2, dy drit vmb 4, dy viert umb 8 etc. ritschando. Nu ist dy frag, wye kumpt dy kue? Machs nach der regul progressionis. Facit 65535 haller, daz ist 54 ℔ Regensb. und 49 gl.

Item einer hat 1 pferd verkauft, nach den neglein, daz sein 32, vnd hat geben den ersten nagel pro 1 haller, den ander pro 2, den driten pro 4 etc. sic progressione ritschando. Facit 4294967295 haller, daz macht 3579139 ℔ Regensb. vnd 33 gl.

Nota. Ein kunig hat verseczt das pehemlandt, vnd hat daz verseczt nach dem schachpret, daz helt 64 feld; vnd hat daz geben nach dem ersten feld vmb 1 haller, vnd den ander vmb 2 hall., den drit vmb 4 eciam progressione etc. ritschando. Queritur iterum. Facit 18446744073709551615 haller, facit 15372286728091293 ℔ Regensp. vnd 15 gl. Daz mecht kain kayser bezalen.

Der Verfasser rechnet bei der arithmetischen Progression also stets nach der Formel $s=(a+z)\frac{n}{2}$, auch wenn n ungerade ist, und kennt auch Progressionen mit Brüchen.

Bei der geometrischen Progression, welche er wunderlich *ritschando* nennt, benutzt er die Formel, welche bei PROSDOCIMO DEI BELDAMANDI nachgewiesen ist: $s=\frac{q^{n-1}-1}{q-1}+q^{n-1}$. In den drei Beispielen auf Bltt 40, ist 1 ℔ Regenspurg. = 80 gl. und 1 gl. = 15 haller gerechnet worden. Es ist nicht ohne Interesse der Schachaufgabe in so eigenthümlich abgeänderte Gestalt zu begegnen. Dass sie in der gewöhnlichen Art auch bekannt war, hat CANTOR nachgewiesen.

RECENSIONEN. — ANALYSES.

H. G. Zeuthen. GESCHICHTE DER MATHEMATIK IM ALTERTUM UND MITTELALTER. VORLESUNGEN. Kjöbenhavn, Höst 1896. 8°, (4) + VII + 342 + (2) p.

Dans la Bibliotheca Mathematica 1893, p. 115—116 nous rendions compte des leçons sur l'histoire des mathématiques dans l'antiquité et au moyen âge, que M. ZEUTHEN venait de publier alors en danois, et nous exprimions en même temps le désir, que ces leçons fussent traduites bientôt en une langue plus répandue. Maintenant nos voeux sont comblés par l'ouvrage cité ci-dessus, qui contient essentiellement une traduction en allemand, par la main de M. R. FISCHER-BENZON, des leçons publiées il y a deux ans en danois. Comme le fait remarquer l'auteur lui-même dans la préface, les changements peu nombreux consistent principalement en ce que M. ZEUTHEN a utilisé les investigations récentes sur l'âge où vivait HERON, et les *Recherches sur l'histoire de l'astronomie ancienne* de M. PAUL TANNERY.

Dans l'analyse citée ci-dessus nous avons mentionné que l'ouvrage de M. ZEUTHEN contient peu de notices biographiques. Sans doute de telles notices sont en général d'une valeur secondaire pour l'intelligence des progrès des mathématiques, mais d'autre part elles peuvent parfois être très utiles pour les étudiants qui doivent imprimer dans la mémoire la marche des découvertes mathématiques. A ce point de vue, il nous semble d'un certain intérêt d'indiquer, si possible, les années de naissance et de mort des mathématiciens, ainsi que les dates de leurs principaux ouvrages. Cependant, des indications de cette nature manquent souvent dans les leçons de M. ZEUTHEN. Ainsi, la seule indication biographique qu'il nous donne sur NICOLE ORESME, est renfermée dans les mots suivants: »Da haben wir denn aus dem 14-ten Jahrhundert zwei Arbeiten des Franzosen NICOLE ORESME zu nennen» (p. 324); de même, pour ce qui concerne CHUQUET, il nous dit seulement que ce mathématicien distingué vivait 100 ans après ORESME (p. 325) et était contemporain de PACIUOLO (p. 328). Heureusement, nous possédons déjà un petit écrit contenant précisément ce qui manque à l'ouvrage de M. ZEUTHEN, savoir les *Zeittafeln zur Geschichte der Mathematik, Physik und Astronomie bis zum Jahre 1500, mit Hinweis auf die Quellen-Literatur* (Leipzig 1892) par M. F. MÜLLER, et nous nous permettons de recommander aux étudiants cet écrit comme complément à l'important ouvrage de M. ZEUTHEN.

A la fin de la traduction, on trouve une table alphabétique des noms et des matières. Il aurait été à désirer qu'on y eût réuni sous un même titre tous les renvois se rapportant au même sujet. Maintenant on trouve p. ex. dans la table les deux titres »Aste der Hyperbel« (p. 334) et »Hyperbeläste« (p. 337), avec le renvoi aux pages 200, 208, 211 au premier endroit, et aux pages 209, 211, 213 au second endroit.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. ENESTRÖM. Stockholm. 8°.

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. CANTOR. Leipzig. 8°.
40 (1895): 5.

Alcaine, J. E., La operación geodésica de Eratóstenes.
San Salvador, Sociedad de ingenieria, Revista matematica **1**, 1895, 10—13.

Aubry, A., Notice historique sur la sommation des progressions géométriques décroissantes.
Journ. de mathém. élément. $\mathbf{3}_4$, 1894, 49—53.

Ball, W. W. R., A primer of the history of mathematics. London, Macmillan 1895.
8°, IV + 146 p. — [2 sh.]

°**Bode, P.**, Die Alhazen'sche Spiegel-Aufgabe in ihrer historischen Entwickelung nebst einer analytischen Lösung des verallgemeinerten Problems. Frankfurt am Main 1893.
8°, 50 p.

Boncompagni, B., Intorno alle lettere edite ed inedite di Alessio Claudio Clairaut.
Roma, Accad. d. Nuovi Lincei **45** (1892), 1894, 157—291.

Braunmühl, A. von, Der Unterricht in der Geschichte der Mathematik an der k. technischen Hochschule zu München.
Biblioth. Mathem. 1895, 89—90.

Brioschi, F., Notice sur Cayley.
Bullet. d. sc. mathém. $\mathbf{19}_2$, 1895, 189—200. — Extraite des Atti della reale accademia dei Lincei.

Curtze, M., Mathematisch-historische Miscellen.
Biblioth. Mathem. 1895, 77—88.

Curtze, M., Anonyme Abhandlung über das Quadratum Geometricum.
Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 161—165 + 1 pl.

°**Fink, K.**, Lazare-Nicolas-Marguerite Carnot, sein Leben und sein Wirken nach den Quellen dargestellt. Tübingen, Laupp 1894.
8°, 128 p. — [Analyse:] Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 139. (Cantor.)

Fink, K., Dupin.
Corresp.-Bl. f. d. Gel. u. Realsch. in Württemberg 1893, 1—27.

Fiorini, M., Erd- und Himmelsgloben, ihre Geschichte und Konstruktion. Nach dem Italienischen frei bearbeitet von S. Günther. Leipzig, Teubner 1895.
8°, V + 137 + (1) p. — [4 Mk.]

Galli, I., Elogio del principe Don Baldassarre Boncompagni.
Roma, Accad. d. Nuovi Lincei, Atti **47**, 1895, 161—186.

°**Hoefer, F.**, Histoire des mathématiques depuis leur origine jusqu'au commencement du 19e siècle. 4e édition. Paris 1895.
8°, 3 + 609 p. — [5 fr.]

Hultsch, F., Die Elemente der ägyptischen Theilungsrechnung. Erste Abhandlung.
Leipzig, Sächsische Gesellsch. d. Wissensch., Abhandlungen (Phil.-hist. Cl.) **17**, 1895. 192 p.

°**Huygens, Chr.**, Oeuvres complètes publiées par la société hollandaise des sciences. Tome sixième. Correspondance 1666—1669. La Haye, Nijhoff 1895.
4°.

Kelvin, W., Isoperimetric problems.
Nature (London) **49**, 1894, 515—518. — Note historique.

Kitao, D., Eine Methode, mittelst zweier rechtwinkligen Lineale Cubikwurzeln zu finden.
Tokio, Sugaku butsurigaku kwai, Kiji **5**, 1894, 175—176. — Notice sur une méthode utilisée par les menuisiers en Japon et concordant essentiellement avec la méthode de Platon pour construire deux moyennes proportionnelles entre deux lignes données.

Klein, F., Riemann und seine Bedeutung für die Entwickelung der modernen Mathematik.
Tageblatt der Vers. deutscher Naturf. und Ärzte in Wien 1894, 212—221.

Korteweg, D. J., Over de Rodenberg'sche modellen van kubische oppervlakken met historische inleiding.
Amsterdam, Wisk. Genoots., Nieuw Archief **20**, 1893, 63—96.

Mansion, P., Sur l'enseignement élémentaire de l'algèbre en 1676 d'après l'Euclide de Henrion.
Bruxelles, Société scientifique, Annales **19**: 1, 1895, 101—105.

Martin, A., Historical note on an easy proof of the Pythagorean proposition.
Mathematical magazine **2**, 1892, 97.

°**Mauss, C.**, Le rectangle de Khorsabad et la théorie générale des mesures antiques. Paris, Fleury 1894.
8°, 22 p.

Meyer, F., Rapporto sullo stato presente della teoria degli invarianti. Traduzione dal tedesco di G. Vivanti.
Giornale di matem. **32**, 1894, 319—347.

Nöther, M., Arthur Cayley.
Mathem. Ann. **46**, 1895, 462—480. — Nécrologie.

°Rudel, K., Georg Philipp Harsdörfer als mathematischer und naturphilosophischer Schriftsteller. Nürnberg 1894.
8°, 103 p. — [Analyse:] Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 136—137. (Cantor.)

Tannery, P., Pascal et Lalouvère. Seconde note.
Bordeaux, Soc. d. sc., Mémoires **4**$_4$, 1894, 251—259.

Valentin, G., Die Frauen in den exakten Wissenschaften.
Biblioth. Mathem. 1895, 65—76.

Wolf, R., Einige neue Beiträge zur Biographie von Joost Bürgi und zur Geschichte des Planimeters.
Zürich, Naturforsch. Gesellsch., Vierteljahrsschr. **38**, 1893, 1—9.

Zeuthen, H. G., Notes sur l'histoire des mathématiques. V. Sur le fondement mathématique de l'invention du calcul infinitésimal. VI. Sur quelques critiques faites de nos jours à Newton.
Kjøbenhavn, Vidensk. Selskab, Oversigt 1895, 193—278.

Zeuthen, H. G., Geschichte der Mathematik im Altertum und Mittelalter. Vorlesungen. Kjöbenhavn, Höst 1896.
8°, (4) + VII + 342 + (2) p. — [6 Mk.] — Traduit du danois par R. Fischer-Benzon.

Question 52 [sur un ouvrage du mathématicien J. de Billy].
Biblioth. Mathem. 1895, 96. (G. Eneström.)

Becker, H., Die geometrische Entwickelung des Infinitesimalbegriffs im Exhaustionsbeweis bei Archimed und ihre Bedeutung für die Differentialgeometrie und die Schule. Insterburg 1894. 4°.
Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 54—55. (Cantor.)

Bierens de Haan, D., Bouwstoffen voor de geschiedenis der wis- en natuurkundige wetenschappen in de Nederlanden. XXXIII. (Verhandl. der Akad. van Wetensch. te Amsterdam **2**, 1893).
Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 56—57. (Cantor.)

Cantor, M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Dritter Band. Vom Jahre 1668 bis zum Jahre 1759. Erste Abtheilung. Die Zeit von 1668 bis 1699. Leipzig, Teubner 1894. 8°.
Blätter f. d. Gymnasialschulw. **31**, 1895, 611—615. (S. Günther.)

Descartes, R., Die Geometrie. Deutsch herausgegeben von L. Schlesinger. Berlin, Mayer & Müller 1894. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 57—58. (Cantor.)

EUCLIDIS Opera omnia. Ediderunt J. L. HEIBERG et H. MENGE. Vol. VII. EUCLIDIS Optica, Opticorum recensio THEONIS, Catoptrica, cum scholiis antiquis. Edidit J. L. HEIBERG. Leipzig, Teubner 1895. 8°.
Mathesis 5_2, 1895, 254—255. (P. M.)

FERMAT, P. DE, Oeuvres. Publiées par les soins de P. TANNERY et CH. HENRY sous les auspices du ministère de l'instruction publique. Tome second. Correspondance de FERMAT. Paris 1894. 4°.
Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 140—142. (CANTOR.)

GÜNTHER, S., Abriss der Geschichte der Mathematik und der Naturwissenschaften im Alterthum. Zweite Auflage. (Handbuch der klassischen Alterthumswissenschaft 5: 1. München 1893.)
Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 53. (CANTOR.)

HERON D'ALEXANDRIE, Les mécaniques ou l'élévateur publiées pour la première fois sur la version arabe de Qostâ ibn Lûqâ et traduites en français par CARRA DE VAUX. Paris 1894. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 55—56. (CANTOR.)

HIPPARCHUS BITHYNUS, In Arati et Eudoxi Phaenomena commentariorum libri tres. Ad codicum fidem recensuit et germanica interpretatione instruxit C. MANITIUS. Leipzig 1894. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 130. (CANTOR.)

JAMBLICHUS, In Nicomachi arithmeticam introductionis liber. Ad fidem codicis florentini edidit H. PISTELLI. Leipzig, Teubner 1894. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 132. (CANTOR.)

KORTEWEG, D. J., Het bloeitijdperk der wiskundige wetenschappen in Nederland. Redevoering uitgesproken op den Jaardag der Amsterdamsche Universiteit den 8sten januari 1894. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 53—54. (CANTOR.)

SILBERBERG, M., Sefer ha-Mispar. Das Buch der Zahl. Ein hebräisch-arithmetisches Werk des R. Abraham ibn Esra (XII. Jahrhundert). Zum ersten Male herausgegeben, ins Deutsche übersetzt und erläutert. Frankfurt a. M., Kauffmann 1895. 8°.
Biblioth. Mathem. 1895, 91—92. (M. STEINSCHNEIDER.)

STÄCKEL, P. und ENGEL, F., Die Theorie der Parallellinien von Euklid bis auf Gauss. Eine Urkundensammlung zur Vorgeschichte der Nicht-Euklidischen Geometrie. Leipzig 1895. 8°.
Science (New York) 2_2, 1895, 308—309. (G. B. HALSTED.) — Mathesis 5_2, 1895, 255. (P. M.)

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1895, 92—96. — Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 199—200.

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

53. DESARGUES a publiè en 1636 une brochure avec le titre: *Exemple de l'une des manières universelles du S. G. D. L. touchant la pratique de la perspective sans emploier aucun tiers point de distance n'y d'autre nature, qui soit hors du champ de l'ouvrage* (in folio, 12 pages + 2 planches), qui a été jugée introuvable jusqu'à nos jours (voir p. ex. HOEFER, *Histoire des mathématiques*, Paris 1874, p. 437). Un exemplaire de cette brochure a été trouvé par moi en 1885 dans la bibliothèque de la »Scuola d'applicazione per gl'ingegneri» à Roma (voir Biblioth. Mathem. 1885, 89—90), et quelques ans plus tard un autre exemplaire en fut découvert par M. PAUL TANNERY dans la Bibliothèque nationale à Paris (voir Bullet. d. sc. mathém. **14**$_2$, 1890, 248—250; cfr. Biblioth. Mathem. 1891, 30).

Est-ce qu'on connaît actuellement quelques autres exemplaires de cette brochure? (G. Eneström.)

54. La signification du mot *mukabula*, dont se servirent les algébristes arabes, a été l'objet de recherches à peu près simultanées par CHASLES (*Histoire de l'algèbre. Deuxième partie;* Comptes rendus des séances de l'académie des sciences [de Paris] **13**, 1841, p. 610—611) et NESSELMANN (*Die Algebra der Griechen*, Berlin 1842, p. 48—50), qui ont conclu que ce mot, dont la traduction latine au moyen âge était *oppositio*, se rapporte à la réduction par soustraction de deux termes semblables placés dans différents membres d'une équation; cette conclusion semble aussi généralement admise de nos jours. Cependant CHASLES a fait remarquer lui-même, que le mot *oppositio* doit avoir eu parfois un autre sens, et d'autre part on sait qu'ALKARCHI entend par *mukabala* la résolution définitive d'une équation (voir p. ex. CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* I (2^e édition), p. 724—725).

Est-il vraisemblable que le mot *mukabala* ait eu chez les arabes un sens plus étendu que celui indiqué ci-dessus, et, en cas affirmatif, quel est ce sens? (G. Eneström.)

55. Le mathématicien français DE LA ROCHE, auquel on doit un traité d'arithmétique paru en 1520 sous le titre *Larismetique nouellement composee*, cite parmi les auteurs qu'il a utilisés, un certain FILIPPO FRISCOBALDI de Florence (comparez CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, tome 2 [1892], p. 342).

Est-ce que quelque écrit de FRISCOBALDI a été gardé jusqu'à nos jours? (G. Eneström.)

Index.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK

JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON | PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1896.

NEUE FOLGE 10. | NOUVELLE SÉRIE 10.

STOCKHOLM
G. ENESTRÖM.
BRAHEGATAN 43.

BERLIN
MAYER & MÜLLER.
PRINZ LOUIS FERDINANDSTR. 2.

PARIS
A. HERMANN.
RUE DE LA SORBONNE 8.

CENTRAL-TRYCKERIET, STOCKHOLM 1896.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK

JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON / PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1896.

NEUE FOLGE 10. / NOUVELLE SÉRIE 10.

STOCKHOLM
G. ENESTRÖM.
BRAHEGATAN 43.

BERLIN
MAYER & MÜLLER.
PRINZ LOUIS FERDINANDSTR. 2.

PARIS
A. HERMANN.
RUE DE LA SORBONNE 8.

CENTRAL-TRYCKERIET, STOCKHOLM, 1896.

Inhalt. — Table des matières.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK | JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON | PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1896. STOCKHOLM. N° 1.

NEUE FOLGE. 10. | NOUVELLE SÉRIE. 10.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Markgrafenstrasse 51. | Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr. | PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Zur Geschichte der Übersetzungen der Elementa im Mittelalter.

Von Maximilian Curtze in Thorn.

In der Abhandlung: *Beiträge zur Geschichte der Mathematik im Mittelalter* (Zeitschr. für Mathem. **35**, 1890; Hist. Abtheilung S. 86—98) hat Heiberg aus Handschriften in München und Bamberg und unter Zuhilfenahme der Lachmann'schen Ausgabe der *Gromatici veteres* das zusammengestellt, was von einer alten, aus dem griechischen geflossenen Übersetzung des Euklid sich noch hat auffinden lassen. Dieses Fragment umfasst Stücke aus dem 1. bis zum 4. Buche. Dass es noch aus dem 5. Buche ähnliche Fragmente, die 18 Definitionen umfassend, giebt, habe ich das Vergnügen aus drei Handschriften, von denen zwei der Münchener Hof- und Staatsbibliothek angehören, die dritte in der Kaiserlichen Hofbibliothek zu Wien sich befindet, hierdurch bekannt zu geben.

Die Handschrift, aus welcher ich den Abdruck bewirke, hat die Bezeichnung Cod. lat. Monac. 13084[2]. Sie enthält als zweiten Bestandtheil eine eigenthümliche in 34 Capitel gegliederte Zusammenstellung von gromatischen Dingen. In anderer Anordnung und unvollständig findet sich dieselbe Compilation im Cod. lat. Monac. 14836.[1] Der Cod. lat. Monac. 13084[2] ist in der charakteristischen Schrift des X. Jahrhunderts geschrieben.[2] Das uns hier interessirende Capitel XVII (Blatt 54 und 54') hat nun folgenden Wortlaut. Der Text ist fortlaufend geschrieben, die Ordnungszahlen habe ich eingefügt, wie sie dem griechischen Texte in der Ausgabe HEIBERGS entsprechen.

[1] Über diese Handschrift sehe man meinen Aufsatz *Die Handschrift No. 14836 der königl. Hof- und Staatsbibliothek zu München* in den Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik 7, 1895, S. 75—142.

[2] Der erste Bestandtheil des fraglichen Mscpts ist die Rhetorik des ALCUIN, im IX. Jahrhundert geschrieben, ein dritter Bestandtheil des HYGINUS *Poeticon astronomicon* aus dem X. Jahrhundert.

De proportione et proportionalitate. Cap. XVII.

1. Magnitudo minor[1] maioris magnitudinis < pars est>,[2] quando minor[3] maiorem magnitudinem permetitur.

2. Maior vero magnitudo minoris magnitudinis mutiplex est, quotiens a minore maior integra dimensione subpletur.

3. Proportio est[4] duarum magnitudinum cognatarum ad se invicem comparatione veniens habitudo.

4. Proportionem vero ad se invicem magnitudines habere dicuntur, quae possunt sese[5] invicem multiplicatae transcendere.

5. Eandem[6] vero proportionem prima magnitudo ad secundam magnitudinem tertiaque ad quartam tenere perhibentur, quando primae ac terciae magnitudinum aeque multiplices eas, quae sunt secundae atque quartae aeque multiplices, vel pariter transcendunt, vel ab his pariter[7] transcenduntur, vel his pariter exsaequantur,(!) cum scilicet in alterna comparatione sumantur.[8]

6. Quae vero eandem retinent proportionem, proportionaliter esse dicuntur.[9]

7. Quanto vero earum, quae sunt aeque multiplices, primae quidem magnitudinis < multiplex secundae> multiplicem superat, tertiae vero magnitudinis multiplex quartae magnitudinis multiplicem[10] minime transcendit, tunc prima magnitudo ad secundam magnitudinem maiorem proportionem quam tertia ad quartam tenere perhibetur.[11]

8. Proportionalitas vero in tribus ad minimum terminis invenitur.

11. Cumproportionales idem eiusdem magnitudines proportionis esse dicuntur praecedentes praecedentibus et consequentibus consequentes.

9. Quando autem tres magnitudines proportionaliter fuerint constitutae, tunc prima ad tertiam duplicem proportionem [12] quam ad secundam dicitur possidere.

10. Quando autem quatuor magnitudines proportionaliter fuerint constitutae, tunc prima ad quartam triplicem proportionem quam ad secundam dicitur obtinere.

13. Conversim sumere est: sic se habere consequens ad praecedens, sicuti est consequens ad praecedens.

12. Alternatim sumere est: ut se habet praecedens < ad praecedens >, [13] sic se habeat consequens ad consequens.

14. Componentem sumere est: ut sese habet praecedens cum consequente velut unum ad id ipsum, quod sequitur.

15. Dividentem vero sumere est: ut sese habet eminentia, qua eminet < praecedens > ab eo, quod consequitur, < ad ipsum, quod sequitur >. [14]

16. Retrorsum vero sumere est: ut se habet praecedens ad eminentiam qua praecedens eminet ab eo, quod est consequens, ita se habere praecedens ad eminentiam, qua [15] praecedens eminet ab eo, quod est consequens.

18. Confusa proportionalitas appellatur, quando fuerit: ut praecedens ad consequens, sic consequens ad praecedens, et ut consequens ad aliud, sic aliud ad praecedens.

17. Ex aequo est sumptio extremorum mediis intermissis.

[1]) minor] miror, *darüber steht von späterer Schrift* vel minor. — [2]) pars est *ist ausradiert.* — [3]) minor] miror. — [4]) Proportio est] Proportionem, *doch ist das* n *unterpunctirt.* — [5]) sese] esse. — [6]) Eandem] Eadem. — [7]) vel ab his pariter *steht auf Rasur.* — [8]) sumantur] sumatur. — [9]) dicuntur] dicantur. — [10]) *Das Mscpt liest durch Dittographie folgendermassen:* Quando vero earum quae sunt aequae multiplices primae quidem magnitudinis multiplicem superat. Tertiae vero magnitudinis multiplex. Secundae (*auf Rasur*) vero magnitudine multiplicem superat. Tertiae vero magnitudinis multiplex. Quartae magnitudinis multiplicem minime transcendit. — [11]) *Zuerst stand* prohibetur, *doch ist der Strich, welches* ro *bedeutet, wegradiert.* — [12]) proportionem] portionem. — [13]) ad praecedens *ist ausgelassen.* — [14]) *In der Handschrift steht:* Dividentem vero sumere est ut sese habet eminentis qua eminet ab eo quod consequitur. — [15]) ad eminentiam qua] ab eminentia quae.

Über Johann von Gemunden.

Von MAXIMILIAN CURTZE in Thorn.

Die Fragen über den Geschlechtsnamen und die Heimat JOHANNES VON GEMUNDEN sind bis jetzt nicht erledigt. Vielleicht dürfte die nachfolgende Betrachtung einen Beitrag zu ihrer Lösung geben.

Die K. K. Hofbibliothek zu Wien besitzt folgende Manuscripte:

1. N° 5412[3], Bltt 155'—160': JOHANNES SCHINDEL DE GAMUNDIA, *Tabulae stellarum fixarum partim verificatae per* GEORGIUM *praepositum Neoburgensem;*
2. N° 5415[2], Bltt 133'—160: JOHANNES SCHINDEL DE GAMUNDIA, *Canones pro ecclipsibus solis et lunae;*
3. N° 5418[4], Bltt 128—145: JOHANNES SCHINDEL DE GAMUNDIA, *Tractatus de quadrante horario;*
4. N° 5418[5], Bltt 146—164': JOHANNES SCHINDEL DE GAMUNDIA, *Tractatus de compositione cylindri;*
5. N° 5501[1], Bltt 1—19: JOHANNES SCHINDEL DE GAMUNDIA, *Calendarium.*

Von diesen gehören N° 1, 3, 4 und 5 sicher dem gewöhnlich nur als JOHANNES DE GAMUNDIA bezeichneten Verfasser an. N° 1, 3 und 4 sind unter diesem Namen z. B. in der Handschrift Cod. lat. Monac. 10662 enthalten. Es dürfte daher wohl nicht zu gewagt erscheinen, als Vatersnamen des JOHANN VON GEMUNDEN den Namen SCHINDEL zu bezeichnen, der dann von JOHANNES SCHINDEL aus Königgrätz wohl zu unterscheiden wäre. Die *Tabulae Codicum manu scriptorum in Bibliotheca Palatina Vindobonensi asservatorum,* vol. IV, verweisen daher auch in »Index auctorum« unter dem Stichwort SCHINDEL, JOHANNES auf JOHANNES DE GAMUNDIA, unter welchem Namen alles zusammengefasst ist, was in diesem Bande an Schriften mit beiderlei Namensbezeichnung aufgeführt ist.

Der Cod. Amplon. Q. 278[1] enthält eine Schrift mit dem Titel:

> *Scholae et sophismata a magistro* JOHANNE DE GEMUNDEN *Suevo de suppositionibus Marsilii de Ingen instituta* vom Jahre 1412, geschrieben *per* HERMANNUM DE STEYNA.

Hiernach erhielte die Annahme, dass Schwäbisch-Gmünd die Heimat des JOHANNES VON GEMUNDEN gewesen, wesentliche Stütze, obwohl dann wieder der 1404 zu Ulm studierende JOHANNES WISSBIER DE GAMUNDIA aus dem Spiele bleiben müsste.

Sur les découvertes mathématiques de Wronski.

Par S. Dickstein à Warszawa.

9. Intégration des équations différentielles et des équations aux différences.

Dans la *Critique de la théorie des fonctions génératrices de Laplace* et dans un manuscrit inédit: *Intégration générale des équations de tous les ordres*, Wronski s'occupe des méthodes générales d'intégration des équations. Les méthodes fondées sur la théorie des fonctions génératrices de Laplace et la définition même de ces fonctions que l'illustre géomètre déduit du développement suivant les puissances entières et positives d'une variable,[52] lui paraissent insuffisantes. Pour pouvoir supposer négative la variable x dans y_x, la théorie des fonctions génératrices, dit-il, est forcée d'imaginer dans sa série fondamentale

$$y_0 + y_1 t + \ldots + y_x t^x + \ldots$$

un prolongement indéfini du côté des puissances négatives de t; de plus, pour pouvoir supposer fractionnaire, irrationnelle ou même idéale (imaginaire) la même variable x, la théorie dont il s'agit est forcée de concevoir une infinité de termes intercalés entre ceux de la série fondamentale ou même une infinité de termes entièrement indépendants; ce sont différentes suppositions qui exigent selon Wronski des principes tout à fait étrangers à ceux du développement d'une fonction.

Les propriétés des fonctions *aleph* (voir la Bibliotheca Mathematica 1892, p. 85) conduisent Wronski à la construction des solutions des équations aux différences. Dans le manuscrit cité, il réduit l'intégration de l'équation aux différences:

$$F(x) = f_0(x)\,Y(x) + f_1(x)\,Y(x+a) + \ldots + f_m(x)\,Y(x+ma),$$

a étant un accroissement quelconque de la variable x, $F(x)$, $f_0(x)$, ..., $f_m(x)$ des fonctions données de cette variable, $Y(x)$ la fonction inconnue — à l'intégration de l'équation réduite

$$0 = f_0(x)\,Z(x) + f_1(x)\,Z(x+a) + \ldots + f_m(x)\,Z(x+ma),$$

$Z(x)$ étant la fonction cherchée. Il trouve pour cette fonction une expression de la forme

$$
\begin{aligned}
Z(x) = {} & C_1 \aleph_1 (n_1 + n_2 + \ldots)^{\frac{x + ak_1}{a}} \\
& + C_2 \aleph_2 (n_1 + n_2 + \ldots)^{\frac{x + ak_2}{a}} \\
& \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \\
& + C_m \aleph_m (n_1 + n_2 + \ldots)^{\frac{x + ak_m}{a}} ,
\end{aligned}
$$

$C_1, C_2, \ldots, C_m$ étant des constantes arbitraires; $k_1, k_2, \ldots, k_m$ des constantes déterminées; $n_1 = \frac{1}{z_1}$, $n_2 = \frac{1}{z_2}$, ..., où $z_1, z_2, \ldots$ sont les racines d'une équation du degré m, dont les coefficients s'expriment en fonctions des coefficients de l'équation réduite.

Dans la *Critique de la théorie des fonctions génératrices* Wronski énonce le problème général suivant:

Si l'on désigne par $\digamma\varphi(x)$ la quantité

$$A_0 \varphi(x) + A_1 \varphi(x + \omega) + \ldots + A_\mu \varphi(x + \mu\omega) ,$$

ω étant l'accroissement de la variable x, $\varphi(x)$ une fonction de cette variable; $A_0, A_1, \ldots, A_\mu$ des constantes; $\digamma^2\varphi(x)$ ce que devient $\digamma\varphi(x)$, lorsqu'on y remplace $\varphi(x)$ par $\digamma\varphi(x)$, $\digamma^3\varphi(x)$ ce que devient $\digamma^2\varphi(x)$, lorsqu'on y remplace $\varphi(x)$ par $\digamma\varphi(x)$ et ainsi de suite, on aura l'expression de $\digamma^\varpi\varphi(x)$ en fonction des différences $\digamma^{\varpi-1}\varphi(x)$, $\digamma^{\varpi-1}\varphi(x+\omega)$ etc. Pour le problème inverse, c'est à dire pour la détermination de la fonction génératrice $\digamma^{\varpi-1}\varphi(x)$, quand la fonction engendrée $\digamma^\varpi\varphi(x)$ est connue, on a le théorème:

Soient $n_1, n_2, \ldots, n_\mu$ les racines de l'équation

$$0 = A_0 + A_1 n + \ldots + A_\mu n^\mu ;$$

formons les fonctions *schin* (voir la Bibliotheca Mathematica 1892 p. 49)

$$
\begin{aligned}
N &= \text{ש}(n_1^{\nu_1} n_2^{\nu_2} \ldots n_{\mu-2}^{\nu_{\mu-2}} n_{\mu-1}^{\nu_{\mu-1}} n_\mu^{\nu_\mu}), \\
N_1 &= \text{ש}(n_2^{\nu_1} n_3^{\nu_2} \ldots n_{\mu-1}^{\nu_{\mu-2}} n_\mu^{\nu_{\mu-1}}), \\
& \ldots\ldots\ldots\ldots \\
N_\mu &= \text{ש}(n_1^{\nu_1} n_2^{\nu_2} \ldots n_{\mu-2}^{\nu_{\mu-2}} n_{\mu-1}^{\nu_{\mu-1}},);
\end{aligned}
$$

$$(\nu_1 = 1, \nu_2 = 2, \ldots, \nu_\mu = \mu)$$

on trouve

$$\Gamma^{\omega-1}\varphi(x)=\frac{(-1)^{\mu-1}}{NA_\mu}\Bigg\{N_1 n_1^{\frac{x}{\omega}}\Sigma\left[\Gamma^{\omega}\varphi(x)\left(\frac{1}{n_1}\right)^{\frac{x}{\omega}}\right]$$

$$-N_2 n_2^{\frac{x}{\omega}}\Sigma\left[\Gamma^{\omega}\varphi(x)\left(\frac{1}{n_2}\right)^{\frac{x}{\omega}}\right]$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$+(-1)^{\mu-1}N_\mu n_\mu^{\frac{x}{\omega}}\Sigma\left[\Gamma^{\omega}\varphi(x)\left(\frac{1}{n_\mu}\right)^{\frac{x}{\omega}}\right]\Bigg\},$$

en prenant ici l'intégrale indéfinie Σ par rapport à l'accroissement de la variable x.[53]

Cette théorie s'applique immédiatement à l'intégration des équations aux différences de la forme

$$f(x)=B_0\varphi(x)+B_1\Delta\varphi(x)+\ldots+B_\mu\Delta^\mu\varphi(x),$$

et en y considérant ω comme une quantité infiniment petite, on parvient à l'intégration de l'équation différentielle linéaire aux coefficients constants.

Wronski étend ces considérations aux fonctions de plusieurs variables indépendantes, c'est à dire aux équations aux différences et différences partielles.

Dans la *Réforme des mathématiques* (T. I p. XCIV et suiv.), Wronski expose une nouvelle méthode générale d'intégration des équations. Voilà en quoi consiste le principe de cette méthode.[54]

Soit p. ex. une équation linéaire aux différences ou aux différentielles sous la forme

$$\psi(x)=H_0\Omega+H_1\frac{d\Omega}{dx}+H_2\frac{d^2\Omega}{dx^2}+\ldots+H_\mu\frac{d^\mu\Omega}{dx^\mu},$$

Ω étant la fonction inconnue de x, $\psi(x)$ une fonction quelconque de la même variable, les coefficients $H_0, H_1, \ldots, H_\mu$ des fonctions de x qui peuvent contenir l'inconnue Ω et ses différences ou différentielles. Soit k une valeur moyenne de la variable x entre les limites dont on veut se servir et $[H_0]$, $[H_1], \ldots, [H_\mu]$ les valeurs correspondantes des fonctions H_0, $H_1, \ldots, H_\mu$. En introduisant dans l'équation un paramètre arbitraire a et la fonction se^{rx}, s et r étant des nombres arbitraires, formons une équation plus générale

$$(1)\quad \begin{aligned} &\psi(x) + (1-a)se^{rx} \\ &= [H_0]\left(\frac{H_0}{[H_0]}\right)^a \Omega + [H_1]\left(\frac{H_1}{[H_1]}\right)^a \frac{d\Omega}{dx} + \ldots + [H_\mu]\left(\frac{H_\mu}{[H_\mu]}\right)^a \frac{d^\mu \Omega}{dx^\mu}, \end{aligned}$$

qui pour la valeur $a = 1$ donne l'équation proposée et pour $a = 0$ l'équation »réduite»

$$(2)\qquad \psi(x) + se^{rx} = [H_0]\Omega + [H_1]\frac{d\Omega}{dx} + \ldots + [H_\mu]\frac{d_\mu \Omega}{dx_\mu},$$

c'est à dire une équation aux coefficients constants, dont l'intégration peut être effectuée par des procédés connus. En regardant l'intégrale de l'équation (1) comme une fonction du paramètre a, on arrive de l'intégrale de l'équation (2) à celle de l'équation (1) par une des méthodes du développement données par WRONSKI, p. ex. par le »problème universel» ou par la »méthode suprême» (voir la Bibliotheca Mathematica 1894, p. 51, 85). Pour $a = 1$ on en déduit l'intégrale de l'équation proposée.

L'introduction d'un paramètre arbitraire, soit en exposant soit en coefficient, soit enfin par les deux modes à la fois, peut fournir en effet un moyen pour avoir l'équation réduite relativement simple, mais l'application des développements infinis renfermant le paramètre arbitraire et le passage de l'intégrale de l'équation (2) à la solution de l'équation donnée présente la partie la plus difficile du problème. L'introduction de la fonction se^{rx} avec des constantes arbitraires s et r, a pour but d'assurer la convergence aux développements, mais on sait que les approximations même convergentes ne convergent pas nécessairement vers les solutions cherchées. Les questions délicates de ce genre appartiennent à la science moderne; WRONSKI s'efforçait de les résoudre par sa »génération neutre». Ce n'est qu'au dernier temps que M. POINCARÉ a énoncé un théorème général sur les intégrales des équations différentielles contenant un paramètre arbitraire.[55]

10. Résolution "systématique" des équations algébriques.

Dans l'opuscule: *Résolution générale des équations de tous les degrés* (1812) WRONSKI a donné pour les racines $x_1, x_2, \ldots, x_m$ de l'équation de degré m:

$$0 = A_0 + A_1 x + A_2 x^2 + A_{m-1} x^{m-1} + x^m,$$

les expressions suivantes

$$x_i = \rho_i \sqrt[m]{\xi_1} + \rho_i^2 \sqrt[m]{\xi_2} + \ldots + \rho_i^{m-1} \sqrt[m]{\xi_{m-1}}, \quad (i=1,2,\ldots,m)$$

ρ_i étant les racines de l'équation $z^m - 1 = 0$, et les quantités $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_{m-1}$ les $m-1$ racines de l'équation »réduite» de degré $m-1$:

$$0 = y_1 + y_2 \xi + \ldots + y_{m-2} \xi^{m-2} + y_{m-1} \xi^{m-1},$$

dont les coefficients s'expriment algébriquement par les coefficients de l'équation donnée. La théorie de WRONSKI était évidemment fausse, ce qu'ont reconnu RUFFINI[56] et TORRIANI;[57] on sait que c'est RUFFINI qui, plus de dix ans avant l'apparition de l'opuscule de WRONSKI, a démontré l'impossibilité de la résolution par des radicaux algébriques des équations générales dont le degré est supérieur à 4.[58]

Dans la *Réforme des mathématiques* WRONSKI revient au même sujet; il y reproduit ses formules antérieures, mais il les envisage sous un autre point de vue. Il les fait dériver de son »problème universel», c'est à dire de la loi du développement de la quantité x déterminée par l'équation

$$0 = f(x) + x_1 f_1(x) + x_2 f_2(x) + \ldots,$$

dans laquelle il pose

$$f(x) = A_0 + x^m, \; f_1(x) = x^2, \; f_2(x) = x^3, \ldots$$

Dans ce développement, les quantités

$$\Xi_1^m = \xi_1, \; \Xi_2^m = \xi_2, \; \ldots, \; \Xi_{m-1}^m = \xi_{m-1}$$

s'exprimeront par des séries infinies, et les coefficients de l'équation réduite ne seront plus en général des fonctions algébriques des coefficients de l'équation donnée. On voit que la méthode de WRONSKI devient ainsi une méthode transcendentale de la résolution des équations algébriques, et comme telle elle est assujettie à toutes les précautions qu'il faut prendre pour que les développements soient non seulement convergents, mais qu'ils convergent aussi vers les racines chercées.

11. Changement des variables. Dérivées des ordres supérieurs.

Dans la *Philosophie de la technie* (1815, 1816—1817) on trouve plusieurs formules du calcul différentiel fort remarquables. Nous citerons celles qui se rapportent au changement de variables et aux dérivées des ordres supérieurs.

Si $F(z)$ est une fonction de y et y une fonction $\varphi(x)$ de la variable x, l'expression de la dérivée d'ordre m de la fonction F par rapport à la variable x sera d'après WRONSKI

$$\frac{d^n F}{dx^n}=\frac{\mathfrak{W}\left[\frac{d\varphi}{dy},\left(\frac{d\varphi}{dy}\right)^2,\ldots,\left(\frac{d\varphi}{dy}\right)^{n-1}\frac{dF}{dy}\right]}{1^{1/1}\cdot 1^{2/1}\ldots 1^{n/1}\left(\frac{d\varphi}{dy}\right)^{\frac{n(n+1)}{2}}}.$$

Cette formule est très utile pour l'étude des développements des fonctions en séries.[59]

On trouve dans le même ouvrage les formules

$$\frac{d^n F}{dx^n}=\frac{d^n F(z)}{dz^n}\theta^{-\mu}+\frac{\mu-1}{1}\frac{d^{n-1}F(z)}{dz^{n-1}}\left(\frac{d\theta^{-\mu}}{dz}\right)+\ldots;$$

$$\frac{d^n F}{dx^n}=\left|\frac{d^{n-1}\left(\theta^{-\mu}\frac{dF(x+z)}{dz}\right)}{dz^{n-1}}\right|_{z=0},$$

$$\theta=\frac{\varphi(x+z)-\varphi(x)}{z},$$

données postérieurement par HOPPE, SCHLÖMILCH et par autres savants.[60]

On y trouve aussi[61] la formule la plus générale exprimant la dérivée

$$\frac{d^m F(x_1, x_2, \ldots, x_m)}{dy_1^{m_1}dy_2^{m_2}\ldots dy_n^{m_n}}. \qquad (m_1+m_2+\ldots+m_n=m)$$

12. Calcul des grades et des gradules.

Dans la *Philosophie des mathématiques* (1811), WRONSKI propose une nouvelle espèce de calcul infinitésimal par les définitions suivantes.

Soit $y=\varphi(x)$ une fonction de x; concevons que l'exposant de x reçoive un accroissement $\gamma(x)$, l'exposant de y recevra alors un accroissement que nous désignons par $\gamma(y)$. Nous aurons

$$y^{1+\gamma(y)}=\varphi(x^{1+\gamma(x)}),\; y^{\gamma(y)}=\frac{\varphi(x^{1+\gamma(x)})}{\varphi(x)}.$$

Faisons $x^{1+\gamma(x)}=x+\xi$, il viendra

$$y^{\gamma(y)}=e^{\Delta\log\varphi(x+\xi)}.$$

Lorsque ξ est une quantité infiniment petite, le «grade» $\gamma(\varphi(x))$ devient un »gradule» $g(\varphi(x))$ et nous aurons

$$g(\varphi(x)) = \frac{d \log \varphi(x)}{\log \varphi(x)}.$$

Ce sont le grade et le gradule du premier ordre; on définit le grade et le gradule du seconde ordre par les expressions

$$y^{\gamma(y) + \gamma_2(y)} = e^{\Delta \log \varphi(x+\xi)^{1+\gamma(\varphi(x+\xi))}},$$

$$\gamma_2(\varphi(x)) = \frac{\Delta^2 \log \varphi(x + 2\xi)}{\log \varphi(x)},$$

$$g_2(\varphi(x)) = \frac{d^2 \log \varphi(x)}{\log \varphi(x)}.$$

Pour les grades et les gradules des ordres supérieurs on aura analoguement

$$\gamma_\mu(\varphi(x)) = \frac{\Delta^\mu \log \varphi(x + \mu\xi)}{\log \varphi(x)},$$

$$g_\mu(\varphi(x)) = \frac{d^\mu \log \varphi(x)}{\log \varphi(x)}.$$

D'après ces définitions on établit les lois du nouveau calcul, en particulier les formules pour

$$g_\mu(F(x) + f(x)),\ g_\mu(F(x) \cdot f(x)),\ g_\mu(F(x)^{f(x)}),$$

et les lois qui lient cette nouvelle branche avec le calcul différentiel;[62] le calcul inverse des gradules répond au calcul intégral. Wronski regarde le nouveau calcul comme indépendant du calcul infinitésimal ancien. Pour ce qui concerne son utilité, l'algorithme des grades et des gradules est resté sans applications, malgré une application tentée par l'inventeur à la détermination de la nature des racines des équations algébriques et une autre inachevée, que j'ai trouvée dans un manuscrit inédit, à la théorie des nombres.

[52] Laplace, *Théorie analytique des probabilités* (*Oeuvres*, t. VII.), Livre I, Première Partie, chap. I: »Des fonctions génératrices à une variable.»

[53] E. West, *Exposé des méthodes générales en mathématiques* p. 287.

[54] E. West, l. c. p. 61 et suiv.

[55] H. Poincaré, *Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste* (Paris, 1892), Chapitre II: Intégration par les séries, p. 52 et suiv. — E. Picard, *Sur les équations linéaires du second*

ordre renfermant un paramètre arbitraire. Comptes rendus de l'académie des sciences de Paris, 19 février 1894. *Sur les équations différentielles renfermant un paramètre arbitraire.* Ibid. 9 Avril 1894. — E. Lindelöf, *Sur l'application des méthodes d'approximations successives à l'étude des intégrales réelles des équations différentielles.* Journal de mathématiques **10**$_4$, 1894, p. 125 et suiv.

56 P. Ruffini, *Intorno al metodo generale proposto dal sig. Hoene Wronski onde risolvere le equazioni di tutti i gradi.* Memoria ricevuta li 20 Marzo 1816. Memorie della Società Italiana **18**, 1820.

57 Torriani, *Memoria premiada na Sessão publica de 24 de Janho de 1818 sobre o programma proposto para a mesmo anno: »Dar a demonstração das formulas propostas por Wronski para a resolução geral das equações».* Memorias da Academia Real das Sciencias de Lisboa **6**, 1819, p. 33—56.

58 Ruffini, *Teoria generale delle equazioni in cui si dimostra impossibile la soluzione algebrica delle equazioni generali di grado superiore al quarto* (Bologna 1799).

59 H. Laurent, *Traité d'analyse.* T. V (1890) p. 36—38. — S. Dickstein, *O »prawie najwyzszém« Hoene-Wrónskiego w matematyce* [Sur la loi suprême de Wronski]. Prace matematyczno-fizyczne **2**, 1890, p. 162. — H. Zorawski, *O szeregach odwracajacych* [Sur l'inversion des fonctions par les séries]. Prace matematyczno-fizyczne **5**, 1894, p. 147.

60 R. Hoppe, *Theorie der independenten Darstellung der höheren Differentialquotienten.* (Leipzig 1845). — O. Schlömilch, *Compendium der höheren Analysis* **2** (1866), p. 3 et suiv. — R. Most, *Über die höheren Differentialquotienten,* Mathem. Annalen **4**, 1872, p. 499—504. — L. Königsberger, *Über das Bildungsgesetz der höheren Differentiale einer Function von Functionen.* Mathem. Annalen **27**, 1886, p. 473 et suiv.

61 Ch. Lagrange, *Développement des fonctions d'un nombre quelconque de variables indépendantes à l'aide d'autres fonctions de ces mêmes variables. Dérivées des fonctions de fonctions.* Mémoires de l'Académie de Belgique **48**, 1885.

62 A. S. de Montferrier, *Encyclopédie mathématique* **3**, p. 96—103. — W. Krauze, *Róznice i rózniczki wykladnicze* [Différences et différentielles exponentielles]. Prace matematyczno-fizyczne **5**, 1894, p. 160—168. — S. Dickstein, *Z Wronskiego teoryi stopni skonczonych i nieskonczenie malych* [Sur la théorie des grades et des gradules de Wronski]. Prace matematyczno-fizyczne **5**, 1894, 169—174.

Nochmals der Jakobsstab.

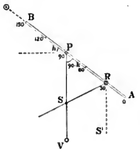
Von H. Suter in Zürich.

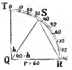
In der Bibliotheca Mathematica 1895 (S. 13—18) veröffentlichte ich einen Artikel, betitelt *Zur Geschichte des Jakobsstabes*, in welchem ich als wahrscheinlich hinstellte, dass das Linear-Astrolabium oder der Stab des Tûsî mit dem Jakobsstab identisch sei und zugleich den Wunsch aussprach, es möchte Herr Baron Carra de Vaux in Paris die Güte haben, die Stellen des Ms. arab. N:o 1148, die über dieses Instrument handeln und die L. A. Sédillot in seinem *Mémoire sur les instruments astronomiques des Arabes* weggelassen hatte, zu veröffentlichen. Herr Baron Carra de Vaux ist nun diesem Wunsche in höchst anerkennenswerther Weise nachgekommen und ich benutze diesen Ort, um ihm von meiner Seite aus den wärmsten Dank für seine Bemühungen auszusprechen.

Im Journal asiatique 1895 (N:o de Mai—Juin) hat der genannte Gelehrte die betreffende Stelle aus dem Ms. arab. N:o 1148 (jetzt N:o 2508), welches den 3. und 4. Bd. eines astronomischen Werkes von Abû'l-Hassan 'Ali ben 'Omar el-Merrakeschî, betitelt »die Gesammtheit der Anfänge und der Enden» enthält, im arabischen Text und mit französischer Übersetzung veröffentlicht. Die Übersetzung bot wegen des specifisch technischen Inhaltes der Abhandlung keine geringen Schwierigkeiten dar, die aber von Herrn Carra de Vaux in ausgezeichneter Weise überwunden worden sind, wie wir es auch von dem Herausgeber und Übersetzer der Mechanik des Heron nicht anders erwartet haben. Da aber der Text des Ms. gar keine Figur enthält, so wäre es trotz der beinahe wörtlichen Übersetzung äusserst schwierig, eine *genaue* Darstellung des in Frage stehenden Instrumentes zu geben, aus der jeder Leser die Construction und Anwendung desselben klar ersehen könnte; ich wenigstens muss in dieser Richtung mein Unvermögen bekennen. Eines aber steht fest, nämlich die Thatsache, dass der Stab des Tûsî *nicht identisch* mit dem Jakobsstab ist, dass also meine in dem oben genannten Artikel ausgesprochene Vermuthung eine irrige war. So bleibt also immer noch bis auf weitere Entdeckungen der von S. Günther und M. Steinschneider als Erfinder oder wenigstens erster Beschreiber des Jakobsstabes genannte Levi ben Gerson als solcher in Kraft bestehen.

Der Stab des Tûsî ist ein vereinfachtes Astrolabium, bei welchem die auf den ebenen Astrolabien (Planisphärien) durch Kreis- oder elliptische Bögen dargestellten verschiedenen Himmelskreise (wie Äquator und seine Parallelkreise, die Ekliptik, die Mukantarate etc.) einfach durch die Durchschnittspunkte dieser Kreise mit der Linie, in welcher sich Meridiankreis und Projectionsebene schneiden (d. h. mit der Südrichtung) ersetzt waren, oder kürzer: Statt des Planisphaeriums nahm man einfach seine Südlinie (den Stab), mit den Durchschnittspunkten sämmtlicher Kreise des Planisphaeriums versehen. Das Instrument war, wie in der veröffentlichten Abhandlung auch an mehreren Stellen ausgesprochen wird, für die meisten Beobachtungen unpraktisch und ungenauer als das Planisphaerium, für die Auffindung der Azimute von Fixsternen sogar unbrauchbar.

Die erste in der Abhandlung beschriebene Anwendung dieses Instrumentes, diejenige zur Bestimmung der Sonnenhöhe, ist die einfachste und deshalb leicht verständlich; ich gebe sie im Folgenden wieder.





Der ganze Stab AB ist in 150 gleiche Teile geteilt (der Verfasser bemerkt, dass 180 die bequemere Teilung gewesen wäre); beim 30. Teilpunkt (R), dem *Mamsak* (= Rétenteur = Halter, Angriffspunkt), ist ein kleines Loch durch den Stab gebohrt, durch welches ein Faden geführt werden kann, beim 90. Teilpunkt (P), dem *Kutb* (= Pol), ist ein etwas grösseres Loch gebohrt, durch welches das Senkblei PV herabgelassen werden kann. Die 60 Teile PR repräsentiren den Radius des Wendekreises des Steinbocks, dessen Ebene bei den Planisphärien als Projectionsebene angenommen wird. Um nun die Sonnenhöhe h zu bestimmen, richtet man den Stab mit dem Polende genau nach der Sonne, lässt das Senkblei im Punkte

P hinunter, verschiebt an demselben eine Hülse (Marke) S soweit, dass PS = PR wird, spannt den in R herunterhängenden Faden RS' in die Richtung RS und bringt die Länge RS als Sehne an den Quadranten, dessen Radius ebenfalls = 60 Teilen des Stabes, also = PR sein muss, so gibt der Bogen ST die Sonnenhöhe *h* an.

Für die meisten Messungen sind ausser dem Stab und dem Quadranten auch noch Tafeln nothwendig, man sieht aber aus diesem einzigen Beispiele, dass die Messungs-Resultate mit diesem Stab des Tûsî keinen Anspruch auf Genauigkeit machen konnten. In der Abhandlung sind ausser dieser Höhenbestimmung der Sonne noch folgende Messungen beschrieben: Höhenmessung von Fixsternen, Bestimmung des *Fadl ed-Dâir*, d. h. des Stundenwinkels, ferner des Tagesbogens der Sonne, des Stundenwinkels eines auf dem Stab markirten Sternes, der verflossenen Zeit der Nacht, der Ascendenten zu irgend einer Tageszeit, der Aufgangszeit der auf dem Stabe markirten Sterne, der Co-Ascendenten der Häuser des Thierkreises, der Tageszeit und andere.

Geometrie mit constanter Zirkelöffnung im Altertum.

Von M. Kutta in München.

Aus einer Stelle des Pappus[1] ist von Herrn Cantor[2] geschlossen worden, dass schon die Griechen die Geometrie mit fester Zirkelöffnung kannten. Dort werden unter den als »werkzeugsmässig gelöst« (*ὀργανικά*), und als »der geometrischen Berechtigung entbehrend« (*τῆς ἐξουσίας γεωμετρικῆς ἀφαιρούμενα*) charakterisirten Problemen solche erwähnt, die »*ἑνὶ διαστήματι*« gezeichnet werden. Dem Zusammenhange nach aber erscheint es gewagt, diese als »mit fester Zirkelöffnung beschriebene« zu deuten, da bei den letzteren die Beweise äusserst leicht zu geben sind, und man mit den bei den Griechen als einzig rein geometrisch betrachteten Constructionsmitteln (Zirkel und Lineal) nicht nur ausreicht, sondern sogar diese nur in eingeschränktem Masse verwendet. Schon Hultsch hat die anscheinende Unklarheit bemerkt und schlägt vor, an Stelle von *ἑνὶ διαστήματι* lieber *κανονίῳ τινί* (mit einem beweglichen Lineal) zu lesen, wobei er am Probleme wie die Würfelverdoppelung denkt. Eine vielleicht genügende Deutung der Stelle gewinnt man aber, ohne sie zu ändern, durch Heranziehung von Pappus 244, 14, wo bei Construction der Conchoide das Wort *διάστημα* in spezieller technischer Bedeutung für die constante auf den Strahlen abzutragende Strecke eingeführt wird.[3] Darnach sind die obigen Probleme also die durch Abtragung »einer constanten Strecke«, analog wie bei der Conchoide, lösbaren, wozu die Charakterisirung vorzüglich passt. Eine Bekanntschaft der Griechen mit der Geometrie mit constanter Zirkelöffnung dürfte bei Annahme dieser Erklärung jener Stelle, der einzigen der griechischen Literatur, die darauf hinweisen könnte, unwahrscheinlich erscheinen.

[1] Pappi Alexandrini *Collectiones quæ supersunt, ed.* F. Hultsch, III (Berlin 1878), S. 1074.

[2] Cantor, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, Band 1 (zweite Auflage), S. 421.

[3] *Καλείσθω δὲ ἡ μὲν ΑΒ εὐθεῖα »κανών«, τὸ δὲ σημεῖον Ε »πόλος«, »διάστημα« δὲ ἡ ΓΔ.*

RECENSIONEN. — ANALYSES.

M, Cantor. VORLESUNGEN ÜBER GESCHICHTE DER MATHEMATIK. DRITTER BAND. VOM JAHRE 1668 BIS ZUM JAHRE 1759. ZWEITE ABTHEILUNG. DIE ZEIT VON 1700 BIS 1726. Leipzig, Teubner 1896. 8°, p. 253—472.

L'ordre des matières traitées dans cette seconde partie du troisième tome des *Vorlesungen* est à peu près le même que celui adopté par M. CANTOR pour la période 1668—1699 (voir Biblioth. Mathem. 1894, p. 89—91). En premier lieu il signale les ouvrages d'histoire des mathématiques et les éditions d'auteurs classiques; après quelques notices sur l'histoire du calcul infinitésimal jusqu'en 1704, il donne ensuite une exposition détaillée (42 pages) des débats sur la priorité de l'invention des nouveaux calculs, débats commencés en 1699 par FATIO DE DUILLIER et terminés seulement après la mort de LEIBNIZ. Puis il rend compte successivement du développement de l'analyse combinatoire et du calcul des probabilités, de la théorie des suites et du calcul aux différences. Enfin les trois derniers chapitres sont consacrés aux progrès de l'algèbre, des procédés de différentiation et d'intégration, de la géométrie analytique et projective, ainsi que de l'intégration des équations différentielles.

Personne qui aura lu avec attention la nouvelle partie des *Vorlesungen,* ne niera qu'elle ne soit digne de son éminent auteur. Nous nous permettons de signaler p. ex. l'exposition des débats sur la priorité de l'invention du calcul infinitésimal, exposition tracée de main de maître et évidemment *con amore.* D'autre part nous ne serions pas surpris, si quelque lecteur émettait l'opinion que cette partie ne contienne pas une exposition complète et uniforme des recherches mathématiques les plus importantes faites pendant la période 1700—1726, mais qu'elle soit plutôt un recueil d'importants traités sur les progrès de plusieurs (ou bien la plupart) des branches de mathématiques pendant cette période, renfermant aussi un certain nombre de notices sur les progrès des autres branches dans le même temps. En effet, à partir du commencement du 18e siècle, les matériaux pour l'histoire des mathématiques deviennent si abondants et si hétérogènes, qu'il est à peu près impossible pour un seul homme de les traiter convenablement sans avoir recours à des monographies historiques sur chaque branche particulière. Et même en ce cas, on sera très facilement induit à s'occuper trop des branches pour lesquelles on a une prédilection marquée, et de négliger un peu les autres.

Pour illustrer par un exemple ce que nous venons de dire, nous nous permettons de choisir l'histoire du calcul aux différences finies et en particulier les services rendus par Taylor à ce calcul. Dans notre mémoire *Differenskalkylens historia*, I (Upsala 1878), nous avons donné une exposition détaillée de ces services. Il en résulte que Taylor a introduit les termes *incrementum* (= différence), *integralis* et *valor successivus;* qu'il a donné les notations pour les différences et les intégrales, savoir

$$\underset{n}{x} = \Delta^n x\,, \quad {}^n[x] = \Sigma^n x\,;$$

qu'il a établi le théorème pour la détermination des différences successives, et appelé l'attention sur la dépendance mutuelle entre les différences et les intégrales; en un mot, qu'il a jeté les fondements de la méthode générale du calcul aux différences. Il a, de plus, fait connaître diverses formules, comme celles qui donnent

$$u\ ,\ u_{x+k}\,,\ u_{x-k}\,,\ \Delta x^{(m)}\,,\ \Delta x^{(-m)}\,,\ \Delta a^x\,,$$
$$\Delta^n(u_x v_x)\,,\ \Sigma x^{(m)}\,,\ \Sigma x^{(-m)}\,,\ \Sigma a^x\,,\ \Sigma^n(u_x v_x)\,,\ \Sigma[a^x \varphi(x)]\,.$$

Il s'est aussi occupé de la théorie des équations aux différences; il a démontré l'existence d'une solution; il a déterminé la forme générale de la solution complete et exprimé la valeur de la variable dépendante sous la forme d'une série infinie; il a donné une méthode d'intégration pour certaines équations aux différences du premier ordre. Enfin il a appliqué le calcul des différences à l'interpolation et à la sommation des séries.

Maintenant, si nous examinons les quelques pages que M. Cantor a consacrées à Taylor, nous n'y trouvons à peu près rien relativement au calcul des différences finies. M. Cantor parle (p. 365) un peu des notations générales de Taylor, mentionne (p. 367—368) la déduction de la série connue sous son nom, nous avertit (p. 369) que Taylor s'est occupé de l'interpolation et de la sommation des séries, et fait observer enfin (p. 370) que dans la *Methodus incrementorum* »die Lehre von den endlichen Differenzen eigentlich am stiefmütterlichsten, mindestens am undeutlichsten behandelt ist, wiewohl sie dem Buche den Titel verlieh und das Buch wieder anderen Mathematikern den Anstoss gab, tiefer in den Gegenstand einzudringen». On voit que M. Cantor passe sous silence précisement les plus importantes contributions de Taylor au calcul des différences finies.

On pourrait nous objecter que, notre mémoire étant rédigé en suédois, les résultats en ont été inaccessibles à M. CANTOR, et que, par consequent, s'il a traité TAYLOR en marâtre, il a agi tout à fait involontairement. L'objection est sans doute juste, mais nous faisons observer qu'un résumé, en allemand, de notre mémoire a été publié dans le Repertorium der literarischen Arbeiten auf dem Gebiete der Mathematik 2 (1879), p. 340—342, et qu'une courte analyse en français a été insérée au Bulletin des sciences mathématiques 3_2, 1879, p. 381—382. Donc si M. CANTOR avait jugé indispensable de rendre compte de l'histoire du calcul des différences finies à partir de TAYLOR, il ne lui aurait pas été impossible de consacrer à ce sujet au moins une page de plus, sans qu'il lui eût été nécessaire de se livrer à une étude approfondie des passages obscurs et parfois presque incompréhensibles de la *Methodus incrementorum*.

Par ce qui précède, nous n'avons point voulu avancer positivement qu'il y a d'importantes lacunes dans l'exposition de M. CANTOR, d'autant moins que nous reconnaissons que la valeur relative d'une découverte mathématique peut être appréciée très diversement par différentes personnes. Notre intention a été seulement de faire ressortir que, pour les raisons que nous avons indiquées, il est très difficile d'éviter de telles lacunes en traitant la période dont s'est occupé M. CANTOR. En tout cas nous croyons pouvoir affirmer que son ouvrage, tel qu'il est actuellement, rendra les plus grands services à l'étude de l'histoire des mathématiques et que, par conséquent, il nous faut en être vivement reconnaissants à M. CANTOR.

Voici à la fin quelques petites observations, peu importantes au reste, que nous avons faites en lisant la nouvelle partie des *Vorlesungen*.

P. 255. L'écrit *Problema deliacum de duplicationi cubi* (Upsaliæ 1716) n'a pas pour auteur HARALD VALLERIUS (né en 1646, professeur des mathématiques à l'université d'Upsala depuis 1690, mort en 1716), mais (comparez Biblioth. Mathem. 1889, p. 3) son fils JOHANNES VALLERIUS (né en 1677, professeur des mathématiques à l'université d'Upsala depuis 1712, mort en 1718). Cet écrit contient une notice assez complète sur l'histoire du problème Déliaque, dont il indique 25 solutions proposées depuis HIPPOKRATES jusque vers la fin du 17e siècle.

P. 256. Aux écrits historico-mathématiques cités par M. CANTOR, on pourrait ajouter celui de J. GRAM: *De origine geo-*

metriæ apud Ægyptos (Hauniæ 1706; cf. Biblioth. Mathem. 1889, p. 76) et peut-être aussi celui de JEAN II BERNOULLI: *Dissertatio utrum Galli præstant Anglis inventorum physicorum et mathematicorum laude* (Basileæ 1724; cf. Biblioth. Mathem. 1890, p. 100).

P. 259. »Der ... geschichtlichen Literatur ist auch eine Gattung von Werken verwandt, deren erstes, so weit uns bekannt ist, der in diesem Abschnitte behandelten Zeit angehört. Wir meinen mathematische Wörterbücher». Il y a des dictionnaires mathématiques parus antérieurement au 18e siècle. Ainsi HIERONYMUS VITALIS publia en 1668 un *Lexicon mathematicum, astronomicum, geometricum; hoc est rerum omnium ad utramque immo & omnem fere mathesim quomodocunque spectantium collectio & explicatio. Adiecta brevi novorum theorematum expansione, verborumque exoticorum dilucidatione ut non injuria disciplinarum omnium mathematicarum summa & promptuarium dici possit* (Parisiis MDCLXVIII, in-8°), et JACQUES OZANAM est auteur d'un *Dictionaire mathématique ou idée générale des mathématiques, dans lequel sont contenus les termes de cette science, outre plusieurs termes des arts & des autres sciences, avec des raisonnemens qui conduisent peu à peu l'esprit à une connoissance universelle des mathématiques* (Paris et Amsterdam [deux différentes éditions] M. DC. LXXXXI, in-4°).

P. 281. M. CANTOR rapporte un passage d'un article de LEIBNIZ, où est citée la *Synopsis geometrica* du mathématicien HONORÉ FABRI, et il avertit (p. 282) que cet ouvrage a paru en 1669. Comme FABRI n'est pas mentionné dans le tome II des *Vorlesungen*, on aurait pu désirer une petite note signalant que ce savant, connu aussi par ses ouvrages d'astronomie et de physique, était né vers 1606 et mourut en 1688.

P. 340. Il convient de faire observer que l'écrit de JOHAN DE WITT sur la mortalité auquel JACQUES BERNOULLI fait allusion dans sa lettre à LEIBNIZ, est précisement la brochure: *Waerdye Van Lyf-Renten Naer proportie van Los-Renten* (Haag 1671), dont M. CANTOR a rendu compte aux pages 42—45 du cahier III: 1 des *Vorlesungen*.

P. 342. A l'instar de plusieurs auteurs antérieurs (p. ex. MONTUCLA et HOFFER), M. CANTOR indique que la première édition de la *Doctrine of chances* a paru en 1716, mais nous doutons qu'il y en ait des exemplaires portant sur le feuillet de titre cet an d'impression. Le livre de MOIVRE n'a été publié qu'en 1718 (cf. le compte rendu inséré dans les Acta Eruditorum 1721, p. 131), date signalée p. ex. par TODHUNTER et BALL.

P. 358. »Wir ... bemerken ... dass ... das ... Differenzenzeichen damals [c'est à dire en 1711] schon vorhanden war, wovon wir im 100. Kapitel uns überzeugen werden». — P. 439: »Noch eine zweite Bemerkung haben wir an die 1706 gedruckte Abhandlung [c'est à dire le mémoire de JEAN BERNOULLI sur le problème des isopérimètres] zu knüpfen. In ihr erscheint das Differenzenzeichen Δ». Le passage auquel se rapporte l'indication de M. CANTOR, est le suivant (Mémoires de l'académie des sciences de Paris 1706, p. 237): »Il faut aussi remarquer qu'en général on exprimera les différences des fonctions de RO, RT par $\Delta RO \times TO$, en prenant Δ pour le signe ou la caractéristique des différences des fonctions, où l'on omet les différences des grandeurs dont elles sont fonctions». Donc ΔRO n'est pas la différence de RO, mais la différence d'une *certaine fonction de* RO; de plus, on trouve aisément qu'ici le mot »différence» ne signifie point différence finie, mais qu'il correspond au terme moderne »dérivée», et que, par conséquent, le symbole Δ doit être défini non pas par l'équation $\Delta f(x) = f(x+h) - f(x)$, où $f(x)$ est une fonction quelconque, mais par l'équation $\Delta x = \frac{df(x)}{dx}$, où $f(x)$ est une fonction donnée à l'avance (cf. ENESTRÖM, *Framställning af striden om det isoperimetriska problemet.* Upsala universitets årsskrift 1876. Matematik och naturvetenskap II, p. 58). Il s'ensuit que JEAN BERNOULLI n'a pas introduit le symbole actuel de différence finie; autant que nous sachions, EULER est le premier auteur qui s'en est servi.

P. 362. On pourrait ajouter ici que le problème de l'interpolation a été traité déjà avant COTES par HERMANN, qui avait trouvé en 1704 ou 1705 une formule dont celle de NEWTON n'est qu'un cas particulier (cf. ENESTRÖM, *Differenskalkylens historia* I, p. 18—19).

P. 364. »Das Exemplar [der *Methodus incrementorum directa et inversa*] der Heidelberger Universitäts-Bibliothek trägt die irrige Bezeichnung: Londini MDCCXVII. Wir wissen nicht, ob das ein neuer Abdruck ist, oder ob die falsche Jahreszahl auf einem Druckfehler beruht». Dans notre mémoire déjà cité: *Differenskalkylens historia* I, p. 28, nous avons signalé qu'il y a deux variantes du feuillet de titre de la *Methodus incrementorum,* dont la première a l'indication: »Londini ... Prostant apud Gul. Innys ... MDCCXV», et la seconde l'indication: »Londini, Impensis Gulielmi Innys ... MDCCXVII». Mais tous les exemplaires que nous avons vus, appartiennent à une même édition, sauf naturellement ceux de l'édition photolithographiée en 1862 à Berlin par Friedländer & Sohn, qui se sont servis de la seconde variante du feuillet de titre.

P. 369. »Von Unterschieden von endlicher Grösse ist ferner [in der *Methodus incrementorum*] nicht mehr die Rede». Nous faisons observer qu'aux pages 112—114 de l'ouvrage de TAYLOR se trouve une application de la théorie de l'intégration des équations linéaires aux différences finies.

P. 370. »NICOLE ... verfolgte die Absicht, klarer darzustellen, was in TAYLORS *Methodus incrementorum* nicht mit genügender Deutlichkeit ausgeführt sei. NICOLE hat diese seine Absicht durchaus erfüllt». Dans notre note *Om Taylors och Nicoles inbördes förtjänster beträffande differenskalkylens första utbildande* (Öfversigt af [svenska] vetenskapsakad. förhandl. **51**, 1894, p. 177—187) nous avons essayé de démontrer que NICOLE s'est restreint à une partie peu considérable des questions du calcul aux différences finies, dont TAYLOR s'était occupé dans la *Methodus incrementorum*.

P. 404. L'indication que l'écrit *Enumeratio linearum tertii ordinis* de NEWTON a paru en 1706, est sans doute une simple faute d'impression (cf. p. 268 et p. 280, où M. CANTOR mentionne aussi qu'une analyse de cet écrit a été insérée par LEIBNIZ dans le cahier de janvier 1705 des Acta Eruditorum), bien qu'il soit vrai que la *seconde* édition en a été publiée en 1706. Au reste il est probable que la rédaction de cet écrit ait été commencée par NEWTON avant 1676, et que la rédaction définitive ait été achevée vers 1695 (cf. l'important mémoire de M. W. W. R. BALL *On Newton's classification of cubic curves;* Transactions of the London Mathematical society **22**, 1891, p. 104).

P. 429. »In den Acta Eruditorum vom Juni 1700 gab JAKOB BERNOULLI zunächst eine Anzahl von Beispielen [seiner Lösung des isoperimetrischen Problems]». La note à laquelle M. CANTOR fait allusion (Acta Eruditorum 1700, p. 261—266), n'est qu'un extrait d'un opuscule publié par JACQUES BERNOULLI sous le titre suivant: JACOBI BERNOULLII *ad fratrem suum Johannem Bernoulli epistola, cum annexâ solutione propriâ problematis isoperimetrici* (Basileæ 1700, in-4°). Le reste de cet opuscule a été réimprimé par CHARLES BOSSUT dans le journal: Observations sur la physique, sur l'histoire naturelle et sur les arts, dirigé par l'abbé ROZIER, tome XLI (1792), p. 161—173 (cf. ENESTRÖM, *Framställning af striden om det isoperimetriska problemet*, p. 32 et L'intermédiaire des mathématiciens **3**, 1896, p. 30).

P. 439. »JOHANN BERNOULLI hatte die Drucklegung seiner Abhandlung, sei es unabsichtlich, sei es absichtlich, sich verzögern sehen oder verzögern lassen». Dans notre petite note *Sur un point de l'histoire du problème des isopérimètres* (Biblioth. Mathem. 1888, p. 38) nous avons fait observer que JEAN BERNOULLI ne laissait point, pour parler avec BOSSUT (*Histoire générale des mathématiques*, tome II [Paris 1810], p. 41—42), son mémoire »dormir paisiblement pendant cinq ans aux dépots de l'académie». Si JEAN BERNOULLI avait fait sa volonté, le mémoire aurait probablement été publié déjà en 1701, mais VARIGNON arrangeait de manière que le manuscrit en fut retourné à son auteur. Ci-dessous nous nous permettons de reproduire quelques passages de la lettre que VARIGNON adressa à JEAN BERNOULLI sur ce sujet le 27 février 1701.

Votre frère se prépare à partir dans 15 jours ou 3 semaines pour être à l'ouverture de votre paquet de solutions (que je donnai le 1er de ce mois à l'académie), et cela sans avoir encore fait imprimer les siennes, les apportant (dit-il) en manuscrit à l'académie. J'ai reçu vendredi une lettre des plus terribles ... Vous ne sauriez croire tout ce qu'il me dit de duretés grossières par rapport à la partialité dont il m'accuse en ce rencontre.... Pour l'arrêter, je lui écrivis mercredi sur le champ que j'allais redemander votre paquet à Mr le secrétaire pour vous le renvoyer. Ce que j'ai effectivement fait (suivant l'avis de Mr le marquis de L'HÔPITAL, avec lequel j'en conférai le même jour), non seulement parce que j'ai conçu que vous ne seriez pas content que Mr votre frère fût ici à l'ouverture de vos analyses sans y être aussi pour vous défendre, et sans que les siennes soient publiques. Mais aussi par l'appréhension que j'ai que l'académie ne m'impute le vacarme qu'il pourra faire ici contre elle ou dans les journaux étrangers. A cela Mr le président a dit qu'il fallait que ce fût vous qui redemandassiez vous même votre paquet... Voyez et me dites incessamment ce que vous souhaitez en ce rencontre.

La réponse de JEAN BERNOULLI étant perdue, nous ignorons s'il réclama expressément son mémoire, mais en tout cas il est certain que le paquet lui fut renvoyé par FONTENELLE le 23 mars 1701. Après la mort du frère, JEAN BERNOULLI remit de nouveau à VARIGNON le paquet, qui portait encore le cachet de l'académie, et le mémoire fut enfin publié en 1706.

P. 458. »DANIEL BERNOULLI wartete noch zwei Jahre mit der Veröffentlichung seiner Methode». Cette indication doit être un peu modifiée, car la méthode proposée par DANIEL BERNOULLI dans les Acta Eruditorum 1725, p. 473—475 avait été publiée déjà en 1724 dans l'ouvrage: DANIELIS BERNOULLII *exercitationes quædam mathematicæ* (Venetiis. MDCCXXIV, in-4°), p. 77—80. Par la »Licenza» insérée à la page 96 de cet ouvrage, on voit qu'il était achevé déjà le 11 juillet 1724.

P. 460. »Von CHRISTIAN GOLDBACH ... wissen wir kaum irgend etwas vor seiner Reise, welche er um 1720 nach Italien machte». Dans notre *Nouvelle notice sur un mémoire de Chr. Goldbach relatif à la sommation des séries, publié à Stockholm en 1718* (Biblioth. Mathem. 1887, p. 23—24), nous avons appelé l'attention sur une lettre adressée le 24 novembre 1723 par GOLDBACH à DANIEL BERNOULLI, où celui-là donne quelques renseignements sur ses occupations avant 1720. Par la notice citée et par la note antérieure sur le même sujet (Biblioth. Mathem. 1884, col. 15—16), on voit que GOLDBACH avait séjourné à Stockholm en 1718, et qu'il y avait publié alors un *Specimen methodi ad summas serierum,* reproduit plus tard dans les Acta Eruditorum 1720, p. 27—31; un résumé en suédois de ce *Specimen* se trouve aux pages 455—461 de l'ouvrage de A. G. DUHRE: *Första delen af en grundad geometria* (Stockholm 1721, in-4°). DUHRE dit (p. 459) que le *Specimen* a été imprimé en 1719, mais cette indication est probablement inexacte (cf. Biblioth. Mathem. 1884, col. 16). Dans son opuscule, GOLDBACH fait voir aussi que la série infinie dont le terme général est

$$\frac{e}{px^2 \pm qx \pm r},$$

peut être sommée si, le dénominateur étant réduite à la forme

$$p(x \pm a)(x \pm a + n),$$

n est un nombre entier, et que la somme en est

$$\frac{e}{np}\left(\frac{1}{1 \pm a} + \frac{1}{2 \pm a} + \ldots + \frac{1}{n \pm a}\right).$$

Nous ne nous souvenons pas d'avoir vu ce théorème signalé dans aucun traité antérieur à 1718.

La signature dont GOLDBACH s'est servi dans les Acta Eruditorum 1720, est C. G., et il nous semble très probable qu'il soit aussi l'auteur de la petite note *Temperamentum musicum universale,* publiée sous la même signature dans les Acta Eruditorum 1717, p. 114—115.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

M. Fiorini. Erd- und Himmelsgloben, ihre Geschichte und Konstruktion. Nach dem italienischen frei bearbeitet von **S. Günther.** Leipzig, Teubner 1895. 8°, VI + 137 + (1) p.

L'original de ce traité: *Le sfere cosmografiche e specialmente le sfere terrestri* a été publié dans le Bollettino della società geografica italiana. En le traduisant en allemand, M. Günther l'a considérablement augmenté, de manière que l'étendue de la traduction est à peu près le double de celle de l'original.

L'ouvrage est divisé en 17 chapitres dont les deux premiers se rapportent à l'antiquité, le 3^e^ aux Arabes, le 4^e^ au moyen-âge et le 5^e^ à la renaissance. Les globes du 16^e^ siècle et les méthodes pour leur construction sont traités dans les chapitres 6—10, et ceux du 17^e^ siècle dans les chapitres 11—13. Enfin les auteurs ont consacré deux chapitres au 18^e^ siècle, un au 19^e^ siècle et quelques pages à des renseignements sur des globes lunaires.

Dans l'ouvrage de MM. Fiorini et Günther on trouve un très grand nombre d'intéressantes notices sur les globes terrestres et les sphères célestes, leur construction et leur histoire. Pour donner une idée de l'abondance des matériaux que les auteurs y ont utilisés, il suffit de mentionner qu'environ 600 auteurs ou constructeurs sont cités dans le texte ou dans les notes.

Dans le chapitre XII (»Globusstreifen mit nicht-kreisförmiger Begrenzung»), nous trouvous (p. 86—87) le passage suivant: »Antonio Floriani ist der Name des Kartographen, welcher als der erste eine neue Bahn bei der Konstruktion der Globussegmente betrat». Dans une note annexée à ce passage, M. Günther avertit, qu'il existe à la bibliothèque royale de Stockholm une mappemonde par Alonzo de Santa Cruz, faite en 1542 au moyen d'une méthode de projection parfaitement semblable à celle de Floriani, et il ajoute: »Weitere Untersuchungen werden uns darüber vergewissern müssen, ob und inwieweit dem ganz unbekannten Spanier vor dem Italiener, dessen Leistungen sich doch einigermassen klarer überblicken lassen, wirklich in dieser Angelegenheit die Priorität gebührt». Nous nous permettons de faire observer que Santa Cruz n'est point une personne »tout à fait inconnue». En effet, Navarrete a publié sur lui une notice biographique à part avec le titre: *Noticia biográfica de Alonso de Santa Cruz* (Madrid 1835), et plusieurs autres auteurs ont donné des renseignements sur lui (voir p. ex. le petit article de RUIZ ARBOL cité par VICUÑA dans la Biblioth. Mathem. 1890, p. 18, et l'ouvrage de M. A. F. VALLÍN, *Cultura científica de España en el siglo XVI. Discursos leídos ante la real academia de ciencias exactas, físicas y naturales,* Madrid 1893, p. 50—51, 77, 79, 80, 229, 252, 265). Il en résulte que SANTA CRUZ, »comografo real» à partir de 1536 et mort en 1572, a été un cartographe très actif, et qu'il s'est aussi occupé à des problèmes d'astronomie pratique, par exemple la détermination de la longitude sur mer. Par suite, si FLORIANI ne s'est servi de sa méthode que vers l'an 1553, il semble plus probable que le droit de priorité appartienne à SANTA CRUZ. — M. GÜNTHER mentionne aussi que M. E. W. DAHLGREN a publié une reproduction de la mappemonde de SANTA CRUZ; il convient de signaler que cette reproduction a paru en 1892 (non 1894), et qu'elle a été accompagnée d'une intéressante étude sur la mappemonde (*Map of the world by Alonzo de Santa Cruz 1542. Explanations by* E. W. DAHLGREN, Stockholm 1892; 47 pages grand-in-8°).

A la page 100, les auteurs indiquent que la *Cosmographia* du néerlandais P. SMIT a été publiée en 1689, et que la seconde édition en a paru en 1720. Mais d'après BIERENS DE HAAN (*Bibliographie néerlandaise historique-scientifique des ouvrages importants dont les auteurs sont nés aux 16ᵉ, 17ᵉ et 18ᵉ siècles, sur les sciences mathématiques et physiques avec leurs applications,* Rome 1883, p. 253), cet ouvrage a été publié en 1698 et réédité en 1754; la même indication est répétée aussi par HOUZEAU et LANCASTER (*Bibliographie générale de l'astronomie* I: 2, Bruxelles 1889, p. 1149).

Stockholm. G. ENESTRÖM.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. ENESTRÖM. Stockholm. 8°.
1895: 4.

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. CANTOR. Leipzig. 8°.
40 (1895): 6. — Supplement [= Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik 7]. — **41** (1896): 1.

Aubry, A., Essai historique sur la théorie des équations.
Journ. de mathém. spéciales **19**, 1895, 81—85, 111—113, 127—131, 153—156, 181—185, 197—200.

Aubry, A., Notice historique sur la trigonométrie.
Journ. de mathém. élémentaires **19**, 1895, 104—108, 126—129, 154—157, 173—178.

Birkenmajer, L., Marcina króla z Przemyśla Geometrya praktyczna. Warszawa 1895.
8°, (4) + IX + 82 p. — La *Geometria practica* de MARTINUS DE ZORAWICA (géomètre polonais du 15e siècle).

Bosscha, J., Christiaan Huygens.
Nederlandsch Natuur- en Geneeskundig Congres, Handelingen **5** (Amsterdam), 1895, 583—611.

°**Bosscha, J.**, Christian Huygens. Rede zum 200. Gedächtnisstage seines Lebensendes. Mit erläuternden Anmerkungen. Übersetzt von T. W. ENGELMANN. Leipzig 1895.
8°. — [1·60 Mk.]

Boyer, J., Le mathématicien franc-comtois François-Joseph Servois, d'après des documents inédits.
| *Doubs*, Société d'émulation, Mémoires 1895. 26 p.

Cantor, M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Dritter Band. Vom Jahre 1668 bis zum Jahre 1759. Zweite Abtheilung. Die Zeit von 1700 bis 1726. Leipzig, Teubner 1896.
8°, p. 253—472. — [6 Mk.] — [Analyse:] Mathesis $\mathbf{6}_2$, 1896, 68. (P. M.) — [Analyse du tome III: 1:] Monatshefte für Mathem. **6**, 1895, 20—21.

Carli, A. e **Favaro, A.**, Bibliografia Galileiana (1568—1895), raccolta ed illustrata. Roma 1896.
8°, VIII + 402 + (1) p. — Ministero della pubblica istruzione. Indici e cataloghi XVI.

Curtze, M., Mathematisch-historische Miscellen.
Biblioth. Mathem. 1895, 105—114.

Curtze, M., Ein Beitrag zur Geschichte der Algebra in Deutschland im fünfzehnten Jahrhundert.
Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik **7**, 1895, 31—74.

Curtze, M., Die Handschrift No. 14836 der königl. Hof- und Staatsbibliothek zu München.
Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik **7**, 1895, 75—142 + 1 pl.

°**Czuber, E.**, Aphorismen zur Entwickelungsgeschichte der Mathematik im 19. Jahrhundert. Wien 1895.
8°, 15 p. — [1 Mk.]

Derousseau, J., Historique et résolution analytique complète du problème de Malfatti.
Liège, Soc. d. sc., Mémoires $\mathbf{18}_2$, 1895. 52 p.

Eneström, G., Om lifränteberäkningsmetoderna under sextonhundratalet.
Stockholm, Vetenskapsakad., Öfversigt **53**, 1896, 41—49. — Sur les méthodes employées au 17e siècle pour calculer la valeur d'une rente viagère.

Favaro, A., Serie undecima di scampoli Galileiani.
Padova, Atti e memorie **12**, 1895—1896, 11—40.

Favaro, A., Sette lettere inedite di Guiseppe Luigi Lagrange al P. Paolo Frisi tratte dagli autografi nella Biblioteca Ambrosiana di Milano.
Torino, Accad. d. sc., Atti **31**, 1895—1896. 15 p.

Favaro, A., Nuove contribuzioni alla storia delle scienze nel decimosettimo secolo. Tito Livio Burattini.
Venezia, Istituto Veneto, Atti 7_7, 1896, 110—116.

Fontès, M., Caroli Bovilli liber de numeris perfectis.
Toulouse, Acad. d. sc., Mémoires $\mathbf{6}_9$, 1894, 155—167.

Fontès, M., Pierre Forcadel, lecteur du roy ès mathématiques (1560—1573).
Toulouse, Acad. d. sc., Mémoires $\mathbf{6}_9$, 1894, 282—296.

Galdeano, Z. G. de, Carácter y trascendencia de las matemáticas en la época presente. Zaragoza 1895.
8°, 61 p. — Discurso leído en la universidad de Zaragoza en la solemne apertura del curso académico de 1895 á 1896.

Galilei, G., Opere. Edizione nazionale sotto gli auspicii di sua maestà il re d'Italia. Volume V. Firenze 1895.
4°, 429 + (1) p. — Edition publiée sous la direction de M. A. FAVARO.

Günther, S., Maria Klara Eimmart, ein Bild aus dem Gelehrtenleben des XVII. Jahrhunderts.
Germania 1895, 376—385. — D'après les indications de M. GÜNTHER, MARIA KLARA MÜLLER, née EIMMART n'est pas auteur de l'ouvrage: *Iconographia nova contemplationum de sole* qui lui a été attribué (voir Biblioth. Mathem. 1895, 74, où il faut mettre aussi 1707 au lieu de 1717).

Heiberg, J. L., Overleveringen af Euklids Optik.
Kjøbenhavn, Vidensk. Selskab, Oversigt 1895, 117—131.

Heiberg, J. L., Ptolemäus de analemmate.
Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik **7**, 1895, 1—30.

Hill, G. W., Remarks on the progress of celestial mechanics since the middle of the century.
New York, Americ. mathem. soc. $\mathbf{2}_2$, 1896, 125—136.

Hurwitz, A. und **Rudio, F.,** Briefe von G. Eisenstein an M. A. Stern.
Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik **7**, 1895, 169—203.

Isely, L., Les connaissances mathématiques des anciens Égyptiens.
Arch. d. sc. phys. de Genève **33**, 1895, 587—589.

Kikuchi, D., On the method of the old Japanese school for finding the area of a circle.
Tokyo, Sugaku butsurigaku kwai, Kiji **7**, 1895. 24—26. — La méthode consiste dans l'application du théorème binomial et du procédé d'intégration de WALLIS. — [Traduit en italien:] Periodico di matem. **11**, 1896, 23—25.

Kikuchi, D., Various series for π obtained by the old Japanese mathematicians.
Tokyo, Sugaku butsurigaku kwai, Kiji **7**, 1896, 47—53. — Le plus ancien ouvrage cité par M. KIKUCHI est de la première moitié du 18e siècle.

Kohn, G., Emil Weyr †.
Monatshefte für Mathem. **6**, 1895, 1—4. — [Traduction en italien par F. GERBALDI:] *Palermo*, Circolo matem., Rendiconti **9**, 1895, 260—262.

Königsberger, L., Hermann v. Helmholtz's Untersuchungen über die Grundlagen der Mathematik und Mechanik. Rede zum Geburtsfeste des höchstseligen Grossherzogs Karl Friedrich am 22. November 1895. Heidelberg 1895.
4°, (2) + 51 p.

Korteweg, D. J., Das Geburtsjahr von Johannes Hudde.
Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 22—23.

Loria, G., Un' opera recente sulla storia delle matematiche elementari.
Periodico di matem. **11**, 1896, 1—13. — Sur l'ouvrage de M. ZEUTHEN: *Geschichte der Mathematik im Altertum und Mittelalter* (Kjöbenhavn 1896).

[Mansion, P.], Nécrologie. J. Graindorge.
Mathesis $\mathbf{6}_2$, 1896, 48.

M[ansion], P., Le prince B. Boncompagni.
| Revue des questions scientifiques $\mathbf{7}_2$, 1894. 3 p.

Maupin, G., Note relative à un passage d'Albert Girard.
Paris, Soc. mathém. de France, Bulletin **23**. 1895, 191—192.

Mehmke, R., Przyczynek do historyi machin rachunkowych.
Prace matematyczno-fizyczne **7**, 1895, 177—182. Traduction de la note *Zur Geschichte der Rechenmaschinen* indiquée à la page 31 de la Biblioth. Mathem. 1895.

Meyer, F., Rapport sur les progrès de la théorie des invariants projectifs. Traduction annotée par H. FEHR. (Suite).
Bullet. d. sc mathém. $\mathbf{19}_2$, 1895, 213—224, 246—264.

Miller, G. A., On the lists of all the substitution groups that can be formed with a given number of elements.
New York, Americ. mathem. soc. $\mathbf{3}_2$, 1896, 138—145.

Nagy, A., Sulle opere di Ja'qub ben Ishaq Al-Kindi.
Roma, Accad. d. Lincei, Rendiconti (sc. storiche) $\mathbf{4}_5$. 1895, 157—170.

Rudio, F., Eine Autobiographie von Gotthold Eisenstein. Mit ergänzenden biographischen Notizen.
Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik **7**, 1895, 143—168.

Schlegel, V., Die Grassmann'sche Ausdehnungslehre. Ein Beitrag zur Geschichte der Mathematik in den letzten fünfzig Jahren.
Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 1—21.

Söderbjelm, Sanny, Ur den elementära matematikens historia.
| Nya svenska läroverket 1882—1892 (Helsingfors 1892). 26 p.

Söderbjelm, Sanny, Det historiska elementet i matematikundervisningen.
Helsingfors, Pedagogiska föreningen, Tidskrift **31**, 1894, 73—77.

Söderhjelm, Sanny, Ett blad ur ekvationslärans historia.
Nya svenska lärovärkets berättelse 1895, I—XV.

Steinschneider, M., Die Mathematik bei den Juden.
Biblioth. Mathem. 1895, 97—104.

Wassilief, A., Nikolaj Ivanowitsch Lobatschefskij. Rede, gehalten bei der feierlichen Versammlung der kaiserlichen Universität Kasan am 22. October 1893. Aus dem Russischen übersetzt von F. Engel.
Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik **7**, 1895, 205—244.

°**Wohlwill, E.,** Galilei betreffende Handschriften der Hamburger Stadtbibliothek.
Jahrbuch der Hamburgischen wissenschaftlichen Anstalten **12**, 1895. 77 p. — [Analyse:] Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 219—220. (Cantor.)

Question 53 [sur un opuscule de Desargues]. — Question 54 [sur la signification du mot *mukabala*]. — Question 55 [sur le mathématicien Friscobaldi].
Biblioth. Mathem. 1895, 120. (G. Eneström.)

Ball, W. W. R., A primer of the history of mathematics. London, Macmillan 1895. 8°.
Mathesis **6**$_2$, 1896, 69. (P. M.)

Cajori, F., A history of mathematics. New York, Macmillan & Co. 1895. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 220—221. (Cantor.)

Loria, G., Le scienze esatte nell' antica Grecia. Libro II. Il periodo aureo della geometria greca. Modena 1895. 4°.
Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 218—219. (Cantor.) — Bullet. d. sc. mathém. **19**$_2$, 1895, 265—271. (P. Tannery.)

Rebière, A., Mathématiques et mathématiciens. Pensées et curiosités. Deuxième édition, revue et augmentée. Paris, Nony 1893. 8°.
El progreso matem. **3**, 1893, 178—182.

Répertoire bibliographique des sciences mathématiques. Première série: Fiches 1 à 100. Paris, Gauthier-Villars 1894. 8°.
Jornal de sc. mathem. **12**, 1895, 120—121. (G. T.)

Stäckel, P. und Engel, F., Die Theorie der Parallellinien von Euklid bis auf Gauss. Eine Urkundensammlung zur Vorgeschichte der Nicht-Euklidischen Geometrie. Leipzig 1895. 8°.
Revue des questions scientifiques **8**$_2$, 1895, 603—613. (P. Mansion.) — Monatshefte für Mathem. **6**. 1895; Lit. Ber. 32—34. (Wirtinger.)

Vivanti, G., Il concetto d'infinitesimo e la sua applicazione alla matematica. Mantova, Mondovi 1894. 8°.
El progreso matem. **4**, 1894, 119—120. — La controversia (Madrid) **18**, 1896, 324.

ZEUTHEN, H. G., Geschichte der Mathematik im Altertum und Mittelalter. Vorlesungen. Kjöbenhavn, Höst 1896. 8°.
Biblioth. Mathem. 1895. 115—116. (G. ENESTRÖM.)
ZEUTHEN, H. G., Notes sur l'histoire des mathématiques. (Bulletin de l'académie des sciences de Danemark 1893—1895.)
Bullet. d. sc. mathém. **20**$_2$, 1896, 24—28. (P. TANNERY.)

Mathematisches Abhandlungsregister. 1894. Zweite Hälfte: 1. Juli bis 31. December.
Zeitschr. für Mathem. **40**. 1895; Hist. Abth. 226—240.

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1895. 116—119. — Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 224—225. **41**, 1896; Hist. Abth. 39—40.

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

56. JOHAN DE WITT a publié en 1671 une brochure intitulée *Waerdye Van Lyf-Renten Naer proportie van Los-Renten,* dont une nouvelle édition par D. BIERENS DE HAAN a paru dans la *Feest-Gave van het Wiskundig Genootschap te Amsterdam ter gelegenheid der viering van zijn honderdjarig bestaan* (Haarlem 1879, fol.). D'après une indication dans le *Traité du calcul des probabilités par* H. LAURENT (Paris 1873), p. 268, l'écrit de DE WITT a été traduit en français dans ses *Oeuvres* (La Haye 1709), et M. D. KORTEWEG a bien voulu m'avertir qu'il y en a deux traductions anglaises, l'une insérée dans l'Assurance Magazine **2** (London 1853), et l'autre publiée en 1856 en Amérique par R. G. BARNWELL.

On demande:

1) des indications bibliographiques exactes sur les traductions signalées ci-dessus et sur d'autres traductions du même écrit, s'il en existe;
2) une liste des travaux où l'écrit de DE WITT a été l'objet d'une analyse détaillée. (G. Eneström.)

57. Le médecin italien APOLLONIO MENABENO a publié en 1581 un écrit intitulé: *Libellus de causis fluxus & refluxus aquarum Stocolmiensium. In quo continentur non pauca de fluxu & refluxu maris generatim dicta* (Mediolani, Apud Michaelem Tinum. M. D. LXXXI), signalé aussi par M. RICCARDI dans la *Biblioteca matematica italiana.* Où peut on avoir des renseignements biographiques sur MENABENO? On a conjecturé qu'il ait été pendant quelque temps le médecin du roi suédois JOHAN III (né en 1537, mort en 1592); est-ce que cette conjecture est juste? (G. Eneström.)

58. Dans une lettre adressée le 15 mai 1714 par JEAN BERNOULLI au jeune mathématicien anglais WILLIAM BURNET (né en 1688, mort en 1729) et dont une copie est gardée dans la bibliothèque de l'académie des sciences de Stockholm, on trouve le passage suivant: »Pour ajouter un mot sur le *Commercium epistolicum,* je ne sais si vous savez que M. LEIBNITS, qui se trouve à Vienne depuis plus d'un an, y a publié une petite réponse sur une feuille de papier, qui doit servir d'avantcoureur à une réponse plus ample quand il sera de retour chez lui». Par ce passage on pourrait croire que LEIBNIZ a fait imprimer lui-même à Wien une édition de l'opuscule connu sous le nom de »la brochure de l'an 1713» (»Das Flugblatt von 1713»; cf. CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* III: 2, p. 301). Est-ce qu'on connaît actuellement quelque exemplaire d'une telle édition?

(G. Eneström.)

Remarque sur la question 34. Cette question (voir Bibliotheca Mathematica 1891, p. 64) a été mise au concours encore une fois pour le prix de l'année 1897 par l'académie des sciences de Madrid. (G. Eneström.)

Inhalt. — Table des matières.

STOCKHOLM, TRYCKT I CENTRAL-TRYCKERIET, 1896.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK — JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON — PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1896. STOCKHOLM. N° 2.

NEUE FOLGE. 10. Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr. NOUVELLE SÉRIE. 10.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Markgrafenstrasse 51. — PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Die Mathematik bei den Juden.

Von MORITZ STEINSCHNEIDER in Berlin.

Je näher wir besser bekannten Zeiten und Erscheinungen rücken, desto knapper müssen unsere Mitteilungen werden und sich auf Nachweisung vorhandener Vorarbeiten und das eigentliche Thema begrenzen.

22. Wir treten in das *XII. Jahrh.* mit einer kurzen Erwähnung des spanischen Juden MOSES, der als Leibarzt ALFONS' VI. mit dem Namen PETRUS ALFONSI das Christentum annahm (1106; s. mein *Hebr. Übersetz.* S. 934). Seine Bedeutung für die spanische, indirect für die europäische, Literatur ist anderswo vielfach erörtert; hier sei nur auf eine Leistung im Gebiete der mathematischen Geographie hingewiesen, welche WUTTKE im Serapeum 1853 n. 18 bespricht.

Das XII. Jahrh. ist für die Gesamtentwickelung europäischer Cultur maassgebend durch die Übertragung *arabischer*, auf griechischer ruhenden *Wissenschaft.* Die Juden haben ihren Anteil daran. An der Seite des ersten Übersetzers werden wir einen jüdischen Mathematiker ABRAHAM aus Barcelona sehen, der zugleich für seine, in benachbartem Lande lebenden, des Arabischen unkundigen Glaubensgenossen die arabische Mathematik und Astronomie in hebräisches Gewand kleidete, welches sein christlicher Gefährte teilweise mit einem lateinischen vertauschte. Bald darauf trieb almohadischer Fanatismus eine Anzahl jüdischer Gelehrter in die christlichen Länder, wohin sie in hebräischen Übersetzungen aus dem Arabischen und in eigenen Schriften ungeahnte Begriffe und Erkenntnisse und neue Ausdrücke dafür verbreiteten. Der genialste unter ihnen, ebenfalls ein ABRAHAM, der bis nach England, Italien und Ägypten seine Reisen ausdehnte, wurde mit Unrecht als Schüler des ersterwähnten bezeichnet; ihre schriftstellerische Thätigkeit *zusammenzufassen* war ich veranlasst nicht allein durch den Umstand, dass ihre Gleichnamigkeit, also dieselbe Bezeichnung »ABRAHAM IUDAEUS» Confusion und Zweifel, vermehrt durch noch andere alte Hononymi, hervorrief, sondern auch durch ihre ähnliche Wirksamkeit.[1] — Wir gehen an die Einzelheiten.

ABRAHAM BAR (Sohn des) CHIJJA ('HIJJA), HA-NASI (der Fürst), erhielt wahrscheinlich von hoher Stelle den arabischen Ehrentitel: »Sa'hib al-Schorta»,[2] welchen ich in dem Namen SAVASORDA (unten N. 6) erkannte. Er lebte sicherlich in Barcelona und hielt sich wohl nur vorübergehend in der Provence auf, dem lange fruchtbaren Mutterlande hebräischer Übersetzungen. ABRAHAM diente wahrscheinlich als Dolmetscher aus dem Arabischen dem ältesten bekannten Übersetzer aus dem Arabischen, PLATO aus Tivoli (1134—1136, s. unten N. 7). — Unser ABRAHAM scheint verschieden von »ABRAHAM IUDAEUS», dem Lehrer des RODOLPHUS BRUGENSIS, welchem ABRAHAM bei der Bearbeitung einer Schrift über das Astrolab (als Dolmetsch??) dictirte (*Hebr. Übersetz.*, S. 569, 583). — ABRAHAM B. CHIJJA's Geburts- und Todesjahr sind kaum annähernd anzugeben. Wahrscheinlich war er schon 1116 schriftstellerisch thätig und starb in höherem Alter (s. unten).

In der Aufzählung der Schriften behalte ich die Reihenfolge in der Zeitschr. für Mathem. **12**, 1867, S. 10 ff. bei und erwähne zuletzt ein Werk und einen Brief, welche nicht eigentlich zur Mathematik gehören, aber mit ABRAHAM's Studium derselben zusammenhängen. Sämtliche Schriften sind hebräische, natürlich mit Ausnahme von N. 7—9.

1. Eine Encyklopädie, betitelt: *Iesode ha-Tebuna u-Migdal ha-Emuna* (Die Grundpfeiler der Einsicht und der Turm des Glaubens), wovon nur ein Fragment erhalten ist, und zwar die allgemeine Einleitung mit dem obigen Titel nur in ms. De Rossi 1170 vor der speciellen Geometrie (unten N. 6). Ich habe daraus die Einteilung mitgeteilt (Hebr. Bibliogr. VIII, 85), wonach der I. Tractat in 4 Grundlagen zerfällt, deren erste, in 5 »Säulen», die 4 bekannten mathematischen Wissenschaften und die Logik behandeln soll. Ich habe aber einen mathematischen Teil anderswo entdeckt, nämlich Arithmetik,

Geometrie, Optik (Musik und Astronomie sollten folgen), nicht bloss im anonymen ms. München 36[16], sondern auch, mit der falschen Überschrift »Collectanea aus dem Buche der Zahl des ARCHIMEDES» in ms. Michael 772[c] (jetzt in der Bodl., bei NEUBAUER 1268[7] s. Add., im Index p. 921 unrichtig als »Arithmetik» bezeichnet) und ms. Luzzatto 114 (jetzt K. Bibl. in Berlin 244 Oct., n. 79[15] meines Verzeichnisses S. 59). Ausführlich besprach ich die Anordnung, Terminologie und die zu jedem Zweige angeführten älteren Autoren in der Hebr. Bibliogr. VII, 86 ff., letztere auch in Zeitschr. für Mathem. **10**, 1865, S. 466.

Die Wissenschaften sind hier nur encyklopädisch nach ihrem allgemeinen Inhalt, namentlich Definitionen, Quellen u. dergl. behandelt.

2. *Zurat ha-Arez* (Form der Erde),[3] gewidmet einem sonst unbekannten ABRAHAM BEN SALOMO, astronomische Geographie und Astronomie; ein zweiter Teil sollte die Astrologie behandeln, scheint aber unausgeführt oder verloren. Dieses, mit dem damals vielbenutzten arabischen ALFERGANI (s. mein *Abraham ibn Esra,* S. 120) noch genauer zu vergleichende Werk, war lange nur aus SEB. MUNSTERS Auszug (1546) bekannt, auch nach der vollständigen Ausgabe mit hebr. Commentar, Offenbach 1720; DELAMBRE und LELEWEL kennen letztere nicht. Noch weniger bekannt war eine vollständige lateinische Übersetzung in ms. Vat. Ottob. 2079: »*Liber de forma terra ... quem traduxit in latinum magister* HYSAACH *hebraeus francogena ad compascentiam ... principis domini* ALBERTI *Sij de Sabaudia*» (Mitteilung BONCOMPAGNI's, Zeitschr. für Mathem. **12**, 1867, S. 12). Der Übersetzer (ISAK ZARFATI) erinnert an einen Homonymus (1554—1568), dessen kabbalistische Compilationen in mehreren Turiner mss. (PEYRON p. 157, 158, 316, auch in Parma ms. De Rossi 1070); doch wäre erst ALBERT von Savoyen nachzuweisen. Den Juden in allen Ländern war dieses Buch bald und lange Zeit die Hauptquelle für Geographie.

3. *Cheschbon Mahlachot ha-Kochabim* (Berechnung der Bewegungen der Sterne) in 20 Abschnitten, worauf schon in N. 2 (Ende Pf. I f. 10[b]) verwiesen wird, unter Anderen von JOSEF KASPI (um 1330) empfohlen, findet sich nur in unedirten mss. Bodl. Oppenh. Add. Oct. 5 (eine Copie GOLDBERG's vom J. 1849 aus ms. Paris), Brit. Mus. (Add. 27,106, früher Almanzi 212), Florenz, (Medic. Plut. 88. Codd. 28[5] und 30[b]), Leyden (Warner 37), Paris 1092[4], Vatican 379, Fragmente in der Bodl. (Oppenh. 1665 zu NEUBAUER 2253[4]), München 36[10]. —

Das Vorwort und der Schluss, worin ABRAHAM das astrologische Quadripartitum des PTOLEMÄUS anpreist, sind in der folgenden N. 5, S VIII gedruckt, vgl. Zeitschr. für Mathem. **12**, 1867, S 13. Das Werk enthält gewissermaassen die »*Canones*« zu den Tabellen (hier folgend).

4. *Luchot* (Tabellen), astronomische, welche wir vielleicht nur in einer Redaction, jedenfalls mit Noten, des ABRAHAM IBN ESRA (§ 23) besitzen. Die Radix in uns. N. 3 und 4 ist Cyklus 257 (1104—1123). Die der Untersuchung bedürftigen mss. (vgl. Zeitschr. für Mathem. **12**, 1867, 16) sind: Berlin 649 qu. (n. 102, S. 103 meines Verzeichnisses), Bodl. (URI 443, 437, NEUBAUER 2070, 2071), Cesena Pl. 28, C. 14 (MUCCIOLI II, 193). Nach Catal. Par. 1044 fänden sich dort Noten des IBN ESRA zu uns. N. 3[2] (vgl. *Hist. Lit. de la France*, t. **31**, p. 698 und meinen Catal. der hebr. mss. in München, ed. II, 1895, p. 161). — Diese Tafeln werden Tafeln des »*Nasi*«, oder des (d. h. nach) PTOLEMÄUS genannt.

5. *Ha-Ibbur* (auch *Cheschbon ha-Ibbur*,[4] Kalenderberechnung, nicht die »erste« Chronologie, wie die einzige Ausgabe durch P. FILIPPOWSKI (London 1851) auf dem Titel angiebt, aber die wichtigste, von deren historischen Nachrichten, unter Anderen in den vorangehenden Paragraphen, Gebrauch gemacht wurde.

Ausser diesen Schriften kenne ich keine astronomische. Nun hat ED. BERNARD eine astronomische Schrift von »IBN ESRA«, die er sehr lobt, aus lateinischen mss. Digby und Selden ediren wollen. Das angebliche Datum 1100 führte WOLF auf unseren ABRAHAM (s. Zeitschr. für Mathem. **12**, 1867, 17, wo ich auf ms. Digby 40 hinweise, über welches leider auch MACRAY's Catalogus [1883 p. 37] nichts Entscheidendes bietet). Das ms. aus dem Anfang des XIII. Jahrh. beginnt: Dixit ABRAHAM IUDAEUS, »Cognitum est corpus solare magnitudine omnia corpora vincere«, passt also nicht zu unseren N. 2—4 und müsste mit den astrologischen Schriften IBN ESRA's verglichen werden.

6. *Chibbur ha-Meschika we-ha-Tischboret*, eine halb arabistische Doppelbezeichnung für Geometrie in IV Abschnitten, in 2 Recensionen erhalten, deren eine vielleicht in der Encyklopädie (N. 1) stand, was heute schwer zu ermitteln wäre. Rec. A enthält Cod. de Rossi 1170 hinter der Einleitung zur Encyklopädie, ohne diese ms. München 250; Rec. B enthalten mss. München 299, Paris 1048 und 1061 (Zeitschr. für Mathem. **12**, 1867, 44), Vatican 400. Dass diese Schrift

(mit Ausnahme der Vorrede und des Epilogs) unter dem Titel: *Liber Embadorum Savasordae* von PLATO aus Tivoli ins Lateinische übersetzt (mit Hülfe des Verfassers?), in mss. zu Paris 7224 und 11246, Florenz (Magliab. Scaff. 2 Palch. IV n. 36 und St. Marco 184) und Bologna (Graf Isolani) erhalten sei, habe ich zuerst im Serapeum 1858 (N. 3 und 6) nachgewiesen, damit auch die Bedeutung des Buches, über welches ich auf Hebr. Bibliogr. VII, 85 und Zeitschr. für Mathem. **12**, 1867, 18—22 verweisen muss; vgl. auch WEISSENBORNS *Gerbert* (1888) S. 84. Das Datum 530 Arabum (20. Iuni 1116) bietet einige Schwierigkeit. Das unübersetzte Vorwort, welches die unrichtige Behandlung der Geometrie in Frankreich erwähnt, ist nach einem einzigen Pariser ms. schlecht abgedruckt in der hebr. Zeitung Hammagid (1858); ich habe längst eine bessere Redaction nach 5 mss. vorbereitet, den Epilog habe ich meiner Ausgabe der *Mischnat ha-Middot* (1864) angehängt (vgl. Biblioth. Mathem. 1894, S. 38); beide und der Schluss des Buches erschienen so eben in dem Sammelband der Gesellschaft *Mekize Nirdamim* (Berlin 1895).

Bei den nun folgenden lateinischen Übersetzungen des PLATO aus Tivoli, kommt die Mitwirkung ABRAHAM's als Dolmetsch in Betracht; sie ist wahrscheinlich bei N. 7, möglich bei N. 8, zweifelhaft bei N. 9 (*Hebr. Übersetz.* S. 972, 1049). Hier wird eine Hinweisung auf anderweitige Besprechung der Autoren und Schriften genügen.

7. IMRANI (»*Embrani*«), *De horarum Electionibus*, im J. 1184? s. Zeitschr. für Mathemat. **16**, 1871, 370, auch ms. Amplon. Oct. 83[4], s. Biblioth. Mathem. 1890, 43.

8. *Capitula* (Aphorismen) an ALMANSOR, von zweifelhaftem Autor, 1136; s. Zeitschr. für Mathem. **12**, 1867, 28—36, Biblioth. Mathem. 1890, 42; *Hebr. Übersetz.* S. 972.

9. AHMED BEN IUSUF etc., Commentar zum *Centiloquium* des PTOLEMÄUS (gedruckt unter dem Namen des Commentators des *Quadripartitum*) übersetzt 1136, nennt weder PLATO noch ABRAHAM; meine Vermutung (Zeitschr. für Mathem. **12**, 1867, 41) ist nicht genügend begründet; der Übersetzer könnte JOHANNES HISPALENSIS sein (s. § 24); s. Biblioth. Mathem. 1890, 42.

10. Eine Nativität vom Jahre 1136 in Beziers ist sehr zweifelhaft, wohl eher von IBN ESRA; Zeitschr. für Mathem. **12**, 1867, 41.

Zur Ergänzung dienen folgende Notizen (vgl. Zeitschr. für Mathem. **12**, 1867, S. 5 ff.). Eine unedirte Schrift (*Me-*

gillat ha Megalle . . . »Rolle des Entrollers des Geheimnisses des Zeitpunktes der Erlösung«), handschriftlich in der Bodl. (URI 324, NEUBAUER 1233), in München 10 (s. Catal. ed. II 1895; ich habe längere Stellen daraus excerpirt), und daselbst Bibl. Merzbacher 50; auch ein Fragm. Bodl. (Opp. 254, fol, NEUBAUER 221[10c], wo der Titel *ha-Kez*, vgl. Lit.-bl. des Orient XI, 341 aus URI 160 f. 113, *ha-Kizzim* bei IBN ESRA zu Daniel 10, 31) — giebt eine chronologische Zusammenstellung von Sternconjunctionen mit den wichtigsten Weltereignissen bis zu seiner Zeit, offenbar mit Benutzung arabischer Quellen, die er auch für die nächste Conjunction im J. 1186 ausdrücklich nennt (ms. M. f. 262, s. Zeitschr. der deutschen morgenl. Gesellsch. **28**, 1874, 633); früher (f. 246^b) beruft er sich auf die Autorität des PTOLEMÄUS.

Für die Stundenwählerei richtete er eine apologetische Epistel an einen Rabbiner (wahrscheinlich von Marseille), welche edirt ist in der Beilage zur hebr. Zeitschrift Libanon III (Paris 1866), S. 315, aber ohne den Schluss (Zeitschr. für Mathem. **12**, 1867, 6), in welchem er, sicherlich im vorgeschrittenen Alter, darauf hinweist, dass er frühzeitig von »Fürsten- und Königtum» Ehren erworben habe etc.

23. ABRAHAM IBN ESRA BEN MEIR, geboren in Toledo, bald in Cordova lebend, starb nach vielfachem Umherwandern über England und Africa durch viele Städte Italiens, wahrscheinlich in Rouen (Frankreich)[5] im Januar (nach LOEB, Revue des études juives I, 317) des J. 1067, im Alter von 75 Jahren; er war niemals in persönlicher Berührung mit ABRAHAM BAR CHIJJA, den er nur »Rabbi« (etwa = magister) titulirt.

IBN ESRA zeichnete sich durch Leistungen auf fast allen Gebieten der damaligen Studien aus und führte in einem eleganten, aber durch esoterische Hinweisungen auf sein Steckenpferd, die Astrologie, oft verdunkelten hebräischen Style arabische Wissenschaft den Juden in christlichen Ländern zu. Nachdem seine Verdienste um verschiedene Wissenszweige gewürdigt worden waren, machte ich als Laie den Versuch, das Material seiner mathematischen Arbeiten zusammenzustellen unter dem Titel: *Abraham ibn Esra (Abraham Judaeus, Avenare). Zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften im XII. Jahrh.* Zeitschr. für Mathem. **25**, 1880; Suppl. der histor.-liter. Abtheil., S. 58—128; s. darüber Hebr. Bibliogr. XX, 118); ich werde hier mit der Abbreviatur »*AiE*« auf jene Abhandlung verweisen, welche zuerst (S. 58—83) die biographischen und bibliographischen Momente überhaupt bespricht. Auch in der kurzen Aufzählung der mathematischen Schriften folge ich der dortigen Anordnung (S. 84 ff.). Danach kommen hier in Betracht:

A) *mathematische Excurse* oder Stellen in seinen verschiedenen Schriften, welche meist an das Geheimnis des unaussprechlichen Gottesnamens (*Tetragrammaton*) knüpfen.

Dahin gehören in seinen hebr. Commentaren die Erörterungen zu Exod. 3, 15; 23, 21 und Vers 26; 32, 1; 33, 21; zu Kohelet 7, 27 (s. *AiE*, S. 88—95); ferner Stellen in dem Buche *ha-Schem*, edirt von LIPPMANN (Fürth 1838); im 6. Kap. führt der Verf. 3 Ansichten vom Werte von π an, nämlich die des PTOLEMÄUS, der »Geometer» und der Weisen Indiens (*AiE*, S. 97) und giebt das, aus den 9 Ziffern gebildete magische Quadrat in beiden Formen an.[6] Endlich folgt (*AiE*, S. 100) eine Stelle aus dem Buche *Iesod Mora* (verf. 1158), mit deutscher Übersetzung herausgegeben von dem der Mathematik kundigen M. CREIZENACH (gest. 5. Aug. 1842), Frankfurt a. M. 1840.

B) *eigentliche mathematische Monographien.*

1) *Sefer ha-Echad* (Buch der Eins, oder des Einen), zuerst in der hebr. Zeitschrift Jeschurun, herausg. von I. KOBAK, I: 1 (Bamberg 1856) sehr incorrect, nach mss. verbessert von S. PINSKER (starb vor Beendigung) Odessa 1867, auch mit lateinischem Titel (*AiE*, S. 102).

2) *Sefer ha-Mispar* (Buch der Zahl) überwiegend arithmetisch, ausführlich besprochen in *AiE*, S. 103—118, liegt nunmehr in einer guten Ausgabe mit deutscher Übersetzung von SILBERBERG (1895) vor; vgl. mein Referat darüber in der Biblioth. Mathem. 1895, 91. Es wird nunmehr Aufgabe der Historiker sein, zu untersuchen, ob etwa dieses arabistische Rechenbuch auch den Christen bekannt wurde, wie beinahe gleichzeitig der *Algorithmus* eines anderen toledanischen Juden, nämlich des getauften JOHANNES HISPALENSIS (unten § 24, s. *AiE*, S. 110).

3) Zweifelhaft ist der, von LIBRI in seiner *Histoire* aus 3 mss. edirte »Liber augmenti et diminutionis vocatus *numeratio divinationis*», welchen ein ABRAHAM nach einem *liber Indorum* verfasste. Wenn nicht ein Araber IBRAHIM gemeint ist, und die Wahl zwischen unseren beiden ABRAHAM bleibt, so würde Inhalt und Form mehr für IBN ESRA sprechen, dessen allerdings nirgends erwähntes Original ein hebräisches wäre.[7]

4) *Ta'hbula* (Kunstgriff), das sogen. Josephspiel, von 15 Schülern und 15 Taugenichtsen im Schiffe, erst 1546 gedruckt,

wozu ich Nachweisungen in *AiE*, S. 124 und im *Katalog der hebr. Handschr. in München* zu 341 (S. 184 der neuen Ausg. 1895, Anfang dieses Jahres fertiggedruckt, aber im März 1896 noch nicht ausgegeben) gegeben habe, wozu vgl. CURTZE in der Biblioth. Mathem. 1895, 35. Sollte dieses arithmetische Volksrätsel wirklich schon den Juden des XII. Jahrh. bekannt gewesen sein?

5) Das unechte Gedicht. über das Schachspiel sei hier nur erwähnt (*AiE*, S. 124).

C) *Astronomisches* (*AiE*, S. 125).

1) Eine Nativität, gestellt in Beziers 1136, zweifelhaft.

2) Antwort auf 3 chronologische Fragen des DAVID NARBONI (kurz vor 1139), von mir zusammen mit MAIMONIDES' Abhandlung über die Einheit, Berlin 1847 edirt (vgl. auch Hebr. Bibliogr. XX, 118).

3) *Luchot* (astron. Tabellen), vielleicht zuerst eine Redaction der Tabellen des ABRAHAM BAR CHIJJA (§ 22, 4), oder selbständig, und zwar zuerst in Lucca (um 1145?), revidirt in Narbonne (kurz vor 1160? vgl. unten N. 9). Vielleicht gehören hieher einige lateinische mss. unter dem Namen ABRAHAM, wenn sie nicht ABRAHAM ZACUT bezeichnen. — Einzelnes enthält ms. München 343[23,29].

4) *Sefer ha-Ibbur*, Buch vom Kalender (sehr gedrängt) in 2. Recension Verona 1146, herausg. von HALBERSTAM (*so*) Lyck 1874. Ein Memorialvers, den ich im Letterbode VII, 109 veröffentlicht habe, findet sich verbessert in ROSIN's Ausgabe der Gedichte IBN ESRA's mit deutscher Übersetzung.

5) *Kele ha-Nechoschet* (Messingwerk, d. h. Astrolab) existirt in 1. Recension (1146), z. B. in ms. München 299[4], die 2. (1148) ist elend herausg. von H. EDELMANN, Königsberg 1845 (S. *AiE*, S. 125; bei SCHORR, he-Chaluz XI, 92 ist ein Schreibfehler anzunehmen). Zu einer correcten Ausgabe dienen folgende mss., welche eine von beiden Recensionen oder eine Nebenrecension enthalten: vier Bodl. mss. verzeichnet NEUBAUER, worunter (2022) mit Commentar eines SALOMO (BEN ABIGEDOR?), sieben sind in Paris, München 256 (2. Rec.), Mantua 10, Petersburg 345, Turin 71, London Jews Coll. 138/10, Wien, Pinsker 26 (1. Rec.?) und wohl noch sonst, was die Verbreitung dieser Schrift beweist. Zu vergleichen wäre die *magistr. compositio* des HENRICUS BATES (1274).

6) Eine Reihe (8) astrologischer Schriften teilweise in 2 Recensionen (1146—1148), von denen eine durch den Juden CHAJJIM 1273 in Mecheln französisch und danach das Buch *de*

mundo von Henricus Bates (1281) lateinisch, mit der Redaction der anderen von Petrus d'Abano (1293) unter dem verstümmelten Namen *Avenare* 1507 erschien, sowie eine abweichende Recension des Buches *de Nativitatibus* 1485, worin ich das Jahr 1154 nachgewiesen habe (S. 127). Auch eine spanische Bearbeitung fand einen lateinischen Übersetzer. Die Bedeutung dieser Schriften, sowohl wegen der darin gegebenen Citate als wegen ihres Ansehens in christlichen Kreisen, bedarf einer ausführlichen Monographie; hebr. mss. finden sich fast in jeder Sammlung. Einzelnes gebe ich in dem eben vorbereiteten Catalog der neuen Erwerbungen der K. Bibliothek in Berlin. Vgl. auch Biblioth. Mathem. 1889, 67—68.

7) Zwischen den 8. Originalschriften in N. 6 findet man häufig die Übersetzungen von 2 astrologischen arabischen Schriften — Fragen und über Eclipsen — des Juden Maschallah. Ich bin nicht mehr sicher, dass ibn Esra der Übersetzer sei.

8) *Iggeret* (Brief des) *Sabbath* an den Verfasser (1158 in London) gedruckt in der Sammelschrift Kerem Chemed IV (Prag 1839) S. 159—173, von S. D. Luzzatto edirt, wendet sich gegen Jehuda ha-Parsi's Behauptung, das israelitische Jahr sei ein Sonnenjahr gewesen, und handelt im 2. Abschnitt über Neumond (vgl. *AiE*, S. 69, A. 30).

9) Übersetzung des arabischen Werkes »Gründe der Tabellen des Khowaresmi» von ibn al Muthanna (so, s. *Hebr. Übersetz.* S. 372); ms. Bodl. (Mich. 835) und Parma, de Rossi 212, woraus ich die interessante historische Vorrede Abrahams hebr. und deutsch edirt und weitläufig behandelt habe (*Zur Gesch. d. Übersetz.* etc., Zeitschr. der deutschen morgenl. Gesellsch. Bd. **24**, 1870 u. **25**, 1871).

10) Zwei Horoscope von den Jahren 1160 (in Narbonne) und 1165, s. zu München 202[4] (Katal. ed. 1895, S. 87).

Andere verdächtige Angaben bleiben unberücksichtigt.

[1] *Abraham Judaeus—Savasorda und Ibn Esra von* M. Steinschneider, Zeitschr. für Mathem. **12**, 1867, 1—44; *Hebr. Übersetz. d. Mittelalters* S. 971.

[2] Abraham rühmt sich hoher Ehren (s. Ende dieses §); wahrscheinlich wurde er als Astrolog von Fürsten und Vornehmen zu Rate gezogen.

[3] Über diesen und ähnliche Titel s. Zeitschr. für Mathem. **12**, 1867, S. 10, A. 19; *Hebr. Übersetz.* S. 950.

[4] Ms. Almanzi 8 und Vatican 379; eine Stelle bei Wolf,

Bibl. Hebr. I, 53 aus ms. Coll. Neophyt. steht in der Ausgabe p. 109.

[5] Siehe Bacher, Jewish quarterly review 6, 1894, p. 370.

[6] Zu meinen Parallelen über dieses Quadrat füge ich: Gazzali (A. 147), *al-Munkids*, ed. Bulak p. 50 (mit Buchstaben und Ziffern); Berthelot, *La chimie au moyen-âge* III, 150; F. A. P. Bernard, *Theory of magic squares and of magic cubes*. Memoirs of the nation. acad. of Sciences, vol. IV, P. 1 (Washington 1888), p. 210—270, zuletzt Bibliographie a. 1535—1888 (aus d. XV. Jahrh. Moschopolus); Gabr. Arnoux, *Arithmétique graphique* (Paris 1894).

[7] D. Kaufmann vermutet, dass Abraham bar Chijja ein ethisches Schriftchen in arabischer Sprache abgefasst habe; das beweist immer noch Nichts für ein arithmetisches; s. *AiE*, S. 119 ff.; Hebr. Bibliogr. XX, 118.

Ein Beitrag zur Geschichte der Physik im 14. Jahrhundert.

Von MAXIMILIAN CURTZE in Thorn.

Im Cod. Dresd. Db 86 befindet sich, wie ich schon in meiner Beschreibung desselben[1] mitgetheilt habe, eine Schrift, welche dort »*De Insidentibus Aquae*« betitelt ist. Ein früherer Besitzer der Handschrift, der Professor der Mathematik zu Leipzig WALENTIN TAW,[2] hat zu diesem Titel die Randbemerkung gemacht: »*scripsit et Archimedes de insidentibus aquae et reperitur Coloniae*«. Dieselbe bezieht sich, wie HEIBERG[3] wohl sicher nachgewiesen hat, nicht auf das griechische Original des ARCHIMEDES, sondern auf die durch WILHELM VON MOERBEKA nach dem Griechischen gefertigte lateinische Übersetzung, deren Originalniederschrift sich im Codex Ottobonianus N° 1850 noch heute erhalten hat, während die Cölner Abschrift verloren gegangen sein dürfte. Bekanntlich hat TARTAGLIA diese Übersetzung des WILHELM VON MOERBEKA als seine eigene drucken lassen,[4] wohl nicht das einzige Plagiat, das ihm zur Last fällt.

Unsere Abhandlung behandelt die Möglichkeit unter Zuhilfenahme des specifischen Gewichtes zu ermitteln, wieviel von verschiedenen Substanzen in einer aus denselben gemischten Masse sich befindet, und dürfte sowohl des Gegenstandes halber als wegen ihrer Beweisführungen nicht unwerth sein, der Öffentlichkeit übergeben zu werden. Für die Geschichte der Physik im 14. Jahrhundert ist sie jedenfalls ein nicht zu unterschätzender Beitrag.

[1] Zeitschr. für Mathem. **28**, 1883; Hist. Abth. S. 12 N° 37.
[2] Nach dem *Portenser Stammbuch* war VALENTIN TAW, Alumnus zu Schulpforta und später Prof. der Mathematik zu Leipzig.
[3] Zeitschr. für Mathem. **34**, 1889, Supplement, 1—51: *Neue Studien zu Archimedes.*
[4] A. a. O.

[*F. 272*] De insidentibus aquae.

Quoniam propter irregularem[1] quorundam corporum composicionem non potuit eorundem per geometriam haberi certa proporcio, et quoniam precia quorundam, qui emuntur et venduntur, debent magnitudinibus ipsorum corporum proporcionari, necessarium fuit per ipsorum pondera corporum eorum magnitudinem proporcione reperire, ut singulis magnitudinibus per porciones suorum ponderum cognitis valeant certa precia sociari. Primo igitur iustiri, per quod examinant ponderum quantitates, racio danda est.

Est igitur instrumentum examinis ponderum virgula recta, in cuius medio est foramen recipiens perpendiculum, cum quo sustinetur virgula cum ponderibus in extremitatibus ipsius appensis, cum debent ponderis alicuius quantitatem per mensuram ponderum deprehendi.

Calculus est minima ponderum mensura ad quem [2] omnes mensurae ponderum referuntur, et sunt eius multiplices.[3]

Illius corporis ponderi calculi aequati dicuntur, quando corpore in una extremitate virgulae appenso et calculis in alia virgula in neutram partem [4] nutum facit.

Illius ponderis dicuntur esse calculi, quorum pariter acceptorum pondus illi ponderi adaequatur.

Scitum [5] pondus est, cuius calculorum numerus est scitus.

Corpus naturaliter descendens grave dicitur respectu eorum, quae habent ex natura ascendere.

Duorum gravium unius ad alium relacio duplici modo possunt considerari; uno modo secundum speciem, alio modo secundum numerositatem.

Secundum speciem, ut si volumus gravitatem auri in specie ad gravitatem argenti comparare, et debet fieri supposita duorum corporum auri et argenti aequalitate.

Secundum numerositatem fit relacio unius duorum corporum ad aliud, quando volumus discernere per pondus, an massa auri sit maior quam massa argenti, cuiuslibet magnitudinis sint datae massae.

Duorum corporum gravius secundum numerositatem dicitur, cuius virgula instrumenti nutum facit iisdem corporibus in extremitatibus virgulae appensis.

Corpora eiusdem generis dicuntur, inter quae nulla est substancialis differencia, ut auri ad aurum comparati et argenti ad argentum.

Diversacio [6] corporum in magnitudine [7] est magnitudo, in qua maior excedit minus; in pondere vero pondus, in quo gravius excedit levius.

Duarum quantitatum unius ad aliam proporcio est tanquam numeri, secundum quem illa communis mensura in ipsa continetur, ad numerum, secundum quem [8] continetur in alia.

Petitiones. 1. Nullum corpus in se ipso grave esse; ut aqua in aqua, oleum in oleo, aër in aëre non est alicuius quantitatis.
2. Omne corpus in aëre quam in aqua maioris esse ponderis.
3. Duorum aequalium corporum altero gravius esse specie, cuius pondus maiori calculi numero adaequatur.
4. Corporum eiusdem generis magnitudinum eandem esse proporcionem.
5. Omnia corpora suis calculis proporcionalia esse.
6. Aeque gravia corpora dicuntur in specie aequalia, qualium[9] pondus est aequale.

Proposicio prima. Omnis corporis pondus in aëre quam in aqua maius est per pondus aquae sibi aequale in magnitudine.

Sit enim *b* aqua, pondus aquae *a'*, si *a* in aëre ponderetur. Igitur cum *a* in aqua nihil ponderet per peticionem primam, *b* in aëre ponderabit *a* in aqua, et aquae pondus sibi aequale in magnitudine. Sed *a* aqua est aequalis aquae *b*, ergo *a* in aëre [*F. 272'*] quam in aqua pondus maius est per pondus aquae sibi aequale in magnitudine. Vel paulatim effundatur, ita scilicet, quod eius millesima pars submersa sit sive octava, necesse est millesima tocius *f* sive octava.

Item eciam patet de omni alio corpore. Sit enim *a* corpus aureum, cuius *d* paulatim infundatur ita, quod eius millesima pars tanta submersa sit sive octava, necesse est millesimam differenciae tocius *f* differenciam esse, eius scilicet, quod est *a* in aëre, et *a*, cuius millesima vel octava est immersa in *d*; et sic de aliis partibus differenciae et submersi corporis. Sed quantum de auro ingreditur, tantundem de aqua exit necessario, ita quod octava aquae aequalis auro egreditur; sed auri octava in *d* aquam immergitur, et sic de aliis partibus. Sitque tota aqua aequalis *a* in quantitate et non in pondere, et eius pondus *g*. Est ergo proporcio *a* auri submersi ad differenciam *f*, sicut aquae *e* egressae ad pondus *g*; ergo permutatim, et sic liquet propositum.

Proposicio secunda. Omnium duorum corporum eiusdem seu diversi generis est unius ad aliud proporcio tanquam differenciae ponderis unius in aëre ad pondus eiusdem in aqua ad differenciam ponderis alterius in aëre ad pondus eius in aqua.

Sit unum duorum corporum *a*, et aqua ei aequalis in magnitudine *c*, et pondus aquae *e*; et sit similiter *b* corpus reliquum, et *d* aqua ei aequalis in magnitudine, et *f* pondus illius aquae. Cum igitur per praecedentem *c* aqua sit aequalis *a* corpori, et *d* aqua sit aequalis *b* corpori, erit proporcio *a* ad *b* tanquam *c* ad *d*. Et cum *c* et *d* sunt corpora eiusdem generis, et *e* et *f* sunt eorum pondera, erit *e* ad *f* tanquam *c* ad *d* per quartam peticionem: ergo tanquam *a* ad *b*, quod proponebatur.

Proposicio tercia. Si alicuius corporis in duobus diversis liquoribus et in aëre fuerit data gravitas, unius eorundem liquorum ad gravitatem alterius in specie erit proporcio data.

Sint duo liquores aqua et oleum, et sit *a* corpus, cuius pondus in aere *c* et in oleo *d* ponderabit, igitur magis in aëre quam in aqua, vel quam in oleo per secundam peticionem. Sit *e* differencia ponderis, quam in aëre habet, ad id, quod in aqua, et sit *f* differencia ponderum aquae et olei corporum, quorum utrumque est aequale corpori *a* per primam. Sit igitur *g* aqua, cuius pondus est *e* et sit *h* oleum, cuius pondus est *f*. Quoniam igitur *g* et *h* sunt aequalia corpora [*F. 273*] diversorum generum, et *e* et *f* sunt eorum pondera data, habemus proporcionem per terciam peticionem.

Proposicio quarta. In corpore ex duobus mixto quantum sit in eo de utroque declarare.

Si fuerit aliquod corpus ex duobus mixtum[10] corporibus notis et[11] volumus scire, quantum in eo sit de utroque ipsorum, ponderabimus unumquodque corporum per se in aëre et in aqua, sumemus superhabundanciam ponderis cuiusque, quod in aëre habet,[12] ad illud, quod in aqua,[13] et has superhabundancias seorsim ponemus. Deinde ponderabimus corpus mixtum in aëre et in aqua, et ponderis ipsius, quod in aëre habet, superhabundanciam ad illud, quod in aqua, sumemus, et hoc semper sumitur inter duos superhabundancias. Erit ergo proporcio levis corporis, quod in mixto corpore est, ad ipsum mixtum, sicut superhabundancia ponderis mixti corporis ad superhabundanciam levioris corporis.

Proposicio quinta. Si duorum quorumcunque corporum, ut auri et argenti, pondera in aqua et in aëre fuerint data, eorum corporum proporciones in magnitudine et specie sunt datae.

Sint illa duo corpora *a* et *b*, et sit pondus *a* in aëre *c* et in aqua *e*, et differencia ponderis *e* ad pondus *c* sit *g*, et sit pondus corporis *b* in aere *d* et in aqua *f*, et differencia ponderis *f* ad *d* sit *h*; et sit *i* corpus de genere *a* aequale corpore *b*, et pondus eius in aere *k*: dico ergo, quod *a* ad *b* vel ad *i* aequalis est proporcio, quae *g* ad *h* per primam proposicionem, et est *a* ad *i* tanquam *c* ad *k* per quartam peticionem, et est alia, quae *g* ad *h*. Et *g* ad *h* proporcio est scita, quare *c* ad *b* proporcio est scita. Sed *c* pondus est scitum, ergo *k* pondus est scitum, et *d* fuit scitum per ypothesin: ergo proporcio ponderis corporis *a* in specie ad corpus *b* in specie, et magnitudinis *a* ad magnitudinem *b* proporcio est scita per terciam proposicionem, et sic habemus propositum.

Proposicio sexta. Corporis mergibilis, ut ferri, ad corpus immergibile, ut ceram, proporcionem in magnitudine et proporcionem in pondere secundum speciem invenire.

Sit *a* corpus mergibile, *b* eius pondus in aqua, *d* differencia. Item sit *e* corpus immergibile, et coniungantur *a* et *e* ita, quod *a* possit secum trahere *e* ad fundum,[14] et sit *f* pondus coniuncti in aëre, et *hi* pondus coniuncti in aqua, et *kl* differencia, et sit *f* parciale pondus tanquam *b*, et *h* tanquam *e*, et *k* tanquam *d*. Remanebit itaque *g* pondus in aere corporis *e*, et *i* pondus in aqua corporis *e*, et *l* differencia. Erit ergo *d* et *l* differenciarum tanquam *a* ad *e* proporcio corporum per terciam proposicionem[15] [*F. 273'*]. Et sit *m* corpus de genere *a* aequale corpori *e*, et *n* sit pondus in aëre corporis *m*, quare corporis *a* ad *de* vel *am* proporcio est tanquam proporcio differenciae *d* ad *l* per terciam proposicionem. Sed *d* ad *b* proporcio est scita, quare *b* ad *e* est scita;[16] sed *b* pondus scitum per ypothesin, ergo *n* pondus est scitum. Cum ergo *m* et *e* corpora sunt aequalia diversorum generum, et *n* et *g* pondera eorum sint scita, scita erit proporcio ponderum in specie per quintam peticionem, et eorum corporum proporcio in magnitudine est scita, quod proponebatur.

Proposicio septima. Si fuerint duae quantitates inaequales, inter quas ponatur quantitas minor una et maior alia, erit quod fit ex differencia extremarum in mediam aequale eis, quae fiunt ex differencia minorum in maximam et maiorum in minimam pariter acceptis.

Sint duae quantitates *a* maior, *b* minor, *c* media, quae sit minor *a* et maior *b*. Differencia *a* ad *c* sit *d*, et differencia *c* ad *b* sit *e*, compositumque ex *d* et *e* sit *f*, eritque *f* differencia *a* ad *b*: dico quod fit ex *f* in *c*, aequum est ei, quod fit ex *e* in *a*, cum eo, quod fit ex *d* in *b*. Sit enim, ut ex *e* in *a* fiat *g*, eritque *g*, quantum fit ex *e* in *d* et in *c*, quae sint *k* et *h*. Item ex *d* in *c* fiat *l*, eritque *l*, quantum quod fit ex *d* in *e* et in *b*, quae sint *n* et *m*. Et quia ex *d* in *e* et *e* in *d* producta aequalia, erit *k* aequalis *n*, eritque *g* aequale *h* et *n*; ergo *m* addito utrobique erunt *gm* tanquam *hn* et *m*; et quia *n* et *m* componunt *l*, erit *gm* tanquam *hl*, quare patet propositum. Fiebat enim *g* ex *a* in *e*, et *m* ex *d* in *b*; at vero *h* ex *e* in *c*, et *b* ex *d* in *c* [*F. 274*].[17]

PROPOSICIO OCTAVA. Si fuerint tria corpora aequalia, quorum duo sunt simplicia diversorum generum et inaequalium ponderum, tercium vero corpus ex utrique simplicium genere mixtum: erit partis mixti, quae in ipso est de genere gravioris, ad partem, quae in ipso est de genere levioris, proporcio tanquam proporcio differenciae ponderis mixti ad pondus mixti corporis.

Sint duo corpora simplicia *a* et *d* aequalia, et mixtum ex eis *k* inaequale utrique eorum; et sit *b* pars eius de genere *a*, et *c* pars eius de genere *d*; et sit *a* gravius *d*, et sit *e* pondus corporis *a* et *h* pondus corporis *d*, et *fg* pondus corporis *bc* ita, quod *f* parciale pondus sit corporis *b* parcialis, et *g* parciale pondus corporis *c* parcialis. Erit itaque *e* pondus maius *fg* pondere, et *fg* pondus maius *h* pondere. Sit et *e* pondus maius *fg* pondere per differenciam *k* et sit *l* corpus aequale *b* tociens sumpto, quot unitates sunt in *k*; et sit *m* corpus aequale *c* eciam tociens sumpto. Quare erit *l* ad *m* tanquam *b* ad *e*. Et sit *en* pondus aequale *f* ponderi tociens sumpto, quot unitates sunt in *ik*; et sit *o* pondus aequale *g* ponderi tociens sumpto, quot unitates sunt in *ik*, quare erit *n* ad *o* sicut *f* ad *g*. Et sint *p* corpus et *q* pondus aequalia *a* corpori et *e* ponderi tociens sumptis, quot unitates sunt in *ik*; et sint *r* corpus et *s* pondus aequalia *d* corpori et *h* ponderi tociens sumptis, quot unitates sunt in *c*, quare *p* corpus et *i* pondus tanquam *k* differencia ad *i* differenciam. Item proporcio corporis *a* ad corpus *b* parciale tanquam ponderis *e* ad pondus *f* parciale, et tanquam corporis *p* ad corpus *l* parciale, et tanquam ponderis *q* ad pondus *n* parciale. Item proporcio corporis *d* ad corpus *c* parciale est sicut proporcio ponderis *h* ad pondus *g* parciale, et sicut corporis *r* ad corpus *m* parciale, et sicut ponderis *s* ad pondus *o* parciale, quod est proporcio quantitatis *a* ad quantitatem *b* ut *g* ad *d*, quia sumpto multiplici *a* quod sit *e* et aequale virtutis *g*, quod fit *z*, et *z* potencia similiter pones ad *b* in *h* et ad *d* virtutem *c*, et ex multiplicata simul.[18]

PROPOSICIO NONA. Corpora, quorum utrumque aequipollet uni in genere,[19] [*F. 274'*] *sunt eiusdem generis.*

Quia sumptis aequalibus de utroque illi tercio erunt ipsorum virtutes aequales ad invicem, quia tercius *g* patet, et additis, si sint minora, per diffinitionem corporum eiusdem generis.

PROPOSICIO DECIMA. *Cum fuerint corporum in magnitudine et virtute proporcio una, erunt eiusdem generis.*

Proporcio corporum sit a ad b et potenciarum g ad d, dico quod a et b sunt eiusdem generis, quia corpus est generis a sic aequale corpori b, cuius potencia z erit, ergo b ad a ut z ad potenciam ipsius a, quae est g. Patet propositum per praemissam.[20]

[1]) Mspt *iraritatem* (!). — [2]) *qui.* — [3]) *et sunt eius multiplicees* verbindet das Mspt mit dem Folgenden. — [4]) *parte.* — [5]) *Salnum* (so!) — [6]) *Disaio.* — [7]) *in magnitudine est magnitudine est magnitudo* (!). — [8]) *numeri suiquam* (!). — [9]) *in specie aequalium.* — [10]) *mixtis.* — [11]) *ut.* — [12]) *scilicet quam habet in aëre.* — [13]) *in aqua* habe ich zugesetzt. — [14]) *f. dum.* — [15]) *proporcionem.* — [16]) *sita.* — [17]) Hier schiebt das Mscpt am Ende der Seite den folgenden Lehrsatz nochmals in etwas anderer Fassung ein: *Si fuerint tria corpora aequalia, quorum duo sunt simplicia diversorum generum, aliud vero mixtum ex utrisque gravium unius gravius reliquo, erit partis, quae in ipso est de genere gravioris, ad partem, quae in ipso est de genere levioris, proporcio differenciae ponderis mixti ad pondus levioris ad differenciam ponderis gravioris ad pondus mixti.* — [18]) Hier ist der Sinn dadurch getrübt, dass der Abschreiber mit einem male in die Abhandlung *de gravi et levi* des EUKLIDES geräth. — [19]) Hinter *genere* steht im Mscpte noch *quoque.* — [20]) Die beiden letzten Sätze sind in umgekehrter Ordnung die beiden letzte Sätze des Fragmentes *de gravi et levi* EUKLIDS und gehören jedenfalls nicht an diese Stelle. Mit Satz 8 hatte wohl die ursprünglich beabsichtigte Abhandlung ihr Ende erreicht.

Zum Andenken an Ludwig Ofterdinger.

Von HANS KÜNSSBERG in Dinkelsbühl.

Am 10. April dieses Jahres verstarb in Ulm im Alter von 86 Jahren Prof. Dr. LUDWIG OFTERDINGER. Geboren zu Biberach am 18. Mai 1810 studierte er vom J. 1828—1831 auf der Universität Berlin Mathematik und Astronomie, erhielt 1829 den goldenen Preis für die von der Universität Berlin gestellte mathematische Preisaufgabe über »Die Theorie der Grenzen«, promovierte dortselbst am 16. Juli 1831 zum Doktor der Philosophie und Mathematik, habilitierte sich im Herbst 1831 an der Universität Tübingen als Privatdozent für Mathematik, Astronomie und Physik, wurde dort später ausserordentlicher Professor und im Jahre 1852 Professor der Mathematik am Obergymnasium in Ulm. Im Jahre 1875 trat er in Pension, war aber nach wie vor wissenschaftlich und litterarisch sehr thätig auf dem Gebiete der Mathematik, Astronomie, Pädagogik, der Litteraturgeschichte, insbesondere der Wielandforschung und in der Politik; sein Lieblingsstudium aber blieb bis in seine letzten Tage die Geschichte der griechischen Mathematik. Er war Mitglied mehrerer gelehrter Gesellschaften und Vereine, z. B. der Valdarnesischen Akademie der Wissenschaften, der von Valle Tiberina, der Gesellschaft zur Verbreitung der mathematischen Wissenschaften zu Hamburg, des Vereins für Mathematik und Naturwissenschaften in Ulm, etc.

Von seinen im Druck erschienenen Arbeiten sind zu erwähnen:

1. Die oben genannte Preisschrift »de limitum theoria«. Der erste Teil derselben bildete seine Doktorsdissertation mit dem Titel: *Methodorum expositio, quarum ope principia calculi superioris inventa sunt.* Der zweite Teil enthält den Versuch, das 4. Porisma von FERMAT auf Kegelschnitte anzuwenden.
2. *Beiträge zur Wiederherstellung der Schrift des Euklides über die Theilung der Figuren.* Ulm 1853.
3. *Beiträge zur Geschichte der griechischen Mathematik.* Ulm 1860.
4. *Beiträge zur Geschichte der Mathematik in Ulm bis zur Mitte des 17. Jahrhunderts.* Ulm 1867.
5. *Zum Andenken an Keppler.* Ulm 1872.

6. *Discurs, welcher Gestalt allerhand Ulmische Massachen in einander zu verknüpfen und zu conservieren sein möchten von* J. Keppler. Ulm 1872.
7. *I. G. F. von Bohnenberger.* 1885.
8. *Tobias Mayer.* Mathem.-naturw. Mittheilungen (Tübingen) **2**, 1887, 116—132.
9. *Über die fünf Aufgaben des Apollonius.* Ulm 1888.
10. *Beiträge zur Geschichte der Naturwissenschaften in Ulm.* 1890.
11. *Über den Zusammenhang der euklidischen Lehre von den geometrischen Verhältnissen mit den Anfängen der Exhaustionsmethode.* 1890.

Auch an den 1867, 1868, 1873 in Stuttgart erschienenen Mathematischen Unterhaltungen von Riecke, namentlich am 3. Heft, hatte er einen Anteil.

Von seinen historischen Forschungsresultaten sind besonders wertvoll seine Untersuchungen über die von Pappos beschriebenen analytischen Schriften der griechischen Mathematiker, so z. B. seine Sichtung der fünf geometrischen Aufgaben des Apollonios, welche schon durch ihre Beziehungen auf die neuere synthetische Geometrie einen grossen Erfolg aufzuweisen haben; nicht geringere Beachtung verdienen seine schönen Entwicklungen über die analytische Methode der Alten.

Ferner verdanken wir ihm tiefgehende Untersuchungen über das V. Buch der euklidischen Elemente und die Exhaustionsmethode, gewissermassen die höhere Analysis der Alten. Er geht hiebei von der Ansicht aus, dass die schon den Ägyptern und Babyloniern einigermassen bekannte Lehre von den geometrischen Proportionen von Pythagoras und seinen unmittelbaren Schülern, wenn auch zunächst nur mit Beschränkung auf ganze Zahlen, weiter ausgebildet wurde auf Grund einer ähnlichen Erklärung, wie sie Euklid in seiner ersten arithmetischen Schrift (Elem. VII, def. 20) aufstellt: 4 Zahlen a, b, c, d bilden eine geometrische Proportion, wenn $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = m$, wo m eine ganze Zahl bedeutet. Da nun im V. Buch der *Elementa* auch von ungleichen Verhältnissen, wie sie namentlich zum Studium des Archimedes so nötig sind, die Rede ist, so lasse sich die 5. Definition so ausdrücken: Wenn $\frac{a}{b} > \frac{m}{n}$, so ist $na > mb$, und wenn zugleich $\frac{c}{d} \gtreqless \frac{m}{n}$, so ist $nc \gtreqless md$ und umgekehrt. Am ausgiebigsten hätten die Alten von der ungleichen Verhältnissen

Gebrauch gemacht durch Verbindung derselben mit der apagogischen Beweisart. Eine Verallgemeinerung der letzteren rühre von LUCAS VALERIUS (1604) her, welcher dieselbe die Methode »*per explosum excessum atque defectum*« nannte; erst A. TACQUET (1669) soll dafür die noch jetzt geläufige Bezeichnung »Exhaustionsmethode« eingeführt haben.

Bekanntlich hat schon HIPPOKRATES den Satz bewiesen, dass Kreisflächen sich wie die Quadrate ihrer Durchmesser verhalten. Hiezu erinnert OFTERDINGER daran, dass von jeher viele neue Sätze durch Analogie und Induktion aufgefunden worden seien und dass man daher annehmen dürfe, HIPPOKRATES habe aus Elem. XII,1 den Satz XII,2 abgeleitet, ohne ihn gerade streng bewiesen zu haben, und diese Vermutung liege um so näher, als in ähnlicher Weise PAPPOS in einer Reihe von Sätzen beweist, dass unter allen regulären Polyedern von gleicher Oberfläche dasjenige den grössten Inhalt hat, welches von den meisten Seitenflächen begrenzt wird, und hieraus durch Analogie den Satz folgert, dass unter allen regulären Körpern von gleicher Oberfläche die Kugel das grösste Volumen besitze.

Ein weiteres Verdienst erwarb sich OFTERDINGER durch seinen gründlichen Versuch einer Wiederherstellung des von PAPPOS und PROKLOS erwähnten, verloren gegangenen Buches des EUKLID über die Teilung der Figuren, vermutlich einer Sammlung von Aufgaben für die praktische Geometrie und zugleich einer Mustersammlung für die Schüler des EUKLID. Da die beiden von DEE, bezw. WOEPCKE behandelten arabischen Manuskript-Fragmente, das Oxforder und Pariser, schwer zu beschaffen sind, so gewinnt diese Arbeit OFTERDINGERS besonderen Wert, wenn er sich auch dagegen verwahrt, als ob er behaupte, dass EUKLID seine Schrift genau so und in derselben Ordnung wie er verfasst habe. Soviel stellt er indes als sehr wahrscheinlich hin: Im allgemeinen liess EUKLID die Sätze folgen nach der Art der zu teilenden Figuren; im besonderen werden wohl die Sätze im Pariser Manuskript und dann erst die im Oxforder auf einander gefolgt sein.

Seit einer Reihe von Jahren war OFTERDINGER damit beschäftigt, eine Gesamtausgabe aller seiner kleineren Schriften mit Verbesserungen, Zusätzen und weiteren Ausführungen vorzubereiten, doch blieb ihm sein sehnlichster Wunsch, die Vollendung seines Werkes noch zu erleben, leider versagt.

Le commentaire de Jakob Ziegler sur la "Saphea" de Zarkali.

Par G. ENESTRÖM à Stockholm.

Dans son intéressant mémoire: *Jakob Ziegler, ein bayrischer Geograph und Mathematiker*[1] M. S. GÜNTHER, ayant rapporté (p. 19) un passage d'un ouvrage[2] de ZIEGLER où celui-ci fait mention de son commentaire sur la »Saphea», ajoute que ce commentaire lui est inconnu. En effet, on ne connaît actuellement aucun écrit sur ce sujet portant le nom de ZIEGLER. Mais comme la forme latinisée de ce nom est »Lateranus»,[3] et comme il y a dans la bibliothèque impériale de Wien un manuscrit[4] (Cod. 5280) contenant un commentaire sur la »Saphea» par »Jacobus Lateranus ex Landoia Bavariæ», il est évident que ce commentaire est identique à celui signalé par ZIEGLER dans le passage cité.

Le manuscrit a été mentionné par M. STEINSCHNEIDER dans ses *Études sur Zarkali*[5] et plus tard dans une petite note *Über eine lateinische Bearbeitung von Zarkali's Saphea* insérée à la Biblioth. Mathem. 1890, p. 11—12. Il en résulte que le commentaire de ZIEGLER a été composé en 1504 à Köln, et qu'il n'est pas, comme M. STEINSCHNEIDER l'avait cru d'abord, le même que celui publié en 1534 par SCHÖNER.[6] D'autre part SCHÖNER a reproduit un passage de l'écrit de ZIEGLER se rapportant à l'usage de la *postica* (dos ou côté opposé) de l'instrument.

Dans son mémoire,[7] M. GÜNTHER fait observer aussi qu'on trouve différentes versions sur l'année de naissance de ZIEGLER, mais que celui-ci naquit sans doute avant 1493. La justesse de cette remarque est mise hors de doute par la date du commentaire, que ZIEGLER n'avait évidemment pu composer à l'âge de 11 ans.

[1] Forschungen zur Kultur- und Litteraturgeschichte Bayerns. Herausgegeben von K. VON REINHARDSTÖTTNER, 4, 1896, p. 1—61.

[2] *De solidae sphaere constructione* (Basileæ 1536).

[3] Ziegler = lateranus = tuilier. — Une notice de SCHELHORN citée par M. GÜNTHER (l. c. p. 34) semble indiquer qu'il

existe un autre manuscrit de Ziegler où celui-ci s'est appelé »Lateranus».

[4] *Tabulae codicum manu scriptorum in bibliotheca palatina Vindobonensi.* T. IV (Wien 1870), p. 85.

[5] Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. **17**, 1884, p. 789—794.

[6] *Sapheae recentio res doctrinæ patris Abrysakh Azarchelis summi astronomi* (Norimbergæ M.D.XXXIIII).

[7] Nous saisissons cette occasion pour faire observer que la notice inexacte de Joh. Messenius, d'après laquelle Ziegler aurait été »Matheseos in academia Upsaliensi professor», et que M. Günther (l. c. p. 34) avait cherché en vain dans la *Schondia illustrata* de Messenius, se trouve dans le petit écrit *Sveopentaprotopolis* (Stockholm 1611, cap. 16) du même auteur.

RECENSIONEN. — ANALYSES.

W. W. R. Ball. A PRIMER OF THE HISTORY OF MATHEMATICS. London, Macmillan 1895. 8°, IV + 146 p.

Ce livre est essentiellement un extrait de la seconde édition de l'*Account of the history of mathematics*, et les additions que M. BALL y a faites, ne dépassent guère deux pages. Par conséquent, comme nous avons rendu compte de l'*Account* dans la Biblioth. Mathem. 1893, p. 90—91, nous aurions pu nous restreindre à mentionner la publication du *Primer*, et ajouter que plusieurs des erreurs que nous avions trouvées dans la 2e édition de l'*Account*, se sont glissées aussi dans le *Primer*. Mais l'auteur semble vouloir considérer lui-même le *Primer* comme un ouvrage à part ayant pour but de donner une exposition condensée et en même temps populaire de l'histoire des mathématiques, à l'usage de professeurs et d'étudiants; pour cette raison nous nous sommes décidé à lui consacrer ici une analyse particulière, d'autant plus qu'il nous manque actuellement un abrégé si succint de l'histoire des mathématiques et que, par conséquent, il est d'un certain intérêt de savoir, si le *Primer* a comblé cette lacune ou non.

Tout d'abord nous faisons observer qu'un abrégé de l'histoire des mathématiques peut être rédigé de différentes manières. En effet, on peut y attacher de l'importance exclusivement à la filiation des idées et des méthodes scientifiques, et omettre tous les détails qui ne s'y rapportent pas; un ouvrage de cette espèce est p. ex. le traité récemment paru de M. ZEUTHEN: *Om den historiske Udvikling af Mathematiken som exakt Videnskab indtil Udgangen af det 18de Aarhundrede.* D'un autre côté on peut se contenter de réunir, en ordre chronologique, des renseignements sur les découvertes mathématiques les plus importantes, comme l'a fait p. ex. M. FELIX MÜLLER dans ses *Zeittafeln zur Geschichte der Mathematik.* Assurément, toutes les deux espèces d'abrégés sont utiles, chacun en son genre.

M. BALL a évidemment voulu tenir le milieu entre ces deux extrêmes. D'une part on trouve dans son *Primer* un assez grand nombre de notices historiques, biographiques et bibliographiques, d'autre part il y a inséré çà et là de petits aperçus sur le développement des idées mathématiques. Sans doute il a senti qu'une exposition de la filiation des méthodes mathématiques, quelque intéressante qu'elle soit, ne deviendrait guère populaire, et qu'une simple énumération des découvertes mathématiques, très recommandable pour un livre de référence, n'est pas non plus convenable à un traité populaire.

Il s'ensuit de ce que nous venons de dire que nous n'avons rien à objecter contre le plan général de l'ouvrage de M. BALL. Quant à l'exécution du plan, il nous faut avouer que, dès le commencement, nous avons eu l'impression que le *Primer* est assez inégalement rédigé. Ainsi p. ex. neuf pages sont consacrées à NEWTON et $3\frac{1}{2}$ pages à PASCAL, tandis que la notice sur EULER occupe environ $\frac{1}{2}$ page, dont 11 lignes se rapportent à son action scientifique. Mais il pourra se faire que ces inégalités de l'exposition dépendent du but de l'ouvrage, et nous passons à examiner de plus près les indications y contenues.

Il va sans dire que dans un exposé complet de l'histoire des mathématiques, où l'on doit mentionner des faits par milliers, il est presque impossible d'éviter un certain nombre d'indications inexactes, mais que cet inconvénient diminue à mesure qu'on abrège l'exposition. D'autre part la nécessité d'être court amène le besoin d'élire précisément les renseignements les plus importants et de leur donner une forme non seulement exacte mais en même temps concise, ce qui peut occasionner parfois de grandes difficultés. En examinant le livre de M. BALL, nous croyons avoir trouvé qu'il n'a pas réussi à surmonter ces difficultés. Non seulement il rend compte d'un grand nombre de faits peu importants pour l'histoire des mathématiques, mais ses indications sont trop souvent données sous une forme peu satisfaisante. Pour ce qui concerne la première remarque, nous ne nous arrêterons pas aux nombreuses anecdotes citées par M. BALL, ni à l'espace disproportionné qu'occupent dans le *Primer* les renseignements biographiques, car M. BALL pourra nous répondre que ces anecdotes et ces renseignements sont intercalés seulement pour lui fournir beaucoup de lecteurs, et que, en tout cas, ils n'amènent point de désavantage. Mais nous voulons faire ressortir que le choix en donnera lieu à des remarques fondées. En effet, quel intérêt le lecteur peut-il avoir à apprendre (p. 121) à peu près autant sur le *père* de POISSON que sur la vie d'un mathématicien si éminent que LÉONARD EULER? Et si M. BALL a jugé nécessaire de rapporter une partie de la caractéristique que BOSSUT (*Histoire des mathématiques*, Paris 1810, II, p. 428—429) a donnée sur CLAIRAUT, pourquoi citer (p. 105) précisément le passage le moins intéressant au point de vue scientifique?

En dehors des anecdotes et des notices biographiques, il y a aussi dans le *Primer* d'autres renseignements qui nous semblent inutiles dans un abrégé de l'histoire des mathématiques. En voici quelques exemples. »JORDANUS, whose works were almost unknown until the last few years» (p. 48); »DESARGUES ... whose name until recently was almost unknown» (p. 75); »we know little of the life of STEVINUS» (p. 69). Toutes ces indications se rattachent évidemment à l'histoire des recherches historico-mathématiques, et des remarques semblables peuvent être faites relativement à un très grand nombre d'autres mathématiciens. — »The stories ... of the use of burning glasses to destroy the ships of the Roman blockading squadron will recur to most readers» (p. 20). Il est très problématique s'il y a quelque fondement pour l'histoire à laquelle M. BALL fait allusion, et pour cette raison il nous semble le mieux de la passer sous silence dans un abrégé.

Nous avons dit plus haut que les indications du *Primer* ne sont pas toujours données sous une forme satisfaisante. En effet, plusieurs de ces indications sont trop catégoriques, p. ex. celles-ci: »ARCHIMEDES ... marvellous mathematical powers have been surpassed only by those of NEWTON» (p. 19); »in the old and medieval world ARCHIMEDES was unanimously reckoned as the first of mathematicians» (p. 23); »ultimately he [APOLLONIOS] returned to Alexandria and lived there till his death» (p. 23); »PTOLEMY ... died in 168» (p. 28); »LEONARDO of Pisa was born in 1175» (p. 46); »mathematicians had barely assimilated the knowledge obtained from the Arabs, including their translations of the works of Greek writers, when the refugees who escaped from Constantinople after the fall of the eastern empire brought with them the original books and the traditions of Greek science» (p. 55).

Parmi les autres observations que nous avons faites en lisant le *Primer*, nous mentionnons ici les suivantes, en faisant ressortir expressément que nous n'avons pas eu l'intention de signaler par préference les erreurs les plus importantes (à cet effet il aurait fallu annexer en plusieurs endroits de longues argumentations), et que quelques-unes des observations ne portent pas même sur des erreurs directes.

P. 17. »The Arabian writers, who may perhaps convey to us the traditions of Alexandria, represent him [EUKLIDES] as a gentle and kindly old man.» Il convient de faire observer que déjà PAPPOS (ed. HULTSCH, VII, p. 676) a dépeint EUKLIDES comme un homme doux et modeste (cf. CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* I [2e éd.], p. 247).

P. 18. Il nous semble très étrange que M. BALL ne fasse aucune mention du 13e livre des *Elementa;* au moins il aurait pu signaler que ce livre existe.

P. 26. L'exactitude de l'indication que HERON a vécu vers l'an 120 avant J.-C. semble actuellement un peu douteuse. MM. DIELS, P. TANNERY et CARRA DE VAUX (cf. Biblioth. Mathem. 1894, p. 88—89) se sont efforcés de démontrer qu'il faut placer HERON à une époque plus basse, en tout cas après J.-C.

P. 28. »PTOLEMY was the author of numerous works on mathematics.» Autant que nous sachions, PTOLEMEUS n'a écrit qu'un ouvrage de mathématiques pures; cet ouvrage est actuellement perdu, mais PROKLOS nous en a conservé quelques passages (cf. CANTOR, l. c. I [2 éd.], p. 395).

P. 29. »It would seem that he [PAPPOS] discovered the focus in the parabola.» Nous n'osons point affirmer que cette opinion soit fausse, mais nous nous permettons de faire remarquer qu'elle n'est pas généralement admise; d'après M. ZEUTHEN (voir *Keglesnitslæren i Oldtiden*, Kjöbenhavn 1885, p. 239—242; *Geschichte der Mathematik im Altertum und Mittelalter*, Kopenhagen 1896, p. 211), le foyer de la parabole était probablement connu dès EUKLIDES.

P. 32. Selon M. BALL, DIOFANTOS vivait vers l'an 420 après J.-C., mais NESSELMANN (*Die Algebra der Griechen*, Berlin 1842, p. 249—251) a déjà appelé l'attention sur le fait que DIOFANTOS est cité par THEON d'Alexandrie, ce qui »als späteste Grenze seiner Lebenszeit die zweite Hälfte des vierten Jahrhunderts feststellt». M. CANTOR (l. c. I [2e éd.], p. 434—435), semble porté à placer DIOFANTOS au commencement du 4e siècle, et plusieurs auteurs (voir p. ex. F. MÜLLER, l. c., p. 35) partagent l'opinion de M. P. TANNERY que DIOFANTOS était un contemporain de PAPPOS, c. à. d. qu'il vivait dans la seconde moitié du 3e siècle. En ce cas il faudrait modifier l'indication de M. BALL à la page 30: »In the fourth century we *begin* to come across problems which lead directly to algebraical equations.»

P. 48. »The above [c. à. d. les écrits de JORDANUS NEMORARIUS] is the earliest instance known in European mathematics of syncopated algebra, in which letters are used for algebraical symbols.» Il convient de faire observer que LEONARDO PISANO, dans un passage de son *Liber abbaci* (voir *Scritti pubblicati da* B. BONCOMPAGNI I, Roma 1857, p. 132—133; cf. CANTOR, *Ahmed und sein Buch über die Proportionen*, Biblioth. Mathem. 1888, p. 8—9) a aussi employé des lettres comme des symboles algébriques.

P. 49. »No mathematicians of the same ability as LEONARDO and JORDANUS appear in the history of the subject for over two hundred years.» A notre avis, il y a dans la période signalée par M. BALL un mathématicien qui puisse être en quelque sorte mis au côté de NEMORARIUS, savoir NICOLE ORESME (vers 1323—1382). Voici le jugement de M. CANTOR (l. c. II, p. 125) sur l'*Algorismus proportionum* de cet auteur: »In ihm hat ORESME einen Gipfelpunkt erreicht, der so weit über das Vorherbekannte sich erhob, dass gespannte Erwartung sich äussern darf, nach welcher Richtung der nächste Fortschritt sich vollziehen werde.» En tout cas il nous semble un peu surprenant, que M. BALL n'ait pas même mentionné le nom d'ORESME.

P. 50. »About this time [c. à. d. vers le 14e siècle] the almanacks began to add to the explanation of the Arabic symbols the rules of addition, subtraction, multiplication, and division, 'de algorismo'.» Naturellement il est très possible qu'un petit traité »de algorismo» ait été annexé à quelque almanack du 14e siècle, mais nous ne croyons guère qu'on puisse dire avec raison qu'on commençait alors d'ajouter aux calendriers un tel traité.

P. 57. »In the algebra PACIOLI found expressions for the sum of the squares and the sum of the cubes of the first *n* natural numbers.» Cette indication n'est pas directement inexacte, mais comme M. BALL n'a mentionné aucun auteur antérieur qui eût trouvé la valeur de ces sommes, le lecteur est induit à croire qu'on en doit la connaissance à PACIUOLI. Par conséquent, on aurait désiré une notice que Σx^2 avait été trouvée déjà par ARCHIMEDES, et que la valeur de Σx^3 a été indiquée par les arpenteurs romains et par les mathématiciens arabes.

P. 60. »The chief works of TARTAGLIA are an arithmetic published in 1556 and a treatise on numbers published in 1560.» Les deux ouvrages que M. BALL a en vue, sont des parties du *General trattato di numeri e misure,* dont les deux premiers volumes ont paru en 1556 et le dernier en 1560, après la mort de l'auteur. Il n'est pas parfaitement exact de dire que le dernier volume est un traité des nombres, car il traite aussi de la géométrie et de l'algèbre (cf. CANTOR, l. c. II, p. 482—488).

P. 61. Nous regrettons que M, BALL n'ait pas jugé nécessaire de mentionner SCIPIONE FERRO, auquel on doit la première méthode pour résoudre l'équation cubique.

P. 62. »The equations he [CARDANO] considered are numerical, but in some of his analysis be used literal coefficients». Nous n'avons pu retrouver les passages où CARDANO se sert de coefficients algébriques (le passage cité à la page 251 du 2d tome de l'*Histoire des sciences mathématiques et physiques* de MAX. MARIE ne nous semble guère pouvoir appuyer l'assertion de

M. BALL) et nous ne nous souvenons pas qu'ils aient été mentionnés dans aucun ouvrage d'histoire des mathématiques auquel on puisse se fier.

P. 64. M. BALL dit que PASCAL donna le premier une méthode générale pour former les coefficients dans le développement d'un binome. On pourrait y objecter que déjà STIFEL a signalé une formule recurrente pour les coefficients (comparez sur ce sujet la remarque de M. P. TANNERY dans L'Intermédiaire des mathématiciens **3**, 1896, p. 98—99).

P. 65. »Till this time it had been the custom to introduce new symbols to represent the square, cube, etc., of quantities which had already occurred in the equations». Nous nous permettons d'appeler l'attention sur une petite note *Om vanliga bokstäfver såsom tecken för obekanta storheter* (Tidsskr. for Mathem. 3_4, 1879, p. 161—165), où nous avons montré que STIFEL, dans la nouvelle édition de *Die Coss* de CHR. RUDOLFF (Königsberg 1553), a désigné l'inconnue par 1A et ses puissances successives par 1AA, 1AAA, 1AAAA.

P. 66. Par un passage du journal de CONST. HUYGENS rapporté par M. D. J. KORTEWEG dans L'Intermédiaire des mathématiciens **2**, 1895, p. 193, on trouve qu'ALBERT GIRARD est mort le 9 décembre 1632 (non 1633 comme on l'a supposé auparavant). Quant à l'année de naissance de GIRARD, M. KORTEWEG (voir L'Intermédiaire des mathématiciens **3**, 1896, p. 88) semble vouloir la fixer à 1595 (M. BALL indique 1590). Au reste GIRARD était natif de Lorraine et par conséquent il est un peu impropre de l'appeler »a Dutch mathematician».

P. 68. L'indication que HARRIOT mourut en 1620 est probablement une faute d'impression au lieu de 1621 (cf. BALL, *A short account of the history of mathematics*, 2[e] éd., p. 241).

P. 68. »HARRIOT was, I believe, the earliest writer who realized the advantage to be obtained by taking all the terms of an equation to one side of it». Déjà STIFEL (*Arithmetica integra*, f. 283^b) avait réduit une équation à la forme $f(x) = 0$. Au reste MONTUCLA (*Histoire des mathematiques*, Paris 1758, II, p. 77) fait observer que HARRIOT emploie cette forme en passant, dans un seul chapitre de son ouvrage. Comme on sait, DESCARTES est le premier mathématicien qui s'en soit servi systématiquement.

P. 99. »I think the evidence leads to the conclusion that LEIBNIZ obtained the idea of the differential calculus from a manuscript of NEWTON's, which he saw in 1675». Sans doute il est *possible* que l'opinion de M. BALL soit juste, mais à cet effet il faut supposer que TSCHIRNHAUS ait: 1) vu à London la lettre sur le problème des tangentes écrite par NEWTON le 10 déc. 1672; 2) copié cette lettre; 3) remis cette copie à LEIBNIZ en 1675 (cf. CANTOR, l. c. III, p. 161, 174).

P. 101. M. BALL dit que, vers la fin du 17e siècle, le journal Acta Eruditorum était »the only private scientific journal of any importance». A notre avis, il y avait alors au moins un autre journal de la même nature, savoir le Journal des savants, où p. ex. plusieurs des répliques relatives à la querelle sur le problème isopérimétrique ont été insérées.

P. 103. »After the deaths of LEIBNIZ and L'HOSPITAL he [JEAN BERNOULLI] claimed the merit of some of their discoveries; these claims are now known to be false». Dans notre note *Om upptäckten af sättet att medelst differentiation bestämma värdet af en bråkfunktion, då täljare och nämnare samtidigt blifva noll* (Öfversigt af vetensk.-akadem. förhandl. [Stockholm] **51**, 1894, p. 297—305), nous avons démontré que la méthode de déterminer par différentiation la valeur d'une fraction dont le numérateur et le dénominateur tendent en même temps vers zéro, est due à JEAN BERNOULLI et non au marquis de L'HÔPITAL. Il y a donc au moins un cas où la réclamation de JEAN BERNOULLI était à sa place.

P. 107. »His [DANIEL BERNOULLI] earliest mathematical work, published in 1724, contains a theory of the oscillations of rigid bodies and a solution of the differential equation proposed by RICCATI». Dans les *Exercitationes quædam mathematicæ* (Venetiis 1724) de DANIEL BERNOULLI nous avons cherché en vain quelque traité de la théorie des oscillations.

P. 108. En parlant de TAYLOR, M. BALL ne dit pas un mot sur la découverte du calcul aux différences finies. Nous ignorons si cette omission est intentionnelle ou involontaire, mais en tout cas nous la regrettons vivement (voir sur ce sujet notre analyse du tome III: 2 des *Vorlesungen* de M. CANTOR dans la Biblioth. Mathem. 1896, p. 18).

P. 109. D'après M. BALL, la *Geometria organica* de MACLAURIN a paru en 1719. Pour le moment nous n'avons recours à aucun exemplaire de cet ouvrage, mais d'après l'analyse insérée aux Acta Eruditorum 1722, p. 323—326, le feuillet de titre de la *Geometria organica* porte les mots: »Londini, impensis Guil. & Joh. Innys 1720». La même année d'impression est signalée p. ex. par M. CANTOR, l. c. III, p. 419, et par J. W. MÜLLER, *Auserlesene mathematische Bibliothek* (Nürnberg 1820), p. 71.

P. 109. »The result [c. à. d. le théorème de MACLAURIN] ... is at once deducible from TAYLOR's theorem, on which the proofs by STIRLING and MACLAURIN are admittedly founded». Cette indication nous semble inexacte au moins pour ce qui concerne MACLAURIN. En effet, dans l'article 751 de la *Treatise on fluxions*, MACLAURIN déduit son théorème par la méthode des coefficients indéterminées; à la fin il ajoute qu'on peut le démontrer à l'aide du théorème des binomes.

P. 134. »The scientific treatment of the fundamental principles of algebra, initated by HAMILTON and by GRASSMANN ... was further developed by ... G. CANTOR». Le point de départ des recherches de M. GEORG CANTOR est essentiellement différent de ceux de HAMILTON et de GRASSMANN. M. G. CANTOR a cité HAMILTON une seule fois (*Zur Lehre vom Transfiniten* I, Halle 1890, p. 16) et précisément pour faire ressortir la différence essentielle entre la notion de nombre selon lui-même et selon l'éminent géomètre anglais.

Outre les fautes dont nous avons déjà parlé, il y a dans le *Primer* aussi quelques impropriétés des expressions. A la page 2, M. BALL rend compte (§ 3) des mathématiques égyptiennes et phéniciennes sous la rubrique »Mathematics under greek influence», mais vers la fin de ce paragraphe il dit: »to the interest excited by various geometrical propositions thus communicated by the Egyptian priests ... we may ascribe the commencement of the study of mathematics by the Greeks». — A la page 21 nous lisons: »confining myself to such works of his [ARCHIMEDES] as are still extant, I may mention the following», mais dans le suivant, M. BALL rend compte aussi (p. 22) d'un ouvrage perdu. — P. 44: »The Arabs introduced the trigonometrical *expressions* which are now current». — P. 103: »In 1713 [c. à. d. 8 ans après sa mort!] he [JACQUES BERNOULLI] established the fundamental propositions of the calculus of probabilities». — Comme une impropriété il faut aussi considérer le fait que M. BALL mentionne CAUCHY *après* WEIERSTRASS. — Parfois les mêmes notices sont répétées deux fois p. ex. (p. 110, 114) celle sur l'introduction de la notion de potentiel par LAGRANGE, et (p. 120, 135) celle sur la géométrie synthétique.

Quant aux jugements portés dans le *Primer* sur les mérites des mathématiciens et sur la marche du développement, il nous a paru qu'ils ne soient pas toujours bien précisés; parfois nous les avons trouvés aussi un peu superficiels.

Par ce qui précède, il s'ensuit que, à notre avis, M. BALL n'a pas réussi à rédiger un abrégé condensé de l'histoire des mathématiques qui puisse être recommandé soit aux professeurs, soit aux étudiants. Selon nous, la cause en est qu'il n'a pas encore entrevu les grandes difficultés d'une telle tâche, ce qui l'a naturellement empêché de prendre les mesures pour s'en acquitter avec succès.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. ENESTRÖM. Stockholm. 8°.
1896: 1.

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. CANTOR. Leipzig. 8°.
41 (1896): 2.

Curtze, M., Zur Geschichte der Übersetzungen der Elementa im Mittelalter.
Biblioth. Mathem. 1896, 1—3.

Curtze, M., Über Johann von Gemunden.
Biblioth. Mathem. 1896, 4.

Dickstein, S., Sur les découvertes mathématiques de Wronski.
Biblioth. Mathem. 1896, 5—12.

Kutta, M., Geometrie mit constanter Zirkelöffnung im Altertum.
Biblioth. Mathem. 1896, 16.

Suter, H., Nochmals der Jakobsstab.
Biblioth. Mathem. 1896, 13—15.

Zeuthen, H. G., Om den historiske Udvikling af Mathematiken som exakt Videnskab indtil Udgangen af det 18de Aarhundrede.
Inbydelsesskrift til Kjøbenhavns Universitets Aarsfest den 8de April 1896 (Kjøbenhavn 1896, in-4°). (4) p. + p. 1—90.

Question 56 [sur un écrit de JOHAN DE WITT relatif au calcul de rentes viagères]. — Question 57 [sur l'auteur italien MENABENO]. — Question 58 [sur une brochure publiée par LEIBNIZ en 1713]. — Remarque sur la question 34.
Biblioth. Mathem. 1896, 31—32. (G. ENESTRÖM.)

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik. Herausgegeben von E. LAMPE. Band 25 (1893—1894). Berlin, Reimer 1896. 8°. — Les pages 1—97 contiennent un compte rendu des ouvrages d'histoire des mathématiques parus en 1893—1894.

CANTOR, M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Dritter Band. Vom Jahre 1668 bis zum Jahre 1759. Zweite Abtheilung. Die Zeit von 1700 bis 1726. Leipzig, Teubner 1896. 8°.
Biblioth. Mathem. 1896, 17—24. (G. ENESTRÖM.) — Giorn. di matem. 3_2, 1896, 11—13. (G. LORIA.)

FIORINI, M., Erd- und Himmelsgloben, ihre Geschichte und Konstruktion. Nach dem Italienischen frei bearbeitet von S. GÜNTHER. Leipzig, Teubner 1895. 8°.
Biblioth. Mathem. 1896, 25—26. (G. ENESTRÖM.)

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1896, 26—31. — Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 78—80.

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

59. On sait que LEONELLI a publié en 1803 la première table des logarithmes d'addition et de soustraction connus sous le nom de »logarithmes de GAUSS». Mais déjà en 1639 CAVALIERI, dans son ouvrage *Centuria di varii problemi per dimostrare l'uso e la facilità di logaritmi nella gnomonica, astronomia, geograffia, altimetria, pianimetria, stereometria et aritmetica prattica; toccandosi anco qualche cosa nella meccanica, nell' arte militare e nella musica,* avait fait connaître un procédé permettant de calculer le logarithme de la somme ou de la différence de deux nombres dont on connaît les logarithmes, sans se servir des valeurs de ces nombres.

On demande une recherche historique sur les méthodes proposées avant LEONELLI pour trouver $\log(a+b)$ ou $\log(a-b)$ si l'on connaît $\log a$ et $\log b$, sans recourir à a et b.

(G. Eneström.)

Inhalt. — Table des matières.

STOCKHOLM, TRYCKT I CENTRAL-TRYCKERIET, 1896

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK — JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON — PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1896. STOCKHOLM. N° 3.

NEUE FOLGE. 10. — NOUVELLE SÉRIE. 10.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Markgrafenstrasse 51. — Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr. — PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Über die im Mittelalter zur Feldmessung benutzten Instrumente.

Von Maximilian Curtze in Thorn.

Im Jahrgange 1888 dieser Zeitschrift findet sich auf S. 37 eine kurze Notiz H. Weissenborns: *Über die verschiedenen Namen des sogenannten geometrischen Quadrates.* In dieser Note sowohl als in den einschlägigen Capiteln seines »*Gerbert*» (S. 111 und S. 154—156)[1] behauptet Herr Weissenborn, dass Astrolabium, Quadrant und geometrisches Quadrat Namen ein und derselben Vorrichtung seien. Ich will vom Standpunkte unserer Kentnisse aus diese Behauptung nicht vollständig als unrichtig hinstellen, werde mir aber erlauben im Nachfolgenden zu zeigen, dass die Schriftsteller des Mittelalters sicher recht hatten, wenn sie diese drei Instrumente wohl auseinanderhielten, und weiter zeigen, dass das *Quadratum geometricum* nur aus dem Astrolabium und nicht aus dem Quadranten entstanden sein kann. Astrolabium und Quadrant beruhen nämlich auf absolut entgegengesetzten Prämissen, welche ungefähr so sich entgegenstehen wie das Ptolomäische und das Coppernicanische Weltsystem. Dies wird sich aus einer Beschreibung der zum Höhen-, Längen- und Tiefenmessen auf denselben befindlichen Vorrichtungen absolut ergeben, und da wohl niemand das Ptolomäische und das Coppernicanische System als identisch bezeichnen würde, so ist die Identität von Astrolab und Quadrant ebenso wenig zuzugestehen. Dagegen beruht das *Quadratum geometricum,* so wie es

GERBERT und dessen Nachfolger benutzten, auf demselben Principe wie das Astrolabium. Für England giebt freilich CANTOR[2] eine Abart an, welche aus dem Quadranten abgeleitet ist, aber diese Angabe ist nicht richtig, wie ich anderswo nachweisen werde.

Bei der Beschreibung der Instrumente beschränke ich mich einzig und allein auf diejenigen Theile, welche der Feldmessung dienten, und lasse alles bei Seite, was an denselben für den Astronomen bestimmt war. In Bezug auf das *Quadratum geometricum* bemerke ich zugleich vorgreifend, dass vor PEURBACH niemand dasselbe zu astronomischen Beobachtungen gebraucht hat, dass für dieses Instrument bei keinem Benutzer vor PEURBACH von *umbra recta* und *versa* die Rede ist, und dass gerade in der universellen Benutzung durch PEURBACH diejenige Seite seiner Abhandlung hervortritt, welche allein sie zu einer vor den übrigen hervorragenden macht.

I. Vom *Astrolabium* wurde nur die Rückseite, die *postica* oder das *dorsum astrolabii* zur Feldmessung benutzt. Ich beschränke mich daher auf die Beschreibung nur dieses Theiles. Das Astrolabium bildete einen Vollkreis, welcher in 360°, *gradus dierum*, getheilt war. Bei 0° war ein Aufhängsel angebracht, an welchem man dasselbe in die Höhe halten konnte: für Sonnen- und Sternbeobachtungen, welche auf der *antica* gemacht wurden, mit der rechten, für Höhen-, Längen- und Tiefenmessungen mit der linken Hand. Sonst würde nämlich beidemale der Arm des Beobachters das Visieren nach dem Beobachtungsobjecte verhindern. Von den Aufhängsel aus, also von 0°, war der Durchmesser *ab* und der dazu senkrechte *cd* gezogen, dann aber das dem Kreise eingeschriebene Quadrat *fghi* so gezeichnet, dass seine Seiten diesen beiden Durchmessern parallel liefen. Die Seiten dieses Quadrates waren in je 24 gleiche Theile (*puncta*) getheilt und diese von den festen Durchmessern aus nach den vier Ecken hin von 1 bis 12 bezeichnet. Um den Mittelpunct des Kreises *e* war ein Diopterlineal *kl* drehbar, welches beim Visieren auf den Quadratseiten einen bestimmten Theilpunkt einschnitt. Visierte man nach einer Höhe, so wurden die Seiten des zweiten oder vierten Quadranten geschnitten, ebenso beim

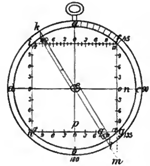


Fig. 1.

Visieren von Tiefen; bei Längenmessungen dagegen traf das Lineal die Seiten des ersten und dritten Quadranten. Diejenigen Punkte, welche auf den zu dem wagerechten Durchmesser parallelen Seiten abgeschnitten wurden, hiessen *puncta umbrae rectae,* diejenigen auf den beiden vertikalen Seiten *puncta umbrae versae.* Es ist daraus klar, dass die *umbra recta* unserer Cotangente, die *umbra versa* unserer Tangente entsprechen. Visierte man nach der Höhe, so war das Dreieck epq dem von der Visierlinie, der Höhe und der Horizontalen gebildeten Dreiecke ähnlich, und wenn man die Entfernung zwischen dem Beobachter und dem Fusspunkte der Höhe messen konnte, so verhielt sich diese Entfernung zur Höhe, wie die abgeschnittenen *puncta umbrae rectae* zu 12, d. h. wie $qp : ep$; wurden jedoch *puncta umbrae versae* abgeschnitten, so war das obige Verhältnis gleich dem von 12 zu den abgeschnittenen *puncta umbrae versae.* Um dieser Unterscheidung enthoben zu sein, benutzte man die Ähnlichkeit der beiden Dreiecke epq und enm, aus der folgt, dass $pq : pe = en : nm$, also $pq : 12 = 12 : nm$ ist, und gab deshalb die Regel: »*Puncta umbrae versae* verwandelt man in *puncta umbrae rectae,* indem man 144 durch nm dividiert, und umgekehrt verwandelt Division von 144 durch pq die *puncta umbrae rectae* in solche *umbrae versae*». So wird ausnahmlos in allen Abhandlungen über das Astrolab und den Quadranten vom 12. bis zum 16. Jahrhundert gelehrt. Ohne die Bezeichnungen *umbra recta* und *umbra versa* zu kennen, lehrt Gerbert in zwei seiner Capitel über das Höhenmessen einmal die Berechnung direct, das anderemal unter Benutzung der Umwandlung von *puncta umbrae versae* in *puncta umbrae rectae;*[3] ob man ihm aus dieser gesonderten Betrachtung, welche die späteren Schriftsteller nicht getrennt, sondern in demselben Capitel mit der Einleitung: »*vel si velis*» abhandeln, wirklich einen so grossen Vorwurf zu machen berechtigt ist, wie Herr Weissenborn in seinem »*Gerbert*» es thut,[4] möchte ich doch bezweifeln. Schnitt bei einer Messung das Diopterlineal in einen der Eckpunkte des Quadrates ein, z. B. in f, so war es gleichgiltig ob man von 12 *puncta* oder von 45 *gradus dierum* sprach, welche abgeschnitten seien. In diesem Falle war die zu messende Höhe gleich der Entfernung des Messenden von dem Fusspunkte der zu messenden Höhe. Auch hierfür gibt ein Capitel Gerberts die Anleitung,[5] während spätere Schriftsteller alle drei möglichen Fälle in einem Capitel abzuhandeln pflegen.

II. Den Quadranten beschreibe ich, indem ich das hier abdrucken lasse, was Leonardo da Pisa darüber in seiner

Practica geometriae mittheilt, da er dort ebenfalls nur dasjenige angiebt, was für feldmesserische Zwecke zu wissen nöthig ist. Es heisst daselbst:[6]

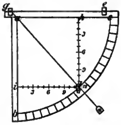


Fig. 2.

Et quia pulcre et subtiliter et facile cum quadrante, quem quidem horoscopum vocant, altitudines metiuntur, ipsum quadrantem et ea, que in ipsa ponuntur ad nostrum propositum facientia, designare curavi ad presens, ut subtilius, que intendo, valeam demonstrare. Pono punctum *a* centrum et ab ipso protraho duas rectas equales *ab* et *ac* continentes angulum rectum, et spacio unius rectarum *ab* vel *ac* circino arcum *bdc* producens ipsum aliquantulum im puncto *e*, nec non et lineam *ab* produco usque ad *g*, et pono lineam *eg* equedistantem linee *ac*, et divido angulum *bac* in duo equa cum linea *ad*, et protraho a puncto *d* super rectas *ab* et *ac* cathetos *dh* et *di*; et ex hoc monstrabitur quadrilaterum *dhai* equilaterum et equiangulum esse. Quia tres anguli eius, qui sunt ad puncta *a* , *h* , *i*, recti sunt, reliquus, qui ad *hdi*, rectus est, cum omne quadrilaterum habeat quatuor angulos equales quatuor rectis; et quia angulus *bac* divisus est in duo equa a linea *ad*, erit unusquisque angulorum *dab* et *dac* semirectus; sunt enim et anguli *ahd* et *aid* recti, quare unusquisque angulorum *adh* et *adi* semirectus est. Quare trigona *hda* et *ida* equicruria sunt, enim et orthogonia, quare linea *ad* subtendens angulos rectos trigonorum *ahd* et *aid* potest duplum uniuscuiusque laterum *ah* , *dh* , *id* , *ai*; ergo et ipsa quatuor latera sibi invicem sunt equalia. Tetragonum ergo est quadrilaterum *ahdi*. Et in puncto *a* figi filum cum quodam plumbino, quod pendeat extra arcum *bdc*, et dividam utrumque latus *dh* et *di* in partes 12 vel 60 equales, et notabo ipsas partes omnes, ut in similibus instrumentis notate inveniuntur, et sic perfecta est forma quadrantis. Et non est in ea linea *eg*, sunt enim *e* et *g* foramina. Et si cum hoc instrumento altitudinem aliquam metiri volueris, poneres oculum ad foramen *e*, et stabis contra altitudinem metiendam, et levabis quadrantem a parte *b* vel declinabis, donec visus tuus egrediatur per foramen *e*, et transeat per foramen *g*, et perveniat ad cacumen altitudinis metiende; et tunc in ipsa linea cadet linea *eg*, quam superius notavimus.

Wie man sieht, ist auch der Kreisbogen in seine 90 Theile getheilt. Derselbe heisst bei spätern Schriftstellern *limbus*. Die Theilung der Geraden *di* und *dh* beginnt von *h* und *i* aus, so dass wie bei dem Astrolabium an der Ecke *d* 12 steht. Fällt bei dem Visieren durch *e* und *g* der Faden mit dem Bleiloth auf *dh*, so hat man *umbra recta*, fällt er auf *di* so ist *umbra versa* vorhanden, fällt er auf *ad* selbst, so ist das wieder mit *45to gradu dierum* identisch. Beim Höhenmessen visierte man, wie ja Leonardo auch angiebt, von *e* nach *g* hin, beim Längen- und Tiefenmessungen von *g* nach *e* hin; es musste der Kreisbogen immer nach der Erde zu gerichtet sein.

Dass bei Astrolabium und Quadrant zwei verschiedene Principien vorhanden sind, ist aus der Beschreibung klar. Bei dem Quadranten wird das Instrument unter dem durch das Bleiloth dargestellten festen Radius bewegt, bei dem Astrolabium bewegt sich das das Bleiloth vertretende Diopterlineal über das festgehaltene Instrument; bei dem Quadranten visiert man über den beweglichen Durchmesser, beim Astrolabium über den beweglichen Radius. Es ist also zwischen beiden Instrumenten ein ähnlicher Gegensatz, wie inbezug auf die Bewegung der Gestirne und der Erde im Ptolomäischen und Coppernicanischen Weltsysteme. Bei den ersten bewegt sich der Himmel von Osten nach Westen mit den Gestirnen über die ruhende Erde, beim zweiten bewegt sich die Erde von Westen nach Osten unter dem ruhenden Himmel. Beide Anschauungen sind fähig die einfachsten Beobachtungen zu erklären, ebenso sind beide Instrumente, Astrolab und Quadrant, befähigt Höhen-, Längen- und Tiefenmessungen auszuführen; niemand wird aber deshalb beide für identisch erklären können, wenn sie auch für die Anschauung Ähnliches ausführen.

III. Das *quadratum geometricum*, auch wie z. B. von Dominicus de Clavasio, *instrumentum gnomonicum* oder kurzweg *instrumentum* genannt, zieht die beiden gegenüberliegende Quadrate, welche auf der *postica* des Astrolabiums zur Feldmessung benutzt werden, in ein einziges Quadrat zusammen. Gerbert lässt dasselbe in Cap. 33 aus vier metallenen oder hölzernen Stäben zusammensetzen,[7] die Abhandlung »*de quadrato geometrico componendo*«[8] und Dominicus de Clavasio verlangen, in erster Reihe eine quadratisch zugeschnittene Metallplatte, deren vier Seiten wieder in je 12 gleiche Theile, und jeder derselben in 60 *minuta* getheilt sind. Auf einer der getheilten Seiten sind in den Eckpunkten Diopter aufgerichtet, welche eine genauere Horizontalstellung ermöglichen — bei Gerbert die beiden *semipedalia ligna E* und *F*. — Ebenso ist in jede Ecke ein Loch gebort, in welches ein Zapfen am Ende eines Diopterlineals befindlich hineinpasst, so dass es möglich ist, durch dieses Lineal in seinen verschiedenen möglichen Lagen nach jeder beliebigen Richtung zu visieren. Bei GERBERT ist die letztere Vorrichtung noch nicht vorhanden; sein Diopterlineal ist nur in einem Eckpunkte befestigt, und so kann er sein *quadratum mediclinioruin* allein zu Längenmessungen benutzen, während DOMINICUS und die noch spätere Abhandlung »*de quadrato geometrico componendo*« durch die verbesserte Einrichtung es ermöglichen auch Höhen- und Tiefenmessungen mit demselben auszuführen.

Da bei keinem Schriftsteller vor PEURBACH bei Benutzung des *quadratum geometricum* von *umbra recta* und *versa* gesprochen wird, so ist klar, dass sie sich der Beziehungen dieses Instrumentes zu der *scala altimetra*, so heisst nämlich der Kunstausdruck für das Quadrat des Astrolabiums und des Quadranten, nicht bewusst gewesen sind; wieder ein Beweis dafür, dass Anschauungen, welche für uns auf der Hand liegen, für früheren Perioden ganz unbekannt sind, und ihre Entdeckung einen wirklichen Fortschritt in der Erkenntnis darstellt. Deshalb ist man aber nicht berechtigt, denjenigen früheren Forschern, welche den Zusammenhang nicht sahen, daraus einen Vorwurf zu machen. Vor PEURBACH[9] ist das *Quadratum geometricum* zur Bestimmung von Sonnenhöhen und dgl. nicht benutzt worden; erst ihm und seiner trigonometrischen Kenntnis war es vorbehalten, diese neue Benutzungsweise zu zeigen, zu zeigen dass ein Messinstrument, welches man nur für terrestrische Zwecke geeignet hielt, ein Universalinstrument sei, wie das *Instrumentum Albion*, d. h. *All by one*,[10] denn so wird der Name desselben von seinem Erfinder, dem Engländer RICHARD WALLINGFORD, gedeutet.

Die Umwandlung der *umbra recta* in *umbra versa* und umgekehrt war besonders dann nothwendig, wenn bei der doppelten Beobachtung, welche bei unzugänglicher Höhe anzustellen war, die eine *umbra recta*, die andere *umbra versa* ergab. Bei dieser Gelegenheit lehren alle Abhandlungen *de utilitatibus astrolabii vel quadrantis*, die oben dargelegte Umformung. WEISSENBORN[11] in seinem »*Gerbert*« giebt an, dass diese Kunstausdrücke im Abendlande zuerst in einer im XIV. Jahrh. entstandenen englisch geschriebenen Abhandlung, welche in HALLIWELLS *Rara mathematica*[12] abgedruckt ist, vorkommen. Um die Grundlosigkeit dieser Behauptung zu beweisen, werde ich hier zum Schlusse den Abschnitt, welchen ROBERTUS ANGLICUS, auch JOHANN VON MONTPELLIER genannt, in seiner Abhandlung *de quadrante*, die aus dem XIII. Jahrh. stammt[13] — sie befindet sich z. B. im Codex Boncompagni 324, Bltt 4—9 aus diesem Jahrhundert —, der Verwandlung der *umbra recta* in *umbra versa* und umgekehrt widmet, mitzutheilen mir erlauben. Ich bemerke noch, dass diese Abhandlung keineswegs die älteste ist, welche die fraglichen Ausdrücke enthält, mir steht jedoch augenblicklich nur die Abhandlung des ROBERTUS ANGLICUS zur Disposition. Jedenfalls ist es auch wohl naturgemässer, dass diese Ausdrücke von Spanien aus sich eher nach dem südlichen Frankreich ausgebreitet haben, als nach dem so weit abgelegenen England. Vor ABÛL WÂFÂ, der 998 starb, waren sie überhaupt als *termini technici* nicht bekannt, und da dieser in Bagdad lebte, so dürften sie selbst im arabischen Spanien kaum vor dem XI. Jahrh. sich eingebürgert haben. Jedenfalls finden sie sich schon in abendländischen Abhandlungen aus dem XII. Jahrh. angewendet.[14] Die fragliche Stelle lautet nun im Originale[15] und in einer 1477 angefertigten deutschen Übersetzung[16] folgendermassen.

13. Sed adhuc, quod scias cum hora accipere umbras, oportebit te mutare umbram rectam in versam et e contrario. Si autem vis umbram rectam ex umbra versa habere, per numerum punctorum umbrae versae divide 144, et illud, quod exierit post divisionem, erit numerus punctorum umbrae rectae. Si vis invenire umbras versas per rectam, divide 144 per numerum punctorum umbrae rectae, et exibit tibi in divisione numerus punctorum umbrae versae.

10. Aber dar zu, das du wissest alle stund die schatten zu nehmen, so mustu den rechten schatten in den verkehrten und herwiderumb verwechseln. Darumb wiltu ausz dem verkehrten schatten hab die zal der zal puncten des rechten schatten, so teil mit der zal des verkehrten schatten in 144, und was darausz get nach der teilung, das wirt die zal der puncten des rechten schatten. Wiltu wisen, die verkehrten schatten durch die rechten, so teil 144 mit der Zal der puncten des rechten schatten, so get ausz der teilung die zal der puncten des rechten schatten.

[1] WEISSENBORN, *Gerbert. Beiträge zur Kenntnis der Mathematik im Mittelalter.* Berlin 1888.

[2] CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik,* II, S. 102.

[3] *Oeuvres de Gerbert etc. publiées par* OLLERIS, Cap. XVII und XVIII, p. 429—430.

[4] A. a. O., S. 108.

[5] A. a. O., Cap. XVI, S. 429.

[6] LEONARDO PISANO, *Practica Geometriae*, Distinctio VII, S. 204, Z. 21 bis 205, Z. 5.

[7] A. a. O., S. 441.

[8] Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. S. 161—165.

[9] *Libellum de quadrato geometrico.* Norimbergae 1516.

[10] Hoc autem instrumentum, quia omnium et singularum utilitates et commoditates in unico corpore tam breviter continet et quedam alia forsitan superaddit, ideo vocatur *Albyon*, quod idem est quam totum per unum. *Al* enim anglice totum dicitur, *by* vero vocatur per, *on* est unum. Siehe *Cod. lat. Monac. 10662*, Bltt 4ª, Z. 19—24.

[11] A. a. O., S. 166.

[12] *Rara Mathematica; or a collection of treatises on the mathematics and subjects connected with them. From ancient inedited Manuscripts. Edited by* J. O. HALLIWELL, 2ᵈ ed. London 1841, S. 57—71. Die Abhandlung ist nichts weiter als eine englische Übersetzung des Werkes von ROBERTUS ANGLICUS.

[13] ROBERTUS ANGLICUS lebte, wie P. TANNERY festgestellt hat, 1240—1270 etwa. Seine Abhandlung *Quadrans cum cursore* ist die Grundlage aller späteren Abhandlungen *de quadrante*, welche man geradezu als Plagiate bezeichnen könnte, wenn die damalige Zeit diesen Begriff schon gekannt hätte. Sie ist in alle möglichen Sprachen, sogar ins Griechische, übersetzt worden. P. TANNERY ist soeben im Begriffe dieselbe zugleich mit der griechischen Übersetzung herauszugeben.

[14] So z. B. in der dem XII. Jahrhundert angehörenden Abhandlung HERMANN DES LAHMEN *De utilitatibus astrolabii*, wo sie in dem Capitel: »De proportione umbrae corporis et cuiusque dimensionis quantitate invenienda« auseinandergesetzt ist (*Cod. lat. Monac. 13021* Bltt 77ᵛ).

[15] Nach *Cod. lat. Monac. 10662*, Bltt 213ʳ.

[16] Nach *Cod. germ. Monac. 328*, Bltt 65ʳ, Sp. 1—2.

Note bibliographique sur les femmes dans les sciences exactes.

Par G. Eneström à Stockholm.

Dans la Biblioth. Mathem. 1895, p. 65—76, M. G. Valentin a publié un article bibliographique avec le titre: *Die Frauen in den exakten Wissenschaften.* En vue de le compléter, j'ai noté les écrits de mathématiciennes parus après sa publication, et j'ai pris note aussi d'un certain nombre d'écrits antérieurs dont l'auteur n'avait pas eu connaissance. De plus, quelques-uns de mes correspondants ont bien voulu m'indiquer des corrections ou additions à la bibliographie de M. Valentin, et enfin celui-ci a mis à ma disposition une petite liste supplémentaire rédigée par lui-même.

Ainsi il m'a été possible de signaler ici plus d'une douzaine de mathématiciennes non mentionnées dans l'article cité. D'autre part, il faut y rayer le nom Elize van der Ven, ce nom se rapportant à un homme, ancien directeur de l'école moyenne de Haarlem, et aussi le nom »Lucie Leboef», sous lequel s'est caché, j'ignore pour quelle raison, un jeune mathématicien.

Chisholm, Grace.
Algebraisch-gruppentheoretische Untersuchungen zur sphärischen Trigonometrie. Göttingen 1895. 68 p. in-8° + 3 pl.

Clerke, Agnes M.
A popular history of astronomy during the nineteenth century. Third edition. London 1893. XVII + 543 p. in-8° + 5 pl.
The suns motion in space. Nature (London) **44**, 1891, 572—574.
The Herschels and modern astronomy. London 1895. In-8°.

Clerke, Ellen M.
Jupiter and his system. London 1892. In-8°.
The planet Venus. London 1893. In-8°.

Germain, Sophie.
Notices biographiques: H. Stupuy, Notice sur la vie et les oeuvres de Sophie Germain. La philosophie positive (revue) $\mathbf{21}_2$, 1878, 389—408; $\mathbf{22}_1$, 1879, 50—64. — Christine Ladd-Franklin, The Century (New York), octobre 1894.

Gernet, Marie.
Reduktion hyperelliptischer Integrale durch rationelle Substitutionen. Heidelberg 1895.

Giberne, Agnes.

Sun, moon and stars. A book for beginners. London 1879. 12°. (20e éd. 1893.)

Sonne, Mond und Sterne. Nach der 20. Auflage von 1893. Deutsch von E. Kirchner. Mit einer Vorrede von C. Pritchard. Berlin 1894. XII + 312 p. in-8°.

Kirch, Marie Margarethe, née Winckelmann.

Le premier écrit indiqué par M. Valentin est rédigé en allemand et a pour titre: *Vorbereitung zur grossen Opposition* (cf. Acta eruditorum 1712, 77—78).

Klumpke, Dorothée.

Notice biographique: Ein weiblicher Astronom (Dorothea Klumpke). Die Frau (Berlin) **1**, 1893—1894, 306—307 (avec portrait).

Litwinow-Iwaschkin, Elisabeth.

Lösung einer Abbildungsaufgabe. Inauguraldissertation zu Bern. S:t Petersburg 1879.

[Notice biographique sur N. A. Lobatchewsky.] S:t Pétersbourg 1894. [En russe.]

Mackinnon, Annie L., docteur ès sciences.

Concomitant binary forms in terms of the roots. Annals of mathem. **9**, 1895, 95—157.

Maddison, Isabel, à Bryn Mawr College.

The arithmetizing of mathematics by Felix Klein. Translated. *New York,* Americ. mathem. soc., Bulletin **2_2**, 1896, 241—249.

Massarini, Iginia, docteur ès sciences mathématiques, Roma.

Teoria delle congruenze di P. L. Tschebicheff. Traduzione italiana con aggiunte e note. Roma 1895.

Mitchell, Maria.

Observations and elements of Miss Mitchells *comet. London,* Astron. soc., Monthly notices **8**, 1847—1848, 9—11, 130—131.

Minima of Algol. The astronom. journ. (Cambridge, U. S.) **5**, 1858, 7.

Observations on some double stars. Americ. journ. of science **36**, 1863, 38—40.

Müller, Maria Clara, née Eimmart.

Notice biographique: S. Günther, Maria Klara Eimmart, ein Bild aus dem Gelehrtenleben des XVII. Jahrhunderts. Germania 1895, 376—385.

L'auteur de l'ouvrage *Iconographia nova contemplationum de sole* n'est pas Maria Clara Müller, mais son père G. Ch.

EIMMART. — MARIA CLARA MÜLLER mourut en 1707 (non 1717).

Öhberg, Maria, étudiant à l'université de Helsingfors, née en 1873.
Om lineära differensekvationers integration. Helsingfors läroverks för gossar och flickor årsredogörelse 1894, 83—100.
Solfläckarnas inflytande på vattenståndet vid Kronstadt. Fennia (Helsingfors) **9** : 4, 1894, 22—26.

Pilati, Margarethe.
Eine Rechenstunde in der einklassigen Volksschule. Rechencatechese für das sechste Schuljahr. Monatsschr. kath. Lehrerinnen **8**, 1895, 726—729.

Predella, Lia, docteur ès sciences mathématiques, professeur à l'école normale de Cagliari, née en 1870.
Sulle soluzioni singolari delle equazioni differenziali ordinarie di 1° ordine. Giorn. di matem. **33**, 1895, 31—56, 183—209. — [Analyse:] Jornal de sc. mathem. **12**, 1895, 123—124. (G. TEIXEIRA.)

Schiff, M^me^ W. J.
[Méthodes pour résoudre des questions de la géométrie élémentaire.] S:t Pétersbourg 1894. IV + 113 p. in-8°. [En russe.]

Scott, Charlotte Angas, professeur au Bryn Mawr College.
On plane cubics. London, Royal soc., Philos. transact. **185**, 1894, 247—277.
Arthur Cayley. New York, Americ. mathem. soc., Bulletin $\mathbf{1}_2$, 1895, 133—141.
Note on equianharmonic cubics. Messenger of mathem. **25**, 1895, 180—185.
The three great problems of antiquity, considered in the light of modern mathematical research. New York, Americ. mathem. soc., Bulletin $\mathbf{2}_2$, 1896, 157—164.

Söderhjelm, Sanny, licenciée ès sciences, Helsingfors, née en 1866.
Ur den elementära matematikens historia. Nya svenska läroväirket 1882—1892 (Helsingfors 1892). 26 p.
Det historiska elementet i matematikundervisningen. Helsingfors, Pedagogiska föreningen, Tidskrift **31**, 1894, 73—77.
Ett blad ur ekvationslärans historia. Nya svenska läroväirkets berättelse (Helsingfors) 1895, I—XV.

Teupken, Willemine Frederique Henriette, actuaire adjointe de l'»Algemeene Maatschappij voor Levensverzekering» à Amsterdam, née en 1864.

De Verzekeringen op meer hoofden in de practijk. Archief voor de Verzekeringskunde (Haag) **2**, 1896, 65—73.

De invloed derse lectie op de sterfte-uitkomsten. Ib. **2**, 1896, 232—238.

M^lle^ Teupken a publié en outre plusieurs notes sur des questions relatives à l'assurance sur la vie.

Waeywel, Agnes.

Traité ou considérations mathématiques et impartiales sur la démonstration de la quadrature du cercle de Daniel Waeywel *et sur les considérations des mauvaises critiques de ses antagonistes.* Le Haye 1717. X + 37 p. in-4° + 2 pl.

Wijthoff, Geertruida.

Vraagstuk N° 7, opgelost. Amsterdam, Wisk. Genootsch., Nieuw Archief **20**, 1893, 26—62. — Déduction des équations en coordonnées bipolaires du mouvement d'un point dans un plan sous l'influence de formes simples de forces.

Over de stabiliteit van elliptische banen, beschreven onder de werking van drie centrale krachten. Amsterdam, Wisk. Genootsch., Nieuw Archief **3**$_1$. 29 p.

Woena, Adele.

Nozioni elementari di sfera armillare e cosmografia. Modena 1867. In-8°.

Die Mathematik bei den Juden.

Von Moritz Steinschneider in Berlin.

24. Während in Spanien und der Provence der Einfluss arabischer Wissenschaft auch in den ritualen *chronologischen* Untersuchungen und Darstellungen sich geltend machte: entwickelte sich in Nordfrankreich eine mehr auf das Practische losgehende Schule, die man vielleicht am besten, wenn man sie mit einem einzigen Worte charakterisiren will, als *casuistische* bezeichnet; denn auch ihre exegetische Seite, die einfache Wort- und Sacherklärung der religiösen Quellen: der Bibel und des wesentlich casuistischen und disputatorischen Talmud, nach Feststellung eines, durch Schultradition und Usus ermittelten guten Textes, will vorzugsweise das Leben und die ritualen Observanzen im Sinne einer autorisirten Überlieferung regeln. Die bedeutendste Autorität auf diesem Gebiete ist der Nordfranzose Salomo b. Isak (gest. 1108), auch Isaki, Raschi (fälschlich *Iarchi*) genannt, der mit einem unerreichten didactischen Tacte seine Erklärungen in den engsten Umfang zusammenzudrängen verstand, daher auch bis heute als der »Commentator» in hunderten von Drucken Anfängern und Hochgelehrten als Führer im Talmud gilt. Seine Biographie von L. Zunz (1822) ist als erste Schrift auf dem Gebiete der neuen jüdischen Literaturgeschichte zu bezeichnen.

Im Kreise dieses Mannes sind begreiflicher Weise die Namen derjenigen zu suchen und wirklich zu finden, welche sich mit der practischen Seite der Chronologie, dem *Kalender*, beschäftigten. Sie suchten nach *Regeln* und *Formeln:* erstere ergaben sich aus genauen arithmetischen Calculationen der sogenannten »Überschüsse», oder Reste, das heisst des Bruches, den das irrationale Verhältnis der Bewegung von Mond und Sonne (für uns: Erde) nicht zu beseitigen vermag, wozu noch die Unbequemlichkeit einiger Wochentage für den Festcyklus die sogenannten »Verschiebungen» (*Dechijjot*) veranlasste, deren Entstehung bedeutende Autoritäten erst der nachtalmudischen Zeit vindiciren (s. § 21, Biblioth. Mathem. 1895, S. 100). Die Formeln wurden aus mnemotechnischen Gründen gern in Wörter nach ihrem Zahlwerte und in *Reime* gekleidet, wie wir schon solche im X. Jahrhundert gefunden haben. Die Reimschmiede brauchten nicht einmal Rechner zu sein; wir berücksichtigen dieselben also hier *gar nicht.* Aber auch von denjenigen, die als Autoritäten in der Kalenderkunde oder als Verfasser citirt oder in Handschriften genannt werden, dürfen wir hier fast Nichts als die Namen angeben.[1]

JAKOB BEN SIMSON verfasste 1123 ein Kalenderwerk, wovon nur ein Teil in einem ms. der Bodleiana (NEUBAUER n. 629) erhalten ist.

SAMUEL B. MEIR (1130) und sein jüngerer Bruder JAKOB, genannt *Tam*, aus Rameru, deren Mutter eine Tochter des oben gerühmten Lehrers SALOMO ISAKI war, haben Spuren ihrer Thätigkeit auf diesem Gebiete in einem ms. des Baron David de Günzburg hinterlassen. Von MENACHEM B. MACHIR, einem Schüler SALOMO's ist etwas gedruckt.

In Italien lebte höchstwahrscheinlich MENACHEM BEN SALOMO, der in seiner Auslegung des Pentateuchs eine in Capitel eingeteilte Abhandlung über den Kalender aufnahm.

Auch in anderen Ländern und Literaturkreisen fehlt es an Excursen ins Gebiet der Chronologie und des Kalenders nicht. Der durch HEINE in weiteren Kreisen bekannte Dichter ABU'L-HASAN JEHUDA HA-LEVI aus Castilien verfasste um die Mitte des XII. Jahrhundert's in arabischer Sprache eine Apologie des traditionellen Judentums gegenüber den griechischen Philosophen und ihren Anhängern, den Muslimen und Christen und den Karaiten, der einzigen noch existirenden Secte, welche sich von den orthodoxen sogen. Rabbaniten durch Verwerfung der Tradition unterschied; die damit zusammenhängende Differenz im Kalender bildete einen Hauptgegenstand der Controverse seit dem IX. Jahrhundert. JEHUDA HA-LEVI's Apologie enthält einen Excurs, worin nachgewiesen werden soll, dass die alte Berechnung des Mondes nicht vom äussersten Osten, sondern von Palästina ausgehe.[2]

Ein karaitischer Zeit- und Namensgenosse des Apologeten, JEHUDA HADASSI (in Jerusalem 1149), verfasste eine, äusserlich an den Dekalog geknüpfte, in einen durch das ganze Buch gehenden gleichen Reim und in alphabetisch geordnete Reihenfolge der Absätze gezwängte, gegen den Genius der hebräischen Sprache kämpfende Theologie vom Standpunkt seiner Secte,[3] worin auch der hervorragende Streitpunkt nicht fehlt (Cap. 184 und folgende); in Cap. 103 dieses Buches finden wir die Angabe, dass alle 61 Jahre die Sonne sich verfinstere — ist hier eine totale Sonnenfinsternis gemeint?

Zu untersuchen wäre eine vergleichende Tabelle der jüdischen Jahre mit den christlichen 1142—1160 (ein 19-jähriger Cyklus) von einem *Anonymus* in ms. hebr. Vatican. 303.

Äusserst verdächtig sind mir die angeblichen Ephemeriden eines SALOMO IORCHUS, oder IARCHI, bei WEIDLER p. 265 — (bei LALANDE, vgl. ZACH, Corresp. astron. VII, 22, — vgl. ABRAHAM B. SALOMO JARCHI aus unbestimmter Zeit, Erklärer des EUKLID (STEINSCHNEIDER, *Hebr. Übersetz.*, S. 508).

25. Für die Geschichte der Mathematik in Europa ist von einiger Bedeutung, in neuerer Zeit vielfach herangezogen, ein Jude, dessen ursprünglicher Vornamen nicht sichergestellt ist; als Christ um 1135—1153 schriftstellerisch thätig, heisst er meistens JOHANNES HISPALENSIS, oder *Hispanensis*, oder *Toletanus*, oder *de Luna*, auch »*Abendeuth*«, was ich auf »IBN DAÛD«, das heisst: Sohn (oder »Abkömmling«) eines David, zurückgeführt habe.[4]

Er verfasste 1142 eine *Epitome totius astrologiae*, bestehend aus einer *Isagoge* und einem *Quadripartitum*, welche mit einer Vorrede JOACHIM HELLER's wider die Gegner der Astrologie in Nürnberg 1548 gedruckt ist, und deren Teile wohl die meisten mss. mit Specialtiteln enthalten.

JOHANN diente als Dolmetscher aus dem Arabischen dem Diaconus DOMINICUS GUNDISALVI, wahrscheinlich auch bei den Übersetzungen ins Lateinische, welche nur den eigentlichen Schriftsteller GUNDISALVI nennen, weshalb auch die Kenntnis der letzteren zur vollen Würdigung JOHANN's erforderlich ist, dessen Thätigkeit hier nur durch kurze Aufzählung der, von ihm übersetzten arabischen Mathematiker angedeutet sei.

AHMED BEN IBRAHIM, Commentar zum *Centiloquium* des PTOLEMÄUS, in der lateinischen Ausgabe fälschlich dem »Haly Rodoam« (ALI IBN RIDHWAN) beigelegt.

BATTANI (»Bereni«), *Centiloquium*, gedruckt.

FERGANI (ALFRAGANUS), *Liber scientiae astrorum* (1135), gedruckt.

KABISI (ALCABITIUS), *Introductio in astrologiam*, mehrmals gedruckt; vgl. Biblioth. Mathem. 1891, S. 43.

KHAJJÂT (IBN AL-) ABU ALI (ALBOHALI), *de Nativitatibus*, nach ms. Laud. 594 im J. 1153 von JOH. TOLETANUS übersetzt, gedruckt.

KHOWAREZMI (AL-), MUHAMMED BEN MUSA, *Algoritmi, de numero indorum*, ed. B. BONCOMPAGNI, Roma 1857, und *Algoritmus, de practica arismetricae*, ed. B. BONCOMPAGNI, Roma 1857. — Über dieses Buch liest man bei MATTH. STERNER, *Principielle Darstellung des Rechenunterrichts* etc. 1. Teil, Geschichte, München u. Leipz. (Vorrede datirt 8. Aug. 1891) folgende, wie mir scheint, unzutreffende Notiz: »JOHANNES aus Sevilla . . . ein jüdischer Schriftsteller des 12. Jahrhunderts schrieb(!) eine practische Arithmetik (Algorismus). In derselben lehrt er die annäherungsweise Ausziehung der Quadratwurzel mit Hilfe von Decimalbrüchen(?). Er verfährt dabei in ähnlicher Weise wie THEON der jüngere, Ende des 4. Jahrh. ... nur dass er nicht Sexagesimalbrüche sondern Decimalen, Zahlen und Nullen verwandte».

MA'ASCHAR (ABU), a) *Introductio majus* (1133?), s. Biblioth. Mathem. 1890, S. 71. — b) *de magnis conjunctionibus?* — c) *Flores astrologiae*, gedruckt. — d) JAFAR, *de Imbribus?*

MADJRITI (AL-) MASLAMA: *de Astrolabio*, ms.

MASCHALLAH, a) *Epistola de rebus Eclipsium*, oder *der Ratione circuli* etc. — b) *de Receptione*(?) *planetarum sive de Interrogationibus;* andere 4 von WÜSTENFELD aufgeführte Schriften sind zweifelhaft, die meisten Nummern gedruckt.

OMAR BEN FARRUKHAN, ABU 'HAF'S AL-TABARI (vulgo »Aomar», »Haomar»), *de Nativitatibus*, gedruckt; s. Biblioth. Mathem. 1891, S. 67.

RIDJAL (ALI IBN AL-), vulgo ABEN-RAGEL, *de Electionibus, regulae*, ms. Wien 5124, bedarf der Bestätigung.

THABIT BEN KORRA, *de Imaginibus*, nur in ms.

(*Anonymus?*) über *Astrolab;* die mss. bedürfen genauerer Untersuchung.

Man sieht, dass diesem JOHANNES ein Platz neben PLATO aus Tivoli gebührt, den man als ersten eigentlichen Übersetzer aus dem Arabischen ansieht. Sein »Algorithmus» wird jetzt als Hauptschrift zur Einführung der arabischen Arithmetik angesehen, wonach auch andere Lehrschriften darüber betitelt wurden.

26. Die beiden »Juden» ABRAHAM und der abgefallene JOHANN vertreten hinlänglich das XII. Jahrh. in Europa; was diesem Weltteil noch ausser ihnen angehört, soll hier summarisch vorgeführt werden.

Der scharfsinnige, jugendliche, kühne Gelehrte SERACHJA HA-LEVI in Lunel (blühte 1150—1160, Catal. Bodl., p. 2589) erstreckte seine Controverse auch auf die Kalenderfragen.

Der bekannteste jüdische Gelehrte MOSES MAIMONIDES (gest. in Fostat 1204) verfasste im Alter von 23 Jahren (1158) in Cordova, oder Fez, eine Monographie über den jüdischen Kalender (*Ma'amar ha-Ibbur*), welche erst 1849 aus einem Pariser ms. und dann in Leipzig (Schriften 1859, II, 17) gedruckt, im I. Teil die Neumonde, im II. die Quatember behandelt. Ausführlicher ist der betreffende Abschnitt seines grossen Gesetz-werkes, welcher von ISR. HILDESHEIMER deutsch bearbeitet erschien (*Die astronomischen Kapitel in Maimonides* etc. Sonderabdr. aus dem Jahresbericht des Rabbinerseminars, Berlin 1881, 8°). Hingegen ist der, unser Thema berührende Commentar zum Talmud-Tractat *Rosch ha-Schana* (Paris 1866) nach SLONIMSKI untergeschoben.

Im J. 1162 verfasste CHANOCH BEN BECHAI AL-CONSTANTINI Tabellen mit mnemotechnischen Reimen, ms. München (Catal. ed. II, S. 32). Der Namen weist auf Saragossa hin.

In das J. 1170 verlegt der, nichts weniger als zuverlässige E. CARMOLY (Isr. Annalen II, 225) ISAK BEN JEHUDA, Verf. eines Werkes, woraus die Erklärung zweier Stellen im Talmud über Monatslänge und über die *Quadratur des Cirkels* (π) in ms. Oratoire 197, und worin ABR. IBN ESRA citirt ist. In WOLF, *Bibl. hebr.* III, n. 1195[b] und im Pariser Catalog n. 1066 ist keine Andeutung der Zeit des Werkes.

Wir stellen hierher 3 Mathematiker des *Orients* (um 1170 —1180):

SAMUEL IBN ABBAS, Arzt und Mathematiker aus dem Magreb, nahm im Osten den Islam an und bekämpfte das Judentum, insbesondere die erwähnte Apologie des JEHUDA HA-LEVI.[5] Die Titel der ihm beigelegten mathematischen Schriften sind:

1. »Enthüllung der Irrtümer der Astronomen», mit Figuren, verfasst 1165, ms. Bodl. URI 964, Leyd. 1074.

2. »Schwierigkeiten der Geometer», verf. 1174 für Sultan ABU'L-FAT'H SCHAH GAZZI.

3. »Das genügende (Buch) in der Rechnung der Drachmen und Dinare», ein Compendium des Buches von KARKHI (vergl. Jeschurun, her. von J. KOBAK V, 279).

4. (*Al-Tab'sira*) Anregung über Rechenkunst, für einen Kadhi verfasst, ms. Berlin (AHLWARDT V, 327 n. 5962); ich habe erst während der Correctur dieses § die Zeit gefunden, diese Schrift näher anzusehen und den Index zu copiren, den ich als Anhang mitteilen werde.

5. »Gedicht über Handrechnung» (= Knöchelrechnung?), commentirt von einem ABD AL-KADIR.

Während hier noch unverwertetes Material vorliegt, wissen wir kaum mehr als den Namen von den beiden grossen Astrologen, welche die beiden berühmten jüdischen Reisenden: BENJAMIN von Tudela und PETACHJA aus Regensburg (1170—1186) erwähnen, nämlich: JUSUF, genannt BURHAN AL-FULUK (? Beweis der Sphären), Astrolog des ZEIN AL-DIN in Damaskus,[6] und

SALOMO, Astrolog in Ninive (PETACHJA, p. 24, ed. CARMOLY, p. 12, ed. BENISCH).

27. Wir kehren wieder nach Europa zurück und verzeichnen daselbst zunächst astronomische *Tabellen* der Cyklen 261—273 (1179—1427), hinter dem Cyklus des NACHSCHON, aus dem XIII. Jahrh., ms. Paris 1032.

ELCHANAN BEN ISAK (1184 getödtet) wird als Verfasser eines Werkes über Kalenderkunde citirt; vielleicht ist sein Vater ISAK BEN SAMUEL, der ältere, Verf. von 14 Kalenderformeln.[1]

Um 1190 soll ein englischer Jude ein mathematisches Werk verfasst haben, welches die englischen Literarhistoriker als *Mathematum rudimenta quaedam* bezeichnen. TANNER (p. 707) citirt als Quelle »BALAEUS ex LELANDO et aliis»(?); der Jude soll zur Zeit HEINRICH's VI, »ALFRAGANO coetanus» [vielmehr dem lateinischen Übersetzer, s. oben § 25] a. 1190, gelebt und FRIEDRICH II. erreicht haben. — In den letzten Jahren hat man die Geschichte der Juden in England mit grossem Eifer, nicht ohne Voreingenommenheit, verfolgt; die hier gegebene Notiz blieb unbeachtet, aber auch unbestätigt; eine Nachricht über die Urquelle wäre sehr erwünscht; ich vermute irgend ein Missverständnis. Das Datum 1191 wies ich nach in dem anonymen »Scriptum cuiusdam Hebraei *de eris* seu intervallis regnorum» etc., einer lateinischen Übersetzung (aus dem Arabischen?), welche 1549 hinter MASCHALLAH, *de elementis* etc. gedruckt ist (Cat. Bodl. 652 n. 4121; die »4 portae» sollten wohl die 4 Jahresformen sein; s. ABRAHAM BAR CHIJJA II, 9; ISAK ISRAELI IV, 10 C. 28).

Gegen Ende des XII. Jahrhunderts, *das wir hiermit schliessen*, lebte wohl JOSEF BEN JEHUDA, Cantor in Trèves (?), Verfasser von Reimen zur Controlle der Berechnung des Neumondes (anonym gedruckt), welcher auch »das Geheimnis der 70» etc., erläutert hat.[8]

[1] Näheres in meinem II. Artikel: *Der jüdische Kalender* im Jahrbuch, herausg. von M. BRANN, Breslau 1896.

[2] *Das Buch Cusari* (oder Chasari) *aus dem Arabischen hebräisch von* JEHUDA IBN TIBBON (XII. Jahrh.), *mit deutscher Übersetz. u. Anm. von* D. CASSEL etc., S. 109; vgl. die Abhandlung v. M. CREIZENACH, in Israel. Annalen 1840, S. 185.

[3] *Eschkol ha-Kofer* (hebr.) Eupatoria 1836.

[4] Der Kürze halber verweise ich auf mein: *Die Hebr. Übersetzungen,* S. 981, wo die einzelnen Beläge.

[5] Über ihn s. die Citate in meinem *Catal. l. h. in Bibl. Bodleiana*, p. 2436; mein: *Polemische Literatur*, p. 26; Hebr. Bibliogr. XXI, 119, wonach I. FÜRST, Bibl. Jud. III, 242 und LECLERC, *Hist. de la médec. arabe*, II p. 12 und p. 479 Zeile 4 (»Cat. du Brit. Mus.«!) zu berichtigen sind. — Von der »Beschämung der Juden« waren bisher nur Fragmente bekannt; ms. Khedive VI, 113, vielleicht vollständig, ist hier zum *ersten Male* zur Kenntnis gebracht.

[6] Siehe die Citate in Hebr. Bibliogr. VIII, 31; der Namen falsch bei WOLF, *Bibl. hebr.* I, n. 871. AL-BURHAN bei KIFTI ms. (CASIRI I, 428), HAMMER, *Liter.* VII, 464, lebte 530—589 H. (1135—1193).

[7] Siehe Hebr. Bibliogr. XVII, 94 und S. VII; vgl. ZUNZ, *Zur Gesch.*, S. 97.

[8] Siehe meinen *Katalog der hebr. Handschr. in München*, ed. II unter N. 394, und das (im Druck befindliche) *Verzeichnis der hebr. Handschr. in Berlin* unter N. 223 S. 72.

RECENSIONEN. — ANALYSES.

D. E. Smith. HISTORY OF MODERN MATHEMATICS. New York, Wiley 1896. 8°, p. 508—570.

Les auteurs les plus récents de traités de l'histoire des mathématiques ont consacré un espace de plus en plus considérable aux mathématiques modernes; ainsi cette période occupe plus de 50 pages dans la seconde édition de l'*Account of the history of mathematics* de M. W. W. R. BALL et plus de 100 pages dans l'*History of mathematics* de M. F. CAJORI. Estimant avec raison que la connaissance des progrès des mathématiques modernes est d'une importance particulière au point de vue pédagogique, M. D. E. SMITH a essayé d'en donner en 63 pages un aperçu, qu'il a inséré à la fin du cours complet de mathématiques supérieures publié il y a peu de temps par MM. M. MERRIMAN et R. S. WOODWARD sous le titre de *Higher mathematics*. Certes, un tel essai mérite des louanges, d'autant plus que M. SMITH a évidement employé tous ses efforts pour justifier l'attente du public auquel il s'adresse. D'autre part, il est clair que les grandes difficultés qui s'y présentent, n'ont pu être vaincues par lui qu'à un certain point. Il est vrai que nous possédons déjà une série d'importantes monographies sur les derniers progrès et l'état actuel des mathématiques, p. ex. l'*Il passato ed il presente delle principali teorie geometriche* de M. G. LORIA, le *Bericht über den gegenwärtigen Stand der Invariantentheorie* de M. FR. MEYER, l'*Entwickelung der Theorie der algebraischen Functionen in älterer und neuerer Zeit* de MM. A. A. BRILL et M. NOETHER, et divers écrits de M. F. KLEIN, mais cette série de monographies est encore loin d'embrasser toutes les branches de la science, et on ne peut pas prétendre que M. SMITH aura approfondi toutes les théories mathématiques assez pour apprécier exactement les différentes découvertes y faites, sans s'appuyer sur des jugements d'autres savants. De plus, il y a une autre difficulté que M. SMITH, au commencement de son aperçu, a fait ressortir en ces termes: »How unsatisfactory must be so brief a sketch may be inferred from a glance at the 'Index du Répertoire Bibliographique des Sciences Mathématiques' (Paris 1893), whose seventy-one pages contain the mere enumeration of subjects in large part modern, or from a consideration of the . . . 'Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik', which now devotes over a thousand pages a year to a record of the progress of the science.»

M. SMITH a divisé son exposé en 19 articles, savoir: 1. Introduction. — 2. Théorie des nombres. — 3. Nombres irrationnels et transcendants. — 4. Nombres complexes. — 5. Quaternions et »Ausdehnungslehre». — 6. Théorie des équations. — 7. Substitutions et groupes. — 8. Déterminants. — 9. Théorie des formes. — 10. Calcul différentiel et intégral. — 11. Equations différentielles. — 12. Suites infinies. — 13. Théorie des fonctions. — 14. Calcul des probabilités et méthode des moindres carrés. — 15. Géométrie analytique. — 16. Géométrie moderne. — 17. Géométrie élémentaire. — 18. Géométrie non-euclidienne. — 19. Bibliographie.

Le style de M. SMITH est concis et adapté au but de l'écrit; à la longue il paraît peut-être un peu aride et monotone, mais c'est là un inconvénient presque inévitable dans des ouvrages de cette espèce. Pendant la lecture nous avons noté quelques passages, où, à notre avis, il conviendrait d'introduire de petites modifications ou additions, dont voici quelques exemples.

P. 509. Nous aurions désiré une mention qu'il y avait au 18e siècle des mathématiciens éminents non seulement en Suisse, en France et en Allemagne, mais aussi en Angleterre (p. ex. COTES et MACLAURIN), qui ont contribué au développement de l'analyse infinitésimale.

P. 510. »To this list should be added ... two annual publications of great value, the Jahrbuch already mentioned (1868), and the Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung (1892).» Ici l'auteur aurait pu signaler l'excellente Revue semestrielle des publications mathématiques (à partir de 1893) citée plus loin à la page 570.

P. 512. »This law [the law of reciprocity of quadratic residues], discovered by induction by EULER, was enunciated by LEGENDRE.» Dans sa *Bemerkung zur Geschichte des Reciprocitätsgesetzes* (Monatsberichte der Akad. der Wissensch. zu Berlin 1875, p. 267—274; cf. *Intorno alla storia della legge di reciprocità;* Bullet. di bibliogr. d. sc. matem. **18**, 1885, p. 244—249), L. KRONECKER a démontré que la loi de réciprocité a été énoncée expressément déjà par EULER dans les *Opuscula analytica* I (S:t Pétersbourg 1783), p. 84.

P. 533. »Symbolic methods may be traced back to TAYLOR.» Nous ignorons à quels passages des écrits de TAYLOR se rapporte cette notice, que nous ne nous souvenons pas d'avoir trouvée chez aucun auteur antérieur d'histoire des mathématiques.

P. 537. »The theory of singular solutions of ordinary and partial differential equations has been a subject of research from the time of LEIBNIZ.» Cette indication est un peu vague, et il aurait valu mieux dire que la première solution singulière d'une équation différentielle a été signalée par TAYLOR (*Methodus incrementorum* p. 26—27; cf. CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* III, 1896, p. 442). L'assertion de BOSSUT (*Histoire générale des mathématiques* I, Paris 1810, p. 127—128) et de quelques auteurs postérieurs, qu'une solution singulière a été déduite en 1694 par LEIBNIZ, est inexacte.

P. 541. »POISSON ... gave a general form for the remainder of the MACLAURIN formula.» Au point de vue historique il est plus exact de donner à la formule dont il s'agit le nom de formule sommatoire d'EULER (voir ENESTRÖM, *Om uppläckten af den Eulerska summationsformeln;* Öfversigt af [svenska] vetenskapsakad. förhandl. 1879 n° 10, p. 3—17; cf. MALMSTEN, *Sur la formule* $hu'_x = \Delta u_x$ — etc., Acta Mathem. 5, 1884, p. 1).

Dans un ouvrage tel que celui de M. SMITH, où il faut mentionner un grand nombre de mathématiciens, il est naturellement très difficile de faire un choix convenable. De notre part, nous avons regretté ça et là quelques noms, p. ex. celui de M. F. PRYM au sujet de la fonction gamma (p. 533) et celui de M. J. BERTRAND relativement au calcul des probabilités (p. 551). En parlant des mathématiciens qui ont contribué au développement de la théorie des polyèdres étoilés (p. 564), l'auteur a omis de signaler POINSOT, mais cette omission n'est probablement qu'une faute de plume (comparez l'expression »Kepler-Poinsot regular solids» à la même page). Il y a aussi quelques autres petites inadvertances, qu'on peut caractériser le plus convenablement comme des fautes de plume, p. ex. les suivantes. P. 508: »The twenty-six volumes of the Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik» (le volume XXV n'est pas encore achevé). — P. 515: »LAMBERT proved ... that e^n (*n* being *zero* (?) or rational) is irrational.» — P. 515: On retrouve une indication donnée déjà à la page 513. — P. 524: »The study of groups and the search for invariants now occupying the attention of *all* (?) mathematicians.» — P. 543, 544: L'ouvrage de KÖNIGSBERGER est cité inutilement deux fois. — P. 569: M. K. FINK n'a pas écrit une »Geschichte der Mathematik», mais une *Geschichte der Elementar-Mathematik*.

Parmi les fautes d'impression il faut ranger l'indication (p. 552) que l'*Enumeratio linearum tertii ordinis* de NEWTON a paru pour la première fois en 1706, et »Peter's» pour PETERS's à la page 551.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

G. Loria. Il passato ed il presente delle principali teorie geometriche. Seconda edizione accresciuta ed interamente rifatta. Torino, Clausen 1896. 8°, XX + 346 + (1) p.

La première édition de cette monographie a paru en 1887 dans les Memorie dell' Accademia delle scienze di Torino tome **38**$_2$. Elle fut traduite d'abord en allemand par M. F. Schütte, puis en polonais par M. S. Dickstein, et à ces deux traductions l'auteur a fourni de nombreuses additions, de manière que la présente édition peut être considérée en réalité comme la quatrième.

Tandis que la première édition contenait 8 et les deux traductions 9 chapitres (voir les analyses de MM. S. Günther et S. Dickstein dans la Biblioth. Mathem. 1887, p. 110, et 1889 p. 53—54), la nouvelle édition est divisée en 12 chapitres avec les rubriques suivantes: 1. Aperçu de l'origine et du développement de la géométrie jusque vers l'an 1850. — 2. Théorie des courbes planes algébriques. — 3. Théorie des surfaces algébriques. — 4. Théorie des courbes algébriques à double courbure. — 5. Géométrie différentielle. — 6. Recherches sur la forme des courbes, des surfaces, et d'autres figures géométriques; analysis situs; configurations. — 7. Géométrie de la droite dans l'espace. — 8. Correspondances, représentations, transformations. — 9. Géométrie énumérative. — 10. Géométrie non-euclidienne. — 11. Géométrie des espaces à un nombre quelconque de dimensions. — 12. Épilogue. De plus, presque toutes les parties de l'ouvrage ont été ou refondues ou considérablement augmentées et continuées jusqu'en 1896, et à la fin M. Loria a ajouté un Index alphabétique des auteurs cités, embrassant non moins de 9 pages à trois colonnes.

Quant au but du traité et à son mise en oeuvre, nous partageons entièrement l'avis favorable exprimé par MM. Günther et Dickstein dans les analyses ci-dessus citées. Une monographie telle que celle de M. Loria doit être d'une grande utilité non seulement pour quiconque veut suivre les derniers progrès de la géométrie, mais aussi pour les jeunes savants qui désirent savoir ce qui reste encore à faire dans ce domaine. D'autre part, la composition de l'écrit prouve que M. Loria est en même temps un investigateur soigneux, un juge compétent et impartial, et un écrivain distingué. Il pourra se faire sans doute que des savants qui se sont voués au développement des théories géométriques modernes, y trouvent des passages prêtant à des critiques d'une certaine importance, mais, pour ce qui concerne nous-même, nous n'avons pas eu occasion à de telles observations critiques. De fait, les quelques remarques que nous avons faites en étudiant l'ouvrage de M. Loria, se rapportent toutes à des questions d'une valeur secondaire ou à la révision des épreuves. Naturellement nous ne nous arrêterons pas ici à de petites fautes dans la transcription de titres hollandais, danois et allemands, ces fautes étant absolument innocentes. Parmi les noms incorrectement transcrits nous signalons en premier lieu celui de notre éminent contemporain M. Henri Poincaré, qui est appelé trois fois (p. 129, 145, 200) »Poincarré». D'autres inadvertances de la même nature se trouvent p. ex. aux pages 64 (Em. Weyer pour Em. Weyr), 69 (Bjerkness pour Bjerknes), 79 (A. Rosen pour A. Rosén), 129 (Spottinswoode pour Spottiswoode), 203 (Victor pour Vietor), 224 (Demoulins pour Demoulin), 334 (Gentry pour Genty), 341 (Hulbeut pour Hulburt), 342 Kortweg pour Korteweg et p. 343 (Nassir-Eddins pour Nassir-Eddin). Pour ce qui concerne les dates, les fautes d'impression semblent être moins nombreuses; nous en avons noté: 1883 au lieu de 1833 à la page 13; 1701 et 1678 au lieu de 1704 et 1676 à la page 37; 1832 au lieu de 1852 à la page 47; à la page 18, ligne 12 il faut lire 1742 au lieu de 1724, mais c'est là une erreur dont M. Loria n'est guère responsable (cf. Cantor, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* III, 1896, p. 45).

Parmi nos autres remarques nous mentionnerons les suivantes. P. 37: M. Ball n'a pas dit que l' *Enumeratio linearum tertii ordinis* de Newton semble avoir été écrite avant 1676, mais que »*some* of it was probably composed before 1676» (comparez Ball, *On Newton's classification of cubic curves;* Transactions of the London Mathematical society **22**, 1891, p. 104). — P. 49: Le dernier mémoire de M. Zeuthen cité dans la note (2), est indiqué déjà à la page 48, lignes 18—19. — P. 198: Le mémoire de M. Korteweg cité dans la note est rédigé en *hollandais* et a pour titre *Over de Rodenberg'sche Modellen van kubische Oppervlakken;* même remarque pour ce qui concerne le mémoire de M. Kluyver cité à la page 223. — P. 275: La note de Chasles cité aux lignes 12—13 a été publiée dans les Comptes rendus **83**, 1876 (cfr. Biblioth. Mathem. 1888, p. 76).

L'Index alphabétique, où sont indiqués près de 1,000 auteurs, semble être rédigé avec beaucoup de soin. Voici pourtant quelques corrections à y faire. P. 338: Sous le nom de BJÖRLING sont réunis deux différents mathématiciens, savoir E. G. BJÖRLING (1808—1872), professeur de mathématiques au lycée de Vesterås (cité à la page 165) et son fils C. F. E. BJÖRLING (né en 1839), actuellement professeur de mathématiques à l'université de Lund (au lieu de 196 lire 196^n). — P. 340: Les deux rubriques DEMOULIN et Demoulins se rapportent à la même personne. — P. 341: Les deux rubriques GENTY et Gentry se rapportent à la même personne. — P. 343: Au lieu de MAINARDI: 88 lire MAINARDI: 89. — P. 343: Sous le nom d'OLIVIER sont réunis deux différents mathématiciens dont l'un, TH. OLIVIER, est mort en 1853, et l'autre, A. OLIVIER, a publié des mémoires vers 1870. — P. 346: Aprés VIÈTE ajoutez: VIETOR : 203.

Par ce qui précède, il résulte que les remarques que nous avons eu à faire relativement à la seconde édition d'*Il passato ed il presente delle principali teorie geometriche* sont, au fond, sans importance. De notre part, nous avons donc tout lieu de nous féliciter de sa publication, et de la recommander vivement aux lecteurs de la Bibliotheca Mathematica. En même temps nous nous permettons d'exprimer un voeu, qui nous a été suggéré par la lecture de la note à la page 41 de l'écrit de M. LORIA. L'auteur y fait observer que son ouvrage doit être comparé plutôt avec un indicateur des chemins de fer qu'avec un guide de voyageur. Nous souhaitons que les occupations de M. LORIA lui permettent aussi de rédiger bientôt un véritable guide dans le domaine en question, c'est à dire une histoire du développement des théories modernes de la géométrie.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. ENESTRÖM. Stockholm. 8°.
1896: 2.

Физико-математическія науки въ ихъ настоящемъ и прошедшемъ. Журналъ издаваемый В. В. Бобынинымъ. Москва. 8°.
3 (1887), 1896: 2. 13, 1896: 2. — Les sciences mathématiques dans leur état actuel et passé. Journal publié par V. V. BOBYNIN.

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. CANTOR. Leipzig. 8°.
41 (1896): 3—4.

°**Albert, G.**, Die Platonische Zahl und einige Conjecturen zu Platon sowie zu Lukrez. Wien 1896.
8°. — [1 Mk.]

°**Apollonius of Perga**, Treatise on conic sections. Edited in modern notation, with introductions, including an essay on the earlier history of the subject by T. L. HEATH. Cambridge 1896.
8°, CLXX + 254 p. — [Analyse:] Nature (London) **54**, 1896, 314—315. (G. B. M.)

°**Aratus**, A literal translation of the astronomy and meteorology, with some bibliographical remarks by C. L. PRINCE. Lewes 1895. 4°.

Becker, G. F., »Potential« a Bernoullian term.
Americ. journ. of science **45**, 1893, 97—100.

БОБЫНИНЪ, В. В., Первоначальное развитіе дѣйствій надъ числами.
Fiziko-matem. naouki **3** (1887), 1896, A: 97—110. — BOBYNIN, V. V., Sur le premier développement des opérations arithmétiques.

БОБЫНИНЪ, В. В., Очерки исторіи развитія математическихъ наукъ на западѣ. Періодъ усвоенія римскихъ знаній. I, II.
Fiziko-matem. naouki **3** (1887), 1888—1896, A: 21—39, 111—122. — BOBYNIN, V. V., Esquisses historiques du développement des sciences mathématiques dans l'Occident. Période de l'appropriation de la science des Romains.

БОБЫНИНЪ, В. В., Первое основанное въ россіи математическое овщество.
Fiziko-matem. naouki **13**, 1895, 49—67. — BOBYNIN, V. V., La fondation de la première société mathématique russe. (Fin.)

Bosscha, J., Christian Huygens.
Bullet. d. sc. mathém. **20_2**, 1896, 33—64. — Discours prononcé dans l'auditoire de l'université d'Amsterdam le 8 juillet 1895, à l'occasion du deuxième centenaire de la mort de HUYGENS.

Burkhardt, H., Über einige mathematische Resultate neuerer astronomischer Untersuchungen, insbesondere über irreguläre Integrale linearer Differentialgleichungen.
Mathematical papers of the Chicago Congress (New York 1896). 34 p. — Note essentiellement historique.

Catalogo della insigne biblioteca appartenuta alla chiara memoria del principe D. Baldassarre Boncompagni. Parte prima. Matematica. Scienze naturali ecc. ecc. Roma 1895.
8°, 511 p. — La seconde partie (Roma 1896) comprend les ouvrages d'archéologie, de la littérature, d'histoire etc. (809 pages). Il y a

aussi un *Catalogo di edizioni del secolo XV, le quali fanno parte della insigne biblioteca appartenuta alla chiara memoria del principe D. Baldassarre Boncompagni* (Roma 1896, 80 pages), où sont indiqués plusieurs ouvrages mathématiques.

°**Columba, G. M.**, Eratostene e la misura del meridiano terrestre. Palermo, Clausen 1896.
8°, 72 p. — [2·50 lire.]

°**Conant, L. L.**, The number concept: its origin and development. New York, Macmillan 1896.
8°, (7) + 218 p. — [8·80 Mk.] — [Analyse:] Nature **54**, 1896, 145—146. (A. C. Haddon.)

Cosserat, E., Notice sur les travaux scientifiques de T. J. Stieltjes.
Toulouse, Fac. d. sc., Annales **9**, 1895. 64 p.

Curtze, M., Ein Beitrag zur Geschichte der Physik im 14. Jahrhundert.
Biblioth. Mathem. 1896, 43—49.

Curtze, M., Über die sogenannte Regel Ta Yen in Europa.
Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 81—82.

Dannreuther, H., Le mathématicien Albert Girard de Saint-Mihiel. 1595—1633.
Bar-le-Duc, Soc. d. sc., Mémoires $\mathbf{3}_2$, 1893. 6 p.

Del Pezzo, P., Dino Padelletti.
Napoli, Accad. pontaniana, Atti **25**, 1895. 10 p.

Een schitterende ontdekking.
Wekelijksche Mededeeling [de la société générale néerlandaise d'assurances sur la vie à Amsterdam] No. 734. 1896. 4 p. — Sur un tableau de mortalité dressé par Joh. Hudde.

Eneström, G., Ett bidrag till mortalitetstabellernas historia före Halley.
Stockholm, Vetenskapsakad., Öfversigt **53**, 1896, 157—172. — Sur la loi de mortalité proposée en 1671 par Johan de Witt.

Eneström, G., Le commentaire de Jakob Ziegler sur la »Saphea« de Zarkali.
Biblioth. Mathem. 1896, 53—54.

Favaro, A., Intorno alla vita ed ai lavori di Tito Livio Burattini fisico agordino del secolo XVII. Studi e ricerche.
Venezia, Istituto Veneto, Memorie **25**, 1896. 140 p.

Favaro, A., Amici e corrispondenti di Galileo Galilei. II. Ottavio Pisani. III. Girolamo Magagnati.
Venezia, Istituto Veneto, Atti $\mathbf{7}_7$, 1896, 411—465.

Fermat, P. de, Oeuvres publiées par les soins de MM. P. Tannery et Ch. Henry sous les auspices du ministère de l'instruction publique. Tome troisième. Traductions par M. P. Tannery: 1° Des écrits et fragments latins de Fermat; 2° de l'Inventum novum de Jacques de Billy; 3° du Commercium epistolicum de Wallis. Paris, Gauthier-Villars 1896.
4°, XV + 610 + (1) p.

Fontès, Sur les carrés à bordure de Stifel (1544).
Association française pour l'avancement des sciences (congr. de Bordeaux) 1895, t. II, 248—256.

F[orsyth], **A. R.**, Arthur Cayley. Obituary notice.
London, Roy. soc., Proceedings **58**, 1895, I—XLIII (avec portrait).

°**Goldbeck, E.**, Kepler's Lehre von der Gravitation. Ein Beitrag zur Geschichte der mechanischen Weltanschauung. Halle, Niemeyer 1896.
8°. (4) + 52 p. — [1·20 Mk.] — Abhandlungen zur Philosophie und ihrer Geschichte, herausg. von B. Erdmann. Heft 6. — [Analyse:] Deutsche Litteraturzeitung 1896, 1174—1175. (M. Curtze.)

°**Graf, J. H.**, Ludwig Schläfli (1814—1895). Zum Andenken an die Errichtung des Grabmonumentes Schläfli's und die Beisetzung der sterblichen Reste J. Steiner's.
Bern, Naturf. Gesellsch., Mittheilungen 1896. 26 p.

Günther, S., Jakob Ziegler, ein bayerischer Geograph und Mathematiker.
Forschungen zur Kultur- und Litteraturgeschichte Bayerns **4**, 1896, 1—61 + (2) p.

°**Günther, S.**, Kepler. — Galilei. Berlin, Hofmann 1896.
8°, (8) + 233 p. — [2·40 Mk.] — Geisteshelden. Führende Geister. Eine Sammlung von Biographien, herausg. von A. Bettelheim. Band 22. — [Analyse:] Deutsche Litteraturzeitung 1896, 1174—1175. (M. Curtze.)

H., E., Nécrologie. A. Tartinville.
Revue des mathém. spéc. **6**, 1896, 369.

Jonquières, E. de, Sur une lettre de Gauss, du mois de juin 1805.
Paris, Acad. d. sc., Comptes rendus **122**, 1896, 829—830, 857—859.

Kikuchi, D., A series for π^2 obtained by the old Japanese mathematicians.
Tokyo, Sugaku butsurigaku kwai, Kiji **7**, 1896, 107—110. — La série dont M. Kikuchi rend compte, semble être due au mathématicien Seki (mort en 1708), fondateur des études mathématiques en Japon.

Kikuchi, D., Ajima's method of finding the length of an arc of a circle.
Tokyo, Sugaku butsurigaku kwai, Kiji **7**, 1896, 113—117. — Le mathématicien japonais Ajima vivait vers la fin du 17e siècle.

Klein, F., Über Arithmetisirung der Mathematik.
Gottingen, Gesellsch. d. Wissensch., Nachrichten 1895 (Geschäftl. Mittheil.), 82—91. — [Traduit en italien par S. Pincherle:] *Palermo*, Circolo matematico, Rendiconti **10**, 1896, 107—117. — [Traduit en anglais par Isabel Maddison:] *New York*, Americ. mathem. soc., Bulletin $\mathbf{2}_2$, 1896, 241—249.

Klein, F., L'oeuvre géométrique de Sophus Lie.
Nouv. ann. de mathém. $\mathbf{15}_3$, 1896, 1—20. — Traduit de l'anglais par M. Laugel.

Kluyver, J. C., Korteweg, D. J. en **Schoute, P. H.**, David Bierens de Haan. 1822—1895.
Amsterdam, Wisk. Genootsch., Nieuw Archief **2**$_2$, 1896, I—XXVIII. — Avec une liste des écrits de BIERENS DE HAAN, composée par D. J. KORTEWEG.

Korteweg, D. J., Descartes et les manuscrits de Snellius, d'après quelques documents nouveaux.
Revue de métaphysique et de morale (Paris) **4**, 1896, 489—501.

Künssberg, H., Zum Andenken an Ludwig Oeterdinger.
Biblioth. Mathem. 1896, 50—52.

°**Kusch, E.**, C. G. J. Jacobi und Helmholtz auf dem Gymnasium. Beitrag zur Geschichte des Victoria-Gymnasiums zu Potsdam. Potsdam 1896.
4°, 44 p. + 2 facsim. — [1·60 Mk.]

Loria, G., Il passato ed il presente delle principali teorie geometriche. Seconda edizione accresciuta ed interamente rifatta. Torino, Clausen 1896.
8°, XX + 346 + (1) p. — [8 lire.]

Lynn, W. T., Claudius Ptolemy and his works.
Nature (London) **53**, 1896, 488—490. — [Analyse:] Cosmos (Paris) **45**, 1896, 339—340. (J. BOYER.)

Mansion, P., Notice sur les travaux mathématiques de Eugène-Charles Catalan.
Bruxelles, Acad. de Belgique, Annuaire **62**, 1896. 60 + 2 p. + portrait.

Meyer, F., Rapport sur les progrès de la théorie des invariants projectifs. Traduction annotée par H. FEHR. (Fin.)
Bullet. d. sc. mathém. **20**$_2$, 1896, 139—151.

Millosevich, A., Aurelio Lugli.
Periodico di matem. **11**, 1896, 77—80. — Nécrologie.

Musici scriptores graeci, ARISTOTELES, EUCLIDES, NICOMACHUS, BACCHIUS, GAUDENTIUS, ALYPIUS et Melodiarum veterum quidquid exstat. Recognovit, prooemiis et indice instruxit C. JANUS. Leipzig, Teubner 1896.
8°, XCIII + 503 p. — [Analyse:] Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 104—105. (CANTOR.)

Obenrauch, F. J., Monge, der Begründer der darstellenden Geometrie als Wissenschaft. Eine mathematisch-historische Studie. Schluss. Brünn 1895.
4°, 44 p. — [Analyse des parties II—III:] Zeitschr. für Mathem. **40**, 1895; Hist. Abth. 106; **41**, 1896; Hist. Abth. 77—78. (CANTOR.)

°**Ritter, Fr.**, Viète. Notice sur sa vie et son oeuvre. Paris 1895.
8°, 102 p. — Ouvrage rédigé en 1888 par l'auteur († 1893). — [Analyse:] Bullet. d. sc. mathém. **20**$_2$ 1896, 204—211. (P. TANNERY.)

Sacerdote, G., Il trattato del pentagono e del decagono di ABU KAMIL SHOGIA BEN ASLAM per la prima volta pubblicato in Italiano.
Festschrift zum achtzigsten Geburtstage MORITZ STEINSCHNEIDERS (Leipzig, Harrassowitz 1896), p. 169—194.

Schlegel, V., Die Grassmann'sche Ausdehnungslehre. Ein Beitrag zur Geschichte der Mathematik in den letzten fünfzig Jahren. (Schluss.)
Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 41—59.

°**Serenus Antissensis,** Opuscula. Edidit et latine interpretatus est J. L. HEIBERG. Leipzig, Teubner 1896.
8°, 19 + 303 p. — [5 Mk.]

Simon, H., Vandermondes Vornamen.
Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 83—85.

Smith, D. E., History of modern mathematics.
Higher mathematics. A textbook for classical and engineering colleges. Edited by M. MERRIMAN and R. S. WOODWARD (New York, Wiley 1896), p. 508—570.

Stäckel, P., Ein Brief von Gauss an Gerling.
Göttingen, Gesellsch. d. Wissensch., Nachrichten (Math. Kl.) 1896. 40—43.

Steinschneider, M., Die Mathematik bei den Juden.
Biblioth. Mathem. 1896, 33—42.

Sturm, A., Das delische Problem. (Fortsetzung.) Linz 1896.
8°, (2) p. + p. 57—97. — [Analyse de la 1e partie:] Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 76—77. (CANTOR.)

Tischer, E., Die Begründung der Infinitesimalrechnung durch Newton und Leibniz. Leipzig, Hinrichs 1896.
4°. — [1 Mk.]

Vigarié, E., La bibliographie de la géométrie du triangle.
[Association française pour l'avancement des sciences (Congr. de Bordeaux) 1895. 14 p.

Zeuthen, H. G., Die geometrische Construction als »Existenzbeweis» in der antiken Geometrie.
Mathem. Ann. **47**, 1896, 222—228.

Question 59 [sur les méthodes équivalant à l'usage de logarithmes d'addition et de soustraction].
Biblioth. Mathem. 1896, 64. (G. ENESTRÖM.)

BALL, W. W. R., A primer of the history of mathematics. London, Macmillan 1895. 8°.
Biblioth. Mathem. 1896, 55—63. (G. ENESTRÖM.) — The physical review (New York) **3**, 1896, 487—489. (D. E. SMITH.) — Nature (London) **53**, 1896, 121—122. (G. B. M.)

BOYER, J., Le mathématicien franc-comtois François-Joseph Servois, d'après des documents inédits. Doubs 1895. 8°.
Cosmos (Paris) **45**, 1896, 404—405. (J. BOYER.)

CANTOR, M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Dritter Band. Vom Jahre 1668 bis zum Jahre 1759. Zweite Abtheilung. Die Zeit von 1700 bis 1726. Leipzig, Teubner 1896. 8°.
Monatshefte für Mathem. **7**, 1896, 21. — [Analyse de la 2e édition du 1er tome:] Monatshefte für Mathem. **7**, 1896, 4—8.

DIOPHANTI ALEXANDRINI Opera omnia cum graecis commentariis. Edidit et latine interpretatus est P. TANNERY. I—II. Leipzig, Teubner 1893—1895. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 101—104. (CANTOR.)

FAVARO, A., Sette lettere inedite di Guiseppe Luigi Lagrange al P. Paolo Frisi tratte dagli autografi nella Biblioteca Ambrosiana di Milano. Torino 1896. 8°.
Cosmos (Paris) **45**, 1896, 404. (J. BOYER.)

HULTSCH, F., Die Elemente der ägyptischen Theilungsrechnung. Erste Abhandlung. Leipzig 1895. 4°.
Deutsche Litteraturzeitung 1896, 790—791. (M. CURTZE.)

HUYGENS, CHR., Oeuvres complètes publiées par la société hollandaise des sciences. Tomes II—VI. La Haye, Nijhoff 1888—1895. 4°.
Bullet. d. sc. mathém. **20**$_2$, 1896, 121—131. (J. BERTRAND.)

NEPER, J., Mirifici logarithmorum canonis constructio; et eorum ad naturales ipsorum numeros habitudines; una cum appendice, de alia eâque præstantiore Logarithmorum specie condenda. Quibus accessere Propositiones ad triangula sphærica faciliore calculo resolvenda; Vnà cum Annotationibus aliquot doctissimi D. HENRICI BRIGGII in eas, et memoratam appendicem. Lugduni M.DC.XX. Paris, Hermann 1895. 8°.
Bullet. d. sc. mathém. **20**$_2$, 1896, 81—85. (P. TANNERY.)

STÄCKEL, P. und ENGEL, F., Die Theorie der Parallellinien von Euklid bis auf Gauss. Eine Urkundensammlung zur Vorgeschichte der Nicht-Euklidischen Geometrie. Leipzig 1895. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 105—106. (CANTOR.)

ZEUTHEN, H. G., Geschichte der Mathematik im Altertum und Mittelalter. Vorlesungen. Kjöbenhavn, Höst 1896. 8°.
Deutsche Litteraturzeitung 1896, 438. (M. CURTZE.) — Nature (London) **53**, 1896, 120—121. (G. B. M.) — Monatshefte für Mathem. **7**, 1896, 15—17. — Bullet. d. sc. mathém. **20**$_2$, 1896, 105—108. (P. TANNERY.)

Mathematisches Abhandlungsregister. 1895. Erste Hälfte: 1. Januar bis 30. Juni.
Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 110—120.

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1896, 63—64. — Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 107—109, 151—152. — Fiziko-matem. naouki **13**, 1896, 68—76.

Bemerkung zur Biblioth. Mathem. 1896, S. 4. Johann von Gemunden war aus Gmund »in Niederdeutschland», nach der *hebräischen* Übersetzung seiner Beschreibung eines astronomischen Instruments, was ich für Schwaben geltend gemacht habe (siehe *Hebräische Übersetzungen des Mittelalters* S. 637, wo auch die Wiener *Tabulae* citiert sind).

(M. Steinschneider.)

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

60. Dans la Biblioth. Mathem. 1892, p. 32 nous avons inséré une question sur l'origine du terme *regula cecis* (ou *coeci*), et nous y avons fait mention de quelques interprétations de ce terme, dont le dernier mot a été dérivé de *coecus*, de *Zeche*, ou de *zecca*. Or dans la question 860 (p. 152—153), de L'intermédiaire des mathématiciens 1896, M. Zeuthen vient de rapporter un passage de l'*Arithmetica* (Sorö 1643) de J. W. Lauremberg, où l'on trouve l'indication suivante: »Reperitur in nonnullis libellis arithmeticis ... regula, corruptâ voce *Cecis* ... appellata ... Eam ... Arabes ... *Cïntu Sekîs*, hoc est adulteram indigetarunt: propterea, ut opinor, quòd uno ac legitimo quæstionis enodatu non contenta, plures plerumque admittat solutiones.» Il semble donc que toutes les interprétations données jusqu'à présent du mot *cecis* soient fautives, et que ce mot tire son origine de l'arabe.

Est-ce que l'indication de Lauremberg est exacte, et, en cas affirmatif, quel est le premier auteur arabe qui se soit servi du terme dont il s'agit. (G. Eneström.)

Inhalt. — Table des matières.

Stockholm, tryckt i Central-tryckeriet, 1896.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FUR GESCHICHTE DER MATHEMATIK — JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON — PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1896. STOCKHOLM. N° 4.

NEUE FOLGE. 10. Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr. NOUVELLE SÉRIE. 10.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Prinz Louis-Ferdinandstr. 2. PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Esquisse de l'histoire du calcul fractionnaire.

Par V. V. BOBYNIN à Moskwa.

Dans son origine le calcul fractionnaire et la première formation du système de numération qui en dérive, remontent à l'espace de temps énorme durant lequel la notion du nombre *trois* s'était formée, alors que tout le domaine du calcul dont disposait l'humanité se bornait à l'unité et à *deux* comme notions définies des nombres, à la multitude comme notion indéfinie. La *moitié* fut la première fraction que connut le genre humain. D'autres fractions du système binaire vinrent enrichir à sa suite la conception numérique de l'homme. La moitié de n'importe quel objet fut à son tour divisée en deux *demi-moitiés*, celles-ci en deux *demi-demi-moitiés* et ainsi de suite, la limite étant posée par les besoins de la vie pratique. Ce système binaire des fractions nous donne un exemple frappant de sa formation dans l'ancien système russe des mesures agraires. Les manuscrits et les actes officiels traitant de l'arpentage à l'époque antérieure à PIERRE LE GRAND allaient jusqu'à répéter huit, neuf et même dix fois la particule *demi* devant le mot *moitié*.[1]

Le calcul fractionnaire dans son développement qui en suivit de près l'origine, se borna longtemps à multiplier les subdivisions de l'unité par des nombres nouvellement découverts, à mesure que la conception indéfinie de la multitude les dévoilait à la raison humaine. Le *tiers* fut donc la première fraction ajoutée aux fractions du système binaire. Celui-ci appliqué à un tiers en donnait les subdivisions binaires d'un *demi-tiers*, d'un *demi-demi-tiers* etc. La Russie ancienne nous en offre de très bons modèles dans ses mesures agraires comme dans celles des céréales.[2] Des applications analogues de la même loi eurent pour conséquence que pas toutes les subdivisions de l'unité successivement découvertes ne servirent à élargir le domaine fractionnaire en question. Ainsi, par exemple, la fraction d'un *quart* issue du nombre quatre était connue antérieurement comme appartenant au système binaire, nommément comme une demi-moitié. On ne saurait douter cependant que l'identité de ces deux notions, celle d'un quart et celle d'une demi-moitié ne devînt claire pour l'humanité qu'à l'époque relativement postérieure. On en voit une preuve suffisante dans l'usage simultané des fractions binaires et des subdivisions binaires d'un quart dans le système russe ancien des mesures agraires.

Les subdivisions de l'unité dont l'humanité prenait successivement connaissance par la voie que nous venons de tracer, apparaissant toujours sous la forme concrète d'un tel ou tel objet réel, on en opérait le compte comme celui des objets entiers, c'est à dire, on arrivait à des résultats exprimés en nombres entiers. De cette manière, dans les époques le plus reculées, de même qu'aux temps plus récents et à un degré de culture correspondant, l'unité concrète et ses subdivisions à leur tour acceptées comme des unités concrètes des ordres inférieurs, était bien l'unique objet du calcul. Celui des fractions dut se renfermer à cause de cela dans la partie de son domaine actuellement appelée dans l'arithmétique calcul des nombres concrets.

La première phase du calcul fractionnaire fut donc le calcul des nombres concrets. L'état et les formes des quatre règles d'arithmétique appliquées aux fractions dans cette première phase sont représentés par les plusieurs manuscrits agraires de l'ancienne Russie,[3] qui contiennent les articles traitant de l'addition et de la soustraction, par les »minutiae» romaines[4] et par les fractions sexagésimales employées par les astronomes de la Grèce Antique.[5] Les »minutiae» romaines ou les subdivisions diverses et pour la plupart binaires de la fraction $\frac{1}{12}$ représentent justement le premier cas de l'application du système métrologique avec ses règles et procédés (généralement parlant l'application du calcul des nombres concrets) à des fractions abstraites soumises aux opérations du calcul. L'idée de la fraction à l'époque des »minutiae», séparée des notions des objets réels qui lui avaient été liées antérieurement, autrement dit l'apparition de l'unité abstraite comme objet de calcul à côté de l'unité concrète ont eu pour résultat inévitable cette application. Le degré suivant et en même temps le dernier que nous connaissions dans le développement du calcul fractionnaire sous la forme des nombres concrets fut l'application immédiate aux fractions abstraites du système métrologique dans ses formes extérieures comme dans les règles et les procédés qui en dérivent. Créé de cette manière le calcul fractionnaire est très bien représenté par le système sexagésimal cité plus haut et employé par les astronomes grecs. Tel que nous le trouvons dans la phase du calcul des nombres concrets, l'état du calcul des fractions abstraites se manifestait essentiellement par là, que de tout le domaine des fractions abstraites les calculateurs des époques correspondantes ne pouvaient opérer qu'avec des quantièmes. Toutes les autres fractions extérieurement assimilées dans leur emploi aux nombres entiers n'apparaissaient aux calculateurs des époques en question que sous des formes si vagues et si peu claires qu'elles excluaient toute possibilité d'opérations arithmétiques en dehors du calcul des nombres concrets. Par conséquent on en vint à la nécessité d'exprimer la partie fractionnaire du quotient, obtenue dans certains cas de division, par les quantièmes. Tout d'abord, l'humanité connut les fractions abstraites dans la forme qui leur était propre et qui ne dépendait pas du calcul des nombres concrets, le procès servant à exprimer la partie fractionnaire du quotient au moyen des quantièmes ne pouvait s'opérer qu'à l'aide des schèmes trouvés dans le calcul des nombres concrets. Justement, il consistait à prolonger la division par le reste moindre que le diviseur moyennant la transformation de ce reste en telles ou telles subdivisions de l'unité. Cette méthode de transformer le quotient fractionnaire dans les quantièmes peut être appelée celui *de la division* et fut suivi plus tard par celui *de la réduction* (exactement parlant *la méthode de la réduction d'une fraction à sa plus simple expression*). Ce dernier dont l'origine est aussi à chercher dans le calcul des nombres concrets arrive à transformer le quotient fractionnaire en quantièmes en divisant le dividende et le diviseur par le dividende. Avec le temps, ces deux méthodes principales en développèrent bien d'autres, particulières et générales, en en figurant les combinaisons et les variétés plus ou moins éloignées. L'oeuvre de Leonardo Pisano, *Liber Abbaci*[6] en 1202, nous donne la description précise et détaillée de la plupart de ces méthodes. A l'aide de toutes ces nombreuses méthodes servant à exprimer le quotient fractionnaire ou la fraction en général par les quantièmes (à l'origine presque exclusivement à l'aide du procédé de la division comme se prêtant le plus à toutes sortes d'applications), les fractions au numérateur plus grand que l'unité, purent être entièrement éliminées de la pratique du calcul fractionnaire, suivant qu'en eurent besoin les calculateurs des époques éloignées et ceux qui ne les dépassèrent pas intellectuellement aux temps plus récents. Le calcul des fractions abstraites en fut donc exclusivement borné au domaine des quantièmes. *La seconde phase du calcul fractionnaire* qui remplaça la phase primitive du calcul des nombres concrets fut par conséquent *celle du calcul des fractions abstraites, exclusivement représentées par les quantièmes.* Les matériaux servant à étudier l'état, les formes et les progrès des quatre règles d'arithmétique dans leur application aux fractions, dans cette seconde phase de leur développement historique, nous sont amplement fournis par le papyrus égyptien de Rhind[7] et par les oeuvres mathématiques de la Grèce Antique (surtout les oeuvres de HÉRON d'Alexandrie) et de Byzance (le papyrus gréco-égyptien d'Akhmîm[8] remontant au VII—VIII s.).

Dans ces monuments littéraires on ne rencontre pas du tout l'usage des fractions abstraites au numérateur plus grand que l'unité, à moins d'une seule exception représentée par la fraction $\frac{2}{3}$. Selon toute apparence ce n'est ni en Grèce, ni en Egypte que l'usage s'en est d'abord développé, mais dans le pays où la science des nombres avait atteint dans l'antiquité son point culminant, voire l'Hindoustan. Il est à regretter que le manque absolu de monuments littéraires des mathématiques indiennes antérieures au V siècle avant J. C. ne nous permette ni d'en tracer la voie, ni d'en montrer le progrès. Les Indous auront transmis l'usage des fractions abstraites au numérateur plus grand que l'unité aux Arabes et aux Byzantins et ceux-là aux Italiens et aux autres peuples de l'Europe occidentale. Ce fut *la troisième et dernière phase dans le progrès historique du calcul fractionnaire.* Le *Liber Abbaci* de LEONARDO PISANO[9] nous en donne le premier exposé précis et complet; nous y trouvons en même temps des articles et des règles inutiles aux contemporains de l'auteur, mais représentant l'héritage de la phase précédente du calcul fractionnaire.

[1] V. BOBYNIN, *Quelques mots sur l'histoire des connaissances mathématiques antérieures à la science.* Bibliotheca Mathematica 1889, p. 105.

[2] V. Bobynin, l. c. p. 105.

[3] V. Bobynin, »Esquisses d'histoire du développement des connaissances mathématiques et physiques en Russie.» V. L'arpentage [en russe]. Fiziko-matematitcheskaia naouki 3, 1886, p. 222—224.

[4] H. Hankel, *Zur Geschichte der Mathematik im Alterthum und Mittelalter* (Leipzig 1874), p. 57—62. — V. Bobynin, »Leçons d'histoire des mathématiques» [en russe]. Appendice au journal Fiziko-matematitcheskaia naouki 11, 1892, p. 174—179.

[5] Nesselmann, *Die Algebra der Griechen* (Berlin 1842), p. 136—147. — V. Bobynin, »Leçons d'histoire des mathématiques», l. c. p. 179—186.

[6] *Scritti di* Leonardo Pisano *pubblicati da* B. Boncompagni. I (Roma 1857), p. 77—83.

[7] A. Eisenlohr, *Ein mathematisches Handbuch der alten Aegypter (Papyrus Rhind des British Museum).* Erster Band (Leipzig 1877), p. 36—48, 226—250.

[8] J. Baillet, *Le papyrus mathématique d'Akhmîm.* Mémoires publiés par les membres de la mission archéologique française au Caire. Tome neuvième. 1-er fascicule. Paris 1892, p. 1—89.

[9] *Scritti di* Leonardo Pisano, I, p. 23—83.

Johannes Anglicus und sein Quadrant.

Von Moritz Steinschneider in Berlin.

In seinem lehrreichen Artikel über Feldmessungs-Instrumente (Biblioth. Mathem. 1896, S. 70 und 72 Anm. 13) berührt Herr Curtze Robertus Anglicus, auch Johannes von Montpellier genannt, »dessen Zeit P. Tannery auf etwa 1240—1272 festgestellt habe, und dessen *'Quadrans cum cursore'* die Grundlage aller späteren Abhandlungen *de quadrante* sei, welche man geradezu als Plagiate bezeichnen könnte, wenn die damalige Zeit diesen Begriff schon gekannt hätte».[1] Mir ist leider nicht bekannt, wo und wann P. Tannery von Robertus Anglicus gehandelt, also auch nicht, ob er meine Erörterungen über Robertus gekannt hat; Letzteres ist mir sehr unwahrscheinlich; ich erlaube mir daher eine Hinweisung darauf mit einigen Ergänzungen, die dorthin nicht gehörten.

Meine Untersuchungen über den Quadranten, welchen Jakob ben Machir, genannt Prophiat, vulgo Profatius, von Montpellier kurz vor 1300 erfand und in einer hebräischen Schrift (in 2 Recensionen)[2] darstellte, die bald 3 Bearbeitungen in *lateinischer* Sprache hervorrief, wovon eine wieder ins Hebräische zurückübersetzt wurde — führten mich darauf, dass Jakob's Erfindung als »Quadrans *novus*» bezeichnet wurde, im Gegensatz zu einem »Quadrans *vetus*», oder *antiquus*, welcher unter verschiedenen Titeln, anfangend: »Geometriae duae sunt partes» (daher auch als »Geometria» bezeichnet) in nicht wenigen *anonymen* lateinischen mss. von mir nachgewiesen wird.[3] Mehrere mss. nennen den Verf. »Johannes (Anglicus) in Monte Pessulano». Nur in 2 mss. — Museum Correr in Venedig und Amplon. qu. 348 — fand ich den Namen Robertus Anglicus, wofür der Catal. Ampl. ohne Weiteres Robert von Lincoln setzt! Auch eine *hebräische* Bearbeitung des »alten Quadranten» wies ich nach.

Der Namen Robertus schien mir verdächtig, da Johann besser bezeugt ist, und beide zugleich höchst unwahrscheinlich sind. Ich sprach daher die Vermutung aus, dass Robertus aus einer Verwechslung entstanden sei mit dem bekannten Übersetzer Robert Retinensis (oder Ketinensis, Castrensis) aus England, der den Koran (1143) und *mathematische* Schriften aus dem Arabischen übersetzte, worauf ich anderswo zurückkomme.[4]

An Robertus Retinensis knüpft Leclerc (*Hist. de la médecine Arabe*, II, 382) die Übersetzung eines astrologischen Buches *de Judiciis* von al-Kindi, obwohl ein Bodleianisches ms. das Datum 1272 trägt, welches sich auf die Abschrift beziehen könnte; aber p. 494 bekennt er selbst: »Nous ignorons quel peut être ce personnage.« In einer Aufzählung der ins Lateinische übersetzten Schriften von al-Kindi (Zeitschr. der deutschen morgenl. Gesellsch. **24**, 1870, S. 348) habe ich beinahe 10 mss. von »*de judiciis*« aufgezählt, worunter eine, oder mehrere, den Übersetzer Robertus Anglicus *de chebil* nennen, wie schon Tanner, *Bibl. Britt.* p. 636, einen Commentar über Sacrobosco's *Sphaera* 1272 für die Studenten in *Montpellier* verfasst von Robertus Anglicus, oder Angliginus, de Chebil, angiebt; in der Note dazu heisst es: »claruit a. 1326(!) Balaeus V, 23, Pits 419«. Den Commentar verzeichnet Macray unter ms. Digby 48, 4, *de judiciis* unter n. 91, ohne den Namen Chebil. Letzteren hält Wustenfeld (*Die Übersetzungen arabischer Werke* etc. S. 119) sicher für *Sevilla;* das Jahr 1326 möchte er als Todesjahr emendiren. Von einem Johannes Anglicus spricht Wüstenfeld nicht. Robert soll auch Alchemist gewesen sein, so dass man bei der Übersetzung *alchemistischer* Schriften wieder auf Robert Retinensis geführt wird; doch möchte ich meine Notiz nicht auf das entlegene, der geschichtlichen Kritik ohnehin viel Rätselhaftes entgegenbringende Gebiet ausdehnen, und nur eine hier nahe liegende Nachricht heranbringen. Kopp (*Beiträge* III, 34) bemerkt zu Rodogerus Hispalensis, Übersetzer von Geber (Djabir ben ʿHajjan), *Liber fornacum:*[5] »Über welche Persönlichkeit irgend Etwas in Erfahrung zu bringen ich mich jedoch ohne Erfolg bemüht habe«. Ich möchte kaum zweifeln, dass Rodoger aus Robert entstanden ist; bei Jourdain kommt auch Robert Retinensis als »Rodbertus« vor (*Recherches* p. 105 ed. I).

Ich resumire nun dahin: Johannes Anglicus ist schwerlich identisch mit Robertus Anglicus dem jüngeren, wenn es einen solchen gab, also ist auch seine Zeit nicht ganz sicher; doch hat er vor 1300 gelebt, sein »alter Quadrant« rief in Montpellier den »neuen« hervor, dessen Eigentümlichkeit noch aus hebräischen und lateinischen mss. zu ermitteln wäre, um ihn nicht zu den »Plagiaten« zählen zu müssen.

Über Robert sind die Acten noch lange nicht geschlossen; meine flüchtigen Notizen sollten nur veranlassen, dass Männer von Fach, welchen die handschriftlichen Quellen zugänglich sind, den ganzen Apparat nochmals prüfen, wenn es von Herrn TANNERY noch nicht gethan sein sollte.

[1] Über eigentliche Plagiate wird wohl auch im Mittelalter geklagt, wenn man auch nicht ängstlich genug citirte; ich habe allerlei darüber gesammelt, was hier nicht am Orte wäre.

[2] Einige Nachweisungen darüber werden so eben im Anhange zu meinem zweiten Verzeichnisse der hebr. Handschr. der K. Bibliothek in Berlin gedruckt.

[3] *Die Hebr. Übersetzungen* S. 612.

[4] Quellen über ihn s. in Hebr. Bibliogr. XXI (1881—1882) S. 11; in L. STEPHAN, *Dictionary of native Biography* t. IX, finde ich ROBERT CASTRENSIS nicht.

[5] Eine Schrift dieses Titels citirt IBN ESRA mit Angabe eines unsicheren Autornamens (Zeitschr. der deutschen morgenl. Gesellsch. **24**, 1870, S. 378). »Ofen» heisst auch das Gefäss »Alambîk», worüber s. Deutsches Archiv für Gesch. d. Medicin **1**, 1878, S. 441.

Beitrag zur Geschichte der prosthaphäretischen Methode in der Trigonometrie.

Von A. von Braunmühl in München.

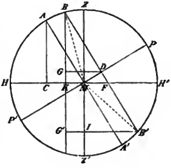
Die Erfindung der sogenannten prosthaphäretischen Methode, welche vor Bekanntwerden der Logarithmen dazu diente, die Multiplikation zweier Zahlen durch Addition zu ersetzen, schreibt R. Wolf, der sich mit ihrer Geschichte eingehend beschäftigte,[1] dem Paul Wittich (um 1580) zu; mir scheint dieselbe jedoch weit älteren Ursprungs zu sein. Ich will daher im Folgenden mitteilen, was ich hierüber auffinden konnte.

Eine Spur dieser Methode findet sich bereits bei Ibn Yûnos († 1008). In meinen demnächst erscheinenden Beiträgen zur Geschichte der Trigonometrie glaube ich im Gegensatze zu Delambre's Anschauung[2] nachgewiesen zu haben, dass die Araber alle ihre astronomischen Rechnungen an einer Figur ableiteten, die sich durch Orthogonalprojektion der Kugel auf die Ebenen des Meridians und des Horizontes ergibt, eine geometrische Methode, welche sie dem Analemma des Ptolemäus entnahmen und mit dem Rechnungsverfahren der Inder verbanden. Aus derselben Figur aber folgerten sie auch die prosthaphäretische Methode, genau so, wie es die Gelehrten des 16. und 17. Jahrhunderts wieder gethan haben.

So teilt Delambre mit,[3] dass Ibn Yûnos die Formel gekannt habe:

$$\cos\varphi \cos\delta = \tfrac{1}{2}\{\cos(\varphi-\delta) + \cos(\varphi+\delta)\},$$

das will sagen, dass er den Inhalt dieser Formel, welche eine der prosthaphäretischen ist, in Worten angab.



Nach allem was ich in den erwähnten Beiträgen nachgewiesen habe, besteht für mich kein Zweifel mehr, dass Ibn Yûnos die in dieser Formel ausgesprochene Regel in folgender Weise fand:

Sei in nebenstehender Figur $ZPZ'P'$ der Meridian, ZZ' die Zenitlinie, PP' die Weltaxe, HH' der Schnitt des Horizonts mit der Meridianebene und BB' die senkrechte Projektion der

Bahn des Sternes auf diese Ebene, dann ist arc $AZ = \varphi$ = Polhöhe, arc $AB = \delta$ = Deklination, AM = sinus totus = 1, $AC \perp HH'$ $= \cos\varphi$, $BD = \cos\delta$. Zieht man noch $BK \perp HH'$, $B'G' \parallel HH'$ und $DG \parallel HH'$, so ist

$$(1)\quad BG = \tfrac{1}{2} BG' = \tfrac{1}{2}(BK + MI) = \tfrac{1}{2}\{\cos(\varphi - \delta) + \cos(\varphi + \delta)\}$$

Aber $\Delta ACM \sim \Delta BGD$, also $MA : AC = BD : BG$ oder sin. tot. : $\cos\varphi = \cos\delta : BG$, und hieraus

$$(2)\quad BG = \cos\varphi \cos\delta.$$

Durch Vergleich von (1) und (2) folgt die gesuchte Formel.

Hiemit ist gezeigt, dass die Araber unsere Methode wenigstens in einem speziellen Falle anwendeten. Ich vermute jedoch, dass es Kennern der arabischen Literatur nicht schwer fallen dürfte, noch mehr solche Beispiele nachzuweisen.

Aber von den Orientalen abgesehen ist Wittich auch unter den Gelehrten des Abendlandes keineswegs der erste, der sich dieser Methode bediente — sie erfand. Dieselbe verwendete vielmehr schon anfangs des 16. Jahrhunderts der bekannte Johann Werner aus Nürnberg, wie ich nachweisen werde.

R. Wolf sagt a. a. O.: »Jacob Christmann soll in seiner *theoria lunae* (Heidelbergae 1611, in fol.) behaupten, es habe schon Werner in einem ungedruckt gebliebenen Tractate De triangulis, von der Prosthaphäresis Gebrauch gemacht: Genaueres wird jedoch nicht mitgeteilt.» Letztere Bemerkung hätte Wolf jedenfalls nicht niedergeschrieben, wenn er Christmanns angeführtes Werk selbst in Händen gehabt hätte. *Denn dieser teilt* Werner's *Verfahren vollständig mit* und erklärt ausdrücklich, dass es in jener Abhandlung über die Dreiecke auseinandergesetzt sei, für die Werner, wie bekannt, leider keinen Verleger finden konnte. Seine Auseinandersetzung knüpft an eine Beobachtung der *Spica* an, die in den *Adnotationes* zu der Schrift *De motu octavae sphaerae*[4] Werner's mitgeteilt ist.

Durch Beobachtung am 16. Dezember 1514 $1^h\ 4'$ nach Sonnenaufgang findet Werner nämlich die Deklination der *Spica virginis* $\delta = 8^\circ\ 29'\ 30''$, dann setzt er die Ekliptikschiefe $\varepsilon = 23^\circ\ 28'\ 30''$, die Breite des Sternes $\beta = 2^\circ$, die Polhöhe des Beobachtungsortes Nürnberg $\varphi = 49^\circ\ 23'\ 30''$ und berechnet die Länge λ des Sternes. Dies wird (Proposition II) mit folgenden Worten angegeben: »Igitur *juxta praeceptiones theorematum praedicti tertii libri sphaeralium triangulorum memoratae proportionis primus terminus invenitur* 3981067. Secundus

10000000 partes semidiametri zodiaci, Tertius 5137615.» Hieraus folgt dann auf bekannte Weise das vierte Glied der Proportion = 12905120. Zieht man hievon 10000000 ab, so bleiben 2905120 Teile, welche den Sinus der gesuchten Länge ausmachen. Mittelst der Tabelle ergibt sich dann $\lambda = 16^\circ 53' 19''$.

Indem nun CHRISTMANN diese Beobachtung WERNER's in seiner erwähnten *Theoria Lunae*[5] mitteilt, sagt er (p. 124 daselbst): »Usus etiam est peculiari prosthaphaeresi, cujus demonstrationem attulit in proprio opere de Triangulis scripto, in quo etiam *tres casus Prosthaphaeresium*, per tres distinctas figuras explicavit, *et nonnullis transcriptoribus occasionem praebuit, ut cum opus hoc lucem nondum viderit, sed manuscriptum duntaxat apud nos extet, inventionem Prosthaphaereseos sibi vendicaverint*, eamque multis partibus amplificârint.» Hierauf gibt CHRISTMANN unter Überschrift: »Praeceptum ex sententia WERNERI» an, wie WERNER zu den oben angeführten 4 Proportionsgliedern gelangt, indem er (p. 124—125) sagt: »Latitudinem stellae adde et subtrahe maximae Solis declinationi: et utriusque arcus, tam compositi, quam residui, accipe sinum. Sinum minorum adde majori: et semissis aggregati, dabit primum numerum in regula proportionum. Deinde sinum arcus residui adde sinui declinationis stellae: et productum dabit numerum tertium in regula proportionum. Pro secundo numero regulae proportionis, pone sinum totum: qui ex hypothesi Analemmatis, aequatur sinui complementi latitudinis stellae, sive semidiametri et radio paralleli.» Diese Proportion heisst also in der uns geläufigen Schreibweise:

$$\tfrac{1}{2}\left\{\sin(\varepsilon+\beta)+\sin(\varepsilon-\beta)\right\} : \text{sin. tot.} = \left\{\sin\delta+\sin(\varepsilon-\beta)\right\} : x\,,$$

und das hieraus resultirende x setzt er gleich dem sinus versus der gesuchten Länge λ, so dass

$$\operatorname{sinv}\lambda = \frac{\sin\delta+\sin(\varepsilon-\beta)}{\tfrac{1}{2}\left\{\sin(\varepsilon+\beta)+\sin(\varepsilon-\beta)\right\}}$$

wird.

Für uns ist im Augenblick nur der Nenner dieses Ausdruckes von Interesse, indem durch ihn das Produkt $\sin\varepsilon\cos\beta$ ersetzt wird, *also eine der prosthaphäretischen Regeln gegeben ist.*

Vergleicht man die Worte WERNER's mit der Regel, die CHRISTMANN, als jenen Dreiecksbüchern entnommen, zur Bildung des fraglichen ersten Termes der Proportion gibt, so wird wohl kein Zweifel mehr bestehen, dass die Mitteilung des Letzteren auf Wahrheit beruht.

Dass des Weiteren Werner die Ableitung seiner prosthaphäretischen Formel, sowie die der ganzen mitgeteilten Proportion ebenso wie die Araber und wie ihnen folgend seinerzeit Regiomontan seinen Cosinussatz aus der Figur des Analemmas abgeleitet hat, bestätigt Christmann, indem er (p. 224) noch sagt: »Atque hic fuit locus spicae virginis á Wernero observatus *et beneficio Analemmatis demonstratus.*»

Auch Christmanns eigene Beweise der prosthaphäretischen Regeln, die er p. 155 und 156 des angeführten Werkes gibt, beruhen ebenso, wie die des Clavius[6] und anderer auf der Projektion der Kugel auf die Meridianebene.

Ob Johann Werner, der nicht nur die Sinusse sondern auch die Tangenten in seinen Dreiecksbüchern verwendet hat, auch für jene sphärischen Formeln, in denen ein Produkt aus einer Tangente und einem Sinus oder Cosinus vorkommt, die diesbezüglichen Regeln bereits angegeben hat, wie sie sich z. B. in dem Werke von Clavius finden, oder ob er sie gar schon zur Multiplication *beliebieger* Zahlen verwendete, lässt sich natürlich mit diesem Material nicht entscheiden, ist aber bei Werner's practischem Blicke sehr wahrscheinlich.

[1] R. Wolf, *Handbuch der Astronomie, ihrer Geschichte und Literatur*, 1890, I, p. 227—228, Anmerkung, und *Astronomische Mitteilungen* N° 31 und 32. Vgl. auch Kaestner, *Gesch. der Math.* I, p. 567.

[2] Delambre, *Histoire de l'Astronomie du moyen âge*, p. 128.

[3] Delambre, l. c. p. 108.

[4] Die *Adnotationes* finden sich in dem bekannten Sammelbande Werner'scher Schriften (vgl. etwa Cantor, *Geschichte der Mathematik* II, p. 418 ff.), und führt das einschlägige Capitel die Überschrift: De motu octavae sphaerae tractatus primus, qui triginta quattuor cum theorematibus tum problematibus, quae propositiones libuit apellare, consummatur. Das 1522 bei L. Alantsee veröffentlichte Werk ist nicht paginirt.

[5] Jacobi Christmanni *Theoria lunae ex novis hypothesibus et observationibus demonstrata* (Heidelbergae 1611, fol.). Christmann lebte 1554—1613. In seinen *Observationum solarium libri tres* (Breslau 1607, 4°) behandelt er die Prosthaphäresis ebenfalls p. 144 ff.

[6] Vgl. Christophori Clavii *Opera mathematica* (Moguntiae 1612, fol.) t. III. Lemma I, III libri I Astrolabii.

Die Mathematik bei den Juden.

Von Moritz Steinschneider in Berlin.

Das XIII. Jahrhundert.

27. Im XIII. *Jahrhundert* beginnen die *Übersetzungen arabischer* mathematischer Schriften ins Hebräische, die wir äusserst kurz erledigen werden, indem wir unter den betreffenden Übersetzern die von ihnen übersetzten Schriften, mit Verweisung auf meine Monographie, aufzählen.[1]

An der Grenze der beiden Jahrhunderte verzeichne ich folgende Autoren:

Simson ben Mordechai, den ich in einem, zwischen 1150 und 1250 geschriebenen Ms. als Verfasser eines Kalenderreimes, anfangend שמעו מלכים (*Schim'u Melachim*), sonst nirgends gefunden habe.

Im Jahre 1203 verfasste Salomo ben Natan aus Segelmesa (in Nordafrika)[2] ein arabisches Ritualwerk, wovon die Bodleiana ausser dem von Uri (298) beschriebenen Codex noch andere unvollständige, von mir erkannte, besitzt. Dies Werk, worüber ich zuerst eine Notiz gab, widmet das 26. Kapitel in 7 Paragraphen der Zeitrechnung; die Aufnahme dieses Thema's in Ritualwerken ist nichts Neues; wir haben sie bereits in dem hebräischen grossen Werke des Maimonides gefunden; sie ist daraus hervorgegangen, dass die jüdischen Feiertage frühzeitig einen festen Kalender ausbildeten; sie bewirkte, dass die jüdischen Gesetzkundigen eine Anregung fanden, sich wenigstens mit den Elementen der Astronomie zu beschäftigen. Allein je mehr und je gründlicher die Astronomie in besonderen hebräischen Schriften behandelt wurde, desto mehr schwand sie aus den gesetzlichen Schriften, welche das religiöse Leben der Ungelehrten regeln sollten; wir finden noch einen chronologischen Abschnitt in dem practischen Codex des Toledaners Jakob ben Ascher (1340), allein in dem daraus hervorgegangenen, am meisten zur Autorität gelangten, so vielfach citirten *Schulchan Aruch* des Josef Karo (1565 in Palästina, I, K. 417—28) schliesst die Observanz des Neumondhalbfestes alle theoretische Berechnung aus.

Eine Copie des Werkes des Salomo ben Natan hat der Copist, Sa'adja ben Jehuda ben Ebjatar (1203), mit einem arabischen chronologischen Nachtrag versehen, den er *Kitab al-Dastur fi 'Sana'at al-'Ibbur* (Buch des Canon, über die Kunst der Intercalation) betitelte. Ich bin noch nicht dazu gekommen, meine Notizen darüber (vom Jahre 1850) zu verarbeiten, und hier wäre kein Raum dafür; ich beschränke mich auf die Bemerkung dass dieser SA'ADIA mehrere Formeln im Namen des homonymen Gaon mitteilt.

28. 1207—1208 starb der Astrolog und Arzt ABU'L-FADHL BEN JAMIN (= Benjamin) AL-'HALABI (aus Aleppo), genannt AL-SCHUREITI, ein Schüler des SCHARAF AL-DIN AL-TUSI, des Erfinders eines Astrolabs, welches man *al-Khatti* (auf Linien reducirendes) nennt,[3] von welchem er Zahl- und Tabellen-Kunde erlernte; von den Juden wurde er injurirt (oder übel behandelt). Derselbe ist ohne Zweifel der »jüdische Astronom ABU'L-FADHL», bei IBN ABI O'SEIBIA (II, 244 Z. 3) unter dem Arzte DAKHWAR erwähnt. HAMMER VII, 734 und LECLERC II, 279 haben diesen Passus nicht.[4]

DAVID (1228—1244) war Dolmetsch aus dem Arabischen für den Canonicus SALIO aus Padua, bei der Übersetzung der Astrologie von »ALBUBATHER» (ABU BEKR...? — noch nicht näher festgestellt); nach einer Lesart lebte er in Barcelona (*Hebr. Übers.* S. 546).

Um 1230 lebte wohl DAVID IBN NAHMIAS in Toledo, dessen Commentar zum *Almagest* des PTOLEMAEUS angeführt wird; vielleicht rühren von ihm, etwa in jenem Commentare, Widerlegungen der eigentümlichen astronomischen Hypothesen des DJABIR (»Geber») IBN AFLA'H her, welche jedenfalls nicht jünger als 1247 sind (*Hebr. Übers.* S. 546).

Vor 1235 starb in St. Jean d'Acre der, als Erklärer des Talmud berühmte SIMSON BEN ABRAHAM aus Sens in Frankreich, welchem Kalendarisches beigelegt wird; allein seine Kentnisse in der elementen Geometrie waren sehr geringe.[5]

1231—1235 arbeitete in Neapel unter der Protection und auf Veranlassung Kaiser FRIEDRICH'S II. JAKOB ANATOLI (vulgo ANTOLI) aus der Provence. Er übersetzte aus dem Arabischen den *Almagest* des PTOLEMAEUS und das Compendium des AVERROES,[6] auch die Astronomie von AL-FERGANI, dessen Übersetzung von JACOB CHRISTMANN (1590) benutzt ist.

Anonyme Kalendertabellen über die Jahre 4998—5027 (1238—1267) in ms. Vat. 329[2] gehören vielleicht zu einer Monographie.

29. Eine interessante Persönlichkeit, welche eine Monographie verdiente, ist JEHUDA BEN SALOMO KOHEN aus Toledo, Verfasser eines grossen encyklopädischen Werkes, ursprünglich arabisch abgefasst und wahrscheinlich verloren, später von ihm selbst ins Hebräische übersetzt unter dem Titel *Midrasch ha-Chochma*, wovon kein einziges durchaus vollständiges Exemplar erhalten ist, während einzelne Teile in den Bibliotheken zu finden sind; — im Augenblick, wo ich dieses schreibe, wird mir der grösste Teil des Werkes in 2 Quartbänden von sehr junger deutscher Hand vorgelegt, um es zu recognosciren und der k. Bibliothek zu empfehlen; die genaue Beschreibung kommt als Nachtrag des Verzeichnisses.

Uns interessiren aus diesem Werke folgende Bestandteile:

a) Ein Auszug aus EUKLID I—VI und XI—XIII; die Bücher VII—X, welche für das Studium des *Almagest* (der ja als Ziel des mathematischen Studiums galt) unnötig sind, blieben ausgeschlossen.

Daran knüpft sich eine (ursprünglich arabische) Correspondenz zwischen dem, damals 18 Jahre alten, noch in Spanien weilenden Verf. und dem »Philosophen« des Kaisers (nach meiner Vermutung THEODORUS, Philosoph FRIEDRICHS II.) über sehr einfache mathematische Fragen, so dass JEHUDA seine Verwunderung über die Unkenntnis des »Philosophen« demselben ungenirt zu erkennen gibt. Eine Abschrift dieser Correspondenz liess ich vor mehr als 40 Jahren in Oxford anfertigen; sie wird mit dem angebotenen ms. verbunden werden, worin sie fehlt.

b) Eine Bearbeitung des *Almagest* von PTOLEMAEUS, wo zu I, 8 auf DJABIR BEN AFLA'H's Erklärung der *Figura sector* hingewiesen und manche kritische Notiz eines DAVID eingeschaltet wird (s. oben § 28);

c) Eine Bearbeitung der Schrift des Araber's BITRODJI (»Alpetrongi«);

d) Eine kurze Einleitung in die Astrologie, nebst dem Allgemeinen aus dem *Quadripartitum* des PTOLEMAEUS. Diese erschien zum ersten Male mit einem ungenauen neuen Titel in Warschau 1886, nebst einer Nativität vom Jahre 1160 (welche in der That von ABRAHAM IBN ESRA herrührt, vgl. oben § 23, S. 41 n. 16).

JEHUDA kam 1247 nach Toscana, wo er den kaiserlichen Hof kennen lernte und seine Mitteilung mit der lakonischen Bemerkung abfertigt: »Alles hängt vom Gestirn (Glück) ab«.[7]

30. In der Provence blühte um jene Zeit (1245—1275) MOSES IBN TIBBON, welcher das Übersetzen aus dem Arabischen ins Hebräische zur ausschliesslichen Beschäftigung gemacht zu haben scheint, nachdem sein Grossvater JEHUDA und sein Vater SAMUEL ihm in der Ausbildung eines *arabisirenden Hebraismus* vorangegangen waren. Seine eigenen Übersetzungen leiden an zu grosser Wörtlichkeit, trotz der richtigen Anweisungen seiner eben genannten Vorfahren, wie man übersetzen müsse. Die in unseren engeren Bereich fallenden Übersetzungen sind: AFLA'H (DJABIR IBN), Astronomie; BITRODJI (»Alpetragius«), Astronomie; EUKLID, Elemente; Desselben *Data;* AL-FARABI, Commentar zu Stücken aus EUKLID; GEMINUS, *Isagoge*, ohne Namen des Autors, daher bis vor Kurzem unbekannt; AL-'HA'S'SAR, Arithmetik; IBN HEITHAM, Commentar zu Stücken aus EUKLID; THEODOSIUS, *Sphaerica.*[8]

Ich stelle hierher ein *anonymes* Fragment über Kalenderrechnung, welches die »Verschiebungen» (*Dechijjot*) gegen die Ketzer (etwa Karaiten?) verteidigt, MAIMONIDES citirt und von verflossenen 5000 Jahren spricht, also nicht vor 1240, wohl aber viel später verfasst sein kann; ms. Michael 675, bei NEUBAUER n. 914[4].

Wenn man dem unzuverlässigen LEO AFRICANUS trauen darf, so war der arabische Dichter IBRAHIM IBN SAHL aus Sevilla (1211—1250), welcher durch einen unaufrichtigen Übertritt zum Islam es mit den Bekennern des Judentums vollends verdarb, ohne bei den neuen Glaubensgenossen festes Vertrauen zu gewinnen, auch *Astronom*, oder Astrolog.[9] Eine Auswahl aus dem Diwan IBRAHIM's, gesammelt von HASAN BEN MUHAMMED AL-'ATTHAR, erschien s. l. (Bulak?) 1292 (1875) in kl. 8° (55 S.); im Nachdruck, Beirut 1855 (48 S.) ist die biographische Notiz von IBN 'HAJJAN, am Ende der 1. Ausgabe, weggelassen. Es ist merkwürdig, dass bisher, so weit ich weiss, kein Orientalist von diesen Gedichten Notiz genommen, aus welchen vielleicht sich Etwas über die Sternkunde des Verfassers ergiebt.[10]

31. Mit der zweiten Hälfte des XIII. Jahrhunderts treten vor Allem die, von ALFONS X. als Dolmetscher aus dem Arabischen ins *Spanische* und als Ergänzer der übersetzten Schriften beschäftigten Juden in Toledo, fast alle Ärzte, in den Vordergrund; einer von ihnen, ISAK IBN SID, Cantor, oder Synagogenbeamter anderer Art, in Toledo, darf nach unverdächtigem Zeugnis als Beobachter der Sterne und Redacteur der berühmten *Alfonsinischen astronomischen* Tafeln (1252) bezeichnet werden, über deren Abfassung und angebliche neue Redaction (1256) die Acten noch nicht geschlossen sind.[11] Die umfangreichen Arbeiten jener Juden, welche durch christliche Gelehrte wahrscheinlich im sprachlichen Ausdruck emendirt und redigirt wurden, liegen uns in der prachtvollen Ausgabe durch RICO Y SINOBAS vor (*Libros del Saber de astronomia del Rey* ALONSO, Madrid 1863—67, V Bände in folio; zum Teil mit colorirten Figuren), ein Monument, das die Schandthaten der Inquisition überdauert hat.[12] Aus den in diesen Übersetzungen vorkommenden Namen von arabischen Autoren älteren Datums, den übersetzenden Juden und redigirenden Christen hat ein unkritischer Chronist den sogenannten »*astronomischen Congress*» unter ALFONS erfunden, der noch heute in achtbaren Quellen spuckt, obwohl ich ihn vor ungefähr einem halben Jahrhundert als eine Fabel nachgewiesen habe.

In den *Libros del Saber* erscheint ein »Rabbi ZAG», den ich mit dem oben genannten ISAK IBN SID identificire, und zwar in den Prologen zu folgenden Schriften (Bd. II—IV): 1) *Dell astrolabio redondo,* 2) *Lamina universal,* und über die Operation damit, 3) *Libro de los Armellas,* 4) *del Quadrante,* 5) *Piedra della sombra,* 6) *Libro del Relogio del aqua,* 7) in dem unedirten *Lib. del Estrumiento del levamiento, en Arabigo Atacir* (= *Tasjir,* Genaueres in *Hebr. Übers.* S. 277); — »ibn Said» bei KAYSERLING, *Biblioteca Españ.*, p. 105 (nach GRÄTZ?) ist unbegründet.

JEHUDA BEN MOSES KOHEN (»Mosca el menor») übersetzt angeblich: 1) 1256 den *Libro de las Figuras,* welcher 1276 unter Mitwirkung des SAMUEL HA-LEVI (s. weiter unten) corrigirt wurde. Ich habe in diesem Werke ohne Autornamen den Sternkatalog des ABD AL-RA'HMAN AL-'SUFI (geb. 968) erkannt, welcher jetzt in der französischen Übersetzung von SCHJELLERUP (1874) vorliegt und meine Vermutung bestätigt (*Hebr. Übers.* S. 573, 616); — 2) COSTA BEN LUCA, *Libro de Aleora* (1258); — 3) ALI IBN ABI'L-RIDJAL (vulgo ABEN RAGEL — 1256), Astrologie, woraus die gedruckte latein. Übersetzung geflossen ist; — 4) ABOLAYS (ob ABU'L-AISCH?), *de la propriedad de las piedras,* ein halbastrologisches Werk über Steine, welches die Academie in Madrid mit einem nicht dazu gehörigen Prolog herausgegeben hat.[13]

Im *Libro del Saber* erscheint ferner der Arzt SAMUEL HA-LEVI, wahrscheinlich aus der Familie Abulafia in Toledo, welcher *Fabrica y usos del Relogio della candela* eines arabischen Anonymus übersetzt und die Übersetzung des 'SUFI (1278) revidirt hat (*Hebr. Übers.* S. 986).

Im Auftrag des Königs ALFONS übersetzt, oder paraphrasirt, der Arzt DON ABRAHAM IBN HEITHAM's Weltconstruction, welche daraus ins Lateinische (*de coelo et mundo*) übersetzt, handschriftlich erhalten ist, — und war bei der in Burgos 1277 verbesserten Übersetzung der Tafel (*Safi'ha*) des ZARKALI beteiligt (*Hebr. Übers.* S. 972).

[1] Ich citire dieselbe kurz: *Hebr. Übers.*

[2] *Catal. libr. h. in Bibl. Bodl.* p. 1912, 2172, 2204, 2244; Hebr. Bibliogr. XX, 47; NEUBAUER, Catal. n. 896 giebt den Ortsnamen nicht, der im Index (Solomon of S.) nachgetragen und für die Stelle im Index maassgebend ist.

[3] Al-Kifti, ms., s. Hebr. Bibliogr. XVI, 10, wo S. 11 das Citat aus Hammer, *Lit.-Gesch.* VI, 432 dahin zu berichtigen ist, dass Tusi zuerst über dieses Astrolab geschrieben hätte. — Zum Namen *Schureiti* vgl. abu Zeid Ahmed (bei Hammer), Encyklop. Übersicht, S. 252; Schurûti bei Hagi Khalfa VII, 1253 n. 9382; abu Schureiti in einer Erzählung ms. Fischl 15 c.

[4] Hierher gehört nicht Josef ben Israel in *Catal. Bodl.* p. 2490[5], zu berichtigen nach ms. Turin bei B. Peyron, p. 228, wo aber eine falsche Combination Wolf's zu berichtigen, nach ms. Paris 400 von Elia ben Josef.

[5] *Verzeichnis der hebräischen Handschriften in Berlin*, **2** (bald beendet und edirt) S. 73, ob ein homonymer Neffe? Über seine Stellung zur Geometrie s. mein *Jewish Lit.* p. 362 n. 90.

[6] *Hebr. Übers.* S. 547 u. XXIX, nachzutragen im Index p. 1056.

[7] Über diesen § s. *Hebr. Übers.* S. 1 ff. und S. 725.

[8] S. *Hebr. Übers.* im Index S. 1062.

[9] Über ihn s. Lebrecht, im Magazin f. d. Lit. d. Auslands 1841 n. 38 (abgedr. im Lit.-Bl. des Orient II, 249), die Quelle für Grätz, *Gesch. d. Jud.* VII, 98; vgl. Allgem. Zeitung des Judenth. 1837 S. 312; Al-Makkari I, 664, II, 351, 354, 510; Hagi Khalfa III, 241 (VII, 1098 n. 3758) VII, 724 (über die Quelle s. VI, 224); Hammer, *Lit.-Gesch.* VII, 924 n. 8874 unter *ägyptischen* Dichtern! De Jong, *Catal. Academ.* p. 115. — Eine Schrift in Prosa ms. Landberg n 178, jetzt in Leyden.

[10] Im Index von E. Fagnau's Catal. der mss. in Algier (1893) p. 619 werden unterschieden: ibn Sahl in n. 1298[4], 1332, 1806, 1810, 1819 und Muhammed(!) b. Sahl Israeli in n. 1807 (f. 52, 36 u. 33); allein ms. 1332 enthält Gutachten von »abu'l-A'sbag Isa ben Sahl« (gest. 486 H.) seit 472 H., und ein Auszug daraus ist ms. 1298. Die anderen mss. sind Gedichtsammlungen, in n. 1806 wird unser Ibrahim »ibn Sahl al-Ischbili« genannt, f. 27[6], = »ibn Sahl« f. 9 und 96; ms 1810 u. 1819 nennen nur »ibn Sahl«, wahrscheinlich denselben.

[11] *Hebr. Übers.* S. 616.

[12] Über eine unvollständige *italienische* Übersetzung (1341) berichtete E. Narducci, s. *Hebr. Übers.* S. 975.

[13] Zeitschr. d. deutschen morgenl. Ges. **49**, 1895, S. 266. — Über Jehuda s. *Hebr. Übers.* S. 979.

RECENSIONEN. — ANALYSES.

F. Cajori. A HISTORY OF ELEMENTARY MATHEMATICS WITH HINTS ON METHODS OF TEACHING. New York, Macmillan 1896. 8°, VIII + 304 p.

Dans la préface, M. CAJORI avertit qu'un grand nombre de passages de ce livre sont tirés, avec de légères modifications, de son *History of mathematics*. En effet, presque toutes les mathématiques de l'antiquité et du moyen âge appartiennent au domaine des mathématiques élémentaires, et sans doute il aurait été inutile d'essayer une exposition tout à fait nouvelle de ces périodes. Mais d'autre part le lecteur qui connaît déjà l'*History of mathematics,* trouvera aisément, que le nouvel ouvrage n'en est nullement une copie ou un extrait, même pour ce qui concerne les périodes mentionnées.

M. CAJORI a divisé son livre en trois parties embrassant respectivement l'antiquité (p. 1—92), le moyen âge (p. 93—138) et les temps modernes (p. 139—289); à la fin il a ajouté (p. 290—304) une table des noms et des matières.

Il va sans dire qu'il est beaucoup plus facile de rendre compte du développement des mathématiques élémentaires que d'écrire une histoire générale des mathématiques, et, à notre avis, M. CAJORI a aussi réussi mieux dans sa nouvelle entreprise que dans son *History of mathematics*. Les remarques critiques que nous avons faites relativement à celle-là dépendent peut-être en partie de notre ignorance des principes que M. CAJORI a suivis pour circonscrire le domaine assez indéfini des mathématiques élémentaires et pour répartir l'espace disponible sur ses différentes branches. Quant aux erreurs, elles semblent être relativement peu nombreuses et en général sans importance; on voit sans peine que M. CAJORI s'est efforcé de les réduire au minimum.

L'espace restreint de ce numéro ne nous permet de reproduire ici que quelques-unes des notes que nous avons prises en parcourant l'*History of elementary mathematics*.

P. 136. »A *Geometria speculativa* was printed in Paris in 1511 as the work of BRADWARDINUS, but has been attributed by some to a Dane, named PETRUS, then a resident of Paris». Par le mot »then», le lecteur est induit à croire que PETRUS DE DACIA a vécu vers l'an 1511; comme on sait, ce mathématicien était antérieur à BRADWARDIN.

P. 180—181. »JOHN NORFOLK ... wrote ... an inferior treatise on progressions which was printed in 1445». Cette indication, tirée de la page 7 de l'*History of the study of mathematics at Cambridge* (Cambridge 1889) de M. W. W. R. Ball, est évidemment absurde; le traité de Johannes Norfolk a été publié pour la première fois par Halliwell dans les *Rara Mathematica*.

P. 228. »Christoff Rudolff ... wrote the earliest text-book in algebra in the german language». Il convient de faire observer que le livre de Grammateus rédigé en 1518 et publié en 1523 avec le titre: *Ayn new künstlich Buech*, etc., contient aussi un traité de l'algèbre (cf. p. ex. Cantor, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* II, p. 364).

P. 235. »In his *Geometry* 1637, he [Descartes] uses ... x in the first place, then the letters y, z, to designate unknown quantities». Cette indication, reproduite d'après les *Vorlesungen* de M. Cantor, a peut-être besoin d'être un peu modifiée (cf. Eneström, Biblioth. Mathem. 1892, p. 92).

P. 257. Brianchon nacquit en 1783 (non 1785) et mourut à Versailles en 1864 (cf. Biblioth. Mathem. 1894, p. 91). — P. 278. J. Houel nacquit en 1823 et mourut en 1886.

M. Cajori a utilisé pour son ouvrage une partie assez considérable des écrits récents sur l'histoire des mathématiques, mais il y en a aussi quelques-uns d'une certaine importance auxquels il ne semble pas avoir eu recours; ainsi p. ex. il ne cite pas les *Elemente der ägyptischen Theilungsrechnung* (1895) de M. F. Hultsch (cf. p. 19), les *Näherungswerte irrationaler Quadratwurzeln bei Archimedes* (1893) du même auteur (cf. p. 28), l'édition de Diofantos (1893—1895) par M. P. Tannery (cf. p. 35), l'écrit: *Archimedes, Huygens, Lambert, Legendre. Vier Abhandlungen über die Kreismessung. Deutsch herausgegeben und mit einer Übersicht über die Geschichte des Problems von der Quadratur des Zirkels von den ältesten Zeiten bis auf unsere Tage versehen* (1892) par M. F. Rudio (cf. p. 249).

La rédaction de l'ouvrage est soignée; nous avons noté seulement quelques inadvertances insignifiantes, p. ex. la répétition de notices sur la naissance et la mort de certains auteurs, ou de quelques autres indications. Parmi les fautes d'impression nous ne mentionnerons que celle à la page 234, où il faut lire $x^3 *$ au lieu de x^{3*} (l'astérisque signifie que le coefficient de x^2 est zéro).

Stockholm. G. Eneström.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. ENESTRÖM. Stockholm. 8°.
1896: 3.

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift fur Mathematik und Physik herausgegeben von M. CANTOR. Leipzig. 8°.
41 (1896): 5.

Adam, H., Calcul de Mons. Des Cartes ou introduction à sa géométrie, 1638.
Bullet. d. sc. mathém. **20**$_2$, 1896, 221—248.

Cajori, F., A history of elementary mathematics with hints on methods of teaching. New York, Macmillan 1896.
8°, VIII + 304 p. — [1.50 doll.]

Callandreau, O., Notice sur M. Hugo Gyldén.
Paris, Acad. de sc., Comptes rendus **123**, 1896, 771—772.

Curtze, M., Über die im Mittelalter zur Feldmessung benutzten Instrumente.
Biblioth. Mathem. 1896, 65—72.

Dickstein, S., Wiadomosc o korrespondencyi Kochanskiego z Leibnizem.
Krakow, Akad. umiej., Rozprawy **33**, 1896, 1—9. — Notice sur la correspondance d'A. A. KOCHANSKI avec LEIBNIZ.

Dickstein, S., Katalog dziel i rekopisów Hoene-Wronskiego. Catalogue des oeuvres imprimées et manuscrites de Hoëne Wronski. Krakow 1896.
8°, VIII + 111 p. + portr. + facsim.

Dupuy, P., La vie d'Evariste Galois.
Paris, Ecole normale, Annales **13**$_3$, 1896, 197—266.

Eneström, G., Note bibliographique sur les femmes dans les sciences exactes.
Biblioth. Mathem. 1896, 73—76.

°**Euclidis** Opera omnia. Ediderunt J. L. HEIBERG et H. MENGE. Vol. VI. Data cum commentario MARINI et scholiis antiquis. Edidit H. MENGE. Leipzig, Teubner 1896.
8°, 6 + 336 p. — [5 Mk.]

Favaro, A., Per la edizione nazionale delle opere di Galileo Galilei sotto gli auspicii di S. M. il re d'Italia. Indice cronologico del Carteggio Galileiano. Firenze 1896.
4°, 101 p.

°**Graf, H.**, Briefwechsel zwischen J. Steiner und L. Schäfli.
| *Bern*, Naturf. Gesellsch., Mittheilungen 1896. 208 p.

°**Hellmann, W.**, Über die Anfänge des mathematischen Unterrichts an den Erfurter Schulen im 16. und 17. Jahrhundert und bis etwa 1774. Theil II. Erfurt 1896.
4°, 16 p. — [1·20 Mk.]

Korteweg, D. J., Descartes et les manuscrits de Snellius, d'après quelques documents nouveaux.
Amsterdam, Wisk. Genootsch., Nieuw Archief **3**: 1. 1896, 57—71. — Reimpression de la note signalée à la Biblioth. Mathem. 1896, p. 93.

°**Müller, C. F.**, Henricus Grammateus und sein Algorismus de integris. Zwickau, Thost 1896.
4°, 33 p. — [1 Mk.]

°**Pacioli, L.**, Divina proporzione. Die Lehre vom goldenen Schnitt. Nach der Venezianischen Ausgabe vom Jahre 1509 neu herausgegeben, übersetzt und erläutert von C. Winterberg. Wien 1896.
8°, 6 + 367 p. — [6 Mk.]

Poggendorff's Biographisch-literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exacten Wissenschaften, enthaltend Nachweisungen über Lebensverhältnisse und Leistungen von Mathematikern, Astronomen, Physikern, Chemikern, Mineralogen, Geologen, Geographen u. s. w. aller Völker und Zeiten. Dritter Band (die Jahre 1858 bis 1883 umfassend). Herausgegeben von B. W. Feddersen und A. J. van Oettingen. 1. Lieferung. Leipzig, Barth 1896.
8°, 96 p. — [3 Mk.] — [Analyse:] Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 181—182. (Cantor.)

Répertoire bibliographique des sciences mathématiques. Fiches 101—400. Paris, Gauthier-Villars 1895—1896.
8°, 300 feuillet. — [6 fr.]

°**Rosenberger, F.**, Isaak Newton und seine physikalischen Principien. Ein Hauptstück aus der Entwickelungsgeschichte der modernen Physik. Leipzig, Barth 1895.
8°, VI + 536 p. — [Analyse:] Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 185—186. (Cantor.)

Rudio, F., Die naturforschende Gesellschaft in Zürich 1746—1896.
Festschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich 1746—1896 (Zürich 1896), I, p. 1—274.

Ruska, J., Das quadrivium aus Severus bar Sakkû's Buch der Dialoge. Inaugural-Dissertation (Heidelberg). Leipzig 1896.
8°, 79 p.

(**Schevichaven, S. R. J. van,**) Bouwstoffen voor de geschiedenis van de levensverzekeringen en lijfrenten in Nederland. Bijeengebracht en bewerkt door de Directie van de Algemeene Maatschappij van Levensverzekering en Lijfrente. Amsterdam 1897.
4°, (6) + 370 p. + 9 portraits + 2 planches.

Schlegel, V., Nauka rozciaglosci Grassmanna. Przyczynek do historyi matematyki w ostatnich piecdziesiecin latach przelozyl za npowaznieniem autora S. Dickstein. Warszawa 1896.
8°, (4) + 51 p. — Traduction du mémoire: *Die Grassmann'sche Ausdehnungslehre. Ein Beitrag zur Geschichte der Mathematik in den letzten fünfzig Jahren* (cf. Biblioth. Mathem. 1896, p. 29, 94).

Steinschneider, M., Die Mathematik bei den Juden.
Biblioth. Mathem. 1896, 77—83.

Steinschneider, M., Bemerkung zur Biblioth. Mathem. 1896, S. 4 [uber den Geburtsort des Johann von Gemunden].
Biblioth. Mathem. 1896, 96.

°Vassilief, A., Eloge historique de Lobatchevsky, prononcé dans la séance solennelle de l'université de Kazan le 22 octobre 1893. Tradnit du russe par Mlle A. Fichtenholtz. Paris, Hermann, 1896.
8°, 40 p. — [2 Mk.]

Wertheim, G., Die Arithmetik des Elia Misrachi. Ein Beitrag zur Geschichte der Mathematik. Zweite verbesserte Auflage. Braunschweig, Vieweg 1896.
8°, (10) + 68 p. — [3 Mk.]

Wessel, C., Om Directionens analytiske Betegning, et Forsög, anvendt fornemmelig til plane og sphaeriske Polygoners Oplösning. Med en Fortale af S. Lie.
Archiv for Mathem. og Naturv. **8**, 1896. 69 p. + 2 pl. — [2 Mk.]

Zelbr, K., Das Problem der kürzesten Dammerung.
Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 121—145, 153—179.

Question 60 [sur l'origine du terme »regula cecis»].
Biblioth. Mathem. 1896, 96. (G. Eneström.)

Ball, W. W. R., A primer of the history of mathematics. London, Macmillan 1895. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 183—184. (Cantor.)

Brill, A. und Nöther, M, Die Entwickelung der Theorie der algebraischen Functionen in älterer nnd neuerer Zeit. (Jahresber. der deutschen Mathematiker-Vereinignng **3**.)
Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 146—148. (P. Stäckel.)

Bosscha, J., Christian Huygens. Rede zum 200. Gedächtnisstage seines Lebensendes. Mit erläuternden Anmerkungen. Übersetzt von T. W. Engelmann. Leipzig 1895. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 184—185 (Cantor.)

Fiorini, M., Erd- und Himmelsgloben, ihre Geschichte und Konstruktion. Nach dem Italienischen frei bearbeitet von S. Gunther. Leipzig, Teubner 1895. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 186—187. (Cantor.)

LORIA, G., Il passato ed il presente delle principali teorie geometriche. Seconda edizione accresciuta ed interamente rifatta. Torino, Clausen 1896. 8°.
Biblioth. Mathem. 1896, 87—89. (G. ENESTRÖM.) — *Mexico*, Soc. cientif. »Antonio Alzate» **9**, 1896, 71—72.

SMITH, D. E., History of modern mathematics. New York, Wiley 1896. 8°.
Biblioth. Mathem. 1896, 84—86. (G. ENESTRÖM.)

STURM, A., Das delische Problem. [I. Behandlung des Problems in der Platonischen Zeit.] Linz 1895. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 76—77. (CANTOR.)

ZEUTHEN, H. G., Geschichte der Mathematik im Altertum und Mittelalter. Vorlesungen. Kjöbenhavn, Höst 1896. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **41**. 1896; Hist. Abth. 182—183. (CANTOR.)

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1896, 89—95. — Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 191—192.

ANFRAGEN. — QUESTIONS

61. Dans l'ouvrage de HANKEL: *Zur Geschichte der Mathematik im Alterthum und Mittelalter* (Leipzig 1874), on trouve à la page 341 l'indication suivante relative à l'usage de chiffres arabes sur des monnaies: »Erst seit einer Ordonnanz HENRY's II. vom Jahre 1549 erscheinen sie auf Münzen.» Cependant cette indication ne peut être exacte, car déjà en 1478 on a frappé en Suède une monnaie portant des chiffres arabes.

Quelle est la première monnaie frappée en Europe où l'on trouve des chiffres arabes? (G. Eneström.)

Bemerkung zur Anfrage 60*. Das Wort *sekîs* ist bis jetzt in arabischen Werken nicht gefunden worden (wenigstens von mir nicht), aber man könnte vermuthen, dies Wort sei identisch mit *scheqîss* = Theilhaber, auch Antheil. Nach einer Mittheilung von Seite des Herrn Superintendenten RUDLOFF in Wangenheim (Gotha) heisst das Wort »Antheilrechnung», das im *Kâfî fîl hisâb*, herausgegeben von ADOLF HOCHHEIM, vorkommt, arabisch *hisâb el-muqâsama* und nicht *hisâb el-scheqîss*. — Möglich ist auch, dass *sekîs* im Zusammenhang stehen könnte mit *seqî* = das Zutrinkengeben, das Tränken. (H. Suter.)

* Sur ma demande, M. ZEUTHEN a bien voulu m'avertir que, par un malentendu de la part du typographe, le mot *Cintu* a été introduit dans la question 860 de l'Intermédiaire des mathématiciens. En effet, *sikish*, écrit en caractères *arabes*, a quelque ressemblance avec *Cintu*.
(G. Eneström.)

Index.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK

JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON / PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1897.

NEUE FOLGE 11. | NOUVELLE SÉRIE 11.

STOCKHOLM
G. ENESTRÖM.
DRAKEGATAN 43.

BERLIN
MAYER & MÜLLER.
PRINZ LOUIS FERDINANDSTR. 2.

PARIS
A. HERMANN.
RUE DE LA SORBONNE 8.

CENTRAL-TRYCKERIET, STOCKHOLM 1897.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK

JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON / PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1897.

NEUE FOLGE 11. / NOUVELLE SÉRIE 11.

STOCKHOLM
G. ENESTRÖM.
BRAHEGATAN 43.

BERLIN
MAYER & MÜLLER.
PRINZ LOUIS FERDINANDSTR. 2.

PARIS
A. HERMANN.
RUE DE LA SORBONNE 8.

CENTRAL-TRYCKERIET, STOCKHOLM, 1897.

Inhalt. — Table des matières.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK — JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON — PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1897. STOCKHOLM. N° 1.

NEUE FOLGE. 11. Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr. NOUVELLE SÉRIE. 11.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Prinz Louis-Ferdinandstr. 2. PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Sur le sens exact du mot "al-djebr".

Par CARRA DE VAUX à Paris.

Le mot *al-djebr* n'est pas toujours opposé au mot *al-mukâbalah,* comme on pourrait le croire d'après le titre de l'ouvrage d'AL-KHÂRIZMI. On le trouve aussi opposé au mot *el-hatt,* et défini de la manière suivante (Arithmétique de TAKI ED-DIN EL-HANBALI; ms. de la Bibliothèque Nationale de Paris, suppl. arabe, 951, Livre I, chapitre V): »Le *djebr* et le *hatt* ont chacun deux sens distincts. C'est le *djebr* lorsqu'on dit: De combien accrois-tu (*tudjabbir*) 10 pour obtenir 17, ou bien lorsqu'on cherche par quelle quantité il faut multiplier 10 pour obtenir 17. C'est le *hatt* lorsqu'on demande: quelle est la quantité telle que lorsqu'on l'a multipliée par le nombre qu'il faut abaisser (*el-mahtout*), on obtienne le nombre jusqu'auquel il faut l'abaisser (*el-mahtout ileïhi*); par exemple quand on demande: par quoi faut il diviser 10 pour obtenir 7. Ou bien lorsqu'on demande ce qu'il faut retrancher de 10 pour obtenir 7.»

Le même auteur, au L. II, Ch. III, traite du *djebr* et du *hatt* pour les fractions.

Voici une autre définition des deux mots *djebr* et *hatt* (Arithmétique d'IBN EL-HÂÏM; ms. de la Bibliothèque Ambrosienne de Milan, &, 64, sup. f° 28, r°.): »Le *djebr* c'est de compléter un nombre de façon qu'il devienne égal à un nombre donné. Exemple: on demande de rendre $\frac{5}{8}$ égal à 1 entier.

Tu divises 1 par $\frac{5}{6}$; tu as $1 + \frac{1}{5}$, que tu multiplies par $\frac{5}{6}$, et tu obtiens 1. Ou bien: Tu prends le rapport de la différence $1 - \frac{5}{6}$ à $\frac{5}{6}$; tu as $\frac{1}{5}$; et si tu ajoutes à $\frac{5}{6}$ leur sixième, tu obtiens 1. Le *hatt* c'est de réduire un nombre de façon qu'il devienne égal à un autre nombre donné.» L'auteur fournit un exemple analogue.

Il est donc clair que le *djebr* c'est l'opération exprimée par les deux équations:

$$a + x = b, \qquad a \times x = b.$$

et que le *hatt*, c'est l'opération qu'expriment ces deux-ci:

$$a - x = b, \qquad \frac{a}{x} = b.$$

Comme ces quatre opérations sont les plus simples possible de l'algèbre, on doit croire que tel est bien le sens primitif des deux mots. Dans la langue le verbe *djabbara* signifie: restaurer quelque chose de brisé, et le verbe *hatta* signifie: descendre.

AL-KHÂRIZMI n'a pas donné la définition des termes *djebr* et *mukâbalah*. HADJI KHALFAH dans son célèbre dictionnaire bibliographique (t. II, p. 582) la donne de la façon suivante: »le *djebr* c'est ajouter ce qui manque à l'une des deux quantités mises en équation pour qu'elle devienne égale à l'autre; le *mukâbalah*, c'est ôter l'excès de l'une des deux quantités pour la rendre égale à l'autre.»

L'auteur donne ici à *mukâbalah* le sens du mot *hatt*; selon la langue, *mukâbalah* signifie: comparaison.

Le mot *djebr*, dont nous venons d'indiquer le sens primitif, a ensuite servi à désigner un nombre indéterminé de questions diverses, parmi lesquelles six sont fondamentales, selon AL-KHÂRIZMI (trad. p. 35) et selon AL-KHAWWÂM (ms. de la Bibl. nat. de Paris, 1133, anc. fonds arabe L. IV). Le mot *hatt*, devenu impropre à cause de la complication des problèmes, a disparu devant le mot *mukâbalah*.

Magister Robertus Anglicus in Montepessulano.

Par PAUL TANNERY à Paris.

L'article de M. STEINSCHNEIDER sur *Johannes Anglicus und sein Quadrant* (Biblioth. Mathem. 1896, p. 102—104), appelle peut-être une réponse de ma part.

Je dois dire tout d'abord que jusqu'à présent je n'ai encore rien publié de mes recherches sur ce sujet; j'ai seulement fait, au commencement de l'année 1896, une communication verbale à l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres de Paris; puis en juillet dernier, j'ai présenté à cette Académie un mémoire dont l'impression est commencée pour le Recueil des Notices et Extraits des MSS., et qui comprend, en dehors des prolégomènes:

1° le texte, établi sur les trois plus anciens manuscrits de Paris, du traité du »*Quadrans*« attribué à JEAN DE MONTPELLIER;

2° une ancienne traduction grecque de ce traité;

3° la partie inédite de l'opuscule *Compositio tabulae quae saphea dicitur sive astrolabium Arzachalis*, dont SÉDILLOT a donné (*Recherches sur les instruments astronomiques des Arabes*) quelques extraits, comme faisant partie d'une traduction par PROFATIUS d'un ouvrage d'ARZACHEL, mais qui, comme M. STEINSCHNEIDER[1] la reconnu le premier, est un traité original, rédigé en 1231 par un GUILLELMUS ANGLICUS. Grâce à un second manuscrit de ce traité (Bibl. Nat. lat. 16652), j'ai d'ailleurs constaté que ce GUILLELMUS, Anglais de naissance, bourgeois de Marseille, médecin de profession (et enseignant l'astronomie, probablement à Montpellier), est bien l'auteur du traité *De urina non visa*, que BALE et PITZ font vivre vers 1350 et dont ils font absurdement le père du pape URBAIN V, qui était de la famille des Grimoard du Gévaudan.

M. CURTZE, qui était, indépendamment de moi, arrivé à la conviction que l'auteur du traité du *quadrans* s'appelait Magister ROBERTUS (et non JOHANNES) ANGLICUS *in Monte Pessulano*, a bien voulu me fournir de précieux renseignements que j'ai utilisés pour les prolégomènes de mon travail. J'ai amplement profité d'autre part des indications fournies par M. STEINSCHNEIDER dans ses *Hebr. Übersetzungen*.

Je comprends très bien que l'illustre savant de Berlin, d'après l'ensemble des matériaux qu'il avait réunis, persiste dans ses précédentes conclusions, mais je suis persuadé que s'il avait pu utiliser les manuscrits de Paris, comme je l'ai fait, ou examiner ceux d'Allemagne que M. Curtze m'a signalés, il reconnaîtrait que le nom de Johannes n'a été introduit que par une confusion de l'abréviation *Ro.* avec l'abréviation *Jo.*, et que si le nombre des manuscrits qui donnent Johannes, est relativement considérable, cela vient seulement de ce que le prénom Jean est plus commun que celui de Robert.

Le même Magister Robertus Anglicus *in Montepessulano* a composé également un Commentaire sur la sphère de Sacrobosco, commentaire qui existe à Paris comme à Oxford (*Digby* 48), mais aussi dans le manuscrit de Salzbourg, analysé par Moritz Cantor (*Römischen Agrimensoren*, p. 158), le dernier manuscrit donne comme finale: »Finita est ista compilatio super materiam de spera celesti ad maiorem introductionem scolarium *Parisiis* studentium, quam composuit Magister Robertus Anglicus et finivit anno domini 1271.» Les deux autres manuscrits donnent la même finale, mais avec *Monte Pessulano* au lieu de *Parisiis*, et celui d'Oxford a 1272 comme date.

Sans le traité du »Quadrans», qui fut certainement écrit au XIII[e] siècle à Montpellier, nous ne saurions pas si le *Magister* Robertus Anglicus qui composa le Commentaire sur la Sphère de Sacrobosco, professait à Paris, à Montpellier, ou même à Oxford. Mais il me semble que le doute n'est pas permis. J'ajoute qu'un acte de 1240 du Cartulaire de l'université de Montpellier mentionne un Robertus Anglicus, et qu'il est possible de supposer un lien de parenté entre ce personnage et Guillelmus Anglicus; si en effet pour ce dernier le surnom d'*Anglicus* indique certainement l'origine immédiate, pour Robertus ce peut déjà être un nom de famille.

J'arrive maintenant aux remarques, nouvelles pour moi, du dernier article de M. Steinschneider. Je regrette de ne pouvoir y souscrire, car rien ne me paraît prouver ni que le *Magister* Robertus Anglicus *in Montepessulano* ait jamais traduit aucun ouvrage arabe, ni qu'il ait écrit des traités d'alchimie.

Tout d'abord le Robertus Anglicus alchimiste, dont parle Tanner (*Bibl. Brit.* p. 636), d'après Leland et celui-ci d'après Gesner et Cornelius Agrippa, a daté un de ses ouvrages *(De impressionibus aeris)* de 1325. Il est donc sensiblement postérieur; d'ailleurs, s'il faut s'en rapporter à Baleus (p. 389) »sub Fratris Perscrutatoris cognomine suos vulgabat foetus». Il serait du reste né à York et aurait appartenu à l'ordre des Dominicains. Aucun de ses écrits ne paraît enfin, ni être une traduction, ni intéresser les mathématiques.

C'est évidemment tout-à-fait à tort que TANNER a attribué à ce *frater Perscrutator* le Commentaire sur SACROBOSCO de *Magister* ROBERTUS ANGLICUS. Quant à la traduction de l'opuscule ALKINDUS *de judiciis,* qu'il lui attribue également, elle a été certainement faite par un troisième ROBERTUS.

Tout d'abord il ne me paraît nullement établi que cette traduction doive être datée de 1272, comme le Commentaire. En effet, dans aucun des manuscrits énumérés par M. STEINSCHNEIDER, la mention ALKINDUS *de judiciis ex arabico latinus factus per* ROBERTUM ANGLICUM *anno 1272* n'est tirée du texte; ce n'est qu'une indication de catalogue, due sans doute à GERARD LANGBAINE, qui aura transporté la date du Commentaire *(Digby 48)* sur un manuscrit de la traduction *(Digby 91),* parce qu'il a cru qu'elle était du même auteur.

Mais il est facile de reconnaître que d'auteur du catalogue faisait confusion. Il n'y a en fait que trois manucrits connus de la traduction qui portent un nom; ce sont les suivants, qui donnent les mentions ci-après:

1. Ashmol. 434 (XVI[e] siècle). »Finit liber ALKINDI, translatio ROBERTI ANGLIGENI de c. h. o. e. l. l. e.»

2. Ashmol. 179 (vers 1600). »Finit liber ALKINDI, translatio ROBERTI ANGLIGENI Anglici de ch. c. 81. l. e.»

3. Ashmol. 209 (17[e] siècle). »Finit liber ALKINDI, translatio ROBERTI ANGLIGINÆ de chebil.»

Evidemment ces trois manucrits représentent un même prototype où le traducteur, sans se qualifier de *Magister,* s'était nommé ROBERTUS ANGLIGENUS *(Anglicus* dans 2 n'est qu'un doublet qui a provoqué la confusion; *Angliginæ* dans 3 n'est qu'une correction de latiniste, avec un *lapsus calami).* Il avait ajouté un nom d'origine (?), qui paraît avoir été assez peu lisible sur le prototype, mais pour lequel on peut admettre la leçon *de Chebile,* jusqu'à plus ample informé.

Il ne m'appartient pas de discuter si ce ROBERTUS ANGLIGENUS *de Chebile* doit être identifié avec ROBERTUS RETINENSIS par exemple, ou s'il faut le considérer comme une personnalité bien distincte. Mais en tous cas, je me refuse à le confondre avec le *Magister* ROBERTUS ANGLICUS *in Montepessulano,* de même que je regarde ce dernier comme incontestablement différent de tout autre ROBERTUS qualifié d'ANGLICUS sur les manuscrits (et non pas seulement sur les catalogues), comme par exemple au XIII[e] siècle, ROBERT GROSSETESTE (l'évêque de Lincoln) ou ROBERT KILWARDEBY.

P. S. Pour répondre à un désir exprimé par M. STEINSCHNEIDER, j'ajoute les indications suivantes, en regrettant de ne pouvoir, pour le moment, leur donner plus de précision.

Autant que j'en ai pu juger par un examen rapide des manuscrits de la Bibliothèque Nationale de Paris qui contiennent le texte des diverses éditions latines du *Quadrans novus* de PROFATIUS, ce dernier n'a commis aucun plagiat à l'égard de ROBERTUS ANGLICUS. L'instrument de PROFATIUS est nettement différent du *quadrans vetus* et sensiblement plus complexe, devant remplacer l'astrolabe dans tous ses usages. La partie géométrique de l'opuscule de ROBERTUS n'a pas davantage été copiée par PROFATIUS.

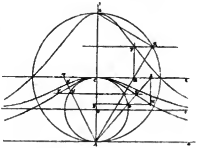
Mais il ne m'est pas possible de dire dès maintenant jusqu'à quel point l'invention de PROFATIUS est originale ou au contraire imitée des modèles arabes. Quant au quadrant de ROBERTUS ANGLICUS, c'était certainement un instrument connu dans l'occident latin bien avant cet auteur. Cet instrument serait même tout-à-fait arabe, s'il ne comportait pas une adaptation aux mois romains; mais une pareille adaptation a très bien pu être faite en Espagne même pour l'usage des chrétiens du pays, si non pour l'exportation dans les contrées voisines.

[1] STEINSCHNEIDER, *Etudes sur Zarkali;* Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. **20**, 1887, p. 579, 593, etc.

Versiera, Visiera e Pseudo-versiera.

Appunti di GINO LORIA a Genova.

Nell' ottimo periodico L'intermédiaire des mathématiciens il sig. E. N. BARISIEN[1] ha segnalato il fatto che sotto il nome di »curva d'AGNESI» vennero designate due figure differenti ed ha chiesto quale di esse vi avesse indiscutibile diritto. Il suo desiderio venne prontamente soddisfatto.[2] Tuttavia non venne ancora osservato come sotto quel medesimo nome siano state comprese altre curve le quali, pur presentando qualche analogia con quella immaginata (od almeno divulgata) da MARIA GAETANA AGNESI, ne differiscono per il modo di generazione e le proprietà. Scopo di questa nota è di chiarire tali equivoci ed impedire la diffusione di concetti e denominazioni non esatti.



Dato il cerchio di diametro AC, il luogo di un punto M tale che, condotta da esso la perpendicolare al diametro AC e determinatene le intersezioni B, D con quel diametro e la periferia di quel cerchio, si abbia

(1) $AB:BD=AC:BM$,

è una curva che s'incontra a pag. 380—381 del T. I delle famose *Istituzioni analitiche ad uso della gioventù italiana di D.na* MARIA GAETANA AGNESI (Milano 1748), ove essa è designata cól nome di »la Versiera». Se la scienziata italiana sia l'inventrice di tale curva non risulta dalle sue parole; ma siccome sino ad ora non fu possibile trovare qualche traccia anteriore della curva, così non a torto questa vien denominata »visiera di AGNESI». Quanto alle ragioni che indussero la AGNESI a scegliere il nome di versiera, esse si cercherebbero invano nelle citate *Istituzioni*, nè è facile indovinarle tenendo presente il significato di tale vocabolo;[3] meglio è, a parer nostro, tener presente la forma sinuosa della curva e collegarla al verbo latino *vertere* che significa volgere, rivolgere, voltare o rivoltare.

Nell' opera citata della curva di cui ci occupiamo non è nemmeno iniziato uno studio metodico. Soltanto è notato (p.

391—393) che la versiera è costruibile come segue Si conduca pel punto A una trasversale arbitraria, che tagli la periferia del dato cerchio in D ed in E la tangente (t) in C al cerchio stesso; le parallele condotte da E a AC e da D a t si tagliano in uno punto M della curva. Infatti, dalla costruzione emerge essere $AB : BD = AC : CE$, proporzione che coincide con la (1) essendo $CE = BM$.

Detto a il diametro AC e presa per asse delle x la tangente e per asse delle y la normale in A al cerchio dato, la proporzione (1) si traduce subito nell'equazione seguente

$$x^2 y = a^2(a - y). \tag{2}$$

Da questa emerge che la versiera è una cubica piana razionale avente per punto isolato il punto all'infinito dell'asse delle y e per asintoto d'inflessione l'asse delle x; di più passa pel punto C e tocca ivi la retta t. Altre particolarità della curva si possono dimostrare notando che l'equazione (2) è sostituibile colle due seguenti:

$$x = \lambda, \qquad y = \frac{a^3}{a^2 + \lambda^2}; \tag{3}$$

da tale rappresentazione parametrica della versiera, si deduce che

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = a^2$$

è la condizione di collinearità dei tre punti di essa aventi per parametri λ_1, λ_2, λ_3 e che in conseguenza essa possiede a distanza finita due flessi F, F' aventi per coordinate

$$x = \pm \frac{a}{\sqrt{3}}, \qquad y = \frac{3a}{4}.$$

È opportuno notare quì due altre forme sotto cui venne scritta l'equazione della versiera. Una s'incontra nel passo dianzi citato del BOOTH ed è

$$y = 2a\sqrt{\frac{x}{2a - x}}; \tag{4}$$

scambiando in essa x con y e ponendo $2a = a'$ essa diviene

$$x = a'\sqrt{\frac{y}{a' - y}},$$

e ponendo poi $x' = x$, $y' = a' - y$ la si muta in

$$x' = a'\sqrt{\frac{a' - y'}{y'}} \quad \text{cioè} \quad x'^2 y' = a'^2(a' - y'),$$

che non differisce in sostanza dalla (2). — Se invece nella (4) si cambia $2a$ in a si ottiene

$$(5) \qquad y = a\sqrt{\frac{x}{a-x}},$$

forma usata dal sig. J. Mister[4] e ricordata dal sig. Barisien nel c. l.

La versiera di Agnesi è fornita di interessanti proprietà metriche, di cui almeno un pajo vogliamo quì dimostrare. Osserviamo a tale scopo che dalla (2) si trae

$$\int y dx = a^3 \int \frac{dx}{a^2+x^2} = a^2 \operatorname{arctg}\frac{x}{a} + \text{cost.},$$

epperò

$$\int_{-\infty}^{+\infty} y dx = a^2\, 2 \cdot \frac{\pi}{2} = \pi a^2 = 4\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2;$$

e questa relazione dice: *l'area compresa fra la versiera ed il proprio asintoto equivale al quadruplo dell' area del circolo che serve a costruire la curva.* Dalla stessa equazione (2) si deduce:

$$\int y^2 dx = \int \frac{a^6 dx}{(a^2+x^2)^2} = \frac{1}{2}\frac{a^4 x}{a^2+x^2} + \frac{a^3}{2}\operatorname{arctg}\frac{x}{a}$$

in conseguenza

$$\pi \int_{-\infty}^{+\infty} y^2 dx = \frac{\pi a^3}{2}\, 2 \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{\pi^2 a^3}{2}.$$

Se ora si osserva che il cerchio considerato ruotando attorno all'asintoto della curva genera un solido il cui volume è dato da $\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot 2\pi\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{\pi^2 a^3}{4}$, si arriva al seguente teorema: *La versiera ed il circolo che serve a costruirla ruotando attorno all'asintoto della curva generano due solidi di cui il primo ha un volume doppio del secondo.*

Il Prof. Peano nelle sue *Applicazioni geometriche del calcolo infinitesimale* (Torino 1887) ha considerata (p. 87) una curva, da lui chiamata «visiera di Agnesi» e che si costruisce come segue: Si consideri ancora il cerchio che interviene nella costruzione della versiera e si tracci per A una trasversale arbitraria; siano T e U le sue intersezioni con la tangente t e la periferia del dato cerchio; il punto medio N del segmento TU appartiene al luogo trattato dal PEANO. Detto φ l'angolo della trasversale col diametro AC e ρ la lunghezza del segmento AN, avremo:

$$\rho = AN = \frac{1}{2}(AT + AU) = \frac{a}{2}\left(\frac{1}{\cos\varphi} + \cos\varphi\right);$$

e poichè $y = \rho\cos\varphi$, $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$, si conclude che l'equazione cartesiana del luogo in discorso è:

(6) $$(2x - a)(x^2 + y^2) - ax^2 = 0.$$

È una cubica circolare (cioè passante pei punti ciclici del piano), avente A per punto isolato e per asintoto d'inflesso la perpendicolare s condotta dal centro O del dato cerchio al diametro AC. È dunque una curva ben distinta dalla versiera; è una curva abbastanza notevole a cui ci sembra guistizia applicare il nome di »visiera di PEANO».

Le coordinate dei punti della visiera si possono esprimere come segue in funzione razionale di un parametro:

(7) $$x = \frac{a}{2}\,\frac{\lambda^2 + 2}{\lambda^2 + 1}, \qquad y = \frac{a}{2}\,\frac{\lambda^3 + 2\lambda}{\lambda^2 + 1};$$

segue da queste che la condizione di collinearità di tre punti aventi per parametri λ_1, λ_2, λ_3 è:

$$\lambda_2\lambda_3 + \lambda_3\lambda_1 + \lambda_1\lambda_2 - 2 = 0,$$

e che la curva possiede al finito due flessi aventi per coordinate

$$x = \pm\frac{4a}{5}\sqrt{\frac{2}{3}}, \qquad y = \frac{4a}{5}.$$

Anche la visiera dà argomento a notevoli proposizioni metriche. Per citarne una osserviamo che dalle tre equazioni

$$x = \rho\,\mathrm{sen}\,\varphi, \qquad y = \rho\cos\varphi, \quad \rho = \frac{a}{2}\left(\cos\varphi + \frac{1}{\cos\varphi}\right)$$

si deducono le due altre

$$x = a\left(\mathrm{sen}\,\varphi\cos\varphi + \frac{\mathrm{sen}\,\varphi}{\cos\varphi}\right), \qquad y = \frac{a}{2}(\cos^2\varphi + 1);$$

onde, se si prende per nuovo asse delle x l'asintoto della visiera si avrà

$$x = a\left(\frac{1}{4}\,\mathrm{sen}\,2\varphi + \frac{1}{2}\,\mathrm{tg}\,\varphi\right), \qquad y = \frac{a}{2}\cos^2\varphi$$

e

$$\int xdy = -\frac{a^2}{2}\int(2\,\text{sen}^2\varphi - \text{sen}^4\varphi)d\varphi$$

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{0} xdy = \frac{a^2}{2}\left(2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\text{sen}^2\varphi\, d\varphi - \int_0^{\frac{\pi}{2}}\text{sen}^4\varphi\, d\varphi\right) = \frac{1}{2}\frac{5}{4}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2.$$

Ciò prova che: *l'area compresa fra la visiera ed il proprio asintoto è $\frac{5}{4}$ dell'area del circolo che serve a costruire la curva.*

Vi è uno terzo luogo geometrico che a torto venne identificato colla versiera di Agnesi. Infatti nell' *Essai sur la géométrie de la règle et de l'équerre par M.* G. de Longchamps (Paris 1890) si legge la seguente pretesa costruzione della »courbe d'Agnesi». Dati tre punti A, C, G in linea retta, il secondo dei quali bisechi il segmento terminato dagli altri due, si conduce da esso la perpendicolare t alla retta ACG; poi si traccia per A una retta arbitraria incontrante t in H, e si abbassa sopra di essa la perpendicolare GK: le parallele condotte da H a ACG e da K a t si tagliano in un punto P di cui si cerca il luogo geometrico. A tale scopo osserviamo che, descritta la circonferenza di centro e raggio $CA = CG$, il punto K altro non è che l'intersezione di essa con la trasversale condotta per A. Presi poi ACG per asse delle y e la perpendicolare ad essa in A per asse della x, e detto φ l'angolo della trasversale con ACG, avremo

$$y = 2a\cos^2\varphi, \qquad x = a\,\text{tg}\,\varphi$$

donde eliminando φ si ottiene

$$x^2 y = a^2(2a - y); \tag{6}$$

se in essa si fa $2a - y = x'$, $x = y'$, si ottiene l'equazione

$$y' = a\sqrt{\frac{x'}{2a - x'}},$$

ricordata pure dal sig. Barisien.

La curva rappresentata dall' equazione (6) è una cubica razionale, ma non è una versiera di Agnesi; essa — che può chiamarsi »pseudo-versiera di Longchamps» — ha però colla versiera (2) una relazione geometrica assai semplice. Infatti se sulla curva rappresentata dall' equazione (6) noi eseguiamo la trasformazione (affinità) determinata dalle equazioni

$$x = x', \qquad y = 2y',$$

otterremo la curva rappresentata dalla

$$x'^2 y' = a^2(a - y');$$

ora questa curva è la versiera, onde possiamo dire: *La pseudo-versiera di* LONGCHAMPS *si ottiene dalla versiera di* AGNESI *raddoppiandone tutte le ordinate perpendicolari all' asintoto.*

[1] L'intermédiaire des mathématiciens **1**, 1894, p. 153 (Question 288).

[2] L'intermédiaire des mathématiciens **2**, 1895, p. 83.

[3] »Nome finto di un demonio« dice il MANUZZI (*Vocabolario della lingua italiana*, T. II, 2ª Parte, Firenze 1840), il quale cita ancora i due versi seguenti in cui s'incontra la parola versiera:

»Hai tu veduto Costei, che certo la versiera fia?« (PULCI, *Morgante maggiore*).

»Come il diavol si fugge o la versiera« (BERNI, *Orlando innamorato*).

Senza dubbio gli è in vista di tale significato della parola *versiera* che il BOOTH chiamò la curva in questione »the witch or the curve of AGNESI« (*A treatise on some new geometrical methods*, T. I, London 1873, p. 302—303).

[4] MISTER, *Propriétés de la courbe d'Agnesi.* Mathesis **7**, 1887, p. 1.

Die Mathematik bei den Juden.

Von Moritz Steinschneider in Berlin.

32. Wir haben zuletzt uns mit den Juden beschäftigt, welche in Spanien unter Alfons X. von diesem ebenso abergläubischen als nach Wissen strebenden Fürsten, insbesondere zu Übersetzungen, Bearbeitungen und Ergänzungen arabischer Werke über theoretische und praktische Astronomie — letztere so viel als Astrologie — herangezogen wurden. Eine in ihrer Art so merkwürdige Zeit erzeugt gewöhnlich ein Geschlecht von *Epigonen*, die, vielleicht teilweise in Erkenntnis ihrer eigenen Bedeutungslosigkeit, sich hinter bekannte Namen stecken. Auf diesem Boden kann kaum die strenge Kritik zu sichern Resultaten führen, indem alle ihre sachlichen und sprachlichen Mittel in Anwendung gebracht werden, was nur unter Autopsie der hier hauptsächlich in Betracht kommenden Manuscripte möglich ist. In wie weit Herr Rico y Sinobas in seiner Übersicht des Materials (Einleitung zu t. V der *Obras del Saber de Astron.*) dieser Aufgabe gerecht geworden, ist nicht leicht zu beurteilen. Mir scheint, als ob er in einer, im Ganzen berechtigten Voreingenommenheit für den hohen Mäcen, Alles für verdächtig oder unecht erkläre, was ihm nicht wissenschaftlich genug vorkommt, um der hohen Protection würdig zu sein. Diesem persönlichen Kriterium widerspricht eine Anzahl echter Schriften und die sichtbare Tendenz einiger auch der Wissenschaft dienenden.

Daneben bedarf es auch einer historischen Kritik gegenüber den Angaben nicht bloss jüngerer Catalogisten und Bibliographen, sondern auch der Manuscripte selbst. In Anwendung dieser allgemeinen Bemerkungen auf unser specielles Thema erklärte ich den angeblichen grossen Astronomen Rabbi Moses zur Zeit Alfons' (nach Suarez Arguello, bei Rico y Sinobas l. c. V, 49) für eine Fiction, wahrscheinlich entstanden aus dem oben (§ 31) erwähnten Jehuda ben Moses (Hebr. Bibliogr. XXI, 135).

Notizen über noch zu wenig bekannte Manuscripte, meist Kalenderkunde betreffend, aus der 2. Hälfte des XIII. Jahrh. werde ich am Ende dieses Zeitraums mit kurzen Citaten erledigen; hier sei nur ein einziges hervorgehoben. Das Wiener ms. 59 (Goldenthal) citirt die Formel eines vierjährigen Cyklus (wenn ich recht verstehe) der Quatemberberechnung, auf alle Zeiten anwendbar, angeblich berechnet von einem rühmlich bekannten älteren französischen Gelehrten JOSEF, genannt *Bechor Schor* (nach Deut. 33, 17), anfangend mit dem Jahre 5017 der Welt (1257), nachzutragen in dem bibliographischen *Thesaurus* von BENJACOB, S. 670. GEIGER meint, der Copist könnte sich im Datum geirrt haben, da JOSEF noch im XII. Jahrh. lebte (s. *Catal. Bodl.* p. 1446 u. Add.); G. WALTER (*Joseph Bechor Schor*, Leipzig 1890 S. 14 A. 5) citirt GEIGER, ohne dessen Bedenken zu erwähnen, und spricht einfach davon, dass JOSEF das Kalenderwesen »durch kleinere Arbeiten« (der plural ist ganz unbegründet) bereichert habe. Die Notiz stammt aus einer unedirten Schrift des ISAK ISRAELI in Toledo (nach 1310) und beruht wohl auf einer älteren Nachricht; es wäre ja auch möglich, dass der Schreiber dieser Notiz das Datum des Anfangs nach seiner eigenen Zeit geändert habe, wie das häufig in Tabellen vorkommt, dass die verflossenen Jahre weggelassen werden. Dann würde JOSEF in der Reihe seiner französischen Zeitgenossen (oben § 24 S. 78) nachzutragen sein. (Vergl. unten § 35 zum Jahre 1259.)

Beachtenswert ist das Bekenntnis des Spaniers ABRAHAM ABULAFIA (geb. 1250), den seine allgemeine Bildung nicht von den abstrusesten Ausgeburten einer ungezügelten Phantasie zurückhielt, die sich auch in Zahlcombinationen erging; er gesteht, sich mit Mathematik wenig beschäftigt zu haben, weil »Nichts davon *ins Hebräische übersetzt sei*«.[1] In der That ist der arabische EUKLID erst 1270 von MOSES IBN TIBBON übersetzt. Danach haben wir die *Verpflanzung arabischer Mathematik auf hebräischen Boden* in die 2. Hälfte des XIII. Jahrhunderts zu setzen.

Hingegen gehört der angebliche Astronom JAKOB AL-KARSCHI spät ins XIV. Jahrhundert, wenn er, wie ich vermute, identisch ist mit JACOB CARSONO, von dem unter dem Jahre 1378 die Rede sein wird.

33. Um 1260—80 lebte SALOMO BEN MOSES MELGUEIRI (d. h. aus Melgueil), von welchem sich Übersetzungen philosophischer und medicinischer Schriften aus dem *Lateinischen* erhalten haben[2]. Von einer seiner Schriften ist bloss der etwas befremdliche Titel: *Kez li-Techuna* bekannt, vielleicht eine Kosmographie, oder eine Astronomie[3]; ob ein Originalwerk oder eine Übersetzung aus dem Lateinischen, lässt sich nicht feststellen.

Einen Mathematiker, MEIR IBN NA'HMIAS, ohne Zweifel in Toledo, vor 1272, finde ich in meinen Notizen ohne Quellenangabe, wahrscheinlich nach einem Citat aus diesem Jahre.

Durch das XIII. Jahrhundert zieht sich ein Kampf um die Religionsphilosophie, namentlich um die allegorische Bibeldeutung des MAIMONIDES (gest. 1204); der Schauplatz war vorzugsweise die Provence nebst Nordspanien, die Grenzen arabischer und christlicher Bildung. Allein neben dem Philosophen MAIMONIDES hatte sich der Exeget ABRAHAM IBN ESRA mit seiner, von MAIMONIDES perhorrescirten *Astrologie* geltend gemacht, und, seltsam genug, verstanden sich Wortführer des Rationalismus zu einem Eklekticismus aus solchen Gegensätzen. Eine hervorragende Stellung unter diesen nahm der Encyklopädiker LEVI BEN ABRAHAM BEN CHAJJIM, geboren gegen 1240—1250 zu Villefranche de Conflent (unweit Perpignan) ein, nicht durch Originalität, sondern durch Volkstümlichkeit, obwohl er es wagte, die jüdischen Casuisten auf die christlichen Rechtslehrer hinzuweisen. Seine Encyklopädie (1275) enthält in Kap. 36—40 *wörtliche* Auszüge aus den hebräischen astrologischen Schriften des ABRAHAM IBN ESRA, so dass man Verfasser und Epitomator leicht verwechseln konnte [4].

34. In Italien, namentlich in Rom, hatte sich die jüdische Gelehrsamkeit, mit wenigen Ausnahmen, auf die specifischen Studien von Bibel, Talmud und Gesetz beschränkt; erst kurz vor der Mitte des XIII. Jahrhunderts begannen profane Disciplinen, teilweise in eingewanderten Provençalen und Spaniern, erwähnenswerte Vertreter zu finden. Unter den Gesetzkundigen zeichnete sich eine der vier ältesten Familien aus, deren Namen hebräisch ANAWIM (Bescheidene), italienisch: MANSI oder PIATELLI [5]. Zu dieser gehört BENJAMIN BEN ABRAHAM, welcher (um 1260—69) in einem Ritualwerk einen Cyklus von 14 Jahresformen aufstellte, welcher unter der Benennung »14 Pforten« später, abgesondert, oder in anderen Kalenderwerken, meist anonym, copirt und auf andere Zeiten angewendet wurde, vielleicht auch einem sehr seltenen Drucke vom J. 1547 zu Grunde liegt [6].

Im J. 1268 soll in Znaim (in Mähren) ein Jude (?) ISAK WETZLAR, Verfasser von arithmetischen Tabellen, gestorben sein. Ich habe für diese Nachricht keine andere Quelle finden können, als M. P. YOUNG, *Alphabetische Liste aller gelehrten Juden* etc. (Leipzig 1817) S. 431. So lange die Originalquelle nicht aufgefunden ist, darf man, bei der sonstigen Beschaffenheit jener, ohne Kenntnis und Kritik zusammengestoppelten Liste an der Thatsache zweifeln [7].

Eben so wenig zuverlässig ist ASSEMANI's Catalog der hebr. mss. im Vatican, unter N. 389[3], wo (f. 61—123) eine Abhandlung über die Ursachen der Sonnen- und Mondfinsternisse, über die Aspecte der Planeten und die entsprechenden Urteile, also ein Werk über Astrologie, in 14 Kapp. (wovon 1—6, 12, 13 fehlen) von NATAN HA-MEATI (nach meiner Namensdeutung aus Cento stammend) am 3. Mai 1280 beendet sein soll. BARTOLOCCI bezog das Epigraph auf den vorhergehenden ALFERGANI in hebräischer Übersetzung (des JAKOB ANATOLI, 1231—5); ASSEMANI übersetzt das zweideutige hebr. Verb (*ha'atakti*): »*descripsi*«. Allein NATAN ist als Übersetzer mehrerer *medicinischer* Werke aus dem Arabischen bekannt, unter andern des Kanon von AVICENNA (1279); es ist daher unwahrscheinlich, dass er ein astrologisches Werk 1280 copirt habe, weshalb ich dieses ms. in meinem Werke (*Hebr. Übersetz.* S. 595), am Schluss der arabischen Mathematiker aufgeführt habe. Nach wiederholter Erwägung möchte ich fast vermuthen, dass das Epigraph gar nicht zu einem astrologischen Werke gehöre; Positives kann nur fachkundige Untersuchung lehren.

Um diese Zeit verfasste der Kabbalist JOSEF GIKALILIA (richtiger CHIQUITILLA) in Medinat Celi (Spanien) im Alter von 26 Jahren seine, auch Zahlenmystik enthaltende Compilation. *Ginnat Egos,* zuerst gedruckt in Hanau 1614; der II. Teil hat einen astronomischen Excurs, aus welchem wir hervorheben, dass dem Monde ein Eigenlicht beigelegt wird (s. den Artikel: JOSEF G. von D. CASSEL in ERSCH und GRUBER, Bd. 31 S. 77; vgl. mein *Intorno ad Aven Natan e le teorie sulla origine della luce lunare* ecc.; Bullet. di bibliogr. d. sc. matem. 1, 1868, S. 38. AVEN NATAN erkannte ich später als IBN HEITHAM).

Die verhältnismässige Dürftigkeit dieses halben Jahrhunderts wird reichlich aufgewogen durch einen einzigen Mann, der demselben angehörte, aber wahrscheinlich noch bis 1307—1308 lebte, nämlich JAKOB B. MACHIR oder PROPHATIUS. Seine Stelle ist nach seinen bedeutendsten Schriften am Ende des XIII. Jahrh.; wir werden daher zunächst die erwähnten kalendarischen Manuscripte kurz erledigen und dann mit PROPHATIUS den Übergang zum materienreichen XIV. Jahrh. machen.

35. *Kalender*-Werke, theoretische Anweisungen, mit oder ohne Begründung, Tabellen über bestimmte Jahrescyklen, in Handschriften erhalten, meist nicht näher geprüft, entweder ausdrücklich datirt oder eine Jahrzahl als Beispiel angebend (was allerdings nicht immer für die Abfassungszeit maassgebend ist, da jüngere Copien ihre Zeit für die des Prototyps setzen).

werden hier in der vorausgesetzten *chronologischen* Reihenfolge aufgezählt:

1257 »Goldene Tabelle« über Cyklus 265—92, ms. Bodl. URI 376 (NEUBAUER 1639). Die »goldne Zahl« gehört dem *christlichen* Kalender an.

1258—1259 Fragment? (zuletzt *ha-Ibbur*), ms. Hamburg 80 (N. 187 meines Catalogs) f. 46, wahrscheinlich identisch mit ms. 29 des Breslauer Seminars, in ZUCKERMANN's Catalog (*Jahresbericht des Seminars* 1870) S. 4. Ob zusammenhängend mit dem Quatembercyklus des JOSEF BECHOR SCHORR? s. oben § 32.

1264—1357 Tabellen in einem Gebetbuch, ms. Paris 644.

1267 Beispielsjahr in einem Kalenderwerk vom J. 1300—1301; s. unten.

1269—74 Tabellen, ms. Paris 620.

1275 Kalenderregeln, ms. Bodl., Michael 535 (NEUBAUER 1098, XXI, 12).

1276—1512 (Cyklus 276—8), nach CARMOLY, Revue Orientale I, 225 ms. Paris, Suppl. 1; der Pariser Catalog, unter n. 20, weiss Nichts davon; vgl. Hebr. Bibliogr. XIV, 79.

1279 beginnen Tabellen in einem ms. welches auch ein Kalenderwerk (*Ibbur*) von MOSES BEN JAKOB BEN MOSES BEN JOMTOB aus Londres (לונדריש, London) enthält (KAUFMANN in Jewish Quarterly Review III, 561).

1285 (ms. Fischl), s. später unter 1385.

1286—1379 Tabellen, ms. Rubens (Auctionscatalog S. 97, Cod. 9 Quarto).

1287—1331 Tabellen und Regeln, ms. Bodl. Oppenh. Qu. 668 (NEUBAUER 1100 II, Ende).

1290—1834 Tabellen in *persischer* Sprache, ms. Paris, nach MUNK (*Notice sur Saadia* p. 67), wovon Nichts im Catalog unter n. 129.

1300/1 eine interessante Compilation (*Sod ha-Ibbur*), jetzt ms. Berlin Oct. 352, weitläufig beschrieben in meinem Catalog 2 S. 70 n. 221.

[1] Hebr. Bibliogr. IV, 78.

[2] *Hebr. Übersetz.* S. 283 (so lies im Index S. 1064, für 253). — Seine Schriften sind in einer alten, erst kürzlich edirten Quelle irrtümlich dem MOSES IBN TIBBON beigelegt; s. die Berichtigung in Hebr. Bibliogr. VIII, 76; sie entging

S. BUBER, der im Text des von ihm edirten ISAK DE LATAS (mit dem ungenauen Titel: *Scha'are Zion*, Jaroslaw 1885 S. 42) und in seiner Note den falschen Namen *Samuel*, für SALOMO, adoptirt.

[3] Im Titel liegt eine Anspielung auf Na'hum 2, 10; eben so benennt er eine medicinische *Übersetzung* nach I. Sam. 23, 14 (*Hebr. Übersetz.* S. 822).

[4] Näheres im Verzeichnis der hebr. Handschr. der k. Bibl. in Berlin, 2 S. 140. — Über LEVI s. den Artikel in ERSCH u. GRUBER Bd. 45 S. 295 (wo noch ms. Deinard 34 hinzukommt) und *Hist. Lit. de la France* XXXI, 606.

[5] Auch UMANI. Ob auch *Rofe* (Arzt) Familiennamen geworden sei, ist fraglich.

[6] Hebr. Bibliogr. XVIII, 99.

[7] Ein Moralist ISAK WETZLAR (nicht *Heckscher*, wie BENJACOB, *Thesaur.* p. 261 n. 192 angiebt) lebte im XVIII: Jahrh.; s. Serapeum 1864 S. 58 n. 404^b, NEUBAUER n. 743^2

RECENSIONEN. — ANALYSES.

A. Carli ED **A. Favaro.** BIBLIOGRAFIA GALILEIANA (1658—1895) RACCOLTA ED ILLUSTRATA. Roma 1896. In-8° VIII + 402 pages.

Cet ouvrage contient, en ordre chronologique, les titres de plus de deux mille écrits, avec des indications bibliographiques et des notes explicatives. On s'étonnera un peu qu'il existe un si grand nombre d'écrits concernant GALILEI, mais nous nous empressons d'ajouter, que les auteurs ont chiffré séparément différentes *éditions* de certains livres et nombré aussi à part des *analyses* d'ouvrages relatifs à GALILEI; de plus ils ont cité certains écrits où GALILEI n'est mentionné qu'en passant. Ainsi p. ex. dans l'ouvrage de PARASIN: *Systema mundi, in quo terræ immobilitas præcipue asseritur, ductis ex s. scriptura, ratione, et experientia argumentis* (Stockholmiæ 1648; [12] + 233 pages in-4°) signalé à la page 48 sous le n° 226, nous n'avons trouvé que dix lignes (p. 215, l. 4—8, p. 226, l. 1—5) se rapportant directement à GALILEI, et la *Storia di Inghilterra di* DAVID HUME (voir n° 761 à la page 183) semble avoir été signalée seulement parce qu'elle contient en passant un bref jugement sur la philosophie de GALILEI. En tout cas, les auteurs ont mis à jour par leur Bibliographie que les écrivains se sont occupés de l'éminent savant florentin beaucoup plus qu'on ne pourrait le croire à l'avance.

A la fin de la *Bibliografia Galileiana* il y a une table alphabétique des auteurs, et par un passage (p. VIII) de la préface on voit que MM. CARLI et FAVARO avaient originairement l'intention de dresser aussi une table des matières, mais qu'ils y ont renoncé à cause des difficultés qui s'opposaient à la réalisation de cette intention. Nous nous permettons de regretter vivement le manque d'une telle table, qui, selons nous, aurait été d'une très grande utilité, supposé naturellement qu'elle eût été convenablement rédigée. Par cette table on aurait pu trouver par un coup d'oeil p. ex. dans quels écrits les fameux mots »Eppur si muove» ont été mentionnés, et quels écrivains ont fait des études sur la philosophie de GALILEI. Par conséquent, nous ne pouvons nous ranger à l'avis des auteurs, que la table dont il s'agit »forse in ultima analisi sarebbe riuscito molto meno utile di quanto a prima giunta potrebbe credersi».

La *Bibliografia Galileiana* temoigne d'un grand zèle et d'une vaste érudition; cependant, en l'examinant de plus près, on est parfois tenté de croire que les auteurs, après avoir réuni et mis en ordre les matériaux, ont été empêchés par d'autres occupations de soumettre l'ouvrage à une révision définitive. Voici quelques indications qui semblent confirmer cette supposition.

A la page VII de l'introduction on lit: »in generale, ogniqualvolta il titolo del lavoro non metteva nella necessaria evidenza l'argomento galileiano, lo abbiamo fatto seguire da illustrazioni». Il nous semble que cet avertissement concerne ce que les auteurs ont eu l'intention de faire, mais seulement avec des restrictions essentielles ce qu'ils ont fait, car nous avons noté un assez grand nombre d'écrits dont les titres sont reproduits sans additions, bien qu'ils ne fassent point de mention de GALILEI. S'il s'agit d'ouvrages relatifs au système de COPERNICUS, on peut très bien comprendre qu'il contiennent quelque chose sur GALILEI, mais peut-on dire que des écrits dont les titres sont p. ex. *Über die Himmelsgloben des* ANAXIMANDER *und* ARCHIMEDES (p. 202) et *Le recenti scoperte astronomiche* (p. 244) regardent évidemment GALILEI? En tout cas, des notes explicatives nous semblent avoir été à désirer pour les ouvrages dont les titres ne rendent point de compte du contenu, p. ex. celui intitulé (p. 250): *Scritti editi ed inediti di* VINCENZIO ANTINORI (Firenze 1868); sans doute le lecteur qui voudrait connaître tout ce qui a été écrit sur la philosophie de GALILEI, aurait été bien aise si la *Bibliografia Galileiana* avait reproduit au moins les renseignements que HOUZEAU et LANCASTER ont ajoutés en citant l'ouvrage d'ANTINORI (voir *Bibliographie générale de l'astronomie* I: 1 [Bruxelles 1889] p. 908).

P. 33. En s'appuyant sur une notice d'ALBÈRI, les auteurs signalent sans réserve, qu'un écrit de D. LIPSTORP: *Copernicus redivivus, sive de vero mundi systemate liber singularis* aurait été imprimé à Leide en 1635. Mais comme les ouvrages biographiques affirment que LIPSTORP ne naquit qu'en 1631, il est évidemment impossible qu'il eût publié son *Copernicus redivivus* déjà en 1635. En effet, la seule édition connue de cet écrit a paru en 1653 (cf. *Bibliografia Galileiana* p. 53), et la notice d'ALBÈRI renferme sans doute une simple faute d'impression, facile à corriger.

P. 130. Sous l'année 1762 est indiquée une note anonyme *De motu satellitum Jovis,* insérée aux Analecta transalpina, tome II, p. 104—111. Mais ce tome a aussi un autre feuillet de titre, savoir: »Epitome commentariorum regiæ scientiarum academiæ suecicæ pro annis 1747—1752, Suecico idiomate conscriptorum, sive analectorum transalpinorum volumen secundum», d'où il s'ensuit que la note doit avoir été publiée en suédois plusieurs ans avant 1762. En effet, l'original suédois se trouve aux page 241—250 du tome IX (1748) des mémoires de l'académie des sciences de Stockholm (Vetenskapsakademiens handlingar), et on y voit que l'auteur était PEHR ELVIUS, secrétaire de l'académie (né en 1710, mort en 1749). Au reste, il y a deux autres traductions de cette note, savoir en allemand (*Von der Theorie der Bewegung der Jupitersmonden,* insérée à Der schwedischen Akademie der Wissenschaften Abhandlungen aus der Naturlehre, Haushaltungskunst und Mechanik X [1748], p. 243—252) et en russe (О теоріи движенія юпитеровыхъ спутниковъ, insérée aux Ежемѣсячныя сочиненія и извѣстія о ученыхъ дѣлахъ, 1763:1, p. 39—49).

P. 243. Après avoir mentionné un écrit de HENRI DE L'EPINOIS, les auteurs ajoutent: »Di questo medesimo autore abbiamo trovato citato un articolo dal titolo: „The history of Galileo" come inserito nei „Monthly notices of the astronomical society of London" dell' anno 1867, ma non ve lo abbiamo rinvenuto». Nous ignorons s'ils font allusion ici à quelque ouvrage imprimé ou seulement aux notes qu'ils ont prises eux-mêmes. En tout cas il est aisé de deviner comment on a pu attribuer par une erreur à L'EPINOIS un article sur GALILEI inséré au recueil cité. Si nous ouvrons le second tome de la *Bibliographie générale de l'astronomie* par HOUZEAU et LANCASTER, nous y trouverons à la colonne 141 le passage suivant:

L'Epinois, de. *Galilée, son procès, sa condamnation d'après des documents inédits etc.*
Revue des questions historiques, 1867.
*** *The history of Galileo.*
The Month, 1867.

Sans doute on a été induit à croire par ce passage que L'EPINOIS a publié dans les »Monthly notices» un article sur GALILEI. Mais par trois astérisques HOUZEAU et LANCASTER indiquent qu'un article est *anonyme,* et »The Month» ne signifie point »Monthly notices of the astronomical society of London». En effet, l'article »The history of Galileo» doit être identique à N° 1167 de la *Bibliografia Galileiana* (cf. aussi HOUZEAU et LANCASTER l. c. II, p. 1577).

P. 298. Les auteurs citent un article de SCHANZ: *Die Literatur zur Galilei-Frage* inséré à »Liter. Handw. n^{i} 16—18; 1878». Mais il faut très peu de sagacité pour deviner que cet article est identique à celui signalé à la page 302: P. SCHANZ: *Die Literatur zur Galilei-Frage* (Literarischer Handweiser, zunächst für das katholische Deutschland XVIII, n° 16—18, pag. 252—254). — Münster 1879.

P. 326. On trouve ici l'indication suivante: »Über Descartes und sein Verhältniss zu Galilei, von MÄRTENS. — Leipzig, B. G. Teubner, 1885», avec la remarque: »Non sapremmo ben dire dove abbiamo pescata e in questi termini tale indicazione, la quale non abbiamo poi potuto riscontrare». Mais en consultant l'»Indice dei nomi» du tome **18** (1885) du Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche, recueil qui ne doit pas avoir été inaccessible aux auteurs, on apprend sans trop de travail que l'article de H. MÄRTENS dont il s'agit, est inséré aux pages 457—459 du tome **16** (1885) de la Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht.

Nous annexons ici quelques autres remarques que nous avons faites pendant la lecture de la *Bibliografia Galileiana.*

P. 26. Nous ignorons pourquoi les auteurs n'ont pas mentionné l'original du N° 119 publié à Middelburg en 1629 avec le titre: *Bedenckingen op den dagelyckschen, ende jaerlyckschen loop van den aerdt-cloot, mitsgaeders op de ware af-beeldinghe des sienslijcken Hemels,* et réimprimé à Dortrecht [où à Middelburg?] en 1650 et en 1666 (cf. BIERENS DE HAAN, *Bibliographie néerlandaise historique-scientifique des ouvrages importants, dont les auteurs sont nés aux 16ᵉ, 17ᵉ et 18ᵉ siècles, sur les sciences mathématiques et physiques avec leurs applications,* Roma 1883, p. 161). D'après HOUZEAU (*Vade-mecum de l'astronome,* Bruxelles 1882, p. 352), il y en a aussi une traduction française par D. GOUBARD avec le titre: *Dissertation sur le mouvement diurne et annuel de la terre* (Middelbourg 1633).

P. 49. Il convient de faire observer que l'écrit anonyme *Epistola de terrae motu* (Ultrajecti 1651) a été réimprimé par D. GORLAEUS dans son *Idea physica* (cf. BIERENS DE HAAN, l. c. p. 316).

P. 131. Sous l'année 1766 on pourrait ajouter le *Nouveau dictionnaire historique-portatif, ou histoire abrégée de tous les hommes qui se sont fait un nom,* tome II (Amsterdam 1766) par l'abbé CHAUDON, où est rapportée à la page 207 la légende sur les mots »Eppur si muove», qui a été répétée plus tard par F. X. DE FELLER (cf. G. BERTHOLD, *»Eppur si muove»;* Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. p. 6).

P. 142. Sous le N° 586 les auteurs indiquent qu'une édition des *Historischen berichten van het leeven en de schriften van Galilei* de C. J. JAGEMANN a paru en 1784 à »Weimar bey

Hoffmann's Wittwe und Erben». Cette indication nous semble peu probable; selon Houzeau et Lancaster (l. c. p. 905), la plupart des exemplaires de l'original *allemand* publié en 1783 et mentionné à la page 141 de la *Bibliografia Galileiana*, pourtent sur le feuillet de titre l'année 1784.

P. 252. D'après G. Berthold (l. c. p. 5), la note de E. Heis: *Das unhistorische des dem Galilei in den Mund gelegten: »E pur si muove»*, a paru aussi dans le recueil: Natur und Offenbarung (Münster) **14**, 1868, p. 371—376.

P. 371. Après le N° 2049 ajouter: O. Lodge, *Pioneers of science*, London 1893 (in-8°, XVI + 404 pages; contient aussi une notice sur Galilei).

P. 393. Après Lansberg, Filippo ajouter: Lansberg, Jacopo, 130.

Dans sa *Serie duodecima di scampoli galileiani* (Atti e memorie della r. accademia di scienze, lettere ed arti di Padova **13**, 1897, p. 11—53), M. Favaro a inséré aussi (p. 46—49) une bibliographie galiléienne pour l'année passée. A cette bibliographie on peut ajouter:

Die Ausbreitung der Kopernikanischen Lehre durch Galilei. Galileo Galilei, Dialog über die beiden hauptsächlichsten Weltsysteme. 1632. (F. Dannemann, *Grundriss der Geschichte der Naturwissenschaften. Zugleich eine Einführung in das Studium der naturwissenschaftlichen Litteratur. I. Erläuterte Abschnitte aus den Werken hervorragender Naturforscher*, Leipzig, Engelmann 1896, p. 26—32).

Galilei als Begründer der Dynamik. 1600. Vom Fall der Körper (Dannemann, l. c. p. 32—39).

Die Entdeckuug der Jupitermonde und der Saturnringe. Zwei Briefe Galilei's an den ersten Staatssekretär des Grossherzogs von Toscana (Dannemann, l. c. p. 39—40).

A la fin nous nous permettons de joindre quelques petites observations sur les détails de la rédaction bibliographique de l'ouvrage dont nous avons rendu compte.

1) Les auteurs se sont fait une loi de copier toujours exactement les titres des tomes ou livraisons des recueils qu'ils leur faut mentionner. Donc, s'il s'agit d'une note insérée à la page 268 du tome **17** (1843) des »Comptes rendus» de l'académie des sciences de Paris, ils mettent à la suite du titre de la note:

(*Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'académie des sciences*. Tome dix-septième: Juillet—décembre 1843, pag. 268.) — *Paris, Bachelier, imprimeur-libraire*, 1843.

De même, les mots: *Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche. — Roma, tip. delle scienze matematiche e fisiche,* sont mis après le titre de chaque note publiée dans le »Bullettino» du prince BONCOMPAGNI.

Nous prenons la liberté de demander aux auteurs, s'il est véritablement nécessaire de répéter à chaque coup de tels titres *in extenso;* aux pages 254—261 on trouve p. ex. 47 fois l'indication ci-dessus mentionné relativement aux »Comptes rendus», et cette répétition devient à la longue très fatigante.

2) De nouvelles éditions ou traductions d'ouvrages relatifs à GALILEI sont en général rangées comme des écrits à part, sous l'année où l'édition ou la traduction a paru. Ce procédé nous semble recommandable seulement pour ce qui concerne les travaux de GALILEI lui-même; sinon, il vaut mieux mentionner sous la première édition tout ce qui se rapporte à l'écrit en question, et ajouter plus loin, s'il paraît nécessaire, des renvois bibliographiques.

3) De même, les auteurs ont mis à part un très grand nombre d'analyses d'ouvrages sur GALILEI; de notre côté, nous aurions préféré en général de ranger les analyses *sous* les ouvrages respectifs.

4) Par la bibliographie on peut apprendre le nombre de pages que contiennent les articles sur GALILEI parus dans des recueils, mais pour les écrits publiés séparément cela est impossible; n'est-ce pas qu'il y a là une petite inconséquence?

5) Dans les cas peu nombreux où MM. CARLI et FAVARO n'ont pas vu eux-mêmes l'écrit qu'ils mentionnent, ils ont marqué ce fait par un petit astérisque. Nous approuvons parfaitement cette mesure, mais nous regrettons qu'ils n'aient pas indiqué toujours où, à leur connaissance, l'écrit a été cité pour la première fois.

Par les remarques précédentes nous n'avons point voulu déprécier la valeur de l'ouvrage de MM. CARLI et FAVARO. Les indications y réunies seront toujours d'une grande utilité, et nous félicitons vivement les auteurs d'avoir enfin achevé le travail qui leur a donné tant de besogne. Si nous ne nous trompons pas, M. FAVARO a l'intention d'insérer au dernier tome des *Opere di* GALILEO GALILEI une nouvelle édition de la Bibliographie, et nous sommes convaincu que toutes les imperfections y seront éliminées.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

A. Rebière. LES FEMMES DANS LA SCIENCE. Deuxième édition très augmentée et ornée de portraits et d'autographes. Paris, Nony 1897. In-8°, IX + 359 pages.

Il y a trois ans M. REBIÈRE publia une brochure de 85 pages avec le titre: *Les femmes dans la science;* maintenant il a consacré au même sujet un beau volume orné de 25 portraits, 5 autographes et 2 autres facsimiles. La partie principale consiste en un dictionnaire des femmes dans la sciences (286 pages) et l'auteur y a ajouté un compte rendu des opinions variées sur la question si la femme est capable de science, ainsi qu'un chapitre formé de menus propos sur les femmes et les sciences. Le dictionnaire mentionne, en ordre alphabétique, environ 600 femmes, parmi lesquelles MARIA GAETANA AGNESI, SOPHIE GERMAIN, HYPATIA, SOPHIE KOWALEVSKI, HORTENSE LEPAUTE, MARIA MITCHELL et MARY SOMERVILLE sont traitées plus largement.

En ouvrant le livre de M. REBIÈRE, on voit tout de suite que l'auteur n'a pas eu l'intention de séparer la paille du bon gré; il a mentionné parmi les femmes dans la science p. ex. la mère et la femme de KEPLER (p. 152), la fiancée d'ABEL (p. 169), la femme de CHR. COLUMBUS (p. 214), et la mère de D'ALEMBERT (p. 273). Par conséquent, il faut considérer son travail comme un recueil, aussi complet que possible, de matériaux pour l'histoire des femmes savantes, et à ce point de vue on ne peut le reprendre de son procédé. D'autre part, on aurait desiré peut-être qu'il eût cité plus amplement toutes les sources qu'il a utilisées.

Il va sans dire qu'un ouvrage tel que celui dont nous nous occupons, ne saurait jamais devenir ni complet ni tout à fait exact. Ci-après nous nous permettons de signaler quelques petites additions ou modifications qui nous semblent à propos.

P. 96. **Müller** (MARIA CLARA). Dans sa note: *Maria Klara Eimmart, ein Bild aus dem Gelehrtenleben des XVII. Jahrhunderts* (Germania 1895, p. 376—385), M. S. GÜNTHER a fait observer que l'écrit *Iconographia nova contemplationum de sole* (Nürnberg 1701) doit être attribué à G. CH. EIMMART et non pas à sa fille (cf. Biblioth. Mathem. 1896, p. 74—75).

P. 102. **Fabri** (CORNELIA). Ajoutez:

I primi moti vorticosi di ordine superiore al primo in relazione alle equazioni pel movimento dei fluidi viscosi. (*Bologna,* Accad. d. sc. dell' Istituto, Memorie 4_5, 1894, 383—392.)

Sulla teorica dei moti vorticosi nei fluidi incompressibili. (*Pisa,* Scuola normale superiore, Annali 7, 1895, N° 4; 35 p.)

P. 112. Gentry (RUTH). Ajoutez:

On the forms of plane quartic curves. Dissertation presented to the faculty of Bryn Mawr College for the degree of doctor. New York 1896. 73 p.

P. 151. Jaunez-Sponville (LINA). La troisième édition du *Cours élémentaire de perspective* a paru à Paris en 1856.

P. 195. Maddison (ISABEL). Ajoutez:

On singular solutions of differential equations of the first order and the geometrical properties of certain invariants and covariants of their complete primitive. (Quart. journ. of mathem. **28**, 1896, 311—374.)

P. 230. Ajoutez: Pullar (ADELINE).

Geometry for kindergarten students specially adapted to meet the requirements of the examinations of the national Froebel union. New York, Macmillan 1897.

P. 252. Scott (CHARLOTTE ANGAS). Ajoutez:

Note on adjoint curves. (Quart. journ. of mathem. **28**, 1896, 377—381.)

P. 273. Teupken (WILLELMINE, actuellement M^me^ LIEFRINCK). Ajoutez:

Iets over fondsen en de overname er van bij maatschappijen van levensverzekering. (Archief voor de Verzckeringswetenschap **2**:6, 1897, 367—374.)

P. 283. Wijthoff (GEERTRUIDA). Ajoutez (cf. Biblioth. Mathem. 1896, p. 76):

Over de stabiliteit van elliptische banen, beschreven onder de werking van drie centrale krachten. (*Amsterdam,* Wisk. Genootsch., Nieuw Archief $\mathbf{3}_2$, 1896, 1—29.)

Parmi les fautes de plume, presque toutes faciles à corriger, nous n'indiquerons que les suivantes. P. 19: Les oeuvres *posthumes* d'une personne décédée en 1787 ne peuvent pas avoir été publiées en 1758; l'écrit d'ANNA AMORT est rédigé en tchèque (cf. Biblioth. Mathem. 1895, p. 65). — P. 40: Le non du mathématicien américain dont il s'agit est N. BOWDITCH (nom Boodwitch). — P. 191: Une découverte faite le 4 mai 1783 ne peut avoir été mentionnée par HEVELIUS, qui mourut en 1687. — Les noms et les titres d'écrits de femmes scandinaves sont parfois un peu maltraités; ainsi p. ex. il faut lire »på vattenståndet» au lieu de »pandet» à la page 218 et »läroämne» au lieu de »läroä» à la page 238. Les prénoms suédois »Nanny» et »Sanny» semblent être peu aimés par l'auteur, car il les a changés tous deux en »Fanny» (p. 52, 260).

L'intéressant ouvrage de M. REBIÈRE mérite incontestablement d'être étudié par quiconque veut se former une opinion sur la question: à quel degré la femme est-elle capable de science? Mais pour répondre définitivement à cette question, il faut en premier lieu une analyse détaillée et impartiale des travaux scientifiques des femmes, et cette analyse nous manque encore. En effet, plusieurs des jugements cités par M. Rebière sentent évidemment un peu trop de la galanterie ou de la superficialité.

Stockholm. G. Eneström.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. Eneström. Stockholm. 8°.
1896: 4. — [Analyse du cahier 1896:3:] Revue catholique des revues **1**:2, 1896, 1019—1020. (J. Boyer.)

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. Cantor. Leipzig. 8°.
41 (1896): 6. — **42** (1897): 1.

Berthold, G., »Eppur si muove».
Zeitschr. für Mathem. **42**. 1897; Hist. Abth. 5—8.

Bobynin, V. V., Esquisse de l'histoire du calcul fractionnaire.
Biblioth. Mathem. 1896, 97—101.

Bobynin, V. V., Extraction des racines carrées dans la Grèce Antique.
Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 193—211.

Boyer, J., Une savante milanaise au XVIII[e] siècle: la mathématicienne Agnesi.
Revue catholique des revues **2**:1, 1897, 451—458 (avec portrait).

Braunmühl, A. von, Beitrag zur Geschichte der prosthaphäretischen Methode in der Trigonometrie.
Biblioth. Mathem. 1896, 105—108.

Dannemann, F., Grundriss der Geschichte der Naturwissenschaften. Zugleich eine Einführung in das Studium der naturwissenschaftlichen Litteratur. I. Erläuterte Abschnitte aus den Werken hervorragender Naturforscher. Leipzig, Engelmann, 1896.
8°, XII + 375 p. — [6 Mk.]

Dickstein, S., J. Bertrand o Wronskim.
Wiadomosci matematyczne (Warszawa) **1**. 1897, 23—26. — Sur un article par J. Bertrand relatif à Wronski.

Ebert, R., Die ältesten Rechentafeln der Welt.
Dresden, Gesellsch. Isis, Abhandl. 1896, 44—50.

Eneström, G., Bibliotheca Mathematica. General-Register der Jahrgänge | Table générale des années 1887—1896. Stockholm 1897.
8°, 85 p. — [5 fr.] — I. Table des auteurs (avec des notices biographiques et 43 portraits). II. Table méthodique des notes originales. III. Table des écrits analysés. IV. Table des noms et des matières.

Ernst, M., Tisserand. Gyldén. Gould.
Wiadomosci matematyczne (Warszawa) **1**, 1897, 29—36. — Nécrologies avec portraits.

°**Fano, G.**, Uno sguardo alla storia della matematica.
| *Mantova*, Accademia Virgiliana, Atti 1895. 34 p.

Favaro, A., Vent' anni di studi Galileiani. Roma 1896.
8°, 26 p.

Favaro, A., Serie duodecima di scampoli Galileiani.
Padova, Accad. di sc., Atti e Memorie **13**, 1897, 11—53.

Galilei, G., Opere. Edizione nazionale sotto gli auspicii di sua maestà il re d'Italia. Volume VI. Firenze 1895.
4°, 662 + (1) p. — Edition publiée sous la direction de M. A. Favaro.

°**Hagen, J. G.**, Index operum Leonardi Euleri. Berlin, Dames 1896.
8°, VIII + 80 p. — [2 Mk.] — [Analyse:] Mathesis 6_6, 1896, 272—273.

Heiberg, J. L., Den græske Mathematiks Overleveringshistorie.
Kjøbenhavn, Vidensk. Selskab, Oversigt 1896, 77—93.

Hermite, Ch., Notice sur M. Weierstrass.
Paris, Acad. de sc., Comptes rendus **124**, 1897, 430—433.

Hill, J. E., Bibliography of surfaces and twisted curves.
New York, Americ. mathem. soc., Bulletin 3_2, 1896, 133—146.

Hultsch, F., Erläuterungen zu dem Berichte des Jamblichos über die vollkommenen Zahlen.
Göttingen, Gesellsch. d. Wissensch., Nachrichten (Philol.-hist. Cl.) 1895, 246—255.

Hultsch, F., Poseidonios über die Grösse und Entfernung der Sonne.
Göttingen, Gesellsch. d. Wissensch., Abhandlungen (Philol.-hist. Cl.) 1_2:5 [1897]. 48 p.

Hultsch, F., Eine Näherungsrechnung der alten Poliorketiker.
Jahrbücher für classische Philologie 1897, 49—54.

Krause, M., Gustav Ferdinand Mehler. †.
Mathem. Ann. **48**, 1897, 603—606.

Mansion, P., Notice bibliographique sur les travaux de Paul Mansion. Bruxelles 1897.
8°, 15 p. — Extrait de la Bibliographie académique.

°**Mortet, V.**, Un nouveau texte des traités d'arpentage et de géométrie d'Epaphroditus et de Vitruvius Rufus publié d'après le Ms. latin 13084 de la Bibliothèque royale de Munich. Avec une introduction de M. Paul Tannery.
| Notices et extraits des manuscrits de la bibliothèque nationale et autres bibliothèques **35**:2 (Paris 1896). (2) + 44 + (2) p. + 2 facsim. — [Analyse:] Deutsche Litteraturz. 1897, 414—417. (M. Curtze.)

°**Mortet, V.,** La mesure des colonnes à la fin de l'époque romaine d'après un très ancien formulaire.
Bibliothèque de l'école des chartes **57**, 1896. (4) + 48 p. — [Analyse:] Deutsche Litteraturz. 1897, 417. (M. CURTZE.)

°**Narbey,** Esquisse de l'histoire des origines du calcul infinitésimal.
Compte rendu du congrès scientifique international des catholiques 1891 (Paris 1891), **7**, 89—102. — [Analyse:] Cosmos (Paris) **45**, 1896, 340—341. (J. BOYER.)

Phillips, A. W., Hubert Anson Newton.
New York, Americ. mathem. soc., Bulletin $\mathbf{3}_2$, 1897, 169—173.

Rebière, A., Les femmes dans la science. Notes recueillies. Deuxième édition très augmentée et ornée de portraits et d'autographes. Paris, Nony 1897.
8°, IX + 359 + (1) p.

Reisner, G., Altbabylonische Maasse und Gewichte.
Berlin, Akad. der Wissensch., Sitzungsber. 1896, 417—426.

Schlesinger, L., Wilhelm Schrentzel.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 1—5. — Nécrologie.

Steinschneider, M., Die arabischen Übersetzungen aus dem Griechischen. II. Mathematik.
Deutsche morgenl. Gesellsch., Zeitschrift **50**, 1896, 161—417.

Steinschneider, M., Johannes Anglicus und sein Quadrant.
Biblioth. Mathem. 1896, 102—104.

Steinschneider, M., Die Mathematik bei den Juden.
Biblioth. Mathem. 1896, 109—114.

Tannery, P., Sur l'inscription astronomique de Keskinto.
Paris, Acad. d. sc., Comptes rendus **120**, 1895, 363—365.

Vailati, G., Sull' importanza delle ricerche relative alla storia delle scienze. Prolusione a un corso sulla storia della meccanica (letta il giorno 4 dicembre 1896 nell' università di Torino). Torino 1897.
8°, 22 p.

Wessel, C., Essai sur la représentation analytique de la direction. Publié avec préfaces de H. VALENTINER et T. N. THIELE par l'académie royale des sciences et des lettres de Danemark à l'occasion du centenaire de sa présentation à l'académie le 10 mars 1797. Copenhague, Höst 1897.
4°, XIV + 60 p. + 3 pl. — La traduction a été revue par M. H. G. ZEUTHEN. La préface de M. VALENTINER contient aussi une notice biographique sur CASPAR WESSEL (né en 1745, mort en 1818).

Zanotti Bianco, O., Per la storia della teoria delle superficie geoidiche.
Torino, Accad. d. sc., Atti **31**, 1896, 621—638.

Question 61 [sur les premières monnaies portant des chiffres arabes].
Biblioth. Mathem. 1896, 120. (G. ENESTRÖM.)

Bemerkung zur Anfrage 60 [über den Ursprung der Benennung: »regula cecis»].
Biblioth. Mathem. 1896, 120. (H. SUTER.)

CAJORI, F., A history of elementary mathematics with hints on methods of teaching. New York, Macmillan 1896. 8°.
Biblioth. Mathem. 1896, 115—116. (G. ENESTRÖM.)

CANTOR, M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Dritter Band. Vom Jahre 1668 bis zum Jahre 1759. Zweite Abtheilung. Die Zeit von 1700 bis 1726. Leipzig, Teubner 1896. 8°.
Edinburgh, Mathem. soc., Proceedings **14**, 1896, 148—174.

CARLI, A. e FAVARO, A., Bibliografia Galileiana (1568—1895) raccolta ed illustrata. Roma 1896. 8°.
Bullet. d. sc. mathém. **20**$_2$, 1896, 283—286. (P. TANNERY.)

FINK, K., Lazare-Nicolas-Marguerite Carnot, sein Leben und sein Wirken nach den Quellen dargestellt. Tübingen, Laupp 1894. 8°.
Bullet. d. sc. mathém. **20**$_2$, 1896, 278—279. (G. D.)

Mathematisches Abhandlungsregister. 1895. Zweite Hälfte: 1. Juli bis 31. December.
Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 219—232.

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1896, 117—120. — Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 217—218; **42**, 1897; Hist. Abth. 39—40.

ANFRAGEN. — QUESTIONS

62. En parlant du mémoire de A. DE MOIVRE *De fractionibus algebraicis radicalitate immunibus, ad fractiones simpliciores reducendis deque summandis terminis quarundam serierum æquali intervallo a se distantibus* (Philos. Transact. **32**, 1722, p. 162—178), M. CANTOR (*Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* **3**:2, 1896, p. 375) fait observer: »In DE MOIVRE's Darstellung findet sich ein Begriff und ein dafür erfundenes Wort, welche von nun an der Mathematik angehören ... *recurrente Reihen.*» Cette remarque semble indiquer que le terme »série recurrente» a été introduit pour la première fois dans le mémoire qui vient d'être cité. D'autre part, on trouve dans quelques ouvrages d'histoire des mathématiques (voir p. ex. HOEFER, *Histoire des mathématiques*, Paris 1874, p. 519) des indications, par lesquelles on pourrait conclure que le terme »série recurrente» a été employé par MOIVRE déjà en 1718 dans la première édition de la *Doctrine of chances*, édition à laquelle M. CANTOR n'a pas eu recours en rédigeant ses *Vorlesungen* (cf. CANTOR, l. c. p. 342).

Quand et où le terme »série recurrente» a-t-il été utilisé pour la première fois? (G. Eneström.)

---

63. A la page 86 de leur *Bibliografia Galileiana* (Roma 1896) MM. A. CARLI et A. FAVARO mentionnent un écrit de JOHN WILKINS intitulé: *A discovery of a new world or a discourse tending to prove that 't is probable there may be another habitable world in the Moon. With a discourse concerning the probability of a passage thither. Unto which is added: A discourse concerning a new planet, tending to prove that 't is probable our Earth is one of the planets. In two parts. The fourth edition corrected and amended* (London 1684), et ils ajoutent: »Non si rinvenne traccia alcuna delle tre edizioni anteriori, nemmeno nelle raccolte del British Museum». Mais dans le *Vademecum de l'astronome par* J. C. HOUZEAU (Bruxelles 1882) on trouve cités (p. 353, 354) deux écrits intitulés: *Discovery of a new world, or a discourse tending to prove that 't is probable there may be another habitable world in the Moon* (London 1638) et *Discourse concerning a new planet tending to prove that 't is probable our Earth is one of the planets* (London 1640; cf. CARLI e FAVARO l. c. p. 35), ainsi qu'un écrit intitulé: *Copernicus defended, or demonstration that the moon is a world and the Earth a planet* (London 1660; cf. CARLI e FAVARO l. c. p. 64).

N'est-ce pas que les écrits de 1660 et de 1684 sont de nouvelles éditions des deux brochures publiées en 1638 et 1640? En cas affirmatif, quand en a paru la troisième édition?

(G. Eneström.)

Réponse à la question 40.* Je ne puis, pas plus qu'en 1872, donner l'année et le lieu de la naissance de BÜRMANN, mais du moins l'anniversaire de sa mort ainsi que ses prénoms ont été découverts depuis. C'est HEINRICH VON FEDER qui, ayant fouillé les archives de Karlsruhe et de Mannheim pour son Histoire de cette dernière ville, a trouvé (*Geschichte der Stadt Mannheim* [Mannheim und Strassburg 1875—1876], t. I, p. 387, t. II, p. 60—65) que le professeur JOHANN HEINRICH BÜRMANN est mort à Mannheim le 21 juin 1817. Il avait fondé une Académie de commerce qui, sous ce titre pompeux,

* Reproduite d'après l'Intermédiaire des mathématiciens **4**, 1897, p. 47; la question a été réimprimée dans le tome **3** (1896) de ce recueil. (G. E.)

n'était et ne voulait être qu'une école dans laquelle on enseignerait à des élèves, à partir de l'âge de quinze ans, des connaissances nécessaires ou du moins utiles pour des commerçants. Cette école n'avait pas de vogue, à ce qu'il paraît, et le nombre des élèves diminuait au lieu d'augmenter, malgré une subvention de mille florins par an de la part du Gouvernement; aussi l'établissement fut-il fermé à la mort de BÜRMANN.

(Moritz Cantor.)

Remarque sur la question 60. Le mot que LAUREMBERG transcrit *Sekîs* est aussi écrit, dans son *Arithmetica*, en caractères arabes dont la transcription exacte est *sikish*. Ce mot n'est pas arabe; mais on le trouve en turc où il signifie la cohabitation, le coïtus. C'est évidemment à cette idée que répond la traduction par adultère.

Cette remarque étant faite, je propose cette hypothèse: La lecture *sikish* doit être une lecture fautive; le mot qu'il aurait fallu lire est, selon toute probabilité, l'arabe *sikkîr*, qui ressemble beaucoup au premier. *Sikkîr* signifie buveur, ivrogne, et n'est autre chose que la traduction du latin *potator*. Le vrai nom de la règle serait donc: *règle des buveurs*, ce qui s'accorde très bien avec l'exemple que les arithméticiens en donnent. Les Arabes auront traduit ce nom dans leur langue, ce qui aura fait: règle des *sikkîr;* le nom *sikkîr*, mal lu et mal interprété, sera devenu *sikish*, puis par abréviation *siki*, et enfin *coeci*. Cependant je ne puis fournir la preuve formelle de cette dérivation, n'ayant pas retrouvé le mot *sikkîr* dans les ouvrages imprimés ni dans des traités manuscrits. (Carra de Vaux.)

Inhalt. — Table des matières.

Quatre numéros par an. Ce numéro est publié le 13 avril 1897.

STOCKHOLM, TRYCKT I CENTRAL-TRYCKERIET, 1897.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK | JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON | PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1897. STOCKHOLM. N° 2.

NEUE FOLGE. 11. | Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr. | NOUVELLE SÉRIE. 11.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Prinz Louis-Ferdinandstr. 2. | PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Versiera, Visiera e Pseudo-versiera.

Di GINO LORIA a Genova.*

Che GAETANA AGNESI non sia stata la prima a considerare la versiera emerge da un passo di FERMAT ove si tratta della quadratura della curva rappresentata dalla equazione[1]

$$y = \frac{a^3}{a^2 + x^2};$$

onde, sino a riduzione ulteriore, il merito della scienziata italiana deve limitarsi ad avere immaginate le costruzioni che ne riferimmo ed il nome con cui la curva viene di consueto indicata.

E poi curioso notare che la *pseudo-versiera* si ottiene applicando un metodo di trasformazione per le figure geometriche che risale alle origini del calcolo infinitesimale. Infatti LEIBNIZ negli inizî delle sue indagini sulla quadratura delle aree piane[2] ha suggerito il seguente procedimento per dedurre da una curva piana Γ un' altra C: date due rette r e s fra loro perpendicolari, si conduce da un punto π di Γ la tangente a questa curva sinchè tagli r in T; poi da T si conduce la parallela a s e da π la parallela ad r; il loro punto d'incontro p sarà un punto di C. Questa curva si dice »figura resectarum» rispetto a Γ. Per trovare le formole che legano le coordinate ξ, η di π a quelle

* Aggiunte all' articolo inserito a pag. 7—12 di questo vol., nel quale articolo a pag. 7, lin. 8 dal basso, si deve leggere »versiera di AGNESI» in vece di »visiera di AGNESI».

x, y di p si assuma r per asse delle ascisse e s per asse delle ordinate.

Allora sarà evidentemente

$$x = \xi - \eta \frac{d\xi}{d\eta}, \qquad y = \eta.$$

E per ottenere l'equazione di C è sufficiente eliminare ξ, η fra queste equazioni e quella (o quelle) che rappresenta (o rappresentano) la curva Γ.

Sia per esempio Γ il cerchio di raggio a tangente nella origine all' asse delle x; si potrà porre

$$\xi = a \cos\varphi, \qquad \eta = a + a \operatorname{sen} \varphi,$$

onde

$$d\xi = -a \sin\varphi d\varphi, \qquad d\eta = a \cos\varphi d\varphi;$$

e le formole generali diverranno

$$\frac{x}{a} = \frac{1 + \operatorname{sen}\varphi}{\cos\varphi}, \qquad \frac{y}{a} = 1 + \operatorname{sen}\varphi.$$

Eliminando φ si vede che nel caso attuale la »figura resectarum» ha per equazione

$$y = \frac{2ax^2}{a^2 + x^2}$$

o anche

$$2a - y = \frac{2a^3}{a^2 + x^2},$$

equazione che rappresenta una pseudo-versiera di DE LONGCHAMPS, come si vede mutando in essa $2a - y$ in y. Resta così dimostrato quanto sopra asserimmo ed in pari tempo è provato come a torto si sia creduto[3] di far risalire a LEIBNIZ la versiera: tutt' al più si può connettere al grande emulo di NEWTON la pseudo-versiera.

[1] Vedi l'importante memoria *De aequationum localium transmutatione et emendatione* etc. (*Oeuvres de* FERMAT, T. I, Paris 1891, p. 279—280, T. III, Paris 1896. p. 233—234).

[2] LEIBNIZENS *Mathematische Schriften*. T. V (Halle a. S. 1858) p. 89 e 100.

[3] AUBRY, *De l'usage des figures de l'espace pour la définition et la transformation de certaines courbes* (Journ. de math. spéc. 5_4, 1896, p. 180).

Die Mathematik bei den Juden.

Von MORITZ STEINSCHNEIDER in Berlin.

Das XIV. Jahrhundert.

36. Ich beginne dieses Jahrhundert mit einem Gelehrten, dessen wissenschaftliche Thätigkeit wohl bis in das Jahr 1263 hinaufreicht, der aber jedenfalls noch einige Jahre nach 1300 gelebt hat.

JAKOB BEN MACHIR (oder Makhir), in der Landessprache Prophiat (?), lateinisch PROPHATIUS genannt, von der Familie TIBBON (oder Tabbon), aus Marseille, in Montpellier, vielleicht Arzt, auch Übersetzer philosophischer Schriften aus dem Arabischen ins Hebräische, in hohem Alter, wahrscheinlich vor 1307 oder kurz vor 1309, als Vertreter der philosophischen Richtung im Sinne des MAIMONIDES, gestorben, war seinen Hauptleistungen nach Mathematiker.[1] Er *übersetzte* aus dem Arabischen ins Hebräische folgende Schriften — nach den Namen der Verfasser geordnet, weil zu einer chronologischen Ordnung die Daten nicht ausreichend bekannt sind.

1. AUTOLYKOS, über die bewegte Sphäre (1273).
2. COSTA BEN LUKA, über Behandlung des Himmelsglobus. Das angebliche Datum 1256 verdient keinen Glauben.
3. DJABIR BEN AFLA'H, Astronomie.
4. EUKLID, Elemente (inclusive HYPSIKLES, XV. Bücher). Das Verhältnis dieser Übersetzung zu der seines Verwandten MOSES IBN TIBBON, bedarf noch einer genauen Untersuchung.
5. EUKLID, Data (1272).
6. IBN HEITHAM (vulgo ALHAZEN), Astronomie (1271). Näheres darüber in meiner *Notice sur un ouvrage inconnu d'ibn Haitham*. Extrait du Bullettino di bibliogr. d. sc. matem. **14**, Rome 1883 und mit neuem Titelbl. 1884 enthaltend das *Supplément* aus Bullettino **16**, 1883, p. 505—513. In dem (in Berlin gedruckten unpaginierten) *Appendice hébreu* (als p. 19—22 eingeheftet) gebe ich Proben dieser Übersetzung und der des SALOMO IBN PATER (1322).
7. MENELAOS, Sphærica.
8. IBN 'SAFFAR, über das Astrolab.
9. ZARKALI, die (von ihm erfundene) Scheibe. Für die lateinische Übersetzung dieser Abhandlung von JOHANN DE BRIXIA (1263) hat JAKOB wahrscheinlich als Dolmetsch gedient.[2]

Von eigenen hebräischen Schriften JAKOB's haben zwei eine grössere Verbreitung unter Juden und in lateinischer Übersetzung unter Christen gefunden.

1. Eine Abhandlung über einen von ihm erfundenen Quadranten, den er, mit Anspielung auf Num. 23, 10 und wohl auch auf seinen eigenen Namen JAKOB »Quadrant Israel's« benannte. Daraus wurde durch die lateinischen Bearbeitungen *Quadrans judaicus,* auch *Quadrans novus,* im Gegensatz zu einem älteren, in welchem ich denjenigen erkannte, welchen ich einem JOHANNES ANGLICUS zuschreiben musste, während Herr TANNERY als richtige Lesart den Namen ROBERTUS nachweist, so dass »Jo.« in den meisten Handschriften doch nur ein, allerdings auffallender, Schreibfehler für »Ro.«, der aber durch das häufigere Vorkommen des Namens JOHANNES *allein* nicht genügend motivirt scheint; doch kann uns ein unbekannter Umstand, der etwa den Irrtum gegen das Richtige begünstigte, gleichgiltig bleiben, da der Erweis nicht mehr zu bezweifeln ist. Durch diese Richtigstellung sind nicht bloss einige meiner Fragen und schüchternen Vermutungen in meinem Artikelchen »*Johannes Anglicus*« (Biblioth. Mathem. 1896, S. 102) erledigt, sondern auch einige Bemerkungen des Herrn TANNERY (Biblioth. Mathem. 1897, S. 3), da für mich »Robert« nicht den Verf. des *Quadrans vetus* bedeuten konnte.[2] Doch ist diese Namensfrage nur als Correctif von falschen Combinationen von Bedeutung; ungleich wichtiger ist das *sachliche* Verhältnis der beiden Quadranten zu einander, zu dessen Erörterung mich die Bemerkung des Herrn CURTZE veranlasst hatte, dass fast alle späteren Bearbeitungen des Quadranten Plagiate von der ROBERT's (dessen Namen ich nunmehr rückhaltlos anerkenne) seien. Ich meine, etwas Verdienstliches gethan zu haben, indem ich Herrn TANNERY veranlasste, schon jetzt zu erklären, dass der »jüdische Quadrant«, welcher zugleich das Astrolab vertreten sollte, eine Originalarbeit ist, über deren Bedeutung ich, als Laie, kein Urteil habe. Anderseits erklärt sich nur auf diese Weise, dass das hebräische Original in kurzer Zeit nicht weniger als drei lateinische Bearbeitungen fand.

Das hebräische Original besteht aus 16 Kapiteln, wovon das letzte für diejenigen bestimmt ist, welche das Instrument anfertigen wollen. Ich habe nachgewiesen, dass es zwei Recensionen dieser Abhandlung in verschiedenen Handschriften giebt; im Verzeichnis der hebr. Handschr. der K. Bibliothek in Berlin, Abth. 2 (1897) S. 153 teile ich den Index der Kapitel mit, der auf die, von NEUBAUER edirte Vorrede folgt, und einige Differenzen der beiden Recensionen; die wichtigste ist der in die Vorrede eingeschobene Titel.

Die *lateinischen* Bearbeitungen, welche ich (*Hebr. Übers.* S. 608 ff.) näher bespreche, sind:

a) ARMENGAND (Hermengaud etc.) BLASIUS von Montpellier (gest. 1314), übersetzt »secundum vocem ejusdem«, also unter Dictat des Verfassers.

b) *Practila quadrantis novi*, wonach PROPHATIUS die Abhandlung 1288 verfasst und selbst 1301 verbessert hätte.

c) PETRUS DE S:TO AUDOMARE, wahrscheinlich Kanzler von Notre Dame, hat die Abhandlung corrigirt und vervollkommnet (»correcti et perfecti«), vielleicht 1320.

Vielleicht giebt es noch anonyme Auszüge.

Ein Anonymus hat eine der lateinischen Bearbeitungen ins Hebräische zurückübersetzt; nach meiner Auseinandersetzung steht das Hebräische dem lateinischen a) näher als dem b).

2. *Astronomische Tabellen* in hebräischer Sprache (mit der Radix 1300). Auch von diesem Werke giebt es verschiedene lateinische Bearbeitungen; ich weiss nicht, welche zuerst den Titel *Almanach perpetuum* einführte,[4] nämlich:

a) eine wörtliche Übersetzung;

b) eine Paraphrase, von welcher wieder eine *erweiterte* Recension existiert. Das Vorwort gab ich in hebräischem Original mit meiner lateinischen Übersetzung und den alten in der Abhandlung: PROPHATII etc. *Prooemium* (1876, s. oben Anm. 1).

3. Ein angebliches Compendium des *Almagest* ist nur eine kleine Abhandlung (4 Blätter ausfüllend) über Berechnung der Sehnen nach PTOLEMAEUS und EUKLID, als Ergänzung zu ABRAHAM BAR CHIJJA's Werk: Berechnung der (Stern-) Umläufe (oben § 22, S. 35; s. *Hebr. Übersetz.* S. 525).

37. Den ersten Jahrzehnten des XIV. Jahrh., ohne bekannte nähere sichere Grenze, gehören folgende Gelehrte an:

SALOMO FRANCO, ein freisinniger Exeget,[5] wird von JELLINEK als Verfasser von astronomischen Tafeln angesehen; doch vermute ich, dass sein Citat auf die Tafeln des ABRAHAM IBN ESRA (s. § 23 n. 3, S. 40) zu beziehen sei.

In Rom lebte BENJAMIN BEN JEHUDA, ebenfalls als Exeget bekannt, der Familie BOZECCO, wahrscheinlich auch der Familie ANAWIM (oben § 34) angehörig;[6] es ist nichts Mathematisches von ihm bekannt, und doch rühmt wohl niemand Anderen als ihn der bekannte Dichter und Freund DANTE's, IMMANUEL BEN SALOMO (um 1330) als »Vater (= Nestor) aller Arithmetiker und Geometer», was bei aller poetischen Hyperbel nicht ohne allen Grund sein konnte!

Um 1330—1350 blühte wohl in Toledo JOSEF IBN NA'HMIAS, aus einer gelehrten Familie, welche mehrere Glieder mit demselben Vornamen zählt, darunter einen Verfasser eines astronomischen Werkes in arabischer Sprache, betitelt »Licht der Welt», wovon nur ein ms. mit hebräischen Lettern im Vatican n. 392 bekannt ist. Ein Anonymus übersetzte dieses Werk ins Hebräische; und von dieser Übersetzung ist gleichfalls nur ein ms. in der Bodleiana (Canon. 334) bekannt, welches in NEUBAUER's »*Catalogue*» übersehen ist.[1] — Einige Physiker, bemerkt er in der Vorrede, erheben Einwürfe gegen zwei mathematische Grundlagen der himmlischen Bewegungen, nämlich die excentrischen Sphären und die Epicykel, ferner die entgegengesetzten Kreisbewegungen, welche beide nach Ansicht der Gegner der Meinung des ARISTOTELES widersprechen. JOSEPH will gegen den zweiten Einwurf beweisen, dass in entgegengesetzten Kreisbewegungen kein logischer Widerspruch sei, auch nach der Ansicht des ARISTOTELES. In der Discussion des ersten Einwurfes erwähnt er des BITRODJI, welcher eine neue Theorie der Bewegungen ohne excentrische Sphären und Epicykel erfunden zu haben glaubte, auch die entgegengesetzten Bewegungen mit den Physikern verwarf. JOSEPH erteilt ihm das Lob, den Gegenstand zuerst behandelt zu haben, findet aber in seinen Principien nicht die Gründe für die wirklichen Differenzen der Bewegungen. BITRODJI's Lectüre hatte aber eine nachhaltige Einwirkung auf die Speculation JOSEPH's, welche ihm andere Gründe der Bewegungsdifferenzen als excentrische Sphären und Epicykel darbot, die er der Prüfung des Lesers vorlegt. — Das bisher fast unbekannte Werk verdiente wohl eine nähere Analyse.

38. Wir versuchen nunmehr in enger begrenzter chronologischer Reihenfolge andere Gelehrte des XIV. Jahrh. aufzuzählen.

JECHIEL B. JOSEF aus Lo Borgo (?) verfasste 1302 eine Schrift über das jüdische Kalenderwesen (*Injan Sod ha-Ibbur*), ms. in Petersburg, Firkowitz 370, dessen handschriftlicher Catalog dieselbe in der Stadt Cortona (?) verfasst sein lässt, wovon GURLAND, in seiner Beschreibung der mathematischen mss. in St. Petersburg (*Ginse* St. Pet. II, 1866, S. 25 n. 24) Nichts erwähnt, während das Datum auf »dem Titelblatt» (!) nicht ohne nähere Prüfung für das Werk selbst geltend gemacht werden darf.

Der Verfasser widmet ein Capitel dem christlichen Kalender, zuerst der Osterberechnung, welche bekanntlich eine modificirte jüdische und Gegenstand vielfacher Controverse ist. Die Namen der Sterne, der Zodiakalbilder und der Monate giebt das Werkchen auch in einer Sprache, welche als *la'az* bezeichnet wird, aber auch diese in hebräischem Schriftcharakter. Die Bezeichnung *la'az* bedeutet im Allgemeinen: »nicht-hebräsich», wird aber im Mittelalter meist für die vernaculären, also romanischen Sprachen gebraucht; im späteren Mittelalter bedeutet es vorzugsweise italienisch, und die Sprache ist hier gemeint, sicherlich nicht »spanisch», wie FIRKOWITZ ohne Bedenken und ohne Sachkenntnis angiebt. GURLAND verwirrt den sprachunkundigen Leser; er nennt die fremden Namen »lateinisch-italienisch» und schaltet in seiner Aufzählung hinter die hebräische Umschreibung, welche deutlich und correct, teilweise in Abbreviaturen, italienische Formen bietet, lateinische Namen in lateinischen Lettern ein! Die Sprachfrage ist nicht bloss für die Culturgeschichte der Juden in Italien von Bedeutung,[8] sondern auch für das Vaterland des Verfassers, auf welches auch der in Italien häufige Namen JECHIEL und die wahrscheinlichen Ortsnamen hinweisen.

Ein Cyklus (*Machsor*) von Gebeten und Hymnen nach römischem Ritus, geschrieben 1308, ms. Paris 609 (*Catalogue* p. 72 b) wegen seines Alters bemerkenswert, enthält die »14 Pforten» [des BENJAMIN BEN ABRAHAM, s. oben § 34] nach einem Synagogenkalender für 13 Lunarcykel [von NACHSCHON?].

39. Wir kommen nunmehr zu einem Autor und Werke, welche eine hervorragende Stelle in der jüdischen Literatur der Astronomie einnehmen und in gewisser Beziehung den Culminationspunkt dieser Wissenschaft bei den Juden im Mittelalter bilden.

Im Jahre 1310 verfasste der Toledaner ISAAK B. JOSEF aus der gelehrter Familie ISRAEL oder ISRAELI[9] für den dortigen, aus Deutschland geflohenen, in jener Wissenschaft unbewanderten Rabbiner ASCHER BEN JECHIEL ein umfassendes Werk über Astronomie in hebräischer Sprache, welches eine genauere Analyse verdiente, als hier der Platz gestattet.[10] Dasselbe gelangte sehr bald zu dem verdienten hohen Ansehen, so dass eine kürzere Bearbeitung nicht lange auf sich warten liess und schon vom eigenen Sohne JOSEF bearbeitet wurde. Das Werk ist auch von christlichen Bibliographen sehr gerühmt worden, welche es allerdings nur aus Handschriften kannten und nach dem Zeugnisse GRODECKS haben auch SCALIGER und PETAVIUS Vieles daraus geschöpft.

Das Buch, betitelt »Fundament der Welt», wurde zuerst in einer, für unsere Anforderungen nicht genügenden Weise herausgegeben von BARUCH BEN JAKOB aus Sklow (einem Fachkundigen) Berlin 1777 in 4°; dann aus einem ms. vervollständigt und mit den (rectificirten und complettirten) Tabellen und Noten herausgegeben von (dem sachkundigen) BERL GOLDBERG und ROSENKRANZ [letzterer nur buchhändlerisch beteiligt], nebst einer Analyse des Inhalts in deutscher Sprache [von DAVID CASSEL] Berlin 1846, 1848 (die V Tractate in II Abteilungen) in 4° (auch mit latein. Titel: *»Liber 'Jesod Olam' sive Fundamentum Mundi opus astronomicum celeberrimum auctore* R. ISAAC ISRAELI» etc.). — Zur Characteristik des klassischen Werkes müssen hier folgende Andeutungen genügen.

Den Impuls zur Abfassung desselben hatte allerdings das practische Bedürfnis der Kunde des jüdischen Kalenders gegeben, welcher im IV. Tractate nach allen Seiten hin behandelt, in den Tabellen (V. Tractat) practisch ausgeführt ist, und zwar nicht ohne Originalität, wie es scheint. Der Herausgeber findet hier zuerst den Schlüssel von 61 Kalendergrenzen, nach welchen die Berechnung oder Constitution der einzelnen Jahreskalender vereinfacht werden kann.[11] Allein ISRAELI ist auch ein geschulter Systematiker und, nach dem Muster der Alten, widmet er den I. Tractat den wichtigsten geometrischen Vorkenntnissen [wahrscheinlich nach EUKLID etc.], den II. der allgemeinen Astronomie, den III. dem Laufe von Sonne und Mond. Eine andere, noch heute anerkennenswerte Seite des Buches ist die vielfache Berücksichtigung der Geschichte der Astronomie nicht nur bei den Juden, sondern auch bei den Arabern (bei den Griechen aus indirecten Quellen) und Spaniern. Wir verdanken daher diesem Werke wertvolle Nachrichten, unter And. über AL-BATTANI, ZARKALI, IBN 'SÂID (in Toledo), über den Hauptbearbeiter der alfonsinischen Tafeln, ISAK IBN SID etc., welche erst seit kurzem durch indirecte Mitteilungen teilweise zur Kenntnis grösserer Kreise gelangen. Leider ist die Aufsuchung der betreffenden Stellen nicht durch einen Namensindex erleichtert. Seine wissenschaftliche Ansicht im Allgemeinen äussert ISAK am Schlusse des 7. Cap. des IV. Tr. (nach der deutschen Analyse): » Die Astronomie ist nun einmal eine Wissenschaft, die nicht auf blossen Verstandesschlüssen beruht, wie die Mathematik, sondern auch die Erfahrung, und nicht bloss die e i n e s Menschenlebens, zu Hilfe nehmen muss. So fusste PTOLEMAEUS auf den Erfahrungen HIPPARCH's, so wie des *Aftiman* und *Aktiman*,[12] die 600 Jahre vor ihm gelebt haben sollen.»

[1] PROPHATII, *Prooemium* etc. (s. weiter unten) 1876; vgl. *Histoire littér. de la France* **27** (1877) p. 603—607 (dazu 745—746) und p. 621; *Hebr. Übers.*, Index p. 1057.

[2] Genaueres s. in den Citaten: *Hebr. Übersetz.* S. 976.

[3] Herr TANNERY war so freundlich, mir seinen Artikel durch den Herrn Redacteur der Biblioth. Mathem. vorlegen zu lassen, als ich gerade in Folge eines Beinbruches in Dezember vorigen Jahres an der Benutzung meiner liter. Hilfsmittel verhindert war. Aus meiner (nicht abgedruckten) kurzen Nachbemerkung zu seinem Artikel nahm er Veranlassung zu seiner Nachschrift (oben p. 6). Auf das Übrige einzugehen wäre ich jetzt durch einen andern Zufall verhindert, halte es aber auch für angemessen, den Abdruck seiner Abhandlung in den *Notices et Extraits* abzuwarten.

[4] Näheres in dem unter b) citirten: PROPHATII etc. *Prooemium.*

[5] S. AD. JELLINEK, in der Zeitschrift Ben Chananja 1861 S. 88; doch ist die von ihm benutzte Handschrift *nicht* von SALOMO FRANCO selbst, sondern der Supercommentar von GATIGNO, worin Citate aus SALOMO FRANCO vorkommen; s. ERSCH und GRUBER, unter *Gatigno.* Vgl. KAYSERLING's Homil. Beibl. I S. 35 a. 3; GEIGER's Jüd. Zeitschrift VI, 122 und meine Mitteilung bei A. BERLINER, Pletath Soferim, S. 52 a. 5.

[6] Hebr. Bibliogr. XVIII, 9; vgl. A. BERLINER, *Gesch. d. Juden in Rom* II, 118; VOGELSTEIN und RIEGER, *Gesch. d. Juden in Rom* I, 388; der daselbst angeführte BERGER erwähnt nichts von Mathematik des BENJAMIN.

[7] *Hebr. Übersetz.* S. 597; M. L. BAMBERGER weiss auch im zweiten Teil seiner Diss. über IBN NA'HMIAS (1893) nichts von dem astronomischen Werke.

[8] Vgl. mein: *Letteratura italiana dei giudei,* Sonderabdruck aus dem Buonarroti 1884.

[9] Quellen in meinem *Catal. Bodl.* p. 1124 und Add. — Die Abstammung der englischen Familie (Lord BEACONSFIELD) von dieser Toledanischen ist mehr als zweifelhaft.

[10] Vgl. meine Anzeige eines Teiles der Berl. Ausgabe 1846 im Magazin für die Literatur des Auslandes desselben Jahres S. 378, woraus hier Einiges wiederholt ist.

[11] B. GOLDBERG selbst hat in der That diese Entdeckung seinem Büchlein: »Chronologische Tafeln zur immerwähren-

den Berechnung des jüdischen Kalenders» (Königsberg 1847) zu Grunde gelegt, ohne eine Quelle dafür zu nennen!

[12] Arabistische Entstellung von METON und EUKTEMON: s. Zeitschr. d. deutschen morgenl. Gesellsch. **24,** 1870, S. 355, 358, 390.

Sur la découverte de l'intégrale complète des équations différentielles linéaires à coefficients constants.

Par G. Eneström à Stockholm.

Au commencement du 18e siècle la théorie générale des équations différentielles était encore peu développée. On avait intégré certaines classes d'équations du premier ordre, et on s'était aussi occupé avec succès de quelques équations du second ordre, dont l'intégration pouvait être effectuée par réduction au premier ordre. De même, quand un problème proposé menait à une équation différentielle du troisième ordre, on essayait de le résoudre par trois intégrations successives, et Jean Bernoulli avait trouvé[1] avant 1700 une méthode d'intégrer par n opérations successives l'équation différentielle

$$y + Ax\frac{dy}{dx} + Bx^2\frac{d^2y}{dx^2} + \ldots + Nx^n\frac{d^ny}{dx^n} = 0.$$

C'est à Euler qu'on doit la découverte de la première méthode d'intégrer par une seule opération une équation différentielle du $n^{\text{ème}}$ ordre. Cette méthode est applicable à des équations linéaires à coefficients constants, et elle a été exposée premièrement dans le mémoire: *De integratione æquationum differentialium altiorum graduum* publié en 1743 dans le tome VII (p. 193—242) des Miscellanea Berolinensia. Mais déjà quelques ans plus tôt, Euler l'avait trouvée, et il en avait rendu compte dans sa correspondance avec Jean Bernoulli. Comme il n'est pas sans intérêt de connaître la première exposition qu'Euler a donnée de sa méthode, nous allons la reproduire d'après ses lettres inédites.

La première lettre où Euler parle de l'intégration d'équations différentielles linéaires d'ordre quelconque est celle du 15 septembre 1739. Il y écrit:

> Inveni nuper singularem modum æquationes differentiales altiorum graduum una vice ita integrandi, ut statim ad æquationem finitam perveniatur. Patet autem hæc methodus ad omnes æquationes, quæ in hac generali forma continentur:
>
> $$y + \frac{a\,dy}{dx} + \frac{b\,ddy}{dx^2} + \frac{c\,d^3y}{dx^3} + \frac{d\,d^4y}{dx^4} + \frac{e\,d^5y}{dx^5} + \text{etc.} = 0$$

posito dx constante. Ad hanc æquationem generatim integrandam considero æquationem hanc seu expressionem algebraicam:

$$1 - ap + bp^2 - cp^3 + dp^4 - ep^5 + \text{etc.} = 0.$$

Hæc expressio si fieri potest in factores simplices reales hujus formæ $1 - ap$ resolvatur: sin autem hoc fieri nequeat, resolvatur in factores duarum dimensionum hujus formæ $1 - ap + \beta pp$, quæ resolutio realiter semper institui potest, hocque modo prodibit superior expressio sub forma producti ex factoribus vel simplicibus $1 - ap$ vel duarum dimensionum $1 - ap + \beta pp$, omnibus realibus. Facta autem hac resolutione, dico valorem ipsius y finitum per x et constantes expressum constare ex tot membris, quot factores habeantur expressionis illius algebraicæ, singulosque factores præbere singula integralis membra. Nempe factor simplex $1 - ap$ dabit integralis membrum

$$Ce^{-\frac{x}{a}},$$

factor autem compositus $1 - ap + \beta pp$ dabit integralis membrum hoc

$$e^{-\frac{ax}{2\beta}}\left(C \sin A. \frac{x\sqrt{4\beta - aa}}{2\beta} + D \cos A. \frac{x\sqrt{4\beta - aa}}{2\beta}\right)$$

ubi $\sin A$ et $\cos A$ mihi denotant sinum vel cosinum arcus sequentis in circulo cujus radius $= 1$ sumti: notandum autem est, si expressio $1 - ap + \beta pp$ in factores simplices reales resolvi nequeat uti pono, tum fore $4\beta > aa$ ideoque integrale reale. Proposita sit exempli gratia hæc æquatio

$$ydx^4 = k^4 d^4 y, \quad \text{seu} \quad y - \frac{k^4 d^4 y}{dx^4} = 0;$$

ex hac nascetur expressio algebraica hæc $1 - k^4 p^4$, cujus factores reales sunt tres $1 - kp$, $1 + kp$ et $1 + k^2 p^2$; ex quibus oritur æquatio integralis hæc:

$$y = Ce^{-\frac{x}{k}} + De^{\frac{x}{k}} + E \sin A. \frac{x}{k} + F \cos A. \frac{x}{k};$$

in qua expressione ob quadruplicem integrationem unica operatione peractam quatuor insunt novæ constantes C, D, E et F, uti natura integrationis postulat. Alia vice, si tibi, vir excellentissime, placuerit, hujus methodi demonstrationem perscribam.

A cette lettre JEAN BERNOULLI répondit le 9 décembre 1739:[1]

Non minus quoque curiosus videtur modus tuus æquationes differentiales altiorum graduum una vice ita integrandi, ut statim ad signationem finitam perveniatur. Memini me jam ante multos annos simile quod invenisse, quod in adversariis meis consignavi, sed nunc inquirere non vacat.

Par ces mots on pourrait se douter que JEAN BERNOULLI eût trouvé le premier une méthode d'intégrer des équations différentielles d'ordres supérieurs, mais en poursuivant la lecture de la réponse, on voit qu'il n'en est rien. JEAN BERNOULLI renvoie à son article: *Clar. Taylori mathematici Angli problema analyticum, quod omnibus geometris non-Anglis proposuit, solutum* (Acta eruditorum 1719, 256—270), où il s'agit de la décomposition de l'expression $x^4 + a^4$ en deux facteurs réels du second degré, et il fait voir que l'équation

$$\frac{d^n y}{dx^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \ldots + a_{n-1}\frac{dy}{dx} + a_n y = 0$$

a toujours une intégrale *particulière* de la forme

$$y = e^{mx}$$

où m est une constante (réelle ou imaginaire), mais il n'est pas en état de déduire l'intégrale complète, ni même une intégrale réelle de l'équation

$$y + \frac{k^4 d^4 y}{dx^4} = 0.$$

Dans sa lettre du 19 janvier 1740, EULER continuait ses renseignements sur sa découverte. Voici ce qu'il y dit:

Quod suspicaris, vir exc., ad methodum meam integrandi æquationes differentiales altiorum graduum, quæ hac forma generali continentur

$$0 = y + \frac{ady}{dx} + \frac{bddy}{dx^2} + \frac{cd^3y}{dx^3} + \text{etc.}$$

ansam mihi præbuisse ingeniosam illam tuam analysin, qua problema Cotesianum a TAYLORO propositum resolvisti, quanquam insignis similitudo intercedit, tamen postquam problema multis modis tractassem, prorsus inopinato in meam solutionem incidi, atque ante nequidem suspicione agnoveram, resolutionem æquationum algebraicarum in hoc negotio quicquam subsidii afferre posse. Mox quidem pariter ac tu, vir celeb., intellexi in hujusmodi æquationibus logarithmicas contineri, modo plures, modo pauciores, sæpius etiam nullas, quæ parametros habeant reales. Verum meum institutum in hoc præcipue versabatur, non tam ut unam atque alteram æquationem integralem exhiberem, quæ propositæ differentiali satisfaceret, quam ut æquationem integralem completam eruerem, quæ æque late ac ipsa differentialis pateret, et quæ omnes omnino æquationes particulares satisfacientes simul in se complecteretur. Imprimis autem in eo eram occupatus, ut æquatio integralis a quantitatibus imaginariis penitus esset libera, id quod mihi ex voto consecutus esse videor. Quod enim oggeris hujus æquationis

$$y + \frac{k^4 d^4 y}{dx^4} = 0$$

integralem mea methodo inventam imaginariam esse futuram, id, si quidem meam methodum attentius inspicere dignaberis, aliter deprehendes. Pervenio namque ad hanc æquationem algebraicam $p^4 + k^4 = 0$, quæ in has duas æquationes duarum dimensionum resolvitur

$$p^2 + kp\sqrt{2} + k^2 = 0 \quad \text{et} \quad p^2 - kp\sqrt{2} + k^2 = 0,$$

unde obtineo hanc æquationem integralem completam

$$y = Ce^{\frac{x}{k\sqrt{2}}} \sin A. \frac{x}{k\sqrt{2}} + De^{\frac{x}{k\sqrt{2}}} \cos A. \frac{x}{k\sqrt{2}}$$
$$+ Ee^{-\frac{x}{k\sqrt{2}}} \sin A. \frac{x}{k\sqrt{2}} + Fe^{-\frac{x}{k\sqrt{2}}} \cos A. \frac{x}{k\sqrt{2}}$$

cujus æquationis quatuor constantes C, D, E et F manifesto testantur hanc æquationem esse integralem completam. Quodsi enim æquatio differentialis quarti ordinis proposita

$$y + \frac{k^4 d^4 y}{dx^4} = 0$$

quater omni extensione integretur necesse est ut quatuor novæ constantes in finalem æquationem integralem ingrediantur. Præcipuum autem, quo hæc mea methodus aliis antecellere videtur, in hoc consistit, quod non opus habeam tot integrationes successive instituere, quot gradus habent differentialia, sed uno quasi actu inveniam æquationem integralem finitam. Simili fere modo possum etiam æquationem integralem completam ac realem invenire, quæ satisfaciat huic æquationi differentiali indefiniti gradus

$$0 = y + \frac{axdy}{dx} + \frac{bx^2 ddy}{dx^2} + \frac{cx^3 d^3 y}{dx^3} + \frac{dx^4 d^4 y}{dx^4} + \text{etc.};$$

posito dx constante.

Des remarques ultérieures de JEAN BERNOULLI[1] donnaient lieu à de nouvelles communications de la part d'EULER sur le même sujet. Ainsi il fait observer dans sa lettre du 20 juin 1740:

Quæ de integratione æquationum differentialium indefiniti gradus mihi rescribis, mirifice mihi placent; methodus quidem, qua uteris, vir excell., in æquatione

$$0 = y + \frac{a\,dy}{dx} + \frac{b\,ddy}{dx^2} + \frac{c\,d^3y}{dx^3} + \text{etc.}$$

fere congruit cum mea, altera autem quam præbes pro æquatione

$$0 = y + \frac{ax\,dy}{dx} + \frac{bxx\,ddy}{dx^2} + \frac{cx^3\,d^3y}{dx^3} + \text{etc.}$$

a mea maxime discrepat, mihique compendia nonnulla patefecit, quæ ex mea methodo non tam sponte manarent. Ceterum mea methodus hoc præcipue discrepat, quod semper æquationem realem exclusis imaginariis præbeat: id quod nisi ad quantitates vel exponentiales vel a circuli quadratura pendentes confugere velimus, effici omnino nequit.

Et dans sa lettre du 18 octobre 1740, il ajoute:

Nunquam ego quantum memini dixi methodum tuam integrandi hanc æquationem

$$0 = y + \frac{a\,dy}{dx} + \frac{b\,ddy}{dx^2} + \frac{c\,d^3y}{dx^3} + \text{etc.}$$

non satis esse generalem: sed tantum dixi eam hoc laborare incommodo, ut sæpissime integrale quantitatibus imaginariis involutum exhibeat. Quotiescunque autem æquationis differentialis realis invenitur æquatio integralis imaginariis inquinata, toties ea in aliam formam illi quidem æquivalentem sed realem transformari potest, atque in hoc solo mea methodus a tua differt, ut mea statim illas expressiones reales pro integrali exhibeat. Quo in negotio miror te, vir celeb., integrale æquationis

$$y + \frac{e\,d^4y}{dx^4} = 0$$

a me datum a tuo re vera discrepans arbitrari, cum ego tantum logarithmicarum imaginariarum, quas tu invenis, statim earum valores reales per quadraturam circuli expressos exhibeam; eoque magis miror quod tu primus reductionem quadraturæ circuli ad logarithmos imaginarios et vicissim patefeceris.[4] Categorice itaque, uti postulas, respondeo, me integrale æquationis

$$y + \frac{ed^4y}{dx^4} = 0$$

a me datum non solum pro vero agnoscere, verum etiam id a tuo logarithmis imaginariis constante specie tantum, non autem ipsa re dissentire. Æque nimirum integralia nostra inter se conveniunt, ac istæ expressiones $e^{x\sqrt{-1}} + e^{-x\sqrt{-1}}$ et $2 \cos A \, . \, x$, etsi specie maxime a se invicem diversæ, existente $le = 1$: utraque enim expressio in seriem mutata eandem dat seriem

$$2\left(1 - \frac{xx}{1 \, . \, 2} + \frac{x^4}{1 \, . \, 2 \, . \, 3 \, . \, 4} - \frac{x^6}{1 \, . \, 2 \ldots 6} + \text{etc.}\right).$$

Utraque etiam est valor integralis ipsius y ex æquatione

$$ddy + ydx^2 = 0;$$

cujus ideo si alter nostrum dicat integrale esse

$$y = e^{+x\sqrt{-1}} + e^{-x\sqrt{-1}}$$

alter vero esse

$$y = 2 \cos A \, . \, x,$$

diversis quidem modis idem dicimus, at posterior expressio magis est intelligibilis, ex eaque facilius pro quovis ipsius x valore proposito conveniens valor ipsius y exhiberi potest. Demonstrare autem possum, quoties in integratione tua methodo instituta perveniatur ad logarithmicas imaginarias, eas semper ita esse comparatas ut illarum binæ conjunctæ sinum vel cosinum cujuspiam arcus, hoc est quantitatem realem repræsentant; atque mea methodo statim valores hos reales loco quantitatum imaginariorum introduco.

Aussi dans une lettre, actuellement perdue, du 16 septembre 1741, Euler s'est occupé de l'intégration des équations différentielles linéaires, comme il résulte d'un passage de la lettre de Jean Bernoulli du 28 octobre 1741.[5]

Il s'ensuit des extraits rapportés ci-dessus qu'Euler avait trouvé sa méthode déjà en 1739, et que la découverte en fut faite presque inopinément (*prorsus inopinato*). Euler relevait aussi expressément, que cette méthode différait essentiellement de celles proposées antérieurement en ce qu'elle donnait immédiatement l'intégrale complète, sans qu'on eût besoin d'intégrations successives.

Il convient de faire observer que, dans sa lettre du 18 octobre 1740, EULER a indiqué la formule[6]

$$e^{x\sqrt{-1}} + e^{-x\sqrt{-1}} = 2 \cos x,$$

mais qu'il n'en ressort pas, s'il avait encore remarqué les formules

$$e^{x\sqrt{-1}} = \cos x + \sqrt{-1} \sin x, \quad e^{-x\sqrt{-1}} = \cos x - \sqrt{-1} \sin x$$

qu'on rencontre pour la première fois dans l'*Introductio in analysin infinitorum.*[7]

Toutes les recherches d'EULER dont je viens de parler, se rapportent exclusivement à des équations différentielles linéaires de la forme

$$\frac{d^n y}{dx^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \ldots + a_n y = 0;$$

le cas où le second membre n'est pas o, mais une fonction de x, n'a été traité par EULER que dans le mémoire *Methodus nova æquationes differentiales altiorum graduum integrandi ulterius promota* publié en 1753 dans le tome III (p. 3—35) des Novi commentarii academiæ scientiarum Petropolitanæ.

[1] Comparez la *Correspondance mathématique* et *physique de quelques célèbres géomètres du XVIII^{ème} siècle, publiée par* P. H. FUSS. Tome II (S:t Pétersbourg 1843), p. 36. La »scheda separata» dont parle JEAN BERNOULLI, n'a pas été publiée par FUSS — sans doute parce qu'il n'y avait pas recours — mais le brouillon de JEAN BERNOULLI est gardée à la Bibliothèque de l'académie des sciences de Stockholm. JEAN BERNOULLI multiplie l'équation proposée par x^p et détermine p de manière que le premier membre en puisse être immédiatement intégré. Il obtient alors une équation du $(n-1)^{\text{ème}}$ ordre semblable à la proposée, et après n opérations successives il parvient à l'intégrale demandée.

[2] Comparez FUSS, l. c. II, p. 28—29.

[3] Comparez FUSS, l. c. II, p. 35—36, 47—48.

[4] EULER fait allusion ici au mémoire de JEAN BERNOULLI: *Solution d'un problème concernant le calcul intégral, avec quelques abregés par rapport à ce calcul* (Histoire de l'académie des sciences de Paris 1702; Mémoires p. 296—305).

[5] FUSS, l. c. II, p. 62.

[6] Un cas particulier de cette formule a été mentionné vers le même temps par EULER dans une lettre adressée à

Goldbach (Fuss, l. c. I, p. 111; comparez R. Reiff, *Geschichte der unendlichen Reihen*, Tübingen 1889, p. 103—105).

[1] Comparez H. Suter, *Geschichte der mathematischen Wissenschaften*, II (Zürich 1875), p. 271—272.

Sur les lettres de Léonard Euler à Jean I Bernoulli.

Par G. ENESTRÖM à Stockholm.

Depuis un siècle, la plus grande partie de la correspondance de JEAN I BERNOULLI, appartient à l'académie des sciences de Stockholm, qui l'avait achetée en 1797 par JEAN III BERNOULLI.[1] Ce recueil précieux contient aussi quelques copies des lettres de JEAN BERNOULLI à EULER et 17 lettres (1727—1740) d'EULER à JEAN BERNOULLI. Celles-là sont déjà publiées, en partie par FUSS,[2] en partie par moi-même,[3] mais celles-ci sont encore inédites, et dans ce qui suit, je me propose de donner un sommaire de ces lettres.

Abstraction faite des deux premières, qui sont assez courtes, les lettres contiennent 3—8 pages in-4°, et le format du papier est en général 23 × 18 cm; l'écriture en est souvent très serrée, de manière que l'impression de ses 75 pages écrites exigerait probablement plus de 80 pages de la Bibliotheca Mathematica. La langue dont s'est servi EULER est le latin, sauf pour ce qui concerne la lettre du 25 mai 1731, laquelle est écrite en allemand. Il y a plusieurs ratures, dont une (dans la lettre du 20 décembre 1738) est faite par EULER lui-même, mais les autres (dans les lettres du 27 août 1737, 10 décembre 1737, 26 avril 1738, 5 mai 1739, 15 septembre 1739, 19 janvier 1740, 20 juin 1740) sont peutêtre de la main de JEAN II BERNOULLI (fils de JEAN I BERNOULLI).

Sommaire des lettres d'Euler.

1. *S:t Pétersbourg le 5 novembre 1727.* [1 page.]

Remarques sur les trajectoires réciproques. Difficultés dans la théorie des écoulements de fluides par des orifices de vases. Sur un traité projeté sur l'acoustique. Sur la signification géométrique de l'équation $y = (-1)^x$.

2. *S:t Pétersbourg le 10 décembre 1728.* [$1\frac{1}{4}$ pages.]

Sur l'équation $y = (-1)^x$ et sur les logarithmes des quantités négatives. Sur les équations différentielles

$$yyddy = xdx^2$$

$$ddx = x^n Y dx^{m-n} dy^{2-m} + x^p \Upsilon dx^{q-p} dy^{2-q} + \text{etc.}$$[4]

et des équations semblables.

3. *S:t Pétersbourg le 18 février 1729.* [3 pages.]

Sur la ligne la plus courte entre deux points d'une surface donnée. Sur les corps conoïdiques, c. à. d. ceux engendrés par une ligne droite qui se meut sur une courbe donnée en passant toujours par un point donné hors du plan de la courbe.

4. *S:t Pétersbourg le 16 mai 1729.* [4 pages.]

Sur les logarithmes des quantités négatives. Sur les équations différentielles de second ordre et en particulier celles de la forme:

$$y^m ddy = x^n dx^p dy^{2-p},$$

$$ddx = Yx^m dx^{1-m} dy^{1+m} + \Upsilon x^n dx^{1-n} dy^{1+n} + \text{etc.}$$

$$ax^m y^n dx^p dy^q ddy + bx^r y^{m+n-r} dx^s dy^{p+q-s} ddy + \text{etc.}$$
$$= cx^t y^{m+n-1-t} dx^v dy^{p+q+1-v} + \text{etc.}^5$$

Sur la ligne la plus courte entre deux points d'une surface donnée. Sur les corps conoïdiques.

5. *S:t Pétersbourg le 21 octobre 1729.* [3 pages.]

Sur les équations différentielles de second ordre et en particulier l'équation

$$ax^m dx^p = y^n dy^{p-2} ddy.$$

Sur les courbes tautochrones et isochrones. Sur la série

$$1, \; 1.2, \; 1.2.3, \; 1.2.3.4, \; \text{etc.}$$

et sur le terme de cette série correspondant à l'indice $\frac{1}{2}$.

6. *S:t Pétersbourg le 11 juillet 1730.* [4 pages.]

Sur les équations différentielles de second ordre:

$$xxdy = qydx^2,$$

$$ddy = Yx^m dx^{1-m} dy^{1+m} + \Upsilon x^n dx^{1-n} dy^{1+n} + \text{etc.},$$

$$ax^m y^{-m-1} dx^p dy^{2-p} + bx^n y^{-n-1} dx^q dy^{2-q} + \text{etc.} = ddy.$$

Sur les courbes tautochrones et isochrones. Sur la construction d'une certaine ligne sur une surface donnée, et sur le mouvement d'un corps sur un plan incliné mobile. Sur l'équation différentielle

$$ccdz - zzdz - zxdx = cdx\sqrt{xx + zz - cc}.$$

7. *S:t Pétersbourg le 25 mai 1731.* [4 pages.]

Sur la théorie de la musique.

8. *S:t Pétersbourg le 27 août 1737.* [7 pages.]

Sur la théorie de la lumière et du son. Sur la *Mechanica* d'EULER. Sur la somme de la série

$$1 + \frac{1}{2^{2n}} + \frac{1}{3^{2n}} + \frac{1}{4^{2n}} + \text{etc.}$$

et en particulier sur la somme de cette série pour $n = 1, 3, 4, 5, 6$. Sur la série

$$1 + \frac{1}{(-3)^n} + \frac{1}{(+5)^n} + \frac{1}{(-7)^n} + \frac{1}{(+9)^n} + \frac{1}{(-11)^n} + \text{etc.}$$

Sur l'équation

$$a - t + \tfrac{1}{3} t^3 - \tfrac{1}{5} t^5 + \text{etc.} = 0.$$

Sur la série

$$\tfrac{1}{3},\ \tfrac{1}{7},\ \tfrac{1}{8},\ \tfrac{1}{15},\ \tfrac{1}{24},\ \tfrac{1}{26},\ \text{etc.}$$

où tous les dénominateurs sont de la forme $a^r - 1$. Sur la série divergente

$$\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{5} + \tfrac{1}{7} + \tfrac{1}{11} + \text{etc.}$$

et sur le produit infini

$$\tfrac{2}{1} \cdot \tfrac{2}{3} \cdot \tfrac{4}{3} \cdot \tfrac{6}{5} \cdot \tfrac{6}{7} \cdot \tfrac{8}{9} \cdot \text{ etc.}$$

Sur une nouvelle branche de l'analyse infinitésimale appelée par EULER analyse infinitésimale indéterminée (*analysis infinitorum indeterminata*).

9. *S:t Pétersbourg le 10 décembre 1737.* [7 pages.]

Sur la *Mechanica* d'EULER. Sur les séries

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{1}{25} + \text{etc.}$$

$$\frac{1}{1.2} + \frac{2}{1.3.4} + \frac{2.4}{1.3.5.6} + \text{etc.}$$

Sur l'analyse infinitésimale indéterminée. Sur les mouvements des corps flottants.

10. *S:t Pétersbourg le 26 avril 1738.* [4 pages.]

Sur la *Mechanica* d'EULER et sur quelques recherches de J. HERMANN. Sur l'analyse infinitésimale indéterminée. Sur les mouvements des corps flottants.

11. *S:t Pétersbourg le 30 juillet 1738.* [8 pages.]

Sur les mouvements des corps dans des orbites mobiles ou immobiles. Sur les tentatives de J. HERMANN de réduire des quadratures à la rectification de courbes algébriques, et sur l'analyse infinitésimale indéterminée. Sur les mouvements des corps flottants. Sur le feu et sur la marée. Sur les séries

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{1}{25} + \text{etc.}$$

$$1 - \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{3}\left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right) - \frac{1}{4}\left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7}\right) + \text{etc.}$$

Sur la théorie générale des problèmes isopérimétriques.

12. *S:t Pétersbourg le 20 décembre 1738.* [4 pages.]

Sur la théorie de la musique. Sur les mouvements des corps flottants. Sur la formule générale de la solution de problèmes isopérimétriques. Sur une propriété de la courbe élastique rectangle [= courbe lintéaire].

13. *S:t Pétersbourg le 5 mai 1739.* [6 pages.]

Sur l'hydrodynamique. Sur les formules pour réduction de l'intégrale

$$\int x^m dx\, (a^n - x^n)^k.$$

Sur l'intégration de l'équation différentielle

$$a^3 d^3 y = y dx^3.$$

Sur un problème de mécanique dont la résolution exige l'intégration d'une équation différentielle de la forme

$$a^2 dds + s dt^2 = b y dt^2, \quad \text{où} \quad t = \int \frac{dy}{\sqrt{1 - yy}}.$$

14. *S:t Pétersbourg le 15 septembre 1739.* [4 pages.]

Sur la méthode de sommer la série

$$\frac{1}{1 \pm n} + \frac{1}{4 \pm n} + \frac{1}{9 \pm n} + \frac{1}{16 \pm n} + \frac{1}{25 \pm n} + \text{etc.}$$

Sur l'intégration des équations différentielles linéaires à coefficients constants.

15. *S:t Pétersbourg le 19 janvier 1740.* [7 pages.]

Une méthode pour la sommation de la série

$$\frac{1}{1 \pm n} + \frac{1}{4 \pm n} + \frac{1}{9 \pm n} + \frac{1}{16 \pm n} + \text{etc.}$$

Sur l'intégration des équations différentielles linéaires à coefficients constants et de celles de la forme

$$0 = y + \frac{axdy}{dx} + \frac{bx^2 ddy}{dx^2} + \text{etc.}$$

Sur les oscillations des corps flottants.

16. *S:t Pétersbourg le 20 juin 1740.* [4 pages.]
Sur les séries

$$\frac{1}{1+n}+\frac{1}{4+n}+\frac{1}{9+n}+\frac{1}{16+n}+\text{etc.},$$

$$1+\frac{1}{2^n}+\frac{1}{3^n}+\frac{1}{4^n}+\frac{1}{5^n}+\text{etc.},$$

$$1-\frac{1}{2^n}+\frac{1}{3^n}-\frac{1}{4^n}+\frac{1}{5^n}-\text{etc.},$$

$$1\pm\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^3}\pm\frac{1}{4^4}+\frac{1}{5^5}\pm\frac{1}{6^6}+\text{etc.}$$

Valeur approximative de l'expression

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{x}$$

et valeur de la constante qui y entre. Sur l'intégration des équations différentielles linéaires à coefficients constants. Sur les oscillations des corps flottants. Sur l'équation différentielle

$$yxxdx^2+addy=0.$$

17. *S:t Pétersbourg le 18 octobre 1740.* [4 pages.]
Sur l'hydrodynamique. Sur la série

$$1-\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^3}-\frac{1}{4^4}+\text{etc.}$$

et sur la valeur approximative de l'expression

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{x}$$

trouvée par Euler.

Sur l'intégration des équations différentielles à coefficients constants et en particulier sur l'équation

$$y+e\frac{d^4y}{dx^4}=0.$$

Par les dates des lettres on voit qu'il y a une lacune entre le 25 mai 1731 et le 27 août 1737; il est donc probable qu'Euler a adressé 1731—1737 à Jean Bernoulli plusieurs lettres actuellement perdues, et il est certain qu'il a écrit au moins en 1736 une lettre, à laquelle Jean Bernoulli répondit le 2 avril 1737. De plus, il résulte des lettres de celui-ci, que la correspondance entre les deux éminents mathématiciens a été continuée quelques années après 1740 et qu'Euler a écrit des lettres au moins le 16 septembre 1741, 26 décembre 1741, juin (?) 1742 et 22 septembre 1742. Malheureusement, il n'est guère à espérer qu'on pourra retrouver à l'avenir ces lettres.

Quant à la partie des lettres d'Euler qui se rapporte à la mécanique et à la physique, je ne l'ai pas examinée de plus près, et, par conséquent, je ne saurai dire si elle contient des renseignements historiques de quelque importance. Le reste traite principalement de la théorie des suites et de l'intégration des équations différentielles; on sait qu'Euler a traité ces matières dans de nombreux mémoires et ouvrages à part, et pour cette raison on ne doit pas attendre de trouver dans ses lettres des théorèmes ni des méthodes inédites. De fait, si l'on compare le sommaire ci-dessus donné avec les mémoires publiés par Euler vers ce même temps dans les *Commentarii* de l'académie des sciences de S:t Pétersbourg, on trouve que les mémoires traitent à peu près de toutes les matières contenues dans les lettres. Mais d'autre part ces lettres ne sont pas sans intérêt au point de vue de l'histoire des mathématiques pures, car elles nous permettent de fixer les dates de quelques-unes des découvertes d'Euler et de modifier ainsi quelques indications données dans les ouvrages d'histoire des mathématiques. Dans la note antérieure (p. 43—50), j'ai déjà démontré qu'Euler avait intégré en 1739 l'équation différentielle linéaire à coefficients constants où le second membre est égal à zéro, bien que sa méthode n'ait été publiée qu'en 1743. A l'occasion je me propose de donner quelques autres renseignements de la même nature, qu'on peut tirer de ses lettres.

[1] Comparez Eneström, *Notice sur la correspondance de Jean I Bernoulli* (Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. **12**, 1879, 313—314).

[2] *Correspondance mathématique et physique de quelques célèbres géomètres du XVIII^e siècle publiée par* P. H. Fuss. Tome II (S:t Pétersbourg 1843), p. 1—93.

[3] *Trois lettres inédites de Jean I Bernoulli à Léonard Euler publiées par* G. Eneström (Bihang till [svenska] vetenskapsakademiens handlingar **5**, 1880).

[4] Il résulte de la lettre du 16 mai 1729 que cette équation a été mal transcrite par Euler.

[5] Dans sa lettre du 11 juillet 1730, Euler indique qu'il avait en vue une autre équation.

Über den angeblichen Ausspruch Galilei's: »Eppur si muove«.

Von Gerhard Berthold in Ronsdorf.

In einer Notiz über den vielumstrittenen Wahlspruch hatte ich kürzlich die Vermuthung geäussert,[1] dass der Abbé Irailh (der, soweit bis dahin ermittelt, zuerst den Ausspruch im Jahre 1761 erwähnt hatte) durch mündliche Tradition davon Kenntniss erlangt habe. Weitere eingehende Nachforschungen haben mir jedoch ergeben, dass Irailh seine Nachricht dem kurz zuvor erschienenen Werke eines italienischen Schriftstellers entnommen hat, nämlich der *Italian Library* des Giuseppe Baretti,[2] welche im Jahre 1757 veröffentlicht wurde.

In diesem Cataloge, in welchem die hervorragendsten in italienischer Sprache geschriebenen Werke, nach den einzelnen Disciplinen geordnet, systematisch aufgezählt werden, und theilweise mit Randglossen versehen sind, findet sich in dem Capitel »Filosofi Naturali. Natural Philosophers« Galilei's *Dialogo sopra i due Massimi Sistemi del Mondo Tolemaico e Copernicano* aufgeführt, und folgende Anmerkung hinzugefügt:[3] »This is the celebrated Galileo, who was in the inquisition for six years, and put to the torture, for saying, that the *earth moved*. The moment he was set at liberty, he looked up to the sky and down to the ground, and, stamping with his foot, in a contemplative mood, said, *Eppur si move;* that is, *still it moves*, meaning the earth.»

Hiermit dürfte endgültig die Fundstelle festgelegt sein, auf welche der angebliche Ausspruch Galilei's zurückzuführen ist. Seine Quelle ist in Italien selbst zu suchen, und ist er dem Sagenkreise zuzuweisen, der sich allmälig um die Person Galilei's gebildet hatte. Ein Landsmann Galilei's, Giuseppe Baretti, hat alsdann zuerst den Ausspruch schriftlich fixirt und im Jahre 1757 als der Erste durch den Druck veröffentlicht. Von ihm entnahm alsbald (1761) der Abbé Irailh seine Notiz.[4] Auf Letzterem fusst der Abbé Chaudon, der nicht nur die legendenhafte Ausschmückung gab (1766),[5] sondern auch durch sein in neun Auflagen (von 1766—1810) erschienenes *Dictionnaire historique* bewirkte, dass die Legende in alle Welt verbreitet wurde.

[1] *Eppur si muove.* Zeitschr. für Mathem. **42,** 1897; Hist. Abth. p. 8.

[2] GIUSEPPE BARETTI, geboren am 25. April 1719 zu Turin, ging 1751 nach London, wo er am 5. Mai 1789 gestorben ist.

[3] *The Italian Library. Containing an Account of the Lives and Works of the most valuable Authors of Italy.* London: Printed for A. Millar, in the Strand. MDCCLVII. p. 52.

[4] *Querelles littéraires* etc. A Paris 1761. 12°. t. iii, p. 49: »Au moment, assure-t-on, qu'il fut mis en liberté, le remords le prit. Il baissa les yeux vers la terre, et dit, en la frappant du pied: *Cependant elle remue.* »*E pur si move.*»

[5] *Nouveau Dictionnaire historique-portatif* etc. A Amsterdam 1766, t. II, p. 207: »Au moment qu'il se releva [nach der Abschwörung, welche er knieend geleistet], agité par le remords d'avoir fait un faux serment, les yeux baissés vers la terre, il dit en la frappant du pied: *Cependant elle remue, e pur si move*». — Aus dem Fehlen des »on prétend» in der ersten Auflage von CHAUDON's *Dictionnaire* erklärt sich, dass auch FR. N. STEINACHER (1774) und F. X. DE FELLER (1781) diesen Zusatz nicht bringen. — Offenbar um die Sache plausibler erscheinen zu lassen, schreibt BIOT, Artikel *Galilée* (*Biographie universelle* etc. Paris, Michaud, **16,** 1816, p. 327): »il ne put s'empêcher de dire *à demi-voix*, en frappant du pied la terre: E pur si muove.»

RECENSIONEN. — ANALYSES.

S. A. Christensen. MATEMATIKENS UDVIKLING I DANMARK OG NORGE I DET XVIII. AARHUNDREDE. EN MATEMATISK-HISTORISK UNDERSÖGELSE. Odense 1895. 8°, (3) + 262 p.

Cet ouvrage a pour but de rendre compte des études mathématiques en Danemark et en Norvège au 18e siècle. Il est divisé en deux sections dont la première traite de l'enseignement et la seconde des recherches scientifiques. Dans celle-là, l'auteur mentionne les divers règlements scolaires en vigeur au 18e siècle et les cours préscrits pour les établissements d'instruction moyenne et supérieure ainsi que pour les écoles spéciales. On y trouve aussi plusieurs notices sur les traités des mathématiques élémentaires publiés en Danemark antérieurement à l'an 1700.

La seconde section se rapporte en premier lieu aux résultats littéraires des études mathématiques à l'université de Kjöbénhavn et à l'académie de Sorö; l'auteur y rend compte aussi des mémoires publiés dans les recueils des sociétés savantes, et de quelques autres écrits mathématiques publiés en Danemark an 18e siècle.

Aux pages 249—251 l'auteur résume les faits principaux de l'exposition précédente. Il fait ressortir que la méthode de l'enseignement des mathématiques, peu satisfaisante au commencement du 18e siècle, devenait plus loin meilleure, et que des recherches scientifiques dans le domaine des sciences mathématiques n'ont été faites en Danemark qu'à partir du milieu de ce siècle. Cependant, ces recherches étaient peu nombreuses et elles ne semblent guère avoir contribué au développement des mathématiques. Le seul ouvrage vraiment original, celui de C. WESSEL *Om Directionens analytiske Betegning* (1797), n'a pas été compris par ses contemporains, et il est resté inconnu jusqu'à nos jours. D'autre part, l'enseignement universitaire était restreint aux mathématiques élémentaires, et ce n'est que vers l'an 1800 que des cours de calcul infinitésimal ont été faits à l'université de Kjöbenhavn.

Dans l'ouvrage de M. CHRISTENSEN on trouve quelques renseignements aptes à compléter la *Bibliographische Notiz über das Studium der Geschichte der Mathematik in Dänemark* publiée par lui-même et M. J. L. HEIBERG dans la Bibliotheca Mathematica 1889, p. 75—83. Aux pages 114 et 165 il signale que les règlements de l'académie de Sorö (1747) et de l'université de Kjöbenhavn (1788) imposaient aux professeurs de commencer leurs cours par un aperçu de l'histoire et de la littérature de la science dont il s'agissait, mais qu'on ignore si cette ordonnance a eu quelque effet. Aux pages 72, 173, 194, 212 il indique les écrits suivants non mentionnés dans la *Bibliographische Notiz.*

H. Gram. Archytæ Tarentini fragmentum *περὶ τῆς μαθηματικῆς* cum brevi disquisitione chronologica de ætate Archytæ. Hafniæ 1707. 4°.

M. Anchersen. Oratio de mathematicis Danorum, accedit narratio brevis de vita et scriptis P. Horrebowii.
Dänische Bibliothek **8**, 1746, 701—720.

J. J. Friis. Introductio in librum Jamblichi tertium de generali mathematum scientia. Disputatio inauguralis. Hafniæ 1790. 4°.

L. H. Tobiesen. Principia atque historia inventionis calculi differentialis et integralis, nec non methodi fluxionum. Gottingæ 1793. 4°.

M. Christensen semble avoir réuni avec beaucoup de soin les matériaux de son ouvrage, et il a analysé consciencieusement les écrits mathématiques publiés en Danemark au 18e siècle. Certes, son exposition aurait mérité encore plus de louanges, s'il lui avait été possible de comparer en détail les ouvrages des mathématiciens danois avec ceux publiés auparavant sur les mêmes sujets par des savants étranges, et de porter ainsi un jugement définitif sur l'originalité des recherches de ses concitoyens.

La transcription des noms de quelques auteurs cités par M. Christensen donne lieu à des remarques. Rainer Gemma-Frisius est appelé toujours (p. 4, 7 etc.) »Fris», tandis que Paolo Frisi est cité (p. 222, 223) sous le nom de »Frisius»; l'auteur J. T. Desaguliers est appelé (p. 169, 260) »Desaguilier» et le nom de J. A. Segner est transcrit (p. 180, 262) »Seigner». Nous avons noté aussi un certain nombre de fautes de plume ou d'impression, mais nous jugeons inutile de les rapporter ici.

Stockholm. G. Eneström.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. Eneström. Stockholm. 8°.
1897: 1.

Bollettino di storia e bibliografia matematica pubblicato per cura di G. LORIA. (Supplemento al Giornale di matematiche.) Napoli. 4°.
1897: 1 (4 pages).

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. CANTOR. Leipzig. 8°.
42 (1897): 2.

°**Airy, G. B.**, Autobiography. Edited by W. AIRY. London 1896.
8°, 12 + 414 p. + portrait.

°**Ball, W. W. R.**, Mathematical recreations and problems of past and present times. Third edition. London, Macmillan 1896.
8°, 288 p. — [7 sh.]

Berthold, G., David Fabricius und Johann Kepler. Vom neuen Stern. Facsimiledruck mit einem Nachworte. Norderney, Braams 1897.
8°, VI + (1) + 43 p.

Braunmühl, A. von, Beiträge zur Geschichte der Trigonometrie.
Halle, Deutsche Akad. d. Naturf., Abhandl. **71**, 1897, 1—30 + 1 pl.

Braunmühl, A. von, Nassîr Eddîn Tûsi und Regiomontan.
Halle, Deutsche Akad. d. Naturf., Abhandl. **71**, 1897, 31—67 + 2 pl.

Dahlbo, J., Uppränning till matematikens historia i Finland från äldsta tider till stora ofreden. Akademisk afhandling. Nikolaistad 1897.
8°, (4) + 196 p. + 1 pl.

Daublensky von Sterneck, R., Zur Vervollständigung der Ausgaben der Schrift des Jordanus Nemorarius: Tractatus de numeris datis.
Monatshefte für Mathem. **7**, 1896, 165—179 + facsim.

°**Eisenlohr, A.**, Ein altbabylonischer Felderplan, nach Mitteilungen von F. V. SCHEIL herausgegeben und bearbeitet. Leipzig, Hinrichs 1896.
8°, 16 p. — [Analyse:] Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 41. (CANTOR.)

Fontès, M., Bilan des caractères de divisibilité.
Toulouse, Acad. d. sc., Mémoires 5_9, 1893, 459—475. — Notice historique.

Fontès, M., Pierre Forcadel, lecteur du roy ès mathématiques. (Suite.)
Toulouse, Acad. d. sc., Mémoires 7_9, 1895, 316—346.

Gibson, B., La »Géométrie« de Descartes au point de vue de sa méthode.
Revue de métaphysique et de morale (Paris) **4**, 1896, 386—398.

Günther, S., Zur Kalenderkunde.
Zeitschrift für Kulturgeschichte (Weimar) 4_4, 1896, 145—154.

Halsted, G. B., Some salient points in the history of non-euclidean and hyper-spaces.
Mathematical papers of the Chicago Congress **1** (New York 1896), 92—95.

Halsted, G. B., Sylvester.
Science (New York) **5**, 1897, 597—604. — Nécrologie.

°**Heinze, M.,** Moritz Wilhelm Drobisch. Gedächtnissrede. Leipzig 1897.
8°, 25 p. — [0·60 Mk.]

Hoffmann, J. C. V., William Shanks und die von ihm berechneten 707 Decimalen der Zahl π, sowie seine sonstige Thätigkeit.
Zeitschr. für mathem. Unterricht **26**, 1895, 261—264.

°**Jacobs, H. von,** Das Volk der Sieben-Zähler. Rückschluss aus der Form der »arabischen Ziffern» auf ihre Herkunft. Berlin 1896.
8°, 45 p. — [Analyse:] Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 42. (CANTOR.)

Kutta, W. M., Zur Geschichte der Geometrie mit constanter Zirkelöffnung.
Halle, Deutsche Akad. d. Naturf., Abhandl. **71**, 1897, 69—101 + 3 pl.

Lampe, E., Karl Weierstrass. Gedächtnissrede gehalten in der Sitzung der physikalischen Gesellschaft zu Berlin am 5. März 1897. Leipzig, Barth 1897.
8°, 24 p.

Lindemann, F., Zur Geschichte der Polyeder und der Zahlzeichen.
München, Akad. d. Wissensch., Sitzungsber. 1896, 625—758 + 9 pl.

Loria, G., Versiera, Visiera e Pseudo-versiera.
Biblioth. Mathem. 1897, 7—12. — Note historique sur quelques courbes.

Maddison, Isabel, Note on the history of the map-coloring problem.
New York, Americ. mathem. soc., Bulletin **3**$_2$, 1897, 257.

POGGENDORFF's Biographisch-literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exacten Wissenschaften, enthaltend Nachweisungen über Lebensverhältnisse und Leistungen von Mathematikern, Astronomen, Physikern, Chemikern, Mineralogen, Geologen, Geographen u. s. w. aller Völker und Zeiten. III. Band (die Jahre 1858 bis 1883 umfassend). Herausgegeben von B. W. FEDDERSEN und A. J. VON OETTINGEN. 2.—9. Lieferung. Leipzig, Barth 1896—1897.
8°, p. 97—846.

Russell, B. A. W., An essay on the foundations of geometry. Cambridge, Clay & Sons 1897.
8°, XVI + 201 p. — [7½ sh.] — Ouvrage en grande partie historique.

°**Schöngut, L.,** Über Kants mathematische Hypothese. Reichenberg 1896.
8°, 52 p. — [1·80 Mk.]

Siacci, F., Carlo Weierstrass.
Napoli, Accad. d. sc. fis. e matem., Rendiconti **3**$_{1}$, 1897, 63—64.

Steinschneider, M., Die Mathematik bei den Juden.
Biblioth. Mathem. 1897, 13—18.

Tannery, P., Magister Robertus Anglicus in Montepessulano.
Biblioth. Mathem. 1897, 3—6.

Vailati, G., Del concetto di centro di gravità nella statica d' Archimede.
| *Torino*, Accad. d. sc., Atti **32**, 1897. 19 p.

Vaux, C. de, Sur le sens exact du mot »al-djebr».
Biblioth. Mathem. 1897, 1—2.

°**Villicus, F.**, Geschichte der Rechenkunst vom Alterthum bis zum 18. Jahrhundert. Dritte vermehrte Auflage. Wien 1897.
8°, (6) + 114 p. — [3·20 Mk.]

°**Volkmann, P.**, Franz Neumann (1798—1895). Ein Beitrag zur Geschichte deutscher Wissenschaft. Leipzig, Teubner 1896.
8°, VII + 68 p. — [Analyse:] Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 50—51. (Cantor.)

Question 62 [sur le premier emploi du terme »série récurrente»]. — Question 63 [sur un écrit de John Wilkins].
Biblioth. Mathem. 1897, 30—31. (G. Eneström.)

Réponse à la question 40 [sur le mathématicien allemand Burmann].
Biblioth. Mathem. 1897, 31—32. (M. Cantor.)

Remarque sur la question 60 [sur l'origine du terme: »regula cecis»].
Biblioth. Mathem. 1897, 32. (C. de Vaux.)

°Apollonius of Perga, Treatise on conic sections. Edited in modern notation, with introductions, including an essay on the earlier history of the subject by T. L. Heath. Cambridge 1896. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 43—44. (Cantor.)

Boyer, J., Le mathématicien franc-comtois François-Joseph Servois, d'après des documents inédits. Doubs 1895. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 49—50. (Cantor.)

Cajori, F., A history of elementary mathematics with hints on methods of teaching. New York, Macmillan 1896. 8°.
The school review (Chicago) **5**, 1897, 184—188. (D. E. Smith)

Carli, A. e Favaro, A., Bibliografia Galileiana (1568—1895), raccolta ed illustrata. Roma 1896. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 47. (Cantor.) — Biblioth. Mathem. 1897, 19—24. (G. Eneström.)

Günther, S., Kepler. — Galilei. Berlin, Hofmann 1896. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 50. (Cantor.)

Tischer, E., Die Begründung der Infinitesimalrechnung durch Newton und Leibniz. Leipzig, Hinrichs 1896. 4°.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 48—49. (Cantor.)

Wessel, C., Essai sur la représentation analytique de la direction. Publié avec préfaces de H. Valentiner et T. N. Thiele par l'académie royale des sciences et des lettres de Danemark à l'occasion du centenaire de sa présentation à l'académie le 10 mars 1797. Copenhague, Höst 1897. 4°.
Mathesis 7_2, 1897, 104. (P. M.)

Zeuthen, H. G., Geschichte der Mathematik im Altertum und Mittelalter. Vorlesungen. Kjöbenhavn, Höst 1896. 8°.
Jornal de sc. mathem. **13**, 1897, 27—28. (G. T.)

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1897, 27—30. — Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 70—72.

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

64. Dans plusieurs dictionnaires biographiques on trouve l'indication que le mathématicien Giovanni Ceva mourut en 1736 ou en 1737, mais cette indication semble se rapporter au frère Tomaso Ceva. Dans le *Dictionary of political economy* publié sous la direction de M. Palgrave, M. M. Pantaleoni a inséré une notice sur Giovanni Ceva, où on lit (Second part, London 1892, p. 252): »His death took place during the siege of Mantua in 1734». Quelle est la source de ce renseignement? (G. Eneström.)

Inhalt. — Table des matières.

Quatre numéros par an. Ce numéro est publié le 15 juin 1897.

STOCKHOLM, TRYCKT I CENTRAL-TRYCKERIET, 1897.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK — JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON — PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1897. STOCKHOLM. N° 3.

NEUE FOLGE. 11. Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr. NOUVELLE SÉRIE. 11.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Prinz Louis-Ferdinandstr. 2. PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Über die neuesten mathematisch-bibliographischen Unternehmungen.

Von G. ENESTRÖM in Stockholm.*

Am Anfange dieses Jahrhunderts waren die bibliographischen Hilfsmittel, welche den Mathematikern zu Gebote standen, verhältnissmässig ziemlich befriedigend. Für Aufsätze in periodischen Schriften und Abhandlungen gelehrter Gesellschaften konnte man das *Repertorium commentationum a societatibus literariis editarum* (tomus VII, 1808) von REUSS zu Rathe ziehen, und ein Verzeichniss der separat herausgegebenen mathematischen Bücher gab MURHARD's *Litteratur der mathematischen Wissenschaften* (I—V, 1797—1805). In der That war die mathematische Litteratur damals wenig umfangreich und leicht zu überblicken, da nur wenige Zeitschriften mathematische Aufsätze enthielten, und die gelehrten Gesellschaften, welche in Betracht kamen, das Dutzend nicht beträchtlich überstiegen.

Im Laufe des Jahrhunderts haben sich nun diese Verhältnisse sehr geändert, und zwar auf eine für die mathematischen Forscher wenig günstige Weise. Nicht als ob keine neuen mathematischen Bibliographien von irgend einem Werth erschienen wären. Im Gegentheil sind deren viele herausgegeben worden, und unter diesen zeugen einige von grossem Fleiss und Gelehrsamkeit. So z. B. haben wir ja POGGENDORFFS *Biographisch-*

* Vortrag gehalten den 10. August 1897 in der 5. Section der ersten internationalen Mathematiker-Versammlung in Zürich.

literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exacten Wissenschaften (1863) und die kürzlich (1896) begonnene Fortsetzung desselben von den Herren Feddersen und Oettingen. Anwendbare Bibliographien sind auch das *Handbuch der mathematischen Literatur* von Rogg (1830), die *Bibliotheca Mathematica* von Sohncke (1854) und die gleichnamige Schrift von Erlecke (1872—1873). Für besondere Länder haben Riccardi (1870—1894), Zebrawski (1873—1886) und Bierens de Haan (1883) vorzügliche Bibliographien geleistet. Wer speciell die neueste Litteratur zu kennen wünscht, findet in dem Jahrbuche über die Fortschritte der Mathematik und für die letzten Jahre auch in der Revue semestrielle des publications mathématiques gute Führer.

Indess ist es nicht zu läugnen, dass die bibliographische Arbeit im Verhältniss zur Entwickelung der mathematischen Produktivität zurückgeblieben ist. Diese Produktivität, wesentlich erleichtert durch zahlreiche Fach-Zeitschriften, von welchen die meisten in den letzten 30 Jahren gegründet worden sind, hat jetzt eine Höhe erreicht, von der man vor 50 Jahren nicht träumen konnte. Die Anzahl der jährlich erscheinenden Bücher, Abhandlungen und Aufsätze mathematischen Inhalts beläuft sich jetzt auf etwa 2,000, und während des letzten Menschenalters sind beinahe 50,000 neue Schriften hinzugekommen.

Mag es auch wahr sein, dass nur ein Theil dieser Masse von wirklichem Werth ist, so darf auf der anderen Seite bemerkt werden, dass schon dieser Theil quantitativ sehr bedeutend ist, und jedenfalls wäre es erwünscht einen bibliographischen Leitfaden zu besitzen, um erfahren zu können, was auf jedem Gebiete der Mathematik geleistet worden ist. Sonst wird es immer öfter eintreffen, dass Sätze oder Methoden für neue ausgegeben werden, welche schon früher von anderen Forschern gefunden worden sind, und auf diese Weise wird manchmal nur aus Unkunde grosse Mühe unnütz aufgewandt. Zwar würde nicht einmal der Zugang zu den vortrefflichsten bibliographischen Führern diesen Übelstand vollständig beseitigen, da ja neue Entdeckungen auch in solchen Schriften niedergelegt werden, welche, sei es aus sprachlichen, sei es aus buchhändlerischen Gründen, fast unzugänglich bleiben, und da es immer Mathematiker geben wird, welche sich nicht die Mühe geben werden, sich nach früheren Untersuchungen genügend in der Litteratur umzusehen. Aber in den meisten Fällen würde doch eine gute mathematische Bibliographie von unschätzbarem Nutzen sein, nicht nur für die Forscher *ex professo*, sondern auch für alle diejenigen, welche aus irgend einem Grunde die Resultate der wissenschaftlichen Arbeit der letzten Jahrzehnte kennen lernen wollen. In der That hat sich das Bedürfniss einer solchen Bibliographie mehr und mehr erkennbar gemacht, und trotz der grossen entgegenstehenden Schwierigkeiten sind schon Arbeiten zu ihrer Abhülfe in Angriff genommen, und in erster Linie sind zwei mathematisch-bibliographische Unternehmungen zu besprechen. Die eine, das *Répertoire bibliographique des sciences mathématiques*, das von einer internationalen Kommission redigiert wird, hat sogar schon einige Resultate ihrer Wirksamkeit publiciert, die andere wird seit vielen Jahren von dem Herrn Oberbibliothekar G. VALENTIN in Berlin zur Veröffentlichung vorbereitet. Ich werde mir jetzt erlauben einige Notizen über diese zwei Unternehmungen zu geben.

A) Répertoire bibliographique des sciences mathématiques.

Die Initiative zu dieser Bibliographie ist von der »Société mathématique de France» ergriffen, und der Plan derselben wurde im Anfange des Jahres 1885 entworfen.[1] Die Bibliographie sollte die wissenschaftliche Litteratur des 19. Jahrhunderts verzeichnen, und die Titel sollten streng systematisch nach dem Inhalte geordnet werden. Durch eine Kommission liess die Gesellschaft darum einen sehr detaillirten Entwurf zur Klassificirung ausarbeiten, welcher nach gebührenden Verbesserungen bei einer Versammlung in Paris 1889 festgestellt wurde.[2] Die gesammte Mathematik ist in 23 Klassen eingetheilt worden; jede Klasse hat wieder eine Anzahl Abtheilungen, diese meist wieder Unterabtheilungen, so dass die Anzahl aller etwa 2,000 beträgt; für jede Abtheilung giebt es eine besondere Signatur, die aus Buchstaben und Ziffern zusammengesetzt ist. Die bibliographische Arbeit wird so ausgeführt, dass die Titel auf Karten geschrieben werden, welche mit der betreffenden Signatur versehen sind, und wenn es nöthig ist, werden Übersetzungen oder Erklärungen hinzugefügt. Um diese Arbeit auszuführen, wurde eine Kommission von 17 Personen gewählt; die Anzahl der Mitglieder der Kommission ist später durch Kooptation vermehrt worden.

Um das eingesammelte Material dem gelehrten Publicum schneller zugänglich zu machen, hat die Kommission besondere Massregeln ergriffen. Jenachdem die Mitarbeiter die Titelcopien einsenden, werden diese nach den Signaturen geordnet, und wenn 10 Titel mit derselben Signatur vorhanden sind, werden diese auf einer Karte gedruckt.[3] Wenn 100 solche

Karten fertig sind, werden sie herausgegeben; sie bilden dann eine sogenannte »Série» des *Répertoire*. Vier solcher »Séries» sind jetzt erschienen[4] und der Druck der 5. »Série» ist bald beendet. Ausserdem hat die Kommission im Manuscript noch mehrere tausend Titel bereit. Wenn erst einmal das ganze Material gesammelt ist, hat man die Absicht das *Répertoire* in der Form eines Buches herauszugeben.

Der Plan, welcher auf diese Weise entworfen worden und zum Theil auch zur Ausführung gekommen ist, hat ohne Zweifel viele Verdienste. Die Gewinnung von Mitarbeitern in den verschiedenen Ländern erlaubt, dass die Bibliographie vollständiger werden kann, als wenn sie von einer einzigen Person ausgearbeitet wäre, und durch die allmählige Veröffentlichung derselben auf Karten kann sie früher als sonst den Forschern zugänglich gemacht werden; auch die ausführliche systematische Klassificirung, an welcher viele Specialisten theilgenommen haben, muss als ein entschiedenes Verdienst des Unternehmens hervorgehoben werden. Jedoch zeigt der Plan der Bibliographie leider auch einige Nachtheile. Die vielen Mitarbeiter sind im allgemeinen nicht geübte Bibliographen, es wird ihnen darum zuweilen schwer werden, beim Ausschreiben der Titel die gegebenen Anweisungen genau zu befolgen, und hierdurch entstehen nothwendiger Weise gewisse Inkonsequenzen; auch die Klassificirung dürfte in vielen Fällen von den verschiedenen Mitarbeitern nicht nach einheitlichen Grundsätzen ausgeführt werden können. Die 4 schon herausgegebenen »Séries» zeigen, dass man die Unvollkommenheiten des eingesammelten Materials bei der Drucklegung der Karten nur schwer verbessern kann; Schreib- oder Druck-Fehler kommen auch ziemlich häufig vor.

Da ferner der Druck theils von der Einsendung der Titel abhängig ist, theils erst dann besorgt werden kann, wenn 10 zu einer und derselben Abtheilung gehörende Titel vorhanden sind, so folgt hieraus, dass man gar nicht weiss, wie vollständig die herausgegebenen »Séries» die Litteratur einer gewissen Klasse verzeichnen; es ist ja möglich, dass sogar die wichtigsten Abhandlungen dieser Klasse noch nicht auf den Karten angezeigt sind.

Was die Anwendung der gedruckten Karten betrifft, so muss bemerkt werden, dass diese ziemlich leicht ist, so lange nur wenige »Séries» herausgegeben sind, dass sie aber um so unbequemer wird, je zahlreicher die Karten werden. Nun halte ich es für sehr wahrscheinlich, dass das *Répertoire* zuletzt etwa 100,000 Titel, also ungefähr 10,000 Karten enthalten wird, und diese Karten würden in einem Bücherschranke eine Länge von ungefähr 2 Metern ausfüllen. Aus dieser Masse von Karten diejenigen herauszusuchen, welche man zu sehen wünscht, wird nicht immer leicht sein, und auch nur das Einordnen der neuen Karten unter die alten wird von den Abonnenten zuletzt nicht ohne Mühe ausgeführt werden. Bei Benutzung der Karten wird ferner ein anderer Umstand nicht selten Beschwerde verursachen; die Abbreviaturen der Titel der periodischen Schriften sind nämlich nicht ganz passend gewählt worden, so dass der Benutzer gezwungen ist, beständig den Schlüssel der Abbreviaturen einzusehen, um nicht irre geführt zu werden.[5] Zuletzt mag noch erwähnt werden, dass, wenn man nach den bisherigen Verhältnissen schliessen darf, die »Séries» des *Répertoire* sehr langsam dem gelehrten Publicum zugänglich werden werden, so dass die letzte »Série» wahrscheinlich erst in 20 Jahren fertig ist. Dann ist aber bereits wieder eine ganze neue Litteratur entstanden, welche das *Répertoire* noch nicht verzeichnet hat.

Die Übelstände, welche hier hervorgehoben worden sind, dürften wenigstens zum Theil vermieden werden können, wenn man sich entschlösse für die vorläufige Veröffentlichung nicht Karten, sondern Lieferungen zu benutzen, deren jede ein für sich abgeschlossenes Ganzes bildete, und den Inhalt einer gewissen Anzahl von Gesellschafts- oder Zeitschriften in systematischer Ordnung verzeichnete. Für die kleineren Länder dürfte es angemessen sein die ganze Litteratur in eine einzige Lieferung zusammenzufügen; ein Gedanke, welcher schon gewissermassen in Bezug auf Italien und Polen zur Ausfürung gelangt ist, und welchen ich auch recht bald für Schweden realisiren zu können hoffe.

B) Die allgemeine mathematische Bibliographie des Herrn G. Valentin.

Um dieselbe Zeit als die »Société mathématique de France» den Plan zum *Répertoire bibliographique des sciences mathématiques* entwarf, entschloss sich Herr Valentin eine vollständige Bibliographie der Mathematik von der Erfindung der Buchdruckerkunst bis auf unsere Tage herauszugeben;[6] nur die elementarsten Lehrbücher des 19. Jahrhunderts sollten ausgeschlossen werden. Er begann seine Arbeit schon im Anfange des Jahres 1885 und ist seitdem fast ohne Unterbrechung damit beschäftigt gewesen. Zuerst beabsichtigte er die Litteratur nur bis zum Jahre 1868 zu verzeichnen, erweiterte aber etwas später den Plan, so dass die Bibliographie jetzt auch die letzten 30 Jahre umfasst; kritische Besprechungen mathematischer Bücher sind auch darin erwähnt. Um die Titel der separat erschienenen Schriften zu sammeln — Herr Valentin schätzt die Anzahl derselben auf etwa 35,000, wobei er jedoch als eine Einheit ein Buch mit allen Auflagen und Übersetzungen desselben rechnet — hat er theils mehrere der grössten Bibliotheken in Deutschland und im Auslande durchforscht, theils eine grosse Anzahl von Bibliographien und litterarischen Zeitschriften benutzt. Die Titel der in Gesellschafts- und Zeitschriften erschienenen Abhandlungen und Aufsätze hat er aus mehr als 4,000 Publicationen mit mehr als 120,000 Bänden excerpiert; die Anzahl der betreffenden Titel schätzt er auf etwa 90,000, so dass die ganze Bibliographie ungefähr 125,000 Titel enthalten würde, deren er schon mehr als 100,000 gesammelt hat, und mit den noch übrigen hofft er vor Ende dieses Jahres fertig zu sein. Dann braucht er etwa 3 Jahre für die Redaction seiner Sammlungen und noch ungefähr 4 Jahre für den Druck, so dass die ganze Arbeit voraussichtlich um das Jahr 1904 fertig sein wird. Die Titel sollen theils alphabetisch nach den Verfassernamen, theils systematisch nach dem Inhalte geordnet werden, und Herr Valentin berechnet, dass die Bibliographie 4 Bände à 50 Bogen Lexicon-Octav doppelspaltig umfassen wird.

Die zwei soeben genannten Unternehmungen beziehen sich nur auf die schon vorhandene Litteratur. Zwar stellt der Plan des *Répertoire* Supplemente in Aussicht, deren jedes zehn Jahre umfassen soll; wenn aber das *Répertoire* selbst erst in 20 Jahren fertig ist, so können die jetzt lebenden Forscher kaum hoffen von den Supplementen irgend einen Nutzen zu haben. Die zwei schon früher erwähnten Publikationen: Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik und Revue semestrielle des publications mathématiques sind ja sehr werthvoll, enthalten aber auch Referate, und können darum nicht so frühzeitig erscheinen als zu wünschen wäre; das Jahrbuch ist übrigens für rein bibliographische Zwecke etwas unhandlich, und die Revue umfasst nicht separat herausgegebene Schriften. Daher ist es wünschenswerth, für die künftige Litteratur ein neues bibliographisches Hilfsmittel zu bekommen. In der That ist ein solches wirklich in Aussicht gestellt durch den bibliographischen Kongress, der auf Veranstaltung der »Royal Society» im vorigen Jahre in London abgehalten wurde. Dieser Kongress beschloss nämlich eine bibliographische Arbeit vorzubereiten, welche alle vom Jahre 1900 ab erscheinenden wissenschaftlichen Schriften verzeichnen sollte.[1] Diese Bibliographie soll in erster Linie systematisch nach dem Inhalte der Schriften geordnet werden. Die Titelcopien sollen von Mitarbeitern in den verschiedenen Ländern verfertigt und darnach in London auf Karten gedruckt werden; vermuthlich hat man die Absicht jeder solchen Karte eine besondere Signatur zu geben, damit es den Abonnenten möglich sein wird die Karten unmittelbar zu ordnen. Zuletzt sollen sämmtliche Titel in einem Kataloge gedruckt werden, geordnet sowohl nach dem Inhalte, als auch nach dem Namen des Verfassers.

Da noch Nichts gethan ist um die Beschlüsse des Kongresses auszuführen, ist es kaum möglich den Werth derselben zu beurtheilen, es scheint mir aber als ob deren Realisirung sich nicht allzu leicht wird vollziehen lassen. Zuerst wird es ohne Zweifel sehr schwierig werden in jedem Lande interessirte, sachkundige und ständige Mitarbeiter zu finden; nicht viel leichter ist es, ein passendes System für die Klassificirung aufzustellen und bei der bibliographischen Arbeit diese Klassificirung richtig zu benutzen. Für die Abonnenten wird es mühsam sein, die von Zeit zu Zeit erscheinenden Karten unter die alten einzuordnen. Bemerkt sei auch, dass die Karten einen beträchtlichen Raum in den Bücherschänken fordern werden; für die Mathematik wird jährlich eine Länge von etwa 30 bis 40 Centimetern, also in 10 Jahren etwa 3 bis 4 Meter in Anspruch genommen werden. Viel besser wäre es darum, meiner Meinung nach, statt Karten gewöhnliche Jahresbibliographien herauszugeben, geordnet nach den Verfassernamen und mit einem systematischen Register versehen, aber daran scheint man bisher gar nicht gedacht zu haben. Freilich zeigen auch die Verhandlungen des Kongresses, dass man den Plan des Unternehmens noch nicht näher präcisirt hat.

Ich fürchte also, dass man von den Beschlüssen des Kongresses wenig Gewinn für die mathematische Bibliographie erwarten darf, und jedenfalls würde es sehr gut sein, wenn man eine besondere mathematische Jahresbibliographie bekommen könnte. Diese würde am leichtesten hergestellt werden, wenn sie alphabetisch nach den Verfassernamen geordnet wäre und dazu ein systematisches Register enthielte, also ganz wie die gewöhnlichen Buchhändlerkataloge. Jede solche Jahresbibliographie würde etwa 200 Octavseiten umfassen und sollte vor dem Ausgang des folgenden Jahres erscheinen; je 10 Jahresbibliographien sollten später zu einem systematischen Kataloge bearbeitet werden.

Aus dem, was ich hier angeführt habe, geht hervor, dass wir hoffen können, in wenigen Jahren ein soweit möglich vollständiges Verzeichniss der mathematischen Litteratur bis zum Jahre 1897 zu bekommen, dass aber noch Nichts gethan ist um diese Bibliographie auf die, meiner Ansicht nach, passendste Weise, nämlich durch Jahreskataloge, unmittelbar fortzusetzen. Die hauptsächlichen Schwierigkeiten dabei sind natürlich theils das nöthige Geld herbeizuschaffen, theils einen Redacteur zu finden. Ob der erste internationale Mathematiker-Kongress etwas dazu beitragen kann und will, weiss ich nicht; vielleicht wäre es möglich durch eine Besprechung innerhalb dieser Section etwas hierüber zu erfahren. Selbst habe ich keinen Antrag in dieser Hinsicht zu stellen, sondern beabsichtige nur die Aufmerksamkeit auf eine, meines Erachtens wichtige, Frage zu lenken.

[1] Siehe Eneström, *Sur les bibliographies des sciences mathématiques.* Biblioth. Mathem. 1890, S. 39—41.
[2] Herausgegeben unter dem Titel: *Index du répertoire bibliographique des sciences mathématiques publié par la commission permanente du répertoire* (Paris 1893, XIV + 80 S. 8:o).
[3] Ausnahmweise enthalten einige Karten nur 9 Titel, wenn einige derselben sehr lang sind.
[4] Vgl. Biblioth. Mathem. 1895, S. 29, 1896, S. 118.
[5] Vgl. Eneström, Biblioth. Mathem. 1895, S. 29.
[6] Siehe Eneström, *Sur les bibliographies des sciences mathématiques.* Biblioth. Mathem. 1890, S. 39.
[7] Siehe *Report of the proceedings at the international conference on a catalogue of scientific literature, hold in London July 14—17, 1896* (London 1896, 8:o).

Die Mathematik bei den Juden.

Von Moritz Steinschneider in Berlin.*

40. Das Pariser ms. 1031[10] enthält eine, im J. 1311 verfasste, anonyme astrologische Abhandlung; der, von Dukes (im Lit.-bl. d. Orient XI, 341) angegebene Titel פעל השפע (»Wirkung des Einflusses»?) steht vielleicht in der jüngeren Überschrift, welche als Verfasser Abraham ibn Esra nennt (wegen des im Codex unter 6 vorangehenden Stückes?), der aber mehrmals citirt wird; vielleicht ist jener angebliche sonderbare Titel deshalb im Catalog, so wie die Angabe bei Dukes unbeachtet geblieben? Der unbekannte Verfasser will die Grundlehren der jüdischen Religion mit der Theorie des Gestirneinflusses in Übereinstimmung bringen, indem er von letzterem die »rationelle Seele», also auch die Willensfreiheit ausschliesst. Im XIV. Jahrh. hat die, von ibn Esra ausgehende astrologische vorgebliche »Wissenschaft» in der Theologie der Juden eine bedeutende Stellung sich zu verschaffen vermocht.

Im Jahre 1313 wurde eine kurze hebräische Anleitung zur Kalenderberechnung nach den Principien der *karaitischen* Lehrer verfasst, welche die sachliche Überschrift trägt: *Cheschbon Ibbur Chodsche ha-Schana* (Berechnung der Intercalation der Monate des Jahres, — oder mit geringen Varianten). Wolf (*Bibl. Hebr.* IV, 1077 ff.) hat diese Abhandlung aus Cod. Leydensis 60 abgedruckt und für einen Bestandteil der in jenem ms. vorangehenden karaitischen »Institutio» (*Tikkun*) gehalten; sie findet sich aber auch anonym und teilweise correcter in ms. Leyden 25[4]; in dem Petersburger ms. Firkowitz 716 wird als Verfasser Elia ha-Dajjan angegeben, über dessen zweifelhafte Persönlichkeit auf die weitläufige Erörterung in der Hebr. Bibliogr. (XX. 1880, S. 71—91) verwiesen werden muss, wo auch zuerst die Identität dieses und des hier noch zu besprechenden ms. mit denen in Leyden nachgewiesen ist. Im Catalog der von S. Pinsker hinterlassenen mss., — welche jetzt dem Institut »Bet ha Midrasch» in Wien angehören, — ist unter

* In der Biblioth. Mathem. 1896 S. 80 habe ich Folgendes aus Versehen nicht angegeben: 1160—80 lebte in Toledo Abraham ben Daûd (s. § 21), welcher nach Isak Israeli (IV, 18 f. 35) »ein geachtetes, wichtiges» Werk über Astronomie verfasst hat, wovon nirgends sonst die Rede ist.

N. 2[5] (S. 7) eine ähnlich überschriebene Abhandlung von dem anderweitig bekannten Karäer ISRAEL HA-MAARABI verzeichnet; der nachträglich mitgeteilte Anfang aus einem anderen alten ms. bietet die Uberschrift und den Anfang des Petersburger ms., so dass die Identität der Abhandlung unzweifelhaft erscheint; jedoch findet sich hier das Jahr 1323, für 1313, ob vom Copisten geändert? ISRAEL MAARABI BEN SAMUEL scheint der wirkliche Verf. des Stückes, das vielleicht nur ein Kapitel seines »Buches der Gebote» bildete und ohne Namen des Verf. excerpirt, dann auch mit falschem Namen versehen wurde.

Eine andere Sammlung von chronologischen und kalendarischen Regeln weist ebenfalls dasselbe Jahr *1313* auf. Ich fand dieselbe vor ungefähr 30 Jahren in einem ms. des Baron DAVID VON GÜNZBURG, welches dieser, wenn ich mich recht entsinne, dem Dr. H. GROSS geliehen hatte. Dieses ms. enthält eigentlich den 2. bisher unedirten Teil des Ritualwerkes *Orchot Chajjim* von AHRON HA-KOHEN,[1] in Majorca kurz nach dem Tode des ASCHER BEN JECHIEL (1327) aus verschiedenen Werken compilirt. Ich glaube aber nicht, dass die Kalenderregeln einen Bestandteil jenes Werkes bilden, wie es in der That in einem anderen, von S. D. LUZZATTO beschriebenen ms., welches unter den mss. HALBERSTAM's in Ramsgate sich befindet, und in einem dritten ms., welches jetzt in Warschau zur Herausgabe copirt wird. nicht vorkommt.[2]

Eine detaillirte Beschreibung der fraglichen Abhandlung würde für diesen Ort nicht passen, ich beschränke mich daher auf einige dieselbe charakterisirenden Angaben.

§ 85 fol. 254[c] finden sich unter der Überschrift: »Ibbur» zunächst exegetische Bemerkungen; f. 255, 255[b] ist davon die Rede, dass die Gelehrten sich vertieft haben »das Geheimnis der Punkte des Ascendens durch das Kupfergerät (Astrolab) zu finden». Fol. 256[b] scheint mit der Überschrift »Pforte der Novilunien» mit den Worten: »Da die erste Zahl 7 ist», die eigentliche Abhandlung zu beginnen, die auch auf fol. 256[c] und 257 Tabellen enthält. F. 258[d] liest man: »Heute am Neumond Ijjar des Jahres 5073 sind 58 Cyklen,[3] 8 Jahre und 4 Monate vollendet, denn im Nisan des Jahres 65 (= 5065) begann der 59:te Cyklus und am Neumonde Schebat des Jahres 73 begann das 9. Jahr desselben. Dasselbe Datum findet sich auch sonst; f. 267 giebt Tabellen für Cyklus 268 (= 5073 ff.); f. 274 heisst es: »Jetzt im Jahre 5074 verspätete sich der Quatember des Monates Nisan des 268. Cyklus nach der Berechnung des SAMUEL im Verhältnis zur Rechnung des ADA um

8 Tage 17 Stunden und 333 Theile (1080stel); ferner fol. 287: das Jahr 5073 ist das neunzehnte des 267sten Cyklus und das dritte Jahr des christlichen Cyklus; fol. 293: Im Jahre 5069 begann dieser Cyklus, das Jahr 5073 ist das fünfte Jahr desselben. Das J. 5073/4 (1313/4 n. Chr.) ist auch sonst kurz angegeben. In Bezug auf den Inhalt hebe ich ausser den bekannten und meist edirten Stücken hervor: fol. 266[b] ist von 61 Verszeilen des Rabbi »Isak» die Rede, das ist ISAK B. ARAHAM im ms. München 394. Fol. 267 werden Memorialverse des verstorbenen DAVID DE VILLEFORT (Dep. Lozère) mitgeteilt;[4] fol. 280[d] ist allerlei Abergläubisches mitgeteilt; fol. 283[a] wird PTOLEMÄUS citirt, wahrscheinlich aus dem *Quadripartitum*, oder dem *Centiloquium*; fol. 283[b] wird die Berechnung citirt, welche »ARISTOTELES dem ALEXANDER schickte», die bekannte Rechnung der streitenden Heere aus dem *Secretum secretorum*; fol. 284[b] findet sich eine vollständige Schlussformel des Buches; dennoch folgt darauf noch allerlei, unter Anderem über den *christlichen* Kalender aus ABRAHAM IBN ESRA. Man sieht hieraus, welcher Literatur der anonyme Verfasser seine, damals unentbehrliche Ausstattung der Kalenderschriften zu entnehmen sich veranlasst sah.[5]

Ob die Kalendertabellen über die Jahre 1313—1337 in einem ms. des Prof. D. KAUFMANN in Budapest[6] mit der eben besprochenen Compilation irgendwie zusammenhängen, muss ich dahingestellt sein lassen.

41. Ich habe im vorigen § einige wenig bekannte chronologische oder kalendarische Schriften zusammengefasst, weil sie demselben Jahre angehören. Wenn auf diesem engeren Gebiete eigentlich kaum etwas Originales, oder auch nur Eigentümliches noch zu schaffen war, so bietet uns das erste und zweite Jahrzehnt dieses Jahrhunderts in maestro CALO das Bild eines Mannes, der den Juden, insbesondere den des Arabischen Unkundigen, eine Anzahl von Werken und Abhandlungen der Griechen und Araber durch hebräische Übersetzungen und eine, leider bis auf ein anonymes Fragment wahrscheinlich verloren gegangene Compilation zugänglich machte, hiermit den Kreis der fremden Quellen abschloss, welchen JAKOB BEN MACHIR (PROPHATIUS, § 36) so weit geöffnet, und mit einer eigenen Erfindung erweitert hatte. Es bedurfte einer geraumen Pause, deren Dauer noch nicht angegeben werden kann, ehe durch die Bearbeitung der christlichen Mathematiker des Mittelalters, meistens in hebräischen Übersetzungen aus dem Lateinischen, der Gesichtskreis neuerdings merklich erweitert wurde. Auf JAKOB

BEN MACHIR und KALONYMOS werden wir also hauptsächlich geführt, wenn wir einigen, allerdings wenigen, älteren hebräischen Schriften begegnen, welche sich als Übersetzungen kennzeichnen, aber keinen Namen eines Übersetzers kundgeben.

Die Übersetzungen des KALONYMOS haben zu ihrer Zeit die Juden sachlich belehrt; die Kenntnis der Quelle dieser Belehrungen war gewiss nur äusserst Wenigen eine erwünschte oder nicht zu verachtende Nebengabe. Ich bin nicht competent, darüber zu urteilen, in wieweit die zu besprechenden Schriften des KALONYMOS noch heute sachliche Beachtung verdienen; sicher ist es, dass gerade seine Übertragungen unsere bisherige Kenntnis der arabischen Literatur bereichert haben, was ich im Einzelnen hervorheben werde.

Über den *Platz*, welchen ich diesem bedeutenden Schriftsteller hier angewiesen habe, wird sich Näheres ergeben.

42. KALONYMOS BEN (Sohn des) KALONYMOS, auch »maestro CALO« genannt, in Arles um 1286 geboren, muss frühzeitig eine umfassende Bildung genossen haben, obwohl er nach dem Tode seines Vaters geboren, und daher den Vornamen desselben erhalten zu haben scheint, was anderenfalls nicht Sitte war. Von seinen persönlichen Erlebnissen ist nicht viel bekannt, auch wohl nichts Bedeutendes vorgekommen, als dass er spätestens im J. 1306, also höchstens 20 Jahre alt, in der Provence als Übersetzer auftrat, im Dienste ROBERT's von Anjou arbeitete, vor 1321 eine kurze Zeit in Rom sich die Achtung und Freundschaft der dortigen Autoritäten erwarb, unter Anderen des genialen IMMANUEL BEN SALOMO (*Manoello*, Freund DANTE's), von dessen genialem Humor auch ihm ein Anteil zugefallen war; eine launige Parodie (nicht »Persiflage«) des *Talmuds*, als Faschingscherz, welchen man im 16. Jahrh. zu veröffentlichen wagte, wurde von rigorosen Juden aufgekauft und bei Seite geschafft. Eine, mit beissender Satyre durchtränkte Moralisation (»Der Probirstein«) ist durch eine deutsche Übersetzung von M. MEISEL (mit einer Biographie von M. KAYSERLING) zugänglich. Dieses Schriftchen verfasste KALONYMOS 1322 auf einer Reise in Catalonien; im Jahre 1328 übersetzte er die *Destructio destructionis* des AVERROES auf Befehl ROBERT's von Anjou, und mit diesem 42. Lebensjahre schwindet die letzte Spur des begabten und fleissigen Schriftstellers, der im Laufe von einer Woche (1316) die 1. Abhandlung der sogen. »Lauteren Brüder«, über den Streit zwischen Mensch und Tier, aus dem Arabischen ins Hebräische übertrug, wovon eine deutsche Nachahmung in Reimen mit weitläufigen Anmerkungen von

Julius Landsberger, Darmstadt 1882, erschien. Wenn wir noch hinzufügen, dass Kalonymos auf dem Gebiete der Philosophie und Medicin an Übersetzungen noch mehr leistete, als auf dem der Mathematik, dann ist hier die für unsere Leser berechnete allgemeine Charakteristik des Autors erledigt, welcher in neuerer Zeit mehrmals Gegenstand ausführlicher Artikel geworden ist.[7]

Nach dem bisher befolgten Plan der gegenwärtigen Skizze beschränke ich mich auf eine kurze Aufzählung der hebräischen Übersetzungen des Kalonymos auf unserem Gebiete nach der alphabetischen Reihenfolge der Autoren (zuerst der anonymen), füge schliesslich eine kurze Notiz an über die noch nicht ausreichend erkennbare eigene Abhandlung oder Compilation. Die genauere Angabe von Monat und Tag der Beendigung habe ich immer hinzugefügt, wo mehrere Schriften im Laufe desselben Jahres beendigt wurden.

1. *Anonymus*, Abhandlung über die 5 Körper, welche im XIV. Traktat des Euklid (Hypsikles) erwähnt werden, mit Rücksicht auf die Theorie des Apollonius und den Commentar des Simplicius zu Euklid, übersetzt in Arles, beendet 2. Februar 1309, also die erste datirte (s. unten n. 4), erst kürzlich bekannt gewordene Übersetzung des Kalonymos auf unserem Gebiete. Der anonyme Autor dieser, nach dem von Neubauer (p. 80) mitgeteilten Anfang zu schliessen, selbständigen Abhandlung bezeichnet Simplicius als Redacteur oder Corrector (?, wörtlich Zurechtmacher, Verbesserer u. dergl.) des Buches des Apollonius, dessen Citate er von seiner eigenen Auseinandersetzung unterscheiden will. Am Schlusse stellt er noch eine ergänzende Abhandlung in Aussicht, welche beweisen soll, dass im Globus nur diese 5 Körper möglich sind.

Das einzige bekannte ms. der Bodleiana (Hebr. d. 4, fol. 181), sehr incorrect, enthält eine Ergänzung zur Übersetzung, worin Figur 30 und 31 gefehlt hatte. Kalonymos Todros fand nämlich ein betreffendes Blatt von der Hand des Miles (Samuel b. Jehuda) Marsili, datirt 1335, welches die Lücke enthielt. Neubauer versteht die ungeschickt ausgedrückte Notiz so, dass Miles (auf den wir bald des Näheren zurückkommen) das fehlende Stück *übersetzt* habe, was auch wahrscheinlich ist.

Auf dem hier erwähnten, bis dahin unbeachteten Simplicius habe ich bereits in einer Miscelle (Biblioth. Mathem. 1893, S. 7 vgl. daselbst S. 67) aufmerksam gemacht, so wie auf den Commentar des Neirizi (nicht Nirizi, oder gar Narizi) und die obige hebräische Übersetzung, welche ich in meinem Werke: *Die hebräischen Übersetzungen* u. s. w. noch nicht erwähnen konnte.

2. »Buch (!) der Fragen über Geometrie«, eine sehr verdächtige Überschrift, da es sich nur um 12 Probleme handelt, und das betreffende Wort für Probleme weder gebräuchlich, noch überhaupt hebräisch ist; das 1. Problem lautet: »Wir wollen erläutern, wie man eine Linie in zwei Teile teilt, so dass das Product des Ganzen und des einen Teils zum Quadrat des anderen Teiles ein gegebenes sei« (also etwa $(a+b) \times a : b^2 = 3 : 2$). Das letzte Problem giebt NEUBAUER nicht vollständig an. Die geometrischen Figuren fehlen. Die Übersetzung, am 1. Juni 1311 beendet, findet sich in dem oben genannten ms. Bodl. Hebr. d. 4, f. 142. NEUBAUER meint, das Original scheine verloren gegangen. Sollte das ms. nur ein Fragment, oder Excerpt, oder ein Supplement sein? Dieses Stück wurde mir erst nach Vollendung meines oben erwähnten Werkes bekannt.

3. AFLA'H (DJABIR IBN), über die *Figura sector* des MENELAUS, findet sich ohne Namen des Übersetzers im Bodl. ms. URI 433 (NEUBAUER 2008[2]) und in dem oben erwähnten ms. Hebr. d. 4, neben anderen Übersetzungen des KALONYMOS; ich habe daher (*Hebr. Übersetz.* S. 545) die Vermutung ausgesprochen, dass JAKOB B. MACHIR oder KALONYMOS der Übersetzer sei, und glaube jetzt dem letzteren den Vorzug geben zu müssen, obwohl NEUBAUER diese Vermutung unbeachtet lies.

4. ARCHIMEDES, über Kugel und Cylinder, nach dem Arabischen von COSTA BEN LUCA von KALONYMOS zweimal übersetzt; die zweite Übersetzung enthalten 2 mss. der Bodl. (NEUBAUER 2007 und hebr. d. 4, f. 108 (NEUBAUER p. 437 [445], wo lies: *Hebr. Übersetz.* p. 502, anstatt 402). NEUBAUER vermutet, dass die 2. Überzetzung in das Jahr 1311 falle. Ich habe aber (ERSCH und GRUBER, *Encyclopädie*, S. 173 n. 16) auf einen anderen ähnlichen Fall hingewiesen; die »medicinischen Principien« des IBN RIDHWAN hat KALONYMOS in zweiter Übersetzung am 10. October 1307 vollendet, nachdem die erste im französischen Exil der Juden (1306) verloren gegangen war. Wenn die Veranlassung zu einer wiederholten Übersetzung dieselbe war, wie es wahrscheinlich ist, so hat KALONYMOS *spätestens im J. 1306 sich auch den mathematischen* Schriften zugewendet.

5. ARCHIMEDES, *de mensura circuli*, wahrscheinlich nach THABIT's arabischer Übersetzung, dürfte von KALONYMOS übersetzt sein. Der hebräische Titel »Buch des ARCHIMEDES über

den Flächeninhalt des Kreises» steht im ms. selbst f. 412 und lässt keinen Zweifel darüber zu; NEUBAUER (p. 459 n. 10) hat meine Angaben (*Hebr. Übersetz.* p. 113) übersehen und nimmt an, dass die betreffende Abhandlung f. 385 beginne, am Anfang und Ende defect sei.

6. HEITHAM (IBN, vulgo ALHAZEN), aus dem Commentare zu den Einleitungen (*Mu'sadirât*) des EUKLID, zu Buch X, beendet am 9. September 1314, ms. Berlin n. 204[a] (mein *Verzeichnis* Abth. 2 S. 56, wo über die abweichende Übersetzung des MOSES IBN TIBBON).[a] Dieses Stück war bisher ganz unbekannt.

7—9. AL-KINDI, *drei* kleine Abhandlungen (grösstenteils in denselben mss. zu finden): a) über Nativitäten, b) über Feuchtigkeit und Regen, c) über den Einfluss der »höheren Individuen» (Himmelskörper) auf den Regen; a) und c) sind den 21. Elul (3. Sept.) 1314 datirt. Die arabischen Originale sind bisher nicht nachgewiesen, eine lateinische Übersetzung von b) und 2 Capp. von c) steht hinter der hebräischen weit zurück, ermangelt auch einer interessanten, bis dahin unbekannten Stelle über die Einführung der 28. Mondstation (*Naxatra*), welche ich im J. 1864 mitgeteilt habe. Näheres in: *Hebr. Übersetz.* S. 503—5, nicht ausgenutzt bei NEUBAUER p. 431 n. XVI, XVII, p. 439 n. XXVII.

10. NIKOMACHOS von Gerasa, Arithmetik, in einer Paraphrase des ABU SULEIMAN, RABI'U BEN JA'HJA, Bischofs von Elvira, übersetzt von KALONYMOS im Alter von 30 Jahren (1317). Zu den von mir (*Hebr. Übersetz.* S. 517) aufgezählten mss. kommt noch Bodl. Hebr. d. 5 (NEUBAUER p. 436 n. XXIII).

11. PTOLEMAEUS, *Centiloquium*, als Text mit dem Commentar des ABU DJA'AFAR AHMED BEN IBRAHIM (welcher in der gedruckten latein. Übersetzung fälschlich dem »Ali Heben Rodan» [d. i. ALI IBN RIDHWAN] beigelegt wird), beendet 2. Sept. 1314. Mss. sind nicht sehr selten (*Hebr. Übersetz.* S. 529; NEUBAUER S. 85).

12. PTOLEMAEUS, *Hypothesen*, welches Buch der Pariser Catalog n. 1028 in dem hebräischen, aus dem arabischen stammenden Titel nicht erkannte; NEUBAUER p. 437 n. XXIV übersetzt ihn ungenau. Das Datum ist nur »8. Nisan», vielleicht 1317 zu ergänzen (*Hebr. Übersetz.* S. 538).

13. SA'ADUN (ABU), bisher *unbekannt*, wie seine Abhandlung über das Dreieck, dessen Übersetzung KALONYMOS am 20. Mai 1311 beendete, ms. Bodl. Hebr. d. 4 f. 152[b]. Den Anfang (Dreieck im Kreise) giebt NEUBAUER p. 427 n. V.

14. Sam'h (ibn), im ms. »Samma'h», wahrscheinlich abu'l-Kasim As'bag (gest. 1035), Traktat über Cylinder und Kegel, vielleicht Abschnitt einer Schrift von grösserem Umfange, beendet 5 Jan. 1312, nur in ms. Bodl. bei Uri 433 (Neub. 2008[8]); *Hebr. Übersetz.* S. 584, wonach Neubauer p. 428 n. VIII teilweise zu ergänzen ist.

15. Thabit ben Korra (oder Kurra), über die ***Figura sector*** des Menelaus, beendet 9. Kislew 72 (also 20. Nov. 1311), wie Neubauer p. 427 VII meine Angabe »74» (also 11. Nov. 1311, auch in: *Hebr. Übersetz.* S. 589) berichtigt.

Thabit hatte die Figur, die man noch jetzt den »Menelaus» nennt, in 18 Fälle aufgelöst, und spätere arabische Mathematiker übten ihre Kritik daran, wie z. B. der oben erwähnte ibn Afla'h (s. *Hebr. Übersetz.* S. 546, 589, vgl. die Notiz in dem oben erwähnten hebr. ms. Berlin 204[7]). Zu den letzten arabischen Mathematikern, von denen eine originelle Behandlung dieses Themas bekannt ist (*Hebr. Übersetz.* S. 590), gehört der bekannte Perser Na'sir al-Din Tusi (gest. 1274), dessen eigene arabische Übersetzung aus dem Persischen edirt ist (1891).[9]

Wir schliessen mit einer Notiz über

16. *»Buch der Könige»*. Ein Buch dieses Titels von Kalonymos erwähnt ein provençalischer Gelehrter des XIV. Jahrh. und ich glaube, ein Fragment desselben in dem anonymen ms. München 290 f. 49—62 aufgefunden zu haben, welches auf Befehl eines Königs (Robert von Anjou?, s. oben, S. 76) verfasst ist. Aus der eingehenden Schilderung des Fragments und den Argumenten für die Identificirung, die ich in Geiger's Jüd. Zeitschr. **8**, 1870, S. 118, gegeben habe, genügt hier die Angabe, dass nur der 1. Teil des Werkes, mit Ausnahme des 1. Blattes, vorliege, worin zuerst die Eigenschaften der Grundzahlen 1—10 mit Rücksicht auf Zahl und natürliche Eigenschaften gewisser Wesen auseinandergesetzt werden, dann die Eigentümlichkeiten oder Verhältnisse der abstracten Zahlen in aphoristischer Weise ohne Deduction, »nicht in der Methode von Euklid VII—IX», ohne Beispiele und ohne Anwendung der Geometrie. Unter And. ist von den »befreundeten Zahlen» die Rede, einem Lieblingsthema einiger arabischen Arithmetiker und Mystiker. Kalonymos bemerkt ausdrücklich, dass Einiges von ihm selbst erfunden (oder aufgefunden) sei.

[1] Er wird auf dem Titel des gedruckten 1. Teils Ahron »aus Lunel» genannt, aus Confusion mit Ahron b. Meschullam

(XIII. Jahrh.), s. *Catal. Bodl.* p. 1689, 2533. — Über unsern AHRON s. ZUNZ, *Die Ritus*, S. 31; H. GROSS, *Ahron Hakohen* u. s. w., Monatschrift, XVIII, 1869, S. 133 ff.; NEUBAUER in *Hist. Litt. de la France* (t. XXXI, 1893), in der auch besonders paginirten Abteilung: *Les Écrivains Juifs Français du XIV*[e] *siècle* (ich citire die fortlaufende Pagination) p. 462; H. GROSS, *Gallia Judaica* (französ.), Paris 1897, p. 201, cf. p. 290.

[2] Mitteilung des Dr. S. POZNANSKI vom August 1897. — Andere mss. sind nicht bekannt; die Ziffer 5 bei GROSS (Monatschrift, S. 141) ist Druckfehler für 2.

[3] Von welchen Cyklen hier die Rede sei, die etwa aus 90 (?) Jahren bestehen sollten, weiss ich nicht. $58 \times 90 = 5220$ (Chr. 1460)! 5064 geteilt durch 58 giebt $87^{18}/_{58}$. Die Zahl der jüdischen (METON'schen) Cyklen (zu 19 Jahren) ist richtig 268. — Über den Cyklus von 84 Jahren (3×28 Sonnen- $= 4 \times 21$ Mondjahren) s. meine Nachweisungen bei S. SACHS, *ha-Jona*, Berlin 1851 S. 27, vgl. WOLF, *Bibl. Hebr.* III, p. 871; S. D. LUZZATTO, Brief vom 19. Elul 1832 an S. SACHS, den ich unter den gedruckten, Teil VIII S. 1153 vermisse.

[4] Nachdem das Datum 1313 sichergestellt ist, bietet die Identifikation mit DAVID »de Villaforte« (1284—1300 in Pamiers, nach SAIGE) bei GROSS, *Gallia*, p. 201, keinerlei Schwierigkeit.

[5] Vgl. meine Artikel: *Der jüdische Kalender*, im Jahrbuch zur Belehrung u. s. w., herausgegeben von M. BRANN als Beigabe zum *Volks- und Hauskalender*, Breslau, Jahrg. XLIII, XLIV, 1895 S. 127, 1896 S. 38.

[6] Jewish Quarterly Review III, 562.

[7] Seit 1836 erschienen Artikel von L. ZUNZ, M. KAYSERLING, H. GROSS (s. auch desselben *Gallia Jud.*, Paris 1897, p. 84), M. STEINSCHNEIDER (in ERSCH u. GRUBER, Sect. II, Bd. 32 S. 169 ff.; dazu: *Hebr. Übersetz.* Index S. 1059), AD. NEUBAUER, *Hist. Litt. de la France*, t. 31, p. 423 ff. — In der hier folgenden Aufzählung der Schriften genügte eine Hinweisung auf die beiden letztgenannten, wo das Nähere über die vorangehenden Schriften zu finden ist, das also nicht wiederholt zu werden braucht.

[8] In der hebr. Überschrift: טמספרי, lies ממספרו.

[9] Hiernach ist teilweise zu ergänzen die mir durch Freundlichkeit des Herrn Verf. zugegangene interessante Abhandlung:

Nassir Eddin Tusi und Regiomontan von A. VON BRAUNMÜHL, Halle 1897, p. 6 des Sonderabdr. aus Nova Acta, Abhandl. der Kaiserl. Deutschen Akad. der Naturforscher Bd. LXXI n. 2.

Einige Beiträge zur Geschichte der arabischen Mathematiker und Astronomen.

Von H. SUTER in Zürich.

Bei meinen Studien über westarabische Mathematiker, über deren Leben und Schriften ich nächstens eine Arbeit veröffentlichen werde, bin ich auf einige Persönlichkeiten gestossen, die vielleicht mit solchen, die in den bisherigen Forschungen aufgetreten, aber noch nicht sicher gestellt sind, identisch sein könnten; ich finde mich veranlasst, die kurzen Notizen, die mir über dieselben nach den Quellen zu Gebote stehen, hier schon zu veröffentlichen.

1. Der von Herrn STEINSCHNEIDER im Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. **10** (1877) S. 313—314 erwähnte Commentator des *Talchîsz*[1] des IBN EL-BENNÂ, »Hawarî», ist 'ABDEL-'AZÎZ BEN 'ALI BEN DÂÛD EL-HUWÂRÎ[2] (nicht Hawârî), der vor 761 gelebt hat. Sein Commentar ist im Escurial noch in zwei Exemplaren vorhanden (N:o 948, 2° und 949); der letztere Codex enthält eine Widmung des Wezirs ABÛ MUHAMMED IBN OMAD(?) an den Fürsten von Granada, ABÛ NASZR ISMA'ÎL[3], vom Jahre 761 (1359—1360) datiert. (Vergl. CASIRI I, 380—381 und HÂDSCHI CHALFA II, 400.)

2. GERARD von Cremona hat ein arabisches astronomisches Werk übersetzt, betitelt: *Liber tabularum iahen cum regulis suis*[4]. Man hat über den Namen *Jahen* schon verschiedene Conjecturen aufgestellt: LECLERC liest »Jaberi» und vermuthet hierin DSCHÂBIR BEN AFLAH. Dieser *Jahen* ist meiner Ansicht nach höchst wahrscheinlich JÛSUF BEN'OMAR EL-DSCHUHANÎ (oder DSCHUHAINÎ),[5] ABÛ'OMAR, aus Toledo, bekannt unter den Namen IBN ABÎ TALLA (CASIRI hat TALTHA), der sehr gelehrt in Erbteilung, Litteratur und Astronomie war. Er starb im Jahre 435 (1043—1044) nach IBN BASCHKUWÂL (*es-Szila* I, 615). Er soll nach CASIRI (II, 148) wirklich astronomische Tafeln verfasst haben; IBN BASCHKUWÂL, der allerdings selten die Schriften der von ihm besprochenen Gelehrten anführt, weiss nichts von solchen, woher CASIRI dieses hat, weiss ich nicht.

3. Der Kâdhî ABÛ'ABDALLÂH MUHAMMED BEN MUADS EL-DJAJJÂNÎ, den Herr STEINSCHNEIDER als Commentator des 5. Buches des EUKLIDES nennt[6] und auch (s. Anmerkg. 5) als Verfasser der oben genannten Tafeln des *Jahen* betrachtet, ist wahrscheinlich identisch mit Muhammed ben Jûsuf ben Ahmed ben Mu'âdh el-Dschuhanî, Abû'Abdallâh, aus Cordova, Korânkenner und sehr bewandert in Sprachkenntniss, Erbteilung und Rechenkunst. Er studierte hauptsächlich unter Abû'Abdallâh ben Abî Zamânîn und Abû'l-Kâsim'Abderrahmân ben'Abdallah ben Châlid, wohnte zuletzt in Kairo während 5 Jahren, von Anfang 403 (1012) bis Ende 407 (1017). Er wurde geboren im Jahre 379 (989). Der von Casiri (I, 382) als Verfasser einer Schrift über die Auffindung der Oberfläche der Kugelsegmente (Escurial N:o 955) genannte (Abû) 'Abdallâh Muhammed ben Moad *Cordubensis* ist wahrscheinlich derselbe Autor. (Ibn Baschkuwâl, *es-Szila*, I, 480.)

4. Herr Steinschneider hat seiner Zeit nachgewiesen, dass der sogenannte »kleine Sattel», den Ibn Chaldûn in seinen Prolegomena erwähnt und von welchem der *Talchisz* des Ibn el-Bennâ eine Bearbeitung (Auszug) sein soll, einer falschen Lesart jener Stelle des Ibn Chaldûn entsprungen sei, dass nämlich »kitâb el-haszâr es-szaghîr» zu übersetzen sei: »das kleine Buch des Haszâr» und nicht: »der kleine Sattel»; in einem hebräischen Ms. des Vatican (N:o 396) befindet sich nämlich nach Herrn Steinschneider ein arithmetisches Werk eines Ibn el-Haszâr,[7] über dessen Persönlichkeit weiter nichts bekannt ist. Ich vermuthe nun, dieser Ibn el-Haszâr, oder nach Ibn Chaldûn nur el-Haszâr, könnte identisch sein mit einem Autor, der in einem Gothaer Fragment der Chronik des 'Arîb ben Sa'd, das Dozy in seine Ausgabe des Ibn 'Adhârî[8] eingeflochten hat, vorkommt, wo es heisst: »Im Jahre 308 (920—921) starb Ibrâhîm ben Jûnis, bekannt unter dem Namen Ibn el-Hassâb, Freigelassener des Mûsâ ben Naszîr; er hatte auch den Beinahmen »Hârith der Rechenkunst»;[9] er gehörte zum Gerichtshof von Kairowân und auch zu den Richtern der Stadt Rakâda».[10] — Nun ist zu bemerken, dass im Arabischen *b* am Ende leicht mit *r* verwechselt werden kann, weniger leicht allerdings *s* mit *sz*, dennoch scheint es mir wahrscheinlich, dass hier eine Identität vorliegen könnte.

5. Gerard von Cremona hat eine Schrift übersetzt,[11] betitelt: *Liber in quo terrarum corporumque continentur mensurationes Abhabuchri* (Abû Bekr) *qui dicebatur Heus* (oder *Deus*[12]). Dieses *Heus* oder *Deus* ist bis jetzt noch nicht erklärt. Nun traf ich in meinen Studien auf einen Abû Bekr ibn Abî Daus (eigentlicher Name: Muhammed ben Aghlab) aus Murcia, bewandert in Sprachwissenschaft und Litteratur, gestorben in Marokko 511 (1117—1118). Er wird allerdings nicht als bewandert in

mathematischen Disciplinen genannt, noch weniger wird ihm eine mathematische Schrift zugeschrieben, aber er wird immerhin als Schüler eines in mathematischen Dingen bewanderten MUHAMMED BEN 'ISÂ BEN MA'JÛN EZ-ZAHRÎ ABÛ 'ABDALLÂH bezeichnet, so dass doch die Möglichkeit vorhanden wäre, dass dieses der *Deus* oder *Heus* des GERARD von Cremona sein könnte. (IBN EL-ABBÂR, Ergänzung zum Buche *es-Szila* des IBN BASCHKUWÂL, I. Bd., 140 und 147.)

6. Man möge mir zum Schlusse noch gestatten, eine Stelle aus einem Schriftsteller anzuführen, die nicht gerade das Gebiet der mathematischen Wissenschaften direkt berührt, aber doch unser Interesse in Anspruch nehmen darf. Man weiss, dass die Araber auch in den mechanischen Künsten Hervorragendes geleistet haben, ich erinnere nur an die Wasseruhr, die HÂRÛN ER-RASCHÎD KARL dem Grossen zum Geschenk gemacht hat, und an die noch berühmtere des 'ABDERRAHMÂN[13] zu Toledo; dass sie aber auch Versuche mit Flugmaschinen gemacht haben, ist vielleicht bis jetzt noch Wenigen bekannt. EL-MAKKARÎ[14] erzählt von einem ABÛ 'L-KÂSIM 'ABBÂS BEN FIRNÂS, dem Weisen Andalusiens, dessen Lebenszeit in die zweite Hälfte des 9. Jahrh. fällt, dass dieser auf geistreiche Weise herausgebracht habe, wie er seinen Körper zum Fliegen bringen könnte; er bekleidete sich mit Federn und verfertigte sich zwei Flügel, mit Hilfe deren er in der Luft eine grosse Strecke weit flog; im Hinuntersteigen aber war er nicht so geschickt und erlitt eine Schädigung; er wusste nämlich nicht, dass der Vogel einfach auf seinen Schwanz hinunterfällt (d. h. mit dem Schwanz zuerst den Boden berührt?) und hatte sich desshalb keinen Schwanz gemacht. — Von ihm wird weiter noch erzählt, dass er der erste war, der in Spanien Glas aus Steinen zu machen verstand, dass er ein Instrument für die Zeitmessung in der Musik erfunden habe, und dass er eine Himmelskugel construirt habe, welche den Beobachter die Bewegung der Gestirne, ja sogar die Wolken und Blitze sehen und den Donner hören liess.

[1] Ich gebe das arabische *Sâd* durch *sz* wieder, um die den Druck erschwerenden diakritischen Punkte zu vermeiden.

[2] El-Huwâra ist nach DOZY (Geographie des EDRÎSÎ) der Name eines Berberstammes.

[3] Es ist dies der nur zwei Jahre (760—761) regierende Naszride ISMA'ÎL II.

[4] Vergl. WÜSTENFELD, *Die Übersetzungen arabischer Werke ins Lateinische seit dem XI. Jahrh.*, S. 66.

[5] Nicht Abû Muad el-Dschajjânî (d. h. von Iaën), wie Hr. Steinschneider in Zeitschr. für Mathem. **11**, 1866, S. 237 angiebt. Dschuhanî ist nach Ibn Challikân (Text der Bulaker Ausgabe I, 146, Übersetzg. v. Mac Guckin de Slane I, 422) entweder abgeleitet von Dschuhaina, einem Dorfe bei Mosul, oder von einem arabischen Stamme Dschuhaina.

[6] Zeitschr. d. d. morgenländ. Gesellsch. **50**, S. 16.; der Commentar ist noch in Algier (N:o 1446, 2°) vorhanden.

[7] Vergl. *Extrait d'une lettre de Mr.* Steinschneider im Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. **10** (1877), 313—314.

[8] Ibn'Adhârî oder 'Idhârî, *Histoire de l'Afrique et de l'Espagne*, Leyde 1848—1851, 1 Bd., S. 189.

[9] Hierzu bemerkt Dozy: »Quia scilicet inter arithmeticos eandem celebritatem nactus erat atque el-Hârith ibn Obâd inter antiquos heroes.» Worauf sich diese Erklärung Dozy's stützt, weiss ich nicht.

[10] Rakâda war ein Flecken bei Kairowân.

[11] Wüstenfeld, l. c. S. 79.

[12] Vergl. Libri, *Histoire des sciences mathém. en Italie*, I, 299.

[13] Vergl. Wittstein, *Über die Wasseruhr und das Astrolabium des Arzachel* in Zeitschr. für Mathem. **39**, 1884; Hist. Abth. S. 41 ff.

[14] Nafh et-tîb etc., über die Geschichte und Litteratur der spanischen Araber, Ausgabe von Kairo, II, 231.

RECENSIONEN. — ANALYSES.

Revue semestrielle des publications mathématiques rédigée sous les auspices de la société mathématique d'Amsterdam. Tables des matières contenues dans les cinq volumes 1893—1897 suivies d'une table générale par noms d'auteurs. Amsterdam 1897. In-8°, (3) + 84 p.

La Revue semestrielle des publications mathématiques a commencé de paraître en 1893, et dans la Biblioth. Mathem. 1893, p. 25—27 nous avons rendu compte de la première livraison de ce recueil; actuellement cinq volumes (= dix livraisons) en ont été publiés, et la rédaction vient d'éditer une table générale de ces cinq volumes.

La table est divisée en quatre sections, savoir: 1) Table des recueils analysés; 2) Table méthodique des matières traitées dans les ouvrages, mémoires ou notes analysés; 3) Table alphabétique des mathématiciens sur lesquels la consultation de la Revue peut fournir des renseignements biographiques; 4) Liste alphabétique des auteurs.

Dans la première section (p. 1—10) les recueils sont classés en ordre alphabétique des pays où il paraissent, et à côté du titre de chaque recueil on trouve des renvois à toutes les pages de la Revue où il en est rendu compte. Les titres des publications de sociétés savantes ne sont pas donnés *in extenso*, mais ils sont abrégés à peu près comme nous l'avons fait nous-même dans la Biblioth. Mathem. à partir de 1884; ainsi p. ex. le titre: »Proceedings of the philosophical society of Cambridge» a été abrégé en: »Cambridge, Phil. Soc., Proc.». Il va sans dire que nous approuvons parfaitement ce procédé, et nous sommes bien aise que la rédaction de la Revue n'ait pas introduit dans la Table générale les abréviations de la Commission internationale du Répertoire bibliographique des sciences mathématiques (cf. Biblioth. Mathem. 1895, p. 29). D'autre part, nous nous permettons de faire observer que les abréviations ne sont pas toujours formées d'après les mêmes principes; ainsi p. ex. les quatre titres:

1) Bulletin de l'académie des sciences, des lettres et des beaux arts de Belgique;
2) Svenska vetenskapsakademiens handlingar [c. à. d. mémoires de l'académie suédoise des sciences];
3) Sitzungsberichte der Naturforscher-Gesellschaft bei der Universität Jurjew (Dorpat);

4) Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich,

ont été abrégés respectivement en:

1) Académie de Belgique, Bulletin;
2) Stockholm, Akad., Handlingar;
3) Jurjew (Dorpat), Nat. Ges., Sitzungsber.;
4) Zürich, Vierteljahrsschrift.

Mais si l'on met le mot »Stockholm» au commencement de l'abréviation 2), il nous semble qu'il faille mettre aussi le mot »Bruxelles» au commencement de l'abréviation 1), et si l'on ajoute »Nat. Ges.» après »Jurjew (Dorpat)», on doit sans doute ajouter »Nat. Ges.» aussi après »Zürich». — Les titres des journaux proprement dits sont en général reproduits sans changements, et c'est probablement par erreur que la rédaction de la revue, en signalant le »Jornal de sciencias mathematicas e astronomicas» et les »Prace matematyczno-fizyczne», a mis respectivement »Porto» et »Varsovie» avant leurs titres, bien que des indications correspondantes n'aient pas été admises pour les autres journaux.

La seconde section (p. 11—44) est la plus importante; elle est basée sur le système de classification adopté par la Commission internationale du Répertoire bibliographique des sciences mathématiques, et son étude est, à plus d'un titre, instructive; comme l'a fait observer le directeur de la Revue dans le *Prospectus* de la Table générale, elle permet de juger, par un coup d'oeil, de l'activité déployée pendant les cinq dernières années dans les diverses branches des mathématiques. A notre avis, cette Table aurait été encore plus utile, s'il avait été possible d'ajouter à la suite de chaque renvoi le nom de l'*auteur* de l'écrit dont il s'agit. Mais il faut avouer que cette modification de la Table générale aurait exigé environ 40 pages de plus.

La troisième section (p. 45—48) joue un rôle tout à fait secondaire; néanmoins elle est d'un certain intérêt, en particulier pour les étudiants de l'histoire des mathématiques. Nous prenons la liberté de faire remarquer que ZARKALI (p. 48) est identique à ARZACHEL (p. 45), et que sans doute le mathématicien C. ADAMS (p. 45) est le même que l'astronome J. C. ADAMS. A la page 45 il faut rayer le nom P. B. CARRARA, parce que la note dont il s'agit ne contient qu'une simple analyse d'un ouvrage paru en 1893, et mettre R. DEDEKIND au lieu de E. DEDEKIND. A la page 46 il vaut mieux placer HENRICUS GRAMMATEUS sous le nom GRAMMATEUS, ou bien le mettre à la page 47 sous le nom SCHREIBER. A la page 47, le mathématicien anglais-français SACROBOSCO est appelé J. VON SACROBOSCO.

La quatrième section (p. 49—84), qui contient plus de 2,000 noms d'auteurs, semble être rédigée avec beaucoup de soin; très rarement deux auteurs homonymes sont réunis par erreur sous un nom (p. ex. p. 52, BORTOLOTTI, où le renvoi à IV **1**, 114 se rapporte à M^lle^ EMMA BORTOLOTTI, et p. 75, PREDELLA, où le renvoi à V **1**, 102 se rapporte à M^lle^ LIA PREDELLA). D'autre part il est probable que quelques auteurs français sont cités deux fois (p. ex. p. 60, où M. GENTY est probablement identique à E. GENTY), et par une faute de transcription dans la livraison I: 2, les écrits de M. J. PEROTT sont répartis (p. 74) sur lui-même et »J. Perrot». A la page 75 on trouve l'intéressante indication que le nom du jeune mathématicien qui s'est masqué, on ignore pour quelle raison, sous le pseudonyme »M^me^ V^e^ Prime», est A. MINEUR.

Par la Table générale dont nous venons de rendre compte, l'utilité de la Revue semestrielle des publications mathématiques a été considérablement augmentée, car évidemment il a été très penible d'être contraint à parcourir dix tables différentes avant de trouver, dans les livraisons parues, les indications dont on a eu besoin. D'un autre côté, nous ne croyons guère qu'une véritable bibliographie des mathématiques 1893—1897 soit inutile, même après la publication de la Table générale de la Revue. En effet, malgré les efforts de la rédaction, il s'est montré impossible d'avoir des analyses de tous les recueils contenant des écrits mathématiques, et les ouvrages publiés séparément y sont signalés seulement s'il en a été rendu compte dans quelqu'un des recueils analysés; mais les livres analysés sont toujours relativement peu nombreux. De plus, à cause des trois nombres (volume, livraison, page) contenus dans chaque renvoi, il fait perdre beaucoup de temps, si, à l'aide de la Table générale, on veut retrouver tous les écrits parus 1893—1897 et se rapportant à une certaine branche des mathématiques dans laquelle l'activité a été un peu considérable.

Avant de terminer, il convient de mentionner que l'exécution typographique de la Table est très soignée, et que nous n'y avons trouvé qu'un assez petit nombre de fautes d'impression.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. ENESTRÖM. Stockholm. 8°.
1897: 2. — [Analyse des cahiers 1896: 4 et 1897: 1:] Revue catholique des revues 5, 1897, 247—248. (J. BOYER.)

Bollettino di storia e bibliografia matematica pubblicato per cura di G. LORIA. (Supplemento al Giornale di matematiche.) Napoli. 4°.
1897: 2—3.

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. CANTOR. Leipzig. 8°.
42 (1897): 3.

Aubry, V., Essai historique sur la théorie des équations.
Journ. de mathém. spéciales **20**, 1896, 222—224, 254—259; **21**, 1897, 17—20, 61—62.

Aubry, V., Notice historique sur la géométrie de la mesure.
Journ. de mathém. élémentaires **20**, 1896, 173—176, 201—204, 227—231, 248—251, 271—277; **21**, 1897, 18—22, 38—40, 62—65.

August Zillmer.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **4** (1894—1895), 1897, 23—24.

Berthold, G., Über den angeblichen Ausspruch Galilei's: »Eppur si muove«.
Biblioth. Mathem. 1897, 57—58.

Birkenmajer, L., Misura universale di Tito Livio Burattini. Podlug wydania Wilenskiego z roku 1675. Krakow 1897.
4°, (2) + V + 32 p. + 4 pl.

Boyer, J., Une mathématicienne russe. Sophie Kowalevsky.
Revue catholique des revues **5**, 1897, 18—29.

Christensen, S. A., Caspar Wessel og de komplekse Tals Teori. En matematisk-historisk Note.
Inbydelsesskrift til eksamen ved Odense kathedralskole 1897 (Odense 1897), p. 3—34.

Curtze, M., Practica Geometriæ. Ein anonymer Tractat aus dem Ende des zwölften Jahrhunderts.
Monatshefte für Mathem. **8**, 1897, 193—224.

Dickstein, S., Karol Weierstrass (1815—1897).
Wiadmosci matematyczne (Warszawa) **1**, 1897, 53—58.

Eneström, G., Sur la découverte de l'intégrale complète des équations différentielles linéaires à coefficients constants.
Biblioth. Mathem. 1897, 43—50.

Eneström, G., Sur les lettres de Léonard Euler à Jean I Bernoulli.
Biblioth. Mathem. 1897, 51—56.

Eneström, G., Sur la méthode de Johan de Witt (1671) pour le calcul de rentes viagères.
Archief voor de verzekeringswetenschap (Haag) **3**, 1897, 62—68.

Franklin, F., James Joseph Sylvester. Address delivered at a memorial meeting at the Johns Hopkins university, May 2, 1897.
New York, Americ. mathem. soc., 3_2, 1897, 299—309.

Graf, J. H., Niklaus Blauner, der erste Professor der Mathematik an der bernischen Akademie.
| Sammlung bernischer Biographien (Bern 1897). 23 p.

Hagen, J. G., Über ein neues Verzeichniss der Werke von Leonard Euler.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **5** (1896), 1897, 82—83.

Klein, F., Riemann und seine Bedeutung für die Entwickelung der modernen Mathematik.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **4** (1894—1895), 1897, 71—87. — Cf. Biblioth. Mathem. 1895, p. 117.

Klein, F., Ernst Ritter. †.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **4** (1894—1895), 1897, 52—54.

Kohn, G., Emil Weyr. †.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **4** (1894—1895), 1897, 24—33. — Cf. Biblioth. Mathem. 1896, p. 29.

Lampe, E., Nachruf für Julius Worpitzky.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **4** (1894—1895), 1897, 47—51.

Lampe, E., Arthur Cayley und James Joseph Sylvester. Nachruf.
| Naturwissensch. Rundschau (Braunschweig) **12**, 1897. 16 p.

Lang, A., Arnold Meyer.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresbericht **5** (1896), 1897, 18—20. — Nécrologie.

Loria, G., Versiera, Visiera e Pseudo-versiera. (Aggiunte.)
Biblioth. Mathem. 1897, 33—34.

Loria, G., Di alcuni nuovi documenti relativi a J. Steiner.
Bollett. di storia matem. **1**, 1897, 1—2, 5—6, 9—11.

M[ansion], P., Sur Wolfgang et Jean Bolyai.
Mathesis 7_2, 1897, 194—195.

Meyer, Fr., Rapporto sullo stato presente della teoria degli invarianti. Traduzione dal tedesco di G. Vivanti.
Giornale di matem. **33**, 1895, 260—319; **34**, 1896, 290—353.

Meyer, Fr., Carl Prediger.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **4** (1894—1895), 1897, 51—52.

°**Obenrauch, F. J.,** Geschichte der darstellenden und projectiven Geometrie, mit besonderer Berücksichtigung ihrer Begründung in Frankreich und Deutschland und ihrer wissenschaftlichen Pflege in Oesterreich. Brunn 1897.
8°, 6 + 442 p. + 2 pl. — [9 Mk.]

POGGENDORFF's Biographisch-literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exacten Wissenschaften, enthaltend Nachweisungen über Lebensverhältnisse und Leistungen von Mathematikern, Astronomen, Physikern, Chemikern, Mineralogen, Geologen, Geographen u. s. w. aller Völker und Zeiten. III. Band (die Jahre 1858 bis 1883 umfassend). Herausgegeben von B. W. FEDDERSEN und A. J. VON OETTINGEN. 10.—11. Lieferung. Leipzig, Barth 1897.
8°, p. 849—1056.

ПОКРОВСКІЙ, П. М., Карлъ Вейерштрассъ.
Vjestnik elem. matem. **22**, 1897, 62—66. — POKROVSKIJ, P. M., Karl Weierstrass.

Revue semestrielle des publications mathématiques rédigée sous les auspices de la société mathématique d'Amsterdam. Table des matières contenues dans les cinq volumes 1893—1897, suivies d'une table générale par noms d'auteurs. Amsterdam 1897.
8°, (3) + 84 p. — [5 fr.]

Reye, Th. und **Brill, A.,** Wilhelm Stahl.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **4** (1894—1895), 1897, 36—45.

Rudio, F., Erinnerung an Moritz Abraham Stern.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **4** (1894—1895), 1897, 34—36. — Cf. Biblioth. Mathem. 1894, p. 94.

Schmidt, Fr., Mittheilungen über Johann Bolyai.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **4** (1894—1895), 1897, 107—109.

СЛЕШИНСКІЙ, И., Некрологъ Вейерштрасса.
Vjestnik elem. matem. **22**, 1897, 59—62. — SLECHINSKIJ, I., Notice biographique sur Weierstrass.

Stäckel, P. und **Engel, F.,** Gauss, die beiden Bolyai und die nicht euklidische Geometrie.
Mathem. Ann. **49**. 1897, 149—206.

Steinschneider, M., Die Mathematik bei den Juden.
Biblioth. Mathem. 1897, 35—42.

Sturm, A., Das delische Problem. (Schluss.) Linz 1897.
8°, (2) p. + p. 99—140.

Tesch, J. W., Waar is Simon Stevin gestorven?
Amsterdam, Wisk. Genootsch., Nieuw Archief 3_2, 1897, 95. — L'auteur fait ressortir que STEVIN est mort probablement à Haag et non pas à Leiden.

ТИХОМАНДРИЦКІЙ, М., Рѣчь въ память К. Вейерштрасса. Харьковъ 1897.
8°, 24 p. + portrait. — Tichomandritzky, M., Disconrs prononcé en mémoire de K. Weierstrass.

Ussing, J. L., Betragtninger over Vitruvii de architectura libri decem med særligt Hensyn til den Tid, paa hvilken dette Skrift kan være forfattet.
Kjöbenhavn, Vidensk. selsk., Skrifter (Hist.-fil. Afd.) **4**$_4$, 1896, 93—160.

Vailati, G., Il principio dei lavori virtuali da Aristotele a Erone d'Alessandria.
| *Torino*, Accad. d. sc., Atti **32**, 1897. 25 p.

Wangerin, A., F. E. Neumann.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **4** (1894—1895), 1897, 54—68.

Wassiljef, A., Lobatschefskij's Ansichten über die Theorie der Parallellinien vor dem Jahre 1826.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **4** (1894—1895), 1897, 88—90.

Wickevoort Crommelin, H. S. M. van, De Witt en Hudde aan't werk.
Wekelijksche Mededeeling [de la société générale néerlandaise d'assurances sur la vie à Amsterdam] N° 794, 1897. 8 p. — Sur les recherches de Johan de Witt relatives à la théorie des rentes viagères.

Wilhelm Ligowski. †.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **4** (1894—1895), 1897, 46.

Question 64 [sur l'année de la mort de Giovanni Ceva].
Biblioth. Mathem. 1897, 64. (G. Eneström.)

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik. Herausgegeben von E. Lampe. Band 26 (1895). Berlin, Reimer 1897.
8°. — Les pages 1—69 contiennent un compte rendu des ouvrages d'histoire des mathématiques parus en 1895.

Cajori, F., A history of mathematics. New York, Macmillan 1894. 8°.
Bullet. d. sc. mathém. **21**$_2$, 1897, 119—120. (P. Tannery.)

Carli, A. e Favaro, A., Bibliografia Galileiana (1568—1895), raccolta ed illustrata. Roma 1896. 8°.
Wiadomosci matematyczne **1**, 1897, 123.

Christensen, S. A., Matematikens Udvikling i Danmark og Norge i det 18. Aarhundrede. Odense 1895. 8°.
Biblioth. Mathem. 1897, 59—60. (G. Eneström.)

Favaro, A., Per la edizione nazionale delle opere di Galileo Galilei sotto gli auspicii di S. M. il re d'Italia. Indice cronologico del Carteggio Galileiano. Firenze 1896. 4°.
Wiadomosci matematyczne **1**, 1897, 123—124.

FAVARO, A., Vent' anni di studi Galileiani. Roma 1896. 8°.
Bollett. di storia matem. **1**, 1897, 11—12. (G. LORIA.)

GRAF, J. H., Ludwig Schläfli (1814—1895). Zum Andenken an die Errichtung des Grabmonumentes Schläfli's und die Beisetzung der sterblichen Reste J. Steiner's. Bern 1896. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 51—52. (CANTOR.)

GÜNTHER, S., Jakob Ziegler, ein bayerischer Geograph und Mathematiker. Ansbach 1896. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 47. (CANTOR.)

HAGEN, J. G., Index operum Leonardi Euleri. Berlin, Dames 1896. 8°.
Bullet. d. sc. mathém. $\mathbf{21}_2$, 1897, 169—170.

LORIA, G., Il passato ed il presente delle principali teorie geometriche. Seconda edizione accresciuta ed interamente rifatta. Torino, Clausen 1896. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 54—55. (CANTOR.) — Jornal de sc. mathem. **13**, 1897, 26—27. (G. T.) — Wiadomosci matematyczne **1**, 1897, 119—120. (S. D.) — Bullet. d. sc. mathém. $\mathbf{21}_2$, 1897, 170—172.

MANSION, P., Notice sur les travaux mathématiques de Eugène-Charles Catalan. Bruxelles 1896. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 52. (CANTOR.)

MÜLLER, C. F., Henricus Grammateus und sein Algorismus de integris. Zwickau, Thost 1896. 4°.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 46—47. (CANTOR.)

REBIÈRE, A., Les femmes dans la science. Notes recueillies. Deuxième édition très augmentée et ornée de portraits et d'autographes. Paris, Nony 1897. 8°.
Biblioth. Mathem. 1897, 25—27. (G. ENESTRÖM.) — Bullet. d. sc. mathém. $\mathbf{21}_2$, 1897, 177—178. (C. BOURLET.)

RUSKA, J., Das quadrivium aus Severus bar Sakkû's Buch der Dialoge. Inaugural-Dissertation. Leipzig 1896. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 42—43. (CANTOR.)

SERENUS ANTINOENSIS, Opuscula. Edidit et latine interpretatus est J. L. HEIBERG. Leipzig, Teubner 1896. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 44. (CANTOR.)

STÄCKEL, P. und ENGEL, F., Die Theorie der Parallellinien von Euklid bis auf Gauss. Eine Urkundensammlung zur Vorgeschichte der Nicht-Euklidischen Geometrie. Leipzig 1895. 8°.
Bullet. d. sc. mathém. $\mathbf{20}_2$, 1896, 279—281. (J. HADAMARD.) — Göttingische gelehrte Anzeigen 1896, 617—623.

VAILATI, G., Sull' importanza delle ricerche relative alla storia delle scienze. Prolusione a un corso sulla storia della meccanica (letta il giorno 4 dicembre 1896 nell' università di Torino). Torino 1897. 8°.
Wiadomosci matematyczne **1**, 1897, 120—123. (S. D.)

Mathematisches Abhandlungsregister. 1896. Erste Hälfte: 1. Januar bis 30. Juni.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 95—112.

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1897, 60—64. — Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 91—94.

ANFRAGEN. — QUESTIONS

65. Dans ses *Etudes sur Zarkali*, M. Steinschneider a donné (Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. **20**, 1887, p. 1—36, 585—591) de nombreux renseignements bibliographiques sur un ouvrage inédit de Zarkali dont la traduction latine, probablement de la main de Gherardo Cremonese, porte ordinairement le titre: *Canones in tabulas toletanas*, et il a signalé non moins de 57 manuscrits de cette traduction. D'après M. A. von Braunmühl (voir le mémoire *Nassir Eddin Tusi und Regiomontan;* Abhandl. der deutschen Akad. der Naturf. [Halle] **71**, 1897, p. 38), cet ouvrage doit avoir exercé une grande influence au moyen âge non seulement sur l'étude de l'astronomie, mais aussi sur celle de la trigonométrie.

On demande une exposition des principaux théorèmes trigonométriques indiqués par Zarkali dans l'ouvrage cité.

(G. Eneström.)

Réponse à la question 18. Dans un mémoire récemment publié: *Practica geometriæ. Ein anonymer Tractat aus dem Ende des zwölften Jahrhunderts* (Monatshefte für Mathem. **8**, 1897, p. 194), M. Curtze a fait observer que le mot *teca* pour 0 a été employé déjà par Sacrobosco, et que, d'après Petrus de Dacia, ce mot a été introduit parce que zéro ressemble au stigmate circulaire, appelé *teca*, qu'on imprimait parfois aux fronts des brigands et des voleurs.

(G. Eneström.)

Remarque sur la question 63. Le »British Museum» possède des exemplaires des deux écrits de John Wilkins publiés en 1638 et 1640. Le premier écrit a pour titre: »*The discovery of a world in the moone or, A discourse tending to prove that 'tis probable there may be another habitable world in that* *planet.* London. Printed by E. G. for Michael Sparke and Edward Forrest 1638». Sur la couverture de cet exemplaire on trouve la suivante remarque manuscrite: »This is the first edition of this curious little work of Bishop WILKINS, and is very uncommon».

Le second écrit a un feuillet de titre gravé et deux feuillets de titre ordinaires. Sur le premier de ces derniers feuillets on lit: *The first book. The discovery of a new world or, A discourse tending to prove, that 'tis probable there may be another habitable world in the moone. With a discourse concerning the possibility of a passage thither. The third impression. Corrected and enlarged.* London. Printed by John Norton for John Maynard 1640», et sur le second: »*A discourse concerning a new planet, tending to prove, that 'tis probable our earth is one of the planets. The second booke, now first published.* London. Printed by R. H. for John Maynard 1640.»

Par ces indications on peut conclure que, antérieurement à l'année 1684, il y a eu une seule édition du *Discourse concerning a new planet* mais trois éditions de la *Discovery of a new world,* dont la première a paru en 1638 et la troisième en 1640. Il ne reste donc qu'à apprendre quand la seconde édition en a été publiée, et si l'écrit *Copernicus defended* (1660) est un ouvrage essentiellement différent des autres.

(G. Eneström.)

Inhalt. — Table des matières.

Quatre numéros par an. Ce numéro est publié le 15 octobre 1897.

STOCKHOLM, TRYCKT I CENTRAL-TRYCKERIET, 1897.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK | JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON | PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1897. STOCKHOLM. N° 4.

NEUE FOLGE. 11. | NOUVELLE SÉRIE. 11.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Prinz Louis-Ferdinandstr. 2.

Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr.

PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Sur les neuf »limites» mentionnés dans l'»Algorismus» de Sacrobosco.

Par G. ENESTRÖM à Stockholm.

Dans le traité de géométrie qui, à tort ou à raison, est attribué à BOËTIUS, l'auteur rapporte que les anciens avaient divisé les nombres entiers en trois classes, savoir *digiti* (les neuf premiers nombres), *articuli* (nombres divisibles par 10) et *compositi* (tous les autres nombres). Cette divison, qui paraît assez naturelle si l'on se rappelle le système de numération grec, pouvait être aussi en quelque sorte justifiée aux temps où l'on se servait de l'*abacus* romain,[1] mais évidemment elle est ailleurs peu satisfaisante. En effet, la première classe comprend seulement 9 nombres, tandis que tous les autres nombres sont réunis, sans raisons suffisantes, dans les deux classes restantes, dont la troisième est beaucoup plus nombreuse que la seconde.[2] Néanmoins, la division fut conservée dans la plupart des traités d'arithmétique du moyen âge, mais pour suppléer un peu à ses défauts, on distinguait des *articuli* de différents ordres, qu'on appelait parfois *limites* ou *differentiae;* au premier ordre appartenaient les nombres 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, au second ordre les nombres 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, etc. Sans doute cette division supplémentaire, signalée p. ex. par ALKUIN,[3] JORDANUS NEMORARIUS,[4] OCREATUS[5] et l'auteur du Codex Salamitanus,[6] marque un progrès, mais, d'autre part, elle n'améliorait que peu les inégalités de la division primitive, parce qu'elle se rapportait seulement aux *articuli* et non pas aux *compositi*. Cette observation faite, on pouvait procéder sur deux voies différentes; en effet, on pouvait rejeter tout à fait la division originale ou bien essayer de répartir les *compositi*. La première voie, à notre avis la plus naturelle, a été choisie par LEONARDO PISANO,[7] la seconde par SACROBOSCO, dans un passage de son *Algorismus*. Comme ce passage est en partie assez obscur, nous commençerons par le reproduire textuellement.[8]

> Cum igitur ultra summam numerorum solidorum in arte praesenti non fiat processus, tantum novem limites numerorum distinguuntur Est enim limes numerorum eiusdem naturae extremis contentorum terminis continua ordinatio, unde primus limes est novem digitorum continua progressio; secundus vero novem articulorum principalium; tertius centenariorum; quartus millenariorum. Tres [limites] etiam resultant in compositis per digitorum appositionem super quemcumque trium praedictorum, et si alter alteri praeponatur. Sed per finalis termini replicationem supra se semel per modum quadratorum aut bis per modum solidorum quocumque alio praecedente resultat penultimus limes et ultimus.

Il s'en suit que SACROBOSCO distingue neuf groupes de nombres, qu'il appelle *limites*. Les quatre premiers ne nous offrent rien de nouveau; en effet, le premier *limes* est identique aux *digiti*, et les trois suivants embrassent respectivement les dizaines, les centaines et les milliers. Quant aux autres, ils sont probablement l'invention de SACROBOSCO, mais malheureusement ses mots sont énigmatiques, et il nous aurait été presque impossible de les interpréter si nous n'avions pas eu recours au commentaire sur l'*Algorismus*, écrit en 1291 par PETRUS DE DACIA et publié il y a peu de temps par M. CURTZE. Voici ce que PETRUS DE DACIA dit par rapport aux groupes 5, 6 et 7 de la division de SACROBOSCO.[9]

> *Quintus limes*. Verbi gratia: apponantur digiti omnes, qui sunt in primo limite, super denarios, qui sunt in secundo limite, et fiet quintus limes, ut 11, 12, 13, 14, usque ad 19; vel 21, 22, 23, usque ad 29; vel 31, 32, etc. et sic usque ad 39. Et sic apponendo omnes digitos super 10, et super 20, et super 30 usque ad 90 fit iste limes quintus, ita quod maior numerus in hoc limite est 99. *Sextus limes*. Apponantur ergo omnes digiti super omnes centenarios qui sunt in tertio limite, et fiet sextus limes. Verbi gratia: 101, 102, 103, usque ad 109; vel 201, 202, 203, usque ad 209; et sic apponendo omnes digitos super omnes centenarios, scilicet

super 100, super 200, super 300, [et ita] usque ad 900 fit iste limes sextus, ita quod maior numerus in hoc limite est 909. *Septimus limes.* Apponantur igitur omnes digiti super omnes millenarios, qui sunt in quarto limite, et fiet limes septimus. Verbi gratia: 1001, 1002, 1003, et sic usque ad 1009; vel sic 2001, 2002, 2003, usque ad 2009; et sic apponendo omnes digitos super omnes millenarios, scilicet super 1000, 2000, 3000, usque ad 9000 fit iste limes septimus, ita quod maior numerus in hoc limite est 9009. Sed addit auctor, quod est, si alter alteri praeponatur, resultabit aliquis de his tribus limitibus. Verbi gratia: 110, 111, 112, 113, usque ad 119; vel 120, 121, 122, 123, usque ad 129; vel 130, 131, 132, 133, usque ad 139; praeponendo sic aliquem de denariis cum omnibus digitis ante centum; et eodem modo praeponendo eosdem ante ducenta vel trecenta etc.; [et] consimiliter praeponendo centenarium ante millenarios cum omnibus digitis, ut 1101, 1102, 1103, vel 2101, 2102; et consimiliter etiam praeponendo denarios cum omnibus digitis ante millenarios [et centenarios, ut 1111, 1112, vel 2111, 2112, vel 1211, 1212 etc.], quilibet istorum ad aliquem trium aliorum limitum reducitur, ita quod, si digiti praeponantur denariis, [ad quintum reducuntur, si digiti praeponantur denariis] praecedente centenariorum aliquo ad sextum reducuntur, sed si digiti praeponantur centenariis millenariorum quocumque praecedente, ad septimum limitem reducuntur. Ita credo auctorem esse intelligendum.

En examinant les mots de Sacrobosco, on est tenté de supposer que les groupes 5, 6 et 7 contiennent respectivement les nombres représentés par

$$n_1 + 10\,n_2\,,\quad n_1 + 10^2 n_3\,,\quad n_1 + 10^3 n_4\,,$$

où n_1, n_2, n_3, n_4 prennent successivement les valeurs $1, 2, 3, \ldots, 9$, et Petrus de Dacia lui-même commence par cette interprétation. Mais en ce cas on a fait abstraction des mots: »et si alter alteri praeponatur», et pour les expliquer, Petrus de Dacia suppose les groupes 5, 6 et 7 formés respectivement par les nombres contenus dans les expressions

$$n_1 + 10\,n_2\,,\quad n_1 + 10\,m_2 + 10^2 n_3\,,\quad n_1 + 10\,m_2 + 10^2 m_3 + 10^3 n_4\,,$$

où n_1, n_2, n_3, n_4 peuvent avoir toutes les valeurs $1, 2, 3, \ldots, 9$ et m_2, m_3 toutes les valeurs $0, 1, 2, \ldots, 9$. Du reste, on voit que Petrus de Dacia hésite sur le vrai sens des mots de Sacrobosco, car il ajoute à la fin: »ita *credo* auctorem esse intelligendum.»

Si Sacrobosco s'est exprimé un peu obscurément pour ce qui concerne les groupes 5, 6 et 7 de sa division des nombres, la question devient encore plus compliquée quand il s'agit des groupes 8 et 9. Heureusement, le passage suivant du commentaire de Petrus de Dacia nous prête ici bonne assistance.[10]

> *Limes octavus.* Auctor vult dicere, quod limes octavus fit, cum supra millenariorum aliquem millenarius replicatur. Verbi gratia: mille millesies, duo milia millesies, tria milia millesies, quatuor milia millesies, et sic usque ad novem milia millesies, vel millesies novem milia; et fit idem limes praeponendo isti replicationi quemcumque de aliis limitibus, scilicet dicendo: millesies centies decies mille, millesies centies decies duo milia, millesies centies decies tria milia et sic usque ad millesies centies decies novem milia; vel millesies ducenties vicesies mille, vel duo milia, vel tria milia. Sicque eundo et replicando semper millenarium semel super quemcumque millenariorum quocumque praecedente fit ille octavus limes. *Nonus limes.* Nonus vero limes fit fere modo consimili. Non enim differt nisi quia in hoc nono limite fit replicatio millenarii bis super quemcumque millenarium, etiam quocumque praecedente. Verbi gratia: millesies mille milia vel millesies mille millesies, quod idem est, vel millesies duo milia millesies, millesies tria milia millesies, vel millesies decem milia millesies, vel millesies XX milia millesies, vel millesies XXX milia millesies, vel millesies centum milia millesies, vel millesies ducenta milia millesies, vel millesies trecenta milia millesies, vel millesies centum et decem milia millesies, millesies ducenta et XX milia millesies etc. Hoc modo intelligi debet limes iste nonus.

Par ce passage on trouve que les groupes 8 et 9 embrassent les nombres représentés par les expressions

$$10^3 m_4 + 10^4 m_5 + 10^5 m_6 + 10^6 n_7\,,\quad 10^6 m_7 + 10^7 m_8 + 10^8 m_9 + 10^9 n_{10}$$

où n_7, n_{10} peuvent avoir toutes les valeurs $1, 2, 3, \ldots, 9$ et $m_4, m_5, m_6, m_7, m_8, m_9$ toutes les valeurs $0, 1, 2, \ldots, 9$.

Il faut très peu d'attention pour découvrir que la division de Sacrobosco est, à plus d'un égard, défectueuse. D'après sa définition, un *limes* doit être une suite *continue* (»continua ordinatio») de nombres dont les termes extrêmes sont de la même nature, mais il est évident que cette définition n'est pas valable pour les groupes 5, 6 et 7; sans quoi ces groupes embrasseraient aussi les nombres des groupes 2, 3 et 4. D'un autre côté, la division n'embrasse pas les nombres compris entre

9,999 et 1,000,000, entre 1,000,000 et 1,001,000, etc., et aucun nombre plus grand que 9,999,000,000. Les deux premiers faits semblent avoir échappé à l'attention de PETRUS DE DACIA;[11] quant au dernier, il donne l'explication suivante:[12]

> Tot debent esse limites, quot in numeris possibile est fieri progressus continua apprehensione ymaginatione stantis. Sed novem limitum processu eundo usque ad replicationem millenarii supra quemcumque bis stat apprehensio ymaginationis, et non ultra [it], sicut patet in numeris iam explicatis ad nonum limitem adductis, ymmo vix ymaginatio apprehendat illud: ergo etc. Vel sic ostendit, quod completiva et ultima dimensionum est dimensio trina; et ideo cum numerus solidus dimensione triplici mensuretur, ultra ipsum etiam non convenit transcendere. Ideo concludere possumus, quod, cum limes nonus est in genere numerorum solidorum, tantum novem erunt limites et non plures.

En résumé, cette argumentation assez faible contient: A) qu'il est presque impossible de s'imaginer des nombres plus grands que 9,999,000,000; B) que l'arithmétique n'a pas affaire à des nombres au delà des nombres cubiques et que, pour cette raison, il est inutile de traiter des nombres plus grands que le cube de 1000 multiplié par un *digitus*.

Il résulte de ce que nous venons de rapporter que, si l'interprétation de PETRUS DE DACIA est exacte — et nous n'avons aucune raison d'en révoquer en doute la justesse — SACROBOSCO a échoué en essayant de perfectionner la division des nombres indiquée dans la géométrie de BOËTIUS. A ce point de vue, sa tentative a donc été sans valeur, mais, d'autre part, elle nous semble avoir un certain intérêt pour l'histoire des mathématiques. Elle mériterait sans doute encore plus d'attention, si l'on pouvait constater qu'elle a été le point de départ d'autres essais de classification des nombres entiers.[13]

[1] Cf. CANTOR, *Mathematische Beiträge zum Kulturleben der Völker* (Halle 1863), p. 209: »Wollte man also diese Definitionen noch etwas anders aussprechen, so könnte man sagen: eine Fingerzahl ist eine solche, welche durch irgend einen Apex auf der Einerkolumne dargestellt wird; eine Gelenkzahl drückt man aus, indem man einen Apex auf eine der folgenden Kolumnen von der der Zehner an legt; nicht zusammengesetzt oder einfach ist jede Zahl, deren Darstellung auf dem Rechenbrette nur einen Apex erfordert, in welcher Kolumne es auch sei; die zusammengesetzte Zahl

endlich wird durch mehr als einen Apex bezeichnet werden müssen.» Nous nous permettons de faire observer en passant que cette remarque n'est pas parfaitement juste, car, d'après la géométrie de Boëtius, 110 est un *articulus*, bien qu'il soit impossible de l'exprimer sur l'*abacus* par un seul *apex*.

[2] Pierre de la Ramée appelle cette division »puerilis et sine ullo fructu» (cf. Treutlein, *Das Rechnen im 16. Jahrhundert;* Abhandl. zur Gesch. der Mathem. **1**, 1877, p. 37).

[3] Cf. Cantor, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* **1** (Zweite Auflage), p. 790.

[4] Cf. Cantor, l. c. **2** (Leipzig 1892), p. 58.

[5] Cf. *Prologus H. Ocreati in Helceph ad Adelhardum Baiotensem magistrum suum, publié par* Ch. Henry. Abhandl. zur Gesch. der Mathem. **3**, 1880, p. 132—133.

[6] Cf. Cantor, *Über einen Codex des Klosters Salem.* Zeitschr. für Mathem. **10**, 1865, p. 2.

[7] Cf. *Il liber abbaci di Leonardo Pisano pubblicato da* B. Boncompagni (Roma 1857), p. 2.

[8] M. Curtze, *Petri Philomeni de Dacia in Algorismum vulgarem Johannis de Sacrobosco commentarius. Una cum Algorismo ipso* (Hauniæ 1897), p. 15.

[9] Curtze, l. c. p. 77—78.

[10] Curtze, l. c. p. 78—79.

[11] Cf. Curtze, l. c. p. 79.

[12] Curtze, l. c. p. 79.

[13] D'après M. Curtze (l. c. p. XVII) un manuscrit du commencement du 14[e] siècle: *Notabile de novem limitibus* contient essentiellement la division des nombres indiquée par Sacrobosco et expliquée par Petrus de Dacia.

Die Mathematik bei den Juden.

Von Moritz Steinschneider in Berlin.*

43. Ohne uns allzuängstlich an die Zeitfolge zu halten, lassen wir hier auf den Übersetzer Kalonymos Levi ben Gerson, den philosophischen Commentator des Averroes, folgen, der zugleich als selbständiger Mathematiker, wahrscheinlich der bedeutendste unter den Juden des Mittelalters, noch der Würdigung eines Fachmannes bedarf, während seine Persönlichkeit, so weit sie hervorgetreten ist, und die Nachrichten über seine handschriftlich erhaltenen Arbeiten durch Munk, Steinschneider und Neubauer ziemlich erschöpfend behandelt sind.[1]

Levi, Sohn des Gerschom (daher *Gersonides*), in nichthebräischen Schriften maestro Leon de Bagnols (Balnaolis, geb. 1288, gest. 1344) in der Provence (Avignon und Orange), gehört zu den seltenen, eben so umfassenden als selbständigen und genialen Denkern und Schriftstellern, in welchen der blinde Autoritätsglaube so leicht den Ketzer herausfindet. Er war schwerlich ein bedeutend beschäftigter Arzt, aber in allen profanen Disciplinen heimisch, insbesondere in der damals vorherrschenden arabischen Auffassung des Aristoteles, welche man nach ihrem bedeutendsten Vertreter »Averroismus« nannte, den aber Levi mit rücksichtslosen Glossen begleitete, die ihm wiederum Vorwürfe von Seiten der Schulanhänger und Nachbeter zuzog, zu denen unter Anderen sein bald zu erwähnender Zeitgenosse Samuel Marsili gehörte.

Levi commentirte auch den grössten Teil der Bibel, und behandelte die Methodologie des Talmuds. Da wir es hier nur mit seinen mathematischen Schriften zu thun haben, und selbst diese hier nur kurz angegeben werden können, so empfiehlt sich die Reihenfolge meines Artikels in Ersch und Gruber's *Encyklopädie*, worin sie als n. 12—19 zusammengestellt sind, mit einer Hinweisung auf die betreffende Stelle bei Neubauer (»Nb.«) durch Seitenzahl und römische Ziffer.

44. 1) (Nb. p. 603 n. VIII) Erläuterungen zu den Einleitungen[2] der Bücher I, III, IV, V in Euklid's Elementen, Ms. Jews Coll. in London 138[4] und des Barons David v. Günzburg in Petersburg n. 340.

---

* Oben S. 79 n. 13 lies Saadân, s. *Hebr. Übers.* S. XXIX, wo die nachträglichen Mitteilungen Neubauers.

2) Geometrische Begründung eines Postulats in EUKLID über 2 Linien, die einander schneiden müssen, ms. München 36[24]. NEUBAUER (l. c. p. 604) bezeichnet diese Abhandlung als ein »Fragment« eines Buches »Composition über die Wissenschaft der Algebra«; allein diese allgemeine Bezeichnung ist kein eigentlicher Titel. Die noch allgemeinere Bezeichnung bei JOSEF DEL MEDIGO, berechtigt noch weniger dazu, die obigen 2 Schriften zusammenzufassen, obwohl ein Zusammenhang derselben nicht unmöglich ist.

3) *Maase Choscheb* (nach Exod. 26, 1 aber hier im Sinne von: Werk des Rechners; Nb. p. 603 n. VII), theoretische und practische Rechenkunst, erstere gegründet auf EUKLID VII—IX, verf. im April 1321 im Alter von 33 Jahren.[3] Handschriften finden sich in München 36 und 68, beide lückenhaft, Vat. 379 defect, Paris 1029[6], Parma, De Rossi 836 und 1166, Petersburg, Baron D. v. Günzburg 130[2] (früher Katzenellenbogen in Wilna?), Wien 112 (GOLDENTHAL S. 60).

4) (Nb. 642 n. XXXVIII) »*De numeris harmonicis*«, wovon lateinische Mss. in Basel F. II, 33, Paris 8378 A, im J. 1343, verfasst auf Veranlassung des PHILIPP von Vitry (1351—61 Bischof von Maux), der LEVI aufforderte, den Nachweis zu liefern, dass ausser den Zahlen 2, 3, 4, 8, 9 es nicht zwei aufeinander folgende geben könne, die aus den Factoren 2, 3 zusammengesetzt seien. LEVI verfasste wahrscheinlich ein hebräisches Original, welches ein Anonymus ins Lateinische übersetzte. NEUBAUER spricht LEVI die Fähigkeit ab, lateinisch zu schreiben, weil er sonst seine Abhandlung über das von ihm erfundene Instrument sicherlich in dieser Sprache abgefasst hätte. Diese Abhandlung ist als Teil eines hebräischen Werkes auf uns gekommen, vielleicht vorher zunächst für seine Glaubensgenossen verfasst. Eine weitere Discussion über solche Eventualitäten wäre unfruchtbar.

5) *Luchot* (Tabellen, insbesondere astronomische, Nb. p. 615 n. XXXVI), über Sonnen- und Mondstellungen, mit der Radix 1320, also nicht viel später verfasst in Orange (»Ysop«), 9 Stunden, 46 Minuten vom äussersten Osten entfernt. Nach der Vorrede[4] hat LEVI seine Berechnung auf Verlangen »vieler und ehrwürdiger Männer unter den Grossen der Christen« verfasst. Wenn diese Tafeln wirklich identisch sind mit den in seinem grossen Werke (unten n. 7) gegebenen, so hat er sie wohl bei Abfassung des letzteren mit aufgenommen. Sie finden sich allein in den Mss. München 314, Vatican 391,[5] Almanzi, jetzt Brit. Mus. Add. 26,900 (bei MARGOLIOUTH, List, p. 514).

Eine erklärende Notiz darüber schrieb schon im J. 1342 Samuel ben Meir, Copist des mathematischen Ms. Paris 1028, am Ende des Codex. Moses Farissol (oder Ferussol) Botarel sah sich veranlasst (1465), eine vollständige Erläuterung jener Tafeln in kurzen 12 Kapiteln zu geben, welche sich in der Bodleiana und in Tunis finden. Neubauer übergeht diese Schrift auffälliger Weise nicht bloss im Artikel über Levi, sondern auch in der Notiz über Moses F. Botarel (l. c. p. 780), von welchem mehr an seinem Platze; hier sei nur mein Abdruck der Vorrede etc. erwähnt.[6] Hingegen notirt Neubauer eine *anonyme* Erläuterung der Tafeln in ms. D. von Günzburg 365; sollte sie nicht die des Botarel sein?

6) (vgl. Neubauer p. 619) *Ben arbaïm lebina* (»dem Vierzigjährigen kommt die Einsicht«,[7] ein Spruch im Talmud); unter diesem Titel wird eine astronomische Schrift Levi's von Abraham Sacut citirt und irrtümlich letzterem beigelegt. Wenn hier auf das Lebensalter des Verf. angespielt, also das Datum 1328 ist, so könnte die hier folgende Nummer gemeint sein.

7) Levi verfasste (bis Jan. 1329) ein grösseres religionsphilosophisches Werk, betitelt »Kriege Gottes« — ein späterer Gegner nennt das Buch wegen der geringen Orthodoxie: »Kriege gegen Gott« —. Der 2. Teil des V. Tractats, welcher die Astronomie selbständiger behandelt, als es die naturphilosophische Grundlage der Methaphysik erfordert, bildet »ein Werk für sich« nach dem Ausdruck des Verf., oder des Copisten oder des Herausgebers (1560—»1500« in Ersch und Gruber S. 300 n. 21 ist Druckfehler), welcher diesen Teil in seiner Vorlage nicht fand oder wegliess. Jetzt kennt man 4 vollständige Mss. des Originals in Paris (724, 725), Turin 10 (bei B. Peyron n. 21) und Neapel III F. 9 (nur bis Kap. 95), aber auch 3 Mss. einer vollständigen lateinischen Übersetzung eines Anonymus, im Vatican 3098 und 3380, in Mailand, Ambros. D. 327. Neubauer (l. c. p. 278 ff. und p. 286 ff.) teilt das Vorwort und das sich anschliessende Register der 136 Kapitel mit, woraus sich Umfang und Bedeutung des Werkes, welches unter Anderen auch Kepler's Aufmerksamkeit auf sich zog, ergiebt. Hervorzuheben ist die Kritik des ptolemäischen und antiptolemäischen Systems des Alpetragius.[8] Eine nähere Untersuchung und Würdigung wird Sache eines Fachmannes sein. Hier sei nur noch ein Bestandteil dieses Werkes hervorgehoben, dessen Bedeutung für die Geschichte der *Entdeckung Amerika*'s zuerst in der Bibliotheca Mathematica zur Sprache kam.

Levi erfand ein Instrument, welches er *Megalle Amukot* nannte, und worüber er 2 Gedichte verfasste; das eine, überschrieben »über den Stab» ist, ohne Kenntnis des Ursprunges und Zusammenhangs, 1853 edirt. Über seine Erfindung hat er, vielleicht vor der Redaction des Gesammtwerkes, worin er davon handelt, eine besondere Abhandlung verfasst; ich identificirte damit eine von jenem abweichende Recension in 3 Teilen von 2, 7 und 20 Kapiteln in der bisherigen Gemeindebibliothek in Mantua[9] n. 10 unter dem Titel *Chug ha-schamajim* (Himmelskreis, nach Hiob 22, 14).[10] Eine lateinische Übersetzung jener Abhandlung mit dem übersetzten ursprünglichen Titel widmete Petrus de Alexandria[11] im Jahre 1342, also bei Lebzeiten des Verf., Papst Clemens dem VI; diese: *De instrumento secretorum revelatore* enthalten ms. Paris 7293 (ohne Namen des Übersetzers), aus der Bibliothek des Papstes stammend, und Wien 5277[5].[12] — Eine andere, auch vom hebr. Original abweichende, lateinische Recension in 17 Kapp., die ebenfalls a. 1342 im I. Jahre des Clemens übersetzt sein soll, in ms. München 8089, führt den Titel *Baculus Jacobi,* und Prof. S. Günther (Biblioth. Mathem. 1890 S. 75) erweist daraus, dass Regiomontanus diese Übersetzung gekannt habe; die Kenntnis des *Baculus Jacobi* soll durch Behaim aus Nürnberg nach Portugal gebracht sein. Ich habe (Biblioth. Mathem. 1890 p. 107) gefragt, ob diese Übersetzung eine zweite sei, und ob der *Baculus* nicht direct aus Avignon in der pyrenäischen Halbinsel bekannt geworden, wie schon Günther (S. 78) andeutet; ich habe ferner den Titel (resp. Namen) *Baculus Jacobi* dem lateinischen Bearbeiter vindicirt. Ich vermute nunmehr, da man die Abhandlung schwerlich im J. 1342 zweimal lateinisch übersetzte, dass die zweite Recension nicht ohne Benutzung der ersten angefertigt worden, aber den Namen *Baculus Jacobi* erfunden habe; eine Anspielung auf letzteren in einem der erwähnten Gedichte hebt Neubauer (p. 623) hervor.

Der Jahresbericht der geographischen Gesellschaft in München 1894—1895 enthält (S. 93—174) eine Abhandlung: *Der Jakobstab,* von A. Schück in Hamburg. Der Verfasser, ein practischer Seemann, der aber seine Sachkunde auch auf historische Fragen anwendet,[13] referirt (S. 103 ff.) über die oben erwähnten Mitteilungen, und spricht (S. 105) von einem, ihm noch nicht näher bekannten Vortrag des Prof. Günther über den Jakobstab in der Versammlung deutscher Naturforscher in Lübeck (1895), der mir noch heute unbekannt, wenn er überhaupt gedruckt ist. S. 128 ff. bespricht er das seltsame

Schicksal der Erfindung LEVI's mit Benutzung verschiedener Quellen, unter Anderen einer neuen Schrift von M. KAYSERLING.[14] Man sieht aus Obigem, dass es sich um ein noch nicht erledigtes Problem in der Literaturgeschichte handelt.

NEUBAUER (p. 608 n. XXIII) führt als besondere Nummer auf: *Dillugim* »über die 7 Constellationen«(?), ohne diesen sonderbaren Titel zu übersetzen oder zu erklären. In der That ist hier nicht von einem Titel, am allerwenigsten von einer so benannten Schrift unseres LEVI die Rede. Am Ende eines Stückes in Ms. 1563[2] der Universitätsbibliotek in Cambridge liest man: »Bis hieher die Weglassungen (*Dilluge*) dieses Buches in dem Abschnitt Astronomie (*Techuna*), welches LEVI B. GERSCHOM, Verfasser von *Balle ha-Nefesch* etc., verfasst hat.« NEUBAUER hat richtig die Confusion von homonymen Autoren erkannt; eigentlich müsste es heissen: »LEVI B. ABRAHAM, Verf. von *Liwjat Chen*«, das ist die Encyklopädie des LEVI B. ABRAHAM, welche die Auszüge aus IBN ESRA's Astrologie enthält.[15] Es fragt sich, ob diese Nachträge zu einem, in demselben Ms. vorangehenden Stücke gehören. Auf dieselben folgt ein astrologisches, mit dem Namen LEVI B. GERSON anfangendes Stück, vielleicht ein Excerpt aus der Astronomie oder einer anderen der bekannten Schriften.

8) (Nb. p. 642 n. XXXIX, vgl. 590) *Prognosticon magistri* LEONIS *Hebræi de conjunctione Saturni et Jovis* [auch des Mars] a. d. 1345. Da der Verf. am Mittag 20. April 1344 starb, beendete sein Bruder SALOMO diese astrologische Abhandlung — die Conjunction galt bald darauf (1348) als Ursache des sogenannten schwarzen Todes — welche frater PETRUS DE ALEXANDRIA, ord. fratr. Heremitarum sancti Augustini, wörtlich übersetzte. Letzterer ist bereits oben (S. 106) als Übersetzer der Abhandlung über das Instrument (1342) erwähnt; vielleicht übersetzte er auch diese Abhandlung für den Papst, der bekanntlich in Avignon residirte (gest. 1352) und wohl auch hier seine gerühmte Wissbegierde, zugleich eine abergläubische Neugier, befriedigte?

Aus den obigen gedrängten Notizen ergiebt sich wohl die Rechtfertigung des Umfanges derselben an dieser Stelle. LEVI's Ansehen schon bei Lebzeiten entspricht dem Nachruhm, für welchen hier kein Platz ist.

45. Neben dem hervorragenden Bilde LEVI's erscheinen mehrere seiner Zeitgenossen als Staffage.

Im Jahre 1322 übersetzte SALOMO KOHEN IBN PATER aus Burgos für JAKOB IBN MEIR, einen talmudischen Gelehrten, die

Astronomie des ibn Heitham (vulgo Alhazen) ins Hebräische, nachdem dasselbe Werk bereits im J. 1271 durch Jakob ben Machir übersetzt worden war. Salomo's Übersetzung wird diesem Jakob, mit dem irrigen Datum 1275, beigelegt in ms. Paris 1035; andere Mss. sind: Paris 1031[5], Wien 177; Ms. Dubno 42 qu., später Heidenheim 10 (wo jetzt?), nennt den Übersetzer irrtümlich »Simon aus Bagdad«; s. *Hebr. Übersetz.* S. 560 und meine *Notice sur un ouvrage astron. inédit d'ibn Heitham* (Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. **14** [1881], p. 721—740; **16** [1883], p. 505—513).

Ein Kalender für die Jahre 5083—5206 (1323—1446) von einem mir sonst unbekannten Josef ben Efraim, vom Copisten zuerst nur bis 1351 geschrieben, enthält Ms. Paris 391[2].

Ms. München 91 enthält eine Erläuterung des I. Tractats von Euklid's Elementen von dem »vollkommenen Philosophen Abba Mari«. H. Gross vermutet die Identität dieses Autors mit dem 1324 in Südfrankreich lebenden Abba-Mari ben Eligedor, vulgo Sen (= Senhor) Astruc de Noves (s. *Gallia Judaica* p. 390) und Neubauer in seinem Artikel über diesen Autor (*Hist. Litt.* etc. p. 552) bemerkt, dass Abba-Mari sich in der That mit Mathematik beschäftigt habe (vgl. auch *Hebr. Übersetz.* S. 508); er war in Salon der Lehrer des hier folgenden Samuel in Astronomie.

46. Wir lassen hier wiederum einen Übersetzer aus dem Arabischen folgen, dessen Thätigkeit sich allerdings vorzugsweise und vielleicht zuerst auf philosophische Schriften, insbesondere auf Averroes erstreckte. Samuel ben Jehuda aus Marseille,[16] vulgo Miles[17] Bongodas (Bongudas) Marsilli de Barbevaire (= Blauburt, nach Gross), geb. 1294, zu 18 Jahren Schüler des Abba-Mari (§ 45), lebte in verschiedenen Orten der Provence und Nordspaniens, war Arzt, aber hauptsächlich Übersetzer aus dem Arabischen ins Hebräische und Commentator. Uns interessiren folgende Schriften:

1) Djabir ibn Afla'h (abu Muhammed Djabir), Astronomie (Compendium des *Almagest*), beendet im 42. Lebensjahre 17. Dec. 1335, nur in Paris in 4 Mss. (1014, 1024, 1025, 1036) vorhanden, woraus Neubauer (p. 560, 563) den hebräischen Text der Nachschrift und das Wesentliche daraus französisch mitteilt. Ich entnehme dieser erst jetzt zugänglichen Quelle nur Folgendes.

Samuel wollte eigentlich das Compendium des *Almagest* von Averroes übersetzen, welches alle anderen Schriften überflüssig mache; allein es war nur in einer seltenen hebräischen Übersetzung, welche man dem Natan ha-Meati beilege (s. dagegen oben § 28 S. 110) und für schlecht halte, vorhanden, das Original nicht zugänglich. Im Alter von 30 Jahren wendete sich SAMUEL dem, schon in der Jugend studirten Grundwerk, dem *Almagest* des PTOLEMÄUS zu, wobei ihn sein jüngerer, aber »in jeder Wissenschaft perfecter» Bruder DAVID (EN BONDAVI) unterstützte; aber seine Commentation der ersten III Tractate wurde, als er, 35 Jahr alt, in Tarascon lebte, durch dauernde Leiden (oder Misslichkeiten, Verfolgungen?) unterbrochen. Es ergab sich ihm damals, dass das Beste im erwähnten Werke des AVERROES dem IBN AFLA'H angehöre. Die Brüder wanderten deshalb nach Trinquetailles (Vorort von Arles), wo sie ein correctes arabisches Original von der Schrift des IBN AFLA'H fanden und bei Brod und Wasser (?) in einem Lehrhause in 2 Tagen ungefähr $^1/_4$ copirten. In Aix fand SAMUEL ein ‚Autograph der hebräischen Übersetzung des JAKOB BEN MACHIR (oben § 36), in welcher er viele Fehler so wie einige Lücken[18] bemerkte, aber auch das früher benutzte Ms. des arabischen Originals. Die Vergleichung, Berichtigung und Ergänzung jener Übersetzung kostete ihn grössere Mühe als eine ganze neue Übersetzung gekostet hätte. Er hörte auch, dass MOSES IBN TIBBON eine Übersetzung dieses Buches angefertigt habe, konnte sie aber nicht auftreiben.

2) In Aix ergänzte er (1335) die 30. und 31. Figur im Texte (?) des HYPSIKLES zu der Übersetzung einer Abhandlung eines Anonymus von KALONYMOS, die wir oben (§ 42, 1 S. 77) besprochen haben. Ich referire hier nach NEUBAUER p. 560 n. V mit dem nötigen Vorbehalt.

3) IBN MU'ADS, ABU ABD ALLAH MUHAMMED über die totale Sonnenfinsternis am Ende des J. 471 H. (3. Juli 1079), Ms. Par. 1036, und wahrscheinlich die in demselben Ms. folgende Abhandlung desselben Verfassers über die Morgenröte. Über den arabischen Verfasser übergeht NEUBAUER p. 566 meine Nachweisungen in *Hebr. Übersetz.* S. 575. Wenn Herr SUTER dieselben in Erwägung zu ziehen Gelegenheit findet, so wird er wichtige Bedenken gegen seine Vermutungen über DJUHEINI und DJAJJANI (= aus Jaen) finden (Biblioth. Mathem. 1897, p. 83 n. 2, 3), auf die ich nicht abschweifen kann, aber anderswo zurückkomme.

4) ZARKALI, über die Bewegung der Fixsterne, in Ms. Paris 1036; die von mir (*Hebr. Übersetz.* S. 593) verlangten Specialitäten blieben bei NEUBAUER (p. 567) unbeachtet.

5) Kurzen Commentar über PTOLEMÄUS, *Almagest*, Tr. I—III (vgl. oben unter 1), 3. Juli 1331 in Tarascon beendet, enthält

Ms. Vatican 398 (*Hebr. Übersetz.* S. 524, wonach NEUBAUER p. 560 n. VI zu ergänzen ist).

SAMUEL bietet uns ein, allerdings nicht sehr seltenes Beispiel von Hingebung und Ausdauer.

Hier mögen noch zwei kurze Notizen Platz finden.

Ms. Vatican 387[6], enthält nach ASSEMANI's Catal. eine Anordnung von Tafeln (Kalender) für das Jahr MCCCXXVI »der Geburt unseres Messias», von einem Neophyten (copirt?); die hebr. Jahrzahl ist aber 1356; ist das ein Druckfehler?

Ms. Paris 1102[4] enthält astronomische Tafeln für den Meridian von Novara in arabischer Sprache v. J. 1 — 1521 nach Chr., im J. 1327 geschrieben? Dasselbe Ms. enthält Schriften von arabischen Autoren (*Hebr. Übersetz.* S. 543, 573, 584).

[1] MUNK im *Dictionnaire des sciences philosophiques* und in seinen *Mélanges de philosophie* etc. (teilweise deutsch von B. BEER, mit Anmerk. 1852); STEINSCHNEIDER in ERSCH und GRUBER, Sect. II S. 295—300 und Nachtrag im Magazin f. d. Wiss. d. Judenth. **16**, 1889, S. 137—45, *Hebr. Übersetz.*, Index S. 1060; A. NEUBAUER (redigirt von RENAN) in *Hist. Litt. de la France* t. 31 (vgl. oben S. 81) p. 585; wo LEVI's Schriften chronologisch geordnet sind. Über den Ort Bagnols, in Frankreich, nicht in Spanien (wie noch bei GÜNTHER und SCHÜCK, ll. citandis), s. H. GROSS, *Gallia Jud.* (1897) p. 94, wo die Bezeichnung »Sefaradi» in ms. 364 in zu enge geographische Bedeutung gepresst wird; sie bezeichnet nach der späteren Dichotomie die sogen. »portugiesischen» Juden im Gegensatz zu den deutschen (und französischen).

[2] Im Sinne des arabischen *Mu'sadarât* (Anfänge; Definitionen etc.); s. *Hebr. Übersetz.* S. 509 und *Euklid bei den Arabern* S. 93, gegen KLAMROTH; anderswo mehr.

[3] Ms. Günzburg hat Monat Elul (Aug.—Sept.) 1322. Die Überschrift *Mispar* (Zahl, Rechnung) in einigen Mss. ist wiederum nur eine allgemeine Bezeichnung des Schriftenkreises des Werkes.

[4] Kürzlich von mir edirt in der von BRAJNIN herausg. hebräischen Zeitschrift Mimisrach Umimaarab, Berlin 1897.

[5] Dieses Ms. (woraus ich Durchzeichnungen dem verstorbenen Fürsten B. BONCOMPAGNI verdanke) übergeht NEUBAUER; er bemerkt nur, dass Vat. 299[3] nicht von LEVI sei. Ich er-

kannte darin schon längst ein astronomisches Compendium (XIV. Jahrh.?); s. Hebr. Bibliogr. IX, 163 und *Verz. der Handschr. in Berlin*, S. 92.

[6] Mimisrach etc. (s. oben Anm. 4) S. 47.

[7] *Bina* wird schon im XIII. Jahrh. mit Rücksicht auf I. B. Chron. 12, 32, insbesondere auf Astronomie angewendet.

[8] Kap. 40 ff. und sonst, z. B. Kap. 83 gegen PTOLEMÄUS über Entfernung von Sonne und Mond. ALPETRAGIUS (BITRODJI) nennt er den Urheber (oder Verf.) der neuen Astronomie, wie schon vor ihm JEHUDA B. SALOMO (§ 29). Ob demnach LEVI zu den Vorläufern des KOPERNICUS (bei SCHIAPARELLI) zu zählen ist?

[9] Dieselbe ist kürzlich von einem Buchhändler in Venedig nach dem Catalog von M. Mortara der k. Bibliothek in Berlin zum Kauf angetragen worden.

[10] Unrichtig bei NEUBAUER (RENAN?) p. 621: »chap. 2, 7, 20 de l'ouvrage *total*».

[11] Ob Alexandrien (in Ägypten), wie NEUBAUER (p. 623) und SCHÜCK (l. citando p. 103) annehmen?? Vergl. unten n. 8.

[12] Die Worte: »*Opus trigonometricum* de sinibus chordis et arcubus» im Catalog von LAMBECIUS, welche nicht im Ms. stehen, hat nach NEUBAUER LAMBECIUS hinzugesetzt?

[13] Zum Beispiel: *Hat Europa den Kompass über Arabien, oder hat ihn Arabien von Europa erhalten? Literarisch sachliche Studie.* Im Ausland 1892 N. 8—11; *Die Kompass-Sage in Europa* (Flavio Gioja) etc.; daselbst n. 35, 39.

[14] *Chr. Columbus und der Antheil der Juden an den spanischen und portugiesischen Entdeckungen.* Nach zum Teil ungedruckten Quellen, Berlin 1894 (164 S.). Was hier, S. 40 ff., und bei SCHÜCK, S. 120 ff., über ABRAHAM ZAKUT vorgebracht wird, soll später, wenn ich zu letzterem komme, teilweise berichtigt werden; hier sei nur bemerkt, dass ABRAHAM Nichts mit »Bukrat» (KAYSERLING S. 42) zu schaffen hat. — Der *Baculus Jacobi* ist nicht das Instrument des TUSI, s. Biblioth. Mathem. 1896 S. 13.

[15] S. oben § 33 S. 15. — Über die zweifelhaften Noten zu IBN ESRA's astrologischen Schriften von »maestro LEON» in Ms. Paris 1048 s. *Verz. der Handschr. in Berlin* 2. Abth. (1897) S. 140 A. 1, wo die Stelle bei NEUBAUER unter LEVI nachzutragen ist.

[16] Über ihn s. *Hebr. Übersetz.*, Register S. 1065; NEUBAUER (RENAN) *Hist. Litt.* XXXI, 553 ff., insbes. p. 560—567; H. GROSS, *Gallia Jud.* p. 379.

[17] NEUBAUER, p. 553, glaubt, zur Erklärung dieser Namens form den europäischen Namen *Miles,* oder gar *Milon* heranziehen zu müssen, welcher höchstens nebenbei mitgewirkt haben konnte; es genügte aber der Namen SAMUEL, wie ZUNZ annimmt (*Ges. Schriften* III, 189, vgl. II, 64), da man in verschiedenen Ländern dafür *Muel, Morel, Maurel* etc. findet; siehe *Catal. Bodl.* p. 2475, Hebr. Bibliogr. XX, 16.

[18] Für »et d'autres constellations», p. 561 z. 5 v. u., hat das Original: und die körperliche (solide) »Kugel».

Mathematisch-historische Vorlesungen und Seminarübungen an der technischen Hochschule zu München.

Von A. von Braunmühl in München.

Bei dem internationalen Mathematiker-Kongress, der im August d. J. in Zürich tagte, hatte sich eine eigene Sektion für Geschichte und Bibliographie konstituirt. Es war meine Absicht, in dieser Sektion über die Versuche zu referiren, welche ich seit 5 Jahren an der Münchener technischen Hochschule gemacht habe, um den Lehramtskandidaten der Mathematik Interesse an dem Studium der Geschichte ihrer Wissenschaft einzuflössen. Da ich aber leider noch im letzten Augenblick verhindert wurde, dem Kongresse beizuwohnen, so will ich auf die Aufforderung des Herausgebers dieser Zeitschrift hin, im Folgenden ein kurzes Referat hierüber geben, welches sich an jene Mitteilung anschliessen möge, die ich im Jahrgange 1895 der Biblioth. Mathem. (p. 89—90) über meine ersten beiden Vorlesungen in diesem Gebiete machte.

Dass es überhaupt möglich ist, an der technischen Hochschule zu München Vorlesungen über Geschichte der Mathematik zu halten, hat seinen Grund darin, dass die Kandidaten für das Lehramt entweder ihre Studien ganz an unserer Anstalt vollenden können, oder wenn sie an der Universität immatrikulirt sind, als Hospitanten an unserer Hochschule nach eigener Wahl Vorlesungen hören. Im Übrigen finden sich auch stets strebsame Techniker, die mit Interesse mathematische Spezialvorträge besuchen.

Nachdem ich in den Wintersemestern 1893/94 und 1894/95 die schon früher besprochenen Vorlesungen über allgemeine Geschichte der Mathematik gehalten hatte, kündigte ich für den darauf folgenden Winter eine einstündige Spezialvorlesung über Geschichte der Trigonometrie an. Hierzu wurde ich hauptsächlich durch die Bemerkung veranlasst, dass die Trigonometrie in den vorhandenen geschichtlichen Compendien teils ziemlich stiefmütterlich behandelt ist, teils manche Unrichtigkeiten und Ungenauigkeiten aufweist, was darin seinen Grund hat, dass man den astronomischen Werken, der fast einzigen Quelle für diese Wissenschaft, bisher zu wenig Beachtung schenkte. Es erwuchs mir daher einerseits die Aufgabe, jene Vorlesung fast ganz aus den Quellen herauszuarbeiten, andererseits musste ich mich aber gerade deswegen auf eine Darstellung der Geschichte der Trigonometrie von den ältesten Zeiten bis zu ihrer Wiedererweckung durch Regiomontan beschränken, da sonst eine, nach meiner Ansicht allein Nutzen bringende detaillirte Auseinandersetzung ganz unmöglich gewesen wäre. Die Vorlesung, die mich zur Abfassung eines grösseren Werkes über Geschichte der Trigonometrie veranlasste, das ich in nicht zu langer Zeit zum Abschluss zu bringen hoffe, war in folgender Weise geordnet. I. Abschnitt: Spuren der Trigonometrie bei Ägyptern und Babyloniern. II. Abschnitt: Die Trigonometrie bei den Griechen und zwar (1) Spuren in der ältesten Litteratur, (2) Die graphische Methode der Griechen (vgl. hierzu meine inzwischen erschienenen *Beiträge zur Geschichte der Trigonometrie.* Acta der Leopold. Akademie 1897), (3) Die Herstellung der Sehnentafeln, (4) die Sehnenmethode. III. Abschnitt: Die Inder. (1) Die Sinustabellen und der Sinus versus, (2) Die Trigonometrie der Inder (vgl. die citirten *Beiträge*). IV. Abschnitt: Die Ost-Araber und Perser. (1) Übergang der griechischen und indischen Trigonometrie in die Hände der Araber im 8. Jahrhundert, (2) Tâbit ben Kurrah und die Regel der vier Grössen (vgl. hierüber meine Abhandlung *Nassîr Eddîn Tûsi und Regiomontan.* Acta der Leopold. Akademie 1897), (3) Al-Battâni und sein Buch über die Bewegung der Sterne, (4) Die Reform der Trigonometrie durch Abûl-Wafâ und seine Zeitgenossen, (5) Ibn Yûnos und die Hakimitischen Tafeln, (6) Nassîr Eddîn Tûsi und sein Werk über das Viereck (vgl. die oben angeführte Abhandlung), (7) Ulûg Beg und die Lösung der Dreitheilungsgleichung. V. Abschnitt: Die West-Araber. (1) Al-Zarkâli und Dschâbir ibn Aflah, (2) Abûl Hassan Ali von Marokko. VI. Abschnitt: Das christliche Mittelalter. (1) Cassiodorius, Boethius, die Übersetzer, (2) Pflege der Wissenschaften unter Friedrich II von Hohenstaufen und Alfons X von Castilien; Leonardo Pisano; Die *Libros del Saber,* (3) Die Nachrichten über Trigonometrie im 14. Jahrhundert, (4) Georg von Peurbach. VII. Abschnitt: Das Zeitalter der Renaissance, Joh. Regiomontanus als Wiedererwecker der Trigonometrie.

Ausser dieser Vorlesung führte ich mein schon im Winter 1894 begonnenes mathematisch-historisches Seminar weiter fort. Dasselbe setzt sich aus sehr verschiedenen Elementen zusammen, nämlich teils aus solchen Herren, die ihre mathematischen Studien bereits durch die Examina abgeschlossen haben, wie einige

Lehrer an hiesigen Mittelschulen und Assistenten unserer Hochschule — diese bilden natürlich den wertvollsten Kern desselben —, teils aus Studirenden der Mathematik verschiedener Semester, denen sich sogar einige Techniker zugesellten. Um den hierdurch bedingten verschiedenartigen Anforderungen zu genügen, verfahre ich in folgender Weise. Bei Beginn des Semesters lege ich eine Reihe von Thematen aus verschiedenen Gebieten der Geschichte vor, aus denen dann die Theilnehmer nach Neigung und Kenntnissen auswählen können. Indem ich ihnen bei Aufsuchung der nötigen Litteratur an die Hand gehe, lasse ich jedem mehrere Wochen Zeit, um sich gründlich einzuarbeiten, worauf sie dann in einem oder mehreren Vorträgen über ihre Studien referiren müssen. An jeden Vortrag schliesst sich eine Kritik und eventuel eine Discussion an, an welcher sich alle Seminarmitglieder beteiligen können. Ausserdem verlange ich ein kurzes schriftliches Referat über jeden Vortrag, in welchem namentlich die benützte Litteratur genau angegeben werden muss. Verschiedene dieser Vorträge haben schon zu grösseren Arbeiten Veranlassung gegeben, die teilweise an die Öffentlichkeit gelangt sind: so die Arbeit des Herrn Kutta *Über die Geometrie mit einer Zirkelöffnung*, die *Beiträge zur Geschichte der Dezimalbrüche* des Herrn Dr. End und endlich eine umfangreichere Abhandlung des Herrn Chrzaszczewski über die Bedeutung und die Arbeiten Desargues' in der projektivischen Geometrie, die demnächst im Archiv der Mathematik und Physik erscheinen wird.

Füllen die Vorträge der Studirenden nicht das ganze Semester aus, so ergänze ich die Lücken, indem ich selbst über meine eigenen Studien referire.

RECENSIONEN. — ANALYSES.

J. Dahlbo. Uppränning till matematikens historia i Finland från äldsta tider till stora ofreden. Nikolaistad 1897. In-8°, (4) + 196 p. + 1 pl.

Cet écrit contient un aperçu des études mathématiques en Finlande jusque vers le commencement du 18e siècle. Avant la fondation de l'université d'Åbo (en 1640) ces études embrassaient presque exclusivement les règles les plus élémentaires de l'arithmétique et de la géométrie pratique, ainsi que le comput ecclésiastique. A l'université d'Åbo, on professait au 17e siècle l'arithmétique, la géométrie élémentaire, la trigonométrie et un peu de l'algèbre; quant à la théorie des sections coniques et d'autres courbes, elle ne paraît pas avoir été professée avant 1713. Les écrits publiés par les professeurs et les étudiants ne font guère preuve de connaissances mathématiques plus étendues; dans une thèse publiée en 1690 on trouve une exposition de la théorie de l'intérêt composé, mais cette exposition est essentiellement tirée d'une note de Leibniz dans les Acta eruditorum 1683. L'auteur le plus fécond était S. Kexlerus (1602—1669), qui, dans ses nombreux traités élémentaires, marche sur les pas de Ramus et de Pitiscus.

Dans les thèses, on trouve parfois de véritables anachronismes scientifiques. Ainsi p. ex. la division des nombres entiers en *digiti, articuli* et *compositi*, mentionnée pour la première fois dans la géométrie de Boëtius, est reproduite dans un écrit de l'année 1673, et l'assertion que l'unité n'est pas un nombre, mais seulement le principe des nombres (dont l'origine remonte à Aristoteles, Nikomachos et Theon Smyrnæus), est répétée encore dans une thèse de l'année 1705.

M. Dahlbo s'est évidemment donné bien de la peine pour réunir les matériaux dont il a eu besoin, et il a fait des essais louables pour retrouver les sources utilisées dans les écrits des mathématiciens finlandais. Malheureusement, il ne possède encore ni assez de connaissance de l'histoire des mathématiques, ni assez de pénétration pour avoir pu se bien acquitter de sa tâche. Néanmoins, s'il considère son ouvrage comme un avant-projet, il en tirera grand profit quand il aura acquéri un jour les qualifications nécessaires pour donner une exposition scientifique de l'histoire des études mathématiques en Finlande.

La lecture de l'écrit de M. Dahlbo est troublée par un nombre excessivement grand de fautes d'impression.

Stockholm. G. Eneström.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. Eneström. Stockholm. 8°.
1897: 3. — [Analyse des cahiers 1897: 2—3:] Revue catholique des revues **5**, 1897, 777. (J. Boyer.)

Bollettino di storia e bibliografia matematica pubblicato per cura di G. Loria. (Supplemento al Giornale di matematiche.) Napoli. 4°.
1897: 4.

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. Cantor. Leipzig. 8°.
42 (1897): 4.

°**Ball, W. W. R.,** Récréations et problèmes mathématiques des temps passés et présents. Ouvrage traduit sur la troisième édition anglaise par J. Fitz-Patrick. Paris 1897.
8°. — [9 fr.]

Beman, W. W., A chapter in the history of mathematics.
| American association for the advancement of science, Proceedings **46**, 1897. 20 p. — Note historique sur la représentation géométrique des quantités imaginaires.

Besthorn, R. O. et **Heiberg, J. L.,** Codex Leidensis 399, 1. Euclidis Elementa ex interpretatione Al-Hadschdschadschii cum commentariis Al-Narizii. Arabice et latine ediderunt notisque instruxerunt. I : 2. Hauniæ, Gyldendal 1897.
8°, (4) p. + p. 89—191.

Birkenmajer, L., Wiadomosc o postepie prac krakowskiej komisyi akademickiej, zajmujacej sie wydaniem dziel, biografii i bibliografii Mikolaja Kopernika.
Wiadomosci matematyczne **1**, 1897, 178—182. — Notice sur les travaux de la commission de l'académie de Cracovie chargée de l'édition des oeuvres, de la bibliographie et de la biographie de Copernicus.

Boyer, J., Une astronome allemande. Caroline Lucrèce Herschel.
Revue catholique des revues **5**, 1897, 577—583.

Brocard, H., Notes de bibliographie des courbes géométriques. Bar-le-Duc 1897.
8°, (22) + 296 + XXX p. — Autographié.

°**Brückner, J. M.,** Geschichtliche Bemerkungen zur Aufzählung der Vielflache. Zwickau 1897.
4°, 19 p. + 7 pl.

Curtze, M., Quadrat- und Kubikwurzeln bei den Griechen nach Heron's neu aufgefundenen *Μετρικά*.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 113—120.

Curtze, M., Petri Philomeni de Dacia in Algorismum vulgarem Johannis de Sacrobosco commentarius. Una cum Algorismo ipso editit et præfatus est. Sumtibus Societatis regiæ scientiarum danicæ. Hauniæ, Höst 1897.
8°, XIX + 92 p.

D[ickstein], S., Pierwszy miedzynarodowy kongres matematykow.
Wiadomosci matematyczne **1**, 1897, 183—192. — Le premier congrès international des mathématiciens.

Dickstein, S., Jacób Jósef Sylvester.
Wiadomosci matematyczne **1**, 1897, 175—177. — Notice biographique, avec portrait.

Eneström, G., Uber die neuesten mathematisch-bibliographischen Unternehmungen.
Biblioth. Mathem. 1897, 65—72. — [Traduction polonaise par S. Dickstein:] Wiadomosci matematyczne **1**, 1897, 192—198. — [Résumé en russe, par A. Wasilieff:] *Kazan*, Fiz.-matem. obchtch., Isvjestia $\mathbf{7}_2$, 1897, 100—102.

ЭРМИТЪ, О Вейерштрассѣ.
Kazan, Fiz.-matem. obchtch., Isvjestia $\mathbf{7}_2$, 1897, II : 85—88. — Hermite, Ch., Notice sur Weierstrass, traduite du français (cf. Biblioth. Mathem. 1897, p. 28).

Euklids Elementer I—II. Oversat af Thyra Eibe. Med en Indledning af H. G. Zeuthen. Köbenhavn, Hegel 1897.
8°, XI + 94 p. — Traduction littérale sur le texte grec de l'édition de J. L. Heiberg.

Graf, J. H., Der Mathematiker Jakob Steiner von Utzenstorf. Ein Lebensbild und zugleich eine Würdigung seiner Leistungen. Bern, Wyss 1897.
8°, (3) + 54 p. + portrait et facsimile. — [1½ fr.]

Günther, P., Les recherches de Gauss dans la théorie des fonctions elliptiques. Traduit par L. Laugel.
Journ. de mathém. $\mathbf{3}_3$, 1897, 95—112.

Heath, T. L., The works of Archimedes edited in modern notation with introductory chapters. Cambridge, Clay & Sons 1897.
8°, CLXXXVI + (2) + 326 p. — [15 sh.]

J. J. Sylvester (1814—1897).
Mathesis $\mathbf{7}_2$, 1897, 245—246.

Ocagne, M. d', Karl Weierstrass.
Revue des questions scientifiques 1897, 484—507.

Poggendorff's Biographisch-literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exacten Wissenschaften, enthaltend Nachweisungen über Lebensverhältnisse und Leistungen von Mathematikern, Astronomen, Physikern, Chemikern, Mineralogen, Geologen, Geographen u. s. w. aller Völker und Zeiten. III. Band (die Jahre 1858 bis 1883 umfassend). Heraus-

gegeben von B. W. FEDDERSEN und A. J. VON OETTINGEN. 12.—13. Lieferung. Leipzig, Barth 1897.
8°, p. 1057—1248. — [Compte rendu:] Viadomosci matematyczne 1, 1897, 210.

°**Rebière, A.**, Mathématiques et mathématiciens. Pensées et curiosités. Troisième édition. Paris, Nony 1897.
8°, 566 p. — [5 fr.]

Riccardi, P., Alcune lettere di Lagrange, di Laplace e di Lacroix dirette al matematico Pietro Paoli e sette lettere del Paoli al prof. Paolo Ruffini.
Modena, Accad. d. sc., Memorie 1_3, 1897, 105—129.

Riccardi, P., Contributo degl' Italiani alla storia delle scienze matematiche pure ed applicate. Saggio bibliografico.
Bologna, Accad. d. sc. dell' Istituto, Memorie 6_5, 1897, 755—775.

Stäckel, P. und **Engel F.**, Gauss, les deux Bolyai et la géométrie non euclidienne. Traduit de L. LAUGEL.
Bullet. d. sc. mathém. 21_2, 1897, 206—228. — Cf. Biblioth. Mathem. 1897, p. 92.

Steinschneider, M., Die Mathematik bei den Juden.
Biblioth. Mathem. 1897, 73—82.

Steinschneider, M., Debarim allikim.
Mimisrach Umimaarab (Berlin) 1897, Appendice, p. 40—49. — Extraits des écrits hébreux astronomiques inédits de LEVI BEN GERSON, ISAK AL-'HADIB, FARISSOL, MOSES BOTAREL tirés des Mss. à München et à Oxford, avec de brèves remarques en hébreu.

Suter, H., Einige Beiträge zur Geschichte der arabischen Mathematiker und Astronomen.
Biblioth. Mathem. 1897, 83—86.

Suter, H., Bemerkungen zu Herrn Steinschneiders Abhandlung: »Die arabischen Übersetzungen aus dem Griechischen«. Zweiter Abschnitt: Mathematik.
Leipzig, Deutsche morgenl. Gesellsch., Zeitschr. **51**, 1897, 426—431.

Tannery, P., Le traité du quadrant de maître Robert Anglès (Montpellier, XIII[e] siècle). Texte latin et ancienne traduction grecque.
| Notices et extraits des manuscrits de la bibliothèque nationale **35**: 2, 1897. (4) + 80 p.

В[АСИЛЬЕВЪ], А., Первый международный математическій конгрессъ въ Цюрихѣ.
Kazan, Fiz.-matem. obchtch., Isvjestia 7_2, 1897, II: 97—104. — WASILIEFF, A., Le premier congrès international des mathématiciens à Zürich.

В[АСИЛЬЕВЪ], А., Д. Д. Сильвестръ.
Kazan, Fiz.-matem. obchtch., Isvjestia 7_2, 1897, II: 89—91. — WASILIEFF, A., Notice sur J. J. Sylvester.

Wertheim, G., Die Schlussaufgabe in Diophants Schrift über Polygonalzahlen.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 121—126.

Wertheim, G., Emanuel Porto's Porto astronomico.
Monatsschrift für Geschichte und Wissenschaft des Judenthums **41**, 1897, 616—622. — Le mathématicien juif EMANUEL PORTO vivait à Padova dans la première moitié du 17e siècle.

Question 65 [sur les recherches trigonométriques de ZARKALI].
Biblioth. Mathem. 1897, 95. (G. ENESTRÖM.)

Réponse à la question 18 [sur l'origine du terme *teca* pour o].
Biblioth. Mathem. 1897, 95. (G. ENESTRÖM.)

Remarque sur la question 63 [sur un écrit de J. WILKINS].
Biblioth. Mathem. 1897, 95—96. (G. ENESTRÖM.)

BIRKENMAJER, L., Misura universale di Tito Livio Burattini. Podlug wydania Wilenskiego z roku 1675. Krakow 1897. 4°.
Wiadmosci matematyczne **1**, 1897, 199—201. (S. D.)

REBIÈRE, A., Les femmes dans la science. Notes recueillies. Deuxième édition très augmentée et ornée de portraits et d'autographes. Paris, Nony 1897. 8°.
Mathesis $\mathbf{7}_2$, 1897, 238.

Revue semestrielle des publications mathématiques rédigée sous les auspices de la société mathématique d'Amsterdam. Tables des matières contenues dans les cinq volumes 1893—1897, suivies d'une table générale par noms d'auteurs. Amsterdam 1897. 8°.
Biblioth. Mathem. 1897, 87—89. (G. ENESTRÖM.)

RUSSELL, B. A. W., An essay on the foundations of geometry. Cambridge, Clay & Sons 1897. 8°.
Science (New York) $\mathbf{6}_2$, 1897, 487—491. (G. B. HALSTED.)

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1897, 90—95. — Zeitschr. für Mathem. **42**. 1897; Hist. Abth. 141—144.

ANFRAGEN. — QUESTIONS

66. Le savant arabe AL-KINDI (mort en 873) a composé un écrit »Sur les lignes et la multiplication avec le nombre des grains«, et H. WEISSENBORN (*Zur Geschichte der Einführung der jetzigen Ziffern in Europa durch Gerbert*, Berlin 1892, p. 8), a supposé que cet écrit se rapporte à l'usage de l'*abacus*. D'autre part M. CANTOR (*Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* **1** [Zweite Auflage], p. 675) a fait observer que cette supposition est sans doute trop hardie. On demande une explication probable du titre de l'écrit cité d'AL-KINDI.

(G. Eneström.)

Index.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK

JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON / PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1898.

NEUE FOLGE 12. / NOUVELLE SÉRIE 12.

STOCKHOLM
G. ENESTRÖM.
BRAHEGATAN 43.

BERLIN
MAYER & MÜLLER.
PRINZ LOUIS FERDINANDSTR. 2

PARIS
A. HERMANN.
RUE DE LA SORBONNE 8.

CENTRAL-TRYCKERIET, STOCKHOLM 1898.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK

JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON — PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1898.

NEUE FOLGE 12. — NOUVELLE SÉRIE 12.

STOCKHOLM
G. ENESTRÖM.
DRAKEGATAN 48.

BERLIN
MAYER & MÜLLER.
PRINZ LOUIS FERDINANDSTR. 2.

PARIS
A. HERMANN.
RUE DE LA SORBONNE 8

CENTRAL-TRYCKERIET, STOCKHOLM, 1898.

Inhalt. — Table des matières.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK | JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON | PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1898. STOCKHOLM. N° 1.

NEUE FOLGE. 12. | Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr. | NOUVELLE SÉRIE. 12.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Prinz Louis-Ferdinandstr. 2. | PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Une proposition du Livre des Fils de Mousa sur les calculs approchés.

Par Carra de Vaux à Paris.

La dernière proposition (XIX) du Livre des Fils de Mousa sur les surfaces planes et sphériques est assez obscure dans la version latine publiée par M. Curtze.[1] Le texte arabe de ce traité existe et les mss. n'en sont pas absolument rares. Il s'en trouve un à la bibliothèque nationale de Paris (Ms. arabe 2467, f^os 58 v° à 67 v°). Dans ce ms., ce paragraphe XIX est rédigé d'une manière beaucoup plus concise que dans la version latine, mais somme toute plus claire. En voici la traduction littérale. On observera que ce texte correspond au texte latin, à partir de la ligne 10 de la page 157, jusqu'au bas de cette page.

»Il faut que nous expliquions après cela la manière d'obtenir le côté du cube par approximation, afin que nous nous en servions au besoin dans les calculs; et que nous employions la méthode qui nous donnera l'approximation la plus grande possible; je veux dire que, si nous voulons que le côté approché diffère du côté vrai par exemple de moins d'une minute ou de moins d'une seconde, nous pouvons y arriver. La manière d'opérer est celle-ci: Nous réduisons le cube en ses parties tierces ou sixièmes ou neuvièmes, ou autres; ensuite nous cherchons un cube égal au nombre ainsi obtenu, si ce cube existe; sinon nous en cherchons le cube le plus voisin, et quand nous l'avons trouvé, nous prenons son côté. Si les parties [en lesquelles nous avons réduit le cube donné] étaient tierces, ce côté est en minutes, et si les parties étaient sixièmes, ce côté est en secondes. De cette manière on peut traiter les questions.»

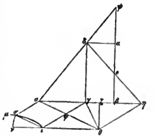
[1] *Verba filiorum Moysi, filii Sekir, id est Maumeti, Hameti et Hasen. Der Liber trium fratrum de geometria, herausgegeben von* M. CURTZE. Nova acta der ksl. Leop.-Carol. Deutschen Akademie der Naturforscher **49**:2 (Halle 1885).

Une solution du problème des deux moyennes proportionnelles entre deux droites données.

Par CARRA DE VAUX à Paris.

La solution que nous allons indiquer est due à un cheïkh arabe du nom d'ABOU DJAFAR MOHAMMED fils d'EL-HOCÉÏN. Elle est extraite d'un précieux recueil de la Bibliothèque Nationale de Paris d'où WOEPCKE a déjà tiré plusieurs de ses mémoires mathématiques. Ce manuscrit porte le n° 2457 du Catalogue actuel. Il date tout entier du X^{ème} siècle de l'hégire. Le problème qui nous intéresse y occupe les folios 198^{v} et 199.

Partant de la solution de NICOMÈDE, le cheïkh ABOU DJAFAR remarque, après EUTOCIUS, que cette solution est *instrumentale (bi'l-ilâleh),* c'est-à-dire qu'elle exige l'emploi d'un instrument spécial, qui est ici la règle à conchoïde. Il se propose alors d'y substituer une solution purement géométrique, dans laquelle on n'ait pas à faire tourner de droite ni à mouvoir d'instrument. Les méthodes d'où l'on exclut ainsi tout procédé cinématique, sont appelées par les Arabes méthodes de la *géométrie fixe (el-hendasat el-tâbit).*



Soient donc $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, les deux droites données. On a, d'après NICOMÈDE: $\gamma\theta=\alpha\varepsilon=\varepsilon\beta$, et $\gamma\iota$ parallèle à $\eta\theta$. Tirant de θ, au moyen de l'instrument, une ligne $\theta\varphi o$, telle que $\varphi o=\gamma\theta$, on détermine le point o, point de départ de la ligne $o\delta\psi$ qui fournit la solution. En effet $o\gamma$, $\alpha\psi$, sont les moyennes proportionnelles cherchées. C'est ce point o qu'il s'agit de retrouver par la géométrie fixe.

ABOU DJAFAR fait, dans ce but, une application heureuse de deux propositions d'APOLLONIUS. Menant de θ une parallèle à ηo, il prend sur cette droite $\theta\iota=\eta\gamma$; puis il construit à partir du point ι une hyperbole, ayant pour asymptotes $\eta\theta$, $\eta\gamma$. C'est une application de la proposition 4 du Livre II des *Coniques.* Soit $\iota\mu$ cette hyperbole. Coupons-la par un arc de cercle $\nu\sigma$, décrit de ι comme centre avec $\iota\nu=\theta\gamma$ pour rayon. De σ, point d'intersection du cercle et de l'hyperbole, menons une parallèle

σo à $\iota\gamma$. Le point o où cette parallèle coupe l'asymptote $\eta\gamma$ est le point cherché. En effet, joignons $o\theta$; d'après la 12[ème] proposition du Livre II des *Coniques*, $\sigma o = \iota\varphi$. Donc $\iota\sigma$ est parallèle et égal à φo; d'où l'on déduit $\varphi o = \gamma\theta$.

ABOU DJAFAR achève de démontrer la solution d'après la méthode d'EUTOCIUS (c'est-à-dire de NICOMÈDE[1]).

Remarque. La proposition 12 du Livre II, citée par l'auteur arabe, n'est pas ici d'une application immédiate. Il faut restituer un raisonnement tel que celui-ci:

La proposition d'APOLLONIUS fournit l'égalité:

$$\sigma o \cdot o\eta = \iota\gamma \cdot \gamma\eta.$$

En développant l'on a

$$\sigma o\,(o\gamma + \gamma\eta) = (\iota\varphi + \varphi\gamma)\,\gamma\eta$$

ou

$$(\sigma o - \iota\varphi)\,\gamma\eta = \varphi\gamma \cdot \gamma\eta - \sigma o \cdot o\gamma$$

or la similitude des triangles $\varphi o\gamma$, $\varphi\iota\theta$, donne la proportion

$$\varphi\gamma : o\gamma = \iota\varphi : \iota\theta = \iota\varphi : \gamma\eta$$

d'où

$$\varphi\gamma \cdot \gamma\eta = \iota\varphi \cdot o\gamma.$$

Remplaçant, l'égalité devient

$$(\sigma o - \iota\varphi)\,\gamma\eta = (\iota\varphi - \sigma o)\,o\gamma$$

qui ne peut être justifiée que par $\sigma o - \iota\varphi = 0$.

[1] V. ARCHIMEDIS *Opera omnia cum commentariis* EUTOCII, ed. HEIBERG, III, p. 125.

Die Mathematik bei den Juden.

Von Moritz Steinschneider in Berlin.

47. Chajjim ben Isak ibn Israel (aus der Familie Israel in Toledo) lebte, vielleicht vorübergehend, in Zamora, von wo aus er 1329 seinem Neffen Isak Israel(1) eine Streitschrift, betitelt »Tractat: Es werde eine Ausdehnung» (Gen. 1, 6), zusendete, in der er gegen das 1. Kap. des II. Tractats des astronomischen Werkes polemisirte, welches oben (§ 39, S. 39) näher besprochen ist. Ein Fragment der Replik Isak's hat sich in einem Ms. der K. Bibliothek in Wien (Catalog Goldenthal p. 58) erhalten. Derselbe Chajjim verfasste eine Abhandlung über die Lage des Paradieses, von welcher Pietro Perreau, der um die hebräische Literatur verdiente vormalige Oberbibliothecar in Parma, ein italienisches Resumé lieferte im Annuario della Società italiana per gli Studi orientali, anno 1874 (auch in einem Sonderabdruck daraus).

Chajjim, ohne nähere Bestimmung, heisst auch der Verfasser (?) einer hebräischen Schrift über den Quadranten, Ms. 38 des Plut. 88 der Medicea in Florenz, deren Anfang ich nach einer Mitteilung des Prof. F. Lasinio vom J. 1867 veröffentlicht habe. So lange kein anderer Mathematiker dieses Namens aufgefunden ist, der für eine Identificirung geeigneter scheint (siehe Chajjim aus Briviesca unten 1370—89), wird die Identität mit ibn Israel in Betracht zu ziehen und die Handschrift in Florenz daraufhin zu prüfen sein.[1]

In demselben Jahre ist eine anonyme arabische Abhandlung über Chronologie und Kalenderkunde verfasst (*'Hisab al-Ibbur*), welche sich im Allgemeinen auf die »Schriften der Astronomie» beruft und seltsamer Weise auch die 28 sogen. »*Mondstationen*» aufzählt, von denen sonst in den jüdischen Werken dieser Gattung nicht die Rede ist, wie überhaupt die Kenntnis derselben erst spät von den Arabern zu den Juden kam.[2] Diese Abhandlung, vielleicht nur umgearbeitet, oder gar nur umdatirt, wie das nicht selten der Fall ist, findet sich in hebräischen Lettern eingeschaltet einer Gebetsammlung für die Festtage u. s. w. nach dem Ritus von Jemen. Das älteste bekannte Exemplar dieses Rituals auf Pergament aus dem Anfang des XVI. Jahrh. besitzt die hiesige K. Bibliothek jetzt vollständig in Ms. 103 (s. die Vorrede des Redacteurs, nicht vor dem XIII. Jahrh., in der 2. Abth. des Verzeichnisses, Berlin 1897, S. V, und andere Mss. S. VI).

Jüngere Abschriften oder Redactionen obiger Abhandlung substituiren jüngere Daten, so z. B. 1472, Ms. Berlin n. 89, 1654 daselbst n. 91.

Das J. 1330 giebt ein Stück (Fragment) über Astronomie, zu Anfang defect, in Ms. Vat. 387[11], wozu ASSEMANI eine wertlose, wahrscheinlich von einem der Catalogfabrikanten, oder sogen. Scriptoren, des Vatican ausgedachte Überschrift (»Aspecte der Gestirne«) angiebt.

In demselben Jahre 1330 ist vielleicht der Abschnitt über Kalenderberechnung in dem Gebetbuch redigirt, welches NEUBAUER's Catalog der Bodleian. hebr. Mss. unter n. 1166 beschreibt, aber die hebräische Ziffer bedeutet 97 (= 5097 = 1337)!

Um 1330—50 dürfte JOSEF SCHALOM gelebt haben, dessen Erklärung einer dunkelen Stelle im Commentar des ABRAHAM IBN ESRA, nämlich im Excurse zu Exod. 3, 15, aufgenommen ist von SAMUEL IBN ZARZA (*Mekor Chajjim* f. 31). JOSEF ist ausserdem nur als Polemiker bekannt.[3] Aus welcher Schrift oder Mitteilung SAMUEL geschöpft habe, ist aus dem etwas verworrenen oder zerstückten Citate nicht zu ersehen.

Im J. 1331 starb zu Toledo ein »unterrichteter« Jüngling, Sohn des ISAK ISRAELI, ohne Zweifel des Verf. von »*Jesod Olam*« (1310, s. vor. Jahrg. S. 39), der für seinen (diesen?) Sohn einen Nachtrag zu diesem Werke geschrieben. Das grosse Werk schien einer bekannten (oder fingirten) Person zu weitläufig; der Jüngling unternahm daher die Bearbeitung eines Compendiums in arabischer Sprache, in 12 Kapp., welches er nicht vollendete. Ein Gelehrter aus derselben Familie, ISAK BEN SALOMO BEN ISAK, übersetzte das unvollendete Compendium ins Hebräische, und diese Bearbeitung (*Kizzur*, Abkürzung) findet sich in der Bodleiana (NEUBAUER 1319), in der Medicea in Florenz Plut. 88 Cod. 28, in Paris 1049.[4]

In demselben Jahre 1331, oder 1332, verfasste SALOMO BEN ABRAHAM CORCOS, vielleicht in Avila in Spanien, einen Commentar über die schwierigen Stellen des eben genannten Werkes von ISAK ISRAELI, welcher in München Ms. 43 (unvollst. in 2 anderen daselbst) so wie in Turin (früher n. 113, bei PEYRON p. 176 n. 170) erhalten ist. Er beruft sich manchmal auf seinen Lehrer JEHUDA BEN ASCHER, also den Sohn des ASCHER, für welchen ISAK ISRAELI das Werk verfasst hatte. JEHUDA bemerkt zum Beispiel zu III, 6, dass das hier Angedeutete in dem astronomischen Werke des »ABRAHAM HA-ZARKIL« (das ist Ibrahim al-Zarkali) vorkomme. Wir kommen auf Jehuda unter dem Todesjahr 1349 zurück. Salomo ist der erste bekannte Jude, welcher sich *Corcos* nennt; dieser Namen wird später auf einen, bis jetzt noch nicht nachgewiesenen Ort zurückgeführt; die Familie zählte in Italien gelehrte und angesehene Juden; aber ein Zweig, welcher sich gegen Ende des XVI. Jahrh. vom Stamme trennte, bildete eine vornehme christliche Familie in Rom.[5]

Toledo scheint der Sitz astronomischer Studien auch Seitens der Juden geblieben zu sein. Auf dem Grabstein des im Frühjahr 1336 verstorbenen Jünglings Josef ibn Sason ben Abraham wird seine astronomische Kenntnis gerühmt.[6]

In demselben Jahre begegnen wir in Toledo (nach ms. Paris 719) dem Cordovaner Moses (ibn) Crispin ha-Kohen, einem vielseitigen Schriftsteller, der sich auch der arabischen Sprache bediente (Ms. Par. 719[4]), wie mancher seiner Glaubensgenossen in Toledo, wo sogar Gemeindeacten noch damals arabisch geführt wurden. Er schrieb unter Anderem auch Bemerkungen zum Buche »*Schaar ha-Schamajim*» (Himmelspforte) des mehrmals erwähnten Isak Israeli, welche in Ms. Paris 1070 erhalten sind,[7] auch in Parma (De Rossi 1338); ein ms. des Buchhändlers Lipschütz ist wohl jetzt in Cambridge.

Um 1320—38 lebte der Portugiese David ibn Bilia (oder Villa?) ben Jomtob, welcher vielleicht nach Perpignan übersiedelte, wenn er der Vater des Jakob ben David ist, den wir unter dem Jahre 1362 besprechen werden. David war vielseitig gebildet, schrieb, oder übersetzte Grundregeln der Logik ins Hebräische; das hinderte ihn aber nicht, über Astrologie zu schreiben, insoweit sie dem Arzte nöthig ist. Er wird daher zur Erklärung astrologischer Stellen im Commentar des Abraham ibn Esra zum Pentateuch citirt.[8]

1340 ist die Radix der Tafeln des Battani, die wir unter dem Jahre 1365 verzeichnen werden. In demselben Jahre 1340 wurde die Abhandlung über Kalenderwesen (*Seder ha-Ibbur*) redigirt, oder umdatirt, welche ein Gebetbuch (*Machsor*) nach römischem Ritus enthält, vormals im Besitze von S. D. Luzzatto (s. desselben hebr. Briefe, S. 1000 n. 10).

48. Im J. 1341 ist der Abschnitt über den Kalender im Ritualwerke des David abu Darahim verfasst, welches man gewöhnlich mit dem blossen Familiennamen des Verf. (vulgo: Abudraham) bezeichnet, zuerst in Lisabon 1489, dann in Constantinopel 1513 (beide Ausgaben jetzt selten), auch in Venedig 1546 und 1566 und sonst gedruckt (*Catal. Bodl.* p.

1224). Isachar ben Mordechai, in seinem ausführlichen Werke (1564 u. 1578 gedruckt), bezeichnet das Werk David's mit den Anfangsbuchstaben DAD, d. h. David abu D.

Obadja ben David ben Obadja, dessen Vaterland unsicher und dessen Abkunft von Maimonides unwahrscheinlich ist, weil er sie nirgends andeutet, erwähnt das Jahr 1341 in seinem, den Text des Maimonides begleitenden (seit 1509 gedruckten) Commentar zu dem Abschnitt *de Novilunio* (Kap. 12, vgl. K. 11 und 17). Er erwähnt in Kap. 12 al-Battani und die Kenner der Geometrie, anderswo (6 § 2, 17 § 9) die Bücher der Geometrie, welches Wort er richtig als griechisch bezeichnet und durch »Rechnung» erklärt (18 § 1). Das 10. Kap. ist ein Plagiat aus dem Werke des Abraham bar Chijja (III, 5 S. 87, s. oben § 22, 1896 S. 33). Obadja war der Lehrer des Leon Moscono, aber schwerlich der, sonst unbekannte Übersetzer einer grammatischen arabischen Schrift des Jona ibn Djala'h (um 1300?).[9]

Samuel ben Meir, der im Jahre 1342 das Ms. Paris 1028, fast nur Astronomie und Astrologie enthaltend, copirte, fügt am Ende noch eine Erklärung dessen hinzu, was sein »grosser Zeitgenosse Levi (b. Gerson) in Bezug auf Tabellen und Nativitäten gethan». Die Überschrift in der *Hist. Litt. de la France*, t. **31** p. 615 mitgeteilt, aber nicht richtig gesetzt, hat der Pariser »*Catalogue*» jedenfalls unrichtig aufgefasst: »le copiste présente *au nom* de son contemporain». Die Nativitäten sind wahrscheinlich ungenau den Tabellen coordinirt (vgl. oben § 44 n. 5, S. 105).

Im Jahre 1344 starb Sadid (wohl = Sadid al-Din) aus Damiette, Leibarzt des al-Malik al-Na'sir, dessen Kenntnisse in Geometrie, Arithmetik, Physik u. s. w. von seinem gleichzeitigen Biographen Safadi erwähnt werden.[10]

[1344 Josef, s. unter 1384.]

Im J. 1345 fand die grosse Conjunction der 3 Planeten Saturn, Jupiter und Mars statt, welche die Federn der Astrologen beschäftigte, z. B. die des christlichen, holländischen Arztes Johannes *cum Barba* (Ms. Amplon. Fol. n. 386, vgl. meine *Etudes sur Zarkali* p. 116). Wir haben oben (§ 44 S. 107 n. 8) gesehen, dass Levi ben Gerson seine Prognostica nicht beenden konnte, weil er am 24. April 1344 vom Tode abberufen wurde. Sein Bruder Salomo ben Gerson führte sie zu Ende, vielleicht noch in demselben Jahre.

Im Jahre 1346 soll »ein gewisser» Moses ibn Tibbon den Almagest des Averroes in der Übersetzung des Jakob

ANATOLI in Neapel aus dem Autograph des letzteren copirt und mit einigen Noten begleitet haben. So berichtet der Pariser Catalog unter n. 903[3]. In der *Hist. Litt. de la France* t. 27 p. 587 ist das Jahr 1336 wohl ein Druckfehler. Daselbst wird auf das Zeugnis dieses Ms. in Bezug auf das Datum der Übersetzung grosses Gewicht gelegt, und es würde noch schwerer wiegen, wenn meine Vermutung 1246 sich bestätigte (*Die hebr. Übersetz.* S. 539, vgl. S. 547). Übrigens lebte ein MOSES B. ISAK IBN TIBBON im J. 1402 in Candia (l. c. S. 539).

Im Jahre 1349 starb in Toledo JEHUDA BEN ASCHER, von welchem oben (S. 6) unter SALOMO CORCOS die Rede war. JEHUDA, Sohn des aus Deutschland geflohenen ASCHER, hatte offenbar in Toledo sich soviel von der dortigen Bildung angeeignet, dass er im Stande war, ein Werk zu verfassen, von welchem nur der Titel *Chukkot ha-Schamajim* (Gesetze des Himmels) überliefert wird, ausser einem Citate in ABRAHAM SACUT's Vorrede zum hebräischen Almanach, mitgeteilt im Catalog von S. PINSKER's Mss. n. 22 (aus derselben Quelle bei ASARJA DEI ROSSI, *Mazref*, Edinburg 1854 p. 45). Die Autorschaft des obigen Werkes könnte bezweifelt werden, und zwar von 2 Seiten aus: SACUT, in seinem Geschichtswerke (ed. Krakau f. 133[b], letzte Zeite) legt das Werk einem jüngern Homonymus bei, der 1391 den Märtyrertod erlitt; in der anderen Recension (ed. London f. 225[1]) steht der kahle Namen ohne jede Bemerkung, so dass ich vermuten möchte, sie sei ein späterer Zusatz, der an eine unrichtige Stelle angefügt wurde, während sie zu unserem älteren JEHUDA gehörte, der ja allein bei SALOMO CORCOS gemeint sein kann. Dagegen bezeichnet SACUT in der Vorrede des hebräischen Almanachs JEHUDA (ohne Nennung des Buches) als »*ha-Kadosch*« (der Märtyrer), so dass er allerdings diesen jüngern Homonymus für den Verfasser der Astronomie gehalten haben könnte, wenn man nicht die Bezeichnung »Märtyrer« für den Zusatz eines Copisten oder Redacteurs erklären will, den vielleicht die Stelle im Geschichtswerk dazu verleitet haben möchte (vgl. *Catal. Bodl.* p. 1291).

Andererseits besitzen wir ein sogenanntes »Testament«, das heisst eine moralische Ermahnung unseres JEHUDA an seine Nachkommen (herausgegeben von S. SCHECHTER, jetzt »reader« in Cambridge, gedr. Pressburg 1884), welche ebenfalls dem SACUT und Anderen bekannt war.[11] In diesem, culturhistorisch interessanten Schriftchen erzählt der Verfasser (S. 12), dass er als dreizehnjähriger Knabe Deutschland verlassen habe, als fünfzehnjähriger, im J. 1285 (? die chronologischen Bedenken

s. S. 7 und 20) nach Toledo gekommen sei. Weder zwei Frauen noch eine Erbschaft änderten seine Armut; er wurde zum Nachfolger seines Vaters als Rabbiner von Toledo gewählt; aber er nahm niemals ein Geschenk von der Hand eines Privaten an, mit Ausnahme eines einzigen Falles, wo ihm eine als Darlehn gesuchte Summe aufgedrungen wurde, die er zur Verheiratung seiner Schwester hergab; dagegen war zuletzt seine Bibliothek so gross geworden, dass er verordnen konnte, für 3000 Gulden davon zu verkaufen (S. 17). Unsere Autorfrage berührt eine Stelle zu Anfang (S. 8). JEHUDA war schon zu drei Monaten augenkrank, zu 3 Jahren behandelte ihn eine Frau so übel, dass er ein Jahr das Haus nicht verlassen konnte; darauf curirte ihn eine heilkundige Jüdin 2 Monate; ihr Tod verhinderte die bald erfolgreiche Kur. Die Augenschwäche und die frühzeitige Wanderung verhinderten ihn, auch die gewöhnlichen Studien aus Büchern zu machen, daher auch »Bücher zu schreiben und Werke zu verfassen«, und derselbe Mann, der Dieses erst als Vater mehrerer erwachsenen Kinder niedergeschrieben hat, sollte früher oder später ein Werk über Astronomie, oder auch nur Kalenderkunde, verfasst haben? Allerdings besitzen wir auch eine Sammlung seiner Gutachten (gedr. Berlin 1846), die aber nicht von ihm selbst herrührt und kein schriftstellerisches Product genannt werden kann.

Ich halte dennoch die Autorschaft JEHUDA's für möglich, ja für wahrscheinlich.

Ich schliesse die erste Hälfte des XIV. Jahrhunderts mit einer etwas gewagten Conjectur. Ms. Almanzi 213[5], jetzt Brit. Mus. Add. 27. 107 (MARGOLIOUTH, *Descr. List* p. 74) enthält eine Auseinandersetzung über die von MAIMONIDES erwähnten *2 Linien, welche stets einander sich nähern* aber nie treffen oder schneiden, von einem nicht näher bekannten SALOMO BEN ISAK. Ich habe in der Hebr. Bibliogr. V (1862) p. 129 S. D. LUZZATTO um nähere Auskunft über das Ms. gebeten, da es verschiedene Erörterungen über dieses Thema giebt, sogar eine gedruckte von MOSES PROVINCIALE (XVI. Jahrh.), welche BAROCIUS (BAROZZI) lateinisch übersetzte, aber irrtümlich dem MOSES NARBONI beilegte, der 1344—62 blühte, unter Anderem den ganzen *Doctor perplexorum* des MAIMONIDES commentirte, aber nirgends als Mathematiker sich kundgiebt, daher hier nicht in Betracht kommt. BENJACOB, der zu seinem *Thesaurus* Notizen über Almanzi's Mss. diesem kundigen Besitzer selbst verdankt, wenn ich mich nicht irre, giebt als Verfasser SALOMO BEN ISAK und Rabbi ISRAEL an. Sollte es nicht eher SALOMO BEN ISAK

IBN ISRAEL heissen, also der im J. 1349 gestorbene Gelehrte gemeint sein? (ZUNZ, *Zur Gesch.* S. 412, 427.)

Ich stelle noch hieher ein Verzeichnis von Sonnen und Mond*finsternissen* vom Jahre 1349 (schon verflossen) bis 1402, Ms. Paris 1082 hinter dem 2. Werke des Cod. hinzugeschrieben.

[1] Hebr. Bibliogr. XXI (1881/2) S. 133, wo 1359 Druckfehler ist.

[2] S. meine Abhandlung über die Naxatra in Zeitschr. der deutschen morgenl. Gesellsch. **18**, 1864, und die Nachträge in Bd. **25**, 1871.

[3] Vgl. mein: *Abraham ibn Esra als Mathematiker*, S. 89, Anm. 103.

[4] *Die hebr. Übersetz.* S. 596, genauer als in ERSCH und GRUBER, Sect. II, Bd. 31 S. 82/3, wo *Josef Chassan* (S. 73) auf einem Irrtum beruht. NEUBAUER kennt weder Autor noch Übersetzer; als Abschreiber nennt er: JOSEF B. ISRAEL, der aber im Index fehlt; ich habe aus dem Ms. JOSEF b. Samuel notirt, ich weiss nicht ob richtig.

[5] Hebr. Bibliogr. XI, 71; *Gesch. der Juden in Rom von* A. BERLINER (1896), desgl. von VOGELSTEIN und RIEGER (1897), in den Registern.

[6] ZUNZ, *Zur Gesch.* S. 410.

[7] E. CARMOLY, *Itinéraires de la terre sainte* p. 224: »Opuscule«. — Anderes von MOSES IBN CRISPIN in Mss. Paris 719^{6-8}, Parma 105, Bodl. h. 24 A., Halberstam (jetzt Montefiore Coll.) 56 f. 229 (KOBAK, Ginse Nislarot III, 199). Der in den Gutachten des JEHUDA BEN ASCHER (s. unten) genannte MOSES KOHEN scheint nicht identisch mit IBN CRISPIN.

[8] *Catal. Bodl.* p. 857; S. SACHS zu ZUNZ, Catal. der Mss. Bislichis, p. 31; *Die hebr. Übersetz.*, Index p. 1052, insbesondere S. 806.

[9] *Catal. Bodl.* p. 2275; Magazin f. d. Wiss. d. Jud. III, 97; I. DERENBOURG, *Opuscules d'Abou' l-Walid*, p. XXIII; *Die hebr. Übersetz.* S. 919. Einem OBADJA B. SAMUEL in Saragossa gehörte Ms. Vatican 290.

[10] Journal Asiat. 1857, t. IX p. 510; Hebr. Bibliogr. XV, 129.

[11] SACUT (*Juchasin*, f. 132^b, ed. Cracau, p. 222 Col. 1, ed. London) bezieht das Wort *Nino* »sein Enkel« auf JECHIEL, Vater des ASCHER, der im Sarge gelächelt habe und hierauf im Lehrhause erschienen sei. Diese Stelle citirt JOSEF B. ZADDIK (*Mediaeval Jew. Chron.* ed. NEUBAUER I, 96),

macht aber den Autor zum Enkel des Ascher (II, 253 war also das Wort *Nino* nicht zu streichen). Es ist dieselbe Confusion der Homonymen. Bei Abraham b. Salomo (*Med. J. Chr.* I, 103, Z. 3 v. u. und S. 104) ist das lange Citat ohne Angabe der Schrift des Jehuda ebenfalls aus dem Testament l. c.

On the course in the history of mathematics in the Michigan State Normal College.

By DAVID EUGENE SMITH in Ypsilanti.

The Michigan State Normal College being a school for the training of teachers, the course is pedagogical in its purpose. It seeks to show how elementary mathematics has developed, in order that the teacher may not look upon it as a fixed science even in our time; that, as a result, he may feel impelled to join the movement to improve both the subject matter and the teaching of the science; and that he may understand the influences which have stimulated the cultivation of mathematics in the past, and be inspired by the achievements of those who have made the science what it is.

The class meets the professor forty times, one hour each time. The work is carried on by reports from the students and by lectures. More than half of the students have already taught, and all are preparing to give instruction in arithmetic, algebra, and geometry. They are earnest workers, and the number of those reading one or two of the continental languages is increasing in such a way as to remove a difficulty which was formerly serious.

The college library is well supplied with the leading works upon the history of the subject, together with such sets as the Bullettino di bibliografia delle scienze matematiche, the Bibliotheca Mathematica, the Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik, and others. The proximity to the University of Michigan (13 km by electric railway), with its large library, adds to our resources. The kindness of Professor BEMAN in loaning works from his extensive private library should also be mentioned.

Outline of the course for 1898.

1—2: *introduction.* — **3—10**: *history of arithmetic.* — **11—20**: *history of geometry.* — **21—25**: *history of trigonometry.* — **26—36**: *history of algebra.* — **37—40**: *history of differentia and integral calculus.*

1. Advantages to teachers from a study of the history of mathematics. General survey of the library with reference to its historical, biographical, and chronological material. Special examination of the works on the history of mathematics and of such original material as is available for study.

2. A general survey of the history of mathematics on the following outline. 1: Mathematics of the Egyptians; 2: Greek arithmetic and geometry; 3: Egyptian, Greek, and Hindu algebra; 4: Medieval mathematics; 5: Arab algebra and trigonometry; 6: Early Italian and German algebraists; 7: Revival of pure geometry; 8: Rise of analytic geometry; 9: Rise of the differential and integral calculus; 10: Spread of analysis in the 18th century; 11: Modern mathematics.

3. The origin of the number concept. Comparison of the testimony of history and of experimental psychology. Methods of naming numbers. Necessity for a scale. Scales of notation actually known, or inferred from etymology.

4. The writing of numbers. Study of general systems: arbitrary (Egyptian, Babylonian, Phoenician, Syrian); semi-alphabetic (Roman, with the subtractive and the multiplicative principles); alphabetic (late Greek and Hebrew); initial letter (early Greek and Hindu); perfected Hindu, with zero and the place value. The spread of the Hindu system among the Arabs, and in Christian Europe, and the causes of its slow progress. (Fractions treated under **36.**)

5. The aim, at typical periods, in teaching elementary arithmetic: Among the ancients (Egypt, Greece, Rome); in the cloister schools; in the »Rechenschulen»; among the oriental peoples; in the Latin schools; at present. The character of the applied problems during these various periods. The search for a universal rule (e. g., chain rule, »welsche Practik», rule of three, etc.). The influence of all this upon the subject at present.

6. Difficulties of computation. Multiplication and division among the ancients and the orientals, and since the renaissance. Fractions and the introduction of the decimal.

7. Mechanical devices for computation. The abacus, calculi, and finger reckoning among the ancients. The contest between the abacists and the algorithmists. Modern devices: NAPIER's rods, PASCAL's calculating machine and its successors.

8. Arithmetic during and since the renaissance. Influence of printing, of the revival of commerce, and of the revival of Greek learning. Improvements since 1500: in symbolism (including the decimal fraction), and in the fundamental operations. The invention of logarithms and quarter-squares. The development of tables. Influence of such text-book writers as WIDMANN, LUCA DI BORGO, RIESE, GEMMA FRISIUS, COCKER, et al.

9. Theory of numbers. Among the ancients, including their number mysticism. Distinguish between logistika and arithmetika. The 17th century revival; FERMAT. The 18th and 19th centuries: EULER, LAGRANGE, LEGENDRE, GAUSS.

10. History of typical methods of teaching elementary arithmetic. BUSSE, PESTALOZZI, TILLICH, GRUBE, TANCK and KNILLING, BRENNERT and KASELITZ, et al.

11. Why geometry chronologically follows arithmetic. The empirical stage in Egypt and Babylonia. Testimony of the Rhind papyrus.

12. Awakening of Greek interest. THALES, PYTHAGORAS, and their followers.

13. Distinctive periods of Greek geometry: Discovery (PYTHAGORAS to PLATO); Limitations on elementary geometry. Conics and higher curves. The period of the strict proof (PLATO to EUCLID); Crystallization (EUCLID and the Alexandrian school; ARCHIMEDES). Decay, following ARCHIMEDES.

14. Greek, Hindu, and Arab minds compared. Influences which made geometry prominent in Greece. The three famous problems of ancient geometry, and their later history.

15. Geometry from ARCHIMEDES to the renaissance. Causes of the decay of geometry. Influence of the Roman mind and of the rise of Christianity. HERON's four dimensional formulae. Attempts at approximating the value of π: from AHMES to ARCHIMEDES; medieval; modern. Geometry among the oriental peoples.

16. The revival of pure geometry in the 17th century; KEPLER, DESARGUES, PASCAL. The beginning of modern geometry. The further revival at the opening of the 19th century, with its causes.

17. The rise of analytic geometry in the 17th century. Early suggestions of this method: Greek (APOLLONIUS); medieval; the immediate precursors of DESCARTES (VIETA, CAVALIERI, et al.); DESCARTES and the two-dimensional geometry; three-dimensional geometry.

18. The rise of modern projective geometry.

19. The LOBATCHEVSKY-BOLYAI hypothesis.

20. The modern geometry of the triangle.

21. Traces of trigonometry in Egypt.

22. Greek contributions to trigonometry. HIPPARCHUS, HERON, MENELAUS, PTOLEMY.

23. Oriental contributions to trigonometry. BRAHMAGUPTA, ALBATTANI (PLATO of Tivoli's translation), ABUL WEFA, ALBIRUNI.

24. Trigonometry at the period of the renaissance. REGIOMONTANUS, PEURBACH, RHÆTICUS.

25. Invention of logarithms and the computation of tables. Modern developments, including the hyperbolic trigonometry.

26. General survey of the development of algebra.

27. Rhind papyrus: symbols, equations, progressions.

28. Greek algebra. Progressions: ARCHIMEDES and the convergency questions. DIOPHANTUS: geometric algebra; solution of the quadratic; distinguish between rhetorical, syncopated, and symbolic algebra. Indeterminate equations: ARCHIMEDES(?), HYPSICLES, HERON, DIOPHANTUS.

29. Hindu and Arab algebra. ARYABHATTA, MOHAMMED BEN MUSA, ALKHAYAMI, BHASKARA. Comparison with Greek algebra. Series, Σn^2, Σn^3. Anomalous forms. Indeterminate equations. Causes leading to the rise of mathematics among the Arabs.

30. Italian algebraists of the 16th century. Limitations on the solution of equations, and the efforts to overcome them. The cubic and the biquadratic. FERRO, TARTAGLIA, CARDAN, BOMBELLI.

31. The German cossists.

32. Theory of algebraic equations from VIETA's time onwards. Invention of necessary symbols. 17th century developments: VIETA, HARRIOT, OUGHTRED, DESCARTES, et al. Precursors of GALOIS in the 18th century. The GALOIS theory and the establishment of the limitations of analytic solutions.

33. Determinants. LEIBNIZ, CRAMER, GAUSS, CAUCHY, JACOBI.

34. Theory of forms.

35. The period of the critical study of series.

36. The growth of number systems employed in elementary algebra: positive integer; contribution of ARCHIMEDES; unit fractions; comparison of the Rhind and Akhmim papyri; general fractions; methods of notation, including the decimal; the surd: PYTHAGORAS, ARCHYTAS, EUCLID, ARCHIMEDES, and HERON; modern theories of WEIERSTRASS, G. CANTOR, DEDEKIND; negative numbers: BHASKARA, CARDAN, VIETA, DESCARTES; complex numbers: BHASKARA, WALLIS, WESSEL, ARGAND, CAUCHY, GAUSS; the »Ausdehnungslehre» and quaternions; the transcendental number: KRONECKER, LIOUVILLE, HERMITE, LINDEMANN, G. CANTOR.

37. Precursors of the differential and integral calculus. ARCHIMEDES and exhaustions, CAVALIERI and indivisibles, KEPLER and infinitesimals. FERMAT, ROBERVAL, PASCAL.

38. Discovery of the infinitesimal calculus by NEWTON and LEIBNIZ.

39. Spread of the theory of the infinitesimal calculus. The BERNOULLIS, L'HÔPITAL, and the 18th century analysts.

40. Applications of the infinitesimal calculus to mensuration, the calculus of variations, and theory of series.

Ypsilanti, Michigan, February, 1898.

A propos de l'interprétation du titre »samielois» d'Albert Girard.

Par G. Eneström à Stockholm.

Il arrive parfois que la même remarque historique est faite à différentes époques par des savants, dont aucun n'a eu connaissance des recherches de ses collègues. Un exemple de ce fait est l'interprétation du titre »samielois», qu'Albert Girard se donne constamment dans ses écrits. En 1853, Terquem[1] traduisit ce titre par »de Saint-Mihiel»; trente ans plus tard M. Paul Tannery[2] retrouva la même interprétation du mot »samielois», et en 1893 M. H. Dannreuther[3] reconnut le nom de la ville de Saint-Mihiel sur le titre des ouvrages d'Albert Girard, sans avoir aucune connaissance des remarques de Terquem et de M. Tannery.

Mais il y a aussi un quatrième auteur qui s'est occupé du même sujet déjà 80 ans avant Terquem. En effet, l'abbé de Gua, au commencement d'un écrit sur les aires sphériques inséré aux Memoires de l'académie des sciences de Paris 1783,[4] fait mention d'Albert Girard samielois et annexe la remarque suivante: »Cet auteur paraît avoir voulu indiquer, en se donnant cette qualification, qu'il était natif de la ville de Saint-Mihiel, ou Saint-Mihel en Barrois, qu'on aurait autrefois appelée San-Mihel ou Sa-Miel.»

Il me semble peu probable, que Terquem ait eu connaissance de la remarque de l'abbé de Gua; il résulte donc des lignes précédentes que le mot »samielois» a attiré l'attention de quatre auteurs, dont chacun a donné, indépendamment des autres, la même explication de ce mot peu intelligible, et restitué ainsi à la France un des mathématiciens les plus éminents du commencement du 17e siècle.

[1] Nouv. ann. de mathém. **12**, 1853, 195.

[2] *Albert Girard de Saint-Mihiel.* Bullet. d. sc. mathém. **7**$_2$, 1883, 358—360.

[3] *Le mathématicien Albert Girard de Saint-Mihiel 1595—1633.* Mém. de la soc. d. sc. de Bar-le-Duc **3**$_3$, 1893. 6 pages.

[4] *Divers mesures, en partie neuves, des aires sphériques et des angles solides, triangulaires et polygones.* Histoire de l'académie des sciences avec les mémoires de mathématiques et de physique 1783 (Paris 1786); Mémoires p. 344—362.

Sur quelques propositions de planimétrie énoncées dans un manuscrit norvégien du 14e siècle.

Par G. Eneström à Stockholm.

Les mathématiques ont été peu étudiées en Scandinavie au moyen âge. Abstraction faite des ouvrages de l'éminent savant danois Petrus de Dacia, composés sans doute à Paris, nous ne connaissons guère plus de deux écrits de mathématiques pures rédigés en Scandinavie antérieurement au 15e siècle, savoir un traité d'*Algorismus* par Hauk Erlendssön (mort en 1334), dont j'ai fait mention dans la Biblioth. Mathem. 1885, col. 199, et un fragment contenant quelques propositions de planimétrie.[1] Ce fragment est intercalé dans une chronique (*Annales islandicae ad annum* 1313) écrit en norvégien environ 1320 et publié en 1773 dans les *Scriptores rerum danicarum* T. II p. 177—199.[2] A ce fragment, inséré à la page 192 du recueil cité, l'éditeur a joint une traduction en latin, mais cette traduction est à plusieurs égards défectueuse. Ci-dessous j'ai essayé de traduire le fragment en français aussi littéralement que possible.

> Le périmètre de chaque cercle est trois fois plus long que son diamètre et encore une septième de ce diamètre. De manière que, si le diamètre du cercle est 7 aunes, alors le périmètre est 22 aunes. Si tu fais un carré autour du cercle, alors le périmètre en est quatre fois plus long que le diamètre du cercle, par conséquent 28 aunes si le diamètre est 7 aunes. Dans chaque carré la partie du contour entre deux angles opposés est une troisième plus longue que la diagonale. Si tu fais un cercle autour des angles du carré, alors son périmètre ou son diamètre est une troisième plus long que le périmètre ou le diamètre du cercle inscrit dans le carré, par conséquent le diamètre $10\frac{1}{2}$ aunes et le périmètre 33 aunes. Si tu fais un triangle équilateral dans le cercle, alors la hauteur en est une quatrième plus courte que le diamètre du cercle. Si le diamètre est 7 aunes, alors la hauteur est $5\frac{1}{4}$ aunes, et le côté du triangle est $5\frac{1}{2}$ aunes si le diamètre du cercle est $6\frac{1}{2}$ aunes. Le diamètre de la terre est 114 degrés et un demi-degré et une douzième.[3] Le diamètre du soleil est 225 degrés et 2 douzièmes, c'est à dire 10 minutes.[4]

Si l'on introduit les signes suivants:

P = périphérie d'un cercle donné;

D = diamètre de ce cercle;

$Q_p^{(c)}$ = périmètre du carré circonscrit au cercle;

$Q_d^{(c)}$ = diagonale de ce carré;

$C_c^{(Q)}$ = circonférence du cercle circonscrit à ce carré;

$T_h^{(t)}$ = hauteur du triangle inscrit dans le cercle donné;

$T_c^{(t)}$ = côté de ce triangle;

les propositions de planimétrie énoncées dans le fragment peuvent être exprimées sous la forme suivante:

$$(1) \qquad P = 3\frac{1}{7}D; \qquad P = \frac{22}{7}D.$$

$$(2) \qquad Q_p^{(c)} = 4D; \qquad Q_p^{(c)} = \frac{28}{7}D.$$

$$(3) \qquad Q_d^{(c)} = \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}Q_p^{(c)}.$$

$$(4) \qquad P = \frac{2}{3}C_c^{(Q)}; \qquad P = \frac{22}{33}C_c^{(Q)}.$$

$$(5) \qquad T_h^{(t)} = \frac{3}{4}D; \qquad T_h^{(t)} = \frac{5\frac{1}{4}}{7}D.$$

$$(6) \qquad T_c^{(t)} = \frac{5\frac{1}{2}}{6\frac{1}{2}}D.$$

Les formules (2) et (5) sont évidemment exactes, tandis que les autres ne sont qu'approximatives; en effet on a

$$P = \pi D,$$

$$Q_d^{(c)} = \frac{1}{4}\sqrt{2}\,Q_p^{c}$$

$$C_c^{(Q)} = \sqrt{2}\,P,$$

$$T_c^{(t)} = \frac{\sqrt{3}}{2}D,$$

et en substituant ces valeurs dans les formules (1), (3), (4) et (6), on obtient

$$\pi D = 3\frac{1}{7}D\,,\ \text{ou}\ \pi = \frac{22}{7}\,,$$

$$\frac{1}{4}\sqrt{2}\,Q_p^{(c)} = \frac{1}{3}\,Q_p^{(c)}\ \text{ou}\ \sqrt{2} = \frac{4}{3}\,,$$

$$P = \frac{2}{3}\sqrt{2}\,P\,,\ \text{ou}\ \sqrt{2} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}D = \frac{11}{13}D\,,\ \text{ou}\ \sqrt{3} = \frac{22}{13}\,.$$

Il en résulte que les propositions donnent pour $\sqrt{3}$ la valeur approximative $\frac{22}{13}$, et pour $\sqrt{2}$ les deux valeurs approximatives $\frac{3}{2}$ et $\frac{4}{3}$. L'expression: »une troisième plus long que» admettant un double sens, la formule (3) pourrait aussi bien être

$$\frac{4}{3}\,Q_d^{(c)} = \frac{1}{2}\,Q_p^{(c)}\,,$$

d'où $\sqrt{2} = \frac{3}{2}$, mais par l'exemple numérique on voit que cette interprétation n'est pas admissible pour la formule (4), et, par conséquent, elle ne saurait être admise non plus pour la formule (3).

Quant aux propositions sur les diamètres de la terre et du soleil, la première est facile à comprendre, car

$$\frac{360}{\pi} = \frac{360}{3\frac{1}{7}} = 114\tfrac{1}{2} + \frac{1}{22}\,,$$

c. à d. à peu près $114\frac{1}{2} + \frac{1}{12}$. Au contraire, la seconde proposition semble inintelligible, même si l'on suppose 225 être une faute de plume au lieu de 229.

Il serait intéressant de connaître si le fragment a été traduit textuellement de quelque traité de géométrie, ou s'il est une compilation libre. Probablement les expressions »ferskeyta jafn» pour »carré», et »thriskeyta jafn» pour »triangle équilatéral» sont inventées par le traducteur ou compilateur; d'autre part les mots »horn» pour »angle» et »ummæling» pour »périmètre» ne sont guère des termes nouveaux.

[1] Comparez ENESTRÖM, *Anteckningar om matematikern Petrus de Dacia och hans skrifter;* Öfvers. af vetenskapsakad. förh. 1885 N:o 3, p. 15—16.
[2] Comparez HOLST, *Bibliographische Notiz über das Studium der Geschichte der Mathematik in Norwegen;* Biblioth. Mathem. 1889, p. 99.
[3] J'ai traduit le mot »particula» par douzième.
[4] J'ai traduit le mot »dextillor» par minutes.

RECENSIONEN. — ANALYSES.

H. Brocard. NOTES DE BIBLIOGRAPHIE DES COURBES GÉOMÉTRIQUES. [Autographiées.] Bar-le-Duc 1897. (22) + 296 + XXX pages in-8°.

La publication de ce recueil a été depuis longtemps dans les intentions de M. BROCARD; déjà en 1866 il a commencé à en réunir les matériaux, mais ce n'est que 30 ans plus tard qu'il les a rédigés sous la forme d'avant-projet d'un vocabulaire des courbes géométriques. Le but de cet avant-projet ressort des lignes suivantes, tirées de la préface: »La publication d'une étude particulière des courbes géométriques ne saurait être une oeuvre de premier jet. Tous les jours, on découvre et on signale de nouvelles propriétés plus remarquables les unes que les autres; aussi l'étude de beaucoup de ces courbes exigerait-elle un fascicule spécial. Il paraît difficile d'en venir à ce point, mais, en attendant, il serait utile de publier un répertoire plus ou moins développé de l'état de nos connaissances au sujet de chaque ligne géométrique. Le plus urgent serait d'établir un vocabulaire avec indication de quelques références bibliographiques pour orienter les recherches ultérieures. C'est là uniquement le but du présent Résumé que je me décide à produire, si incomplet qu'il soit, persuadé qu'il pourra être utilisé à la préparation d'une étude plus étendue.»

Pour marquer d'une manière nette que le répertoire paraît sans prétensions, M. BROCARD s'est contenté de l'autographier et de le faire tirer à très peu d'exemplaires; ce n'est pas un ouvrage livré à la publicité, mais plutôt un cahier de notes dont il a voulu avoir quelques copies afin de pouvoir les communiquer aux amateurs du sujet.

Dans ces circonstances, il m'a semblé d'abord que je devais me restreindre à mentionner l'existence du recueil dont il s'agit, et à en signaler le but; par conséquent, j'avais aussi l'intention d'adresser directement à l'auteur les notes que j'avais prises en étudiant son ouvrage. Mais en regardant de plus près, je me suis décidé à insérer ici les observations auxquelles la lecture de cet ouvrage a donné lieu. Car d'une part les »Notes de bibliographie des courbes géométriques» ont déjà reçu un certain degré de publicité, d'autre part quelques-unes de mes remarques peuvent être utiles aux personnes qui se proposent de préparer l'étude plus étendue à laquelle M. BROCARD fait allusion, et ni lui ni moi ne savons où il faut chercher ces personnes. Mais, en publiant ainsi ces remarques, il est de mon devoir de rappeler expressément qu'elles ne peuvent contenir aucune critique; un recueil qui est encore à l'état d'avant-projet, doit être apprécié d'après des principes différents de ceux valables pour des ouvrages achevés et livrés définitivement à la publicité.

Par le passage cité de la préface, on pourrait croire que M. Brocard a seulement dressé une liste alphabétique des noms de courbes géométriques et ajouté des renvois bibliographiques. Mais en réalité son ouvrage contient beaucoup plus, car pour plusieurs courbes on y trouve soit des indications de leurs équations et de leurs propriétés les plus importantes, soit des renseignements historiques. Quant à ces renseignements, ils semblent pour la plus grande partie tirés des traités connus de Montucla, de Bossut, de Hoefer et de Marie, cités expressément à la page 46; d'autre part je n'ai réussi à trouver aucun passage où les *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* de M. Cantor sont cités, ni aucune notice tirée évidemment de cet important ouvrage. Il paraît donc que M. Brocard n'a pas été à même de l'utiliser, et c'est sans doute pour cette raison qu'on trouve dans le recueil quelques notices historiques inexactes ou incomplètes.

D'après la préface, environ 700 noms sont inscrits au l'ouvrage de M. Brocard, mais parmi eux il y a aussi des mots qui ne se rapportent pas à des courbes proprement dites, p. ex. Anneaux de Newton, Armille, Congé, Ecliptique, Entrelacs, Equateur, Fantôme magnétique, Isanémone, Lacet, Méridien, Orbite, Zodiaque. A mon avis, il vaudrait mieux supprimer de tels mots dans le répertoire définitif; en revanche il serait à désirer qu'on pût y comprendre aussi les noms des surfaces géométriques.

J'annexe ici les notes que j'ai prises pendant la lecture de l'ouvrage; elles concernent principalement les renseignements historiques.

P. 9. »**Brachistochrone** ou plus correctement Brachystochrone.» La première forme est plus correcte que la seconde; en effet le nom de la courbe n'est pas dérivé de βραχύς mais de βράχιστος.

P. 10. »**Cadran**, du latin *quadrum*.» Il vaut mieux dériver cadran du latin *quadrans*.

P. 29. **Cercle des neuf points**. L'attribution à Euler de la découverte de ce cercle dépend d'une erreur; voir l'important mémoire de M. J. S. Mackay *History of the nine-point circle* inséré aux Proceedings of the Edinburgh mathematical society **11**, 1893, p. 19—57.

P. 36. **Chaînette.** »LEIBNIZ découvrit les propriétés de la chaînette et fit connaître son équation (Actes de Leipzig 1691). JACQUES BERNOULLI en fit une étude détaillée dans son Traité du Calcul intégral composé à Paris pour le marquis de l'HOSPITAL.» Je fais observer en passant que »Jacques» n'est évidemment qu'une simple faute de plume; l'auteur des »Lectiones mathematicae de methodo integralium aliisque», où la chaînette a été traitée dans les leçons XII et XIII, est JEAN BERNOULLI. Quant aux autres indications, elles peuvent être complétées par les renseignements suivants. Le problème de trouver la courbe funiculaire fut proposé par JACQUES BERNOULLI dans les Acta Eruditorum 1690 p. 219, et des solutions en furent données dans l'année 1691 du même recueil par JEAN BERNOULLI (p. 274—276), LEIBNIZ (p. 277—281, 435—439), HUYGENS (p. 281—282) et JACQUES BERNOULLI lui-même (p. 288—290).

P. 86. **Courbe élastique.** »Elle a été étudiée pour la première fois par JACQUES BERNOULLI (Mém. de l'acad. des sc. pour 1703, p. 386).» Cette indication peut aussi être complétée. La courbe élastique a été mentionnée par JACQUES BERNOULLI déjà à la page 207 des Acta Eruditorum 1692; ensuite elle fut étudiée par lui dans les deux notes: *Curvatura laminæ elasticæ. Ejus identitas cum curvatura lintei a pondere fluidi expansi* (Acta Eruditorum 1694, p. 262—276) et: *Explicationes ... ad ea quæ ... de curva elastica, isochrona paracentrica, et velaria ... leguntur* (ibid. 1695, p. 537—553).

P. 89. **Courbe isochrone.** [M. BROCARD a indiqué le nom de cette courbe sans y joindre de renseignements.] Le problème de trouver la courbe isochrone a été proposé en 1687 par LEIBNIZ et résolu la même année par HUYGENS, qui en inséra aussi une solution dans les Acta Eruditorum 1689 p. 195. L'année suivante JACQUES BERNOULLI publia dans le même recueil (p. 217—219) son *Analysis problematis antehac propositi de inventione lineæ descensus a corpore gravi percurrendæ uniformiter.* On sait que la courbe isochrone est identique à la parabole sémicubique.

P. 89. **Courbe isopérimétrique** (cf. l'article »Isopérimètre» à la page 175). Au sujet des courbes isopérimétriques il faut citer non seulement la *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes* (1744) d'EULER, mais aussi les recherches antérieures de JACQUES BERNOULLI; cf. p. ex. mon mémoire: *Framställning af striden om det isoperimetriska problemet* (Upsala universitets årsskrift 1876) ou le compte rendu de ce mémoire dans le Bullet. d. sc. mathém. 3_2, 1879, 379—380.

P. 91. **Courbe lintéaire.** Comparez les notes de JACQUES BERNOULLI insérées dans les Acta Eruditorum 1692, p. 202—207; 1694, p. 262—276, et signalées ci-dessus sous la rubrique: »Courbe élastique».

P. 109. **Cycloïde.** Le nom de l'auteur de l'écrit: *Historia cycloidis* (Hamburg 1701) est JOHANNES GROENINGIUS; la traduction en français: »Jean de Groningue» n'est pas à recommander. — Aux indications bibliographiques on pourrait ajouter la note de M. S. GUNTHER: *War die Zykloide bereits im XVI. Jahrhundert bekannt?* (Biblioth. Mathem. 1887, p. 8—14).

P. 162. **Hippopède d'Eudoxe.** Aux indications bibliographiques il convient d'ajouter H. KUNSSBERG: *Der Astronom, Mathematiker und Geograph Eudoxos von Knidos.* I (Dinkelsbühl 1888), p. 48—59, où l'on trouve une étude détaillée de cette courbe.

P. 176. **Kampyle d'Eudoxe.** Cette courbe a aussi été l'objet d'une étude de M. H. KÜNSSBERG aux pages 44—56 de la seconde partie (Dinkelsbühl 1890) de la monographie sur EUDOXOS déjà citée.

P. 248. **Salinon d'Archimède.** Il convient de faire observer que, d'après HEIBERG, il vaut mieux lire *σέλινον* (= lierre); cf. p. ex. CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* **1** (2ᵉ édition), p. 284.

P. 296. **Velaria.** »Voir les Oeuvres de JACQUES BERNOULLI.» Il aurait valu mieux indiquer que JACQUES BERNOULLI avait étudié cette courbe déjà dans sa note: *Curvatura veli* (Acta Eruditorum 1692, p. 202—207), où il fit voir qu'elle était identique à la chaînette (ou bien au cercle, si le vent trouve aussitôt une issue). L'identité de la »velaria» avec la chaînette fut démontrée aussi par JEAN BERNOULLI dans l'année 1692 du Journal des savants.

M. BROCARD a signalé lui-même sous la rubrique »Observations diverses», que plusieurs noms de courbes n'ont eu qu'une existence éphémère, et sont tombés presque aussitôt en désuétude, mais qu'il convenait de les réunir dans un premier répertoire. Aux noms indiqués ainsi par M. BROCARD, on pourrait ajouter aussi les suivants que nous avons notés incidemment.

Cycloïde géométrique. Ce nom a été donné par OZANAM *(Dictionnaire mathématique ou idée générale des mathématiques,* Amsterdam 1691, p. 102) à la courbe dont l'équation est

$$x^4 + 2x^2y^2 + y^4 + 2ax^2y + ay^3 - a^2x^2 = 0;$$

on voit de suite que la cycloïde géométrique est identique à la cardioïde.

Parabole solide. D'après OZANAM (l. c. p. 101—102) cette courbe a pour équation $x^3 = ay^2$; elle est donc une parabole sémicubique. OZANAM mentionne aussi une seconde parabole solide dont l'équation est $a^2y = x^3$, c'est à dire cette courbe est identique à la parabole cubique.

Parabole hélicoïdique (parabola helicoïdes). Cette courbe a été étudiée par JACQUES BERNOULLI dans la note: *Specimen calculi differentialis in dimensione parabolæ helicoïdis* (Acta Eruditorum 1691, p. 13—23). Il en résulte que la courbe est une spirale parabolique.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. ENESTRÖM. Stockholm. 8°.
1897: 4.

Bollettino di storia e bibliografia matematica pubblicato per cura di G. LORIA. (Supplemento al Giornale di matematiche.) Napoli. 4°.
1897: 5—6.

Bollettino di bibliografia e storia delle scienze matematiche pubblicato per cura di G. LORIA. Genova. 8°.
1898: 1. — A partir de cette année, M. LORIA a commencé à publier un journal à part contenant des articles sur l'histoire des mathématiques et des analyses d'ouvrages de mathématiques ainsi que de petites notes sur la littérature ou l'enseignement de cette science. Le plan de ce journal est donc à peu près le même que celui de la »Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik».

Физико-математическія науки въ ихъ настоящемъ и прошедшемъ. Журналъ издаваемый В. В. Бобынинымъ. Москва. 8°.
13:3 (1897). Les sciences mathématiques dans leur état actuel et passé. Journal publié par V. V. BOBYNIN.

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. CANTOR. Leipzig. 8°.
42 (1897): 5—6. — **43** (1898): 1.

Aubry, V., Notice historique sur la géométrie de la mesure. (Continuation.)
Journ. de mathém. élém. **21**, 1897, 87—91, 114—119, 138—140, 162—166, 177—179, 194—198.

Aubry, V., Essai historique sur la théorie des équations. (Continuation.)
Journ. de mathém. spéciales **21**, 1897, 83—88, 114, 115, 155—159.

Aubry, V., Historique de la strophoïde.
Journ. de mathém. spéciales **21**, 1897, 133—134.

Beltrami, E., Francesco Brioschi.
Periodico di matem. **13**, 1898, 33—36.

Beman, W. W., Eulers use of i to represent an imaginary.
New York, Americ. mathem. soc., Bulletin 4_2, 1898, 274.

БОБЫНИНЪ, В. В., Египетская форма табличнаго способа умноженія въ русской народной ариѳметикѣ.
Fiziko-matem. naouki **13**, 1897, 77—80. — Bobynin, V. V., Forme égyptienne d'une aide de multiplication dans l'arithmétique populaire russe.

Braunmühl, A. von, Mathematisch-historische Vorlesungen und Seminarübungen an der technischen Hochschule zu München.
Biblioth. Mathem. 1897, 113—115.

°Commemorazione del IV centenario di Francesco Maurolico. Messina 1894.
8°, VI + 252 p. — Contient principalement une Biographie de Maurolico par G. Macrì. — [Analyse:] Bollett. di storia matem. **1**, 1897, 17—18. (G. Vivanti.)

Curtze, M., Die Quadratwurzelformel des Heron bei den Arabern und bei Regiomontan und damit Zusammenhängendes.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 145—152.

°**Dickstein, S.**, Hoene Wronski. Jego zycie i prace. Krakow 1896.
8°, 368 p. — [Analyse:] Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 197. (Cantor.)

Dyck, W., Über die wechselseitigen Beziehungen zwischen der reinen und angewandten Mathematik. München 1897.
4°, 38 p. — [1·20 Mk.]

Dyck, W., O zwiazkach wzajemnych pomiedzy matematyka czysta a stosowana.
Wiadomosci matematyczne **1**, 1897, 139—169. — Traduction de l'écrit précédent.

Eneström, G., Sur les neuf »limites» mentionnés dans l'»Algorismus» de Sacrobosco.
Biblioth. Mathem. 1897, 97—102.

Firmicus Maternus, J., Matheseos libri VIII. Ediderunt W. Kroll et F. Skutsch. Fasciculus prior, libros IV priores et quinti prooemium continens. Leipzig, Teubner 1897.
8°, XII + 280 p. — [4 Mk.]

Jadanza, N., Per la storia del cannocchiale.
Torino, Accad. d. sc., Memorie **46**$_2$, 1896, 253—280.

Laurent, H., Note sur un point important de l'histoire des mathématiques.
Journ. de mathém. spéciales **21**, 1897, 128—130. — Sur la traduction française du mémoire de C. Wessel sur la représentation analytique de la direction.

Loria, G., Evangelista Torricelli e la prima rettificazione di una curva.
Roma, Accad. d. Lincei, Rendiconti **6**$_5$:2, 1897, 318—323.

Loria, G., Per la storia di alcune curve piane. Osservazioni ed appunti.
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1898, 1—7.

L[oria], G., E. C. G. Schering. Necrologio.
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1898, 26—29.

Mansion, P., Notice sur la vie et les travaux de H. J. S. Smith (1826—1883).
Revue des questions scientifiques **43**, 1896, 219—227.

Meyer, Fr., Rapporto sullo stato presente della teoria degli invarianti. Traduzione dal tedesco di G. Vivanti.
Giornale di matem. **35**, 1897, 284—332.

Milhaud, G., A propos de la géométrie grecque. Une condition du progrès scientifique.
Revue de métaphysique et de morale **5**, 1897, 419—442.

°**Müller, T.**, Der Esslinger Mathematiker Michael Stifel. Esslingen 1897.
4°. 39 p.

Noether, M., James Joseph Sylvester.
Mathem. Ann. **50**, 1897, 133—156.

Poggendorff's Biographisch-literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exacten Wissenschaften, enthaltend Nachweisungen über Lebensverhältnisse und Leistungen von Mathematikern, Astronomen, Physikern, Chemikern, Mineralogen, Geologen, Geographen u. s. w. aller Völker und Zeiten. III. Band (die Jahre 1858 bis 1883 umfassend). Herausgegeben von B. W. Feddersen und A. J. von Oettingen. 14.—15. Lieferung. Leipzig, Barth 1897.
8°. VIII + (5) p. + p. 1249—1496.

Scott, Charlotte A., On the intersections of plane curves.
New York, Americ. mathem. soc., Bulletin **4**$_2$. 1898, 260—273. — Note en grande partie historique.

Simon, M., Zur Geschichte und Philosophie der Differentialrechnung.
Verhandl. der Gesellsch. deutscher Naturforscher 1896, 257—263.

Stäckel, P., Mitteilungen aus dem Briefwechsel von Gauss und W. Bolyai.
Göttingen, Gesellsch. d. Wissensch., Nachrichten 1897, 1—12.

Steinschneider, M., Die Mathematik bei den Juden.
Biblioth. Mathem. 1897, 103—112.

Vailati, G., Di una dimostrazione del principio della leva, attribuita ad Euclide.
Bollett. di storia matem. 1, 1897, 21—22.

Vailati, G., Il metodo deduttivo come strumento di ricerca. Lettura d'introduzione al corso di lezioni sulla storia della meccanica tenuto all' Università di Torino, l'anno 1897—1898. Torino, Roux Frassati 1898.
8°, 44 p.

Zeuthen, H. G., Notes sur l'histoire des mathématiques. VII. Barrow, le maître de Newton.
Kjöbenhavn, Vidensk. Selsk., Oversigt 1897, 567—606.

Question 66 [sur un écrit d'ALKINDI].
Biblioth. Mathem. 1897, 120. (G. ENESTRÖM.)

BRAUNMÜHL, A. VON, Beiträge zur Geschichte der Trigonometrie. Halle 1897. 4°.
Bollett. di storia matem. 1, 1897, 19—20.

BRAUNMÜHL, A. VON, Nassîr Eddîn Tûsi und Regiomontan. Halle 1897. 4°.
Bollett. di storia matem. 1, 1897, 20.

BROCARD, H., Notes de bibliographie des courbes géométriques. Bar-le-Duc 1897. 8°.
Mathesis 8_2, 1898, 32.

CURTZE, M., Petri Philomeni de Dacia in Algorismum vulgarem Johannis de Sacrobosco commentarius. Una cum Algorismo ipso editit et præfatus est. Sumtibus Societatis regiæ scientiarum danicæ. Hauniæ, Höst 1897. 8°.
Bullet. d. sc. mathém. 21_2, 1897, 277—279. (P. TANNERY.)

DAHLBO, J., Uppränning till matematikens historia i Finland från äldsta tider till stora ofreden. Akademisk afhandling. Nikolaistad 1897. 8°.
Biblioth. Mathem. 1897, 116 (G. ENESTRÖM.)

EUCLIDIS Opera omnia. Ediderunt J. L. HEIBERG et H. MENGE, Vol. VI. Data cum commentario MARINI et scholiis antiquis. Edidit H. MENGE. Leipzig, Teubner 1896. 8°.
Zeitschr. für Mathem. 42, 1897; Hist. Abth. 194. (CANTOR.)

FAVARO, A., Intorno alla vita ed ai lavori di Tito Livio Burattini fisico agordino del secolo XVII. Studi e ricerche. Venezia 1896. 4°.
Zeitschr. für Mathem. 42, 1897; Hist. Abth. 196—197. (CANTOR.)

FERMAT, P. DE, Oeuvres publiées par les soins de M. M. P. TANNERY et CH. HENRY sous les auspices du ministère de l'instruction publique. Tome troisième. Traductions par M. P. TANNERY. Paris, Gauthier-Villars 1896. 4°.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 177—178. (G. WERTHEIM.)

GRAF, H., Briefwechsel zwischen J. STEINER und L. SCHLÄFLI. Bern, Wyss 1896. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 206—208. (W. FR. MEYER.)

HAGEN, J. G., Index operum Leonardi Euleri. Berlin, Dames 1896. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **42**. 1897; Hist. Abth. 200—203. (F. ENGEL.)

KUTTA, W. M., Zur Geschichte der Geometrie mit constanter Zirkelöffnung. Halle 1897. 4°.
Bollett. di storia matem. **1**, 1897, 20.

OBENRAUCH, F. J., Geschichte der darstellenden und projectiven Geometrie, mit besonderer Berücksichtigung ihrer Begründung in Frankreich und Deutschland und ihrer wissenschaftlichen Pflege in Oesterreich. Brunn 1897. 8°.
Bollett. di storia matem. **1**, 1897, 23. (G. L.)

STURM, A., Das delische Problem. (Fortsetzung.) Linz 1896.
Zeitschr. für Mathem. **42**. 1897; Hist. Abth. 195. (CANTOR.) — [Analyse des 3 parties:] Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1898, 21—22. (G. L.)

WERTHEIM, G., Die Arithmetik des Elia Misrachi. Ein Beitrag zur Geschichte der Mathematik. Zweite verbesserte Auflage. Braunschweig, Vieweg 1896. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **42**. 1897, 195—196. (CANTOR.)

Mathematisches Abhandlungsregister. 1896. Zweite Hälfte: 1. Juli bis 31. Dezember.
Zeitschr. für Mathem. **42**. 1897; Hist. Abth. 212—224.

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1897, 117—120. — Zeitschr. für Mathem. **42**. 1897; Hist. Abth. 182—184, 209—211. **43**, 1898; Hist. Abth. 38—40. — Fiziko-matem. naouki **13**, 1897, 81—84.

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

67. En parlant de la courbe logarithmique MONTUCLA (*Histoire des mathématiques* II, Paris 1758, p. 14) dit: »La première idée de cette courbe est dûe, à ce que j'ai lu quelque part, à EDMUND GUNTER, mais je n'ai pu recouvrer son écrit pour savoir quel usage il en faisait.» D'autre part M. CANTOR, à la page 223 du cahier III:1 (Leipzig 1894) de ses *Vorlesungen* *über Geschichte der Mathematik*, fait observer relativement à la même courbe: »Wer diese zuerst betrachtete, wissen wir nicht zu sagen. HUYGENS gab ihr in seiner Abhandlung *De la cause de la pésanteur* den Namen, fügte aber hinzu, die Curve sei schon von Anderen beachtet worden.» De notre côté, nous ne savons pas non plus à quels mathématiciens HUYGENS fait allusion dans le passage cité par M. CANTOR. Dans une note récemment publiée: *Evangelista Torricelli e la prima rettificazione di una curva* (Rendiconti dell' accad. d. Lincei [Roma] 6_5:2, 1897, p. 322), M. LORIA ayant appelé l'attention sur une lettre adressée par TORRICELLI à M. RICCI le 24 août 1644, d'où il semble résulter que TORRICELLI a étudié les propriétés de la courbe logarithmique, ajoute: »Di tal curva si ignora il primo inventore; forse è TORRICELLI stesso.» Mais, supposé aussi que TORRICELLI soit l'inventeur de la courbe, l'indication de HUYGENS n'est pas encore parfaitement justifiée, car la lettre de TORRICELLI est restée inédite jusqu'en 1864 (cf. LORIA, l. c. p. 318) et, par conséquent, il est douteux si HUYGENS a eu connaissance des recherches de celui-ci sur la courbe logarithmique.

On demande quels sont les mathématiciens qui se sont occupés de la courbe logarithmique antérieurement à HUYGENS, et si TORRICELLI est le premier inventeur de cette courbe.

(G. Eneström.)

Inhalt. — Table des matières.

Quatre numéros par an. Ce numéro est publié le 23 avril 1898.

STOCKHOLM, TRYCKT I CENTRAL-TRYCKERIET, 1898.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK HERAUSGEGEBEN VON

JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1898. STOCKHOLM. N° 2.

NEUE FOLGE. 12. NOUVELLE SÉRIE. 12.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Prinz Louis-Ferdinandstr. 2.

Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr.

PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Die Mathematik bei den Juden.

Von MORITZ STEINSCHNEIDER in Berlin.

49. Regeln zur Berechnung des jüdischen Kalenders für die christlichen (julianischen) Jahre 1351—1370 = 5112—5130 enthält Ms. Paris 393.

In demselben Jahre sind astronomische Tafeln für die Stadt »Waschka» [das ist Huesca, in Spanien] verfasst, Ms. Paris 1081 f. 1—10. Der Catalog giebt Nichts über ein etwaiges Verhältnis der beiden Arbeiten zu einander an.

In demselben Jahre 1351 verfasste JESAIA BEN JOSEF, in der Gegend von Tabriz, ein kabbalistisches Werk, betitelt: *Ez Chajjim*. In der Einleitung bemerkt er, dass die Zahl der Himmelssphären, der Planeten und deren Umläufe aus der »Geometrischen Wissenschaft» bekannt seien, nicht aber ihre Anordnung, warum Saturn über Jupiter stehe u. s. w.; das sei auch nicht dem Griechen ARISTOTELES, dem Haupte der Philosophen, bekannt, nach dem Zeugnisse des JEHUDA BEN SALOMO KOHEN — woraus man sieht, dass die Encyklopädie des letzteren (oben § 28 S. 111) bis nach dem Orient verbreitet war. — Der Vater des Verfassers (JOSEF) versuchte eine Begründung der himmlischen Rangordnung durch die Kabbala. Handschriften des unedirten Werkes und der Einleitung (woraus die Hauptstelle mitgeteilt ist in der Hebr. Bibliogr. XII, 8), in einigen Handschriften gekürzt, finden sich in verschiedenen Bibliotheken (in der Nachweisung: Monatsschrift für Gesch. und Wissensch. d. Judenth. Bd. **40** S. 376, sind JELLINEK's Mss., jetzt in der Wiener Jüd. Gemeindebibliothek, nachzutragen). Die Erklärung hat ein gewisses Interesse. Sie beruht darauf, dass die 10 Himmelssphären mit den — von der im XIII. Jahrh. in Westeuropa entstandenen Kabbala adoptirten — 10 Emanationen, oder sogenannten *Sefirot,* identificirt werden. Der Erklärer war der Wahrheit sehr nahe; es ist mehr als wahrscheinlich dass die 10 Emanationen aus den 10 Himmelssphären abzuleiten sind, und dass das Wort *Sefirot,* welches in dem, nicht lange vor dem X. Jahrh. verfassten sogenannten »Buch der Schöpfung» noch die ursprüngliche Bedeutung »Zahlen» hat (»10 Zahlen ohne etwas», d. h. ohne Materie), nur durch die Ähnlichkeit mit dem griechischen Wort »Sphaera» zu der neuen Bedeutung oder Deutung, gelangt ist.

Ich glaubte, dieses Curiosum hier aufnehmen zu sollen, weil es zeigt, bis in welche Gebiete die Zweige der Mathematik ihre Sprossen trieben.

50. JEHUDA BEN SALOMO NATAN, in der Provence, welcher eine philosophische Schrift des GAZZALI und Anderes aus dem Arabischen, einige medicinische Schriften aus dem Lateinischen, übersetzte (1352—1359), ist auch die Autorität für einige Zusätze zu den Tabellen des JAKOB BEN DAVID (s. unten § 53) in Ms. München 343 f. 58[b]; s. meinen *Catalog* ed. II (1895) p. 79 unter 128[5]. Über JEHUDA selbst siehe das Register zu meiner Schrift: *Die hebr. Übersetz.* S. 1057.

Im Jahre 1352 sind Tabellen über Cyklus 269—277 abgefasst, oder aus einem grösseren Werke copirt in Ms. Hamburg n. 186. Ins Jahr 1354 gehört eine Arbeit des Karaiten AHRON BEN ELIA aus Nikomedien in Constantinopel. Dieser umfassende Gelehrte lebte in einer Zeit und Gegend, in welcher die Anhänger seiner Secte, wenigstens die intelligenteren, ihre Schroffheit gegen ihre früher fanatisch bekämpften Gegner (welche bei ihnen »Rabbaniten» heissen) aufgegeben hatten, und anfingen, von ihren Gegnern Sachliches und noch mehr Methodologisches zu lernen, um es für ihre eigenen Ansichten und Tendenzen zu verwenden. AHRON glaubte sich stark genug, den karaitischen MAIMONIDES zu spielen. Er verfasste (1346) ein Gegenstück zum berühmten »Führer der Verirrten» des MAIMONIDES unter dem Titel *Ez Chajjim* (Baum des Lebens), in hebräischer Sprache — herausgegeben von FRANZ DELITZSCH und mir (Leipzig 1841). Das Verhältnis des Originals zu seiner Nachahmung ist in einem Excurse (S. 329 ff.) ausführlich besprochen; eine »Synopsis» der einzelnen Capitel (S. 342—343) verschafft einen schnellen Überblick über die Anlage beider Werke. MAIMONIDES baut seine Philosophie auf die damalige Theorie des Sternhimmels, welchen schon AL-FARABI mit sogenannten »separaten Intelligenzen« bevölkert hatte, die den Engeln in Bibel und Koran entsprechen und dadurch die H. Schrift mit ARISTOTELES in Einklang bringen sollten. MAIMONIDES widmet der astronomischen Grundlage seiner Philosophie 9 Capitel (II, 4—12) und erwähnt die Versuche der andalusischen Gelehrten, die Schwierigkeiten des ptolemäischen Systems zu lösen. AHRON behandelt die astronomischen Thesen in einem Capitel (dem 14. von 114); er nennt keinen Namen, aber seine Angabe (S. 39), dass ein Astronom »vor kurzer Zeit« die Sternbewegung in einfacherer Weise als PTOLEMAUS erklärt habe, beweist, dass er BITRODJI (ALPETRONGI) meine, und dass seine ungenaue Zeitangabe wiederum aus JEHUDA BEN SALOMO KOHEN stamme, dessen Werk wir im vorigen § in Persien angeführt fanden.[1]

Derselbe AHRON verfasste im Jahre 1354 nach dem Muster alter Vorgänger ein Buch »der Gebote«, betitelt »*Gan Eden*« (Garten Eden), welches dem grossartigen Codex des MAIMONIDES gegenüber in Bezug auf methodische Bearbeitung und Bewältigung der Quellen wenig bedeutet, auch mehr discursiv als codificatorisch abgefasst ist. Das Werk beginnt mit dem Abschnitt über den Kalender in 13 Kapiteln, welches aber direct auf die eigenthümlichen praktischen Regeln der Karaiten und deren biblische Begründung eingeht, unter Polemik mit den Rabbaniten: SAADIA, ABRAHAM IBN ESRA und MAIMONIDES.

Ein noch nicht sicherer maestro »Biolas«, wohl eher VIOLAS(?), verfasste eine kleine Abhandlung über eine Constellation vom Jahre 1355, Ms. in Leyden n. 43[4] (f. 38[b]), als *Mischpat* (d. h. astrologisches Judicium) bezeichnet, mit dem frommen Vorbehalt beginnend: »Das Urteil ist Gottes (Deut. 1, 14) und wir, was sind wir? wir gleichen dem Vieh, wie sollten wir Verborgenes verkünden? u. s. w.«; der Verfasser will nur untersuchen, ob in den Behauptungen der Astrologen etwas Zuverlässiges zu finden sei.

Der Verf. ist jedenfalls ein Jude, und ich glaubte im Leydener Catalog, VIOLAS mit LEVI BEN GERSON combiniren zu dürfen. Später entdeckte ich das Todesjahr LEVI's (1344) in einer von ihm unvollendeten ähnlichen Prognostication über eine Constellation des Jahres 1345 (oben § 44, n. 8, S. 107) Demnach ist es unwahrscheinlich (obwohl nicht unmöglich),[2] dass er eine so viel spätere Constellation prognosticirt habe.

NEUBAUER identificirt daher »maestro VIOLAS DE RODEZ«, hebräisch MORDECHAI BEN JOSUA, im XIV. Jahrhundert.[1]

Das Datum 1356 findet sich in Kalender-Tafeln, welche 1326 geschrieben sein sollen; s. oben § 46, S. 110.

51. JOSEF BEN ELIESER, ein Spanier, der nach Jerusalem auswanderte, vielleicht noch 1376 lebte (*Catal. Bodl.* p. 1457), ist namentlich durch seinen Supercommentar über den Pentateuch-Commentar des ABRAHAM IBN ESRA bekannt, den er *Zofnat Pa'aneach* (nach Gen. 41, 45) betitelte, wovon aber nur eine Abkürzung unter einem spät erfundenen Titel gedruckt ist (1721); während vollständige Mss. noch existiren (s. die Nachweisungen zu Ms. Berlin n. 142, Verz. 2. Abth. S. 5). JOSEF findet, wie seine Vorgänger und Nachfolger, in den Erklärungen IBN ESRA's Gelegenheit, seine astronomische Kenntnis zu verwerten. Er ist, nach einer Vermutung BARTOLOCCI's, der Verfasser der astronomischen Tabellen (*Luchot*), verfasst 1335, in Ms. Vatican 387[16], worüber wir leider in ASSEMANI's Catalog nicht genügende Auskunft erhalten. Hingegen ist meine Vermutung (in *Catal. Bodl.* l. c.), dass er das Kalenderwerk in Ms. Michael 203 verfasst habe, worin nach dem Michael'schen Catalog das Jahr 1344 vorkomme, hinfällig, wenn dieses Jahr in 1384 zu verwandeln ist, wie NEUBAUER's Catalog n. 2018 angiebt.

JOSEF IBN WAKKAR, Sohn des ISAK BEN MOSES (aus Sevilla, dessen Schrift über Astrologie, Philosophie etc. wahrscheinlich in Ms. Vatican 384), verfasste in Toledo (1357/8) astronomische Tafeln in arabischer Sprache, welche er 38 Jahre später (1395/6) in hebräischer Sprache umarbeitete. Diese Umarbeitung, nebst dem wesentlichen Inhalte der arabischen Grundschrift, enthält Ms. München 230. Diese Tafeln sind nach der Radix 720 Hedjra (1320) bis 840 (1436/7) berechnet, und zwar für die Breite von Toledo. Die Tafeln des Arabers JUSUF IBN AL-KAMMAD fand er zu weitschweifig und lieferte daher eine gedrangtere Bearbeitung. Die den Tafeln vorangehenden *Canones* (wie solche allgemeine Einleitungen in europäischen Tafeln zu heissen pflegen) sind sehr geeignet, den Uneingeweihten in die Construction und die wichtigsten Ausdrücke von astronomischen Tafeln einzuführen. Eine Inhaltsangabe dieser *Canones* nach den arabischen und hebräischen Überschriften habe ich in der 2. Auflage des Münchener Catalogs (1895, ausgegeben 1897, S. 247) mitgeteilt; Anderes s. in meinem Werke: *Die hebr. Übersetz.* S. 598.

52. Das 6. Decennium des XIV. Jahrhunderts schliesst mit einer Encyklopädie, die aber nicht sehr ehrenhaft die arabistische Zeit mit ihrem ehrlichen Kraftaufwande abschliesst. Im Jahre 1360 verfasste, genauer: compilirte MEÏR (IBN) AL-DABI aus Toledo sein hebräisches Werk: *Schebile Emuna* (Pfade des Glaubens) in 10 Pfaden oder Strassen (welche wieder in »Wege» zerfallen). MEÏR ist ein äusserst geschickter Flicker oder Musiviker; er versteht es, aus früheren, populär gewordenen Autoritäten die wesentlichsten Ansichten und Begriffe auszuschälen, zum Teile wörtlich zu wiederholen, oder leicht verständlich zu paraphrasiren und mit Übergängen zu verknüpfen, die nicht wie künstliche Nähte, sondern wie ursprüngliches Gewebe aussehen. Eine historische, die Quellen der anscheinend directen Citate im Einzelnen nachweisende Analyse dieser gut und leicht angelegten Compilation ist nicht so leicht als die Angabe der Originale grosser Partien, welche sogar zu neuen literargeschichtlichen Resultaten führen kann, wie z. B. eine Specialuntersuchung über ein angebliches Buch der Seele von ARISTOTELES (s. *Die hebr. Übersetz.* § 4 S. 17—27, vgl. *Pseudo-Aristoteles, Über die Seele, von* A. LÖWENTHAL, Berlin 1891).

Die erste und beste Ausgabe des Buches, die ich benutze, erschien in Riva di Trento 1558. Der II. Abschnitt (Pfad) handelt in 4 Kapiteln (f. 16—33, enthaltend fast 70 schmale, aber enggedruckte Columnen, deren deutsche Übersetzung etwa ebensoviele Druckseiten ergeben würde) über: 1. Weltschöpfung, 2. Die Form der Welt und der bewohnten Erde (geographische Bestimmungen, die 7 Klimata, hebr. *Nofl*), 3. Die Himmelssphären, ihre Sterne und deren Lauf (die Namen der Planeten sind hebräisch und arabisch angegeben), 4. Die Sphären der Sonne und des Mondes, deren Lauf, die Eklipsen, durch einige Figuren beleuchtet. Der Verfasser nennt nur die »Astronomen» und die von ihnen unterschiedenen »Kalenderkundigen» *(Chachme Melechtet ha-Ibbur).* Es lohnt sich kaum, die Specialquellen dieses Abschnittes genauer anzugeben; dem Verfasser stand die astronomische (mathematische) Geographie des ABRAHAM BAR CHIJJA (oben § 22, S. 35) und das grosse Werk seines Landsmannes ISAK ISRAELI (§ 39, S. 39) zu Gebote; sie waren ihm vielleicht zu gründlich für seinen Zweck. Unzweifelhaft ist das Compendium des ALFERGANI benutzt, wahrscheinlich in der hebräischen Übersetzung des JAKOB ANATOLI, die man in JACOB CHRISTMANN's lateinischer Bearbeitung vergleichen kann. Die Darstellung der Klimata im 2. Kapitel entspricht dem 11. Cap. ALFERGANI's derart, dass man die corrumpirten geographischen Namen gegenseitig berichtigen kann.

53. An dieser Stelle ist ein Umstand zu erwähnen, dessen Bedeutung anderswo eine eingehende Untersuchung veranlassen dürfte, hier nur angedeutet werden kann, nämlich die Beachtung hebräischer Schriften von Seiten der Christen im Mittelalter. Die Geschichte der hebräischen Sprache hat mit dem so betitelten Buche von GESENIUS (1815) neue Bahnen eingeschlagen, die so schwierig scheinen, dass bis heutigen Tages Niemand auch nur eine neue Ausgabe zu liefern versucht hat. Ich selbst habe es nur bis zu einer bibliographischen Nebenarbeit dazu gebracht (*Handbuch der Literatur der hebr. Sprachkunde*, Leipzig 1859), welche mich unter Anderem auf eine Lücke in GESENIUS führte. Seine Aufzählung der christlichen Kenner des Hebräischen im Mittelalter ist eine sehr dürftige, weil er sich, nach der Tendenz seines Buches, an die Bibelkundigen hielt, während das Neuhebräische oder sogenannte Rabbinische ihm ferne liegend blieb. Es gab aber christliche Gelehrte, und zwar geborene Christen, welche gerade die damalige Schriftsprache der Juden studirten, allerdings nicht um aus den betreffenden Schriften Etwas zu lernen, sondern mit dem unbedingten Vorhaben, die jüdischen Ansichten zu widerlegen, weil sie dem Christentum widersprechen, oder die Juden zu bekehren, oder auch um Judengesetze zu rechtfertigen. Diese theologische Literatur selbst gehört an sich gar nicht hieher. Aber unter den Theologen gab es doch auch einzelne Gelehrte, welche sich für andere Gebiete interessirten und durch die Kenntnis des Hebräischen auf die so zu sagen weltlichen Gebiete der jüdischen Literatur geführt wurden. So bin ich denn bei Erforschung der Schicksale der hebräischen Literatur des Mittelalters dazu gekommen allerlei europäische Übersetzer (meist ins Lateinische) kennen zu lernen, welche ich am Anfange eines umfassenden Artikels »Christliche Hebraisten» (in der von H. BRODY in Berlin herausgegebenen »Zeitschrift für Hebräische Bibliographie» Jahrg. I, 1896 S. 50 ff.) als n. 1—56 zusammengestellt habe; darunter allerdings n. 3—17 Anonyma, deren Verfasser teilweise mit einander oder mit anderen Autoren identisch sein können.

Auch unser specielles Thema hat bereits wiederholt Gelegenheit gegeben, auf lateinische Übersetzungen aus hebräischen Originalen hinzuweisen, wie von der Geometrie des ABRAHAM BAR CHIJJA (§ 22), astrologischen Schriften des ABRAHAM IBN ESRA (§ 23, S. 38), von PROPHATIUS' Abhandlung über den von ihm erfundenen Quadranten, welche aus einer der drei lateinischen Übersetzungen ins Hebräische zurückübersetzt wurde

(§ 36, S. 36), von der grossen astronomischen Abhandlung des Levi ben Gerson, und von der darin aufgenommenen Abhandlung über den von ihm erfundenen astronomischen Stab, über eine Prognostication im Jahre 1345. In allen diesen Fällen handelt es sich um ein nicht theologisches, neutrales Thema; die übersetzten Schriften enthielten in den Augen des Übersetzers Etwas, dessen Kenntnis den Christen zugänglich gemacht werden sollte, weil es von theoretischem oder practischem Interesse war. Wir kommen jetzt zu einer Schrift, zu deren Übersetzung ein derartiges Motiv nicht gleich in die Augen springt. Ich werde mich hier auf die Hauptpunkte beschränken, indem es genügt, auf anderweitige Studien hinzuweisen.[5] Jacob ben David ben Jomtob (*Bon goron*, in der Landessprache *Sen Boniet*), auch kurz »Jakob Poël« (wahrscheinlich im Sinne von Factor, Autor, nämlich der Tafeln), vielleicht der Sohn des David ben Jomtob ibn Bilia (§ 47, S. 7)[6], verfasste im Jahre 1361 astronomische Tabellen (*Luchot*) nach der Breite von Perpignan, in welcher Stadt, oder in deren Nähe er dieselben redigirte. Der eigentliche Zweck derselben ist ein immerwährender Mondkalender, dadurch begründet, dass die Jahresformen auf einen Cyklus von 31 Jahren zurückgeführt werden. Die Einleitung, welche den Gebrauch der Tafeln auseinandersetzt, zerfällt in 2 »Reden«, deren erste in meinem *Verzeichnis der hebräischen Handschriften der K. Bibliothek in Berlin*, 2. Abtheilung (1897) S. 150, nebst den Citaten in der 2. Rede (Djabir ben Afla'h und dessen Kritiker Levi ben Gerson, Ptolemaus) mitgeteilt sind. In der 1. Rede sind auch Abraham bar Chijja und »König Alfons in seinen Tafeln» citirt, letztere nicht aus einer hebräischen Übersetzung, die wir erst ein volles Jahrhundert später antreffen werden. — Gehören die anonymen Tabellen über die Jahre 1361—91 in Ms. Paris 1083 hierher?

Eine lateinische Übersetzung der *Tabulae Jacobi filii David Bonaedici* mit den *Canones* (Einleitung), aus dem XIV. oder XV. Jahrh. von einem Anonymus ist handschriftlich erhalten — wer die Handschrift des unvergesslichen Boncompagni gekauft hat, ist mir unbekannt. In einer der angehängten Tafeln wird der Verfasser Bonfilius de Tarascone genannt, das ist Immanuel ben Jakob, von welchem bald die Rede sein wird (unter dem Jahre 1365).

Eine gekürzte Rückübersetzung ins Hebräische von einem *Anonymus* ist ebenfalls in 2 Handschriften erhalten (in der Bodl. und in Florenz). Bei der Verbreitung des Originals muss der Rückübersetzer fern von der Provence gelebt haben.

Über das Motiv der Übersetzung ins Lateinische kann ich nur fragen, ob vielleicht die Controverse über den christlichen Festkalender, der bekanntlich den jüdischen zur Grundlage hat, das Interesse eines Anonymus hervorgerufen habe.

[1] Zum Werke *Ez Chajjim* S. 39 vergl. meinen *Catal. Mss. Lugd. Bat.* p. 153; meinen Artikel in *ha-Jona* von SEN. SACHS, S. 30—33; *Die hebr. Übersetz.* S. 550. JAKOB LEVY, *Neuhebr. Wörterbuch*, III, 479, Col. 2, übersetzt *Saddan* »Axe, oder Oberfläche«! Vergl. A. KOHUT, *Aruch completum* VI f. 23, Col. 1.

[2] »*Observation* astrologique» (*Hist. Litt. de la France*, t. **31** p. 651) ist ein zweideutiger Ausdruck. Eine Constellation *kann* lange vorher astrologisch gedeutet werden, wenn es nicht an einer Veranlassung dazu fehlt.

[3] *Hist. Litt. de la France*, t. **31** p. 651; GROSS, *Gallia Jud.* p. 627, erwähnt seine Quelle nicht. — Seine Bemerkung über CHAJJIM IBN ISRAEL ist oben § 47, S. 8 nachzutragen.

[4] Das Fragezeichen GÜNTHER's zu dem Worte »Erfinder» (»*Der Jakobsstab*» u. s. w. in der Geographischen Zeitschrift 1898, S. 158), ist insofern zu beantworten, als LEVI sich jedenfalls für den Erfinder hielt, nicht einen anderen kannte.

[5] *Die hebr. Übersetz.* S. 614, woraus ein sehr kurzer Auszug in der *Hist. Litter. de la France*, t. **31**, p. 701, daraus bei GROSS, *Gallia Judaica* p. 470 (vergl. die hier folg. Anm. 6); *Verzeichnis der hebr. Handschr. der K. Bibliothek in Berlin*, S. 74 und 150.

[6] GROSS, l. c. (vorherg. Anm. 5) hält diese Conjectur für unwahrscheinlich, weil DAVID in Portugal lebte (ob stets?); seine eigene Hypothese über den Vater JACOB's, ebenfalls einen Astronomen in der Provence, könnte ich hier nicht besprechen, ohne mich zu weit zu verlieren.

Beitrag zur Bibliographie der Euler'schen Schriften.

Von G. Valentin in Berlin.

Herr Hagen hat sich mit grossem Fleisse der Mühe unterzogen, in seinem *Index operum Leonardi Euleri* (Berolini, Dames 1896) ein Verzeichniss der gesammten Schriften Euler's von Neuem zusammenzustellen und zwar in handlicher Form, denn bisher war man genöthigt, Einsicht in eine ganze Reihe derartiger Zusammenstellungen zu nehmen, um eine vollständige Übersicht der Euler'schen Werke und Abhandlungen zu erhalten. Er will damit, wie er in der Vorrede sagt, eine Anregung geben, dass endlich eine Gesammtausgabe der Schriften Euler's veranstaltet würde und deutet dafür einen Weg an, welchen ich auch für gangbar halte, dass sich nämlich die beiden Akademien, deren Mitglied der grosse Mathematiker so lange Jahre war, die Berliner und die Petersburger, gemeinschaftlich mit der Schweiz, seinem Geburtslande, der Herausgabe unterzögen. Hat Herr Hagen mit seiner Schätzung der Kosten von 150,000 M. Recht, so würde, wenn man ein langsameres Tempo der Veröffentlichung der auf 25 Bände geschätzten Ausgabe, z. B. je einen Band pro Jahr, einschlüge, die jährlich aufzubringende Summe von 6,000 M. die pecuniären Kräfte der Schweiz und der beiden Akademien wohl nicht übersteigen.

Das Buch des Herrn Hagen zeichnet sich vor sehr vielen anderen Bibliographien dadurch vortheilhaft aus, dass die Titel und die literarischen Angaben recht genau sind. In den ersten habe ich nur an wenigen Stellen unwesentliche Druckfehler und Ungenauigkeiten gefunden und bei den Literatur-Angaben ist nur folgendes zu erwähnen: es ist in N° 178 die Bandzahl XI in IX, in 643 die Jahreszahl 1774 in 1747, in 340 das erste + Zeichen in — zu verbessern, in 259 die Bandzahl XV hinzuzufügen und in 297 N. zu streichen. Zu bedauern dagegen ist, dass aus den gemachten Angaben die Länge der Abhandlungen nicht zu ersehen ist, was durch Hinzufügung der letzten Seitenzahl jedes Artikels zu erreichen gewesen wäre.

So erfreulich also, wie gesagt, die Zusammenstellung des Herrn Verfassers ist, so muss doch betont werden, dass sie unsere Kenntniss der Arbeiten Euler's nicht erweitert und eine *vollständige* Bibliographie der Arbeiten Euler's nicht bietet. Dazu wäre nothwendig (und sehr erwünscht) gewesen eine Angabe der verschiedenen Ausgaben seiner selbständigen Schriften und ein Aufspüren neuer in den bisherigen Bibliographien noch nicht angeführter Übersetzungen, Arbeiten und Briefe Euler's. Ich benutze daher die Gelegenheit, einen Beitrag nach dieser Richtung hin zu geben, indem ich hier das veröffentliche, was mir über die Hagen'sche Bibliographie hinaus bekannt geworden ist. Auch damit ist sicher noch kein Abschluss erreicht, wie die mancherlei Unsicherheiten über einzelne Ausgaben Euler'scher Werke zeigen, aber es wird damit hoffentlich von Neuem ein Anstoss gegeben zu weiteren Nachforschungen, und ich werde für jede fernere Mittheilung dankbar sein.

Ich schliesse meine Bemerkungen direct der Nummerirung des Hagen'schen Index an und bezeichne bei den selbständigen Werken die auch von Herrn Hagen angeführten Ausgaben mit einem Stern (*).

2. *Vollständige Anleitung zur Algebra.*

Deutsche Ausg. St. Petersburg 1770. — *ib. (Lund) 1771. — ib. 1773? (Riccardi, *Biblioteca matematica italiana* II: 2). — ib. 1776? (Heinsius, *Bücherlexikon*). — *ib. 1802. — *Berlin (Bd III: Frankfurt) 1796 ed. Gruson-Kausler. — Leipzig bei Reclam (1883).

Holländ. Ausg. Amsterdam 1773. — ib. 1793? (Bierens de Haan). — Dordrecht 1807.

Englische Ausg. London 1797. — ib. 1810. — ib. 1822 ed. Hewlett. — ib. 1824 ed. C. Taylor. — ib. 1828. — ib. 1840.

Französ. Ausg. Lyon 1770 (Quérard, *La France littéraire*). — ib. 1774 (2 Ausg. nach Quérard). — ib. 1784? — ib. an III. — Francfort 1796? (Riccardi). — St. Petersburg 1798. — Paris 1801. — ib. 1807 ed. Gruson.

Lateinische Ausg. Venedig 1790.

Russische Ausg. St. Petersburg 1768. — ib. 1793 (Riccardi).

Auszug aus L. Euler's *Anleitung zur Algebra von* Ebert. Frankf. 1789—1801. — ib. 1803. — Berlin 1821.

An introduction to the elements of algebra. Selected from the algebra of Euler (by J. Farrar). Cambridge, N. Eng. 1818.

Dazu habe ich zu bemerken: Die von Riccardi citirte deutsche Ausg. 1773 möchte ich mit der holländischen von 1773 identificiren; die von Heinsius angeführte 1776 ist wohl nur durch einen Druckfehler, 1776 statt 1770, als neue Ausg. angegeben, ebenso ist bei Bierens de Haan wohl 1793 nur fälschlich für 1773 gedruckt. Die zwei angeblich verschiedenen französischen Ausgaben von 1774 sind wohl identisch, 1784 ist ein Druckfehler für 1774; Francfort 1796 bezeichnet wohl in Wahrheit keine neue Ausg., sondern den 3. Band der deutschen GRÜSON-KAUSLER'schen Ausg. Die von GARNIER in der Vorrede zu seiner Ausg. citirte französiche: Petersburg 1788 halte ich für identisch mit der 1798 dort erschienenen. Die französische Ausg. von 1770 habe ich nur bei QUÉRARD und die bei HAGEN in einer Anmerkung zu N° 2 angeführten Ausgaben: Frankfurt 1789, 1795, Berlin 1803, 1821 nirgends in der Literatur gefunden.

3. *Introductio in analysin infinitorum.*

Latein. Ausg. *Lausanne 1748. — Lugduni (= Lyon) 1797. — Strassbourg bei König 1797? — Lipsiae bei Sommer 1797? *Deutsche* Ausg. Berlin 1788—91 übers. von MICHELSEN. — ib. 1835—36 von MICHELSEN. — ib. 1885 übers. von MASER. *Französische* Übers. Strassbourg 1786 par PEZZI et KRAMP. — Paris an IV, V (1796, 1797) par LABEY. — ib. 1835 par LABEY. HEINSIUS nennt die beiden Ausg. Strassbourg 1797 und Leipzig 1797; vielleicht waren sie nur in Commission dort und sind identisch mit der Lyoner Ausg.

5. *Institutiones calculi differentialis.*

Latein. Ausg. *Berolini 1755. — *Ticini 1787. — Petropoli 1804. — *Deutsch* von MICHELSEN (Suppl. von GRÜSON) Berlin u. Löbau 1790—98.

7. *Institutiones calculi integralis.*

Lateinisch *Petropoli 1768—70. — *ib. 1792—94. — ib. 1824—45. — *Deutsch* von SALOMON. Wien 1828—30.

19. *Solutio problematis arithmetici de inveniendo numero, qui per datos numeros divisus relinquat data residua.*

Französische Übers. in EULER's *Cours d'arithmétique raisonnée.* Bruxelles 1865 p. 437—459 und in EULER's *Oeuvres complètes* p. p. DUBOIS ib. 1839 Bd. III.

51 u. **(6)**. *Découverte d'une loi tout extraordinaire des nombres par rapport à la somme de leurs diviseurs.*

Zuerst veröffentlicht in der Bibliothèque impartiale **3** (Leide 1751), 10—31.

190. *De formis radicum aequationum cuiusque ordinis conjectatio.*

Deutsche Übers. in EULER's *Einleitung in die Analysis des Unendlichen übers. von* MICHELSEN **3** (1791), 3—23.

194. *De resolutione aequationum cuiusvis gradus.*

Deutsche Übers. ibid. **3** (1791), 24—25.

205. *Variae demonstrationes geometricae.*

Beweis des Fermat'schen Satzes vom Kreise. Arch. der Mathem. **27**, 1856, 116—118. Ist nach Euler von Grunert mitgetheilt.

209. *Principes de la trigonométrie sphérique, tirés de la méthode des plus grands et plus petits.*

219. *Trigonometria sphaerica universa, ex primis principiis breviter et dilucide derivata.*

Deutsche Übers. von Hammer, Leipzig 1896 (= Ostwald, *Klassiker der exakten Wissenschaften* no. 73).

214. *Solutio facilis problematum quorundam geometricorum difficillimorum.*

Nach Euler mitgetheilt von Grunert in Arch. der Mathem. **26**, 1856, 343—350.

310. *Commentatio de matheseos sublimioris utilitate.*

Französische Übers von Ed. Lévy in Nouv. ann. de mathém. **13**, 1853, 5—21. *Spanische* Übers. in Revista de los progresos de las ciencias exactas etc. **3** (Madrid 1853), 526—535.

315. *De formulis integralibus duplicatis.*

Sur l'évaluation du volume d'un parallelipipède à une base sphérique. Nouv. ann. de mathém. **4**, 1895, 422—423.

386. *Considérations sur quelques formules intégrales dont les valeurs peuvent être exprimées en certains cas par la quadrature du cercle.*

Zum zweiten Male veröffentlicht von Ch. Henry in Bulletin des sciences mathématiques 4_2, 1880, 209—256.

418. *Elementa calculi variationum.*

Deutsche Übers. von P. Stäckel, Leipzig 1894 (= Ostwald, *Klassiker* etc. no. 46).

420. *Mechanica sive motus scientia analytice exposita.*

Deutsche Übers. von Wolfers. Greifswald 1848—50.

421. *Theoria motus corporum solidorum seu rigidorum* etc.

Deutsche Übers. von Wolfers. ibid. 1853.

425. *Constructio lentium obiectivarum ex duplici vitro* etc.

Neue Entdeckungen betreffend die Refraction oder Strahlenbrechung in Gläsern von Euler, *übers. von* Joh. Ludov. Steiner. Zürich bei Heidegger u. Co. 1765. 8°, 20 p. (besprochen in der Allgemeinen deutschen Bibliothek **3**:1, 268). — Ich bin aber nicht sicher, ob dies wirklich eine Übers. von No. 425 ist, da ich die Steiner'sche Übers. nicht in der Hand gehabt habe.

427. *Instruction détaillée pour porter les lunettes au plus haut degré de perfection calculée sous la direction de* M. EULER *par* N. FUSS.
Deutsche Übers. von KLÜGEL. Leipzig 1777.

431. *Découverte d'un nouveau principe de mécanique.*
Auszug in *Englischer* Sprache in Gentleman's Magazine **24**, 1754, 6—7.

509. *De promotione navium sine vi venti.*
Die Abhandlung hat auch den französ. Titel: *Mémoire sur la manière la plus avantageuse de suppléer à l'action du vent sur les grands vaisseaux.*

547—550. *Sectio I. De statu aequilibrii fluidorum. — S. II. De principiis motus fluidorum. — S. III. De motu fluidorum lineari potissimum aquae. — S. IV. De motu aeris in tubis.*
Deutsche Übers. von BRANDES. Leipzig 1806.

561. *Examen artificii, naves a principio motus interno propellendi, quod quondam ab* J. BERNOULLI *est propositum.*
Französ. Übers. in der Bibliothèque impartiale **4**, 1751, 272—289, 402—412.

573. *Théorie plus complète des machines, qui sont mises en mouvement par la réaction de l'eau.*
Extrait fait par HACHETTE in der Correspondance sur l'école polytechnique **3**, 1814/16, 234.

628. *Nova theoria lucis et colorum.*
Auszug im Hamburger Magazin **6**, 1750, 156—197.

687. *Theoria motuum planetarum et cometarum.*
Deutsche Übersetzung von J. VON PACCASSI. Wien 1781.

730. *Determinatio orbitae cometae qui mense Martio 1742 potissimum fuit observatus.*
d'après EULER. *Théorème d'Euler sur l'aire du secteur parabolique.* Nouv. ann. de mathém. **16**, 1857, 33—37. — Dieses Theorem EULER's (Misc. Ac. Berl. **7**, 20) gerieht in Vergessenheit, so dass es LAMBERT (*Insigniores orbitae cometarum proprietates*, 1761, § 83, u. *Beiträge*, 1765, III, p. 275) wieder entdecken konnte (bekannt als LAMBERT'sches Theorem), bis GAUSS (*Motus theoriae planetar.* 1809, p. 119) EULER als den eigentlichen Entdecker nannte.

771. *Théorie complète de la construction et de la manoeuvre des vaisseaux* etc.
Italienische Übers. Napoli 1780.

773. *Lettres à une princesse d'Allemagne sur divers sujets de physique et de philosophie.*
Französ. Ausg. *St. Petersburg 1768—72. — Mietau, Leipzig, Frankfurt 1770—74. — Bern 1773? — ib. 1778. —

Paris 1787—89; ed. CONDORCET u. DE LA CROIX. — ib. 1812; ed. LABEY. — ib. 1829; ed. LAURENTIE. — ib. 1842; ed. COURNOT. — ib. 1843; ed. SAISSET. — ib. 1845?; ed. SAISSET. — ib. 1859; ed. SAISSET. — ib. 1866.

Spanische Ausg. Madrid 1798 übers. von JUAN LOPEZ DE PEÑALVER.

Russische Ausg. St. Petersburg 1768—74 übers. von RUMOVSKI.

Deutsche Ausg. Mitau u. Leipzig 1769—74. — Leipzig 1773—80. — ib. 1784. — ib. 1792—94; übers. von KRIES. — Stuttgart 1847—48; übers. von J. MÜLLER. — Leipzig u. Stuttgart 1854; von MÜLLER.

Englische Ausg. London 1795; übers. von H. HUNTER. — New York 1846, ed. J. GRISCOM.

Holländ. Ausg. Leyden 1787. — *Dänische* Ausg. Kjöbenhavn 1792—93; übers. von CHR. C. PFLUG.

Schwedische Ausg. Stockholm 1786—1787; übers. von G. H. DE ROGIER. — ib. 1793—1795.

HEINSIUS führt noch eine franzos. Ausg. 1766 an; ich vermuthe einen Druckfehler für 1768; ebenso ist wohl Bern 1773 ein Druckfehler für Bern 1778 und die Pariser Ausg. 1845 bei Geering (Antiquarischer Katalog N° 219) verdruckt für 1843.

783. *Solutio quaestionis ... quantum duo coniuges persolvere debeant, ut suis haeredibus post utriusque mortem certa argenti summa persolvatur.*

L. EULER's *Nöthige Berechnung zur Einrichtung einer Wittwenkasse.* Neues Hamburger Magazin **43**, 1770, 3—12. — Ist eine freie Übersetzung mit Zusatzen von A. G. KÄSTNER des EULER'schen in den *Opuscula postuma* 1785, II, 315 veröffentlichten Aufsatzes. Woher stammt KÄSTNER's Kenntniss dieser EULER'schen Abhandlung? War sie doch etwa schon veröffentlicht? und wo?

789. *Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis.*

Französische Übers. von COUPY. Nouv. ann. de mathém. **10**, 1851, 106—119.

793. *Réflexions sur l'espace et le temps.*

Deutsche Übers. in EULER's *Vernünftige Gedanken von dem Raume, dem Orth, der Dauer und der Zeit* (Quedlinburg 1763) p. 1—18 und in dem Magazin für Philosophie **4**, 1781, 177—194. — *Die vernünftigen Gedanken* etc., welche schon FUSS (Bull. Ac. Pétersb. Classe math. **9**, 339) citirt, enthalten auch noch 2 Briefe von EULER an VENZKY p. 18—19 und p. 41—43.

794. *Solution d'une question curieuse qui ne paraît soumise à aucune analyse (sur la marche du cavalier sur l'échiquier).*

Englische Übers. in The journal of science and the arts **3** (London 1817), 72—77.

Ich füge hier zum Schluss noch die HAGEN'schen Nummern der Aufsätze hinzu, welche der 4. Band der SALOMON'schen Ausgabe der *Institutiones calculi integralis* in deutscher Übersetzung giebt: 315, 317, 318, 322, 336, 338, 340, 341, 356, 357, 358, 359, 360, 361, 362, 370, 372, 374, 378, 379, 382, 384, 385, 394, 410, 411, 412.

Zu 447, 448, 523, 524, 526, 527 verweise ich auf die schon von Herrn ENGEL in seiner Besprechung des HAGEN'schen *Index* (Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 203) gemachte Bemerkung.

Den vorstehenden Ergänzungen der bei Herrn HAGEN aufgeführten Schriften reihen sich nun noch folgende Veröffentlichungen an, die in dem HAGEN'schen Index fehlen.

I (1755). *Deux pièces peu connues de la correspondance d'Euler communiquées par* BIRGER HANSTED. Bulletin d. sc. mathém. 3_2, 1879, 26—32 (EULER's Briefe p. 29—32). — Zuerst veroffentlicht in E. PONTOPPIDAN, *Essays sur la nouveauté du monde* (Copenhague 1755) und (zugleich mit deutscher Übersetzung) in PONTOPPIDAN's *Abhandlung von der Neuigkeit der Welt* (1758) I, 162—183 (EULER's Briefe p. 171—183).

II (1765). EULER, *Remarques sur quelques passages qui se trouvent dans les trois volumes des Opuscules mathématiques de M. d'Alembert.* Journal encyclopédique **2**: 3, 1765, 114—127.

III (1768). EULER, *Lettre sur la dioptrique écrite par lui.* Gazette littéraire de Berlin **5**, 1768, 385—386.

IV (1770). EULER, *De calculo variationum.* Appendix zu seinen *Institutiones calculi integralis* (1770) III, 459—596 und ebenda in der 2. und 3. Aufl. (1793 u. 1827) III, 379—488. — Die deutsche Übers. im 3. Bande der SALOMON'schen Übers. der Integralrechnung (1830).

V (1770). EULER, *Evolutio casuum prorsus singularium circa integrationem aequationum differentialium.* Supplement zu den *Institut. calc. integr.* (1770) III, 597—639; (1793 und 1827) III, 489—524 und deutsch im 3. Bande der Übers.

VI (1794). EULER, *Von dem Drucke eines mit einem Gewichte beschwerten Tisches auf eine Fläche.* Aus den Papieren des sel. L. EULER gezogen von JAKOB BERNOULLI (mitgetheilt von seinem Bruder JOHAN BERNOULLI). Hindenburg's Archiv **1**, 1794, 74—80.

VII (1796). nach EULER. EULER's *Method of squaring the circle* in MASERES *Scriptores logarithmici* (London 1796) III, 169—182.
VIII (1805). EULER, *Brief* [über eine Generalkarte des russischen Reiches]. Nordische Merkur **2**, 1805, 244—252.
IX (1823). EULERO, *Lettera inedita a Lagrange.* Bibliotheca Italiana **30** (Milano 1823) 111—112 und in EULER's *Opera postuma* I (1862), 567—568. — EULER's Berufung nach Petersburg betreffend.
X (1854). *Briefe von* LEONHARD EULER *und von* JOH. ALB. EULER *an Wenzeslaus Joh. Gust. Karsten.* Allgemeine Monatsschrift für Literatur 1854, 325—349.
XI (1864). nach L. EULER und GOLDBACH [Achtzehn Aufgaben aus der Buchstabenrechnung], mitgetheilt von GRUNERT. Arch. der Mathem. **41**, 1864, 103—105. — Die Aufgaben sind enthalten in EULER's Brief an GOLDBACH vom 9. 6. 1750 und in GOLDBACH's Antwort vom 18. 7. 1750.
XII (1865). nach EULER. Die Seiten 73—79, 102—240, 417—436 des *Cours d'arithmétique raisonnée de* EULER (Bruxelles 1865) entsprechen im Allgemeinen der Sectio I und III der EULER'schen Algebra (mit Ausnahme des 13. Capitels der 1. Section), theils wörtlich, theils umgearbeitet und umgestellt, unter Berücksichtigung einiger anderer Memoires EULER's.
XIII (1865). nach EULER. *Notions préliminaires sur les nombres parfaits et les nombres amiables.* Ebenda p. 460—471. — Die beiden Aufsätze XII und XIII sind wahrscheinlich schon in EULER's *Oeuvres complètes publ. par* DUBOIS Band III (1839) enthalten.
XIV (1886). EULER. *Lettres inédites à M. d'Alembert publ. p.* CH. HENRY. Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. **19**, 1886, 136—148.

Zum Schluss möchte ich noch auf das im vorstehenden Text bei 19, XII und XIII erwähnte Buch zurückkommen: LÉONARD EULER, *Cours d'arithmétique raisonnée théorique et pratique sans le secours d'aucun maître.* Trad., augm. et mis au courant de la science actuelle par une société des savants. Paris 1865. 8°, 4 + 476 p. Es ist dies eine neue (Titel-) Ausgabe des 3. Bandes der *Oeuvres complètes d'*EULER publ. en français par DUBOIS, DRAPIEZ, MOREAU-WEILER, STEICHEN et PH. VANDERMAELEN. T. 1—5 Bruxelles 1838 ff., und dieser 3. Band wieder eine neue Ausgabe (aber nicht wörtliche, sondern völlig umgearbeitete und umgeordnete!) des Buches: *L'arithmétique raisonnée et démontrée. Oeuvre posthume de* LÉONARD EULER, *traduite en français par* DANIEL BERNOULLI, directeur de l'observatoire de Berlin etc. etc. Corrigée et considérablement augmentée par M. DE LA GRANGE (Berlin, chez Voss et fils et Decker et fils 1792. 8°, 616 p.). Man glaubt zunächst in diesem Werke eine französische Übersetzung von EULER's 1738—40 erschienener *Einleitung zur Rechenkunst* (welche jetzt sehr selten ist) zu sehen, allein bei näherer Untersuchung entstehen doch gegen diese Annahme mancherlei Bedenken, welche für P. H. FUSS so ernste waren, dass er im Bull. Ac. Petrop. Classe math. 9, 1851, 340—341 nicht vor der Erklärung zurückschreckte, dass hier ein literarischer Betrug schlimmster Art vorläge. Dem wären also auch die belgischen Herausgeber zum Opfer gefallen. Unberührt davon bleiben aber jedenfalls die unter 19, XII und XIII citirten Theile der Brüsseler Ausgaben und daher konnten sie bei den EULER'schen Schriften aufgenommen werden, der *Cours d'arithmétique raisonnée* aber nicht.

Hat nun aber FUSS Recht? Es scheint fast so, wenn man noch eine Bemerkung in QUÉRARD's *La France littéraire* III (1829), 233 berücksichtigt, die jedoch FUSS wohl unbekannt geblieben ist, denn sonst würde er nicht versäumt haben, sie zur Begründung seiner Ansicht anzuführen. An der angegebenen Stelle findet man: C. F. GAIGNAT DE L'AULNAYS, *L'arithmétique démontrée, opérée et expliquée.* (Paris chez Despilly 1770, 8°), und dazu die Anmerkung: »Cet ouvrage a été réimpr. en 1792 comme un ouvrage posthume de LÉONARD EULER, etc.» (folgt der obige Titel). Definitiv aber möchte ich die Frage in dem FUSS'schen Sinne doch nicht eher entscheiden, als bis ich die vier in Frage kommenden Werke selbst habe einsehen können; mir lagen bisher nur die Ausg. 1792 und 1865 vor.

In der *Arithmétique raisonnée* von 1792 sagt der Verfasser auf p. 27: »Dans mon traité du guide du commerce, premier volume etc.» und auch QUÉRARD nennt a. a. O. GAIGNAT DE L'AULNAYS als Verfasser eines vierbändigen Werkes dieses Titels. Dies erklärt die Behauptung DUBOIS' in seiner Vorrede, dass EULER in seiner Jugend ein solches Werk verfasst habe, da er eben guten Glaubens war, dass die *Arithmétique raisonnée* von EULER herrühre. Aber dieses Citat verstärkt um so mehr die Ansicht, dass diese *Arithmétique raisonnée* in der That ein Werk GAIGNAT DE L'AULNAYS' und nicht EULER's ist.

Sur un point de la querelle au sujet de l'invention du calcul infinitésimal.

Par G. Eneström à Stockholm.

Dans le cahier III: 2 (1896) de ses *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik,* M. Cantor a rendu compte (p. 294 et suiv.) des travaux de la commission chargée par la »Royal Society» à London d'examiner les droits de priorité de Newton et de Leibniz relativement à l'invention du calcul infinitésimal. Parmi les membres de la commission M. Cantor nomme aussi Burnet, et il ajoute: »Bei dem Fehlen eines Vornamens in dem Protokollauszuge vom 6. März war es uns nicht möglich zu ermitteln, welcher Burnet gemeint ist.» Dans la préface du tome III des *Vorlesungen,* insérée au cahier III: 3 (1898), M. Cantor signale une notice de De Morgan dans le Philosophical Magazine 4_2, 1852, p. 325, d'après laquelle le commissaire Burnet était fils d'un évêque et élève de Craig; en même temps M. Cantor fait observer qu'on pourrait penser à William Burnet (1688—1729), dont j'ai cité une lettre à la page 32 de la Biblioth. Mathem. 1896.

En premier lieu il convient de faire remarquer que l'évêque dont De Morgan parle, était évidemment l'évêque de Salisbury, et que William Burnet était précisément fils de Gilbert Burnet, qui fut en 1689 évêque de Salisbury. D'autre part on voit par les lettres de William Burnet à Jean Bernoulli[1] que celui-là avait été élève de Craig,[2] et comme nous n'avons aucune raison de révoquer en doute l'exactitude de l'indication de De Morgan, il semble dès à présent très probable que le commissaire de la »Royal Society» était William Burnet. En examinant les lettres citées de Burnet, on trouve que cette probabilité augmente, de manière qu'elle devienne presque certitude. On sait que la commission fut nommée par la »Royal Society» le 6 mars 1712, et déjà le 12 mars 1712 William Burnet écrit à Jean Bernoulli:

> L'on est occupé présentement à la société à démontrer par les lettres originales que la méthode des fluxions a été connue de Mr Newton plus de sept ans avant que Mr Leibnitz n'en a rien publié et que Mr Leibnitz en pouvait avoir vu les principes chez un Mr Collins qui les avait à Londres dans le tems que Mr Leibnitz y a été; et qu'en suite, par

des lettres il a demandé des éclaircissements qui montraient qu'il n'entendait pas encore la matière cinq ans après que Mr NEWTON l'a fait voir complète à ses amis. Cette controverse a été causée par les Mrs de Leypsick qui ont critiqué mal à propos le livre de Mr NEWTON sur les quadratures et *De enumeratione curvarum*.

Il est d'un certain intérêt de connaître la réponse de JEAN BERNOULLI, bien qu'elle ne contribue pas à résoudre définitivement la question dont il s'agit ici. Cette réponse est datée le 24 août 1712; en voici un extrait:

Est-ce que Mrs de la société n'ont point d'occupation plus sérieuse que celle où elle est à présent à démontrer que la méthode des fluxions a été connue de Mr NEWTON avant que Mr LEIBNITZ n'en ait rien publié; qu'importe-t-il au public de savoir, lequel de ces deux grands hommes a eu les premières vues de cette méthode? Chacun peut avoir eu ses propres lumières, l'un peut-être un peu plus tôt que l'autre. C'est une faible conséquence que celle-ci: Mr LEIBNITZ peut avoir vu les principes de Mr NEWTON chez Monsieur COLLINS, donc il les a vus actuellement; j'ai toujours ouï dire dans les écoles qu' *a posse ad esse non datur consequentia*.... Il me semble donc qu'on devrait laisser à chacun le sien et que la société devrait s'appliquer à des choses plus utiles au public.

BURNET ne répondit pas directement à cette remarque, et ce n'est que dans sa lettre du 8 avril 1714 qu'il revient aux travaux de la commission. Alors le *Commercium epistolicum* était publié depuis longtemps, et JEAN BERNOULLI s'était plaint de ce qu'il avait reçu son exemplaire trop tard. Après avoir expliqué la cause de ce retard, BURNET ajoute:

Nous saurons, j'espère, en peu de tems votre sentiment sur le *Commercium epistolicum*, c'est une affaire que Mr LEIBNITZ a arrachée de notre société en leur demandant justice sur Mr KEIL; ils ont cru ne le pouvoir faire mieux qu'en cherchant les recueils de lettres qu'ils gardent auprès d'eux. C'est à vous autres savants désintéressés de juger s'ils ont agi de la bonne manière.

On sait que JEAN BERNOULLI avait déjà fait connaître son avis sur le *Commercium epistolicum* dans une lettre anonyme insérée à une brochure rédigée par LEIBNIZ et publiée par CHR. WOLF en 1713.[2] Sa réponse à BURNET est plus évasive; en effet il remarque dans sa lettre du 15 mai 1714:

Vous me demandez, Monsieur, mon sentiment sur le *Commercium epistolicum*, mais je n'ai garde de décider d'une querelle qui est entre deux grands hommes que j'estime également et qui tous deux m'honorent de leur affection; cependant il y aurait du pour et du contre, sans qu'il me prenne envie de m'en mêler, de peur que je n'offense l'un ou l'autre ou peut-être tous les deux.

Après la lecture des extraits précédents, on ne saurait guère douter que William Burnet n'eût pris une part active aux travaux de la commission, c'est-à-dire qu'il ne fût lui-même un des commissaires. M. Cantor fait observer que, en 1712, il n'avait que 24 ans,[4] mais d'autre part il était déjà en 1708 membre[5] de la »Royal Society», et par les lettres de Jean Bernoulli on voit qu'il était mathématicien[6] et qu'il s'était même familiarisé avec le calcul infinitésimal.[7]

Si la conclusion, à laquelle nous sommes arrivé, est juste, il faut par conséquent modifier un peu l'indication de M. Cantor à la page 296 du tome III de ses *Vorlesungen*, où il dit que Burnet, de même que plusieurs autres membres de la commission, avait été obligé de juger sur une question qu'il ne comprenait pas.

[1] Ces lettres sont gardées à la bibliothèque de l'académie des sciences de Stockholm.

[2] Dans sa lettre du 25 janvier 1709, Burnet dit qu'il avait été en pension chez Craig un an et demi.

[3] Cf. Cantor l. c. III, p. 302—304.

[4] Cantor, l. c. III, p. IX.

[5] Cf. Philosophical Transactions **26**, 1710, p. 316—317.

[6] Dans une lettre adressée à Burnet le 8 octobre 1708, Jean Bernoulli s'exprime en ces termes, évidemment trop favorables, sur les études mathématiques de celui-là: »je vous vois, Monsieur, dans une si belle carrière, et si bien avancé dans la subtile géométrie, que je puis augurer sans témérité que vous serez un jour un de nos plus grands géomètres.»

[7] Le 27 septembre 1708 Burnet envoyait à Jean Bernoulli une méthode de déterminer l'aire de la courbe $z^m + ay^n = bz^r y^r$.

RECENSIONEN. — ANALYSES.

M. Cantor. Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Dritter Band. Vom Jahre 1668 bis zum Jahre 1758. Dritte Abtheilung. Die Zeit von 1727 bis 1758. Leipzig, Teubner 1898. 8°, XIV p. + p. 473—893.

La troisième partie du troisième tome des *Vorlesungen* de M. Cantor embrasse 18 chapitres. Dans les quatre premiers l'auteur rend compte des ouvrages d'histoire des mathématiques, des éditions d'auteurs classiques et des dictionnaires mathématiques, ainsi que de l'arithmétique et de la géométrie élémentaire avec la théorie des parallèles. Ensuite neuf chapitres sont consacrés aux sujets suivants: l'algèbre, la théorie des nombres, l'analyse combinatoire et le calcul des probabilités, la théorie des séries et l'analyse algébrique, le calcul différentiel. Enfin trois chapitres se rapportent à la géométrie analytique, un aux recherches sur les problèmes des maxima et des minima, et le dernier aux intégrales définies et aux équations différentielles. Au commencement, on trouve une préface contenant plusieurs corrections aux deux parties précédentes, et à la fin l'éditeur a ajouté une table des noms et des matières embrassant 15 pages à deux colonnes.

Dans notre analyse du cahier III:2 des *Vorlesungen* (Biblioth. Mathem. 1896, p. 17—24) nous avons appelé l'attention sur les difficultés qui se présentent actuellement à l'exposition de l'histoire générale des mathématiques à partir du commencement du 18^e^ siècle. Heureusement, pour ce qui concerne la période 1727—1758, il y a une raison pour laquelle ces difficultés sont plus petites que dans la période précédente, savoir la position dominante qu'Euler occupe ici par ses nombreux et importants ouvrages. En effet l'histoire des mathématiques 1727—1758 est à peu près à demi l'histoire des découvertes d'Euler, et ces découvertes sont exposées dans les écrits originaux accessibles sans peine et rédigés d'une manière si claire et si détaillée qu' en général, l'historien n'a pas besoin d'expliquer, mais peut se restreindre à analyser et à résumer. D'autre part, on ne doit pas se figurer que M. Cantor ait pu écrire la dernière partie de ses *Vorlesungen* au courant de la plume; au contraire cette partie lui a sans doute coûté beaucoup de travail assez pénible.

Conformément à ce que nous avons fait dans notre analyse de la partie précédente des *Vorlesungen*, nous nous permettons d'insérer ici quelques petites observations auxquelles la lecture de la nouvelle partie a donné lieu.

P. V. Le mathématicien espagnol »Antonio Hugo» signalé par M. CANTOR est sans doute identique à A. H. OMERIQUE mentionné à la page VI et dont les deux prénoms étaient Antonio Hugo. Probablement M. CANTOR a tiré sa notice d'un article de M. LORIA, qui, de son côté, s'est appuyé sur une indication de M. GALDEANO à la page 36 de l'écrit: *Estudios criticos sobre la generación de los conceptos matematicos* **2** (Madrid 1890).

P. 476. D'après J. W. MÜLLER (*Auserlesene mathematische Bibliothek*, Nürnberg 1820, p. 207), le nom du rédacteur de la nouvelle édition du *Mathematisches Lexicon* de CHR. WOLFF était RICHTER (probablement G. F. RICHTER, né en 1691, mort en 1742).

P. 486. Aux écrits d'histoire des mathématiques cités par M. CANTOR, on peut ajouter les suivants, qui ont été mentionnés dans la Biblioth. Mathem. 1889, p. 3—4, 76; 1890, p. 100; 1892, p. 71; 1897, p. 60.

Strömer, M., Specimen historiæ literariæ de arte conjectandi. Upsaliæ 1731.

Helsingius, G., Exercitium academicum historiam literariam algebræ sistens. I. Upsaliæ 1737.

Profe, G., De caussis incrementorum, quæ mathesis recentiori ætate cepit. Altonæ 1740.

Duræus, S., De analysi veterum geometrica. Upsaliæ 1746

Elvius, P., Historien om mathematiska vetenskaper. [Discours sur l'histoire des mathématiques.] Stockholm 1746.

Anchersen, M., Oratio de mathematicis danorum (Dänische Bibliothek **8**, 1746, 701—720).

Elvius, P., Vetenskapernas historia. Om krokuga linier i gemen och om trajectorier i synnerhet. [Sur l'histoire des lignes courbes et en particulier des trajectoires.] Vetenskapsakad. handl. (Stockholm) **9**, 1748, 81—95. — Trad. en allemand dans les »Abhandl. d. schwed. Akad. d. Wissensch.» **10** (1748), 81—96, et en latin dans les »Analecta Transalpina» **2** (1747—1752), 144—151.

Melander[hjelm], D., Disputatio de natura et veritate methodi fluxionum. Upsaliæ 1752.

Wargentin, P., Af vetenskapernas historia; om logarithmerna. [Sur l'histoire des logarithmes.] Vetenskapsakad. handl. (Stockholm) **13**, 1752, 1—11. — Trad. en allemand dans les »Abhandl. d. schwed. Akad. d. Wissensch.» **14** (1752), 3—15, et en latin dans les »Analecta Transalpina» **2** (1747—1752), 378—387.

Giovanni, F., De numeralium notarum minuscolarum origine. (1753.)

Gessner, J., Oratio de præclaris Helvetiorum meritis in mathesi. Tiguri 1733.

Meldercreutz, J., De summatione seriei reciprocæ e quadratis numerorum naturalium. Holmiæ 1755.

P. 489. Il convient de mentionner qu'une seconde édition du *Mathematical dictionary* de MOXON (1627—1700) a été publiée en 1692 par H. COLEY. J. W. MÜLLER (l. c. p. 206) signale une édition de l'année 1715. — L'édition originale du *Dictionaire mathématique* d'OZANAM a paru à Paris; l'édition d'Amsterdam porte sur le feuillet de titre les mots: »Sur l'Imprimé à Paris».

P. 499. Une petite faute de plume qui s'est glissée à la page 50, est répétée ici; la note de LEIBNIZ dont il s'agit se trouve dans les Acta Eruditorum 1683 (non 1682).

P. 616. »Ein wesentlicher Verdienst dieser Schrift (c. à d. *Essai sur la probabilité de la durée de la vie humaine par* DEPARCIEUX, Paris 1746) ist die Einführung des Begriffes der mittleren Lebensdauer eines Neugeborenen, als welche DEPARCIEUX den Bruch

$$\frac{a_0 + 2a_1 + 3a_2 + 4a_3 + \dots}{a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \dots}$$

benennt, in welchem $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \dots$ die Anzahl der gleichzeitig Geborenen angiebt, von welchen a_0 im Verlaufe des ersten, a_1 im Verlaufe des zweiten, a_2 und a_3 im Verlaufe des dritten, des vierten Lebensjahres sterben, u. s. w.» Cette indication qui semble tirée de l'ouvrage de L. MOSER: *Die Gesetze der Lebensdauer* (Berlin 1839), n'est pas parfaitement exacte. D'une part, DEPARCIEUX donne pour valeur de la vie moyenne d'un nouveau-né l'expression

$$\frac{\frac{1}{2}a_0 + \frac{3}{2}a_1 + \frac{5}{2}a_2 + \frac{7}{2}a_3 + \dots}{a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \dots},$$

d'autre part la notion de vie moyenne a été introduite avant DEPARCIEUX par KERSSEBOOM (1742; cf. G. F. KNAPP, *Theorie des Bevölkerungswechsels*, Braunschweig 1874, p. 65, 135).

P. 633. M. CANTOR fait observer que, par le mémoire d'EULER *De progressionibus transcendentibus, seu quarum termini generales algebraice dari nequeunt*, la fonction Γ a été introduite dans la science. Il aurait pu mentionner ici qu'EULER avait défini la fonction Γ sous la forme d'un produit infini déjà dans une lettre adressée à GOLDBACH le 13 octobre 1729 (cf. p. 673).

P. 645. En parlant d'un mémoire d'EULER inséré au tome IX (1739) des Comment. Acad. sc. Petropolitanæ, M. CANTOR dit que dans ce mémoire »die erste uns bekannte Benutzung des Buchstaben *e* für die Basis des natürlichen Logarithmensystems sich findet». Mais à la page 32 de la Biblioth. Mathem. 1894 M. W. W. BEMAN a rappelé que la lettre *e* a été utilisée à cet effet déjà dans une lettre d'EULER à GOLDBACH datée le 25 novembre 1731 et publiée par FUSS.

P. 663. Après avoir rendu compte de l'exposition que MACLAURIN a donnée, dans son *Treatise of fluxions,* de la série actuellement connue sous le nom de la »formule sommatoire d'EULER», M. CANTOR pose la question si MACLAURIN a eu connaissance des recherches d'EULER sur le même sujet, et croit devoir résoudre cette question dans le sens de la négative. De notre côté, nous sommes arrivé à la même conclusion il y a 19 ans dans notre note: *Om upptäckten af den Eulerska summationsformeln,* insérée à l'Öfversigt af [svenska] vetenskaps-akademiens förhandlingar **36**, 1879, n:o 10, p. 3—17. En dehors des raisons rapportées par M. CANTOR, nous y avons fait observer aussi que, d'après une indication de MACLAURIN dans la préface de son ouvrage, la plus grande partie du premier tome du *Treatise of fluxions,* où se trouve la formule dont il s'agit, était imprimée déjà en 1737 (comparez CANTOR, p. 721) tandis que le tome des Commentarii acad. sc. Petropolitanæ où EULER a signalé la formule pour la première fois, n'a paru qu'en 1738. En même temps nous avons fait remarquer que MACLAURIN a publié le premier la loi d'après laquelle les coefficients des termes de la série sont formés.

P. 666. Déjà plus d'une année avant la lettre citée du 9 décembre 1741, EULER avait adressé à JEAN BERNOULLI une autre lettre où il signale l'identité entre les deux expressions $2 \cos x$ et $e^{x\sqrt{-1}} + e^{-x\sqrt{-1}}$ (cf. ENESTRÖM, *Sur la découverte de l'intégrale complète des équations différentielles linéaires à coefficients constants;* Biblioth. Mathem. 1897, p. 48).

P. 772. Le nom du mathématicien cité par L. CARRÉ n'est pas »Koenersma» mais KOËRSMA. Sans doute il s'agit de JACOBUS KOËRSMA, qui a publié en 1690 une petite brochure: *Brief aan Lieuwe Willemz Graef* (cf. BIERENS DE HAAN, *Bibliographie néerlandaise ... des ouvrages ... sur les sciences mathématiques et physiques,* Rome 1883, p. 153). Du reste, la cardioïde était assez connue déjà avant CARRÉ, bien qu'on la considérât ordinairement comme une épicycloïde engendrée par un point d'un cercle mobile qui roule sans glisser sur un cercle de même rayon; en effet elle est mentionnée p. ex. dans le *Dictionaire mathématique* d'OZANAM (voir l'édition d'Amsterdam 1691, p. 102—104), qui fait voir aussi que cette courbe a la propriété signalée par M. CANTOR à la page 772.

P. 796. Par la reproduction facsimilée de la première page du traité de MARIA AGNESI, que M. REBIÈRE a inserée à la page 9 de la 2^e^ édition de son ouvrage *Les femmes dans la science* (Paris 1897), on voit que le titre était *Instituzioni* (non »Istituzioni«) *analitiche*.

P. 816, 829. M. CANTOR fait mention du professeur KLINGENSTIERNA à Upsala, sans y ajouter des renseignements biographiques. On pourrait en conclure que KLINGENSTIERNA était une personne assez obscure, mais cette conclusion n'est pas juste. KLINGENSTIERNA, qui naquit à Tollefors en 1698, fut en 1728 professeur des mathématiques et en 1750 professeur de la physique à l'université d'Upsala, en 1756 précepteur du prince GUSTAVE (plus tard roi sous le nom de GUSTAVE III), et mourut à Stockholm en 1765. Appelé avec raison »le premier mathématicien de la Suède«, il est connu en premier lieu par ses recherches sur la construction de lunettes achromatiques. Dans le domaine des mathématiques pures il a publié plusieurs mémoires et laissé en manuscrit plus de 200 écrits; il s'est occupé aussi de la restitution des *Porismes* d'EUKLIDES. Un de ses mémoires imprimés aurait peut-être mérité d'être signalé par M. CANTOR, savoir celui sur l'intégration des équations différentielles linéaires, publié sous le titre: *Et nytt sätt at integrera differential Equationen* $X = Ay + \frac{Bdy}{dx} + \frac{Cd^2y}{dx^2} + \frac{Dd^3y}{dx^3} + \frac{Ed^4y}{dx^4} + \&c.$ dans les Vetenskapsakademiens handlingar 16 (1755), p. 224—239 (traduction allemande dans les Abhandl. d. schwed. Akad. d. Wissensch. 1755, p. 224—236).

P. 822. On pourrait ajouter ici que JEAN BERNOULLI s'est servi d'un facteur intégrant aussi pour l'intégration de l'équation différentielle mentionnée par M. CANTOR à la page 864.

P. 864. D'après une indication donnée par nous dans la Biblioth. Mathem. 1897, p. 49, M. CANTOR a restitué la méthode de JEAN BERNOULLI pour l'intégration d'une certaine équation différentielle linéaire du $n^{\text{ème}}$ ordre. Au fond la restitution coincide avec la méthode dont il s'agit, mais JEAN BERNOULLI l'a exposée sous une autre forme, et ci-dessous nous nous permettons de reproduire textuellement sa solution, d'après le brouillon gardé à la Bibliothèque de l'académie des sciences de Stockholm.

Problema analyticum.

Reducere æquationem differentialem cujusque gradus quæ hanc habet formam

$$ydx + axdy + \frac{bxx\,ddy}{dx} + \frac{cx^3 d^3 y}{dx^2} + \text{etc.} = 0,$$

quotquot sunt termini, ex. gr. quatuor; eadem est etenim regula pro pluribus, ad aliam æquationem uno grado depressiorem.

Sit illa, hæc

$$ydx + axdy + \frac{bxx\,ddy}{dx} + \frac{cx^3 d^3 y}{dx^2} = 0.$$

Solutio. Multiplicando per x^p prodit

$$yx^p dx + ax^{p+1} dy + \frac{bx^{p+2} ddy}{dx} + \frac{cx^{p+3} d^3 y}{dx^2} = 0.$$

Ad terminum primum addo terminum analogum secundo, qui ambo simul sint integrabiles, deinde huic analogo secundo sub signo contrario addo terminum analogum tertio, qui ambo simul sint integrabiles, et ita ad finem usque, ut videre est ex sequenti laterculo:

$$\int\left(yx^p dx + \frac{1}{p+1} x^{p+1} dy\right) = \frac{1}{p+1} \cdot x^{p+1} y,$$

$$\int\left(-\frac{1}{p+1} x^{p+1} dy - \frac{x^{p+2} ddy}{p+1 \cdot p+2 \cdot dx}\right) = -\frac{x^{p+2} dy}{p+1 \cdot p+2 \cdot dx},$$

$$\int\left(\frac{x^{p+2} ddy}{p+1 \cdot p+2 \cdot dx} + \frac{x^{p+3} d^3 y}{p+1 \cdot p+2 \cdot p+3 \cdot dx^2}\right)$$

$$= \frac{x^{p+3} ddy}{p+1 \cdot p+2 \cdot p+3 \cdot dx^2}.$$

Nunc multiplico secundum et tertium per coëfficientes constantes e et f, quorum valores ut et valor exponentis p postea quærendi sunt, atque laterculus erit ut sequitur

$$\int\left(yx^p dx + \frac{x^{p+1} dy}{p+1}\right) = \frac{x^{p+1} y}{p+1},$$

$$e\int\left(-\frac{x^{p+1} dy}{p+1} - \frac{x^{p+2} ddy}{p+1 \cdot p+2 \cdot dx}\right) = -\frac{ex^{p+2} dy}{p+1 \cdot p+2 \cdot dx},$$

$$f\int\left(\frac{x^{p+2}ddy}{p+1.p+2.dx}+\frac{x^{p+3}d^3y}{p+1.p+2.p+3.dx^2}\right)$$

$$=\frac{fx^{p+3}ddy}{p+1.p+2.p+3.dx^2}.$$

Conjungendo terminos analogos, nascetur æquatio sequens

$$\int\left(yx^p dx+\frac{\overline{1-e}.x^{p+1}dy}{p+1}+\frac{\overline{f-e}.x^{p+2}ddy}{p+1.p+2.dx}\right.$$

$$\left.+\frac{fx^{p+3}d^3y}{p+1.p+2.p+3.dx^2}\right)$$

$$=\frac{x^{p+1}y}{p+1}+\frac{-ex^{p+2}dy}{p+1.p+2.dx}+\frac{fx^{p+3}ddy}{p+1.p+2.p+3.dx^2}\pm A.$$

Notæ quod A sit constans arbitraria quæ in integrationibus addi vel subtrahi solet.

Porro ut membrum prius identificetur cum differentiali proposito seu cum ejus æquivalente

$$yx^p dx+ax^{p+1}dy+\frac{bx^{p+2}ddy}{dx}+\frac{cx^{p+3}d^3y}{dx^2},$$

oportet coæquare coefficientes terminorum homogeneorum, nempe:

$$a=\frac{1-e}{p+1},\quad b=\frac{f-e}{p+1.p+2},\quad c=\frac{f}{p+1.p+2.p+3},$$

unde lucrabimur

$$e=(p+1.p+2.p+3)c-(p+1.p+2)b$$

et

$$f=(p+1.p+2.p+3)c;$$

ipsius vero p valor est radix hujus æquationis

$$1-(p+1)a+(p+1.p+2)b-(p+1.p+2.p+3)c=0,$$

quæ erit trium dimensionum. His igitur valoribus substitutis in altero membro, orietur quæsita æquatio reducta differentialis uno gradu simplicior quam proposita, quæ scilicet hic erit:

$$\frac{x^{p+1}y}{p+1}+[-(p+3)c+b]\frac{x^{p+2}dy}{dx}+\frac{cx^{p+3}ddy}{dx^2}\pm A=0.$$

Rejecta arbitraria A et tum dividendo per x^{p+1} prodibit æquatio minus quidem universalis sed multo simplicior,

$$\frac{y}{p+1} + [b - (p+3)c]\frac{xdy}{dx} + \frac{cxxddy}{dx^2} = 0.$$

Ceterum vero, servata licet arbitraria A, jam videmus formam quam induit æquatio reducta ex differentiali tertii gradus ad differentialem secundi gradus, quæ forma utique similis est illi quam habet ipsa reducenda, ratione progressionis dimensionum tam ipsius x quam graduum differentialium ipsius dy; unde statim concludere licebit si jam ulterius reducatur, per hanc methodum, æquatio reducta differentialis secundi gradus, ad aliam primi gradus, quæ habitura sit talem formam

$$ax^q y + \frac{bx^{q+1}dy}{dx} \pm Ax^r \pm B = 0.$$

Quæ ipsa post institutam reductionem tertiam quæ hic est finalis, abibit tandem in æquationem finitam sine differentialibus hujus formæ

$$mx^n y \pm Ax^s \pm Bx^t \pm C = 0,$$

ubi cum A, B, C sint assumtæ arbitrariæ possunt illic omnino negligi, retenta sola C, ita ut pro æquatione quæsita sit tantum

$$mx^n y \pm C = 0;$$

per consequens curva ex genere vel hyperbolarum vel parabolarum est, prout exponens n est vel affirmativus vel negativus.

Pour ce qui concerne le »Register» (où il y a quelques legères inadvertances, p. ex. p. 893 deux renvois inexacts sous le nom de WILKINS) il aurait été à désirer qu'il se fût rapporté aussi à la préface, parce qu'elle contient beaucoup d'indications assez importantes.

Parmi les fautes d'impression nous ne signalerons que les deux à la page 596, lignes 15 et 18, où il faut lire »Theiler» et »Theilern» (diviseurs) au lieu de »Theile» et »Theilen» (parties).

Avec le cahier dont nous venons de rendre compte, M. CANTOR a terminé définitivement son traité de l'histoire générale des mathématiques: dans la préface il nous avertit qu'il est arrivé maintenant au point, au delà duquel il n'a pas eu l'intention de continuer son ouvrage, et que désormais il n'a qu'à rédiger, si la public en aura besoin, de nouvelles éditions des trois tomes parus. C'est un important travail qu'il a ainsi mené à bonne fin, et nous avons tout lieu d'en féliciter non seulement l'auteur mais aussi tous ceux qui s'occupent de l'étude de l'histoire des mathématiques. Quant aux nouvelles éditions, nous espérons qu'elles seront bientôt nécessaires, et que M. CANTOR pourra en profiter pour compléter les parties de son ouvrage où les matériaux lui ont fait faute jusqu'ici (voir p. ex. le chapitre »Rechenkunst, besonders in Deutschland», pages 491—505 du cahier III:3).

Dans la préface M. CANTOR exprime aussi ce qu'il pense sur la continuation de son oeuvre au delà de l'an 1758; il la trouve naturellement très désirable, bien qu'il ne soit pas en état de l'entreprendre lui-même. Il discute la forme de cette continuation, et il fait ressortir qu'une exposition à part de chaque branche des mathématiques, très recommendable à un certain point de vue, n'admettrait pas un aperçu du caractère spécifique de l'activité scientifique des différentes époques du développement des mathématiques. Sans doute cette observation est juste, mais d'une part une exposition liée de l'histoire générale des mathématiques récentes n'est guère possible, d'autre part on peut remédier à l'inconvénient signalé par M. CANTOR en rédigeant, après que les différentes monographies historiques soient achevées, un bref aperçu de l'histoire générale des mathématiques à partir de l'an 1759. M. CANTOR nomme aussi quatre savants, dont chacun serait apte à continuer son ouvrage, mais, tout en reconnaissant leur capacité et leur érudition, nous faisons observer que, selon nous, aucun d'eux ne saurait exécuter seul le travail, à cause de l'énorme nombre d'écrits qu'il lui faudrait examiner et résumer. En revanche, il leur serait assurément possible de le faire à des forces réunies et avec le concours d'autres personnes compétentes, et nous espérons vivement de voir paraître bientôt, sur l'initiative de M. CANTOR et sous sa direction, une série complète de monographies se rapportant à l'histoire des différentes branches des mathématiques récentes.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. ENESTRÖM. Stockholm. 8°.
1898: 1.

Физико-математическія науки въ ихъ настоящемъ и прошедшемъ. Журналъ издаваемый В. В. Бобынинымъ. Москва. 8°.
11·4 (1892). Les sciences mathématiques dans leur état actuel et passé. Journal publié par V. V. Bobynin.

Amodeo, F., La prima data dell' accademia reale di Napoli.
Napoli, Accad. d. sc., Rendiconto **4**$_3$, 1898, 102—108.

Amodeo, F. e **Croce, B.,** Carlo Lauberg ed Annibale Giordano prima e dopo la rivoluzione del 1799.
Archivio storico per le provincie Napolitane **23**, 1898. 7 p.

Бобынинъ, В. В., Очерки исторіи развитія физико-математическихъ знаній въ Россіи. Эпоха государственнаго содѣйствія развитію научныхъ знаній.
Fiziko-matem. naouki **11** (1892), 1898, 200—237. — Bobynin, V. V., Esquisses d'histoire du développement des connaissances mathématiques et physiques en Russie. Epoque du concours du gouvernement pour le développement des connaissances scientifiques.

Бобынинъ, В. В., Изъ біографіи Нильса-Генрика Абеля.
Fiziko-matem. naouki **11** (1892), 1898, 177—199. — Bobynin, V. V., De la biographie de N.-H. Abel. (Vie et travaux d'Abel après son retour à la patrie.)

Бобынинъ, В. В., Русская физико-математическая библіографія. **3** : 1 [1800—1805]. Москва 1892—1898.
8°, 171 + (1) p. — Bobynin, V. V., Bibliographie russe des sciences mathématiques et physiques. Catalogue de livres et de mémoires des sciences mathématiques et physiques publiés en Russie depuis l'invention de l'imprimérie jusqu'à ce jour. — Appendice au journal »Fiziko-matematitcheskia naouki«.

Cantor, M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Dritter Band. Vom Jahre 1668 bis zum Jahre 1758. Dritte Abtheilung. Die Zeit von 1727 bis 1758. Leipzig, Teubner 1898.
8°, XIV p. + p. 473—893.

Chrzaszczewski, S., Desargues' Verdienste um die Begründung der projectivischen Geometrie.
Arch. der Mathem. **16**$_2$, 1898, 119—150.

Eneström, G., A propos de l'interprétation du titre »samielois« d'Albert Girard.
Biblioth. Mathem. 1898, 18.

Eneström, G., Sur quelques propositions de planimétrie énoncées dans un manuscrit norvégien du 14^e siècle.
Biblioth. Mathem. 1898, 19—22.

Hardcastle, Frances, Some observations on the modern theory of point groups.
New York, Americ. mathem. soc., Bulletin **4**$_2$, 1898, 390—402. — Avec deux listes bibliographiques.

Pierpont, J., Early history of Galois' theory of equations.
New York, Americ. mathem. soc., Bulletin **4**$_2$, 1898, 332—340.

Smith, D. E., On the course in the history of mathematics in the Michigan State Normal College.
Biblioth. Mathem. 1898, 13—17.

СОНИНЪ. Н., Рядъ Ивана Бернулли. (Эпизодъ изъ исторіи математики.)
S:t Pétersbourg, Acad. d. sc., Isvjestija **7**, 1897, 337—353. — Sonin, N., La série de Jean Bernoulli. (Episode de l'histoire des mathématiques.)

Steinschneider, M., Die Mathematik bei den Juden.
Biblioth. Mathem. 1898, 5—12.

Vailati, G., Le speculazioni di Giovanni Benedetti sul moto dei gravi.
| *Torino*, Accad. d. sc., Atti **33**, 1898. 27 p.

Vaux, C. de, Une proposition du livre des Fils de Mousa sur les calculs approchés.
Biblioth. Mathem. 1898, 1—2.

Vaux, C. de, Une solution du problème des deux moyennes proportionelles entre deux droites données.
Biblioth. Mathem. 1898, 3—4.

Question 67 [sur la découverte de la courbe logarithmique].
Biblioth. Mathem. 1898, 31—32. (G. Eneström.)

Brocard, H., Notes de bibliographie des courbes géométriques. Bar-le-Duc 1897. 8°.
Biblioth. Mathem. 1898, 23—27. (G. Eneström.)

Curtze, M., Petri Philomeni de Dacia in Algorismum vulgarem Johannis de Sacrobosco commentarius. Una cum Algorismo ipso editit et præfatus est. Sumtibus Societatis regiæ scientiarum danicæ. Hauniæ, Höst 1897. 8°.
Deutsche Litteraturzeitung 1898, 707—708. (G. Eneström.)

Russell, B. A. W., An essay on the foundations of geometry. Cambridge, Clay & Sons 1897. 8°.
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1898, 16—18. (G. L.)

Wessel, C., Essai sur la représentation analytique de la direction. Publié avec préfaces de H. Valentiner et T. N. Thiele par l'académie royale des sciences et des lettres de Danemark à l'occasion du centenaire de sa présentation à l'académie le 10 mars 1797. Copenhague, Höst 1897. 4°.
Bollett. di storia matem. **1**, 1897, 15. (G. L.) — Bullet. d. sc. mathém. **21**$_2$, 1897, 229—230.

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1898, 27—31.

ANFRAGEN. — QUESTIONS

68. Dans son écrit *Porto astronomico* publié à Padova en 1636, le mathématicien juif EMANUEL PORTO fait mention d'un certain »Josteglio», qui aurait développé la méthode de prosthapheresis (voir G. WERTHEIM, *Emanuel Porto's Porto astronomico;* Monatsschr. für Gesch. und Wissensch. des Judenthums **41**, 1897, p. 619). Comme le savant suisse JOOST BÜRGI s'est occupé précisément de ce sujet (cf. p. ex. CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* **2**, 1892, p. 589), il semble très probable que l'indication de PORTO se rapporte à lui. Est-ce qu'il y a quelque autre interprétation admissible du mot »Josteglio»? (G. Eneström.)

69. In den Exemplaren vom Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. herrscht nicht Übereinstimmung. In meinem Exemplar und in dem der K. Bibliothek in Berlin existirt in Bd. VI (1873) p. 151, 152 nicht, in anderen Exemplaren existiren sie. Ich vermute dass man ursprünglich das nächste Heft irrtümlich mit p. 153 begann und später (wann?) die letzten Seiten umdruckte, um das anscheinende Defect zu beseitigen (oder ist etwas hinzugekommen?). — Obige Exemplar haben nur zwei Tafeln, deren erste: »Cod. Vat. 2973»; ein anderes Exemplar soll vier Tafeln enthalten; was enthalten Taf. 3 u. 4, und zu welchen Seiten gehören Sie? — In Band XII der k. Bibl. beginnt Bogen 77 auf p. 601 — Bogen 78 p. 609 (Anf. »Polytechn. Bibliothek»), — Bogen 79 p. 619 (»u. X un manuscr. inédit de BACHET») — Bogen 80 p. 627 (»Prop. 10») — Bogen 81 p. 635 (»quod quidem ostendimus»); in einem anderen Exemplar beginnt Bogen 81 mit p. *633*, es muss also wiederum ein Umdruck der Bogen, wahrscheinlich schon von p. 617 an (wenn Bogen 78 nur 8 Bl. enthielt) stattgefunden haben?

(M. Steinschneider.)

Inhalt. — Table des matières.

Quatre numéros par an. Ce numéro est publié le 10 juin 1898.

STOCKHOLM, TRYCKT I CENTRAL-TRYCKERIET, 1898.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK — JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON — PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1898. STOCKHOLM. N° 3.

NEUE FOLGE. 12. Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr. NOUVELLE SÉRIE. 12.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Prinz Louis-Ferdinandstr. 2. PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Zur Geschichte des sphärischen Polardreieckes.

Von A. VON BRAUNMÜHL in München.

Es ist, so viel mir bekannt, eine bisher noch immer nicht endgiltig entschiedene Frage, ob VIETA das *eigentliche* Polar- oder Supplementardreieck eines sphärischen Dreieckes kannte und anwendete, denn Herr M. CANTOR[1] gibt wol an, dass VIETA zum erstenmale dasselbe *erwähnt*, wobei er auf jene höchst unklare Definition[2] desselben verweist, trotz der sich seinerzeit DELAMBRE[3] veranlasst sah, VIETA die Kenntnis dieses Dreieckes abzusprechen, und FR. RITTER nimmt für VIETA in seiner wertvollen Monographie[4] diese Kenntnis auf das bestimmteste in Anspruch, bleibt aber die Beweise dafür schuldig, indem er nur eine achtsamere Betrachtung der Figuren, die jener mittheilt, empfiehlt. Es dürfte daher nicht ganz überflüssig erscheinen, dieser Frage eine genauere Untersuchung zu theil werden zu lassen, zumal da sich hieran noch einige andere Mittheilungen knüpfen lassen, die, wie ich glaube, noch wenig bekanntes bringen.

Zunächst ist folgendes zu bemerken. In F. VIETÆ *Variorum de rebus mathematicis responsorum liber octavus*, das 1593 erschien und in die von FR. VAN SCHOOTEN, dem Jüngeren, veranstaltete Ausgabe der Werke VIETAS aufgenommen ist, behandelt er[5] die Hauptfälle des schiefwinkeligen sphärischen Dreieckes, die er auf 8 reduziert, theilweise auf eine damals völlig neue Art, *und stellt*, was für unsere Frage sehr bemerkenswert ist, *stets die beiden sich polar entsprechenden Fälle unmittelbar nach-*

einander, die er dann auch mit den sich polar entsprechenden Formeln löst. Dabei waren diese letzteren damals theils in der von ihm angegebenen *Form,* theils nach *Form* und *Inhalt* völlig neu. Wir wollen sie hier zusammenstellen, indem wir den Wortlaut der Sätze durch die uns geläufigeren Formeln genau wiedergeben und uns den Radius $= 1$ zu setzen erlauben.

Die ersten zwei Probleme sind (XV und XVI): *Aus den drei Seiten die Winkel und aus den drei Winkeln die Seiten zu berechnen.*

Die zur Lösung der ersteren dieser beiden Aufgaben gegebene Vorschrift* lautet:

$$(\sin a \sin b) : (\cos c \mp \cos a \cos b) = 1 : \cos C.$$

Es tritt hier, nebenbei bemerkt, der Cosinussatz zum erstenmale in dieser uns geläufigen Form auf. Die Veränderungen, der diese Formel ausgesezt ist, je nachdem $c \gtrless 90^\circ$ und a und b beide gleichartig oder ungleichartig sind, werden ebenfalls hier zum erstenmale präzis angegeben:

das obere Zeichen ist zu nehmen, wenn

(1) $\begin{cases} c < 90^\circ \text{ und} \\ a \text{ und } b \text{ verschiedenartig sind, dann folgt } C < 90^\circ, \end{cases}$

(2) $\begin{cases} c > 90^\circ \text{ und} \\ a \text{ und } b \text{ gleichartig, dann folgt } C > 90^\circ. \end{cases}$

Das untere Zeichen muss genommen werden, wenn

(1) $\begin{cases} c < 90^\circ \text{ und} \\ a \text{ und } b \text{ gleichartig sind, dann folgt } C \lesseqgtr 90^\circ, \end{cases}$

(2) $\begin{cases} c > 90^\circ \text{ und} \\ a \text{ und } b \text{ ungleichartig, dann folgt } C \gtrless 90^\circ. \end{cases}$

Auch wird der spezielle Fall $a = b$ erwähnt und zu dessen Berechnung die elegante Formel

$$1 : \sin a = \operatorname{cosec}\frac{c}{2} : \operatorname{cosec}\frac{C}{2}$$

angegeben.

Für die zweite der erwähnten Aufgaben heisst die Vorschrift

$$(\sin A \sin B) : (\cos A \cos B \pm \cos C) = 1 : \cos c,$$

wozu wieder, wie auch in allen folgenden Fällen, eine genaue Determination angegeben wird.

Für den speziellen Fall $A = B$ hat man die Formel:

$$1 : \sin A = \sec\frac{C}{2} : \sec\frac{c}{2}.$$

Auch diese Sätze sind in der vorliegenden Gestalt völlig neu. Allerdings findet sich der sphärische Cosinussatz für die Winkel schon in der zwei Jahre früher erschienenen Schrift PHILIPP LANSBERGS: *Triangulorum geometriae libri IV* (Lugd. Bat. 1591)[7], aber in folgender schwerfälliger Form:

$1:(\sin A \sin B) = \operatorname{sinvers} c : [\operatorname{sinvers} C - \operatorname{sinvers}(180^\circ - A - B)]$.

LANSBERG nimmt diesen Satz ausdrücklich als sein Eigentum in Anspruch, obwol er keine stichhaltige Ableitung desselben anführt. Auch bei seinen Zeitgenossen galt er als der Erfinder desselben, wie z. B. SIMON STEVIN erwähnt,[8] und auch ich konnte das Theorem in keiner früheren Druckschrift finden. Interessant ist es übrigens, dass dasselbe auch in TYCHO BRAHES hinterlassenem Manuscript: *Triangulorum sphaericorum praxis arithmetica*[9] steht, das zwischen 1591 und 1595 entstand. Da dasselbe nur eine zu eigenem Gebrauche und für seine Schüler angefertigte Zusammenstellung von Formeln ist, von denen einige schon länger in den Händen des dänischen Astronomen waren,[10] so scheint dieser, oder einer seiner Schüler den Satz vor LANSBERG gefunden zu haben, wie wir dies sicher auch von VIETA annehmen dürfen. Unmöglich wäre es auch nicht, dass LANSBERG und TYCHO von des letzteren Methode vor ihrer Veröffentlichung Nachricht erhalten hätten.

An zweiter Stelle behandelt VIETA nacheinander (XVII und XVIII) die beiden Aufgaben: *Aus zwei Seiten (b und c) und dem eingeschlossenen Winkel A einen zweiten Winkel C, und aus zwei Winkeln (B und C) und der zwischenliegenden Seite (a) eine zweite Seite (c) zu suchen.*

Hiezu gibt er die beiden zueinander polaren Sätze:

$$(\sin A \operatorname{cosec} b) : (\operatorname{ctg} c \mp \cos A \operatorname{ctg} b) = 1 : \operatorname{ctg} C,$$

$$(\sin a \operatorname{cosec} B) : (\operatorname{ctg} C \pm \cos a \operatorname{ctg} B) = 1 : \operatorname{ctg} c,$$

indem er wieder genau bestimmt, wann die beiden Zeichen einzutreten haben; ausserdem werden auch für die beiden speziellen Fälle $b = c$ und $B = C$ die Formeln:

$$1 : \sec c = \operatorname{ctg}\frac{A}{2} : \operatorname{ctg} C$$

und

$$1 : \sec C = \operatorname{tg}\frac{a}{2} : \operatorname{ctg} c$$

mitgetheilt.

Diese hier angeführten Sätze waren damals *völlig neu und entsprechen dem dritten Hauptsatze der sphärischen Trigonometrie und seiner Polarformel.*

Weiter folgt die Behandlung der beiden Aufgaben (XIX und XX): *Aus denselben Angaben wie oben, die dritte Seite, respektive den dritten Winkel direkt zu berechnen.*

Hiezu bedient er sich aber merkwürdiger Weise nicht direkt der beiden Cosinussätze, sondern gibt die beiden, wenigstens in dieser Gestalt neuen Formeln:

$$(\operatorname{cosec} b \operatorname{cosec} c) : (\cos A \pm \operatorname{ctg} b \operatorname{ctg} c) = 1 : \cos a,$$
$$(\operatorname{cosec} B \operatorname{cosec} C) : (\cos a \mp \operatorname{ctg} B \operatorname{ctg} C) = 1 : \cos A,$$

die sich aus jenen Sätzen ergeben; auch hier wird wieder der Gebrauch der verschiedenen Zeichen erläutert.

Die letzten zwei Probleme: *Aus zwei Seiten und dem Gegenwinkel der einen, den anderen Gegenwinkel zu finden,* und die hiezu reziproke Aufgabe werden in einer Nummer XXI zusammengestellt, bieten aber ausser dieser Nebeneinanderstellung nichts bemerkenswertes, weil bei ihrer Lösung nur der sich selbst reziproke Sinussatz zur Anwendung kommt.

Ableitungen oder Beweise hat Vieta seinen Sätzen, mit denen er seiner Zeit weit vorauseilte, leider nicht beigegeben, obwol dies sicher zu einer rascheren Verbreitung derselben beigetragen hätte, als sie in Wirklichkeit stattfand. Doch kehren wir zu unserem eigentlichen Stoffe zurück!

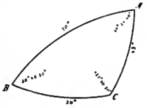
Da scheint es mir nun, dass schon, wer nichts weiter gesehen hat, als diese Nebeneinanderstellung der polaren Aufgaben und deren Lösungen, wie ich sie oben mittheilte, die Überzeugung gewonnen haben wird, dass Vieta ein Prinzip besass, mit dem er je zwei aus einander abzuleiten verstand, und in der That gibt er dieses Prinzip, welches er *Enallage πλευρογωνίκη* (Vertauschung von Seiten und Winkeln) nennt, auch in Figuren an, deren Bedeutung durch die eingeschriebenen Zahlen nicht misszuverstehen ist.

Beachten wir, dass wenn ABC ein sphärisches Dreieck ist, und die Pole der Seiten BC, CA, AB der Reihe nach mit A′, A″; B′, B″; C′, C″ bezeichnet werden, die sämtlichen zu ABC reziproken Dreiecke erhalten werden, indem man diese Pole zu dreien combinirt und diejenigen Combinationen ausschliesst, welche nicht alle drei Buchstaben A, B, C enthalten. Hieraus ergeben sich folgende 8 Dreiecke:

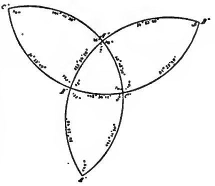
*A′ B′ C′	A″ B″ C″
A′ B′ C″	*A″ B″ C′
A′ C′ B″	*A″ C″ B′
*B′ C′ A″	B″ C″ A′.

Von diesen hat VIETA *jene vier mit * bezeichneten gefunden und wiederholt gezeichnet,* und unter ihnen befindet sich das einzige Supplementardreieck, das es gibt, während bekanntlich die übrigen Dreiecke zum ursprünglichen in der Beziehung stehen, dass ihre Winkel und Seiten jenen nur theilweise supplementär und theilweise direkt gleich sind. Jedes dieser vier Dreiecke kann also sehr wol dazu benutzt werden, um aus einer gegebenen Formel die reziproke abzuleiten.

Doch theilen wir, um unsere obige Behauptung zu belegen, eines der drei Beispiele mit, die VIETA angibt. Auf Seite 425 seiner Werke findet sich ein sphärisches Dreieck gezeichnet, das ich, um an die übrigen Ausführungen anschliessen zu können, mit ABC bezeichne, während VIETA ABD schreibt. Dasselbe ist mit den eingeschriebenen Winkeln und Seiten, wie es von ihm angegeben wird, in beistehender Figur dargestellt, so dass also a = 36°, b = 45°, c = 70°, A = = 31° 23′ 49″, B = 38° 48′ 30″, C = 123° 36′ 20″ ist.



Auf der nächsten Seite steht dann unter der Überschrift: »Idem inversum per enallagen πλευρογωνίων» die folgende Figur, an deren Ecken ich nur die entsprechenden Buchstaben setze, die dort ganz fehlen.[11]



Das heisst aber doch, nicht misszuverstehen: *durch diese Methode der Enallage geht △ ABC in eines der 4 Dreiecke A′B′C′, B′C′A″, A″B″C′, A″C″B′ über, und von diesen ist das erste, wie die von* VIETA *eingeschriebenen Seiten und Winkel zeigen, genau das Supplementardreieck,* während die drei anderen die zugehörigen Nebendreiecke sind. Hätte VIETA in seiner schematischen Figur noch die Bögen A′B″, A′C″, B″C″ gezogen, so hätte sie auch die noch fehlenden 4 Dreiecke A′B′C″, A'C'B'', A''B''C'' und A'B''C'' umfasst, die er übrigens für seine Zwecke nicht brauchte.

Daraus, dass Vieta jene 4 Dreiecke angibt, erkennt man, dass er sehr wol wusste, es lasse sich die Vertauschung der Winkel und Seiten des ursprünglichen Dreieckes mit jedem der vier reziproken Dreiecke bewerkstelligen. In der That bestehen, wie auch das mitgetheilte Zahlenbeispiel zeigt, die Beziehungen:

$$\text{I.}\quad \left\{\begin{array}{ll} a'' = A, & A'' = a, \\ b'' = B, & B'' = b, \\ c' = 180^\circ - C, & C' = 180^\circ - c, \end{array}\right\} \text{ für } \triangle\, A''B''C',$$

$$\text{II.}\quad \left\{\begin{array}{ll} a'' = 180^\circ - A, & A'' = 180^\circ - a, \\ b' = B, & B' = b, \\ c' = C, & C' = c, \end{array}\right\} \text{ für } \triangle\, A''B'C',$$

$$\text{III.}\quad \left\{\begin{array}{ll} a'' = A, & A'' = a, \\ b' = 180^\circ - B, & B' = 180^\circ - b, \\ c'' = C, & C'' = c, \end{array}\right\} \text{ für } \triangle\, A''B'C'',$$

$$\text{IV.}\quad \left\{\begin{array}{ll} a' = 180^\circ - A, & A' = 180^\circ - a, \\ b' = 180^\circ - B, & B' = 180^\circ - b, \\ c' = 180^\circ - C, & C' = 180^\circ - c, \end{array}\right\} \text{ für } \triangle\, A'B'C',$$

welche den Übergang von jedem dieser Dreiecke zu $\triangle$ ABC gleichmässig vermitteln. Vietas Nachfolger bedienten sich stets eines der unter den ersten drei Numern angegebenen Dreiecke, so Bartholomaeus Pitiscus, der in seinen *Trigonometriae sive de dimensione triangulorum libri quinque* (1600) p. 273 ein solches Dreieck zeichnet und den Satz ausspricht: »Die Seiten eines sphärischen Dreieckes können mit seinen Winkeln und umgekehrt vertauscht werden, indem man statt der *grössten Seite* und statt des *grössten Winkels* ihre Ergänzungen zum Halbkreise nimmt.« Wie Vietas Zahlenbeispiel zeigt, war diese Beschränkung beim Gebrauche der unter den Numern I, II und III angeführten Formeln auch wirklich nötig. Auch Simon Stevin,[12] Giovanni Antonio Magini[13] und andere haben Vietas *Enallage* in dieser Weise aufgefasst und verwertet, und erst Willebrod Snellius sprach es in seinen *Doctrinæ Triangulorum canonicæ libri quatuor* (Lugd. Bat. 1627), die ein Jahr nach seinem Tode erschienen, aus, dass bei Benutzung der Formeln IV jene Beschränkung in Wegfall kommt[14] (a. a. O. p. 120—122). Dass aber Vieta schon den ganzen Zusammenhang durchschaut hatte, dürfte nach dem vorhergehenden wol kein Zweifel mehr sein, und nur seine Neigung, neue Entdeckungen in möglichst rätselhafter Form mitzutheilen, musste die Nachwelt dazu veranlassen, einem andern die Auffindung und erstmalige Benutzung des Supplementardreieckes zuzuerkennen.

[1] M. CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* II (1892), p. 556.

[2] Diese lautet (VIETA, *Opera*, p. 418, IV, No. 10): Si sub apicibus singulis propositi tripleuri sphaerici, describantur maximi circuli: tripleurum ita descriptum, tripleuri primum propositi, lateribus et angulis est reciprocum.

[3] DELAMBRE, *Histoire de l'astronomie du moyen-âge* (Paris 1819), p. 478. Er sagt daselbst, nachdem er VIETA's Methode analysirt hat, wol: »... et l'on pourrait, avec quelque vraissemblance, soutenir qu'il a eu l'idée du véritable triangle supplémentaire«, fügt aber gleich hinzu: »Cet exemple doit nous rendre très circonspects dans les interprétations que nous donnons quelquefois à des passages obscures pour attribuer à quelque ancien une découverte à laquelle il n'a jamais songé. Si VIÈTE avait eu l'idée de ce triangle supplémentaire, aurait-il négligé d'en expliquer les propriétés et les facilités qu'il offre pour les démonstrations de certains théorèmes« — Aber es lag eben gerade in VIETA's Art, alle seine Entdeckungen in einer schwer zu enträtselnden Form vorzutragen, wie es scheint, um eine unrechtmässige Aneignung und Ausnutzung von fremder Seite zu verhüten.

[4] F. RITTER, *François Viète, inventeur de l'Algèbre moderne. Notice sur sa vie et son oeuvre* (Paris 1895), p. 56.

[5] FR. VIETA, *Opera*, p. 407—411.

[6] Um eine Probe von der Art und Weise zu geben, wie VIETA seine Sätze formulirt, will ich hier den Wortlaut des Satzes XV mittheilen (a. a. O. p. 407): »Enimvero latus querendo angulo oppositum, esto primum. Duo igitur rectangula sigillatim adplicabuntur ad sinum totum; unum quod fit sub sinibus qui pertinent ad complementa laterum secundi et tertii; alterum sub sinibus ipsorummet laterum secundi et tertii. Et erit, ut sinus è secunda adplicatione latitudo ad adgregatum vel differentiam latitudinis ex prima adplicatione oriundae et sinus complementi lateris primi, ita sinus totus ad sinum complementi anguli quæsiti.«

[7] A. a. O. p. 200. Da die erste Ausgabe dieser Schrift von verschiedenen Seiten auf 1631 verlegt wird, so bemerke ich, dass die Münchener Hof- und Staatsbibliothek eine Ausgabe von 1591 mit der Signatur »Math. P. 190« besitzt.

[8] Stevin, *Oeuvres publ. par* Girard, p. 48, wo auch eine Begründung des Satzes gegeben wird.

[9] Dasselbe befindet sich in der Universitätsbibliothek zu Prag und ist von Studnicka 1886 photolithographisch reproduziert herausgegeben worden. Das fragliche Theorem ist daselbst unter Dogma VIII, jedoch mit einem unrichtigen Zeichen und ohne Ableitung in der prosthaphäretischen Form angegeben.

[10] Dies ergiebt sich wenigstens für die prosthaphäretische Behandlung des sphärischen Cosinussatzes für die Seiten aus dem von A. Favaro veröffentlichten Briefwechsel Gio. A. Magini's: *Carteggio inedito di Ticone Brahe* etc. *con Gio. A. Magini* (Bologna 1886), p. 387. Siehe den Brief Magini's an Gellius Sascerides, einen Schüler Tycho's, vom 15. Juli 1590, und (p. 388) dessen Antwort hierauf vom 6. August 1590.

[11] An der Ecke C' ist bei Vieta durch einen Druckfehler statt 110° der Winkel 90° eingetragen.

[12] *Hypomnemata mathematica* (1608), p. 223: »Unde Vieta suam Enallagen quam πλευρογωνίκη appellat, primus deduxit«.

[13] Dieser schliesst sich in seinem Werke: *Primum mobile duodecim libris contentum* etc. (Bononiae 1609), cap. 6, lib. I, direkt an Vieta an, indem er (fol. 12ʳ) dessen unklare Definition zu verbessern sucht und dieselbe Zeichnung, wie Pitiscus giebt.

[14] Er spricht in Prop. VIII (p. 120) den Satz aus: »Si ex angulis dati tripleuri tamquam polis, maximi circuli describantur, comprehendunt tripleurum cujus latera et anguli, laterum et angulorum primo datorum residuis reciproce respondeant«, und sagt nach Schluss seiner Auseinandersetzungen: »Theorema hoc perutile est et sequentibus demonstrationibus libri 4 peropportunum, atque à plerisque varie sollicitatum ac legibus non necessariis alligatum, quod nos iis vinculis liberatum generaliter hic proponimus.«

Über zwei arabische mathematische Manuskripte der Berliner kgl. Bibliothek.

Von Heinrich Suter in Zürich.

Die kgl. Bibliothek zu Berlin besitzt unter der grossen Zahl ihrer arabischen Manuskripte zwei Sammelbände, die unser Interesse besonders in Anspruch nehmen, es sind dies die mit Mf. 258 und Mq. 559 bezeichneten Codices. Beide wurden etwa in der Zeit von 1600—1650 abgeschrieben und zwar, obschon sie nicht ganz dieselben Abhandlungen und in gleicher Reihenfolge enthalten, doch sehr wahrscheinlich von einem und demselben ältern Manuskripte. Solche Sammelbände mathematischen Inhaltes sind übrigens auf allen Bibliotheken, die grössere Schätze an arabischen Manuskripten aufweisen, vorhanden; so besitzen die Bibliotheken von Paris, Oxford, Leyden, Florenz und andere ähnliche Sammelbände, wie die beiden oben genannten, mit beinahe dem gleichen Inhalte, der sich hauptsächlich über das Gebiet der sogenannten »mittlern Bücher» und einige andere spezifisch arabische mathematische Abhandlungen erstreckt. Ich gebe im Folgenden eine Beschreibung des Inhaltes der beiden Berliner Manuskripte.

Das Ms. Mf. 258 zählt 449 Blätter (4°)[1] und enthält folgende Abhandlungen: 1) Auszug aus dem Buche des Ibn el-Haitam[2] »über die Lösung der Schwierigkeiten in dem Buche des Euklides». 2) Abhandlung des al-Mâhânî »über den Satz von der Bedeutung(?) des Verhältnisses, etc.» 3) Erklärung des Anfangs des 10. Buches des Euklides von Abû Dscha'far al-Châzin. 4) Einiges aus dem Commentar des 'Abdallâh ben Hilâl al-Ahwâzî zum 10. Buche des Euklides. 5) Aus den Bemerkungen des Abû Sahl ben Rustem al-Kûhî zu den letzten Sätzen des 3. Buches des Euklides. 6) Über den Beweis des berühmten (5.) Postulates des Euklides von al-Fadl ben Hâtim al-Nairîzî. 7) Über den Beweis desselben Postulates von einem Ungenannten. 8) Über denselben Gegenstand, ebenfalls von einem Ungenannten. 9) Über denselben Gegenstand von Nasîr ed-Dîn al-Tûsî. 10) Abhandlung über eine zweifelhafte (schwierige) Stelle im 13. Buche des Euklides von Abû Nasr Mansûr ben 'Alî ben 'Irâk. 11) Die Sphärik des Menelaus in der Redaction (od. Recension) des Nasîr ed-Dîn. 12) »Über die bewohnten Orte» von Theodosius in der Redaction des

NASÎR ED-DÎN. 13) Die Optik des EUKLIDES in der Redaction des NASÎR ED-DÎN. 14) »Über die Brechung des Lichtes» von NASÎR ED-DÎN. 15) Die Phaenomena des EUKLIDES in der Redaction des NASÎR ED-DÎN. 16) »Über die Ausmessung der ebenen und sphärischen Figuren» von den Söhnen Mûsâ's (h. e. *Liber Trium fratrum)*. 17) »Das Buch der gegebenen Grössen» (die Data) des TÂBIT BEN KURRA in der Redaction des NASÎR ED-DÎN. 18) »Über die Tage und Nächte» von THEODOSIUS in der Redaction des NASÎR ED-DÎN. 19) »Über Aufgang und Untergang der Gestirne» von AUTOLYKUS in der Redaction des NASÎR ED-DÎN. 20) »Über die Aufgänge der Gestirne» von HYPSIKLES, übersetzt von KOSTÂ BEN LÛKÂ und verbessert von AL-KINDÎ. 21) »Über die Grössen und Entfernungen der Sonne und des Mondes» von ARISTARCHUS, in der Redaction des NASÎR ED-DÎN. 22) Die Lemmata des ARCHIMEDES, in der Übersetzung des TÂBIT BEN KURRA mit dem Commentar des 'ALÎ BEN AHMED AL-NASAWÎ, in der Redaction des NASÎR ED-DÎN. 23) Die Data des EUKLIDES, übersetzt von ISHÂK BEN HONAIN und verbessert von TÂBIT BEN KURRA, wahrscheinlich auch in der Redaction des NASÎR ED-DÎN (wenn auch nichts hierüber bemerkt ist). 24) Die Sphärik des THEODOSIUS, übersetzt von KOSTÂ BEN LÛKÂ, verbessert von TÂBIT BEN KURRA, wahrscheinlich ebenfalls in der Redaction des NASÎR ED-DÎN. 25) »Über die bewegte Sphäre» von AUTOLYKUS, verbessert von TÂBIT und in der Redaction des NASÎR ED-DÎN. 26) »Über die Kugel und den Cylinder» von ARCHIMEDES in der Redaction des NASÎR ED-DÎN. Als Anhang dazu: Die Kreismessung des ARCHIMEDES nebst einer andern von arabischen Astronomen aufgestellten. 27) »Über die Quadratur des Kreises» von IBN AL-HAITAM. 28) »Über die Teilung der Figur, genannt *Sitemâschijôn*» von ARCHIMEDES (d. i. der sog. Loculus Archimedius[3]). 29) »Das Buch über die Transversalenfigur» *(schakl al-kattâ')* von NASÎR ED-DÎN.[4] 30) Eine kurze Stelle aus der »Transversalenfigur» des TÂBIT BEN KURRA. 31) Ein kurzer arithmetischer Excurs, die Quadratzahlen betreffend, von einem Ungenannten.[5] 32) Über denselben Gegenstand (nämlich den Beweis, dass es unmöglich sei, dass zwei ungerade Quadratzahlen zusammen wieder eine Quadratzahl ergeben) von KEMÂL ED-DÎN MÛSÂ BEN JÛNIS. 33) »Über das Schwere und das Leichte» von EUKLIDES,[6] verbessert von TÂBIT. 34) Abhandlung über die Ursache, weshalb die Sterne bei Nacht scheinen und am Tage verschwinden, von HIBETALLÂH BEN MALKÂ ABÛ'L-BARAKÂT AL-JEHÛDÎ. 35) »Über die Existenz aus den Werken des Philosophen» (ARISTOTELES), von 'Omar ben Ibrâhîm al-Chaijâmî. 36) Astronomisches den Mond betreffend von einem Ungenannten.

Das Ms. Mq. 559[7] enthält 17 Abhandlungen, von denen die N° 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 identisch sind bezw. mit den N° 11, 13, 15, 18, 21, 23, 19, 12, 28, 22, 17, 20, 16, 26, 27 des ersten Ms. und ausserdem noch: 9) »Das Buch über die Waage» *(Farastûn* oder *Karastûn)* von Tâbit ben Kurra. 17) »Über die Transversalenfigur» von Jahjâ ben Muhammed ben Abî'l-Schukr al-Magrebî.

Von diesen Abhandlungen habe ich die N° 16 (14), 27 (16), 28 (10) und den Anhang zu N° 26 (15)[8] abgeschrieben, dieselben werden nächstens zur Veröffentlichung gelangen; es sei mir hier nur gestattet, Einiges über den Anhang zu N° 26 (15), d. i. die Kreisrechnung des Archimedes mitzuteilen.

In erster Linie ist zu bemerken, dass die drei Sätze nach ihrem naturgemässen, logischen Zusammenhange geordnet sind und nicht wie in dem auf uns gekommenen griechischen Texte[9] der Satz über das Verhältnis der Kreisfläche zum Quadrate des Durchmessers vor der Berechnung des Verhältnisses vom Umfang zum Durchmesser. Ob dies seinen Grund darin hat, dass vielleicht die arabische Übersetzung nach einem ältern, richtigern griechischen Texte gemacht worden ist, oder ob die Umstellung der beiden Sätze erst von Nasîr ed-Dîn vorgenommen worden ist, kann hier nicht entschieden werden.

Zweitens unterscheidet sich der arabische Text vom griechischen hauptsächlich durch den grössern Umfang, oder genauer durch die grössere Ausführlichkeit der Darstellung, bezw. grössere Weitschweifigkeit des Ausdrucks. Wenn man den erhaltenen griechischen Text mit andern geometrischen Abhandlungen des Archimedes vergleicht, so muss sofort die kurze, oft zu wenig vermittelte Fassung desselben auffallen; dieser Umstand könnte wohl die Vermutung nahe legen, dass der arabische Text der ursprünglichen archimedischen Form der Abhandlung näher stehe als der erhaltene griechische.

Drittens möchte ich hier an einen Versuch der Araber, das Verhältnis von Umfang und Durchmesser des Kreises genauer zu ermitteln, als es Archimedes und Ptolemäus gefunden hatten, wieder erinnern, welcher Versuch zwar schon von Woepke[10] veröffentlicht, übersetzt und commentiert worden ist, dessen aber weder M. Cantor in seinen Vorlesungen noch F. Rudio in seiner eben genannten Arbeit Erwähnung tun.

Am Schlusse des 2. Satzes der Kreisrechnung des Archimedes befindet sich nämlich als Anhang eine Stelle, welche mit folgenden Worten eingeleitet ist: »Ich (jedenfalls NASÎR ED-DÎN) sage, dass die Astronomen noch einen andern Weg eingeschlagen, der darin besteht, dass sie die Sehne eines sehr kleinen Bogens, der ein gewisser Teil des Kreisumfanges ist, nach den Principien des *Almagestes* und anderer Bücher berechnen; betrachten sie nun diese Sehne als Seite eines dem Kreise eingeschriebenen regelmässigen Vieleckes, so ist ihr Verhältnis zu der vom Mittelpunkt auf sie gefällten Senkrechten gleich dem Verhältnis der Seite des dem Kreise umgeschriebenen ähnlichen Vielecks zum Radius des Kreises; hieraus finden sie auch diese Seite. Aus diesen beiden Resultaten finden sie zwei Werte, von denen der eine etwas kleiner, der andere etwas grösser als der Umfang des Kreises ist, woraus sich dann der letztere mit grosser Genauigkeit ergibt.« — Nun folgt die Berechnung und hier wird sofort ein Fehler gemacht, indem aus den trigonometrischen Arbeiten ABÛ'L-WAFÂ's für die Seite des 720-Eckes der Sinus von 30′ genommen wird. Es wäre den Astronomen jener Zeit ja leicht möglich gewesen, aus dem Sinus von 30′ und dem Radius des Kreises die Seite des 720-Eckes zu berechnen, allein sie waren wohl der Ansicht, der Fehler komme bei dem geringen Unterschiede zwischen Sehne und Sinus von 30′ auch für die Umfänge der Vielecke nicht in Betracht, worin sie sich eben täuschten. Ich gebe im Folgenden nur die Hauptzahlen an. Wird der Durchmesser des Kreises $= 120^p$ (partes) angenommen, so ist nach ABÛ'L-WAFÂ $\sin 30' = 0^p\,31'\,24''\,55'''\,54^{iv}\,55^{v}$.[11] Dieses mit 720 multipliziert gibt den Umfang des eingeschriebenen 720-Eckes zu $376^p\,59'\,10''\,59'''$. Aus der Seite des eingeschriebenen Vieleckes und dem Radius ($= 60^p$) die Seite des umgeschriebenen Vieleckes berechnet, ergibt für letztere $0^p\,31'\,24''\,56'''\,59^{iv}\,31^{v}$ und hieraus für den Umfang des umgeschriebenen 720-Eckes $376^p\,59'\,23''\,54'''\,12^{iv}$. Diese Werte werden nun auf die sogenannte archimedische Form gebracht, d. h. es wird gefunden, dass das eingeschriebene 720-Eck das $3 + \frac{10^p}{70^p\,38'\,41''\,21'''}$ fache und das umgeschriebene 720-Eck das $3 + \frac{10^p}{70^p\,37'\,47''\,37'''}$ fache des Durchmessers sei; das Mittel[12] aus beiden Werten ergibt für das Verhältnis von Umfang des Kreises zum Durchmesser den Wert: $3 + \frac{10^p}{70^p\,38'\,14''\,29'''}$, oder in einem Dezimalbruch ausgedrückt $= 3{,}141568$ . .

Trotzdem also statt der Seite des 720-Eckes der sin 30′ genommen wurde, ist der Fehler doch geringer als bei dem

Ptolemäischen Werte $3^P\,8'\,30'' = 3{,}14166\ldots$, allerdings etwas grösser als bei dem indischen, auch von den Arabern gekannten Werte 3,1416. Hätten jene arabischen Astronomen statt des Sinus die Sehne genommen,[13] so hätten sie π bis auf sechs oder sieben Stellen genau gefunden. WOEPKE hat sich die Mühe genommen, den Fehler genau zu bestimmen, den jene bei dieser falschen Annahme begangen haben, ich verweise den Leser hiefür auf die citierte Abhandlung im Journal asiatique.

[1] Die Schrift zeigt persischen Zug, ist deutlich, leicht zu lesen, vocallos, doch der Text sehr oft inkorrekt.

[2] Die Namen der Autoren gebe ich hier wie sie im *Verzeichnis der arabischen Handschriften der kgl. Bibliothek zu Berlin* von W. AHLWARDT, 5. Bd. (Berlin, 1893) stehen, ohne auf dieselben an dieser Stelle näher einzutreten.

[3] Vergl. HEIBERG, *Quaestiones Archimedeae* (Hauniae 1879) pg. 43 und 44, sowie M. CANTOR, *Vorlesungen über Gesch. d. Math.* I Bd. 1. Aufl. (1880), pg. 255, 2. Aufl. (1894), pg. 283.

[4] Herausgegeben mit französischer Übersetzung *(Traité du quadrilatère)* von ALEXANDER PASCHA KARATHEODORY (Konstantinopel 1891).

[5] Ist nach *Catal. of the arab. Mss. of the India office, by* O. LOTH (London 1877), pg. 298 (N° 1043, 4°) von NASÎR ED-DÎN.

[6] Vergl. HEIBERG, *Litterargeschichtliche Studien über Euklid* (Leipzig 1882), pg. 10, dem die arabischen Handschriften dieses Fragmentes (eine andere befindet sich auch in India office N° 744, 6°) damals noch nicht bekannt waren.

[7] Das Ms. zählt 353 Blätter (8°), die Schrift zeigt türkische Hand, ist klein, gedrängt, vocallos, nicht leicht zu lesen, es fehlen auch oft diakritische Punkte, doch im allgemeinen weit korrekter als das erste Ms.

[8] Die erste Nummer bezieht sich auf das zuerst beschriebene Ms., diejenige in der Klammer auf das zweite.

[9] Vergl. ARCHIMEDIS *opera omnia cum commentariis* EUTOCII *edid.* I. L. HEIBERG (Lips. 1880—81), Vol. I. pg. 258—71, und F. RUDIO, *Archimedes, Huygens, Lambert, Legendre. Vier Abhandlungen über die Kreismessung. Deutsch herausgegeben und mit einer Übersicht über die Geschichte des Problems von der Quadratur des Zirkels versehen* (Leipzig 1892), pg. 73—81.

[10] Journal asiatique, V. Série, Tome XV, 1860, pg. 286—320.

[11] Es sind dies Sexagesimalbrüche bis zum Nenner 60^5 gehend.

[12] Jedenfalls der grössern Einfachkeit wegen ist hier nicht das genaue arithmetische Mittel der beiden Brüche $\frac{1}{a}$ und $\frac{1}{b}$ d. h. $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$ genommen worden, sondern der nur sehr wenig davon abweichende Wert $\frac{1}{\frac{1}{2}(a+b)}$ oder $\frac{2}{a+b}$.

[13] Dieselbe ist in Sexagesimalbrüchen $= 0^p\ 31'\ 24''\ 56'''\ 59^{IV}\ 26^{V}$.

Die Mathematik bei den Juden.

Von Moritz Steinschneider in Berlin.

53. In die Jahre 1340—65 gehört die Thätigkeit des Astronomen Immanuel ben Jakob, der zu seiner Zeit eine verdiente Anerkennung genoss, die sich in hebräischen Commentaren, in lateinischer Übersetzung und griechischer Bearbeitung kundgab, in neuester Zeit (1840) eine italienische Denkschrift eines Christen hervorrief, und dessen Hauptschrift ihre Herausgabe einem Karaiten, also einem Gegner des von ihm vertretenen Kalendersystems verdankt. Sonderbarer Weise kennen wir ausser astronomischen und chronologischen Schriften Immanuel's nur noch eine hebräische Übersetzung der lateinisch sogenannten *Historia de proeliis*, eines Alexander-Romans, welcher von einem Erzpriester Leo (941—65) verfasst sein soll. Daher kommt es, dass ich die Quellen über den Mathematiker in meinem Werke: *Die hebräischen Übersetzungen* (S. 904) angegeben habe.[1] Unter diesen hebe ich den Specialartikel (von Ad. Neubauer, redigirt von Renan) in der *Histoire Litt. de la France* t. **31** (1883) p. 692 ff. hervor, auf den ich kurz mit »Neub.» verweisen und die nötigen Berichtigungen und Ergänzungen, wenn sie nicht durch anderweitige Citate erledigt sind, hinzufügen werde.

Die Lebensverhältnisse Immanuel's, in der Landessprache Bonfils, wahrscheinlich im XIV. Jahrhundert in Tarascon (Provence) geboren, sind fast gänzlich unbekannt; er war Arzt, machte astronomische Beobachtungen, auch in Avignon, dem damaligen Sitze des Papstes, hielt sich auch in Orange auf, wo er Schüler fand, und lebte sicher noch 1373, wahrscheinlich noch 1377.[2]

Das Verhältnis einiger, nur handschriftlich erhaltenen Schriften zu seinem edirten Hauptwerke ist noch immer nicht genügend festgestellt, daher auch eine systematische oder chronologische Aufzählung noch unausführbar; an dieser Stelle müssen teilweise sehr kurze Angaben genügen.

54. Als sein »Hauptwerk» (Neub. p. 695 n. 6) bezeichne ich aus verschiedenen Gründen die *astronomischen Tabellen*, vorzugsweise, aber nicht ausschliesslich, zur Feststellung des jeweiligen jüdischen Kalenders, mit der Radix 1340, nach einem Münchener Ms., beendet in Tarascon 1365. Die Vorrede der dazu gehörenden *Canones* zeigt in den Mss. eine Veränderung des Titels, wohl nicht ohne alle Umarbeitung des Inhalts; er lautet bald »Sechsflügel» (mit Anspielung auf die Engel in Jesaia 6, 2) indem die 6 Abteilungen der Tafeln Flügel heissen; bald »Flügel der Adler» (anspielend auf Exod. 19, 4).

Ich gebe hier den Inhalt der 6 Flügel aus dem Ende der Vorrede nach der ungedruckten lateinischen Übersetzung (s. weiter unten) mit der altertümlichen Orthographie. Zeile 13—9 v. u. des Textes fehlen, dafür:

»Divisum est hoc opus in 6 alas» — (nicht im hebräischen Text). Prima ala est ad sciendum coniunctiones et oppositiones equales et loca [Text im sing.] luminarium equalia et ordinem [Text: *Chok*, d. h. Gesetz, ein Terminus, der für die Bewegung der vermeintlichen 7 Erdplaneten angewendet wird] solis et lune et ordinem draconis in tempore [Textvariante: Moment] conjunctionis et oppositionis equalium [Text: Singular, nämlich zu »Moment» gehörig].

Ala 2ª est aequatio [hebr. *Tikkun*, eigentlich correctio, constitutio im Sinne von »Ausgleichung»] completa ad equandum cum ipsa [genauer per ipsam] *rationem* [nicht im Texte] conjunctionum et oppositionum verarum. Et est [nicht im Texte] ad sciendum verum [auch im Texte fehlt hier ein Substantivum, wohl: *locum?* und der Artikel] duorum luminarium, et ad equandum *cum ipsa* [nicht im Texte] ordinem lune et ordinem draconis in puncto [Momente] coniunctionis et oppositionis vere.

Ala 3ª est ad sciendum [fehlt: per eam] horas meridiei in isto orizonte et [fehlt: ad sciendum per eam] diffinitionem [richtiger: *die* Grenzen] eclipsis.

Ala 4ª ad sciendum extimationem [das Maass] eclipsis lune et tempora sua [d. h. die Dauer derselben].

Ala 5ª ad sciendum [fehlt: per eam] tempus vel punctum [Varianten des Textes? die Ed. hat nur: »Moment»] coniunctionis visibilis quod est punctum medie eclipsis solis in isto orizonte et ad sciendum [fehlt: per eam] draconem solis.

Ala 6ª ad sciendum [fehlt: per eam] extimationem eclipsis solis et tempora sua.

Zu den 6 Flügeln — als deren Autor Immanuel sich zu Anfang nennt und später ohne Namen als der »Geflügelte» (*Baal Kenafajim*, vergl. Kohelet 10, 20) citirt wird — kamen vielleicht erst nachträglich 2 Tabellen über Berechnung der Quatember, wegen deren Wichtigkeit für die Astrologen; die betreffenden Worte der Vorbemerkung sind aber in der Textedition, vielleicht vom Censor, gestrichen worden, wie ich in der Hebr. Bibliogr. XV, 26 bemerkt habe. Auch hier, wie in der Vorrede wiederholt, beruft er sich auf die Berechnungen des AL-BATTANI (vulgo ALBATEGNIUS), deren Apologet er ist. In einer Charakterisirung der verschiedenen astronomischen Tabellen, welche die hebräische Literatur in der Mitte des XV. Jahrh. aufzuweisen hatte, bezeichnet MARDOCHAI FINZI die unseres IMMANUEL als die AL-BATTANI's.[3]

Was die Daten betrifft, so hat WOLF (*Bibl. Hebr.* IV p. 9 und 944) die Zahl 277 irrtümlich als eine Jahreszahl (5277 = 1517) berechnet, während sie den Cyklus von 19 Jahren seit der Weltschöpfung, also 5244 ff. = 1485 ff. bezeichnet; allein auch diese Zahl, wie verschiedene andere Mss. bekunden, betrifft nicht die Zeit der Abfassung des Originals, sondern nur die des betreffenden Ms., da man hier, wie sonst in Abschriften oder Umarbeitungen von astronomischen und kalendarischen Tafeln, die bereits verflossenen Jahre ausser Acht liess, worauf der Historiker besonders achten muss.

Unsere »Adlerflügel« sind in Sytomir, oder Szytomir (Russland) 1872 edirt hinter der chronologischen Abhandlung *Or ha-Lebana* des Karaiten ISAK BEN SALOMO, mit besonderem Titelblatt (24 Bl., aber nur bis 20 mit hebräischen Buchstaben gezählt), von dem dortigen Censor, dem bekannten Astronomen und Chronologie-Historiker S. SLONYMSKI corrigirt, wahrscheinlich nach einem einzigen Ms. gedruckt und nicht ohne Fehler.[4]

Bei der Beschaffenheit des edirten Textes ist die Kenntnis der Mss. noch nicht überflüssig; sie zeigen zugleich, welche Verbreitung das Buch gefunden hat; BENJACOB (*Thesaurus* p. 612 n. 1307/8) nennt nur wenige; NEUB. p. 350 zählt selbst die Bodleianischen und Pariser nicht vollständig auf, und auch die hier folgende Aufzählung, nach den Bibliotheken geordnet, dürfte Nachträge nicht ausschliessen.

Berlin n. 223 (II. Abth. S. 72 meines Catal.).

Bodleiana, in NEUBAUER's *Catalogue* (Index p. 937) n. 1269, 2004, 2048, 4049, 2056, 2263, 2284, 2399, 2527.

Catania (Biblioteca dei PP. Cassinesi), das Ms. bildet das Thema des folgenden Büchelchens, dessen vollständige Copie (von der Hand E. NARDUCCI's?) Don B. BONCOMPAGNI im Juli 1866 mir in seiner bekannten Liberalität zukommen liess. Der vollständige Titel der wahrscheinlich wenig bekannten Brochüre (in der Copie 16 enggeschriebene S. in 8°) lautet vollständig:

Memoria || del sac. maestro cappelano || Sig. D. FRANCESCO CORSARO || nella quale || l'autenticità addimostrasi d'un antico || manoscritto || conservato || Nell'illustre Biblioteca || dei ||

RR. PP. Cassinesi di Catania ‖ sopra quello che possedevantasi la celebre ‖ Biblioteca Bodleiana (Vignette) Napoli ‖ presso Raffaele Miranda (Vicoletto Gradini S. Nicandro N° 25) 1840.

Vorangeht eine kurze Widmung an GIOVANNI CORVAJA Abbate del monasterio di S. Nicola L'Arena di Catania e visitatore dei monasteri . . . Cassinesi di Sicilia.

Der Verf. kennt das Bodl. Ms. nur aus WOLF's *Bibl. Hebr.* IV p. 941, dessen Mitteilungen über Bodl. Mss. von GAGNIER herrühren.

Fischl-Hirsch (Buchhändler, jetzt hier, Catalog, 1872) n. 16 und 52 D (Hebr. Bibliogr. XVII, 109).

Florenz, Plut. 88, Cod. 30^{2-5} (BISCIONI ed. 1757 in 8° p. 488).

Hamburg n. 290^{2} (S. 120 meines Catalogs).

Jablonski besass ein Ms. (WOLF III p. 896); wohin kam es?

München 128^{2}, $243^{1,4}$, 386^{3}, Anfangsgedicht 49 f. 338 (die 2. Aufl. meines Catal. 1895 wurde erst 1897 ausgegeben).

Paris, ausser den bei NEUB. p. 350 angegebenen nn. 1005, 1042, 1069, 1076 bis 1079, noch n. 1075 (früher St. Germain 140), »ex bibl. *Nostradami*» 4. Maji(?) XV. sec.; diese Notiz giebt nicht der Pariser Catal., sondern MONTFAUCON n. 1139, bei HEILBRONNER, *Hist.* p. 580 § 174 n. 1. Ferner n. 1080, wofür der alte Catal. den Verf. SAMUEL nennt (WOLF III n. 2052^{b}, MONTFAUCON p. 710, bei HEILBRONNER p. 569 § 120 n. 3). Ein Fragment in n. 688.

Parma, DE ROSSI, 279, 294, 749 (Tafeln? ob aus diesem oder dem folg. Werke?), 1144, 1165.

Turin 85 (B. PEYRON p. 90 n. 96) mit dem, im Index fehlenden Titel: *Kenafajim,* der auch anderen Mss. vorgesetzt, aber ohne alle Authentie, ist.

Vatican, 302^{3} (ASSEMANI giebt Ungenaues an, s. NEUB. p. 350). Den Text enthalten auch einige Commentare (s. weiter unten).[5]

Wie das Tafelwerk des JAKOB POEL hat auch diese Schrift (1406) einen lateinischen Übersetzer gefunden in dem Dr. medic. JOHANNES LUCÆ e Camerino, den ich mit »Giovanne del maestro Lucha dell' abaco», Copisten von Ms. BONCOMPAGNI 16 im J. 1422 identificirt habe (Zeitschr. d. deutschen morgenl. Gesellsch. **25**, 1871, 410; Hebr. Bibliogr. XV, 39). Diese Übersetzung fand BONCOMPANGI in Ms. Magliabecchi (Atti dell' Accad. pontif. dei Nuovi Lincei t. **16**, p. 808) und schickte mir eine Copie der vorangehenden *Canones,* zu deren (im J. 1875 beabsichteten) Herausgabe ich noch keine Gelegenheit gefunden habe. Diese Übersetzung ist aus dem Hebräischen mit einer, zu einigen Missverständnissen führenden Treue ausgeführt, wovon ich (Hebr. Bibliogr. l. c.) Proben gegeben habe, s. oben S. 80. Ms. München 15954[6] (XV. Jahrh.) enthält die Tabellen IMMANUEL's, teils hebräisch, teils lateinisch (ob nach obiger Übersetzung?); die im Cataloge erwähnte vorangehende *instructio germanica* ist wohl nur eine *deutsche* Bearbeitung der *Canones*. Die *Hist. Litt. de la France* erwähnt die lateinische Übersetzung nur vorübergehend (p. 347) und mit einem Irrtum, den wir sogleich berichtigen werden.

Unsere Tafeln gehören zu den äusserst wenigen hebräischen Schriften, welche in die griechische Literatur des Mittelalters eingedrungen sind; sie sind sogar für die Zeitbestimmung des auch sonst bekannten griechischen Bearbeiters von Bedeutung und führen zu Erörterungen über eine andere literarische Frage, die uns hier nicht unterbrechen soll. GEORG CHRYSOKOKKA hat einen Commentar über unsere Tafeln geschrieben, worin der Titel »*Hexapterikon*« wiedergegeben ist. Ein Ms. in Wien beschreibt LAMBECIUS; aus einem von ERICH BENZELIUS erhaltenen macht WOLF (l. c. IV, 942 ff.) Auszüge (*Εκδοσις εἰς τὸ Ιουδαικὸν ἑξαπτέρυκον*); ein Ms. der S. Marcus-Bibliothek in Venedig erwähnt MONTFAUCON (p. 472, s. auch p. 558; bei HEILBRONNER p. 566 § 104 n. 1 und p. 568 n. 1). Dieser CHRYSOKOKKA, der die Stadt »Tarankina« nach Italien verlegt, kann nicht nach der lateinischen Übersetsung gearbeitet haben, wie die *Hist. Litt. de la France* p. 693 (trotz des Randcitats) angiebt, wenn er um 1346 gelebt hat, wie die (in Hebr. Bibliogr. XV, 39 citirten) Quellen annehmen, wenn auch dieses Datum wegen des Commentars der Sechsflügel etwas weiter herabgerückt werden sollte, da er schwerlich zu unterscheiden ist von dem Bearbeiter der sogen. persischen Tabellen, bei welchen wir noch einmal (unter SALOMO SCHARBIT HA-SAHAB = CHRYSOKOKKA, um 1379) hierauf zurückkommen werden. Die *Hist. Litt. de la France* hatte nicht die Aufgabe, auf solche Nebenfragen hinzuweisen, welche hier wenigstens angedeutet werden mussten, um unser längeres Verweilen bei diesem kleinen Buche zu rechtfertigen.

Die Bedeutung des letzteren ergiebt sich auch aus den hebräischen Commentaren, von denen hier nur eine, so weit als möglich chronologische Aufzählung ihrer Verfasser folge, Einzelnes der entsprechenden Stelle in unseren Notizen vorbehalten bleibe: SAMUEL CHAJJIM BEN JOMTOB MATRON (1380), MOSES BEN JESAIA (1386), Anonymus (1415), BENJAMIN BEN MATTATJA (1431), Anonymus (1433—1434), SAMUEL DA SCHOLA (Compendium 1460), MEIR SPIRA (XV. Jahrh.), ELIA SCHUBSCHI (1500).[7]

Verschiedene anonyme Erklärungen, Compendien und dergl., deren Zeit noch unermittelt oder unermittelbar ist, finden sich in folgenden Mss.: Almanzi 212[3] (jetzt im Brit. Museum); Fischl-Hirsch 16[e] und 52; Petersburg (Firkowitz 365, bei GURLAND, *Ginse*, p. 21, citirt MORDECHAI COMTINO, also nach Mitte XV. Jahrh.); London, Jews College 3061 (NEUBAUER's Catal. n. 1389, p. 41); Excerpte in ms. Saraval 44, ZUCKERMANN S. 5 n. 37, das J. 1360 ist auf das Original zu beziehen.

55. An dieses Werk schliesst sich (NEUB. p. 696 n. 7) eine wahrscheinlich zu gleicher Zeit, oder zwischen zwei Redactionen derselben (im J. 1364?), verfasste Abhandlung über das »Maass des Unterschiedes» *(Erech ha-Chilluf)*, d. h. der Ungleichmässigkeit der Bewegung von Sonne und Mond, mit Rücksicht auf Conjunction und Opposition behandelt,[8] ebenfalls nach dem System des AL-BATTANI. Die auf die *Canones* folgenden Tafeln in Ms. München 346[1] und 386[2] mit der Radix 1340 (s. meinen Catal. ed. II S. 213) scheinen nicht in allen übrigen Mss. vorhanden zu sein, nämlich Bodl. Reggio 44 (NEUB. n. 2050), Brit. Mus. (Almanzi 96[7]), Leyden 43 (Catal. p. 212), Par. 1054[12] (unvollst.). Die dürftigen Angaben der *Hist. Litt. de la France* mögen hier, mit Rücksicht auf separat vorkommende Stücke aus den Mss. Bodl. und Leyden derart ergänzt werden, dass die Blattzahl des letzteren in Parenthese gesetzt ist.

Fol. 7 (8) steht die Bemerkung über ABRAHAM BAR CHIJJA's *Forma terrae*, bei NEUB. p. 697 nur aus Paris 1054.

F. 9 (8[b]) über die (astrologische) »Wage des Henoch» (das ist HERMES, nicht: »und H.»), welche ABRAHAM IBN ESRA in seinem astrologischen Werke (über Nativitäten) anführt. Dieses Stück findet sich auch separat, oder neben dem Text des IBN ESRA, wie in Ms. Berlin 220[5] (Catal. II S. 68, wo noch Mss. in Paris und Petersburg angegeben und einige Irrtümer in NEUBAUER's Catal. n. 2050 und *Hist. Litt. de la France* p. 697, 698 n. 4 berichtigt sind[9], höchst wahrscheinlich auch Ms Lotze 1691.

Ibid. (auch Münch. 386 f. 10, Mich. 570 f. 38[b], s. Register zum Catal. p. 376, wonach NEUB. n. 2052 zu ergänzen) den Bogen der Stunden zu finden.

Ibid. (9[b], Münch. 386 f. 15, Par. 903[5], 1054[6], bei NEUB.

p. 695 als n. 1), mit etwas differirender Überschrift, über den gleichmässigen Lauf (oder über die Orte) der 7 Planeten.

F. 14^b (16) über die astrolog. »Häuser«, worin LEVI B. GERSON citirt wird. Ich identificire Ms. De Rossi 336^1 (nach Mitteilung PERREAU's v. J. 1865); benutzt ist diese Partie von MOSE FARISSOL (1481) — F. 16 (17^b), Paris 1048^4 im Catalog richtig: sur les 7 *aspects*, unrichtig bei NEUB. p. 697 (als 1. astrol. Schrift) »*constellations*«, Ms. de Rossi 336^2; (s. Catal. Münch. ed. II S. 214, Zeile 1). — F. 17^b (19^b) die Construction der astrologischen *Directiones*.[10] F. 18^b (20) die Lebensdauer eines Kindes zu kennen. Bis hierher findet sich diese astrolog. Partie noch in dem (zu f. 9 erwähnten) Ms. Mich. 570, auf welches wir unter MORDECHAI FINZI (1445—73)[11] zurückkommen. Ob die nunmehr in Ms. Bodl. f. 20^b (23^b) folgende Antwort auf eine Frage über die Eklipsentabelle noch hierher gehöre, kann ich noch heute nicht beurteilen.

56. Die Nachweisung anderer Schriften und Notizen, so weit dieselben nicht unter den beiden besprochenen Schriften erledigt sind, folgt aus rein äusserlichen Rücksichten in der Reihenfolge und dreifachen Zählung NEUBAUER's (Mathematik, Astronomie, Astrologie, die ich mit A, B, C bezeichne):

A. 1. Berechnung des *Diameters* $\frac{1}{\pi} = 21600 : 67861$ (ist diese Zahl einem andern Werke entlehnt?) und And., Ms. Paris 1026^5.

2. Arithmetisches (Division, Wurzelziehung etc.), Ms. Par. 1081^1 (vielleicht auch Astronomisches ib.^{2}).

3. »Weg der Teilung«, über Decimalziffern, Ms. Par. 1054^6.

B. 1. (Gehört zu n. 7, s. oben S. 84.)

2. Verschiedenes in Ms. Münch. 343^{29}, wovon jedenfalls Einiges von unserem Verf., s. ed. II des Catalogs, gegen NEUBAUER.

3. Tafeln über Höhe der Sonne, Tafel (genannt): »gutes Geschenk«, Ms. München 343^{18}.

4. »Über die Anfertigung des Astrolabs«, Ms. Par. 1050^6, 1054^2, London Jews Coll. 138^{12} (wo unter ^{3} eine auf die betreffende Schrift des ABRAHAM IBN ESRA bezügliche Bemerkung); vielleicht die Zeichnung des Instruments in Ms. München 386 f. 111. Hierher gehört ohne Zweifel n. II des von Hrn. RICCARDI beschriebenen Ms. (Biblioth. Mathem. 1893, p. 54), wo IBN ESRA's Astrolab wohl nach der Recension von 1148, dann die Anmerkung IMMANUEL's; die Worte: »figlio del *traduttore*« (für copista? im Hebräischen dasselbe Wort für beide) sind jedenfalls ein Missverständnis.[12]

5. Über *Quatember* (nicht »Cycles«), Ms. Berlin 224[6] (fehlt im Index S. 161) und Bodl. (Mich. 525, NEUB. 1483[4]).

C. 1. S. oben S. 84.

2. Ein astrologisches Fragment in Ms. Leyd. 43[2] habe ich im Catalog nur mit 2 Fragezeichen vermutungsweise dem IMMANUEL beigelegt.

3. Erklärung einer Stelle im Commentar des ABRAHAM IBN ESRA zu Exod. 33, 21 (so), Ms. Cambr. Catal. I p. 106; Florenz, Plut. II, Cod. 38[11]; Münch. 285[7]; Par. 825[8]. Der Verf. wird nur IMMANUEL genannt, und NEUB. sieht keinen besonderen Grund für den unseren. Ich habe aber im Magazin f. d. Wiss. d. Jud. III, 142 nachgewiesen, dass dieses Stück mitunter verbunden ist mit einer Erklärung von IBN ESRA's Comm. zu Kohelet 7, 27 ebenfalls mit dem blossen Namen IMMANUEL versehen, oder anonym, in 5 Mss. der Bodl. (in NEUBAUER's Index p. 937 s. v. IMMANUEL sind 2 in n. 221, auch im Catal., übergangen, und 2318 ist anonym; meine Conjectur ist dort angegeben, dennoch fehlt das Stück in der *Hist. Litt. de la France*), in Cambridge, Florenz (2 mal), Paris, ich füge hinzu Ms. R. N. Rabinowitz (Catal. 1884 n. 136 neben dem Commentar des MEIR [so lies für »SALOMO«?] SPIRA). Der mathematische und astrologische Inhalt lässt meine Conjectur kaum bezweifeln; den blossen Namen IMMANUEL werde ich noch weiter unten (S. 87) nachweisen.

4. S. oben S. 84.

5. Ob die Notiz über die 9 Cometen des PTOLEMÄUS in Ms. Paris 1054[5] unserem Autor angehöre, weil der Copist sie vor der Wage des Henoch schreiben sollte, lasse ich dahingestellt.

Zur Charakteristik IMMANUEL's dürfte hier noch bemerkt werden, dass derselbe in seiner Abschrift des EUKLID, Ms. Turin bei PASINUS N. 68, bei PEYRON N. 182, die Lehrsätze (»Sectiones«) als »Mischnijjot« bezeichnet (*Jewish Literature* p. 362 n. 89). Das Datum ist Dezember 1345, nicht 1344 wie NEUB. p. 693 angiebt.

IMMANUEL's Tabellen sind noch lange in Gebrauch geblieben und sein Name erscheint nicht bloss bei späteren jüdischen Autoren, wie MANOACH HÄHNDEL in der Vorrede zum Commentar über BECHAI's Herzenspflichten (1506), sondern auch bei christlichen; so z. B. habe ich (*Intorno a Io. de Lineriis;* Bullettino di bibliogr. d. sc. matem. **12**, 1879. 351) in dem, bei FAVARO (*Intorno alla vita* ecc. *di Prosdocimo de Beldomandis* p. 176 des Sonderabdrucks Z. 1) aus Ms. Campori n.

14 citirten »MANUELE Dottore ebreo« den unsrigen erkannt. Derselbe ist auch »EMANUEL *Ebraeus Abenesrae sectator*« bei PICO DE LA MIRANDOLA, *contra Astrologos* p. 450 (IX, 25, bei WOLF *Bibl. Hebr.* I p. 950). Auch in den Briefen an den berühmten PEIRESC ist von einer Handschrift der Tafeln im Besitze des SALOMON ESOBI (Azubi) die Rede; s. PH. TAMIZEY DE LARROQUE, *Les Correspondants de Peiresc*, IX, Paris 1885 (Abdruck aus Revue des Et. Juives).

57. Wie gewöhnlich, folgt auf eine bedeutende, fast epochemachende Persönlichkeit eine Reihe von Erscheinungen, die in unserer Übersicht mit einer oberflächlichen Notiznahme zu erledigen sind.

Hier muss ich zunächst einen alten Irrtum berichtigen und zugleich eine Ergänzung zu § 35 (Jahrg. 1897 S. 17) bieten. ISAK B. AHRON, Verf. eines Kalenderwerkes, ist in meinem Artikel »Jüdische Litteratur«, auch in der englischen Übersetzung, und dem dazu nachgetragenen Index (1893 p. 16) mit dem Datum 1386 versehen (WOLF, l. c. I, 645 n. 1153, DE ROSSI zu Cod. 167, 1191 und D. CASSEL, Index zu *Asarja de Rossi* ed. Wilna S. 153, geben kein Datum); BENJACOB, *Thes.* p. 429 n. 50 hat richtig 1268. ISAK ist also schwerlich der Verf. der kabbalistischen Abhandlung in Ms. München 112[41].

Vor 1369 starb JOSEF SCHALOM, dessen Erklärung einer geometrischen Stelle im Commentar des ABRAHAM IBN ESRA zu Exodus 3, 21 von SAMUEL ZARZAH (*Mekor Chajjim* f. 31 col. 1—3) mitgeteilt ist. Er ist wahrscheinlich der Polemiker gegen ALFONS (Abner) DI BURGOS, den DE ROSSI (Cod. 533, *Wörterb.* p. 153) und GRAETZ (*Gesch. d. Juden* VII, 512) für sonst unbekannt erklären.

1369 lebte in Arles BENEDICT AHIN (hebr. *Chajjim?*), Leibarzt der Königin, zugleich Mathematiker und Astrolog, nicht zu identificiren mit »Abin« (Hebr. Bibliogr. XVIII, 15; GROSS in Monatsschr. f. Gesch. u. Wiss. des Judenth. 1878 S. 193, 1879 S. 549, diese Citate sind nachzutragen in desselben *Gallia Judaica* p. 85).

Um 1370 lebte in Guadalaxara der Theologe und Mystiker SAMUEL MOTOT (so gewöhnlich ausgesprochener, aber zweifelhafter Namen); er war auch Astrologe und verwendete die Astrologie, nach der damals herrschenden Richtung, zur Erklärung von ABRAHAM IBN ESRA's Pentateuch-Commentar, z. B. zu Levit. 23, 22, wo einige technische Ausdrücke in arabischer Sprache gegeben, aber im Druck zum Teil corrumpirt sind, wie

Kiranât (Conjunctionen). Über SAMUEL s. *Die hebr. Übersetz.*, Index, S. 1065, insbesondere S. 287.

[1] Die Erwähnung IMMANUEL's bei BONCOMPAGNI, Atti dell' accad. pontif. **16**, 1864 p. 808, führte uns zu gegenseitigen Mitteilungen (1865/6, s. weiter unten), woraus ich einen besonderen Artikel compiliren wollte, kam aber nicht dazu. — Der Artikel von JUL. FÜRST, in seiner *Geschichte des Karäerthums*, III (1869), Anm. S. 3 n. 45, ist als wertloses Plagiat nicht berücksichtigt.

[2] In diesem Jahre bezeichnet ihn ISAK BEN TODROS als *Schofet Zedek* (d. h. wahrhaften Astrologen) ohne Eulogie für Verstorbene (Jubelschr. für ZUNZ, hebr. Abteil. S. 103, s. S. 111 u. die hier folg. Anm.). — Bei Gelegenheit frage ich: Wer ist der von ISAK (S. 105) erwähnte italienische Arzt FIORENZO(?), der über die Conjunction von Saturn und Mars im J. 65 (1365) der christl. Aera an die »Grossen des Landes« sich wendete?

[3] *Jewish. Lit.* p. 189 ist in der Note p. 360 berichtigt. Bei ISAK B. TODROS l. c. p. 119 ist also die Substituirung »ALBIRUNI« im Text falsch; correcter wäre אלבתאני, aber ISAK konnte den Namen AL-BATTANI's aus latein. Quellen mit ט wiedergeben. Unbegreiflich ist »contre ALBATÉNI« in *Hist. Litt. de la France* p. 346.

[4] S. meine Anzeige in Hebr. Bibliogr. n. XV, 26, dazu S. 39; *Intorno a Jo. de Lineriis* p. 9 des Sonderabdr. (aus Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. **12**, 1879) und *Catal. der hebr. Handschr. in München* zu N. 343.

[5] Bei dieser Gelegenheit möchte ich fragen: Weiss Jemand Näheres über »SALOMONIS *Almanac, seu diarius astron. hebr.*« (Ms. St. Petri in Basel, bei MONTFAUCON p. 186, bei HEILBRONNER l. c. p. 347 § 31 n. 10)?

[6] Nicht 15945, wie bei I. PERLES (Monatsschr. f. Gesch. u. Wiss. d. Jud. 1878 S. 324), ohne genauere Angabe, so weit ich mich erinnere.

[7] Bei SERACH (NEUBAUER, *Aus d. Petersburger Bibliothek* S. 39) liest man: »Nicht ein Jeder besitzt das Buch Sechs Flügel von ELIA BASCHIATSCHI«; jedenfalls irgend ein Missverständnis. Bei JO. V. GUMPACH (*Über d. alt-jüd. Kalender*, Brüssel 1848 S. 119, heisst es, nach SELDEN, *de anno civili vet. hebr.*, in UGOLINI, *Thes.* XVII, 170): Sechs Flügel »*angeführt* von ELIA BASCHIATSCHI, welcher in der Berechnung nach ALBATANI und dem Geographen(!) IMMANUEL verfährt«.

[8] Eine besondere Tabelle ist überschrieben: »Maass des Unterschiedes zwischen den Tagen und den Nächten; s. Zeitschr. d. deutschen morgenl. Gesellsch. **20,** 1866, 340, 380, im Index nachzutragen.

[9] Über den anonym angeführten *Almanach* s. *Die hebr. Übersetzungen* S. 625.

[10] Hebr. *Nihugim,* oder *Mizadim,* arab. *Tasjirât,* s. Zeitschr. d. deutschen morgenl. Gesellsch. **25,** 1871, 353.

[11] Ob die »Observationes pro dignoscenda stellae *longitudine*« in Ms. de Rossi 336[6], hinter ANGELO (Mord.) FINZI, noch hieher gehören?

[12] Ich benutze diese Gelegenheit zu einigen kurz angedeuteten Berichtigungen zur Beschreibung dieses Ms. durch Hinweisung auf mein: *Die hebr. Übersetzungen,* welche ich mit *St.* bezeichne. I, nato . . . XII, del. (St. p. 506), II, Verf. IBN SAFFÂR (St. 580): ib. »dal libro« del. (St. 537); IV »Zappicha«, l. 'Safiha (St. p. XXX); BART. DELL' OROLOGIO (St. 626); V »Sfera« l. globo; »Hasmon«, l. ABU'L-HASAN (St. 552); VI (p. 56) Mappamondo, l. globo (St. 553).

RECENSIONEN. — ANALYSES.

THE WORKS OF **Archimedes** EDITED IN MODERN NOTATION WITH INTRODUCTORY CHAPTERS BY **T. L. Heath.** Cambridge, Clay & Sons 1897. In-8°, CLXXXVI + (2) + 326 p.

Conformément à l'indication du titre, ce livre contient une traduction, en anglais et en notations modernes, des ouvrages d'ARCHIMEDES, et, de plus, une introduction biographique, bibliographique et historique. Les ouvrages d'ARCHIMEDES dont le texte grec nous est gardé, sont rangés dans l'ordre suivant: *De la sphère et du cylindre; De la mesure du cercle; Des conoïdes et des sphéroïdes; Des hélices; De l'équilibre des plans; L'arenaire; De la quadrature de la parabole.* Enfin vient le traité *de corps flottants,* dont il ne nous reste qu'une version latine, le livre des *lemmes,* qui nous a été conservé par les Arabes, et une transcription de l'épigramme sur *le problème des boeufs,* attribué à ARCHIMEDES avec ou sans raison.

Dans l'introduction, qui occupe près de 200 pages, M. HEATH donne des notices sur la vie d'ARCHIMEDES et des renseignements bibliographiques sur ses travaux; il a consacré aussi des chapitres particuliers à des études sur la relation d'ARCHIMEDES à ses devanciers, sur l'arithmétique d'ARCHIMEDES, sur les problèmes de directions (c. à. d. d'inscriptions entre deux lignes données d'une droite de longueur donnée dont le prolongement passe par un point donné), sur les équations cubiques, sur les anticipations du calcul intégral chez ARCHIMEDES, et sur la terminologie d'ARCHIMEDES. Le 4^e chapitre contient un aperçu de l'aritmétique grecque, en particulier pour ce qui concerne l'extraction des racines carrées, et le 5^e chapitre traite assez en détail des problèmes de directions, dont il y a un exemple déjà dans le fragment d'EUDEMUS sur la quadrature de lunules de HIPPOKRATES. En parlant de ce fragment, M. HEATH aurait pu citer aussi, dans la note de la page CIII, le mémoire de M. P. TANNERY: *Le fragment d'Eudème sur la quadrature des lunules* inséré aux Mémoires de l'académie des sciences de Bordeaux 5_2, 1883, p. 211—236. Dans le même chapitre M. HEATH signale (p. CXIX) que le mathématicien OMERIQUE semble avoir résolu en 1698, par une méthode propre à lui, un problème de directions traité par PAPPOS.

Sans doute le livre de M. HEATH pourra être très utile à l'étude universitaire de l'histoire des mathématiques, et par conséquent il faut savoir gré à l'auteur de l'avoir publié; en effet il y offre aux étudiants un excellent moyen de se familiariser avec la forme antique de l'exposition mathématique.

Stockholm. G. Eneström.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. Eneström. Stockholm. 8°.
1898: 2.

Bollettino di bibliografia e storia delle scienze matematiche pubblicato per cura di G. Loria. Genova. 8°.
1898: 2—3.

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. Cantor. Leipzig. 8°.
42 (1897): Supplement [= Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik **8**]. — **43** (1898): 2—3.

Beman, W. W., Further note on Euler's use of *i* to represent an imaginary.
New York, Americ. mathem. soc., **4**$_2$, 1898, 551.

°**Berteu, A.**, Vita dell' abate Francesco Faà di Bruno. Torino [1897?]. 8°.
8°, 436 p. — [Analyse:] Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1898, 94—98. (G. L.).

Cantor, M., Ermanno Schapira. Necrologio.
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1898. 106—109.

Curtze, M., Über eine Algorismus-Schrift des XII. Jahrhunderts.
Abhandl. zur Gesch. d. Mathem. **8**, 1898, 1—27.

Curtze, M., De inquisicione capacitatis figurarum. Anonyme Abhandlung aus dem fünfzehnten Jahrhundert.
Abhandl. zur Gesch. d. Mathem. **8**, 1898, 29—68.

Eneström, G., Sur un point de la querelle au sujet de l'invention du calcul infinitésimal.
Biblioth. Mathem. 1898, 50—52.

Eneström, G., Über die neuesten mathematisch-bibliographischen Unternehmungen.
Internat. Mathematikerkongr., Verhandl. **1** (1897), 281—288. — Cf. Biblioth. Mathem. 1897, 65—72.

Eneström, G., Johan de Witt et la théorie des rentes viagères composées.
Archief voor de verzekeringswetenschap **3**, 1898, 263—272.

Fontès, M., Pierre Forcadel, lecteur du roy ès mathématiques. (Suite.)
Toulouse, Acad. d. sc., Mémoires **8**$_9$, 1896, 361—382.

Gravelaar, N. L. W. A., Pitiscus' Trigonometria.
Amsterdam, Wisk. Genootsch., Nieuw Archief 3_2, 1898, 253—278.

Günther, S., Der Jakobstab als Hilfsmittel geographischer Ortsbestimmung.
Geographische Zeitschrift (Leipzig) **4**, 1898, 157—167. — Notice historique.

°Häbler, Th., Über zwei Stellen in Platons Timäus und im Hauptwerke von Coppernicus. Grimma 1898.
4°. — [1 Mk.]

Hancock, H., The historical development of Abelian functions up to the time of Riemann.
British Association, Report **67** (Toronto 1898), 246—286.

Hawkes, H. E., Limitations of greek arithmetic.
New York, Americ. mathem. soc. 4_2, 1898, 530—535.

Hermite, Ch., Notice sur F. Brioschi.
Paris, Acad. d. sc., Comptes rendus **125**, 1897, 1139—1141. — [Traduit en italien, avec une liste des écrits de BRIOSCHI:] Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1898, 62—73. (G. L.)

Hurwitz, A., Über die Entwickelung der allgemeinen Theorie der analytischen Funktionen in neuerer Zeit.
Internat. Mathematikerkongr., Verhandl. **1** (1897), 91—112.

Loria, G., Aperçu sur le développement historique de la théorie des courbes planes.
Internat. Mathematikerkongr., Verhandl. **1** (1897), 289—298.

°Mach, E., Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt. Dritte Auflage. Leipzig, Brockhaus 1897.
8°. — [Analyse:] The monist **8**, 1898, 318—319.

Rosenberger, F., Die erste Entwickelung der Elektrisirmaschine.
Abhandl. zur Gesch. der Mathem. **8**, 1898. 69—88.

Rosenberger, F., Die ersten Beobachtungen über elektrischen Entladungen.
Abhandl. zur Gesch. d. Mathem. **8**, 1898, 89—112.

Schmidt, F., Lebensgeschichte des ungarischen Mathematikers Johann Bolyai de Bolya.
Abhandl. zur Gesch. d. Mathem. **8**, 1898, 133—146.

Schmidt, W., Zur Geschichte des Thermoskops.
Abhandl. zur Gesch. d. Mathem. **8**, 1898, 161—173.

Schmidt, W., Heron von Alexandria, Konrad Dasypodius und die Strassburger astronomische Münsteruhr.
Abhandl. zur Gesch. d. Mathem. **8**, 1898, 175—194 + 1 pl.

Schmidt, W., Heron von Alexandria im 17. Jahrhundert.
Abhandl. zur Gesch. d. Mathem. **8**, 1898, 195—214 + 2 pl.

Simon, M., Zur Geschichte und Philosophie der Differentialrechnung. Vortrag, gehalten auf der Naturforscher-Versammlung zu Frankfurt in der Section für math.-naturw. Unterricht.
Abhandl. zur Gesch. d. Mathem. **8**, 1898, 113—132.

Steinschneider, M., Die Mathematik bei den Juden.
Biblioth. Mathem. 1898, 33—40.

Vailati, G., Corso libero sulla storia della meccanica. Anno 1897—98.
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1898, 101—106. — Programme d'un cours professé à l'université de Torino.

Vailati, G., Metoda dedukcyjna, jako narzedzie badania.
Wiadmosci matematyczne **2**, 1898, 81—122. — Traduction par M. S. DICKSTEIN de l'écrit: »Il metodo deduttivo come strumento di ricerca» (cf. Biblioth. Mathem. 1898, p. 30). — [Analyse de l'original italien:] Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1898, 54—55. (G. L.)

Valentin, G., Beitrag zur Bibliographie der Euler'schen Schriften.
Biblioth. Mathem. 1898, 41—49.

Vassilieff, A., Pafnutii Lvovitch Tchébycheff, et son oeuvre scientifique.
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1898, 33—45, 81—92.

Wertheim, G., Die Berechnung der irrationalen Quadratwurzeln und die Erfindung der Kettenbrüche.
Abhandl. zur Gesch. d. Mathem. **8**, 1898, 147—160.

Wertheim, G., Ein zweites mathematisches Werk Emanuel Porto's.
Monatsschr. f. Gesch. und Wissensch. d. Judenth. **42**, 1898, 375—380.

Wertheim, G., Fermats Observatio zum Satze des Nikomachus.
Zeitschr. für Mathem. **43**, 1898; Hist. Abth. 41—42.

Wilamowitz-Moellendorff, U. v., Ein Weihgeschenk des Eratosthenes.
Göttingen, Gesellsch. d. Wissensch., Nachr. (Philol. Kl.) 1894, 15—35.

Zeuthen, H. G., Isaac Barrow et la méthode inverse des tangentes.
Internat. Mathematikerkongr., Verhandl. **1** (1897), 274—280.

Question 68 [sur un mathématicien »Josteglio» au 16ᵉ siècle].
Biblioth. Mathem. 1898, 64. (G. ENESTRÖM.)

Anfrage 69 [über einige typographische Eigenthümlichkeiten in gewissen Jahrgängen des Bullett. di bibliogr. d. sc. matem.].
Biblioth. Mathem. 1898, 64. (M. STEINSCHNEIDER.)

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik Herausgegeben von E. LAMPE. Band 27 (1896). Berlin, Reimer 1898.
8°. — Les pages 1—40 contiennent un compte rendu des ouvrages d'histoire des mathématiques parus en 1896.

BROCARD, H., Notes de bibliographie des courbes géométriques. Bar-le-Duc 1897. 8°.
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1898, 55—56. (G. L.)

CANTOR, M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Dritter Band. Vom Jahre 1668 bis zum Jahre 1758. Dritte Abtheilung. Die Zeit von 1727 bis 1758. Leipzig, Teubner 1898. 8°.

Biblioth. Mathem. 1898, 53—61. (G. ENESTRÖM.) — Mathesis 8_2, 1898, 162—163. (P. M.) — [Analyse des cahiers III: 1—2:] The monist 7, 1897, 314—317.

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]

Biblioth. Mathem. 1898, 61—63. — Zeitschr. für Mathem. 43, 1898; Hist. Abth. 78—80, 100—102.

ANFRAGEN. — QUESTIONS

70. Dans la préface à son édition (Berlin 1796) de l'Algèbre de LÉONARD EULER, GRUSON parle d'une édition antérieure qui aurait été imprimée à Lund, bien que le feuillet de titre en indiquât S:t Pétersbourg comme lieu d'impression, et ROGG (*Handbuch der mathematischen Literatur* I, Tübingen 1830, p. 494) indique expressément que cette édition a été imprimée à Lund en Suede. D'autre part, aucun ouvrage relatif à la bibliographie suédoise ne mentionne que l'algèbre d'EULER a été réimprimée en Suède, et, de plus, il semble *à priori* très invraisemblable qu'une telle réimpression eût eu lieu à Lund en Suède. Dans ces circonstances, comment peut-on expliquer l'indication de GRUSON? (G. Eneström.)

Beantwortung der Anfrage 68. Der von EMANUEL PORTO erwähnte »Josteglio» ist nicht JOBST BÜRGI, sondern ein gewisser MELCHIOR JÖSTEL, von dem SCHEIBEL in seiner *Einleitung zur mathematischen Bücherkenntnis* (Breslau 1775—1781) II: 7, S. 19, folgendes mittheilt: »MELCHIOR JOESTEL, den LONGOMONTAN so sehr lobet, hat zu Wittenberg die Mathematik gelehrt. Ich kann aber von ihm eben so wenig mehrere Nachricht geben,* als ich weiss, ob folgender hieher gehöriger Aufsatz, den ich handschriftlich besitze, gedruckt sey: Melchior. Joestelii logistica προσθαφαίρεσις astronomica. In 4. 13 Seiten, ziemlich rein und deutlich geschrieben, mit sauber gezeichneten

* Am Ende eines Briefes von TYCHO BRAHE an MAGINI (28 Nov. 1598), welchen FAVARO in seinem Buche *Carteggio inedito di Ticone Brahe* etc. (Bologna 1886) veröffentlichte (s. S. 217—223) hat JÖSTEL einige Worte hinzugefügt; er nennt sich dort. »MELCHIOR JÖSTELIUS Dresdensis, Mathematicus professor Wittembergensis.» Vier Briefe von TYCHO BRAHE an JOSTEL sind in der Universitätsbibliothek in Basel aufbewahrt (s. FAVARO, *Di alcuni nuovi materiali per lo studio del Carteggio di Ticone Brahe;* Atti dell' Istituto Veneto di scienze 7_6, 1889, 213—215). (G. E.)

Figuren. Am Ende stehet: Descripta haec sunt ex ipsius Joestelii Manuscripto Prid. Idus Aug. CIƆIƆCIX m. DRSP. Wittenbergæ.» — LONGOMONTAN gibt von ihm in seiner *Astronomia Danica* (Amstelodami 1622) p. 7 an, er habe die prosthaphäretische Methode besonders gut ausgebildet, und KEPLER sagt (*Astronomiae pars optica*. Opera, ed. FRISCH II (1859) p. 358, Problema XX): Audio clarissimo viro MELCHIORI JOESTELIO sub manibus esse egregium opus, quadringentorum problematum primi mobilis per prosthaphaereses nudas arcuum et chordarum: quod calculi genus TYCHONI inde a multis familiare, nec mediocriter a CLAVIO percultum, jam tandem a JOESTELIO perficitur.» — Der Herausgeber von KEPLERS Werken bemerkt hiezu pag. 439: MELCHIOR JOESTELIUS, Prof. math. Witebergensis, quamvis saepius KEPLERO adhortante, ut opus inceptum perficeret, nihil profecit.» Es scheint somit bei dem in SCHEIBELS Besitz gekommenen handschriftlichen Traktat geblieben zu sein. Ob derselbe noch existiert, und wo er sich etwa befindet, weiss ich nicht anzugeben. (A. von Braunmühl.)

Antwort auf die Anfrage 69. Diese Anfrage bin ich im Stande, wenn auch nur theilweise, zu beantworten. Für Bd. VI kann ich keine Auskunft geben, wenn auch aus dem Generalregister im Bd. XX hervorgeht, dass jedenfalls keine neue Abhandlung eingeschoben wurde, wohl aber erschöpfende für Bd. XII. Ursprünglich umfassten die Nummern »Settembre e Ottobre 1879» die Seiten 569—724 und wurden auch so ausgegeben. Da nun aber das Augustheft nicht in dem beschränkten Umfange ausgegeben ist, welcher diesen Seitenzahlen entspricht, so wurde ein vollständiger Umdruck vorgenommen. Es entsprechen sich Bogen 73 und 79; 74 und 80; 75 und 81; 76 und 82; 77 und 83; 78 und 84; 79 und 85; 80 und 86 des Septemberheftes, und Bogen 81 und 87; 82 und 88; 83 und 89; 84 und 90; 85 und 91; 86 und 92; 87 und 93, welche beide 5 Blätter haben; 88 und 94; 89 und 95; 90 und 96; 91 und 97, welche wieder je 5 Blätter besitzen, des Octoberheftes. Es sind jedoch bei dem Neudruck, freilich nur in den Anmerkungen, vielerlei Veränderungen vorsichgegangen. In dem Exemplare, welches STEINSCHNEIDER anführt, in welchem Bogen 81 mit p. *633* beginnt, ist das *alte* Octoberheft, bei welchem dieses zutrifft, an Stelle des Umdruckes eingebunden worden. Diese Seite 633 muss daher mit: »XII. Sur deux Problèmes de Fermat (1)» beginnen, was wohl zutreffen dürfte. Damit ist aber die Umänderung des XII. Bandes noch nicht zu Ende. Es giebt auch zwei Ausgaben des Decemberheftes. Da dieses Heft auf der Rückseite des Titelblattes den Vermerk trug: »La publication du recueil intitulé Bullettino di bibliografia etc. se termine avec le tome XII. Avant la fin de l'année courante 1880 on publiera un cahier contenant les tables et le frontispice de ce tome XII», so hatte wohl Fürst BONCOMPAGNI Grund, eine von ihm verfasste Abhandlung noch in dieses Heft aufzunehmen. Nachdem dieser Grund fortgefallen war, und die Zeitschrift weiter geführt werden sollte, wurde das Heft zurückgezogen und durch ein weniger umfangreiches ersetzt. Zwischen S. 862 und 863 waren im ersten Drucke achtzehn Seiten mit einer Abhandlung: *Intorno ad un trattato di aritmetica del P. D. Smeraldo Borghetti Lucchese* eingeschoben, welche jetzt den Anfang des XIII. Bandes bilden. Es folgten dann, wie in dem Neudrucke, S. 880, *Giunte all' Articolo* etc. — S. 891, WIEDEMANN, *Materiali* etc. — S. 895, v. BEZOLD, *Materiali* etc. — S. 899, GERLAND, *Sulla storia* etc. — S. 904, MARRE, *Deux mathématiciens* etc. — S. 913—946, *Annunzi di recenti pubblicazioni*. Der Fascikel mit dem Namenverzeichniss ist jedoch nur in *einer* Ausgabe vorhanden (S. 947—984).

Aber auch dem »Tomo XV» ist ein Umdruck passiert: die Seiten 441—464 sind doppelt ausgegeben. Die Abhandlung RICCARDI's endet im Neudrucke schon auf S. 445, was durch compresseren Druck der Anmerkungen erreicht ist; dann erstreckt sich die Abhandlung BONCOMPAGNI's über LAPLACE von S. 446—463, und die im alten Drucke S. 463 und 464 einnehmenden *Atti di nascita e di morte di Pietro Simone Marchese di Laplace* sind auf Seite 464 in compresserem Drucke zusammengezogen. (M. CURTZE.)

Inhalt. — Table des matières.

Quatre numéros par an. Ce numéro est publié le 25 septembre 1898.

STOCKHOLM, TRYCKT I CENTRAL-TRYCKERIET, 1898.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK | JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON | PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1898. STOCKHOLM. N° 4.

NEUE FOLGE. 12. | NOUVELLE SÉRIE. 12.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Prinz Louis-Ferdinandstr. 2

Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr.

PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Die Abhandlung des Levi ben Gerson über Trigonometrie und den Jacobstab.

Von M. Curtze in Thorn.

»*Leo de Balneolis Israhelita De Sinibus, chordis et arcubus, Item Instrumento Revelatore Secretorum*», so heisst der Titel unserer Abhandlung im Codex Vindobonensis Palatinus 5277 (Philos. 68), in welchem dieselbe den 5. Platz einnimmt. Jedenfalls ist dieser Titel nicht ein Machwerk des Lambecius, wie Steinschneider in der Biblioth. Mathem. 1897, S. 111 (Anm. 12), zu verstehen giebt, sondern von dem Schreiber des ganzen Stückes herrührend. Er ist auch, wie aus dem Folgenden hervorgehen wird, vollständig gerechtfertigt. Ich theile zunächst das dem Ganzen vorausgeschickte Inhaltsverzeichnis, sowie die Dedicationsepistel und das einleitende Capitel mit, um, nachdem ich einige Bemerkungen daran geknüpft habe, in eine Analyse des weitern Werkes einzutreten.

Distinctio libri.

Primum caput. Primum capitulum continet epistolam ad dominum papam prædictum et prologum operis, in quibus expresse tanguntur quattuor causæ cum suis gradibus operis prælibati.

Secundum caput dividitur in quinque dictiones. In secundo capitulo stabiliuntur quædam principia, quæ sunt opportuna ad omnia hic intenta, et istud capitulum in quinque dictiones dividitur.

Prima dictio. In prima ponitur descriptio seu interpretatio quorundam vocabulorum, quibus utimur in hac arte.

Secunda dictio. In secunda ponitur quædam demonstratio geometrica ad scientiam chordarum et arcuum directiva.

Tertia dictio. In tertia docetur mediantibus dictis demonstrationibus super tabulas arcuum et chordarum.

Quarta dictio. In quarta ponuntur tabulæ et usus earum.

Quinta dictio. In quinta docetur per latera quædam scita et angulos quosdam scitos triangulorum scire in lateribus et angulis eorum residua.

Tertium capitulum. In tertio capitulo ponitur unum primum utile ad cognoscendum semidiametrum solis et lunæ per comparationem ad circulum, quem describit extra suam deferentem experientiæ tempore et quantitate radiorum ipsorum, quæ per fenestras domorum introeunt.

Quartum capitulum. In quarto inquiritur centrum visus et, quando per instrumentum simul duæ stellæ videntur, perfecte cognoscitur earum distantia.

Quintum caput. In quinto docetur prædicti instrumenti factura et usus ad notitiam dictæ distantiæ.

Sextum caput. In sexto cognoscitur certissime altitudo solis seu stellæ alterius cuiuscumque ad sciendum horas diei et noctis, et latitudinem stellæ cuiuslibet, supposita altitudinis meridianæ eiusdem notitia.

Septimum capitulum. In septimo docetur per istud instrumentum cognosci diameter circuli stellæ cuiusvis per comparationem ad circulum, quem extra suum deferentem describit.

Octavum capitulum. In octavo docetur per istud instrumentum distantia longitudinis solis et lunæ, et unde sciantur aliqualiter loca stellarum fixarum.

Nonum caput. In nono dantur aliqua documenta ad usum instrumenti prædicti, ne in ipso et eius usu aliquis error intercidat.

Iste tractatus fuit translatus de Hebræo in latinum Anno Christi 1342, pontificatus domini Clementis papæ sexti Anno primo.

Epistola auctoris.

Sanctissimo patri et domino, domino dilecto Clementi, perspicacitatis acumine, celeri intellectu, thesauro memoriæ et facundia eloquendi ab altissimo domino clementi multiplicibus meritis ac prædictis ad thronum summi pontificatus electo ex milibus, Leo Israhelita de Balneolis philosophantium verum christianitatis et totius fœlicitatis obtentum. Quoniam Sanctitas

Vestra in statu Suæ iuventutis cogitare incepit circa arcana et secreta cuiuscumque scientiæ, ideo DEUS, qui nostris desyderiis revelat mysteria, vult dictæ Sanctitatis maiestati omnis scientiæ quamcumque particulam clarere perfecte, propter quod mihi secretum astronomiæ scientiæ completum in *Baculo Jacob* exstitit revelatum, non in sapientia, quæ in me sit plus quam in cunctis viventibus, sed ut regi regum, patri et domino omnis eius fiat interpretatio manifesta. Nec mirum, quia, quamquam ex dictis possit evidenter concludi, Vestram Sanctitatem omni fulgure scientia, nihilominus DEUS aliquando aliquam scientiarum particulam parvulis quodammodo specialiter revelat ad solamen gaudiumque sapientum dominorum. Et licet prædictum secretum iamdiu fuit revelatum, ut apparebit inferius, et annotatum hebræis litteris, et quod aliis verbis sine debito ordine ex ore meo forte fuerit auretenus, scilicet partialiter, repræsentatum, nusquam tamen ordinate translatum fuerat in latinum, sed sic permansit occultum 21 diebus, donec venit, quasi similitudo hominis filii, religiosus vir frater PETRUS DE ALEXANDRIA ordinis fratrum heremitarum Sancti AUGUSTINI, qui ad propalandum secretum baculi prælibati tangit labia mea, et aperiens in eum locutus sum, et dixi ad eum, qui stabat coram me: Scribe! Et me sibi referente omnia verba mysterii huius conscripsit, quæ exordiuntur, ut sequitur.

Prologus operis.

Cum sapientis astronomi verba ad notitiam nostram pervenerunt, instrumenta fuerunt aliqua ad inducendum nos in Christianitatem et multorum accidentium, quæ cœlestibus corporibus inesse videntur, ut aliquod instrumentorum dictorum nos ducat in veritatem digitorum eclipsatorum solis vel lunæ, nec per aliquod eorum possumus cognoscere, si aliquis planeta concentrica non inducit nos ad eccentricitatis notitiam quantitatis. Et in speciali, quia antiqui philosophi non potuerunt venire ad portam, quæ nos duceret in veritatem eccentricitatis prædictæ, inter se controversiam non modicam habuerunt, quibusdam eorum eccentricitatem dicentibus, ut PTOLOMÆO et sequentibus eum, quibusdam non credentibus hoc naturaliter demonstrare, dicentibus eam non esse possibilem. Ego vero considerans dictam controversiam tam magnam inter philosophos antiquos nec non modernos, et inveniens diversitatem non modicam ab eo, quod erat conveniens ad sententiam PTOLOMÆI in digitis eclipsatis in luna tempore eclipsi lunaris, quæ fuit anno incarnationis Christi 1321, et in sole tempore eclipsis solaris præcedentis inmediate differentiam lunarem, quarum quantitas fuit longe maior, quam esse debuisset secundum Ptolomæi doctrinam, commotus fui ad inquirendum instrumentum veridicum, quod nos duceret in veritatem omnium prædictorum, et DEUS sua gratia oculos meos apperuit ad inveniendum unum instrumentum levis facturæ, quod ducit facile et sine errore ad veram notitiam prædictorum et aliorum multorum magis desyderatorum scibilium circa cœlestia corpora. Et cum inveni per experientias multas cum instrumento prædicto eccentricitates orbium planetarum multum diversas ab eo, quod erat conveniens ad Ptolomæi scientiam, coactus necessario fui experientias multas accipere circa vera loca cuiuslibet planetarum, ut certitudo veritatis prædictorum locorum esset in via ad inveniendum dispositiones cœlorum et orbium omnium planetarum quæ correspondent omnibus, quæ apparent in eis ex eccentricitate, velocitate, retardatione, directione, retrogradatione et statione eorum, ad quorum omnium veritatem cum instrumento prædicto perveni DEO duce, et ideo merito instrumentum iam dictum *Revelatorem Secretorum* vocavi. Igitur DEO, qui veritatem istorum ipse sui gratia revelavit, ut possumus, gratiarum actionem debitam persolventes cum Nehemia propheta benedicamus nomini gloriosæ suæ excelso in omni benedictione et laude. Amen!

Aus dem soeben Mitgetheilten scheint mir hervorzugehen, dass manche Bemerkungen Steinschneiders nicht richtig sind. Zunächst ist das Manuscript lat. Monac. 8089 mit dem Wiener bis auf unwesentliche Varianten vollständig übereinstimmend, und nennt ebenso wie letzteres die Vorrichtung an ersterer Stelle *Baculus Jakob*, an zweiter dann *Revelator Secretorum*, und wenn das Pariser Manuscrit latin 7293, wie Steinschneider sagt, ohne Angabe des Übersetzers ist, so beruht das darauf, dass ihm das erste Blatt fehlt, und es erst mit den Worten des Prologus: »retardatione, directione», u. s. w. beginnt, wie mir durch gütige Mittheilung des Herrn P. Tannery bekannt wurde. Es ist meiner Meinung nach zweifellos, dass auch dieses Clemens VI selbst gehörige Manuscript auf dem fehlenden Blatte das enthielt, was ich oben habe abdrucken lassen. Aus der Anwendung der beiden Namen *Baculus Jacob* und *Revelator Secretorum* und der Art und Weise, wie der erste gebraucht wird, dürfte aber zu schliessen erlaubt sein, dass unter *Baculus Jacob* ein schon bekanntes Instrument zu verstehen ist, welches Leo verbesserte, in neuer Weise benutzte, und ihm deshalb sowohl, als weil er seinen Fund als auf göttlicher Einwirkung entstanden ansah, den Namen *Revelator Secretorum* beilegte. Aus der Dedikationsepistel sowohl, wie aus dem Prologus, glaube ich, geht aber auch weiter hervor, dass derjenige, welcher so schreiben konnte, nothwendigerweise Christ gewesen sein muss. Jemand der im Namen der ganzen Christenheit dem Pabste seinen Gruss entbeut, der in einem Gleichnisse den Menschensohn und dessen 21-tägiges Verborgensein herbeizieht, welcher von dem Jahre der Fleichwerdung Christi spricht, kann, als er so schrieb, nicht mehr Jude gewesen sein. Man wird mir entgegenhalten, dass Petrus de Alexandria diese Sachen hineingebracht habe: der Stil des Ganzen, sowohl des Dedicationsbriefes als des Prologus ist doch unter keinen Umständen der einer Originalabhandlung in lateinischer Sprache, sondern eine sehr gepresste Übersetzung des *mündlich* mitgetheilten hebräischen Urtextes, und die Dedication an den Pabst könnte gerade des Übertritts zum Christenthum halber geschehen sein. Auch in diesem Buche hat, wie man sieht, Leo gegen die Ptolemäische Theorie angekämpft, wie in dem mehrfach citierten Buche *Liber bellorum Dei*. Gerade deshalb vervollkommnete er ja den *Baculus Jacob*, um die Irrthümer des Ptolemäus klar legen zu können, und es ist deshalb sicherlich nicht unrichtig, auch ihn unter die Vorgänger des Coppernicus einzureihen. Nebenbei bemerke ich noch, dass, wenn Neubauer, wie Herr Steinschneider mittheilt, eine Arbeit Leo's über das 5. Postulat Euklid's als Fragment eines Buches »Composition über die Wissenschaft der Algebra« bezeichnet, derselbe entweder von dem 5. Postulate oder von der Algebra keine Ahnung haben kann. Heterogenere Sachen lassen sich fast nicht in einen Topf zusammenwerfen. Viel eher ist anzunehmen, dass n° 2 Steinschneiders ein Fragment von n° 1 bildet, speciell zu der Einleitung des Buches I Euklid's. Es wäre wohl zu wünschen, dass dieser Commentar Leo's mit dem Commentare des An-Nairîzî, wie er jetzt von Besthorn und Heiberg veröffentlicht wird, und den ich in der lateinischen Übersetzung des Gherardo Cremonese wieder aufgefunden habe, verglichen würde, um seine etwaige Abhängigkeit von diesem letztern, und damit von Simplikios, Geminos und Heron festzustellen.

Ich gehe zu einer Analyse des Werkes Leo's über. Im **zweiten Capitel** giebt die *dictio prima* nur Erklärungen, und zwar von Grad, Minuten, Secunden, u. s. w., Zeichen des Thierkreises, Eintheilung des Kreisdurchmessers in 120 *gradus*, welche aber keineswegs mit den Winkelgraden identisch seien. Er erklärt ferner Bogen, Sehne, Sinus und Sagitta; den Ausdruck Sinus-versus kennt er nicht dafür. Die *dictio secunda* beginnt mit der Bemerkung, dass die Sehne eines Bogens zugleich die Sehne des Bogens ist, welche ihn zur vollen Peripherie ergänzt, sie beweist dann folgende Sätze:

1. *Das Quadrat jeder Sehne eines Bogens, welcher kleiner ist als der Halbkreis, ist gleich dem Producte der Sagitta und des Durchmessers.* Wenn also die Sagitta bekannt sei, so sei auch die Sehne bekannt und umgekehrt; aus beiden aber kenne man auch den Sinus des Bogens und zwar in doppelter Weise. Das Quadrat desselben sei nämlich entweder gleich der Differenz der Quadrate der Sehne und der Sagitta, oder gleich dem Produkte der Sagitta in deren Ergänzung zum Durchmesser. Es folge weiter dass auch die Sehne des doppelten Bogens bekannt sei, als doppelter Sinus des einfachen Bogens, ebenso die Sehne des Bogens von $180^\circ - \alpha$.

2. *Sagitta plus cosinus ist gleich dem Radius,* d. h. in unserer Bezeichnung $\text{sinvers}\,\alpha + \cos\alpha = 1$. Ist also eine beider Grössen bekannt, so ist es auch die andere. Cosinus wird dabei als *sinus residui arcus 90 gradnum* bezeichnet.

3. $\text{Sinvers}\,(90^\circ + \alpha) = 1 + \sin\alpha$.

4. $\text{Chord}^2\,(\alpha + \beta) = (\sin\alpha + \sin\beta)^2 + (\text{sinvers}\,\alpha - \text{sinvers}\,\beta)^2$;

$\text{chord}^2\,(\alpha - \beta) = (\sin\alpha - \sin\beta)^2 + (\text{sinvers}\,\alpha - \text{sinvers}\,\beta)^2$.

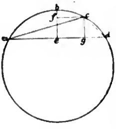


Fig. 1.

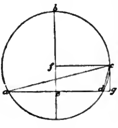


Fig. 2.

Den letzteren Beweis führt er so. Es sei (Fig. 1 und 2) $ab = \alpha$, $bc = \beta$, $bd = ab$, dann ist $ac = \text{chord}\,(\alpha + \beta)$, $cd = \text{chord}\,(\alpha - \beta)$; $be = \text{sinvers}\,\alpha$; $bf = \text{sinvers}\,\beta$, also $fe = cg = \text{sinvers}\,\alpha - \text{sinvers}\,\beta$, $ae = ed = \sin\alpha$, $fc = eg = \sin\beta$, also $ag = \sin\alpha + \sin\beta$, $dg = \pm\sin\alpha \mp \sin\beta$. Aus den beiden rechtwinkligen Dreiecken acg und cgd folgt dann unmittelbar der fragliche Satz. Leo hat sich damit die Möglichkeit geschaffen, weil $\text{chord}\,(\alpha \pm \beta) = 2\sin\frac{1}{2}(\alpha \pm \beta)$ ist, den Sinus der halben Summe oder Differenz zweier Winkel zu finden, sobald er ihre Sinus und daher auch die Sinus versus kennt.

5. $\text{Sinvers}\,\alpha = 1 - \sqrt{1 - \sin^2\alpha}$. Hier ist $\sqrt{1 - \sin^2\alpha}$ nicht als *sinus residui arcus 90 gradnum,* wie oben, bezeichnet, sondern als *distantia sinus a centro circuli.*

6. *Kennt man die Sehne des doppelten Bogens, so kennt man auch ihre Hälfte,*

d. h. den Sinus des einfachen Bogens, folglich, wie eben bewiesen, auch die Sagitta desselben, und daher auch nach 1 die Sehne des einfachen Bogens.

Die so gewonnenen Ergebnisse benutzt Leo nun in der *dictio tertia* um seine Sinustabelle zu konstruieren. Er berechnet sie von 15′ zu 15′. Man kennt nämlich sin 90°, also auch durch fortgesetztes Halbieren sin 45°, sin $22\frac{1}{2}$°, sin $11\frac{1}{4}$°, u. s. w.; ferner sin 30° aus dem gleichseitigen Dreieck und sin 18°, also auch sin 2° 15′; aus sin 30° und sin 18° kennt man aber auch sin 24° als Sinus der halben Summe, also auch sin 6° und daher sin 8° 15′. Aus sin 30° ebenso sin 3° 45′. Durch fortgesetzte Halbierung gelangt man so zu $\sin(15' + \frac{1}{128}{}^{\circ})$ und zu $\sin(15' - \frac{1}{64}{}^{\circ})$. Beide Sinus sind aber bis zu den Quinten genau den zugehörigen Bogen proportional, und nun findet man durch Proportionsrechnung $\sin 15' = 0^{\circ}\,15'\,42''\,28'''\,12''''\,27^{\mathrm{v}}$; damit ist aber die weitere Berechnung gegeben.

In *dictio quarta* wird die *Tabula sinus* mitgetheilt und ihr Gebrauch zur Auffindung des Sinus und des Sinusversus aus dem Bogen und umgekehrt des Bogens aus jenen Functionen gelehrt. Ich füge Anfang und Ende der Sinustabelle hier ein.

Arcus		Arcus		Sinus			Arcus		Arcus		Sinus		
G	*M*	*G*	*M*	*G*	*M*	2ª	*G*	*M*	*G*	*M*	*G*	*M*	2ª
0	15	179	45	0	15	42	45	15	134	45	42	36	40
0	30	179	30	0	31	25	45	30	134	30	42	47	42
0	45	179	15	0	45	7	45	45	134	15	42	58	41
1	0	179	0	1	2	50	46	0	134	0	43	9	37
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
44	30	135	30	42	3	16	89	30	90	30	59	59	57
44	45	135	15	42	14	27	89	45	90	15	59	59	59
45	0	135	0	42	25	35	90	0	90	0	60	0	0

Die *dictio quinta* dieses Capitels endlich lehrt die Berechnung der Dreiecke aus Seiten und Winkeln. Diesen Abschnitt werde ich vollständig mittheilen, da er eine ganz selbständige Leistung darstellt. Er ist durchaus von einer ebenfalls vollständigen ebenen Trigonometrie verschieden, welche unter dem Titel *De tribus notis* sich in derselben Handschrift 5277[12], aber auch im Codex Basileensis F. II. 33 findet und eingestandenermassen auf Geber fusst.

Dictio quinta.

De scientia angulorum et laterum trianguli rectanguli.

Cognitis duabus lineis trianguli unum angulum rectum habentibus cognoscitur reliqua linea et cognoscuntur reliqui anguli. (Fig. 3.)

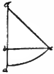


Fig. 3.

Sit *abc* triangulus habens angulum rectum, cuius duæ lineæ scitæ: dico, quod totum residuum est scitum. Quia linea *ac*, quæ subtenditur angulo recto, est in potentia ad duos quadratos reliquarum duarum linearum, quare manifestum est, quod scitis lineis *ab*, *bc* scitur linea *ac*. Et si scitur linea *ac* et una aliarum, scitur tertia, quia ipsa tertia est in potentia ad illud, quod restat de quadrato *ac* subtracto ab eo quadrato alterius lineæ cognitæ. Item dico, quod cognito *abc* angulo recto omnes alii anguli cognoscuntur. Probabo, quod angulus *bac* statim scietur ex notitia inde habita de isto triangulo *abc*. Ad cuius probationem protrahatur linea *ab* usque ad æqualitatem lineæ *ac* usque ad punctum *d*, et fiat de puncto *a* centrum, et signetur cum distantia *ac* arcus *cd*. Et est notum ex dictis, quod linea *bc* est sinus arcus *cd*, et quia duæ lineæ *ac*, *bc* sunt scitæ, est notum, quod quantitas lineæ *bc* est scita in quantitate, in qua linea *ac* habet 60 gradus, et per istam quantitatem, in qua est scita linea *bc*, scitur ex tabula arcuum et sinuum arcus sinus *bc*; quo scito est scitus angulus *bac*, quare et angulus *acb*, quia valent ambo unum rectum.

De scientia angulorum cuiuslibet trianguli ex cognitione cunctorum laterum.

Cognitis tribus lineis cuiusvis trianguli omnes eius angulos cognoscuntur. (Fig. 4 und 5.)

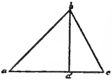


Fig. 4.

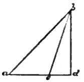


Fig. 5.

Ad cuius probationem sit *abc* prædictus triangulus, et protrahatur a puncto *b* perpendicularis linea *bd* super lineam *ac* positam infinitam. Quæ linea *bd* protracta in prima figura cadit intra triangulum, in secunda vero extra: dico, quod quantitas lineæ *cd* est nota. Quia, si subtrahatur quadratum lineæ *ab* de duabus quadratis linearum *ac*, *bc* in prima figura, aut quadrata linearum *ac*, *cb* de quadrato *ab* in secunda figura, et dividatur residuum per quantitatem duplatam lineæ *ac*, dico, quod divisionis quotiens erit æquale lineæ *cd* aut *dc*, sicut demonstrat Euclides. Ex his est notum, quod quantitas lineæ *dc* est scita, et linea *bc* est scita ex primo supposito, ergo linea *bd* est scita trianguli *bcd* habentis angulum unum rectum, et per consequens omnes eius anguli sunt sciti uterque ex præcedenti propositione. Et hic scimus in prima figura *bca* et unam partem anguli *cba*, quæ pars est angulus *cbd*. In secunda figura scimus angulum *bca* per angulum *bcd*, qui est scitus, quia angulus *bca* est complementum duorum rectorum super angulum *bcd*, qui est scitus. Item, quia lineæ *ac*, *cd* sunt scitæ, est linea *ad* scita, et ex hoc clarum est, quod omnes anguli trianguli *bda* habentis unum angulum rectum, sunt sciti, quia lineæ eius sunt scitæ: ergo quantitas < anguli > *bac* in utraque figura est scita, et scietur angulus *abc*, qui remanet de triangulo, quia anguli *cbd* et *dba* sunt sciti. Unde scitur, quod angulus *abc* in utraque figura est scitus. Ergo est notum, quod cognitis omnibus lineis trianguli *abc* omnes eius anguli cognoscuntur, quod volebam probare.

Ex cognitione duorum laterum et anguli uni lateri oppositi reliqua cognoscuntur.

Cognitis duabus lineis alicuius trianguli et uno angulo eius, cui sit altera dictarum linearum subtensa, reliqua linea et reliqui anguli cognoscuntur. (Fig. 6.)

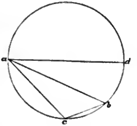


Fig. 6.

Sit enim *abc* triangulus, cuius duæ lineæ *ab* et *bc* sunt scitæ, et angulus *bac* sit scitus: dico, quod linea *ac* et anguli, qui remanent, sunt sciti. Ad cuius probationem fiat unus circulus, qui tangat quamlibet angulum trianguli *abc*, qui circulus etiam vocetur *abc*, et ponatur, quod diameter circuli sit linea *ad*. Quia angulus *bac* est scitus et est iuxta circumferentiam circuli, et sunt ibi duo anguli recti 360 gradus, ergo erit scitus arcus *bc*, et inde sciemus ex tabulis arcuum et sinuum chordam arcus prædicti in quantitate, in qua linea *ad* est 120 gradus. Unde scitur ex hoc, quod proportio lineæ *cb* ad lineam *ad* est scita. Et quia proportio lineæ *bc* ad lineam *ab* est scita ex primo supposito, sequitur, quod proportio lineæ *ab* ad lineam *ad* est scita. Ex hoc sequitur, quod scitur quantitas lineæ *ab* in quantitate, in qua linea *ad* est 120 gradus, et ex hoc habemus scientiam arcus *acb* per tabulas arcuum et sinuum. Et quia duo arcus, scilicet *bc* et *acb* sunt sciti, scitus est arcus, qui remanet, qui est arcus *ac*, et inde scimus angulum *abc*; quo scito, et ex primo supposito scito angulo *bac*, scitur tertius angulus, scilicet *acb*. Et inde ex dictis habebimus scientiam lineæ *ac*, unde manifestum est, quod duabus cognitis lineis trianguli *abc*, scilicet *ab* et *bc*, et cognito eius angulo, scilicet *bac*, est scita linea *ac* et < anguli > reliqui, quod volebam probare.

Sequitur ex dictis vel demonstratis ex demonstratione prædicta, quod, si diameter circuli poneretur 60 gradus, et circumferentia 180 gradus; non oporteret computare chordas arcuum in tabulis arcuum et sinuum nisi in quantitate, in qua computantur sinus, qui sinus est medietas chordæ arcus diametri. Unde sequitur, quod proportio sinus arcus ad medietatem diametri est talis, qualis est proportio chordæ alicuius arcus ad diametrum. Ideo ego elegi, quod in locis, in quibus utar demonstratione, inter verba mea sic dictum corollarium accipiatur, quia brevior et magis lucida ex hoc erit. Ideo ex isto loco hoc dixi, ne lector turbetur in istis locis, in quibus utar hoc modo legendi, sic 30 pro 60 et sic uno pro duobus utendo.

Ex isto corollario sequitur, quod *omnium triangulorum rectilineorum talem proportionem una linea habet ad aliam, qualem proportionem unus sinus angulorum, quibus dictæ lineæ sunt subtensæ, habet ad alium.* Ex isto corollario sequitur, quod, *si anguli unius trianguli rectilinei sunt sciti, et si est scita quantitas unius lineæ uni angulo subtensæ, quantitates aliarum linearum etiam sunt scitæ,* quia, si proportio lineæ scitæ ad aliam lineam est scita, ipsa alia linea est scita.

EX COGNITIONE DUORUM LATERUM ET ANGULI AB EIS CONTENTI SCIRE RELIQUA.

Scitis duabus lineis unius trianguli et scito angulo eius consurgente ex coniunctione earum ad invicem reliqua linea et reliqui anguli cognoscuntur. (Siehe Fig. 5 und 6.)

Sit enim *abc* triangulus, cuius lineæ *bc*, *ca* sunt scitæ, et angulus *bca* sit etiam scitus: dico, quod linea *ba* erit scita, et reliqui anguli erunt sciti. Quia angulus *bca* aut est rectus vel acutus vel obtusus. Si rectus, patet conclusio ex dictis superius, si vero acutus, ut in prima figura, vel obtusus, ut in secunda, dico, quod linea *ba* est scita. Ad cuius probationem a puncto *b* super lineam *ca* positam infinitam linea perpendiculariter protrahatur, et quotiens sit, manifestum est, quod angulus *bcd* est scitus, qui est angulus *bca*, qui scitur, ut in prima figura, vel est complementum duorum rectorum super angulum *bca*, qui est scitus, ut in secunda, et sic remanet *dbc* scitus, qui est complementum unius recti super angulum *bcd*. Sequitur, quod omnes anguli trianguli *bcd* sunt sciti, et linea *bc* est scita ex primo supposito: sequitur ergo, quod reliquæ sunt scitæ. Sequitur etiam, quod duæ lineæ *bd*, *da*, sunt scitæ in utraque figura, et ex eis scimus quantitatem lineæ *ab* trianguli *adb*, qui habet unum angulum rectum. Sequitur, quod omnes anguli trianguli *adb* sunt sciti, ergo sequitur, quod scitur angulus *bad* vel *bac*, quod idem est, et ideo, cum angulus *bca* est scitus, ergo angulus *abc*, qui est residuum trium *a*, *b*, *c* est scitus, quia est complementum duorum rectorum super duos angulos *bac*, *bca*, qui sunt sciti; et hoc est, quod volebam probare.

Dass in Obigem eine nette und vollständige ebene Trigonometrie enthalten ist, dürfte einleuchten. Sie weicht in ihrer Darstellung vollständig ab von derjenigen, welche Geber und ihm folgend jener andere anonyme Verfasser einer ebenen Trigonometrie einschlägt, die ich oben erwähnte. Letzterer hat 25 Unterfälle, welche er alle einzeln behandelt. Leo's Beweis des jetzt Sinussatz gennanten Formel ist klar, und er zieht aus ihm alle Folgerungen, welche wir heute noch mit ihm beweisen. Auch von der Behandlung desselben Gegenstandes durch Nasîr-ed-Dîn ist er unabhängig: wir haben also eine ganz selbständige Leistung vor uns.

Das **dritte Capitel** enthält das Princip der *Camera obscura* deutlich dargelegt und für die Beobachtung der Sonnen- und Mondfinsternisse praktisch benutzt. Es wird die Theorie auch geometrisch bewiesen. Ich gehe hier auf dieses Capitel nicht weiter ein, sondern behalte mir die Verwerthung desselben für einen andern Ort und andere Gelegenheit vor. Nur soviel möchte ich feststellen, dass Levi ben Gerson, soweit bis jetzt bekannt, der erste ist, welcher von dieser Vorrichtung Gebrauch macht. Was bisher über die Vorgeschichte der Dunkelkammer bekannt war, findet man bei Libri, *Histoire des sciences mathématiques en Italie*, T. IV, note III aufgeführt.

Das **vierte Capitel** handelt von dem »*centrum visus*«. Da der *Baculus Jacob* an das Auge gelegt werden soll, um zunächst die Entfernung zweier Sterne am Himmel direkt zu messen, dabei aber nothwendig ein Fehler der Beobachtung eintreten würde, wenn nicht darauf Rücksicht genommen würde, dass die Sehstrahlen nicht von der Oberfläche des Auges ausgehen, sondern von einem Punkte im Innern des Auges hinter der Linse herkommen, wie Leo durch Experimente nachweist, so hat er, wie er sagt, »*per multas experientias*« gefunden, dass die *visiva potentia* des Auges im Glaskörper *(humiditas congelata)* sich befinde. Um dieses auch geometrisch nachzuweisen, giebt er zu diesem Zwecke die vorläufige Beschreibung des Instrumentes, welche S. Günther in der Biblioth. Mathem. 1890, S. 76—77 hat abdrucken lassen. Ich wiederhole hier diese Beschreibung, indem ich einige Zeilen früher beginne, und füge den Beweis hinzu, welchen Leo für seine Behauptung vorbringt. Es wird sich, glaube ich, dabei ergeben, dass Günther Leo missverstanden hat, und seine Zeichnung des *Secretorum revelator* nicht ganz richtig ist.

»Possum etiam geometrice demonstrare in hoc locum, in quo oculi centrum visus existat, cum instrumento, quod inveni ad experientias locorum planetarum in quovis tempore capiendas. Ideo in hoc loco declarabo de opere instrumenti prædicti, quantum est necessarium pro ista demonstratione habenda. Fiat igitur unus baculus cum superficiebus planis et rectis; in uno capite illius ponatur una tabula, quæ aliqualiter sit cornuta. Eius alterutrum cornu experientiæ tempore sume, alterum in oculum collocato; et fiant multæ tabellæ diversorum quantitatum perforatæ in medio superficies rectas habentes, per quarum foramina intrare possit baculus antedictus, et sit altitudo earum super baculum aliquantulum depressior altitudine oculi, et duæ earum simul ponantur in baculo, una alteri inæqualis ita, quod minor sit propinquior oculo, et ambæ super baculum faciant angulos rectos et sint parallelæ. Et lineæ ab centro oculi procedentes tangant utramque extremitatem utriusque tabellæ et terminentur usque ad cœlum. Hoc autem facto in certitudine nobis possibili sciemus faciliter locum, in quo centrum visus existit. Quia dictæ tabulæ sunt parallelæ et faciunt angulos rectos cum baculo, et lineæ parallelæ intersecant trianguli lineas in tali proportione, qualem parallela una habet ad aliam; et in tali proportione intersecarent omnes lineæ parallelas, quæ essent ab angulo trianguli usque ad lineam ei subtensam vel basim ... Verbi gratia (Fig. 7) sit *ab* linea recta in longitudine superficiei baculi experientiarum, quæ ab oculo ad caput baculi procedit, et ex parte parallelæ intersecant lineam *ab* suppositam, et sint lineæ *cd* et *ef*, quæ linea *cd* est maior linea *ef*, quia linea *ef* est propinquior oculo. Et sint

Fig. 7.

sic ordinatæ, quod linea *ef* totaliter et punctualiter occultet lineam *cd* recto oculi < obtentu >; et linea *cd* intersecet lineam *ab* in puncto *g*, et linea *ef* intersecet eam in puncto *h* et protrahantur lineæ *ce* et *df*. Et quia duæ lineæ rectæ *cd* et *ef* sunt visæ ab oculo eiusdem anguli, clarum est, quod, si dictæ lineæ *ce* et *df* protrahantur, in centro visus concurrent, et ponatur, quod concurrant in puncto *i*, et signetur linea *ai*. Manifestum est, quod linea *bai* est una linea recta, quia supposui centrum visus in rectitudine lineæ *ba*. Item quia linea *cg* est æqualis lineæ *gd* et linea *he* est æqualis lineæ *hf*, et linea *gh* est communis ambobus quadrangulis, et angulus *cgh* est æqualis angulo *dgh*, et angulus *ghe* est æqualis angulo *ghf*, manifestum est, quod, si figura *dh* superponeretur figuræ *ch* semper omnia tanguntur, ac si una esset figura. Punctus *d* caderet super punctum *c*, et punctus *f* super punctum *e*, quare manifestum est, quod angulus *gdf* æqualis est angulo *gce*. Unde sequitur, quod triangulus *icd* habet crura æqualia, quia duo eius anguli iuxta basim sunt æquales. Quare manifestum est, quod linea, quæ venit a puncto *i* ad punctum *g*, qui dividit lineam *gc*, intersecat lineam *cd* ad angulos rectos. Sed quia linea *ag* intersecat etiam lineam *cd* ad angulos rectos, sequitur, quod linea producta a puncto *i* ad punctum *g* transeat per punctum *a*; unde sequitur, quod linea *iag* est una linea recta. Et quia triangulus *cdi* habet infra se lineam *ef* parallelam lineæ *cd*, quæ est basis anguli dicti trianguli, manifestum est, quod, qualem proportionem habet linea *ei* ad lineam *ic*, talem habet linea *fe* ad lineam *cd*. Et isto modo probatur, quod, qualem habet proportionem linea *eh* ad lineam *cg*, talem habet *ih* ad lineam *ig*. Et cum commutatur proportio et dividitur, manifestum est, quod proportio, quam habet *cg* ad lineam *eh* est talis, qualem habet differentia lineæ *cg* super lineam *eh* ad lineam *gh*, quæ est differentia, quam habet *ig* super lineam *ih*. Sed differentia, quam habet linea *cg* super lineam *eh* est scita, etiam quantitas lineæ *gh* est scita, nec non et quantitas lineæ *eh* est scita: remanet ergo quantitas lineæ *ih* scita, quia proportio quantitatis lineæ *eh*, quæ est scita, ad lineam *ih* est scita. Et cum profunde cum maximo labore quæsivi veritatem, inveni punctum *i* in isto verbi gratia in çentro visus, quod est in centro humiditatis congelatæ. Et ista inquisitio fuit necessaria et valde, quia sine ea non possunt inveniri anguli experientiæ veritatis sine errore, quando respiciuntur cum isto instrumento corpora radiosa, et vellet quis scire arcum distantiæ inter unum et reliquum. Quia, si poneretur centrum visus infra spatium, quod continetur inter *ia*, iudicaretur arcus distantiæ unius ad alterum maior, quam esset, quia angulus experientiæ esset maior, et per oppositum iudicaretur brevior, si dictum centrum poneretur ultra punctum *i*.»

Nun endlich giebt Leo im **fünften Capitel** eine detaillirte Beschreibung seines Instrumentes und die Art der Benutzung desselben zur Bestimmung der Distanz zweier Sterne. Nach dieser Beschreibung ist der Stab rund und nur auf *einer* Seite eine vollständige ebene Fläche vorhanden. Die *tabula cornuta*, es ist überhaupt nur *eine* solche vorhanden, ist an dem Ende des Stabes befestigt, welches an das Auge gelegt werden soll. Sie ist an den Verlängerungen *(cornibus)* abgerundet, damit sie in dem innern Winkel des Auges gelegt werden kann, und dient nur dazu die Lage des Instrumentes in Betreff des Auges sicher zu stellen. Dann, sagt unser Verfasser, liegt das *centrum visus* hinter dieser *tabula* um den 20ten Theil einer Palme im Innern des Auges, wie er »*per experientias multas cum maxima diligentia et labore*« gefunden habe. Der Stab soll vier Palmen lang sein und in solche eingetheilt. Wegen des um den 20ten Theil einer Palme zurücktretenden *centrum visus* muss jedoch die erste Palme um ebensoviel kürzer gemacht werden. Diese kürzere Palme und die nächstfolgende sind nicht weiter einzutheilen, dagegen sind die folgenden durch Querlinien in je 18 Theile, er nennt sie *gradus*, zu theilen. Jeder *gradus* wird auf der einen Seite der ebenen Fläche des Baculus in 12, auf der andern in 6 gleiche Theile getheilt. Darauf zieht er vom Anfange des ersten Theiles der Seite, welche sechs Compartimente enthält, nach dem Anfangspunkte des zweiten Theiles der 12-theiligen Scala, von da wieder nach dem Anfange des zweiten Theiles der 6-theiligen Scala, und dann von dort aus nach dem des 4. Theiles der andern Seite, von dort wieder nach dem 3. Theile der ersten Seite und von da nach dem 6. Theile der zweiten gerade Linien, und so fährt er fort bis zum Ende des Stabes. Dann ist klar, dass jede Transversallinie den 12. Theil eines Grades fasse. Um aber Minuten sicher erkennen zu können, theilt er nach der ganzen Länge des Stabes noch die Breite desselben durch gerade Linien in 5 gleiche Theile, dann sei jeder Theil einer beliebigen Transversallinie gleich einer Minute; in der beistehenden Zeichnung (Fig. 8) gebe ich die Eintheilung zweier *gradus* in Minuten wieder, und bemerke, dass damit das Princip des verjüngten Masstabes vollständig ausgesprochen und praktisch verwendet ist.

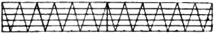


Fig. 8.

Die auf den Stab aufschiebbaren, mit runder Öffnung versehenen Tafeln, damit sie um denselben gedreht werden können, sollen sechs sein. Die Länge derselben wird zu 24 gradus, 16, 12, 8, 4 bestimmt, nur die sechste soll von der einen Seite 2, von der andern nur 1 *gradus* sein. Die Dicke jeder Tafel soll $\frac{1}{3}$ eines Grades betragen, die Höhe aber soll gleich der Entfernung des *centrum visus* von dem Ende des Stabes sein, nur bei der sechsten soll dieselbe auf der

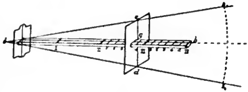


Fig. 9.

einen Seite $\frac{1}{2}$, auf der andern $\frac{1}{4}$ Grad betragen. Der Stab dürfte also beistehende Gestalt gehabt haben (Fig. 9).

Ich habe nur eine *Tabula* ausser der *cornuta* gezeichnet, weil aus dem Folgenden hervorgehen wird, dass LEVI nicht, wie GÜNTHER glaubte, zwei solche *Tabulae* benutzte. Die *cornuta* ist ja für die eigentliche Beobachtung nicht mitzurechnen, da sie nur die genaue Anlage des Instrumentes an das Auge bewerkstelligen soll. Die Berechnung des Bogens s_1s_2 erfolgt, wie GÜNTHER angegeben, durch die Formel

$$\text{chord}\, s_1s_2 = \frac{cd}{\sqrt{cg^2 + gi^2}}.$$

LEO nennt dabei $\sqrt{cg^2 + gi^2}$ *semidiameter aequata* und chord s_1s_2 die *chorda aequata*. Sind beide Sterne in der Ekliptik, so ist die gefundene Distanz die *longitudo in zodiaco*, liegen beide Sterne dagegen im Thierkreise, so ist die gefundene Distanz die Breite der Sterne. Liegt ein Stern auf der Ekliptik, der andere nicht, so ist die Distanz die Breite des zweiten Sternes; sind beide ausserhalb der Ekliptik, aber auf derselben Seite derselben, so ist, wenn die Breite des näheren Sternes bekannt ist, die Summe aus Distanz und bekannter Breite die Breite des zweiten Sternes, bei Kenntnis der Breite des weiteren Sternes, die Differenz zwischen Breite und Distanz; liegen die Sterne auf verschiedenen Seiten der Ekliptik, so ist die bekannte Breite von der Distanz zu subtrahieren. Er zeigt dann noch in diesem Capitel, wie bei bekannter Breite aus dieser und der gefundenen Distanz die Länge der Sterne gefunden werden kann.

Im **sechsten Capitel** lehrt er die Meridianhöhe der Sterne, der Sonne und des Mondes finden, die Stunde bestimmen und aus der bekannten Meridianhöhe die Breite des Sternes. Hierzu erhält sein *Baculus* eine neue Einrichtung, er erhält ein Stativ, so dass seine beiden Endflächen horizontal stehen, was durch ein Bleiloth sicher gestellt wird, und auf die obere Endfläche wird eine möglichst dünne kupferne *Tabula,* welche an dem Stabe ein feines Loch hat, aufgeschoben; ebenso andere Tafeln, alle mit ähnlichen Löchern versehen, und nun müssen diese so lange verschoben werden, bis der Strahl des beobachteten Sternes durch beide Löcher in das beobachtende Auge gelangt. Dann liefert eine ähnliche Rechnung wie oben das Gewünschte.

Capitel sieben und **acht** bringen, immer unter neuen Einrichtungen des Stabes, welcher dadurch zu einem sehr complicierten Instrumente wird, weitere Anwendungen desselben zu dem verschiedensten Gebrauche, so dass Leo fast alle astronomischen Beobachtungen mit demselben auszuführen im Stande ist. Hier des weitern mich darauf einzulassen, würde mich zu weit führen. Ich will also nur noch kurz über das **neunte Capitel** referiren, welches die nothwendigen Cautelen bei der Beobachtung nochmals zusammenstellt. Erstens soll man bei nächtlichen Beobachtungen hinter den Kopf ein Licht stellen, damit man die Enden der Mittellinie der aufgesteckten Tafeln genau sehen kann. Man solle zweitens nicht bei nebligen Wetter beobachten, da dadurch die Beobachtung mit vielen Fehlern behaftet werde. Man solle ferner die zu messende Distanz nicht merklich grösser als 30 oder 40 Grade nehmen, da das Auge einen grösseren Winkelabstand nicht leicht übersehen könne. Ist die Breite der Sterne nicht genau bekannt, so darf der Abstand nicht kleiner als 20 Grade genommen werden, *quia in parva distantia parvus error ducit ad magnum et in magna magnus ducit ad parvum.*

Note historique sur une proposition analogue au théorème de Pythagoras.

Par G. Eneström à Stockholm.

Dans une petite note: *Ein stereometrisches Analogon zum Pythagoreischen Lehrsatz,* insérée à la Zeitschrift für Mathematik und Physik **38**, 1893, 383—384, M. O. Beau a indiqué et démontré le théorème suivant qu'il semble avoir supposé nouveau:

Dans toute pyramide triangulaire où trois faces sont perpendiculaires entre elles, le carré de la quatrième face est égal à la somme des carrés des trois premières.

Cette note a donné lieu à trois petites remarques insérées dans le même journal (**39**, 1894, 64, 192) par MM. Kloss, Pützer et K. Fink, qui ont fait observer que le théorème a été connu depuis longtemps; M. Fink l'a retrouvé déjà dans l'ouvrage de Carnot: *De la corrélation des figures de géométrie* (Paris 1801, p. 170).

Cependant, à cause du caractère élémentaire et de la simplicité de ce théorème, il est *à priori* très probable qu'il a été connu déjà au 18e siècle, et en effet on le trouve dans deux mémoires publiés environ 20 ans avant l'ouvrage cité de Carnot. L'auteur du premier mémoire, inséré au t. **9** des Mémoires de mathématiques et de physique présentés à l'académie des sciences par divers savants (Paris 1780), p. 593—642, est Tinseau, et le titre en est: *Solution de quelques problèmes relatifs à la théorie des surfaces courbes et des courbes à double courbure.* Ici, le théorème est indiqué à la page 612 sous la forme suivante plus générale:

Le quarré d'une surface quelconque plane, rapportée à trois plans coordonnés, est égal à la somme des quarrés de ses projections sur ces trois plans.

On y voit aussi que Tinseau regardait ce théorème comme parfaitement nouveau, car il l'appelle »théorème auquel on n'avait point pensé jusqu'ici». Mais quelques ans plus tard, De Gua, dans son mémoire: *Propositions neuves et non moins utiles que curieuses sur le tétraèdre, ou essai de tétraèdrométrie* (Histoire de l'académie des sciences avec les mémoires de mathématiques et de physique, 1783 [Paris 1786]; Mémoires p. 363—401) revendiquait pour lui-même la découverte du théorème sur la pyramide triangulaire, qu'il énonce ainsi à la page 375:

> Dans tout tétraèdre à un angle solide droit, la somme des carrés des trois nombres propres à exprimer les aires des trois faces triangulaires qui comprennent l'angle solide droit, et qu'on peut nommer latérales, est toujours égal au carré du nombre par lequel doit être exprimé l'aire de la face opposée à l'angle solide droit et qu'on peut nommer hypothénusale.

De Gua mentionne qu'il avait trouvé ce théorème déjà plus de 20 ans plus tôt, et qu'il en avait consigné alors la démonstration dans les régistres de l'académie des sciences de Paris. Il s'en suit que la découverte doit avoir été faite vers 1760.

De Gua indique aussi à la page 378 ce théorème plus général:

> Dans un tétraèdre quelconque, la différence de la somme des carrés des trois faces situés autour d'un même angle solide, au carré de la face opposée à ce même angle solide, est toujours égale à la moitié du produit du parallélépipède formé sur les trois côtés situés autour de l'angle solide, par la somme des trois produits qu'on trouve en multipliant chacun de ces trois mêmes côtés, par la différence du cosinus de l'angle plan, qui, appartenant à l'angle solide, sera opposé à ce côté, au produit des cosinus des deux autres angles-plans appartenant au même angle solide, lesquels comprendront entre eux ce même côté.

Bien que De Gua et Tinseau soient convaincus tous deux d'avoir découvert ainsi un théorème nouveau, il est très possible que la proposition sur le tétraèdre rectangulaire ait été signalée aussi par quelque géomètre antérieur, et le but principal de ce petit article est de provoquer des recherches ultérieures sur ce point.

RECENSIONEN. — ANALYSES.

A. Rebière. LES SAVANTS MODERNES, LEUR VIE ET LEURS TRAVAUX. D'APRÈS LES DOCUMENTS ACADÉMIQUES, CHOISIS ET ABRÉGÉS. Paris, Nony & Cie 1899. In-8°, VIII + 455 p.

Le titre de cet ouvrage n'est pas parfaitement exact; il aurait valu mieux mettre sur le feuillet de titre: »Les membres les plus illustres *de l'académie des sciences de Paris*», et effectivement cette restriction a été indiquée dans la préface, où l'auteur dit qu'il a réuni dans ce livre les savants modernes les plus illustres, français ou étrangers, parmi les académiciens morts (comparez aussi la 2e note à la page 47).

Après quelques mots sur la science antique et sur les mathématiciens modernes antérieurs à la fondation de l'académie des sciences de Paris, l'auteur résume l'histoire de cette académie, et ensuite il range les savants chronologiquement, dans trois chapitres, embrassant respectivement les mathématiciens et les astronomes, les physiciens et les chimistes, les naturalistes; pour chaque savant il y a quelques brefs renseignements biographiques et des notices plus ou moins étendues, extraites pour la plupart des éloges académiques; ordinairement l'auteur a annexé aussi le portrait du savant.

Dans cette courte analyse nous nous restreindrons au premier chapitre (p. 45—182). D'après l'auteur, les mathématiciens et les astronomes les plus illustres parmi les académiciens morts sont: J.-D. CASSINI, CH. HUYGENS, I. NEWTON, G. W. LEIBNIZ, JACQUES, JEAN et DANIEL BERNOULLI, L. EULER, A. CLAIRAUT, J. D'ALEMBERT, J.-L. LAGRANGE, W. HERSCHEL, G. MONGE, P.-S. LAPLACE, J. DELAMBRE, A. LEGENDRE, L. CARNOT, J. FOURIER, C. F. GAUSS, V. PONCELET, A. CAUCHY, M. CHASLES, U. LE VERRIER.

Sans doute il est très difficile de décider quels ont été les savants les plus éminents, et on ne doit pas en vouloir à M. REBIÈRE parce que, dans son livre, les français sont en majorité absolue, mais néanmoins il semble un peu étrange qu'il ait découvert parmi les académiciens les plus illustres du 19e siécle seulement un mathématicien étranger (GAUSS) et un astronome étranger (HERSCHEL); heureusement pour les mathématiques, l'Allemagne et l'Angleterre ont eu, parmi les académiciens morts dans le cours de notre siècle, d'autres représentants célèbres, dont les mérites scientifiques égalent au moins ceux de PONCELET et de LE VERRIER.

En résumant les biographies des savants M. Rebière a essayé aussi de caractériser par quelques mots leur action scientifique, mais il nous semble qu'il n'a pas toujours bien réussi; ainsi p. ex. la caractéristique suivante relative à Euler (p. 84) nous paraît trop incomplète: »Elève de Bernoulli, il appliqua l'analyse à la mécanique; il classa et étudia les fonctions. On loue sa simplicité, sa clarté et sa fécondité.»

Les extraits contenus dans le premier chapitre, sont tirés d'une trentaine d'auteurs, parmi lesquels il convient de signaler en premier lieu Bertrand, Arago, Fontenelle et Condorcet; parfois on y trouve des passages un peu inexacts au point de vue historique, p. ex. celui par De Fouchy rapporté à la page 78: »M. [Jean] Bernoulli résolut le problème [isopérimétrique]; mais pour faire voir combien il était supérieur à la difficulté par laquelle on [c. à. d. Jacques Bernoulli] avait voulu l'embarrasser, il ne le résolut qu'après l'avoir rendu beaucoup plus difficile.» On sait que la solution dont il s'agit était fautive, d'où il suit que Jean Bernoulli n'était guère »supérieur à la difficulté par laquelle on avait voulu l'embarrasser».

Nonobstant les quelques petites imperfections auxquelles nous nous sommes permis de faire allusion, nous jugeons le nouveau livre de M. Rebière très utile, et nous espérons que le besoin d'une seconde édition lui donnera bientôt occasion de les écarter; en même temps il pourrait prendre en considération s'il ne serait pas convenable de comprendre parmi les savants modernes aussi quelques-uns qui n'ont pas été membres de l'académie des sciences de Paris, p. ex. N. H. Abel.

Stockholm. G. Eneström.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. Eneström. Stockholm. 8°.
1898: 3.

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. Cantor. Leipzig. 8°.
43 (1898): 4—5.

Braunmühl, A. von, Zur Geschichte des sphärischen Polardreieckes.
Biblioth. Mathem. 1898, 65—72.

Curtze, M., Ein »Tractatus de Abaco« aus der Wende des XII. und XIII. Jahrhunderts. Nach Codex Vindobonensis Palatinus 901, f. 87—96 herausgegeben.
Zeitschr. für Mathem. **43**, 1898, 122—138.

Curtze, M., Eine Studienreise unternommen August bis Oktober 1896. Vortrag, gehalten im Coppernicus-Verein für Wissenschaft und Kunst zu Thorn am 11. Januar 1897.
Altpreussische Monatsschrift (Königsberg) **35**, 1898, 435—455. — Sur les manuscrits mathématiques découverts par M. CURTZE dans des bibliothèques allemandes et autrichiennes.

Galilei, G., Opere. Edizione nazionale sotto gli auspicii di sua maestà il re d'Italia. Volume VII. Firenze 1897.
4°, (6) + 754 + (1) p. — Edition publiée sous la direction de M. A. FAVARO.

Goodspeed, E. J., The Ayer Papyrus: a mathematical fragment.
Americ. journ. of philology **19**, 1898, 25—39 + 1 pl.

Huygens, Chr., Oeuvres complètes publiées par la société hollandaise des sciences. Tome septième. Correspondance 1670—1675. La Haye, Nijhoff 1897.
4°, (6) + 624 + (1) p. + portr. + 2 pl. — [Analyse:] Bullet. d. sc. mathém. **22**$_2$, 1898, 65—77. (J. BERTRAND.)

Maupin, G., Note sur le problème d'Adrianus Romanus.
Revue de mathem. spéc. **9**, 1898, 3—5.

Noether, M., Francesco Brioschi.
Mathem. Ann. **50**, 1898, 477—491.

Pringsheim, A., Über die ersten Beweise der Irrationalität von e und π.
München, Akad. d. Wissensch., Sitzungsber. 1898, 325—337.

Rebière, A., Les savants modernes, leur vie et leurs travaux. D'après les documents académiques, choisis et abrégés. Paris, Nony 1899.
8°, VIII + 455 p.

Salih Zéky, Notation algébrique chez les Orientaux.
| Journal asiatique 1898. 20 p.

Steinschneider, M., Die Mathematik bei den Juden.
Biblioth. Mathem. 1898, 79—89.

Suter, H., Über zwei arabische mathematische Manuskripte der Berliner kgl. Bibliothek.
Biblioth. Mathem. 1898, 73—78.

Question 70 [sur une édition de l'Algèbre d'EULER].
Biblioth. Mathem. 1898, 94. (G. ENESTRÖM.)

Beantwortung der Anfrage 68 [über einen Mathematiker Namens »Josteglio«].
Biblioth. Mathem. 1898, 94—95. (A. VON BRAUNMÜHL.)

Antwort auf die Anfrage 69 [über einige typographische Eigenthümlichkeiten in gewissen Jahrgängen des Bullett. di bibliogr. d. sc. matem.].
Biblioth. Mathem. 1898, 95—96. (M. CURTZE.)

Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik. Achtes Heft. Leipzig, Teubner 1898. 8°.
Zeitschr. für mathem. und naturv. Unterr. **29**, 1898, 431—433. (G. WERTHEIM.)

BROCARD, H., Notes de bibliographie des courbes géométriques. Bar-le-Duc 1897. 8°.
Bullet. d. sc. mathém. **22**$_2$, 1898, 165—167. (P. TANNERY.)

CANTOR, M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Dritter Band. Vom Jahre 1668 bis zum Jahre 1758. Dritte Abtheilung. Die Zeit von 1727 bis 1758. Leipzig, Teubner 1898. 8°.
Bullet. d. sc. mathém. **22**$_2$, 1898, 197—200. (P. TANNERY.)

EUKLIDS Elementer I—II. Oversat af THYRA EIBE. Med en Indledning af H. G. ZEUTHEN. Köbenhavn, Hegel 1897. 8°.
Berliner philolog. Wochenschr. **18**, 1898, 833—836. (F. HULTSCH.)

GRAF, J. H., Niklaus Blauner, der erste Professor der Mathematik an der bernischen Akademie. Bern 1897. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **43**. 1898; Hist. Abth. 51. (CANTOR.)

GÜNTHER, P., Les recherches de Gauss dans la théorie des fonctions elliptiques. Traduit par L. LAUGEL. (Journal de mathém. **3**$_5$, 1897.)
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1898, 74—76.

HEATH, T. L., The works of Archimedes edited in modern notation with introductory chapters. Cambridge, Clay & Sons 1897. 8°.
Biblioth. Mathem. 1898, 90—91. (G. ENESTRÖM.)

LORIA, G., Il passato ed il presente delle principali teorie geometriche. Seconda edizione accresciuta ed interamente rifatta. Torino, Clausen 1896. 8°.
Mathesis **8**$_2$, 1898, 196—197. (P. M.)

MEYER, FR., Rapport sur les progrès de la théorie des invariants projectifs. Traduction annotée par H. FEHR. (Bullet. d. sc. mathém. **18**$_2$—**20**$_2$.)
Jorn. de sc. mathem. **13**, 1898, 122. (G. T.)

OBENRAUCH, F. J., Geschichte der darstellenden und projectiven Geometrie, mit besonderer Berücksichtigung ihrer Begründung in Frankreich und Deutschland und ihrer wissenschaftlichen Pflege in Oesterreich. Brunn 1897. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **43**, 1898; Hist. Abth. 151—152. (CANTOR.)

POGGENDORFF's Biographisch-literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exacten Wissenschaften, enthaltend Nachweisungen über Lebensverhältnisse und Leistungen von Mathematikern, Astronomen, Physikern, Chemikern, Mineralogen, Geologen, Geographen u. s. w. aller Völker und Zeiten. III. Band (die Jahre 1858 bis 1883 umfassend). Herausgegeben von B. W. FEDDERSEN und A. J. VON OETTINGEN. 2.—15. Lieferung. Leipzig, Barth 1896—1897. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **43**, 1898; Hist. Abth. 98—99. (CANTOR.)

STÄCKEL, P., und ENGEL, F., Die Theorie der Parallellinien von Euklid bis auf Gauss. Eine Urkundensammlung zur Vorgeschichte der Nicht-Euklidischen Geometrie. Leipzig 1895. 8°.
The monist **7**. 1897, 100—106.

STURM, A., Das delische Problem. (Schluss.) Linz 1897. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **43**, 1898; Hist. Abth. 99. (CANTOR.)

WESSEL, C., Essai sur la représentation analytique de la direction. Publié avec préfaces de H. VALENTINER et T. N. THIELE par l'académie royale des sciences et des lettres de Danemark à l'occasion du centenaire de sa présentation à l'académie le 10 mars 1797. Copenhague, Höst 1897. 4°.
Zeitschr. für Mathem. **43**, 1898, Hist. Abth. 51—52. (CANTOR.) — Jorn. de sc. mathem. **13**, 1898, 128. (G. T.)

VILLICUS, F., Die Geschichte der Rechenkunst vom Altertume bis zum XVIII. Jahrhundert. Dritte vermehrte Auflage. Wien, Gerolds Sohn 1897. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **43**, 1898; Hist. Abth. 48—49. (CANTOR.)

Mathematisches Abhandlungsregister. 1897. Erste Hälfte: 1. Januar bis 30. Juni.
Zeitschr. für Mathem. **43**, 1898; Hist. Abth. 103—120.

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1898, 91—94. — Zeitschr. für Mathem. **43**. 1898; Hist. Abth. 173—176.

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

71. Il semble établi que le mathématicien ANTOINE PARENT a le premier publié (1705) un ouvrage où a été signalée l'équation d'une surface courbe, rapportée à trois axes perpendiculaires entre eux (cf. CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* III, Leipzig 1898, p. 401). D'autre part, il est possible que JEAN BERNOULLI se soit servi déjà en 1698 d'une équation entre trois coordonnées pour représenter une surface ou une courbe dans l'espace (cf. CANTOR, l. c. p. 235, 401—402).

Mais s'il est permis d'ajouter foi à une indication de M. P. A. Berenguer dans la note *Un geómetra español del siglo XVII* (El progreso matem. **5**, 1895, p. 121), le géomètre espagnol A. H. Omerique (né en 1634) aurait eu déjà avant 1698 la même idée, et il l'aurait réalisée dans un traité inédit et actuellement perdu: *De problematibus solidis.*

Est-ce que cette indication est exacte et, en cas affirmatif, comment peut-on le prouver? (G. Eneström.)

72. Frenicle de Bessy a publié en 1657 à Paris un petit écrit: *Solutio duorum problematum circa numeros cubos et quadratos, quae tanquam insolubilia universis Europae mathematicis a clarissimo viro D. Fermat sunt proposita,* qui semble être aujourd'hui extrêmement rare; en 1889 il était parfaitement inconnu aux savants éditeurs des *Oeuvres de* Huygens (voir T. II, p. 460) et les éditeurs des *Oeuvres de* Fermat l'appellent »introuvable» (T. II, p. 434) ou »perdu» (T. III, p. 604).

Est-ce qu'un exemplaire de cet écrit existe actuellement dans quelque bibliothèque publique? (G. Eneström.)

Beantwortung der Anfrage 61. Die älteste Münze mit arabischen Ziffern dürfte eine 1458 geprägte Silbermünze von Grösse eines halben Groschens sein. Dieselbe ist abgebildet in Fr. Pichlers *Repertorium der steierischen Münzkunde,* III (Grätz 1875). (G. Wertheim.)

Réponse à la question 70. M. Elof Tegnér, directeur de la bibliothèque de l'université de Lund, a bien voulu m'avertir que cette bibliothèque possède un exemplaire d'une édition de l'ouvrage d'Euler: *Vollständige Anleitung zur Algebra,* dont le feuillet de titre contient l'indication suivante: »Lund 1771. Auf Kosten C. F. Schjermann, und in Commission bey Rothens Erben und Proft, Buchhändlern in Copenhagen». Il paraît donc que l'Algèbre d'Euler a été réimprimée à Lund en Suède, et il serait très intéressant d'apprendre pour quelle raison cette réimpression a eu lieu. D'autre part, comme Grüson dans l'introduction à son édition de cet ouvrage fait observer que »die zu Lund herausgekommene und ebenfalls unter dem Druckort St. Petersburg erschienene Ausgabe ist ein blosser Nachdruck», on pourrait en conclure que quelques exemplaires de l'édition de 1771 portent St. Pétersbourg comme lieu d'impression sur le feuillet de titre. (G. Eneström.)

Quatre numéros par an. · Ce numéro est publié le 1 décembre 1898.

Index.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK

HERAUSGEGEBEN VON

JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1899.

NEUE FOLGE **13.** NOUVELLE SÉRIE **13.**

STOCKHOLM
G. ENESTRÖM.
BRAHEGATAN 48.

BERLIN
MAYER & MÜLLER.
PRINZ LOUIS-FERDINANDSTR. 2.

PARIS
A. HERMANN.
RUE DE LA SORBONNE 8.

CENTRAL-TRYCKERIET, STOCKHOLM, 1899.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK

JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON — PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1899.

NEUE FOLGE **13.** — NOUVELLE SÉRIE **13.**

STOCKHOLM
G. ENESTRÖM.
BRAHEGATAN 43.

BERLIN
MAYER & MÜLLER.
PRINZ LOUIS FERDINANDSTR. 2.

PARIS
A. HERMANN.
RUE DE LA SORBONNE 8.

CENTRAL-TRYCKERIET, STOCKHOLM 1899.

Inhalt. — Table des matières.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK | JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON | PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1899. STOCKHOLM. N° 1.

NEUE FOLGE. 13. | Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr. | NOUVELLE SÉRIE. 13.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Prinz Louis-Ferdinandstr. 2. | PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Die Mathematik bei den Juden.

Von Moritz Steinschneider in Berlin.

58. Salomo Davin, wahrscheinlich soviel als »Salomo ben David«, aus Rodez, oder Rhodez, in Südfrankreich, war ein Schüler des Immanuel ben Jakob (oben § 53), der 1373, wahrscheinlich noch 1377, Schüler fand; wir wissen aber nicht, dass Salomo jener letzten Periode angehörte und in welchem Alter, sondern nur, dass er eine Schrift nicht vor 1369 beendete. Hiernach liegt kein besonderer Grund vor, ihn ans Ende des XIV. Jahrhunderts, oder gar ins XV. zu versetzen.[1] Über seine persönlichen Verhältnisse ist sonst Nichts bekannt.

1) Er übersetzte das im Mittelalter vielfach studierte und bearbeitete astrologische Werk des Arabers Ali ibn abi' l-Ridjal (vulgo aben Ragel, um 1010—1020) aus der lateinischen, nachmals gedruckten Übersetzung ins Hebräische; Mss. davon finden sich in der Bodl., der Pariser und der Wiener Bibliothek.

In der Vorrede — woraus das Wesentliche mitgetheilt wird im Wiener Catalog (S. 184 n. 187), uncorrect, besser aus Ms. Par. 1067 in der *Hist. litt. de la France* 31 p. 419 — erzählt der Übersetzer, der die Astrologie für eine wichtige, auf Analogie gegründete Wissenschaft erklärt, dass er das vorzügliche Buch wegen seiner Seltenheit lange, aber vergeblich gesucht habe; sein Exemplar sei voll von Irrtümern und Lücken, sei es in Folge der zweifachen Übersetzungen (aus dem Spanischen ins Lateinische), oder durch besondere Copistenfehler. Er hat am Rande das Falsche zu berichtigen, das Dunkle zu beleuchten gesucht.

2) Er übersetzte die astronomischen Tafeln, welche man als »Pariser» bezeichnet (der Pariser Catalog macht daraus einen unerfindlichen Autor *Phaouris!*), das ist eine Bearbeitung der Alphonsinischen für den Horizont von Paris, Avignon etc., über welche ich, ausser den hebräischen Quellen, bisher keine Auskunft betreffs des Bearbeiters und seiner Zeit habe finden können; vielleicht ist ein Leser der Biblioth. Mathem. in der Lage, Näheres darüber mitzuteilen. Die hebräische Übersetzung findet sich vollständig in Ms. München 343[11], meine Vermutung der Identität eines »Fragments» in Ms. Paris 1044[11] wird in der *Hist. litt. de la France* bestätigt, jedoch ohne Angabe des Umfanges! Das Pariser Fragment enthält, nach dem Catalog (p. 191), eine »Explication des tables de Phaouris pour les septs planètes» auf fol. 169—171 (oder auch 172) also 3—4 Blätter! Die *radix* der hebräischen Übersetzung ist der 1. Januar 1369; in der auf die Tafeln folgenden Anweisung für die frühere Zeit (Ms. München f. 106) findet sich als Beispiel 17. Febr. 1348, also kann das Original auch eine frühere *radix* angenommen haben. Der Übersetzer hat auch hier Zusätze notirt, welche vom Übersetzer der Alphonsinischen Tafeln und von einem Schüler desselben, FARISSOL BOTAREL, — welcher SALOMO's Übersetzung der Pariser, nach der Breite von Avignon mit einem Commentar begleitete (1465); — scharf getadelt werden. Im Münchener Ms. 343 f. 154 folgt auf die Tafeln eine Ergänzung über die 5 Planeten von unserem SALOMO.

SALOMO bezeichnet sich mit einer abbrevirten Formel, die auch in Randnoten zu Copien anderer astronomischen Schriften auf ihn zurückzuführen sein dürfte und hier nicht weiter zu verfolgen ist.

59. Ich setze schon hierher einen Astronomen, der jedenfalls bis gegen Ende des Jahrhunderts thätig war. ISAK ALCHADIB hat bisher nicht das verdiente Interesse der Forscher auf dem Gebiete der jüdischen Literatur gefunden, die nur obenhin oder gelegentlich seiner erwähnen. Vor nahe an 20 Jahren versprach ich (Hebr. Bibliogr. XIX, 94), diese Lücke durch einen besonderen Artikel auszufüllen; aus dem dafür gesammelten Material werde ich hier die Hauptpunkte in der nötigen Kürze besprechen.[1]

ISAK BEN SALOMO B. ZADDIK (der Wiener Catalog setzt unbegreiflicher Weise: »Isak» für Zaddik) führt den arabischen Beinamen, wahrscheinlich durch vorgesetztes *ibn* schon Familiennamen, den ich nach der vorherrschenden älteren Weise für hebräische Namen IBN ALCHADIB umschreibe, nach der gewöhnlichen Weise für arabische: IBN AL-ʿHADIB; ein Akrostichon in Ms. München 246[10] und andere Mss. geben AL-AʿHDAB, beides im Arabischen »der Bucklige« bedeutend.[3] Er nennt sich »der Spanier« und lebte wohl nur in Sicilien.

Die Zeit, in welcher ISAK literarisch thätig war, lässt sich leider selbst aus den vorhandenen Manuscripten seines Hauptwerkes, wie wir sehen werden, nicht genau begrenzen. ZUNZ (*Zur Geschichte* 423), der die Spuren der Familie »Alchadev» (so) bis in den Anfang des XIV. Jahrhunderts verfolgt, lässt unsern ISAK um 1370—1380 in Castilien thätig sein. Die Gründe dafür liegen in seinen Quellen, nämlich in einem Briefe an SAMUEL IBN ZARZAH, worin die Schriften des letzteren erwähnt sind, also nicht vor 1368. ISAK BEN SCHESCHET (Gutachten n. 240) schreibt an JEHUDA BEN ASCHER (der im Hochsommer 1391 den Märtyrertod erlitt): »Ich besitze 3 Hefte (*Kondresim*) eines Commentars über AVICENNA, welche dein Schüler R. ISAK BEN ALCHADIB hier gelassen hat.» — Darf man daraus schliessen, dass unser ISAK sich auch mit der medicinischen Wissenschaft, wenigstens theoretisch, beschäftigt habe? Offenbar ist von dem Kanon des AVICENNA die Rede, der vielfach hebräisch commentirt ist. In Syracus war ISAK 1396, vielleicht noch 1426 in Palermo, s. unten n. 6.

Nach Catalog Paris 1047[12] hätte ein gleichnamiger Sohn die Tafeln ISAK's erklärt. Diese Gleichnamigkeit kommt bei jüdischen Söhnen nur vor, wenn sie nach dem Tode des Vaters geboren sind, und ISAK ist jedenfalls nicht jung gestorben; ich vermute aber irgend ein Missverständnis des Catalogisten. In Ms. Brit. Mus. Or. 2806 heisst der erklärende Sohn JAKOB, der also ebenfalls unsicher ist. Der Wiener Catalog lässt ISAK selbst in Tunis die Schrift (n. 1) verfassen, worin jedoch nur von einem arabischen, daselbst geltenden Autor die Rede ist.

Da eine chronologische Ordnung der Schriften ISAK's noch unausführbar scheint, so folgt eine Aufzählung nach verschiedenen anderen Gesichtspunkten.

60. 1) *Orach selula* (geebneter Weg), astronomische Tafeln, im Allgemeinen den in Tunis gebräuchlichen des IBN AL-RAKKÂM folgend, doch mit Hinzufügung von 4 Tafeln nach AL-BATTANI und einer nach IBN AL-KAMMÂD. Dazu gehören sogenannte *Canones*, welche in Ms. München in 9 Capitel (»Pforten») zerfallen (Inhalt im *Catalog* II. Aufl. 1895, S. 190). Wir kennen wohl bisher kein vorn nicht gekürztes Exemplar, weil man in den spätern Abschriften die Tabellen über die inzwischen verflossenen Jahre weggelassen haben dürfte. LUZZATTO giebt zu Ms. Almanzi 30 für den Umfang der Tafeln die 19-jährigen Cyklen 273—280, also die Jahre der Welt 5179 bis 5320, woraus LUZZATTO folgerte, dass der Verf. 1408 [vielmehr 1418] die Tafeln anlegte. Andere Mss. fangen erst mit dem 274. oder 275. Cyklus an; von anderen, z. B. 3 Parisern, lässt sich aus dem Catalog über Datum und Umfang gar nichts ersehen. Wenn man eine Vermutung aussprechen darf, so wäre es die, dass die Tafeln runde 10 Cyklen, also 271—280 umfassten; dann begannen sie mit dem Jahre 5141 = 1381. Ms. Vatican 379[1] ist im Juni 1482 in Syracus copirt, wo ISAK ein Jahrhundert früher lebte. Die Vorrede beginnt mit einer tadelnden Kritik seiner selbstgefälligen Vorgänger IMMANUEL BEN JAKOB und JAKOB POEL (s. oben § 35 u. § 53).

Das unedirte Werk ist in nicht wenigen Mss. vorhanden, worunter einige in älteren Catalogen nicht erkannt, oder nicht richtig beschrieben sind; vielleicht gehören hierher einige Fragmente; die sicher erkannten (genauer angegeben in: *Die hebr. Übersetz.* S. 550) finden sich im Brit. Mus. Add. 26921, früher Almanzi 30, Or. 2806, (nach MARGOLIOUTH, *A list* etc. p. 75, mit einer Einleitung von seinem (?) Sohne JAKOB, bisher unbekannt), (vielleicht ein Fragm. in Jews College, London), Florenz (Fragm.), München, Paris (3), Parma (2 und ein Fragm.), Vatican (2; BARTOLOCCI giebt den Titel ungenau an), Wien; wohin Ms. Carmoly und Horowitz gekommen sind, weiss ich nicht. Ms. Oppenheim, bei WOLF III n. 1140, hat schon ZUNZ (*Zur Geschichte* S. 236) als unauffindbar bezeichnet; dagegen ist in der Bodl. (Catal. NEUBAUER 2077) ein Ms., welches früher mit dem gedruckten Buche in Michael's Catal. n. 1827 zusammengebunden, daher mir entgangen war.

Die sachliche Bedeutung dieses, zu seiner Zeit derartig verbreiteten Buches, wird erst bei genauerer Untersuchung guter Mss. sich ergeben.

2) *Keli Chemda* (Kostbares Gefäss = Instrument, vergl. II Chron. 23, 27), über eine Art von Astrolab, oder Tafel, welche der Verf. 1396 in Syracus erfunden, und für besser erklärt als die *'Safi'ha* des ZARKALI und andere damals übliche Instrumente. Da ich diese Schrift nicht aus Autopsie kenne, und die Cataloge allerlei bedenkliche Angaben machen, so wird es hier bequem sein, zuerst die Mss. anzugeben, auf deren Verzeichnung mit dem betreffenden Buchstaben (*a*, *b*, *c* etc.) dann verwiesen werden kann.

a) Ein Ms. in Privatbesitz in Meseritz, welches in der hebräischen Zeitung Hamagid 1864, S. 270 (so), behufs einer Anfrage ungenügend beschrieben, von mir in der Hebr. Bibliogr. desselben Jahres (VII, 112) besprochen ist; nach einer Notiz, deren Quelle ich nicht mehr auffinden kann, war es 1887 in den Händen des Buchhändlers Lipschütz (in Krakau); wohin es gekommen sei, ist mir unbekannt.

b) Mss. Paris 1031[11], 1051[8], 1065[4], 1081[4]; der Catalog giebt unter 1031 an,[3] dass das Schriftchen in 2 Abhandlungen (*Iggarot*) von 4 und 16 Kapiteln zerfalle, denen einige Verse, mit dem Titel beginnend, vorangehen. Solche Reime, worin selbst eine strengwissenschaftliche Schrift herausgestrichen wird, waren schon Jahrhunderte vor Isak Mode geworden. Den eigentlichen Anfang der Schrift erfahren wir nicht.

c) Das Bodl. Ms. Opp. Add. 4° 175 f. 37—42 wird in Neubauer's Catal. n. 2582[5] mit 3 Zeilen abgefertigt, worin »verfasst in Syracus«, das Jahr 5196 = 1436, und das Citat Hebr. Bibliogr. VII p. 28 (für 112) zu berichtigen sind. Dasselbe Ms. ist in Catalog Rabinowitz (1884) n. 106 aufgeführt, und dort sind als erste Stücke Schriften von Costa ben Luca und Jakob ben Machir verzeichnet, welche also vor dem Verkauf an die Bodleiana abgetrennt worden, und anderswo sich finden werden. Catalog Rabinowitz giebt zu unserer Schrift das Datum 109 = 1349, wahrscheinlich Druckfehler.

d) Ms. Brit. Mus. Or. 2806 (Margoliouth, *List*, p. 75), Titel wie in Ms. Turin 9 bei Pasinus (der aber unser Fragment übersehen hat), n. 52 bei B. Peyron (p. 53) f. 165[b]—78, wo von der 1. Abhandlung nur 3 Pforten vorhanden sind, beginnt mit der Äquation der 7 Planeten, also ohne Verse und Vorwort. Meine Emendation im Titel (Hebr. Bibliogr. XXI, 28) ist unnötig, da das Wort *Iggarot* überhaupt nicht vom Verfasser herrührt; über den Umfang von Ms. Br. Mus. ist noch Nichts bekannt.

Peyron meint, dieses Werkchen sei auch in Ms. Vatican 379 enthalten, ohne einen Bestandtheil genauer anzugeben; Assemani hat dieses wertvolle mathematische Ms. so uncorrect beschrieben, dass man ohne Autopsie nur mit nötigem Vorbehalt sich darüber äussern sollte. Das 1. Stück dieses Ms. enthält, nach Assemani, unsere Tabellen (oben 1); das 2. Stück f. 25—41 enthält eine anonyme Abhandlung über das Astrolab in 6 und 36 Kapiteln; offenbar identisch sind: Ms. Almanzi 96, IV (jetzt im Brit. Mus. Add. 26984; Margoliouth, *List*, p. 74, fasst die ersten 4 Stücke zusammen), Ms. Paris 1069[3], [4] Ms. Schönblum 129 (dasselbe Ms. in Catal. Schönblum 1884, n. 69), mit einer Abweichung am Ende (s. Hebr. Bibliogr. VII, 112). Assemani bemerkt zu Ms. 379[2]: »Consequitur descriptio graduum latitudines ejusdem civitatis Hierosolymae, quam author ex libro *Instrumentum desiderii* R. Isaaci Alchadeb, de quo mox infra, se excerpsisse fatetur.« Als 5. Stück bezeichnet Assemani *Keli Chemda* aber nur in 4 Teilen (also nur I. Abh.), mit der Bemerkung, das Bartolocci dasselbe Buch an 3 Stellen aufführe (III, p. 890 n. 923, p. 920 n. 1006, p. 925 n. 1022).

3) Abhandlung über das mittlere Instrument (*Keli ha-memuzza*) zur Beobachtung der Sterne; wovon nur Ms. München 246[9] f. 67[b]—78 bekannt ist. Der Verfasser hat auf Verlangen eines Freundes (eine Redensart, die man nicht immer ernst nehmen darf) ein Instrument erfunden, welches die Mitte innehält zwischen Astrolab und Quadranten, so dass die Anfertigung leichter als die des ersten, der Gebrauch leichter als der des letzteren sei. Die Darstellung zerfällt auch hier in zwei kleine Abhandlungen, deren erste in 26 Kapitel (»Pforten«) zerfällt. Das Instrument ist für 36° (nördl.) Breite eingerichtet — Syragossa liegt unter dem 37°; die hebräischen Buchstaben für 6 und 7 sind einander sehr ähnlich, auch ist 37 eine weniger bequeme Zahl für Umrechnungen; jedenfalls wird also Sicilien als Aufenthalt des Verfassers naheliegen.

4) *Leschon ha-Sahab* (goldene Zunge, vergl. Josua 7, 21) über biblische Maasse und Gewichte, scheint verloren gegangen. Das in Venedig gedruckte Buch desselben Titels ist irrtümlich für jenes gehalten worden.

5) *Luchot* (Tafeln, astronomische), angeblich verfasst in Palermo im Monat Kislew 5127 (Winter 1426); die Vorrede dazu fand ich am Rande des Ms., welches mir der Antiquar Schönblum 1869 (n. 12) vorlegte (vgl. Hebr. Bibliogr. XVI, 109), später Ms. Halberstam 188 (Catal. p. 26, Nachtr. p. 146). Das Datum ist auffällig, aber nicht unmöglich, da es eine literarische Thätigkeit von etwa 50—60 Jahren voraussetzt, wenn wir den Anfang derselben bald nach 1370 (Brief an Zarza) annehmen. Da ich über Inhalt und Umfang dieser Tafeln nichts Näheres weiss, so ist jede Vermutung über das Verhältnis derselben zu unserer n. 1 haltlos.

6) Ich fasse hier allerlei Einzelheiten zusammen, welche teilweise unsicher sind, ohne strenge Ordnung.

a) Noten zu Jakob b. Machir's Werk über das Astrolab, Ms. Bodl. (Reggio 46[3], Neubauer 2021[3], im Index p. 938 fehlt

»Notes»). Diese Noten sind wohl verschieden von den exegetischen hinter demselben Werke in Ms. München 246 f. 20.

b) Noten zu den Tafeln des Isak Israeli in Ms. Bodl. Uri 436 (Neubauer 2044), vielleicht v. J. 1505, können aus unserer n. 1 oder n. 5 excerpirt sein.

c) Die Erklärung einer Stelle in Maimonides' Gesetzbuch, Abschnitt über Neumond V, 11, ist einem anonymen Commentator (in Ms. Jew. Coll. 138[4] f. 54) mündlich mitgeteilt worden von »Salomo Zaddik» (so), wofür Neubauer »Isak ben Salomo ben Zaddik» also unseren Alchadib emendiren möchte.

d) Ms. München 246[5] f. 65 *metaphysische* Definitionen, von einem Schüler entweder nach mündlicher Mitteilung gesammelt, oder aus einem unbestimmten Werke excerpirt; sie beweisen die philosophische Bildung, vielleicht auch eine solche Lehrthätigkeit des Astronomen.

e) Im Verzeichnis von gekauften Handschriften, in Ms. München 372, (mitgeteilt in Hebr. Bibliogr. XV, 14) ist zuletzt (n. 24) ein »Buch von Alchadeb» mit dem Preise von 30 Aspern eingetragen; Näheres wird wohl nicht zu ermitteln sein.

f) Eine Constellation, berechnet in Syracus im Monat Nisan (Frühling) 1396, in Ms. Bodl. (Reggio 46 f. 14[b], vgl. oben a) ist als anonym angegeben bei Neubauer 2021[3], mit Übergehung meiner Vermutung, dass sie von Alchadib herrühre (Hebr. Bibliogr. VII, 112).

g) Alchadib war ein nicht talentloser Epigrammatiker und Satyriker; Reste seiner Laune haben sich zerstreut erhalten; [5] hier sei nur die Ergänzung des Vorgedichts zum Commentar des al-Fergani von Moses Chandali als einziger Anhaltspunkt für die Zeit des letzteren hervorgehoben; aus dem einzigen bekannten Ms. München 246[14], geht allerdings nicht hervor, ob Chandali ein Zeitgenosse Isak's war. Über den erwähnten Commentar ist etwas mehr in meinem *Die hebr. Übersetz.* S. 556 zu finden.

Schliesslich sei noch bemerkt, dass man unserem Isak aus Confusion die Astronomie des Profiat Duran (1395, s. unten unter 1391) beigelegt hat. Eben so irrig ist die Angabe (deren Quelle ich nicht notirt habe), dass Isak ein Buch von ibn Heitham und ein astronomisches Werk des Avicenna in 16 Kapp. (offenbar *de coelo et mundo!*) übersetzt habe.

---

61. Aus jener Zeit haben sich Tabellen in verschiedenen Handschriften erhalten, von denen aus den Catalogen nicht zu ersehen ist, ob sie etwa Fragmente älterer astronomischer

Schriften sind, z. B. über die Jahre 1370—89 (im *Divan* des ABRAHAM BEDARSCHI, der wohl Anf. des XIV. Jahrh. compilirt ist; s. LUZZATTO zu BEDARSCHI's Synonymik, ed. Amsterd. 1865 S. 4). Die Tafeln über J. 1371—89 von ISAK, Sohn JECHIEL's HA-LEVI, des Märtyrers (Ms. Reggio 49 f. 84, übergangen in NEUBAUER's *Catal. Bodl.* n. 901[1]), sind nur ein Fragment (der 271. Cyclus) des Bodl. Ms. NEUBAUER 2407, bis zum 283. Cyclus (1567, fehlt bei BENJACOB, *Thesaurus* p. 258, s. Il Mosé, Corfù, 1879 p. 456, mehr anderswo unter dem Jahre 1557). Kalendertabellen über die Jahre 1371—1427, Ms. Paris 621. — Über die astrologische Bedeutung einer Mondfinsternis im Monat Marcheschwan 5132 (November 1371) in Ms. Bodl. (Opp. 1666 qu. f. 64, bei NEUBAUER n. 2079[5c]).

Im Jahre 1374 verfasste MENACHEM IBN SERACH BEN AHRON (gest. in Toledo 1385) seine ethisch-asketische Compilation *Zeda la-Derech* (Wegzehrung), gedruckt in Ferrara 1554 und Sabionetta s. a (1567/8), in 4°. Das Buch ist in V Tractate geteilt, diese in Summen (*Kelalim*), diese in Kapitel; IV, 2 handelt in 12 Kapiteln von der Neumondsberechnung (Intercalation). MENACHEM zählt sich nicht zu denjenigen, welche in die Mysterien eingedrungen sind, die seit dem XIII. Jahrh. sich für »Tradition« (*Kabbala*) ausgeben (IV, 4 Anf.), aber er hält nach dem Muster seiner Vorgänger die jüdische Zeitrechnung mit Einschluss des (METON'schen) Cyklus von 19 Jahren und der 1080 Stundenteile,[6] für eine, die jüdische Nation auszeichnende Theorie, wie er auch sonst einen positiven Standpunkt gegenüber der philosophischen Speculation einnimmt. Die Tabellen welche (in Kap. 10) zu Ende der 2. Summa versprochen werden, fehlen in den mir bekannten Exemplaren der 1. Ausgabe. Die 2. Ausg. enthält am Ende des Bandes ein Blatt in folio mit den Tabellen bis zum Ende des 267. Cyklus (5055 = 1295).[7]

[1] NEUBAUER-RENAN, *Hist. Litt. de la France*, t. **31**, p. 765; GROSS, *Gallia Jud.*, p. 626; STEINSCHNEIDER, *Die hebr. Übersetz.*, S. 579, 647 über alle folg. Specialitäten.

[2] Quellen: WOLF, I, III, n. 1160 = 1263 = 1272; DE ROSSI, Wörterbuch (deutch von HAMBERGER) S. 35; STEINSCHNEIDER, *Catal. Bodl.* p. 1086, Hebr. Bibliogr. VII, 112 (übersehen bei GEIGER, Jüd. Zeitschr. IV, 273), Zeitschr. d. deutschen morgenl. Gesellsch. **18**, 1864, 217; **25**, 1871, 398; *Die hebr. Übersetz.* S. 550, vgl. 538, 556, 560, 593.

[3] Der Umfang der Schrift ist unter dieser n., wie unter 1051,

nicht angegeben, weil sie am Ende des Bandes steht, obwohl auch der Umfang der ganzen Bände nirgends mitgeteilt ist. In n. 1065 nimmt unsere Schrift f. 61—70 in kleinem Format ein.

[4] Vgl. oben S. 3. Dieses Ms. ist in Syracus geschrieben (1491) von ISAK, genauer ISAK BEN ELIA in Ms. Brit. Mus. Or. 2806.

[5] Darüber genügen hier folg. Citate, ohne Eingehen auf den Inhalt: DUKES, Lit.-bl. d. Orient VII, 676; CARMOLY (unzuverlässig), daselbst I, 810, XI, 255 (270), in KOBAK's Jeschurun III, 52, 54, in FÜNN's ha-Karmel, Beiblatt VI, 1866 S. 85; eine Satyre in der Sammlung *Schirim* (Constantinopel 1545); *an ihn* gerichtet ist nach NEUBAUER 2417[6] ein Gedicht, im Index p. 938 *von* ihm, wie in Catal. Fischl n. 34 E.

[6] 1080 = 15 × 72; daher der, schon in älteren Schriften, vorkommende technische Ausdruck עבין מוין für die Angaben über diese Teile; — die Literatur über letztere in allgemeinen Quellen hat BONCOMPAGNI in den Atti dell' Accademia Pontif. dei Nuovi Lincei **16**, 1862—1863 (siehe Biblioth. Mathem. 1893, S. 71), zusammengestellt.

[7] Über MENACHEM s. *Catal. Bodl.* p. 1740; WIENER zu JOSEF KOHEN, p. 184; GRAETZ, *Gesch. d. Juden* VIII, 50; KAYSERLING, *Gesch. d. Juden in Spanien* u. s. w. I, 84.

Un trattato sulle curve piane algebriche, pubblicato senza nome d'autore.

Di GINO LORIA a Genova.

Della biblioteca di MICHELE CHASLES faceva parte un bel volumetto in 12° di pag. XXIV + 191 intitolato: *Traité des courbes algébriques.* A Paris, Chez Charles-Antoine Jombert. M. DCC. LVI; il quale — dopo varie vicende, che io non conosco e che d'altronde poco interessano — trovasi attualmente nelle mie mani. Il libro non reca il nome d'autore ed è preceduto dal seguente »Extrait des Régistres de l'Académie Royale des Sciences du 11 Juin 1755»: »Messieurs CLAIRAULT et D'ALEMBERT qui avoient été nommés pour examiner un Ouvrage intitulé: *Traité des Courbes Algébriques,* par ***, en ayant fait leur rapport, l'Académie a jugé que ce Traité avoit l'avantage de renfermer dans un assez petit volume, et d'expliquer avec beaucoup de simplicité et de netteté, les principales affections des courbes algébriques, considérées en général, et qu'il y avoit lieu de croire qu'il pouvait être fort utile à ceux qui désireront de s'instruire de cette partie de la Géométrie.» Nel recente Catalogo N. 60 della Libreria Hermann di Parigi il titolo dell'opera in questione è accompagnato dall'avvertenza: »ouvrage anonyme attribué à GUA DE MALVES.» Ora tale attribuzione — sulla quale nascono dei dubbî rilevando delle considerevoli discrepanze tra la nomenclatura ivi usata e quella che vedesi adoperata nell' *Usage de l'analyse de Descartes* del DE GUA[1] — è dimostrata falsa da una dichiarazione che si legge nell' Histoire de l'Académie des sciences de Paris, 1756, p. 79 (su cui attirò la mia attenzione il mio dotto amico G. ENESTRÖM) ed alla quale si uniformò il MONTUCLA (*Histoire des mathématiques,* T. III, 2a ed. p. 71), attribuendo quel lavoro a DIONIS DU SÉJOUR e GOUDIN. Essa venne accettata così incondizionatamente da CHASLES (*Aperçu historique,* 2a ed., p. 153), POGGENDORFF (*Handwörterbuch,* T. I, p. 574) e M. CANTOR (*Vorlesungen über Geschichte der Mathematik,* T. III, p. 816), che essi nemmeno avvertirono essere quell'opera *anonima.* Inoltre non rilevarono in essa quelle doti che ci sembrano sufficienti ad assicurarle un posto non infimo nella storia delle curve piane, quantunque sia posteriore di otto anni all' *Introductio* di EULERO e di sei alla *Introduction* di CRAMER: a dimostrare ciò valgano le osservazioni seguenti.

L'anonimo *Traité des courbes algébriques* comprende otto capitoli, preceduti da una »Introduction» che altri due ne abbraccia.

Di questi il I ha per iscopo di determinare ciò che muta e ciò che si conserva nell' equazione di una curva piana riferita a coordinate ortogonali quando si cambi l'origine tenendo fissa la direzione degli assi, oppure quando si muti la direzione degli assi lasciando immobile l'origine; fra le illustrazioni tratte dall' ispezione delle equazioni risultati, notiamo questa: Una curva tale che segandola con una sistema di rette parallele non si ottenga nessun punto della curva è un gruppo di rette parallele. Più umile è il soggetto trattato in principio del II Cap. (intitolato »de quelques propositions que nous supposons connues») ov' è determinato l'angolo formato coll' asse delle ascisse di una retta di data equazione, e del risultato sono esposte alcune applicazioni su cui dispensiamo dall' insistere.

Il I Cap. del *Traité* tratta »des centres»; definito un tale punto come centro di simmetria della curva, l'autore insegna a determinarlo coll' ausilio di una conveniente traslazione di assi e nota come le curve di ordine superiore al secondo siano di regola sfornite di centro. Il Cap. II è dedicato ai diametri, rettilinei e curvilinei, con speciale riguardo ai diametri assoluti (cioè a quelli rispetto a cui la curva è simmetrica), ai diametri rettilinei ed agli assi. Ai punti multipli si riferisce il Cap. III; anche la determinazione di siffatti punti è un corollario delle formole ottenute nel I Cap. dell' »Introduction»; fra le conseguenze a cui essa mena basti riferire (colle stesse parole degli antori) la seguente. »Le nombre des équations que l'on a pour déterminer un point d'une multiplicité t est $\frac{t^2+t}{2}$» (p. 77). Il Cap. seguente ha per tema le tangenti e le suttangenti, le normali e le sunnormali; fra le proposizioni ivi stabiliti rileviamo queste: »Tout point d'une courbe a autant de tangentes que le degré de sa multiplicité contient d'unités» (p. 83). »Une courbe du degré h, ne peut avoir de point d'une multiplicité supérieure à $h-1$» (ivi). Più notevole è la ricerca, fatta nello stesso capitolo, delle tangenti di una curva che hanno una direzione assegnata (ossià che sono »dans une position donnée»), ricerca che guida i nostri autori all' importante conseguenza seguente: »Une courbe du degré t, ne peut avoir un nombre supérieur à t^2-t de points, qui ayent des tangentes dans une position donnée» (p. 88). Ora per giudicare dell' originalità di questa proposizione si osservi che soltanto nel 1818 Poncelet si occupò[3] di determinare la classe di una curva di dato ordine t e trovò il massimo t^2-t supponendo all' infinito il punto di concorso delle tangenti; onde è chiaro che in ciò egli fu precorso dai nostri autori, i quali d'altronde sapevano che se il massimo t^2-t non veniva sempre raggiunto, ciò dipendeva dalla presenza di punti multipli; e si mostravano anche migliori geometri del WARING,[4] il quale riteneva che quel massimo fosse t^2.

Dei flessi è parola nel Cap. V del *Traité*, dei punti di ordinata massima o minima nel VI, dei rami infiniti e degli asintoti nel VII. Fra i teoremi stabiliti in quest' ultimo vanno notati i seguenti che additano l'analogia fra asintoti rettilinei e rette tangenti: »Une courbe d'ordre impair a au moins une direction infinie réelle« (p. 143). »Une courbe ne peut avoir plus d'asymptotes que son degré ne contient d'unités« (p. 144). »Le nombre de points où une courbe peut rencontrer son asymptote, est inférieur au moins de deux unités au degré de cette courbe« (ivi). »Quand une courbe a autant d'asymptotes parallèles qu'il y a d'unités dans l'exposant de son ordre moins une, aucune de ces asymptotes ne rencontre la courbe« (p. 146).

Tacendo dell' applicazione alla classificazione della cubiche piane con cui si chiude il Cap. VII, diremo che l'VIII insegna come si determini il raggio di curvatura di una curva in un suo punto ordinario, prendendo come assi la tangente e la normale in questo punto; ed osserveremo finendo che gli autori considerano in ogni punto di una curva, non soltanto un cerchio *osculatore*, ma anche una parabola *osculatrice* (il cui asse è la relativa normale), ed in conseguenza collegano ad una curva, oltre il luogo dei centri dei cerchi osculatori, il luogo dei fuochi delle parabole osculatrici.

[1] Così mentre nell' *Usage* etc. è adoperata la dicitura »centre général« (p. 2), nel *Traité* s'incontra nello stesso senso il vocabolo »centre« (p. 42); ed il termine »points singuliers ou remarquables« (p. 72) della prima opera equivale a quello di »points multiples« della seconda.

[2] V. pag. 27.

[3] PONCELET, *Solution de problèmes de géométrie* etc.; in Annales de mathématiques 8, 1818; articolo riprodotto nel T. II, p. 476 delle *Applications d'analyse et de géométrie* etc. (Paris 1864).

[4] WARING, *Miscellanea analytica* (Cambridge 1762) p. 100.

Pour la bibliographie de la théorie des opérations distributives.

Par S. Pincherle à Bologna.

Dans le T. **49** (1897) des Mathem. Annalen j'ai publié (p. 325—382) une monographie sur cette sorte de calcul que j'ai appelé »fonctionnel distributif», c'est à dire sur le calcul des opérations qui jouissent de la propriété distributive, en tant qu'on les applique aux fonctions analytiques. Cette monographie est précédée d'une introduction où je passe sommairement en revue les principaux travaux où, à ma connaissance, se trouvent des idées analogues à celles qui ont inspiré mes propres recherches. Les notes que j'ai prises dans ce but m'ont fait penser qu'il serait utile d'avoir une bibliographie, aussi complète que possible, des travaux relatifs aux opérations distributives, mais l'exécution exigerait beaucoup de temps et de recherches; c'est dans le but de la faciliter que je me permets de publier ici les quelques indications historiques que j'ai pu recueillir.

Le calcul symbolique constitue une première branche du calcul fonctionnel distributif; les signes de dérivation, de différence finie et d'autres analogues y sont traités comme des quantités algébriques. Leibniz (voir *Leibnitii et Joh. Bernoullii commercium philosophicum et mathematicum* [Lausanne et Genève 1745] et *Symbolismus memorabilis calculi algebraici et infinitesimalis;* Miscellanea Berolinensia **1**, 1710) a été le créateur de ce calcul, qui a été perfectionné par Lagrange *(Sur une nouvelle espèce de calcul relatif à la différentiation et à l'intégration des quantités variables;* Nouv. mém. de l'acad. de Berlin 1772), Laplace *(Mémoire sur l'inclinaison moyenne des orbites des comètes, sur la figure de la terre et sur les fonctions;* Mém. prés. par divers savants **7** [1773]), Lorgna *(Théorie d'une nouvelle espèce de calcul fini et infinitésimal;* Mém. de l'acad. de Berlin 1786—1787), Grüson *(Le calcul d'exposition;* Mém. de l'acad. de Berlin 1798—1799), Arbogast *(Du calcul des dérivations,* Strasbourg an VIII [= 1800]), Français *(Mémoire tendant à démontrer la légitimité de la séparation des échelles* etc.; Ann. de mathém. **8**, 1812), Servois *(Essai sur un nouveau mode d'exposition des principes du calcul différentiel;* Ann. de mathém. **5**, 1814). Les symboles opératifs ont reçu, des auteurs cités, des noms aujourd'hui abandonnés: notons celui de *caractéristiques*, employé par LORGNA, LAPLACE, etc. (cfr. LACROIX, *Traité du calcul différentiel et du calcul intégral*, T. III, § 970), et celui d'*échelles*, qu'on trouve dans les travaux d'ARBOGAST et de FRANÇAIS. Dans le mémoire de SERVOIS, qui met le mieux en lumière ce fait fondamental, que le calcul symbolique repose sur les lois formelles des opérations, on trouve — pour la première fois, à ce que je crois — le terme de *propriété distributive* et *propriété commutative* des opérations; cet auteur emploie malheureusement le mot de *fonction* pour désigner les *opérations*, et cela n'est pas sans quelque préjudice de la clarté. Parmi les symboles opératifs, remarquons celui qui sert à désigner *l'état varié* des fonctions, c'est à dire le passage de $f(x)$ à $f(x+1)$ ou $f(x+h)$. ARBOGAST et plusieurs autres représentent cette opération par E; d'autres emploient le signe ∇; aujour d'hui, d'après CASORATI, les géomètres italiens écrivent $\theta f(x) = f(x+1)$, $\theta^h f(x) = f(x+h)$. Pour l'opération de dérivation, GRÜSON adopte le symbole $\exists$ (un E renversé); ARBOGAST, KRAMP (*Arithmétique universelle*) ont le signe D, qui, adopté depuis par CAUCHY, est resté en usage.

Dans les Philosophical transactions pour 1837, on trouve un important mémoire de MURPHY (*On the theory of analytical operations*), où est donnée pour la première fois l'idée, si commune depuis, surtout dans la théorie des substitutions, de *transformée* d'une opération B par une opération A, c'est à dire ABA [1]. Depuis le mémoire de MURPHY, le calcul des opérations, en particulier des distributives, a formé l'objet de beaucoup de travaux de la part des géomètres anglais, tandis qu'il était presque délaissé par les mathématiciens du continent. Il m'est impossible de donner une liste à peu près complète de ces travaux; je me borne ici à en rappeler quelques uns des principaux. D'abord le mémoire fondamental de BOOLE (*On a general method in analysis*) dans les Philos. transact. de 1844; puis de nombreux passages dans les *Examples on the differential calculus* de GREGORY (London 1846), le *Treatise on the calculus of operations* de CARMICHAEL (London 1855); puis des mémoires de HARGREAVE, JELLETT, RUSSELL, SPOTTISWOODE, SYLVESTER, GRAVES, etc. dans les Philos. transact. de 1848 à 1870, dans le Cambridge and Dublin mathem. journ. et dans le Philosophical magazine depuis 1860. Un résumé de la théorie des opérations a été donné par CAZZANIGA dans le mémoire: *Il calcolo dei simboli d' operazione elementarmente esposto* (Giorn. di matem. **20**, 1882). Parmi les applications du calcul des opérations, on peut citer celles de CASORATI au calcul des différences finies *(Il calcolo delle differenze finite interpretato ed accresciuto di nuovi teoremi,* Ann. di matem. **10**$_2$, 1880, et Mem. della r. accad. dei Lincei **5**$_3$, 1880); celles de LIBRI *(Mémoire sur la résolution des équations algébriques dont les racines ont entre elles un rapport donné, et sur l'intégration des équations différentielles linéaires dont les intégrales particulières peuvent s'exprimer les unes par les autres;* Journ. für Mathem. **10**, 1833), BOOLE *(Treatise on differential equations),* BRASSINE (Note au *Cours d'analyse* de STURM, Paris 1868), HEFFTER *(Einleitung in die Theorie der linearen Differentialgleichungen,* Leipzig 1894), THOMÉ *(Zur Theorie der linearen Differentialgleichungen;* Journ. für Mathem. **76**, 1873), VASCHY *(Intégration des systèmes d'équations différentielles linéaires à coefficients constants;* Journ. de l'école polytechn., cah. **63**, 1893), SCHLESINGER *(Handbuch der linearen Differentialgleichungen* Bd I, Leipzig 1895) à la théorie des équations différentielles linéaires; celles de LUCAS *(Théorie des nombres,* chap. XIII, Paris 1891) et CESARO *(Analisi algebrica* § XI, Torino 1894) à la théorie des nombres et à l'analyse algébrique; enfin, dans un certain sens, celles de FROBENIUS *(Über lineare Substitutionen und bilineare Formen;* Journ. für Mathem. **84**, 1878), STUDY *(Recurrirende Reihen und bilineare Formen;* Monatshefte für Mathem. **2**, 1891) et SFORZA *(Sulle forme bilineari simili;* Giorn. di matem. **34**, 1896) à la théorie des formes bilinéaires, auquel sens se rapporte aussi ma note *Sulle omografie* (Rendic. dell' Istituto Lombardo **28**, 1895).

A côté des recherches générales sur les opérations distributives, se placent les travaux qui ont comme but l'étude d'opérations particulières. Parmi celles-ci, on trouve la dérivation à indices quelconques, dont s'est occupé d'abord LEIBNIZ *(Opera,* ed. DUTENS, T. III, p. 105 et *Commercium philos. et mathem.,* passim); puis EULER *(De progressionibus transcendentibus seu quarum termini generales algebraice dari nequeunt;* Comment. Petropol. **5** [1730—1731]), FOURIER *(Théorie de la chaleur,* p. 564), LACROIX *(Calcul différentiel,* 2[e] édition, T. III, p. 409), LIOUVILLE *(Mémoire sur le calcul des différentielles à indices quelconques;* Journ. de l'éc. polytechn. T. **13**, 1832), SPITZER *(Note über Differenz- und Differential-Quotienten von allgemeiner Ordnungszahl;* Arch. der Mathem. **33**, 1859), RIEMANN *(Werke,* p. 331), HOLMGREN *(Om differentialkalkylen med indices af hvad natur som helst;* Svenska vetenskapsakademiens handlingar **5**, 1866), OLTRAMARE *(Essai sur le calcul de généralisation,* Genève 1896), Bourlet *(Les opérations en général;* Ann. de l'éc. normale **14**$_3$, 1897) et moi-même *(Sur le calcul fonctionnel distributif,* chap. IV; Mathem. Ann. **49**, 1897). D'autres opérations particulières dignes d'intérêt sont la transformation de Laplace, ou transformation d'une fonction $f(u, v, w)$ en $\varphi(x, y, z)$ moyennant la correspondance donnée par la formule:

$$\varphi(x, y, z) = \int\int\int e^{ux+vy+wz} f(u, v, w)\, du\, dv\, dw,$$

et celle d'Euler, ou correspondance entre $f(u)$ et $\varphi(x)$ donnée par la formule

$$\varphi(x) = \int f(u)\,(u-x)^s\, du.$$

Sur la première transformation et sur ses applications, voir Laplace *(Sur les suites;* Mém. de l'acad. des sciences de Paris 1779 et *Théorie analytique des probabilités,* Paris 1812), Lacroix *(Traité de calcul différentiel,* T. III, ch. IV), Abel *(Oeuvres.* 2ᵉ édition, T. II, mém. XI), Mellin *(Zur Theorie der Gammafunction;* Acta Mathem. **8**, 1886; *Über einen Zusammenhang zwischen gewissen linearen Differential- und Differenzengleichungen;* Acta Mathem. **9**, 1886), Poincaré *(Sur les équations linéaires aux différentielles ordinaires et aux différences finies;* Americ. journ. of mathem. **7**, 1885; *Sur les intgrales irrégulières des équations linéaires;* Acta Mathem. **8**, 1886), Pincherle *(Della trasformazione di Laplace e di alcune sue applicazioni;* Mem. dell' accad. di Bologna **8**$_4$, 1887), Schlesinger *(Handbuch der linearen Differentialgleichungen,* Abschn. VII, 1895), Horn *(Verwendung asymptotischer Darstellungen zur Untersuchung der Integrale einer speciellen linearen Differentialgleichung;* Mathem. Ann. **49**, 1897; *Über eine Classe linearer Differentialgleichungen;* ibid. **50**, 1898), Amaldi *(Sulla trasformazione di Laplace;* Rendic. della r. accad. dei Lincei **5**$_7$, 1898). Sur la seconde, voir la bibliographie détaillée dans les »Litteraturnachweise» de l'*Handbuch,* déjà cité, de Schlesinger (Bd. II, p. XV—XVI, 1897).

Toute opération distributive peut, au moins formellement, être représentée par une intégrale définie de la forme

$$A(\varphi) = \int \alpha(x, y)\, \varphi(y)\, dy,$$

étendue à un chemin d'intégration déterminé dans le plan y, et où la fonction $\alpha(x, y)$ qui donne l'espèce de l'opération, est appelée fonction *caractéristique.* Sur ces opérations, v. mes mémoires: *Studi sopra alcune operazioni funzionali* (Mem. dell' accad. di Bologna 7_4, 1886) et *Sur certaines opérations fonctionnelles* etc. (Acta Mathem. **10**, 1887). Ces opérations donnent lieu à un problème d'inversion, ou résolution de l'équation

$$f(x) = \int a(x, y)\, \varphi(y)\, dy,$$

par rapport à $\varphi(y)$, étant donnés $f(x)$ et $a(x, y)$. Le problème d'inversion, dans le cas où les limites de l'intégrale sont indépendantes de x, a été traité dans des cas plus ou moins généraux par ABEL *(Oeuvres,* T. II, mém. XI), RIEMANN *(Werke,* p. 140), BELTRAMI *(La teoria delle funzioni potenziali simmetriche;* Mem. dell' accad. di Bologna $\mathbf{2}_4$, 1881), LAURENT *(Calcul inverse des intégrales définies;* Journ. de mathém. $\mathbf{4}_3$, 1878); dans le cas où la fonction caractéristique est de la forme $a(x-y)$ par moi dans le mémoire cité du tome **10** des Acta Mathem., et dans le cas où $a(x, y)$ satisfait à des équations à dérivées partielles de forme déterminée dans mon mémoire *Sur la génération de systèmes récurrents au moyen d'une équation linéaire différentielle* (Acta Mathem. **16**, 1893) et par LEVI-CIVITA *(I gruppi di operazioni funzionali e l'inversione degli integrali definiti;* Rendic. dell' Istituto Lombardo **28**, 1895). Dans le cas où les limites de l'intégrale dépendent de x, on a des problèmes particuliers traités par ABEL *(Auflösung einer mechanischen Aufgabe;* Journ. für Mathem. **1**, 1826), BELTRAMI *(Intorno ad un teorema di Abel e ad alcune sue applicazioni;* Rendic. dell' Istituto Lombardo **13**, 1880), SONINE *(Sur la généralisation d'une formule d'Abel;* Acta Mathem. **4**, 1884) et LEVI-CIVITA *(Sull' inversione degli integrali definiti nel campo reale;* Atti dell' accad. di Torino **31**, 1895). Le problème général a été résolu par VOLTERRA *(Sulla inversione degli integrali definiti;* Rendic. della r. accad. dei Lincei $\mathbf{5}_5$, 1896 et Atti dell' accad. di Torino **31**, 1896; *Sopra alcune questioni di inversione di integrali definiti;* Annali di matem. $\mathbf{25}_2$, 1897).

A la théorie des opérations on peut appliquer les concepts du calcul des vecteurs. A ce point de vue vectoriel on a les travaux de LAGUERRE *(Sur le calcul des systèmes linéaires;* Journ. de l'éc. polytechn. cah. **42**, 1867), PEANO *(Calcolo geometrico,* cap. IX, Torino 1888), CARVALLO *(Sur les systèmes linéaires;* Monatshefte für Mathem. 1891), qui traitent des opérations distributives exécutées sur les éléments d'un espace à n dimensions; dans plusieurs de mes notes et dans mon mémoire cité du T. **49** des Mathem. Ann., on trouve la théorie des opérations exécutées sur les fonctions, considérées comme éléments ou vecteurs d'un espace à un nombre infini de dimensions.

Des systèmes particuliers de calculs d'opérations se rattachant plus ou moins étroitement à quelques uns de ceux qu'on a énumérés plus haut, sont le »Cofunctional-Rechnung» de SCHAPIRA *(Grundlage zu einer Theorie allgemeiner Cofunctionen*, Wien 1881; *Theorie allgemeiner Cofunctionen* u. s. w., Leipzig 1892) et le »Calcul de généralisation» d'OLTRAMARE *(Sur la généralisation, des identités*, Mém. de l'Institut genevois **16**, 1886; *Essai sur le calcul de généralisation*, Genève 1896).

Un peu avant mon mémoire des Mathem. Ann., plusieurs fois rappelé, mais dont les résultats principaux avaient été publiés dans les Rendic. dell' accad. dei Lincei pour 1895, a paru un mémoire de BOURLET *(Sur les opérations en général* etc.; Ann. de l'éc. normale **14**$_3$, 1897) sur la théorie générale des opérations distributives. Dans ce travail comme dans le mien, se trouve la formule pour le développement d'une opération distributive en série ordonnée selon les puissances du symbole D de dérivation. Un cas très particulier de cette formule, celui où l'opération qu'on développe est D^{-1}, se trouve dans une note de JEAN BERNOULLI *(Additamentum effectionis quadraturarum et rectificationum per seriem quandam generalissimam;* Acta eruditorum 1694).

Sur la découverte de l'équation générale des lignes géodésiques.

Par G. ENESTRÖM à Stockholm.

On sait que JEAN BERNOULLI, dans sa note: *Annotata in solutiones fraternas problematum quorundam* insérée aux Acta Eruditorum 1698 p. 466—474, a fait allusion à une résolution du problème relatif à la ligne la plus courte entre deux points donnés d'une surface quelconque,[1] et que, dans sa correspondance avec LEIBNIZ, il a indiqué la propriété fondamentale de cette ligne, savoir que son plan osculateur est constamment normal au plan tangent de la surface;[2] dans une lettre antérieure il avait mentionné qu'il avait réduit le problème à l'intégration d'une certaine équation différentielle.[3] Au point de vue historique, il serait très intéressant de savoir quelle était cette équation différentielle, mais malheureusement les recherches faites jusqu'ici sur ce point n'ont pas abouti.[4] De notre côté nous avons examiné en vain la correspondance inédite de JEAN BERNOULLI avec VARIGNON et L'HÔPITAL; le seul passage où l'équation y a été signalée, se trouve dans une lettre adressée par JEAN BERNOULLI à L'HÔPITAL le 24 décembre 1697, mais il ne contient rien au delà de l'indication donnée dans la correspondance avec LEIBNIZ.[5]

Trente ans plus tard, JEAN BERNOULLI revenait à l'étude des lignes géodésiques, et il intéressa EULER à s'occuper aussi de ce sujet. Les résultats de ces recherches des deux éminents mathématiciens ont déjà été exposés par M. CANTOR[6] d'après la note de JEAN BERNOULLI: *Problema, in superficie quacumque curva ducere lineam inter duo puncta brevissimam*[7] et le mémoire d'EULER: *De linea brevissima in superficie quacumque duo quolibet puncta jungente;*[8] dans ce qui suit, nous nous permettrons de compléter un peu son exposition, en faisant usage de la correspondance, en partie inédite, entre JEAN BERNOULLI et EULER.

Dans le mémoire cité, EULER a signalé lui-même que JEAN BERNOULLI l'avait engagé de déterminer la ligne la plus courte entre deux points donnés d'une surface quelconque,[9] et comme on trouve à la marge de la première page du mémoire l'indication: »M. Nov. 1728», on pourrait en conclure qu'il a été présenté à l'académie de S:t Pétersbourg en novembre 1728, et que, par conséquent, le problème doit avoir été mentionné déjà plus tôt dans la correspondance entre EULER et JEAN BERNOULLI. Mais il n'en est rien, et ce n'est que dans la lettre d'EULER du 18 février 1729 qu'il en a été question; voici un extrait de cette lettre:

Quanquam non diu est, quod literas ad te dedi, atque ea propter nefas videri posset tam brevi intervallo bis literis te obruere; tamen cum problema a Cl. filio tuo mihi tuo nomine propositum feliciter solvisse mihi visus sim, non potui hoc tempore intermittere, quia solutionem meam tibi perscriberem, quapropter a te veniam mihi datum iri confido. Problema illud postulabat, ut in superficie quacumque a puncto dato ad datum ducatur linea brevissima. Tametsi vero mihi non ignotum erat, idem problema jam olim a te fratreque tuo in Act. Lips. fuisse agitatum, non dubitavi tamen, quin hoc tempore faciliorem et elegantiorem solutionem consecutus sis, eo quod de novo nunc iterum proposueris. Atque propter id ipsum primo intuitu difficilius mihi visum erat hoc problema, quam cujus solutionem viribus meis adipisci possem. Interim tamen omnem operam meam in eo collocavi, et brevi tempore elapso sequentem solutionem nactus sum. Data superficie quacumque accipio planum quoddam tanquam primarium et in eo rectam loco axis. In hoc axe sumo abscissas, t, hisce normales in plano assumto voco x, et inde perpendiculares donec superficiei occurrant, appello y. Æquatione inter has tres coordinatas naturam superficiei expressam esse suppono, et nil aliud ago, nisi ut hanc æquationem certo modo restringam, quo lineam brevissimam tantum præbeat. Id quod fiet alterutram indeterminatam eliminando, et æquatio inter duas residuas projectionem lineæ brevissimæ in plano exhibebit. Ad hoc præstandum æquationem propositam ad differentialem reduco, quam hanc formam habere pono: $Pdx = Qdy + Rdt$, in qua P, Q et R functiones quascumque ipsarum x, y et t significare possunt. Ut hæc restringatur ex conditione problematis sequentem æquationem naturam lineæ brevissimæ involventem erui

$$\frac{Qddx + Pddy}{Qdx + Pdy} = \frac{dxddx + dyddy}{dt^2 + dx^2 + dy^2},$$

in qua dt ponitur constans. Hæc æquatio cum superiori comparata lineam brevissimam determinabit.

Après avoir signalé ainsi l'équation générale de la ligne géodésique, EULER passe aux cas particuliers où la surface est cylindrique ou conique ou ronde (c. à. d. surface de révolution fermée).[10]

Par le début de l'extrait, on voit que JEAN BERNOULLI n'avait pas proposé la question à EULER directement, mais par l'intermédiaire de son fils (sans doute DANIEL, qui était alors à S:t Pétersbourg), et la lettre citée par EULER étant du 10 décembre 1728, il semble établi que le mémoire *De linea brevissima* etc. n'était pas même projeté en novembre 1728; de plus, si l'on a égard à l'empressement avec lequel EULER parle de sa découverte, on est porté à croire qu'il n'avait résolu le problème qu'au commencement de l'année 1729, et nous trouverons plus loin que la rédaction du mémoire ne pouvait être définitivement terminée qu'après le 18 avril 1729. On voit par là avec quelle circonspection il faut se servir des dates indiquées dans des recueils académiques pour la présentation des mémoires qui y ont paru.

La réponse de JEAN BERNOULLI, du 18 avril 1729, a été publiée par nous en 1880 dans les mémoires in-8° de l'académie des sciences de Stockholm,[11] mais comme cette publication semble peu répandue,[12] nous nous permettrons d'en reproduire ici le passage suivant:

Venio nunc ad litteras tuas novissimas. Solutio tua problematis de ducenda linea brevissima in superficie data videtur bona. Quod ad meam attinet, ea consistit in hac æquatione

$$\frac{Tddy}{Tdzdy - zds^2} = \frac{ddz}{ds^2 + dz^2},$$

ubi notandum per x, y, z me intelligere tres coordinatas, quæ tibi sunt t, x, y: item T esse subtangentem curvæ illius datæ, quæ fit in superficie data, quando secatur per planum subjecto plano perpendiculare & ipsis y parallelum; porro per ds (quod constans suppono) intelligo elementum curvæ projectæ seu

$$\sqrt{dx^2 + dy^2}.$$

Possum etiam naturam curvæ quæsitæ exprimere hac æquatione

$$\frac{\theta ddx - Tddy}{\theta dx - Tdy} = \frac{dzddz}{ds^2 + dz^2},$$

quæ aliquando commodior est, ubi litteræ x, y, z, T idem mihi significant quod ante, & præterea θ est subtangens alterius curvæ datæ quæ fit secando superficiem per planum priori coordinatum, h. e. ipsis x parallelum. Ex his æquationibus facile omnes casus particulares, quos solutos das, deducuntur. Non unum tantum solvendi fundamentum habeo;

quantum conjicio, tuus solvendi modus nititur natura minimi, quo etiam agnatus meus feliciter usus est, & problema legitime solvit, sed hic solvendi modus non satis est generalis, ad alia quippe hujusmodi problemata sese non extendens, quale esset e. gr. hoc: Ducere in data superficie lineam curvam, cujus in puncto quolibet planum osculans datam habeat inclinationem ad planum tangens superficiem datam in eodem puncto. Voco autem planum osculans, quod transit per tria curvæ quæsitæ puncta infinite sibi invicem propinqua. Patet hoc problema includere prius, nam si angulus inclinationis est rectus, erit quilibet arcus curvæ quæsitæ minimus inter duo puncta sua extrema.

P. S. Tenta num possis problema de ducenda linea brevissima reducere ad æquationem differentialem primi gradus in superficie aliqua quæ non sit vel cylindroidica vel conoidica sed alia aliqua.

Apparemment les deux équations de Jean Bernoulli pour la ligne géodésique diffèrent de celle d'Euler, mais il est aisé de démontrer qu'elles concordent toutes avec l'équation classique. Pour ce qui concerne l'équation d'Euler, cette démonstration est faite déjà par M. Cantor; [13] quant à celles de Jean Bernoulli, on peut procéder de la manière suivante. [14]

Si $F(x, y, z) = 0$ est l'équation de la surface donnée, et que l'on pose

$$\frac{\partial F}{\partial x} = P, \qquad \frac{\partial F}{\partial y} = Q, \qquad \frac{\partial F}{\partial z} = R,$$

l'équation de la ligne géodésique est

$$P(dyd^2z - dzd^2y) + Q(dzd^2x - dxd^2z) + R(dxd^2y - dyd^2x) = 0.$$

On a aussi

$$Pdx + Qdy + Rdz = 0, \quad \text{ou} \quad P = -\frac{Qdy + Rdz}{dx},$$

et si ds est constante, il s'en suit que

$$d^2x = -\frac{dyd^2y}{dx};$$

en substituant dans l'équation ci-dessus indiquée les valeurs de P et de d^2x, on a

$$-\frac{Qdy + Rdz}{dx}(dyd^2z - dzd^2y) - Q\left(\frac{dyd^2ydz}{dx} + dxd^2z\right)$$
$$+ R\left(dxd^2y + \frac{dy^2d^2y}{dx}\right) = 0,$$

d'où l'on déduit aisément

$$Rd^2y(dx^2 + dy^2) = Qdy^2d^2z + Rdydzd^2z - Rd^2ydz^2 + Qdx^2d^2z,$$

et enfin

$$\frac{Rd^2y}{Rdydz + Q(dx^2 + dy^2)} = \frac{d^2z}{dx^2 + dy^2 + dz^2}.$$

D'autre part, comme la grandeur T de JEAN BERNOULLI a évidemment la valeur $-\frac{zR}{Q}$, sa première équation équivaut précisément à

$$\frac{Rd^2y}{Rdydz + Q(dx^2 + dy^2)} = \frac{d^2z}{dx^2 + dy^2 + dz^2}.$$

Quant à la seconde équation de JEAN BERNOULLI, elle peut être réduite à la même forme; en effet on a $\theta = -\frac{zR}{P}$, et par la substitution des valeurs de T et de θ, on obtient

$$\frac{Pd^2y - Qd^2x}{Pdy - Qdx} = \frac{dzd^2z}{dx^2 + dy^2 + dz^2}$$

d'où, en mettant $-\frac{dyd^2y}{dx}$ au lieu de d^2x et $-\frac{Qdy + Rdz}{dx}$ au lieu de P,

$$\frac{Rd^2y}{Rdydz + Q(dx^2 + dy^2)} = \frac{d^2z}{dx^2 + dy^2 + dz^2}.$$

Par le passage cité on trouve aussi que JEAN BERNOULLI avait communiqué à EULER en 1729 la propriété fondamentale des lignes géodésiques, qu'il avait découverte en 1697. Le fait que cette propriété n'était pas publiée lorsque EULER faisait paraître en 1736 sa *Mechanica*, ne suffit donc pas pour conclure que celui-ci l'avait retrouvée indépendamment de JEAN BERNOULLI.[15] Le P. S. de la lettre contenant évidemment la question, à laquelle EULER fait allusion à la fin de son mémoire, lorsqu'il parle des cas où l'équation différentielle peut être intégrée, il s'ensuit que la rédaction définitive du mémoire est postérieure au 18 avril 1729.

Avec la communication citée de JEAN BERNOULLI, la correspondance sur l'équation générale des lignes géodésiques était essentiellement terminée. Dans sa réponse du 16 mai 1729, EULER remarque: »Æquatio tua pro linea brevissima generalis egregie cum mea convenit, in eam enim transmutatur expressa litera T ex æquatione mea assumta $Pdx = Qdy + Rdt$. Æquationem meam quidem ex natura minimi deduxi, sed aliis quibusdam modis ad eandem perveni æquationem», et puis il passe à des éclaircissements sur les cas particuliers dont il s'était occupé dans sa lettre du 18 février 1729.

[1] Acta Eruditorum 1698, p. 469: »Heic igitur me fecisse aliquid puto, quod repererim viam generalem perveniendi ad æquationem pro quavis superficie curva data.»

[2] LEIBNITII *et* JOH. BERNOULLII *Commercium philosophicum et mathematicum* (Lausanne 1745), I, p. 393.

[3] L. c. I, p. 338.

[4] Cf. CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, III (Leipzig 1898), p. 235; STÄCKEL, *Bemerkungen zur Geschichte der kürzesten Linien;* Berichte über die Verhandl. der sächsischen Gesellsch. der Wissensch. (Mathem. Cl.) **45**, 1893, p. 448.

[5] L'HÔPITAL avait réduit le problème à la résolution d'une question de géométrie plane; après avoir remarqué que cette question était plus difficile encore, JEAN BERNOULLI ajoutait: »Pour moi, je l'ai réduit à une équation différentielle, dont il ne me manque que la construction parce que je n'ai pas encore trouvé le moyen de séparer les indéterminées; cependant le problème est résolu, si on appelle résoudre quand on a trouvé une équation.»

[6] CANTOR, l. c. III, p. 816—819, 829. — Il convient de faire observer qu'à la ligne 26 de la page 818, il y a une faute de plume; en effet il faut y rayer le mot: »kürzeste».

[7] JOH. BERNOULLI, *Opera omnia* (Lausanne 1742), IV, p. 108—124.

[8] Commentarii acad. scient. Petropolitanæ. T. III (ad annum 1728). Petropoli 1732, p. 110—124.

[9] EULER, l. c. p. 124.

[10] Cette partie de la lettre n'est qu'un résumé du mémoire publié en 1732.

[11] ENESTRÖM, *Trois lettres inédites de Jean I Bernoulli à Léonard Euler.* Bihang till svenska vetenskapsakademiens handlingar **5**: 21 (Stockholm 1880).

[12] Elle n'a pas été citée par M. CANTOR dans son exposition ci-dessus mentionnée.

[13] CANTOR, l. c. III, p. 819.

[14] Cf. JOH. BERNOULLI, *Opera omnia* IV, p. 112.

[15] Cf. CANTOR, l. c. III, p. 825, 826.

RECENSIONEN. — ANALYSES.

Der Briefwechsel von **Gottfried Wilhelm Leibniz** mit Mathematikern. Herausgegeben von **C. J. Gerhardt.** Erster Band. Berlin, Mayer & Müller 1899. In-8°, XXVIII + 761 p. + facsim.

M. Gerhardt se propose de publier en trois volumes une nouvelle édition de la correspondance de Leibniz avec les mathématiciens, et le premier volume en a déjà paru. Ce volume commence par une préface traitant en premier lieu de la découverte du calcul infinitésimal, et il est divisé en trois sections contenant respectivement la correspondance entre Leibniz, Oldenburg, Newton, Collins et Conti, la correspondance avec Tschirnhaus et celle avec Huygens; au commencement de chaque section il y a un aperçu général du contenu de la correspondance respective, et à plusieurs lettres sont annexées des pièces aptes à les compléter ou les éclaircir.

Il est inutile d'insister ici sur l'importance, au point de vue de l'histoire des mathématiques, des documents reproduits ainsi par M. Gerhardt. Sans doute on pourrait faire remarquer que, la plupart de ces documents étant déjà de facile accès, il vaudrait mieux publier quelque correspondance inédite de grand intérêt, p. ex. celle de Jean Bernoulli, mais d'autre part il faut avouer que les lettres de Leibniz ne semblent pas encore assez connues, et nous nous permettrons de citer un petit exemple pour appuyer cette assertion. Dans l'Intermédiaire des mathématiciens, tome **4** (1897), M. P. Tannery a proposé (p. 125—126) une question sur le *folium* de Descartes, et dans le tome **5** (1898) du même journal, il dit que ce nom a été donné à une époque où les noms imaginés par Roberval (c. à. d. »galant» et »fleur de jasmin») étaient déjà oubliés. Mais en examinant la correspondance entre Leibniz et Huygens, on trouve que cette courbe a été mentionnée le 20 mars 1693 par Leibniz sous le nom de »galande de M. Roberval» et le 17 septembre 1693 par Huygens sous le nom de »feuille de Mr des Cartes ou de Roberval», d'où il suit que le nom principal imaginé par Roberval n'était pas encore oublié à l'époque où le nom de *folium* de Descartes a été utilisé. D'autre part l'arrangement de la nouvelle publication de M. Gerhardt permet au lecteur de se servir de la première section comme d'un recueil de documents sur l'invention du calcul infinitésimal, et à ce point de vue elle peut être consultée avec avantage par ceux qui désirent se former eux-mêmes une idée des droits respectifs de Newton et de Leibniz relativement à la découverte de ce calcul.

La première édition rédigée par M. Gerhardt (dans les Leibnizens *Mathematische Schriften*) de la correspondance de Leibniz, a été l'objet de diverses remarques critiques par F. Giesel dans le tome **10** (1865) de la Zeitschrift für Mathematik und Physik (Litteraturzeitung, p. 2—14), et on peut faire à peu près les mêmes remarques sur la nouvelle édition. Mais comme il nous semble peu probable que nous puissions exercer, en faveur des deux volumes restants, de l'influence sur M. Gerhardt en répétant ici ces remarques, et comme nous avons déjà dans les *Oeuvres de* Huygens, éditées par la société hollandaise des sciences, un excellent modèle pour la publication d'une correspondance scientifique, nous nous contenterons de renvoyer à l'analyse citée de Giesel, et nous n'annexerons ici que quelques petites observations d'une autre nature.

A la page 5 M. Gerhardt a inséré quelques renseignements biographiques sur Oldenburg; il convient de faire observer que, grace à la note de M. Rix: *Henry Oldenburg, first secretary of the royal society* (Nature **49**, 1893, 9—12), on a maintenant sur lui des renseignements plus exacts et plus complets — Oldenburg ne naquit pas en 1626, mais vers 1615, et il mourut en 1677.

Dans une lettre du 26 juillet 1676, adressée par Oldenburg à Leibniz, un traité d'algèbre par Rhonius est mentionné, et dans une note M. Gerhardt fait observer (p. 176) qu'il faut probablement lire »Rahnio» au lieu de »Rhonio». Mais dans la traduction anglaise de l'algèbre de Rahn, publiée en 1668 par Pell, l'auteur est bien appelé »Rhonius», et par conséquent il n'y a ici aucune faute de plume de la part d'Oldenburg.

Aux pages 240—248 se trouve la fameuse lettre du 21 juin 1677 de Leibniz à Oldenburg, réimprimée d'après un manuscrit de la bibliothèque royale à Hannover; on sait que ce manuscrit commence: »Accepi hodie literas tuas», tandis que, dans la reproduction de l'original insérée au *Commercium epistolicum*, le mot »hodie» manque, et que M. Cantor, dans le tome III de ses *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, a fait (p. 275—276, 291, 292, 309) grand cas de cette différence. De notre côté, nous y attachons peu d'importance et nous pensons (cf. Zeuthen, Bulletin de l'académie des sciences de Danemark 1895, p. 227) que Leibniz a commencé le brouillon immédiatement après la réception de la lettre d'Oldenburg, mais qu'il n'a pas eu le loisir de l'achever immédiatement, et que, pour cette raison, il a omis lui-même le mot »hodie» dans la transcription. En tout cas il nous semble que M. Gerhardt a dû mentionner dans une note la différence dont il s'agit.

On a prétendu (cf. Cantor l. c. p. 161, 174) que Leibniz avait par l'intermédiaire de Tschirnhaus eu connaissance, dès 1675, de la lettre de Newton du 10 décembre 1672, mais M. Gerhardt avance (p. 317—318) que, vers ce temps, Tschirnhaus était parfaitement étranger aux résultats trouvés par Newton, et il en conclut que celui-là n'avait pu donner à Leibniz aucun éclaircissement sur eux. Cette argumentation ne nous semble pas convaincante, car, comme le fait observer avec raison M. Zeuthen (Bulletin de l'académie des sciences de Danemark 1895, p. 221), des idées de cette nature peuvent souvent être colportées par des personnes qui n'en voient point la portée.

La section contenant la correspondance entre Leibniz et Huygens commence par deux lettres, la première écrite par Leibniz et sans date, la seconde écrite par Huygens et datée »ce 30 septembre»; selon M. Gerhardt ces deux lettres appartiennent à l'année 1673, tandis que les éditeurs des *Oeuvres de* Huygens les rapportent à l'année 1675. A notre avis, il n'y a aucune raison suffisante pour l'hypothèse de M. Gerhardt, et son raisonnement à la page 761 nous semble fort peu concluant, tandis que les raisons rapportées dans le tome VII (La Haye 1897) des *Oeuvres de* Huygens (voir page 500 note 1 et page 503 note 8) sont à peu près décisives; de plus l'accord entre un passage de la lettre de Leibniz à Oldenburg du 12 juin 1675 et un passage de la lettre citée de Leibniz à Huygens paraît indiquer que ces deux lettres sont écrites vers le même temps.

Dans la *Liste alphabétique de la correspondance de* Christiaan Huygens *qui sera publiée par la société hollandaise des sciences*, Bierens de Haan cite (p. VI, XIII) une lettre de Leibniz à Huygens écrite en 1681 et trois lettres de Huygens à Leibniz écrites respectivement en 1686, janvier 1691, et août 1691; comme M. Gerhardt ne fait aucune mention de ces quatre lettres, nous nous sommes adressé aux éditeurs des *Oeuvres de* Huygens pour savoir où ces lettres se trouvent actuellement, et M. Bosscha a voulu bien nous avertir que, autant qu'il sache, elles n'existent pas. En tout cas elles ne sont pas gardées dans la collection HUYGENS de la bibliothèque de Leiden, et pour ce qui concerne les deux dernières, il est improbable qu'elles aient jamais été écrites. Il faut donc supposer que BIERENS DE HAAN, en dressant la »Liste alphabétique«, a fait une petite erreur en attribuant à LEIBNIZ et à HUYGENS les lettres dont il s'agit.

Avant de terminer, nous ne pouvons nous abstenir de regretter vivement le manque d'une liste alphabétique des personnes citées dans les documents publiés par M. GERHARDT. Non seulement une telle liste est à peu près indispensable pour trouver sans peine inutile des passages dont on a besoin, mais elle pourra aussi servir à identifier les personnes dont les noms sont donnés sous une forme plus ou moins altérée (p. ex. p. 106 »Osanna« au lieu d'OZANAM). Nous espérons que les deux autres volumes seront mieux fournis à ce point de vue.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. ENESTRÖM. Stockholm. 8°.
1898: 4.

Bollettino di bibliografia e storia delle scienze matematiche pubblicato per cura di G. LORIA. Genova. 8°.
1898: 4. 1899: 1. — [Annonce de l'année 1898:] Jorn. d. sc. mathem. **13**, 1898, 152. (G. T.)

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. CANTOR. Leipzig. 8°.
43 (1898): 6. **44** (1899): 1.

Bohlmann, G., Übersicht über die wichtigsten Lehrbücher der Infinitesimalrechnung von Euler bis auf die heutige Zeit.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **6**, 1899, 91—110.

Bonola, R., Bibliografia sui fondamenti della geometria in relazione alla geometria non-euclidea.
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1899, 1—10.

Boyer, J., Sketch of Maria Agnesi.
Appleton's popular science monthly (New York) **53**, 1898, 403—409.

°**Budge, E. A. W.,** Facsimile of the Rhind mathematical papyrus in the British museum. With an introduction. London 1898.
[Analyse:] Nature (London) **59**, 1898, 73—74.

Curtze, M., Die Abhandlung des Levi ben Gerson über Trigonometrie und den Jacobstab.
Biblioth. Mathem. 1898, 97—112.

Curtze, M., Nachtrag zu dem Aufsatze »Practica Geometriæ«.
Monatsh. für Mathem. **9**, 1898, 266—268.

Darboux, G., Notice sur Sophus Lie.
Paris, Acad. d. sc., Comptes rendus **128**, 1899, 525—529.

D[ickstein], S., Wladyslaw Zajaczkowski. Necrologia.
Wiadomosci matematyczne **2**, 1898, 258—259.

Eneström, G., Note historique sur une proposition analogue au théorème de Pythagoras.
Biblioth. Mathem. 1898, 113—114.

Fleischmann, L., Karl Fink.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **7**, 1899, 33—35.

Fontès, Deux mathématiciens peu connus du XIII^e siècle.
Toulouse, Acad. d. sc., Mémoires **9**$_9$, 1897, 382—386. — Sur Pierre de Maricourt et Johannes Londinensis.

Galdeano, Z. G., Les mathématiques en Espagne.
L'enseignement mathématique **1**, 1899, 6—21.

Galilei, G., Opere. Edizione nazionale sotto gli auspicii di sua maestà il re d'Italia. Volume VIII. Firenze 1898.
4°, 644 + (1) p. — Édition publiée sous la direction de M. A. Favaro.

°**Gemini** Elementa astronomiæ. Ad codicum fidem recensuit, germanica interpretatione et commentariis instruxit C. Manitius. Leipzig, Teubner 1898.
8°, XLIV + 370 p. — [8 Mk.]

Gerhardt, C. J., Über die vier Briefe von Leibniz, die Samuel König in dem »Appel au public«, Leide MDCCLIII, veröffentlicht hat.
Berlin, Akad. d. Wissensch., Sitzungsber. 1898, 417—427.

Gibson, G. A., The treatment of arithmetic progressions by Archimedes.
Edinburgh, Mathem. soc., Proceedings **16**, 1897, 2—12.

Godefroid, Note historique et bibliographique sur la formule du binôme.
Mathesis **9**$_2$, 1899, 40—41.

Gravelaar, N. L. W. A., De notatie der decimale breuken.
Amsterdam, Wisk. Genootsch., Nieuw Archief **4**$_2$, 1898, 54—73.

Gundelfinger, S., Über die Entdeckung der doppelten Periodicität und Jacobi's Antheil daran.
Berlin, Akad. d. Wissensch., Sitzungsber. 1898, 342—345.

Hantsch, V., Sebastian Münster. Leben, Werk, wissenschaftliche Bedeutung.
Leipzig, Sächs. Gesellsch. d. Wissensch. (Phil.-hist. Cl.), Abhandl. **18**, 1898. 187 p.

Lange, J., Jacob Steiners Lebensjahre in Berlin 1821—1863. Nach seinen Personalakten dargestellt. Sonderabdruck der Festschrift zur Erinnerung an das 75-jährige Bestehen der Friedrichs-Werderschen Oberrealschule. Berlin, Gärtner 1899.
4°, 70 p. + portrait.

Laussedat, A., Recherches sur les instruments, les méthodes et le dessin topographiques. Tome I. Aperçu historique sur les instruments et les méthodes. La topographie dans tous les temps. Paris, Gauthier-Villars 1898.
8°, XI + 441 p. + 14 pl.

Leibniz, G. W., Briefwechsel mit Mathematikern. Herausgegeben von C. J. Gerhardt. Erster Band. Berlin, Mayer & Müller 1899.
8°, XXVIII + 761 p. + facsim. — [28 Mk.]

Lindemann, F., Ludwig Seidel.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **7**, 1899, 23—33.

[**Loria, G.**], Alcuni manoscritti relativi alla geometria greca.
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1898, 157—158.

[**Loria, G.**], Paolo Serret. Necrologio.
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1898, 157.

Loria, G., La storia della matematica come anello di congiunzione fra l'insegnamento secondario e l'insegnamento universitario.
Periodico di matem. $\mathbf{1}_2$, 1898, 19—33.

Loria, G., Zarys rozwoju historycznego teoryi krzywych plaskich.
Wiadomosci matematyczne **2**, 1898, 203—213. — Traduction en polonais du mémoire: *Aperçu sur le développement historique de la théorie des courbes planes* (voir Biblioth. Mathem. 1898, p. 92).

Meyer, F., Rapporto sullo stato presente della teoria degli invarianti. Traduzione dal tedesco di G. Vivanti.
Giornale di matem. **36**, 1898, 306—316.

Miller, G. A., Report on recent progress in the theory of groups of a finite order.
New York, Americ. mathem. soc., Bulletin $\mathbf{5}_2$, 1899, 227—249.

Müntz, E., Léonard de Vinci et l'invention de la chambre noire.
Revue scientifique $\mathbf{10}_4$, 1898, 545—547.

Netto, E., Über die arithmetisch-algebraischen Tendenzen Leopold Kroneckers.
Mathematical papers of the Chicago Congress **1** (New York 1896), 243—252.

Pantanelli, D., Pietro Riccardi. Necrologio.
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1899, 23—29. — Avec la liste des écrits de P. Riccardi.

Poincaré, H., L'oeuvre mathématique de Weierstrass.
Acta Mathem. **22**, 1898, 1—18.

Ptolemæus, C., Opera quæ exstant omnia. Edidit J. L. Heiberg. Volumen I: Syntaxis mathematica. Pars I, libros I—VI continens. Leipzig, Teubner 1898.
8°, VI + 546 p. + 1 pl. — [8 Mk.]

Saalschütz, L., Die Aufhebung des Verbotes der Kopernikanischen Lehre.
Königsberg, Physik.-Ökon. Gesellsch., Sitzungsber. **38**, 1897, 43—46.

Schiaparelli, G., Origine del sistema planetario eliocentrico presso i Greci.
Milano, Istituto Lombardo, Memorie **9**$_2$, 1898, 61—100.

Sintzoff, D., Bibliographia mathematica rossica 1896.
Kazan, Fiz.-matem. obchtch., Isvjestia **8**$_2$, 1898. 24 p.

°**Slotte, K. F.**, Mathematikens och fysikens studium vid Åbo universitet. Helsingfors 1898.
8°, 309 p.

°**Starke, R.**, Die Geschichte des mathematischen Unterrichts in den höheren Lehranstalten Sachsens von 1700 bis in den Anfang des 19. Jahrhunderts. Chemnitz 1898.
4°, 42 p. — [1·80 Mk.]

Vassilieff, A., Pafnutii Lvovitch Tchébycheff, et son oeuvre scientifique.
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1898, 113—139. — [Analyse:] Wiadomosci matematyczne **2**, 1898, 230—231. (S. Dickstein.)

Wertheim, G., Herons Ausziehung der irrationalen Kubikwurzeln.
Zeitschr. für Mathem. **44**, 1899; Hist. Abth. 1—3.

Wertheim, G., Ein von Fermat herrührender Beweis.
Zeitschr. für Mathem. **44**, 1899; Hist. Abth. 4—7.

Question 71 [sur la première représentation analytique d'une surface courbe au moyen d'une équation entre trois coordonnées].
Biblioth. Mathem. 1898, 119—120. (G. Eneström.)

Question 72 [sur une brochure publiée en 1657 par Frénicle de Bessy].
Biblioth. Mathem. 1898, 120. (G. Eneström.)

Beantwortung der Anfrage 61 [über die älteste Münze mit arabischen Ziffern].
Biblioth. Mathem. 1898, 120. (G. Wertheim.)

Réponse à la question 70 [sur une édition de l'Algèbre d'Euler].
Biblioth. Mathem. 1898, 120. (G. Eneström.)

Cantor, M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Dritter Band. Vom Jahre 1668 bis zum Jahre 1758. Dritte Abtheilung. Die Zeit von 1727 bis 1758. Leipzig, Teubner 1898. 8°.
Monatsh. für Mathem. **9**, 1898, 42—43.

REBIÈRE, A., Les savants modernes, leur vie et leurs travaux. D'après les documents académiques, choisis et abrégés. Paris, Nony 1899. 8°.
Biblioth. Mathem. 1898, 115—116. (G. ENESTRÖM.) — Revue de mathém. spéc. **9**, 1899, 112. (E. H.)

Mathematisches Abhandlungsregister. 1897. Zweite Hälfte: 1. Juli bis 31. December.
Zeitschr. für Mathem. **43**, 1898; Hist. Abth. 215—224.

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1898, 116—119. — Zeitschr. für Mathem. **43**, 1898; Hist. Abth. 211—214. **44**, 1899; Hist. Abth. 30—32.

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

73. S'appuyant sur une indication de G. J. VOSSIUS (*De universæ mathesios*(!) *natura et constitutione*, Amsterdam 1650, p. 179), on fixe d'ordinaire l'année de la mort de SACROBOSCO à 1256 (voir p. ex. CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, II : 1, Leipzig 1892, p. 80). Mais M. P. TANNERY a fait observer récemment (voir *Le traité du quadrant de maître Robert Anglès*, Paris 1897, p. 23) que le vers d'où VOSSIUS a tiré cette date, ne se rapporte pas à la mort de SACROBOSCO mais à l'achèvement de son *Compotus*. Du reste, M. TANNERY est porté à interpréter le vers assez obscur:

M Xristi bis C quarto deno quater anno

comme indiquant 1244 et non 1256.

Est-ce qu'il y a quelques renseignements authentiques sur l'année de la mort de SACROBOSCO? (G. Eneström.)

Inhalt. — Table des matières.

Quatre numéros par an. Ce numéro est publié le 31 mars 1899.

STOCKHOLM, TRYCKT I CENTRAL-TRYCKERIET, 1899.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK
HERAUSGEGEBEN VON

JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES
PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1899. STOCKHOLM. N° 2.

NEUE FOLGE. 13. BERLIN. MAYER & MÜLLER. Prinz Louis-Ferdinandstr. 2.

Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr.

NOUVELLE SÉRIE. 13. PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Sur l'histoire de l'arithmétique arabe.

Par CARRA DE VAUX à Paris.

1. Sens précis des termes 'iqd et uss.

Le sens de ces termes est tres simple, et il est aisé de l'exprimer en quelques mots d'une manière plus nette qu'on ne l'a fait, je crois, jusqu'ici.[1]

Le *'iqd* ou nœud, c'est le chiffre des unités d'une puissance ou sous-puissance de 10 dans le calcul décimal; le chiffre des unités d'une puissance ou sous-puissance de 60 dans le calcul sexagésimal.

Il y a 9 nœuds dans le calcul décimal, représentés par 9 chiffres ou 9 lettres, et 59 nœuds dans le calcul sexagésimal, représentés par 59 lettres ou combinaisons de lettres.

Le *uss* ou fondement, c'est, dans le calcul sexagésimal, l'exposant de la puissance de 60 ou l'inverse de l'exposant de la sous-puissance.

Le sens ordinaire du mot *'iqd,* pluriel *'uqoud,* dans la langue, est collier; mais le même mot avec la désinence du nom d'unité, *'uqdah,* a le sens de nœud, qui convient mieux ici. — Le sens du mot *uss* ou *ass* est fondement.

2. Division sexagésimale à quotient périodique.

Le livre de SIBT EL-MÂRIDINI[2] sur le calcul des degrés donne un bel exemple de division sexagésimale où le quotient est constitué par une période de huit chiffres. C'est la division de $47^\circ\ 50'$ par $1^\circ\ 25'$. La période s'étend du chiffre des minutes, 45, à celui des huitièmes, 31. L'auteur remarque ensuite qu'on obtient la même période en divisant $1^\circ\ 18'$ par le même diviseur $1^\circ\ 25'$. La période commence alors au chiffre $3''$ du quotient qui se présente ainsi: $0^\circ\ 55'\ 3''$.....

Voici le tableau de la première division:

. . . .
1, 3, 45
1, 5 .
43, 55 .
45 . .
4, 15 . .
5 . . .
9, 55 . . .
10 . . . .
19, 50 . . . .
20 . . . . .
39, 40 . . . . .
40 . . . . . .
1, 19, 20 . . . . . .
1, 20 . . . .
1, 13, 40 . . . .
1, 15 . . . .
1, 3, 45 . . . .
1, 5 . . . .
46, 45 . . . .
1, 25 . . . .
47, 50 . . . .
$33^\circ\ 45'\ 52''\ 56'''\ 28^{IV}\ 14^{V}\ 7^{VI}\ 3^{VII}\ 31^{VIII}\ 45^{IX}\ 52^{X}$ .....

8. De la preuve par 7, 8, 9 ou 11.

A côté de la preuve par 9 qui est d'origine indienne, l'usage de la preuve par 7 ou 8 ou même 11 se répandit chez les Arabes. AL-KARKHI, dans son *Kâfi fi'l-his-âb*,[3] se sert des preuves par 9 et par 11. Le célèbre arithméticien IBN AL-BANNA étudie les restes des divisions par 7, 8, 9. Un traité manuscrit de la bibliothèque nationale de Paris[4] traite de cette question dans les termes suivants:

»Les calculateurs, dit l'auteur, ont consacré à la preuve un chapitre qu'ils nomment la balance, *el-mîzân* ou l'épreuve *el-imtihân*. Ils se servent en cela de trois nombres 7, 8 et 9; quelques-uns de 11. On pourrait aussi bien se servir de tout autre nombre. Addition: on divise les deux termes à ajouter par l'un de ces nombres, et l'on ajoute les deux restes; cette somme est le témoin, *ech-châhid*. On divise ensuite la somme de l'addition par le même nombre. Le reste doit être égal au témoin.»

Dans la soustraction le témoin s'obtient par soustraction des restes, dans la multiplication, par multiplication, etc.

»Sache cependant, fait observer l'auteur, que ce qu'ont dit les calculateurs: que cette égalité prouve la justesse de l'opération, n'est pas correct. Elle est seulement une condition de sa justesse. Mais la preuve peut réussir sans que l'opération soit juste. En voici des exemples:

Nous demandons à quelqu'un le produit de 18 par 27. Il répond 630 ou 621. Nous le prions de faire la preuve par 9; elle réussit: le témoin est nul. Alors les deux réponses seraient justes ensemble. — Demandons d'ajouter $24 + 38$; on répond: 76; la preuve par 7 réussit: le témoin est $3 + 3 = 6$; et le reste de 76 est aussi 6. — Demandons de retraucher 12 de 36. On répond: 48. La preuve par 8 réussit. Le témoin, $4-4$, est nul; et le reste de 48 est nul aussi.»

Sibt el-Mâridini, dans son traité du calcul des degrés,[1] a appliqué ce genre de preuve au calcul sexagésimal. Il adopte les diviseurs 7 et 8. Voici comment il procède:

»Soit, dit-il, $15^\circ\ 9'\ 24''\ 0'''\ 40^{\text{iv}}$. Commencez par le chiffre de rang le plus élevé, ici celui des degrés, et ôtez-en autant de fois que possible 7 ou 8; il reste 1 ou 7; multipliez ce reste par 4; il vient: 4 ou 28; ajoutez ce produit au chiffre de rang suivant, ici à celui des minutes; vous avez 13 ou 37; divisez cette somme par 7 ou 8; multipliez le reste par 4, ajoutez au chiffre de rang suivant, etc. .... le reste obtenu après la dernière division s'appelle la balance, *el-mîzân*. La balance du nombre proposée est donc 3 dans la preuve par 7 et 0 dans la preuve par 8.»

La balance, dans ce calcul, si l'on représente le nombre sexagésimal par:

$$a_1 a_2 a_3 \ldots . a_n,$$

et que l'on pose

$$\frac{a_n}{7} = \alpha_n \text{ plus un reste,}$$

est de la forme:

$$((((a_1 - \alpha_1 7)\, 4 + a_2 - \alpha_2 7)\, 4 + a_3 - \alpha_3 7)\, 4 + \ldots + a_{n-1} - \alpha_{n-1} 7)\, 4 + a_n - \alpha_n 7$$

ou

$$4^{n-1}(a_1 - \alpha_1 7) + 4^{n-2}(a_2 - \alpha_2 7) + \ldots + 4(a_{n-1} - \alpha_{n-1} 7) + (a_n - \alpha_n 7).$$

Le facteur 4 qui apparaît dans cette formule est le reste de la division de 60 par 7 ou par 8: $60 = 7 \times 8 + 4$.

Voici l'exemple que donne l'auteur pour la preuve de l'addition:

	balance en 7	balance en 8
15° 25′ 35″	4	7
30° 40′ 50″	4	2
46° 6′ 25″	1	1

[1] Cf. par exemple WOEPCKE, *Sur l'introduction del 'arithmétique indienne en Occident,* p. 69.

[2] BEDR ED-DÎN ou SCHEMS ED-DÎN ABOU ABD-ALLAH MOHAMMED BEN MOHAMMED BEN AHMED l'Egyptien, vulgairement appelé SIBT (c'est-à-dire *Ibn bint* = fils de la fille d') EL-MÂRIDÎNI est un auteur considérable qui vécut dans la seconde moitié du IX[e] siècle de l'hégire ou de notre XV[e] s. HADJI KHALFA le cite souvent et mentionne son traité de calcul sexagésimal sous le n° 5111. WOEPCKE a traduit le commencement de ce traité *(Mémoire sur l'introduction de l'arithmétique indienne en occident,* p. 54, p. 66 et suivantes). SIBT EL-MÂRIDÎNI vécut au Caire où il fut astronome de la mosquée cathédrale »el Azhar».

[3] V. CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik,* I, 659 et, pour ce qui concerne IBN AL-BANNA, 692 (1[ère] éd.).

[4] C'est le ms. arabe 2469 (ancien 951). Le traité qui y est contenu est de TAQÎ ED-DÎN EL-HANBALI fils du cheïkh Izz ED-DÎN, auteur peu connu et apparemment assez tardif. Le ms. est du XV[e] siècle (1409 du Christ).

[5] Ms. arabe 2541 de la bibliothèque nationale de Paris.

Die Mathematik bei den Juden.

Von MORITZ STEINSCHNEIDER in Berlin.

Ehe ich fortfahre, habe ich hier einen Nachtrag über ISAK ALCHADIB (zu § 61) einzuschalten. Das VI. Heft der *Cataloghi dei Codici orientali di alcune biblioteche d'Italia,* fasc. sesto, »Biblioteca Casanatense di Roma, Codici ebraici« (auch mit d. Titel: »*Cataloghi dei Codd. ebr. della Bibl. Casanat. per* GUSTAVO SACERDOTE«, p. 477—662 und 2 unpag. Bl.) Firenze 1897, ist erst im December 1898 ausgegeben worden, nachdem meine letzte Fortsetzung abgesendet war. In der Abteilung: »Matematica, Filologia ecc.« (p. 631 ff.) werden 4 mathematische Manuscripte (n. 202—205) in ihren einzelnen Bestandteilen genau beschrieben. Ihr reicher und verschiedenartiger Inhalt könnte allerlei Bemerkungen, darunter auch Nachträge zu meinen früheren Angaben der gegenwärtigen Abhandlung hervorrufen; doch ist es zweckmässiger, mich hier auf den zuletzt behandelten Autor zu beschränken, von welchem Cod. 202 vier Stücke enthält:

n. III. f. 39—44 (p. 632) »Chronolog. Untersuchungen über die Festtage«, geschrieben von ISAK's Schüler FARADJI [genannt] FARADJ, welchen SACERDOTE irrtümlich mit SAMUEL BEN NISSIM identificirt, indem er auf ms. München 246 verweist! Dieses ms. ist grossenteils von NISSIM, dem Vater SAMUEL'S (und wahrscheinlich des nachmaligen Christen GUGL. RAIMONDO *de Moncada*), geschrieben in den Jahren 1429—1432; NISSIM BEN SABBATAI bezeichnet dort ISAK als Lehrer und zwar zuerst als lebend, dann als verstorben, so dass man daraus vielleicht ermitteln könnte, wann ISAK gestorben sei, jedenfalls nicht vor 1429, wonach das Datum 1427 (oben S. 6 n. 5) nicht mehr auffällig und ISAK's hohes Alter gesichert ist.

VII. f. 105^b eine gereimte chronologische Tabelle, geschrieben vom Schüler.

IX. f. 107 (p. 633) eine gereimte Ermahnung, geschrieben vom Schüler.

XII. f. 119, kurze Versstücke, gerichtet an ISAK und seinen Sohn ABRAHAM. Dann wären, wenn die oben (S. 3, Ende § 59) genannten JAKOB und ISAK nicht auf Irrtum beruhen, die Namen der 3 Erzväter etwa zufällig gewählt?

Das Casanat. ms. ist wohl auch die Veranlassung zu dem oben (S. 7, Ende § 60) gerügten Irrtum. Dort finden sich in der That unter n. II und VI die Übersetzungen von IBN

HEITHAM's Astronomie und von AVERROES (*De coelo et mundo*, wie ich vermutet habe), die aber Nichts mit ISAK zu thun haben.

---

62. Wir wenden uns nunmehr zu einigen Zeitgenossen ALCHADIB's in anderen Ländern, zunächst in Spanien, wo uns eine, bis vor Kurzem kaum bekannte Persönlichkeit wiederum über den engeren Kreis der Juden hinausführt und zur Berichtigung und Ergänzung der astronomischen Bibliographie überhaupt dient. Ich kann mich hier darauf beschränken, die Resultate einer Abhandlung [1] kurz wiederzugeben.

Das lateinische ms. Paris 10263 [2] (früher suppl. lat. 82) enthält angeblich »Canones super tabulis ill: Regis Petri *tertii* etc. Aragonum«. Diese Tafeln, von einem *Anonymus* ins Hebräische übersetzt, finden sich in mss. Parma, DE ROSSI 165 und Vatican 365 (defect) 375. — Nach einem Catalog vom J. 1797 hatte »JAKOB AL-CARSI« die Alfonsinischen Tafeln ins Hebräische übertragen; der Prager Chronist und Astronom DAVID GANS (gest. 1613) will eine hebräische Übersetzung der Alfonsinischen Tafeln des JAKOB AL-CARSI aus dem Spanischen (um 1260) gesehen und daraus Etwas für TYCHO BRAHE ins Deutsche übersetzt haben. Diese Thatsachen waren dem academischen Herausgeber des *Libro del Saber de Astronomia*, RICO Y SINOBAS, unbekannt, der in seiner Voreingenommenheit für ALFONS X., in einer bibliographischen Übersicht von mss. (*Libro del saber*, t. V, 1867 p. 62), das erwähnte Pariser ms. für eine Pseudepigraphie der Alfonsinischen Tafeln erklärt und daraus Consequenzen zieht, die ebenso ungegründet sind, als die erwähnten Angaben des Catalogs v. J. 1797 und des DAVID GANS, welche offenbar aus der oben erwähnten anonymen hebräischen Übersetzung irgendwie geflossen sind.

Aus der Vorrede des DON PEDRO, welche ich mit den ursprünglichen Abkürzungen des Pariser ms., nebst vollständiger Umschreibung, wie auch in der hebräischen Übersetzung, mitgeteilt habe, ergiebt sich, dass der König mit der Herstellung neuer Tafeln den maestro PIERO GILEBERT beauftragte; nach dessen Ableben legte der Schüler desselben, DALMATIUS (DOLMEJO) DE PLANIS, den »Almanach« nach der Stellung der Sterne in der 9. Sphäre an. Da die meisten christlichen Gelehrten diese Methode in der Astrologie anwendeten, die Juden und Araber hingegen, in der Weise ihrer Vorgänger (oder Ahnen), die Sternorte in der 8. Sphäre angaben: so strebte der König, um allen Nationen zu genügen, danach, die Berechnungen nach den Eklipsen einzurichten, wofür der fähigste Mann der spanische

Jude JAKOB CARSI (CARSONO, in der hebr. Übersetzung) war. Mit Rücksicht auf letzteren (s. unten) musste ich vermuten, dass der betreffende PETER der IV. von Aragonien (der III. von Catalonien) sei. In der That entdeckte ANDREU BALAGUER Y MERINO (gest. 1883) 3 Documente, woraus hervorgeht, dass DALMATIUS PLANES von diesem DOM PEDRO im J. 1367 eine Belohnung für seine Übersetzung astrologischer oder astronomischer Schriften erhalten hat.

Hiernach kann kaum bezweifelt werden, dass JAKOB AL-CARSI, oder CARSONO identisch sei mit JAKOB (BEN ABI ABRAHAM ISAK) IBN AL-CARSONO, welcher im J. 1376 zu Sevilla eine Abhandlung über das Astrolab in arabischer Sprache verfasste und 1378 in Barcelona hebräisch übersetzte. Die hebräische Bearbeitung, welche eine Auswahl des Leichtesten für Schüler enthält, ist nur aus ms. München 201[11] bekannt (s. *Die hebr. Übersetzungen* u. s. w. S. 596).

63. Im Jahre 1380, im Monat Nisan, verfasste der Spanier SAMUEL CHAJJIM BEN JOMTOB MATRON einen Commentar über die (6) »Flügel» des IMMANUEL BEN JAKOB (oben § 54 S. 83), wovon 2 mss. bekannt sind: in der Bodleiana, Reggio 42 (bei NEUBAUER 2244[8]), und ms. des Buchhändlers Fischl-Hirsch, worüber s. meine Notiz in der Hebr. Bibliogr. XVII, 1877, 110; über dessen Verbleib oder etwaigen Käufer ist mir Nichts bekannt. Die Erklärung ist kurz, für Anfänger berechnet.

Um diese Zeit, eine genaue Angabe fehlt, lebte CHAJJIM aus Briviesca, in Spanien, ein Schüler des LEVI B. GERSON (gest. 1344) und des MENACHEM IBN SERACH (gest. 1385, s. oben § 61 S. 8)[3], von welchem sich ein Supercommentar zu ABRAHAM IBN ESRA's Pentateuchcommentar erhalten hat. CHAJJIM studirte in Salamanca die astrologischen Schriften dieses IBN ESRA[4]. ABRAHAM SACUT, der um ein Jahrhundert später dort Professor war, erwähnt im Supplement zu seinem astronomischen Werke in hebräischer Sprache,[5] dass er sich in Betreff der *directiones* (hebr. *Nihugim*) auf eine Tabelle des genannten CHAJJIM verlassen, später aber deren Unzuverlässigkeit erkannt habe. Diese Tabelle über ein astrologisches, auch von IBN ESRA behandeltes Thema war schwerlich ganz selbständig; sie konnte einen Anhang zu fremden Tabellen, aber auch ein Bestandteil von eigenen astronomischen Tafeln sein. Vielleicht findet sich eine Beziehung darauf in dem unedirten Supercommentar?

Um diese Zeit, jedenfalls wohl noch im XIV. Jahrhund. lebte JOSEF BEN MOSES KILTI (oder KELTI?), auch als JOSEF »der Grieche» bezeichnet, welcher im Index des Pariser Catalogs mit Unrecht von jenem JOSEF unterschieden wird. Er verfasste eine Logik in hebräischer Sprache, in Form der Aphorismen des HIPPOKRATES und einiges Andere, darunter über Mathematisches in Schriften des ABRAHAM IBN ESRA, worüber der genannte Catalog (n. 707[4]) ungenau berichtet.[6]

Einen sonst nicht näher bezeichneten BARUCH erwähnt als seinen Lehrer in Mathematicis der Spanier SCHEMTOB IBN MAJOR in seinem unedirten Supercommentar über ABRAHAM IBN ESRA, verfasst im J. 1384[7].

Am Ende dieses Jahres ist das erste Stück des Miscellanbandes ms. Vatican 397 geschrieben; eine Revision der Angaben ASSEMANI's wäre nicht überflüssig. Dass jenes Stück mit der falschen Überschrift *Tischboret* (das heisst Geometrie) die Arithmetik des ABRAHAM IBN ESRA enthalte, erfahren wir erst unter der folgenden Nummer 398. Das arabische Epigraph des Schreibers in hebräischen Lettern (schwerlich ganz correct abgedruckt) ist von ASSEMANI ungenau wiedergegeben und selbst ZUNZ (*Zur Gesch. u. Lit.* S. 315 Anm. a) blieb nicht unbeirrt. Der Schreiber DAVID BEN SALAMA (nicht Salomo?) IBN AKISCH (od. Akrisch?) copirte die Arithmetik zum eigenen Gebrauche und zwar nicht in Marseille, wo kein Jude um jene Zeit sich der arabischen Sprache bediente, sondern in Murcia (Spanien).

In demselben Jahre 1384, nicht 1344, verfasste ein nicht näher bezeichneter JOSEF Kalenderregeln in hebräischer Sprache: *Tekkun Schanim* (Anordnung der Jahre), worin das Jahr 1384 zweimal erwähnt ist (Catal. NEUBAUER n. 2018). Danach erscheint meine frühere Combination mit JOSEF BEN ELIESER (oben § 51 n. 36) kaum möglich.

Um 1385 ist ein anonymes, mit der Multiplicationstabelle der Factoren 1—20 beginnendes Kalenderwerk, welches wahrscheinlich ursprünglich schon *1284* compilirt worden, also zu den ältesten dieser Gattung gehört, die man später hebräisch mit der Sachbenennung *Ibronot* bezeichnet, — so umgearbeitet worden, dass man teilweise das alte Beispielsjahr 1284/5 stehen liess, anderseits als Gegenwart das Jahr 5145 (1385), als Beispiele die christlichen Jahre 1386 und 1387 (5148) bezeichnete. Das unedirte ms. ist im J. 1879 vom Buchhändler I. Fischl-Hirsch an die K. Bibliothek zu Berlin verkauft worden und in meinem Verzeichnisse, Abth. 2 (1897 S. 72 n. 223[8]) ausführlich beschrieben. Ich hebe den christlichen Kalender mit Angabe der *Heiligen* hervor (ms. f. 32 ff.).

64. SALOMO BEN ELIA, der in Salonichi und Ephesus lebte (1374—86), nennt sich *Scharbit ha-Sahab* (goldnes Scepter);

diese Worte kommen zwar im Buche Esther 4,11, aber als Namen einer jüdischen Familie sonst nicht vor; ich habe daher die Vermutung ausgesprochen, dass hier eine freie Übertragung des griechischen Χρυσοκοκκα vorliege, veranlasst durch Georg Chrysococca, den griechischen Übersetzer der persischen astronomischen Tafeln, den wir bereits als Commentator der »Sechsflügel« des Immanuel b. Jakob erwähnt haben (§ 54 S. 83).

Salomo construirte zuerst nach der Methode des Ptolemäus (im *Almagest*), dann nach der Methode der Perser, in Salonichi (um 1374) eigene astronomische Tafeln (über Eklipsen?) in hebräischer Sprache, begleitet von einem erläuternden Texte in 12 Kapiteln, deren erstes von den Monaten handelt, in denen eine Verfinsterung der Sonne oder des Mondes stattfinden kann. Die unedirten mss. Paris 1042 und Vatican 393 (mit einem späteren unechten Titel) habe ich nicht näher prüfen, also noch viel weniger mit der, wenig älteren, griechischen Bearbeitung des Georg Chrysococca, vergleichen können.

Ms. Paris 1047[5] enthält eine hebräische Übersetzung einer Abhandlung über das Astrolab (*Iggeret ha-Isturlab*), welche dem Ptolemäus beigelegt ist, und ein anonymes Kapitel über die Linien des Astrolabs. Salomo wird am Anfang des letzteren als Übersetzer aus dem Griechischen genannt; hat er auch die erste Abhandlung übersetzt, wie der Catalog (p. 191) annimmt?[8]

Ein römisches (oder italienisches) Festgebetbuch *(Machsor)*, geschrieben im Sommer 1385, enthält auch »un calendrier synagogal«; der Pariser Catalog (n. 612 p. 74 col. 2) giebt nicht an, für welche oder wie viele Jahre. Eben so unbestimmt ist die Angabe »un calendrier juif« in ms. Paris 380, geschrieben 1386.

Im J. 1386 schrieb Moses ben Jesaia (s. Catal. Par. p. 198 n. 1077[2], Moses ben Isaac in *Hist. Litt. de la France* t. 31 p. 696) Noten zu den Sechsflügeln des Immanuel ben Jakob.

Das arabische ms. in hebr. Schrift Hunt. 492 der Bodleiana ist fälschlich für einen *Almagest* des Ptolemäus ausgegeben worden, welcher nur darin citirt wird. Es ist in der That ein unvollständiger, daher anonymer Commentar über Maimonides, *De novilunio* (s. § 25 S. 80), verfasst im J. 1387.[9]

Ms. Paris 646[2] enthält anonyme »Kalenderregeln« in hebräischer Sprache, angewendet auf die Jahre 5150—5229 (1390—1469).

Am Ende des Bodleian. ms. Mich. 854, geschrieben in Avignon 1391, hat ein anonymer französicher Jude Regeln über Verfertigung von Kalendern und astronomischen Tafeln geschrieben. Neubauer's Catalog n. 781[7] giebt keine Andeutung über die Zeit dieses Zusatzes, weshalb ich ihn hierher gesetzt habe.

65. In das letzte Jahrzehnt des XIV. Jahrh. fällt die Thätigkeit eines Juden spanischer Abkunft in der Provence, welcher mit gleicher Kenntnis die Gebiete der Philologie, Philosophie, Mathematik und Medicin pflegte. Isak ben Moses ha-Levi, wie viele Juden seiner Zeit und Umgebung, nannte sich in der Landessprache Prophiat *(Profatius,* wohl auch vulgär *Prophet)*[10] Duran, und da er, vielleicht zunächst aus Vorsicht, sich mit den Anfangsbuchstaben A. (E.) P. (= Ph) D. bezeichnete und in seinen Schrifttiteln gerne auf »*Ephod*« (Schulterkleid des Hohepriesters) anspielte: so hat man ihn auch Ephodi *(Ephodeus* bei christlichen Gelehrten) genannt.[11] Die wenigen biographischen Daten, welche sich aus seinen verschiedenartigen Schriften (darunter auch Gedichte in gutem Style) ergeben, und die Bibliographie dieser Schriften sind in neuester Zeit mehrfach kritisch geprüft und gesammelt worden,[12] so dass die hierhergehörenden Resultate keiner eingehenden Erörterung bedürfen.

Über sein Geburtsjahr in Spanien ist Nichts ermittelt; um 1390 war er reif für die Öffentlichkeit. Er hatte in seiner Jugend die erforderliche Kenntnis des Talmud in dem damals dafür maassgebenden Deutschland (wahrscheinlich im Südwesten) sich erworben; aber weder die dort herrschende Casuistik, noch die von den Grenzgebieten Spaniens und der Provence nach allen Weltrichtungen verschleppte neue Mystik, die im XIII. Jahrh. sich für geheime »Tradition« *(Kabbala)* ausgab, nicht einmal die im XIV. Jahrh. überhandnehmende Erklärung der heiligen Schrift durch astrologische vermeintliche Wissenschaft vermochte auf den logisch gebildeten, im ganzen nüchternen Forscher einen sichtbaren Einfluss auszuüben; in seinem Bescheidschreiben über das Geheimnis der Zahl 7 (hinter der Gramm. S. 181) gesteht er seine geringe Kenntnis astrologischer Theorien, insbesondere der unsicheren Principien des Abraham ibn Esra (S. 183), und bittet, ihn ferner mit solchen Fragen zu verschonen.[13] — Dem berüchtigten Religionszwang von J. 1391 gegenüber teilte er nicht den Mut so vieler Märtyrer; er wurde Scheinchrist, aber bald erwachte in ihm der Widerwille gegen das aufgezwungene Bekenntnis; er glaubte in Palästina die Sühne für die Verläugnung seines Glaubens suchen zu müssen, kehrte aber sehr bald von der eingeschlagenen Pilgerfahrt zurück und verfasste (1397) eine Abwehr des Christentums, die unedirt in mehreren mss. ruht, nachdem er eine beissende Satyre an einen anderen im Abfall verharrenden Gelehrten gerichtet hatte, welche zweimal edirt ist.

Ins Gebiet der Mathematik gehören folgende Schriften, deren Zeitfolge mir noch nicht gesichert scheint, weshalb ich eine vollständige Monographie voranstelle und die weniger untersuchten Notizen folgen lasse.

1) *Chescheb ha-Efod* (Gürtel des *Efod)*, über den jüdischen Kalender und dessen astronomische Grundlagen, wahrscheinlich verfasst 1395 (nicht 1391), gewidmet einem Moses aus der Familie (oder Sohn) des Chisdai ha-Levi.[14] Mss. sind: in der Bodl. ms. Reggio 43 bis Kap. 24 (in Neubauer's Catalog n. 2047, dennoch übergangen in der *Hist. Litt. de la France* p. 746 n. VII), München 299, Paris 351, Parma, De Rossi 800. Die kurze Vorrede nebst dem in Reimen abgefassten 23. Kap. ist hinter der Grammatik edirt. Der Verf. hebt die Bedeutung des Gegenstandes hervor, welche schon die alten Weisen anerkannten, erwähnt die grösseren Abhandlungen von Abraham bar Chijja und ibn Esra; er selbst habe nur ein kurzes Compendium liefern wollen.

2) Über die 2, von Maimonides als Beispiel demonstrirter, aber nicht sinnlich vorstellbarer Begriffe erwähnten Linien, die stets einander sich nähern, aber nie zusammentreffen (die hyperbolische Curve und die Asymptote); ms. Paris 1021[4].

3) Noten zu Jakob Anatoli's Übersetzung von Averroes, Compend. des *Almagest* (oben § 28 S. 110), welche vielleicht ursprünglich am Rande bemerkt waren, wie in ms. Bodl. bei Neubauer n. 2011[3], dann besonders gesammelt worden, wie in ms. Paris 1026, oder umgekehrt. Oder sind es Excerpte aus n. 1?

4) Kritische Bemerkung zu dem astronomischen Werke des Josef ibn Na'hmias (oben § 37) in demselben ms. Canon. 334 f. 24[b].[15] Prophiat findet die Bestrebungen Josef's an sich lobenswert, obgleich die neuen Annahmen den Sinnesvorstellungen Gewalt anthun; doch will er nicht absprechen, da er, von anderen Beschäftigungen abgehalten, das Buch Josef's nicht genügend studirt habe. Er citirt »Abraham al-Zarkal« (*so*, für Ibrahim al-Zarkali) aus dem *Almagest* des Averroes (vergl. oben n. 3) und Rabbi Levi [ben Gerson].

5) Antwort auf Fragen des maestre (Arztes?) Schealtiel Gracian, Astrologisches betreffend, worüber nichts Näheres angegeben ist in Catalog. Paris 1048[6], und Catal. Halberstam (dann Montefiore College in Ramsgate, vielleicht jetzt schon in

London) n. 147, auch nicht in der *Hist. Litt. de la France* p. 744 n. IV, wo das 2. ms. nachzutragen ist. Über die Familie Gracian (hebr. *Chen*) in Barcelona vergl. mein *Die hebr. Übersetz.* u. s. w. S. 111 Anm. 19.

6) Eine Abhandlung über den astronomischen Tag und über die Länge von Tag und Nacht in verschiedenen Jahreszeiten und Breiten enthält ms. Paris 1026[2]. Über ein etwaiges Verhältnis zu dem Werke oben n. 1 erfahren wir auch Nichts aus der *Hist. Litt.* etc. p. 744 II.

7) Uber die astronomischen Bemerkungen in ms. Paris 1023, von einem Schüler des Verf. mitgeteilt, lässt uns die zuletzt angegebene Quelle ebenfalls im Stiche.

[1] *Notice sur les tables astronom. attribuées à Pierre III d'Aragon.* Extrait du Bullettino etc. T. XIII. (1880), Rome 1881, und dazu eine »Addition« enthaltend einen Abdruck des Artikels von Balaguer. S. mein *Die hebr. Übersetz.* S. 638.

[2] 10763 in *Die hebr. Übersetz.* l. c. ist Druckfehler.

[3] Das Todesjahr ist nach dem Epitaph in meinem *Catal. libr. hebr. in Bibl. Bodl.* p. 1740 angegeben und die Bemerkung in Hebr. Bibliogr. XVII, 62 unrichtig. — Vergl. auch *Die hebr. Übersetz.* S. 271.

[4] Zu Deuteron. 34, 1; s. Hebr. Bibliogr. l. c.

[5] Catalog der Handschr. Pinsker's S. 25.

[6] S. dazu mein *Abraham ibn Esra* (Abdr. aus der Zeitschr. f. Mathem. 1880) S. 109 und *Die hebr. Übersetz.* S. 499.

[7] Ms. Cambridge, s. Schiller's Artikel in Geiger's Zeitschr. VIII, 238, im Catalog I, 149, Anm. 4 und S. 155 n. 11, dazu Hebr. Bibliogr. XVI, 109.

[8] *Die hebr. Übersetz.* S. 537, 630.

[9] *Die hebr. Übersetz.* S. 523, 559, A. 553, wonach Neubauer's Catal., n. 632, zu ergänzen ist.

[10] Über die Aussprache dieses Namens s. Sänger in Hebr. Bibliogr. VIII, 126.

[11] Das א wird in der *Hist. Litt.* t. 31, p. 741 nur für *ani* (ich) genommen, weil kein Autor sich selbst »*En*« (Senhor) oder Don bezeichne, was nicht als selbstverständlich gelten darf, da ja Spanier sich selbst *Don* nennen, wie Franzosen und Engländer *Monsieur* und *Mister.* Ferner wird in der *Hist. Litt.* die Unterschrift אס"ד als sicheres Criterium für die Abfassung einer Schrift nach 1391 angenommen, was mir bedenklich scheint, obwohl ich das Citat bei Schemtob ibn Major im J. 1384 (Schiller, Catal. Cambr. p. 155

n. 10) nicht als entscheidend ansehe, da es überhaupt auffallend, vielleicht späterer Zusatz oder Abkürzung eines Copisten ist.

[12] *Catal. Bodl.* p. 2113; Hebr. Bibliogr. IX, 156, X, 109; *Die hebr. Übersetz.*, Register S. 1063; I. FRIEDLÄNDER und JAKOB KOHN, Einleitung zur Ausgabe der Grammatik *(Maase Efod)*, Wien 1865; NEUBAUER-RENAN, *Hist. Litt.* etc. t. **31**, p. 741—53.

[13] *Hist. Litt.* p. 745 n. VI (Zahl 10!) ist nach p. 744 d zu berichtigen. — Der verstorbene ROSIN hat die astrologischen Andeutungen IBN ESRA's aus den in dessen Schriften zerstreuten Stellen in ein System zu bringen sich angestrengt (Monatschrift für d. Gesch. u. Wiss. d. Jud. 1898), ohne die hebräischen Monographien und deren edirte lateinische Übersetzungen (analysirt im *Verzeichnis der Handschr. der k. Bibliothek in Berlin*, 2. Abth., S. 136—50) zu beachten.

[14] Die Vermutung, dass es der Arzt MOSES ZARZAL sei, ist schon in Hebr. Bibliogr. X, 109 als unbegründet bezeichnet. Die Begründung, dass CHISDAI's (desselben?) einziger Sohn 1391 gestorben sei (Einl. zur Gramm. S. 44), wird hier mit einer Verweisung auf die »préface» wiederholt, welche unbegreiflich ist, da in PROPHIAT's Vorrede zu diesem Buche nicht davon die Rede ist.

[15] *Die hebr. Übersetz.* S. 597, und wohl daher ungenau in *Hist. Litt.* p. 753, XIV, aber unrichtig n. 479.

Remarque sur l'origine de la formule $i \log i = -\frac{1}{2}\pi$.

Par G. Eneström à Stockholm.*

On sait qu'Euler a donné la démonstration de la formule $i^i = e^{-\frac{1}{2}\pi}$ ou $i \log i = -\frac{1}{2}\pi$ dans son mémoire *De la controverse entre MM. Leibnitz et Bernoulli sur les logarithmes des nombres négatifs et imaginaires* (Mém. de l'acad. d. sc. de Berlin **5**, 1749, p. 139—179). Mais il convient de signaler que cette formule est une conséquence presque immédiate d'une remarque faite par Euler dans une lettre inédite adressée le 10 decembre 1728 à Jean Bernoulli et gardée à la bibliothèque de l'académie des sciences de Stockholm. En effet, on y lit:

Sit radius circuli a, sinus y, cosinus x, erit ex methodo tuâ quadraturam circuli ad logarithmos reducendi, area sectoris $= \frac{aa}{4\sqrt{-1}} \log \frac{x+y\sqrt{-1}}{x-y\sqrt{-1}}$, et posito $x=0$, habebis quadrans circuli $= \frac{aa}{4\sqrt{-1}} \log(-1)$.

Par conséquent, Euler avait démontré que

$$\frac{\pi a^2}{4} = \frac{a^2}{4\sqrt{-1}} \log(-1),$$

d'où on déduit aisément $\frac{1}{2}\pi = -\sqrt{-1} \log \sqrt{-1}$. Dans sa réponse Jean Bernoulli appelle l'attention sur l'identité

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{a^2 dx}{2\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{a^2}{4} \frac{\log \sqrt{-1}}{\sqrt{-1}},$$

et fait observer en même temps que l'intégrale proposée est égale à $\frac{1}{8}$ d'un cercle dont le rayon est a. Il s'ensuit immédiatement que $\frac{1}{8}\pi a^2 = \frac{a^2}{4} \frac{\log \sqrt{-1}}{\sqrt{-1}}$, ou $\frac{\pi}{2} = -\sqrt{-1} \log \sqrt{-1}$; mais Jean Bernoulli n'a pas tiré lui-même cette conclusion, parce qu'il croyait que le logarithme de $\sqrt{-1}$ était o.

* Cette remarque a été insérée dans l'Intermédiaire des mathématiciens **6**, 1899, p. 16, mais avec des fautes typographiques si graves, qu'elle y est sans doute presque inintelligible.

Zur Bibliographie der Parallelentheorie.

Von PAUL STÄCKEL in Kiel.

Das von mir im Jahre 1895 veröffentlichte »Verzeichnis von Schriften über die Parallelentheorie, die bis zum Jahre 1837 erschienen sind» *(Die Theorie der Parallellinien von Euklid bis auf Gauss, eine Urkundensammlung zur Vorgeschichte der nichteuklidischen Geometrie, in Gemeinschaft mit* F. ENGEL *herausgegeben von* P. STÄCKEL. Leipzig 1895, S. 286—313), machte der Natur der Sache nach keinen Anspruch auf unbedingte Vollständigkeit, und ich richtete an die Leser die Bitte mich von Lücken oder Unrichtigkeiten, die sie in dem Verzeichnis bemerken würden, in Kenntnis setzen zu wollen. Auf Grund von Mitteilungen, die ich der Freundlichkeit der Herren BEDÖHÁZI in Maros-Vásárhely (Siebenbürgen), R. FRICKE in Braunschweig, W. KRÜGER und G. VALENTIN in Berlin verdanke, sowie auf Grund weiterer eigener Nachforschungen, bin ich heute in der Lage, mein Verzeichnis nicht unbeträchtlich ergänzen zu können. Es kommen hinzu folgende 20 Schriften:

Scarburgh, Edmund, *The english Euclid.* Oxford 1705. [Erwähnt in CAMERERS Euklidausgabe Bd. 1, Berlin 1824, S. 423.]

La Caille, Nicolas Louis de, *Leçons élémentaires de mathématiques.* Paris 1741. [Erwähnt bei CAMERER, a. a. O. S. 423.]

Pfleiderer, Christoph Friedrich, *Theses inaugurales.* Tübingen 1786. [Erwähnt bei CAMERER, a. a. O. S. 427.]

Schultz, Johann, *Anfangsgründe der reinen Mathesis.* Königsberg 1790. [Erwähnt bei B. BOLZANO, »Betrachtungen über einige Gegenstände der Elementargeometrie», Prag 1804.]

[Chauvelot, Sylvestre,] *Introduction à la géométrie, ou développement de l'idée de l'étendue, ouvrage propre à guider les premiers pas des jeunes gens.* Par l'auteur du Livre des vérités. Braunschweig 1795. [Herzogliche Bibliothek in Braunschweig.]

Chauvelot, Sylvestre, *Nouvelle introduction à la géométrie ou théorie exacte et lumineuse de l'étendue.* Braunschweig 1802. [Erwähnt von POGGENDORFF, »Biogr.-lit. Handwörterbuch» I, S. 426; es ist mir nicht gelungen diese Schrift aufzutreiben.]

Develey, Isaac Emmanuel Louis, *Élémens de géométrie.* Lausanne 1816. [Angeführt in der unten citirten Schrift von BRESZTYENSZKY.]

Leslie, John, *The elements of geometry and plane trigonometry.* Edinburgh 1817. [Erwähnt bei CAMERER, a. a. O. S. 441.]

Grüson, Johann Philipp, *Die Geometrie nach Erzeugung der Begriffe in systematisch geordneten Fragen und Aufgaben.* Berlin 1820. [Erwähnt in der unten citirten Schrift von ERB, S. 153.]

Erb, K. A., *Zur Mathematik und Logik.* Heidelberg 1821.

Grashof, Friedrich Carl August, *Über die ersten Begriffe der Geometrie, zunächst mit Bezug auf Parallelentheorien.* Programm des Carmeliter-Gymnasiums zu Köln 1826.

Bresztyenszky, Adalbert Anton, *Elementa geometriae et trigonometriae planae.* Raab 1827. [Bibliothek des ev.-ref. Kollegiums zu Maros-Vásárhely.]

Lehmann, Jacob Wilhelm Heinrich, *Mathematische Abhandlungen, betreffend die Begründung und Bearbeitung verschiedener mathematischer Theorien.* Zerbst 1829. 8°, 539 S. + 4 Tfln.

Courtin, *Théorie des parallèles.* Angoulême 1829. [Erwähnt bei SOHNCKE, »Bibliotheca Mathematica« S. 145.]

Rindfleich, G. W., *Über Parallelenlinien.* Programm des Gymnasiums zu Liegnitz 1830.

Giroud, A., *Nouvelle théorie des parallèles.* Paris 1832. [Erwähnt von SOHNCKE, a. a. O. S. 156.]

Ampère, André-Marie, *Essai sur la philosophie des sciences, ou exposition analytique d'une classification naturelle de toutes les connaissances humaines.* Paris 1834, S. 65—69.

Tisserand, Pierre Antoine, *Manuel contenant les mathématiques et la physique élémentaire avec une nouvelle théorie des parallèles.* Paris 1834.

Dresler, Justus Heinrich, *Die Theorie der Parallellinien in den ersten Elementen der Geometrie begründet und gesichert.* Programm des Pädagogiums zu Wiesbaden 1834. 4°, 32 S. + 1 Tfl.

Dantas Pereira, José Maria, *Sur la théorie des parallèles.* Annales maritimes et coloniales, sept. 1835, S. 498. [Erwähnt von VAN TENAC in der Übersetzung der »Geometry without axioms« von TH. P. THOMPSON, Paris 1836, S. 238—240.]

Die Anzahl der Schriften des Verzeichnisses würde somit von 253 auf 273 anwachsen, wenn nicht die *Elementi geometrici* von SILVIO BELLI, die ich als »um 1570« erschienen angab, zu streichen wären. Wie Herr VALENTIN mit Recht bemerkt hat, ist BELLIS Äusserung in dem *Trattato* von 1573 dahin aufzufassen, dass er einen Beweis für das elfte Axiom, den er gefunden hatte, in einem *geplanten* Werke über die Elemente der Geometrie veröffentlichen wollte. Da BELLI bald darauf starb, ist anzunehmen, dass er diese Absicht nicht ausgeführt hat.

RECENSIONEN. — ANALYSES.

M. Cantor. Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Zweiter Band. Erster Halbband. Von 1200—1550. Zweite Auflage. Leipzig, Teubner 1899. In-8°, 480 p.

La première édition de ce cahier a paru en 1891 (la couverture indique 1892 comme année d'impression), et nous en avons rendu compte dans la Biblioth. Mathem. 1891, p. 117—118. L'intervalle entre les deux éditions s'élève donc à presque 8 ans, et dans ce temps les études de l'histoire des mathématiques ont été continuées avec ardeur aussi pour ce qui concerne le moyen âge et la renaissance des sciences exactes. En particulier nous devons à M. Curtze la découverte d'un grand nombre de nouveaux détails relatifs à l'histoire de la géométrie du moyen âge. Il est donc naturel que M. Cantor n'a pu se restreindre à revoir les indications de la première édition, mais qu'il lui a été nécessaire d'y faire aussi plusieurs additions. D'autre part, il n'a eu aucune raison de modifier le plan de l'exposition, et comme nous en avons rendu compte aux pages citées de la Biblioth. Mathem. 1891, nous nous permettrons de passer immédiatement aux observations auxquelles notre étude de la nouvelle édition a donné lieu.

P. 7. M. Cantor mentionne que trois copies du *Liber abaci* de Leonardo Pisano contiennent les mots »correctus anno 1228», et il s'appuie à cet égard sur une communication écrite de M. Gegenbauer. Au point de vue bibliographique, on aurait peut-être préféré un renvoi à la note de celui-ci: *Bemerkung über Leonardo Pisano's Liber abaci;* Monatsh. für Mathem. **4**, 1893, 402.

P. 12. »Eine Andeutung darüber, wie jene Zerlegung [in Summen von Stammbrüchen] zu erhalten sei, ist kaum jemals [vor Leonardo Pisano] vorhanden.» Nous admettons que cette assertion peut être soutenue même après la publication du Papyrus d'Akhmîm, mais, à notre avis, elle ne concorde pas parfaitement avec un passage à la page 470 de la 2e édition du 1er tome des *Vorlesungen;* en effet, nous y lisons: »der wesentliche und nicht hoch genug zu schätzende Unterschied besteht darin, dass der Verfasser des Rechenbuches zu Achmîm die Vorschriften angibt, nach welchen jene Zerlegungen [in Summen von Stammbrüchen] vorgenommen wurden».

P. 46—49. En rendant compte du *Flos* de Leonardo Pisano, M. Cantor aurait pu signaler que celui-là s'y est servi aussi du mot »causa» pour désigner une quantité inconnue (voir

Scritti pubblicati da B. BONCOMPAGNI **2**, [1862], p. 236), et que, par conséquent, il a employé pour les quantités inconnues trois mots, savoir *radix*, *res* et *causa*. Ce fait nous semble d'un certain intérêt, vu l'important rôle, dans l'histoire de l'algèbre, du mot italien correspondant à »causa».

P. 67—73. L'analyse du traité *De numeris datis* de JORDANUS NEMORARIUS est faite d'après l'édition de M. CURTZE dans la Zeitschr. für Mathem. **36**, 1891; Hist. Abth. 1—23, 41—63, 81—95, 121—138. Cette édition est sans doute excellente, mais M. CURTZE fait observer lui-même (l. c. p. 5) qu'il n'avait eu recours à aucune copie complète des propositions XV—XXXV du 4ᵉ livre du traité de JORDANUS; heureusement, la lacune est comblée maintenant par l'article de M. R. DAUBLENSKY VON STERNECK: *Zur Vervollständigung der Ausgaben der Schrift des Jordanus Nemorarius »Tractatus de numeris datis»* (Monatsh. für Mathem. **7**, 1896, 165—179), et cet article aurait peut-être mérité d'être cité aussi par M. CANTOR dans la note à la page 67.

P. 87—88. M. CANTOR fixe à 1256 l'année de la mort de SACROBOSCO, mais il a été établi (voir Biblioth. Mathem. 1899, p. 32) que le vers d'où VOSSIUS a tiré cette date, se rapporte à l'achèvement du *Compotus* (cf. aussi l'indication de KÄSTNER dans la *Geschichte der Mathematik* II, p. 310), et M. TANNERY est porté à interpréter le vers comme indiquant la date de 1244. En tout cas on ignore encore la vraie date de la mort de SACROBOSCO. — M. CANTOR dit que l'*Algorismus* est »eine Sammlung von Regeln ... ohne Erwähnung einer Quelle», et, en thèse générale, cette indication est conforme à la vérité. D'autre part, nous nous permettons de faire observer que, dans le chapitre »De radicum extractione et primo in numeris quadratis», SACROBOSCO cite: »BOETIUS in *arismetrica* sua»; par conséquent, l'avis de P. RICCARDI (Biblioth. Mathem. 1894, p. 78) que SACROBOSCO a eu connaissance de l'arithmétique de BOËTIUS, est justifié. — Aux éditions de l'*Algorismus* de SACROBOSCO citées par M. CANTOR on peut ajouter les deux plus anciennes, imprimées respectivement en 1488 (voir CURTZE, Biblioth. Mathem. 1895, p. 36—37) et en 1501 (cf. RICCARDI, Biblioth. Mathem. 1894, p. 76), et celle publiée en 1897 par M. CURTZE. Quant au traité *Opusculum de praxi numerorum quod Algorismum vocant*, publié en 1503 et réédité en 1510, RICCARDI a démontré (Biblioth. Mathem. 1894, p. 73—78) qu'il est identique à l'*Algorismus* de SACROBOSCO et que CLICHTOVE en est l'éditeur.

P. 97. »Im 40. Kapitel des *Opus tertium* ergeht sich BACO in stereometrischen Faseleien, welche ihm kein glänzendes Zeugniss ausstellen.» Il va sans dire que cette appréciation est juste; d'autre part il nous semble peu probable que les bizarreries dont M. CANTOR parle, soient l'invention de ROGER BACON. En effet, le problème *de solidis locum implentibus* a été traité de la même manière déjà par AVERROES († 1198; cf. DE MARCHI, Biblioth. Mathem. 1885, col. 195).

P. 112. Le traité de trigonométrie de LEVI BEN GERSON a été résumé par M. CURTZE dans l'article *Die Abhandlung des Levi ben Gerson über Trigonometrie und den Jacobstab* (Biblioth. Mathem. 1898, p. 97—112). On voit par là que LEVI BEN GERSON connaissait la relation qui a lieu dans un triangle rectiligne entre deux côtés et les sinus des angles opposés. — Pour ce qui concerne le carré géométrique et le quadrant, nous prenons la liberté de renvoyer à la remarque de M. CURTZE dans la Biblioth. Mathem. 1896, p. 66.

P. 123—124. Si JEAN DE MEURS a composé le *Speculum musicæ* déjà en 1321, il ne peut guère être né vers 1310.

P. 126—127. JOHANNES DE LINERIIS a été l'objet de deux petites notes de M. M. STEINSCHNEIDER et CURTZE insérées dans la Biblioth. Mathem. 1889, p. 37—38 et 1895, p. 105—106. La première note a pour but de faire ressortir que M. STEINSCHNEIDER considère JOHANNES DE LINERIIS comme identique à JOHANNES DE LIVERIIS, et de remédier ainsi à un petit malentendu de la part de M. S. GÜNTHER, reproduit, à ce qui nous paraît, par M. CANTOR. Dans la seconde note, M. CURTZE s'est proposé de démontrer définitivement que JOHANNES DE LINERIIS était natif de la France. M. CANTOR est arrivé à la même conclusion, et nous regrettons seulement qu'il ait jugé nécessaire de poser formellement la question aujourd'hui presque inutile: »War er [JOHANNES DE LINERIIS] ein Picarde, ein Deutscher, ein Sicilianer?»

P. 127. L'article de M. CURTZE: *Über den Dominicus Parisiensis der »Geometria Culmensis»* (Biblioth. Mathem. 1895, p. 107—110) fournit quelques renseignements supplémentaires sur cet auteur du 14e siècle. Il était né à Chivasso en Italie, et il professait à Paris 1349—1350 les arts libéraux, puis en 1356—1357 la médecine; son ouvrage principal *Practica geometriæ* fut achevé à Paris en 1346.

P. 158. En parlant d'un traité d'algèbre du 14e siècle où l'inconnue est désignée par le mot *cosa*, M. CANTOR dit: »höchstens könnte *cosa* bemerkenswerth erscheinen, die Übersetzung von *res*, während GERHARD VON CREMONA und LEONARDO meistens *radix* sagten, LEONARDO allerdings einmal auch *res*.» La fin de cette remarque doit être un peu modifiée; en effet, dans son *Flos*, LEONARDO PISANO fait souvent usage du mot *res* et une fois du mot *causa* (cf. ci-dessus p. 49 et Biblioth. Mathem. 1894, p. 96).

P. 215. »Dass die Jahreszahlen auf Münzen erst mit dem Ende des XV. Jahrhunderts in Stellungszahlen auftreten, wird von Niemand angezweiflet.» Ici nous aurions mis »vers le milieu» au lieu de »vers la fin», car on connaît déjà (voir WERTHEIM, Biblioth. Mathem. 1898, p. 120) une monnaie frappée en 1458, où l'année est indiquée par des chiffres arabes.

P. 228 (cf. p. 234, 250). A l'indication de M. CANTOR que WIDMANN a professé en 1486 à Leipzig un cours d'algèbre, on pourrait ajouter que le cours même a été retrouvé en 1896 par M. CURTZE dans un manuscrit de la bibliothèque de l'université de Leipzig (voir CURTZE, *Eine Studienreise unternommen August bis Oktober 1896;* Altpreussische Monatsschrift **35**, 1897, p. 438).

P. 230. En parlant de l'origine des signes + et —, M. CANTOR fait la remarque suivante: »ein einziger Italiener, bei welchem sie, wie wir später sehen werden, in einer auch kaum viel älteren Handschrift vorkommen, ist eben so schweigsam.» Evidemment il fait allusion à LEONARDO DA VINCI, mais, autant que nous sachions, LIBRI est le seul auteur qui ait cru retrouver dans les manuscrits de LEONARDO DA VINCI les symboles + et — comme signes d'addition et de soustraction, et l'assertion de LIBRI a été réfutée par GOVI. Dans un passage suivant (p. 295—296) M. CANTOR lui-même semble considérer cette assertion comme un peu suspecte, et de notre part, nous sommes du même avis (cf. ENESTRÖM, *Om uppkomsten af tecknen + och — samt de matematiska termerna »plus» och »minus»;* Öfversigt af [svenska] vetenskapsakad. förhandl. 1894, p. 244).

P. 256—257. D'après M. CANTOR, le traité *De triangulis omnimodis* de REGIOMONTANUS a été achevé à Venezia en 1464. Mais M. BRAUNMÜHL (voir p. 54 du mémoire cité par M. CANTOR à la page 265) a appelé l'attention sur un passage d'une lettre de REGIOMONTANUS, d'où il semble ressortir que les livres 3 et 5 de ce traité ont été composés après 1464.

P. 260. Parmi les écrits perdus de REGIOMONTANUS on pourrait peut-être mentionner aussi le traité *de solidis locum implentibus,* parce qu'il doit avoir contenu une réfutation des bizarreries d'AVERROËS et de ROGER RACON (cf. DE MARCHI, Biblioth. Mathem. 1885, col. 193).

P. 264. »Die Trigonometrie anders behandeln zu sollen als in Gestalt einer Einleitung zur Astronomie, war noch Niemand [vor REGIOMONTANUS] eingefallen.» Ce passage, reproduit de la première édition, est en désaccord avec un passage à la page 735 de la 2e édition du 1er tome des *Vorlesungen*, où M. CANTOR fait observer très justement que NASIR EDDIN († 1274) »hat ... eine ganz vollständige ebene und sphärische Trigonometrie aufgebaut, welche hier zum ersten Male als Theile der reinen Geometrie erscheinen, d. h. nicht mehr bloss als Einleitung zur Astronomie dienen»; on pourrait aussi renvoyer à la p. 112 du cahier dont nous nous occupons ici. Le »grossartiger Fortschritt» dont M. CANTOR parle, se réduit donc à des dimensions plus modestes, et on peut dire avec M. BRAUNMÜHL (*Beiträge zur Geschichte der Trigonometrie;* Abhandl. d. Deutschen Akad. d. Naturforscher [Halle] **71**, 1897, p. 28) que la valeur du traité *De triangulis omnimodis* consiste »weniger in der Originalität der Schöpfung, als vielmehr in der durchsichtigen Anordnung des Stoffes, in der systematischen Aneinanderreihung der Sätze, sowie in der Gewandtheit in Stellung und Lösung von trigonometrischen Aufgaben».

P. 267. Au sujet du »Sinus-satz», un renvoi au tome I p. 735 aurait été très utile; du reste nous avons déjà fait observer que ce théorème se trouve aussi dans un écrit de LEVI BEN GERSON (mort en 1344).

P. 289. L'écrit de LEVI BEN GERSON cité par M. CANTOR contient aussi un traité de trigonométrie, et un résumé en a été publié en 1898 par M. CURTZE (voir ci-dessus p. 51).

P. 295. Aux 13 manuscrits de LEONARDO DA VINCI cités par M. CANTOR on peut ajouter celui publié en 1891 à Milano par LUCA BELTRAMI e ANGELO DELLA CROCE sous le titre: *Il codice di Leonardo da Vinci nella biblioteca del Principe Trivulzio in Milano.*

P. 308. Parmi les ouvrages inédits de LUCA PACIUOLO, il y a aussi un traité d'arithmétique, d'algèbre et de géométrie, (cod. Vatic. 3129) dont WOEPCKE et BONCOMPAGNI ont publié des extraits dans les tomes **7** (1874) et **12** (1879) du Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. Dans ce traité PACIUOLO s'est occupé aussi de la valeur approchée de $\sqrt{6}$, mais il y procède plus loin qu'il ne l'a fait dans le passage mentionné par M. CANTOR à la page 314.

P. 349. »Das ... allmälige Verschieben des Divisors nach rechts heist [bei CHUQUET] *anteiorer*». Sans doute ce mot, ou plutôt sa forme latine *anteriorare*, était en usage longtemps avant CHUQUET. Déjà dans *l'Algorismus* de SACROBOSCO on trouve non seulement *anteriorare* mais aussi (voir éd. CURTZE, pag. 19) *anterioratio* avec la même signification.

P. 351—352. Dans son article: *L'extraction des racines carrées d'après Nicolas Chuquet* (Biblioth. Mathem. 1887, p. 17—21), M. P. TANNERY a appelé l'attention sur un fait assez curieux, savoir que le procédé de CHUQUET donne régulièrement la suite complète des fractions convergentes intermédiaires et les réduites du développement en fraction continue du nombre incommensurable à calculer.

P. 379. »JODOCUS CLICHTOVAEUS ... hat ... möglicherweise ein ... Rechenbuch (vielleicht das des SACROBOSCO?) zum Drucke befördert.» RICCARDI a établi (voir Biblioth. Mathem. 1894, p. 73—78) que le traité dont il s'agit a été publié par CLICHTOVE et qu'il est identique à *l'Algorismus* de SACROBOSCO (cf ci-dessus p. 50).

P. 397. »Die Algebra des GRAMMATEUS wendet fortwährend die Zeichen + und — an.» On aurait pu ajouter que ce traité est le premier livre imprimé où les symboles + et — sont employés régulièrement comme des signes d'addition et de soustraction.

P. 399. Au sujet de l'étude des mathématiques à l'université de Leipzig au commencement du 16:e siècle, voir aussi la note de M. SUTER: *Die mathematischen und naturwissenschaftlichen Disputationen an der Universität Leipzig 1512—1526* (Biblioth. Mathem. 1889, p. 17—22).

P. 429. Sur l'origine de l'expression *regula cecis*, il y a aussi une autre conjecture, non rapportée par M. CANTOR. En effet, le mathématicien danois J. W. LAUREMBERG indique expressément, dans son *Arithmetica* (1643), que *cecis* a été dérivé d'un mot arabe *sekis* ou *sikish* (cf. Biblioth. Mathem. 1896, p. 96). M. M. SUTER et CARRA DE VAUX ont remarqué (voir Biblioth. Mathem. 1896, p. 120 et 1897, p. 32) que ce mot n'est pas arabe mais turc, mais que la lecture *sikish* peut être une lecture fautive au lieu de *sikkir* (buveur). D'autre part M. CURTZE a publié (Abhandl. zur Gesch. der Mathem. 7, 1895, p. 35) un traité rédigé ou copié vers 1460, où un exemple de la *regula cecis* commence: »ponam casus, quod sint 20 persone in una cecha», d'où il conclut que *cecis* doit bien être dérivé du mot allemand »Zeche».

P. 441, 445. En rendant compte de *l'Arithmetica integra* (1544) de STIFEL, M. CANTOR fait ressortir très justement que, quand il s'agit d'un problème avec plusieurs quantités inconnues, STIFEL exprime les seconde, troisième, quatrième, etc. par les lettres A, B, C, etc., et les puissances de A par Aʒ, A&, Aʒʒ, etc., mais, d'autre part, M. CANTOR ne fait pas connaître que l'édition du traité *Die Coss* publiée par STIFEL en 1553 contient une autre notation, qui mérite sans doute une attention tout à fait particulière. En effet, STIFEL y désigne les puissances successives des inconnues secondaires A, B, C, etc. par les lettres respectives répétées deux, trois, etc. fois. Voici ses propres mots (RUDOLFF, *Die Coss*, éd. 1553, fol. 61^{b}):

»Es mag aber die Cossische progresz auch also verzeychnet werden:

0	1	2	3	4
1.	$1A$.	$1AA$.	$1AAA$.	$1AAAA$.

Vnd so fort ahn on ende. Item auch also

0	1	2	3	4
1.	$1B$.	$1BB$.	$1BBB$.	$1BBBB$. etc.

Item auch also

0	1	2	3	4
1.	$1C$.	$1CC$.	$1CCC$.	$1CCCC$. etc.

Vnd so fort an von andern Buchstaben.» Pour faire voir que STIFEL ne s'est pas contenté de proposer en passant cette notation, mais qu'il l'a aussi utilisée, nous nous permettrons de reproduire encore quelque lignes (fol. 465^{b}) du traité cité: »Es sind zwo zalen, Wenn man sye mit einander multiplicirt, so kommen 96. So man aber yhre quadrata zusammen addiret so kommen 292. Welche sinds?» STIFEL ne désigne pas les deux inconnues par* $1x$ et $1A$, mais par $1x + 1A$ et $1x - 1A$; après cela il continue: »Multiplicire sye, facit 1ʒ — $1AA$. gleych 96. Die quadrata sind

$$1\mathfrak{z} + 2xA + 1AA. \qquad 1\mathfrak{z} - 2xA + 1AA.$$

Ist yhr aggregat. $2\mathfrak{z} + 2AA$. gleych 292.» Il a donc déduit deux équations à deux inconnues, et il les résout ensuite sans difficulté.

* Par des raisons typographiques, il nous a été nécessaire de nous servir ici de la lettre grecque x; le signe de STIFEL est d'une forme un peu différente.

Il s'ensuit que STIFEL s'est émancipé au moins en partie de la notation impropre dont les premiers algébristes allemands se servirent pour les puissances des quantités inconnues, et qu'il doit être considéré, à ce point de vue, comme le devancier de HARRIOT. Son défaut était qu'il n'allait pas jusqu'au bout, c'est à dire qu'il n'introduisit pas la même notation pour toutes les quantités inconnues.

P. 454. »Mehr als Vermuthung ist es, wenn ein anderer Schriftsteller [BRAUNMÜHL] behauptet, in diesen Büchern [WERNERS] über die Dreiecke sei die Erfindung der Prosthaphæresis enthalten gewesen.» Nous aurions voulu proposer à M. CANTOR de substituer ici »eine prosthaphæretische Formel» au lieu de »die Erfindung der Prosthaphæresis»; de fait, M. BRAUNMÜHL a établi aussi, dans la note citée par M. CANTOR, que la méthode dont il s'agit a été utilisée déjà par les Arabes au moins dans un cas particulier.

P. 471. Le théorème de COPERNICUS: »lorsqu'un cercle roule à l'intérieur d'un cercle fixe de rayon double, un point de la circonférence du cercle mobile décrit un diamètre du cercle fixe», a été retrouvé plus tard par M. CURTZE (Biblioth. Mathem. 1895, p. 33—34) dans le traité de NASSIR EDDIN »Memento d'astronomie», dont M. CARRA DE VAUX a traduit un chapitre en appendice aux *Recherches sur l'histoire de l'astronomie ancienne* (Paris 1893) de M. P. TANNERY.

P. 472. Aux écrits sur RHETICUS signalés par M. CANTOR, on pourrait ajouter celui de M. CURTZE: *Zur Biographie des Rheticus* (Altpreussische Monatsschr. **31**, 1894, p. 491—496), dont le contenu sera sans doute utilisé dans la nouvelle édition du cahier II : 2 des *Vorlesungen*.

Dans le précédent, nous n'avons pas reproduit quelques-unes des notes que nous avons prises en étudiant le cahier dont il s'agit, parce que ces notes se rapportent à des auteurs que la plupart des lecteurs jugeraient peut-être trop peu importants; ainsi p. ex. nous avons noté, à la page 253, un renvoi à l'édition de M. L. BIRKENMAJER (Warszawa 1895) du *Geometriæ practicæ seu artis mensurationis tractatus* de MARTIN KRAL DE PREMISLIA ou MARTIN DE ZORAWICA, et, au chapitre 58, le nom du mathématicien (probablement italien) SIMON MOTOT, qui a composé vers 1473 en hébreu un livre de l'algèbre et un traité sur le problème des asymptotes, traduits et annotés par G. SACERDOTE (Versailles 1894).

D'un autre côté, nous avons passé sous silence quelques passages où M. CANTOR, après avoir rendu compte d'un résultat énoncé par un certain auteur sans analyse ni démonstration, donne pour insuffisants (ou bien omet de mentionner) les essais de restitution de cette analyse proposés par d'autres historiens. On sait que M. CANTOR a toujours soutenu que l'histoire des mathématiques est une exposition de faits constatés et non pas de conjectures, quelque ingénieuses qu'elles soient en elles-mêmes, et, en thèse générale, il a sans doute raison. Mais nous prenons la liberté de lui demander s'il ne serait pas possible de modifier un peu, dans la 3[e] édition des *Vorlesungen,* la sentence rendue à la page 47 sur les essais de restitution de la méthode utilisée par LEONARDO PISANO pour la résolution approximative d'une équation numérique du 3[e] degré: »Versuche, welche gemacht wurden, über diese schwierige Frage Licht zu verbreiten, muss man leider als *ganz erfolglos* bezeichnen». En effet, M. ZEUTHEN a fait remarquer (Bulletin de l'acad. d. sc. de Danemark 1893, p. 9) que la conjecture de HANKEL n'est pas tout à fait insoutenable, si l'on suppose que LEONARDO ait déterminé préalablement la valeur approchée $x = 1$ par tâtonnement, et pour ce qui concerne la restitution proposée par M. GRAM, il semble très probable (cf. ZEUTHEN, l. c. p. 17) qu'elle concorde essentiellement avec la méthode dont LEONARDO s'est servi en réalité.

Parmi les fautes d'impression ou de plume, il convient de signaler les suivantes: p. 254, ligne 5 en remontant, lire 1654 au lieu de 1555; p. 345, ligne 3 en remontant, lire SCHWENTER au lieu de »Schmenter»; p. 374, ligne 4, au lieu de »zehn» (qui est reproduit de la première édition) substituer un nombre un peu plus grand (le *Triparty en la science des nombres* de NICOLAS CHUQUET a été publié en 1880).

Les observations que nous avons faites ci-dessus, sont assez nombreuses, mais d'autre part elles se rapportent presque toutes à des détails peu importants, et nous en aurions peut-être omis plusieurs, si nous n'avions pas voulu mettre en évidence la grande activité qui a lieu actuellement dans le domaine de l'histoire des mathématiques. En effet, la plupart des recherches historiques auxquelles nous avons renvoyé, ont été faites après l'année 1892, et naturellement il y a un nombre considérable de telles recherches que nous n'avons eu aucune raison de citer ici, vu que M. CANTOR les a utilisées pour la seconde édition du cahier II: 1 des *Vorlesungen.*

Stockholm. G. ENESTRÖM.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. ENESTRÖM. Stockholm. 8°.
1899: 1.

Bollettino di bibliografia e storia delle scienze matematiche pubblicato per cura di G. LORIA. Genova. 8°.
1899: 2.

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. CANTOR. Leipzig. 8°.
44 (1899): 2–3.

°**Berry, A.**, Short history of astronomy. London, Murray 1899.
8°, 31 + 440 p. — [8½ sh.]

Bonola, R., Bibliografia sui fondamenti della geometria in relazione alla geometria non-euclidea.
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1899, 33—40.

Brill, A. und **Sohncke, L.**, Christian Wiener.
Deutsche Mathem.-Verein., Jahresber. **6** (1897), 1898, 46—69.

Byskow, J., Underholdende Mathematik.
Nyt Tidsskr. for Mathem. **9**, 1898, A: 65—84. — Notice historique sur les livres de récréations mathématiques.

°**Cajori, F.**, A history of physics in its elementary branches, including the evolution of physical laboratories. New York, Macmillan 1899.
8°, VIII + 322 p. — [1·60 doll.] — [Analyse:] Nature **59**, 1899, 601—602. (A. SCHUSTER.)

Candido, Nota storica sulla retta di Wallace.
Supplem. al Periodico di matem. 1899, 85—86.

Cantor, M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Zweiter Band. Erster Halbband. Von 1200—1550. Zweite Auflage. Leipzig, Teubner 1899.
8°, 480 p.

Cavani, F., Della vita e delle opere del prof. Pietro Riccardi.
Bologna, Scuola di applic. per gli ingegneri, Atti 1898—99. 66 p. — Avec une liste de 132 écrits publiés par RICCARDI.

°**Collingwood, S. D.**, The life and letters of Lewis Carroll (C. L. Dodgson). London 1898.
8°. — [7½ sh.]

Darboux, G., Sophus Lie.
New York, Americ. mathem. soc., Bulletin 5_2, 1899, 367—370. — Trad. du français par E. O. LOVETT (cf. Biblioth. Mathem. 1899, p. 29).

Eneström, G., Sur la découverte de l'équation générale des lignes géodésiques.
Biblioth. Mathem. 1899, 19—24.

Galdeano, Z. G. de, La moderna organizacion de la matemática. I. Caracter de la matemática en el siglo XIX.
El progreso matem. **1**$_2$, 1899, 17—24.

°**Görland, A.**, Aristoteles und die Arithmetik. Marburg 1898.
8°, 61 p. — [1·80 Mk.]

°**Görland, A.**, Aristoteles und die Mathematik. Marburg 1899.
8°, 208 p. — [4·50 Mk.]

Günther, S., Renaldini's Construction [eines regelmässigen *n*-Ecks].
Zeitschr. für mathem. Unterr. **28**, 1897, 239—240.

°**Häntzschel, E.**, Über die verschiedenen Grundlegungen in der Trigonometrie. Eine historisch-kritische Studie. Leipzig, Dürr 1897.
8°, 8 p.

Hauck, G., Felix Buka.
Deutsche Mathem.-Verein., Jahresber. **6** (1897), 1898, 23—24.

Klein, F., Ernst Schering.
Deutsche Mathem.-Verein., Jahresber. **6** (1897), 1898, 25—27.

Klein, F., Über den Stand der Herausgabe von Gauss' Werken.
Göttingen, Gesellsch. d. Wissensch., Nachr. (Geschäftl. Mittheil.) 1898, 13—18. — [Reproduit:] Mathem. Ann. **51**, 1898, 128—133. — [Traduit en français par L. Laugel:] Bullet. d. sc. mathém. **22**$_2$, 1898, 204—210.

Klein, F., Gutachten betreffend den dritten Band der Theorie der Transformationsgruppen von S. Lie.
Kazan, Fiz.-matem. obchtch., Isvjestia **8**$_2$, 1898, 1—27. — [Reproduit:] Mathem. Ann. **50**, 1898, 583—600. — Contient aussi un aperçu sur l'état actuel du problème de l'espace.

Loria, G., Un trattato sulle curve piane algebriche, pubblicato senza nome d'autore.
Biblioth. Mathem. 1899, 10—12. — Sur le *Traité des courbes algébriques* par Dionis du Séjour et Goudin (1756).

Lovett, E. O., The theory of permutations and Lie's theory of contact transformations.
Quart. journ. of mathem. **29**, 1898, 47—96.

Lovett, E. O., Note on Napier's rule of circular parts.
New York, Americ. mathem. soc., Bulletin **4**$_2$, 1898, 552—554.

Macaulay, W. H., Newton's theory of kinetics.
New York, Americ. mathem. soc., Bulletin **3**$_2$, 1897, 363—371.

°**Nau, F.**, Le traité sur l'astrolab-plan de Sévère Sabokt, écrit au VII[e] siècle d'après des sources grecques et publié pour la première fois d'après un ms. de Berlin.
Journ. asiatique 1898.

°**Nonnis-Marzanno, F.**, Le matematiche elementari esposte secondo il metodo storico. Trattato d'aritmetica ragionata esteso fino ai logaritmi e loro applicazioni, con più di 500 problemi. Seconda edizione riveduta. Firenze 1898.
8°, 7 + 660 p. — [6½ fr.]

Pincherle, S., Pour la bibliographie de la théorie des opérations distributives.
Biblioth. Mathem. 1898, 13—16.

Pochhammer, L., G. D. E. Weyer.
Deutsche Mathem.-Verein., Jahresber. **6** (1897), 1898, 44—45.

°**Reye, Th.**, Die synthetische Geometrie im Alterthum und in der Neuzeit. Zweite Auflage. Strassburg 1899.
8°, 18 p. — [0·40 Mk.]

Richter, M., Über Renaldini's Construction eines regelmässigen *n*-Ecks.
Zeitschr. für mathem. Unterr. **28**, 1897, 252—255.

Segre, C., Sophus Lie.
Torino, Accad. d. sc., Atti **34**, 1899, 26 febraio. — [Reproduit:] Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1899, 68—75 (avec une liste des écrits de S. Lie rédigée par G. Loria).

Sintzoff, D., Zamjetka o Bernoullievouich tchislach.
Kazan, Fiz.-matem. obchtch., Isvjestia **8**, 1898, 104—106. — Note historique sur quelques formules pour les nombres de Bernoulli récemment trouvées par M. Masing.

Steinschneider, M., Die Mathematik bei den Juden.
Biblioth. Mathem. 1899, 1—9.

Suter, H., Die Kreisquadratur des Ibn el-Haitam. Zum ersten Mal nach den Manuskripten der königl. Bibliothek in Berlin und des Vatikans herausgegeben und übersetzt.
Zeitschr. für Mathem. **44**, 1899; Hist. Abth. 33—47.

Vacca, G., Sui precursori della logica matematica.
Revue de mathém. **6**, 1899, 121—125. — Sur J. Pell (1668) et L. N. M. Carnot (1801).

Wertheim, G., Über den Ursprung der Bezeichnung der Unbekannten durch den Buchstaben *x*.
Zeitschr. für Mathem. **44**, 1899; Hist. Abth. 48.

Question 73 [sur l'année de la mort de Sacrobosco].
Biblioth. Mathem. 1899, 32. (G. Eneström.)

Ball, W. W. R., Récréations et problèmes mathématiques des temps passés et présents. Ouvrage traduit sur la troisième édition anglaise par J. Fitz-Patrick. Paris 1897.
Mathesis **8**, 1898, 91. (P. M.) — Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1899, 21—22. (G. L.) — Journ. de mathém. élém. **22**, 1898, 93. — Monatsh. für Mathem. **9**, 1898; Lit.-Ber. 20. — Bullet. d. sc. mathém. **22**, 1898, 120—122. (C. Bourlet.) — Revue génér. d. sciences **9**, 1898, 381.

Besthorn, R. O. et Heiberg, J. L., Codex Leidensis 399, 1. Euclidis Elementa ex interpretatione Al-Hadschdschadschii cum commentariis Al-Narizii. Arabice et latine ediderunt notisque instruxerunt. I: 2. Hauniæ, Gyldendal 1897. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **44**. 1899; Hist. Abth. 60—62. (H. Suter.)

Cantor, M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Dritter Band. Vom Jahre 1668 bis zum Jahre 1758. Dritte Abtheilung. Die Zeit von 1727 bis 1758. Leipzig, Teubner 1898. 8°.
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1899, 55—57. (G. L.) — *Edinburgh*, Mathem. soc., Proceedings **17**, 1899. 24 p. (G. A. Gibson.)

Curtze, M., Petri Philomeni de Dacia in Algorismum vulgarem Johannis de Sacrobosco commentarius. Una cum Algorismo ipso edidit et præfatus est. Sumtibus Societatis regiæ scientiarum danicæ. Hauniæ, Höst 1897. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **44**, 1899; Hist. Abth. 8—9. (Cantor.)

Gemini Elementa astronomiæ. Ad codicum fidem recensuit, germanica interpretatione et commentariis instruxit C. Manitius. Leipzig, Teubner 1898. 8°.
Deutsche Litteraturz. **20**, 1899, 780—782. (H. Menge.)

Graf, J. H., Der Mathematiker Jakob Steiner von Utzenstorf. Ein Lebensbild und zugleich eine Würdigung seiner Leistungen. Bern, Wyss 1897. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **43**, 1898; Hist. Abth. 211. (Cantor.) — Arch. der Mathem. **16**$_2$, 1898; Lit.-Ber. 14.

Günther, P., Les recherches de Gauss dans la théorie des fonctions elliptiques. Traduit par L. Laugel. (Journal de mathém. **3**$_5$, 1897.)
Jorn. de sc. mathem. **13**, 1898, 144. (G. T.)

Heath, Th. L., Apollonius of Perga. Treatise on conic sections. Edited in modern notation, with introductions, including an essay on the earlier history of the subject. Cambridge 1896. 8°.
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1899, 13—14. (G. L.)

Heath, T. L., The works of Archimedes edited in modern notation with introductory chapters. Cambridge, Clay & Sons 1897. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **44**, 1899; Hist. Abth. 7—8. (Cantor.) — Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1899, 13—14. (G. L.) — Nature **57**, 1898, 409—410. (R. E. B.) — Monatsh. für Mathem. **9**, 1898; Lit.-Ber. 6. — Arch. der Mathem. **16**$_2$, 1898; Lit.-Ber. 13.

Lange, J., Jacob Steiners Lebensjahre in Berlin 1821—1863. Nach seinen Personalakten dargestellt. Berlin, Gärtner 1899. 8°.
Mathesis **9**$_2$, 1899, 114—115. (P. M.)

LEIBNIZ, G. W., Briefwechsel mit Mathematikern. Herausgegeben von C. J. GERHARDT. Erster Band. Berlin, Mayer & Müller 1899. 8°.
Biblioth. Mathem. 1899, 25—28. (G. ENESTRÖM.)

LORIA, G., Il passato ed il presente delle principali teorie geometriche. Seconda edizione accresciuta ed interamente rifatta. Torino, Clausen 1896. 8°.
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1898, 145—147. (B. LEVI.)

LORIA, G., Evangelista Torricelli e la prima rettificazione di una curva. Roma 1897. 8°.
Jorn. de sc. mathem. **13**, 1898, 153. (G. T.)

PTOLEMÆUS, C., Opera quæ exstant omnia. Edidit J. L. HEIBERG. Volumen I: Syntaxis mathematica. Pars I, libros I—VI continens. Leipzig, Teubner 1898. 8°.
Deutsche Litteraturz. **20**, 1899, 577—579. (C. MANITIUS.) — Zeitschr. für Mathem. **44**, 1899; Hist. Abth. 62—63. (CANTOR.)

RUSSELL, B. A. W., An essay on the foundations of geometry. Cambridge, Clay & Sons 1897. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **44**, 1899; Hist. Abth. 19—20. (FRICKE.) — Monatsh. für Mathem. **8**, 1897; Lit.-Ber. 33. — Nyt Tidsskr. for Mathem. **9**, 1898, 20—22. — Arch. der Mathem. **16_2**, 1898; Lit.-Ber. 20. — Revue génér. d. sciences **9**, 1898, 35. — Revue de métaphys. **6**, 1898, 354—380.

SCHLEGEL, V., Die Grassmann'sche Ausdehnungslehre. Ein Beitrag zur Geschichte der Mathematik in den letzten fünfzig Jahren. Leipzig, Teubner 1896. 8°.
The monist **7**, 1897, 148.

VAILATI, G., Sull' importanza delle ricerche relative alla storia delle scienze. Prolusione a un corso sulla storia della meccanica (letta il giorno 4 dicembre 1896 nell' università di Torino). Torino 1897. 8°.
Jorn. de sc. mathem. **13**, 1898, 145. (G. T.)

VASSILIEFF, A., Pafnutii Lvovitch Tchébycheff, et son oeuvre scientifique. Milano 1898. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **44**, 1899; Hist. Abth. 62. (CANTOR.)

ZEUTHEN, H. G., Geschichte der Mathematik im Altertum und Mittelalter. Vorlesungen. Kjöbenhavn, Höst 1896. 8°.
Mathesis **8_2**, 1898, 195—196. (P. M.)

Mathematisches Abhandlungsregister. 1898. Erste Hälfte: 1. Januari bis 30. Juni.
Zeitschr. für Mathem. **44**, 1899; Hist. Abth. 92—100.

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1899, 28—32. — Zeitschr. für Mathem. **44**, 1899; Hist. Abth. 88—91.

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

74. Dans ses *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* T. III p. 275—276, M. CANTOR a fait observer que le brouillon de la lettre adressée par LEIBNIZ à OLDENBURG le 21 juin 1677 commence: »Accepi hodie literas tuas», tandis que le mot »hodie» manque dans la reproduction de la lettre qui a été insérée au *Commercium epistolicum* (cf. Biblioth. Mathem. 1899, p. 26). Comme M. CANTOR a attaché une certaine importance à ce fait, je me suis proposé de rechercher si la reproduction citée est exacte ou non; et ayant appris par M. BALL que les archives de la »Royal Society» à London gardent deux copies de la lettre (la lettre même semble perdue, et en tout cas elle n'est pas conservée dans les collections de la »Royal Society»), je me suis adressé au secrétaire de la société pour avoir des renseignements sur les premiers mots des copies qui viennent d'être mentionnées. Il ressort de ces renseignements que la première copie se trouve dans un »Letter-Book» portant le titre: »LEIBNIZ to COLLINS, containing remarks on Mr. NEWTON's method of tangents», et la seconde copie dans le manuscrit LXXXI, qui contient »Letters and papers referred to in the *Commercium epistolicum*. Edit. 1722». Toutes les deux copies commencent actuellement: »Accepi literas tuas», mais dans la seconde le mot »hodie» a été écrit originairement, et puis il a été rayé.

Il s'ensuit que mes recherches n'ont amené à aucun résultat définitif; et pour cette raison je me permets de poser la question:

Peut-on expliquer pourquoi le mot »hodie» a été rayé dans la seconde copie, et, en cas affirmatif, quelle conclusion peut-on en tirer relativement au texte de la lettre même?

(G. Eneström.)

---

75. Autant que nous sachions, on s'est occupé peu du premier usage des fractions décimales périodiques. Dans les *Vorlesungen* de M. CANTOR nous n'avons rien trouvé à ce sujet, et dans son *History of elementary mathematics* (New York 1896), M. CAJORI mentionne seulement (p. 200) que »the subject of circulating decimals was first elaborated by JOHN WALLIS (*Algebra*, Ch. 89)». Mais dans sa petite note *Division sexagésimale à quotient périodique*, insérée ci-avant p. 33—34, M. CARRA DE VAUX a fait savoir que des fractions sexagésimales périodiques se trouvent déjà dans un écrit de l'auteur arabe SIBT EL-MÂRIDINI, qui vécut au 15e siècle. Il semble donc possible que les fractions décimales périodiques ont été étudiées avant la fin du 17e siècle.

Quels sont les premiers auteurs qui se sont occupés des fractions décimales périodiques? (G. Eneström.)

---

76. Dans notre petite note *Sur quelques propositions de planimétrie énoncées dans un manuscrit norvégien du 14e siècle* (Biblioth. Mathem. 1898, p. 19—22), nous avons rapporté un passage indiquant que le diamètre de la terre est $114^0 \frac{1}{2} \frac{1}{12}$ et le diamètre du soleil $225^0 \frac{2}{12}$, d'où il suit que celui-ci est à peu près le double de celui-là. Évidemment la source de cette indication est en dernier lieu l'évaluation singulièrement erronnée dont MACROBIUS parle dans son commentaire sur le *Somnium Scipionis* (cf. TANNERY, *Recherches sur l'histoire de l'astronomie ancienne*, Paris 1893, p. 335; HULTSCH, *Poseidonios über die Grösse und Entfernung der Sonne;* Abhandl. der Gesellsch. der Wissensch. zu Göttingen (Philol.-hist. Kl.) $\mathbf{1}_2$: 5, 1897, p. 40—46). D'autre part, le rapport des deux diamètres indiqué dans le manuscrit norvégien n'est pas précisément celui donné par MACROBIUS, et pour cette raison il semble possible — supposé naturellement que 225 ne soit pas une faute de plume pour 229 — de découvrir la source immédiate du copiste norvégien.

Y a-t-il quelques traités antérieurs au 14e siècle, où l'on a donné aux diamètres du soleil et de la terre les valeurs respectives $225^0 \frac{2}{12}$ et $114^0 \frac{1}{2} \frac{1}{12}$? (G. Eneström.)

Inhalt. — Table des matières.

Quatre numéros par an. Ce numéro est publié le 20 juin 1899.

STOCKHOLM, TRYCKT I CENTRAL-TRYCKERIET, 1899.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK | JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON | PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1899. STOCKHOLM. N° 3.

NEUE FOLGE. 13. Preis des Jahrgangs 4 M. NOUVELLE SÉRIE. 13.
BERLIN. MAYER & MÜLLER. Prinz Louis-Ferdinandstr. 2. Prix par an 5 fr. PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Berkeley's Analyst and its critics: an episode in the development of the doctrine of limits.

By George A. Gibson in Glasgow.

The account given by Professor Cantor *(Gesch. d. Math.* III, 713 et seq.) of the writings called forth by the publication of Berkeley's *Analyst* is unfortunately somewhat meagre, owing doubtless to the fact that these are for the most part only to be found in works that are now very rare. In a notice of the concluding Part of Mr. Cantor's *Geschichte,* contributed to the Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society, vol. XVII, I have endeavoured to supplement his account and I would refer to that article for a fuller statement on various points than I can here make.

The *Analyst* controversy is of very great interest, as Berkeley's criticism forced mathematicians to a careful examination of the logical basis of the new calculus; and while abundant evidence was forthcoming that even in England the characteristic features of Newton's doctrine were frequently misunderstood, yet at a very early stage of the controversy they found a most brilliant and successful advocate in the person of Benjamin Robins. Though the merits of Robins in this connection have been strangely neglected, he undoubtedly deserves the credit of having first presented Newton's work in thoroughly systematic and consistent form, and in various ways he anticipated the presentation given by Maclaurin in his *Treatise of Fluxions.*

In this summary I limit myself to the more important articles, and I do not pay strict regard to the order of their publication as it would take up too much space to follow all the windings of the controversy.

I refer to Mr. CANTOR for a statement of the origin of BERKELEY's tracts *The Analyst* and *A Defence of Freethinking in Mathematics*, published in 1734 and 1735 respectively. In both of these BERKELEY criticises the doctrine of fluxions and also the calculus of LEIBNITZ on two main grounds.

In the first place, as objects of mental apprehension, fluxions, nascent and evanescent augments, moments, as well as the infinitesimals of the continental mathematicians are represented as obscure and not capable of being clearly conceived. NEWTON's descriptions of moments are asserted to be inconsistent; the very conception of moments as increments in *statu nascenti*, in their very first origin before they become finite particles, is held to be impossible; while a fluxion, considered as a prime or ultimate ratio, is unintelligible since, according to BERKELEY, prime and ultimate ratios are ratios of quantities that have no magnitude. If a first fluxion can not be clearly conceived, still less can fluxions of higher orders be.

In the second place, the leading demonstrations in the doctrine are faulty. Either, contrary to NEWTON's principle of not neglecting even the smallest errors, they reject quantities, as in finding the fluxion of a rectangle; or they lead to a correct conclusion by compensation of errors, as in finding the subtangent; or they violate an axiomatic canon of sound reasoning, as in drawing conclusions from the existence of an increment and still retaining the conclusions when the increment is made to vanish — the process adopted in finding the fluxion of x^n by the Binomial Theorem.

The first reply to BERKELEY was a tract *Geometry, no Friend to Infidelity*, by *Philalethes Cantabrigiensis* (London 1734). Mr. CANTOR is in error in attributing it to MIDDLETON and SMITH; the author was JAMES JURIN M. D. (1684—1750). JURIN was a prolific writer and a keen controversialist; before the controversy was ended he was involved both with ROBINS and PEMBERTON, the greater part of the discussion being carried on in two London journals, *The Present State of the Republic of Letters* and *The History of the Works of the Learned.*

BERKELEY's *Defence* was an answer to this tract; to the *Defence* Philalethes rejoined in his second tract, *The Minute Mathematician: or the Freethinker no Just Thinker* (London 1735).

In neither of these polemics does JURIN do much to meet the objections to the obscurity of the ideas of the Newtonian doctrine. While admitting that the doctrine will seem obscure to an unqualified reader he asserts that it presents no real difficulty to a competent geometer. He tries to show the clearness of its conceptions by such statements as the following;— »A nascent increment is an increment just beginning to exist from nothing, or just beginning to be generated, but not yet arrived at any assignable magnitude how small soever» (*Min. Math.* p. 19). »The magnitude of a moment is nothing fixed nor determinate, is a quantity perpetually fleeting and altering till it vanishes into nothing; in short, it is utterly unassignable.» (*Min. Math.* p. 56).

In discussing the demonstrations he is little better. Thus he says (*Geom.* p. 53) the moment $aB + bA$ and the increment $aB + bA + ab$ »are perfectly and exactly equal, supposing a and b to be diminished *ad infinitum* and this by the lemma just now quoted» (*Principia*, Liber I, Sectio 1, Lemma 1). The criticism of BERKELEY's strictures on the method of finding the fluxion of x^n is very feeble since he has no proper conception of prime and ultimate ratios. It is not easy to make out precisely what Philalethes understands by a *ratio ultima;* as he interprets the Lemma just referred to, it is necessary for a variable quantity to reach its limit and the *ratio ultima* of evanescent increments seems to be the last value of the ratio, »their ratio at the instant that they vanish» (*Min. Math.* p. 31). He certainly has no clear answer to BERKELEY's contention that prime and ultimate ratios are ratios of quantities that have no magnitude.

In the numerous articles which JURIN wrote in disputing with ROBINS and PEMBERTON he never really advanced beyond the positions just stated in outline. Without knowing it, his method of conception was that of the writers on indivisibles and if his representation of NEWTON's doctrine is to be accepted as sound then BERKELEY's objections would be well founded. It is a far from creditable circumstance that JURIN's reply to BERKELEY should have found so much approval as it did in mathematical circles.

A thoroughly satisfactory statement of the doctrine of fluxions is to be found in the too little known works of BENJAMIN ROBINS (1707—1751), the author of the treatise *New Principles of Gunnery.* His chief writings on fluxions are the tract *A Discourse concerning the Nature and Certainty of Sir Isaac*

Newton's Methods of Fluxions and of Prime and Ultimate Ratios (London 1735) and three articles in the *Republic of Letters, Account of the Discourse* (Oct. 1735); *Review of Objections* (Dec. 1735); and *Dissertation on the Discourse* (April 1736). These are all to be found in the *Mathematical Tracts of* B. ROBINS (2 vols, London 1761).

ROBINS distinguishes between the method of fluxions and that of prime and ultimate ratios. To avoid the imperfections of the method of indivisibles NEWTON, he says, considered magnitudes as generated by a continued motion and discovered a method of comparing together the velocities wherewith homogeneous magnitudes increase; on the other hand, to facilitate the demonstrations he invented the method of prime and ultimate ratios which is much more concise than the method used in these cases by the ancients yet equally distinct and conclusive. *(Discourse* §§ 2, 3.)

If the proportion between the celerity of increase of two magnitudes produced together is in all parts known, it is evident that the relation between the magnitudes themselves must from thence be discoverable. The method of fluxions requires the knowledge of the velocities of increase only; the other method of prime and ultimate ratios proceeds entirely upon the consideration of the increments produced. *(Account* § 4.)

By the method of exhaustions it is shown that »the proportion of nx^{n-1} to a^{n-1} is the true proportion of the velocity wherewith x^n/a^{n-1} augments to the velocity wherewith x is at the same time augmented» and other fluxions are proved in the same way. The truth of the rules for fluxions is thus established apart altogether from the consideration of moments or prime and ultimate ratios. With explanations of the meaning and illustrations of the use of the higher orders of fluxions the first section of the *Discourse* is concluded, and then the method of prime and ultimate ratios is taken up.

»In this method any fixed quantity which some varying quantity by a continual augmentation or diminution shall perpetually approach but never pass is considered as the quantity to which the varying quantity will at last or ultimately become equal; provided the varying quantity can be made in its approach to the other to differ from it by less than by any quantity how minute so ever that can be assigned.» »Ratios also may so vary as to be confined after the same manner to some determined limit, and such limit of any ratio is here considered as that with which the varying ratio will ultimately coincide. From any ratio's having such a limit it does not follow that the variable quantities exhibiting that ratio have any final magnitude or even limit which they cannot pass.» *(Discourse* §§ 95—99.)

As ROBINS fully points out *(Diss.* § 10 &c.), this mode of considering a prime or ultimate ratio removes BERKELEY's objections and indeed BERKELEY attempted no reply to ROBINS.

The interpretation of the Lemma (*Principia* Lib. I. Sect. 1. Lem. 1) of which the passage just quoted is a paraphrase recurs again and again in the dispute with JURIN, and ROBINS is particularly emphatic in confuting the notion that a varying magnitude must necessarily attain its limit or that the terms of a ratio must be capable of being converted into a condition in which they will be the terms of the ratio which is called their ultimate. Even when absolute coincidence can occur that circumstance is quite irrelevant to the application of the Lemma.

One of the most interesting passages in the *Discourse* is that in which ROBINS explains the term »momentum». His explanation is that »in determining the ultimate ratios between the contemporaneous differences of quantities, it is often previously required to consider each of these differences apart, in order to discover how much of those differences is necessary for expressing that ultimate ratio. In this case Sir I. N. distinguishes by the name of momentum so much of any difference as constitutes the term used in expressing this ultimate ratio.» Thus if h be the increment of x, the momentum of x^n is $nx^{n-1}h$. »The only use which ought ever to be made of these momenta is to compare them with one another and for no other purpose than to determine the ultimate or prime proportion between the several increments or decrements from whence they are deduced.» *(Discourse* §§ 154—158.) The same explanation is to be applied to nascent and evanescent augments. *(Diss.* § 10.)

In the *Account* ROBINS confesses that in dealing with momenta he had great difficulty, since NEWTON's description is capable of an interpretation too much resembling the language of indivisibles. Here and elsewhere (e. g. *Diss.* § 76) ROBINS contends that NEWTON at first proved the rules of his method of fluxions by that of indivisibles and that even after he had fallen on the method of prime and ultimate ratios he frequently made use of expressions peculiar to the method of indivisibles, »thinking it sufficient once for all to inform those who did not approve of indivisibles how to correct such expressions and render them conformable to his method of prime and ultimate ratios.» »I make no scruple of interpreting these expressions suitably to my representation of this doctrine; for otherwise I acknowledge myself totally incapable of reconciling this method of prime and ultimate ratios with the character the author himself has given of it.» *(Diss.* § 102.)

One more passage may be quoted; »The ultimate ratio of vanishing quantities, the ratio with which quantities vanish, are in strict propriety of speech figurative expressions: nay, the last form of a figure, and the form wherewith a figure vanishes, might be interpreted upon the foot of indivisibles. But here these phrases only signify the limits to which the ratios of the vanishing quantities and the forms of the changing figures approach within any degree of nearness without being ever able to arrive at them.» *(Diss.* § 101.) Surely ROBINS had a clear notion of a limit and has given an excellent definition of what is now called a differential in his explanation of momentum.

In 1735 appeared a tract *A Vindication of Sir Isaac Newton's Principles of Fluxions by* J. WALTON (printed at Dublin, reprinted at London). This exposition is extremely feeble and is answered by BERKELEY in an *Appendix* to the *Defence.* Even more feeble, if that be possible, is WALTON's *Catechism of the Author of the Minute Philosopher fully answered* (1735) to which BERKELEY replied in his third tract in the *Analyst* controversy, *Reasons for not replying to Mr. Walton's Full Answer* (1735). A third contribution of WALTON's, which I have not seen, is the *Answer to the Reasons for not replying to Mr. Walton's Full Answer,* contained in an appendix to the second edition of his *Catechism.*

In the Works of the Learned for 1737 will be found the discussion between JURIN and PEMBERTON.

Several treatises on fluxions published about this time contain criticisms of BERKELEY. MACLAURIN's *Treatise of Fluxions* (Edinburgh 1742) is too well known to be more than mentioned.

M. DE BUFFON in the preface to his French translation of NEWTON's *Fluxions and Infinite Series* (Paris 1740) gives an account of the Priority Controversy from the Newtonian standpoint and also refers to the discussions occasioned by the *Analyst.* It is very little to his credit that he warmly espouses the views of JURIN and heaps insult on ROBINS.

Beitrag zur Geschichte der konstruktiven Auflösung sphärischer Dreiecke durch stereographische Projektion.

Von Stanislaus Haller in München.

Gelegentlich der Verzeichnung des Sternenhimmels und der Anfertigung von Karten der bewohnten Erde scheinen die Griechen schon frühzeitig auf das Problem der Abbildung einer Kugel auf eine Ebene gestossen zu sein. Eine streng wissenschaftliche Lösung dieses Problems besass wohl schon Hipparch [1] im zweiten Jahrhundert v. Chr., welchem wir bekanntlich auch die Einführung von sphärischer Länge und Breite zu verdanken haben, indem er vorzüglich zwei Projektionsarten gelehrt zu haben scheint: das *Analemma* [2], d. i. die Orthogonalprojektion der Punkte einer Kugel auf eine Durchmesserebene, und das *Planisphärium*, d. i. die Zentralprojektion der Punkte einer Kugel vom Nordpol aus auf die Aquatorebene, mit anderen Worten die stereographische Projektion.[3] Freilich sind die Originalarbeiten des Hipparch über diesen Gegenstand, wie fast alle seine übrigen Werke, verloren gegangen, so dass wir bei der Würdigung ihres Inhaltes ganz auf die Schriften des Ptolemäus [4] angewiesen sind, der etwa 300 Jahre später das Erbe seines grossen Vorgängers angetreten hatte, wobei wir aber darauf verzichten müssen, zu entscheiden, wie viel von jedem der beiden berühmten Männer selbständig geleistet worden ist. Jedenfalls waren Ptolemäus, wenn auch nur für gewisse spezielle Fälle, die wichtigsten Sätze über die stereographische Projektion bekannt, welche eine vorteilhafte Verwendung des Planisphäriums zur Herstellung von Himmelskarten begründen liessen, so insbesondere die Sätze, dass bei ihr Kugelkreise wieder in Kreise übergehen, und dass die Winkel erhalten bleiben, d.h. dass die stereographische Projektion eine conforme Abbildung der Kugel auf eine Ebene liefert. Von Ptolemäus überkamen die Araber die Kenntnisse von unserer Projektion, und fand das Planisphärium bei diesen jedenfalls eine ausgiebige Verwendung [5] und wohl auch Verbesserung. Die Moslem sind auch hier, wie in der Geschichte der Trigonometrie, als die Überträger mathematischer Wissenschaft an das christliche Mittelalter zu betrachten. Im 13. Jahrhundert hat sich besonders JORDANUS eingehend mit dem Planisphärium des PTOLEMÄUS beschäftigt und ein Werk[6] darüber geschrieben, das wegen der Gründlichkeit in den Beweisen noch lange nach seinem Tode unter den Gelehrten in hohem Ansehen stand und im 16. Jahrhundert noch drei neue Auflagen erlebte. Damals nämlich wandte sich eine ganze Reihe von Männern dem Studium des Planisphäriums zu, für das jetzt auch der Name Astrolabium verwendet wurde. Teils gaben sie Übersetzungen heraus, wie COMMANDINUS, teils schrieben sie Kommentare, wie MAUROLYCUS[7], der JORDANUS folgend, an Stelle des Äquators die dem Pole diametral gegenüberstehende Tangentialebene als Bildebene annahm.

Wir verweisen bezüglich der in jener Zeit erschienenen Litteratur auf R. WOLF: *Handbuch der Astronomie* etc. Bd. 2, 73—74.

Aus der langen Reihe von Werken bieten für uns besonders zwei, die an Selbständigkeit alle anderen übertreffen, hervorragendes Interesse. Das eine stammt von CLAVIUS und führt den Titel: *Astrolabium* (Romae 1593), während das andere: *Universae Astronomiae, brevis, dilucida et facilis institutio* (Franekerae 1605), von ADRIANUS METIUS herrührt.

CLAVIUS behandelt in seinem drei Bücher umfassenden Werke die gesamte Theorie der stereographischen Projektion und ihre vielfachen Anwendungen sehr ausführlich und klar, von welch letzteren wir, als die für uns wichtigste, *die Konstruktion sphärischer Dreiecke in einer Ebene vermittelst Zirkel und Lineal* hervorheben müssen. Indem wir gerade diesen Gegenstand zum Thema unserer Arbeit gewählt haben[8], können wir das *Astrolabium* des CLAVIUS nur insoweit verfolgen, als es zum Verständnis der Frage unbedingt notwendig ist, müssen also astronomische Anwendungen, die er in Menge bringt, ausser Acht lassen. Wie heben ausdrücklich hervor, dass sphärische Dreiecke vor CLAVIUS ausschliesslich durch Rechnung und mittelst des Analemmas gelöst wurden, und dass der Gedanke der konstruktiven Auflösung solcher Figuren mittelst stereographischer Projektion einzig und allein ihm zuzuweisen ist. Sein hiebei befolgtes Verfahren ist um so höher zu schätzen, als es auch heute noch wegen seiner Allgemeinheit die Konkurrenz unserer Methoden zur Konstruktion der Kugeldreiecke (»Dreikante«) nicht zu scheuen braucht. Im Gegensatz zu diesen behandelt CLAVIUS diese Figuren als solche und konstruiert sie auf der Kugel, dh. in der Abbildung derselben auf eine Ebene.

Im II. Buche seines Werkes gibt er in der Einleitung einige geschichtliche Notizen zur Lehre von der Abbildung der

Kugel und sagt dabei unter anderm: »Sphaera igitur coelestis multis modis in planum projici potest, pro arbitrio ac voluntate ejus, qui eam in plano describere conatur.« Dann wählt er dem PTOLEMÄUS folgend die stereographische Projektion und nimmt den Nordpol als Zentrum und den Äquator als Bildebene derselben.

Die fundamentale Eigenschaft, dass bei ihr Kreise der Kugel wieder in Kreise übergehen, findet sich des langen und breiten für alle möglichen Fälle bewiesen. Aus der grossen Anzahl von Sätzen sei als besonders wichtig nur der eine erwähnt, dass die Bilder aller Grosskreise auf der Kugel den Äquator unter Durchmessern schneiden, wie unmittelbar zu ersehen ist. Daran schliesst sich eine erhebliche Reihe von Konstruktionsaufgaben, von denen nur die für uns wichtigen hervorgehoben und in ihren Lösungen auf das kürzeste skizziert werden sollen.

In allen folgenden Figuren ist der aus O als Mittelpunkt beschriebene Kreis der Äquator, oder wie Prof. REUSCH[9] sagt: der Tafelkreis. Ferner ist das stereographische Bild eines Kugelpunktes P konsequent mit P_1 bezeichnet worden.

Aufg. 1. *Zu dem Bilde P_1 eines Punktes P der Kugel ist das seines Gegenpunktes Q zu bestimmen.*[10] (Fig. 1.)

Man zieht OP_1 und NO senkrecht darauf. NP_1 gibt auf dem Äquator den Punkt P, welcher mit O verbunden Q liefert. NQ schneidet dann OP_1 im gesuchten Bilde Q_1. Denkt man sich nämlich die gesamte Figur um P_1Q_1 so lange gedreht, bis ihre Ebene senkrecht zum Tafelkreis steht, so wird N nichts anderes als der Nordpol, das Projektionszentrum, und man sieht ganz deutlich, wie die Projektionsstrahlen NP und NQ zwei Gegenpunkte der Kugel projizieren.

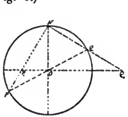


Fig. 1.

Damit löst sich unmittelbar die

Aufg. 2. *Die Bilder P_1 und Q_1 zweier Kugelpunkte P und Q sind durch einen Grosskreis zu verbinden.*

Man bestimmt zu einem derselben das Bild R_1 des Gegenpunktes und legt durch die 3 Punkte $P_1Q_1R_1$ den Kreis.

Aufg. 3. *Zu einem in der Projektion gegebenen Hauptkreis soll der Pol bestimmt werden.*

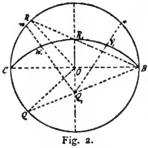


Fig. 2.

Ist in der Fig. 2 BR_1C der gegebene Hauptkreis, so ziehe man OR_1 senkrecht BC, verbinde B und R_1 und erhält auf dem Äquator den Punkt R. Macht man $\angle ROQ = 90°$ und zieht BQ, so schneidet dieses die Linie OR_1 in Q_1, dem Bilde des gesuchten Pols. Man denke sich nur die ganze Fig. 2 so lange um OR_1 gedreht, bis ihre Ebene senkrecht zum Tafelkreis steht. Dann wird B der Nordpol u. s. w. Ebenso löst man durch Umkehrung die

Aufg. 4. *Zu einem im Bilde Q_1 gegebenen Punkt Q denjenigen Grosskreis zu zeichnen, der Q zum Pole hat.*

Aufg. 5. *Die einem Durchmesser BC des Äquators als Rotationsachse zugehörigen Parallelkreise zu konstruieren.* (Fig. 3.)

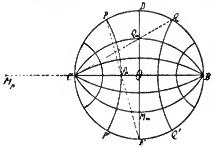


Fig. 3.

Um den Parallelkreis zu konstruieren, der von DE, das ist der durch den Mittelpunkt der Kugel laufende Parallelkreis, den sphärischen Abstand $\alpha°$ besitzt, mache man $\angle DOP = \angle EOP' = \alpha°$, und erhält dann im Schnittpunkt der Linie EP mit BC den Punkt P_p. Der durch PP_pP' gehende Kreis, dessen Mittelpunkt M_p natürlich auf BC liegt, ist der gesuchte.

Aufg. 6. *Es ist ein durch die Punkte B und C gehender Meridiankreis zu zeichnen, der mit dem Äquator den winkel $\beta°$ einschliesst.*

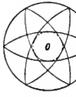


Fig. 4.

Nimmt man $\angle DOQ = \beta°$ und verbindet C mit Q, so erhält man auf DE (senkrecht zu BC) den Punkt Q_m. Der durch BC und Q_m gelegte Kreis, dessen Mittelpunkt M_m auf DE liegt, ist das Bild des gesuchten Meridianes.

Wir schliessen gleich hier als wichtiges Korollar den Satz an: Die Bilder aller Hauptkreise, die gegen den Äquator unter gleichem Winkel β geneigt sind, berühren einen mit diesem konzentrischen Kleinkreis und sind überdies untereinander kongruent. (Siehe Fig. 4.)

In der Fig. 3 ist nach diesen Vorschriften das Netz der Meridian- und Parallelkreise verzeichnet, das dem Durchmesser BC zugehört. Wir werden darauf bei METIUS wieder zurückkommen.

Aufg. 7. *Der Winkel eines Grosskreises mit dem Äquator soll bestimmt werden.* (Umkehrung von Aufg. 6.)

Besonders wichtig sind die beiden folgenden Aufgaben:

Aufg. 8. *Die Neigung zweier Hauptkreise gegen einander ist zu bestimmen.*

Die beiden gegebenen Hauptkreise (Fig. 5) laufen durch die Gegenpunkte P_1 und Q_1. Man legt nun durch Q_1 einen Hilfkreis K, dessen Mittelpunkt o auf P_1Q_1 liegen muss, und projiziert von Q_1 aus die Schnittpunkte m und n der Zentrale C beider Kreise mit diesen auf den Kreis K und erhält so die Punkte m' und n'. $\angle\, m'on'$ ist dann der Winkel der gegebenen Kreise. Man überzeugt sich nun sehr leicht, dass die Schenkel dieses Winkels zu den Kreistangenten in Q_1 parallel laufen müssen, so dass also CLAVIUS den Winkel zweier Hauptkreise geradezu aus der Abbildung direkt entnimmt. *Hieraus ergibt sich unmittelbar die Conformität der stereographischen Projektion.*

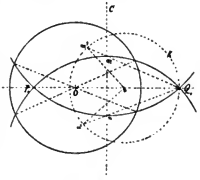


Fig. 5.

Aufg. 9. *Die sphärische Entfernung zweier Punkte V und W zu bestimmen, die durch ihre Bilder V_1 und W_1 gegeben sind.* (Fig. 2.)

Man bestimmt das Bild Q_1 für den Pol Q des durch V und W laufenden Grosskreises und projiziert die Bilder V_1 und W_1 von Q_1 aus auf den Äquator; man erhält dadurch die Punkte v und w. Der Bogen vw misst die sphärische Entfernung der gegebenen Punkte.[11]

Aufg. 10. *Durch einen gegebenen Punkt einen Grosskreis zu legen, der den Äquator unter dem Winkel α schneidet.* Nach dem Korollar zur Aufgabe 6 umhüllen alle Grosskreise, die gegen den Äquator den Winkel α einschliessen, in ihrem Bilde einen leicht zu konstruierenden Kleinkreis. Man bestimme daher zum gegebenen Punkt P den Gegenpunkt Q und zeichnet den Kreis, der durch ihre Bilder geht und den Kleinkreis berührt.

Mit Hilfe der eben gegebenen Konstruktionen löst nun CLAVIUS ganz nach Analogie der Dreieckskonstruktionen in der Ebene die Fundamentalaufgaben der sphärischen Trigonometrie. Wir wollen zur Illustration seiner Methode zwei typische Aufgaben besprechen und bemerken, dass er sie sämtlich im Kanon XXII seines dritten Buches für rechtwinklige und schiefwinklige Dreiecke an der Hand zahlreicher Figuren, im Gegensatz zu METIUS, durchführt.

Beispiel 1. *Aus den drei Seiten a, b und c eines sphärischen Dreieckes sind dessen Winkel zu konstruieren.*

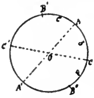


Fig. 6.

Auf dem Äquator werden der Reihe nach die Bögen $B'A = c$, $AC = b$ und $CB'' = a$ angetragen. Dreht man den Bogen $B'A$ auf der Kugel um den Punkt A, so beschreibt er einen Parallelkreis, der zur Achse AA' gehört und nach Aufgabe 5 gefunden wird. Ebenso konstruiert man den durch Drehung von $B''C$ erzeugten Kreis, der den vorigen in dem Punkte B_1 trifft. Verbindet man A und C mit B_1 durch Grosskreise, so bilden diese mit dem Äquator die Seiten des sphärischen Dreiecks ABC. Die Winkel bei A und C ermitteln sich leicht nach Aufg. 7, ebenso $\angle B$ nach Aufg. 8.

Beispiel 2. *Ein rechtwinkliges sphärisches Dreieck ist aus den beiden Winkeln α und β zu zeichnen.*[12]

Man zeichnet zunächst einen Hauptkreis AA' (Fig. 7) — eine Kathete — der unter dem Winkel α gegen den Äquator — die Hypotenuse — geneigt ist. Dann steht doch die andere Kathete senkrecht auf AA' — der ersten Kathete — und muss daher durch ihre Pole V und W gehen. Andererseits berührt sie nach dem Korollar zur Aufg. 6 einen Kleinkreis K. So findet sich die Lage

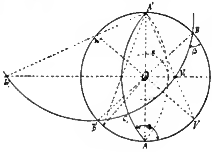


Fig 7.

der zweiten Kathete einfach nach Aufg. 10. Aus dem Bilde ABC_1 werden die Katheten nach Aufg. 9, die Hypotenuse direkt auf dem Äquator gefunden.

Offenbar ausgehend von dem Gedanken, dass bei Konstruktionen der verschiedensten Dreiecke, wie wir sie eben bei Clavius kennen lernten, immer wieder dieselben Hauptkreise gezogen werden müssen, hat Metius (1605) das Astrolabium *ein für allemal hergestellt,* indem er das bereits in Fig. 3 gezeichnete System der Meridian- und Breitenkreise auf einer Holz- oder Messingscheibe verzeichnet und so ein *Instrument* geschaffen hat, welches beliebig oft zur Auflösung sphärischer Dreiecke dienen kann. Indem wir von einer kleinen Verschiedenheit der Projektionen beider Männer, die für die Güte des Verfahrens unerheblich ist, absehen, erwähnen wir nur einige Bezeichnungsweisen, die von Metius eingeführt wurden: Der bisher Äquator genannte Kreis heisst bei ihm *Limbus,* der Kreis *DOE Parallelus rectus,* ebenso der Kreis *BOC Meridianus rectus.* Um nun die Dreiecke aus zahlenmässig gegebenen Bestimmungsstücken konstruieren zu können, hat Metius sein Instrument gewissermassen »geaicht«, und so den Limbus in Grade eingeteilt. Die Herstellung des Netzes wird auf zwei Weisen gelehrt. Die eine deckt sich genau mit der des Clavius, während die andere von Metius selbst herrührt.

Dieser gibt eine Tabelle für alle zur praktischen Verzeichnung der Netzkreise notwendigen Stücke.

Ist nämlich α sowohl der sphärische Abstand eines Parallelkreises vom Parallelus rectus, als auch die Neigung eines Meridianes gegen den Meridianus rectus, so wird:

$$OP_p = OQ_m = OB \,.\, \operatorname{tg} \alpha$$
$$OM_m = M_p P_p = OB \,.\, \operatorname{ctg} \alpha$$
$$OM_p = Q_m M_m = \frac{OB}{\sin \alpha}.$$

Nach diesen Formeln, die Metius übrigens nicht angibt, hat er eine Tabelle für $OB = 100000$ berechnet, welche zur Konstruktion des Netzes verwendet werden kann.

Weiter benützt er das System der Parallelkreise und Meridiane, die der Achse O senkrecht zur Ebene des Limbus zugehören, deren Zeichnung jedoch das bereits vorhandene Netz verwischen würde. Dieses zweite System von Kreisen wird sehr einfach erzeugt durch Drehung der *Regula horizontalis,* die sich um O drehen lässt. Jede einzelne Stellung der Regel gibt einen Meridian, dessen Neigung gegen den Meridianus rectus auf dem Limbus abgelesen werden kann. Um nun mit derselben Regel auch jeden Parallelkreis beschreiben zu können, der vom unteren Pole des Limbus den sphärischen Abstand γ besitzt, werden auf derselben die Teilpunkte P_p der Linie BC eingetragen und an ihnen die zugehörigen Abstände γ notiert; man erkennt dann unmittelbar, wie durch Drehung der Regula horizontalis jeder beliebige Parallelkreis erzeugt werden kann.

METIUS wendet nun seine Methoden auf die numerische Auflösung sphärischer Dreiecke an. Bei dem Mangel jeglicher Figuren können seine Darlegungen nicht besonders klar erscheinen, und zwar umsomehr als seine Konstruktionen nicht immer aus der Anschauung folgen. Nehmen wir als Beispiel gleich sein erstes: *Von einem rechtwinkligen Dreieck ABC seien gegeben der Winkel $a = 23^1/_2{}^\circ$ und die Hypotenuse $c = 60^\circ$.*

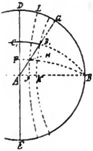


Fig. 8.

Man bringe die Regula horizontalis in die Stellung AG, so dass $\angle DAG = a\ 23^1/_2{}^\circ$ und zählt auf ihrer Teilung $AB_1 = 60^\circ$ ab. Dann gehen durch B_1 ein Meridian BB_1C_1 und ein Parallelkreis B_1K. Man kann nun auf der Scheibe unmittelbar $B_1C_1 = AK = a = 20^1/_3{}^\circ$ und $AC_1 = b = 57^3/_4$ ablesen. Der noch fehlende Winkel β muss eigens bestimmt werden. Zählt man auf dem Parallelus rectus $DF = 60^\circ$ ab, so wird der durch F gehende Meridian BHF die vorhin eingestellte Regel in H schneiden, durch welchen Punkt auch ein Parallelkreis JL des Netzes läuft. Die Ablesung ergibt nunmehr $JB = LB = \beta = 77^3/_4{}^\circ$ und auch: HG (auf der Einteilung der Reg. hor.) $= b = 57^3/_4{}^\circ$.

Solcher Methoden, die auch zur Auflösung schiefwinkliger Dreiecke dienen, besitzt METIUS für jeden einzelnen Fall mehrere, drei oder vier, indem er das jeweils zu konstruierende Dreieck in verschiedene Lagenbeziehung zum Planisphärium bringt. Die von ihm gegebenen Zahlenbeispiele geben zu der Bemerkung Anlass, dass die mit dem Instrumente erlangten Resultate bis auf $^1/_3{}^\circ$ oder $^1/_2{}^\circ$ richtig sind. Die Genauigkeit war daher für gewisse astronomische Bedürfnisse hinreichend.

Erst in neuerer Zeit wurde von Herrn C. BRAUN[13] ein Apparat, das »Trigonometer« erdacht, das aus *zwei* konzentrischen *Netzen*, wie sie METIUS anwendete, besteht, von denen das eine (durchsichtige) über dem anderen drehbar ist. Durch eine Verstellung der beiden Netze gegeneinander lassen sich dann sphärische Dreiecke mit einer allerdings erhöhten Genauigkeit — der Apparat liefert Resultate bis auf 5′ oder 7′ genau — in sehr kurzer Zeit auflösen. Ob nun Herr Braun bei der Konstruktion dieses seines Instrumentes von dem des Metius Kenntnis hatte, lässt sich aus seinen Darlegungen nicht entscheiden.

[1] R. Wolf: *Handbuch der Astronomie, ihrer Geschichte und Litteratur*, Bd. 2 (Zürich 1892), S. 70.

[2] Siehe hierüber: A. v. Braunmühl: *Beiträge zur Geschichte der Trigonometrie*. Abh. der Kaiserl. Leop.-Carol. Deutschen Academie der Naturforscher **71**, 1897, pag. 4 ff.

[3] Bekanntlich stammt die Bezeichnung »stereographische Projektion» von Franc. Aquilonius: *Opticorum libri sex* (Antverpiae 1613), pag. 572.

[4] Ptolemäus: *Planisphärium* und *Analemma*, übersetzt und herausgegeben von F. Commandinus, 1558 und 1562.

[5] Es sei hier erwähnt, dass beide Projektionsmethoden für die Geschichte der Trigonometrie von grosser Bedeutung sind. So diente das Analemma dem Ibn Yûnos zur Herleitung einer der prosthaphäretischen Formeln, ersetzte ihm also den den Arabern fehlenden goniometrischen Algorithmus. Vergl. A. v. Braunmühl: *Beitrag zur Geschichte der prosthaphäretischen Methode in der Trigonometrie*. Biblioth. Mathem. 1896, pag. 105. In ähnlicher Weise leitete später Neper einen ganz interessanten Satz der sphärischen Trigonometrie mit Zuhilfenahme der stereographischen Projektion ab. Vergl. Neper: *Mirifici Logarithmorum canonis descriptio* (Edinburgh 1614), pag. 49, prop. 6.

[6] Jordani *Planisphärium* (Venetiis 1558).

[7] Maurolycus: *Astrolabii theoria et fabrica*.

[8] Ich bin von Herrn Prof. A. v. Braunmühl auf dieses Thema aufmerksam gemacht worden. Derselbe wünschte eine Klarlegung der konstruktiven Methoden des Clavius und eine Beschreibung zu einem Instrumente, das in dem Werke des Metius enthalten ist.

[9] E. Reusch: *Die stereographische Projektion* (Leipzig 1881). Dieser Schrift habe ich auch die Bezeichnungen: Grosskreis und Kleinkreis entnommen.

[10] Zwei Punkte der Kugel, die diametral gegenüber liegen, sollen kurz Gegenpunkte genannt werden. Die Bilder von zwei solchen liegen natürlich auf einem Durchmesser des Äquators.

[11] Genau dieselbe Konstruktion gibt neuerdings wieder H. Prof. REUSCH in dem oben angeführten Buche (Seite 17, § 11, b), wo man die Erklärung findet.

[12] Auf diese Aufgabe führt CLAVIUS die Auflösung eines sphärischen Dreiecks aus seinen drei Winkeln zurück, indem er, PTOLEMÄUS folgend, diejenigen Winkel zu konstruieren lehrt, in welche das aus einer Ecke A nach der Gegenseite BC gefällte Höhenlot den Winkel bei A zerlegt.

[13] C. BRAUN: *Das Trigonometer.* Mathem.-naturwiss. Berichte aus Ungarn 1, 1883, pag. 283. Der Apparat war auch auf der letzten mathematischen Ausstellung in München zu sehen. Vergl. W. DYCK: *Katalog mathematischer und mathematisch-physikalischer Modelle, Apparate und Instrumente* (München 1892), pag. 160, N:o 43.

La marche successive dans la fusion des notions de la fraction et du quotient.

Par V. V. Bobynin à Moskwa.

Les notions des nombres fractionnaires dans leurs formes particulières, telles qu'une moitié, un tiers, un quart etc., ainsi que leurs subdivisions binaires, ont vu le jour à mesure que les notions définies des nombres se détachaient de la notion indéfinie de la multitude[1]. Celles-ci ont développé peu à peu, quoique d'abord en dehors de la conscience humaine, la conception générale de la fraction comme résultat de la division de l'unité en parties égales ou plutôt comme subdivision de l'unité. La réunion de quelques subdivisions semblables exigée par la vie pratique, d'abord pour en former une ou plusieurs unités entières, ensuite pour y ajouter des subdivisions plus grandes et par leurs dimensions plus à la portée de l'homme primitif, cette réunion — disons-nous — permit d'envisager la fraction comme *un ensemble implicite ou explicite des subdivisions égales de l'unité;* implicite toutes les fois que plusieurs subdivisions de l'unité venaient en former une seule et plus grande, explicite quand la réunion en donnait plus d'une subdivision de l'unité, égales et plus grandes. La règle de la réduction ascendante des nombres concrets amenant souvent à représenter l'ensemble des subdivisions égales de l'unité comme tel de ses subdivisions diverses, faisait considérer la fraction aussi comme *un ensemble explicite ou implicite des subdivisions diverses de l'unité.* La combinaison de ces points de vue eut pour résultat la manière de considérer la fraction comme *un ensemble des subdivisions de l'unite égales ou différentes.*

L'application consciente de la division et la notion du quotient ne suivirent que d'assez loin l'idée de la fraction comme subdivision de l'unité. La division d'un nombre concret par un nombre abstrait avait pour résultat un quotient composé d'un nombre entier et d'une simple subdivision de l'unité en cas d'une unité dans le reste, un quotient composé d'un nombre entier et d'un ensemble de subdivisions de l'unité égales ou diverses en cas d'un reste plus grand que l'unité. Il était évident que dans ces cas le quotient renfermait tantôt une seule subdivision de l'unité, tantôt il en renfermait l'ensemble des subdivisions égales ou différentes. Une ressemblance frappante s'y montrait déjà entre la fraction et la partie fractionnaire du quotient, elle devenait une identité complète quand le dividende était moindre que le diviseur. Tels furent les résultats auxquels aboutit, dans le développement de la notion même de la fraction ainsi que dans son rapprochement à celle du quotient, la phase du calcul des nombres concrets.

Les résultats obtenus par la comparaison du quotient à la fraction reçurent une extension importante dans la phase du calcul des fractions abstraites, représentées par les quantièmes. Dans cette phase, l'expression de la partie fractionnaire du quotient au moyen des quantièmes témoignait par un emploi constant que le quotient de deux nombres abstraits renfermait aussi, soit la subdivision de l'unité abstraite — dans des cas plus simples, soit l'ensemble des subdivisions diverses de cette même unité — dans des cas plus compliqués. La possibilité d'exprimer au moyen de n'importe quelles parties la fraction que donne le quotient et celle de $\frac{2}{3}$ prouvaient que le quotient peut contenir l'ensemble des subdivisions égales de l'unité.

D'un autre côté les opérations sur les quantièmes, leur réunion surtout qui forçait souvent à en donner l'expression dans des parties égales, étendaient à la fraction abstraite l'idée d'un ensemble de subdivisions égales de l'unité, conçue pour la fraction concrète. En même temps le fait d'obtenir fréquemment une seule et même fraction en réunissant des groupes de fractions toutes différentes, faisait concevoir la fraction abstraite comme un ensemble des subdivisions diverses de l'unité abstraite. De cette manière on en vint à découvrir la même ressemblance complète entre la partie fractionnaire du quotient et la fraction dans le domaine des nombres abstraits comme dans celui des nombres concrets. Cette ressemblance, quoiqu'elle amenât à une coïncidence parfaite entre la notion de la fraction et celle du quotient dans le cas où le dividende était moindre que le diviseur, cette ressemblance ne suffisait point encore à la fusion de la première notion avec la seconde. La grande étendue de la notion du quotient et la variété dans les degrés de s'approprier les notions du quotient et de la fraction n'existant que de par la différence des époques auxquelles remontait l'origine de l'une et de l'autre, furent les causes principales qui retardèrent la fusion dont nous parlons. On ne peut observer celle-ci dans le papyrus de Rhind qu'à l'état de germe, sous la forme du quotient sousentendu et non explicite que l'on obtient comme résultat de l'addition des fractions, réduites au même dénominateur. Dans le papyrus d'Akhmîm la fusion de la notion de la fraction avec celle du quotient (mais non vice versa), ne s'opéra avec une parfaite clarté que dans le cas particulier où le dividende fut moindre que le diviseur. La chose est indubitablement démontrée par ceux des problèmes renfermés dans le papyrus qui demandent pour l'ensemble des fractions donné la découverte d'un autre ensemble qui en est l'égal. On y arrive en trouvant au moyen de l'addition des fractions le quotient dont en dérive l'ensemble et en décomposant ensuite le quotient trouvé en de nouveaux quantièmes. Quant à la fusion complète de la notion de la fraction avec celle du quotient (mais non vice versa) elle ne saurait être autre chose que la représentation à la raison de la fraction comme du *quotient obtenu par la division de deux nombres*. Cette conception eut-elle lieu à l'époque où le papyrus d'Akhmîm a été écrit, nous regrettons de ne pouvoir nous prononcer faute de données.

Il s'ensuit que si la notion de la fraction marchait à la fusion avec celle du quotient, cette dernière tentait le même rapprochement de son côté.

Nous croyons toucher à une marque notable de ce mouvement et de ce qui en fait les résultats dans le papyrus d'Akhmîm qui semble nous préparer par une forme transitoire à la définition plus général pour la fusion des deux notions, c'est-à-dire que *le quotient est une fraction*. Dans ce papyrus en effet le quotient est pour la première fois explicitement considéré comme une partie connue ou une subdivision du dividende. Il y est question, par exemple, dans bien des problèmes: »de m quel est le p^{me}«? C'est en concevant la division comme l'opération qui définit l'une des parties égales du nombre donné (par exemple quand un nombre concret est divisé par un nombre abstrait), conception développée lors de l'application primitive de la division, l'on finit par avoir une semblable notion du quotient et à en éclaircir l'idée à la raison.

La conscience de cette notion eut une grande importance dans l'histoire. Une fois établie, elle permit d'étendre la comparaison de la fraction avec le quotient sur une partie dans la conception de ce dernier qui n'avait point admis encore une comparaison semblable c'est-à-dire sur le cas où le quotient était exprimé par un nombre entier. Entre l'entier et le quotient qu'en donnait la division par un autre entier, il s'en établissait maintenant le même rapport qui existait entre l'unité et la fraction depuis la formation primitive des fractions. La fraction étant une subdivision de l'unité, le quotient est une subdivision du nombre entier. Cette conclusion eut pour résultat immédiat de présenter au rebours la définition par la »fraction est un quotient» en disant que *le quotient de deux nombres est en général une fraction,* ce qui avait été impossible à constater antérieurement. La différence quantitative dans l'étendue entre la notion de la fraction et celle du quotient qui formait jusqu'alors un des plus graves obstacles à la coïncidence complète de la notion du quotient plus large avec celle de la fraction plus étroit cessa par là d'exister.

Quand l'humanité put concevoir au rebours la définition que »la fraction est un quotient», elle en arriva tout d'abord à étendre la manière d'envisager le quotient comme une subdivision du nombre entier sur la fraction elle-même, et avant tout sans doute sur la forme de cette dernière représentée par l'ensemble des parties égales de l'unité. Cette espèce de fraction se présente ainsi pour la première fois à la raison humaine dans le sens de la même subdivision du nombre entier que donnait le quotient obtenu par la division de ce nombre par un autre nombre entier. Il ne put y avoir dans la suite aucun obstacle quelque peu important à ce que la même manière de voir embrassât les autres formes de fractions. On put alors user la forme du quotient, établie par écrit, comme appartenant à la fraction et pour en donner une expression écrite, propre à toutes les formes qu'on suscitait la conception. Quel fut le peuple qui en remarqua le premier la possibilité d'exprimer la fraction sous la forme du quotient et qui en fit l'application? Tentons de résoudre cette question.

A l'époque antérieur à l'usage général de l'expression écrite de la fraction sous la forme du quotient, le progrès des mathématiques se concentrait exclusivement chez les Indous et chez les Grecs. C'est pourquoi il s'agit de préciser auquel de ces deux peuples pourrait être attribué le mérite de la découverte qui en pose la question. Toute la littérature grecque antérieure à l'introduction de la numération écrite des Indous ne nous fournit pas un seul cas où la fraction fut exprimée sous la forme du quotient. Quant à l'affirmation de Gardthausen [2] que des cas pareils ont existé, elle se trouve basée, d'après les recherches de Paul Tannery [3], sur une simple négligence. Dans un papyrus grec au Musée du Louvre, le trait qui sépare la somme de ses nombres fut pris pour le trait de la fraction, le dernier nombre devant ce trait — pour le numérateur, et la somme suivant le trait — pour le dénominateur. L'expression de la fraction sous la forme du quotient ne saurait donc aucunément être attribuée à la nation grecque.

Nous arrivons à une toute autre conclusion en examinant les écrits de la littérature indienne. Les plus anciens même que nous en connaissons, voire ceux du 5e siècle, nous montrent les fractions employées indifféremment, quels qu'en fussent les nominateurs, équivalant à l'unité ou l'excédant. Pour exprimer une fraction les Indous mettaient toujours le numérateur au dessus du dénominateur, sans les séparer par un trait ou par n'importe quel signe. Puisqu'en appliquant l'opération de la division ils écrivaient aussi le dividende au dessus du diviseur on ne saurait voir dans l'expression citée des fractions autre chose que l'indication de cette opération, ou, ce qui en dit autant, l'expression de la fraction sous la forme du quotient. Les Indous furent donc le premier peuple qui remarqua la possibilité d'exprimer la fraction sous la forme du quotient et qui s'en servit pour représenter les fractions par écrit dans leur forme généralisée.

[1] V. Bobynin, *Esquisse de l'histoire du calcul fractionnaire.* Bibliotheca Mathematica 1896, p. 97—98.
[2] Gardthausen, *Griechische Palaeographie.* Leipzig, Teubner 1879.
[3] Paul Tannery, *Sur la représentation des fractions chez les Grecs.* Bibliotheca Mathematica 1886, col. 235—236.

Notizen über arabische Mathematiker und Astronomen.

Von Heinrich Suter in Zürich.

1. Hârith, der Astrolog.

In dem astrologischen Werke von Albohazen Haly, *filii* Abenragel, *de judiciis astrorum libri octo in lat. conversi*, Basil. 1571, lib. VIII cap. 37, pg. 406—408,[1] befindet sich eine geographische Tafel, in welcher die Lagen einer Reihe von Orten angegeben sind. Abenragel sagt, dass er diese Daten aus den Tafeln das *Harix* entnommen habe. M. Steinschneider (Zeitschr. d. deutschen morgenländ. Gesellsch. **24**, 1870, pg. 333, und Biblioth. Mathem. 1891, pg. 116) vermutet, allerdings unter Bedenken, dass dieser *Harix* identisch sein möchte mit Ja'kûb ben Târik, der ums Jahr 160 d. H. gelebt hat. Diese Ansicht steht in der Tat auf sehr schwachen Füssen, zumal in derselben Stelle des Abenragel, kurz nachher, wahrscheinlich dieser Ja'kûb ben Târik unter dem Namen *Jacob fil. Caryb* citiert wird. — In seiner Arbeit, betitelt: *le Tabelle geografiche d'al-Battânî*, im Cosmos di Guido Cora (Vol. XII, 1894—96, fasc. VI.), auch als »estratto» selbständig erschienen, Turin 1898, kommt Prof. C. A. Nallino in Neapel zu der Ansicht, dieser *Harix* sei identisch mit Habasch (Ahmed ben 'Abdallah, genannt el-Habasch), der unter el-Mâmûn gelebt und drei verschiedene astronomische Tafeln verfasst hat. Ich muss gestehen, dass diese Vermutung sehr nahe lag und vieles für sich hat; allein Hr. Nallino wird zugeben müssen, dass das arabische »Habasch» nur sehr schwer in »Harix» übergehen kann. Ich glaube nun, eine andere Konjektur aufstellen zu dürfen, die mehr Wahrscheinlichkeit für sich hat. Im *Fihrist* des Ibn Abî Ja'kûb el-Nadîm (herausgeg. v. Flügel, Müller und Rödiger, Leipzig 1871, I, pg. 278; Übers. von mir in Abhandl. zur Gesch. d. Mathem. VI, pg. 34) steht folgender Artikel:

»Hârith, der Astrolog. — Er war eng befreundet mit el-Hasan ben Sahl[2] und ein vorzüglicher Gelehrter, den auch Abû Ma'schar als Autorität anführt. Er schrieb: Das Buch der Tafeln.»

Sollte dieses nicht der »Harix» des Abenragel sein? Ibn el-Kiftî (Wiener Ms. 1161) hat ebenfalls einen Artikel (pg. 191) über diesen Astrologen, den aber Casiri nicht in seine *Bibl. arab.-hisp.* aufgenommen hat. Leider steht mir gegenwärtig kein Ms. IBN EL-KIFTÎS zur Verfügung.

2. el-Haszâr.

In der Biblioth. Mathem. 1897, pg. 84 hatte ich die Vermutung ausgesprochen, dass der in IBN CHALDÛNS *Prolegomena* genannte EL-HASZÂR, der Verfasser des Rechenbuches, von dem der *Talchîsz* des IBN EL-BENNÂ ein Auszug sein soll, identisch sein möchte mit einem IBRÂHÎM BEN JÛNIS, bekannt unter dem Namen IBN EL-HASSÂB; ich kannte damals die Stelle Hrn. STEINSCHNEIDERS in seiner Arbeit über ABRAHAM BEN ESRA[3] nicht, in welcher er pg. 109 den vollen Namen EL-HASZÂRS gibt, nämlich ABÛ BEKR MUHAMMED BEN 'ABDALLAH. Ich traf nun bei meinen Studien über arabische Mathematiker und Astronomen jüngst auf ein Ms. der Herzogl. Bibliothek zu Gotha,[4] welches eine Abhandlung über Arithmetik von ABÛ ZAKARÎJÂ MUHAMMED BEN 'ABDALLAH BEN 'AJJÂSCH, bekannt unter dem Namen EL-HASZÂR,[5] enthält. Aus der Beschreibung dieses Ms., verglichen mit derjenigen, die STEINSCHNEIDER (l. c.) von der hebräischen Übersetzung im Vatican (N° 396) gibt, darf man, wie ich glaube, auf die Identität beider Abhandlungen schliessen. Dass die Kunja in beiden Mss. nicht dieselbe ist, ist nebensächlich, wird diese doch sehr oft verschieden angegeben. So scheint also diese wichtige Abhandlung auch arabisch zu existieren und nicht nur in hebräischer Übersetzung; für die endgültige Feststellung dieser Tatsache ist allerdings eine genaue Prüfung des Gothaer Ms. sehr zu wünschen.

Es ist hier noch zu bemerken, dass ich die Übersetzung von EL-HASZÂR (mit zwei Szâd!) durch »der Rechner» nicht für richtig halte; dieser Name, resp. IBN EL-HASZÂR, kommt bei einer Reihe von spanischen Arabern vor, die mit der Rechenkunst gar nichts zu tun hatten und heisst soviel als »der Schilfmattenflechter» (span. el esterero).[6]

Zum Schlusse will ich nicht unterlassen, noch eine Persönlichkeit anzuführen, die mir in den biographischen Werken über westarabische Gelehrte entgegengetreten ist, deren Name mit dem von Hrn. STEINSCHNEIDER in seiner eben genannten Arbeit über ABRAHAM BEN ESRA gegebenen noch besser stimmt, als derjenige des Verfassers des Ms. von Gotha, der aber nicht EL-HASZÂR, sondern EL-HÂSIB (= der Rechner) heisst, und der auch nicht als Verfasser eines Buches über die Rechenkunst genannt wird. Im VIII. Bd. der *Biblioth. arab.-hisp.*, der die Chronik der Gelehrten Andalusiens von IBN EL-FARADÎ und

Fragmente zu IBN BASCHKUWÂLS *el-Szila* enthält, befindet sich p. 93 folg. Artikel:

MUHAMMED BEN 'ABDALLÂH BEN 'ALÎ BEN HOSEIN, ABÛ BEKR, EL-HÂSIB, bekannt unter dem Namen EL-MASRÛRÎ, aus Cordova, war ein vorzüglicher Koranvorleser mit schöner Stimme, ein Meister in der Rechenkunst und Erbteilung. Er reiste nach dem Osten, besuchte 'Irâk und Syrien, kam mit vielen Gelehrten zusammen, unter andern mit 'ABDELWAHÂB BEN 'ALÎ BEN NASZR EL-FAKÎH, den er in Bagdad im Jahre 415 hörte, ebenso mit ABÛ'L-HASAN 'ALÎ BEN 'ABDALLÂH EL-HAMÂMÎ. Er wurde nach IBN CHAZRADSCH im Jahre 371 geboren und starb nach 419 (1028 p. Chr.).

[1] Ausgabe von ERHARD RATDOLT, Venet. 1485, Blatt 150, 151.

[2] Es ist dies jedenfalls der im *Fihrist* viel genannte Wezir EL-MÂMÛNS, EL-HASAN B. SAHL EL-SARACHSÎ, gest. 236. d. H. und nicht, wie ich in meiner Übers. des *Fihrist*, pg. 67 angenommen habe, der Astrolog EL-HASAN B. SAHL B. NÛBACHT.

[3] Abhandl. zur Gesch. d. Mathem. 3, 1880.

[4] *Die arab. Handschriften der herzogl. Bibl. zu Gotha, v.* W. PERTSCH, III. Bd., Gotha 1881, pg. 114, N° 1489.

[5] Dieser Name ist im Ms. nicht mehr deutlich zu lesen, doch steht auf fol 1ª, roth geschrieben, »el-Haszâr fî'l-hisâb« = EL-HASZÂR über die Rechenkunst.

[6] Vergl. *Biblioth. arab.-hispana,* Matriti et Caesaraug. 1883—95, Vol. I, 175 und 319, Vol. III, 154, Vol. VII, 379, und *Crestomatia arab.-española por* I. LERCHUNDI *y* F. JAVIER SIMONET, Granada 1881, N° 79.

RECENSIONEN. — ANALYSES.

M. Curtze. EINE STUDIENREISE. RECHENSCHAFTSBERICHT ÜBER FORSCHUNGEN ZUR GESCHICHTE DER GEOMETRIE IM MITTELALTER. Centralblatt für Bibliothekswesen **16**, 1899, p. 257—306.

M. CURTZE a fait en 1896, avec une subvention de l'académie des sciences de Berlin, un voyage scientifique à plusieurs des principales bibliothèques de l'Allemagne et de l'Autriche, en vue de rechercher des documents pour l'histoire des mathématiques, et en particulier de la géométrie, du moyen âge. Il a déjà rendu compte de son voyage dans la Altpreussische Monatsschr. **35**, 1898, p. 435—455, et dans le cours des trois dernières années il a publié dans divers journaux (voir p. ex. Biblioth. Mathem. 1898, p. 97—112) des notices et des extraits de quelques-uns des documents qu'il a examinés. Dans le rapport à l'académie des sciences de Berlin, dont nous nous occuperons ici, il a donné un aperçu plus complet des résultats de ses recherches. Au commencement, il indique les manuscrits les plus importants découverts par lui, et puis il traite en détail des nouveaux renseignements sur l'histoire de la géométrie et de l'arithmétique du moyen âge, qu'il a recueillis dans son voyage; à la fin, il mentionne quelques ouvrages d'astronomie et d'optique examinés aussi par lui. Sa plus importante découverte est sans doute la traduction latine du commentaire d'AN-NAIRIZI sur EUCLIDE, faite par GHERARDO CREMONESE et contenant des extraits des commentaires perdus de HERON et de SIMPLIKIOS. On a connu depuis longtemps que GHERARDO CREMONESE a fait une telle traduction, et, il y a quelques années, M. STEINSCHNEIDER a appelé l'attention sur un manuscrit, qui semble contenir au moins un fragment de cette traduction (voir Biblioth. Mathem. 1892, p. 7—8), mais ce manuscrit n'a pas encore été examiné. D'autre part, un exemplaire de l'original arabe du traité d'AN-NAIRIZI se trouve à Leiden, et la publication en a été commencée par M. BESTHORN et HEIBERG, mais malheureusement cet exemplaire est très incomplet. La découverte de M. CURTZE est donc d'une grande importance pour l'histoire de la géométrie grecque, et nous espérons de pouvoir bientôt revenir à ce sujet; en effet la traduction de GHERARDO CREMONESE a déjà été publiée *in extenso* par M. CURTZE (Leipzig, Teubner 1899).

A la page 274 M. CURTZE fait mention d'un écrit intitulé: *Astrolabii, quo primi mobilis motus deprehenduntur Canones,* et il ajoute qu'une grande partie y traite de la géométrie pratique.

Il convient de faire observer que cet écrit a été l'objet de deux petites notes de M. FAVARO et de RICCARDI insérées à la Biblioth. Mathem. 1890, p. 81—90 et 113—114, d'où il résulte que la première partie de l'écrit a pour auteur PROSDOCIMO DE' BELDOMANDI. Quant à la seconde partie, on sait que son contenu concorde essentiellement avec la *Geometria practica* de MARTINUS DE ZORAWICA publiée par M. L. BIRKENMAJER (Warszawa 1895). Les exemplaires auxquels M. FAVARO et RICCARDI ont eu recours portent tous au feuillet de titre l'addition: »Instrumentum Astrolabij etiam Impressum est Venetijs in officina Petri Liechtenstein Coloniensis Germani anno 1512», mais comme M. CURTZE n'en fait pas mention, il est possible que l'exemplaire découvert par lui appartienne à une édition antérieure; en effet la *Bibliographie générale de l'astronomie* par HOUZEAU et LANCASTER signale (voir T. 1, p. 643) trois éditions de l'écrit, savoir: 1) August. Vindel. 1490; 2) Venetiis, Liechtenstein 1502; 3) Venetiis, Liechtenstein 1512, et dans le Catalogue de la bibliothèque du prince BONCOMPAGNI (Tome I, Roma 1895, p. 430) on trouve aussi indiqué un exemplaire qui semble porter sur le feuillet de titre seulement les mots: *Astrolabii quo primi mobilis motus deprehenduntur Canones.*

A la page 289 M. CURTZE rend compte d'une traduction (Cod. Vindob. 4470) de l'algèbre de MOHAMMED BEN MUSA ALKHWARIZMI faite en 1182 par ROBERTUS CASTRENSIS (ou RETINENSIS), avec la remarque que cette traduction est restée inconnue jusqu'ici. Cette remarque peut sans doute être justifiée, mais M. CURTZE aurait pu ajouter qu'une copie de la traduction semble avoir été retrouvée il y a plus de 10 ans par M. WAPPLER dans la bibliothèque royale de Dresden. En effet, dans son mémoire *Zur Geschichte der deutschen Algebra im 15. Jahrhundert* (Zwickau 1887), M. WAPPLER décrit (p. 1) une traduction (Cod. Dresd. C. 80) de l'algèbre d'ALKHWARIZMI sensiblement différente de celle publiée par LIBRI, et où le carré de l'inconnue est appelé »substancia» au lieu de »census».

A la page 291 se trouve le passage suivant: »Die Bezeichnung der Unbekannten ist anfangs bei REGIOMONTAN *res* deutlich ausgeschrieben, sie geht dann über in *re*, um endlich in x sich zusammen zu ziehen, dem später stets von den Cossisten angewendeten Compendium, aus welchem, wie CANTOR wahrscheinlich gemacht hat, durch DESCARTES' Missverständnis das heutige x sich gebildet hat». La première partie de ce passage est devenue presque incompréhensible parce que le typographe, en défaut du *compendium* dont il s'agit, y a substitué la lettre x —

dans des cas semblables nous recommanderions à M. CURTZE de se servir de la lettre grecque *x*. Quant à la seconde partie, nous nous permettons de faire observer que la conjecture de M. CANTOR est appuyée sur un seul fait peu décisif, savoir que DESCARTES doit avoir eu connaissance du *compendium* des algébristes allemands; à notre avis, on ne peut guère dire que cette conjecture soit vraisemblable. D'autre part la conjecture récemment proposée par M. WERTHEIM (*Über den Ursprung der Bezeichnung der Unbekannten durch den Buchstaben x;* Zeitschr. für Mathem. **44,** 1889; Hist. Abth. 48), que le signe x de DESCARTES est une imitation d'un symbole à peu près semblable utilisé par CATALDI en 1610, nous semble aussi peu vraisemblable, et nous continuons de croire que DESCARTES a choisi à dessein comme signes de quantités inconnues les *dernières* lettres de l'alphabet.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. ENESTRÖM. Stockholm. 8°.
1899: **2.**

Bollettino di bibliografia e storia delle scienze matematiche pubblicato per cura di G. LORIA. Genova. 8°.
1899: 3. — [Analyse de l'année 1898:] Bullet. d. sc. mathém. **23,** 1899, 117—118. (J. TANNERY.)

Anaritii in decem libros priores Elementorum Euclidis commentarii. Ex interpretatione GHERARDI CREMONENSIS in codice Cracoviensi 569 servata edidit M. CURTZE. Leipzig, Teubner 1899.
8°, XXIX + (2) + 389 + (1) p. — [6 Mk.]

Boll, F., Beiträge zur Überlieferungsgeschichte der griechischen Astrologie und Astronomie.
München, Akad. d. Wissensch., Sitzungsber. (Philol. Cl.) 1899, 77—140.

Bonola, R., Bibliografia sui fondamenti della geometria in relazione alla geometria non-euclidea.
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1899, 81—88.

Borkowski, H., Schleiermacher als Mathematiker. · Ein Brief von ihm an F. F. A. zu Dohna-Schlobitten, 1791.
Arch. der Mathem. **16**$_2$, 1698, 337—346.

Brocard, H., Notes de bibliographie des courbes géométriques. Partie complémentaire. Bar-le-Duc 1899.
8°, (8) + 243 p. — Lithographiées. — [Analyse:] Mathesis 9_2, 1899, 164.

Curtze, M., Eine Studienreise. Rechenschaftsbericht über Forschungen zur Geschichte der Geometrie im Mittelalter.
Centralbl. für Bibliotheksw. **16**, 1899, 257—306.

Curtze, M., Nicolaus Coppernicus. Eine biographische Skizze. Berlin 1899.
8°, 84 p. + portrait. — [2 Mk.] — Sammlung populärer Schriften herausgegeben von der Gesellschaft Urania zu Berlin. No. 54.

Czuber, E., Die Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie und ihrer Anwendungen.
Deutsche Mathem.-Verein., Jahresber. **7**, 1899. VIII + 279 p.

Eneström, G., Remarque sur l'origine de la formule $i \log i = -\frac{1}{2}\pi$.
Biblioth. Mathem. 1899, 46.

Fontès, Le manuscrit de Jean de Londres.
Toulouse, Acad. d. sc., Bulletin **1**, 1898, 146—160.

Galdeano, Z. G. de, La moderna organizacion de la matemática. II. Teoría de los numeros.
El progreso matem. 1_2, 1899, 45—51, 77—87, 110—115.

°**Gerland, E.** und **Traumüller, F.**, Geschichte der physikalischen Experimentirkunst. Leipzig 1899.
8°, 16 + 442 p. — [14 Mk.]

Ghose, A. K., The lost books of Euclid.
Nature **56**, 1897, 224.

Gravelaar, N. L. W. A., John Napier's werken.
Amsterdam, Akad. van Wetensch., Verhandel. (Sect. 1) **6**, 1899. 159 + (1) p. + portrait + 3 pl.

Heronis Alexandrini Opera quæ supersunt omnia. I. Herons von Alexandria Druckwerke und Automatentheater. Griechisch und deutsch herausgegeben von W. Schmidt. — Supplementheft: Die Geschichte der Textüberlieferung. Griechisches Wortregister. Leipzig, Teubner 1899.
8°, LXX + (2) + 514 + 181 + (1) p. — [9 Mk.] — [Analyse:] Deutsche Litteraturz. **20**, 1899, 1147—1151. (J. L. Heiberg.)

Huygens, Chr., Oeuvres complètes publiées par la société hollandaise des sciences. Tome huitième. Correspondance 1676—1684. La Haye, Nijhoff 1899.
4°, (3) + 629 + (1) p. + portr.

Königsberger, L., The investigations of Hermann von Helmholtz on the fundamental principles of mathematics and mechanics.
Washington, Smithson. instit., Annual report 1896, 93—124. — Traduction de l'allemand; cf. Biblioth. Mathem. 1896, p. 29.

Kötter, E., Die Entwickelung der synthetischen Geometrie.
Deutsche Mathem.-Verein., Jahresber. **5**:2, 1898, 1—128.

Lampe, E., Sophus Lie †. Nachruf.
Naturwissensch. Rundschau **14**, 1899, 216—218.

°Lebon, E., Histoire abrégée de l'astronomie. Paris, Gauthier-Villars 1899.
8°, VII + 288 p.

Loria, G., La fusione della planimetria con la stereometria. Una pagina di storia contemporanea.
Periodico di matem. **15**, 1899, 1—7.

Mansion, P., Quelques documents récents sur les premières recherches de Lobatchefsky, J. Bolyai et Gauss en géométrie non euclidienne.
Bruxelles, Soc. scient., Annales **2**, 1898, A: 44—45.

Mansion, P., Über eine Stelle bei Gauss, welche sich auf nicht-euklidische Metrik bezieht.
Deutsche Mathem.-Verein., Jahresber. **7** (1898), 1899, 156—158.

M[ansion], P. et **N[euberg], J.**, Nécrologie. Félix Dauge (1829—1889).
Mathesis $\mathbf{9}_2$, 1899, 177—178.

Maupin, G., Opinions et curiosités touchant la mathématique, d'après les ouvrages français des XVI^e, XVII^e et XVIII^e siècles. Paris, Carré & Naud 1898.
8°, (8) + 199 p. — [Analyse:] Periodico di matem. **15**, 1899, 39. — Journ. de mathém. élém. **23**, 1899, 64.

Pascal, Bl., Traduzione del trattato »De numeris multiplicibus ex sola characterum numericorum additione cognoscendis«.
Supplem. al Periodico di matem. **2**, 1898, 1—4.

°Rosenberger, F., Die moderne Entwickelung der elektrischen Principien. Fünf Vorträge. Leipzig, Barth 1898.
8°, III + 170 p. — [3 Mk.] — [Analyse:] Liter. Centralbl. 1899, 1027. (HFFM.) — Naturwissensch. Rundschau **14**, 1899, 245. (A. OVERBECK.)

Schmidt, W., Heron von Alexandria.
[Neue Jahrbücher für das klassische Altertum 1899. 15 p. + 3 pl.

Steinschneider, M., Die Mathematik bei den Juden.
Biblioth. Mathem. 1899, 37—45.

Stäckel, P., Zur Bibliographie der Parallelentheorie.
Biblioth. Mathem. 1899, 47—48.

Vailati, G., La logique mathématique et sa nouvelle phase de développement dans les écrits de M. G. Peano.
Revue de métaphysique et de morale **6**, 1898, 86—102. — Mémoire en partie historique.

Vaux, C. de, Sur l'histoire de l'arithmétique arabe.
Biblioth. Mathem. 1899, 33—36.

Wertheim, G., Über die Ausziehung der Quadrat- und Kubikwurzeln bei Heron von Alexandria.
Zeitschr. für mathem. Unterr. **30**, 1899, 253—254.

White, H. S., Report on the theory of projective invariants: the chief contributions of a decade.
New York, Americ. mathem. soc., Bulletin 5_2, 1899, 161—175.

Wölffing, E., Bibliographische Bemerkungen zum vorstehenden Aufsatze [über Kegelschnitte, die einem Dreieck einbeschrieben sind].
Stuttgart, Mathem.-naturw. Verein, Mitteil. 1_2, 1899, 45—47.

Wölffing, E., Chr. Zeller †.
Stuttgart, Mathem.-naturw. Verein, Mitteil. 1_2, 1899, 52—53.

Zorawski, R., O dzialalnos'ci naukowej Sophusa Liego.
Wiadomos'ci matematyczne 3, 1899, 85—119. — Sur l'oeuvre scientifique de Sophus Lie.

Questions. 74 [sur le commencement de la lettre adressée par Leibniz à Oldenburg le 21 juin 1677]. — 75 [sur le premier usage des fractions décimales périodiques]. — 76 [sur une valeur du diamètre du soleil].
Biblioth. Mathem. 1899, 63—64. (G. Eneström.)

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik. Herausgegeben von E. Lampe. Band 28 (1897). Berlin, Reimer 1899.
8°. — Les pages 1—55 contiennent un compte rendu des ouvrages d'histoire des mathématiques parus en 1897.

Cantor, M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Zweiter Band. Erster Halbband. Von 1200—1550. Zweite Auflage. Leipzig, Teubner 1899. 8°.
Biblioth. Mathem. 1899, 49—57. (G. Eneström.) — Liter. Centralbl. 1899, 1028. (A. W—n.) — Mathesis 9_2, 1899, 197—198. (P. M.)

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1899, 58—62.

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

77. Dans le mémoire *Zur Geschichte der deutschen Algebra im 15. Jahrhundert* (Zwickau 1887), M. Wappler a publié (p. 11—30) un traité manuscrit d'algèbre de la fin du 15ᵉ siècle, qui est identique (cf. Biblioth. Mathem. 1899, p. 52) à un cours professé en 1486 par Johannes Widmann à l'université de Leipzig. Dans ce traité l'auteur parle (Wappler, l. c. p. 27) d'un »Apporisma conversum«, et il ajoute: »Hoc apporisma invenit *Ysak filius Salomonis* ut dicitur in *geometria*«. En rapportant ce passage dans ses *Vorlesungen über Geschichte der*

Mathematik (2ᵉ éd. T. II p. 247), M. CANTOR a fait observer que le procédé dont il s'agit concorde exactement avec une méthode exposée sous le nom de *regula sermonis* dans le *Liber augmenti et diminutionis . . . quem Abraham compilavit* publié par LIBRI dans l'*Histoire des sciences mathématiques en Italie* (T. I, p. 304—371). D'autre part, comme il n'y a aucun lieu de croire que ce dernier traité soit la source citée dans le cours de WIDMANN, il serait intéressant de savoir s'il existe quelque traité de géométrie composé avant la fin du 15ᵉ siècle et attribué à un auteur ISAK BEN SALOMO. M. CANTOR a appelé l'attention (l. c. p. 247) à deux auteurs portant ce nom, savoir ISAK BEN SALOMO ISRAËLI (mort vers 950) et ISAK BEN SALOMO BEN ZADIK IBN ALCHADIB (mort peu de temps après 1429), mais (cf. STEINSCHNEIDER, Biblioth. Mathem. 1895, p. 25) le premier n'a guère composé aucun écrit mathématique, et parmi les ouvrages du dernier mentionnés par M. STEINSCHNEIDER dans la Biblioth. Mathem. 1899, p. 3—7, 37—38, il n'y a aucun traité de géométrie.

Quel est l'auteur ISAK BEN SALOMO cité dans le cours de WIDMANN?

(G. Eneström.)

Zur Anfrage 74. Die von H. ENESTRÖM in London eingezogenen Erkundigungen über die Anfangsworte des Briefes vom 21. Juni 1677, durch welchen LEIBNIZ NEWTON's zweiten Brief beantwortete, lösen zwar die Schwierigkeit, den Wegfall des Wortes *hodie* zu erklären, noch nicht, werfen aber doch ein gewisses Licht darauf. In dem in Hannover aufbewahrten Concepte des Briefes steht bekanntlich *hodie*, in dem durch WALLIS 1699 veranstalteten ersten Abdrucke des Briefes fehlt das Wort. Ich habe in meinen *Vorles. über Gesch. der Mathem.* III, 276 drei Möglichkeiten angegeben: 1) LEIBNIZ kann das Wort in der Reinschrift des Briefes vergessen haben; 2) Es blieb beim Abdruck in WALLIS' Werken durch ein Versehen weg; 3) Es wurde dort mit Absicht weggelassen. Die dritte Möglichkeit wies ich als keiner Begründung fähig zurück, zwischen den beiden ersten Möglichkeiten liess ich die Wahl frei. Eine vierte Möglichkeit ist inzwischen, wenn ich nicht irre durch H. ZEUTHEN, hervorgehoben worden: 4) LEIBNIZ ist nicht an einem Tage mit seinem langen Briefe fertig geworden und hat deshalb in der Reinschrift das Wort *hodie* absichtlich weggelassen. Von den beiden im Archiv der Londoner »Royal Society» befindlichen Abschriften des Briefes enthält die eine das Wort *hodie* in durchgestrichenem Zustande. Dadurch ist eine Thatsache zweifellos festgestellt: die Reinschrift muss zu irgend einer Zeit ebenso ausgesehen haben. Es ist undenkbar, dass das im Concepte vorhandene Wort in die Copie der Reinschrift eingedrungen wäre, wenn es nicht in der Reinschrift selbst gestanden hätte. Jetzt ist also nur der Zeitpunkt des Durchstreichens fraglich. Wurde das Wort von LEIBNIZ durchstrichen, bevor er die Reinschrift abschickte, oder fand das Durchstreichen in London statt? Wer sich für die zweite dieser Möglichkeiten entschliesst und damit eine Fälschung perfidester Art annimmt, der wird wohl die Zeit dieser Fälschung vor 1699 d. h. vor den Abdruck des Briefes in den Werken von WALLIS verlegen. So ist wenigstens das dortige Fehlen des Wortes in unschuldiger Weise erklärt — ein durchstrichenes Wort druckt man nicht ab — und ebenso auch das Fehlen in jener anderen Abschrift im Archiv der Londoner »Royal Society», wenn diese überhaupt nach dem Originalbriefe und nicht nach dem Abdrucke bei WALLIS angefertigt ist. Die zwei Möglichkeiten, welche noch einer Entscheidung harren, sind also: 1) LEIBNIZ hat die Reinschrift seines Briefes genau nach dem Concepte gemacht und hat in der Reinschrift entweder sofort beim Niederschreiben oder später, jedenfalls vor dem Abschicken das zweite Anfangswort durchstrichen. 2) In England ist vor 1699 an dem Briefe durch Durchstreichen des Wortes eine Fälschung begangen worden.

(M. Cantor.)

Inhalt. — Table des matières.

Quatre numéros par an. Ce numéro est publié le 20 septembre 1899.

STOCKHOLM, TRYCKT I CENTRAL-TRYCKERIET, 1899.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK | JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON | PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1899. STOCKHOLM. N° 4.

NEUE FOLGE. 13. Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr. NOUVELLE SÉRIE. 13.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Prinz Louis-Ferdinandstr. 2. PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Die Mathematik bei den Juden.

Von MORITZ STEINSCHNEIDER in Berlin.

66. Wir schliessen hier das XIV. Jahrhundert mit kurzer Verzeichnung einiger unbedeutenden Autoren und Schriften ab.

SALOMO (genannt ASTRUC?) BEN ABRAHAM ABIGEDOR, geb. 1378 in der Provence, in Montpellier, übersetzte im Alter von 15 Jahren (1393), mit Hilfe seines als Übersetzer bekannten Vaters ABRAHAM, das astrologisch-medicinische Werk *De judiciis astronomiae*, oder *Capitula Astrologiae*, des berühmten Arztes ARNALDUS DE VILLANOVA unter dem Titel *Panim ba-Mischpat* (Deut. 1, 17 in anderer Bedeutung), wovon beinahe 10 mss. in meinen *Die hebr. Übersetz.* S. 783 aufgezählt sind.

Im J. 1399 übersetzte er die *Sphaera mundi* des JOHANNES DE SACROBOSCO (dessen Todesjahr unsicher ist, Biblioth. Mathem. 1899, S. 32, 50) unter dem Titel: *Mar'é ha-Ofannim* (»Zeiger der Kreise», Anspielung auf Ezech. 1, 16); das Buch wurde erst 1720 mit der astronomischen Geographie des ABRAHAM BAR CHIJJA gedruckt (Näheres in: *Die hebr. Übersetz.* S. 643).

Ms. Bodl. Reggio 14 enthält Noten, gezeichnet *Sch l m h*: daher vermutet der ehemalige Besitzer Os. SCHORR als Verfasser derselben unseren SALOMO, ohne triftigen Grund. NEUBAUER N. 2022 erwähnt diese und andere Noten des ms. gar nicht. Sollte die hebr. Chiffre bedeuten *schelo min ha-Sefer?* (nicht aus dem Buche selbst); s. meine *Vorles. üb. Kunde hebr. Hss.* (1897) S. 43. Hiernach wäre oben (§ 23 Jahrg. 1896 S. 10 n. 5) zu berichtigen.

Von einem anonymen ms., in Syracus 1396 verfasst, ist oben (S. 7 unter f.) unter ISAK ALCHADIB die Rede gewesen.

NEHEMIA BEN SAMUEL soll im J. 1399 in einem nicht näher angegebenen ms. des Vatican in 4° über astrologische Themata, Onomantie und Metoposcopia (so) geschrieben haben (WOLF, *Bibl. Hebr.* I p. 911 n. 1692, nach BARTOLOCCI). Im Index zu ASSEMANI's Catalog p. 495 ist der Namen nicht zu finden.

Dem XV. Jahrhundert gehört vielleicht noch MOSES CHANDALI (oder 'Handali) an, welcher einen hebräischen Commentar zur Übersetzung der Astronomie von AL-FERGANI verfasste, nur aus ms. München 246[14] bekannt, wo ein Anfangsgedicht des Commentars von ISAK ALCHADIB ergänzt ist (s. oben S. 7). Der Familiennamen, wahrscheinlich arabisch, weist auf den Südosten Europa's hin (s. die Zusammenstellung in Jew. Qu. Review X, 533 n. 212).

Welche Bewandtnis es mit dem Kalender neben dem Werke des BENJAMIN BEN ABRAHAM (oben § 24, 1897 S. 13) im Pariser ms. 406 des XIV. Jahrhunderts (Catal. p. 68 unten) habe, ist nicht bekannt.

Das XV. Jahrhundert.

Die meisten, in diesem Jahrhundert (mit Ausnahme des letzten, in die neue Zeit überführenden Jahrzehnts) verfassten Schriften, welche fast nirgends neue Systeme oder auch neue Literaturkreise einführen, nachdem in den letztverflossenen Jahrhunderten die bedeutendsten Leistungen der Muslimen und Christen durch Übersetzungen ins Hebräische den Juden aller Länder zugänglich gemacht worden, bieten, abgesehen von einigen hervorragenden Ausnahmen, eine geringere Bedeutung selbst für den Specialforscher; es empfiehlt sich nun eine gedrängte bibliographische Aufzeichnung um so mehr, als ich in meinem hohen Alter schon die Redaction meines (allerdings bis 1840 fortgeführten) Materials an der Grenze des Mittelalters als eine besondere Vergünstigung ansehen muss.[1]

Zu Anfang des Jahrhunderts blühte ein, wie es scheint, nicht unbedeutender Autor, dessen Schriften jedoch leider nur aus dürftigen Catalogsnotizen bekannt sind. ELIA KOHEN aus Montalto[2] verfasste im J. 1401 ein Werk über die »Gründe und Geheimnisse der Intercalation« *Taame ha-Ibbur we-Sodotaw*, ms. Paris 1047[3] f. 63—75;

2) *Iggeret ha-Isturlab*, Abhandlung über das Astrolab, in demselben ms. [4] f. 84—95.

Mit 1) identisch ist vielleicht die anfangs defecte Schrift *Kelilat Iofi* (vgl. Ezech. 28, 12) in 36 §§, ms. Vat. 379[2], mit Abbildungen des Astrolab. Meine Mitteilung in BENJACOB's *Thesaurus* p. 241 n. 254 ist incorrect abgedruckt.

Die im J. 1401 geschriebenen Kalendertabellen über 13 Cyklen (von 19 Jahren) in ms. Paris 605 (Catal. p. 69 unten) gehören vielleicht zu einem chronologischen Werke aus jener Zeit, wie die Tabellen über die Jahre 5162—5200 (1401—1439) in ms. Vat. 318[3] zu einem *Seder Ibbur* (Ordnung der Intercalation).

JAKOB CAPHANTON, wahrscheinlich in Castilien, schon 1406 Lehrer, 1439 nicht mehr am Leben; auf dem Gebiete der Medicin als Vermittler thätig, indem er aus dem arabischen Commentar des SALOMO IBN JAÎSCH (gest. 1345?) zum Kanon des AVICENNA einen hebräischen Auszug machte, verfasste eine Arithmetik in hebräischer Sprache, deren Titel *Bar Noten Ta'am le-Chacham*, auf eine talmudische Phrase anspielend, sich nicht gut übersetzen lässt; das Einzige ms., früher im Besitz des Rabbiners M. S. Ghirondi n. 18, seit 1871 im Brit. Mus., Or. 1053 (MARGOLIOUTH, *List*, p. 75), ist leider nur dem Titel nach bekannt, vielleicht ebenfalls nach arabischen Quellen bearbeitet? (Vgl. *Die hebr. Übersetz.* S. 687.)

1406 s. unten 1426.

Tabellen für die Jahre 1409—84 enthält ms. Paris 642 vor einer Abhandlung über das Kalenderwesen.

Tabellen für 1409—1532 enthält ms. Paris 673[2] nebst Reimen von ABRAHAM IBN ESRA über den Kalender, letztere wohl aus seinem Buche darüber, wie ich im Letterbode VII, 169 beim Abdruck aus einem anderen ms. vermutete.

67. Das Jahr 172 (1411/12) wird als Beispiel angeführt in einem chronologischen oder Kalender-Werk, Bestandteil eines Miscellenms., wovon der Buchhändler Schönblum 1867 ein defectes Exemplar besass (f. 8[b] ist hebräisch 96 gezählt), jedenfalls teilweise identisch mit dem Turiner ms. Valp. Cal. 210, in B. PEYRON's Catalog n. 217, s. p. 233 unter fol. 53 und dazu Hebr. Bibliogr. XX, 129 Anm. 7.

Ein anonymes, »sehr zerrissenes und vermodertes», defectes ms. einer Abhandlung über Chronologie, worin auch auf die christliche Rücksicht genommen wird, besass die Karaitische Familie »Pascha» jedenfalls bis 1485; es gehörte zuletzt zur 1. Sammlung Firkowitsch, n. 369, jetzt in St. Petersburg. Die Notiz bei GURLAND *(Kurze Beschreib. der mathemat. . . . hebr. Handschr.* 1866 S. 23) ist mehrfach ungenau. Im handschr.

Verzeichn. von Firkowitsch wird ausdrücklich das Verfassungsdatum 1413 angegeben; GURLAND hat das übersehen!

Im J. 1415 ist ein anonymer Commentar zu den »Sechsflügeln» des IMMANUEL B. JAKOB (s. § 53, Biblioth. Mathem. 1898 S. 80) verfasst, welcher sehr verbreitet ist. Im Catalog der Hamburger Handschriften (S. 120 zu N. 290) habe ich zur genaueren Beschreibung dieses Commentars, wodurch er von mehreren anderen unterschieden wird, nicht weniger als 8 mss. verzeichnet; dazu kommt ms. Carmoly 217, im Catalog falsch mit dem Datum 1411, und Bodl. Mich. 573, welches NEUBAUER unter 1776^{2b} nicht erkannte, weil er unter 2004 (s. die Add. p. 1160), 2048, 2058, 2263 das Datum nicht angegeben hatte. Ein Fragment, worin das Datum vorkommt, in ms. Petersburg, Firkowitsch 366, hat GURLAND *(Kurze Beschreibung* etc. S. 22 n. 20) demungeachtet mit einem anderen, jedenfalls jüngeren Fragment identificirt, worin MORDECHAI COMTINO citirt wird; s. meine Berichtigung zu ms. Fischl 16.

JEHUDA IBN JACHJA (oder Ja'hja) gen. »Negro», BEN DAVID, erkannte aus astrologischen Gründen Ceuta als das Ziel der Unternehmung des Königs JOAO von Portugal (1415).[2]

Im J. 1418 compilirte oder redigirte ein Anonymus, wahrscheinlich in Italien, eine gründliche (»very elaborate») Abhandlung *Seder Sod ha-Ibbur* (Anordnung des Geheimnisses der Intercalation), wovon vielleicht die 14 Pforten des BENJAMIN BEN ABRAHAM (oben § 34, Jahrg. 1897 S. 15) und Einiges über den christlichen Kalender, worin ein italienischer Memorialvers, fremde Bestandteile bildeten. Die Abhandlung ist wiederum ein Bestandteil einer ritualen Compilation, ms. Bodl. 1058, XI in NEUBAUER's Catal. p. 252.

68. JOSEF BEN JEFET HA-LEVI verfasste, wahrscheinlich in Jemen, einen arabischen Commentar über kurze astronomische Tabellen betitelt *Or Jisrael* (Licht Israels), die er vielleicht selbst verfasst hat. Nach einer Notiz über ms. Brit. Mus. 4104 wäre die Schrift 1420 verfasst; das defecte ms. Berlin 230^{3} *(Verzeichn.,* 2. Abth. S. 81) erwähnt in der 12. »Pforte» das J. 1448, was aber ein Zukunftsjahr sein kann. Ich habe vielleicht früher JOSEF in das J. 1390 versetzt, weil ich ihn in Verbindung brachte mit dem im Berliner ms. vorangehenden arabischen astronomischen Werke (auf Tabellen sich beziehend), verfasst in Jemen Ende 1389, welches also oben S. 41 nachzutragen ist.

Um 1420 verfasste der Sicilianer aus Catanea AHRON IBN AL-RABBI einen freimütigen, wenn auch nicht geradezu heterodoxen Supercommentar zum Commentar des SALOMO ISAKI (gest. 1105), woraus im XVI. Jahrhundert nur ein Auszug gedruckt und sehr selten ist. Auf einem vollständigen Ms. beruhen die wertvollen Mitteilungen des Dr. Perles in der Revue des études juives, t. XXI, 249 ff., woraus wir ersehen (p. 268), dass er in der Astrologie von seinem Vater unterrichtet wurde. Aus demselben J. 1420 stammt eine Kalendertabelle in ms. München 327[3].

69. Im Jahre 1421 ist, nach meiner Notiz, geschrieben, oder spätestens verfasst, die Abhandlung über das Astrolab in dem Bodleian. ms. Oppenh. 1666 Qu., wofür Neubauer (N. 2079[3]) das J. 1428 angiebt; ich bin jetzt nicht in der Lage zu entscheiden, wer von uns beiden richtig gelesen hat. In dieser Abhandlung habe ich eine der beiden hebräischen anonymen Bearbeitungen der, unter dem Namen des Hermannus Contractus von Pez edirten Abhandlungen über das Astrolab entdeckt, die auch in ms. Bodl. Oppenh. 1673 Qu. sich findet, während ich ein Fragment einer anderen, vielleicht nicht weiter ausgeführten Bearbeitung in ms. Bodl. Opp. 1166 Qu. (Neubauer 1269[7]) fand; worüber ausführlich in: *Die hebr. Übersetz.* S. 635 ff.

Am 1. Kislew 5182 (26. October 1421) beendete der Copist Abraham Alatrino ben Menachem eine defecte Arithmetik, welche die Genossenschaft »Talmud Thora» in Rom besitzt; vor wenigen Jahren fand ich die Identität mit dem Werke *Ir Sichon* (Stadt Sichon's, Anspielung auf Numeri 21, 28, wo *Cheschbon* auch »Rechnung» bedeutet) von Josef ben Moses Zarfati, bestehend aus Vorrede und 11 Kapiteln (s. Monatsschrift Bd. 40 S. 376, wo lies: »Abraham ben Menachem»); die mss. Vatican 397[2] und München 68[6] sind undatirt, so dass erst durch das ms. in Rom eine Zeitbegrenzung nach unten gewonnen ist. Im Eingang des 4. Kap. über Wurzelausziehung bemerkt der Verf., dass die Zahl 1, weil sie ihrem Quadrate gleich sei, eine wurzelhafte (*nigdar* oder *nischrasch*) heisse. Die letzte der Aufgaben in Kap. 11 betrifft einen Wechsler, der jeden Tag durch Gewinn sein Geld verdoppelt, 100 Denare täglich Steuer zahlen, muss und am 5. Tage nach Abtragung der Steuer nichts übrig behielt. Die Lösung geht rückwärts, am 4. Tage muss er nach Abgabe der Steuer (100 D.) noch 50 übrig behalten haben u. s. w.

Ms. Paris 1311 enthält hebräische Tabellen für die Jahre 5183—5280 (1423—1520).

1425 ist angeblich datirt eine Schrift des Mordechai Comtino, dessen vielseitige Leistungen zum Jahre 1462 zusammengestellt werden sollen.

Eine anonyme chronologische Abhandlung *(Seder Ibbur)* in der Bodleiana datirt nach Catalog Michael 544 vom J. 5166 (1406); allein NEUBAUER (n. 2284) giebt dass J. 1426 an. — Die Berechnung des 13-jährigen Cyclus nach NACHSCHON (§ 14 S. 101) in demselben ms. ist für die Jahre 1180 ff. berechnet, also mit obiger Abhandlung nicht zusammenhängend.

[Das Jahr 1428 für JOSEF B. SCHEMTOB in Catal. Paris 1098 ist ein Irrtum, s. unten zum J. 1489.]

70. Im J. 1431 schrieb BENJAMIN BEN MATTATJA in Siena, wie es scheint, seine eigene Anleitung zum Gebrauch der »Sechsflügel» des IMMANUEL B. JAKOB und eine Note zu einem anonymen Commentar über dasselbe Buch, ms. Almanzi 263 (Hebr. Bibliogr. VI, 1863 S. 21); dieses ms. ist jetzt im British Museum, Add. 27, 153; im kurzen Verzeichnis von MARGOLIOUTH *(List,* p. 83) ist BENJAMIN gar nicht erwähnt.

Im J. 1433/4 sind verfasst anonyme Erklärungen zu dem so eben genannten Werke des IMMANUEL BEN JAKOB in ms. Benzian 3 B, dessen jetziger Besitzer mir unbekannt ist.

Im J. 1434 verfasste der Arzt SAMUEL BEN MOSES, von der Secte der Karaïten, in Kairo ein sogenanntes »Buch der Gebote» in arabischer Sprache, betitelt *al-Murschid* (der Leiter), dessen 3. Kapitel der Berechnung des Mondlaufes u. s. w. gewidmet ist. Ein ziemlich vollständiges ms. in hebr. Schrift vom J. 1435 besitzt die K. Bibliothek in Berlin *(Verzeichn.* n. 201, II, S. 51), ein anderes vollständiges und ein Fragment, K. 6—8, das Brit. Mus. n. 2405/6 und Or. 63. Eine hebr. Übersetzung des ganzen Werkes besorgte SAMUEL BEN SALOMO KOHEN in Damaskus 1722; die Nummer des betreffenden Petersburger ms. ist nicht bekannt. Das 3. Kapitel *(Injan Kiddusch ha-Chodesch,* Consecration des Mondes) übersetzte SAMUEL BEN ABRAHAM HA-LEVI in Jerusalem 1757, ms. zu Ende defect, Pinsker 2ᵇ. — Genaueres in: *Die hebr. Übersetz.* S. 947.

Ich setze hieher, als *terminus a quo,* unter 1437, den Catalog der Fixsterne, mit Angabe ihrer Länge und Breite, welcher in dem hebräischen ms. Paris 903⁴ dem Nürnberger Arzt, Magister SCHINDEL beigelegt wird. Ich habe (*Die hebr. Übersetz.* S. XXX zu S. 636) diesen Autor ohne Weiteres mit JOHANN VON GMUND identificirt, auf welchen ich bei Gelegenheit der Übersetzung seiner Abhandlung über ein von ihm erfundenes astronomisches Instrument (unter dem Jahre 1466) zurückkomme. Das lateinische Original unserer Tafeln ist ohne Zweifel die *Tabula stellarum fixarum* etc. in ms. Wien 5412², angeführt von Herrn M. CURTZE in seinem Artikelchen über JOHANN VON GMUND (Biblioth.

Mathem. 1896 S. 4). Wir gewinnen also hier aus der hebr. Übersetzung das Datum der Abfassung des Originals; ein Gleiches, nebst Beweis für das Vaterland JOHANN's, wird sich aus der anderen Schrift ergeben (unter J. 1466).

Anonyme Aphorismen über Kalenderberechnung, nebst Tabellen über die Jahre 1438—1676, enthält das hebr. ms. Hamburg 201[9].

Um 1349 redigirte und modificirte der vornehme (»Nasi», Fürst, Vorsteher u. dergl.) ASTRUC SAMIEL = SAMUEL BEN SIMON *da Schola* (hebr. *K n s i,* wohl auszusprechen: KENESI, nicht: »Kansi») die astronomischen und chronologischen Tabellen, welche »Sen-Bonet Goron», d. i. DAVID BEN JOMTOB (§ 53, S. 38) ausgearbeitet hatte, für die Jahre 1419—1592; ms. München 343[27]. Es frägt sich, in welchem Verhältnis zu diesen Tabellen die »Erklärung» (Note) desselben SAMUEL zu denselben Tabellen des »Sen-Bonet» (so lies) in ms. Paris 1047[10] (f. 166—8) steht, da der Catalog über ihren Inhalt gar Nichts mitteilt.

Das erwähnte ms. München 343 enthält unter [15] (f. 170) eine Angabe des Ortes der 28 »Mondstationen» für das J. 1460, verfasst von unserem SAMUEL, mitgeteilt von einem anonymen Schüler desselben, ob bei Lebzeiten des Lehrers? die zum Namen gefügte Eulogie ist undeutlich.

Derselbe SAMUEL redigirte auch eine compendiöse Fassung des 2. und 5. »Flügels» der 6 von IMMANUEL BEN JAKOB verfassten, welche schon längere Zeit ausser Gebrauch gekommen waren, und setzte die gekürzten 2 Flügel zwischen die 4 unveränderten; wann ? ist aus dem unicum, ms. München 343[9], nicht zu ersehen.

71. Im J. 1430 ist copirt in ms. Paris 1034 die hebräische Übersetzung der grossen Einleitung des Arabers ABU MA'ASCHAR aus einer lateinischen Übersetzung (nicht der des JOHANNES HISPALENSIS?), bearbeitet von JAKOB BEN ELIA, dessen Zeit unbekannt ist, weil seine Identität mit dem gleichnamigen Polemiker des XIII. Jahrhund. unsicher ist; daher dient die Abschrift [des JAKOB BEN ABRAHAM KOHEN etc. in Lecci] als *terminus ad quem.* Ein Fragment des VI. Tractats in ms. München 36[19] weicht von der lateinischen Übersetzung des JO. HISPALENSIS ab; Excerpte in Ms. Parma, DE ROSSI 1181, angeblich aus dem XIII.—XIV. Jahrh., sind ganz unsicher. (*Die hebr. Übersetz.* S. 571 und *Über den Polemiker* S. 949.)

JAKOB BEN ELIA übersetzte auch das *Centiloquium* des PTOLEMAEUS mit dem Commentar des »ALI» [richtiger AHMED BEN JUSUF] aus dem Lateinischen, u. d. T. *Mea Schearim*

(»Hundert Pforten», vgl. Genes. 26, 12), ms. Paris. 1065[3] und ms. Parma, De Rossi 1171 angeblich XIV. Jahrh.; *Die hebr. Übersetz.* S. 530.

Im J. 1440 verfasste der achtzigjährige Rabbiner und Arzt in Algier Simon Duran eine Abhandlung *Tif'eret Jisrael* (Ruhm Israel's) über Novilunium, mit 3 anderen Schriften des Verf. gedruckt Livorno 1744, fol. (Catal. Bodl. p. 2607 n. 6).

In einem seiner Gutachten (I, 106) äussert er sich ablehnend über die astrologische Bedeutung der »Mondstationen», deren »die jüdische Lehre nicht bedürfe», welche der astronomischen Chronologie eine grosse Wichtigkeit beilege. In einem anderen Gutachten (I, 103) über »wahren und mittleren Neumond» werden Moses Nadjdjar (verstorben, ist der Dichter ben Jehuda? Hebr. Bibliogr. XVI, 136 zu S. 68, Jew. Quart. Rev. 1899 p. 306 n. 409) und Abraham ben Natan, Lehrer des Samuel 'Hakim, über den Gegenstand, so wie die Tafeln des Verwandten Levi ben Gerson (§ 43 S. 104), im Besitze des Verf., erwähnt.

[1] Eine kurze Bibliographie der Jahre 1501—50 habe ich kürzlich in den Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik 9, 1899, S. 473—483 publiciert.

[2] Montalto (fehlt im Pariser Catalog), zwischen Ascoli und Fermo, kommt erst später als Familiennamen vor; vgl. Hebr. Bibliogr. X, 104 A. 1, *Cataloghi dei Codici orientali* ecc. V, 570; wonach M. Mortara, *Indice* ecc. p. 42 zu berichtigen und ergänzen ist.

[3] M. Kayserling, *Gesch. d. Juden in Portugal* (II) 43, dazu noch Landshuth, *Onomasticon* p. XXX, Zunz, *Literaturgesch.* 514, 652; bei Carmoly, *Dibre ha-Jamim* p. 13 lies »Schalschelet f. 63».

Remarque sur l'époque où le mot »plus» a été introduit comme terme d'addition.

Par G. Eneström à Stockholm.

Dans notre article *Om uppkomsten af tecknen + och — samt de matematiska termerna »plus» och »minus»* (Öfversigt af [svenska] vetenskapsakad. förhandl. **51**, 1894, 243—256), nous avons fait observer que le mot »minus» a été utilisé comme terme de soustraction déjà par Leonardo Pisano, tandis que, abstraction faite d'un traité italien dont nous parlerons ci-après, le mot »plus» n'a été employé comme terme *ordinaire* d'addition[1] que vers la fin du 15e siècle, en particulier par Chuquet et Paciuolo.

Peu de temps après la publication de la note citée, M. Curtze faisait paraître dans le cahier 7 (1895) des Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik un mémoire intitulé: *Ein Beitrag zur Geschichte der Algebra in Deutschland im fünfzehnten Jahrhundert*, où il reproduisit un traité *Regule delacose secundum 6 capitula* rédigé en allemand vers 1460, et en parlant de la terminologie de l'auteur de ce traité, il dit (p. 33): »+ heisst ihm *mer*, — *mynder*, an einigen Stellen auch mit *minus* untermischt.» Par ce passage on serait porté à croire que la traduction allemande »mer» du mot »plus» a été en usage comme terme ordinaire d'addition déjà vers le milieu du 15e siècle, mais après avoir examiné avec attention non seulement le traité même (l. c. p. 50—58) mais aussi ses deux appendices (l. c. p. 70—73), nous avons trouvé que l'auteur y emploie régulièrement le mot »vnd» (et) comme terme d'addition.[2] Parfois il place le mot »mer» *après* le nombre ou la quantité à ajouter, mais en ces cas »mer» doit sans doute être traduit par »encore», et nous avons déjà fait observer (voir Eneström, l. c. p. 253) que Leonardo Pisano s'est servi aussi du mot »plus» dans le sens de »encore». Par exception on trouve trois fois (p. 57 l. 2 et 3, p. 72 l. 9) le mot »mer» placé *entre* les deux quantités à ajouter, mais d'une part il n'est pas tout à fait invraisemblable qu'il y ait là une lecture fautive[3] au lieu de »vnd», d'autre part on sait (voir Eneström l. c. p. 253) que Leonardo Pisano emploie parfois le mot »plus» comme équivalent à »plus grand que», et il est possible que l'auteur du traité *Regula delacose* l'ait imité dans les passages cités. Nous nous permettons d'ajouter, que dans les traités d'algèbre en latin écrits aussi vers 1460 et reproduits par M. Curtze dans le mémoire cité, le terme ordinaire d'addition est toujours »et», et le mot »plus» n'y est employé que pour désigner la correction positive dans les exemples de la *regula falsi.* Du même, il nous a été impossible de découvrir, dans les traités d'algèbre du 15[e] siècle dont M. Wappler a publié en 1887 des extraits,[4] aucun passage où »plus» ou »mer» se trouve comme terme d'addition.

Les seuls indices que le mot »plus» (ou plutôt sa forme italienne »più») ait été en usage comme terme ordinaire d'addition avant la fin du 15[e] siècle, se trouveraient donc dans le traité d'algèbre dont Libri a publié des extraits dans son *Histoire des mathématiques en Italie* tome III, p. 302—349; dans la note à la page 302 il indique expressément que les passages reproduits par lui sont tirés d'un manuscrit du 14[e] siècle, qui semble avoir été écrit en Toscane, et cette indication a été répétée par d'autres auteurs.[5] Mais dans la note à la page 213 du tome II de l'ouvrage cité, Libri parle du même manuscrit en ces termes: »manuscrit d'algèbre, anonyme, que je possède, et qui très probablement a été écrit à Florence au quatorzième siècle», et il est donc permis de se douter que la date du manuscrit a été fixée assez arbitrairement. D'autre part, à en juger d'après le contenu, on serait porté à croire que le traité a été composé par quelque mathématicien contemporain de Luca Paciuolo, c. à. d. vers la fin du 15[e] siècle, et si cette conjecture peut être justifiée, il s'ensuivra que les indices de l'usage à une époque antérieure du mot »plus» comme terme ordinaire d'addition ont été détruits.

[1] Dans l'Intermédiaire des mathématiciens 1, 1894, p. 120, j'ai établi que Leonardo Pisano, dans son exposition de la *regula falsi,* s'est servi du mot »plus» pour désigner une correction positive.

[2] Parfois le mot »vnd» est omis; voir p. ex. l. c. p. 73, l. 15, 19, 20, 21, 22.

[3] Une telle lecture fautive (ou bien une faute d'impression) se trouve évidemment à la page 56, l. 16; sans quoi »vider» serait aussi un terme d'addition.

[4] Wappler, *Zur Geschichte den Algebra im 15. Jahrhundert.* Zwickau 1887.

[5] Voir p. ex. Cantor, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* II:1 (2. Aufl.), p. 157.

Bemerkungen zu Lamberts Theorie der Parallellinien.

Von PAUL STÄCKEL in Kiel.

Als ich im Jahre 1895 in Gemeinschaft mit F. ENGEL LAMBERTS *Theorie der Parallellinien* neu herausgab,[1] stellte ich Nachforschungen nach dem seit Anfang dieses Jahrhunderts verschollenen Nachlass LAMBERTS[2] an, denn ich vermutete, dass darin, besonders in dem »Monatsbuch», weitere Aufschlüsse über LAMBERTS Untersuchungen enthalten sein möchten. Es gelang mir indessen damals eben so wenig wie RUDOLF WOLF, der vor etwa 50 Jahren durch Correspondenz und Reisen in derselben Richtung thätig gewesen war,[3] etwas über den Verbleib dieser wichtigen Papiere zu ermitteln.[4] Erst im Juni dieses Jahres bin ich weiter gekommen, und es hat sich dabei die merkwürdige Thatsache ergeben, dass WOLF bereits auf dem richtigen Wege gewesen war, aber kurz vor dem Ziele Halt gemacht hatte. Als er sich nämlich bemühte, den Briefwechsel DANIEL BERNOULLIS aufzufinden, zeigte sich, dass die Herzogliche Bibliothek zu Gotha eine Anzahl solcher Briefe besitzt, und zwar stammen sie aus einer umfangreichen Sammlung von Manuscripten, die Herzog ERNST der Zweite in den Jahren 1793 und 1799 von JOHANN III BERNOULLI in Berlin (1744—1807) käuflich erworben hatte.[5] Bedenkt man nun, dass JOHANN BERNOULLI eine grosse Anzahl von Abhandlungen und Briefen aus LAMBERTS Nachlass herausgegeben hat, so lag die Annahme nahe, jene Sammlung enthalte auch Lambertiana, und in der That hat sich jetzt herausgestellt, dass zu ihr ein beträchtlicher Teil von LAMBERTS Nachlass gehört.[6] Allerdings nur ein Teil, es fehlen zum Beispiel die Manuscripte der von BERNOULLI abgedruckten Abhandlungen, und der Briefwechsel zeigt erhebliche Lücken, was um so mehr zu bedauern ist, als BERNOULLI nur den »deutschen Briefwechsel» (5 Bände, Berlin 1781—1787) veröffentlicht hat.

Indem ich mir vorbehalte an andrer Stelle auf die Bedeutung einzugehen, welche die Gothaer Manuscripte für LAMBERTS Biographie wie für die Geschichte der Mathematik im achtzehnten Jahrhundert besitzen, will ich hier einige Stellen mitteilen, die für die *Theorie der Parallellinien* von Wichtigkeit sind.

In erster Linie kommt hierbei das »Monatsbuch» in Betracht, in dem, wie BERNOULLI sich ausdrückt, »LAMBERT von

1752 an, bis an sein Ende, von Monat zu Monat, kurz aufzuzeichnen pflegte, mit welchen gelehrten Arbeiten und Untersuchungen er sich den ganzen Monat beschäftigt hatte».[7]

Das Monatsbuch bestätigt zunächst die Angabe Bernoullis, der die *Theorie der Parallellinien* im Jahre 1786 abgedruckt hat, dass Lambert diese Abhandlung in September 1766 aufgesetzt habe, denn es enthält unter diesem Datum die Notiz: »Theorie der Parallellinien». Aber auch kein Wort mehr. Dafür verdienen einige andere Stellen des Monatsbuches angeführt zu werden. In § 82 der *Theorie der Parallellinien* hatte Lambert die für die damalige Zeit ausserordentlich kühne Vermutung ausgesprochen, seine dritte Hypothese, bei der die Summe der Winkel des Dreiecks kleiner als zwei Rechte angenommen wird, »komme bey einer imaginären Kugelfläche vor». Ob Lambert bloss in genialer Intuition die Wahrheit entdeckt oder ob er sich solcher Thatsachen bewusst geworden ist, die seine Vermutung begründen konnten, ob er zum Beispiel erkannt hat, dass die Formeln der sphärischen Trigonometrie einen reellen Sinn behalten, wenn man darin den Radius rein imaginär setzt, und daher die Beziehungen zwischen den Winkeln und Seiten von Dreiecken geben, in denen die dritte Hypothese verwirklicht ist, ob er also bereits den transcendenten Eingang zu der nichteuklidischen Trigonometrie gefunden hat, den Taurinus im Jahre 1826 wiederfand:[8] das lässt sich leider nicht mit Sicherheit feststellen. »Merkwürdig ist jedenfalls der Umstand», so äusserte ich mich 1895, »dass gerade er sich mit den Werten der trigonometrischen Functionen für rein imaginäres Argument eingehend beschäftigt hat, und zwar zu einer Zeit, die der Abfassung seiner *Theorie der Parallellinien* unmittelbar folgt»,[9] nämlich in seiner Abhandlung: *Sur quelques propriétés remarquables des quantités transcendantes circulaires et logarithmiques*, die er im September 1767 der Berliner Akademie vorlegte; beachtenswert ist auch der Umstand, dass er in den *Observations trigonométriques*, die nach dem Monatsbuche aus dem April 1769 stammen, die Formeln, die für jene Funktionen gelten, als »Trigonométrie hyperbolique» bezeichnet.

Das Monatsbuch zeigt nun, dass Lambert seine Untersuchungen über »die Quadratur des Circuls» unmittelbar nach der Fertigstellung der *Theorie der Parallellinien*, nämlich im Oktober 1766 begonnen hat, und unter Juli 1767 werden ausdrücklich »De comparatione circuli et hyperbolae meditata» angeführt. Wichtiger ist jedoch eine Eintragung aus dem Juni 1761, aus der man schliessen darf, dass Lambert bereits vor der Abfassung seiner *Theorie der Parallellinien* trigonometrische Functionen mit imaginärem Argument betrachtet hat. Sie lautet:

»De methodo arcus imaginarios ad logarithmos veros et vicissim log. imaginarios ad arcus veros reducendi eaque universali et ad omnes casus extendenda cogitavi, quatenus mutatione signorum id fieri potest, ne bis instituenda sit differentialium integratio.»

Eine weitere Quelle von Aufschlüssen bilden die Recensionen mathematischer Schriften, die Lambert für die Allgemeine deutsche Bibliothek geliefert hat; sie sind anonym erschienen, uns aber dadurch erhalten, dass Lambert die Entwürfe aufbewahrt hat.

In § 21 der Parallelentheorie giebt Lambert einen Beweisversuch für das Parallelenaxiom. Schon Hindenburg hat sich dahin ausgesprochen, dass dessen Schwäche Lambert nicht entgangen sei; dieser Umstand, setzt er hinzu, werde den scharfsinnigen Mann bewogen haben, die Bekanntmachung seiner Theorie aufzuschieben.[10] Diese Vermutung wird bestätigt durch eine Äusserung in der Besprechung der Übersetzung der 6 ersten Bücher der Elemente Euklids, die Lorenz (anonym) im Jahre 1773 herausgegeben hat. Segner hatte dazu eine Vorrede geschrieben, und zu dieser bemerkt Lambert:

»Den übrigen Raum der Vorrede wendet H. v. S. dazu an, dass er die den 11ten Euklidischen Grundsatz betreffende Schwierigkeit untersucht, und angiebt, wie man sich die Vorstellung desselben erleichtern könne, welche freylich besser von statten geht, wenn man sich die 16 oder 28 ersten Lehrsätze bekannt macht. Nach diesen sollte auch eigentlich bemeldter Grundsatz folgen.»

Erwähnung verdient endlich auch als Ergänzung zu § 82 der *Theorie der Parallellinien* die Besprechung des Schriftchens K. Schaefers: *Briefe über einen Entwurf der sphärischen Geometrie* (Wien 1775), in der es unter anderm heisst:

»In der sphärischen Trigonometrie nimmt man gewöhnlich von den Eigenschaften der Kugel nur so viel mit als zur Berechnung der sphärischen Dreyecke nöthig ist. Es bleiben daher mehrere Lehrsätze und Aufgaben zurück, die so hier wie für ebene Flächen stattfinden, entweder von Wort zu Wort oder mit geringen Veränderungen auch bey der Kugelfläche anwendbar sind.... An sich betrachtet lässt es sich in Ansehung aller Lehrsätze der Plangeometrie versuchen, wiefern sie auf Kugelflächen stattfinden, oder geändert werden. Man sieht dabey überhaupt so viel voraus, dass da die grössten Circul nicht parallel seyn können, das was in der Plangeometrie von Parallellinien abhängt, auf der Kugelfläche eine andere Gestalt bekömmt oder vollends wegfällt. Der Erfolg müsst sodann lehren, welche Vortheile man sich von solchen Untersuchungen würde zu versprechen haben.»

[1] Siehe den Abschnitt IV des Werkes: *Die Theorie der Parallellinien von Euklid bis auf Gauss, eine Urkundensammlung zur Vorgeschichte der nichteuklidischen Geometrie, in Gemeinschaft mit* F. ENGEL *herausgegeben von* P. STÄCKEL (Leipzig 1895), das ich im Folgenden *P. Th.* bezeichnen werde.

[2] Vergl. DANIEL HUBER, *J. H. Lambert nach seinem Leben und Wirken dargestellt* (Basel 1829), S. 10.

[3] R. WOLF, *Biographien zur Kulturgeschichte der Schweiz.* Dritter Cyklus, S. 352. — Vergl. R. WOLF, *Matériaux divers pour l'histoire des mathématiques.* III. *Correspondance littéraire des Bernoulli.* Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. **2**, 1869, 318—328.

[4] *P. Th.*, S. 148—150.

[5] R. WOLF, *Biographien* etc., S. 195—196.

[6] Herrn Dr. AD. SCHMIDT in Gotha, der mich bei meinen Nachforschungen freundlichst unterstützte, möchte ich auch an dieser Stelle meinen besten Dank dafür aussprechen.

[7] J. BERNOULLI, *Nachricht an die Gelehrten von Johann Heinrich Lamberts hinterlassenen Schriften.* Leipziger Magazin zur Naturkunde, Mathematik und Oekonomie, herausgegeben von C. B. FUNK, N. G. LESKE und C. F. HINDENBURG **1**, 1781, S. 290.

[8] *P. Th.* S. 246—252, sowie meine Abhandlung: *F. A. Taurinus* in den Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik **9** (Leipzig 1899), S. 401—427.

[9] *P. Th.*, S. 146—147.

[10] HINDENBURG, Leipziger Magazin für reine und angewandte Mathematik **1**, 1786, S. 366.

RECENSIONEN. — ANALYSES.

G. Maupin. Opinions et curiosités touchant la mathématique, d'après les ouvrages français des XVI^e, XVII^e et XVIII^e siècles. Paris, Carré & Naud 1898. In-8°, (8) + 199 p.

D'après le titre ce livre devrait être à même d'intéresser vivement ceux qui s'occupent de l'étude de l'histoire des mathématiques, mais en l'examinant de plus près, on voit qu'il est écrit presque exclusivement pour des lecteurs qui ne sont ni mathématiciens, ni historiens, et quelques-uns des renseignements y annexés par M. Maupin nous en avertissent assez nettement. Ainsi p. ex. on trouve à la page 26 le passage suivant: »Un certain Nicole (non l'ami d'Arnaud, mais un mathématicien disciple de Montmort)... Ce Nicole vivait de 1683 à 1758«; on sait que le mathématicien dont il s'agit ici, est mentionné dans presque tous les traités de l'histoire des mathématiques (voir p. ex. Cantor, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* **3**, p. 322, 370—372, 608, 657, 750—751, 753, 771, 798, 808) tandis que l'ami d'Arnaud n'est cité que très rarement dans la littérature historico-mathématique.

Le livre de M. Maupin contient un grand nombre d'extraits divisé en 27 chapitres, dont plusieurs se rapportent à la quadrature du cercle; d'autres sujets y traités sont: l'enseignement des mathématiques, preuve de l'existence de Dieu tirée de la considération des espaces asymptotiques, essence divine du point géométrique, jeu de Joseph, l'esprit de géométrie, merveilles des mathématiques, orgueil des géomètres, avantages de la géométrie pour l'éducation, les mathématiques modérant les passions, les mathématiques et le salut de l'âme, du plaisir spirituel que donne l'étude de la géométrie. Du reste, une assez grande partie des extraits porte sur des sujets parfaitement étrangers aux mathématiques, p. ex. histoires de sorciers (p. 48—49) et la contrefaçon des livres de Paris en 1706 (p. 99—103); le chapitre 36 est relatif à l'état des mathématiques avant le 16^e siècle et à l'université de Paris.

Nous serions bien aise si le livre de M. Maupin fut apprécié par les personnes auxquelles il s'adresse en premier lieu; de cette manière il pourrait contribuer à inspirer au public le goût de l'étude de l'histoire des mathématiques.

Stockholm. G. Eneström.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik. Leipzig, Teubner. 8°.

9 (1899). VIII + 657 p. + portrait. — Herrn Moritz Cantor bei der 70. Wiederkehr des Tages seiner Geburt am 23. August 1899 dargebracht von seinen Freunden und Verehrern. Im Auftrage herausgegeben von M. CURTZE und S. GÜNTHER. — [20 Mk.]

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. ENESTRÖM. Stockholm. 8°.

1899: 3.

Физико-математическія науки въ ходѣ ихъ развитія. Журналъ издаваемый В. В. Бобынинымъ. Москва. 8°.

1_2:1 — Les sciences mathématiques et physiques dans la marche de leur développement. Journal publié par V. V. BOBYNIN.

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. CANTOR. Leipzig. 8°.

44 (1899): 4.

Archimede, Il »De arenae numero«. Versione di A. MANCINI.
Il Pitagora (Palermo) **5**:1, 1899, 31—32, 66—68, 78—80; **5**:2, 1899, 9, 38—42.

Bertrand, J., Vie d'Evariste Galois.
Journ. d. savants, juillet 1899. — Bullet. d. sc. mathém. $\mathbf{23}_2$, 1899, 198—212.

Bobynin, V. V., La marche successive dans la fusion des notions de la fraction et du quotient.
Biblioth. Mathem. 1899, 81—85.

Bobynin, V. V., Développement des procédés servant à décomposer le quotient en quantièmes.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 1—13.

Bobynin, V. V., L'enseignement mathématique en Russie. Aperçu historique.
L'enseignement mathém. **1**, 1899, 77—100.

Braunmühl, A. von, Zur Geschichte der prosthaphäretischen Methode in der Trigonometrie.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 15—29.

Braunmühl, A. von, Vorlesungen über Geschichte der Trigonometrie. Erster Theil. Von den ältesten Zeiten bis zur Erfindung der Logarithmen. Leipzig, Teubner 1900.
8°, VII + 260 p. — [9 Mk.]

Bubnow, N., Gerberti postea Silvestri II papae Opera mathematica (972—1003). Accedunt aliorum opera ad Gerberti

libellos æstimandos intelligendosque necessaria per septem appendices distributa. Collegit, ad fidem codicum manuscriptorum partim iterum, partim primum edidit, apparatu critico instruxit, commentario auxit, figuris illustravit N. Bubnow. Berlin, Friedländer 1899.
8°, CXIX + 620 p. + 4 pl. — [24 Mk.]

Cajori, F., Notes on the history of logarithms.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 31—39. — [Analyse:] *New York*, Americ. mathem. soc., Bulletin **6**$_2$, 1899, 7.

Curtze, M., Der Tractatus Quadrantis des Robertus Anglicus in deutscher Übersetzung aus dem Jahre 1477.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 41—63.

Curtze, M., Verzeichniss der mathematischen Schriften des Dr. Moritz Cantor (1851—1899).
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 625—650.

Delaunay, N., Die Tschebyscheff'schen Arbeiten in der Theorie der Gelenkmechanismen.
Zeitschr. für Mathem. **44**, 1899; Hist. Abth. 101—111.

Dickson, L. E., Report on the recent progress in the theory of linear groups.
New York, Americ. mathem. soc., Bulletin **6**$_2$, 1899, 13—27.

Dickstein, S., Zur Geschichte der Prinzipien der Infinitesimalrechnung. Die Kritiker der »Théorie des fonctions analytiques» von Lagrange.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 65—79.

Eneström, G., P. W. Wargentin und die sogenannte Halley'sche Methode. Ein Beitrag zur Geschichte der mathematischen Statistik.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899. 81—95.

Favaro, A., Intorno ad un inedito e sconosciuto trattato d meccaniche di Galileo Galilei nell' Archivio di S. A. il Principe di Thurn-Taxis in Ratisbona.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 97—104.

Fontès, J., Une cosmographie au XVI^e siècle.
Toulouse, Soc. de géogr., Bulletin 1895, 53—83. — Sur Petrus Apianus.

Fontès, J., Sur le problème de Délos.
Toulouse, Acad. d. sc., Bulletin **1**, 1898, 129—133.

Fontès, J., Quelques mathématiciens pyrénéens espagnols au seizième siècle.
| Revue des Pyrénées (Toulouse) **11**, 1899. 16 p.

Galdeano, Z. G. de, La moderna organización de la matemática. II. Teoría de los números.
El progreso matem. **1**$_2$, 1899, 154—156.

Gelcich, E., Zur Geschichte der Längenbestimmung zur See.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 105—111.

Gibson, G. A., Berkeley's Analyst and its critics: an episode in the development of the doctrine of limits.
Biblioth. Mathem. 1899, 65—70.

Graf, J. H., Die Geometrie von Le Clerc und Ozonam, ein interessantes mathematisches Plagiat aus dem Ende des XVII. Jahrhunderts.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 113—122.

Günther, L., Keplers Traum vom Mond. Leipzig, Teubner 1898.
8°, XXII + 185 + (1) p. + portr. + 2 pl. — [8 Mk.]

Günther, S., Nikolaus von Cusa und seine Beziehungen zur mathematischen und physikalischen Geographie.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 123—152.

Haller, S., Beitrag zur Geschichte der konstruktiven Auflösung sphärischer Dreiecke durch stereographische Projektion.
Biblioth. Mathem. 1899, 71—80.

Heath, T. S., On an allusion in Aristotle to a construction for parallels.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 153—160.

Heiberg, J. L., Byzantinische Analekten.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 161—174.

Heller, A., Über die Aufgaben einer Geschichte der Physik.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 175—189.

Hirsch, K., Urkunden zur Geschichte der Mechanik. Schwäbisch-Hall 1898.
4°, 41 p. — [2 Mk.]

Hultsch, F., Winkelmessungen durch die Hipparchische Dioptra.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 191—209.

Hunrath, K., Des Rheticus Canon doctrinæ triangulorum und Vieta's Canon mathematicus.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 211—240.

Lalande, P. A., Quid de Mathematica vel rationali vel naturali senserit Baconus Verulamius. Paris 1899.
8°, 111 p. — [6 Mk.]

Lampe, E., Die reine Mathematik in den Jahren 1884—1899. Nebst Aktenstücken zum Leben von Siegfried Aronhold. Berlin, Ernst 1899.
8°, 48 p. + portr.

Loria, G., Il »Giornale de' Letterati d'Italia» di Venezia e la »Raccolta Calogerà» come fonti per la storia delle matematiche nel secolo XVIII.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 241—274.

Macfarlane, A., The fundamental principles of algebra. Address delivered august 21st [1899].
Americ. association for the advancement of science, Proceedings **48**. 1899. 31 p. — Aperçu du développement des notions fondamentales de l'algèbre au 19° siècle.

Mansion, P., Notes sur le caractère géométrique de l'ancienne astronomie.
Abh. zur Gesch. der Mathem. **9**, 1899, 275–292.

Meyer, Fr., Rapporto sullo stato presente della teoria degli invarianti. Traduzione dal tedesco di G. Vivanti.
Giornale di matem. **37**, 1899, 186—211.

Meyer, W. Fr., Über die Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 293–299.

Müller, F., Zur Terminologie der ältesten mathematischen Schriften in deutscher Sprache.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 301—333.

Nagl, A., Die Rechenmethoden auf dem griechischen Abakus.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 335—357.

Nau, F., Le traité sur l'astrolabe plan de Sévère Sabokt, écrit au VII^e siècle d'après des sources grecques et publié pour la première fois avec traduction française. Paris 1899.
8°, 116 p. — Extrait du Journal asiatique 1899 (cf. ci-dessus p. 59, où l'indication n'est pas parfaitement exacte).

Oppert, J., Remarque sur la géodésie des Chaldéens.
Association française pour l'avancement des sciences **25** (congrès de Chartago) 1896, 133—135.

Rosenberger, F., Die Geschichte der exakten Wissenschaften und der Nutzen ihres Studiums.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 359—381.

Rudio, F., Die Unverzagt'schen Liniencoordinaten. Ein Beitrag zur Geschichte der analytischen Geometrie.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 383—397.

Stäckel, P., Franz Adolph Taurinus. Ein Beitrag zur Vorgeschichte der nichteuklidischen Geometrie.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 397—427.

Staigmüller, H., Johann Scheubel, ein deutscher Algebraiker des XVI. Jahrhunderts.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 429—469.

Steinschneider, M., Mathematik bei den Juden (1501—1550).
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 471—483.

Studnicka, F. J., Bericht über die von Custos J. Truhlar in der Prager Universitäts-Bibliothek entdeckte Sinus-Tafel Tycho Brahes.
| *Prag*. Böhmische Gesellsch. d. Wissensch., Sitzungsber. 1899. 4 p.

Sturm, A., Bemerkungen zur Geschichte der altgriechischen Mathematik.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 485—490.

Suter, H., Notizen über arabische Mathematiker und Astronomen.
Biblioth. Mathem. 1899, 86—88.

Suter, H., Der Loculus Archimedius oder das Syntemachion des Archimedes. Zum ersten Male nach zwei Manuscripten der kgl. Bibliothek zu Berlin herausgegeben und übersetzt.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 491—499.

Sylow, L., Sophus Lie.
Archiv for Mathem. **21**, 1899. XXII + (1) p. + portrait.

Tannery, P., Les »Excerpta ex M.SS. R. Des-Cartes».
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 501—513.

Unger, F. A., Einige Additionsmaschinen.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 515—535.

Wappler, E., Zur Geschichte der deutschen Algebra.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 537—554.

Wertheim, G., Pierre Fermat's Streit mit John Wallis. Ein Beitrag zur Geschichte der Zahlentheorie.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**. 1899, 555—576.

Wohlwill, E., Die Entdeckung der Parabelform der Wurflinie.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 577—624.

Wölffing, E., Ergänzung des von E. Czuber in seinem Referat über Wahrscheinlichkeitsrechnung gegebenen Litteraturverzeichnisses.
Stuttgart, Mathem.-naturw. Verein, Mitteil. $\mathbf{1}_2$, 1899, 76—84.

Question 77 [sur un mathématicien Isak ben Salomo cité dans un traité d'algèbre de la fin du 15^e^ siècle].
Biblioth. Mathem. 1899, 94—95. (G. Eneström.)

Zur Anfrage 74 [über die Anfangsworte des Briefes von Leibniz an Oldenburg vom 21. Juni 1677].
Biblioth. Mathem. 1899, 95—96. (M. Cantor.)

Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik. Achtes Heft. Leipzig, Teubner 1898. 8°.
Deutsche Litteraturz. **20**. 1899, 947—951. (S. Günther.)

Anaritii in decem libros priores Elementorum Euclidis commentarii. Ex interpretatione Gherardi Cremonensis in codice Cracoviensi 569 servata edidit M. Curtze. Leipzig, Teubner 1899. 8°.
Bullet. d. sc. mathém. $\mathbf{23}_2$, 1899, 169—172. (P. Tannery.)

Besthorn, R. O. et Heiberg, J. L., Codex Leidensis 399, 1. Euclidis Elementa ex interpretatione Al-Hadschdschadschii cum commentariis Al-Narizii. Arabice et latine ediderunt notisque instruxerunt. I: 2. Hauniæ, Gyldendal 1897. 8°.
Bullet. d. sc. mathém. $\mathbf{23}_2$, 1899, 169—172. (P. Tannery.)

Curtze, M., Eine Studienreise. Rechenschaftsbericht über Forschungen zur Geschichte der Geometrie im Mittelalter. (Centralbl. für Bibliotheksw. 1899.)
Biblioth. Mathem. 1899, 89—91. (G. Eneström.)

Curtze, M., Practica Geometriae. Ein anonymer Tractat aus dem Ende des zwölften Jahrhunderts. (Monatshefte für Mathematik 1897.)
Bullet. d. sc. mathém. **23**₂, 1899, 140—145. (P. Tannery.) — M. Tannery fait connaître que l'auteur du traité publié par M. Curtze est Hugo *physicus* (mort en 1199).

Firmicus Maternus, J., Matheseos libri VIII. Ediderunt W. Kroll et F. Skutsch. Fasciculus prior, libros IV priores et quinti prooemium continens. Leipzig, Teubner 1897. 8°.
Wochenschr. für klass. Philol. **16**, 1899, 45—47. (G. Némethy.)

Gemini Elementa astronomiæ. Ad codicum fidem recensuit, germanica interpretatione et commentariis instruxit C. Manitius. Leipzig, Teubner 1898. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **44**, 1899; Hist. Abth. 123—124. (Cantor.) — Wochenschr. für klass. Philol. **16**, 1899, 285—287. (S. Günther.)

Görland, A., Aristoteles und die Mathematik. Marburg 1899. 8°.
Deutsche Litteraturz. **20**, 1899, 980—981. (J. L. Heiberg.)

Häbler, Th., Über zwei Stellen in Platons Timäus und im Hauptwerke von Coppernicus. Grimma 1898. 4°.
Wiadomosci matematyczne **3**, 1899, 200—201.

Hantsch, V., Sebastian Münster. Leben, Werk, wissenschaftliche Bedeutung. Leipzig 1898. 8°.
Deutsche Litteraturz. **20**, 1899, 795—796. (K. Miller.)

Heronis Alexandrini Opera quæ supersunt omnia. I. Herons von Alexandria Druckwerke und Automatentheater. Griechisch und deutsch herausgegeben von W. Schmidt. Leipzig, Teubner 1899. 8°.
Zeitschr. für mathem. Unterr. **30**, 1899, 507—509. (G. Wertheim.)

Lange, J., Jacob Steiners Lebensjahre in Berlin 1821—1863. Nach seinen Personalakten dargestellt. Berlin, Gärtner 1899. 4°.
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1899, 93—98. (G. L.)

Lebon, E., Histoire abrégée de l'astronomie. Paris, Gauthier-Villars 1899. 8°.
Nature **60**, 1899, 543.

Meyer, Fr., Rapport sur les progrès de la théorie des invariants projectifs. Traduction annotée par H. Fehr. (Bullet. d. sc. mathém. $\mathbf{18}_2$—$\mathbf{20}_2$.)
Zeitschr. für Mathem. **44**, 1899; Hist. Abth. 121. (Cantor.)

Mortet, V., Un nouveau texte des traités d'arpentage et de géométrie d'Epaphroditus et de Vitruvius Rufus publié d'après le Ms. latin 13084 de la Bibliothèque royale de Munich. Avec une introduction de M. Paul Tannery. Paris 1896. 4°.
Bullet. d. sc. mathém. $\mathbf{23}_2$, 1899, 62—65.

POGGENDORFF's Biographisch-literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exacten Wissenschaften, enthaltend Nachweisungen über Lebensverhältnisse und Leistungen von Mathematikern, Astronomen, Physikern, Chemikern, Mineralogen, Geologen, Geographen u. s. w. aller Völker und Zeiten. III. Band (die Jahre 1858 bis 1883 umfassend). Herausgegeben von B. W. FEDDERSEN und A. J. VON OETTINGEN. Leipzig, Barth 1896—1897. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **43**, 1898; Hist. Abth. 98—99. (CANTOR.) — Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1899, 22—23. (G. L.)

PTOLEMÆUS, C., Opera quæ exstant omnia. Edidit J. L. HEIBERG. Volumen I: Syntaxis mathematica. Pars I, libros I—VI continens. Leipzig, Teubner 1898. 8°.
Bullet. d. sc. mathem. **23**$_2$, 1899, 65—67. (P. TANNERY.) — Wochenschr. für klass. Philol. **16**, 1899, 285—287. (S. GÜNTHER.)

REBIÈRE, A., Les savants modernes, leur vie et leurs travaux. D'après les documents académiques, choisis et abrégés. Paris, Nony 1899. 8°.
Bullet. d. sc. mathém. **23**$_2$, 1899, 24—25. (C. BOURLET.)

REBIÈRE, A., Mathématiques et mathématiciens. Pensées et curiosités. Troisième édition. Paris, Nony 1897. 8°.
Periodico di matem. **2**$_2$, 1899, 84—85. (G. C.—L.)

RUSSELL, B. A. W., An essay on the foundations of geometry. Cambridge, Clay & Sons 1897. 8°.
Bullet. d. sc. mathém. **23**$_2$, 1899, 54—62. (L. COUTURAT.)

TANNERY, P., Le traité du quadrant de maître Robert Anglès (Montpellier, XIII^e siècle). Texte latin et ancienne traduction grecque. Paris 1897. 4°.
Bullet. d. sc. mathém. **23**$_2$, 1899, 145—150. (P. TANNERY.)

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1899, 91—94. — Zeitschr. für Mathem. **44**, 1899; Hist. Abth. 133—136. — Fiziko-matem. naouki **1**$_2$, 1899, 31—32.

Berichtigung zu den »Notizen über arabische Mathematiker und Astronomen« (S. 86—88).

Was den »Harix« des ABENRAGEL betrifft, so schreibt mir Herr Prof. C. A. NALLINO in Neapel, dass im arab. Ms. 2590 in Paris, welches das Werk des ABENRAGEL enthält, wirklich HABASCH (resp. HABAS) und nicht HÂRITH stehe. Meine Vermutung, dass unter »Harix« der Astrolog EL-HÂRITH zu verstehen sei, fällt also dahin und die Bemerkung NALLINO's ist richtig, dass dies der Astronom AHMED BEN 'ABDALLAH, genannt HABASCH sei. H. SUTER.

ANFRAGEN. — QUESTIONS

78. Nonobstant les recherches de plusieurs savants p. ex. BONCOMPAGNI *(Almanacco;* Giorn. degli eruditi e curiosi **3**, 1883, 208—222) et STEINSCHNEIDER (*Über das Wort Almanach;* Biblioth. Mathem. 1888, 13—16), l'origine du mot *Almanach* est encore douteuse, et l'on n'a pu indiquer jusqu'ici aucun auteur qui s'en soit servi notoirement avant PROPHATIUS JUDÆUS (1300). Il est vrai que BONCOMPAGNI a signalé un passage d'un écrit de PICO DE LA MIRANDOLA, d'où il semble résulter que le mot *Almanach* a été employé antérieurement à l'année 1300 par GUIDO BONATTI, et M. STEINSCHNEIDER a appelé l'attention sur deux manuscrits (ms. Laud n° 644 à Oxford et ms. Cambr. univ. n° 1935), dont les titres nous font croire que ce mot a été en usage au 13^e^ siècle, mais ces conclusions ne sont encore que problématiques.

Un autre indice (non signalé encore autant que je sache) de l'emploi du mot *Almanach* au 13^e^ siècle, se trouve dans l'édition de l'ouvrage *Opus tertium* (écrit vers 1267) de ROGER BACON (1214—1294) publiée en 1859 par J. S. BREWER; en effet le chap. 11 de cette édition contient le passage suivant: »Sed hae tabulae vocantur Almanach vel Tallignum (!), in quibus semel sunt omnes motus coelorum certificati a principio mundi usque in finem, sine quotidiano labore.» Le mot »Tallignum» est sans doute une mauvaise lecture pour »Taccuinum», c. a. d. calendrier.

On demande une nouvelle recherche sur l'usage du mot *Almanach* antérieurement à PROPHATIUS JUDÆUS.

(G. Eneström.)

Zur Anfrage 77. Ich möchte fragen, ob das Citat »in *geometria*» ein *so* betiteltes Buch bezeichnen muss? Kann es nicht eine allgemeine Bezeichnung sein und sich auf eine der Schriften ALCHADIB's beziehen? Auch ich wüsste keinen anderen ISAK BEN SALOMO zu identificiren und an einen Araber (Isak b. Suleiman) ist wohl nicht zu denken.

(M. Steinschneider.)

Index.