Johannes Keplers ...

Johannes Kepler

Johannes Keplers
Mathematikers Sr. Kaiserlichen Majestät

Dioptrik

oder

Schilderung der Folgen, die sich aus der unlängst gemachten Erfindung der Fernrohre für das Sehen und die sichtbaren Gegenstände ergeben

Augsburg
Druck von David Franke
Mit kaiserlichem Privileg für 15 Jahre
1611

Übersetzt und herausgegeben

von

Ferdinand Plehn

Mit 43 Figuren im Text

Leipzig
Verlag von Wilhelm Engelmann
1904

Widmung.

[I] Dem hochwürdigsten und durchlauchtigsten Fürsten und Herrn

Herrn Ernst Erzbischof von Köln,

Heiligen römischen Reiches Kurfürsten, Erzkanzler in Italien, Bischof von Lüttich, Verweser von Münster, Hildesheim und Freising, Fürsten zu Stavelot, Pfalzgrafen bei Rhein, Herzog von Ober- und Niederbayern, Westfalen, Engern usw., Markgraf von Franchimont, meinem gnädigsten Herrn.

Hochwürdigster und durchlauchtigster Kurfürst, gnädigster Herr!

Zu der großen Menge von Erfindungen dieses letzten Jahrhunderts ist vor einigen Jahren das Fernrohr hinzugekommen, welches man keineswegs unter die gewöhnlichen Instrumente rechnen darf. Es haben sich einige um die Priorität der Erfindung gestritten, andere taten sich noch mehr auf die Vervollkommnung des Instruments zugute, weil auf jener Seite vorwiegend der Zufall walte, auf dieser hingegen die Vernunft die Herrschaft habe. Galilei aber feierte den schönsten Triumph durch die Nutzbarmachung des Instruments für die Erforschung der Geheimnisse der Astronomie, da ihm seine Unermüdlichkeit im Experimentieren den Gedanken eingab, und das Glück ihm den Erfolg nicht vorenthielt. Ich selbst habe nun, getragen von einem ehrenvollen Wetteifer, den Mathematikern ein neues Feld für die Betätigung ihres Scharfsinns eröffnet, indem ich die Ursachen und Grundlagen so heiß erstrebter und in ihrer erfreulichen Mannigfaltigkeit so vielgestaltiger Ergebnisse auf geometrische Gesetze zurückführte.

[II] Nachdem ich nämlich vor sechs Jahren den optischen Teil der Astronomie herausgegeben hatte, in welchem ich über den Mechanismus des Sehens in neuer Auffassung und über die optischen Gläser, meines Wissens als erster von allen, Dinge gelehrt hatte, die bis heute unerschüttert geblieben sind, da war es wohl angebracht, daß ich zeigte, wie dieselben Grundlagen, auf denen ich die Theorie des Sehens und die Wirkung einzelner Gläser aufgebaut hatte, auch für die Verbindung verschiedener durchsichtiger Linsen zu einem Fernrohr ausreichen: und daß es sogar unmöglich sei (was die Richtigkeit verbürgt), mit irgend welchen anderen Grundsätzen, als deren ich mich bediente, den Beweis hierfür zu erbringen. Da nun Euklid einen Teil der Optik, die Katoptrik, geschaffen hat, welche von den zurückgeworfenen Strahlen handelt, indem er den Namen von dem Hauptwerkzeuge dieser Art, den Spiegeln und ihrer wunderbaren und erfreulichen Vielgestaltigkeit hernahm, so entstand nach diesem Vorgange für mein Büchlein der Name Dioptrik, weil es hauptsächlich von den in dichten, durchsichtigen Medien gebrochenen Strahlen handelt, sowohl in den natürlichen Medien des menschlichen Auges, als den künstlichen verschiedener Gläser. In dieser Hinsicht unterscheidet es sich von der Katoptrik wie eine Spezies von der anderen, jedoch in der Art, daß in erster Linie die Dioptrik, in zweiter die Katoptrik steht, weil es sich in der Katoptrik um Bilder handelt, deren wahre Natur nur mittels einer aus der Dioptrik zu schöpfenden Kenntnis des Auges begriffen werden kann.

[III] Aus demselben Grunde habe ich die Mechanik des Sehens und die Theorie der einfachen optischen Gläser wiederholt; einmal, um die Dioptrik gewissermaßen vollständig zu geben, dann aber, weil die Theorie des Instruments an das menschliche Auge anknüpft, und weil das Instrument selbst aus einfachen Gläsern zusammengesetzt ist, so daß das eine nicht ohne das andere entwickelt werden kann; endlich, weil einige gemeint haben, ich hätte diese Dinge in der Optik zu schwer verständlich behandelt, so daß viele nicht infolge eigener Schwerfälligkeit, sondern durch die Schuld des Lehrmeisters gehindert würden, die Ausführungen und Beweise zu verstehen[2]

Um diesen zu Hilfe zu kommen, habe ich hier einzelnes kürzer, anderes weitläufiger vorgetragen, manches mit anderen Worten abgefaßt. Die Definitionen der Fachausdrücke, welche ich aus der Geometrie frei übernehme, habe ich mit fortlaufender Nummer zwischen den Lehrsätzen an passender Stelle aufgeführt; ferner habe ich die Anzahl der Figuren vermehrt (die ja die eigentliche Schrift des Mathematikers sind). Wenn ich auch auf diese Weise nicht jede Unklarheit beseitigt haben sollte, so hoffe ich doch, daß diejenigen, welche wissenschaftlich geschult sind, meiner Schwäche etwas nachsehen und mit dieser meiner Mühwaltung vorlieb nehmen werden.

Ich möchte noch hinzufügen, daß ich mich auf diese Arbeit gerade zu einer Zeit geworfen habe, in der mein unter einem bejammernswerten Frost erstarrtes Gemüt durch die erwärmende Sonne Ew. hochwürdigsten und durchlauchtigsten Hoheit Gegenwart wieder belebt und durch Euren gnädigsten Zuspruch und unablässiges Mahnen, gleichsam wie von einem Götterboten, aus dem Schlafe geweckt wurde. Dazu kam auch noch, daß Ew. Mathematikus und Kammerherr, der edle Herr Zuckmesser, mich durch seine ebenso herrlichen wie genial erfundenen Instrumente und kunstvoll geschliffenen Gläser — die, wie ich sah, Ew. höchstes Interesse erregten — zur Nacheiferung auf diesem selben Gebiete herausforderte. [IV] Hätten mich nicht diese besonderen Gründe veranlaßt, meine Dioptrik Ew. hochwürdigsten und durchlauchtigsten Hoheit zu widmen, so hätte doch schon jener eine, ganz allgemeine, genügt, daß mathematische Bücher, weil sie dem allgemeinen Verständnis entrückt und deshalb gering geschätzt sind, niemand mit mehr Berechtigung dargeboten werden, als solchen, die sie auch beurteilen können und die durch natürliche Schärfe des Geistes, durch Liebe zur Wissenschaft und durch Nachdenken zur vollen Erfassung dieser Dinge vorgedrungen sind. Ob Ew. Hoheit in dieser Kenntnis unter den Fürsten unserer Zeit Eures Gleichen haben, ist mir unbekannt: unter den Universitätsprofessoren gibt es sicherlich eine geringere Zahl, die zu solchem Urteil berufen sind, als man wünschen möchte.

Wenn nun alle Lobreden auf Gönner in den zahlreichen Buchwidmungen ebenso wenig geschmeichelt wären, als diese, dann würde — des bin ich sicher — der Glaube an die hervorragenden Eigenschaften der Gönner, den jene Widmungen so ziemlich in Mißachtung gebracht haben, bald wieder Leben bekommen. Ich aber kann es mir ersparen, zu diesem Zwecke die übrigen Tugenden Ew. hochwürdigsten und durchlauchtigsten Hoheit (wie es in Widmungen üblich ist) aufzuzählen, da ich mir sonst den Tadel: »Schuster bleib bei deinem Leisten«, zuziehen würde.

Im übrigen genügt es wohl, wenn ich den Leser darauf aufmerksam mache, daß mein Buch von einem solchen Fürsten gut geheißen und ins Leben gerufen wurde. Und so empfehle ich mich denn Ew. hochwürdigsten und durchlauchtigsten Hoheit ganz gehorsamst.

[V] Am 1. Januar des Jahres 1611.

Möge Ew. hochwürdigste und durchlauchtigste Hoheit dasselbe in glücklicher Regierung und bei guter Gesundheit verleben. Dies erfleht

Ew. hochwürdigsten und durchlauchtigsten Hoheit
ehrfurchtvollster
Johannes Kepler,
Mathematiker Sr. kaiserl. Majestät.

Die Klammern des Originals sind rund ( ), die Zusätze des Übersetzers in eckigen Klammern [ ].
Die Seitenzahlen des Originals sind ebenfalls in eckigen Klammern [ ].

[1]

Dioptrik

oder

Darstellung der Wirkungen geschliffener Gläser oder durchsichtiger Kristalle auf das Sehen und die sichtbaren Gegenstände.

I. Definition. Die Neigung zu einer Fläche wird bestimmt durch den Winkel zwischen einem zur Fläche senkrechten und irgend einem anderen Strahl, der den senkrechten im Punkte der Oberfläche schneidet.

II. Optischer Grundsatz. Strahlen, die in ein dichteres Medium eintreten, werden mit einer Neigung gebrochen und nähern sich nach der Brechung innerhalb des Körpers der Senkrechten, die auf der Grenzfläche im Einfallspunkte errichtet ist. Dieselben Strahlen werden bei ihrem Austritt aus dem dichteren Medium ebenfalls gebrochen und entfernen sich nach der Brechung außerhalb des Mediums von dieser Senkrechten.

III. Optischer Grundsatz. Die Brechung bleibt dieselbe, ob nun die Strahlen ein- oder austreten, wie man es sich gerade vorstellen will.

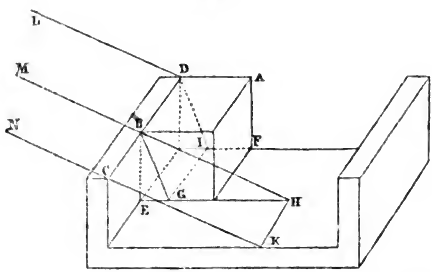
IV. Aufgabe. Es sollen die Brechungen an einem festen durchsichtigen Körper bei beliebiger Neigung der Strahlen künstlich gemessen werden.

AE [Fig. 1] sei ein fester durchsichtiger Körper. Er sei begrenzt durch eine vollkommen plane Oberfläche *DE* und durch zwei andere plane Oberflächen *BA* und *EF*, die zur ersteren rechtwinklig und unter sich parallel sein sollen. Passend zu diesem mache man einen Behälter aus irgend einem Stoff, z. B. aus Holz, dessen Flächen, besonders die inneren, gut geebnet sein müssen.

[2] Zwei Seitenwände erheben sich rechtwinklig vom Boden *H*, so daß *BEH* und auch die anderen Winkel rechte sind.

In diesen Behälter werde der durchsichtige Körper so gelegt, daß er den einen hohlen rechten Winkel völlig ausfülle. Seitwärts rage jedoch der etwas größere Behälter über den durchsichtigen Körper um das Stückchen BC hinaus; in der Höhe BE aber seien sie völlig gleich, so daß die Oberflächen des durchsichtigen und undurchsichtigen ineinander übergehen. Nachdem die beiden Körper dergestalt vereinigt sind, werde die Seite DC, deren Teil DB beiden Körpern gemeinscnaftlich ist, lotrecht den Strahlen der Sonne ausgesetzt, wie auch immer dabei die Neigung der Fläche BA zu den Sonnenstrahlen sein möge.

Fig. 1.



LD, MB, NC seien Sonnenstrahlen. Alle Strahlen, die sich zwischen MB und NC befinden, werden ungebrochen über BC hinaus in H und K eintreffen, da sie außer der Luft auf keinen durchsichtigen Körper stoßen. Daher wird CB den Schatten KH auf den Grund des Behälters werfen, unter Umständen vielleicht auch auf dessen gegenüberstehende Seitenwand.

Aus diesem Verhältnis der Höhe BE zu dem Schatten EH ergibt sich die Neigung der Sonnenstrahlen zu der Senkrechten auf der Ebene BA. Denn wie BE zu EH, so verhält sich der sinus totus zur Tangente der Entfernung der Sonne von der Senkrechten der Fläche BA, d. i. des Winkels EBH[3]).

Hingegen werden die zwischen MB und LD einfallenden Strahlen in die dichtere, durchsichtige Oberfläche BA eintreten und innerhalb dieser dem Lote BE zugebrochen werden. So wird MB nach BG und LD nach DI gebrochen werden. Und BD wird durch den Kristall hindurch den kürzeren Schatten GI werfen. Es wird aber möglich sein, mit den Augen die

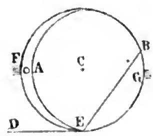
Größe festzustellen, wenn der Grund des Behälters vorher mit Tinte in bestimmte Teile geteilt war. Denn der Körper, welcher den Grund bedeckt, ist ja durchsichtig.

Nun verhält sich wieder die Höhe BE zu dem Schatten EG wie der sinus totus zur Tangente des Winkels EBG[4]). Zieht man aber den jetzt gefundenen Winkel EBG von dem vorher gefundenen EBH ab, so bleibt GBH als Maß des Brechungswinkels bei dieser Neigung EBH übrig.

V. Aufgabe. Die Brechungen bei größeren Neigungen und ebenso auch die bisherigen, auf eine andere Weise bequemer zu ermitteln.

[**3**] Aus einer durchsichtigen, hinreichend dicken, etwa halbzölligen Scheibe [Fig. 2] werde ein zylindrischer Körper hergestellt. Dieser sei AG; seine Dicke FA. Die Scheibe werde durchbohrt in der Richtung des Kreisdurchmessers, so daß das lange Bohrloch FA durch das Zentrum C hindurch in G austrete. Oder man befestige statt dessen ein Lineal an dem Zylinder in der Richtung ACG mit gleich hohen Visieren in A und G. Der ringförmige Rand wird in 360 Teile geteilt, angefangen bei E, so daß AE ein Quadrant ist. Das Bohrloch oder das Visier AG wird in die Sonne gebracht, so daß das Licht der Sonne, welches bei A eingetreten ist, über G hinaus auf einer gegenüberliegenden Stelle oder Wand sichtbar ist. Da nun der ganze Halbkreis, dessen beide Quadranten in A zusammenstoßen, gleichzeitig erhellt wird, so ist es klar, daß die Tangente, die die Oberfläche des Zylinders in E berührt, und die DE genannt werde, parallel zu AG ist und so auch von der Sonne herkommt, als äußerster aller der Strahlen, die auf den Halbkreis des Zylinders auffallen.

Fig. 2.



Man führe nun einen undurchsichtigen Griffel über die Oberfläche des Zylinders von AF bis nach E und beobachte, wohin sein Schatten an dem gegenüberliegenden Rande, um die Gegend von GB herum, fällt. Es mag z. B., wenn der Griffel in E angesetzt wird, der Schatten nach B fallen. Die Hälfte des Bogens von EB mißt also den Refraktionswinkel des Strahles DE, der die höchste Deklination vom Scheitel hat, weil er ja die zylindrische Oberfläche des Kristalles in E tangiert[5]).

VI. Grundsatz. Die Refraktion von Bergkristall und Glas ist annähernd gleich.

VII. Grundsatz. Die Refraktionswinkel des Kristalles verhalten sich bis zum 30. [Grade] der Neigung ebenso wie die Neigungswinkel selbst[6]).

VIII. Grundsatz. Der Refraktionswinkel ist beim Kristall bis zu der besagten Grenze nahezu der dritte Teil der Neigung in der Luft[7]).

[4] IX. Grundsatz. Am Kristall beträgt die höchste Refraktion ungefähr 48°[8]).

X. Optischer Grundsatz. Die Neigung verursacht die Refraktion, und gleiche Neigungen der Strahlen in demselben Medium bringen gleiche Refraktionen oder Refraktionswinkel hervor; je größer die Neigung, desto größer die Refraktion; gar keine Neigung bewirkt auch keine Refraktion, d. h. ein lotrechter [Strahl] wird nicht gebrochen.

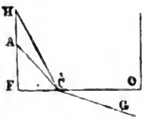
XI. Optischer Grundsatz. Strahlen, die von verschiedenen leuchtenden Punkten ausgehen und auf denselben Punkt einer dichteren Oberfläche auffallen, schneiden sich wechselseitig, aber die Reihenfolge ist nach der Brechung umgekehrt; genau so, wie wenn sich die Strahlen ohne Brechung geschnitten hätten.

XII. Lehrsatz. Genau gemessene Refraktionen sind nicht den Neigungen in der Luft proportional[9]).

Denn nach VIII beträgt die Refraktion 10° bei einer Neigung von 30°, also ein Drittel. Nach demselben Maße müßte zu einer Neigung von 90° eine Refraktion von 30° gehören; das Experiment ergibt aber nach IX 48°.

XIII. Lehrsatz. Ein Strahl, der innerhalb eines Kristallkörpers auf dessen Oberfläche auffällt und um mehr als 42° von dem Lote zu ihr abweicht, wird jene Oberfläche nicht durchdringen können.

Fig. 3.



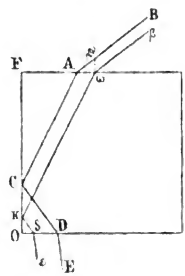
In der Figur 3 sei AC ein Kristallkörper mit der planen Oberfläche FCO. Zu ihr sei AC mehr als 42° geneigt, so wird FCA weniger als 48° betragen; wenn nun Strahl AC in die Luft gelangt, so wird er sich entweder der Oberfläche in CO anschmiegen oder nicht, dann aber sich über dieselbe erheben, etwa wie CG. [5] Beides ist aber unmöglich.

Denn nach IX ist die Refraktion der Tangente CO 48°, folglich CH der zu OC gehörende gebrochene Strahl und mehr nach innen gelegen als CA, da FCA kleiner als 48° angenommen wird. Weil also OC gebrochen wird in CH, nicht in CA, so wird auch AC nicht in CO gebrochen werden (nach III). Aber auch GC wird nicht in CA gebrochen. Denn nach XI. schneiden sich GC und OC, weil sie nach demselben Punkt C kommen, und da GC oberhalb OC liegt, so muß der zu GC gehörige gebrochene Strahl unterhalb des zu OC gehörigen Strahles CK fallen und nicht oberhalb CA. AC kann also nicht über C hinausgehen.

XIV. Aufgabe. Schatten in der Richtung gegen die Sonne zu werfen.

Dies leistet ein Kristallwürfel. FO [Fig. 4] sei ein Würfel, und $B\beta$ die Sonne; $A\omega$ ein Körperchen auf der Oberfläche FA des Würfels. Die Strahlen BA und $\beta\omega$, welche den Schatten bilden, indem sie außen vorbeigehen, werden nach AC und ωK gebrochen. Nach IX müssen sich CA und $K\omega$ notwendigerweise mehr als 48° über die Punkte der Oberfläche $A\omega$ erheben. Da nun der Winkel des Würfels AFC ein Rechter ist, so wird auch CAF mehr als 48° betragen; es wird FCA kleiner als 42° sein, AC und $K\omega$ werden also mehr als 48° und deshalb auch mehr als 42° zum Scheitel der Oberfläche CF geneigt sein. Aus diesem Grunde (nach XIII) können AC und ωK die Fläche FC nicht durchdringen. Sie werden deshalb nach optischen Grundsätzen total reflektiert werden nach der Oberfläche OD unter den gleichen Winkeln ACF, DCO. Und weil COD als Würfelwinkel ein Rechter ist, und DCO (gleich ACF) kleiner als 42°, so muß CDO größer als 48° sein; er ist also weniger als 42° zum Scheitel der Oberfläche DO geneigt und kann deshalb austreten nach E; ebenso $K\delta$ nach ε. Und auf diese Weise fällt der Schatten von $A\omega$ nach $E\varepsilon$ in entgegengesetzte Lage und kommt der Sonne näher als $A\omega$, wenn DE, $\delta\varepsilon$ genügend verlängert werden.

Fig. 4.

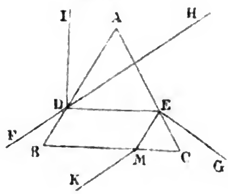


[6] Auf dieselbe Art läßt sich nachweisen, daß ein in ω angebrachter kleiner Turm $\omega\vartheta$ die Spitze seines Schattens E gegen die Sonne richten würde.

XV. Lehrsatz. Strahlen können ein Glas- oder Kristallprisma durchdringen, dessen Querschnitt ein gleichseitiges Dreieck bildet.

ABC [Fig. 5] sei ein gleichseitiger Schnitt innerhalb des Prismas. Man ziehe zu *BC* die Parallele *DE*, welche einen Strahl vorstelle. Ich behaupte, ihm stehe der Austritt auf beiden Seiten, sowohl in *D* als in *E* nach der Luft offen. Es ist nämlich *ABC* und deshalb auch *ADE* 60°. Das Komplement hiervon oder der Winkel zwischen dem Lot in *D* [auf *DE*] zur Oberfläche *DA* ist 30°, also weniger als 42°. Es wird mithin *ED* in *DF* austreten. Gegenüber wird ebenso *DE* in *EG* austreten.

Fig. 5.



XVI. Sinnenfälliger Grundsatz. Bei einer solchen Größe der Brechung erscheinen die Regenbogenfarben in herrlichster Weise, gleichgültig, ob nun das Auge hindurchsieht, oder die Sonne hindurchleuchtet.

XVII. [Lehrsatz.] Wenn die Sonne ein Prisma bescheint, so entspringen drei Arten von Strahlen: unveränderte Strahlen, Strahlen von der Farbe des betreffenden Glases und regenbogenfarbige Strahlen.

Es sei nämlich *F* die Sonne [vgl. vorige Fig. 5]. Sie strahlt nach *D*. Hier wird nun gewissermaßen das Ganze des Sonnenstrahls geteilt und zu einem sehr kleinen Teil nach *DI* reflektiert unter dem Winkel *ADI*, welcher gleich ist dem Winkel *BDF*, unter welchem der Strahl auffiel. Also einen ungefärbten, allerdings aber nur schwachen Strahl wirft sie über *D* nach *I*. Ungefärbt ist er, weil er vom Glase nicht gefärbt ist, in dessen Substanz er nicht eindringt.

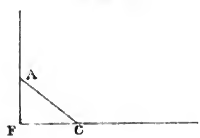
Der größere Teil des ganzen Strahls *FD* dringt bei *D* ein und wird nach *DE* gebrochen. In *E* wird der Rest aber wiederum geteilt. [7] Der größere Teil überschreitet *E* und wirft infolge der beide Male gleich starken Brechung die Regenbogenfarben nach *G*.

Ein ganz kleiner Rest von *DE* wird zurückgeworfen von der Oberfläche *AC* nach *EM*; fällt Strahl *DE* etwas schiefer auf *AE* auf, so wird er auch schiefer nach *EM* gebrochen als hier. Denn wenn man *DEA* kleiner macht, so muß auch *MEC* kleiner werden nach den Gesetzen der Reflexion. Und so würde schließlich EM rechtwinklig auf BC auffallen und deshalb gar nicht in M gebrochen werden. Wenn aber FD unter dieser Annahme zweimal durch den Körper des Glases gegangen wäre, nämlich einmal als DE und das andere Mal als EM, würde es auf geradem Wege, bei M austretend, einen Strahl von der Farbe des Glases nach K werfen, d. h. aus der A gegenüberliegenden Fläche. Denn die Optik lehrt uns, daß weiße Strahlen in farbigen Medien gefärbt werden.

XVIII. Lehrsatz. Wäre der Winkel des Körpers ein rechter, so würden, wenn man den Körper zwischen das Auge und einen leuchtenden Punkt bringt, die von letzterem kommenden Strahlen nicht ins Auge gelangen; sondern die Oberfläche, die dem leuchtenden Punkt gegenüberliegt, würde dunkel und von der Farbe des Körpers erschienen.

Es sei CA [Fig. 6] ein Strahl innerhalb des Körpers. Er wird zu den Flächen FC, EA entweder gleiche oder ungleiche Neigung haben. Ist sie gleich, so wird sie mehr als 42°. betragen, nämlich 45°, und der Strahl kann also weder die eine, noch die andere durchsetzen (nach XIII.); ist sie aber ungleich,˙ so kann er (nach XIII) durch die eine von ihnen nicht hindurch. Es kann also kein Strahl die beiden Flächen, welche den rechten Winkel eines Körpers begrenzen, gleichzeitig durchdringen.

Fig. 6.



XIX. Optischer Grundsatz. Der Ort des Gegenstandes wird immer in die Richtung verlegt, die der Strahl bei seinem Eintritt ins Auge hatte, was auch immer auf dem Wege von dem Gegenstande zum Auge an der ursprünglichen Richtung durch Brechung für Veränderungen erfolgen mögen, da das Auge nicht wahrzunehmen vermag, was den Strahlen durch das Dazwischentreten von Medien geschieht, sondern so urteilt, als liefen sie immer nur in der letzten Richtung.

[**8**] XX. Lehrsatz. Durch ein Prisma mit nach oben gerichtetem Winkel erscheint alles gegenüberliegende oben, mit nach unten gerichtetem Winkel unten, mit nach rechts gerichtetem rechts, und nach links gerichtetem links zu liegen.

Betrachten wir wieder die Figur 5, wo *A* oben nnd *F* das Auge sei. Dann wird also *FD* nach *DE* gelangen und in *D* 20° (nach XV) vom Wege *DH* abgelenkt. Ferner wird *DE* nach *EG* gelangen und wieder 20° vom Wege *DE*, also 40° vom Wege *FDH* abgelenkt werden, was fast die Hälfte eines rechten Winkels ausmacht. Und doch wird das Auge in *F* alles, was unten bei *G* liegt, oben bei *N* zu sehen glauben (nach XIX).

Soviel über ebene Kristalle. Jetzt über gekrümmte Flächen. Zuerst über das Licht.

XXI. Definition. Die Bewegung des Lichts nach einem Ort hin wird lateinisch durch das Wort *vergere*, gerichtet sein, bezeichnet. Konvergent heißen Strahlen, die im Fortschreiten von ihrem Ursprung sich immer mehr einander nähern. Divergent, wenn sie vom Ursprung sich fortbewegend, mehr und mehr auseinander weichen. Also werden konvergente Strahlen, nachdem sie sich geschnitten haben, von da ab divergent.

XXII. Definition. Leuchtende Punkte nennt man weit entfernt, wenn ihr Abstand so groß ist, daß der Durchmesser der Pupille dagegen verschwindend klein ist: man nennt sie nahe, wenn das Verhältnis des Pupillendurchmessers zu ihrem Abstande eine merkliche Größe hat.

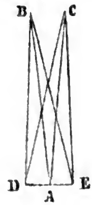
[9] XXIII. Postulat. Jeder entfernte Punkt eines sichtbaren Körpers sendet zwar Strahlen nach allen Seiten aus, in Ansehung des Auges oder eines optischen Glases aber, deren Durchmesser verschwindend klein zu der Entfernung ist, kann man die äußersten, das Auge oder das Glas streifenden Strahlen als parallel betrachten. Von ihnen kann nur einer senkrecht zu der entgegenstehenden gekrümmten Fläche sein.

XXIV. Definition. Strahlen, die von einem Punkte eines nahen Gegenstandes ausgehen, divergieren daher gegen die Pupille des Auges. Von verschiedenen Punkten irgend eines Gegenstandes ausgehende Strahlen sind immer konvergent in bezug auf das Zentrum des Sehens. Dies gilt aber nur für den Fall, daß die Strahlung ungehindert vor sich geht. Man muß also jedesmal wohl unterscheiden, ob es sich um

Strahlen eines Punktes oder um Strahlen mehrerer Punkte handelt.

CD, *CA* und *CE* [Fig. 7] divergieren gegen das Auge *DE*; ebenso *BD*, *BA* und *BE*, sowie alle mittleren; aber *BA* und *CA* konvergieren gegen das Augenzentrum *A*.

Fig. 7.



Über die Linse.

XXV. Definition. Eine Linse ist ein Glas oder Kristall von der Form einer kreisförmigen Scheibe, deren Durchmesser größer ist als die Dicke.

XXVI. [Definition.] Konvex ist eine Linse, die entweder beiderseits eine konvexe Oberfläche hat oder nur auf einer Seite konvex, auf der anderen plan ist. Dasselbe gilt von der konkaven Linse. Beide mögen zusammenfassend als reine [d. h. ungemischte] bezeichnet werden.

XXVII. [Definition.] Gemischt heißen solche, die auf einer Seite konvex, auf der anderen konkav, aber auf beiden Seiten vollkommen kreisförmig [kuglig] sind. Diese sind den reinen [ungemischten] entgegengesetzt.

[10] XXVIII. [Defintion.] Ein »Konvexes«, »Konkaves« oder »Gemischtes« schlechtweg soll im folgenden gleichbedeutend sein mit einer Konvexlinse, Konkavlinse oder gemischten Linse[10].

XXIX. [Definition.] Die Größe der Linse ist etwas andres als die Größe ihrer Konvexität oder Konkavität. Jene bezieht sich auf die äußere Größe, diese auf die mathematische Begrenzung der Oberflächen.

XXX. [Definition.] Die Größe des Linsenkörpers selbst hat eine doppelte Bedeutung. Entweder ist sie absolut, wenn man die Umfänge der Linsen oder Scheiben ins Auge faßt und miteinander vergleicht; oder sie bezieht sich auf den Kreisbogen der Konvexität und vergleicht den Umfang der Linse mit ihrer Konvexität.

XXXI. [Definition.] Ein Konvex- oder ein Konkavglas »von großem oder kleinem Kreise (oder auch: eines großen oder kleinen Kreises)« bezieht sich daher nicht auf den Umfang des Körpers, sondern auf seine Oberflächen und ihre mathematische Begrenzung.

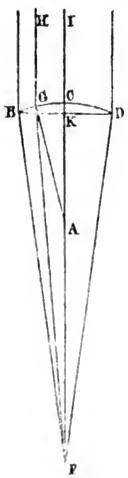
XXXII. [Definition.] Groß ist die Konvexität oder Konkavität bei kleinem Kreise, klein bei großem[11].

XXXIII. Postulat. Die Mittelpunkte der Kreise einer konvexen, konkaven oder gemischten Linse müssen auf einer geraden Linie liegen, welche durch den Mittelpunkt der Linse hindurchgeht.

Der Brennpunkt der Linse[12].

XXXIV. Lehrsatz. Wenn von einem Punkte aus parallele Strahlen auf eine lotrecht entgegenstehende Konvexlinse fallen, deren Öffnung unter 30° ist, und wenn diese Strahlen außer der Brechung beim Eintritt keine weitere Richtungsänderung erfahren, dann bleibt nur der Strahl ungebrochen, der durch die Mitte des Glases geht, weil er senkrecht auf die Fläche auftrifft, während alle anderen gebrochen werden und sich nach der Brechung mit dem senkrechten vereinigen, in einer Entfernung von ungefähr anderthalb Durchmessern der Kugel.

Fig. 8.



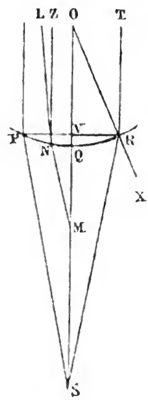
[**11**] Wir nehmen einen ferngelegenen Punkt an, der den Teil BD [Fig. 8] einer Kristallkugel bestrahlen möge. Und zwar sei der Bogen BCD kleiner als 30°. Dann wird die Strahlung parallel sein (nach XXIII). Von diesen Strahlen sei allein IC lotrecht, als der durch das Zentrum A hindurchgehende.

Wir betrachten außer dem senkrechten Strahl IC irgend einen anderen von den in der Luft parallelen Strahlen, z. B. HG. Da nun HG schief auffällt auf die Oberfläche BGC, so wird er (nach II) dem Lote im Einfallspunkte G, welches GA sei, zugebrochen werden, so daß IC und HG hinter G nicht mehr parallel sind. Sie werden sich also schneiden.

Der Schnittpunkt befinde sich in F, und HG werde nach GF gebrochen. Denn es wird ja angenommen, daß dem Strahl HG hinter G nichts weiter widerfährt. Ich behaupte, AF sei das Doppelte von CA und mithin der Durchmesser der Kugel BCD. Denn der Neigungswinkel vom Strahl HG, welcher parallel zu der Senkrechten IC ist, hat die Größe des Winkels GAC. Wäre nun die Brechung gleich der Neigung, dann würde HG nach GA, nämlich dem Zentrum selbst, gebrochen. Da aber die Brechung nicht gleich der Neigung ist, also auch nicht $^3/_3$ derselben, sondern nur $^1/_3$, nach VIII, so erhält der gebrochene Strahl GF gegen GA eine Abweichung, die $^2/_3$ der Neigung von GAC beträgt. Es ist also FGA $^2/_3$ von GAC; $AGF + AFG$ sind $= GAC$. Daher ist GFA $^1/_3$ von GAC und die Hälfte von FGA. Es verhält sich aber nach der Lehre von den Dreiecken $GA : AF$ wie der Sinus von $^1/_2 GFA$ zum Sinus von $2FGA$. Die Sinus von Winkeln unter 15^0 sind nahezu verhältnisgleich den Winkeln und Bögen selbst. Sie sind also fast im Verhältnis von $1 : 2$. Deshalb verhält sich auch GA oder CA zu AF wie $1 : 2$ oder wie der Halbmesser zum Durchmesser, und so ist CF ungefähr anderthalb Durchmesser[13]).

[12] XXXV. Lehrsatz. Wenn die Strahlen in einen konvexen Körper parallel eingedrungen sind, so werden sie sich hinter der Konvexität mit dem Lot schneiden in einer Entferung, die ungefähr die Länge des Durchmessers der Konvexität beträgt, vorausgesetzt, daß die Öffnung weniger als 30^0 beträgt.

Fig. 9.



Es sei PQR [Fig. 9] ein Kristallkörper, begrenzt durch die konvexe Fläche PQR; und durch diesen Körper sollen einige parallele Strahlen hindurchgehen, deren mittelster und senkrechter OQ sei. Von den übrigen sei einer TR. Ich behaupte nun erstens, TR werde nach außen in RS gebrochen, unter einem Brechungswinkel, der um die Hälfte kleiner als der Neigungswinkel ist; z. B. SRX und TRO sind die Neigungen der Strahlen SR und TR; daher hat TRO zwei Teile des Maßes, von welchem SRX drei hat. Denn der Refraktionswinkel ist der dritte Teil der Neigung (nach VIII). Wie also SR beim Eintritt nach RT gebrochen wird, so wird auch RT beim Austritt nach SR gebrochen werden (nach III). Die

Hälfte der Neigung TRO ist mithin die Refraktion von TR selbst, da es aus dem Dichten austritt. Ich behaupte außerdem RS schneide OQ ungefähr in der Entfernung eines richtigen Durchmessers des Kreises PQR. Denn RSO ist die Größe der Refraktion und gerade die Hälfte von TRO oder ROS, ein Drittel von XRS. Es verhält sich aber $OS : OR$ wie der Sinus des Winkels XRS zum Sinus des Winkels RSO. Aber die Sinus von so kleinen Winkeln verhalten sich nahezu wie die Bögen. Daher ist der Sinus XRS nahezu das Dreifache vom Sinus RSO. Deshalb ist auch OS dreimal so groß als OR oder OQ. Da also OQ der Halbmesser ist, so wird QS ungefähr so groß wie der Durchmesser sein.

XXXVI. Lehrsatz. Wenn Strahlen innerhalb eines dichten Mediums nicht parallel, sondern konvergent nach der konvexen Grenzfläche gerichtet sind, so schneiden sie sich in einem Punkte, dessen Entfernung von der Linse kleiner ist als der Durchmesser der Konvexität.

[**13**] Es mögen nämlich OQ und LN nach QN zu konvergieren. Die zu QO Parallele NZ, sei gebrochen nach NS. Es schneiden sich mithin gegenseitig LN und ZN. Folglich wird der zu LN gehörige, gebrochene Strahl mehr nach innen liegen als NS, weil LN außerhalb ZN liegt (nach XI). Er schneidet QS also oberhalb S, z. B. in M. Und QM ist kürzer als der Durchmesser.

XXXVII. Lehrsatz. Befindet sich der leuchtende Punkt näher an der Konvexität als die Größe ihres Durchmessers, so werden die Strahlen dieses Punktes nach der Brechung innerhalb des dichten Körpers nicht parallel, sondern divergent sein.

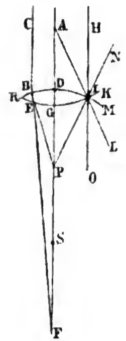
Denn wenn QS der Durchmesser der Konvexität ist, so sei M ein leuchtender Punkt näher an der Linse als S, und die Strahlen MN, MQ divergent. Daher divergieren auch deren zugehörige, gebrochene Strahlen NL, QO nach LO hin, wie im vorhergehenden Lehrsatz (nach XI), wenn sie auch in Wahrheit etwas weniger divergieren.

Bis hierher hatten wir ausschließlich von einer einzigen konvexen Oberfläche der Linse gehandelt, nun gehen wir zur ganzen Linse über.

XXXVIII. Lehrsatz. Strahlen, welche von einem leuchtenden Punkt aus parallel auf eine senkrecht entgegenstehende, auf beiden Seiten konvexe Kristall- oder Glaslinse fallen, vereinigen sich hinter der Linse in einem Punkt, dessen Entfernung kleiner ist als der Durchmesser des Kreises der abgekehrten Oberfläche: und kleiner als anderthalb Durchmesser der zugekehrten Fläche[14]).

DG [Fig. 10] sei eine beiderseits konvexe Linse, *ADGF* die Senkrechte durch die Zentra der konvexen Oberflächen. Von dem ferngelegenen, strahlenden Punkt mögen beliebig viele parallele Strahlen kommen, *AD*, *CB*. Während nun *AD* und *CB* und alle anderen in der Luft nahezu parallel sind (nach XXIII), so konvergieren *DG* und *BE* im Kristall nach *EG* (nach XXXIV) und zielen dabei nach *F*. **[14]** Daher (nach XXXVI) wird der Punkt *F*, indem der zu *BE* gehörende, gebrochene Strahl *EF* den Mittelstrahl schneidet, näher an *G* liegen, als die Größe des Durchmessers der Konvexität *GE* beträgt, welcher sei *GS*. Ebenso liegt die Sache mit *DG* und *BE*, welche um die Länge von anderthalb Durchmessern der Konvexität *BD* sich hinter *D* geschnitten haben würden (nach XXXIV), wenn sie nämlich keine andere Brechung als in *B* erlitten hätten. Nun mögen sie aber zum zweiten Male in *E* gebrochen werden nach der Senkrechten *GF* hin, weil von ihrem Lote im Punkte *E* (nach II) ab. Es ist also klar, daß sie schon eher, als die Länge von anderthalb Durchmessern von *BD* beträgt, sich schneiden. Dies muß daher getrennt bewiesen werden. Denn wenn sie auch in einer kürzeren Entfernung, als der Durchmesser *DS* der Fläche *EG* beträgt, sich schneiden, so folgt daraus keineswegs, daß dies auch kürzer sei als anderthalb Durchmesser *DF* der Oberfläche *BD*. Denn jener Durchmesser kann größer sein als diese anderthalb Durchmesser.

Fig. 10.



XXXIX. Lehrsatz. Wenn unter denselben Voraussetzungen die Konvexität auf beiden Seiten gleiche Krümmung hat, so fällt der Schnittpunkt hinter die Linse in einen Punkt, welcher ungefähr um den Halbmesser der zugekehrten Konvexität entfernt ist, das ist in das Zentrum derselben.

Es seien in der Figur 10 BD und EG gleiche Konvexitäten und die Zentra derselben A, P. Die Kreise schneiden sich in I, nachdem GI bis K und DI bis M verlängert wurden. Durch den Schnittpunkt I werden die Lote AL und PN aus den Mittelpunkten errichtet. Durch Schnittpunkt I gehe die zu AP parallele HO. Da nun BD und EG im vorigen Lehrsatz wenig differierten, so wollen wir sie als gleich ansehen und an ihre Stelle die wirklich gleichen Stücke DI und GI setzen. [15] Weil nun HI zu DIM geneigt ist, indem es zu dem Lot IN um den Winkel HIN geneigt ist, welchem gleich ist OIP oder IPD, so wird der zu HI zugehörige gebrochene Strahl innerhalb der Konvexität abgelenkt werden von OI nach IP um den dritten Teil von OIP (nach VIII). Aber LIO ist gleich NIH, weil AI, IP gleich sind, und HIO zu AP parallel ist. Gebrochen in einen dichteren Körper eintretend, wird er auf die abgewendete Oberfläche desselben KIG (deren Lot in I, AL ist) unter einem Winkel auffallen, welcher $^1/_3$ größer ist als LIO. Es hat also jener in den Kristall gebrochene Strahl vier Dritteile der Neigung an der abgewendeten Fläche. Beim Austritt in die freie Luft in I muß er eine um die Hälfte größere Neigung in der Luft erhalten, denn ein Strahl, der aus jener Luft geneigt auffällt auf eine konvexe Linse, verliert innerhalb des Körpers den dritten Teil seiner Neigung (nach VIII). Infolgedessen hat jener geneigte Strahl jenseits der Linse in der Luft sechs Teile von der Art, von welcher der Winkel NIH oder LIO drei Teile hat. Der Winkel dieser Neigung ist also doppelt so groß wie der Winkel LIO. Aber LIP ist ebenfalls doppelt so groß als LIO, weil LIO und OIP gleich sind. Daher ist IP der zu HI gehörige gebrochene Strahl, und zwar zweimal gebrochen, einmal beim Eintritt in Punkt I der Konvexität DIM und das zweite Mal beim Austritt im Punkt I der konvexen Fläche GIK. Deshalb ist P das Zentrum der zugekehrten Konvexität BDI, ursprünglich der Schnittpunkt der Parallelen CB, AD, HI; wenn die Konvexitäten gleich waren. (Vgl. XXXIV, XXXV, XXXVIII.) Fürs Gedächtnis so: drei Halbmesser hinter der zugekehrten Konvexität, zwei hinter der abgekehrten, einen hinter beiden[13. 14]).

XL. Zusatz. Hieraus geht hervor, daß bei ungleichen Konvexitäten der Schnittpunkt hinter der Linse in einer Entfernung liegen werde, welche zwischen den Halbmessern der beiden Konvexitäten schwankt. Nämlich größer als der Halbmesser der kleineren, weil die andere Oberfläche dem größeren Kreise gehört; hätte sie einem gleichen angehört, so wäre dessen Halbmesser das Maß in diesem Intervall gewesen. Kleiner dagegen als der Durchmesser des kleineren, da ja die Oberfläche des kleineren nicht die einzige ist. Kleiner endlich als der Halbmesser der größeren [Konvexität]: denn wenn der Kreis der kleineren Oberfläche ebenso groß gewesen wäre, dann wäre es erst das Maß des größeren Halbmessers in diesem Intervall gewesen; nun ist dieser aber nicht gleich, sondern kleiner.

[16] XLI. Lehrsatz. Strahlen, die von einem fernen Punkt eines sichtbaren Gegenstandes kommen, schneiden sich am nächsten an der Linse, während der Schnittpunkt der Strahlen eines näher gelegenen Punktes weiter absteht.

Denn nach XXXIV, XXXV, XXXVIII ist in den drei zugehörigen Figuren der Schnittpunkt für einen unendlich weit abstehenden Punkt *F*, *S* oder *P*. Umgekehrt ist es, wenn der leuchtende Punkt an den Gegenstand heranrückt, so daß er aus dem entfernten ein naher wird; und rückt er gar in *F*, *S* oder *P*, so flieht der Schnittpunkt ins Unendliche (nach den obigen und nach III). Wenn aber die Grenzfälle gegeben sind, sind es auch die Zwischenstufen, so daß, wenn der Punkt sich jenseits von *F*, *S* oder *P* befindet, der Schnittpunkt der Strahlen innerhalb des Unendlichen fällt, daß er indessen fern ist, solange der sichtbare Gegenstand sich sehr nahe befindet, und umgekehrt, wenn der sichtbare Gegenstand in die Ferne rückt, so nähert sich in dem Grade der Schnittpunkt bis zu *F*, *S* oder *P* selbst: und endlich (XXXVIII), wenn die Linse auf beiden Seiten konvex ist, und der leuchtende Punkt den Abstand des Durchmessers von der Linse hat, so liegt auch der Schnittpunkt in der Entfernung des Durchmessers, während die Strahlen innerhalb der Linse parallel sind[15].

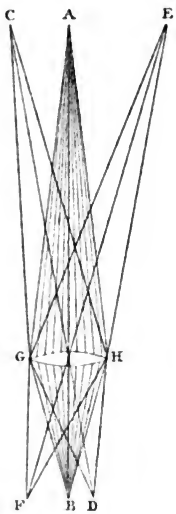
Die Wirkungen der Linse an sich.

XLII. Definition. Da jedwede Konvexlinse die Strahlen eines leuchtenden Punktes nach einem bestimmten Punkt zwingt, welcher weiter vom Zentrum absteht, wenn der leuchtende Punkt nahe, als wenn er fern ist (nach XLI): so wollen wir unter Brennpunkt schlechtweg ohne jeden Zusatz denjenigen Punkt verstehen, zu welchem gezwungen werden, und in welchem sich schneiden die Strahlen eines sehr fernen Punktes, also parallele Strahlen[12]).

XLIII. Aufgabe. Sichtbare Gegenstände sollen mittels einer Konvexlinse auf einer weißen Wand abgebildet werden.

Das einzige Fensterchen einer dunklen Kammer sei durch eine Konvexlinse eingenommen. Im Vereinigungspunkt werde ein Papier aufgestellt. Denn ein Punkt eines sichtbaren Gegenstandes wird auf dem Papier mit allen Strahlen, welche er gegen die Linse sendet, wieder ungefähr in einem Punkte zusammengezogen. Die sichtbaren Gegenstände bestehen aber aus unendlich vielen Punkten. [17] Es werden also unzählige solche Punkte auf dem Papier abgebildet, d. h. die gesamte Oberfläche des sichtbaren Gegenstandes.

Fig. 11.



XLIV. Lehrsatz. Das durch die Linse erzeugte Bild ist umgekehrt.

Denn die Linse ist die Basis, auf der beiderseits die beiden Strahlenkegel stehen, von denen der eine seinen Scheitel in einem Punkte des Gegenstandes, der andere in einem Punkte des Bildes auf dem Papier hat[16]).

XLV. Definition. Solch ein Zweigespann wollen wir im folgenden ein Strahlenbündel nennen.

Die Bündel aller Punkte laufen in der Linse wie in einer gemeinschaftlichen Basis der Kegel zusammen und fahren nach Durchsetzung der Linse wieder auseinander; dabei gelangen sie nach entgegengesetzten Richtungen. In der Figur 11 sind drei Bündel AB, CD und EF, welche in der Konvexlinse GH, wie in einer gemeinschaftlichen Basis zusammenlaufen.

XLVI. Lehrsatz. Wie sich der Durchmesser des Bildes zu dessen Abstand von der Linse verhält, so verhält sich auch ungefähr der Durchmesser des Gegenstandes zu dessen Abstand von der Linse. Denn die Achsen der Bündel (die Geraden, welche gezogen sind von einem Punkt des Gegenstandes zu dem entsprechenden des Bildes) schneiden sich alle gegenseitig nahezu in einem Punkt, welcher dicht an dem Zentrum der Linse liegt. [**18**] Daher gehören zu gleichen Winkeln an der Spitze (Euclid I, 15) auch Grundlinien, die proportional beiden Schenkeln sind (Euclid VI, 4).

XLVII. Aufgabe. Den Halbmesser der Konvexität durch ein abgekürztes Verfahren zu finden, wenn die Linse beiderseits gleiche Konvexität hat.

Man bringe das Papier in diejenige Entfernung, in der sich ferne Gegenstände am deutlichsten abbilden. Dann (nach XLIII) wird das Papier sich im Brennpunkt befinden; deshalb wird es um den Halbmesser der Konvexität von der Linse abstehen.

XLVIII. Aufgabe. Dasselbe zu finden, wenn die Linse auf der einen Seite konvex, auf der anderen plan ist.

Kehre die plane Seite der Linse nach dem fernen Gegenstand, und zwar senkrecht zu ihm, so daß die Strahlen rechtwinklig auffallen und nicht gebrochen werden. Und das Papier halte dorthin, wo der Gegenstand deutlich abgebildet wird. Es wird sich dann das Papier im Schnittpunkt befinden (nach XLIII) und zwar fast genau im Abstand des Durchmessers der Konvexität hinter der Linse (nach XXXV)[17].

XLIX. Aufgabe. Den Durchmesser der Konvexität einer beiderseits gleich konvexen Linse mittels eines nahe gelegenen Gegenstandes zu messen.

Man bringe die Linse genau senkrecht in die Mitte zwischen Papier und Gegenstand und vermehre oder vermindere die Entfernung beider von der Linse immer in gleichem Maße, bis die Abbildung auf dem Papier am deutlichsten wird.

Denn wenn sich der Gegenstand auf dem Papier abbildet, so muß das Papier im Schnittpunkte der vom Punkt des Gegenstandes ausfahrenden Strahlen sich befinden (nach XLIII). Da aber Gegenstand und Papier sich in gleichen Entfernungen von der Linse befinden, so müssen die Strahlen innerhalb des

Linsenkörpers selbst parallel sein. Denn wenn sie nicht parallel wären, so würde kein Teil eines Strahls (außer dem innersten, senkrecht durch die Mitte der Linse gezogenen) in die beiderseitigen Oberflächen unter gleicher Neigung einfallen und also auch nicht gleiche Brechung erlangen (XVIII); er würde deshalb auch nicht auf beiden Seiten der Linse in gleichem Abstand mit dem senkrechten sich schneiden. **[19]** Da sie mithin innerhalb des Linsenkörpers parallel sind, so muß auch der Schnittpunkt um einen Durchmesser der Linse entfernt sein (XXXV).

L. Aufgabe. Mittels einer beiderseits gleich konvexen Linse Feuer zu machen.

Man halte die Linse senkrecht zu den Sonnenstrahlen und bringe Brennstoff in den Schnittpunkt. Derselbe wird einen Halbmesser der Konvexität entfernt sein, weil die Strahlen vom Mittelpunkt der Sonne parallel sind.

LI. Aufgabe. Dasselbe zu tun mit einer plankonvexen Linse.

Dies geschieht in einer Entfernung hinter der Linse von ungefähr einem Durchmesser der Konvexität (nach XXXV).

LII. Nachts bei Vorhandensein eines hellen Sternes mittels einer Konvexlinse Schrift so zu beleuchten, daß sie gelesen werden kann.

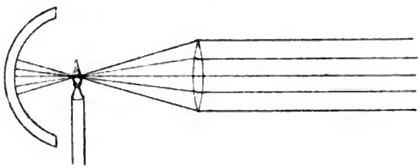
Der Stern muß senkrecht auf die Linse strahlen. Das Papier mit der zu entziffernden Schrift muß hinter der Linse sein. Ist die Linse beiderseits gleich konvex, so muß die Entfernung einen Halbmesser betragen (nach XLIII und XXXIX), ist sie auf einer Seite eben, einen Durchmesser (nach XXXV). Sind aber die Konvexitäten ungleich, so wird die Entfernung größer sein als der Halbmesser der kleineren, aber kleiner als deren Durchmesser.

LIII. Aufgabe. Nachts mit einer Konvexlinse möglichst weit hinaus Licht zu werfen.

Das Licht befinde sich [Fig. 12] hinter der Linse im Schnittpunkt der parallelen Strahlen. Daher werden die Strahlen des Lichts divergent auf die Linse auffallen und nach der Brechung parallel austreten (34, 35, 39, 40). **[20]** Es empfiehlt sich, das Licht in die Mitte eines Hohlspiegels zu bringen, damit auch die abgewendeten Strahlen in das Licht zurückgebogen werden und durch dasselbe hindurch auf die Linse übergehen. Entfernt man aber das Licht von der Linse, so wird jenes Maximum der Beleuchtung aus dem

Unendlichen näher an die Linse rücken; auf diese Weise kann man den Ort der Beleuchtung ändern und jeden beliebig weit abstehenden Ort erleuchten (XLI).

Fig. 12.



LIV. Aufgabe. Die Entfernung eines sichtbaren Gegenstandes mit einer beiderseits gleichen Konvexlinse von einer einzigen Stelle aus zu messen.

Wird nämlich der sichtbare Gegenstand abgezeichnet in einem Abstand des Papiers von der Linse, welcher größer ist als der Durchmesser der Konvexität, so muß der sichtbare Gegenstand näher sein als der Durchmesser der Konvexität. Denn wenn das Papier einen Durchmesser absteht, so wird auch der Gegenstand einen Durchmesser ab sein (XXXV). Deshalb muß auch, wenn das Papier nur weniger als der Durchmesser entfernt ist, der Gegenstand weiter als einen Durchmesser entfernt sein (XLI). Endlich, wenn das Papier eine vollkommene Abbildung zeigt bei einer Entfernung von einem Halbmesser der bekannten Konvexität, so wird der Gegenstand weit entfernt sein, so daß er mittels der Abbildung nicht mehr gemessen werden kann (XXXIX).

LV. Aufgabe. Dasselbe mit einer konvexen Linse auf eine andere Weise zu leisten, wenn die Größe des sichtbaren Gegenstandes bekannt ist.

Dies geschieht nach XLVI. Denn es verhält sich die bekannte Größe des Gegenstandes zu seiner Entfernung von der Linse, wie die Größe des Bildes zu seinem Abstande von der Linse.

LVI. Anmerkung. J.-Baptiste Porta macht sich anheischig, mittels einer Brennlinse bis ins Unendliche hinein eine Brennwirkung auszuüben. Was er von einem Spiegel behauptet, das, glauben andere, gelte in Wahrheit von einer Konvexlinse. Wem man auch folgen mag, man wird Unmögliches beginnen. Die optische Wissenschaft steht dem entgegen.

Erstens ist die Brennwirkung eine Folge des Schnittes der Strahlen. Dieser Schnitt ist ein Punkt, keine Linie. Zweitens: wenn die Verbrennung bis ins Unendliche geschähe, dann müßte sie auch schon an der Oberfläche der Linse geschehen, von wo sie ausgeht, wodurch die Linse zerstört würde. Drittens: wenn der Strahl die Fähigkeit zu zünden annimmt, so tut er dies durch Sammlung vieler Strahlen in einen. Dies ist aber unmöglich. [21] Jeder einzelne Strahl fällt nämlich auch auf einen einzelnen Punkt. Aber an jeder Oberfläche erleidet ein einzelner Strahl auch nur eine einzige Brechung, welcher Strahl auch immer durch diesen Punkt hindurchgehen mag. Hinter diesem Punkt befindet sich daher auch immer nur ein einziger Strahl, nicht etwa viele unter sich unabhängige, von verschiedenen Neigungen herrührende, aber durch Brechung zu einem einzigen vereinigte. Doch darüber weiter unten mehr, wo ich konkave mit konvexen Linsen in Verbindung treten lassen werde [18]).

Soviel über die Konvexlinse und ihre Anwendungen, abgesehen vom Auge. Und nun über jene Anwendungen, in denen sie zur Verbesserung des Sehens dient. Vorher aber über das Sehen selbst.

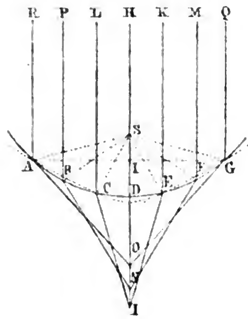
LVII. Physikalischer Grundsatz. Die Strahlen, welche durch die Mitten der Pupille und der Augenflüssigkeiten gehen [Sehlinien], sind in der natürlichen Ruhestellung der Augen parallel, sie biegen sich aber freiwillig zusammen bei Betrachtung von näher gelegenen Gegenständen.

LVIII. Definition. Das Sehen ist scharf, wenn die Einzelheiten eines Gegenstandes auf das deutlichste hervortreten und zur Betrachtung gelangen; verschwommen, wenn zwar größere Objekte erkennbar werden, die Einzelheiten aber verborgen bleiben, gewissermaßen unkenntlich und verwischt werden durch ihre gegenseitigen undeutlichen Grenzen. Das Sehen ist kräftig, oder hell, wenn der Gegenstand gleichsam in vielem Lichte erscheint; schwach, oder matt wenn der Gegenstand in einem schwachen Lichte erscheint, wie z. B. bei einer Sonnenfinsternis oder bei Mondschein.

LIX. Lehrsatz. Die Oberfläche eines dichten Mediums, welche parallel in diesem Körper verlaufende Strahlen bei der Austrittsbrechung vollkommen nach einem Punkte konvergent macht, ist nahezu hyperbolisch.

ABCDEFG [Fig. 13] sei ein Kreisbogen mit dem Mittelpunkt *H*, und die Senkrechte *HD* sei genügend verlängert. Zu ihr parallel sind *RA*, *PB*, *LC*, *KE*, *MF*, *QG*.

Fig. 13.



[**22**] Wenn alle Brechungen der Inzidenz proportional wären, so würden nach der Brechung alle [vordem] Parallelen nach einem und demselben Punkte konvergieren, z. B. nach *I* (zufolge XXXV). Da sie aber (nach XII) nicht proportional sind, sondern bei großen Neigungen unverhältnismäßig wachsen, so schneiden sich deshalb zwar *LC* und *KE* in *I*, aber die nächstliegenden *PB* und *MF* schneiden sich tiefer in *N* und die äußerst gelegenen *RA* und *QG* noch näher in *O*.

Wenn daher die Punkte *O*, *N*, *I* zusammenfallen sollen in *N*, so müßten die Refraktionen in *AG* geringer, in *CE* größer gemacht werden. Geringer aber wird die Refraktion in *A* und *G* sein, wenn dort die Neigung von *RA* und *QG* zur Oberfläche geringer ist, größer wird sie in *C* und *E* werden, wenn die Neigung von *LC* und *KE* größer ist.

Kleiner wird aber die Neigung *RA* zu *AB*, wenn *AB* mit dem Endpunkt *B* dem Punkt *R* selbst näher rückt. Dies geschieht, wenn wir eine Oberfläche annehmen, die die kreisförmige Oberfläche *ABC* in *A* schneidet, indem sie höher liegt als *ABC*. Wenn diese *BCD* wieder in *C* schneidet, so wird die Neigung von *LC* zu ihr größer sein [als die von *LC* zu dem ursprünglichen Bogen *BC*]. Ebenso auch in *E*, *G*. Es schneidet also die neue Linie die alte in vier Punkten. Dasselbe tut auch die Hyperbel, nicht aber die Ellipse. Denn die Ellipse schneidet einen Kreisbogen, der kleiner als ein Halbkreis ist, nur in zwei Punkten. Die Parabel aber, obwohl sie dasselbe tut, gleicht doch nicht der gesuchten Oberfläche aus folgendem Grunde. Denn sie akkommodiert sich keinem bestimmten Winkel. Die gesuchte Oberfläche muß sich aber einem bestimmten Winkel akkommodieren, welcher 96° ist. Denn die höchste Refraktion ist 48° und das Doppelte davon 96°: nach IX[19]).

LX. Lehrsatz. Die Kristallfeuchtigkeit des Auges stellt eine konvexe Linse von hyperbolischer Gestalt vor, während die mit geistigem Stoff angefüllte Netzhaut hinter der kristallenen Feuchtigkeit [gleichsam] an Stelle des Papiers steht. Auf ihr bildet sich das Sichtbare mit wirklicher Zeichnung ab. [**23**] Daß die kristallene Feuchtigkeit eine außerordentlich durchsichtige Linse sei, beweist die Erfahrung der Anatomen. Daß ihre Begrenzung auch auf der hinteren Seite hyperbolisch ist, und daß die Netzhaut rund herum oder wie in einem hohlen Bogen von allen Seiten her um das Kristallene in einer bestimmten Entfernung ausgespannt, und daß sie außerdem die weißrötliche Farbe des Papiers habe, bezeugen ebendieselben.

Aus dem Gesagten geht hervor (XLIII), daß eine Abbildung der sichtbaren Dinge auf der Netzhaut zustande kommt, und (LIX) weil es sich um eine annähernd hyperbolische Form handelt, so geschieht dies offenbar zur Erzielung vollkommener und reiner Zuspitzung der Lichtbündel, und es wird hierdurch eine vollkommen scharfe Abbildung erreicht.

LXI. Lehrsatz. Das Sehen ist eine Gefühlstätigkeit der gereizten und mit Sehgeist erfüllten Netzhaut; oder auch: Sehen heißt die Reizung der Netzhaut fühlen, soweit sie gereizt wird.

Die Netzhaut wird bemalt von den farbigen Strahlen der sichtbaren Welt. Diese Bemalung oder Illustrierung ist mit einer nicht bloß oberflächlichen Veränderung der Netzhaut verknüpft, wie etwa die Kreide auf einer Wand entlang fährt, oder das Licht über sie hinhuscht, sondern mit einer qualitativen, in die Substanz und den Sehstoff eindringenden. Dies leite ich aus der Natur des Lichtes her, das, wenn es stark und konzentriert ist, eine Brennwirkung ausübt (L). Besteht nun dasselbe Verhältnis zwischen der äußerst geringen Lichtmenge, die auf die Netzhaut gelangt, und dem außerordentlich fein verteilten geistigen Stoff in der Netzhaut, wie außen in der Luft zwischen dem konzentrierten, brennenden Licht und der dichten Körperlichkeit der brennbaren Stoffe, dann folgt daraus für die Netzhaut eine ebensolche eindringende Tätigkeit des geringen Lichtquantums und eine Veränderung innerhalb der Netzhaut und des geistigen Stoffes, wie außen eine Brennwirkung des Lichtes (als Ursache) und eine Zerstörung des brennbaren Stoffes (als Wirkung). Ich verweise ferner auf die Erfahrung. Augen, die angestrengt auf ein starkes Licht sehen, werden so sehr beeinflußt, daß sie, auch nachdem sie sich von dem angeschauten Lichtglanz abgewendet haben, dessen Bild zurückbehalten und bisweilen ziemlich lange mit sich herum tragen. Jene Abbildung auf der Netzhaut ist also eine in die Tiefe dringende Veränderung. Aber diese Abbildung schließt noch nicht den ganzen Sehakt ab, sondern ein Bild der so veränderten Netzhaut geht auf ununterbrochenem geistigen Strome in das Gehirn über und wird dort an den Sitz des Seelenvermögens abgeliefert. Dies geschieht folgendermaßen [20]).

[**24**] Wie jedes äußere Gefühl durch Aufnahme und Eindruck, d. i. Veränderung, vor sich geht, da dem, was fühlt, ein Bild des äußeren Gegenstandes eingedrückt wird — eine Veränderung, die wir Gefühl nennen —, so existiert auch drinnen im Gehirn irgend etwas, was wir Sinneszentrum nennen. Diesem wird ein Abbild des veränderten Sehinstrumentes übermittelt, wie es eben durch die Einwirkung des vom gesehenen Gegenstande ausgehenden Lichtes bemalt wurde. Was also außerhalb des Sitzes des Sinneszentrums an dem Sinneswerkzeug geschieht, das wird als eine Art immateriellen Abbildes von dem affizierten oder bemalten Sinnesinstrument abgelöst, nach dem Sitz des Sinneszentrums hinübergeleitet und diesem gemeinschaftlichen Gefühlssitz eingedrückt. Aber die Art und Weise dieses Eindruckes ist verborgen; auch kann nicht mit Sicherheit behauptet werden, ob dies Abbild auf dem Wege der sich kreuzenden Sehnerven hineingetragen werde. Denn eine andere Bestimmung dieser Nerven scheint einleuchtender, nämlich, daß sie den geistigen Sehstoff aus beiden Hirnhälften jedem Auge zuführen. Sie sind deswegen gekreuzt, damit nicht, wenn der eine Hirnbogen verletzt oder derjenige Nerv verlegt ist, der aus ihm hervorgeht, sogleich auch das andere Auge des Sehstoffes beraubt werde. Da also die Sehnerven offenbar schon diese Bestimmung haben, so ist es nicht klar, ob sie auch noch darüber hinaus zur Fortleitung des Bildes des gereizten Instrumentes nach dem Inneren des Gehirns dienen, oder ob es nicht vielmehr irgendwelche andere geistige Stoffe

geben mag, von feinerer Konstitution als jener in der Retina verstreute mehr körperliche Stoff, welche eines materiellen Weges nicht bedürfen, sondern frei durch den ganzen Körper hindurchgehen, die Reizungen der Glieder aufnehmen und jener Fähigkeit des Gehirns, die Sinneszentrum genannt wird, mitteilen. Es ist auch möglich, daß das Bild des gereizten Sinneswerkzeugs von der Netzhaut nach dem Gehirn zwar auf dem Wege des Sehnerven hinübergeleitet wird, doch nicht soweit dies ein körperlicher Weg ist, sondern soweit dieser Weg vom gemeinsamen Sinneszentrum bis zum Sehnerven [Netzhaut] mit geistigem Stoff erfüllt ist, und daß dieses kontinuierliche Vorhandensein eines geistigen Stoffes die Ursache der Überleitung des Reizes vom Auge nach dem Gehirn ist: wie auch in einem stehenden Gewässer die Bewegung, welche ein hineingeworfener Stein verursacht, bis an die Ufer fortgepflanzt wird, solange die Oberfläche des stehenden Gewässers nämlich nicht unterbrochen wird.

Man kann auch sagen, wie die Sonne mit geradlinigen, leuchtenden Strahlen alles erhellt, so erleuchte die Seelenfähigkeit im Gehirn mittels geistiger, nach jeder Richtung hin biegbarer Strahlen die Instrumente [Sinnesorgane], aber nur so lange, als die Strahlen nicht unterbrochen werden. [**25**] Denn wie uns die durchsichtigste Luft nichts nützt, wenn etwas Dunkles zwischen uns und die Sonne tritt, so wird auch dann der geistige Stoff nichts nützen, der die Retina umgibt, wenn oberhalb im Kopfe aus irgend einer Ursache jener kontinuierliche geistige Strom unterbrochen wird. Daher jenes plötzliche Auslöschen des Lichtes in Krankheitsfällen, welches nicht durch Rückfluß des geistigen Stoffes, sondern von seiner Unterbrechung und Wegnahme durch Abschnürung, Verstopfung oder Abschneiden des Weges herrührt.

Soviel über die sekundäre Veränderung, die das gemeinsame Sinneszentrum betrifft, hervorgerufen durch das primäre Bild des gereizten Sinnesorgans als seines Objektes.

LXII. Lehrsatz. Werden beide Netzhäute in gleicher Weise gereizt, so glauben wir ein einziges Bild zu sehen; werden aber die beiden Netzhäute in ungleicher Weise gereizt oder bemalt, so erscheinen uns die Gegenstände doppelt statt einfach.

Denn das Gesamtbewußtsein hat keine Empfindung von dem ungereizten Sinnesorgan. Oder, wenn eine solche vorhanden ist, so bleibt sie sich immer gleich und ist deshalb ungeeignet, eine neue Empfindung hervorzurufen. Aber das gereizte

Organ macht sich sofort im Gesamtbewußtsein bemerklich (nach LXI).

Sind die Augen in gleicher Weise gereizt, so wird auch ein gleicher Eindruck oder eine gleiche Veränderung von seiten der beiden gereizten Augen im Sinneszentrum sich geltend machen, das doch ein und dasselbe ist. Denn die Spuren, um mich so auszudrücken, welche das rechte Auge durch seine Reizung dem Sinneszentrum eindrückt, drückt auch das linke durch die seinige ein: soweit es darauf ankommt, eine neue Empfindung im Gehirn zu bewirken. Der zweite Teil der Behauptung folgt aus LXI. Denn wenn das Sehen ein Gewahrwerden des gereizten Instrumentes ist, wie es gereizt wird: und wenn zwei Gebilde da sind, von denen jedes in besonderer Weise gereizt wird, so werden auch zwei Eindrücke im Sinneszentrum entstehen und auf diese Weise zwei Empfindungen derselben Sache. Es dient daher die Kreuzung der Sehnerven innen im Gehirn nicht dazu, die Einheit eines mit beiden Augen gesehenen Gegenstandes zu erkennen. Dem steht nämlich auch der Umstand entgegen, daß jene zwar immer gekreuzt sind, wir aber keineswegs immer einen Gegenstand zu sehen scheinen, obwohl wir mit jedem von beiden Augen einen sehen.

[**26**] LXIII. Lehrsatz. Es ist nicht möglich, daß die Netzhaut, welche stets denselben Platz im Auge behält, sowohl von nahen als von fernen Gegenständen scharfe Bilder erhält[21]).

Denn nach XLI schneiden sich die von einem fernen Punkt ausgehenden Strahlen näher hinter der Linse als die von einem nahen. Nun sahen wir aus XLIII, daß im Punkt der Vereinigung ein scharfes Bild entsteht, deshalb muß die Abbildung außerhalb des Schnittpunktes verschwommen und auch nach LX das Sehen undeutlich sein. Und so ist da, wo sich Nahegelegenes scharf abbildet, unmöglich der Schnittpunkt der von fernen Gegenständen ausgehenden Strahlen, sondern dort fallen die Bilder fern gelegener Gegenstände verschwommen aus und umgekehrt. Daraus folgt, daß wir bei derjenigen Lage der Netzhaut in bezug auf die Kristallinse, in welcher wir Fernes scharf, Nahes verschwommen sehen.

LXIV. Lehrsatz. Es gibt Menschen, welche Fernes scharf, Nahes verschwommen sehen. Aristoteles nennt sie πρεσβυτας [Alterssichtige]. Andere sehen Nahes deutlich, Fernes undeutlich, welche Aristoteles Myopen nennt. Es gibt aber auch solche, die Nahes und Fernes verschwommen, und wiederum solche, die beides deutlich sehen.

Dieser Lehrsatz gehört in die Physiologie und fast in die Medizin. Diejenigen, die beides zugleich verschwommen sehen, haben eine Augenkrankheit, sie sind blöde oder nahezu blind. Dies πάθος [Leiden] folgt aus einer fehlerhaften Bildung des Auges.

Diejenigen, welche fern und nah gleich deutlich sehen, haben nicht bloß ein gesundes, sondern auch ein in bezug auf die Form veränderliches Auge. Denn da (nach LXIII) die Netzhaut in ein und derselben Lage, nicht zugleich von nahen und fernen Gegenständen scharfe Bilder erhalten kann und doch bei den Menschen, welche nah und fern deutlich sehen, gleich scharfe Bilder erhält (nach LX und LXI), so muß die Netzhaut in bezug auf die kristallene Feuchtigkeit oder die kristallene Feuchtigkeit in bezug auf die Netzhaut eine Ortsveränderung machen. Und es ist wahrscheinlich, daß ein gesundes, kräftiges und jugendliches Auge, wie es vorn eine deutliche natürliche Bewegung in der Pupille hat, die sich zusammenzieht bei starkem Licht und sich erweitert bei geringem, so auch hinten in der Netzhaut hinter dem kristallenen dieselbe Fähigkeit habe, so daß es den Augapfel [im Äquator] erweitert, wodurch der Augengrund sich dem Kristallenen nähert, wenn Fernes gesehen werden soll: umgekehrt schnürt es sich im Äquator ein, damit der Hintergrund zurückweiche, wenn Nahes ins Auge gefaßt werden soll. [**27**] Oder der Sitz dieser natürlichen Bewegung ist vielleicht eher in jener spinngewebartigen Haut, welche die Linse der kristallenen Feuchtigkeit in ihrem Zentrum festhält und dieselbe ringsherum durch schwarze strahlige Ausläufer mit der Uvea verbindet. Denn jene schwarzen Strahlen, Ziliarfortsätze genannt, scheinen deshalb so kammförmig angeordnet zu sein, damit jeder von ihnen für sich allein gleichsam als besonderer Muskel wirken könne. Sobald diese alle sich gleichzeitig in sich zurückziehen und auf diese Weise kurz werden, verengert sich diese Art von Diaphragma des Auges, indem die seitlichen Teile des Auges zusammengezogen werden, und bewirkt, daß die Gestalt des Auges etwas länglich oder ellipsoidisch wird, sobald der Augengrund, d. i. die Höhlung der Netzhaut, vor der kristallenen Feuchtigkeit zurücktritt. Verschmälern sich hingegen die Ziliarfortsätze in der spinngewebigen Haut, und verlängern sie sich dadurch, so erweitert sich der um die Seiten des Auges gelegte Kreis, und das Auge nimmt mehr eine Linsengestalt an, indem der Fundus der Netzhaut näher an das Kristallene heranrückt, unter Beihilfe derselben Uvea, welche die Pupille schnürt und erweitert. Zu diesem Behuf sind die Feuchtigkeiten des Auges mit Ausnahme der kristallenen flüssig und können zusammengedrückt werden. Diejenigen aber, welche nur Nahes oder nur Fernes deutlich sehen können, haben ein zwar gesundes, aber bereits sich härtendes, [einseitig] gewöhntes gleichsam gealtertes Auge. Es ist nämlich durchaus falsch, daß nur Greise das Nahe nicht deutlich sehen und nur junge Leute das Ferne. Beides kommt bei beiden vor, je nach der körperlichen Beanlagung und den Übungen der Jugendzeit. Denn der, welcher von Jugend auf der Jagd, der Vogelstellerei, der Schiffahrt und dem Reisen obliegt, gewöhnt sein Auge an das Fernliegende; aber weil er dazwischen immer wieder Nahrung aufnehmen und mit Menschen verhandeln muß, so bleibt sein Auge auch in der Übung des Nahesehens. Mit der Zeit wird die Übung aber schwächer, und so kommt es, daß im allgemeinen die, welche in der Jugend an keinerlei Augenfehler leiden, im Alter nur das Weite deutlich sehen. Es ist nämlich viel natürlicher, die Augen parallel zu halten, als sie auf Nahegelegenes konvergieren zu lassen (nach LVII). Im Alter aber ermüdet das Auge, so daß es lieber die natürliche Augenrichtung beibehält und dasjenige vernachlässigt, was nur mit Anstrengung gesehen wird. Aber dieses Übel tritt bei jenen meist erst im späten Alter auf. Hingegen, wer von Jugend auf eine sitzende Lebensweise im Hause führt, sei es des Studiums oder eines feineren Handwerkes wegen, der gewöhnt sich bald an das Nahe und bleibt auch mit zunehmendem Alter dabei, so daß er mehr und mehr untauglich zum Sehen in die Ferne wird.

[**28**] Es gibt aber auch unter der ersten Gruppe mehr zum Trunke geneigte, schläfrige, müssige und grüblerische, welche häufig die Beachtung der vor den Füßen und unter den Händen befindlichen Dinge vernachlässigen. Deren Augen nehmen so viel als möglich die Parallelstellung an, in welcher nur das Ferne deutlich gesehen wird. Der anderen Art gehören hingegen Menschen an, welche eher nüchtern, wachsam, fleißig und achtsam auf das Gegenwärtige sind. So sind jene im allgemeinen von hoher Gestalt, weil ihr Blick mehr vom Boden abgewendet in die Weite gerichtet ist, diese bleiben mehr

im Wachstum zurück; doch trifft dies nicht immer zu. Denn es ist fraglos, daß die individuelle Beschaffenheit auch hier mitspricht*).

LXV. Lehrsatz. Es ist unmöglich, daß ein scharfes Sehen zustande kommt, wenn die Strahlen eines leuchtenden Punktes irgendwie konvergent auf das Auge fallen.

Denn jedes Auge ist so eingerichtet, daß es entweder fern Gelegenes oder nahe Gelegenes deutlich sieht. Fern Gelegenes strahlt gleichsam παραλλήλως (nach XXIII). Nahe Gelegenes entsendet divergierende Strahlen ins Auge (nach XXIV). Kein deutlich sichtbarer Punkt strahlt in der Weise aus, daß seine Strahlen, wenn sie aufs Auge fallen, konvergieren.

---

*) Auf der anatomischen Tafel 49 des berühmten Felix Plater ist unter Nummer X die Abbildung der spinnegewebigen Haut zu sehen, in deren Mitte die kristallne Feuchtigkeit suspendiert ist, deren besondere Abbildung unter Nummer XIII gegeben wird (Lage im Auge Nummer I), bei litera *a*, wo die Strahlen der spinnegewebigen Haut dargestellt werden durch *kk*. Die Enden aber der Strahlen, welche unter Nr. X von einem Kreise umgeben sind, mögen innen mit der Haut der Uvea zusammenlaufend gedacht werden. Ebenso sieht man unter Nr. VII jene Haut umgestülpt und bei den Buchstaben *o*, *o* die Reste jener von der Uveahaut abgerissenen Strahlen. Ebendaselbst zeigt der Buchstabe *n* die Pupille an. Da nun also diese Haut und die besagten Strahlen der spinnegewebigen von derselben Substanz sind und demselben Körper angehören, ununterbrochen ineinander übergehen und auch dieselbe schwarze Färbung haben, so ist es sehr wahrscheinlich, daß beider Bewegung von gleicher Natur sei. Es ist aber ein natürlicher Zusammenschluß der Teile um *n* vorhanden oder umgekehrt eine Erweiterung. Deshalb scheint auch dies natürlich zu sein, daß die Strahlen unter Nr. X sich zuweilen in sich zurückziehen und sich verkürzen, und daß auf diese Weise der Kreis, der sie umgibt samt dessen Ansätzen unter Nr. VII bei *o*, *o* sich verengert, und daß zugleich das Kristallne in *o*, *o* vom Grunde *p* entfernt werde. Wenn sich im Gegensatz dazu die Strahlen unter Nr. X in die Länge dehnen, was durch das Dünnerwerden der einzelnen geschieht, so wird der Kreis, der ihre äußersten Enden einschließt und unter Nr. VII die Reste der abgerissenen Strahlen vorstellt, über *o*, *o* erweitert. Auf diese Weise geschieht es, daß durch die Erweiterung des Kreises *o*, *o* der Grund *p* näher herangezogen wird an das Kristallne, welches in der Mitte des Kreises *o*, *o* aufgehängt ist.

Eine Erklärung der übrigen Teile des Auges, die für die Behauptungen 60 bis 64 von Nutzen sein kann, mag aus Plater und dem optischen Teil meiner Astronomie, Seite 163, genommen werden.

Soweit über das Auge und das Sehen; im folgenden über die Anwendungen der Linse in bezug auf das Auge.

LXVI. Optischer Grundsatz. Ein Gegenstand von bekannter Entfernung, aber unbekannter Größe erscheint, wenn man ihn unvermutet erblickt, unter einem großen Gesichtswinkel groß, unter einem kleinen klein.

Dies wird gezeigt in XIX. der Optik.

LXVII. Optischer Grundsatz. Die Entfernungen zwischen dem Auge und einem sehr kleinen Gegenstande verhalten sich umgekehrt wie die Gesichtswinkel: d. h. je weiter ein Gegenstand fortrückt, unter um so kleinerem Winkel wird er gesehen.

[29] LXVIII. Ein Gegenstand von bekannter Größe und unbekannter Entfernung, z. B. das Gesicht eines erwachsenen Menschen, scheint, unvermutet mit einem Auge erblickt, nahe zu sein, wenn er unter einem großen Gesichtswinkel erscheint, fern unter kleinem (nach LXVII).

Beweis umgekehrt wie vorher. Es darf aber [wirklich] nur mit einem Auge gesehen werden, weil die Zweiheit und der [gegenseitige] Abstand der Augen (ebenso wie die Bewegungen des Kopfes, wodurch wir gewissermaßen mehrere voneinander entfernte Augen ersetzen) die unbekannte Entfernung eines Gegenstandes, wenn sie in einem gewissen Verhältnis steht, richtig schätzen läßt.

LXIX. Alles Fernliegende scheint den gleichen Abstand von uns zu haben, weil wir ihn nicht kennen. Da wir aber wissen, daß er sehr groß ist, so ist er uns wenigstens relativ bekannt (z. B. fassen wir den Himmel als eine einzige Fläche auf, auf der wir uns alle Sterne vorstellen ohne Rücksicht auf die verschiedenen Entfernungen). So halten wir Entferntes von unbekannter Größe, unter größerem Gesichtswinkel gesehen, für größer, unter kleinerem für kleiner, und zwar absolut.

Nach LXVI.

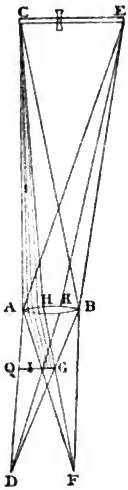
Aus demselben Grunde halten wir auch den Mond, sobald sein Gesichtswinkel durch irgendwelche Ursache gewachsen ist, selbst für größer geworden, weil wir über die Entfernung des Mondes nichts wissen, als daß er immer an demselben Himmel steht, unter welchem Winkel er auch gesehen werden möge.

3*

LXX. Lehrsatz. Durch Konvexlinsen sieht das Auge den Gegenstand in seiner richtigen Lage, d. i. aufrecht, wenn es sich noch innerhalb der Schnittweite in der Nähe des Schnittpunktes der von einem Objektpunkte ausgehenden Strahlen befindet[22].

AB [Fig. 14] sei eine Linse, und das Objekt *CE* nicht mehr ein bloßer Punkt, sondern ein Gegenstand. *C* und *E* seien dessen äußerste Punkte. Von *C* geht das Strahlenbündel *CBF*, *CHF*, *CAF* usw. aus. Der Schnittpunkt ist *F*. Ebenso geht von *E* das Bündel *EBD*, *EKD*, *EAD* usw. aus. Der Schnittpunkt sei *D*. [**30**] Das Auge befinde sich in einem Ort zwischen den Schnittpunkten *D* und *F* einerseits und der Linse *AB* andererseits, etwa in *IG*. Die Größe der Pupillenöffnung sei *IG*. Ein daselbst befindliches Auge läßt also nicht das ganze Bündel *EADBE* vom Punkte *E* in sein Inneres eintreten, sondern nur den Teil *EKIDGBE*, der mit der Linse die Grenzlinie *KB* gemeinschaftlich hat. Andererseits läßt *IG* auch nicht das ganze Bündel *CAFBC* des Punktes *C* ein, sondern nur den Teil *CAIFGHC*, dessen Begrenzung an der Linse *AH* ist. Jeder Strahl zwischen *KI* und *BG* bildet den Punkt *E* ab; also rechts bildet sich der rechts gelegene Punkt ab. Und ebenso bildet jeder zwischen *AI*, *HG* gelegene Strahl den Punkt *C* ab, also links den links gelegenen. Von welcher Seite die Teile der Bündel *AHGI* und *KBGI* an das Auge *GI* herantreten, auf der Seite befinden sich auch in Wahrheit die Spitzen der Bündel oder die gesehenen Punkte.

Fig. 14.



LXXI. Lehrsatz. Jede aufrechte Wiedergabe ferner aufrechter Gegenstände durch Konvexlinsen ist notwendigerweise verschwommen, und um so verschwommener, je weiter die Konvexlinse vom Auge entfernt ist.

Denn nach dem vorhergehenden von XXXIV bis XL werden alle von ein und demselben Punkte eines fernen Gegenstandes (z. B. vorige Figur Punkt *C*) ausgehenden und bis zum Eintritt in die Konvexlinse parallelen Strahlen *CA*, *CH* usw., nach der Brechung durch die Linse konvergent auf das Auge IG auffallen. Nach LXV aber kann ein Punkt unmöglich deutlich gesehen werden, von dem aus konvergente Strahlen auf das Auge auffallen. Da nun Konvergenz die Ursache der Undeutlichkeit ist, so wird größere Konvergenz auch größere Undeutlichkeit zur Folge haben. [**31**] Je größer aber der vom Auge aufgefangene Teil des Büschels ist, um so größer wird seine Konvergenz sein, und dies ist der Fall, je weiter die Linse vom Auge abrückt. Deshalb wird auch das aufrechte Bild um so undeutlicher, je weiter die Linse abrückt.

LXXII. Lehrsatz. Ein aufrechtes Bild von nahen Gegenständen, durch Konvexlinsen erzeugt, erscheint den Alterssichtigen scharf.

So nennt Aristoteles diejenigen, welche Fernes scharf, Nahes undeutlich sehen, wie LXIV. Ein solcher hat, nach XXIII, seine Augen an Strahlen gewöhnt, die von jedem Punkte aus parallel herkommen. Nun aber gibt es nach XXXV und XXXIX einen Punkt jenseits der Linse oder des Glases von der Beschaffenheit, daß wenn ein Punkt eines sichtbaren Gegenstandes dorthin gerückt wird, die von ihm ausgehenden Strahlen nach der Brechung durch die Linse parallel auf das Auge fallen. Jenen erscheint daher der Gegenstand durch die Konvexlinse deutlich.

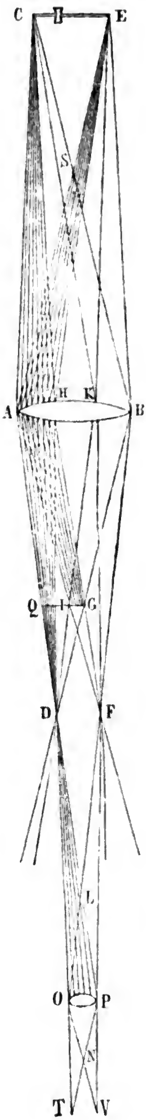
Und dabei ist zu bemerken, daß diese Versuchsanordnung die Umrisse der Dinge scharf umgrenzt. Die Natur aber überschreitet diese Grenzen nach beiden Seiten ohne größere Schädigung des Sehens, nur darf es nicht zu viel sein [23].

LXXIII. Lehrsatz. Ein im Schnittpunkt der Parallelen [Brennpunkt] befindliches Auge sieht Nahegelegenes noch aufrecht [24].

Denn wenn das Auge im Schnittpunkt der Parallelen sich befindet (d. h. also der Strahlen, welche von einem weit entfernten Punkte kommen, nach XXIII), so steht es noch innerhalb vom Schnittpunkt der von einem nahen Punkt ausgehenden Strahlen, nach XLI. Deshalb wird nach LXX der Gegenstand noch aufrecht zur Darstellung kommen.

LXXIV. Lehrsatz. Befindet sich das Auge im Schnittpunkt der von einem Punkte des Gegenstandes ausfahrenden Strahlen, so sieht es den strahlenden Punkt durch die Linse hindurch nicht deutlich, sondern von allen am undeutlichsten.

Fig. 15.



[32] Denn die von einem Punkt ausfahrenden Strahlen konvergieren nach der Brechung durch die Linse nach dem Schnittpunkt. Befindet sich nun das Auge im Schnittpunkt, so konvergieren sie nach dem Auge hin. Aber nach LXV ist in diesem Falle der Ausgangspunkt und der Ursprung nicht deutlich zu sehen. Da in jenem Punkte die größtmögliche Konvergenz aller durch die Linse gegangenen Strahlen herrscht, so muß dort auch die allergrößte Undeutlichkeit sein.

LXXV. Lehrsatz. Befindet sich das Auge außerhalb des Schnittpunktes der von einem Punkte des Gegenstandes ausgehenden Strahlen, so sieht es die einzelnen Punkte des Gegenstandes durch die Konvexlinse in umgekehrter Reihenfolge.

Ich behaupte nicht, daß es in jeder Entfernung von dem Vereinigungspunkte der von einem einzelnen Punkt ausfahrenden Strahlen den ganzen sichtbaren Gegenstand umgekehrt sähe; denn um einen großen Teil des sichtbaren Gegenstandes zu erblicken, bedarf es einer großen Entfernung. Ich behaupte vielmehr, daß die Umkehrung jenes sichtbaren Gegenstandes gewöhnlich auf den Durchgang durch den Vereinigungspunkt der Strahlen eines bestimmten sichtbaren Gegenstandes folge.

Es befinde sich nämlich in Fig. 15 das Auge nicht in IG innerhalb der Punkte L oder F der Vereinigung, sondern in OP außerhalb dieser Punkte, und zwar in so weitem Abstande, daß der ganze Gegenstand CE gesehen werden kann: wenn AD als äußerster links gelegener Strahl des rechts liegenden Punktes E, und BP als äußerster rechts liegender Strahl des links gelegenen Punktes C bis zum Schnittpunkt (welcher L sei) und darüber hinaus verlängert worden ist. Die Pupille des Auges OP befinde sich jenseits dieses Schnittpunktes.

Daher bestrahlt der rechts gelegene Punkt E mittels des Strahles $EADLP$ und der ihm benachbarten Strahlen (die auf die linke Seite der Linse von A bis H fallen, nach der Brechung [33] sich in D schneiden und von da aus wieder in der Richtung nach dem Auge zu divergieren) von der linken Seite A der Linse her das Auge OP. Dahingegen bestrahlt der links gelegene Punkt C das Auge in OP mittels des Strahles $CBFO$ und den benachbarten Strahlen bis einschließlich K, welche sich in F schneiden und dann (nach XXI) wieder divergieren nach dem Auge OP; und so kommt es, daß der links gelegene Punkt C des Gegenstandes von der rechten Seite BK der Linse herstrahlt. Da aber das Auge nicht merkt, was mit den Strahlen an der Linse vorgeht, sondern glaubt, jeder Teil des sichtbaren Gegenstandes befinde sich in der Richtung, von welcher aus die Strahlen in das Auge eintreten, nach XIX, so erscheint der gesehene Gegenstand CE dem Auge umgekehrt.

LXXVI. Lehrsatz. Der Punkt der Umkehr, d. i. derjenige, in welchem sich je zwei Linien, von je zwei Punkten des Gegenstandes nach dem Mittelpunkt des Auges gezogen, schneiden, dieser Punkt, behaupte ich, liegt zwischen dem Gegenstand und der Linse.

Der Beweis, daß die rechten Teile der Linse den linken Teilen des sichtbaren Gegenstandes entsprechen und umgekehrt, ergibt sich wie oben in LXXV. Eine Kreuzung der Lichtbündel findet nicht zwischen Auge und Linse statt, sondern zwischen Linse und Gegenstand. Was aber von den ganzen Lichtbündeln gilt, das muß notwendig von ihren Mittellinien gelten, welche in das Zentrum der Pupille einfallen, und ebenso auch von denen, welche den Rand der Pupille berühren, wie sich in Fig. 15 $EADLP$ und $CBFLO$ im Punkt S schneiden, und in P und O den Rand der Pupille berühren. Der Schnitt in L aber bildet einen Teil der Kreuzung der Bündel ODP und OFP in OP, die hier nicht mehr in Betracht kommt, weil sie oben (Lehrs. LXX) die Lage des Gegenstandes nicht umkehrte. Es handelte sich um die Bündel $IACHG$ und $IKEBG$.

LXXVII. Lehrsatz. Das Auge des Alterssichtigen sieht von den durch Konvexlinsen umgekehrten Gegenständen fast nichts deutlich.

Denn der Alterssichtige hat (nach LXIV) sein Auge auf parallele Strahlung von fernen Punkten eingewöhnt und ist deshalb ungeeignet, deutlich zu sehen, wenn die Strahlen von einem Punkte aus merklich divergieren. [**34**] Bei der Umkehr des Gegenstandes entsenden alle seine Punkte Strahlen, die nach der Kreuzung *DF* wieder divergieren in der Richtung nach dem Auge *OP* (XXI), nämlich *DO* und *DP* einerseits und *FO* und *OP* andererseits. Das Auge des Alterssichtigen sieht also in *OP* nicht deutlich, es müßte denn sein, daß das Verhältnis des Pupillendurchmessers zur Entfernung *DO* aufhört, ein merkliches und angemessenes zu sein, dergestalt, daß die Strahlen *DO* und *DP* fast parallel werden.

LXXVIII. Lehrsatz. Das Auge des Kurzsichtigen sieht jeden Gegenstand, sei er nah oder fern, wenn er durch eine Konvexlinse umgekehrt wird, deutlich in einer gewissen Entfernung des Auges vom Schnittpunkt der Strahlen, welche von einem Punkt jenes Gegenstandes ausgehen.

Kurzsichtige sind nach Aristoteles diejenigen, welche nahe Dinge deutlich sehen, ferne aber undeutlich. Wie bei Lehrsatz LXIV.

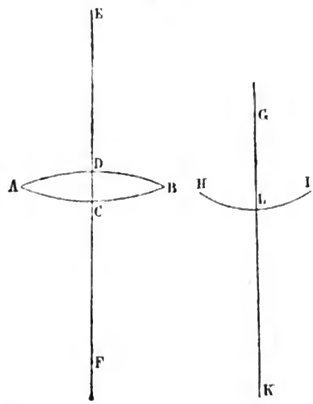
Ihre Augen sind also gewöhnt an Strahlen, welche von einem Punkt aus merklich divergieren. Die Umkehrung fällt (nach LXXV) außerhalb des Schnittpunktes. Nach XXI aber gehen Strahlen von dem leuchtenden Punkt divergent nach der Linse *KB*, konvergieren nach deren Durchsetzung nach dem Schnittpunkt *F* und divergieren wieder nach dessen Überschreitung gegen das Auge *OP* hin. Sie eignen sich also für dieses Auge zum deutlichen Sehen jenes Punktes *C*. Ich meine [sie eignen sich] in einem bestimmten Abstande von *DF*, den Kreuzungen der Büschel des zu betrachtenden Gegenstandes. Denn die Fähigkeiten der verschiedenen [kurzsichtigen] Augen werden unterschieden an den größeren oder geringeren Divergenzen (nach LXIV). Die Divergenz ist aber geringer bei einer größeren Entfernung der Pupille *OP* von den Schnitten in *DF*; weil der Winkel *ODP* oder *OFP* kleiner wird, wenn die Basis *OP* dieselbe bleibt, aber die Schenkel *OD*, *PD* wachsen. So hat jedes Auge eine bestimmte günstige Entfernung vom Schnitt in *D*, *F*[25]).

LXXIX. Lehrsatz. Eine einzige konvexe Oberfläche von kleinem Radius kommt genau gleich den zwei

konvexen Oberflächen einer Linse mit doppelt so großen Radien.

[35] AB [Fig. 16] sei eine Konvexlinse von beiderseits gleichen Kreisen ADB und ACB, deren Mittelpunkte F und E. Dann ist nach XXXIX. der Schnittpunkt F. Es werde die Hälfte von DF oder CE genommen, und dies sei GL. Und um G als Mittelpunkt werde mit der Zirkelöffnung GL der Kreis HLI beschrieben, welcher einzig und allein die Brechung bewirke an den aus der Richtung des Zentrums G auffallenden parallelen Strahlen. GL werde bis K verlängert, und LK sei doppelt so groß wie GL und infolgedessen gleich DF. Dann laufen nach XXXV die Parallelen, nachdem sie in H, L, I gebrochen wurden, in K zusammen. Die eine einzige konvexe Oberfläche HLI von kleinem Radius leistet mithin dasselbe, wie die zwei von doppelt so großem Radius in AB; weil der Schnittpunkt in beiden Fällen gleich weit vom dichten Körper entfernt ist, da ja DF und LK gleich sind.

Fig. 16.

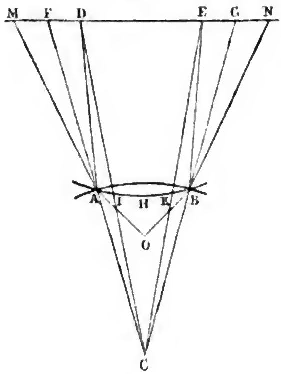


LXXX. Lehrsatz. **Jedes aufrechte Bild, welches eine konvexe Linse von einem Gegenstand entwirft, ist notwendigerweise größer als der Gegenstand selbst.**

Denn nach Umkehrung von LXX befindet sich das Auge, wenn das Bild aufrecht ist, in der Nähe des Schnittpunktes der von einem Punkte des Gegenstandes kommenden Strahlen, und es findet keine Kreuzung der Strahlenbündel oder Linien, die von den Punkten des Gegenstandes ausgehen und in die Mitte des Auges treten, zwischen dem Auge und dem Gegenstande statt (nach LXXVI). Es sei also [in Fig. 17] AB die Linse, C das Auge und DE der Gegenstand. Da nun mehrere Punkte des Gegenstandes in Betracht kommen, so wird von all den einzelnen Linien, die von diesen einzelnen Punkten nach dem Zentrum des Auges oder umgekehrt gehen, entweder nur eine davon senkrecht zur Linse sein, oder keine. Deshalb werden entweder alle an der Linse gebrochen werden oder alle außer einer (nach X).

[36] Aber nach LXXIX leisten zwei konvexe Flächen an einer Linse dasselbe, wie eine einzige, die die Wirkung beider in sich vereinigt. Damit uns nun hierbei nicht die doppelte Konvexität verwirrt, so nehmen wir nur *eine* Konvexität an, welche den beiden von AHB gleichkommt. Verbindet man jetzt die Punkte D und E mit C durch gerade Linien, welche die dichte Konvexlinse in I und K schneiden, so geht aus dem Gesagten hervor, daß diese nicht die zukünftigen Sehstrahlen der Punkte D und E sind, da sie geradlinig bleiben: die optischen Gesetze verlangen aber, daß CI an der Oberfläche in I sich von ID ab- und der Senkrechten im Punkte I zuwendet, wodurch es einwärts von D und B nach E zu fällt; ebenso wird CK nach der Brechung nicht durch KE fortgesetzt, sondern einwärts von KE nach D hin fallen. Und so umfassen denn die Linien CI und CK und der Winkel ICK, unter welchem der Gegenstand DE ohne die Linse hätte gesehen werden können, infolge der Dazwischenkunft der Linse nicht den ganzen Gegenstand, sondern etwas weniger, und dieses hat die scheinbare Größe des ganzen Gegenstandes DE.

Fig. 17.



Damit das ganze DE umfaßt werde, ist es notwendig, daß vom Auge weiter nach außen gelegene Linien kommen, als CI und CK sind, z. B. CA und CB. Diese werden daher, wenn sie genügend von CI und CK abstehen, nach der Brechung in A und D den Gegenstand DE umfassen, so daß CAD und CBE die Sehstrahlen sind. Da nun der Winkel ACB größer ist als ICK, unter welchem der Gegenstand ohne Linse gesehen würde: so muß der Gegenstand DE für größer gehalten werden, als er ist (nach LXVIII). Denn nach XIX. weiß das Auge nicht, was mit den Strahlen CA und CB beim Durchgange in A, B vorgeht, und glaubt, sie setzten sich geradlinig fort, als wären sie CAF und CBG, wobei die scheinbare Größe FG größer ist als DE.

LXXXI. **Lehrsatz.** Je weiter das Auge von der Konvexlinse entfernt nach dem Schnittpunkt zu steht, einen desto kleineren Teil des Gesichtsfeldes erblickt es durch die Linse, und um so kleiner schätzt es diesen Teil.

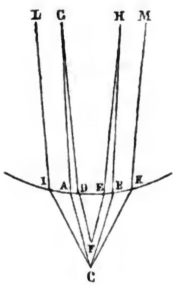
[**37**] Denn da sowohl die Linse, als was durch sie auf beiden Seiten unter demselben Gesichtswinkel gesehen wird (und zwar unter einem kleineren, wenn die Linse entfernt steht, als wenn sie nahe ist), so folgt, daß der gesehene Teil kleiner geschätzt wird, wenn die Linse weiter fortgerückt ist (nach LXVII). Aber auch in Wirklichkeit wird durch die entferntere Linse ein kleinerer Teil überblickt. Es sei nämlich in der vorigen Figur 17 die Linse AB weiter von dem Auge C als von dem Auge O entfernt und von O aus die Geraden nach A und B gezogen. Da nun OA und OB mehr nach innen liegen als CA und CB, so werden die zugehörigen gebrochenen Strahlen, nachdem sie sich in A und B überkreuzt haben, mehr nach außen liegen (nach XI). Der zu OA gehörige gebrochene Strahl AM liege mehr nach außen, und der zu OB gehörige gebrochene Strahl BN liege auch mehr nach außen. Dann werden offenbar die von dem nahen Auge herkommenden gebrochenen Strahlen AM und AN einen größeren Teil des Gesichtsfeldes umfassen und die von dem ferner gelegenen Auge C herkommenden gebrochenen Strahlen AD und BE einen kleineren Teil. Dieses wird noch um vieles augenscheinlicher, wenn bei derselben Neigung der gebrochenen Strahlen die Augen O und C in eins zusammenfallen, die Linse aber verschiedene Lagen einnimmt.

LXXXII. **Lehrsatz.** Fixiert ein Auge einen fernen Gegenstand durch eine nahe davorgehaltene [konvexe] Linse, so scheint der Gegenstand größer zu werden, wenn sich das Auge von der Linse in der Richtung nach dem Schnittpunkt zu entfernt.

Diese Behauptung scheint der vorigen zu widersprechen und erfordert deswegen eine Erklärung. Man bedenke, daß alle durch eine fern gehaltene Linse gesehenen Gegenstände in ihrer Gesamtheit unter einem kleineren Gesichtswinkel gesehen werden, nach LXXXI. Aber die einzelnen Gegenstände, abwechselnd durch nah und weit gehaltene Linse betrachtet, erscheinen durch die weit gehaltene Linse unter größerem Gesichtswinkel. Denn der Winkel, unter dem die ganze Linse gesehen wird, und der Winkel, unter welchem ein Gegenstand durch einen Teil der Linse gesehen wird, verhalten sich ganz verschieden. Jener wird nämlich kleiner, dieser größer, wenn die Linse weiter abgehalten wird, und mit ihm vergrößert sich auch der Linsenteil, durch welchen der Gegenstand erblickt wird, zuerst so, daß er den Gegenstand umfaßt, und dann so, daß er denselben größer darstellt; dergestalt, daß das Auge, wenn es in den Schnittpunkt selbst rückt, in dem ganzen Umfange der Linse einen einzigen Punkt des Gegenstandes erblickt, der nahe am Auge gesehen wurde, doch einen kleineren oder jedenfalls nicht größeren Teil der Linse als die Pupille des Auges ausmacht[26]).

[38] Und nun zum Beweise: Es sei, wie oben nach LXXIX, das [Brechungs]vermögen der beiderseits konvexen Linse [Fig. 18] vereinigt in der einen Oberfläche *AB* des dichten Körpers, welcher sich bis zu dem Gegenstande erstreckt. Diese Oberfläche sei dem Auge zugekehrt. Das Auge möge seinen Standpunkt nehmen einmal im nahen Punkte *F* und das andere Mal im entfernteren *C*. Auf der Oberfläche *AB* mögen sich die Punkte *D*, *E* befinden, zu denen vom nahen Auge *F* die Linien *FD* und *FE* gezogen werden, die den Winkel *DFE* umschließen. Durch diesen Winkel und diese Linien werde der Gegenstand umfaßt. Ich behaupte, daß das entferntere Auge *C* einen größeren Winkel brauche, um den Gegenstand, falls er ein ferngelegener ist, zu umfassen.

Fig. 18.



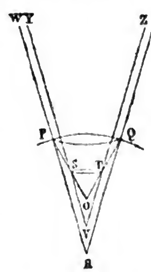
Man ziehe von *D*, *E* die zugehörigen gebrochenen Strahlen *DG* und *EH* bis zum Gegenstand. Wenn nun jener entfernte Gegenstand nicht unter größerem Winkel von *C* aus gesehen wird, so mag er unter dem gleichen gesehen werden, und man ziehe die zu *FD* und *FE* Parallelen *CA* und *CB*, so daß Winkel *ACB* und *DFE* gleich sind. Da *CA* und *CB* stärker zur Oberfläche *AB* geneigt sind als *FD* und *FE*, so werden auch *CA* und *CB* stärker gebrochen werden als *FD* und *FE*, nach X. Darum werden die zu *CA* und *CB* gehörigen gebrochenen Strahlen sich mit den zu *FD* und *FE* gehörigen gebrochenen jeder auf seiner Seite schneiden (sowohl deshalb als auch nach XXXIV), weil *CA* und *FD* parallel sind, ebenso wie *CB* und *FE*. Sie mögen sich also schneiden, und zwar mögen die

Schnittpunkte G und H sein. Zu CA und CB mögen die gebrochenen Strahlen AG und DH gehören. Da angenommen wurde, der Gegenstand erscheine unter dem Winkel ACB, so wird er gesehen und umfaßt werden durch die gebrochenen Strahlen AG und BH. Er wird aber auch gesehen und umfaßt durch die gebrochenen Strahlen DG und EH. [39] Deshalb müssen die Endpunkte des Gegenstandes notwendig G und H sein. Und deshalb würde der Gegenstand nicht fern, sondern nahe sein, was gegen die Annahme verstößt. Es wird mithin das in C befindliche Auge diesen Gegenstand nicht mittels der Strahlen CA und CB und unter dem Winkel ACB ($= DFE$), sondern mit mehr nach außen gelegenen Linien, z. B. CI und CK und unter dem Winkel ICK ($> ACB$ oder DFE) sehen: so daß die zu CI und CK gehörigen gebrochenen Strahlen IL und KM nahezu parallel zu DG und EH zur Umfassung der Endpunkte des fernen Gegenstandes ausgehen können.

LXXXIII. Lehrsatz. Sieht ein Auge nacheinander durch zwei verschiedene Konvexlinsen nach einem ferngelegenen Gegenstand, so erscheint er von derselben Größe, wenn die Abstände jeder Linse vom Auge sich verhalten wie die Durchmesser der Konvexität einer jeden. Ist aber das Verhältnis anders, so wird das Auge den Gegenstand durch diejenige Linse größer sehen, deren Abstand im Verhältnis größer war[27]).

In Fig. 19 sei O das Auge, PQ die große Linse, um den Mittelpunkt R beschrieben. Die Punkte P und Q werden verbunden mit O, und in den Punkten ST dieser Linien befinde sich die kleinere Linse ST. Durch S und T ziehe man, parallel zu PR und QR, SV und TV. Ihr Schnittpunkt V sei der Mittelpunkt der [Konvexität der] kleineren Linse. Es werde ferner OP und OQ in PW und QX gebrochen.

Fig. 19.



Da VS und RP parallel sind, und ebenso VT und RQ, so werden die sie schneidenden Geraden OP und OQ gleiche Winkel bilden, $OPR = OSV$ und ebenso $OQR = OTV$. Aber auch VTS und RQP sind gleich, als gebildet von den Linsen und deren Halbmessern: und deshalb werden auch

OTS und *OQP* gleich sein, weil Gleiches abgezogen wurde. Daher hat *OT* zu Linse *TS* und *OQ* zu Linse *QP* dieselbe Neigung. [**40**] Deshalb werden auch die Refraktionen beiderseits gleich sein. Von *S* und *T* an werden die gebrochenen Strahlen — sie mögen *SY* und *TZ* heißen — zu *PW* und *QX* parallel sein, daher werden sie für den Augenschein denselben Gegenstand (nach XXIII) unter demselben Winkel *POQ* oder *SOT* umfassen; deshalb wird er für gleich groß gehalten werden (nach LXVI). Es verhält sich aber der Halbmesser *PR* der Linse *PQ* zu ihrem Abstand vom Auge *PO*, wie der Halbmesser *VS* der Linse *ST* zu ihrem Abstand vom Auge *SO* und umgekehrt. Der erste Teil der Behauptung ist also bewiesen. Nun zum zweiten.

Ich behaupte, wenn das Verhältnis der Abstände und das Verhältnis der Halbmesser ungleich ist, wenn z. B. das Auge *O* von der Linse *ST* den Abstand *SO* hat, das Auge *V* von der Linse *PQ* aber den Abstand *PV*, daß dann die Gegenstände durch die Linse *PQ*, deren Abstand vom Auge *V* größer ist im Verhältnis zum Halbmesser *PR*, größer erscheinen, als der Abstand *SO* der Linse *ST* vom Auge *O*, und zwar im Verhältnis zum Halbmesser *SV*: weil sich *OS* zu *SV* verhält, wie *OP* zu *PR*, *OP* aber kürzer ist als *VP*.

Denn nach LXXXII würden durch die Linse in der Lage *PQ* dem Auge *V* die Gegenstände größer erscheinen, als dem Auge *O*. Aber, wie bisher bewiesen wurde, erscheinen dem Auge *O* die Gegenstände in dieser Anordnung durch die Linsen *ST* und *PQ* gleich groß. Deshalb erscheinen die Gegenstände dem Auge *V* durch die Linse *PQ* größer als dem Auge *O* durch die Linse *ST*.

LXXXIV. Lehrsatz. Je weiter sich das Auge nach außen vom Schnittpunkt entfernt, um so kleiner sieht es die umgekehrten Gegenstände.

Der Beweis für diese Behauptung ergibt sich durch Erklärung und Vergleichung mit dem vorhergehenden. Beginnen wir mit der Umkehr von XXXVII, und setzen wir das Auge für den strahlenden Punkt, was erlaubt ist (nach III). Wenn das Auge der Linse so nahe ist, so divergieren diejenigen seiner Strahlen, die durch die Linse gehen, auch nach der Brechung in der Richtung auf den Gegenstand, und der Gegenstand erscheint aufrecht, was in Lehrsatz LXX. bewiesen wurde. Rückt aber das Auge etwas weiter ab, so werden die Gegenstände größer (nach LXXXII), obwohl sich ihre

Anzahl vermindert (nach LXXXI). Kommt das Auge dann noch weiter an den Schnittpunkt, so werden seine Strahlen durch den Eintritt in die Linse parallel, nach der Umkehr von XXXV. [41] Rückt man das Auge noch um ein geringes weiter von der Linse ab, so bekommen alle Strahlen des Auges nach der Brechung durch die Linse die Tendenz, sich zu schneiden, anfangs hinter dem Gegenstand [wenn man sie hinreichend verlängern würde], dann in einem einzigen Punkt des fernen Gegenstandes. Und dann wird von dem ganzen Gegenstand nur ein einziger Punkt gesehen, und zwar so groß wie die Linse selbst, aber ganz verschwommen. Geht man noch ein wenig weiter von der Linse mit dem Auge fort, so verläßt der Schnittpunkt jener aus dem Auge kommenden und durch die Linse gebrochenen Strahlen oder Linien den Gegenstand und rückt auf die Linse zu. Da die zusammenlaufenden Strahlen sich gegenseitig schneiden und jenseits des Schnittpunktes (nach XXI) sich fortsetzen, so fallen auch diese aus dem Auge kommenden und durch die Linse hindurch gezogenen Linien jenseits ihres Schnittpunktes in umgekehrter Reihenfolge auf den Gegenetand auf (nach LXXVI) und umfassen zunächst nur einen ganz kleinen, dem Schnittpunkt zunächst gelegenen Teil des Gegenstandes; und dann beginnt der Gegenstand an einem seiner Teile umgekehrt zu erscheinen, was in LXXV. bewiesen ist. Entfernt sich nun das Auge immer mehr und mehr, so rückt jener Schnittpunkt mehr und mehr an die Linse heran (nach XLI), und der Winkel des Schnittes wird größer, immer mehr von den Gegenständen umfassend, bis endlich der Abstand des Auges sehr groß geworden ist; dann fallen die Linien aus seinem Zentrum nahezu parallel auf die Linse, und sie schneiden sich in einem gewissen und bestimmten Punkt jenseits der Linse (wie in Lehrsatz XXXIV). So groß also in Fig. 8 Winkel BFD ist, so viel von der Halbkugel [Gesichtsfeld] wird umgekehrt gesehen. Denn wenn BF und DF weiter gehen, schneiden sie sich wieder und fallen so auf die Gegenstände. Immer aber bleibt von jener Umkehrung der Gegenstand ausgenommen, welcher sich näher befindet als der Schnittpunkt der aus dem Mittelpunkt des Auges kommenden und an der Linse vorbeigehenden Linien. Daher kann es sich ereignen, daß bei ein und derselben Lage des Winkels einige ferne Gegenstände umgekehrt, andere nahe aufrecht gesehen werden. Nach diesen Feststellungen erscheint erstens die Linse (nach LXVII) unter einem um so kleineren

Winkel, je weiter vom Auge sie absteht, und mit ihr alles das, was durch sie hindurch umgekehrt gesehen wird. Dann aber wird mit dem Abrücken der Linse vom Auge immer mehr von der sichtbaren Halbkugel[28]) in sie aufgenommen, wie schon entwickelt worden ist. Es wird also das Bild eines größeren Gegenstandes, der in seiner ganzen Ausdehnung überblickt wird, bei geringerer Entfernung des Auges kleiner als das eines kleineren bei näherem Abstande. [**42**] Deshalb wird aus doppeltem Grunde das einzelne der umgekehrten Gegenstände ebenfalls kleiner, wenn die Linse dem Auge ferner ist.

LXXXV. Aufgabe. Mittels einer Konvexlinse die Gegenstände deutlich sichtbar zu machen, aber verkehrt und verkleinert.

Das Auge werde hinter den Schnittpunkt gebracht in einer Entfernung, die seiner Fähigkeit entspricht. Denn (nach LXXIX) wird der Kurzsichtige deutlich sehen, aber (nach LXXV) umgekehrt und (nach LXXXIV) verkleinert: je nachdem das Auge eine gewisse Entfernung zum Deutlichsehen erfordert.

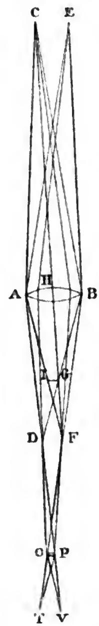
Bis hierher über die Konvexlinse für sich. Nun über zwei miteinander verbundene Konvexlinsen.

LXXXVI. Aufgabe. Durch zwei Konvexlinsen eine Vergrößerung des Gegenstandes bei vollkommener Deutlichkeit herbeizuführen, aber in umgekehrter Lage.

Zwei Konvexlinsen seien in bezug auf das Auge so angeordnet, daß die entferntere für sich allein ein umgekehrtes Bild für das Auge liefert, aber kein deutliches, daß aber das Auge der Linse näher ist, als der Punkt, in welchem ein scharfes Bild hergestellt wird, nach LXXVIII[29]). Wie wenn in Fig. 15 die Divergenz der von einem Punkt ausgehenden Strahlen *DO* und *DP* und der von ihnen eingeschlossene Winkel *ODP* zu groß wären für das Auge, und das Auge in *OP* sich nach außen von den Schnittpunkten *D* und *F* befände. Nun werde [Fig. 20] eine nähere Linse zwischen die frühere und das Auge so eingeschaltet, daß das Auge sich nach innen von deren Schnittpunkt befindet, wie wenn daß das Auge sich in *GI* befände (in Fig. 14). Unter solchen Umständen wird das Auge durch diese Linse allein aufrecht, aber verschwommen sehen: indessen aus dem entgegengesetzten Grunde wie in Lehrsatz LXXI. Weil nun die Divergenz von der entfernten Linse her zu groß ist, so wird die entgegengesetzte Konvergenz von der näheren jene allzugroße Divergenz ausgleichen, dergestalt, daß sie dadurch korrigiert wird und verbessert an das Auge herankommt zur Herstellung eines scharfen Sehens.

[43] Und weil das Bild des Gegenstandes durch die eine Linse umgekehrt wurde, die nähere Linse aber nicht das von neuem umkehrt, was sie von der entfernteren empfängt, sondern so, wie sie es empfängt, dem Auge übermittelt aus dem, was hinter ihr liegt (sie empfängt aber ein Bild, welches umgekehrt ist in Ansehung des Gegenstandes), so übermittelt sie auch dieses umgekehrte Bild [des Gegenstandes] dem Auge umgekehrt hinsichtlich des Gegenstandes.

Fig. 20.

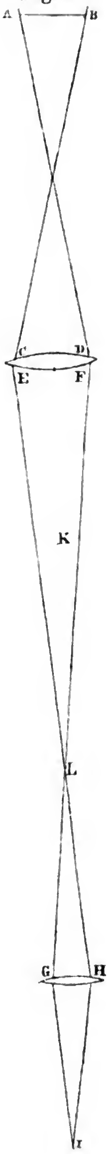


Und weil das umgekehrte Bild selbst in der Nähe des Schnittpunktes größer erscheint als der Gegenstand selbst, wenn es weiter ab, gleichgroß, und noch weiter ab kleiner (nach LXXXIV), so wird unser so umgekehrtes Bild, nachdem es durch die nähere Linse vergrößert ist, in den beiden ersten Fällen unter allen Umständen größer ausfallen als der Gegenstand, im letzten Fall aber entweder größer, gleich oder kleiner, je nachdem das Verhältnis der Linsen unter sich ist, welches im Belieben des Verfertigers liegt: in jedem Fall aber größer als das Bild, welches die dem Auge nächststehende Linse von der entfernteren erhalten hatte (nach LXXX).

[Anmerkung von Frisch: In dieser Aufgabe ist die Konstruktion desjenigen Fernrohrs enthalten, welches wir seit der Zeit Keplers das astronomische oder Keplersche nennen. Kepler hat, entblößt von allen Hilfsmitteln, ein derartiges Fernrohr nicht gemacht. Der erste, welcher das Keplersche Problem mechanisch löste, scheint P. Scheiner gewesen zu sein, welcher in der »Rosa Ursina« (ed. Bracciani a. 1630) mitteilt, daß er sich eines solchen Fernrohrs zu astronomischen Beobachtungen bedient habe.]

LXXXVII. Aufgabe. Durch zwei Konvexlinsen die Gegenstände deutlich und aufrecht, aber verkleinert darzustellen.

Fig. 21.



Diese beiden Konvexlinsen müssen eine genügende Verschiedenheit der Konvexitäten haben. Das Auge möge also sich außerhalb der beiderseitigen Schnittpunkte befinden, und zwar dem Deutlichkeitspunkte der einen näher, dem der anderen entfernter, so daß man mit keiner von beiden für sich das umgekehrte Bild der Gegenstände deutlich erhält. Wenn nämlich die Linsen in dieser Anordnung zum Auge in ein und derselben Linie zusammengestellt sind, so heben sich die entgegengesetzten Fehler gegenseitig auf, und Deutlichkeit wird die Folge sein.

Damit das Bild aber auch aufrecht sei, muß
es zweimal umgekehrt werden. Und damit die
geschehe, muß die (dem Auge) nähere Lins
von der entfernteren bis jenseits der Schnitt
punkte derselben abrücken.

[**44**] Es sei nämlich AB, [Fig. 21] der Gegen
stand, $CDEF$ die von dem Auge entfernter
Linse. K sei der Schnittpunkt. Wenn also da
Bild von AB durch diese eine Linse umgekeh
wird, so wird der Punkt, in welchem das um
gekehrte Bild erscheint, jenseits von K weiter a
von der Linse liegen (nach LXXV). Dieser O
sei L, und weil die Gestalt der Linse EF selb
und mit ihr das umgekehrte Bild von AB vo
neuem durch die zweite Linse, welche GH se
umgekehrt werden soll, das umgekehrte Bild d
Gegenstandes AB aber durch die Linien ADF
und $BCEL$ umfaßt wird: so muß die Linse G
jenseits von L sich befinden (nach LXXVI). I
war aber L jenseits des Schnittpunkts K w
der entfernten Linse EF. Daher wird GH d
zweite Linse noch viel weiter über deren Schni
punkt K hinausgebracht werden, so daß FL
und ELG, welche von den Endpunkten d
Gegenstandes herkommen, nach ihrer zweit
Brechung in G und H endlich wieder zusamme
gehen und nach dem Auge in I gelenkt werd

Endlich ist dieses Bild kleiner als der Geg
stand. Denn erstens wird die Figur von I
selbst (und von dem, was durch sie erbli
wird) umgekehrt durch die Linse GH und deutli

in I erscheinen, aber kleiner, nach LXXXV. Nach demselben (LXXXV) wird, wenn sich das Auge in L befindet, auch der Gegenstand AB selbst, der von der Linse CD umgekehrt wurde, verhältnismäßig weniger Raum innerhalb der Linse einzunehmen scheinen, weil L nicht allzu nahe an den Punkt K selbst heranrücken darf, wenn nicht die Undeutlichkeit zu groß werden soll. L nämlich muß so nahe wie möglich dem Deutlichkeitspunkte sein, ebenso wie auch I. In jedem von beiden Fällen wird der Gegenstand AB klein abgebildet.

LXXXVIII. Aufgabe. Mittels zweier Konvexlinsen Gegenstände auf einem Papier aufrecht abzubilden.

Eine bisher ungelöste Aufgabe. Die Konvexlinsen bleiben wie in Aufgabe LXXXVII, das heißt aber so, daß die dem Papier nähere Linse sich jenseits des Schnittpunktes K befindet. [**45**] Denn die Büschel, welche ungefähr in der Gegend von K spitz auslaufen, erweitern sich jenseits K wiederum und divergieren wechselseitig von sich. Diese nimmt die zweite Linse in sich auf und spitzt die einzelnen nach der Brechung wiederum zu und bewirkt, daß alle unter sich konvergent werden zu einem neuen Schnitt, wonach sie wieder divergieren und auf diese Weise in ihrer ersten Anordnung mit ihren Spitzen auf das Papier auftreffen. Es geschieht nämlich in Fig. 20 nicht anders, als ob der Gegenstand CE auf das Bild in DF übertragen, und als ob OP nicht mehr das Auge, sondern die zweite Linse unterhalb des Gegenstandes wäre. Wenn sich die Linse OP sehr nahe an dem Bilde DF befindet, so erfordert die Abbildung TV ein ferngehaltenes Papier und gerät groß.

LXXXIX. Aufgabe. Mittels dreier Konvexlinsen die Gegenstände aufrecht deutlich und vergrößert darzustellen.

Zwei von den Linsen und das Auge werden so angeordnet, daß geschieht, was in Aufgabe LXXXVII gesagt ist, mit einer einzigen Ausnahme, daß nämlich das Auge sich näher am Deutlichkeitspunkte befinde und undeutlich sehe. Denn die dritte Konvexlinse, so angebracht wie in Aufgabe LXXXVI die dortige zweite, nämlich dergestalt, daß das Auge sich näher an der Linse als der Schnittpunkt befindet, wird bewirken, daß das Bild (welches zweimal umgekehrt war und jetzt aufrecht, aber dadurch kleiner wurde) wiederum vergrößert wird: wenn aber das Verhältnis der Linsen richtig ist, so macht die Zunahme die frühere Verkleinerung, welche die beiden allein in LXXXVII zuwege gebracht hatten, wieder mehr als wett. Die Deutlichkeit wird aber aus denjenigen Gründen folgen, welche angeführt wurden in Aufgabe LXXXVI.

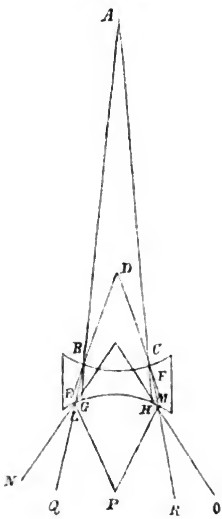
[Anmerkung von *Frisch*: Ein auf diesen Prinzipien beruhendes Fernrohr verfertigte *Chr. Scheiner* und beschreibt es in dem oben angeführten Werke.]

Bis hierher über Konvexlinsen: weiter über die konkaven.

XC. Lehrsatz. Strahlen, die von einem leuchtenden Punkt aus parallel oder divergent auf die konkave Oberfläche eines dichteren Mediums auffallen, werden innerhalb desselben noch divergenter (wenn anders der leuchtende Punkt außerhalb des Zentrums der Oberfläche liegt).

[**46**] Von dem leuchtenden Punkt *A*, [Fig. 22] aus mögen die divergenten Strahlen *AB* und *AC* herabsteigen in die konkave Oberfläche *BC* des dichteren Mediums, deren Zentrum *D* sei innerhalb der Umfassung von *AB* und *AC*. Ich behaupte, *AB* und *AC* werden nach der Brechung in *B* und *C* unterhalb *BC* stärker divergieren. Es mögen nämlich vom Zentrum *D* aus die Senkrechten *DB* und *DC* nach der Oberfläche gezogen und verlängert werden, etwa bis *E* und *F*, und es mögen auch *AB* und *AC* verlängert werden bis nach *G* und *H*. Da nun *AB* geneigt ist zu der Oberfläche des dichteren Mediums, so mag es in *B* gebrochen werden, und sein zugehöriger gebrochener Strahl wird von *BG* fort nach *BE* dem Lot (nach II), neigen und sei *BL*.

Fig. 22.



In ähnlicher Weise wird auch *AC* in *C* gebrochen werden und nach der Brechung von *CH* fort nach *CF* dem Lot zu neigen, so daß es *CM* wird. Aber *DBE* und *DCF* divergieren stärker, weil sie von einem näher gelegenen Punkt als *AG* und *AH* kommen, welche von einem ferner gelegenen durch dieselben Punkte *B* und *C* gezogen wurden, und weil *BL* und *CM* an sie, die mehr divergieren, herankommen, vo

BG und CH aber, welche weniger divergieren, abrücken, also stärker divergieren als AB und AC, und zwar [schon] innerhalb des dichteren Mediums.

XCI. Lehrsatz. Wäre der leuchtende Punkt der Linse näher gewesen als das Zentrum der Kavität, so divergieren die divergenten Strahlen nach der Brechung innerhalb des dichten Mediums weniger.

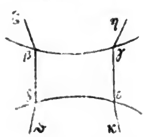
Es sei nunmehr A das Zentrum des Kreises, D der leuchtende Punkt. Dann werden ABG und ACH zu Loten und DB und DC zu Strahlen, welche, statt den Weg BE und CF zu verfolgen, gebrochen werden in den Punkten B und C und heranreichen an die Lote BG und CH und endigen als BL und CM, welche weniger divergieren als BE und CF.

[47] XCII. Lehrsatz.] Innerhalb des dichteren Mediums divergent an dessen konkaver Grenzfläche verlaufende Strahlen divergieren nach ihrem Austritt noch stärker.

Es mögen BL und CM divergent nach der konkaven Begrenzungsfläche LM verlaufen, deren Zentrum P sei, aus welchem die Lote PL und PM nach den Punkten L und M kommen mögen. Und BL und CM sollen verlängert werden nach Q und R über die Einfallspunkte L und M hinaus. Weil nun die Strahlen BL und CM innerhalb des dichten Mediums schief auf die Oberfläche LM des dünneren Mediums um P auffallen, oder, was dasselbe ist, auf die Grenzfläche des dichten Mediums, in welchem sie sich befinden, so werden sie bei der Brechung abgelenkt werden von den Loten PL und PM und werden nach der Brechung nicht LQ und MR sein, sondern mehr nach außen gerichtet sein, nach II., wie LN und MO. Und da BLQ und CMR divergieren, so werden LN und MO noch stärker divergieren.

XCIII. Lehrsatz. Wenn Strahlen in ein dichtes Medium parallel eingetreten sind, werden sie nach dem Überschreiten von dessen konkaver Grenzfläche divergieren.

Fig. 23.

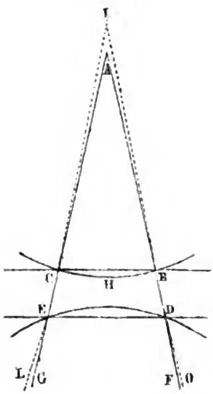


Es mögen [Fig. 23] $\beta\delta$ und $\gamma\varepsilon$ parallele Strahlen sein. Zwischen ihnen kann nur einer senkrecht in $\beta\gamma$ sein, die übrigen fallen schief auf und werden von ihren Loten abgebrochen werden, nach II., also werden $\delta\vartheta$ und $\varepsilon\varkappa$ ebenso nach ihrem Austritt divergieren, wie $\beta\zeta$ und $\gamma\eta$ vor ihrem Eintritt divergieren.

XCIV. Lehrsatz. Strahlen, die von einem beliebig gelegenen Punkt auf eine beiderseits konkave Linse fallen, divergieren nach der letzten Brechung noch stärker. Dies trifft auch für eine beiderseits plane Scheibe zu.

Denn wenn dies nicht der Fall ist, so könnte es auch nicht zutreffen, wenn der strahlende Punkt nach innen vom Zentrum der Konkavität der Linse läge, weil dann nach XCI. die Divergenz innerhalb des Mediums geringer ist. Dasselbe gilt, wenn die Linse beiderseits plan ist, vollends wenn beide Bedingungen zusammentreffen. [**48**] Und doch ist es alsdann wahr[30]). Es sei nämlich das Parallelepipedon *CBED* [in Fig. 24] ein dichtes Medium, die Strahlen in ihm *EC* und *DB* seien einander zugeneigt unter den gleichen Winkeln *CED* und *BDE*: sie mögen gebrochen werden in den Punkten *C*, *E*, *B* und *D*. Die zugehörigen gebrochenen Strahlen *EG* und *CA* werden nach III. parallel sein, ebenso auch *DE* und *BA*, weil *CB* und *ED* parallel sind. Die Divergenz in *AC* und *AB* wird daher gleich sein derjenigen in *EG* und *DF*. Es werde nun *CB* durch den Kreis *CHB* konkav gemacht. Dadurch wird die Neigung von *EC* zu der konkaven Fläche vermindert werden, wodurch auch die Brechung vermindert wird und so auch der obere gebrochene Strahl, d. h. *CI* und auf der anderen Seite *BI*. Daher werden nunmehr weniger divergent *IC* und *IB* als *EG* und *DF*. Und noch viel weniger, wenn auch *ED* konkav wird, weil *CE* zu der neuen Oberfläche geneigter wird. Und die zugehörigen gebrochenen Strahlen werden divergenter als bisher *EG* und *DF*, etwa wie *EL* und *DO*.

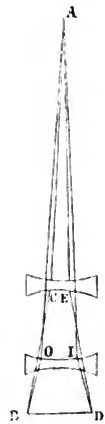
Fig. 24.



XCV. Lehrsatz. Ferne Gegenstände werden durch eine hinreichend konkave Linse, wenn sie in einem bestimmten Punkte vor dem kurzsichtigen Auge aufgestellt ist, deutlich zur Darstellung gebracht.

Ferne Punkte strahlen parallele Strahlen aus, nach XXIII. Da nun Kurzsichtige auf nahe Gegenstände eingerichtet sind, so sind sie es auf divergente Strahlen nach XXIV und sehen deshalb ferne Gegenstände undeutlich. Aber konkave Linsen bewirken, daß parallele Strahlen divergent werden, nach XC. Sie bewirken mithin, daß die Punkte, von denen die parallelen Strahlen ausgehen, scharf gesehen werden. Aber nicht in jeder Lage der Konkavlinse. Denn derselbe Punkt *A* [Fig. 25] der durch die vom Auge *BD* entferntere Linse *CE* Strahlen in die Pupille des Auges *BD* sendet, benutzt nur einen kleinen Teil der Linse *CE*, weil dasjenige, was er auf einen größeren Teil strahlt, durch allzugroße Divergenz vom Auge abirrt. Dahingegen benutzt derselbe Punkt *A* von der näheren Linse *OI* einen größeren Teil *OI*, um Strahlen, die von *A* ausgehen, in die ganze Pupille *BD* zu streuen. Aber der kleinere Teil *CE* liegt der Senkrechten aus *A* nach der Linse näher als der größere *OI*: [**49**] daher ist auch die Neigung der näheren Strahlen *AC* und *AE* zur Oberfläche geringer als diejenige der Strahlen *AO* und *AI*, und deshalb ist auch die Brechung von *ACB* und *AED* geringer als die von *AIB* und *AOD*, nach X., und deshalb ferner die Divergenz von *CB* und *ED* geringer als die von *IB* und *OD*. Nun hat aber jedes Auge seinen eigenen günstigen Grad von Divergenz: also muß auch jede Linse eine besondere Lage haben.

Fig. 25.



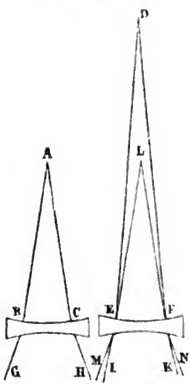
XCVI. **Lehrsatz.** Die Gegenstände werden durch Konkavlinsen kleiner dargestellt.

Es sei jetzt in der vorigen Figur 25 *BD* der Gegenstand und *A* das Zentrum des Auges. Da nun die von *A* ausgehenden Strahlen in der Linse *CE* nach auswärts gebrochen werden, nach XCIV., so werden offenbar die Verbindungslinien *BA*, *DA* einen Winkel *BAD* einschließen, unter dem der Gegenstand mit unbewaffnetem Auge gesehen würde, einen Winkel, der größer ist als Winkel *CAE*, unter dem *DB* durch die Linse *CE* hindurch erscheint (nach LXVI), also wird der Winkel für kleiner gehalten werden. Denn das Auge weiß nichts von dem, was mit den Strahlen *AC* und *AE* in den Punkten *C* und *E* geschieht: und deshalb meint es, sie setzten sich geradlinig fort (nach XIX); wenn dies wirklich geschähe, so würden sie nur einen Teil vom Gegenstand *BD* auffangen. Sie erfassen aber nach der Brechung den ganzen Gegenstand, also wird das Bild des Ganzen einem Teil des Ganzen gleich gemacht und ist darum kleiner als das Ganze selbst.

XCVII. Lehrsatz. Rückt die Konkavlinse weiter vom Auge ab, so gelangen weniger Gegenstände durch die Konkavlinse an das Auge[31].

A sei in Fig. 26 das Auge, *BC* die nähere Linse. Ferner sei *D* das Auge und *EF* die entferntere, aber der vorigen gleiche Linse. Die Basis *EF* ist daher gleich der Basis *BC*, die Schenkel *DE* und *DF* sind aber länger als die Schenkel *AB* und *AC*. Der Winkel *BAC* ist also größer als der Winkel *EDF*. Die Strahlen mögen nun gebrochen werden, und die zugehörigen gebrochenen Strahlen sollen *BG* und *CH*, *EI* und *FK* sein, nach XCIV; es divergieren mithin immer *BG* und *CH* stärker als *EI* und *FK*. [**50**] Es seien nämlich *ELF* und *BAC* Dreiecke, welche zur Deckung gebracht werden können. Da nun *DE* und *LE* von *D* und *L* herabkommen nach demselben Punkt *E* des dichteren Mediums, so werden sie, nach der Brechung in *E*, sich gegenseitig schneiden, und *LE* wird unterhalb, *EM* oberhalb zu liegen kommen: so auch *LF* unterhalb von *FN* (nach XI). Es divergieren mithin *EM* und *FN* stärker als *EI* und *FK* und fangen deshalb auch ein größeres Stück der Halbkugel auf: aus demselben Grunde fangen auch *BG* und *CH*, die von der nahen Linse gebrochen wurden, ein größeres Stück auf als *EI* und *FK*, die von der entfernten gebrochen werden.

Fig. 26.

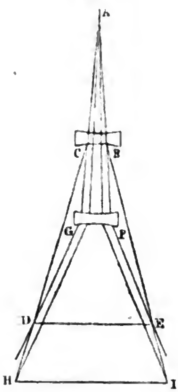


XCVIII. Lehrsatz. Rückt die konkave Linse weiter vom Auge ab, so werden die Gegenstände verkleinert dargestellt, solange sich die Linse nicht dem Gegenstande näher als dem Auge befindet[32].

Denn mit dem Abrücken der Linse nimmt in gleicher Weise für das Gefühl die scheinbare Größe derselben ab (nach LXVII). Aber sie erfaßt nicht in gleicher Weise weniger Gegenstände, die weiter entfernt sind. Denn wiewohl sie nach XCVII stets weniger Gegenstände erfaßt, so beträgt doch jene Verminderung nur einen kleinen Teil sämtlicher Gegenstände, wofern es sich nämlich um entfernte Gegenstände handelt, weil ja die Refraktionen bei größerer Entfernung sich so gut wie gar nicht ändern, ebenso wie auch die Neigungen [Figur 26] der Strahlen LE und DE usw. in bezug auf die Linse EF in größerer Entfernung fast gar nicht geändert werden. Es kommt infolgedessen mehr von der scheinbaren Größe als von der Anzahl der durch die Linse gesehenen Gegenstände in Fortfall. Sie werden nämlich alle zusammen unter kleinerem Winkel gesehen, und deshalb auch der einzelne.

[51] Oder: Es sei [Fig. 27] A das Auge und ABF und ACG geradlinige Strahlen, welche den Winkel FAG einschließen; sie mögen die nahegelegene Linse BC und desgleichen die entfernte FG schneiden. Sie werden also nach außen in den Punkten B und C gebrochen werden, nach XCIV. Die zugehörigen gebrochenen Strahlen sollen BE und CD sein. Da nun AF und AG in FG einen größeren Teil der Linse umfassen, so wird auch die Brechung in FG größer sein als in BC [nach XI] und sobald sie aus der Brechung in F und G hervorgehen, werden sie stärker divergieren als diejenigen [Strahlen], welche in B und C austreten, und werden sich mit diesen schneiden. Dies letztere möge in E und D geschehen, und die gebrochenen Strahlen seien FE und GD. Da also FE und GD nach dem Zusammentreffen und dem Schnitt mehr nach außen kommen als BE und CD, so wird auch kein sichtbarer Gegenstand (mit Ausnahme eines solchen, dessen Endpunkte mit den Schnittpunkten E und D zusammenfallen) sowohl von der nahen als fernen Linse her gleichzeitig unter demselben Winkel BAC oder FAG gesehen werden. Denn Gegenstände, die entfernter sind als ED, erscheinen kleiner durch die entferntere Linse GF als durch die nähere CB, nach LXVI; so wird z. B. KI, welches durch die von der nahen Linse gebrochenen Strahlen BI und CK eingeschlossen ist, nicht mehr umfaßt werden durch die gebrochenen Strahlen FE und GD, welche unter demselben Winkel FAG zum Auge gelangen, wohl aber von mehr nach innen gelegenen innerhalb F und G, welche unter einem kleineren Winkel zum Auge A gelangen.

Fig. 27.



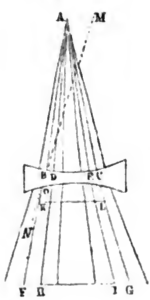
[**52**] XCIX. Lehrsatz. Eine Konkavlinse genügt entweder bei individuellem Abstand vom Auge allen Menschen zugleich zum deutlichen Sehen, oder, wenn sie ganz nahe ans Auge gebracht werden soll, wie es der Fall ist, wenn eine Brille auf der Nase sitzt, dann braucht jeder dazu seine besondere Konkavlinse[33].

Denn nach XCV hat jede Konkavlinse einen bestimmten Abstand, je nach der Beschaffenheit des Auges, zum Deutlichsehen. Ist die richtige Wahl dieses Abstandes nicht möglich, dann muß dem Auge wenigstens die Auswahl unter den Linsen zugestanden werden, sonst wird es entfernte Gegenstände verschwommen sehen. Denn entweder ist die Konkavität der Linse nicht groß genug, um die Verschwommenheit, welche die Folge des Parallelismus der Strahlen ist, zu beseitigen, oder sie ist zu groß und erzeugt infolgedessen eine zu große Divergenz und so eine Verschwommenheit, welche der vorigen entgegengesetzt ist.

C. Lehrsatz. Linsen, welche durch zu große Konkavität in unmittelbarer Nähe des Auges die Dinge verschwommen erscheinen lassen, lassen sie in einigem Abstand deutlich erscheinen, und umgekehrt.

Dies ist gleichsam die Umkehr von Lehrsatz XCV. Es möge nämlich Punkt A [Fig. 28] Strahlen aussenden gegen die Konkavlinse BC, und deshalb werden alle Strahlen nach der Brechung unter sich divergieren, nach XC und XCIV, und darum die entfernteren am stärksten. Es mögen die Strahlen AB und AC nach der Brechung noch mehr divergieren in Gestalt von BF und CG, und diese Divergenz möge für das Auge allzugroß sein. Dahingegen mögen die Strahlen AD und AE welche nachher als DH und EI noch mehr divergieren, für das Auge passen. Die Weite der Pupille sei aber HI, und diese befinde sich in HI, wo sie die Strahlen von der ihr passenden Divergenz umfaßt. Würde sie die divergenten Strahlen FG umfassen, so würde sie ein fehlerhaftes und verschwommenes Sehen des Punktes A verursachen. [**53**] Aber wenn die [volle] Weite der Pupille HI der Linse in KL nahe gebracht wird, dann umfaßt sie und fängt sie die [vordem] allzu divergenten Stahlen F und G auf; daher wird der Punkt A verschwomme

Fig. 28.



gesehen, wenn sich das Auge in *KL*, deutlich, wenn es sich in *HI* befindet.

Soweit über die Konvex- und Konkavlinsen im besonderen; es folgt jetzt die Verbindung von Konkav- und Konvexlinsen.

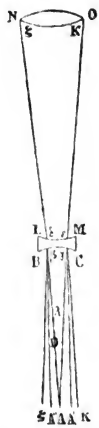
CI. Definition. Fernrohr nennt man einen dunklen hohlen Zylinder, dessen beide Öffnungen mit durchsichtigen Gläsern geschlossen sind; d. h. jenes optische Instrument, mit dem man die fernliegenden Dinge gewissermaßen aus der Nähe erblickt.

CII. Definition. Eine von seinen beiden Öffnungen befindet sich mit ihrem Glase in einer passenden Lage zum Auge, die andere entsprechend zum Gegenstande.

CIII. Postulat. Die Linien, welche durch die Mitte der Konvexitäten und Konkavitäten gehen, müssen in eine einzige zusammenfallen. Dies ist notwendig, damit die Gläser unter sich parallel und in den Tubus rechtwinklig eingesetzt sind.

CIV. [Lehrsatz.] Fallen Strahlen, die von einem Punkte ausgegangen und infolge des Durchgangs durch eine Konvexlinse konvergent geworden sind, noch vor ihrem Schnittpunkt auf eine Konkavlinse, [**54**] so wird entweder dieser Schnittpunkt weiter hinaus verlegt, oder die Strahlen gehen parallel oder endlich wieder divergent weiter.

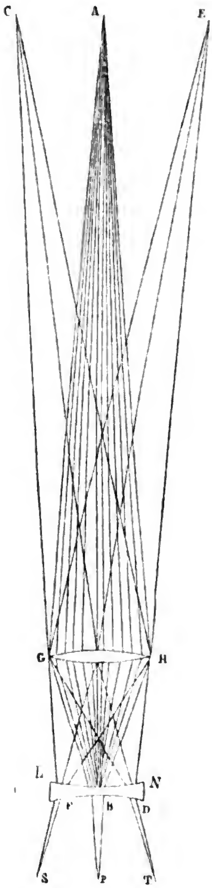
Fig. 29.



Es mögen nämlich [Fig. 29] *NL* und *OM* auf die Konkavlinse *LM* zu derart konvergieren, als ob sie sich im Punkte λ schneiden wollten. Nach der Brechung in *L* und *M* werden die zugehörigen gebrochenen Strahlen *LB* und *MC* innerhalb des dichteren Mediums nach der anderen konkaven Oberfläche hin schon weniger konvergieren, als ob sie sich schneiden wollten im Punkt *D*, nach der Umkehr von XCII. Nachdem aber *LB* und *MC* zum zweiten Male gebrochen wurden in *B* und *C*, werden die zugehörigen gebrochenen Strahlen *BA* und *CA* noch weniger konvergieren und schließlich sich in *A* schneiden. Und so wird der Schnitt, welcher eigentlich in λ zustande kommen sollte, weiter hinaus nach *A* verlegt. Wäre die Refraktion ein wenig größer, so würden die zuletzt gebrochenen

Strahlen BA' und CA' bis ins unendliche auslaufen, ehe sie sich schneiden, nach der Umkehr von XC. Wäre endlich die erste Refraktion so groß gewesen, daß die nach δ und ε konvergierenden Strahlen $\zeta\delta$ und $\varkappa\varepsilon$ innerhalb [der Linse] parallel geworden wären als $\delta\beta$ und $\varepsilon\gamma$, so divergierten sie wieder als $\beta\zeta$ und $\gamma\varkappa$, nach der Umkehr von XCIII.

Fig. 30.



CV. Aufgabe. Gegenstände mittels einer Konkav- und einer Konvexlinse auf einem Papier abzubilden in einem größeren Maßstabe, als mittels einer Konvexlinse allein, aber umgekehrt[34]).

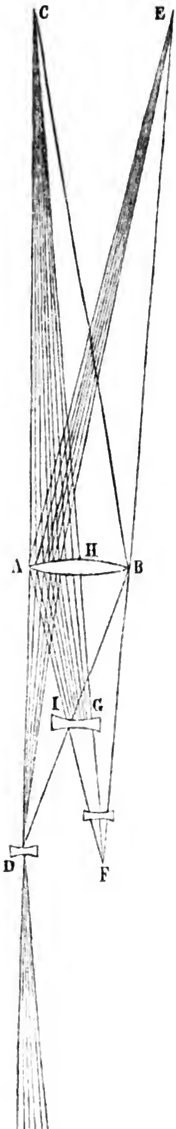
In Fig. 30 sei GH die Konvexlinse, die Schnittpunkte oder Spitzen der Lichtbüschel seien F, B und D; es werde die Konkavlinse LN dazwischengebracht, ein weniges oberhalb FBD. Dann wird der Gegenstand CAE zuerst über der Konkavlinse nahe bei DBF, aber etwas verschwommener abgebildet werden, weil die Konkavlinse die Spitzen der Büschel abfängt; auch wird er umgekehrt erscheinen, weil die Kreuzung der Büschel bereits in GH vor sich ging, und weil die Büschelspitzen sich bereits nahezu voneinander abgesondert und die einzelnen sich bereits verengert haben. Die einzelnen Büschel werden sich also bei ihrem Durchgang, nach CIV, weiterhin zu den Spitzen S, P, T formen, und dann entsteht ein deutliches Bild auf dem dort befindlichen Papier, oder die Strahlen jedes Büschels treten parallel aus, und dann verbleibt die Zeichnung in derselben geringen Verschwommenheit, [55] die sie kurz vor ihrem Eintritt in die Konkavlinse besaß, oder endlich die Strahlen divergieren, und die Büschel erweitern sich, und dann verschwimmt die Zeichnung immer mehr und mehr in dem Grade, als das Papier von der Konkavlinse abrückt. Größer aber wird die Abbildung *SPT* als jene durch die Konvexlinse *GH* allein hervorgebrachte *FBD*, weil die Büschel *F* und *D* bei ihrer Brechung an der Konkavlinse *LN* nach außen in *S* und *T* gerichtet werden, nach XC., und auch nach II. stets mehr nach außen liegen werden als nach innen.

CVI. Anmerknng. Die Behauptung des J.-Baptiste Porta, er sei imstande, die Sonnenstrahlen zunächst zu sammeln, dann ins unendliche zu dirigieren und so eine Brennwirkung hervorzurufen, diese Behauptung, obwohl in bezug auf Spiegel ausgesprochen, scheint doch auf Linsen bezogen werden zu müssen, weil er absichtlich die Sache dunkel dargestellt hat. Soll sie auf Linsen bezogen werden, so wird es kein anderer Kunstgriff sein, als daß er zunächst mit einer Konvexlinse viele Strahlen sammelt und dann die so gesammelten dicht vor dem Schnittpunkt auf eine Konkavlinse auffallen läßt, damit diese aus den konvergierenden parallele Strahlen macht, wie es gesagt wurde im Lehrsatz CV. Auch vergleiche, was dagegen vorgebracht wurde unter Lehrsatz LVI. Dem füge ich außerdem noch dies hinzu: auch wenn man in den Worten Portas das, was er von der unendlich langen Brennlinie sagt, dahin berichtigt, daß diese [vielmehr] ein beliebig verlängerter Brennkegel sein soll, in dessen äußerster Spitze die Kreuzung der Strahlen eine Brennwirkung zustande bringt, so ist damit doch noch gar nichts erreicht. [56] Denn wenn die Kreuzung den Brand bewirkt, so wird eine starke Kreuzung einen starken Brand, eine schwache einen schwachen bewirken. Aber an der Spitze eines äußerst langen Kegels wird die Kreuzung nur eine ganz schwache sein[35].

CVII. Lehrsatz. Was man durch eine einzelne, dicht vor das Auge gesetzte Konkavlinse nur verschwommen sieht, wird deutlich und vergrößert, wenn noch irgend eine Konvexlinse von größerem Radius in einer bestimmten Entfernung vor die Konkavlinse gehalten wird[36].

Denn nach C. geben Konkavlinsen von allzu kleinem Radius, dicht vor das Auge gehalten, verschwommene Bilder wegen

Fig. 31.



allzu großer Divergenz der Strahlen. Aber nach LXXI bewirken die von einem Punkt ausfahrenden Strahlen durch eine einzelne Konvexlinse verschwommenes Sehen infolge der Konvergenz, wenn sich das Auge innerhalb vom Schnittpunkt befindet.

Und nach CIV heben sich jene allzu große Divergenz und diese Konvergenz der in einem Tubus verbundenen Linsen gegenseitig auf. Fällt so die Konvergenz fort, und ist die allzu große Divergenz gemildert, so folgt ein deutliches Sehen. Aber in einem bestimmten Abstand der Konvexlinse vom Auge wird das Zuviel an Divergenz irgend einer beliebigen, dicht vor dem Auge befindlichen Konkavlinse ausgeglichen. Befindet sich die Konvexlinse aber nahe dem Auge, so ist die Verbesserung dieser allzu großen Divergenz nur eine geringe. So befindet sich in Fig. 31 die Konkavlinse in *IG*, und die äußersten Strahlen *AI* und *HG* fassen den Teil *IG* der Linse zwischen sich und konvergieren unter dem kleinen Winkel *IFG*. Die Verbesserung wird dagegen beträchtlich, sobald die Konvexlinse vom Auge abrückt. Befindet sich z. B. die Konkavlinse samt dem Auge nur wenig oberhalb von *F*, so werden die äußersten Strahlen des einen Punktes *C* die Strahlen *AF* und *BF* sein und denselben Teil der Linse mit dem größeren Winkel *AFB* zwischen sich fassen.

Größer aber muß der Radius der Konvexlinse sein. Denn wenn der Radius der Konvexität gleich dem der Konkavität wäre, so daß die Wölbung der Konvexlinse sich der Höhlung der Konkavlinse anschmiegte, während die beiden übrigen Oberflächen sich fast parallel wären [57] dann würden beide Linsen, unmittelbar verbunden wie sie wären, sich gegenseiti einigermaßen ausgleichen, und die eine die Wirkung der anderen aufheben, und dann würde auch durch [mäßiges] Abrücken der einen Linse dem Auge, welches an schlechtem Sehen in der Ferne leidet, keine oder nur geringe Abhilfe zuteil werden. Rückte man aber die Konvexlinse weit von der konkaven ab, so würden die Strahlen noch konvergenter auf die Konkavlinse fallen und von dieser nicht einmal mehr parallel, geschweige denn divergent gemacht werden können. Dasselbe würde in noch höherem Maße der Fall sein bei einer Konvexlinse von kleinerem Radius. Es bleibt demnach als geeignet nur eine Konvexlinse von größerem Radius übrig.

Endlich behaupte ich, daß das Bild vergrößert werde, wenn der Radius der Konvexität größer ist. Denn nach LXXX vergrößert eine einzelne Konvexlinse die Gegenstände. Obschon nun aber nach XCVI eine Konkavlinse, auch wenn sie allein steht, die Gegenstände verkleinert, und es wahr ist, daß sowohl eine Konvexlinse als das, was man durch sie sieht, größer ist, wenn es sich um eine einzige Konvexlinse handelt, als wenn noch eine Konkavlinse eingeschoben wird: so ist doch nach LXXXII und XCVIII diese Vergrößerung und diese Verkleinerung beträchtlicher, wenn man die Linsen weiter [voneinander] entfernt. Da nun aber die Konkavlinse dicht am Auge ist, so wird sie fast gar keine Verkleinerung bewirken, und da die Konvexlinse weiter vom Auge absteht, so wird ihre Vergrößerung beträchtlicher sein.

CVIII. Lehrsatz. Befindet sich eine Konvexlinse in beliebiger Entfernung vom Auge, und man schiebt in einem bestimmten Abstand zwischen Auge und Konvexlinse irgend eine beliebige Konkavlinse ein, die, allein für sich vor das Auge gebracht, die Gegenstände verschwommen machen würde, so erscheinen die Gegenstände deutlich; doch muß die Konkavlinse einen kleineren Radius haben als die Konvexlinse.

Es ist dies die Umkehr des vorigen, nur etwas freier. Dort war nämlich die Position der Konkavlinse dicht vor dem Auge vorgeschrieben und deshalb nicht variabel, wogegen die Position der Konvexlinse variabel war. **[58]** Hier ist die Position der Konvexlinse gegeben, aber es handelt sich nicht um eine einzig mögliche Position, sondern um verschiedene, sowohl der Quantität als der Qualität nach, wogegen die Position der Konkavlinse frei gewählt werden kann.

Zuerst möge die Qualität der Konvexlinse so gegeben sein, daß sich das Auge innerhalb des Schnittpunktes befindet: dann ist die Übereinstimmung des Lehrsatzes mit dem vorigen größer; dies ist recht eigentlich der Fall des Fernrohrs.

Dann wird also in Fig. 31 die Position der Konkavlinse und des Auges zwischen der Konvexlinse AB und den Schnittpunkten D und F sein, z. B. in IG. Das Maß der Konvergenz wird daher sicher bestimmt sein durch den Winkel IFG. Diese Konvergenz muß aber, damit sie das deutliche Sehen nicht hindere, entweder für das Auge des Alterssichtigen bloß gemindert werden bis zu Parallelismus der Strahlen, oder es muß sogar darüber hinaus Divergenz hergestellt werden für das Auge des Kurzsichtigen. Aber beides läßt sich bewerkstelligen nach CIV durch Einfügen einer Konkavlinse in einem Punkt vor den Schnittpunkten. Indessen muß jene Konkavlinse einen kleineren Radius haben als die konvexe. Dies wird bewiesen wie in Lehrsatz CVII. Aber auch die Konkavlinse muß, falls sie allein für sich nahe an das Auge gebracht wird, die Gegenstände verschwommen machen, weil das, was die aus Konkavität entspringende Verschwommenheit wett macht, [an sich] gleichfalls Verschwommenheit hervorrufen muß, aber aus entgegengesetzter Ursache.

Zweitens sei die Position des Auges dergestalt gegeben, daß es außerhalb der Schnittpunkte sich befindet, wie wenn es in Fig. 31 in OP wäre, außerhalb von D und F. Dann würde eine innerhalb des Schnittpunktes D oder F befindliche Konkavlinse nach CIV bewirken können, daß kein Schnitt zustande kommt, sondern daß die Strahlen wiederum divergieren und so zum Auge OP gelangen. Indessen sind in diesem Falle viele Voraussetzungen erforderlich. Erstens muß die Konkavlinse einen kleinen Radius haben. Denn hätte sie einen großen, so würden sämtliche Strahlen zwischen AD und BD nur den kleinen Teil von ihr dicht beim Lot erfassen und ihre Refraktion würde nur unbedeutend sein und nicht ausreichen, die Konvergenz aufzuheben. Das ist in diesem Falle ebenso wie im vorigen. Ferner, wenn die Konkavlinse einen so kleinen Radius hat, daß sie sogar Divergenz herbeizuführen vermag, würden doch nicht alle jene divergierenden Strahlen zum Auge gelangen, welches weit ab außerhalb der Schnittpunkte D und F seinen Standpunkt hat. [**59**] Denn wenn die Strahlen divergieren, so schießen sie an einem weit entfernten Auge vorbei. Es bleiben also nur sehr wenige übrig, welche durch den äußerst kleinen Nabel [Zentralteil] der Konvexlinse hindurchgehen (eventuell auch bei exzentrischer Lage der Linse durch einen anderen Punkt) und auf den innersten Grund der Konkavlinse D nahe dem Lote auffallen. Diese haben fast gar keine Divergenz und können als parallel betrachtet werden. Aus diesem Grunde sind sie nur den Alterssichtigen dienlich. Drittens läßt diese Position nur einen ganz geringen Teil des Gegenstandes bis zum Auge dringen wegen der weiten Entfernung des Auges OP sowohl von der Konvexlinse AB (nach dem Gesagten) als von der konkaven, welche oberhalb D oder F angebracht werden muß, nach XCVII; und diesen schon so kleinen Teil noch außerdem unter einem ganz kleinen Winkel, nach XCVIII.

CIX. Lehrsatz. In den Instrumenten, welche die Gegenstände vergrößern und deutlich erscheinen lassen, befindet sich die Konkavlinse niemals weit ab von den Schnittpunkten, die hinter der Konvexlinse liegen.

Denn sollen sie eine möglichst starke Vergrößerung hervorbringen, so muß nach XCVIII die Konkavlinse so nahe wie möglich am Auge sein. Die konvexe hingegen weit vom Auge ab, nach LXXXII. Deshalb auch weit von der Konkavlinse ab; und gleichwohl ist der richtige Ort für die Konkavlinse zwischen der Konvexlinse und deren Schnittpunkt, nach CIV. Wenn also die Konvexlinse weit von der konkaven entfernt ist, so wird sich der Schnittpunkt sehr nahe der Konkavlinse befinden.

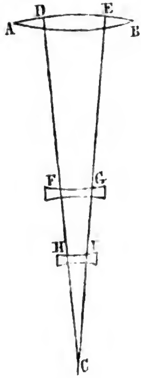
CX. Lehrsatz. Ist die Stellung der Konvexlinse bestimmt, so muß von dicht am Auge angebrachten Konkavlinsen eine mit kleinerem Radius weiter von der konvexen abstehen und näher dem Schnittpunkte angebracht werden[37]).

Von der Konvexlinse AB möge der Teil DE die von einem und demselben Punkt ausgehenden Strahlen durchlassen, und der Schnitt finde in C statt.

[60] Da nun die Konvergenz der Strahlen DC und EC [Fig. 32], welche durch die einmal festgelegte Konvexlinse AB oder ihren gleichfalls festgelegten Teil DE) bewirkt wird, eine ganz bestimmte ist, so muß auch eine ganz bestimmte Korrektur, nämlich Divergenz durch Konkavlinsen, angewendet werden. Divergenz wird aber durch Brechung hervorgerufen, und gleiche

Brechung desselben Strahles, z. B. DC, kann nur an korrespondierenden Stellen ungleicher Konkavlinsen stattfinden. FG un HI seien konkave Linsen. Und, weil di Teile FG und HI in demselben Verhältni stehen, wie die Konkavitäten ihrer zugehörige Linsen, aber von denselben Strahlen DC un EC abgeschnitten werden sollen, so wird de Teil FG der größeren Konkavität zu dem ent sprechenden HI der kleineren sich verhalte wie FC der größere Abstand jenes vom Schnitt punkt, zu HC dem kleineren. Wenn als HI weniger von C absteht als FG, s wird dasselbe HI weiter von DE abstehe als die andere Konkavlinse FG mit größere Radius.

Fig. 32.



CXI. Lehrsatz. Eine und dieselb ganz nahe dem Auge befindliche Kon kavlinse, welche mit verschiedene Konvexlinsen deutliches Sehen be wirken soll, muß von den Schnitt punkten aller gleichen Abstand haben.

Denn eine einzige Konkavlinse leistet nur eine einzige Ab hilfe; sie korrigiert nur einen ganz bestimmten Grad der Kon vergenz. Aber bei gleichem Abstand der Konkavlinse von de Schnittpunkten irgend welcher Konvexlinsen ist auch die Kon vergenz der Strahlen die gleiche, wenigstens der Strahlen welche von derselben Konkavlinse aufgefangen werden. Den wenn eine von den Konvexlinsen bedeutend größer ist, un ihre Randstrahlen stärker konvergieren: so werden diese doc an der Konkavlinse vorbeischießen, wenigstens an dem Tei der Linse, welcher die in ihm gebrochenen Strahlen zur Pupill des Auges gelangen läßt.

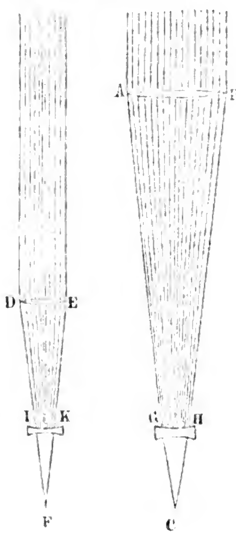
[61] CXII. Lehrsatz. Befindet sich eine Konkav linse nahe dem Auge, und ist der Radius der Konvex linse groß, so erfordert sie einen weiten Abstand vo der konkaven und dem Auge; ist der Radius klein, s muß jener Abstand gering sein.

Denn nach CIX befindet sich das Auge nahe dem Schnitt punkt, und nach CXI ist die Konkavlinse, die immer vo derselben Art ist, von den Schnittpunkten aller konvexen gleic weit entfernt. Aber die Entfernung der Schnittpunkte von de zugehörigen Konvexlinsen ist ungleich. Denn von den Konvex linsen mit großem Radius ist der Schnittpunkt weit ab, von denen mit kleinem weniger weit, nach XXXIX. Da aber Gleiches von Ungleichem abgezogen, Ungleiches übrig läßt, und da der Zwischenraum zwischen der Konvex- und Konkavlinse bei gleichbleibendem Abstand der Schnittpunkte von der Konkavlinse kleiner ist, als jener Zwischenraum zwischen der Konvexlinse und dem Schnittpunkt, so wird die Konkavlinse (samt dem Auge) weiter von der Konvexlinse abstehen, wenn letztere einen großen, als wenn sie einen kleinen Radius hat.

CXIII. Lehrsatz. Ist die Konvexlinse gegeben, so bewirkt eine Konkavlinse von kleinerem Radius ein größeres Bild als eine von größerem Radius[38]).

Denn nach CX müssen Konkavlinsen von kleinem Radius samt dem Auge, dem sie sehr nahe sind, weiter von der Konvexlinse abrücken, wenn scharfes Sehen erreicht werden soll. Aber nach LXXXII sieht das Auge die Gegenstände um so größer, je weiter es von der Konvexlinse nach dem Schnittpunkt hin zurückweicht. Daher sieht das Auge durch eine Konkavlinse von kleinerem Radius die deutlich gesehenen Gegenstände größer als durch eine Konkavlinse von größerem Radius.

Fig. 33.



CXIV. Lehrsatz. Rückt die Konkavlinse nur ein wenig von der Konvexlinse ab, so vergrößert sie die Gegenstände stark[39]).

Denn nach CIX [Fig. 33] befinden sich [die Linsen] *GH* und *IK* sehr nahe den Punkten *C* und *F*. Wird aber der kleine Zwischenraum *IF* durchschnitten und das Auge in *F* gedacht, so wächst die Größe des einen einzigen Punktes, von dem alle Strahlen in *DE* ausgehen, [62] zu einer gewissen Größe an, welche gleich ist der ganzen Linse *DE*, so daß der Punkt unter dem Winkel *DFE* gesehen wird, was eine unendliche Vervielfältigung ist. So wird durch einen geringen Umstand etwas Großes geleistet.

CXV. Lehrsatz. Befindet sich eine Konkavlinse sehr nahe dem Auge, so bringt die Konvexlinse von kleinerem Radius kleinere Bilder hervor als die von größerem Radius.

Es sei [Fig. 33] AB eine Konvexlinse mit dem größeren Radius AC und Linse DE eine mit dem kleineren Radius DF. Es werden also C und F die Schnittpunkte sein, nach XXXIX. Es möge beiderseits eine Konkavlinse GH und IK zugefügt werden, welche, dicht vor das Auge gesetzt, jede mit einem bestimmten Teile eine bestimmte Divergenz der parallel auffallenden Strahlen verursachen möge. Da es sich nun in beiden Fällen GH und IK um die gleiche Konkavlinse handelt, so wird sie sich in der gleichen Position zu den Schnittpunkten befinden, nach CXI. Das Auge befindet sich der Annahme zufolge auf beiden Seiten sehr nahe der Linse. Nachdem also die beiden gleichen Spitzen GC und IF abgetragen sind von den ungleichen AC und DF, werden die übrigbleibenden AG und DI in einem größeren Verhältnis stehen. Es wird daher die Konvexlinse AB in ihrem Verhältnis stärker von der Konkavlinse GH und dem Auge abgerückt, als die Konvexlinse DE von der Konkavlinse IK und dem Auge in ihrem Verhältnis. Und GH samt dem Auge ist relativ näher an C zu in der Figur ABC, als IK samt dem Auge zu F in Figur DEF. Die Gegenstände werden daher größer dargestellt durch AB und GH als durch DE und IK, nach LXXXIII. Und zwar bedeutend größer infolge einer ganz kleinen Änderung des Verhältnisses, nach CXIV. Dieser wichtige Lehrsatz war sehr verwickelt, und zwar deshalb, weil, wenn das Verhältnis DF zu FI gleich gewesen wäre dem von AC zu CG, dann der Umstand, daß AG länger ist als DI, nichts zur Vergrößerung der Gegenstände beigetragen hätte. Alles wäre nämlich beiderseits gleich gewesen, nach LXXXIII.

CXVI. Aufgabe. Die Gegenstände beliebig groß darzustellen.

[**63**] Nach CXIII und CXV werden durch Vergrößerung des Verhältnisses der Radien der Konkavität und der Konvexität die Gegenstände vergrößert[40]).

CXVII. Aufgabe. Durch ungleichen Linsenabstand, d. h. also durch ungleich lange Rohre die Gegenstände in gleicher Vergrößerung darzustellen.

Man bewirke (nach CXIII und CXV), daß dasselbe Verhältnis herrsche sowohl zwischen den Konkavitäten und den

Konvexitäten unter sich, als zwischen den Abständen der Linsen, indem die konvexen unter sich selbst ungleich sein müssen.

CXVIII. Aufgabe. Mit kürzeren Tuben stärkere Vergrößerungen herzustellen.

Wenn die Konvexlinse den kleineren Radius hat, und das Verhältnis zwischen der Konvexität und der Konkavität größer ist als in einem längeren Instrument, dann vergrößert das kürzere Instrument die Gegenstände stärker (nach CXIII und CXV).

CXIX. Lehrsatz. Ist die Konkavlinse gegeben, so werden die Gegenstände klarer oder kräftiger mit einer größeren oder breiteren Konvexlinse hervorgebracht, als mit einer kleineren[41]).

Denn von einem Punkt aus (Fig. 33) wird mehr Licht ausgestreut durch den größeren Umfang von *AB* als durch den kleineren von *DE*. Dies gesamte Licht wird aber nach dem einen Punkt *C* oder *F* gezwungen. In *C* ist mithin die Zeichnung kräftiger als in *F*, und das Auge erhält in *GH* dichter gedrängte Strahlen als in *IK*.

Die Größe der Linse bezieht sich aber hier, nach XXX, auf den Körper der Linse, nicht auf die Oberflächen.

CXX. Lehrsatz. Ist die Konvexlinse gegeben, so werden die Gegenstände deutlicher und kräftiger zur Darstellung kommen durch eine Konkavlinse von größerem als von kleinerem Radius[42]).

[**64**] Denn eine kleine Linse dicht vor dem Auge bewirkt nur mittels eines kleinen Teiles ihrer selbst eine richtige Divergenz der Strahlen. Wenn daher auch viele Strahlen von einem Punkt aus auf jene fallen und von einem großen Teile der Konvexlinse herkommen, so irren doch die meisten davon durch die allzugroße Refraktion, welche die Seitenteile oder der Rand der Linse verursacht, von dem Auge ab (wie in Fig. 28 *FG* von der Weite der Pupille *HI*); es gelangen also nur wenige dem Lot nächstliegende Strahlen in das Auge, welche mithin nur von einem kleinen Bezirk der Konvexlinse herkommen: deshalb (nach CXIX) ist das Sehen durch eine Konkavlinse von kleinem Radius nur schwach. Dasselbe geschieht auch, wenn von einer Konkavität von großem Radius nur ein kleiner Teil zur Wirkung kommt, der kleiner als die Pupille ist.

CXXI. Lehrsatz. Der zentrale, dem Lot unmittelbar benachbarte Teil des Stückes einer Halbkugel, welches durch Linsen betrachtet wird, erscheint klarer und kräftiger als der Rand ringsherum[43]).

Der zureichende Grund erhellt aus Fig. 14, in der QG die Weite der Pupille bezeichne. Befindet sich nämlich das Auge, unbewaffnet oder mit vorgesetztem Konkavglas, in QG, so empfängt es vom Punkt E alle Strahlen zwischen EAQ und EBG, vom Punkt C aber nicht alle, sondern von dem Büschel $CAFBC$ nur einen Teil, nämlich alles zwischen CAI und CHG; was zwischen CHG und CBF fällt, irrt von der Pupille QG ab. Wenn daher E durch AB, C aber durch AH gesehen wird, so wird nach CXIX. E klarer und kräftiger gesehen werden, als C.

CXXII. Lehrsatz. Die Gegenstände erscheinen durch einen kleinen Teil der Konvexlinse unter sonst gleichen Umständen deutlicher, durch einen breiten verschwommener[44]).

Denn was durch einen großen Teil der Konvexität ins Auge strahlt, das strahlt nach CXIX kräftiger, und durch diese Kraft werden erstens die Regenbogenfarben und dann die Nebel hervorgerufen. Die gewölbte und netzförmige Haut des Auges ist aber voll Sehstoff, und wird sie auch nur von einem Punkte berührt, so wird doch der Sehstoff, wenn dieser Punkt durch den Schnitt zahlreicher Strahlen unverhältnismäßig stark leuchtet, in einiger Ausdehnung [65] um diesen Punkt der Netzhaut herum durch Übertragung der eindringenden Veränderung affiziert; siehe LXI. Daher wird im rechten Maße für Auge und Instrument und für das Licht des Tages oder der Nacht, die Konvexlinse entweder erweitert und aufgedeckt oder verengert und zugedeckt; dadurch, daß entweder gleich vorn oder an einer Stelle zwischen den Linsen eine durchbohrte Scheidewand angebracht oder der Hals des Instrumentes nach innen gebogen und verengert wird, oder dadurch, daß das Rohr über die Konvexlinse hinaus verlängert wird, so daß seine Zylindermündung weiter absteht und deshalb nach LXVII unter kleinerem Winkel gesehen wird und genau so wirkt, wie eine engere. Die Natur hat dies vorgemacht durch die Erweiterung der Uvealöffnung bei nächtlichem und ihre Verengerung bei Tageslicht. Das Diaphragma hat auch den Nutzen, daß es innen Dunkelheit bewirkt, wozu gleichfalls die Schwärzung des Inneren dient und ebenso die trompetenförmige

Gestalt, deren Seiten sich nach vorn zu auswärts biegen, in der Mitte nach innen, so daß die Strahlen, wenn sie bis in die Nähe der Konvexlinse eingedrungen sind, nicht wieder hin- und hergeworfen werden, sondern Deutlichkeit verursachen. Zu demselben Zweck dient auch eine Verlängerung des Rohrs weit über die Konvexlinse hinaus, damit nicht die Konvexlinse von den Seitenteilen des Gesichtsfeldes bestrahlt werde.

CXXIII. Aufgabe. Den Gegenstand oben, unten, zur rechten oder zur linken, und wo man sonst will, zu sehen.

Dies geschieht, wenn der Durchmesser der Konkavlinse breiter als die Pupille des Auges und hinreichend groß ist, um das Auge von der Linsenmitte seitwärts hinreichend ausweichen zu lassen. [66] Denn die Büschel werden am Rande der Konkavlinse sämtlich und [zwar] schief gebrochen: auf der linker Seite nach links, auf der rechten nach rechts. Es sei nämlich in der Figur 34 *ABKF* die in das Zentrum der Pupille kommende Mittellinie des Büschels. Sie wird in den Punkten *B* und *O* nach außen gebrochen zur linken, weil *BO* der linke Teil der Linse ist. Hat sich das Auge also von der Mitte der Linse nach deren linken Seite *O* bewegt, so wird es den in der Richtung der Geraden *NOM* gesehenen Punkt *A* mehr in einer nach rechts gelegenen Lage *M* befindlich glauben, nach XIX.

Fig. 34.

CXXIV. Aufgabe. Die Vergrößerung eines Bildes kunstgerecht abzuschätzen.

Das linke Auge richte man unbewaffnet auf den Gegenstand; das rechte aber blicke denselben durch die Linsen an. Da nun das linke auf den Gegenstand gerichtet ist, das rechte aber dem linken unwillkürlich immer parallel bleibt, wenn es verdeckt wird, wie hier von dem Instrument, weil die Parallelstellung der Augen die natürliche ist, nach LVII, so wird das rechte auf den Gegenstand gleichsam von selbst gerichtet sein, sei es, daß ihm das vom Instrument gelieferte Bild niedriger oder höher scheine, als der Gegenstand, welcher vom linken Auge gesehen wird. Denn nach LXII wird das rechte Auge zwar das vergrößerte Bild des Gegenstandes sehen, auf welchen es selbst durch die Assoziation mit dem linken gerichtet wird, aber es wird ihn gleichwohl nicht immer mit dem entsprechenden Teil seiner Netzhaut sehen, mit welchem ihn das linke sieht.

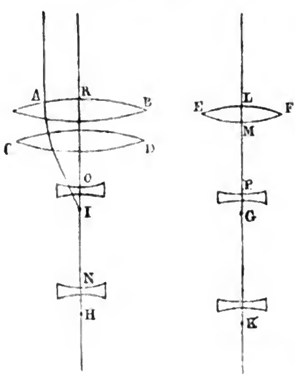
Wenn die Bilder ihrer Lage nach nicht übereinstimmen, so kann man es doch durch leichtes Hin- und Herbewegen der Konvexlinse des Instrumentes, oder auch durch leichte Veränderung der Stellung der Konkavlinse zum Auge unschwer dahin bringen, daß beide Bilder ein und desselben Gegenstandes zur Deckung kommen. Dann wird der Überschuß des einen über das andere durch die gegenseitige Überlagerung zutage treten.

Bis hierher von dem einfachen Instrument: es folgt die *κρυψις*[45].

[**67**] CXXV. Lehrsatz. Ist die Konkavlinse gegeben, und setzt man zwei gleichstarke Konvexlinsen an Stelle einer einzigen dicht aneinander, so brauchte das Instrument etwa nur halb so lang zu sein, wie bei einer einzigen der beiden Konvexlinsen; gleichzeitig wird das Bild kleiner.

AB und *CD* seien zwei gleiche Konvexlinsen, und das Zentrum des Kreises *ARB* sei *H*. Der Halbmesser *HR* sei in *I* halbiert. Ist also nur eine Konvexlinse *AB* vorhanden, so wird der Schnittpunkt ungefähr in *H* liegen, nach XXXIX. Und deshalb wird die Konkavlinse nicht weit von *H* einwärts zu setzen sein, nach CIX.

Fig. 35.



Ich behaupte nun, daß, wenn *CD* ganz nahe an *AB* gesetzt wird, die Konkavlinse innerhalb von *I* angebracht werden muß. Das beweise ich zunächst mit ganz einfachen Mitteln.

Die in *AB* gebrochenen parallelen Strahlen zielen infolge der Brechung nach *H*, werden aber von *CD* abgefangen, in *CD* wiederum gebrochen und schneiden sich deshalb in kürzerer Entfernung. In *CD* erleiden sie eine stärkere Brechung als in *AB*, weil sie hier schiefer auffallen, denn in *AB* fallen sie parallel, in CD aber bereits konvergent auf. Hieraus geht hervor, daß der Schnitt um vieles näher erfolgen wird, und daß deshalb auch die Konkavlinse den konvexen AB und CD genähert werden muß, nach CIX. Es geht weiter daraus hervor, daß die Konkavlinse nach innen, vom Punkt I aus gerechnet, gebracht werden muß, welcher den Halbmesser HR der Konvexität AB halbiert. Es sei nämlich GL der Hälfte von HI gleich, und mit diesem Halbmesser des Kreises werde die Linse EF mit den Konvexitäten ELF und EMF hergestellt, und LG sei gleich GK. Dann folgt aus LXXIX, daß beim Vorhandensein einer einzigen Oberfläche EMF diese den gleichen Wert wie zwei AB haben und bewirken würde, daß sich die Parallelen in K schneiden, welches ebenso weit von EF absteht, wie der Schnittpunkt H von AB. Aber die Linse EF hat zwei solcher Oberflächen. Und wie sie mit ihrer Oberfläche EMF beide Konvexitäten von AB zusammen ersetzt, so ersetzt sie mit der anderen Oberfläche ELF beide Konvexitäten von CD zusammen, weil AB und CD gleich sind, ebenso wie auch ELF und EMF. [**68**] Aber die auf beiden Seiten konvexe Linse EF bewirkt den Schnitt der Parallelen im Zentrum G, nach XXXIX, d. h. im Abstande LG, welcher gleich dem halben Radius von AB ist. Deshalb zwingen auch die beiden unmittelbar aneinandergelegten Linsen AB und CD die Parallelen ungefähr nach dem Punkt I, d. h. in die halbe Entfernung dieses Radius. Die Konkavlinse aber muß nach CIX. innerhalb vom Schnittpunkt gesetzt werden, also innerhalb von I.

Ich behaupte ferner, daß auch das Bild mittels zweier aneinandergelegten Konvexlinsen AB und CD kleiner ausfällt als mittels der einen AB.

Denn da in beiden Fällen nur eine Konkavlinse vorhanden ist, so wird sie auch nur ein und dieselbe Divergenz der Strahlen bewirken. Sie wird daher denselben Abstand vom Schnittpunkt H der einzigen Linse AB haben, als von dem Schnittpunkt I, der von beiden AB und CD zugleich hervorgebracht wird, nach CXI; dieser Abstand sei HN, IO und GP. Aber der gleiche Teil hat zur Hälfte von IR ein größeres Verhältnis als zum Doppelten von HR. Deshalb sind AB und CD zusammen verbunden dem Punkt O näher (oder EF, welche jenen [beiden zusammen] gleichkommt, näher an P im Verhältnis zu seinem Halbmesser LG) als AB für sich an N im Verhältnis zu seinem RH. EF stellt daher die

Gegenstände mit Hilfe der Konkavlinse in P kleiner dar, als AB allein durch dieselbe Konkavlinse in N, nach LXXXIII; deshalb auch beide, AB und CD, zusammen kleiner als die einzige AB.

CXXVI. Lehrsatz. Eine einzige konkave Oberfläche von kleinem Radius leistet in der Zerstreuung und Auseinanderzerrung der Strahlen ungefähr dasselbe wie zwei konkave Oberflächen von doppelt so großem Radius.

Beweis folgt aus LXXIX und III.

CXXVII. Lehrsatz. Zwei aneinanderstoßende Konkavlinsen brauchen einen nur wenig größeren Abstand von der Konvexlinse zur Erzeugung ganz deutlichen Sehens, als eine von ihnen allein; aber sie bewirken eine beträchtlichere, nahezu doppelte Vergrößerung des abgebildeten Gegenstandes.

[69] Denn die parallelen Strahlen, durch die Konvexlinse konvergent gemacht, fallen konvergent auf die Konkavlinse, durchsetzen sie und fallen, die Schnitte vermeidend, wiederum divergent auf das Auge, nach CVII; es wird nämlich ein Instrument und in ihm eine geeignete Stellung der Konkavlinse vorausgesetzt. Nun aber fängt die zweite Konkavlinse, zwischen dem Auge und der ersten Konkavlinse befindlich, die divergierenden Strahlen auf und bewirkt, daß sie nach ihrem Durchgang noch stärker divergieren, nach XCIV. Sie schädigen also durch das Übermaß der Divergenz und verursachen Verschwommenheit, nach XCV und XCIX. Man wird daher die entgegenwirkende Konvergenz der Konvexlinse steigern müssen, damit sich die Fehler gleich werden und sich gegenseitig aufheben, nach CIV. Gesteigert wird aber die Konvergenz und die aus ihr herrührende Verschwommenheit, wenn die Konvexlinse weiter vom Auge abrückt, welches sich innerhalb vom Schnittpunkt befindet, nach LXXI. Deshalb müssen zwei nahe einander und nahe dem Auge befindliche Konkavlinsen weiter von der Konvexlinse abstehen, als nur eine. Auch kommen nach CXXVI zwei Konkavlinsen von größerem Radius einer einzigen von kleinerem in ihrer Wirkung gleich. Aber nach CX steht die Konkavlinse von kleinerem Radius weiter von der [Konvex-] Linse ab, als eine einzige Konkavlinse von großem Radius. Deshalb stehen auch zwei Konkavlinsen von großem Radius weiter [von der konvexen] ab, als eine von ihnen allein.

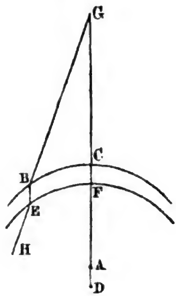
Ich behaupte ferner, daß die Gegenstände größer durch rei als durch eine nahe dem Auge befindliche Konkavlinse gebildet werden. Dies wird bewiesen (wie das vorherige) ıs CXIII und CXXVI.

Aber eine nur ganz geringe Vergrößerung des Abstandes wirkt einen großen Zuwachs der Bildgröße, nach CXIV.

CXXVIII. Lehrsatz. An einer Linse, welche mit leichem Radius auf der einen Seite konvex, auf der nderen konkav ist, werden alle Strahlen, welche nnerhalb des Körpers parallel zum Einfallslot verıufen, an beiden Oberflächen unter gleichen Winkeln ebrochen und behalten nach der Brechung die urprüngliche Divergenz oder Parallelität bei.

[70] Es habe die Linse [Fig. 36] die konvexe Oberfläche BC mit dem Zentrum A und die konkave Oberfläche EF mit em Zentrum D. Die Gerade DA gehe lurch diese Zentra, indem sie die Oberlächen in F und C senkrecht schneidet. Zu ihr werde eine beliebige Parallele gezogen, welche die Oberflächen schneidet[45a], z. B. BE. Es wird nun geometrisch bewiesen, besonders von Ptolemäus und den Astronomen, daß sowohl CF und BE als CB und FE gleich sind. Ferner ist die Neigung von BE zu jeder der beiden Oberflächen die nämliche, das ist zu den Tangenten der Oberfläche in den Einfallspunkten B und E. Denn diese Tangenten sind parallel. Deshalb wird auch die Refraktion die gleiche sein, und auch die am dichten Körper gebrochenen Strahlen werden nach beiden Seiten parallel sein, wie BG und EH. Es ist also die Divergenz oder Konvergenz beim Austritt EH die gleiche wie beim Eintritt GB vorhanden: sobald nämlich BE und CF innerhalb des Körpers parallel sind.

Fig. 36.



CXXIX. Lehrsatz. Strahlen, die von einem Punkt aus auf eine gleichzeitig konvexe und konkave Linse (von demselben Radius) fallen, sind nach dem Durchgang durch die Linse in geringem Grade konvergent, falls der Punkt weit ab liegt, divergieren aber stärker als zu Anfang, wenn der Punkt näher als einen Durchmesser der Oberfläche sich befindet.

Die Strahlen, welche von einem fernen Punkt ausgehen, sind nämlich parallel, nach XXIII. Parallele Strahlen aber, die in einen dichteren, konvexen Körper eindringen, konvergieren innerhalb des dichten Körpers, nach XXXIV.

G sei [Fig. 37] ein fern gelegener Punkt, und *GB* und *GC* parallel, und *BE* und *CF* konvergent. Es wird mithin *EF* kürzer als *BC* sein. Die Inzidenz von *BE* wird daher in *EF* eine weniger schiefe sein als in *BC*. Deshalb die Refraktion in *G* geringer als in *B*. Infolgedessen ist der Winkel *GBE* größer als *BEH* und *GB* nicht parallel zu *EH*. Nun wird *GB* und *GC* parallel nach Voraussetzung. Deshalb konvergieren *EH* und *FA* nach der Brechung und schneiden sich schließlich.

Fig. 37[46]).

Dagegen sei jetzt der strahlende Punkt *G* näher als die Länge eines Durchmessers der Oberfläche, dann werden die Strahlen *GB* und *GC* divergieren. Sie werden zwar nach ihrem Eintritt in den dichteren konvexen Körper weniger divergieren, aber doch immerhin divergieren, nach XXXVII.

[**71**] Da also *BE* und *CF* gegen die konkave Grenzfläche *EF* des dichten Körpers divergieren, so wird *EF* größer als *BC* sein. Die Inzidenz von *BE* in *E* wird deshalb schiefer sein als in *B* und daher die Refraktion dort größer als hier. Der Winkel *GBE* wird kleiner, der Winkel *BEH* größer sein, und deshalb sind *GB* und *EH* nicht parallel, sondern sie würden sich schneiden, wenn sie nach *H* zu verlängert würden. Die gebrochenen Strahlen *EH* und *FA* divergieren also stärker voneinander als die ursprünglichen *GB* und *GC*.

CXXX. Lehrsatz. Hat die konkave Oberfläche einen größeren Radius als die konvexe, so konvergieren die von einem fernen Punkt ausgehenden Strahlen nach dem Durchgang durch die Linse: und zwar stärker (oder nach einem kürzeren Abstand, als wenn bloß die konvexe Oberfläche vorhanden gewesen wäre), wenn der Radius der Konkavität größer ist als das Dreifache des Radius der Konvexität; in geringem Grade (und nach einem größeren Abstande), wenn er kleiner als das Dreifache war.

Oder:

Indem die Konkavität von größerem Radius die Konvexität von kleinerem abschwächt, wird die Wirkung einer Konvexität von sehr großem Radius hervorgebracht. Solche Linse möge Meniskus genannt werden. Sie wirkt wie eine reine Konvexlinse.

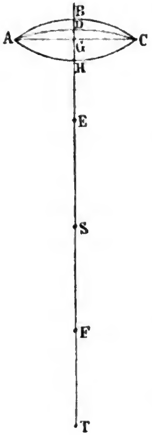
CF und *BE* [Fig. 37] mögen gebrochene Strahlen innerhalb des Körpers sein, und herkommen von dem fernen Punkt *G*. Sie werden also nach *EF* hin konvergieren, nach XXXIV. Infolgedessen wird *EF* kleiner sein als *BC*. Aber gleichzeitig ist der dazu gehörige Kreis größer. Daher fällt *BE* weniger schief in *E* ein als in *B*, und deshalb wird auch die Refraktion in *E* kleiner sein als in *B*. Folglich ist Winkel *BEH* größer als *EBG*. Deshalb sind *HE* und *BG* nicht unter sich parallel, sondern würden sich in der Verlängerung schneiden, und so werden *EH* und *FH* unter sich nach *H* hin konvergieren.

[72] Es sei nunmehr *A* [Fig. 37] das Zentrum des Kreises *BC* und *CH* das Dreifache von *CA*. Und unterhalb *H* befinde sich der Punkt *R*. Wäre *BC* allein vorhanden, dann würden *BE* und *CF* auf *H* konvergieren, nach XXXIV. Ferner sei *R* das Zentrum des Kreises *EF*. Nachdem das Lot *ER* gezogen ist, wird *BE* von *ER* fortgebrochen (nach II) und schneidet sich mit *CH* oberhalb von *H*, in *P*. Daher konvergieren *EP* und *FP* stärker als *BE* und *CF*; und der Abstand *CP* des Schnittpunktes *P* ist kleiner als *CH*. Andererseits liege der Mittelpunkt des Kreises *EF* oberhalb von *H*, z. B. in *P*, und gezogen sei das Lot *EP*; dann wird der Strahl *BE* in *E* von dem Lot weiter abgebrochen werden als *EH*, nach II., und wird sich nach der Brechung mit *FH* unterhalb *H* schneiden; der Schnittpunkt sei *R*. Daher wird die Divergenz von *ER* und *FR* geringer sein, als die von *BE* und *CF*, und der Schnittpunkt *R* wird in den Abstand *CR*, der größer ist als *CH*, hinausgeschoben. Befindet sich das Zentrum von *EF* in *H*, anderthalb Durchmesser unterhalb *C*, so fällt auch der Schnittpunkt in *H*, und es hat *EF* weder einen fördernden, noch hemmenden Einfluß auf *BC*.

CXXXI. Lehrsatz und Aufgabe. Den Schnittpunkt für einen Meniskus zu finden. Oder: je dünner die Linse ist, um so weiter rückt der Schnittpunkt ab.

ABCD [Fig. 38] sei der Meniskus und *E* und *F* die Zentren. Würde die Konvexität von *ABC* allein die Brechung bewirken, so würde der Schnittpunkt drei Halbmesser BE entfernt liege nach XXXIV. Sie tut dies aber [so gut wie] allein, wenn d Kreis der Konkavität ADC das Dreifac von dem der Konvexität ABC beträgt, d ist, wenn BF dreimal so groß ist, als B Weil nämlich der Schnittpunkt drei Halbmess BE entfernt ist, so würde auch der Schnit punkt im Zentrum F des Kreises ADC sei [**73**] weil die Strahlen bei ihrem Durchgan durch den Körper ABC alle senkrecht a ADC auftreffen würden; sie würden al nicht gebrochen werden. Der Schnittpun der Linie $ABCD$ liegt also drei Hal messer ab.

Fig. 38.



Ist aber die Linse auf beiden Seiten glei konvex, wie ABC und AHC, so liegt d Schnittpunkt einen Halbmesser BE von entfernt, in E, nach XXXIX.

Drittens, wenn die Linse $AGCH$ in AG plan ist, so werden die Parallelen in AG gar nicht gebrochen und sich in einer En fernung von zwei Halbmessern (nach XXX schneiden, in S.

Viertens, wenn man zwei Linsen zusammenlegte, würde d Schnittpunkt um die Hälfte von EB entfernt sein, nach CXX

Aus diesen Fällen geht nun hervor, daß die Entfernu des Schnittpunktes sich ungefähr in dem Verhältnis vergröße in dem die Dicke BD der Linse gemindert wird. Denn we die Dicke zweimal BH beträgt, dann wäre der Abstand die Häl von BE. Beträgt jene einmal BH, so ist dieser einmal B beträgt jene die Hälfte, nämlich GH, dann ist jener zweim BE, nämlich BS. Ferner, wenn von GH oder BG etw weniger als der dritte Teil abginge, so kommt dadurch zu d zwei Halbmessern BE und ES noch der dritte SF hinzu.

Daß aber DG weniger als der dritte Teil von BG od GH ist, wird folgendermaßen bewiesen:

Es ist $BE = r$; $BF = 3r$; $AE = r$; $AF = 3r$. Bezeichn man Winkel AEG mit α und Winkel AFG mit α_1, so i

$$1)\quad GB = r - EG, \\ = r - r \cdot \cos\alpha, \\ = r(1 - \cos\alpha),$$

2) $AG = r \cdot \sin\alpha = 3r \cdot \sin\alpha_1$; daraus

$$3\sin\alpha_1 = \sin\alpha,$$
$$\sin\alpha_1 = \tfrac{1}{3}\sin\alpha,$$

3) $GF = 3r \cdot \cos\alpha_1$,

$$DG = 3r - 3r \cdot \cos\alpha_1,$$
$$= 3r(1 - \cos\alpha_1).$$

Setzt man nun zunächst $\alpha = 30^0$, so wird $\sin\alpha_1 = \frac{1}{6}$; also

$$\alpha_1 = 9^0\,36'$$

und ferner:

$$\cos\alpha = 0{,}866\,0254,$$
$$1 - \cos\alpha = 0{,}133\,9746,$$
$$1\text{a)}\quad GB = 0{,}133\,9746 \cdot r.$$

Da $\cos\alpha_1 = 0{,}985\,9962$ und $1 - \cos\alpha_1 = 0{,}014\,0039$ ist, so wird die Gleichung 3) zu:

$$3\text{a)}\quad DG = 0{,}014\,0039 \cdot 3 \cdot r = 0{,}042\,0117 \cdot r.$$

Daraus ergibt sich:

$$GB : DG = 0{,}1339\,746 : 0{,}042\,0117$$

also

$$> 3 : 1.$$

[74] Die entsprechenden Werte für $\alpha = 30'$ sind:

$$2\text{b)}\quad \sin\alpha_1 = \tfrac{1}{3}\sin 30',$$
$$\alpha_1 = 10',$$
$$1 - \cos 30' = 0{,}000\,0381,$$
$$1\text{b)}\quad GB = 0{,}000\,0381 \cdot r,$$
$$\cos\alpha_1 = 0{,}999\,9959,$$
$$1 - \cos\alpha_1 = 0{,}000\,0041,$$
$$3\text{b)}\quad DG = 0{,}000\,0041 \cdot 3r,$$
$$= 0{,}000\,0123 \cdot r,$$

woraus:

$$GB : DG = 0{,}000\,0381 : 0{,}000\,0123,$$
$$> 3 : 1\text{*)}.$$

---

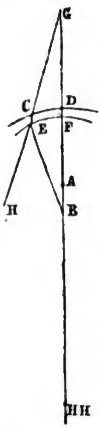
*) Die Rechnung Keplers ist hier modernisiert worden, um dem Leser die heute schwer verständliche Verwendung des sinus totus, sinus versus usw. zu ersparen. Doch sind die trigonometrischen Tabellenwerte Keplers beibehalten worden, obwohl die

Also in dem Grade als die Linse geschwächt wird, in dem Grade vergrößert sich ungefähr der Abstand des Schnittpunktes.

CXXXII. Lehrsatz. Wenn die Konkavität einen kleineren Radius hat als die Konvexität, dann divergieren die Strahlen, welche von einem Punkt ausgehen, der einen Durchmesser vor der Konvexität liegt, nach dem Durchgang durch die Linse stärker. Oder: Indem die Konvexität von größerem Radius, die Konkavität von kleinerem abschwächt, wird dasselbe erreicht, wie von einer Konkavität mit sehr großem Radius.

Denn die im Körper verlaufenden Strahlen *CE* und *DF* [Fig. 39], welche vom Punkt *G* kommen, sind, wenn dieser einen Durchmesser von der Konvexität absteht, parallel, nach XXXV. Deshalb schneiden sie die konkave Oberfläche *EF* schiefer als die konvexe *CD*; das übrige wie in CXXIX. Ist *G* näher, so divergieren *CE* und *DF* innerhalb des Körpers auf *EF* zu, nach XXXVII, noch mehr aber die an der Luft gebrochnen Strahlen *EH* und *FB*, nach XCII.

Fig. 39.



[75] CXXXIII. Lehrsatz: Wenn die Konkavität einer Linse, deren andere Oberfläche konvex ist, ihren Mittelpunkt nach innen von dem der Konvexität liegen hat, so werden auch die von einem fernen Punkt kommenden Strahlen durch die Linse divergent gemacht. Sie kommt einer rein konkaven Linse von sehr großem Radius gleich[47]).

Denn ist der Punkt *G* fern, so sind die von ihm ausgehenden Strahlen *GC* und *GD* parallel, nach XXIII. Also werden *CE* und *DF* innerhalb des Körpers konvergieren, nach XXXIV, als ob sie sich schneiden wollten im Punkte *HH*, welcher anderthalb Durchmesser der Konvexität entfernt ist. Würde nun um das Zentrum *B* der kleinere Kreis durch *E* beschrieben, so würden *EB* und *FB* einen verhältnismäßig größeren Teil desselben

---

neueren Tafeln schärfere Werte geben. *Kepler* will beweisen, daß $GB : DG > 3 : 1$ ist, wenn der Bogen *AB*, d. i. der Winkel α, die Größe 30° nicht übersteigt. Einen gültigen Beweis liefert er nicht, sondern begnügt sich, rechnerisch darzulegen, daß seine Behauptung an den Grenzen, etwa: $\alpha = 30^\circ$ und $\alpha = 30'$, stimmt. Wir würden Keplers Rechnung wie oben schreiben. O.-L. Dr. Trofpke.

abschneiden als es CD von seinem Kreise ist. Dies ist klar; denn wenn CE nach HH zu gerichtet ist, so liegt der Punkt E unterhalb der Linie CB. Erst CB (und nicht CHH) würde ähnliche Teile abschneiden. Um noch viel mehr wird also EF dann ein verhältnismäßig größerer Teil seines Kreises sein, wenn dessen Zentrum oberhalb B, etwa in A liegt. Weil also der Teil EF größer ist als CD, so ist auch die Neigung von CE zu EF größer als zu CD. Die Refraktion in E nach außen ist deshalb auch größer, nach II, als die in C nach innen, auf BDG zu. Deshalb sind GC und EH nicht parallel. Und da GC und GD nach Voraussetzung parallel sind, so werden ihre zugehörigen in E und F an der konkaven Grenzfläche des dichten Körpers gebrochnen Strahlen DB und EH divergieren.

CXXXIV. [Lehrsatz.] Verschiedenartige, reine Linsen aufeinandergelegt kommen in ihrer Wirkung einer gemischten Linse gleich und schließlich auch einer reinen.

Beweis ungefähr wie in CXXV. Es sei nämlich, Fig. 40, OP eine konvexe und QR eine konkave Linse, und es werden die beiden konvexen Oberflächen von OP in eine einzige konvexe ST, Fig. 41, übertragen, nach LXXIX.

Fig. 40.

Fig. 41.

Man mag aber auch nach CXXVI die beiden Konkavitäten von QR in eine einzige VX übertragen, und so entstehe die Linse $STXV$ von gemischter Art. Hat nun die die Konkavität VX das Übergewicht, wenn nämlich ihr Radius der kleinere ist, dann wirkt die gemischte Linse wie eine reine konkave, nach CXXXIII. Und so wirken OP und QR, die von verschiedener Art sind, wenn sie zusammen verbunden werden, wie eine rein konkave von sehr großem Radius. [**76**] Hätte aber die Konvexität ST das Übergewicht wegen des kleineren Radius, wie in der Figur zu Lehrsatz CXXXI, wo im Meniskus die Konvexität ABC größer ist als die Konkavität ADC, so kommt die gemischte Linse SX und ebenso auch zwei aneinandergelegte OP und QR einer rein konvexen gleich, nach CXXX.

CXXXV. Aufgabe. Ein Instrument zu konstruieren mit einer Konvexlinse von großem Radius, das kürzer ist, als die Fabrikanten gewöhnlicher Instrumente erwarten.

Man erreicht dies durch Verdoppelung der einzigen Konvexlinse, wobei die eine innen versteckt ist, was der Beobachter nicht wissen darf. Nach CXXV.

CXXXVI. **Aufgabe.** **Ein Instrument herzustellen mit einem Konkavglase von großem Radius (welches den Radius des konvexen noch übertrifft) durch das die Gegenstände größer dargestellt werden, als es die Fabrikanten gewöhnlicher Instrumente erwarten.**

Dies geschieht dadurch, daß man zwei Konkavlinsen statt einer nimmt, wovon der Beobachter nichts merken darf. Nach CXXVII.

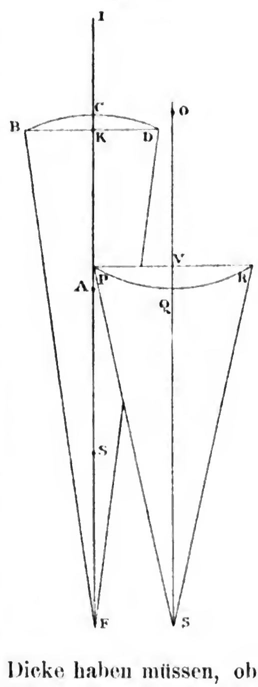
CXXXVII. **Aufgabe.** **Mittels einer Konvexlinse von kleinem Radius, kleiner sogar als der Radius der Konkavlinse am Auge (was ungereimt erscheint nach CVII) eine außerordentliche Länge des Instrumentes zu erreichen und die Gegenstände ungeheuerlich groß zu machen.**

Entweder verbinde man mit ganz bestimmter Anpassung die Konvexlinse von kleinerem Radius mit der Konvexlinse von größerem Radius, die innen verborgen und nicht sichtbar ist, und der Erfolg wird da sein, nach CXXXIV. Oder aber, man muß eine gemischte Linse benutzen, die Konvexität von kleinerem Radius nach außen und die Konkavität von größerem Radius nach innen, nach CXXX. Die Position der anderen Konkavlinse, welche an das Auge gebracht werden muß, ist nach CXXXI zu ermitteln. Ein Versuch kann auch mittels CXXVIII gemacht werden.

[77] CXXXVIII. **Lehrsatz.** **Bleibt der Abstand der Linse vom Auge gleich, und geht die Linie aus dem Auge nach dem Zentrum der Linse durch die Mittelpunkte der Konvexitäten, beziehungsweise Konkavitäten, so fallen die Refraktionen, die von den beiden ungleichen Oberflächen der Linse man auch dem Auge zukehren mag, nahezu gleich aus.**

Dies scheint ungereimt und gegen die Lehrsätze XXXIV und XXXV. Denn in der Figur 42 bringt die dem Parallelen zugewendete konvexe Oberfläche des dichten Mediums *BCD* diese Parallelen zusammen in den Punkt *F*, im Abstand von anderthalb Durchmessern. Aber in [der Figur zu] Lehrsatz XXXV bringt die abgewendete [konvexe] dichte Oberfläche *PQR*, dieselben zusammen in *S*, in einem Durchmesser Abstand. Man muß sich aber erinnern, daß dort die Rede von nur einer einzigen Oberfläche ist, während jede Linse notwendig deren zwei hat. Ebenso werden die Parallelen in Lehrsatz XXXIV als in der Luft befindlich angenommen, in Lehrsatz XXXV aber innerhalb des dichten Körpers, deshalb kann man sie nicht miteinander vergleichen. Der Unterschied wird klar, wenn jede von beiden Linsen auch auf der anderen Oberfläche begrenzt wäre, so daß F und S die Schnittpunkte bleiben. Denn wir wollen um F als Mittelpunkt mit der Strecke FB den Kreisbogen BKD als andere Grenzfläche beschreiben. Dieser schneidet IAF in K und BCD in den Punkten B und D, so daß alle Strahlen, die sich in F schneiden, zu BKD senkrecht stehen und infolgedessen in BKD nicht gebrochen werden. [**78**] In der anderen Figur zu Lehrsatz 35 sei der Bogen PQR gleich und ähnlich dem Bogen BCD, und Q der mittlere Punkt desselben. Die Endpunkte P und R seien verbunden durch eine Gerade, die das Lot OQS in V schneidet, welche gleichzeitig die andere, plane Oberfläche darstellt. Diese wird von allen zu OQ parallelen Strahlen rechtwinklig geschnitten. Deshalb werden sie in PVR gar nicht gebrochen, und der Schnittpunkt bleibt in S. Nunmehr ist es klar, daß Linsen, von denen eine den Schnittpunkt in anderthalb Durchmesser CF, die andere in einem Durchmesser QS den Schnitt der Parallelen bewirkt, daß solche Linsen verschiedene Dicke haben müssen, obwohl sie der Konvexität nach ähnlich und gleich sind. Jene hat die geringere Dicke CK, diese die größere QV. Die Differenz beider ist der arcus sinus versus[48]) BK. Deshalb ist es nicht zu verwundern, daß bei jener der Abstand des Schnittpunktes drei Halbmesser, bei dieser nur zwei beträgt, nach CXXXI. Die Wahrheit des Lehrsatzes wird aber auch auf folgende Weise einleuchten. Es möge in Figur zu Lehrsatz XXXIV

Fig. 42.



die Fläche *BCD* der Linse *BCDK* von den parallelen Strahlen abgekehrt werden, während die Punkte *BD* fest bleiben, so daß die Parallelen zuerst auf die konkave Oberfläche des dichten Mediums *BKD* auftreffen. Sie werden dann innerhalb des dichten Körpers divergieren nach *BCD*, der konvexen Oberfläche, nach XC. Wären sie aber innerhalb des Körpers parallel geblieben, wie in der Figur zu Lehrsatz XXXV, so hätten sie sich in einer Entfernung von zwei Halbmessern hinter der Konvexität geschnitten, nach Lehrsatz XXXV. Da sie aber auf *BCD* zu divergieren (wie wenn sie in der zweiten Figur gegen *PQR* konvergierten), so ist es ganz in der Ordnung, daß sie sich erst weiter hinter *S* schneiden, nach XI, nämlich in *F*. Dasselbe ist auch an der Figur zu Lehrsatz XXXV leicht zu beweisen. Wird nämlich *PQR* den Parallelen zugekehrt, so konvergieren die Strahlen innerhalb des Körpers so, als ob sie sich in einer Entfernung von anderthalb Halbmessern schneiden wollten, wie in *BCD* auf *F* hin. Wenn sie also bei ihrem Wege innerhalb des Körpers konvergieren und also konvergent auf dessen ebene Grenzfläche stoßen, so fallen sie geneigt auf diese und werden schon an der ebenen Fläche jeder von dem zu seinem Punkt gehörigen Lote abgebrochen. Und da sie nun in Ansehung der ganzen Linse abweichen, sowohl unter sich innerhalb des Körpers als auch von ihren Loten, so werden sie nach der Brechung draußen in der Luft um so mehr aufeinander zugehen, indem die einzelnen sich von ihren Loten entfernen. Und so ist es nicht wunderbar, daß sie schneller zum Schnitt kommen, als erst in einer Entfernung von anderthalb Durchmessern, nämlich in *S*. Und diese Darlegung erweist im allgemeinen die Behauptung. [**79**] Indessen ist die Verschiedenheit nur geringfügig, und ich gebe deshalb keine exakte Beweisführung. Wer aber zahlenmäßig diese Unmerklichkeit feststellen will, mag so verfahren, wie ich selbst es bei Lehrsatz XXXIV getan habe.

CXXXIX. Aufgabe. Beide Gläser sollen konkav sein, sowohl das nach dem Auge zu als das, welches nach dem Gegenstande gerichtet ist, und doch soll ein Erfolg erreicht werden.

Entweder setze man außen nach dem Gegenstande hin an Stelle eines einzelnen Konvexglases ein sichtbares Konkavglas, dem innen ein geheimes Konvexglas angefügt wird, von entsprechend kleinerem Radius, wie in Lehrsatz CXXXVII; oder man verwende an derselben Stelle ein gemischtes Glas, wie in

Lehrsatz CXXXVII, dessen konkave Fläche nach außen gekehrt sei. Denn nach CXXXVIII ist es gleichgültig, wie man es setzt.

CXL. [Aufgabe]: Ein Fernrohr zu verfertigen, dessen beide Gläser konvex sind, sowohl das nach dem Auge, als das nach dem Gegenstand hin gerichtete, und doch soll der Erfolg erreicht werden.

Nach dem Auge zu setze man für ein einziges Konkavglas ein konvex-konkaves mit einer konkaven Oberfläche von kleinerem Radius, und man richte es so ein, daß die konvexe Oberfläche von größerem Radius außen nach dem Auge zu gesehen werde, die konkave unsichtbar an der Innenseite, nach CXXXIV. Oder man verwende nach dem Auge zu ein gemischtes Glas, dessen Konvexität von großem Radius nach außen vorsteht, dessen Konkav von entsprechend kleinerem Radius nach innen gerichtet ist, nach CXXXIII.

[80] CXLI. Aufgabe. Ein Fernrohr zu verfertigen, dessen Glas nach dem Auge hin konvex, nach dem Gegenstande hin konkav ist.

Es ist dies eine Verbindung von CXXXIX und CXL. Was nämlich dort in beiden Gläsern getrennt bewirkt wurde, das muß hier durch die Verbindung der beiden geschehen.

Anmerkungen zu Keplers Dioptrik.

Vorbemerkung. Bei dem Studium der Dioptrik *Kepler*s muß man sich immer vergegenwärtigen, daß ihm z. Z. der Abfassung seines Werkes die beiden wichtigsten dioptrischen Gesetze unbekannt waren: das strenge Brechungsgesetz und das Gesetz der konjugierten Brennweiten. Seine Darstellung der Linsenwirkungen und seine Beweise haben infolge dessen häufig etwas Umständliches und Gequältes. Wenn *K.* trotzdem eine solche Fülle von richtigen Ergebnissen zutage förderte, so zeigt sich gerade hierin seine divinatorische Begabung.

1) *Zum Titelblatt.* Das Original enthält noch den Zusatz »Vorausgeschickt sind die Briefe *Galilei*s über die neuen und bewundernswerten Entdeckungen, die seit der Herausgabe des ‚*Nuncius Sidereus*'*) am Himmel gemacht sind.

Ferner

Kritik der Vorrede des *Johannes Pena* aus Frankreich zu der Optik des Euklid, über die Anwendung der Optik in der Philosophie.«

Beides ist im folgenden nicht mit aufgenommen.

2) *Zu S. 4.* Professor *Papius* schreibt 1606 an *K.*: »Wären doch Ihre Paralipomena [ad Vitellionem seu Astronomiae pars optica, in Frankfurt 1604 erschienen] ebenso klar wie sie geistvoll und fein erdacht sind. Mir ist in meinem ganzen Leben auf dem gesamten Gebiete der Mathematik, fast möchte ich sagen der gesamten Philosophie, nichts ebenso Schweres vorgekommen. Opfern Sie doch Ihrem langjährigen, dem Greisenalter sich nähernden Freunde ein paar günstige Stunden und

*) Vgl. Seite 116 Lebensbeschreibung *Kepler*s.

befreien Sie mich derart von meinen Zweifeln, daß ich das, was Sie meinen, durch klare Worte verstehe. Fast bei jedem Ihrer Lehrsätze bin ich in Zweifel, ob Sie alles genügend erklärt haben, oder ob ich auch nur den kleinsten Teil Ihrer Darlegungen begriffen habe . . .«

Dieser »greise« Freund war damals 48 Jahre alt und, wie er selbst versichert, in den mathematischen Wissenschaften besonders bewandert. Ein authentisches Zeugnis, wie weit *K.* seinen Zeitgenossen vorausgeeilt war.

3) *Zu S. 8.* Im Mittelalter definierte man den sinus nicht in einem Kreise mit dem Radius 1, sondern mit einem beliebigen Radius. Der Wert des sin. 90° ist dann $= r$, und r wurde sinus totus genannt. Erst seit *Euler* pflegt man ständig $r = 1$ zu setzen.

Distantia Solis = Polhöhe. Winkel EBH ist (als Scheitelwinkel) gleich dem Winkel zwischen Pol, Erde und Sonne. Er ist der Neigungswinkel *K.*s und gleichbedeutend mit dem modernen Einfallswinkel.

Die von *K.* angegebene Proposition würde also zu schreiben sein:

$$BE : EH = 1 : \operatorname{tg} EBH,$$

oder modern:

$$\operatorname{tg} EBH = \frac{EH}{EB} \cdot$$

(Dr. *J. Tropfke.*)

4) *Zu S. 9.* Vgl. Anm. 3.

5) *Zu S. 9.* Unter Refraktionswinkel versteht *K.* den Winkel, unter dem der gebrochene Strahl gegen den einfallenden geneigt ist. Es ist hier der (kleinere) Tangentenwinkel zur Sehne EB, der ja bekanntlich durch den halben Bogen EB gemessen wird. *K.* wählt also als Maß der Ablenkung nicht den von uns Brechungswinkel genannten Winkel, sondern dessen Differenz mit dem Einfallswinkel. Vielleicht ist diese Wahl schuld daran gewesen, daß *K.* das Sinusgesetz der Strahlenbrechung nicht fand, an dem er doch so oft und so nahe vorbeistreift.

6) *Zu S. 10.* Grundsatz VII ist grundlegend für *K.*s dioptrische Anschauungen und sagt aus, daß für Winkel unter 30° die Refraktionswinkel (im *K.*schen Sinne) proportional sind den Neigungswinkeln des einfallenden Strahles, d. h. nach heutiger Bezeichnung den Einfallswinkeln. Dies *K.*sche Axiom

spricht in vollkommen scharfer Form den Satz aus, daß für kleine Winkel das Brechungsgesetz lautet: »Der Brechungswinkel ist dem Einfallswinkel proportional.« Zur Entwicklung der Theorie des Fernrohrs auch im modernsten Sinne bedürfen wir nur dieses letzteren Satzes und nicht des Brechungsgesetzes in seiner vollkommenen Form, da die Neigungen der Strahlen hier immer nur sehr gering sind. Die Voraussetzungen *K.*s müssen demnach in bezug auf das vorliegende Problem als notwendig und hinreichend betrachtet werden. Dies verdient um so mehr hervorgehoben zu werden, als man *K.* gerade bei seiner Dioptrik aus der Unkenntnis des strengen Brechungsgesetzes einen Vorwurf hat machen wollen. Die *K.*sche Proportionalitätskonstante fällt ja allerdings nicht mit dem zusammen, was wir heute unter Brechungsexponent verstehen. Bezeichnen wir nämlich den Einfallswinkel (*K.*s Neigungswinkel) mit α, den Brechungswinkel mit β, so ist der Refraktionswinkel *K.*s ausgedrückt durch $\varphi = \alpha - \beta$, und nach Grundsatz VII. besteht die Gleichung:

$$\alpha - \beta = c \cdot \alpha,$$

in der c die *K.*sche Proportionalitätskonstante ist. Hieraus folgt:

$$\alpha = \frac{1}{1 - c} \cdot \beta,$$

während nach moderner Schreibweise für kleine Winkel die Beziehung besteht: $\alpha = n \cdot \beta$. Daraus folgt:

$$c = \frac{n - 1}{n}.$$

Das Brechungsgesetz würde also lauten:

$$\varphi = \frac{n - 1}{n} \cdot \alpha$$

oder für gewöhnliches Glas:

$$\varphi = \tfrac{1}{3}\, \alpha$$ (*A. Gleichen.*)

7) *Zu S. 10.* Dieser Grundsatz enthält implizite die Bestimmung des Brechungsexponenten des Glases zu 1,5, wie aus der Formel am Schluß der vorhergehenden Anmerkung hervorgeht.

8) *Zu S. 10.* Der von *K.* angegebene Wert für die größte Ablenkung stimmt sehr nahe mit dem strengen Brechungsgesetz überein. Denn der maximale Wert von $\varphi = \alpha - \beta$ tritt auf bei $\alpha = 90^\circ$. Daraus ergibt sich, wenn $n = 1{,}5$ gesetzt und das Brechungsgesetz in der Form $\sin \alpha = n \cdot \sin \beta$ angewendet wird:

$$\sin \beta = \frac{1}{n}$$

$$\sin \beta = \tfrac{2}{3} = 0{,}6666$$

$$\beta = 42^\circ \text{ rund (genau } 41^\circ\, 50').$$

Dann ist:

$$\varphi = 90^\circ - 42^\circ \text{ (genau } 90^\circ - 41^\circ\, 50').$$

also:

$$\varphi = 48^\circ \text{ (genau } 48^\circ\, 10').$$

9) *Zu S. 10.* *K.* spricht hier deutlich aus, daß die Proportionalität zwischen Neigung und Refraktion nicht das strenge Naturgesetz darstellt.

10) *Zu S. 15.* Da diese Bezeichnungsweise nur für das Lateinische einen praktischen Sinn hat, so ist im folgenden von ihr Abstand genommen.

11) *Zu S. 16.* Hier und im folgenden spricht *K.* häufig von Kreisen, wo er Kugelflächen oder Kugelabschnitte meint. Er hat wohl immer die Durchschnittsfigur der Linse vor Augen gehabt, die ja natürlich von einem Kreisabschnitte begrenzt wird.

Definition XXXII entspricht dem heutigen Satze: »Brechkraft und Brennweite einer Linse sind umgekehrt proportional.«

12) *Zu S. 16.* Bei *K.* steht: »Lentis concursus«. Unter concursus radiorum seu linearum versteht *K.* gewöhnlich den Schnittpunkt bei konjugierten Brennweiten. In Definition XLII reserviert er den Ausdruck »concursus schlechtweg« für den Spezialfall parallel einfallender Strahlen, also ganz im Sinne unseres modernen »Brennpunktes«.

13) *Zu S. 17.* *K.* behandelt hier tatsächlich nur das Problem der Brechung an einer einzigen Fläche, für die ja bekanntlich der Brennpunkt ungefähr um den dreifachen Radius vom Scheitel entfernt ist. Die Wirkung der Planfläche zieht er nicht in Betracht. Man vergleiche die wiederholte Einschränkung im Lehrsatz und Beweis: »Wenn diesen Strahlen außer der Brechung beim Eintritt weiter nichts widerfährt.« Vgl. auch die Überschrift auf Seite 18 unten.

14) *Zu S. 19.* Vgl. Anmerkung 12. *K.* scheint es entgangen zu sein, daß jede dünne Linse ihre Brennpunkte in gleicher Entfernung hat, gleichgültig, von welcher Seite das parallele Licht auffällt.

Lehrsatz XXXVIII wird heute so formuliert:

$$\frac{1}{f} = (n - 1)\left(\frac{1}{r_{\prime}} - \frac{1}{r_{\prime\prime}}\right).$$

Vgl. Seite 20 am Schlußsatz von XXXIX.

15) *Zu S. 21.* Während *K.*, wie aus dieser Stelle hervorgeht, wohl den allgemeinen Begriff der konjugierten Schnittweiten hatte, so fehlt doch bei ihm die strenge Formulierung dieses Zusammenhanges. *K.* hätte auch ohne Kenntnis des strengen Brechungsgesetzes mit seinen Mitteln und Voraussetzungen diese sehr wohl finden können, da sie unabhängig von der strengen Form des Brechungsgesetzes ist. Der betreffende Zusammenhang ist bekanntlich ausgedrückt durch die Formel:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

wo a die objektseitige, b die bildseitige Schnittweite und f die Brennweite ist. Wird $a = 2f$, dann muß auch $b = 2f$ werden.

16) *Zu S. 22.* Der Beweis ist nur zureichend bei der Annahme, die *K.* stillschweigend zu machen scheint, daß die beiden Kegel eine gemeinsame Achse haben.

17) *Zu S. 23.* Vgl. Anm. 12.

18) *Zu S. 26.* Vgl. CVI Seite 61 und die dazu gehörige Anmerkung 35.

19) *Zu S. 28.* Nennt man P den leuchtenden Punkt und P' sein aberrationsfreies Bild, so kann man sich die Aufgabe stellen, eine Fläche zwischen P und P' zu finden, die jene aberrationsfreie Abbildung durch Brechung bewirkt. Diese Fläche ist notwendig eine Rotationsfläche um die Achse PP'. Nennt man den Brechungsexponenten im Objektraum n, im Bildraum n' und bezeichnet einen beliebigen Punkt der Fläche mit A, so ist

$$n \cdot AP + n' \cdot AP' = \text{Konstans}$$

die Gleichung der gesuchten Fläche. Sie führt nach ihrem Entdecker die Bezeichnung: Cartesianisches Oval und geht fü parallel auffallende oder austretende Strahlen in einen Kegelschnitt über.

Die *K.*sche Betrachtung hat nur eine Bedeutung für Strahlen sehr geringer Achsenneigung, da nur in diesem Falle die von ihm vorausgesetzte Proportionalität von Neigungswinkel und Refraktion zutrifft.

20) *Zu S. 29.* Diese ganze lichtvolle Darstellung und Erklärung des Sehaktes ist ein glänzender Beweis von *K.*s Genie. Vergleicht man damit den Wust unsinniger Behauptungen und Vermutungen seiner Vorgänger, seiner Zeitgenossen, ja sogar vieler seiner Nachfolger bis in das erste Viertel des 19. Jahrhunderts hinein, so wird man erst der überragenden Größe dieses durchdringenden Geistes inne. *K.* verlegt als erster das Bild der Außenwelt in die Netzhaut und führt die Bedingungen scharfen Sehens richtig darauf zurück, daß von einem Punkt der Außenwelt ein scharfes Bild auf der Netzhaut entworfen wird. Auch mit seiner Annahme eines »geistigen Stoffes« innerhalb der Netzhautsubstanz, der durch das Bild des Gegenstandes chemisch verändert wird, hat er das erst 260 Jahre später von *Boll* entdeckte Sehrot der Netzhaut voraus geahnt, und ebenso hat sich seine Vorstellung, daß der Eindruck der Veränderung der Netzhaut weiter nach dem Gehirn geleitet, dort empfunden und gedeutet wird, als vollkommen richtig erwiesen, nur über den speziellen Weg vom Auge zu dem betreffenden Hirnteil konnte er sich bei dem damaligen Stande der Hirn- und Nervenanatomie noch kein richtiges Bild machen.

21) *Zu S. 31.* *K.* streift hier nur die Frage der Akkommodation, um erst später, in LXIV, näher auf sie einzugehen. Er schließt vollkommen logisch aus der Tatsache der Akkommodation auf das notwendige Vorhandensein einer Vorrichtung im Auge, mittels deren eine Einstellung auf die veränderte Schnittweite ermöglicht wird, und sucht deshalb nach Muskeln im Augeninneren, die die Entfernung des hinteren Teiles der Netzhaut von der Linse vergrößern könnten. Ganz richtig vermutet er in den Ziliarfortsätzen die Vermittler der Akkommodation. Aber er stellt sich den Vorgang umgekehrt vor, als es *Helmholtz* tut. Das normale (emmetropische) Auge ist bekanntlich in seiner Ruhestellung für die Ferne, d. h. auf parallele Strahlen, eingerichtet, die es auf seiner Netzhaut in einem Punkte vereinigt. Geht das Auge nun zur Betrachtung eines näher gelegenen Gegenstandes über, so wächst die zugehörige, bildseitige, konjugierte Schnittweite über den Netzhautabstand

hinaus. Zwei Wege standen der Natur offen, um die Bild punkte eines nahegelegenen Gegenstandes doch wieder auf di Netzhaut zu bringen. Entweder sie gab dem Auge die Mög lichkeit einer Formveränderung in der Sehachsenrichtung, ode sie stattete das Auge mit Veränderlichkeit seiner Brechkra aus. Letzteres nimmt die *Helmholtz*sche Theorie an, inde sie durch die Kontraktion des Ziliarmuskels und seiner Fort sätze die Linse stärker brechend macht und damit die Brechkra des Auges erhöht. Durch die nachweisbare Veränderung d Spiegelbilder der Linse hinsichtlich ihrer Größe und gege seitigen Lage gewinnt diese Theorie nahezu Gewißheit. *K.* d gegen stellte sich vor, daß das Auge in Ruhe (d. h. für d Ferne adaptiert) Kugelgestalt besäße, bei der Akkommodatio für die Nähe aber infolge der Kontraktion des ringförmige Ziliarmuskels mehr Ovoidgestalt annähme, daß also die Se achse sich bei der Akkommodation verlängere und auf die Weise das Bild des Gegenstandes wieder auf die Netzhaut g bracht würde.

22) *Zu S. 36.* *K.* versteht hier unter »Schnittpunkt d von einem Objektpunkt ausgehenden Strahlen« den Brennpun der Konvexlinse. Seine Darstellung trifft allerdings nur f übersichtige Augen zu. Alle anderen Augen sehen den ferne Gegenstand durch Konvexgläser zwar auch aufrecht, aber n verschwommen durch Zerstreuungskreise. Vgl. den nächste Lehrsatz LXXI.

23) *Zu S. 37.* *K.* erklärt hier die Korrektion der Alter sichtigkeit vordem normal gewesener Augen vollkommen richti

Der Spielraum, der bei dieser Korrektur mit Brillengläse für annähernd scharfes Sehen vorhanden ist, ergibt sich dur die Möglichkeit, mit Zerstreuungskreisen bis zu einer gewiss Grenze ausreichend scharf zu sehen. Die Grenze hierfür i die Breite eines Netzhautzapfens.

24) *Zu S. 37.* *K.* meint hier wieder mit »Schnittpunkt d Parallelen« den Brennpunkt der Linse. Da dieser sich imm zwischen der Linse und dem von einem nahen Gegenstande en worfenen Bilde befindet, so sind hier die in LXX. angegeben Bedingungen des Aufrechtsehens erfüllt.

25) *Zu S. 40.* *K.* hat hiernach eine vollständig richti Einsicht in die Refraktionsverhältnisse des kurzsichtigen Auge

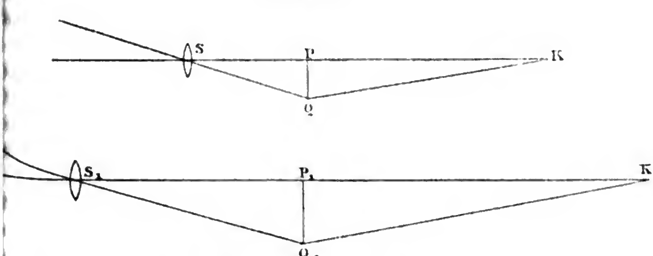
26) *Zu S. 44.* Dieses Eingehen *K.*s auf die ganz unfruch bare Frage, wie ferne Gegenstände durch Konvexgläser e scheinen, könnte sich vielleicht dadurch erklären, daß *K.* übe

ichtig (Hypermetrop) war. Denn Übersichtige sehen durch geeignete) Konvexgläser wirklich besser in die Ferne, während alle anderen Augen unter allen Umständen schlechter durch Konvexlinsen sehen. Dem steht aber entgegen, daß *K.* sich elbst für kurzsichtig und zugleich schwachsichtig gehalten hat. eine Schwachsichtigkeit ist vielleicht auf Hornhauttrübungen urückzuführen, die er infolge der Blattern bekommen haben ag. Es ist dies wenigstens ein häufiges Vorkommnis bei latternerkrankung. Daneben kann natürlich auch noch Kurzichtigkeit bestehen. Von den vielen Stellen, an denen *K.* von inen Augen spricht, kommt hauptsächlich in Betracht Paralimena ad Vitellionem Kap. V 5 (bei Frisch Seite 266), wo r sagt: »Wer schwachsichtig ist oder aus anderen Gründen rne Gegenstände schlecht erkennt, glaubt statt einer Mondhase eine zackige Reihe von zehn Phasen zu sehen ... mir, r an diesem Fehler leidet« usw. »Jene 6 bis 8 bis 10 Monde«, gt er an einer anderen Stelle, »schieben sich teilweise inander«. Diese Beobachtung trifft für ein unbewaffnetes urzsichtiges Auge zu, wie ich mich selbst überzeugte (mein ernpunkt liegt 25 cm vor dem Auge).

27) *Zu S. 45. K.* meint hier die umgekehrten Bilder, die onvexgläser von fernen Gegenständen entwerfen, und beweist n Satz, daß die scheinbare Größe der Bilder gleich ist, nn sich die Entfernungen der Linsen vom Auge verhalten e deren Brennweiten, ein Satz, der wegen seiner Einfachheit die Lehrbücher der Optik überzugehen verdiente.

Mit den heutigen Mitteln würde der Beweis sich folgenderaßen gestalten:

Fig. 43.



Es seien K und K_1 (Fig. 43) die Knotenpunkte, PQ und Q_1 die umgekehrten Bilder, S und S_1 die Scheitel der sehr dünn gedachten Linsen, dann sollen PQ und P_1Q_1 von und K_1 aus unter demselben Winkel erscheinen. Da fern diese Bilder von demselben entfernten Gegenstande herrühr sollen, so muß auch Winkel $PSQ = P_1S_1Q_1$ sein. Demna ist die obere Figur der unteren in allen Teilen ähnlich, u es verhält sich:

$$KS : K_1S_1 = PS : P_1S_1,$$

d. h. die Entfernungen der Linsen vom Knotenpunkt des Aug verhalten sich wie ihre Brennweiten.

Dieser Satz kann auch zur Ermittlung der Brennweite ein Konvexglases benutzt werden.

28) *Zu S. 48.* Unter dieser »sichtbaren Halbkugel« v steht *K.* offenbar das, was wir heute »Gesichtsfeld« nenne

29) *Zu S. 48.* Sinngemäß: »daß aber das Auge der Lin näher ist als der Punkt, in dem es ein scharfes Bild erhalt würde.«

30) *Zu S. 54.* Mit Recht beschränkt sich *K.* im Bewe auf den Fall, daß der leuchtende Punkt zwischen dem Zentr der Konkavität und dem Scheitel der ersten brechenden Fläc liegt. Denn in diesem Fall haben die Lichtstrahlen innerh des Linsenkörpers eine geringere Divergenz als vorher. We er also nachweist, daß die folgende brechende Fläche dies Verlust an Divergenz mindestens wett macht, so ist der B weis auch für jede beliebige andere Lage des leuchtend Punktes geliefert.

31) *Zu S. 56.* Das heißt: das Gesichtsfeld wird klein

32) *Zu S. 56.* Befindet sich ein Objekt von der Größe in der Entfernung e, und läßt man eine Konkavlinse von Brennweite f zwischen Auge und Objekt in der Richtung y_0 hin sich bewegen, so sieht man das von der Konkavlin entworfene Bild unter dem Gesichtswinkel:

$$\omega = \frac{y_0 \cdot f}{x \cdot e - x^2 + ef},$$

wo x den Abstand der Linse vom Auge bedeutet. Dieser A druck wird für $x = \frac{e}{2}$ ein Maximum.

33) *Zu S. 58.* Der Lehrsatz XCIX heißt im Origin »Cava lens, si proxime oculum sit applicanda, aut omnib

hominibus in certo intervallo, ut cum perspicilla naso inequitant, tum cuique sua propria est, ad distinctam visionem efficiendam.«

Herr *P. v. Winterfeld* vermutet, daß die Worte dieses Lehrsatzes vielleicht durch eine Korrektur *K.*s im Manuskript in Verwirrung gebracht sind, und daß sie etwa wie folgt gelautet haben: »Cava lens aut omnibus hominibus in certo intervallo eadem, aut] si proxime oculum sit applicanda« usw., wobei eadem auf lens bezogen werden muß. Diese Konjektur gibt einen optisch richtigen Sinn und ist deshalb auch der Übersetzung zugrunde gelegt.

34) *Zu S. 60.* Die hier von *K.* angegebene Kombination einer Konvex- und Konkavlinse, die reelle vergrößerte Bilder entwirft, ist identisch mit dem sogenannten »Teleobjektiv«, das in der Form von photographischen Objektiven in der neueren Zeit vielfache Verwendung findet. Nachdem *Barlow* und *Littrow* auf diese Linsenzusammenstellung hingewiesen hatten, war sie wieder in Vergessenheit geraten und wurde vor etwa zehn Jahren plötzlich wieder Gegenstand einer lebhaften Diskussion.

(*A. Gleichen.*)

35) *Zu S. 61.* Die Vorstellung *Porta*s von einer »Brennlinie« beruht, wie ich glaube, auf folgender rein theoretischen Erwägung. Läßt man parallele Strahlen, z. B. Sonnenstrahlen, auf eine Konvexlinse fallen, so werden sie von ihr gebrochen und schneiden sich im Brennpunkt. Daß ein brennbarer Stoff in diesem Brennpunkt sich entzünden kann, ist ja bekannt genug. Nun wird zwar zweifellos in der Spitze dieses von der Konvexlinse erzeugten Strahlenkegels (dem Brennpunkt) die höchste Wärme herrschen, aber auch schon vor der Spitze sind die Strahlen so nahe aneinander gedrängt, daß Wärme erzeugt wird. Dies läßt sich praktisch leicht nachweisen, indem man die Kugel eines Thermometers in den Strahlenkegel bringt. Schon dicht hinter der Linse (von kurzer Brennweite) fängt das Quecksilber an sich auszudehnen, und je mehr man es der Spitze des Kegels nähert, desto höher steigt es. Nehmen wir nun an, wir ließen den Strahlenkegel z. B. 1 mm vor seiner Spitze, also an einer Stelle, wo schon relativ hohe Temperatur herrscht, auf eine kleine Konkavlinse fallen, deren Brennweite gleichfalls 1 mm beträgt, so würden die Strahlen parallel aus ihr austreten und einen ganz dünnen (1 mm starken) Strahlenzylinder darstellen, der an jedem seiner Querschnitte, bis ins Unendliche hinein, dieselbe Wärme anzeigen müßte.

Ein leicht entzündlicher Körper müßte also auch in jeder beliebigen Entfernung innerhalb dieses Strahlenzylinders zur Verbrennung gebracht werden können. Dies scheint theoretisch zunächst ganz richtig, praktisch aber wäre es schon wegen der ungleichmäßigen Brechung zumal so kleiner, stark brechender Linsen und ebenso wegen der unregelmäßigen Brechung in der Luft unmöglich. Man bedient sich zwar derselben Versuchsanordnung (nur mit Konkavlinsen von großer Öffnung und Brennweite) auch heute, um sog. paralleles Licht für physikalische Zwecke herzustellen, doch gelingt es selbst mit dem besten Material nicht, wirkliche Parallelität der Strahlen weiter als auf 1—2 m herzustellen.

Porta scheint nun geglaubt zu haben, daß es nicht nur möglich sei, einen solchen dünnen Strahlenzylinder herzustellen, sondern er glaubte sogar, diesen dünnen Zylinder bis zu einer Linie konzentrieren, also den Brennpunkt gewissermaßen zu einer Brennlinie »ausziehen« zu können. Daß dies auch theoretisch unmöglich ist, weist *K.* ganz richtig nach.

Weniger glücklich ist *K.* in der Zurückweisung der anderen Deutung der *Porta*schen Behauptung. Zum Beweise geben wir Herrn *A. Gleichen* im folgenden das Wort.

»Es ist ohne weiteres nicht ersichtlich, weshalb schwach konvergierende Strahlen in ihrem Schnittpunkt weniger Wärme erzeugen sollen, als dieselbe Anzahl Strahlen von starker Konvergenz. Indessen liegt der wahre Grund, weshalb eine Brennwirkung in die Ferne unmöglich ist, in der Vergrößerung, die das System (im vorliegenden Fall das Teleobjektiv) bewirkt.

K. sowohl wie *Porta* macht die stillschweigende Voraussetzung, daß das Objekt ein auf der Achse gelegener, unendlich ferner, mathematischer Punkt sei, von dem aus die Strahlen auf die Konvexlinse parallel auffallen. Er nimmt ferner an, daß von diesem mathematischen Punkt aus eine endliche Energiemenge ausgesendet wird, die sich dann im Bildpunkt wieder finden müßte. Ein solcher Punkt kann aber immer nur eine unendlich kleine Energiemenge aussenden, so daß also die Übertragung einer Brennwirkung in die Ferne schon aus diesem Grunde unmöglich wäre.

Um die Erscheinung richtig zu würdigen, müssen wir uns als Objekt eine, wenn auch noch so kleine, Fläche vorstellen, die nun der Vergrößerung des Systems ausgesetzt wird.

Nennen wir den Gesichtswinkel, unter dem wir die Sonne sehen, ε, so erzeugen die sämtlichen auf die Linse von de

Brennweite f auffallenden Strahlen in der Fokalebene ein onnenbildchen von dem Durchmesser $\varepsilon \cdot f$. Wendet man eine elekombination an, deren konvexer Bestandteil die Brennweite , deren konkaver die Brennweite f_2 hat, so hat das in der efinitiven Fokalebene erzeugte Sonnenbild den Durchmesser:

$$x = \frac{f_1 \cdot f_2 \cdot \varepsilon}{f_2 - f_1 + e},$$

ährend das Bild selbst in die Entfernung σ rückt:

$$\sigma = \frac{(f_1 - e) f_2}{f_2 - f_1 + e},$$

o e die Entfernung der beiden Linsen voneinander ist.

Nennen wir ferner die von der Sonne auf die Öffnung der inse gelangende Wärmemenge Q, so erscheint diese ausgebreitet der Fokalebene auf einem Kreis von der Fläche:

$$\frac{x^2 \pi}{4},$$

lso auf der Flächeneinheit ist die Wärmemenge ausgebreitet:

$$\frac{4Q}{x^2 \pi}.$$

ir haben daher für das Maß der entwickelten Wärme, d. h. r die Wärmeintensität I:

$$I = \frac{4Q}{x^2 \pi} = \frac{4Q(f_2 - f_1 + e)^2}{\pi f_1^2 \cdot f_2^2 \cdot \varepsilon^2}. \tag{I}$$

it dieser Wärmeintensität I vergleichen wir diejenige Wärme-tensität I_0, welche die Konvexlinse mit der Brennweite f_1 für ch in ihrer Fokalebene erzeugen würde.

Wie wir schon sahen, erscheint in diesem Falle die Wärme-enge Q ausgebreitet auf ein Scheibchen von dem Durch-esser εf_1, das heißt von der Fläche $\frac{\varepsilon^2 f_1^2 \pi}{4}$. Also ist $= \frac{Q \cdot 4}{\varepsilon^2 f_1^2 \pi}$. Folglich erhalte ich aus (I):

$$I = \frac{I_0 (f_2 - f_1 + e)^2}{f_2^2}. \tag{II}$$

in Zahlenbeispiel: Es sei die Brennweite $f_1 = 20$ cm. Im okus würde also die Wärmeintensität I_0 herrschen. Setzt man jetzt in einer Entfernung $e = 16$ cm eine Negativlinse von der Brennweite $f_2 = 5$ cm, so ergibt sich zunächst $\sigma = 20$ cm, d. h. der Brennpunkt wird um 16 cm vorgeschoben. Als Intensität in dem neues Fokus ergibt sich die letzte Formel (II)

$$I = \frac{I_0}{25}.$$

Die Intensität ist also doch schon auf $\frac{1}{25}$ gesunken.

σ wird unendlich groß, d. h. der Fokus rückt in unendliche Entfernung, wenn $f_1 - f_2 + e = 0$ ist. In diesem Fal lehrt aber Formel (II), daß auch $I = 0$ wird. Es würde diese Anordnung das holl. Fernrohr darstellen.«

36) *Zu S. 61.* Diese Kombination stellt bekanntlich das holländische Fernrohr dar. Das Optimum des Verhältnisses der Brennweiten ist dabei 2 : 1, wobei die kürzere Brennweite der Konkavlinse zufällt.

37) *Zu S. 65.* *K.* variiert hier nur mehrfach den Satz daß die Länge des holländischen Fernrohrs gleich der Differenz der Brennweiten vom Objektiv und Okular ist.

38) *Zu S. 67.* Das Gesichtsfeld wird aber kleiner.

39) *Zu S. 67.* Es tritt dann die Teleobjektivwirkung ein aber die Gegenstände werden verschwommen.

40) *Zu S. 68.* Tatsächlich ist die Vergrößerung: $V = \frac{F}{f}$.

41) *Zu S. 69.* Infolge der Nichterfüllung der *Abbe*schen Sinusbedingung am Objektiv, nicht aber, wie man meinen könnte infolge der sphärischen Aberration der Negativlinse. Denn die vom Okular erzeugte sphärische Aberration ist wegen des geringen Querschnittes der ins Auge gelangenden Bündel praktisch zu vernachlässigen, während der Objektivfehler gegen die Sinusbedingung durch eine stärkere Negativlinse entsprechend vergrößert wird (*A. Gleichen*).

42) *Zu S. 69.* Aus demselben Grunde wie in CXIX. Anm.

43) *Zu S. 70.* Unter Halbkugel versteht *K.* wieder das Gesichtsfeld.

44) *Zu S. 70.* Hierin liegt der Vorschlag, durch Blenden die Abbildung zu verbessern.

45) *Zu S. 72.* Das Wort *κρυψις* deckt sich hier wohl am besten mit dem Ausdruck: »Vexierkonstruktionen.«

45[a]) *Zu S. 75.* Im Original »secans superficies perpendiculariter«, sinnwidrig und ohne Zweifel nur durch ein Abirren auf die vorhergehende Zeile.

46) *Zu S. 76.* Anm. zur Figur 37. *K.* (sowohl wie *Frisch*) haben die Figur so gezeichnet, als ob sie der Hauptschnitt einer plankonvexen Linse wäre. Sie soll aber der Hauptschnitt eines positiven Meniskus sein, so daß *EF* keine Gerade, sondern ein Kreisbogen ist. Dies geht auch aus dem nachfolgenden Beweis hervor. (Da also *BE* und *CF* gegen die konkave Grenzfläche *EF* konvergieren usw.)

47) *Zu S. 80.* Die Worte: »nach innen von der Konvexität« bedeuten, daß der Durchmesser der Konkavität kleiner als der Radius der Konvexität, und daß der Kreis der Konkavität zwischen Peripherie und Mittelpunkt des Kreises der Konvexität gelegen ist.

Johannes Keplers Leben.

Lange Zeit stritten sich Weilderstadt, Magstadt und Leonberg (alle drei in Württemberg gelegen) um die Ehre, *Kepler* Geburtsort zu sein, bis dieser Streit durch das Bekanntwerde eines Briefes *K.*s an den Magistrat zu Nürnberg endgültig zu gunsten des ehemals reichsfreien Städtchens Weilderstadt entschieden wurde. *K.*s Großvater *Sebald K.* war daselbst länger Zeit regierender Bürgermeister. Dessen Sohn *Heinrich K.* hatt sich am 15./5. 1571 mit *Katharina Guldenmann*, Tochter de Bürgermeisters von Eltingen, verheiratet. *Katharina* war einig Monate älter als ihr Mann. Beide standen im 25. Lebensjah als sie heirateten. *Johannes K.*, ihr Erstgeborener, kam ar 27./12. 1571 (zwei Monate zu früh) auf die Welt.

Die Ehe war wohl keine glückliche. *K.* selbst schilder seine Mutter als starrköpfig, schwatzhaft und bösartig. Trot dieser anscheinend unkindlichen Äußerungen hat *K.* sich zeitlebens als ein guter und aufopfernder Sohn seiner Mutter gegenüber bewiesen. Auch *K.*s Vater war von unruhigem Geist un verließ Frau und Kinder, manchmal auf Jahre, um fremd Kriegsdienste zu nehmen. Obwohl Protestant, focht er wiederholt unter *Alba* in Belgien. Einmal folgte ihm seine Fra dorthin. Beide kehrten 1575 zurück und fanden ihren Soh *Johannes* noch schwer an den Folgen der Blattern leidend vor Diese Krankheit scheint die Ursache von *K.*s schwachen Auge geworden zu sein, über die er sich häufig beklagt (vgl. Anm. 26) Die Eltern zogen jetzt nach dem benachbarten Leonberg, w *K.* von seinem 4. bis 8. Lebensjahre verblieb und 1577 de deutschen Lese- und Schreibunterricht besuchte. Aber scho 1578 ging er in die Lateinschule über. Trotz seiner Schwächlichkeit wurde er von den wirtschaftlich mehr und mehr zurückgehenden Eltern zu den schwersten ländlichen Arbeiten gezwungen, bis sie endlich einsahen, daß er hierzu nichts taugte und ihn zum Studium bestimmten. Noch nicht 12 Jahre alt, bestand *K.* das sog. Landexamen in Stuttgart. Doch dauerte es noch anderthalb Jahre, bevor er in die (Adelberger und später die Maulbronner) Klosterschule eintreten durfte. Letztere verließ er nach drei Jahren, um die Universität Tübingen zu beziehen. Im selben Jahre ging sein Vater als Hauptmann in den Seekrieg der Neapolitaner gegen *Anton von Portugal*, kehrte zwar heil ins Vaterland zurück, starb aber eines plötzlichen Todes in der Nähe von Augsburg (*Hanschius*). Aus seiner Ehe waren sieben Kinder hervorgegangen, von denen drei frühzeitig starben. Mit der einzigen Schwester *Margarethe* (geb. 1584, vermählt mit dem Pfarrer *Georg Binder*) blieb *K.* dauernd in reger Verbindung.

Auch in Maulbronn war *K.* von schweren Krankheiten heimgesucht worden. Man kann überhaupt sagen, daß er es zeitlebens zu keiner einigermaßen festen Gesundheit gebracht hat. In seinen Briefen begegnen wir immer wieder Klagen über Fieberanfälle, Kopfschmerzen, Fröste usw.

Von seinen Tübinger Lehrern hat *Michael Maestlin* (geb. 1550), Professor der Mathematik und Astronomie, den größten Einfluß auf *K.* gewonnen. Später ward aus dem Lehrer der eifrigste Freund und Bewunderer seines ehemaligen Schülers. *Maestlin* war ein Anhänger der kopernikanischen Lehre, wagte es aber nicht, sich offen zu ihr zu bekennen. Er ist der Entdecker der wahren Ursache des sog. aschgrauen Lichtes am Monde, das durch den »Erdschein« hervorgebracht wird.

Infolge guter Zeugnisse wurde *K.* in das Tübinger Stift aufgenommen und auch ein Stipendium fiel ihm zu, so daß seine Lage sich äußerlich gut gestaltete.

Die ersten zwei Jahre hörte er Kollegien in der »Artistenfakultät«, in der Mathematik, Griechisch, Hebräisch, Rhetorik, Geschichte, Aristotelische Philosophie und griechische Klassiker erklärt wurden. Als Stiftler war *K.* verpflichtet, nach zwei Jahren die Magisterwürde zu erwerben, was er mit Auszeichnung tat. Die nächsten drei Jahre mußte er Theologie studieren. Aber noch ehe er das letzte Studienjahr beendet hatte, nahm man ihn für die Mathematikprofessur der evangelischen Stiftsschule zu Graz in Aussicht. Die österreichisch-deutschen Provinzen waren damals nämlich vorwiegend protestantisch und wurden meist von Tübingen aus mit Pfarrern und Lehrern versorgt. *K.*, der sich durch eine etwas abweichende religiöse Auffassung bei den maßgebenden Personen in T. mißliebig gemacht hatte, wurde in diesem Falle auch von seinen Fein-den aufs wärmste empfohlen, und so erhielt er, noch nicht ganz 23 Jahre alt, jene Stelle. Man entband ihn sogar freiwillig aller Pflichten, die er durch den Genuß des Stiftes für den württembergischen Kirchendienst übernommen hatte. Im Mai 1594 hielt er in Gr. seine erste Lektion.

Neben seiner Lehrtätigkeit mußte *K.* als »Landschaftsmathematikus« alljährlich einen Kalender mit Prognosen in bezug auf Wetter und allgemeine Politik anfertigen. Dieser Tätigkeit durfte er sich in den damaligen Zeiten nicht entziehen, obwohl er selbst in einem Briefe sie als töricht bezeichnet. Überhaupt spricht sich *K.* über sein Verhältnis zur Astrologie zu wiederholten Malen offen aus. Er bezeichnet die Astrologie mehrfach als »die lüderliche Tochter der Astronomie, die durch ihre reicheren Einnahmen die Armut der Mutter erleichtern helfe.« Im »Tertius intervenicus, das ist, Warnung an etliche Theologos, Medicos vnd Philosophos, dass sie bey billigher Verwerffung des Sternguckerischen Aberglauben, nicht das kindt mit dem Badt ausschütten« usw. (1610) sagt *K.*: »Es ist wol diese Astrologie ein närrisches Töchterlein, aber lieber Gott, wo wolt jhr Mutter die hochvernünfftige Astronomia bleiben, wenn sie diese jhre närrische Tochter nit hette, ist doch die Welt noch viel närrischer, vnd so närrisch, dass deroselben zu jhren selbst frommen diese alte verständige Mutter die Astronomia durch der Tochter Narrentaydung, weil sie zumal auch einen Spiegel hat, nur eyngeschwatzt vnd eingelogen werden muss.

Vnd seind sonsten der Mathematicorum salaria so seltzam vnd so gering, dass die Mutter gewisslich Hunger leyden müsste, wann die Tochter nichts erwürbe« usw. Auch gegen seinen Lehrer und vertrauten Freund spricht er sich in einem Briefe ähnlich aus: »Wenn Gott jedem Thier die Mittel und Wege gab sein Leben zu fristen, warum sollte er dann nicht in derselben Absicht dem Astronomen die Astrologie beigeben?« Also um die Mittel zur Förderung wahrer Wissenschaft zu gewinnen, gab sich *K.* mit jener Afterwissenschaft ab, die bei seinen Zeitgenossen noch im höheren Ansehen stand.

*K.*s erstes größeres Werk das »Mysterium cosmographigum« erschien 1596 in Tübingen. Er glaubt, in diesem Werk das Geheimnis des Weltbaues zu enthüllen. Die Grundvorstellung ist falsch, da sie mit der Sechszahl der damals bekannten Planeten steht und fällt. *K.* will die Ursachen für Zahl, Größe und Bewegung der Planeten ergründen, ein Problem, dem er seit seiner Studentenzeit nachsann. Auch um eine Bestätigung des Kopernikanischen Systems war es ihm dabei zu tun. Der Gedanke ist mit *K.*s eigenen Worten kurz folgender.

»Die Erdbahn liefert den Kreis, der das Maß aller übrigen bildet; um ihn beschreibe ein Dodekaeder: der dieses umschließende Kreis ist der des Mars; die Marssphäre begrenze mit einem Tetraeder, der diesem umschriebene Kreis wird der des Jupiter sein. Die Sphäre des Jupiter umschließe mit einem Würfel; der diesem umschriebene Kreis ist der des Saturn. Ferner schreibe der Erdsphäre ein Ikosaeder ein, der von diesem eingeschlossene Kreis wird der der Venus sein. Der Venus schreibe ein Oktaeder ein, und der Kreis in diesem wird dem Merkur zugehören. Und so erhältst du den Grund für die Anzahl der Planeten.« (Es gibt bekanntlich nur jene fünf regelmäßig begrenzte Körper.) Das Buch machte bei seinem Erscheinen großes Aufsehen und fand die Anerkennung und Bewunderung der gelehrten Welt. *K.* hielt an dieser Grundidee zeitlebens fest, da bis zu seinem Tode keine Beobachtung bekannt wurde, die ihr widersprochen hätte. Er behauptet auch, seine sämtlichen Studien, Werke und Entdeckungen hätten ihren letzten Ursprung in diesem Buch.

Am 27./4. 1597 verheiratete sich *K.* mit *Barbara Müller*, die trotz ihrer Jugend (geb. 1573) bereits zweimal vermählt gewesen war. Sie brachte *K.* eine Stieftochter zu. *K.* hatte große Schwierigkeiten gehabt, die Zustimmung der Familie seiner Frau zu erhalten. Diese galt damals schon für adelig, obwohl ihr das Adelsprädikat *»von Mühlbeck«* erst 1623 verliehen wurde. Von *K.* wurde nun der Nachweis verlangt, daß er ebenfalls adeliger Abkunft sei. Um diesen Nachweis zu führen, mußte *K.* mehrere Monate nach Hause reisen. In der Tat gelang es ihm nachzuweisen, daß zwei seiner Ahnen, die Brüder *Friedrich* und *Konrad K.* 1430 von *Kaiser Sigismund* zu Rittern geschlagen und 30 Jahre später von *Friedrich III.* bestätigt worden waren. Die Familie kam aber später wirtschaftlich herab und machte deshalb keinen praktischen Gebrauch von ihrem Adel. Hiermit mag es zusammenhängen, daß sie sich in Nürnberg mit einer leichten Veränderung *Kepner* schrieben und erst später, als sie in Weilderstadt wieder zu Ansehen gelangt waren, die ursprüngliche Schreibart wieder aufnahmen. (*K.* selbst schreibt sich bald *Kepler*, bald *Keppler.*)

*K.*s Schwiegervater war sehr vermögend, so daß *K.* über alle materiellen Sorgen hinweg zu sein schien. Aber in allen Geldsachen verfolgte ihn ein widriges Geschick, und er ist in der Tat nie in den richtigen Genuß des Vermögens seiner Frau gelangt, da die sehr bald nach seiner Verheiratung einsetzenden Religionswirren die Besitzverhältnisse der Protestanten Österreichs mehr oder weniger gestört haben.

In den Erblanden des *Erzherzog Karl*: Steiermark, Kärnthen und Krain war damals die Mehrzahl der Einwohner, der Adel fast ausnahmslos, protestantisch. Hierin hatte die Gegenreformation, solange *Karl* lebte, auch nicht viel zu ändern vermocht. Anderes erwartete man von seinem Sohn und Nachfolger *Ferdinand* (später *Kaiser F. II.*) der, ganz unter jesuitischem Einfluß erzogen, ausdrücklich gelobt hatte, alles »Sektiererwesen« in seinen Landen mit Stumpf und Stiel auszurotten. *K.* schreibt deshalb auch kurz nach seiner Verheiratung an *Maestlin*: »Wir erwarten die Rückkehr unseres Fürsten aus Italien mit Zittern und Zagen.«

Diese Befürchtungen sollten schnell genug eintreffen. Taktlosigkeiten und Zelotismus auf seiten der Protestanten gaben dem heimgekehrten *Erzherzog F.* eine willkommene Handhabe zur Durchführung seiner Absichten. Alle Diener der protestantischen Kirche und Schule wurden des Landes verwiesen. Mit ihnen auch *K.*, doch erhielt er schon nach Verlauf eines Monates als Einziger die Erlaubnis zur Rückkehr. Diese und andere, spätere Vergünstigungen verdankt *K.* den Jesuiten, unter denen sich schon zu jener Zeit Gelehrte ersten Ranges befanden, die *K.*s wissenschaftliche Bedeutung frühzeitig erkannten. Sie hätten es gewiß gern gesehen, wenn sich der so viel versprechende junge Gelehrte zur katholischen Religion bekannt hätte. Es hat denn auch nicht an direkten und indirekten Versuchen gefehlt, *K.* den Übertritt nahezulegen. *K.*s ganzes Leben und Arbeiten hätte sich unzweifelhaft leichter und behaglicher gestaltet, wenn ihm sein Gewissen diesen Schritt gestattet hätte, der ihm ebensosehr von katholischer Seite durch offensichtliches Entgegenkommen als von lutherischer durch Übelwollen und Rücksichtslosigkeit gegen seine eigene Person erleichtert wurde (*K.* wurde wegen einiger Abweichungen in seinen religiösen Ansichten, wie schon oben angedeutet, von der Tübinger theologischen Fakultät nach Graz »fortgelobt« und später sogar offiziell »exkommuniziert«, indem man ihn vom Genuß des h. Abendmahles in Linz ausschloß, vgl. S. 110 Anm.). Um so höher müssen wir also *K.*s Standhaftigkeit anerkennen.

Vielleicht um jenen Anfechtungen ein für allemal ein Ende zu machen, sprach sich *K.* in einem Briefe an einen hochgestellten Katholiken, den bayrischen Kanzler *Herwart von Hohenfeld*, offen über diesen Punkt aus. Kurz nach seiner Rückkehr nach Graz schrieb *K.* nämlich an diesen ihm zeitlebens treu bleibenden Gönner: »Was nun? Soll ich in Steiermark bleiben, oder soll ich gehen? Nichts hält mich davon ab, Ihnen meine innerste Herzensmeinung zu eröffnen, der Sie die Mitteilung über meine Studien, wie mir scheint, so freundlich aufgenommen haben. Worüber Sie sich vielleicht freuen [Fortschritte der Gegenreformation], das kann nicht anders als mir den bittersten Schmerz bereiten. So geht es im Leben! Ich bin Christ und habe das augsburgische Glaubensbekenntnis aus den Unterweisungen des Elternhauses, aus oftmals geprüften Gründen und unter täglichen Versuchungen angenommen; ihm hange ich an, heucheln habe ich nicht gelernt. Glaubenssachen behandle ich ernst, nicht wie ein Spiel, darum kümmre ich mich auch ernstlich um die Ausübung der Religion und um den Gebrauch der Sakramente. Wie aber nun? Diejenigen, deren ich mich bisher als Mittler zwischen mir und Gott bediente, sind aus diesem Lande vertrieben« usw.

K. sah bald ein, daß er in Graz nicht auf die Dauer werde bleiben können. Denn wenn seine Anwesenheit auch geduldet wurde, so verschonte man ihn doch keineswegs mit Maßregelungen aller Art. Er schrieb damals voller Verzweiflung an *Maestlin* und beschwor seinen alten Lehrer, ihm doch irgend einen Lehrauftrag in der Artistenfakultät in Tübingen zu verschaffen. Aber *Maestlin*s Anstrengungen waren vergeblich.

Indessen hat *K.* in jener für ihn so drangvollen Zeit (1599 starben kurz hintereinander seine beiden Kinder) Abhandlungen theologischen, physikalischen und astronomischen Inhaltes geschrieben, über den Erdmagnetismus, Ursache der Schiefe der Ekkliptik u. a.).

Als *Maestlin*s Bemühungen gescheitert waren, und dabei die Verhältnisse in Graz sich infolge von Einkerkerungen und Folterungen ungefügiger Protestanten immer schwieriger gestalteten, faßte *K.* den Entschluß, nach Prag zu *Tycho de Brahe* zu gehen und bei ihm eine Anstellung nachzusuchen. *T.* war damals aus Dänemark nach Prag zu *Kaiser Rudolph* übergesiedelt und hatte eben einen Brief an *K.* abgeschickt, in dem er ihn nach Prag berief. *K.* war bereits unterwegs, als der Brief an ihn abging. In diesem (1600) und dem folgenden Jahre litt *K.* an einer besonders schweren Malariaform.

K. fand an *Tycho* auf die Dauer nicht den wohlwollenden Meister und Freund, den er erwartet haben mochte. Er schreibt aus Prag an *Maestlin*: »Ich habe hier alles unsicher angetroffen; *Tycho* ist ein Mann, mit dem man nicht leben kann, ohne sich den gröbsten Beleidigungen auszusetzen. Die Besoldungen sind recht gut, aber man kann mit Mühe kaum die Hälfte herauspressen.« *K.*s ewiges Geschick, sein Gehalt unregelmäßig, stark verkürzt oder gar nicht ausgezahlt zu erhalten, bewährte sich auch in Prag. Sogar sein häusliches Leben wurde dadurch recht ungemütlich.

Schon im folgenden Jahre (1601) starb *Tycho* und nicht allzulange darauf wurde *K.* als dessen Nachfolger mit dem Titel »Kaiserlicher Mathematicus« ernannt. Auch die späteren *Kaiser Matthias* und *Ferdinand II.* bestätigten *K.* in diesem Amt. Die Benutzung des *Tycho*schen literarischen Nachlasses, um die es *K.* sehr zu tun war, mußte er sich erst durch einen Prozeß mit den Erben *T.*s erstreiten. Mit Hilfe von *T.*s zwanzigjährigen, sowie eigener Beobachtungen des Planeten Mars, gelang es *K.*, den Nachweis zu führen, daß dessen (wie auch der anderen Planeten) Bahn kein Kreis, sondern eine Ellipse ist (sog. I. *Kepler*sches Gesetz). Hierdurch und durch die spätere Entdeckung *K.*s, daß der Leitstrahl, den man sich von der Sonne zur Erde gezogen denkt, in gleichen Zeiträumen gleiche Flächenräume bestreicht (II. *Kepler*sches Gesetz), erhielt das *Kopernikan*ische System gewichtige Stützen. Denn die »Ungleicheiten«, die dem System noch anhafteten, weil es kreisförmige Bahnen und gleichförmige Geschwindigkeiten der Planeten annahm, waren nun mit einem Male aus dem Wege geräumt.

Gleichzeitig arbeitete *K.* an seinem großen, dem *Kaiser Rudolph* gewidmeten Werk: »Paralipomena in Vitellionem seu Astronomiae pars optica« (Frankfurt 1604), indem er unter anderen eine neue Theorie des Sehens aufstellt, die noch heute der Hauptsache nach zu Recht besteht. Sie findet sich auch in der Dioptrik. Vgl. Lehrsatz LXI. Nebenher beschäftigten den Unermüdlichen noch viele andere, manchmal rein praktische Probleme, z. B. Konstruktionen von Pumpwerken, Berechnung des Inhaltes von Fässern usw. Dabei war er allein im Jahre 1604 zwei Monate schwer krank. Besonders wichtig in *K.*s Leben ist das Jahr 1610. Es brachte die Veröffentlichung der *Galilei*schen Schrift: »Sidereus Nuncius«, in der *G.* seine Entdeckung von vier Jupitermonden und den Phasen der Venus mit dem von ihm verbesserten holländischen Fernrohr beschreibt. Angeregt durch diese Veröffentlichung, beschäftigte sich *K.* von neuem auf das eingehendste mit Optik und faßte alles, was damals über diesen Gegenstand bekannt war, in seiner »Dioptrice« zusammen. Er schrieb das Buch in einem Zuge während des August und September 1610. Ein sehr großer Teil davon ist sein eigenstes geistiges Eigentum. Dahin gehört auch die Angabe zur Konstruktion des nach ihm benannten *K.*schen Fernrohrs (astronomisches Fernrohr im Gegensatz zu dem von *Galilei* verbesserten terrestrischen oder holländischen Fernrohr, das zuerst ebenfalls im Jahr 1609 in Holland aufgetaucht war). *K.* kam auf Grund rein theoretischer Erwägungen auf diese Konstruktion, da ihm optische Hilfsmittel nur in dürftigstem Maße zur Hand waren. Seine Dioptrik erschien 1611 in Augsburg.

Schon in diesem Jahre scheint *K.* an eine Übersiedlung nach Linz gedacht zu haben. Dies geht wenigstens aus einem Brief *Jörger*s an *K.* (Dez. 1610) hervor. Prag war ihm ganz und gar verleidet. Er selbst schreibt später an seinen Freund *Crüger* hierüber: »Dieses Jahr [1611] war in jeder Hinsicht traurig und unheilvoll für mich.« Seine Frau erkrankte schwer an Melancholie, ungarischem Fieber und Epilepsie. Seine drei inzwischen gebornen Kinder bekamen gleichzeitig die Blattern, denen eins erlag. Dazu kamen Kriegswirren in nächster Nähe. Einen Teil Prags hatte *Erzherzog Leopold* besetzt, der andre, in dem *K.* wohnte, wurde von böhmischen Heerhaufen bedrängt, bis die Österreicher kamen und die Stadt entsetzten, aber zugleich verseuchten. Die kaum genesene Gattin *K.*s fiel dieser Seuche zum Opfer und starb am 3./7. 1611. Sie hat an *K.*s Seite fast nur schwere Zeiten verlebt und alle Arten von Ungemach über sich ergehen lassen müssen. Da ist es denn kein Wunder, daß sie zeitweilig den Mut sinken ließ, sie, die im Elternhause nichts von Sorgen erfahren hatte.

K. schildert sein Zusammenleben mit ihr an verschiedenen Stellen seiner Briefe. Er sagt u. a. in einem Schreiben an eine unbekannt gebliebene Frau: »Was aber Gott gethan, der verhenget hatt, dass meine besoldung mir gesperret gewest, und dass sie stättigs krankte und mit Melancholey beladen, derowegen sie immer verzagen wöllen an meinem rest [rückständiges Gehalt?] und mir nit gestattet, dass Ich Ir hauptgutt angreiffe, Ja nit einen einigen Becher wöllen versetzen lassen, Item selbs nit wollen die hand an Ir geringes schatzgeltlin legen, als wurde sie darüber an bettelstab khommen, da kann Ich nit leügnen, das Ich nit allain mein laid an Irer vergeblichen Sparsamkhait gesehen, sondern auch oft sey verursachet worden, sie wegen Irer vnweise zu straffen mit zornigen worten ..... Summa sie ist zorniger art gewest, vnd wan sie eins Menschens wegen stättiger beywohnung gewohnt, hatt sie all Ir begehrn mit zorn fürgebracht, da hab Ich mich hingegen zum streitt auffbringen lassen vnd sie geraitzet, ist mir laid, hab mich wegen meins studirens nit alweg besunnen: hab aber an Ir lehrgelt geben vnd gelehrnet gedult zu haben. usw. (der lange Brief enthält vieles kulturhistorisch Interessante. Er steht bei *Frisch* pag. 811—815 Bd. VIII 2).

Noch in demselben Monat bot *K.* den Ständen von Österreich seine Dienste an. Sie nahmen *K.*s Gesuch günstig auf und bewilligten ihm 400 fl. Gehalt und 100 fl. Umzugskosten. Doch kam der Vertrag erst 1612 zustande, weil *Kaiser Rudolph* so lange zögerte, das Entlassungsgesuch *K.*s zu bestätigen. Die Staatskasse schuldete *K.* damals schon gegen 4000 Taler. *K.*, von dem der Ausspruch herrührt, das Heiraten gehöre zu den Sitten deutscher Gelehrter, sah sich nach einer zweiten Mutter für seine verwaisten kleinen Kinder um. Er hatte die Auswahl unter nicht weniger als 11 Wittwen und Jungfrauen, die er einzeln in einem launigen Briefe an den Baron *v. Strahlendorf* beschreibt. Seine Wahl fiel auf die schöne *Susanna Reutlinger* aus Effertingen in Österreich, die arm und von geringer Abkunft, aber bei der Baronin *v. Starenberg* erzogen und gebildet worden war. Sie zählte 24 Jahre als sie den 42jährigen *K.* heiratete (1613). Sieben Kinder gingen aus dieser in jeder Hinsicht glücklichen Ehe hervor.

In Linz blieb *K.* von 1612—1626 mit häufigen und längeren Unterbrechungen durch Reisen in amtlichen und persönlichen Angelegenheiten. Hier schrieb er an seinem »Epitome astronomiae copernicanae« (4 Bände) und an der »Harmonice mundi« (5 Bücher), in der er sein drittes Gesetz veröffentlichte: »Die Quadrate der Umlaufszeiten der Planeten verhalten sich umgekehrt wie die Kuben ihrer mittleren Entfernung von der Sonne.«

In *K.*s Linzer Zeit fällt auch der Hexenprozeß, der gegen seine alte 70jährige Mutter in der Heimat angestrengt worden war. Um sie vor der Tortur und dem sichern Tod auf dem Scheiterhaufen zu retten, ging *K.* nach Württemberg und verblieb daselbst ein und ein Vierteljahr, um alle Kräfte zur Verteidigung seiner Mutter anzuspannen.

Diese unruhige alte Frau hatte sich durch unvorsichtiges Benehmen in das Gerede der Leute gebracht. Den ersten Grund dazu legte sie bereits 20 Jahre vor der Anklage, als sie den Totengräber, der die alten Gräber umgrub, bat, ihr den Schädel ihres Vaters zu verschaffen, sie wolle ihn in Silber fassen lassen und ihrem Sohne, dem Mathematicus, zum Geschenk machen. Doch stand sie hiervon ab, als der Totengräber nicht darauf eingehen wollte. Andererseits machte sie sich ihren vorurteilsvollen Zeit- und Ortsgenossen dadurch verdächtig, daß sie überall in die Häuser lief und jedermann ihre Heilkünste aufdrängte.

Eine der *Kepler*schen Familie feindlich gesinnte Partei hatte dies zum Anlaß genommen, die alte, ahnungslose Frau der Hexerei zu verdächtigen, um sie dann bei passender Gelegenheit förmlich zu verklagen. Diese Gelegenheit führte *Katharina* durch fortgesetzte, unüberlegte Reden und Handlungen bald genug herbei. *K.* selbst sagte von ihr damals: »Sie war eine Frau von rauhem Gebahren, streitsüchtig und unruhigen Geistes, womit sie die ganze Stadt in Aufregung versetzt und sich selbst und den Ihrigen unendliches Unglück bereitet hat.«

Wohl hauptsächlich dem Ansehen und der Unermüdlichkeit ihres schon damals hochberühmten Sohnes hat sie es zu verdanken, daß sie vor der Tortur und dem schimpflichen Tode des Verbrennens bewahrt wurde. Aber auch sich selbst kann sie einen Anteil an dem günstigen Ausgange zuschreiben. Denn tapfer bestand sie die Probe der »Territion«. Im Bericht des Vorrichters heißt es darüber: »Da ich dann nach publicirter Vrthel in Beysein Hannss Stenglins, Jacob Schönbergers vnd Samuel Epplins, anfänglichen Sie Verhafftin im Thorstüblin in güettin [in Güte] nach notturfft besprochen, nachgehendz auch vff all Ir widersprechen vnd verlaugnen, Sie an den gewonlichen vnd zur Tortur bestimpten ortt füehren lassen, Ihr auch allda den Nachrichter vnder Augen gesteltt, dessen instrumenta fürgezaigt, damit ernstlich vndt nach notturfft die Warhait anzuezaigen, vnd Ihr selbsten vor großem schmerzen vnd Pein zusein, erinnert. Hat Sie jedoch ohngeachtet aller ernstlicher erinnerung vnd Betrawungen der beschuldigten Hexerey halber durchaus lediglich nichzit gestendig sein noch bekhennen wollen, mit anzaigen, man mache mit ihr was man wolle, vnd da mann Ihr schon auch ein Ader nach der andern auss dem Leib herauss ziehen soltte, so wüsste sie doch nichzit zuebekhennen, vnd allzuemit uff die Knie nider gefallen, ein Vater vnser gebetten vnd darauff vermeldendt, Gott solle allda ein Zaichen thuen, wann Si ein Hexin oder Vnholden seye, vnd jemahlen mit der Hexerey zuethuen gehabt habe. Sie wolle auch darauff sterben, Gott werde die Warhait an tag geben, vnd nach Ihrem Todt offenbahren, dass Ihrin Vnrecht vnd gewaltt geschehe, deme Sie Alles wolle bevohlen haben; dann Sie wisse, er werde seinen Hayligen Gaist nit von Ihr nemmen, sondern Ihr Beyständer sein [usw.] . . . . . Hat also uff vilfelttiges erinnern vnd betrowen [Bedrohen] nichzit bekhennen wellen, sonder uff Ihrem ieder Zeit widersprechen vnd verneinen, das Sie der Hexerey halber behafft sein solle, pure et constanter verbliben, des wegen Ich dan Sie widerumb in Ihr custodiam füehren lassen [usw.]

Deroselben etc den 28. Sept. 1621

Vogt zu Güglingen
J. V. Aulber.«

Darauf erfolgte von dem Oberrichter der Bescheid »... demnach die Kepplerin durch aussgestandene Territion die einkhommene indicia purgirt . . . von angestelter Clag zue absolviren« usw. Der Oberrichter war offenbar froh, auf diese Weise den Prozeß niederschlagen zu können, denn es läßt sich nicht verkennen, daß es auch zu jener Zeit schon Richter gab, denen Hexenprozesse im höchsten Grade unangenehm waren. Diesen Eindruck gewinnt man wenigstens, wenn man sich die Mühe nimmt, *Katharina Kepler*s Prozeßakten durchzustudieren (bei *Frisch* Bd. VIII 1. Seite 362—562, also 200 enggedruckte Seiten!).

Katharina K. überlebte ihre Befreiung nicht lange. Sie starb schon im Jahr darauf.

Trotz der Arbeit und den Sorgen, die ihm der Prozeß seiner Mutter verursachte, fand *K.* doch noch zwischen durch Zeit, gelehrte Abhandlungen zu schreiben. Er schrieb über die Mondfinsternisse des Jahres 1620 und an einer längeren Abhandlung über das *Kopernikanische* System (vgl. S. 16). Mit Recht sagt *v. Breitschwert* bei Erwähnung dieses Umstandes: »Sorgenfreie Muße wird insgemein für ein Bedürfnis des Denkers gehalten, aber bei diesem außerordentlichen Manne verhielt es sich anders. *K.* selbst löst uns das Rätsel.« »Diese Beschäftigung«, schreibt er aus Württemberg an *Bernegger*, »macht mir zwar mehr Mühe, als das Lesen derselben meinen Lesern, aber ich schöpfe auch aus ihr mehr Vergnügen, als alle meine Leser zusammen genommen.« Das »labor ipse voluptas«, das man mit Recht auf die Gelehrtenarbeit gemünzt hat, findet sich fast wörtlich in einem anderen Briefe *K.*s an *Crüger*: »Wenn Du mir Deine Beobachtungen über Sonnenfinsternisse mitteilst, so wirst Du meine Arbeit und meine Wollust vermehren«. Und an einen anderen Freund: »Du hast mich durch deine Bitte um Unterhaltung mit mathematischen Gegenständen glücklich gemacht; die Astronomie ist die edelste Beschäftigung, weil sie den weisesten Schöpfer verherrlicht; gibt es daher etwas, das den Menschen in diesem niederbeugenden Exil aufrichten kann, so ist es diese Wissenschaft« (zitiert n. *v. Breitschwert*).

War nun auch *Katharina K.*s Prozeß durch eine Art Freisprechung beendet worden, so blieb doch nach Anschauung der damaligen Zeit ein Makel auf dem Namen der Familie haften, und die allzeit geschäftige Fama hatte dafür gesorgt, daß sich die Kunde von dem Prozeß mit den üblichen Übertreibungen und Zusätzen auch bis Linz verbreitete. Ob nun dies die Ursache war, weshalb *K.* von Linz fortzukommen strebte, oder ob ihn die sonstigen ungünstigen Umstände*) forttrieben, jedenfalls machte *K.* Anstrengungen, anderswo, am liebsten aber in Württemberg eine Anstellung zu finden. Letzteres gelang ihm diesmal ebensowenig, wie bei seinem Weggange von Graz. Angeblich weil er in Ulm bessere Mittel und mehr Ruhe zur Drucklegung der *Rudolphini*schen Tafeln fände, erbat und erhielt er vom Kaiser die Erlaubnis, dorthin überzusiedeln. Seine Familie ließ er in Regensburg (Nov. 1626). Noch das ganze Jahr 1627 blieb er in Ulm, mit der Herstellung der Tafeln beschäftigt, reiste dann nach Frankfurt, wegen des Verlages und kehrte nach Ulm zurück. Dann ging er von da über Regensburg nach Linz, um seine Angelegenheiten völlig zu ordnen. Auch nach Prag kam *K.* noch einmal, um

---

*) *K.* war wegen seiner etwas abweichenden religiösen Überzeugung durch den dortigen Pastor *Hitzler* vom Genuß des Abendmahles ausgeschlossen. Außerdem hatte die lange Belagerung der Stadt Hungersnot und alle andere Schrecken einer solchen Zeit gebracht. Und schließlich war vom Kaiser wieder ein Edikt entlassen, welches alle Lutheraner des Landes verwies. Doch wäre *K.* hiervon gewiß wieder ausgenommen worden, wenn er sich darum bemüht hätte.

restierendes Gehalt einzuforden. *Wallenstein*, der davon hörte, erbot sich, diese Gelder beizutreiben und *K.* zu sich nach Schlesien zu nehmen. Schlesien war damals die sicherste Provinz Österreichs, und mochte wohl *K.* die meiste Aussicht auf ungestörtes Arbeiten gewähren. Er nahm deshalb an und siedelte mit seiner Frau und den jüngeren Kindern nach Sagan über. Hier richtete er auch eine Druckerei ein, um die Ephemeriden zu vollenden. *Wallenstein*, bekanntlich der Astrologie blind ergeben, hoffte *K.* nach dieser Seite gründlich auszunutzen. Da aber *K.* die Astrologie nur mit Widerstreben und Vorbehalten auszuüben pflegte, so mußte *W.* noch den Astrologen *Zeno* (Seni) neben *K.* teuer besolden, was ihn seinerseits wohl abgeneigt machen mochte, sich der *K.*schen Forderungen an die kaiserliche Kasse energisch anzunehmen. Um sich dieser Verpflichtung zu entziehen, bestimmte *W.* den Senat der Universität Rostock, *K.* auf den dortigen Lehrstuhl der Mathematik zu berufen, was auch geschah. Aber *K.* in Furcht, hierdurch das Recht auf seine Forderung zu verlieren, wollte nicht eher annehmen, als bis der Herzog die Kaiserliche Genehmigung ausgewirkt habe, und der Rückstand bezahlt sei. Da *W.* dies nicht tun wollte, so verschlechterte sich das Verhältnis *K.*s zu *W.* mehr und mehr. 1630 erhielt *K.* den Besuch seiner neuvermählten Tochter und seines Schwiegersohnes *Jacob Bartsch*, Professor der Mathematik in Straßburg. Dies war wohl der letzte Lichtblick in *K.*s Leben. Kurze Zeit darauf erfolgte *W.*s Sturz und führte indirekt auch *K.*s Ende herbei. Um seine Ansprüche vor dem in Regensburg versammelten Reichstage persönlich geltend zu machen, machte sich *K.* auf die beschwerliche Reise von Sagan über Leipzig nach R. Von den Mühseligkeiten des langen, zu Pferd zurückgelegten Weges erschöpft, kam *K.* in R. an, erkrankte drei Tage später schwer und starb 59 Jahre alt am 15. Nov. 1630 in *Hildebrand Pyllus* Haus (Nr. 104 in der Donaustraße nach einer Angabe *W. Neumanns* aus dem Jahre 1864). Er ist auf dem damaligen Kirchhof von St. Peter unterhalb der Außenwerke der Stadt R. bestattet worden. Sein Grab wurde 1633 durch die einstürzenden Festungswerke verschüttet. An Stelle der alten Befestigungen sind später Gartenanlagen getreten, in denen *L. v. Dalberg*, Bischof von R. 1808 *Kepler* ein Denkmal setzen ließ. Erst spät folgte Weilderstadt diesem Beispiel. Das schönste Denkmal errichtete aber unserem *Kepler* der 1881 verstorbene Studienrektor Dr. *Ch. Frisch* (in ıtuttgart), indem er die vielen verstreuten Arbeiten und Briefe ᴋ.s in einer neunbändigen Gesamtausgabe vereinigte und mit inem laufenden (leider lateinischen) Kommentar versah. (Frank- ırt 1870.) *Fr.* hat auf diese Riesenarbeit einen guten Teil eines Lebens verwendet (30 Jahre).

Glücklicherweise ist *K.* nicht so arm gestorben, wie man ınge Zeit geglaubt hat. Das unmittelbar nach seinem Tode ufgenommene Inventar alles dessen, was er auf seiner letzten ːeise an Barmitteln*), Kleidungsstücken und Reiseutensilien ıit sich führte, läßt darüber keinen Zweifel. Sein Haupt- achlaß bestand allerdings in jenen Schuldforderungen an ːaatliche und städtische Behörden. Erst seinen Erben gelang eren Beitreibung durch Mithilfe hoher Gönner des Verstor- enen**).

Von seinen 12 Kindern überlebten ihn nur ein Sohn und ine Tochter längere Zeit. Direkte Nachkommen *K.*s gibt es icht mehr.

Seine selbstverfaßte Grabschrift lautet:

> Mensus eram coelos, nunc terrae metior umbras.
> Mens coelestis erat, corporis umbra jacet.

harakteristisch für seine Lebensanschauung ist die häufig on ihm zitierte Sentenz:

> »O curas hominum, o quantum est in rebus inane!«

Auch *K.*s literarischer Nachlaß hat noch mannigfache chicksale erleben müssen. Er bestand aus 22 »Faszikeln« nd ging zunächst in den Besitz des Sohnes über, der nur 'enig davon veröffentlichte (Somnium seu de Astronomia ıunari). Nach seinem Tode brachte der Danziger Astronom *level* die gesamten Manuskripte »mit nicht geringen Kosten« n sich. Von einem Feuer, das (1679) fast die gesamte Biblio- ıek *H.*s vernichtete, blieb *K.*s Nachlaß wunderbarerweise ollkommen verschont. *Hevel* starb 1687, und nun gelangten ᴋ.s Manuskripte (für 100 fl.) in den Besitz des Professors *lanschius*, der die Absicht hatte, *K.*s sämtliche Werke zu eröffentlichen. Er kam aber nur dazu, *K.*s Briefe in einem tarken Folianten (1717) der Öffentlichkeit zu übergeben, weil r gänzlich verarmte. Drei Bände Manuskripte sind seitdem n Besitze der Wiener k. k. Bibliothek, die übrigen wurden

*) Allein in Gold gegen 60 Dukaten.
**) Es waren ungefähr 16000 Gulden.

von *H.* an einen Frankfurter Kaufmann für 828 fl. verpfändet. Erst 1774 wurden sie, hauptsächlich auf *Murr*s und *Euler*s Betreiben durch die *Kaiserin Katharina II.* für 2000 Taler ausgelöst, nach Petersburg gebracht und der Bibliothek der dortigen Akademie einverleibt.

Von der umfassenden wissenschaftlichen Tätigkeit dieses außergewöhnlichen Mannes konnten wir in dem vorgeschriebenen engen Rahmen nur Andeutungen geben. Schon die bloße Aufzählung aller seiner Schriften würde einen stattlichen Raum beanspruchen. Bedenken wir aber, unter wie schwierigen äußeren und inneren Verhältnissen *K.* diese ungeheuere Arbeit geleistet hat, so stehen wir geradezu vor einem Rätsel.

Bewundernswert ist es auch, mit wie wenigen äußeren Mitteln *K.* die höchsten Leistungen erzielte. Dies zeigt sich nicht bloß auf seinem Hauptgebiet der Astronomie, sondern auch besonders bei der Abfassung seiner Dioptrik. Im Besitz von keinerlei anderen Instrumenten als ein paar Linsen, hat er die Lehre von der Dioptrik und den wichtigsten optischen Instrumenten so vollständig geschaffen, daß er mit Recht der Vater der modernen Optik genannt werden darf.

Die »Dioptrice« ist, wie die meisten Veröffentlichungen *K.*s, in einem nicht immer leicht verständlichen Latein geschrieben und deshalb wohl nur von wenigen gelesen. Der Übersetzer hielt es daher für ein verdienstliches Werk, dieses denkwürdige Buch durch Verdeutschung einem größeren Leserkreise zugänglich zu machen. Hierbei erfreute er sich der Mitwirkung des Herrn *P. v. Winterfeld*, durch die erst das Verständnis so mancher sprachlich schwierigen Stelle erschlossen wurde. Auf optischem Gebiet erkennt er dasselbe von der freundlichen Beihilfe des Herrn *A. Gleichen* mit ebenso großem Danke an.

Berlin, August 1903.

Ferdinand Plehn.

Druck von Breitkopf & Härtel in Leipzig.