BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS

FONDÉE EN 1788

NEUVIÈME SÉRIE. — TOME IX

N° 1.

1907

PARIS
AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE DE PARIS
A LA SORBONNE

1907

Le Secrétaire-Gérant,
H. COUTIÈRE.

Le Bulletin paraît par livraisons bimestrielles.

COMPOSITION DU BUREAU POUR 1907

Président : M. Berthelot (Daniel), 3, rue Mazarine.
Vice-Président : M. Lécaillon, 28, rue Berthollet.
Trésorier : M. Rabaud, 3, rue Vauquelin.
Secrétaire des séances : M. Winter, 44, rue Sainte-Placide.
Vice-Secrétaire des séances : M. Lebon, 4 *bis*, rue des Écoles.
Secrétaire du bulletin : M. Coutière, 12, rue Notre-Dame-des-Champs.
Vice-Secrétaire du bulletin : M. Neuville, 55, rue de Buffon.
Archiviste : M. Henneguy, 9, rue Thénard.

La Société Philomathique de Paris se réunit les 2e et 4e Samedis de chaque mois, à 8 h. 1/2, à la Sorbonne (salle de travail des Étudiants).

Les membres de la Société ont le droit d'emprunter des livres à la Bibliothèque de l'Université. Ils ont également droit, sur leur demande, à 50 tirages à part gratuits des Mémoires qu'ils publient dans le Bulletin.

Pour le paiement des cotisations et l'achat des publications, s'adresser à M. Vézinaud, à la Sorbonne, place de la Sorbonne, Paris, Ve.

BULLETIN
DE LA
SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE
DE PARIS

FONDÉE EN 1788

NEUVIÈME SÉRIE. — TOME IX

1907

PARIS
AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE DE PARIS
A LA SORBONNE
1907

Membres du Conseil

pour les années 1905, 1906 et 1907

MM.

André, 70 *bis*, rue Bonaparte.

Dongier, 87 *bis*, Grande-Rue, Bourg-la-Reine.

Grévy, 62, Rue Sainte-Placide.

Henneguy, 9, rue Thénard.

Laisant, 162, avenue Victor-Hugo.

Lévy (Lucien), 12, rue du Regard.

Vaillant, 2, rue de Buffon.

Vincent, 207, rue de Vaugirard.

Membres du Bureau

pour 1907.

Président : M. Berthelot (Daniel), 3, rue Mazarine.

Vice-Président : M. Lécaillon, 28, rue Berthollet.

Trésorier : M. Rabaud, 3, rue Vauquelin.

Secrétaire des séances : M. Winter, 44, rue Sainte Placide.

Vice-Secrétaire des séances : M. Lebon, 4 *bis*, rue des Écoles.

Secrétaire du Bulletin : M. Coutière, 12, rue Notre-Dame-des-Champs.

Vice-Secrétaire du Bulletin : M. Neuville, 55, rue de Buffon.

Archiviste : M. Henneguy, 9, rue Thénard.

ABRÉVIATIONS :

M.I.	Membre de l'Institut.
P.F.S.	Professeur à la Faculté des Sciences.
P.M.	» au Muséum.
P.C.F.	» au Collège de France.
P.E.N.	» à l'Ecole normale supérieure.
P.E.P.	» à l'École Polytechnique.
E.E.P.	Examinateur id.
P.H.	Professeur honoraire.
P.P.C.	» à l'École des Ponts et Chaussées.
M.A.M.	Membre de l'Académie de Médecine.
P.E.Ph.	Professeur à l'École de Pharmacie.
P.C.	» au Conservatoire des Arts et Métiers.
I.G.A.	Inspecteur Général de l'Agriculture,
I.G.M.	Inspecteur général des Mines
A.M.	Assistant au Muséum.
P.A.F.M.	Professeur agrégé à la Faculté de Médecine.
P.I.A.	Professeur à l'Institut agronomique.

ÉTUDE ET AMITIÉ

LISTE DES MEMBRES
DE LA
SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE DE PARIS

Fondée en 1788

État de la Société en Avril 1907

PREMIÈRE SECTION. — SCIENCES MATHÉMATIQUES

MEMBRES HONORAIRES

MM.

1859. (12 fév.) Lévy (Maurice), M. I., P.C.F., 15, avenue du Trocadéro.
1860. (2 juin) Haton de la Goupillière (J.-Napoléon), M.I., 56. rue de Vaugirard.
1861. (13 avril) Tissot (Nic.-Aug.), E.E.P., à Voreppe (Isère).
1863. (28 mars) Rouché (Eugène), M.I, 213, boulevard Saint-Germain.
1871. (23 déc.) Collignon (Édouard), 6, rue de Seine.
— id. Darboux (Gaston), M.I, (Secrétaire perpétuel), Doyen Hon. F.S., 36, rue Gay-Lussac.
1872. (27 janv.) Jordan (Camille), M.I, P.E.P., P.C.F., 48, rue de Varennes.
1875. (26 juin) Fouret (Georges), E.E.P., 4, avenue Carnot.
1876. (23 déc.) Picquet (Henri), E.E.P., 4, rue Monsieur-le-Prince.
— id. André (Désiré), P.H., 70 bis, rue Bonaparte.

MEMBRES TITULAIRES

MM.

1878. (26 janv.) Leauté, M.I., 20, boulevard de Courcelles.
— (9 fév.) Laisant, E.E.P., 162, avenue Victor-Hugo.
— id. Tannery, Dir. des Sc. E N., 45, rue d'Ulm.

1881. (11 fév.) C. De Polignac, Radmannsdorf, Carniole (Autriche).
— id. Humbert (Georges), M.I., 10, rue d'Aubigny.
— (12 nov.) Chemin, P.P.C., 33, avenue Montaigne.
1884. (3. nov.) Lévy (Lucien), E.E.P., 12, rue du Regard.
1887. (17 déc.) Kœnigs, P.F.S., 101, boulevard Arago.
1892. (26 janv.) Bioche, P. Louis-le-G., 56, rue N.-D.-des-Champs.
1900. (10 mars) Leau, P. Stanislas, 6, rue Vavin.
— (22 déc.) Le Roy, P. Stanislas, 27, rue N.-D.-des-Champs.
1902. (27 juin) Deschamps, 11, rue du Sommerard.
1902. (13 déc.) Grévy, P. Saint-Louis, 62, rue Sainte-Placide.
1904. (20 nov.) Perrin R., I.G.M., 80, rue de Grenelle.
1905. (14 janv.) Maillet, 11, rue de Fontenay, à Bourg-la-Reine (Seine).
1905. (27 mai) Servant, Chef de travaux F.S. 8, rue des Saints-Pères, Paris.
1906. (24 fév.) Lebon (Ernest), P. Charlemagne, 4 bis, rue des Ecoles.
1906. (12 mai) Tarry (Gaston), 177, Bd. Pereire.
— (8 déc.) Fatou, astronome adjoint à l'Observatoire, 172, Boulevard du Montparnasse.
— (22 déc) Henri (Victor), Prep. F.S, 13, rue du Val-de-Grâce.

MEMBRES CORRESPONDANTS

MM.

1903. (28 mars) Lieutenant-Colonel du Génie Brocard, 75, rue des Ducs, Bar-le-Duc.
1905. (11 fév.) Berdon Louis, 39, Cadogan Street, Londres. S.W.
1906. (25 juin) Guccia, Palerme.
1907. (9 fév.) Demoulin, P. F.S., 10, rue Joseph Plateau, Gand.

DEUXIÈME SECTION. — SCIENCES PHYSIQUES

MEMBRES HONORAIRES

MM.

1860. (24 nov.) Riche (Alfred), P.H.E.Ph., 11, quai Conti, à la Monnaie.
1861. (25 mai) Gaudry (Albert), M.I., P.H.M., 7 bis, rue des Saints-Pères.

1862. (10 juill.) Troost (Louis), M.I., P.H.F.S., 84, rue Bonaparte.
1863. (18 juill.) Grandeau (Louis), I.G.A., 4, avenue de la Bourdonnais.
1864. (31 janv.) Wolf (Charles), M.I., P.F.S., 1, rue des Feuillantines.
1865. (1er juill.) Janssen, M.I, Directeur de l'Observatoire physique, à Meudon (Seine-et-Oise).
1872. (22 juin) Gernez (Désiré), P.E.N., 80, rue d'Assas.
1873. (12 avril) Fron, Météorologiste tit., 19, rue de Sèvres.
1874. (23 mai) Branly, Prof. Inst. Catholique, 21, av. de Tourville.
1875. (10 avril) Cailletet, M.I., 75, boulevard Saint-Michel.
1876. (27 mai) Bouty, P.F.S., 9, rue du Val-de-Grâce.
1877. (24 fév.) Lippmann (Gabriel), M.I., P.F.S., 10, rue de l'Eperon.
1880. (13 nov.) Pellat (Henri), P.F.S., 23, avenue de l'Observatoire.
— (27 nov.) Becquerel (H.), M.I., P.M., 6, rue Dumont-Durville.
1882. (11 fév.) Cochin, député, 53, rue de Babylone.
1884. (9 avril) Bourgeois (Léon), A.M., 1, boulevard Henri IV.
1886. (17 avril) Bordet (Lucien), 181, boulevard Saint-Germain.
1887. (9 juillet) Vallot (Joseph), Dir. de l'Obs. du Mont-Blanc, 114, avenue des Champs-Elysées.

MEMBRES TITULAIRES

MM.

1901. (26 janv.) Vincent, P. Lycée St-Louis, 207, rue de Vaugirard.
— (14 déc.) Benoist, P. Lycée Henri IV, 26, rue des Ecoles.
— (28 déc.) Dongier, Sous-Direct. de Laboratoire F.S. 87 bis, Grande-Rue, à Bourg-la-Reine (Seine).
1902. (11 janv.) Ponsot, M.C.F.S., Lille.
— (13 déc.) Matignon, M.C.F.S., 17, boul. Carnot, Bourg-la-Reine.
1903. (28 fév.) Winter, 44, rue Sainte-Placide.
— (14 mars) Berthelot (Daniel), P.E.Ph. 3, rue Mazarine.
— id. Desgrez, P.A.F.M., 240, rue Saint-Jacques.
— (12 déc.) Darzens, Répét. E.P., 22, avenue Ledru-Rollin.
1904. (23 janv.) Chauveau, Météor. adj. Obs. de Paris, 32, avenue Rapp.
— (9 avril) Hanriot, M.M., P.F.M., 4, rue Monsieur-le-Prince.
— (29 mai) Moureu, P.E. Ph., 84, boulevard Saint-Germain.
— id. Mahler, Ingénieur civil des Mines, 2, rue Decamps.
1904. (9 juillet) Marage, 14, rue Duphot.
1905. (14 janv.) Hallion, Chef de Lab. C.F., 54, Faub.-Saint-Honoré.
1905. (11 mars) Valeur, 142, boulevard Montparnasse.
— (1er avril) Goutal, P. suppl. E. M., 60, boulevard Saint-Michel.

— (13 mai) Mouneyrat, Prép. F.M., 20, rue Godot-de-Mauroi.
1906. (13 janv.) Mayer, Chef de trav. (Hautes-Études), 33, rue du Faubourg-Poissonnière.
1906. (24 fév.) Joannis, P.F.S., rue des Imbergères, Sceaux.

MEMBRES CORRESPONDANTS

MM.

1905. (13 mai) Mathias, P.F.S., 44, allées Lafayette, à Toulouse.
— (22 juil.) Monpillard, 22, boulevard Saint-Marcel.

TROISIÈME SECTION. — SCIENCES NATURELLES

MEMBRES HONORAIRES

MM.

1856. (20 déc.) Prillieux (Ed.), M.I., Sénateur, 14, rue Cambacérès.
1862. (7 mai) Bureau (Éd.), P.H.M., M.A.M., 24, quai de Béthune.
1863. (31 janv.) Vaillant (L.-L.), P.M., 36, rue Geof.-Saint-Hilaire.
1871. (9 déc.) De Seynes (Jules), P.A.F.M., 15, rue Chanaleilles.
— (23 déc.) Grandidier (A), M.I., 6, Rond-point des Champs-Elysées.
— (26 déc.) Van Tieghem (Philippe), M.I., P.M., 22, rue Vauquelin.
1871. (26 déc.) Chatin (J.), M.I., P.F.S., 174, boul. Saint-Germain.
1879. (10 mai) Henneguy (Louis-Félix), P.C.F., 9, rue Thénard.
1883. (26 mai) Mocquart, A.M.; 4, rue du Banquier.
1886. (13 fév.) Bouvier (E.L.), M.I., P.M., 7, boul. Arago.
1888. (11 fév.) Morot, A.M., 9, rue du Regard.
1890. (21 fév.) Roché (Georges), 4, rue Dante.
1893. (11 mars) Hua, 254, boulevard Saint-Germain.
— (10 juin) Jousseaume, 29, rue Gergovie.
1893. (27 oct.) De Guerne, 6, rue de Tournon.
1894. (17 mars) Roland Bonaparte, M.I., 10, avenue d'Iéna.

MEMBRES TITULAIRES

MM.

1899. (14 janv.) Lécaillon, Prép. C.F., 28, rue Berthollet.
1899. (25 mars) Neuville, Prép. Museum, 55, rue de Buffon.
1901. (12 janv.) Pellegrin, Prép. Museum, 143, rue de Rennes.
— (18 mai) Guieysse, à Bois-le-Roi, (S.-et-Marne).

1902. (11 janv.) Chauveaud, Direct. adj. de Lab. (Hautes-Études). 9, avenue de l'Observatoire.
— (8 fév.) Rabaud, M.C.F.S., 3, rue Vauquelin.
— (27 juin) Lesage, Médecin des hôpitaux, 49, rue de Lille.
— (22 nov.) Anthony, Prép. Muséum, 12, rue Chevert.
1903. (28 févr.) Coutière, P.E.Ph., 12, rue Notre-Dame-des-Champs.
— (11 avril) Langeron, Prép. F.M., 11, rue Férou.
— (27 juin) Noé, Prép. F.M., 51, boulevard Montparnasse.
1904. (9 janv.) Grandidier (G.), 9, avenue Marceau.
1904. (23 janv.) De Boissieu, 80, avenue d'Iéna.
— (id.) Joubin, P.M., 88, boulevard Saint-Germain.
— (26 mars) Gravier, A.M., 55, rue de Buffon.
— (23 avril) Ménégaux, A.M., 55, rue de Buffon.
— (29 mai) Michel (Auguste), P. lycée Michelet, 7, rue Nicole.
— (9 juillet) Launoy (L.), Ph., 93, rue Thiers, Le Vésinet (S. et O.).
1905. (28 janv.) Cayeux, P. suppl. E.M., P.I.A., 6, place Denfert-Rochereau.
1905. (8 juillet) Lemoine (Paul), Prép. F.S., à la Sorbonne.

MEMBRES CORRESPONDANTS

MM.

1903. (27 juin) L. Petit, 27 bis, rue d'Elbeuf, Rouen.
— (28 nov.) Devez, Cayenne.
1904. (23 avril) Bull, Prép. à l'Institut Marey, 1, avenue Malakoff.
— (id.) Tur, Ass. à l'Univ. de Varsovie.
— (id.) Malard, Lab. de Zool. marit., St-Vaast-la-Hougue (Manche).
— (29 mai) Marceau, P.E.M. Besançon.
1905. (26 nov.) Maignon, Chef des trav. de Physiol., E. Vét., Lyon.
1905. (11 mars) Neveu-Lemaire, P.A. F.M., Lyon.
1905. (15 avril) Diguet (L.), 16, rue Lacuée.
1906. (24 fév.) Osman Galeb Bey, Le Caire (Égypte).

EXTRAITS DES COMPTES-RENDUS DES SÉANCES

Séance du 11 janvier 1907

Présidence de M. Laisant.

Il est procédé à l'élection du Bureau de la Société et de la Commission des comptes pour 1907.

Sont élus : MM.

Lécaillon, vice-président,
Rabaud, trésorier,
Winter, secrétaire des séances,
Lebon, vice-secrétaire — ,
Coutière, secrétaire du Bulletin,
Neuville, vice-secrétaire — ,

La Commission des comptes est constituée par MM. Chauveau, Gravier, Tarry.

M. Laisant, est nommé membre du Conseil en remplacement de M. Lécaillon, nommé vice-président.

M. Laisant, président sortant, adresse ses remerciements à la Société.

Il a, dit-il, la satisfaction d'avoir pour successeur le digne héritier d'un nom illustre, qui est une des gloires de la science française. Il a le plaisir de constater la vitalité persistante de la Société, et la permanence de ses traditions de courtoisie, de solidarité scientifique et d'amitié.

Présidence de M. Berthelot.

En prenant la présidence, M. Berthelot prononce l'allocution suivante :

Messieurs,

Je remercie notre éminent président, M. Laisant, des paroles trop aimables par lesquelles il vient de me souhaiter la bienvenue. En prenant cette place où votre confiance m'a fait l'honneur de m'appeler, je suis certain d'être votre interprète fidèle en lui apportant l'expression de notre gratitude, pour les services qu'il a rendus à la Société durant l'année écoulée. M. Laisant, au cours de sa carrière civique et scientifique, déjà longue et si bien remplie, a connu sans doute d'autres assemblées plus agitées que celle-ci : je ne crois pas qu'il en ait vu beaucoup où l'on travaillât à la recherche de la vérité avec une ardeur plus pleine et plus désintéressée. Lui même d'ailleurs nous a toujours donné l'exemple. Je lisais, il y a quelques mois, le petit livre si original et si pénétrant qu'il consacrait aux méthodes pour initier les jeunes esprits aux mathématiques. Et je ne pouvais m'empêcher d'éprouver un sentiment de respect en songeant que c'est à cette même plume, à qui nous devons de si savantes considérations sur les quaternions, les équipollences ou les fonctions hyperboliques, qu'étaient dues ces remarques si simples et si volontairement humbles sur la meilleure manière d'enseigner l'A, B, C de l'arithmétique ou de la géométrie à des enfants. Un tel exemple de modestie scientifique, de la part d'un maître de son autorité, n'est-il pas pour nous tous une leçon ?

Messieurs, je m'efforcerai de suivre les exemples qui m'ont été donnés par mes prédécesseurs Ce qui fait l'originalité de la Société Philomathique, ce qui la distingue des autres Sociétés scientifiques telles que les Sociétés de biologie, de chimie, de physique, de mathématiques, etc., c'est qu'elle n'est pas un groupement de spécialités, c'est qu'elle réunit des chercheurs qui s'occupent des études les plus variées.

Et cela est excellent à un double point de vue.

Tout d'abord il est certain que les hommes qui s'y réunissent pour causer familièrement et sans apparat des études spéculatives qui leur sont chères, y nouent en même temps des liens d'amitié personnelle ou tout au moins de bonne confraternité. La Société Philomathique attache à bon droit autant d'importance à la parfaite courtoisie et à la cordialité de ses réunions qu'au sérieux scientifique de ses discussions.

A un point de vue plus abstrait, je crois que le contact mutuel de savants occupés de recherches si différentes ne peut que profiter au développement intellectuel de chacun. Sans doute, à l'époque où nous vivons, le développement des connaissances a imposé la spécialisation, et nul ne peut se targuer d'embrasser l'ensemble des sciences. Il serait déplorable pourtant de laisser s'établir entre elles des cloisons étanches qui n'existent pas dans la nature. Les exemples abondent des secours qu'elles peuvent s'apporter l'une à l'autre et je n'aurais que l'embarras du choix pour montrer que les points de départ des développements les plus féconds d'une science lui ont souvent été fournis par une science voisine.

Quand, trente ans déjà passés, j'étudiais sur les bancs du collège les rudiments de l'électricité, je me souviens de l'importance que prenait dans nos jeunes imaginations la grenouille de Galvani. A la voir ainsi figurée au premier plan dans la découverte du courant électrique, nous nous attendions à la voir jouer plus tard un grand rôle. Et nous étions un peu déçus de ne plus la retrouver. Je crois bien que cette grenouille historique a disparu de la plupart des traités de physique modernes. Je la regrette pour ma part. A coup sûr quand nous entendons les belles communications de notre collège. M. Dongier sur les courants alternatifs, nous sommes transportés bien loin de ces modestes origines. Et l'ingénieur qui surveille le turbo-alternateur d'une grande station centrale ne pense guère à la grenouille du savant Italien. Et cependant historiquement ceci est sorti de cela, et c'est un physiologiste, qui en mettant un jour à nu les nerfs lombaires d'une grenouille, a aiguillé la science et la civilisation modernes vers les grandioses applications du courant électrique.

Citerai-je un autre exemple ? S'il est une science un peu délaissée aujourd'hui — bien injustement à mon sens, — c'est la cristallographie. S'il en est une au contraire qui soit populaire, c'est la médecine: l'inventeur de nouveaux serums est le héros du jour. Mais comment oublier que c'est en partant des considérations les plus abstraites sur la symétrie des cristaux que l'esprit de Pasteur fut amené par un admirable enchaînement d'idées à l'étude des maladies ?

Mais, Messieurs, je n'ai pas à prêcher ici des convertis. Je me contente seulement de souhaiter que nous apportions tous à nos séances durant l'année 1907 la même ardeur et la même assiduité que durant l'année 1906.

M. Darzens fait une communication sur les résultats de l'hydrogénation d'acides non saturés par la méthode de MM. Sabatier et Senderens.

M. Goutal expose ses recherches sur les proportions de l'oxyde de carbone dans l'air, et sur la présence très ordinaire de ce gaz dans les fontes et les aciers.

M. Darzens fait remarquer que l'adéhyde formique, corps réducteur très répandu dans la nature, peut être une cause d'erreur dans la recherche de l'oxyde de carbone par réduction de l'acide iodique.

Séance du 26 janvier 1907

Présidence de M. Berthelot

M. le Docteur Marage expose le principe d'un appareil permettant de photographier les vibrations de la voix parlée et chantée, il montre quelques exemples des curieuses photographies obtenues.

M Moureu fait une communication sur les recherches qu'il a poursuivies, en collaboration avec M. Valeur, dans le but d'établir la constitution chimique et la formule de la spartéine.

M. Darzens fait quelques observations au sujet de cette communication.

PHOTOGRAPHIE RAPIDE
DES PRINCIPALES VIBRATIONS DE LA VOIX
Chantée et Parlée (1)

Par le Docteur **M. MARAGE.**

Il peut être utile pour un professeur de chant de faire voir à un élève les fautes qu'il commet. Il faut pouvoir lui prouver immédiatement qu'il ne chante pas en mesure, que sa voix est fausse et qu'elle n'est pas régulière.

Pour cela, j'ai employé la disposition suivante : un microphone et une pile sont mis en communication avec un téléphone. Les mouvements de la plaque vibrante du téléphone sont transmis à un miroir qui reçoit un rayon lumineux : ce rayon, après réflexion, vient impressionner une feuille de papier photographique mobile, qui passe ensuite dans un bain développateur, puis dans un bain fixateur. Un dispositif spécial, employé dans le télégraphe extra-rapide, permet au rayon lumineux de se déplacer dans un plan horizontal de manière à écrire des lignes un peu inclinées sur le grand axe du papier : l'inclinaison des lignes est produite par le déplacement du papier ; chaque ligne correspond à 1/4 de seconde.

Les trois figures ci-jointes représentent une gamme sur A : l'une mal chantée (fig. 1), l'autre (fig. 2) chantée avec une voix un peu tremblée et un coup de glotte au commencement de quelques notes : la troisième bien chantée (fig. 3).

Les défauts de la première gamme sont les suivants :

1° L'artiste ne va pas en mesure parce que chaque note n'a pas la même durée, et qu'entre chaque note le temps de repos représenté sur la ligne droite n'est pas constant ;

2° La voix est fausse, parce que, si on compte le nombre de vibrations sur une ligne (1/4 de seconde) et qu'on multiplie ce nombre par 4, on ne retrouve pas la note qui devait être chantée ;

3° La voix n'est pas belle parce qu'elle est irrégulière, et tremblée.

La gamme de la figure 2 est mieux chantée, et celle de la figure 3 est presque parfaite.

---

(1) Société philomathique, 26 janvier 1907.

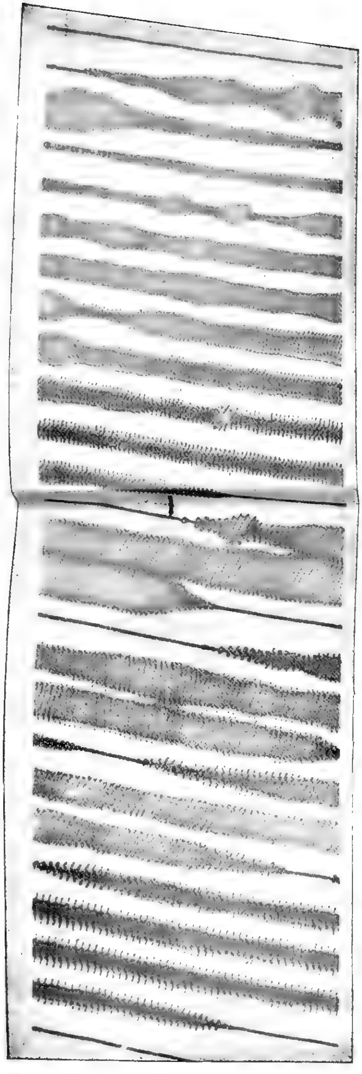


Fig. 1. — Gamme descendante mauvaise sur A (Echelle, vraie grandeur).

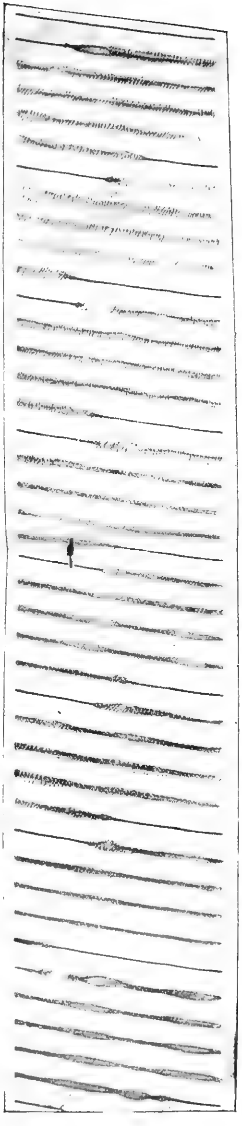


Fig. 2. — Gamme ascendante, en mesure, juste, mais avec voix tremblée. (Echelle 0,67.)

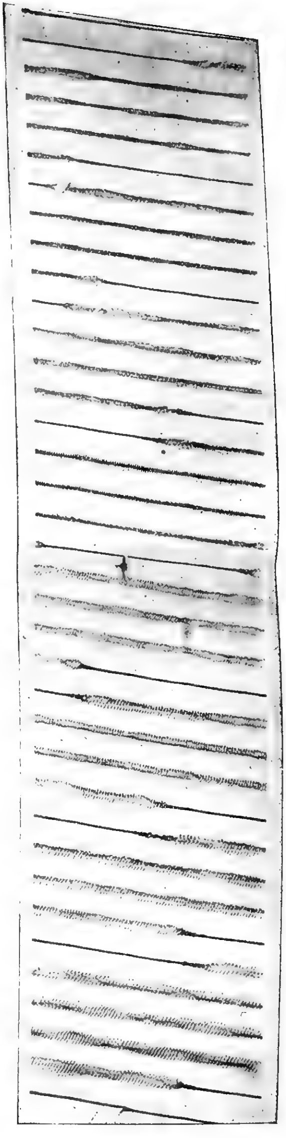
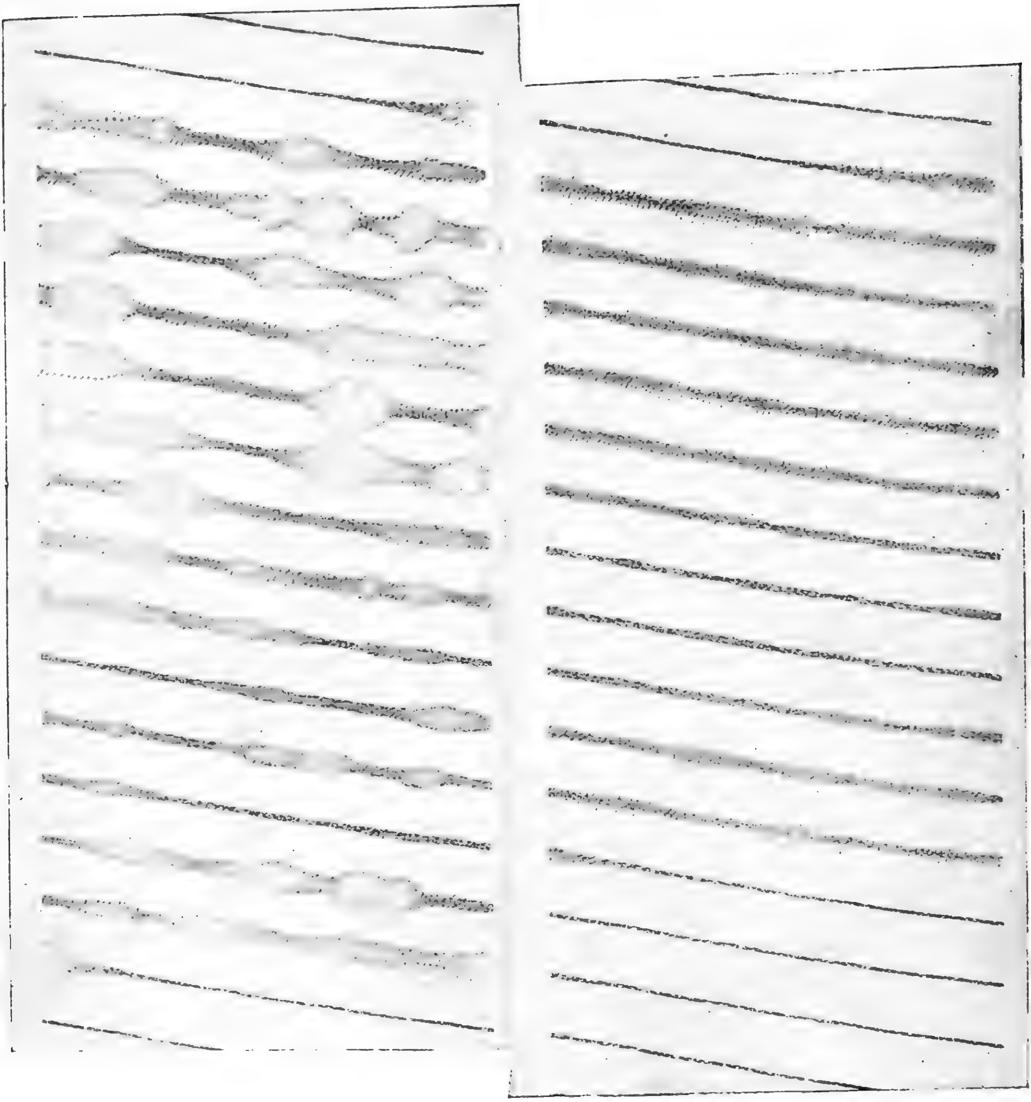


Fig. 3. — Gamme ascendante bonne sur A (Echelle 0.72).

La figure 4 représente le même exercice bien chanté, à droite, suivant la méthode italienne et à gauche, suivant la méthode française.



Méthode française. Méthode italienne.

Fig. 4. — Même exercice (Echelle, vraie grandeur).

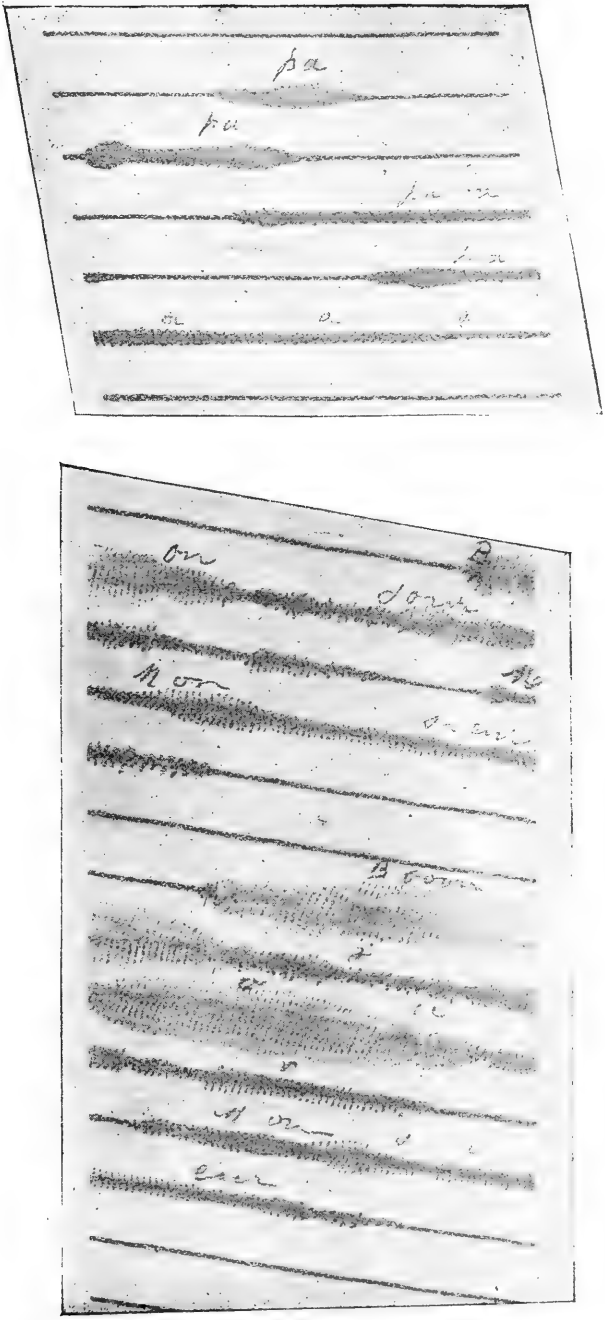


Fig. 5. — Voix parlée (Echelle, vraie grandeur).

Le premier tracé, beaucoup plus régulier, indique que *dans ce cas* la méthode italienne a produit une impression plus agréable sur l'oreille ; de plus, elle permet de chanter plus facilement, car cet exercice a duré moins longtemps que l'autre, cette expérience répétée plusieurs fois a toujours donné des résultats analogues.

Ce procédé peut également servir aux professeurs de diction, car on voit facilement la durée de chaque syllabe parlée et la note sur laquelle cette syllabe est émise.

Mais cette méthode est inférieure à celle des flammes manométriques que j'ai employée en 1898, parce qu'elle ne permet pas de dissocier les vibrations et de faire l'analyse complète d'une syllabe ou d'une voyelle.

Telle qu'elle est actuellement, elle peut rendre des services à des chanteurs en leur *faisant voir* immédiatement leurs défauts, ce qui n'est pas possible avec le phonographe.

SUR UNE COLLECTION DE POISSONS

RECUEILLIE

Par M. E. HAUG, à Ngomo (Ogôoué)

Par **M. le Docteur Jacques PELLEGRIN**

M. le pasteur Ernest Haug a fait à diverses reprises déjà de longs séjours au Gabon et n'a pas manqué d'y rassembler des collections zoologiques qui furent l'objet de plusieurs envois fort intéressants au Muséum d'histoire naturelle (1). C'est ainsi que pour n'en citer qu'un exemple en ce qui concerne les Reptiles et les Batraciens, M. Mocquard (2) a publié ici-même les résultats de ses principales récoltes.

Lors de son dernier séjour à Ngomo, sur l'Ogôoué, M. le pasteur Haug s'est appliqué surtout à recueillir un grand nombre de Poissons et les matériaux ichtyologiques rassemblés par lui et qui seront étudiés ici ne laissent pas d'être fort importants. En effet, des représentants de 18 espèces ont été récoltés, parmi lesquelles 3 sont nouvelles pour la science (3) et plusieurs autres d'une rareté extrême.

Toutes les pêches ont été effectuées dans l'Ogôoué, à Ngomo et aux environs immédiats. Bien que cette localité placée à 90 kilomètres en aval de Lambaréné, au point où le lac Zomanghé se jette dans le fleuve, soit située à plus de 200 kilomètres de la mer et que l'eau y soit *toujours* complètement douce, on est frappé tout d'abord du nombre relativement considérable de formes marines ou saumâtres qui remontent jusque là : *Elops lacerta* C. V., *Syngnathus Kaupi* Bleeker, *Polynemus quadrifilis* C. V., *Corvina nigrita* C. V., *Psettus Sebai* C. V., *Trachynotus goreensis* C. V., *Cynoglossus senegalensis* Kaup, *Eleotris senegalensis*, Steindachner, *Gobius lateristriga* A. Duméril.

---

(1) Une petite collection de Poissons envoyée par M. Haug du Bas-Ogôoué a déjà été signalée par moi. Cf. Dr J. Pellegrin. Poissons nouveaux ou rares du Congo français. *Bull. Mus. Hist. nat.* 1901, p. 328.

(2) Mocquard. Sur une collection de Reptiles recueillie par M. Haug, à Lambaréné. *Bull. Soc. Philom.* 8e sér., t. IX, 1896-1897, p. 5. Voir aussi : *Bull. Mus. Hist. nat.* 1902, p. 407.

(3) Des diagnoses de ces espèces nouvelles ont paru dans le *Bulletin du Muséum*, novembre 1906, p. 467-471.

D'ailleurs, en ce qui concerne les Crustacés, M. Coutière (1), a cité un fait du même ordre au sujet d'une espèce nouvelle de la famille marine des Alphéidés, l'*Alpheopsis Haugi* qui provient également de Ngomo, et qui est le « premier exemple certain » d'une forme dulcaquicole chez les Alphéidés.

La présence d'une assez grande quantité d'espèces marines dans l'Ogòoué, aussi loin de l'embouchure est une constatation fort intéressante. C'est un rapport de plus entre ce fleuve africain et ceux qui lui font vis-à-vis de l'autre côté de l'Atlantique, comme l'immense Amazone où les formes marines remontent aussi très loin dans l'intérieur. Quant à ces Poissons marins en dehors de leur habitat ils ne présentent pas par eux-mêmes un très grand intérêt, appartenant, en effet, pour la plupart à des espèces très anciennement connues, et leur distribution géographique étant en général assez vaste.

Il en est tout autrement en ce qui concerne les formes exclusivement dulcaquicoles. La faune ichtyologique des eaux douces du Gabon, en effet, n'est pas décrite depuis bien longtemps et malgré les travaux d'A. Duméril, Günther, Sauvage, Boulenger et moi-même il reste encore bien des découvertes à faire dans ces régions, comme le prouvent les trois espèces nouvelles rapportées par M. Haug ; un Characinidé du genre *Nannocharax*, un Siluridé du genre *Synodontis*, un Cichlidé du genre *Pelmatochromis*.

En outre M. Haug a été assez heureux pour retrouver certaines formes extrêmement curieuses et qui n'étaient connues jusqu'ici que par les types. Il a recueilli notamment, 3 spécimens de l'unique représentant africain de la famille des Nandidés, le *Polycentropsis abbreviata*, type d'un genre nouveau décrit il y a quelques années par M. Boulenger d'après 2 exemplaires du delta du Niger. Cette découverte augmente notablement l'habitat de cette espèce qui offre les affinités les plus remarquables avec des formes se rencontrant dans les eaux douces de l'autre côté de l'Atlantique comme le *Polycentrus Schomburgki* Müller et Tröschel de la Guyane et du Brésil, fait qui avec la distribution géographique d'autres Poissons exclusivement dulcaquicoles comme les Cichlidés, les Characinidés etc. vient s'ajouter aux preuves déjà si nombreuses des relations étroites qui ont uni à une époque géologique relativement peu ancienne l'Amérique méridionale et l'Afrique.

M. Haug a également retrouvé une forme très bizarre de la famille des

---

(1) Coutière. Sur une nouvelle espèce d'*Alpheopsis*, *A. Haugi*, provenant d'un lac d'eau douce du bassin de l'Ogôoué (Voyage de M. Haug 1906). *Bull. Mus. Hist. nat.* 1906, p. 376.

Characinidés *l'Hemistichodus Vaillanti* Pellegrin, type d'un genre nouveau dont j'ai donné la description en 1900, d'après un unique spécimen rapporté au Muséum en 1886, par la mission de l'Ouest africain, dirigée par M. Jacques de Brazza, le frère du fondateur de la colonie. Il a recueilli aussi des spécimens de plusieurs espèces de ces régions décrites par moi il y a quelques années le *Barbus Brazzai*, le *Physailia occidentalis*, le *Pelmatochromis nigrofasciatus*.

En ce qui concerne les Cichlidés M. Haug sur mes indications a recherché l'incubation buccale des œufs ou des jeunes par les parents et ses envois permettent de signaler cette pratique curieuse dans deux espèces du genre *Tilapia* où elle n'avait pas encore été observée.

M. Haug, grâce à son séjour de longue durée dans une même localité, a pu rassembler en outre un certain nombre de renseignements sur la biologie de Poissons de plusieurs autres familles. Il m'a aussi fourni pour chaque espèce les noms locaux dans les trois dialectes *galwa* (g.), *nkomi* (nk.) et *pahouin* (p.) qui ne manqueront pas d'être des plus précieux pour ceux qui se proposeront ultérieurement de récolter des Poissons dans cette colonie si riche au point de vue ichtyologique.

Ce sont tous ces documents qui feront l'objet, de ce mémoire. Les espèces seront passées en revue famille par famille avec les noms locaux et les indications sur l'éthologie fournies par M. Haug; j'y joindrai toutes les observations qu'elles comportent au point de vue de l'anatomie et de la systématique.

Elopidæ.

1. ELOPS LACERTA Cuvier et Valenciennes.

Un exemplaire. Nom local : nyanga (g.) (nk.).

« En bandes nombreuses au milieu des lacs où ces Poissons sautent en l'air. Chassent de petits Poissons près des rives ».

C'est une forme marine qui remonte assez loin dans les rivières, du Sénégal au Congo.

Mormyridæ

2. MORMYROPS ZANCLIROSTRIS Günther.

Deux exemplaires. Noms locaux : mpouna (g.), mpounè (nk.). Cette espèce ainsi que les suivantes de la même famille se prend d'après M. Haug « dans les marigots, sous les racines des roseaux. Elle revient au fleuve quand les eaux baissent ; elle se plaît dans la vase et meurt rapidement dans l'eau claire. »

C'est une forme à museau prolongé en tube qui n'est connue que du bassin de l'Ogôoué. Une espèce voisine le *Mormyrops Boulengeri* Pellegrin (1) existe dans le bassin du Congo.

3. MORMYROPS NIGRICANS Boulenger.

Mormyrops nigricans BOULENGER, 1899, Ann. Mus. Congo, Zool. I, p. 66, pl. XXII, fig. 2 et 1901, Poiss. Bass. Congo, p. 66.

Mormyrops Vaillanti PELLEGRIN, 1899, Bull. Mus. Paris, p. 358.

Un exemplaire de 280 + 30 = 310 millimètres de longueur (2). Nom local : oyogouyogou (g.).

Espèce du Congo dont l'habitat doit être étendu à l'Ogôoué.

4. PETROCEPHALUS BALLAYI Sauvage.

Trois exemplaires de 130 + 30 = 160, 75 + 17 = 92, 60 + 14 = 74 millimètres. Noms locaux : mpouna (g.), mpounè (nk.). Ce Poisson porte comme on le voit le même nom que le *Mormyrops zanclirostris* Günther, malgré de grandes différences morphologiques. Les indigènes ne donnent pas non plus de nom particulier aux espèces suivantes de Mormyridés. Cette forme à laquelle il faut ramener le *Mormyrus amblystoma* Günther, habite l'Ogôoué et le Congo.

5. PETROCEPHALUS SIMUS Sauvage.

Deux exemplaires. Ce Poisson se rencontre dans l'Afrique occidentale depuis la Liberia jusqu'à l'Angola.

6. MARCUSENIUS MARCHEI Sauvage.

Deux exemplaires, de forme un peu plus allongée que dans la figure donnée par Sauvage. Espèce de l'Ogôoué.

7. MARCUSENIUS BRACHYHISTIUS Gill.

Quatre exemplaires. Connu de Sierra-Leone au Congo.

8. GNATHONEMUS MOOREI Günther.

Six exemplaires, d'une longueur comprise entre 120 + 24 = 144 et 145 + 25 = 170 millimètres. Plusieurs sont des femelles. L'ovaire est

---

(1) *Bull. Mus. Paris*, 1900, p. 349.

(2) Le premier chiffre indique la longueur du corps, le second celui de la nageoire caudale, le troisième la longueur totale.

unique, volumineux, gonflé d'ovules dont les plus gros ont un diamètre de 1 millimètre 5.

Cette espèce est connue depuis le Sud du Cameroun jusqu'au Congo.

Notopteridæ.

9. XENOMYSTUS NIGRI Günther.

Trois exemplaires. Nom local : ogoré (g.) « Dans les marigots. »

L'habitat de cette espèce est fort vaste. On la rencontre dans le Haut-Nil, et dans les fleuves et rivières de la Libéria au Congo.

Clupeidæ.

10. PELLONULA VORAX Günther.

Sept exemplaires de 38 + 9 = 47 à 92 + 18 = 110 millimètres. Noms locaux : isiga = osendjele (g.) (nk.) « En bancs dont le défilé dure des heures le long des rives. Se tiennent la nuit dans les marigots. »

Ce Clupe est très répandu du Sénégal au Congo, il joue un rôle important dans l'alimentation des indigènes.

Characinidæ.

11. SARCODACES ODOË Bloch.

Un exemplaire. Nom local : omwènghè (g.) (nk.) « Près des embouchures des ruisseaux. »

Très commun du Sénégal au Congo, et jusqu'aux lacs Tchad et Ngami.

12. ALESTES MACROPHTHALMUS Günther.

Un exemplaire. Nom local : ogoundou (g.) (nk.) « Très commun aux abords des villages. »

Espèce connue du Gabon et du bassin du Congo ainsi que des lacs Tanganyika et Moéro.

13. ALESTES LONGIPINNIS Günther.

Quatre exemplaires adultes d'une longueur de 70 + 22 = 92 à 85 + 23 = 108 millimètres. Nom local : esagayamba (g.) (nk.) « Plus rare que les autres *Alestes*. »

Les spécimens rapportés par M. Haug justifient au plus haut point leur épithète spécifique : les rayons médians de la dorsale très prolongés, filamenteux font le double ou un peu plus du double de la longueur de la tête et dépassent l'origine de la caudale ; les ventrales sont également très longues et s'étendent fort au-delà de l'origine de l'anale.

La coloration bien conservée mérite d'être notée : le dos est olivâtre, les côtés dorés ou jaunâtres. Il existe sur le pédicule caudal une large bande noire qui se prolonge aussi sur la nageoire. On distingue en outre 5 ou 6 lignes irrégulières étroites qui s'étendent transversalement sur les flancs et forment comme un fin réticule et une petite tache foncée, un peu en arrière de la fente branchiale, environ au niveau de l'œil. La dorsale est violette.

L'espèce se rencontre de Sierra-Leone au Congo.

14. ALESTES TÆNIURUS Günther.

Trois exemplaires, le premier d'une longueur de 105 + 25 = 130 millimètres est un mâle adulte, le second une femelle adulte, de 110 + 25 = 135 millimètres, le troisième un jeune de 75 + 22 = 97 millimètres.

Il existe un dimorphisme sexuel assez accentué chez les adultes.

C'est surtout la forme de la nageoire anale qui permet de distinguer extérieurement les sexes (*fig.* 1). Chez la femelle les rayons sont tous coupés carrément si bien que le bord externe est à peu près rectiligne. Chez le mâle les rayons médians de l'anale sont notablement plus longs que les antérieurs et que les postérieurs de sorte que le bord externe de la nageoire forme un angle très marqué. Des faits analogues ont d'ailleurs été déjà signalés par Günther (1) chez les *Petersius*, genre extrêmement voisin des *Alestes*.

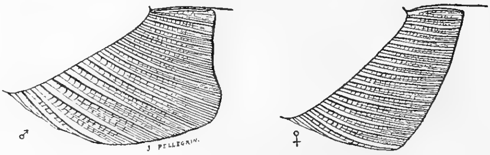


FIG. 1. — Anale chez le mâle et la femelle de l'*Alestes tæniurus* (gr. nat.).

---

(1) *Pr. Zool. Soc. Lond.* 1899, p. 731 pl. XLV, fig. B. Günther s'exprime ainsi à propos du *Petersius occidentalis* Günther, de la Côte de l'Or : « Anal of the mature male with the anterior rays somewhat enlarged, forming a projecting lobe. ». La seule différence c'est que dans ce cas ce sont plutôt les rayons antérieurs que les rayons medians qui sont prolongés.

La coloration est aussi légèrement différente dans les deux sexes.

Chez le mâle la bande longutudinale noire qui donne son nom à l'espèce ne commence pas comme chez la femelle sous le milieu de la dorsale, mais un peu en avant, la teinte générale est un peu plus foncée.

A l'autopsie de la femelle on trouve deux ovaires gonflés, volumineux, nettement séparés, contenant un grand nombre d'ovules d'un diamètre maximum de 1 millimètre 25.

L'espèce habite le Cameroun et le Gabon.

15. Alestes Kingsleyæ Günther.

Un exemplaire. Nom local : mpava (g.) (nk.) « Très commun aux embouchures des ruisseaux faisant communiquer les marigots avec le fleuve. »

Cette espèce de l'Ogôoué, n'est pas distinguée par les indigènes de la précédente qui porte le même nom.

16. Petersius Hilgendorfi Boulenger.

Petersius Hilgendorfi Boulenger, 1899, Ann. Mus., Congo, Zool. I, p. 91, pl. XXXVII, fig. 5 et 1901, Poiss. Bass. Congo, p. 168.

Huit exemplaires. Nom local : obaka = ondoga (g.) « Le long des rives. »

A part un jeune de 37 + 8 = 45 millimètres, tous les autres spécimens d'une longueur comprise entre 42 + 11 = 53 et 55 + 15 = 70 millimètres et qui doivent être des mâles ont certains rayons des nageoires très prolongés, filamenteux et cela à un point souvent beaucoup plus marqué que dans la description donnée par Boulenger.

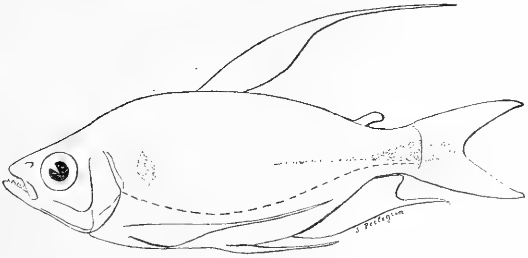


Fig. 2. — Nageoires du *Petersius Hilgendorfi* (gr. nat.).

C'est ainsi que sur plusieurs individus (*fig.* 2) quelques rayons de la dorsale, atteignent non seulement le pédicule caudal, mais sont prolongés jusqu'à l'extrémité des rayons médians de cette dernière nageoire. A l'anale le bord externe est non seulement très convexe mais la partie médiane est prolongée en filament. Les ventrales sont filamenteuses et dépassent parfois de beaucoup l'anale, enfin fait beaucoup plus rare chez les Poissons, les pectorales elles-mêmes, peuvent aussi être prolongées en un filament qui atteint l'anale. Il n'y a que les lobes de la caudale qui ne subissent pas de modifications.

Une autre particularité intéressante mérite d'être signalée : chez l'un des spécimens de cette jolie petite espèce se trouvent dans la cavité bucco-branchiale quelques œufs relativement volumineux d'un diamètre de 1 millimètre 75. S'agit-il d'un fait d'incubation buccale comme il en sera relaté plus loin à propos, des *Tilapia*, est-ce tout simplement un aliment que l'Animal était en train d'avaler ? La question est difficile à résoudre. Bien des Poissons sont très friands du frai des autres espèces et même comme notre Truite indigène de leur propre espèce, d'autre part l'incubation buccale n'est pas rare dans les régions tropicales chez plusieurs formes carnassières des familles des Cichlidés, des Siluridés. Il faut reconnaître toutefois qu'aucun cas analogue n'a encore été signalé, que je sache, dans la famille des Characinidés.

Le *Petersius Hilgendorfi* Boulenger a été décrit primitivement du bassin du Congo, mais son habitat doit être étendu à celui de l'Ogôoué.

17. HEMISTICHODUS VAILLANTI Pellegrin.

(*Pl.* I *fig.* 1) (1).

Hemistichodus Vaillanti PELLEGRIN, 1900, Bull. Mus. Hist. nat., p. 352.

Trois exemplaires de 36 + 8 = 44, 57 + 13 = 70, 59 + 15 = 74 millimètres.

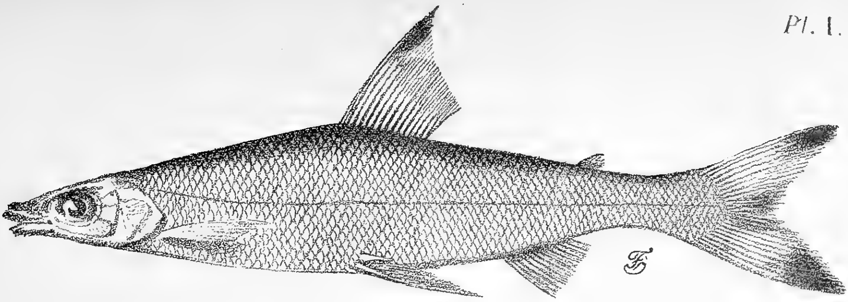
D'après M. Haug, l'espèce qu'on capture le long des rives est très rare et la preuve c'est que le nom indigène lui est inconnu.

Ce genre curieux n'était connu jusqu'ici que par le type mesurant 110 millimètres, provenant d'Adouma sur l'Ogôoué et rapporté par la mission de l'Ouest africain en 1886. Les spécimens récoltés par M. Haug, parmi lesquels se trouve un jeune, permettent de complèter ainsi la diagnose primitive.

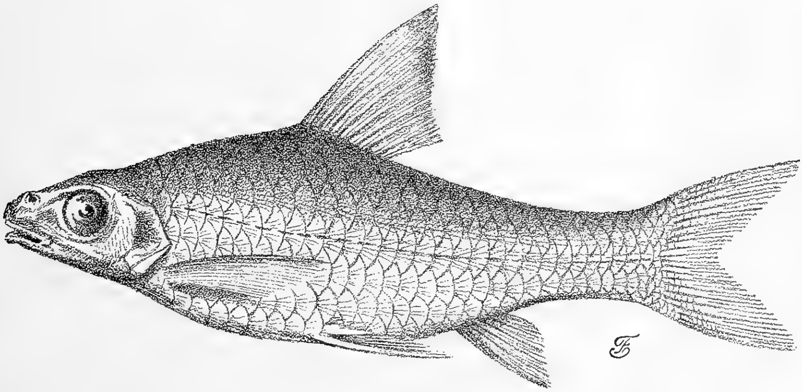
---

(1) Le Poisson figuré ici grandeur naturelle est le type.

Pl. I.

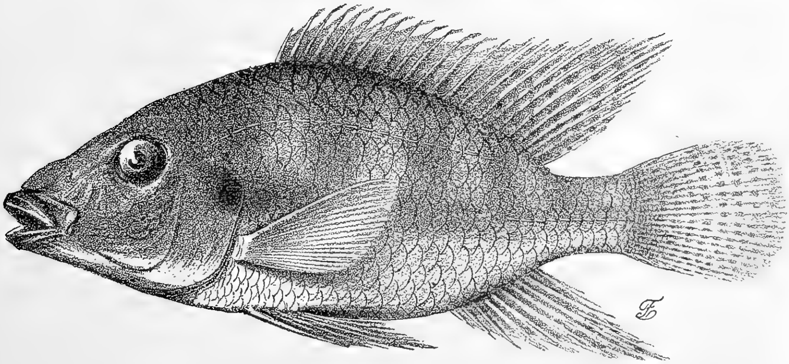


1.



2.

3.



4.

La hauteur du corps est contenue 4 fois 1/4 à 5 fois 1/4 dans la longueur sans la caudale, la longueur de la tête 3 fois 2/3 à 4 fois 1/4. Le diamètre de l'œil est compris 3 fois 1/2 à 4 fois dans la longueur de la tête, 1 fois à 1 fois 1/4 dans l'espace interorbitaire. On compte 6 ou 7 écailles entre la ligne latérale et la ventrale.

La coloration est la même chez le jeune que chez les adultes.

D. 13-15; A. 11-12; Ec. 70-78 $\frac{9\text{-}10}{11}$.

L'espèce n'atteint jamais une grande taille, le spécimen de 70 millimètres est une femelle à ovaires gonflés d'ovules d'un diamètre ne dépassant pas ordinairement un demi-millimètre.

18. NANNÆTHIOPS UNITÆNIATUS Günther.

Deux exemplaires. Nom local : nkozo (g.) (nk.). « Aux eaux moyennes et hautes, en bancs serrés, vers le soir, le long des rives. »

Espèce découverte au Gabon et connue maintenant de la Côte de l'Or au bassin du Congo et suivant Boulenger jusqu'au Nil blanc.

19. NANNOCHARAX PARVUS Pellegrin.

Nannocharax parvus PELLEGRIN 1906, Bull. Mus. Hist. nat., p 469.

La hauteur du corps est contenue 3 fois 3/4 à 4 fois 1/4 dans la longueur sans la caudale; la longueur de la tête 3 fois 2/3 à 4 fois. La tête est plus haute que large ; le museau un peu plus court que l'œil dont le diamètre, supérieur à l'espace interorbitaire, est compris 3 fois environ dans la longueur de la tête. La bouche est presque terminale; les dents sont peu nombreuses, bicuspides. Les ouïes sont libres sur les côtés seulement. La ligne latérale complète, à tubes droits, suit le milieu du corps. On compte 38 à 40 écailles, à bord libre fortement cilié, en ligne longitudinale $\frac{4\ 1/2}{6\ 1/2}$ en ligne transversale, 4 entre ligne latérale et la base de la ventrale. La dorsale, à 13 ou 14 rayons dont 10 ou 11 branchus, commence au-dessus de la base de la ventrale, elle est plus rapprochée de l'origine de la caudale que du bout du museau ; sa plus grande hauteur en avant atteint environ la longueur de la tête. L'adipeuse est très petite. L'anale, à 11 ou 12 rayons dont 8 ou 9 branchus, est beaucoup plus rapprochée de l'origine de la caudale que de la base de la ventrale. La pectorale pointue fait les 2/3 de la longueur de la tête et n'atteint pas la racine de la ventrale; cette dernière arrive à l'anus. Le pédicule caudal est un peu plus long que haut; la caudale est fourchue.

La coloration est brun olivâtre au-dessus, blanc jaunâtre au-dessous. Une bande noire s'étend longitudinalement depuis le bout du museau jusqu'aux rayons médians de la caudale. Les nageoires sont grisâtres, parfois légèrement noirâtres,

D. 13-14; A. 11-12; E. 38-40 $\frac{4\ 1/2}{6\ 1/2}$.

N° 06-194. Coll. Mus. — Ngomo (Ogôoué) : M. E. Haug. (1)
5 exemplaires. Longueur : $36 + 6 = 42$ mm., $34 + 6 = 40$ mm., $34 + 6 = 40$ mm., $32 + 5 = 37$ mm., $32 + 5 = 37$ millimètres.

Cette petite espèce qui vient s'ajouter aux sept déjà connues du genre *Nannocharax* se rapproche de *N. brevis* Boulenger (2) de l'Oubanghi dont elle diffère principalement par la pectorale plus courte et par la coloration qui présente une grande analogie avec celle du *Nannæthiops unitæniatus* Günther.

D'après M. Haug ces petits Poissons portent le nom local d'onoungou (g.) ; ils se rencontrent « aux eaux moyennes et hautes, en bancs serrés, vers le soir, le long des rives. »

20. XENOCHARAX SPILULUS Günther.

Un exemplaire. Noms locaux : ishogo (g.) (nk.) efwenyi (p.) « Très commun aux embouchures des ruisseaux faisant communiquer les marigots avec le fleuve. »

Cette espèce est très répandue du Cameroun au Congo.

Cyprinidæ.

21. LABEO MACROSTOMA Boulenger.

Cinq exemplaires de $58 + 16 = 74$ à $68 + 17 = 85$ millimètres. Noms locaux : oroungou (g), otoungou (nk). « Eaux profondes, sur les roches, rares. »

---

(1) Un spécimen de $25 + 4 = 29$ millimètres appartenant également à cette espèce avait été déjà rapporté en 1892 de Banghi (Oubanghi) par M. J. Dybowski et était passé inaperçu au milieu de *Nannœthiops unitœniatus* Günther.

(2) *Ann. Mus. Congo*, Zool. II (2). 1902, p. 27, pl. VIII, fig. 2.

Je rapporte à cette espèce ces petits spécimens car c'est de cette forme qu'ils se rapprochent le plus mais étant données leurs faibles dimensions cette détermination n'est peut-être pas d'une certitude absolue. L'un des types de l'espèce provenant de Matadi (Bas-Congo) ne mesure pas moins, en effet, de 59 centimètres.

22. BARBUS BRAZZAI Pellegrin.

(*Pl.* I. *fig.* 2) (1).

Barbus Brazzæ PELLEGRIN 1901, Bull. Mus. Hist. nat. p 330 ; BOULENGER 1902, Ann. Mus. Congo. Zool. II. (2) p 31.

Un exemplaire de 58 + 21 = 79 millimètres. Noms locaux ndjoulou (g.) (nk.), ndze mengouwa (p.)

Cette espèce a été décrite d'après un seul spécimen de 110 millimètres provenant de Mobaka sur la Sanga et dû à la mission de l'Ouest africain dirigée par M. J. de Brazza. Elle est surtout remarquable par l'absence de barbillons. Sur le spécimen rapporté par M. Haug il existe, à vrai dire, de chaque côté un vestige, à peine perceptible d'ailleurs, de la paire postérieure, mais l'individu se rapproche trop du type par l'ensemble de ses autres caractères pour qu'il me semble possible de l'en séparer.

D. 11 ; A. 8 ; Ec. 26 $\frac{3\,^1/_2}{3\,^1/_2}$.

23. BARILIUS KINGSLEYÆ Boulenger.

Opsaridium fasciatum VAILLANT 1886 (nom. nudum), Revue Scientifique 3e sér. XII. p. 18.

Barilius bibie (nec JOANNIS 1835) GÜNTHER 1896, Ann. Mag. Nat. Hist. (6) XVII, p, 277, pl. XV, fig. C.

Barilius Kingsleyæ BOULENGER 1899, Ann. Mus. Congo, Zool. I. p. 103 et 1901 Poiss. Bass. Congo. p. 233.

Quatre exemplaires de 95 +20 = 115 mm., 90 + 20 = 110 mm., 40 + 12 = 52 mm., 21 + 7 = 28 millimètres. Nom local : òyôyò (g.) (nk.) « Le long des rives »

---

(1) Le Poisson figuré ici grandeur naturelle est le type.

Chez l'alevin de 28 millimètres de longueur, le museau est plus court que l'œil, les 14 ou 15 barres verticales du corps non encore visibles, mais la tache noire de la base de la caudale est déjà fort nette.

L'espèce qui atteint une quinzaine de centimètres est connue du Cameroun au Congo.

Siluridæ.

24. Clarias angolensis Steindachner.

Un exemplaire de 290 + 40 = 330 millimètres. Noms locaux : nyozi (g.) (nk.), ntoumouli (p.) « Ces Poissons montent sur les berges, en rangs serrés, surtout de nuit, quand le début de la crue coïncide avec une averse, et vont se jeter dans les marigots. »

On sait, d'après d'assez nombreuses observations faites aussi bien en Afrique qu'aux Indes que les *Clarias* sont de véritables amphibies et qu'ils peuvent, grâce à l'appareil arborescent qui surmonte leurs branchies, demeurer à terre très longtemps.

D'après M. Haug un gros *Clarias* voisin de celui rapporté par lui émigre par centaines d'individus qui, au dire des indigènes, font alors à terre dans la nuit un bruit comparable à celui d'un troupeau de Bœufs en marche.

Le *Clarias angolensis* Steind. décrit d'abord de l'Angola remonte au Nord jusqu'au Niger.

25. Eutropius Grenfelli Boulenger

Un exemplaire de 160 + 40 = 200 millimètres. Noms locaux : oyara (g.) omwara (nk.) « Très commun aux eaux moyennes. »

L'espèce avait été signalée jusqu'ici au Congo et au Tchad.

26. Physailia occidentalis Pellegrin.

Ailia occidentalis Pellegrin 1901 Bull. Mus. Hist. nat. p. 331

Deux exemplaires de 60 + 12 = 72 mm., et 50 + 12 = 62 millimètres. Nom local : ebiolo « En bancs serrés pendant les crues, pressés contre les rives. Confondus avec les jeunes de l'*Eutropius*. »

Cette espèce n'était connue que par un spécimen de 85 millimètres, provenant du Cap Lopez et dû à M. Boisguillaume.

Elle se distingue des deux autres espèces du genre par la moindre longueur de son anale qui ne comprend que 57 à 61 rayons, au lieu de 65-72 chez *Physailia pellucida* Boulenger (¹) du Ht. Nil, et de 69-72 chez *Physailia somalensis* Vinciguerra (²) de Ganana.

Le caractère des denticulations de la pectorale est assez variable, difficile à observer et ne saurait, semble-t-il, être pris en très importante considération.

27. Chrysichthys Kingsleyæ Günther.

Un exemplaire de 175 + 52 = 227 millimètres. Noms locaux : nkémbè (g.) (nk.) nkeme (p.) « Dans les creux des rochers et des troncs immergés. Creusent quelquefois, en bandes de 5 à 10, les berges argileuses pour s'y loger. »

Ce Poisson n'est connu que de l'Ogôoué.

28. Synodontis Haugi Pellegrin.

(*Pl.* I. *fig*. 3)

Sgnodontis Haugi Pellegrin, 1906. Bull. Mus. Hist. nat. p. 470.

La hauteur du corps est contenue 3 fois 3/4 dans la longueur sans la caudale ; la longueur de la tête 3 fois 1/2. Le museau obtus, régulièrement arrondi fait la moitié de la longueur de la tête. L'œil est supère, son diamètre est compris 5 fois 1/2 dans la longueur de la tête, un peu plus de deux fois dans l'espace interorbitaire qui est très légèrement convexe. La bouche a les lèvres assez développées ; les commissures labiales sont épaisses, fortement papilleuses. Les barbillons maxillaires simples, non membraneux s'étendent très peu au delà de l'origine de la pectorale ; les mandibulaires externes portant 7 ou 8 filaments unisériés, se terminent au niveau de l'origine de la pectorale ; les mandibulaires internes portant 5 ou 6 paires de filaments rameux, robustes, atteignent seulement le niveau du centre de l'orbite. Les

---

(1) *Ann. Mag. Nat. Hist.* 1901 (7) VIII, p. 445.

(2) *Ann. Mus. Genova* 1897, (2) XVIII, p. 346.

dents intermaxillaires forment une plaque courbe transversale. Les dents mandibulaires principales, très petites, crochues, mesurant moins de la moitié du diamètre de l'œil sont au nombre de 50. On ne distingue pas de dents mandibulaires postérieures. La fente operculaire ne s'étend pas au-dessous de la base de la nageoire pectorale. Le prolongement nuchal est obtusément relevé en toit en arrière, couvert de fines granulations et vermiculations anastomosées ; les pointes latéro-postérieures triangulaires, à sommet arrondi, dépassent très peu le bord postérieur de l'épine de la dorsale. Le prolongement huméral caréné, est triangulaire, élevé, sa hauteur faisant la moitié de sa longueur ; son angle postérieur aigu se termine légèrement au delà de la pointe latérale du prolongement nuchal. La peau est recouverte de villosités bien marquées sur les flancs antérieurement. La dorsale a 7 rayons branchus ; son épine, un peu moins longue que la tête, est striée sur les côtés, granuleuse antérieurement et porte en arrière une trentaine de petites denticulations réclinées. La dorsale adipeuse séparée de la première dorsale par un espace égal à la base de celle-ci est près de deux fois plus longue ; sa hauteur est le quart de celle du corps. L'anale a 11 rayons dont 8 branchus. L'épine de la pectorale égale environ l'épine de la dorsale mais est plus robuste, elle porte une quarantaine de petites dents sur son bord antérieur ; en arrière on compte environ 30 dents plus fortes, réclinées. La ventrale n'atteint pas l'anale. La caudale est médiocrement fourchue, l'angle supérieur dépassant légèrement l'inférieur. La coloration est uniformément chocolat, sans trace d'aucune tache.

D. I 7 ; A III 8 ; P. I 9 ; V. I 6.

N° 06-209. Coll. Mus. —Ngomo (Ogôoué) : M. Haug.
Longueur 210 + 60 = 270 millimètres.

Cette espèce que je me fais un plaisir de dédier à M. Haug est extrêmement voisine de *Synodontis polyodon* Vaillant (1) des mêmes régions. Elle s'en sépare toutefois par le moindre nombre des dents mandibulaires (50 au lieu d'au moins 75) (2) caractère qui aux yeux de la plupart des ichtyologistes, n'est pas sans valeur. (3) Elle pré-

---

(1) *Bull. Soc. Philom.* Paris, 1895, p. 48 et *N. Arch. Mus.* 3e sér. t. VIII 1896, p. 127, pl. XI. fig. 1, 1a, 1b.

(2) La taille des deux exemplaires types de *S. polyodon* provenant d'Adouma (Ogôoué) et dûs à la mission de l'Ouest africain est respectivement de 175 + 48 = 223 millimètres et de 124 + 41 = 165 millimètres.

(3) « D'accord avec Vaillant et G. Pfeiffer, écrit M. Boulenger (Poiss. Bass. Congo. 1901, p. 303), j'attache grande importance au nombre et à la grandeur des dents mandibulaires antérieures grêles et mobiles. »

sente également quelques affinités avec *S. melanopterus* Boulenger (1) du delta du Niger.

D'après M. Haug ce Synodonte porte le nom d'ikogo (g.) (nk.), « il fait entendre au fond de l'eau un son semblable à un grognement ».

Beaucoup d'auteurs ont signalé déjà chez les Synodontes l'émission de sons paraissant produits par l'action des muscles qui entourent la vessie natatoire compressible à volonté et par le grincement des épines de la dorsale et des pectorales.

Cyprinodontidæ.

29 HAPLOCHILUS SPILAUCHEN A. Duméril.

Un exemplaire de 40 + 10 = 50 millimètres. Nom local obongo (g). « En petites bandes, à la surface, près des rives, en toute saison. »

Cette minuscule espèce est commune du Sénégal au Congo.

Syngnathidæ.

30. SYNGNATHUS KAUPI Bleeker.

Trois exemplaires de 100, 79 et 74 millimètres de longueur totale. Nom local : nghènè (g.) « Près des rives vaseuses. »

C'est une espèce marine des côtes de Guinée.

Polynemidæ.

31. POLYNEMUS QUADRIFILIS Cuvier et Valenciennes.

Un exemplaire. Noms locaux : ntsèna (g.) (nk.), ntsina (p.) « Très fréquent dans tout le bassin de l'Ogôoué. »

C'est une espèce marine répandue de l'embouchure du Sénégal à celle du Congo qui remonte plus ou moins haut dans les rivières à la façon de certains Muges.

---

(1) *Pr. Zool. Soc. Lond.* 1902, p. 327, pl. XXIX, fig. 1.

Anabantidæ.

32. ANABAS NIGROPANNOSUS Reichenow.

Quatre exemplaires de 90 + 24 = 114 à 130 + 38 = 168 millimètres. Nom local : konyenda. « Surtout dans les ruisseaux et marigots. »

Ce Poisson est répandu au Gabon, dans l'Ogôoué et jusqu'au Bas-Congo.

33. ANABAS KINGSLEYÆ Günther.

Deux exemplaires de 135 + 35 = 170 mm. , et 195 + 50 = 245 millimètres. Nom local : nyenda (g.) (nk.) « Surtout dans le fleuve »

Il y a lieu d'insister sur la taille tout à fait remarquable près de 25 centimètres, d'un de ces spécimens, qui parait être le plus gros qu'on ait signalé jusqu'ici dans l'espèce. Boulenger (1) indique, en effet, comme longueur totale pour celle-ci 165 millimètres.

Cet *Anabas* habite depuis la Sénégambie jusqu'au Congo.

Nandidæ.

34. POLYCENTROPSIS ABBREVIATA Boulenger.

Polycentropsis abbreviata Boulenger, 1901, Pr. Zool, Soc. Lond. p. 8, pl. III, fig. 2,2 a.

Trois exemplaires de 39 + 11 = 50 mm, 58 + 12 = 70 mm., 60 + 14 = 74 millimètres. Nom local : êbôkô z'aghèma (g.) (nk.) (en mot à mot : hanche ou bassin du peuple des Singes.) « D'après les indigènes le plus vieux de tous les Poissons. Dans les ruisseaux herbeux, rare partout. »

La découverte à Ngomo dans l'Ogôoué de trois spécimens de ce genre curieux, unique représentant en Afrique, de la famille des Nandidés (2) est des plus intéressants.

Les deux exemplaires types, du delta du Niger, mesuraient 68 millimètres. Ceux rapportés par M. Haug se rapportent très exactement

---

(1) Poiss. Bass. Congo. 1901, p. 376.

(2) Les Nandidés sont de petits Poissons carnivores perciformes habitant les eaux douces de l'Inde et du Sud-Est de l'Asie, ainsi que celles de l'Amérique méridionale. Jusqu'à ces dernières années on ne connaissait que les genres asiatiques *Nandus*, *Catopra* et *Badis* et les genres américains *Polycentrus* et *Monocirrus*.

à la description donnée par M. Boulenger, ainsi qu'on peut s'en rendre compte par la comparaison des formules.

Spécimens typiques : D.XV-XVI 11 ; A.X 9 ; Sq.32-35 $\frac{4}{17}$; Br.10.

Spécimens de M. Haug : D. XV-XVI 9-10 ; A. IX 8-9 ; Sq. 31-33 $\frac{4}{18\text{-}19}$; Br. 10-11.

Sciænidæ.

35. Corvina nigrita Cuvier et Valenciennes.

Un exemplaire. Noms locaux : mongo (g.) mpogozandamina (nk.) « Près des embouchures des ruisseaux. »

C'est une forme marine, décrite d'abord du Sénégal, qui entre dans les rivières ainsi que plusieurs espèces du genre.

Scorpididæ.

36. Psettus Sebai Cuvier et Valenciennes.

Un exemplaire. Noms locaux : ighenghe (g.) (nk.) avanga (p.) « Charge avec avidité les *Pellonula.* »

C'est encore une forme marine comme la précédente qui remonte les rivières du Sénégal au Congo.

Cichlidæ.

37. Hemichromis fasciatus Peters.

Un exemplaire. Noms locaux : orindi (g.) (nk.) eso (p.) « Commun partout. »

C'est une espèce des plus répandues dans les cours d'eau de l'Ouest-africain du Sénégal au Congo et au Chari.

38. Hemichromis bimaculatus Gill.

Sept exemplaires. Nom local : eworo (g.) (nk.) « Pendant toute l'année, commun partout. »

Ce Poisson a une distribution géographique des plus vastes; il habite le nord de l'Afrique au sud de l'Atlas, le Tchad et le Nil et toute l'Afrique occidentale.

39, PELMATOCHROMIS REGANI Pellegrin.

(*Pl. I. fig.* 4).

Pelmatochromis Regani PELLEGRIN 1906, Bull. Mus. Hist. nat. p. 471.

La hauteur du corps égale environ à la longueur de la tête est contenue 2 fois 2/3 dans la longueur sans la caudale. Le profil du museau descend en ligne droite, sa longueur fait un peu plus de 2 fois le diamètre de l'œil qui est contenu 4 fois 1/2 dans la longueur de la tête, 1 fois 1/3 dans l'espace interorbitaire. Le maxillaire s'étend légèrement au delà de la verticale abaissée de la narine. Les dents sont en 6 ou 7 séries à chaque mâchoire, la série externe largement séparée des séries internes est composée de dents beaucoup plus volumineuses à pointe brune, à peine dirigées vers l'extérieur sur les côtés de la mandibule. On compte 4 rangées d'écailles sur la joue ; les écailles operculaires sont volumineuses. Les branchiospines courtes, élargies, à bord supérieur frangé, sont au nombre de 14 à la base du 1er arc branchial. Les écailles ne sont pas denticulées. La ligne latérale supérieure est limitée à la portion caudale. On compte 28 écailles en ligne longitudinale $\frac{3\,1/2}{10}$ en ligne transversale. La nageoire dorsale se compose de 14 épines et de 11 rayons mous, les épines sont inégales, la dernière fait le 1/3 de la longueur de la tête. L'anale est composée de 3 épines croissantes et de 7 rayons mous prolongés en pointe comme ceux de la dorsale. La pectorale qui n'arrive pas à l'anale est arrondie et fait les 2/3 environ de la longueur de la tête. La ventrale pointue dépasse l'anus. Le pédicule caudal est à peine plus haut que long. La caudale est arrondie.

La coloration est brun olivâtre au-dessus et sur les côtés, avec des traces de 5 à 6 fasciatures sombres, violacée et jaunâtre au-dessous. Il existe une large tache noire operculaire. Les nageoires impaires sont grisâtres, avec des séries de petites taches claires sur la dorsale molle et surtout sur la caudale. Il n'existe pas de points noirs sur la membrane interépineuse de la dorsale.

D. XIV 11 ; A III 7 ; P. 15 ; Ec. 28 $\frac{3\,1/2}{10}$; L. lat. $\frac{19}{10}$.

N° 06-229. Coll. Mus. - Ngomo (Ogôoué) : Haug.
Longueur : 130 + 35 = 165 millimètres.

Cette espèce que je dédie bien volontiers à M. Tate Regan, du British Museum de Londres, qui a publié récemment une révision des Cichlidés américains, se rapproche surtout de *Pelmatochromis Guentheri* Sauvage de la Côte de l'Or et de *P. Pellegrini* Boulenger (1) du delta du Niger. Elle s'en distingue principalement par ses séries de dents plus nombreuses aux deux mâchoires (6-7 au lieu 2-3) et par une rangée d'écailles de plus entre la ligne latérale supérieure et l'origine de la dorsale.

D'après M. Haug ce Poisson porte les noms locaux de nkondo mbowolia (g.) (nk.) = nkorè (g.) , engwala (p.), il est relativement rare et sa présence n'est constatée seulement qu'en septembre-octobre.

40. PELMATOCHROMIS NIGROFASCIATUS Pellegrin.

Paratilapia nigrofasciata PELLEGRIN 1900, Bull. Mus. Par. p. 353 et BOULENGER 1901. Poiss. Bass. Congo. p. 421.

Pelmatochromis Batesii BOULENGER 1901, Ann. Mag. N. H. (7) VIII, p. 114.

Pelmatochromis nigrofasciatus Pellegrin 1904 Mem. Soc. Zool. Fr. 1903, XVI p. 280, pl. VI, fig. 2.

Un exemplaire de 65 + 20 = 85 millimètres. Nom local : ndianga (g). « Pendant toute l'année, commun partout. »

Cette espèce a été décrite d'après deux spécimens de 90 et 75 millimètres provenant de Nganchou et rapportés par la mission de l'Ouest africain.

Les types de *Pelmatochromis Batesi* Boulenger proviennent de la rivière San Bénito.

Chez le spécimen recueilli par M. Haug la dernière épine de la dorsale fait presque la moitié de la longueur de la tête.

Voici les nombres relevés sur cet individu :

D. XIV 10 ; A. III 8 ; Éc. 28 $\frac{3}{12}$; Br. 11.

41. TILAPIA FLAVOMAGINATA Boulenger.

Quatre exemplaires adultes de 180 + 45 = 225 mm., 185 + 45 = 230 mm., 200 + 40 = 240 mm., 210 + 50 = 260 millimètres. Nom: local ntsèvi (g). M. Haug fournit sur ces Poissons les renseignements suivants qui s'appliquent également au *T. melanopleura* A. Dum. : « Se rencon-

---

(1) *Pr. Zool. Soc. Lond.* 1902, p. 328, pl. XXIX, fig. 2.

trent rarement aux hautes eaux (octobre-décembre, mars-mai). Très communs aux basses eaux (surtout juillet-septembre), pendant la saison sèche. Il sont alors l'objet d'une pêche très importante à l'épervier et à la senne. Ils se tiennent de préférence sur les fonds de sable ou d'argile de 20 à 60 centimètres. Ils creusent des excavations de 30 centimètres à 1 mètre de diamètre et de 10 à 30 centimètres de profondeur.

Œufs en août, jeunes dans la bouche de l'adulte au commencement d'octobre. »

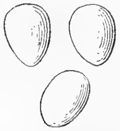


Fig. 3. — Œufs de *Tilapia flavomarginata* (gr. deux fois).

Parmi les spécimens recueillis par M. Haug, celui de 230 millimètres est particulièrement intéressant. La gueule est remplie d'œufs jaunes, de forme ovoïde, relativement volumineux (*fig.* 3). Leur grand diamètre mesure 3 millimètres 5 à 4 millimètres, leur petit diamètre de 2 mm. 5 à 3 millimètres. (1)

Leur nombre est d'une centaine. Ils remplissent complètement la cavité bucco-branchiale à la partie supérieure de laquelle ils ont marqué une empreinte très nette. Le plancher inférieur de la bouche est distendu par eux et forme une saillie notable, visible à l'extérieur (*fig.* 4.) Les œufs sont retenus en bas et en arrière par les branchiospines qui les empêchent de s'engager entre les lamelles branchiales. Antérieurement une disposition anatomique des plus curieuses et déjà signalée par moi à propos du *Pelmatochromis lateralis* Boulenger (2) des mêmes régions les empêche de faire issue au dehors ; en effet, il existe aux deux mâchoires une membrane que l'on peut nommer *ovigère*, qui s'étend transversalement en arrière de la surface alvéolaire. A la mâchoire supérieure la partie médiane de cette membrane n'a pas moins de 4 millimètres de hauteur, elle ne mesure que 2 millimètres à la mandibule. La disposition et les dimensions de ces voiles membraneux sont telles que pendant l'incubation la bouche distendue étant légèrement ouverte, les œufs ne sont pour ainsi dire pas visibles à l'extérieur et que leur issue au dehors n'est pas possible.

L'exemplaire est une femelle, l'autopsie révèle des ovaires flasques, réduits, avec des ovules à divers états de développement mais d'un diamètre généralement compris entre 0 mm. 5 à 1 millimètre.

L'incubation des œufs et des jeunes dans la cavité buccale est un

---

(1) Boulenger (*Tr. Zool. Soc.* Lond. XVIII (4), 1906, p. 539) indique que chez un Cichlidé peu éloigné du genre *Tilapia*, l'*Haplochromis* (ou *Astatotilapia*) *Desfontainesi* Lacépède les œufs également ne sont pas complètement ronds : « The egg of this fish ist not pefectly round, the upper pole being somewhat pointed ».

(2) Mém. Soc Zool. Fr. XVI 1903 (1904) p. 115, fig. 28.

fait maintenant assez bien connu chez bon nombre de Poissons de la famille de Cichlidés et particulièrement dans le genre *Tilapia*, mais n'avait pas encore été signalée chez le *Tilapia flavomarginata* Boulgr. En outre, les zoologistes ne sont pas d'accord sur le sexe qui protège ainsi sa progéniture. Certains à la suite de Lortet et Günther ont prétendu que c'était le mâle qui se chargeait ainsi des soins donnés aux œufs et aux alevins.

L'exemplaire rapporté par M. Haug vient fortifier l'opinion contraire et confirmer. ainsi que je l'ai montré à plusieurs reprises (1) et comme l'admet également M. Boulenger, que c'est la femelle qui chez les Cichlidés africains s'occupe de ses descendants.

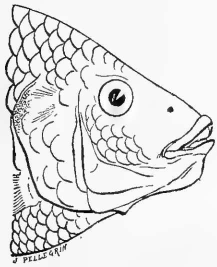


Fig. 4. — Tête de *Tilapia flavomarginata* portant ses œufs. (réduite.)

M. Haug fournit aussi quelques renseignements curieux et nouveaux sur la durée de cette incubation qui s'étenderait d'août au commencement d'octobre. Pendant cette longue période de près de deux mois il semble bien difficile que le Poisson puisse prendre la moindre nourriture et il doit se trouver dans des conditions physiologiques assez particulières pour pratiquer ce long jeûne.

Il y a, en tout cas, encore bien des observations curieuses à recueillir à ce sujet.

42. Tilapia melanopleura A. Duméril.

Un exemplaire de 210 + 70 = 280 millimètres. Nom local : ikorra (g). D'une façon générale les Cichlidés sont désignés par les indigènes par les termes : nkondo (g.) (nk.), ekouni (p.).

Ce spécimen fut pris en octobre 1905 dans une nasse placée dans un barrage, 10 ou 15 jours après le commencement des pluies et de la crûe des eaux de l'Ogôoué. D'après M. Haug, le Poisson capturé et mis hors de l'eau laissa échapper de sa gueule en se débattant quelques petits alevins. Ceux-ci mesuraient de 1 cm. à 1 cm. 5. Leur nombre total n'était guère que d'une vingtaine, mais il ne faut pas oublier que l'animal avait séjourné plusieurs heures dans la nasse où il avait pu perdre quelques-uns de ses petits. Ceux qui restaient dans la bouche ont disparu d'ailleurs durant le voyage. Néanmoins c'est

---

(1) *Op. cit.* p. 117 ; CR. Congr. Zool. Berne 1904, p. 330.

une nouvelle espèce à ajouter à la liste déjà longue des Cichlidés qui pratiquent l'incubation buccale.

Ce Tilapie se rencontre du Sénégal au Congo et jusqu'au Chari et au Chiré.

Carangidæ.

43. Trachynotus goreensis Cuvier et Valenciennes.

Deux exemplaires. Nom local : evoune. « Relativement rare, dans les lacs ».

C'est une espèce marine de la côte occidentale d'Afrique qui s'étend dans l'Atlantique jusqu'à la mer des Antilles. Il est fort curieux que ce Poisson se soit adapté ainsi à la vie dans les eaux douces et il n'est pas étonnant que sa présence y soit encore rare.

Pleuronectidæ.

44. Cynoglossus senegalensis Kaup.

Un exemplaire. Nom local : Ogoré wa gô ntchoua (g.). Ces derniers termes indiquent la provenance marine du Poisson. « Assez rare, sur les roches. Pêché jusqu'à 400 kilomètres de la mer. » C'est une espèce marine qui remonte les rivières du Sénégal à l'Ogôoué.

Gobiidæ.

45. Eleotris senegalensis Steindachner.

Deux exemplaires de 145 + 45 = 190 mm., et 115 + 30 = 145 millimètres. Nom local : nkeni (g.).

Les nombreuses espèces du genre *Eleotris* sont tantôt marines, tantôt dulcaquicoles. L'*Eleotris senegalensis* paraît plutôt être de ces dernières, il remonte les rivières du Sénégal à l'Ogôoué. D'après Günther (1) il se rencontrerait dans ce fleuve jusqu'à Kondo-Kondo.

---

1 *Ann. Mag. Mag. Hist.* (6) XVII, 1896, p. 267.

46. Gobius lateristriga A. Duméril.

Deux exemplaires de 80 + 20 = 100 mm., et 40 + 9 = 49 millimétres. Nom local : petou (g.) « très commun la nuit le long des rives et sur les bancs de sable. »

Voici quelques indications au sujet du plus grand de ces deux spécimens qui permettront de compléter la diagnose un peu sommaire de Duméril.

La hauteur du corps est contenue 6 fois dans la longueur sans la caudale, la longueur de la tête 3 fois 3/4. Le grand diamètre de l'œil est compris 5 fois dans la longueur de la tête, 1 fois 1/2 dans la longueur du museau qui fait la moitié de l'espace interorbitaire. Les dents sont crochues, en plusieurs séries, celles de la série externe plus volumineuses à la mâchoire supérieure, il n'y a pas de canines. Le maxillaire s'étend jusqu'au-dessous du tiers antérieur de l'œil. On compte 60 écailles en ligne longitudinale à partir de la fente branchiale, celles de la nuque et du ventre sont beaucoup plus petites. La caudale est arrondie.

D. VI - I 10 ; A, I 10 ; Ec. 60.

Sur les deux exemplaires types de Duméril mesurant 112 et 89 millimètres provenant du Gabon et dûs à Aubry-Lecomte, on compte 57 ou 58 écailles en ligne longitudinale. Il n'y a pas de canines. Le maxillaire n'arrive qu'au dessous du bord antérieur de l'œil. La caudale est arrondie.

Les très nombreuses espèces du genre *Gobius* sont en général marines, quelques unes cependant entrent dans les rivières et s'y sont même plus ou moins complètement adaptées.

Mastacembelidæ.

47. Mastacembelus Marchei Sauvage.

Un exemplaire de 115 millimètres. Nom local : nghènè (g.) Non distingué de l'espèce suivante. « Dans les roches. Les Galwas croient sa morsure venimeuse. « On n'en guérit qu'en commettant un inceste. » Les Pahouins le mangent après avoir coupé le bec. » A l'arrivée l'exemplaire avait le dessous du corps d'un magnifique jaune safran.

L'espèce est spéciale à l'Ogôoué.

48. MASTACEMBELUS GORO Boulenger.

Mastacembelus goro BOULENGER 1902 Ann. Mus. Congo, Zool. II (2). p. 54, pl. XV, *fig*. 3.

Deux exemplaires de 222 et 196 millimètres.

Je rapporte à cette espèce décrite de l'Oubanghi ces deux individus dont la coloration s'écarte un peu de celle indiquée par Boulenger. Chez les spécimens dûs à M. Haug la teinte du fond est chocolat, le ventre est jaune ou orangé, le tout marbré de taches arrondies, irrégulières, inégales, d'une nuance jaunâtre parfois bleutée ; toutes les nageoires molles impaires sont finement liserées de blanc.

Il y a XXVIII épines à la dorsale.

Bar-le-Duc. — Imp. Comte-Jacquet, FACDOUEL, Dir.

TABLE DES MATIÈRES DU FASCICULE I

LE PRIX DES TIRÉS A PART EST FIXÉ AINSI QU'IL SUIT :

	25 ex.	**50 ex.**	**75 ex.**	**100 ex.**	**150 ex.**	**200 ex.**	**250 ex.**
Une feuille	4.50	5.85	7.20	8.10	10.60	12.85	14.85
Trois quarts de feuille.	4 »	5 »	6.10	7 »	9 »	10.60	12.15
Une demi-feuille. . .	3.15	4 »	5 »	5.60	7.20	8.10	9 »
Un quart de feuille. .	2.70	3.60	4.25	4.75	5.60	6.30	8.85
Un huitième de feuille.	2 »	2.70	3.15	3.60	4.05	4.50	5 »
Plusieurs feuilles . .	4 »	5.40	6.30	7.20	9 »	11.70	14 »

PUBLICATIONS DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

1re série : 1789-1805	3 volumes in-4°
2e série : 1807-1813	3 volumes in-4°
3e série : 1814-1826	13 fascicules in-4°
4e série : 1832-1833	2 volumes in-4°
5e série : 1836-1863	28 fascicules in-4°
6e série : 1864-1876	13 fascicules in-8°
7e série : 1877-1888	11 volumes in-8°
Chaque année pour les Membres de la Société	5 francs
— pour le public	12 francs

Mémoires originaux publiés par la Société Philomathique

A L'OCCASION DU

CENTENAIRE DE SA FONDATION

1788-1888

Le recueil des mémoires originaux publié par la Société philomathique à l'occasion du centenaire de sa fondation (1788-1888) forme un volume in-4° de 437 pages, accompagné de nombreuses figures dans le texte et de 24 planches. Les travaux qu'il contient sont dus, *pour les sciences physiques et mathématiques*, à : MM. Désiré André ; E. Becquerel, de l'Institut ; Bertrand, secrétaire perpétuel de l'Institut ; Bouty ; Bourgeois ; Descloizeaux, de l'Institut ; Fouret ; Gernez ; Hardy ; Haton de la Goupillière, de l'Institut ; Laisant ; Laussedat, de l'Institut ; Léauté, de l'Institut ; Mannheim ; Moutier ; Peligot, de l'Institut ; Pellat. *Pour les sciences naturelles*, à : MM. Alix ; Bureau ; Bouvier, de l'Institut ; Chatin, de l'Institut ; Drake del Castillo ; Duchartre, de l'Institut ; H. Filhol ; Franchet ; Grandidier, de l'Institut ; Henneguy ; Milne Edwards, de l'Institut ; Mocquard ; Poirier ; A. de Quatrefages, de l'Institut ; G. Roze ; L. Vaillant.

En vente au prix de 35 francs.

AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ, A LA SORBONNE

Bar-le-Duc. — Imp. Comte-Jacquet, Facdouel, Dir.

BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS

FONDÉE EN 1788

NEUVIÈME SÉRIE. — TOME IX

N° 2.

1907

PARIS
AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE DE PARIS
A LA SORBONNE
1907

Le Secrétaire-Gérant,
H. COUTIÈRE.

Le Bulletin paraît par livraisons bimestrielles.

COMPOSITION DU BUREAU POUR 1907

Président : M. BERTHELOT (Daniel), 3, rue Mazarine.
Vice-Président : M. LÉCAILLON, 28, rue Berthollet.
Trésorier : M. RABAUD, 3, rue Vauquelin.
Secrétaire des séances : M. WINTER, 44, rue Sainte-Placide.
Vice-Secrétaire des séances : M. LEBON, 4 *bis*, rue des Écoles.
Secrétaire du bulletin : M. COUTIÈRE, 12, rue Notre-Dame-des-Champs.
Vice-Secrétaire du bulletin : M. NEUVILLE, 55, rue de Buffon.
Archiviste : M. HENNEGUY, 9, rue Thénard.

La Société Philomathique de Paris se réunit les 2^e et 4^e Samedis de chaque mois, à 8 h. 1/2, à la Sorbonne (salle de travail des Étudiants).

Les membres de la Société ont le droit d'emprunter des livres à la Bibliothèque de l'Université. Ils ont également droit, sur leur demande, à 50 tirages à part gratuits des Mémoires qu'ils publient dans le Bulletin.

Pour le paiement des cotisations et l'achat des publications, s'adresser à M. VÉZINAUD, à la Sorbonne, place de la Sorbonne, Paris, V^e.

EXTRAITS DES COMPTES-RENDUS DES SÉANCES

Séance du 9 février 1907

Présidence de M. Berthelot.

M. Demoulin est élu membre correspondant dans la 1re section.

M. Tarry expose comment on peut trouver le jour correspondant à une date donnée, sans se servir de table, au moyen de certains nombres qu'il faut retenir. Le calcul est rapide.

M. André présente quelques observations ; il fait connaître une bibliographie qui se rapporte à cette question et rappelle le procédé proposé par Edouard Lucas.

Séance du 23 février

Présidence de M. Berthelot.

M. Tarry reprend l'étude, commencée à la précédente séance, de la détermination du jour qui répond à une date donnée.

M. le Président lit une notice sur les travaux et la carrière scientifiques de M. Le Roux, Professeur honoraire à l'École Supérieure de Pharmacie, membre de la Société, mort récemment.

Au sujet du banquet annuel, fixé au 25 février, la Société examine une proposition tendant à reculer dorénavant la date de ce banquet.

Séance du 23 mars

Assemblée générale — Présidence de M. Lécaillon.

La séance du 9 février n'a pu avoir lieu par défaut d'éclairage (grève des électriciens).

Il est donné lecture d'une lettre de M. le Ministre de l'Instruction publique accordant à la Société sa subvention annuelle.

M. le Président annonce à la Société la mort de deux de ses membres : Marcellin Berthelot et le Colonel Laussedat :

Messieurs,

J'ai le plus profond regret de vous annoncer la mort de notre illustre confrère M. Marcellin Berthelot. Vous appréciez tous la perte irréparable que viennent de faire non seulement le monde scientifique, mais, on peut le dire, l'humanité tout entière. Je ne puis retracer en ce moment, même très succinctement, l'œuvre de M. Berthelot, car cette œuvre, par l'importance des découvertes dont elle enrichit les branches les plus importantes de la science, fut véritablement grandiose.

Aussi bien, des voix plus autorisées que la mienne, analysant particulièrement ses travaux sur la synthèse organique, sur la thermochimie, sur la physiologie même, rappelleront les titres qui font de M. Berthelot l'admiration des savants du monde entier et aussi ceux qui lui assurent une place à part dans la reconnaissance de tous les Français. M. Marcellin Berthelot faisait partie de la Société Philomathique depuis plus d'un demi-siècle, car il avait été élu en 1855. Ainsi qu'il le déclare lui-même dans sa notice sur les origines et sur l'histoire de la Société Philomathique, il en suivit les travaux d'abord comme titulaire, puis comme honoraire. Il en recueillit, dit-il, « les tradition orales des vieillards d'alors, dont plusieurs avaient connu les fondateurs de la Société ». Et de fait, le grand intérêt que présente la notice à laquelle je viens de faire allusion, et dans laquelle M. Berthelot nous fit si bien connaître l'histoire de notre vieille Société, montre bien en quelle faveur celle-ci était auprès de l'illustre savant.

Messieurs, au nom de la Société Philomathique, j'adresse respectueusement, à la famille de M. Berthelot, à notre Président, M. Daniel Berthelot, l'expression de notre très sincère condoléance.

Messieurs,

Avant de vous proposer de lever la séance en raison du deuil qui atteint la Société par suite de la mort de M. Berthelot, il me reste encore un pénible devoir à remplir.

J'ai le très grand regret de vous faire part du décès de M. le colonel Aimé Laussedat, survenu le 20 mars dernier. M. Laussedat fut répétiteur puis professeur du cours d'Astronomie et de Géodésie à l'Ecole polytechnique. Puis il fut directeur des études à cette Ecole. Il fut enfin, en 1881, directeur du Conservatoire des Arts et Métiers. M. le colonel Laussedat a fait toute une série de travaux estimés en géodésie et en topographie. Il faisait partie de notre Société depuis 1860.

J'adresse à la famille de M. le colonel Laussedat, au nom de la Société Philomathique, l'expression de notre très sincère condoléance.

Avant de lever la séance, il est donné lecture par M. Tarry du rapport de la Commission des comptes sur l'exercice 1906, qui n'a pu être présenté dans la précédente séance. Les conclusions en sont approuvées par l'Assemblée, qui se sépare aussitôt après.

Séance du 13 avril

Présidence de M. Laisant.

M. le Président présente dans la 1^{re} section, la candidature de M. Chapelon. Une commission, composée de MM. Laisant, André, Tarry, est chargée d'examiner cette candidature.

M. Coutière fait une communication sur les Alpheidæ américains du genre *Synalpheus*, dans lesquels il a rencontré de très nombreuses espèces nouvelles. Chez deux de ces espèces, recueillies ensemble dans une même station, on observe un grand excès de mâles, qui semble en rapport avec les conditions d'existence défectueuses dans une station surpeuplée.

RAPPORT SUR LES COMPTES DE 1906

par **M. G. TARRY.**

Messieurs,

Au nom de la commission que vous avez nommée, j'ai l'honneur de vous présenter le rapport sur les comptes de l'année 1906.

Les recettes se sont élevées à 2,553 francs, donc voici le détail :

Subvention ministérielle		1.000 »
Cotisations des membres titulaires	980 »	1.120 »
— — correspondants	140 »	
Abonnements et vente du *Bulletin*		177 50
Intérêts de nos fonds placés		252 90
Recettes accidentelles		2 60
Total des recettes		2.553 »

Il a été perçu, en outre, une somme de 23 fr. 20 pour remboursement de tirages à part ; nous en tiendrons compte en la déduisant des sommes payées pour les tirages à part.

Les recettes accidentelles proviennent de bénéfice de change sur des cotisations payées en monnaie étrangère. Pour la clarté des comptes, il a paru préférable de ne plus confondre ces recettes avec celles des cotisations.

Comparativement à l'année 1905, nous avons une augmentation de 157 fr. 27, qui porte sur les cotisations, proportionnellement à l'accroissement du nombre des membres de la Société, les autres recettes variables n'étant soumises qu'à de très légères variations.

Nos dépenses se sont élevées à 1868 fr. 87, dont voici le détail :

Bulletin : impressions et tirages à part, déduction faite des remboursements sur tirages à part	973 »	1.086 36
Bulletin : photogravures	113 36	
Frais de bureau (affranchissements, impressions, reliure, etc)		252 52
Allocation à M. Reykaert	200 »	530 »
Appointements à M. Vézinaud	300 »	
Étrennes à divers	30 »	
Total des dépenses		1.868 88

En comparant ces dépenses avec celles de l'année 1905, on constate une diminution de 1.224 fr. 05, soit 40 0/0. Cette diminution porte presque entièrement sur les dépenses du *Bulletin* (1.078 fr. 15) ; la différence (145 fr. 90) doit être attribuée à la réduction des frais de bureau et à l'absence de dépense extraordinaire.

Cette année 1906 présente un excédent de recettes sur les dépenses de 684 fr. 13.

Les fonds en caisse, au 1er janvier 1906, étaient de 991 fr. 97 ; ils se sont élevés, au 1er janvier 1907, à 1676 fr. 10, savoir :

Aux mains du trésorier.	1.618 85
Aux mains de l'agent	57 25
Total égal. . . .	1.676 10

Notre actif comprend encore des fonds placés, dont les titres, d'un prix d'achat de 7.513 fr. 05, représentent actuellement une valeur supérieure d'un millier de francs environ.

En résumé, toutes les recettes ont augmenté, toutes les dépenses ont diminué, le déficit de l'an dernier, causé par le trop grand développement du *Bulletin*, se trouve compensé par l'excédent de recettes sur les dépenses de cette année, et la situation financière de notre société est excellente.

Votre Commission vous propose d'approuver les comptes, de voter des félicitations à notre dévoué trésorier, M. Rabaud, dont elle a pu constater la parfaite exactitude et le soin consciencieux, ainsi qu'à M. Vézinaud, pour son zèle et sa ponctualité.

UN CALENDRIER PERPÉTUEL MENTAL

par **G. TARRY.**

Nous allons faire connaître une règle nouvelle, pour déterminer le jour de la semaine qui correspond à une date quelconque du calendrier grégorien.

Une date quelconque se compose de quatre données :

G numéro du siècle grégorien,
A numéro de l'année dans le siècle,
R quantième ou numéro du mois,
M nom du mois.

A chacune de ces données est attachée invariablement une cote, nombre ne dépassant pas 6. Additionnons ces quatre cotes et divisons le total par 7.

Le reste de cette division, ou ce *reste diminué d'une unité pour les mois de janvier et février d'une année bissextile*, représente le jour de la semaine de la date considérée, en désignant par 1 dimanche, 2 lundi, 3 mardi, 4 mercredi, 5 jeudi, 6 vendredi, 0 samedi.

Voici comment nous établissons ces cotes :

G, cote du siècle grégorien.

Les restes de la division par 4 du nombre des centaines du millésime sont 0, 1, 2 ou 3. A ces restes nous faisons correspondre respectivement les cotes, 6, 4, 2, 0 que l'on retient rapidement « à la six, quatre, deux » . . .

A, cote de l'année du siècle.

Au numéro a de l'année dans le siècle on ajoute l'entier de son quart $\left(\frac{a}{4}\right)$, et le reste de la division par 7 est la cote de A.

Q, cote du quantième du mois.

La cote est égale au reste de la division par 7 du nombre qui représente le quantième.

M, cote du mois.

Les cotes correspondant aux différents mois de l'année figurent sur le tableau suivant :

1 janvier,	4 février,	4 mars,	$144 = 12^2$
0 avril,	2 mai,	5 juin,	$025 = 5^2$
0 juillet,	3 août,	6 septembre,	$036 = 6^2$
1 octobre,	4 novembre,	6 décembre,	$146 = 144 + 2$

Les cotes du 1$^{\text{er}}$ trimestre forment le carré de 12, celles du 2$^{\text{e}}$ le carré de 5, celles du 3$^{\text{e}}$ le carré de 6, enfin le nombre du 4$^{\text{e}}$ trimestre est égal à celui du premier plus deux.

Ces remarques permettent de retenir facilement la cote de chaque mois.

Exemples :

1° Déterminer le jour qui corresponde au 15 octobre 1582 (origine de la réforme grégorienne).

$\frac{15}{4}$ reste 3 $G = 0$

$82 + \left(\frac{82}{4}\right)$ $A = 4$ Réponse.

15 $Q = 1$

Octobre $M = 1$ Vendredi.

Total $= 6$

En France, le retranchement de 10 jours dans le calendrier n'eut lieu qu'au mois de décembre suivant, et le dimanche 9 décembre 1582 fut immédiatement suivi du lundi 20 décembre 1582.

2° Déterminer le jour qui correspond au 1$^{\text{er}}$ janvier 1908 (date comprise dans les deux premiers mois d'une année bissextile).

$\frac{19}{4}$ reste 3 $G = 0$

$8 + \left(\frac{8}{4}\right)$ $A = 3$

1 $Q = 1$ Réponse.

janvier $M = 1$ Mercredi.

Total $= 5$

A déduire 1

Reste 4

3° On demande quand, pour la première fois, dans la 7e année du siècle, la fête du 14 juillet tombera un 2 lundi, ou un 4 mercredi ou un 6 vendredi.

$$\begin{array}{rll}
x & G = 6,\ 4,\ 2 \text{ ou } 0 & \\
7 + \left(\frac{7}{4}\right) & A = 1 & \text{Réponse.} \\
14 & Q = 0 & \\
\text{Juillet} & M = 0 & \text{Jamais.} \\
\hline
 & \text{Total} = 0,\ 5,\ 3 \text{ ou } 1 &
\end{array}$$

Pour étendre le calendrier perpétuel à l'ère julienne, il suffit de remplacer la cote séculaire grégorienne G par la cote séculaire julienne J, qui se calcule ainsi :

J, cote du siècle julien.

On ajoute trois unités au nombre de centaines du millésime, on divise le total par 7, et l'on retranche le reste de 7.

Exemples :

1° Déterminer le jour qui correspond au 4 octobre 1582 (veille de l'origine du calendrier grégorien).

$$\begin{array}{rll}
-15 - 3 & J = 3 & \\
82 + \left(\frac{82}{4}\right) & A = 4 & \text{Réponse.} \\
4 & Q = 4 & \\
\text{Octobre} & M = 1 & \text{Jeudi.} \\
\hline
\text{Total} & = 5 &
\end{array}$$

2° Déterminer le jour qui correspond au 12 octobre 1492 (découverte du nouveau monde).

$$\begin{array}{rll}
-14 - 3 & J = 4 & \\
92 + \left(\frac{92}{4}\right) & A = 3 & \text{Réponse.} \\
12 & Q = 5 & \\
\text{Octobre} & M = 1 & \text{Vendredi.} \\
\hline
\text{Total} & = 6 &
\end{array}$$

L'avance du calendrier julien sur le calendrier grégorien est de

$$c - \left(\frac{c}{4}\right) - 2 \text{ jours,}$$

c étant le nombre de centaines du millésime.

Depuis 1900, cette avance est de 13 jours ; il suffit donc d'ajouter 13 jours, à une date de notre calendrier, pour avoir la date correspondante du calendrier russe. L'avance sera de 14 jours au mois de mars de l'année 2100.

Des congruences $J - G \equiv c - \left(\frac{c}{4}\right) - 2$ et $J \equiv -c - 3$, on déduit

$$G \equiv -2c + \left(\frac{c}{4}\right) - 1 \equiv -2\left(c - 4\left(\frac{c}{4}\right)\right) - 1 \equiv -2r - 1.$$

r est le reste de la division par 4 du nombre de centaines du siècle, et nous avons obtenu la formule suivante, qui est la nôtre sous une forme moins simple :

G, cote du siècle grégorien.

Ajouter une unité au double du reste de la division par 4 du nombre de centaines du siècle, diviser par 7 et retrancher le reste de 7.

Dans le calendrier julien, $J \equiv -c - 3$ et $A \equiv a + \left(\frac{a}{4}\right)$.

De ces congruences, on déduit les suivantes :

$$J + A \equiv -c + a + \left(\frac{a}{4}\right) - 3 \equiv 125c + a + \left(\frac{a}{4}\right) - 3,$$

$$J + A \equiv 100c + a + \left(\frac{100c + a}{4}\right) - 3 \equiv N + \left(\frac{N}{4}\right) - 3,$$

N est le millésime de l'année.

Pour se rappeler la cote d'un mois, on a encore imaginé la formule suivante, dans laquelle m est le numéro du mois.

$$M \equiv 2m + \left(\frac{3(m+1)}{5}\right) + 3,$$

en considérant respectivement janvier et février comme le treizième et le quatorzième mois de l'année précédente. En employant cette formule ingénieuse, on n'a pas à s'occuper des années bissextiles. Alors, le jour de la semaine qui correspond au Q^e jour du m^e mois de l'année N, *anno domini*, est toujours le reste obtenu en divisant par 7 l'expression

$$Q + 2m + \left(\frac{3(m+1)}{5}\right) + N + \left(\frac{N}{4}\right) - d.$$

Dans le calendrier julien $d = 0$ et dans le calendrier grégorien $d = \left(\frac{N}{100}\right) - \left(\frac{N}{400}\right) - 2$.

On appelle concurrent d'une année le complément à 7 de la lettre dominicale de cette année, et l'on sait que les années bissextiles ayant deux lettres dominicales ont aussi deux concurrents.

$J + A$ dans le calendrier julien, ou $G + A$ dans le calendrier grégorien, diminué de 7 au besoin, est égal, dans une année commune, au concurrent de l'année et, dans une année bissextile, au second concurrent, qui sert pour les dix derniers mois de l'année.

C'est pourquoi nous avons diminué notre reste d'une unité pour les deux premiers mois d'une année bissextile. On pourrait faire porter la réduction d'une unité sur la cote mensuelle et alors, pour les années bissextiles, la cote de janvier serait 0 et celle de février 3.

A l'inspection du tableau des cotes mensuelles, on voit immédiatement qu'il y a toujours un vendredi 13 dans les 9 premiers mois d'une année commune et dans les 10 premiers mois d'une année bissextile.

La réforme grégorienne ayant été opérée dans le dernier trimestre d'une année commune, cette année a eu aussi un vendredi 13. Ainsi, il y a toujours eu un vendredi 13 en France, chaque année de l'ère chrétienne.

Mais le changement n'a été adopté qu'en 1752 en Angleterre, en 1600 en Ecosse, en 1700 dans les provinces luthériennes de l'Allemagne et en 1782 en Irlande. Il est possible que dans l'un de ces pays, il n'y ait pas eu de vendredi 13 l'année de la réforme.

Aux amateurs de curiosités de trouver ce pays, s'il existe.

Pratique du calcul mental.

Le calcul de A, tel qu'il se présente, est trop long et il convient de l'abréger.

Posons $n = 12p + r$, il vient

$$A \equiv n + \left(\frac{n}{4}\right) \equiv (12 + 3)p + r + \left(\frac{r}{4}\right) \equiv p + r + \left(\frac{r}{4}\right).$$

D'où cette règle expéditive :

Diviser par 12 le numéro de l'année du siècle, ajouter au quotient le reste augmenté de l'entier de son quart et diviser par 7. Le reste est A.

Application à $n = 66$.

Nous dirons : 5 fois 12 font 60, reste 6, 5 plus 6, plus 1, égale 12 ou 5.

Dans la pratique, on calcule d'abord A, comme nous venons de le dire, on ajoute G (0 pour ce siècle et 2 pour le précédent), puis Q et enfin M, en ayant soin, après chaque addition, de retrancher 7 autant de fois que faire se peut.

G. TARRY.

THÉORIE DES

TABLETTES DES COTES

pour la recherche des facteurs premiers d'un nombre inférieur à
$N = 317^2 = 100\,489$ et non divisible par 2, 3, 5 ou 7

par **Gaston TARRY**

Je me propose de construire de nouvelles Tables des facteurs premiers des nombres, pour les douze premiers millions, en les réduisant au moindre volume.

Je vais exposer rapidement la théorie de la méthode que j'appliquerai, en prenant pour exemple les Tablettes des cotes que je viens de publier.

Divisons N par la base choisie 20 580. Le reste de la division sera inférieur ou supérieur à 10 290. Dans le premier cas nous écrirons N sous la forme $m\,20\,580 + n$ et dans le second cas sous la forme $m\,20\,580 - n$, de sorte que n sera toujours inférieur à 10 290. Ensuite divisons n par 210 et soient q le quotient et r le reste. Nous aurons mis le nombre N sous la forme.

$$N = m\,20\,580 \pm (q\,210 + r).$$

Supposons d'abord que nous ayons le signe plus.

Pour qu'un nombre premier p, plus grand que 7, soit facteur de N, il faut et il suffit que p divise le produit

$$a\,(m\,20\,580 + q\,210 + r),$$

le nombre a étant assujetti à la seule condition d'être premier avec p, c'est-à-dire de ne pas être un multiple de p.

Profitons de cette latitude pour donner à a la valeur associée à 20 580, par rapport au module p, déterminée par la congruence.

$$a\,20\,580 \equiv 1, \qquad (\text{mod. } p)$$

ce qui sera toujours possible, puisque 20 580 ne possède pas d'autres facteurs premiers que 2, 3, 5 et 7. Nous aurons alors :

$$a(m\,20580 + q\,210 + r) \equiv m + aq\,210 + ar \qquad (\text{mod. } p)$$

Soient q' et r' les restes minimés, positifs ou négatifs, des divisions de $aq210$ et ar par p il viendra :

$$m + aq\,210 + ar \equiv m + q' + r' \qquad (\text{mod. } p)$$

J'appelle *matricule* de N le nombre m, et *cotes* de N par rapport à p, les nombres q' et r'. De ce qui précède résulte la propriété suivante :

Pour que p soit facteur de N, il faut et il suffit que la somme de son matricule et de ses deux cotes, par rapport à p, soit divisible par p.

Nos Tablettes se composent de deux séries de colonnes, comprenant les unes les cotes q' et les autres les cotes r', par rapport aux différents nombres premiers de 11 à 313. La disposition adoptée est telle, que l'on peut toujours placer l'une quelconque des colonnes de cotes q' à côté de l'une quelconque des colonnes de cotes r', de manière que les cotes q' et r' et le nombre premier correspondant p se trouvent sur une même ligne

Voici maintenant la manière d'opérer.

En effectuant les divisions par 20580 et 210, comme il a été dit, le nombre N détermine un matricule m et deux colonnes de cotes q' et r', que nous placerons à côté l'une de l'autre. Cela fait, examinons les couples de cotes q' et r' et les nombres premiers p situés en même ligne. Il est clair que les facteurs premiers de N seront les nombres p pour lesquels se vérifiera la congruence

$$m + q' + r' \equiv 0. \qquad (\text{mod. } p)$$

Or les nombres m, q', r' sont tous trois inférieurs à la moitié de p. Par conséquent, si ces trois nombres ne sont pas de même signe, la congruence équivaudra à l'égalité

$$m + q' + r' = 0,$$

et s'ils sont tous trois de même signe à l'égalité

$$m + q' + r' = p.$$

Et tout le travail se réduira à la vérification *mentale* d'additions de 2 ou 3 nombres. *On ramène le cas de l'addition de 3 nombres à celui de* 2, par l'artifice suivant :

Mettons comme indice à la cote q' le nombre $a = \dfrac{p-1}{2} - q'$ et à la cote r' le nombre $b = \dfrac{p+1}{2} - r'$. On a $a + b = p - (q' + r')$ et la vérification de l'égalité $m + q' + r' = p$ devient celle de $m = a + b$.

Supposons maintenant que N soit de la forme

$$N = m\,20580 - (q\,210 + r).$$

Pour que N soit divisible par p, il est évident qu'il faut et qu'il suffit que

$$(-m)\,20580 + q\,210 + r$$

soit divisible par p, et nous sommes ramenés au cas précédent, en donnant au matricule m une valeur négative.

En résumé, notre procédé revient à substituer aux divisions successives du nombre considéré, par les différents nombres premiers p, des vérifications d'additions de deux nombres inférieurs à la moitié de p. Il est à remarquer qu'on sera arrêté 9 fois sur 10, après avoir additionné seulement les nombres des chiffres des unités.

Comme on le voit, la simplification apportée est équivalente à celle introduite par les logarithmes dans le calcul des divisions. Nos Tablettes des cotes sont de véritables Tables de logarithmes, spécialement appropriées à l'objet de nos recherches.

Nous plaçant à un autre point de vue, nous pouvons dire que notre méthode du matricule diminue d'une entrée la Table à n entrées, en remplaçant l'une de ces entrées par le nombre du matricule.

Dans la Table à double entrée, il est préférable de changer les signes des cotes. M. E. Lebon a appelé *caractéristiques* les cotes prises avec le signe contraire.

En augmentant le nombre des entrées on réduit l'espace occupé par la Table, mais cette économie de place amène une complication dans les calculs, en augmentant en même temps le nombre des termes des additions à vérifier.

C'est pourquoi mon choix s'est fixé sur la méthode de triple entrée

La méthode de double entrée, inventée par M. Ernest Lebon, et que je rencontre comme cas particulier de la méthode du matricule, se présente sous un aspect beaucoup plus séduisant. Elle possède de nombreuses supériorités sur celle que j'ai choisie ; je citerai seulement les trois suivantes :

1° — Suppression de tous les calculs d'addition.

En effet, il n'y a plus qu'une Table, et il suffit de jeter un coup d'œil sur la colonne des cotes (caractérisques) pour trouver immédiatement les facteurs de N, attendu que ces facteurs sont les nombres premiers p qui se trouvent en regard des cotes égales au matricule.

2° — Dans la Table, il suffit de faire figurer les cotes qui ne dépassent par le maximum que peut atteindre le matricule, pour la limite de N dans la base choisie. Les restes minimés n'étant d'aucune utilité, on prend les restes simples et toutes les cotes deviennent positives.

M. E. Lebon a remplacé par des points les cotes supprimées.

3° — On peut employer la représentation symbolique pour les nombres.

Dans son mémoire de la séance du 24 novembre 1906, M. E. Lebon a montré le parti que l'on pouvait tirer de cette représentation, pour faire occuper aux nombres de la Table beaucoup moins d'espace.

Malgré ces supériorités incontestables, je persiste dans le choix de ma méthode pour la construction des Tables des diviseurs premiers des douze premiers millions, parce que la publication de Tables volumineuses coûte beaucoup trop cher.

En s'arrêtant seulement à $N = 510510$, la méthode de M. E. Lebon nécessite 5760 colonnes et la mienne n'en exige que 170. Dans ce cas, en mettant en balance les avantages et les inconvénients des deux méthodes, il me semble qu'il y a équilibre.

Mais pour $N = 9.699\,690$, au lieu de $(2-1)(3-1)\ldots(17-1)$ ou 92.160 colonnes, j'ai constaté qu'il m'en fallait seulement 180, c'est-à-dire *cinq cents fois moins*.

Dans ces conditions, je crois que la balance penche en ma faveur.

J'estime qu'il me faudrait environ *quatre mois* de travail pour construire la Table des diviseurs premiers des douze premiers millions.

Pour construire seulement la Table des nombres premiers des douze premiers millons, en suivant le procédé connu sous le nom de crible d'Eratosthène, le nombre de chiffres que l'on devrait commencer par écrire serait (en supprimant les nombres pairs) :

42.444.445

Il serait bien difficile d'employer moins de *quatre ans* rien qu'à ce travail préliminaire On voit donc que le procédé indiqué dans la plupart des Traités d'Arithmétique est impraticable pour les grands nombres.

Il est vrai qu'on ne sera jamais obligé d'effectuer les calculs jusqu'au bout, et la raison en est bien simple, c'est qu'avant d'arriver à la fin on sera mort.

Nous proposons de remplacer la méthode du crible par celle du matricule appliquée à la triple entrée.

G. TARRY

Bar-le-Duc. — Imp. Comte-Jacquet, Facdouel, Dir.

ote

TABLE DES MATIÈRES DU FASCICULE II

LE PRIX DES TIRÉS A PART EST FIXÉ AINSI QU'IL SUIT :

	25 ex. —	50 ex. —	75 ex. —	100 ex. —	150 ex. —	200 ex. —	250 ex. —
Une feuille	4.50	5.85	7.20	8.10	10.60	12.85	14.85
Trois quarts de feuille.	4 »	5 »	6.10	7 »	9 »	10.60	12.15
Une demi-feuille. . .	3.15	4 »	5 »	5.60	7.20	8.10	9 »
Un quart de feuille. .	2.70	3.60	4.25	4.75	5.60	6.30	8.85
Un huitième de feuille.	2 »	2.70	3.15	3.60	4.05	4.50	5 »
Plusieurs feuilles . .	4 »	5.40	6.30	7.20	9 »	11.70	14 »

PUBLICATIONS DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

1re série	1789-1805	3 volumes in-4°
2e série	1807-1813	3 volumes in-4°
3e série	1814-1826	13 fascicules in-4°
4e série	1832-1833	2 volumes in-4°
5e série	1836-1863	28 fascicules in-4°
6e série	1864-1876	13 fascicules in-8°
7e série	1877-1888	11 volumes in-8°

Chaque année pour les Membres de la Société	**5** francs
— pour le public	**12** francs

Mémoires originaux publiés par la Société Philomathique

A L'OCCASION DU

CENTENAIRE DE SA FONDATION

1788-1888

Le recueil des mémoires originaux publié par la Société philomathique à l'occasion du centenaire de sa fondation (1788-1888) forme un volume in-4° de 437 pages, accompagné de nombreuses figures dans le texte et de 24 planches. Les travaux qu'il contient sont dus, *pour les sciences physiques et mathématiques*, à : MM. Désiré André ; E. Becquerel, de l'Institut ; Bertrand, secrétaire perpétuel de l'Institut ; Bouty ; Bourgeois ; Descloizeaux, de l'Institut ; Fouret ; Gernez ; Hardy ; Haton de la Goupillière, de l'Institut ; Laisant ; Laussedat, de l'Institut ; Léauté, de l'Institut ; Mannheim ; Moutier ; Peligot, de l'Institut ; Pellat. *Pour les sciences naturelles*, à : MM. Alix ; Bureau ; Bouvier, de l'Institut ; Chatin, de l'Institut ; Drake del Castillo ; Duchartre, de l'Institut ; H. Filhol ; Franchet ; Grandidier, de l'Institut ; Henneguy ; Milne Edwards, de l'Institut ; Mocquard ; Poirier ; A. de Quatrefages, de l'Institut ; G. Roze ; L. Vaillant.

En vente au prix de 35 francs.

AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ, A LA SORBONNE.

Bar-le-Duc. — Imp. Comte-Jacquet, Facdouel, Dir.

BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS

FONDÉE EN 1788

NEUVIÈME SÉRIE. — TOME IX

N° 3.

1907

PARIS
AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE DE PARIS
A LA SORBONNE
1907

Le Secrétaire-Gérant,
H. COUTIÈRE.

Le Bulletin paraît par livraisons bimestrielles.

COMPOSITION DU BUREAU POUR 1906

Président : M. Berthelot (Daniel), 3, rue Mazarine.
Vice-Président : M. Lécaillon, 28, rue Berthollet.
Trésorier : M. Rabaud, 3, rue Vauquelin.
Secrétaire des séances : M. Winter, 44, rue Sainte-Placide.
Vice-Secrétaire des séances : M. Lebon, 4 *bis*, rue des Écoles.
Secrétaire du bulletin : M. Coutière, 12, rue Notre-Dame-des-Champs.
Vice-Secrétaire du bulletin : M. Neuville, 55, rue de Buffon
Archiviste : M. Henneguy, 9, rue Thénard.

La Société Philomathique de Paris se réunit les 2^e^ et 4^e^ Samedis de chaque mois, à 8 h. 1/2, à la Sorbonne (salle de travail des Étudiants).

Les membres de la Société ont le droit d'emprunter des livres à la Bibliothèque de l'Université. Ils ont également droit, sur leur demande, à 50 tirages à part gratuits des Mémoires qu'ils publient dans le Bulletin.

Pour le paiement des cotisations et l'achat des publications, s'adresser à M. Vézinaud, à la Sorbonne, place de la Sorbonne, Paris, V^{e}.

EXTRAITS DES COMPTES-RENDUS DES SÉANCES

Séance du 27 avril 1907.

Présidence de M. D. Berthelot.

M. le *Président* s'excuse de n'avoir pu assister aux deux dernières séances à cause du double deuil qui l'a frappé. Il rappelle que Marcelin Berthelot fut l'un des membres les plus actifs de la Société.

M. *André* lit le rapport sur l'élection de M. Chapelon. Le vote est remis à la prochaine séance.

M. *Pellegrin* fait hommage à la Société d'un exemplaire imprimé d'une conférence faite par lui, en 1906, au Muséum, sur les poissons d'eau douce de Madagascar. Il présente des photographies relatives à ce sujet.

Séance du 11 mai 1907.

Présidence de M. Lécaillon.

Il est procédé à l'élection d'un membre titulaire dans la 1^re^ section.

M. *Chapelon* est élu à l'unanimité.

M. *Tarry* expose la construction d'une nouvelle table des facteurs premiers.

M. *Coutière* fait une communication sur certaines larves anormales de grande taille appartenant à des Crustacés Eucyphotes.

Séance du 25 mai 1907.

Présidence de M. D. Berthelot.

M. *Lécaillon* expose à la Société qu'il a été retrouvé dans les Archives des plis cachetés très anciens.

Il est décidé à ce sujet de rechercher d'abord la trace des dépôts de ces plis dans les procès-verbaux des séances de l'époque, et de soumettre la question à la délibération du prochain Conseil.

M. *Berthelot* montre à la société des figurines en papier confectionnés en 1875 par Vant' Hoff pour matérialiser la notion stéréochimique de la tétratomicité du carbone.

M. *Laisant* fait une remarque, déjà publiée par lui antérieurement, sur le problème de l'interpolation.

Séance du 8 Juin 1907.

PRÉSIDENCE DE M. D. BERTHELOT.

M. le *Président* rend compte de l'ouverture des plis cachetés examinés en séance du Conseil. Il résume le contenu de ces plis et fait ressortir l'intérêt qui s'y attache.

Ces plis, dont il avait été question dans la précédente séance, sont de :

1) *Chevreul* (1819) : expériences sur le zircon.

2) *Peltier* (1840) : note d'électricité statique.

3) *Schmersahl* (1841) : note sur une nouvelle matière grasse.

4) *Du Moncel* (1864): note sur l'isolement des spires d'un électro-aimant.

M. *Mahler* rend compte d'un travail de M. G. Bastien, sur la gamme normale dans les instruments à sons fixes.

Ce travail est renvoyé à l'examen de la commission de publication.

M. *Lebon* expose un procédé de calcul qui permet de simplifier la méthode classique de recherche des facteurs premiers — Cette communication donne lieu à un échange d'observations entre MM. Laisant, Deschamps et Lebon.

Séance du 22 Juin 1907.

PRÉSIDENCE DE M. DONGIER.

M. *Pellegrin* offre à la Société un exemplaire de son ouvrage : Zoologie appliquée en France et aux Colonies.

M. *Pellegrin* fait ensuite une communication sur un poisson fossile Acanthoptérygien, (groupe des Perciformes), de l'éocène supérieur (Monte-Bolca), nouveau comme genre et comme espèce.

M. *Deschamps* aborde la question des tables de nombres premiers, en reprenant la méthode dite du « crible d'Eratosthène, » dont il montre le véritable objet et les applications.

REPRODUCTION D'ANCIENS PLIS CACHETÉS

PROVENANT DES ARCHIVES DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

Déposé à la Société Phylomathique le 28 août 1819 par M. Chevreul.

Expériences sur le Zircon.

Analyse: En traitant le zircon réduit en poudre fine par l'eau régale on dissout du fer et du titane et ce qu'il y a de remarquable c'est que faisant passer un courant d'acide hydrosulfurique dans la liqueur privée de son excès d'acide, on précipite de l'oxyde de titane mêlé de soufre.

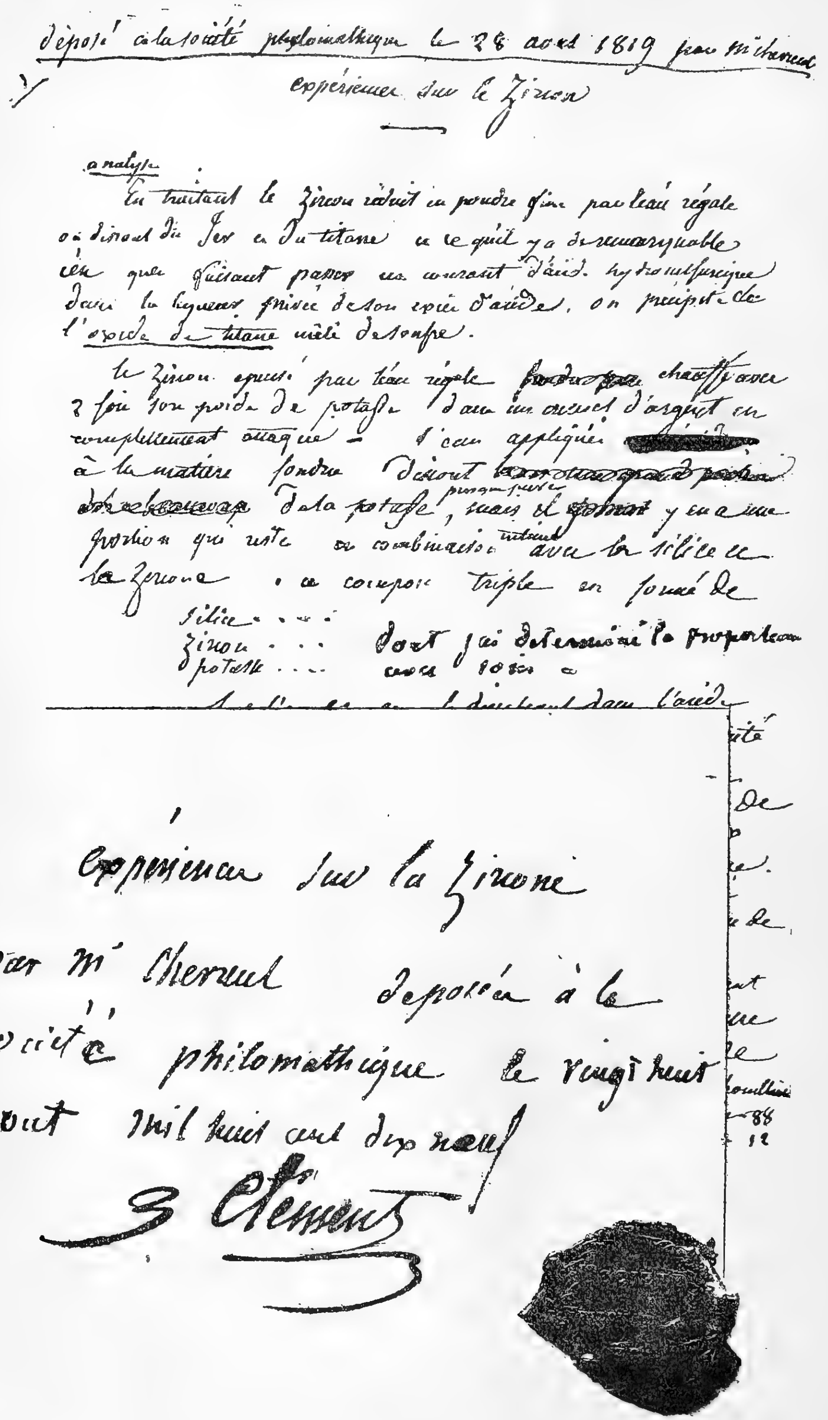
Le zircon épuisé par l'eau régale chauffé avec 2 fois son poids de potasse dans un creuset d'argent est complètement attaqué, l'eau appliquée à la matière fondue dissout de la potasse presque pure, mais il y en a une portion qui reste en combinaison intime avec la silice et la zircone ; ce composé triple est formé de :

$$\left.\begin{array}{l}\text{Silice}\\ \text{Zircon}\\ \text{Potasse}\end{array}\right\}\ \text{dont j'ai déterminé la proportion avec soin.}$$

On en fait l'analyse en le dissolvant dans l'acide hydrochlorique très étendu, faisant évaporer à siccité, appliquant l'eau au résidu pour séparer la silice et dissoudre l'hydrochlorate de zircone et le chlorure de potassium. On précipite ensuite la zircone par l'ammoniaque, on filtre, on lave le précipité et on le calcine en faisant évaporer la liqueur filtrée à siccité, et faisant rougir le résidu on obtient le chlorure de potassium.

La zircone obtenue par le procédé précédent contient des traces de fer. Pour l'obtenir pure il faut la fondre avec 4 fois son poids de potasse, lessiver la matière fondue à l'eau bouillante, on obtient une combinaison soluble formée de $\left\{\begin{array}{l}\text{zircone } 88\\ \text{potasse } 12\end{array}\right.$

On met cette combinaison dans une fiole mince, on y verse de l'acide



déposé à la société philomathique le 28 aout 1819 par mr chevreul

expériences sur le Zircon

analyse

En traitant le Zircon réduit en poudre fine par l'eau régale on dissout du fer et du titane et ce qu'il y a de remarquable c'est que faisant passer un courant d'acid. hydrosulfurique dans la liqueur privée de son excès d'acide, on précipite de l'oxide de titane mêlé de soufre.

le Zircon épuisé par l'eau régale ~~fondu par~~ chauffé avec 3 fois son poids de potasse dans un creuset d'argent est complettement attaqué — l'eau appliquée [illegible] à la matière fondue dissout ~~la plus grande portion de la~~ presque toute la potasse, mais il y en a une portion qui reste en combinaison intime avec la silice et la zircone, et compose triple en formé de

silice ....
zircon ....   dont j'ai déterminé la proportion
potasse ....   avec soin

Expérience sur la Zircone
par Mr Chevreul déposée à la société philomathique le vingt huit Aout mil huit cent dix neuf

J Clement

hydrochlorique concentré. La combinaison a lieu avec des phénomènes analogues à ceux que présente la fixation de l'eau par la chaux, c'est-à-dire qu'il y a production de chaleur et dégagement de vapeur avec sifflement. Le dégagement de chaleur peut être assez grand pour faire casser la fiole. On laisse réagir les corps pendant deux jours puis on y ajoute assez d'acide hydrochlorique concentré pour en faire une pâte molle, on met le tout dans un petit cylindre de verre terminé en un tube effilé à la lampe; si on laisse égoutter l'hydrochlorate de zircone qui n'est que peu soluble dans l'acide hydrochlorique concentré, l'hydrochlorate de fer, qui y est soluble se trouve, par là séparé[1]. On passe de l'acide hydrochlorique concentré sur l'hydrochlorate de zircone jusqu'à ce qu'il ne se colore plus et ne laisse plus par l'évaporation à siccité dans une capsule de verre ou de porcelaine d'hydrochlorate de fer.

L'hydrochlorate de zircone est parfaitement incolore, en cristaux aiguillés satinés, ils ont une saveur d'une astriction extrême, ils sont parfaitement solubles dans l'eau. Cette solution est précipitée en jaune avec la noix de galle, et ce qu'il y a de remarquable, c'est qu'elle se prend en gelée quelques minutes après le mélange. Le prussiate de potasse étendu et sans excès peut la précipiter en flocons blancs. Si on sépare la liqueur filtrée et qu'on y verse du prussiate, il ne s'y produit pas de précipité. Si on verse dans l'hydrochlorate de zircone concentré du prussiate de potasse en excès on obtient un précipité d'un jaune citron.

L'hydrochlorate de zircone chauffé, se fond en se boursouflant, laisse dégager son acide; on obtient un résidu parfaitement blanc.

Pour obtenir la zircone pure, on précipite l'hydrochlorate par l'ammoniaque, on lave le précipité à l'eau bouillante et on le chauffe dans une capsule de verre ou de porcelaine, car en le chauffant dans un creuset de métal la zircone retiendrait de l'oxyde de ce dernier; elle m'a paru favoriser l'oxydation de l'or, de l'argent et du platine.

On voit d'après ces propriétés que la zircone a les plus grands rapports avec l'oxyde de titane, si ce n'est cependant qu'elle a sensiblement plus d'alcalinité.

Nota. — J'oubliais de dire que pour obtenir un sel soluble de zircone à l'état de pureté cela était facile, parce que la zircone précipitée par l'ammoniaque est un hydrate pur quand il a été lavé à l'eau bouillante.

---

[1] Il y a aussi du chlorure d'argent provenant du creuset.

Paris, le 30 mai 1840.

MONSIEUR LE PRÉSIDENT,

Lorsqu'une sphère creuse est chargée d'électricité statique, l'intérieur en possède une quantité dépendante de la tension extérieure. La quantité libre que l'on peut prendre dans l'intérieur est toujours une fonction très petite de la totalité de la charge et d'autant plus petite, que le rayon de courbure de la surface intérieure est plus court: il faut donc pour obtenir dans l'intérieur d'une sphère creuse, la quantité d'électricité nécessaire pour vaincre l'inertie d'un électroscope, une charge d'autant plus considérable, que la sphère creuse est plus petite. Il y a des rapports entre le rayon de courbure de la surface intérieure et la tension nécessaire pour recueillir une quantité donnée d'électricité; ce sont ces rapports que je n'ai pu encore étudier suffisamment qui me font déposer, sous la forme de paquet cacheté, l'énoncé de ces expériences, afin de m'en assurer la priorité.

Recevez, Monsieur le Président, l'assurance de ma considération distinguée.

PELTIER.

Dépôt accepté par la Société philomathique le 30 mai 1840. Liouville, président, E. Delafosse, secrétaire.

Ayant observé une matière grasse nouvelle obtenue par la distillation de l'alcool qui a servi à la purification des acides stéarique et margarique, et ayant étudié déjà quelques propriétés de ce corps, je ne dépose cette lettre que pour prendre date, me proposant de présenter plus tard un mémoire complet.

SCHMERSAHL,
Préparateur au Conservatoire
des Arts et Métiers.

Paris, ce 23 janvier 1841.

Accepté le dépôt le 23 janvier 1841. Peltier, président.

Note sur l'Isolement des Spires d'un électro-aimant muni d'un fil de fer très fin sans couverture.

J'ai démontré, dans un mémoire présenté à l'Académie des Sciences dans sa séance du 16 janvier, que des hélices d'électro-aimants constituées par un fil très fin comme le fil n° 33 qui a 0^{mm},08 pouvaient être aussi bien isolées, ce fil étant nu, qu'avec une couverture de soie. Comment peut-on expliquer un pareil fait, lorsqu'on sait qu'un faisceau de fils métalliques fins réunis par simple contact peut constituer un conducteur d'une conductibilité presqu'aussi grande qu'un fil métallique du même diamètre, c'est ce que je vais chercher à expliquer.

Les dérivations qui tendent à s'établir dans le sens de l'axe de l'hélice ont toutes la même direction et sont par rapport au courant circulant dans l'hélice presque perpendiculaires, elles constituent donc, en se manifestant, des courants croisés qui, d'après la théorie d'Ampère, devraient avoir pour effet, en réagissant les uns sur les autres, de créer une tendance à un parallélisme de direction et à une marche concordante de ces courants dans le même sens. Cette tendance est encore augmentée par la réaction du fer qui, en fournissant un courant magnétique circulant en spirale dans le même sens, réagit par attraction sur les dérivations. Or, suivant que cette tendance est plus ou moins combattue par celle qui a pour effet de déterminer la dérivation, l'isolation de l'hélice doit être plus ou moins grande, et quand il y a égalité entre les deux forces, aucune dérivation ne peut plus se faire. Dès lors l'isolement devient complet pour ainsi dire. Or, avec du fil fin, le nombre des résistances au passage étant très grand, une énorme résistance est constituée et cette résistance peut être suffisante pour laisser aux spires une action prépondérante.

B. DU MONCEL.

Paris, le 21 janvier 1865.

OBSERVATION
SUR L'INTERPOLATION

PAR

C. A. LAISANT

La remarque dont il s'agit n'est pas nouvelle. Je l'ai présentée jadis à la *Société Mathématique de France*, qui l'a insérée dans son Bulletin (1891, p. 44). Si je me permets de la reproduire, c'est qu'à mes yeux le problème de l'interpolation est de la plus haute importance pour l'application de la méthode mathématique aux données fournies par l'expérience. J'ai eu l'occasion, il y a plusieurs années déjà, de mettre en pratique l'observation dont nous parlons. De plus, il n'est pas mauvais, ce me semble, de revenir sur ce problème si intéressant et si utile de l'interpolation, à une époque où on l'a expulsé des programmes classiques, dans lesquels il avait longtemps figuré, sans qu'on puisse deviner les causes de cette expulsion.

On sait qu'en général la question de l'interpolation se pose de la manière suivante :

Connaissant n valeurs $u_1, u_2, \dots u_n$ d'une fonction, correspondant aux n valeurs $x_1, x_2, \dots x_n$ de la variable, déterminer cette fonction $U(x)$.

Le problème est évidemment indéterminé, car par n points on peut faire passer une infinité de courbes. On le précise en assujettissant la fonction U à être un polynôme en x de degré $n+1$ au plus. La formule de Lagrange, et celle de Newton qui en est un cas particulier, en donnent alors la solution.

Mais cette hypothèse, que U est un polynôme entier, est fort souvent contradictoire avec la nature de la question concrète qu'on veut résoudre, et par cela même inadmissible. Or, de la formule de Lagrange, on peut déduire une infinité d'autres, permettant de substituer à un polynôme entier une fonction dont la nature peut être choisie à volonté, Cette formule de Lagrange peut s'écrire sous la forme

$$U(x) = X_1 u_1 + X_2 u_2 + \cdots + X_n u_n,$$

X_j étant un polynôme en x, qui devient égal à 1 pour $x = x_j$ et qui s'annule pour les $n - 1$ autres valeurs données x_1, x_2, ..., différentes de x_j.

Cela étant, considérons une fonction arbitraire $\varphi(z)$, et désignons par $\psi(z)$ la fonction inverse. Il en résulte que $\varphi\left[\psi(z)\right] = z$, et que $\psi\left[\varphi(z)\right] = z$. Si par exemple φ est un sinus, ψ sera un arc sinus ; si φ est un logarithme, ψ sera une exponantielle, etc. Et, à la place de la formule de Lagrange, écrivons

$$U(x) = \varphi\left[X_1\psi(u_1) + X_2\psi(u_2) + \cdots + X_n\psi(u_n)\right].$$

Pour une valeur x_j donnée à la variable, X_1, X_2, ... s'annulent, sauf X_j qui devient égal à l'unité, et il vient

$$U(x_j) = \varphi\left[\psi(u_j)\right] = u_j.$$

Ainsi, les conditions remplies par la formule de Lagrange sont encore remplies, et l'interpolation est obtenue au moyen d'une fonction φ complètement arbitraire.

La méthode de Lagrange prend ainsi une extension et une souplesse extrêmes, qui lui donnent une incontestable valeur pratique.

On peut étendre la généralisation ci-dessus à toute autre formule d'interpolation que celle de Lagrange. Soit en effet

$$V(x) = F(x, x_1, \ldots, x_n, u_1, u_2, \ldots, u_n)$$

une telle formule.

Pour $x = x_j$, la fonction F doit se réduire identiquement à u_j. Si on y remplace tous les u par $\psi(u)$,

$$F\big(x_j, x_1, x_2, \ldots, x_n, \psi(u_1), \psi(u_2), \ldots, \psi(u_n)\big)$$

se réduira donc à $\psi(u_j)$; par conséquent

$$U(x) = \varphi\Big[F\big(x, x_1, x_2, \ldots, x_n, \psi(u_1), \ldots, \psi(u_n)\big)\Big]$$

donnera

$$U(x_j) = \varphi\big(\psi(u_j)\big) = u_j,$$

si bien que nous aurons encore une formule résolvant la question d'interpolation posée.

POUR
LA THÉORIE DES NOMBRES [1]

PAR

ERNEST LEBON.

I

Sur la Recherche des facteurs premiers d'un nombre [2].

1. Lorsque l'on recherche, par le procédé élémentaire, si un nombre est premier ou composé, on peut notablement abréger les calculs en procédant comme il suit :

Soient Q le quotient et R le reste obtenus en divisant un nombre N par un nombre premier P. Le plus souvent Q et R admettent un ou plusieurs des facteurs premiers 2, 3, 5, 11 ; on peut alors rapidement trouver les autres facteurs de Q et R. Quelquefois on voit immédiatement que Q et R ou ces facteurs admettent des facteurs premiers autres que les précédents.

Si Q et R ont un même facteur premier p, N est divisible par p. En divisant N par p, on trouve un quotient entier N', et on est amené à considérer N' au lieu de N.

Si Q et R n'ont aucun facteur premier commun, N n'est divisible par les facteurs premiers ni de Q ni de R.

Les restes r obtenus après avoir multiplié chaque chiffre du quotient par le diviseur premier et plus grands que ce diviseur seront aussi

---

[1] Communication faite à la Société Philomathique de Paris, dans la séance du 8 juin 1907.

[2] Cette Note se trouve aussi, sauf pour les quotients q et les restes r, dans le *Bulletin de Sciences mathématiques et physiques*, Paris, 1er juillet 1907.

décomposés en facteurs premiers, lorsqu'il sera évidemment possible de le faire. Il en sera de même avec les quotients partiels q formés par les chiffres successivement mis au quotient, ces chiffres étant suivis à droite d'un nombre de zéros égal à la différence entre le nombre des chiffres que doit avoir le quotient et le nombre des chiffres trouvés.

Il suit de là que, pour reconnaître si N est premier ou composé, il est inutile d'essayer les facteurs premiers reconnus dans Q, R, q, r. Donc la solution de ce problème est souvent beaucoup abrégée.

On peut supposer que le nombre N dont on cherche les facteurs premiers ne contient pas les facteurs premiers 2, 3, 5 ou 11, faciles à découvrir dans un nombre et à enlever du nombre.

Lorsque la décomposition de Q et de R en facteurs premiers exige quelque recherche, il n'y a presque pas intérêt à la faire ; c'est en appliquant à plusieurs exemples le procédé que je vais exposer que l'on reconnaît l'exactitude de cette remarque, car on voit que beaucoup de facteurs premiers se reproduisent plusieurs fois.

En employant ce procédé, le nombre des nombres premiers que l'on élimine est généralement plus grand quand on essaie les nombres premiers en ordre décroissant ; ce fait résulte de ce que Q et R peuvent alors contenir des facteurs premiers différents qui n'ont pas été essayés ; d'ailleurs R ne peut contenir de tels facteurs si les nombres premiers sont essayés dans l'ordre croissant. De plus, dans ce dernier ordre d'essai des nombres premiers, la décomposition de Q est alors moins évidente et plus longue ; il en résulte souvent des facteurs premiers supérieurs à $\sqrt{N}$.

2. Soit le nombre 510 481, non divisible par 2, 3, 5 ou 11. Le plus grand nombre premier à essayer est 709 ; il y a donc 123 nombres premiers à essayer, si le nombre 510 481 est premier.

Diviseur 709 : $Q = 720$, $R = 1$. On voit immédiatement que Q et R ne renferment aucun des facteurs premiers qu'il faut essayer.

Diviseur 701 : $Q = 728 = 8.91$, $R = 153 = 3.31$. Donc il sera inutile d'essayer 31. On ne s'arrête pas à la décomposition de 91 en ses facteurs 7 et 13, si l'on ne la voit pas immédiatement.

Diviseur 691 : $Q = 738 = 2.9.41$, $R = 523$, $q_2 = 730 = 10.73$. Donc il sera inutile d'essayer 41, 73 et 523.

Diviseur 677 : $Q = 754 = 2.377$, $R = 23$. Donc il sera inutile d'essayer 23. On ne s'arrête pas à chercher la composition de 377.

Diviseur 673 : $Q = 758 = 2.379$, $R = 347$, $r_2 = 5731 = 11.521$. Donc il sera inutile d'essayer 347, 379 et 521.

On continue ainsi avec les diviseurs premiers qu'il faut essayer, 661, 659, 653, ... Pour le *Diviseur 607*, on trouve R = 601 ; donc il est inutile d'essayer 601. On essaye 607, 613, ... Et on arrive à reconnaître qu'il sera inutile d'essayer les 55 nombres premiers suivants : 601, 523, 521, 463, 439, 379, 347, 311, 277, 269, 263, 257, 229, 227, 211, 199, 197, 193, 181, 179, 173, 167, 163, 151, 149, 139, 137, 131, 127, de 113 à 7. Comme il aurait fallu essayer les 123 nombres premiers 7, 13, ..., 701, 709, on conclut que le nombre 501 481 n'est divisible par aucun d'eux et par suite est premier.

Un calculateur un peu habile s'assure vite si un quotient ou un reste est divisible par le nombre premier 7 et même par d'autres ; par suite il arrive, grâce à un petit calcul, à éviter des essais d'autres diviseurs premiers que ceux que l'on trouve en ne se servant que de 2, 3, 5, 11.

3. Soit le nombre 11 857 non divisible par 2, 3, 5 ou 11. Le plus grand nombre premier à essayer est 107. Il y a au plus 24 nombres premiers à essayer. Lorsque l'on arrive au 6e *Diviseur 83*, on trouve $Q = 142 = 2.71$, $R = 71$. Donc 11 857 est divisible par 71. En divisant 11 857 par 71, on obtient pour quotient le nombre premier 167. On n'a eu par suite que 6 nombres à essayer.

4. Il est bon de noter que la méthode que je propose a l'avantage d'être beaucoup moins fastidieuse que la méthode élémentaire suivie.

II

Sur la Recherche du PGCD de deux nombres (1).

1. Lorsque l'on applique la méthode des divisions successives pour trouver le PGCD de deux nombres, on peut simplifier très notablement les calculs indiqués par la règle connue.

D'abord, si les nombres proposés admettent tous deux, en même nombre, un ou plusieurs des facteurs premiers 2, 3, 5 ou 11, ce que l'on voit immédiatement, ou d'autres facteurs premiers dont la présence dans les nombres est évidente, on divise ces nombres par le

---

1. Cette Note se trouve aussi dans *Mathesis*, Gand et Paris, 1907.

produit de ces facteurs qui leur sont communs ; il est à peine utile de dire que dans le cas de 2, 3, 5 ou 11, le quotient s'obtient mentalement. Lorsque l'on peut appliquer cette remarque, les divisions successives se font avec des nombres moins grands.

Ensuite, si les nombres ainsi obtenus renferment un ou plusieurs des facteurs premiers 2, 3, 5 ou 11, et même d'autres que l'on puisse immédiatement reconnaître, ces facteurs n'étant pas communs aux deux nombres obtenus, on peut remplacer ces derniers par les quotients qu'ils donnent en les divisant par le produit de ces facteurs premiers que chacun renferme.

Il résulte de là un genre de simplification qui a l'avantage quelquefois de ne pas obliger à faire des divisions successives, souvent d'en faire un nombre beaucoup moindre qu'en opérant par la règle connue.

Soit à trouver le PGCD des deux nombres

179 373 320, 12 421 794.

2. Je présente d'abord les calculs tels qu'ils sont ordinairement faits, en simplifiant un peu les écritures de nombres (*Tableau* I).

Tableau I

	14	2	3	1	2	7	4	7
179373320	12421794	5468204	1485386	1012046	473340	65366	15778	2254
55155380							0	

Le PGCD cherché est 2254.

3. Voici comment je propose de diriger le calcul.

On voit immédiatement que les deux nombres proposés sont divisibles par 2 ; les quotients de ces nombres divisés par 2 sont

(1) 89 686 660, 6 210 897.

On voit facilement que le premier de ces nombres est divisible par 20, le second par 3 et par 11 ; en divisant le premier par 20, le second par 3 et le quotient ainsi obtenu par 11, on obtient les quotients

(2) 4 484 333, 188 209.

Il est évident que le PGCD des nombres (1) est le même que celui des nombres (2).

Alors je commence comme l'indique la règle connue. Le quotient est 23, le reste est 155 526. Or ce reste est divisible par 6 ; pour continuer le calcul, au lieu de prendre pour diviseur ce reste, je prends le quotient 25 921 obtenu en divisant 155 526 par 6. Le quotient est 7, le reste est 6 762. Or ce reste est divisible par 6 ; pour continuer le calcul, au lieu de prendre pour diviseur ce reste, je prends le quotient 1127 obtenu en divisant 6762 par 6. Le quotient est 23, le reste est 0.

Dans la pratique, il suffit de faire le *Tableau* II.

Tableau II

	23	7	23
4484333	188209	25921	1127
720153	6762	3381	
155526		0	

Le PGCD cherché est $2.1127 = 2254$.

4. On peut souvent simplifier plus encore en remplaçant les restes obtenus après chaque chiffre mis au quotient par le nombre obtenu en divisant ces restes par 2, 3, 5 ou 11, si cela est possible.

On a divisé 720153 par 9 et 28175 par 25 (*Tableau* III).

Tableau III

	20	2	71
4484333	188209	80017	1127
720153	28175	1127	
		0	

Si l'on peut diviser un tel reste partiel par un nombre premier autre que 2, 3, 5 ou 11, il faut voir si le diviseur en question l'admet comme facteur ; si cela a lieu, on divise le reste partiel et ce diviseur par ce nombre premier. Il faut multiplier le PGCD que l'on trouve par le produit de tous les facteurs communs aux deux nombres et enlevés au début et dans le cours de l'opération.

III

Sur une Détermination rapide de l'entier du quotient de 10^m : D.

1. Supposons que

$$10^\alpha < D < 10^{\alpha+1},$$

α ayant les valeurs 1, 2, ... Les α premiers chiffres du quotient de 10^m : D sont des 0.

Je suppose que ces α 0 soient écrits en avant du chiffre supérieur à 0 obtenu en divisant $10^{\alpha+1}$ par D.

L'entier du quotient de $10^n : D$, $n > \alpha$, est formé d'une première suite de n chiffres, les α premiers à gauche étant des 0. Soit R_1 le reste de $10^n : D$.

Lorsque l'on divise 10^{2n} par D, l'entier du quotient est formé d'abord par la suite précédente de n chiffres, puis par une autre suite aussi de n chiffres; cette dernière suite est le quotient de $10R_1 : D$. Soit R_2 le reste de $10^{2n} : D$ ou de $10^n R_1 : D$.

J'appelle *segment* de l'entier du quotient de $10^{2n} : D$ chacune des deux suites précédentes. Soient S_1 et S_2 ces deux segments.

2. De

$$10^n = DS_1 + R_1,$$

on tire

$$10^n R_1 = DS_1R_1 + R_1^2. \tag{1}$$

Or, en divisant $10^n R_1$ par D, on a

$$10^n R_1 = DS_2 + R_2. \tag{2}$$

Deux cas se présentent en comparant les égalités (1) et (2).

1° Si

$$R_1^2 < D,$$

on trouve

$$S_2 = S_1R_1, \qquad R_2 = R_1^2.$$

2° Si

$$R_1^2 \geqslant D,$$

on trouve, en désignant par $\mathcal{E}(N : D)$ et $\mathcal{R}(N : D)$ l'entier et le reste du quotient de $N : D$,

$$S_2 = S_1R_1 + \mathcal{E}(R_1^2 : D), \qquad R_2 = \mathcal{R}(R_1^2 : D).$$

3. Dans le cas 1°, si $\beta > 2$, quand

$$R_1^\beta < D \leqslant R_1^{\beta+1},$$

on considère des segments $S_3, S_4, \ldots, S_{\beta+1}$ ayant chacun n chiffres. Alors

$$\begin{array}{ll}
S_3 = S_1R_1^2, & R_1^3 < D, \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots \\
S_\beta = S_1R_1^{\beta-1}, & R_1^\beta < D, \\
S_{\beta+1} = S_1R_1^\beta + \mathcal{E}(R_1^{\beta+1} : D), & R_{\beta+1} = \mathcal{R}(R_1^{\beta+1} : D).
\end{array}$$

4. Dans le cas 2°, on considère le segment S'_1 formé par l'ensemble des deux segments S_1 et S_2 écrits bout à bout, dans leur ordre; S'_1 a $2\,n$ chiffres; on calcule, comme précédemment, le segment S'_2 qui a aussi $2\,n$ chiffres. Et ainsi de suite.

5. Par suite, après avoir calculé un premier segment de l'entier du quotient de $10^m : D$, on peut obtenir successivement d'autres segments par un petit nombre de multiplications, dont les multiplicateurs sont inférieurs à D, et de divisions, dont le dividende est faible.

Il est à peine utile de dire que, au point de vue de la plus grande rapidité des calculs, il est avantageux d'arrêter le premier segment à un chiffre auquel correspond un reste notablement inférieur au diviseur.

6. Soit à trouver l'entier du quotient de $10^m : 757$.

Partant de

$$S_1 = 0001321, \qquad R_1 = 3,$$

on trouve successivement

$$\begin{aligned} S_2 &= S_1R_1 = 003963, & R_2 &= 3^2 = 9, \\ S_3 &= S_2R_1 = 011889, & R_3 &= 3^3 = 27, \\ S_4 &= S_3R_1 = 035667, & R_4 &= 3^4 = 81, \\ S_5 &= S_4R_1 = 107001, & R_5 &= 3^5 = 243, \\ S_6 &= S_5R_1 = 321003, & R_6 &= 3^6 = 729. \end{aligned}$$

On pourrait encore écrire

$$\begin{aligned} S_7 &= S_6R_1 + \mathcal{E}(3^7 : 757) \\ &= 963011, \qquad R_7 = 673\,; \end{aligned}$$

Mais, remarquant que le nombre formé en écrivant les 6 premiers segments bout à bout, dans leur ordre, est périodique, on ne détermine pas S_7. La période a 26 chiffres; elle est l'entier du quotient de $10^{26} : 757$. Le reste est 1.

7. Soit à trouver l'entier du quotient de $10^m : 496$.

Partant

$$S_1 = 002, \qquad R_1 = 8,$$

on trouve

$$\begin{aligned} S_2 &= 016, & R_2 &= 64, \\ S_3 &= 128 + 1 & & \\ &= 129, & R_3 &= 16. \end{aligned}$$

Prenant alors comme nouveau premier segment

$$S'_1 = 002016129, \qquad R'_1 = 16,$$

on trouve

$$\begin{aligned} S'_2 &= 032258064, & R'_2 &= 256, \\ S'_3 &= 516129024 + 8 & & \\ &= 516129032, & R'_3 &= 128. \end{aligned}$$

Remarquons que le nombre formé en écrivant les trois segments S'_1, S'_2 et S'_3 bout à bout, dans leur ordre est périodique. La période part du 7^e chiffre et elle a 15 chiffres. Le nombre formé par les 6 chiffres de la partie non périodique et par la première période est l'entier du quotient de $10^{21} : 496$. Le reste est 64.

8. L'emploi des restes négatifs conduit à une petite complication

pour déduire un segment du précédent. D'ailleurs, il est inutile d'en faire usage. En effet, supposons obtenu un premier segment de n chiffres, que le reste correspondant au dernier de ces chiffres soit $-\rho$ et que $\rho^2 < D$. Au dernier chiffre du second segment de n chiffres correspondra un reste égal à $(-\rho)^2$, c'est-à-dire un reste positif ρ^2. On pourra avantageusement prendre pour segment S_1 le nombre de $2n$ chiffres formé par les 2 segments précédents et obtenu par la division.

Soit, par exemple, $D = 1087$. On a $s_1 = 00091$, $r_1 = 1083$; le reste négatif est -4. Bien que $(-4)^2 < D$, on n'emploie pas le segment s_1 On sait que, après un second segment de 5 chiffres, on aura le reste $r_2 = (-4)^2 = 16$. On cherchera donc par la division $S_1 = 0009199632$.

9. Il est facile de voir ce que l'on ferait, d'après ce qui précède, pour trouver l'entier du quotient de $N.10^m : D$.

SUR UNE SERIE
D'EMBRYONS MONSTRUEUX
PROVENANT DE POULES PRIMIPARES

(avec 16 microphotographies).

par **Jan TUR**.

C'est un fait bien connu de tous les éleveurs que celui d'une incapacité évolutive des œufs provenant des jeunes femelles d'oiseaux primipares, et surtout des œufs pondus au commencement de la première ponte. J'ai eu moi-même trois fois l'occasion d'étudier des séries d'embryons provenant de telles pontes, et c'étaient bien mes récoltes tératologiques les plus abondantes. Pour la première fois en 1901, j'ai obtenu une série d'embryons issus d'œufs de jeunes poules élevées au Laboratoire. Ces embryons m'ont fourni des cas très intéressants, des déviations assez graves et profondes dans la formation de la ligne et gouttière primitives; j'en ai publié la description (I). Puis, en 1906, une autre série d'œufs, de jeunes poules également, m'a donné plusieurs embryons anormaux, surtout atteints de Cyclocéphalie et aussi quelques anidiens de diverses espèces. Cette année, grâce à l'obligeance de M. R. Schönfeld, propriétaire d'un établissement d'incubation artificielle et d'élevage d'oiseaux domestiques à Dlugie (gouvernement de Piotrków), j'ai eu l'occasion de répéter les observations de même genre. Je tiens à remercier vivement M. Schönfeld pour son amabilité et pour les soins personnels qu'il a bien voulu donner à ce que le transport des œufs s'effectuât dans les meilleures conditions.

Dans cette nouvelle série d'œufs de primipares j'avais en vue d'étudier les déviations organogéniques, et c'est pour cette raison que j'avais poussé la durée de l'incubation au delà des stades de la ligne et gouttière primitive, sur lesquels je m'arrêtais en 1901. Il s'agissait d'essayer s'il serait possible d'établir un « type » tératologique plus ou moins constant pour les germes de primipares, se répétant dans la série des pontes successives. Or, les monstruosités de la ligne primitive sont en général, jusqu'à présent, trop peu étudiées et ne présentent pas de cadres bien tranchés, comme, par exemple, la Cyclocéphalie, l'Omphalocéphalie et les autres. Ainsi j'ai adopté pour cette série une durée d'incubation de 43-48 heures.

J'ai reçu de M. Schönfeld trente-deux œufs provenant de douze poules différentes. Tout ce matériel fut transporté immédiatement après la ponte (excepté les cas où M. Schönfeld m'envoyait les œufs incubés préalablement pendant *quelques jours* dans sa couveuse), et avec les plus grandes précautions — au Laboratoire zootomique de l'Université, et après deux jours de « repos » — à la température ordinaire de laboratoire (13° R. environ) — (ce qui est nécessaiare, afin que les germes puissent se reposer des secousses du transport, si minimes qu'elles aient été[1]) — puis mis en incubation dans la couveuse artificielle chauffée à 39-40° C., ce qui est la température la plus favorable au développement normal de l'œuf de la poule.

Les résultats étaient tout à fait surprenants : j'ai obtenu une série très intéressante de monstres, dont l'ensemble paraît démontrer deux points principaux : d'une part, une tendance très fortement prononcée des germes de « primipares » au développement anormal (26 monstres et 6 seulement *plus ou moins* « normaux ») ; d'autre part, l'existence de « types » tératologiques les plus variés. Je suis donc porté à conclure, — avec une restriction bien naturelle, concernant le nombre assez limité des cas en question, — que si les embryons de tels œufs paraissent montrer en général une stabilité morphogénique très faible, il serait néanmoins assez difficile d'attribuer à n'importe quel type tératologique une prépondérance quelconque vis-à-vis des autres. Les monstruosités les mieux représentées étaient, dans cette série : la Cyclocéphalie (Platyneurie totale), l'Omphalocéphalie, l'Anidie du type « zonal » (ordinairement très rare !) et enfin, l'absence ou malformations des protovertèbres. Comme on le voit, il est impossible de traiter, d'une façon détaillée, les monstruosités aussi hétérogènes, dans un exposé d'ensemble : leur analyse approfondie trouvera sa place dans les travaux concernant chaque genre de ces anomalies séparément, et qui sont en préparation. Ici, je me bornerai à une brève description de ces monstruosités, en indiquant surtout la succession des œufs, — dans les cas où j'avais une série strictement déterminée de pontes successives.

⁂

---

[1] Les œufs étaient soigneusement emballés dans du papier, suivant le procédé constamment employé par M. Schönfeld pour les envois des œufs destinés à l'incubation. Le pourcentage d'éclosions était toujours très élevé, ce qui prouve le mieux la suffisance des procédés d'emballage et de transport.

1. Poule N° 607 [1]. — I. Œuf pondu le 6/III 07. C'était le premier œuf de cette poule primipare. M. Schönfeld l'a mis dans sa couveuse artificielle sur place ; après avoir été miré à la fin du septième jour d'incubation, l'œuf fut mis à part, comme ne montrant pas de signes de la circulation extra-embryonnaire, puis, transporté immédiatement à Varsovie, il était ouvert le soir même. Fixation : acide azotique à 3°/₀ pendant une ½ heure et puis le liquide de Rabl pendant 15 minutes [2].

Le blastoderme a envahi toute la surface du jaune. L'aire vasculaire mesure 34 mm. en longueur et 28 mm. en largeur.

Les îlots sanguins, pour la plupart séparés, n'ont pas constitué un réseau régulier et perméable. Sinus terminal n'est développé que d'une façon très faible. Avant la fixation on ne pouvait pas observer la coloration rouge du sang, ce qui doit être attribué, probablement, à la décomposition *post mortem*.

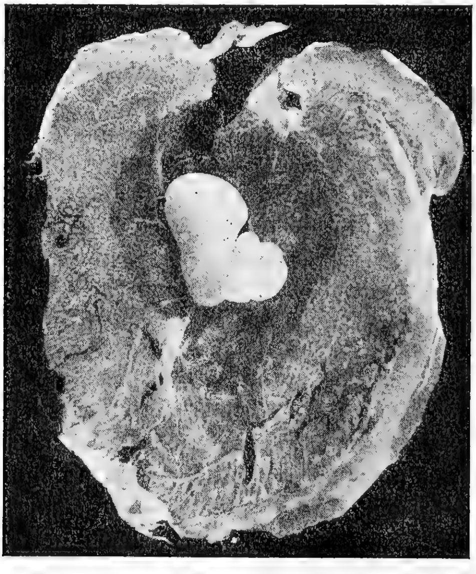


Fig. 1. — Poule n° 607, œuf I. Photographie prise du côté dorsal à la lumière réfléchie. Grossi 2 fois environ.

Au centre de cette aire vacsulaire anormale (à comp. *fig.* 1) se

---

(1) Les numéros des Poules — en partant de 600 — désignent les individus nés en 1906.

(2) Tout mon matériel d'embryologie d'Oiseaux est traité par l'acide azotique à 3 °/₀ ; le liquide de Rabl n'est employé que dans des cas spéciaux et pour les stades avancés.

trouve un sac à contours irréguliers, représentant l'amnios monstrueux. Les dimensions de celui-ci surpassent sensiblement celles de l'embryon même dont le corps est très réduit. La longueur de l'amnios est de 10 mm. 6, sa largeur de 6 mm. 2 à 4 mm. 2.

Le corps de l'embryon mesure seulement 4 mm. 4 en longueur.

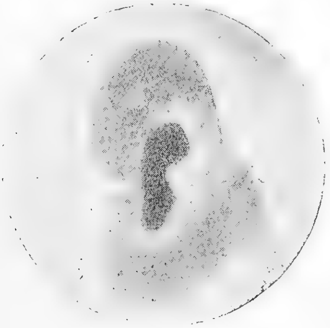


Fig. 2. — Sac amniotique et le corps de l'embryon du même œuf. Microphotographie, prise du côté ventral et à la lumière transmise. (Embryon plongé dans l'alcool à 90°). Grossi 3 fois et 1/2 environ.

Sa largeur est de 1 mm. dans la région thoracique et 1 mm. 6 dans celle de tête (*fig*. 2.).

L'étude des coupes sériées transversales a montré que l'embryon était mort bien avant la fixation, et que le degré de la décomposition qu'il a subi rend presque impossible l'examen de sa structure. Ce n'était plus qu'un amas de débris de cellules à peine reconnaissables, et de détritus indéchiffrables. Néanmoins, dans la partie céphalique du monstre, on peut distinguer, quoique très vaguement, certaines dispositions qui peuvent suggérer l'idée d'un cas de la Cyclocéphalie ; cette hypothèse se trouve contredite par le fait important que l'embryon s'est *retourné* (à gauche — inversion !) ce qui, d'après Et. Rabaud (II, page 576), ne s'observe jamais chez les vrais Cyclocéphaliens, dont « la face ventrale reste en contact avec le jaune ». Ainsi, nous n'avons qu'à noter ici une évolution bizarre de l'amnios, surpassant de beaucoup les dimensions du corps embryonnaire qui se trouve comme plongé dans un immense sac. Il est à ajouter que les parois du sac amniotique ont conservé très bien leur structure histologique, ce qui prouve qu'elles continuaient à vivre quelque temps après la mort de l'embryon.

II. Œuf de la même femelle, pondu le 6/III, transporté aussitôt au

Laboratoire est incubé pendant 46 heures. Le diamètre total du blastoderme était de 27 mm. Les ébauches de l'aire vasculaire s'étaient développées assez normalement ; on peut seulement indiquer un développement précoce d'îlots sanguins dans la région droite de l'aire transparente. L'embryon était long de 3,44 mm. et pourvu de 5 paires de protovertèbres. Le corps embryonnaire était bien normal, sauf son extrémité céphalique (*fig.* 3) où la gouttière nerveuse était fortement déprimée et comme refoulée en arrière et à droite par le contact des ébauches cardiaques, qui se sont constituées d'une façon trop précoce et en avant de la tête. J'ai considéré d'abord cet embryon comme un Omphalocéphalien très jeune, et j'ai envoyé sa microphotographie à mon excellent confrère, Et. Rabaud, qui a bien voulu me communiquer ensuite ses observations à ce sujet, en m'indiquant que si la tête vient ici buter *contre* le vaisseau cardiaque ce serait, peut-être, un type nouveau de monstruosité. L'analyse détaillée de ce monstre en coupes sériées sera publiée dans un travail sur les Omphalocéphaliens.


Fig. 3. — Poule n° 607, œuf II. Microphotographie. Grossi 18 fois

III. Œuf de la même femelle pondu le 9/III. Durée de l'incubation : 45 heures. Le blastoderme a envahi plus d'un 1/3 de la surface totale du jaune ; la position du corps embryonnaire vis-à-vis l'axe de la coquille était anormale : l'axe de l'embryon a devié à droite suivant un angle de 45°. L'aire vasculaire, fortement développée, constituée par des îlots sanguins d'une taille considérable, entourait l'embryon long de 3,57mm., pourvu de 8 paires de protovertèbres, dont les antérieures gauches montraient quelques malformations légères. Le tube nerveux était, dans la région de la tête, fortement plissé et contourné régulièrement en forme de S. Quelle que soit la nature précise de cette malformation, qui est encore à étudier, le cerveau de cet embryon est tellement dévié que sa *restitutio ad integrum* me paraît désormais impossible.

Ainsi les embryons provenant de trois œufs successivement pondus par cette poule primipare montrent des malformations incompatibles avec la vie prolongée de l'embryon.

2. Poule N° 604. — I. Œuf pondu le 4/III. Durée de l'incubation : 43 heures. Le diamètre total du blastoderme était ici extrêmement réduit:

Fig. 4. — Poule n° 604, œuf I. Microphotographie. × 18.

il ne dépassait pas 9 mm. L'embryon, long de 2,34 mm., situé au milieu d'une aire vasculaire avortée, aux îlots sanguins confus et comme voilés, présentait une accumulation de malformations dont chacune séparément suffirait pour rendre désormais impossible le rétablissement du développement normal. Ainsi ses protovertèbres faisaient absolument défaut : à leur place on ne voyait qu'une lame mésordermique non segmentée (*fig.* 4) et aux contours vagues. Le système nerveux, lui aussi, était le siège d'une monstruosité étrange : dans la région de la tête, les bourrelets cérébraux se terminent brusquement en arrière et se trouvent entourés des deux côtés par les bourrelets nerveux de la partie thoracique de l'embryon, qui, en s'écartant, paraissent comme embrasser la région céphalique. L'ensemble de ces formations donne l'impression que le système nerveux du monstre glissait dans son intérieur, à l'instar de la queue des Rotifères.... Cette malformation curieuse mérite un examen détaillé, que je ne manquerai pas de présenter ailleurs.

II. Œuf de la même femelle, pondu le 6/III. Même durée de l'incubation et même réduction de dimension du blastoderme que dans le cas précédent. — L'embryon, long de 3,67 mm., présente aussi les mêmes malformations, la même structure anormale de l'aire vasculaire et l'absence de protovertèbres. Des deux côtés de la région artérielle de l'embryon se dessinent ici deux énormes vésicules cœlomiques, qui étaient un peu moins prononcées dans le cas précédent.

III. Œuf de la même femelle, pondu le 10/III. Je regrette d'ignorer s'il avait été pondu un œuf entre celui-ci et le précédent, de sorte qu'il m'est impossible de préciser si cet œuf était le troisième ou le quatrième de la ponte. Après 46 heures d'incubation, j'ai trouvé un embryon tout à fait *normal*, quoique le diamètre de son blastoderme ne dépassât pas 27 mm. L'aire vasculaire bien développée, au sinus terminal fortement prononcé, entourait un embryon, long de 4,26 mm., avec 14 paires de protovertèbres, pourvu d'un cerveau différencié en vésicules cérébrales et optiques, suivi par un tube médullaire bien normal.

3. Poule N° 615. — J'ai reçu quatre œufs, pondus par cette poule à intervalles irréguliers (ce qui arrive, comme on sait, assez souvent aux poules primipares), et qui m'ont donné des monstres de types très hétérogènes.

I. Premier œuf, pondu le 26/II, incubé pendant 44 heures. Le blastoderme mesurait 27 mm. en diamètre ; le corps de l'embryon était orienté vers le bout aigu de la coquille (déviation de 90°) ; il était long de 3 mm. 2, pourvu de 8 paires de protovertèbres, et constitué tout à fait normalement dans ses régions caudale et thoracique. Sa tête seule était monstrueuse : les lames cérébrales se sont ici accolées l'une à l'autre, comme étant déprimées latéralement, en laissant une fente très étroite et anormalement recourbée. En outre, dans l'aire vasculaire, nous apercevons ici de nombreuses vésicules qui empêchent, évidemment, la formation d'un réseau sanguin normal.

II. Œuf, pondu le 6/III (second de la ponte). Après incubation de 46 heures j'ai obtenu un germe présentant les malformations très graves et présentant un intérêt théorique important. Le blastoderme mesurait 17 mm. 5 suivant le petit axe de la coquille, et 19 mm. 5 dans le sens transversal. Son centre était occupé par une aire transparente, allongée suivant le plus grand diamètre du blastoderme. En examinant l'embryon pendant la fixation, avant que le blastoderme fût détaché du jaune, j'ai reconnu, dans la partie de l'aire transparente tournée à gauche, la présence d'un trou légèrement allongé, par lequel on voyait immédiatement la surface du jaune à travers la membrane vitelline. L'examen de ce blastoderme, détaché du jaune, a

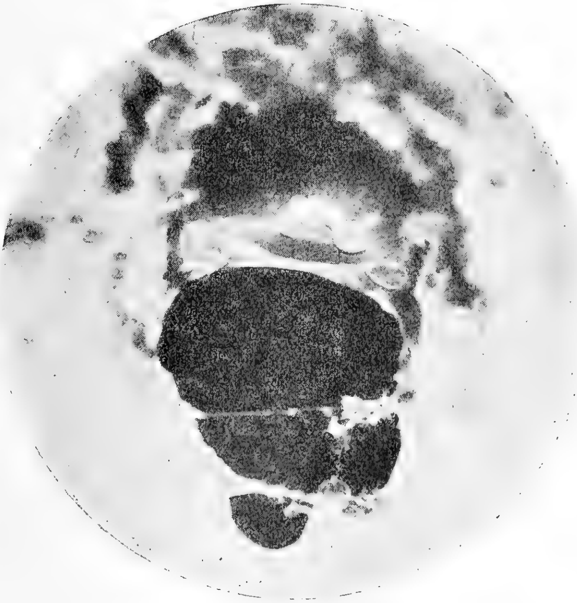


Fig. 5. — Poule n° 615, œuf II. Microphotographie prise à la lumière réfléchie (blastoderme non coloré, plongé dans l'alcool à 90°). Grossi 14 fois 1/2 environ.

montré, qu'en effet, nous avons ici un cas particulier et des plus remarquables de cette forme curieuse de l'évolution anidienne, désignée par G. Loisel sous le nom de « blastoderme zonal » (III). Seulement, dans le cas en question, le trou central n'a envahi, en s'élargissant progressivement, qu'une région assez limitée du blastoderme (*fig.* 5), laissant même une partie de l'aire transparente intacte. En jugeant par son aspect, c'était bien la partie *antérieure* de l'aire transparente. Elle contenait quelques épaississements qui, du reste, ne représentent guère de traces comparables aux rudiments du corps de l'embryon. Les bords internes du trou central étaient un peu épaissis et arrondis dans tout son parcours ; dans la moitié postérieure du trou se sont disposées des agglomérations d'éléments d'aspect parablastique du genre de ceux que je viens de décrire (IV) sous le nom de « parablaste sous-germinal ». Ces éléments parablastiques se groupent autour des bords du trou central dans ses parties latérales et postérieures, en s'étirant en forme de prolongements, dont l'un, très fort, traverse le trou central en unissant ses bords opposés. La longueur de l'aire transparente (le trou central compris) était de 4,3 mm., sa largeur de 2,48 mm. Le trou central mesurait 2,6 mm. en longueur et 2,06 mm. en largeur.

III. L'œuf, pondu le 8/III, fut mis en incubation par M. Schönfeld pendant 7 jours ; il m'a été envoyé comme « clair ». J'y ai trouvé des traces de l'aire vasculaire composée par des îlots non réunis et les débris du corps de l'embryon, mais celui-ci était mort et dans un état de décomposition si avancée qu'il me fut impossible d'en faire un examen sérieux.

IV. Œuf, pondu le 17/III et incubé pendant 48 heures. Le Blastoderme a envahi plus d'un tiers de la surface totale du jaune. L'embryon, situé au centre de l'aire vasculaire normalement développée, présentait un cas très typique d'Omphalocéphalie. Malheureusement, cet embryon a péri dans un accident de laboratoire avant le montage dans le baume de Canada.

4. Poule N° 619. — De cette poule j'ai obtenu une série très longue et complète, présentant une curieuse intermittence d'un arrêt total du développement et d'embryons presque normaux, montrant des variations légères, tout à fait compatibles avec l'achèvement normal de l'évolution.

Les œufs : I, pondu le 28/II, — II, le 3/III, — III, le 5/III, après 43 heures $^1/_2$ d'incubation, m'ont donné des blastodermes à peine plus grands en diamètre que ceux de l'œuf fraîchement pondu et non incubé : leurs diamètres ne dépassaient guère 5 mm. Toutefois, ce n'étaient pas des blastodermes dits « parthénogénétiques », mais des germes dont le développement s'est *arrêté* de très bonne heure et dans le sens le plus complet du mot, c'est-à-dire au point de vue de la croissance et des différenciations embryogéniques. (V.) On serait tenté de dire que cela est bien la forme extrême de l'anidie embryonnaire.

IV. Œuf pondu le 6/III et incubé, comme les précédents, pendant 43 heures et demie. A première vue, il était facile de confondre cet embryon avec les trois précédents, mais un examen plus attentif nous montre qu'ici les processus évolutifs ont déjà abouti à la formation d'une ébauche, quoique très incomplète, des premiers linéaments de l'embryon. Mais c'est tout : l'aire transparente, très réduite, longue de 1 mm. 1 et large de 0 mm. 825, porte une traînée plus sombre de l'ectoderme épaissi — la ligne primitive avortée. En avant de celle-ci, on voit deux épaississements courts et symétriques, qu'on pourrait, peut-être, considérer comme les lames médullaires réduites. Les dimensions du blastoderme étaient de 4 mm. 6. et de 3 mm. 85 (*fig.* 6).

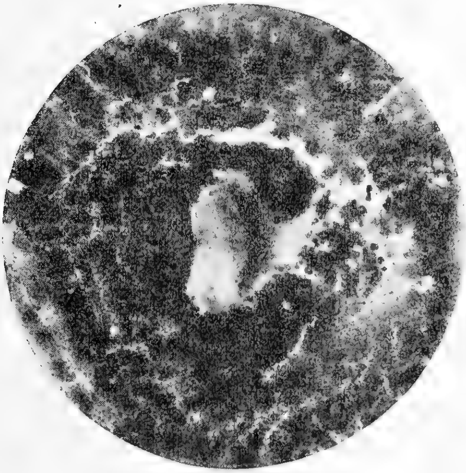


Fig. 6. Poule n° 619, œuf IV. Microphotographie. × 18.

V. Œuf pondu le 9/III. Durée de l'incubation 44 heures. Le diamètre du blastoderme, 19 mm. seulement. Le corps de l'embryon occupait sur ce blastoderme une place inaccoutumée : il était comme repoussé en arrière, de sorte que la distance entre le bord postérieur de son aire transparente et le bord correspondant de la périphérie du blastoderme était de 4 mm. 2 seulement.

L'embryon, entouré par une aire vasculaire très faiblement prononcée, composée d'îlots sanguins épais, mais peu nombreux, sans anastomoses, était long de 2 mm. 8., portait les lames médullaires bien développées et une ébauche de l'intestin céphalique bien marquée (*fig.* 7). Deux ou trois paires de protovertèbres, au début de la différenciation, mais peu distinctes. Cet embryon, que nous devons classer parmi les normaux, était pourvu d'une formation curieuse et peu ordinaire : dans la partie postérieure de son aire transparente, il y avait comme un « pont » de rempart vitellin, qui séparait l'aire transparente principale d'une aire accessoire, beaucoup plus petite, pourvue d'un épaississement central en forme de nœud, dont l'indépendance de la partie caudale de la ligne primitive de l'embryon était bien évidente. C'est là, une forme très rare d'une formation n'apparaissant chez les embryons de la poule qu'exceptionnellement, et qui peut être

Fig. 7. — Poule nº 619, œuf V. Micrographie. ×18.

rattachée à ces cas de « nœuds », auxquels Rückert (VI, VII) a récemment attribué un rôle si important dans la formation des premières ébauches de l'aire vasculaire.

VI. Œuf pondu le 12/III et incubé pendant 44 heures. Un germe frappé d'un « arrêt » complet, très précoce, et comparable aux embryons I, II, et III de la même série.

VII. Œuf pondu le 15/III Incubé pendant 44 heures. Diamètre du blastoderme, 27 mm. L'embryon tout à fait normal, long de 4 mm 54, pourvu de vésicules cérébrales, optiques et auditives muni de 16 paires de protovertèbres, logeait au milieu d'une aire vasculaire très fortement développée, à sinus terminal bien constitué. Les îlots sanguins, constituant des vaisseaux perméables, contenaient déjà le sang coloré en rouge. Il est à noter que les îlots et les vaisseaux en voie de formation possédaient ici un calibre très fort, ce qui, peut-être, n'est pas sans importance pour l'explication d'une anomalie de l'aire vasculaire que nous trouverons chez l'embryon suivant.

VIII. Œuf pondu le 17/III, incubé pendant 48 heures. Le blastoderme

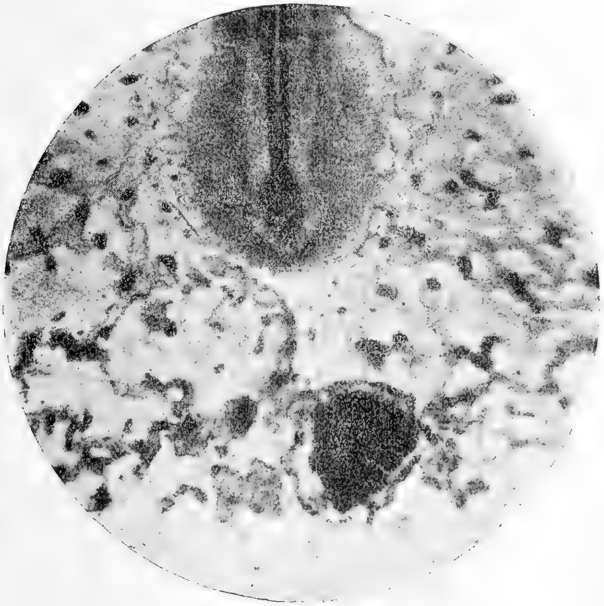


Fig. 8. — Poule nº 619, œuf VIII. Partie caudale de l'embryon et la lacune hypertrophiée dans l'aire vasculaire. Microphotographie. Grossi 18 fois.

a envahi presque la moitié de la surface totale du jaune. — Position de l'embryon déviée à droite à 45°. Embryon tout à fait normal, long de 5 mm 5, avec 20 paires de protovertèbres. L'aire vasculaire montrait, avant la fixation, la coloration rouge du sang, surtout dans son sinus terminal. Les vaisseaux étaient ici — encore plus que chez l'embryon précédent — d'un calibre qui surpassait sensiblement le calibre ordinaire des vaisseaux de ce stade. Cette augmentation du diamètre des vaisseaux a abouti même, dans un seul endroit, à la formation d'une lacune (*fig.* 8) remplie de sang et des dimensions inaccoutumées. Déjà, pendant la fixation de cet embryon, mon attention fut attirée par une grande tache d'un rouge foncé, située en arrière et un peu à droite de l'extrémité caudale de l'embryon et faisant une saillie du côté ventral du blastoderme.

C'était une énorme lacune, ne communiquant pas avec les vaisseaux voisins, mesurant 1 mm 1 en diamètre et contenant un amas de globules rouges. Les dimensions de cet amas étaient 0 mm 98 et 0 mm 87. Cette lacune était éloignée de 1 mm. 1 du téloblaste de l'embryon et de 1 mm. 4 du sinus terminal.

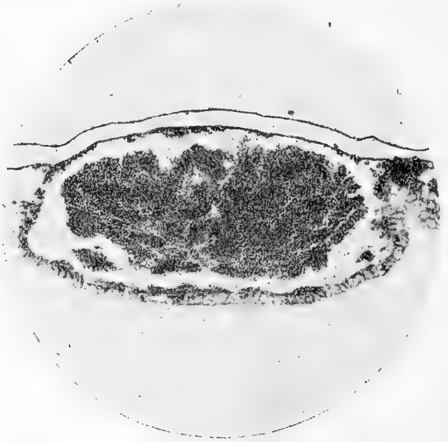


Fig. 9. — Microphotographie d'une coupe transversale, menée par la lacune de la figure précédente. Grossi 50 fois.

Les coupes sériées, menées transversalement au corps de l'embryon, ont montré que cette lacune vasculaire (*fig.* 9) avait 0 mm. 5 environ en épaisseur, et l'amas de corpuscules rouges de 0 mm. 35. Je n'ai jamais observé jusqu'ici de telles lacunes anormales; elles ne sont dues, évidemment, à aucune sorte d'embolie, mais présentent un élargissement spontané, produit par une hyperprolifération localisée dans un îlot sanguin primitif. Ce n'est pas — selon toute évidence — une malformation capable d'influencer d'une façon fâcheuse le cours ultérieur du développement. Ainsi nous devons compter cet embryon parmi les rares « normaux » de notre série.

5. **Poule n° 620**. — I. Premier œuf, pondu le 4/III, incubé pendant 43 heures. Blastoderme aux dimensions très réduits : long de 12 mm. et large de 10,5 m. Aire vasculaire aux îlots évidemment arrêtés et dont l'aspect rappelle celui des embryons I et II de la série 2. Le corps embryonnaire, long de 2 mm. 53 est entièrement dépourvu de protovertèbres (*fig.* 10) et ses lames médullaires, — aboutissant à la tête arrondie et sans traces des différenciations cérébrales — ont des contours très vagues et comme se dissolvant. En somme, cet embryon rappelle, à s'y méprendre, quelques-uns de mes embryons obtenus à l'aide des rayons du radium (VIII). Je dois ajouter que, jusqu'ici, je n'ai jamais obtenu de malformations de ce genre au cours de l'incubation normale.

Fig. 10. — Poule n° 620, œuf I. Microphotographie. × 18.

II. Œuf pondu le 6/III. Même durée de l'incubation et même réduction des dimensions du blastoderme (12 mm. et 10 mm) ; toutefois on peut remarquer qu'il y avait ici une « tendance » de la part du bord externe du blastoderme à poursuivre le cours de son accroissement normal : autour de ce bord périphérique de l'aire opaque on apercevait une zone, rappelant l'aspect des bords périphériques des blastodermes de certains anidiens : c'est le parablaste qui se différencie sans le concours de l'ectoderme. Le diamètre de notre blastoderme, cette zone d'accroissement secondaire comprise, était de 24 mm.

Le corps de l'embryon, long de 3 mm.025 et entouré d'une aire vasculaire semblable à celle de l'embryon précédent, était pourvu de rangées de protovertèbres à peine reconnaissables et d'un fort amas ectodermique dans le téloblaste. Les ébauches cardiaques étaient ici presque normalement développées.

Les deux embryons de cette série étaient ainsi, presque au même titre, incapables d'un rétablissement du développement ordinaire.

6. Poule n° 621. — Un seul œuf, le premier d'une poule primipare, qui, depuis, a cessé de pondre. Pondu le 4/III, incubé pendant

Fig. 11. — Poule n° 521 ; embryon platyneurique. Microphotographie. × 18

46 heures. Le diamètre du blastoderme était de 24 mm. L'embryon, situé au centre d'une aire vasculaire, montrant quelques anomalies d'importance secondaire, présentait un très bel exemple de *platyneurie totale*, c'est-à-dire de cette monstruosité singulière que je viens de signaler récemment (IX), et qui consiste en la propagation du processus cyclocéphalien [développement diffus du système nerveux en une lame largement étalée — Et. Rabaud (II)] — sur toute la longueur du corps de l'embryon. Celui-ci était, dans ce cas, long de 3 mm. 3 (les restes de la ligne primitive comprise), et la largeur de la lame nerveuse platyneurique était de 0 mm. 87 dans la région céphalique et de 0 mm. 74 dans celle des protovertèbres (*fig.* 11). Celles-ci, — comme il advient toujours — d'après mes observations — quand le processus platyneurique se propage vers la région thoracique — présentaient une différenciation dans la direction transversale, compliquée dans le cas présent par des courbures étranges. En outre, deux des protovertèbres, éloignées des autres, s'étaient disposées sur la ligne médiane — au-dessous de la corde dorsale, ce que j'ai déjà observé une fois (op. cit. page 8, *fig.* 7 et 8).

7. Poule N° 622. — Deux œufs, pondus successivement à un intervalle de 12 jours.

I. Premier œuf, pondu le 5/III, incubé pendant 46 heures. Un cas très typique et remarquable de « blastoderme zonal » (III), ressemblant à beaucoup d'égards à celui de Loisel : l'anneau blastodermique entourait un trou central, au centre duquel on apercevait une tache blanchâtre de 3 mm. 5 de diamètre, présentant l'aspect d'une « cicatricule parthénogénétique » (?). Les dimensions de tout le blastoderme étaient de 22 mm. et de 21 mm., les diamètres du trou central de 14 mm. 5 et de 12 mm. 2. La largeur de l'aire opaque variait de 7 mm. 7 à 2 mm. 7, car celle-ci était plus élargie au voisinage de la tache centrale et même s'étendait vers celle-ci en forme de promontoire. Pas de trace quelconque des restes de l'aire transparente ni de l'aire vasculaire.

II. Œuf pondu le 17/III. 48 heures d'incubation. Le blastoderme a envahi juste la moitié de la surface du jaune, en s'étendant jusqu'au niveau de l'insertion des chalazes. Aire vasculaire normale, montrant la coloration rouge dans les vaisseaux. L'embryon, long de 6 mm. et avec 20 paires de protovertèbres était parfaitement normal.

8. Poule N° 623. — Cette poule m'a donné une série de trois embryons, tous gravement monstrueux, mais chacun d'eux présentant un type particulier de malformation, sans aucune parenté réciproque. Il est à noter qu'entre le premier œuf et les deux suivants il y avait 12 jours d'intervalle.

I. Premier œuf, pondu le 6/III, incubé pendant 43 heures. Le blastoderme long de 18 mm. et large de 16 mm. (au début de la fixation ; après l'inclusion dans le baume de Canada — 16 mm. et 15 mm). La structure de l'aire vasculaire, aussi bien que celle du corps de l'embryon rappelait exactement celle de l'embryon N° I de la poule N° 620 — aux protovertèbres diffus et à peine reconnaissables. La longueur de l'embryon était de 2 mm. 25.

II. Œuf pondu le 18/III, incubé pendant 44 heures. Diamètre total du blastoderme, 25 mm. L'axe de l'embryon a dévié à droite suivant un angle de 90°, de la position normale sur le jaune. L'aire vasculaire, assez normale avec les premiers vestiges de la formation du sinus terminal, entourait l'aire transparente. Le corps embryonnaire montrait un retard assez sensible comparativement à l'état des ébauches vasculaires ; il n'a pas dépassé le stade des premières ébauches des lames

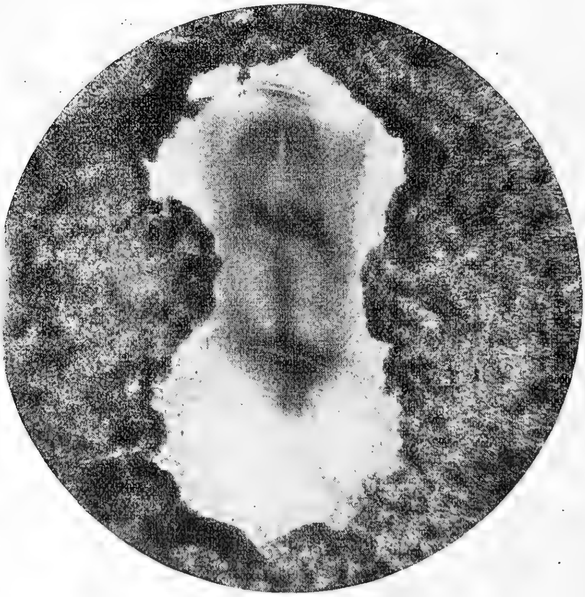


Fig. 12. — Poule n° 623, œuf II. Microphotographie. × 18.

nerveuses, prononcées à une courte distance en avant du nœud de Hensen (*fig.* 12). En outre, le long de cet embryon on voit trois *plis* d'une nature étrange, qui se sont disposés transversalement et un peu obliquement. Le premier de ces plis s'est logé juste au niveau du repli proamniotique et, probablement, ne représente qu'une exagération de celui-ci ; le second s'applique du côté droit juste au niveau du nœud de Hensen et affecte la disposition d'une gouttière primitive accessoire ; enfin le troisième pli croise la gouttière primitive en son tiers postérieur, ressemblant à une formation de ce genre décrite par A. Banchi (X — Tar. IV, *fig.* 75). Je compte soumettre cet embryon curieux à une analyse détaillée dans un autre travail.

III. Œuf pondu deux jours après le précédent. Incubation pendant 44 heures. Diamètre du blastoderme, 31 mm. Un cas très typique de Platyneurie (Cyclocéphalie) totale — prononcée sur toute l'étendue du corps de l'embryon, et accompagnée par un dédoublement latéral des protovertèbres très accentué (*fig.* 13).

Fig. 13. — Poule n° 623, œuf III. Platyneurie. Microphotographie. × 18.

Ainsi toute cette série a donné des monstres incompatibles avec le rétablissement du cours normal du développement.

9. Poule N° 608. — Un seul œuf incubé pendant 46 heures, m'a donné un embryon long de 3 mm. 16 et pourvu de 12-13 paires de protovertèbres, entouré par l'aire vasculaire aux malformations insignifiantes. Le corps de l'embryon portait les ébauches cardiaques normalement constitués. C'est la tête seulement qui était fortement malformée : le tube nerveux, dans la partie céphalique, était contourné et plissé plusieurs fois d'une façon bien étrange, mais ne rappelant aucun des types monstrueux connus. L'étude détaillée de ce monstre trouvera sa place dans mon travail traitant les malformations des jeunes stades du développement du système nerveux.

10. Poule N° 625. — Un seul œuf. Incubation pendant 44 heures. Diamètre du blastoderme, 34 mm. environ, ce qui est bien normal.

Fig. 14. — Poule n° 625. Microphotographie. × 18.

L'aire vasculaire normale. L'embryon, long de 2 mm. 3, était atteint d'une malformation que je n'ai jamais observée jusqu'ici (*fig.* 14).

A première vue, l'embryon pouvait être considéré, comme atteint simplement de Platyneurie totale : la lame nerveuse étalée, mesurait 0 mm. 69 en largeur. Dans la région antérieure du monstre, pourvue d'une ébauche de l'intestin céphalique assez bien prononcée, les bords de la lame platyneurique se montraient sensiblement épaissis et même comme soulevés en festons irréguliers, affectant la disposition métamérique. Mais, outre cela, sur la ligne médiane de cette lame nerveuse étalée — dans la même région céphalique, se dressent les deux autres bourrelets médullaires, très rapprochés l'un de l'autre et rappelant assez exactement la disposition normale de l'ébauche nerveuse dans cet endroit. L'ensemble donne l'impression d'une lame platyneurique étalée au milieu de laquelle se serait produit une différenciation nerveuse normale.....

11. Poule N° 653. — I. Œuf pondu le 9/III, incubé pendant 45 heures. Diamètre du blastoderme, 33 mm. Embryon disposé transversalement sur le jaune, la tête à droite. Dans la partie postérieure de l'aire vasculaire on apercevait, avant la fixation, la coloration jaunâtre du sang. Embryon long de 3 mm. 57 et à corps courbé dans la région des protovertèbres, atteint de Platyneurie totale (*fig.* 15), quoique l'étalement de la lame platyneurique ne fut pas ici trop exagéré : sa largeur ne dépassait pas 0 mm. 63 dans la région de la tête. Parallèlement à cet étalement peu sensible, quoique très typique, de

Fig. 15. — Poule n° 653, œuf I. Platyneurie. Microphotographie. × 18.

la lame nerveuse — les protovertèbres s'étaient ici *allongées* dans le sens transversal, mais sans se dédoubler.

II. Œuf pondu le 13/III, incubé pendant 45 heures. Un très beau cas d'anidie « zonale » (fig. 16). L'anneau blastodermique, un peu élargi dans la région tournée vers le bout aigu de la coquille, mesurait 28 mm. en longueur et 26 mm. en largeur [1]. Les dimensions correspondantes du trou central étaient de 16 mm. et de 15 mm. 5. Le bord plus épais de l'anneau blastodermique était large de 8 mm. 5 et le bord opposé à celui-ci de 5 mm. Dans le trou central, à une distance de 5 mm. du bord interne le plus élargi de l'anneau blastodermique, se trouvait sur la surface du jaune une tache blanche, de 2 mm. 9 en diamètre, entourée par une zone blanchâtre, dont le diamètre total était de 5 mm. J'ai fixé cette « cicatricule parthénogénétique » à l'aide du liquide de Rabl, et, malgré l'extrême fragilité de cette formation, j'ai réussi à la débiter en coupes sériées. Sa structure ne ressemblait en rien à celle de la cicatricule inféconde : c'était un amas de détritus, provenant évidemment de la décomposition de la partie centrale du blastoderme, qui a été atteinte par des processus nécrotiques localisés, qui ont provoqué la formation de l'anidie « zonale » (XI).

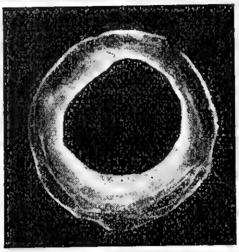


Fig. 16. — Poule n° 653, œuf II. Blastoderme zonal détaché du jaune (où est resté la tache centrale). Photographie prise à la lumière réfléchie (blastoderme non coloré et plongé dans l'alcool à 90°). Grandeur naturelle.

Je dois mentionner encore une particularité de ce blastoderme, que je n'ai pas rencontrée jusqu'ici chez les anidiens zonaux spontanés, obtenus par la voie de l'incubation normale : le bord interne de l'anneau blastodermique, à l'endroit où il était plus large, était garni d'une région

---

[1] Ce sont les mensurations, prises sur le germe immédiatement après qu'il fut plongé dans le liquide fixateur (acide nitrique à 3 %). Après la fixation et le montage dans le baume de Canada, il y avait, comme toujours, un léger resserrement du blastoderme.

en forme de croissant, longue de 9 mm. environ et large de 1 mm., où se présentaient des traces non équivoques d'une aire vasculaire, refoulée par l'élargissement progressif du trou central. On voit ici les îlots sanguins très forts, remplis de corpuscules rouges et s'anastomovant en un réseau tout à fait normal.

12. Poule N° 606. — Premier œuf, pondu le 23/II et incubé pendant 46 heures, m'a donné un blastoderme (qui a envahi plus d'un tiers de la surface du jaune) pourvu d'une aire vasculaire normale et d'un embryon long de 4,3 mm. et avec 11 paires de protovertèbres. Cet embryon, sauf un léger rétrécissement des vésicules cérébrales, accompagné, d'ailleurs, par un développement tout à fait normal des vésicules optiques, ne présentait aucune anomalie. Alors j'ai conseillé à M. Schönfeld de mettre les autres œufs de la même femelle à l'incubation artificielle. Le second œuf, pondu le 1/III, miré après 7 jours d'incubation, s'est montré « clair » : c'était un anidien sans aire vasculaire, d'un diamètre total du blastoderme de 13 mm.

⁂

Cette note, n'ayant pour but que d'attirer l'attention des tératogénistes sur les œufs des primipares, est très incomplète, car la plupart des blastodermes monstrueux, dont j'ai décrit ici la configuration *in toto* n'ont pas encore été examinés sur des coupes sériées, ce qui est indispensable et que je compte faire pour chaque type monstrueux.

En résumant les faits qui viennent d'être ici brièvement exposés, je crois que leur ensemble nous permet de conclure à l'extrême instabilité morphogénique des œufs de poules primipares, au moins au début de la première ponte. Il est à noter que les œufs pondus dans le même temps que ceux qui ont servi d'objet pour cette note, mais qui provenaient de poules plus âgées, mises en incubation artificielle par M. Schönfeld au commencement de Mars, ont donné des résultats très satisfaisants : à savoir 70 °/₀ d'éclosions réussies. De même, douze œufs de ces mêmes poules plus âgées, après avoir subi le même traitement d'emballage, de transport et de « repos », et puis mis en incubation en même temps que les œufs des primipares, m'ont donné *tous* des embryons parfaitement normaux. Ainsi, nous devons conclure que la primiparité est bien un facteur non négligeable de cette série monstrueuse. Évidemment, les vraies causes de cette instabilité évolutive des germes des primipares nous échappent jusqu'ici complétement; la variété et l'hétérogénéité des types monstrueux qui s'y rencontrent ne font qu'obscurcir le problème de ces causes.... En tous cas, nous avons ici une indication toute empirique que les œufs des primipares constituent un matériel qui mérite l'attention des tératogénistes, vu surtout, que ceux-ci sont, malheureusement, jusqu'ici condamnés à chercher les matériaux pour leurs études en se confiant au seul hasard.

Varsovie. *Laboratoire Zootomique de l'Université.*

Mai 1907.

OUVRAGES CITÉS

I. **J. Tur** : « Sur quelques blastodermes monstrueux du poulet. » — Travaux de la Société des naturalistes de Varsovie. 1901.

II. **Etienne Rabaud** : « Recherches embryologiques sur les Cyclocéphaliens. » Journal de l'Anatomie et de la Physiologie. 1901-1902.

III. **G. Loisel** : « Les blastodermes sans embryon ». Comptes rendus de l'Académie des sciences. TC. XXXII. 1901.

IV. **J. Tur** : « Sur le développement anormal du parablaste dans les embryons de la poule (Parablaste sous-germinal). » Bull. de la Société Philomathique. 1906, N° 3.

V. **Etienne Rabaud** : « Fragments de tératologie générale. L'arrêt et l'excès de développement. » Bulletin scientifique de la France et de la Belgique, 1901.

VI. **J. Rückert** : « Ueber die Abstammung der bluthaltigen Gefässanlagen beim Huhn und über die Entstehung des Randsinus beim Huhn und Torpedo. » Sitzungsberichte d. math.-phys. cl. d. Akad. d. Wiss. zu München. 1903.

VII. **J. Rückert** : «Entwickelung der extraembryonalen Gefässe der Vögel » Handbuch d. vergl. u. exp. Entwickelungslehre der Wirbeltiere. v. O. Hertwig. Lief. 27/28. 1906.

VIII. **J. Tur** : « Sur les malformations embryonnaires, obtenues par l'action du radium sur les œufs de la poule. » C. R. des séances de la Société de Biologie. 1904.

IX. **J. Tur** : « Les débuts de la Cyclocéphalie (« Platyneurie embryonnaire ») et les formations dissociées. » Bull. de la Société Philomathique. 1906.

X. **Arturo Banchi** : « Le anomalie della linea primitiva negli embrioni di pollo. » Monitore Zoologico Italiano. A. VIII. N. 3. 1897.

XI. **J. Tur** : « Sur l'origine des blastodermes anidiens zonaux. » Comptes-rendus de l'Académie des Sciences. 6 mai 1907.

Bar-le-Duc. — Imprimerie Comte-Jacquet, Facdouel, Directeur.

TABLE DES MATIÈRES DU FASCICULE III

LE PRIX DES TIRÉS A PART EST FIXÉ AINSI QU'IL SUIT :

	25 ex.	**50 ex.**	**75 ex.**	**100 ex.**	**150 ex.**	**200 ex.**	**250 ex.**
Une feuille	4.50	5.85	7.20	8.10	10.60	12.85	14.85
Trois quarts de feuille.	4 »	5 »	6.10	7 »	9 »	10.60	12.15
Une demi-feuille. . .	3.15	4 »	5 »	5.60	7.20	8.10	9 »
Un quart de feuille. .	2.70	3.60	4.25	4.75	5.60	6.30	8.85
Un huitième de feuille.	2 »	2.70	3.15	3.60	4.05	4.50	5 »
Plusieurs feuilles . .	4 »	5.40	6.30	7.20	9 »	11.70	14 »

PUBLICATIONS DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

1re série	1789-1805	3 volumes in-4°
2e série	1807-1813	3 volumes in-4°
3e série	1814-1826	13 fascicules in-4°
4e série	1832-1833	2 volumes in-4°
5e série	1836-1863	28 fascicules in-4°
6e série	1864-1876	13 fascicules in-8°
7e série	1877-1888	11 volumes in-8°

Chaque année pour les Membres de la Société	**5** francs
— pour le public	**12** francs

Mémoires originaux publiés par la Société Philomathique

A L'OCCASION DU

CENTENAIRE DE SA FONDATION

1788-1888

Le recueil des mémoires originaux publié par la Société philomathique à l'occasion du centenaire de sa fondation (1788-1888) forme un volume in-4° de 437 pages, accompagné de nombreuses figures dans le texte et de 24 planches. Les travaux qu'il contient sont dus, *pour les sciences physiques et mathématiques*, à : MM. Désiré André ; E. Becquerel, de l'Institut ; Bertrand, secrétaire perpétuel de l'Institut ; Bouty ; Bourgeois ; Descloizeaux, de l'Institut ; Fouret ; Gernez ; Hardy ; Haton de la Goupillière, de l'Institut ; Laisant ; Laussedat, de l'Institut ; Léauté, de l'Institut ; Mannheim ; Moutier ; Peligot, de l'Institut ; Pellat. *Pour les sciences naturelles*, à : MM. Alix ; Bureau ; Bouvier, de l'Institut ; Chatin, de l'Institut ; Drake del Castillo ; Duchartre, de l'Institut ; H. Filhol ; Franchet ; Grandidier, de l'Institut ; Henneguy ; Milne Edwards, de l'Institut ; Mocquard ; Poirier ; A. de Quatrefages, de l'Institut ; G. Roze ; L. Vaillant.

En vente au prix de 35 francs.

AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ, A LA SORBONNE

Bar-le-Duc. — Imp. Comte-Jacquet, Facdouel, Dir.

BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS

FONDÉE EN 1788

NEUVIÈME SÉRIE. — TOME IX

N° 4.

1907

PARIS
AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE DE PARIS
A LA SORBONNE
—
1907

Le Secrétaire-Gérant,

H. COUTIÈRE.

Le Bulletin paraît par livraisons bimestrielles.

COMPOSITION DU BUREAU POUR 1907

Président : M. Berthelot (Daniel), 3, rue Mazarine.
Vice-Président : M. Lécaillon, 28, rue Berthollet.
Trésorier : M. Rabaud, 3, rue Vauquelin.
Secrétaire des séances : M. Winter, 44, rue Sainte-Placide.
Vice-Secrétaire des séances : M. Lebon, 4 *bis*, rue des Écoles.
Secrétaire du bulletin : M. Coutière, 12, rue Notre-Dame-des-Champs.
Vice-Secrétaire du bulletin : M. Neuville, 55, rue de Buffon.
Archiviste : M. Henneguy, 9, rue Thénard.

La Société Philomathique de Paris se réunit les 2e et 4e Samedis de chaque mois, à 8 h. 1/2, à la Sorbonne (salle de travail des Étudiants).

Les membres de la Société ont le droit d'emprunter des livres à la Bibliothèque de l'Université. Ils ont également droit, sur leur demande, à 50 tirages à part gratuits des Mémoires qu'ils publient dans le Bulletin.

Pour le paiement des cotisations et l'achat des publications, s'adresser à M. Vézinaud, à la Sorbonne, place de la Sorbonne, Paris, Ve.

EXTRAITS DES COMPTES-RENDUS DES SÉANCES

Séance du 13 juillet 1907.

Présidence de M. Berthelot

Le procès-verbal de la précédente séance est lu et adopté.

M. Coutière présente, au nom du Dr Jousseaume, un ouvrage intitulé : « De l'attraction et autres joyeusetés de la science ». Cette présentation donne lieu à une échange d'observations entre MM. Coutière et Berthelot.

M. E. Lebon fait une communication sur un moyen de déterminer rapidement le quotient de $\frac{10^m}{D}$.

Séance du 27 juillet 1907.

Présidence de M. Berthelot

Après lecture et adoption du procès-verbal de la précédente séance, M. le président signale, parmi la correspondance, le programme du prochain Congrès des sociétés savantes qui se tiendra à la Sorbonne en 1908. Il annonce, en outre, la mort de M. Ponsot, membre de la société, et rappelle ses principaux travaux.

M. Deschamps analyse un travail de M. de Polignac sur les nombres premiers publié en 1849.

M. Dongier fait quelques remarques au sujet des « Brontidi », bruis sismiques ou atmosphériques, d'après Alippi.

SUR LA MÉTHODE D'ÉRATOSTHÈNE

par **M. Joseph DESCHAMPS.**

I. — Considérations générales.

La méthode dite *du crible d'Eratosthène* est ordinairement regardée comme ayant pour but la construction des tables de nombres premiers. Ainsi envisagée, elle mérite assurément le reproche grave qui lui est adressée d'être longue dans son exécution et d'exiger des écritures qui sont, non seulement nombreuses, mais encore inutiles, puisqu'elles aboutissent à la suppression de la majorité des nombres écrits. C'est pourquoi on la simplifie dès le début, en omettant immédiatement d'une part tous les nombres pairs supérieurs à 2, et d'autre part dans la série des nombres impairs les multiples de 3 et de 5, lesquels sont directement reconnaissables. Il n'en reste pas moins vrai que, malgré ces importantes simplifications, le travail à accomplir reste considérable et peut exiger un temps très-long, si l'on veut atteindre une limite élevée.

En raison de cette difficulté d'ordre purement matériel, il est vrai, en raison aussi de la qualité spéciale du nombre premier, on a cherché s'il n'était pas possible d'échapper à la méthode d'Eratosthène, en s'efforçant soit de trouver des caractères particuliers appartenant exclusivement aux nombres premiers et permettant de les reconnaître sinon à première, du moins à seconde vue ; soit de reconnaître si la succession des nombres premiers se présente suivant certaines conditions de régularité permettant, leur suite une fois commencée jusqu'à une certaine limite, de la continuer d'après une loi de succession déterminée. On est malheureusement obligé d'avouer que tous les efforts tentés jusqu'à présent sont restés stériles et que le nombre premier reste la grande énigme et presque le scandale de l'arithmétique.

A quoi tient cette stérilité d'efforts ? Est-ce à une impuissance particulière de l'esprit humain qui reste incapable d'analyser le nombre qu'il a cependant créé, alors qu'il a pu surmonter tant d'autres obstacles et faire d'autres analyses infiniment plus délicates ?

Non : il n'y a rien de cela. Nous nous trouvons simplement en face d'une de ces questions mal posées et toujours ainsi envisagées par la force de l'habitude et d'une véritable routine passée à l'état de dogme scientifique. *Il est faux en effet, que la méthode d'Eratosthène ait pour but exclusif la construction des tables de nombres premiers. L'esprit de cette méthode est beaucoup plus étendu.*

Pour justifier ces assertions, cherchons à faire usage dans un cas particulier d'une table de nombres premiers supposée construite. Soit un nombre donné, 8249 par exemple, dont nous avons à rechercher la formation par voie de produit. Si ce nombre se trouve dans la table des nombres premiers de 1 à 10000, laquelle est à notre disposition, il est premier lui-même, et dès lors la question proposée est résolue. Comme il ne se trouve pas dans cette table, la question reste entière, et nous avons à rechercher tout au moins un diviseur premier du nombre. On sait que, pour faire cette recherche avec méthode, on essaie la division par les nombres premiers successifs contenus dans la table, en commençant par les plus petits. Dans le cas présent, une de ces divisions réussit nécessairement, et c'est elle qui fournit le plus petit diviseur premier du nombre proposé, lequel diviseur est ici 73. La connaissance de ce premier diviseur conduit, par répétition du même procédé, à la décomposition complète du nombre proposé.

Restons-en donc à la recherche de ce premier diviseur, et revenons à la méthode du crible qui nous a permis de construire la table dont nous avons fait usage. D'après la tradition la plus ancienne, qu'on n'hésite pas à faire remonter jusqu'au créateur de la méthode, on enseigne qu'il faut *supprimer*, c'est-à-dire anéantir jusqu'à en perdre toute trace, les multiples des nombres premiers successifs à partir de leurs carrés. C'est ainsi que dans cette œuvre de destruction, nous avons supprimé les multiples du nombre premier 73, et qu'en particulier nous avons fait disparaître le nombre actuel 8249, qui cependant avait été introduit dans cette première écriture, dont on fait tant de grief à la méthode. Et c'est pourquoi, l'ayant fait disparaître, nous ne savons plus à quel groupe il appartient, et par un nouvel et fatigant effort, nous sommes obligés de faire des restitutions successives, restitutions isolées qui ne servent que pour chaque cas particulier et sont toujours à recommencer.

Or, toutes ces difficultés auraient été supprimées si, dans la construction de la table dont nous avons fait usage et après avoir écrit la suite naturelle des nombres simplifiée comme nous l'avons dit plus haut, nous avions, non pas supprimé, mais *déplacé* les multiples des nombres premiers successifs, de façon à réunir, dans un même groupe, tous les multiples du même nombre premier à partir de son carré, et à former autant de groupes qu'il y a de nombres premiers utilisés. De la sorte, aucun nombre ne disparaîtrait, et, si un nombre donné ne figure pas dans la liste des nombre restant qui sont premiers, il figure dans un des groupes successivement formés en qualité de multiples du nombre premier qui est la tête de liste et qui constitue, en cette qualité, son plus petit diviseur premier. Il suffirait donc de rechercher et de trouver le nombre proposé dans cette suite de listes, pour être immédiatement renseigné ; et, c'est ainsi que, sans faire tant d'essais inutiles, nous aurions trouvé le nombre 8249 dans la liste des multiples de 73.

On objectera peut-être que cette manière de faire augmentera encore l'étendue des écritures et que par suite, au lieu de simplifier le procédé, on le compliquera Or, il est facile de voir que, même en dehors de toute simplification susceptible d'intervenir, cette objection est de peu de valeur, car non seulement cette transcription des multiples d'un nombre s'opère rapidement et sans difficulté, mais encore pour quiconque a essayé de construire une table de nombres premiers par l'application stricte de la méthode du crible, il a été facile de constater qu'au lieu de compter sur la liste les nombres de p en p pour effacer les multiples du nombre premier p, il est beaucoup plus commode et plus rapide de former préalablement et directement les multiples de ce nombre pour les effacer ensuite dans la liste naturelle des nombres.

Pour toutes ces raisons, nous formulons la proposition suivante :

La méthode d'Eratosthène, envisagée dans toute son étendue au point de vue de son principe et de son application, a pour objet de former et de détacher de la suite naturelle des nombres inférieurs à une certaine limite, les listes des multiples des nombres premiers successifs, en commençant par les plus petits et en continuant tant que la chose est possible, c'est-à-dire en s'arrêtant au nombre premier immédiatement inférieur à la racine carrée de la limite fixée. Les nombres non détachés forment alors la liste des nombres premiers inférieurs à cette limite.

Ainsi définie, la méthode ne s'exécutera pas en suivant la marche adoptée jusqu'à présent. Au lieu d'écrire *a priori* la suite, simplifiée ou non, des nombres impairs, on formera directement les listes des multiples des nombres premiers successifs, à partir de leurs carrés ; en commençant par les plus petits. La seule précaution préalable à prendre pour former ces multiples et pour éviter les doubles emplois consistera à écrire, en s'arrêtant à la racine carrée de la limite, la suite naturelle des nombres impairs débarrassée des multiples de 3 et de 5. La suite ainsi formée indique les rangs des multiples à former du nombre premier, 7, immédiatement supérieur à 5 ; elle indiquera aussi les rangs des multiples des nombres premiers, 11, 13, ... supérieurs à 7, à condition d'y supprimer les multiples de 7, puis de 11, de 13, etc, qui peuvent s'y trouver.

Ainsi, pour fixer les idées, supposons que la limite fixée soit 2 500. Nous écrirons la suite sans dépasser le nombre 357 quotient de 2 500

7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47,
49, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 77, 79, 83, 89, 91, 97, 101, 103,

par 7. Nous formerons alors les multiples de 7 suivants

$$7 \times 7 = 49, \quad 7 \times 11 = 77, \quad 7 \times 13 = 91, \quad 7 \times 17 = 119,$$

. . . .

Supprimant alors dans la suite précédente les multiples de 7 qui peuvent s'y trouver, savoir 49, 77, 91, etc., jusqu'à $357 = 7 \times 51$, nous formerons la liste des multiples de 11 :

$$11 \times 11 = 121, \quad 11 \times 13 = 143, \quad \ldots\ldots$$
$$11 \times 47 = 517, \quad 11 \times 53 = 583, \quad \text{etc}\ldots$$

puis, supprimant encore les multiples de 11, qui se trouvent dans la liste, nous continuerons, ainsi de suite, en formant les multiples des nombres premiers successifs inférieurs à la racine carrée, 50, de la limite 2 500. Nous aurons ainsi, dans le cas présent, douze listes contenant les multiples des nombres premiers 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, listes dont l'étendue va en diminuant de la première à la dernière, celle-ci ne contenant que les deux nombres $47^2 = 2\,209$, $47 \times 53 = 2\,491$. Tout nombre, inférieur à 2 500, non contenu dans l'une de ces listes, est premier.

Cette manière de procéder, qui est aussi complète que logique, puisqu'elle conserve tout et donne réponse à tout, met en évidence le caractère du nombre premier, qui est presqu'entièrement négatif : le nombre premier ne figurant dans aucune liste de multiples, est *le résidu* de ces listes ; mais il est destiné à devenir lui-même tête de liste. Il est donc inutile de chercher à lui trouver des caractères particuliers ; ce sont au contraire les nombres non premiers qui ont des caractères spéciaux, ainsi que cela apparait pour ainsi dire à première vue en ce qui concerne les multiples des nombres premiers simples 2, 3, 5. Ces caractères distinctifs existent aussi pour les multiples des nombres premiers plus élevés, mais sont plus compliqués et de recherche plus difficile. Mais, sans porter l'attention de ce côté qui ne peut conduire à aucun résultat pratique, nous allons montrer qu'une analyse plus approfondie de la méthode d'Eratosthène fait apparaître dans la succession des multiples des différents nombres premiers des circonstances de régularité remarquables qui suffisent à les caractériser et vont nous permettre en outre de réduire les écritures dans des conditions telles que le défaut tant incriminé jusqu'ici tombe de lui-même et que, par conséquent, le fameux reproche, qui est d'ailleurs le seul, puisque le principe de la méthode est intangible, cesse d'être justifié.

Nous allons, à cet égard, démontrer les théorèmes suivants, qui énoncent les propriétés que nous avons en vue, et qui doivent être regardées comme le complément indispensable de l'exposé de la méthode d'Eratosthène. Nous ferons remarquer que, pour la commodité du langage, nous parlons de la suppression des multiples des nombres premiers successifs ; mais il reste entendu que ces multiples, supprimés dans la suite naturelle des nombres, continuent à être réunis dans les listes dont nous avons parlé.

II. — Propriétés de la méthode d'Eratosthène.

THÉORÈME I. — *Lorsqu'on supprime dans la suite des nombres les multiples du nombre premier* p *après avoir supprimé les multiples des nombres premiers inférieurs à* p :

1° *les résidus forment une suite périodique ;*

2° *la valeur de la période est égale au produit* $2.3\ldots n.p$.

Nous remarquerons d'abord qu'après la suppression des multiples de 2, les nombres résiduels forment une suite périodique dont la période est égale à 2, les éléments de chaque période étant en nombre égal à 1. On doit ensuite supprimer dans cette suite tous les multiples de 3, à partir du carré 9 de ce nombre. Or, si nous groupons les nombres résiduels supérieurs en groupes composés de 3 des périodes antérieures, les groupes ainsi formés sont évidemment périodiques, la valeur de la nouvelle période étant égale à 2.3 ou 6. Il en résulte que les nombres correspondants de cette nouvelle période sont en même temps, ou non, multiples de 3, chaque période comprenant d'ailleurs certainement un multiple de 3 et un seul. Dès lors, si l'on supprime tous les multiples de 3, les nombres résiduels forment une suite périodique, pour laquelle la période est égale à 2.3. Nous remarquerons en outre que le nombre des éléments de chaque période est égal à 2.

Le théorème énoncé est donc vrai pour $p = 3$.

Cela étant, pour démontrer le théorème dans toute sa généralité, il suffit de démontrer que, s'il est vrai pour un nombre premier n, il est vrai pour le nombre premier immédiatement supérieur p.

Supposons donc qu'après avoir supprimé tous les multiples du nombre premier n, les résidus forment une suite périodique pour laquelle la période soit égale au produit $2.3.\ \ldots\ n$ de tous les nombres premiers jusqu'à n, et proposons-nous de supprimer dans la suite restante les multiples du nombre p immédiatement supérieur à n, à partir de son carré p^2. Pour cela, groupons les nombres résiduels supérieurs à p^2 en groupes formés chacun de p des périodes précédentes. L'ensemble de ces groupes forme une nouvelle suite périodique pour laquelle la période est égale à $2.3.\ \ldots\ n.p$. Or il est clair que les nombres correspondants de cette nouvelle suite sont en même temps, ou ne sont pas, multiples de p. Lors donc qu'on y supprime tous les multiples de p, les nombres résiduels consécutifs à cette suppression forment une suite périodique pour laquelle la période est égale au produit $2.3.\ \ldots\ n.p$, ainsi qu'il a été annoncé.

Or le théorème étant vérifié, comme nous l'avons vu, pour $n = 2$, est vrai par suite pour $p = 3$, et ainsi de suite indéfiniment pour tous les nombres premiers consécutifs.

COROLLAIRE. — *Pour supprimer les multiples du nombre premier p, il suffit d'écrire un seul groupe formé des p premières périodes correspondant au nombre premier n et supérieures à p^2, et d'y supprimer les multiples de p. Les nombres restant forment la première période correspondant au nombre p, et l'on forme les autres périodes par l'addition de la période $2.\ 3,\ \ldots\ n.p$.*

THÉORÈME II. — *Le nombre des multiples du nombre premier p que l'on supprime directement dans le groupe formé des p périodes consécutives correspondant au nombre premier immédiatement inférieur n, est égal au nombre des éléments de cette dernière période.*

Ecrivons en effet ces p périodes les unes au-dessous des autres de façon que les éléments correspondants se trouvent sur une même ligne verticale, et considérons une de ces lignes. Sur les p nombres qui les forment, et en raison de leur différence constante $2.3,\ \ldots\ n$ non divisible par p, il y en a un et un seul qui est divisible n. Donc le nombre total des multiples de p dans le groupe est égal au nombre des colonnes, c'est-à-dire au nombre des éléments qui correspondent au nombre premier n immédiatement inférieur à p.

Le théorème est donc démontré.

Théorème III. — *Le nombre des éléments de la période correspondant au nombre premier p est égal à*

$$(2-1)(3-1)\ldots(n-1)(p-1).$$

Supposons le théorème vrai pour le nombre premier n ; je dis qu'il est vrai pour le nombre premier immédiatement supérieur p. Le nombre des termes de la période correspondant au nombre n étant par hypothèse égal à $(2-1)(3-1)\ldots(n-1)$, le groupe formé des p premières périodes comprend $(2-1)(3-1)\ldots(n-1)\,p$ éléments. Comme le nombre des éléments supprimés dans ce groupe en tant que multiples de p est, en vertu du théorème précédent égal à $(2-1)(3-1)\ldots(n-1)$, le nombre des éléments restants, c'est-à-dire des éléments formant la période qui correspond au nombre p est égal à

$$(2-1)(3-1)\ldots(n-1)p-(2-1)(3-1)\ldots(n-1)$$
$$=(2-1)(3-1)\ldots(n-1)(p-1),$$

ce qu'il fallait démontrer.

Or le théorème est vrai pour le nombre premier 2, puisque le nombre des éléments formant la période correspondante est égal à $1=2-1$; il est donc vrai pour le nombre premier 3, et par suite pour tous les autres nombres premiers.

Corollaire. — *Les multiples du nombre premier supérieurs à son carré p forment une suite périodique dont la période est égal à* $2, 3, \ldots n.p.$ *et dans laquelle le nombre des éléments de la période est égal à* $(2-1)(3-1)\ldots(n-1)$.

L'exactitude de cet énoncé découle de l'ensemble des théorèmes I, II et III.

Théorème IV. — *Le rapport du nombre des multiples du nombre premier p que l'on supprime dans le groupe formé des p périodes consécutives correspondant au nombre premier inférieur n, au nombre total des éléments de ce groupe, est égal à* $\frac{1}{p}$.

En effet le nombre total des éléments du groupe, est égal à $(2-1)(3-1)\ldots(n-1)p$, tandis que les nombres des multiples supprimés est $(2-1)(3-1)\ldots(n-1)$. Le rapport de ce dernier au nombre précédent est donc égal à $\frac{1}{p}$.

On voit par là que, dans le groupe considéré, les multiples restant du nombre premier p se trouvent répartis *en moyenne* de p

en p, c'est-à-dire comme ils le sont, mais alors exactement, dans la suite naturelle des nombres.

COROLLAIRE. — *La suite des nombres premiers tend vers un régime permanent et périodique.*

En résumé, l'application de la méthode d'Eratosthène fournit les résultats suivants :

1° *Les résidus consécutifs à la suppression du nombre premier p forment une suite périodique, dont la période est $2.3.\ldots n.p$, et dont le nombre d'éléments est $(2-1)(3-1)\ldots(n-1)(p-1)$;*

2° *Les multiples du nombre premier p forment eux aussi une suite périodique, dont la période est $2.3\ldots n.p$ et dont le nombre d'éléments est $(2-1)(3-1)\ldots(n-1)$:*

3° *Les rangs des multiples du nombre premier p sont les nombres qui forment la suite périodique consécutive à la suppression des multiples du nombre premier n immédiatement inférieur à p.*

VÉRIFICATION DES THÉORÈMES PRÉCÉDENTS. — Il est facile de constater la réalisation successive des faits qui viennent d'être énoncés.

Ainsi, nous avons déjà fait remarquer que la supression des multiples de 2, laisse comme résidu la suite des nombres impairs qui constituent une suite périodique dont la période est 2, le nombre des éléments de la période étant égal à $2-1=1$. Prenons trois de ces périodes :

5
7
9

cet ensemble contient un multiple de 3 et un seul qui est 9. Dès lors :

1° Les multiples de 3 constituent une suite périodique dont la période est $2.3=6$, le nombre des éléments de cette période

9
15
21

restant égal à 1 ;

2° La suppression de ces multiples de 3 laisse à la suite du carré 9 de ce nombre une suite périodique de période 6, et dont le nombre des éléments est $(2-1)(3-1)=2$.

Cette suite est

11 13
17 19
23 25

Ecrivons maintenant 5 de ces périodes

11	13
17	19
23	25
29	31
35	37

Cet ensemble à deux colonnes contient nécessairement dans chaque colonne un multiple de 5 et un seul et alors comme précédemment:

1° les multiples de 5 forment une suite périodique composée de 2 éléments et dont la période est d'après le théorème I, égale 2.3.5 ou 30. Cette suite est

25	35
55	65
85	75

. . . .

2° les résidus consécutifs à 5 forment une autre suite périodique, dont la période est encore 30, et dans laquelle le nombre des éléments est $(2-1)(3-1)(5-1) = 8$.

Le premier de ces groupes est

29	31	37	41	43	47	49	53

Ecrivons à nouveau 7 de ces groupes :

29	31	37	41	43	47	$\underline{49}$	53
59	61	67	71	73	$\underline{77}$	79	83
89	$\underline{91}$	97	101	103	107	109	113
$\underline{119}$	121	127	131	$\underline{133}$	137	139	143
149	151	157	$\underline{161}$	163	167	169	173
179	181	187	191	193	197	199	$\underline{203}$
209	211	$\underline{217}$	221	223	227	229	233.

Cet ensemble formé de 7 colonnes contient nécessairement dans chaque colonne un multiple de 7 ; ces multiples soulignés dans le tableau précédent constituent le premier groupe des multiples successifs lesquels forment une suite périodique dont le nombre d'éléments reste égal à 8, et dont la période est $2.3.5.7 = 210$.

49	77	91	133	161	203	217
259	287	301	343	371	413	427

. . . .

Il est donc très facile d'une part de former la suite des multiples de 7 jusqu'à telle limite que l'on voudra, d'autre part de déterminer les rangs de ces multiples qui ne sont autres que la suite des nombres résiduels, à partir de 7, à la supression des multiples de 5, savoir

7	11	13	17	19	23	29	31
37	41	43	49	49	53	59	61

. . . .

disposée en une suite périodique dont la période est 30.

Il n'y a qu'à continuer de la même manière pour former les suites périodiques des multiples de 11, puis de 13, de 17, et ainsi de suite autant qu'on voudra. La période des multiples de 11 est $2.3.5.7.11 = 2310$, et le nombre des éléments $(2 - 1)\ (3 - 1)\ (5 - 1)\ (7 - 1) = 48$; pour 13, la période serait

$$2.3.5.7.11.13 = 30030,$$

et le nombre des éléments

$$(2 - 1)\ (3 - 1)\ (5 - 1)\ (7 - 1)\ (11 - 1) = 480.$$

Ces nombres augmentent, comme on le voit, très rapidement ; et cette rapidité très grande devient trop promptement un obstacle presqu'insurmontable à l'application de la méthode. Il n'en est pas moins vrai que, appliquée ou non, la méthode subsiste en entier, et que la formation et la suppression des multiples d'un nombre premier quelconque laisse toujours après elle un résidu présentant une grande régularité, dans lequel des nombres disparaîtront encore comme multiples de nombres premiers supérieurs tandis, que d'autres resteront pour constituer avec ceux déjà conservés la série des nombres premiers.

D'après cela, il est impossible que la suite des nombres premiers présente une régularité permanente ; elle n'est, en effet, qu'une partie d'une suite qui, étant régulière, subit des suppressions qui altèrent cette régularité. Néanmoins, la suite des nombres premiers présente des vestiges de cette régularité dus à ce qu'ils entraient dans des suites périodiques dont les périodes étaient les nombres 6, 30, 210, 2310, etc. Pour en donner un exemple écrivons quelques nombres premiers à partir de 11 ; la période 30 s'y manifeste comme on peut le voir, mais avec des lacunes, par le tableau-ci-dessous :

11	13	17	19	23	29	31	37
41	43	47	»	53	59	61	67
71	73	»	79	83	89	»	97
101	103	107	109	113	»	»	127.

La même chose aurait lieu pour les périodes 210, 2310, dont chacune est un multiple de toutes les précédentes. On peut donc dire que, si à un nombre premier on ajoute un des nombres 30, 210, 2 310, 30 030, ..., il y a un assez grand nombre de chances pour que le nouveau nombre ainsi obtenu soit premier. Le nombre de ces chances augmente d'autant plus qu'on s'élève plus haut dans la suite des nombres premiers après la suppression d'un plus grand nombre de multiples de nombres premiers inférieurs, car, ainsi que nous l'avons démontré, la suite des nombres premiers *tend* vers un régime permanent périodique, régime qui n'est jamais rigoureusement atteint.

III. — Construction de tables pour décomposer les nombres en produits de facteurs premiers.

Les tables des multiples des nombres premiers successifs construites d'après la méthode même d'Ératosthène sont, au point de vue pratique, plus utiles que la table des nombres premiers qui en est le complément immédiat, mais qui peut disparaître sans inconvénient quand on a à sa disposition les tables de multiples. L'ensemble de ces tables représente la suite naturelle des nombres jusqu'à la limite qu'on s'est fixée, et par conséquent, en faisant abstraction du point de vue *utilité*, il mérite également le reproche constamment adressé à la méthode. Il est donc nécessaire de rechercher s'il n'est pas possible de trouver et d'employer des procédés simplifiés permettant d'abréger les écritures, tout en laissant subsister le principe de la construction des tables de multiples.

Le fait de la périodicité des multiples successifs d'un même nombre met sur la voie d'une simplification possible ; toutefois, comme cette périodicité est variable d'un nombre à l'autre, nous retenons simplement le fait et nous convenons de lui donner de la fixité en l'appliquant de la manière suivante.

Soit a un nombre quelconque, premier ou non. Supposons qu'on ait formé un certain nombre de multiples consécutifs de rangs m_1 m_2, . . ., m_g du nombre a ; nous nous proposons de rechercher s'il est possible, à l'aide des seuls multiples am_1, am_2, . . ., am_g, de reconnaître dans la suite des nombres les multiples de a de rang supérieur à m_g.

Prenons pour cela un nombre p que nous appellerons *la période* et choisi de telle façon que le nombre $m_1 + p$, soit le rang de multiplicité immédiatement supérieur à m_g. D'après cela les rangs de multiplicité supérieurs à m_g seront

$$\begin{array}{llll}
m_1 + p, & m_2 + p, & \ldots & m_g + p \\
m_1 + 2p, & m_2 + 2p, & \ldots & m_g + 2p \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
m_1 + kp, & m_2 + kp, & \ldots & m_g + kp \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots
\end{array}$$

Par conséquent un nombre N multiple de a et d'ordre de multiplicité supérieur à m_g sera de la forme

$$N = a(m_\alpha + Kp)\,;$$

il en résulte : 1° que la différence $N - am_\alpha$ est divisible par p, et que par suite, les deux nombres N et am_α fournissent le même reste à la division par p ; 2° que, si l'on divise par p les deux nombres am_α et N, la différence des deux quotients, qui est aK, est divisible par a.

Examinons maintenant si la réciproque est vraie, c'est-à-dire si un nombre N satisfaisant à cette double condition est un multiple de a. La double condition ainsi supposée se traduit par les égalités

$$am_\alpha = pq + r \tag{1}$$

$$N = p(q + ak) + r, \tag{2}$$

d'où par soustraction

$$N - am_\alpha = akp$$

ou

$$N = a(m_\alpha + kp). \tag{3}$$

Donc N est multiple de a.

En résumé, pour qu'un nombre N soit multiple de a, il faut et il suffit : 1° qu'il fournisse à la division par p le même reste qu'un certain multiple am_α de a compris dans la suite des multiples connus am_1, am_2, ..., am_g; 2° que la différence des deux quotients soit divisible par p. En outre, quand il en est ainsi, l'ordre de multiplicité de N relativement à a se détermine immédiatement d'après l'égalité (3), et par suite la décomposition de N en un produit de deux facteurs est effectuée.

On remarquera que la démonstration précédente n'implique aucune hypothèse particulière relative aux nombres a et p, et par conséquent dans les applications ces deux nombres peuvent être absolument quelconques. Prenons par exemple $a = 7$, $p = 30$. En négligeant les multiples de 7 qui sont aussi multiples des nombres premiers inférieurs 2, 3, 5, nous formerons, en remarquant que $37 = 7 + 30$, les multiples de 7 des rangs

$$\begin{array}{llll}
m_1 = 7, & m_2 = 11, & m_3 = 13, & m_4 = 17, \\
m_5 = 19, & m_6 = 23, & m_7 = 29, & m_8 = 31,
\end{array}$$

qui sont respectivement égaux à

$$49, \quad 77, \quad 91, \quad 119, \quad 133, \quad 161, \quad 203, \quad 217,$$

et nous divisons ces nombres par 30, ce qui nous donne par la mise en évidence des restes le tableau suivant

$$\begin{array}{cccc} 1 & 7 & 11 & 13 \\ 7.13 \mid 3 & 7.31 \mid 7 & 7.23 \mid 5 & 7.19 \mid 4 \\ 17 & 19 & 23 & 29 \\ 7.11 \mid 2 & 7.7 \mid 1 & 7.29 \mid 6 & 7.17 \mid 3, \end{array}$$

qui correspond aux égalités

$$91 = 7.13 = 30.3 + 1, \qquad 217 = 7.31 = 7.30 + 7, \quad \ldots\ldots$$

Ce tableau va nous permettre de reconnaître très rapidement si un nombre donné est, ou non, multiple de 7.

Soit par exemple le nombre 4 157, non divisible par 2, 3, et 5; la division de ce nombre par 30 nous donne pour reste 17 et pour quotient 138.

Reportons-nous au reste 17 du tableau; nous trouvons 2 comme quotient correspondant; retranchons alors 2 de 138, comme la différence 136 n'est pas divisible par 7, nous pouvons affirmer que le nombre 4157 n'est pas divisible par 7.

Considérons encore le nombre 2933. La division par 30 nous donne le reste 23 et le quotient 97. En nous reportant au reste 23, nous trouvons 6 pour quotient correspondant; nous formons alors la différence $97 - 6 = 91$, laquelle est divisible par 7; nous en concluons que 2 933 est divisible par 7. Pour avoir, sans faire la division directe, le quotient de 2 933, nous remarquerons d'une part que, sur le tableau, le multiplicateur de 7 correspondant au reste 23 est 29, et d'autre part qu'en divisant le reste 91 par 7 on trouve

$$91 = 7 \times 13.$$

Il en résulte, d'après la démonstration faite plus haut

$$\begin{aligned} 2933 &= 7 \times (29 + 30 \times 13) \\ &= 7 \times (29 + 390) \end{aligned}$$

et finalement

$$2933 = 7 \times 419.$$

On voit, par cet exemple, que l'emploi du tableau exige une soustraction et la division par 7 de la différence obtenue, laquelle est un nombre inférieur au nombre proposé. Or, cette division elle-même, peut être évitée par l'emploi du même tableau. Ainsi dans le cas présent, pour reconnaître si 91 est divisible par 7, on le divise par 30, ce qui donne le reste 1 et le quotient 3; en se reportant au reste 1, on trouve précisément 3 comme quotient correspondant et en regard le produit 7.13. Donc 91 = 7.13. Toutefois, pour pouvoir employer le tableau à cet usage, il faut s'assurer que la différence, 91, n'est divisible ni par 2, ni par 3, ni par 5. C'est ainsi que dans le premier exemple, on avait trouvé la différence 136 divisible par 8 ; il faudrait donc d'abord faire cette division, ce qui donne le nombre 17 qu'on reconnaît non divisible par 7, sans qu'il soit nécessaire de faire usage à nouveau du tableau. Toutefois, pour montrer comment même dans ce cas simple on pourrait en faire usage, nous remarquerons que, en divisant 17 par 30, on trouve le reste 17 et le quotient 0 ; or le reste 17 du tableau comporte le quotient 2. La soustraction 0 — 2 étant impossible, le nombre 17 n'est pas divisible par 7.

Cela étant, pour former une table permettant de trouver les diviseurs premiers d'un nombre inférieur à une certaine limite, il suffit de faire, pour tous les nombres premiers inférieurs ou égaux de la racine carrée de la limite, ce que nous avons fait pour le nombre premier 7 ; et, comme la division par 30 ne fournit pas d'autres restes que ceux dejà trouvés, on n'a qu'à réunir en un même tableau les produits fournissant le même reste et à mettre en regard de chaque produit le quotient correspondant de sa division par 30.

Nous retrouvons ainsi le principe des tables construites dans le même but par M. Lebon et dans lesquelles il donne aux divers restes servant de base aux groupements le nom *d'indicateurs*. Mais nous allons apporter à la forme de ces tables des modifications importantes ayant pour effet de les transformer presque complètement. La nature de ces modifications résultera pour nous de la mise en pratique des principes suivants :

1° Faire choix de la période ou des périodes les plus avantageuses ;

2° Adopter le dispositif réduisant autant que possible le nombre des écritures ;

3° Chercher à transformer des tables *fermées* en tables *ouvertes*, susceptibles d'être étendues au-delà des limites primitivement choisies, et cela au gré de l'opérateur et suivant les circonstances, moyennant l'emploi d'une *clef* ou méthode simple très facilement applicable.

1° *Choix de la période.* — La période peut être envisagée au double point de vue de sa *grandeur* et de sa *valeur*.

En parlant de sa grandeur, nous entendons par là qu'elle peut être un nombre plus ou moins élevé. Cette circonstance de la grandeur de la période influe directement sur la limite à atteindre ; il est clair qu'une grande période permet d'atteindre directement une limite élevée. Le choix de la grandeur de la période se trouve donc subordonné à celui de la limite, l'élévation de l'une entraînant l'élévation de l'autre et aussi, d'une façon plus rapide encore, l'étendue de la table. Comme il s'agit de s'opposer dans toute la mesure du possible à cette exagération d'étendue des tables, nous avons dû chercher un artifice permettant de rendre jusqu'à un certain point la limite à atteindre indépendante de la grandeur de la période ; nous ferons voir plus loin comment, avec une période relativement faible, nous pouvons arriver jusqu'à des limites très élevées.

En ce qui concerne la valeur de la période, une circonstance semble dominer pour son choix toutes les autres : c'est celle de sa composition en tant que produit de facteurs premiers. Si par exemple nous faisons choix de la période $30 = 2.3.5$, déjà indiquée, nous écartons de nos recherches tous les nombres divisibles par les facteurs premiers 2, 3, et 5, cette divisibilité pouvant d'ailleurs se constater au premier coup d'œil. Les divisibilités par 7 et par 11 étant également faciles à reconnaître, on voit qu'on peut pour les mêmes raisons faire choix des périodes

$$2.3.5.7 = 210, \quad \text{et} \quad 2.3.5\ 7.11 = 2.310.$$

Ces choix concordent d'ailleurs parfaitement avec les résultats trouvés plus haut dans l'étude des propriétés de la méthode d'Eratosthène.

Or, si nous ne perdons pas de vue que nous devons diviser par la période, d'une part tous les multiples de nombres premiers qui doivent figurer dans la table, d'autre part tous les nombres à essayer, et trouver les quotients et les restes de ces divisions, nous voyons qu'il y a un avantage majeur à choisir de préférence les périodes permettant de faire ces divisions rapidement et sûrement. Il importe, en effet, d'éviter toute cause d'erreur à la fois dans la construction des tables et dans les opérations d'essais. C'est pourquoi, malgré les avantages incontestables des périodes précédemment indiquées, nous n'hésitons pas à leur substituer les périodes décimales, c'est-à-dire les puissances de 10. Sans doute ce choix a pour effet de n'écarter des essais que les multiples de 2 et de 5, et d'y laisser rentrer les multiples de 3 et de 11, qui sont de détermination directe, sans le secours d'aucune table ; mais cet inconvénient ne balance pas l'avantage considérable qui résulte de l'emploi du calcul décimal, ainsi qu'il est facile de le montrer par un seul exemple. Ainsi, en faisant le produit de 137 par 171, on constate que

$$137.171 = 23427.$$

Supposons que la période choisie soit 100, ce qui nous oblige à diviser 23427 par 100, nous trouvons, *immédiatement et sans aucun calcul*, que le reste est 27 et le quotient 234, et, comme dans notre table nous devons faire figurer ces deux éléments en même temps que la composition en facteurs du nombre considéré, nous emploierons le dispositif déjà adopté

$$137.171 \overset{27}{\mid} 234$$

correspondant à l'égalité

$$23427 = 100.234 + 27$$

dispositif qui met tous ces éléments en évidence, et en même temps laisse subsister en entier le nombre donné partagé, il est vrai, en deux parties, mais cependant immédiatement reconnaissable. Avec une période non décimale, la période 30 par exemple, la division serait plus longue, et, en outre, pour conserver la trace du nombre, il faudrait l'écrire en entier, et adopter la disposition suivante

$$23427 = 137.171 \overset{27}{\mid} 780$$

le reste étant encore ici 27, mais le quotient 780 ; et cela ne ferait qu'augmenter l'étendue de la table.

Nous accordons donc la préférence exclusive aux périodes décimales, et nous donnons ci-après deux modèles de tables, l'une de base 10, l'autre de base 100. La période 30 déjà employée nous sera cependant commode pour les explications qui nous restent à donner sur le mode de construction et sur le dispositif de nos tables.

2° *Dispositif simplifié de construction.* — Soit à construire la table de période 30, qui exclut, comme nous l'avons dit, les multiples de 2, 3 et 5. Nous devons former, parmi les multiples des nombres premiers supérieurs, ceux dont les rangs diffèrent de moins de 30. C'est ainsi que nous avons déjà formé les multiples de 7 dont les rangs sont

7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31;

le rang suivant, 37, étant égal à 7 + 30 est le premier écarté.

Si l'on se conformait strictement à la méthode d'Eratosthène, il faudrait, en passant au nombre premier suivant 11, former de même les multiples à partir de 11, multiples dont les rangs seraient

11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37,

le suivant 41 étant égal à 11 + 30. Or, si l'on remarque que le multiple de 11 × 7 a déjà été formé comme multiple de 7 et comme tel introduit dans la table, on en conclut aisément que l'introduction du multiple 11 × 37 est inutile d'après le principe même de la méthode, puisqu'il suffit de former les multiples pour chaque diviseur dont les rangs diffèrent de moins de 30.

Donc le produit 7.11 qui figure dans le tableau (page 114), sous le reste 17, y figure aussi bien comme multiple de 11 que comme multiple de 7 ; et par conséquent, lorsqu'on donnera un nombre à essayer au point de vue de la recherche de ses diviseurs, l'essai devra porter sur les deux facteurs 7 et 11, c'est-à-dire que l'on devra rechercher si la différence que l'on doit fournir d'après la règle indiquée plus haut, est divisible par l'un ou l'autre des facteurs 7 et 11.

Il y a donc aussi simplification à la fois dans les écritures du tableau et dans les essais. En procédant ainsi pour tous les autres nombres premiers et en s'arrêtant au diviseur premier 31 qui clôt la série des multiples à former, la division par 30 de tous les produits obtenus nous fournit, par réunion dans un même groupe de tous ceux que fournissent le même reste, la table suivante

1		11		17		23	
7.13	3	7.23	5	7.11	2	7.29	6
11.11	4	11.31	11	13.29	12	11.13	4
17.23	13	13.17	7	17.31	17	17.19	10
19.19	12	19.29	18	19.23	14	23.31	23
29.29	28						
31.31	32						

7		13		19		29	
7.31	7	7.19	4	7.7	1	7.17	3
11 17	6	11.23	8	11.29	10	11.19	6
13.19	8	13 31	13	13.13	5	13.23	9
23.29	22	17.29	16	17.17	9	29.31	29
				19.31	19		
				23.23	17		

Cette table suffit, malgré son extrême simplicité, à trouver le plus petit diviseur premier de tous les nombres inférieurs à $37^2 = 369$.

Soit par exemple le nombre 1241 ; la division par 30 donne le reste 11 et le quotient 41. Nous reportant dans la table au reste 11, nous retranchons de 41 successivement les quotients 5, 11, 7, 18 qui figurent au-dessous du reste 11, et regardons si les différences obtenues sont divisibles par l'un ou l'autre des facteurs des produits en regard. Nous trouvons ainsi que la différence $41 - 7 = 34$ est divisible par 17, facteur du produit 13.17 correspondant au quotient 7, et comme

$$34 = 17 \times 2,$$

nous en concluons

$$\begin{aligned}1241 &= 17 \times (13 + 30.2 \\ &= 17.(13 + 60)\end{aligned}$$

et finalement

$$1241 = 17.73.$$

Dans le cas où aucune différence n'est divisible par le facteur en regard, le nombre est premier.

3° *Moyen d'étendre les tables et de les maintenir ouvertes.* — La table précédente est une table fermée et ne peut servir pour les nombres supérieurs à 1369 que si leur plus petit diviseur premier est inférieur à 37. Cette limitation des tables, si étendues qu'elles soient, est toujours un immense inconvénient ; car, malgré tout le travail dépensé, elles deviennent un instrument inutile, dès qu'on se trouve en présence d'un nombre supérieur à la limite, et pour lequel les seuls essais que peuvent fournir la table sont restés infructueux.

Est-il possible de supprimer cet inconvénient si grand, et pouvons-nous *commodément* étendre au-delà de ses limites une table déjà construite ? De plus, la règle à suivre pour cela est-elle assez simple pour que cette extension puisse se faire par chaque opérateur, suivant les circonstances, si bien que la table, au lieu d'être fermée, devienne et reste une table réellement ouverte ? La réponse à cette question va résulter des explications suivantes.

Soit ab un produit de deux facteurs premiers ou non, tel qu'en le divisant par la période p, on ait un quotient q et un reste r, conformément à l'égalité

$$ab = pq + r. \tag{1}$$

Ajoutons à chacun de ces facteurs un même multiple kp de la période ; nous aurons :

$$(a + kp)(b + kp) = ab + kp(a + b + kp),$$

d'où, en tenant compte de l'égalité (1)

$$(a + kp)(b + kp) = p \left\{ q + k(a + b + kp) \right\} + r. \tag{2}$$

Donc : 1° le nouveau produit fournit à la division par la période p le même reste que le précédent ;

2° le quotient de cette division se déduit du quotient primitif d'une façon simple exprimée par la formule précédente.

Dans le cas particulier de $k = 1$, le nouveau quotient q_1 a pour expression

$$q_1 = q + (a + b + p) ; \tag{3}$$

en d'autres termes, il se déduit du quotient q, en ajoutant à celui-ci la somme des deux facteurs du premier produit et la période. Par conséquent, si l'on forme une série de produits en ajoutant la période à chacun des facteurs du produit précédent, on obtient une série de quotients tels que chacun peut se déduire du précédent par la règle précédente.

En résumé, d'une façon ou de l'autre, les quotients successifs peuvent toujours se calculer facilement et rapidement.

Cela étant, pour étendre la table précédente au-delà de ses limites actuelles, on remarquera que cette extension revient à la formation d'une nouvelle table qui devra commencer au nombre premier 37, alors que la première commençait au nombre 7, et qui se construira d'après le même procédé, c'est-à-dire en formant les multiples de 37 et des nombres premiers suivants dont les rangs commencent à 37 et diffèrent de moins de 30. Sans doute, pour ne pas faire de double emploi, il faudrait, en appliquant strictement la méthode d'Ératosthène, supprimer dans ces rangs de multiples ceux qui sont multiples de nombres premiers antérieurs ; seulement, dans le cas précédent, la scène est dominée par la simplicité et la symétrie résultant de l'emploi et de la conservation de la période. C'est pourquoi, sans qu'il soit besoin de se préoccuper du fait que les nouveaux diviseurs, ainsi que les rangs de leurs multiples, sont premiers ou non, cette nouvelle table se construit en ajoutant la période 30 à chacun des facteurs des produits de la première table. On obtient ainsi de nouveaux produits, qu'il est inutile de former, puisque, en vertu de la démonstration précédente, les restes se conservent et que les nouveaux quotients se déduisent facilement des anciens. Il est même inutile d'écrire les nouveaux produits ; il suffit, en effet, d'indiquer en tête de la nouvelle colonne de quotients, qu'il faut ajouter 30 à chacun des facteurs des produits placés à gauche de chaque trait vertical du tableau.

Il est clair qu'une troisième table peut de la même manière se superposer à la seconde, ce qui nous donne une troisième colonne de quotients en tête de laquelle nous indiquons qu'il faut ajouter 60 aux facteurs des premiers produits et ainsi de suite *indéfiniment*. C'est ainsi que nous avons étendu notre première table par l'addition de deux périodes, ce qui nous conduit à la limite

$$97^2 = 9509.$$

TABLE DE BASE 30

POUR DÉCOMPOSER EN PRODUITS DE FACTEURS PREMIERS LES NOMBRES DE 1 A 9.509.

1		30	60
7.13	3	53	163
11.11	4	56	168
17.23	13	83	213
19.19	12	80	208
29.29	28	116	264
31.31	32	124	276

7		30	60
7.31	7	75	203
11.17	6	64	182
13.19	8	70	192
23.29	22	104	246

11		30	60
7.23	5	65	185
11.31	11	83	215
13.17	7	67	187
19.29	18	96	234

13		30	60
7.19	4	60	176
11.23	8	72	196
13.31	13	87	221
17.29	16	92	228

17		30	60
7.11	2	50	158
13.29	12	84	216
17.31	17	95	233
19.23	14	86	218

19		30	60
7.7	1	45	149
11.29	10	80	210
13 13	5	61	177
17.17	9	73	137
19.31	19	99	239
23.23	17	93	229

23		30	60
7.29	6	72	198
11.13	4	58	172
17.19	10	76	202
23.31	23	107	251

29		30	60
7.17	3	57	171
11.19	6	66	186
13.23	9	75	191
29.31	29	119	269

On voit par là comment, à l'aide d'un artifice d'une extrême simplicité, nous avons pu étendre considérablement les limites de la première table, sans augmenter sensiblement son étendue. Le mode d'emploi de cette seconde table est d'ailleurs le même que celui de la première, avec cette particularité que le nombre des essais possibles est augmenté et que lorsqu'on fait usage des quotients contenus dans la deuxième et troisième colonnes, il faut ajouter 30 ou 60 aux produits de gauche, conformément aux indications faites en tête de ces colonnes.

Considérons, par exemple, le nombre 4717 ; la division par 30 donne le reste 7 et le quotient 157. En nous reportant au reste 7, nous voyons d'abord que nous n'avons pas à nous occuper des nombres de la troisième colonne qui sont tous supérieurs à 157. Nous avons donc simplement à retrancher de 157 les nombres des deux premières colonnes, et à rechercher si les différences sont divisibles par l'un ou l'autre des facteurs des produits correspondants. Or, on a $157 - 104 = 53$; comme 104 est dans la seconde colonne, le produit correspondant est, non pas 23.29, comme il est écrit sur la table, mais $(23 + 30)\ (29 + 30)$ ou 53.59 ; la différence $157 - 104 = 53$ étant divisible par 53, le nombre donné 4717 est divisible par 53, et, d'après la règle déjà appliquée,

$$\begin{aligned} 4617 &= 53.(59 + 30 \times 1) \\ &= 53.89. \end{aligned}$$

L'addition d'un plus grand nombre de périodes reste toujours possible, et les quotients correspondants peuvent se calculer sans la moindre difficulté. La table reste donc complètement ouverte, avec cette particularité que son extension peut être limitée à tel reste que l'on veut, sans être appliquée à la table entière. Il est donc possible, ainsi que nous l'avions fait pressentir plus haut, de rendre la limite à atteindre indépendante de la grandeur de la période servant de base à la construction de la table. Toutefois une extension trop grande aurait l'inconvénient, surtout en faisant l'usage de périodes faibles, comme 10 ou 30, d'obliger à faire des essais sur des nombres presque aussi grands que le nombre productif et pour lesquels la difficulté reste du même ordre.

Tables décimales. — La période 30 nous a été très commode pour donner nos explications sur le mode de construction et sur l'usage des tables. Cette tâche terminée, et pour les raisons exposées plus haut, nous revenons aux périodes décimales qui sont les seules vraiment pratiques. Nous avons construitdeux de ces tables, la première de base 10 dont une seule colonne de quotients donne la limite 100, a été étendue, par l'addition de neuf périodes, jusqu'à la limite 10 000 ; néanmoins cette extension relativement très grande ne complique pas la table, qui reste de très simple apparence et constitue à tous les points de vue la table pratique par excellence, puisqu'elle s'applique à tous les nombres n'ayant pas plus de quatre chiffres, lesquel sont les plus usuels.

La seconde table de base 100, pour laquelle une seule colonne de quotients donne la limite 10 000, a été étendue, par l'addition de deux périodes, jusqu'à la limite 100 000. Elle peut ainsi servir pour tous les nombres ayant cinq chiffres, et pas davantage, lesquels sont déjà de grands nombres. L'addition de neuf périodes, comme dans la table de base 10 aurait conduit à la base 1 000 000 ; cette extension n'aurait pas compliqué cette table plus que la précédente, mais lui aurait donné une étendue disproportionnée à celle de ce simple mémoire, auquel elle fait suite en qualité de modèle de table à construire. Construite isolément, elle serait vraiment très courte.

Une table de base 1000 qui par une seule colonne de quotients conduit à 1 000 000, conduit, par l'addition de deux périodes, à la limite 10 000 000, et par l'addition de neuf périodes, à la limite 100 000 000. L'addition de 30 périodes conduirait à un milliard.

Enfin la table de base 10 000 qui conduit directement à 100 000 000, conduirait, par l'addition de 2, 9 et 30 périodes, aux limites un milliard, dix milliards, cent milliards, alors que la table de base 30 030, proposée par M. Lebon, conduirait seulement à 900 000 000 environ. Sans doute les dimensions de la table de base 10 000 seraient assez considérables, mais elles seraient loin d'être exagérées. Quant à celles de la table de base 1 000 qui permet d'atteindre un milliard, elles sont relativement restreintes, si l'on considère les grands nombres qu'elles servent à décomposer ; elles se composent en effet de 400 tableaux comprenant les uns 400, les autres 420 lignes horizontales.

On peut donc considérer comme résolue la question de la décomposition de tous les nombres, même les plus grands, en produits de deux facteurs, et par suite en produits de facteurs premiers. A l'aide des tables décimales que nous proposons, cette décomposition se fait automatiquement, par un simple jeu d'écriture, sans opérations autres que les soustractions et les divisions immédiates par 2 et par 5. Il y a évidemment un certain nombre d'essais à effectuer, ce qui est toujours long et fastidieux ; mais il faut bien savoir sacrifier un peu de temps pour obtenir des résultats qui, sans ces méthodes de simplifications, doivent être considérés, dans beaucoup de cas, comme inaccessibles.

Nous avons fait remarquer que l'addition des périodes pour l'extension des tables a l'inconvénient d'introduire des facteurs non premiers, en sorte que ces tables permettent simplement la décomposition d'un nombre en un produit de deux facteurs dont aucun n'est nécessairement premier, décomposition qui n'en est pas moins d'une grande utilité, puisqu'elle est le point de départ des décompositions ultérieures. Pour éviter des essais inutiles, nous avons placé des astériques à la droite ou à la gauche, ou encore à droite et à gauche de chaque quotient lorsque le facteur de droite ou le facteur de gauche du produit correspondant est premier, ou qu'ils le sont tous les deux.

TABLE DE BASE 10

POUR DÉCOMPOSER EN PRODUITS DE FACTEURS PREMIERS LES NOMBRES DE 1 A 10.000.

1		10	20	30	40	50	60	70	80	90
1.1	*0*	*12*	44	*96*	*168*	260	*372*	*504*	656	828
3.7	*0*	*20*	*60	120*	*200*	*300	420*	*560	*720*	900*
9.9	8	*36*	*84*	152	240	*418*	546	*684*	*842*	1030

3		10	20	30	40	50	60	70	80	90
1.3	*0*	*14*	48*	*102	*176*	270*	*384	*518*	672*	846
7.9	*6	*32*	78*	*144	*230	336*	*462	608*	*774	*960

7		10	20	30	40	50	60	70	80	90
1.7	*0*	*18*	56	*114*	*792*	290	*408*	*546	704*	882*
3.9	*2	*24*	*66*	128	*210	*312*	434	*576*	*738*	920

9		10	20	30	40	50	60	70	80	90
1.9	*0	*20*	60*	*120	*200	300*	*420	*560*	720*	900
3.3	*0*	*16*	*52*	108	*184*	*280*	396	*532*	*688*	864
7.7	*4*	*28*	72	*136*	*210*	314	*438*	582	*746*	*930*

POUR DÉCOMPOSER EN PRODUITS DE FACTEURS PREMIERS LES NOMBRES DE 1 A 100.000.

01		100	200
1.1	*0*	*102*	404
3.67	*2*	*172*	542
7.43	*3*	*153	703
9.89	8*	*206	604
11.91	*10	212*	*514
13.77	*10	*200	590*
17.53	*9*	179	549
19.79	*15*	213*	611*
21.81	17	219*	621*
23.87	*20	230	*640
27.63	17	*207*	*597*
29.69	*20	218	*616*
31.71	*22*	*224	626*
33.97	32*	262*	*692
37.73	*27*	*237	647
39.59	23*	*221	*619
41.61	*25*	227	*629
47.83	*39*	269	699*
49.49	24	*222*	620
51.51	26	*228*	*630*
57.93	53	*303	*653*
99.99	98	*396*	894

03		100	200
1.3	*0*	*104*	408
7.29	*2*	*138	474*
9.67	6*	*182*	558
11.73	*8*	192	*582
13.31	*4*	*148*	492
17.59	*10*	186	562
19.37	*7*	163*	519
21.43	9*	173	537
23.61	14*	198	*582
27.89	24*	*240	*656
33.91	30	254*	*678
39.77	30	*246	*662*
41.83	*34*	258	*682*
47.49	23	219*	615
51.53	27*	*231	*635
57.79	45*	*281*	*717
63.81	51	*295*	*739*
69.87	60	316	*772
71.93	*66	330*	*794*
97.99	*96	*392*	888

07		100	200
1.7	*0*	*108*	416
3.69	*2*	*174	546*
9.23	2*	*134	466*
11.37	*5*	153*	*501
13.39	*5	*157*	509*
17.71	*12*	190	578*
19.53	*10*	182	554
21.67	14*	202*	690
27.41	11*	*179	*547*
29.83	*24*	236	*648*
31.97	*30*	*258*	686
33.79	26*	238*	*650
43.49	*21	213*	605
47.81	*38	266*	694*
51.57	29	*237*	*645*
59.73	*43*	275	707
61.87	*53	301	749
63.89	56*	*308	*760
77.91	70	338*	*806
93 99	92	*384*	*876

09		100	200
1.9	*0	*110*	420*
3.3	*0*	*106	412
7.87	*6*	*200	594
11.19	*2*	132	*462
13.93	12*	*300	*624*
17.77	*13	207	701*
21.29	6*	156	516*
23.83	*19*	225	*631*
27.67	18*	*212*	*606
31.39	*12	*182*	552*
33.73	24*	224	*624
37.57	*21	*215*	611*
41.49	*20	210*	*600
43.63	*27	233*	639*
47.47	*22*	216	610
51.59	30*	*249	*668
53.53	*28*	234	644
61.69	*42	272	702*
71.79	*56*	306*	*756
81.89	72*	*351	*830
91.99	90	*380*	870
97.97	*94*	*384*	878

11		100	200
1.11	*0*	*112	424
3.37	*1*	*141*	481
7.73	*5*	*185	565
9.79	7*	*193*	579
13 47	*6*	*166	526
17.83	*14*	214	614*
19.69	13	201	*589*
21.91	19	231*	643
23.57	*13	193*	*573*
27.93	25	*245*	*665*
29.59	*17*	205	*693
31.81	*25	*237*	649*
33.67	22*	222*	*622
39 49	19	*207*	*595
41.71	*29*	241	*653*
43.77	*33	253	673*
51.61	31*	*243	*655
53 87	*46	286	726
63.97	61*	*321*	*781
89.99	*88	376*	864

13		100	200
1.13	*0*	*114*	428
3.71	*2*	*176	550*
7 59	*4*	*170	536
9.57	5	*171*	537*
11.83	*9*	203	*597*
17.89	*15*	221	627
19.27	*5	151*	497*
21 53	11*	185	559
23.31	*7*	161*	*515
29.97	*28*	254*	*680
33.61	20*	214	*608
37.49	18	*204*	590
39 67	26*	*232*	*638
41.93	*38	272*	*706*
43.91	*39	273*	707
47.79	*37*	263*	689
51.63	32	*246*	*660*
69.77	53	299	*745*
73.81	*59	313*	767*
87.99	*86	392*	878

17		100	200
1.17	*0*	*118	436
3.39	*1	*143*	485*
7.31	*2*	*141*	480*
9.13	1*	*123*	445
11.47	*5*	163	*521
19.43	*8*	170	532
21.77	16	214	612
23.79	*18*	220*	*622
27.71	19*	*217	*615*
29.73	*21*	223	*625
33.49	16	198*	*580
37.41	*15*	*233	651
51.67	34*	*252*	*670
53.89	*47*	289	731
57.81	46	*284*	*722*
59.63	*37	259*	681*
61 97	*59*	287*	715
69.93	64	326*	*788*
83 99	*82	364*	*846*
87.91	79	357*	835

19		100	200
1 19	*0*	*120	440
3.73	*2*	*178	554
7.17	*1*	*125	449
9.91	8	*208*	608
11.29	*3*	143	*483*
13 63	*8	*184*	560*
21.39	8	168*	528*
23.53	*12*	188	*564
27.97	26*	*250*	*674
31.49	*15	*195*	575
33.43	14*	190	*566
37.87	*32	*254	678
41.59	*24*	224	*628
47.77	*36	260	684*
51.69	35	*255	*670*
57.67	38*	*262	*686
61.79	*48*	288*	728
71.89	*63*	323	*783
81.99	80	*360*	*840
83.93	*77	353*	*829*

21		100	200
1.21	*0	*122	444
3.7	*0*	*110*	420
9.69	6	*184	562*
11.11	*1*	123	*445*
13.17	*2*	*132	462
19.59	*11*	189	567
23.27	*6	156*	*516*
29.49	*14	192*	*570
31.91	*28	*250*	672
33.37	12*	182*	*552
39.39	15	*193	*571
41.81	*33	223*	613*
43.47	*23*	213	603
51.71	36*	*258	*680*
53.57	*30	240*	650*
61.61	*37*	259	681
63.67	42*	*272*	*702
73.77	*56	306	736*
79.99	*78	*356*	834
83.87	*72	342	*812
89.89	*79*	357	835
93.97	90*	*380*	*870

23		100	200
1.23	*0*	*124	448*
3.41	*1*	*145	489*
7.89	*6*	*202	598
9.47	7*	*163	519
11.93	*10	214*	*618*
13.71	*9*	*193	577*
17.19	*3*	139	439
21.63	13	197*	581*
27.49	13	*189*	*565
29.87	*25*	241	*657
31.33	*10	*174	538*
37.79	*29*	*225*	621
39 57	*22	*218*	*614*
43.61	*26*	230	634
51.73	37*	*261	*685
53.91	*48	292*	736
59.97	*57*	313*	739
67.69	*46	*282	718*
77.99	76	352*	*828
81.83	67*	*331	*795*

27		100	200
1.27	*0	*128*	456*
3.9	*0	*112*	424
7.61	*4*	*172	540
11 57	*6	174*	*542*
13:79	*10*	*202*	594
17.31	*5*	153*	501
19.33	*6	158	510*
21.87	18	226	634
23.49	*11	183*	*555
29.63	*18	190*	*562*
37.71	*26*	*234	642*
39.93	36	*268*	*700*
41.47	*19*	207	*595
43.89	*38*	270	702
51.77	39	*237	*665*
53.59	*31*	243	655
67.81	*34	*302*	750
69.83	57*	309	*761*
73 99	*72	344*	816
91.97	88*	*376*	864

31		100	200
1.31	*0*	*132*	464
3.77	*2	*182	562*
7.33	*2	*142	482*
9.59	5*	*173	541
11.21	*2	134	*466
13.87	*11	*211	611
17.43	*7*	167	527
19.49	*9	177*	545
23.97	*22*	242*	*662
27.53	14*	*194	*574
29.39	*11	180*	*549*
37.63	*23	*223*	623*
41.91	*37	269*	*701
47:73	*34*	266	698
51.81	41	*273*	*705*
57.83	47*	*287	*727*
61.71	*43*	275	707*
67.93	*62	*322*	782*
69.99	68	336*	*804
79.89	*70*	*338	806

37		100	200
1.37	*0*	*138*	476
3.79	*2*	*184*	576
7.91	*6	*204*	602*
9.93	8	*210*	612
11.67	*7*	185*	*563
13.49	*6	*168*	530
17.61	*10*	188	566
19.23	*4*	146	488
21 97	20*	238*	656
27.31	8*	*166*	*524
29.53	*15	197	*579
33.89	29*	251	*673
39.83	32*	*254	*676*
41.57	*23	221*	*619*
43.59	*25*	227	629
47.71	*33*	251	669*
51.87	44	*282	*720
63.99	62	*324*	*786
69.73	50*	292	*734
77.81	62	320*	*780*

41		100	200
1.41	*0*	*142	484*
3.47	*1*	*151	501
7.63	*4	*174*	544*
9.49	4	*162*	520
11.31	*3*	*145*	*487
13.57	*7	177*	547*
17.73	*12*	202	592
19.39	*7	165*	523*
21.21	4	166	528
23.67	*15*	205*	*595
27.83	22*	*232	*642*
29.29	*8*	166	*524
32.77	25	235	*645*
37 93	*34	*264*	694*
43.87	*37	267	697
51.91	46	*288*	*730
53.97	*51*	301*	751
59.99	*58	316*	774
61.81	*49	291*	733*
69.89	61*	329	*787
71.71	*50*	292	*734*
79.79	*62*	*320	778

47		100	200
1.47	*0*	*148	496
3.49	*1	*153*	515
7.21	*1	*129	457*
9.83	7*	*199	591*
11.77	*8	196	*584*
13.19	*2*	*134	466
17 91	*15	223*	631
23.89	20*	239	*658*
27.61	16*	*204	*592
29.43	*12*	184	*556
31.37	*11*	*179*	547
33 59	19*	211	*603
39.73	28*	*240	*632
41.67	*27*	235*	*643
51.97	49*	*297*	*745
53.99	*52	304*	*756
57.71	40*	*268	696*
63.69	43	*275	*707*
79.93	*73	*345*	817*
81.87	70*	*338	*806

29		100	200
1.29	*0*	*130	460*
3.43	*1*	*147	493
7.47	*3*	*157	511
9 81	7	*195*	583*
11.39	*4	154*	*504*
13 33	*4	*150	496*
17.37	*6*	160*	514
19.91	*17	227*	637
21.49	10	180*	550
23.23	*5*	151	*497
27.27	7	*161	*515
31.59	*18*	*208	598
41.69	*28	138	*548*
51.79	40*	*270*	*700
53.93	*49	295*	741*
57.97	55*	*309*	*763
61.89	*54*	304	754
63.83	52*	*298	*744*
67.87	*58	*312	766
71.99	*70	340*	*810
73.73	*53*	299	745
77.77	59	313	*767

33		100	200
1.33	*0	*134	468*
3.11	*0*	114	428*
7.19	*1*	*127	453
9.37	3*	*149*	495
13.41	*5*	*159	513*
17.49	*8	174*	540
21.73	15*	209	603
23.71	*16*	210	*604*
27.79	21*	*227*	*633
29.77	*22	228	*634*
31.43	*13*	*187	561
39.47	18*	*204	*590
51.83	42*	*276	*710*
53.61	*32*	246	660
57.69	39	*265	*691*
59.87	*51	297	743
63.91	57	*311*	*765
67.99	*66	*332*	798
81.93	75	*349*	*823*
89.97	*86*	372*	858

39		100	200
1.39	*0	*140*	480*
3.13	*0*	*116*	432
7.77	*5	*189	573*
9.71	6*	*186	566*
11.49	*5	165*	*525
17.67	*11*	195*	579
19.81	*15	215*	615*
21.59	12*	201	590
23 93	*21	237*	*653*
27.57	15	*199*	*583*
29.91	*26	246*	*660
31.69	*21	*221	621*
33.83	27*	243	*659*
37.47	*17*	*201	585
41.79	*32*	252*	*672
43.73	*31*	247	663
51.89	45*	*285	*725
53.63	*33	249*	665*
61.99	*60	320*	780
87.97	84*	368*	852

43		100	200
1.43	*0*	*144	488
3 81	*2	*186*	570*
7.49	*3	*159*	515
9 27	2	*138*	468*
11.13	*1*	125*	*449
17.79	*13*	209*	605
19.97	*18	234*	650
21.83	17*	221	625*
23.41	*9*	173	*537*
29.67	*19*	215*	*611
31.53	*16*	*200	584
33.71	23*	227	*631*
37.39	*14	*190*	566*
47.69	*32	248	664*
51.93	47	*291*	*735*
57.99	56	*312*	*768
59.77	*45	281	717*
51.63	*38	262*	686*
73.91	*66	330*	794
87.89	77*	353	829

49		100	200
1.49	*0	*150*	500
3.83	*2*	*188	574*
7 7	*0*	*114	428
9 61	5*	*119	433
11.59	*6*	176	*546
13.73	*9*	*195	581
17.97	*16*	231*	646
19.71	*13*	203	593*
21.69	14	204	594*
23.63	*14	200*	*586*
27.87	23	*237	*651
29.81	*23	233*	*643*
31 79	*24*	*234*	644
33.53	17*	203	*589
37.77	*28	*242	656*
39.91	35	*265*	*695
41.89	*36*	266	*696
43.43	*18*	204	590
47.67	*31*	245*	659
51.99	50	*300*	*750
57.57	32	*246*	*660
93.93	86	372*	*858*

51		100	200
1.51	*0	*152*	504*
3.17	*0	*120	440
7.93	*6*	*206*	606*
9.39	3	*148*	496*
11.41	*4*	156	*508*
13.27	*3	*143*	483*
19.29	*5*	153	501*
21.31	6*	158*	510
23.37	*8*	168*	*528
33.47	15*	195	*575
43.57	*24	224*	624*
49.99	48	*296*	744
53.67	35*	255*	675
59.89	*52*	300	748
61.91	*55	307*	759
63.77	48	*288	*728*
69.79	54*	302*	*750
71.81	*57	309*	*761*
73.87	*63	323	783
83.97	80*	360*	*840

53		100	200
1.53	*0*	*154	508
3.51	*1	*155*	509*
7.79	*5*	*191*	577
9.17	1*	*127	453
11.23	*2*	136	*470*
13.81	*10	*204*	598*
19.87	*16	222	628
21.93	*19	233*	647*
27.39	10*	*176*	*542*
29.57	*16	202*	*588*
31.63	19	*213*	607*
33.41	13*	187	*561*
37.69	*25	*231	637*
43.71	*30*	244	658*
47.99	*46	292*	738
49.97	47*	*293*	739
59.67	*39*	265*	691
61.73	*44*	278	712
77.89	68*	335	*802
83.91	*75	349*	*823

57		100	200
1.57	*0	*158*	516*
3.19	*0*	*122	444
7.51	*3	*161*	519*
9.73	6*	*188	570
11.87	*9	207	*605
13.89	*11*	*213	615
17.21	*3	141	479
23.59	*13*	195	*577
27.91	24	*242*	*660
29.33	*9	171	*533*
31.47	*14*	*192	570
37.61	*22*	*220	618
39.63	24	*226*	*628*
41.77	*31	249	*667*
43.99	*42	284*	726
49.93	45	287*	729
53.69	*36	258	670*
67.71	*47*	*285	723*
79.83	*65*	*327	789*
81.97	78*	*356*	*834

59		100	200
1.59	*0*	*160	520
3.53	*1*	*157	513
7.37	*2*	*146*	590
9.51	4	*164*	524*
11.69	*7	187	*567*
13.43	*5*	*161	517
17.27	*4	148*	492*
19.61	*11*	191	571
21.79	16*	216*	616
23.33	*7	163	*519*
29.71	*20*	220	*620*
31.89	*27*	*247	667
39.81	31	*251*	671*
41.99	*40	280*	*720
47.97	*45*	289*	733
49.91	44	*284*	724
57.87	49	*293	*737
63.93	58	*313*	*769*
67.77	*51	*295	739*
73.83	*60*	316	772*

61		100	200
1.61	*0*	*162	524
3.87	*2	*192	582
7.23	*1*	*131	461*
9.29	2*	*140	478*
11.51	*5	167*	*529*
13.97	*12*	*222*	632
17.33	*5	155	505*
19.19	*3*	141	479
21.41	8*	170	532*
27.43	11*	*181	*551
31.31	*9*	*171	533
37.53	*19*	*209	599
39.99	38	*276*	*714
47.63	*29	239*	649*
49.89	43*	*281	719
57.73	41*	*271	*701
59.79	*46*	284*	722
67.83	*55*	*305	755*
69.69	47	285	*723
71.91	*64	326	*788
77.93	71	341*	*811
81.81	65	*327*	*789*

63		100	200
1.63	*0	*164*	528*
3.21	*0	*124	424
7.9	*0	*116*	416
11.33	*3	147	*491*
13.51	*6	*170*	534*
17.39	*6	162*	518*
19.77	*14	210	606*
23.81	*18	222*	*626*
27.69	18	*214	*610*
29.47	*13*	189	*665
31.73	*22*	*226	630
37.99	*36	*272*	708
41.43	*17*	201	*585*
49.87	42*	*278	714
53.71	*37*	261	685
57.59	33*	*249	*665
61.83	*50*	294	738*
67.89	*59*	*305	751
79.97	*76*	*352*	828
91.93	84	*360*	844*

67		100	200
1.67	*0*	*168*	468
3.89	*2*	*194	586
7.81	*5	*193*	581*
9.63	5	*177*	549*
11.97	*10*	218*	*626
13.59	*7*	*179	551
17.51	*8	176*	544*
19.93	*17	229*	641*
21.27	5	153*	501*
23.29	*6*	158	*510*
31.57	*17	*205*	693*
33.99	32	264*	*696
37.91	*33	*261*	689
39.53	20*	*212	*604
41.87	*35	263	*691
43.69	*29	241	653*
47.61	*28*	236	644
49.83	40*	*272	714*
71.77	*54	282	*710*
73.79	*57*	309*	761

69		100	200
1.69	*0	*170	470*
3.23	*0*	*126	426*
7.67	*4*	*178*	562
9.41	3*	*153	503*
11.79	*8*	198*	*588
13.13	*1*	*127	453
17.57	*9	183*	557*
19.51	*9	179*	549*
21.89	18*	228	638
27.47	12*	*186	*560
29.61	*17*	207	*597
31.99	*30	*260*	690
33.93	30	256*	*682*
37.37	*13*	*187	561
39.71	27*	*237	*647*
43.83	*35*	261	687*
49.81	39*	*269*	699*
53.73	*38*	264	690
59.91	*53	303*	753
63.63	39	*265	*691
77.97	74*	348*	*822
87.87	75	349	823

71		100	200
1.71	*0*	*172	472*
3.57	*1	*161*	521
7.53	*3*	*163	523
9.19	1*	*121	441
11.61	*6*	178	*550
13.67	*12*	*192*	572
17.63	*10	190*	570*
21.51	10	182*	554*
23.77	*17	217	*617*
27.73	19*	*219	*619
29.99	*28	256*	*684
31.41	*12*	*184	556*
33.87	28	248	*668
37.83	*30*	*250	670*
39.89	34*	*262	*690
43.97	*41*	281*	721
47.93	*43	283*	723*
49.79	38*	*266*	694
59.69	*40	268	696*
81.91	73	*345*	*817

73		100	200
1.73	*0*	*174	474
3.91	*2	*196*	590
7.39	*2	*142*	482*
9.97	8*	*214*	620
11.43	*4*	158	*552
13.21	*2	*136	470
17.69	*11	197	583*
19.67	*12*	198*	584
23.51	*11	185*	*559*
27.99	26	*141*	*566
29.37	*10*	176*	*542
31.83	*25*	*239	653*
33.81	26	240*	*650*
41.53	*21*	215	*609
47.59	*27*	233	639
49.77	37	*253	669*
57.89	50*	*296	*742
61.93	*56	270*	684*
63.71	44*	*278	*712
79.87	*68*	*334	800

77		100	200
1.77	*0	*178	556*
3.59	*1*	*163	525
7.11	*0*	*118	436*
9.53	4*	*166	528
13.19	*3*	*145	487*
17.81	*13	211*	609*
19.83	*15*	217	619*
21.37	7*	165*	523
23.99	*22	244*	*666
27.51	13	*191*	*565*
31.67	*20*	*218*	616
33.69	22	224	*626*
39.43	16*	*198	*580
41.97	*39*	277*	*715
47.91	*42	280*	718
49.73	35*	*257	679
57.61	34*	*252	*670
63.79	49*	*291*	*733
71 87	*61	319	*777
89.93	*82	354*	826*

79		100	200
1.79	*0*	*180*	560
3.93	*2	*198*	594*
7 97	*6*	*210*	614
9.31	2*	*142*	482
11.89	*9*	209	*609
13.83	*10*	*226	642*
17.87	*14*	218	622
19.41	*7*	167	527*
21.99	20	240*	660
23.73	*16*	212	*608
27.77	20	*224	*628*
29.51	*14*	194*	*574*
33.63	20	216*	*612*
37.67	*24*	*228*	632
39.61	23*	*223	*623
43.53	*22*	218	614
47.57	*26	230*	634*
49.71	34*	*254	674*
59.81	*47	247*	647*
69.91	62	322*	*782

81		100	200
1.81	*0	*182*	564*
3.27	*0	*130*	430*
7.83	*5*	195	585*
9.9	0	*118	436
11.71	*7*	189	*571*
13 37	*4*	*154*	504
17.93	*15	225*	635*
19.99	*18	236*	654
21.61	12*	194	576
23.47	*10*	180	*550
29.89	25*	243	*661
31 51	*15	*197*	579*
33.57	18	208*	*598*
39.79	30*	*248*	*666
41.41	*16*	198	*580*
43.67	*28*	238*	648
49.69	33	*251	669*
53.77	*40	270	700*
59.59	*34*	242	660
63.87	54	*304	*754
73.97	*70*	340*	810
91.91	82	*364*	846

83		100	200
1.83	*0*	*184	568*
3.61	*1*	*165	529
7.69	*4	*180	556*
9 87	7	*205	601
11.53	*5*	169	*533
13.91	*11	*215*	619
17.99	*16	232*	648
19.57	*10	186*	562*
21.23	4*	148	492*
27 29	7*	*165	*521*
31.93	*28	*252*	676*
33.51	16	200*	*584*
37.59	*21*	*217	613
39.97	37*	*273*	*709
41.63	*25*	229*	*633*
43.81	*34	258*	682*
47.89	*41*	277	713
49.67	32*	*248*	664
71.73	*51*	295	*739
77.79	60*	316*	*772

87		100	200
1.87	*0*	*188	576
3.29	*0*	*132	464*
7.41	*2*	*150	498*
9.43	3*	*155	507
11.17	*1*	129	*457
13.99	*12	*224*	636
19.73	*13*	205	597
21.47	9*	177	545
23.69	*15	207	*599*
27.81	21	*229*	*637*
31.77	*23	*231	639*
33.39	12	184*	*556*
37.51	*18	*206*	594*
49.63	30	*242*	654*
53.79	*41*	273*	705
57.91	*51	*299*	*747
59.93	*54	306*	758*
61 67	*40*	268*	696
71.97	*68*	336*	*804
93.89	*73*	339	*805

89		100	200
1.89	*0*	*190	580
3.63	*1	*167*	533*
7.27	*1	*135*	469*
9.21	1	*131	461
11.99	*10	220*	*630
13.53	*6*	*172	538
17.17	*2*	136	470
19.31	*5*	155*	505
23.43	*9*	175	*541
29.41	*11*	181	*551*
33.33	10	176	*542
37.97	*35*	*269*	703
39.51	19	*209*	*599*
47.87	*40	274	708
49.61	29*	*239	649
57.77	43	*277	*711*
59.71	*41*	271	701*
67.67	*44*	*278	712
69.81	55	295*	*735*
73.93	*67	333*	799*
79.91	*71	*341*	811
83.83	*68*	344	*820*

91		100	200
1.91	*0	*192*	584
3.97	*2*	*202*	602
7.13	*0*	*120*	440
9.99	8	*216*	624
11.81	*8	200*	*592*
17.23	*3*	143	483*
19.89	*16*	218	626
21.71	14*	206	598*
27.33	8	*168	*528*
29.79	*22*	230*	*638
31.61	*18*	*210	612
37.43	*15*	*195	575
39 69	26	*234	*642*
41 51	*20	212*	*614*
47 53	*24*	224	624
49 59	28*	*336	744
57.63	35	*255*	*675*
67.73	*48*	*288	728
77.83	63*	323	*783*
87.93	80	360*	840*

93		100	200
1.93	*0*	*194*	588*
3.31	*0*	*134*	468
7.99	*6	*212*	618
9.77	6	*192	578*
11 63	*6	180*	*554*
13.61	*7*	*181	555
17.23	*4*	150	496*
19.47	*8*	174	540
21 33	6	160	514*
23.91	*20	234*	*648
27.59	15*	*201	*587
37.89	*32*	*258	684
39.87	33	*265	*695
41.73	*29*	243	*657
43.51	*21	215*	609*
49.57	27	*233*	639*
53.81	*42	276*	710*
67.79	*52*	*298*	744
69.97	66*	332*	*798
71.83	*58*	312	*766*

97		100	200
1.97	*0*	*198*	596
3.99	*2	*204*	606
7.71	*4*	*182	560*
9.33	2	*144	486*
11.27	*2	140*	*478*
13.69	*8	*190	572*
17.41	*6*	164	522*
19.63	*11	191*	571*
21.57	11	189*	567*
23.39	*8	170*	*532*
29.93	*26	248*	*670*
31.87	*26*	*224	662
37.81	*29	*247*	665*
43 79	*33*	255*	677
47.51	*23	221*	619*
49.53	25*	*227	629
59.83	*48*	290	732*
61.77	*46	284	722*
67.91	*60	*318*	776
73.89	*64*	326	788

99		100	200
1.99	*0	*200*	600
3.33	*0	*136	472*
7.57	*3	*167*	531*
9.11	0*	*120	440*
13.23	*2*	*138	474*
17.47	*7*	171	535
19.21	*3	143	489
27.37	9*	*173*	*537
29.31	*8*	168*	*528
39.41	15*	*195	*575*
43.93	*39	275*	711*
49.51	24	*224*	624*
53.83	*43*	279	715*
59.61	*35*	255	675
63 73	45*	*281	*717
67.97	*64*	*328*	792
69.71	48*	288	*728*
77.87	66	330	*794
79.81	*63	*323*	783*
89.91	*80	360*	840

CAUSES GÉNÉRALES

de l'évolution de la concentration des liquides gastriques

BASE DES RÉGIMES ALIMENTAIRES

par M. J. WINTER (1)

Dans un précédent mémoire (2) j'ai montré que, pendant la digestion gastrique, la concentration du mélange alimentaire se modifie constamment.

Pour le repas de pain, auquel se rapportent tous les faits que j'ai cités dans ce mémoire, cette concentration *diminue* du commencement à la fin du cycle digestif.

Les concentrations qui, vues isolément, semblent disparates et sans aucune utilité, revêtent, ainsi systématisées, un caractère pratique de premier ordre.

J'en ai déduit, directement, quelques applications : signification des liquides à jeun ; courbe évolutive normale pour le repas de pain ; limite physiologique de la digestion de ce repas. Cette conséquence est, tout particulièrement, importante et pratique.

Le mémoire en question n'étant qu'un exposé de faits ne contient ni théorie ni hypothèse.

Dans le mémoire actuel j'étudierai les causes générales de ce singulier phénomène qu'est l'évolution de la concentration. Elles en expliquent le mécanisme, la marche et la limite et mettent en lumière quelques nouvelles conséquences que l'observation exclusive de faits relatifs au seul repas de pain ne permet pas d'entrevoir.

Quand ces causes seront connues le phénomène évolutif nous paraî-

---

1. De même que les deux précédents (ce bulletin : 1905 et 1906), ce mémoire contient la substance d'un chapitre d'une monographie, qui paraîtra ultérieurement. Tous les éléments en sont inédits et tous les exemples cités sont tirés de la collection de mes recherches personnelles (Winter).

2. Bulletin de la Société Philomatique, Paris, Série 9, tome 8, page 110 (1906).

tra simple et naturel, et certaines notions, obscures jusqu'ici et étriquées, se clarifieront et prendront de l'ampleur.

Pour préciser la pensée et simplifier le langage, je me servirai assez fréquemment, dans ce mémoire, de la représentation symbolique de la concentration.

Cela est fort avantageux pour la discussion et n'introduit aucune complication spéciale.

⁂

Quelles sont les causes qui font évoluer la concentration pendant la digestion gastrique?

Au lieu de les demander à d'incertaines hypothèses, je vais les déduire de l'expression elle-même de la concentration, en donnant à cette expression une extension qu'elle comporte. Ces causes nous apparaîtront ainsi sans effort et sans la moindre incertitude.

Au début de mon précédent mémoire (1906) j'ai dit que la concentration (r) répond à la relation :

$$r = \frac{R}{V}$$

(V) étant une portion quelconque du contenu stomacal, celle que l'on utilise pour y doser la matière dissoute (R) qu'elle renferme.

Ce rapport $\left(\frac{R}{V}\right)$ *ne change pas* si, au lieu d'une fraction arbitraire de ce contenu gastrique, on y fait figurer *son volume total actuel* et *toute* la matière (R) que ce volume tient en dissolution.

Pour les besoins du sujet je désignerai ce volume total (V) par (G + E), où (G) représente la proportion actuelle de sécrétion gastrique qu'il contient et (E) ce qui y reste de l'eau primitivement ingérée avec le repas d'épreuve.

La concentration peut alors s'écrire :

$$r = \frac{R}{G + E}.$$

Cette relation signifie, à présent, que la concentration (r) dépend, à tout instant et *sans ambiguïté,* de la matière (R) dissoute dans le mélange gastrique, de la quantité actuelle qui y reste du liquide ingéré et de la quantité actuelle de sécrétion qui y est mélangée.

Il en résulte avec une évidence indiscutable, que *toutes les causes qui peuvent modifier l'une quelconque des quantités* (R), (G) et (E), *modifient également la concentration* (r).

Voyons quelles sont ces causes.

Dans l'estomac, la quantité totale de matière dissoute (R) ne peut *changer* que 1° sous l'influence de la dissolution chimique opérée par les ferments digestifs ; 2° par l'adjonction des matériaux sécrétés ; 3° par l'évacuation gastrique, y compris la résorption éventuelle de certaines substances particulières.

La quantité (G) (sécrétion) ne peut changer, augmenter et diminuer, que par l'acte sécrétoire et par voie d'évacuation.

L'eau ingérée (E) ne peut diminuer que par évacuation.

Négligeons, tout d'abord, la résorption qui, dans l'estomac, est tout à fait problématique pour les matières organiques.

Il ne nous reste plus alors, pour agir sur la concentration, que trois causes fondamentales : *l'action chimique des ferments digestifs, la sécrétion et l'évacuation pylorique.*

Comme ce sont là les trois facteurs de l'acte digestif lui-même de l'estomac, la conclusion s'impose : *les fluctuations de la concentration dépendent intimement de celles des trois facteurs essentiels de la digestion gastrique.*

Ces facteurs, on n'en doutera pas, présentent, par excellence, les caractères d'agents *physiologiques* que la maladie peut modifier individuellement ou en bloc, et non pas ceux d'agents physico-chimiques extérieurs à la vie organique de l'individu.

La concentration, élément d'origine chimique, *constitue leur lien commun* ; par ses variations, liées à celles de ces agents physiologiques, elle devient donc elle-même un élément et un indicateur physiologiques à la merci des mêmes causes morbides que ses générateurs. C'est à cette propriété, ainsi dûment établie, que la concentration doit son importance. On n'avait jamais signalé cela avant mes recherches.

Parmi les remarques multiples que ces considérations suggèrent, il en est une qui frappe immédiatement ; les autres viendront mieux dans le courant ou à la fin de ce chapître.

La voici : la concentration est la clef à l'aide de laquelle l'analyse gastrique parviendra, peu à peu, à pénétrer dans l'intimité de *toutes* les fonctions stomacales (chimique, sécrétoire, motrice) et non pas de l'acte chimique seulement, comme on s'est toujours plu à le croire jusqu'ici, Pawlow notamment. La concentration n'y suffira pas à elle seule, certes ; mais elle ouvre vers ce but une voie nouvelle qu'il est important de suivre.

⁂

Ce sont ces trois grandes causes digestives que je vais étudier dans leurs rapports avec la concentration. Je m'attacherai, avant tout, à montrer que l'on peut, sans opération chirurgicale, sans fistule, par le simple moyen de la sonde, mettre directement en évidence leur existence et leur influence individuelle sur la concentration.

Puis j'analyserai leur action combinée dans quelques cas particuliers. Il se dégagera, en effet, de l'examen des faits, que la concentration n'évolue pas de la même façon pendant la digestion des divers aliments.

Une courte analyse de quelques cas spéciaux qui nous touchent de près nous fournira l'explication simple de ces divergences d'évolution ; elle sera également pour nous la source de remarques nouvelles et précises sur quelques régimes alimentaires.

⁂

Action chimique.

Gastérines. — Si l'estomac est vraiment capable de dissoudre certains aliments, cette dissolution considérée isolément ne peut qu'*augmenter* la concentration du milieu.

Les faits très nombreux cités dans le mémoire précédent nous ont appris qu'avec le repas de pain, la concentration *diminue* constamment. Ces faits ne sauraient donc être invoqués directement comme preuves de l'existence d'une action chimique dans l'estomac ; leur témoignage est plutôt négatif.

Il convient de rechercher cette preuve en comparant les concentrations des liquides digestifs exempts d'aliments, à celles des mélanges alimentaires en digestions.

Voici d'abord, pour fixer les idées, quelques concentrations de gastérines (1) de M. Frémont. On pourrait s'en passer, comme on va le voir ; mais comme elles existent, elles fournissent un excellent point de départ.

1) . . . . . 0,00945 (du 14 novembre 1895).
2) 0,00960
3) . . . . . 0,01071 } (d'avril 1904).
4) 0,01182

Je dois les trois derniers échantillons à l'obligeance de MM. Lesage et Dongier qui ont effectué d'importantes mesures de la résistance électrique de ces liquides.

Nous reconnaissons immédiatement dans ces concentrations de *chiens*,

---

(1) La gastérine est du suc gastrique *pur* de chien (*Estomac isolé* ; Frémont, 1895).

les valeurs mêmes que nous avons déjà vues chez les *liquides à jeun humains* (mémoire précédent). Cette similitude est fort suggestive.

Ces exemples démontrent aussi qu'une sécrétion gastrique, si pure soit-elle, n'a pas une constitution chimique constante.

Cette dernière remarque, très importante et dont je m'inspirerai souvent, doit être rapprochée de certaines observations que j'ai formulées dans les considérations introductives placées en tête du précédent chapitre.

Retenons que ces concentrations de gastérines sont plus petites que celles des repas de pain et se placent à l'extrémité *inférieure* de leur échelle évolutive.

Eau distillée. — Les digestions de l'eau distillée constituent un moyen excellent pour étudier certains phénomènes gastriques.

Avec l'aliment solide en moins, les repas d'eau nous placent dans des conditions opératoires très analogues à celles des repas alimentaires. Ils ne violentent pas l'organe et ses fonctions à la façon des interventions chirurgicales (fistules, etc), et représentent des cas digestifs très communs et absolument physiologiques.

En introduisant de l'eau distillée dans un estomac vide, on se donne, en somme, *l'avantage de recevoir la sécrétion dans un milieu qui, s'il la dilue, ne saurait aucunement la modifier chimiquement*. Le mélange extrait à la sonde n'est, en fait, ici, que de la sécrétion *pure diluée* par de l'eau.

Je me suis beaucoup servi de ce moyen aussi simple que fécond et je suis surpris qu'il n'ait jamais tenté aucun physiologiste.

Les résultats qu'il fournit sont peu compliqués ; ils ont toujours servi de guide à mes recherches qu'ils ont aiguillées vers d'autres points de vue que ceux qui sont classiques. Ces résultats seraient incompréhensibles si certaines théories admises étaient exactes.

L'étude de la concentration des mélanges gastriques d'eau et de sécrétion est fort intéressante. L'aliment et l'action dissolvante chimique faisant défaut ici, les concentrations de ces mélanges ont une origine simple : la sécrétion.

Leur évolution éclaire le phénomène digestif d'une vive lumière de vérité et crée une analogie élémentaire et suggestive qui, tout à l'heure, me permettra d'interpréter aisément les évolutions alimentaires quelconques.

Cette notion *d'évolution* que les digestions d'eau mettent si nettement et si simplement en évidence, échappe totalement à l'étude *exclusive* des sécrétions gastriques *pures*. Cette étude fut par cela même la source d'erreurs théoriques dont quelques unes sont tout à fait amusantes (1).

Voici quelques séries digestives d'eau distillée chez le chien. J'en donnerai la théorie plus loin.

Chien A. — Ingestion de 400^{cc} d'Eau distillée (10 mars 1893).

		Série continue.				
I	Durée de la digestion en minutes	12′	22′	32′	62′	82′
	Concentrations. . . .	0,00050	0,00053	0,00110	0,00249	0,0040

Estomac vide après 82 minutes.

Chien B. — Ingestion de 400^{cc} d'Eau distillée (1^{er} février 1893).

		Série continue		
II	Durée de la digestion en minutes	12′	36′	73′
	Concentrations. . . .	0,00151	0,00187	0,00527

Estomac vide après 73 minutes.

Chien B. — Ingestion de 400^{cc} d'Eau distillée (22 mars 1893).

		Série continue.			
III	Durée de la digestion en minutes	7′	14′	51′	58′
	Concentrations. . . .	0,00100	0,00203	0,00710	0,01036

A la 58^e minute il ne restait plus dans l'estomac qu'à peine assez de liquide pour l'analyse.

Remarque. — Dans les séries I et II les dernières concentrations, respectivement 0,0040 et 0,00527, ne sont guère que la moitié de celles des gastérines de Frémont. Dans la série III la valeur finale (0,01036), correspondant à la *vacuité presque complète* de l'estomac, les égale sensiblement, bien que cette série III soit du même chien que la série II et procède des *mêmes* conditions de repas.

Des deux conséquences que suggère cette remarque, retenons seulement celle-ci : l'évolution et les valeurs absolues de la concentration ne dépendent pas *exclusivement* de l'individu et du repas ; elles dépendent aussi de conditions encore imprécises du moment que l'on devine aisément d'ailleurs.

Chien C. — Série intermittente. Ingestion de 400^{cc} d'Eau distillée (1904).

		Série intermittente.						
IV	Dates	3 fév.	5 fév.	10 fév.	12 fév.	19 fév.	16 mars	18 mars
	Durée de la digestion en minutes.	10′	21′	32′	41′	50′	56′	66′
	Concentrations .	0,000818	0,000637	0,00123	0,00100	0,00194	0,00387	0,00457

---

(1). J'en rappellerai une dans le chapitre consacré au chlore total.

Cette série qui, pour le même chien et le même repas répété, embrasse une période de six semaines, ne diffère des précédentes que par quelques oscillations bien marquées dans la marche *ascendante* de de la concentration. Cela confirme l'esprit de la remarque que je viens de formuler à l'instant sur les autres.

Etant intermittente — un seul prélèvement par repas — elle présente un intérêt tout spécial qui se dégagera bien ultérieurement quand j'analyserai l'action combinée de toutes les causes réunies sur la digestion.

La concentration la plus élevée que j'aie pu en tirer est, comme dans les séries I et II, sensiblement la *moitié* de celles des gastérines pures.

REMARQUE GÉNÉRALE. — Dans toutes ces séries avec de l'eau pure l'évolution de la concentration est *ascendante*.

DIGESTION DE LA VIANDE. — Voici, pour compléter mon enquête expérimentale sur l'action chimique dans l'estomac, quelques séries avec des repas de viande et d'eau.

V

Chien A. — Repas : Viande 200^{gr}, Eau distillée 400^{cc} (du 10 février 1893).

Série continue.

Durée de la digestion en minutes	7'	14'	21'	28'	61'	124'
Concentrations	0,0140	0,0160	0,0130	0,0131	0,0184	0,0350

L'estomac est vide après 124'.

VI(1)

Chien B. — Repas : Viande 200^{gr}, Eau distillée 400^{cc} (du 24 février 1893).

Série continue.

Durée de la digestion en minutes	10'	21'	30'	61'	71'
Concentrations	0,0180	0,0180	0,0181	0,0270	0,0290

L'estomac est vide après 71'.

VII

Chien D. — Repas : viande et eau distillée (de 1900).

Série continue.

Durée de la digestion en minutes	31'	44'	62'	80'
Concentrations	0,0240	0,0242	0,0270	0,0271

---

(1) Ces séries V et VI ont été publiés en1896 (J.W. Arch. d. physiol. t. 8, page 302).

VIII

Chien E. — Repas : viande et eau.

Concentration du repas ingéré : 0,0138 (de 1900).

	Série continue.		
Durée de la digestion en minutes	31°	44'	61'
Concentrations. . . .	0,0169	0,0176	0,0280

Toutes les concentrations successives sont donc plus élevées que celle 0,0138 du repas ingéré.

Voici, pour finir, un repas de viande *sans eau* (repas sec) :

IX *Chien Berger.* — Repas : 200 gr. viande, sans eau (de 1905).

Après une heure, la concentration du mélange alimentaire est : 0,0350 ; elle est donc de même ordre de grandeur que celles que l'on obtient avec les repas de viande et d'eau, vers la fin de leur digestion.

Je résume : de la comparaison des repas d'eau, de pain et de viande, il résulte que les digestions alimentaires fournissent toujours des concentrations plus élevées que celles des repas d'eau.

Cela est vrai même quand on fait prendre l'aliment sous sa forme insoluble. C'est le cas de l'exemple IX ci-dessus. L'animal n'y a pris que de la viande bouillie et débarrassée de la solution. Le liquide que l'on a retiré après une heure ne pouvait être que de la sécrétion ; il n'aurait donc fourni, *s'il n'y avait pas eu dissolution chimique dans l'estomac*, qu'une concentration égale, tout au plus, aux plus élevées de l'eau ou des gastérines. Il a fourni, au contraire, une concentration relativement élevée, bien plus élevée que les plus fortes des repas d'eau.

Il faut conclure de là *que l'estomac exerce bien réellement une action dissolvante sur l'aliment et constitue bien l'un des facteurs qui agissent sur la concentration*, C.Q.F.D.

Cette action dissolvante est, d'ailleurs, déjà bien connue. Mais elle ne l'est que par la voie *indirecte* du tube à essai. La concentration la révèle *directement*.

De là découle une remarque intéressante. Du moment que la matière dissoute est l'effet immédiat de l'action chimique de l'estomac, pourquoi ne pas la prendre comme élément de mesure de cette action au lieu de s'adresser, pour cela, à ses agents (pepsine, etc), presqu'insaisissables dans leur matérialité et dans leur mécanisme ? (Voir mémoire précédent).

N'est-ce pas ainsi que l'on procède dans l'application d'autres sciences ?

Cette question, plus loin, se posera avec une entière netteté, dans un cas alimentaire particulier. Cela nous éloignera et nous reposera un peu des préoccupations du passé, trop imprégnées de pepsine et d'HCl, et nous fera entrevoir, pour le chimisme gastrique, d'autres horizons que celui de la digestion vue et appréciée à travers le tube à essai.

⁂

A côté de cette conclusion sur l'influence de l'action chimique, conclusion qui se rapporte directement à mon sujet, les exemples qui précèdent suggèrent d'autres remarques générales. Bien que celles-ci s'écartent un peu de la question principale en cause ici, je tiens à en souligner immédiatement l'importance.

Voici : 1) Les concentrations les plus élevées des repas de viande sont bien inférieures aux plus élevées des repas de pain (Voir tableaux du précédent mémoire). Elles ne s'élèvent jamais beaucoup au-dessus de la concentration des repas ingérés.

2) Dans les digestions de la viande, la concentration *augmente* progressivement, bien que faiblement au début. C'est donc l'*inverse* de ce qui se passe avec le repas d'Ewald chez l'homme ; mais c'est exactement ce que l'on observe dans la digestion de l'eau distillée.

La raison de ces constatations ne saute pas immédiatement aux yeux ; il y a là une énigme. Nous aurons à la déchiffrer et à expliquer cette double singularité des digestions de viande. Mais ce qui frappe aussitôt, c'est la question pratique que soulève ce changement du mouvement évolutif de la concentration quand on passe d'un aliment à un autre.

Cette question est celle des repas d'épreuve. Il importe d'être très prudent dans le choix de ce repas et *surtout* très sobre dans les modifications qu'on apporte à ceux qui sont établis et étudiés dans leur évolution générale.

Beaucoup de médecins réalisent ces modifications avec une inconscience qui est très préjudiciable à la cause pratique du chimisme gastrique.

Il est clair, d'après cela, qu'une funeste incohérence doit régner parmi les documents établis sur des bases expérimentales aussi hétérogènes que celles qu'engendre l'arbitraire variété des repas d'épreuve.

Sécrétion.

Je rappelle qu'il ne s'agit pas ici d'une étude particulière de la sécrétion gastrique, de sa genèse, de sa quantité et de ses qualités. Cette étude sera faite en détail dans un chapitre spécial.

Il s'agit seulement, comme plus haut pour l'action chimique, de s'assurer de son existence et de l'influence qu'elle est susceptible d'exercer sur l'évolution de la concentration.

La faible concentration de la sécrétion gastrique pure (gastérines) fait pressentir que son action sur la matière dissoute, *considérée indépendamment de son activité chimique envisagée plus haut*, est, avant tout, une action *diluante*.

On peut, très facilement, mettre cette influence diluante du suc gastrique en évidence par la sonde stomacale.

En voici un exemple très simple, pris parmi plusieurs autres similaires de la même époque (1893). Ils n'ont jamais été publiés et reposent sur l'étude de la concentration elle-même.

Chien A (le même que série I ci-dessus). (Expérience du 8 juillet 1893).

Ingestion à la sonde de 300 cc d'une solution de peptones dont la concentration, très élevée, est : 0,2950.

La quantité totale de peptones ingérée est donc de 88^{gr},50.

Après *56 minutes* je vide l'estomac ; j'en retire 353cc de liquide dont la concentration est descendue à : 0,1850.

Le volume ingéré avait donc augmenté d'*au moins* 53cc, soit d'au moins *un* cc environ à la minute, et la concentration diminué notablement.

Cela suffirait déjà à prouver l'existence d'une sécrétion fort active et à donner une idée du pouvoir *diluant* de l'estomac.

Mais il y a plus. La quantité totale de peptones ingérée avait été de 88 gr ; je n'en ai retrouvé que 65 grammes. 26 °/₀, soit 1/4 environ de ces peptones, manquaient donc à l'appel. Comment avaient-elles disparu ?

Par résorption ? je ne le crois pas ; tous les faits connus sur cette question démentent la résorption gastrique de la peptone et de la matière organique en général.

Si elles n'ont pas été résorbées elles n'ont pu que disparaître dans l'intestin avec un certain volume de liquide.

Je ne chercherai pas ici à apprécier ce volume. Il est au moins égal à l'excédent (53 cc) trouvé directement par la sonde.

Il s'est donc produit une sécrétion très respectable d'environ *deux* centimètres cubes par minute.

Dans le chapitre relatif à la Sécrétion je préciserai les *quantités* et j'en formulerai la loi. L'exemple qui précède suffit amplement à mes besoins actuels. Il prouve que la sécrétion stomacale est très active pendant la digestion et que l'on peut s'en assurer directement à l'aide de la sonde.

Dans une autre expérience semblable, chez un autre chien, j'ai pu retirer *toute* la peptone ingérée ; le liquide s'était simplement dilué sans évacuation. Cela indique bien que la résorption des peptones est nulle.

Je vais compléter ces renseignements par ceux que peut fournir la digestion de l'eau distillée. Ce cas digestif, grâce à la concentration, nous offre le moyen de suivre très simplement et avec une grande approximation, l'enrichissement progressif du mélange stomacal en suc gastrique.

Mais il me faut pour cela effectuer un petit détour. Cette excursion nous sera d'ailleurs très profitable. Nous y glanerons quelques connaissances nouvelles telles que, par exemple, la notion explicite de *limite évolutive de la concentration*, notion que l'analyse ultérieure confirmera et précisera.

Tout cela est ignoré et l'idée vague et un peu compliquée que l'on se fait volontiers de la digestion n'a rien de commun avec la netteté et la simplicité du phénomène tel qu'il se révèle à l'analyse.

Eau distillée. — En 1893, première étape de ces recherches, je n'avais d'autre point de repère que les digestions d'eau distillée.

On ne parlait alors que de sécrétion chimique (HCl, acidité, pepsine), ce qui n'équivaut, en fait, qu'à *qualifier* la sécrétion.

Les gastérines de Frémont n'étaient pas nées et personne, à l'époque, n'aurait pu m'indiquer, ni la *quantité* de suc gastrique pur mélangé à un liquide stomacal donné, ni les variations que sa quantité et sa constitution chimique peuvent subir, ni l'amplitude éventuelle de ces variations.

Les travaux plus récents de Frémont et de Pawlow n'ont pas dissipé l'obscurité de ces diverses connaissances du domaine pratique ; la plupart n'étaient pas dans leurs programmes et ne sont pas davantage dans leurs résultats.

J'ai, n'ayant pas de gastérines à ma disposition, tenté de les demander à l'eau distillée. Je fis un très grand nombre d'examens de digestions de ce liquide, les uns en séries, comme les exemples cités plus haut, les autres isolés.

Je tenais surtout à connaître les concentrations les *plus élevées* de ces digestions, celles que l'on ne trouve que sur leur fin. Le motif de cette préoccupation va se dégager immédiatement.

La valeur la plus élevée que j'aie pu trouver dans ces conditions est : 0,01036 ; c'est celle que j'ai citée plus haut (série III, chien B.). Mais habituellement elles n'atteignent pas 0,010.

Je pouvais donc considérer ce résultat comme un *maximum* pour l'eau.

Dès cette époque aussi les digestions de pain chez l'homme (tableau I, chapitre précédent)(¹) m'avaient appris que la concentration 0,010 doit, approximativement, constituer un *minimum* pour ce repas.

Les nombreuses observations accumulées depuis (voir tableau *II* et *III*, chapitre précédent), soit repas d'épreuve, soit liquides à jeun, ont pleinement confirmé cette présomption.

Les digestions de viande elles-mêmes, lorsqu'on a la chance, rare d'ailleurs, de les surprendre à leur *extrême limite*, montrent leur tendance à ramener leurs concentrations finales vers 0,010.

De cette opposition qui place le *même point 0,010*, déjà souvent mentionné, à l'extrémité *supérieure* des digestions de l'eau et à l'extrémité inférieure des repas alimentaires, il faut conclure en généralisant que :

I) *Toutes les concentrations digestives, ascendantes et décroissantes, aboutissent, chez l'homme comme chez le chien, à une zone commune où celles de l'eau cessent d'augmenter et celles des repas alimentaires de diminuer.*

II) *Si cette zone, ce carrefour, est ainsi l'aboutissant des concentrations de tous les liquides digestifs, c'est qu'elle appartient à ce qu'ils ont tous de commun* : LE SUC GASTRIQUE LUI-MÊME.

Cette zone commune est, en somme, le *champ* des oscillations constitutionnelles de la *sécrétion* gastrique, dont la constitution n'est pas constante comme on le dit communément. Elle varie, elle aussi, entre *deux* limites et ses fluctuations sont subordonnées à des nécessités physiologiques du moment que je chercherai à préciser ailleurs. Rien ici n'est livré à l'arbitraire.

La concentration 0,010 n'est donc pas une *limite fixe* ; c'est *un point* de ce champ d'oscillation. J'ai déjà fait pressentir cela ailleurs.

Les gastérines de Frémont sont venues, depuis, confirmer *cette induction*. C'est pour cette raison que je désignerai désormais ce champ d'oscillation par l'expression : ZONE DES GASTÉRINES, qui signifiera : *zone constitutionnelle de la sécrétion gastrique pure*.

REMARQUE. — Expérimentalement cette zone s'étend entre les concentrations 0,007 et 0,011. Cela veut dire que l'on est susceptible de rencontrer dans la pratique toutes les valeurs comprises entre ces deux nombres ; mais, en fait, on rencontre *surtout* les plus élevées (0,009 ; 0,010 et 0,011). En cela l'expérience confirme la théorie que je développerai dans un autre chapitre.

---

(1) J. W. Bulletin de la Société Philomathique. t. 8. 1906 p. 127.

La remarque, toutefois, fait entrevoir que la limite inférieure extrême de la concentration se trouve, si elle existe, dans le voisinage immédiat de 0,007. Mais elle fait entrevoir aussi qu'à cette extrémité l'estomac doit être *rigoureusement vide*. Pratiquement on ne rencontrera donc *jamais* cette sécrétion idéale dans un estomac *physiologique*.

Cette dernière observation, qui s'éclaircira pas ailleurs, incarne en quelque sorte toute la physiologie du travail sécrétoire,

Appliquons, à présent, ces renseignements à l'objet particulier de cette étude.

Du moment qu'un suc gastrique quelconque possède toujours et nécessairement une concentration voisine de 0,010, (zone des gastérines) il en est de même de celui qui s'épanche et se dilue dans l'eau distillée introduite dans un estomac vide.

Il devient, dès lors, facile de calculer la quantité relative de suc gastrique que contient, à un moment donné, cette eau mêlée à la sécrétion.

Ce calcul est très simple et répond à l'expression : $G = V \frac{r}{r_0}$, où (G) est la quantité de suc gastrique contenue dans le volume (V) du mélange retiré de l'estomac. (r) est la concentration de ce *mélange* ; sa valeur est fournie par le dosage. (r_0) est la concentration du suc gastrique pur ; pratiquement sa valeur peut être considérée comme *constante* puisqu'elle est toujours voisine de 0,01.

Comme 0,01036 est la concentration la plus élevée que m'ait fournie l'eau distillée et qu'elle appartient à la lisière supérieure de la zone des gastérines, je vais la prendre comme valeur constante de (r_0). Dans ces conditions toutes les quantités calculées pour (G) seront des *minima* très voisines de la réalité.

Pour plus de commodité je rapporte ces quantités, dans les exemples qui suivent, à *100cc* de mélange. Il suffit pour cela de faire dans la formule précitée, V = 100.

Voici alors les richesses centésimales en suc gastrique que donnent les séries I. II. III et IV, rapportées plus haut.

Chien A. — Ingestion de 400^{cc} d'Eau distillée (du 10 mars 1893).

		Série continue.				
I	Durée de la digestion en minutes	12′	22′	32′	62′	82
	Centim. cubes de sécrétion dans 100^{cc} de mélange extrait	4,82	5,11	10,61	24,03	38,61

Chien B. — Ingestion de 400^{cc} d'Eau distillée (1^{er} février 1893).

		Série continue.		
II	Durée de la digestion en minutes.	12′	36′	73′
	Centim. cubes de sécrétion dans 100^{cc} du mélange extrait	14,57	18,05	50,86

Chien B. — Ingestion de 400^{cc} d'Eau distillée (du 22 mars 1893).

		Série continue.			
III	Durée de la digestion en minutes.	7′	14′	51′	58′
	Centim. cubes de sécrétion dans 100^{cc} du mélange extrait	9,65	19,59	69,49	100

Chien C. — Ingestion de 400^{cc} d'Eau distillée (février 1904).

		Série intermittente.						
IV	Dates	3 fév.	5 fév.	10 fév.	12 fév.	19 fév.	16 fév.	18 mars
	Durée de la digestion en minutes.	10′	21′	32′	41′	50′	56′	66′
	Centim. cubes de sécrétion dans 100^{cc} de mélange.	7,89	6,14	11,87	9,65	18,72	37,35	44,11

Ainsi les digestions d'eau distillée démontrent, avec une grande simplicité opératoire, *que les mélanges gastriques s'enrichissent progressivement en sécrétion. Elles permettent même, avec tout autant de simplicité, de préciser les quantités exactes de sécrétions que ces mélanges contiennent.*

Ces quantités s'accroissent rapidement; et ces accroissements *prouvent combien la sécrétion est active pendant la digestion.* C'est ce je voulais démontrer.

Il est bon d'ajouter qu'une autre cause que l'activité secrétoire hâte cet accroissement centésimal ; j'en parlerai dans un instant.

On remarquera que l'enrichissement progressif des mélanges gastriques en sécrétion n'est pas absolument régulier dans le temps. Dans la série IV qui est intermittente, cette irrégularité est très sensible malgré l'uniformité absolue de toutes les conditions extérieures.

Cela prouve, comme je l'ai déjà dit plus haut, que ce qui est apparent dans le travail gastrique n'est pas exclusivement fonction du repas et de l'individu. Certaines conditions abstraites y apportent aussi leurs influences momentanées; mais ces influences demeurent au second plan; elles ne bouleversent pas l'orientation de la marche des choses mais y introduisent des oscillations.

Si l'on considère, par exemple, le chien B (séries II et III), on constate que, d'un jour à l'autre, les accroissements relatifs de la sécrétion dans les mélanges retirés de son estomac ne sont pas les mêmes. Mais on note, malgré cela, chez lui une tendance très marquée et *permanente* à enrichir ses contenus plus vite que les autres chiens examinés.

Cette tendance, qui est la caractéristique de l'évolution digestive de ce chien B, est évidemment une manifestation de son individualité ; elle domine la scène et imprime au phénomène en cause son allure spéciale que les influences secondaires du moment parviennent à troubler mais nullement à modifier.

L'eau distillée peut être utilisée chez l'homme ; mais son emploi ne donnera son plein effet que plus tard, quand la loi de la digestion sera bien établie.

On peut placer ici une remarque qui, si elle sort du sujet, n'en est pas moins intéressante.

J'ai pu déterminer la zone des gastérines et la richesse en sécrétion de liquides gastriques, *non pas en m'attachant à la valeur absolue de nombres chimiques*, selon une mauvaise habitude courante, *mais en étudiant des limites de cycles.*

Il a suffi pour cela que je compare l'une à l'autre les digestions de l'eau et du pain, dont les concentrations respectives évoluent en sens contraire, *et que je considère leur limite commune comme un état statique* vers lequel tout liquide stomacal tend toujours à revenir quand il en a été écarté transitoirement par la dissolution chimique des aliments.

J'avais, du reste, déjà énoncé ce principe en 1896 (Arch. de Physiol). Il s'applique à toutes les humeurs. A toutes correspond un état statique fixe dont le dynamisme organique tend à les écarter et vers lequel elles reviennent toujours, *par le jeu naturel des fonctions*, après des oscillations plus ou moins étendues.

Mais je fis alors cette démonstration par la méthode cryoscopique, plus appropriée, en général, que la concentration.

Pour l'estomac, le jeu normal de ses fonctions se comprend mieux par l'étude de la concentration dont la signification immédiate est plus simple que celle du résultat cryoscopique.

La cryoscopie, toutefois, y apportera aussi ses précisions, comme on le verra ailleurs, et les deux questions ne feront pas double emploi.

Influence de l'évacuation stomacale.

L'estomac humain évacue ses aliments au bout d'un temps assez court. Cela est connu de tout le monde comme une nécessité physiologique courante ne réclamant aucune démonstration expérimentale spéciale.

L'évacuation *partielle* par le pylore ou par la sonde *ne modifie pas* la concentration du contenu ; le liquide qui s'échappe possède identiquement la même constitution que celui qui reste. L'évacuation n'a donc aucune influence *directe* sur la concentration ; *mais elle en a une sur son évolution.*

C'est la seule question que je soulèverai ici concernant l'évacuation stomacale.

Il est, *par voie expérimentale*, impossible d'isoler l'influence que l'évacuation exerce sur l'évolution, de celle qu'exercent simultanément l'action chimique et la sécrétion pendant une digestion alimentaire.

Il me faut donc recourir à un exemple analytique pour obtenir, sur cette influence, un renseignement positif indépendant.

Cela peut d'ailleurs se faire sans difficultés particulières.

Considérons une digestion alimentaire pendant un temps déterminée, une demi-heure par exemple.

Supposons qu'au début de cette demi-heure d'observation l'estomac renferme 200cc d'un liquide dont la concentration soit, à ce moment, 0,09.

Supposons, en outre, que pendant cette demi-heure, l'estomac fournisse 120cc de sécrétion. Chez l'homme c'est là une quantité relativement minime.

Imaginons enfin que l'action chimique reste suspendue pendant l'observation et qu'il ne se produise aucune dissolution alimentaire *nouvelle.*

Cette dernière condition s'est trouvée réalisée plus haut dans l'expérience de la peptone et se réalise toujours avec l'eau distillée.

Au bout de la demi-heure d'attente vidons l'estomac et déterminons la concentration du liquide extrait.

Cette concentration sera *différente* suivant que, pendant la demi-heure considérée, l'estomac *aura* ou *n'aura pas* évacué une partie de son contenu.

Premier cas. L'estomac n'a rien évacué. Son contenu n'a subi que l'action diluante des 120cc de sécrétion. Voyons quelle sera la concentration finale. Au début de l'observation, les 200cc du contenu, de concentration 0,09, tiennent, par hypothèse, en dissolution un total de matière égal à $200 \times 0{,}09 = 18{,}00$ grammes.

Les 120cc de sécrétion amènent dans le mélange : $120 \times 0{,}01$, soit sensiblement 1,20 gr. d'éléments dissous.

A la fin de la demi-heure il y a donc : $18 + 1{,}20 = 19{,}20$ grammes de matières dissoutes dans le mélange dont le volume est devenu : $200 + 120 = 320$cc.

La concentration de ce mélange, au moment du puisement, est donc :

$$\frac{19,20}{320} = 0,06 = \frac{R}{G+E} \quad (G = 120\,;\ F = 200).$$

C'est le résultat *exclusif* de la dilution produite par la sécrétion dans le temps considéré.

Deuxième cas. L'estomac a évacué par le pylore une partie, la moitié pvr exemple, de son contenu au bout de 15 minutes.

Au moment de cette évacuation pylorique, l'estomac contenait, en vertu de considérations analogues à celles qui précèdent :

$$\left\{\begin{array}{l} 260^{cc} \text{ de mélange } (E+G) \\ 18,60^{gr} \text{ de matières dissoutes } (R). \end{array}\right.$$

Aussitôt *après* cette évacuation qui, par hypothèse, a entraîné la *moitié* du contenu du moment, il ne renfermait plus que :

$$\left\{\begin{array}{l} 130^{cc} \text{ de mélange.} \\ 9,30^{gr} \text{ de matières dissoutes.} \end{array}\right.$$

C'est sur ces dernières quantités que, dans les 15 minutes suivantes, la sécrétion dont je suppose la vitesse constante, a continué à exercer son influence.

Au moment du sondage, à la fin de la demi-heure d'observation, on trouve donc :

$$\left\{\begin{array}{l} 190^{cc} \text{ de liquide } (= 130 + 60), \\ 9,9^{gr} \text{ de matières dissoutes } (= 9,30 + 0,6), \end{array}\right.$$

Ce qui conduit à la concentration finale :

$$\frac{9,9}{190} = 0,0521\ldots,$$

au lieu de 0,06, valeur trouvée dans le premier cas.

Il n'y a, entre les deux cas, qu'une *seule* différence : *une évacuation pylorique partielle de l'estomac pendant la période d'observation.* Cela a suffi pour activer la chute de la concentration dans le cas où elle s'est produite. Cette activation de chute de : 0,06 moins $0,0521 = 0,0074$, représente la part prise par l'évacuation à l'évolution.

Allons plus loin. Supposons que *l'unique évacuation* envisagée se produise à d'autres moments qu'à la 15e minute de l'observation.

Si elle a lieu à 25 minutes, par exemple, la concentration finale sera : 0,05705.

Si elle se produit à 5 minutes, on trouvera : 0,04809, etc...

Je condense ces résultats dans le tableau suivant :

Concentrations diverses du mélange puisé après 30′ d'observation. Concentration initiale = 0,09.	sans évacuation . . .		0,0600	(effet exclusif de la sécrétion).
	une évacuation de la *moitié* du liquide du moment :	après 25′. .	0,05705	effets combinés de la sécrétion et de l'évacuation.
		après 15′. .	0,05210	
		après 5′. .	0,04809	

Il résulte de ce petit tableau, *primo*, que l'évacuation influence franchement l'évolution de la concentration ; *secundo*, que cette influence est d'autant plus marquée que l'élimination se produit à un instant *plus rapproché du début de la digestion.*

Cela s'explique aisément d'ailleurs, surtout pour une concentration initiale élevée, car si l'évacuation est hâtive, la même sécrétion agit *plus longtemps* sur un *moindre* volume et sur *moins* de matériaux alimentaires.

Je n'ai supposé qu'une *seule* évacuation pylorique ; si l'on en suppose plusieurs, leur influence réunie sur la concentration n'en sera que plus marquée.

J'ai également admis que la vitesse de sécrétion est constante. Si on la suppose variable, l'influence de l'évacuation variera en conséquence, mais n'en subsiste pas moins.

Je n'insiste pas ici sur ces questions secondaires ; elles se retrouveront ailleurs. Il me suffit d'avoir montré que l'évacuation agit sur l'évolution de la concentration et qu'elle en est bien l'un des facteurs.

Remarque. — Je n'ai pas spécifié, dans ce qui précède, le genre d'évacuation. Mais il est évident que les résultats mentionnés concernent l'élimination par la *sonde* au même titre que l'évacuation pylorique.

Il en résulte que de forts prélèvements successifs par la sonde *précipitent la marche de la concentration.* C'est là un renseignement pratique considérable qui intéresse tout particulièrement l'étude de la digestion par la méthode des *séries continues.*

C'est ainsi qu'avec le repas d'Ewald, dont les concentrations digestives initiales sont très élevées, les prélèvements copieux et trop nombreux accélèrent notablement l'abaissement de la concentration.

C'est afin d'éviter cette cause d'erreur que, pour établir la courbe évolutive physiologique de la concentration pendant le repas d'Ewald, je me suis adressé *non pas à des séries*, mais à la *fréquence maxima*, dont j'ai développé le mécanisme et les indications dans mon précédent mémoire (1906).

Les séries continues sont indispensables pour mettre en lumière certains phénomènes, ou pour établir la continuité ou la discontinuité de certains caractères que l'on ne peut connaître que par ce moyen.

Elles sont également très utiles pour démontrer l'existence même de l'évolution de la concentration ; mais elles ne sauraient fournir *la notion exacte de la vitesse évolutive.*

Elles ne peuvent donner de cette évolution qu'une image qui sera d'autant plus raccourcie que les prélèvements successifs effectués auront été plus fréquents et plus copieux.

Cette remarque doit mettre en garde contre les indications de séries établies avec trop de fantaisie, comme cela se voit parfois dans les services hospitaliers où les tubages sont exécutés sans discernement par des infirmières. Mais elle ne doit pas conduire à s'exagérer les erreurs inhérentes aux séries continues et à les condamner.

Voici à ce sujet une règle de conduite : Pour une série de 4 ou 5 termes, espacer les puisements et n'extraire, chaque fois, que 25 cc environ, pour le repas d'Ewald.

Les séries rapportées et reproduites en courbes dans le mémoire précédent et celles, continues, du mémoire actuel, se rapprochent de ces conditions. L'évolution vraie n'y est donc que faiblement déformée ; elle l'est néanmoins dans une certaine mesure.

Pour les besoins courants de la clinique, quand il ne s'agit pas de recherches mais seulement d'un diagnostic, deux tubages, après 60 et 90 minutes, suffisent amplement pour préciser la marche évolutive, surtout si l'on a soin de vider l'estomac au deuxième (90′). Un prélèvement avant 60 minutes doit être évité ; et quand on le juge nécessaire, il convient de le faire avec parcimonie.

Les résultats numériques que je viens de présenter sur les effets de l'évacuation, ne sont pas absolument théoriques et fictifs. Ils ont été modelés sur les indications fournies : 1) par les liquides de digestions de l'eau distillée dont l'enrichissement rapide en suc gastrique serait incompréhensible sans le concours très actif de l'évacuation ; 2) par l'étude très étendue du repas d'Ewald *sucré* et par celle des repas de peptones. Tous les documents positifs ainsi réunis se groupent convenablement autour d'une conception générale que je formulerai en d'autres circonstances.

On remarquera aussi que pour établir le petit tableau ci-dessus, je me suis placé dans le cas d'une action chimique *nulle.*

Bien qu'inapplicable aux digestions alimentaires, aux repas d'épreuve notamment, cette condition, simple fiction, n'amoindrit en rien la valeur des résultats signalés ; car il ne s'agissait que de dégager, d'une *manière quelconque*, l'influence *propre* de l'évacuation sur l'évolution. Si je ne m'étais pas virtuellement mis à l'abri de l'influence chimique, je n'aurais pas pu atteindre ce but.

Action combinée des trois facteurs digestifs.

Des faits et considérations qui précèdent il résulte que *chacune* des grandes causes physiologiques de la digestion gastrique exerce une influence réelle et propre sur la concentration du milieu ; chacune, en se répétant, l'augmente ou l'abaisse suivant sa nature et son activité du moment.

Dans la réalité, ces causes que jusqu'ici je n'ai envisagées qu'inviduellement, agissent ensemble. C'est, d'ailleurs, au résultat seulement de ce concours qu'il convient d'appliquer le mot *digestion* que, par une inconvenable erreur théorique, on attribue couramment à la *seule* cause chimique (peptonisation),

De cette action combinée des trois causes, résulte nécessairement une influence combinée sur la concentration. Celle-ci apparaît alors comme la *résultante* de cette action commune ; elle augmente ou diminue, pendant la digestion, en fonction de cette action multiple et suivant les besoins physiologiques en vue desquels les causes agissantes se sont coordonnées; et sa *vitesse évolutive*, qu'elle croisse ou décroisse, dépend, à tout instant, de l'activité respective de ces causes dont, à l'état pathologique, l'harmonie normale peut se rompre par la prédominance ou la défaillance de l'une d'elles. La vitesse évolutive de la concentration se modifie alors en conséquence et signale l'anomalie dans l'analyse.

Ainsi émerge l'intérêt clinique qui s'attache à la connaissance de la concentration des liquides gastriques : *l'harmonie des fonctions digestives de l'estomac se traduit, avant tout, par l'état évolutif de la concentration.*

L'expérience nous a appris (voir mémoire précédent 1906) comment la concentration évolue avec le repas d'Ewald. Cette évolution est, habituellement, fort régulière et son mouvement est toujours orienté dans le même sens.

Les séries digestives d'eau et de viande chez le chien, que j'ai rapportées tout à l'heure, nous offrent le même spectacle de régularité et d'uniformité.

Cela prouve que la coordination des causes digestives de l'estomac est remarquablement stable.

Mais alors comment expliquer une divergence fondamentale qui s'est révélée entre les repas d'Ewald et les repas d'eau et de viande ? *Pourquoi, sous l'influence des mêmes causes et d'une même coordination fonctionnelle, la concentration du repas d'Ewald va-t-elle systémati-*

quement en diminuant et celle des repas d'eau et de viande en augmentant ?

Cette énigme qui nous est apparue à travers les faits, dès le début de ce chapitre sur les causes, et qui subsiste en dépit de la connaissance de ces faits et de ces causes est quelque peu troublante.

Il importe d'en rechercher la solution parce qu'elle intéresse la pratique au plus haut point.

L'analyse un peu serrée, mais aussi un peu abstraite, des effets sur l'évolution des trois causes digestives *combinées*, va nous renseigner *très simplement.*

Cette étude se prêterait à de grands développements. Mais en raison du cadre pratique et restreint de ce mémoire, je n'examinerai que les trois types de repas qui nous intéressent particulièrement.

Cette courte analyse, très élémentaire, sera utile à tous ceux qui, n'ayant jusqu'ici vu ces questions qu'à travers l'imprécision de la clinique, ont le désir d'approfondir l'enchaînement réel des faits.

Elle nous conduira à quelques connaissances nouvelles et permettra à chacun de reconstituer dans sa pensée la marche générale de la digestion gastrique dans un cas donné.

Comme plus haut je symboliserai les éléments à considérer. Il en résulte une vision plus nette des choses et une image de l'acte digestif dégagée du vague dont on enveloppe d'ordinaire ses éléments,

⁂

Reprenons l'expression donnée plus haut de la concentration :

$$r = \frac{R}{G+E}.$$

dans laquelle $(G+E)$ est le volume *total actuel* du mélange gastrique et G la sécrétion mêlée à la quantité E qui reste de l'eau ingérée avec le repas. (R) est le poids total des matières dissoutes dans le volume $(G+E)$.

C'est cette expression que je vais suivre à travers la digestion, en analysant les modifications que peuvent lui faire subir, collectivement, les trois grands facteurs, maintenant connus, de la digestion.

Notons, d'abord, quelques remarques générales pour n'avoir pas à y revenir à chaque instant.

1) Le liquide E ingéré avec le repas, tout de hasard par conséquent, *ne peut pas augmenter dans l'estomac* ; il ne peut qu'y *diminuer graduellement* ; chaque onde propulsive de l'organe en élimine une certaine fraction.

2) La sécrétion (G) y arrive, au contraire, *incessamment* ; mais une fraction en disparaît avec chaque onde évacuatrice. Il en résulte que la sécrétion *se renouvelle plus ou moins complètement* pendant la digestion.

3) La sécrétion G et le liquide initial E étant intimement mélangés dans la cavité stomacale, l'onde évacuatrice les entraîne *simultanément* dans le rapport $\left(\frac{E}{G}\right)$ sous lequel ils se trouvent dans le mélange au moment précis de l'évacuation.

4) La matière dissoute (R) qui figure au numérateur de la concentration (r), ne peut *augmenter dans l'estomac que par voie chimique.* Elle y diminue par évacuation, comme E et G, et peut aussi y diminuer, *momentanément*, par action chimique. Tel est par exemple le cas de la caséine du lait qui, dissoute à l'origine, est insolubilisée momentanément par le ferment lab et se redissout plus ou moins complètement par la suite. Mais cette précipitation momentanée ne nous intéresse guère, car elle se fait *dès l'origine* de la digestion et nous place, par conséquent, dans le cas d'un repas dont l'aliment serait ingéré sous sa forme insoluble.

5) Quand le repas ingéré est *sec* — aliment solide sans eau — la quantité E est nulle et l'expression de la concentration se réduit alors à : $r = \frac{R}{G}$, qui signifie que, dans ce cas, tout le liquide que l'on peut rencontrer dans l'estomac, à un instant quelconque, provient de la seule sécrétion (G).

A la faveur de ces remarques, *que l'on ne doit pas perdre de vue*, notre analyse va se développer très commodément et très rapidement.

Premier type : Digestion de l'eau distillée.

L'action chimique sur l'aliment est nulle ici et la matière dissoute ne peut avoir qu'une origine sécrétoire ou comme source une réaction s'exerçant sur les substances *sécrétées*.

Je commence par l'examen de ce cas parce que la simplicité même de l'exemple prête au raisonnement, qui se répétera par la suite, une allure très élémentaire.

Chaque centimètre cube de sécrétion qui se déverse dans l'eau ingérée y amène, en même temps que du liquide, un poids (r_0) de matériaux dissous. (G) étant la quantité du suc gastrique pur que renferme le contenu actuel de l'estomac, (Gr_0) est, par suite, le poids total des matières dissoutes qui s'y trouvent.

On a donc ici : $R = Gr_0$. Si dans la formule de la concentration on remplace R par Gr_0, elle devient :

$$r = \frac{Gr_0}{G + E} \cdots \qquad (1)$$

Plaçons-nous, d'abord, à *l'origine* de la digestion. L'estomac ne renferme encore que l'eau distillée ingérée et aucune sécrétion ne s'y est encore mêlée.

Cette condition annule (G), mais annule aussi, par cela même, la concentration; car si dans l'expression (1) qui précède, on annule (G), elle se réduit à zéro.

Cela est, d'ailleurs, évident à priori, la concentration de l'eau distillée, encore exempte de suc gastrique, étant évidement nulle.

Ainsi — et c'est cela que je veux mettre en relief — *dans la digestion de l'eau la concentration part de zéro.*

Voyons, à présent, comment elle *doit* évoluer *pendant* la digestion de cette eau.

A cet effet je vais mettre l'expression (1) qui précède sous la forme équivalente mais d'un usage plus commode que voici :

$$r = \frac{r_0}{1 + \frac{E}{G}}.$$

(r_0) étant sensiblement constant (zone des gastérines) ou pouvant ici être considéré comme tel, puisque sa valeur expérimentale est toujours voisine de 0, 010..., cette nouvelle expression de (r) ne *peut varier qu'avec son unique terme variable* $\frac{E}{G}$.

Nous n'avons donc qu'à suivre les variations de ce terme ; elles ne dépendent que de la sécrétion et de l'évacuation.

Je rappelle que dans les *intervalles* de temps où l'estomac n'évacue pas l'eau ingerée (E) ne *peut* pas changer.

Plaçons-nous d'abord dans un pareil intervalle.

La sécrétion (G) *augmente* incessamment ; E étant invariable, la fraction $\frac{E}{G}$ *diminue* et, par suite, la concentration (r) *augmente* avec la sécrétion. Cela est forcé.

Si, maintenant, l'estomac évacue une portion de son contenu, cette évacuation, (voir plus haut) *ne modifie pas* le rapport $\frac{E}{G}$ du moment, puisqu'elle entraîne des quantités proportionnelles de (E) et de (G) mélangés. Mais dans l'intervalle suivant ce rapport diminuera plus vite que dans le précédent, parce que, l'eau éliminée ne se régénérant pas, la prédominance relative de la sécrétion qui se renouvelle incessamment, *va en s'accentuant d'un intervalle à l'autre*.

Là est, vraiment, le secret de l'influence de l'évacuation sur la concentration.

Donc le rapport $\frac{E}{G}$ diminue *constamment*; et, comme dans l'expression ci-dessus, toute *diminution* du dénominateur provoque une augmentation corrélative de (r), il s'en suit qu'au *cours de la digestion de l'eau, la concentration partant de zéro ne peut qu'augmenter par le jeu normal des fonctions en cause*.

Cette augmentation s'accélère avec l'activité de la sécrétion et de l'évacuation ; ces deux causes agissent dans le même sens. On peut les réunir sous le non *d'action mécanique*.

Voilà ce qui dit la théorie et cela est rigoureusement *conforme aux indications expérimentales* des séries rapportées plus haut et les explique. On peut dire aussi que la *vitesse d'évolution de la concentration, est, pour le cas de l'eau, proportionnelle aux vitesses de sécrétion et d'évacution.*

Il est facile de préciser la limite supérieure à laquelle s'arrêtera (r) dans sa croissance progressive.

Il suffit pour cela de remarquer que l'expression considérée sera *maxima* quand le rapport $\frac{E}{G}$ sera *minimum*, c'est-à-dire quand il sera égal à zéro. *Pratiquement* cette condition est réalisée quand (E) s'annule, c'est-à-dire quand l'estomac s'est *totalement* débarrassé du liquide ingéré avec le repas. Cela n'est possible qu'avec la fin *physiologique* de la digestion, quand l'estomac s'est vidé complètement une fois au moins. Car l'eau étant intimement mélangée à la sécrétion, les évacuations pyloriques successives n'entraînent que du mélange sans y opérer de sélection. (E) ne peut donc s'annuler qu'avec la vacuité totale de l'organe.

Cela étant, si dans l'expression de la concentration on fait : $E = 0$, elle devient :

$$r = r_0.$$

(r_0) qui est la concentration du suc gastrique pur, est donc la valeur *maxima* que puisse atteindre la concentration d'un contenu stomacal issu d'une digestion d'eau distillée.

Cela justifie et précise ce que j'ai dit plus haut des digestions d'eau dans leur rapport avec la *zone des gastérines*.

Il est évident, d'ailleurs, que l'estomac peut être vide *avant* que cette limite supérieure (r_0) ne soit atteinte ; cela dépend de l'intensité des ondes évacuatrices. Les séries citées I, II, III, et IV, sont très caractéristiques à cet égard. Il se dessine là, du reste, un problème nouveau qui ne saurait être traité ici et qui apparaît des plus importants.

On voit, en somme, que, pour les digestions d'eau, toutes les données de l'expérience s'expliquent aisément par l'analyse théorique.

Remarque. — Je viens de dire que l'expression : $r = \dfrac{r_0}{1 + \dfrac{E}{G}}$ est maxima, quand *pratiquement* (E) s'annule.

Ce « *pratiquement* » pose une restriction ; elle est intéressante.

Pour que cette expression s'annule il faut, en effet, non pas seulement que (E) se réduise à zéro, mais que $\dfrac{E}{G}$ s'annule. *C'est là la condition générale.*

Et elle est satisfaite de *deux* manières différentes : avec $E = 0$ et $G =$ *infiniment grand.*

Cette idée d'infiniment grand apparaissant ici à propos de sécrétion et d'estomac, toutes choses dont les dimensions sont parfaitement limitées dans le temps et dans l'espace, n'évoque pas immédiatement l'impression d'une réalité physiologique vraisemblable.

Mais en l'envisageant de près on s'aperçoit qu'elle recèle, par le fait, la théorie de la *sécrétion continue*, avec ou sans sténose pylorique, suivant que E décroît ou ne décroît pas.

Je ne tiens pas à approfondir cette question ici. Je désirais seulement faire constater que les deux solutions théoriques que soulève l'examen de la concentration sont, l'une et l'autre, susceptibles d'une interprétation *physiologique* et se rapportent à des phénomènes *réels*, si mystérieuse qu'apparaisse la seconde sous le voile de la notion d'infini.

Deuxième type digestif. Repas d'aliments solides et liquides.

Les repas alimentaires ingérés peuvent d'avance tenir en dissolution dans leur liquide une certaine quantité de leur substance.

Tel est, par exemple, le repas d'Ewald, additionné de sucre, selon la modification que j'y ai apportée.

Tels sont aussi tous les repas de viande.

Je développerai les considérations qui suivent comme si ces concentrations *préalables* n'existaient pas. Mais là où il sera nécessaire d'en tenir compte je le signalerai et en indiquerai les conséquences.

⁂

Ce qui se dissout dans l'estomac même, aux dépens de l'aliment ingéré, s'y solubilise à la faveur d'actions fermentatives quelconques, *indépendantes* ou *dépendantes* du suc gastrique.

De là *deux* groupes généraux, que je vais examiner séparément.

PREMIER GROUPE. — *La genèse, dans l'estomac, de la matière dissoute* (R) *est indépendante de l'action propre de la sécrétion gastrique.*

J'examinerai plus loin s'il existe, dans la réalité, des digestions répondant à cette condition. Ce qui est certain, c'est que l'on peut concevoir *plusieurs modalités* digestives de ce type.

A fin de ne pas étendre inutilement le champ de cette discussion, je ne retiendrai de ces modalités possibles que *celle* dont l'analyse est la plus simple. Il sera, ensuite, facile d'y rattacher les types *réels* similaires.

Cette modalité est *celle où les aliments se dissolvent en masse dans l'estomac dès le début de la digestion.*

Cette nouvelle condition implique, évidemment, sinon l'arrêt immédiat de l'action chimique, du moins sa rapide décroissance.

Supposons qu'elle s'arrête presqu'aussitôt. Cela nous place alors dans une situation analogue à celle d'un repas ingéré sous une haute concentration *préalable,* tel que celui que que je fis prendre à mes chiens sous les espèces d'une solution très concentrée de peptones (voir plus haut).

L'analyse de ce cas est facile : c'est une simple dilution qui s'opère ; il est aisé de s'en convaincre, en suivant le phénomène sur la formule : $r = \frac{R}{G + E}$, elle-même.

En effet, *dès l'origine* on se trouve, par hypothèse, en présence d'une concentration élevée, *maxima* : tel le repas d'Ewald sucré. Dans les intervalles où l'estomac n'évacue pas (R) et (E) sont dès lors invariables et la quantité de sécrétion gastrique (G) est seule à varier et à augmenter. Comme sa concentration propre (r_0) est trop faible pour, à ce moment, compenser son action diluante, il se produit forcément une dilution proportionnelle à l'activité sécrétoire. La concentration (r) ne peut donc que *diminuer* dans ces *intervalles.*

Quand l'estomac évacue, cette évacuation, je l'ai déjà dit, ne modifie pas les rapports respectifs de (R), de G) et de (E) ; elle favorise seulement, d'un intervalle à l'autre, l'action diluante de la sécrétion.

Donc, dans l'hypothèse d'une action chimique suspendue dès les premiers moments de la digestion, *la concentration ne peut ici que diminuer constamment.*

Admettons, à présent, que cette action chimique, au lieu de s'arrêter dès l'origine, se poursuive encore plus ou moins longtemps, *mais en décroissant* selon l'esprit de l'énoncé de la question.

Dans ce cas encore la concentration diminuera, mais plus lentement et avec, peut-être, quelques oscillations.

Car (R) ne se régénérant que *partiellement et de moins en moins* et (G) augmentant régulièrement, la fraction : $r = \frac{R}{G + E}$ décroitra forcément.

Il est tout aussi facile que pour les digestions d'eau de déterminer ici *la limite inférieure* à laquelle s'arrêtera la concentration (r) dans sa chute progressive.

Il suffit, pour cela, de mettre en ligne les éléments dissous *sécrétés.* Je les ai négligés ci-dessus parce qu'ils étaient négligeables devant (R), aux phases digestives considérées.

Nous savons par l'étude de l'eau distillée que si l'estomac contient, à un moment donné, (G) cc de sécrétion, il s'y trouve aussi, par cela même et en plus des éléments (R) d'origine alimentaire, un poids Gr_0 de matières sécrétées.

L'expression *vraie* de la concentration est donc ici, à tout moment :

$$r = \frac{Gr_0 + R}{G + E}.$$

Les évacuations successives éléminant peu à peu R et E qui ne se régénèrent pas ou peu, et, d'autre part, G et Gr_0 se renouvelant incessamment, R et E tendent de plus en plus vers zéro et *finalement,* s'annulent, tandis que l'expression ci-dessus tend progressivement vers cette autre :

$$r = \frac{Gr_0}{G} = r_0,$$

qui représente la limite théorique vers laquelle évolue la concentration de tout repas analogue au type théorique considéré.

On remarquera que cette limite (r_0) est la même que celle des digestions de l'eau distillée ; c'est la concentration de la sécrétion gastrique elle-même (gastérine).

La comparaison serrée des *faits* nous avait plus haut fait deviner cette *communauté de limites* ; l'analyse théorique vient ici la confirmer en en précisant la signification concrète. La concordance entre les faits et la théorie est donc jusqu'ici complète et l'existence de la *zone des gastérines,* territoire d'aboutissement commun à tous les liquides de digestions gastriques, ne saurait plus faire de doute : L'étendue de cette zone correspond, je l'ai déjà dit, à l'amplitude des fluctuations éventuelles de (r_0).

Remarque I. — La concentration d'un liquide alimentaire du type considéré n'atteint pas *nécessairement* la limite (r_0). Les ondes motrices peuvent expulser brusquement les dernières portions du mélange stomacal *avant* cette étape ultime. Il semble même que cela soit physiologique, parce que cette éventualité implique réellement l'existence d'ondes évacuatrices qui ne s'affaiblissent pas trop vite.

Avec des mouvements qui déclinent trop rapidement, la concentration peut osciller fort longtemps autour de sa limite sans jamais l'atteindre tout à fait. Chez l'homme cela constitue certainement une anomalie.

Pour un repas du type en cause ici de même que pour l'eau pure, *l'estomac doit donc être vide ou ne plus contenir que des quantités infimes de liquide quand la concentration a atteint la zone des gastérines, c'est-à-dire quand* $r = r_0$.

Ce principe que j'avais déduit des faits dans le mémoire précédent découle donc très clairement aussi de l'analyse théorique.

Remarque II. — Si le repas du type en cause est sec, l'expression générale de sa concentration devient : $r = r_0 + \frac{R}{G}$.

Il est facile de voir qu'avec les conditions posées, la concentration évolue comme dans le cas général et ne peut atteindre sa limite que pour $R = 0$, ou $G =$ infiniment grand.

J'ai déjà dit comment il convient, pratiquement, d'interpréter la notion : $G =$ infini ; je n'y reviens pas.

Remarque III. — Le schéma théorique que je viens d'esquisser présente, chose curieuse, les caractères principaux de la digestion du repas d'Ewald. Mais il ne les présente pas tous et pour les retrouver intégralement, il faut y joindre quelques-uns de ceux du *deuxième groupe* digestif que je vais examiner et qui se rapporte à un autre type d'aliments.

⁂

Deuxième groupe. *La genèse chimique de la matière dissoute* (R) *dépend de l'action propre de la sécrétion gastrique* (G).

Cet énoncé signifie qu'une mutuelle dépendance enchaîne ici le développement de l'action chimique à l'afflux de la sécrétion.

Cette condition n'existe pas dans le cas précédent; mais nous l'avons déjà rencontrée avec l'eau distillée.

Elle est d'ailleurs facile à formuler.

Si chaque centimètre cube de suc gastrique est *capable* de dissoudre un poids (p) de substance alimentaire, la quantité totale (R) de sustance dissoute par le volume (G) de sécrétion sera Gp ; d'où $R = Gp$.

Dans l'expression générale de la concentration on peut donc remplacer (R) par Gp ; elle devient alors, si l'on néglige les substances sécrétées :

$$r = \frac{Gp}{G + E} = \frac{p}{1 + \frac{E}{G}},$$

qui correspond à des repas composés d'aliments solides et liquides et rappelle celle que nous avons utilisée pour les digestions d'eau distillée. On peut en inférer de suite que le mouvement évolutif de la concentration aura la même orientation générale ici que là, si les fluctuations propres de l'élément (p), qui nous apparaît pour la première fois, ne troublent pas cette orientation.

Ce facteur nouveau (p) étant la quantité de substance qu'*un* centimètre cube de sécrétion est capable de dissoudre, peut être désigné par : *coefficient de l'activité chimique du suc gastrique*. Si cette activité se rapporte à la peptonisation, par exemple, (p) sera le coefficient de l'activité peptique etc.

Par sa nature de *coefficient*, (p) n'est pas susceptible d'être influencé par l'évacuation gastrique ; il dépend de conditions organiques *antérieures* à l'acte digestif. La quantité (Gp) seule tombe sous les influences digestives (actions mécanique et chimique).

Pour suivre ce nouveau type de repas à travers la digestion nous admettrons *d'abord* que le coefficient (p) est *invariable* pendant toute la durée du travail gastrique.

Cette condition *première* nous place alors dans une situation *absolument analogue* à celle des repas d'eau pure ; et en répétant ici, pas-à-pas, ce qui a été dit pour l'eau distillée, on arrive à la *même* conclusion générale que voici : *le coefficient (p) étant supposé constant, la concentration ne peut qu'augmenter du commencement à la fin de la digestion.*

Si, maintenant, l'on admet que (p) est variable, on reconnaît immédiatement qu'une *variation ascendante* de ce coefficient ne peut qu'accentuer le mouvement ascensionnel précédent de la concentration.

Mais une variation *descendante* de (p) change totalement cette physionomie simple du mouvement évolutif.

Par sa chute progressive le numérateur (p) de la fraction $\frac{p}{1 + \frac{E}{G}}$, tend à imprimer à la concentration une orientation différente de celle qu'engendrerait le dénominateur $\left(\frac{E}{G}\right)$ s'il variait seul. Comme il y a ici *deux variables antagonistes*, le sens du mouvement évolutif dépend à tout instant de l'état respectif de ces deux termes : p et $\frac{E}{G}$. *Pratiquement* l'analyse de ce cas peut se ramener aux considérations suivantes :

Comme, dans cet ordre de phénomènes, il ne se produit aucun saut brusque on peut prévoir que, d'une manière générale, la concentration *augmentera* d'abord puis *baissera*. Elle passera donc par un *maximum* en cours de digestion. Ce maximum sera d'autant plus vite atteint que l'évacuation, par exemple, sera plus rapide ; il se montrera, au contraire tardivement quand l'évacuation sera lente.

On peut donc, avec ce type théorique de repas, prévoir deux marches évolutives de (r) : *l'une croissante quand* (p) *reste constant ou va en augmentant ; l'autre croissante d'abord, décroissante ensuite, avec un maximum entre les deux, quand* (p) *baisse constamment.*

Les fluctuations de (p) jouent donc ici un rôle prépondérant et il importe de les étudier de plus près (voir ci-après).

Remarque i. — La limite à laquelle s'arrêtera la concentration est facile à déterminer dans le cas d'un coefficient (p) rétrograde. Cette limite est encore (r_0). Car (p) diminuant incessament tend vers zéro. On s'achemine donc ainsi vers le premier type alimentaire, étudié tout à l'heure et dont la limite est (r_0).

Quand (p) reste constant ou s'accroît pendant la digestion, la concentration augmente, on vient de le voir, du commencement à la fin du cycle digestif. Il semble donc que la limite soit un maximum très différent de (r_0).

Cela est vrai, théoriquement et pratiquement, tant que l'estomac contient des aliments susceptibles d'être attaqués par la sécrétion. Mais il est évident que l'évacuation qui entraîne, peu à peu, les aliments solides aussi bien que le liquide, finit par éteindre l'action chimique en soustrayant les substances solubles. Alors, si active que soit la sécrétion, (p) tend à s'annuler par défaut d'aliments et l'on retombe finalement dans le cas précédent.

Il est, d'ailleurs, facile de se convaincre que cette éventualité ne saurait se produire qu'aux *confins extrêmes* de la digestion physiologique parce que les dernières substances solides ne sont entraînées qu'avec les dernières portions de liquide auxquelles elles sont intimement mêlées.

Traduisons cela, comme précédemment, à l'aide de l'expression elle-même de la concentration, en y faisant figurer les éléments sécrétés (r_0). Cette expression générale est ici :

$$r = \frac{G(p + r_0)}{G + E}.$$

En y faisant tendre (p) et (E) vers zéro, elle aboutit, in extremis à :

$$r = r_0, \text{ C. Q. F. D.}$$

Il est d'ailleurs indifférent, pour ce résultat, que (p) s'annule par défaut d'aliments solides ou par appauvrissement progressif de la sécrétion.

La première de ces deux éventualités correspond, je viens de le dire, à (p) *constant* ou *croissant*. C'est celle qui — remarque curieuse — s'adapte à toutes mes séries de viande. — On a vu que (r) y croît jusqu'à *l'extrême limite* de la digestion. Elle retombe ensuite brusquement à (r_0), si brusquement qu'on ne réussit à le constater qu'à la faveur du hasard dans les derniers centimètres cubes du contenu.

La seconde éventualité, dont je ne possède pas d'exemple, correspond à (p), régulièrement décroissant avec, par conséquent, un *maximum en cours de digestion.*

En somme, entre ce deuxième groupe d'aliments, où l'action chimique ne se développe que progressivement avec l'afflux de la sécrétion et le premier où cette action sur l'aliment pendant la digestion stomacale est indépendante de la sécrétion gastrique, la différence est profonde par rapport à l'évolution de la concentration.

Cette différence, inconnue jusqu'ici, n'implique nullement un changement dans la coordination des causes digestives quand l'aliment change ; elle implique seulement l'intervention, pour des aliments différents, d'agents également différents, les uns étrangers à la sécrétion gastrique, les autres propres à cette sécrétion.

Cette constatation, suscitée par l'étude de la concentration, est tout à fait remarquable. Elle devra peser d'un grand poids dans le choix, aujourd'hui tout arbitraire, des régimes, choix que j'effleurerai légèrement à la fin de ce chapitre sans toutefois y insister longuement.

⁂

Les aliments que je viens de mettre en scène, je les ai supposés homogènes dans leur constitution chimique ; ce sont des aliments théoriques, à peu près inexistants dans la nature où l'on ne rencontre que des aliments complexes.

S'ils existaient, leurs influences individuelles sur l'évolution de la concentration se rangeraient dans l'un des deux groupes que je viens d'étudier.

Nous sommes donc avec eux dans le champ de la théorie pure.

Dans la pratique, en raison de la constitution habituellement complexe des substances alimentaires, ces *deux* influences sur l'évolution peuvent s'exercer côte à côte pendant la digestion d'un *même* aliment.

Ce point de vue est important, notamment pour le choix d'un repas d'épreuve qui devrait être aussi simple que possible.

⁂

Détermination du coefficient (p).

Parmi les aliments directement attaquables par le suc gastrique lui-même, la viande est l'un des plus homogènes. On peut la considérer comme le type pratique des aliments du second groupe.

Les séries digestives (V, VI, VII, VIII) citées plus haut et obtenues chez le chien avec des repas de viande, nous offrent des évolutions *croissantes* de la concentration.

Cela s'accorde entièrement avec les digestions théoriques de ce second groupe quand on y suppose le coefficient (p) constant ou croissant pendant la majeure partie de la durée de la digestion.

Voyons s'il en est ainsi pratiquement ; *c'est là un problème tout nouveau.*

Par rapport à la viande et aux matières albuminoïdes (azotées) en général, le coefficient (p) peut prendre le nom, plus spécifique, de *coefficient de l'activité peptique.*

Supposons que le repas ingéré soit *sec.* (E) est alors nul puisque (E) représente le liquide ingéré avec le repas.

Annulons donc (E) dans la relation générale du second groupe : $r = \frac{G(p + r_0)}{G + E}$. Elle se réduit à : $r = p + r_0$, d'où l'on tire :

$$p = r - r_0.$$

Ce résultat remarquable exprime que, *dans les digestions de repas secs de l'espèce en cause ici, le coefficient de l'activité chimique de la sécrétion gastrique est toujours, à un terme constant près* (r_0), *égal à la concentration* r *du moment.*

Nous voilà donc en possession d'un moyen très simple et inconnu jusqu'ici pour déterminer (p). Mais il n'est encore applicable qu'à la viande qu'il est facile de faire prendre sous une homogénéité relative convenable. Il est d'ailleurs indifférent que la détermination du coefficient de l'activité peptique se fasse à l'aide de la viande ou de toute autre matière albuminoïde.

Pour appliquer ce moyen on fait ingérer la viande (ou toute substance azotée suffisamment homogène) sous sa modification insoluble et sans eau, et on dose la concentration à un moment où la digestion est encore en pleine activité. Si du résultat de ce dosage on retranche 0,01, valeur toujours très voisine de (r_0), on a assez exactement la valeur de (p) à ce moment.

Ce moyen est beaucoup plus commode et plus sûr que les digestions artificielles *in vitro*. Il fournit le coefficient (p) *en poids de matière dissoute*, tandis que les digestions artificielles, incertaines et suspectes, expriment le pouvoir peptique en unités conventionnelles et arbitraires de pepsine.

Pour faire prendre la viande dégraissée sous un état convenable, il est bon de la faire bouillir avec de l'eau, de rejeter la dissolution des matières extractives ainsi obtenue et de ne faire absorber que la partie insoluble.

J'ai effectué de la sorte quelques déterminations de (p). En voici quatre obtenues dans de bonnes conditions de temps et de repas chez un chien de forte taille (28^{k}) auquel je faisais prendre 200 grammes de viande bouillie, sans eau.

J'opérais deux prélèvements : l'un à trente, l'autre à 60 minutes ; dans chacun des échantillons je titrais la concentration.

Les quatre valeurs de (p) trouvées deux à deux, sont :

$$p = \left\{ \begin{array}{cc} \text{après 30 minutes} & \text{après 60 minutes} \\ 0{,}015 & 0{,}025 \\ 0{,}021 & 0{,}033 \end{array} \right.$$

Ces quatre nombres, qui correspondent à deux digestions différentes, forment entre eux une proportion sensiblement exacte (1).

---

(1) Cette proportionnalité semble être la conséquence d'une relation plus générale qu'il serait prématuré de rappeler ici.

Ils prouvent que (p) va en *augmentant* bien que faiblement jusqu'à la soixantième minute au moins. Avec ce repas et ce chien jeune, robuste et plein de santé, je n'ai, du reste, jamais trouvé de liquide après 75 minutes. L'augmentation progressive de (p) se poursuit donc sûrement jusqu'au voisinage immédiat de la fin digestive quand les conditions générales de l'expérience sont physiologiques. J'ignore s'il en est de même à l'état pathologique.

Ce résultat établit définitivement l'accord entre l'évolution réelle, expérimentale, des séries digestives à la viande et l'une des évolutions théoriques prévues pour les digestions des aliments du second groupe dans lequel la viande se classe comme un vrai type.

La théorie en somme s'accorde entièrement ici comme pour l'eau distillée, avec les faits, c'est-à-dire avec la réalité de tous les instants. Elle a su en prévoir la succession et le développement grâce à la concentration. Il a suffi qu'elle subordonne la marche de cette concentration non pas à une cause *unique*, l'action chimique, mais aux trois causes fondamentales qui représentent réellement la digestion gastrique.

Toutes ces causes *intéressent également* le médecin. L'analyse chimique en a ignoré deux jusqu'à ce jour. Il n'est donc pas étonnant qu'elle n'ait abouti qu'à des déboires.

Remarques. — Les valeurs du coefficient peptique (p) que je viens de mentionner et leurs variations suggèrent quelques remarques secondaires intéressantes.

I) Du moment que pour les repas *secs* du second groupe la concentration *ne dépend que de* (p) *et ne traduit, par cela même, que l'activité chimique de la sécrétion*, c'est que les repas de cette espèce sont impropres à refléter l'évolution digestive par cette concentration. Pour que cette évolution et ses trois causes reparaissent dans ses valeurs successives, il est nécessaire que le repas ingéré contienne de l'eau. Cela se dégage clairement de l'expression générale de la concentration relative à ce groupe alimentaire :

$$r = \frac{G(p + r_0)}{G + E}.$$

En y annulant E on la ramène à : $r = p + r_0$, que je viens d'utiliser pour déterminer (p).

Ce coefficient est alors la *seule* variable qui y figure ; comme il est indépendant de l'acte digestif stomacal il en résulte que (r) en est également indépendant.

Les repas secs ou, ce qui revient au même, l'étude de l'activité peptique des sécrétions, sont donc impropres à définir l'état digestif. C'est pourtant ce que l'on fait couramment sans en discerner l'inutilité.

II) Les valeurs de (p) qui précèdent montrent que, *chez le même sujet*, ce coefficient est susceptible de varier, non seulement du commencement à la fin de la digestion, mais aussi *d'un jour à l'autre* malgré l'identité des conditions extérieures de l'expérience.

Pawlow qui a mesuré la capacité peptique d'heure en heure, par des digestions artificielles, l'a trouvée *décroissante*.

Ses résultats obtenus sur des chiens *mutilés* sont sûrement d'ordre pathologique ; l'énorme durée de ses digestions le prouve suffisamment. Il se peut, dès lors, que, dans son cas, cette évolution de (p) soit exacte. Mais il est possible aussi que s'il avait rapproché ses contrôles au lieu de les faire d'heure en heure seulement, il eût, comme moi, trouvé cette évolution croissante au moins pendant la première heure et peut-être décroissante ensuite en raison de la longue durée des digestions et de l'état précaire de ses sujets.

Il ne faut pas oublier, en effet, que la capacité peptique (p) est essentiellement fonction de l'état général de l'individu.

III) J'ai volontairement négligé dans mes développements, l'éventualité d'un repas de viande et de liquide ingéré avec une certaine concentration préalable. Cette éventualité se réalise *toujours* dans la pratique parce que l'eau du mélange dissout certaines matières extractives de la viande avant toute digestion chimique. Il se crée de la sorte, dans le repas absorbé, une concentration initiale arbitraire.

J'ai rapporté plus haut (série VIII) un exemple numérique de ce genre.

Cette concentration « *a priori* » se comporte dans l'estomac comme celle du premier groupe alimentaire théorique : *elle y diminue progressivement pendant la digestion*. Celle qui dérive de l'action gastrique, que j'appelerai la *portion chimique*, y augmente. Il en résulte qu'au cours de la digestion la concentration totale (r) subit simultanément, dans ses parties, une double évolution antagoniste.

De là une certaine hésitation dans l'accroissement de (r), hésitation sensible surtout dans la *première phase* digestive où la concentration *préalable* prédomine encore. L'expérience révèle très nettement ce phénomène. Consultons les séries à la viande. La concentration s'y met en plateau ou oscille ou diminue même parfois pendant quelque temps. Son augmentation systématique ne s'accuse définitivement qu'à partir de l'instant où sa *partie chimique* devient manifestement prépondérante.

On voit que toutes les irrégularités expérimentales s'expliquent bien naturellement.

IV) La capacité peptique (p) étant, à une constante près, égale à (r) dans un repas de viande sec, on voit que cette concentration (r) peut être substituée aux digestions artificielles pour définir l'action chimique. C'est ce que j'ai fait pressentir dans la première partie de ce mémoire.

Quand, dans la relation $r = \frac{G(p + r_0)}{G + E}$ qui correspond aux digestions de viande, on saura attribuer à (G) une valeur expérimentale ou théorique précise, on pourra toujours en déduire directement la valeur de (p), que le repas soit *sec* ou liquide. Cette question sera examinée ailleurs.

Repas de pain.

J'ai dit plus haut, à propos du premier groupe théorique d'aliments solides, que leur schéma digestif rappelle, par l'évolution de la concentration, la digestion du repas d'Ewald. J'ai ajouté que certaines particularités seulement les distinguent et j'ai réservé le *pourquoi* de cette similitude. Je vais l'examiner ici.

Je rappelle que, pour les conditions posées, la concentration ne peut que baisser du commencement à la fin de la digestion théorique des aliments *homogènes* de ce groupe.

Il se trouve que c'est sensiblement ainsi que se déroule la digestion du repas de pain sucré (voir mémoire précédent). Il faut donc *nécessairement* que les *deux conditions fondamentales* du problème théorique s'appliquent à la digestion du pain.

Voici ces conditions (voir plus haut) : 1) — La genèse, dans l'estomac, de la matière dissoute est *indépendante* de l'action propre de la sécrétion gastrique.

2) — Les aliments se dissolvent en masse dans l'estomac *dès le début* de la digestion.

La chute progressive et continue de la concentration n'est compatible qu'avec ces deux conditions. Il faut donc qu'elles soient à la base de la digestion du pain où la concentration suit réellement cette marche.

Elles le sont, en effet, car on sait depuis *Leuchs* (1839) que la matière amylacée, dont le pain est très riche, ne se solubilise qu'à la faveur de *ferments salivaires*. Tout le mystère est là. Ces ferments salivaires sont totalement *étrangers* à la sécrétion gastrique et leur action est réellement *maxima* au moment où l'aliment amylacé, imprégné de ces ferments, pénètre dans l'estomac, c'est-à-dire au *début de la digestion gastrique*. De là les hautes concentrations initiales que l'on remarque dès l'origine avec le repas d'Ewald, surtout quand il est sucré (voir mémoire de 1906). En ce moment-là, toute la matière dissoute n'est guère formée que de maltose ; l'azote y est très faiblement représenté comme on va s'en assurer dans un instant.

Cette action salivaire baisse, d'ailleurs, très rapidement. Il est facile de le contrôler au moyen de la liqueur de Fehling. La réduction chimique du cuivre est très puissante dans la première phase digestive, mais s'amende très rapidement par la suite. Elle peut même jusqu'à s'annuler dans les périodes avancées, quand l'évacuation pylorique se fait bien.

En somme, ici encore *la théorie s'accorde entièrement avec les faits*. Une remarque importante découle de cette constatation ; c'est celle-ci: Si l'expérience n'avait pas depuis longtemps déjà démontré l'existence des ferments salivaires et leur action sur la matière amylacée, l'étude théorique de l'évolution de la concentration les eût, à elle seule, démasqués comme étant la condition *nécessaire* pour expliquer la marche évolutive de cette concentration pendant la digestion du pain.

Cette remarque est intéressante parce qu'elle démontre l'utilité des conceptions et de l'analyse théorique dans l'étude des phénomènes de la vie.

⁂

L'aliment théorique considéré, supposé homogène — de la matière amylacée pure par exemple — évoque une évolution digestive également homogène et une *action chimique totalement indépendante* de la sécrétion gastrique.

Le pain n'est pas homogène ; il contient à la fois de la matière amylacée et de la matière azotée (gluten). Son cycle digestif ne saurait donc être tout à fait homogène. Car si les hautes concentrations du début, dues aux hydrates de carbone, s'abaissent rapidement, la dissolution de la matière azotée doit, en revanche, s'accomplir suivant le schéma des aliments du second groupe et la concentration corrélative doit s'élever progressivement.

Nous retombons ainsi dans les conditions de la remarque III du paragraphe précédent sur la coexistence dans la concentration, de deux mouvement évolutifs antagonistes. Cela se vérifie, d'ailleurs, expérimentalement.

Mais ici, avec le pain, cet antagonisme ne devient sensible que vers la *fin* du cycle digestif, quand la concentration générale (r) arrive au voisinage de 0,03. On peut alors constater des oscillations franches de la concentration ; et quand l'évacuation est suffisament rapide on peut même observer une ascension assez persistante de (r), due, cela s'explique maintenant, à l'active dissolution du gluten.

C'est là la différence à laquelle je faisais allusion tout à l'heure, entre l'évolution du repas théorique et celle du repas d'Ewald. Comme, dans la pratique des examens gastriques, on fait l'extraction du repas de pain après une heure de digestion, l'effet contrariant du double mouvement évolutif antagoniste n'apparaît pas encore, physiologiquement, dans l'analyse à ce moment. C'est même là l'un des avantages marqués de l'emploi du pain comme aliment d'épreuve. Mais dans les évacuations très hâtives et dans les examens en série continue avec des puisements trop copieux, cet effet peut devenir très apparent et suggérer l'idée d'une marche irrégulière de la digestion. Il est bon que l'on en soit prévenu et de se rappeler que les concentrations, liées à la dissolution chimique de la matière azotée dans l'estomac, ne s'élèvent jamais qu'au voisinage de 0,03, tandis que les concentrations liées aux matières amylacées peuvent, un début du cycle, atteindre des valeurs telles que 0,18 et 0,19 (voir le tableau de mon précédent mémoire (1906.)

On s'assure facilement de la marche ascendante de la matière azotée dissoute pendant la digestion des repas de pain. Il suffit d'y doser l'azote.

J'ai effectué un grand nombre de ces dosages, les uns avec la collaboration de M. le D^r^ Faloise (de Liège), les autres avec M. Guéritte. Ces dosages ont été publiés en leur temps.

Je donne dans le tableau ci-après quelques-uns des résultats obtenus.

L'azote y est exprimé en unités de peptone en remarquant que 1 gr. de peptone correspond sensiblement à 0,15 d'azote.

A côté des valeurs de l'azote-peptone, rapportées à *un* cc de liquide gastrique, le tableau contient aussi les concentrations (r), correspondantes et les rapports $\frac{Az}{r}$.

Il est, en outre, classé suivant les valeurs *décroissantes* de (r), pour rappeler leur évolution décroissante pendant la digestion du pain. Il se trouve alors que ce même tableau semble presque classé aussi suivant les valeurs croissantes de $\frac{Az}{r}$, ce qui est très significatif pour la démonstration.

TABLEAU

des valeurs de l'azote dissous, pendant la digestion du repas d'Ewald.

r	$\frac{Az}{r}$	Az (ou unités de peptone)
0,1167	0,063	0,00739
0,0932	0,127	0,01691
0,0925	0,137	0,01271
0,0910	0,113	0,01042
0,0850	0,137	0,01172
0,0792	0,121	0,00965
0,0731	0,109	0,00796
0,0712	0,150	0,01072
0,0675	0,113	0,00763
0,0662	0,111	0,00739
0,0657	0,196	0,01292
0,0656	0,137	0,00899
0,0656	0,119	0,00784
0,0594	0,088	0,00526
0,0575	0,150	0,00865
0,0515	0,196	0,01012
0,0487	0,113	0,00552
0.0480	0,151	0,00725
0,0428	0,223	0,00955
0,0417	0,174	0,00730
0,0292	0,236	0,00692
0,0289	0,162	0,00470
0,0275	0,288	0,00792
0,0260	0,332	0,00865
0,0190	0,436	0,00830
0,0168	0,368	0,00619
0,0105	0,589	0,00619 (à jeun).
0,0092	0,518	0,00479 (à jeun).

Ce tableau démontre, jusqu'à l'évidence que, durant la digestion du repas d'Ewald, la proportion relative d'azote $\left(\frac{\mathrm{Az}}{r}\right)$ augmente, dans le résidu, au fur et à mesure que la concentration diminue.

Comme, pour ce repas, la concentration diminue du commencement à la fin de sa digestion, c'est donc que la matière dissoute *s'enrichit* en matière azotée pendant cette évolution.

La transformatien peptique du pain obéit donc à la même loi que celle de la viande : *elle s'accentue progressivement avec la sécrétion gastrique elle-même dont elle dépend ici comme là.*

En d'autre termes, si cette matière azotée, qui se dissout pendant l'évolution des repas de pain, était seule dans le résidu (r), celui-ci y augmenterait graduellement comme avec le repas de viande, au lieu d'y diminuer, C. Q. F. D.

Pour compléter ces renseignements, voici quelques exemples de quantités d'azote trouvées dans les résidus d'une digestion de *viande*. C'est une série continue chez un chien. Elle est tirée des recherches que nous avons faites en commun, M. le D^r Falloise et moi.

Repas ingéré : viande et eau.

	r	$\frac{\mathrm{Az}}{r}$	Az (en peptone).
Après 31 minutes . .	0,0169	0,483	0,00817
Après 44 minutes . .	0,0176	0,512	0,00901
Après 61 minutes . .	0,0280	0,529	0,01480

Il semble que ce petit tableau fasse suite au précédent malgré la barrière de repas d'épreuve très différents qui se dresse entre eux.

L'azote, exprimé en peptone, y est toujours sensiblement la moitié du résidu lequel y est, partout, plus élevé que la concentration *propre* (r_0) de la sécrétion gastrique elle-même.

Ce second tableau confirme donc la conclusion déduite du premier : *vers la fin des repas de pain*, la proportion d'azote dissous y devient *égale à celle des repas de viande.*

De l'ensemble de ces dosages se dégagent encore d'autres conséquences qu'il y aura avantage à signaler ailleurs.

⁂

Avant de résumer les éléments développés dans ce chapitre, d'en présenter quelques conséquences et d'en tirer quelques indications pratiques, relatives, notamment, aux régimes alimentaires, je désire ajouter quelques mots sur une condition évolutive *spéciale aux repas de pain*. C'est celle qui détermine le maximum général de la concentration *pour ce repas*

L'expérience nous a, en effet, appris (voir le mémoire de 1906) que ce maximum doit être voisin de 0,190.

Je ne possède pas beaucoup d'éléments positifs sur ce point spécial encore à l'étude et ne saurais en fixer la loi avec la certitude qui m'a permis de préciser la limite inférieure (r_0) de la concentration, absolument générale d'ailleurs.

Voici ce qui se dégage de plus clair de nos connaissances.

Théoriquement la concentration, d'après ce qui précède, sera maxima quand l'action salivaire sera elle-même maxima pour une sécrétion gastrique minima (nulle).

Cela a toujours lieu au début de la digestion et c'est en effet à ce moment-là que l'on rencontre toujours avec le pain les plus fortes concentrations. Cela peut se produire aussi en cours de digestion, si la sécrétion gastrique venait à s'arrêter brusquement.

Mais cette condition ne suffit pas pour répondre à la question posée. L'observation des faits en suscite une autre, plus précise et plus importante au point de vue biologique pur.

L'étude pratique du chimisme montre, en effet, *que l'activité chimique diminue quand la concentration augmente et tend même à s'annuler pour une certaine valeur de* (r).

L'action chimique, en d'autres termes, est entravée dans son milieu par les produits de son propre travail.

L'action mécanique ayant pour mission de diluer le milieu et de le débarrasser de ces produits, on voit que l'activité chimique baissera très vite quand l'action mécanique devient insuffisante.

C'est là, vraisemblablement, la cause fondamentale qui détermine la limite maxima 0,190 dans les repas de pain. On peut l'énoncer sous cette forme générale :

La concentration 0,190 des digestions de pain apparaît comme équivalente à une résistance voisine de la plus élevée de celles que les tensions chimiques de l'estomac peuvent vaincre.

Pour qu'elle se produise il faut que l'action mécanique de l'estomac soit minima.

Cela cadre fort bien avec les faits.

C'est à cette action régulatrice de la concentration que je faisais allusion quand, dans le mémoire précédent, je discutais les incertitudes des digestions artificielles.

Pratiquement elle est au premier plan des phénomènes dyspeptiques soit comme cause, soit comme élément révélateur dans l'analyse chimique.

(*A suivre.*)

Paris, le 20 septembre 1907.

SUR UN

POISSON ACANTHOPTÉRYGIEN ÉOCÈNE

Parapygæus polyacanthus nov. gen. nov. sp.

par M. le Dr Jacques **PELLEGRIN**

La connaissance des Poissons fossiles est encore loin d'être complète et il en sera ainsi longtemps à cause de la rareté et de l'imperfection des documents géologiques. Bien que le gisement éocène supérieur du Monte-Bolca, près de Vérone, en Italie, figure parmi les plus anciennement étudiés et qu'il ait été l'objet de travaux remarquables de la part de naturalistes éminents comme G. S. Volta, L. Agassiz, A. de Zigno, F. Bassani, C. R. Eastman, etc., etc., on peut encore y rencontrer des formes nouvelles fort intéressantes.

C'est ainsi que grâce à l'obligeance de M. P. H. Fritel, qui me les a communiquées, j'ai pu examiner l'empreinte et la contrempreinte d'un Poisson acanthoptérygien perciforme de cette localité qui ne me paraît devoir être rapporté à aucun des genres décrits jusqu'ici. Il s'écarte, en effet, de tous les spécimens existant dans la magnifique série du Monte-Bolca de la galerie de paléontologie du Museum d'histoire naturelle de Paris, collection dont M. le Pr Boule et M. Thévenin, assistant, auxquels je tiens à adresser ici tous mes remerciements, m'ont considérablement facilité l'accès. M. le Dr Sauvage dont la compétence est bien connue pour tout ce qui touche les poissons fossiles, a vu cet échantillon qui lui semble différent des nombreux types examinés ou décrits par lui. Enfin, dans tous les ouvrages que j'ai pu consulter, aucun Poisson, parmi les Acanthoptérygiens perciformes, n'est semblable au spécimen, type d'un genre nouveau, dont on trouvera la description ci-dessous.

Parapygæus (1) nov. gen.

Corps moyen, non élevé. Bouche petite, subterminale. Vertèbres au nombre de 24. Ecailles de dimension moyenne, fortement sillonnées Aénoïdes. Portion épineuse de la dorsale et de l'a-

---

(1) De Παρὰ, auprès et *Pygæus*, nom générique.

nale beaucoup plus étendue que la portion articulée. Dorsale continue, commençant au niveau de la fente operculaire, comprenant 18 épines subégales et 8 rayons mous non prolongés. Anale correspondant à la dorsale mais un peu moins étendue, composée de 13 épines et de 6 rayons mous. Ventrales thoraciques. Caudale nettement fourchue.

PARAPYGÆUS POLYACANTHUS nov. sp.

La hauteur du corps est contenue 2 fois 2/3 dans la longueur sans la caudale ; la longueur de la tête 3 fois. La bouche est petite, protractile et paraît munie de petites dents coniques. On ne distingue pas de denticulations au préopercule. L'œil est contenu 3 fois environ dans la longueur de la tête. Il existe 11 vertèbres précaudales, 13 caudales. Aucune épine neurale ou hémale n'est dilatée ; les côtes sont minces, grêles. Les écailles de dimension moyenne sont marquées de forts sillons ; il en existe sur la joue et sur l'opercule. La dorsale commence au niveau de la fente operculaire, elle comprend 18 épines subégales à partir de la 4e, la dernière étant contenue 2 fois 1/2 environ dans la longueur de la tête ; les rayons mous au nombre de 8 sont à peine plus longs que les épines. L'anale débute très en avant, environ sous la 7e épine de la dorsale, elle est composée de 13 épines, égales à partir de la seconde, un peu plus longues et un peu plus fortes que celles de la dorsale. Ces deux nageoires paraissent être reçues à la base dans un fourreau écailleux. Les ventrales thoraciques, peu nettes, ne semblent pas toutefois comprendre plus d'une épine et de 5 rayons mous. Le pédicule caudal est plus haut que long. La caudale est nettement fourchue, à lobes égaux, aigus et comprend 18 rayons principaux.

D. XVIII 8 ; A. XIII 6 ; Ver. 11 + 13 = 24.

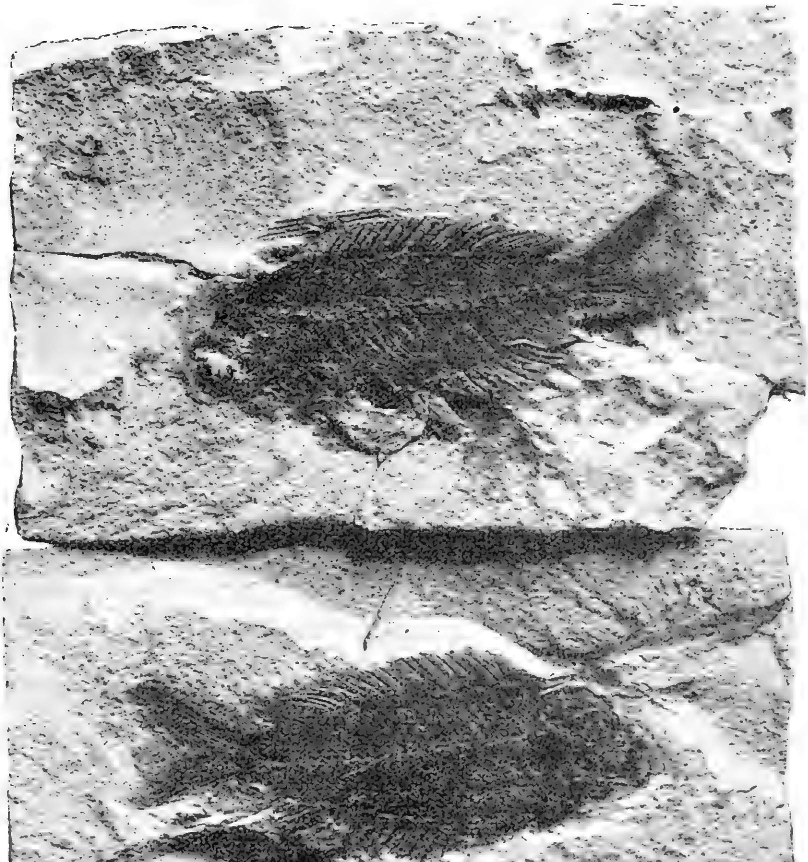
Eocène supérieur du Monte-Bolca.

Longueur 56 + 15 = 71 millimètres,

Le nom générique de *Parapygæus*, donné à ce Poisson indique certains rapports avec le genre *Pygæus* fondé en 1838 par Louis Agassiz (1) pour plusieurs espèces d'Acanthoptérygiens du Monte-Bolca. Les principales formes de ce dernier genre se rapprochent des Ephippus et des Chétodons ; aussi les Pygées, sont-ils classés

---

(1) L. AGASSIZ. Recherches sur les Poissons fossiles, IV, p. 16 et 251.



Empreinte et contrempreinte du *Parapygæus polyacanthus* nov. gen. nov. sp.

par beaucoup d'ichtyologistes et notamment par A. S. Woodward (¹) parmi les Chétodontidés (²).

Il est évident, toutefois, que l'on a réuni sous le nom de Pygées des formes assez dissemblables, et appartenant à des groupes un peu différents. Agassiz d'ailleurs, l'avait reconnu dès le début lorsqu'il s'exprimait ainsi : « Il faudra donc probablement démembrer un jour ces espèces et en faire autant de genres qu'on y reconnaîtra de types différents, en les étudiant d'une manière plus complète ; ce qui sera d'autant plus difficile que les Pygées sont fort rares dans les collections. La plupart des espèces ne sont connues que d'après un seul exemplaire, ou même une simple plaque. »

Le caractère le plus remarquable du Poisson acanthoptérygien perciforme, décrit ici, est certainement le développement considérable, tout à fait inusité, de la portion épineuse de la nageoire dorsale et *surtout de l'anale*, tandis que, par contre, la portion articulée est fort réduite.

D'une façon générale, chez les Acanthoptérygiens perciformes, on ne rencontre pas plus de 3 épines à la nageoire anale ; c'est ce chiffre, de beaucoup le plus fréquent, qui peut être considéré comme normal dans ce groupe, si riche à l'époque actuelle. Parfois même ce nombre n'est pas atteint, c'est ainsi que chez les Percidés proprement dits, par exemple, on ne trouve qu'une ou deux épines à l'anale, chez les Pomacentridés toujours deux seulement.

Il n'existe qu'un fort petit nombre de familles actuelles, — et le plus souvent dans quelques genres seulement, — possédant plus de trois épines anales, ce sont parmi celles à os pharyngiens inférieurs séparés, les Centrarchidés, les Nandidés, les Osphroménidés, les Teuthididés et parmi les Pharyngognathes les Cichlidés et les Labridés.

Il est donc très intéressant de trouver déjà chez le *Parapygæus polyacanthus*, Poisson relativement assez ancien dans le groupe, puisque les Acanthoptérygiens datent de l'époque crétacée, une telle prédominance des rayons épineux et surtout ce chiffre de 13 épines à l'anale.

Cependant, il faut remarquer que chez les Pygées éocènes plusieurs espèces possédaient également plus de 3 épines anales mais sans jamais atteindre un nombre aussi élevé que chez le *Parapygæus*.

---

(1) A. S. Woodward. Catalogue of the Fossil Fishes in the Bristish Museum, IV, 1901, p. 556.

(2) Pour le Pr Jordan ce genre serait un type généralisé ayant des rapports ancestraux avec les Chétodontidés, les Acanthuridés et les *Siganus* (*Amphacanthus*). *Science*, N. S. vol. xx. n° 503, 1904, p. 246.

Le tableau suivant, tiré de C.-R. Eastman (1), indique les formules des principales espèces du genre *Pygaeus*.

Pygæus bolcanus Volta	D. X-XII 20.	
Pygæus nobilis L. Agassiz	D. XII 12;	A. III 12.
Pygæus Agassizi Eastman	D. X 9;	A. V 8.
Pygæus coleanus L. Agassiz	D. XIV 15;	A. IX 11.

C'est donc de cette dernière espèce que se rapproche le plus, sous le rapport des nombres des rayons, le Poisson décrit ici. Toutefois, malgré cette relation évidente, l'ensemble de ses caractères anatomiques ainsi que son aspect ne semblent pas devoir le faire rentrer dans la famille des Chétodontidés, avec les Pygées typiques.

Quant à la division des Chétodontiformes, séparée de celle des Perciformes par certains zoologistes comme Woodward (2), elle est peut-être commode au point de vue pratique, mais paraît basée sur des caractères assez secondaires en ce qui concerne les familles des Chétodontidés et des Acronuridés (3); avec Boulenger (4) il semble naturel de faire rentrer celles-ci dans le vaste groupe des Perciformes dont elles ne sont pas essentiellement distinctes.

Cette énorme section des Téléostéens ne comprend pas moins de 36 familles, à l'heure actuelle, d'après cet auteur.

Il s'agit de rechercher lesquelles se rapprochent du *Parapygæus polyacanthus*. Les formules des nageoires impaires de ce Poisson, caractère très objectif et parfaitement net sur l'échantillon restreignent, d'ailleurs, considérablement le champ des investigations.

Il sera donc facile de passer en revue les différentes familles présentant un nombre considérable d'épines, particulièrement à l'anale, et d'indiquer les rapports ou les différences qu'elles présentent avec le spécimen étudié ici.

Les Osphromènidés auxquels on a souvent réuni les Anabantidés (5) sont des Poissons pecroïdes habitant aujourd'hui les eaux douces du Sud de l'Asie, avec un genre en Afrique dans l'Ogôoué. On constate chez eux de grandes variations dans la disposition des nageoires;

---

(1) C.-R. Eastman. Descriptions of Bolca Fishes. *Bull. Mus. Comp. Zool. Harvard Coll.* Cambridge, XLVI, 1904, nº 1, p. 32.

(2) *Loc. cit.*

(3) Les Balistidés et Gymnodontidés, placés par Woodward parmi les Chétodontiformes appartiennent au contraire à un groupe très différent, les Plectognathes de Cuvier.

(4) Boulenger. A. Synopsis of the Suborders and Families of Teleostean Fishes. *Ann. Mag. Nat. Hist.* Ser. 7, XIII, 1904, p. 178.

(5) Les Anabantidés sont placés par Boulenger parmi les Percesoces.

certaines formes ont le nombre des aiguillons tout à fait réduit, d'autres, au contraire, présentent un développement extraordinaire de la portion épineuse aussi bien à l'anale qu'à la dorsale. C'est ainsi que le *Polyacanthus opercularis* Linné, de Chine, a pour formules : D. XIV-XVIII 8-7 ; A. XVIII-XX 11-12. Toutefois, dans cette famille, il existe un appareil respiratoire spécial, supporté par des lamelles osseuses, surmontant les branchies et destiné à respirer l'air en nature et à permettre un séjour plus ou moins long hors de l'eau. Or il n'existe pas, sur le spécimen fossile, de vestiges de cet organe acquis secondairement chez des Poissons dulcaquicoles soit pour résister à la sécheresse, soit pour aller à terre à la recherche de la nourriture.

Les Nandidés constituent une famille assez restreinte de petits poissons carnivores d'eau douce comprenant, à l'heure actuelle, 3 genres dans le Sud-Est de l'Asie, un dans l'Ouest africain, 2 dans l'Amérique du Sud. Chez le *Polycentrus Schomburgki* Müller et Tröschel, de la Guyane, on observe pour formules : D. XVI-XVII 8-7 ; A. XIII 7, chiffres tout à fait comparables à ceux du *Parapygæus polyacanthus*. Toutefois, malgré des rapports incontestables, ce n'est probablement pas à ce groupe que ce dernier doit être rapporté.

Les Cichlidés forment une vaste famille dont on connaît aujourd'hui plus de 300 espèces peuplant les eaux douces de l'Afrique, de Madagascar, de la Syrie, de l'Inde avec Ceylan et de l'Amérique centrale et méridionale. On rencontre chez eux quelques genres à épines anales multiples : c'est ainsi que le *Cichlasoma spinosissimum* Vaillant et Pellegrin, du Guatémala, a pour formules : D. XVIII-XIX 7-8 ; A. XI-XII 7-8. C'est un Poisson qui présente, sans conteste, de grandes analogies avec l'espèce décrite ici. Cependant chez les Cichlidés, les os pharyngiens inférieurs sont toujours plus ou moins complètement unis, quoiqu'à un moindre degré que chez les Labridés où la suture médiane disparaît. En l'absence de caractères précis indiquant sur le *Parapygæus* une fusion des pharyngiens inférieurs, il semble difficile de ne pas admettre que ces os se comportent chez lui comme dans la majeure partie des cas chez les Acanthoptérygiens, c'est-à-dire qu'ils soient séparés.

Il reste alors seulement une famille dont le squelette est tout à fait analogue à celui des Cichlidés et qui possède des pharyngiens inférieurs séparés, c'est celle des Centrarchidés. Ce petit groupe, longtemps réuni aux Percidés dont il est assez difficile à distinguer, est composé, à l'heure actuelle, de Poissons carnivores en majorité dulcaquicoles, mais entrant dans les eaux saumâtres, surtout répandus dans l'Amérique du Nord, aux Etats-Unis (1). Un genre, le genre *Dules* ou *Kuhlia* rapporté par Boulenger à cette famille, se rencontre non seulement dans les bas fleuves et dans les estuaires, mais aussi sur les côtes de l'Est africain et de Madagascar, et dans les diverses îles de l'Océan Indien et de l'Océan Pacifique ainsi qu'au nord de l'Australie.

C'est donc très vraisemblablement des Centrarchidés qu'il faut surtout rapprocher le *Parapygæus polyacanthus*, D'ailleurs si l'on ne trouve pas aujourd'hui dans cette famille d'espèces à formules tout à fait semblables, il existe encore des genres comme les *Pomoxys* et les *Centrarchus* possédant 7 à 8 épines anales. Le *Centrarchus macropterus* Lacépède, par exemple, a pour formule : D. XI-XIII 12-14 ; A. VII-VIII 15.

Un autre caractère du *Parapygæus* mérite de fixer l'attention, c'est celui du nombre des vertèbres 24. C'est un chiffre qu'on retrouve chez les Acanthoptérygiens primitifs et d'autre part chez un assez grand nombre de formes actuelles des mers tropicales.

Les Acanthoptérygiens, en effet, dérivent d'un type crétacé plus ou moins voisin des *Beryx* et chez lequel le nombre des vertèbres était justement de 24. Encore aujourd'hui beaucoup d'Acanthoptérygiens habitant les mers chaudes du globe ont un nombre de vertèbres peu élevé et se rapprochant de 24 (10 abdominales ou précaudales + 14 caudales. Günther) (2) dès 1864 avait déjà remarqué cette particularité chez les Labridés, et Gill la même année, avait généralisé cette notion en montrant que la majorité des types tropicaux sont des Acanthoptérygiens ayant 24 vertèbres, tandis qu'au contraire les espèces à vertèbres nombreuses et particulièrement les Malacoptérygiens prédominent dans les eaux septentrionales. Plus récemment, Jordan (3) dans des travaux fort documentés sur les relations de la température avec le nombre des vertèbres chez les Poissons, accumula les données à cet égard.

En outre, dans les groupes comprenant à la fois des espèces marines et d'autres dulcaquicoles, celles-ci ont habituellement plus de vertèbres que celles des eaux salées, les formes des grandes profondeurs aussi.

---

(1) Plusieurs espèces de Sun-Fishes, c'est ainsi qu'on les appelle aux États-Unis, viennent même d'être acclimatées en Europe.

(2) A. Günther. Cat. Fish. Brit. Mus. IV p. 65.

(3) Jordan. Relations of temperature to vertebræ among Fishes. *Pr. U. S. Nat. Mus.* XIV, n° 845, 1891, et Temperature and vertebræ. A study in evolution, 1893.

Le *Parapygæus* confirme ces faits. Plus voisin des types primitifs, vivant sans doute dans des eaux marines ou saumâtres chaudes, il possède naturellement intact ce chiffre de 24 vertèbres qu'on verra s'augmenter peu à peu chez les Centrarchidés actuels par suite d'adaptations diverses.

En effet, il n'y a plus aujourd'hui qu'un genre de Centrarchidés dont le chiffre des vertèbres se rapproche de 24, c'est justement le genre *Dules* ou *Kuhlia* qui en possède 25(10-11 + 14-15) parce qu'il est resté semi-marin et tropical (1).

Chez les Centrarchidés devenus dulcaquicoles, et habitant des régions plus tempérées comme les fleuves des Etats-Unis, on voit le nombre des vertèbres augmenter progressivement comme on peut en juger sur le tableau suivant :

Apomotis, Chænobryttus	29.
Eupomotis	29-30.
Lepomis	30.
Centrarchus, Amblopliles	31.
Micropterus	32-33.
Pomoxys	33.

Ces exemples intéressants semblent démontrer que chez les Acanthoptérygiens une des formes de la spécialisation est l'augmentation du nombre des vertèbres.

Tels sont les faits principaux mis en lumière par ce genre remarquable de l'éocène du Monte-Bolca, genre qui paraît devoir prendre place parmi les Acanthoptérygiens perciformes vers la base des Centrarchidés, groupe étroitement uni d'allieurs au point de vue ostéologique aux Cichlidés dont il ne se distingue que par l'absence de soudure des pharyngiens inférieurs.

---

(1) Il est intéressant de noter que L. Agassiz a signalé deux *Dules*, à 24 vertèbres parmi les Poissons du Monte-Bolca : le *Dules medius* L. Agassiz que Woodward assimile au *Cyclopoma (?) micracanthum* L. Agassiz et le *Dules temnopterus* L. Agassiz, dont la place zoologique paraît mieux établie.

TABLE DES MATIÈRES DU FASCICULE IV

LE PRIX DES TIRÉS A PART EST FIXÉ AINSI QU'IL SUIT :

	25 ex. —	50 ex. —	75 ex. —	100 ex. —	150 ex. —	200 ex. —	250 ex. —
Une feuille	4.50	5.85	7.20	8.10	10.60	12.85	14.85
Trois quarts de feuille.	4 »	5 »	6.10	7 »	9 »	10.60	12.15
Une demi-feuille. . .	3.15	4 »	5 »	5.60	7.20	8.10	9 »
Un quart de feuille. .	2.70	3.60	4.25	4.75	5.60	6.30	8.85
Un huitième de feuille.	2 »	2.70	3.15	3.60	4.05	4.50	5 »
Plusieurs feuilles . .	4 »	5.40	6 30	7.20	9 »	11.70	14 »

PUBLICATIONS DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

1re série	1789-1805	3 volumes in-4°
2e série	1807-1813	3 volumes in-4°
3e série	1814-1826	13 fascicules in-4°
4e série	1832-1833	2 volumes in-4°
5e série	1836-1863	28 fascicules in-4°
6e série	1864-1876	13 fascicules in-8°
7e série	1877-1888	11 volumes in-8°

Chaque année pour les Membres de la Société	**5** francs
— pour le public	**12** francs

Mémoires originaux publiés par la Société Philomathique

A L'OCCASION DU

CENTENAIRE DE SA FONDATION

1788-1888

Le recueil des mémoires originaux publié par la Société philomathique à l'occasion du centenaire de sa fondation (1788-1888) forme un volume in-4° de 437 pages, accompagné de nombreuses figures dans le texte et de 24 planches. Les ravaux qu'il contient sont dus, *pour les sciences physiques et mathématiques*, à : MM. Désiré André ; E. Becquerel, de l'Institut ; Bertrand, secrétaire perpétuel de l'Institut ; Bouty ; Bourgeois ; Descloizeaux, de l'Institut ; Fouret ; Gernez ; Hardy ; Haton de la Goupillière, de l'Institut ; Laisant ; Laussedat, de l'Institut ; Léauté, de l'Institut ; Mannheim ; Moutier ; Peligot, de l'Institut ; Pellat. *Pour les sciences naturelles*, à : MM. Alix ; Bureau ; Bouvier, de l'Institut ; Chatin, de l'Institut ; Drake del Castillo ; Duchartre, de l'Institut ; H. Filhol ; Franchet ; Grandidier, de l'Institut ; Henneguy ; Milne Edwards, de l'Institut ; Mocquard ; Poirier ; A. de Quatrefages, de l'Institut ; G. Roze ; L. Vaillant.

En vente au prix de 35 francs.

AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ, A LA SORBONNE

Bar-le-Duc. — Imp. Comte-Jacquet, Facdouel, Dir.

BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS

FONDÉE EN 1788

NEUVIÈME SÉRIE. — TOME IX

N° 5.

1907

PARIS
AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE DE PARIS
A LA SORBONNE

1907

Le Secrétaire-Gérant,
H. COUTIÈRE.

Le Bulletin paraît par livraisons bimestrielles.

COMPOSITION DU BUREAU POUR 1907

Président : M. Berthelot (Daniel), 3, rue Mazarine.
Vice-Président : M. Lécaillon, 28, rue Berthollet.
Trésorier : M. Rabaud, 3, rue Vauquelin.
Secrétaire des séances : M. Winter, 44, rue Sainte-Placide.
Vice-Secrétaire des séances : M. Lebon, 4 *bis*, rue des Écoles.
Secrétaire du bulletin : M. Coutière, 12, rue Notre-Dame-des-Champs.
Vice-Secrétaire du bulletin : M. Neuville, 55, rue de Buffon.
Archiviste : M. Henneguy, 9, rue Thénard.

La Société Philomathique de Paris se réunit les 2e et 4e Samedis de chaque mois, à 8 h. 1/2, à la Sorbonne (salle de travail des Étudiants).

Les membres de la Société ont le droit d'emprunter des livres à la Bibliothèque de l'Université. Ils ont également droit, sur leur demande, à 50 tirages à part gratuits des Mémoires qu'ils publient dans le Bulletin.

Pour le paiement des cotisations et l'achat des publications, s'adresser à M. Vézinaud, à la Sorbonne, place de la Sorbonne, Paris, Ve.

EXTRAITS DES COMPTES-RENDUS DES SÉANCES

Séance du 26 Octobre 1907.

PRÉSIDENCE DE M. LÉCAILLON, VICE-PRÉSIDENT.

M. Tarry fait une communication sur la magie arithmétique. M. Laisant souligne l'importance de cette communication.

M. Deschamps fait connaître une manière d'appliquer la méthode graphique aux opérations arithmétiques.

Séance du 9 Novembre 1907.

PRÉSIDENCE DE M. BERTHELOT, PRÉSIDENT.

M. Laisant présente la candidature de M. Jean Becquerel à la place vacante dans la section des Sciences physiques. Une commission composée de MM. D. Berthelot, Dougier et Mahler est nommée pour examiner les titres de M. Becquerel.

M. le D^r^ Marage fait une communication sur le travail développé pendant la phonation et rappelle les expériences qu'il a effectuées, à ce sujet, sur une personne munie d'un larynx artificiel. Son sujet a pu faire à la faveur de cet artifice, un travail triple du travail ordinaire.

M. Deschamps rappelle que le travail qu'il a exposé à la précédente séance, est la suite d'une idée émise par M. Laisant en 1891 au Congrès de Marseille. M. Laisant ajoute que le travail de M. Deschamps constitue une grande simplification apportée à son idée personnelle.

Séance du 23 Novembre 1907.

PRÉSIDENCE DE M. BERTHELOT, PRÉSIDENT.

M. le Président donne lecture du rapport de la commission sur la candidature de M. Jean Becquerel. Le vote sur cette candidature est renvoyé à la séance suivante.

M. Mahler qui a pris l'initiative d'une médaille de la Société, entretient l'assemblée de son projet.

M. Deschamps présente des tables graphiques se rapportant à sa communication du 26 Octobre dernier.

MM. Lebon et Deschamps échangent quelques observations à propos de cette communication.

LA MAGIE ARITHMÉTIQUE DÉVOILÉE

par **G. TARRY**

1. — La numération écrite de base p.

Tout nombre inférieur à p^n est égal à

$$ap^{n-1}+bp^{n-2}+\cdots+sp+t,$$

les coefficients $a, b, \ldots, s, t$ variant de 0 à $p-1$.

Par convention nous représenterons ce nombre sous la forme

$$a.b\ldots s.t.$$

Les coefficients différents de 0 sont les chiffres significatifs du nombre ainsi écrit dans la numération de base p.

Pour une base p supérieure à 10 les chiffres significatifs peuvent être figurés par plusieurs caractères, qui sont des chiffres de la numération décimale. Mais cela ne saurait présenter d'inconvénient, attendu que les chiffres significatifs différents sont figurés par des ensembles différents de signes, et que les points qui séparent les chiffres s'opposent à toute confusion dans la lecture du nombre.

Dans l'étude des propriétés d'ordre que nous entreprenons, c'est une obligation de considérer 0 comme le premier des nombres entiers, et d'écrire tous les nombres employés avec le même nombre de chiffres, en complétant au besoin avec des 0 à gauche.

2. — La somme numérale.

Soient $a_1.a_2\ldots a_p$ et $b_1.b_2\ldots b_p$ deux nombres écrits dans la numération de base p.

J'appelle *somme numérale* de ces deux nombres, par rapport à la base p, le nombre $c_1.c_2\ldots c_p$ dont les chiffres sont déterminés par les congruences

$$c_1\equiv a_1+b_1,\qquad c_2\equiv a_2+b_2,\qquad \ldots\qquad c_p\equiv a_p+b_p \pmod p$$

et j'écris l'égalité sous la forme

$$a_1.a_2 \dots a_p + b_1.b_2 \dots b_p = c_1.c_2 \dots c_p. \qquad \text{(base } p)$$

Exemple :

$$12.8.11.10 + 3.16.0.10 = 15.7.11.3. \qquad \text{(base 17)}$$

J'avais songé à imaginer un nouveau symbole pour désigner cette nouvelle nature d'égalité, puis il m'a paru plus rationnel et plus pratique de me servir du symbole d'égalité pur et simple, comme l'a fait M. Laisant dans ses études sur les équipollences, en admettant une fois pour toutes qu'il s'agit d'un cas spécial d'égalité.

Ensuite je me suis aperçu que j'avais quand même créé un nouveau symbole

$$= \text{(base } p)$$

composé de l'ensemble du signe $=$ et du signe (base p) indicateur de la base.

3. — Les quatre opérations numérales.

De l'addition numérale on déduit immédiatement la soustraction numérale. Exemple :

$$5.1.4 - 3.1.5 = 2.0.6. \qquad \text{(base 7)}$$

La conception de la somme numérale entraîne celle de la multiplication numérale par un nombre entier. Exemple :

$$3 \times 2.3.5 = 2.3.5 + 2.3.5 + 2.3.5 = 6.2.1. \qquad \text{(base 7)}$$

Mais de la multiplication numérale par un nombre entier on ne peut pas déduire la division numérale par un nombre entier, excepté lorsque le nombre p de la base est premier, parce que dans ce cas particulier il existe toujours un nombre x et un seul (à un multiple près de p) tel que

$$xq \equiv a. \qquad \text{(mod } p)$$

Soit le nombre $a.b \dots n$ à diviser par q.

Il s'agit de trouver un nombre $x.y \dots t$ tel qu'on ait

$$x.y \dots t = \frac{a.b \dots n}{q}. \qquad \text{(base } p)$$

Désignons par $x', y', \dots t'$ les valeurs de $x, y, \dots t$ satisfaisant aux congruences

$$xq \equiv a, \qquad yq \equiv b, \dots tq \equiv n. \qquad \text{(mod } p)$$

Il est clair que nous aurons

$$(x'.y' \dots t')q = a.b \dots n \qquad \text{(base } p)$$

et que $x'.y' \dots t'$ sera le quotient de la division de $a.b \dots n$ par q.

Comme application, calculons la valeur de l'inconnu dans cette équation numérale du premier degré :

$$x.y.z.t = \frac{6.2.1.5}{3}. \qquad \text{(base 7)}$$

Résolvons les congruences

$$3x \equiv 6, \qquad 3y = 2, \qquad 3z \equiv 1, \qquad 3t \equiv 5 \qquad \text{(mod 7)}$$

Nous obtenons

$$x = 2, \qquad y = 3, \qquad z = 5, \qquad t = 4$$

ce qui nous donne

$$2.3.5.4 = \frac{6.2.1.5}{3}.$$

Soit q' la valeur de x qui satisfait à la congruence

$$xq \equiv 1. \qquad \text{(mod } p)$$

On dit que q' est l'inverse de q. Il est évident que diviser par q c'est multiplier par q'. Ainsi dans l'exemple précédent diviser par 3 c'est multiplier par 5.

$$\frac{6.2.1.5}{3} = 6.2.1.5 \times 5 = 2.3.5\ 4.$$

Dans tout ce qui suit nous supposerons que les nombres sont toujours écrits dans une même base p, et que p est un nombre premier ; par conséquent nous pourrons toujours effectuer les divisions numérales par un nombre entier quelconque.

Comme toutes nos opérations numérales seront relatives à la même base p, nous nous dispenserons de faire mention de cette base, même dans les formules.

4. — Les séries numérales du premier ordre.

J'appelle *série numérale du premier ordre*, par rapport à la base p, et désigne par le symbole (r_1) la suite des p nombres de la progression arithmétique numérale de raison r_1 et de premier terme 0,

$$0 \quad r_1 \quad 2r_1 \ \ldots \ (p-1)r_1$$

chaque terme étant égal à la somme numérale du précédent et de la raison r_1. Le nombre r_1 est la *clé* de la série numérale.

Ainsi les 5 nombres de la série numérale (4.1.3) de clé 4.1.3 et de base 5 sont

$$0.0.0 \qquad 4.1.3 \qquad 3.2.1 \qquad 2.3.4 \qquad 1.4.2 \qquad \text{(base 5)}$$

Propriété de non-répétition. — On voit que dans les p termes de la série (r_1) les p chiffres d'un même rang sont tous différents si le chiffre de ce rang est significatif dans la clé, et il est évident que les chiffres d'un même rang sont tous 0 si le chiffre de ce rang est 0 dans la clé. Il résulte de là que tous les termes de la série sont différents, numéralement et réellement.

Si tous les chiffres de la clé sont significatifs, un petit calcul démontre que la somme réelle des p termes est égale à la somme magique d'un espace magique à autant de dimensions qu'il y a de chiffres dans la clé.

Ces séries sont dites *magiques* et les autres *d'invariation*.

Propriété générale. — La somme numérale

$$a \times r_1 + b \times 2r_1 + \ldots + n \times (p-1)r_1$$

dans laquelle les coefficients des termes de la série numérale (r_1) sont des nombres commensurables quelconques, positifs ou négatifs, ou des 0, est toujours égale numéralement à un terme de cette série.

Cela résulte immédiatement de ce que la somme numérale et la différence numérale de deux termes est toujours égale à un terme de la série, et qu'il en est de même du produit et du quotient d'un terme par un nombre entier quelconque, et par suite par un nombre fractionnaire quelconque.

5. — Les séries numérales du deuxième ordre.

Considérons maintenant, toujours dans la même base p, une deuxième série numérale (r_2) dont *la clé r_2 n'est pas un terme de la série numérale* (r_1). Si l'on ajoute successivement aux p nombres de la série (r_1), suivant la loi de l'addition numérale, les p nombres de la série (r_2), on obtient p suites de p nombres, soit p^2 nombres.

J'appelle cette suite de p^2 nombres *série numérale du deuxième ordre* et la désigne par le symbole (r_1, r_2).

Les nombres r_1 et r_2 sont les deux clés de cette série

Propriété de non-répétion. — Les p^2 nombres d'une série numérale du deuxième ordre sont tous différents.

Soient $ar_1 + br_2$ et $cr_1 + dr_2$ deux termes différents de la série (r_1, r_2), a, b, c, d étant des nombres entiers parfaitement déterminés par les rangs des deux termes.

Il nous suffira de démontrer l'impossibilité de cette égalité numérale

$$ar_1 + br_2 = cr_1 + dr_2.$$

Si b était égal à d l'égalité ne pourrait exister que si a était égal à c, mais alors les deux termes se confondraient au même rang. Pareillement si a était égal à c. Nous n'avons donc à considérer que le cas où a est différent de c, et b différent de d.

Mettons l'égalité sous la forme

$$(b-d)r_2 = (c-a)r_1$$

divisons les deux membres par $b-d$ et nous aurons

$$r_2 = \frac{c-a}{b-d}\, r_1.$$

Il résulte de la propriété générale de la série numérale du premier ordre que $\frac{c-a}{b-d}\, r_1$, et par suite r_2, est un terme de la série (r_1). Or le nombre r_2 est précisément assujetti à la seule condition de ne pas être un terme de la série (r_1). Donc l'égalité est impossible. Ce qui démontre que les p^2 termes de la série (r_1, r_2) sont tous différents.

Propriété générale. — Il est évident que la somme numérale de deux termes quelconques d'une série numérale du deuxième ordre est un terme de cette série.

$$(ar_1 + br_2) + (cr_1 + dr_2) = (a+c)r_1 + (b+d)r_2.$$

On en conclut qu'il en est de même de la différence de deux termes, du produit ou quotient d'un terme par un nombre commensurable quelconque, positif ou négatif, enfin que la propriété générale des séries numérales du premier ordre s'étend aux séries numérales du deuxième ordre.

6. — La table d'addition numérale.

Plaçons les p suites de p nombres de la série numérale (r_1, r_2) les unes au dessous des autres dans les cases d'un échiquier.

Notre série numérale du deuxième ordre se présentera sous la forme de la table suivante :

$$\begin{array}{lllll}
0 & r_1 & 2r_1 & \dots & (p-1)r_1 \\
r_2 & r_1 + r_2 & 2r_1 + r_2 & \dots & (p-1)r_1 + r_2 \\
2r_2 & r_1 + 2r_2 & 2r_1 + 2r_2 & \dots & (p-1)r_1 + 2r_2 \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
(p-1)r_2 & r_1 + (p-1)r_2 & 2r_1 + (p-1)r_2 & \dots & (p-1)r_1 + (p-1)r_2.
\end{array}$$

La première ligne est formée par la série numérale (r_1), la première colonne par la série numérale (r_2), et tout nombre de la table, situé au croisement d'une ligne et d'une colonne, est égal à la somme numérale du nombre de la série (r_1) situé en tête de la colonne et du nombre de la série (r_2) en tête de la ligne.

Nous avons construit une *table d'addition numérale* dont tous les nombres sont différents.

Donnons deux chiffres aux clés r_1 et r_2.

La table d'addition sera construite avec les p^2 premiers nombres entiers, de 0 à $p^2 - 1$.

Représentons les positions de chaque case par son point central, et prenons pour axes de coordonnées des x et des y la ligne des centres des cases de la première rangée et la ligne des centres des cases de la première colonne. Représentons aussi en position au point central le nombre situé dans la case, qui s'appelle *affixe* de ce point ou de cette case. Enfin prenons pour unité de longueur le côté d'une case.

La position d'une case xy, dont les coordonnées sont x et y, sera fixée par les grandeurs de x et y. Ainsi la case 35 sera placée dans la 3^e^ colonne après la première et dans la 5^e^ rangée après la première.

La propriété de notre carré d'être une table d'addition numérale s'énoncera ainsi : L'affixe d'une case xy est égal à la somme numérale $r_1x + r_2y$.

J'appelle *groupes équipollents* deux groupes d'un même nombre de cases, $A_1, A_2, \ldots A_n$ et $B_1, B_2, \ldots B_n$, tels que les droites $A_1B_1, A_2B_2, \ldots A_nB_n$, qui joignent les centres des cases correspondantes soient égales et parallèles de même sens.

Soient $x_1y_1, x_2y_2, \ldots x_ny_n$ les positions des cases $A_1, A_2, \ldots A_n$. Les affixes de ces points sont numéralement égaux à

$$r_1x_1 + r_2y_1,\quad r_1x_2 + r_2y_2,\quad \ldots\quad r_1x_n + r_2y_n.$$

Les droites $A_1B_1, A_2B_2, \ldots A_nB_n$ étant égales et parallèles de même sens, leurs projections sur l'axe des x sont toutes égales à une même longueur a et sur l'axe des y à une même longueur b. En conséquence, les affixes des points $B_1, B_2, \ldots B_n$ sont numéralement égaux à

$$r_1(x_1 + a) + r_2(y_1 + b),\qquad r_1(x_2 + a) + r_2(y_2 + b),\qquad \ldots\ r_1(x_n + a) + r_2(y_n + b)$$

c'est-à-dire aux affixes de $A_1, A_2, \ldots A_n$ augmentés numéralement d'un même nombre $r_1a + r_2b$.

Et réciproquement, si l'on augmente numéralement d'un même nombre tous les affixes d'un groupe de cases, les affixes obtenus appartiennent à un groupe équipollent de cases.

Il est évident, géométriquement et arithmétiquement, que deux groupes de cases équipollents à un troisième sont équipollents entre eux.

On remarquera que si un groupe se compose de p cases en ligne droite et équidistantes A_1, A_2, … A_p, les droites A_1A_2, A_2A_3, … $A_{p-1}A_p$ sont égales et parallèles de même sens, et par conséquent les affixes de ces p cases sont les p termes d'une progression arithmétique numérale, et réciproquement.

Comme des cases pourraient se trouver en dehors du carré de notre table d'addition, nous supposerons que tout le plan est recouvert par un échiquier, dans les cases duquel on a placé des tables d'addition identiques à celle qui nous occupe. Alors, si une case tombe en dehors de la table, nous saurons qu'elle se trouve sur un autre échiquier à une place homologue à celle que lui assigne son affixe dans la table, et nous l'y reporterons par la pensée. De cette manière, nous ne serons plus forcés de déformer des figures régulières pour les faire rentrer dans l'espace congruent du carré de la table d'addition.

Pour additionner numéralement les affixes des points A_1, A_2, A_3, … A_n, il est clair qu'il suffit de construire le contour polygonal $OA_1A'_2$ — A'_3 … A'_n dont le premier côté est OA_1, O étant la case d'affixe 0.0, et dont les autres $A_1A'_2$, $A'_2A'_3$, … $A'_{n-1}A'_n$ sont respectivement égaux et parallèles de même sens à OA_2, OA_3, … OA_n. La somme cherchée est l'affixe de la case située en A'_n sur l'échiquier qui recouvre tout le plan,

On voit que la méthode numérale est similaire à celle des équipollences, et on pressent que la théorie résultant de la conception de la somme numérale peut être aussi féconde en arithmétique de position que la théorie des équipollences en géométrie pure.

Aussi ne sera-t-on pas surpris d'apprendre que la théorie numérale a révélé l'existence de carrés magiques aux n premiers degrés, quelle que soit la grandeur de n, et a même donné une méthode très élémentaire pour construire ces carrés presque automatiquement, et les représenter entièrement par des symboles.

7. — Les lignes magiques.

Revenons à notre table d'addition numérale de clés r_1 et r_2.

Toute série numérale du premier ordre, dont les deux chiffres de la clé sont significatifs, renferme le nombre 0.0 et $p-1$ autres nombres qui ont leurs deux chiffres significatifs.

Dans notre table il y a $(p-1)^2$ nombres à leurs deux chiffres significatifs.

Soit $a_1.b_1$ l'un d'eux. La série numérale $(a_1.b_1)$ comprend $p-1$ de ces nombres, qui avec 0.0 sont les affixes de p cases équidistantes en ligne droite. Une ligne de p cases ainsi réparties s'appelle *ligne arithmétique*.

Soit $a_2 . b_2$ un autre des $(p - 1)^2$ nombres à deux chiffres significatifs, et non compris dans les termes de la série $(a_1 . b_1)$. Il est clair que les nombres de la série numérale $(a_2 . b_2)$ sont tous différents des nombres de la série $(a_1 . b_1)$, à l'exception de 0.0, et déterminent par leurs affixes un autre ligne arithmétique de p cases dont $p - 1$ sont nouvelles.

Pareillement, si un autre de ces $(p - 1)^2$ nombres, $a_3 . b_3$, n'appartient à aucun des nombres des séries précédentes, $(a_1 . b_1)$ et $(a_2 . b_2)$, la série numérale $(a_3 . b_3)$ assignera par leurs affixes les positions de p cases, dont $p - 1$ nouvelles, et ainsi de suite jusqu'à la $(p - 1)^e$ série numérale $(a_{p-1} . b_{p-1})$.

Ces $p - 1$ séries numérales du premier ordre, qui sont magiques, déterminent par leurs affixes $p - 1$ lignes arithmétiques appelées *lignes magiques*. Ces $p - 1$ lignes magiques passent par la case 0.0, et leurs $(p - 1)^2$ autres cases sont les $(p - 1)^2$ cases du carré dont les affixes ont tous leurs chiffres significatifs.

De même les deux séries numérales (0.1) et (1.0), qui sont d'invariation, déterminent deux lignes arithmétiques appelées *lignes d'invariation* ; elles passent par la case 0.0 et occupent les $2(p - 1)$ cases dont les affixes ont un 0 parmi leurs chiffres.

Ainsi toute case du carré de la table se trouve nécessairement sur une ligne arithmétique, magique ou d'invariation, qui passe par la case 0.0.

En ajoutant successivement aux affixes de la ligne arithmétique correspondant à la série $(a . b)$ les p nombres d'une autre série numérale $(c.d)$, dont la clé n'est pas un terme de la série $(a . b)$, nous savons qu'on obtient p lignes arithmétiques équipollentes ou parallèles, et que ces p lignes parallèles sont toutes magiques ou toutes d'invariation ; elles occupent les p^2 cases de la table et caractérisent ce qu'on appelle une *direction*.

On a toujours deux directions d'invariation et $p - 1$ directions magiques.

Conclusion.

LA TABLE D'ADDITION NUMÉRALE EST UN CARRÉ HYPERMAGIQUE.

8. — Les constellations magiques.

C'est M. Gabriel Arnoux qui a découvert les carrés hypermagiques. Dans son admirable étude sur les espaces arithmétiques hypermagiques, il expose toute la théorie de ces carrés par une méthode qui fait ressortir leurs propriétés avec un caractère de quasi-évidence. Tous les termes techniques de magie dont je me suis servi, ont été empruntés à l'ouvrage cité.

Le seul avantage de ma méthode, psychologiquement la même, est d'être applicable à la construction des carrés magiques à tous les degrés.

Nous allons faire voir que les carrés hypermagiques sont encore plus hypermagiques qu'on ne croyait.

J'appelle *constellation magique* tout groupe de p cases de la table d'addition, dont les p affixes ont tous leurs chiffres différents au premier et au second rang Il est évident que la somme réelle des p affixes d'une constellation magique est bien la somme magique du carré de la table d'addition.

Considérons l'une quelconque de ces constellations, et augmentons numéralement chacun de ses p affixes successivement de $0.1, 0.2, \ldots 0.p-1$. Nous savons que nous obtiendrons de la sorte les affixes de p constellations également magiques, que les p^2 affixes de ces p constellations sont tous différents, et que nous avons réparti les p^2 cases de l'échiquier en p constellations magiques équipollentes.

Au fond nous avons translaté la figure de la constellation magique parallèlement à elle-même, suivant la direction de la ligne d'invariation (0.1). Nous aurions obtenu le même résultat en effectuant la translation parallèle dans la direction de l'autre ligne d'invariation, c'est-à-dire en augmentant numéralement les affixes de 1.0, 2.0, $\ldots$ $p-1.0$.

Par deux translations successives suivant l'une et l'autre direction, les p cases d'une constellation magique peuvent être amenées à occuper une position équipollente quelconque, et nous en concluons que tous les groupes de p cases équipollents à une constellation magique quelconque sont aussi des constellations magiques.

Il est aisé de voir que le nombre des constellations magiques est égal à $1.2.3 \ldots (p-1)$, factorielle de $p-1$.

Elles se répartissent en $p-1$ lignes magiques et en

$$(p-1)[1.2 \ldots (p-2)-1]$$

constellations magiques proprement dites.

Les constellations magiques sont mieux cachées que les lignes magiques, et c'est pourquoi on n'était pas encore arrivé à les découvrir.

Plaçons une feuille de carton sur notre carré, et découpons dans ce carton p petits carrés de manière à mettre à jour p cases du carré. Nous avons fabriqué une *grille*, et si nous faisons glisser cette grille sur le plan du carré, parallèlement à elle-même, elle découvrira successivement tous les groupes équipollents de p cases.

Nous pouvons maintenant énoncer la propriété générale du carré hypermagique sous cette forme élégante :

Dans tout carré hypermagique de base p, *il y a des grilles magiques en nombre égal à la factorielle de* $p-1$.

La méthode de la table d'addition a l'avantage de mettre à nu la structure des carrés hypermagiques, mais elle ne peut donner que les carrés hypermagiques dans lesquels les p affixes de toutes les lignes arithmétiques, magiques ou d'invariation, sont les termes d'une progression arithmétique numérale.

On obtiendra tous les carrés hypermagiques en permutant de toutes les manières possibles les chiffres de chaque rang dans les affixes des tables d'addition. Il est d'ailleurs évident qu'après cette transformation les lignes et les constellations magiques conservent leurs propriétés magiques. Un calcul très simple établit que le nombre total des carrés hypermagiques est $p(p+1)(1.2\ldots p)^2$ se répartissant en

$$p^3(p-1)^2(p+1) \quad \text{carrés mis à nu}$$

et $$p^3(p-1)^2(p+1)[(1.2\ldots p-2)^2-1] \quad \text{carrés voilés.}$$

9. — **Les carrés panmagiques types.**

Dans un carré il y a quatre directions qui sautent immédiatement aux yeux, ce sont les deux directions parallèles aux côtés du carré et les deux directions parallèles aux diagonales; les autres se trouvent un peu masquées, de sorte que leurs propriétés magiques n'ont frappé que plus tard l'esprit. C'est pourquoi l'attention s'est portée plus particulièrement sur les carrés qui donnent la magie dans ces quatre directions, et que nous appellerons carrés *panmagiques*.

Nous allons faire connaître une méthode très simple pour construire tous les carrés panmagiques, en partant de quelques-uns d'entre eux que nous appellerons *carrés types*.

Les carrés que nous choisissons pour types sont les tables d'addition numérale, figurant des séries numérales du deuxième ordre $(1.1,\ a.b)$ dont la première clé sera invariablement 1.1 et nous servira de passe-partout.

Pour que la série soit numérale ou, en d'autres termes, pour que les p^2 nombres de la table d'addition soient différents, il faut et il suffit que la clé $a.b$ ait ses deux chiffres différents, puisque tous les termes de la série (1.1) ont leurs deux chiffres égaux.

Toutes les lignes horizontales de notre carré sont magiques, par le fait seul que le passe-partout 1.1 a ses deux chiffres significatifs.

Pour que toutes les colonnes soient aussi magiques, il faut et il suffit que les deux chiffres de la clé $a.b$ soient significatifs.

La première diagonale, partant de la case 0.0, passe par la deuxième case de la deuxième ligne, qui a pour affixe le nombre dont les deux chiffres sont congruents à $a+1$ et $b+1$. Par conséquent, pour que la direction de la première diagonale soit magique, il faut et il suffit que ces deux chiffres soient différents de 0, c'est-à-dire que a et b soient différents de $p-1$.

La ligne parallèle à la seconde diagonale qui passe par la case 0.0, passe aussi par la dernière case de la deuxième ligne, qui a pour affixe le nombre dont les deux chiffres sont $a-1$ et $b-1$. Par conséquent, pour que la direction de la seconde diagonale soit aussi magique, il faut et il suffit que a et b soient différents de 1.

En résumé, les conditions nécessaires et suffisantes pour que le carré soit panmagique sont les suivantes :

Les chiffres de la clé $a.b$ du carré doivent être tous deux différents de 0, 1 et $p-1$, et de plus différents entre eux.

Par exemple, la table d'addition numérale (1.1, 2.3) figurera toujours un carré panmagique de base p. On remarquera que le symbole (1.1, 2.3) représente et détermine une infinité de carrés panmagiques, dont la base est un nombre premier plus grand que 4.

Il est presque évident que le nombre des carrés types différents est

$$(p-3)(p-4).$$

Il suffira ensuite de permuter de toutes les manières possibles les chiffres de chaque rang dans tous les carrés types, pour obtenir tous les carrés panmagiques différents, dont le nombre s'élève à

$$(p-3)(p-4)(1.2\ldots p)^2.$$

J'entends par carrés différents, conformément à l'usage, ceux qui paraissent différents aux yeux d'un spectateur immobile devant le tableau.

En réalité, le nombre des carrés panmagiques différents est 8 fois moindre, parce que chaque carré peut être vu sous 8 aspects différents.

Observations.

Toutes les propriétés des carrés magiques que nous venons de passer en revue, sont des conséquences immédiates de la méthode imaginée par La Hire, retrouvée et perfectionnée par M. G. Arnoux.

Nous avons voulu les faire voir en nous plaçant au point de vue d'où l'on découvre la magie supérieure.

Après ce que nous venons de dire, nous sommes en mesure d'exposer en quelques pages la théorie des carrés magiques et panmagiques à tous les degrés, qui est d'une simplicité véritablement magique.

10. — **Les grilles.**

Je complète cette esquisse de la magie au premier degré par quelques remarques sur les grilles.

La figure symétrique d'une grille magique, par rapport au centre d'une case quelconque du carré, est toujours une grille magique. En choisissant la case centrale, on voit que si l'on fait tourner une grille magique d'un angle de 180° autour du centre du carré, on obtient une autre grille magique. Or toute grille a 8 orientations, 4 par face. Par conséquent, dans les 8 orientations d'une grille magique quelconque, 2 au moins sont toujours magiques,

Dans les carrés panmagiques, pour que les 4 orientations d'une même face soient magiques, il suffit que les deux lignes d'invariation soient perpendiculaires ; ce qui s'exprime par la condition

$$a \times b \equiv -1 \qquad \pmod{p}$$

le carré type étant la figuration de la série numérale $(1.1,\ a.b)$.

Pour que 4 orientations, dont 2 sur chaque face, soient magiques, il faut et il suffit que les deux directions d'invariation soient également inclinées sur les côtés ou les diagonales du carré ; ce qui se traduit par la condition

$$a + b \equiv 0 \qquad \text{ou} \qquad a \times b \equiv +1. \qquad \pmod{p}$$

Les conditions $a \times b \equiv -1$ et $a \times b \equiv +1$ sont contradictoires, et dans les carrés panmagiques on ne peut avoir à la fois

$$a \times b \equiv -1 \qquad \text{et} \qquad a + b \equiv 0.$$

parce qu'il en résulterait $a \equiv +1$ et $b \equiv -1$, et les lignes d'invariation seraient parallèles aux diagonales du carré.

Enfin, pour que les 8 orientations de la grille soient magiques il faut et il suffit qu'on ait

$$a \times b \equiv +1 \quad \text{et} \quad a + b \equiv 0 \qquad \pmod{p}$$

ou, ce qui revient au même,

$$a^2 \equiv -1 \quad \text{et} \quad b^2 \equiv -1 \qquad \pmod{p}$$

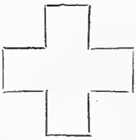
On remarquera que les deux lignes d'invariation ne sont pas perpendiculaires, condition qui semble indispensable pour que la grille conserve sa magie dans les 4 orientations d'une même face. L'explication de ce fait d'apparence paradoxale est curieuse, et je laisse au lecteur le plaisir de la trouver ; ce qui lui permettra de découvrir de nouvelles propriétés des lignes magiques.

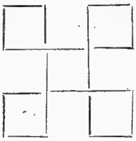
On remarquera encore que les deux directions d'invariation sont déterminées, et qu'il est nécessaire que p soit de la forme $4n + 1$ pour que la grille soit magique dans ses 8 orientations.

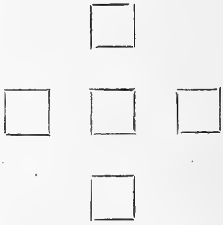
Pour les carrés panmagiques de 5 et 13, il vient

$a = 2$ $b = 3$ (base 5)
$a = 5$ $b = 8$ (base 13)

Pour $p = 5$, on a ces trois grilles







M. B. Portier, dans son dernier mémoire sur la magie. (*Nouvelles recherches de magie arithmétique ; Gauthier-Villars, 1907*) donne ces trois grilles, avec les déformations qu'on obtient en voulant les faire rentrer dans le cadre trop étroit du carré de 5. Ces grilles conservent les mêmes aspects dans toutes les orientations.

Pour le carré panmagique de base 13, les millions de grilles de constellations magiques se présentent sous des aspects différents dans les 8 orientations et l'effet produit paraît magique si les nombres sont écrits dans le système décimal.

Pour les carrés simplement magiques, les directions d'invaration, parallèles aux diagonales, sont perpendiculaires, et également inclinées sur les côtés, et par conséquent leurs grilles sont magiques dans les 8 orientations. Il en est évidemment de même pour les carrés dont les lignes d'invariation sont parallèles aux côtés, et par suite perpendiculaires, et également inclinées sur les diagonales.

Pour terminer, je propose ce problème plaisant et délectable aux amateurs de carrés magiques :

Construire un carré panmagique connaissant les affixes de $p - 1$ cases de l'une de ses constallations magiques.

Ce problème a deux solutions, et voici la marche à suivre.

1° Trouver les directions d'invariation, qui sont toujours déterminées.

2° Construire le carré type dont on connait les deux chiffres de la clé.

On a deux clés *a.b* et *b.a*, par suite deux solutions et deux seulement.

3° Permuter les chiffres de chaque rang de manière à reproduire les affixes donnés.

TRAVAIL DÉVELOPPÉ PENDANT LA PHONATION

par **E. MARAGE**

Dans une note présentée à l'Académie de Médecine (¹), j'indiquais comment, en se servant d'un orateur artificiel, la sirène à voyelles, on pouvait comparer l'énergie dépensée dans une salle par des orateurs ayant des timbres différents; j'ai trouvé ainsi qu'une voix de basse, pour produire la même impression sur l'oreille, devait développer un travail de 7 à 16 fois plus grand qu'une voix de baryton ou de ténor.

Il était intéressant de mesurer la valeur exacte de ce travail chez un orateur naturel. Sa valeur est exprimée par le produit VH du volume V d'air qui s'échappe des poumons pendant un temps donné sous une pression H.

Chez un sujet normal, on détermine assez facilement V au moyen du spiromètre, mais il est impossible de mesurer H, puisqu'il faut prendre la pression de l'air dans la trachée au-dessous de la glotte.

J'ai pu faire des expériences chez deux sujets : le premier avait subi l'ablation totale du larynx, la trachée communiquait au moyen d'un tube souple avec une anche membraneuse en caoutchouc fixée dans la bouche à un palais artificiel (²).

J'ai bifurqué ce tube de manière à pouvoir mesurer la pression au moyen d'un manomètre métallique gradué en millimètres d'eau.

Le débit de l'air, le nombre et la durée des inspirations étaient mesurés de la façon ordinaire.

Le deuxième sujet avait des cordes vocales normales et une canule trachéale ; en faisant communiquer celle-ci avec le manomètre, j'avais constamment la pression H de l'air pendant la phonation ; V était mesuré comme précédemment.

Les résultats sont réunis dans le tableau suivant :

(¹) 21 mai 1907.

(²) Cet appareil a été construit par M. Delair.

LARYNX ARTIFICIEL.

Conversation ordinaire.	*Discours dans une grande salle.*
V L'inspiration dure 1″.	Le sujet ne peut pas augmenter l'énergie de sa voix.
L'expiration dure 3″.	
Le volume d'air expiré = $2^{lit},3$.	
Nombre de respirations à 1′ = 15.	
V = 2.070 litres par heure.	
H = 100 mm. d'eau à 200 mm.	
T = 207 kgm. à 414 kgm.	

LARYNX NATUREL.

Conversation ordinaire (1).	*Discours dans une grande salle.*
V L'inspiration dure 1″.	L'inspiration dure 2″.
L'expiration dure 5″.	L'expiration dure 3″.
Le volume d'air expiré = $0^{lit},5$.	Le volume d'air expiré = 2 litres.
Nombre de respirations à 1′ = 10.	Nombre de respirations à 1′ = 12.
V = 300 litres par heure.	V = 1.440 litres par heure.
H = 100 à 160 mm. d'eau.	H = 100 à 200 mm. d'eau.
T = 30 à 48 kgm. à l'heure.	T = 144 à 288 kgm. par heure.

REMARQUES. — 1° La pression de l'air se maintient, que l'on ait affaire au larynx naturel ou au larynx artificiel, entre 100 et 200 millimètres ; pour la simple phrase : « Bonjour, Monsieur ! » le manomètre oscille entre 120 et 160.

2° Ce qui fait varier énormément le travail de la phonation, c'est le débit de l'air, qui oscille de 300 litres à l'heure (larynx naturel, conversation) à 2070 litres à l'heure (larynx artificiel, conversation).

3° Les cordes vocales n'ayant pas la même longueur chez l'homme (20 à 24 millimètres) et chez la femme (16 à 18 millimètres), j'ai fait des expériences en changeant la longueur de la partie vibrante des anches membraneuses.

Pour les anches longues (24 mm.), l'énergie minima pour les faire vibrer est 57 kilogrammètres à l'heure ; pour les anches courtes (18 mm.) : $14^{kgm},400$.

On peut donc prévoir que les femmes se fatigueront beaucoup moins en parlant que les hommes ; on sait, du reste, que les enfants, dont le larynx est encore beaucoup plus petit, peuvent parler toute une journée sans avoir l'air d'éprouver la moindre lassitude.

---

(1) Le sujet ne parle pas pendant l'inspiration.

Conclusions. — 1° Un orateur doit avant tout apprendre à respirer, puisque c'est V qui varie le plus.

2° Il ne faut pas perdre d'air inutilement, c'est-à-dire que les cordes vocales doivent se joindre sur la ligne médiane.

3° Les hommes, et, en particulier, les basses, se fatiguent beaucoup plus en parlant que les femmes et les enfants.

4° Au point de vue de la théorie de la formation des voyelles, le larynx artificiel est intéressant : en effet, le sujet muni de cet appareil ne peut pas faire les voyelles fondamentales OU, O, A, É, I, seules ; il faut qu'elles soient dans le corps d'un mot, c'est-à-dire appuyées sur des consonnes.

Ce fait confirme la théorie que j'ai donnée en 1900 et dans laquelle, par des expériences d'analyse et de synthèse, je montrais que les voyelles fondamentales étaient produites par une vibration aérolaryngienne intermittente, la bouche ne servant qu'à renforcer ou à transformer la voyelle.

RÉSUMÉ.

Pendant la phonation, il s'échappe des poumons un certain volume d'air sous une certaine pression ; le produit de ces deux quantités, le volume et la pression, donne le travail développé.

Il s'agit de les déterminer :

Le volume d'air qui s'échappe s'obtient assez facilement, mais il est plus difficile de mesurer la pression, car il faut la prendre directement dans la trachée.

On a surmonté ces difficultés en faisant des mesures sur deux sujets : l'un était muni d'un larynx artificiel, l'autre portait une canule trachéale et un larynx normal. Pendant la conversation ordinaire on développe, en une heure, un travail de 48 kilogrammètres environ, c'est-à-dire que parler pendant une heure n'est pas plus fatiguant que soulever à chaque seconde un poids de 13 grammes à 1 mètre de hauteur : une dame en jouant avec son éventail ou un professeur gesticulant avec un morceau de craie dépense un travail beaucoup plus grand.

Pour faire un discours dans une grande salle, le travail est plus considérable, mais il est, en moyenne, de 200 kilogrammètres à l'heure : un employé de chemin de fer fait un travail plus grand en prenant par terre et en chargeant sur son épaule quatre colis de 50 kilogrammes.

On a comparé ensuite le travail développé dans la conversation par une voix d'homme et une voix de femme, et on a trouvé que les femmes se fatiguent, en parlant, 4 fois moins que les hommes.

On comprend alors comment les enfants, qui ont un larynx plus étroits que leurs mères, peuvent parler plusieurs heures sans prendre de repos.

La conclusion pratique de ces expériences est la suivante : le travail développé dépend surtout du volume d'air expiré ; un orateur doit donc apprendre à emmagasiner l'air dans ses poumons et à ne pas le laisser s'échapper inutilement.

Bar-le-Duc. — Imp. Comte-Jacquet, Facdouel, Dir.

TABLE DES MATIÈRES DU FASCICULE V

LE PRIX DES TIRÉS A PART EST FIXÉ AINSI QU'IL SUIT :

	25 ex.	**50 ex.**	**75 ex.**	**100 ex.**	**150 ex.**	**200 ex.**	**250 ex.**
	—	—	—	—	—	—	—
Une feuille	4.50	5.85	7.20	8.10	10.60	12.85	14.85
Trois quarts de feuille.	4 »	5 »	6.10	7 »	9 »	10.60	12.15
Une demi-feuille. . .	3.15	4 »	5 »	5.60	7.20	8.10	9 »
Un quart de feuille. .	2.70	3.60	4.25	4.75	5.60	6.30	8.85
Un huitième de feuille.	2 »	2.70	3.15	3.60	4.05	4.50	5 »
Plusieurs feuilles . .	4 »	5.40	6.30	7.20	9 »	11.70	14 »

PUBLICATIONS DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

1re série : 1789-1805	3 volumes in-4°
2e série : 1807-1813	3 volumes in-4°
3e série : 1814-1826	13 fascicules in-4°
4e série : 1832-1833	2 volumes in-4°
5e série : 1836-1863	28 fascicules in-4°
6e série : 1864-1876	13 fascicules in-8°
7e série : 1877-1888	11 volumes in-8°

Chaque année pour les Membres de la Société	**5** francs
— pour le public	**12** francs

Mémoires originaux publiés par la Société Philomathique

A L'OCCASION DU

CENTENAIRE DE SA FONDATION

1788-1888

Le recueil des mémoires originaux publié par la Société philomathique à l'occasion du centenaire de sa fondation (1788-1888) forme un volume in-4° de 437 pages, accompagné de nombreuses figures dans le texte et de 24 planches. Les travaux qu'il contient sont dus, *pour les sciences physiques et mathématiques*, à : MM. Désiré André ; E. Becquerel, de l'Institut ; Bertrand, secrétaire perpétuel de l'Institut ; Bouty ; Bourgeois ; Descloizeaux, de l'Institut ; Fouret ; Gernez ; Hardy ; Haton de la Goupillière, de l'Institut ; Laisant ; Laussedat, de l'Institut ; Léauté, de l'Institut ; Mannheim ; Moutier ; Peligot, de l'Institut ; Pellat. *Pour les sciences naturelles*, à : MM. Alix ; Bureau ; Bouvier, de l'Institut ; Chatin, de l'Institut ; Drake del Castillo ; Duchartre, de l'Institut ; H. Filhol ; Franchet ; Grandidier, de l'Institut ; Henneguy ; Milne Edwards, de l'Institut ; Mocquard ; Poirier ; A. de Quatrefages, de l'Institut ; G. Roze ; L. Vaillant.

En vente au prix de 35 francs.

AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ, A LA SORBONNE

Bar-le-Duc. — Imp. Comte-Jacquet, Facdouel, Dir.

BULLETIN

DE LA

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

DE PARIS

FONDÉE EN 1788

NEUVIÈME SÉRIE. — TOME IX

N° 6.

1907

PARIS
AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE DE PARIS
A LA SORBONNE

1907

Le Secrétaire-Gérant,
H. COUTIÈRE.

Le Bulletin paraît par livraisons bimestrielles.

COMPOSITION DU BUREAU POUR 1907

Président : M. Berthelot (Daniel), 3, rue Mazarine.
Vice-Président : M. Lécaillon, 28, rue Berthollet.
Trésorier : M. Rabaud, 3, rue Vauquelin.
Secrétaire des séances : M. Winter, 44, rue Sainte-Placide.
Vice-Secrétaire des séances : M. Lebon, 4 *bis*, rue des Écoles.
Secrétaire du bulletin : M. Coutière, 12, rue Notre-Dame-des-Champs.
Vice-Secrétaire du bulletin : M. Neuville, 55, rue de Buffon.
Archiviste : M. Henneguy, 9, rue Thénard.

La Société Philomathique de Paris se réunit les 2e et 4e Samedis de chaque mois, à 8 h. 1/2, à la Sorbonne (salle de travail des Étudiants).

Les membres de la Société ont le droit d'emprunter des livres à la Bibliothèque de l'Université. Ils ont également droit, sur leur demande, à 50 tirages à part gratuits des Mémoires qu'ils publient dans le Bulletin.

Pour le paiement des cotisations et l'achat des publications, s'adresser à M. Vézinaud, à la Sorbonne, place de la Sorbonne, Paris, Ve.

EXTRAITS DES COMPTES-RENDUS DES SÉANCES

Séance du 23 novembre 1907.

PRÉSIDENCE de M. BERTHELOT.

M. le Président donne lecture du rapport sur la candidature de M. Jean Becquerel dans la 2me section. L'élection est remise à la prochaine séance.

M. Mahler entretient la Société d'un projet de médaille dont il a pris l'initiative. Une commission composée de MM. Berthelot, André, Dongier, Michel, Bouvier, est nommée en vue de s'occuper avec M. Malher de l'étude et de la maquette de cette médaille. Les membres de la Société qui le désireraient sont d'ailleurs invités à se joindre à la Commission.

M. J. Deschamps présente des tables graphiques se rapportant à sa communication du 26 octobre dernier. MM. Lebon et Deschamps échangent quelques observations à propos de cette présentation.

Séance du 14 décembre 1907.

PRÉSIDENCE de M. BERTHELOT.

Il est procédé à l'élection de M. Jean Becquerel, élu à l'unanimité.

M. Rabaud communique des observations personnelles sur les mœurs des Pompiles, Hyménoptères prédateurs chassant les Araignées. M. Bouvier présente quelques remarques sur le même sujet.

M. Coutière fait une communication sur le prétendu appareil venimeux de la Murène Hélène. M. Vaillant présente quelques observations à propos de cette communication.

Séance du 28 décembre 1907.

PRÉSIDENCE de M. BERTHELOT.

M. André résume un mémoire publié par lui, antérieurement, sur les inversions élémentaires des permutations.

M. Leau, délégué de la Société Philomathique à la Commission internationale permanente pour l'adoption d'une langue auxiliaire universelle, rend compte de l'état des travaux à la Commission. Divers membres échangent des observations à ce sujet.

Séance du 11 janvier 1908.

PRÉSIDENCE de M. BERTHELOT.

Il est procédé à l'élection d'un Vice-président et d'un Trésorier. MM. Raoul Perrin et E. Rabaud sont élus à l'unanimité.

MM. Chapelon, Marage, Ménégaux sont élus membres de la commission des comptes.

Le Président sortant, après avoir présenté à la Société ses remerciements, cède le fauteuil à M. Lécaillon, qui prononce l'allocution suivante :

MES CHERS CONFRÈRES,

Je vous remercie de l'honneur que vous m'avez fait en m'appelant à présider la Société philomatique pendant l'année 1908. Je m'empresserai tout d'abord, et je suis certain en cela d'être votre interprète à tous, en remerciant M. Daniel Berthelot, notre Président sortant, du dévouement dont il a fait preuve en venant présider nos séances pendant l'année qui vient de s'écouler. Grâce à sa vaste érudition, il sut toujours donner à nos réunions et à nos discussions scientifiques, un intérêt spécial dont nous conserverons longtemps le souvenir. Personnellement je remercie M. Berthelot pour les trop aimables paroles qu'il a bien voulu prononcer à mon intention.

Notre dévoué trésorier et nos secrétaires des publications et des séances déploient une activité dont les résultats sont des plus précieux pour notre société ; qu'ils reçoivent ici l'assurance que nous leur savons le plus grand gré de leur dévouement.

Vous le savez, mes chers confrères, il est de tradition, à la Société philomathique, de ne pas prononcer de longs discours. Je respecterai la tradition. Mais comment s'empêcher, à l'aurore d'une nouvelle année, de jeter au moins un rapide coup d'œil sur le passé, afin d'embrasser d'un regard le chemin parcouru ? Et quand il s'agit de notre vieille Société, ce coup d'œil sur le passé ne saurait qu'être très réconfortant. La Société philomatique a joué en effet un rôle très important dans le mouvement scientifique de la fin du XVIIIe siècle et du XIXe siècle tout entier. Il suffit, pour s'en convaincre, de consulter la belle collection de ses publications et aussi de constater que dans la liste de ses membres anciens ou actuels, figurent tous les grands noms chers à la science française.

Fondée le 10 décembre 1788 (¹), notre Société est donc dans sa 120e année. Ses origines furent, on le sait, très modestes. Dans la suite de sa longue existence, elle passa par des périodes de prospérité semées çà et là de périodes difficiles. La dernière de ces ères de difficultés est encore assez récente. Mais, aujourd'hui, je suis heureux de le constater, la prospérité est revenue, et semble-t-il, pour longtemps. Je n'en veux pour preuve que la présence des nombreux membres qui assistent à cette séance et qui viennent habituellement à nos réunions.

MES CHERS CONFRÈRES,

Avant de revenir à notre ordre du jour, permettez-moi d'ajouter encore un mot. Notre très distingué président sortant rappelait tout à l'heure que la devise de la Société Philomathique est « étude et amitié ». Mettons toujours en pratique cette maxime, car à l'époque actuelle tout aussi bien que dans le passé, il ne saurait y en avoir de meilleure. En restant fidèles à notre devise, nous nous efforcerons de faire œuvre utile et durable et de nous rendre ainsi dignes, autant que cela nous sera possible, de tant d'hommes éminents qui ont été la gloire de la Société à laquelle nous avons l'honneur d'appartenir.

PRÉSIDENCE de M. LÉCAILLON.

Une Commission composée de MM. Michel, Rabaud, Mayer, est chargée de l'organisation prochaine du banquet annuel, dont la date est maintenue sans changement, sur une observation de M. André.

Des notices seront consacrées dans le *Bulletin* aux membres de la Société récemment décédés, Berthelot, Laussedat, Ponsot ; les auteurs de ces notices seront désignés dans la prochaine séance.

(¹) Les 6 membres fondateurs furent : Audirac, médecin ; Brongniart, chimiste ; Broval, mathématicien ; Petit, médecin ; Riche, naturaliste ; Silvestre, physicien. Pour l'histoire de la Société Philomathique, consulter la « Notice sur les origines et sur l'histoire de la Société Philomathique » par M. Berthelot (Mémoires publiés par la Société Philomathique à l'occasion du centenaire de sa fondation, 1888).

SUR LA DESSICCATION DES GAZ ET L'EMPLOI DU SODIUM DIVISÉ

Par **Camille MATIGNON**

Dans la *Chemiker Zeitung* (¹), M. Rosenfeld a indiqué quelques expériences de cours et en particulier un procédé commode pour réaliser facilement la synthèse des chlorures et bromures de sodium et de potassium.

Pour combiner le chlore et le sodium, par exemple, on broie ce dernier avec un peu de sel marin, 1 partie de sodium pour 3 parties de sel marin, puis on projette le mélange divisé dans un flacon de chlore ; la combinaison est immédiate, elle a lieu avec crépitement et production de brillantes étincelles.

Cette expérience m'a paru surtout intéressante par l'artifice indiqué pour préparer du sodium divisé. Il suffit en effet d'écraser simultanément le sodium avec un sel quelconque pour arriver à ce résultat. On broie les deux corps dans un mortier, le sodium commence par s'écraser et se laminer en feuilles de plus en plus minces qui se trouvent en même temps déchirées par le contact du sel ; la division se fait assez mal au premier moment, mais au bout de quelques minutes on obtient une poudre grise dont l'état de division ne dépend que de la durée du broyage. Il y a là, comme on le voit, le principe d'une méthode générale pour diviser les corps mous par le broyage simultané avec un corps plus dur.

Bien entendu, il ne conviendrait pas d'employer comme intermédiaire, soit un sel hydraté susceptible d'agir chimiquement sur le sodium par son eau de cristallisation, soit des agents d'oxydation comme les azotates, les chlorates, capables de former avec le sodium des réactions explosives dangereuses.

J'emploie en général le sel marin fondu, qui se trouve ainsi débarrassé de son eau d'interposition, en même temps que la fusion en

---

(1) 1^er^ Semestre 1901, p. 422.

augmente la dureté. On peut employer bien entendu des quantités variables de sel marin; la pulvérisation sera d'autant plus rapide que la proportion de sel est plus grande.

Quand on tient à préparer, pour une réaction chimique, un mélange contenant une quantité déterminée de sodium, il est nécessaire d'effectuer le broyage en se mettant à l'abri de l'humidité de l'air. On y parvient sans peine en plaçant le mortier au fond d'un seau en verre rempli de gaz carbonique et parcouru par un courant de ce même gaz. Ou bien encore, on peut recouvrir le mortier par une coiffe en caoutchouc percée en son centre d'une légère ouverture pour laisser passer la poignée du pilon. On opère ainsi en mortier fermé, l'élasticité du caoutchouc assurant au pilon une mobilité suffisante.

Il n'y a aucun risque d'inflammation du sodium dans cette pulvérisation. Depuis six ans que j'ai eu l'occasion de broyer ou de faire broyer du sodium, aucune inflammation ne s'est produite jusqu'ici par suite de la chaleur dégagée soit par le frottement, soit par l'oxydation partielle du métal. On peut broyer, bien entendu, les autres métaux alcalins plus inflammables, l'opération est un peu plus délicate quand on opère à l'air libre. Avec le potassium, par exemple, il convient d'opérer avec une quantité de sel assez grande pour noyer autant que possible le métal dans le sel; il faut éviter aussi d'exercer une pression trop forte sur le pilon.

On sait que le sodium est l'un des meilleurs agents de dessiccation des gaz, quand on ne craint pas dans ces gaz la présence d'un peu d'hydrogène. On prend alors le sodium sous la forme de fils ou rubans. J'emploie avantageusement pour cet usage la poudre grise, mélange de sodium et de sel marin; elle présente, grâce à sa grande division, une surface d'attaque considérable et constitue par suite, un très puissant agent de dessiccation. Elle possède en outre l'avantage de se préparer en quelques minutes et de ne pas exiger un matériel spécial. On mêle cette poudre avec du verre grossièrement concassé et on en remplit les colonnes de dessiccation fermées avec des bouchons de caoutchouc, ou avec de bons bouchons de liège mastiqués au Golaz. On évite l'entraînement de la poudre par le courant gazeux en plaçant aux extrémités de la colonne un peu d'amiante ou de coton de verre. On obtient ainsi très facilement, par exemple, du gaz ammoniaque bien sec. Pour préparer ce gaz ammoniac je chauffe légèrement sa solution aqueuse dans un ballon muni d'un réfrigérant ascendant, lequel est suivi de deux colonnes de dessiccation de 1 mètre de longueur contenant l'une de la chaux sodée, l'autre du sodium divisé. J'ai eu l'occasion dans ces derniers temps de me rendre compte de toute l'efficacité de ces colonnes de dessiccation. J'ai fait préparer, par des étudiants, comme exercices de manipulation, d'assez grandes quantités d'ammoniac liquide, pour être appliquée ensuite à la réalisation de diverses réactions. Dans certaines de ces préparations, par suite de l'inexpérience des opérateurs, il est arrivé que le gaz ammoniac a été dégagé de sa solution avec une vitesse qui rendait la dessiccation du gaz bien improbable et cependant j'ai pu constater que le gaz liquéfié était rigoureusement sec. Dans un autre cas, de l'eau avait été entraînée dans la première colonne de dessiccation et cependant un courant rapide donnait encore du gaz sec. J'ajoute qu'en utilisant ces agents dessiccateurs, comme il convient, leur activité persiste pendant longtemps.

Les métaux alcalins divisés peuvent être utilisés avantageusement dans un grand nombre de réactions soit en chimie minérale, soit en chimie organique, toutes les fois que la présence du sel intermédiaire n'est point gênante. On peut d'ailleurs varier la nature de ce sel et l'adapter aux conditions de la réaction à réaliser. J'ai indiqué précédemment, comment on pourrait pour ces réactions préparer une quantité de métal divisé fixée à l'avance.

Le prix de revient du sodium, grâce aux progrès de l'électrochimie est aujourd'hui du même ordre de grandeur que les prix de revient du cuivre et de l'aluminium. Il rentre donc aujourd'hui dans la classe des métaux communs. D'après cela, il me paraît probable que le sodium divisé est appelé à se répandre dans les laboratoires comme agent de dessiccation puissant, commode et économique.

CAUSES GÉNÉRALES

de l'évolution de la concentration des liquides gastriques

par M. J. WINTER

(*Suite*) (¹)

Résumé.

Dans l'étude qui précède sur l'évolution de la concentration et ses causes, les conclusions principales et certaines considérations importantes sont noyées dans d'assez longs développements. La lecture de nombres sériés, variables, dont quelques uns seulement — les nombres limites — présentent un intérêt *permanent*, est particulièrement aride. Développements et séries numériques sont, d'ailleurs, indispensables pour la démonstration.

Pour dégager ces conclusions de l'appareil démonstratif qui les enveloppe, je vais les rappeler ici sous une forme sommaire. J'y ajouterai quelques commentaires et quelques applications.

Notons avant tout que la concentration n'étant qu'un moyen, cette étude de la concentration n'a qu'un but pratique : *accroître l'utilité de l'analyse des liquides gastriques.*

Ces analyses, devenues courantes, n'ont eu, jusqu'ici, qu'un seul objet dans l'esprit du médecin : qualifier la valeur peptonisante d'une sécrétion.

J'ai déjà dit et j'aurai encore maintes fois à le redire, cette qualification chimique, si intéressante qu'elle ait été à l'origine lors de la découverte de la pepsine et de l'HCl (1834 et 1824) ; si intéressante qu'elle puisse encore, à tort, paraître aujourd'hui ; si parfaites que soient les méthodes de qualification employées, n'a, *pratiquement*, qu'une valeur chimérique si elle est utilisée seule

Les démonstrations développées précédemment, prouvent notamment, avec une éblouissante clarté, que cette qualification présente

---

(1) Voir ce *Bulletin* (tome IX, n° 4. — 1907.

le défaut capital d'être unilatérale, c'est-à-dire de ne porter que sur *une seule* des grandes fonctions de l'estomac : la fonction chimique.

Cette fonction chimique n'est que l'*un* des termes de l'équation de la digestion. Ce terme ne peut donc pas, à lui seul, en donner la solution ; et ce n'est que *cette* solution qui puisse prétendre à devenir un appui solide pour la clinique.

Les qualités chimiques de la sécrétion que l'on détermine communément ne sont, d'ailleurs, pas invariables selon la croyance établie. En les considérant comme telles on commet une erreur de fait qui s'aggrave encore de ce que l'on prête ainsi à ces qualités le caractère d'éléments *statiques*, caractère qu'elles n'ont pas, comme nous nous en assurerons par ailleurs.

Les principes qui, jusqu'ici, ont servi de base à l'application des données chimiques, fourmillent ainsi d'erreurs multiples qui n'ont l'air de rien et qui se révèlent comme de grosses erreurs de doctrine dès que l'ont veut passer de la théorie à la pratique.

La digestion gastrique représente un phénomène d'une nature essentiellement dynamique et elle communique ce caractère à *tous* les éléments qui y participent. Dès que l'on en aborde l'étude sur ce terrain, on est aussitôt frappé de l'accord qui s'établit entre les prévisions et l'expérience, et l'on sent que sur ce terrain la théorie et la pratique pourront s'entendre.

La concentration, on vient de le voir par tous les développements de ce chapitre, est une émanation directe de la digestion. Par sa genèse et par son évolution, elle dépend étroitement du dynamisme gastrique, c'est-à-dire du concours coordonné de *toutes* les fonctions organiques de l'estomac.

C'est donc, de tous les éléments chimiques utilisés jusqu'ici, le seul qui jouisse de cette propriété.

C'est précisément cette propriété, représentée, pour l'instant, par l'évolution de cet élément et ses limites, qui fournit le point d'application pratique.

Il est probable que plus tard, d'autres conditions que son évolution conduiront à d'autres applications de la concentration.

⁂

Voici maintenant, sous une forme résumée, les conclusions principales qui découlent de ce travail et qu'il importe de connaître pour utiliser la concentration.

I. — Pendant la digestion gastrique de tout repas liquide (eau avec ou sans aliments solides) la concentration se modifie, du commencement à la fin, dans le même sens pour un même repas.

Cette *évolution* est une conséquence fatale, forcée, de la digestion elle-même ; cela signifie qu'elle résulte de l'action combinée de toutes les forces physiologiques qui, dans l'estomac, accomplissent le travail digestif (sécrétion, action chimique, évacuation).

II. — Le sens de ce mouvement évolutif est déterminé par la constitution du repas ingéré. Il se présente là deux cas distincts :

a) La concentration DÉCROIT du commencement à la fin de la digestion gastrique quand la *genèse* de la matière dissoute dans le mélange stomacal est *indépendante* de l'action *propre* du suc gastrique.

C'est le cas de toutes les matières dissoutes à priori dans le liquide ingéré (sels, sucre, matières extractives etc..) ; c'est aussi le cas des matières amylacées dissoutes par l'action salivaire ; c'est donc, en particulier, le cas de toute la première phase digestive du repas de pain sucré qui sert d'ordinaire de repas d'épreuve.

On s'explique aisément ce cas en remarquant que la sécrétion n'y joue que le rôle de liquide diluant, sans exercer d'action chimique sur l'aliment.

b) La concentration AUGMENTE jusqu'à un *maximum*, puis *décroît*, dans tous les cas où la genèse de la matière dissoute *dépend de l'action propre de la sécrétion gastrique sur l'aliment.*

C'est, d'une manière générale, le cas de toutes les dissolutions fermentatives opérées par le suc gastrique lui-même et, en particulier, de la peptonisation des matières albuminoïdes (viande, gluten, lait, etc...). C'est aussi le cas de l'eau, sans aliments solides, dont la concentration, acquise dans l'estomac, provient directement et uniquement de la sécrétion.

La différence entre ce cas *b* et le précédent réside dans ce fait qu'ici la sécrétion exerce une action chimique progressive sur l'aliment ; celle-ci *compense* et *domine* même l'action diluante pendant la majeure partie du séjour des aliments dans l'estomac. Ce cas est donc plus compliqué que l'autre et se prête moins aux épreuves cliniques.

Le maximum de la concentration y est atteint quand l'activité chimique de la sécrétion, en voie de fléchir, devient équivalente à son pouvoir diluant ; et le moment où cette équivalence se produit est subordonné à la vitesse d'évacuation.

On a vu par les exemples cités (séries à la viande chez le chien) que dans les conditions *les plus physiologiques* ce maximum n'est, pratiquement, atteint qu'à l'extrême limite de ces sortes de digestions. Mais on a vu aussi, dans les développements théoriques, qu'à cette limite, le fléchissement de l'action chimique est une conséquence *absolument forcée* de la digestion, quand bien même l'activité chimique de la secrétion demeurait constante.

III. Quelque soit le sens du mouvement évolutif de la concentration, celle-ci aboutit toujours finalement à une concentration qui est *la même* pour toutes les digestions.

Cette concentration limite est celle (r_0) du suc gastrique lui-même ; celle-ci n'étant pas constante et oscillant dans une zone définie (entre les concentrations 0,006 et 0,012), j'ai désigné ce champ des oscillations constitutionnelles du suc gastrique par : *zone des gastérines.*

Sans la connaissance de cette zone limite absolument générale et bien définie, l'utilité pratique de la concentration serait fort problématique ; car on manquerait de base pour juger l'évolution ; on ne saurait pas dire, par exemple, à quelle concentration doit correspondre dans un cas donné la vacuité complète de l'estomac.

On a vu plus haut, dans les développements analytiques, que, dans le mélange stomacal (G + E), le liquide (E) ingéré avec le repas, ne saurait en disparaître totalement (s'annuler) que si l'estomac s'est entièrement vidé une fois au moins. Et comme c'est là la fin physiologique de la digestion ; comme il ne doit plus, après cela, s'y régénérer de liquide, lequel ne pourrait être que de la sécrétion *pure* (G), il s'en suit que l'estomac *normal* doit être vide quand la concentration est devenue égale à (r_0).

Nota. La notion de zone des gastérines est une notion nouvelle. Elle n'a pas seulement un intérêt clinique ; elle a aussi et surtout un intérêt physiologique. Elle est en miniature l'image de la digestion stomacale elle-même. Elle n'est envisagée ici que par rapport à la concentration (r_0) *qui contient, en substance, tous les agents chimiques de la digestion.* La cryoscopie la délimite aussi bien que la concentration.

Etant le champ dans les limites duquel oscille la concentration r_0, on peut en inférer de suite que les agents chimiques, qui font partie intégrante de cette concentration, oscillent avec elle et qu'*aucun des constituants de la sécrétion n'est constant.*

Depuis trois quarts de siècle on s'efforce de déterminer les constantes physiologiques du suc gastrique, c'est-à-dire la *sécrétion normale* de l'estomac. On n'a pas encore réussi à se mettre d'accord. Cela n'est pas surprenant, car il n'existe ni sécrétion normale ni constantes physiologiques.

Tout, dans la constitution des humeurs, est variable et dépend, à tout instant, de l'intensité arbitraire du travail vital qui s'y accomplit sur le moment. Il n'y a de fixe que les limites physiologiques entre lesquelles les oscillations des éléments sont assujéties à se mouvoir. C'est cela qu'évoque la notion de zone des gastérines.

On peut admettre, sans trop s'aventurer, et bien que je n'aie pas encore eu l'occasion d'approfondir ce point spécial, que les plus élevées des concentrations (r_0) de cette zone (0,010, 0,011, 0,012) sont aussi les plus riches en agents chimiques. Ce parallélisme n'est peut-être pas direct ; mais il existe certainement une relation quelconque entre les fluctuations du *tout* (r_0) et celles de ses parties (agents chimiques).

Je n'en dirai pas davantage ici, car non seulement je n'ai pas, jusqu'ici, étudié suffisamment ce parallélisme qui ne paraît pas simple ; mais cette étude, qui doit englober d'autres éléments que la concentration, sera mieux à sa place dans le chapitre de la sécrétion et de ses constituants.

Applications. *Repas d'épreuve.*

Je viens de dire que c'est son évolution qui permet d'utiliser la concentration.

On peut, dès à présent, fixer divers buts à cette utilisation. Le plus immédiat en est celui-là même qui a provoqué ce travail et qui en constitue le fond : *l'étude et l'appréciation de digestions quelconques en clinique.*

Cette application requiert l'emploi d'un repas d'épreuve ; car il ne s'agit plus ici de qualifier seulement une sécrétion, ce qui pourrait à la rigueur se faire ou, au moins, se concevoir, sans la participation d'aliments solides ; il s'agit de suivre et d'utiliser la marche d'un *produit* de la digestion alimentaire elle-même. Dans ces conditions, l'aliment solide ne saurait donc faire défaut dans le repas de contrôle.

L'eau aussi est nécessaire ; cela résulte des développements analytiques qui précèdent et tient à ce fait que la marche évolutive de la digestion, de même que celle de la concentration, est infiniment plus apparente avec un repas liquide qu'avec un repas sec (voir plus haut).

Quel est le repas d'épreuve qu'il convient d'employer ?

Depuis Ewald qui fut (1879) le promoteur de l'exploration chimique de l'estomac et qui avait choisi comme aliment d'épreuve le pain associé à une infusion légère de thé non sucrée, les repas de contrôle ont beaucoup varié. Chaque spécialiste s'est constitué le sien.

La viande, les œufs, le pain, en proportions diverses, seuls ou mélangés, ont tour à tour été utilisés.

J'ai déjà souligné par ailleurs l'incohérence qui résulte de cette variété dans les repas : elle rend à peu près impossible la comparaison des résultats chimiques. Je crois, d'ailleurs, que ce collationnement fut la moindre des préoccupations de la plupart des innovateurs.

Ceux qui, comme Ewald et Boas, y mettaient quelque souci poursuivaient tous le même but : *exciter le plus possible la sécrétion stomacale avec les aliments qu'ils présumaient les plus appropriés aux aptitudes digestives de l'homme.*

La variété même des repas ainsi imaginés fait ressortir l'incertitude qui présidait à leur choix.

Comme ce point de vue est trop exclusif, pour les raisons que nous connaissons maintenant ; comme, d'ailleurs, les analyses chimiques très sommaires que l'on exécutait sur les liquides gastriques à la suite de ces repas, ne mentionnent pas la concentration, je ne m'arrêterai pas davantage ici à ce passé de l'histoire des repas d'épreuve.

L'évolution de la concentration étant intimement enchaînée à celle de la digestion gastrique, représentée par l'*ensemble* de ses fonctions efficientes, la concentration fournit à la pratique un but parfaitement défini : *apprécier la marche de la digestion en prenant comme base celle, corrélative, de la concentration.*

Cette base n'exclut pas les autres caractères (quantité de liquide, qualités chimiques) que l'on peut tirer du liquide puisé. Ces caractères serviront, en seconde ligne, à préciser, dans la limite où cela est possible actuellement, la valeur des divers termes du rapport : $\frac{R}{G+E}$ analysé précédemment. Comme ces caractères se rapportent à d'autres éléments que la concentration, ils seront discutés en temps et lieu. Mais des propriétés de la concentration développées dans ce mémoire et des conclusions résumées ci-dessus, découlent immédiatement quelques indications pratiques générales.

Voyons d'abord le repas d'épreuve. En théorie pure, d'après ce qui précède, ce repas devrait être simple et homogène pour communiquer à la concentration une évolution qui, physiologiquement, serait également homogène.

Le *sens* du mouvement évolutif dépendant surtout de la nature de l'aliment simple choisi (voir plus haut), on peut connaître ce sens à l'avance, d'après l'aliment d'épreuve ingéré. On peut, en effet, orienter le mouvement évolutif à volonté par le régime. Cela résulte nettement de cette étude.

Mais il n'existe pas d'aliments absolument homogènes dans la nature ; il ne saurait donc pas non plus exister d'évolutions gastriques rigoureusement uniformes.

En signalant cela plus haut, j'ai fait ressortir les irrégularités qui en résultent nécessairement dans la marche de la concentration.

Dans la pratique, en vue du contrôle chimique, on doit chercher à réduire ces irrégularités à leur minimum en employant les aliments naturels les plus propices.

La viande, bouillie et débarrassée de sa graisse et de ses matières extractives, serait suffisamment homogène pour les besoins courants si elle ne présentait pas quelques inconvénients irréductibles.

D'abord un repas fait de viande ainsi préparée et d'eau pure serait bien insipide et peu de malades l'accepteraient sans dégoût.

Puis avec ce genre d'aliments la concentration va, physiologiquement, en croissant jusqu'à l'extrême limite du cycle digestif. Mais ces accroissements étant minimes sont, par suite, *peu sensibles* dans le temps. C'est là un inconvénient sérieux qui s'aggrave encore de ce qu'à l'état pathologique le coefficient de l'activité peptique (p) est susceptible, suivant l'état d'épuisement des malades, de *diminuer* plus ou moins vite au lieu de rester constant ou de croître comme à l'état physiologique. Nous savons que cette éventualité que l'on est en droit de supposer fréquente chez les malades, engendre, quand elle se produit, une évolution compliquée, croissante d'abord, décroissante ensuite en pleine digestion.

Cette complication s'ajoutant aux autres inhérentes à la viande ferait, à tout instant, naître des incertitudes que l'on ne pourrait lever qu'en effectuant au moins *deux* prélèvements dans le cours de la même digestion.

Pour ces raisons la viande doit être écartée, comme peu pratique, du nombre des aliments d'épreuve, bien qu'elle soit parmi les plus homogènes que l'on puisse utiliser.

Les mêmes raisons valant aussi pour *tous* les aliments essentiellement azotés (œufs, lait, etc.), ces aliments doivent êtres évités pour les repas d'épreuve.

Ce n'est qu'au cas où l'on jugerait indispensable de déterminer le coefficient (p) que l'on pourra recourir à la viande sans eau, comme je l'ai indiqué dans le paragraphe consacré à cette détermination.

Ce cas se présentera bien rarement pour le praticien.

La matière amylacée pure n'existe pas dans la nature, mais peut s'obtenir telle par des procédés physiques. A cet état, elle constituerait un aliment d'épreuve très homogène, engendrant dans l'estomac un mouvement évolutif type de l'espèce théorique étudiée plus haut dans le « *premier groupe* » d'aliments solides.

Ce mouvement, *décroissant* du commencement à la fin de la digestion, serait dans la première moitié de son cycle, semblable à celui qu'engendre le pain, mais s'achèverait plus brusquement pour les raisons que nous connaissons maintenant et que je rappellerai dans un instant.

Mais on ne peut guère songer à faire prendre des repas de « *colle de pâte* ». Il faut donc, pratiquement, renoncer à ces substances comme aliment d'épreuve.

Le sucre cristallisé (sucre candi) constitue, à coup sûr, l'aliment d'épreuve le plus favorable en vue du but que la clinique doit se proposer.

Substance homogène par excellence, elle se prête, par sa solubilité dans l'eau, à des titrages exacts des solutions ingérées et ces solutions seraient facilement acceptées par tout le monde.

Le mouvement évolutif qu'elle engendre dans l'estomac est tout à fait semblable à celui des matières amylacées, plus rapide, par conséquent, que celui que produit le pain.

Ce sera, je crois, l'aliment d'épreuve de l'avenir. Son emploi actuel n'est néanmoins pas possible encore; il faudra d'abord vaincre certains préjugés et étudier avec soin l'évolution physiologique de sa digestion. Cette évolution, bien qu'analogue à celle du pain, ne lui est pas identique.

Je me suis servi assez souvent du sucre pour élucider certains phénomènes obscurs de la digestion dont je parlerai ailleurs. J'aurai par conséquent à revenir sur son emploi.

Le pain n'est pas un aliment homogène; il est constitué d'un mélange de matière amylacée et de matière azotée (gluten). Il tient donc simultanément des deux groupes d'aliments, à évolutions différentes, que j'ai signalés.

J'ai dit, à ce sujet, que la concentration que le pain engendre dans l'estomac subit, dans ses parties, deux évolutions antagonistes (voir plus haut). Dans la première phase digestive physiologique qui dure à peu près 95 minutes, la concentration suit une marche franchement décroissante analogue à celle que produirait la matière amylacée pure. Puis sa chute s'atténue et l'on passe dans la phase où domine la dissolution de la matière azotée.

La courbe physiologique de l'évolution des repas de pain est très caractéristique à cet égard. On retrouvera cette courbe, en pointillé, dans mon mémoire précédent [1]. On y constate que la chute initiale de la concentration est très rapide et qu'à partir de la 90^e minute environ, la courbe se rapproche plus lentement de l'axe des temps, auquel elle tend à devenir parallèle, et n'atteint la zone des gastérines (0,01) que vers la 150^e minute. *Sans la matière azotée du pain, elle atteindrait cette limite bien avant.*

Le pain, comme repas d'épreuve, est très répandu aujourd'hui (repas d'Ewald). Dans le « *Chimisme stomacal* » (1891), nous l'avions adopté, M. Hayem et moi, selon la formule d'Ewald. Depuis que la concentration figure dans mes analyses j'ai ajouté 10^{gr} de sucre à la formule primitive qui devient ainsi : 60^{gr} de pain blanc rassis (un peu sec) ; un quart de litre d'infusion légère de thé ; 10^{gr} de sucre.

L'infusion de thé peut, naturellement, être remplacée par le même volume d'une infusion légère quelconque ou simplement par de l'eau.

La courbe évolutive physiologique mentionnée a été obtenue avec ce repas sucré. Cette courbe serait, dans son ensemble, sensiblement la même sans sucre ; l'addition de sucre n'a qu'un but, c'est, je l'ai déjà dit, de produire une concentration initiale suffisante pour régulariser l'évolution, généralement hésitante, du début. Sans sucre cette courbe serait en effet quelque peu tourmentée pendant les 15 ou 20 premières minutes parce que le repas dure quelques minutes et que l'amylolyse ne se fait pas non plus brusquement.

J'ai longuement développé, dans mon mémoire précédent (ce *Bulletin* 1906), la marche expérimentale de la concentration pour le repas de pain. Je n'y reviens pas. J'ajouterai seulement quelques renseignements pratiques qui découlent des explications présentées dans le mémoire actuel.

Comment, dans la pratique, doit-on se servir de la concentration ?

Si l'on a bien compris l'influence des causes digestives sur les termes du rapport $r = \frac{R}{G + E}$, on ne sera pas embarrassé pour déchiffrer le résultat chimique toutes les fois que la somme $(G + E)$ sera connue.

Ce rapport, on le voit, varie en raison directe de (R) et en raison inverse de $G + E$.

(R), c'est l'action chimique, c'est l'intensité des transformations qui se sont accomplies dans l'estomac. C'est, plus proprement, la quantité *totale* des matières dissoutes que l'estomac retient encore au moment du prélèvement.

$(G + E)$, c'est le contenu liquide *actuel* de l'estomac, mélange de

---

[1] De la concentration du suc gastrique, par J. W. — *Bulletin de la Société Philomatique de Paris,* 1906.

sécrétion et d'eau ingérée. Il faut se rappeler que $(G + E)$ augmente avec la vitesse de sécrétion et diminue avec la vitesse d'évacuation. *Si ces deux vitesses étaient toujours équivalentes, ce contenu serait toujours égal au volume du liquide ingéré* et l'estomac ne serait jamais vide.

Le but final de la digestion gastrique étant l'évacuation de l'estomac et la marche corrélative de la concentration (r) vers sa limite (r_0) qu'elle ne saurait atteindre (voir plus haut) qu'avec l'élimination totale du contenu alimentaire, il s'en suit qu'à l'état physiologique la vitesse d'évacuation est *toujours supérieure* à la vitesse de sécrétion et que la quantité $(G + E)$ diminue forcément avec la concentration (r).

Le rapport expérimental entre (r) et $(G + E)$ est même assez constant pendant toute la phase amylolytique de la digestion physiologique du pain. Ce point spécial sera examiné ailleurs.

Ce renseignement est, en tout cas, excellent ; il permet toujours de fixer le volume théorique correspondant à une concentration donnée.

Il faut se souvenir aussi que, pour le repas de pain, l'amylolyse est sensiblement achevée au bout d'une heure et que la matière dissoute (R) ne subit plus guère, à ce moment, que les faibles accroissements produits par la dissolution peptique du gluten (1). Il résulte de là qu'à cette période digestive les variations de (r) sont presque uniquement subordonnées à l'influence de l'évacuation et de la dilution sécrétoire.

A ces renseignements, ajoutons encore le témoignage de l'évolution de la matière azotée pour les repas de pain. Ce témoignage, très significatif, éclate à la simple vue du tableau annexé à ce mémoire. Il est assez général pour qu'il ne soit pas nécessaire de faire le dosage de l'azote dans chaque cas particulier.

Ce dosage, assez délicat avec les repas de pain quand la concentration est un peu élevée, compliquerait considérablement l'analyse gastrique s'il fallait l'exécuter chaque fois. On ne le fera que sur demande spéciale.

Avec ces renseignements, conséquences naturelles des détails théoriques et pratiques exposés plus haut, on se rend facilement compte du développement de la digestion quand le contenu total du moment $(G + E)$ est connu.

I). — Prenons quelques exemples et envisageons-les seulement à

---

(1) De la constance du rapport $\frac{r}{G + E}$ découle en effet, cette relation significative : $R = K\,(G + E)^2$ qui montre que la matière totale dissoute diminue, à l'état physiologique, *beaucoup* plus vite que le contenu liquide de l'estomac.

titre d'indications, en négligeant les précisions que ce moyen comporte dans certaines circonstances qui seront examinées ailleurs.

Concentration : . . .	0,1045	0,06125	0,0295
Volume du contenu actuel (G + E). .	280 cc	280 cc	280 cc

Ces trois exemples, de sujets différents, se rapportent au même repas de pain sucré. Les prélèvements ont été faits après *une* heure de digestion.

Le volume est le même dans les trois cas, mais les concentrations sont différentes. Ce volume est sensiblement égal à celui du liquide ingéré (pain compris). Il en résulte immédiatement que, dans les trois exemples, la vitesse de sécrétion est restée jusque là sensiblement *équivalente* à la vitesse d'évacuation.

C'est là évidemment une anomalie, le volume évacué dans un temps donné devant *toujours être plus élevé* que le volume sécrété. Mais elle ne signifie pas nécessairement que la vitesse d'évacuation soit aussi, dans les trois cas, inférieure à la vitesse physiologique ; elle signifie seulement qu'elle est insuffisante par rapport à la sécrétion.

L'équivalence des deux fonctions est, en effet, compatible avec des vitesses considérables, faibles, même nulles (¹). Voyons les concentrations. La première (0,1045) est élevée par rapport à la période digestive (60 minutes) ; elle nous laisse en pleine phase d'amylolyse, avec un *retard* considérable sur l'évolution normale.

Si l'estomac n'avait pas évacué du tout, il eût fallu un *maximum* d'environ 300 cc de sécrétion pour amener, en une heure, la concentration au point 0,1045. Comme l'estomac a évacué *autant* de liquide qu'il en a sécrété, la sécrétion fournie réellement est bien moindre que 300 cc ; elle est par cela même assez faible et l'évacuation l'est *a fortiori*.

Conclusion : pouvoir amylolytique considérable, fonctions gastriques peu actives avec insuffisance motrice accentuée. L'estomac est dans un état de demi inertie comme s'il était en imminence d'ulcération. Cet état peut, d'ailleurs, se rattacher aussi à un certain état d'adynamie générale. Je n'ai pas à examiner cela ici.

---

(1) La vitesse physiologique d'évacuation est, chez l'adulte et pour un repas donné, quelque chose de fixe, une base vraie ou conventionnelle, correspondant à un effort déterminé des muscles gastriques. Supposons-la égale à 200 pour notre repas et pendant la première heure. Il est évident que, pathologiquement, elle peut rester 200 tout en devenant égale à la vitesse de sécrétion. Elle serait donc, dans ce cas, physiologique tout en étant trop faible par rapport à la sécrétion. Elle peut de même devenir 300 ou 50 ou 20, c'est-à-dire supérieure ou inférieure à sa valeur physiologique, tout en restant égale à la sécrétion.

La deuxième concentration est 0, 06125 ; son évolution présente donc des apparences normales.

Si l'estomac n'avait pas évacué du tout, il eût fallu un *maximum* d'environ 598 cc de sécrétion pour obtenir cette concentration. Ce serait une quantité un peu élevée, en général. Comme l'estomac a évacué autant que sécrété, cette quantité n'a sûrement pas été atteinte dans la réalité et dès lors la sécrétion n'apparaît plus exagérée.

Comme, à vitesse égale, l'évacuation est *au-dessous* de sa tâche, on peut dire ici qu'on se trouve en présence d'une simple insuffisance d'évacuation, avec sécrétion régulière. Le cas est banal d'ailleurs, aussi banal que la dilatation courante dont l'exemple reproduit l'une des images chimiques habituelles. L'âge du sujet doit néanmoins inspirer certaines réserves pour l'avenir dans les cas de cette espèce.

La troisième concentration est 0,0295 ; elle nous place en pleine phase peptique, avec une *avance* évolutive considérable.

Si l'estomac n'avait pas évacué du tout et que le pouvoir amylolytique eût été normal, il eût fallu un maximum d'environ 1500 cc de sécrétion à l'heure. Cela est *impossible*. Il a donc fallu que *l'évacuation soit intense* pour compenser une pareille quantité qui, en vérité, ne s'est pas produite, grâce, précisément, à l'activité de l'évacuation. On ne saurait donc dire ici, malgré l'importance du liquide résiduel (280 cc) qu'il y ait insuffisance motrice. Il y a en réalité hypersécrétion et *surmenage* général et intense des fonctions mécaniques de l'estomac.

L'exemple est analogue à celui de la courbe (5) de mon mémoire précédent (1906).

Dans ces cas il se passe habituellement ceci : l'estomac vide rapidement la majeure partie du liquide et des aliments ingérés et l'amylolye ne peut guère se développer. Il n'y a donc pas insuffisance motrice. Le liquide se régénère ensuite progressivement et de temps à autre s'évacue en masse. Si l'onde évacuatrice peut, à un moment donné, entraîner *tout* le contenu, il y a des chances que le calme stomacal s'établisse ; sinon le phénomène se renouvelle. Il paraît vraisemblable — je dis cela incidemment — que la fonction motrice finit par s'émousser et alors on tombe dans le cas de la sécrétion continue qui est celui, tout à fait anormal, des chiens à estomac isolé de M. Frémont. Plus tard j'examinerai de plus près ce cas intéressant.

Il résulte de cette courte analyse dont il eût été possible de préciser le détail que nos trois exemples, qui paraissent *identiques* par rapport au volume résiduel, prennent des physionomies *absolument différentes* dès qu'on les examine à la lueur de leurs concentrations respectives. Leurs évolutions se sont manifestées clairement grâce à la concentration et pour les comprendre, suivant les besoins cliniques, nous n'avons eu que faire de leurs richesses chlorhydriques et peptiques. Et si nous n'avions connu que ces dernières qualités, il nous eût été impossible de rien comprendre aux états réels de ces trois estomacs.

Il est vrai de dire que ces trois exemples sont parmi les plus simples de la pratique courante. Dans beaucoup de cas plus compliqués, ces qualités accessoires rendent service quand on sait les utiliser. Ce n'est pas ici le lieu d'aborder ce sujet.

II). — Voici encore quelques exemples pris au hasard parmi les volumes faibles après une heure :

Numéros d'ordre.	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
Concentrations .	0,14775	0,1430	0,13075	0,1050	0,0785	0,0430	0,0340	0,02275
Volume total actuel (G+E).	35cc	120cc	110cc	79cc	96cc	141cc	25cc	22cc

Dans ces divers exemples la vitesse d'évacuation est *supérieure* à la vitesse de sécrétion. Mais il ne s'en suit pas nécessairement que dans tous cette action évacuatrice soit supérieure aussi à l'action physiologique.

Les rapports $\dfrac{r}{G+E}$ sont tous différents du rapport physiologique. Il existe donc partout une certaine irrégularité dans la concomitance normale des fonctions gastriques correspondantes ; mais ces irrégularités sont de degrés divers. Le numéro (5) par exemple présente un rapport presque normal.

A côté de ces caractères généraux chacun des exemples présente ses caractères particuliers.

Les premier, deuxième et troisième offrent des concentrations élevées qui frisent la lisière de leur limite supérieure. L'amylolyse s'y est développée péniblement ; elle ne demandait qu'à s'accomplir vigoureusement, mais fut gênée dans son action par l'insuffisance de la cause diluante ; la sécrétion gastrique. La quantité de sécrétion réellement produite dans chacun de ces trois cas est en effet bien inférieure à 80 cc. C'est là une quantité misérable et l'on ne doit pas s'étonner que l'estomac ne retienne plus, au bout d'une heure, que respectivement 35, 120 et 110 cc. de liquide. Le premier n'a guère évacué que la quantité du liquide ingéré ; on ne saurait donc pas dire que la vitesse d'évacuation y soit exagérée par rapport à la vitesse physiologique ; elle apparaît même à *peu près régulière*. Elle n'est exagérée que par rapport à la sécrétion qui y est à peu près nulle. Tout le défaut de ce cas est donc dans cette défaillance unilatérale de la sécrétion et doit, par cela même, traduire une affection plus locale que générale.

Les deuxième et troisième n'ont même pas évacué des quantités équivalentes au liquide ingéré. Loin d'être exagérée, comme semblent l'indiquer les volumes résiduels respectifs, la vitesse d'évacuation y est faible. La défaillance n'y est donc pas unilatérale ; elle y implique à la fois et à des degrés différents la fonction sécrétoire et la fonction motrice, mais non la fonction amylolytique. Dans les cas de cette espèce, il y a beaucoup de chance que la cause du mal siège ailleurs que dans l'estomac dont le voisinage immédiat doit être suspecté. L'exemple (2) a fourni, depuis, la justification de cette présomption.

Je ne veux pas multiplier ces explications. Un seul des autres exemples est à peu près régulier ; c'est le numéro (5). Il sera facile, avec ce que je viens de dire, de donner un sens aux autres.

III). — Quand, *après une heure*, le liquide résiduel tend à s'élever *au-dessus* du volume ingéré [1], la vitesse d'évacuation est *inférieure* à la vitesse de sécrétion. Il ne s'agit ici que de digestions d'environ une heure de durée. Aux périodes plus tardives, la vitesse d'évacuation peut reprendre plus au moins le dessus.

Une pareille déchéance de l'évacuation évoque toujours l'idée d'une sténose pylorique plus ou moins accentuée. Mais celle-ci n'est pas nécessairement primitive, car elle peut être la conséquence lointaine du surmenage sécrétoire dont j'ai parlé plus haut.

En somme, une concentration élevée traduit toujours, avec une amylolyse active, une sécrétion relative faible. Une concentration basse, dans les mêmes conditions de temps, indique le contraire. La quantité totale $(G + E)$ du contenu actuel permet, selon l'esprit de la relation générale $\frac{R}{G + E} = r$, d'établir des degrés parmi ces données de la concentration et d'apprécier l'état infiniment varié du rapport de l'évacuation à la sécrétion.

Il est évident, d'ailleurs, que la notion de temps est ici fort importante, car l'évolution ne se conçoit que dans le temps et ce qui se présente élevé à une phase donnée, apparaîtrait faible à un autre moment de la digestion.

IV). — Quand la quantité $(G + E)$ n'est pas connue, la concentration conserve le même sens général que je viens d'indiquer. Mais on ne saurait alors formuler que des présomptions sur l'état *relatif* de la sécrétion et de l'évacuation.

Ces présomptions devront s'appuyer sur certains éléments de l'ana-

---

(1) Cette remarque souligne l'importance qu'il y a à connaître le volume du liquide ingéré.

lyse chimique et sur la quantité de liquide prélevée que l'on devra toujours noter en indiquant si le volume prélevé représente une portion seulement du contenu total, ou son volume approximatif.

Si l'on pouvait, dans la somme (G + E), déterminer la valeur relative de G (sécrétion), ces présomptions deviendraient presque des certitudes.

On a déjà tenté cette détermination ; mais les méthodes employées sont suspectes. D'ailleurs la connaissance, même exacte, de (G), *sans celle de la concentration*, ne pouvait avoir qu'un intérêt relatif.

Tout ce qui précède permet de s'en rendre compte et ce que j'aurai à en dire plus tard la démontrera mieux encore.

Il est possible de fixer la valeur de (G) sans avoir recours à des éléments étrangers aux liquides examinés. Il en existe même plusieurs moyens. Mais les uns, très simples, comme l'eau distillée dont j'ai parlé plus haut, ne peuvent pas s'adapter aux repas d'épreuve et ne sont, par cela même, que des moyens occcasionnels (voir plus bas). Les autres, plus compliqués, ne seront étudiés que dans d'autres chapitres.

Remarque. Je me suis servi du rapport de la vitesse de sécrétion à la vitesse d'évacuation pour classer mes exemples. Ce classement dont la base n'a ri en d'artificiel, pourrait fort bien être adopté pour grouper les états chimiques. On n'y a jamais pensé parce qu'on n'a jamais envisagé les concentrations gastriques qui nous éloignent singulièrement des points de vue du passé.

Liquides à jeun. — Liquides résiduels.

Il résulte suffisamment de ce qui précède que la durée du séjour des aliments dans l'estomac dépend de deux conditions fondamentales : *la nature de l'aliment ingéré et le rapport de la vitesse d'évacuation à la vitesse de sécrétion.*

En pathologie gastrique, l'importance de la *seconde* de ces conditions dépasse de beaucoup celle de la première.

Sans m'arrêter ici à l'examen de la durée réelle d'une digestion, je ferai seulement remarquer qu'il est parfaitement établi que, d'une manière générale, cette durée, chez l'homme, ne dépasse pas un maximum de 5 à 6 heures.

On a vu ailleurs (voir mon Mémoire de 1906) que le repas d'épreuve de pain sucré, par exemple, ne séjourne, normalement, que 2 heures 1/2 dans l'estomac, avec cette restriction que dans la dernière heure on n'en trouve plus qu'une infime fraction.

Avec de la matière amylacée pure, l'évacuation serait plus rapide, et, avec une même quantité de matière azotée, elle serait plus tardive.

Donc si 10, 12 ou 14 heures, par exemple, après le dernier repas, on retrouve du liquide dans l'estomac, ce fait constitue certainement une anomalie sérieuse.

En clinique on s'est déjà beaucoup occupé de ces liquides tardifs, notamment M. Hayem qui a en quelque sorte systématisé l'exploration gastrique à jeun. Mais une certaine confusion règne dans la science sur la valeur pronostique de ces liquides.

La concentration permet de les classer en deux groupes bien distincts que je vais indiquer en quelques lignes, sans toucher ici à l'énigme de leurs valeurs pathognomoniques respectives et de leurs causes.

Cette valeur et ces causes, bien que du domaine de la pathologie, peuvent néanmoins être induites par les données chimico-physiques, mais ne seront discutées utilement qu'avec l'appoint d'autres éléments que la concentration.

⁂

I). — Un estomac dont le contenu a atteint la dilution de la zone des gastérines doit être vide. Ce n'est plus là seulement une supposition tirée de l'expérience (voir ce *Bulletin* 1906) ; c'est une vérité que l'analyse théorique des phénomènes digestifs vient de nous démontrer très clairement : *Pour que la concentration d'un liquide alimentaire puisse devenir égale à sa limite* (r_0), *il faut que l'estomac ait évacué la totalité de son contenu alimentaire; et quand il a accompli cette élimination, la digestion étant achevée, il doit rester vide.*

Le plus souvent l'estomac est déjà vide avant que l'on ait : $r = r_0$.

Si donc on y rencontre un liquide de concentration (r_0), ce ne peut être que de la sécrétion pure qui s'est reproduite *après* la fin de la digestion alimentaire. Ce liquide est réellement un *liquide à jeun* ; c'est la seule dénomination qui lui convienne.

Les liquides de cette espèce forment un premier groupe très naturel.

On ne saurait pas dire des estomacs qui les fournissent qu'ils n'évacuent pas. On peut en dire seulement qu'après la digestion alimentaire le rapport des vitesses fonctionnelles s'y renverse et *que la sécrétion se poursuit, contre toute logique, sous l'influence d'une cause insolite.*

C'est cette continuité, à un degré quelconque, de la sécrétion qui constitue le caractère dominant de ce groupe.

L'évacuation peut n'être pas atteinte ou peut l'être. Si elle est touchée, ce ne peut être que légèrement puisqu'elle remplit sa mission d'évacuer les aliments.

L'onde évacuatrice peut devenir rare, s'annuler même, par la seule raison, parfaitement physiologique, que les aliments ont quitté l'estomac. Cela s'expliquera plus tard.

Mais elle peut s'affaiblir aussi par suite d'un surmenage prolongé, supérieur aux ressources dynamiques du sujet. Cela aussi est possible. Dans ce dernier cas la présence du liquide à jeun pourrait bien n'être que le stade préparatoire d'une insuffisance motrice à venir et une relation de cause à effet peut exister entre la continuité sécrétoire et l'affaiblissement de l'onde motrice.

Quoi qu'il en soit, la gravité des états cliniques qui se rapportent à ce groupe est entièrement proportionnée à celle de la cause qui entretient la sécrétion. L'évacuation n'est pas en jeu ou ne l'est encore que faiblement.

Il n'est pas, actuellement, possible d'affirmer si dans un cas donné l'évacuation est oui ou non en cause. Il faudra, pour cela, étudier de très près l'état, dans le temps, du rapport des vitesses d'évacuation et de sécrétion.

Dans la pratique on trouve fréquemment des liquides de ce groupe. Ils contiennent habituellement en suspension quelques flocons solides qui n'ont rien d'alimentaire et qui sont formés de paquets de mucosités et de cellules épithéliales.

Leurs concentrations sont généralement parmi les plus élevées de (r_0) (0,009 ; 0,010 ; 0011).

Les concentrations faibles (0,006 ; 0,007 ; 0,008) sont rares.

Leurs volumes sont le plus souvent petits (10 à 30 cc). Tout Cela indique que dans la plupart des exemples courants, l'onde évacuatrice est *seulement en retard* sur la sécrétion, au moment du puisement, et non pas nulle.

⁂

II. — Le deuxième groupe de liquides que la concentration révèle parmi ceux que l'on trouve longtemps après le dernier repas, est constitué par ceux *dont la concentration n'a pas encore atteint sa valeur limite* (r_0). De ceux-là on peut dire immédiatement que ce sont des liquides de digestion et que l'estomac qui les fournit *n'a jamais encore, depuis le dernier repas, évacué entièrement son contenu.*

Ce ne sont pas des liquides à jeun, mais des *liquides résiduels*. C'est la seule expression qui leur convienne ; elle est d'ailleurs consacrée par l'usage, mais ne leur a pas été appliquée spécialement jusqu'ici.

La présence de ces liquides résiduels dans un estomac constitue toujours un fait d'autant plus sérieux que la durée digestive a été plus longue et que, pour une durée déterminée, la concentration et le volume sont plus élevés.

C'est ici la déchéance motrice qui domine la scène, le plus souvent sous la forme d'une affection pylorique. C'est à cette déchéance que ces liquides doivent leur importance qui est déjà bien connue mais sans la distinction que la concentration établit entre les deux groupes mentionnés dans ce paragraphe.

Remarques. — I. La concentration 0.012 est assez rare dans les sécrétions pures. Comme elle forme la limite supérieure de la zone des gastérines et la limite inférieure des liquides alimentaires, elle doit être considérée comme suspecte quand on la rencontre dans un liquide à jeun.

II. Toutes ces considérations comportent l'application du rapport de la vitesse d'évacuation à la vitesse de sécrétion. Je crois qu'à cet égard l'emploi de l'eau distillée, pour explorer les estomacs à jeun, rendrait de réels services si cet emploi était fait d'une façon méthodique.

L'eau distillée est évacuée très facilement à l'état physiologique. Son séjour dans l'estomac est court. En introduisant de l'eau dans un estomac vide ou vidé artificiellement, ou se donnerait le double avantage de connaître, après un temps déterminé, le volume résiduel (G + E) et la proportion relative de (G) qu'il contient (voir au commencement de ce mémoire). On se procurerait de la sorte une valeur relative assez précise du rapport des vitesses en question.

Cette utilisation de l'eau distillée ne serait malheureusement possible que chez les sujets qui supportent bien le tube. Mais ce défaut étant commun à toutes les méthodes d'exploration par la sonde, l'emploi de l'eau distillée ne présenterait pas plus d'exception que les autres méthodes.

Digestibilité.

On s'est habitué à considérer comme synonyme de *digestibilité* d'un aliment, la *solubilité* de cet aliment dans un échantillon de suc gastrique, agissant en tube à l'étuve.

Tout ce que je viens de dire dans ce mémoire condamne cette manière de voir.

La solubilité ainsi constatée est tout au plus, dans les conditions les plus favorables, un vague reflet de la *seule action chimique* que la sécrétion stomacale serait éventuellement capable d'exercer sur l'aliment examiné.

Introduit non dans un tube, mais dans un estomac, cet aliment eût pour sa digestion, sollicité, en plus de l'action chimique, le concours de deux autres grandes fonctions qui n'ont rien de chimique, dont nous ne savons pas, en dehors de l'organisme, reproduire l'image et qui, *in organo*, forment le contre-poids de l'action chimique et en règlent le développement.

Peptonisation in vitro n'est donc pas synonyme de digestion, pas plus que solubilité dans le tube à essai n'est synonyme de digestibilité.

Le contrôle réel de la digestibilité ne comporte actuellement qu'un seul moyen : la digestion gastrique elle-même.

Ce qui se *dissout* bien en tube peut se *digérer* très mal dans l'estomac tout en s'y dissolvant.

On doit admettre que tous les sujets *physiologiques* d'une même espèce animale présentent les mêmes aptitudes digestives. Mais dans le domaine de la pathologie gastrique, quand les conditions fonctionnelles se modifient, ces aptitudes se modifient également ; et ces modifications n'affectent pas seulement l'activité chimique mais *aussi et surtout* l'activité mécanique.

Dès lors, la notion de digestibilité d'un aliment, transplantée d'un sujet physiologique à un malade, n'a plus aucun sens, même si elle est correctement définie ; *a fortiori* n'en a-t-elle pas quand cette définition ne repose que sur l'épreuve purement chimique du tube à essai.

La prétendue synonymie en cause n'est donc, en somme, qu'une *bluff* scientifique.

Régimes alimentaires.

Cette singulière perversion de la notion de digestibilité par une fausse conception de l'acte digestif de l'estomac, m'amène assez naturellement à parler de la question des régimes alimentaires.

Je n'ai nullement l'intention d'approfondir ce vaste sujet. Je désire seulement formuler quelques principes que les développements, les discussions et les exemples de ce mémoire nous ont déjà fait connaître et qu'il me suffira, par conséquent, de rappeler en quelques lignes. Mon objectif ne dépasse pas et ne saurait dépasser le cadre des faits révélés par la concentration.

Jusqu'ici l'observation, et plus souvent encore l'arbitraire, ont seuls guidé le choix des aliments en cette grave matière des régimes des dyspeptiques d'abord et des régimes généraux ensuite.

En ce qui concerne les régimes généraux on manifeste de plus en plus la tendance à ramener toute la question à un calcul préalable de calories. S'il s'agit de sujets physiologiques, parfaitement organisés, cette manière très scientifique de procéder est acceptable, parce que l'on connaît les aptitudes nutritives générales de l'homme.

Mais quand il s'agit de malades, et plus particulièrement de dyspeptiques, les aptitudes *individuelles* entrent en ligne de compte.

A notre époque de vie intense, les organismes parfaitement harmoniques sont l'exception et dès lors, l'individualisme domine. Et s'il domine d'une manière générale, il domine *a fortiori*, par rapport aux états gastro-intestinaux.

Les aliments n'ont-ils pas tous l'estomac comme porte d'entrée dans l'économie ? Le résultat que l'on attend d'un régime n'est-il pas avant tout subordonné aux dispositions de cet organe ? Ces dispositions ne sont-elles pas très souvent l'image des dispositions morbides plus générales que l'on veut atteindre par le régime ?

Toutes ces questions se tiennent ; mais celles que l'on peut toucher directement par cette étude sur la concentration des liquides gastriques, sont en petit nombre, très spéciales et très importantes. Ce n'est qu'elles que je vise ici.

En permettant de formuler quelques conditions fondamentales de l'adaptation alimentaire aux aptitudes fonctionnelles variées des estomacs mal équilibrés, cette étude sur la concentration jette une parcelle de logique dans le choix des régimes.

Pour s'en convaincre, il suffit de rappeler l'évolution générale des groupes alimentaires envisagés plus haut.

1). — Tous les aliments (amylacés, sucrés, salins, etc...) dont la dissolution n'est pas, dans l'estomac, tributaire de la fonction chimique propre de cet organe, n'y sollicitent que le concours de son action mécanique. Son énergie chimique reste disponible. — Dans l'action mécanique il faut comprendre la sécrétion.

Beaucoup d'actions médicamenteuses (salines, purgatives, etc...) se rattachent à ce groupe.

Les divers aliments qui y figurent sollicitent cette action mécanique à des degrés variés et individuels ; les uns agissent davantage sur la motricité (notamment les substances salines non attaquables par le suc gastrique), les autres sur la sécrétion (les concentrations élevées). *Tous sont très faciles à évacuer et ne séjournent que peu dans l'estomac.*

Il en résulte que là où l'on voudra hâter l'évacuation gastrique et, par cela même, soulager le travail sécrétoire, on fera appel à ce groupe.

2). — Tous les aliments azotés (viande, œufs, lait, etc. . .) et autres dont la dissolution dans l'estomac n'est possible qu'à la faveur de la sécrétion gastrique elle-même, sollicitent à la fois son action chimique et son action mécanique.

Mais par cela même que leur transformation est corrélative à la sécrétion, ces aliments *tendent à prolonger leur séjour dans l'estomac.*

Donc là où il s'agira de retenir l'aliment dans l'estomac, d'amplifier le cycle digestif et de solliciter une sécrétion et une action chimique languissantes, on s'adressera aux aliments de ce groupe.

On peut dire des constituants de ce groupe comme de ceux de l'autre que leurs sollicitations respectives sont des plus variées. Je ne puis ici m'attarder aux détails.

L'expérience justifie ce groupement ; on peut s'en assurer rien que par l'évolution digestive du pain qui tient des deux groupes à la fois.

Ces données générales, très simples dans leur conception et très précises, sont, en raison du cadre même où elles s'appliquent, à la base de la hiérarchie des régimes. Ceux-ci peuvent ensuite se subdiviser en une inombrable variété d'adaptations de plus en plus spéciales.

Comme ces données correspondent à deux groupes d'aliments diamétralement opposés par leurs effets, elles répondent à une sélection alimentaire profonde que ne requiert pas la pratique. Elle serait même nuisible ; car dans la nature où tout se compense un choix trop unilatéral de l'aliment en vue d'une action stomacale déterminée, pourrait engendrer ailleurs, dans l'intestin par exemple, une réaction défavorable de même degré.

Il suffit, en général, d'établir une combinaison alimentaire orientée plus ou moins vers l'effet cherché le plus immédiat.

On peut en dire autant de la durée d'un même régime : elle doit toujours être limitée. Car si ce régime produit un effet déterminé, cet effet, à la longue, dépassera les limites prévues.

Comme, dans cette question des régimes, on tend de plus en plus vers les conceptions rationnelles, il serait nécessaire, pour être tout à fait logique, de ne jamais établir une alimentation chez un malade sans se renseigner au préalable sur les aptitudes de la porte d'entrée : l'estomac.

Un dernier mot sur cette question ; il s'agit du lait.

Parmi les aliments du second groupe, le lait et ses dérivés possèdent au plus haut degré le pouvoir d'activer les phénomènes chimico-sécrétoires de l'estomac. Ils y séjournent par cela même fort longtemps. Ces effets réflètent ainsi ceux que ces aliments exercent sur l'organisme tout entier.

Restons dans les parages de l'estomac. On les y utilise à tout propos, sans se préoccuper de l'adaptation, sans en connaître les inconvénients. Leurs effets y sont souvent salutaires, mais souvent aussi nuisibles et d'autant plus qu'on en maintient habituellement l'usage fort longtemps.

Les considérations qui précèdent sont de nature à mettre en garde contre cette pratique. L'une des conséquences fréquentes en est l'affaiblissement progressif de l'énergie évacuatrice. Je n'exagère nullement en disant que bien des affections pyloriques graves ont leur source dans l'usage trop prolongé des régimes lactés, par exemple.

⁂

On voit, en somme, que la concentration, *émanation directe des fonctions digestives*, ouvre aux investigations des horizons nouveaux, étendus et imprévus que l'étude exclusive de la sécrétion est incapable de découvrir.

SUR LE PRÉTENDU APPAREIL VENIMEUX
de la Murène Hélène

Par **H. COUTIÈRE**

Les Murénidæ sont les premiers Poissons chez lesquels on ait constaté la toxicité du sérum sanguin. Cette toxicité est considérable, puisque le sérum d'Anguille tue le chien à la dose de 3 centigr. par kilogr. d'animal, ce qui représente à peine 2 milligr. de substance sèche. Etudiée surtout par les frères Mosso, cette propriété a été le point de départ de nombreuses recherches sur le pouvoir toxique du sang d'autres Poissons, des Batraciens et des Reptiles, ou à un point de vue plus général, sur le mécanisme de l'immunisation. J'ai donné dans un travail antérieur l'exposé de ces travaux (1).

Or, il a été décrit chez une espèce au moins de ces Poissons, la Murène Hélène, relativement commune dans la Méditerranée, un appareil à venin. Contrairement à ce que l'on connaît sur la position des appareils venimeux chez les Poissons, celui-ci serait situé sur la voûte palatine, et l'inoculation s'effectuerait par des dents spéciales, comme chez les Reptiles.

La Murène Hélène paraît avoir toujours eu la réputation d'un animal redoutable. Elle le doit certainement à sa ressemblance extérieure avec les Serpents, à son humeur agressive qui la fait se lever, faire tête au lieu de fuir, et mordre avec fureur. Sa dentition de Poisson carnassier explique d'autre part l'importance des blessures qu'elle peut faire. J'ai pu me rendre compte, personnellement, à Djibouti, de la frayeur qu'inspirent aux pêcheurs indigènes les Murènes de diverses espèces, très abondantes dans les récifs de la mer Rouge.

La notion de l'existence d'un appareil venimeux est due à Bottard(2), qui l'a décrit en 1889, et qui a rapporté en même temps l'observation

---

(1) H. Coutière, Poissons venimeux et Poissons vénéneux, Thèse Agrég. Paris, Carré et Naud, 1899.

(2) Bottard, les Poissons venimeux, Thèse, Paris, 1889, p. 153.

d'un accident dû à la morsure du Poisson. Il y aurait eu hémorragie abondante et syncope prolongée, chez un soldat mordu à la main par une Murène, alors qu'il cherchait à la retirer d'une nasse. Relatée d'après un journal local, l'observation n'est guère précise ni concluante, les symptômes observés sont banals et peuvent être observés en dehors de toute envenimation. Cette observation paraît unique dans la littérature médicale.

L'appareil venimeux est décrit par Bottard comme une poche glandulaire occupant la muqueuse palatine. Elle s'étend sur toute la région antérieure de celle-ci, répondant à la portion rétrécie du museau, et peut contenir 1/2 c. cube de venin. Elle est divisée en cœcums irréguliers, et la présence de cet organe explique que les anciens auteurs, tels que

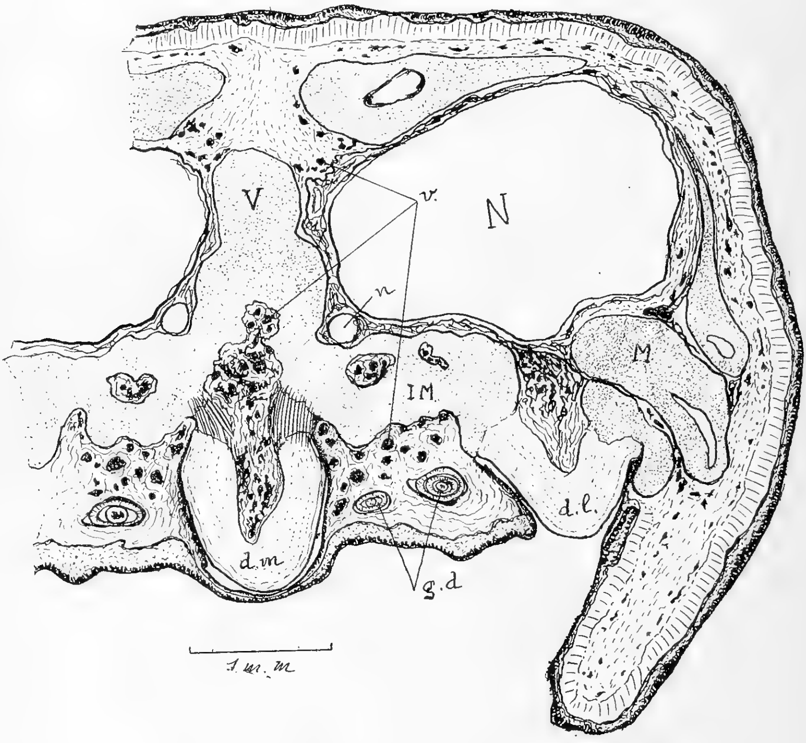


Fig. 1. — Coupe frontale du museau, spécimen de petite taille. Les dents médiane (*d.m.*) et latérale (*d.l.*) sont coupées très obliquement ; la base de la première est encore dans sa gaîne cutanée. En *g.d.*, germes de dents de remplacement situées dans le derme épais et très irrigué. *v*, vaisseaux, V, LM, M, pièces de la voûte palatine osseuse, N, contour de la cavité des narines, *n*. nerfs.

Belon, aient dit de la Murène Hélène qu'elle a le palais « charnu ».

L'appareil d'inoculation consisterait dans les 3-4-5 crochets mobiles occupant la ligne médiane. Comme ces dents sont pleines, le venin s'écoulerait autour d'elles au moment de la morsure ; la glande communiquerait ainsi librement avec l'extérieur par la série des fentes annulaires situées entre les dents et la muqueuse palatine, qui les engaîne partiellement.

J'ai repris l'étude de cet appareil singulier par une méthode plus rigoureuse. Après décalcification, j'ai pratiqué des coupes en série intéressant soit la muqueuse, soit le museau entier. Les Murènes dont j'ai disposé me furent envoyées vivantes du laboratoire de Banyuls, elles arrivèrent mortes et les têtes furent simplement conservées dans l'alcool. Elles ont cependant donné des préparations très démonstratives, et qui ne laissent guère de doute sur la nature réelle du prétendu appareil venimeux.

Je rappelle que chez les Murenidæ, les intermaxillaires très réduits et le vomer sont soudés pour former en avant la voûte palatine, et que les maxillaires forment les bords de la mâchoire supérieure. Ils portent, de même que le vomer, des dents en crochet, coniques, longues et acérées. Celles du vomer, au moins les 2-3-4 antérieures, sont particulièrement mobiles, et peuvent se rabattre en arrière presque horizontalement. Mais la présence de semblables dents est classique chez les Poissons carnassiers, elle caractérise des familles entières (Gadidæ, Lophiidæ, Esocidæ) avec des dispositifs variables de redressement des dents. Chez la Murène Hélène, il s'agit de fibres élastiques, très visibles sur une coupe longitudinale, reliant la dentine au squelette. La seule différence entre les dents médianes et les dents latérales réside dans la longueur de ces fibres unitives. Autour des unes et des autres, l'épiderme très épais se réfléchit pareillement, devenant plus mince et se raccordant finalement à l'émail, à la base de la dent. La gaîne ainsi constituée ne montre jamais aucune solution de continuité sur son pourtour, et l'on peut déjà affirmer de façon formelle qu'il n'existe aucun appareil d'inoculation.

Une sécrétion toxique peut d'ailleurs être indépendante de tout appareil de ce genre. Tels sont les venins de la peau des Batraciens, les salives toxiques des Couleuvres non venimeuses. Mais, chez la Murène Hélène, il n'existe pas non plus de glandes auxquelles on puisse attribuer une semblable sécrétion.

La région où les dents vomériennes et les dents latérales sont implantées est très étroite ; la muqueuse palatiney possède une grande épaisseur, grâce au développement du tissu conjonctif sous-épidermique. Sur les coupes, ce tissu se montre interrompu par un grand nombre d'espaces circulaires ou ovales, qui, suivis sur la série des coupes, montrent qu'il s'agit d'un réseau anastomotique de cavités ramifiées. La paroi de ces cavités est faite de tissu conjonctif plus dense, arrangé en lamelles concentriques. Sur les spécimens que j'ai examinés, l'ensemble est resté rempli, comme par une masse à injection, d'éléments cellulaires nucléés qui ne sont autres que des globules sanguins. Ils sont très déformés par suite de la fixation défectueuse qu'ils ont subie, mais quelques-uns présentent encore leur forme elliptique. Le pigment hémoglobique n'est plus représenté que par

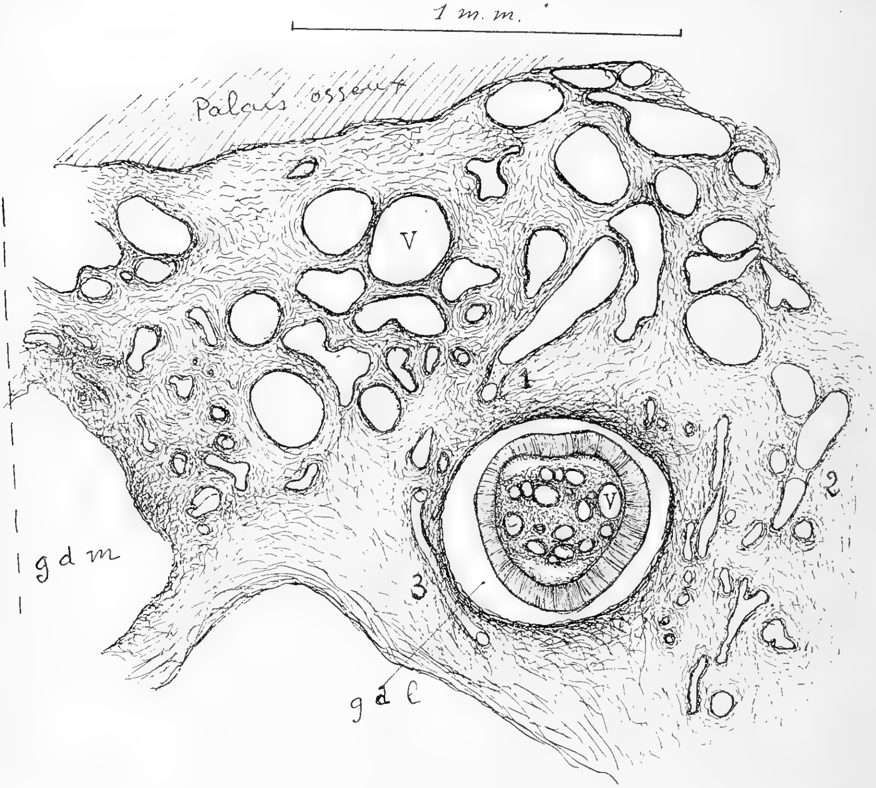


FIG. 2. — Portion d'une coupe analogue à la précédente (spécimen très adulte). Le plan médian est indiqué en traits à gauche de la figure. *gdm, gdl.*, sont les germes très avancés de dents médianes et latérales. Les sinus veineux V sont supposés vides. Quelques uns sont coupés en long (1,2) ou sont contenus dans l'épaisseur de la coupe (3).

quelques granulations jaunâtres, mais le noyau est resté parfaitement colorable.

Il s'agit donc d'un réseau de sinus veineux resté injecté par le sang. Les vaisseaux que l'on rencontre dans les diverses régions des coupes ont d'ailleurs le même aspect. On en rencontre, semblablement injectés, dans le derme de toute la peau, dans les ligaments articulaires rejoignant les os de la face, enfin, et en très grande abondance, dans la pulpe dentaire elle-même.

Les gros troncs de ce sinus sont séparés par des intervalles très minces de tissu conjonctif et l'ensemble peut contenir une quantité de sang assez notable. Bottard, qui avait sans doute trouvé vide cet ensemble de cavités, a pu évaluer leur capacité à 1/2 cc, mais il est difficile d'expliquer comment il a pu leur attribuer d'une part une signification glandulaire, d'autre part une communication avec la gaîne cutanée des dents.

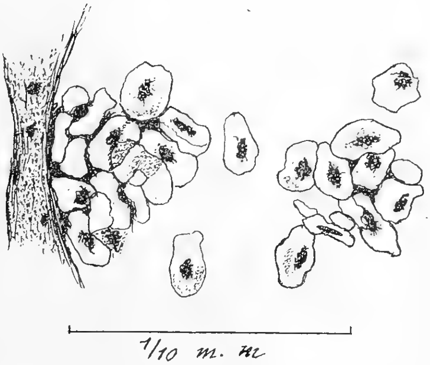


FIG. 3. — Fragment de la paroi de deux sinus contigus, avec quelques hématies prises parmi les moins déformées.

L'importance de cette nappe sanguine est sans doute liée à la présence des dents de remplacement, dont la série des coupes montre de nombreux germes, soit sur la ligne médiane, soit surtout entre les dents médianes et latérales. Je n'ai pas eu l'occasion de vérifier s'il en était ainsi chez d'autres espèces.

Bottard a cru pouvoir attribuer au venin de la Murène Hélène un pouvoir digestif intense, se basant sur ce que la muqueuse buccale était dissoute, les os mis à nu et les dents caduques, sur des spécimens morts depuis quelques jours. Je crois que l'on peut s'expliquer ce détail par une régurgitation accidentelle du suc gastrique, dont l'activité très grande est bien connue chez les Poissons. Je le suppose d'autant plus que sur les six spécimens que j'ai examinés, je n'ai rien observé de semblable. Ils étaient morts lorsque je les ai reçus et sont restés un temps variant de 24 à 72 heures avant d'être mis en alcool.

En résumé, l'examen de la muqueuse palatine suffit à prouver qu'il n'existe, chez la Murène Hélène, ni glande à sécrétion toxique, ni appareil d'inoculation. Ce qui a été décrit comme tel est un ensemble de sinus veineux anastomosés, dont le volume est sans doute en rapport avec la régénération active des dents de remplacement dans cette région. Je n'ai pas eu l'occasion de compléter l'étude de cette région dans ses rapports avec le reste de l'appareil circulatoire, faute de matériel vivant. Il serait intéressant aussi d'établir, par l'expérimentation physiologique, l'absence d'un appareil à venin, en se mettant toutefois en garde contre la toxicité très grande du sérum sanguin de l'animal, cause d'erreur possible dans la préparation des liquides de macération de la muqueuse.

TABLE ANALYTIQUE DES MATIÈRES DU TOME IX (1907)

TABLE DES AUTEURS

Bar-le-Duc. — Imp. Comte-Jacquet, Facdouel, Dir.

TABLE DES MATIÈRES DU FASCICULE VI

LE PRIX DES TIRÉS A PART EST FIXÉ AINSI QU'IL SUIT :

	25 ex.	50 ex.	75 ex.	100 ex.	150 ex.	200 ex.	250 ex.
Une feuille	4.50	5.85	7.20	8.10	10.60	12.85	14.85
Trois quarts de feuille.	4 »	5 »	6.10	7 »	9 »	10.60	12.15
Une demi-feuille. . .	3.15	4 »	5 »	5.60	7.20	8.10	9 »
Un quart de feuille. .	2.70	3.60	4.25	4.75	5.60	6.30	8.85
Un huitième de feuille.	2 »	2.70	3.15	3.60	4.05	4.50	5 »
Plusieurs feuilles . .	4 »	5.40	6.30	7.20	9 »	11.70	14 »

PUBLICATIONS DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE

1re série	1789-1805	3 volumes in-4°
2e série	1807-1813	3 volumes in-4°
3e série	1814-1826	13 fascicules in-4°
4e série	1832-1833	2 volumes in-4°
5e série	1836-1863	28 fascicules in-4°
6e série	1864-1876	13 fascicules in-8°
7e série	1877-1888	11 volumes in-8°

Chaque année pour les Membres de la Société	**5** francs
— pour le public	**12** francs

Mémoires originaux publiés par la Société Philomathique

A L'OCCASION DU

CENTENAIRE DE SA FONDATION

1788-1888

Le recueil des mémoires originaux publié par la Société philomathique à l'occasion du centenaire de sa fondation (1788-1888) forme un volume in-4° de 437 pages, accompagné de nombreuses figures dans le texte et de 24 planches. Les travaux qu'il contient sont dus, *pour les sciences physiques et mathématiques*, à : MM. Désiré André ; E. Becquerel, de l'Institut ; Bertrand, secrétaire perpétuel de l'Institut ; Bouty ; Bourgeois ; Descloizeaux, de l'Institut ; Fouret ; Gernez ; Hardy ; Haton de la Goupillière, de l'Institut ; Laisant ; Laussedat, de l'Institut ; Léauté, de l'Institut ; Mannheim ; Moutier ; Peligot, de l'Institut ; Pellat. *Pour les sciences naturelles*, à : MM. Alix ; Bureau ; Bouvier, de l'Institut ; Chatin, de l'Institut ; Drake del Castillo ; Duchartre, de l'Institut ; H. Filhol ; Franchet ; Grandidier, de l'Institut ; Henneguy ; Milne Edwards, de l'Institut ; Mocquard : Poirier ; A. de Quatrefages, de l'Institut ; G. Roze ; L. Vaillant.

En vente au prix de 35 francs.

AU SIÈGE DE LA SOCIÉTÉ, A LA SORBONNE

Bar-le-Duc. — Imp. Comte-Jacquet, Facdouel, Dir.