



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

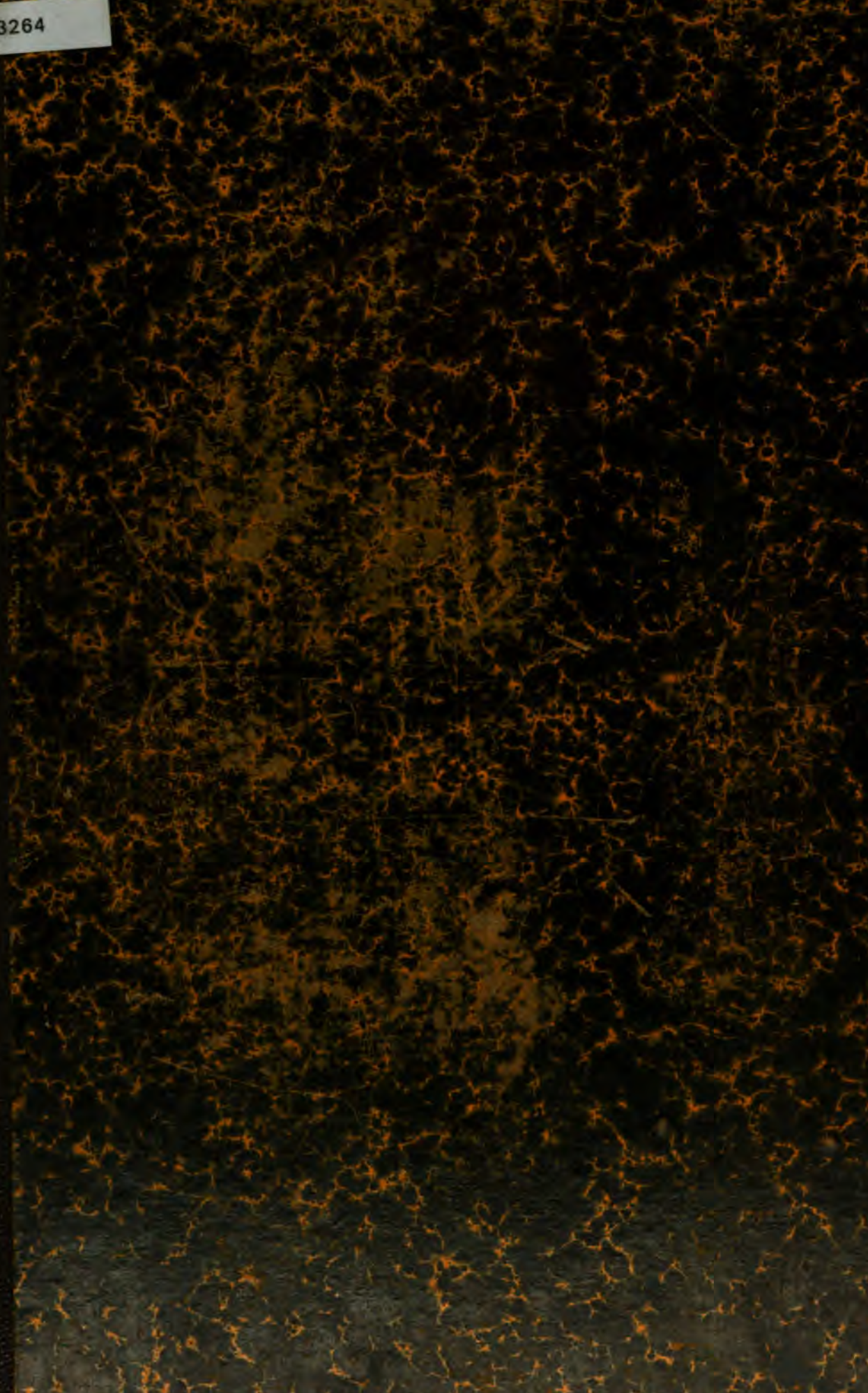
Nous vous demandons également de:

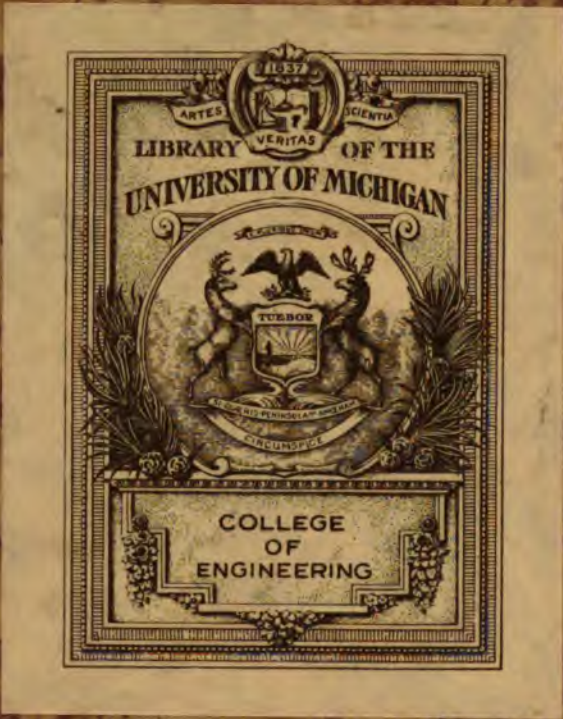
- + *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.
- + *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.
- + *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.
- + *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse <http://books.google.com>

B 473264







Engineering

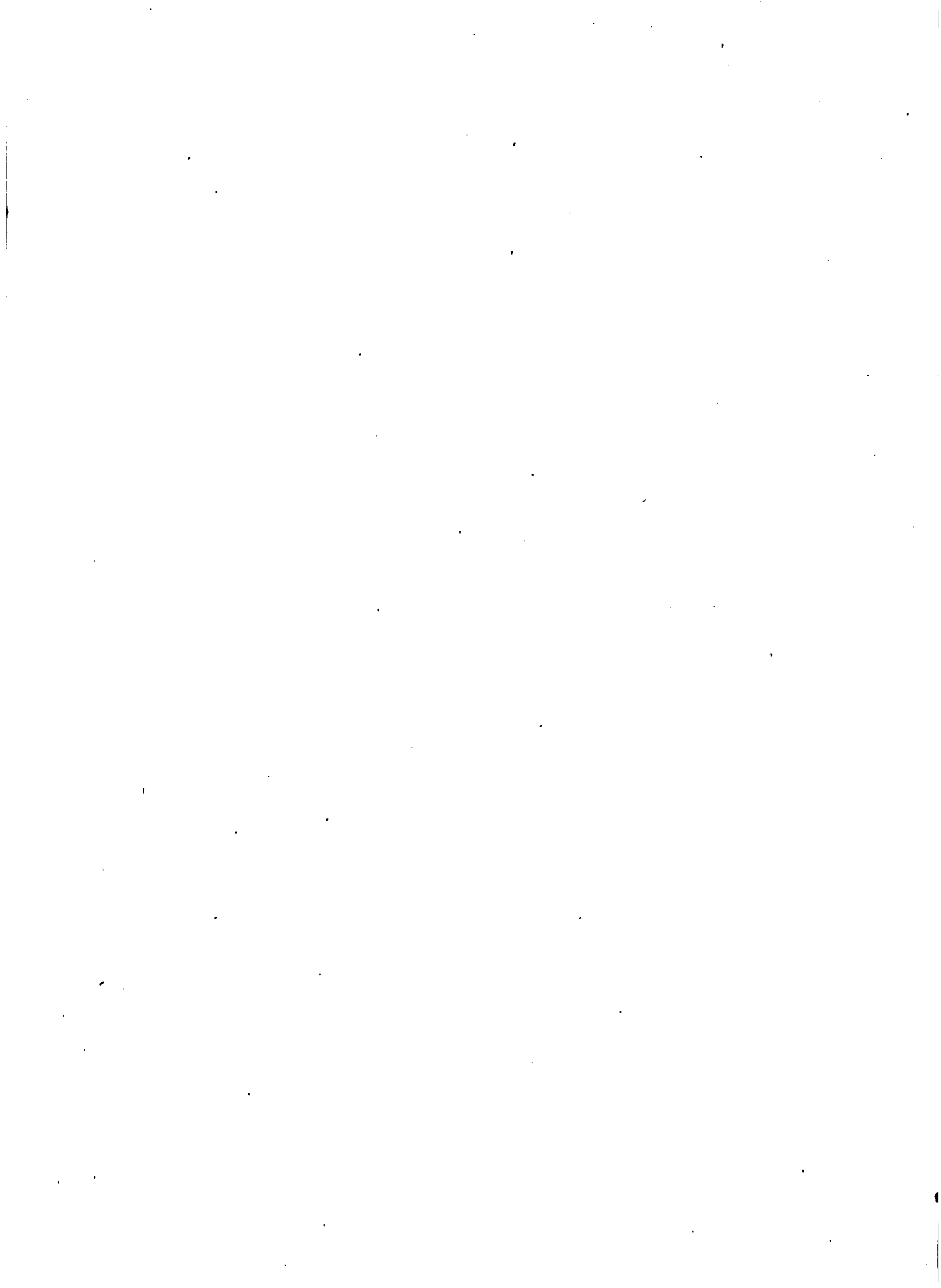
Library

TG

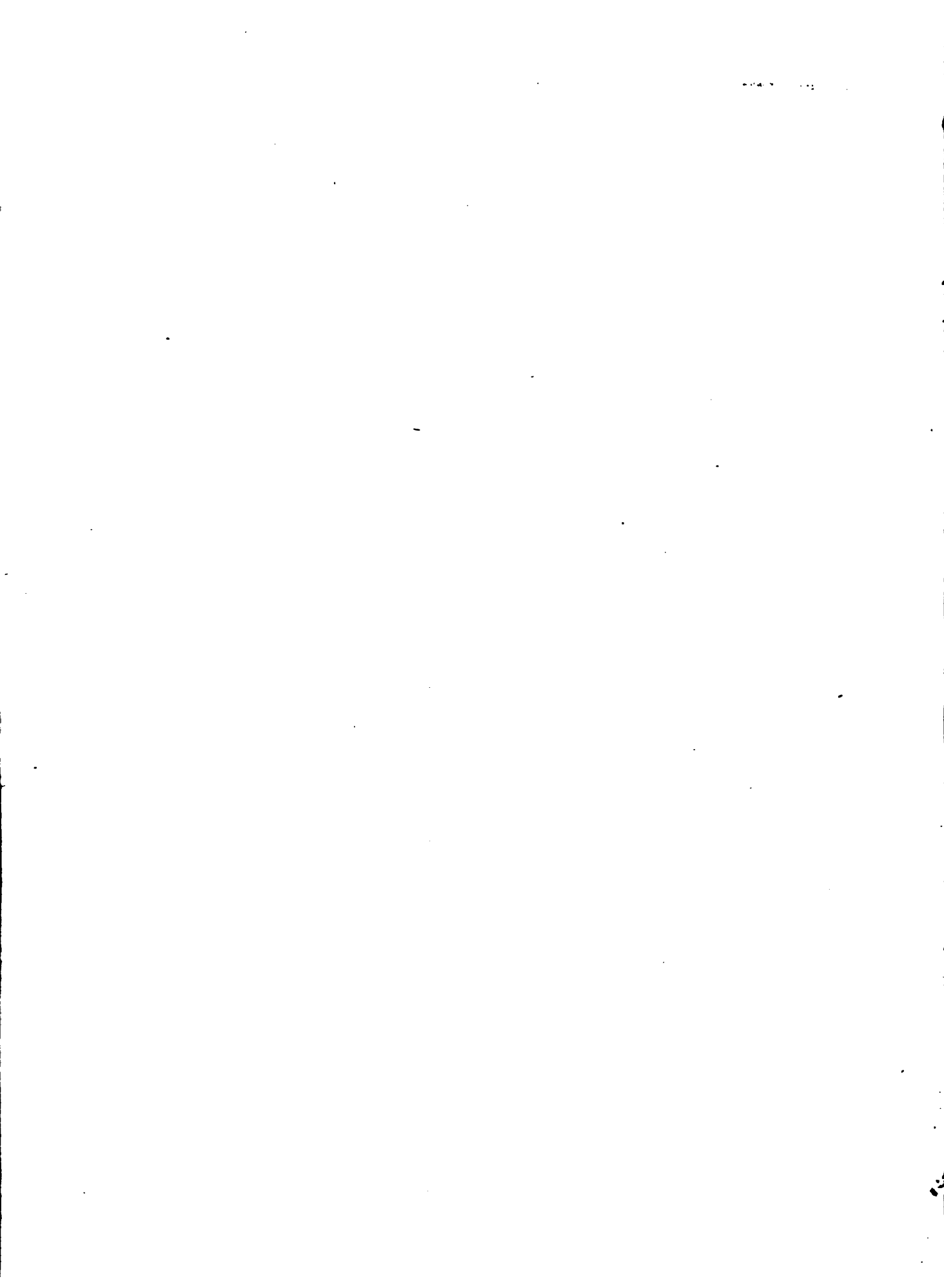
265

.V665

1920



COURS
DE
STABILITÉ DES CONSTRUCTIONS



COURS

DE

STABILITÉ DES CONSTRUCTIONS

PAR

A. VIERENDEEL

Professeur à l'Université de Louvain
Ingénieur en chef, Directeur du Service Technique de la Flandre Occidentale
Ancien Chef de Service des Ateliers de Construction de La Louvière
Lauréat du Prix du Roi pour l'Architecture Métallique

TOME II

LIVRE I : Ponts Métalliques Droits à une travée
LIVRE II : Ponts Continus. — Ponts Tournants.
Ponts Mobiles divers.

3^e ÉDITION

LOUVAIN
LIBRAIRIE UNIVERSITAIRE
A. UYSTPRUYST, Éditeur

PARIS
DUNOD
Éditeur.

1920

TOUS DROITS DE REPRODUCTION, D'ADAPTATION ET DE TRADUCTION
RÉSERVÉS POUR TOUS PAYS

Copyright by A. Uystpruyt, Louvain, 1920.

CHAPITRE I

§ 1. Divers.

Les forces qu'un pont doit pouvoir équilibrer avec sécurité sont :

1° La charge mobile : locomotives et wagons, s'il s'agit d'un pont de chemin de fer ; chariots et foule, s'il s'agit d'un pont-route ; eau, s'il s'agit d'un pont-canal.

2° La charge morte : poids de la voie ferrée ou de la chaussée, des trottoirs et de la partie métallique du pont.

3° Les effets de la force centrifuge, du lacet, du vent et de la température.

Il y a donc, au point de vue des charges, à distinguer les ponts pour routes, pour chemins de fer et pour canaux.

Les charges des 1° et 2° ci-dessus sont verticales et on nomme *Ponts droits* ceux pour lesquels ces charges ne provoquent sur les appuis que des réactions verticales ; les poutres principales d'un pont droit peuvent d'ailleurs être droites, courbes ou polygonales.

§ 2. Charge mobile pour un pont de Chemin de fer.

La question des charges mobiles est dans chaque cas particulier réglée par le cahier des charges spécial du pont à construire.

Les charges mobiles pour chemin de fer ont d'ailleurs une tendance à augmenter constamment. En Belgique, pour des ponts de 50 à 60 mètr., on en est actuellement (1920) à considérer des surcharges de trains allant jusque 9000^t par mètr. courant de voie ; soit 18000 kgs si le pont est à deux voies. Les essieux les plus lourdement chargés des locomotives portent jusque 20 tonnes et en Amérique jusque 30 tonnes.

§ 3. Charge mobile pour Pont-Route.

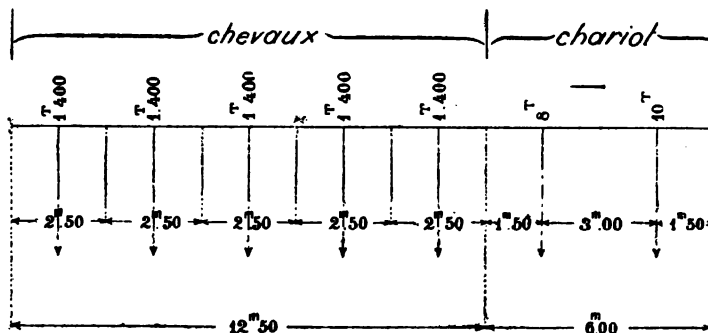
Belgique. — L'art. 11 du Cahier des Charges général du 10 novembre 1890 et de son annexe de 1897 stipulent :

« Pour les ponts-routes, les épreuves, à moins de stipulations contraires » indiquées dans le cahier spécial, consistent notamment à y placer et laisser » séjourner, pendant deux heures, une charge uniformément répartie de 400 kgr. » par mètr. carré, trottoirs compris, puis à y faire passer et repasser une voiture » pesant avec son chargement 18 tonnes si la chaussée est à une voie, deux voi-

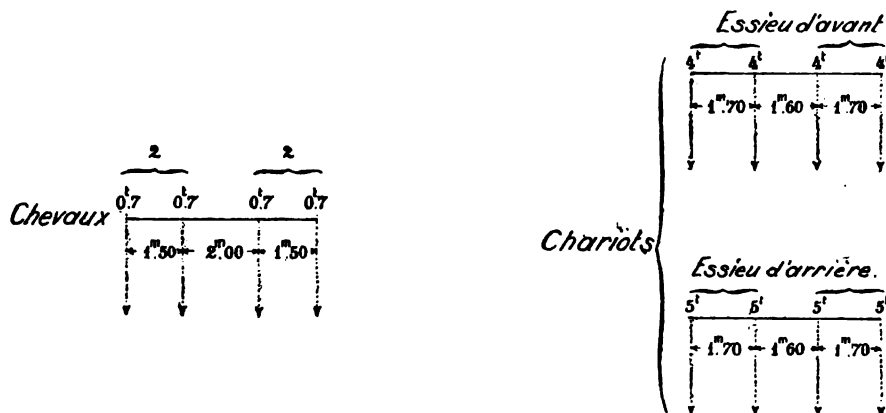
- +
- › tures si elle est à deux voies ; la circulation de ces voitures est réglée de façon
 - › à produire les plus grands efforts. ›

Les calculs doivent donc être effectués dans les deux hypothèses de la charge de 400 kgs et du chariot de 18 tonnes.

Sens longitudinal.



Sens transversal.



Le dispositif du chariot de 18 tonnes est indiqué ci-dessous :

La largeur de chaussée que prend un chariot de 18 tonnes est de 2,50 mt. ; les bandages des roues ont une largeur de 20 centimètres.

Il arrive souvent que pour des routes secondaires, l'Administration tolère que les calculs soient établis pour une charge roulante inférieure à 18 tonnes.

§ 4. Pont-Canal.

Les ponts-canaux doivent être à même de supporter la charge d'eau correspondant au mouillage normal augmenté de 30 centimètres.

§ 5. Poids mort.

Le poids mort d'un pont se compose :

a) du poids du tablier ;

b) du poids des longerons principaux avec entretoisements et contreventements.

Il existe des formules empiriques et des tableaux donnant des indications approximatives quant à ces poids, nous n'avons pas grande confiance dans ces indications, le plus souvent elles sont erronées ; il est préférable lorsqu'on est chargé d'un projet de pont d'en évaluer le poids mort par comparaison avec un pont analogue existant dans de bonnes conditions, ou bien le déterminer approximativement par un calcul préparatoire, cette dernière marche est encore la plus expéditive, elle est surtout plus expéditive que les formules empiriques qui bien souvent obligent à recommencer le projet parce que le poids réel obtenu diffère par trop de celui indiqué par la formule.

§ 6. Vent.

Il est impossible de déterminer exactement l'action du vent soufflant à travers les mailles d'un pont en treillis, on a recours à des formules empiriques, voici celle prescrite par les Administrations en France, Angleterre, Suisse et Autriche:

$$T = t(S - S_v) + t \frac{S_v}{S} (S' - S'_v)$$

Austria

T représente en kilogr. l'action totale du vent par unité de longueur du pont, la direction du vent étant supposée normale à l'axe du pont. ✓

t est l'intensité du vent par mètre carré de surface pleine, choquée normalement,

S est la surface totale par unité de longueur, vides et pleins, du premier longeron rencontré.

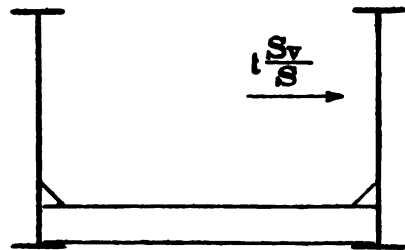
S_v la surface des vides de ce longeron,

S - S_v la surface des pleins.

Surface totale

Surface des vides

Surface pleine



S

S_v

(S - S_v)

S'

S'_v

(S' - S'_v)

S' et S'_v les quantités correspondantes pour le second longeron du pont.

Le premier terme de l'expression de T représente la pression du vent sur la première poutre rencontrée, le second terme représente la pression sur la seconde

poutre ; on admet que l'intensité du vent agissant sur la seconde poutre a diminué dans la proportion de S à S_v , du chef de son frottement en traversant les mailles de la première poutre, et est devenue $t \frac{S_v}{S}$ par mètre carré.

Si les deux poutres sont identiques on a :

$$T = t \left(1 + \frac{S_v}{S} \right) (S - S_v)$$

et si elles sont à âme pleine on a : $T = t S$.

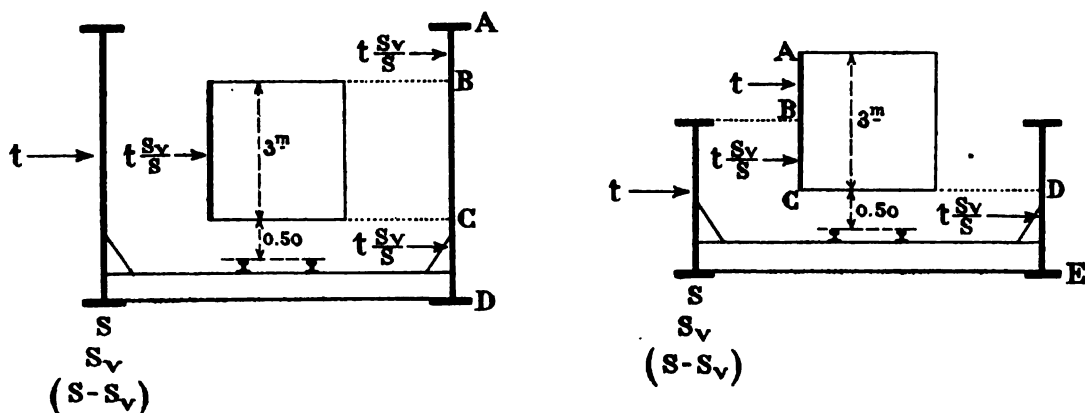
Si le pont est à trois longerons en treillis on a, en désignant par S'' et S'_v les données du troisième longeron :

$$T = t(S - S_v) + t \frac{S_v}{S}(S' - S'_v) + t \frac{S_v}{S} \times \frac{S_v}{S'}(S'' - S''_v)$$

Les valeurs admises pour l'intensité t du vent sont différentes selon que l'on suppose le pont libre ou occupé par un train ; il est en effet évident que par une grande tempête aucun train ne circulera et surtout ne commettra l'imprudence de franchir un pont, voici le tableau de ces valeurs selon les pays :

VALEURS DE t					
	FRANCE	SUISSE	AUTRICHE	RUSSIE	ANGLETERRE
Pont libre	270	150	270	235	270
Pont avec train	170	100	170	132	?

Lorsque le pont porte un train le calcul de l'effet du vent se fait comme suit :



le train est représenté par une surface pleine continue de 3 mètres de hauteur commençant à 0^m50 au-dessus du rail, on suppose que le train occupe toute la

longueur du pont et on prend comme expression de l'action du vent par unité courante du pont :

$$T = t(S - S_v) + 3t \frac{S_v}{S} + t \frac{S_v}{S} \left[\text{surf. pleine de } (AB + CD) \right]$$

Si le train dépasse le niveau des longerons l'expression de l'effort du vent se présente comme suit (voir Figure p. 8) :

$$T = t(S - S_v) + t \times AB + t \frac{S_v}{S} \times BC + t \frac{S_v}{S} (\text{surf. pleine de DE}).$$

* * *

Pour le calcul des piles métalliques on supposera que la pression du vent s'exerce intégralement sur la surface nette de toutes les pièces c'est-à-dire que l'on ne tiendra pas compte de la diminution d'intensité $\frac{S_v}{S}$ due au passage du vent à travers le premier treillis rencontré.

Pour calculer la stabilité contre le glissement transversal et le renversement des tabliers métalliques et des piles métalliques sous l'action du vent on supposera que le train porté par le pont est composé de wagons vides ; le règlement suisse dit qu'en ce qui concerne cette stabilité il y a lieu de prendre un coefficient de sécurité égal à deux ; ce coefficient nous paraît bien faible, nous voudrions trois au moins.

Il est à remarquer que l'action du vent sur une grande surface est toujours proportionnellement moindre que sur une petite, voir à ce sujet les « *Mémoires de la Société des Ingénieurs civils de France* » novembre 1898, p. 448.

§ 7. Lacet et Force centrifuge.

On admet que le mouvement de lacet peut provoquer une *action horizontale* égale aux 0,15 de la charge roulante ; si donc cette charge est de 4000 kgs par mètre courant de voie, l'action horizontale due au lacet sera dans le cas d'une voie :

$$0,15 \times 4000 = 600 \text{ kgs,}$$

et dans le cas de deux voies :

$$2 \times 0,15 \times 4000 = 1200 \text{ kgs.}$$

Le lacet impose non seulement un contreventement entre les longerons principaux, mais aussi entre les longrines sous rails, voir ci-après Chap. VIII, § 4.

Pour les ponts sur lesquels la ligne est en courbe il y a lieu de tenir compte de la force centrifuge.

*

§ 8. Température.

Les dilatations et contractions dues à la température doivent pouvoir se produire librement, sinon elles engendrent des fatigues dont il faut tenir compte.

Le coefficient de dilatation et de contraction du fer est de 0,000012 ; dans nos climats la variation maximum à partir de la température moyenne, 10°, peut atteindre 35° en plus et en moins ; si nous supposons une barre de fer droite maintenue invariablement à ses extrémités et soumise à un abaissement de température de 35°, son raccourcissement virtuel par unité de longueur sera :

$$35 \times 0,000012 = 0,00042$$

raccourcissement qui doit être compensé par un allongement correspondant des fibres du fer, d'où une fatigue :

$$p = E\epsilon = 18000 \times 0,00042 = 7^k56$$

par millimètre carré et cette fatigue serait bien plus grande encore si la barre était de section variable, il y a donc grande importance de permettre aux effets de la température de se produire en liberté, c'est pourquoi tous les ponts droits sont à dilatation ; pour les ponts en arc ayant moins de 3 articulations la dilatation ne peut se produire librement et on doit calculer les fatigues supplémentaires que provoque l'influence de la température.

Il est à remarquer que si, dans nos ponts en treillis à assemblages rigides, un rayon de soleil agit localement sur une barre ou un groupe de barres il en résulte nécessairement des fatigues, même si la construction est sur châssis de dilatation ; jusqu'ici on n'a jamais tenu compte de ces fatigues.

§ 9. Fatigues de sécurité.

Belgique. — Le métal employé généralement est (en 1920) de l'acier doux présentant les caractéristiques suivantes :

Rupture. — 42 à 47 k. par milli. carré.

Allongement de rupture 22 % sur éprouvette de 200.

Limite d'élasticité 24 kgs.

Avec ce métal les fatigues admises pour les longerons en treillis d'un pont sont déterminées par la formule :

$$t = 8^k + 4^k \times \frac{A}{B}$$

A est l'effet de la charge morte.

B l'effet de la charge morte plus la surcharge roulante.

Pour les entretoises on prend : $t = 7^k5$ par $\frac{m}{m}$ carré.

Pour les longrines : $t = 6^k 5$ par m.m. carré.
Toujours les trous de rivets déduits.

* * *

Pour certaines pièces qui subissent des alternatives d'effort, c'est-à-dire passent d'extension à compression et vice-versa on prendra comme fatigues :

$$t = 8^k - 4^k \times \frac{A}{B}$$

B est en valeur absolue le plus grand des efforts supportés, A est le plus grand dans l'autre sens.

* * *

Pour les rivets on prend comme fatigues de cisaillement les $\frac{4}{5}$ de celles stipulées ci-dessus. Le métal des rivets est un acier extra-doux dont les caractéristiques sont :

Rupture 36 à 40^k ; Allongement sur 200, 30 % ; Limite d'élasticité 20^k.

* * *

Il est à noter que les fatigues de sécurité ci-dessus établies pour les longerons en treillis tiennent compte des grandes insuffisances de calcul de ces poutres ; pour les longerons *Vierendeel*, où ces insuffisances n'existent pas, ces fatigues peuvent être augmentées de 40 à 50 %.

* * *

Dans le cas de pièces comprimées la vérification de la stabilité contre le *flambage* devra toujours être faite.

Dans le cas de mise en place par *lançage* du pont, il faudra vérifier la stabilité des divers organes au cours de cette opération.

Les limites de fatigues stipulées ci-dessus pourront sous l'effet du vent être augmentées de 1 kilog.

* * *

Des règles ci-avant il résulte que la fatigue de sécurité varie d'une pièce à l'autre dans un même pont, ce qui est rationnel, car ces diverses pièces sont dans des conditions très différentes en ce qui concerne les alternatives d'efforts et les effets dynamiques (les alternatives d'efforts énervent le métal, les effets dynamiques augmentent les fatigues (1) qui toujours sont calculées dans l'hypothèse statique); or toutes les pièces d'un pont devant travailler dans les mêmes conditions de sécurité il importe que celles (longrines, traverses, treillis) soumises aux alternatives plus fréquentes ou aux chocs plus accentués soient calculées sur la base

(1) Voir Tome I, voir aussi ci-après les *jointes des rails* et le Chap. II, § 1 et 2.

d'une charge de sécurité moins élevée que celles, telles que les brides, qui subissent ces effets dans une notablement moins forte proportion.

Prenons le cas d'une *barre de treillis* et supposons que sous l'effet du seul poids mort de la construction elle subisse une traction totale de 10000 kgs, et sous l'effet du poids mort et de la surcharge une traction maximum de 30000 kgs, donc $A = 10000$, $B = 30000$: la section de la barre devra être calculée sur la base de : $8^k + 4 \times \frac{1}{3} = 9^k 3$ par millimètre carré ; s'il s'agissait d'une barre de treillis qui subit par exemple une traction de 10000 kgs du chef du poids mort et une compression de 25000 kgs sous l'action combinée du poids mort et de la surcharge d'épreuve, cette barre devrait se calculer sur le pied de :

$$8^k - 4 \times \frac{10}{25} = 6^k 4 \text{ par millimètre carré,}$$

de plus, comme cette barre subit une compression de 25000 kgs, il faudrait vérifier le flambage et au besoin rester en dessous de la fatigue $6^k 4$ pour se prémunir contre toute éventualité de ce genre.

*
* *

Les joints des rails sont une grande cause de production d'effets dynamiques dans les ponts. Un ingénieur français, M. Considère, a fait des expériences à ce sujet, voici ce qu'il dit (*Annales des Ponts et Chaussées*, 1^{er} semestre 1886, p. 26) : « Les expériences exécutées au pont en treillis du Puy-l'Évêque ne peuvent » laisser aucun doute sur l'importance des chocs que les roues produisent en » passant aux joints des rails. Il est établi que le passage d'une locomotive à la » vitesse de 50 k. a produit dans les barres de treillis voisines d'un joint des » efforts dynamiques dont la valeur s'est élevée jusqu'à 2 1/2 k. par millimètre » carré de section pleine, et par conséquent $3^k 3$ par millimètre carré de section » au droit des trous de rivets.

» Les effets dynamiques étant proportionnels à la vitesse, pour 80 kilomètres » on aurait $3,3 \times \frac{80}{50} = 5^k 35$.

» Il est d'ailleurs à remarquer que la voie du pont de Puy-l'Évêque était en » bon état d'entretien. Les rails n'étaient vieux que de cinq ans et n'avaient subi » aucune détérioration appréciable, les longrines étaient saines et bien dressées. » En un mot l'état de la voie était plutôt supérieur qu'inférieur à la moyenne. » Dans la généralité des ponts du même type les effets dynamiques doivent » souvent dépasser les valeurs qui ont été constatées. »

Les effets dynamiques agissent également sur les longrines et traverses du tablier, M. Considère a constaté qu'au passage des locomotives leur fatigue peut être jusque doublée (voir page 47 des Annales ci-dessus).

C'est en vue de diminuer ces effets que la voie sur un pont doit toujours être posée et entretenue avec des soins tout particuliers, afin que la surface de roulement soit aussi mathématiquement régulière que possible, surtout l'éclissage doit être maintenu bien serré afin d'empêcher toute dénivellation des abouts des rails.

M. Rabut cite aussi diverses expériences qui montrent l'influence nocive du joint des rails sur la fatigue des ponts et conclut qu'il faut sur les ponts placer les rails les plus longs possibles et donner aux joints un millimètre d'ouverture au maximum et si possible les souder ; il signale en outre l'influence tout aussi grave des méplats pouvant exister sur les bandages des roues (1) ; ces méplats sont d'ailleurs quelquefois cause de la rupture de rails dans la voie courante.

* * *

La Mise en œuvre de l'acier pour ponts et charpentes exige des précautions toutes spéciales.

Le dressage des tôles et barres doit être fait sur des tables légèrement chauffées, et en ne les frappant pas de coups de marteau trop brusques ; il faut que les chasses de dressage soient à grandes surfaces ; autant que possible le dressage doit être fait à la machine.

Les tôles et barres doivent être mises à dimensions en les coupant à la raboterie ; si on les coupe à la cisaille il faut raboter la tranche de façon à enlever 2 millimètres.

Les trous doivent être forés ; si on autorise le poinçonnage on doit imposer que le diamètre du trou poinçonné sera de 4 millimètres en dessous du diamètre définitif et celui-ci sera obtenu par alésage à la machine.

Toutes les pièces qui pour un motif quelconque ont été chauffées doivent être mises en refroidissement sur du sable sec et non sur un sol humide ou sur une aire en pierres. Pour ces pièces il faudra même souvent recourir au recuit.

Il faut dans la mesure du possible éviter le rivetage à la main (même si les rivets sont en fer), il est trop brutal dans son action et la bouterolle touchant les pièces d'acier peut sérieusement les déformer ; il faut le rivetage à la machine non seulement à l'usine mais encore au montage.

Tout ceci prouve que si on a à exécuter un pont en acier, il faut ne le confier qu'à un atelier de tout premier ordre ayant :

1° L'outillage voulu : machines à dresser, foreries en nombre, raboteries, machines à river, fours à recuire, etc., toutes choses qui ne sont pas exigées pour le travail du fer.

2° Des chefs d'ateliers intelligents et honnêtes, c'est-à-dire ne s'ingéniant pas à esquiver les conditions du cahier des charges.

3° Des ouvriers habitués à travailler l'acier.

(1) *Annales des Ponts et Chaussées*. Expérimentation des Ponts. 3^e trimestre 1901.

Et toutes ces conditions étant remplies, il faudra encore de la part de l'ingénieur ayant la responsabilité de la besogne une surveillance de tous les instants et des essais multiples.

Le grand inconvénient de l'acier est en définitive l'alea que crée le travail qu'il doit subir à l'usine, et cet alea est très sérieux, car on a vu des poutres en acier qui, du chef d'un travail trop brutal, ne présentaient pas plus de résistance aux essais qu'une poutre en fer de dimensions identiques.

Cet alea est d'autant plus à craindre que l'acier est de nature plus dur et de résilience (1) faible ; c'est pourquoi pour les ponts l'acier employé doit toujours être doux, c'est-à-dire de l'acier à résistance relativement faible ; on doit, en d'autres termes, sacrifier de la résistance pour avoir un métal se laissant travailler sans altération (2).

Les rails n'ont à subir aucun travail (sauf 4 trous forés), c'est pourquoi on peut les constituer en acier dur dont la résistance monte à 70 kgr., le minimum admis est 55 kgr. ; l'acier pour bandage est analogue à celui pour rails ; celui pour essieux est plus doux.

La malleabilité de l'acier, c'est-à-dire sa faculté de subir les divers travaux de chaudronnerie sans être altéré, se détermine non seulement par des expériences de traction, mais encore par des expériences de pliage à chaud et à froid, avant et après trempe. (Voir notre Tome I, 2^e Edit. nos 46 et 46^{bis}).

Lorsqu'on veut un acier possédant une grande douceur, un acier se travaillant facilement, on exige qu'il ne se modifie pas à la trempe, ou du moins qu'après cette opération il ait conservé la faculté de se plier à froid suivant certaines formes déterminées au cahier des charges de la fourniture ; ces épreuves sont très utiles et très faciles, beaucoup plus faciles que celles par traction, car elles n'exigent aucun appareil.



Acier moulé. — La résistance à la traction devra, suivant la destination des pièces, varier entre 36 et 60 kgs avec allongement minimum correspondant de 20 à 8 p. c.

Les barreaux d'essais seront attenants aux pièces sauf le cas d'impossibilité.

§ 10. Acier au Nickel.

On a aujourd'hui une tendance, pour les grands ponts, à employer des aciers de qualité supérieure (notamment des aciers au nickel) permettant de plus grands taux de fatigue, ce afin de diminuer le poids mort et ainsi en fin de compte réaliser une économie malgré le prix unitaire plus élevé du métal.

(1) Voir notre Tome I, 2^e édition, Chap. VI, n° 46 bis.

(2) Aujourd'hui moyennant le nickel, on peut augmenter la résistance sans diminuer la résilience.

Le premier grand pont dans lequel il est fait usage de quantités importantes d'acier au nickel a été mis en 1903 en adjudication en Amérique, il s'agit du pont de « *Blackwell's Island* » sur l'*East River* à *New-York*, pont de 1135 mètres en 5 travées dont une de 360 mètres ; il est destiné au service urbain, sa largeur, trottoirs compris, est de 26 mètres, il est à 2 étages ; il a été livré à la circulation en 1909.

Sur un total de 48000 tonnes de métal il y entre 5450 tonnes d'acier-nickel.

Depuis lors cet acier a été encore employé et en plus grande proportion au pont de *Manhattan* à *New-York* et à un grand pont exécuté à *Québec*.

Voici les principales prescriptions du cahier des charges concernant l'acier mis en œuvre dans ces ponts.

Essai chimique. — Dans chaque coulée d'acier, il sera prélevé un lingot d'essai qui sera soumis par le constructeur à l'analyse chimique en vue de déterminer le pourcentage en carbone, phosphore, soufre, manganèse et nickel (lorsqu'il s'agit d'acier au nickel) ; deux copies conformes de chacune de ces analyses seront fournies à l'Ingénieur dirigeant.

Lorsque la direction l'exigera, des analyses de contrôle devront être effectuées sur le métal laminé ; dans ce cas, si l'éprouvette est prise vers le milieu de la pièce, il est accordé une tolérance d'un quart en plus sur les chiffres limites imposés pour le pourcentage en phosphore et en soufre.

Les quantités chimiques requises sont les suivantes :

Acier au Nickel pour barres soumises à la traction

Phosphore % max. si on recourt au procédé basique	0,04
Phosphore » » acide	0,06
Soufre	0,05
Manganèse	0,60
Silicium	0,10
Nickel % minimum	3,50.

Acier ordinaire

	Pourcentage maximum		
	Phosphore		Soufre
	Basique	Acide	
Plats, profilés, barres et boulons,	0,04	0,08	0,05
Rivets	0,04	0,04	0,04
Pièces de fonte	0,05	0,08	0,05

Essais mécaniques. — Des essais à la traction et au pliage seront faits sur les produits laminés provenant des diverses coulées d'acier.

L'acier au nickel non recuit devra présenter une résistance de 60 à 70^k, soit en moyenne 65^k par millimètre carré ; limite d'élasticité de 34 à 38^k par millimètre

tre carré ; il devra donner un allongement de 18 p. c. compté sur une longueur de 0.^m200 ; la contraction sera de 40 p. c.

Pour l'acier recuit, ces chiffres deviendront respectivement 60^k, 35^k, 20 et 40 p. c.

Une éprouvette de 0.^m100, ou plus, de largeur doit pouvoir être pliée à froid autour d'une barre ronde dont le diamètre sera le double de l'épaisseur de la pièce essayée pour les pièces recuites et le triple de cette épaisseur pour les pièces non recuites.

Pour l'acier ordinaire au carbone la résistance à la rupture devra être de 42^k et la limite d'élasticité 21 kgs (1).

Les fatigues de sécurité admises pour le pont de *Blackwell* sont :

Pour l'acier nickel :

Traction	27 ^k
Cisaillement	17 ^k

Pour l'acier ordinaire :

Traction	de 7 à 17 ^k
Cisaillement	de 5 à 11 ^k

En fait ces chiffres ont été trouvés trop élevés, et notamment pour l'acier-nickel on a abaissé le taux de la traction à 22 kgs.

Pour les fatigues de compression de l'acier-nickel et les charges de flambage voir notre Tome I, 2^e édit., Chap. XVI, § 12.

Pour le nouveau pont sur le fleuve St-Laurent (Canada) actuellement (1915) en voie de construction en remplacement de celui qui s'est écroulé en 1907, toutes les tôles et profilés ainsi que les rivets sont en acier-nickel dont voici la composition et les conditions de résistance :

		Acier-Nickel	
		Tôles et profilés	Rivets
Composition chimique %	{ Carbone	0,282	0,126
	{ Phosphore	0,007	0,010
	{ Manganèse	0,690	0,410
	{ Soufre	0,024	0,022
	{ Nickel	3,240	3,290
Essais mécaniques	{ Rupture kg. mm. ²	60	48
	{ Limite élasticité	41	32
	{ Allongement %	20	33
	{ Striction	48	63

Pour les essais de rivure exécutés avec les rivets acier-nickel nous renvoyons au *Génie Civil*, n° de septembre 1910, p. 377.

(1) Voir *Genie Civil*, n°s du 26 décembre 1908, du 20 mars 1909, du 1^{er} mai 1909. — *Ann. Travaux Publics de Belgique*, décembre 1910, p. 1142.

CHAPITRE II

GÉNÉRALITÉS.

31. Les ponts métalliques se subdivisent d'après leur destination en trois classes (nous ne parlons plus des Ponts-canaux) qui sont :

Ponts pour chemins de fer.

Ponts pour routes.

Passerelles (ponts pour piétons seulement).

L'ossature d'un pont se compose des pièces suivantes :

Les longrines. — Pièces longitudinales secondaires placées sous le tablier et recevant directement soit la voie ferrée, soit la voie des chariots, soit celle des piétons.

Les traverses. — Pièces transversales qui reçoivent l'appui des longrines et prennent appui sur les longerons.

Les longerons ou poutres principales qui reçoivent les traverses et prennent appui sur les culées ou piles en franchissant toute la longueur de l'ouverture.

Les cadres d'entretoisement qui se composent de pièces transversales inférieures et supérieures et de montants verticaux, de façon à former des cadres rectangulaires rigides dont le principal but est d'obliger les longerons à se mettre bien verticaux lors du montage et à rester verticaux par la suite ; pour que ce but soit atteint il faut que les angles du cadre soient munis de forts goussets à moins qu'on puisse mettre des croix d'entretoisement ; voir les figures du chapitre IX, pour le calcul voir ci-après le § 4.

Les poutres de contreventement dont le but est triple : 1° consolider le pont contre les efforts horizontaux du vent et du lacet ; 2° raidir les brides comprimées et les prémunir contre le flambage ; 3° enfin, lors du montage, obliger les deux longerons à se mettre bien d'équerre vis-à-vis l'un de l'autre.

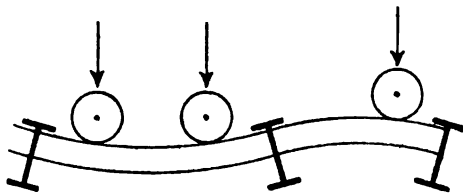
Les châssis d'appui des longerons, pièces qui établissent le contact entre les longerons et les piles ou culées.

§ 1. Calcul des Longrines.

32. Chaque longrine se calcule pour le poids mort qu'elle porte et les roues les plus lourdement chargées qui la franchiront.

L'assemblage des longrines sur les traverses doit être très solidement établi, il est très exposé à se disloquer, l'expérience journalière montre que les rivets de cet assemblage prennent très facilement du jeu, car du chef du semi-encastrement de la longrine les rivets de l'assemblage sont soumis à des tractions agissant sur leurs têtes.

Un bon assemblage est celui détaillé aux FIG. 2 et 3 de la Pl. 25 : un plat traversant l'âme de la traverse établit la continuité d'une longrine à la suivante et s'oppose efficacement à la dislocation des rivets des cornières verticales, car ce plat équilibre les tractions qui autrement agiraient sur les têtes de ces rivets.



L'expérience prouve qu'au passage d'un train les longrines travaillent comme poutre continue sur appuis variables (1) fournis par les traverses ; les déformations se produisent comme l'indique la figure ci-contre (2) ; il est très difficile d'évaluer les fatigues qui réellement se développent du chef de cette conti-

nuité et ce serait d'ailleurs assez inutile, car pour peu que les rivets de l'assemblage prennent du jeu tout le bénéfice de la continuité disparaît.

On doit, pour calculer les longrines, appliquer la règle fondamentale de prudence en matière de stabilité : *en cas de doute prendre les hypothèses extrêmes les plus défavorables et établir les dimensions en conséquence.*

C'est en vertu de cette règle que l'on calculera 1° la partie médiane de la longrine en supposant celle-ci sur appuis libres ; 2° ses parties extrêmes (notamment son assemblage avec les traverses), en supposant un encastrement complet et de niveau.

Les longrines prennent aussi part à l'allongement des brides inférieures des longerons principaux du pont, ou au raccourcissement des brides supérieures, selon que le tablier est au-dessous ou au dessus ; elles subissent de ce chef une fatigue spéciale assez importante, mais on n'en tient généralement pas compte ; cette fatigue diminue d'autant celle supportée par les brides des longerons principaux.

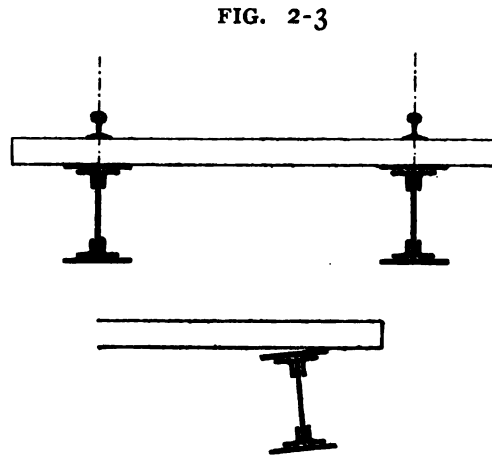
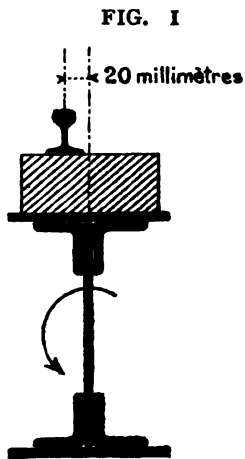
Le mouvement de lacet tend à faire fléchir horizontalement les longrines, on s'y oppose par un contreventement spécial, voir ci-après le chapitre VIII, § 4 ; il faut d'ailleurs que les tables des longrines aient une grande raideur horizontale.

Il faut que les rails soient disposés exactement dans l'axe des longrines, le dispositif FIG. 1, où l'excentricité est de 20 millimètres seulement, est très vicieux, il donne lieu à une torsion de la poutre dans le sens indiqué par la flèche et cette torsion provoque une notable augmentation des fatigues.

(1) *Étude expérimentale des Ponts Métalliques*, par Ch. Rabut. — Paris, 1897, Vicq-Dunod, p. 81.

(2) *Revue Générale des Chemins de Fer*. — Mémoire de M. Lanna. Juin 1902, p. 383.

Cette excentricité a moins d'influence nocive lorsque les rails sont sur traverses au lieu d'être sur longrines (FIG. 2), toutefois il est toujours préférable que l'excentricité soit nulle. Il importe de veiller à ce que les traverses en bois portent bien uniformément sur la table des longrines et non sur le rebord de cette table



(FIG. 3) sinon il en résulte des fatigues secondaires excessives qui peuvent aller jusque la rupture des cornières de ces tables (1).

La charge de sécurité à adopter pour les longrines se détermine par les considérations développées ci-avant aux n° 15 et 17, on applique les formules :

$$\text{fer} \quad 6^k + 3^k \frac{A}{B}; \quad \text{acier} \quad 8^k + 4^k \frac{A}{B}$$

et on y fait généralement $A = 0$. /

§ 2. Calcul des Traverses.

38. Les traverses se calculent pour le poids mort qu'elles portent et pour les essieux les plus lourdement chargés qui franchissent le pont.

Les traverses, tout comme les longrines, sont soumises à des variations de fatigue assez accentuées, car la différence entre le poids mort qu'elles portent et la surcharge est généralement considérable, de plus lors des passages des trains elles sont soumises à des chocs énergiques (voir ci-avant n° 18); on tient compte de ces circonstances dans les calculs soit en forçant la valeur statique de la charge roulante, soit en diminuant la charge de sécurité admise pour la détermination des sections; souvent on pose $A = 0$ dans les formules des n° 15 et 17.

(1) Pour la question des longrines des ponts de chemin de fer, voir encore : « *Tijdschrift van het koninklijk instituut van Ingenieurs* » (Hollande), année 1899-1900; et 5^e livraison, juin 1900, un mémoire de M. Kist. *Annales des Travaux Publics de Belgique*, octobre 1900, p. 8;6.

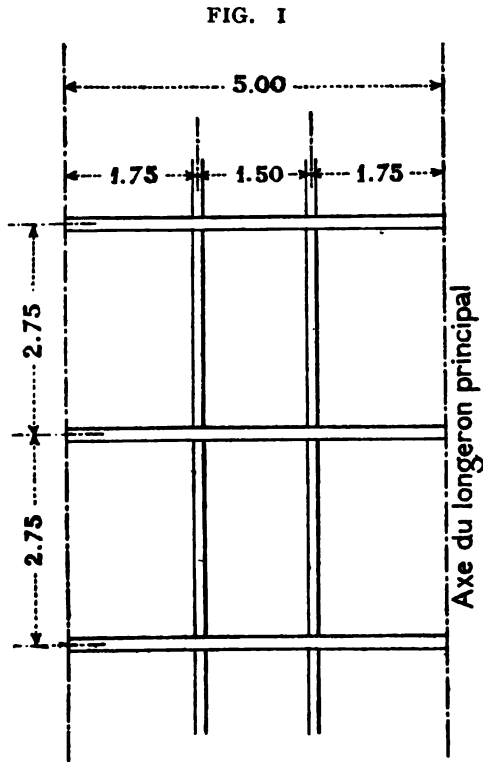
En règle générale les traverses sont solidement rivées sur les longerons principaux (Pl. 21 et 22) de façon à former un rigide entretoisement transversal (voir le Chap. IX et les FIG. 111, 115 et 116), dans ce cas le calcul de la traverse se fera comme dit ci-dessus au n° 32 pour les longrines : la partie médiane de la pièce sera calculée dans la supposition d'appuis simples, tandis que pour les sections d'extrémité on supposera un encastrement complet ; c'est dans cette même hypothèse de l'encastrement complet que se calculera l'assemblage de la traverse sur les montants du pont ; voir ci-après le § 3 ; et pour un calcul plus exact voir le § 4.

Les traverses en fléchissant font fléchir les montants du pont et gauchissent les longerons principaux, pour éviter cet inconvénient les Hollandais et les Allemands recourent quelquefois au dispositif de la Pl. 15, qui bien entendu ne peut s'employer que lorsque les ponts ont un contreventement supérieur : ils posent les traverses inférieures sur rotules, et ainsi leur flexion n'entraîne pas les longerons et ne les gauchit ; pas ce système a été employé pour la première fois en 1883 à Mook en Hollande, il a depuis reçu certaines applications en Allemagne et en Russie, toutefois l'expérience a prouvé qu'il ne répond pas complètement à son but, parce que le frottement sur les rotules, qui se produit lors de la flexion des traverses entraîne quand même les longerons et les gauchit ; de plus ce système a l'inconvénient de donner une moins bonne solidarité dans l'ensemble de la construction, c'est pour ce motif que nous n'en sommes pas partisan, nous sommes partisan de la solidarité au maximum sauf à calculer les sections en conséquence : la solidarité est une condition de bonne et imperturbable stabilité et de longue durée. — Nous donnons ci-après au § 4 notre méthode de calcul des traverses dans la supposition d'une solidarité complète avec les montants et l'entretoise supérieure.

Lorsque les traverses sont suffisamment rapprochées elles se soulagent les unes les autres en vertu de la continuité des longrines ; l'expérience constate que lorsque l'écartement ne dépasse pas 2^m50 la traverse chargée transmet 20 % de sa charge à chacune de ses voisines, donc 40 % au total, et par conséquent ne fatigue qu'à raison de 60 % de la charge que réellement elle porte ; pour des écartements de 1^m50 à 1^m80, on peut calculer la traverse pour une charge moitié de celle qu'elle porterait si les longrines étaient articulées ; ce n'est qu'à partir d'un écartement de 3^m50 que la traverse doit être calculée pour l'intégralité de la charge portée dans la supposition de longrines à appuis articulés ; voir « *Revue Générale des Chemins de Fer* » juin 1902, p. 384. — Le cas de la solidarité des traverses et pièces de pont a été traité théoriquement par M. Lossier dans le *Génie civil*, n° du 24 août 1912.

§ 3. Exercice sur les Longrines et Traverses.

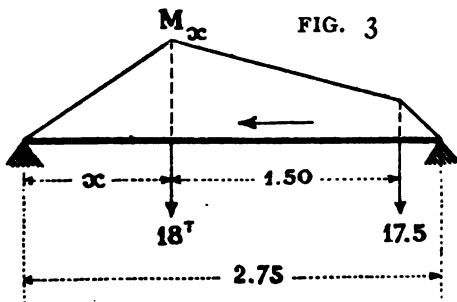
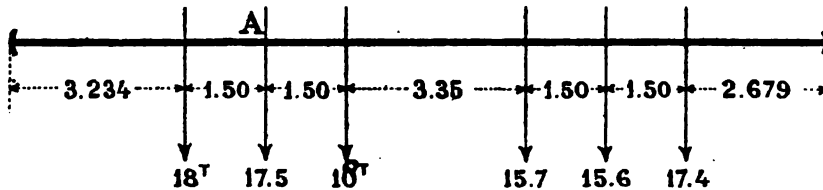
Le bon agencement et le calcul rationnel des longrines et traverses ont une grande influence sur la solidité et la durée d'un pont, aussi nous nous décidons à compléter les indications théoriques des § 1 et 2 ci-avant par un exercice pratique : soit à calculer les longrines et les traverses d'un pont de chemin de fer à une voie dont le tablier est constitué comme indiqué au schéma FIG. 1 ; la locomotive la plus lourde devant franchir le pont pèse 102^T2 en ordre de marche, ce poids est réparti sur 6 essieux ainsi qu'il est indiqué FIG. 2 ; le tablier pèse 800^k le mètre courant non compris les pièces de pont (longrines et traverses).



Calcul des longrines. — Leur portée étant de 2^m75 , on voit immédiatement que le cas le plus défavorable se produira au passage du groupe des trois essieux A de la FIG. 2.

Nous calculons la partie moyenne (ou centrale) de la longrine en supposant celle-ci simplement appuyée sur les traverses, c'est le cas le plus défavorable.

FIG. 2



Il ne peut se trouver simultanément sur la longrine que deux essieux, le diagramme des moments fléchissant à la forme indiquée FIG. 3 et le problème consiste à chercher le maximum de M_x au droit du point d'application de l'essieu de 18^T .

$$M_x = \frac{18000(2,75 - x)x}{2,75} + \frac{17500(1,25 - x)x}{2,75}$$

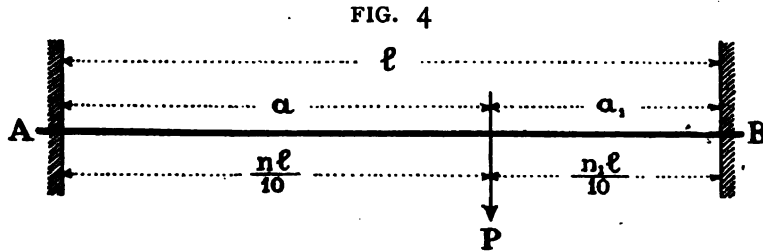
L'équation $\frac{dM_x}{dx} = 0$ nous donne $x = 1^m005$; substituant dans l'expression de M_x on trouve pour valeur du maximum : $M = 13038$ kgmètres, soit 6519 kgmètres sur chaque longrine.

Si la charge 18^T est au milieu on a $M = 12375$ kgmètres.

•••

Pour calculer les extrémités de la longrine il faut la supposer complètement encastree sur les traverses.

Le moment M_1 à l'encastrement A et celui M au point d'application de la



$$M_1 = \frac{P a a_1^2}{\ell^2}$$

$$M = \frac{2 P a^2 a_1^2}{\ell^3}$$

$$M_1 = \frac{P \ell}{1000} n n_1^2$$

$$M = \frac{2 P \ell}{10000} n^2 n_1^2 = M_1 \times \frac{2 n}{10}$$

charge ont les valeurs indiquées FIG. 4 pour une charge locale P dont la position est déterminée par la fraction $\frac{n}{10}$ ou $\frac{n_1}{10}$ de la portée l .

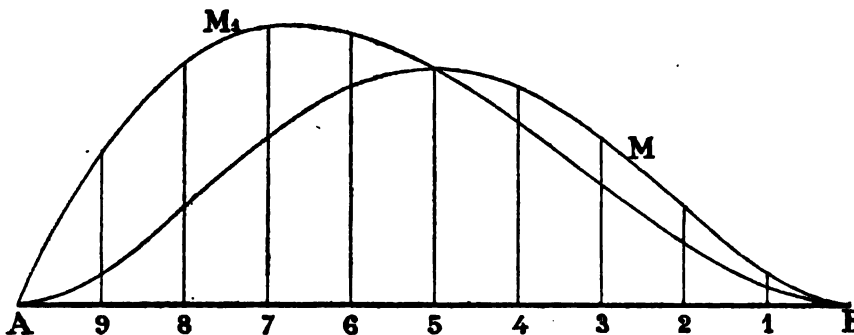
Pour diverses positions de P marchant de B vers A nous avons les valeurs de M_1 et M données au tableau ci-dessous :

n	n_1	mm_1	M_1	$\frac{2n}{10}$	M
9	1	9	$9 \frac{Pl}{1000}$	1,8	$16,2 \frac{Pl}{1000}$
8	2	32	$32 \frac{Pl}{1000}$	1,6	$51,2 \frac{Pl}{1000}$
7	3	63	$63 \frac{Pl}{1000}$	1,4	$88,2 \frac{Pl}{1000}$
6	4	96	$96 \frac{Pl}{1000}$	1,2	$115,2 \frac{Pl}{1000}$
5	5	125	$125 \frac{Pl}{1000}$	1	$125 \frac{Pl}{1000}$
4	6	144	$144 \frac{Pl}{1000}$	0,8	$115,2 \frac{Pl}{1000}$
3	7	147	$147 \frac{Pl}{1000}$	0,6	$88,2 \frac{Pl}{1000}$
2	8	128	$128 \frac{Pl}{1000}$	0,4	$51,2 \frac{Pl}{1000}$
1	9	81	$81 \frac{Pl}{1000}$	0,2	$16,2 \frac{Pl}{1000}$

Nous traçons FIG. 5 les graphiques des coefficients de M_1 et M à l'échelle de un millimètre pour 4 unités (1)

Cette figure nous montre la relation existant entre les valeurs M_1 et M pour diverses positions de la charge P ; ce qui nous importe c'est le maximum de M_1 ,

FIG. 5



(car M est toujours plus petit que dans le cas d'appuis libres) ; nous construisons une première courbe des M_1 en supposant $P = 18000$ kgs, et une seconde en supposant $P = 17500$ kgs, nous superposons ces deux courbes en tenant compte

(1) Les courbes M et M_1 portent des noms différents : celle M est le *diagramme* des moments fléchissants maximum lorsque P franchit la traverse, celle M_1 est la *ligne d'influence* des moments fléchissants déterminés en la section A lorsque le poids P parcourt la traverse.

To pass over

que les deux charges se suivent à 1^m50 de distance, et additionnant leurs ordonnées nous obtenons le maximum du moment d'encastrement pour le groupe des essieux A (FIG. 2) franchissant la longrine et le problème est résolu.

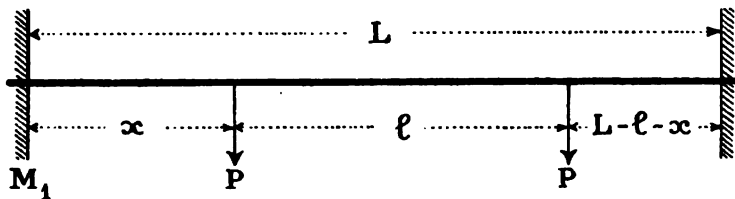
Comme les charges 13^T et 17^T5 diffèrent très peu, on peut prendre une moyenne 17^T75 et supposer les charges égales, dans ce cas le problème se résout plus rapidement par le procédé analytique ci-après que par le procédé graphique ci-dessus ; ainsi dans le cas de la FIG. 6 nous avons :

$$M_1 = \frac{P}{L^2} x (L - x)^2 + \frac{P}{L^2} (l + x) (L - l - x)^2$$

différentiant et égalant à zéro nous obtenons :

$$6x^2 - 2(4L - 3l)x + 2L^2 + 3l^2 - 4lL = 0$$

FIG. 6



remplaçant L et l par leurs valeurs, $L = 2^m75$, $l = 1^m50$, nous trouverons : $x = 0^m55$, d'où pour le maximum du moment d'encastrement :

$$M_1 = \frac{P}{L^2} \left[0,55 \times 2,2^2 + 2,05 \times 0,7^2 \right] = 0,485 P$$

donc $M_1 = 0,485 \times 17750 = 8608$ kgmètres, soit 4304 kgmètres pour chaque longrine.

* * *

En résumé, les extrémités de chaque longrine, et notamment l'assemblage sur les traverses, doivent être calibrés pour un moment de 4304 kgmètres, le reste de la longrine doit l'être pour un moment de 6519 kgmètres ; à ces moments il faut naturellement ajouter le supplément dû au poids du tablier et au poids propre de la longrine, supplément qui d'ailleurs est peu de chose.

Les longrines en acier basique se calculent généralement en tablant sur une fatigue de sécurité de 8 kgs par millimètre carré.

Pour être complet il faudrait à la fatigue due au moment fléchissant ajouter le supplément dû à l'effort tranchant, voir ci-après Chap. IV, § 1.

Il faut finalement faire le calcul de la plaque de continuité et des rivets nécessaires pour réaliser l'encastrement ; ainsi si les longrines sont assemblées comme indiqué par les FIG. 2 et 3 de la Pl. XXV et si nous désignons par h la hauteur de la longrine d'extérieur à extérieur des cornières, nous avons que l'effort sur la plaque de continuité a pour valeur :

$$\frac{M}{h} = \frac{4304}{h}$$

et le nombre n de rivets fixant la plaque à chaque longrine sera donné par l'équation :

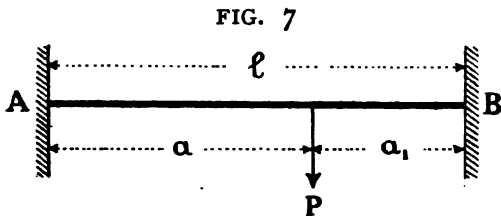
$$n \frac{\pi d^2}{4} \cdot \theta = \frac{M}{h}$$

θ est la fatigue admise pour le cisaillement.

Quant aux rivets de la partie verticale de l'assemblage ils seront calculés en vue de l'effort tranchant maximum.

Calculs des Traverses. — Chaque traverse reçoit sa charge par l'intermédiaire des longrines, cette charge est différente selon que l'on fait l'hypothèse de longrines appuyées librement ou encastées complètement sur les traverses.

La réaction R_1 en A (FIG. 7) dans le cas de l'encastrement est égale à la réaction dans le cas de l'appui libre multipliée par le coefficient $\frac{a_1 (\ell + 2a)}{\ell^2}$ dans lequel $\ell = 2,75$; nous allons évaluer ce coefficient pour les diverses positions de P marchant de B vers A ; soit $a = \frac{n\ell}{10}$ et $a_1 = \frac{n_1\ell}{10}$, nous avons : $\frac{a_1 (\ell + 2a)}{\ell^2} = \frac{n_1}{100} (10 + 2n)$ et nous formons le tableau ci-dessous :



$$R_1 = \frac{P a_1^2 (\ell + 2a)}{\ell^3} = \frac{P a_1}{\ell} \times \frac{a_1 (\ell + 2a)}{\ell^2}$$

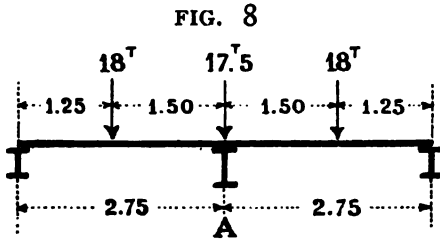
n	n_1	$\frac{n_1 (10 + 2n)}{100}$
9	1	0,28
8	2	0,52
7	3	0,72
6	4	0,88
5	5	1,00
4	6	1,08
3	7	1,12
2	8	1,12
1	9	1,08

On voit par ce tableau que depuis B jusqu'au milieu les réactions en A sont plus grandes pour l'appui libre que pour l'appui encastré et ce dans une assez grande proportion ; à partir du milieu c'est l'inverse mais dans une proportion qui ne dépasse pas 12 %. Nous devons prendre le cas le plus défavorable, or

comme la position des charges donnant le maximum sur la traverse A est celle indiquée FIG. 8, c'est évidemment pour le cas d'appuis libres que nous devons calculer la réaction en A, nous avons donc :

$$R_1 = 17^T5 + 2 \times \frac{18^T \times 1,25}{2,75} = 33^T864$$

la réaction au point d'application de chaque longrine est la moitié, soit 16932 kgmes.



Il faut à ces deux charges locales agissant sur la traverse ajouter le poids propre des longrines et le poids mort du tablier.

Les traverses se calculent comme les longrines : la partie centrale en supposant la traverse appuyée librement à ses extrémités, et les parties extrêmes, et notamment leurs

assemblages sur les longerons principaux, en supposant l'encastrement complet.

Il faut calculer les fatigues non seulement pour le moment fléchissant mais encore pour l'effort tranchant, et aussi pour les effets combinés des moments fléchissants et des efforts tranchants ainsi qu'il est exposé ci-après au Chap. IV, § 1.

§ 4. Calcul d'un ^{traverse}cadre d'Entretoisement.

Nous venons de calculer la traverse dans deux suppositions : simplement appuyée ou complètement encastree à ses extrémités, en fait ce n'est ni l'un ni l'autre, c'est un cas intermédiaire qui se réalise et nous pouvons le calculer lorsqu'il y a un entretoisement supérieur tel qu'indiqué Pl. 21 et FIG. 115 du Chap. IX, § 2 ; voici la méthode de calcul que nous présentons.

La traverse, les montants et l'entretoise supérieure forment un cadre rigide (FIG. 1) maintenu par les longerons principaux du pont, ce cadre constitue un entretoisement ; nous le calculerons tout d'abord pour le cas le plus simple, celui de la traverse portant 2 charges P placées symétriquement par rapport à l'axe du cadre ; nous faisons abstraction de la rigidité des brides longitudinales du pont, nous les considérons comme 4 câbles supportant le cadre, les réactions de ces câbles sont tout simplement 2 forces P agissant suivant l'axe des montants du cadre ; la sollicitation de celui-ci se présente donc ainsi qu'il est indiqué par la FIG. 1 ; nous désignons par h la distance de l'axe neutre de la traverse à l'axe neutre de l'entretoise et par $2l$ la distance d'axe à axe des montants ; nous rapportons le cadre à deux axes rectangulaires menés ainsi qu'il est indiqué sur la FIG. 1.

Le cadre se déforme sous l'action des 4 forces P, mais en vertu de la symétrie de sa forme et de ses sollicitations nous avons (1) :

FIG. 1

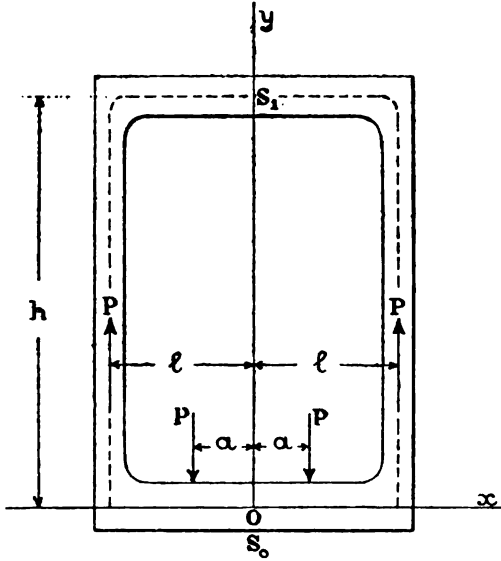
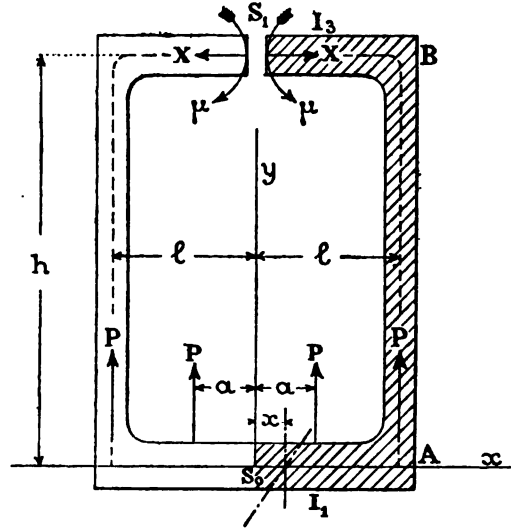


FIG. 2



pour la section S_0 $\Delta x_0 = 0$ $\Delta \alpha_0 = 0$
 et pour la section S_1 $\Delta x_1 = 0$ $\Delta \alpha_1 = 0$

Nous coupons le cadre en la section S_1 (FIG. 2) et appliquons sur chaque tronçon des forces extérieures équivalentes aux fatigues intérieures dues à la continuité du cadre en S_1 , nous avons une composante horizontale X et un moment μ , il n'y a pas d'effort tranchant à cause de la symétrie de sollicitation du cadre par rapport à l'axe des y; la force X et le moment μ sont inconnus, nous devons les évaluer.

Nous exprimons les déplacements de la section S_1 en fonction des déformations du tronçon hachuré S_1BAS_0 , appliquant les formules du Tome IV, Chap. II, n° 31 nous avons :

$$\Delta x_1 = \Delta x_0 + h \Delta \alpha_0 + \int_{S_0}^{S_1} (h - y) \frac{M ds}{EI} \quad \Delta \alpha_1 = \Delta \alpha_0 + \int_{S_0}^{S_1} \frac{M ds}{EI}$$

et comme, ainsi que vu ci-dessus, les valeurs de Δx_1 , $\Delta \alpha_1$, Δx_0 , $\Delta \alpha_0$, sont nulles, ces deux expressions deviennent :

(1) Nous devons pour le calcul de l'entretoisement recourir à des formules qui seront démontrées plus loin, voir Tome IV, Chap. II, § 1.

$$(1) \quad \int_{S_0}^{S_1} (h-y) \frac{Mds}{I} = 0 \qquad (2) \quad \int_{S_0}^{S_1} \frac{Mds}{I} = 0$$

d'où deux équations qui vont nous permettre de déterminer les deux inconnues X et μ du problème.

Nous désignons par I_1, I_2, I_3 les moments d'inertie respectifs de la traverse, des montants et de l'entretoise ; nous prenons comme positifs les déplacements suivant les x positifs et les variations angulaires dans le sens des aiguilles d'une montre ; nous avons :

1° déplacement suivant Ox de S_1 dû à la force P agissant à la distance a de l'axe (voir FIG. 2) (1) :

$$+ \int_0^a h \frac{P(a-x)dx}{I_1} = + \frac{Pha^2}{2I_1}$$

variation angulaire de S_1 :

$$+ \int_0^a \frac{P(a-x)dx}{I_1} = + \frac{Pa^2}{2I_1}$$

2° déplacement et variation angulaire de S_1 dus à la force P agissant suivant l'axe du montant AB :

$$- \frac{Phl^2}{2I_1} \quad \text{et} \quad - \frac{Pl^2}{2I_1}$$

3° déplacement et variation angulaire dus à la force X agissant sur S_0A :

$$+ \int_0^l \frac{Xh^2}{I_1} dx = + \frac{Xh^2l}{I_1} \qquad + \int_0^l \frac{Xh}{I_1} dx = + \frac{Xhl}{I_1}$$

4° idem pour la force X agissant sur le montant AB :

$$+ \frac{1}{I_2} \int_A^B (h-y) X (h-y) dy = + \frac{Xh^3}{3I_2} \qquad + \frac{1}{I_2} \int_A^B X (h-y) dy = + \frac{Xh^2}{2I_2}$$

5° déplacement et variation angulaire dus au moment μ agissant sur S_0A :

$$- \frac{1}{I_1} \int_0^l h\mu dx = - \frac{\mu hl}{I_1} \qquad - \frac{1}{I_1} \int_0^l \mu dx = - \frac{\mu l}{I_1}$$

6° idem pour μ agissant sur AB :

$$- \frac{1}{I_2} \int_0^h (h-y)\mu dy = - \frac{\mu h^2}{2I_2} \qquad - \frac{1}{I_2} \int_0^h \mu dy = - \frac{\mu h}{I_2}$$

7° idem pour μ agissant sur BS_1 : le déplacement suivant Ox est nul, la variation angulaire est

$$- \frac{1}{I_3} \int_0^l \mu dx = - \frac{\mu l}{I_3}$$

(1) Les forces P agissant dans le cadre FIG. 2 à la distance a de l'axe sont dirigées vers le bas, donc la flèche doit se trouver en bas.

Substituant ces diverses valeurs dans les équations (1) et (2) ci-dessus, nous avons en simplifiant :

$$Xh \left(l + h \frac{I_1}{3I_2} \right) - \mu \left(l + h \frac{I_1}{2I_2} \right) = \frac{P}{2} (l^2 - a^2)$$

$$Xh \left(l + h \frac{I_1}{2I_2} \right) - \mu \left(l + l \frac{I_1}{I_3} + h \frac{I_1}{I_2} \right) = \frac{P}{2} (l^2 - a^2)$$

d'où nous tirons :

$$(3) \quad Xh = 3\mu \left(1 + \frac{2l}{h} \frac{I_2}{I_3} \right)$$

$$(4) \quad \mu \left[\frac{I_1}{I_2} + \frac{4l}{h} \left(1 + \frac{I_1}{I_3} + \frac{3l}{h} \frac{I_2}{I_3} \right) \right] = \frac{P(l^2 - a^2)}{h}$$

nous voyons que X et μ sont positifs, donc ils ont bien le sens qu'à priori nous avons noté sur la FIG. 2.

Les expressions (3) et (4) nous donnent X et μ en fonction de quantités connues et nous permettent de tracer le diagramme et déterminer les fatigues sur tout le pourtour du cadre. La déformation se présente ainsi que l'indique la FIG. 3.

Pour un premier calcul on peut simplifier et supposer connus les rapports :

$$\frac{I_1}{I_2} = 2 \quad \frac{I_1}{I_3} = 4 \quad \frac{I_2}{I_3} = 2$$

dans ce cas les expressions (3) et (4) deviennent :

$$(5) \quad Xh = 3\mu \left(1 + \frac{4l}{h} \right)$$

$$(6) \quad \mu \left[1 + \frac{2l}{h} \left(5 + \frac{6l}{h} \right) \right] = \frac{P(l^2 - a^2)}{2h}$$

Si l'entretoisement est à 2 étages comme indiqué Pl. 15, on peut prendre :

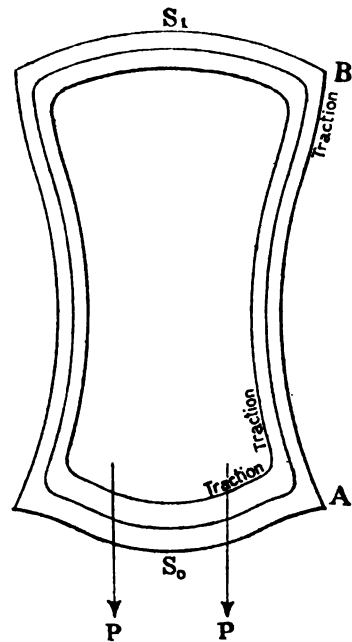
$$\frac{I_1}{I_2} = 2 \quad \frac{I_1}{I_3} = 1 \quad \frac{I_2}{I_3} = \frac{1}{2}$$

et nous avons :

$$(7) \quad Xh = 3\mu \left(1 + \frac{l}{h} \right) \quad (8) \quad \mu \left[1 + \frac{2l}{h} \left(2 + \frac{3l}{2h} \right) \right] = \frac{P(l^2 - a^2)}{2h}$$

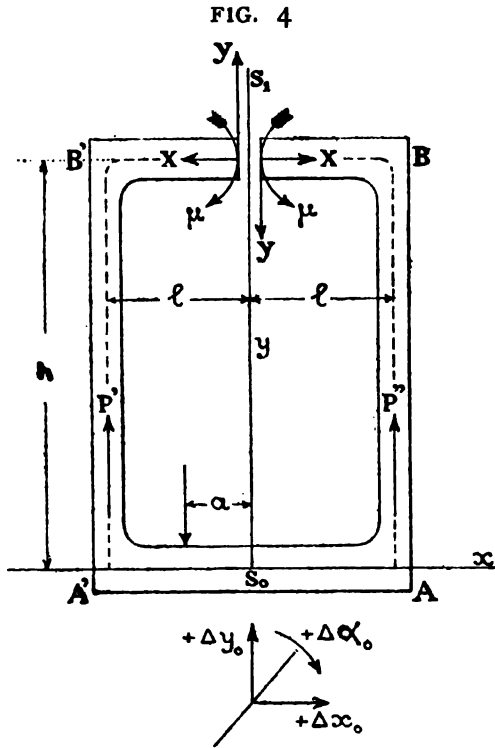


FIG. 3



Examinons maintenant le cas général des charges non symétriques, supposons une seule charge P comme l'indique la FIG. 4 ; les réactions suivant les deux montants sont P' et P'' , elles ont pour valeurs :

$$P' = \frac{P(l+a)}{2l} \quad P'' = \frac{P(l-a)}{2l}$$



Nous rapportons le cadre à deux axes rectangulaires S_0xy et le coupons en deux par une section S_1 faite au milieu de l'entretoise supérieure ; nous avons sur cette section les 2 forces inconnues X , Y et le moment inconnu μ .

Désignons par Δx_0 , Δy_0 , $\Delta \alpha_0$ les facteurs du déplacement de la section S_0 , nous supposons que leur sens soit celui indiqué sur la figure ; soient Δx_i , Δy_i , $\Delta \alpha_i$ ceux du déplacement de la section S_1 ; nous avons en considérant le tronçon S_0ABS_1 :

$$\Delta x_i = \Delta x_0 + h\Delta \alpha_0 + \int_{S_0ABS_1} (h-y) \frac{Mds}{EI}$$

et en considérant le tronçon $S_0A'B'S_1$:

$$\Delta x_i = \Delta x_0 + h\Delta \alpha_0 + \int_{S_0A'B'S_1} (h-y) \frac{Mds}{EI}$$

Ces deux valeurs de Δx_i sont évidemment égales ; de la même façon on obtient deux expressions égales pour Δy_i et pour $\Delta \alpha_i$; établissant ces trois égalités on obtient les 3 équations :

$$(1) \quad \int_{S_0ABS_1} (h-y) \frac{Mds}{I} = \int_{S_0A'B'S_1} (h-y) \frac{Mds}{I}$$

$$(2) \quad \int_{S_0ABS_1} x \frac{Mds}{I} = \int_{S_0A'B'S_1} x \frac{Mds}{I}$$

$$(3) \quad \int_{S_0ABS_1} \frac{Mds}{I} = \int_{S_0A'B'S_1} \frac{Mds}{I}$$

les intégrales de ces 3 équations s'évaluent de la même façon que ci-dessus dans le cas de deux charges symétriques P ; ces 3 équations permettent de déterminer les 3 inconnues X , Y , μ et les connaissant on est à même de calculer les diagrammes et les fatigues pour l'ensemble du cadre $ABB'A'$.

En résumé, nous voyons que pour les ponts entretoisés vers le haut il y a moyen d'effectuer le calcul exact des traverses et aussi des autres pièces de l'entretoisement, nous voyons aussi que la rigidité des montants et de l'entretoise supérieure concourt à diminuer la fatigue de la traverse, donc permet de diminuer son poids à égalité de fatigue.

Pour le complément de l'étude de l'entretoisement des ponts nous renvoyons au chap. IX ci-après.

§ 5. Calcul des ^{Girder}Longerons Principaux.

34. Le calcul des longerons principaux d'un pont s'effectue toujours après celui des longrines et des traverses, c'est la marche la plus logique, car elle permet d'être fixé sur le poids mort des longrines et traverses, donc sur le poids exact du tablier, avant de passer au calcul des fermes ou longerons porteurs du pont.

Les ponts métalliques se divisent en trois classes principales qui sont :

1° *Les Ponts droits* dont les fermes sont simplement appuyées à leurs extrémités, ces ponts droits peuvent d'ailleurs être à brides courbes ou droites.

2° *Les Ponts en arc* dont les fermes sont contrebutées aux extrémités.

3° *Les Ponts suspendus* dont les fermes sont haubannées aux extrémités.

Les Ponts droits se subdivisent encore en *Ponts continus* sur les appuis et *Ponts discontinus* à une ou plusieurs travées indépendantes.

Nous ne nous occuperons en ce Tome II que des *ponts droits discontinus*.

Les fermes ou longerons de pont se subdivisent encore en longerons à âme pleine et longerons en treillis.

Les charges du tablier (poids mort et surcharge) se transmettent localement aux longerons par l'intermédiaire des traverses, nous avons dans notre Tome I étudié les diagrammes de ces charges locales mais nous devons ici, avant de passer aux méthodes proprement dites de calcul des divers types de longerons, compléter l'étude de ces diagrammes.

CHAPITRE III

ÉTUDE DES DIAGRAMMES.

§ 1. Charges locales directes fixes.

35. Tracés graphiques des diagrammes des moments fléchissants et des efforts tranchants. — Soit (FIG. 1, Pl. I), une poutre droite horizontale AB recevant l'action directe de 4 charges verticales locales P_1, P_2, P_3, P_4 .

Nous construisons (FIG. 2) le polygone CC' de ces forces et prenant un pôle quelconque O nous déduisons de la FIG. 2 le polygone funiculaire $a I II III IV V b$ de la FIG. 1, polygone dont la ligne de fermeture est ab .

La parallèle OO' menée à la ligne de fermeture ab détermine les réactions en A et B, savoir : $R_1 = CO'$, $R_2 = O'C'$.

Le polygone funiculaire, étant supposé formé de barres rigides articulées aux sommets, sera en équilibre sous l'action des forces verticales $R_1, P_1, P_2, P_3, P_4, R_2$, appliquées à ces sommets et des deux forces auxiliaires, de valeur OO' , appliquées en a et b et dirigées suivant la corde ab : en effet chaque sommet est en équilibre, donc l'ensemble l'est aussi.

Le polygone funiculaire est donc en équilibre sous l'action des forces agissant sur la poutre AB augmentées de deux forces supplémentaires OO' .

Menons une verticale quelconque dD (FIG. 1), donc une parallèle à la direction des charges P ; en la section D de la poutre le moment fléchissant est dû aux forces R_1 et P_1 , en la section d du polygone articulé le moment est dû aux forces R_1, P_1 et OO' , et comme ce moment est nul (car le côté II n'est sollicité que suivant son axe et en vertu de l'articulation du système ne peut être sollicité autrement) il en résulte que le moment des forces R_1 et P_1 par rapport à d (ou par rapport à D) est égal au moment de OO' par rapport à ce même point d ; cela étant menons dd'' normal sur ab , nous avons donc que le moment fléchissant M en la section D de la poutre a pour valeur : $M = OO' \times dd''$. D'autre part si nous menons OO'' perpendiculaire sur CC' , les deux triangles $dd'd''$ et $OO'O''$ sont semblables, d'où :

$$\frac{OO'}{OO''} = \frac{dd'}{dd''} \quad \text{ou bien :} \quad M = OO' \times dd'' = OO'' \times dd'$$

Le moment fléchissant en une section quelconque D de la poutre a donc pour

valeur la force auxiliaire constante OO'' (qui est la hauteur du triangle polaire COO') multipliée par l'ordonnée *verticale* dd' mesurée entre le polygone funiculaire et sa corde.

De là il résulte que les diverses ordonnées mesurées de la même façon donnent, à une certaine échelle, la valeur du moment fléchissant en la section correspondante de la poutre ; nous allons rechercher cette échelle : si l'échelle des longueurs de la poutre AB FIG. 1 est de 1 millimètre pour n mètres, et si l'échelle des forces de la FIG. 2 est de 1 millimètre pour N kilogs ; si d'autre part la longueur dd' compte n , millimètres et si celle OO'' compte N , millimètres, nous avons pour valeur du moment fléchissant en D :

$$M = OO'' \times dd' = N, \times N \times n \times n, \text{ kilogrammètres}$$

ce qui montre que chaque millimètre de dd' , tout comme de n'importe quelle ordonnée de l'intervalle $adba$, représente $(N, \times N \times n)$ kilogrammètres.

La surface $adba$ est donc le diagramme des moments fléchissants de la poutre AB, et N, Nn est l'échelle de ce diagramme ; cette surface se nomme quelquefois « *Surface des moments de Culmann* » parce que c'est lui qui le premier a signalé cette propriété du polygone funiculaire.

Voici une autre propriété de ce polygone : *la résultante d'une série de forces verticales successives passe par l'intersection des deux côtés extrêmes correspondants du polygone funiculaire ou diagramme des moments fléchissants ; ainsi la résultante de R_1 et P_1 passe par G , celle de R_1, P_1, P_2 passe par G' .*

Pour transformer le diagramme à base oblique $adba$ en un diagramme à base parallèle à AB, c'est-à-dire un diagramme ayant pour base une horizontale, il suffirait de prendre un pôle sur une horizontale tirée du point O' (FIG. 2) et répéter la construction ci-dessus d'après ce nouveau pôle.

Quant au diagramme des efforts tranchants, il se déduit du polygone des forces CC' de la FIG. 2 : en effet dans l'intervalle de R_1 à P_1 , l'effort tranchant a pour valeur R_1 , dans l'intervalle de P_1 à P_2 il a pour valeur $(R_1 - P_1)$ et ainsi de suite.

••

36. Relation entre les diagrammes des moments fléchissants et des efforts tranchants. — Les FIG. 1 et 2 montrent que les deux diagrammes sont solidaires, connaissant l'un on peut en déduire l'autre et vice-versa : ainsi je suppose que nous connaissons le diagramme des moments (ou polygone funiculaire) $a I II III IV V b'$ et le total CC' des charges agissant sur la poutre AB et que nous voulions déterminer les efforts tranchants, il suffira de mener par C une parallèle à I , par C' une parallèle à V , du point O ainsi trouvé tirer des parallèles aux autres côtés du diagramme et on aura P_1, P_2, P_3, P_4, R_1 , et R_2 , c'est-à-dire tous les éléments du diagramme des efforts tranchants.

••

37. Poutre mobile. — Nous supposons que les charges de P_1 à P_4 restent fixes et que la poutre AB se déplace parallèlement à elle-même et vienne par exemple en $A'B'$ (FIG. 1), dans cette nouvelle position elle ne porte plus que 3 charges P_1, P_2, P_3 , et nous voulons tracer le diagramme des moments de ces trois forces agissant sur $A'B'$: nous avons déjà le triangle polaire $CC''O$ de ces forces et leur polygone funiculaire I II III IV, donc sans faire aucun nouveau tracé nous pouvons avoir immédiatement le diagramme de la poutre $A'B'$, il suffira de mener les verticales $A'a'$, $B'b'$, et le polygone $a'db'e'$ sera le diagramme cherché, son échelle sera la même N_1N_2 que celle du diagramme précédent.

La parallèle à $a'b'$ menée par O déterminera sur la FIG. 2 les valeurs des réactions R'_1 en A' et R'_2 en B' , nous en pouvons déduire le diagramme des efforts tranchants.

La poutre mobile étudiée ci-dessus s'est déplacée de A à A' vers la gauche, le résultat serait le même si la poutre AB était restée fixe et si le *train des charges* ou *train des forces* P_1, P_2, P_3, P_4 s'était d'un bloc déplacé de la même quantité vers la droite.

Nous voyons donc que pour un même système de charges dont les distances respectives de l'une à l'autre restent constantes, un même polygone funiculaire peut servir quelle que soit la position de ces charges sur la poutre et aussi quelle que soit la longueur de cette poutre.

+ Le tracé graphique de la fibre déformée de la poutre est donné au Tome III traitant des poutres continues.

§ 2. Charge continue fixe.

38. Tracé graphique des diagrammes. — Soit (FIG. 3) une charge continue variable agissant de G en F sur la poutre AB, nous représentons cette charge par la surface hachurée, chaque ordonnée représente par unité de longueur la valeur p de la charge en ce point, la charge réelle est pdx et la charge totale est $\int p dx$, intégrale qui est représentée par la surface hachurée, c'est pourquoi cette surface s'intitule parfois « *Surface de charge* ».

Nous avons à déterminer le polygone ou courbe funiculaire correspondant à ce genre de sollicitation, nous subdivisons la *surface totale de charge* en trois surfaces partielles GD, DE et EF, nous avons :

$$P_1 = \int_G^D p dx \qquad P_2 = \int_D^E p dx \qquad P_3 = \int_E^F p dx$$

nous déterminons les centres de gravité de ces trois surfaces, et les forces P_1, P_2, P_3 appliquées en ces points sont donc en valeur et position les résultantes des charges

continues agissant de G en D, de D en E et de E en F ; nous traçons FIG. 4 le polygone des forces, nous avons :

$$CC' = P_1 + P_2 + P_3 = \int_E^F p dx$$

prenant un pôle O nous tirons les rayons polaires et traçons le polygone funiculaire *ahijb* correspondant aux trois charges locales P_1, P_2, P_3 .

La courbe funiculaire part des points *g* et *f* déterminés sur le polygone funiculaire par les verticales d'extrémité *Gg* et *Ff*, de plus en ces points *g* et *f* la courbe funiculaire a pour tangentes les droites *ah* et *bj* qui sont parallèles aux rayons polaires extrêmes OC et OC' du polygone des forces.

La courbe funiculaire doit aussi passer par le point *d* que détermine la verticale en D, cela parce que *agh* est la direction de la force auxiliaire I, et *hdi* celle de la force auxiliaire II, et que ces deux forces sont les deux composantes de P_1 , ou $\int_G^D p dx$, donc il faut nécessairement que la courbe funiculaire de la charge continue de G en D passe par le point *d*, de plus en ce point *d* elle est tangente à *hdi*, car le rayon polaire II (FIG. 4) qui est parallèle à *hi* est aussi parallèle à la tangente en *d* à la courbe funiculaire ; pour les mêmes raisons cette courbe passe par le point *e* et y est tangente au côté *iej*.

En résumé la courbe funiculaire passe par les points *g, d, e, f*, et en ces points elle est tangente aux côtés du polygone funiculaire, nous pouvons donc la tracer par approximation.

Si on veut obtenir plus de points de cette courbe il suffira de diviser l'intervalle GF en un plus grand nombre de parties. Nous pouvons donc tracer la courbe funiculaire avec toute l'exactitude que l'on désire, et par conséquent avoir, avec la même exactitude, le diagramme des moments.

§ 3. Charges locales et charge continue.

39. Le cas général d'une pièce portant des charges continues et locales quelconques n'est que la combinaison algébrique des deux cas précédents, la détermination des diagrammes des moments fléchissants et efforts tranchants n'offre aucune difficulté nouvelle, et nous n'avons pas à nous y arrêter.

§ 4. Appuis intérieurs.

40. Soit (FIG. 5 Pl. II) une pièce CD reposant sur deux appuis intérieurs A et B et portant une série de charges locales P_1 à P_6 , dont une partie en porte-à-faux.

Nous traçons (FIG. 6) de E en E' le polygone des forces P_1 à P_6 et prenant un pôle quelconque O nous tirons les rayons polaires qui constituent les forces ou

composantes auxiliaires I à VII ; nous les portons en polygone funiculaire sur la FIG. 5 ; celles II à VI s'équilibrent entre elles, et il reste les deux extrêmes I et VII qui pour s'équilibrer doivent, avec les réactions inconnues R_1 et R_2 , des appuis A et B, former le polygone I ab VII.

La ligne de fermeture du polygone funiculaire de l'ensemble des forces et réactions qui agissent sur la poutre CD est donc ab ; menant OO' parallèle à ab , nous avons EO' et $O'E'$ comme valeurs de R_1 et R_2 .

La poutre CD travaille comme si elle était appuyée en C et D (appuis fictifs à réactions vers le bas) et comme si elle recevait l'action des forces P_2, P_3, P_4, P_5 , agissant vers le bas et des réactions R_1 et R_2 , agissant vers le haut.

Les forces P_2 à P_5 , donnent le diagramme des moments positifs c II III IV V VI d ; les réactions de R_1 et R_2 , donnent le diagramme des moments négatifs $cabdc$; donc le diagramme réel pour la poutre CD portant sur les appuis A et B est la différence des deux, c'est-à-dire la partie hachurée de la FIG. 5 ; ce sont les verticales de cette partie hachurée qui mesurent les moments en chaque section.

Cette génération du diagramme montre clairement l'influence améliorante des appuis intérieurs, puisqu'ils ont pour effet de ramener les moments du diagramme c II III IV V VI d qui correspond à deux appuis d'extrémité aux moments, beaucoup plus petits, du diagramme hachuré qui, lui, correspond aux deux appuis ramenés en A et B. Nous voyons que dans ce cas les moments maximum se produisent en A, en B et au point d'application de la force P_3 ; on pourrait sur le tracé et par tâtonnements rechercher la position de ab rendant ces trois maximum égaux, ce sera là la situation la plus favorable pour la poutre ; l'intersection de cette position de ab avec les directions constantes des côtés I et VII du polygone funiculaire donnerait l'emplacement correspondant des appuis intérieurs A et B.



Pour mieux se rendre compte de la variation des moments du diagramme oblique (FIG. 5) il est préférable le ramener à une base rectiligne CABD (FIG. 7) parallèle à l'axe de la poutre, et sur cette base reporter tout simplement au compas la valeur des ordonnées du diagramme oblique.

Les deux diagrammes FIG. 5 et 7 sont reliés entre eux par la propriété suivante : si nous prolongeons le côté ca du diagramme oblique jusqu'à son intersection en F avec la base CD du diagramme droit, le côté II du diagramme oblique et le côté correspondant du diagramme droit (FIG. 7) se coupent sur la verticale du point F ; de même les côtés correspondants des deux diagrammes de l'intervalle AB se coupent deux par deux sur la verticale du point d'intersection G de la base ab du diagramme oblique avec la base CD de celui droit ; enfin les côtés de la partie extérieure des deux diagrammes se coupent sur la verticale du point d'intersection H des deux bases bd et CD ; ces propriétés, que nous n'avons pas

à démontrer ici, permettent une vérification du tracé du diagramme droit de la FIG. 7.

Le diagramme des efforts tranchants se déduit immédiatement du polygone des forces FIG. 6, nous le donnons FIG. 8, nous ne nous arrêtons pas à l'expliquer.

§ 5. Charge locale indirecte fixe.

41. Moments fléchissants. — Soit (FIG. 9, Pl. III) une charge locale P dont la direction coupe le longeron AB en un point D .

Si cette charge était directement appliquée sur le longeron, la construction polaire de la FIG. 10 nous donnerait $adba$ comme polygone funiculaire et diagramme des moments fléchissants du longeron AB ; par contre si P est appliquée sur la longrine GH qui, par deux traverses en G et H , repose sur le longeron, la même construction polaire nous donne $gdhg$ comme polygone funiculaire et diagramme des moments de la longrine GH ; de plus P_1 et P_2 sont les deux réactions sur les traverses d'appui en G et H ; l'action unique de P sur le longeron est donc remplacée par l'action de ses deux composantes P_1 et P_2 , et la construction FIG. 10 nous montre que dans ce cas le polygone funiculaire ou diagramme des moments du longeron est $aghba$.

Nous voyons que l'action indirecte des charges a pour effet de diminuer le moment fléchissant maximum, cependant d'autant moins que la longueur de la longrine est plus faible relativement à la longueur du longeron; nous voyons aussi qu'en dehors du panneau GH le moment fléchissant conserve la même valeur quel que soit le mode d'application de P sur AB , qu'elle soit directe ou indirecte.

*
* *
*

42. Efforts tranchants. — Les réactions R_1 et R_2 sont les mêmes que la charge P soit appliquée directement ou indirectement; le diagramme des efforts tranchants pour la charge indirecte est donné FIG. 11, inutile que nous le détaillions, il se comprend de lui-même. Nous voyons que dans le panneau GH , correspondant à la longrine, l'effort tranchant peut être positif, nul ou négatif, selon la position relative des rayons OO' et OK de la FIG. 10, c'est-à-dire selon la position du point d'application de P sur la longrine GH ; pour que l'effort tranchant soit nul sur l'étendue de ce panneau il faut que ces deux rayons se confondent, c'est-à-dire que sur la FIG. 9 le côté gh soit parallèle à ab , de là nous déduisons une construction graphique déterminant la position de P pour laquelle l'effort tranchant est nul: les côtés ab et ad de la FIG. 9 sont *ad libitum*, tout comme est quelconque la position du pôle O de la FIG. 10 et l'échelle de forces choisie pour cette figure, nous prenons donc (FIG. 12) pour la base ab du diagramme l'axe même AB du longeron, nous menons Ag de direction quelconque, par le point g

où cette ligne coupe la verticale de la traverse G, nous menons une parallèle gh à AB, nous tirons Bh , et le point d'intersection d où les lignes Ag et Bh se coupent détermine la verticale d'action de P pour laquelle l'effort tranchant est nul dans le panneau GH ; cette verticale coupe l'axe du longeron au point D, qui se nomme « *Point limite des Efforts Tranchants* ».

Il est à remarquer que si par B nous menons Bh' parallèle à Ag , la droite gh' passe par le point limite D, c'est là une autre construction plus simple que la précédente pour déterminer le point limite dans un panneau quelconque.

D'après la théorie et les constructions précédentes nous voyons :

1° Toute charge appliquée sur la longrine GH à droite du point limite D donnera dans le panneau GH un effort tranchant dirigé vers le haut (positif).

2° Toute charge à gauche du point limite donnera dans le panneau un effort tranchant dirigé vers le bas.

Le maximum de l'effort tranchant dans un panneau GH du longeron AB se produira donc lorsque la charge occupera l'une des extrémités de la longrine de ce panneau.



43. *Le Point limite des efforts tranchants* jouit aussi d'une propriété spéciale en ce qui concerne le diagramme des moments fléchissants, soit (FIG. 12^{bis}, Pl. III) $AghBA$ le diagramme des moments fléchissants lorsque la charge locale P est au point limite D du panneau GH, supposons maintenant que P vienne occuper sur ce panneau une autre position à une distance quelconque z de D, cette force unique P peut être accompagnée de deux autres forces égales et opposées P appliquées en D sans que rien soit changé à la situation mécanique du système, nous avons donc agissant sur la longrine GH une force P en D et le couple Pz ; la force P en D donne en cette section du longeron un moment DD' ; voyons l'effet du couple Pz : ce couple donne au point G du longeron une action P' dirigée vers le bas et égale à :

$$P' = \frac{Pz}{l}$$

et au point H une action P'' dirigée vers le haut dont la valeur est : $P'' = \frac{Pz}{l}$

la force P' donne en B une réaction : $R_2 = \frac{P'a}{L} = \frac{Pza}{Ll}$

d'où en D un moment positif $\frac{Pza}{Ll}(b+b')$

la force P'' donne en A : $R_1 = \frac{P''b}{L} = \frac{Pzb}{lL}$

d'où en D un moment négatif : $\frac{Pzb}{lL}(a+a')$

le moment en D du chef du couple Pz est donc :

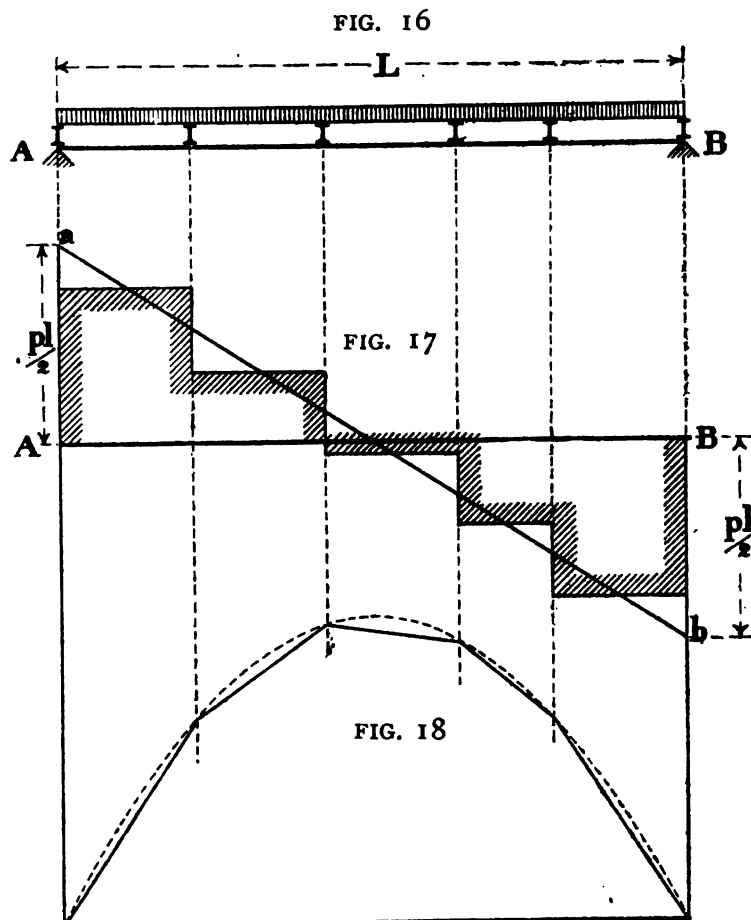
$$\frac{Pza}{lL}(b+b') - \frac{Pzb}{lL}(a+a') = \frac{Pz}{lL}(ab' - a'b)$$

or, en vertu des triangles semblables de la FIG. 12^{bis}, nous avons : $a.b' = a'.b$ donc le moment dû à P_z est nul, et le moment en la section D est constant et égal à DD' quelle que soit la position que la charge P occupe sur le panneau GH, donc enfin dans le déplacement du poids P sur la longrine GH le côté gh du diagramme pivote autour de son point D' qui est fixe.

§ 6. Charge continue indirecte fixe.

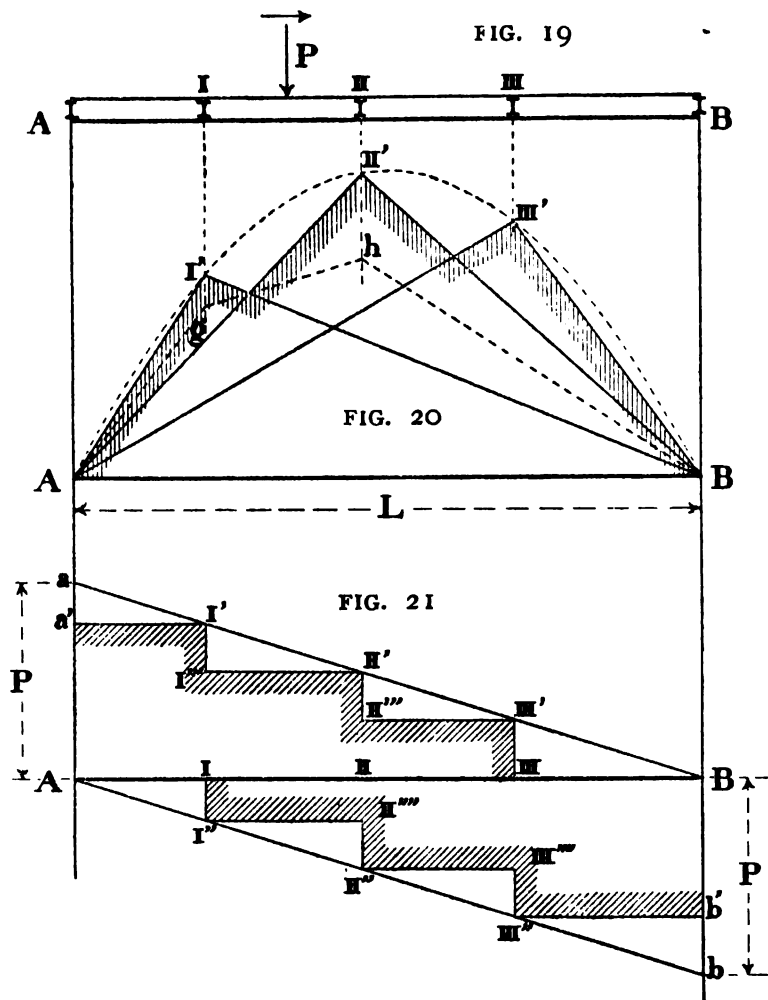
44. Soit FIG. 13, Pl. III, une charge continue uniforme agissant sur la longrine GH, si elle agissait directement sur le longeron son diagramme d'effort tranchant serait donné FIG. 15 par la ligne $AaghbB$ agissant indirectement par l'intermédiaire de la longrine ; la construction polaire FIG. 14 nous indique que le diagramme est $Aagg'h'hbB$, c'est le même que le précédent sauf que la ligne inclinée gh est remplacée par l'horizontale $g'h'$ menée par son milieu.

Supposons (FIG. 16) que la charge continue uniforme recouvre toute la longueur L du longeron AB, si elle est appliquée directement nous savons que le diagramme des efforts tran-



chants est donné par la ligne inclinée ab , si elle est appliquée par l'intermédiaire de longrines, de longueurs quelconques d'ailleurs ainsi que l'indique la FIG. 16, nous savons en vertu de la démonstration ci-dessus que dans l'intervalle de chaque panneau l'effort tranchant est constant et est représenté par une horizontale menée par le milieu de la partie inclinée du diagramme de la charge directe, donc le diagramme des efforts tranchants pour la charge indirecte est la ligne en escalier de la FIG. 17.

Pour obtenir le diagramme des moments fléchissants nous traçons (FIG. 18) la parabole correspondant à la charge directe, les intersections de cette parabole par les verticales des traverses déterminent les sommets du polygone qui constitue le polygone funiculaire ou diagramme des moments dus à la charge continue indirecte, nous jugeons inutile de faire la démonstration de ce résultat, il découle clairement de nos exposés ci-avant.



§ 7. Charge locale indirecte mobile.

45. Soit (FIG. 19) une charge P franchissant le longeron AB en passant sur une suite de longrines qui par des traverses reportent l'effet de la charge sur le longeron, recherchons le moment fléchissant maximum : si la charge P agissait directement sur le longeron nous savons que le diagramme des maximum est une parabole ayant pour flèche $\frac{PL}{4}$, nous le traçons en traits interrompus, FIG. 20 ; lorsque la charge P passe au droit de traverses elle agit sur le longeron comme charge directe et son diagramme est donc un triangle dont

le sommet est sur la parabole ; pour les positions de P en I, II et III nous avons donc les diagrammes A I' B, A II' B, A III' B ; pour une position de P dans l'intervalle de I à II nous savons que le diagramme est un polygone tel que $AghB$ dont le côté milieu gh doit nécessairement passer par le point d'intersection de AII' et de BI' car ce point est celui de D' de la FIG. 12^{bis} (Pl. III), cette position de P ne peut donc donner aucun moment plus grand que ceux déjà trouvés, de là résulte que le diagramme des plus grands moments maxima est le diagramme hachuré à redans de la FIG. 20.



46. Efforts tranchants. — Si la charge P agit directement sur le longeron nous savons que le diagramme des efforts tranchants maximum positifs est donné par la droite aB et ceux négatifs par la droite Ab (FIG. 21) ; au droit de chaque traverse les maxima sont donnés par les ordonnées de ces diagrammes, savoir I I', II II', III III' du côté positif, et I I'', II II'', III III'' du côté négatif, nous savons en vertu des démonstrations précédentes (FIG. 9, 11 et 12) que le maximum positif dans chaque panneau se produit lorsque la charge occupe l'extrémité de droite de ce panneau, donc dans le panneau AI ce maximum est donné par l'ordonnée II' et son diagramme est l'horizontale I' a' , dans le panneau suivant le diagramme du maximum est l'horizontale II' I''' et ainsi de suite ; en définitive ce diagramme des efforts tranchants maximum positifs est donné par la ligne en escalier, $a' I' I''' II' II''' III' III B$.

Nous savons aussi que le maximum de l'effort tranchant négatif dans un panneau se produit lorsque la charge occupe l'extrémité de gauche de ce panneau, donc pour le panneau AI lorsque la charge est en A, ce qui donne un effort tranchant nul dans ce panneau, son diagramme est la ligne AI ; dans le panneau suivant le maximum se produit lorsque la charge est en I, ce qui donne comme maximum I I'' et comme diagramme de maximum pour ce panneau l'horizontale menée de I'' et ainsi de suite ; le diagramme des efforts tranchants maximum négatifs sur le longeron AB est donc la ligne en escalier A I I'' II'''' II'' III'''' III'' b'.



Pour tenir compte du poids mort du longeron qui est une charge uniforme et du poids mort local apporté sur le longeron par chaque traverse, il faudra tracer les diagrammes de ces poids fixes et les ajouter par addition algébrique aux diagrammes des maximums de la charge mobile.

§ 8. Charge continue mobile indirecte.

47. Soit (FIG. 22, Pl. IV) un longeron AB livrant passage à une charge con-

tinue uniforme mobile laquelle circule sur une suite de longrines qui en transmettent l'effet aux longerons par des traverses, nous nommons q la valeur de cette charge mobile par unité courante, nous faisons pour le moment abstraction des charges fixes qui sont les poids morts divers portés par le longeron, nous avons à déterminer les diagrammes pour la charge mobile uniforme q .

Moments fléchissants. — Le maximum est produit lorsque la charge mobile recouvre toute la travée, et le diagramme de ce maximum est le polygone inscrit dans la parabole de la charge directe ainsi que nous l'avons expliqué ci-avant FIG. 16 et 18, n° 44.

Effort tranchant positif. — De l'étude faite antérieurement pour la charge mobile directe et de celle faite ci-avant FIG. 9, 10, 11 et 12, nos 41 et 42, et Pl. III, il résulte que le maximum *positif* dans un panneau quelconque se produit lorsque la charge s'étend de l'appui de droite jusqu'au point limite de ce panneau.

Soit le panneau allant de l'entretoise 1 à celle 2, nous déterminons son point limite D en suivant un des procédés de la FIG. 12 ; nous avons donc à évaluer l'effort tranchant sur le panneau considéré pour la charge s'étendant de B à D, cet effort tranchant est constant sur toute l'étendue de ce panneau, et il a pour valeur $(R_2 - P_1)$; R_2 est la réaction de l'appui A ; P_1 est l'action exercée sur le longeron par la traverse n° 1 du chef de la charge partielle portée par la longrine qui y aboutit, nous avons :

$$R_2 = \frac{q}{2L} x^2 \qquad P_1 = \frac{q}{2l_1} z^2$$

$\frac{qx^2}{2L}$ est une parabole à axe vertical dont le sommet est en B et qui passe par le point a (FIG. 23) déterminé par l'ordonnée : $Aa = \frac{qL}{2}$

Nous traçons cette parabole Ba et menant la verticale du point D nous avons :

$$dd' = \frac{qx^2}{2L} = R_2$$

$\frac{qz^2}{2l_1}$ est aussi une parabole à axe vertical dont le sommet est au point 2, et qui passe par le point F déterminé par l'ordonnée $F1 = \frac{1}{2}ql_1$, le point d'intersection d'' de cette parabole par la verticale de D nous donne :

$$dd'' = \frac{qz^2}{2l_1} = P_1$$

Pour avoir ce point d'intersection d'' il est inutile de tracer la parabole au complet : il suffit de tirer la droite 2 F, par le point f mener ff' parallèle à AB, joindre $f' 2$ et cette droite coupe la verticale de D au point cherché d'' .

On aurait pu de la même façon déterminer le point d' sur la parabole Ba sans devoir passer par le tracé complet de celle-ci.

En définitive, l'effort tranchant en la section D, qui d'ailleurs est le même pour toute l'étendue du panneau de 1 à 2, a pour valeur $(dd' - dd'')$, nous portons $d' d'' = dd''$ et la parallèle à AB menée par d'' donne le diagramme de l'effort tranchant pour le panneau considéré.

La valeur $(dd' - dd'')$ pouvait s'obtenir directement en faisant la construction 2Fff' d'' à partir de l'horizontale menée par d' , mais en retournant cette construction vers le bas, ce qui aurait donné directement le point d''' ; nous avons disposé le tracé de cette façon pour le panneau allant de 2 à 3.

Pour le panneau A1 le point limite est en A et l'effort tranchant a pour valeur :

$$\frac{1}{2} qL - \frac{1}{2} ql$$

Pour le panneau de 3 à B, le point limite est en B et l'effort tranchant maximum positif est nul.

En définitive le diagramme des efforts tranchants maximum positifs est donné par la ligne hachurée de la FIG. 23.

Effort tranchant négatif. — Nous savons que l'effort tranchant maximum négatif dans le panneau 1 à 2 se produit lorsque la charge mobile s'étend de l'appui de gauche au point limite, c'est-à-dire de A à D (FIG. 24), nous avons :

$$R_1 = \frac{qx^2}{2L} \qquad P_1 = \frac{qz^2}{2l_1}$$

et l'effort tranchant qui agit en la section D a pour valeur :

$$- R_1 + P_1 = - \frac{qx^2}{2L} + \frac{qz^2}{2l_1}$$

L'origine de la parabole $\frac{qx^2}{2L}$ est en A (FIG. 25), seulement nous ne la construisons pas en entier ainsi que nous l'avons fait FIG. 23, nous nous contentons de déterminer par la construction déjà indiquée son point d'intersection avec la verticale du point limite D.

Nous déterminons de la même façon la valeur de $\frac{qz^2}{2l_1}$ et ainsi nous obtenons la ligne avec hachures qui est le diagramme de l'effort tranchant maximum négatif dans le panneau allant de la traverse 1 à celle n° 2 ; la même construction se fera

pour les autres panneaux et nous donnera le diagramme des maximums négatifs.

Si les panneaux sont de même longueur, ce qui est le cas habituel pour les ponts, le diagramme de la FIG. 25 est celui de la FIG. 23 retourné.

Aux diagrammes maximum que nous venons d'obtenir pour la charge mobile il suffirait maintenant d'ajouter algébriquement par superposition celui des charges locales fixes que chaque traverse transmet au longeron et de la charge continue fixe due au propre poids du longeron, diagrammes dont nous avons exposé le tracé ci-avant, FIG. 11, 15 et 17, nos 41 et 44.

§ 9. Train de forces.

48. Il nous reste à examiner un cas qui se présente fréquemment en pratique, celui d'un train de forces franchissant un pont, train de chariots ou train de chemin de fer, selon la destination du pont ; ou bien encore poids roulant circulant sur les deux poutres transversales d'un pont roulant d'atelier.

Soit, FIG. 26, Pl.V, un chariot de 18 tonnes traîné par cinq couples de chevaux, chariot devant franchir un pont de 32 mètres dont les traverses sont écartées de 4 mètres, pont dont le schéma est donné FIG. 28.

La FIG. 27 nous donne le polygone des forces du train et le tracé polaire correspondant ; nous en déduisons le polygone funiculaire GDH de la FIG. 26, polygone que nous avons tracé en sens inverse de ceux précédents afin de varier nos exposés.

Voilà la besogne préparée, nous avons maintenant à rechercher les maximum des moments fléchissants et des efforts tranchants.

49. **Moments fléchissants.** — Le train est mobile sur le pont, pour notre étude nous prendrons l'inverse c'est-à-dire le pont mobile sous le train supposé fixe, c'est la méthode de la *poutre mobile* dont nous avons déjà dit un mot au n° 37.

Afin de simplifier les calculs nous supposerons que les charges sont directement appliquées sur la poutre, c'est-à-dire que nous ferons abstraction des longrines et traverses ; pour rétablir la rigueur des choses il suffirait d'appliquer la théorie exposée au § 5 ci-avant.

Nous voulons, par exemple, rechercher la position relative du pont et du train donnant en la section n° II (point d'assemblage de l'entretoise n° 2) le moment fléchissant maximum, nous supposerons la poutre occupant par rapport au train la position $O_1 O_1$, position telle que l'essieu de 10 t. soit au-dessus de la traverse

n° 2, nous menons les verticales O_1A et O_1B et nous savons, en vertu des propriétés du polygone funiculaire (voir § 1), que $ADBA$ est le diagramme des moments fléchissants sur la poutre O_1O_1 , l'ordonnée Da représente à une certaine échelle la valeur du moment fléchissant en la section n° 11 de la poutre.

Pour la poutre occupant la position O_2O_2 , le diagramme est $EDFE$ et le moment en la section n° 11 est Ij qui est plus petit que Da ; plaçant la poutre dans diverses autres positions, on verra que toujours le moment en la section n° 11 est plus petit que Da ; en définitive donc le moment maximum en la section 11 se produit lorsque le train est sur le pont de façon que l'essieu d'arrière (celui de 10 tonnes) soit au-dessus de cette section.

Nous avons comme échelle de nos tracés :

$OO' = 80$ milli. (FIG. 27); 1 milli. pour 200 kgs; 1 milli. pour $\frac{1}{5}$ mètre,

donc, chaque millimètre de Da représente $80 \times 200 \times \frac{1}{5} = 3200$ kilogrammètres, et la valeur Da est :

$$Da = 37 \times 3200 = 118400 \text{ kilogrammètres,}$$

nous portons cette valeur sur le diagramme FIG. 28.

Poursuivant la même marche que ci-dessus nous constaterons que le moment maximum en la section n° 111 se produit lorsque la poutre occupe la position O_2O_2 , c'est-à-dire lorsque l'essieu de 10 tonnes est au-dessus de la section considérée, ce maximum est représenté par l'ordonnée De (FIG. 26) qui a pour valeur :

$$De = 44,3 \times 3200 = 141760 \text{ kilogrammètres}$$

nous portons ce moment sur le diagramme FIG. 28.

Nous constaterons de même que l'essieu de 10 tonnes en la section n° 1 donne le moment maximum en cette section, de même pour la section n° IV; nous portons ces maxima sur la FIG. 28 et joignant les points ainsi obtenus nous avons le diagramme des plus grands moments maximum pouvant se produire sur le pont au passage du chariot de 18 tonnes.

Si l'on voulait tenir compte de l'action indirecte des forces composant le train les résultats ci-dessus ne seraient pas modifiés. Voir encore sur ce sujet les § 5 et § 7 ci-avant.

La détermination des diagrammes correspondant à diverses positions de la poutre mobile se fait très aisément et très rapidement en employant un papier calque sur lequel on trace la poutre avec les verticales des diverses sections, on superpose et fait voyager ce calque sur le polygone funiculaire de la FIG. 26 et on voit immédiatement par transparence la forme du diagramme avec les ordonnées aux diverses sections.

50. Les recherches ci-dessus sont simplifiées par le théorème que voici :

Théorème : *Dans le cas d'un train de forces le moment fléchissant maximum en une section donnée se produit toujours lorsque une des forces passe par cette section.*

Soit FIG. 29 une poutre AB portant un certain nombre de charges locales, nous voulons déterminer le moment fléchissant en une section quelconque à la distance a de l'appui A, nous désignons par P' la résultante du groupe de forces à gauche de la section considérée et par P'' la résultante du groupe situé à droite, nous avons :

$$M_a = P''a \left(1 - \frac{x'}{l}\right) + x \left[P' - \frac{a}{l} (P' + P'') \right]$$

le premier terme est toujours positif, le second peut être positif ou négatif, supposons $P' - \frac{a}{l} (P' + P'') > 0$: dans ce cas le moment M_a augmentera à mesure que le train de forces marchera vers la droite (ce qui a pour effet d'augmenter x) et cette augmentation se continuera jusqu'à ce qu'une force vienne à passer par la section considérée et si elle se continue après ce passage elle se continuera jusque la force suivante, et ainsi de suite.

Si $P' - \frac{a}{l} (P' + P'') < 0$, alors le moment M_a augmentera pour le déplacement du train de forces vers la gauche, ce qui a pour effet de diminuer la variable x , et cette augmentation persistera aussi longtemps qu'une force viendra à passer par la section, et peut-être encore après, mais alors l'augmentation se maintiendra jusque la force suivante et ainsi de suite.

La conclusion est donc qu'un maximum ne peut se produire en une section donnée que si une charge est au droit de cette section, par conséquent, ci-dessus pour le pont de 32 mètres, nous pouvons pour les sections d'assemblage des traverses limiter les recherches des moments maxima aux seuls cas où une des charges du train est à l'aplomb de la section considérée.

•••

51. Efforts tranchants positifs. — Nous avons démontré (FIG. 9 à 12 du § 5) que le maximum de l'effort tranchant positif dans un panneau se produit lorsque les charges n'existent qu'à droite du point limite du panneau considéré, nous supposerons d'ailleurs que pour le reste de la poutre les forces sont appliquées directement.

Recherchons le maximum de l'effort tranchant positif dans le panneau allant de la traverse n° 2 à celle n° 3 et pour cela supposons que le train de forces occupe la position indiquée pour la poutre O, \dot{O} , de la FIG. 26, c'est-à-dire que l'essieu de

10 tonnes est au droit de la traverse n° 3, désignons par R' la réaction sur l'appui O_2 de gauche et par M' le moment du train de forces par rapport à l'appui O_2 de droite, nous avons :

$$R' = \frac{M'}{l}$$

voilà la valeur de l'effort tranchant positif pour le train de forces dans la position indiquée, or le moment M' peut être construit en recourant à un polygone funiculaire, nous traçons (FIG. 30) de A à B la portée du pont à l'échelle de 1 millimètre pour n mètres (n étant ici égal à 0^m20), nous supposons que sur ce pont le train de forces s'étende à partir de B vers A , l'essieu de 10 tonnes est en B et les autres viennent à gauche ainsi que l'indique la FIG. 30, nous avons évidemment que le moment de ces forces par rapport à la section n° III de la poutre AB est le même que celui M' ci-dessus ; nous portons (FIG. 30) de A en D le polygone des forces faisant partie du train, ces forces sont évaluées à l'échelle de 1 millimètre pour N kilogs (N est ici égal à 200 kgs) ; nous prenons comme pôle le point B , la distance polaire est donc BA , sa valeur en millimètres est :

$$BA = N_1 = \frac{l}{n}$$

l et n étant évalués en fonction du mètre ; nous construisons d'après le tracé polaire BAD le polygone funiculaire des forces s'étendant de B vers A , ce polygone est celui $GBHF$.

Le moment de toutes les forces du train par rapport à la section n° III est égal à la force G (FIG. 30) multipliée par le bras de levier H III, donc :

$$M' = \text{force } G \times H \text{ III} = AB \times H \text{ III} = \frac{l}{n} \times N^k \times H \text{ III}^{\text{m/m}} \times n \text{ mèt.} = R' \times l$$

d'où
$$R' \text{ kgs} = N \times H \text{ III}^{\text{m/m}}$$

il en résulte que l'ordonnée H III en millimètres représente l'effort tranchant cherché à l'échelle de 1 millimètre pour N kilogs (dans notre tracé chaque millimètre représente 200 kgs).

Mais nous avons à rechercher si le train de la FIG. 26 reculant vers la gauche de façon que la charge de 10 tonnes vienne sur la longrine occuper une position entre III et II, ne donnera pas un effort tranchant de valeur plus élevée, soit donc la charge de 10 tonnes arrivée en J (FIG. 30), si les charges du train agissaient directement sur la poutre l'effort tranchant aurait pour valeur JK , mais comme elles sont indirectes il faut de JK retrancher la réaction exercée par la charge 10 tonnes sur l'appui n° II de la longrine, réaction qui a pour valeur :

$$\frac{10000 \times J.III}{\lambda}$$

laquelle valeur est, à l'échelle de la FIG. 30, représentée par l'ordonnée JL, car les triangles semblables donnent :

$$\frac{JL}{10000} = \frac{J.III}{\lambda}$$

l'effort tranchant dans le panneau de II à III est donc représenté par :

$$JK - JL = LK$$

valeur qui est évidemment plus petite que H.III, donc pour le panneau de II à III le maximum de l'effort tranchant positif se produit lorsque la charge 10 tonnes est au nœud III et les autres à la droite de ce nœud ; la même conclusion se trouvera pour tous les autres nœuds de la poutre ; il en résulte que le diagramme des maximums des efforts tranchants positifs est représenté par le tracé hachuré en escalier de la FIG. 30. (Voir : *Éléments de Statique Graphique* par Müller-Breslau, traduction de Seyrig).

* * *

52. Efforts tranchants négatifs. — Le maximum de l'effort tranchant négatif en une section donnée se produit lorsque la surcharge s'étend depuis l'appui de gauche jusque cette section, et en un panneau donné il se produit lorsque les charges n'existent qu'à gauche du point limite de ce panneau, voir n° 42.

Supposons que le chariot soit engagé sur le pont ainsi que l'indique la FIG. 31 (Pl. V), l'essieu de 10 tonnes est au droit du nœud n° III, soit R' la réaction de l'appui A, R'' celle de l'appui B, l'effort tranchant immédiatement à droite de la section n° III a pour valeur (— R'') et cette valeur est en vertu de notre démonstration précédente représentée par l'ordonnée III'V de la FIG. 30, voilà le maximum de l'effort tranchant négatif dans l'étendue du panneau allant du nœud III au nœud IV, en effet si la charge 10 tonnes passe sur la longrine de ce panneau la valeur de R'' augmente, mais il faut en déduire une ordonnée analogue à celle JL (FIG. 30) c'est-à-dire qu'en définitive l'effort tranchant diminue en valeur absolue.

Le diagramme des maximum négatifs de l'effort tranchant est donc une ligne en escalier symétrique de celle de la FIG. 30.

* * *

53. Signalons une relation qui existe entre les trois figures 26, 27 et 30 : considérons (FIG. 26) la poutre mobile occupant une position quelconque, celle O₁O₂, par exemple, la charge de 10 tonnes est sur la traverse n° II, la ligne de fermeture du polygone funiculaire est AB, menons (FIG. 27) une parallèle OB à AB, le segment RB du polygone des forces est la réaction de l'appui de gauche et

(les échelles étant les mêmes) nous avons que RB est égal à l'ordonnée C II de la FIG. 30.



54. Charge uniforme équivalente. — Les FIG. 28 et 30 nous donnent les diagrammes des maxima des moments fléchissants et des efforts tranchants provoqués par le train des forces, il est quelquefois utile de connaître la charge uniforme équivalente, c'est-à-dire *celle dont les effets maxima ne seraient pas inférieurs à ceux du train des forces* ; cette substitution de la charge uniforme au train des forces se fait habituellement pour l'étude de ponts de chemin de fer, moins fréquemment pour l'étude de ponts pour routes.

Nous avons à considérer séparément les moments et les efforts tranchants, nous supposons que les charges sont directes, c'est-à-dire nous faisons abstraction des traverses.

Moments. — Les maxima se produisent pour la charge uniforme recouvrant tout le pont, supposons que cette charge soit de 1 kgr. par mètre courant, le moment en une section quelconque a pour valeur :

$$\frac{pl}{2}x - \frac{px^2}{2} = 16x - \frac{x^2}{2}$$

Soit M_x le moment maximum produit en cette section quelconque par le train des forces, la charge uniforme équivalente en ce qui concerne cette section a pour expression :

$$p_x = \frac{M_x}{16x - \frac{x^2}{2}}$$

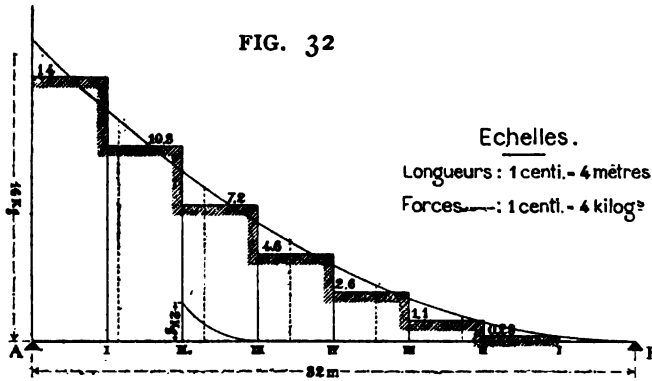
appliquant cette formule au cas de la FIG. 28, nous avons le tableau :

N ^{os} DES SECTIONS	M_x	$16x - \frac{x^2}{2}$	p_x
I	70400	56	1257
II	118400	96	1233
III	141760	120	1180
IV	143360	128	1120

Nous voyons donc qu'en ce qui concerne les moments fléchissants la charge continue équivalente est de 1257 kgs par mètre courant.

Efforts tranchants. — Le diagramme des efforts tranchants maxima est

donné FIG. 30 ; nous traçons FIG. 32 le diagramme des efforts tranchants maxima



pour une charge continue de 1 kilogr. par mètre courant s'avancant sur le pont, ce diagramme est tracé en appliquant les principes exposés FIG. 22 à 25 du § 8 ci-avant ; la charge continue p_x produisant en une section quelconque l'effort tranchant du train des forces est donnée en divisant l'effort noté sur la FIG. 30 par celui noté

FIG. 32, cela nous donne le tableau suivant :

N ^{os} DES PANNEAUX	EFF. TRAN. FIG. 30	EFF. TRAN. FIG. 32.	p_x
A à I	17500	14	1250*
I à II	14700	10,3	1427
II à III	11800	7,2	1639
III à IV	8900	4,6	1935
IV à III	6300	2,6	2423
III à II	3850	1,1	3500
II à I	1500	0,28	5357
I à B	0	0	$\frac{0}{0}$

Nous voyons que la charge équivalente pour les efforts tranchants varie notablement d'un panneau à l'autre et qu'elle augmente considérablement au fur et à mesure que le pont se découvre, cette forte augmentation est surtout due à ce que dans notre train de forces les charges les plus lourdes sont absolument concentrées à l'arrière.

Nous voyons aussi que la charge équivalente pour les efforts tranchants diffère beaucoup de celle pour les moments fléchissants.

§ 10. Train de Chemin de fer.

Un train d'épreuve composé de cinq locomotives, ainsi qu'indiqué FIG. 33, Pl. VI, doit franchir un pont de 72^m,60 de portée, pont à une voie dont les traverses sont distantes de 6^m,60 ; la FIG. 34 donne le polygone des forces et GDH (FIG. 35) est le polygone funiculaire correspondant.

55. Moments fléchissants. — Pour la poutre occupant sous le train la position AB (FIG. 33) le diagramme des moments est celui A'DB'A' ; comme la charge du train est assez régulièrement répartie cette position de AB donne très sensiblement le maximum des moments pour les diverses sections.

Nous reportons le diagramme A'DB' sur la base horizontale OO', ce qui nous donne le diagramme OEO' qui est très sensiblement symétrique par rapport à l'axe milieu de la travée, en effet le trait interrompu allant de E vers O' représente le rabattement de la ligne EO.

La distance polaire de la FIG. 34 est de 77 millimètres, l'échelle du diagramme des moments est donc :

$$77 \times 2000 \times \frac{1}{3} = \frac{154000}{3} \text{ kilogrammètres pour un millimètre.}$$

* * *

56. Efforts tranchants. — Nous recherchons, en appliquant la méthode du n° 51, les maxima des efforts tranchants le train marchant de A vers B. Le maximum de l'effort positif en une section se produit lorsque l'essieu d'avant du train est à l'aplomb de cette section, ce maximum est donné par les ordonnées du polygone AD, FIG. 36, Pl. VII, chaque millimètre représente 2000 kgmes.

Considérons le panneau allant de la traverse n° I' à l'appui B, lorsque l'essieu d'avant du train est arrivé en I' l'effort tranchant sur toute l'étendue de ce panneau est représenté par l'ordonnée I'F, supposons que cet essieu se soit avancé sur la longrine de 2^m,057 de façon que l'essieu suivant, celui de 10 tonnes, soit venu en I' ; la construction I'aB nous indique que dans ce cas l'effort tranchant est représenté par l'ordonnée GH qui est plus grande que I'F ; si l'essieu de 10 tonnes s'avance sur la longrine de façon que le suivant, celui de 7760 kgs, vienne en I', on constate qu'il n'y a pas augmentation de l'effort tranchant ; en résumé donc, l'effort tranchant maximum sur l'étendue du panneau I'B est représenté par GH, nous le portons en I'J et tirons l'horizontale JK.

Pour tous les panneaux, depuis la traverse n° IV jusque l'appui B, le maximum de l'effort tranchant se produit lorsque l'essieu de 10 tonnes est sur la traverse ; pour les autres panneaux, ceux depuis l'appui A jusque la traverse n° IV, le maximum a lieu lorsque l'essieu d'avant est sur la traverse.

Nous représentons par la ligne hachurée (FIG. 36) le diagramme des efforts tranchants maximums positifs sur l'étendue de la travée AB.

Le train continuant dans la direction de A vers B finit par découvrir la travée à l'arrière et de ce chef produit des efforts tranchants maximums négatifs dus à la réaction de l'appui A, ces maximums ne sont pas plus élevés, sont plutôt plus faibles, que ceux donnés par le polygone AD de la FIG. 36.

* * *

57. Charge uniforme équivalente. — Moments. — La parabole des moments fléchissants provoqués par une charge de 1 kilogr. par mètre courant recouvrant toute la travée a pour équation :

$$y = \frac{1}{2} (72,6 - x) x$$

la charge uniforme p_x équivalente est donc pour une section quelconque représentée par l'expression :

$$p_x = \frac{2M_x}{72,6 x - x^2}$$

d'où le tableau :

N ^o DES SECTIONS	x	ORDONNÉES DU DIAGRAMME FIG. 33.	M_x (voir n ^o 55)	P_x
I	6 ^m 60	15,6 millim.	$15,6 \times \frac{1}{3} \times 154000$	3673 kgmes
II	2 × 6,60	29	$29 \times \frac{1}{3} \times 154000$	3800
III	3 × 6,60	39,3	$39,3 \times \frac{1}{3} \times 154000$	3858
IV	4 × 6,60	46,5	$46,5 \times \frac{1}{3} \times 154000$	3913
V	5 × 6,60	50	$50 \times \frac{1}{3} \times 154000$	4000

Nous voyons qu'en ce qui concerne les moments fléchissants la charge équivalente continue est de 4000 kgmes par mètre courant.

Efforts tranchants. — La FIG. 37, Pl. VII, donne les efforts tranchants pour une charge continue de 1 kgme par mètre courant s'avancant graduellement sur la travée, divisant les efforts cotés sur la FIG. 36 par ceux de la FIG. 37 nous avons pour chaque panneau la valeur de la charge uniforme équivalente au train de locomotives.

N ^o DES PANNEAUX	EFFORTS TRANCHANTS FIG. 36.	EFFORTS TRANCH. FIG. 37.	p_x	N ^o DES PANNEAUX	EFFORTS TRANCHANTS FIG. 36.	EFFORTS TRANCH. FIG. 37.	p_x
A à I	0	0		V' à IV'	45000	12,3	3658
I à II	2000 kg.	0,4	5000 kg.	IV' à III'	60500	16,5	3667
II à III	6000 >	1,4	4286 >	III' à II'	76000	21,3	3568
III à IV	11500 >	3,1	3710 >	II' à I'	99000	27,0	3667
IV à V	20500 >	5,5	3728 >	I' à B	121000	33,0	3667
V à V'	31500 >	8,5	3706 >				

Nous voyons que sauf pour les trois panneaux extrêmes, où d'ailleurs l'effort tranchant est très faible et même négligeable, la charge uniforme équivalente est au maximum de 3710 kgmes par mètre courant ; on peut donc pour les efforts tranchants prendre comme charge uniforme équivalente le chiffre 4000 kgs trouvé ci-avant pour les moments fléchissants ; bref pour les ponts de chemin de fer c'est surtout la considération des moments fléchissants qui détermine la charge uniforme équivalente.

CHAPITRE IV

CALCUL DES POUTRES A ÂME PLEINE.

§ 1. Brides parallèles.

58. Dimensions pratiques. — Les longerons à âme pleine sont le plus souvent à brides parallèles, quelquefois mais assez rarement l'une des brides est courbe, toutefois toujours à courbure peu accentuée.

L'âme pleine ne s'emploie guère aujourd'hui en Europe au delà d'une portée de 15 mètres, les Américains vont jusque 30 et 35 mètres; jusque-là le pont à poutres à âme pleine est d'ailleurs un type qui peut rivaliser d'économie avec les autres, voir ci-après le Chap. XIV; il donne toutefois lieu lors du montage à plus de rivetage que les types en treillis.

Nous nous occuperons tout d'abord des longerons à brides parallèles, c'est-à-dire dont l'âme est de hauteur constante, cette hauteur est habituellement le $\frac{1}{10}$ de la portée, la valeur de h (FIG. 38, Pl. VIII) est donc connue à priori.

Il convient en règle générale que l'épaisseur de l'âme ne soit pas inférieure à 8 millimètres ni supérieure à 12; inférieure à 8 la rouille aurait trop d'influence, supérieure à 12 l'économie serait sacrifiée, l'âme absorberait trop de matière; il convient que l'épaisseur des cornières ne soit pas inférieure à celle de l'âme.

La largeur l des tables (FIG. 38) ne doit pas dépasser deux à deux et demi fois celle l' des deux cornières réunies ou sinon il n'y a plus suffisamment de solidarité entre les tables et l'âme de la poutre, or cette solidarité est la condition nécessaire pour l'application des formules de flexion, elle est aussi la condition essentielle pour la solidité de la poutre; nous signalons toutefois les dispositifs très pratiques des ponts de Langon et d'Auch (Chap. XIV), qui permettent d'augmenter considérablement la largeur des tables sans nuire à leur solidarité avec l'âme.

Pour des épaisseurs de tôle, plats et cornières, telles que nous venons de les définir, c'est-à-dire variant de 8 à 12, le diamètre des rivets d'assemblage variera de 18 à 20 millimètres, le plus souvent il sera de 20, plus rarement de 22 à moins que l'épaisseur totale des tables ne soit très forte.

Voilà ce qu'indique la pratique quant aux dimensions de la poutre à âme pleine, le surplus doit être déterminé par le calcul.

L'effet des forces extérieures est représenté par deux diagrammes, celui des moments fléchissants et celui des efforts tranchants, diagrammes que ci-avant nous avons appris à déterminer, l'un de ces diagrammes correspond à l'équation statique des moments et l'autre à l'équation statique des composantes verticales.

••

59. Moments fléchissants. — Le diagramme (FIG. 39, Pl. VIII) est une courbe ou un polygone connu ; en chaque point du longeron le moment résistant $\frac{tI}{v}$ de sa section nette (c'est-à-dire déduction faite des trous de rivets) ne peut être inférieur à l'ordonnée du diagramme des moments fléchissants ; aux extrémités la section du longeron pourrait donc théoriquement être nulle, mais les efforts tranchants d'une part et des considérations d'ordre pratique d'autre part ne permettent pas d'aller jusque-là, la section minimum en dessous de laquelle il convient de ne pas descendre est généralement composée d'une âme, de 4 cornières et un plat pour chaque table, donc dans le cas d'un longeron comme celui FIG. 38 cette section minimum d'extrémité comprendrait une âme de 1^m14 sur 10, 4 cornières de 100 × 100 × 10 et 2 plats de 400 × 10. Nous calculons le moment résistant M_1 de cette section et portons son diagramme AB sur celui des moments fléchissants (FIG. 39), nous voyons que cette section est suffisante sur les longueurs Aa et Bb, insuffisante dans la partie milieu ab, pour parer à cette insuffisance on ajoute à chaque bride un second plat dont la section est ω et dont le moment résistant est approximativement $t\omega h$ ainsi que nous l'avons expliqué antérieurement, l'ordonnée de ce moment est aD et le diagramme de la section ainsi renforcée est AaDEbB, cette section est encore insuffisante dans l'intervalle de, on ajoute sur la longueur de cet intervalle un nouveau plat à chaque table, plat de section ω identique au précédent, ou de section différente ω_1 (selon les cas), son moment résistant est $t\omega_1 h$, nous portons sa valeur en dF et le diagramme nouveau est AaDdFGeEbb, diagramme qui montre que le longeron ainsi constitué est de solidité théoriquement suffisante (quant aux moments fléchissants) sur toute sa longueur.

Nous disons « *théoriquement suffisante* », car il faut que chaque plat ajouté ait une longueur plus grande que celles ab et ed strictement exigées par le diagramme, il faut que chacun de ces plats déborde du diagramme d'une quantité λ telle que sur cette longueur on puisse loger un nombre de rivets suffisant pour que la somme de leurs sections représente comme résistance celle du plat ajouté, de cette façon ce plat aussitôt qu'il entre dans le diagramme des moments fléchissants produit son plein effet, car il est solidaire de la poutre. Il faut également prolonger les pièces de la section première du longeron d'une quantité λ_1 au delà de ce qu'exige le diagramme afin d'avoir une portée convenable sur les culées.

Le diagramme, corrigé comme nous venons de l'indiquer, nous donne donc à

l'échelle la longueur des divers éléments entrant dans la composition du longeron.

Mais ces longueurs ne peuvent généralement pas être obtenues d'une pièce au laminoir (qui ne fabrique guère au delà de 8 à 12 mètres pour les plats et cornières) et quand bien même on pourrait les obtenir il serait le plus souvent interdit de les employer, car il y a la question de transport par chariot, par wagon ou par bateau, qui impose qu'en général les pièces ne dépassent pas en longueur un maximum de 10 mètres ; ainsi un longeron de 15 mètres sera le plus souvent exécuté en deux tronçons, dont l'un aura de 8 à 10 mètres ; un longeron de 30 mètres serait exécuté en 3 ou 4 tronçons.

Toute poutre présente donc un ou plusieurs joints intermédiaires, la répartition de ces joints et leurs subdivisions s'étudient sur le diagramme des moments.

La poutre FIG. 39 s'exécute en 2 tronçons : les trois tôles de chaque table sont coupées en 1, 2 et 3 et les solutions de continuité sont compensées par un couvre-joint unique J ; les deux cornières sont coupées l'une en 4, l'autre en 4', et sont compensées par un éclissage KL ; l'âme est coupée en 5 et compensée par deux tôles-éclisses MN ; tous ces détails s'étudient sur le diagramme des moments, et celui-ci donne finalement l'écartement des joints, les longueurs des tôles, plats, cornières et des couvre-joints.

En résumé le diagramme des moments fléchissants :

1° nous permet de déterminer la composition du longeron de façon à réaliser pratiquement la condition d'égale résistance, c'est-à-dire le maximum d'économie de matière ;

2° nous donne la longueur de chacun des éléments entrant dans la poutre : tôles, plats et cornières ;

3° nous donne la subdivision des joints et les couvre-joints nécessaires.

Disons en passant que l'étude de la subdivision des joints et de leurs couvre-joints est très importante et doit être faite avec beaucoup de soins.

La fatigue directe t_u sur une fibre quelconque à la distance u de l'axe neutre est donnée par la formule connue $t_u = \frac{Mu}{I}$, cette fatigue est nulle sur l'axe neutre, maximum sur les fibres extrêmes, et pour les fibres intermédiaires varie suivant les ordonnées d'une droite, c'est par exemple la droite O6 de la FIG. 141.

La flèche des poutres à âme pleine et brides parallèles se calcule en appliquant la formule : $\epsilon \frac{d^2y}{dx^2} = M$, dans laquelle ϵ est variable.

* * *

60. Efforts tranchants. Epaisseur de l'âme. — L'expression de la fatigue de cisaillement longitudinal et vertical (ou transversal) par unité de surface à la distance u de l'axe neutre est :

$$(1) \quad \theta_u = \frac{\Sigma P}{zI} \int_u^v y d\omega \quad \text{dont le max. est } \theta_o = \frac{\Sigma P}{zI} \int_o^v y d\omega$$

Le longeron à âme pleine dont nous nous occupons peut théoriquement être représenté par le schéma FIG. 40, Pl. VIII ; le maximum de cisaillement correspond à $u = 0$ et a pour expression :

$$\theta_o = \frac{\Sigma P \left[\frac{B}{8} (H^2 - h^2) + \frac{1}{8} e h^2 \right]}{\frac{e}{12} (B H^3 - B h^3 + e h^3)} = \frac{3}{2} \frac{\Sigma P}{e h} \times \frac{B (H^2 h - h^3) + e h^3}{B (H^3 - h^3) + e h^3}$$

cette expression donne en général des résultats peu différents de ceux de la formule approximative :

$$\theta_o = 1.2 \frac{\Sigma P}{e H}$$

Nous connaissons donc le maximum du glissement pour un effort tranchant ΣP ; ce maximum ne peut jamais dépasser une certaine charge de sécurité que l'on admet généralement être égale aux $\frac{4}{5}$, ou mieux aux $\frac{2}{3}$, de la charge de sécurité t par traction, nous devons donc avoir :

$$1.2 \frac{\Sigma P}{e H} \leq \frac{2t}{3}$$

L'épaisseur e de l'âme est généralement constante d'un bout à l'autre du longeron (1), la seule variable est ΣP , l'équation ci-dessus doit être satisfaite pour le maximum de ΣP , maximum qui a lieu sur les appuis, pour ce cas extrême on prend l'égalité : $1.2 \frac{\Sigma P}{e H} = \frac{2t}{3}$ d'où on déduit l'épaisseur de l'âme : $e = \frac{1.8 \Sigma P}{t H}$ si cette épaisseur calculée était en dessous des épaisseurs pratiques indiquées ci-dessus, on se tiendrait naturellement à celles-ci.

*
*
*

Nous pouvons au moyen de la formule (1) ci-dessus calculer les valeurs de θ_u sur les diverses fibres d'une *section quelconque* de notre poutre à âme pleine, prenons par exemple la section donnée en la FIG. 38 dont le moment d'inertie en fonction du mètre est $\frac{0.14}{12}$; supposons que le ΣP sur cette section ait pour valeur 38.000 kgs, le calcul des divers éléments de la formule (1) nous donne le tableau ci-dessous :

(1) Toutefois au pont de Langon, voir Chap. XIV, elle est variable.

1	2	3	4	5
VALEURS DE z	$\int_u^v y d\omega$	$\frac{I}{z} \int_u^v y d\omega$	$\frac{\Sigma P}{I} \times \frac{1}{z} \int_u^v y d\omega$	$z \cdot \theta_u$
Niveau A 0,001	0,010702	1,0702	3,5	35 ^k
Niveau B { 0,01 0,03	} 0,009597	{ 0,9597 0,3198	3,1 1,0	31 ^k 30 ^k
» C { 0,03 0,21	} 0,008207	{ 0,2736 0,0391	0,9 0,13	27 ^k 27 ^k 3
» D { 0,21 0,40	} 0,007020	{ 0,0334 0,0176	0,11 0,06	23 ^k 1 24 ^k
» E 0,40	0	0	0	0

La 4^e colonne de ce tableau nous donne les valeurs θ_u de la formule (1) c'est-à-dire l'intensité du cisaillement par millimètre carré sur les diverses fibres de la poutre FIG. 38, nous reproduisons ces valeurs sur la FIG. 41, ce qui nous donne le graphique en traits interrompus partant de 3^k5 sur la fibre neutre pour aboutir à zéro sur les fibres extrêmes.

Nous trouvons donc 3^k5 comme valeur exacte de θ_0 , si nous avons appliqué la formule approximative donnée ci-dessus nous aurions trouvé

$$1,2 \frac{\Sigma P}{eH} = \frac{1,2 \times 38000}{10 \times 1200} = 3^k8.$$

La dernière colonne du tableau ci-dessus nous donne $z\theta_u$ c'est-à-dire l'intensité du cisaillement à divers niveaux pour une section ayant un millimètre de hauteur et l'épaisseur z de la poutre à ce niveau, ces intensités sont figurées par le graphique FIG. 42 qui nous sera utile pour le calcul des rivets dont question ci-après.

La surface comprise entre le graphique de la FIG. 42 et la verticale Ea représente le cisaillement total sur la moitié de la section de la poutre, cette surface doit donc donner la moitié de ΣP , évaluons-la à titre de vérification, nous avons :

$$470 \times \frac{31 + 35}{2} = 15510 \text{ kgs}$$

$$90 \times \frac{27 + 30}{2} = 2565$$

$$10 \times \frac{27 + 23}{2} = 250$$

$$30 \times \frac{24}{2} = 360$$

$$\text{Total } \overline{18685} \text{ kgs}$$

or la moitié de ΣP est exactement $\frac{38000}{2} = 19000$ kg.

61. Fatigues maxima. — Les fatigues t_u et θ_u calculées par les formules données ci-dessus aux nos 59 et 60 ne sont pas les fatigues maxima, celles-ci, ainsi que nous l'avons démontré au Tome I, Chap. VI, VII et VIII, ont pour expression :

$$\text{Cisaillement } \theta'_u = \frac{1}{2} \sqrt{t_u^2 + 4\theta_u^2}$$

$$\text{Traction ou compression } T_u = \frac{1}{2} t_u + \frac{1}{2} \sqrt{t_u^2 + 4\theta_u^2} = \frac{1}{2} t_u + \theta'_u$$

t_u et θ_u sont les fatigues ordinaires déduites des diagrammes ; pour montrer les différences pouvant exister entre ces fatigues et celles maxima, nous allons prendre un exemple chiffré exécuté sur le longeron en fer dont le profil est donné FIG. 38.

Supposons que le moment fléchissant en cette section ait pour valeur $M = 117000$ kgmètres, et l'effort tranchant, $\Sigma P = 38000$ kgs, la valeur de I est $\frac{0,14}{12}$, le maximum de t_u est :

$$t = \frac{117000 \times 0^m,60 \times 12}{0,14} = 6,000,000 \text{ kgs par mètre carré,}$$

soit 6^k par millimètre carré ; les valeurs des fatigues directes t_u sont données par le graphique O6 de la FIG. 41 ; cette figure nous donne également le graphique des valeurs θ_u calculées pour cette même section.

En possession de ces résultats nous pouvons calculer les maxima θ'_u et T_u , nous avons le tableau ci-dessous :

	t_u	θ_u	θ'_u	T_u
Niveau A	0 ^k	3 ^k 50	3,50	3,50
Niveau B	4 ^k 70	} 3,10	3,90	6,25
		} 1,00	2,55	4,90
Niveau C	5,60	} 0,90	2,95	5,70
		} 0,13	2,80	5,60
Niveau D	5,70	} 0,11	2,85	5,70
		} 0,06	2,85	5,70
Niveau E	6 ^k 00	0	3,00	6,00

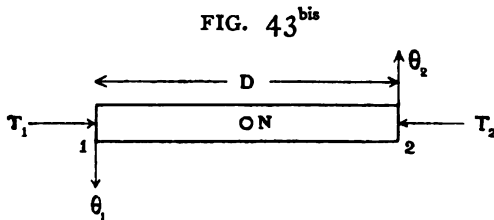
Nous voyons par ce tableau que la valeur du cisaillement θ_n a une sensible influence sur les fatigues maxima T_n par traction et compression, en effet : 1° sur la fibre neutre la traction et compression maxima au lieu d'être nulle atteint une valeur précisément égale à θ_n soit 3^k50 dans notre exemple ; ces tractions et compressions maxima sont inclinées à 45° sur l'axe neutre ainsi que l'indique la FIG. 40 ; 2° intermédiairement (au niveau B) l'influence de θ_n a pour effet de faire monter les traction et compression à 6^k25 , c'est-à-dire au-dessus du maximum 6 kgs qui, en vertu de la formule ordinaire de flexion, est atteint sur la fibre extrême E.

C'est à cause de cette influence de θ_n sur T_n qu'il faut pour θ_n se limiter à une charge de sécurité assez faible, nous avons dit ci-dessus les $\frac{2t}{3}$, ce qui pour le fer nous donnerait 4 kgs ; dans notre exemple nous nous sommes limité à 3^k5 , ce qui nous a donné 6^k25 pour maximum de T_n ; si nous avons pris $\theta_n = 4$ kgs, le maximum de T_n serait monté à 6^k80 .

On voit cependant que les maxima absolu de T_n et θ_n ne diffèrent pas énormément de ceux de t_n et θ_n .

62. Calcul des rivets (1) de solidarité et cisaillement longitudinal sur la tôle. — Pour que les longerons, qui sont composés d'éléments divers, tôles, plats et cornières, résistent dans de bonnes conditions il faut que ces divers éléments soient rendus absolument solidaires, tout aussi solidaires que si le longeron était laminé d'une pièce, cette solidarité s'obtient au moyen de rivets, ils doivent être calculés en conséquence.

Étudions (FIG. 38 et 43, Pl. VIII) le rivet N qui fixe à l'âme le tronçon de bride 1 à 2 (FIG. 43), de longueur D dont la section est la partie hachurée de la section FIG. 38 ; ce rivet est distant de D des rivets voisins ; il y a agissant sur le tronçon de bride (voir ci-contre FIG. 43^{bis}) :



1° la force longitudinale qui tend à faire glisser la tête du longeron sur l'âme, cette force est égale à la différence des tractions (ou compressions) qui agissent sur les sections en 1 et 2 (FIG. 43), elle a pour expression :

$$T_2 - T_1 = \frac{M_2 - M_1}{I} \int_B^E y d\omega$$

l'intégrale s'étend à toute la surface hachurée de la FIG. 38.

(1) Pour la question des rivets, voir aussi notre Tome III, Livre IV.

2° la force de cisaillement vertical qui agit à chaque bout du tronçon sur la partie hachurée de la FIG. 38, cette force a pour expression :

$$\theta_1 = \theta_2 = \int_B^E z \theta_x du = \int_B^E \left[\frac{\sum P}{I} \int_x^v y d\omega \right] du$$

Le rivet résiste par double section et la fatigue maximum admise pour le genre de cisaillement qu'il subit est généralement les $\frac{4}{5}$ de la charge de sécurité par traction, donc dans le cas du fer $\frac{4 \times 6}{5}$, soit 5 kgs. Établissant l'équation des composantes horizontales, nous avons en désignant par d le diamètre du rivet :

$$2 \times \frac{\pi d^2}{4} \times 5 = T_2 - T_1$$

Supposons, ainsi que déjà nous l'avons fait ci-dessus, que l'effort tranchant au droit du rivet N soit de 38000 kgs, supposons en outre que l'écartement D des rivets soit de 0^m10, nous avons :

$$M_2 - M_1 = 38000 \times 0,10 = 3800 \text{ kgmètres,}$$

la valeur du cisaillement longitudinal est donc :

$$T_2 - T_1 = \frac{M_2 - M_1}{I} \int_B^E y d\omega = \frac{3800}{0,14} \times 0,009597 = 3100 \text{ kgmes (1).}$$

Le diamètre du rivet est donné par l'équation :

$$2 \times \frac{\pi d^2}{4} \times 5 \text{ kgs} = 3100 \text{ kgs} \quad \text{d'où} \quad d = 20 \text{ millimètres}$$

Si sur la longueur D correspondant au rivet étudié il y avait une charge locale, il faudrait calculer $(M_2 - M_1)$ directement.

La formule donnant l'expression de $(T_2 - T_1)$ peut être simplifiée : désignons par ω la section d'une des brides, par e l'épaisseur de l'âme et H sa hauteur, nous avons :

(1) La valeur 0,009597 du moment statique $\int_B^E y d\omega$ est calculée en considérant la section complète depuis B jusque E, c'est-à-dire en y comprenant la portion de tôle d'âme serrée entre les cornières ; il serait plus exact d'évaluer le moment statique pour la portion hachurée seulement de la FIG. 38 ; la différence est faible et en tous cas par notre façon de procéder nous nous mettons dans des conditions favorables à la sécurité.

$$\int_B^E y d\omega = \omega \frac{H}{2} \quad I = 2\omega \left(\frac{H}{2}\right)^2 + \frac{eH^3}{12} = \frac{H^2}{2} \left(\omega + \frac{eH}{6}\right)$$

d'où

$$T_2 - T_1 = \frac{M_2 - M_1}{H \left(1 + \frac{eH}{6\omega}\right)}$$

Faisons l'application au cas ci-dessus :

$$T_2 - T_1 = \frac{3800}{1.14 \left(1 + \frac{10 \times 1140}{6 \times 15800}\right)} = \frac{3800}{1.14 \times 1.12} = \frac{3800}{1.28} = 3000 \text{ kgs}$$

Établissant l'équation des composantes verticales nous voyons que le tronçon FIG. 43^{bis} n'est pas en équilibre, ce qui prouve que dans le cas du double té rivé les efforts tranchants θ_1 et θ_2 agissant théoriquement sur les tables doivent en fait être équilibrés par l'âme ; bref l'âme des doubles tés rivés doit équilibrer le total de l'effort tranchant ; pour les doubles tés laminés il en est autrement, les tables concourent avec l'âme à l'équilibre de l'effort tranchant.

Le rivet de 20 millimètres trouvé ci-dessus se rive facilement à la main, d'ailleurs aujourd'hui où le rivetage à la machine se pratique couramment la question du diamètre des rivets perd de son importance, car à la machine l'un diamètre se rive tout aussi facilement que l'autre. L'exposé ci-dessus prouve que le diamètre des rivets est proportionné à leur écartement, toutefois cet écartement D des rivets ne doit guère dépasser 12 centimètres (généralement il est de 10), car pour des écartements plus grands il y aurait danger que les pièces assemblées ne collent pas bien les unes sur les autres, ce qui serait très laid et aurait pour grave inconvénient de donner entrée à l'humidité ; il convient aussi que l'écartement ne soit pas inférieur à 8 centimètres.

Les rivets N' de la FIG. 38 ont généralement le même diamètre et le même écartement que ceux N, en fait ils fatiguent moins.

L'effort 3100 kgs qui agit sur le rivet N agit aussi sur la section 10D de la portion de tôle d'âme allant d'un rivet à l'autre, d'où un cisaillement $\theta = \frac{3100}{10D}$, si D = 100 m.m., $\theta = 3^t 1$.

63. Calcul des rivets d'assemblage. — Nous venons de donner la méthode de calcul des rivets là où il n'y a aucune interruption dans les tôles et cornières, nous avons à considérer le cas d'interruption, c'est-à-dire donner la méthode de calcul des rivets des couvre-joints de la poutre fléchie.

Soit FIG. 43 un joint dans la tôle d'âme, deux plats forment le couvre-joint, les rivets travaillent à double cisaillement ; nous avons appliqué de chaque côté du joint deux files verticales de rivets, leur écartement suivant la verticale est D ; chaque couple de rivets A doit équilibrer les forces qui agissent sur la lanière de tôle de largeur D , lanière limitée inférieurement par l'horizontale a et supérieurement par celle b ; ces forces sont, en désignant par z l'épaisseur de la tôle interrompue ($z = 10$ dans le cas actuel) :

$$\text{Effort direct, tract. ou comp.} = \int_a^b z t_u du = \int_a^b \frac{zM}{I} u du = \frac{zM}{2I} (u^2)_a^b$$

$$\text{Effort de cisaillement vertical} = \int_a^b z \theta_u du$$

cet effort de cisaillement est représenté par la surface $aa'b'b'$ du graphique FIG. 42 ; l'effort direct de traction ou compression est représenté par la surface $aba''b''$ de la FIG. 41, surface à multiplier par l'épaisseur z qui est de 10 millimètres ; les deux rivets A ont à équilibrer la résultante de ces deux forces, résultante qui est l'hypothénuse du triangle rectangle construit sur ces forces.

Ce calcul nous indique qu'il faudrait moins de rivets vers l'axe neutre de l'âme, car en ces parties les efforts directs sont nuls et les efforts de cisaillement ne sont pas notablement augmentés ainsi que l'indique la FIG. 42, toutefois pour la régularité d'exécution on maintient le même nombre.

On donne à chaque tôle couvre-joint l'épaisseur de la tôle d'âme interrompue, ou tout au moins les $\frac{4}{5}$ de cette épaisseur ; il faut que le moment résistant de ces tôles couvre-joints soit au moins égal à celui de la tôle d'âme, c'est une vérification à faire.

Pour le complément sur la question des rivures et des couvre-joints nous renvoyons ci-après chap. V, § 9 et à notre Tome III, Livre IV, § 3.



64. Armatures de l'âme. — Nous avons vu que sur l'âme des poutres fléchies agissent des efforts de traction et compression dont la valeur maximum par unité a pour expression :

$$T_u = \frac{I}{2} \left[t_u + \sqrt{t_u^2 + (2\theta_u)^2} \right]$$

forces dont la direction est variable, depuis l'horizontale sur les fibres extrêmes jusque 45° sur les fibres neutres, voir FIG. 40 (voir aussi Tome I, Chap. X, § 4, FIG. 84).

La tôle d'âme, toujours d'épaisseur relativement faible, ne peut sans danger

de voilement (flambage) résister à celles de ces forces qui agissent par compression, il faut la raidir en la munissant d'armatures.

Les brides de la poutre raidissent les parties supérieures et inférieures de l'âme, mais ne raidissent pas les parties centrales, celles qui avoisinent l'axe neutre, sur cet axe la valeur de T_u est :

$$T_o = \theta_o = \frac{\Sigma P}{zI} \int_0^v y d\omega$$

et sa direction est inclinée à 45° , FIG. 40. Pour nous rendre compte de l'importance de ces efforts, reportons-nous aux chiffres du n° 61 ci-avant ; nous y voyons que la fatigue max. T_u sur l'âme de la poutre FIG. 38 varie de 3^k5 par m.m. carré au niveau A, à 6^k25 au niveau B. Considérons celle 3^k5 qui en A agit suivant l'inclinaison 45° . La hauteur libre de l'âme entre cornières est de 940 m.m. ; sa longueur libre suivant l'inclinaison 45° est $\sqrt{2 \times 940^2} = 1330$ m.m. ; son épaisseur 10 m.m. a un rayon de giration de

$$\sqrt{\frac{10 \times 10}{12}} = 3 \text{ m.m.}$$

Prenant pour la compression 3^k5 un coefficient de sécurité de 3, nous avons comme charge de flambage $3^k5 \times 3 = 10^k5$, ce qui, d'après le tableau du Tome I (nouv. édit.), Chap. XVI, § 9, n° 29, nous donne :

$$\frac{Kl}{r} = 140 \text{ soit } Kl = 140 \times 3 = 420 \text{ m.m.}$$

Or, la longueur libre de l'âme est de 1330 m.m., ce qui nous donne :

$$\frac{Kl}{r} = \frac{1330}{3} = 443$$

ce qui, d'après le même tableau, donne une charge de flambage d'environ 1^k , donc une fatigue de sécurité de 0^k33 alors que la fatigue réelle est 3^k5 .

L'âme ne peut donc pas résister au voilement ; il faut la munir d'armatures à 45° ; d'après la formule ci-dessus l'importance de ces armatures varie avec ΣP ; c'est en somme un treillis raidisseur à 45° à superposer à l'âme pleine.

Cette indication de la théorie est confirmée par l'expérience (1) : on a constaté, par la direction des ondulations, que la direction des plus grands efforts (extension ou comp.) agissant sur l'âme d'une poutre pleine fléchie était variable des extrémités au milieu : au milieu elle était à 50° sur l'horizontale, aux extrémités à 25° , soit sensiblement 45° en moyenne.

(1) *Annales des Ponts et Chaussées de France*, 1860, 2^d sem. — Remarques sur les poutres en fer par M. Jourawski.

Revue Générale des Chemins de Fer, juin 1902, p. 386.

Il est dans les habitudes de raidir en employant des montants verticaux et non pas inclinés, ce dispositif vertical n'est justifié ni par la théorie ni par l'expérience : on a en effet constaté que dans des poutres consolidées par des montants verticaux écartés de la hauteur et même de la demi-hauteur de la poutre, il se produit encore des ondulations à 45°, ce qui prouve qu'une partie de la force de compression se reporte encore sur la paroi malgré la présence des montants ; l'expérience indique enfin qu'une poutre raidie par nervures à 45° est notablement plus résistante (70 % à la rupture) et moins flexible que celle raidie par des nervures verticales.

Malgré ces indications, la coutume des raidisseurs verticaux a persisté à cause des facilités qu'ils offrent pour l'attache des traverses et des entretoises ; ces raidisseurs doivent être calculés en les considérant comme des pièces chargées debout et portant toute la charge ΣP ; sur les piles et culées, ces raidisseurs prennent une très grande importance.

Les raidisseurs d'âme sont encore nécessaires pour éviter les oscillations transversales de la poutre sous l'effet des vibrations dues aux charges en mouvement, et à ce point de vue les raidisseurs verticaux sont plus efficaces que les inclinés.

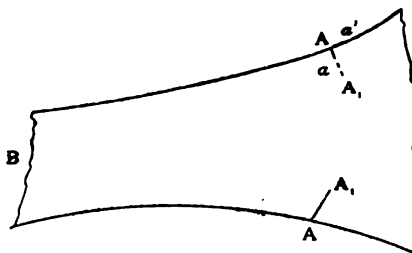
§ 2. Poutres à âme pleine et brides non parallèles.

65. Soit FIG. 44 un tronçon de poutre à brides non parallèles, soumise à des efforts quelconques.

Les brides de cette poutre sont composées de plats et de cornières ; les deux brides sont solidarisées par une âme pleine. Menons à la périphérie de la bride en A, une facette infiniment petite Aa normale à la courbe de périphérie et considérons le trièdre Aaa' composé de la facette Aa , de celle Aa' tangente à la périphérie et enfin de la troisième Aaa' située dans le plan moyen de la poutre, c'est-à-dire le plan milieu de l'âme ; sur la facette extérieure Aa' il n'y a aucune fatigue quelconque et notamment aucune fatigue tangentielle ; sur la facette Aaa' il n'y a par raison de symétrie aucune fatigue tangentielle, de tout quoi il résulte par raison de réciprocité des efforts tangentiels que sur la facette Aa , il n'y a non plus aucune fatigue tangentielle (voir Tome I, Chap. VIII), donc que la résultante des efforts sur Aa est normale à Aa , en d'autres termes parallèle à Aa' , la tangente à la périphérie en A.

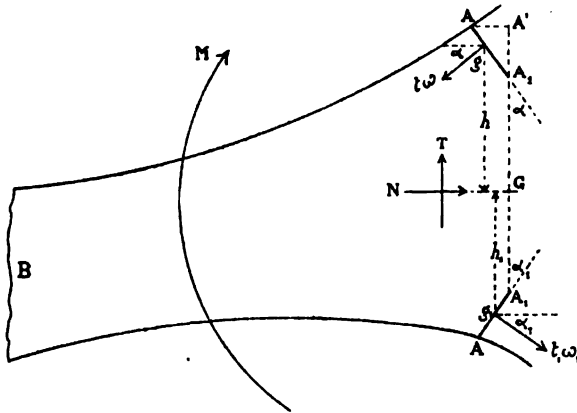
Ce point étant établi, nous admettons que ce qui est démontré par la facette Aa peut être étendu à toute la section droite AA_1 de chaque bride, section composée des plats de la bride et des cornières.

FIG. 44



Isolons le tronçon BAA₁A₁A (FIG. 45); soit ω la section de la bride supérieure, g son centre de gravité et t sa fatigue moyenne; l'effort total sur cette bride est donc

FIG. 45



$t\omega$, il est appliqué en g et est normal à AA₁. Soit ω_1, g_1 et t_1 les quantités analogues pour la bride inférieure. Sur la section d'âme A₁A₁, nous déterminons un point G, tel que l'on ait :

$$\omega \cos \alpha h = \omega_1 \cos \alpha_1 h_1$$

Ce point G est sur la ligne A₁A₁, une espèce de centre de gravité des deux sections AA₁ des brides.

Sur le tronçon BAA₁A₁A agissent des forces et réactions connues

dont nous désignons par M le moment par rapport au point G, par N la composante normale à A₁A₁ et par T celle parallèle à A₁A₁. La résistance au moment fléchissant M se compose des moments de $t\omega$ et $t_1\omega_1$ des brides et du moment résistant M' de l'âme. La résistance à l'effort tranchant T se compose des composantes verticales de $t\omega$ et $t_1\omega_1$ et de la fatigue θ de l'âme proprement dite, fatigue que nous supposons uniforme sur toute la hauteur de l'âme, car nous avons vu que dans le cas du double té, la fatigue θ est quasi uniforme sur toute la hauteur; nous désignons par Ω la section de l'âme.

La résistance à l'effort direct N se compose des composantes horizontales de $t\omega$ et $t_1\omega_1$ et de la résistance N' de l'âme. Établissons les équations de l'équilibre statique dans l'ordre d'idées ci-dessus :

$$(1) \quad t\omega \cos \alpha h + t_1\omega_1 \cos \alpha_1 h_1 - (M - M') = 0$$

$$(2) \quad t\omega \sin \alpha + t_1\omega_1 \sin \alpha_1 \pm \theta\Omega - T = 0$$

$$(3) \quad t\omega \cos \alpha - t_1\omega_1 \cos \alpha_1 - (N - N') = 0$$

De (1) et (3) nous tirons :

$$(4) \quad t = \frac{(M - M') + (N - N') h_1}{(h + h_1) \omega \cos \alpha} \quad (5) \quad t_1 = \frac{(M - M') - (N - N') h}{(h + h_1) \omega_1 \cos \alpha_1}$$

Substituant dans (2) on en tirera θ .

65^{bis}. Montant de Poutre-Vierendeel. — Examinons le cas particulier d'un montant de Poutre-Vierendeel (FIG. 46); la pièce est symétrique par rapport

à l'axe, donc : $\omega = \omega_1$, $\alpha = \alpha_1$, $h = h_1$ et nous posons : $H = h + h_1$.

La fatigue provenant de N est négligeable, les formules ci-dessus deviennent donc :

$$(6) \quad t = t_1 = \frac{M - M'}{H \omega \cos \alpha}$$

Nous calculons M' : ci-dessus (FIG. 45), nous voyons que $A'A_1 = AA_1 \cos \alpha$ et désignant par ω' la section réduite A' , nous avons :

$$t\omega' = t\omega \cos \alpha$$

ce qui prouve que la fatigue maximum t sur l'âme de hauteur H de la FIG. 46 est la même que sur la section droite des brides ; désignant par e l'épaisseur de l'âme et lui supposant la hauteur H , quoique en réalité elle ait un peu plus, nous avons :

$$M' = t \frac{eH^2}{6} = tH \frac{\Omega}{6}$$

Substituant dans l'expression (6) ci-dessus nous avons :

$$t = \frac{M - \frac{1}{6}tH^2e}{H\omega \cos \alpha} \quad \text{d'où} \quad (7) \quad t = \frac{M}{H \left(\omega \cos \alpha + \frac{eH}{6} \right)}$$

Voilà l'expression de la fatigue au niveau AA du montant ; quant à l'effort tranchant, il est donné par l'équation (2) ci-dessus.

La formule (7) prouve que au fur et à mesure que le montant s'évase, le terme $\omega \cos \alpha$ diminue et c'est l'âme qui surtout donne l'équilibre et la résistance au moment fléchissant M .

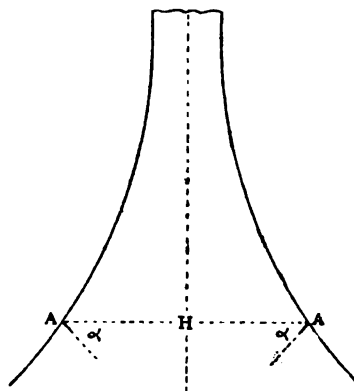
Si la pièce est à brides parallèles on a $\alpha = 0$, et l'expression (7) devient :

$$t = \frac{M}{H \left(\omega + \frac{\Omega}{6} \right)}$$

Ce qui est l'expression exacte, et si $\alpha = 90^\circ$, on a $t = \frac{6M}{H\Omega}$, l'âme seule intervient dans la résistance au moment fléchissant.

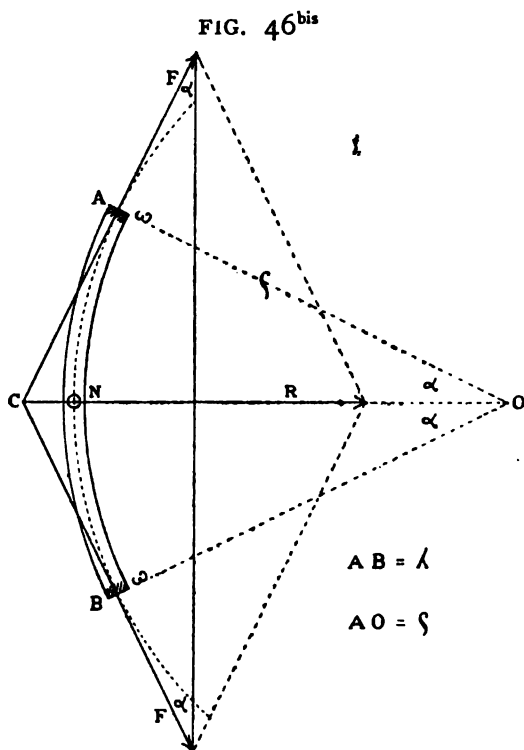
Rivets. — Les rivets des parties rectilignes du montant FIG. 46 se calculent comme exposé ci-avant au n° 62 ; ceux des parties courbes exigent une étude

FIG. 46



spéciale : il y a tout d'abord l'effort longitudinal suivant la tangente à la courbe, cet effort se calcule en suivant la marche indiquée au n° 62 ; il y ensuite l'effort

transversal suivant le rayon de la courbe, nous avons à l'évaluer. Soit (FIG. 46^{bis}) un rivet N fixant à l'âme la portion de bride $\lambda = AB$ allant de milieu à milieu des intervalles de rivet. Soit F l'effort total sur chaque section A et B. Soit R la résultante des F, c'est l'effort agissant transversalement sur le rivet N.



$$R = 2F \sin \alpha = F \frac{2AN}{AO} = F \cdot \frac{\lambda}{\rho}$$

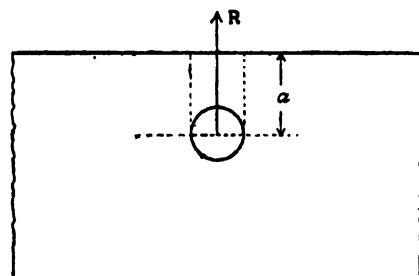
Soit ω la section de bride, et t la fatigue maximum qu'elle subit, nous avons :

$$F = t\omega \quad \text{et} \quad R = t\omega \frac{\lambda}{\rho}$$

Voilà l'effort total qui agit transversalement sur la tige du rivet et qui est équilibré au moins par une double section de cisaillement, de là on déduit la fatigue θ sur le rivet.

Cisaillement transversal sur les cornières et la bordure de la Tôle d'âme. — L'effort R se transmet par le rivet aux cornières et à la tôle d'âme.

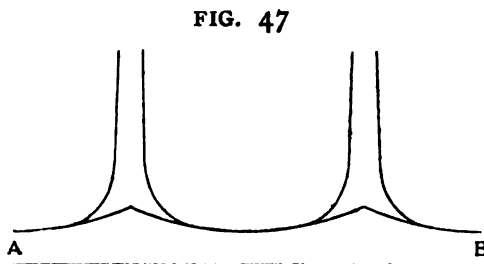
Désignant par a la distance de l'axe du trou au bord de la tôle et par e son épaisseur, on a comme fatigue de cisaillement sur la tôle :



$$\theta = \frac{R}{2ae}$$

Le cisaillement sur les tiges des cornières a une expression analogue.

Le calcul des brides AB (FIG. 47) des poutres Vierendeel se fera en suivant la marche indiquée ci-dessus pour les montants.



CHAPITRE V

THÉORIE DES POUTRES EN TREILLIS.

§ 1. Généralités.

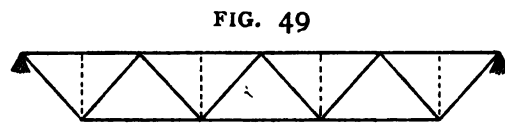
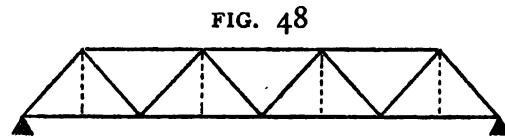
66. Types divers. — Il y a deux grandes classes de Poutres en treillis, celles à brides parallèles et celles à brides non parallèles. — Il y a trois classes de treillis :
1° les treillis simples constitués d'une suite de triangles ;
2° les treillis multiples qui sont des combinaisons diverses de treillis simples,
3° enfin les treillis à barres surabondantes.



Il y a deux principaux types de treillis simples :

1° Le treillis en V (voir le trait plein des FIG. 48 et 49), aussi nommé *poutre Neville* du nom de l'ingénieur belge (1) qui en est l'inventeur en 1846 et le premier l'appliqua à divers ponts en Belgique et en Autriche ; le pont de *Grammene* sur la Lys, ligne de Gand à Thielt, datait de cette époque, il a été démoli en 1912, il était devenu un peu faible vu l'accroissement du poids des trains et de leur vitesse ; il en existe encore d'autres en Belgique (2). — Les nœuds d'assemblage des barres des triangles sur les brides étaient forgés, c'était assez coûteux mais parfaitement solide ainsi que le prouve la longue durée des ponts *Neville*.

L'ingénieur anglais Warren appliqua le type Neville (FIG. 48) en 1851 à *Newark* et en 1853 au *Crumlin* sous 2 lignes ferrées ; le premier pont avait une travée de 73 mètr., le second, 10 travées de 46 mètres.



(1) On écrit quelquefois *Neville* pour lui donner un aspect américain, mais c'est un Belge purement et simplement.

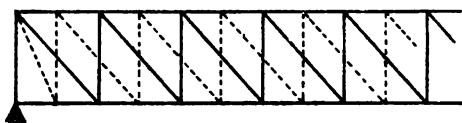
(2) Le nouveau pont de Grammene a été détruit pendant la grande guerre et vient d'être remplacé par un pont Vierendeel.

Warren remplaça les nœuds rigides de Neuville par des nœuds articulés, ce qui certainement ne fut pas une amélioration ; quoi qu'il en soit, la poutre Neuville à nœuds articulés se nomme quelquefois *poutre Neuville-Warren* ; et même poutre Warren tout court, ce qui certainement n'est pas justifié.

Pour que les nœuds d'assemblage des pièces du tablier et du contreventement ne soient pas trop éloignés on prend habituellement comme écartement des nœuds la hauteur h des brides, ce qui donne aux barres une inclinaison de 25° sur la verticale ; cette inclinaison est un peu faible, il convient de ne pas descendre en-dessous de 45° à 40° , dans ce cas pour maintenir l'écartement dont question ci-dessus on ajoute à la triangulation des barres verticales (traits interrompus des FIG. 48 et 49) qui fournissent aux pièces du tablier et du contreventement des points d'assemblage suffisamment rapprochés ; c'est d'après cette variante du Neuville que Fink en 1870 exécuta le grand pont de Louisville sur l'Ohio avec travées de 122 mètres, il prit le canevas FIG. 48.

2° Le second type de treillis simple est le treillis en N nommé *poutre Monié* du nom de l'ingénieur belge qui le fit breveter en 1858 (voir trait plein de la FIG. 50) ; ce type de treillis eut le plus grand succès, car ses montants verticaux permettent un assemblage facile des pièces du tablier et du contreventement, ce type est encore habituellement suivi aujourd'hui.

FIG. 50



Pour les ponts importants les triangles *Monié* se doublent ainsi que l'indique le trait interrompu ajouté au trait plein de la FIG. 50 ; des treillis *Newville* et *Monié* dérivent par des modifications secondaires tous les types de treillis quelconques que l'on rencontre.



Les poutres FIG. 48 à 50 et leurs dérivées se nomment souvent *poutres américaines*, cette appellation est tout à fait injustifiée, ce sont des *poutres belges* inventées par des ingénieurs belges et pour la première fois réalisées en Belgique.

Ce qui est américain, ce sont les poutres à croisillons de *Howe* et les poutres lattices de *Town* qui nous sont venues de là-bas entre 1850-1860 et aujourd'hui sont abandonnées et depuis longtemps tandis que les poutres *Newville* et surtout *Monié* sont encore très en usage.

FIG. 51 (Croisillons simples).

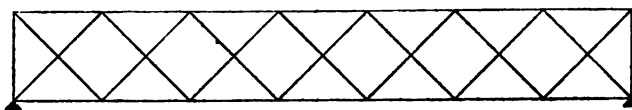
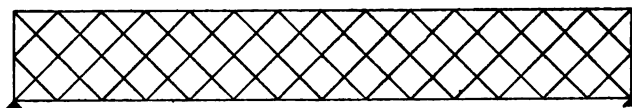


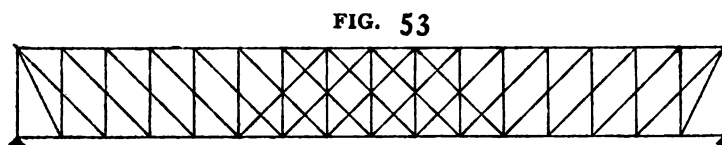
FIG. 52 (Croisillons doubles).



Parmi les treillis multiples il y a notamment :

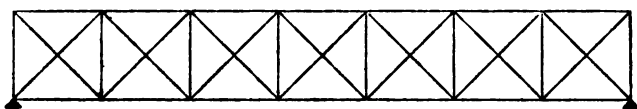
A. les treillis en croisillons FIG. 51 ; les croisillons sont quelquefois doubles ainsi que l'indique la FIG. 52 et même triples.

B. Enfin les *Monié* multiples, tel la FIG. 50 et celle 53.



Comme treillis à barres surabondantes il y a les croisillons simples avec montants FIG. 54, ou bien encore les croisillons multiples avec montants ; voir Pl. XXI un croisillon triple avec montants.

FIG. 54



Parmi les poutres à brides non parallèles, on distingue :

A. Les poutres à une bride cintrée, l'autre droite.

B. Les poutres à deux brides cintrées.

Quand nous parlons de brides cintrées il s'agit en réalité de brides polygonales, car d'un nœud à l'autre du treillis la bride est toujours en ligne droite ; toutefois dans certains ponts où la question d'aspect était importante on a conservé la forme courbe.

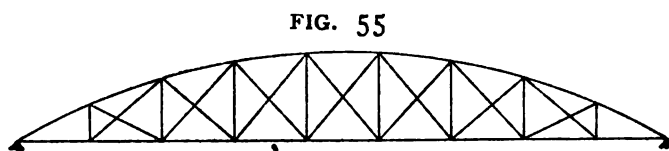


FIG. 55

forme courbe.

Les principaux types de longerons à une seule bride cintrée sont :

A. Les bowstring (FIG. 55) : la bride supérieure a ses sommets sur une parabole du 2^d degré qui s'étend d'un appui à l'autre.

B. Le type (FIG. 56) : la bride supérieure est parabolique de A à B et puis s'incline brusquement pour rejoindre l'appui ; quelquefois cette inclinaison brusque se produit suivant la verticale et on a le type, FIG. 57.

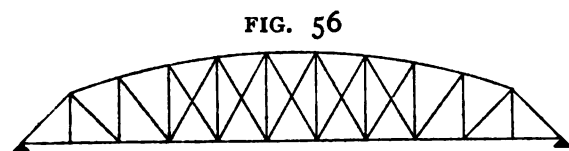


FIG. 56

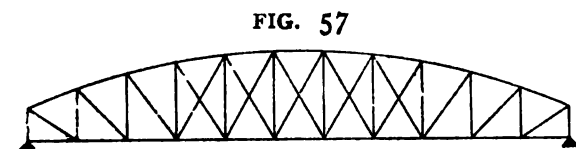


FIG. 57

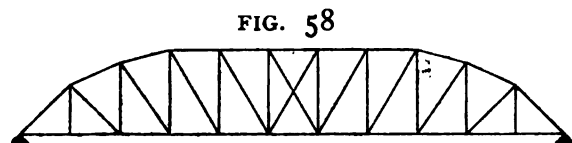
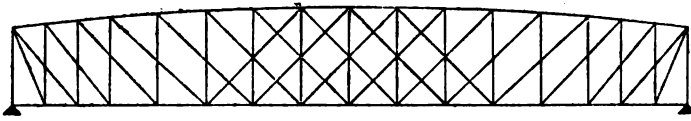


FIG. 58

C. Le type Schwedler (FIG. 58) : la bride supérieure n'est polygonale qu'aux extrémités, dans la partie centrale elle est droite et parallèle à la bride inférieure.

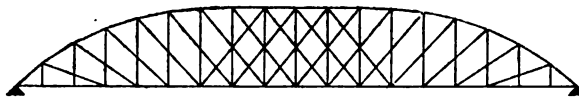
Ces divers types se construisent quelquefois avec treillis composés, telles sont les FIG. 59 et 60.

FIG. 59



gne il y a 40 à 50 ans, mais aujourd'hui abandonné.

FIG. 60



Le type Pauli est quelquefois modifié suivant le canevas FIG. 62 qui évite la difficulté de l'assemblage en pointe des deux brides.

FIG. 61

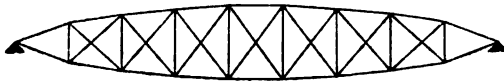


FIG. 62



67. Choix d'un type de poutre. — Les types de poutres en treillis les plus fréquemment employés aujourd'hui dans la construction des ponts sont ceux à treillis en N (FIG. 49 et 53) simples ou composés, ceux à croisillons (FIG. 51 et 52) et, pour les ponts importants, les types FIG. 56, 57 et 59.

Les treillis les plus fréquents sont ceux avec montants verticaux, dispositif qui réduit au minimum la longueur des pièces comprimées et en outre fournit un moyen d'assemblage très simple pour les traverses du tablier et les entretoises du contreventement.

Les brides cintrées ont pour but principal d'obtenir au milieu de la portée du pont, là où M est maximum, la plus grande hauteur pour le longeron, et aux extrémités, là où ΣP est maximum, la plus petite hauteur pour les montants, ce qui réduit au minimum l'éventualité du flambage de ces barres, de plus les brides polygonales ou cintrées équilibrent en vertu de leur inclinaison une partie de ΣP et soulagent d'autant le treillis. C'est pour ces divers motifs que les ponts à brides courbes sont tout aussi légers que les ponts continus.

Les brides cintrées ont généralement la forme d'un arc de cercle, ou d'un polygone inscrit dans un arc de cercle ; les avantages théoriques que certains auteurs trouvent à l'emploi de la parabole, de l'hyperbole ou de l'ellipse n'ont aucune valeur bien réelle.

La hauteur des longerons en treillis est généralement de $\frac{1}{10}$ de la portée ; toutefois entre 40 et 60 mètres, et si le tablier est inférieur, on augmente la proportion afin de pouvoir établir un entretoisement et contreventement supérieur, car il serait trop dangereux de laisser sans liaison supérieure des poutres ayant plus de 4 mètres de hauteur ; ainsi pour une portée de 50 mètres on donnera une hauteur telle que le gabarit puisse passer sous le contreventement supérieur, ce sera environ $\frac{1}{8}$ de la portée.

Aux poutres cintrées, on donne au milieu $\frac{1}{7}$ de la portée à partir de 60 mètres, et $\frac{1}{6}$ à partir de 80 mètres ; le pont du Forth dont la travée a 500 mètres a été établi avec des longerons de 100 mètres de hauteur sur les piles, soit $\frac{1}{5}$ de la portée, voir Chap. VI.

Si on augmente la hauteur d'une poutre on diminue le poids de ses brides ou tables mais on augmente le poids de son treillis ; la hauteur la plus économique pour une poutre donnée ne peut être déduite d'une formule générale, on doit faire des projets comparatifs ; il semble d'ailleurs qu'à égalité de stabilité le poids d'une poutre reste sensiblement constant pour des hauteurs variant du $\frac{1}{7}$ au $\frac{1}{10}$ de la portée ; on n'a donc aucun intérêt à exagérer la hauteur, et même au point de vue de la durabilité et de la stabilité transversale il est préférable de prendre des hauteurs réduites afin d'abaisser par rapport aux appuis le centre de gravité de l'ensemble ; voilà les diverses considérations qui doivent guider l'ingénieur ayant à se fixer sur la hauteur à donner à sa poutre.

Au point de vue économique il n'y a pas de règle qui fixe le choix du type de poutre en treillis, la seule indication est que pour les faibles portées on prendra des brides parallèles et pour les portées moyennes ou fortes des brides non parallèles ; en dehors de cette indication on peut dire que tous les types convenablement étudiés et établis sont également économiques ; on ne perdra d'ailleurs pas de vue que l'économie d'une poutre ne dépend pas seulement de son poids mais encore de la main d'œuvre qu'elle exige pour l'exécution à l'atelier et surtout pour la mise en place au montage. — Pour de plus amples renseignements sur le choix d'un type de poutre nous renvoyons au Chap. XIII et surtout au Chap. XIV : on y verra notamment que les considérations théoriques ci-dessus quant au choix du type de poutre ne sont pas confirmées par l'expérience.

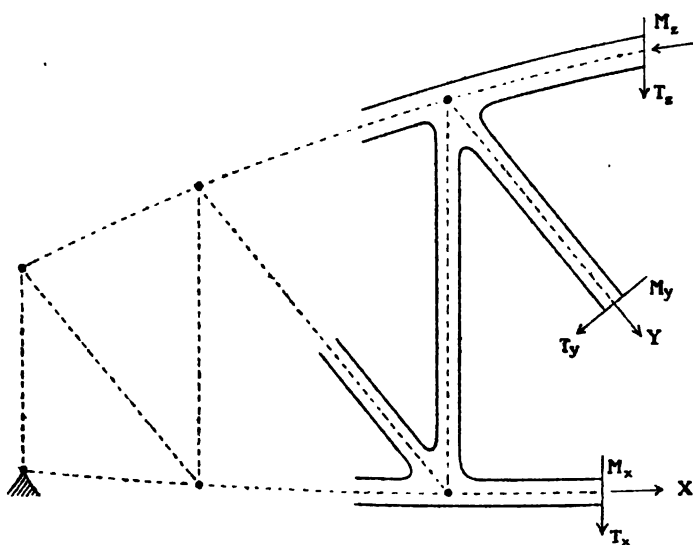
§ 2. Calcul des poutres à treillis simples ou de 1^{er} ordre.

68. Hypothèses. — Ces poutres sont constituées d'une suite de triangles

juxtaposés, chaque triangle ne touchant au précédent que par un seul côté, leur caractéristique est qu'on peut toujours y mener une coupe de façon à ne rencontrer que 3 éléments ; ces trois membrures coupées (Voir FIG. ci-après) donnent 3 inconnues, car sur chacune il y a les MNT que donne toute flexion. Le problème ainsi posé dans toute son exactitude est, peut-on dire, insoluble, on le simplifie en posant :

$$M_x = 0 \quad T_x = 0 \quad M_y = 0 \quad T_y = 0 \quad M_z = 0 \quad T_z = 0$$

bref on supprime purement et simplement les six inconnues gênantes et on n'en



garde que 3 ; et on tente la justification de cette simplification à outrance en disant que les diverses barres du treillis peuvent être considérées comme articulées aux nœuds alors que en réalité du chef de la rivure elles y sont plutôt encastées ; on a d'ailleurs soin de tracer le canevas de façon que les axes des barres concourent au centre de l'axe d'articulation fictif du nœud, on croit

ainsi se rapprocher de la réalisation d'une articulation.

On suppose encore que les charges sur les poutres sont dans leur plan moyen et agissent au centre des nœuds.

A ces hypothèses s'en ajoutent encore d'autres quand il s'agit de calculer un treillis d'ordre supérieur au premier, voir ci-après le Chap. V, § 6 et le Chap. VIII.

Quant à la valeur technique de la théorie basée sur ces multiples hypothèses, on peut dire qu'elle n'est pas bien grande, cette théorie en fait est erronée : elle se base sur des hypothèses dont la principale, celle de l'articulation, est le contre-pied de la réalité et dont les autres sont très peu admissibles ; elle conduit à des résultats qui ne cadrent pas avec l'expérience, par exemple, là où elle indique une fatigue de 6 kgr., l'expérience indique le double et même le triple et ce dans le voisinage des nœuds qui ainsi montrent bien qu'il n'y a pas articulation (1).

Voilà pourquoi je dis que cette théorie est erronée et si les ponts construits d'après cette théorie tiennent, cela est uniquement dû à un excès de matière. c'est-à-dire aux faibles fatigues sur lesquelles on se base dans les calculs ; et

(1) Voir ci-après le Chap. XIV. — *Calcul et Réalité.*

encore ils tiennent mal, car ils finissent souvent par donner des signes de faiblesse dans les diagonales et de dislocation dans les nœuds.

Il arrive bien souvent que les diagonales ne travaillent pas ou guère dans les panneaux ; elles y jouent souvent un rôle passablement effacé. Il est d'ailleurs à noter que le *principe de la triangulation* est sans valeur dans le cas de nœuds rivés.

Quoi qu'il en soit, moyennant l'hypothèse fondamentale de l'articulation il n'y a plus dans le problème que les 3 inconnues $x - y - z$ dont la direction est connue, dont la valeur seule est à déterminer. Les méthodes pour cette détermination se subdivisent commé suit :

$$\text{Méthode des } \left\{ \begin{array}{l} \text{Tronçons} \\ \text{Nœuds} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{analytique (Ritter)} \\ \text{graphique (Culmann)} \\ \text{analytique} \\ \text{graphique (Cremona)} \end{array} \right.$$

nous allons successivement examiner ces diverses méthodes.



69. Méthode des tronçons, analytique. — Coupons un longeron à treillis simple (FIG. 62, Pl. IX) par un plan AB mené de façon à ne rencontrer que trois éléments du longeron, nous étudions l'équilibre du tronçon à gauche de ce plan ; à ce tronçon sont appliquées :

- a) la réaction R de son appui extrême, force qui est connue ;
- b) toutes les forces extérieures, charge morte et charge roulante, qui existent dans l'intervalle DAB, forces qui sont supposées concentrées aux nœuds ;
- c) enfin les forces extérieures inconnues, X Y et Z, qui représentent les efforts intérieurs agissant sur les trois éléments coupés ; ces forces ont la direction des axes de ces éléments et elles maintiennent en équilibre le tronçon DAB.

Nous pouvons dire que X, Y et Z ont la direction des axes des barres coupées parce que ces barres sont supposées articulées sur les nœuds auxquels elles aboutissent.

Les trois groupes de forces a, b, c , se font équilibre et comme elles agissent dans un même plan, qui est le plan moyen de la poutre, la statique nous fournit trois équations qui précisément vont nous permettre de déterminer les trois forces inconnues, X, Y et Z.

Déterminons tout d'abord l'inconnue X : recourons à l'équation statique des moments, et pour avoir une équation à une seule inconnue prenons comme point de référence des moments le point de rencontre K des directions des deux autres inconnues, soit h le bras de levier de X par rapport au point K, la valeur de h

se prend à l'échelle sur le plan, M_k le moment des groupes de forces a et b par rapport à K ; nous avons :

$$Xh = M_k \quad \text{d'où} \quad X = \frac{M_k}{h}$$

la poutre étant simplement appuyée à ses extrémités, le sens de rotation de M_k sera toujours celui indiqué sur la FIG. 62, le moment Xh doit donc pour réaliser l'équilibre avoir une rotation inverse, ce qui nous indique que X est une *traction* et sera toujours une traction quel que soit le type de longeron ; nous savons aussi que M_k est *maximum* pour la surcharge uniforme couvrant tout le pont.

Pour la détermination de Z nous prenons comme référence le point G de concours des inconnues X et Y , nous avons :

$$Zh' = M_G \quad \text{d'où} \quad Z = \frac{M_G}{h'}$$

le sens de M_G nous indique que Z est toujours une compression, elle est maximum pour la surcharge recouvrant toute la travée.

Enfin pour la détermination de Y nous prenons comme référence le point F de concours de X et Z , nous avons :

$$Yh'' = M_F \quad \text{d'où} \quad Y = \frac{M_F}{h''}$$

le moment M_F peut avoir deux sens de rotation différents selon la position des charges sur le pont, ce qui indique que Y peut, selon le cas, être une traction ou une compression.

Recherchons le maximum de M_F : le poids mort détermine pour M_F et pour Y un sens et une valeur fixes, nous n'avons donc pour notre recherche du maximum qu'à considérer les effets de la *surcharge mobile*, nous admettons que cette surcharge se compose de charges locales qui passent d'un nœud à l'autre sans occuper des positions intermédiaires sur le tablier du pont ; supposons tout d'abord que cette surcharge n'existe qu'à droite de la section AB , l'équation des moments est :

$$Yh'' = Rd$$

équation qui nous indique qu'un premier maximum de Y est atteint lorsque la surcharge s'étend depuis l'appui de droite jusqu'au nœud G inclusivement, et dans le cas de la FIG. 62 ce maximum est une traction.

Supposons maintenant que la surcharge mobile passe à gauche de AB et que de ce chef il y ait un poids Q au nœud N , nous faisons abstraction de toute autre charge, soit Q , la réaction produite en D par Q , l'équation des moments autour de F est :

$$Yh'' = +Q_1d - Q(d+a)$$

le second membre est négatif, car Q_1 est plus petit que Q , donc Y est une compression.

En définitive, dans le cas figuré, les effets de la surcharge roulante sur la diagonale considérée sont :

1° Une traction maximum lorsque la surcharge s'étend depuis l'appui de droite jusqu'au nœud G , immédiatement à droite de la section AB .

2° Une compression maximum lorsque la surcharge s'étend depuis l'appui de gauche jusqu'au nœud N inclusivement.

Pour avoir le maximum réel il faut combiner ces résultats avec l'effet produit par le poids mort.

70. Nous voyons que la seule équation des moments permet de déterminer les trois inconnues X , Z et Y , toutefois pour cette dernière la détermination est dans certains cas rendue très difficile et même impossible si le point de concours F sort du dessin, ou bien ne peut se déterminer avec suffisamment de précision, ce qui arrive lorsque les directions de X et Z se rencontrent sous un angle très aigu, dans ce cas on a recours aux équations statiques des composantes, prenons celle des composantes verticales, nous avons :

$$+ X_1 \pm Y_1 + Z_1 \pm \Sigma P = 0$$

d'où

$$Y_1 = \mp \Sigma P - (X_1 + Z_1)$$

dans le cas figuré $(X_1 + Z_1)$ est dirigé vers le bas, de plus ces quantités sont connues, donc l'équation donne Y_1 et par conséquent Y ; ce mode de détermination est généralement plus commode que celui par l'équation des moments ; pour déterminer les maxima de Y il faut appliquer l'équation des composantes aux trois cas : charge morte seule, surcharge de l'appui de droite jusque G inclusivement, surcharge de D à N inclusivement.

Cette équation nous montre l'influence des brides cintrées sur la fatigue des barres de treillis, car si ces brides étaient horizontales on aurait simplement :

$$Y_1 = \pm \Sigma P$$

Il est à remarquer que dans certains cas $(X_1 + Z_1)$ peut être plus grand que $+\Sigma P$, donc peut avoir pour effet de changer le mode de sollicitation de la barre de treillis, au lieu d'une traction (si les brides étaient horizontales) les soumettre à une compression et vice-versa.

La troisième équation statique, somme des composantes horizontales, nous donne :

$$X_2 \pm Y_2 - Z_2 = 0 \quad \text{d'où :} \quad Y_2 = X_2 - Z_2$$

de Y_2 , nous pouvons déduire Y que déjà nous connaissons par l'équation des composantes verticales.

La méthode de calcul analytique par tronçons a été très développée par M. Ritter, et porte quelquefois le nom de *Méthode de Ritter*.

* * *

71. Méthode des tronçons, graphique. Soit (FIG. 63, Pl. IX) la poutre AB. Nous traçons le polygone des forces (FIG. 64) et le polygone funiculaire (FIG. 65) des charges verticales et réactions appliquées au longeron, toutes forces localisées aux nœuds. Nous menons la section DE et isolons le tronçon DEA. La résultante R des forces connues R_1, P_1, P_2, P_3 , appliquées à ce tronçon est donnée en vraie grandeur par le polygone des forces (FIG. 64); sa position est déterminée par l'intersection F de la ligne de fermeture du polygone funiculaire et du côté n° 4 (FIG. 65) correspondant à l'intervalle des deux charges P_3 et P_4 , séparées par la section DE (voir ci-avant le n° 35).

L'équilibre existe entre les 4 forces RXYZ, donc la résultante de deux d'entre elles (R et X par exemple) est égale et diamétralement opposée à la résultante des deux autres (Z et Y); la résultante de R et X passe par leur point d'intersection F_1 , celle de Z et Y passe par G , la résultante commune a donc la direction GF_1 .

Nous menons (FIG. 66) la force R à une certaine échelle et nous complétons le triangle gfa , ce qui nous donne X et la valeur de la résultante commune gf ; sur fg (c'est-à-dire gf pris en sens inverse) nous formons le triangle fgd qui nous donne Z et Y ; voilà connues les trois forces XYZ. On voit que Y est une traction; toutefois si la direction de Z se confond avec celle de la résultante commune, la force Y devient nulle; si la direction de Z tombe en dessous de GF_1 , la force Y devient une compression; dans tous les cas X est une traction et Z une compression.

Nous nous bornerons ici à la seule indication du principe de la méthode, nous la développerons ci-après en traitant un cas particulier; cette méthode a été longuement exposée par M. Culmann dans sa statique graphique, c'est pourquoi elle porte quelquefois son nom.

* * *

72. Méthode des Nœuds, Analytique. — Cette méthode consiste à isoler un des nœuds de l'ossature (par exemple, celui K de la FIG. 62) par une section circulaire, en remplaçant les barres coupées par les forces qui les sollicitent, ce qui nous donne la FIG. 67; ce nœud est en équilibre, par conséquent entre les 5 forces qui l'actionnent nous avons les équations :

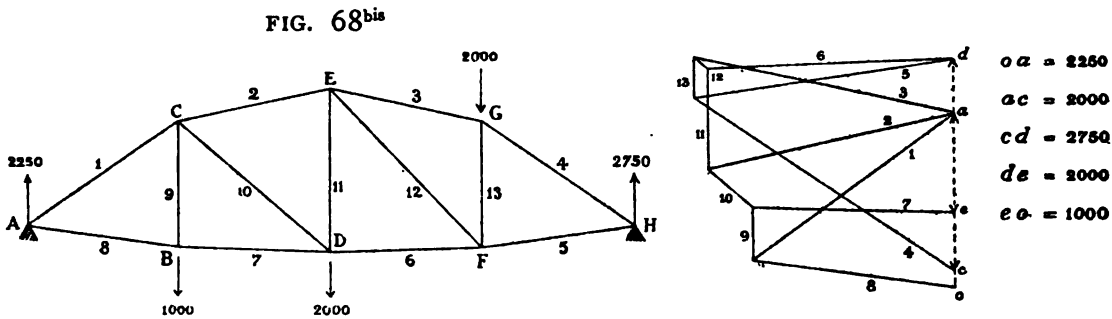
Somme Comp. verticales = 0
 Somme Comp. horizontales = 0

de ces cinq forces, la charge P est connue, les deux Z' et Y' sont déterminées par les équations des nœuds précédents, il ne reste donc que les deux inconnues Y et Z que donnent les équations ci-dessus. Voilà en quoi consiste la méthode. Appliquée de nœud en nœud, du premier au dernier, elle permet de déterminer les efforts sur toutes les barres.



78. Méthode des Nœuds, Graphique. — Les forces agissant sur le nœud K (FIG. 67) se font équilibre, leur polygone doit donc se fermer, nous menons (FIG. 68) les trois connues PZ'Y', la condition de fermeture nous donne immédiatement les deux inconnues Z et Y, en intensité et sens.

Ce tracé de polygone des forces se répète successivement pour tous les nœuds de l'ossature et fournit la valeur de toutes les inconnues ; afin de réduire au minimum le nombre de lignes à tracer, ce qui est important, car cela réduit au minimum les causes d'erreur, on doit s'y prendre de façon à utiliser le plus possible,



pour le polygone suivant, les lignes déjà tracées pour les polygones précédents, en d'autres termes faire une épure unique dont le tracé a été indiqué par Crémone.

Pour expliquer la marche à suivre nous prenons une poutre quelconque chargée d'une façon quelconque (FIG. 68^{bis}) ; nous formons en partant du point O le polygone des forces en suivant un ordre régulier, par ex. en portant sur l'épure les forces dans l'ordre A, G, H, D et B.

Entre les forces A et G sont les côtés extérieurs 1, 2 et 3, nous tirons leurs parallèles du point a qui sur l'épure des forces sépare les forces A et G.

La parallèle au côté 4 compris entre les forces G et H est tirée du point c qui sépare ces 2 forces.

De même les parallèles aux côtés 5 et 6 sont tirées du point d qui sépare les forces H et D ; la parallèle à 7 est tirée du point e, et enfin la parallèle à 8 est tirée de l'origine o qui sur l'épure sépare les forces B et A.

Voilà la besogne préparée ; il suffit maintenant de prendre les nœuds successifs en suivant l'ordre A, B, C, D, E, F, G et H et sans tracer de nouvelles lignes, sauf les parallèles à 9, 10, 11, 12 et 13, on réalisera le polygone de tous les nœuds ainsi que l'indique l'épure.

Sur cette épure les barres marquées d'une croix sont des barres comprimées.

La marche serait la même si les forces au lieu d'être parallèles, étaient de directions divergentes.

*
* *

74. Choix de la méthode. — Ces préliminaires généraux établis nous allons maintenant exposer en détail le calcul des deux grandes classes de ponts à une travée, ceux à brides parallèles et ceux à brides non parallèles ; dans ces calculs interviennent selon les cas l'une ou l'autre des méthodes ci-dessus et quelquefois deux ou trois de ces méthodes simultanément, en d'autres termes chaque méthode, calcul chiffré ou calcul graphique, a ses avantages propres, l'une n'est pas en thèse générale à préconiser plutôt qu'une autre, cela dépend des cas ; l'essentiel est de prendre la méthode donnant le minimum de fatigue et le minimum de possibilité d'erreur.

Les canevas qui sont calculables par les méthodes purement statiques se nomment *isostatiques* ; ceux qui ne sont pas composés d'une suite de triangles comme dit au n° 68, exigent pour leur calcul outre la statique des considérations en dehors de cette science, notamment tirées des conditions de déformation, ces canevas se nomment *hyperstatiques*, tels sont les canevas contenant des barres en trop (barres surabondantes) et ceux contenant des barres en trop peu (poutres Vierendeel).

En fait, si nous nous reportons aux considérations du n° 68 ci-dessus, il n'y a pas de canevas isostatiques.

§ 3. Calcul d'une Poutre droite en treillis à brides parallèles.

75. Calcul d'un treillis simple. — Nous allons étudier un pont droit de 72^m60 de portée d'axe à axe des appuis (FIG. 69, Pl. X), le tablier est inférieur, le pont est à une voie de chemin de fer, les longerons ont 9 mètres de hauteur, les traverses sont distantes de 6^m60, il y a 11 panneaux ; le treillis est simple, du type Monié, autrement dit à triangles rectangles.

Le poids mort du pont est de 3500 kgmes par mètre courant ; la surcharge mobile est celle indiquée ci-avant au § 10 du Chap. III et Pl. VI, train de cinq locomotives.

L'inclinaison des diagonales sur l'horizontale est d'environ 54° ; il convient de ne pas dépasser 55° ni descendre en dessous de 45°, ou sinon les brides comprimées auraient une trop grande longueur de nœud à nœud, elles seraient

mal soutenues contre le flambage et exigeraient de ce chef un supplément de section.

••

76. Efforts sur les brides. — Nous appliquons la méthode des *tronçons*, *analytique*, nous prenons, FIG. 70, un tronçon de longeron déterminé par la section S menée de façon à couper trois éléments, section faite entre les nœuds n et $(n + 1)$ de la bride inférieure, les inconnues sont X, Y, Z, nous avons :

$$X = \frac{+M_{n'}}{h} \text{ (traction)} \quad Z = \frac{-M_{n+1}}{h} \text{ compression}$$

Les montants étant verticaux on a que $M_{n'} = M_n$ et les valeurs de X et de Z ne varient pas, que les charges soient appliquées au pied ou à la tête des montants.

Les maxima de X et Z correspondent aux maxima des moments, nous avons vu aux § 9 et 10 du Chap. III comment on déterminait ces maxima ; dans le cas actuel il s'agit d'un train de chemin de fer et le diagramme FIG. 33 Pl. VI donne les maxima des moments en chaque nœud ; si on remplace le train par sa charge équivalente, les maxima des moments sont produits par cette charge recouvrant toute la travée.

Le diagramme FIG. 33 donne donc les moments maxima produits par le train ; ceux dus au poids mort sont donnés par l'expression :

$$y = \frac{pl}{2} x - p \frac{x^2}{2} = \frac{3500}{2} x (72,6 - x)$$

et nous avons le tableau ci-dessous :

N ^{os} DES NŒUDS FIG. 69	MOMENTS FLÉCHISSANTS			$\frac{M}{h} = \frac{M}{9}$ EN KILOGR.	EFFORTS EN KILOGR.		
	POIDS MORT	SURCHARGE	M TOTAUX		PAN-NEAU	BRIDE SUPÉR.	BRIDE INFÉR.
1	762300	801000	1563300	174000 ^k	0 à 1	174000	0
2	1372140	1489000	2861140	318000	1 à 2	318000	174000
3	1829520	2017000	3846520	427000	2 à 3	427000	318000
4	2134440	2387000	4521440	502000	3 à 4	502000	427000
5	2286900	2570000	4856900	540000	4 à 5	540000	502000
					5 à 5'	540000	540000

Les efforts sollicitant les brides sont inscrits sur la FIG. 69.

* * *

77. Efforts sur les diagonales. — *Méthode mixte.* Les diagonales sont d'inclinaison constante d'un bout à l'autre du pont, nous la désignons par l'angle α sur l'horizontale ; appliquant au cas de la section S (FIG. 70) l'équation statique, somme des composantes verticales égale à zéro, nous obtenons :

$$Y \sin \alpha = \Sigma P \quad \text{d'où} \quad Y = \frac{\Sigma P}{\sin \alpha}$$

Les montants étant verticaux, nous voyons que la valeur de Y est indépendante de la position du tablier : inférieur, supérieur ou intermédiaire.

Le n° 56 ci-avant et la FIG. 36, Pl. VII nous donnent le diagramme des efforts tranchants maxima produits par le train franchissant le pont, nous le reproduisons Pl. X, FIG. 71 du côté OA.

La charge morte nous donne :

$$\frac{pl}{2} = \frac{3500 \times 72,6}{2} = 127050 \text{ kilogrammes}$$

et le diagramme de la charge morte directe est ab , celui de la charge morte indirecte est représenté par les horizontales tirées des points d'intersection de ab avec les verticales menées du milieu de chaque panneau.

Pour la facilité des calculs les deux diagrammes sont placés l'un au-dessus, l'autre au dessous de l'horizontale OO' quoiqu'ils soient de même signe.

Panneau 0 à 1. — La charge morte donne un effort tranchant Oa' , le train donne OA comme effort tranchant maximum, le maximum total est Aa' ; la fatigue sur la diagonale n° 1 est donc du chef de la charge morte $\frac{Oa'}{\sin \alpha}$, du chef de la charge morte et du train $\frac{Aa'}{\sin \alpha}$, valeurs que l'on obtient graphiquement en menant $a'E$ parallèle à la direction de la diagonale ; l'effet de la charge morte est représenté par $a'D$, celui du train par DE , et celui des deux par $a'E$, ces effets sont des tractions.

Panneau 1 à 2. — Pour la diagonale n° 2 l'effet de la charge morte est représenté par FG , celui du train par GH , celui des deux par FH .

Et ainsi de suite pour les diagonales n° 3, n° 4, n° 5 et n° 6 ; pour cette dernière diagonale, celle n° 6, nous voyons que l'effet de la charge morte est nul, il ne reste que l'effet de la charge roulante qui provoque une traction représentée par la ligne $J5$.

Panneau de 5' à 4'. — La charge morte produit sur ce panneau un effort tranchant $4'L$ dirigé vers le bas, c'est-à-dire en sens inverse des efforts tranchants précédents, c'est pour ce motif et parce que les diagonales sont en fer plat, donc incapables de résister par compression, qu'il faut dans ce panneau allant de 5' à 4'

donner à la diagonale une inclinaison en sens inverse des précédentes, donc une inclinaison montant vers la droite ; la fatigue par traction que subit cette diagonale n° 5' est donnée par la ligne NK, car N_4 est égal à 4'L.

Le passage du train, marchant de O' vers O, produit sur le panneau un effort tranchant 4'M dirigé vers le haut, effort qui d'après le tracé est plus petit que 4'L, donc dans ce panneau l'effort tranchant résultant est toujours dirigé vers le bas, par conséquent toujours la diagonale n° 5' est sollicité par traction ; dans le cas de la superposition des effets du train et de la charge morte cette traction est réduite à la valeur MP ; lorsque le train marche de O vers O' la traction maximum sur la diagonale n° 5' est celle NW trouvée pour la diagonale n° 5.

Panneau de 4' à 3'. — La charge morte produit sur la diagonale n° 4' une traction représentée par TV ; l'effet du passage du train est de réduire cette traction à un minimum dont la valeur est QR.

Et ainsi de suite pour les diagonales n° 3', n° 2' et n° 1'.

En résumé, le train marchant dans le sens de O' vers O, il faut pour que toujours il y ait traction sur les diagonales, que la poutre soit constituée de celles tracées en plein sur la FIG. 69 ; les tracés de la FIG. 71 donnent pour chacune de ces diagonales :

1° La traction subie du chef du poids mort, traction représentée par les lignes a'D, FG,..... TV et NK.

2° La traction maximum subie du chef de l'action simultanée du poids mort et du train, traction représentée par les lignes a'E, FH,... NW, 5J.

3° La traction minimum subie sous l'action simultanée du poids mort et du train, minimum représenté par les lignes MP, QR,..... TC.

Mais le train peut s'engager sur le pont en marchant de O vers O', dans ce cas les fatigues trouvées ci-avant pour les diagonales n° 1, n° 2, n° 3, n° 4 et n° 5 deviennent celles des diagonales n° 1', n° 2', n° 3', n° 4' et n° 5' ; mais la diagonale n° 6 du panneau central ne pourrait équilibrer ΣP , car elle subirait une compression et étant méplate elle s'y déroberait, c'est pourquoi dans ce panneau il faut une seconde diagonale, celle n° 6', qui se substituera à celle n° 6 et équilibrera par traction le ΣP développé dans ce panneau lorsque le train marche de O vers O' ; cette seconde diagonale se nomme quelquefois contre-diagonale.

Les fatigues diverses sur les diagonales sont résumées dans le tableau ci-dessous, tableau déduit de la FIG. 71 où les tracés sont faits à l'échelle de 1 millimètre pour 2000 kgmes.

N ^o DES DIAGONALES	TRACTION			OBSERVATIONS
	sous le poids	maximum sous	minimum sous	
	mort seul.	le poids mort et le train.	le poids mort et le train.	
N ^o 1 et N ^o 1'	143000 kg.	293000 kg.	143000 kg.	Ce sont les fatigues pour les deux longérons, il faut diviser par 2 pour avoir la fatigue sur chaque diagonale.
2 et 2'	114000	238000	113000	
3 et 3'	85000	183500	79000	
4 et 4'	56000	131000	44000	
5 et 5'	27500	83000	4000	
6 et 6'	0	40000	0	

La connaissance des tractions maxima et minima est nécessaire pour l'application de certaines formules spéciales déterminant la fatigue de sécurité à admettre (voir ci-avant chap. I, § 8).

Nous venons de voir que la poutre de la FIG. 69 n'a qu'un seul panneau avec contre-diagonale, cela tient à la valeur relative des efforts tranchants dus à la charge morte et au train ; si, par exemple, la charge morte, au lieu d'avoir un diagramme représenté par la ligne *ab* (FIG. 71), en avait un représenté par la ligne IB, celui du train restant le même, on voit immédiatement que pour le panneau de 5' à 4', et par conséquent pour celui de 5 à 4, il faut une contre-diagonale parce que dans ces panneaux le ΣP dû au train est plus grand que celui dû au poids mort ; donc la poutre aura trois panneaux avec diagonales doubles ainsi que l'indique la FIG. 72.

*
* *

78. Effort sur les montants. — Si (FIG. 70) nous menons une section *S'* rencontrant un montant et deux brides, nous avons, en désignant par *V* la fatigue du montant :

$$V = \Sigma P$$

Si le tablier est supérieur, le ΣP est celui qui correspond au panneau allant de $(n - 1)$ à n ; s'il est inférieur, il faut prendre le ΣP du panneau de n à $(n + 1)$; on voit donc que la position du tablier a de l'influence sur la fatigue du montant.

Les valeurs de ΣP sur la poutre qui nous occupe sont données FIG. 71, nous les relevons à l'échelle et en formons le tableau suivant, tableau qui donne les efforts sur les montants, selon que le tablier est inférieur ou supérieur.

Panneaux		Valeurs de ΣP			N ^{os} des montants	Compressions des montants	
		Poids mort	Poids mort et train			Tablier infér.	Tablier supér.
			Maximum	Minimum			
0 à 1	$\Sigma P_1 =$	115500	236500	115500	0 =	ΣP_1	à voir
1 à 2	$\Sigma P_2 =$	92400	191400	90400	1 =	ΣP_2	ΣP_1
2 à 3	$\Sigma P_3 =$	69300	148300	63300	2 =	ΣP_3	ΣP_2
3 à 4	$\Sigma P_4 =$	46200	106700	34700	3 =	ΣP_4	ΣP_3
4 à 5	$\Sigma P_5 =$	23100	68100	2600	4 =	ΣP_5	ΣP_4
5 à 6	$\Sigma P_6 =$	0	31500	0	5 =	ΣP_6	ΣP_5

Dans le cas du tablier supérieur, le montant n° 0 subit une compression minimum égale à l'ordonnée Oa (127050 kg.) de la FIG. 71, et une compression maximum égale à Oa plus BD (140000) de la FIG. 36, donc :

$$\text{Minimum} = 127050 \text{ kgmes.}$$

$$\text{Maximum} = 127050 + 140000 = 267050 \text{ kgs}$$

bien entendu ces compressions sont celles du montant n° 0 appartenant aux deux longerons du pont, chaque montant porte en réalité la moitié ; de même pour les autres montants.

Nous inscrivons sur la FIG. 69 les compressions maxima dans le cas du tablier inférieur.

*
* *
*

Il est à remarquer que quelle que soit la position du tablier, les nœuds supérieurs et inférieurs portent toujours une certaine charge provenant du poids mort des longerons, mais c'est relativement peu de chose et il n'y a aucune erreur pratique à supposer tout le poids mort appliqué aux seuls nœuds qui reçoivent les traverses de plancher.

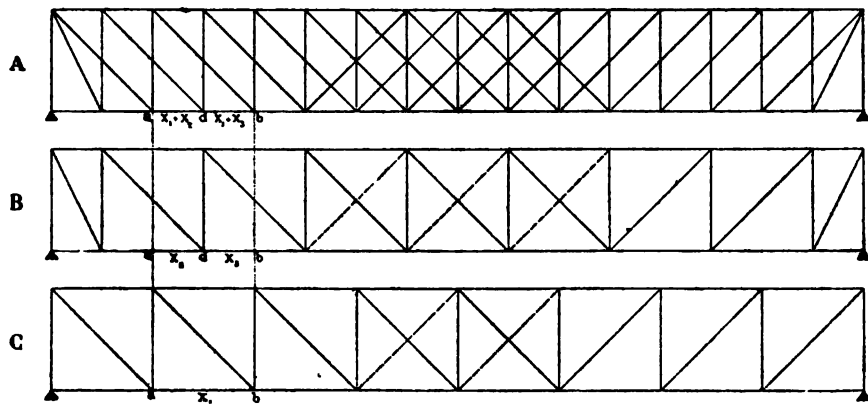
Si le tablier est intermédiaire, ainsi que l'indique la FIG. 73, les charges et surcharges sont appliquées aux points A, H, G des montants ; chaque montant, BD par exemple, doit être calculé pour deux sections différentes S et S' ; si on considère le tronçon à gauche des sections la portion AB du montant sera calculée pour les charges appliquées en A, car ce point fait partie du tronçon, tandis que la portion AD de ce même montant se calculera pour les charges allant jusqu'en H seulement.

La méthode du calcul que nous venons d'exposer pour la poutre triangulaire du système *Monit* est applicable à tout système triangulaire quelconque, poutres

Newville et dérivées, etc. Rien n'est changé dans la marche, il est donc inutile que nous nous y arrêtions.

79. Calcul d'un treillis multiple. — Dans les ponts en treillis les traverses du tablier sont toujours au droit des nœuds, jamais entre les nœuds, l'écartement des nœuds règle donc la portée des longrines du tablier, or dans le cas d'une poutre comme celle de la FIG. 69 le treillis simple conduit pour les longrines à des portées de 6^m60, ce qui, vu la longueur du pont, est déjà une assez grande portée, si on veut la diminuer on ne peut conserver le treillis simple, car les diagonales deviendraient trop peu inclinées, il faut recourir à un treillis multiple, par exemple, un treillis double ainsi que l'indique la FIG. 74.

FIG. 74



Ces poutres sont hyperstatiques, leur calcul exact est très difficile si pas impossible, car toute section faite rencontre plus de trois éléments, donc donne plus de trois inconnues, c'est-à-dire rend la statique impuissante, et vouloir faire intervenir les déformations c'est se lancer dans des calculs très longs et en somme très sujets à caution ; on tourne la difficulté en admettant une nouvelle hypothèse comme quoi la poutre A n'est que la juxtaposition des deux poutres à treillis simple B et C, c'est-à-dire que les fatigues dans A sont la somme algébrique de celles qui se développeraient dans B et C travaillant isolément et portant chacune la moitié des charges.

Ainsi le tronçon de bride *ab* de la poutre A fait partie de la poutre C et de ce chef subit une fatigue X_1 , mais les parties *ad* et *db* de ce tronçon font partie de la poutre B et de ce chef subissent les fatigues X_2 et X_3 , appliquant l'hypothèse ci-dessus on admet que :

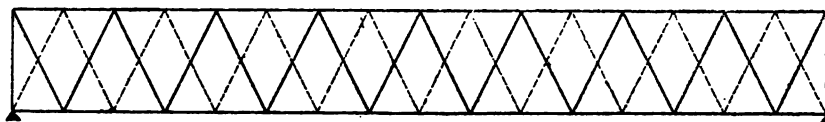
$$\text{la fatigue sur } ad = X_1 + X_2,$$

$$\text{la fatigue sur } db = X_1 + X_3,$$

Quant aux barres de treillis, elles sont distinctes pour chacune des deux poutres B et C et leur fatigue dérive de la charge portée par la poutre qui les contient, il n'y a d'exception que pour les montants d'extrémité qui cumulent les deux fatigues.

On calculera de la même façon la poutre à croisillons FIG. 75 qui peut se subdiviser en deux poutres triangulaires simples du système Neuville, nous les avons

FIG. 75



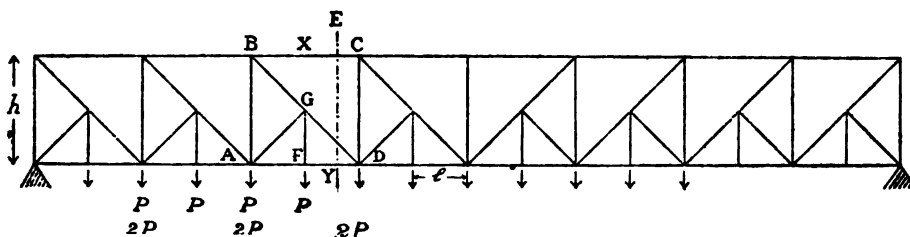
indiquées l'une en traits pleins, l'autre en traits interrompus ; pour les croisillons multiples on suit cependant une méthode de calcul spéciale que nous exposons ci-après au Chap. VIII.

Si le treillis était triple on le décomposerait en trois treillis simples ; un croisillon double se décomposerait en quatre treillis simples, et ainsi de suite.

*
* *

79^{bis}. Au lieu de recourir au treillis multiple qui n'est isostatique que moyennant le postulat de la décomposition en treillis simples, les Américains recourent au dispositif FIG. 74^{bis} qui est celui FIG. 74 très simplifié comme il est facile de s'en rendre compte, et de plus exactement calculable, si on suppose les nœuds articulés.

FIG. 74^{bis}



Pour exposer la méthode de calcul, considérons le panneau ABCD, nous supposons d'ailleurs que la surcharge est uniforme et représentée par p par unité courante, donc en chaque nœud il y a éventuellement du chef de la surcharge : $P = p\ell$.

Recherchons la fatigue X dans la bride BC et pour ce faire menons la coupe E qui ne rencontre que 3 éléments et nous avons :

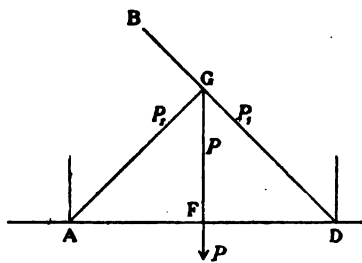
$$X = \frac{M_D}{h}$$

donc X est maximum pour la surcharge complète, et pour avoir immédiatement le maximum de M en D il suffit de supprimer la charge P des nœuds intermédiaires et supposer $2P$ au droit des montants ; donc X dans le cas de la FIG. 74^{bis} a la même valeur que dans le cas de la FIG. 69, Pl. X, c'est-à-dire la même valeur que si les traverses entre montants n'existaient pas.

La valeur de Y dans le tronçon FD est donnée par l'expression $Y = \frac{M_B}{h}$

la conclusion est la même que ci-dessus, et pour avoir le max. de M_B il suffit de considérer les seuls nœuds principaux et y supposer une charge $2P$; la valeur de Y est la même sur toute la longueur du panneau AD .

La bielle GF subit un effort P et le transmet à la diagonale BD et à la contre-fiche GA sous forme de deux efforts P_i ; l'effort P_i se répartit sur la diagonale BD par moitié sur chaque tronçon BG et GD , car l'un s'allonge autant que l'autre se raccourcit. Pour déterminer les valeurs des efforts maxima dans la bielle GF et la contre-fiche GA on supposera qu'en F viennent le ou les essieux les plus lourdement chargés de la charge roulante.

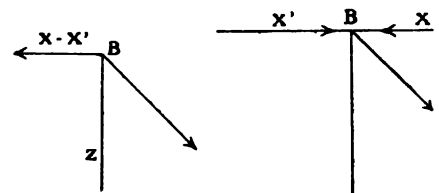


Le maximum sur le tronçon de diagonale GD se produit lorsque la surcharge recouvre tout le pont depuis son appui de droite jusqu'en D inclus ; pour la démonstration voir ci-avant le n° 82 ; ce maximum se transmet au tronçon BG . Mais pour ces deux tronçons il y a la modification provenant de l'effort P_i dont question ci-dessus.

Pour la détermination de l'effort sur le montant on isolera le nœud B et appliquant les principes exposés ci-avant il sera facile de déterminer le maximum de l'effort Z sur le montant.

Dans les parties centrales de la poutre on emploiera des diagonales rigides afin de ne pas devoir recourir aux contre-diagonales.

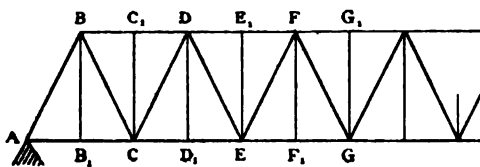
Il est à remarquer que dans ce système les brides comprimées BC sont livrées à elles-mêmes sur une longueur double en comparaison de celles du dispositif FIG 74, aussi elles devront avoir une section plus forte du



chef des éventualités de flambage. Au lieu du dispositif FIG. 75 il est préférable d'employer celui de la FIG. 75^{bis} qui permet le même écartement pour les traverses et est plus simple d'exécution et plus exact de calcul.

Le canevas se compose de la triangula-

FIG. 75^{bis}



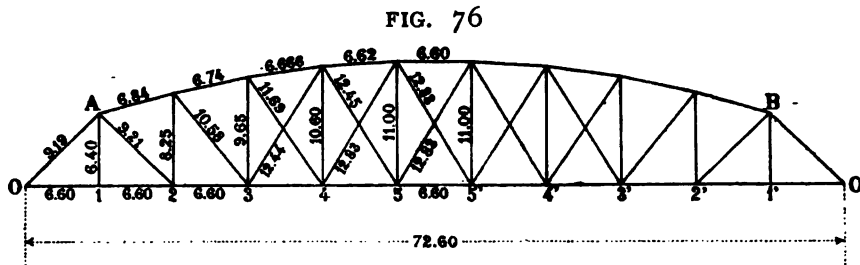
tion ABCDEFG... dont le calcul peut se faire par la seule statique en suivant la marche du § 3 ci-avant ; il y a en outre les montants BB_1 , DD_1 , FF_1 , etc. qui reportent sur les nœuds de la triangulation les charges des traverses intermédiaires ; il y a encore les montants CC_1 , EE_1 , GG_1 , etc. qui soutiennent les brides BD , DF etc. en leur milieu contre le flambage ; enfin ces montants BB_1 , CC_1 , DD_1 , etc. fournissent un assemblage facile et solide pour les traverses du tablier et pour les entretoisements du pont.

Le canevas FIG. 75^{bis} se rencontre quelquefois en Allemangne et en Amérique.

§ 4. Calcul d'un longeron droit en treillis simple à brides non parallèles.

80. Description. — Nous prenons le type de poutre donné, FIG. 76 ; le pont a 72 m. 60 d'axe à axe des rotules d'appui, cette portée est divisée en onze panneaux de 6 m. 60 ; le pont est à simple voie de chemin de fer ; le tablier est inférieur.

La bride inférieure de la poutre est droite, la bride supérieure entre les points A et B est un polygone dont les sommets sont sur une parabole de 193^m60 de paramètre ; aux points A et B ce polygone parabolique s'infléchit brusquement pour venir se raccorder aux extrémités de la bride inférieure ; les longueurs des lignes d'axe de la poutre sont données sur la FIG. 76.



Le poids mort total du pont est, par mètre courant, de 3400 kgr., de ce chef chaque nœud inférieur de la poutre en treillis porte donc : $\frac{3400 \times 6^m60}{2} = 11220$ kgr.

Le cahier des charges de la construction imposait une surcharge roulante de 4200 kgr. par mètre courant de voie, ce qui en chaque nœud donne : $\frac{4200 \times 6.60}{2} = 13860$ kgr. Ce pont a été exécuté.

*
*
*

81. Efforts dans les brides. — Méthode des nœuds (Crémona). — Nous savons que dans tous les cas de charge et surcharge la bride supérieure est comprimée et celle inférieure étendue. Nous savons aussi que les efforts maxima

dans l'une et l'autre bride se produisent lorsque la surcharge recouvre toute la travée, c'est-à-dire lorsque tous les nœuds inférieurs portent chacun $11220 + 13860 = 25080$ kgr.; puisque tous ces maxima se produisent simultanément pour une même position de la surcharge, la méthode la plus expéditive pour leur détermination est la méthode de Crémone (n° 73); la FIG. 78, Pl. XI donne les tracés en supposant une charge de 10.000 kgr. par nœud; nous avons sur chaque ligne de la FIG. 78 inscrit l'effort dû à 10.000 kgr.; multipliant ces efforts par 1,122 on a ceux correspondant au poids mort, les multipliant par 2,508 on a ceux provoqués par le poids mort et la surcharge recouvrant tout le pont; nous avons inscrit les résultats sur la FIG. 77, le signe + indique une extension, le signe — une compression. Nous voyons que sous l'effet d'une charge uniforme complète ni les contre-diagonales des divers panneaux, ni les diagonales du panneau central n'interviennent dans la résistance, c'est pourquoi nous ne les avons pas tracées sur le canevas, FIG. 77.

Il est à remarquer que les efforts maxima dans les brides peuvent se calculer encore par la méthode des tronçons, analytique (voir nos 69-70) qui conduit aux deux formules :

$$X = \frac{M_K}{h} \qquad Z = \frac{M_G}{h'}$$

Si la surcharge roulante imposée pour le calcul n'est pas une surcharge continue uniforme, si par exemple on veut s'en tenir à la réalité stricte d'un train ou d'un chariot franchissant le pont, le moment fléchissant maximum en chaque nœud correspondra à des positions différentes de la surcharge mobile (voir notamment le § 9, Chap. III et les FIG. 26 et 28, Pl. V); on ne peut donc plus recourir au tracé de Crémone qui suppose que le maximum se produit *simultanément* partout pour un seul et même mode de surcharge, il faut nécessairement dans ce cas appliquer les deux formules ci-dessus et calculer X et Z pour la position de la surcharge donnant en chaque nœud les maxima de M_K et M_G .

* * *

82. Efforts dans les diagonales. — Nous venons, pour le tracé Crémone, de calculer les efforts sur les diagonales dus au poids mort, ils sont inscrits sur la FIG. 77, il nous reste à calculer les effets maxima de la surcharge. Nous supposons que la surcharge roulante se compose d'une série de charges locales de 13860 kgr. passant brusquement d'un nœud à un autre sans occuper de position intermédiaire entre les nœuds; nous avons vu (nos 69-70) que dans ce cas l'effort maximum sur une diagonale se produit lorsque tous les nœuds à droite (ou à gauche) de cette diagonale sont occupés par la surcharge; soit (FIG. 80, Pl. XII) une section S dans une diagonale quelconque KH comprise entre les nœuds G

et H, la traction maximum sur cette diagonale se produira lorsque la surcharge occupe tous les nœuds depuis H jusque l'appui de droite, dans ce cas la réaction sur l'appui de gauche D est : $\frac{13860 \times 28 \times 6^m60}{11 \times 6^m60} = 1260 \times 28 = 35280$ kgr., cette réaction est la seule force qui fatigue les membrures de la poutre depuis D jusque la diagonale KH inclusivement, si donc partant de D nous traçons avec cette seule force 35280 kgr. un polygone Crémona, nous aurons, arrivé au nœud K, la traction exercée sur KH ; or ce tracé est fait FIG. 81, sauf que nous avons supposé en D une réaction verticale de 1000 kgr. seulement, et pour cette réaction nous avons trouvé sur KH une traction de 790 kgr., par conséquent la traction maximum sur cette diagonale, du chef de la surcharge roulante, sera :

$$+790 \times \frac{35280}{1000} = +27871 \text{ kgr.}$$

et comme du chef du poids mort elle subit déjà +10434 kgr. (FIG. 77, Pl. XI), son maximum absolu par traction est : $+27871 + 10434 = +38305$ kgr.

Voici maintenant l'application de cette méthode à toutes les diagonales : sur les diagonales en traits *pleins* du tracé Crémona, FIG. 81, qui correspondent à celles en traits pleins du canevas de la poutre, FIG. 80, nous avons noté les efforts par traction qu'y développerait une réaction de 1000 kgr. s'exerçant sur l'appui D, d'autre part sous la poutre, FIG. 80, nous avons noté l'effort tranchant maximum (ou réaction en D) provoqué dans chaque panneau par la charge roulante s'avançant de R vers D, il suffit donc de multiplier les chiffres du diagramme, FIG. 80, par ceux du tracé, FIG. 81, pour avoir l'effort de traction maximum provoqué en chaque diagonale par la charge roulante, cela nous donne :

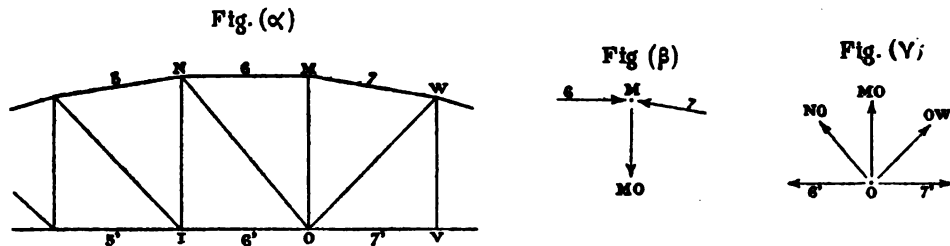
sur la diagonale AF	A + 800 × 56.700 = +45360 kgr.
sur JG	B + 730 × 45.360 = +33112 »
sur KH	C + 790 × 35,280 = +27871 »
sur LI	D + 970 × 26.460 = +25666 »
sur NO	E + 1180 × 18.900 = +22302 »
sur MV	F + 1500 × 12.600 = +18900 »
sur WT	G + 2125 × 7.560 = +16065 »
sur UP	H + 3090 × 3.780 = +11680 »
sur QC	I + 5000 × 1.260 = +6300 »

Depuis la diagonale A jusque celle E inclusivement le maximum de traction provoqué par la charge roulante s'ajoute à la traction permanente due au poids mort (voir FIG. 77) d'où les maxima :

sur AF	A + 45360 + 31977 = +77337
sur JG	B + 33112 + 18064 = +51176

sur KH	$C + 27871 + 10434 = + 38305$
sur LI	$D + 25666 + 5386 = + 31052$
sur NO	$E + 22302 + 0 = + 22302$

A partir du panneau suivant, celui MOVW de la FIG. 80, les choses deviennent plus compliquées, en effet comme toutes les diagonales sont méplates et ne peuvent résister que par traction il nous faut nécessairement dans ce panneau une diagonale WO pour équilibrer l'effet du poids mort qui développe sur cette diagonale une traction permanente de 5386 kgs. (v. FIG. 77), supposons qu'elle existe seule dans le panneau et recherchons sa fatigue sous l'effet du poids roulant, la poutre se présentera en cette partie comme l'indique la FIG. (α)



ci-contre, isolons le nœud M qui est soumis aux trois forces indiquées en la FIG. (β), la force 6 est connue par le tracé Crémone fait pour le nœud N, cette force 6 a pour valeur le vecteur *ab* de la FIG. 81, le triangle des trois forces s'équilibrant autour de M est celui *abd* de la FIG. 81, il nous donne *db* comme valeur de la traction sur le montant MO de la FIG. (α); isolons maintenant le nœud O de la FIG. (α), il est soumis aux cinq forces indiquées sur la FIG. (γ), dont deux inconnues, celles 7' et OW, le polygone de ces cinq forces est *DlbdgD* (FIG. 81) dans lequel *Dl* est la valeur de la force 6' qui a été déterminée par le tracé Crémone du nœud précédent I, nous voyons par ce polygone *DlbdgD* que la diagonale OW subit une compression de 1450 kg. pour une réaction de 1000 kgs en D, *or cette diagonale méplate peut au maximum équilibrer une compression égale à sa traction permanente 5386 kgs, donc la réaction en D qu'elle peut équilibrer est de :*

$$\frac{5386}{1450} = 3700 \text{ kgs}$$

or le maximum de réaction en D que provoque la charge roulante, en d'autres termes l'effort tranchant maximum dans le panneau de la diagonale OW, est de 12600 kgs (voir FIG. 80), il reste donc : $12600 - 3700 = 8900$ kgs que ne peut équilibrer la diagonale OW et pour lesquels il faut nécessairement dans ce panneau introduire une seconde diagonale MV, généralement nommée contre-diagonale ; le tracé FIG. 81 nous montre que pour 1000 kgs en D cette *contre-diagonale MV* subit une fatigue de 1500 kgs, sa *fatigue maxima* du chef de la surcharge roulante sera donc : $1500 \times 8,9 = 13350$ kgs.

Il est à noter que sur OW le maximum de traction est celui trouvé ci-dessus pour LI, soit 31052 kgs.

* *

Passons au panneau suivant, celui WVUT de la FIG. 80 et appliquons la même marche que ci-dessus : la compression maximum que peut équilibrer UV est égale à sa traction permanente due au poids mort, soit 10434 kgs (FIG. 77), elle peut donc équilibrer une réaction en D égale à (v. FIG. 81) : $\frac{10434}{1980} = 5300$ kgs, or le maximum d'effort tranchant dans le panneau UV du chef du poids roulant est de 7560 kgs, il reste donc une portion : $7560 - 5300 = 2260$ kgs de cet effort tranchant que ne peut équilibrer UV et qui exige une contre-diagonale WT laquelle subira (voir FIG. 81) une traction maximum de : $2125 \times 2,26 = 4803$ kgs.

* *

Passons au panneau UQPT : la compression maximum que peut équilibrer TQ est sa traction permanente 18064 kgs, donc elle peut équilibrer une réaction en D ayant une valeur de (voir FIG. 81) : $\frac{18064}{2790} = 6500$ kgs, or le maximum de réaction en D que peut provoquer la charge roulante est l'effort tranchant 3780 (FIG. 80), il ne faut donc pas de contre-diagonale dans ce panneau, la seule diagonale TQ suffit ; la surcharge roulante dans sa position la plus défavorable la comprimera de : $2790 \times 3,78 = 10546$ et lui laissera donc une traction minimum de : $18064 - 10546 = 7518$ kgs.

* * *

Pour des motifs analogues la contre-diagonale QC est inutile dans le panneau QBPC ; la diagonale PB subit du chef de la charge roulante une compression de : $-4350 \times 1,260 = -5481$ mais comme la charge morte la soumet à une traction permanente de 31977 kgs, il reste donc une traction minimum de : $+31977 - 5481 = +26496$ kgmes.

* * *

88. Efforts dans les montants. — Les efforts permanents dus à la charge morte sont sur la FIG. 77, Pl. XI, recherchons les effets de la charge roulante.

Le montant AE est une simple tige de suspension reliant le tablier au nœud A de la bride supérieure, l'effet maximum de la charge roulante est une traction de 13860 kgs, laquelle ajoutée à la traction permanente due à la charge morte donne un total de + 25080 kgs.

Le montant JF subit une compression maximum lorsque la charge roulante s'étend de R jusque G inclusivement, ce qui en D donne une réaction verticale de 45360 kgs (FIG. 80, Pl. XII), le tracé Crémona, FIG. 81, nous donne que pour 1000 kgs en D la compression sur JF est de 560 kgs, la compression maximum du chef de la charge roulante sera donc :— $560 \times 45,36 = - 25401$ kgmes.

La charge permanente donne une compression de 11108 (FIG. 77, Pl. XI), le total maximum est donc :— $25401 - 11108 = - 36509$.

* * *

Passons au montant KG : lorsque la charge roulante s'étend de R à H la contre-diagonale GL ne joue aucun rôle, elle est comme si elle n'existait pas dans le panneau, le montant KG subit donc une compression qui d'après les tracés FIG. 80 et 81 a pour valeur :— $560 \times 35,280 = - 19756$, et comme la charge permanente le comprime à raison de 2917 kgs (FIG. 77) cela donne un total maximum:— $19756 - 2917 = - 22673$ kg.

* * *

Passons au montant LH ; raisonnant comme ci-avant, nous avons :

Effet de la charge roulante :	— $650 \times 26,460 = - 17199$ kg.	}	total — 14394 k.
Effet du poids mort :	+ 2805		

L'effet maximum en sens inverse est une tension de 6270 kgmes qui se produit lorsque la surcharge est complète. Pour le montant NI nous avons de même :

Effet de la surcharge :	— $825 \times 18,900 = - 15592$	}	total — 8972 k.
Effet du poids mort :	+ 6620		

L'effort maximum en sens inverse est une tension de 14797 kgs qui se produit lorsque la surcharge est complète.

* * *

Nous passons au montant MO, ici le cas est plus compliqué, car la charge roulante qui s'étend de R à V (FIG. 80) et la charge morte produisent des effets inverses sur les diagonales du panneau MOVW.

L'étude que ci-dessus nous avons faite sur les FIG. (α) (β) et (γ) nous montre que du chef de la charge roulante le montant MO est comprimé au prorata de la traction de la contre-diagonale MV et ce dans la proportion de 1000 kg. de compression sur MO pour 1500 kgs de traction sur MV (voir FIG. 81), or nous avons trouvé que la traction maximum sur MV est de 13350 kgs, donc la compression maximum que provoque la charge roulante sur MO sera : $13350 \times \frac{1000}{1500} = 8900$ k.

de plus ce montant subit du chef du poids mort une traction permanente de 6520 kgs, il lui reste donc une compression de : $- 8900 + 6620 = - 2280$ kgs.

••

Nous passons au montant WV ; la diagonale VU subit du chef du poids mort une traction permanente de + 10434 kgs, ce qui lui permet d'équilibrer une pression d'autant ; le tracé Crémone nous indique que 1000 kgs en D donne sur VU une compression de 1980 kgs, elle peut donc équilibrer : $1000 \times \frac{10434}{1980} = 5300$ kgs, or la réaction en D pour la charge roulante de R à T est 7560 kgs ; il reste donc : $7560 - 5300 = 2260$ kgs, se reportant sur le montant VW ; nous pouvons faire abstraction de la diagonale OW qui s'assemble à la tête de ce montant, d'ailleurs comme nous l'avons vu ci-avant sa tension est complètement annihilée ; le tracé Crémone nous indique que pour 1000 kgs en D la compression de WV est de 1280 kgs, sa compression totale sera donc : $- 1280 \times 2,260 = - 2893$, or il subit du chef du poids mort une traction permanente de 2805^k, il lui restera donc une compression de : $- 2931 + 2805 = - 126$ kgs.

On pourrait encore raisonner comme suit : la contre-diagonale WT subit du chef de la charge roulante une traction max. de 4803 kgs, donc du même chef la compression max. sur VW sera (voir FIG. 82) : $- 4803 \times \frac{1280}{2125} = - 2893$ ce qui est le résultat trouvé ci-dessus.

••

Nous passons au montant TU : la diagonale TQ peut en vertu de sa tension permanente équilibrer tout l'effort de compression provenant de la charge roulante, donc rien ne se reporte sur TU, ses maxima de fatigue sont ceux du montant KG étudié ci-avant.

Passons au montant QP : nous avons vu que les contre-diagonales PU et CQ n'existent pas, nous pouvons donc mener une section S₁ (FIG. 80) et nous avons que la charge roulante s'étendant de R à P inclusivement développe sur le montant QP une traction dont le coefficient donné par le tracé Crémone, FIG. 81, est de 3025 kgr., donc la traction totale est : $+ 3025 \times 3,780 = + 11435$ comme ce montant subit une compression permanente de 11108 kg. il lui reste donc une traction minimum : $+ 11435 - 11108 = + 327$ kgs.

••

84. Récapitulation. — Voilà le calcul du longeron qui est complètement terminé, nous avons inscrit sur le canevas FIG. 77 les maxima des efforts sur les

brides, et sur le canevas FIG. 79 les maxima sur les montants, diagonales et contre-diagonales (1).

*
* *

85. Calcul du Treillis par la méthode de Culmann. — La détermination des fatigues provoquées par la charge roulante sur les montants et diagonales du longeron peut encore très aisément se faire au moyen du tracé de Culmann.

Retournons à la FIG. 80, Pl. XII, nous voulons par exemple déterminer l'effort maximum provoqué par la charge roulante sur la diagonale KH, effort qui se produit lorsque la charge s'étend de R à H inclusivement, nous coupons par la section S et considérons le tronçon de gauche isolément, il est soumis à 4 forces qui sont les efforts sur les trois éléments coupés par le plan S et la réaction 35280 kgs en D ; ces quatre forces se subdivisent en deux groupes de deux, le point de concours de l'un des groupes (les forces suivant KL et KH) est le point K, le point de concours de l'autre groupe est le point D, la résultante commune a donc la direction KD que nous prolongeons vers le bas ; nous portons en DD' la valeur de la réaction 35280 kgs ; les trois forces DD' = 35280^k, KD et GH se font équilibre autour de D, nous construisons en DD'K' le triangle de ces trois forces, ce qui nous donne la valeur K'D de la résultante commune.

Cette résultante fait équilibre autour du point K aux deux forces qui agissent suivant KL et suivant KH, nous construisons en K'DH' le triangle de ces trois forces, ce qui nous donne en H'K' la valeur de l'effort suivant la diagonale KH, cet effort est dirigé de H' vers K' ce qui indique une traction, et à l'échelle du tracé nous trouvons que sa valeur est de + 27800 kgs.

Recherchons maintenant la valeur de l'effort suivant le montant KG, pour cela nous menons la section S₂, la résultante commune a la même direction et la même valeur que pour la section S, donc elle est DK' ; en K elle fait équilibre aux efforts suivant KJ et KG, nous construisons en K'DG' le triangle de ces trois forces et nous avons en G'K' la valeur en intensité et direction de l'effort sur le montant KG, c'est une compression dont la valeur prise à l'échelle est de — 19700kg.

Ce sont les mêmes efforts que trouvés ci-dessus par le tracé Crémona de la FIG. 81, on remarquera d'ailleurs en comparant les FIG. 80 et 81 la similitude entre ces deux tracés.

Le tracé de Culmann a pour avantage que la détermination de l'effort supporté par une barre quelconque peut se faire directement sans devoir passer par la série des barres intermédiaires ainsi que c'est le cas pour le tracé de Crémona ; en règle

(1) Il ne faut toutefois pas être dupe de ces beaux calculs et de cette belle théorie traditionnelle, tout cela est passablement fantasmagorique du chef des hypothèses erronées sur lesquelles on se base ; aussi les fatigues de la réalité ne cadrent nullement avec celles indiquées par le calcul. — Si nous donnons ces théories du treillis triangulé c'est que nous y sommes astreints par les programmes officiels.

générale cependant la méthode Crémone de la FIG. 81 est meilleure pour le calcul d'un pont que celle Culmann de la FIG. 80.

§ 5. Poutres avec minimum de panneaux à contre-diagonales.

86. Nous avons vu ci-avant, Pl. X, FIG. 69, que la poutre à brides parallèles de 72^m60 de portée n'avait qu'un seul panneau avec contre-diagonale tandis que la poutre cintrée de même importance et mêmes charges (FIG. 76 du n° 80), a cinq panneaux avec contre-diagonales, et si la bride supérieure avait été une parabole complète comme dans les bowstring tous les panneaux eussent dû avoir une contre-diagonale.

Le système avec contre-diagonales a pour inconvénient de provoquer dans les longerons au passage de la charge roulante des sautes d'effort qui brusquement passent d'une diagonale sur l'autre d'un même panneau, ce qui nécessairement doit produire un effet de dislocation dans le quadrilatère formé par les brides et les montants du panneau ; de plus l'expérience prouve que le rôle assigné par la théorie aux contre-diagonales ne se trouve pas complètement réalisé en pratique, c'est-à-dire que les contre-diagonales ne prémunissent pas complètement les diagonales méplates contre tout effet de compression.

Il y a donc avantage de diminuer le nombre de panneaux avec contre-diagonales, ce but peut être atteint de diverses façons :

1° en augmentant le poids mort du pont, ce qui n'est pas un moyen pratique;

2° en rendant rigides les diagonales exposées à subir une compression, ce moyen assez peu employé antérieurement prend de plus en plus faveur, en ce qui nous concerne il nous plaît beaucoup ;

3° enfin on peut, si pas complètement éviter les contre-diagonales, tout au moins en diminuer le nombre en employant un longeron mixte dont la partie centrale est à brides parallèles et les extrémités à brides courbes, de façon à cumuler les avantages des brides parallèles en ce qui concerne les contre-diagonales et des brides non parallèles en ce qui concerne les montants des extrémités du longeron (voir n° 67).

C'est un longeron de ce dernier type que nous donnons Pl. XIII, FIG. 86, ce longeron est destiné à un pont à une voie de 72^m60 de portée, pont absolument semblable à ceux étudiés ci-avant aux § 3 et 4 ; la portée 72^m60 est divisée en 11 panneaux de 6^m60, les cinq panneaux du milieu ont une hauteur constante de 11 mètres, puis la bride s'infléchit (inflexion donnée à l'œil) de façon à raccorder convenablement la bride supérieure aux extrémités de celle inférieure.

Le poids mort du pont est de 3400 kgs par mètre courant, chaque nœud du longeron porte donc $\frac{3400 \times 6.6}{2} = 11220$ kgs, le poids roulant est de 4200 kgs et

de ce chef chaque nœud porte $\frac{4200 \times 6.6}{2} = 13860$ kgs ; le total maximum sur chaque nœud est donc $11220 + 13860 = 25080$ kgs ; ce sont absolument les mêmes chiffres que pour les deux longerons étudiés ci-avant aux § 3 et 4.

Nous avons établi, Pl. XIII, FIG. 87, le tracé Crémona pour une charge de 10000 kgs en chacun des nœuds inférieurs de ce longeron, multipliant les chiffres de ce tracé par 2,508 nous obtenons les efforts sur les divers éléments pour la surcharge recouvrant tout le pont, nous avons (FIG. 88) inscrit ces efforts maxima en ce qui concerne les brides ; nous voyons que dans le cas d'une charge complète uniforme les diagonales et montants du panneau central ne subissent aucune fatigue, nous voyons aussi que les efforts sur les brides sont moindres que pour le longeron Pl. XI, FIG. 77, d'ailleurs la hauteur est plus grande dans la plupart des panneaux.

Les tracés Crémona FIG. 87 et 90 nous permettent de calculer les fatigues sur les montants et diagonales du treillis, le diagramme des efforts tranchants est le même que celui donné Pl. XII, FIG. 80.

Sur les diagonales du panneau central NIMO (FIG. 86) la charge morte n'exerce aucun effort, la charge roulante exerce un effort maximum qui a pour valeur (voir la FIG. 90) : $1175 \times 18,900 = 22,208$ kgs effort qui agit par traction, tantôt sur l'une, tantôt sur l'autre diagonale de ce panneau.

Passons au panneau suivant celui MOVW : sur la diagonale OW la charge morte exerce une traction de (voir FIG. 87) : $+11900 \times 1,122 = +13352$ kgs, et la charge roulante une compression maximum de (voir FIG. 90) : $-1175 \times 12,600 = -14805$ kgs, il y aurait donc sur cette diagonale, dans le cas le plus extrême, une compression de $-14805 + 13352 = -1453$ kgs, c'est là une valeur par trop faible que pour employer une contre-diagonale, il vaut mieux donner une certaine raideur à la diagonale OW.

Sur la diagonale VU la charge morte produit une traction $+23500 \times 1,122 = +26367$ kgs et la charge roulante une compression : $-1175 \times 7,560 = -8883$ k. c'est-à-dire que sur cette diagonale il n'y aura jamais de compression effective, et dans ce panneau il ne faut pas de contre-diagonale.

Sur la diagonale TQ la charge morte exerce une traction de $+16800 \times 1,122 = +18850$, et la charge roulante une compression maximum de $-2570 \times 3,780 = -9715$ kgs, donc dans ce panneau il ne faut pas de contre-diagonale.

Sur la diagonale PB la charge morte exerce une traction de $+16500 \times 1,122 = +18513$ kgs, et la charge roulante une compression maximum de $-5500 \times 1,26 = -6930$ kgs (le tracé de l'effort 5500 kgs n'est pas fait sur la FIG. 90, il sort de la planche), donc dans ce panneau il ne faut pas de contre-diagonale.

En somme le canevas de la poutre se présente comme indiqué FIG. 86, il n'y a que le panneau central où une contre-diagonale soit nécessaire.

Ce genre de longerons, à brides non parallèles, pour lesquels le nombre de panneaux munis de contre-diagonales est réduit au minimum se nomme quelquefois *Poutre Schwedler* du nom de l'ingénieur qui le premier a recherché la solution de ce problème (voir FIG. 58 du n° 66).

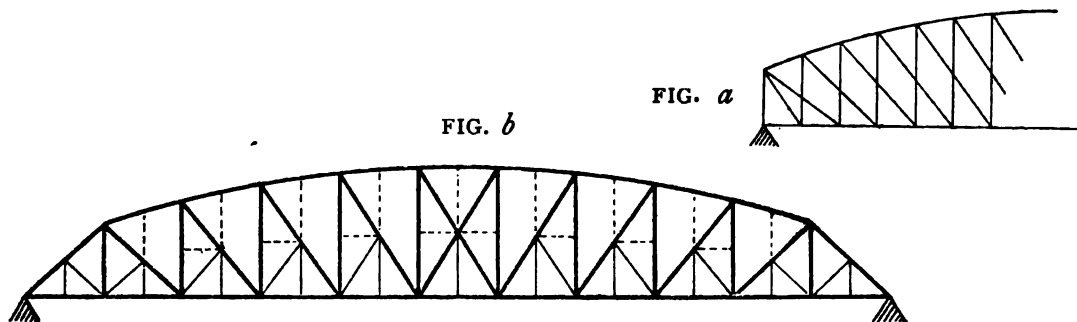
Il est à remarquer que pour la *Poutre Schwedler* proprement dite la bride supérieure est horizontale dans la partie centrale et se continue ensuite par un polygone inscrit dans un arc d'hyperbole, cette hyperbole qui est le résultat d'une finesse de calcul n'offre aucune réelle utilité pratique, il est préférable tracer la partie polygonale à vue d'œil ainsi que nous l'avons fait ci-dessous, on a ainsi un aspect satisfaisant et c'est une garantie que le dispositif est rationnel.

§ 6. Poutres à brides non parallèles et treillis multiples.

87. Les mêmes raisons que déjà exposées ci-dessus au n° 79 conduisent quelquefois à employer un treillis multiple dans le cas de poutres à brides non parallèles, le calcul se fait en décomposant en treillis simples d'après la marche indiquée au n° 79, toutefois cette méthode est moins exacte pour les brides non parallèles que pour les brides parallèles, car la bride polygonale de l'un des treillis simple n'est pas identique à la bride polygonale que l'on doit prendre pour l'autre treillis simple, puisque les sommets sont différents, d'où une perturbation et une incertitude dans l'addition algébrique des résultats obtenus pour les divers treillis simples.— Voir sur ce sujet « *Tijdschrift van het koninklijk institut van Ingenieur* », 10 avril 1897. La Haye.

* * *

88. Au lieu d'employer pour les poutres à brides non parallèles des treillis multiples FIG. *a* se superposant et qu'ensuite on décompose pour le calcul ainsi

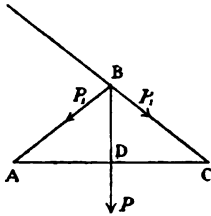


qu'il est dit ci-avant au n° 79, on peut employer le dispositif indiqué FIG. *b* qui n'est que la reproduction de la FIG. 76 sauf les bielles intermédiaires et leurs contre-fiches pour supporter les traverses intermédiaires.

Pour le calcul on considère le canevas en gros traits FIG. *b*, c'est le canevas principal qui se calcule comme celui FIG. 76 en supposant le canevas secondaire inexistant, donc en supposant que les traverses intermédiaires sont supprimées et qu'il n'y a que celles au droit des montants principaux qui par le fait portent les mêmes charges que dans le cas de la FIG. 79.

Puis dans chaque panneau on calcule le canevas secondaire ABC (FIG. *c*) que l'on considère comme distinct et indépendant du canevas principal.

FIG. *c*



La charge P de la traverse donne l'effort P sur la bielle BD et celle P₁ sur la contrefiche BA ; quant aux efforts sur la diagonale BC et le tirant AC, ils se confondent avec ceux du calcul du canevas en gros traits.

Les vérifications que l'on jugera nécessaires peuvent se faire en suivant une méthode analogue à celle exposée ci-avant.

Le canevas FIG. *b* a été suivi pour la travée centrale de 195 mètr. (haut 27^m) du cantilever actuellement (1915) en voie d'exécution sur le S^t Laurent au Canada en remplacement du pont écroulé en 1907. — Cette travée de 195 mètr. a 9 panneaux principaux (au lieu des onze de la FIG. *b*), les traverses sont donc écartées de : $195 : 9 \times 2 = 10^m83$

Au canevas proprement dit indiqué en traits pleins (FIG. *b*) on a pour le pont sur le S^t Laurent ajouté des barres accessoires indiquées en traits interrompus, barres destinées à soutenir les éléments comprimés du pont.

§ 7. Poutres Bowstring et Pauli.

89. Parmi les longerons à brides polygonales il y a deux types, Bowstring et Pauli (voir les FIG. 55, 61 et 62 du n^o 66), qui pendant un temps ont joui d'une certaine faveur.

Les brides sont des polygones inscrits dans une parabole du 2^d degré régnant d'un appui à l'autre, ce polygone parabolique est le polygone funiculaire des charges uniformes recouvrant tout le pont, charge morte et surcharge ; l'équilibre de ces charges uniformes se réalise donc par traction et compression simples des brides et sans intervention des diagonales d'où une certaine économie de matière qui a fait antérieurement le succès de ces types.

Les diagonales n'interviennent que pour l'équilibre des surcharges partielles, ce qui oblige de les avoir doubles dans chaque panneau, cela résulte de la théorie exposée ci-avant au n^o 82 ; il faut donc des contre-diagonales dans tous les panneaux, c'est là un premier inconvénient des types Bowstring et Pauli.

Un autre inconvénient consiste dans l'angle très aigu sous lequel les deux

brides se rencontrent aux extrémités, angle qui rend l'assemblage difficile et compliqué, toutefois cet inconvénient n'existe pas pour le type FIG. 62.

Enfin pour le type Pauli dont la bride inférieure est courbe, il y a l'inconvénient que le montage est plus difficile, notamment l'échafaudage de montage est plus compliqué.

C'est à cause de ces divers inconvénients que ces types sont généralement abandonnés aujourd'hui, et remplacés par les types FIG. 56, 57 et 58 du n° 66.

§ 8. Détermination des sections des diverses membrures.

Après la détermination des efforts qui agissent sur les divers éléments d'un longeron il y a la détermination des dimensions ou plutôt des sections à donner à ces éléments. Nous prendrons le longeron à bride supérieure polygonale que nous venons de calculer au § 4 et nous déterminerons les dimensions des membrures du panneau allant du nœud n° 2 au nœud n° 3 (Pl. XIV), il est à noter que ce pont a été exécuté en fer.

90. Bride supérieure. — Nous avons trouvé que cette bride (JK, FIG. 77, Pl. XI) subit une compression maximum de 210672 kgs. Sa section est donnée FIG. 91, la superficie brute de cette section est de 40436 millimètres carrés, mais elle subit une réduction du chef des trous de rivets, le maximum de cette réduction se produit au droit des assemblages des nervures verticales de cette bride, il y a à déduire :

1° huit trous de rivets de 25 dans les nervures de 20, $8 \times 25 \times 20 = 4000$ mill. c.	}	total 6100
2° deux trous de rivets de 25 dans les ailes des cornières et la nervure verticale $2 \times 25 \times 42 = 2100$		

La section nette résistante est donc

$$40436 - 6100 = 34300 \text{ d'où une fatigue : } \frac{210672}{34300} = 6^{\text{K}2} \text{ par m. m. c.}$$

Il est à remarquer que si la rupture se produisait ce serait suivant la ligne AB, c'est pourquoi certains ingénieurs déterminent la section nette en déduisant non seulement les trous des nervures, mais encore ceux des tables, dans notre cas il y aurait à déduire sus :

2 trous de 20 dans 21 = 840	}	Total 2480
2 » 31 = 1240		
1 » 20 = 400		

et la section nette serait donc $34300 - 2480 = 31820$ millimètres carrés, ce qui donnerait une fatigue de $\frac{210672}{31820} = 6^{\text{K}7}$ par millimètre carré.

Nous avons à rechercher si la compression subie par cette nervure n'engendre pas un danger de flambage, supposons un flambage virtuel perpendiculaire au plan du longeron, le moment d'inertie de la section nette par rapport à l'axe

neutre EF (FIG. 91) est : $I = \frac{0,020579}{12}$ d'où $r = \sqrt{\frac{I}{\omega}} = \sqrt{\frac{0,020579}{12 \times 0,0343}} = \frac{14,30}{64,16}$

la longueur de la bride de nœud à nœud est 6^m74, donc : $\frac{l}{r} = \frac{6,74 \times 64,16}{14,3} = 30$

la théorie indique que pour ce rapport la charge de flambage est 27,3 (voir Tome I), le coefficient de sécurité de la bride est donc : $\frac{27,3}{6,2} = 4,4$ (1).

Le rapport $\frac{l}{r} = 30$ suppose que la bride est libre aux deux extrémités, en réalité elle est continue, on pourrait admettre qu'elle est encastree, dans ce cas il faut prendre comme longueur proportionnelle $\frac{0,575 l}{r}$ dont la valeur est 17,4, ce qui correspond à une charge de flambage de 28,4 et donne comme sécurité 4,6.

Mais le flambage pourrait aussi se produire dans le plan du longeron, le moment d'inertie suivant l'axe neutre horizontal CD (FIG. 91) est $I = 0,001016$,

d'où $r = \sqrt{\frac{I}{\omega}} = \sqrt{\frac{0,001016}{0,0343}} = \frac{3,2}{18,5}$ $\frac{l}{r} = \frac{6^m74 \times 18,5}{3,2} = 39$

ce qui correspond à une charge de flambage de 26,4 ; si on admet qu'il y a encastrement aux deux bouts on a $\frac{0,575 l}{r} = 22,4$ et la charge de flambage est 28,3.

En somme nous voyons que la résistance au flambage de la bride est la même dans les deux sens et que son coefficient de sécurité est 4,6 ; en réalité la sécurité est moindre, car les deux nervures verticales sont assez peu solidaires l'une de l'autre malgré le diaphragme qui existe au milieu de l'intervalle des nœuds ; il eût été utile de garnir les bords inférieurs des deux tôles verticales d'une cornière longitudinale et établir un treillis entre ces deux cornières de façon à donner à l'ensemble de la bride la forme d'un caisson carré ; cela se fait quelquefois aujourd'hui (2).

(1) La formule est : $\frac{P}{\Omega} = \frac{435000}{15000 + 30^2} = 27,3$

(2) Recherchons par ex. quelle résistance à la compression peut offrir une lanière de 100 millimètres de hauteur prise au bord inférieur des tôles verticales de la bride supérieure. On a pour section rectangulaire

$$r = \frac{h}{\sqrt{12}} = \frac{20}{\sqrt{12}} = \frac{20}{3,47} = 5,8 \text{ millim.}$$

Du chef du diaphragme cette lanière est libre sur une longueur de $\frac{6^m74}{2}$, de plus elle peut être considérée comme encastree à son extrémité fixée au montant, on a donc

$$K \frac{l}{r} = 0,75 \times \frac{6740}{2 \times 5,8} = 440 ; \quad \frac{P}{\Omega} = \frac{195000}{440^2} = 1^k$$

Il y aurait maintenant lieu de s'assurer que l'ensemble des 2 brides sur toute la longueur du pont ne peut flamber, ce cas est traité ci-après au n° 120 alors qu'il n'y a pas de contreventement supérieur et au n° 123 lorsqu'il y en a un.



91. Montant n° 2. — Ce montant subit une compression maximum de 36509 kgs (voir FIG. 79, Pl. XI), il est composé de 4 cornières 120 × 100 × 12 percées de trous de 23 millimètres, sa section nette déduction faite des 8 trous est 7776 millimètres carrés, il subit donc une fatigue moyenne de $\frac{36509}{7776} = 4^{\text{K}7}$ par millimètre carré.

Comme cette fatigue agit par compression il y a à vérifier le flambage : les montants sont réunis transversalement par des entretoises placées immédiatement au-dessus du gabarit imposé (voir Pl. XV), si le flambage se produisait ce ne pourrait donc être que dans le plan du longeron et c'est dans ce sens que nous allons le vérifier, le moment d'inertie par rapport à l'axe neutre a pour valeur

$$I = \frac{0,002881}{12}, \text{ d'où } r = \sqrt{\frac{I}{\omega}} = \sqrt{\frac{0,002881}{12 \times 0,007776}} = \frac{53,7}{305,4}$$

et si nous considérons le montant comme semi-encasté aux extrémités nous avons le rapport $\frac{3}{4} \frac{l}{r} = \frac{3}{4} \times \frac{8^{\text{m}25} \times 305,4}{53,7} = 35$, à ce rapport correspond une charge de

flambage de 26,8, la sécurité de notre montant est donc $\frac{26,8}{4,7} = 5,8$, cette sécurité est plus convenable que celle trouvée pour la bride supérieure.

Le montant n° 4 subit une compression maximum de 14394 kg., il a une hauteur de 10^m60 et est composé de 4 cornières de 100 × 100 × 10, sa section nette est 5760 millimètres carrés, sa compression maximum = 2^K5 ; voyons le flambage : $I = \frac{0,00201779}{12}$; $r = \frac{45}{263}$; $\frac{3}{4} \frac{l}{r} = 47$, la charge de flambage correspondant à ce rapport est de 25,1, le montant ne fatigue donc qu'au dixième du flambage.

Le montant n° 5 est composé exactement comme celui n° 4, sa hauteur est de 11 mètres, la compression maximum qu'il subit est de 8972^K soit 1^K6 par millimètre carré, son rapport est $\frac{3}{4} \frac{l}{r} = \frac{3}{4} \times \frac{11 \times 263}{45} = 48$, donc la charge de flambage est la même que ci-dessus, et il ne travaille qu'au quinzième de cette charge.

Théoriquement on aurait pu réduire les dimensions des montants n° 4 et n° 5, mais le sentiment pratique du constructeur ne lui permet pas toujours de céder

cette lanière flambe donc sous une charge de 1^K par milli. carré ; par conséquent elle se dérobe sous la fatigue moyenne 6^K2 trouvée pour la bride, et de ce chef la fatigue réelle sur les tables de la bride est sensiblement plus élevée que cette moyenne 6^K2.

aux dernières conséquences de la théorie, il a une certaine méfiance et nous ne pouvons le blâmer.

••

92. Diagonale. — La diagonale du panneau n° 2 à n° 3 est composée de deux plats de 270 × 20, elle subit une traction maximum de 51176 kgs, soit 25588 kg. sur chaque plat.

C'est suivant la coupe oblique M (Pl. XIV) que la diagonale subit le plus grand affaiblissement du chef des trous des rivets des goussets d'assemblage, la largeur suivant cette coupe n'est guère différente de la largeur suivant une section droite, donc 270 millimètres, et il y a à retrancher deux trous pour rivets de 25 millimètres, la section est donc $(270 - 2 \times 25) 20 = 4400$ millimètres carrés, et la fatigue maximum est $\frac{25588}{4400} = 5,8$ par millimètre carré.

••

93. Bride inférieure. — Le calcul de la bride inférieure ne présente aucune particularité, c'est une pièce soumise à une simple traction comme la diagonale.

94. Règle générale. — En somme nous voyons que pour déterminer la section d'une membrure qui doit supporter un effort connu il y a à tenir compte de la diminution de section provenant des trous de rivets que porte cette membrure, en outre si la membrure est comprimée il y a à calculer l'éventualité de flambage, ce qui fréquemment conduit à augmenter la section résistante afin de diminuer la fatigue par unité.

La question du flambage pour les pièces comprimées d'une construction métallique est des plus importante et doit pour chaque pièce être résolue avec le plus grand soin ; que l'on n'oublie pas que les catastrophes du pont de Mönchenstein en Suisse (juin 1891) et de Quebec au Canada (1907), qui ont coûté la vie à tant de personnes, ne se seraient probablement pas produites si les pièces comprimées avaient été mieux calculées et mieux prémunies contre le flambage.

Pour la détermination des charges de sécurité à adopter on tient quelquefois compte des alternatives d'effort qui agissent sur chaque membrure, alternatives du minimum au maximum que nous avons notées sur les fig. 77 et 79 de la Pl. XI, on en déduit la charge de sécurité admissible pour chaque membrure en appliquant les formules données ci-avant au § 8 du Chap. I.

§ 9. Assemblage des Membrures.

95. Considérations générales. — La question des assemblages est de la plus haute importance, un seul assemblage mal fait frappe de faiblesse toute une

construction quelle que soit la solidité de son ossature proprement dite, on ne peut mettre trop de soins dans l'étude des assemblages, *il les faut solides avec le minimum d'affaiblissement pour la section courante*, chaque type d'assemblage entrant dans une construction doit faire l'objet d'une étude spéciale.

Dans un assemblage il y a le couvre-joint, les rivets et les trous de rivets, l'étude doit surtout porter sur la répartition des trous, il faut éviter de les accumuler dans une même section transversale, il faut les éparpiller en évitant de créer des lignes de rupture facile, d'autre part il faut cependant ne pas avoir des couvre-joints trop longs, il y a donc un juste milieu à trouver, c'est là l'objet des études de l'ingénieur.

Nous ne pouvons entrer ici dans les détails de la théorie complète des assemblages, nous montrerons tout simplement comment les ingénieurs qui ont construit le pont dont nous nous occupons ont traité cette question, nous verrons qu'ils ont été très prudents, ils ont multiplié les rivets, c'est-à-dire ont abaissé fortement la fatigue par cisaillement, cette prudence très grande est excusable, car dans tout assemblage il y a trois grandes inconnues :

1° Comment l'effort se répartit-il entre les rivets ? Généralement on admet la répartition égale et cependant on sent que cela n'est pas.

2° Les rivets sont-ils tous également à même de résister ? On admet que oui et cependant on sait que ce n'est pas, car tous ne remplissent pas également les trous, et quant au frottement dû au serrage c'est un facteur très variable, il peut être plus ou moins fort selon que le rivet est plus ou moins réussi.

3° Enfin les assemblages des montants et diagonales subissent des moments de flexion secondaires qu'il est impossible d'évaluer, et encore plus impossible d'évaluer leur action sur les rivets d'assemblage.

* * *

96. Diagonale. — Nous avons vu que chaque plat de 270×20 doit résister à un effort de 25588 kgmes, la Pl. XIV indique que chaque plat est assemblé à son extrémité inférieure par 8 rivets de 25 millimètres travaillant à double cisaillement, donc une section résistante de $2 \times 8 \times 490 = 7840$ millimètres carrés, et une fatigue par cisaillement de $3^k 3$ par m. m. carré, tandis que la fatigue par traction sur la diagonale est de $5^k 8$.

La règle à suivre pour la distribution des rivets d'assemblage est double :

1° Disposer les rivets symétriquement de part et d'autre de l'axe de la barre afin que l'effort reste bien centré sur cet axe.

2° Répartir les rivets de façon à déformer la barre le moins possible et pour cela commencer par mettre un rivet, en pointe, et puis aller en augmentant sur les rangées successives, car chaque rivet prend une portion de l'effort total de la barre et permet donc un trou de plus pour les rangées suivantes.

Les goussets d'assemblage ont chacun une épaisseur de 11 millimètres.

Supérieurement l'assemblage est exécuté avec 10 rivets de 25, cette augmentation du nombre des rivets ne se justifie pas.

* * *

97. Bride supérieure. — Nous avons à examiner l'assemblage des nervures verticales, cornières et des plats formant table.

Chaque nervure verticale a 540×20 , son joint est compensé par deux plats de 450×13 , de chaque côté du joint il y a 11 rivets de 25 à double cisaillement, la section nette de la nervure est de $(540 - 5 \times 25) 20 = 8300$ millimètres carrés, la section des rivets est $2 \times 11 \times 400 = 10780$ millimètres carrés, entre les deux sections il y a la proportion de 4 à 5.

Le joint des cornières est donné FIG. 91 et 93, chaque cornière de $90 \times 90 \times 11$ est compensée par deux cornières de $75 \times 75 \times 9$, on voit à l'examen de la figure que la section des rivets d'assemblage dépasse notablement celle de la cornière interrompue.

Le joint de la table de la bride est donné FIG. 94, les joints des deux plats sont étagés à une distance de 0^m70 , le couvre-joint a une longueur de 1^m59 , il a la même épaisseur, 10 millimètres, que les tôles interrompues, le diamètre des rivets d'assemblage est de 25 millimètres, chaque file transversale comprend 6 rivets, la section nette du plat de 700×10 est de $(700 - 6 \times 25) 10 = 5500$ millimètres, cette section est compensée par 30 rivets de 25 millimètres, ce qui fait $30 \times 490 = 14700$ millimètres carrés, c'est deux et demi fois la section de la tôle, nous estimons qu'il eût été suffisant d'employer 24 rivets de 22 millimètres.

Les joints de la bride inférieure sont établis exactement comme ceux de la bride supérieure. — Les assemblages des montants sur les brides sont établis d'après les mêmes principes que ceux exposés ci-dessus.

Pour le complément de l'étude des assemblages, voir Tome III, Livre IV.

§ 10. Lançage.

Il arrive que la mise en place du pont se fait par roulement sur galets et lançage en porte-à-faux, dans ce cas il se développe du chef des galets et du porte-à-faux de nouvelles conditions de charge et de fatigue qui momentanément agissent dans la superstructure et il importe de vérifier si à l'un ou l'autre moment de l'opération il n'y aura pas des fatigues dangereuses, cette vérification exige des calculs spéciaux qui n'offrent d'ailleurs rien de bien particulier mais que toujours il faut faire, car il est plus d'une fois arrivé que le lançage engendrait des déformations graves et même des ruptures dans certaines parties de la superstructure. Voir comme exemple de calculs de lançage la « *Revue Générale des Chemins de Fer* » n° de décembre 1895 et octobre 1902.

CHAPITRE VI

CANTILEVER

98. Généralités. — Les Cantilevers sont des poutres portant sur deux appuis tout comme les poutres à une travée étudiées ci-avant, seulement ces deux appuis ne sont pas placés aux extrémités des poutres, ils sont intérieurs et les poutres se prolongent à l'extérieur sous forme de consoles ; nous avons vu ci-avant au § 4 du Chap. III que les appuis intérieurs ont pour effet de diminuer les moments fléchissants sur la poutre.

Les Cantilevers sont des ponts semi-continus qui jouissent de certains des avantages des ponts continus : économie de matière et possibilité d'effectuer le montage des travées sans employer des échafaudages (voir ci-après, Livre II, Chap. I, § 3, n° 17) ; ils ont en outre comme les ponts discontinus l'avantage de pouvoir être calculés par la statique seule et comme conséquence ils ne subissent aucune augmentation de fatigue du chef de la dénivellation accidentelle ou du tassement des appuis ; *leur calcul se fait par une quelconque des méthodes données ci-avant pour les ponts à une travée.*

Les Cantilevers jouissent donc de la plupart des avantages des ponts discontinus et des ponts continus. La première application du Cantilever parait avoir été faite par l'ingénieur autrichien Gerber en 1864 à *Hassfurt* sur *Le Main* ; un peu plus tard en 1872 il construisit d'après le même système le pont de *Vilshofen* sur *Le Danube* et en 1875 le pont de *Posen* sur *La Warthe* ; les applications américaines et anglaises ne vinrent que plus tard.



99. Pont du Forth. — Ce qui fit la réputation du type Cantilever fut le fameux pont du *Forth* construit de 1883 à 1890 et mis en place *sans l'intervention d'échafaudage*, voir Pl. XVI.

Dans le pont du Forth les consoles prennent un très grand développement, la construction se compose de 3 Cantilevers (doubles consoles) : 2 de rive qui ont une longueur de $461^{\text{m}94}$, un central dont la longueur est de $494^{\text{m}05}$; ces Cantilevers portent au centre deux ponts indépendants de $106^{\text{m}24}$ de longueur chacun.

Les cantilevers reposent sur des piles à très grands empâtements afin de leur

assurer une bonne stabilité; pour le Cantilever central l'empâtement est de 82^m34 , il assure la stabilité de ce Cantilever lorsque l'une des travées est surchargée et l'autre pas, et cette stabilité est assurée sans exercer aucune traction sur les points d'appui; l'empâtement des piles des Cantilevers de rive n'est que de 47^m27 , il est insuffisant pour assurer la stabilité sous l'action du seul poids mort du pont central de 106^m24 et à fortiori lorsque ce pont et la console qui le porte sont surchargés, aussi les cantilevers de rive sont à leurs extrémités en A B amarrés à des contrepoids de 1000 tonnes chacun.

Le pont est à 2 voies, il est calculé pour une surcharge de 3300 kg. par mètre courant de voie, il est en acier Martin-Siemens acide (le basique n'était pas encore entré dans la pratique) et la fatigue maximum admise sous les effets combinés des charges et du vent est de 10^k5 par millimètre carré.

Le poids total de la partie métallique depuis A jusque B est de 50958 tonnes, la longueur est de 1630^m41 , le poids de métal revient donc à 31250 kgs le mètre courant, ce pour une surcharge utile de 6600 kgs; le mètre courant de ce pont revient à 31250 francs du chef de l'acier et 12000 francs du chef des fondations et accessoires, soit 43250 francs au total.

Le pont fut établi en construisant tout d'abord les superstructures métalliques au-dessus des trois piles, puis on édifia, en porte-à-faux et sans prendre appui sur le fond de l'estuaire, les deux consoles de part et d'autre de chaque pile en s'avançant d'égales quantités simultanément de chaque côté de façon à ne pas rompre l'équilibre; les deux travées centrales de 106^m24 furent amenées sur bateau au droit de leur emplacement et puis furent hissées.

On est donc parvenu par ce système à établir un pont rigide au-dessus d'ouvertures de 499^m80 dans lesquelles il était, vu la profondeur d'eau et les courants, de toute impossibilité de planter un échafaudage, la réussite de l'opération fit la grande réputation du système et attira sur lui l'attention de tous les ingénieurs; il ne faudrait cependant pas s'imaginer que la non-nécessité des échafaudages constitue une économie nette et que le système Cantilever est de ce chef beaucoup moins coûteux que les autres, ce serait une erreur, car l'échafaudage est remplacé par les deux consoles extérieures de 210 mt. chacune, consoles dont le coût est de 16 000 000 francs; ces consoles ne sont là que pour faire contrepoids aux travées qui franchissent l'eau, un pont ordinaire aurait pu s'arrêter en C et D, donc être plus court de quatre à cinq cents mètres. Pr détails, voir: *Mémoires de la Société des Ingénieurs civils de France*, février et avril 1890, mémoire de M. Coiseau, et aussi *Industries* de mars 1890, special number on the Forth bridge.



100. Pont de Cernavoda. — Ce pont pour chemin de fer fut exécuté en 1894-95 par la Société de Fives-Lille en Roumanie sur le Danube, c'est une des

belles applications du système Cantilever, voir Pl. XVII où sont notées les principales dimensions de ce pont.

Les trois poutres semi-paraboliques de 90 mètres reposent sur les consoles des deux Cantilevers de 240 mètres, l'ensemble forme 4 travées de 140 mètres et une travée centrale de 190 mètres.

La connexion entre les poutres centrales et les Cantilever est établie à l'aide d'appareils à balancier sans dilatation à une extrémité et à rouleaux à l'autre extrémité de chaque poutre de 90 mètres.

Le treillis est à croisillons sans montants ; pour les grandes poutres de 240 mètres il y a 9 panneaux de 10^m20 de longueur et 19 panneaux dont la longueur varie de 13 mt. à 7^m80 ; les longrines de ce pont ont donc des portées allant jusque 13 mt. ; le plan des poutres n'est pas absolument vertical, il est incliné de 10 % sur la verticale.

Ce pont est en acier *Martin-Siemens basique* dont les caractéristiques sont 42 à 48 kgs à la rupture avec un allongement de 20 % mesuré sur une éprouvette de 20 centimètres de longueur.

* * *

101. Pont de Tunxdorf. — Le système Cantilever permet de donner aux ponts des formes assez élégantes, tel le pont-route de Tunxdorf en Allemagne qui se compose d'une poutre semi-parabolique centrale reposant sur les encorbellements de deux poutres droites latérales, voir Pl. XVI.

* * *

102. Pont de Buda-Pesth. — On a aussi réalisé des Cantilevers en leur donnant l'apparence de ponts-suspendus, tel le pont-route *François-Joseph* construit sur le *Danube* à *Buda-Pesth* en 1895-96, voir Pl. XVII.

Ce pont se compose de deux doubles consoles AC et BD de 143^m35 de longueur chacune, supportant une travée centrale indépendante CD de 46^m90, les lignes extérieures des consoles et de la travée centrale se continuent de façon à donner à l'ensemble la silhouette d'un pont suspendu.

Les becs extérieurs A et B des consoles sont reliés à un contrepoids en fonte de 609 tonnes logé dans chaque culée et destiné à équilibrer la travée EF de 175 mètres dans toutes les hypothèses de surcharge, il y a donc au total dans ce pont 1218 tonnes de contrepoids.

Les doubles consoles AC et BD reposent sur les piles par l'intermédiaire de rotules fixes ; les dilatations se font sur les culées et en C ; l'appui en D de la travée indépendante est fixe.

Le métal employé est du *Martin-Siemens basique* présentant la rupture entre 35 et 45 kgs par millimètre carré ; la fatigue maximum admise dans les calculs est

de 12 kgs par millimètre carré y compris l'action du vent ; il est à noter qu'en Autriche on prend généralement des taux de fatigue très élevés.

Pour plus de détails nous renvoyons au journal « *Le Génie Civil* », n° du 8 mai 1897.



103. Pont de Frans. — C'est un pont-route construit sur La Saône en 1901-1902 et absolument analogue d'aspect au pont de *Buda-Pesth* ; la travée du milieu a 70 mètres de portée, chaque travée latérale a 45^m86 ; la hauteur des poutres sur les piles est de 9^m80, elle est de 2^m80, au centre de la grande travée sur les culées 2 mètres. — Ce pont diffère essentiellement de celui de *Pesth* quant au mode de résistance ; la travée du milieu est continue d'une pile à l'autre et non pas composée de 2 consoles supportant une travée indépendante CD comme au pont de *Pesth* (Pl. XVII), toutefois la continuité n'existe que pour les surcharges et non pas pour le poids mort, cela résulte du mode de montage employé, en effet les deux doubles-consoles furent montées en place et laissées indépendantes jusqu'à ce que le poids du tablier fût au complet, en ce moment on établit la jonction centrale de façon à réaliser la continuité complète des deux consoles ; de ce mode de construction il résulte :

1° Que pour le poids mort le pont de *Frans* fonctionne comme celui de *Pesth* et peut être calculé par la seule statistique et les méthodes données ci-dessus pour les ponts à une travée.

2° Que pour la surcharge il fonctionne comme une poutre continue à trois travées, ce qui permet de réaliser une certaine économie de matière et notamment l'économie des deux contrepoids de culée utilisés au pont de *Pesth* et aussi au pont du *Forth*.

Pour plus de détails et notamment pour la méthode de montage nous renvoyons aux « *Annales des Ponts et Chaussées* » 1^r trimestre de 1903, p. 327. — Voir aussi « *Le Génie Civil* » n° du 31 octobre 1903.

Un pont continu à trois travées du type de celui de Frans fut présenté en 1887 lors d'un concours pour l'exécution d'un pont-route sur le Neckar à Mannheim.



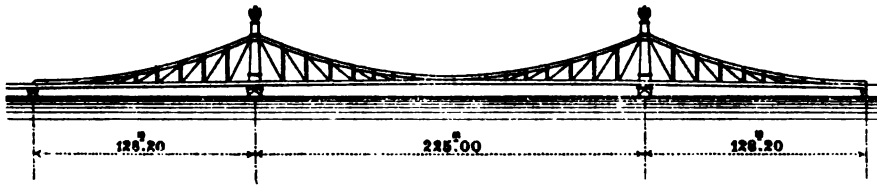
104. Pont de St-Pétersbourg. — En 1892 la Société de *Levallois-Perret* près de *Paris* présenta un projet de pont sur la *Neva* dont ci-dessous le croquis.

Les deux poutres principales sont écartées d'axe à axe de 20^m10 laissant 18^m40 pour la chaussée, en outre il y a deux trottoirs en encorbellement de 2^m90 de largeur chacun.

Les deux doubles consoles se réunissent par une articulation au centre de la travée milieu. — Chaque double console est fixe sur sa pile, la dilatation se fait

sur chaque culée et à l'articulation centrale qui présente un trou ovale dans un des becs de console.

Le rapport des longueurs d'une travée de rive et d'une demi-travée centrale



est déterminé par la condition que la console avec sa surcharge ne doit pas produire de soulèvement sur les appuis extrêmes.

Le treillis des poutres est en N permettant le calcul par la seule statique ; la courbe des membrures supérieures est sensiblement celle des moments fléchissants.

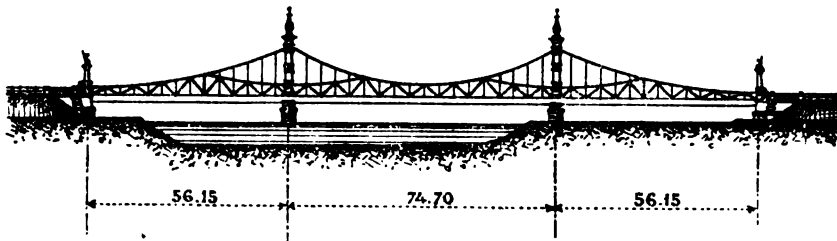
Il n'y a ni entretoisement, ni contreventement supérieurs, l'aspect en est toujours désagréable, les montants sont calculés pour transmettre au tablier par leur résistance à la flexion les efforts que le vent exerce sur les parois.

Le pont était projeté en acier, charge de sécurité de 8^k par millimètre carré ; il n'a pas encore été exécuté. (Voir *Génie Civil*, n° du 22 mai 1897.)

* * *

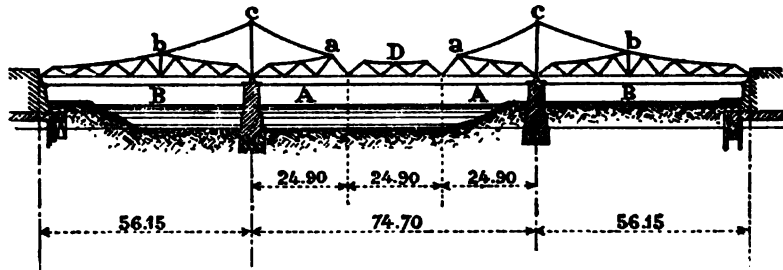
105. Pont de Mannheim. — Les Allemands construisirent en 1890 sur le Neckar à Mannheim un pont-route dont nous donnons ci-dessous le croquis d'ensemble.

Il ressemble à un pont suspendu et est presque aussi élégant et aussi léger



d'aspect. — Quand on regarde cette construction, on ne parvient pas à se figurer comment elle résiste ni comment elle a bien pu être calculée, c'est qu'en effet elle contient bon nombre de barres qui n'y sont que pour créer l'illusion du pont suspendu ; nous donnons ci-après le squelette des poutres principales dépouillées de toutes les barres accessoires qui d'ailleurs sont agencées de façon à ne jouer aucun rôle dans la stabilité de la poutre.

La poutre en porte-à-faux A est suspendue à la barre *acb* qui vient s'attacher à la poutre de rive B laquelle forme contrepoids ; les poutres A et B se contre-

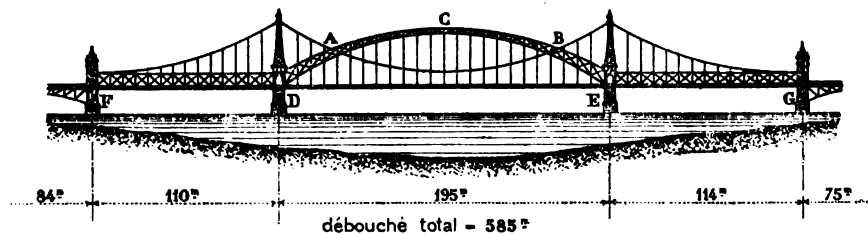


butent sur la pile et équilibrent la réaction horizontale de la barre de suspension *acb* ; leurs dilatations se font à l'autre extrémité ; enfin la poutre centrale D est supportée par les avant-becs des poutres A ; on voit en somme que ce pont de Mannheim qui à la vue est une énigme constructive est en somme un Cantilever statiquement déterminé dans toutes ses parties.

Les Allemands sont assez coutumiers de ces constructions plus ou moins énigmatiques, ils y sont conduits par leur louable désir de donner à leurs ponts un aspect esthétique et il faut bien dire qu'ils ont dans cette voie mieux réussi que tout autre peuple.

* * *

106. Pont de Ruhrort. — Voici un nouvel exemple de cet état d'esprit spécial, il s'agit du pont-route actuellement (1903) projeté sur le Rhin à Ruhrort : il présente l'aspect assez inattendu d'un pont en arc combiné avec un pont suspendu, c'est en réalité un Cantilever d'un nouveau genre.



Les trois travées de F à G sont établies dans l'ordre d'idées du pont de Mannheim : il y a articulation en A et B, la chaîne du pont suspendu supporte les culasses DA et EB de l'arc ; l'arc ACB fonctionne comme arc ordinaire articulé en A et B, la poussée de l'arc et la traction de la chaîne s'équilibrent par l'intermédiaire des poutres DF et EG des travées latérales. Ce sont là en somme

des jeux constructifs compliqués et coûteux qui trouvent leur excuse et même leur justification dans le but esthétique poursuivi.

* * *

106^{bis}. Viaduc de Passy, sur la Seine, à Paris. — Le dispositif Cantilever a permis ici encore de trouver une solution assez élégante.

Les fermes principales ont l'aspect arc, et en fait sont constituées de 2 balanciers arqués supportant une travée centrale de liaison. L'arc central a une ouverture totale de 54 mè., la petite travée de liaison a 12 mè., elle repose sur les bras des balanciers d'un côté par une rotule fixe, de l'autre par une rotule à dilatation. Les balanciers reposent sur les piles par des ancrages fixes à rotule, et sur les culées par des appuis à dilatation. Du lest disposé sur le bras extérieur des balanciers assure un parfait équilibre de l'ensemble. Aucune poussée n'est exercée sur les piles, ce afin de réduire leur épaisseur au minimum et d'éviter toute action oblique sur le sol formé d'argile plastique.

Pour détails et calculs, voir le *Génie Civil* nos des 25 juillet et 1^{er} août 1908.

CHAPITRE VII

DÉFORMATION DES LONGERONS EN TREILLIS (†)

§ 1. Déformation d'un triangle.

107. Soit (FIG. 95, Pl. XVIII) un triangle articulé ABD dont les côtés soumis à certains efforts directs subissent des variations de longueur : le côté BD a pour longueur a et subit une traction R_a par unité, d'où un allongement total Δa ; le côté $AD = b$ subit une traction R_b et s'allonge d'une quantité $\Delta b = DD'$; enfin le côté $AB = d$ subit une compression R_d et se raccourcit de $BB' = \Delta d$.

Nous déterminerons la déformation du triangle en supposant que le sommet A et la direction AB restent invariables : du chef du raccourcissement de AB le point B passe en B', de B' nous menons une parallèle à BD et nous prenons B'F = $a + \Delta a$; de A comme centre nous tirons l'arc du cercle D'G et de B' l'arc du cercle FG, ces deux arcs se coupent en G et AB'G est le triangle après déformation. La variation angulaire de l'angle du sommet A est $\Delta\alpha = \frac{D'G}{AD'}$, nous avons à rechercher l'expression de cette variation angulaire en fonction des dimensions du triangle et des fatigues que subissent ses barres. Nous avons : $D'G = AD' \times \Delta\alpha = (b + \Delta b) \Delta\alpha = b\Delta\alpha$, en négligeant Δb vis-à-vis de b . Des points D et D' nous menons les perpendiculaires DK et D'L sur B'F, nous menons encore DN parallèle à AB, ce qui nous donne $NF = \Delta a$.

A cause de la petitesse relative des déformations on peut admettre que l'arc FG se confond avec sa tangente en F et celui D'G avec sa tangente en D' ; d'autre part menant h normal sur BD, normale qui divise l'angle α en deux parties α_1 et α_2 et la base a en a_1 et a_2 , nous avons :

$$\begin{aligned} LF &= D'G \cos \alpha_2 = b\Delta\alpha \times \cos \alpha_2 = h \times \Delta\alpha \\ LF &= NF + NK - KL = \Delta a + \Delta d \times \sin \alpha_1 - \Delta b \times \sin \alpha_2 \end{aligned}$$

(†) Cette question a déjà été traitée au Chap. XXI du Tome I (nouv. édit.).

Elle est encore traitée par la méthode du Travail Moléculaire au § 2 du chap. IV du Livre II ci-après. Voir aussi le chap. III du Tome IV.

Lorsqu'il s'agit de la simple détermination de la flèche d'une poutre, la marche du § 5 ci-après est seule à conseiller.

$$\sin \alpha_1 = \frac{a_1}{d}; \quad \sin \alpha_2 = \frac{a_2}{b}. \quad \text{d'où} \quad h \cdot \Delta\alpha = \frac{\Delta a}{a} a + \frac{\Delta d}{d} a_1 - \frac{\Delta b}{b} a_2$$

remplaçant $\frac{\Delta d}{d}$, $\frac{\Delta b}{b}$, $\frac{\Delta a}{a}$ en fonction des fatigues nous avons :

$$\Delta\alpha = \frac{1}{hE} (aR_a + a_1R_d - a_2R_b)$$

Voilà l'expression de la variation angulaire $\Delta\alpha$, nous voyons que cette variation est la même pour tout autre triangle semblable à ABD, c'est-à-dire qu'elle est indépendante de la grandeur absolue des côtés, elle ne dépend que de leur fatigue.

Nous voyons que la variation angulaire due à la barre comprimée AB est positive, et celle due à la barre étendue AD négative, c'est-à-dire que dans un treillis où nécessairement les barres qui se suivent sont alternativement comprimées et étendues leurs effets sur la déformation se neutralisent en partie.

Nous pouvons de la formule de $\Delta\alpha$ ci-dessus aisément déduire la variation angulaire lorsqu'une seule barre du triangle subit une variation de longueur.

§ 2. Déformation d'une poutre en treillis du chef de la variation de longueur des brides.

108. Expression analytique. — Soit (FIG. 96, Pl. XVIII) un longeron quelconque en treillis, considérons dans le treillis un triangle ABD dont le côté a soumis à une traction R par unité s'allonge de Δa , recherchons l'effet de cette déformation du triangle ABD sur la ligne FF' des appuis : les deux portions ABF et ADF' du longeron pivotent autour du nœud A dont l'angle augmente de

$$\Delta\alpha = \frac{aR}{hE} = \frac{\Delta a}{h}$$

pivotement qui tout naturellement se produit en maintenant le contact de la poutre avec ses appuis ; menons par A une parallèle GG' à FF' et supposons que dans la déformation le tronçon ADF' reste absolument fixe, le tronçon ABF pivotera de $\Delta\alpha$ autour de A et entraînera dans son mouvement tout ce qui lui est solidaire ; par conséquent AG prendra la position AG'', l'angle GAG'' étant égal à $\Delta\alpha$; portons FF'' = GG'', menons par A une normale AK' sur FF', tirons F''F' qui coupe cette normale AK' en K, nous avons que FKF' est la ligne déformée des appuis, K'K est la flèche qu'elle a prise du chef de l'allongement Δa du côté BD du triangle ABD, nous avons :

$$f = KK' = \frac{L-l}{L} \times FF'' = \frac{L-l}{L} \times l \frac{aR}{hE} = \frac{l(L-l)}{hL} \times \Delta a$$

La compression d'un tronçon quelconque AN de la bride supérieure produira

sur la ligne des appuis une déformation FSF' analogue à FKF' et l'expression de la flèche SS' sera la même que celle trouvée ci-dessus.

109. Tracé graphique. — La ligne déformée FKF' peut se construire graphiquement : en effet les déformations étant des valeurs qui toujours sont relativement très faibles on peut aux arcs qui mesurent les angles substituer comme déjà nous l'avons fait ci-dessus leurs tangentes ou leurs cordes, si donc nous menons (FIG. 97) d'un point quelconque C les parallèles CH à KF , CI à KF' , et CJ à FF' et si nous prenons CJ égale à l'unité, nous avons que la normale HI est égale à $\Delta\alpha$ et nous voyons que le triangle FKF' de la fibre déformée n'est en définitive que le polygone funiculaire (voir n° 35) du tracé polaire CHI dans lequel $\Delta\alpha = \frac{\Delta a}{h}$ représenterait une charge fictive appliquée au nœud A de la poutre, la distance étant prise égale à l'unité.

Si la poutre FIG. 96 est tracée à l'échelle $\frac{1}{n}$ le polygone funiculaire FKF' déduit du tracé polaire FIG. 97 donnera les déformations à la même échelle, c'est-à-dire que ces déformations seront absolument imperceptibles, par contre si pour le tracé polaire de la FIG. 97 on a multiplié la déformation $\Delta\alpha$ par n , la fibre déformée FKF' qu'on en déduira donnera sur la FIG. 96 les déformations en vraie grandeur.

La ligne déformée FSF' est le polygone funiculaire correspondant à la charge fictive $\frac{\Delta d}{h_i}$ appliquée en D , et par conséquent la déformation de la ligne des appuis provoquée par l'effet simultané de l'allongement de la bride BD et du raccourcissement de celle AN s'obtiendra en traçant le polygone funiculaire des deux charges fictives $\frac{\Delta a}{h}$ en A , $\frac{\Delta d}{h_i}$ en D , et ainsi de suite pour les divers autres tronçons de brides.

Il est à remarquer que les charges fictives doivent être dirigées suivant les normales à la ligne des appuis donc suivant des verticales si cette ligne est horizontale.

§ 3. Déformation due aux variations de longueur des barres de treillis.

110. Soit (FIG. 98, Pl. XVIII) une poutre quelconque en treillis, recherchons sa variation de forme ou plutôt la déformation de la ligne FF' des appuis provoquée par la variation de longueur (supposons un allongement) de la barre AB du treillis, soit Δd cet allongement et R la fatigue qui le provoque, la variation de

l'angle BAD est une diminution qui a pour expression (voir n° 107) :

$$\Delta \widehat{BAD} = \frac{a_1 R}{h_1 E}$$

Si nous supposons que ADF' soit maintenu fixe, la déformation de la poutre consistera donc en un pivotement de ABF autour de A avec diminution de l'angle BAD et augmentation de l'angle AGB, augmentation due à l'allongement de AB, il y a donc ici un mouvement complexe dont nous devons chercher une expression plus simple.

Si nous prolongeons AG et BD de façon à former le triangle IAB, nous avons que la variation (augmentation) de l'angle IAB du chef de l'augmentation Δd de AB a pour valeur :

$$\Delta \widehat{IAB} = \frac{a_1 R}{h_1 E}$$

ce qui est la même valeur que celle trouvée pour la variation de l'angle BAD (1), donc le mouvement de AFB autour de A supposé fixe revient au mouvement, autour de AI supposé fixe, des côtés IBA de ce triangle lorsque AB s'allonge de Δd , dans ce mouvement la variation angulaire en I a pour valeur : $\Delta \widehat{AIB} = \frac{dR}{hE}$

La déformation de l'ensemble de la poutre due à la variation de longueur de AB peut donc s'obtenir en prenant IAF'DA fixe et invariable et supposant que ABF est solidaire de IB et pivote avec lui de la quantité $\Delta \widehat{AIB}$ autour de I lorsque AB s'allonge de Δd . Menons les deux normales DK et BJ sur FF', dans le mouvement F'K restera fixe et FJ sera entraîné avec AFB.

Menons la normale IM sur FF' prolongé, la droite MJ entraînée dans le mouvement de IB pivotera autour de M de l'angle F'MP égale à la variation de l'angle AIB et prendra la direction MOP qui coupe en O la normale en F à la ligne FF' l'appui F vient donc fictivement en O et la ligne des appuis devient OF'; la portion primitive FJ a pris la même direction que MJ donc OP faisant avec OF' l'angle F'OP; l'autre portion F'K est restée en place et fait avec la nouvelle ligne d'appuis l'angle FF'O.

Portons FS = FO, si nous ramenons la ligne OF' sur les appuis réels F et F', OP aura pris la direction FP, F'K la direction F'S, K sera venu en V et la ligne déformée des appuis sera en vraie position FQVF', elle a pris en J la flèche JQ vers le bas et en K celle KV vers le haut.

Comme l'angle de FQ sur F'V est le même que celui de OP sur F'F, c'est-à-dire est F'MP, les deux directions F'V et FQ se coupent en N sur la normale IM à FF' et on a (2) :

(1) On peut aussi constater que les angles IBA et GBA subissent la même variation pour la même variation Δd de la barre AB.

(2) Bien entendu toutes ces égalités n'existent que parce qu'il s'agit de déformations toujours très petites par rapport aux dimensions des pièces.

$$\widehat{F'NP} = \widehat{F'MP'} = \widehat{\Delta AIB} = \frac{Rd}{hE} = \frac{\Delta d}{h}.$$

La ligne déformée FQVF' n'est en somme qu'un polygone funiculaire correspondant à une charge fictive π appliquée suivant BJ et dirigée vers le bas, et une charge π_1 appliquée suivant DK et dirigée vers le haut, le tracé polaire correspondant est donné FIG. 99 avec la distance polaire O'O'' quelconque, nous avons sur le tracé indiqué les angles que font entre eux les divers rayons, angles qui tous dérivent de la variation angulaire $\frac{\Delta d}{h}$; de la valeur de ces angles nous

$$\text{déduisons : } \pi = \frac{\Delta d}{a} \times \frac{l}{h} \times O'O'' \qquad \pi_1 = \frac{\Delta d}{a} \times \frac{\pi}{h} \times O'O''$$

et les flèches sont :

$$JQ = \Delta d \times \frac{l_1}{L} \times \frac{\lambda}{h} \qquad VK = \Delta d \times \frac{l_2}{L} \times \frac{\lambda_1}{h}$$

Pour avoir la ligne déformée due au treillis il faudra donc calculer pour chacune des barres les quantités π et π_1 , faire le tracé polaire pour l'ensemble de ces charges fictives et en déduire le polygone funiculaire.

Si la FIG. 98 de la poutre est à l'échelle 200 par exemple, ce polygone funiculaire donnera des déformations à la même échelle, c'est-à-dire absolument imperceptibles, c'est pourquoi on multipliera par 200 les valeurs de π et π_1 déduites des expressions ci-dessus et alors le polygone funiculaire de la FIG. 98 nous donnera les déformations en vraie grandeur ; si on multipliait π et π_1 par 400 on aurait les déformations en double grandeur.

Si les côtés AG et DB de la poutre FIG. 98 étaient parallèles, les expressions ci-dessus deviendraient :

$$JQ = \Delta d \times \frac{l_1}{L} ; \qquad VK = \Delta d \times \frac{l_2}{L} ; \qquad \pi = \frac{\Delta d}{a} \times O'O'' ; \qquad \pi_1 = \frac{\Delta d}{a} \times O'O''$$

car à l'infini : $\frac{\lambda}{h} = \frac{\lambda_1}{h} = \frac{l}{h} = \frac{\pi}{h} = 1$, on pourrait même prendre ces expressions simplifiées dans le cas où les côtés AG et DB seraient peu inclinés l'un sur l'autre.

Il est à remarquer que l'exposé que nous venons de faire de la détermination des déformations dues aux brides et aux barres de treillis s'applique dans tous les cas, que les poutres soient continues ou discontinues sur leurs appuis.

Si l'on cherche la ligne déformée due à la variation de la barre AD, les forces fictives π et π_1 s'appliqueront encore en B et D, mais il faudra prendre le point de concours des deux côtés ZA et DB.

§ 4. Exemple.

111. Flèche due aux brides. — Nous allons comme exercice déterminer la

ligne déformée du longeron en treillis à bride supérieure polygonale dont le calcul est donné ci-avant, nous la déterminerons pour le poids mort et la surcharge complète, les efforts sur les diverses membrures sont indiqués FIG. 78, Pl. XI.

Pour le calcul des déformations nous avons à considérer la section totale de chaque barre (trous de rivets non déduits), les fatigues sur chaque membrure sont indiquées FIG. 100, Pl. XIX, les longueurs des membrures sont données FIG. 76, n° 80 ci-avant. L'échelle de la FIG. 100 étant $\frac{1}{500}$, les déformations Δa et Δd seront multipliées par 500 ; nous prendrons pour distance polaire O'O'' une valeur de 100 millimèt. (FIG. 101) ; le coefficient d'élasticité $E = 18000$.

Examinons tout d'abord l'effet produit par l'allongement de la bride inférieure et le raccourcissement de celle supérieure, la charge fictive est $\frac{\Delta a}{h}$ qui dans le cas actuel devient : $\pi = 500 \frac{\Delta a}{h} \times 100$.

Nous avons par exemple pour la bride horizontale du panneau n° I :
 $500 \Delta a = 500 \times \frac{6600 \times 4,8}{18000} = 880$ millimètres, $h = 6400$ et par conséquent
 $\pi = \frac{880 \times 100}{6400} = 13,75$; faisant des calculs analogues pour toutes les brides nous avons le tableau suivant :

NUMÉROS DES PANNEAUX	BRIDE INFÉRIEURE			BRIDE SUPÉRIEURE		
	500 Δa	h	π en millimèt.	500 Δa	h	π en millimèt.
I	880	6400	+ 13,75	1047	4640	+ 22,50
II	880	6400	+ 13,75	990	7950	+ 12,40
III	990	8250	+ 12,00	974	9450	+ 10,30
IV	990	9650	+ 10,20	982	10500	+ 9,40
V	971,7	10600	+ 9,20	993	11000	+ 9,00
VI	1008,3	11000	+ 9,20	990	11000	+ 9,00

les charges fictives π données par ce tableau sont appliquées ainsi que l'indique la FIG. 100 ; pour le panneau central, celui n° VI, où les diagonales ne fonctionnent pas sous l'effet de la surcharge complète, l'articulation est supposée être au milieu de la longueur des brides ; ces charges fictives donnent sur chaque appui une réaction fictive de 131,60 millimètres ; ces charges et réactions donnent le tracé polaire de la FIG. 101, d'où on déduit le polygone funiculaire AB FIG. 102 dont

les ordonnées donnent en vraie grandeur l'affaissement de la ligne des appuis sous l'effet des variations de longueur des brides, on trouve pour valeur de la flèche au milieu, 43,5 millimètres.

111^{bis}. Flèche due au treillis. — Recherchons l'effet de la variation de longueur des barres de treillis, tout d'abord les diagonales, les charges fictives ont pour expression :

$$\pi = \Delta d \times \frac{O'O''}{a} \frac{l}{h} ; \quad \pi_1 = \Delta d \times \frac{O'O''}{a} \frac{n}{h}$$

dans le cas actuel, les montants étant verticaux et la bride inférieure horizontale, on a (voir FIG. 98) $\frac{l}{h} = \frac{d}{v}$, v étant la hauteur du montant immédiatement à gauche de la diagonale en jeu.

La longueur a de chaque tronçon de bride inférieure est constante et égale à 6600 ; l'échelle étant 500 et la distance polaire 100, nous avons :

$$\pi = 500 \Delta d \times \frac{100}{6600} \times \frac{d}{v} ; \quad \pi_1 = 500 \Delta d \times \frac{100}{6600} \times \frac{n}{h}$$

le calcul des valeurs de π et π_1 , nous donne le tableau ci-dessous :

N ^o DES PANNEAUX	$\frac{500}{66} \Delta d$	$\frac{d}{v}$	π	$\frac{n}{h}$	π_1
II	$\frac{1151}{66}$	$\frac{9210}{6400}$	- 25,00	$\frac{23600}{21100}$	+ 19,50
III	$\frac{1117}{66}$	$\frac{10580}{8250}$	- 21,70	$\frac{39000}{35850}$	+ 18,40
IV	$\frac{812}{66}$	$\frac{11690}{9650}$	- 14,90	$\frac{70400}{63600}$	+ 13,60
V	$\frac{622,5}{66}$	$\frac{12450}{10600}$	- 11,10	$\frac{174900}{154530}$	+ 10,70

ces charges fictives agissent ainsi qu'il est indiqué sur la FIG. 103, nous savons en vertu de l'étude faite au n^o 110 que π et π_1 sont de signes contraires et nous savons aussi laquelle est dirigée vers le bas et laquelle vers le haut.

Nous passons au calcul de l'effet produit par les variations de longueur des montants, pour le type de ferme étudié la fraction $\frac{n}{h}$ est égale à l'unité en ce qui concerne les montants, les expressions des charges fictives sont :

$$\pi = \Delta d \times \frac{O'O''}{a} \times \frac{l}{h} = 500. \Delta d \times \frac{100}{6600} \times \frac{l}{h} ; \quad \pi_1 = \Delta d \times \frac{O'O''}{a} = 500 \Delta d \times \frac{100}{6600}$$

d'où le tableau ci-après donnant π et π_1 charges inscrites en vrai sens sur la FIG. 104 :

DÉSIGNATION DU MONTANT	GENRE DE DÉFORMATION	$500 \Delta d \times \frac{l}{66}$	π_1	$\frac{l}{h}$	π
de I à II	Extension	$\frac{6400 \times 2.5}{66 \times 36}$	- 6.70	2	+ 13.40
II à III	Compression	$\frac{8250 \times 2.5}{66 \times 36}$	+ 8.70	$\frac{36600}{30000}$	- 10.60
III à IV	Compression	$\frac{9650 \times 0.8}{66 \times 36}$	+ 3.30	$\frac{52250}{45650}$	- 3.70
IV à V	Extension	$\frac{10600 \times 0.9}{66 \times 36}$	- 4.00	$\frac{83750}{77150}$	+ 4.30
V à VI	Extension	$\frac{11000 \times 2}{66 \times 36}$	- 9.30	$\frac{188100}{181500}$	+ 9.50

La somme algébrique des charges fictives dues aux diagonales et aux montants est donnée FIG. 105 avec la réaction des appuis ; le tracé polaire de ces charges est donné FIG. 106 et le polygone AD de la FIG. 102 en est le polygone funiculaire, ses ordonnées sont en vraie grandeur les flèches prises par la ligne des appuis du chef des variations de longueur des montants et diagonales de la poutre.

Additionnant les ordonnées de AD et AB on a AF qui est la courbe totale des déformations de la ligne des appuis sous l'effet cumulé de la charge morte et de la surcharge recouvrant tout le pont, nous voyons que la flèche maximum est de 49,5 millimètres, nous voyons aussi que les barres du treillis ont en somme peu d'influence sur les flèches prises.

§ 5. Méthode directe.

112. Exposé. — La méthode précédente pour le calcul de la flèche d'un longeron en treillis est passablement longue et compliquée, nous donnons ci-après une méthode incomparablement plus simple et tout aussi exacte, *elle est basée sur le principe de la proportionnalité entre la déformation d'ensemble d'un canevas en treillis et la déformation par allongement ou raccourcissement de chacune de ses barres.*

Supposons que la poutre FIG. 100, Pl. XIX soit tracée à l'échelle $\frac{1}{200}$, consi-

dérons la bride inférieure du panneau n° III, bride qui fatigue par extension à $5^k 4$, son allongement sera : $\Delta a = \frac{6600 \times 5.4}{18000} = 1,98$ millimètre et sa longueur 6600 deviendra 6601,98 et ainsi pour les autres barres; si on reconstitue sur le papier le canevas avec ces nouvelles longueurs, on aura directement les flèches à l'échelle de $\frac{1}{200}$; toutefois en fait ce tracé ne peut donner aucun résultat sérieux, car en admettant qu'on puisse le faire rigoureusement exact on obtiendrait des

N° DES PANNEAUX	FATIGUE (v. FIG. 100)	LONGUEUR PRIMITIVE (v. FIG. 76 n° 80)	VARIATION DE LONGUEUR × 200	LONGUEUR TOTALE EN MILLIMÈTRES	A L'ÉCHELLE $\frac{1}{200}$
Bride inférieure					
I	+ 4,8	6600	+ 352	6952	34,8
II	+ 4,8	»	+ 352	6952	34,8
III	+ 5,4	»	+ 396	6996	35,0
IV	+ 5,4	»	+ 396	6996	35,0
V	+ 5,3	»	+ 389	6989	34,9
VI	+ 5,5	»	+ 407	7007	35,0
Bride supérieure					
I	— 4,1	9190	— 420	8780	43,9
II	— 5,2	6840	— 395	6445	32,2
III	— 5,2	6740	— 390	6450	32,3
IV	— 5,3	6666	— 392	6274	31,4
V	— 5,4	6620	— 397	6223	31,1
VI	— 5,4	6600	— 396	6204	31,0
Diagonales					
II	+ 4,5	9210	+ 461	9670	48,35
III	+ 3,8	10580	+ 448	11028	55,14
IV	+ 2,5	11690	+ 325	12015	60,10
V	+ 1,8	12450	+ 249	12699	63,50
Montants					
de I à II	+ 2,5	6400	+ 178	6578	32,9
II à III	— 2,5	8250	— 229	8021	40,1
III à IV	— 0,8	9650	— 86	9564	47,8
IV à V	+ 0,9	10600	+ 106	10706	53,5
V à VI	+ 2,0	11000	+ 244	11244	56,2

flèches absolument imperceptibles, mais si nous multiplions les variations de longueur des barres par 200 (6601,98 deviendra 6996 qui à l'échelle sera représenté par 35 millimètres) les flèches deviennent 200 fois plus grandes et comme le tracé avec ces nouvelles longueurs est exécuté à l'échelle $\frac{1}{200}$, il donne les

flèches en vraie grandeur et ainsi résout complètement et rigoureusement le problème.

Le tableau ci-contre donne pour la poutre considérée les variations de longueur des diverses barres multipliées par 200.

Nous construisons avec les côtés de la dernière colonne de ce tableau le canevas de la FIG. 107, Pl. XIX, toutes les charges étant symétriques nous commençons la construction en partant d'une section centrale verticale AB et nous sommes conduits à la position D pour l'appui de droite, tirant l'horizontale DF les ordonnées du polygone DB par rapport à cette horizontale donnent en vraie grandeur les flèches de la ligne d'appui.

Dans le cas que nous venons d'étudier la ligne des appuis se confond avant la déformation avec la bride inférieure, si cela n'était pas, si cette bride était courbe on repèrerait l'horizontale des appuis sur chaque montant et la position de ces repères après déformation donnera la ligne déformée.

Si on compare les ordonnées de la ligne déformée DB de la FIG. 107 avec celles de la ligne AF, FIG. 102, on trouve identiquement la même valeur pour chacun des nœuds.

Si les charges n'étaient pas symétriques on ne pourrait construire la FIG. 107 en partant du plan central AB, il faudrait partir de l'appui D et continuer le tracé jusque l'autre appui, la ligne réunissant ces deux appuis sera quelconque, on la ramènera horizontale, rectifiera le tracé en conséquence et on aura la ligne déformée en vraie position.

La méthode que nous venons d'exposer est applicable quel que soit le type de poutre en treillis, qu'il s'agisse d'une poutre à une travée, d'une poutre Cantilever, d'une poutre continue et même d'une poutre en arc contrebutée ou haubannée à ses extrémités (ponts suspendus)



La FIG. 107 permet de voir en la comparant au tracé avant déformation dans quel sens varieraient les angles du canevas métallique si réellement le treillis était articulé ; à cause de la rigidité des assemblages ces variations angulaires (qui d'ailleurs ne sont pas données en vraie valeur par la figure en question) ne se produisent pas et de là résultent des efforts secondaires de flexion dans les éléments de la poutre, nous nous en occuperons ci-après.



113. Écartement des appuis. — Nous pouvons déterminer l'écartement horizontal des points d'appui du chef de la déformation du longeron.

La quatrième colonne du tableau précédent nous indique (voir FIG. 107) que la bride inférieure DB s'est allongée de 10,5 millimètres, d'autre part la flèche BF

est de 49,5 millimètres, de là nous pouvons déduire DF, en effet la courbe DB peut à cause de la faiblesse excessive de sa flèche être traitée comme une parabole, ce qui permet de poser l'équation :

$$DB = DF \left(1 + \frac{2}{3} \frac{\overline{BF^2}}{\overline{DF^2}} \right); \quad DB = \frac{72600}{2} + 10,5 = 36310,5 \text{ millimètres}$$

$$\text{nous avons donc } DF = \frac{36310,5}{2} + \sqrt{\frac{36310,5^2}{4} - \frac{2}{3} \times 49,5^2}$$

d'où nous voyons que l'écartement des points d'appui est très sensiblement de 21 millimètres, c'est-à-dire l'allongement de la bride horizontale inférieure, ce qui d'ailleurs était évident à priori.

Cet allongement de la bride inférieure des ponts reporte une partie de la fatigue de ces brides sur les longrines et sur les diagonales du contreventement en soulageant d'autant les brides, et ce soulagement peut aller jusque 50 % de leur fatigue théorique, aussi certains ingénieurs préconisent de diminuer la section de ces brides et de reporter la matière économisée sur les longrines, le contreventement et leurs assemblages. — Le même phénomène se présente si le tablier est supérieur, donc du côté de la bride comprimée (1).

§ 6. But de la détermination des Déformations et Flèches. Tracés d'exécution.

114. La détermination de la flèche a un triple but :

1^o Permettre de constater que cette flèche n'est pas exagérée, ce qui d'ailleurs est toujours le cas quand on ne dépasse pas les charges de sécurité habituelles. Une flèche exagérée n'est pas admissible, car il en résulterait trop de mobilité pour le pont au passage des charges, ce qui notamment peut causer du trouble dans la marche des trains, d'autre part une mobilité trop grande peut être cause d'une rapide dislocation des nœuds du treillis.

2^o Permettre de vérifier le plus ou moins de concordance entre la flèche calculée et la flèche relevée lors des essais du pont ; si la flèche relevée est plus petite que celle calculée tout est bien, mais si elle était notablement plus grande il y aurait lieu de rechercher si cela n'est pas dû à un défaut d'exécution ; toutefois il ne faut pas perdre de vue que la température a une influence sur la flèche relevée et que cette influence peut être cause de différences assez notables entre cette flèche et celle calculée. — Il importe aussi de ne pas attacher trop d'importance à une parfaite concordance entre la flèche calculée et celle observée, car il y a grande incertitude sur la valeur à prendre pour E ; surtout de ce que la con-

(1) *Rabut*. Expérimentation de Ponts. — Annales des Ponts et Chaussées, 3^e Trimestre 1901.

Lanna. Observations faites sur divers Ponts métalliques. — Revue Générale des Chemins de Fer, mai et juin 1902.

cordance existe il ne faut pas conclure que les fatigues du calcul se trouvent réalisées dans la construction, car dans un pont en treillis la flèche totale et les fatigues dans les diverses membrures n'ont entre elles que des relations assez lointaines.

3° Enfin le troisième but du calcul de la flèche est de déterminer le tracé d'exécution du pont en lui donnant une contre-flèche ou *courbe d'exécution* telle que sous l'effet du poids mort et de la surcharge complète la voie soit horizontale et non pas creuse.

A cet effet le tracé des diverses membrures du pont, au lieu d'être exécuté sur la base des dimensions données sur le canevas FIG. 76 du n° 80, le sera d'après ces dimensions augmentées de ce qu'elles se comprimeront et diminuées de ce que elles se dilateront sous l'effet du poids mort et de la surcharge complète, ainsi le premier élément de la bride inférieure a une longueur théorique de 6600 millimètres, la fatigue de + 4 k. 8 qu'il subira le dilatera de $\frac{352}{200} = 1,76$ millimètres, c'est pourquoi il sera exécuté en prenant une longueur de $6600 - 1,76 = 6598,24$ afin que sous l'effet du poids mort et de la surcharge complète il prenne sa longueur théorique de 6600 ; de même pour les autres éléments, ce qui nous donne le tableau ci-après dont la dernière colonne donne les longueurs d'exécution de chaque membrure de la poutre en treillis.

Les membrures des longerons étant exécutées d'après ces dimensions chaque longeron devra se monter et s'assembler à pied d'œuvre sur un cintre en bois (ou sur une série de verins) présentant la flèche 49,5 millimètres calculée ci-avant (en général on augmentera même de 10 à 25 % la flèche à donner au cintre), le pont étant ensuite livré à lui-même et portant la surcharge complète perdra cette flèche et aura une voie horizontale.

Nous disons que la flèche du cintre aura de 10 à 25 % de plus que la flèche théorique et même le double, en effet il faut tenir compte des imperfections d'exécution et des tassements qui se produisent dans les rivures et les assemblages lorsque le pont est livré à lui-même, tassements qui impriment au pont une flèche permanente non comprise dans la flèche théorique, flèche permanente que d'ailleurs il faut se garder de considérer comme étant un indice que la limite d'élasticité a été dépassée dans l'une ou l'autre partie du pont ; voir sur ce sujet notre brochure « *Note sur la détermination du coefficient d'élasticité de flexion des doubles tés* ».

Il est à noter (voir Pl. XIV) qu'avec les dimensions ou longueurs d'exécution du tableau ci-après, les montants ne sont plus verticaux, ils ne le deviennent que lorsque le pont a perdu sa flèche de montage, il faut pour le tracé des tôles et cornières et pour celui des goussets d'assemblage tenir compte de cette inclinaison des montants, inclinaison qui pour le montant n° 2 est d'environ 1,2 millimètre par mètre et celui n° 3 de 0,8 millimètre par mètre.

NUMÉROS DES PANNEAUX	LONGUEURS DU CANEVAS THÉORIQUE	VARIATIONS DU CHEF DES FATIGUES	LONGUEURS D'EXÉCUTION	
Bride inférieure	millimètres	millimètres	millimètres	
I	6600	+ 1,76	6598,24	
II	6600	+ 1,76	6598,24	
III	6600	+ 1,98	6598,02	voir la Pl. XIV
IV	6600	+ 1,98	6598,02	
V	6600	+ 1,95	6598,05	
VI	6600	+ 2,04	6597,96	
Bride supérieure				
I	9190	— 2,10	9192,10	
II	6840	— 1,98	6841,98	
III	6740	— 1,95	6741,95	voir la Pl. XIV
IV	6666	— 1,96	6667,96	
V	6620	— 1,99	6621,99	
VI	6600	— 1,98	6601,98	
Montants				
de I à II	6400	+ 0,89	6399,11	
II à III	8250	— 1,15	8251,15	voir la Pl. XIV
III à IV	9650	— 0,43	9650,43	
IV à V	10600	+ 0,53	10599,47	
V à VI	11000	+ 1,22	10998,78	
Diagonales				
I				
II	9210	+ 2,305	9207,70	
III	10580	+ 2,240	10577,76	
IV	11690	+ 1,625	11688,37	
V	12450	+ 1,245	12448,75	

Les diagonales du panneau milieu et les contre-diagonales de tous les panneaux sont à l'atelier percées à leur extrémité supérieure seulement, leur longueur se règle au montage, les trous de leur extrémité inférieure se traquent à présentation alors que le pont est décalé, c'est-à-dire porte sur ses appuis uniquement et a reçu le total de son poids mort.

CHAPITRE VIII

POUTRES LATTICES ET POUTRES A CROISILLONS MULTIPLES

115. Les poutres lattices sont un cas particulier des poutres à croisillons multiples. Les poutres lattices ont été assez employées à l'origine des ponts en fer, leur nom vient de ce que les barres de treillis, tant celles étendues que celles comprimées, sont constituées par de simples lattes en fer ; ce sont des poutres à âme en tôle évidée et il faut raidir cette âme par des montants rigides (généralement en té) qui tiennent lieu d'armatures (voir n° 64) et en même temps servent à l'assemblage des traverses du plancher et des entretoises du contreventement.

Le calcul des poutres lattices pourrait se faire par la méthode ordinaire de la décomposition en treillis simples (voir n° 79 et § 6 du Chap. V), mais comme les lattes sont rivées entre elles à leurs croisements il y a entre les divers treillis simples une telle solidarité qu'il est permis de recourir à une méthode de calcul plus expéditive que nous donnons ci-après, méthode en somme pas plus inexacte que celle par décomposition.

Les longerons lattices sont le plus souvent à brides droites et parallèles, l'emploi de brides courbes entraîne d'assez grandes difficultés pour le tracé exact des diverses longueurs des lattes, elles ne sont pas à conseiller. Nous supposerons donc le cas de brides droites et parallèles.

Le type constructif des poutres lattices telles qu'employées au temps jadis est donné FIG. 108 et 110, Pl. XX, chaque bride se compose de plats horizontaux de cornières et d'une tôle formant nervure verticale, nervure sur laquelle viennent s'assembler de part et d'autre les lattes du treillis, l'inclinaison de ces lattes est la même dans les deux sens, elle est généralement de 45° , ce qui est l'angle donnant le maximum d'économie.

Comme première hypothèse on admet que les lattes sont articulées entre elles et sur les brides, et que les brides elles-mêmes sont articulées aux points d'assemblages des lattes ; il en résulte que tous les efforts intérieurs agissant dans le longeron sont dirigés suivant l'axe des éléments, barres ou brides, sur lesquels ils agissent ; en outre on fait abstraction des montants, on ne saurait d'ailleurs pas calculer si on en voulait tenir compte.

Si nous isolons un nœud A (FIG. 108 et 109) et appliquons à ce nœud des forces extérieures équivalentes aux forces intérieures nous avons en A une force horizontale R, qui représente la résultante de l'action exercée par les deux tron-

çons de bride qui aboutissent en A, nous avons en outre deux forces inclinées V et W qui représentent l'action des lattes ; l'équilibre existe autour de A, il en résulte que l'une des lattes agit par traction et l'autre par compression, cette conclusion ne serait que très peu modifiée si au point A il y avait une charge verticale locale provenant du tablier, car cette charge sera en général peu de chose en comparaison de R, V et W.

Ce point étant acquis, coupons le longeron par un plan BD et remplaçons sur chaque élément coupé la force intérieure qui le fatigue par une force extérieure équivalente : nous avons sur les brides deux forces R' et R'' qui sont horizontales, et sur les lattes des forces inclinées suivant leur direction, forces agissant par traction sur les lattes dirigées dans un sens et par compression sur celles dirigées dans l'autre sens ; comme ces lattes aboutissent toutes en des points différents des brides les forces qui agissent sur elles sont toutes différentes, mais d'une part ces différences sont faibles et d'autre part la solidarité qui existe entre les lattes diminue encore ces différences, on admet donc à titre de seconde hypothèse qu'elles *sont égales* et nous les désignons par a , ces forces sont au nombre de 8 ou plutôt de n en termes généraux.

Nous établissons les trois équations d'équilibre statique du tronçon à gauche de BD : nous désignons par h la distance des lignes des centres de gravité des brides, lignes sur lesquelles aboutissent les axes des lattes, nous avons :

$$\text{Somme des comp. horiz.} = 0 \quad \text{donc} \quad R' = R''$$

pour la suite nous désignerons par une même lettre R la force agissant sur chaque bride ; désignant par M le moment des forces et réactions extérieures par rapport à la section BD et par ΣP l'effort tranchant, nous avons

$$\text{Somme des moments} = 0 : \quad \text{donc} \quad R h = M, \quad R = \frac{M}{h}$$

$$\text{Somme comp. vert.} = 0 : \quad n a \sin \alpha = \Sigma P, \quad \text{d'où} \quad a = \frac{\Sigma P}{n \sin \alpha}$$

Voilà les deux expressions très simples qui donnent les fatigues sur les brides et les lattes en fonction de M et ΣP . On ne calculera d'après la force obtenue a que les deux lattes EF et GH dont le milieu est coupé par la section BD, la latte IJ par exemple se calculera pour une force a obtenue en menant la section B'D' qui la coupe en son milieu ; et ainsi de suite pour les autres lattes.

Le calcul se dispose ainsi que l'indique la FIG. 108 : au milieu le canevas du longeron, au-dessus le diagramme des M maxima, au-dessous celui des ΣP maxima, diagrammes qui se calculent comme nous l'avons indiqué précédemment.

La composition de chaque bride se détermine sur le diagramme des M en suivant la même marche et les mêmes principes que ceux exposés pour la poutre à âme pleine, voir § 1 du Chap. IV.

Si pour la détermination des lattes on suivait rigoureusement les données du diagramme réel, on aurait une grande variété dans leurs sections, ce qui compliquerait l'exécution, on simplifie les choses en remplaçant le diagramme réel par un diagramme fictif KQMNOP l'enveloppant de toutes parts et ne donnant sur la longueur de la travée que quelques groupes de lattes, ainsi dans le cas de la FIG. 108 les lattes sont subdivisées en 3 groupes, celles du groupe d'extrémité de la travée sont calculées pour un ΣP dont la valeur est donnée par l'ordonnée de KQ, celles du groupe intermédiaire par l'ordonnée de MN, celles du groupe central par l'ordonnée OP ; font partie d'un groupe les lattes dont le milieu est compris dans l'étendue de la droite KQ, MN ou OP limitant ce groupe.

Si le longeron lattice se limitait aux seuls éléments (brides et lattes) que nous venons de calculer il ne tiendrait certainement pas, il périrait par flambage ou voilement de la paroi, il faut raidir cette paroi, cela se fait au moyen de montants verticaux dont les dimensions ne savent pas se calculer et doivent donc se déterminer d'après le sentiment du constructeur, la seule règle est que la largeur (FIG. 110) de ces montants doit approximativement être égale à $\frac{1}{15}$ de la hauteur de la poutre si celle-ci est contreventée inférieurement et supérieurement, et $\frac{2}{15}$ si elle n'est contreventée qu'à une seule extrémité. L'écartement de ces montants doit être tel que de l'un à l'autre les lattes comprimées ne puissent flamber.

La flèche d'une poutre lattice se calcule en appliquant les formules des poutres à âme pleine, voir Chap. IV.

116. De grands ponts, tels que ceux de Dirchau, Cologne et Kehl, ont été construits d'après le système lattice, ce système fut ensuite abandonné mais aujourd'hui il reprend faveur sous forme de poutres à croisillons multiples. Le croisillon multiple diffère du lattice en ce que les barres du treillis sont de profil rigide (cornières ou tés) au lieu d'être en simples lattes, mais il se calcule de la même façon en se basant sur les mêmes hypothèses.

Le croisillon multiple présente des avantages quant à la stabilité (voir ci-après Chap. XV) ; il convient tout particulièrement lorsque le pont doit être mis en place par lançage, car les multiples nœuds des croisillons sur la bride inférieure soutiennent efficacement celle-ci contre toute flexion alors qu'elle passe sur les galets de roulement ; le type à croisillons multiples s'emploie fréquemment pour les ponts continus (voir notre Tome III n° 10), nous donnons Pl. XXI les détails de construction d'un croisillon triple employé au pont du Manoir exécuté en 1893 sous la ligne Paris-Rouen, c'est un pont continu à 3 travées chacune de 67 à 68 mètres de portée, les barres sont inclinées de $49^{\circ}, 17'$, voir *Revue Générale des Chemins de fer*, n° de décembre 1895.

CHAPITRE IX

ENTRETOISEMENT ET CONTREVENTEMENT

117. Nous avons précédemment au n° 31 indiqué les buts multiples, d'ordre pratique et d'ordre théorique, des cadres d'entretoisement et des poutres de contreventement ; nous devons traiter des deux simultanément car les pièces de l'entretoisement jouent toujours un rôle dans le contreventement et nous devons les étudier pour chaque type de pont en particulier.

Nous avons au Chap. I, § 5 et 6 donné l'évaluation des intensités du vent et du lacet. Nous avons au Chap. II, § 2, 3 et 4 donné, pour les charges d'épreuve, le calcul des traverses qui constituent une des pièces importantes de l'entretoisement et du contreventement.

§ 1. Pont à tablier inférieur, ouvert par dessus.

118. Nous donnons FIG. 111 la coupe transversale d'un semblable pont, la vue d'ensemble est donnée Pl. XXII ; les cadres d'entretoisement sont incomplets, ils sont constitués par les traverses du tablier, les montants du pont et les goussets A qui ont pour but d'assurer l'invariabilité des angles et la parfaite verticalité des montants et des longerons du pont ; les cadres sont donc ouverts par le haut.

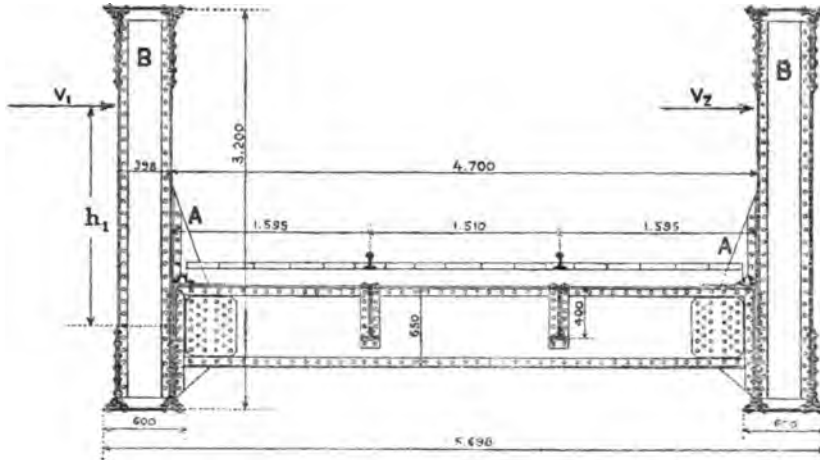
Flambage. — Le contreventement contre le flambage des brides comprimées est assuré par les montants B qui ont 0^m398 de largeur (soit le $\frac{1}{8}$ de la hauteur de la poutre) (1), montants très rigides qui par les goussets A sont encastés sur les traverses inférieures et ainsi s'opposent énergiquement à tout déplacement latéral de la bride comprimée, donc à toute possibilité de flambage ; la détermination de la section du montant en vue de lui permettre de résister aux sollicitations de flambage de la bride se fait souvent *au sentiment*, toutefois on peut la calculer, voir ci-après le n° 120.

Vent. — Le vent agit sur la bride supérieure de chaque longeron et tend à la faire fléchir horizontalement, le montant doit empêcher cette flexion qui serait un commencement de flambage ; soit S la surface de bride supérieure plus celle

(1) Au n° 115 nous avons indiqué la proportion $\frac{2}{15}$ pour la largeur des montants raidisseurs des ponts ouverts.

du treillis sur la demi-hauteur $\frac{H}{2}$ d'un panneau (voir Pl. XXII) et sur la distance D de milieu à milieu de deux panneaux successifs, soit v l'intensité du vent

FIG. 111
Ouverture 25.60 (Voir XXII)



par unité de surface, la force à équilibrer par le montant sera $V_1 = Sv$; soit h_1 (FIG. 111) la distance du point d'application de cette force V_1 au centre de l'encastrement, le moment fléchissant maximum sur le montant sera $V_1 h_1$, soit m son moment résistant pour 1 kg. de fatigue par millimètre carré, la fatigue supplémentaire due au vent sera donc : $t_1 = \frac{V_1 h_1}{m}$ et il faut que cette fatigue ne dépasse pas ce qui dans les cahiers des charges est concédé comme fatigue supplémentaire pour équilibrer l'action du vent (voir ci-avant Chap. I, § 8).

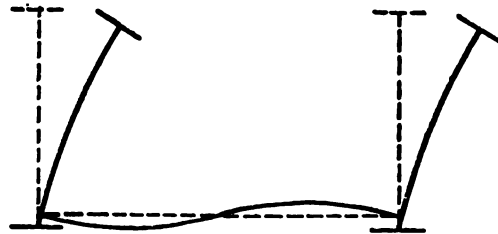
Ce moment fléchissant $V_1 h_1$ sur le montant se transmet à la traverse sur laquelle il est encastré et la fatigue aussi supplémentairement (voir FIG. 112).

La force V_1 et celle V_2 provenant de la 2^{de} paroi, forces qui agissent excentriquement par rapport au plan d'appui du pont tendent à le soulever et culbuter ainsi que l'indique la FIG. 113 :

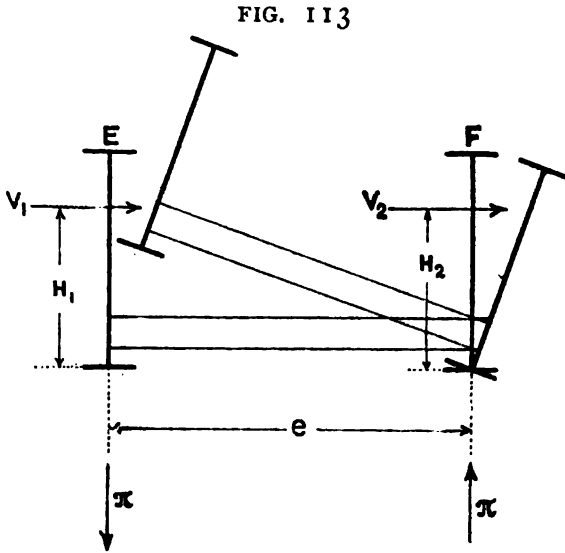
si nous nommons D la distance d'axe à axe de deux panneaux successifs le moment de culbute par mètre courant du pont sera :

$$\frac{V_1 H_1 + V_2 H_2}{D}$$

FIG. 112



ce moment s'équilibre en provoquant dans la poutre amont E une diminution de charge verticale et dans la poutre aval F une augmentation correspondante, soit π cette variation de charge verticale et e l'écartement d'axe à axe des deux longerons, on a :



$$\pi = \frac{V_1 H_1 + V_2 H_2}{De}$$

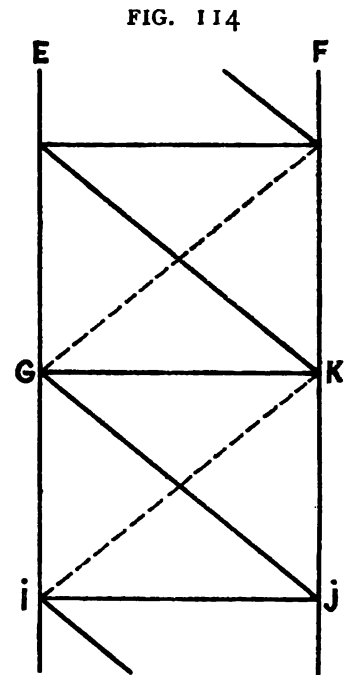
Cette force π qui charge la poutre aval y provoque des fatigues supplémentaires que l'on peut aisément calculer ; cet effet π se nomme quelquefois la « Charge verticale due au vent ».

* * *

119. Poutre de contreventement. — Nous en arrivons maintenant au contreventement proprement dit, c'est-à-dire au système destiné à équilibrer les actions horizontales du vent et du lacet agissant sur l'ensemble du pont. Aux actions V_1 et V_2 des FIG. 111 et 113 nous devons ajouter l'action du vent sur la moitié inférieure du pont et nous désignons par V l'action horizontale totale résultante par mètre courant ; si la hauteur du pont était variable V le serait aussi, mais alors on simplifierait les choses en prenant pour V une valeur moyenne qu'on suppose uniforme d'un bout à l'autre du pont ; cette force V comprend l'action du vent sur les deux longerons et sur le train s'il y en a un sur le pont, nous avons au Chap. I, § 5 indiqué le mode de calcul V .

Soit L l'intensité du lacet par mètre courant du pont, le lacet n'intervient pas si le vent dépasse 150 kgs car nous savons qu'alors aucun train ne s'engagera sur le pont, voir Chap. I, § 6.

L'expression générale de l'effort horizontal total par unité courante du pont est donc $(V + L)$, cet effort est équilibré par la poutre horizontale FIG. 114 : cette poutre prend appui sur les culées du pont, ses deux brides E et F sont les brides



inférieures des longerons du pont, ses montants sont les traverses du pont, ses diagonales sont ce qu'à proprement parler on nomme *le contreventement du pont* ; le calcul des efforts provoqués par $(V + L)$ sur ces divers éléments est très facile, il est inutile que nous nous y arrêtions, ce sont les mêmes principes que ceux exposés au Chap. V, et notamment au § 3 de ce chapitre.

Il faut naturellement calculer les fatigues pour un vent à 150 kgs avec un train franchissant le pont et pour un vent à 270 kgs sans train, on déterminera pour chaque organe du pont le cas le plus défavorable ; l'absence du train fait disparaître la surcharge, le lacet et aussi l'action du vent sur le train, par contre l'intensité du vent doit être prise égale à 270 k.

Les barres diagonales du contreventement sont supposées inaptes à résister à la compression, c'est pourquoi il faut les doubler, c'est-à-dire former dans chaque panneau un croisillon complet, car le vent peut souffler dans les deux sens par rapport au pont, mais dans le calcul on ne compte jamais que sur une seule diagonale par panneau, celle résistant par traction. Malgré que ces barres n'aient jamais à résister par compression, il faut cependant ne pas les exécuter en fer plat (ainsi que quelquefois on l'a fait), car elles doivent avoir suffisamment de rigidité pour résister à leur propre poids sans flexion visible dans le sens vertical.

Il faut que les châssis d'appui du pont (voir Chap. X) soient disposés de telle façon que sous l'effet horizontal du vent et du lacet (et de la force centrifuge éventuelle) il n'y ait aucun danger que le pont vienne à glisser sur ses appuis et être ripé à bas.



Équerrage. Les diagonales horizontales (celles du contreventement proprement dit) remplissent le troisième but du contreventement qui est d'assurer le parfait équerrage du pont : il suffit que les diagonales du panneau GIKJ (FIG. 114) soient exécutées exactement de même longueur pour que les 4 angles de ce panneau se mettent rigoureusement droits et cela pour tous les panneaux, donc forcément les longerons seront montés exactement l'un vis-à-vis de l'autre et les traverses seront normales sur ces longerons donc normales sur l'axe du pont, et ce résultat serait très difficilement obtenu par d'autres moyens que les diagonales.

Le cas d'un tablier placé entre les deux brides rentre dans celui ci-dessus, le contreventement est toujours placé au niveau des brides inférieures, car elles sont nécessaires pour former les brides de la poutre de contreventement, toutefois dans le plan du tablier il y a toujours un croisillonnement supplémentaire pour donner à la voie une raideur suffisante contre le lacet.

L'exposé ci-dessus démontre que pour les longerons qui n'ont pas de montants verticaux le contreventement et l'entretoisement sont moins bien assurés quelle que soit la raideur que l'on donne aux barres inclinées du treillis.



120. Calcul des montants contre le flambage des brides supérieures.

— Nous présentons, pour résoudre cette question importante, la théorie suivante.

Soit AB la bride droite comprimée d'un pont ouvert du type de la FIG. 111, nous la rapportons à deux axes coordonnés rectangulaires dont l'origine O est au milieu de la longueur de la bride ; cette bride est soumise à une compression axiale qui va en augmentant des extrémités au milieu suivant une certaine loi parabolique dérivant du diagramme des moments fléchissants, compression qui lors du flambage virtuel donne en une section quelconque S un moment $[y.f(x)]$; supposons, pour simplifier, que la loi parabolique soit remplacée par une loi linéaire et que

$$f(x) = P_1 + p_1 \left(\frac{l}{2} - x \right)$$

ce qui nous donnera P_1 comme compression aux extrémités et $\left(P_1 + p_1 \frac{l}{2} \right)$ au milieu ; le moment en S sera :

$$\left[P_1 y + p_1 \left(\frac{l}{2} - x \right) y \right].$$

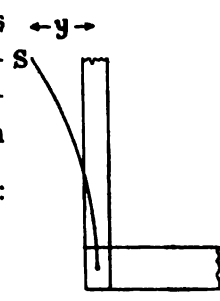
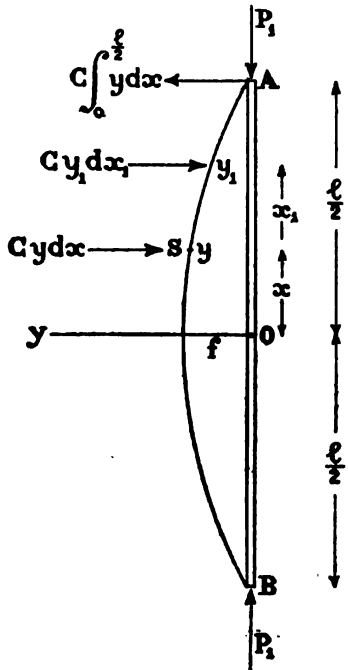
En S la bride a une flèche virtuelle y , d'où il résulte que le montant qui la soutient en ce point et est encastré sur la traverse inférieure s'est infléchi d'autant (voir FIG. ci-dessus) et par conséquent développe une résistance $R_y = Cy$ [C étant un coefficient constant]; si nous supposons que la résistance R_y s'exerce d'une façon continue d'une extrémité à l'autre de la bride nous avons que sa valeur pour l'élément infiniment petit en S a pour expression $[Cydx]$, d'où en A et B des réactions $C \int_0^{\frac{l}{2}} y dx$, et en S un moment fléchissant :

$$C \left(\frac{l}{2} - x \right) \int_0^{\frac{l}{2}} y dx - C \int_x^{\frac{l}{2}} y_1 (x_1 - x) dx_1$$

et l'équation différentielle de l'élastique virtuelle de AB est :

$$E \frac{d^2 y}{dx^2} = - P_1 y - p_1 y \left(\frac{l}{2} - x \right) + C \left(\frac{l}{2} - x \right) \int_0^{\frac{l}{2}} y dx - C \int_x^{\frac{l}{2}} y_1 (x_1 - x) dx_1$$

Malheureusement cette équation n'est pas intégrable, ni exactement ni même



approximativement, nous devons simplifier les choses de façon à arriver à une équation différentielle qui soit intégrable sous forme finie, nous supposons :

1° Que la compression axiale est constante d'un bout à l'autre, nous prendrons pour sa valeur soit la moyenne $\left(P_1 + p_1 \frac{l}{4}\right)$, soit le maximum $\left(P_1 + p_1 \frac{l}{2}\right)$; pour établir les équations du flambage virtuel nous devons prendre n fois cette valeur de la compression axiale, n étant le coefficient de sécurité contre le flambage, et nous désignerons par P la valeur de cette compression axiale capable de déterminer le flambage de la bride.

2° Que la résistance virtuelle R_y des montants varie suivant les ordonnées d'une parabole du 2^d degré (1), ce qui nous donne :

$$C_y = R_y = R - \frac{4R}{l^2}x^2$$

et par conséquent pour valeur de la réaction en A et B :

$$\int_0^{\frac{l}{2}} C_y dx = \int_0^{\frac{l}{2}} R \left(1 - \frac{4x^2}{l^2}\right) dx = \frac{Rl}{3}$$

Appliquant ces deux suppositions nous avons que la sollicitation virtuelle de la bride comprimée se présente ainsi que l'indique la figure A ci-contre et l'équation différentielle de l'élastique est :

$$\epsilon \frac{d^2 y}{dx^2} = -Py + \frac{Rl}{3} \left(\frac{l}{2} - x\right) - \int_x^{\frac{l}{2}} R_{y_1} (x_1 - x) dx_1$$

ou bien :

$$\epsilon \frac{d^2 y}{dx^2} = -Py + \frac{Rl}{3} \left(\frac{l}{2} - x\right) - R \int_x^{\frac{l}{2}} \left(1 - \frac{4x_1^2}{l^2}\right) (x_1 - x) dx_1$$

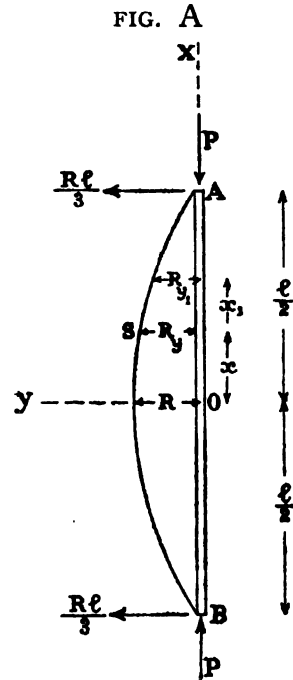
ou bien encore en effectuant l'intégration et simplifiant :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{P}{\epsilon} y = \frac{R}{48\epsilon l^2} (5l^4 - 24l^2 x^2 + 16x^4)$$

équation différentielle dont l'intégrale est :

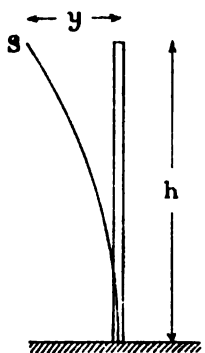
$$\frac{48 l^2 P^3}{\epsilon^2 R} y = 384 \left(1 - \frac{\cos x \sqrt{\frac{P}{\epsilon}}}{\cos \frac{l}{2} \sqrt{\frac{P}{\epsilon}}}\right) + 5l^4 \frac{P^2}{\epsilon^2} + 48 (l^2 - 4x^2) \frac{P}{\epsilon} - 8x^2 (3l^2 - 2x) \frac{P^2}{\epsilon^2}$$

(1) On pourrait prendre une variation suivant toute autre loi, cela n'a pas grande influence sur le résultat, et surtout pas d'influence pratique.



laquelle pour $x=0$ nous donne $y=f$, d'où

$$f = \frac{R \left[5l^4 P^2 + 48l^2 P\epsilon + 384\epsilon^2 \left(1 - \frac{1}{\cos \frac{l}{2} \sqrt{\frac{P}{\epsilon}}} \right) \right]}{48l^2 P^3}$$



voilà l'expression de la flèche maximum virtuelle prise par la bride comprimée.

Nous désignons par $\epsilon' = EI'$ le moment d'inflexibilité totale de tous les montants intermédiaires supportant la bride supérieure, ces montants ont tous la même section, nous pouvons donc admettre que EI' est uniformément réparti et que sa valeur par unité courante est $\frac{EI'}{l}$; si nous désignons par h la hauteur

des montants, nous avons en un point quelconque S de la bride (voir FIG. ci-contre) : $(\epsilon' = \frac{EI'}{l} dx)$, et comme effort $R_y dx$, donc :

$$y = \frac{h^3}{3 \frac{EI'}{l} dx} \cdot R_y dx = \frac{h^3 l}{3 EI'} \cdot R_y = \frac{h^3 l}{3 EI'} \left(R - \frac{4R}{l^2} x^2 \right) \quad \text{d'où} \quad f = \frac{lh^3 R}{3 EI'}$$

d'où en égalant les deux expressions que nous venons d'obtenir pour f :

$$(1) \quad \frac{3EI'}{lh^3} = \frac{48l^2 P^3}{5l^4 P^2 + 48l^2 P\epsilon + 384\epsilon^2 \left(1 - \frac{1}{\cos \frac{l}{2} \sqrt{\frac{P}{\epsilon}}} \right)}$$

cette relation nous donne la valeur totale I' du moment d'inertie des N montants intermédiaires en fonction du moment d'inflexibilité horizontal ϵ de la bride, de la compression P égale à n fois celle réelle, de la longueur l de la bride et de la hauteur h du longeron du pont.

De (1) nous déduisons :

$$(2) \quad I' = \frac{16Ph^3}{El \left[5 + 48 \frac{\epsilon}{P l^2} + 384 \frac{\epsilon^2}{P^2 l^4} \left(1 - \frac{1}{\cos \frac{l}{2} \sqrt{\frac{P}{\epsilon}}} \right) \right]}$$

nous avons à discuter ce résultat : il est certain qu'on doit avoir $\frac{l}{2} \sqrt{\frac{P}{\epsilon}} > \frac{\pi}{2}$

car si on avait l'égalité on en déduirait : $P = \frac{\pi^2 \epsilon}{l^2}$ chaque bride pourrait donc résister au flambage sans le secours des montants et il serait inutile de s'occuper du calcul de ceux-ci, on doit donc avoir :

$$\frac{l}{2} \sqrt{\frac{P}{\epsilon}} = K \frac{\pi}{2} \quad \text{d'où} \quad P = \frac{\pi^2 \epsilon}{\left(\frac{l}{K}\right)^2}$$

Soit Δ l'écartement d'axe à axe des montants, nous ne pouvons avoir $\frac{l}{K} < \Delta$ ou sinon il y aurait danger de flambage entre deux montants, mais nous pouvons avoir $\frac{l}{K} > \Delta$ et dans ce cas nous nous mettrons dans des conditions favorables à la sécurité en prenant : $\frac{l}{K} = \Delta$ d'où $P = \frac{\pi^2 \epsilon}{\Delta^2}$ substituant dans (2) nous avons en remplaçant π^2 par 10 et π^4 par 100

$$I' = \frac{16Ph^3}{El \left[5 + 4.8 \frac{\Delta^2}{l^2} + 3.84 \frac{\Delta^4}{l^4} \left(1 - \frac{1}{\cos \frac{l}{2\Delta} \pi} \right) \right]}$$

s'il y a un montant au milieu de la longueur de la bride, le terme $\frac{l}{2\Delta}$ est un nombre entier pair ou impair, supposons-le pair, ce qui est favorable à la sécurité, c'est-à-dire exige pour I' le maximum de valeur, dans ce cas nous avons :

$$I' = \frac{16Ph^3}{El \left(5 + 4.8 \frac{\Delta^2}{l^2} \right)}$$

il est à noter que le terme $\left(4.8 \frac{\Delta^2}{l^2} \right)$ est négligeable vis-à-vis de 5, car en admettant que $\frac{l}{\Delta}$ soit égal à 10 seulement ce terme a pour valeur 0,048, nous pouvons donc poser :

$$(3) \quad I' = \frac{16Ph^3}{5El}$$

S'il n'y avait pas de montant au milieu de la bride, il faudrait établir l'égalité des flèches au droit du montant immédiatement voisin du milieu et on arriverait à la même formule (3); la valeur à prendre pour E dans cette formule est celle qu'indique l'expérience pour les pièces rivées en fer ou acier, soit $E = 16000$, le millimètre étant l'unité.

La formule (3) peut être transformée : soit t la compression maximum de la bride et Ω sa section maximum, nous avons : $P = nt\Omega$ et la formule (3) peut se mettre sous la forme :

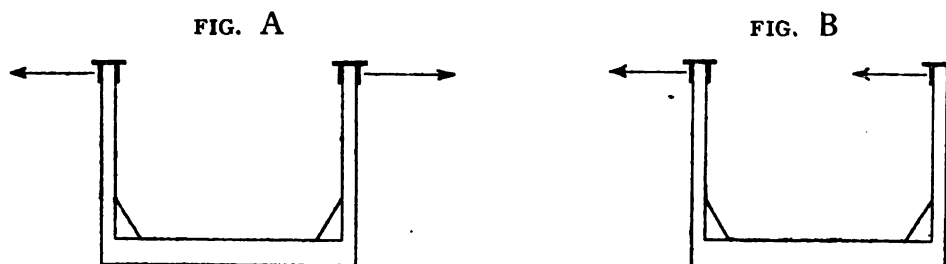
$$(4) \quad I' = \frac{16nt\Omega h^3}{5El} = \frac{16nt}{5E} \cdot \frac{h}{l} \cdot \Omega h^2$$

Le coefficient de sécurité n ne doit pas être inférieur à 6 ; nous possédons donc la valeur totale de I' , comme il y a N montants intermédiaires chacun devra avoir comme moment d'inertie la valeur $\frac{I'}{N}$, et pour chaque montant extrême la valeur sera $\frac{I'}{2}$; on voit que les montants d'entrée du pont doivent être notablement plus raides que ceux intermédiaires ; il importe de veiller à ce que la rivure et assemblages des montants sur les traverses inférieures soient proportionnés à la valeur du moment d'inertie du montant.

Les expressions (3) ou (4) ci-dessus donnent le moment d'inertie requis pour les divers montants du pont en vue de leur permettre d'équilibrer la tendance au flambage de la bride comprimée ; il faut évidemment à ce moment d'inertie ajouter ce qui est nécessaire pour résister aux effets du vent (voir n° 118) et aussi pour résister aux fatigues que les montants subissent du chef de leur rôle dans le treillis du longeron du pont.

En résumé pour que les brides comprimées du pont ouvert soient à l'abri de toute éventualité de flambage, il faut : 1° qu'elles aient la raideur horizontale et verticale voulue pour résister dans l'intervalle de deux montants ; 2° que les montants aient un moment d'inertie calculé comme il est dit ci-dessus ; 3° que la poutre de contreventement inférieur ait une raideur suffisante, nous parlons de cette dernière condition au n° 120^{bis}.

120^{bis}. Les cadres ouverts formés par les deux montants encastrés sur chaque traverse (FIG. 111) sont maintenus dans le sens horizontal par la poutre constituant le contreventement inférieur du pont, poutre qui équilibre les réac-



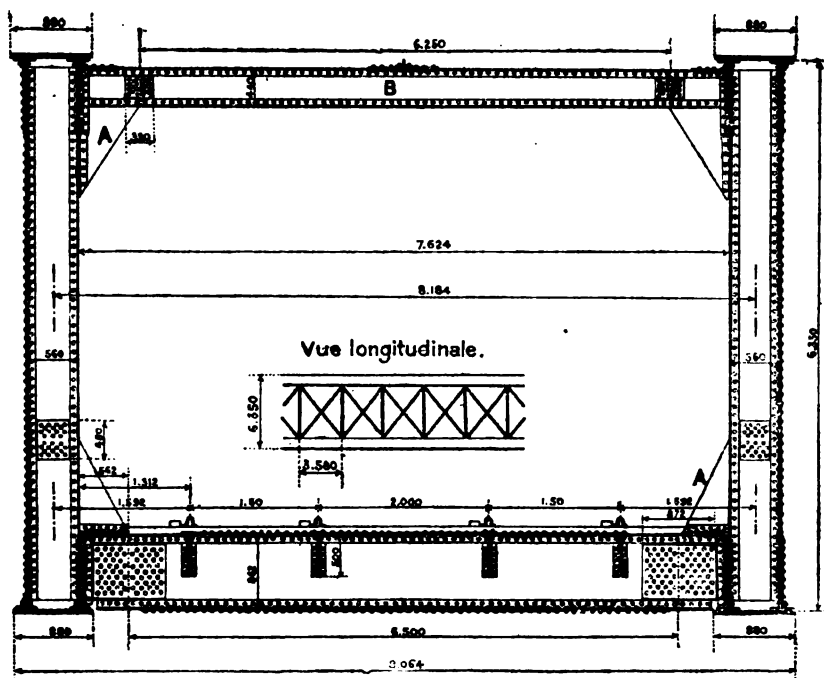
tions virtuelles R , qui agissent sur la tête des montants ; dans notre théorie ci-dessus nous n'avons pas tenu compte de la déformation horizontale de cette poutre de contreventement et nous ne devons pas en tenir compte, car la déformation virtuelle de la bride qui précède son flambage réel affecte les montants verticaux mais pas la poutre horizontale inférieure, car celle-ci composée des deux brides étendues du pont n'a aucune tendance à dévier latéralement.

La tendance au flambage de chaque bride supérieure est équilibrée par la traction de la bride inférieure correspondante, que ce flambage tende pour les deux brides à se produire en sens inverse, à gauche pour l'une, à droite pour l'autre comme l'indique la FIG. A ci-dessus, cas où la poutre inférieure n'intervient pas ; ou bien que le flambage tende à se produire dans le même sens pour les deux brides, FIG. B, cas où la poutre inférieure interviendrait si le flambage devenait effectif, phénomène qui d'ailleurs ne peut se produire si les calculs ont été bien faits.

§ 2. Pont à tablier inférieur, fermé par dessus.
Calcul des Portiques d'Entrée.

121. Le type de ce pont est donné FIG. 115 (1). Le cadre d'entretènement est réalisé par la traverse inférieure, les montants, l'entretèise B supérieure et les 4 solides goussets A qui assurent l'équerrage parfait du cadre ; le calcul complet de ce cadre d'entretènement a été donné ci-avant Chap. II, § 4.

FIG. 115
Portée 77 mètres
(travées continues de 77 mètres chacune)
Pont sur la Garonne à Bordeaux (1860)



Ce type de pont possède deux poutres de contreventement complètes avec

(1) La vue longitudinale de la FIG. 115 est la vue de l'élévation longitudinale du pont et non pas la vue de la poutre de contreventement.

traverses et croisillons analogues à celles FIG. 114 ci-avant ; la poutre inférieure trouve un appui parfait sur les maçonneries de support du pont et par conséquent est à même de résister efficacement aux efforts horizontaux ; la poutre supérieure s'appuie sur les portiques d'entrée du pont dont ci-après au n° 122 nous donnerons le calcul ; ces poutres se calculent comme dit ci-avant au n° 118 ; celle inférieure seule subit les effets du lacet et de la force centrifuge éventuelle.

Il est à noter que les entretoises B fatiguent non seulement du chef du vent mais encore du chef des charges portées par les traverses inférieures, voir ci-avant au § 4 du Chap. II. La charge verticale π due au vent se calcule comme ci-avant au n° 118. Le flambage des brides supérieures est empêché par la rigidité des montants verticaux et aussi par le contreventement supérieur dont l'efficacité est d'autant plus grande que les portiques d'extrémité sont plus rigides, le calcul de ce flambage est donné ci-après au n° 123bis. Le parfait équerrage de l'ensemble du pont est assuré par le double contreventement, supérieur et inférieur.

*
* *

Lorsque les longerons d'un pont sont très élevés on emploie deux étages d'entretoises (voir Pl. XV), l'étage inférieur A s'établit immédiatement au-dessus du gabarit, c'est-à-dire aussi bas que possible, l'étage supérieur B est au niveau des brides, une croix D en cornières assure l'équerrage de ce cadre d'entretoisement et la verticalité des montants et des longerons.

Il n'y a toutefois pour ces ponts que deux plans de contreventement, celui au niveau des brides inférieures et celui au niveau de celles supérieures, cependant pour des ponts très importants on a quelquefois établi au niveau des traverses A deux petites poutres longitudinales, une dans le plan de chaque longeron principal, et entre ces poutres un croisillonnement de contreventement dont A forment les traverses ; ce contreventement intermédiaire a notamment pour avantage de prémunir au niveau A les montants du pont contre toute éventualité de flambage dans n'importe quel sens ; les sections des barres de ce contreventement intermédiaire s'établissent au sentiment.

*
* *

122. Calcul des portiques d'entrée. — Il importe pour la bonne stabilité du pont de pouvoir calculer les fatigues et déformations des portiques, nous présentons dans ce but la théorie ci-après qui n'est qu'une variante de celle donnée Chap. II, § 4 pour le calcul des cadres d'entretoisement. En fait le portique est le cadre d'entretoisement d'extrémité. Chaque portique d'entrée supporte en tête la force horizontale V qui provient de la portion de l'action du vent à 270 kgs équilibrée par le contreventement supérieur ; nous faisons abstraction du poids

mort du portique et du poids mort porté par la traverse inférieure ; le train n'existe pas puisque nous prenons un vent à 270^K. Les appuis donnent une réaction horizontale V et deux réactions verticales $\pi = \frac{Vh}{2l}$.

Nous appliquons la méthode déjà exposée au § 4 du Chap. II, nous rapportons le portique à deux axes rectangulaires S_0xy dont l'origine S_0 est au milieu de la traverse inférieure AB , nous coupons le cadre en deux par une section S_1 au milieu de l'entretoise supérieure, nous avons sur cette section les 2 réactions inconnues X et Y et le moment inconnu μ .

Nous désignons par Δx_0 , Δy_0 , $\Delta \alpha_0$ les facteurs du déplacement de la section S_0 , nous supposons qu'ils ont le sens indiqué sur la figure ; soient Δx_1 , Δy_1 et $\Delta \alpha_1$ les facteurs du déplacement de la section S_1 . Nous avons en considérant le tronçon S_0BS_1 :

$$\Delta x_1 = \Delta x_0 + h\Delta \alpha_0 + \int_{S_0BS_1} (h-y) \frac{Mds}{EI}$$

et en considérant le tronçon S_0AS_1 :

$$\Delta x_1 = \Delta x_0 + h\Delta \alpha_0 + \int_{S_0AS_1} (h-y) \frac{Mds}{EI}$$

et en vertu de l'égalité de ces deux valeurs de Δx_1 , nous avons une première équation :

$$(1) \quad \int_{S_0BS_1} (h-y) \frac{Mds}{I} = \int_{S_0AS_1} (h-y) \frac{Mds}{I}$$

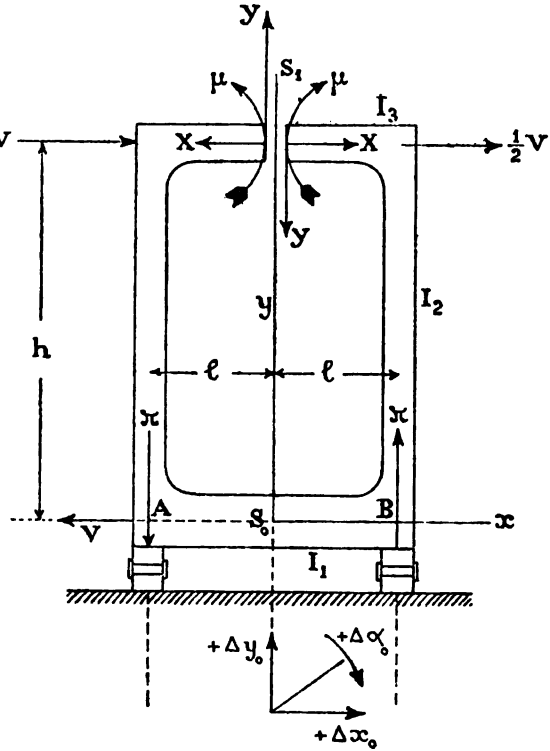
nous avons de même :

$$\Delta y_1 = +\Delta y_0 + \int_{S_0BS_1} x \frac{Mds}{EI}$$

$$\Delta y_1 = +\Delta y_0 + \int_{S_0AS_1} x \frac{Mds}{EI}$$

$$\Delta \alpha_1 = +\Delta \alpha_0 + \int_{S_0BS_1} \frac{Mds}{EI}$$

$$\Delta \alpha_1 = +\Delta \alpha_0 + \int_{S_0AS_1} \frac{Mds}{EI}$$



d'où deux nouvelles équations :

$$(2) \quad \int_{S_0BS_1} x \frac{Mds}{I} = \int_{S_0AS_1} x \frac{Mds}{I}; \quad (3) \quad \int_{S_0BS_1} \frac{Mds}{I} = \int_{S_0AS_1} \frac{Mds}{I}$$

Ces trois équations permettent de déterminer les trois inconnues X Y μ du problème et par conséquent les fatigues sur tout le pourtour du portique d'entrée.

Désignant par I_1, I_2, I_3 les moments d'inertie respectifs de la traverse inférieure, des montants et de l'entretoise supérieure du portique, les trois équations ci-dessus deviennent en appliquant la marche exposée au § 4 du Chap. II :

$$\begin{aligned} Xh \left(l + h \frac{I_1}{3I_2} \right) + \mu \left(l + h \frac{I_1}{2I_2} \right) &= 0 \\ Yl \left(l + 3h \frac{I_1}{I_2} + l \frac{I_1}{I_3} \right) &= \frac{Vh}{2} \left(l + \frac{3h}{2} \frac{I_1}{I_2} \right) \\ Xh \left(l + h \frac{I_1}{2I_2} \right) + \mu \left(l + l \frac{I_1}{I_3} + h \frac{I_1}{I_2} \right) &= 0 \end{aligned}$$

d'où nous déduisons :

$$X = 0; \quad \mu = 0; \quad (4) \quad Y = \frac{Vh}{2l} \times \frac{l + \frac{3h}{2} \frac{I_1}{I_2}}{l + 3h \frac{I_1}{I_2} + l \frac{I_1}{I_3}}$$

Le milieu de l'entretoise supérieure est donc un point d'articulation subissant un simple effort tranchant de valeur Y ; connaissant la valeur de Y nous sommes à même de calculer les fatigues sur tout le pourtour du portique.

Il conviendra aussi de rechercher ces fatigues dans le cas où la traverse porte un essieu de locomotive et où par conséquent l'intensité du vent doit être supposée égale à 150 kgs, les réactions X Y et μ se calculeront en combinant les calculs ci-dessus avec ceux donnés au § 4 du Chap. II.

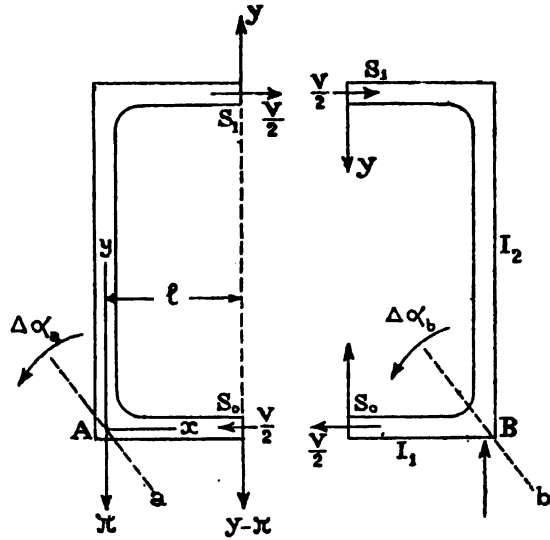
Il ne faut pas perdre de vue que les montants du portique subissent des fatigues du chef de la fonction qu'ils remplissent dans le treillis des poutres principales.

122^{bis}. Déformation du portique d'entrée. — Il importe de calculer de combien la section milieu S_1 se déplace horizontalement alors que le vent souffle au maximum.

Si nous cherchons le moment fléchissant en la section S_0 milieu de la traverse inférieure du portique nous trouvons un moment nul, donc cette section constitue aussi un point d'articulation comme la section milieu S_1 de l'entretoise supérieure ;

coupant le portique en deux tronçons par le plan vertical S_1, S_0 , nous avons pour chacun d'eux la sollicitation figurée ci-dessous ; la sollicitation de ces deux tronçons est exactement l'inverse l'une de l'autre, il en résulte que les déformations seront aussi inverses, donc si la variation angulaire de la section A est celle aA figurée, la variation angulaire de la section B sera celle bB parallèle à aA , donc $\Delta\alpha_a = \Delta\alpha_b$.

D'autre part le Δy de la section S_0 considérée comme appartenant au tronçon S_0A doit être l'inverse du Δy de la même section considérée comme appartenant au tronçon S_0B , chose qui ne peut avoir lieu que si ce Δy est nul et comme le Δy correspondant aux appuis A et B est nécessairement nul nous avons :



$$\Delta y_{S_0} = +l\Delta\alpha_a - \int_{AS_0} (l-x) \frac{(Y-\pi)(l-x) dx}{EI_1} = 0$$

$$+l\Delta\alpha_a - \frac{(Y-\pi)l^3}{3EI_1} = 0 \quad \text{d'où} \quad \Delta\alpha_a = \frac{(Y-\pi)l^2}{3EI_1}$$

Nous sommes maintenant à même de déterminer les Δx de la section S_1 , milieu de l'entretoise supérieure, nous avons en considérant le tronçon S_1A :

$$\Delta x_1 = -h\Delta\alpha_a + \int_A^{S_1} (h-y) \frac{M ds}{EI} = -\frac{(Y-\pi)hl^2}{3EI_1} - \frac{Ylh^2}{2EI_2} + \frac{Vh^3}{6EI_2}$$

d'où (5)
$$\Delta x_1 = \frac{h}{6EI_1} \left[Vh \left(l + h \frac{I_1}{I_2} \right) - Yl \left(2l + 3h \frac{I_1}{I_2} \right) \right]$$

voilà le déplacement horizontal de l'entretoise supérieure du portique ; le déplacement vertical se calculerait de la même façon mais sa connaissance n'a pas d'importance. Si nous supposons $I_1 = I_2 = I_3$, les formules (4) et (5) nous donnent :

$$Y = \frac{Vl}{4l} \quad \text{et} \quad \Delta x_1 = \frac{Vh^2(h+2l)}{24EI_1}$$

Il convient que le portique soit le plus inébranlable possible, c'est pourquoi on le calcule toujours avec un très faible coefficient de sécurité. Il est à noter d'ailleurs que le déplacement réel sera toujours moindre que celui Δx_1 , calculé, car les cadres intermédiaires du pont solidarissent en partie le contreventement supérieur avec l'inférieur.

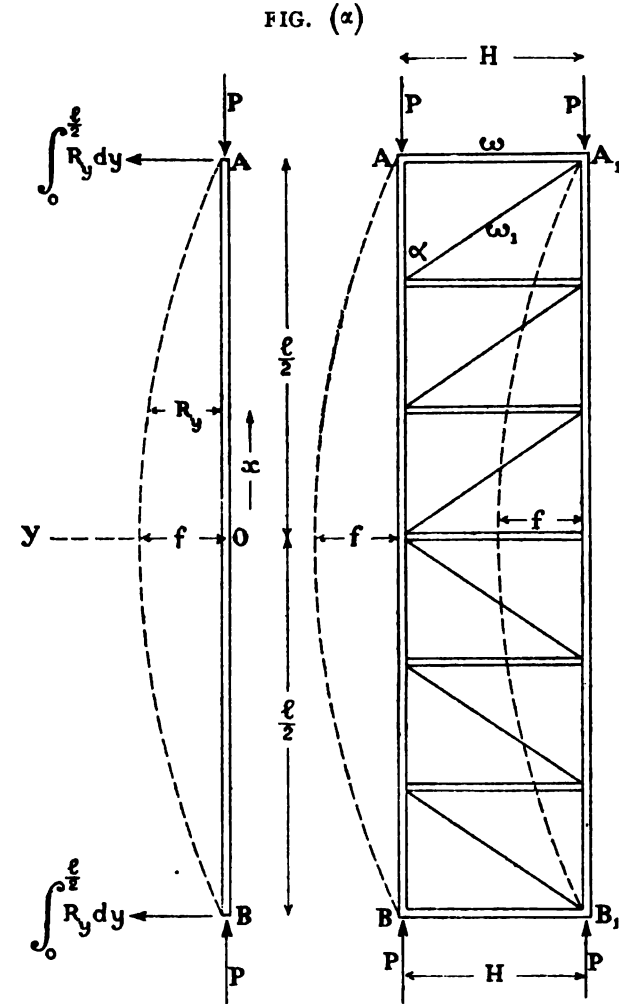
123. Calcul du contreventement supérieur contre le flambage des brides. — Soient AB et A₁B₁ les deux brides supérieures comprimées du pont, elles ont chacune une tendance à flamber ainsi que l'indique le tracé en traits

interrompus de la FIG. (a), tendance qui doit être équilibrée par la résistance de la poutre formée de l'ensemble des deux brides solidarisées par un treillis.

Nous remplaçons, ainsi que nous l'avons fait au n° 120, la compression variable sur la longueur de chaque bride par une compression constante P agissant aux extrémités.

Si nous isolons l'une des brides elle se présente ainsi que l'indique la FIG. (a), elle subit une compression P et dans son flambage virtuel il se développe des résistances transversales R_y provenant de la solidarité de cette bride avec la poutre AA₁B₁B.

L'élastique virtuelle de chaque bride est la même que celle que prend l'ensemble de la poutre sous les forces R_y qui lui sont normales; ce cas a été traité au Chap. XVI des pièces chargées de bout de notre Tome I; désignant par I le mo. d'inertie moyen supposé constant de la poutre ABA₁B₁, nous



avons trouvé comme expression de la valeur mini. de la charge critique $2P = \frac{10EI}{l^2}$ d'où, en désignant par Ω la section d'une des brides :

$$\frac{2P}{2\Omega} = \frac{10A}{10B + \left(\frac{l}{r}\right)^2}$$

Si $\left(\frac{l}{r}\right)$ est inférieur à 110, ce qui est toujours le cas et si le pont est en acier basique doux, comme actuellement (1920) c'est toujours le cas, on a :

$$\frac{2P}{2\Omega} = \frac{580\,000}{20\,000 + \left(\frac{l}{r}\right)^2}$$

Voilà la compression par unité pouvant provoquer le flambage de l'ensemble des brides comprimées du pont ; le rapport entre ce résultat et la fatigue réelle maximum subie donne le coefficient de sécurité contre le flambage.

Le rapport $\frac{l}{r}$ à introduire dans la formule se calcule aisément, en effet :

$$I = 2\Omega \left(\frac{H}{2}\right)^2 = 2\Omega r^2, \quad \text{d'où} \quad r = \frac{H}{2} \quad \text{et} \quad \frac{l}{r} = \frac{2l}{H}$$

Il faut maintenant pour que la résistance au flambage soit effectivement réalisée que les barres du treillis de solidarisation soient calculées dans ce but.

Ces barres du treillis se déterminent par les formules suivantes :

$$1^{\text{ère}} \text{ traverse : } \omega = \frac{4\Omega H}{l} ; \quad \text{traverse quelconque : } \omega_x = \omega \cdot \frac{2x}{l}$$

Pour la détermination du rayon de giration de ces traverses, voir T. I, § 14.

$$1^{\text{ère}} \text{ diagonale : } \omega_1 = \frac{4\Omega H}{l \sin \alpha} = \frac{\omega}{\sin \alpha} ; \quad \text{diagonale quelconque : } \omega_{1x} = \omega_1 \cdot \frac{2x}{l}$$

Ces diagonales subissent virtuellement un effort par traction ; les sections requises pour leurs rivets de fixation sont $\frac{5}{4} \omega_1$ et $\frac{5}{4} \omega_{1x}$.

Il faut dans chaque panneau de la poutre AA₁BB₁, une double diagonale, car la tendance au flambage existe dans les deux sens.

S'étant assuré contre le flambage de l'ensemble des deux brides, il faut s'assurer que la même sécurité existe contre le flambage de la portion de bride allant d'un nœud à l'autre, ce cas a été traité ci-avant au n° 90.

Il est préférable donner aux deux diagonales de chaque panneau une section rigide ayant la même longueur relative $\frac{l}{r}$ que celle de traverse, de cette façon chaque traverse et chaque diagonale peut n'avoir que la moitié des sections données par les formules ci-dessus.

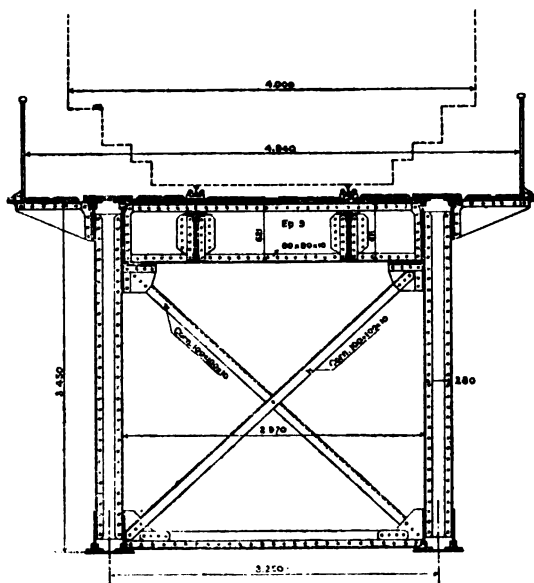
Il est d'ailleurs à noter que même dans le cas de contreventement supérieur il vaut mieux calculer les montants-étançons des poutres principales comme il est dit au n° 120 ci-avant, c'est-à-dire faire abstraction du contreventement supérieur et réserver à celui-ci le seul rôle d'équilibrer le vent.

§ 3. Pont à Tablier Supérieur.

124. Ce type de pont est donné FIG. 116 ci-après. Il y a un contreventement supérieur et un inférieur. L'inférieur trouve un appui fixe sur les maçonneries du

pont, le supérieur trouve un appui presque aussi fixe sur les cadres d'extrémité situés à l'aplomb des maçonneries ; chaque contreventement est donc à même d'équilibrer les forces horizontales qui lui sont appliquées ; pour l'inférieur il y a l'effet du vent sur les brides du pont et sur la moitié du treillis, pour le supérieur il y a l'effet du vent sur le tablier, les brides supérieures et la moitié du treillis, en outre il y a éventuellement les effets dus au passage du train : vent, lacet et aussi force centrifuge si la voie est courbe.

FIG. 116
Pont de 32 mètres
à HEUMEN (Hollande 1882).



Le contreventement supérieur est donc plus fatigué que l'inférieur ; les entretoises de l'inférieur ont généralement des dimensions plus fortes que ce qu'exige rigoureusement le calcul, on les donne au sentiment ; au droit des montants intermédiaires il y a toujours des croix d'entretoisement qui font l'office des goussets A de la FIG. 115, ces croix sont en cornières, leur section se fixe au sentiment.

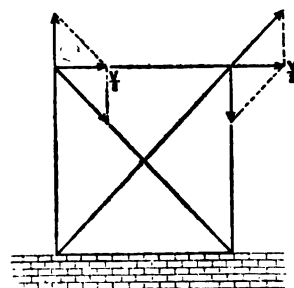
Chaque poutre de contreventement équilibrant les forces lui appliquées, il en résulte que les montants ne subissent aucune flexion du chef du vent et n'ont pas à équilibrer la tendance au flambage des brides supérieures.

La surcharge verticale π provoquée par le vent sur le longeron d'aval se calcule comme dans le 1^{er} cas que nous

avons traité ; il importera de calculer cette valeur pour le cas où un train est sur le pont.

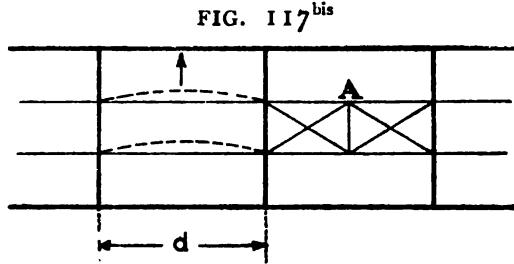
Chaque cadre d'extrémité se calcule pour la réaction horizontale V du contreventement supérieur (FIG. 117) ; on a $\frac{1}{2} V$ sur chaque nœud de tête des diagonales de ce cadre, la décomposition se fait suivant la loi du parallélogramme et on a les efforts agissant sur chaque élément du cadre ; la section des diagonales du cadre d'extrémité se déterminera en prenant une faible fatigue par unité de façon à avoir des cadres très rigides donnant au contreventement supérieur des appuis inébranlables.

FIG. 117

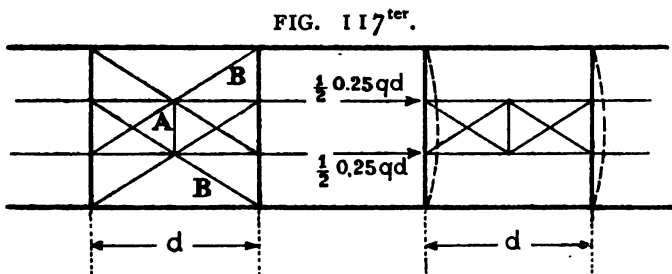


§ 4. Lacet. — Freinage des Trains. — Contreventement secondaire.

125. Nous avons vu que le lacet (valeur $0,15 q$) impose un contreventement de l'ensemble du pont, outre ce contreventement principal il impose aussi un contreventement secondaire A (FIG. 117^{bis}) placé entre les tables supérieures des longrines afin d'éviter la flexion horizontale de celles-ci, flexion qui autrement se produirait suivant le pointillé. Ce contreventement est facile à calculer : soit q le poids du train par mètre courant et d l'intervalle d'une traverse à l'autre, l'effort horizontal total à équilibrer par le contreventement secondaire A est $0,15 qd$, force d'après laquelle on calculera le petit treillis de ce contreventement.



Il peut arriver qu'au passage d'un pont le train doive être brusquement enrayé et aujourd'hui avec les freins continus cet arrêt se produit instantanément pour tout l'ensemble du train, de là au niveau des rails un effort longitudinal horizontal dont la valeur maximum pour un train de poids Lq est : $0,25 Lq$. Le maximum d'effort longitudinal se produit non pas quand les roues sont complètement calées mais un peu avant, c'est pourquoi nous employons un coefficient $0,25$ plus élevé que celui du glissement proprement dit qui ne se monte qu'à $0,20$ (1). Si le pont est de faible portée cet effort longitudinal est équilibré par la continuité des rails qui passent du pont sur la terre ferme, mais si la portée est grande les appareils de dilatation qui existent aux extrémités de chaque file de rails empêchent toute transmission d'effort et la force totale $0,25 Lq$ doit s'équilibrer dans l'ossature du tablier, elle provoque la flexion des traverses dans le sens indiqué par le pointillé (FIG. 117^{ter}) et cette flexion entraîne une fatigue supplémentaire qui peut devenir importante (5 et 6 kgs par millimètre carré), d'autant



plus importante que d est plus grand ; cette fatigue tend aussi à disloquer les assemblages des traverses avec les longerons principaux ; il importe d'éviter ces effets divers, c'est pourquoi il faut au contreventement secondaire A de la FIG. 117^{bis}

ajouter celui B de la FIG 117^{ter} ; ce contreventement B est dans le même plan que celui A c'est-à-dire dans le plan des tables supérieures des longrines.

(1) Voir note de M. F. Jasinski. — Revue Générale des Chemins de Fer, juillet 1895.

Les triangulations A et B constituent en fait un seul contreventement secondaire contre le lacet et les efforts longitudinaux de l'enraiment des trains ; le calcul des barres de cette triangulation est trop simple pour que nous nous y arrêtions, le plus souvent d'ailleurs il suffira de les former de cornières de $80 \times 80 \times 10$.

Si le tablier du pont est intermédiaire il est à noter que les efforts horizontaux du lacet et de l'enraiment se reportent au milieu de la hauteur des montants, d'où une fatigue supplémentaire par flexion et de ce chef un danger de flambage sous l'effort de compression qui agit sur les montants, il y a lieu de tenir compte de ces éventualités et calibrer les montants en conséquence. — Le tablier intermédiaire est d'ailleurs un dispositif qui généralement n'est pas à conseiller.

Si le tablier du pont est inférieur l'effet $0,25 Lq$ exercé par le freinage agit par compression ou traction sur les brides inférieures selon la marche du train relativement à la position des appuis fixes.

Si le tablier est supérieur (FIG. 116 du § 3 ci-avant) l'effet horizontal longitudinal $0,25 Lq$ entraîne une flexion dans le sens longitudinal du pont de tous les montants et barres de treillis, il importe de vérifier la fatigue supplémentaire qui en résulte, surtout dans les assemblages.

CHAPITRE X

APPUIS — DILATATION

126. Calcul des appuis. — Les extrémités des longerons d'un pont prennent contact avec les maçonneries par l'intermédiaire de châssis métalliques exécutés en fer, fonte ou acier.

Les châssis d'une des extrémités sont fixes, ceux de l'autre sont mobiles afin de permettre au pont de suivre l'impulsion de la température, impulsion irrésistible et à laquelle il faut satisfaire sous peine de voir se disloquer la tête en maçonnerie des piles et culées.

Nous donnons FIG. 118 et 119, Pl. XXIII le châssis mobile du pont de 72^m60 calculé au Chap. V, § 4, voir aussi Pl. XIV, XV.

Le châssis fixe se compose des trois seules pièces A, B et C ; pour le châssis mobile il y a en sus les rouleaux de dilatation D et la plaque de roulement E ; la rotule B placée entre les deux demi-châssis A et C a pour but de permettre la libre flexion des longerons tout en maintenant la charge au centre du demi-châssis inférieur C et par conséquent au centre des maçonneries sous-jacentes, si cette rotule n'existait pas la flexion du longeron aurait pour effet d'amener la charge vers le bord des piles et culées.

Calcul de la Rotule B. — Elle est en acier battu et tourné, son calcul s'effectue par approximation en déterminant la fatigue moyenne suivant la section diamétrale, fatigue qui pour l'acier peut aller jusque 3 kgr. par millimètre carré ; la section diamétrale de B est comprimée par la charge 135000 kgs, sa superficie est de $180 \times 700 = 126000$ millimètres carrés, la compression est donc 1^k1 par m.m. carré.

Cette rotule ne peut s'exécuter en fonte, il y aurait danger qu'elle se casse ; elle pourrait s'exécuter en fer battu, toutefois l'acier est préférable, aujourd'hui on emploie l'acier coulé.

Nous voyons que le diamètre de cette rotule est exagéré, ce qui présente l'inconvénient d'un grand frottement et de ce chef sous l'effet de la flexion du pont la charge est assez fortement reportée soit sur l'avant, soit sur l'arrière du châssis inférieur et par conséquent on n'a pas l'égalité de répartition recherchée.

Dans certains ponts on remplace les rotules cylindriques par des rotules sphériques ou semi-sphériques qui ont l'avantage de permettre aux poutres d'obéir sans tiraillement à la sollicitation de la flexion des traverses porteuses.

Calcul des Rouleaux de dilatation D. — Ces rouleaux sont ici des portions de cylindre, dont le diamètre est $D = 200$ m. m. et la longueur $L = 700$; la formule approximative donnant la charge de sécurité sur chaque cylindre est :

$$P = 0^k40 DL = 0,40 \times 200 \times 700 = 56000 \text{ kgs}$$

la charge réelle est : $135000 : 8 = 17000$ kgs seulement. Pour gagner de la place les cylindres ont été réduits à des secteurs de 110 m.m.

Ces rouleaux se font en acier battu ou en acier coulé ; la pression moyenne diamétrale admise est ici notablement plus faible que dans le cas de la rotule, parce que la charge porte tangentiellement sur la circonférence des rouleaux, d'où en ce point une augmentation considérable de la pression réelle et il importe que cette circonférence ne subisse aucun écrasement ni aucune déformation sensible afin que le roulement puisse toujours se faire avec une grande facilité.

On a recherché les formules de la déformation des rouleaux et on en a déduit celle de leur fatigue circonférentielle réelle, il est peu utile que nous donnions ces formules.

Le diamètre des rouleaux doit être fort ou sinon le roulement se fait mal.

Les rouleaux ne doivent jamais être faits en fonte, le fer battu n'est même pas à conseiller, il est trop tendre, la surface de roulement pourrait s'écraser, il convient d'employer l'acier battu et même la surface tournée des rouleaux doit être légèrement trempée ; aujourd'hui on emploie des rouleaux en acier coulé.

Le développement de la surface circulaire de chaque rouleau doit être calculé de façon à permettre les déplacements maxima du pont sans danger de renversement pour les rouleaux : on admet que le pont est monté à la température moyenne, dans nos climats la variation maxi. à partir de cette moyenne est de 30° d'où un mouvement maxi. d'allongement ou de raccourcissement de : $0,00036 l$; l est la portée ; dans le cas que nous traitons les plus grands déplacements à partir de la moyenne sont donc $0,00036 \times 72600 = 26$ millim. ; or le déplacement maximum des rouleaux à partir de leur position moyenne peut être de 110 millimètres soit 4 fois plus, il y a donc toute la marge voulue.

Il faut que le vide entre les secteurs roulants soit suffisant pour permettre le déplacement de 110 millimètres dans chaque sens.

Calcul du châssis A (FIG. 120). — Ce châssis porte la charge 135000 kgs uniformément répartie sur sa face supérieure, il est en équilibre sur la rotule, il résiste donc par flexion, le moment fléchissant maximum se produit suivant la section ab et a pour valeur $\frac{135000}{2} \times \frac{0,80}{4} = 13500$ kgmètres, le moment résistant de la section ab pour 1 kg. de fatigue par millimètre carré est :

$$1000000 \times \frac{0,70 \times 0,15^2}{6} = 2625 \text{ kgmètres,}$$

la fatigue maximum est donc 5^{k_2} par millimètre carré, le châssis est en fer battu, on pourrait aller jusque 6 kgrs ; aujourd'hui les châssis A et C se font presque toujours en acier coulé, jamais en fonte.

Calcul du châssis C (FIG. 121). — Il résiste par flexion tout comme le châssis supérieur A :

$$M \text{ fléchissant max.} = \frac{135000}{2} \times \frac{1.04}{4} = 17550 \text{ kgmètres}$$

$$M \text{ résistant pour 1 kgr.} = 1000000 \times \frac{0.70 \times 0.18^2}{6} = 3780 \text{ kgmètres}$$

$$\text{Fatigue maximum} = 17550 : 3780 = 4^{k_7}$$

Ce châssis est en fer battu. On voit qu'il fatigue moins que le supérieur et cela est rationnel, car il importe que sa surface d'appui sur les rouleaux ne subisse aucune flexion sensible ; si semblable flexion se produisait elle aurait pour conséquence de décharger les rouleaux d'extrémité et surcharger ceux du centre, d'où le danger que leur surface de roulement s'écrase et que la dilatation et contraction ne se fassent plus convenablement.

* * *

Sous les rouleaux de dilatation vient la plaque de roulement E qu'il convient de faire en acier. Cette plaque prend contact avec la pierre de taille sous-jacente par l'intermédiaire d'une couche de ciment, la pose de cette plaque demande des précautions spéciales, voici comment on s'y prend : on la pose sur cales en bois réglées de façon que la face de roulement (qui est rabotée) soit bien horizontale et au niveau stipulé par la côte du plan, puis on coule du mortier de ciment pur entre la plaque et l'encoche pratiquée dans la pierre de taille en prenant des précautions pour que toutes les bulles d'air soient expulsées et que le mortier sous la plaque soit bien dense, on a soin de retirer les cales en bois aussitôt que le mortier a fait prise ; du côté de l'appui fixe le châssis C se pose de la même façon en ayant soin que l'axe de la circonférence B soit bien horizontal et bien d'équerre sur l'axe du pont.

Les appareils de dilatation à segments (FIG. 118) ont sur ceux à rouleaux complets l'avantage de prendre moins de place et d'être moins coûteux, mais ils ont l'inconvénient d'être exposés au déversement, pour peu que les culées, par ex., viennent à bouger ; et alors le roulement est transformé en glissement.

Les rouleaux complets pourraient être calculés par la formule : $n r l = 3 P$ dans laquelle : n est le nombre de rouleaux ; r et l leur rayon et longueur en millimètres, et enfin P la charge portée.

* * *

Calcul de Maçonneries. — La surface d'appui de la plaque E, ou du châssis

C, sur le ciment est de $104 \times 70 = 7280$ cent. carrés, la charge maximum est de 135000 kgs, donc $\frac{135000}{7280} = 19$ kgs par cent. carré, voilà la charge sur le ciment et sur la pierre petit-granit sous-jacente; on ne doit pas dépasser 20 kgs sur le ciment.

L'appui en petit-granit forme la transition entre le châssis métallique et la brique qui constitue le corps de la pile ou de la culée, transition nécessaire pour augmenter la surface et diminuer la charge par unité; le petit granit est en deux assises ainsi que l'indique la FIG. 122, la surface de contact avec la brique est de $185 \times 200 = 37000$ cent. carrés, d'où sur la brique une pression de $3^{\text{K}}6$ par cent. carré, pression très modérée, on pourrait aller jusque 5 kgs.

Il y aurait maintenant lieu d'effectuer le calcul des piles et culées, nous renvoyons à notre tome V.



Nous avons vu ci-avant que le vent et le lacet donnent des réactions horizontales sur les appuis d'extrémité du pont, il importe d'en tenir compte et de combiner les appuis de façon que le pont ne puisse être ripé à bas comme cela est déjà arrivé, c'est pourquoi il faut que toutes les pièces de l'appui soient munies de rebords ou boudins latéraux, tel est le cas pour le tourillon B (FIG. 119), ce qui assure la position invariable de trois pièces A, B et C; de plus le châssis C est rendu solidaire des rouleaux par le rebord des cornières supérieures vissées à ces rouleaux, les rouleaux sont solidaires de la plaque E par le rebord des cornières inférieures; la plaque est rendue solidaire de la pierre de taille non seulement par le ciment mais encore par l'encoche dans cette pierre ainsi que l'indiquent les FIG. 118-119; enfin les pierres de taille sont solidaires de la maçonnerie des piles ou culées dans laquelle elles sont noyées complètement, et il importe que ces pierres pénètrent profondément dans cette maçonnerie afin d'avoir une bonne butée latérale et par conséquent une parfaite stabilité contre les actions latérales du vent, du lacet ou de la force centrifuge.



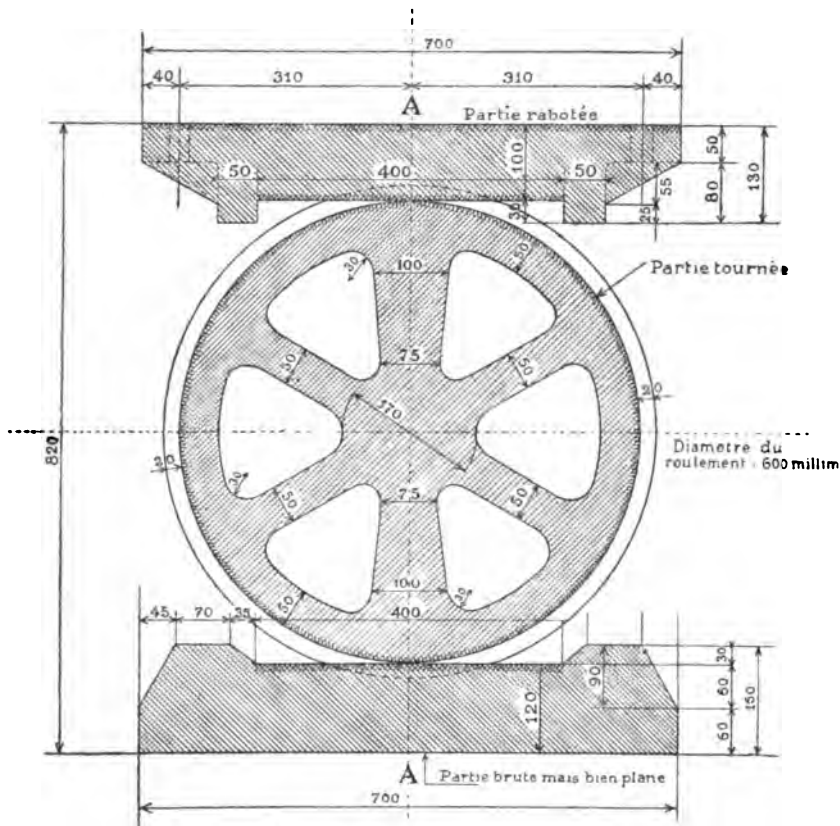
Les piles et culées doivent non seulement être calculées pour les charges verticales (et la poussée des terres, dans le cas de culées, voir Tome V) mais encore 1° pour les efforts transversaux dus au vent, lacet et force centrifuge, agissant sur le pont et 2° ceux longitudinaux dus à la dilatation et contraction; occupons-nous un instant de ce dernier genre d'effort: le mouvement des appuis mobiles se fait par glissement ou roulement, le frottement par glissement a pour coefficient dans le cas d'appareils en fer, fonte ou acier: $f = 0,20$ et encore il faut que les surfaces soient bien propres, sans rouille, ou sinon le coefficient peut doubler; le frottement par roulement a pour coefficient: $f = \frac{0,50}{d}$; d est en

centimètres le diamètre des rouleaux ; si, pour le pont dont les châssis sont donnés ci-dessus, le mouvement se faisait par glissement, l'action horizontale totale pour les deux châssis d'une culée serait donc : $2 \times 135000 \times 0,20 = 54000$ kgmes, tandis que se faisant par roulement, cette action a pour valeur :

$$f P = 2 \times 135000 \times \frac{0,50}{20} = 6750 \text{ kgmes donc huit fois moins.}$$

On voit qu'il n'est pas indifférent d'employer des rouleaux ou des glissières, car une action horizontale de 54000 kgrs sur la tête d'une culée en disloquerait certainement la maçonnerie (FIG. 123) ; c'est à cause du frottement considérable que donnent les glissières qu'il convient de les abandonner et employer des rouleaux lorsque la portée du pont dépasse 15 mètres.

Dans le but de diminuer le frottement des rouleaux il convient que leur diamètre ne descende pas en dessous de 12 à 15 centimètres, c'est pour le même motif qu'il faut que les appareils de dilatation soient disposés bien à la vue des



gardiens du pont afin qu'ils puissent les nettoyer et les graisser copieusement, ce qui non seulement facilite le roulement mais de plus est un préservatif contre

la rouille qui elle aussi a pour effet d'augmenter le coefficient de frottement ; il arrive aussi que des objets s'introduisent entre les rouleaux et font obstacle à leur mouvement.

Inutile de dire que toutes les surfaces doivent être soigneusement ajustées et rabotées, toujours afin de diminuer le coefficient de frottement. Il convient de disposer les extrémités du pont de façon que si les châssis roulants venaient à se détraquer, se déformer ou pour un motif quelconque ne plus fonctionner, on puisse introduire sous les brides des presses hydrauliques, soulever le pont, extraire les châssis et faire les réparations requises.

Aujourd'hui, afin d'éviter l'inconvénient du déversement des rouleaux que nous signalons ci-avant et en même temps afin d'avoir un très faible frottement de roulement on emploie fréquemment des dilatations à un seul rouleau de grand diamètre, tel le type figuré p. 153 : on remarquera que les 2 rayons suivant la verticale AA sont plus forts que les autres, ces rayons constituent la colonnette supportant le pont ; les autres rayons ne sont là que pour soutenir la surface circulaire de roulement ; le tout est en acier fondu.

127. Dilatation transversale. — Dans certains ponts de grande largeur ayant les longerons principaux très écartés (tels certains ponts-routes) les traverses sont très longues et il convient de disposer les châssis d'appui de façon à permettre la dilatation de ces traverses, le moyen généralement employé consiste dans l'emploi de châssis à doubles étages de rouleaux : un étage avec rouleaux transversaux pour la dilatation longitudinale du pont et un étage avec rouleaux longitudinaux pour la dilatation transversale.

128. Appareils compensateurs pour rails. — Les dilatations et contractions du pont doivent pouvoir se faire sans créer de solution de continuité entre les rails du tablier et ceux de la voie sur terre, c'est pourquoi du côté des châssis mobiles on établit dans chaque file de rails un appareil compensateur qui permet les mouvements longitudinaux tout en maintenant la continuité de la surface de roulement.

CHAPITRE XI

TREILLIS A BARRES SURABONDANTES

129. Brides non parallèles. — On nomme canevas à barres surabondantes des dispositifs tels qu'on y rencontre des barres appartenant à plus de deux triangles ; tels sont les montants des FIG. 54 du n° 66 et FIG. 124 Pl. XXIV, qui appartiennent à 4 triangles, tels sont encore les montants des poutres lattice ou les montants des croisillons multiples (voir Pl. XXI) qui appartiennent à de multiples triangles ; jusqu'ici nous avons tourné la difficulté en faisant abstraction des montants ; si on veut ne pas recourir à ce moyen un peu grossier d'esquiver une difficulté, le calcul ne peut plus se faire par la seule statique, il faut recourir aux équations de déformation et pour cela il faut à priori connaître les sections de toutes les barres entrant dans le longeron considéré, elles se déterminent par un calcul approximatif préalable.

Nous avons ci-dessus, Chap. VI, § 1, déterminé la variation angulaire $\Delta\alpha$ d'un des angles d'un triangle, les côtés de ce triangle étant soumis à des fatigues connues, nous avons trouvé (voir FIG. 95, Pl. XVIII) : $\Delta\alpha = \frac{1}{hE} (aR_a + a_1R_d - a_2R_b)$ et si les forces agissant sur les trois côtés du triangle sont toutes trois des extensions, l'expression devient :

$$(1) \quad \Delta\alpha = \frac{1}{hE} (aR_a - a_1R_d - a_2R_b)$$

Dans les calculs qui suivent on maintient toujours l'hypothèse de l'articulation aux nœuds.

Soit FIG. 124, Pl. XXIV le panneau ABDF d'un longeron à croisillons avec montants verticaux et bride inférieure horizontale, tous les nœuds sont supposés articulés, la longueur des barres de ce panneau est : a, b, c, c', d, e ; la fatigue sur chacune de ces barres est $R_a, R_b, R_c, R_c', R_d, R_e$; nous supposons toutes fatigues par extension.

Nous désignons les angles au sommet A par α_1 et α_2 , leur somme est α ; la variation angulaire de l'angle α_1 appartenant au triangle ADB est :

$$\Delta\alpha_1 = \frac{1}{h.E} (aR_a - BH.R_d - HD.R_c)$$

la variation de l'angle α_2 appartenant à AFD est :

$$\Delta\alpha_2 = \frac{I}{b \cdot E} (e \cdot R_d - e R_c)$$

la variation de l'angle α appartenant à AFB est :

$$\Delta\alpha = \frac{I}{h_1 \cdot E} (c_1 R_{c_1} - BJ \cdot R_d - JF \cdot R_b)$$

Nous avons évidemment : $\Delta\alpha = \Delta\alpha_1 + \Delta\alpha_2$, d'où une équation qui après simplification devient :

$$(2) \quad a^2 R_a + b^2 R_b + ed(R_d + R_c) - c^2 R_c - c_1^2 R_{c_1} = 0$$

équation qui nous donne une relation entre les 6 fatigues des 6 barres qui forment le panneau considéré.

Nous pouvons entre ces fatigues trouver d'autres relations : si la diagonale surabondante FB disparaît du panneau considéré et si la même chose se passe pour les autres panneaux, les fatigues sont calculables par la statique ; pour les barres conservées du panneau ABDF nous désignons ces fatigues statiques par $R'_a R'_b R'_c R'_d R'_e$; soit $S_a S_b S_c S_d S_e S_{c_1}$ les sections de ces barres y compris celle FB ; l'effet de la barre supprimée FB peut être remplacé par son effort $(R_{c_1} S_{c_1})$ agissant en F et B, donc deux efforts opposés agissant suivant la direction FB (FIG. 125) ; les deux efforts $(R_{c_1} S_{c_1})$ modifient les fatigues statiques R' des cinq barres conservées du panneau ABFD mais n'agissent pas sur les autres panneaux, car pour ces autres panneaux les deux forces $(R_{c_1} S_{c_1})$ se neutralisent, de plus comme ces panneaux ne contiennent aucune ligne surabondante ils ne sont pas influencés dans les fatigues de leurs barres par la variation de longueur que provoquent les deux forces $(R_{c_1} S_{c_1})$ sur les barres du panneau ABFD ; la force $(R_{c_1} S_{c_1})$ agissant en B se décompose d'après la loi du parallélogramme suivant BD et BA et donne comme fatigues :

$$\text{sur BD} \quad -\frac{R_{c_1} S_{c_1}}{S_a} \cdot \frac{a}{c_1} ; \quad \text{sur BA} \quad -\frac{R_{c_1} S_{c_1}}{S_d} \cdot \frac{e}{c_1}$$

de même la force agissant en F donne

$$\text{sur FD} \quad -\frac{R_{c_1} S_{c_1}}{S_e} \cdot \frac{d}{c_1} ; \quad \text{sur FA} \quad -\frac{R_{c_1} S_{c_1}}{S_b} \cdot \frac{b}{c_1}$$

et enfin nous avons suivant la diagonale AD : $+\frac{I}{S_c} R_{c_1} S_{c_1} \frac{c}{c_1}$

et les fatigues réelles sur les 6 barres du panneau considéré sont donc :

$$(3) \left\{ \begin{array}{ll} R_a = R'_a - \frac{I}{S_a} R_{c_1} S_{c_1} \frac{a}{c_1}; & R_d = R'_d - \frac{I}{S_d} R_{c_1} S_{c_1} \frac{e}{c_1} \\ R_b = R'_b - \frac{I}{S_b} R_{c_1} S_{c_1} \frac{b}{c_1}; & R_c = R'_c + \frac{I}{S_c} R_{c_1} S_{c_1} \frac{c}{c_1} \\ R_e = R'_e - \frac{I}{S_e} R_{c_1} S_{c_1} \frac{d}{c_1}; & R_{c_1} = R_{c_1} \end{array} \right.$$

substituant les égalités (3) dans l'équation (2) nous aurons une équation ne renfermant qu'une seule inconnue R_{c_1} et si le longeron ne contient que ce seul panneau avec barre surabondante le problème est résolu.

Mais supposons que le panneau suivant contienne une diagonale surabondante AG de longueur C_2 et soit R_{c_2} sa fatigue et S_{c_2} sa section, cette diagonale produit sur le montant AB une fatigue $-\frac{I}{S_d} R_{c_2} S_{c_2} \frac{d_1}{c_2}$ et s'il y a un panneau précédent contenant une diagonale surabondante DK de longueur c_0 , de section S_{c_0} et subissant une fatigue R_{c_0} , cette diagonale produit sur le montant DF une fatigue $-\frac{I}{S_e} R_{c_0} S_{c_0} \frac{e_0}{c_0}$ et le groupe des fatigues (3) devient

$$(4) \left\{ \begin{array}{ll} R_a = R'_a - \frac{I}{S_a} R_{c_1} S_{c_1} \frac{a}{c_1}; & R_d = R'_d - \frac{I}{S_d} R_{c_1} S_{c_1} \frac{e}{c_1} - \frac{I}{S_d} R_{c_2} S_{c_2} \frac{d_1}{c_2} \\ R_b = R'_b - \frac{I}{S_b} R_{c_1} S_{c_1} \frac{b}{c_1}; & R_c = R'_c + \frac{I}{S_c} R_{c_1} S_{c_1} \frac{c}{c_1} \\ R_e = R'_e - \frac{I}{S_e} R_{c_1} S_{c_1} \frac{d}{c_1} - \frac{I}{S_e} R_{c_0} S_{c_0} \frac{e_0}{c_0}; & R_{c_1} = R_{c_1} \end{array} \right.$$

Substituant les égalités (4) dans l'équation (2) on obtient une équation contenant trois inconnues : R_{c_0} , R_{c_1} , R_{c_2} .

Chaque panneau de longeron donne semblable équation et comme chaque panneau n'amène qu'une seule inconnue nous avons finalement autant d'équations que d'inconnues et le problème est résolu, sauf que le chiffrage est très long.

Nous avons dans les formules ci-dessus supposé toutes fatigues par extension, il faudra évidemment pour un cas déterminé changer le signe pour celles des fatigues qui agissent par compression, et le signe de chaque résultat indiquera si la fatigue inconnue trouvée agit par compression ou extension. — Cette méthode de calcul est due à *Mohr* (1).



180. Brides parallèles. — L'équation fondamentale (2) peut être simplifiée

(1) Comme déjà nous l'avons fait observer tout cela est de la science passablement illusoire parce que basée sur une erreur : l'articulation aux nœuds ; la même chose peut se dire de la théorie exposée au Chap. XII, qui suit.

dans le cas où le longeron est à brides parallèles, ce qui donne $a = b$, de plus les fatigues R_a , R_b sont toujours de signes contraires et diffèrent très peu quelle que soit la position des charges sur le pont, on a donc :

$$(5) \quad a^2 R_a + b^2 R_b = 0$$

de plus $e = d$ et $c = c_1$, l'équation fondamentale devient donc :

$$(6) \quad e^2 (R_a + R_d) - c^2 (R_c + R_{c_1}) = 0$$

Le calcul chiffré montre même que dans le cas de longerons à brides non parallèles l'égalité (5) peut encore être appliquée, ce qui donne comme expression générale de la formule fondamentale :

$$(7) \quad ed (R_a + R_d) - c^2 R_c - c_1^2 R_{c_1} = 0$$

CHAPITRE XII

NŒUDS RIGIDES

181. Toutes les méthodes de calcul des treillis que nous avons exposées ci-avant sont basées sur l'hypothèse de l'articulation aux nœuds, tandis que dans nos ponts européens les nœuds sont rivés, donc tout l'opposé de l'articulation ; de cette rigidité des assemblages il résulte nécessairement que lorsque la poutre se déforme les barres, ne pouvant pivoter autour de l'axe du nœud, subissent des effets de flexion d'où des fatigues supplémentaires qu'à l'origine on a nommées *fatigues secondaires*, les croyant peu importantes en comparaison des fatigues directes données par le calcul habituel basé sur l'hypothèse des articulations et auxquelles on donnait le nom de *fatigues primaires* ; en fait l'expérience a montré que les fatigues secondaires sont quelquefois supérieures aux fatigues primaires et même notablement supérieures.

On ne possède pas de méthode pour le calcul un peu exact de ces fatigues soi-disant secondaires, toutes les méthodes connues sont viciées à la base, car aucune ne fait abstraction complète de l'hypothèse des articulations ; nous allons exposer la méthode de *Manderla*.

Nous prenons un longeron quelconque en treillis, avec ou sans barres surabondantes, nous commençons par déterminer les fatigues et la déformation en supposant tous les nœuds articulés, s'il y a des barres surabondantes les fatigues se déterminent en appliquant la méthode exposée au chapitre précédent ; la déformation d'ensemble se présente comme l'indique agrandie la FIG. 107, Pl. XIX, cette déformation se nomme « *Déformation Primaire* ».

Ces résultats obtenus on suppose que les nœuds au lieu d'être articulés sont rigides de façon qu'au cours de la déformation l'angle des barres entre elles reste absolument invariable, de là il résulte que les barres allant d'un nœud à l'autre au lieu d'être droites (comme dans le cas de l'articulation) prennent une forme contournée ainsi que l'indique la FIG. 126, Pl. XXIV, cette inflexion des barres se nomme « *Déformation secondaire* ». (Voir aussi FIG. 137, 138 ci-après).

Pour la suite des calculs on admet :

1^o Que le centre des nœuds occupe dans la déformation secondaire exactement la même place que dans la primaire ; la distance d'axe à axe des nœuds est donc la même dans les deux déformations, de là il résulterait que l'axe neutre de

la barre infléchie a dû quelque peu varier de longueur comparativement à l'axe de cette même barre dans la déformation primaire, mais on fait abstraction de cette variation.

2° Que l'inflexion des barres commence exactement au centre du nœud, quoique en réalité elle commence à une certaine distance.

Si nous isolons un nœud quelconque du longeron nous avons autour de ce nœud :

1° Les efforts directs ayant pour direction la ligne allant d'un nœud à l'autre, ces efforts sont donnés par le calcul dans l'hypothèse de l'articulation, ils sont connus, ils se font équilibre autour du nœud.

2° Des moments fléchissants dus à l'inflexion des barres, il y en a un pour chaque barre aboutissant au nœud et comme le nœud est en équilibre la somme de ces moments est nulle.

Le secondo donne pour chaque nœud une équation dont il n'a pas encore été question jusqu'ici, et c'est cette équation qui va permettre de résoudre le problème des fatigues secondaires.

Soit FIG. 127 Pl. XXIV deux nœuds voisins A et B distants de l ; nous figurons en traits pleins la déformation secondaire de la barre AB; cette barre infléchie forme avec sa direction primaire les angles i_1 et i_2 ; soit M_1 et M_2 les moments fléchissants qui agissent aux extrémités de cette barre et lui impriment la déformation secondaire figurée; le moment fléchissant en une section à la distance x de A est : $M_x = M_1 - \left(\frac{M_1}{l} + \frac{M_2}{l}\right)x$, nous avons l'équation de l'élastique :

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -M_1 + (M_1 + M_2) \frac{x}{l}$$

$$EI \frac{dy}{dx} = -M_1 x + (M_1 + M_2) \frac{x^2}{2l} + C.$$

$$EI y = -\frac{1}{2} M_1 x^2 + (M_1 + M_2) \frac{x^3}{6l} + Cx + C'$$

pour $x=0, y=0$ donc $C'=0$; pour $x=l, y=0$ d'où $C = (2M_1 - M_2) \frac{l}{6}$, nous avons

donc :

$$EI \frac{dy}{dx} = -M_1 x + (M_1 + M_2) \frac{x^2}{2l} + (2M_1 - M_2) \frac{l}{6}$$

pour $x=0$ $EI i_1 = (2M_1 - M_2) \frac{l}{6}$; pour $x=l$ $EI i_2 = (-M_1 + 2M_2) \frac{l}{6}$

de là nous déduisons :

$$(1) \quad M_1 = \frac{2EI}{l} (2i_1 + i_2);$$

$$(2) \quad M_2 = \frac{2EI}{l} (i_1 + 2i_2)$$

voilà la relation entre les moments fléchissants d'extrémité et les angles i_1 et i_2 d'inflexion ; il peut se présenter différents cas :

1° si $i_1 = 0$ on a : $M_1 = \frac{2EI}{l} i_2$, $M_2 = \frac{4EI}{l} i_2$, et l'inflexion se présente comme l'indique la FIG. 128.

2° si $M_1 = 0$ on trouve $i_2 = -2i_1$, ce qui indique une inflexion comme figurée en 129, on trouve : $M_2 = \frac{3EI}{l} i_2$

3° si la valeur négative de l'angle i_1 augmente on a l'inflexion figurée en 130. L'équation d'équilibre des moments autour du nœud A est $\Sigma M_1 = 0$, d'où :

$$(3) \quad \Sigma \frac{I}{l} (2i_1 + i_2) = 0$$

équation dans laquelle I et l sont connus à priori, c'est l'équation fondamentale des efforts secondaires.

* * *

Voyons son application, supposons qu'au nœud A aboutissent quatre barres (FIG. 131), appliquant la formule (1) du Chap. XI :

$$\Delta\alpha = \frac{I}{hE} (aR_a - a_1R_d - a_2R_b)$$

nous pouvons déterminer les variations angulaires primaires $\Delta\alpha_1, \Delta\alpha_2, \Delta\alpha_3$, entre ces barres ; si nous désignons par i_1 la valeur (encore inconnue) de l'angle d'inflexion de la barre AB en A, nous avons :

pour l'angle d'inflexion de AC en A	$i_1 + \Delta\alpha_1$
» de AD en A	$i_1 + \Delta\alpha_1 + \Delta\alpha_2$
» de AF en A	$i_1 + \Delta\alpha_1 + \Delta\alpha_2 + \Delta\alpha_3$

voilà donc tous les angles d'inflexion autour du nœud A qui sont déterminés en fonction d'une seule inconnue i_1 ; tous ceux autour de B pourront se déterminer en fonction de i_2 et de même pour tous les autres nœuds du longeron.

Chaque nœud introduit donc une inconnue et comme chaque nœud donne une équation, celle (3), on a finalement autant d'équations que d'inconnues et le problème peut se résoudre, c'est-à-dire que nous pouvons déterminer pour chaque barre les valeurs, i_1 et i_2 , de ses angles d'inflexion aux extrémités.

La solution de ces équations exige des chiffreages très étendus. Un point très important est de ne pas se tromper dans le signe de chaque angle d'inflexion.

* * *

Les angles i_1 et i_2 étant déterminés, nous pouvons, en appliquant les équations

(1) et (2) ci-dessus, calculer les moments de flexion M_1 et M_2 qui agissent aux extrémités de chaque barre et en déduire les fatigues ; ainsi la fatigue secondaire T_1 de flexion sur la barre AB en A est : $T_1 = \frac{v}{l} M_1$; cette fatigue peut encore être donnée directement en fonction des angles d'inflexion :

$$T_1 = \frac{v}{l} \times \frac{2EI}{l} (2i_1 + i_2) \quad \text{d'où} \quad T_1 = \frac{2vE}{l} (2i_1 + i_2)$$

de même la fatigue secondaire T_2 de flexion en B : $T_2 = \frac{2vE}{l} (i_1 + 2i_2)$

Ces fatigues T_1 et T_2 qui sont fonction de i_1 et i_2 dépendent donc des charges portées par le longeron, c'est-à-dire varient avec chaque mode de chargement ; ces fatigues s'ajoutent pour chaque barre aux fatigues primaires (celles calculées dans l'hypothèse de l'articulation) et les augmentent d'autant.

CHAPITRE XIII

POIDS DES PONTS

137. Considérations générales. — Nous donnons ci-après un relevé de divers types de ponts de chemins de fer anciens et récents avec le détail de leur poids et de leurs conditions d'établissement, nous ne donnons que des ponts sérieux et robustement établis. En examinant ces divers types on voit que les ponts établis à l'origine (Langon, Bordeaux, Auch) sont tout aussi économiques que ceux plus récents, et nous verrons ci-après au Chap. XIV que ces types anciens à montants et croisillons sont moins irrationnels et plus robustes que ceux du type en N si fréquemment employés aujourd'hui en Hollande et en Allemagne.

Ces types anciens sont encore meilleurs parce qu'ils sont moins hauts, leur centre de gravité est plus bas sur la voie et par le fait ils sont moins sujets aux trépidations transversales ; il est certain que les ponts de Langon et Bordeaux sont moins affectés par le passage des trains à grande vitesse que les ponts de Heumen et de Rhenen (voir ci-après nos 141 et 142) dont les brides comprimées montent à 11 et 16 mètres au-dessus du rail.

En Hollande les trains doivent considérablement ralentir au passage des ponts, or dans l'avenir on n'acceptera plus cette sujétion, on voudra pouvoir passer en pleine vitesse, cela exigera diverses modifications dans la constitution de ces constructions et notamment une diminution de leur hauteur.

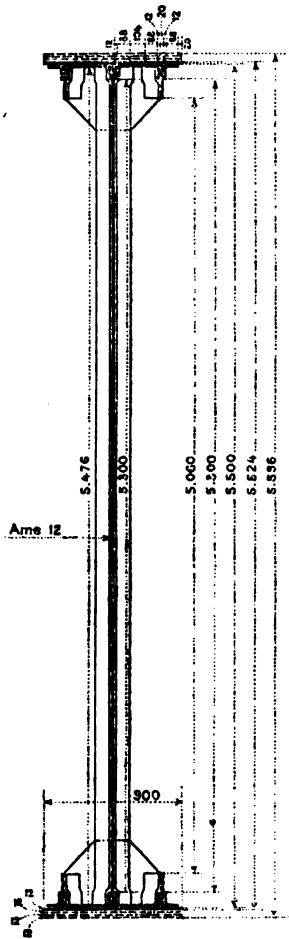


138. Pont de Langon établi en 1855 sur la Garonne pour le passage de la ligne du chemin de fer de Bordeaux à Cette ; le pont est à double voie, il se compose de trois travées continues, une travée centrale de 77^m40 d'axe à axe des piles et deux travées latérales de 64^m87 mt. de l'axe de la pile jusqu'au nu de la culée ; la longueur totale des poutres est de 211^m71.

Les poutres principales sont en double té à âme pleine du type figuré ci-après, l'âme a 5^m50 de hauteur, son épaisseur varie de 7 à 12 millimètres, les tables ont 900 de largeur, l'âme et les tables sont très robustement raidies et reliées, il y a des raidisseurs tous les 0^m86. Les traverses sont distantes de 2^m58 et sont reliées

par 4 cours de longrines, leur portée d'axe à axe des poutres principales est de 8^m30; le tablier est à mi-hauteur des poutres.

La charge de sécurité admise pour le fer est de 6 kgs par millimètre carré; la surcharge d'épreuve est de 4000 kgs par mètre courant de simple voie, donc 8000 kgs par mètre courant de pont; les essieux les plus lourds portent 16 tonnes; le poids de la partie métallique se subdivise comme suit :



	TOTAL	PAR MÈT. COURANT
2 poutres principales	719 ^T 4	3 ^T 410 ^K
Traverses	140 ^T 4	670 ^K
Longrines	55 ^T 7	260 ^K
Contreventement	10 ^T 6	
Fers té supportant le plancher	9 ^T 7	150
Châssis d'appui	11 ^T 0	
	946 ^T 8	4490 ^K

**

139. Pont de Bordeaux. — Établi en 1860 sur la Garonne à Bordeaux. La coupe transversale est donnée en la FIG. 115 du Chap. IX, § 2.

Le pont est à double voie, il se compose de sept travées continues dont 5 intermédiaires de 77^m06 et deux extrêmes de 60^m20, ce qui fait une longueur totale de 505^m7; les poutres principales sont en double té à caisson, brides réunies par des montants et croisillons, de tout très robustement constitué; les traverses sont distantes de 3^m58 et sont réunies par 4 cours de longrines sous rails, la portée des traverses comptée d'axe à axe des poutres principales est de 8^m18; le tablier est inférieur, il y a un entretoisement supérieur et contreventement haut et bas; les poutres ont une hauteur constante de 6^m35 comptée hors cornières.

La charge de sécurité admise pour le fer est de 6 kgs par millimètre carré; la surcharge d'épreuve est de 4000 kgs par mètre courant de simple voie; les essieux les plus lourds portent 14 tonnes.

Le poids total du métal entrant dans le pont est de 2949^T, soit 5831 kgs par mètre courant, c'est sensiblement plus qu'au pont de Langon dont le mètre cou-

rant ne pèse que 4490 kgs ; en outre il est à noter que le fer du pont de Bordeaux a coûté 660 frs la tonne tandis que celui de Langon n'a coûté que 450 frs. Le poids mort par mètre courant du pont de Bordeaux s'établit comme suit :

Fer (déduction faite des châssis d'appui) 5831 — 131 = 5700 ^K	
Voie	130
Plancher	720
Total poids mort	6550

* * *

140. Pont sur le Gers à Auch (1). — Voir Pl. XXII et FIG. 111 du § 1, Chap. IX. — Construit vers 1860. — Pont à une voie, la portée d'axe à axe des appuis est de 28 mètres, la hauteur des poutres est de 3^m20, les brides sont réunies par des montants et croisillons, les montants portent haut et bas des goussets qui maintiennent très heureusement la raideur des brides et établissent une excellente solidarité entre celles-ci et les montants.

Les traverses sont distantes de 3^m20 ; le plancher est en madriers de chêne de 13 centimètres d'épaisseur, entre les rails il y a 15 centimètres de ballast.

Le pont est en fer, la charge de sécurité est de 6 kgs, la surcharge d'épreuve de 4000 kgs par mètre courant de voie.

Le pont est calculé très largement, car les poutres principales travaillent au maximum à 4 kgs sous le poids mort et la surcharge ; les traverses fatiguent à 5^K et les longrines à 6 kgs ; cette répartition des fatigues n'est d'ailleurs pas rationnelle, il eût été préférable d'avoir 6^K pour les poutres principales et 4 kgs pour les longrines.

Le détail du poids de la partie métallique s'établit comme suit :

2 poutres principales	31 ^T 8	}	37 ^T 5
Rails Barlow pour croisillons	5,7		
11 traverses	4.0		
Longrines	4.1		
Contreventement	1.1		
Têtes de rivets	2.2		
Rails Brunel du plancher	1.7		
	50.6		
Glissières	2 ^T 1		
Chêne du plancher	11 ^T 0		

* * *

(1) Pour les ponts de Langon, Bordeaux et Auch, voir M. Regnaud Ing. des Ponts et Chaussées, *Traité pratique de la Construction des Ponts et viaducs métalliques*. Paris, Dunod, 1870.

141. Pont de Heumen. (Voir XIV, XV et XXV, pour les calculs voir le Chap. V, § 4). — Établi en 1882 sur la Meuse en Hollande, pont pour une voie, trois travées de 72^m60, quatre de 32^m, toutes indépendantes.

Les travées de 72^m60 sont du type à brides non parallèles, leur hauteur maximum est de 11 mètres.

Les traverses sont distantes de 6^m60 et reliées par deux cours de longrines sous rail ; la portée des traverses d'axe à axe des rotules d'appui est de 4^m84.

Tout le pont est en fer, la charge de sécurité admise est de 6^k50 ; la surcharge d'épreuve est de 4200 kgs par mètre courant de voie pour les grandes travées et 4700 pour les petites, l'essieu le plus lourd pèse 15 tonnes.

Les travées de 32^m sont du type en N, hauteur 3^m45, tablier supérieur (voir FIG. 116 du Chap. IX, § 3), les traverses sont écartées de 3^m41.

Le poids de la portée métallique se détaille comme suit :

	UNE TRAVÉE DE 72 ^m 60	UNE TRAVÉE DE 31.68
Brides	88 ^T	24 ^{T8}
Diagonales	22 ^T	7.7
Montants	37.6	6.8
Entretoises	12.1	3 ^{To}
Traverses porteuses	14.6	4.1
Longrines	36.1	7.4
Contreventement	7.2	2.9
	Total 217.6	Total 56.7
Châssis d'appui	5.3	2.6
Plancher en tôle et garde corps	17.2	10.0
Bois de chêne	9 ^{To}	3.5
Total général	249 ^{T1}	72 ^{T8}

Il est à noter que la travée de 72^m60 est d'un type très léger.



142. Pont de Rhenen. — Établi en 1885 sur le Rhin en Hollande, pont pour 2 voies ferrées, 3 traverses de 93^m50, 5 travées de 47^m52, toutes indépendantes. Les travées de 93^m50 sont du type à brides non parallèles, analogue au pont de la Pl. XXV, la hauteur maximum est de 16 mètres ; les traverses sont distantes de 7^m26 et reliées par 4 cours de longrines, la portée des traverses d'axe à axe des rotules est de 9^m25. Tout le pont est en fer, les conditions de fatigues sont comme pour celui de Heumen. Les surcharges d'épreuve sont 4000 kg. le mètre courant de voie pour les grandes travées et 4300 kgs pour

les petites. Les travées de 47^m50 sont à brides parallèles, hauteur 5^m65, tablier supérieur, treillis en N, écartement des traverses 5^m28, portée des traverses d'axe à axe des poutres principales 7^m30. Le poids de la portée métallique se détaille comme suit :

	UNE TRAVÉE DE 93 ^m 50	UNE TRAVÉE DE 47 ^m 50
Brides	309 ^T	87 ^T 5
Diagonales	77	44,1
Montants	69	28,4
Entretoises	40 ^T	8,9
Traverses porteuses	63,3	14,2
Longrines	68,5	26,9
Contreventement	18,7	7,7
	<u>Total 645,5</u>	<u>Total 217,7</u>
Châssis d'appui	30,9	9,3
Plancher en tôle et garde corps	57,0	26,4
Chêne	24,0	13,0
Total général	<u>757,4</u>	<u>266,4</u>

*
* *

143. Pont du Manoir. — Voir Pl. XXI, construit en 1893 sur La Seine pour la ligne de Paris-Rouen ; pont à double voie, il est en fer et se compose de trois travées continues (1) : la 1^{re} à 68.975 ; la 2^e, 66.750 ; la 3^e, 71.20.

Les poutres principales sont à croisillons multiples avec montants ; leur hauteur hors cornières est de 8 mètres ; les traverses sont distantes de 4^m45 et sont reliées par 4 cours de longrines, leur portée d'axe à axe des poutres principales est de 9^m050 ; le tablier est inférieur, il y a un entretoisement supérieur, contreventement haut et bas.

La charge de sécurité admise pour le fer est de 6^k5 par millimètre carré ; la surcharge d'épreuve est de 4800 kgs par mètre courant de voie ; les essieux les plus lourds pèsent 15 tonnes mais on a forcé ce poids de 20 % pour tenir compte des chocs, les pièces du tablier ont donc été calculées pour des essieux de 18 tonnes ; le tablier est recouvert d'un platelage en tôle de 8 millimètres.

Le poids de métal entrant dans ce pont est de 8400 kgs par mètre courant, ce poids ne comprend pas le platelage de 8 millimètres du tablier ; le fer a été payé 427 frs la tonne, ce n'est pas beaucoup moins qu'au pont de Langon ; on

(1) Revue Générale des Chemins de Fer, n° de décembre 1895.

voit d'ailleurs que le pont du Manoir est notablement plus lourd que ceux de Bordeaux et de Langon, quoique les portées et dimensions d'ensemble soient sensiblement les mêmes.

*
*
*

143^{bis}. Divers. — Il est intéressant de comparer le poids du pont de 57^m75 établi à Baanhoek (Hollande) en 1884 et celui de 56^m établi à Grammene (Belgique) en 1914, tous les deux à tablier pour une voie ferrée, tous les deux à brides parallèles et ayant une hauteur égale au $\frac{1}{10}$ de la portée. Les fatigues de sécurité sont 6^k50 pour le pont de Baanhoek (fer puddlé) et 8^k50 pour le pont de Grammene exécuté en acier basique doux. Le pont de Grammene est à tablier inférieur, écartement d'axe à axe des poutres 5^m15 ; celui de Baanhoek à tablier supérieur, écartement d'axe à axe des poutres 4 mètr. Les poids totaux sont :

	Pont de Baanhoek	Pont de Grammene
Brides	122 tonnes	84 ^T 8
Montants et diagonales	64 ^T	64 ^T 6
	186 ^T	149 ^T 4
Tablier, contrev., rails	89 ^T	145 ^T 0
Poids mort total	275 ^T	294 ^T 4

En définitive rapportant le tout au mètre courant nous avons :

	BAANHOEK	GRAMMENE
Charge d'épreuve par m. courant de voie.	4800	8600
Poids mort tablier.	1540	2600
	6340	11200
Poutres principales	3224	2668
Total	9564	13868

Il est assez remarquable que les montants et diagonales ont le même poids pour les deux ponts.

Nous voyons que les 2 poutres principales du pont de Grammene pèsent 149 tonnes, or deux poutres de même portée du type Vierendeel pour le même tablier et la même surcharge d'épreuve ne pèsent que 118600 kgs, et leur flexibilité est moindre.

Voici une comparaison des ponts de chemins de fer les plus modernes et ce pour une portée de 56 mètr.

DÉSIGNATION	Pont Allemand (1)	Ponts Russes (2)		Grammene	Pont Vierendeel
		Voie supérieure	Voie inférieure		
Charge d'épreuve par mètr. courant de voie.	6500 k	8000	8000	8600 k	8600 k
Tablier, contrev., rails.	1400	1400	2350	2600	2600
	<u>7900</u>	<u>9400</u>	<u>10350</u>	<u>11200</u>	<u>11200</u>
Le mètr. cr ^l des poutres princ.	2200	2700	3300	2668	2116
Total par mètr. courant.	<u>10100 k</u>	<u>12100</u>	<u>13650</u>	<u>13868</u>	<u>13316</u>



144. Economie. — On dit couramment que les poutres en treillis sont économiques parce que toutes les pièces étant sollicitées suivant leur axe travaillent par simple traction ou compression ; de là on conclut assez facilement que les poutres sans diagonales qui elles résistent par flexion de toutes leurs parties ne peuvent être aussi économiques que celles en treillis, et cette conclusion est erronée.

D'abord faisons remarquer que les poutres en treillis travaillent aussi par flexion de toutes leurs parties (voir FIG. 137 et 138 du n° 147 ci-après), il est bien vrai qu'on n'en tient pas compte dans les calculs, mais on en tient compte dans la réalité, car pour parer aux irrégularités de fatigue qu'on constate dans le canevas en treillis et aux dislocations dans les nœuds, on a d'année en année une tendance à augmenter les dimensions des membrures et à renforcer les assemblages, d'où augmentation du poids et en définitive les poutres en treillis sont moins économiques que celles sans diagonales et cela pour trois raisons qui sont :

1° Le calcul des poutres Vierendeel étant plus exact on peut tout en conservant la même sécurité augmenter le taux de la fatigue permise.

2° On fait l'économie des diagonales.

3° On fait l'économie de tous les doubles emplois que l'on rencontre dans le canevas en treillis, tels sont : la surlongueur à donner aux montants pour les assembler sur les brides, et les goussets et fourrures pour assembler les barres sur les brides ; tandis que dans les poutres sans diagonales rien de semblable n'existe, il n'y a pas ou guère de doubles emplois, les montants n'ont que la longueur strictement existante entre les brides et toutes les matières qui entrent dans ces poutres concourent *directement* à la résistance de l'ensemble.

Pour montrer l'importance des 2° et 3°, prenons comme ex. le pont de Gram-

(1) *Zentralblatt der Bauverwaltung*, 20 janvier 1904.

(2) *Eisenbau.* — Janvier 1914.

mene dont il vient d'être question ; les deux poutres principales pèsent en chiffres ronds 150 tonnes ; sur lesquelles il y a :

Pour les diagonales	19 ^T 6
Pour les goussets d'assemblage... ..	13 ^T 2
Pour la surlongueur des montants	6 ^T 6
	<hr/>
	39 ^T 4

Voilà 39^T 4 de métal qui n'existent pas dans les poutres Vierendeel et sur ce total il y a 19^T 8 de goussets et surlongueurs de montants, rien d'étonnant donc que la poutre Vierendeel présente dans ce cas une économie d'environ 30 Tonnes ainsi que nous le montrons au n° précédent.

Il est à noter d'ailleurs que toutes les adjudications prouvent que le prix à la tonne des poutres Vierendeel n'est pas plus élevé que celui des poutres en treillis.

Le pont de Grammene achevé en 1914 a été détruit pendant la guerre et est reconstruit en poutres sans diagonales.



CHAPITRE XIV

CALCUL ET RÉALITÉ — CONCLUSIONS

145. Le calcul des poutres en treillis ne se fait jamais en appliquant les méthodes des Chap. XI et XII, car elles conduisent à des chiffrages d'une telle complexité que pas un homme n'en pourrait longtemps supporter la fatigue cérébrale, en outre les résultats que donnent ces méthodes ne sont pas d'un très haut degré d'exactitude, car la théorie de ces calculs est encore basée sur l'hypothèse de l'articulation tout comme les théories plus simples exposées aux Chap. V et VIII. — En fait ce sont les méthodes de ces deux derniers chapitres que toujours on applique, méthodes basées sur les hypothèses suivantes :

1° Tous les nœuds du treillis sont articulés.

2° Dans les panneaux avec contre-diagonales chaque barre ne travaille que dans des circonstances déterminées, toujours à la traction, jamais à la compression et jamais simultanément.

3° Les treillis multiples peuvent être décomposés en leurs divers treillis simples et on fait abstraction des barres surabondantes.

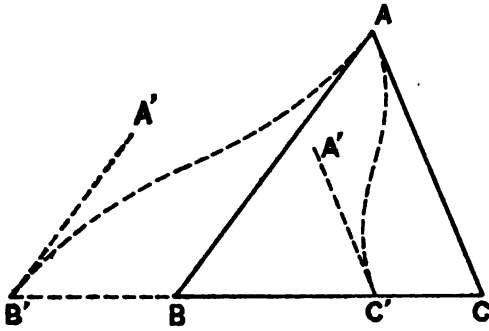
Nous allons rechercher jusqu'à quel point l'expérience confirme les résultats calculés d'après ces diverses hypothèses.



146. Examinons l'hypothèse de l'articulation : le calcul suppose les nœuds articulés et en réalité ils sont rigides, même à cause des goussets d'assemblage la rigidité est plus grande en ces points qu'en toute autre partie des longerons, cette rigidité entraîne tout naturellement des flexions dans les barres, car les variations angulaires que demandent leurs variations linéaires ne peuvent se produire ; par ex., soit ABC (FIG. 137), un élément triangulaire d'une poutre en treillis, supposons que sous l'action de l'effort qui agit sur la barre BC, celle-ci s'allonge, se déplace et prenne la position B'C' (nous faisons abstraction des variations de longueur des deux autres barres), si les sommets sont articulés le nouveau triangle AB'C' se reconstituera sans aucun tiraillement dans ses barres, car la variation des angles se produira dans la proportion requise, mais si les sommets ne sont pas articulés, si les assemblages sont rigides les trois angles du

triangle ABC restent invariables, il faut donc que le côté AB' parte de A en faisant avec la direction AC le même angle BAC qu'avant déformation, donc

FIG. 137



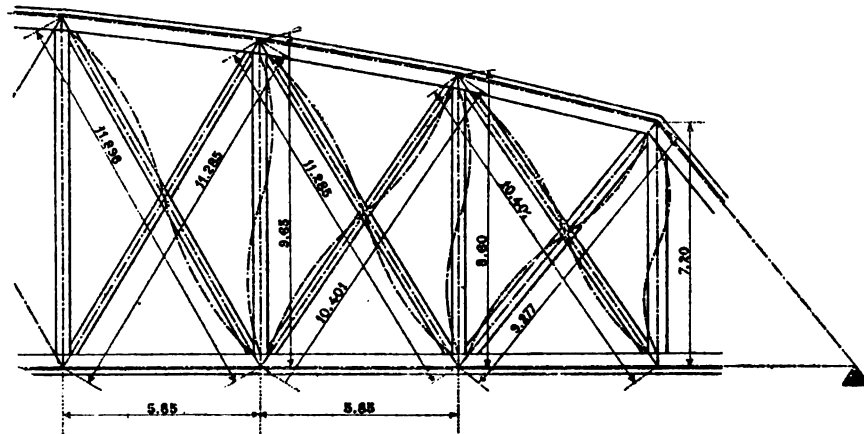
qu'il parte de A tangentiellement à AB, de même il doit aboutir en C' en y faisant avec B'C' l'angle primitif ABC, donc y aboutir tangentiellement à B'A' qui est parallèle à BA, de cette double condition il résulte nécessairement que le côté AB' doit prendre la forme en S telle que figurée, c'est-à-dire fléchir dans un sens en A, en sens inverse en B' et avoir un point d'inflexion intermédiaire; de même pour le côté AC' (voir le Chap. XII).

Des expériences directes exécutées par les ingénieurs hollandais sur divers grands ponts ont montré que réellement la déformation des membrures d'une poutre en treillis se produit comme l'indique la théorie ci-dessus. La FIG. 138 ci-après donne les flexions telles qu'elles ont été relevées sur une travée de 64^m30 de la ligne Utrecht-Rotterdam (1).

Les fatigues de flexion se superposent à celles dues aux efforts directs qui se

FIG. 138

PONT DE 64^m.30



produiraient s'il y avait articulation (efforts qui sont ceux donnés par le calcul ordinaire), il y a augmentation d'un côté de la barre, diminution de l'autre.

Les expériences exécutées avec des appareils *Manet-Rabut* indiquent que

(1) *Tijdschrift van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs*, 1893-94.

pour les diverses barres d'une poutre l'effort moyen se rapproche beaucoup de celui que donnent les calculs ordinaires basés sur l'hypothèse de l'articulation, mais que l'effort maximum qui toujours se produit sur un des bords de la barre dépasse l'effort moyen de 20 jusque 50 et 60 %, et quelquefois 100, 200 et même 300 %.

Les fatigues dues aux efforts directs (ceux dans l'hypothèse de l'articulation) se nomment *fatigues primaires*, celles dues aux effets de flexion *fatigues secondaires*.

On a essayé de diminuer les fatigues de flexion en diminuant la largeur des barres du treillis (montants et diagonales), mais alors se présente l'inconvénient que les rivets d'assemblage sur les brides sont trop rapprochés et résistent mal aux moments secondaires, et la tendance à la dislocation de l'assemblage augmente.

On a essayé d'établir la théorie des fatigues secondaires (voir le Chap. XII), on est arrivé à des équations très nombreuses dont la solution entraîne à des chiffrages très laborieux et les résultats obtenus n'ont pas été confirmés par l'expérience, en ce sens que celle-ci a indiqué comme fatigues secondaires des chiffres quelquefois doubles et triples de ceux du calcul (voir *Tijdschrift* de 1893-94); la conclusion générale que l'on peut tirer des expériences faites est que la fatigue maximum qui réellement se développe dans les diverses membrures d'un longeron métallique à grandes mailles peut atteindre de $1\frac{1}{2}$ à 3 fois celle déduite du calcul ordinaire basé sur l'hypothèse de l'articulation; ainsi un pont en acier calculé à 9 kgr. fatiguera en réalité à 15^k et jusque 25^k dans certaines de ses parties.

Les Américains évitent les fatigues secondaires en employant l'articulation dans sa réalité, mais ils en ont les inconvénients qui sont le jeu et la dislocation dont nous parlions ci-dessus, aussi il semble que leur préférence pour l'articulation diminue et qu'ils ont une tendance de plus en plus marquée à vouloir adopter nos assemblages rivés qui, malgré tous leurs défauts, sont pratiquement très supérieurs aux assemblages articulés.

Il y a quarante ans les Prof. *Winkler* et *Ritter* ont, en vue de diminuer les fatigues secondaires, préconisé des treillis à barres surabondantes (croisillons et montants), l'ingénieur hollandais *Schroeder van der Kolk* a appliqué cette indication aux ponts de la ligne *Utrecht-Rotterdam-Amsterdam* construits vers 1890, le canevas du longeron d'un de ces ponts est donné FIG. 138 ci-avant, il a calculé ce canevas en appliquant les théories exposées aux Chap. XI et XII (voir les *Tijdschrift* du 5 octobre 1889 et du 20 décembre 1890); les essais de ces ponts ont eu lieu en 1891, ils ont donné des résultats meilleurs que dans le cas de treillis en N, mais s'écartant encore sensiblement de ceux fournis par le calcul; la conclusion de ces essais a été l'abandon des treillis à barres surabondantes et le retour aux treillis triangulaires simples calculés par la méthode des articulations (voir *Tijdschrift* de 1893-94), on les a abandonnés parce que leur calcul est trop compliqué et que le résultat ne répond pas à la peine.

147. Quant à la 2^{de} hypothèse qui vise le rôle assigné aux contre-diagonales nous avons vu au Chap. V, § 5, n^o 87 que l'expérience ne la confirme guère.

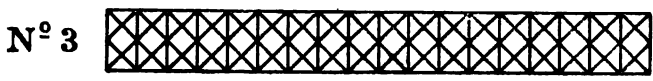
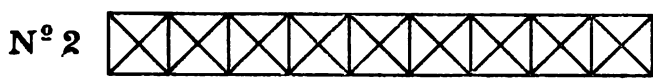
En ce qui concerne la 3^e hypothèse elle est abracadabrante, autant vaut avouer qu'on ne sait pas calculer ce genre de treillis et cependant c'est celui-là que l'expérience désigne comme le meilleur, voir le n^o 148 ci-après.

* * *

148. MM. Dupuy et Lethier, inspecteurs-généraux et M. Guillot, ingénieur des Ponts et Chaussées de France, ont publié dans les *Annales des Ponts et Chaussées* de novembre 1895, le résultat des essais exécutés avec les appareils *Manet* sur le pont de *Cosne*, ils ont trouvé des résultats très différents de ceux fournis par le calcul habituel et voici quelques-unes de leurs conclusions (p. 517) :

- » 7^o On réduira, croyons-nous, le travail dû aux flexions (fatigues secondaires) en observant les règles suivantes :
- »
- »

- » D) Adopter pour type des ouvrages celui qui se rapproche le plus d'une poutre à âme pleine, à section symétrique par rapport au centre de gravité de



- » la section et dans laquelle on pratiquerait des évidements
- » symétriques par rapport à l'axe neutre de la poutre, ce qui exclut les poutres du type n^o 1, et conduit au type n^o 2, ou encore à celui n^o 3.
- » E) Éviter de donner aux entretoises un écartement supérieur à 4^m50.

- »
- » 8^o Les conclusions qui précèdent montrent que nous n'avons aucun souci de la question des lignes surabondantes.

- » Nous sommes convaincus, en effet, qu'avec les types n^o 2 et n^o 3 ci-dessus, les efforts supportés par les barres de chaque panneau seront égaux et de signe contraire, en ce qui concerne les barres placées symétriquement par rapport à l'axe neutre de la poutre, si les barres ont les mêmes sections.

- »
- » etc.

Ces conclusions des ingénieurs français sont conformes à celles ci-avant de MM. Winkler et Ritter, elles les renforcent même en préconisant le type n^o 3 et

cela est justifié, car les ponts *Utrecht-Rotterdam* et *Utrecht-Amsterdam* (FIG. 138) qui ont le canevas du type n° 2 ci-dessus ont encore aux essais dévoilé des fatigues secondaires importantes.

Ces idées nouvelles sont très caractéristiques en ce sens qu'elles abandonnent le treillis triangulaire du 1^{er} ordre (et ses dérivés), treillis statiquement déterminé qui était jusqu'ici considéré comme le plus et même le seul rationnel, pour en revenir au treillis à barres surabondantes statiquement indéterminé (croisillons avec montants) et même au treillis serré ; ces nouveaux types sont les anciens ressuscités, ils sont rationnels en ce sens qu'ils diminuent les fatigues secondaires, mais leur calcul basé sur les hypothèses et la méthode exposée au Chap. VIII ci-avant (voir le 8^o des conclusions des ingénieurs français) est absolument fantaisiste et sans aucun caractère sérieux ; quoi qu'il en soit ces types basés sur ces calculs donnent de meilleurs résultats que les types à treillis du 1^{er} ordre et c'est là l'essentiel, voir notamment ci-après le n° 150.

Quant à vouloir les calculer par les méthodes des Chap. XI et XII nous venons de voir que les ingénieurs hollandais ont dû y renoncer.



149. M. Rabut, Professeur à l'École des Ponts et Chaussées de Paris, a publié un important mémoire sur *L'Expérimentation des Ponts* (1), mémoire dont la lecture et même l'étude attentive s'imposent à ceux qui s'occupent de cette branche importante de l'art du constructeur, voici ce que nous y lisons. « Quant à » l'effet secondaire des barres, il est toujours une partie importante de l'effort » primaire, très souvent il le dépasse et il peut en atteindre le double quand » l'échantillon des barres est très large en élévation, disposition fréquente dont » l'effet est le contraire de celui qu'on en attend..... l'attribution exclusive, que » nous faisons dans nos calculs, du moment fléchissant aux brides des poutres (2) » et de l'effort tranchant aux barres de treillis, implique tout au moins une grande » exagération : en réalité ces deux parties de la poutre se soulagent, s'entr'aident » réciproquement ; les renforcements relatifs que nous donnons aux brides au » milieu de la portée, au treillis aux extrémités, sont excessifs et il convient de » les atténuer. La discussion des résultats obtenus sur des ouvrages de portées » différentes m'a conduit à admettre que jusque 25 et 30 mètres pour des travées » isolées, 40 à 50 mètres pour les travées solidaires, toute variation dans l'épais- » seur des brides et la section des barres de treillis est contraire à la stabilité et » à l'économie bien entendue..... »

Ainsi donc d'après l'expérience le diagramme des moments fléchissants qui,

(1) Voir *Annales des Ponts et Chaussées*, 1901, 3^e trimestre et aussi la livraison d'octobre 1896.

(2) Il s'agit évidemment ici de poutres à brides parallèles.

par exemple pour les travées discontinues, présente un dos d'âne si accentué au milieu de la portée et celui des efforts tranchants qui en cette partie présente un minimum tout aussi accentué ne devraient pas être suivis à la lettre pour la détermination des sections des brides et des treillis ! Cela prouve jusqu'à quel point les théories exposées ci-avant aux Chap. V, VIII, XI et XII présentent encore des lacunes et combien peu elles donnent un pont rationnellement établi, en définitive combien peu la réalité correspond à leurs indications.



150. La question des fatigues secondaires a été reprise en 1902 par M. Lanna qui s'est livré à de nombreuses expériences sur différents types de treillis, voici ses conclusions (1) :

A. Pour les ponts en treillis simple (N et V) la fatigue réelle peut atteindre jusque 3 fois la fatigue indiquée par le calcul basé sur la statique et l'hypothèse de l'articulation.

B. Pour les ponts à croisillons simples avec montant (type n° 2 du n° 148 ci-avant) la fatigue réelle peut atteindre 1,7 fois celle du calcul.

C. Pour les ponts à croisillons multiples sans montants, le rapport est 1,25 fois.

D. Enfin pour les poutres à croisillons multiples avec montants, le rapport est 1,16 fois (2).

De tout quoi il résulte que les types A et B ne sont pas recommandables (ce sont cependant ceux qui ont la vogue actuellement, surtout le type A) ; les treillis les meilleurs sont ceux C et D c'est-à-dire précisément ceux que l'on employait à l'origine de la construction des ponts.

Il est d'ailleurs à noter que la concordance entre le calcul et l'expérience pour les types C et D (Chap. V, § 6 et Chap. VIII) est un pur effet du hasard, car ce calcul est tout à fait arbitraire, il n'est basé sur aucune hypothèse tant soit peu plausible ; voir aussi sur ce sujet ce que nous disons au n° 148.

Au point de vue pratique nous ferons observer que le réglage des diagonales devient chose sensiblement plus compliquée dans le cas des types C et D que dans celui des types A et B, or le réglage des diagonales est chose essentielle pour obtenir que les diverses membrures de la construction travaillent à l'unisson (voir les nos 114 et 146 ci-avant). Le réglage des diagonales est toujours un point très délicat dans la construction des ponts métalliques, un point très important et malheureusement toujours très incertain, et cette incertitude est d'autant plus

(1) *Revue Générale des Chemins de Fer*, n°s de mai et juin 1902.

Annales des Travaux Publics de Belgique, février 1902, p. 135, et octobre 1902, p. 1103.

(2) Dans son mémoire cité ci-avant sur l'expérimentation des ponts, M. Rabut arrive à une conclusion analogue. — Voir aussi *Ann. des Ponts et ch.*, 1^{er} trimestre de 1906, Mémoire de M. Garou, et ses conclusions p. 236.

grande que les diagonales sont plus nombreuses, c'est là un inconvénient des types à barres multiples.

Il est à noter qu'une diagonale mal réglée peut provoquer des fatigues internes très élevées, fatigues que d'ailleurs ni les calculs ni les appareils d'expérimentation ne peuvent dévoiler.

* * *

Il a été constaté lors des essais de certains ponts à brides polygonales (FIG. 56 et 57 du n° 66 ci-avant) que sous les charges les brides polygonales travaillaient comme un arc soustendu par la bride droite faisant office de tirant (avec intervention de la diagonale d'extrémité dans le cas de la FIG. 57), et que les autres barres, montants et diagonales, n'intervenaient guère et même pas, d'où des fatigues excessives dans les brides. — De là la préférence de certains ingénieurs pour les brides parallèles même pour les longues portées.

•••

151. En résumé, des multiples résultats obtenus par les expérimentateurs divers cités ci-avant et de leurs conclusions conformes il résulte que pour les poutres en treillis :

1° Le calcul et la réalité ne cadrent guère.

2° Le type de treillis à adopter est celui à croisillons serrés avec montant, le calcul se faisant d'après les principes du Chap. VIII sauf à fortement corriger les résultats d'après les indications expérimentales exposées sommairement ci-avant et notamment celles du n° 150.

Quant à notre opinion personnelle elle est défavorable au treillis quel que soit son type, c'est un système irrationnel qui n'est susceptible que de palliatifs et non de remèdes ; le nœud rivé et la diagonale sont des organismes qui s'excluent et comme on ne peut renoncer au nœud rivé (qui est très supérieur au nœud articulé) la conclusion logique est de renoncer à la diagonale et de prendre soit la poutre à âme pleine soit la poutre à simples montants sans diagonales dont nous exposons le calcul en notre Tome IV ; avec ces poutres il n'y a plus d'antinomie entre le calcul et la réalité.

Ces poutres présentent le minimum de membrures et le maximum de solidarité entre ces membrures et comme conséquence le maximum de rigidité, donc le minimum de flexibilité ; enfin leur théorie n'exige que le minimum d'hypothèses et même en fait pas d'hypothèses ; le tout est couronné par une forte économie, voir ci-avant les nos 143^{bis} et 144.

L'ingénieur hollandais Scheffer, dans une note « *Vierendeelliggers* », parue dans le *Polytechnisch Weekblad* du 9 janvier 1920, dit qu'il ne comprend pas pourquoi on préfère toujours le système en treillis triangulaire au système Vierendeel.... etc.

TOME II. — LIVRE II.
PONTS CONTINUS — PONTS TOURNANTS
PONTS MOBILES DIVERS

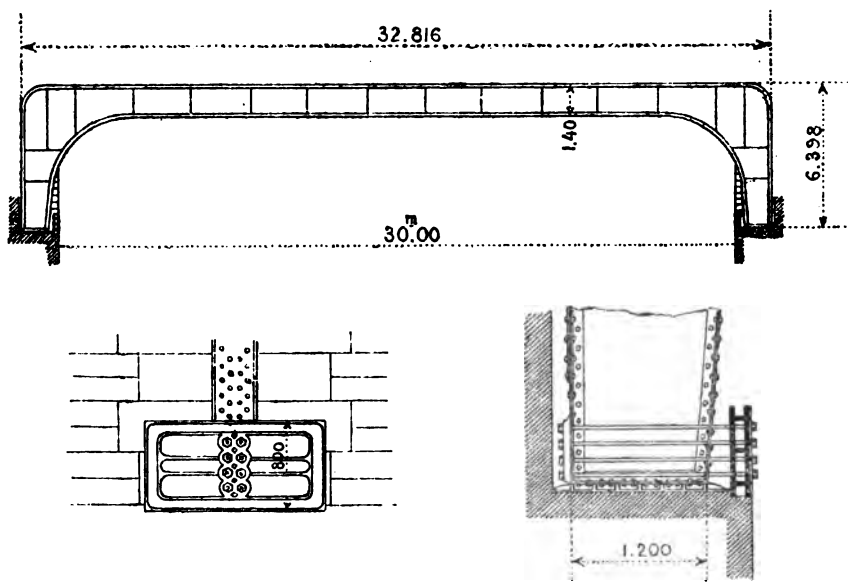
CHAPITRE I

THÉORIE ANALYTIQUE DES POUTRES CONTINUES

§ 1. Considérations Générales.

1. Poutres encastrées. — Nous avons constaté en étudiant les pièces à une travée (voir Livre I) que l'encastrement complet ou partiel aux extrémités de la travée donnait une économie de matière à égalité de résistance, malheureuse-

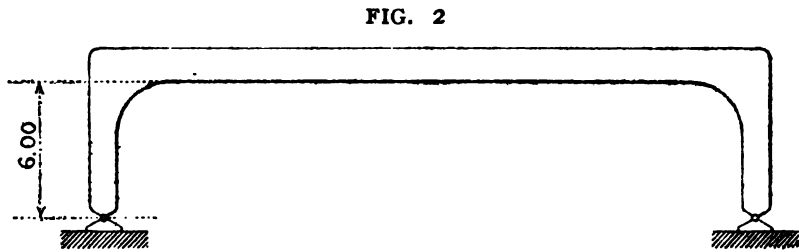
FIG. I



ment dans le cas d'une seule travée l'économie sur le métal de la poutre est généralement absorbée et au delà par le coût supplémentaire de la maçonnerie

des appuis, aussi la poutre encadrée à une seule travée ne se rencontre guère ; dans le cas de plusieurs travées solidaires le supplément du coût des appuis n'existe pas, car ce sont les travées elles-mêmes qui se faisant contrepoids réalisent tout naturellement l'encastrement, l'économie de métal est dans ce cas une économie réelle qui n'est pas contrebalancée par un coût plus élevé des maçonneries, c'est ce qui a fait le succès des poutres solidaires, autrement dit *poutres continues* ; une autre cause de leurs succès est la possibilité de la mise en place par lançage.

Nous ne connaissons qu'un seul exemple de pont encadré à une seule travée, c'est celui de 30 mètres construit il y a une quarantaine d'années dans la commune de *Gironde* sous la ligne de *Bordeaux à Cette* (FIG. 1), l'encastrement est produit par un retour d'équerre qui vient buter contre la culée et dont le pied est solidement ancré sur la maçonnerie, ce dispositif donne une certaine invariabilité, donc un certain encastrement à la section du coude où commence la travée

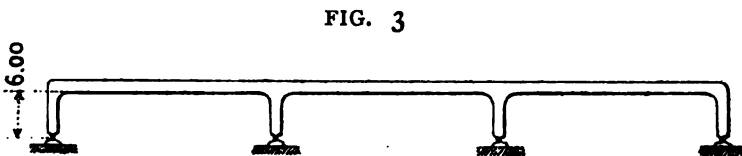


horizontale (1). Cette application est restée unique toutefois le type de la FIG. 1 vient de renaître sous l'aspect FIG. 2, où les deux coudes forment deux palées solidaires de la poutre horizontale et portent par simples rotules sur la maçonnerie de fondation.

Un pont de ce type a été construit en 1893 en France et en 1898 à Heuvy à la sortie de la gare de Namur et aussi depuis à Ostende ; il est à noter que le longeron de la FIG. 2 n'est plus à proprement parler un longeron droit encadré, c'est un longeron polygonal qui doit se calculer par les formules des pièces polygonales (voir notre Tome IV).

Le système de la FIG. 2 a été étendu à des poutres continues reposant sur plusieurs palées solidaires, FIG. 3 :

Nous n'étudierons pas ici les poutres du type de la FIG. 1 ou 2, ni les poutres



continues du type FIG. 3, nous renvoyons à notre Tome IV et aux mémoires ci-après :

Revue Générale des Chemins de Fer, décembre

1893. Mémoire de MM. Guillaume et Vallat.

(1) *Traité pratique de la construction des Ponts et Viaducs métalliques*, par Regnault, ingénieur des Ponts et Chaussées. Paris, Dunod, 1870, p. 107.

Mémoires de la Société des Ingénieurs civils de France, février 1895, p. 248, Mémoire de M. Chaudy.

Annales de l'Association des Ingénieurs sortis des Ecoles spéciales de Gand, tome XX, 4^e livraison, 1897, Mémoire de M. Keelhoff.

Nous nous limiterons dans notre Livre II actuel à l'étude des poutres continues ordinaires reposant sur des appuis en maçonnerie.

2. Nous supposons une poutre qui a été exécutée sur chantier de façon que son axe neutre soit droit, cette poutre a été ensuite posée sur des appuis dont les niveaux sont quelconques avec toutefois la restriction que leur dénivellation est maintenue dans les limites de la déformation élastique de la poutre, c'est-à-dire que celle-ci peut, en se déformant, venir en contact avec ces divers appuis sans que, en aucun point, quelles que soient les surcharges, la limite d'élasticité de la matière soit dépassée, cette réserve est essentielle car si cette limite était dépassée l'équation de l'élastique à laquelle nous allons devoir recourir ne serait plus applicable et toute la théorie tomberait.

Supposons une poutre continue de n travées, donc $(n + 1)$ appuis ; chaque appui donne une réaction inconnue, donc au total $(n + 1)$ inconnues ; comme équations nous avons 2 équations statiques plus $(n + 1)$ équations exprimant que les ordonnées de l'élastique de flexion de la poutre sont nulles au droit des appuis ; donc au total $(n + 3)$ équations pour les $(n + 1)$ inconnues proprement dites plus les 2 constantes d'intégration ; il est donc possible de résoudre le problème ; cette marche toutefois est très longue et n'est plus suivie aujourd'hui ; la théorie des poutres continues a été notablement simplifiée par la découverte de la formule des trois moments dite *Formule de Clapeyron* (1).

••

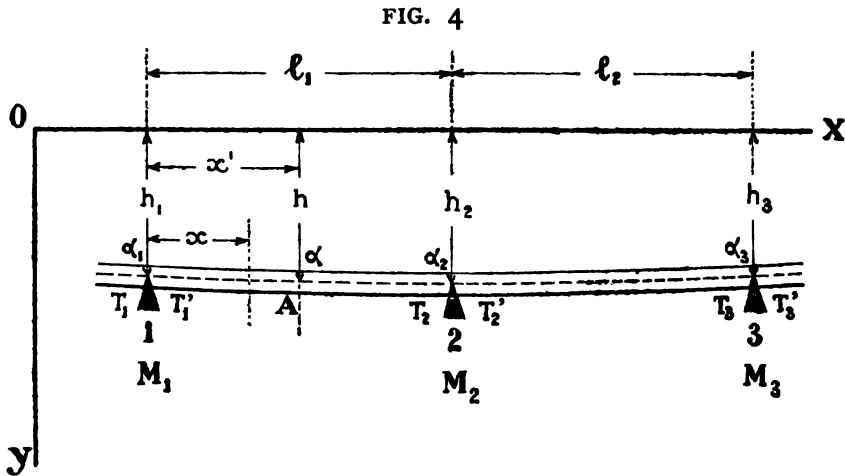
3. **Formule de Clapeyron.** — De l'ensemble des travées qui composent une poutre continue nous isolons deux travées consécutives quelconques (FIG. 4) ; les appuis de ces travées sont numérotés 1, 2 et 3 ; l_1 et l_2 sont les longueurs de ces travées ; le moment d'inertie de la poutre est variable.

L'effet de toutes les forces appliquées à la poutre peut en une section quelconque de celle-ci être représenté par un moment fléchissant M , un effort tranchant T et un effort normal N ; nous avons en vue des ponts à axe droit horizontal avant déformation et soumis à des charges verticales, dans ces conditions l'effort N est quasi-nul et il n'y a aucune erreur pratique à le considérer comme tel.

Pour la section immédiatement à gauche de l'appui n^o 1 le moment et l'effort tranchant sont représentés par M_1 et T_1 , pour celle immédiatement à droite par

(1) La formule des trois moments suppose les appuis indéformables (appuis en maçonnerie comme dit ci-dessus), s'ils étaient élastiques il faudrait recourir à une formule de cinq moments. — Voir *Génie Civil* du 10 juillet 1920.

M_1 et T_1 ; pour les appuis n° 2 et n° 3 les valeurs correspondantes sont données sur la figure.



Nous rapportons la poutre continue à deux axes coordonnés rectangulaires dont l'origine O est quelconque, l'axe des X est horizontal c'est-à-dire parallèle à l'axe de la poutre avant déformation, l'axe des Y est vertical.

h_1, h_2 et h_3 sont les ordonnées des appuis 1, 2 et 3.

α_1, α_2 et α_3 sont les angles d'inclinaison sur l'horizontale de la fibre moyenne au droit de ces mêmes appuis.

Étudions la travée l_1 et pour ce faire supposons que l'origine O des coordonnées soit sur la verticale de l'appui n° 1.

En une section quelconque de la poutre à la distance x de l'origine nous avons :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI} \quad \text{qui peut se mettre sous la forme : } d \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{Mdx}{EI}$$

or $\left[d \cdot \frac{dy}{dx} \right]$ est l'angle de la section considérée et de celle infiniment voisine (1), de là il découle que l'inclinaison totale α de la fibre neutre de la poutre en une section A à la distance x' de l'appui n° 1 a pour expression :

$$\alpha = \alpha_1 + \int_0^{x'} d \cdot \frac{dy}{dx} = \alpha_1 + \frac{1}{E} \int_0^{x'} \frac{Mdx}{I} \quad \text{d'où} \quad (1) \quad \alpha_2 = \alpha_1 + \frac{1}{E} \int_0^{l_1} \frac{Mdx}{I}$$

La variation de flèche en la section x' due à la variation angulaire en la section x a pour valeur :

$$(x' - x) d \cdot \frac{dy}{dx} = (x' - x) \frac{Mdx}{EI}$$

d'où il résulte que la flèche totale h en x' a pour expression :

(1) Voir aussi le n° 107 du Tome I.

$$h = h_1 + \frac{1}{E} \int_0^x \frac{M(x' - x)}{I} dx + \alpha_1 x' \text{ et p. c. (2) } h_2 = h_1 + \alpha_1 l_1 + \frac{1}{E} \int_0^{l_1} \frac{M(l_1 - x)}{I} dx$$

Si nous passons à la travée l_2 et plaçons l'origine des coordonnées sur la verticale de l'appui n° 2 nous avons :

$$(3) \quad h_3 = h_2 + \alpha_2 l_2 + \frac{1}{E} \int_0^{l_2} \frac{M(l_2 - x)}{I} dx$$

éliminant α_1 et α_2 entre les trois égalités (1), (2) et (3) nous obtenons :

$$(4) \quad (h_3 - h_2) l_1 - (h_2 - h_1) l_2 = \frac{l_2}{E} \int_0^{l_1} \frac{M}{I} x dx + \frac{l_1}{E} \int_0^{l_2} \frac{M}{I} (l_2 - x) dx$$

Le moment fléchissant M en une section quelconque de la travée l_1 , section à la distance x de l'appui n° 1 a pour expression :

$$(5) \quad M = + M_1 + T_1' x + \mu$$

μ est le moment des charges appliquées sur le tronçon de longueur x . Le signe + dans l'expression (5) de M a une signification générale, il signifie \pm .

Pour $x = l_1$ l'expression (5) devient : (6) $M_2 = + M_1 + T_1' l_1 + \mu_1$, μ_1 est le moment par rapport à l'appui n° 2 de toutes les charges appliquées sur la travée l_1 .

Éliminant T_1' entre (5) et (6) nous obtenons sur la travée l_1 :

$$(7) \quad M = + M_1 + \frac{M_2 - M_1}{l_1} x - \frac{\mu_1}{l_1} x + \mu$$

Nous obtiendrons de même pour la valeur de M en une section quelconque de la travée l_2 , section à la distance x de l'appui n° 2 :

$$(8) \quad M = + M_2 + \frac{M_3 - M_2}{l_2} x - \frac{\mu_2}{l_2} x + \mu$$

Nous substituons (7) et (8) dans (4) :

$$(h_3 - h_2) l_1 - (h_2 - h_1) l_2 = \frac{l_2}{E} \int_0^{l_1} \frac{x dx}{I} \left[M_1 + \frac{M_2 - M_1}{l_1} x - \frac{\mu_1}{l_1} x + \mu \right] + \frac{l_1}{E} \int_0^{l_2} \frac{(l_2 - x) dx}{I} \left[M_2 + \frac{M_3 - M_2}{l_2} x - \frac{\mu_2}{l_2} x + \mu \right]$$

Cette expression développée nous donne :

$$(9) \quad M_1 l_2 \left[\int_0^{l_1} \frac{x dx}{I} - \frac{1}{l_1} \int_0^{l_1} \frac{x^2 dx}{I} \right] + M_2 \left[\frac{l_2}{l_1} \int_0^{l_1} \frac{x^2 dx}{I} + l_1 \int_0^{l_2} \frac{(l_2 - x) dx}{I} - \frac{l_1}{l_2} \int_0^{l_2} \frac{(l_2 - x) x dx}{I} \right] + M_3 \frac{l_1}{l_2} \int_0^{l_2} \frac{(l_2 - x) x dx}{I} = + l_2 \int_0^{l_1} \left(\frac{\mu_1 x}{l_1} - \mu \right) \frac{x dx}{I} + l_1 \int_0^{l_2} \left(\frac{\mu_2 x}{l_2} - \mu \right) \frac{(l_2 - x) dx}{I} + E \left[(h_3 - h_2) l_1 - (h_2 - h_1) l_2 \right]$$

ce qui est la formule de Clapeyron ou formule des trois moments dans toute sa généralité, c'est-à-dire dénivellation des appuis, charges quelconques et l variable.

Dans le cas où la poutre est de section uniforme et où les appuis sont sur une même horizontale, la formule devient :

$$(10) \quad l_1 M_1 + 2(l_1 + l_2) M_2 + l_2 M_3 = 2l_1 \mu_2 - \frac{6}{l_1} \int_0^{l_1} \mu x dx + l_2 \mu_3 - \frac{6}{l_2} \int_0^{l_2} \mu (l_2 - x) dx$$

la limite inférieure des intégrales est au point d'application de chaque charge.

Si la charge sur chaque travée est uniforme et la recouvre complètement, et si par unité courante nous la désignons par p_1 sur la travée l_1 et par p_2 sur la travée l_2 , nous avons pour la travée l_1 : $\mu_2 = \frac{p_1 l_1^2}{2}$ $\mu = \frac{p_1 x^2}{2}$

et pour la travée l_2 : $\mu_3 = \frac{p_2 l_2^2}{2}$ $\mu = \frac{p_2 x^2}{2}$ et la formule devient :

$$(11) \quad l_1 M_1 + 2(l_1 + l_2) M_2 + l_2 M_3 = \frac{p_1 l_1^3}{4} + \frac{p_2 l_2^3}{4}$$

qui est l'expression la plus simple de la formule de Clapeyron.

Moyennant cette formule le problème de la stabilité d'une poutre continue devient relativement aisé à résoudre.

Si l'appui 1 de la FIG. 4 se rapproche indéfiniment de celui 2, à la limite on a la FIG. 4^{bis} qui est une poutre encastree sur son appui de gauche et continue sur celui de droite ; faisant $l_1 = 0$ dans la formule (11) on a la formule (11^{bis}) qui se rapporte à la FIG. 4^{bis} :

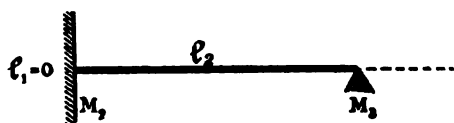
$$(11^{bis}) \quad 2 M_2 + M_3 = \frac{p_2 l_2^2}{4}$$

Il importe dans l'application de la formule de Clapeyron de poser clairement la convention des signes pour les moments et les forces, et cette convention une fois posée ne jamais la perdre de vue ; on peut d'ailleurs faire n'importe quelle convention ; ci-après nous appliquerons celle du n° 170 du Tome I ; quant aux forces et moments inconnus on leur donne le signe + et c'est le signe du résultat qui définitivement indique leur sens d'après la convention qui a servi de base aux calculs.

§ 2. Étude d'un pont continu.

4. Détermination des M sur les Appuis. — Soit un pont continu de n travées, chaque longeron repose sur $(n + 1)$ appuis ; en pratique les appuis sont toujours exécutés de niveau, on prend des précautions spéciales pour obtenir que

FIG. 4^{bis}



les points 1, 2, 3, etc. (FIG. 4) de la ligne d'axe de la poutre soient sur une rigoureuse horizontale ; nous admettons, ainsi que généralement c'est le cas, que sur les appuis extrêmes, ou culées, le pont est sans encastrement et sans porte-à-faux.

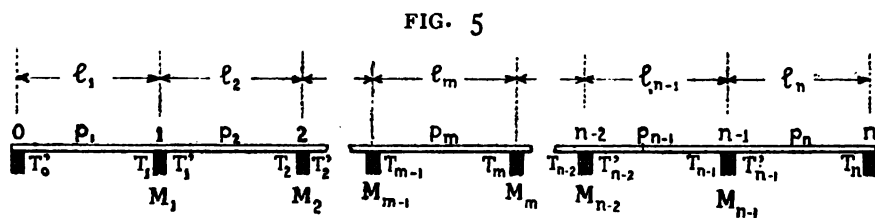
Afin de simplifier l'étude des ponts continus on fait généralement les suppositions suivantes :

1° La section des longerons est uniforme d'un bout à l'autre.

2° Le poids mort est pris constant sur la longueur d'une même travée mais différent d'une travée à l'autre, et on remplace la surcharge par une charge uniforme équivalente.

3° On ne fait pour chaque travée que deux hypothèses de surcharge, la surcharge nulle et la surcharge recouvrant toute la travée, c'est-à-dire qu'on ne considère pas les cas de surcharges partielles.

Nous représentons par $l_1, l_2, \dots, l_{n-1}, l_n$ les longueurs des travées et par $p_1, p_2, \dots, p_{n-1}, p_n$ la valeur par unité courante (poids mort ou surcharge) des charges qu'elles portent ; la poutre se présente ainsi que l'indique la FIG. 5.



Nous ne connaissons que le signe des moments des charges p ; pour les moments inconnus M nous prenons le signe + ainsi que dit ci-avant à la fin du n° 3.

Nous appliquons l'équation (11) du n° 3 à chaque série de deux travées consécutives, ce qui nous donne :

$$(12) \quad \begin{aligned} 2(l_1 + l_2) M_1 + l_2 M_2 &= \frac{1}{4} (p_1 l_1^3 + p_2 l_2^3) \\ l_2 M_1 + 2(l_2 + l_3) M_2 + l_3 M_3 &= \frac{1}{4} (p_2 l_2^3 + p_3 l_3^3) \\ l_3 M_2 + 2(l_3 + l_4) M_3 + l_4 M_4 &= \frac{1}{4} (p_3 l_3^3 + p_4 l_4^3) \\ \vdots & \\ l_{n-2} M_{n-3} + 2(l_{n-2} + l_{n-1}) M_{n-2} + l_{n-1} M_{n-1} &= \frac{1}{4} (p_{n-2} l_{n-2}^3 + p_{n-1} l_{n-1}^3) \\ l_{n-1} M_{n-2} + 2(l_{n-1} + l_n) M_{n-1} &= \frac{1}{4} (p_{n-1} l_{n-1}^3 + p_n l_n^3) \end{aligned}$$

Voilà $(n-1)$ équations entre $(n-1)$ inconnues $M_1, M_2, M_3, \dots, M_{n-1}$, équations

qui généralement se résolvent en recourant à la méthode des coefficients indéterminés, pour ce faire on multiplie la 1^{re} équation par l'indéterminée α_{n-1} , la suivante par α_{n-2} , la troisième par α_{n-3} ... l'avant-dernière par α_2 et enfin la dernière par α_1 , on additionne ensuite toutes les équations membre à membre, ce qui donne :

$$(13) \quad M_1 [2 (\ell_1 + \ell_2) \alpha_{n-1} + \ell_2 \alpha_{n-2}] + M_2 [\ell_2 \alpha_{n-1} + 2 (\ell_2 + \ell_3) \alpha_{n-2} + \ell_3 \alpha_{n-3}] + \\ + M_3 [\ell_3 \alpha_{n-2} + 2 (\ell_3 + \ell_4) \alpha_{n-3} + \ell_4 \alpha_{n-4}] \dots \dots + M_{n-2} [\ell_{n-2} \alpha_3 + 2 (\ell_{n-2} + \ell_{n-1}) \alpha_2 + \ell_{n-1} \alpha_1] + \\ + M_{n-1} [\ell_{n-1} \alpha_2 + 2 (\ell_{n-1} + \ell_n) \alpha_1] - \frac{1}{4} (\rho_1 \ell_1^3 + \rho_2 \ell_2^3) \alpha_{n-1} + \frac{1}{4} (\rho_2 \ell_2^3 + \rho_3 \ell_3^3) \alpha_{n-2} \dots \dots + \frac{1}{4} (\rho_{n-1} \ell_{n-1}^3 + \rho_n \ell_n^3) \alpha_1.$$

On profite de l'indétermination des $(n-1)$ facteurs auxiliaires, α_1 à α_{n-1} pour annuler les coefficients qui dans l'équation (13) affectent les moments M_2 à M_{n-1} , cela donne $(n-2)$ égalités :

$$(14) \quad \begin{array}{ll} \ell_2 \alpha_{n-1} + 2 (\ell_2 + \ell_3) \alpha_{n-2} + \ell_3 \alpha_{n-3} = 0 & \dots \dots \dots \\ \ell_3 \alpha_{n-2} + 2 (\ell_3 + \ell_4) \alpha_{n-3} + \ell_4 \alpha_{n-4} = 0 & \ell_{n-2} \alpha_3 + 2 (\ell_{n-2} + \ell_{n-1}) \alpha_2 + \ell_{n-1} \alpha_1 = 0 \\ \dots \dots \dots & \ell_{n-1} \alpha_2 + 2 (\ell_{n-1} + \ell_n) \alpha_1 = 0 \end{array}$$

qui renferment $(n-1)$ indéterminées, mais on peut en éliminer une en posant par exemple $\alpha_1 = 1$, et alors les $(n-2)$ égalités donnent :

$$(15) \quad \begin{array}{ll} \alpha_1 = 1 & \dots \dots \dots \\ \alpha_2 = -2 \frac{\ell_{n-1} + \ell_n}{\ell_{n-1}} & \dots \dots \dots \\ \alpha_3 = -2 \alpha_2 \frac{\ell_{n-2} + \ell_{n-1}}{\ell_{n-2}} - \frac{\ell_{n-1}}{\ell_{n-2}} & \alpha_{n-2} = -2 \alpha_{n-3} \frac{\ell_3 + \ell_4}{\ell_3} - \alpha_{n-4} \frac{\ell_4}{\ell_3} \\ \alpha_4 = -2 \alpha_3 \frac{\ell_{n-3} + \ell_{n-2}}{\ell_{n-3}} - \alpha_2 \frac{\ell_{n-2}}{\ell_{n-3}} & \alpha_{n-1} = -2 \alpha_{n-2} \frac{\ell_2 + \ell_3}{\ell_2} - \alpha_{n-3} \frac{\ell_3}{\ell_2} \\ \dots \dots \dots & \dots \dots \dots \end{array}$$

Voilà donc tous les facteurs auxiliaires qui sont déterminés et cela d'une façon très commode, les substituant dans l'équation (13) on en tire le moment M_1 et remontant ensuite à la série des équations (12) on en déduit successivement les valeurs des divers moments $M_2, M_3, \dots, M_{n-2}, M_{n-1}$ sur les appuis ; il est à remarquer que la dernière équation de la série (12) est une équation de condition.

On reconnaîtra facilement que les facteurs auxiliaires donnés par les équations (15) sont alternativement positifs et négatifs, que α_2 est négatif et plus grand que 2, et que les autres vont en croissant régulièrement à partir de α_2 .

Le calcul de ces facteurs doit se faire avec la plus grande exactitude, car les erreurs pourraient s'accumuler et vicier considérablement les résultats définitifs.



Encastrement ou Porte-à-faux sur les appuis extrêmes. — Si, sur les appuis extrêmes, il y a encastrement ou prolongement de la poutre en un porte-à-faux deux nouveaux moments M_0 et M_n entrent dans les équations (12), donc on a $(n + 1)$ inconnues pour les $(n - 1)$ équations de la série (12), voici comment se trouvent les deux équations manquantes : s'il n'y a que simple porte-à-faux d'une longueur λ les deux moments M_0 et M_n sont connus à priori, car ils ont pour expression $\frac{p\lambda^2}{2}$; s'il y a encastrement complet, nous appliquons à la première et à la dernière travées la formule (11^{bis}) qui nous donne

$$2M_0 + M_1 = \frac{p_1 l_1^2}{4} \quad M_{n-1} + 2M_n = \frac{p_n l_n^2}{4}$$

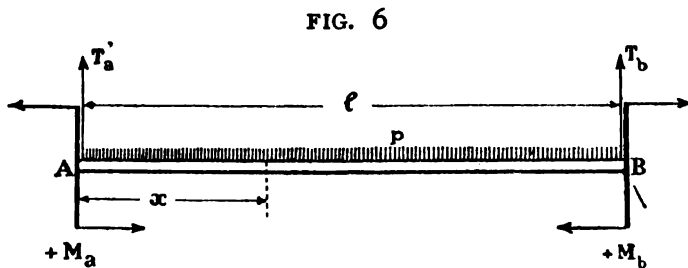
d'où deux équations qui jointes à la série des équations (12) nous donnent $(n + 1)$ équations pour les $(n + 1)$ inconnues du problème.

Si, sur les culées, les encastremets au lieu d'être complets, ce qui correspond à α_0 et α_n égaux à zéro, étaient partiels, les angles α_0 et α_n auraient des valeurs connues et les relations (2) et suivantes donneraient les deux nouvelles équations correspondant à la première et à la dernière travée, équations qui jointes à la série (12) permettent de déterminer les $(n + 1)$ moments sur les appuis.

Si on voulait résoudre le problème de la détermination des moments sur les appuis dans le cas général de dénivellation, de variation de I et de charges locales, il faudrait appliquer l'équation (9) du n° 3.

•••

5. Diagramme des moments fléchissants. — La résolution des équations du n° 4 nous a donné en valeur et en signe les moments fléchissants sur les appuis ; supposons que pour une travée quelconque AB



(FIG. 6) nous avons obtenu $+M_a$ et $+M_b$; en vertu de la convention des signes du n° 170 du Tome I, ces moments positifs ont le sens noté sur la figure ; nous donnons aux efforts tranchants une direction à priori, celle indiquée sur la figure, nous verrons plus loin comment cela se précisera.

Le moment fléchissant M_x en une section quelconque a pour expression :

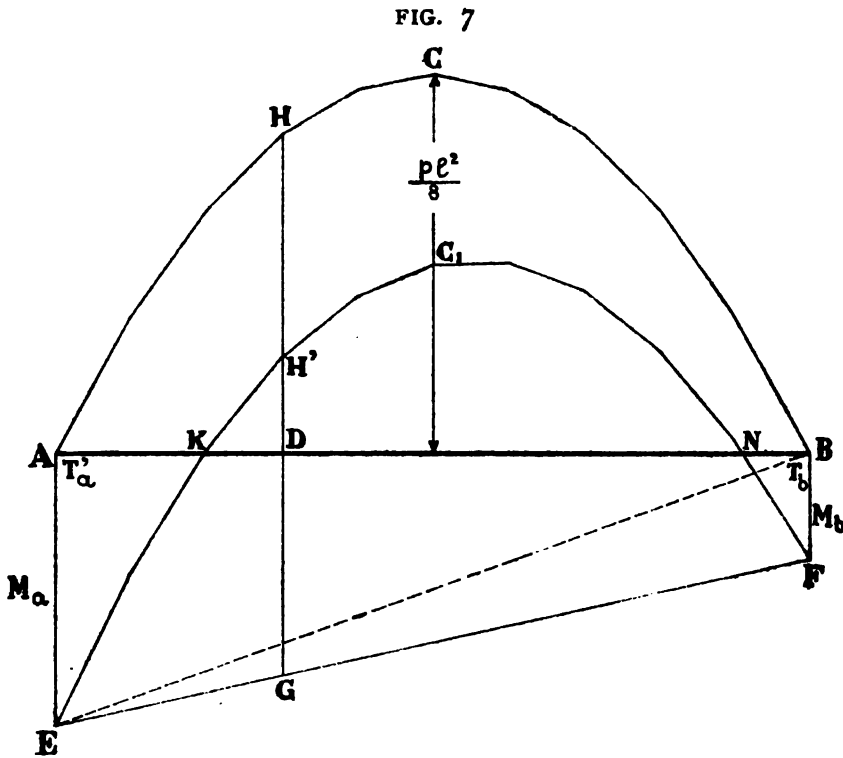
$$(1) \quad M_x = +M_a - T_a'x + \frac{px^2}{2} \quad \text{d'où} \quad (2) \quad M_b = +M_a - T_a'l + \frac{pl^2}{2}$$

éliminant T'_a on a :

$$(3) \quad M_x = +M_a \frac{l-x}{l} + M_b \frac{x}{l} - \left(\frac{pl}{2} x - \frac{px^2}{2} \right)$$

Voilà l'expression du moment fléchissant en une section quelconque, faisons-en le tracé graphique (FIG. 7) : portons $+M_a$ en AE et $+M_b$ en BF ; les ordonnées de EF par rapport à AB représentent à l'échelle le binôme $\left[+M_a \frac{l-x}{l} + M_b \frac{x}{l} \right]$

Les ordonnées représentatives du binôme $\left(\frac{pl}{2} x - \frac{px^2}{2} \right)$ sont celles de la parabole ACB qui est la parabole des moments fléchissants de la charge p recouvrant toute la travée AB supposée librement appuyée à ses extrémités.



La différence de ces deux binômes s'obtient graphiquement en portant les ordonnées de ACB à partir de EF, ce qui nous donne EC₁F comme diagramme des moments fléchissants de la poutre FIG. 6, c'est-à-dire que les ordonnées de EC₁F prises par rapport à AB donnent en valeur et signe les moments M_x de l'expression (1). L'équation de EC₁F est celle (3) ci-dessus :

$$M_x = M_a \frac{l-x}{l} + M_b \frac{x}{l} - \frac{1}{2} plx + \frac{1}{2} px^2 \quad \text{ou bien : } M_x = M_a - T'_a x + \frac{px^2}{2}$$

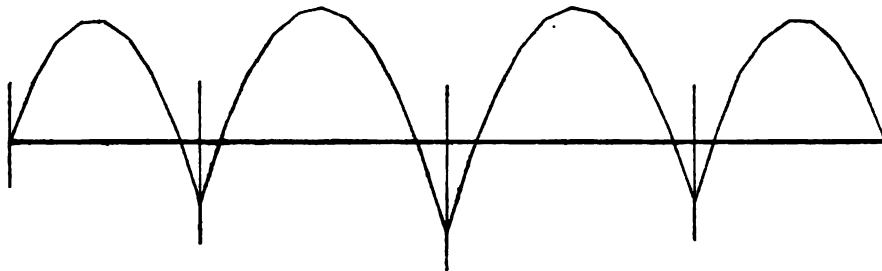
équation qui indique une parabole à axe vertical, les points K et N où cette parabole coupe l'axe AB, c'est-à-dire les points où les moments sont nuls, ont pour abscisses :

$$x = \frac{l}{\rho} \left[T'_a \pm \sqrt{(T'_a)^2 - 2\rho M_a} \right]$$

Le sommet de cette parabole a pr coordonnées : $x = \frac{T'_a}{\rho}$; $y = M_a - \frac{l}{2\rho} (T'_a)^2$ si on transporte les axes coordonnés parallèlement à eux-mêmes au sommet, l'équation de la parabole EC₁F devient : $y = \frac{l}{2}\rho x^2$. Le paramètre $\left(\frac{2}{\rho}\right)$ de cette parabole dépend donc uniquement de la charge portée par la travée et non de ses moments d'encastrement.

Pour l'ensemble des travées d'un pont, le diagramme des moments fléchissants se présente comme l'indique la FIG. 8.

FIG. 8



Si la charge ρ est la même pour les diverses travées toutes les paraboles pourront être tracées avec un même patron que l'on découpera dans une feuille de papier fort, on placera le sommet de ce patron (en maintenant son axe vertical) au point sommet de la parabole de chaque travée et un simple trait de crayon sur le pourtour du patron donnera le diagramme ; comme vérification on a que cette parabole doit passer par les points qui déterminent M_a et M_b , c'est-à-dire les points E et F de la FIG. 7, et aussi par les points K et N.

•••

6. Détermination des Efforts Tranchants sur les Appuis et Diagrammes de ces efforts. — L'équation (6) du n° 3 nous donne pour une

travée quelconque : $T'_a = \frac{M_b - M_a}{l} - \frac{\mu_b}{l}$ qui dans le cas de la travée AB (FIG. 6) nous donne en vertu de l'expression (2) du n° 5 :

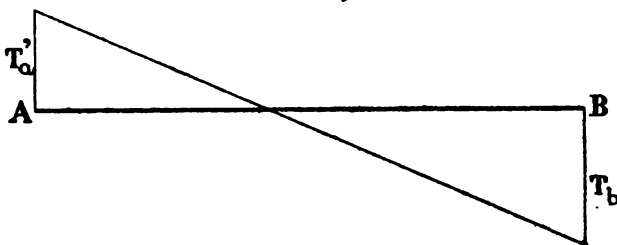
$$T'_a = \frac{M_a - M_b}{l} + \frac{\rho l}{2}$$

si ce résultat est positif l'effort tranchant a le sens donné FIG. 6 ; s'il est négatif il a le sens inverse ; supposons-le positif.

Considérons l'ensemble de la travée AB (FIG. 6) et appliquons-lui l'équation statique des composantes verticales pour laquelle il ne faut pas de convention des signes ; nous avons : $-T_a + pl - T_b = 0$ d'où $T_b = -T_a + pl$

Supposons que T_b sorte de là avec le signe +, il a donc le sens indiqué FIG. 6 ; et en vertu de la convention des signes du n° 171 du tome I on a que T'_a est positif et T_b est négatif, c'est pourquoi sur la FIG. 9 nous les représentons dirigés en sens inverse par rapport à l'horizontale AB ; le T_x en une section quelconque a pour expression $T_x = -T'_a + px$ sa valeur est donc représentée graphiquement sur la FIG. 9 par l'ordonnée de la droite qui joint l'extrémité de T'_a à l'extrémité de T_b .

FIG. 9



L'effort tranchant est nul pour $x = \frac{T'_a}{p}$, ce qui est précisément l'abscisse du sommet de la parabole des moments EC_1B de la FIG. 7.

Pour un ensemble de travées, chacune portant une charge uniforme complète, le diagramme des efforts tranchants a l'aspect de la FIG. 9^{bis}.

FIG. 9^{bis}

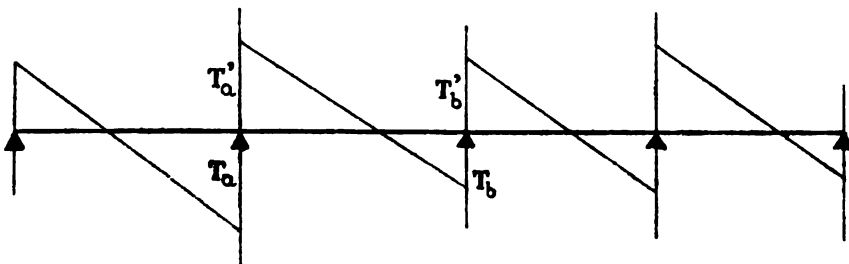
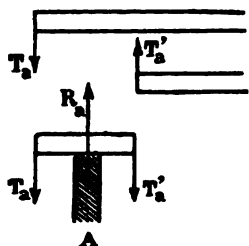


FIG. 9^{ter}



La réaction de chaque appui (ou la charge qu'il porte) a pour valeur $(T_a + T'_a)$; en effet en vertu de la convention des signes et des diagrammes FIG. 9 et FIG. 9^{bis}, nous avons en isolant l'appui A la FIG. 9^{ter}, ce qui en vertu de l'équilibre du tronçon de poutre reposant sur cet appui nous donne l'équation statique : $R_a = T_a + T'_a$, cette équation est indépendante de la convention des signes.

7. Détermination des Maxima des M et T en chaque section. —

Nous voyons que connaissant les moments sur les appuis nous sommes à même de tracer l'ensemble des diagrammes des moments fléchissants et des efforts tranchants, par conséquent de déterminer toutes les conditions de fatigue de la poutre continue, mais pour résoudre complètement le problème du pont continu il faut pouvoir en chaque section déterminer les maxima de M et T.

La recherche du maximum ne porte évidemment que sur la charge roulante, car l'effet de la charge morte est unique et ne donne lieu qu'à un seul diagramme pour M et pour T, diagramme que nous sommes à même de tracer en suivant les principes ci-dessus ; voici un procédé approximatif pour la détermination de l'effet maximum de la charge roulante : on fait provisoirement abstraction de la charge morte et on suppose que la charge roulante vienne successivement occuper chacune des travées du pont, toutes les autres restant complètement libres, on trace les diagrammes de M et T dans chacun de ces cas, la somme des ordonnées de même signe de tous ces diagrammes et de celui de la charge morte donne très sensiblement le diagramme des plus grands maxima possibles en chaque section ; si pour le pont de la FIG. 5 ci-avant nous supposons que la travée n° *m* est seule chargée à raison de *p* kilogs par unité courante, la série des équations (12) se présente comme suit :

$$\begin{aligned} 2 (l_1 + l_2) M_1 + l_2 M_2 &= 0 \\ l_2 M_1 + 2 (l_2 + l_3) M_2 + l_3 M_3 &= 0 \\ l_3 M_2 + 2 (l_3 + l_4) M_3 + l_4 M_4 &= 0 \\ \dots & \\ l_{m-1} M_{m-2} + 2 (l_{m-1} + l_m) M_{m-1} + l_m M_m &= \frac{1}{4} p l_m^3 \\ l_m M_{m-1} + 2 (l_m + l_{m+1}) M_m + l_{m+1} M_{m+1} &= \frac{1}{4} p l_m^3 \\ \dots & \\ l_{n-1} M_{n-2} + 2 (l_{n-1} + l_n) M_{n-1} &= 0 \end{aligned}$$

équations qui résolues donnent la série des moments sur les appuis et permettent donc de tracer les diagrammes des moments fléchissants et des efforts tranchants ; sous leur forme générale ces équations dévoilent certaines propriétés qui facilitent le tracé des diagrammes et à priori en indiquent l'allure générale, ainsi la première équation nous donne : $M_2 = - M_1 \frac{2(l_1 + l_2)}{l_2}$ résultat qui indique que les deux moments successifs M_1 et M_2 sont de signes contraires, et de plus que : $M_2 > 2 M_1$

La seconde équation nous donne : $M_3 = - 2 M_2 \left[1 + \frac{l_2}{l_3} \left(1 - \frac{l_2}{4(l_1 + l_2)} \right) \right]$ ce qui

encore dénote que M_3 et M_2 sont de signes contraires et que : $M_3 > 2M_2$ et ainsi de suite jusque la travée chargée ; si nous prenons la dernière équation de la série nous en tirons : $M_{n-2} = -M_{n-1} \frac{2(l_{n-1} + l_n)}{l_{n-1}}$ ce qui indique que M_{n-1} et M_{n-2} sont de signes contraires et que : $M_{n-2} > 2M_{n-1}$ et ainsi de suite en remontant jusque la travée chargée ; ces résultats montrent que l'influence de la travée chargée décroît très rapidement à mesure qu'on s'en éloigne. Sur les travées non chargées le moment M_x en une section quelconque a pour expression :

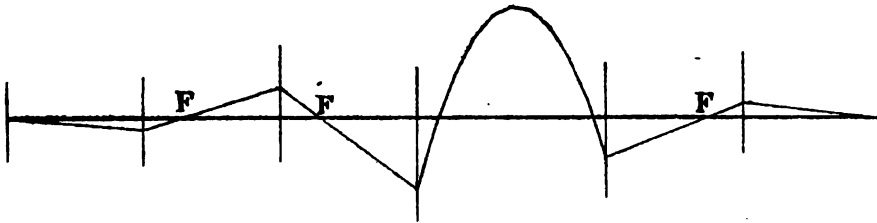
$$M_x = M_a \frac{l-x}{l} - M_b \frac{x}{l}$$

équation qui prouve que le diagramme des M_x est une droite inclinée sur l'axe de la poutre ; les points F (FIG. 10) où ces droites coupent l'axe de la poutre, c'est-à-dire les points où les moments sont nuls, se déterminent par l'équation :

$$M_x = 0 \quad \text{d'où} \quad x = \frac{l}{1 + \frac{M_b}{M_a}}$$

Or nous venons de voir que le rapport $\frac{M_b}{M_a}$ de deux moments consécutifs dans une travée non chargée est fonction des longueurs des travées et de rien d'autre,

FIG. 10



donc les points F dépendent uniquement de ces longueurs et ne sont influencés ni par la position de la travée chargée, ni par la valeur de la charge qu'elle porte, ces points sont donc fixes, on les nomme *Points fixes*, ou *Foyers* ou *Points d'inflexion*.

Dans chaque travée à gauche de celle chargée on a : $\frac{M_b}{M_a} > 2$, l'équation ci-dessus nous donne : $x < \frac{l}{3}$ donc les points F sont dans le premier tiers de ces travées. Pour celles à droite de celle chargée, les points F sont dans le dernier tiers.

Une travée pouvant se trouver successivement à droite et à gauche d'une autre chargée a donc deux foyers, chacun dans le tiers extrême, sauf cependant

pour la première travée de gauche où le foyer se confond avec l'appui de gauche, car $M_a = 0$ ce qui donne $x = 0$, et pour la première travée de droite où le foyer se confond avec l'appui de droite, car $M_b = 0$ ce qui donne $x = l$.

Les foyers une fois déterminés par l'équation : $x = \frac{l}{1 + \frac{M_b}{M_a}}$ pour une position quelconque de la travée surchargée peuvent donc servir pour toutes les autres positions.

Nous indiquerons dans la partie traitant du calcul graphique des poutres continues un moyen de détermination directe des foyers.

Le diagramme de la travée chargée de p a la forme trouvée ci-avant au n° 5 FIG. 7 ; en résumé donc le diagramme d'ensemble des moments fléchissants d'une poutre continue dont une seule travée est chargée est celui donné FIG. 10.

* * *

L'effort tranchant dans la travée chargée a pour équation (voir n° 6) :

$$T_x = \frac{M_m - M_{m-1}}{l_m} - p \left(\frac{1}{2} l_m - x \right)$$

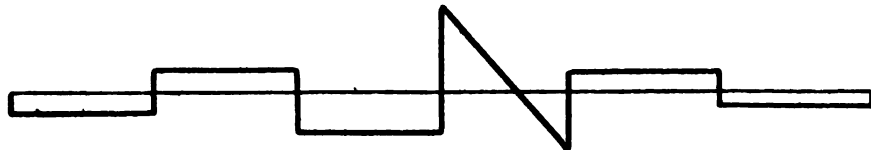
ce qui est l'équation d'une droite inclinée sur l'axe de la poutre, voir FIG. 8.

Dans les travées non chargées, l'expression de l'effort tranchant est :

$$T_x = \frac{M_b - M_a}{l}$$

ce qui est une droite parallèle à l'axe de la poutre, droite alternativement au-dessus et au-dessous de l'axe, car comme nous venons de le voir $(M_b - M_a)$ est

FIG. 11



alternativement positif et négatif. Le diagramme des efforts tranchants se présente donc comme donné par la FIG. 11.

La différence $(M_b - M_a)$ va en diminuant rapidement à mesure que l'on s'éloigne de la travée chargée, car nous avons vu que pour chaque travée :

$$M_a < \frac{1}{2} M_b$$

cet effet se traduit sur les diagrammes des M et des T (FIG. 10 et 11) par une

rapide diminution des ordonnées, il montre que l'influence de la travée chargée s'amointrit très rapidement à mesure que l'on s'en éloigne.

8. Diagramme des moments maxima. — Pour déterminer les maximum des moments fléchissants on tracera sur une même feuille et en-dessous les uns des autres :

1^o Le diagramme de la charge morte, diagramme analogue à celui FIG. 8.

2^o Le diagramme de la surcharge occupant la première travée, toutes les autres étant vides, ce diagramme sera analogue à celui, FIG. 10.

3^o Le diagramme de la surcharge occupant la seconde travée seule, puis la troisième seule..... et ainsi de suite pour chacune des travées.

On additionnera toutes les ordonnées positives des diagrammes du 2^o et 3^o, on obtiendra ainsi en vertu du principe de la superposition des effets le diagramme des moments maxima positifs que peut produire la surcharge, nous le désignerons en le nommant diagramme P ; on déterminera de même le diagramme des moments maxima négatifs de la surcharge, diagramme N.

On additionnera algébriquement le diagramme P avec celui du 1^o, ce qui donnera un nouveau diagramme P' qui est celui des plus grands maxima positifs.

On fera de même pour le diagramme N et le 1^o, ce qui donnera N' qui est le diagramme des plus grands maximum négatifs.

On superposera les diagrammes P' et N', et l'enveloppe de ces deux diagrammes sera le diagramme des plus grands maximum cherchés.

Généralement les ponts continus sont symétriques par rapport à leur milieu, c'est-à-dire que la première moitié du pont est absolument semblable à la seconde, dans ce cas le tracé des diagrammes ne doit évidemment se faire que pour la première moitié, nous les donnons Pl. 1 pour un pont à trois travées : A est le diagramme de la charge morte. — B donne en 1 le diagramme de la surcharge recouvrant la première travée ; la ligne 3 est le prolongement de ce diagramme 1 sur la seconde moitié de la seconde travée et sur la troisième, cette ligne 3 ramenée sur la première travée et la 1^{re} moitié de la seconde représente le diagramme de la surcharge sur la troisième travée ; la ligne 2 est le diagramme de la surcharge sur la travée du milieu. — En C nous avons deux diagrammes, celui supérieur P est la somme des moments positifs des divers diagrammes B, celui inférieur N est la somme des moments négatifs des B.

Il faut maintenant additionner algébriquement P et A, puis N et A, et enfin prendre l'enveloppe de ces deux nouveaux diagrammes et ce diagramme enve-

loppe sera celui des plus grands moments fléchissants pouvant se produire dans le pont étudié. Il est à remarquer qu'il n'est pas nécessaire de faire l'addition $(P + A)$ et $(N + A)$ sur toute la longueur des diagrammes, en effet si on replie N sur P ainsi qu'il est fait en traits interrompus sur la figure C on constate que les points d'intersection i et n sont sur les verticales des points d'inflexion b et d du diagramme A , cela parce que la somme $(P + N)$ donne A , sauf à tenir compte de la différence entre p poids mort et p surcharge, de là il résulte que sur la distance ab les moments positifs P l'emportent sur ceux négatifs N , sur bd ce sont les N qui l'emportent sur les P , sur de c'est P qui l'emporte sur N et par conséquent pour avoir le diagramme des plus grands maxima il suffit d'additionner les ordonnées du diagramme *ahimno* de la figure C avec les ordonnées du diagramme A , et on obtient ainsi le diagramme D qui est l'enveloppe cherchée.

* *

9. Diagramme des efforts tranchants maxima. — En ce qui concerne les efforts tranchants le signe ou sens des efforts a une grande importance, car là où il y a compression il faut se prémunir contre toute éventualité de flambage ; afin d'éviter toute erreur sur le sens des efforts il convient de tracer les diagrammes des efforts tranchants pour toutes les travées d'un pont, même dans le cas où celui-ci est symétrique.

Nous donnons Pl. II en A le diagramme pour la charge morte, ce diagramme est accompagné de flèches qui indiquent le sens de l'effort tranchant en supposant le tronçon de gauche supprimé et l'effort s'exerçant sur le tronçon de droite, ainsi en la section V de la figure A l'effort qui agit sur le tronçon VL est dirigé vers le haut, par réaction celui qui agit sur le tronçon VK est de même valeur mais dirigé vers le bas. — En B nous avons le diagramme pour la surcharge sur la première travée seule ; en C , le diagramme pour la surcharge sur la seconde ; en D , celui pour la surcharge sur la 3^e. — Le tracé E donne l'enveloppe des plus grands maxima positifs et négatifs.

On remarque que vers la partie centrale des travées il y a un intervalle dans lequel une même barre peut selon le cas être sollicitée à la traction ou à la compression.

* *

10. Détermination de la section des brides et des barres de treillis de la poutre continue. — Nous sommes en possession des diagrammes des maxima, celui des moments fléchissants sert pour la détermination de la section des brides, celui des efforts tranchants pour la détermination de la section des barres de treillis.

La section de la poutre continue est en double té (FIG. 12) ou en caisson (FIG. 13), selon l'importance du pont (1).

Les brides ne peuvent jamais avoir en dessous d'une section minimum imposée par la pratique, ce minimum se compose généralement des nervures verticales A, d'une tôle horizontale B formant table et des cornières réunissant A et B, il convient que les épaisseurs des plats et cornières ne soient pas inférieures à 8 millimètres. Soit Ω la superficie de la section minimum, le moment résistant minimum est $t\Omega H$ kilogrammètres, nous portons ce moment sur le diagramme des moments fléchissants maximum, il est représenté par l'horizontale 1 de la FIG. D, Pl. I, horizontale tirée à la distance: $al = t\Omega H$

Si à la section minimum ci-dessus on ajoute haut et bas une tôle de superficie ω le moment résistant de la

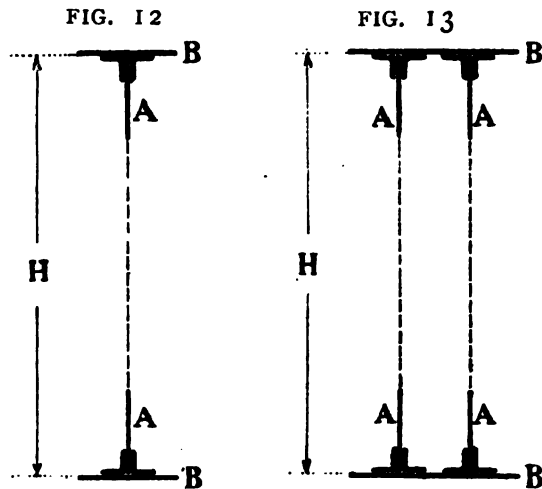
poutre augmente de $t\omega H$, nous menons une horizontale 2 à la distance: $lr = t\omega H$

Une seconde tôle donnerait une horizontale n° 3 à la même distance lr de celle n° 2 et ainsi de suite.

Toutes ces horizontales qui constituent le diagramme des moments résistants de la poutre sont tracées sur le diagramme des moments fléchissants maxima.

Pour l'équilibre il faut que le diagramme des moments résistants enveloppe celui des moments fléchissants, cette enveloppe est figurée en D, Pl. I, par les traits verticaux interrompus tirés pour chaque tôle de table à la limite de la courbe des moments fléchissants; pour que l'équilibre existe dans de bonnes conditions pratiques il faut que chaque tôle ajoutée soit rendue absolument solidaire de la section avant que son diagramme ne pénètre dans celui des moments fléchissants, il faut donc pour chaque tôle un supplément de longueur sv à chaque bout tel qu'on y puisse mettre un nombre de rivets représentant comme résistance celle de la tôle en cause, alors en v la tôle supplémentaire est parfaitement solidaire du reste de la section et donne réellement le supplément de moment résistant figuré par l'horizontale du diagramme.

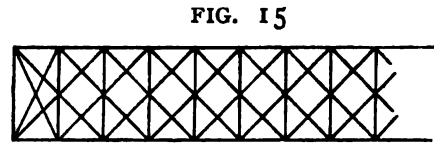
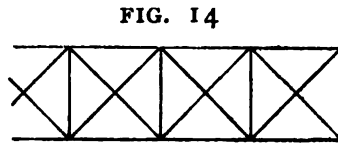
Le diagramme enveloppe pratique des moments résistants est celui figuré en gros traits noirs pleins; sur ce diagramme on relève à l'échelle les longueurs sv des diverses tôles entrant dans la composition des tables de la poutre; comme les laminoirs ne peuvent généralement pas fournir ces longueurs d'une pièce et que



(1) Voir notamment « Pont du Manoir », Tome II, Livre I, Chap. VIII, pl. XXI.

d'autre part il y a à tenir compte des possibilités d'expédition on profite du diagramme des tôles pour y tracer la subdivision de ces tôles et la longueur des divers couvre-joints, nous renvoyons pour ces détails aux traités de construction des ponts.

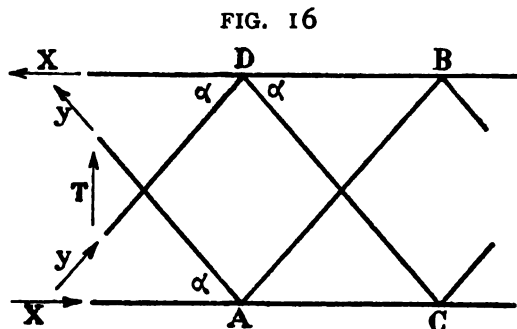
Nous avons maintenant à déterminer les sections des barres de treillis ; les poutres continues en treillis sont généralement du type à croisillons avec montants, croisillons simples FIG. 14 ou croisillons doubles FIG. 15.



Pour le calcul on fait abstraction des montants, car si on n'en faisait pas abstraction on ne saurait pas calculer, de plus on admet que dans chaque section droite l'effort tranchant se répartit par parties égales sur toutes les barres de treillis rencontrées, c'est une pure supposition, car il est certain que la répartition est tout autre.

Le diagramme des efforts tranchants maximum est donné par la FIG. E de la Pl. II, ce diagramme indique que les efforts tranchants varient d'une façon continue, il n'est pas possible en pratique de suivre cette indication, car elle donne pour chaque barre une section différente, cela compliquerait l'exécution et la rendrait coûteuse, aussi on remplace le diagramme continu par le diagramme en escalier figuré en gros traits, diagramme qui dans le cas figuré en E donne 4 types de barres correspondant à 4 efforts tranchants différents : K_1 , K_2 , K_3 et K_4 .

Si le croisillon est simple, chaque barre supporte la moitié de l'effort tranchant et en vertu de l'équation statique des composantes verticales nous avons (FIG. 16) :



$$2y \sin \alpha = T \quad \text{d'où} \quad y = \frac{T}{2 \sin \alpha}$$

Là où sur le diagramme E de la Pl. II, l'effort tranchant est dirigé vers le haut les barres inclinées dans le sens AB (FIG. 16) sont comprimées, celles dans le sens DC sont étendues ; l'inverse se produit pour les panneaux où l'effort tranchant est dirigé vers le bas.

Il y a une exception pour les panneaux du centre qui supportent l'effort tranchant K_1 , celui-ci peut selon la position du train être dirigé vers le haut ou vers

le bas, aussi toutes les barres de ces panneaux doivent être calculées en vue d'une compression d'intensité. $\frac{K_1}{2 \sin \alpha}$.

On remarquera que le diagramme pratique en escalier n'est pas tangent au diagramme théorique, car il faut que les verticales de l'escalier cadrent avec les montants des panneaux du treillis.

Les appuis du pont supportent la somme des efforts tranchants qui agissent à droite et à gauche de l'appui (voir n° 6), la valeur de cette charge est KF (FIG. E, Pl. II) sur chaque culée, et GH sur chacune des deux piles intermédiaires.

Les montants de la poutre situés au droit des appuis supportent par compression la moitié de la charge sur ces appuis, cela parce que la fatigue des croissillons qui aboutissent au pied de ces montants est directement équilibrée par les châssis d'appui sans passer par les montants, le montant sur chaque culée est donc comprimé par la force $\frac{KF}{2}$, et celui sur chacune des deux piles intermédiaires par la force $\frac{GH}{2}$ (FIG. E, Pl. II).

Comme nous l'avons dit, les autres montants de la poutre ne peuvent se calculer, on leur donne une section au jugé, ou bien encore une section correspondant à la moitié de l'effort tranchant au droit du montant considéré, section qu'il devrait avoir si en ce point il y avait un appui fixe. (Voir aussi Tome II, Livre I, chap. VII).

* * *

11. Proportions des Travées. — Le rapport entre les longueurs des diverses travées n'est pas absolument indifférent : le diagramme C de la Pl. II nous montre que pour une surcharge sur la seconde travée seule il y a une traction K_e sur l'appui K, c'est-à-dire une tendance à soulèvement de la première travée de dessus son appui K, tendance dont l'énergie est mesurée par K_e , cette tendance est combattue par la charge morte que porte la première travée, charge qui sur l'appui K donne une pression mesurée par K_a (voir diagramme A), donc la pression réelle sur K est mesurée par $(K_a - K_e)$, si la première travée diminue de longueur par rapport à la suivante la quantité K_a diminue et celle K_e augmente, il pourrait donc arriver un moment où $(K_a - K_e)$ serait négatif, c'est-à-dire où le soulèvement se produirait réellement, or après le soulèvement il y a la chute et de là des chocs très destructeurs pour le pont et pour ses appuis, pour éviter cet inconvénient il y a trois moyens :

1° Ancrer le longeron sur l'appui K, ce moyen n'est pas pratique car il y a les nécessités de la dilatation.

2° Munir l'extrémité de la poutre, en K, d'un contrepoids suffisant, ce moyen a été quelquefois appliqué, mais il est très coûteux.

3° Enfin, dernier moyen, éviter de donner à la première travée une trop faible longueur par rapport aux suivantes, c'est le moyen le meilleur, car alors cette travée forme elle-même contrepoids, aussi c'est le moyen le plus fréquemment employé.

La question de la proportion à donner aux travées en vue d'éviter l'inconvénient que nous signalons ci-dessus a été traitée aux *Annales des Ponts et Chaussées*, 1872, 2^e semestre. Une bonne proportion est de donner même longueur à toutes les travées intermédiaires et les $\frac{3}{4}$ ou $\frac{4}{5}$ de cette longueur pour les travées extrêmes, ces proportions écartent tout danger de soulèvement.

Le rapport $\frac{4}{5}$ est assez fréquemment usité en pratique, outre l'avantage contre le soulèvement il a encore celui de donner une poutre économique, c'est-à-dire une poutre pour laquelle le moment moyen est sensiblement un minimum (Voir BRESSE, *Cours de mécanique appliquée*, 3^e partie, p. 250).

* *

12. Variation de I. — Les poutres continues se calculent généralement en supposant le moment d'inertie constant (voir n° 4) et en exécution on le fait varier à la demande des diagrammes obtenus, on applique en somme la méthode de fausse position mais en s'arrêtant à la première solution trouvée ; d'une étude que M. KLEITZ, inspecteur général des Ponts et Chaussées, a fait paraître dans les *Annales* de février 1876 il résulte que cette façon de procéder donne des résultats entachés, pour certains moments fléchissants, d'une erreur de 10 % en moins, cette erreur n'a rien d'excessif et en tout cas n'est pas suffisante pour faire abandonner la méthode habituelle de calcul des poutres continues.

Voir au sujet des poutres continues de section variable : *Mémoires de la Société des Ingénieurs civils de France*, 2^d semestre de 1880, p. 111 (mémoire de M. CLERC), et aussi novembre 1898, p. 375.

* *

13. Dénivellation.— L'éventualité de dénivellation des appuis est une grave objection que l'on adresse au système des poutres continues, car elle peut augmenter les fatigues dans des proportions excessives et d'autant plus dangereuses qu'elles sont à priori inconnues (voir chap. III ci-après).

Les effets de la dénivellation sont d'autant moins graves que la poutre est plus flexible, donc qu'elle est relativement moins haute, malheureusement si on diminue la hauteur proportionnelle on augmente le poids et sacrifie l'économie.

La dénivellation peut être due soit à un mauvais nivellement lors de la construction des appuis soit à un tassement ultérieur de ceux-ci ; si le pont a été mis en place par lançage il sera influencé par ces deux genres de dénivellation,

s'il a été établi sur pont de service il ne le sera que par la seconde. — La dénivellation peut aussi résulter de la compression de la pile, voir le Tome III, Livre II, traitant des piles métalliques, ce dernier genre de dénivellation est en général peu dangereux.

M. BRESSÉ démontre, dans son ouvrage cité ci-dessus, qu'il est préférable établir les têtes des piles suivant une parabole bombée vers le haut, parabole excessivement peu bombée d'ailleurs, il en donne l'équation, ce bombement diminue sensiblement les moments, de cette indication théorique, assez difficilement réalisable en pratique, nous tirons cependant cette conclusion que dans le nivellement des têtes des piles il est préférable prendre les incertitudes du coup de niveau au-dessus de l'horizontale qu'au dessous.

Quoi qu'il en soit, là où le terrain ne donne pas toute garantie, là où des tassements sont possibles, le pont continu est à déconseiller, c'est le motif pour lequel il n'est pas employé en Hollande et ne l'est guère en Allemagne, ni en Angleterre, ni aux États-Unis.

Le calcul des effets d'une dénivellation des appuis peut se faire en appliquant la formule générale de Clapeyron trouvée ci-dessus au n° 3, toutefois il est plus simple de résoudre ce problème par la méthode graphique du chap. II, ci-après, voir le n° 45.



14. Économie. — M. GAUDARD a recherché, dans son *Étude sur les ponts en fer, 1865*, quelle était approximativement l'économie que procurait le système continu : nommant L la portée de chaque travée d'un pont continu et l la longueur de la travée discontinue pesant le même poids par mètre courant, il a trouvé :

Pour 3 travées	$l = 0,88 L$
Pour 5 travées	$l = 0,85 L$
Pour un nombre infini	$l = 0,80 L$

Ainsi pour un pont à 3 travées proportionnées aux $\frac{4}{5}$, la continuité donne une économie théorique de 49 % en ce qui concerne la charge morte, et 16 % en ce qui concerne la surcharge.

Voilà des chiffres permettant d'apprécier grosso-modo l'économie du système continu, toutefois nous devons ajouter que M. GAUDARD a supposé que le pont discontinu était à brides parallèles comme le continu, or aujourd'hui les discontinus se font d'après des types dérivés du Bowstring, avec grande hauteur relative au milieu, tels sont les ponts du Livre I ci-avant et ces types quoique discontinus ne sont pas plus coûteux que les ponts continus, et comme ils ont pour grand avantage d'être calculables avec beaucoup plus de certitude, on peut dire qu'en

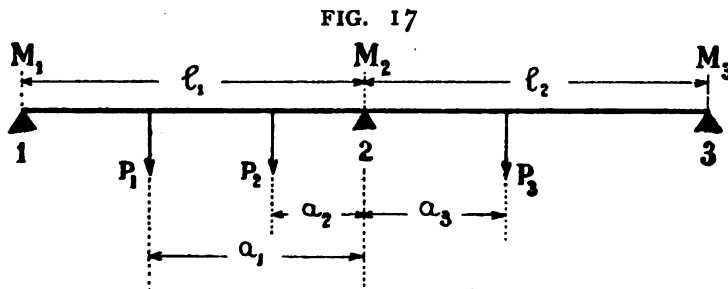
règle générale le pont continu n'est à conseiller que là où nécessairement il faut avoir recours au lançage pour la mise en place (1).

* * *

15. Surcharge partielle. — Dans ce qui précède nous avons établi nos maxima en supposant la surcharge recouvrant des travées entières ainsi que dit au n° 4, on peut se demander si la surcharge partielle de l'une ou l'autre travée ne donnerait pas en certaines sections des maxima plus grands que ceux que nous avons trouvés, nous traitons cette question par le calcul graphique au chapitre suivant, nous y verrons que la surcharge partielle donne quelquefois en certaines sections des effets plus grands que la surcharge complète, toutefois la différence est faible et dans la majorité des cas la méthode approximative par surcharges complètes est amplement suffisante.

* * *

16. Charges locales. — Il peut se présenter le cas où dans l'étude d'un pont ou d'une poutre quelconque on veuille se rendre compte de l'effet d'une ou



plusieurs charges locales. Soit (FIG. 17) deux travées détachées d'une poutre continue quelconque. Appuis de niveau, section constante ; nous faisons abstraction du poids mort et ne considérons que les charges

locales P_1 , P_2 , P_3 ; nous appliquons la formule (10) du n° 3 ci-avant :

$$l_1 M_1 + 2(l_1 + l_2) M_2 + l_2 M_3 = 2l_1 \mu_1 + l_2 \mu_3 - \frac{6}{l_1} \int_{l_1}^{\mu_1} \mu x dx - \frac{6}{l_2} \int_{l_2}^{\mu_3} \mu (l_2 - x) dx.$$

Pour la travée l_1 le moment μ dû à P_1 a pour valeur [$P_1 (x - l_1 + a_1)$] et son intégrale est à évaluer de $(l_1 - a_1)$ à l_1 ; le moment μ dû à P_2 est [$P_2 (x - l_1 + a_2)$] et son intégrale est à évaluer de $(l_1 - a_2)$ à l_1 . — Pour la travée l_2 le moment μ dû à P_3 a pour valeur [$P_3 (x - a_3)$] et son intégrale est à évaluer de a_3 à l_2 . — Effectuant ces opérations on trouve :

(1) Un pont continu de 3 travées de 54 mètres pèse 12 % de moins qu'un pont à 3 travées discontinues de 54 mètres, châssis d'appui compris ; même hauteur de poutre et même dispositif ; et étudiés par le même ingénieur.

Dans les mêmes conditions un pont continu de 4 travées de 27 mètres pèse 9% de moins qu'un pont discontinu.

$$M_1 l_1 + 2M_2 (l_1 + l_2) + M_3 l_2 = P_1 \frac{a_1}{l_1} (l_1 - a_1) (2l_1 - a_1) + \\ + P_2 \frac{a_2}{l_1} (l_1 - a_2) (2l_1 - a_2) + P_3 \frac{a_3}{l_2} (l_2 - a_3) (2l_2 - a_3).$$

Chaque couple de travées donnera une équation analogue, et la détermination des moments sur les appuis et des diagrammes se fera en suivant exactement la même marche que celle indiquée ci-dessus pour les charges continues uniformes.

Si le pont ne se compose que de deux travées, ce qui est le cas des ponts tournants, la formule ci-dessus devient :

$$2M_2 (l_1 + l_2) = P_1 \frac{a_1}{l_1} (l_1 - a_1) (2l_1 - a_1) + P_2 \frac{a_2}{l_1} (l_1 - a_2) (2l_1 - a_2) + \\ + P_3 \frac{a_3}{l_2} (l_2 - a_3) (2l_2 - a_3).$$

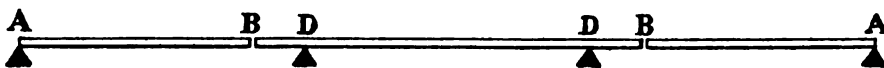
§ 3. Cantilever.

17. — Les avantages d'économie de matière et de facilité de montage des ponts continus se retrouvent encore dans les ponts *cantilever*, aussi nommés : *Ponts à intersections*, *Ponts à encorbellements*, *Ponts à consoles* et enfin *Ponts-grue*, cette dernière appellation est cependant tout à fait impropre.

Les cantilever sont en réalité des ponts mi-continus, ils ont sur les continus l'avantage de n'être pas affectés par un tassement des appuis et aussi d'être calculables par la statique seule.

Si le pont continu à 3 travées dont le diagramme de la charge uniforme complète est donné Pl. I en A est remplacé par le pont mi-continu de la FIG. 18, pont composé d'une travée centrale continue sur les deux piles D et les dépassant de quantités DB qui forment consoles ou encorbellements sur lesquels reposent librement les deux travées extrêmes AB, ce pont mi-continu aura pour la charge complète le même diagramme que celui A de la Pl. I pourvu que la distance AB de la FIG. 18 soit la même que celle *ab* de la Pl. I, sous l'action des surcharges variables le diagramme enveloppe des maximum de ce pont mi-continu sera peu différent de celui du pont continu, en somme donc il exigera très sensiblement la même quantité de matière ; voir à ce sujet un mémoire de

FIG. 18



M. GAUDARD inséré aux *Annales des Ponts et Chaussées* de mars 1891 : nous voyons que la discontinuité qui existe aux points B de la FIG. 18 permet de cal-

culer les diagrammes de ce pont par la seule statique sans aucune intervention de l'équation des déformations, donc calcul plus certain et en outre pour les poutres indifférence complète à la dénivellation des appuis.

Au lieu de placer les points d'intersection dans les travées extrêmes, comme en la FIG. 18, on peut les placer dans la travée du milieu ainsi que l'indique la

FIG. 19

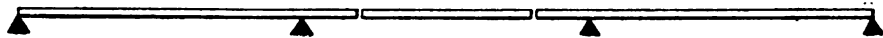
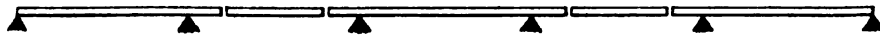


FIG. 19, ce sont surtout des considérations de montage qui fixent le choix entre ces deux dispositifs, ainsi dans le cas de la FIG. 19 les travées de rive étant montées sur échafaudage (ce qui est généralement possible pour les travées d'extrémité) la travée centrale peut être montée sans échafaudage par encorbellement sur les travées d'extrémité qui font contre-poids.

Dans le cas de travées multiples on emploie un agencement comme indiqué par la FIG. 20, c'est celui adopté pour le projet de pont sur *La Manche* dont les

FIG. 20



travées ont alternativement 500 et 300 mètres, ce sont naturellement celles de 500 qui ont la double intersection. Ces ponts mi-continus ont généralement leurs longerons à hauteur variable à la façon des bowstrings.

Nous devons, à ces quelques indications sommaires, borner ce que nous voulions dire en ce moment du système *cantilever* qui aujourd'hui est le système en faveur pour les grandes portées, le fameux pont du *Forth* est un *cantilever*.

Pour quelques détails complémentaires sur les *cantilever* voir Tome II, Livre I, au chap. XIV.



CHAPITRE II

THÉORIE GRAPHIQUE DES POUTRES CONTINUES (1)

18. Le but de la théorie graphique des poutres continues est le même que celui de la théorie analytique : déterminer les moments sur les appuis. — Ces moments étant connus la marche subséquente est la même que celle ci-avant au Chap. I à partir du n° 5.

§ 1. Tracé de l'élastique d'une poutre sur deux appuis avec ou sans encastrement.

19. **Théorie générale.** — Soient (FIG. 23) deux points A et B dont la distance horizontale est l , ces deux points sont à des niveaux quelconques, un fil parfaitement flexible est suspendu à ces points, il porte une charge verticale continue dont l'intensité variable peut être représentée par les ordonnées de la courbe ab rapportée à l'horizontale A_1B_1 ; soit p l'intensité de cette charge en une section ayant pour abscisse x .

Le fil prend une courbure continue qui en un point intermédiaire C a nécessairement un élément horizontal ; soient l_1 et l_2 les distances horizontales AC et CB.

Le fil exerce sur A une réaction dont les deux composantes sont suivant l'horizontale la force H, suivant la verticale celle V_1 . Sur le point d'attache B les composantes de la réaction sont H et V_2 . Sur la section C la seule action est celle horizontale H ; nous avons donc :

$$V_1 = \int_A^C p dx \quad V_2 = \int_C^B p dx.$$

Ainsi que dit ci-dessus p est une fonction de x caractérisée par la courbe ab rapportée à l'horizontale A_1B_1 .

Je dis que ACB est une courbe funiculaire que l'on peut tracer graphiquement, en effet, considérons isolément le tronçon AC, c'est un système articulé maintenu en A par les composantes H et V_1 , en C par H, et portant intermé-

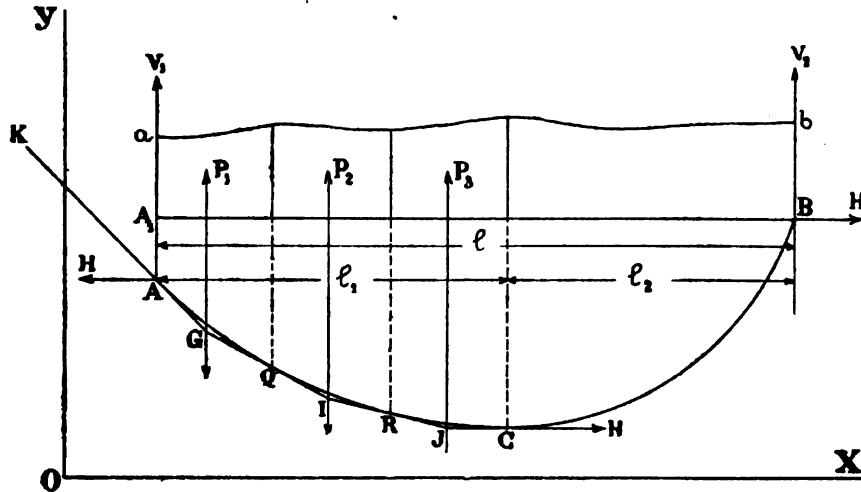
(1) Nous suivons surtout dans l'exposé de cette théorie graphique des poutres continues l'excellent ouvrage de M. SEYRIG, « *Éléments de Statique Graphique appliquée aux constructions.* » Paris, Baudry.
Voir aussi *Applications de la Statique Graphique*, par M. Koechlin. Paris, Baudry.

diairement une charge verticale continue ; groupons cette charge continue en trois charges locales P_1, P_2 et P_3 , nous avons :

$$V_x = P_1 + P_2 + P_3 = \int_A^C p dx$$

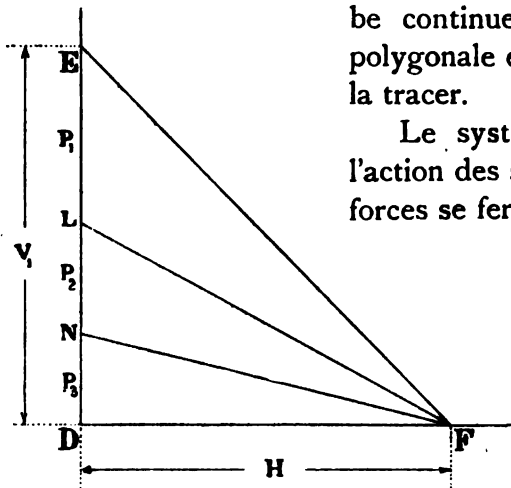
Ces 3 charges locales sont appliquées au centre de gravité des surfaces $\int p dx$

FIG. 23



qui les représentent, la substitution de ces charges locales à la charge continue ne change rien aux valeurs de H et V_1 , quant au fil AC il prend une forme polygonale au lieu de la forme courbe continue due à la charge continue ; cette forme polygonale est le funiculaire des six forces, nous allons la tracer.

FIG. 24



FE est parallèle à GAK.
 FL > GI.
 FN > IJ.
 FD > JH.

Le système articulé AC est en équilibre sous l'action des six forces $HV_1P_1P_2P_3H$; le polygone de ces forces se ferme, c'est celui $FDEDF$ (FIG. 24).

Nous partons du point A et, prenant le point F comme pôle, nous traçons le polygone funiculaire de ces six forces, c'est le polygone $AGIJC$, ce polygone présente les propriétés suivantes : 1° Son côté GAK (parallèle à FE) est tangent en A à la courbe funiculaire AC . 2° Son côté GI qui est parallèle à FL est tangent en Q à la même courbe, le côté IJ parallèle à NF est tangent en R ; enfin

le dernier côté JC parallèle à FD est tangent en C à la même courbe AC.

Le côté GAK est tangent en A à la courbe funiculaire, en effet ce côté représente la *direction* et la *position* de la résultante de toutes les forces qui agissent sur le système articulé depuis A jusque C, or, l'élément de courbe en A représente la *direction* et la *position* de la même résultante, donc il doit se confondre avec GAK, c'est-à-dire que ce côté est tangent à la courbe en A.

Même démonstration pour GI tangent en Q : en effet GI représente en position et direction la résultante de toutes les forces qui agissent de Q à C ; or l'élément de courbe en Q représente aussi la même résultante en position et direction, donc cet élément de courbe se confond avec GI, donc GI est tangent à la courbe en Q. Et ainsi de suite pour IJ et JC.

Le polygone funiculaire AGIJC correspondant aux trois forces P, P, P, est donc un polygone enveloppe de la courbe funiculaire ; si on décompose le poids réparti sur la longueur l en un plus grand nombre de charges locales, le polygone en résultant serrera de plus près la courbe funiculaire et à la limite il se confondra avec elle.

Voilà donc comment graphiquement peut se déterminer la courbe funiculaire ; le mode de génération de cette courbe montre que la tangente en un point quelconque Q a pour valeur $\frac{LD}{DF}$ donc, abstraction faite du signe, nous avons en Q :

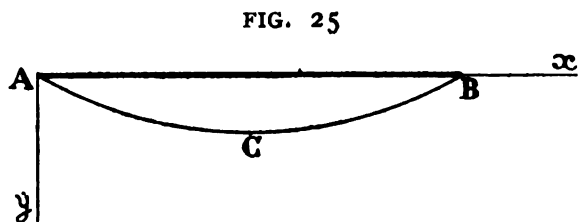
$$\frac{dy}{dx} = \frac{\int_a^c p dx}{H}$$

C'est l'équation différentielle de la courbe funiculaire ACB, la dérivant on a :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{p}{H}$$

qui est une autre équation différentielle de la même courbe, équation dans laquelle H est une constante et p une constante ou une variable fonction de x. Ces préliminaires posés nous pouvons passer à l'étude de l'élastique des pièces fléchies.

20. Soit (FIG. 25) AB une pièce droite reposant en A et B, supports libres ou supports avec encastrement partiel ou complet, cette pièce porte des charges quelconques agissant par flexion et de ce chef elle prend une inflexion ACB, en vertu de la raideur de la pièce cette inflexion est une courbe continue (l'élastique) qui, rap-



portée à deux axes rectangulaires dont l'un est parallèle à l'axe primitif de la barre (c'est-à-dire son axe avant flexion), a pour équation différentielle :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI} \text{ d'où } \frac{dy}{dx} = \frac{\int M dx}{EI}$$

équation exactement de même structure que celle de la courbe funiculaire dont question ci-dessus et qui par conséquent peut se construire graphiquement de la même façon.

L'Élastique est donc un genre de courbe funiculaire : si la pièce fléchie est à section constante on fera, pour le tracé de l'Élastique, jouer aux moments fléchissants M le rôle des p , et à EI le rôle de H ; si la pièce est à section variable on prendra pour les p les valeurs $\frac{M}{I}$ et pour H la valeur de E . Passons à des exemples.

§ 2. Élastique dans le cas d'Appui sans encastrement.

21. Charge uniforme. — Soit à tracer la courbe élastique d'une poutre à section constante de 20 mètr. de portée chargée uniformément à raison de mille kilogs par mètré courant (FIG. 26, Pl. III), appuis sans encastrement. Nous prenons le mètré comme unité de longueur, et nos tracés sont exécutés à raison de 5 millimètres par mètré. Le moment d'inertie de la poutre est : $I = 0,004$ d'où

$$EI = 20.000.000.000 \times 0,004 = 8 \times 10^7 = H$$

Le maximum des moments fléchissants est : $\frac{1000 \times 20^2}{8} = 50.000$ kilogrammètr. ; nous traçons la parabole des moments à l'échelle de 1 millimètre pour mille kilogrammètres (FIG. 27) ; la surface comprise entre cette parabole et l'horizontale AB représente la surface des p (FIG. 23) dans l'étude ci-avant de la courbe funiculaire, cette surface est $\int M dx$ tout comme dans le cas de la courbe funiculaire proprement dite était $\int p dx$; nous subdivisons cette surface continue en dix surfaces trapézoïdales partielles de 2 mètres de largeur uniforme (FIG. 27), la valeur de chacune de ces surfaces est donnée ci-dessous :

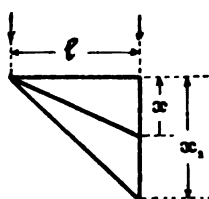
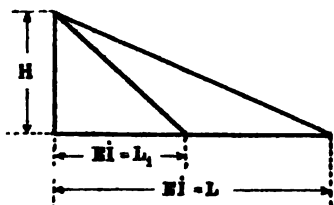
9400 × 2mèt. =	18800	}	Total 331.600
25400 × 2	= 50800		
37000 × 2	= 74000		
45000 × 2	= 90000		
49000 × 2	= 98000		

Ces surfaces partielles représentent les charges locales qui dans notre théorie ci-avant (n° 19) rempachaient la charge continue.

Ces surfaces sont donc des *poids fictifs* appliqués au centre de gravité de cha-

que trapèze, la position de ce centre de gravité se détermine par un tracé spécial très simple, et en définitive la courbe élastique est la courbure funiculaire d'un fil fixé en A et B (FIG. 28), maintenu en ces points par deux forces horizontales $EI = 80.000.000$ et portant intermédiairement la série de charges locales trouvées ci-dessus et que nous indiquons sur la FIG. 28, ces charges donnent aux points A et B une réaction verticale égale à 331.600.

Nous traçons FIG. 29 le polygone des forces de la FIG. 28 : pour cela nous devons tout d'abord *choisir une échelle*, nous remarquons que les quantités $EI = 80.000.000$ et les charges verticales fictives sont exprimées en fonction d'unités de même nature, c'est-à-dire sont des quantités de mêmes dimensions, donc doivent être tracées à la même échelle : en effet E exprime des kilogs par unité de surface donc des kilogs divisés par une longueur au carré, I est fonction d'une longueur à la 4^e puissance, donc EI exprime des kilogs multipliés par une longueur au carré ; d'autre part les *charges fictives* sont des moments multipliés par une longueur, or un moment est une force en kilogs multipliés par une longueur, donc les *charges fictives* sont des kgs multipliés par une longueur au carré et par conséquent elles sont de mêmes dimensions que EI ; nous exprimerons les *charges fictives* à l'échelle de un millimètre pour 3000 unités, ce qui dans le polygone des forces (FIG. 29) nous donne pour la réaction verticale 331.600 la valeur 110.5 millimètres ; quant à la réaction horizontale EI elle doit être représentée par $80.000.000 : 3.000 = 26667$ m.m., et le polygone funiculaire tracé sur la FIG. 28 où l'échelle des longueurs est $\frac{1}{200}$ donnera les flèches de la poutre à la même échelle, c'est-à-dire absolument imperceptibles, nous nous butons donc ici à une double impossibilité : d'abord porter sur notre tracé la longueur 26667 millimètres pour représenter EI, en outre mesurer des flèches à l'échelle de $\frac{1}{200}$; on tourne ces impossibilités en remarquant que si l'échelle des réactions horizontales EI est prise n fois celle des charges verticales, le tracé de la FIG. 28 donnera des dimensions verticales qui seront relativement n fois plus grandes que celles horizontales (1), c'est-à-dire que les flèches seront données à l'échelle $\frac{n}{200}$, si donc on prend $n = 200$, c'est-à-dire si sur le polygone des forces de la



$$\left. \begin{array}{l} (1) \ x_1 : l = H : L_r \\ \quad \quad \quad x : l = H : L \end{array} \right\} \text{ d'où } x_1 = x \frac{L}{L_r}$$

et si l'échelle des EI a été prise n fois plus grande on a : $\frac{L}{L_r} = n$ d'où $x_1 = nx$

C. Q. F. D.

FIG. 29 la réaction horizontale est tracée à l'échelle de un millimètre pour $200 \times 3000 = 600.000$ unités, le polygone funiculaire de la FIG. 28 donnera les flèches en vraie grandeur ; effectuons ce tracé : $EI = 80.000.000 : (200 \times 3000) = 133.3$ m.m., c'est là une longueur très aisée à porter sur le dessin, elle détermine le point O de la FIG. 29, prenant ce point pour pôle nous traçons sur la FIG. 28 le polygone funiculaire correspondant et nous obtenons ainsi la courbe ACB dont les ordonnées donnent en vraie grandeur les inflexions prises en chaque point de la poutre que nous étudions, nous trouvons pour la flèche maximum au milieu de la poutre la valeur 26 millimètres, calculant cette flèche directement par la formule connue nous trouvons également 26 millimètres :

$$\frac{5pl^4}{384 EI} = \frac{5 \times 1000 \times 20^4}{384 \times 80.000.000} = 0 \text{ mètr. } 026.$$

Voilà une vérification.

22. Si le moment d'inertie est variable, les tracés ci-dessus se feront d'une façon absolument semblable sauf qu'au lieu de prendre comme charges fictives verticales les $\int M dx$ on prendra $\int \frac{M}{I} dx$, et la réaction fictive horizontale, celle qui détermine la distance polaire, sera tout simplement E.

23. **Charge locale.** — Prenons un autre exemple.

Soit à tracer la courbe élastique d'une poutre à section constante de 20 mètres de portée chargée localement, ainsi que l'indique la FIG. 30, d'un poids de 12000 kgmes, nous faisons abstraction du poids propre de la poutre.

$$I = 0,004$$

$$EI = 80.000.000$$

Nous traçons (FIG. 31) le diagramme des moments fléchissants.

Les échelles sont : 5 millimètres par mètre et 1 millimètre pour 1000 kilogrammètres. Nous subdivisons la surface du diagramme en dix surfaces trapézoïdales partielles de 2 mètres de largeur uniforme, la valeur de ces surfaces est :

$$\begin{aligned} 3600 \times 2 &= 7200 \\ 11000 \times 2 &= 22000 \\ 18000 \times 2 &= 36000 \\ 25200 \times 2 &= 50400 \\ 32500 \times 2 &= 65000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 39800 \times 2 &= 79600 \\ 46800 \times 2 &= 93600 \\ 42000 \times 2 &= 84000 \\ 25200 \times 2 &= 50400 \\ 8400 \times 2 &= 16800 \end{aligned}$$

Ce sont les charges locales fictives dont le point d'application est au centre de

gravité de chaque trapèze, nous les figurons en vraie position sur la poutre de la FIG. 32 ; ces charges donnent en A une réaction verticale de 218,000 et en B de 287,000 ; la réaction horizontale est 80.000.000.

Nous construisons (FIG. 33) le polygone des forces en prenant pour échelle des charges verticales 1 millimètre pour 3000 et pour la réaction horizontale 1 millimètre pour $200 \times 3000 = 600.000$.

Le pôle est en O, la distance polaire est $\frac{80,000,000}{600,000} = 133,3$ millim.

Le polygone funiculaire tracé sur la FIG. 32 nous donne les flèches en vraie grandeur, il nous indique que la flèche au point d'application de la charge de 12000 kgmes est de 17,7 millimètres, celle maximum est de 20,1 millimètres et se produit à 11 mètres de l'appui ; si on applique les formules connues on trouve identiquement les mêmes résultats.

* *

24. Il est à remarquer qu'il y a en chaque point une relation entre la tangente à la courbe élastique et le moment fléchissant qui agit sur la poutre en ce point, soit, par exemple, le point G de la poutre AB (FIG. 31 et 32), la tangente à l'élastique en ce point est G_1A_1 , qui est le prolongement du côté n° 5, cette tangente est coupée en K par le côté n° 1, c'est-à-dire la tangente en A à l'extrémité de l'élastique, le point K est sur la verticale du centre de gravité de la surface de charge GG_1A_1 qui a pour valeur la ligne NN_1 de la FIG. 33 ; les triangles AA_1K_1 et NN_1O_1 sont semblables, on a donc :

$$(1) \quad \frac{AA_1}{KK_1} = \frac{NN_1}{OO_1}$$

la quantité NN_1 est une fonction connue du moment fléchissant $M = GG_1$ qui agit en G, et l'équation ci-dessus permet donc de déterminer M ; dans le cas des FIG. 30 et 31 on a : $KK_1 = \frac{2}{3}AG$ et vu les échelles employées on a :

$$NN_1 = \frac{M \times \frac{200 AG}{2 \times 1000}}{3000} = \frac{M \times AG}{30000}$$

substituant dans l'équation (1) on a :

$$\frac{3 AA_1}{2 AG} = \frac{M \times AG}{30000 OO_1} \quad \text{d'où} \quad M = \frac{90000 AA_1 \times OO_1}{2 AG^2}$$

remplaçant AA_1 , OO_1 et AG par leurs valeurs en millimètres relevées sur les FIG. 32 et 33, on a : $M = \frac{90000 \times 7,5 \times 133,3}{2 \times 40 \times 40} = 28130$ kilogrammètres ce qui est précisément la valeur du moment en G.

* *

24^{bis}. Une poutre continue se compose de travées chargées uniformément, ou localement, ou non chargées ; nous allons étudier ces divers cas séparément.

§ 3. Tracé de l'élastique d'une poutre sur appuis encastrés.

25. Dans ce qui précède nous avons toujours supposé que l'appui de nos poutres était un appui simple, nous allons étudier le cas où cet appui serait accompagné d'un encastrement complet ou partiel, et nous entrons ainsi dans l'étude des poutres continues dont précisément l'effet est de créer pour chacune des travées, un certain encastrement à chaque extrémité.

Charge uniforme. — Soit donc AB (FIG. 34) une poutre à section constante de $l = 20$ mètres de portée, chargée de 1000 kgmes par mètr. courant et en outre sollicitée en A par un moment d'encastrement $M_a = 30000$ kilogrammètres dirigé en sens inverse des aiguilles d'une montre, et en B par un moment $M_b = 12000$ kilogrammètres dirigé dans le sens des aiguilles d'une montre.

Les moments fléchissants produits par la charge sont représentés par les ordonnées de la courbe parabolique ACB, ceux dus au moment d'encastrement M_a sont représentés par les ordonnées du triangle AA₁B et ceux dus au moment d'encastrement M_b sont représentés par les ordonnées comprises dans le triangle BB₁A₁ (FIG. 35). Le moment fléchissant M_x en un point quelconque, à la distance x de l'appui a pour valeur

$$M_x = y_1 - (y_2 + y_3)$$

en définitive la courbe des moments fléchissants est la parabole A₁C₁B₁ obtenue en défalquant des ordonnées ACB celles du trapèze AA₁B₁B ; pour la démonstration, voir ci-avant le n° 5.

Le tracé de l'élastique de la poutre dont nous venons de préciser l'état de sollicitation se ferait exactement comme indiqué précédemment sauf à tenir compte que les charges fictives $[\int M dx]$ sont les unes dirigées vers le bas, les autres vers le haut, ainsi que l'indiquent les trois surfaces AA₁A₂, A₁C₁B₂ et BB₁B₂ du diagramme A₁C₁B₁.

Pour l'étude des poutres continues et la détermination des M sur les appuis il importe peu d'avoir le tracé de l'élastique même, ce qu'il importe, c'est d'avoir l'inclinaison de ses deux tangentes d'extrémité en A et B, c'est à cela que nous allons limiter notre recherche, car nous pourrions ensuite établir (par une marche analogue à celle suivie dans le n° précédent) une relation entre ces inclinaisons et les moments fléchissants en A et B.

La charge totale fictive continue représentée par la surface comprise entre AB et A₁C₁B₁ peut être remplacée par trois composantes locales qui sont celles :

$$P_1 = \text{surf. } ACB = \frac{2}{3} M_{\max} \times l = \frac{2}{3} \times 50000 \times 20 = +666\,666$$

$$P_2 = \text{surf. } AA_1B = M_a \times \frac{1}{2} l = 30000 \times \frac{1}{2} \times 20 = -300\,000$$

$$P_3 = \text{surf. } BB_1A_1 = M_b \times \frac{1}{2} l = 12000 \times \frac{1}{2} \times 20 = -120\,000$$

P_1 est dirigé vers le bas et est appliqué au milieu de la portée l .

P_2 est dirigé vers le haut et est appliqué au centre de gravité du triangle AA_1B , donc au tiers de AB à partir de A .

P_3 est dirigé vers le haut et est appliqué au tiers de AB à partir de B .

Tout d'abord nous devons déterminer les deux réactions verticales fictives P_a et P_b , provoquées en A et B par ces trois forces (FIG. 35) ; cette détermination peut se faire par un procédé quelconque, par ex., par la statique ; on obtient :

$$P_a = \frac{1}{2} P_1 - \left(\frac{2}{3} P_2 + \frac{1}{3} P_3 \right) = -93333 \text{ dirigé vers le haut}$$

$$P_b = \frac{1}{2} P_1 - \left(\frac{1}{3} P_2 + \frac{2}{3} P_3 \right) = -153333 \text{ dirigé vers le haut.}$$

La poutre que nous étudions est donc sollicitée comme indiqué par la FIG. 36.

La réaction horizontale EI est constante mais inconnue, pour l'étude actuelle nous verrons qu'il est inutile de la déterminer.

Nous construisons (FIG. 37) un polygone des forces analogue à celui de la FIG. 33, nous prenons pour la distance polaire (déterminée par la valeur de EI) une distance quelconque O,O sur l'horizontale et ainsi nous avons le pôle O .

Le polygone funiculaire tracé sur la FIG. 36 nous donne par les premiers et derniers côtés du funiculaire l'inclinaison des tangentes en A et B , ou plutôt nous donne une valeur proportionnelle à la véritable inclinaison, car nous avons pris EI quelconque (1).

Les droites AD et BF sont les tangentes en A et B à l'élastique parce que ce sont en position et direction les résultantes de toutes les forces fictives appliquées sur l'ensemble de la poutre AB ; nous avons à étudier les propriétés de ces tangentes ; et pour cela d'abord quelques définitions.



26. Définitions. — Donnons tout d'abord quelques définitions :

Les verticales de P_2 et P_3 qui sont des lignes passant au tiers de la longueur AB de la poutre se nomment *trisectrices*.

La surface ACB (FIG. 35) qui mesure P_1 se nomme *surface de charge*. La

(1) Voir la note du n° 21 ci-avant.

verticale de P_1 (qui, dans le cas particulier de la surcharge uniforme complète, passe par le milieu de la poutre) se nomme la *verticale de la surface de charge*.

Les lignes DG et FG (FIG. 36) qui se croisent sur la verticale de la surface de charge se nomment *lignes croisées*.

••

27. Échelles des tracées. — Nous venons de voir comment, connaissant les moments d'encastrement de la poutre et la charge qu'elle porte, on peut pour une valeur donnée EI tracer les tangentes sur les appuis ; le problème inverse est à résoudre : connaissant les tangentes sur les appuis, déterminer la valeur des moments d'encastrement.

Nous connaissons donc les deux directions AD et BF de la FIG. 36 ainsi que la valeur de la surface de charge P_1 et naturellement celle de EI, il y a à déterminer M_a et M_b .

Nous remarquons que si à partir du pôle O de la FIG. 37 nous menons sur la distance polaire OO_1 , une longueur égale à $\frac{l}{6}$ et si nous tirons une verticale HH_1 , limitée aux deux rayons qui aboutissent aux extrémités de P_1 , cette verticale sera précisément égale aux longueurs DD_1 ou FF_1 , (FIG. 36) que les lignes croisées interceptent sur les trisectrices, la longueur HH_1 , dépend uniquement de P_1 et de EI, c'est-à-dire qu'elle est la même quelle que soit la position relative que dans notre tracé nous donnons à ces deux quantités, donc sans connaître ni M_a ni M_b nous pouvons déterminer la valeur HH_1 , et la portant sur la FIG. 36 à partir de D en DD_1 et de F en FF_1 , nous avons le tracé exact des lignes croisées et par conséquent le tracé complet du polygone funiculaire ADGFB, et ayant ce tracé nous pouvons déterminer les valeurs de M_a et M_b : pour cela prolongeons les lignes croisées jusqu'aux verticales des appuis en D_2 et F_2 , les triangles DAD_2 et OLJ sont semblables, d'où

$$(1) \quad \frac{LJ}{OO_1} = \frac{AD_2}{KA}$$

LJ représente P_1 ou la surface AA_1B (FIG. 35), c'est un nombre M_a de kilogrammètres multiplié par $\frac{1}{2}l$ exprimé en mètres, le produit est figuré de L en J à raison de 1 millimètre pour m unités, donc :

$$\frac{\frac{1}{2}lM_a}{m} = LJ \text{ millimètres,}$$

OO_1 représente la valeur de EI, représentation qui est faite en prenant un millimètre pour m_1 unités (en réalité m_1 devrait être égal à m , mais il peut être différent, voir le n° 21),

$$\frac{EI}{m_1} = OO_1 \text{ millimètres.}$$

L'échelle des longueurs est n , c'est-à-dire que 1 millimètre pris sur le dessin représente n millimètres de la réalité, donc $KA^m/m \times n = \frac{1}{3}l \text{ mèt.} \times 1000$.

$$\text{Nous avons : } \frac{LJ}{OO_1} = \frac{\frac{1}{2m}lM_a}{\frac{EI}{m_1}} = \frac{m_1}{2m} \times \frac{lM_a}{EI} = \frac{AD_2}{KA} \quad \text{d'où} \quad M_a = \frac{2mEI}{m_1 l} \times \frac{AD_2}{KA}.$$

Le rapport $\frac{AD_2}{KA}$ est connu, on en prend la valeur sur le tracé de la FIG. 36, donc M_a est complètement déterminé.

Comme KA est une quantité constante (c'est le tiers de AB) on voit que le moment fléchissant M_a sur l'appui est proportionnel au segment AD_2 déterminé par la ligne croisée sur la verticale de ce même appui.

La valeur de KA exprimée en millimètres est : $KA = 1000 \frac{l}{3n}$, la valeur de l est en mètres, substituant dans l'expression de M_a on a :

$$M_a = \frac{6mnEI}{1000m_1 l^2} \times AD_2 = \frac{6mn}{1000l^2} \times \frac{EI}{m_1} \times AD_2.$$

c'est-à-dire que AD_2 représente la valeur de M_a en prenant pour échelle 1 millimètre pour $\frac{6mnEI}{1000m_1 l^2}$ kilogrammètres, et BF_2 représente la valeur de M_b à la même échelle ; on voit que M_a est indépendant de EI puisque le dénominateur m_1 est quelconque.

Voilà la propriété des tangentes combinées avec les lignes croisées : elles déterminent sur la verticale des appuis des segments AD_2 et BF_2 qui représentent à une échelle connue les moments d'encastrement sur ces appuis.

Ainsi, pour les FIG. 36 et 37, on a : $m = 10000 \quad n = 200$

OO_1 , qui représente la valeur 80,000,000 de EI , a une longueur de 64 millimètres d'où $m_1 = 80,000,000 : 64 = 1,250,000$.

$$\text{Nous avons donc : } \frac{6mn}{1000l^2} \times \frac{EI}{m_1} = \frac{6 \times 10000 \times 200}{1000 \times 20^2} \times 64 = 1920$$

c'est-à-dire que chaque millimètre de AD_2 et BF_2 représente 1920 kilogrammètres, voilà donc les valeurs de M_a et M_b qui sont déterminées.

Si la valeur de $\frac{EI}{m_1}$ était représentée par 128 on obtiendrait $1920 \times 2 = 3840$; mais aussi les grandeurs AD_2 et BF_2 seraient moitié moindres ; donc le résultat est indépendant de la grandeur de EI .



28. — On remarquera qu'en vertu de l'équation (1) ci-dessus, le produit

$$OO_1 \times AD_2 = LJ \times KA$$

est en réalité indépendant de I puisque LJ × KA en est indépendant, or :

$$OO_1 \times AD_2 = \frac{EI}{m_1} \times AD_2,$$

donc les valeurs de M_a et M_b dont les expressions sont données ci-dessus sont aussi indépendantes de la valeur du moment d'inertie constant I, c'est-à-dire indépendantes de la section de la poutre, en d'autres termes indépendantes de la distance polaire O_1O que l'on prend pour exécuter les tracés ; cela découle encore de cette considération que l'échelle m_1 des valeurs de EI peut être prise quelconque, donc la distance O_1O qui représente $\frac{EI}{m_1}$ peut être prise quelconque sans modifier les valeurs de M_a et M_b , désignant cette distance par δ exprimé en millimètres, nous avons : $M_a = \frac{6mnd}{1000l_2} \times AD_2$. Puisque δ est quelconque nous pouvons le prendre égal à la longueur AB des FIG. 35 et 36, $\delta = AB = \frac{1000l}{n}$; les expressions de M_a et M_b deviennent :

$$M_a = \frac{6m}{l} \times AD_2, \quad M_b = \frac{6m}{l} \times BF_2,$$

c'est-à-dire que chaque millimètre de AD_2 et BF_2 représente $\frac{6m}{l}$ kilogrammètres, l étant bien entendu exprimé en mètres.

Si on prend $\delta = \frac{AB}{2}$ alors $M_a = \frac{3m}{l} \times AD_2$, chaque millimètre de AD_2 représente $\frac{3m}{l}$ kilogrammètres ; or, en ce qui concerne les moments d'encastrement M_a ou M_b , le chiffre m représente précisément un nombre de kilogrammètres n , multiplié par $\frac{l}{2}$, d'où $\frac{3m}{l} = \frac{3n \cdot \frac{l}{2}}{l} = \frac{3}{2} n$, donc chaque millimètre de AD_2 représente $\frac{3}{2} n$, kilogrammètres.

Si le moment maximum $FC = M$ (FIG. 35) de la charge uniforme est tracé à la même échelle, il aura une longueur : $FC = \frac{M}{\frac{3}{2}n_1} = M \times \frac{2}{3n_1}$ millimètres, d'autre part la ligne JK (FIG. 37) qui sur le polygone des forces représente la surface de charge ACB de la FIG. 35 a pour valeur $JK = \frac{M \times \frac{2}{3}l}{m} = \frac{M \times \frac{2}{3}l}{n_1 \times \frac{l}{2}} = M \times \frac{4}{3n_1}$ milli-

mètres d'où il résulte qu'avec la distance polaire $\delta = \frac{AB}{2}$ que nous avons prise, la ligne JK est précisément le double de FC, d'où la règle : dans le cas d'une poutre continue chargée uniformément sur toute la longueur de la travée considérée, si on prend comme distance polaire la demi-longueur de cette travée et comme valeur de la surface de charge le double de la flèche M de la parabole de cette surface, les segments AD₁ et BF₂ que l'on obtiendra représenteront les moments d'encastrement à la même échelle que celle employée pour tracer la parabole de la surface de charge et notamment sa flèche FC qui est le moment maximum M; nous verrons plus loin une application de cette règle.



29. — Prenons un exemple. Supposons que dans le cas de la FIG. 34 les encastrements d'extrémité soient complets et recherchons leur valeur : les tangentes d'extrémités sont horizontales, elles ont la direction AB et viennent couper les trisectrices aux points K (FIG. 38), à partir de ces points nous portons en KK₁ la longueur HH₁ de la FIG. 37, d'où les lignes croisées et comme conséquence les segments AD₁, ces segments ont une longueur de 17.5 millimètres, nous avons trouvé ci-dessus au n° 27 que chaque millimètre représente 1920 kilogrammètres, nous avons donc : M₁ = M₂ = 17,5 × 1920 = 33600 kilogrammètres; la valeur exacte calculée par la formule est : $\frac{pl^2}{12} = \frac{1000 \times 20^2}{12} = 33333$ kilogrammètres.



30. Charge locale. — Nous allons examiner le cas d'une charge locale, soit FIG. 40, Pl. VI une poutre de 20 mètres de portée portant à 6 mètres de l'appui B une charge locale de 12000 kilogrammes.

Les appuis sont à encastrement partiel, on a en A, M₁ = 30000 kilogrammètres dirigé en sens inverse des aiguilles d'une montre et en B, M₂ = 12000 kilogrammètres dirigé dans le sens des aiguilles d'une montre. La poutre est à section constante, nous négligeons son poids.

La surface de charge est le triangle ACB de la FIG. 41, elle a pour valeur :

P₁ = 50400 × 10 mètr. = + 504000. Cette charge fictive est appliquée au centre de gravité du triangle. La surface de l'encastrement en A est le triangle AA₁B qui a pour valeur : P₁ = 30000 × $\frac{20}{2}$ = — 300000, charge appliquée au tiers de AB

à partir de A. La surface de l'encastrement en B est : P₂ = 12000 × $\frac{20}{2}$ = — 120000, charge appliquée au tiers de AB à partir de B.

Les réactions verticales en A et B sont :

$$P_a = + 22500 \text{ dirigé vers le bas ; } \quad P_b = - 106500 \text{ dirigé vers le haut.}$$

Les charges fictives portées par la poutre sont donc celles données par la FIG. 42. Nous construisons le polygone des forces FIG. 43, nous prenons une distance polaire O_1O quelconque, nous construisons sur la FIG. 42 le polygone funiculaire correspondant, ce qui donne l'inclinaison des tangentes sur les appuis ; ces côtés 1 et 4 sont tangents à l'élastique, celle-ci étant tracée à une certaine échelle.

Voyons maintenant comment, connaissant l'inclinaison de ces tangentes, on peut en déduire la valeur des moments d'encastrement.

Nous connaissons les deux directions AD et BF de la FIG. 42, ainsi que la valeur, le point d'application et la direction de la charge fictive P_1 , pour de ces données tirer les valeurs de M_a et M_b , nous devons tout d'abord attirer l'attention sur une propriété du polygone funiculaire et du polygone des forces : si sur la distance polaire OO_1 (FIG. 43) nous menons à partir du pôle O une distance égale à celle qui sur la FIG. 42 sépare la verticale P_1 des trisectrices, et tirons des verticales, nous avons que les parties HH_1 et hh_1 , délimitées sur ces verticales par les rayons polaires aboutissant aux extrémités de P_1 sont précisément égales aux segments DD_1 et FF_1 (FIG. 42) que les lignes croisées déterminent sur les trisectrices ; d'autre part il est à remarquer que les valeurs HH_1 et hh_1 , sont les mêmes quel que soit le point P_1 , d'où la distance polaire O_1O est menée.

Connaissant cette propriété, et ayant les directions AD et BF (FIG. 42) nous pouvons tracer le polygone funiculaire ADGFB au complet, et en déduire les valeurs de M_a et M_b , ainsi que ci-avant nous l'avons fait dans le cas de la surcharge uniforme ; en effet prolongeons sur la FIG. 42 les lignes croisées jusqu'aux verticales des appuis en D_2 et F_2 , les triangles OLJ et DAD_2 sont semblables, d'où :

$$\frac{LJ}{OO_1} = \frac{AD_2}{KA}$$

ainsi que nous l'avons expliqué précédemment dans le cas de la charge uniforme, nous avons donc :

$$\frac{LJ}{OO_1} = \frac{\frac{1}{2m}lM_a}{\frac{EI}{m_1}} = \frac{m_1 l M_a}{2mEI} = \frac{AD_2}{KA} \quad \text{d'où} \quad M_a = \frac{2mEI}{m_1 l} \times \frac{AD_2}{KA} \quad KA = \frac{1000l}{3n}$$

substituant dans M_a on a : $M_a = \frac{6mnEI}{1000l^2 m_1} \times AD_2$; AD_2 est donc la valeur de M_a

exprimée à l'échelle de 1 millimètre pour $\frac{6mnEI}{1000l^2m_1}$ kgmètres; on a de même:

$$M_b = \frac{6mnEI}{1000l^2m_1} \times BF_2$$

On remarque que la valeur de $\frac{EI}{m_1}$ est quelconque, ce qui prouve que la distance polaire OO_1 est ad libitum, en d'autres termes les valeurs de M_a et M_b sont indépendantes de I (dans le cas d'une poutre à section constante), l'expression M_a peut donc être mise sous la forme: $M_a = \frac{6mn\delta}{1000l_2} \times AD_2$ dans laquelle δ qui représente $\frac{EI}{m_1}$ est un nombre quelconque de millim.

Désignant par M le moment maximum FC du diagramme ACB (FIG. 41), on a que la surface de charge a pour valeur $\left[M \frac{l}{2} \right]$ et sa représentation JK sur le polygone des forces, FIG. 43, a une longueur de: $JK = \frac{Ml}{2m}$ millimètres; prenant pour distance polaire: $\delta = OO_1 = \frac{AB}{3} = \frac{1000l}{3n}$ on a que chaque millimètre de AD_2 représente $\frac{6mn}{1000l^2} \times \frac{1000l}{3n} = \frac{2m}{l}$ kilogrammètres.

Or, en ce qui concerne les moments d'encastements dont la surface est représentée par un triangle AA_1B ou BB_1A_1 de hauteur l , le chiffre m de l'échelle peut être représenté par n_1 kilogrammètres à l'encastrement multipliés par $\frac{l}{2}$, $m = n_1 \frac{l}{2}$, d'où nous tirons: $\frac{2m}{l} = \frac{2n_1 l}{l} = n_1$, c'est-à-dire qu'avec cette distance polaire le segment AD_2 de la FIG. 42 est égal au segment LJ de la FIG. 43, en effet $LJ = \frac{1}{2} \frac{M_a l}{m} = \frac{M_a}{n_1}$, d'où $M_a = LJ \times n_1$, tout comme $M_a = AD_2 \times n_1$; or si le diagramme de la FIG. 41 est tracé en prenant n_1 comme échelle des moments, l'ordonnée FC a pour valeur: $FC = \frac{M}{n_1}$ millimètres; d'autre part la longueur JK de la FIG. 20 devient: $JK = \frac{Ml}{2m} = \frac{M}{n_1}$ c'est-à-dire que cette longueur JK est précisément égale à l'ordonnée maximum du diagramme des moments, de là nous déduisons la règle: si, dans le cas d'une poutre continue à section constante chargée localement, on prend comme distance polaire le tiers de la longueur de cette travée et comme valeur de la ligne représentative de la surface de charge la

longueur de l'ordonnée maximum du diagramme de la charge locale, les segments AD_2 et BF_2 que l'on obtiendra représenteront les moments d'encastrement à la même échelle que celle employée pour tracer le diagramme des moments fléchissants.

31. Comme petite application chiffrée des tracés précédents, supposons que dans le cas de la FIG. 40 les encastresments d'extrémité soient complets et recherchons leur valeur : les encastresments complets donnent pour les lignes AD et BF de la FIG. 42 une direction horizontale, nous connaissons P et le portons sur la FIG. 43 à l'échelle $m = 5000$, nous prenons $O_1O = 64$ millimètres, nous déterminons HH_1 et hh_1 , nous les portons sur la FIG. 45 et achevant le tracé funiculaire nous trouvons : $AD_2 = 16$ millimètres. — $BF_2 = 37\frac{1}{2}$ millimètres.

L'échelle des tracés est :

$$\frac{6mn}{1000l^2} \times \frac{EI}{m_1} = \frac{6 \times 5000 \times 200}{1000 \times 20^2} \times OO_1 = \frac{6 \times 5000 \times 200}{1000 \times 400} \times 64 = 960$$

donc : $M_a = 16 \times 960 = 15360$ kgmètres ; $M_b = 37,5 \times 960 = 36000$ kgmètres.

Le calcul par les formules donne : $M_a = 15120$ $M_b = 35280$

32. Efforts tranchants. — Connaissant les moments d'encastrement et la charge portée par la poutre, on peut aisément déterminer les efforts tranchants : représentons dans le cas de la FIG. 40 l'effort tranchant à droite de A par T'_a et supposons-le dirigé vers le haut ; l'équation des moments autour de B nous donne :

$$+ M_a - T'_a \times 20 + 12000 \times 6 - M_b = 0 \quad \text{d'où} \quad T'_a = +4500$$

l'équation des composantes verticales nous donne en supposant que l'effort tranchant T_b à gauche de B soit dirigé vers le haut :

$$+ 4500 - 12000 + T_b = 0 \quad \text{d'où} \quad T_b = 7500 \text{ kgs}$$

Connaissant ces valeurs pour les appuis, le tracé du diagramme des efforts tranchants sur toute la longueur de la poutre ne présente aucune difficulté, nous ne nous y arrêtons pas ici, voir ci-avant le n° 6.

Le tracé de la valeur des efforts tranchants peut se faire graphiquement en partant du diagramme $A_1C_1B_1$ de la poutre (FIG. 41) : nous portons (FIG. 44) une verticale représentant à une certaine échelle la charge 12000 kgs., des extrémités de cette verticale nous tirons deux parallèles à A_1C_1 et B_1C_1 , par le point d'inter-

section V de ces parallèles nous menons une horizontale qui, sur la verticale, détermine deux segments précisément égaux aux réactions des extrémités A et B de la poutre.

Un tracé analogue peut se faire dans le cas d'une charge uniforme (FIG. 35 Pl. V) : $A_1C_1B_1$ est le diagramme des moments fléchissants, prenant $F_1C_2 = 2F_1C_1$, on a que A_1C_2 et B_1C_2 sont les deux tangentes aux extrémités de la courbe qui limite le diagramme, nous tirons (FIG. 39) une verticale représentant la charge totale 20000 kgs portée par la poutre, des extrémités de cette verticale nous menons deux parallèles aux tangentes A_1C_2 et B_1C_2 , ces parallèles se coupent en V, de ce point d'intersection nous menons une horizontale laquelle détermine sur la verticale deux segments qui précisément sont égaux aux réactions des deux extrémités A et B de la poutre.

La justification de ces tracés est donnée Pl. I du Liv. I, T. II, où est établie la relation qui existe entre le tracé polaire des forces et le tracé funiculaire correspondant au diagramme des moments fléchissants ; en d'autres termes ces tracés dérivent de la relation $T = \frac{dM}{dx}$.



33. Aucune charge. — Examinons maintenant le cas d'une travée ne portant aucune charge mais soumise à ses extrémités A et B (FIG. 46, Pl. VII) à des moments de flexion provenant des charges agissant sur une ou plusieurs travées voisines : nous avons 30000 kilogrammètres en A et 12000 en B et ces moments ont le sens indiqué par les flèches ; les charges fictives appliquées au tiers ont les valeurs 300000 et 120000, les réactions fictives aux appuis sont

$$\text{en A : } 240000 \quad , \quad \text{en B : } 180000$$

ces charges et réactions ont le sens indiqué sur la FIG. 46.

Nous construisons le polygone des forces de la FIG. 47 et en déduisons le polygone funiculaire tracé sur la FIG. 46, polygone qui ici n'a plus que trois côtés ; les lignes croisées se confondent en une seule ligne DF ; réciproquement si nous connaissons les inclinaisons des tangentes en A et B, nous sommes à même de tracer le polygone funiculaire et d'en déduire les valeurs de M_a et M_b , nous avons en effet : $\frac{LJ}{OO_1} = \frac{AD_2}{KA}$ c'est-à-dire le même rapport que précédemment, d'où nous déduisons les mêmes valeurs pour M_a et M_b :

$$M_a = \frac{6 mn EI}{1000 l^3 m_1} \times AD_2 \quad , \quad M_b = \frac{6 mn EI}{1000 l^3 m_1} \times BF_2 \quad .$$



Si les moments d'extrémité ont le sens et la valeur indiqués sur la FIG. 48, le polygone funiculaire se présente comme sur cette figure.

Enfin s'ils ont le sens et la valeur de la FIG. 50, il prend une autre allure qui est celle indiquée sur cette même figure, le côté intermédiaire du polygone funiculaire coupe le tiers central de la poutre au point C et ce point est précisément celui où les moments sont nuls, c'est un point d'inflexion de la fibre neutre de la poutre, nous avons à le démontrer : nous savons que le côté milieu du polygone funiculaire étant prolongé détermine sur les verticales des appuis des segments AD_1 , BF_1 qui à une certaine échelle représentent les valeurs de M_a et M_b , de là il résulte que la droite D_1B est le diagramme des moments fléchissants provoqués sur AB par M_a , et F_1A est celui de M_b , les moments fléchissants réels en chaque point sont la différence des ordonnées de ces deux diagrammes, et cette différence est précisément représentée par les ordonnées de la droite D_1F_1 , donc le point C correspond à un moment nul.

Dans le cas de la FIG. 46 le point C est imaginaire, c'est-à-dire en dehors de la travée considérée.

§ 4. Propriétés géométriques des polygones funiculaires de deux travées successives non chargées d'une poutre continue.

34. Jusque maintenant nous n'avons considéré que le cas d'une travée isolée prise dans un ensemble de travées continues, nous allons examiner le cas de deux travées successives (FIG. 52, Pl. VIII). Ces travées ne portent aucune charge, elles subissent tout simplement à leurs extrémités l'effet des moments provoqués par les charges appliquées sur d'autres travées que nous ne faisons pas intervenir pour le moment. Les moments agissant sur la travée AB sont :

$$M_a = 42500 \text{ kgmètres}, \quad M_b = 37000 \text{ kgmètres}.$$

Ces moments agissent dans le sens indiqué sur la figure.

Sur la travée BC nous avons en B un moment $M_b = 37000$ qui agit comme figuré, et en C un moment M_c dont la valeur peut se déterminer au moyen des deux précédents, c'est le *théorème des trois moments* qui commence.

Nous pouvons tracer le polygone funiculaire ADFB (FIG. 53) de la travée AB, polygone déduit du polygone des forces, FIG. 54.

Ce polygone funiculaire nous donne la direction FBH de la tangente à l'origine de la travée BC, de plus nous avons le moment en B, moment qui nous donne une charge fictive de $37000 \times 6 = 222\ 000$ appliquée suivant la trisectrice de BC voisine de B, force qui d'après le sens des moments est dirigée vers le haut ; cette force fictive est de même signe que celle qui dans la travée BA provient de M_b , car ce moment est de même signe sur les deux travées.

Nous traçons, FIG. 55, le canevas du polygone des forces de la travée BC, nous prenons la même distance polaire O_1O que celle de la FIG. 54 ; le rayon 3 mené de O parallèlement à FBH détermine le point a sur la verticale des forces, nous menons à partir de a vers le haut une longueur $ab = 222000$, le rayon bO nous donne la direction du côté milieu HS du polygone funiculaire cherché et le troisième côté est SC, menant le rayon Od parallèle à SC on a bd comme valeur de la charge appliquée suivant la trisectrice voisine de C, à l'échelle on trouve :

$$bd = 5000 \times 151 \text{ milli.} = 755000 \quad \text{d'où on déduit : } M_c = \frac{75500}{6 \text{ mètres}} = 125833 \text{ kilgm.}$$

et comme M_c correspond à une charge fictive dirigée vers le bas son sens est celui des aiguilles d'une montre pour le tronçon à droite, et inverse pour celui à gauche. Voilà donc comment on détermine M_c .

Maintenant nous avons à rechercher les propriétés du tracé que nous venons d'exécuter, cela nous donnera une méthode plus expéditive que celle que nous venons d'indiquer pour trouver le côté intermédiaire HS du funiculaire de la 2^{de} travée, et par conséquent pour déterminer M_c .

35. 1^{re} Propriété. Antiverticale. — Nous remarquerons que DFHS (FIG. 53) est le funiculaire de deux forces verticales de même sens qui sont $\frac{1}{2} l_1 M_b$ appliquée en F et $\frac{1}{2} l_2 M_b$ appliqué en H, la résultante de ces deux forces passe par le point d'intersection G des côtés extérieurs DF et HS de ce funiculaire, menant la verticale GJ on a :

$$\frac{1}{2} l_1 M_b \times KJ = \frac{1}{2} l_2 M_b \times LJ$$

d'où :

$$\frac{KJ}{LJ} = \frac{\frac{1}{3} l_2}{\frac{1}{3} l_1}; \quad \frac{KJ}{KJ + LJ} = \frac{\frac{1}{3} l_2}{\frac{1}{3} l_1 + \frac{1}{3} l_2}$$

et comme $KJ + LJ = \frac{1}{3} l_1 + \frac{1}{3} l_2$ on a $KJ = \frac{1}{3} l_2$ et $LJ = \frac{1}{3} l_1$

Le point J et la verticale menée par J peuvent donc se tracer à priori, leur position dépend uniquement de la longueur des travées ; cette verticale JG dont la distance aux trisectrices voisines est l'inverse des distances de l'appui B se nomme l'*antiverticale* de cet appui.

L'antiverticale est donc connue à priori ainsi que son point G d'intersection

avec DN et comme le point H l'est aussi on a immédiatement la direction GHS du côté intermédiaire du funiculaire de la 2^{de} travée et par conséquent ce funiculaire est complètement déterminé et la valeur de M_c peut s'en déduire.

••

36. 2^{de} propriété. Points homologues. — Ce sont les propriétés des points appartenant aux lignes croisées. — Les points N et N_1 (FIG. 53) sont, comme nous l'avons vu, ceux où sur chaque travée (celles-ci n'étant pas chargées) les moments sont nuls ; d'autre part nous venons de voir que les moments sur la première travée déterminent ceux sur la seconde, on conçoit donc à priori que la *position du point N commande celle du point N_1* , et cela découle du fait que les côtés extérieurs du funiculaire DNFBHS se coupent en G sur l'antiverticale de l'appui B, nous avons en effet :

$$\frac{NJ}{NK} = \frac{JG}{KF} \quad \frac{N_1J}{N_1L} = \frac{JG}{LH} \quad \text{d'où} \quad \frac{N_1J}{N_1L} = \frac{NJ}{NK} \times \frac{KF}{LH}$$

$$\text{or } \frac{KF}{LH} = \frac{KB}{LB} = \frac{l_1}{l_2} \quad \text{d'où} \quad N_1J = \frac{NJ \times l_1}{NJ \times l_1 + NK \times l_2} (N_1J + N_1L) = \frac{NJ \times l_1 \times \frac{1}{3} l_1}{NJ \times l_1 + NK \times l_2}$$

équation qui montre que connaissant la position du point N on peut en déduire celle de N_1 , et cette équation est complètement indépendante de la valeur des moments qui agissent sur la travée AB, cette indépendance prouve que pour un même point N le point N_1 reste le même quelle que soit l'inclinaison du côté intermédiaire DF du funiculaire de la première travée, c'est-à-dire que si par N nous menons une droite quelconque D'F'G', si de F' nous menons F'BH' et si nous joignons G'H', cette droite coupera BC en N_1 (FIG. 53).

Le point N_1 déduit de N par la construction géométrique que nous venons d'exposer se nomme l'*homologue* de N, et la relation entre ces deux points résulte directement de ce que les lignes DF, FBH et HS des polygones funiculaires des deux travées voisines constituent le polygone funiculaire DFHS des deux charges fictives $\frac{1}{2} l_1 M_b$ et $\frac{1}{2} l_2 M_b$.

Les points N et N_1 se nomment quelquefois *points nuls*, parce que dans le cas de travées non chargées ce sont les points où les moments fléchissants sont nuls, le plus souvent cependant on les nomme *points fixes*, nous verrons ci-après au n° 40 pourquoi ; nous estimons que l'appellation la plus rationnelle est celle de *points homologues*.

En somme les points N et N_1 où les côtés qui précèdent et suivant les trisectrices voisines de B coupent la droite ABC sont homologues, c'est-à-dire que la position de l'un commande la position de l'autre.

37. La propriété que nous venons de démontrer pour le point N et qui permet de déduire de sa position celle de son homologue N₁ existe pour *n'importe quel point du plan*, cette propriété est d'ailleurs purement géométrique et ne découle nullement de ce que en N et N₁ les moments sont nuls ; soit (FIG. 56) deux travées AB et BC, nous menons en K et L les deux trisectrices voisines de l'appui B et en J l'antiverticale de B, d'un point quelconque T du plan nous menons deux sécantes, l'une TFG quelconque, l'autre TB passant par l'appui B, nous tirons FBH et HG, le point R est homologue de T, les triangles semblables nous donnent les rapports suivants :

$$\frac{TZ}{TW} = \frac{ZG}{WF} \text{ et } \frac{RZ}{RV} = \frac{ZG}{VH} \text{ d'où en divisant } \frac{RZ}{RV} = \frac{TZ}{TW} \times \frac{WF}{VH} \text{ mais } \frac{WF}{VH} = \frac{l_1}{l_2}$$

$$\text{d'où} \quad \frac{RZ}{RV} = \frac{TZ}{TW} \times \frac{l_1}{l_2} \qquad \frac{RZ}{RZ + RV} = \frac{TZ \times l_1}{TZ \times l_1 + TW \times l_2}$$

$$RZ = \frac{TZ \times l_1 \times ZV}{TZ \times l_1 + TW \times l_2}$$

Pour un même point T toutes les quantités du second membre de cette égalité sont constantes, donc le point R est fixe quelle que soit l'inclinaison de la sécante TFG, donc *si le point T appartient au côté DNF* (FIG. 53) *qui précède la trisectrice voisine de l'appui B ou est situé sur le prolongement de cette droite, le point R appartient nécessairement au côté du funiculaire qui suit la trisectrice voisine de B dans la seconde travée, car pour déterminer R je puis prendre comme sécante TFG* (FIG. 56) *la direction DNFG de la FIG. 53.*

L'expression de RZ ci-dessus montre que si le point T se déplace suivant une verticale TT₁, son homologue R se déplacera aussi suivant une verticale, ce qui revient à dire que le point R est sur la verticale passant par l'homologue de T₁.

Il est à remarquer que nous n'avons au cours de nos démonstrations pas fait appel à la circonstance que B est sur l'alignement AC des appuis, si B vient en B₁ sur la verticale de B, nous avons que l'homologue de T par rapport à B₁ vient en R₁ et ce point R₁ est sur la verticale de R, c'est-à-dire sur la verticale du point homologue de T₁.

§ 5. Trois travées dont une chargée.

38. Soient ABCD (FIG. 57, Pl. IX) trois travées continues faisant partie d'un ensemble de plusieurs autres ; les appuis sont de niveau et la section est uniforme.

La travée centrale BC porte une charge quelconque, les deux voisines ne portent aucune charge mais sont encastées partiellement en A et D du chef des autres travées.

La travée centrale a un polygone funiculaire BFGHC de quatre côtés, analogue par exemple à celui de la FIG. 36 ou de la FIG. 42.

Les travées AB et CD ont des polygones funiculaires composés de 3 côtés. Les polygones funiculaires de ces trois travées ont entre eux des relations analogues à celles trouvées ci-avant FIG. 52 à 56, savoir :

1° Le côté milieu MJ du funiculaire de la travée de gauche AB coupe le côté central gauche FG du funiculaire de BC sur l'antiverticale de l'appui B.

Il en est de même des côtés KL et GH.

2° Le point N du côté central de la travée AB a pour homologue le point N_1 , où la ligne croisée gauche FG du funiculaire de BC coupe la ligne des appuis.

De même le point N_2 du côté central du funiculaire de la dernière travée a pour homologue le point N_3 , appartenant au côté central droit de la travée BC.

Il est à remarquer que les points N_1 et N_3 de la travée BC ne sont pas des points où les moments sont nuls.

3° Tout point quelconque X appartenant à la direction de MJ a pour homologue un point X_1 de la direction de FG.

Tout point sur la verticale de X a pour homologue un point sur la verticale de X_1 . La même relation existe entre les points de KL et ceux de GH.

La démonstration de ces relations qui sont d'ordre purement géométrique se fait par les mêmes raisonnements que ceux suivis ci-avant au n° 37.

De ces propriétés il résulte que si nous connaissons les points N et N_2 des travées AB et DC et la charge portée par la travée BC nous pouvons tracer les funiculaires des trois travées, en effet : des points N et N_2 nous déduisons immédiatement la position des points N_1 et N_3 , il suffit de faire les tracés géométriques, d'autre part nous connaissons la position de la verticale passant par le centre de gravité de la surface de charge de BC et la valeur P_1 de cette surface, nous portons (FIG. 58) sur une verticale une longueur RS égale à P_1 et sur l'horizontale une longueur O_1O égale à EI, nous menons les deux rayons OS et OR, nous portons sur OO_1 deux distances égales à celles qui séparent P_1 de N_1 et N_3 et par les points ainsi déterminés nous tirons deux verticales qui s'arrêtent aux rayons OR et OS, nous avons ainsi deux longueurs 1 et 2 que nous portons en N_1 et N_3 vers le bas, ce qui nous donne en V et W deux points des lignes croisées et par conséquent celles-ci sont complètement déterminées, ce sont WGN_1 et VGN_3 et les polygones funiculaires des trois travées sont complètement déterminés, car les lignes croisées nous donnent les points F et H sur les trisectrices, donc les côtés FBJ et HCK, J et K appartiennent aux côtés milieux des funiculaires de AB et CD, mais les lignes croisées nous donnent encore les points F_1 et H_1 sur les antiverticales, points qui appartiennent à la direction des côtés milieux des funiculaires de AB et CD, ces côtés milieux sont donc F_1JM et H_1KL , et les côtés extrêmes sont par conséquent MA et LD ; les funiculaires étant déterminés nous avons

immédiatement les moments sur les appuis, en effet on a, en vertu des formules démontrées précédemment :

$$M_a = \frac{6mnEI}{1000l_1^2 m_1} \times AA_1 = \frac{6mn}{1000l_1^2} \times OO_1 \times AA_1,$$

$$M_b = \frac{6mnEI}{1000l_1^2 m_1} \times BB_1 = \frac{6mn}{1000l_1^2} \times OO_1 \times BB_1 = \frac{6mn}{1000l_1^2} \times OO_1 \times BB_1,$$

et ainsi de suite pour les autres travées en tenant compte, bien entendu, des différentes valeurs de leur portée l .

§ 6. Deux travées chargées

39. Soient (FIG. 59 Pl. IX) deux travées consécutives chargées faisant partie d'un ensemble. Nous connaissons P_1 et P_2 la valeur des surfaces de charge ainsi que la verticale de leur centre de gravité.

Les polygones funiculaires des deux travées ont entre eux des relations analogues à celles trouvées ci-avant, savoir :

1° Les côtés EF et HJ qui précèdent et suivent le côté commun FH correspondant à l'appui B se coupent en G sur l'antiverticale de l'appui B.

2° Le point N appartenant au côté EF a pour homologue le point N_1 appartenant au côté HJ.

3° Tout point L de la direction EF a pour homologue un point L_1 situé sur la direction de HJ. Tout point M situé sur la verticale de L a pour homologue un point M_1 sur la verticale de L_1 .

La démonstration de ces propriétés est toujours la même que celle déjà donnée.

§ 7. Poutre continue dont une travée est chargée

40. Nous pouvons maintenant aborder le problème dans sa généralité : soit un pont continu de six travées (FIG. 60 Pl. X), les appuis sont de niveau, la poutre est de section constante ; nous faisons provisoirement abstraction du poids mort du pont, nous allons étudier les effets de la seule surcharge ; tout d'abord nous traçons toutes les trisectrices et les antiverticales, car ce sont des lignes dont nous aurons constamment besoin ; nous supposons une surcharge quelconque sur la travée 3, toutes les autres ne portent rien ; nous connaissons la surface de charge P_3 de la travée 3 et la verticale de son centre de gravité, nous prenons (pour la facilité des tracés) le pôle O sur cette verticale, nous prenons sur l'horizontale partant de O une distance polaire OO_1 , quelconque (celle la mieux à notre convenance) représentant EI, et par O, nous menons une verticale RS qui à l'échelle

choisi représente P_1 , $\left[RS = \frac{P_1}{m}\right]$, nous menons les rayons OR et OS, nous avons ainsi le triangle des lignes croisées.

Il s'agit maintenant de déterminer les points que nous avons désignés par N_1 et N_3 sur la FIG. 57, ces points dérivent de leurs homologues des travées non chargées, homologues qui sont situés sur les lignes croisées des funiculaires des travées non chargées, or pour les travées extrêmes qui sur les appuis ont un moment nul, le côté milieu se confond avec le côté extérieur du funiculaire et par conséquent passe par l'appui, les points A et B de la FIG. 60 appartiennent donc au côté milieu (ligne croisée) des funiculaires des travées extrêmes, ce sont pour les travées extrêmes les points N dont il est question dans les démonstrations ci-avant ; connaissant le point A qui appartient à la ligne croisée de gauche de la 1^{re} travée nous en déduisons par la construction graphique de la FIG. 53 le point N de la travée 2, connaissant le N de la travée 2 nous en déduisons le N_1 de la travée 3, ce point N_1 appartient à la ligne croisée de gauche du funiculaire de cette travée.

Nous partons ensuite du point B et en déduisons les N des travées 5 et 4 et finalement le N_3 de la travée 3, ce point N_3 appartient à la ligne croisée de droite du funiculaire de cette travée.

Il est à remarquer que par le fait que A et B sont des points fixes tous les N qu'on en déduit sont aussi des points fixes, c'est-à-dire des points qui ne dépendent que de la longueur des travées, c'est pourquoi ainsi que ci-avant nous l'avons dit on les intitule fréquemment *Points fixes* (voir n° 36).

Nous connaissons donc les points N_1 et N_3 de la travée chargée, nous menons les verticales de ces points, les rayons OR et OS du triangle des lignes croisées (FIG. 61) découpent sur ces verticales des segments CD et FG, nous portons CD de N_1 en D_1 et FG de N_3 en G_1 , nous avons ainsi en N_1G_1 et N_3D_1 les lignes croisées en vraie position, c'est-à-dire que nous avons la portion HJK du funiculaire de la travée 3 ; ayant HJK on peut, appliquant les règles ci-avant, en déduire le funiculaire complet jusque A et jusque B.

Mais ce qu'il nous faut ce sont les moments sur les appuis, et le tracé nous les donne immédiatement, nous avons en effet :

$$\text{sur l'appui L} \quad M_L = \frac{6 m n}{1000 l_3^2} \times OO_1 \times LL_1$$

$$\text{sur l'appui V} \quad M_V = \frac{6 m n}{1000 l_3^2} \times OO_1 \times VV_1$$

m est l'échelle du tracé de P_1 .

n est l'échelle du tracé des longueurs des travées.

l_3 est la longueur de LV en mètres.

OO_1 , LL_1 et VV_1 sont des longueurs exprimées en millimètres.

M_L et M_V sont les moments en kilogrammètres.

Nous portons ces moments, à une certaine échelle sur la FIG. 62 de L en L_2 et de V en V_2 , joignant L_2 au point nul N (1) de la travée 2 nous avons L_2ND le diagramme des moments fléchissants sur cette travée, et DA sera celui sur la travée 1.

Donc ADL_2 est le diagramme des moments fléchissants provoqués sur les travées 1 et 2 par la charge de la travée 3 ; de même $BCFV_2$ est le diagramme des moments pour les travées 6, 5 et 4 ; quant à la travée 3 son diagramme s'obtiendra en combinant les ordonnées de L_2V_2 avec celles du diagramme de la charge sur cette travée supposée isolée. En définitive ADL_2ZV_2FCB est le diagramme des moments fléchissants pour l'ensemble de la poutre, et ces moments sont à la même échelle que celle de LL_2 et VV_2 . Voilà donc complètement connus les moments développés dans les six travées par la charge agissant sur la travée 3.

§ 8. Poutre continue, toutes les travées chargées.

41. Le cas d'une seule travée chargée que nous venons d'étudier constitue le problème général des poutres continues.

Pour une seconde travée chargée, on tracera un diagramme analogue à celui FIG. 62 et une simple addition algébrique donnera le diagramme dans le cas de deux travées chargées simultanément.

Et ainsi pour trois, pour quatre, pour un nombre quelconque de travées chargées, et enfin pour toutes les travées chargées.

On pourra aussi, en ne prenant dans la série des diagrammes FIG. 62 que les ordonnées de même signe, déterminer en chaque section le plus grand moment maximum (positif ou négatif) qui peut s'y produire et la répartition des charges pouvant le produire ; on aura ainsi l'enveloppe des plus grands moments sur toute la longueur de la poutre continue (voir Chap. I, n° 8).

Le cas de toutes les travées chargées n'est donc qu'un cas particulier de celui traité dans le § précédent, et de ce chef il est résolu, toutefois nous allons le traiter directement à titre d'exercice.

Soit donc (FIG. 63, Pl. XI) un pont de 4 travées continues, appuis de niveau, longueurs quelconques, section constante et charge quelconque sur chaque travée. Nous tirons les trisectrices et antiverticales. Nous déterminons les deux séries F de points fixes, celle correspondant au point de départ A et celle au point de départ E (2), nous tirons les verticales de ces points ; en fait une seule série suffit, celle correspondant au point A par ex.

(1) N est ici un point de moment nul parce qu'il est dans une travée non chargée et est un point de passage du côté milieu du funiculaire de cette travée.

(2) Ici les funiculaires de toutes les travées intermédiaires sont à 4 côtés, ceux des deux travées extrêmes

Nous connaissons pour chaque travée sa surface de charge de valeur P (voir nos 25 à 31) et la verticale de P , nous tirons ces verticales du haut en bas de la Pl. XI, elles coupent les travées aux points O (FIG. 64), à partir de ces points O nous portons suivant l'horizontale et pour chaque travée la distance polaire OO_1 , de valeur quelconque mais la même pour toutes, car les travées ont le même moment d'inertie I , sur notre tracé nous avons pris pour la distance polaire celle Oa distance de O à l'appui A sur la première travée ; aux points a ou O , ainsi déterminés nous menons des verticales et prenons sur ces verticales une longueur représentant à une certaine échelle m le P de la travée correspondante, cette longueur P est prise comme on veut sur la verticale (voir Chap. II, § 3) et on mène de O les rayons aux extrémités de P , nous obtenons ainsi (FIG. 64) pour les diverses travées les triangles de leurs lignes croisées (n° 27 et n° 30) que d'ailleurs il ne faut pas confondre avec les lignes croisées proprement dites.

La besogne étant ainsi préparée, nous pouvons maintenant procéder au tracé des polygones funiculaires des diverses travées.

Pour la 1^{re} travée le moment en A est nul, donc les deux côtés extérieurs du funiculaire de cette travée se confondent et le point A est sur la ligne croisée de gauche de ce premier funiculaire, portant à partir de A (FIG. 65) la verticale AA_1 , égale à l'intersection correspondante aa_1 , trouvée, FIG. 64, sur le triangle des lignes croisées, nous savons que A_1 appartient à la direction de la ligne croisée de droite du premier funiculaire (voir n° 30), c'est-à-dire au côté n° 2 ; le point homologue de A_1 , par rapport à B est sur la verticale du point homologue de A (voir n° 37), or, l'homologue de A est F_2 (FIG. 63), l'intersection de la verticale de F_2 et de la droite A_1B nous donne H qui est l'homologue de A , et comme A_1 appartient à la ligne croisée de droite du funiculaire de la 1^{re} travée son homologue H appartient à la ligne croisée de gauche du funiculaire de la travée suivante ; la verticale de H coupe sur le triangle des lignes croisées un segment hh_1 (FIG. 64), nous portons $HH_1 = hh_1$, et nous savons que H_1 appartient à la direction de la ligne croisée de droite (côté n° 3) du funiculaire de la 2^{de} travée (voir n° 37) ; H_1 étant sur la verticale de F_2 , son homologue est sur la verticale de F_4 , qui est l'homologue de F_2 , et nous l'obtenons en tirant la droite H_1C qui vient couper la verticale de F_4 en J et ainsi nous avons ce point J qui est l'homologue de H_1 , et de ce chef appartient à la direction de la ligne croisée de gauche de la troisième travée (côté n° 2).

Et maintenant nous continuons la marche indiquée ci-dessus, sans plus ample explication : nous portons JJ_1 , égal à jj_1 , le point J_1 est sur le côté 3 du 3^e funiculaire, son homologue K est sur le côté 2 du 4^e funiculaire ; nous portons KK_1 , égal

sont à trois côtés, car pour ces travées les deux côtés extérieurs des funiculaires se confondent : le point A appartient à la ligne croisée de gauche du funiculaire de la 1^{re} travée, le point E appartient à la ligne croisée de droite du funiculaire de la dernière travée.

à k_1 , le point K_1 est sur la ligne croisée de droite (côté n° 3) du 4^e et dernier funiculaire, or, pour ce dernier funiculaire la ligne croisée de droite se confond avec le côté extérieur, donc passe par l'appui E et par conséquent K_1E est la direction de la ligne croisée de droite du funiculaire de la dernière travée, EG est cette ligne croisée ou côté n° 3.

Ayant le point G il suffit maintenant de remonter la série des points obtenus ci-dessus pour avoir les polygones funiculaires depuis E jusque A, nous les avons dessinés en trait fort.

Les segments déterminés par les côtés milieux de ces funiculaires sur les verticales des appuis mesurent les moments fléchissants au droit de ces appuis (voir les n°s 25 à 29) et ces moments connus on peut tracer les diagrammes des moments fléchissants et des efforts tranchants pour l'ensemble de la poutre.

42. Le tracé des 4 funiculaires que nous venons d'exécuter comporte un certain nombre de vérifications qu'il importe de faire pour avoir la certitude qu'aucune erreur n'a été commise :

1° Le côté 2 du 4^e funiculaire doit passer par le point E, déterminé en portant $EE_1 = ee_1$ (voir n° 30).

2° Le côté 3 du 3^e funiculaire doit passer par Q qui est l'homologue de E, et doit couper le côté 2 du 4^e funiculaire sur l'antiverticale de D (n° 35 à 37).

3° Le point Q_1 obtenu en portant $QQ_1 = qq_1$ doit se trouver sur le côté 2 du 3^e funiculaire (voir n° 30).

4° Le côté 3 du second funiculaire doit passer par R qui est l'homologue de Q_1 et doit couper le côté 2 du 3^e funiculaire sur l'antiverticale de C. Et ainsi de suite.

§ 9. Poutre continue à extrémités encastrées.

43. Soit (FIG. 66, PL. XII) une poutre continue à cinq travées, les extrémités des travées n° 1 et n° 5 sont encastrées, appuis de niveau, poutre à section constante.

Nous traçons les trisectrices et antiverticales. Nous connaissons P_1 et P_2 qui représentent la surface de charge des travées n° 2 et n° 3, les autres travées ne portent rien. Sur les verticales de P_1 et de P_2 nous prenons un pôle O, et sur l'horizontale de O une distance polaire quelconque OO_1 . Sur les verticales de O, nous portons les longueurs P_1 et P_2 et nous obtenons ainsi les triangles des lignes croisées pour ces deux travées chargées (voir § précédent).

Nous connaissons KA la direction du côté extérieur du funiculaire de la travée n° 1, de même nous connaissons FG le côté extérieur du funiculaire de la travée n° 5.

Le point A appartient au côté milieu du funiculaire de la 1^{re} travée, son homologue A_1 appartient à la ligne croisée gauche du funiculaire de la 2^e travée, à partir de A_1 nous portons $A_1B = ab$ (cette dernière quantité est relevée sur le triangle des lignes croisées), le point B appartient à la ligne croisée de droite du funiculaire de la 2^e travée, son homologue B_1 appartient à la ligne croisée de gauche de la 3^e travée ; nous portons $B_1D = b_1d_1$, cette dernière quantité étant relevée sur le triangle des lignes croisées de la troisième travée, le point D appartient à la ligne croisée de droite de la 3^e travée.

Nous passons maintenant à la travée n^o 5 : le point F est sur le côté milieu du funiculaire de cette travée, son homologue F_1 est sur le côté milieu de la travée n^o 4, l'homologue F_2 de F_1 est sur la ligne croisée de droite de la travée n^o 3, or le point D trouvé ci-dessus appartient aussi à ce côté, donc la direction DF_2 de cette ligne croisée est connue et le tracé complet du funiculaire de toutes les travées en découle.

La vérification des tracés et la détermination des moments se fait comme il est dit au § précédent.

§ 10. Poutres continues à extrémités en porte-à-faux.

44. Nous supposons la même poutre continue à cinq travées dont il est question ci-dessus, sauf que l'encastrement en G est remplacé par un appui simple que la poutre dépasse d'une certaine longueur en porte-à-faux.

Nous supposons que les travées n^o 2 et n^o 3, ainsi que celle en porte-à-faux sont chargées. L'extrémité en K est encadrée. La détermination des points A, A_1 , B, B_1 et D se fait comme il est dit au § précédent et comme il est indiqué FIG. 66. Pour la suite nous passons à la FIG. 67.

Nous connaissons la valeur du moment agissant sur l'appui G du chef de la charge en porte-à-faux, nous portons en GG_1 la valeur de ce moment à l'échelle choisie. Le point G_1 est sur le côté milieu du funiculaire de la travée n^o 5, son homologue H est sur le côté milieu du funiculaire de la travée n^o 4, l'homologue H_1 de H est sur la ligne croisée de droite du funiculaire de la troisième travée, et avec le point D (FIG. 66) qui est connu il détermine la direction de ce côté de funiculaire, et de celui-ci dérivent immédiatement tous les autres.

§ 11. Dénivellation des appuis.

45. Au cours de l'exposé que nous venons de donner de la théorie des poutres continues nous avons toujours supposé que les appuis étaient de niveau, cependant il peut quelquefois se produire une dénivellation, soit volontaire, soit accidentelle, si cette dénivellation est telle que la limite d'élasticité de la matière n'est pas dépassée elle reste dans l'ordre des déformations données par l'équation de

l'élastique: $\epsilon \frac{d^2y}{dx^2} = M$, cette équation est donc applicable, or toute la théorie précédente est basée sur elle, par conséquent cette théorie est applicable dans le cas non seulement d'appuis de niveau mais encore d'appuis dénivellés pourvu que cette dénivellation n'atteigne pas une valeur capable de provoquer des fatigues dépassant la limite d'élasticité.

Nous devons notamment noter que dans le cas de semblable dénivellation les théorèmes des FIG. 53 et 56 ci-avant sont applicables (voir n° 35 à 37).

Nous passons à un exemple.



46. Soit une poutre continue sur trois appuis (FIG. 68, Pl. XIII), les travées ont les longueurs $l_1 = 8$ m., $l_2 = 12$ m.; nous supposons que l'appui du milieu vienne à tasser (ou soit abaissé) de 15 millimètres et nous avons à déterminer les réactions qui en résultent sur les appuis extrêmes et le moment sur l'appui central.

Nous traçons (FIG. 68) les travées à l'échelle $\frac{1}{n} = \frac{1}{100}$ et nous déterminons les points fixes F et F_1 . Nous traçons en BB_1 (FIG. 69) la dénivellation en vraie grandeur. Nous arrêtons l'échelle m d'après laquelle nous tracerons la valeur des surfaces de charge. Nous connaissons la valeur de EI et nous prenons (FIG. 70) une distance polaire OO_1 telle que $OO_1 = \frac{EI}{mn}$. Voilà la besogne préparée.

Les funiculaires des travées AB et BC passent nécessairement par les points A , B_1 et C ; la travée AB n'a qu'une seule surface de charge qui est le triangle ABG dont la hauteur BG est d'ailleurs inconnue, mais nous connaissons la verticale de son centre de gravité, c'est la trisectrice de la travée AB , trisectrice voisine de l'appui du milieu; l'unique surface de charge de la travée BC est le triangle CBG , et la verticale de son centre de gravité est la trisectrice voisine de l'appui du milieu.

Puisqu'il n'y a qu'une seule surface de charge par travée, chaque funiculaire ne se compose que de deux côtés (c'est-à-dire que les côtés extrêmes AD et CS des funiculaires de la FIG. 53 disparaissent), par conséquent les points A et C (FIG. 69) appartiennent aux côtés milieux des funiculaires que nous cherchons.

L'homologue A_1 de A par rapport à B_1 appartient au côté milieu du funiculaire de la travée BC , cet homologue est, en vertu des théorèmes des nos 35 à 37, à l'intersection de la verticale du point fixe F et de la droite AB_1 ; nous connaissons donc la direction CA_1 du côté milieu (qui ici se confond avec le côté extrême) du funiculaire de la 2^e travée; ce côté s'arrête en E_1 sur la trisectrice voisine de l'appui central, le côté suivant a nécessairement la direction E_1B_1 et s'arrête en

K_1 , sur la trisectrice de la 1^{re} travée, enfin le dernier côté est celui K_1A , et nous avons donc AK_1B_1 , le funiculaire de la 1^{re} travée, et B_1E_1C le funiculaire de la seconde.

Comme dans tous les tracés graphiques nous devons maintenant procéder aux vérifications, il faut :

1^o Que l'intersection L de AK_1 et CE_1 , soit sur l'antiverticale de l'appui du milieu.

2^o Que l'homologue C_1 de C soit sur la direction du côté AK_1 .

Il nous reste à évaluer le moment M sur l'appui du milieu : prolongeons le côté CE_1 du funiculaire jusqu'en D sur la verticale de cet appui, le moment M est proportionnel à B_1D , en effet par le pôle O (FIG. 70) menons les deux droites OH et OH_1 , parallèles aux côtés CE_1 et E_1B_1 du funiculaire de la seconde travée, nous avons en vertu des triangles semblables :

$$\frac{B_1D}{BE} = \frac{HH_1}{OO_1} = \frac{\frac{1}{2m}lm}{\frac{1}{2m}EI} = \frac{nM}{2EI} \quad \text{d'où} \quad M = \frac{2EI}{lm} \frac{B_1D}{BE}$$

Nous savons que l est évalué en fonction du mètre, d'autre part les quantités B_1D et BE qui sont relevées à l'échelle sur le dessin le sont en fonction du millimètre, on a donc : $BE = \frac{1000l}{3n}$ et par conséquent : $M = \frac{6EI}{1000l^2} \times B_1D$.

Le tracé donne $B_1D = 11.3$ m.m., donc $M = \frac{6 \times 11.3}{1000 \times 12^2} \times EI = \frac{67.8}{144000} EI$.

Si les dimensions de la poutre sont telles que EI en fonction du mètre a pour valeur 80 000 000, nous avons : $M = \frac{67.8 \times 80\,000\,000}{144000} = 37660$ kgmètres.

En fonction des dimensions de la première travée l'expression du moment est : $M = \frac{6EI}{1000l_1^2} \times B_1D_1$, or $B_1D_1 = 5$ millimètres, d'où : $M = 37500$ kgmètres ; connaissant M on en déduit les valeurs des réactions :

$$\frac{M}{l_1} \text{ sur l'appui A.} \quad - \quad \frac{M}{l} \text{ sur l'appui C.}$$

* * *

47. Le cas que nous venons de traiter graphiquement peut l'être analytiquement : les réactions et moments provoqués par la dénivellation de 15 millimètres sur l'appui B sont celles que développerait sur une poutre de 20 mètres une charge locale P appliquée à 8 et 12 mètres de ses extrémités et capable de provoquer une flèche de 15 millimètres en son point d'application (FIG. 71).

Nous avons trouvé comme expression de la flèche f au point d'application de

$$P : f = \frac{P l^2 l_1^2}{3EIL} \quad \text{d'où} \quad P = \frac{3EILf}{l^2 l_1^2}. \quad \text{La réaction } Q \text{ de l'appui C a pour valeur :}$$

$$Q = \frac{Pl_1}{L} = \frac{3EI f}{l^2 l_1} \quad \text{d'où} \quad M = Ql = \frac{3EI f}{l_1} = 37500 \text{ kgmèt.}$$

exactement le même résultat que par les tracés graphiques.

§ 12. Calcul d'un pont à trois travées continues.

48. Comme application des théories précédentes nous allons calculer un pont continu de trois travées, chacune de 81 mètres de portée ; le pont est à double voie pour chemin de fer. Son poids mort moyen est de 6500 kgs par mètre courant de portée. La surcharge d'épreuve est de 8000 kgs.

Nous traçons (FIG. 72, Pl. XIV) les trois travées à l'échelle de $\frac{1}{1250}$, soit 8 millimètres pour 10 mètres. Nous menons les trisectrices, quant aux antiverticales elles se confondent avec la verticale des appuis. Nous déterminons la position des points fixes F, notre figure ne donne pas les tracés qui les déterminent afin de ne pas la surcharger.

* * *

49. Moments. — Nous supposons une charge de 1000 kgs par mètre courant agissant sur toute l'étendue de la première travée, les deux autres ne portent rien. La surface de charge est une parabole dont la flèche est

$$f = \frac{pl^2}{8} = \frac{1000 \times 81^2}{8} = 820125 \text{ kgmètres}$$

A l'échelle de 1 millimètre pour 20000 kilogrammètres, cette flèche aura une longueur de 41 millimètres. Nous prenons comme distance polaire la demi-longueur d'une travée. Nous portons $AA_1 = 2f = 82$ millimètres (FIG. 72).

A_1F est la direction du côté milieu du funiculaire de la première travée et de la connaissance de ce côté découle immédiatement le tracé complet du funiculaire de toutes les travées.

$$M_s = BB_1 = 22 \text{ millimètres} \times 20000 = 440\ 000 \text{ kgmètres}$$

$$M_c = CC_1 = 5,8 \times 20000 = 116\ 000 \text{ kgmètres.}$$

* * *

50. Nous supposons une charge de 1000 kg. par mèt. courant sur la travée du milieu, les deux autres ne portent rien.

$$BB_2 = 2f = 82 \text{ millimètres.}$$

Nous tirons la droite B_2O qui coupe la trisectrice en H, la droite HF est la direction du côté milieu du funiculaire de la seconde travée, connaissant cette

direction on en déduit immédiatement le tracé complet du funiculaire de toutes les travées : nous ne traçons que la moitié de ce funiculaire, celle depuis le milieu de BC jusque l'appui D ; nous avons $CC_2 = 16,8$, d'où :

$$M_b = M_c = 16,8 \times 20\ 000 = 336\ 000\ \text{kgmètres.}$$

•

51. Nous devons maintenant faire les diverses hypothèses de poids mort et surcharge. Poids mort seul :

$$M_b = M_c = (336\ 000 + 440\ 000 - 116\ 000) \times 6,5 = 660\ 000 \times 6,5 = 4290\ 000\ \text{kgm.}$$

Poids mort et surcharge sur toutes les travées :

$$M_b = M_c = 660\ 000 (6,5 + 8) = 9570\ 000\ \text{kgmètres}$$

Poids mort et surcharge sur les travées 1 et 3 :

$$M_b = M_c = 4290\ 000 + (440\ 000 - 116\ 000)8 = 6882\ 000\ \text{kgmètres}$$

Poids mort et surcharge sur la travée du milieu :

$$M_b = M_c = 4290\ 000 + 336\ 000 \times 8 = 6978\ 000\ \text{kgmètres.}$$

Poids mort et surcharge sur la travée 1 :

$$M_b = 4290\ 000 + 440\ 000 \times 8 = 7810\ 000\ \text{kgmètres.}$$

$$M_c = 4290\ 000 - 116\ 000 \times 8 = 3362\ 000\ \text{kgmètres.}$$

Poids mort et surcharge sur les travées 1 et 2 :

$$M_b = 4290\ 000 + (440\ 000 + 336\ 000)8 = 10\ 498\ 000\ \text{kgmètres}$$

$$M_c = 4290\ 000 + (336\ 000 - 116\ 000)8 = 6050\ 000\ \text{kgmètres.}$$

Ayant les valeurs des moments sur les appuis, nous pouvons tracer les diagrammes pour les divers cas de surcharge, ce tracé est connu, inutile que nous le répétions. La FIG. 72 montre combien aisément et avec combien peu de lignes les divers résultats ci-dessus s'obtiennent. Nous donnons ci-dessous un tableau comparatif des valeurs obtenues par le calcul graphique de la FIG. 72 et par le calcul ordinaire au moyen de formules :

	CALCUL GRA- PHIQUE	CALCUL CHIFFRÉ
Poids mort seul	4290000	
Poids mort et surcharge sur les 3 travées	9570000	9513450
» » » sur les travées 1 et 3	6882000	6889050
» » » sur la travée 2	6978000	6889050
» » » » 1	7810000	7763850
» » » » 1	3362000	3389850
» » » sur les travées 1 et 2	10498000	10388250
» » » » »	6050000	6014250

Vu la faible échelle du tracé de la FIG. 72, la concordance entre les deux genres de résultats est satisfaisante.

52. Efforts tranchants. — Nous supposons une charge de 1000 kgs sur toutes les travées. $M_1 = M_2 = 660\ 000$ kgmètres.

Ce moment est représenté en BB_1 (FIG. 73) à l'échelle de 1 millimètre pour 10000 kilogrammètres. Nous joignons AB_1 , de son milieu G nous portons $GH = 164$ millimètres, soit deux fois la flèche de la parabole, flèche qui a pour valeur

$$\frac{pl^2}{8} = \frac{1000 \times 81^2}{8} = 820125 \text{ kgmètres.}$$

Les droites AH et B_1H sont les tangentes aux extrémités A et B_1 de la parabole des moments fléchissants de la 1^{re} travée.

Nous portons $HH_1 = 81000$ kgmes, la charge totale sur la travée AB .

De H , nous tirons une parallèle à HB_1 , du point d'intersection I nous tirons une horizontale qui découpe sur HH_1 deux segments égaux aux efforts tranchants en A et B ; on a : $T'_0 = HJ = 32500$ kgmes

$T_1 = JH_1 = 48500$ kgmes de plus on a évidemment : $T'_1 = \frac{81000}{2} = 40500$ kgmes.

De ces résultats nous déduisons le tableau suivant :

CALCUL GRAPHIQUE			CALCUL CHIFFRÉ
POIDS MORT SEUL	SUR- CHARGE	TOTAL	TOTAL
$T'_0 = 32500 \times 6.5 = 211250$	260000	471250	469800
$T_1 = 48500 \times 6.5 = 315250$	388000	703250	704700
$T'_1 = 40500 \times 6.5 = 263250$	324000	587250	587250
$R_b = T_1 + T'_1 = R_2 = 578500$	712000	1290500	1291950

53. Poids mort et surcharge sur les travées 1 et 3.

La surcharge agissant seule nous donne :

$$M_s = M_c = 440\ 000 - 116\ 000 = 324\ 000$$

Nous portons (FIG. 73) : $CC_1 = 32^{mm}4 = 324\ 000$ kgmètres.

Nous tirons DC_1 et par le milieu K nous portons $KI_1 = 164$ millimètres.

Les droites LC_1 et LD sont les tangentes aux extrémités de la parabole des moments fléchissants sur la travée CD.

Nous portons $DM = 81000$ kgmes ; par M nous tirons MN parallèle à LC_1 et par le point d'intersection N avec LD nous menons une horizontale qui détermine sur MD deux segments qui mesurent les réactions en D et C, nous avons :

$$\text{en D, } 36600 \text{ kgmes} \quad \text{—} \quad \text{en C, } 44400 \text{ kgmes}$$

et pour la surcharge 8000 kgmes nous avons :

$$\text{en D, } 36600 \times 8 = 292800 \quad \text{—} \quad \text{en C, } 44400 \times 8 = 355200$$

Et sous l'action combinée du poids mort et de la surcharge nous avons :

CALCUL GRAPHIQUE	CALCUL CHIFFRÉ
$T'_0 = T_3 = 211250 + 292800 = 504050$	502200
$T_1 = T'_2 = 315250 + 355200 = 670450$	672300
$T'_1 = T_2 = 263250$	263250
$R_b = R_c = 670450 + 263250 = 933700$	935550

*
* *

54. Poids mort et surcharge sur la travée 2. Pour une charge de 1000 kgmes agissant sur la seule travée du milieu on a :

$$M_s = M_c = 336000 \text{ kgmètres.}$$

Nous portons : $BB_2 = CC_2 = 33^{mm}6 = 336000$ kgmètres.

De O, milieu de B_2C_2 , nous portons sur la verticale une longueur $ON = 164$ millimètres ; B_2N et C_2N sont les tangentes à la parabole de la travée centrale ; nous portons $B_2P = \frac{81000}{2} = 40.5$ millimètres ; nous tirons une horizontale PQ et par son point Q d'intersection avec la tangente B_2N nous menons une parallèle à DC_2 et le segment PR ainsi déterminé mesure la réaction aux appuis des deux travées extérieures ; nous avons : $PR = 4.1$ millim. = 4100 kgmètres, et pour la surcharge : $4100 \times 8 = 32800$ kgmètres.

Et nous avons pour le poids mort et la surcharge le tableau suivant :

CALCUL GRAPHIQUE	CALCUL CHIFFRÉ
$T'_0 = 211250 - 32800 = 178450$	178200
$T_1 = 315250 + 32800 = 348050$	348300
$T'_1 = 263250 + 324000 = 587250$	587250
$R_b = R_c = 935300$	935550

*
* *
*

55. — Poids mort et une des travées d'extrémité portant la surcharge. Soit une charge de 1000 kgs sur la travée n° 3, les deux autres ne portent rien, on a : $M_b = - 116\ 000$ kgmèt. ; $M_c = 440\ 000$ kgmèt.

Nous portons, FIG. 73 : $BB_3 = 11.6$ m.m. et $CC_3 = 44$ m.m. et tirons AB_3C_3D .

Du milieu S de C_3D nous portons sur la verticale une longueur $ST = 164$ millimètres ; les droites C_3T et DT sont les tangentes à la parabole.

Nous prenons $TU = 81000$ kgmes = 81 millimètres. Nous tirons UV parallèle à DT . La ligne Va est horizontale, celle Vm est parallèle à AB_3 , celle Vn est parallèle à B_3C_3 . Nous avons :

$$\begin{array}{ll} T'_0 = am = + 1400 \text{ kgmes} & T_2 = an = + 6800 \text{ kgmes} \\ T_1 = am = - 1400 \text{ kgmes} & T'_2 = aT = + 46000 \text{ kgmes} \\ T_3 = an = - 6800 \text{ kgmes} & T_3 = aU = + 35000 \text{ kgmes} \end{array}$$

Ces résultats acquis, nous avons sous l'action combinée du poids mort et de la surcharge le tableau suivant :

CALCUL GRAPHIQUE	CALCUL CHIFFRÉ
$T'_0 = 211250 + 1400 \times 8 = 222450$	221400
$T_1 = 315250 - 1400 \times 8 = 304050$	305000
$T'_1 = 263250 - 6800 \times 8 = 208850$	209250
$T_2 = 263250 + 6800 \times 8 = 317650$	317250
$T'_2 = 315250 + 46000 \times 8 = 683250$	683100
$T_3 = 211250 + 35000 \times 8 = 491250$	491400
$R_b = 304050 + 208850 = 512900$	514250
$R_c = 317650 + 683250 = 1000900$	1000 350

56. Poids mort et surcharge sur les travées n° 2 et 3. Ce cas est la combinaison des deux précédents, il suffit donc de les additionner algébriquement, bien entendu en ne portant qu'une fois l'effet du poids mort, on a :

CALCUL GRAPHIQUE	CALCUL CHIFFRÉ
$T'_1 = 211250 - 32800 + 1400 \times 8 = 189650$	189000
$T_1 = 315250 + 32800 - 1400 \times 8 = 336850$	337500
$T'_2 = 263250 + 324000 - 6800 \times 8 = 532850$	533250
$T_2 = 263250 + 324000 + 6800 \times 8 = 641650$	641250
$T'_3 = 315250 + 32800 + 46000 \times 8 = 716050$	715500
$T_3 = 211250 - 32800 + 35000 \times 8 = 458450$	459000
$R^b = T_1 + T'_1 =$	869700
$R^c = T_2 + T'_2 =$	1357700



57. En possession des données précédentes nous pouvons maintenant tracer les diagrammes des efforts tranchants dans les diverses hypothèses.

On remarquera que malgré la faible échelle des tracés, les résultats du calcul graphique sont très peu différents de ceux du calcul chiffré ordinaire, les différences constatées sont au surplus absolument négligeables en pratique.

Les diverses hypothèses de surcharge que nous avons calculées ci-dessus sont celles habituellement faites, on peut cependant se demander, et il est intéressant de rechercher, si ces diverses hypothèses réalisent bien pour chaque section le maximum de l'effort tranchant et du moment fléchissant, c'est le problème que nous allons étudier ci-après :

§ 13. Moments fléchissants maximum.

58. Soit une charge locale P appliquée en un point quelconque d'une travée AB faisant partie d'une poutre continue (FIG. 74, Pl. XV).

Les points fixes sur AB sont F₁ et F₂. La surface de charge est ACB dont le centre de gravité est en G au tiers de la médiane CD.

La verticale de G est à la distance $\frac{1}{3}(L + l)$ de l'appui A, ce qui prouve que, quelle que soit la position de la charge P, toujours la verticale de G est dans le tiers central de la poutre. Nous savons d'ailleurs que les points fixes sont toujours dans les tiers extérieurs. Le moment maximum CH a pour valeur $\frac{Pl}{L}$ et repré-

sente cette valeur à une certaine échelle. Nous savons que pour avoir, au moyen du tracé graphique, les valeurs des moments d'encastrement M_a et M_b , à la même échelle que HC, il suffit de prendre comme distance polaire $\frac{L}{3}$ et la longueur de HC comme ligne représentative de la surface de charge (voir n° 30).

Or, le pôle étant pris sur la verticale de G, les lignes croisées ainsi déterminées découperont sur la verticale de l'appui A un segment AI ayant pour valeur :

$$\frac{AI}{HC} = \frac{\frac{1}{3}(L+l)}{\frac{1}{3}L} \quad \text{d'où} \quad AI = \frac{HC \times (L+l)}{L}$$

et sur la verticale de l'appui B un segment BJ ayant pour valeur :

$$BJ = HC \times \frac{L+l}{L}$$

Ces segments AI et BJ peuvent se construire très aisément : nous menons par C une parallèle KN à la ligne AB, ensuite par le même point C une parallèle à KB et une à AN, ces deux parallèles coupent les verticales des appuis aux deux points I et J déterminés ci-dessus, on a en effet :

$$AI = AK + KI = HC + AK \times \frac{l}{L} = HC \times \frac{L+l}{L}, \text{ de même pour BJ.}$$

Donc AJ et BI sont les lignes croisées ; notons, pour la vérification de l'exactitude de leur tracé, que ces lignes doivent se couper sur la verticale de G.

Nous menons les verticales des deux points fixes, et nous portons sur ces verticales en F_1, f_1 et F_2, f_2 la longueur des segments découpés par les lignes croisées sur ces mêmes verticales.

Tirant les lignes f_1, F_2 et f_2, F_1 , nous déterminons les segments AA_1 et BB_1 , qui mesurés à la même échelle que HC donneront les moments d'encastrement sur les appuis ; joignant A_1, B_1 , on a le trapèze AA_1, B_1, B qui est le diagramme des moments fléchissants dus aux moments d'encastrement.

Or si nous joignons par une droite les points a et b où les verticales des points fixes coupent les lignes croisées cette droite ab détermine sur les verticales des appuis deux segments AA_2 et BB_2 , qui précisément sont égaux à AA_1 et BB_1 , en effet joignons A_1, B_1 et prolongeons les verticales des points fixes jusqu'en a_1 et b_1 , nous avons deux trapèzes BB_1, AA_1 et BB_1, IM qui ont même hauteur AB, une base commune BB_1 et deux sommets égaux, $AA_1 = IM$, la ligne F_2, b_1 du premier trapèze est donc égale à celle F_2, b du second, de la même façon on démontrerait que F_1, a_1 est égale à F_1, a et par conséquent AA_2, B_2, B est le diagramme des moments fléchissants dus aux moments d'encastrement et comme ACB est le

diagramme des moments dus à la charge locale, on a que la combinaison des deux, c'est-à-dire la partie en traits hachurés, représente les moments fléchissants dus à l'action simultanée de la charge locale et des moments d'encastrement.

La marche qui nous a conduits au tracé des moments nous indique que les points d'inflexion R et S ne peuvent pas sortir des intervalles AF₁ et BF₂, et cela quelle que soit la position et l'intensité de la charge P, donc sur l'étendue F₁F₂, qui sépare les points fixes c'est l'influence de la charge P qui toujours l'emporte en ce qui concerne les moments.

Si on convient de nommer positifs les moments dus aux charges P, on a la règle que voici : dans l'intervalle des points fixes les moments seront positifs, en dehors de ces points ils peuvent être positifs ou négatifs.

Donc, pour une section W quelconque mais comprise entre les points fixes le maximum de moment fléchissant sera produit lorsque la travée AB porte le plus grand nombre possible de surcharges P, et ce maximum est toujours positif ; pour une section V comprise entre l'appui et le point fixe voisin la détermination du moment maximum demande une recherche spéciale : supposons que pour une charge locale P appliqué en H le point d'inflexion S soit en la section V considérée, ainsi que c'est le cas pour la FIG. 74, il est à remarquer que, quelle que soit la valeur de P appliquée en H toujours le point d'inflexion, c'est-à-dire le point des moments nuls, sera en cette même section V, car le moment fléchissant maximum de P peut toujours, en prenant l'échelle voulue, être représenté par HC, d'autre part, pour toute charge à gauche de H le point d'inflexion passera à gauche de V et le moment en V sera négatif, et l'inverse aura lieu pour toute charge à droite de H, le point H est donc un point limite en ce qui concerne la valeur des moments en la section V ; de là il résulte que le maximum des moments négatifs en V sera donné pour les surcharges P appliquées uniquement sur la portion AH de la poutre ainsi que l'indique la FIG. 75, et le maximum des moments positifs sera donné pour les surcharges appliquées sur HB exclusivement ainsi que l'indique la FIG. 76.



59. La question se pose maintenant de savoir comment déterminer le point limite H d'une section V prise dans l'intervalle BF₂. Pour résoudre cette question nous devons rechercher le lieu géométrique des points S, ce que nous allons faire sur la FIG. 77.

Nous représentons par AK la valeur du moment maximum produit par une charge P quel que soit son point d'application sur la travée AB, pour la facilité des tracés nous prendrons $AK = \frac{1}{2}AB$. Supposons tout d'abord que le point d'application de P soit au milieu de AB, le sommet C sera au milieu de KN.

Nous prenons $KD = \frac{1}{2} KA$ et $NE = \frac{1}{2} KA$, nous tirons les lignes croisées BD et AE qui sur les verticales des points fixes déterminent les points a_1 et b_1 , l'intersection de la droite a_1b_1 avec les côtés AC et BC nous donne les deux points n° 1 qui sont deux points d'inflexion.

Si le point d'application de P se rapproche indéfiniment de l'appui A, les lignes croisées limites seront BK et AC qui sur les verticales des points fixes déterminent les deux points a_2 et b_2 , la droite a_2b_2 coupe le diagramme AKB aux deux points b_2 et n° 2 qui sont deux points d'inflexion.

De la même façon pour la charge appliquée à l'extrême limite du côté B les deux points d'inflexion sont a_3 et n° 3.

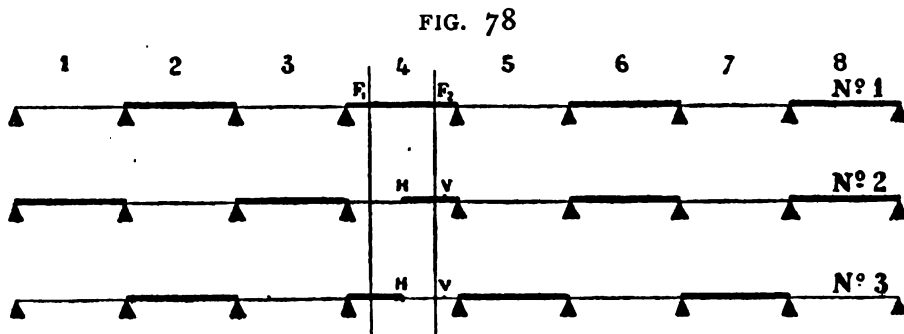
Voilà donc trois points du lieu géométrique des S qui sont connus pour chaque intervalle AF_1 et BF_2 , on peut en déterminer d'autres et ainsi avoir suffisamment de points pour tracer avec une exactitude suffisante la courbe $a_3 \text{ } 1 \text{ } 2$ du lieu géométrique des S pour l'intervalle AF_1 et celle $b_2 \text{ } 1 \text{ } 3$ pour l'intervalle BF_2 .

Le tracé du lieu géométrique dans chaque intervalle sera considérablement simplifié en remarquant que :

$$F_1b_2 = b_2b_3 = 2b_2b_1 = 2b_1b_3 ; \quad F_1a_3 = a_3a_2 = 2a_3a_1 = 2a_1a_2$$

donc déterminant les points a_3 et b_2 par les diagonales AN et BK on peut en déduire les autres.

Les lieux géométriques étant tracés voici comment on procède pour déterminer le point limite correspondant à une section V (FIG. 77) : on mène une verticale par le point V, verticale qui vient couper la courbe en un point S, on tire la droite BS qui vient couper KN en G et la verticale GH détermine le point limite H.



L'exposé ci-dessus nous permet maintenant de déterminer pour chaque section d'une travée quelconque d'une poutre continue la répartition des charges donnant les moments maximum ; soit (FIG. 78) une poutre de 8 travées, nous considérons la travée n° 4, si nous nous reportons à la FIG. 62 ci-avant et la combinons avec

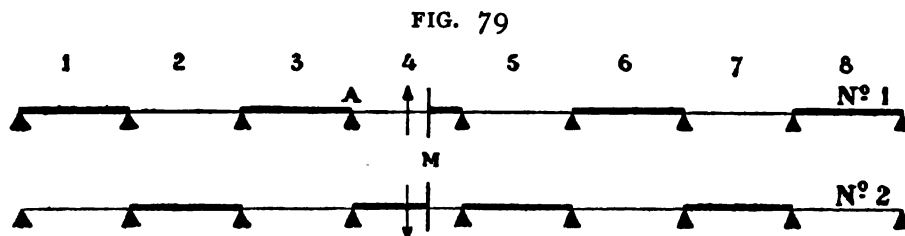
la FIG. 74, nous verrons que pour toute section de cette travée comprise entre les points fixes les moments maximum sont donnés par la répartition de la FIG. 78, n° 1.

Pour une section V à droite en dehors des points fixes les moments maximum positifs sont donnés par la répartition de la FIG. 78, n° 2.

Les moments maximum négatifs en cette même section sont donnés par la répartition FIG. 78, n° 3. Si la section V est située en dehors des points fixes du côté de l'appui de gauche les répartitions n° 2 et n° 3 sont interverties.

§ 14. Efforts tranchants maximum.

60. Pour avoir le maximum des efforts tranchants en une section quelconque M de la travée n° 4 (FIG. 79) il suffit de combiner les indications de la FIG. 44 (voir n° 32) avec celles de la FIG. 62, on trouve ainsi que le maximum de cisaillement vers le haut du tronçon AM sur la section M est donné par la répartition des surcharges de la FIG. 79, n° 1, et le maximum de cisaillement vers le bas est donné par la répartition FIG. 79, n° 2.



61. Il est à remarquer que la répartition rigoureuse des surcharges, telle qu'indiquée ci-dessus, en vue d'obtenir les maximum des efforts tranchants et des moments fléchissants, ne donne que des résultats assez peu supérieurs à ceux obtenus par la marche habituelle qui consiste à étudier les surcharges par portions occupant des travées entières.

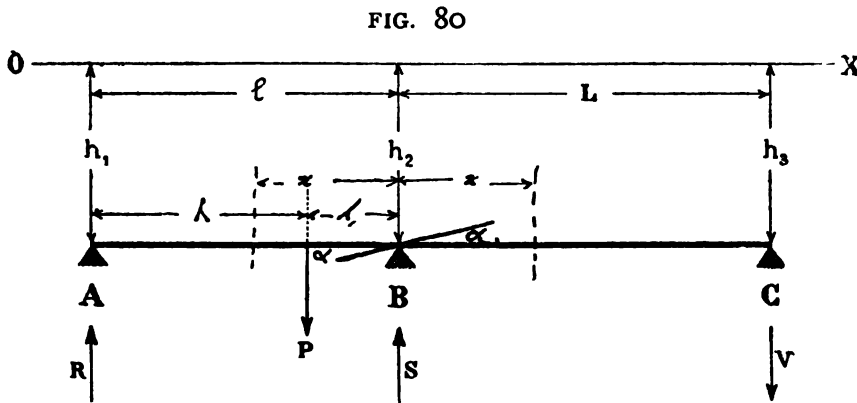
CHAPITRE III

PONTS TOURNANTS. POUTRES À I CONSTANT OU PEU VARIABLE.

§ 1. Formules générales.

62. Les ponts tournants sont des ponts continus à deux travées qui peuvent se calculer par la méthode analytique du chap. I ou la méthode graphique du chap. II ; ces deux chapitres donnent la solution générale du problème des ponts tournants, toutefois vu son importance et les particularités qu'il présente nous devons le traiter spécialement, et nous le ferons en recourant surtout à la méthode analytique.

Le cas général du pont tournant est donné par la FIG. 80 : niveau quelconque,



charge quelconque, section non uniforme. La poutre ABC repose sur trois appuis dont les niveaux sont quelconques, elle est de section variable et porte une charge quelconque P.

Les niveaux des appuis rapportés à une horizontale OX sont représentés par les côtes h_1 , h_2 et h_3 . Les réactions R, S et V des appuis sont dues à deux causes :
 1° La charge P, avec appuis de niveau. — 2° La dénivellation des appuis.

Nous allons déterminer isolément l'effet de chacune de ces causes ; il suffira ensuite d'additionner les résultats.

*
* *
*

63. Réactions dues à P. — Nous supposons la charge P agissant seule, c'est-à-dire la poutre reposant sur 3 appuis de niveau.

Nous donnons à priori aux réactions R, S et V la direction notée sur la FIG. 80, le signe des résultats nous indiquera si cette supposition est exacte ou bien doit être modifiée. Nous désignons par α l'inclinaison par rapport à l'horizontale de la fibre moyenne déformée au droit de l'appui B et lui supposons la direction figurée.

La marche pour déterminer la valeur des inconnues R, S et V est la suivante:

1° Nous supposons la poutre encastree en la section B et complètement isolée de ses appuis A et C; nous calculons la flèche ($-F_1$) en A déterminée par la charge P, et la flèche ($+F_2$) due à une réaction de 1 kg. en A; et la flèche ($-F$) provoquée en C par une force de 1 kg. agissant en ce point et dans le sens de V.

2° Ces résultats obtenus nous supprimons l'encastrement en B et la poutre repose et se déforme ainsi que l'indique la FIG. 80.

La statique nous donne : (1) $R\lambda + VL = P\lambda$,

Les appuis A et C étant sur l'horizontale de l'appui B, les conditions de déformation nous donnent :

$$\left. \begin{array}{l} -\alpha l - F_1 + RF_2 = 0 \\ +\alpha L - VF = 0 \end{array} \right\} \text{d'où (2) } RLF_2 - VF = LF,$$

Des éq. (1) et (2) on tire R et V et l'équation statique des composantes verticales nous donne S; voilà le problème résolu dans toute sa généralité c'est-à-dire la variation de la section de la poutre ABC étant quelconque.

Dans un premier calcul on considère habituellement la poutre ABC comme étant de section uniforme, et le plus souvent d'ailleurs on s'en tient à ce calcul quoique l'on ait fait varier le profil de la poutre d'après le diagramme final obtenu. La section étant uniforme on a (Voir T. I)

$$+F_1 = +\frac{P\lambda^2}{6e}(3l - \lambda); \quad +F_2 = +\frac{l^3}{3e}; \quad +F = +\frac{L^3}{3e}$$

Substituant dans l'équation (2) et combinant avec (1) et avec l'équation $R + S - V - P = 0$ nous obtenons :

$$(3) \quad R = \frac{+P(l - \lambda)}{l} \left[1 - \frac{\lambda(l + \lambda)}{2l(L + l)} \right] \quad (4) \quad V = \frac{+P\lambda(l^2 - \lambda^2)}{2lL(l + L)}$$

$$(5) \quad S = \frac{+P\lambda}{l} \left[1 + \frac{l^2 - \lambda^2}{2lL} \right]$$

Ces résultats peuvent aussi être obtenus en appliquant la formule (10) de Clapeyron, donnée au n° 3 ci-avant.

Si la charge locale P est appliquée en un point de la travée BC (FIG. 81), les réactions des appuis se déduisent des formules précédentes en y remplaçant l par L , L par l , et remarquant que les R_1 et V_1 de la FIG. 81 sont les V et R de la

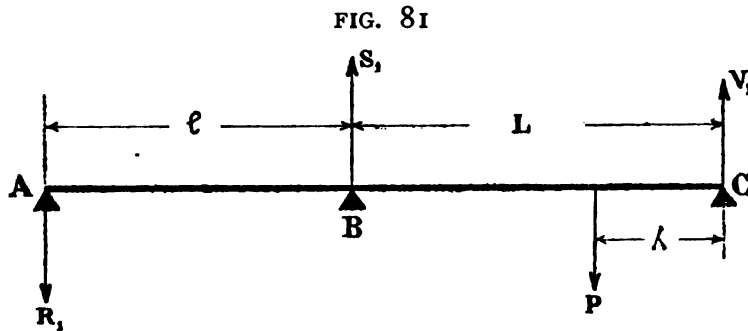


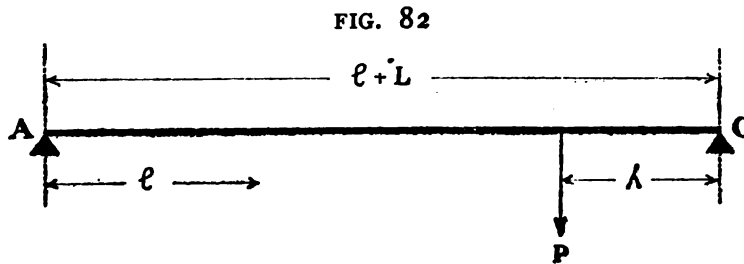
FIG. 80 ; ainsi dans le cas d'une section uniforme sur toute la longueur de la poutre ABC et d'appuis de niveau, nous déduisons des expressions (3) à (5) ci-dessus :

$$(6) \quad V_1 = \frac{P(L-\lambda)}{L} \left[1 - \frac{\lambda(L+\lambda)}{2L(l+L)} \right] \quad (7) \quad R_1 = \frac{+P\lambda(L^2-\lambda^2)}{2lL(l+L)}$$

$$(8) \quad S_1 = \frac{P\lambda}{L} \left[1 + \frac{L^2-\lambda^2}{2lL} \right]$$

* * *

64. Les valeurs de S et S_1 , réactions sur l'appui central, peuvent aussi s'obtenir directement par la méthode que voici : soit (FIG. 82) une pièce de longueur $(l+L)$ portant uniquement sur les deux appuis d'extrémité A et C , cette pièce est chargée d'un poids P appliqué à la distance λ de l'appui C .



La flèche f que prendra cette pièce à la distance l de l'appui A a pour valeur :

$$f = \frac{P\lambda l}{6(l+L)} \left[-\lambda + 2lL + L^2 \right] \quad \text{voir le T. I.}$$

La flèche f , produite par S_1 appliquée à la même distance l de l'appui A (FIG. 83) sera donnée en faisant dans l'expression ci-dessus : $P = S_1$ et $\lambda = L$, d'où :

$$ef_1 = \frac{S_1 L \ell}{6(\ell + L)} \times 2 \ell L$$

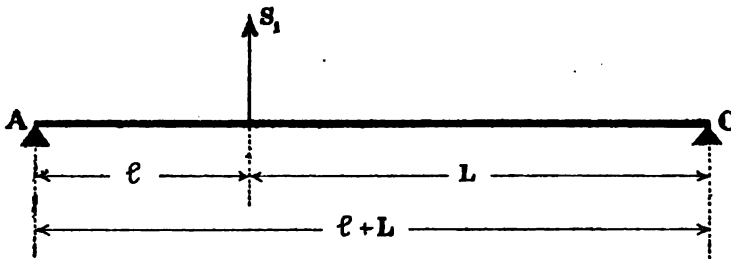
Dans le cas d'une travée de pont tournant dont les appuis sont de niveau, $f = f_1$, d'où l'équation :

$$\frac{S_1 L \ell}{6(\ell + L)} \times 2 \ell L = \frac{P \lambda \ell}{6(\ell + L)} \left[-\lambda^2 + 2 \ell L + L^2 \right]$$

$$S_1 = \frac{P \lambda (-\lambda^2 + 2 \ell L + L^2)}{2 \ell L^2} = \frac{P \lambda}{L} \left[1 + \frac{L^2 - \lambda^2}{2 \ell L} \right]$$

ce qui est précisément l'expression n° (18) trouvée ci-dessus.

FIG. 83



En permutant les lettres on peut de S_1 déduire le S de la FIG. 80.

Ayant la réaction sur l'appui du milieu, la statique donne R et V sur les culées.

Nous avons ci-avant, au n° 47, traité par une méthode analogue le

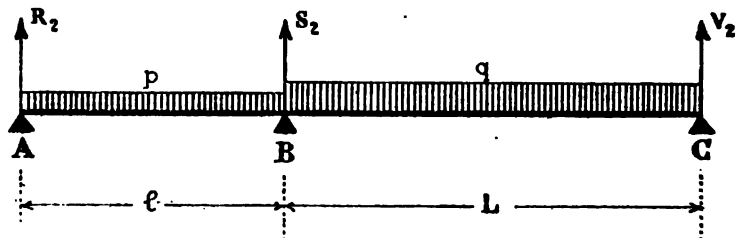
cas de la dénivellation des appuis de la poutre.

Au n° 222bis du Tome I nous donnons le tracé de la *ligne d'influence* de la réaction sur l'appui central lorsque la charge P se déplace sur AC .

Possédant les valeurs des réactions pour une charge locale P on peut les déterminer pour une charge continue p par unité courante occupant une portion quelconque des travées, il suffit de remplacer dans les expressions précédentes λ par x et P par $p dx$ et intégrer, les limites de l'intégrale étant la longueur de travée occupée par la charge continue.

Recherchons (FIG. 84) la valeur de la réaction R_2 en A pour une charge continue uniforme p sur la travée AB et q sur celle BC , en supposant les deux travées d'égale section et les appuis de niveau.

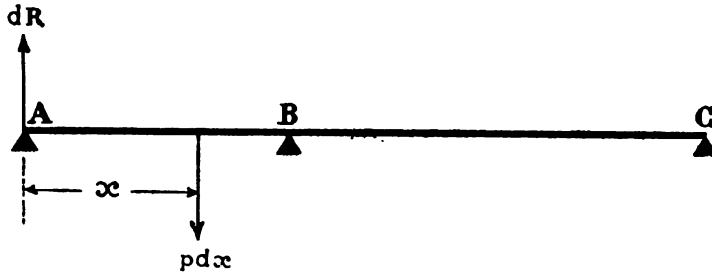
FIG. 84



La réaction R_2 est égale à celle R due à la charge uniforme sur AB moins celle R_1 due à la charge uniforme sur BC : $R_2 = R - R_1$.

De la formule (10) nous tirons (FIG. 85) :

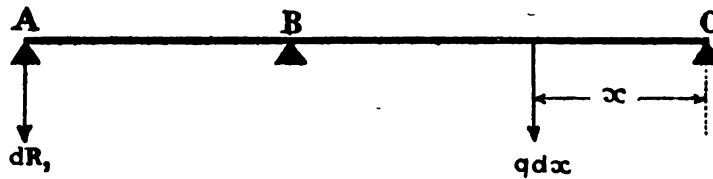
FIG. 85



$$(19) \quad R = \int_0^l dR = \int_0^l \frac{p dx (l-x)}{l} \left[1 - \frac{x(l+x)}{2l(l+L)} \right] = \frac{pl}{2} \left[1 - \frac{l}{4(l+L)} \right]$$

De la formule (17) nous tirons (FIG. 86) :

FIG. 85^{bis}



$$(20) \quad R_1 = \int_0^L dR_1 = \int_0^L \frac{qx dx (L^2 - x^2)}{2lL(l+L)} = \frac{qL^3}{8l(l+L)}$$

et par conséquent $(21) \quad R_2 = \frac{pl}{2} - \frac{pl^3 + qL^3}{8l(l+L)}$

La réaction V_2 en C (FIG. 84) s'obtient en remplaçant dans la formule (21) la lettre l par L , p par q et vice versa, d'où :

$$(22) \quad V_2 = \frac{qL}{2} - \frac{pl^3 + qL^3}{8L(l+L)}$$

Quant à la réaction S_2 en B, elle est égale à celle S due à la charge uniforme sur AB , plus celle S_1 due à la charge uniforme sur BC , la formule (12) nous donne :

$$(23) \quad S = \int_0^l \frac{x p dx}{l} \left[1 + \frac{l^2 - x^2}{2lL} \right] = \frac{pl}{2} + \frac{pl^2}{8L}$$

La formule (18) nous donne :

$$(24) \quad S_1 = \int_0^L \frac{xq \, dx}{L} \left[1 + \frac{L^2 - x^2}{2lL} \right] = \frac{qL}{2} + \frac{qL^3}{8l}$$

nous voyons encore que S_1 se déduit de S en intervertissant les lettres.

En définitive nous avons : (25) $S_2 = S + S_1 = \frac{pl + qL}{2} + \frac{pl^3 + qL^3}{8lL}$

Le moment M sur l'appui B a pour valeur : (26) $M = -\frac{pl^3 + qL^3}{8(l+L)}$

L'effort tranchant T à gauche de l'appui B a pour valeur :

$$(27) \quad T = R_2 - pl = -\frac{pl}{2} - \frac{pl^3 + qL^3}{8l(l+L)}$$

Celui T' à droite a pour valeur :

$$(28) \quad T' = V_2 - qL = -\frac{qL}{2} - \frac{pl^3 + qL^3}{8L(l+L)}$$

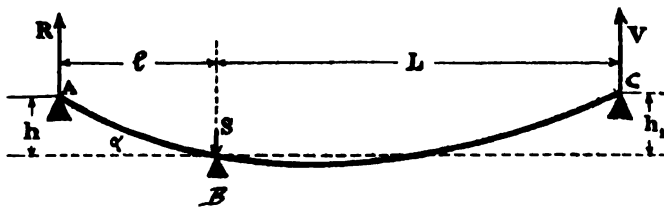
On a d'ailleurs que : $T + T' = S_2$

Dans le cas où les moments d'inertie seraient variables, les divers résultats ci-dessus s'obtiendraient en partant des équations générales du n° 63.



65. Réactions dues à la dénivellation des appuis (FIG. 86). — La

FIG. 86



poutre ne porte aucune charge ; la dénivellation des appuis A et B est mesurée par h , celle des appuis B et C par h_1 ; les réactions sont celles indiquées sur la figure.

Soit F la flèche produite en A par une réaction de 1

kg. ; et F_1 celle en C pour une réaction de 1 kg. aussi, le tout dans la supposition de la poutre encastree en B . — Nous avons :

$$(1) \quad RL - VL = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} al + RF = h \\ -aL + VF_1 = h_1 \end{array} \right\} \text{ d'où } (2) \quad RLF + VlF_1 = Lh + lh_1$$

$$(3) \quad R - S + V = 0$$

Les équations (1) (2) et (3) donnent R, S, V dans le cas le plus général.

•••

Prenons maintenant le cas *habituel* de la poutre à section constante ; nous avons :

$$F = \frac{l^3}{3e} \quad F_1 = \frac{L^3}{3e} \quad \text{substituons dans (2) ce qui nous donne :}$$

$$(4) \quad Rl^2 + VL^2 = \frac{3e}{Ll}(Lh + lh_1)$$

de (1) (3) et (4) nous tirons :

$$R = \frac{3e(Lh + lh_1)}{Ll^2(L+l)} ; \quad V = \frac{3e(Lh + lh_1)}{L^2l(L+l)} ; \quad S = \frac{3e(Lh + lh_1)}{L^2l^2}$$

Si les dénivellations sont en sens inverse il suffit de changer leur signe.

Si les appuis A et C sont de niveau et à une hauteur h au-dessus de l'appui central B, les formules ci-dessus nous donnent en y faisant $h_1 = h$

$$R = \frac{3eh}{Ll^2} ; \quad V = \frac{3eh}{L^2l} ; \quad S = \frac{3eh(L+l)}{L^2l^2}$$

Voir aussi ci-avant le n° 47. — Nous pouvons maintenant passer à l'étude proprement dite des ponts tournants, tout d'abord quelques détails descriptifs et ensuite le calcul.

§ 2. Description.

66. Les ponts tournants se subdivisent en trois types :

Le typ. I (FIG. 87, Pl. XVI) qui se compose de deux travées (généralement inégales) et ne recouvre qu'une seule passe navigable.

Le typ. II (FIG. 88) qui se compose de deux travées, toujours égales, et recouvre deux passes navigables.

Le typ. III (FIG. 89) qui est la combinaison de deux types n° I et recouvre une seule passe navigable, c'est le type du pont de la Penfeld à Brest construit en 1860, il ne s'emploie que pour des passes très larges, la subdivision en deux ponts donne pour chacun plus de légèreté et par conséquent plus de facilité de manœuvre.

Dans les ponts tournants la travée qui recouvre la passe navigable se nomme la *volée*, l'autre se nomme la *culasse*. Le but de la culasse est de faire équilibre à la volée quand le pont est ouvert, généralement pour parfaire cet équilibre il est nécessaire de munir la culasse d'un contre-poids spécial en gueuses de fonte.

Dans un pont tournant on distingue :

Le pont proprement dit.

Le pivot avec ou sans couronne de galets.

Le mécanisme de rotation.

Le mécanisme d'arrêt.

Le mécanisme de calage.

C'est là ce qu'on rencontre dans les ponts tournants importants et surtout dans ceux livrant passage à une ligne ferrée; pour les ponts de moindre importance, et tels sont par exemple ceux pour routes au-dessus de nos canaux et rivières ordinaires, on simplifie les choses : ainsi le pivot est sans couronne de galets, la manœuvre se fait généralement sans mécanisme par la simple action directe d'un homme à l'extrémité de la culasse, enfin les mécanismes d'arrêt et de calage sont également supprimés, le calage se fait par la force vive du pont forçant les extrémités à monter sur un plan incliné, l'arrêt se fait par un simple crochet qui s'agrafe en un point de la culasse ; pour éviter que la force vive de fermeture n'engendre des chocs destructeurs le pont vient s'arrêter contre un tampon de choc du genre de ceux employés pour les locomotives, ce tampon en réagissant a en outre pour effet de maintenir le crochet d'arrêt à l'état de serrage et ainsi empêcher qu'il ne se défasse à un moment inopportun.

L'entretoisement et le contreventement des ponts tournants seront calculés et établis d'après les principes exposés au Chap. IX du Tome II, Livre I, et ce pour le pont ouvert et fermé ; toutefois du chef des trépidations pendant les manœuvres et des chocs lors des fermetures ils devront être calculés très largement.

Pour les ponts tournants de chemin de fer ou de route, le tablier est constitué comme pour les ponts fixes ordinaires sauf que toujours il est du genre léger : platelage en madriers ou pavage en bois.

§ 3. Calculs.

67. Pour la clarté de l'exposé des calculs d'un pont tournant nous prendrons un cas particulier, nous étudierons un pont route du type I ayant les dimensions de la FIG. 87, Pl. XVI.

La FIG. 90, Pl. XVII donne la coupe du pont et des longerons, la FIG. 91 le plan sommaire, la FIG. 92 l'élévation de l'âme d'un longeron et les FIG. 93 à 95 les détails du pivot avec coupes des chevêtres et des entretoises de tablier. Le calcul complet d'un pont tournant comprend :

I. Le calcul des longrines de la voie charretière.

II. Le calcul des entretoises de tablier et des consoles de trottoir.

III. Le calcul du contrepoids d'équilibre.

IV. Les calculs des longerons et des effets du calage.

V. Le calcul des chevêtres.

VI. Le calcul du pivot.

VII. Le calcul des mécanismes.

68. Calcul des longrines de la voie charretière. — La voie charretière est constituée d'un platelage supérieur en sapin blanc de 5 centimètres d'épaisseur et de madriers inférieurs en chêne de 10 centimètres d'épaisseur. Les traverses métalliques sont distantes de 1,40 mètre.

Le moment maximum produit par l'essieu d'arrière lors du passage du chariot de 18 tonnes est (l'essieu d'arrière portant 10 tonnes) : $\frac{10000}{2} \times \frac{1.40}{2} = 3500$ kg.

Le platelage transversal supérieur établit une solidarité entre les madriers en chêne, on peut admettre que toute la largeur 2,50 mètres de la voie charretière résiste au moment fléchissant de l'essieu de 10 tonnes, d'où une fatigue t :

$$t = 3500 \times \frac{6}{2.5 \times 0,10^2} = 840.000 \text{ kgmes par mètre carré}$$

Le bois fatigue donc à 84 kgs par centimètre carré, fatigue parfaitement admissible vu les circonstances exceptionnelles dans lesquelles elles se produisent ; au surplus pour le passage d'un chariot de 18 tonnes on aura toujours soin de mettre un platelage supplémentaire de vieilles palplanches ou autres pièces analogues.

69. Calcul des traverses de la voie charretière, des consoles de trottoir et des longrines extérieures de trottoir. — Nous ne nous arrêtons pas à détailler ces calculs, ils ne présentent rien de particulier et n'offrent aucune difficulté.

70. Calcul du contrepoids d'équilibre de la partie tournante. — Le calcul du contrepoids exige qu'au préalable nous déterminions tout au moins approximativement le poids mort du pont, faisant le mètre nous avons trouvé par mètre courant de pont :

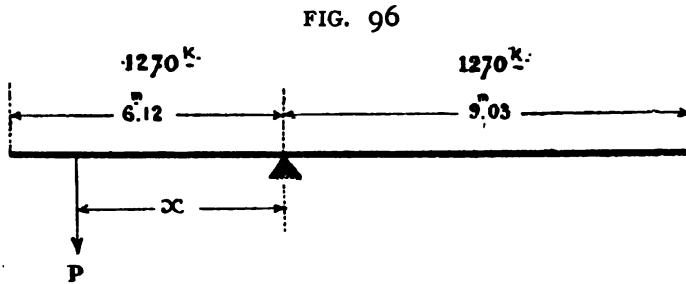
Pour les traverses de tablier et le contreventement	234 kgs	} Total 1270 ^k .
Pour les consoles et longrines de trottoirs	46 »	
Pour le garde-corps	54 »	
Pour les planchers	451 »	
Pour les longerons principaux	485 »	

Le poids 485 kg. donné pour les longerons principaux n'est que présumé, puisque nous ne les avons pas encore calculés.

Le poids 1270 kgmes ne comprend ni les parties fixes du pont, ni les entre-

toises de chevêtre, ni la crapaudine du pivot, car ces poids n'ont pas d'influence sur la valeur du contrepoids.

Le contrepoids doit être calculé de façon que le pont ouvert soit en équilibre sur le pivot, représentant par P la valeur de ce contrepoids et x sa distance au pivot, on a (FIG. 96) : $1270 \times \frac{6.12^2}{2} + Px = 1270 \times \frac{9.03^2}{2}$ d'où $P = \frac{28001}{x}$



Le contrepoids doit être appliqué le plus loin possible du pivot de façon à avoir x le plus grand possible et par conséquent P le plus petit possible, dans le cas actuel x est égal à 5 mètres, on a donc : $P = 5600$ kilogs.

Si le bras de levier x diminue, la valeur du contrepoids augmente, la charge totale sur le pivot augmente et par conséquent aussi la difficulté de manœuvre, c'est pour ces motifs que la culasse d'un pont tournant ne peut pas être de trop faible longueur : supposons que notre culasse, au lieu d'avoir 6^m12, n'ait que 3 mètres et calculons le contrepoids, son bras de levier sera tout au plus de 2 mètres et nous aurons : $1270 \times \frac{3^2}{2} + P \times 2^m = 1270 \times \frac{9.03^2}{2}$ d'où $P = 23063$ kgmes et le poids approximatif sur le pivot sera : $(3 + 9.03) 1270 + 23063 = 38341$ kgmes tandis que dans le premier cas il était de : $(6.12 + 9.03) 1270 + 5600 = 24840$ kgm.

On voit la différence très considérable de poids, il en résulte que non seulement le pont à culasse de 3 mètres sera plus difficile à manœuvrer que celui à culasse de 6 mètres mais aussi sera plus coûteux. La culasse d'un pont tournant ne peut donc pas être trop courte.

Le contrepoids se place généralement sous forme de gueuses de fonte entre les deux traverses extrêmes de la culasse, il faut les arrimer de telle façon qu'elles ne puissent ni se déplacer ni surtout tomber hors du pont, car il en pourrait résulter pour celui-ci la culbute dans l'eau. Il importe de combiner son plan de façon que sous le pont et à l'endroit requis il y ait l'espace voulu pour y loger le volume de fonte devant former le contrepoids.

*
* *
*

La détermination de la valeur du contrepoids que nous venons de faire n'est que provisoire, toutefois elle est nécessaire pour pouvoir continuer nos calculs de résistance ; quand tous les détails du pont seront calculés et arrêtés et que par

conséquent on connaîtra tous les poids on fera le calcul du contrepoids ; quoi qu'on fasse cependant le calcul ne donnera jamais qu'approximativement sa valeur, cela doit se régler définitivement au montage lorsque le pont est terminé et prêt à tourner, alors on réglera le contrepoids de façon à mettre le pont en équilibre parfait sur son pivot, c'est-à-dire de façon que la crapaudine d'aucun côté ne touche, ne frotte contre le pivot, ce qui se sentira à la plus ou moins grande facilité de rotation du pont, en d'autres termes on réglera le contrepoids de façon que la manœuvre du pont se fasse avec le plus de facilité possible.

Pour les ponts de grande longueur il peut arriver que le froid de l'hiver ou la chaleur de l'été, en faisant varier la longueur des bras de levier, impose l'obligation d'un réglage périodique du contrepoids.

Malgré toutes les précautions prises il arrivera toujours que l'équilibre du pont ne se maintiendra pas parfait, l'humidité imbibant le plancher plus d'un côté que de l'autre pourra déjà produire cet effet, mais sous ce rapport l'action prédominante sera celle du vent : le tablier de volée étant plus étendu que celui de culasse, la composante verticale d'un vent violent peut engendrer un hors d'équilibre très accentué et même dangereux, il faut se prémunir contre ces éventualités, on y parvient en donnant une certaine hauteur à la crapaudine entourant le pivot (FIG. 93) et en ne laissant, en D, entre celle-ci et le cercle de base du pivot qu'un jeu de 1 millimètre seulement (ces parties sont ajustées au tour) ; lorsque le pivot est accompagné d'une couronne de galets, cette disposition de la crapaudine n'est pas absolument requise, car les galets sont là pour s'opposer à tout devers du pont, toutefois on la conserve, car elle a à remplir l'office de maintenir le pont sur son pivot, d'empêcher qu'un choc latéral (lors du passage d'un chariot, par exemple) ne le fasse glisser sur son pivot.

Nous verrons plus loin dans quelles circonstances il convient qu'un pivot soit accompagné d'une couronne de galets.

Pour un pont symétrique il faut aussi prévoir à chaque bout un petit emplacement pour un contrepoids éventuel, car quoique symétrique il peut arriver qu'il ne soit pas en équilibre par lui-même.

71. Calcul des longerons et du calage. — Ce calcul comporte l'examen des divers cas suivants :

- 1° Le pont est ouvert.
- 2° Le pont est fermé et calé.
- 3° Le pont livre passage à la charge roulante.
- 4° Le pont porte la surcharge uniforme.
- 5° Effets du calage.

72. Le pont est ouvert. — Il ne porte que son poids mort qui pour chaque

longeron est de $\frac{1270}{2}$ kgmes par mètre courant, et le contrepoids qui est de 2800 kgmes. Le moment fléchissant maximum se produit au droit du pivot, il a pour valeur : $\frac{1270}{2} \times \frac{9.03^2}{2} = \frac{1270}{2} \times \frac{6.12^2}{2} + 2800 \times 5 = 25892$ kgmètres.

Nous traçons Pl. XVIII le diagramme AKEC du pont ouvert.

Nous devons rechercher de combien les extrémités de la volée et de la culasse s'abaissent lorsque le pont est ouvert. La hauteur moyenne du longeron de volée est de 512 millimètres et de culasse 555 millimètres. Pour simplifier les calculs nous supposons que ces longerons ont une hauteur constante égale à ces moyennes et nous calculerons les flèches en conséquence. La section de la FIG. 90, Pl. XVII a, pour une hauteur de 0^m.512, un moment d'inertie :

$$I = \frac{0,02034647}{12} \quad \text{et pour } 0^m.555 : \quad I = \frac{0,022818}{12}$$

Ces moments d'inertie sont assez peu différents l'un de l'autre, nous pouvons donc, sans erreur pratique, admettre que la volée et la culasse ont la même section et prendre comme moment d'inertie la moyenne de ceux ci-dessus, ce qui donne : $I = \frac{0,0216}{12} = 0,0018$

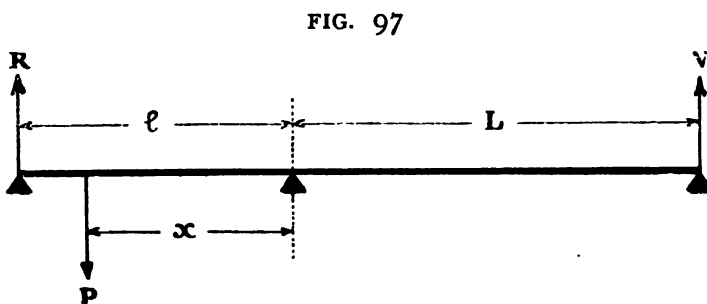
$$\text{La flèche de volée sera } f = \frac{pL^4}{8EI} = \frac{\frac{1270}{2} \times 9.03^4}{8 \times 18.000.000.000 \times 0,0018} = 0^m,0163$$

La flèche de culasse :

$$f = \frac{\frac{1270}{2} \times 6.12^4}{8 \times 18 \times 10^9 \times 0,0018} + \frac{2800 \times 5^2 (3 \times 6.12 - 5)}{6 \times 18 \times 10^9 \times 0,0018} = 0,0034 + 0,0048 = 0^m,0082$$

Il est bien entendu que ces flèches devront être déterminées à nouveau lorsque, après tous les calculs terminés, la section du longeron aura été arrêtée définitivement.

73. Le pont est fermé et calé. — Après fermeture du pont, la première



opération à laquelle on se livre est de faire disparaître par le calage la flèche 16.3 millim. qu'a prise la volée et celle de 8.2 millim. qu'a prise la culasse, cela afin de ramener les trois appuis du pont sur l'horizontale.

Soit R l'intensité du calage à la culasse (FIG. 97) ; V l'intensité à la volée.

ρ le poids mort par mètre courant de longeron ; P le contrepoids.

Le calage se fait toujours le pont étant vide. Ecrivons l'équation des moments par rapport au pivot :

$$Rl - \frac{\rho l^2}{2} - Px = VL - \frac{\rho L^2}{2}$$

En vertu de l'équation du contrepoids on a : $\frac{\rho l^2}{2} + Px = \frac{\rho L^2}{2}$; il reste donc : $Rl = VL$ relation très simple entre les intensités de calage à la culasse et à la volée.

Le pont calé de façon que les flèches aient disparu est une poutre reposant sur trois appuis de niveau.

La réaction V à l'extrémité de la volée est la somme algébrique des réactions dues à la charge locale 2800 kg. (contrepoids) et à la charge uniforme 635 kgmes par mèt. ct. de longeron. L'effet du contrepoids est donné par la formule (11) :

$$\frac{P\lambda(l^2 - \lambda^2)}{2lL(l+L)} = \frac{(6.12^2 - 1.12^2)1.12 \times 2800}{2 \times 6.12 \times 9.03 \times 15.15} = 68 \text{ kgs}$$

L'effet de la charge uniforme est donné par la formule (22) :

$$\frac{qL}{2} - \frac{\rho l^3 + qL^3}{8L(l+L)} = \frac{635}{2} \left[9.03 - \frac{6.12^3 + 9.03^3}{4 \times 9.03 \times 15.15} \right] = 2308^k$$

on a donc (1) : $V = 2308 - 68 = 2240$ kgmes.

La réaction R à l'extrémité de la culasse est : $R = \frac{VL}{l} = \frac{2240 \times 9.03}{6.12} = 3305$ k.

Cette valeur de R pourrait s'obtenir encore en appliquant les formules (10) et (21) et aussi celles de dénivellation (35) et (42). En résumé les calages sont :

2240 kg. à l'extrémité de la volée 3305 kg. à l'extrémité de la culasse

et on a : $2240 \times 9.03 = 3305 \times 6.12 = 20227$ kgmèt.

Le diagramme des efforts de calage est celui ALC (Pl. XVIII).

Pour avoir le diagramme du pont fermé et calé de niveau il suffit d'additionner algébriquement le diagramme AKEC du pont ouvert et celui ALC dû au calage, cette addition effectuée graphiquement sur la Pl. XVIII (elle est indiquée par les

(1) La valeur de V peut encore s'obtenir en appliquant les formules (36) et (41) des dénivellations et remarquant que :

$$h_2 - h_1 = \text{flèche à la culasse} = 0,0082 \quad h_2 - h_3 = \text{flèche à la volée} = 0,0163$$

on obtient : $V = \frac{3 \times 18\,000\,000\,000 \times 0,0018}{9.03 \times 15.15} \left(\frac{0,0082}{6,15} + \frac{0,0163}{9,03} \right) = 2235$ kgs

traits tirés entre les deux diagrammes) nous donne le diagramme ADEFC placé en dessous, diagramme du pont fermé et calé de niveau, pont ne portant que son poids mort et son contrepoids.



74. Nous voyons combien le relèvement des extrémités du pont, combien le calage en d'autres termes, améliore les conditions de résistance de la poutre, puisque le moment maximum 25892 kilogrammètres qui sévissait lorsque le pont n'était pas calé se réduit à 5665 kgmètres après calage, et ce calage consiste tout simplement à relever l'un bout de 16 millimètres et l'autre de 8 millimètres seulement. Nous avons ici un exemple tangible et frappant de la grande influence des dénivellations dans les ponts continus. Supposons qu'au lieu d'un pont tournant il s'agisse d'une simple poutre fixe reposant sur trois appuis et portant une charge locale de 2800 kgmes et une charge uniforme de 635 kgmes par mètre, les appuis étant supposés de niveau cette poutre sera calculée pour un moment maximum de 5665 kgmt, mais si lors de l'établissement de la maçonnerie des appuis on commet une erreur, et une erreur de dénivellation de 8 et même 16 millimètres n'est pas difficile à commettre (au surplus le tassement inégal des appuis peut amener des dénivellations de cette importance), les appuis ne seront plus de niveau et par conséquent le moment maximum 5665 kgmètres sur lequel on a tablé pour déterminer les dimensions de la poutre sera dépassé et ce moment pourra atteindre 25892 kilogrammètres, c'est-à-dire mettre la poutre en danger de rupture immédiate, voilà la conséquence de quelques millimètres de dénivellation quand il s'agit d'une poutre continue; attention donc, et grande attention, de réaliser des niveaux mathématiques quand on aura à établir de semblables poutres, cette sujétion constitue d'ailleurs leur grand inconvénient, c'est pourquoi, autant que possible, on évite aujourd'hui l'emploi des ponts continus. (Voir ci-avant nos 13 et 45).

Si l'appui central vient à tasser de 14.4 millimètres le longeron ne porte plus que sur ses appuis extrêmes.



75. Calage le plus favorable pour le poids mort seul. — Nous venons d'établir le diagramme pour le pont fermé et calé de niveau.

Une question se présente : est-ce là le calage le plus favorable ? est-ce celui qui réalise dans le pont les moindres fatigues, les moindres moments fléchissants ?

C'est ce qui nous reste à examiner et cet examen se fera très facilement.

Nous reproduisons (Pl. XIX) le diagramme AKEC du pont ouvert, et par tâtonnements nous menons sur ce diagramme celui AFC, diagramme du calage (1),

(1) Le diagramme du calage est toujours un triangle.

tel que ses différences d'avec le diagramme AKEC soient les plus petites possibles, ce diagramme AFC sera celui du calage donnant dans la poutre les fatigues les plus faibles ; nous constatons à l'échelle que le point F correspond à une ordonnée de 21800 kilogrammètres, d'où il résulte que l'énergie du calage correspondant est :

$$\text{à la volée : } \frac{21800}{9.03} = 2414 \text{ kgmes ;} \quad \text{à la culasse : } \frac{21800}{6.12} = 3562 \text{ kgmes}$$

c'est-à-dire qu'il doit y avoir à la volée un supplément de calage de :

$$\begin{aligned} & 2414 - 2240 = 174 \text{ kgmes} \\ \text{et à la culasse :} & \quad 3562 - 3305 = 257 \text{ kgmes} \end{aligned}$$

lesquels suppléments de force produisent des suppléments de flèche ou de relèvement ayant pour valeur :

$$\begin{aligned} \text{à la volée : } & \frac{174 \times 9.03^3}{3 \times 18 \times 10^9 \times 0.0018} = 0^m0013 = 1,3 \text{ millimètre} \\ \text{à la culasse : } & \frac{257 \times 6.12^3}{3 \times 18 \times 10^9 \times 0.0018} = 0^m0006 = 0,6 \text{ millimètre} \end{aligned}$$

Le diagramme du pont calé de cette façon s'obtient en combinant les deux diagrammes AKEC et AFC de la Pl. XIX, ce qui donne le diagramme AK₁GC, dans lequel le moment maximum est de 4500 kilogrammètres, tandis que pour le pont calé de niveau il était de 5665 kgmèt. (voir Pl. XVIII), soit 1165 kilogrammètres plus élevé. Ce résultat corrobore nos observations ci-dessus quant à la grande influence de la dénivellation des appuis, on voit que moyennant un minime relèvement supplémentaire des appuis extrêmes (1.3 millimètre d'un côté et 0.6 de millimètre de l'autre) on fait baisser le moment maximum de 5665 à 4500 kgmètres, soit au delà de 20 %.

Voilà donc déterminées les conditions du calage le plus favorable pour le poids mort seul ; on voit que l'énergie de ce calage est indépendante de la section du longeron du pont, même si ce longeron est de section variable.

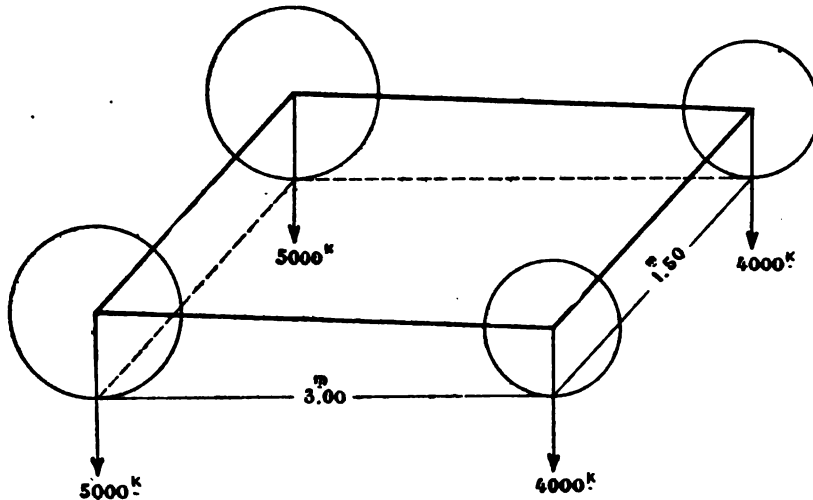
76. Le pont livre passage à la charge roulante. — Nous faisons abstraction du poids mort du pont et du contrepoids qu'il porte.

La charge roulante consiste en un chariot de 18 tonnes, la FIG. 98 donne le schéma du train de ce chariot avec les charges portées par chaque roue ; la jante des roues a 0^m20 de largeur, le chariot peut venir frôler la bordure du trottoir, c'est-à-dire que chaque paire de roues peut venir occuper par rapport aux longérons du pont qui sont écartés de 3 mètres la position donnée par la FIG. 99 (voir

aussi la FIG. 90). La charge maximum reportée sur chaque longeron par les roues chargées de 5000 kg. est donnée par l'équation :

$$3R = 5000 (2,65 + 1,15) \quad \text{d'où} \quad R = 6330 \text{ kgmes}$$

FIG. 98

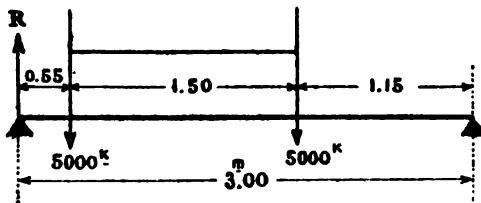


et pour les roues portant 4000 kgmes on a : $R = 5064$ kgmes.

Nous avons donc à considérer comme roulant sur chaque longeron un bicycle dont la roue d'avant porte 5064 kgmes et celle d'arrière 6330 kgr., soit en chiffres ronds 5100 et 6300 kgmes (voir FIG. 100).

Nous déterminerons séparément les diagrammes de chaque charge dans ses diverses positions, et nous combinerons les diagrammes des deux charges en tenant compte qu'elles circulent à trois mètres de

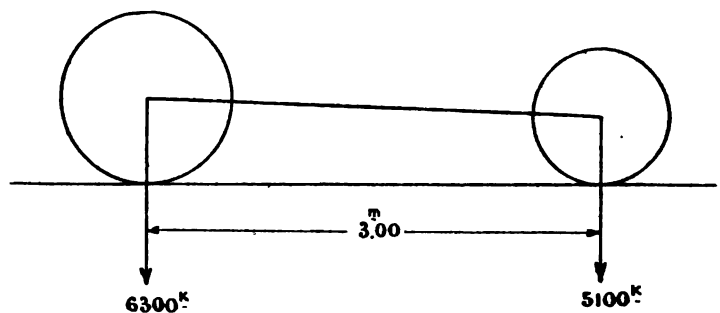
FIG. 99



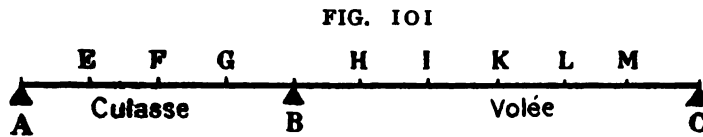
distance l'une de l'autre.

Nous divisons la culasse en 4 parties égales et la volée en 6, ces parties ont approximativement 1^m50 de longueur. Nous supposons que chaque charge, 5100 et 6300 kgmes, vienne occuper chacune des positions

FIG. 100



EFGHK et M (FIG. 101), nous n'étudierons pas ici le cas des charges en I et L.



Nous appliquons les formules (13) à (15) et celles (16) à (18), et représentant la charge locale par P nous obtenons les résultats consignés dans le tableau ci-dessous :

DÉSIGNATION	RÉACTION EN A R	RÉACTION EN B S	RÉACTION EN C V
Charge locale en E	+ 0,70266 P	+ 0,32942 P	- 0,03208 P
» » en F	+ 0,42426 P	+ 0,62707 P	- 0,05133 P
» » en G	+ 0,18373 P	+ 0,86119 P	- 0,04492 P
» » en H	- 0,11197 P	+ 1,02117 P	+ 0,09076 P
» » en K	- 0,16493 P	+ 0,77665 P	+ 0,38824 P
» » en M	- 0,07126 P	+ 0,28622 P	+ 0,78504 P

Le bicycle de la FIG. 100 s'engage sur le longeron en marchant de A vers C.
1° La charge 5100 kgmes arrive en E, on a :

$$R = + 0,70266 \times 5100 = + 3584 \text{ kgmes}; \quad V = - 0,03208 \times 5100 = - 164 \text{ kgmes.}$$

Le moment fléchissant en E est : $+ 3584 \times \frac{6,12}{4} = + 5484 \text{ kgmèt.}$

Le moment fléchissant en B est : $- 164 \times 9,03 = - 1481 \text{ kgmètres.}$

Le diagramme correspondant à ce cas est celui AJNC (Pl. XX), diagramme très facile à tracer puisqu'il ne se compose que de trois lignes droites.

2° La charge 5100 kg. arrive en F :

$$R = + 0,42426 \times 5100 = + 2164 \text{ kgmes}; \quad V = - 0,05133 \times 5100 = - 262 \text{ kgmes.}$$

$$M. \text{ en F} = + 2164 \times \frac{6,12}{2} = + 6622 \text{ kgmèt.}; \quad M. \text{ en B} = - 262 \times 9,03 = - 2366 \text{ kg.}$$

Nous traçons le diagramme de ce cas.

3° La charge 5100 kgmes arrive en G et celle 6300 kgmes en E :

$$R = + 0,70266 \times 6300 + 0,18373 \times 5100 = + 5364 \text{ kgmes}$$

$$V = - 0,03208 \times 6300 - 0,04492 \times 5100 = - 431 \text{ kgmes}$$

M. en E = + 8207 kgmèt. ; M. en G = + 5343 kgm. ; M. en B = — 3892 kgm.

Nous traçons le diagramme correspondant à ce cas.

4° La charge 5100 arrive sur l'appui B et celle 6300 est en F :

$R = + 0,42426 \times 6300 = + 2673$ kgmes ; $V = - 0,05133 \times 6300 = - 323$ kgmes

M. en F = $+ 2673 \times \frac{6,12}{2} = + 8179$ kgmèt. ; M. en B = $- 323 \times 9,03 = - 2917$ k.

Nous traçons le diagramme.

5° La charge 5100 arrive en H et celle 6300 kgmes en G :

$R = + 0,18373 \times 6300 - 0,11197 \times 5100 = + 586$ kgmes

$V = - 0,04492 \times 6300 + 0,09076 \times 5100 = + 180$ kgmes

M. en G = + 2690 kgmèt. ; M. en B = — 6053 kgmèt. ; M. en H = + 1355 kgmèt.

Nous traçons le diagramme.

6° La charge 5100 arrive en K et celle 6300 en H :

$R = - 1546$ kgmes ; $V = + 2552$ kgmes

M. en B = — 9461 kgmèt. ; M. en K = + 11522 kgmèt. ; M. en H = + 3849 kgmèt.

Nous traçons le diagramme.

7° La charge 5100 est en M et 6300 en K : $R = - 1402$ kg. ; $V = + 6450$ kg.

M. en B = — 8580 kgmèt. ; M. en M = + 9707 kgmèt. ; M. en K = + 13770 kgm.

Nous traçons le diagramme.

8° La charge 5100 délaisse le longeron et celle 6300 vient en M :

$R = - 449$ kgmes ; $V = + 4946$ kgmes

M. en B = — 2747 kgmètres ; M. en M = + 7444 kgmètres.

Nous traçons le diagramme.

Ayant les diagrammes dans huit positions différentes du bicycle roulant il suffit, sur la Pl. XX, de prendre l'enveloppe de ces huit diagrammes pour avoir en chaque section du longeron le moment maximum qu'y peut développer le chariot de 18 tonnes franchissant le pont.

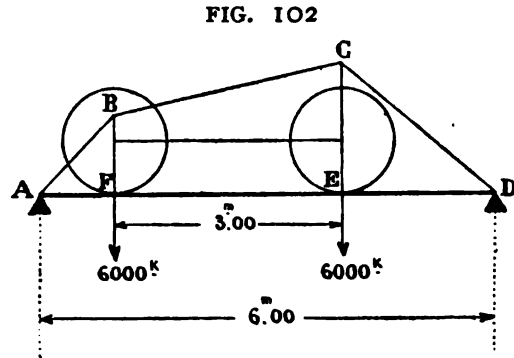
77. Charge uniforme équivalente. — La recherche que nous venons de faire du diagramme enveloppe de la charge roulante n'est pas compliquée mais elle est un peu longue.

Pour un premier calcul (un calcul approximatif ainsi qu'on en exécute au

préalable pour toute construction) on peut simplifier les choses, pour cela recherchons la charge uniforme qui peut remplacer la charge roulante.

Comme nous sommes dans l'approximatif nous pouvons faciliter les calculs en remplaçant le bicycle de la FIG. 100 par un bicycle dont chaque roue porterait 6000 kg. et nous supposons que les travées de culasse et de volée sont indépendantes, c'est-à-dire discontinues sur l'appui central; de plus nous admettrons qu'elles ont en chiffres ronds 6 et 9 mètres de portée.

Considérons la culasse (FIG. 102) et le bicycle occupant une position quelconque sur cette travée, le diagramme de la charge roulante a la forme ABCD, la charge uniforme équivalente est celle qui en la section E produit le même moment EC.



En étudiant diverses positions du bicycle sur la travée on trouve que celle correspondant à $AF = ED = 1^m50$, c'est-à-dire la position centrale, donne la valeur maximum pour la charge uniforme équivalente, dans ce cas on a :

$$FB = EC = 6000 \times 1^m50 = 9000 \text{ kgmètres}$$

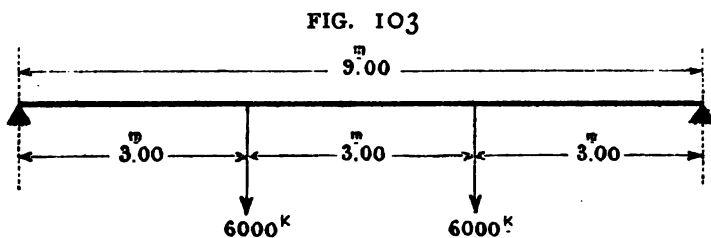
nommant p la charge uniforme équivalente par unité courante on trouve :

$$3p \times 1,5 - p \times \frac{1,5^2}{2} = 9000 \quad \text{d'où} \quad p = 2666 \text{ kg.} = 2700 \text{ en chiffres ronds}$$

Pour la volée c'est également lorsque le bicycle est dans la position centrale que la charge uniforme équivalente atteint la plus grande valeur (FIG. 103), on a :

$$\frac{9}{2} p \times 3 - p \times \frac{3^2}{2} = 6000 \times 3 \quad \text{d'où} \quad p = 2000 \text{ kgms.}$$

Nous trouvons donc que l'effet de la charge roulante de 18 tonnes franchissant le pont est sensiblement le même que celui

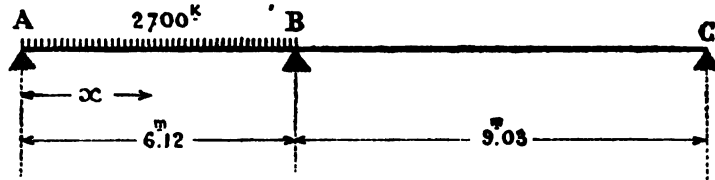


d'une charge uniforme de 2700 kg. par mètre courant sur la culasse et 2000 k. sur la volée, en d'autres termes l'enveloppe des diagrammes de ces deux

charges uniformes est sensiblement la même que l'enveloppe des diagrammes trouvés ci-dessus par la charge roulante.

Il est à remarquer que nous disons l'enveloppe des diagrammes des charges uniformes et non leur somme. Nous avons à vérifier la proposition ci-dessus. Pour cela déterminons d'abord le diagramme de la charge uniforme 2700

FIG. 104



kgmes agissant sur la travée de culasse seule (FIG. 104), nous appliquons la formule (19) :

$$R = \frac{pl}{2} - \frac{pl^2}{8(l+L)} = \frac{2700 \times 6,12}{2} \left[1 - \frac{6,12}{4 \times 15,15} \right] = +7428 \text{ kg.}$$

La réaction en C nous est donnée par la formule (22) en y faisant $q=0$:

$$V = -\frac{pl^3}{8L(l+L)} = -\frac{2700 \times 6,12^3}{8 \times 9,03 \times 15,15} = -565 \text{ kgmes}$$

$$\text{Mom. en B} = -565 \times 9,03 = -5102 \text{ kgmètres.}$$

Le moment fléchissant en une section à la distance x de A a pour expression :

$$M_x = 7428x - 2700 \frac{x^2}{2}.$$

Son maximum est donné par l'équation : $\frac{dM_x}{dx} = 0$ d'où $x = 2^m751$

et ce maximum est $M_{\max} = 7428 \times 2,751 - \frac{2700}{2} \times 2,751^2 = +10217 \text{ kgmètres.}$

Sur la longueur AB le diagramme est une parabole, nous pouvons aisément la tracer, sur la travée BC c'est une droite, ce diagramme est tracé en traits doubles sur la Pl. XX. Passons à la travée de volée BC qui porte une charge de 2000 kgmes par mètre courant. La réaction en A nous est donnée par la formule (21) en y faisant $p=0$.

$$R = \frac{-qL^3}{8l(l+L)} = \frac{-2000 \times 9,03^3}{8 \times 6,12 \times 15,15} = -1985 \text{ kgmes.}$$

La réaction en C est donnée par la formule (22) en y faisant $p=0$:

$$V = \frac{qL}{2} - \frac{qL^3}{8L(l+L)} = \frac{2000 \times 9,03}{2} \left[1 - \frac{9,03^2}{4 \times 15,15} \right] = +7684 \text{ kgmes.}$$

Le moment à la distance x de l'appui C a pour valeur : $M_x = 7684x - \frac{2000x^2}{2}$

Son maximum a lieu pour $x = 3,842$ et a pour valeur : $M_{max} = + 14761$ kgmèt.

Mom. en B = $- 1985 \times 6,12 = - 12148$ kgmètres.

Nous traçons (Pl. XX) en traits doubles le diagramme de ce cas.

Prenant l'enveloppe des deux derniers diagrammes, nous obtenons la ligne ANOPQRSC, et nous constatons que cette enveloppe coïncide très sensiblement avec celle des diagrammes divers de la charge roulante.

La marche que nous venons d'indiquer donne donc un moyen commode et suffisamment exact (tout au moins pour un premier calcul) de remplacer la charge roulante par une charge uniforme et ainsi simplifier les calculs.



78. Il importe de vérifier si la charge roulante au passage du pont ne peut pas provoquer le relèvement des extrémités de culasse ou de volée de dessus leurs appuis.

Nous pouvons voir ci-avant (au n° 76) que le maximum de réaction négative engendrée par le chariot de 18 tonnes à l'extrémité de la culasse est de 1546 kg., et à l'extrémité de la volée de 431 kgmes.

Le signe négatif de ces réactions indique que les extrémités du longeron sont sollicitées par ces forces (1546 kg. et 431 kg.) dans la direction de bas en haut.

Or le calage opéré lors de la fermeture du pont a développé à l'extrémité de la culasse une réaction positive de 3562 kgmes et à l'extrémité de la volée une réaction positive de 2414 kg. (voir n° 75), lesquelles réactions dépassant celles négatives dues au chariot, démontrent qu'il n'y a aucun danger que ces extrémités quittent leurs appuis, elles y resteront appliquées avec une force qui au minimum sera pour l'extrémité de culasse égale à : $+ 3562 - 1546 = + 2016$ kgs. et pour l'extrémité de volée : $+ 2414 - 431 = + 1983$ kgmes.

En définitive donc, quoi qu'il arrive, le pont restera toujours bien appuyant sur ses culées ; s'il en était autrement, si la réaction négative maximum due à la charge roulante dépassait celle positive due au calage il faudrait augmenter l'énergie de celui-ci (c'est-à-dire relever les extrémités plus que ce qui a été fait) de façon à dépasser coûte que coûte les réactions négatives et avoir comme résultantes des réactions positives, en effet si les réactions négatives dépassent celles positives, cela signifie qu'au passage du chariot les extrémités du pont se soulèveront de dessus leurs appuis puis retomberont, d'où des chocs excessivement destructeurs pour le pont et ses maçonneries, chocs qu'il faut absolument éviter.

79. Le pont porte la surcharge uniforme. — La charge uniforme stipulée par le Cahier Général des charges de l'État Belge est de 400 kgmes par mètre carré de tablier du pont, trottoirs compris.

Dans le cas que nous étudions, le mètre courant de longeron porte deux mètres carrés de tablier, donc recevra 800 kgmes.

Nous ne nous arrêtons pas à étudier les effets de cette charge uniforme, car ils sont inférieurs à ceux du chariot de 18 tonnes (voir n° 77), et d'ailleurs cette étude ne comporte rien de nouveau en ce qui concerne les méthodes de calcul.

Si l'on veut déterminer la répartition de la charge uniforme donnant, dans les diverses sections, les maximums de fatigue, il suffira de remplacer la charge uniforme par une série de charges locales, de tracer pour chacune d'elles le diagramme des m. fléch. (comme nous l'avons fait pour la charge roulante) et additionner pour chaque section la série des diagrammes de même signe.

Il arrive que pour certains ponts tournants de routes, l'État Belge n'impose pas le chariot de 18 tonnes et se contente de l'épreuve au moyen de la charge uniforme de 400 kilgs par mètre carré de tablier, tel a été notamment le cas pour les ponts tournants construits sur le canal du *Centre*.

* * *

80. Diagramme des maxima. — Au point où nous en sommes de nos calculs nous avons à résumer.

Pour déterminer le diagramme des moments maxima, nous prenons (Pl. XIX) le diagramme AK₁GC du pont vide, fermé et calé de la façon la plus favorable (n° 75), nous lui superposons le diagramme ANOO'B'C (Pl. XX), enveloppe de la charge roulante (ou plutôt de la charge uniforme équivalente) passant sur la culasse, et aussi le diagramme AB''R'RSC enveloppe de la charge roulante sur la volée, ces superpositions sont faites Pl. XXI où ces trois diagrammes sont numérotés de 1 à 3.

Pour déterminer les maxima nous additionnons les ordonnées de même signe de ces diagrammes en remarquant toutefois que ceux n° 2 et n° 3 ne peuvent exister simultanément puisque le chariot de 18 tonnes se trouve successivement sur l'une et l'autre travée.

De A à D nous additionnons les parties positives de 1 et 2, de D à E les parties négatives de 1 et 3, de E à F les négatifs de 1 et 3, de F à G les négatifs de 1 et 2, de G à B les positifs de 1 et 3, et nous obtenons ainsi le diagramme des maxima pour le pont fermé, calé comme dit ci-dessus et livrant passage à la charge roulante de 18 tonnes, ce diagramme est celui ACHIJKB; à ce diagramme nous superposons celui AK₁EC (Pl. XVIII) du pont ouvert et nous obtenons le diagramme ACLMNKB qui est celui des plus grands maxima, que

le pont soit ouvert ou fermé pourvu bien entendu que le calage soit établi ainsi que dit précédemment, c'est-à-dire que les relèvements soient (voir nos 72, 73 et 75) : à la culasse $8.2 + 0.6 = 8.8$ millim. ; à la volée $16.3 + 1.3 = 17.6$ m. m. ce qui correspond à des calages de : 3562 kg. à la culasse ; et 2414 kg. à la volée.

La réserve que nous venons de faire quant à l'intensité du calage exige une explication : un calage développant 3562 kg. à la culasse et 2414 kg. à la volée est en somme une opération de précision, et en pratique on ne peut pas compter sur semblable précision, on doit évidemment prendre ses mesures pour la réaliser autant que possible mais on ne peut pas espérer l'atteindre, on doit dans ses calculs prévoir l'hypothèse d'un calage différent de celui qui correspond à la perfection. on doit en un mot prévoir le cas d'un calage trop fort ou trop faible.

81. Calage trop fort. — C'est celui qui correspond à l'instant où le pont calé cesse d'être en contact avec le pivot, il est impossible d'avoir un calage plus fort, car on en serait immédiatement averti par le choc qui se produirait entre le pont

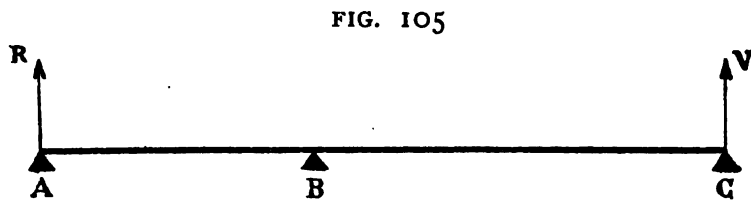


FIG. 105

est impossible d'avoir un calage plus fort, car on en serait immédiatement averti par le choc qui se produirait entre le pont

et le pivot au moment du décalage, ce calage au maximum correspond à $S = 0$ et nous avons (FIG. 105) :

$$R + V = \frac{1270}{2}(6.12 + 9.03) + 2800 = 12420.25 ; R \times 6.12 = V \times 9.03$$

d'où $R = 7402.95 ; V = 5017.30 ;$ Mom. en B = $5017.3 \times 9.03 = 45306$ kgmèt.

Nous traçons (Pl. XIX) ce diagramme ADC correspondant à ce calage et l'additionnant avec le diagramme AKEC du pont ouvert, nous obtenons le diagramme AFLC du pont fermé et calé au maximum, ce diagramme AFLC est en somme celui de la poutre AC portant sur ses seuls appuis extrêmes, A et C, et supportant la charge uniforme $\frac{1270}{2}$ kgmes par mètre courant et la charge locale 2800 kgms du contrepoids, calculant directement le diagramme de semblable poutre on tombera sur AFLC.

Nous reportons sur la Pl. XXII le diagramme AFLC que nous venons d'obtenir, nous traçons sur cette même planche les diagrammes enveloppes des charges roulantes, diagrammes obtenus Pl. XX, nous additionnons AFLC avec les parties positives des diagrammes de la charge roulante, c'est-à-dire ANO' pour la culasse et CSR' pour la volée, nous obtenons AN'O"FR"S'C qui est le

maximum pour le pont fermé, calé au maximum et livrant passage à la charge de 18 tonnes ; prenant l'enveloppe de ce dernier diagramme et de celui AKEC (Pl. XVIII) du pont ouvert, on obtient (Pl. XXII) le diagramme AN'VER'S'C qui est celui des plus grands maxima dans le cas d'un calage trop fort.

82. Calage trop faible. — Le calage trop faible correspond au cas où le pont ferait entendre des chocs au passage du chariot de 18 tonnes, ce qui deviendrait possible à partir du moment où la réaction positive due au calage serait égale à la plus grande réaction négative produite par le passage du chariot, or cette réaction négative la plus grande est (en prenant les charges uniformes équivalentes à la charge roulante, voir n° 77) :

— 1985 kg. au bec de la culasse ; — 565kg. au bec de la volée.

De là il résulte immédiatement que le calage à l'extrémité de la culasse ne peut être inférieur à 1985 kg., et par conséquent celui à l'extrémité de la volée ne peut être moindre que (voir n° 73) : $\frac{1985 \times 6.12}{9.03} = 1345 \text{ kg. } 3$; le moment sur l'appui central provoqué par ces calages minimum est :

$$1985 \times 6.12 = 12148 \text{ kgmètres}$$

et le diagramme correspondant est celui AGC (Pl. XXIII), additionnant algébriquement ce diagramme avec celui AKEC du pont ouvert, nous obtenons celui du pont fermé, calé au minimum, nous le reproduisons sous le n° 1 à droite de la Pl. XXIII.

Opérant sur ce diagramme n° 1 et sur les diagrammes n° 2 et n° 3 des charges roulantes ainsi que nous venons de l'expliquer au n° 80 et Pl. XXI, nous obtenons comme diagramme des maxima dans le cas du pont fermé celui en traits doubles AHIEJLC (Pl. XXIII), lui superposant le diagramme AKEC du pont ouvert, nous obtenons le diagramme en traits doubles AHIEJLC qui est celui des plus grands maxima dans le cas du calage trop faible.

Comparant les trois diagrammes des maxima : celui du n° 80 et Pl. XXI correspondant au calage normal (voir n° 75), celui du n° 81 et Pl. XXII correspondant au calage trop fort, enfin celui du n° 82 et Pl. XXIII correspondant au calage trop faible, nous voyons que le plus défavorable est celui du calage trop fort, c'est donc d'après celui-là que le pont doit être calculé.

83. Calage le meilleur en tenant compte des charges roulantes. —

On voit que pour mettre le pont dans les meilleures conditions de résistance il est préférable de se rapprocher du calage trop faible, c'est-à-dire dans le cas particulier qui nous occupe, caler :

à la culasse à raison de 1985 k. ; à la volée à raison de 1345 k.

Ce sont des calages plus faibles que ceux correspondant aux trois appuis de niveau, nous avons vu que dans ce cas les calages étaient :

à la culasse de 3305 k. ; à la volée de 2240 k.

Théoriquement il faut donc caler de façon que les deux appuis extrêmes soient en-dessous du niveau de l'appui central, mais comme les blocs de calage sont exposés à s'user, ce qui diminue l'énergie du calage et qu'il faut à tout prix éviter le danger d'un calage trop faible et les chocs qui en peuvent résulter, il est préférable en pratique de caler de niveau, ou même de caler comme dit au n° 75.

••

84. Notre étude porte sur un pont tournant existant, la section du longeron est donnée FIG. 90 et le profil longitudinal de l'âme de ce longeron est donné FIG. 92. Les moments résistants de ce longeron calculés à raison d'une fatigue de 6 kgmes par millimètre carré sont :

Pour la section de 430 de hauteur, 28266 kgmètres.
Pour celle de 555 de hauteur, 37716 kgmètres.
Pour celle de 680 de hauteur, 47520 »
Pour celle de 512 de hauteur, 36222 »
Pour celle de 345 de hauteur, 22068 »

Nous traçons avec ces résultats sur la Pl. XXII le diagramme ATUXC des moments résistants du longeron, nous voyons qu'il dépasse notablement celui AN'VE'R'S'C des plus grands moments fléchissants possibles, il le dépasse même beaucoup trop, en d'autres termes le pont qui fait l'objet de notre étude est établi avec beaucoup trop de solidité : ainsi la section au pivot présente un moment résistant de 47520 kgmètres tandis que le moment fléchissant maximum est 25892 kgmètres, donc la fatigue réelle est $6 \times \frac{25892}{47502} = 3^{\text{K}}_3$ par m. m. carré, ce qui est vraiment trop peu ; le pont qui fait l'objet de notre étude a été en réalité mal proportionné, le longeron contient trop de fer.

••

85. Longerons à section variable. — Les formules et les calculs précédents ont été établis en supposant que le longeron à âme pleine ou en treillis

avait un moment d'inertie constant, le résultat final auquel nous arrivons, c'est-à-dire le diagramme maximum de la Pl. XXII, démontre que cette supposition sera très sensiblement réalisée en exécution, en effet sur la majeure partie de la longueur du longeron le moment résistant oscille de 24900 à 30600 kgrmètres seulement, ce n'est que tout à fait vers les extrémités qu'il peut diminuer dans de fortes proportions, or ce ne sont pas des variations dans ces limites qui peuvent infirmer l'exactitude *pratique* des résultats obtenus en supposant le moment d'inertie constant, c'est donc dans l'hypothèse du moment d'inertie constant que les ponts tournants de ce type peuvent en règle générale être calculés ; voir aussi le n° 12 ci-avant. — Nous donnons ci-après au Chap. IV une méthode de calcul des ponts tournants à poutres en treillis à moment d'inertie variable.



86. Le calcul des chevêtres. — La section d'une entretoise de chevêtre est donnée FIG. 93. Son moment résistant à raison de 1 kgme de fatigue par millimètre carré est de 4457 kilogrammètres.

Le pont étant ouvert les extrémités des chevêtres portent :

$$\frac{1270}{2}(6.12 + 9.03) + \frac{5600}{2} = 12420^k 25$$

d'où un moment fléchissant : $6210 \times 1.5 = 9315$ kgmètres

et une fatigue de : $9315 : 4457 = 2^k 1$ par m. m. carré.

Nous avons maintenant à étudier le cas du pont fermé.

Dans les ponts tournants importants on établit sous les longerons principaux au droit du pivot des châssis de calage de façon qu'après fermeture les entretoises de chevêtres, de même que le pivot, soient mis hors cause, ne reçoivent pas des charges, donc ne fatiguent pas (1) ; tel n'est cependant pas le cas pour le pont que nous étudions et nous devons calculer la fatigue des chevêtres après fermeture du pont. Cette fatigue sera maximum pour le pont calé au minimum, car c'est ce calage qui donne l'effort tranchant maximum au droit du pivot, voir n° 82. L'effort tranchant au pivot, côté culasse, le pont étant vide et calé au minimum, sera :

$$\frac{1270}{2} \times 6.12 + 2800 - 1985 = 4701^k \text{ et côté volée } \frac{1270}{2} \times 9.03 - 1345.3 = 4389^k.$$

A ces efforts tranchants il faut ajouter ceux provoqués au passage du chariot de 18 tonnes, ces efforts sont maximum lorsque le bicycle a sa roue d'avant en

(1) Il peut arriver que ces calages au droit du pivot provoquent le décalage aux extrémités, il faut donc n'en user qu'avec prudence.

H et celle d'arrière en G (FIG. 101), on a alors comme valeur de l'effort tranchant au pivot côté culasse : $6300 - 586 = 5714$ k. et côté volée : $5100 - 180 = 4920$ k.

Combinant les effets du pont vide avec ceux de la charge roulante on a comme effort tranchant maximum :

$$\text{Côté culasse : } 4701 + 5714 = 10415^k$$

$$\text{Côté volée : } 4389^k + 4920 = 9309^k.$$

Le moment fléchissant maximum sur une traverse de chevêtre est donc :

$$10415 \times 1^m50 = 15622 \text{ kgmètres}$$

et la fatigue est : $15622 : 4457 = 3^k5$ par m. m. carré.

87. Le calcul du pivot. — En ce qui concerne le pivot il y a à calculer :

- a) La surface de la pierre de taille servant de base au pivot.
- b) La surface de contact entre la base du pivot et sa pierre de taille.
- c) La section du pivot.
- d) Les lentilles du pivot.
- e) Le chapeau du pivot.
- f) Les boulons de suspension de la crapaudine au chapeau.
- g) La crapaudine du pivot.
- h) L'attache de la crapaudine aux traverses de chevêtre.

Nous ne nous occuperons que des lentilles du pivot, le calcul des autres pièces ne présente aucune particularité sur laquelle il y ait lieu d'insister ici.

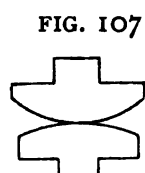
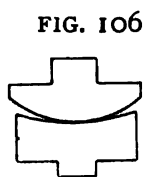
Les lentilles constituent la partie sur laquelle le pont décalé repose et tourne, c'est l'âme du pont. Il importe que la pression par unité entre les deux lentilles ne dépasse pas un certain taux ou sinon l'huile de graissage est expulsée d'entre les deux lentilles, le métal vient en contact sans intermédiaire de lubrifiant, et lors de la rotation les lentilles grippent, elles pénètrent l'une dans l'autre et le pont refuse de tourner, cela se rencontre plus souvent qu'on ne le croirait. La surface plane de contact entre les deux lentilles doit être calculée de façon que la charge par millimètre carré ne dépasse pas 6 kilogrammes. Le poids total de la partie tournante de notre pont est : $12420.25 \times 2 = 24840^k50$, il faut donc pour les lentilles une surface plane de : $24840 : 6 = 4140$ m. m. c.

En réalité on leur a donné un diamètre de 10 centimètres, ce qui correspond à une surface de 7854 millimètres carrés, donc à une pression de 3^k2 p. m. m. c.

Nous disons ci-dessus qu'il faut que les lentilles portent l'une sur l'autre par une surface plane (1), en effet il est certains ingénieurs qui donnent à leurs

(1) Nous avons préconisé pour les lentilles les surfaces planes dans notre édition de 1901, c'était la conclusion de notre pratique antérieure, nous donnons ci-après au n° 99 un article qui corrobore cette façon de voir.

lentilles une surface courbe (les deux convexes, FIG. 107, ou bien l'une convexe et l'autre concave, FIG. 106), de cette façon la surface de contact se réduit à rien, le travail à développer pour la rotation du pont est théoriquement



nul et la manœuvre se fait donc avec la plus grande facilité puisqu'il suffit de vaincre la force d'inertie, ce serait exact si la résistance à l'écrasement du métal des lentilles était indéfinie, ce qui n'est malheureusement pas ; la surface de contact étant petite, la pression par unité est excessive, comme conséquence l'huile de graissage est expulsée et le métal des lentilles venant en contact s'écrase tout naturellement, les lentilles grippent, se détruisent aux premières rotations et contrairement aux prévisions théoriques de l'ingénieur le mouvement du pont devient bientôt très difficile et même quelquefois impossible.

Il importe que non seulement l'huile ne soit pas expulsée d'entre les lentilles pendant la rotation du pont mais encore que cela ne se produise pas lorsque le pont est calé et livre passage à la charge roulante.

De nos calculs ci-dessus au n° 87 il résulte que lors du passage du chariot de 18 tonnes la charge maximum sur le pivot atteint

$$(4701.2 + 4388.75) 2 + (5714 + 4920) \frac{18000}{6300 + 5100} = 34970 \text{ kg.}$$

soit par millimètre carré : $34970 : 4140 = 8^k5$, ce qui n'est pas exagéré, car il est à remarquer que cette pression ne se produit que lorsque le pont est au repos.

Si elle était trop forte, ce ne serait pas un motif pour augmenter le diamètre des lentilles (car cela augmenterait la difficulté de rotation) mais ce serait un motif pour caler quelque peu les longerons au droit du pivot afin de soulager celui-ci.

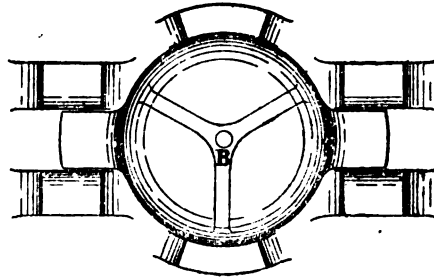
Le calage au droit du pivot a pour avantage d'éviter une torsion du pont lorsque la charge roulante ne suit pas exactement l'axe longitudinal de celui-ci, toutefois n'en user qu'avec modération ainsi que nous le disons en note du n° 86.

88. Un point essentiel est d'assurer le bon graissage des lentilles, c'est-à-dire un afflux commode de l'huile en tous les points de leurs surfaces, à cet effet un trou de graissage vertical vient aboutir à une petite alvéole centrale d'où partent quatre rainures de graissage qui répartissent l'huile sur toute la surface des lentilles, autant que possible il convient que ces rainures aboutissent à un réservoir A (FIG. 108) qui retienne les huiles et puisse servir d'alimentation permanente.

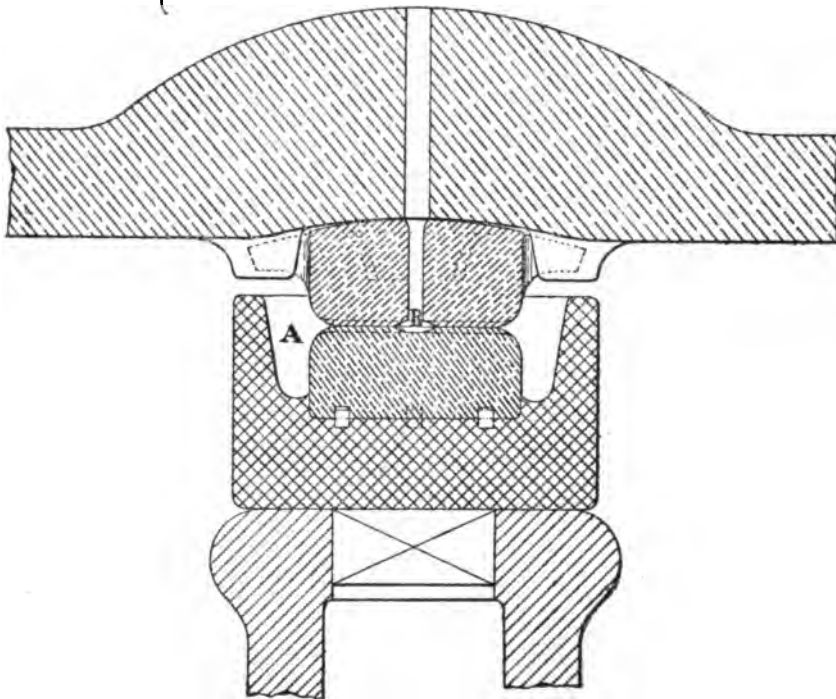
L'alvéole centrale B des lentilles a non seulement pour effet de distribuer l'huile aux rainures radiales mais encore elle a pour grand avantage de supprimer le point mort des lentilles, suppression qui est absolument nécessaire, car ce point mort peut être une cause de grippement.

FIG. 108

Chapeau de pivot et lentille supérieure
vus du dessous.



Coupe par l'axe

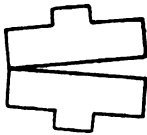


La lubrification doit se faire avec de l'huile grasse minérale, nous déconseillons l'huile végétale, elle est trop oxydable, elle donne trop de cambouis (1).

89. Il faut dans la disposition d'un pont tournant se ménager un moyen commode et facile d'accès aux lentilles pour les vérifier, les nettoyer et au besoin les renouveler.

90. Nous avons vu ci-dessus (FIG. 106 et 107) que certains ingénieurs donnent aux lentilles des formes bombées, ces formes n'ont pas uniquement pour but, dans la pensée de leurs auteurs, de faciliter la rotation du pont (facilité fictive comme nous l'avons vu) mais encore de lui permettre un certain mouvement de bascule

FIG. 109



le pivot, ce mouvement de bascule se produit au calage et décalage du pont, si les lentilles sont planes et que rien n'a été prévu pour la bascule du pont, il en résultera que celui-ci, par suite d'une légère différence dans l'équilibre de la volée et de la culasse, reportera l'axe de son appui au pivot en dehors de l'axe des lentilles et alors celles-ci auront une tendance à bâiller (FIG. 109), la charge se concentrera sur une partie de la surface, elles seront en danger de gripper et en tous cas la rotation se fera mal, pour éviter ces inconvénients il convient que le contact entre le chapeau du pivot et le dos de la lentille supérieure soit établi par une surface bombée (FIG. 108), la bascule du pont (mouvement impossible à éviter dans certaines limites) pourra de cette façon se produire tout en conservant aux surfaces planes des lentilles un contact parfait, c'est-à-dire sans diminuer la facilité de rotation du pont, on réalisera ainsi l'avantage des lentilles bombées des FIG. 106 et 107 tout en évitant leur grand inconvénient.

91. Les lentilles des ponts tournants sont en acier trempé. L'acier employé est du Bessemer ou du Martin-Siemens martelé, on le prend de qualité relativement dure, quelquefois on prend de l'acier chromé.

Le lingot venant de l'aciérie doit avoir des dimensions telles qu'on n'ait plus à le retoucher à la forge, surtout plus à le refouler, cela dénaturerait l'acier. On tire du lingot au tour les deux lentilles requises, on les façonne complètement et les parachève sans toutefois y pratiquer les rainures de graissage, on les trempe ensuite dans l'huile ou dans un mélange d'huile et de graisse, on ne peut pas les tremper dans l'eau, elles seraient trop cassantes ; après trempe on y pratique les

(1) Une excellente étude expérimentale sur les lentilles, leur forme et leur graissage a paru dans la *Revue générale des chemins de fer* n° 3 de mars 1910, sous le titre : *Expériences sur le pivot d'essai du pont tournant de Caronte*. — Les auteurs MM^{rs} Chartiée et Blot paraissent plutôt partisans de lentilles légèrement bombées.

rainures au moyen d'une meule à émeri, si ces rainures étaient faites avant trempe elles pourraient lors de la trempe provoquer la rupture des lentilles, ou tout au moins des fêlures dans leur masse, ce qui serait encore plus dangereux, car la rupture en pourrait résulter en service.

Après trempe la surface des lentilles, qui était parfaitement plane avant, a toujours pris un certain gauché, il faut donc les planer, ce qui se fait au tour en usant le gauché avec de l'émeri fin sur une feuille de cuivre, l'opération doit être conduite avec soin et avec la plus grande précision, car il faut que la surface de contact des lentilles soit mathématiquement plane et en outre polie comme une glace.

L'ingénieur chargé de l'exécution d'un pont tournant doit être de la dernière rigueur en ce qui concerne les lentilles, il doit vérifier :

- a) Si l'acier est trempé suffisamment dur, cela se vérifiera avec une lime.
- b) Si aucune fente n'a été produite par la trempe.
- c) Si les rainures ne présentent aucune aspérité, si leurs bords sont bien arrondis.

d) Enfin si les surfaces sont d'un poli parfait et sont d'un plan mathématique, cette vérification se fera en enduisant l'une d'elles d'une légère couche de couleur et les appliquant l'une sur l'autre, il faut que la surface non enduite ait pris de la peinture en toutes ses parties.

Certains ingénieurs exécutent quelquefois une des lentilles en bronze, nous ne voyons pas grand avantage à l'emploi de deux métaux, le bronze se comprend pour les coussinets, car il serait impossible de les exécuter en acier trempé et poli, mais ce n'est pas le cas pour une lentille de pont tournant.

Comme les lentilles peuvent se casser au cours du montage d'un pont tournant on en exécute généralement deux paires.

92. Examinons le cas des lentilles pour un pont tournant lourd.

Soit un pont dont la partie tournante pèse 700 tonnes, la surface requise pour les lentilles est de $700000 : 6 = 117000$ m. m. c. soit un diamètre de 386 millimètres. L'exécution avec précision de lentilles de cette dimension est assez difficile, surtout du chef de la trempe. On cherche généralement à réduire le diamètre. Un premier moyen c'est de refouler l'huile entre les lentilles au moyen d'une pompe de pression, ce pendant la rotation ; cette copieuse alimentation d'huile permet d'augmenter la charge par unité, donc de diminuer le diamètre des lentilles.

Un autre moyen consiste à annexer au pivot une plaque tournante composée d'un chemin de roulement fixé sur la pile, d'un semblable fixé sous le pont et de galets intermédiaires, on reporte sur la plaque une partie du poids du pont ouvert et on ne conserve sur le pivot que la portion qu'il peut porter dans de bonnes conditions, cette portion doit être la plus grande possible, car plus il y a de charge

sur le pivot, moins il y en a sur les galets, et plus facile sera la manœuvre du pont. La répartition de la charge entre le pivot et les galets se fait au moyen des boulons qui suspendent la crapaudine au chapeau du pivot, si on raccourcit ces boulons (en serrant les écrous) on décharge les galets et charge le pivot, et vice-versa.

Pour les ponts qui n'ont pas de galets de roulement, ni de calage au pivot (tel celui FIG. 90 à 95) les boulons de suspension servent à régler le calage des extrémités, en effet, si on raccourcit ces boulons l'intensité du calage aux extrémités diminue, si on les allonge elle augmente.

Pour les ponts qui n'ont pas de galets de roulement mais ont un calage au droit du pivot la manœuvre des boulons de suspension permet le réglage de ce calage, et quant à celui à chaque extrémité du pont on doit le régler en agissant directement sur le niveau des coussinets de calage.

Un dernier moyen que l'on emploie pour éviter des lentilles de trop fortes dimensions et aussi les plaques tournantes c'est de porter et faire tourner le pont sur un pivot hydraulique (voir *Annales des ponts et chaussées*, 1875, 1^{er} semestre et aussi *Portefeuille économique des Machines*, décembre 1887), dans le cas de pivot hydraulique il n'y a plus nécessité d'avoir des boulons de suspension (voir aussi les *Annales des Travaux Publics de Belgique*, juin 1900, p. 451).

*
* *

Les plaques tournantes sous les ponts présentent d'assez nombreux inconvénients : elles sont coûteuses, il est difficile de les établir et maintenir de façon que la charge porte uniformément sur tous les galets, le moindre tassement dérègle la plaque, les galets sont exposés à s'user inégalement, à s'écorner et se briser, enfin si ces effets se produisent il faut soulever le pont au moyen de verins pour retirer et renouveler les galets ou remettre la plaque de niveau.

De tout quoi il résulte qu'il ne faut employer les plaques tournantes qu'en cas d'absolue nécessité.

93. Le calcul des mécanismes. — Il y a les mécanismes de rotation, d'arrêt et de calage. Leur calcul ne présente aucune difficulté spéciale et nous ne nous y arrêterons pas ici.

Nous appelons toutefois l'attention sur l'importance qu'il y a de les étudier avec le plus grand soin sous peine d'avoir un pont qui fonctionnera d'une façon défectueuse ou même refusera de fonctionner ; on est quelquefois enclin à les étudier avec peu d'attention et les exécuter avec peu de précision sous prétexte que ce sont des mécanismes rustiques, c'est une grave erreur, car s'ils sont rustiques il faut cependant remarquer qu'ils doivent mettre en mouvement des

masses très considérables et exercer des efforts énergiques et pour ce faire dans de bonnes conditions il faut une étude soignée et une fabrication supérieure. Il faut notamment faire attention au tracé des roues d'engrenage, et éviter de soumettre les barres de transmission à des efforts de compression, il faut que les barres de commande du calage, du décalage et des mécanismes divers n'agissent jamais que par traction, si on les fait agir par compression la commande se fera toujours mal, car quelque bien guidées qu'elles soient intermédiairement les barres flamberont toujours un peu et par conséquent transmettront un effort insuffisant et un mouvement incomplet.

Il est à noter que le mécanisme de calage peut exclusivement être appliqué à un bout du pont, car le relèvement à ce bout suffit pour provoquer le calage à l'autre bout, ceci bien entendu lorsque le pivot n'est pas accompagné d'une plaque tournante, car dans ce cas il faut un mécanisme de calage spécial à chaque extrémité du pont.

94. Vent. — Dans le calcul de la puissance requise pour la rotation du pont il importe, au cas où les travées de volée et de culasse sont inégales en surface, de tenir compte de la *force des vents*, en effet l'inégalité d'action du vent sur les deux parties du pont agira l'une fois dans le sens de la rotation, l'autre fois en sens contraire, et dans les deux cas il faut que le mécanisme de rotation soit assez puissant pour tenir facilement tête au vent à son maximum de violence.

Pour échapper à l'impedimenta du vent on pourrait régler la surface des deux travées de façon que quoique inégales en portée elles donnent cependant pour le vent le même moment par rapport au pivot, donc deux moments qui s'équilibrent.

95. Travail de rotation. — Nous supposons un pont qui tourne sur ses lentilles seules, donc ne reposant pas sur galets et cercles de roulement.

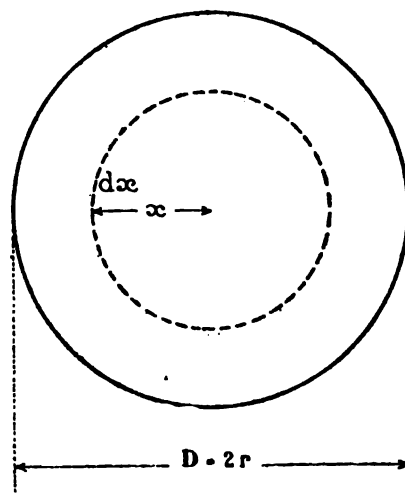
Soit $D = 2r$ le diamètre de la surface frot tante des lentilles (FIG. 110) et P la charge totale qu'elles portent. Le frottement par unité est $\frac{fP}{\pi r^2}$.

Le moment infiniment petit du frottement sur la circonférence de rayon x est :

$$dM_x = \frac{fP}{\pi r^2} \times 2\pi x dx \times x.$$

Le moment total du frottement est :

FIG. 110



$$M = \int_0^r dM_x = \frac{2r}{3} fP = \frac{1}{3} DfP = \frac{f}{3} DP$$

Supposons que la vitesse de rotation du pont soit de n tours par minute, donc $\frac{n}{60}$ tours par seconde. Le travail élémentaire en une seconde du frottement

sur la circonférence de rayon x est : $dT_x = \frac{fP}{\pi r^2} \times 2\pi x dx \times 2\pi x \frac{n}{60}$. Le travail total en une seconde sur toute la superficie des lentilles est :

$$T = \int_0^r dT_x = \frac{4}{3} \pi r \frac{n}{60} fP = \frac{\pi D}{90} n f P$$

posant approximativement $\frac{\pi}{90} = \frac{1}{30}$, on a : $T = \frac{1}{30} D n f P = \frac{M n}{10}$.

résultat qui, entre autres, nous indique que la manœuvre est d'autant plus difficile que D est plus grand.

96. Action du pontier. — Il y a tout d'abord lieu de rechercher si la manœuvre du pont tournant pourra être faite par le pontier agissant purement et simplement par poussée à l'extrémité de la culasse, ou s'il faudra recourir à un mécanisme de manœuvre.

Si l'on nomme L la longueur de la culasse, ce qui est le bras de levier de l'action du pontier, et si l'on nomme p sa puissance de poussée, le moment de cette poussée sera pL , et pour que le démarrage du pont puisse se produire il faut :

$$(1) \quad pL = M = \frac{1}{3} DfP.$$

Le coefficient de frottement f au démarrage peut être pris égal de 0,10 à 0,15.

Il résulte d'expériences que nous avons faites que l'action d'un homme bien arcbuté sur ses pieds et poussant contre un obstacle fixe est en moyenne de 40 kgs.

Il est d'ailleurs à noter que le départ du pont est facilité par la réaction du tampon de choc à ressort et surtout par l'action du levier de manœuvre dont se sert le pontier pour vaincre la première inertie ou le frottement du départ.

Comme après le démarrage il faut imprimer à la masse du pont une certaine accélération, il convient de n'introduire dans la formule (1) que les chiffres les plus défavorables, c'est-à-dire prendre pour p la moitié de 40 kgs et pour f le frottement le plus élevé, 0,15, ce qui nous donne : (2) $400L = DP$. Voilà la relation nécessaire pour qu'un homme puisse mettre le pont en mouvement, si cette relation n'est pas satisfaite il faut recourir à un mécanisme ; soit dit en passant il ne faut se résigner aux mécanismes qu'à la toute dernière extrémité (surtout pour les

ponts en rase campagne), car ils sont sujets à se détraquer et en somme ils donnent toujours une manœuvre relativement lente.

97. Durée de la manœuvre d'ouverture et fermeture. — Il importe de rechercher la durée de la manœuvre d'ouverture du pont, car il convient que cette durée soit la plus petite possible. Le travail (par seconde) d'ouverture (et par conséquent de fermeture) a pour valeur : $T = \frac{Mn}{10}$. Supposons que l'ouverture doive se faire en N minutes, cette ouverture correspond généralement à un quart de tour, donc le pont fait $\frac{1}{4N}$ tour par minute, d'où pour expression du travail :

$$(3) \quad T = \frac{M}{40N}.$$

Voilà le travail en kilogrammètres par seconde que le pontier devra développer pendant N minutes (2 ou 3 minutes au grand maximum) et ce à la vitesse par seconde de : $\frac{2\pi L}{4 \times 60N}$ mètres vitesse qui toujours est très faible.

Il résulte de nombreuses expériences qui ont été faites qu'un homme agissant pendant un temps très court et avec de longues périodes de repos (tel est le cas d'un pontier) peut développer par seconde :

8 kgs de poussée à 1^m50 de vitesse soit 12 kilogrammètres
16 kgs de poussée à 1 mètre, soit 16 kilogrammètres.

La poussée augmente à mesure que la vitesse diminue, pour une vitesse de 25 à 50 centimètres elle pourra atteindre 32 kgs. En moyenne un homme montant un escalier développe 70 kgs (son poids) à la vitesse de 0^m30 par seconde, soit 21 kgmètres, et peut soutenir ce travail pendant une minute. En faisant agir des soldats sur le balancier d'une pompe à incendie on a trouvé qu'ils pouvaient pendant 2 minutes développer un travail moyen de 17 à 30 kilogrammètres-seconde.

En résumé, on peut prendre 15 kilogrammètres-seconde comme travail que peut fournir un pontier poussant à l'extrémité de la culasse, voilà le chiffre qu'il faudra comparer à celui de l'expression (3) ci-dessus pour apprécier si la manœuvre sans mécanismes est possible dans de bonnes conditions.

98. Si la manœuvre exige l'emploi de mécanismes il importe de tenir compte que l'action de l'homme agissant sur la manivelle est de plus longue durée et se produit dans de moins bonnes conditions que sa poussée sur la culasse, aussi dans ce cas les chiffres de la puissance de l'homme sont plus faibles que ceux ci-dessus,

on ne peut guère compter comme action d'un homme sur la manivelle de manœuvre que sur 6 à 8 kgs à la vitesse de 1 mètre à 0^m80, soit 6 kilogrammètres-seconde, et encore il est à noter que la moitié de ce travail est absorbée par les frottements des roues d'engrenages, c'est-à-dire que la puissance nette utilisable pour la rotation du pont proprement dit n'est que de 3 à 4 kilogrammètres.

99. Histoire d'un pivot de pont tournant (1). — Tout ingénieur qui a construit un pont tournant sait qu'un tel ouvrage est, de sa nature, fort capricieux et que, lorsqu'il a pris le parti de ne pas tourner, on peut avoir beaucoup de peine à le faire changer d'avis.

Il faut donc savoir gré à M. De Groot, ingénieur du Waterstaat, d'avoir conté ses déboires dans un cas de ce genre. La défectuosité qu'il a découverte après de longues recherches attirera, sans conteste, l'attention de tout ingénieur avisé.

Le pont tournant célébré par M. De Groot a été construit récemment sur le canal de Voorne, au Welleweg (près Rotterdam), pour une route et un chemin de fer vicinal ; il comporte une travée mobile de 43^m30 de longueur, dont 19^m30 pour la culasse et 24 mètres pour la volée. Le poids total du tablier tournant est de 183 tonnes.

Le pivot présente les dispositions usuelles : Un arbre vertical porte sur la tête une lentille convexe en acier forgé de 36 centimètres de diamètre, et sur celle-ci tourne une lentille concave en bronze placée sous le chapeau auquel le tablier est suspendu.

Le pont fut livré à la circulation en octobre 1903. La manœuvre, qui se faisait au début à l'aide de deux hommes, devint de plus en plus difficile et, au bout de quelques semaines, il fallut remédier à la situation.

A l'examen du pivot, on découvrit que la lentille en bronze portait les traces d'un commencement d'usure. La défectuosité fut d'abord attribuée à ce que l'on avait négligé de creuser dans cette lentille des cannelures destinées à l'huile de graissage.

On pratiqua donc des cannelures dans la lentille et le pont tourna aussi mal qu'auparavant.

Les lentilles concave et convexe étaient tournées suivant les rayons de 63 et 61 centimètres respectivement. On se demanda si la différence de sphéricité entre les deux surfaces était suffisante. Car, lorsque le tablier mobile change d'inclinaison sous l'influence du décalage ou de balancements, le point de contact entre les deux lentilles change de place et peut prendre une excentricité qui contrarie le mouvement de rotation. Pour réduire cette excentricité, il faut évidemment donner une courbure aussi différente que possible aux surfaces en contact,

(1) Extrait du journal hollandais, *De Ingenieur*, n° du 14 janvier 1905.

sans toutefois sortir des limites compatibles avec la résistance du métal, puisque la pression au contact augmente avec cette différence de courbure.

Les lentilles furent donc tournées à nouveau et on leur donna pour rayons de courbure 51 centimètres et 45 centimètres respectivement.

Cette modification améliora la situation mais la manœuvre resta encore difficile et l'on observa à nouveau que le bronze de la lentille concave se détachait par parcelles.

Il ne restait donc plus qu'à attribuer le mal à une défectuosité du bronze. Celui-ci devait, d'après le cahier des charges, être composé de 87 p. c. de cuivre et 13 p. c. d'étain. L'analyse chimique donna 88.035 p. c. de cuivre et 11.66 p. c. d'étain. Comme cette proportion est conforme aux prescriptions usuelles et qu'elle a donné ailleurs toute satisfaction, tout semblait en ordre de ce côté lorsque l'on s'avisait de confier au professeur Behrens, de Delft, le soin d'examiner le métal de la lentille par la méthode microscopique et microchimique.

Or, il résulta de cette analyse que le bronze présentait de nombreuses soufflures, qu'il était de structure grossière et, enfin, qu'il contenait une certaine quantité de plomb et de zinc. Le métal était donc impur, ce qui nuisait à sa dureté et, de plus, il avait été coulé de façon défectueuse.

L'origine du mal était trouvée ; restait à y porter remède. Il parut nécessaire à cette fin d'expérimenter la résistance du bronze à la compression et à l'usure. Deux alliages furent essayés, l'un comprenant 87 p. c. de cuivre et 13 p. c. d'étain, l'autre 85 p. c. et 15 p. c. respectivement. Dans les deux alliages, l'étain était additionné de 5 p. c. de phosphore. A la compression, des cubes de 40 millimètres de côté ont résisté respectivement à 18 kilogrammes et 20^k.7 par millimètre carré. Les essais d'usure ont montré que, lorsque la pression reste inférieure à la moitié de la résistance à la compression, le métal n'est pas attaqué, à moins que l'huile ne soit corrompue ou mélangée de sable. Les mêmes essais ont prouvé la supériorité du premier dosage sur le second.

En conséquence, on prépara une nouvelle lentille à l'aide de bronze composé de 87 p. c. de cuivre et 13 p. c. d'étain phosphoreux et soumis à deux fusions successives. L'analyse microscopique et microchimique ayant donné de bons résultats, les lentilles de bronze et d'acier furent usées l'une sur l'autre à l'aide de verre pilé jusqu'à ce que l'on obtînt une surface de contact de 15 centimètres de diamètre, ce qui correspondait, pour la charge du pont, à une pression de 10 kilogrammes par millimètre carré.

Ces mesures ont abouti à un succès complet. Le pont muni de ses nouvelles lentilles en juin dernier tourne depuis lors sans difficulté.

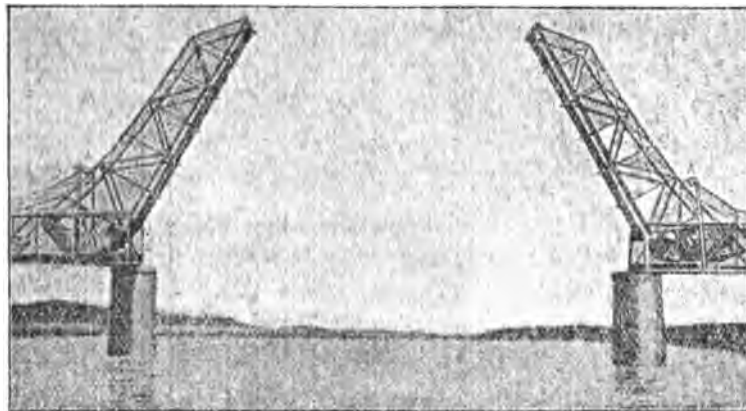
Un incident du même genre s'est produit au nouveau pont tournant construit récemment sur la Vieille-Meuse, à Spijkenisse. Le bronze de la lentille présentait la même composition et probablement les mêmes défauts qu'au pont sur le canal

de Voorne. Instruit par l'expérience, on a réalisé, en usant les lentilles, une surface de contact telle que la pression soit réduite à 9 kilogrammes par millimètre carré.

100. Divers types de ponts mobiles. — Les ponts tournants sont les ponts mobiles les plus fréquemment employés et ils sont certainement les meilleurs dans les cas habituels, car ils s'équilibrent aisément et leur manœuvre est facile et souvent peut se faire à bras d'homme, même par simple poussée au bout de la culasse.

L'inconvénient des ponts tournants est de prendre beaucoup de place dans le plan horizontal ce qui n'est pas toujours admissible, notamment dans les ports où les quais seraient de ce chef rendus inutilisables pour le stationnement des navires et la manutention des marchandises ; on recourt alors à des *ponts basculants* dérivés de l'ancien pont-levis dont généralement on évite le portique et la flèche en ramenant l'axe de pivotement au niveau du sol.

FIG. I I I.



L'inconvénient des ponts-basculants est d'exiger toujours une manœuvre mécanique par moteur, car ils offrent une grande prise au vent et pour peu qu'il soit fort la manœuvre à la main ne pourrait se faire.

Les types de *ponts-basculants* sont très nombreux, nous citerons le *système Strauss* dont deux exemplaires existent à Laeken au passage de l'Avenue de la Reine au-dessus du canal maritime ; chacun de ces ponts se compose de 2 clapets de 10 mètres de volée et 5^m40 de culasse recouvrant une passe de 18 mètres ; une étude de ce pont avec calculs par M. le Prof. Baes a paru dans le *Bulletin technique de l'Université de Bruxelles*, n° 5, mars 1908. — L'ouverture de ces ponts se fait par pivotement sur tourillons.

Il y a ensuite le *système Scherzer* dont la photo ci-contre représente un exemplaire construit en 1908 sur la rivière Ngawun à Burma (Indes orientales) ; la passe est de 61 mètres ; chaque volée pèse 170 tonnes ; l'ouverture se fait par roulement sur la culasse ; le pont fermé est maintenu par la butée de l'extrémité B de la culasse contre la traverse du portique A ; c'est un pont pour chemin de fer ; on voit qu'il encombre très peu la rivière. Un type Scherzer a été exécuté à Selzaete en 1911 sur le canal de Gand à Terneuzen, voir *Génie civil* du 13 septembre 1913.

Les types *Strauss* et *Scherzer* se distinguent souvent par leur laideur toute américaine.

Il y a encore bien d'autres systèmes de ponts-basculants ; et puis il y a des ponts à soulèvements, les ponts roulants coulissant, et enfin les transbordeurs.

CHAPITRE IV

PONTS TOURNANTS A POUTRES EN TREILLIS ET MOMENT D'INERTIE TRÈS VARIABLE.

§ 1. — Calcul par la méthode de déformation des triangles.

101. Pour exposer la marche des calculs d'un semblable pont tournant nous prendrons un exemple chiffré.

Soit donc la poutre de pont tournant figurée Pl. XXIV : elle est symétrique, donc aucun contrepoids n'est nécessaire ; un calcul préparatoire effectué en supposant que tous les éléments ont même section a donné les résultats suivants :

1° Toutes les brides ont une section de 13600 milli. carrés sauf celles nos 3 et 5 qui ont 16800, et celle n° 4 qui a 20300 m. m. c.

2° Tous les montants et diagonales ont 9800 m. m. c. sauf les nos 1, 39 et 40 qui ont 13600 m/m. carrés.

Le montant central est de très forte dimension et peut être considéré comme indéformable. Les trois appuis sont de niveau ; la poutre porte 3 charges locales de 3000 kgs. La première recherche consiste à déterminer les réactions R, S, et V dues à ces charges ; ces réactions connues il faut évaluer les efforts qui en résultent dans les diverses membrures.

102. Pour évaluer les réactions nous appliquons la marche exposée ci-avant au n° 63 : nous désignons par $-F_1$ la flèche provoquée en A par les 3 charges de 3000 kgs ; par $+F_2$ celle en A due à $R = 1000$; par $-F$ celle en C due à $V = 1000$ kgs. D'autre part nous avons : $l = L = 7 \times 2^m 40$; $F = F_2$;

$$\text{Mom. sur appui} = 3000 \times 2.4 \times 6.$$

Substituant dans les équations (1) et (2) du n° 63 nous avons :

$$R + V = 2572 \qquad R - V = \frac{1000 F_1}{F_2}$$

et l'équation statique des composantes verticales donne S ; il nous reste en somme à calculer F_1 et F_2 .

103. Calcul de F_1 . — Nous supposons donc les appuis A et C supprimés et la poutre encastree suivant la section BB'. Les efforts resultant des 3 charges de 3000 kgs se determinent soit par un tracé Crémone, soit ce qui est plus expeditif, par la methode de Ritter combinee avec un tracé Crémone, pour chaque noeud inferieur ou superieur ; nous notons les efforts obtenus sur la figure.

Appliquant les formules du chap. XXI du Tome I nous pouvons maintenant determiner la fleche F_1 .

104. Portion de F_1 due aux brides uniquement. — Nous appliquons la formule du n° 268 du Tome I :

$$ZZ'' = \frac{\delta}{h} (x_1 - x) = \frac{1}{E} \times \frac{Q a}{\Omega h} (x_1 - x)$$

Q est l'effort ; Ω la section de la barre ; a sa longueur ; h la hauteur du triangle ; nous avons :

Triangle I :	$ZZ'' = \frac{1}{E} \times \frac{6970 \times 2400}{13600 \times 6200} \times 7 \times 2400 = -\frac{2400}{E} \times \frac{3}{17} \times 7.870$	
id. II :	$ZZ'' = \frac{1}{E} \times \frac{4320 \times 2400}{13600 \times 5000} \times 6 \times 2400 = -$	id. $\times 5.184$
id. III :	$ZZ'' = \dots\dots\dots = -$	id. $\times 2.040$
id. I' :	$ZZ'' = \frac{1}{E} \times \frac{4821 \times 2683}{13600 \times 4480} \times 6 \times 2400 = -$	id. $\times 7.178$
id. II' :	$ZZ'' = \frac{1}{E} \times \frac{1809 \times 2530}{13600 \times 3980} \times 5 \times 2400 = -$	id. $\times 2.384$
Total = $-\frac{2400}{E} \times \frac{3}{17} \times 24.656$		

Voilà l'abaissement de A du chef de la variation de longueur des brides.

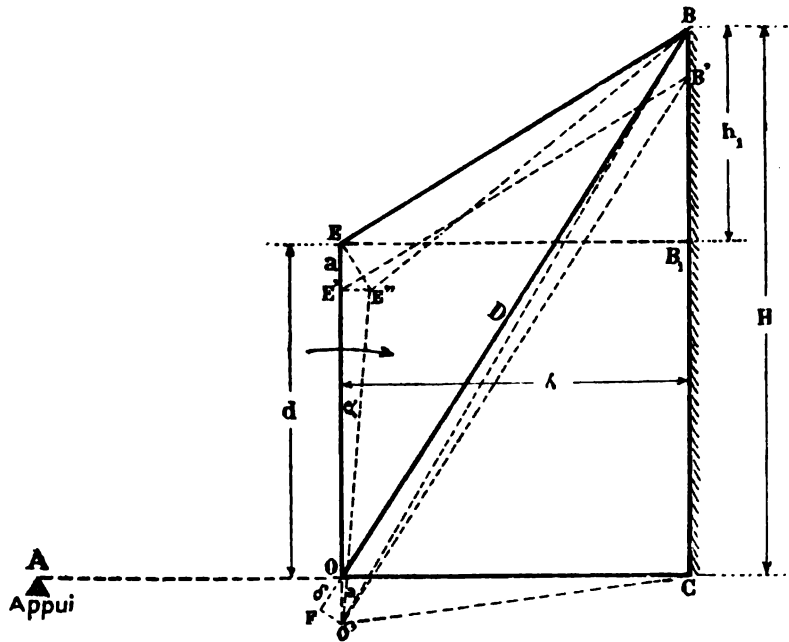
105. Portion de F_1 due aux diagonales. — Supposons que la diagonale de longueur D s'allonge de la quantité δ . Voir FIG. 112.

Nous appliquons la marche du n° 270 du Tome I ; le trapèze BCOE se déforme. Le point O vient en O' ; le triangle BCO devient BCO' ; le triangle BEO s'abaisse parallèlement à lui-même de la quantité OO' = a et vient en B' E' O' ; mais comme le point B est fixe, le côté O' E' s'incline de façon à se raccorder en E'' avec le côté BE qui a pivoté autour de B, et le triangle BOE est finalement devenu BO'E''. En définitive, l'allongement δ de la diagonale a provoqué 1° un affaissement a de tout ce qui est à la gauche de OE ; 2° un pivotement $\alpha = E'O'E''$ de cette même portion de gauche. La similitude des triangles nous donne :

$$\frac{a}{\delta} = \frac{D}{H} \quad \text{d'où} \quad a = -\delta \frac{D}{H}$$

$$\frac{E'E''}{E E'} = \frac{h_1}{\lambda} \quad \text{d'où} \quad \alpha = \frac{E'E''}{d} = \frac{1}{d} \times a \frac{h_1}{\lambda} = \frac{\delta D h_1}{H \lambda d}$$

FIG. 112



$$a = 00'$$

$$\Delta F00' \sim \Delta COB$$

$$\Delta EE'E'' \sim \Delta EB_1B_2$$

et par conséquent déplacement vertical du point A au droit de l'appui :

$$-\delta \frac{D}{H} + \frac{\delta D h_1}{H \lambda d} \times OA = + \frac{\delta D}{H} \left(\frac{h_1 \times OA - \lambda d}{\lambda d} \right)$$

Désignant par t la fatigue de la diagonale, on a :

$$\delta = D \frac{t}{E} = \frac{D}{E} \times \frac{Q}{\Omega} \quad \text{donc} \quad \frac{\delta D}{H} = \frac{1}{E} \frac{D' Q}{H \Omega}$$

Nous avons finalement comme expression du déplacement vertical du point A

$$\frac{1}{E} \times \frac{Q}{\Omega} \times \left[\frac{D^2 (h_1 \times OA - \lambda d)}{H} \right]$$

le terme entre [] peut se calculer une fois pour toutes.

Appliquons cette formule, nous avons :

$$\text{Diag. n}^\circ 40 : \frac{1}{E} \times \frac{7300}{13600} \times \frac{6650^2}{6200} \left(\frac{1200 \times 6 \times 2400 - 2400 \times 5000}{2400 \times 5000} \right) = + \frac{1684}{E}$$

$$\text{Diag. n}^\circ 38 : \frac{1}{E} \times \frac{6000}{9800} \times \frac{5550^2}{5000} \left(\frac{800 \times 5 \times 2400 - 2400 \times 4200}{2400 \times 4200} \right) = - \frac{180}{E}$$

$$\text{Diag. n}^\circ 36 : \frac{1}{E} \times \frac{3450}{9800} \times \frac{4850^2}{4200} \left(\frac{800 \times 4 \times 2400 - 2400 \times 3400}{2400 \times 3400} \right) = - \frac{116}{E}$$

$$\text{Total dû aux diagonales} = \frac{+1388}{E}$$

Voilà le relèvement dû à la variation de longueur des diagonales.

106. Portion de F, due aux montants. — Supposons que le montant de long D se raccourcisse d'une quantité δ (Voir FIG. 113) ; nous appliquons la marche du n^o 269 du Tome I.

Le montant se raccourcit de δ , donc de CB devient CB'' et le triangle NBC devient NB'C ; le côté BO se déplace parallèlement à lui-même et vient à B'O₁, donc OO₁ = BB' ; puis pour se raccorder avec CO pivote autour de B' d'un angle O₁ B'O' ; en définitive le raccourcissement du montant a pour conséquence :

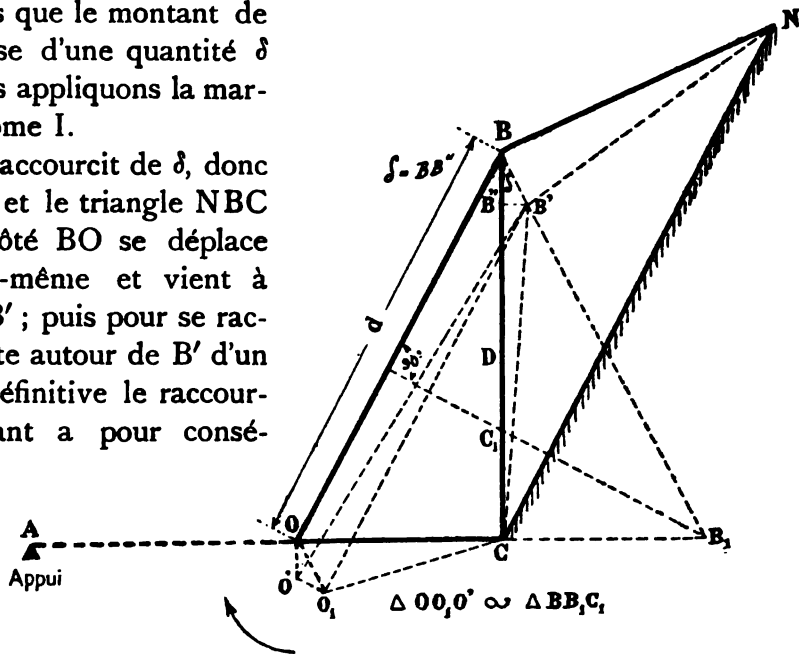
1^o Un déplacement linéaire BB' = OO₁ de tout ce qui est à sa gauche ; déplacement dont la composante verticale est δ .

2^o Un pivotement autour de B', pivotement dont l'angle est O₁B'O' ; nous allons l'évaluer.

Tirons BB'B₁ perpendiculaire sur NB donc parallèle à OO₁ ; tirons B₁C₁ perpendiculaire sur BO donc parallèle à O'O₁ ; nous avons d'ailleurs BC₁ parallèle à OO' ; les deux triangles OO₁O' et BB₁C₁ sont donc semblables d'où :

$$\frac{O'O_1}{OO_1} = \frac{C_1B_1}{BB_1} ; \quad O'O_1 = OO_1 \times \frac{C_1B_1}{BB_1} = BB' \times \frac{C_1B_1}{BB_1}$$

FIG. 113



$$\frac{BB'}{BB_1} = \frac{\delta}{D} \quad \text{d'où} \quad O'O_1 = \frac{\delta}{D} \times C_1B_1 = \frac{D \frac{t}{E}}{D} \times C_1B_1 = \frac{t}{E} \times C_1B_1$$

$$\text{et angle } O_1B'O' = \frac{O'O_1}{d} = \frac{t}{E} \times \frac{C_1B_1}{d}$$

Du chef du raccourcissement du montant le point A de la poutre (au droit de l'appui) s'est donc abaissé de $\delta = D \frac{t}{E}$, et s'est relevé de : $\frac{t}{E} \times \frac{C_1B_1}{d} \times CA$

L'expression de son mouvement total est :

$$- D \frac{t}{E} + \frac{t}{E} \times \frac{C_1B_1}{d} \times CA = \frac{t}{E} \left(-D + \frac{C_1B_1 \times CA}{d} \right) = \frac{1}{E} \Omega \left(-D + \frac{C_1B_1 \times CA}{d} \right)$$

Appliquant cette formule nous avons :

$$\text{Montant n° 39 : } \frac{1}{E} \times \frac{3850}{13600} \left(-5000 + \frac{2850 \times 6 \times 2400}{5550} \right) = + \frac{678}{E}$$

$$\text{Montant n° 37 : } \frac{1}{E} \times \frac{2350}{9800} \left(-4200 + \frac{1650 \times 5 \times 2400}{4850} \right) = - \frac{28}{E}$$

L'effet des montants est donc un relèvement de $+ \frac{650}{E}$

107. En définitive l'effet des 3 charges de 3000 kgs est un abaissement de l'extrémité A de la poutre de :

$$F_1 = \frac{1}{E} (-10443 + 1388 + 650) = - \frac{8405}{E} = - \frac{8400}{E}$$

On remarquera dans ce résultat l'influence respective des brides, des diagonales et des montants sur la valeur de la flèche.

108. Calcul de F_2 . — La marche à suivre pour la détermination de la flèche F_2 , due à un effort de 1000 kgs agissant à une des extrémités de la poutre est exactement la même que celle ci-dessus, le résultat est : $F_2 = \frac{+16300}{E}$

109. Possédant les valeurs de F_1 et F_2 , les équations du n° 102 ci-dessus deviennent : $R + V = 2572^k$; $R - V = \frac{1000 \times 8400}{16300} = 515^k$; d'où

$$R = 1544^k \quad V = 1028^k \quad \text{et} \quad S = 9000 - 1544 + 1028 = 8484 \text{ kgs.}$$

110. Voilà donc la marche connue pour la détermination des réactions R S et V ; pour le surplus des calculs il n'y a qu'à suivre la marche indiquée au § 3 du Chap. III ci-avant.

§ 2. Calcul par la méthode du travail moléculaire.

111. La détermination des réactions R, S et V peut aussi se faire par la théorie du *travail moléculaire* en appliquant le *Théorème de Castigliano*, voir Tome I, Chap. XVII, n° 225 ; voici la marche :

1° On supprime l'appui central FIG. 114, la poutre ne repose que sur ses deux appuis extrêmes et porte ses 3 charges de 3 tonnes.

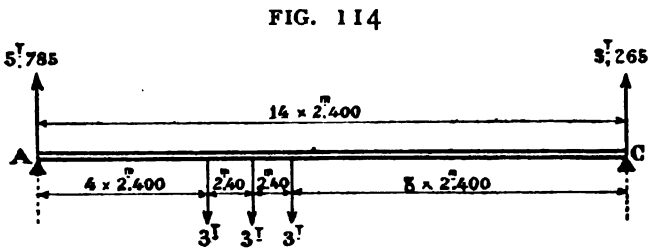


FIG. 114

On détermine par un tracé Crémona ou autrement les efforts N_0 en tonnes qui en résultent dans les divers éléments du treillis.

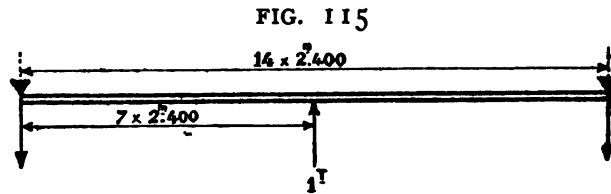


FIG. 115

2° On applique au milieu de la poutre un effort de 1 tonne (FIG. 115) et on fait abstraction complète des 3 charges de 3^T. Un second tracé Crémona donne les efforts K dans les diverses barres dus à cet effort de 1 tonne.

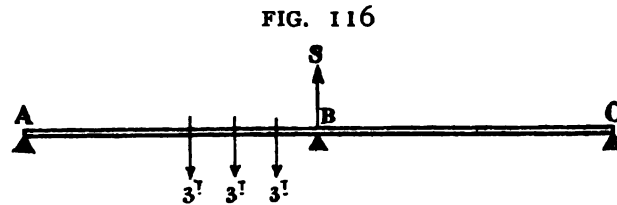


FIG. 116

3° Supposons maintenant que la poutre repose sur ses trois appuis et désignons par S en tonnes la réaction de l'appui du milieu sous l'effet des 3 charges de 3^T (FIG. 116). — Dans ce cas l'effort sur une barre quelconque a pour expression $(N_0 + KS)$ et le travail moléculaire de cette barre de longueur l et de section ω est (voir Form. (3) du Tome I, Chap. XVII n° 210)

$$\frac{\omega l}{2 E} \epsilon^2 = \frac{\omega l}{2 E} \times \frac{(N_0 + KS)^2}{\omega^2} = \frac{1}{2 E} (N_0 + KS)^2 \times \frac{l}{\omega}$$

et le travail moléculaire total développé dans tous les éléments de la poutre a pour expression

$$T = \frac{1}{2 E} \Sigma (N_0 + KS)^2 \frac{l}{\omega}$$

la dérivée de ce travail moléculaire par rapport à S est égale au déplacement du point d'application de S, et comme ce déplacement est nul, la dérivée est nulle,

$$\text{donc : } \frac{dT}{dS} = 0 \text{ d'où } \sum K N_o \frac{l}{\omega} + S \sum K' \frac{l}{\omega} = 0 \text{ ou bien } S = - \frac{\sum K N_o \frac{l}{\omega}}{\sum K' \frac{l}{\omega}}$$

Le tableau ci-après, p. 289 et p. 290, donne le détail des calculs; nous trouvons

$$S = - \frac{-69.206}{8.1854} = 8^T 46$$

$$\text{et par conséquent : } R = 5.785 - \frac{8.46}{2} = +1^T 555; \quad V = 3.215 - \frac{8.46}{2} = -1^T 015.$$

Voilà les 3 réactions R S et V qui sont déterminées; on peut comparer leurs valeurs à celles obtenues ci-dessus au n° 109.

La suite des calculs est comme il est dit au n° 110.

N ^o des Barres	l en mm	ω	$\frac{l}{\omega}$	K	$K\frac{l}{\omega}$	$K^2\frac{l}{\omega}$	N _o EN TONNES	N _o K $\frac{l}{\omega}$	
								+	-
1	3255	13600	0.2395	+ 0.174	+ 0.1772	0.1312	- 8.48		1.505
2	2418	»	0.1776	+ 0.55	+ 0.0976	0.0537	- 6.25		0.611
3	2435	16800	0.1450	+ 0.973	+ 0.1410	0.1374	- 11.12		1.568
4	2453	20300	0.1210	+ 1.27	+ 0.1537	0.1963	- 14.52		2.232
5	2530	16800	0.1505	+ 1.492	+ 0.2246	0.3355	- 17.07		3.835
6	2630	13600	0.1938	+ 1.51	+ 0.2925	0.4420	- 15.50		4.540
7	2680	»	0.1970	+ 1.615	+ 0.3185	0.5140	- 17.27		5.505
8							- 10.32		3.290
9	les mêmes chiffres en ordre inverse	id.	id.	id.	id.	les mêmes chiffres en ordre inverse	- 9.65		2.825
10							- 9.50		1.460
11							- 8.12		1.248
12							- 6.25		0.882
13							- 3.505		0.342
14							- 4.75		0.843
15	2400	13600	0.1765	- 0.547	- 0.0966	0.0528	+ 3.50		0.338
16	»	»	»	- 0.962	- 0.1700	0.1638	+ 6.15		1.045
17	»	»	»	- 1.245	- 0.2200	0.2740	+ 7.95		1.760
18	»	»	»	- 1.42	- 0.2517	0.3580	+ 9.00		2.265
19	»	»	»	- 1.435	- 0.2533	0.3635	+ 9.15		2.320
20	»	»	»	- 1.447	- 0.2555	0.3700	+ 9.25		2.365
21	»	»	»	- 1.36	- 0.2400	0.3265	+ 8.65		2.075
22	»	»	»				+ 8.65		2.075
23	»	»	»	les mêmes chiffres en ordre inverse	id.	les mêmes chiffres en ordre inverse	+ 12.25		3.130
24	»	»	»				+ 14.70		3.720
25	»	»	»				+ 16.20		4.075
26	»	»	»				+ 14.21		3.125
27	»	»	»	+ 11.00		1.870			
28	»	»	»			+ 6.20		0.599	
						2 × 3.7174			- 61.429

Suite du Tableau de la p. précédente.

Nos des Barres	l en mm	ω	$\frac{l}{\omega}$	K	$K \frac{l}{\omega}$	$K^2 \frac{l}{\omega}$	N _o EN TONNES	N _o K $\frac{l}{\omega}$		
								+	-	
29	2200	9800	0.2245	- 0.432	- 0.0970	0.0419	+ 5.00		0.485	
30	3470	»	0.354	+ 0.6	+ 0.2125	0.1274	- 6.90		1.467	
31	2500	»	0.255	- 0.34	- 0.0867	0.0294	+ 3.94		0.342	
32	3760	»	0.384	+ 0.442	+ 0.1696	0.0750	- 5.10		0.865	
33	2900	»	0.296	- 0.24	- 0.0710	0.0170	+ 2.80		0.199	
34	4160	»	0.425	+ 0.295	+ 0.1254	0.0370	- 3.92		0.492	
35	3400	»	0.347	- 0.275	- 0.00955	0.00026	+ 0.37		0.0035	
36	4830	»	0.493	+ 0.032	+ 0.0158	0.0005	+ 3.05	0.048		
37	4200	»	0.428	- 0.022	- 0.0094	0.0002	- 2.12	0.020		
38	5540	»	0.555	+ 0.025	+ 0.0139	0.00034	+ 5.70	0.079		
39	5000	13600	0.368	+ 0.222	+ 0.0817	0.0181	- 6.35		0.519	
40	6650	13600	0.4895	+ 0.24	- 0.1174	0.0282	+ 10.00		1.174	
41	déformation négligeable									
42							+ 1.50		0.176	
43							- 1.40		0.114	
44	les mêmes chiffres en ordre inverse	id.	id.	id.	id.	les mêmes chiffres en ordre inverse.	- 0.17		0.0025	
45							+ 0.15		0.0015	
46							- 0.22		0.0035	
47							+ 0.20		0.002	
48							- 1.90		0.236	
49							+ 1.505		0.107	
50							- 2.80		0.475	
51							+ 2.15		0.186	
52							- 3.80		0.807	
53							+ 2.75		0.267	
							2 × 0.3753	+ 0.147	- 7.924	
							2 × 3.7174		- 61.429	
à reporter tableau p. 289										
Total :							2 × 4.0927	Total	- 69.206	

donc : $\Sigma K^2 \frac{l}{\omega} = 8.1854$; $\Sigma N_o K \frac{l}{\omega} = - 69.206$

TABLE DE MATIÈRES

LIVRE I

Ponts métalliques droits à une travée.

CHAPITRE I.

§ 1. Divers	5
§ 2. Charge mobile pour un pont de Chemin de fer	5
§ 3. Charge mobile pour Pont-Route	5
§ 4. Pont-Canal	6
§ 5. Poids mort	7
§ 6. Vent	7
§ 7. Lacet et Force centrifuge	9
§ 8. Température	10
§ 9. Fatigues de sécurité	10
§ 10. Acier au Nickel	14

CHAPITRE II.

Généralités.

§ 1. Calcul des Longrines.	17
§ 2. Calcul des Traverses.	19
§ 3. Exercice sur les Longrines et Traverses.	21
§ 4. Calcul d'un cadre d'Entretoisement.	26
§ 5. Calcul des Longerons Principaux	31

CHAPITRE III.

Études des diagrammes.

§ 1. Charges locales directes fixes	32
N° 35. Tracés graphiques des diagrammes des moments fléchissants et des efforts tranchants	32
N° 36. Relation entre les diagrammes des moments fléchissants et des efforts tranchants.	33
N° 37. Poutre mobile	34
§ 2. Charge continue fixe	34
N° 38. Tracé graphique des diagrammes	34
§ 3. Charges locales et charge continue	35

§ 4. Appuis intérieurs	35
§ 5. Charge locale indirecte fixe	37
N° 41. Moments fléchissants	37
N° 42. Efforts tranchants	37
§ 6. Charge continue indirecte fixe	39
§ 7. Charge locale indirecte mobile	40
N° 46. Efforts tranchants	41
§ 8. Charge continue mobile indirecte	41
§ 9. Train de forces	44
N° 49. Moments fléchissants	44
N° 51. Efforts tranchants positifs.	46
N° 52. Efforts tranchants négatifs.	48
N° 54. Charge uniforme équivalente	49
§ 10. Train de Chemin de fer.	50
N° 55. Moments fléchissants	51
N° 56. Efforts tranchants	51
N° 57. Charge uniforme équivalente. — Moments	52

CHAPITRE IV.

Calcul des poutres à âme pleine.

§ 1. Brides parallèles.	54
N° 58. Dimensions pratiques.	54
N° 59. Moments fléchissants.	55
N° 60. Efforts tranchants. Epaisseur de l'âme.	56
N° 61. Fatigues maxima	59
N° 62. Calcul des rivets de solidarité et cisaillement longitudinal sur la tôle.	60
N° 63. Calcul des rivets d'assemblage.	62
N° 64. Armatures de l'âme	63
§ 2. Poutres à âme pleine et brides non parallèles	65
N° 65 ^{bis} . Montant de Poutre-Vierendeel	66

CHAPITRE V.

Théorie des poutres en treillis.

§ 1. Généralités	69
N° 66. Types divers.	69
N° 67. Choix d'un type de poutre	72
§ 2. Calcul des poutres à treillis simples ou de 1 ^{er} ordre	73
N° 68. Hypothèses.	73
N° 69. Méthode des tronçons, analytique.	75
N° 71. Méthode des tronçons, graphique	78
N° 72. Méthode des Nœuds, Analytique	78
N° 73. Méthode des Nœuds, Graphique	79
N° 74. Choix de la méthode	80
§ 3. Calcul d'une Poutre droite en treillis à brides parallèles	80
N° 75. Calcul d'un treillis simple	80
N° 76. Efforts sur les brides	81
N° 77. Efforts sur les diagonales.	82

N° 78. Effort sur montants	84
N° 79. Calcul d'un treillis multiple	86
§ 4. Calcul d'un longeron droit en treillis simple à brides non parallèles	89
N° 80. Description	89
N° 81. Efforts dans les brides. — Méthode des nœuds (Crémona)	89
N° 82. Efforts dans les diagonales	90
N° 83. Efforts dans les montants.	93
N° 84. Récapitulation	95
N° 85. Calcul du Treillis par la méthode de Culmann	96
§ 5. Poutres avec minimum de panneaux à contre-diagonales	97
§ 6. Poutres à brides non parallèles et treillis multiples	99
§ 7. Poutres Bowstring et Pauli	100
§ 8. Détermination des sections des diverses membrures	101
N° 90. Bride supérieure	103
N° 91. Montant n° 2	103
N° 92. Diagonale	104
N° 93. Bride inférieure	101
N° 94. Règle générale	104
§ 9. Assemblage des Membrures	104
N° 95. Considérations générales	104
N° 96. Diagonale	105
N° 97. Bride supérieure	106
§ 10. Lançage	106

CHAPITRE VI.

Cantilever.

N° 98. Généralités	107
N° 99. Pont du Forth	107
N° 100. Pont de Cernavoda	108
N° 101. Pont de Tunxdorf	109
N° 102. Pont de Buda-Pesth.	109
N° 103. Pont de Frans	110
N° 104. Pont de St-Pétersbourg	110
N° 105. Pont de Mannheim	111
N° 106. Pont de Ruhrort	112
N° 106 ^{bis} . Viaduc de Passy, sur la Seine, à Paris	113

CHAPITRE VII.

Déformation des longerons en treillis.

§ 1. Déformation d'un triangle	114
§ 2. Déformation d'une poutre en treillis du chef de la variation de longueur des brides.	115
N° 108. Expression analytique	115
N° 109. Tracé graphique.	116
§ 3. Déformation due aux variations de longueur des barres de treillis.	116
§ 4. Exemple	118
N° 111. Flèche due aux brides.	118
N° 111 ^{bis} . Flèche due au treillis	120

§ 5. Méthode directe	121
N° 112. Exposé.	121
N° 113. Ecartement des appuis	123
§ 6. But de la détermination des Déformations et Flèches. Tracés d'exécution	124

CHAPITRE VIII.

Poutres lattices et poutres à croisillons multiples.

CHAPITRE IX.

Entretoisement et Contreventement.

§ 1. Pont à tablier inférieur, ouvert par dessus	130
N° 119. Poutre de contreventement	132
N° 120. Calcul des montants contre le flambage des brides supérieures.	134
§ 2. Pont à tablier inférieur, fermé par dessus. Calcul des Portiques d'Entrée	139
N° 122. Calcul des portiques d'entrée	140
N° 122 ^{bis} . Déformation du portique d'entrée	142
N° 123. Calcul du contreventement supérieur contre le flambage des brides	144
§ 3. Pont à Tablier Supérieur.	145
§ 4. Lacet. — Freinage des Trains. — Contreventement secondaire	147

CHAPITRE X.

Appuis. — Dilatation.

N° 126. Calcul des appuis	149
N° 127. Dilatation transversale	154
N° 128. Appareils compensateurs pour rails	154

CHAPITRE XI.

Treillis à barres surabondantes.

N° 129. Brides non parallèles.	155
N° 130. Brides parallèles.	157

CHAPITRE XII.

Nœuds rigides.

CHAPITRE XIII.

Poids des Ponts.

N° 137. Considérations générales.	163
N° 138. Pont de Langon	163
N° 139. Pont de Bordeaux	164
N° 140. Pont sur le Gers à Auch.	165
N° 141. Pont de Heumen	166
N° 142. Pont de Rhenen	166
N° 143. Pont du Manoir.	167
N° 143 ^{bis} . Divers	168
N° 144. Economie	169

CHAPITRE XIV.

Calcul et réalité. — Conclusions.

LIVRE II.

PONTS CONTINUS. — PONTS TOURNANTS. — PONTS MOBILES DIVERS.

CHAPITRE I.

Théorie analytique des poutres continues.

§ 1. Considérations Générales	178
N° 1. Poutres encastées	178
N° 2. Formule de Clapeyron	180
§ 2. Étude d'un pont continu	183
N° 4. Détermination des M sur les Appuis	183
N° 5. Diagramme des moments fléchissants	186
N° 6. Détermination des Efforts Tranchants sur les Appuis et Diagrammes de ces efforts	188
N° 7. Détermination des Maxima des M et T en chaque section.	190
N° 8. Diagramme des moments maxima	193
N° 9. Diagramme des efforts tranchants maxima	194
N° 10. Détermination de la section des brides et des barres de treillis de la poutre continue	194
N° 11. Proportions des Travées	197
N° 12. Variation de I	198
N° 13. Dénivellation	198
N° 14. Économie.	199
N° 15. Surcharge partielle	200
N° 16. Charges locales.	200
§ 3. Cantilever	201

CHAPITRE II.

Théorie graphique des poutres continues.

1. Tracé de l'élastique d'une poutre sur deux appuis avec ou sans encastrement	203
N° 19. Théorie générale	203
§ 2 Élastique dans le cas d'Appui sans encastrement	206
N° 21. Charge uniforme.	206
N° 22. Charge locale	208
§ 3. Tracé de l'élastique d'une poutre sur appuis encastrés	210
N° 26. Définitions	211
N° 27. Échelles des tracées	212
N° 30. Charge locale	215
N° 32. Efforts tranchants	218
N° 33. Aucune charge	219
§ 4. Propriétés géométriques des polygones funiculaires de deux travées successives non chargées d'une poutre continue	220
N° 35. 1 ^{re} propriété. Antiverticale.	221
N° 36. 2 ^{de} propriété. Points homologues	222
§ 5. Trois travées dont une chargée	223
§ 6. Deux travées chargées	225
§ 7. Poutre continue dont une travée est chargée	225
§ 8. Poutre continue, toutes les travées chargées	227
§ 9. Poutre continue à extrémités encastées	229

§ 10. Poutres continues à extrémités en porte-à-faux	230
§ 11. Dénivellation des appuis.	230
§ 12. Calcul d'un pont à trois travées continues.	233
N° 49. Moments	233
N° 52. Efforts tranchants	235
§ 13. Moments fléchissants maximum	238
§ 14. Efforts tranchants maximum	242

CHAPITRE III.

Ponts tournants. Poutres à I constant ou peu variable.

§ 1. Formules Générales	243
N° 63. Réactions dues à P.	244
N° 65. Réactions dues à la dénivellation des appuis.	248
§ 2. Description	249
§ 3. Calculs	250
N° 68. Calcul des longrines de la voie charretière	251
N° 69. Calcul des traverses de la voie charretière, des consoles de trottoir et des longrines extérieures de trottoir.	251
N° 70. Calcul du contrepoids d'équilibre de la partie tournante	251
N° 71. Calcul des longerons et du catalage	253
N° 72. Le pont est ouvert	253
N° 73. Le pont est fermé et calé.	254
N° 75. Calage le plus favorable pour le poids mort seul.	257
N° 76. Le pont livre passage à la charge roulante	257
N° 77. Charge uniforme équivalente	260
N° 79. Le pont porte la surcharge uniforme	264
N° 80. Diagramme des maxima	264
N° 81. Calage trop fort.	265
N° 82. Calage trop faible	266
N° 83. Calage le meilleur en tenant compte des charges roulantes	266
N° 85. Longerons à section variable	267
N° 86. Le calcul des chevêtres	268
N° 87. Le calcul du pivot	269
N° 93. Calcul des mécanismes	274
N° 94. Vent	275
N° 95. Travail de la rotation	275
N° 96. Action du pontier	276
N° 97. Durée de la manœuvre d'ouverture et fermeture	277
N° 99. Histoire d'un pivot de pont tournant	278
N° 100. Divers types de ponts-mobiles	280

CHAPITRE IV.

Ponts tournants à moments d'inertie variable.

§ 1. Calcul par la méthode de la déformation des triangles	282
N° 103. Calcul de F_1	283
N° 104. Portion de F_1 due aux brides uniquement	283
N° 105. Portion de F_1 due aux diagonales	283
N° 106. Portion de F_1 due aux montants	285
N° 108. Calcul de F_1	286
§ 2. Calcul par la méthode du travail moléculaire	287

COURS
DE
STABILITÉ DES CONSTRUCTIONS



COURS
DE
STABILITÉ DES CONSTRUCTIONS

PAR

A. VIERENDEEL

Professeur à l'Université de Louvain
Ingénieur en chef, Directeur du Service Technique de la Flandre Occidentale
Ancien Chef de Service des Ateliers de Construction de La Louvière
Lauréat, du Prix du Roi pour l'Architecture Métallique

TOME II

(**PLANCHES**)

LIVRE I : Ponts Métalliques Droits à une travée
LIVRE II : Ponts Continus. — Ponts Tournants.
Ponts Mobiles divers.

3^e ÉDITION

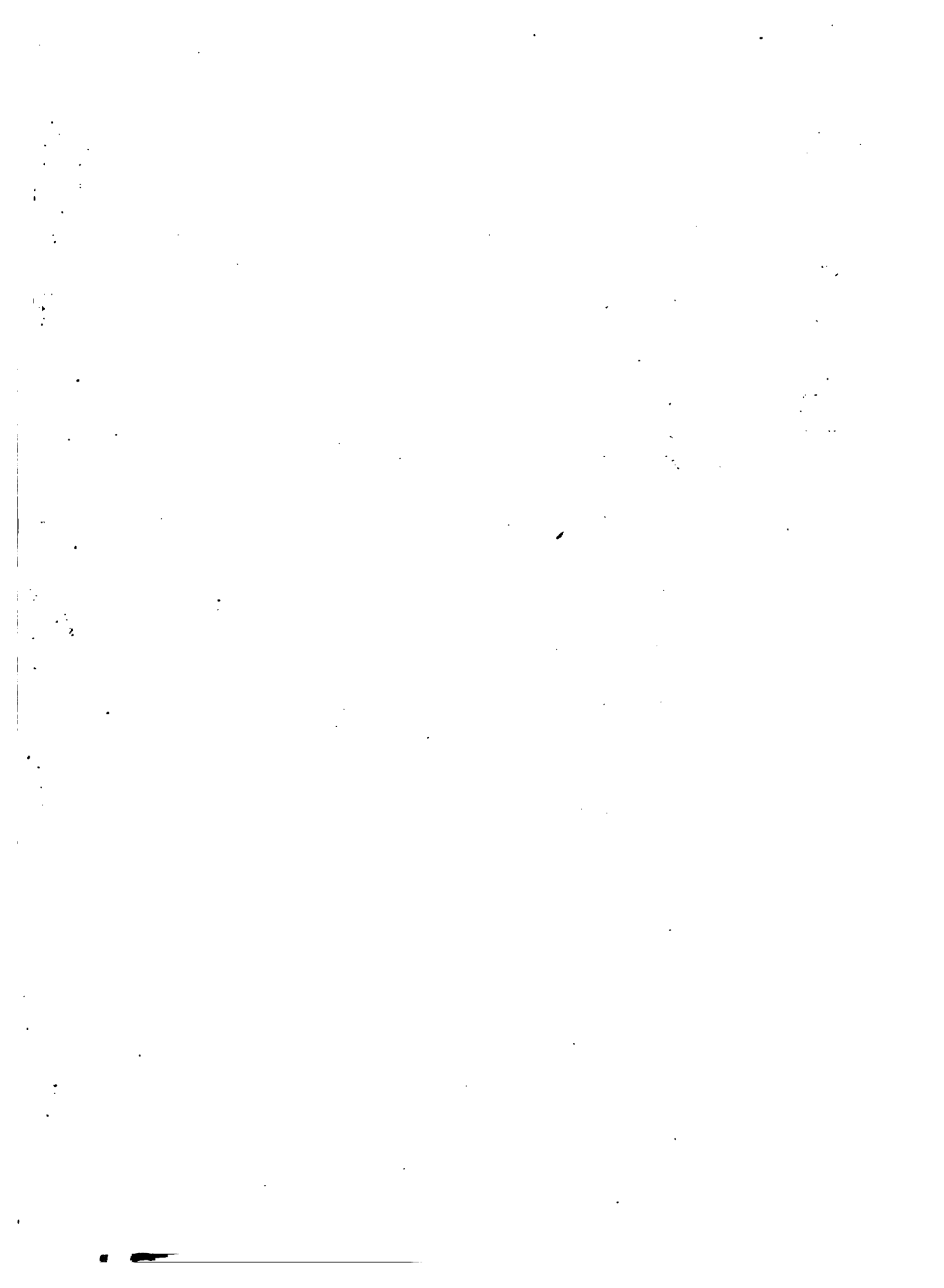
LOUVAIN
LIBRAIRIE UNIVERSITAIRE
A. UYSTPRUYST, Éditeur

PARIS
DUNOD
Éditeur.

1920

TOUS DROITS DE REPRODUCTION, D'ADAPTATION ET DE TRADUCTION
RÉSERVÉS POUR TOUS PAYS

Copyright by A. Uystpruyst, Louvain, 1920.



LIVRE I. PL. I

Ech. des longueurs (A B) = 1 millim. pour n mètres
 Ech. des forces (C C') = 1 millim. pour N kilogs
 Longueur de O O' = N₁ millimètres
 Longueur de d d' = D₁ millimètres

O O' x d d' = O O' x d d' = N₁ N n n, kgmètres
 donc chaque millimètre de d d' = N₁ N n kgmètres
 L'Echelle du diagramme est donc N₁ N n

Fig. I

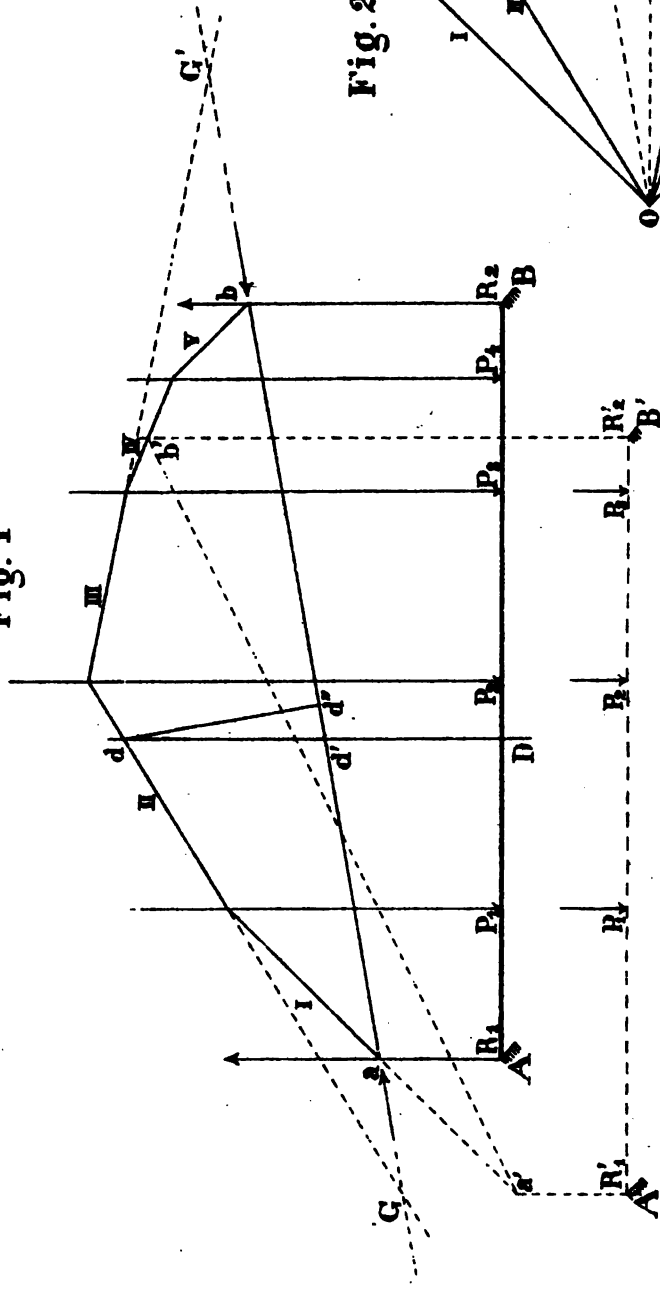
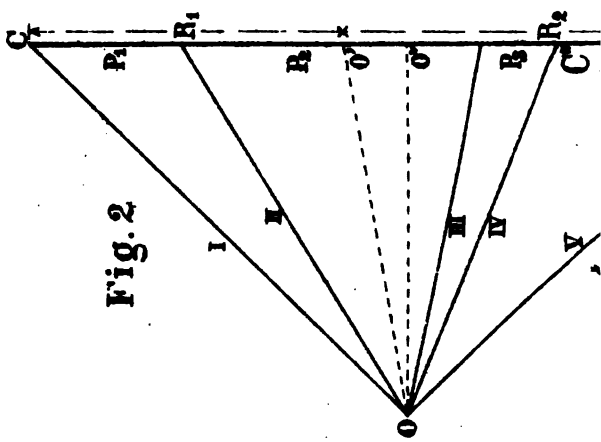


Fig. 2



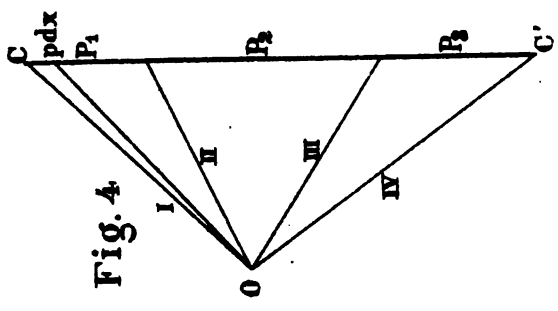
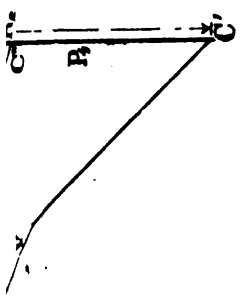
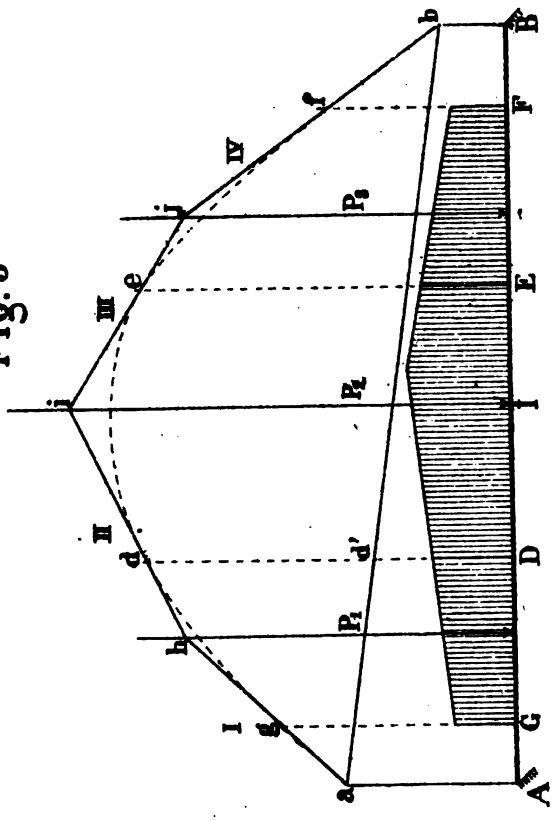
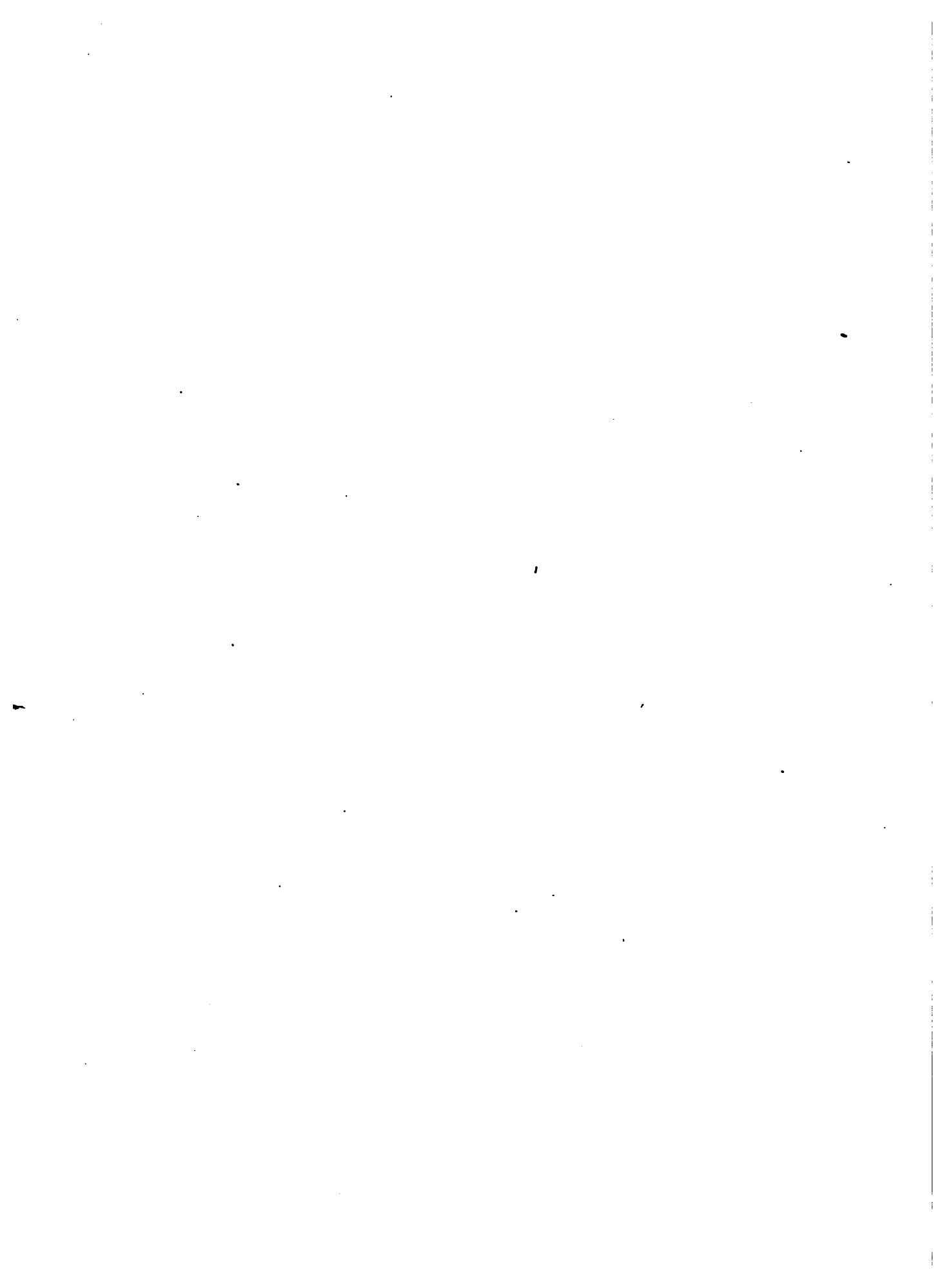
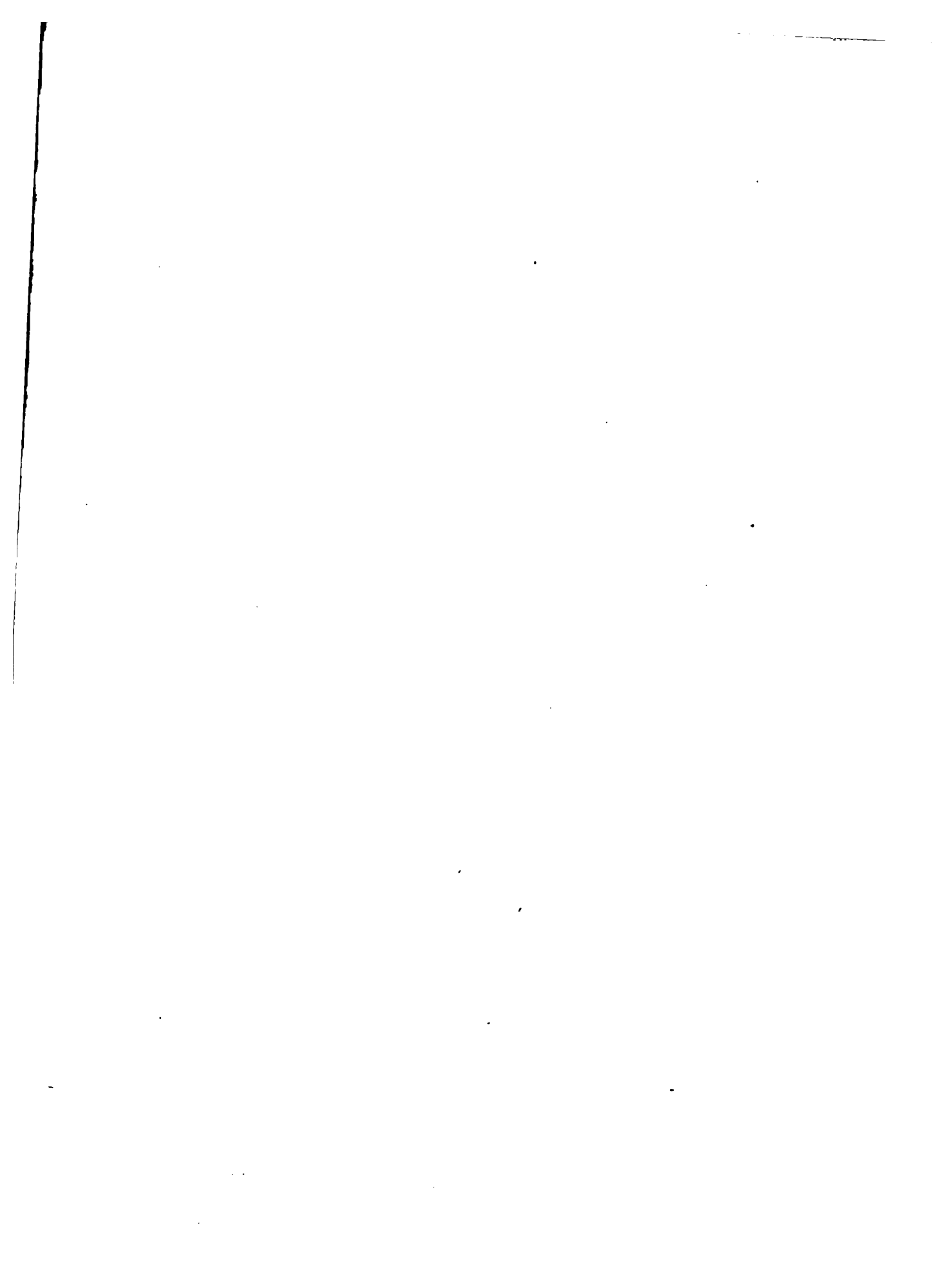


Fig. 4

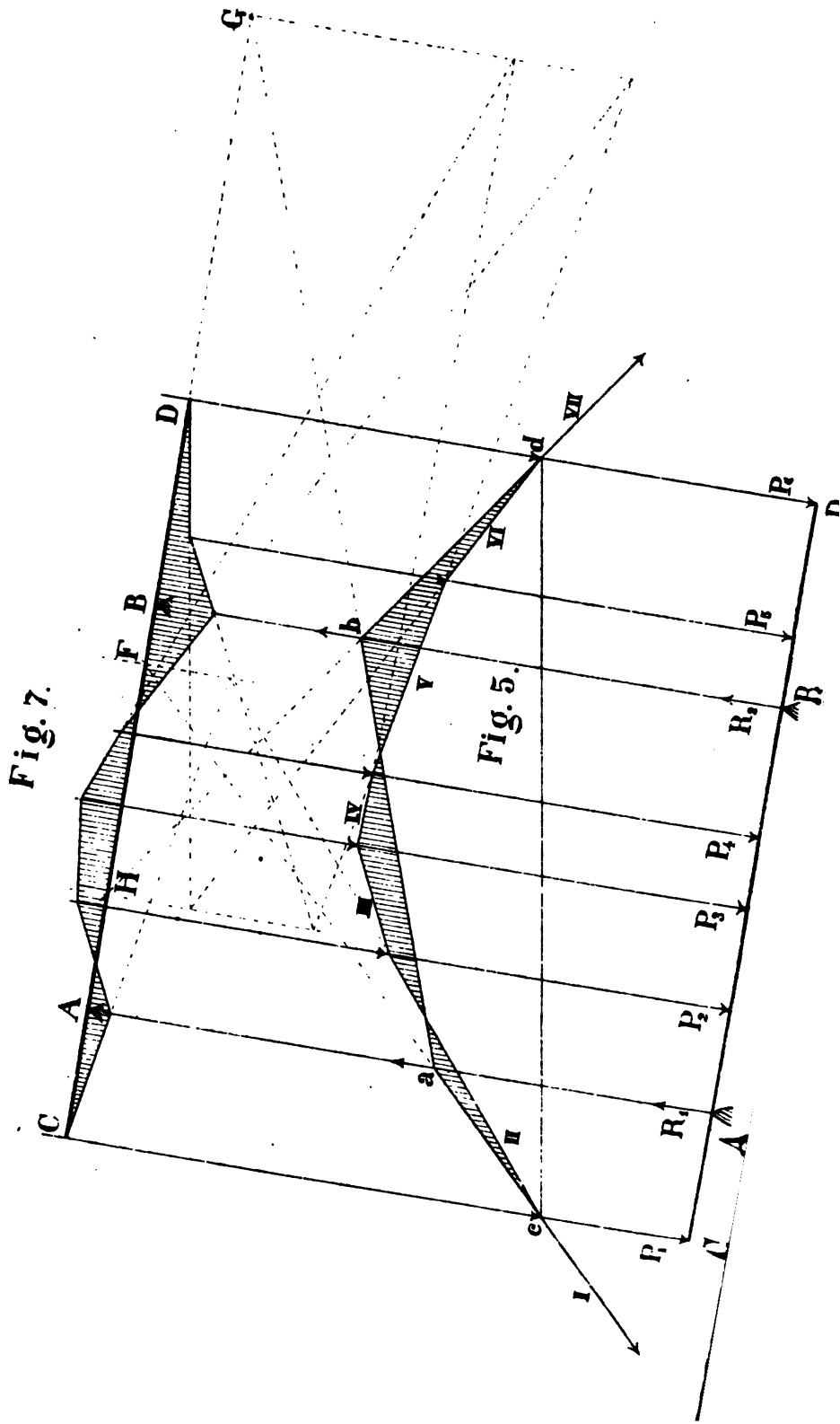
Fig. 3

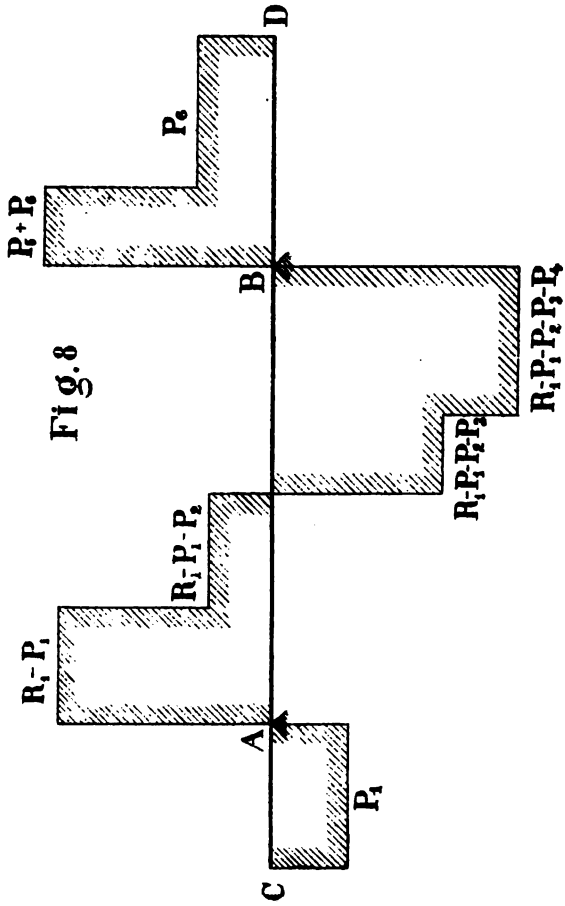
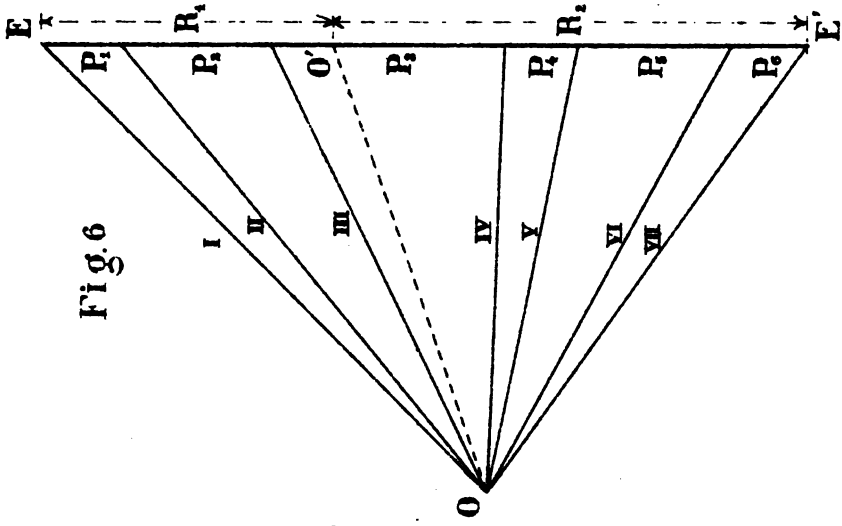


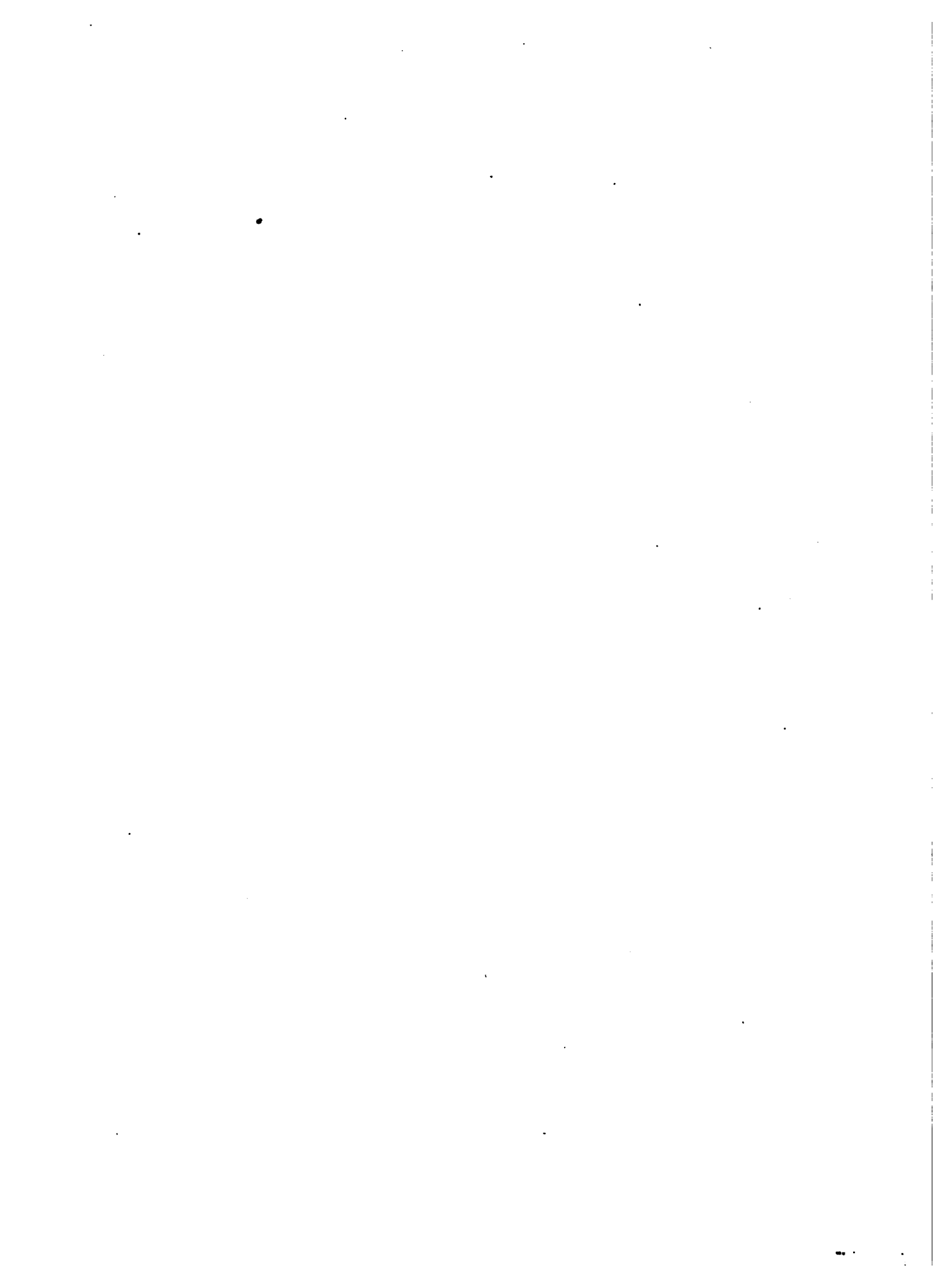


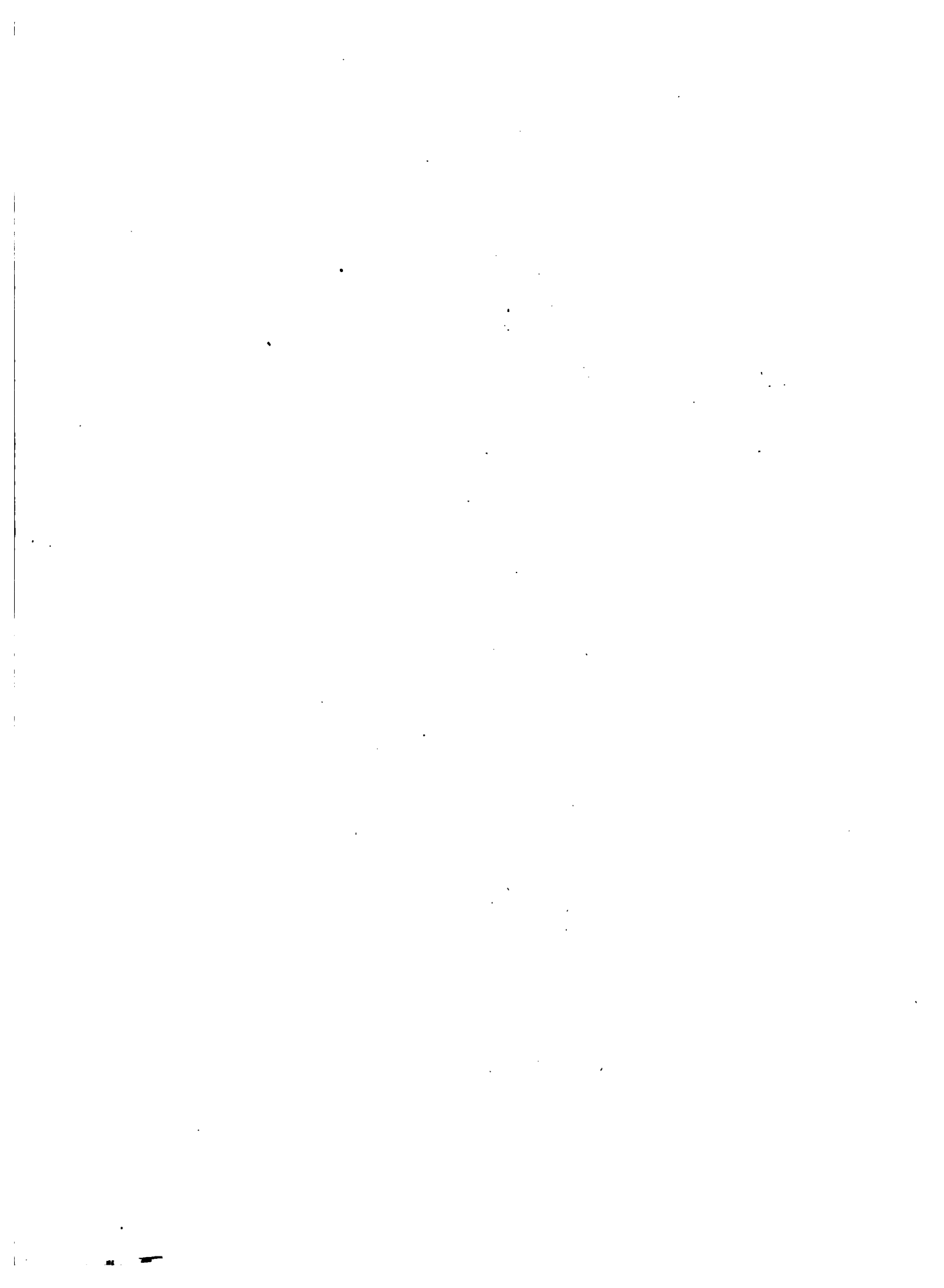


LIVRE I. PL. II

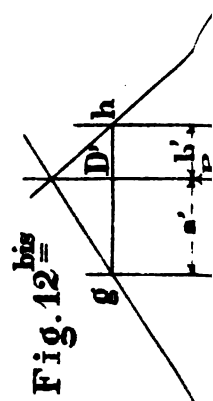
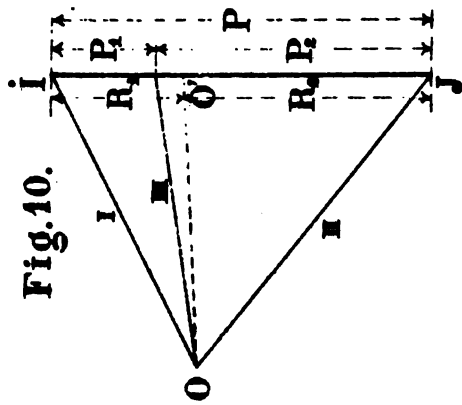
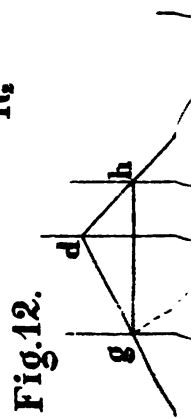
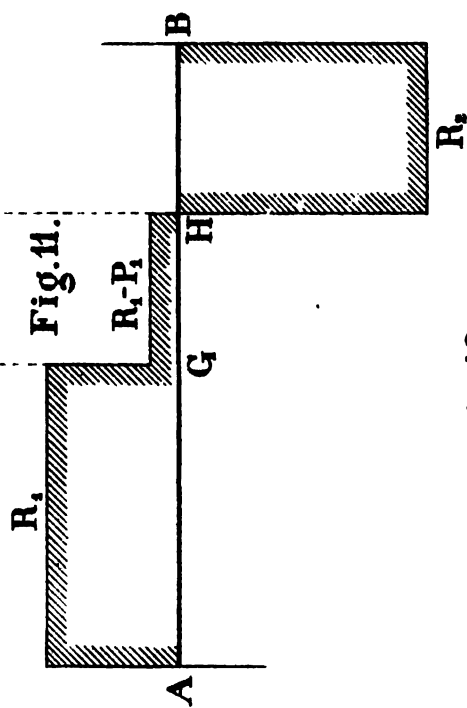
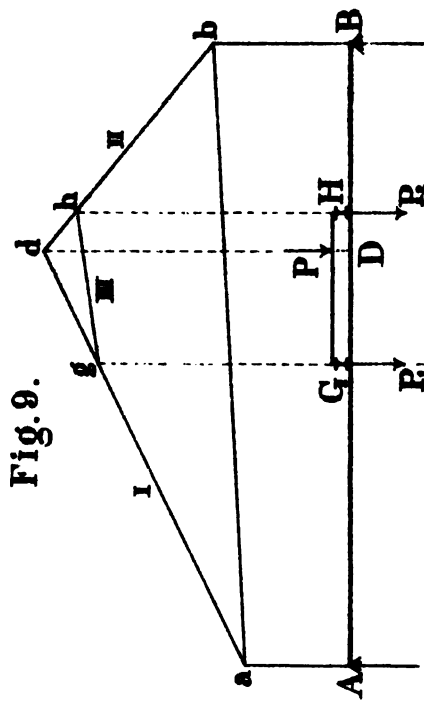








LIVRE I. PL. III



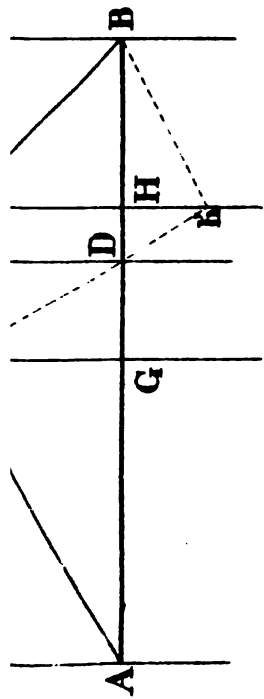
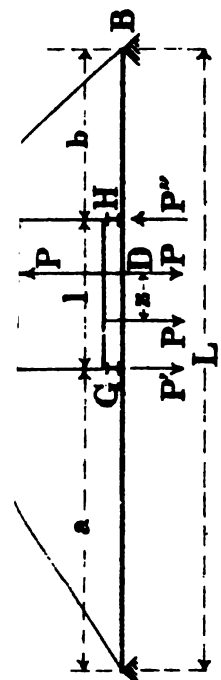


Fig. 18.

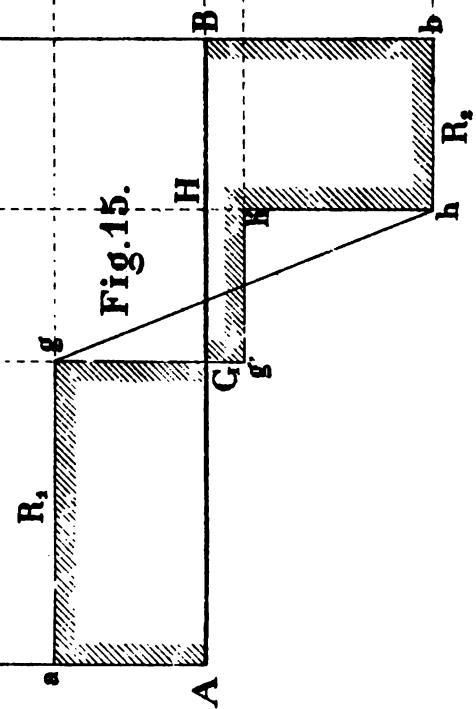
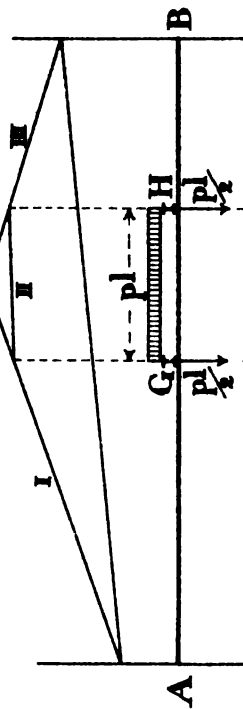


Fig. 15.

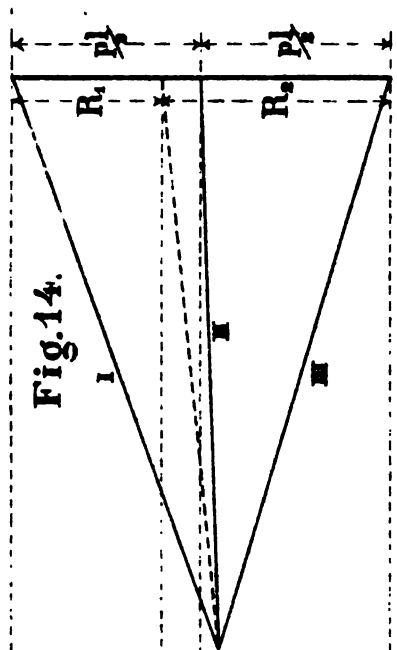
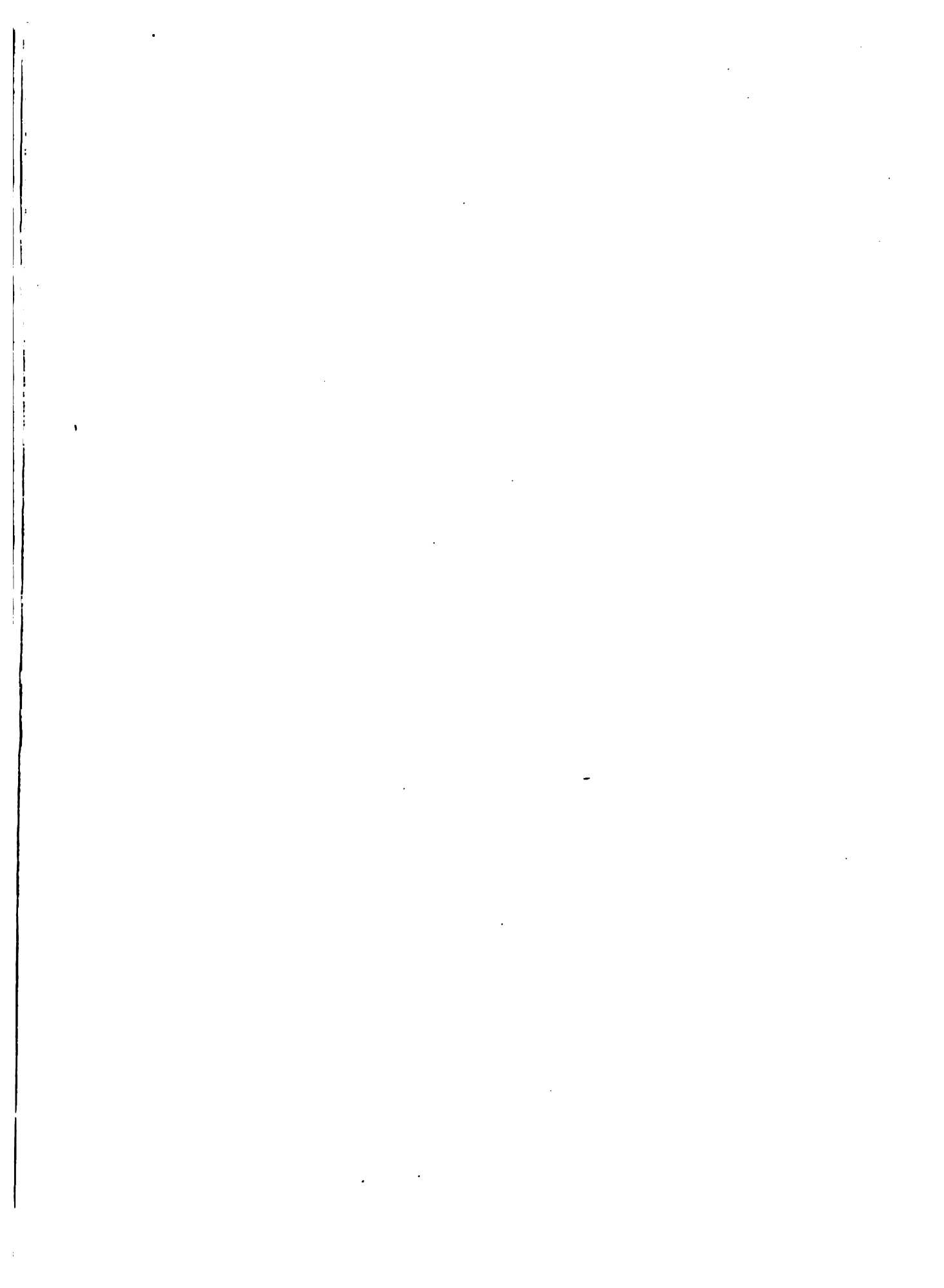


Fig. 14.



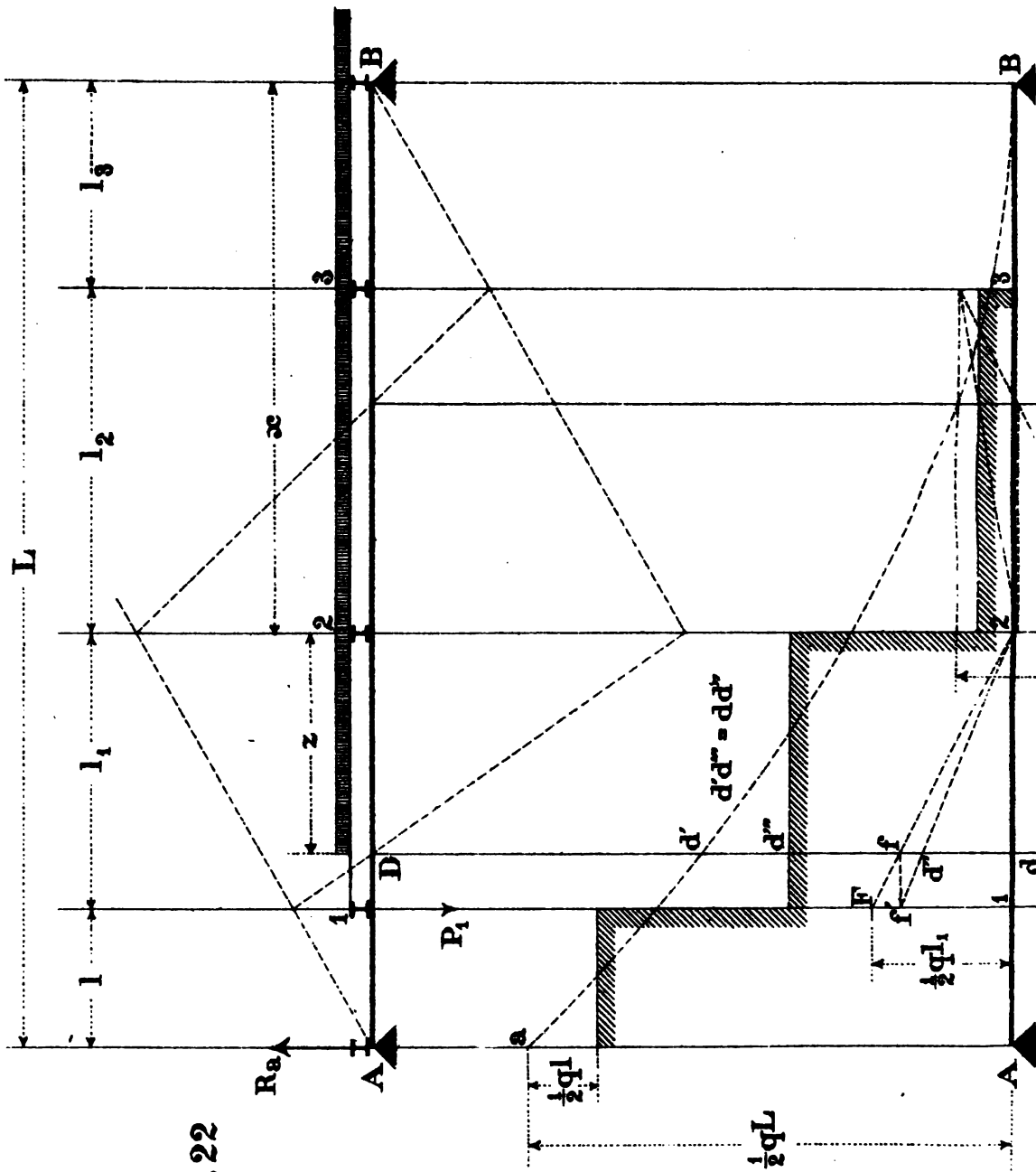


Fig. 22

Fig. 23

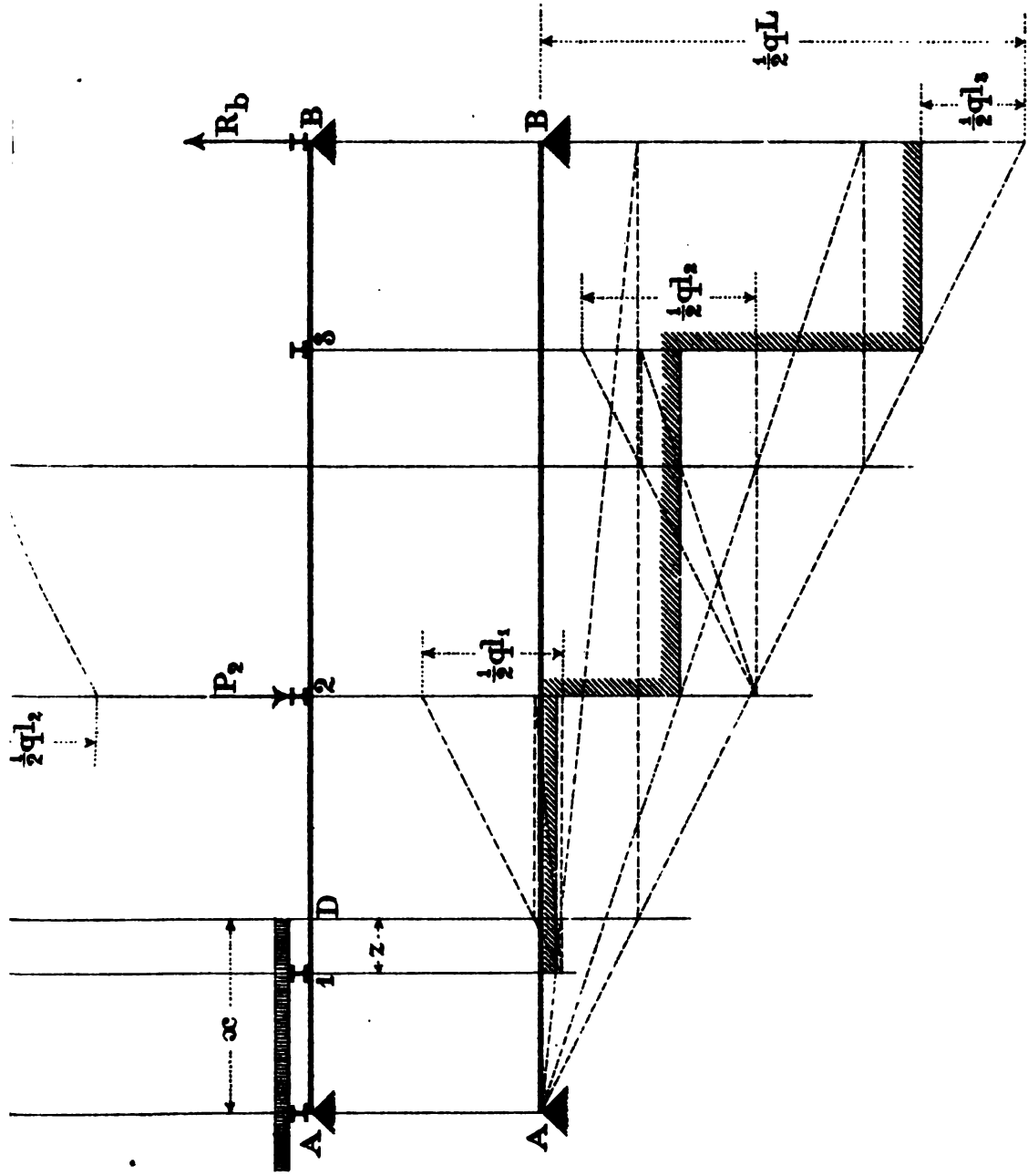
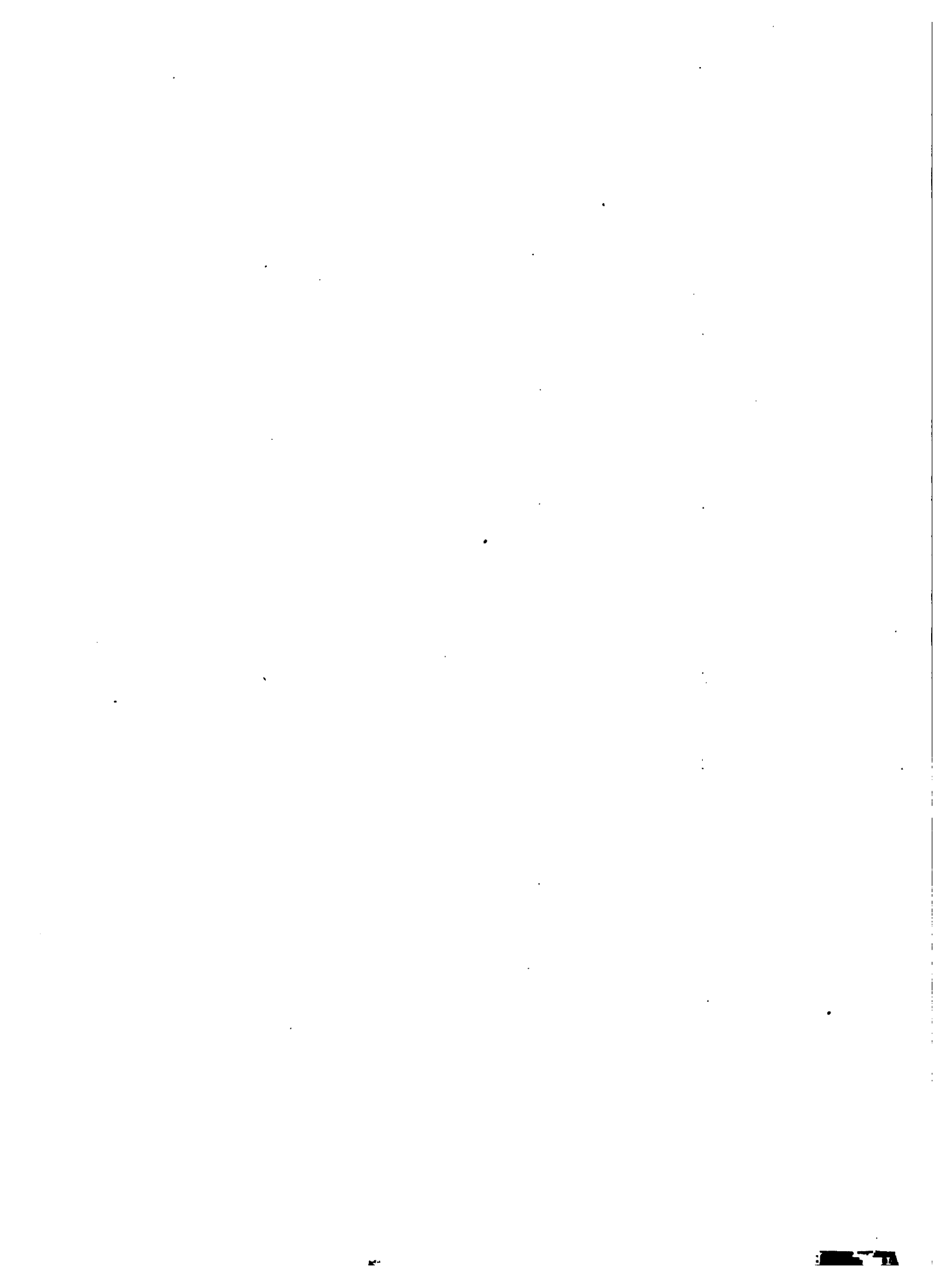
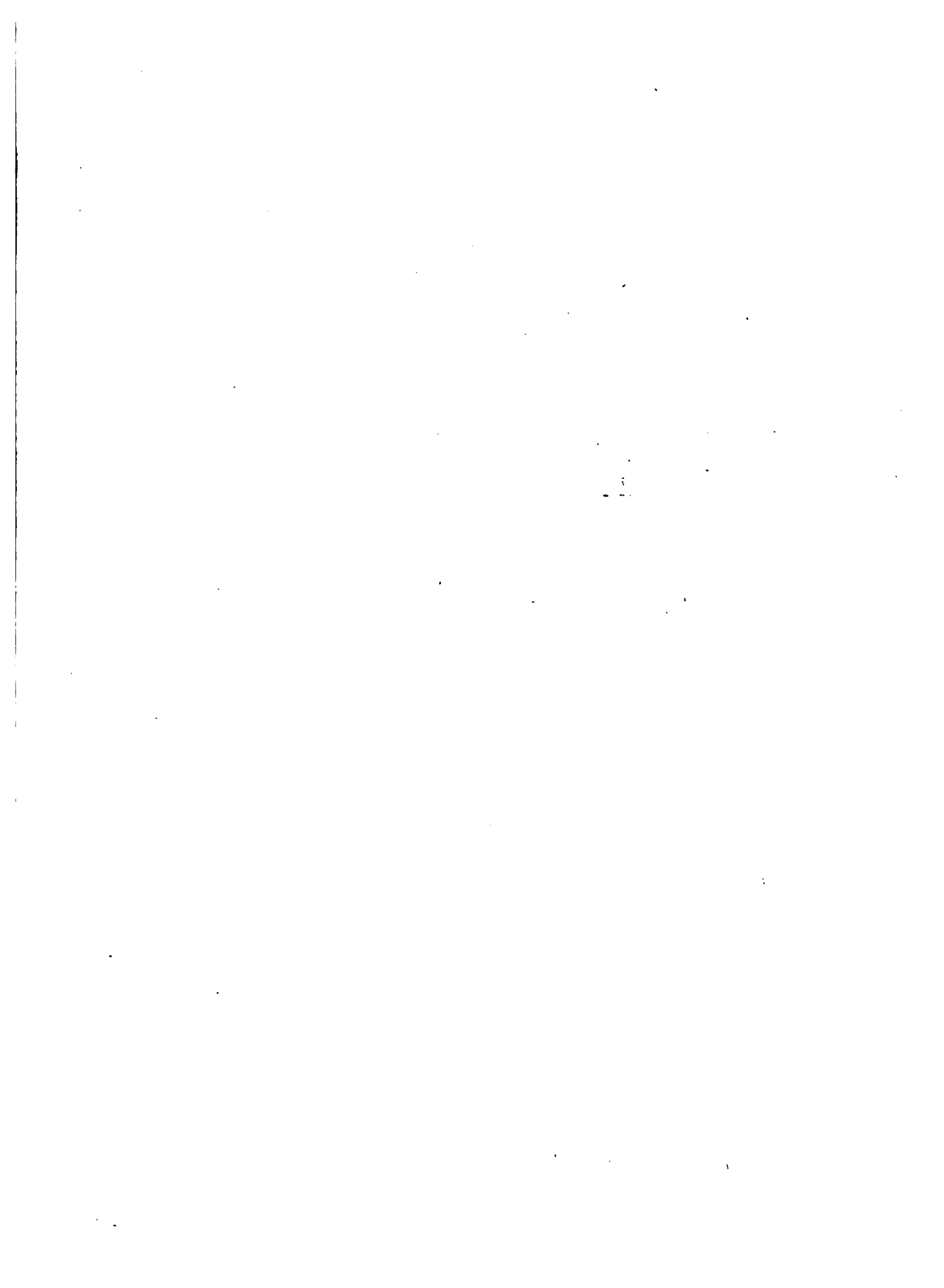


Fig. 24

Fig. 25





Ech. des longueurs: 5 millim. pour un mètre.

Ech. des forces: 5 millim. pour 1000 kgs.

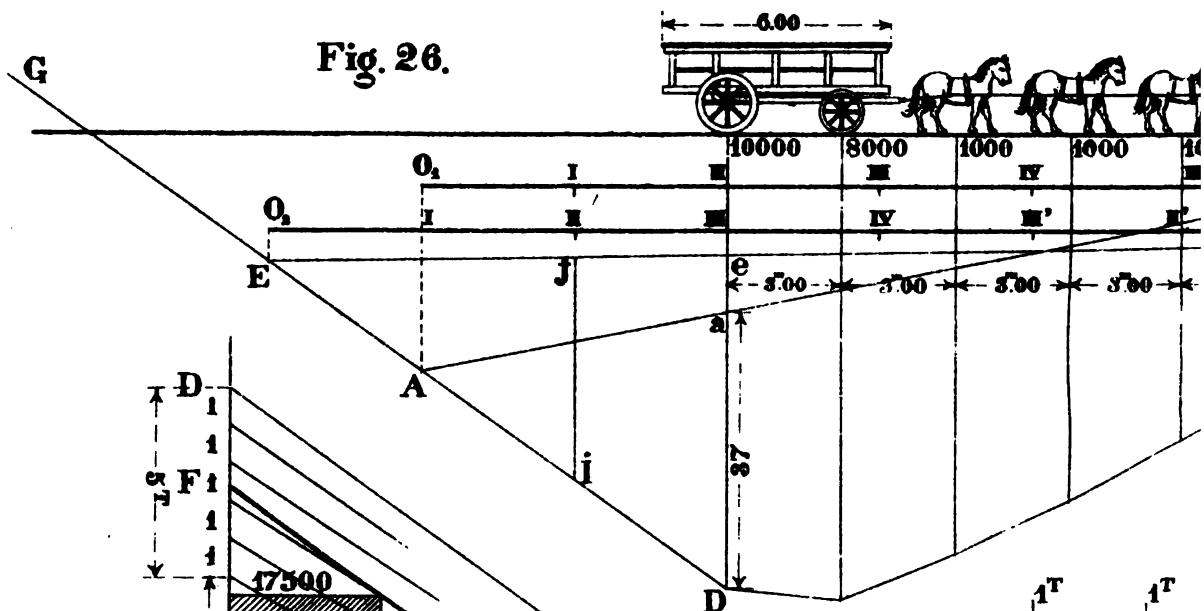
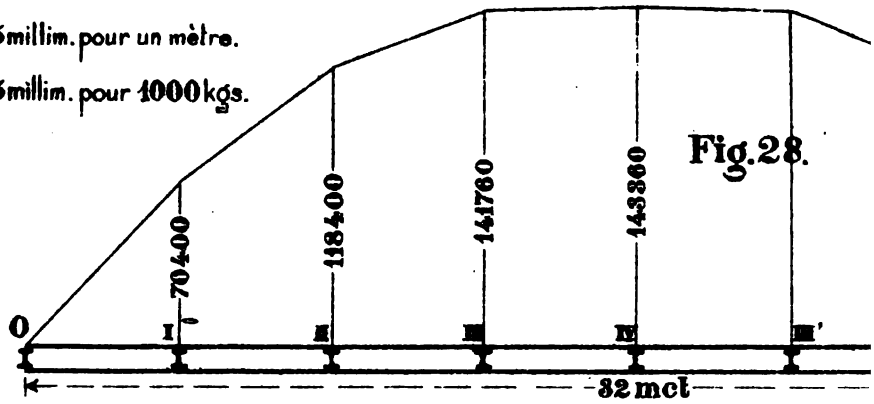


Fig. 30.

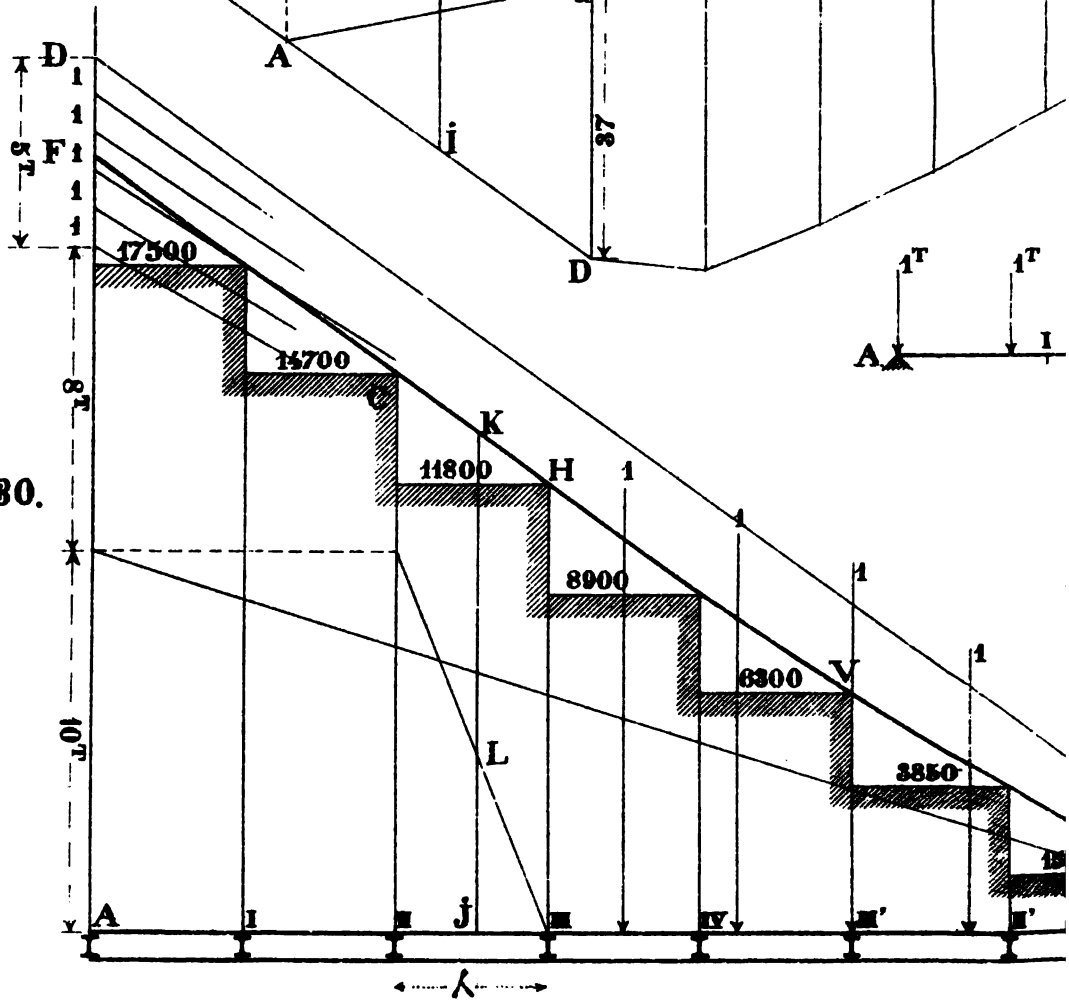


Fig.29.

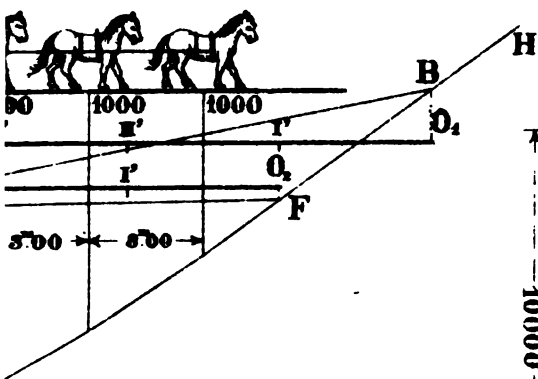
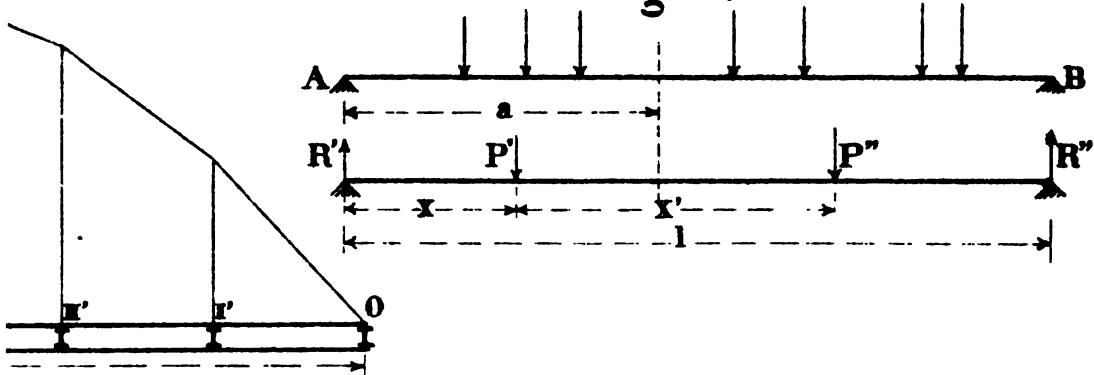


Fig.31.

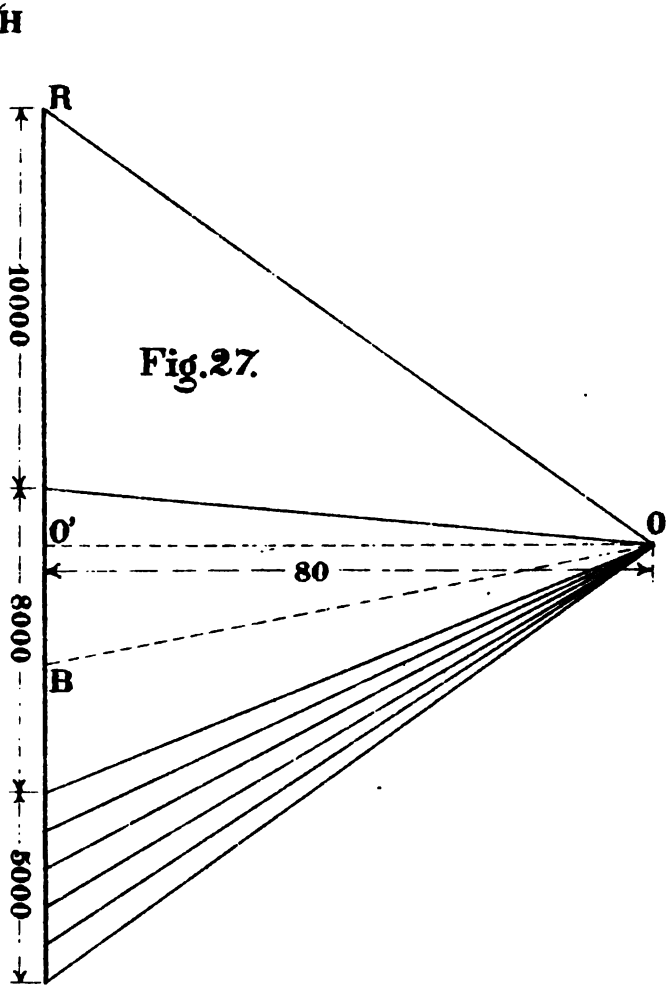
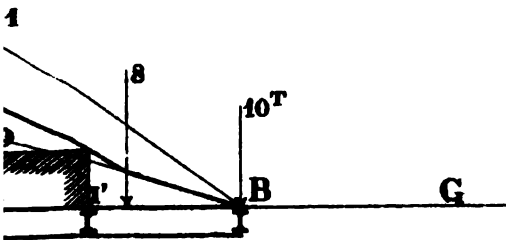
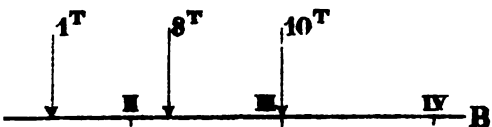


Fig.27.

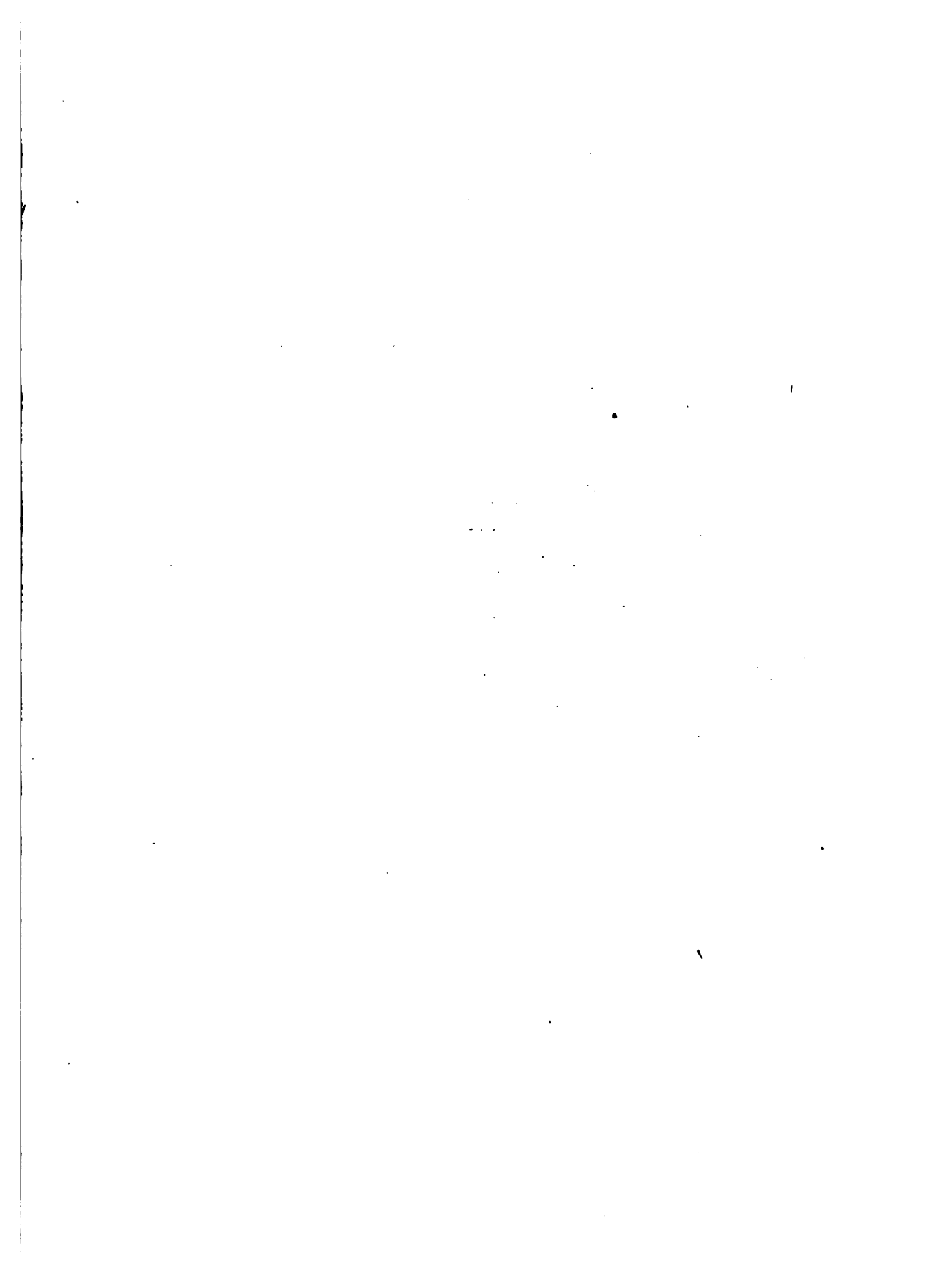


Fig. 33

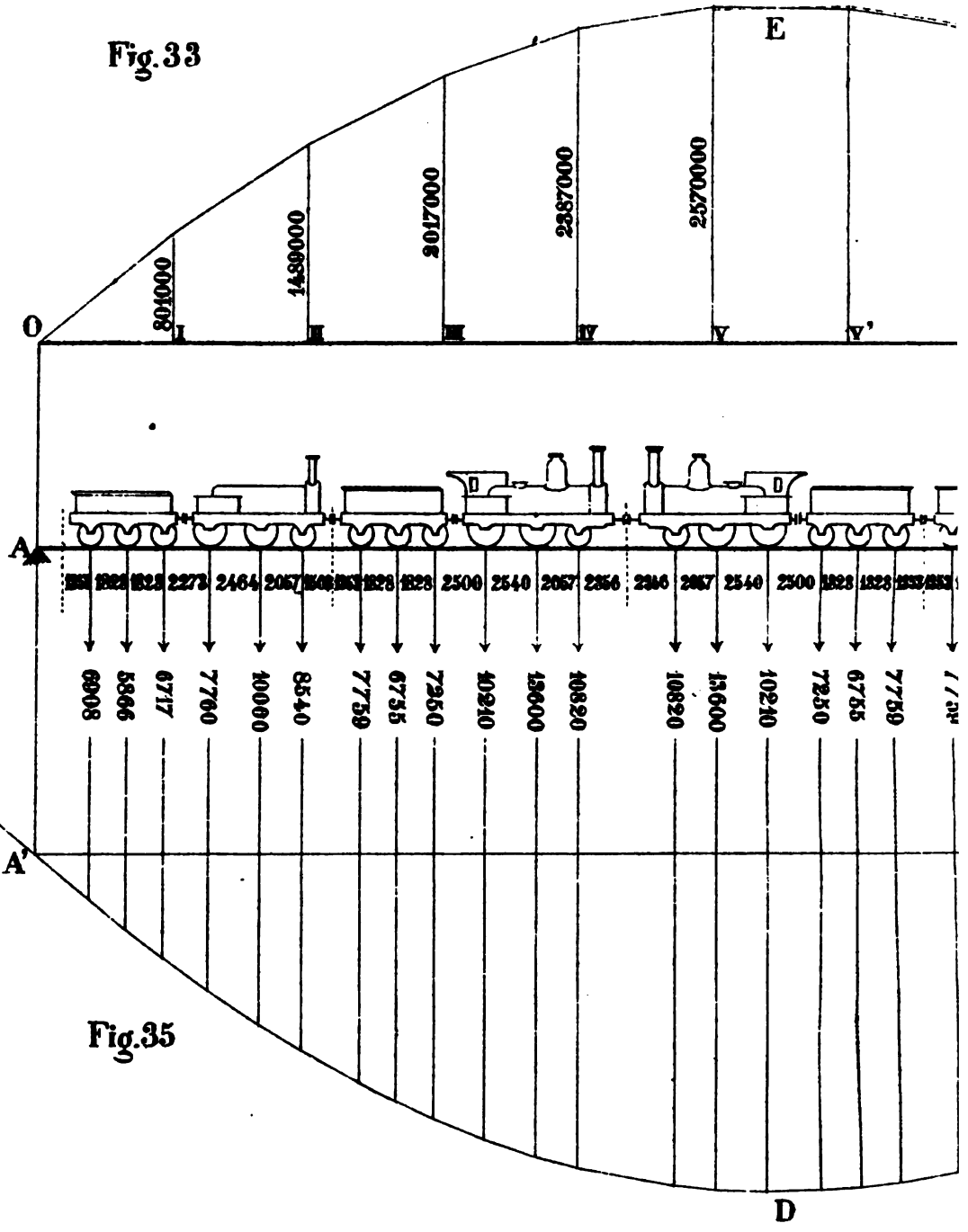


Fig. 35

LIVRE I. PL. VI

Echelles

3 millim. p^r 1 mètre.

1 millim. p^r 2000 kgs.

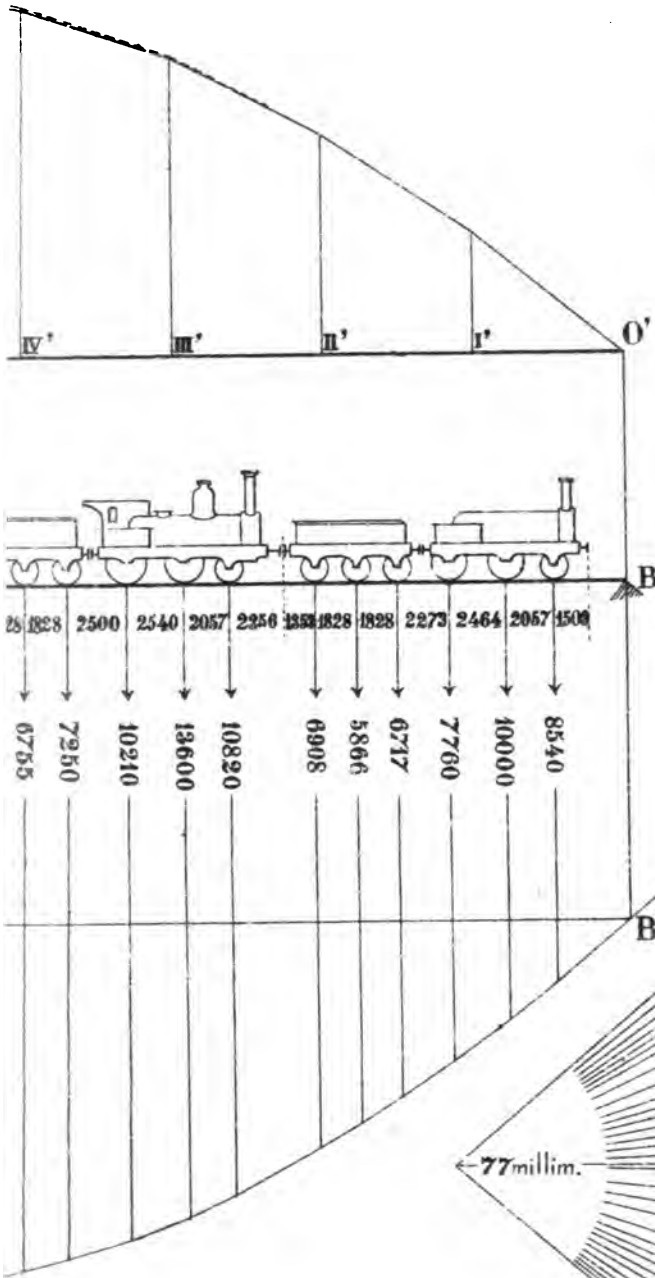
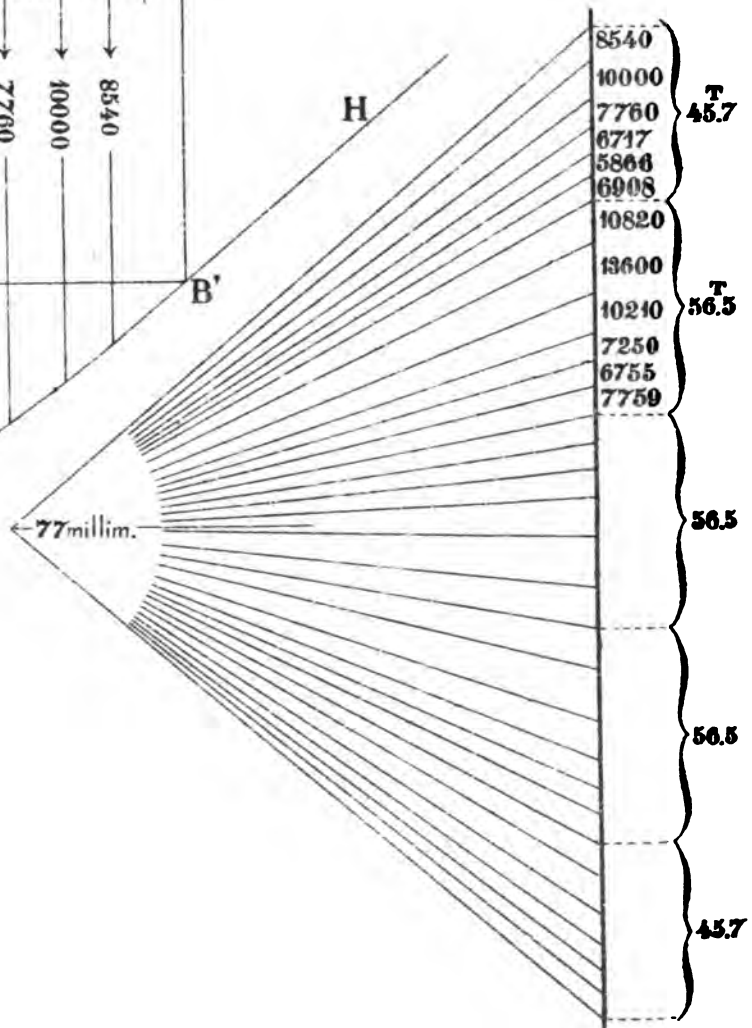
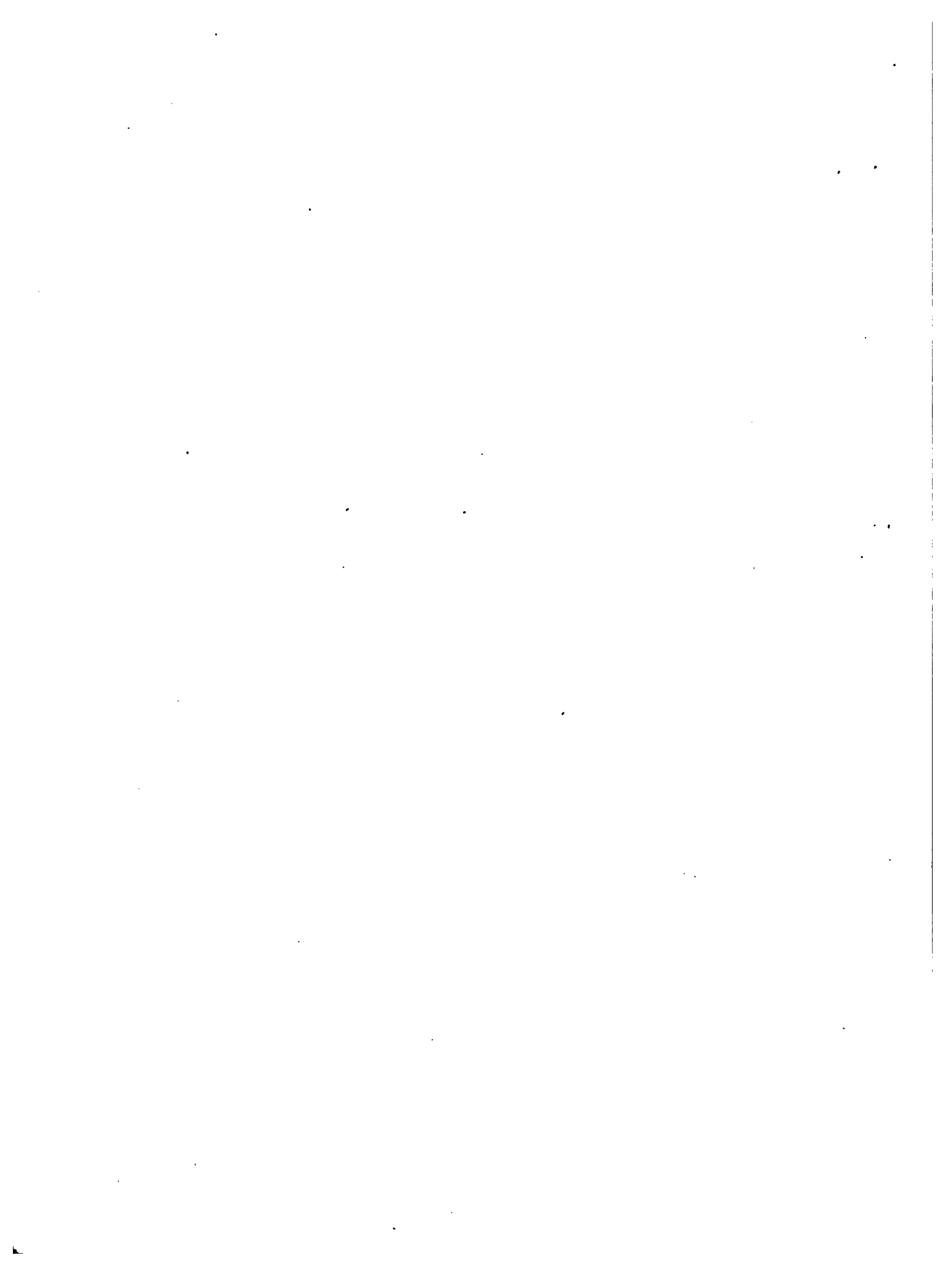
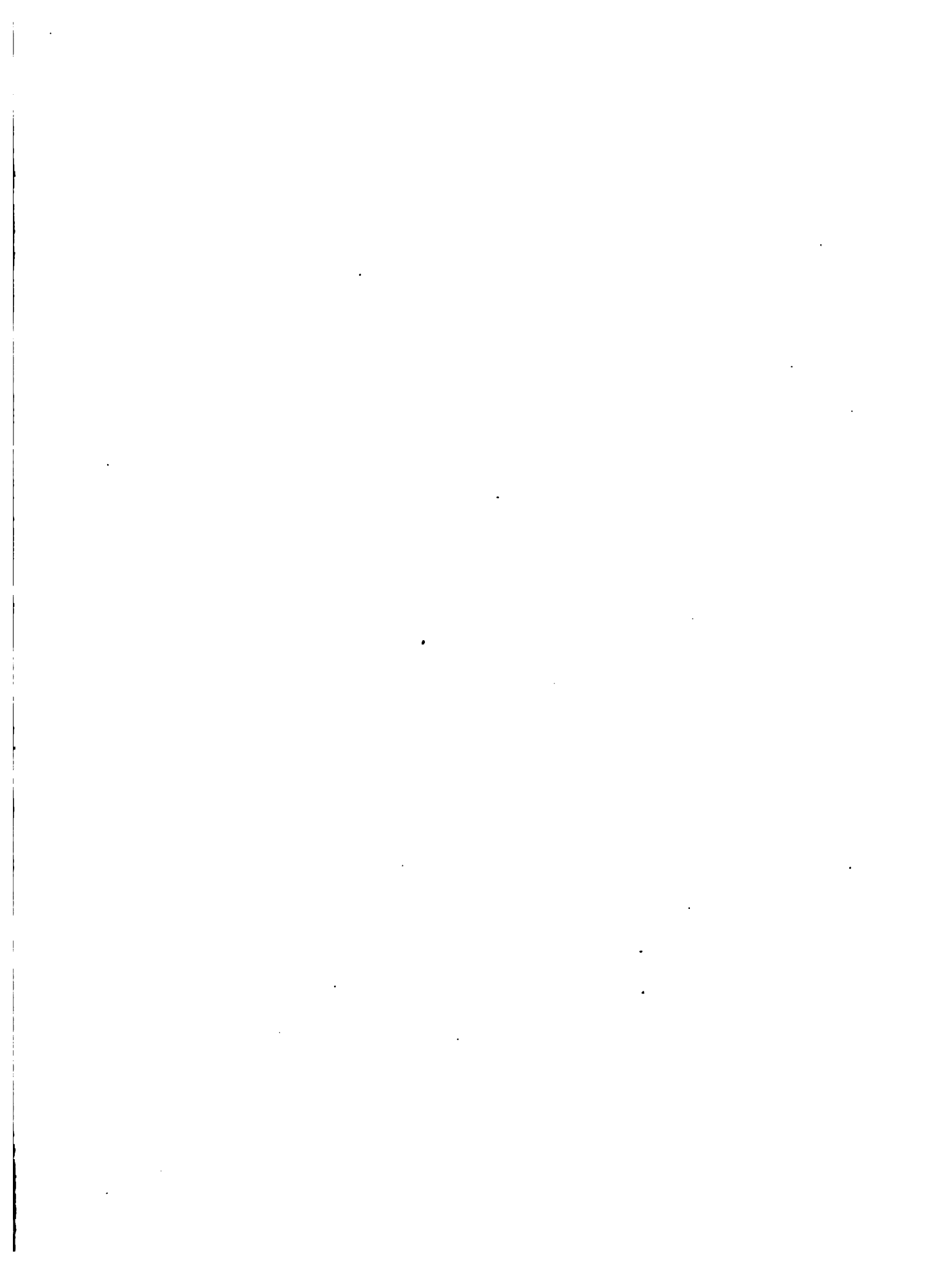
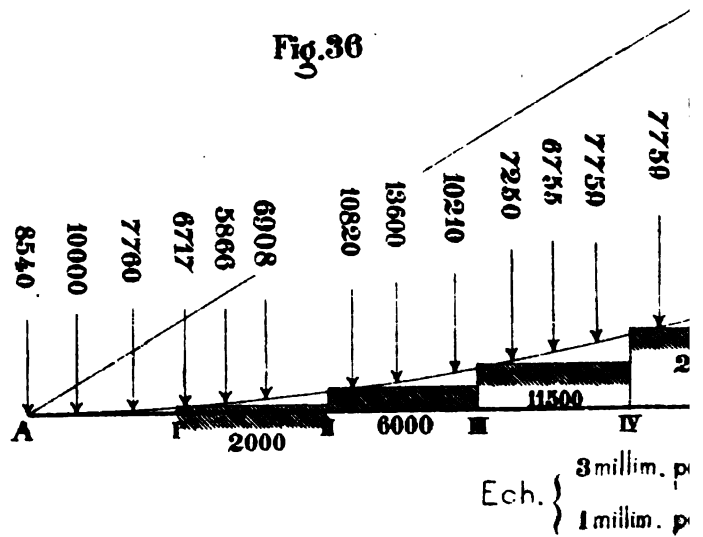
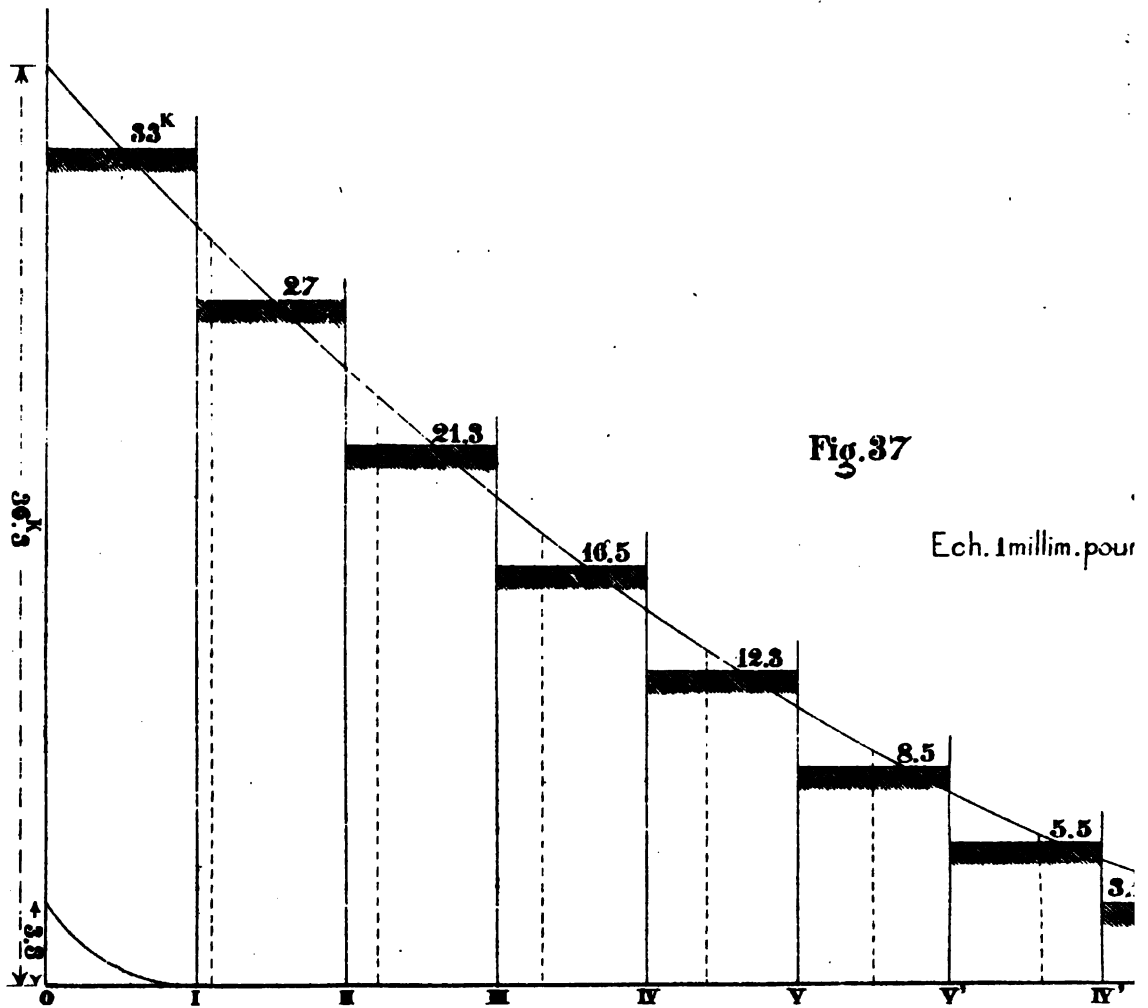


Fig. 34



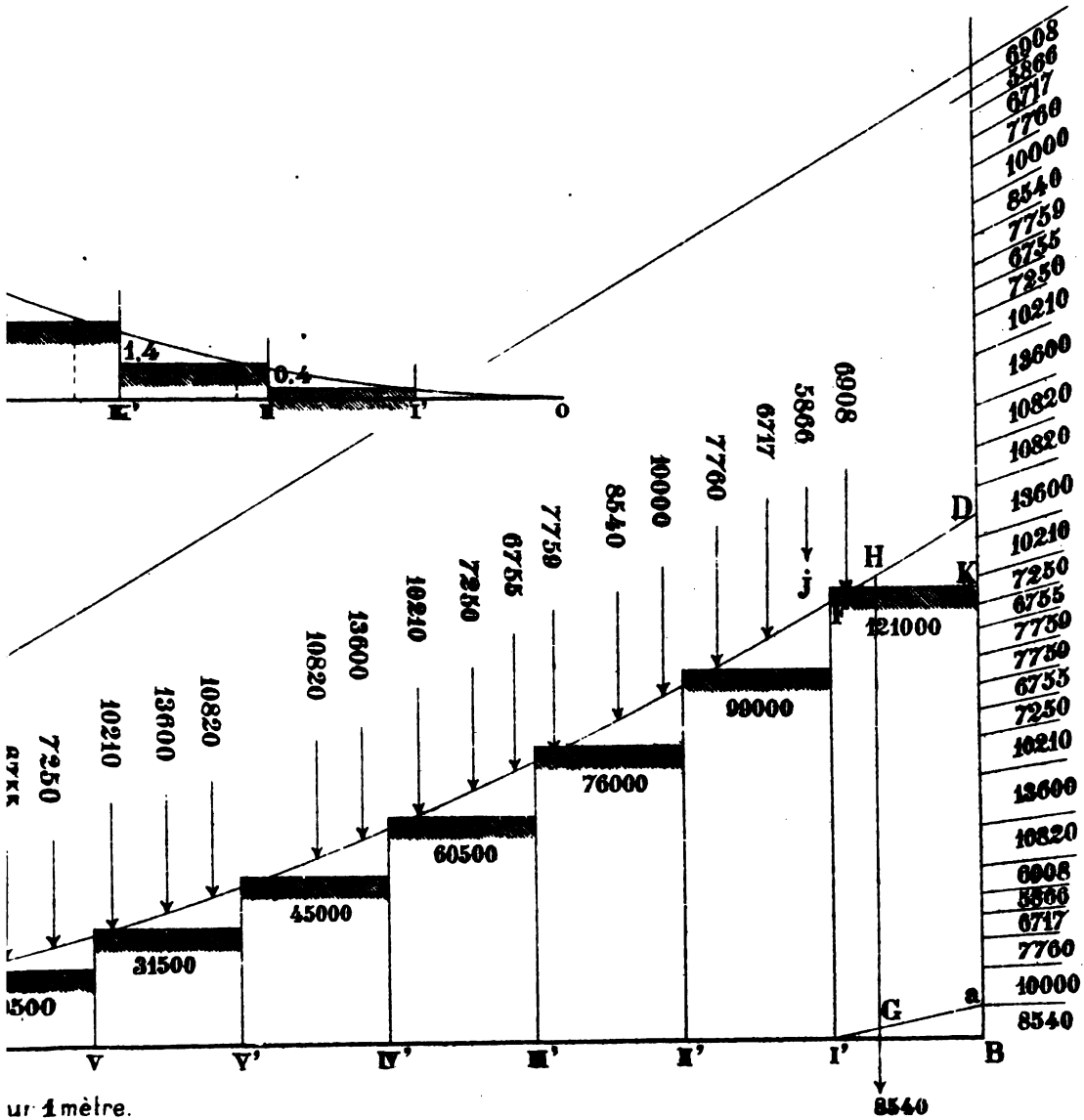


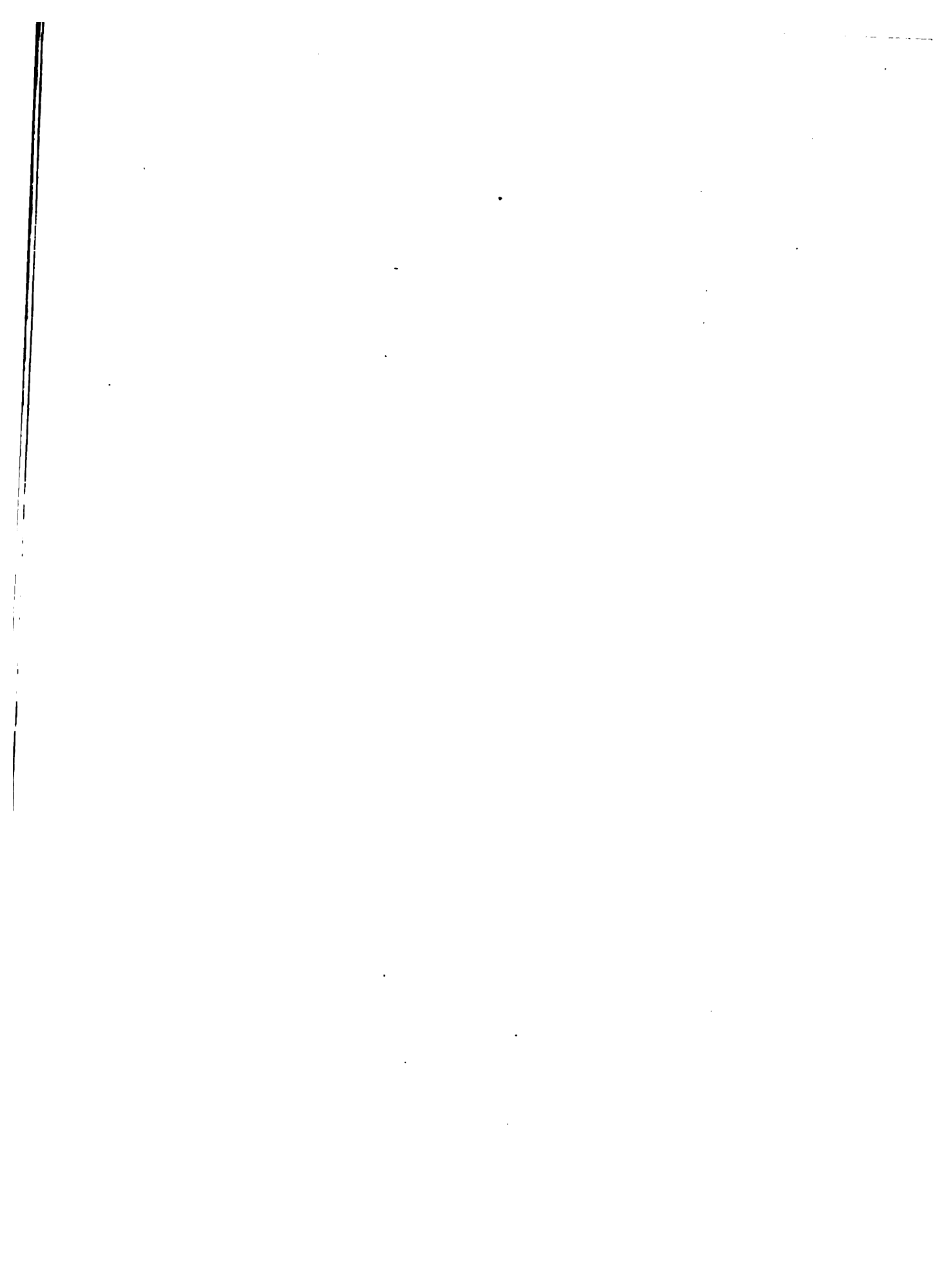


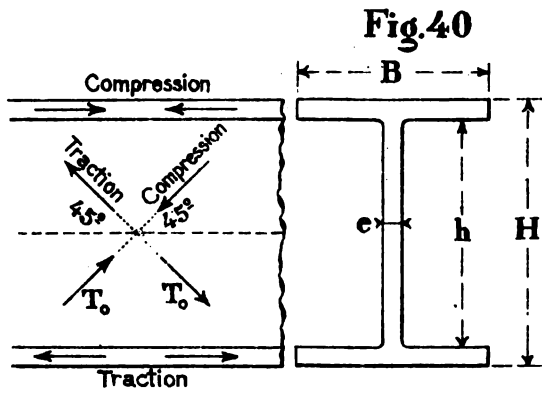
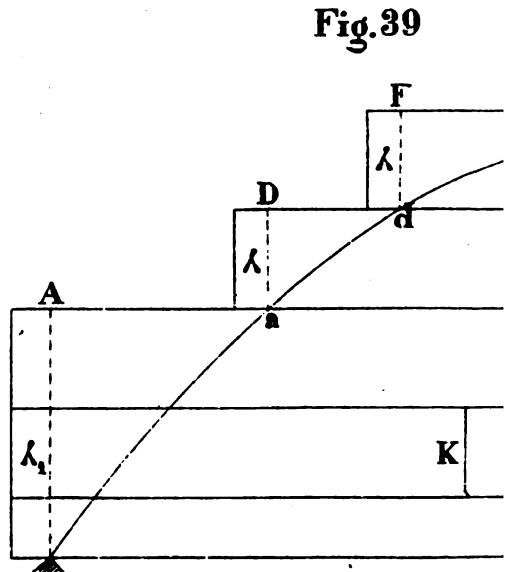
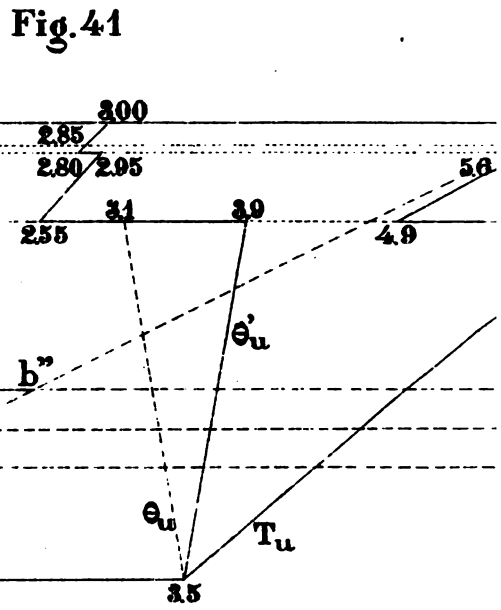
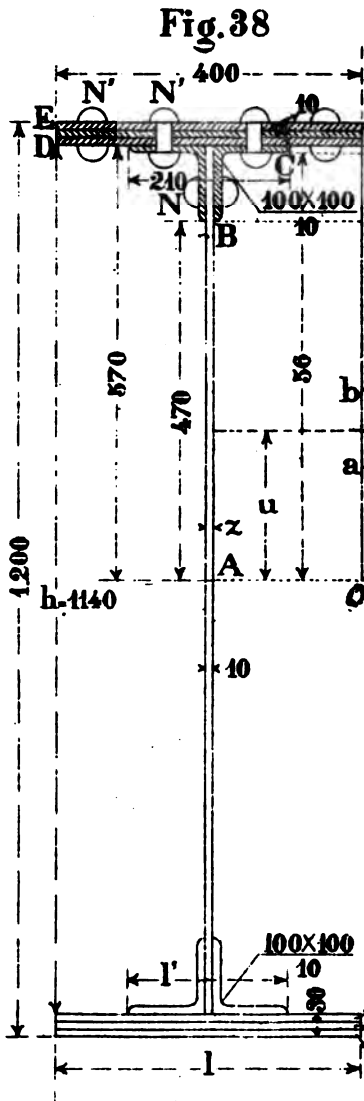


LIVRE I. PL. VII

0.3^K







LIVRE I. PL. VIII

Fig. 42

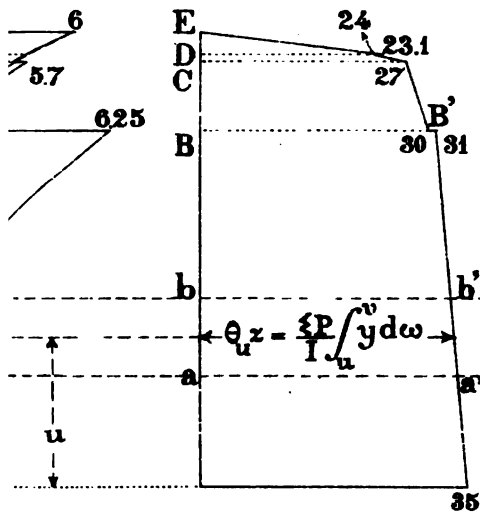
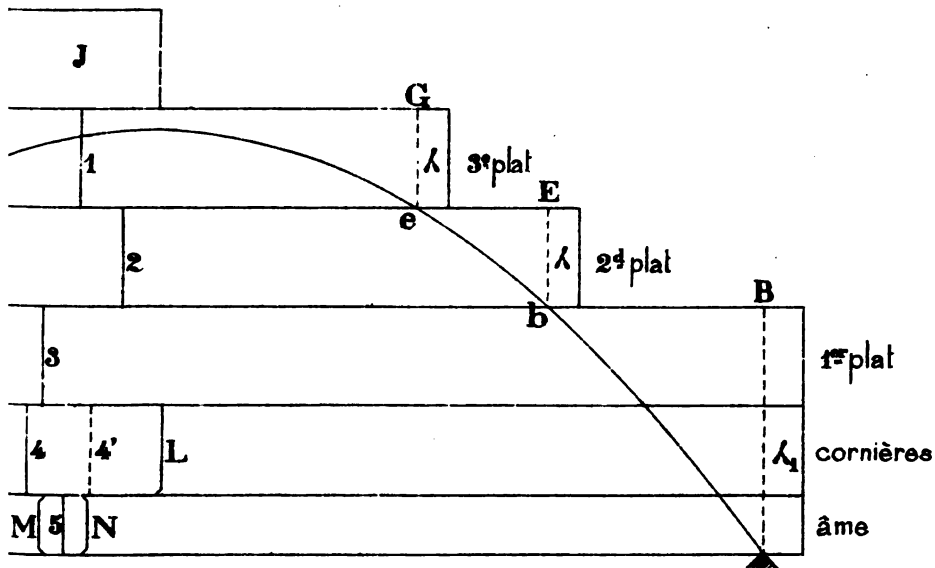
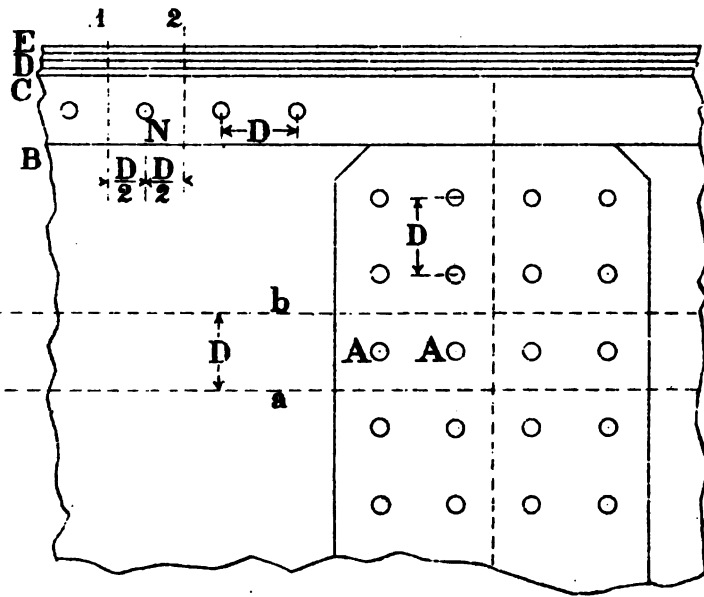


Fig. 43





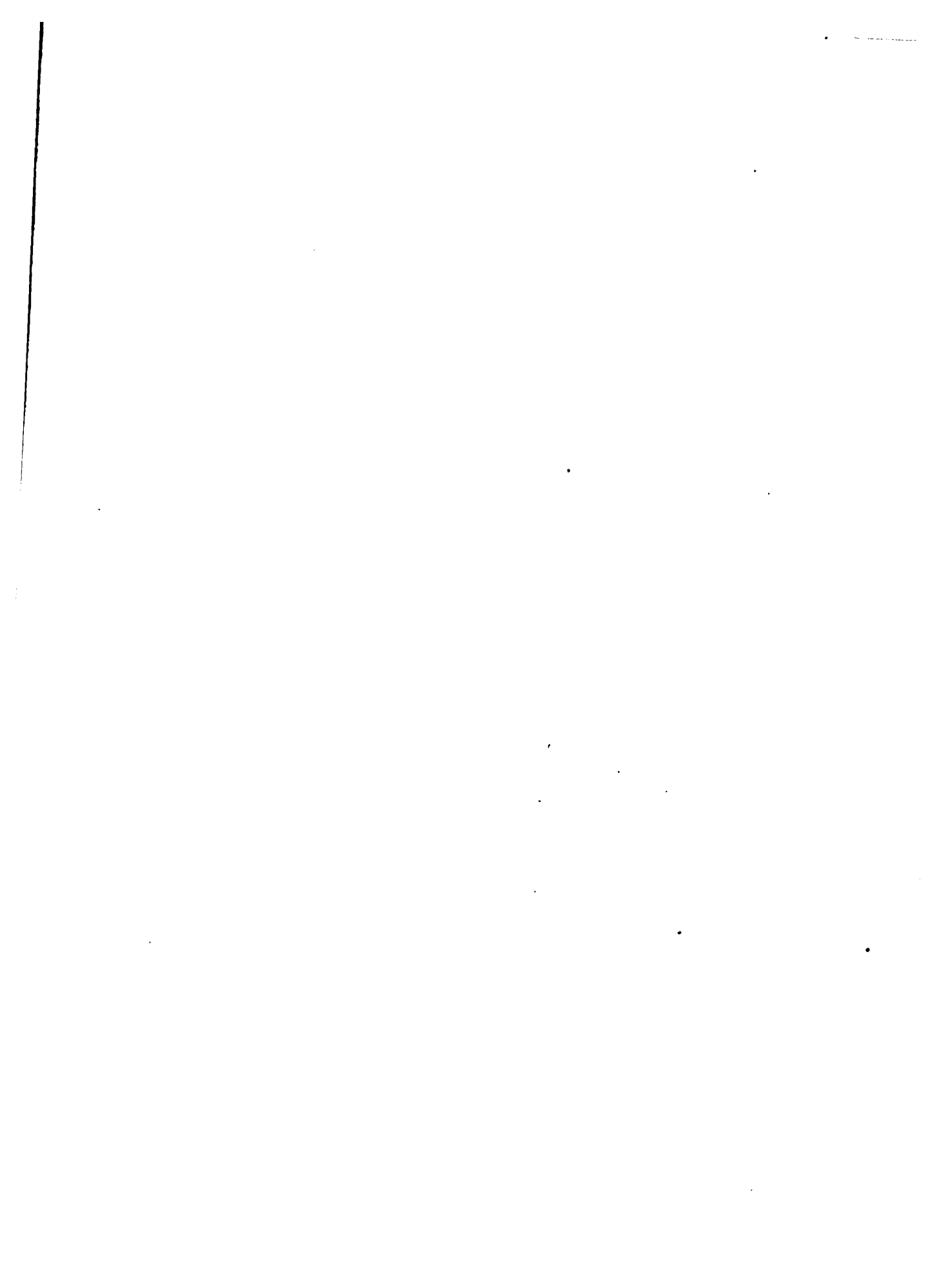


Fig. 62

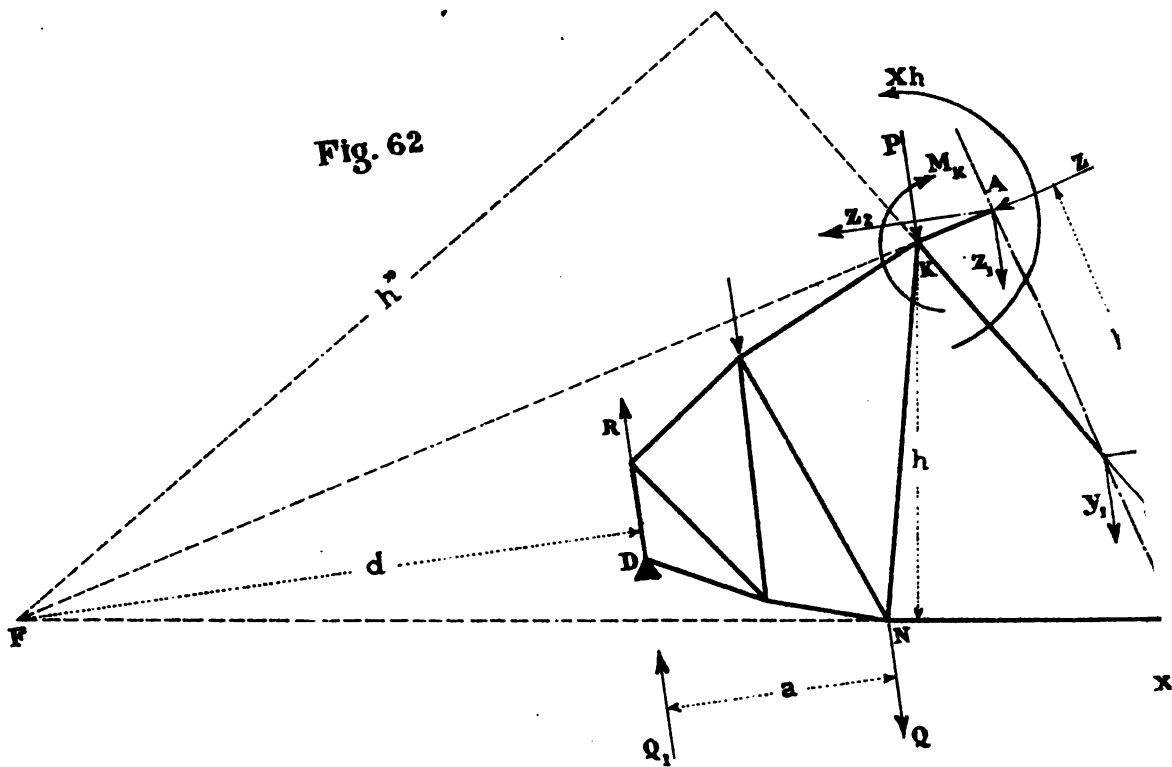


Fig. 67

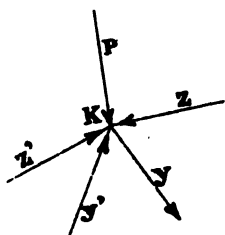


Fig. 68

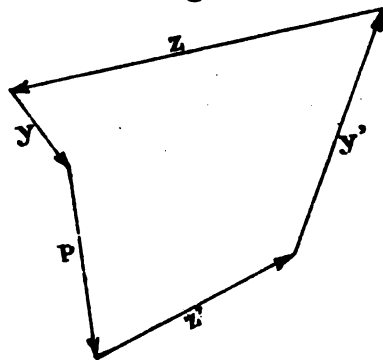
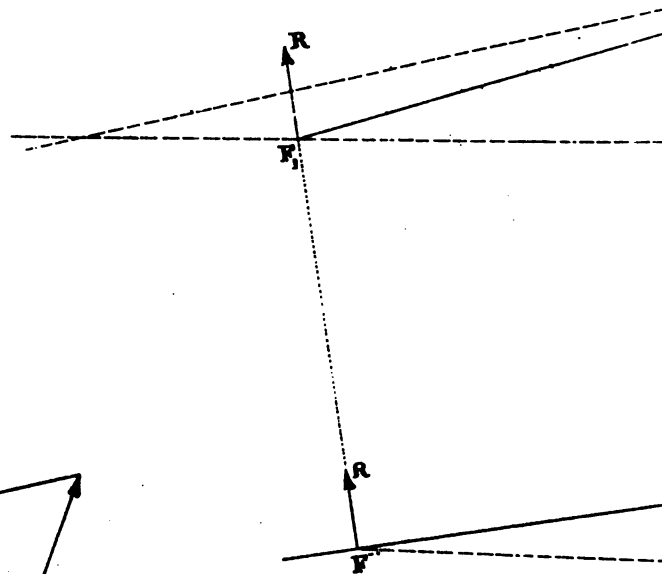
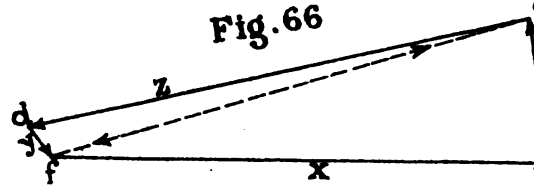
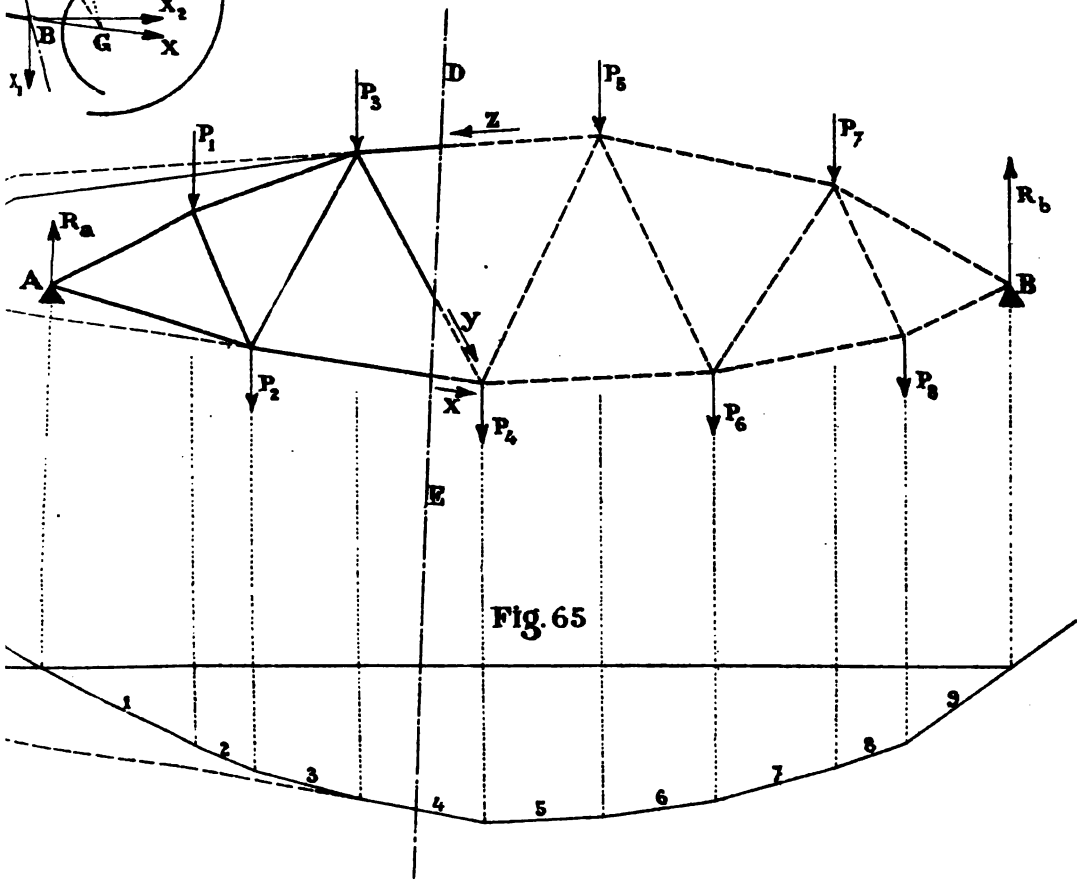
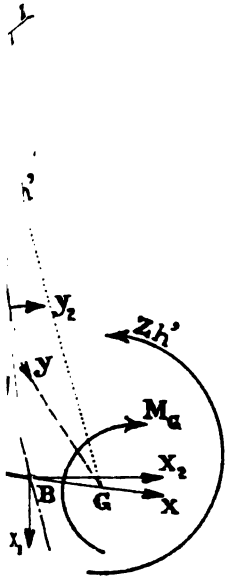
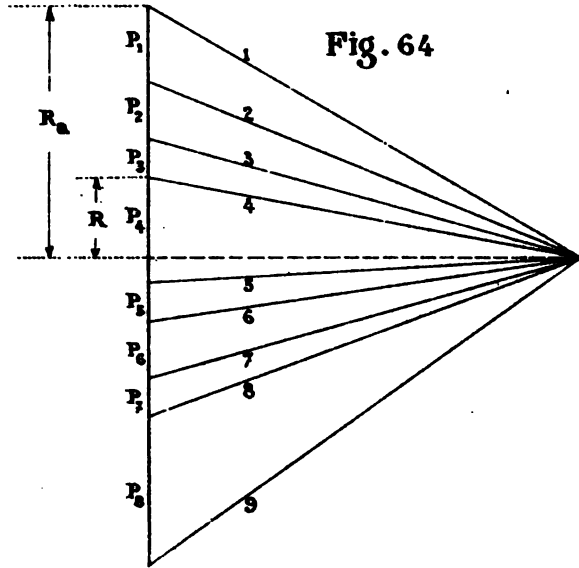


Fig. 66



LIVRE I. PL. IX





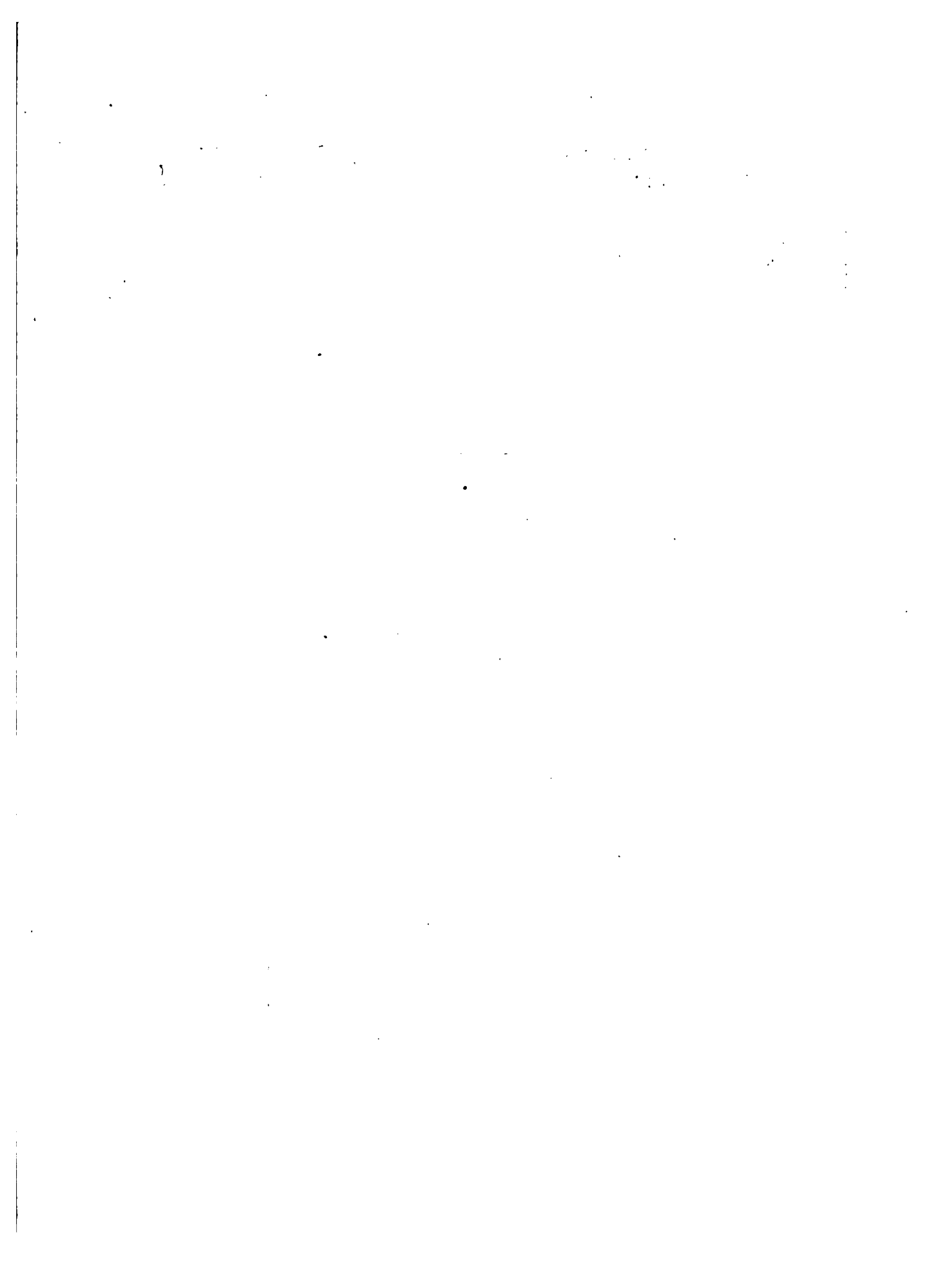


Fig. 70

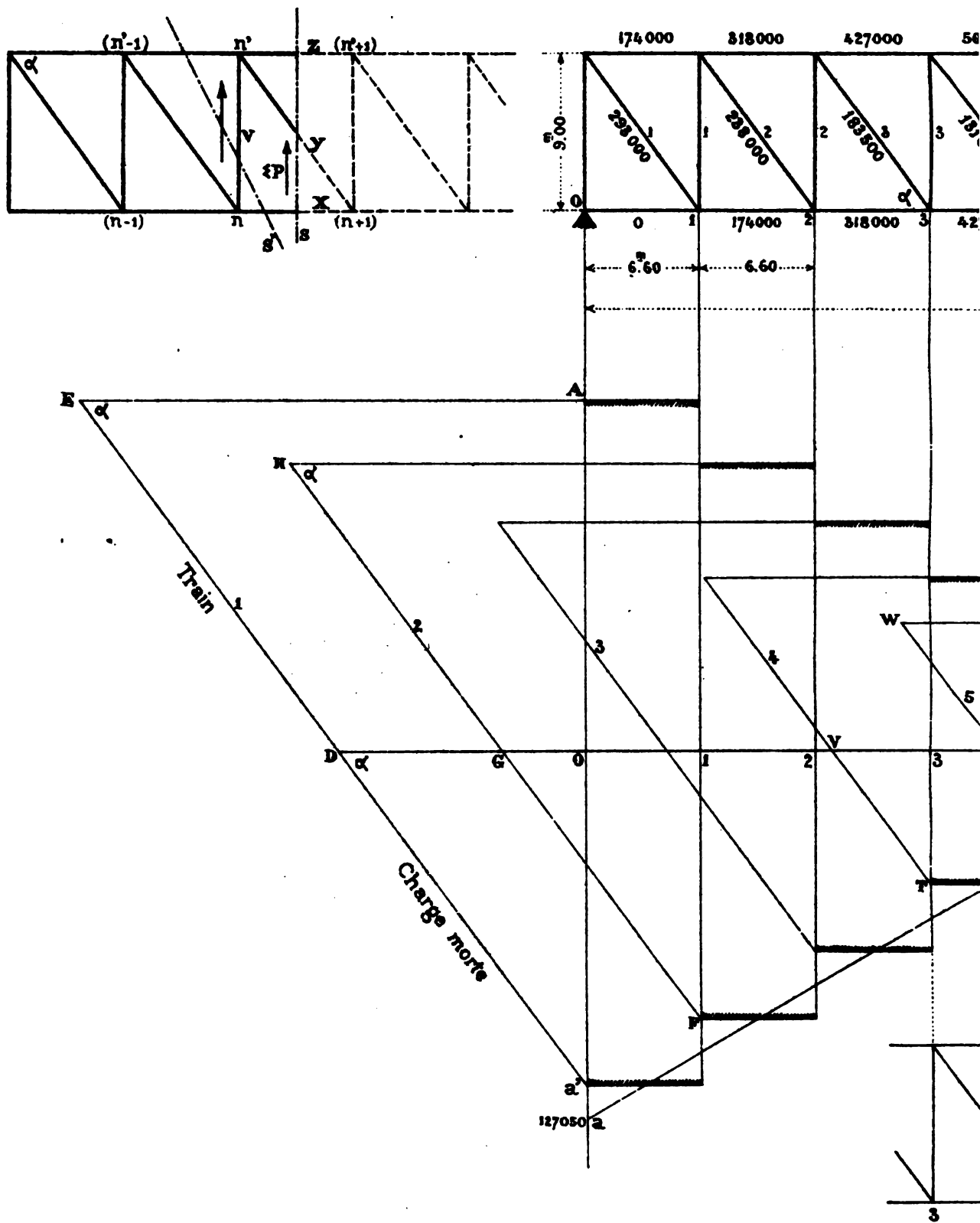


Fig. 69

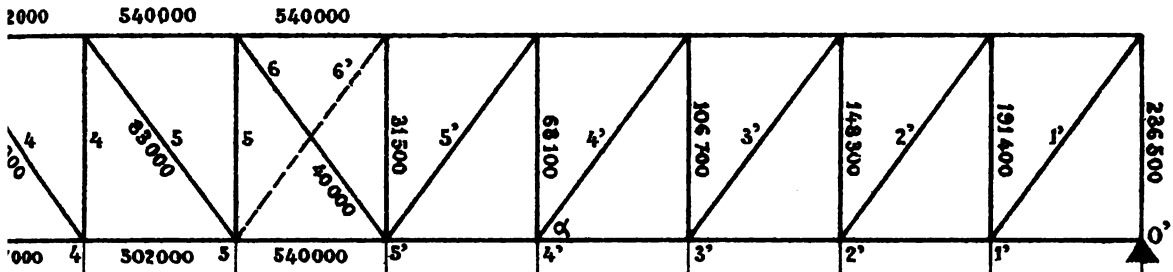


Fig. 71

Echelle: 1 millimètre pour 2000 Kgs.

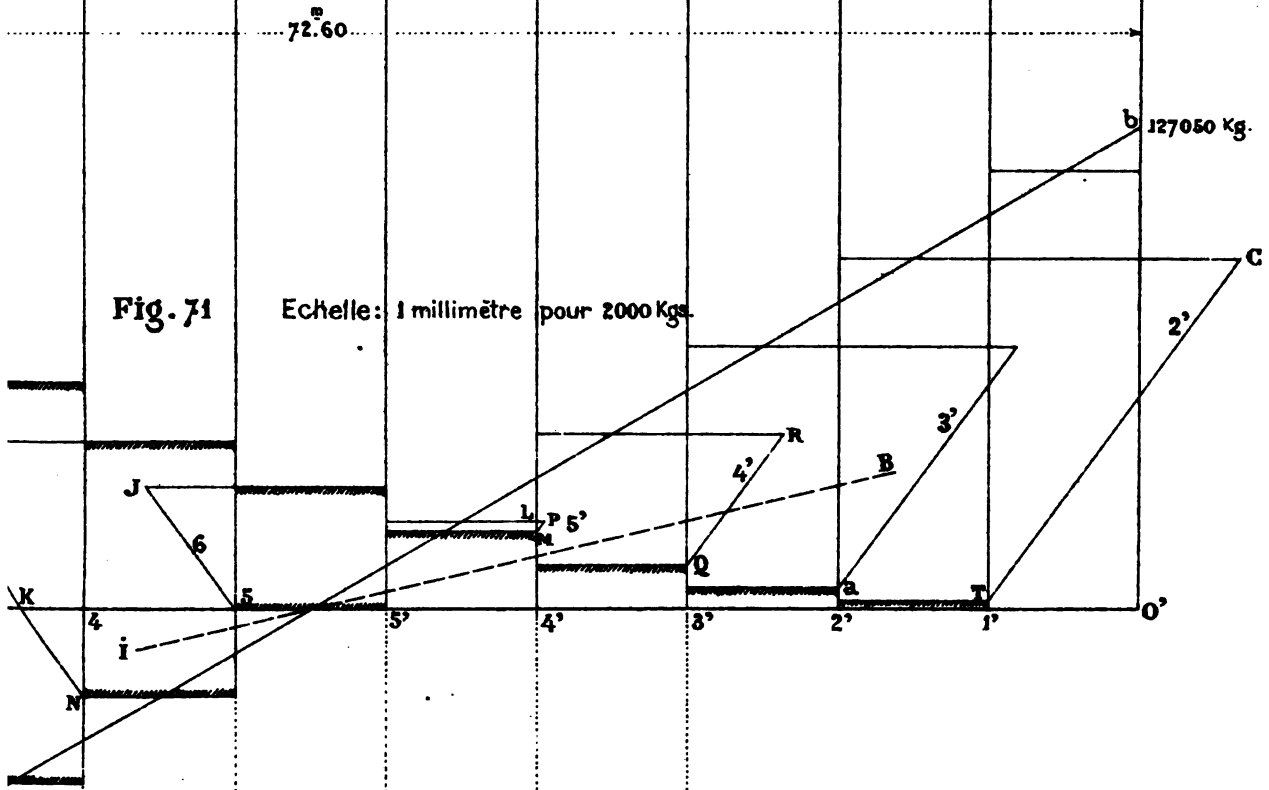


Fig. 72

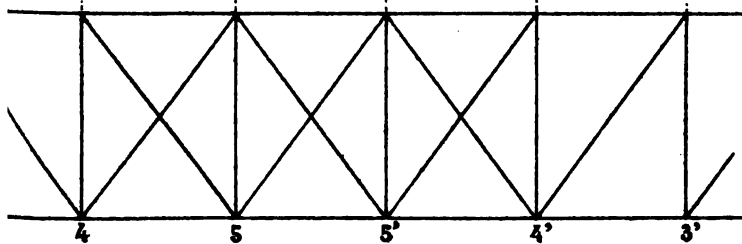
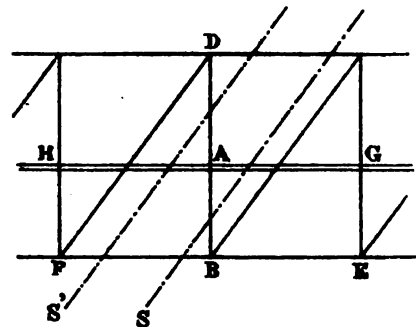


Fig. 73



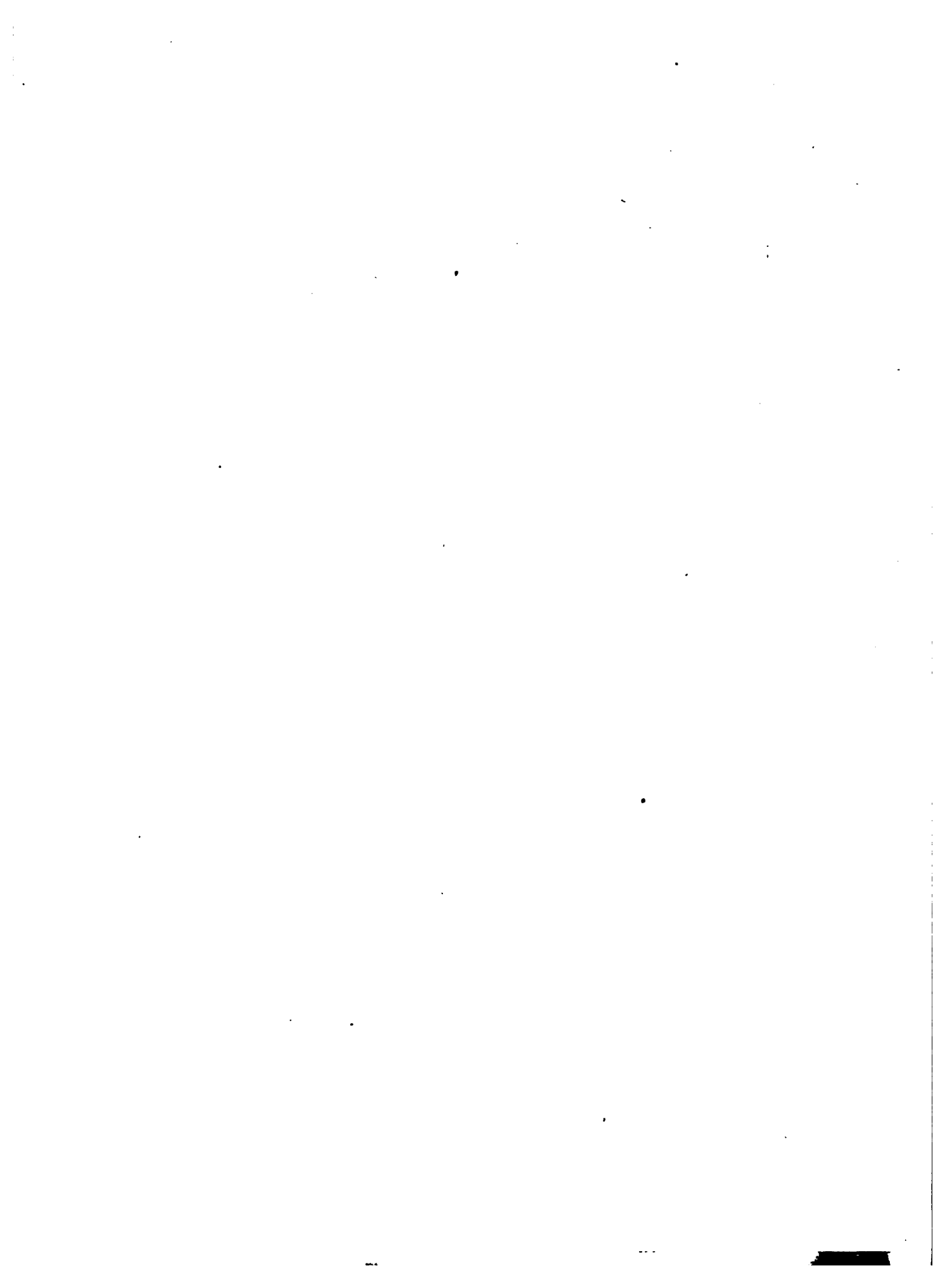




Fig. 77 - Fatigues

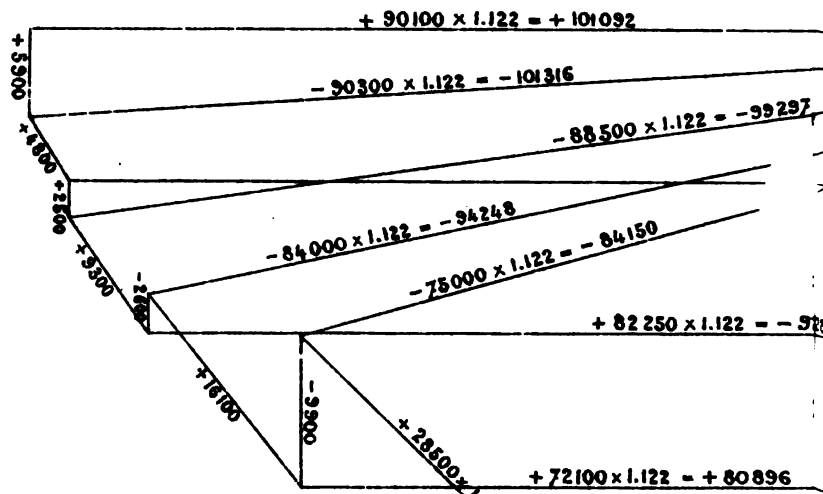
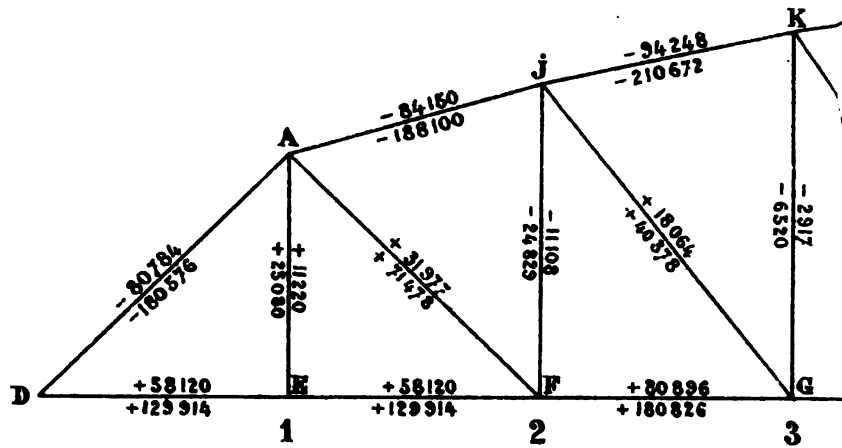
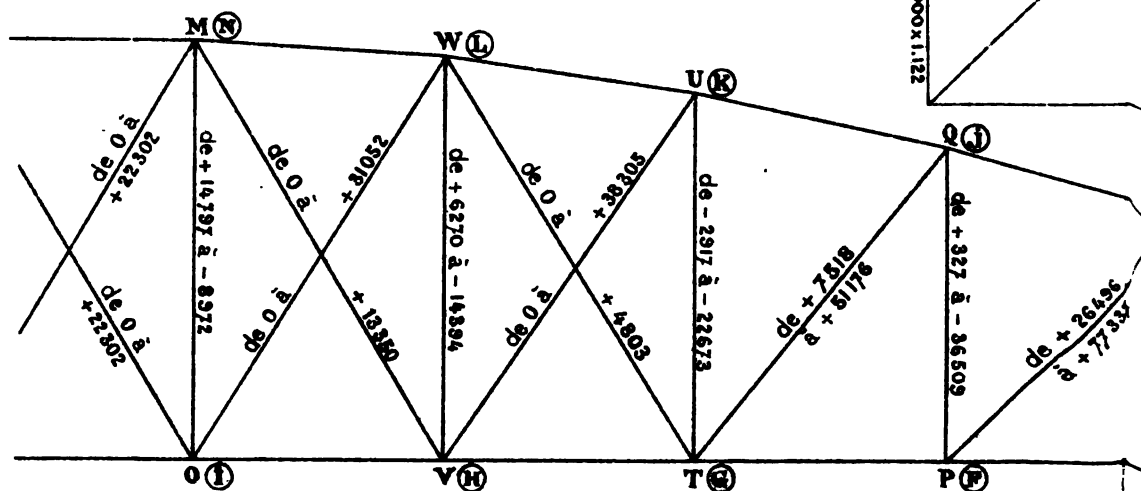


Fig. 79

Fatigues maxima sur le treillis.



is maxima sur les brides .

LIVRE I. PL. XI

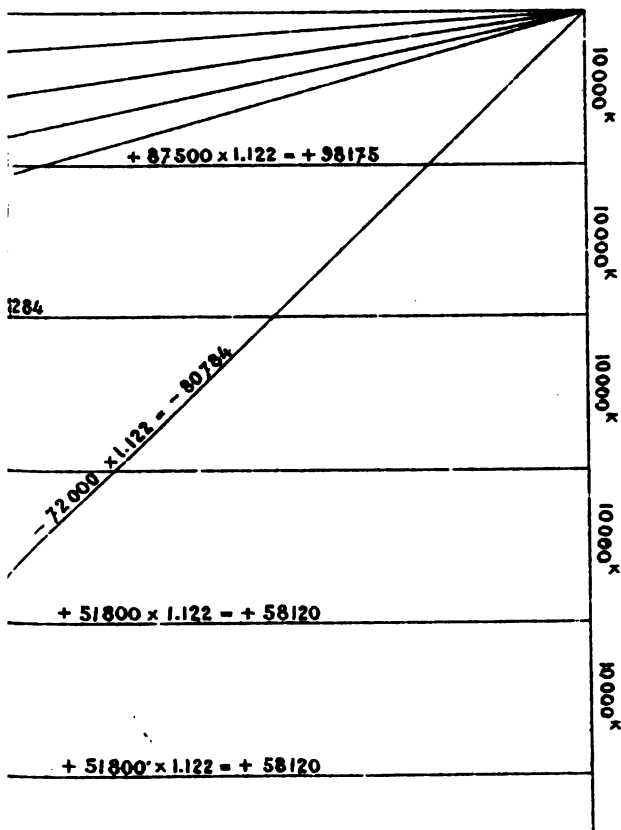
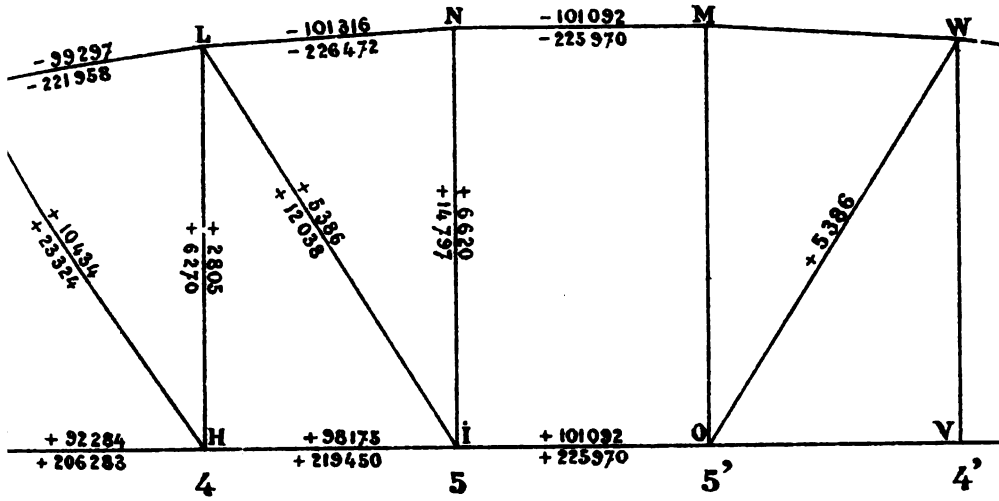
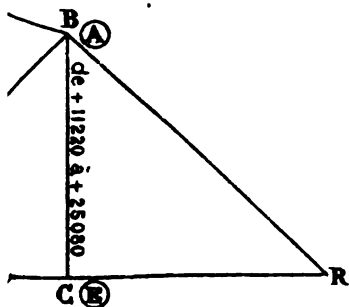
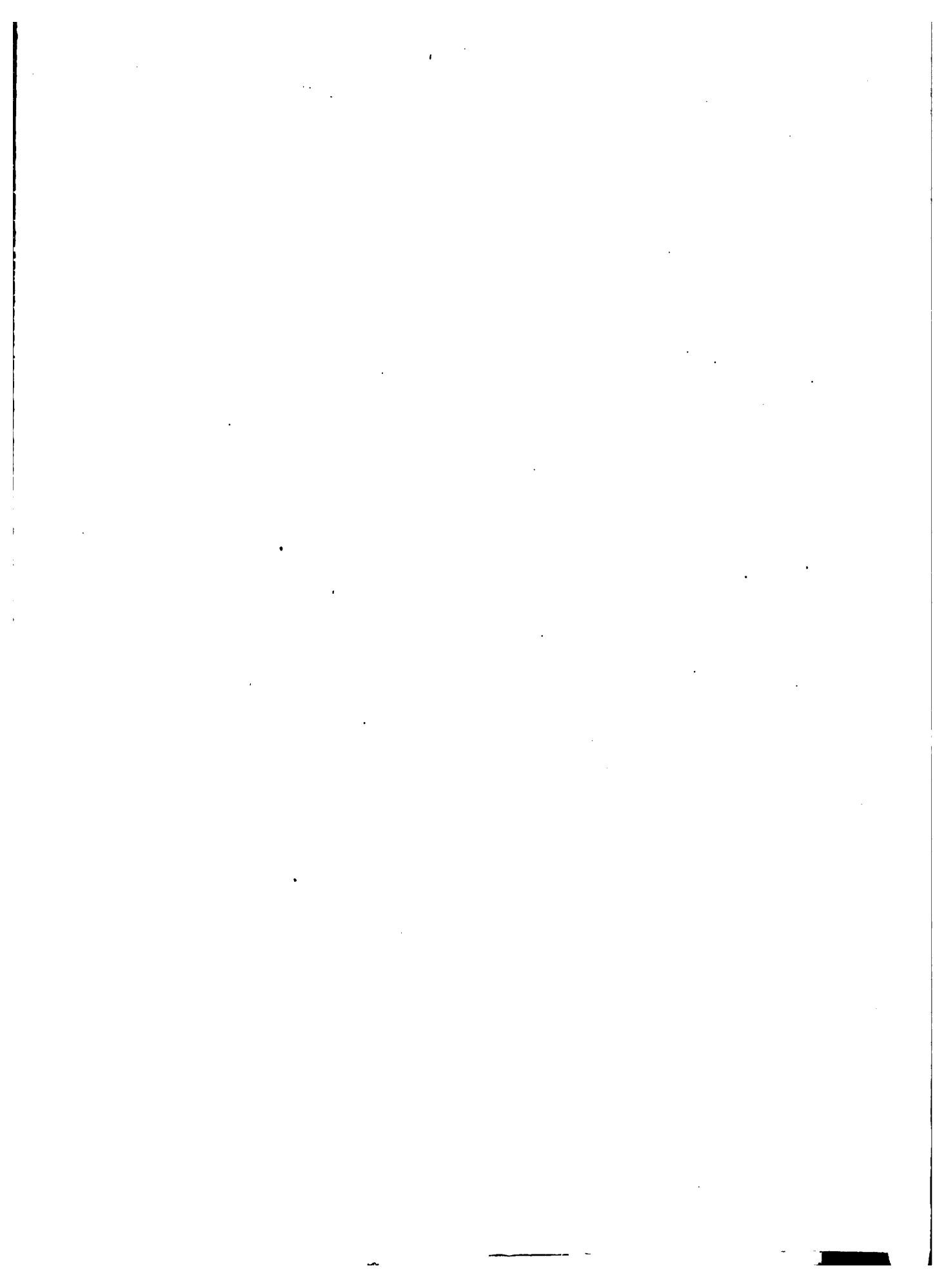


Fig. 78

Echelle des forces : 2 millim. = 1000 Kg.





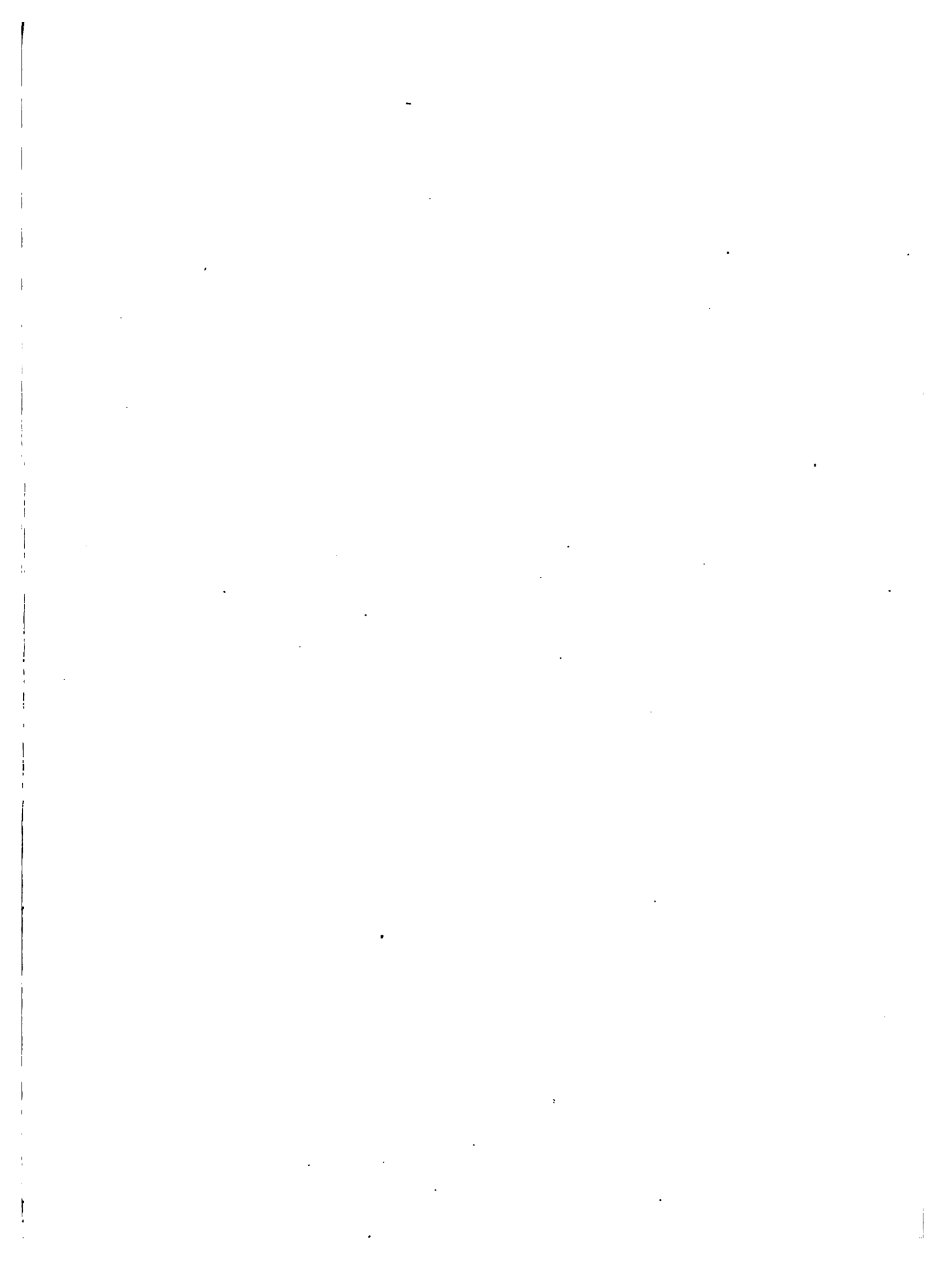


Fig. 84

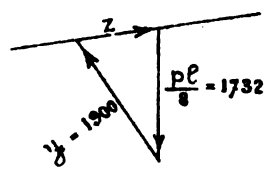


Fig. 83

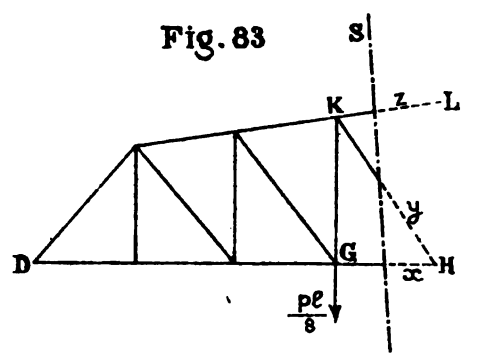
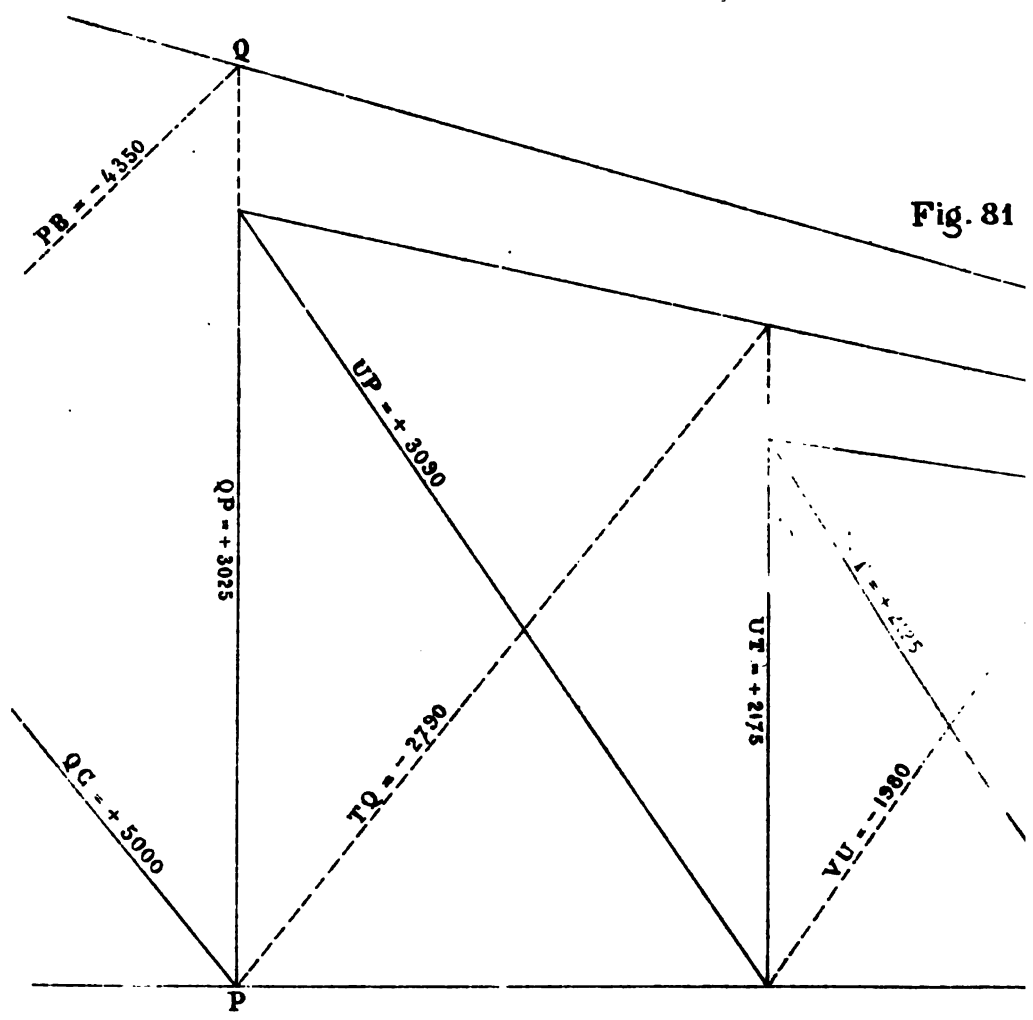
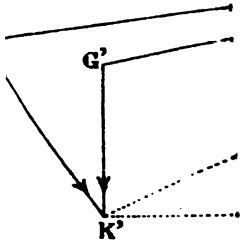
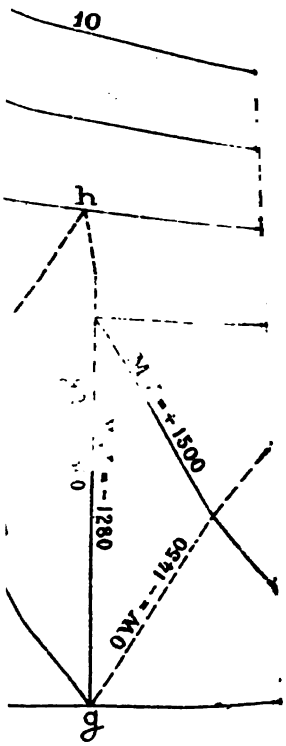


Fig. 81





- Echelle : 1 millim



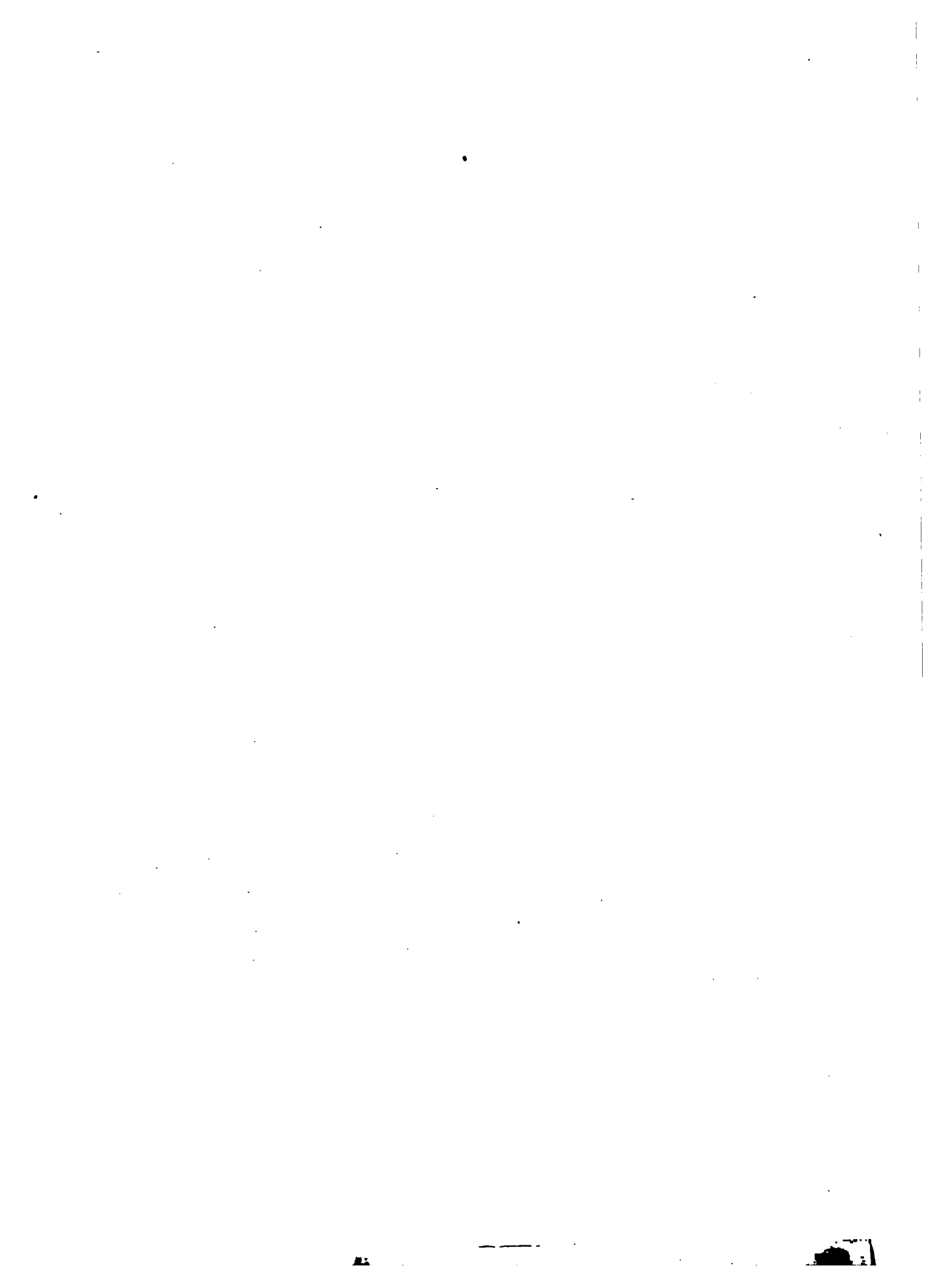




Fig. 87

Echelle : 1 millim. pour 500 Kgs.

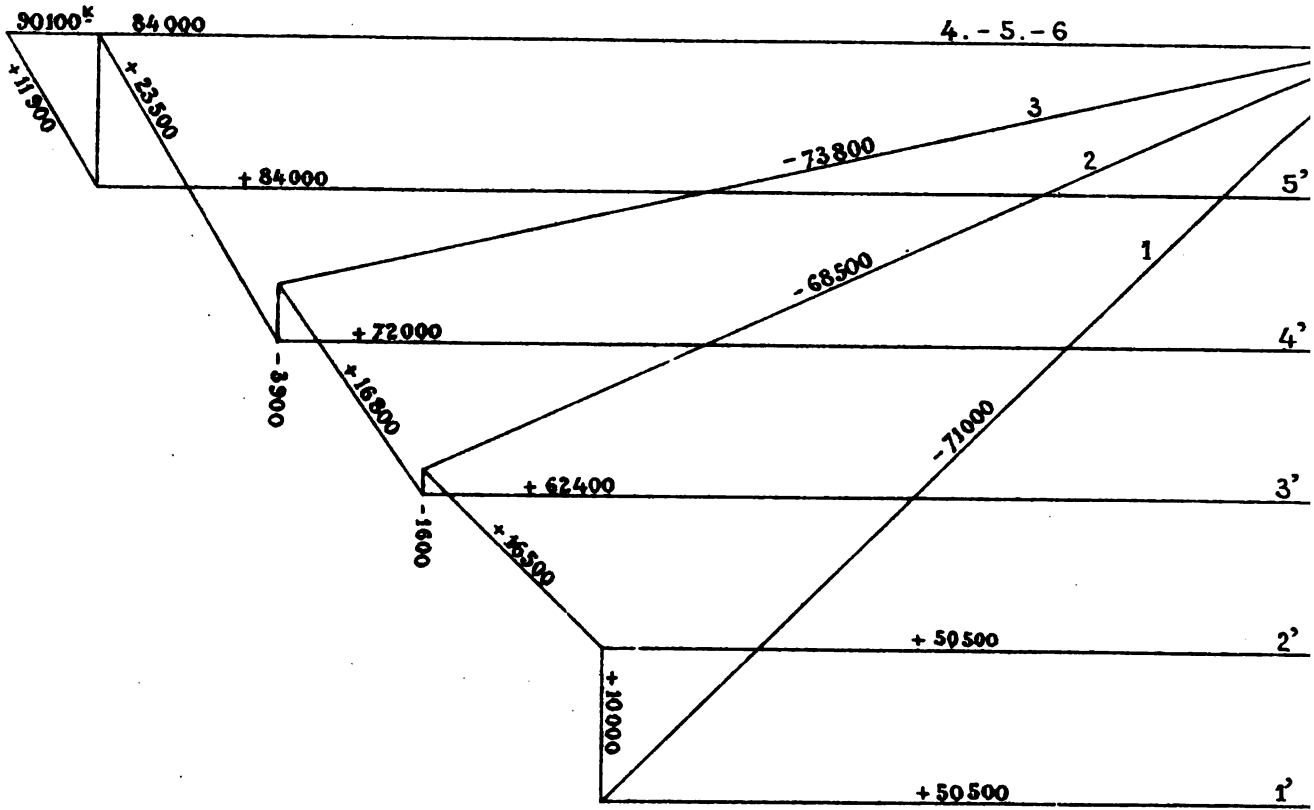
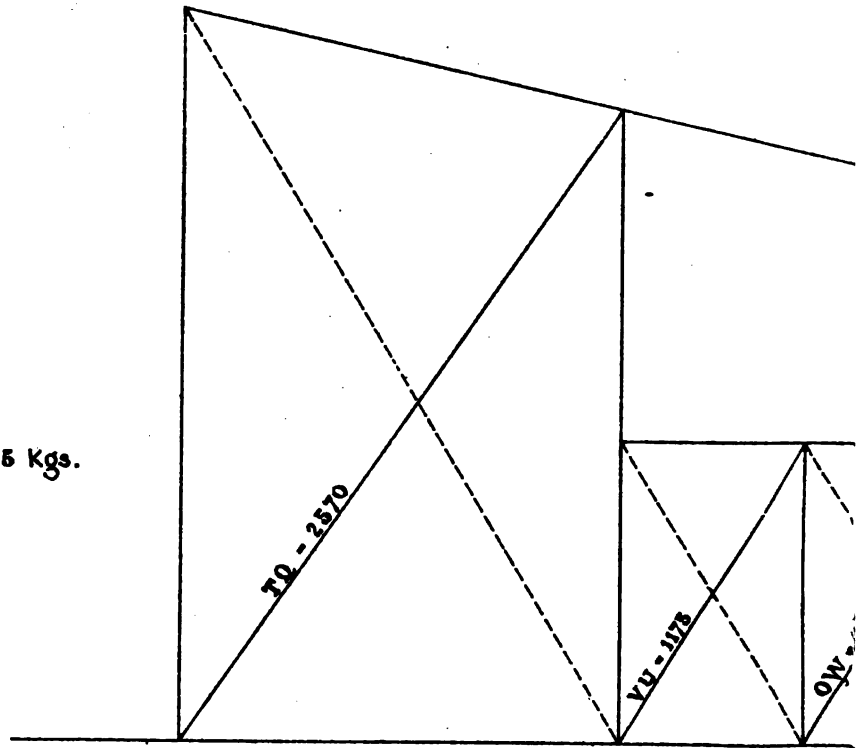
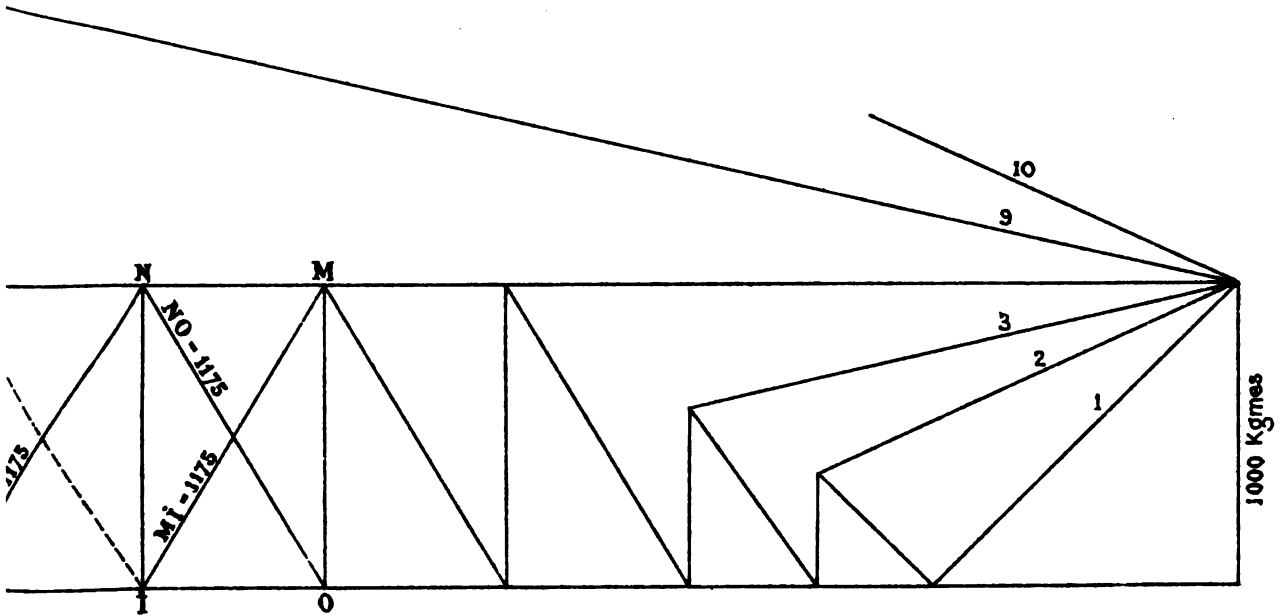
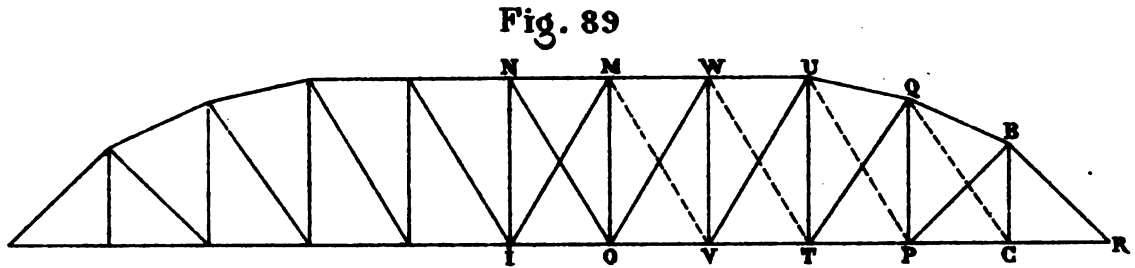
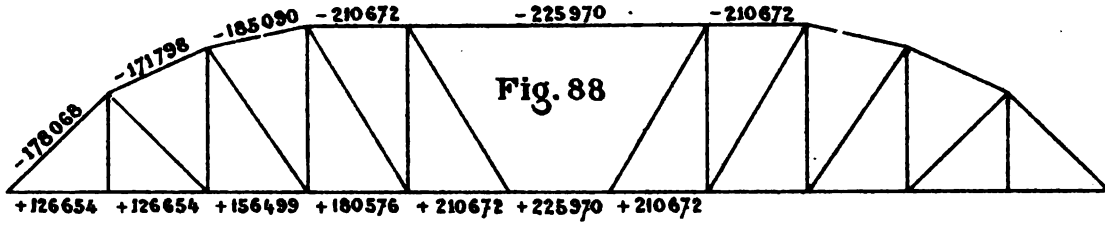
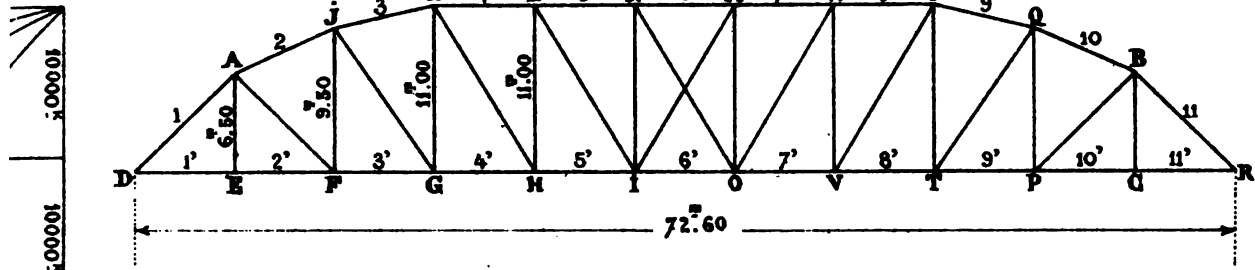
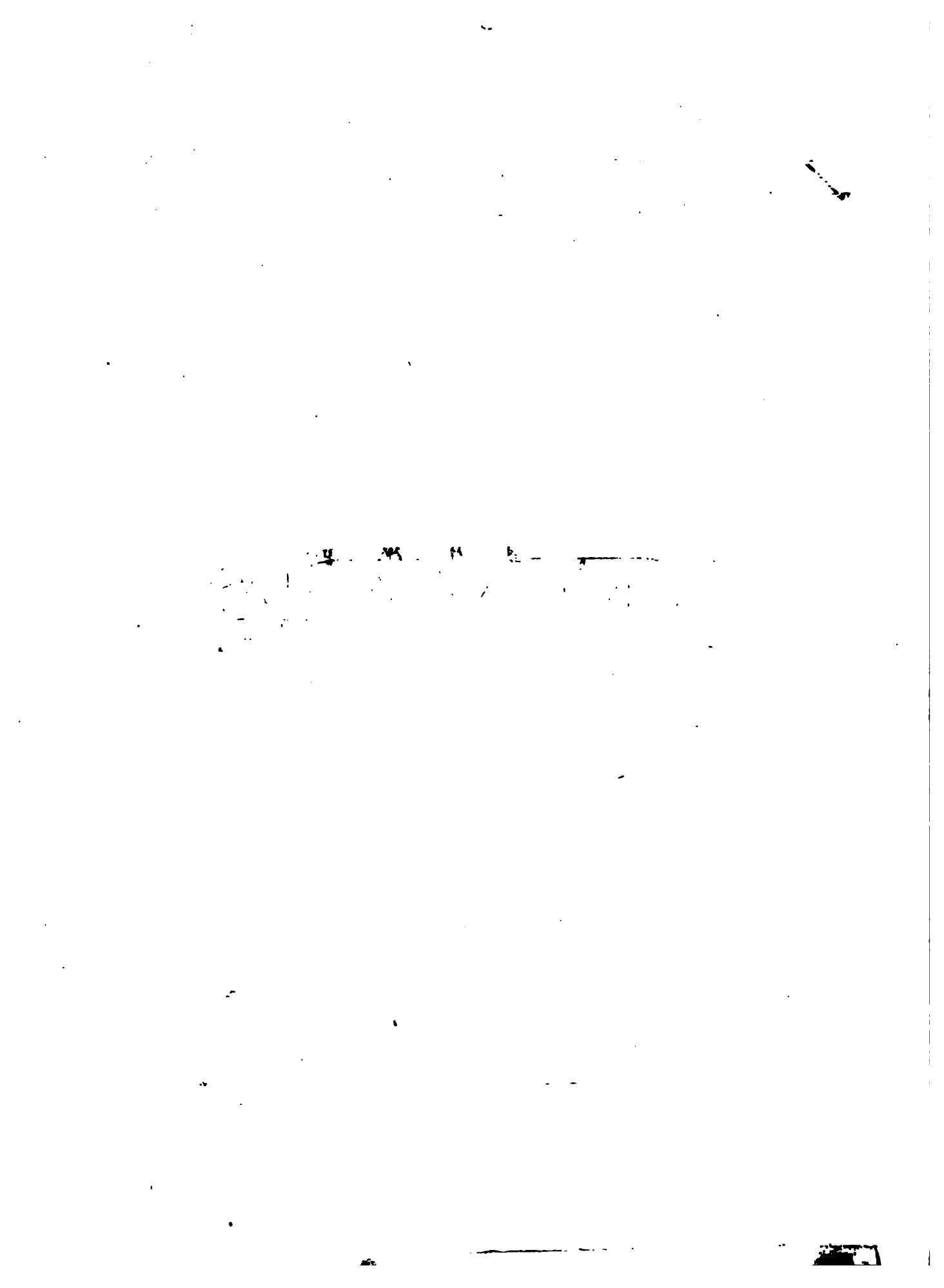


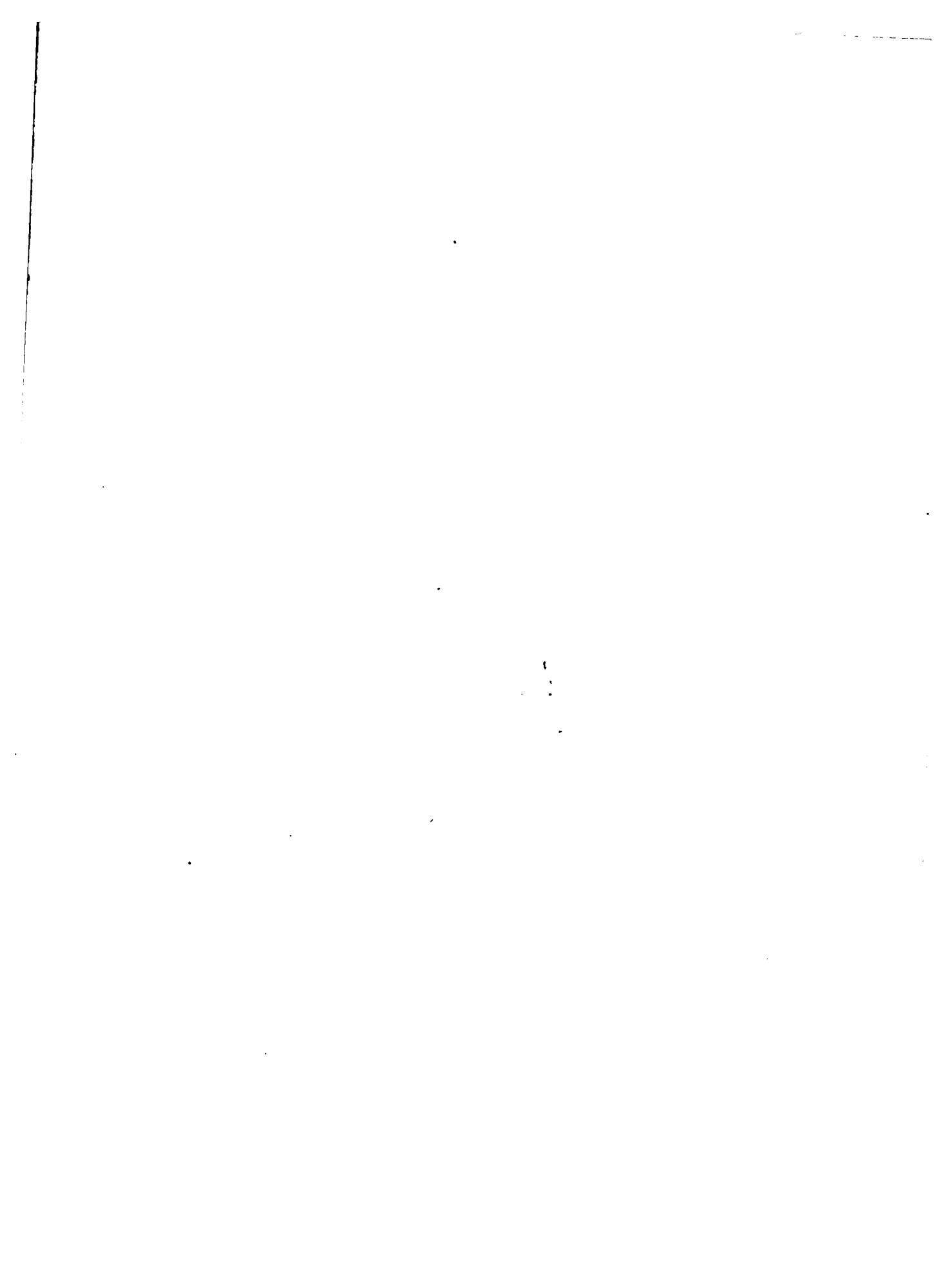
Fig. 90

Echelle : 1 millim. pour 25 Kgs.

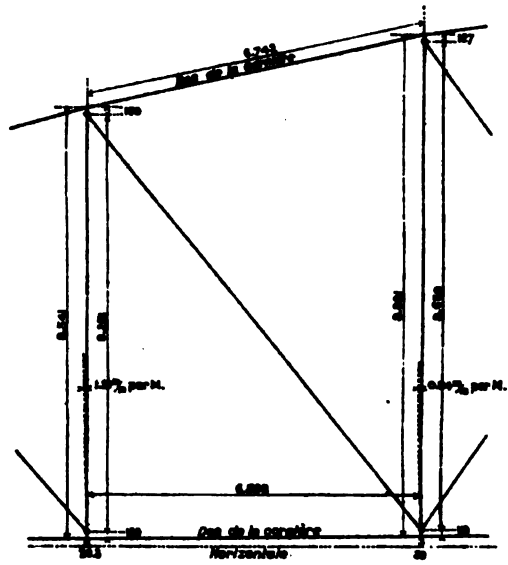




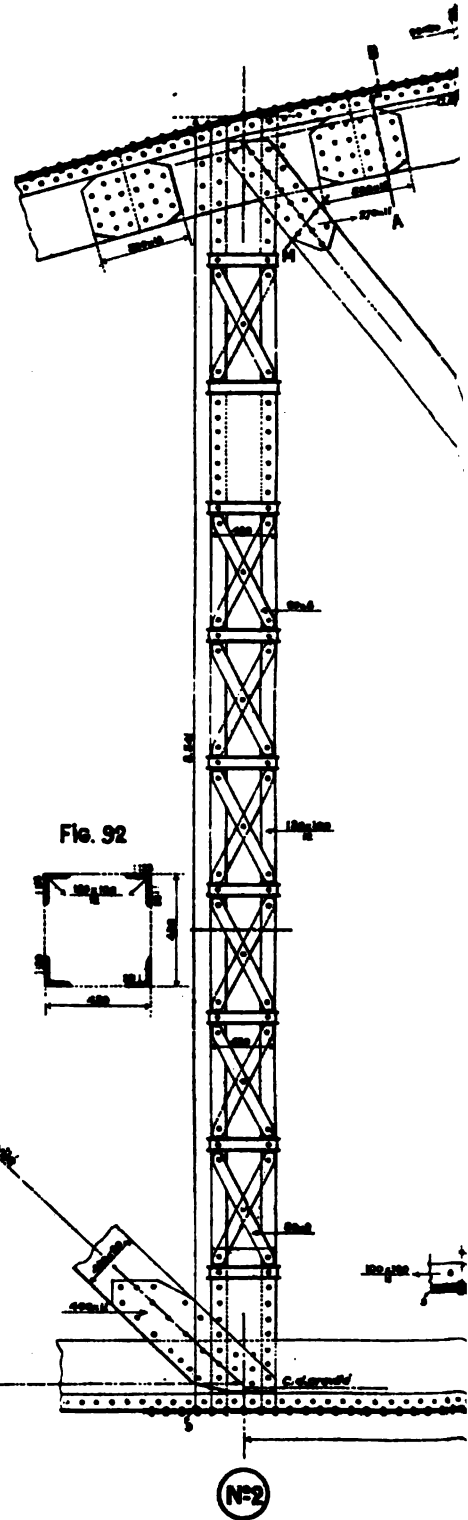




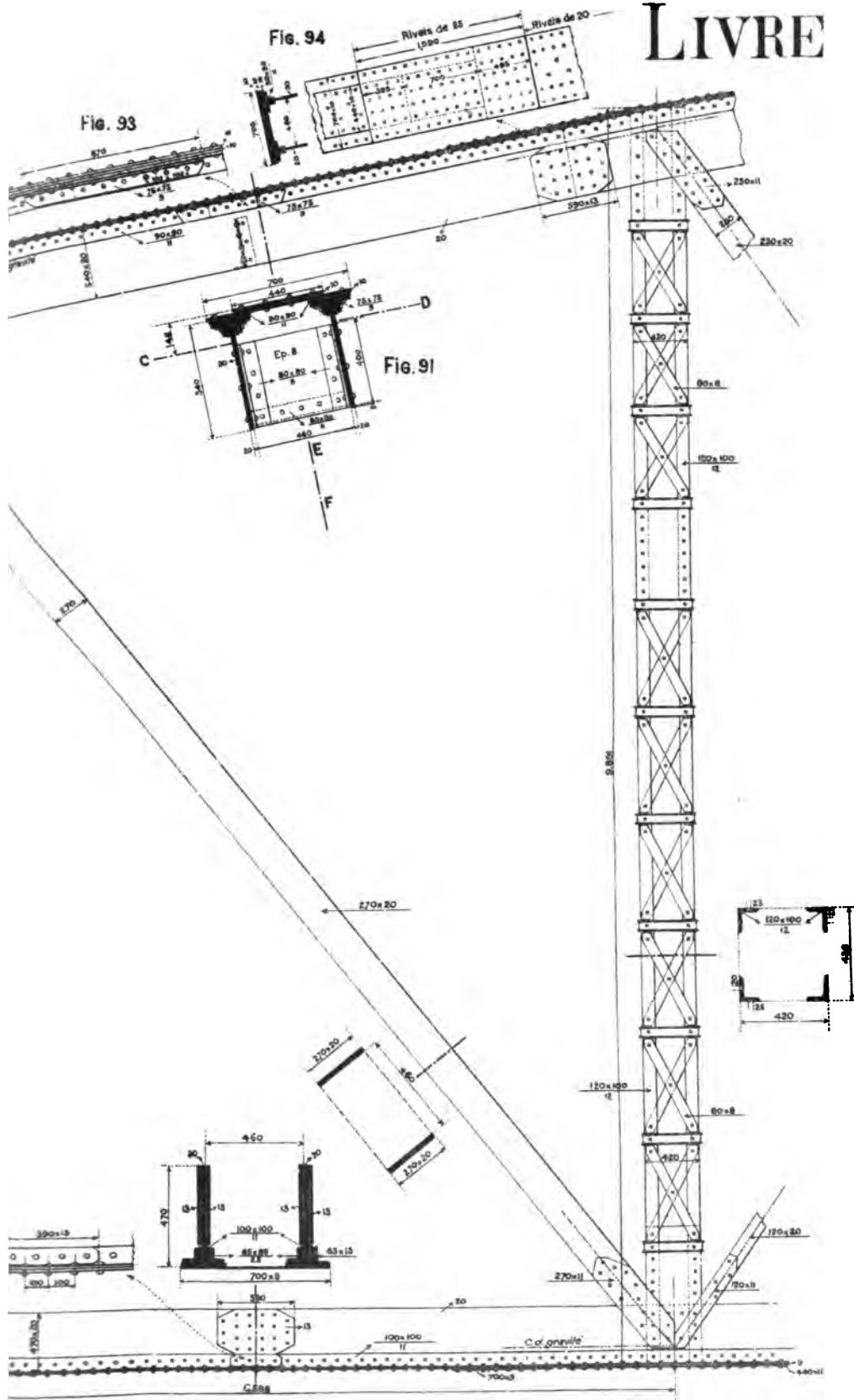
Tracé d'exécution des axes des membrures du panneau.

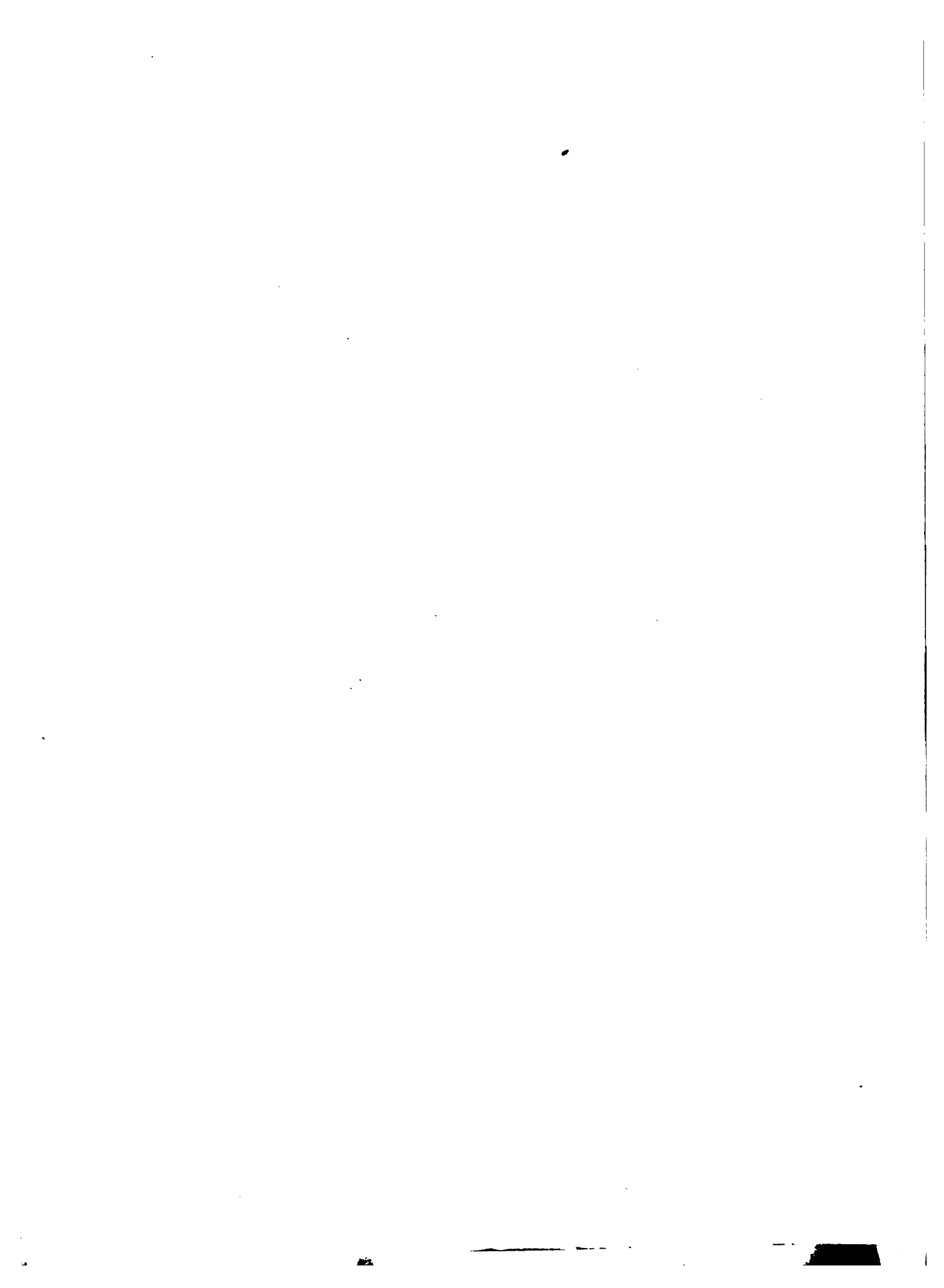


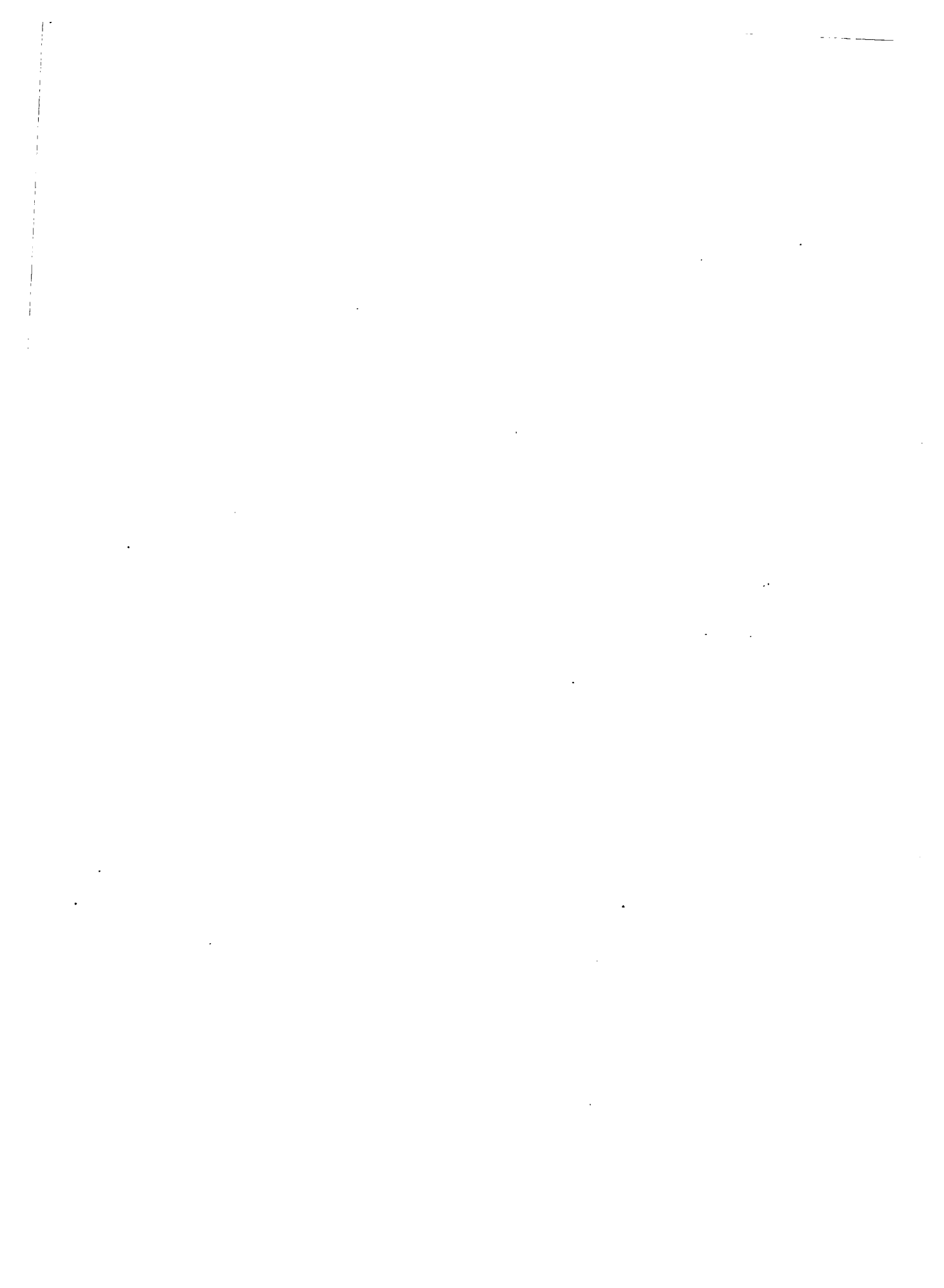
Les cotes 0.50 et 0.25 sont relevées Fig. 107. Pl. XIX



LIVRE I. PL. XIV

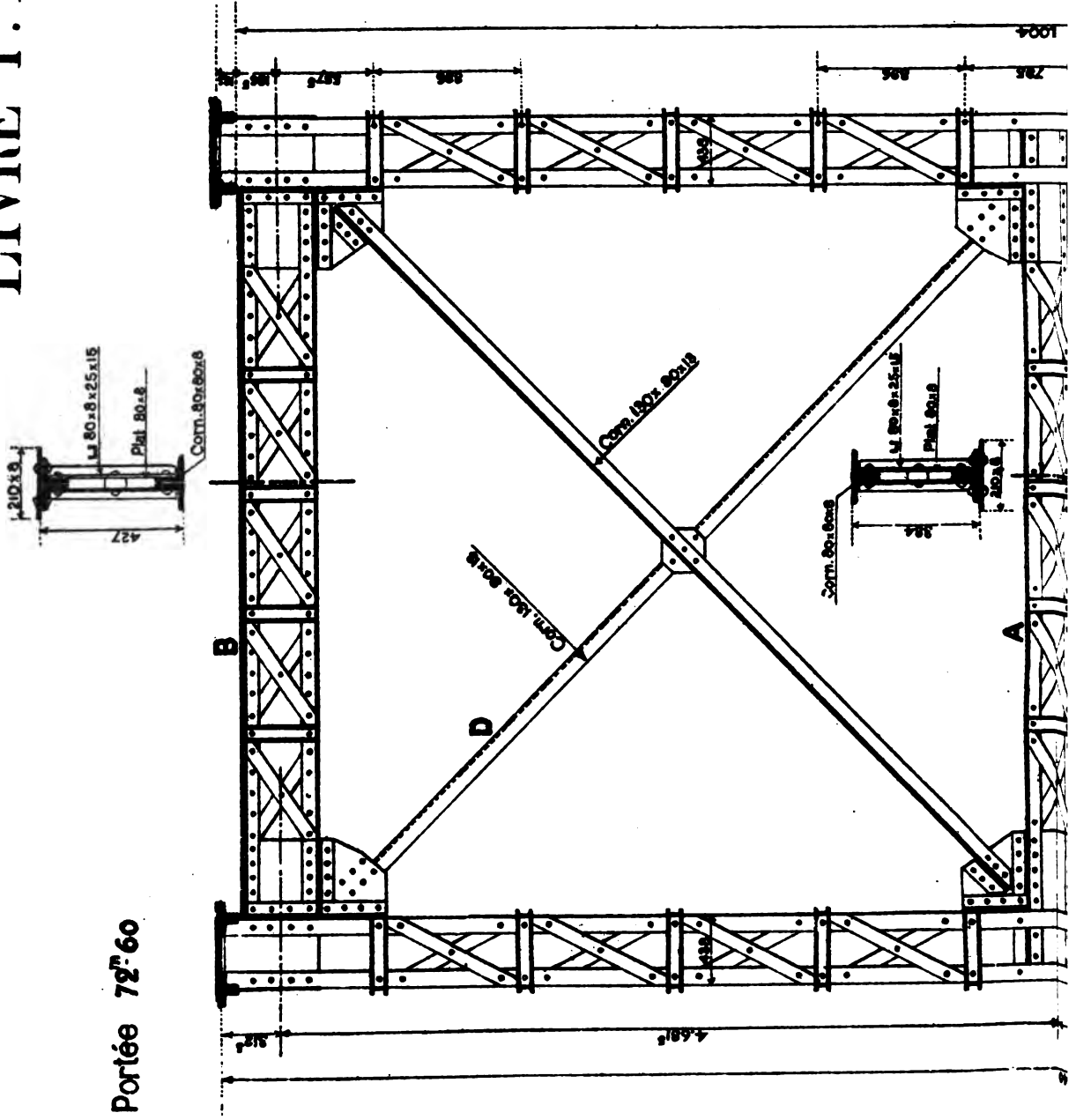


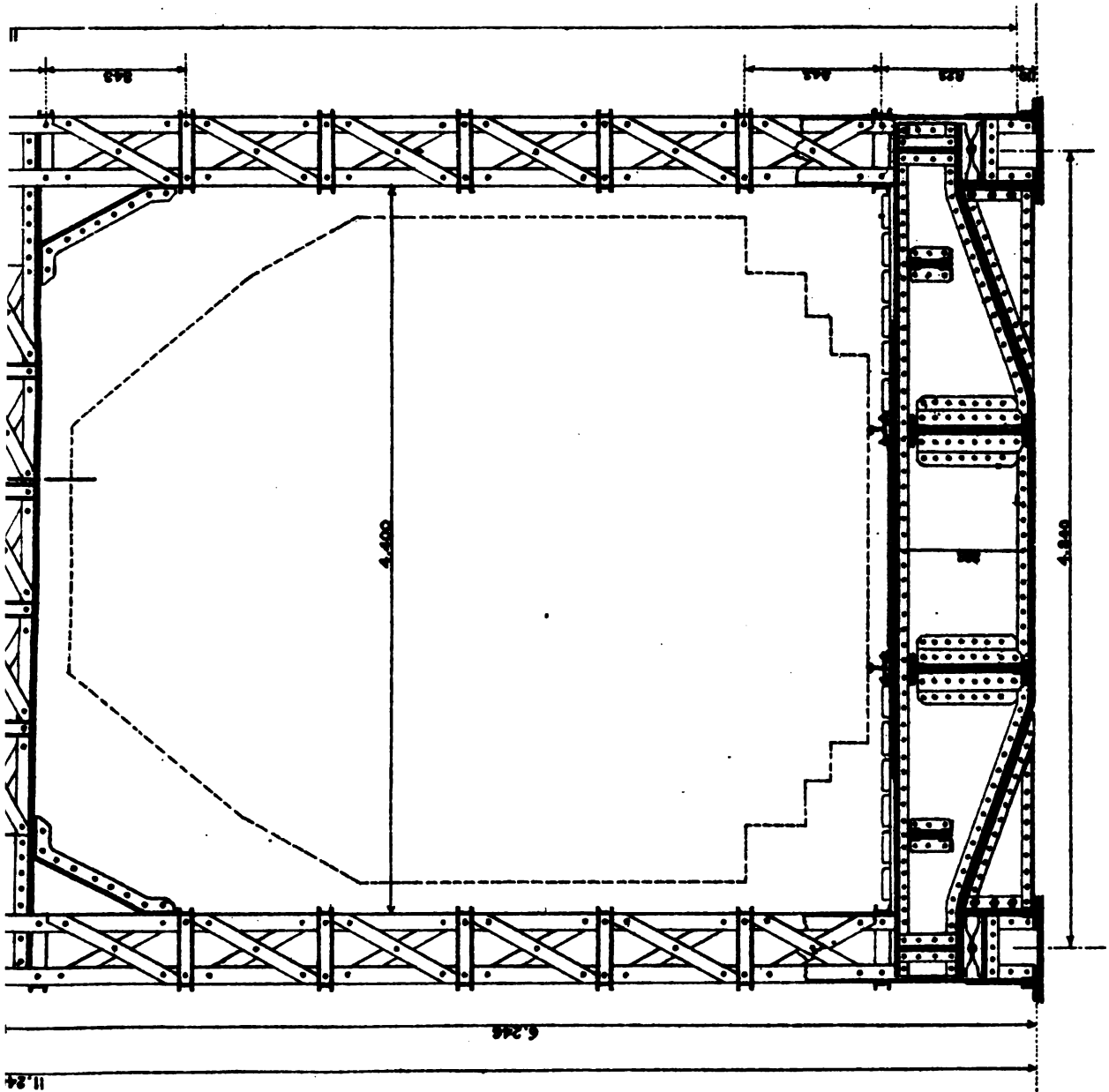


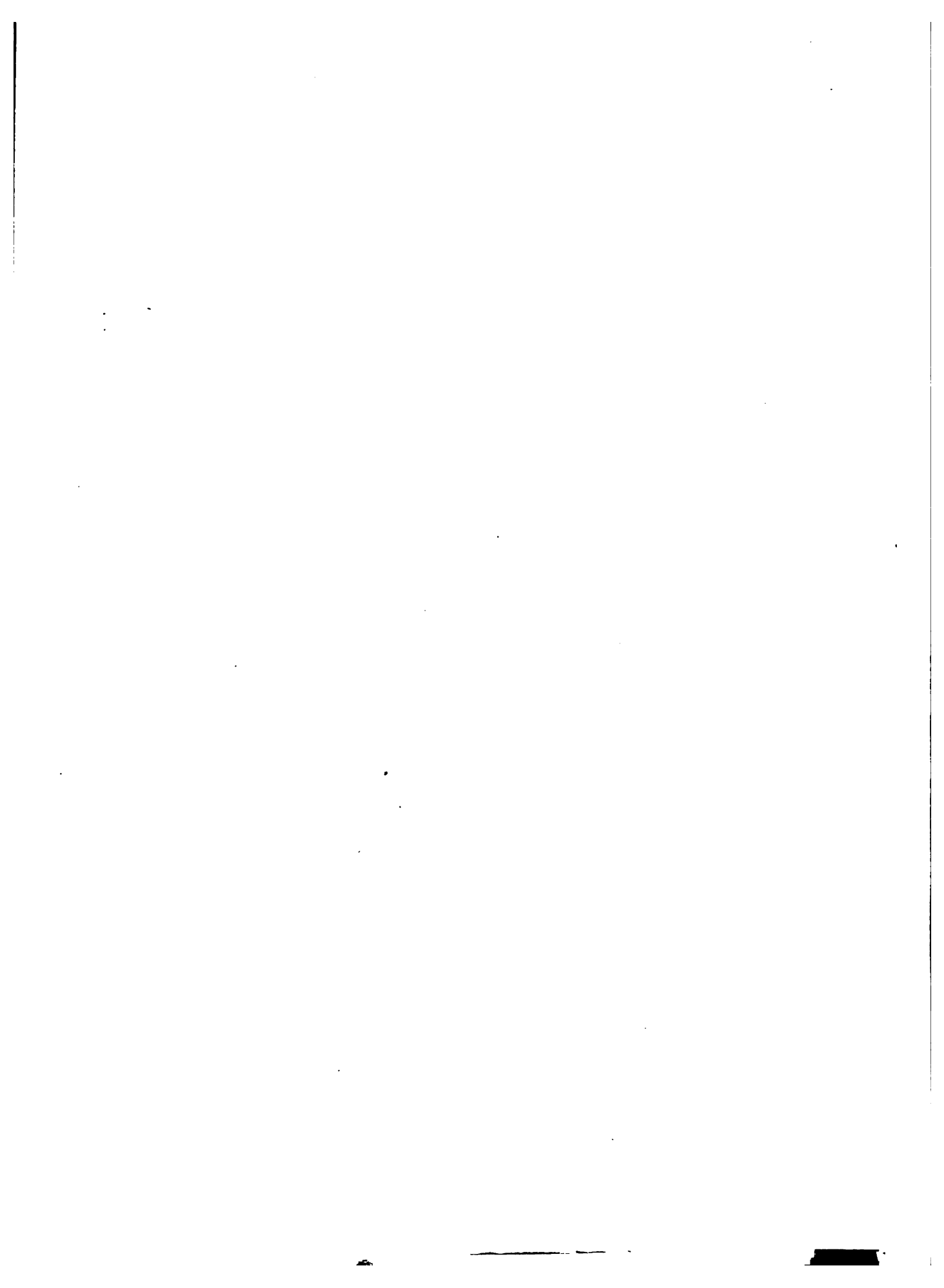


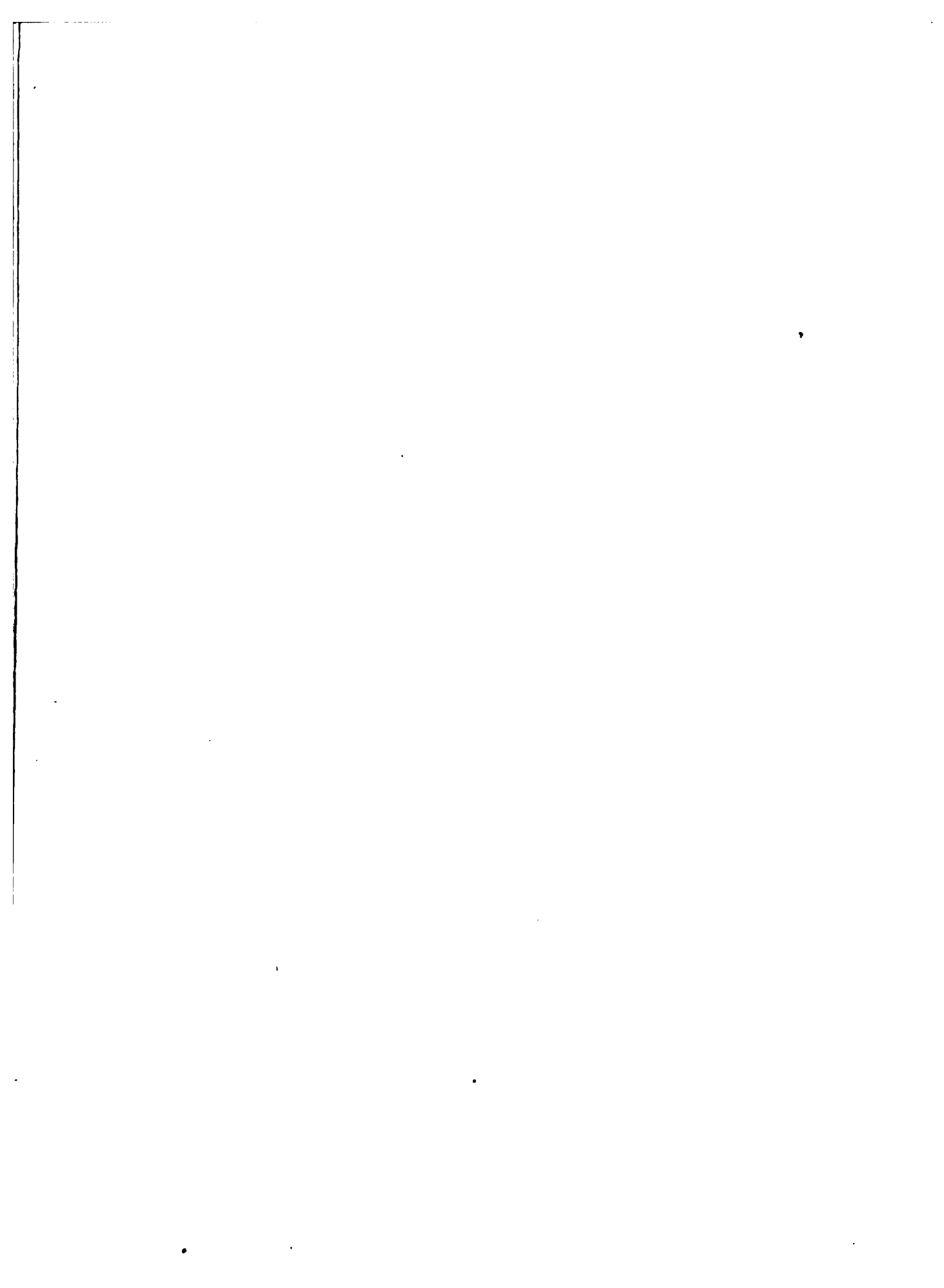
LIVRE I. PL. XV

Portée 72^m.60

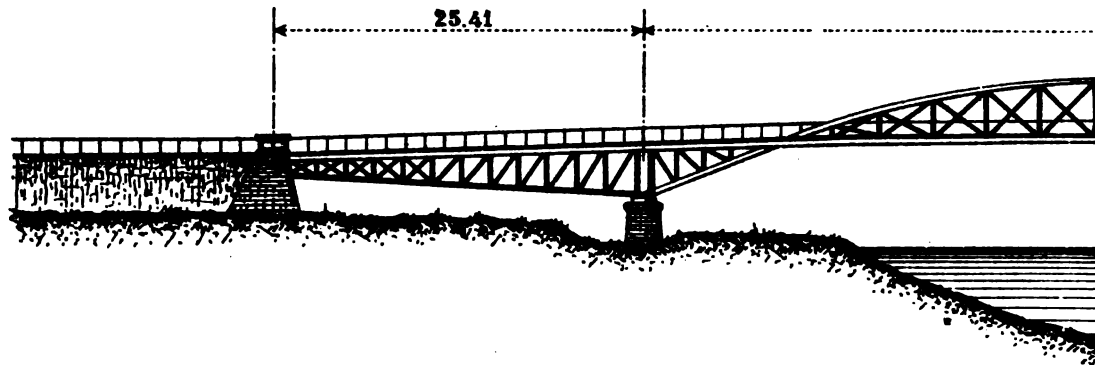




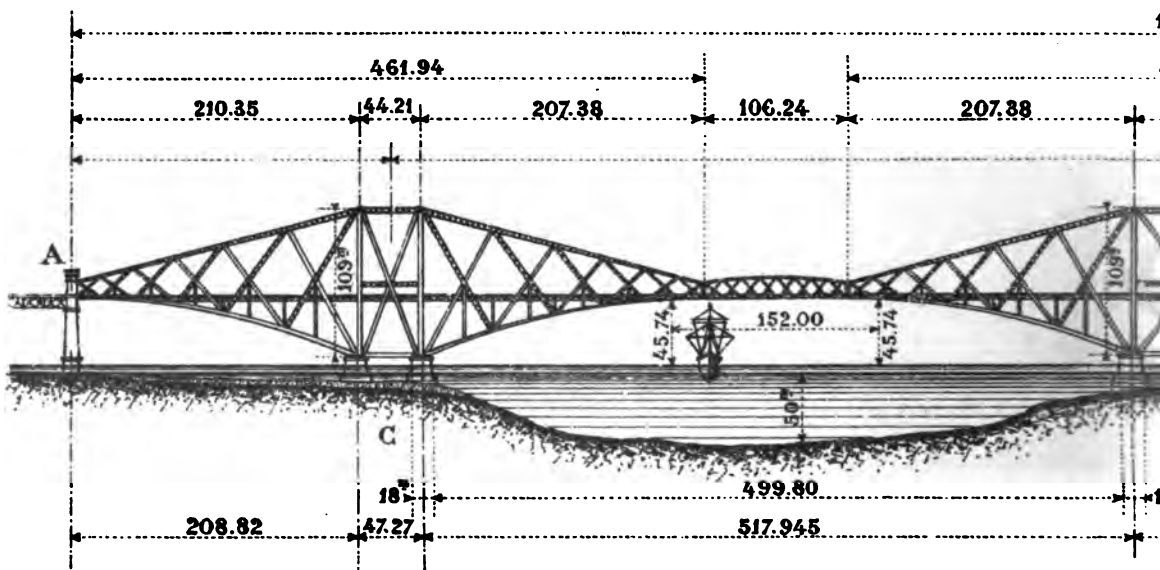




Pont-route à Tur

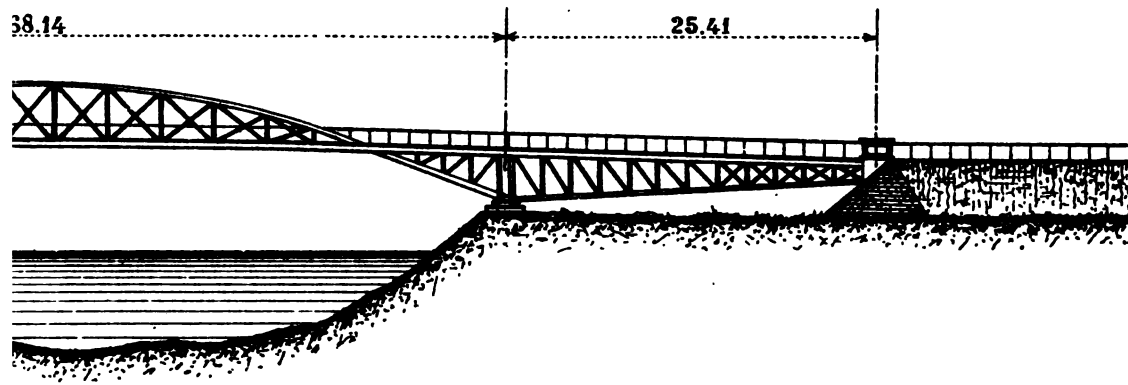


Pont

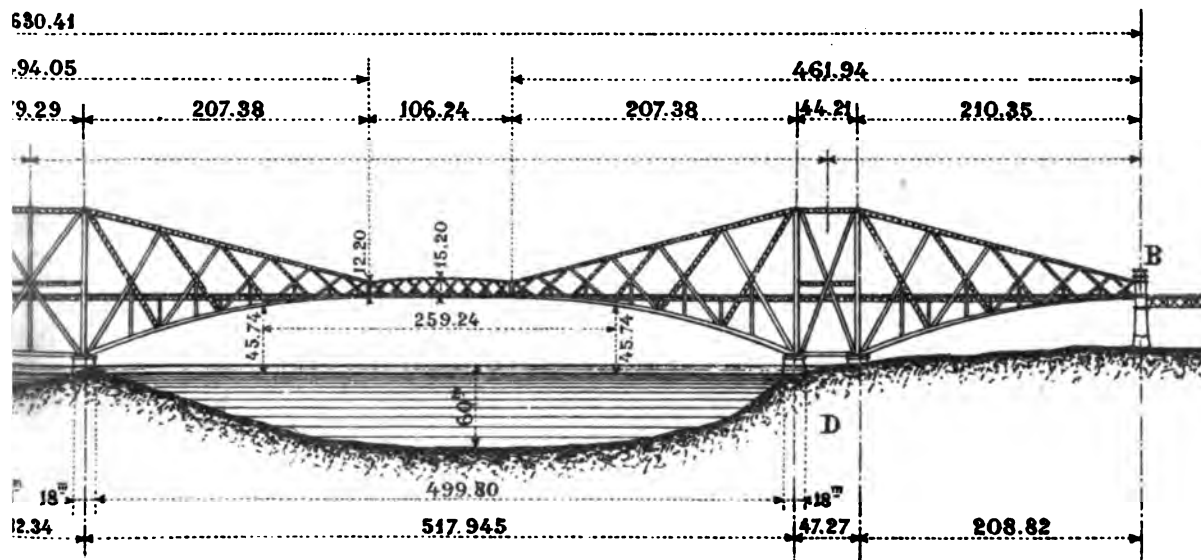


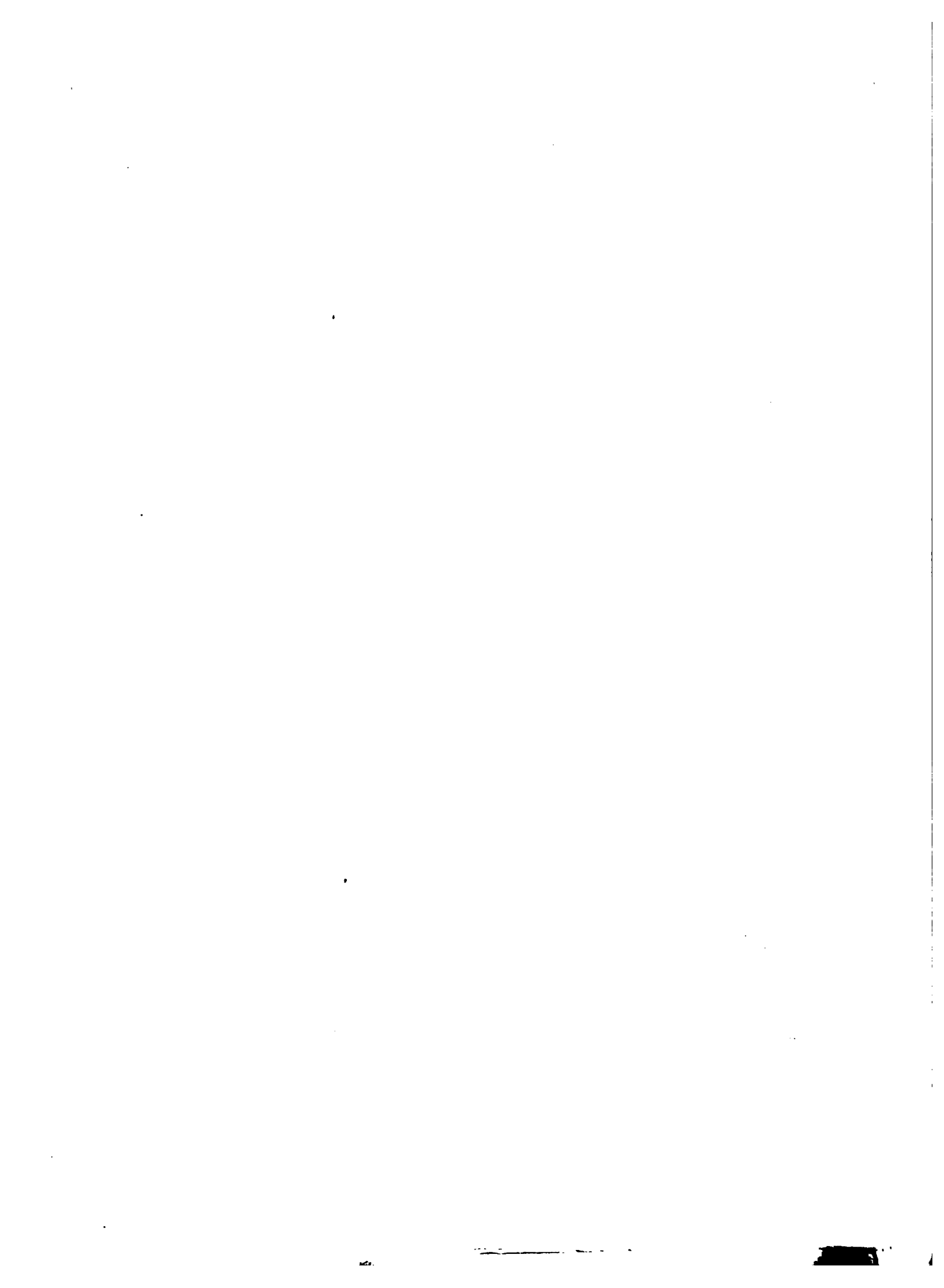
LIVRE I. PL. XVI

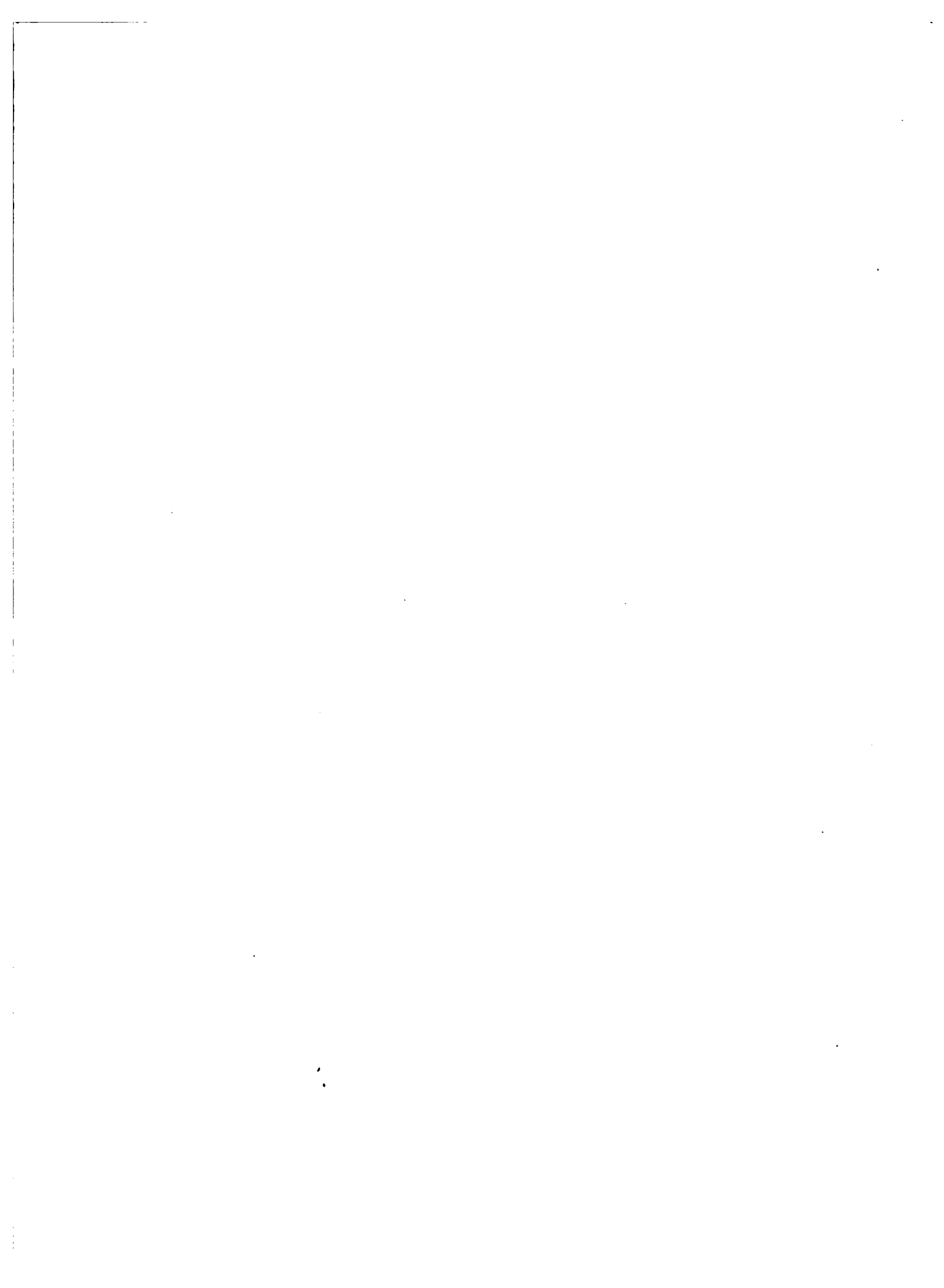
axdorf. (Allemagne)



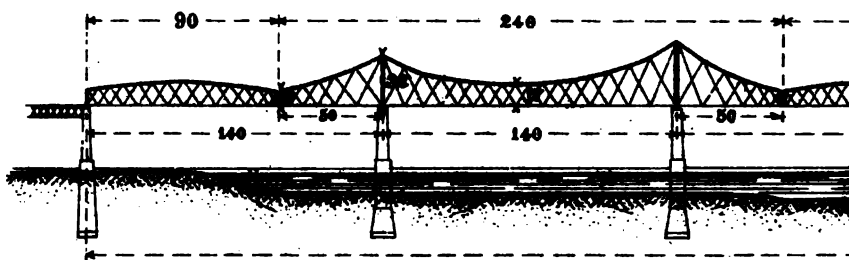
du Forth.



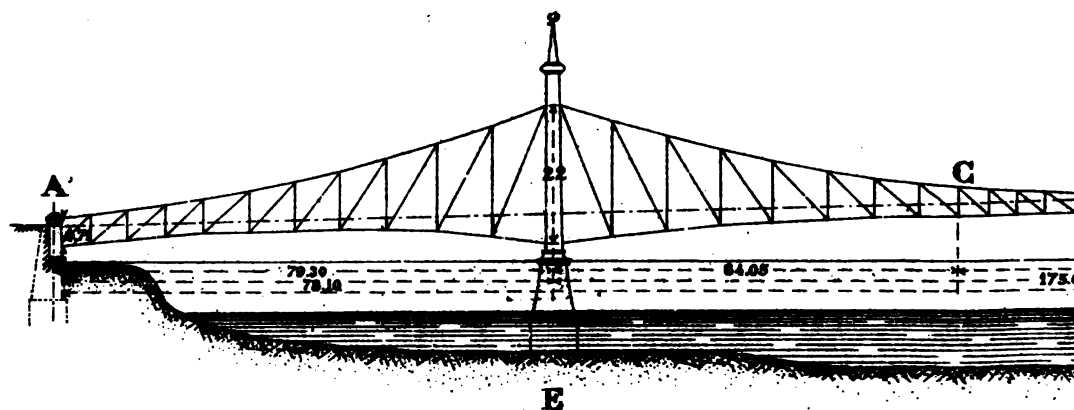




Pont sur le Danube

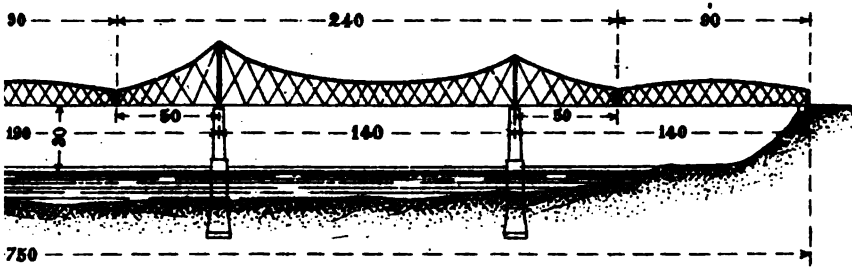


Pont sur le Danube

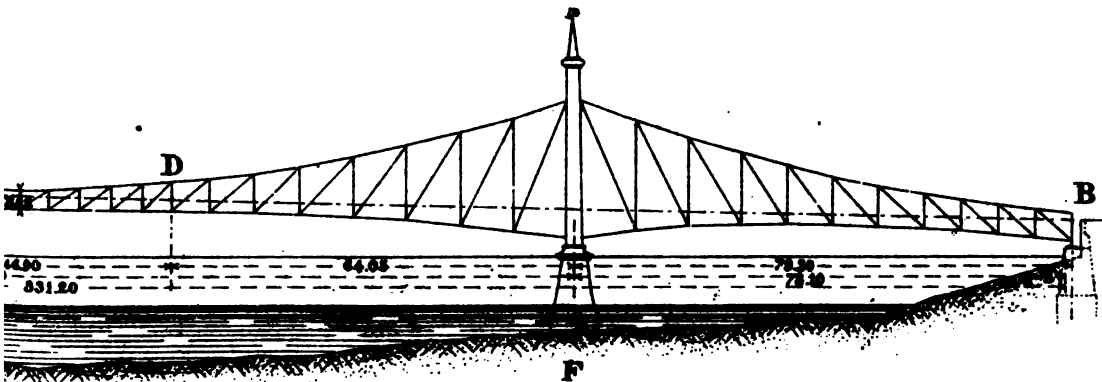


LIVRE I. PL. XVII

à Cernavoda (Roumanie)



e à Budapest.



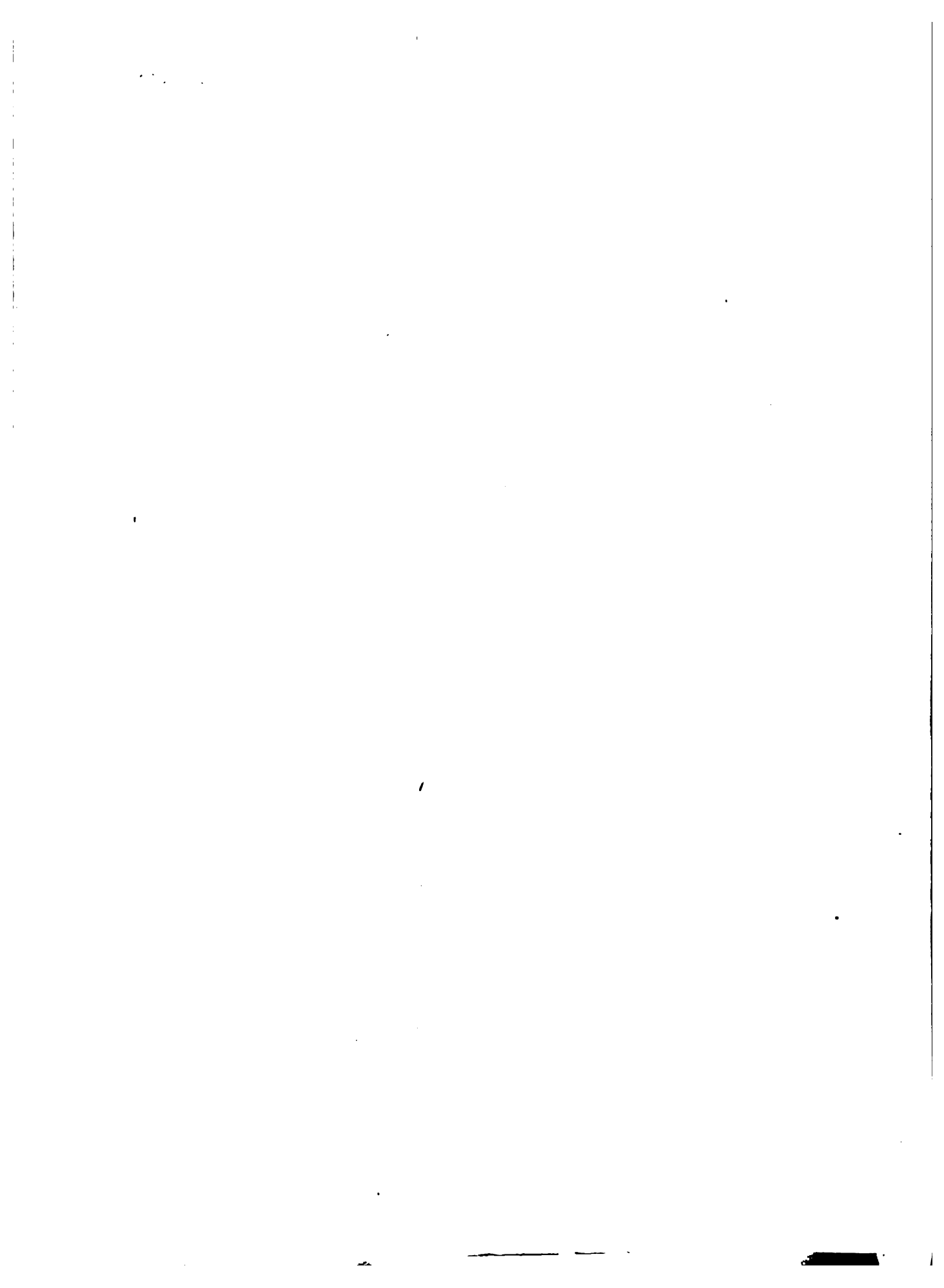


Fig. 95

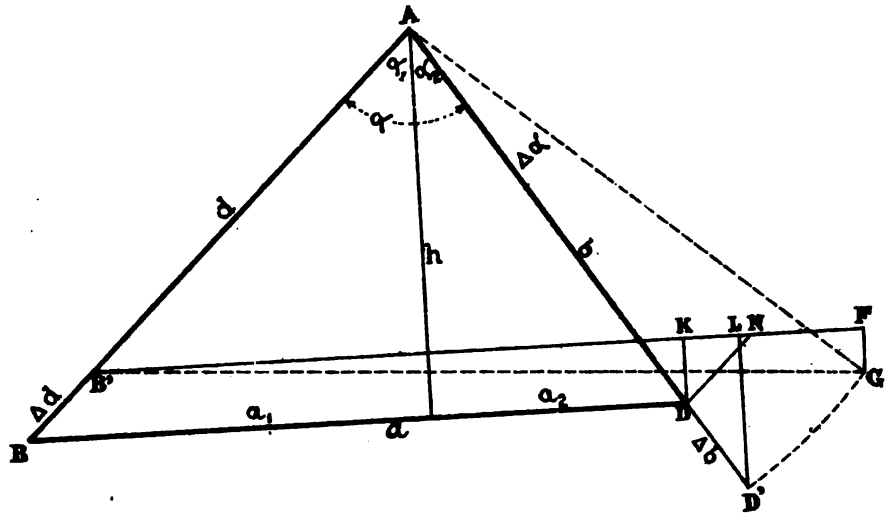
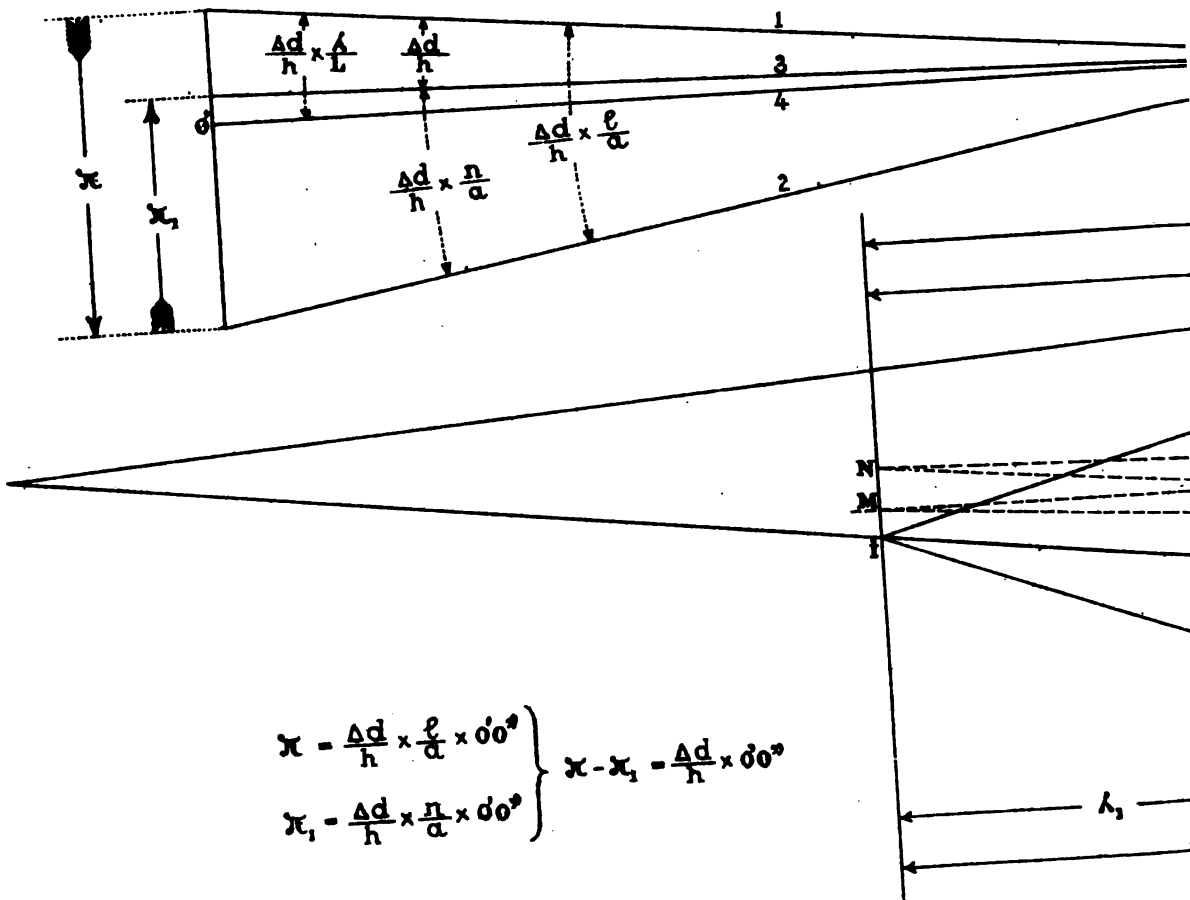


Fig. 99



LIVRE I. PL. XVIII

Fig. 96

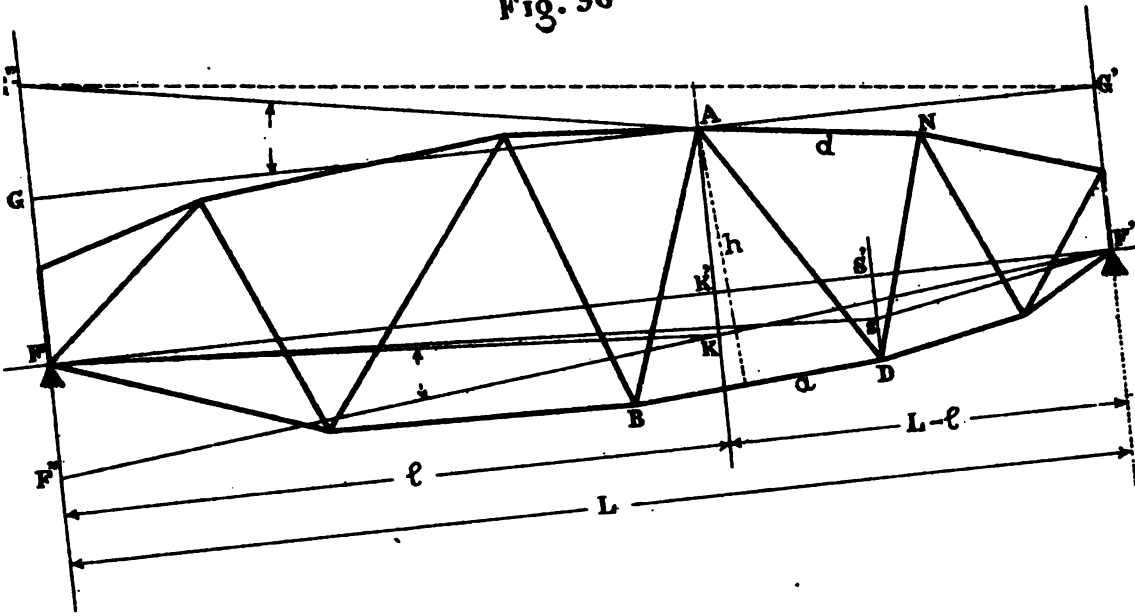


Fig. 97

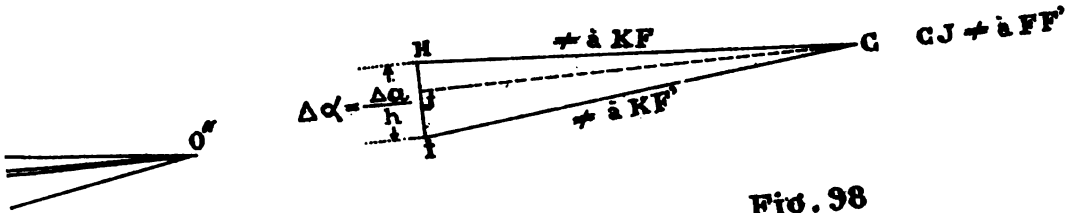
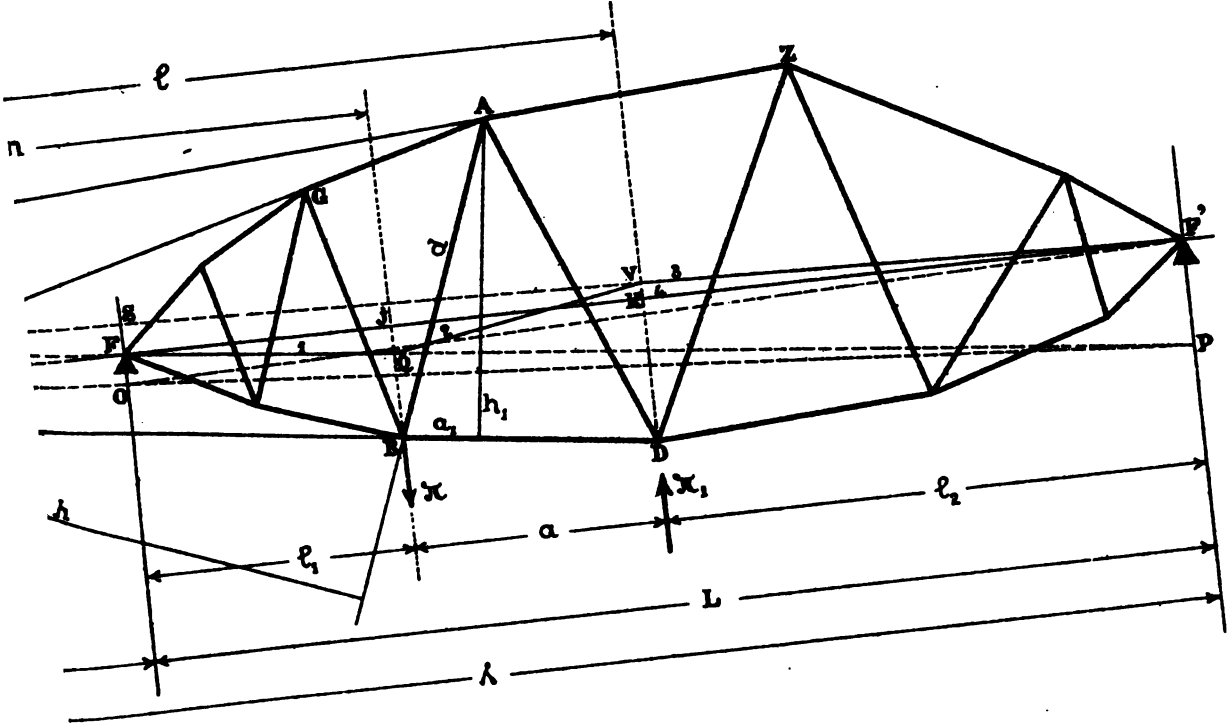
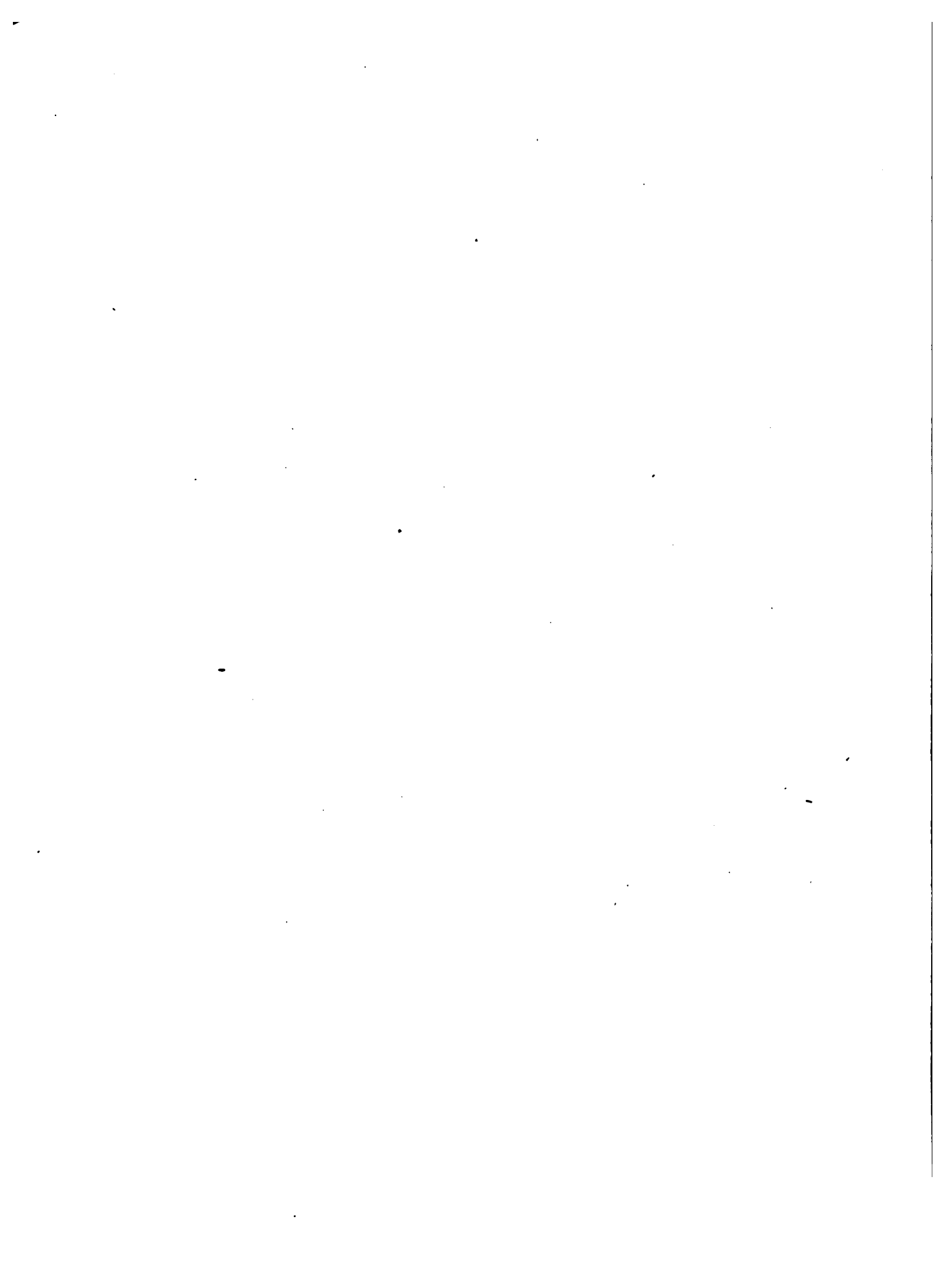
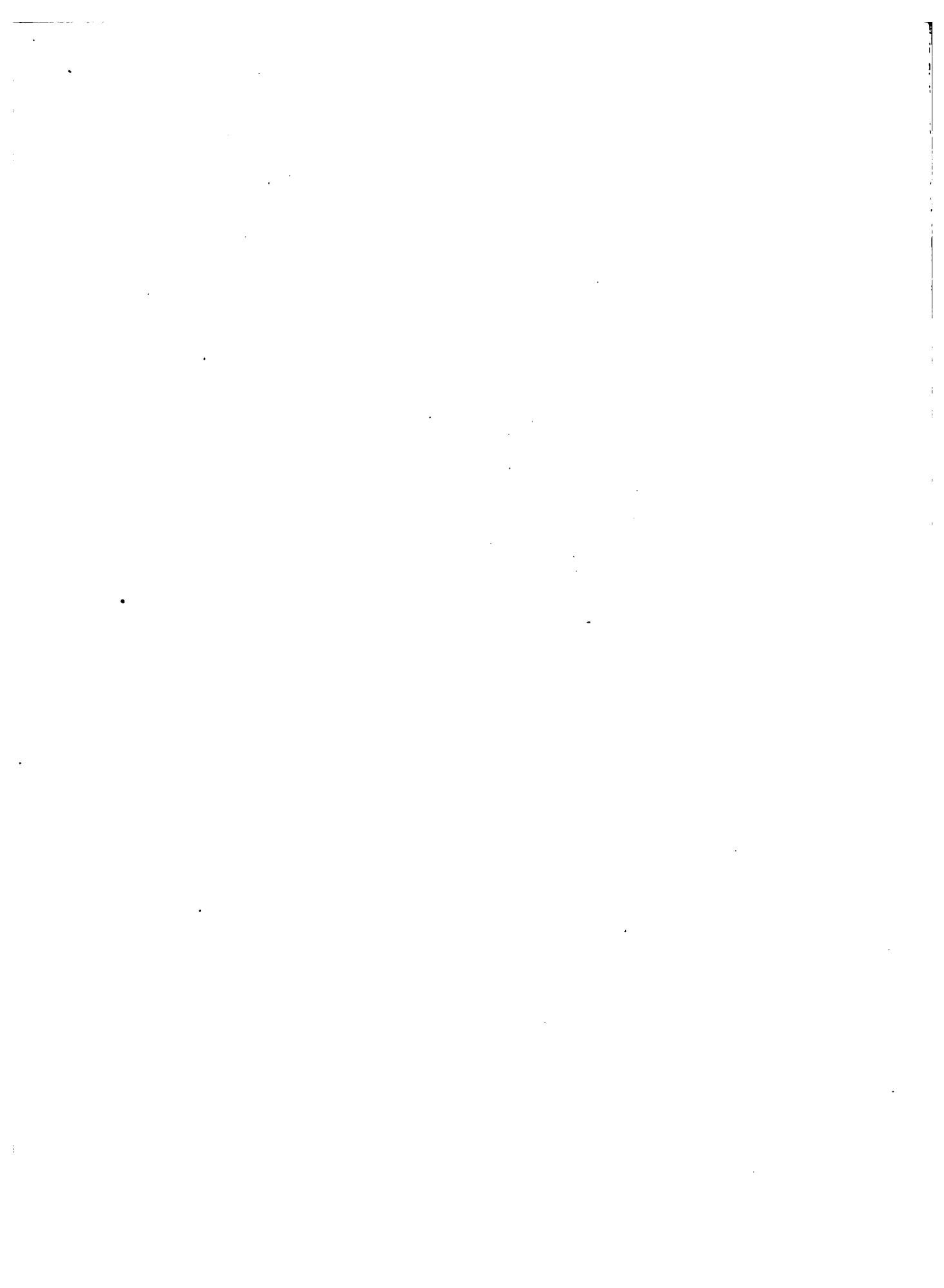
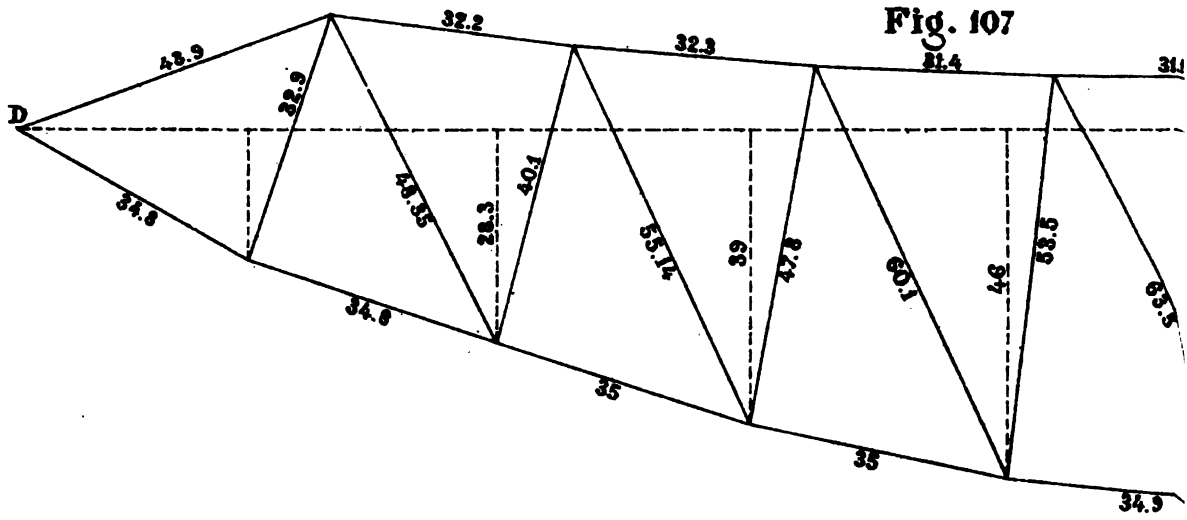
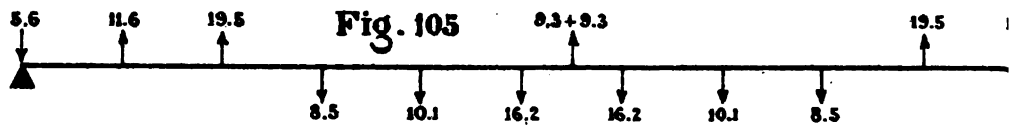
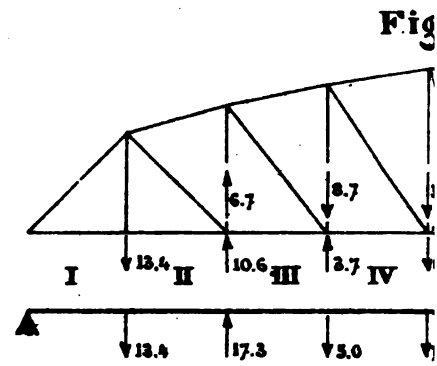
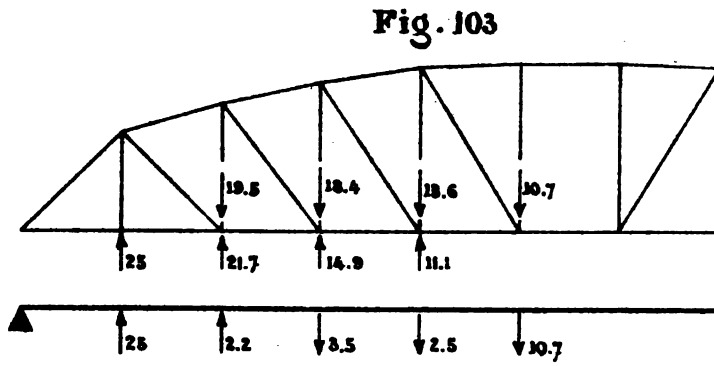
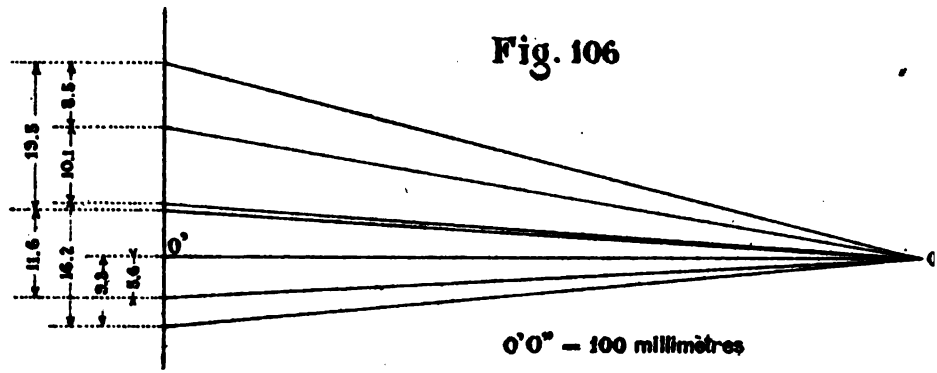


Fig. 98

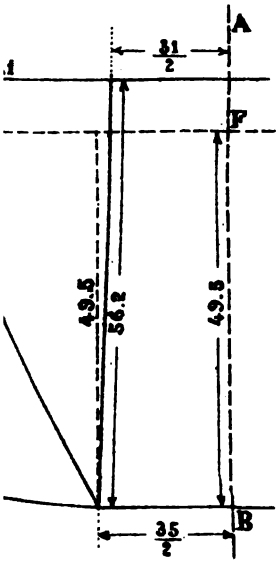
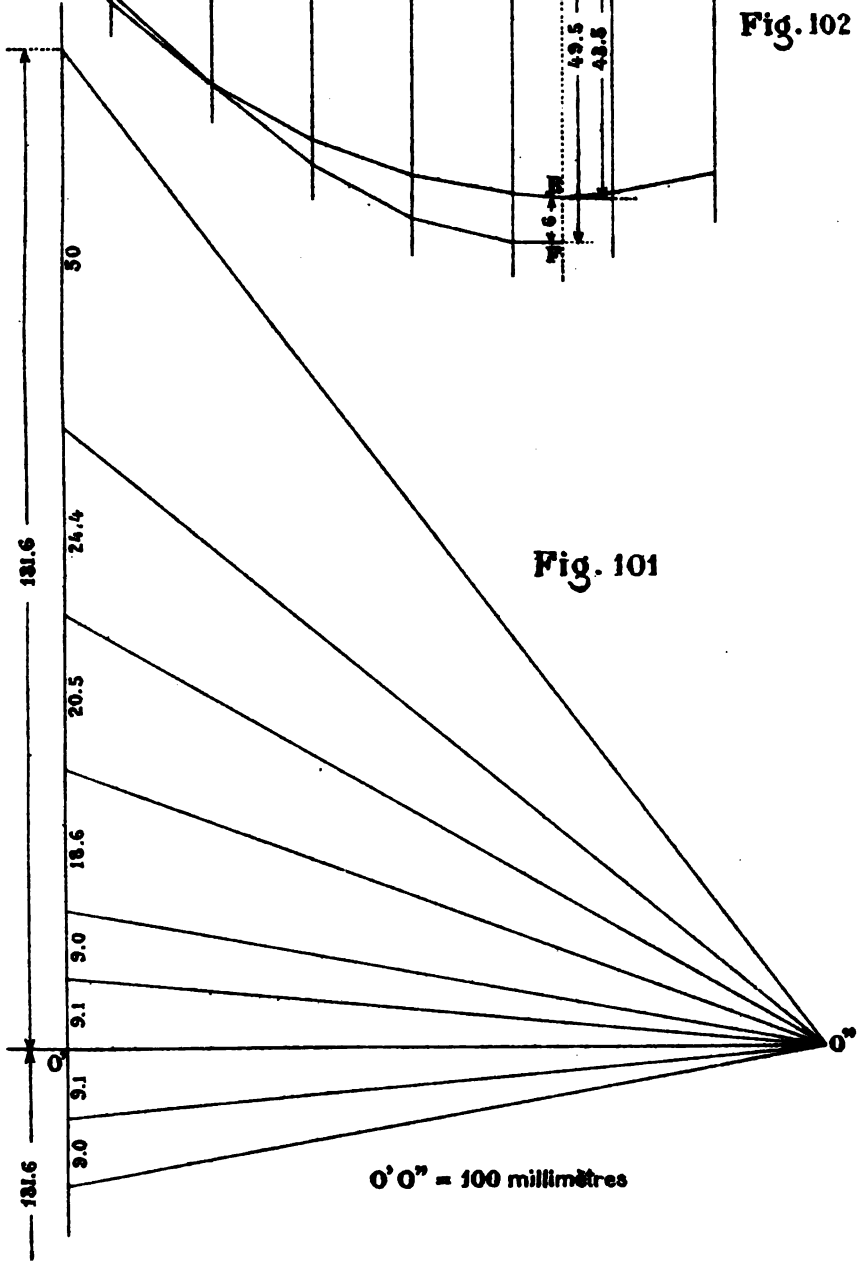
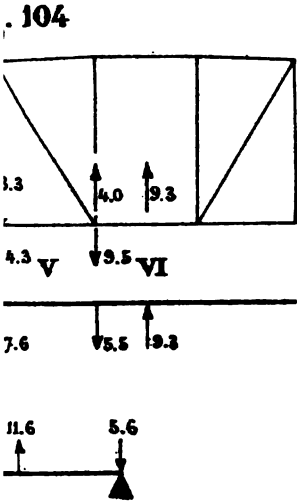
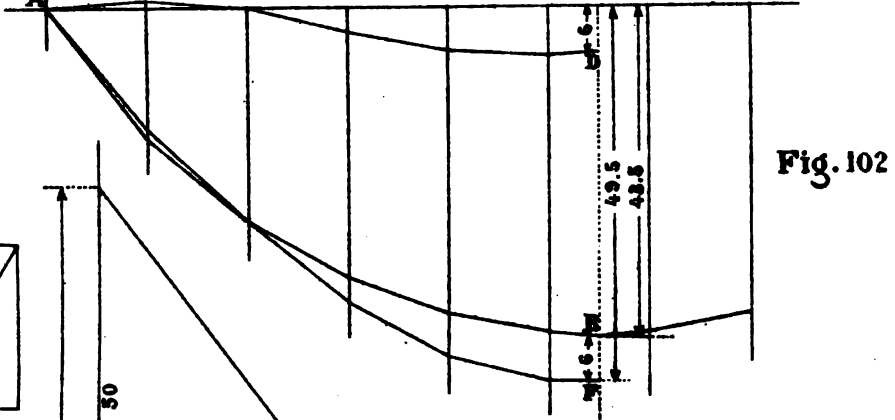
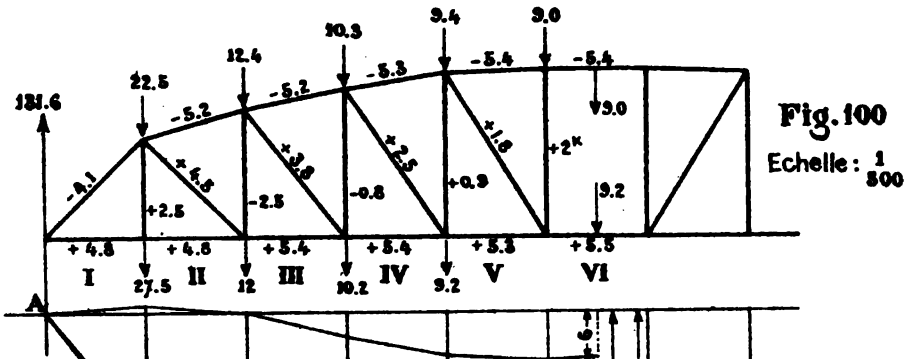


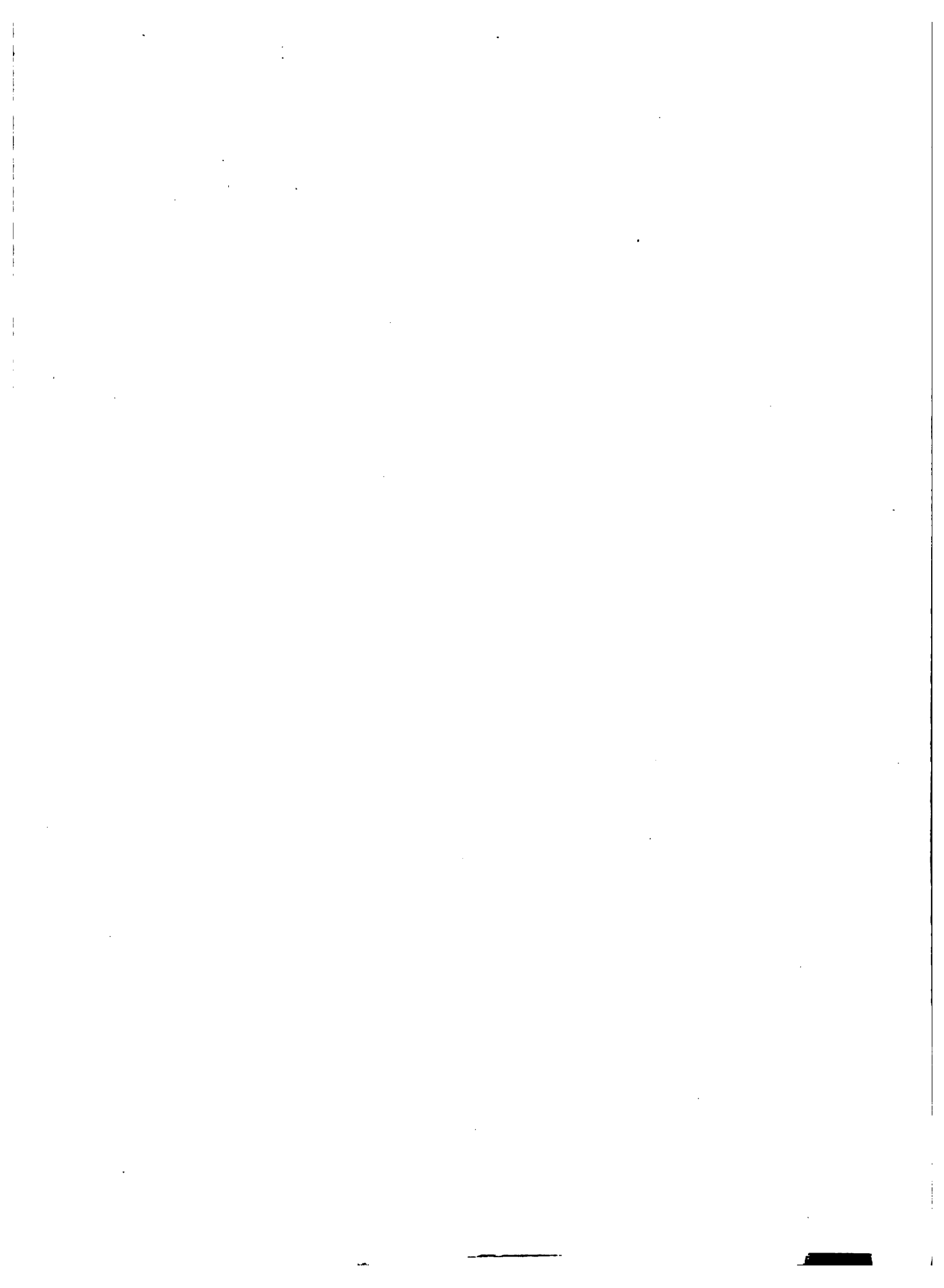






LIVRE I. PL. XIX





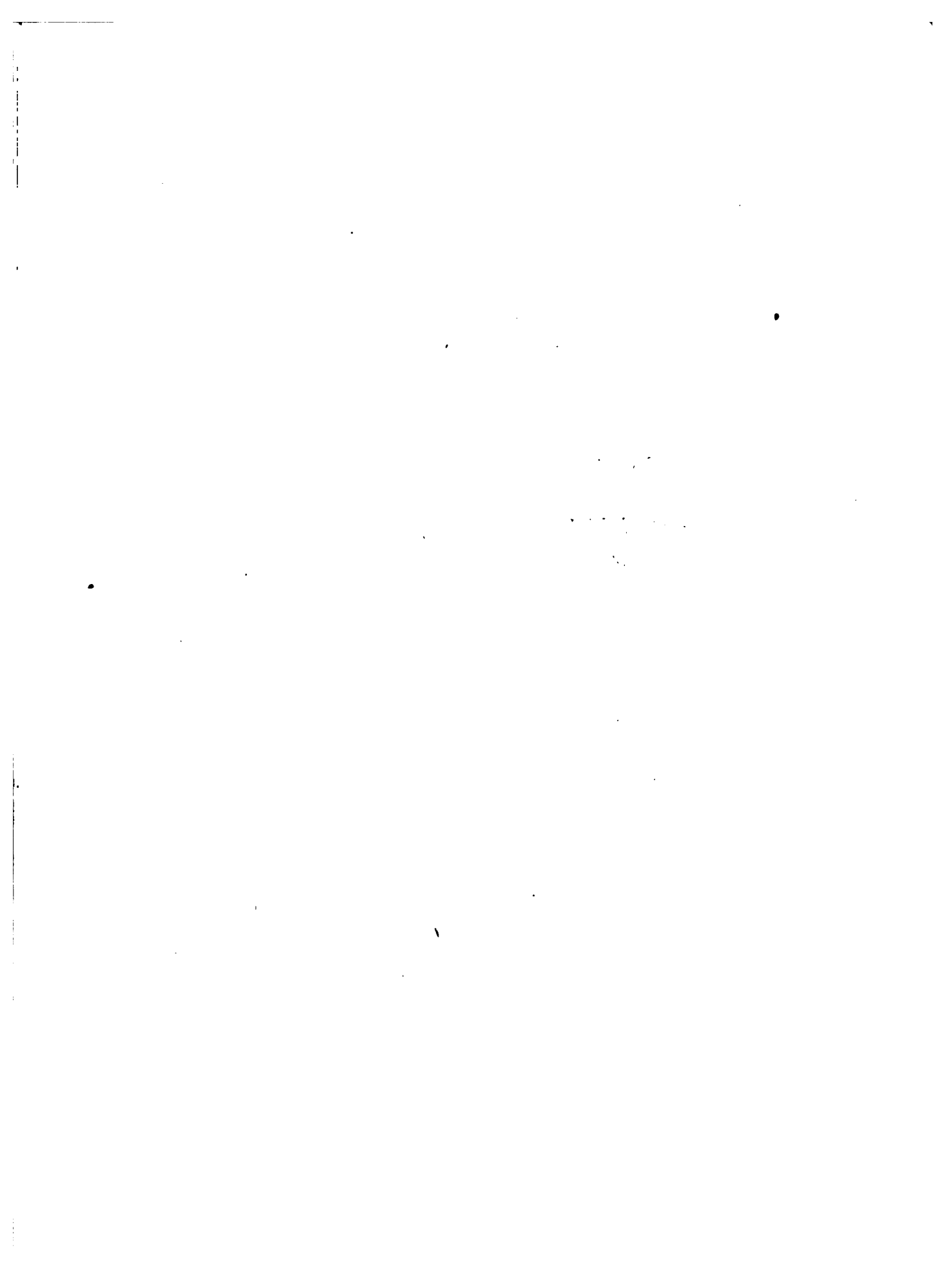
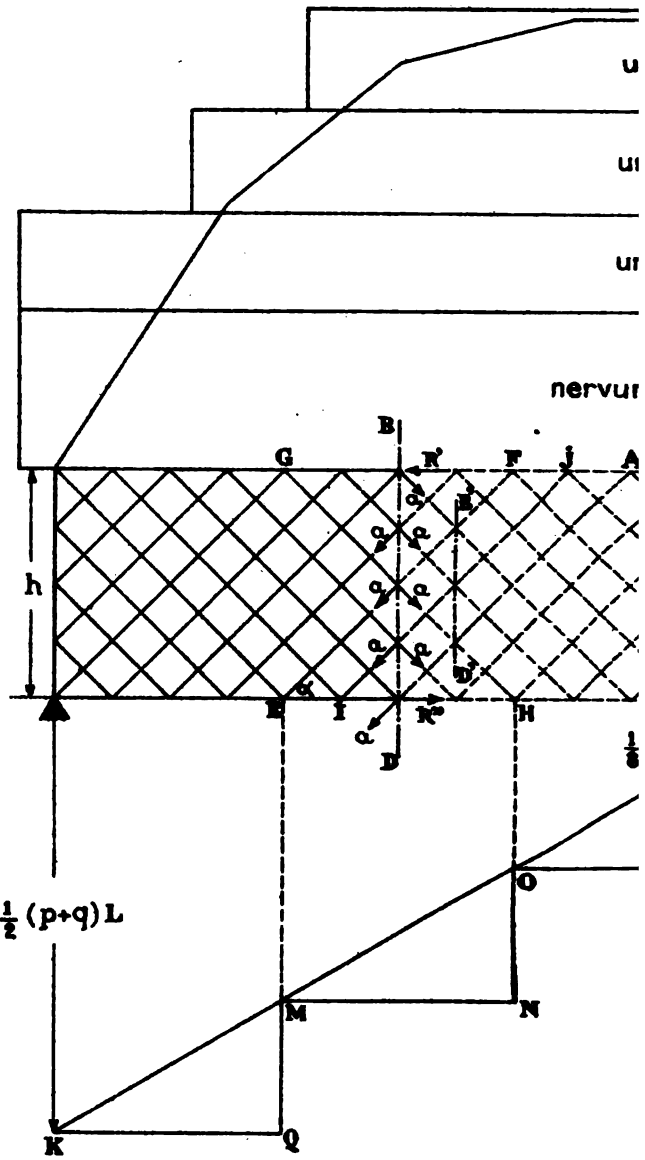
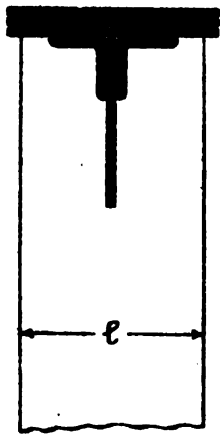


Fig. 110



}. 108

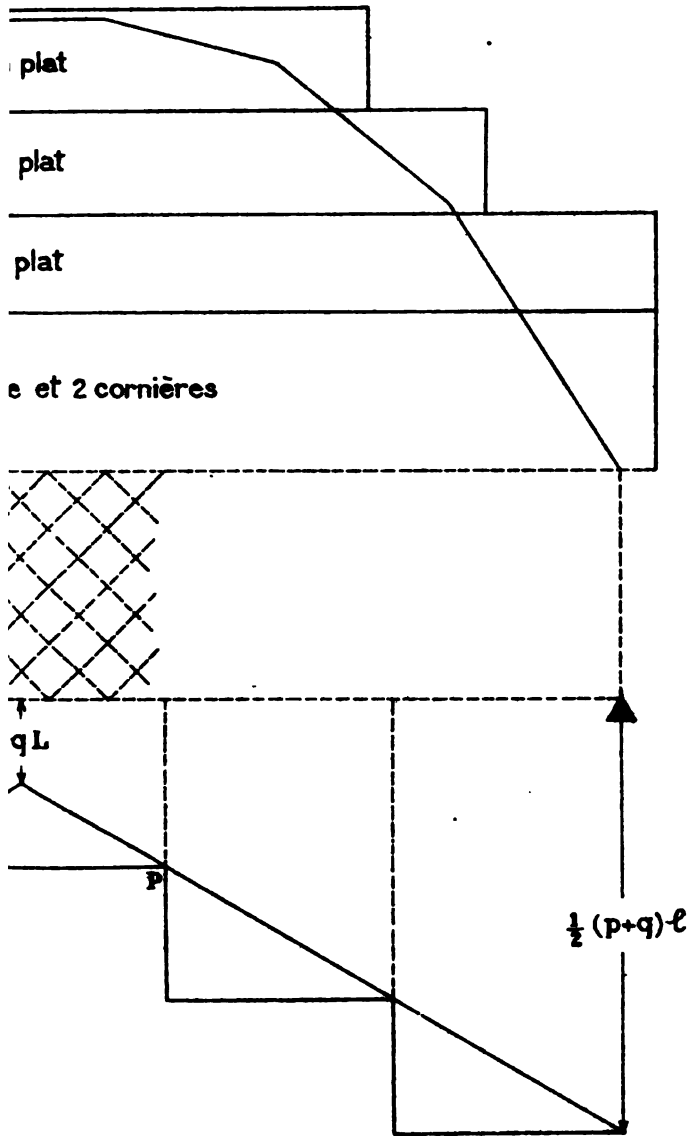
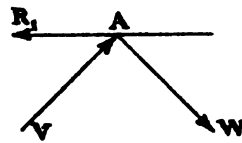


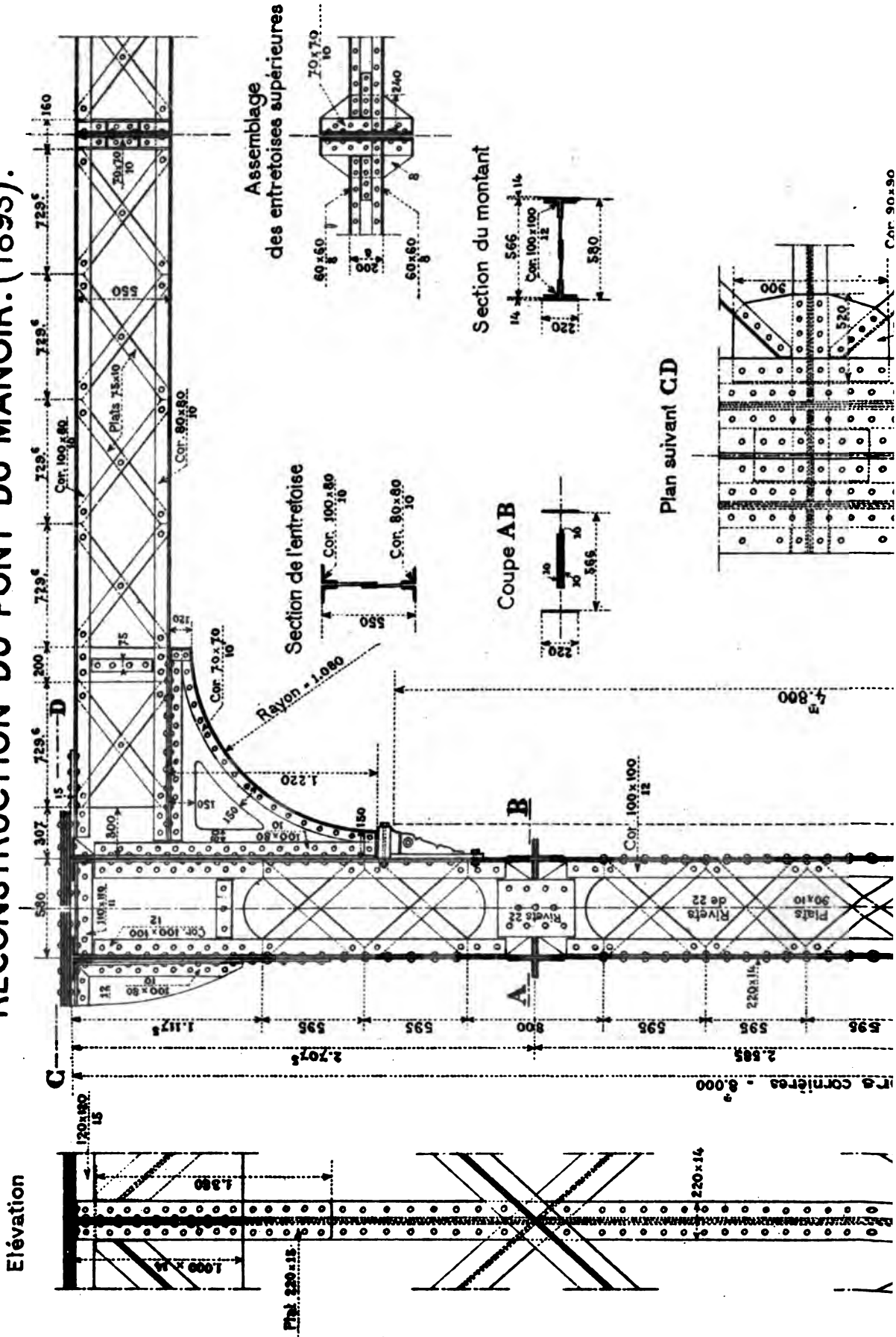
Fig. 109





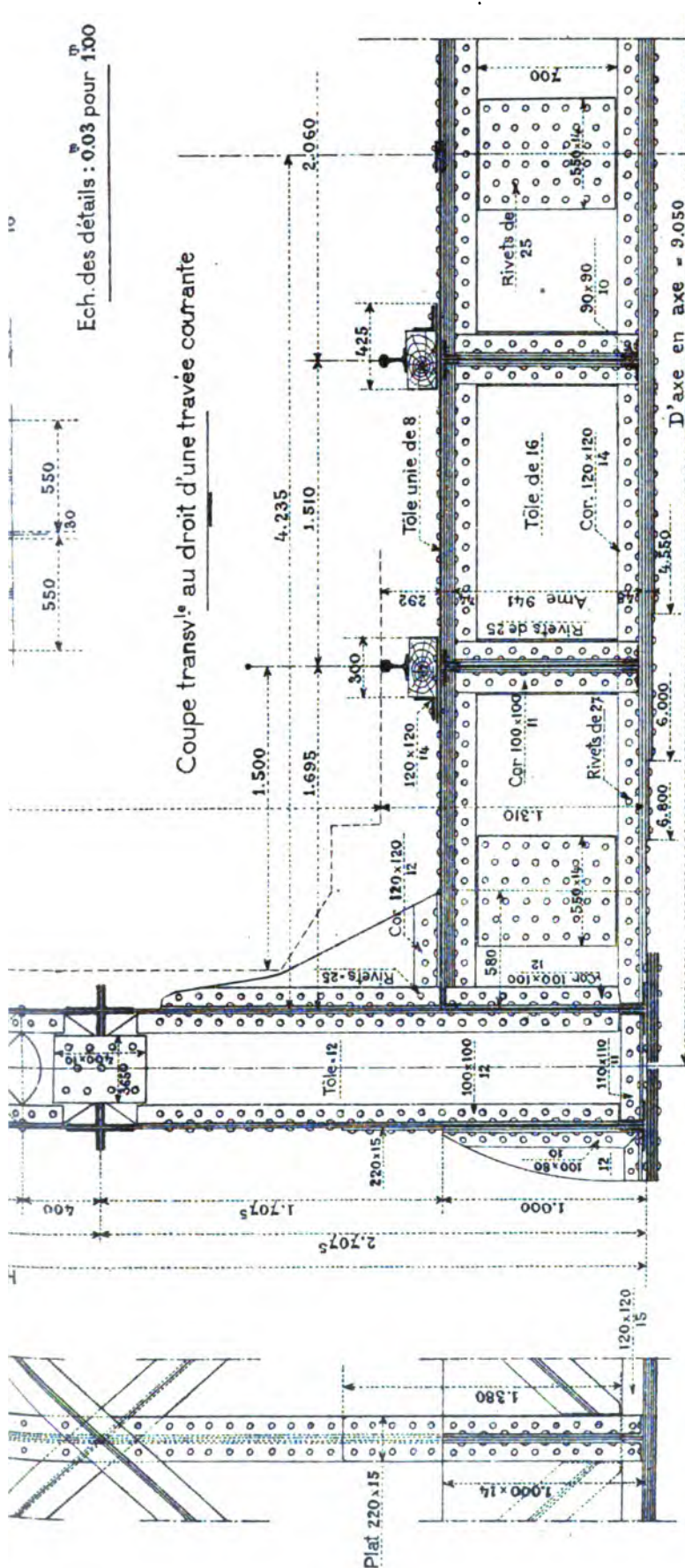


RECONSTRUCTION DU PONT DU MANOIR. (1893).

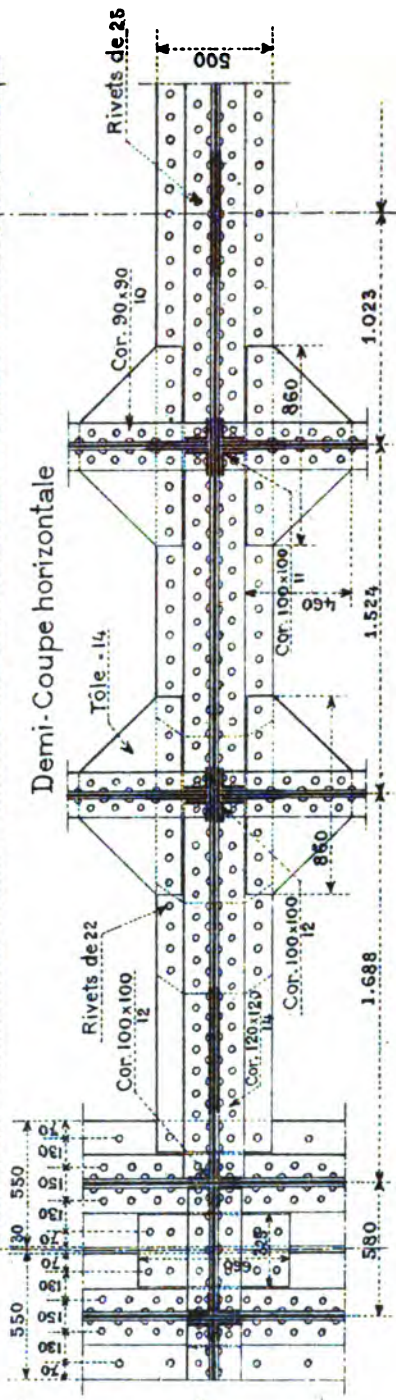


Ech. des détails : 0.03 pour 100

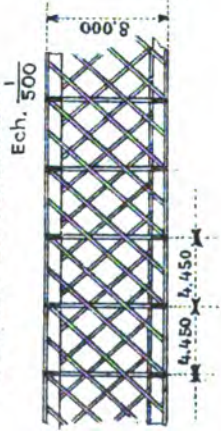
Coupe transv^{rs} au droit d'une travée courante

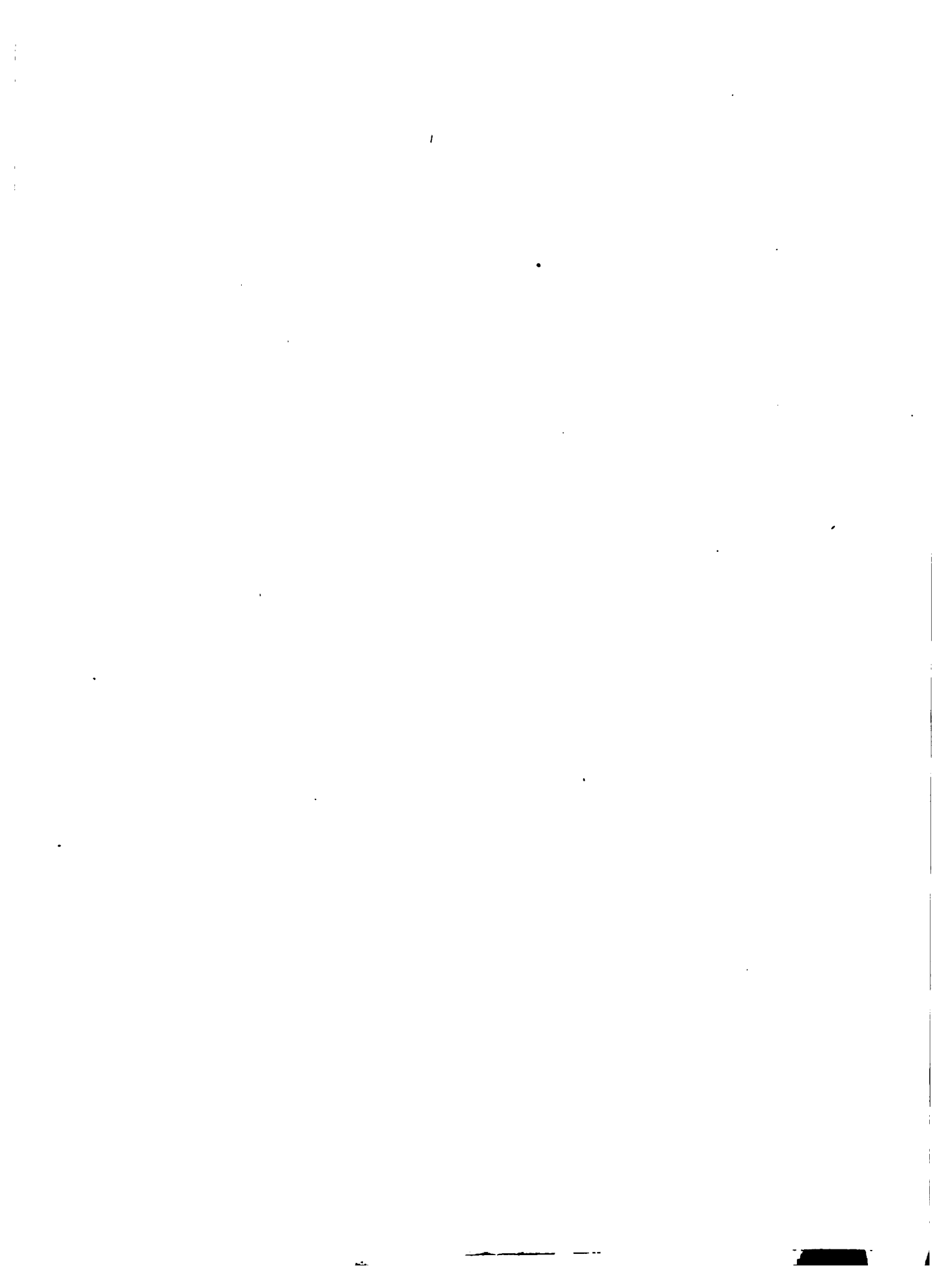


Demi-Coupe horizontale



Elevation de l'ensemble

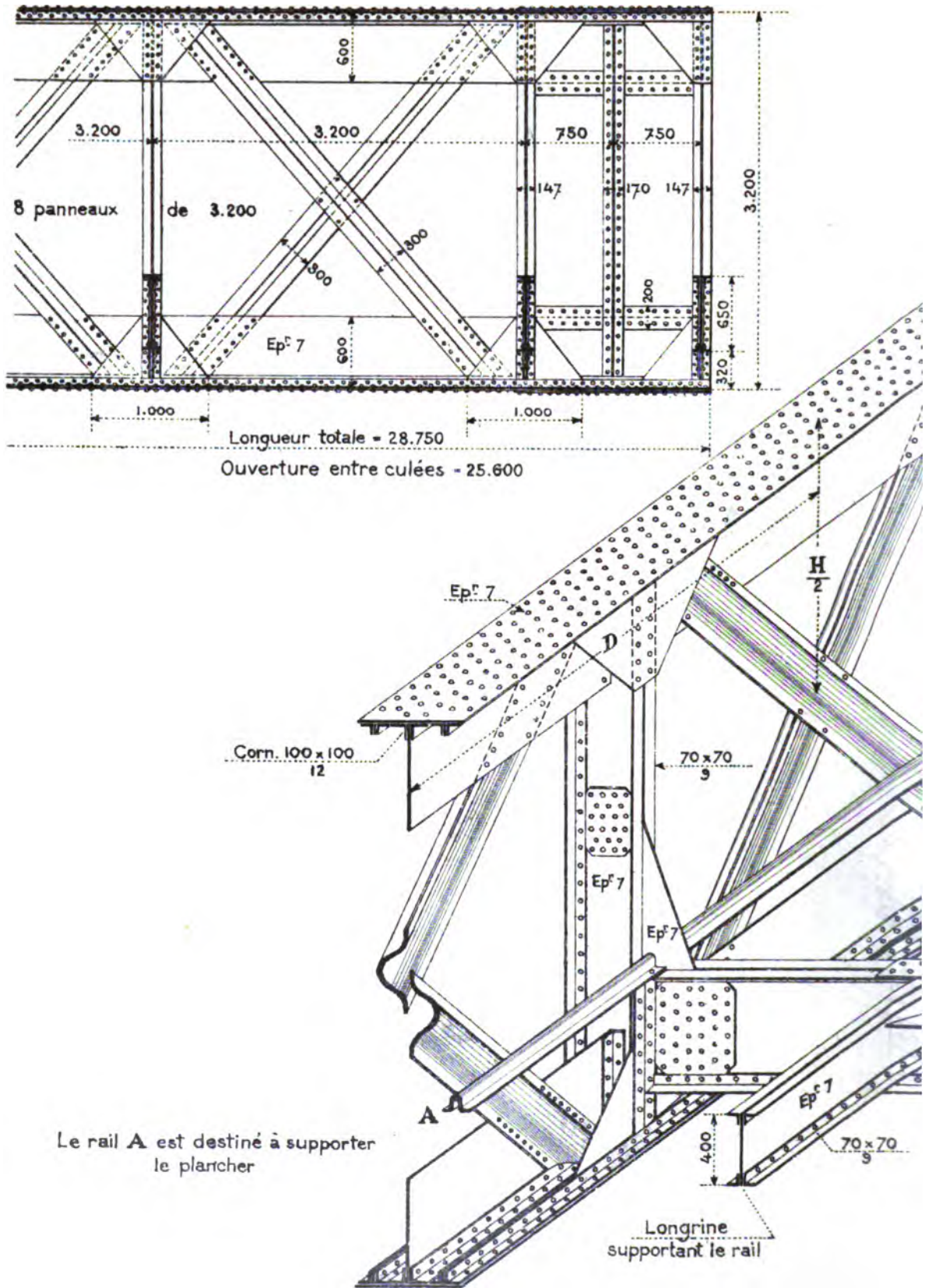






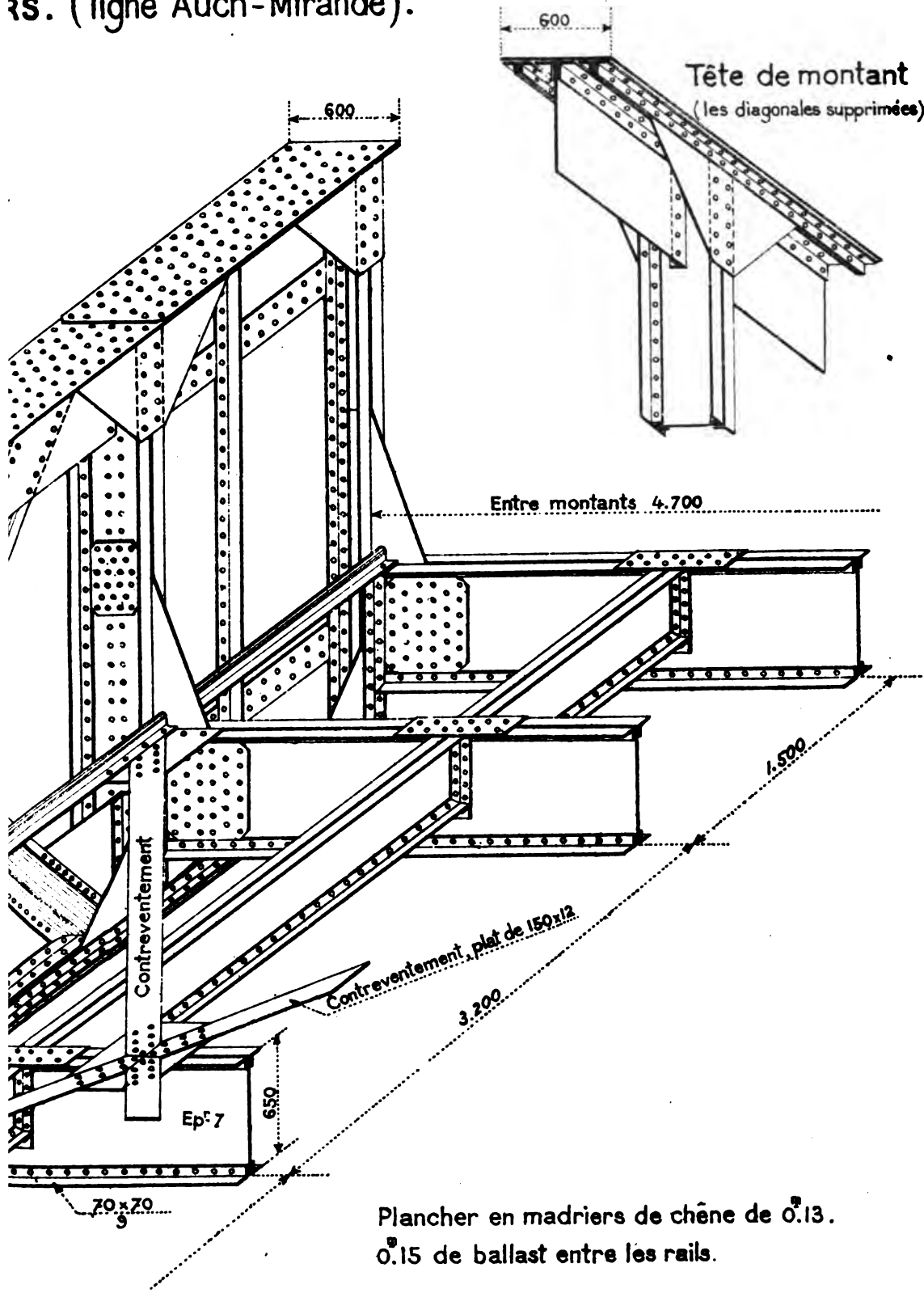
Élévation de la poutre.

PONT SUR LE GE

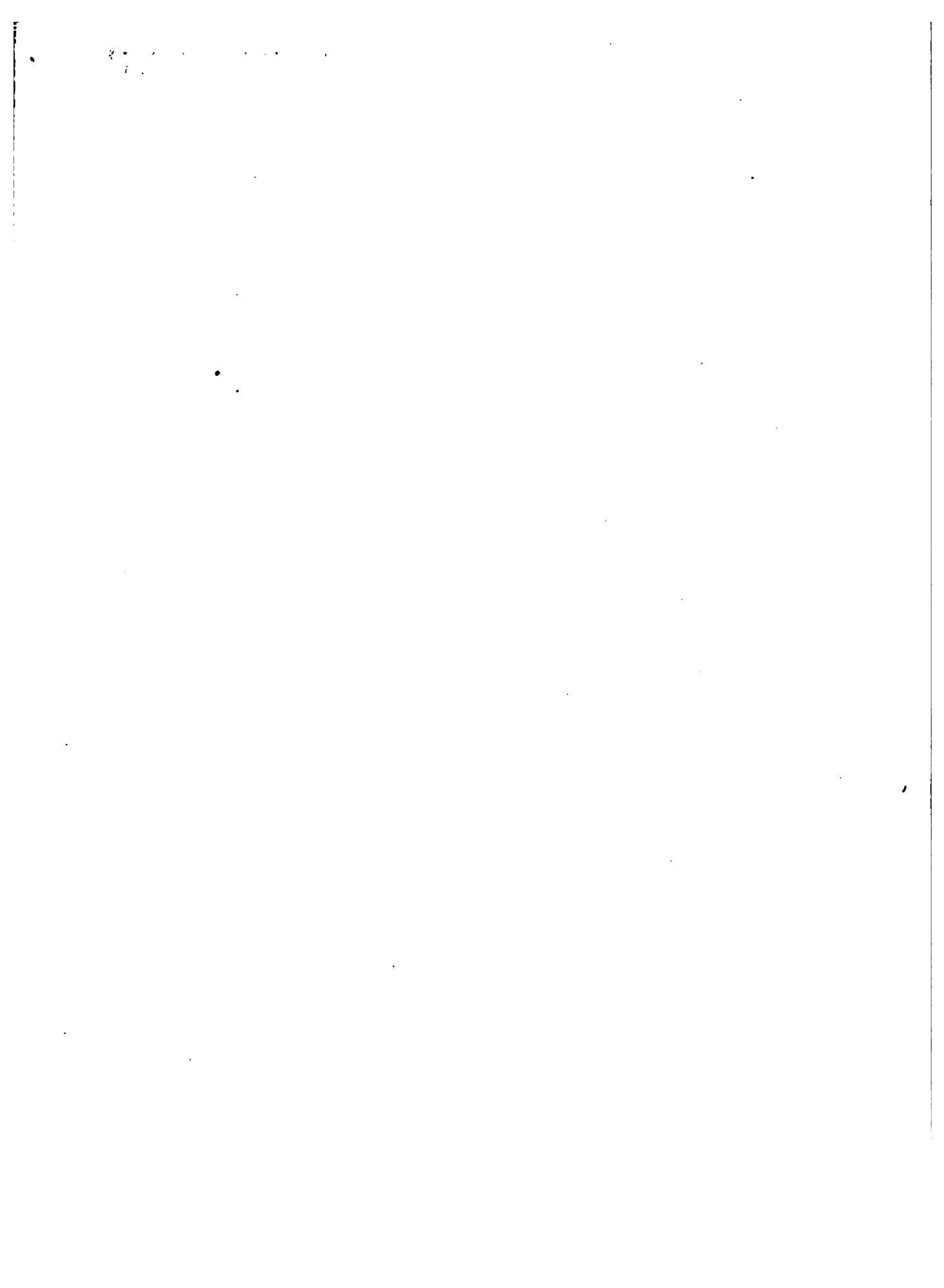


LIVRE I. PL. XXII

rs. (ligne Auch-Mirande).



Plancher en madriers de chêne de 0.13.
0.15 de ballast entre les rails.



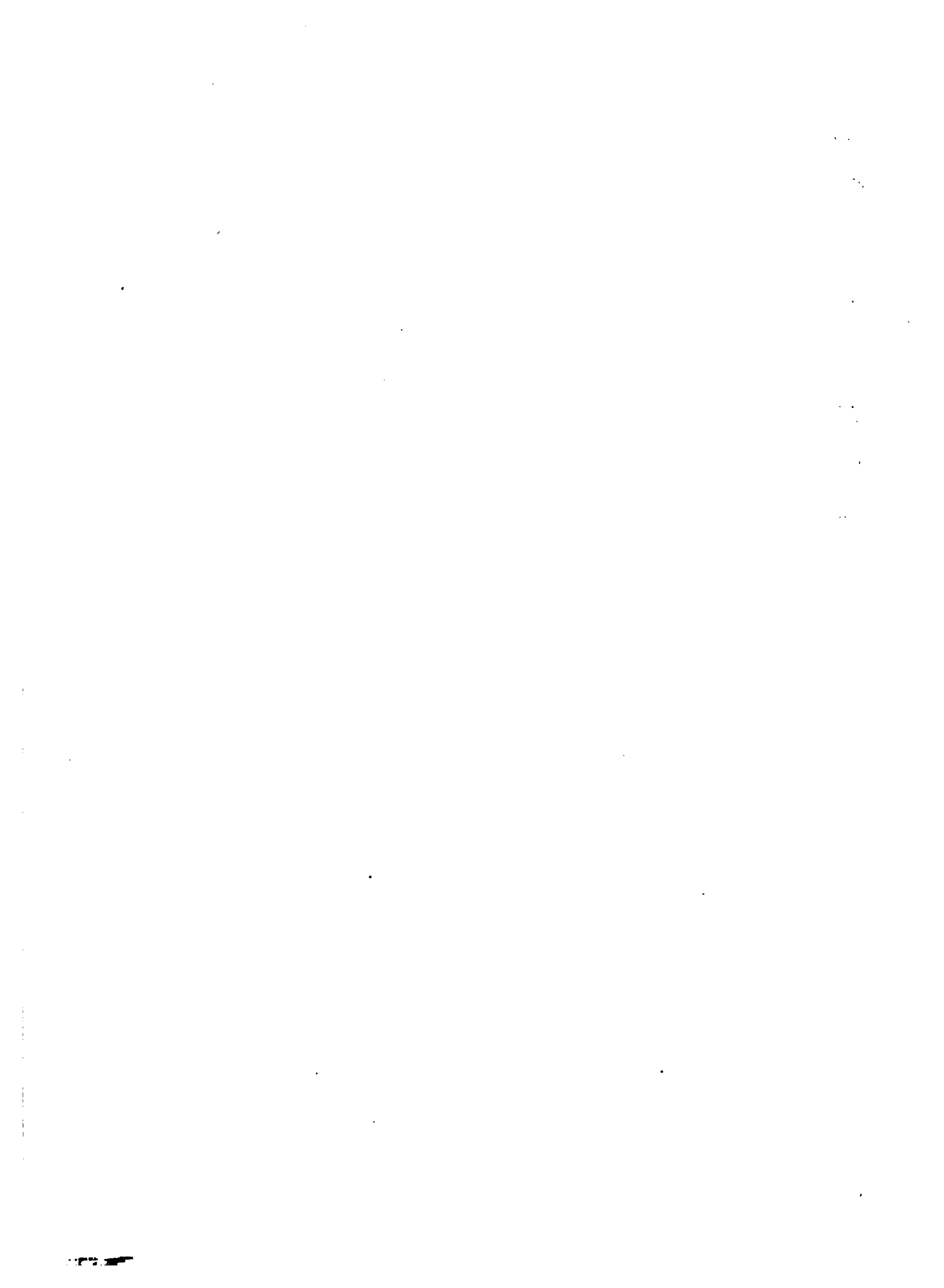


Fig. 118

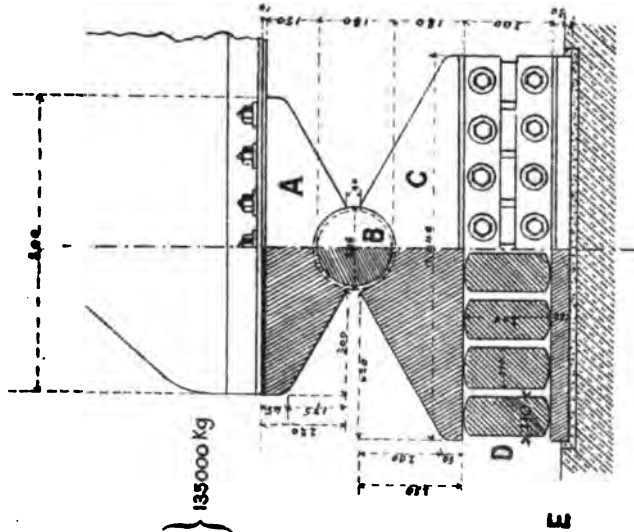


Fig. 119

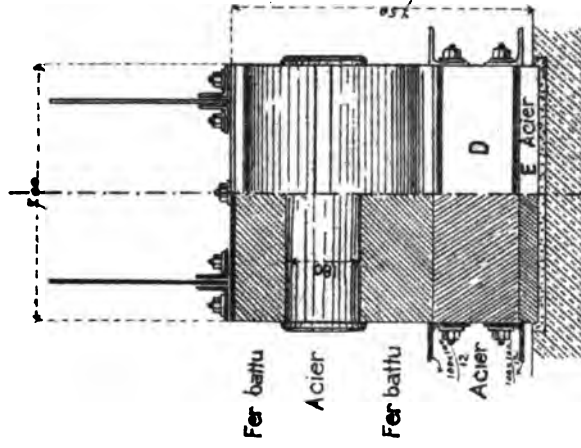


Fig. 120

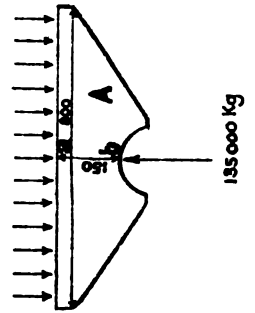
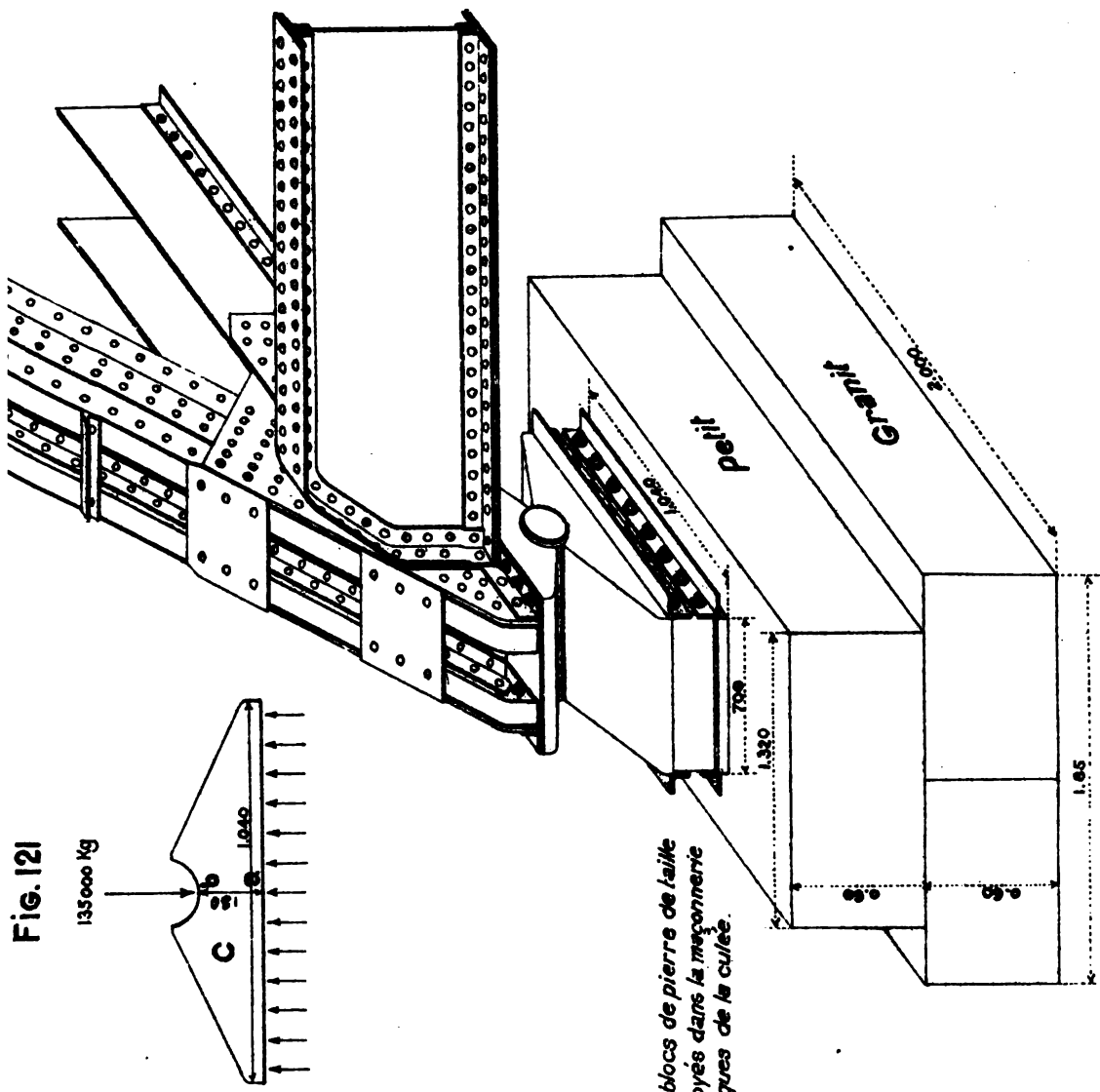


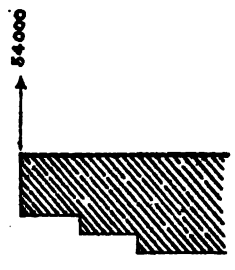
Fig. 122

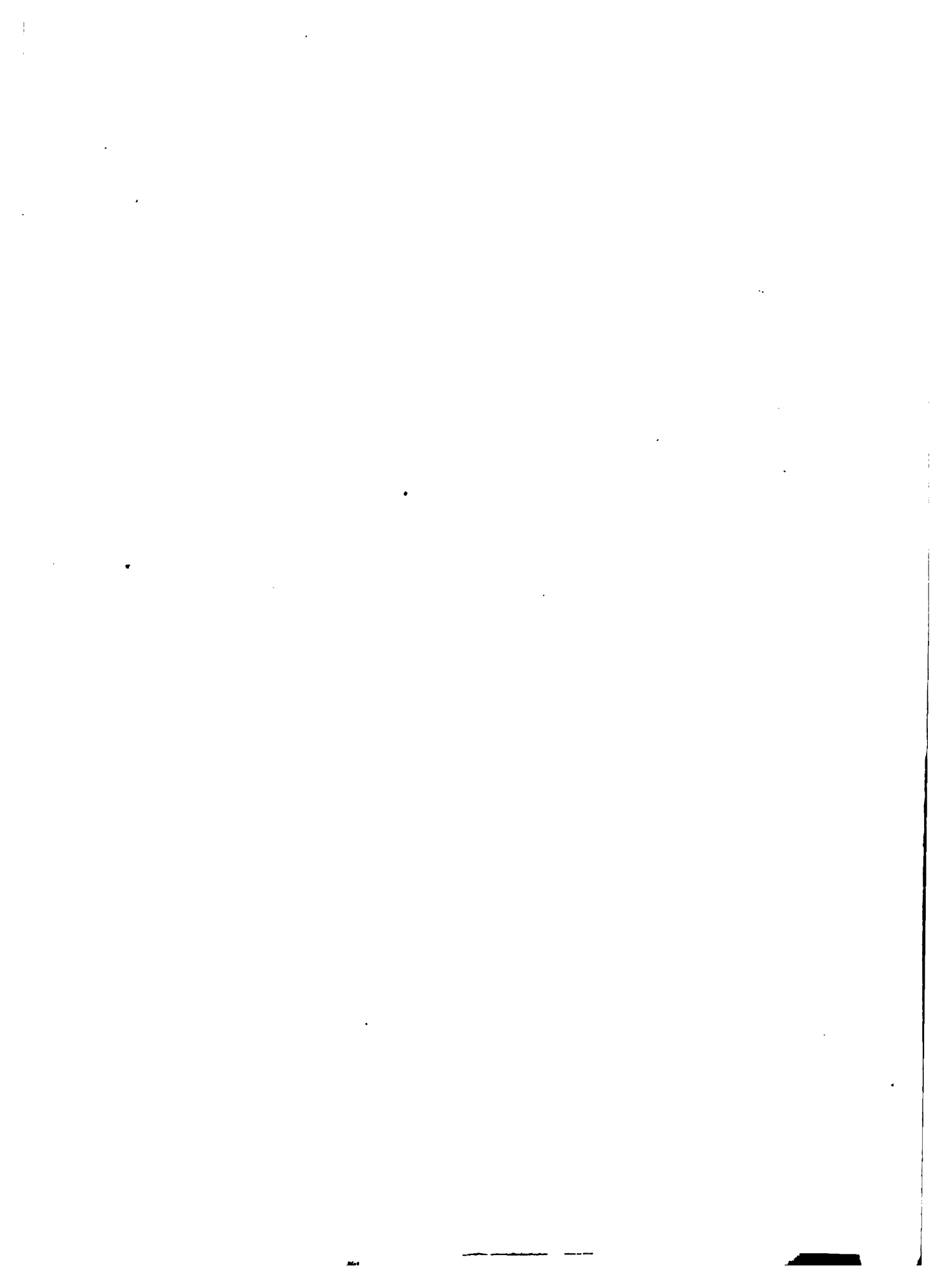




*Les blocs de pierre de laite
sont noyés dans la maçonnerie
de briques de la culée.*

Fig. 123





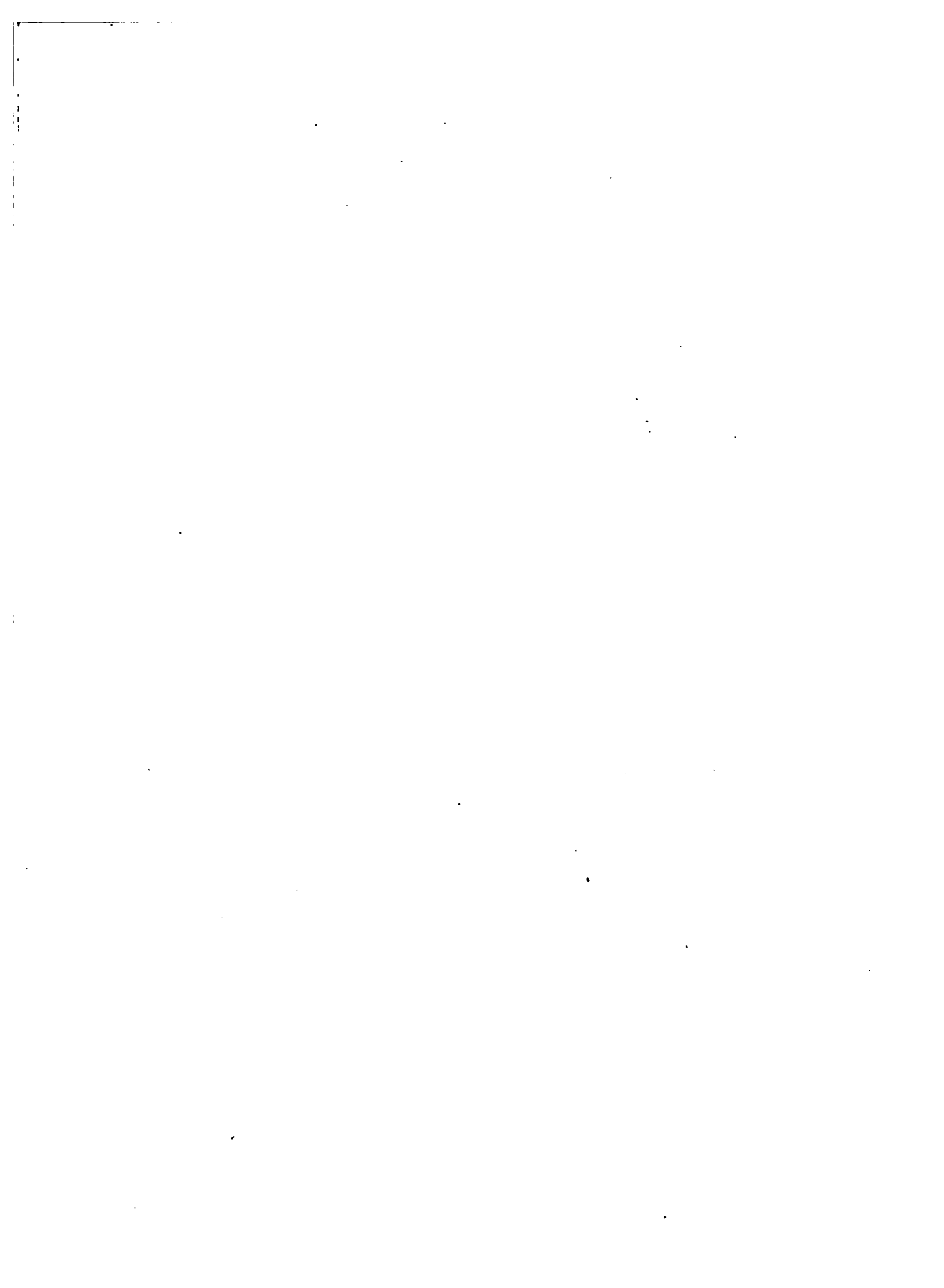


Fig. 124

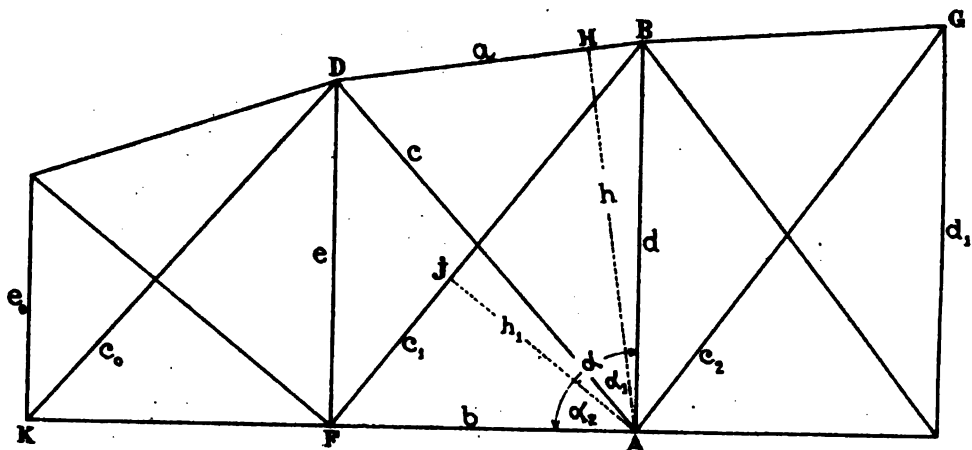


Fig. 125

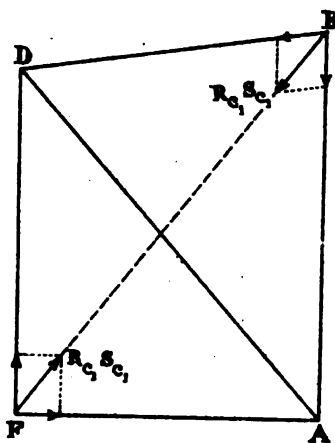


Fig. 131

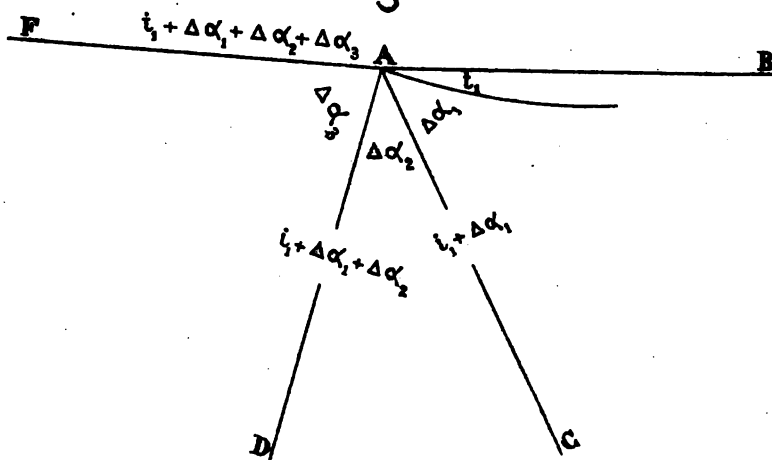


Fig. 126

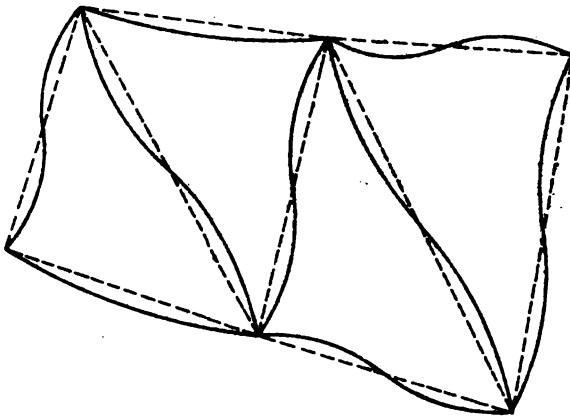


Fig. 127

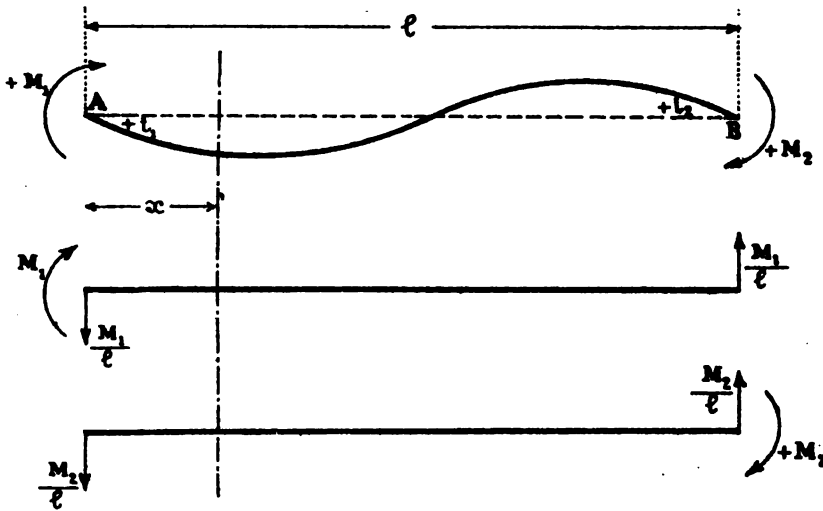


Fig. 128

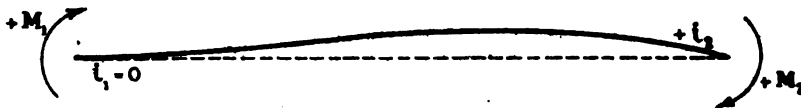


Fig. 129

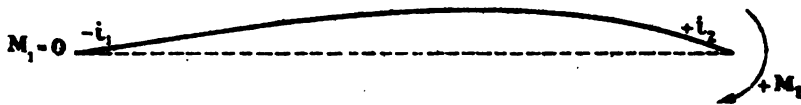
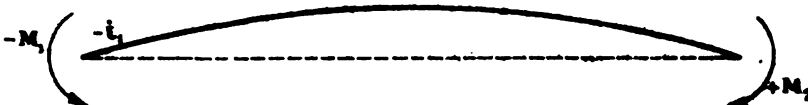
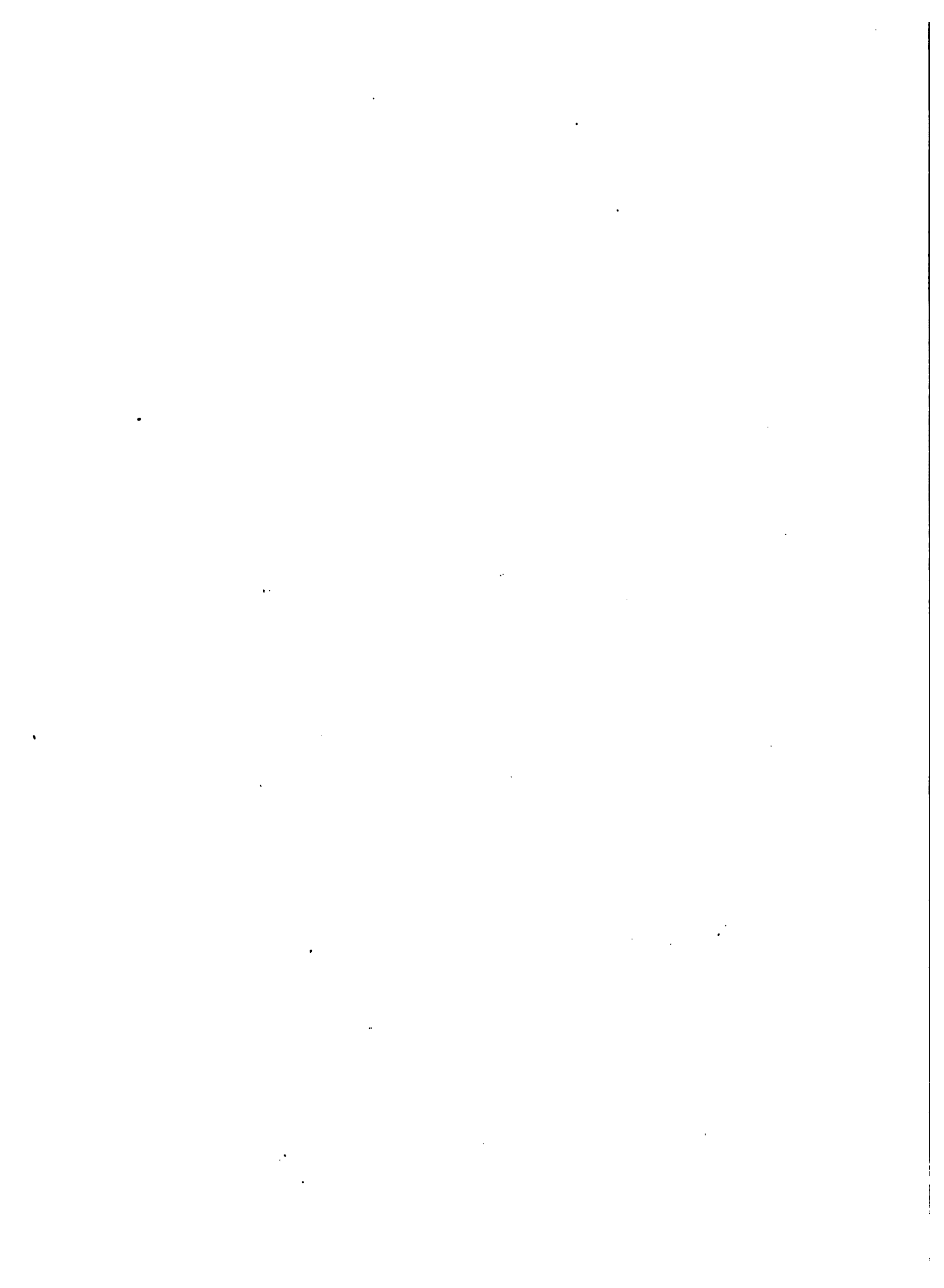
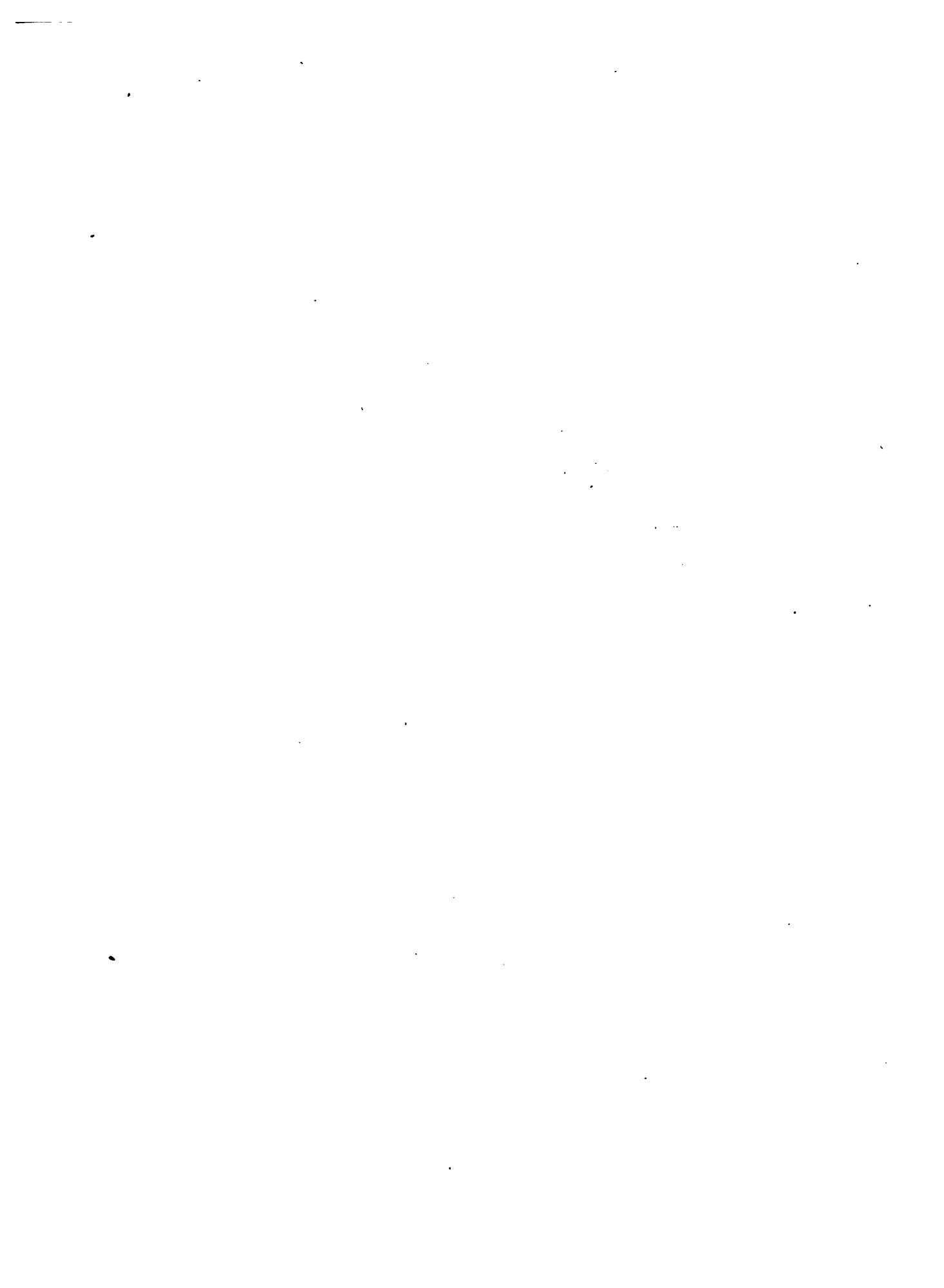


Fig. 130





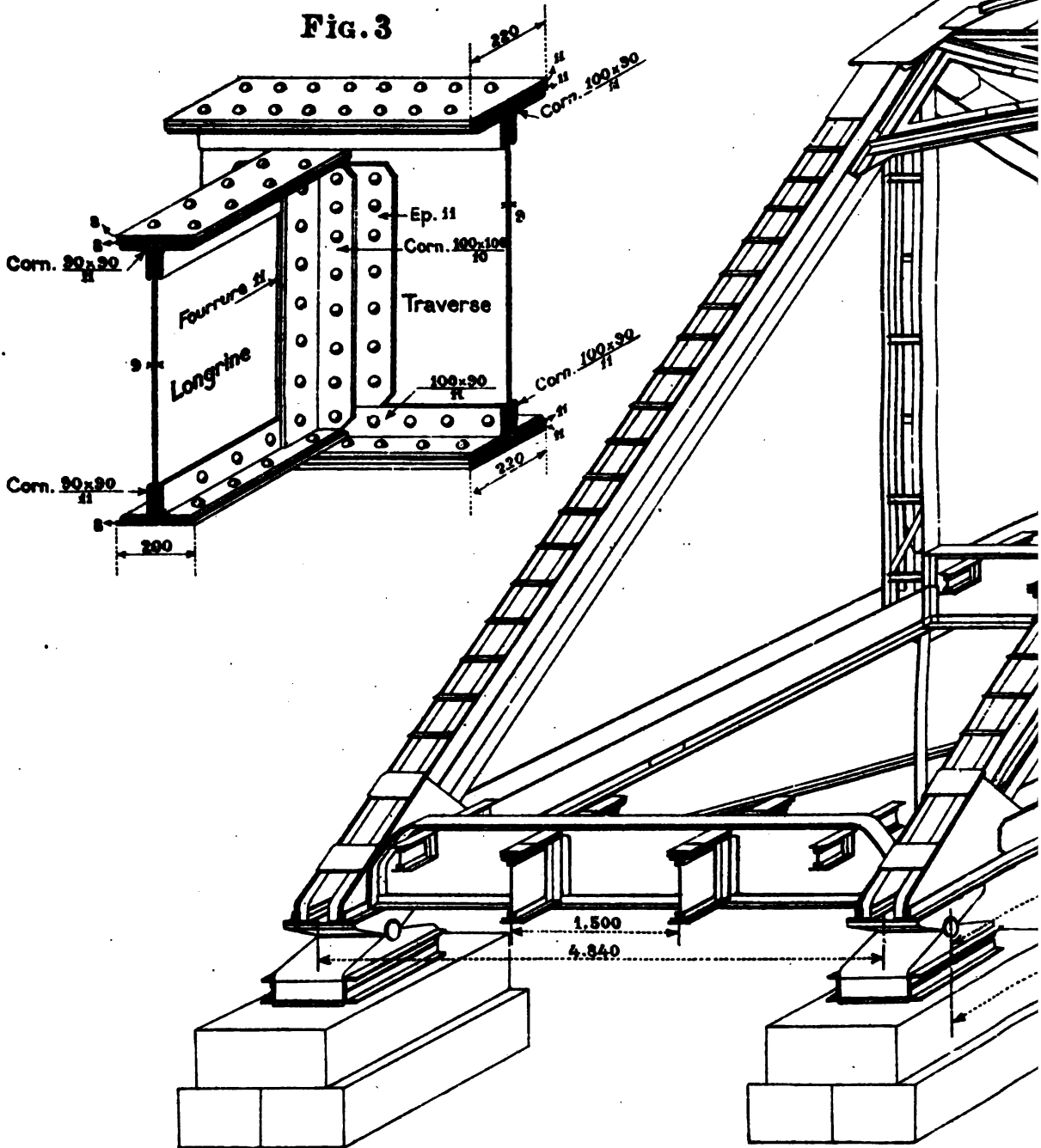


PONT POUR CHEMIN DE FER (U)

PORTÉE 72^m,60

FIG. 1

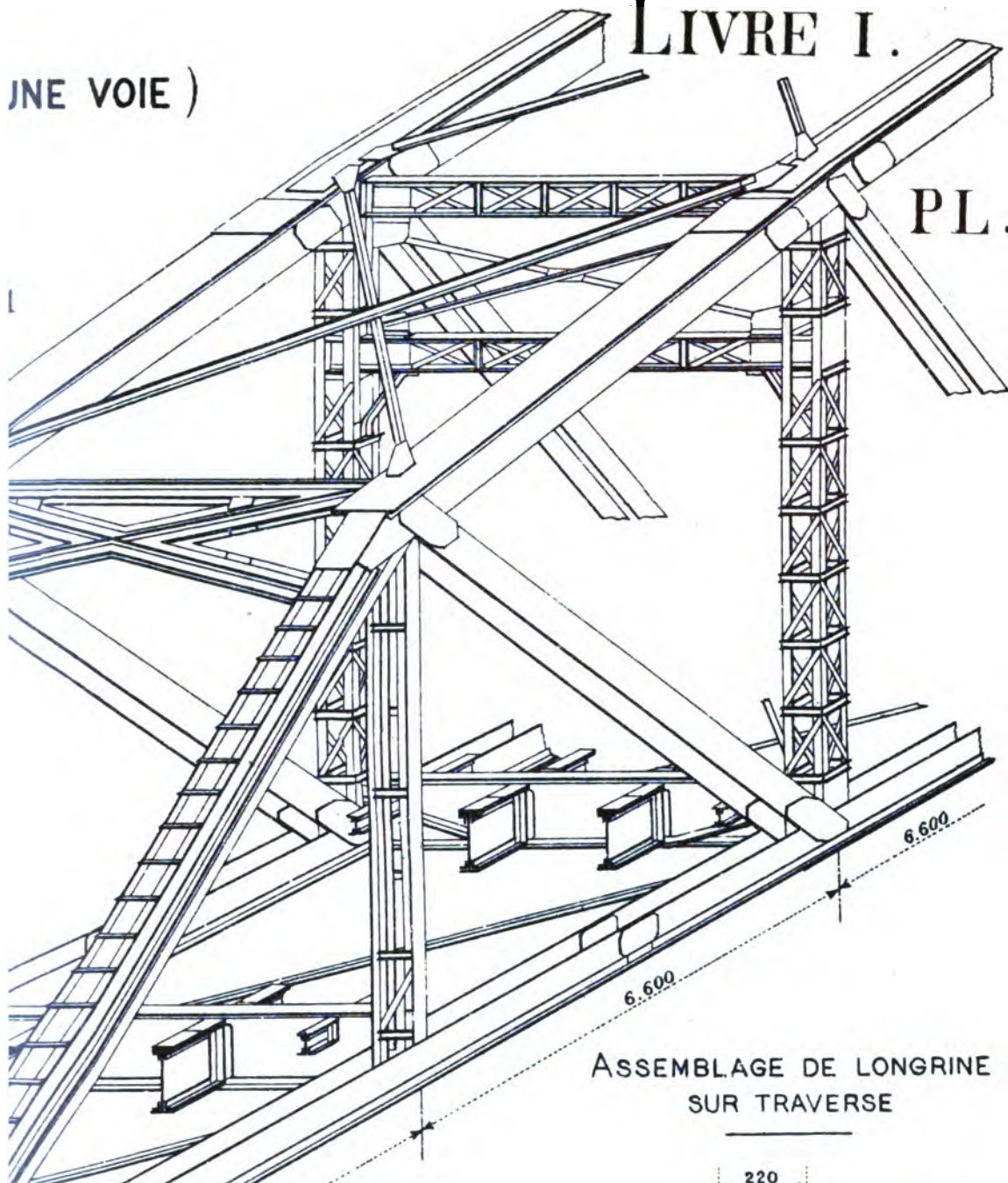
ASSEMBLAGE DE LONGRINE SUR TRAVERSE



JNE VOIE)

LIVRE I.

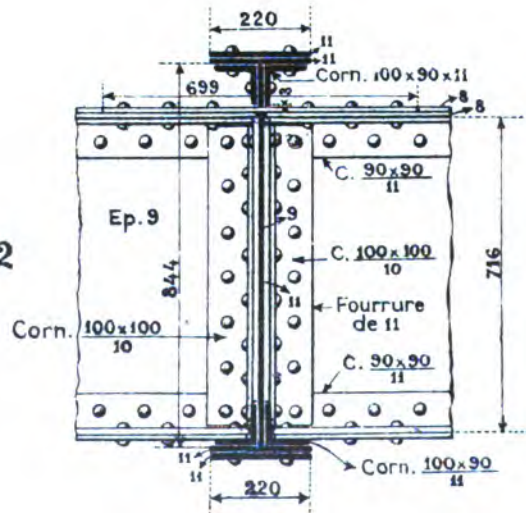
PL. XXV

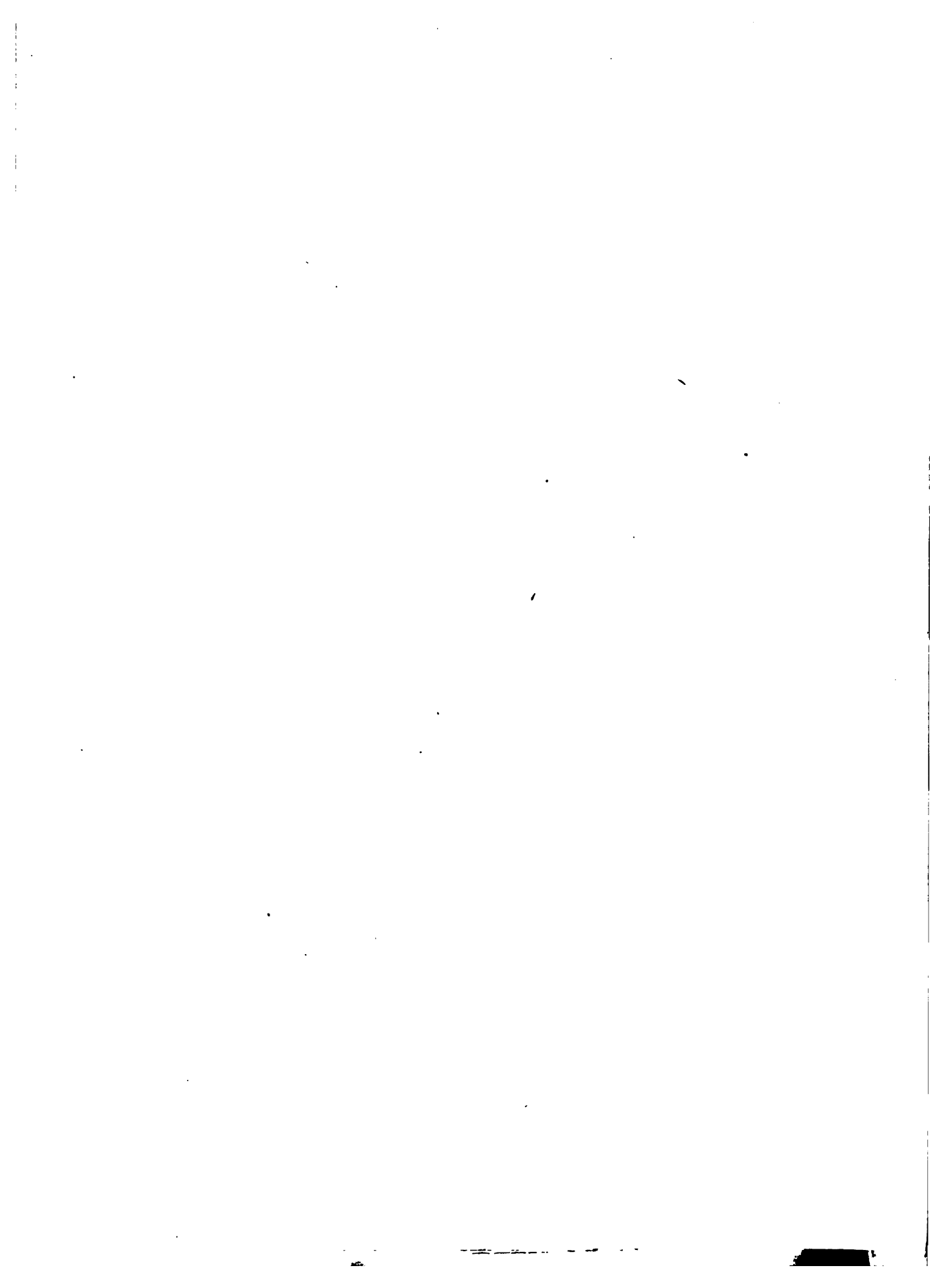


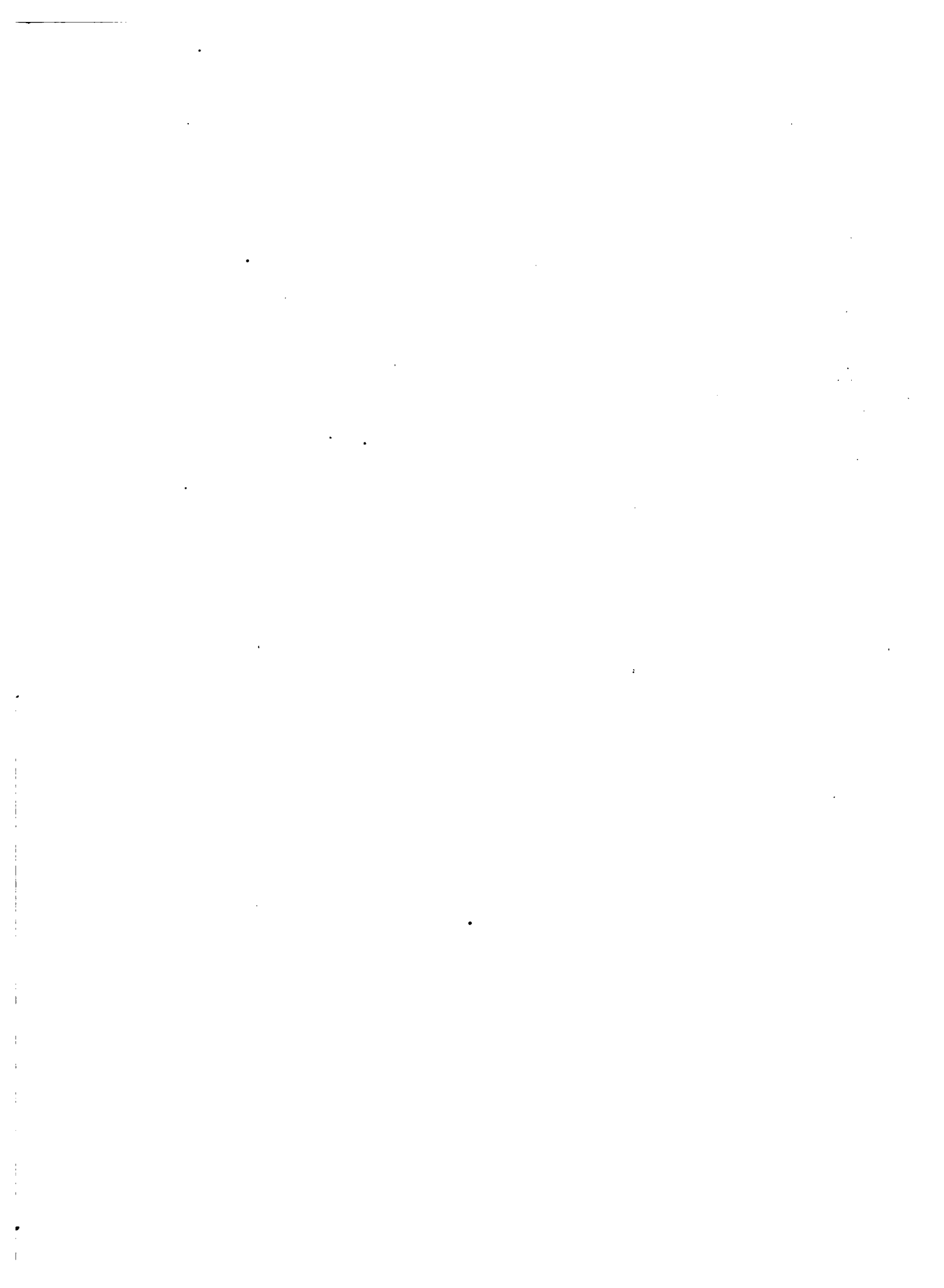
ASSEMBLAGE DE LONGRINE
SUR TRAVERSE

Longueur totale 72.60

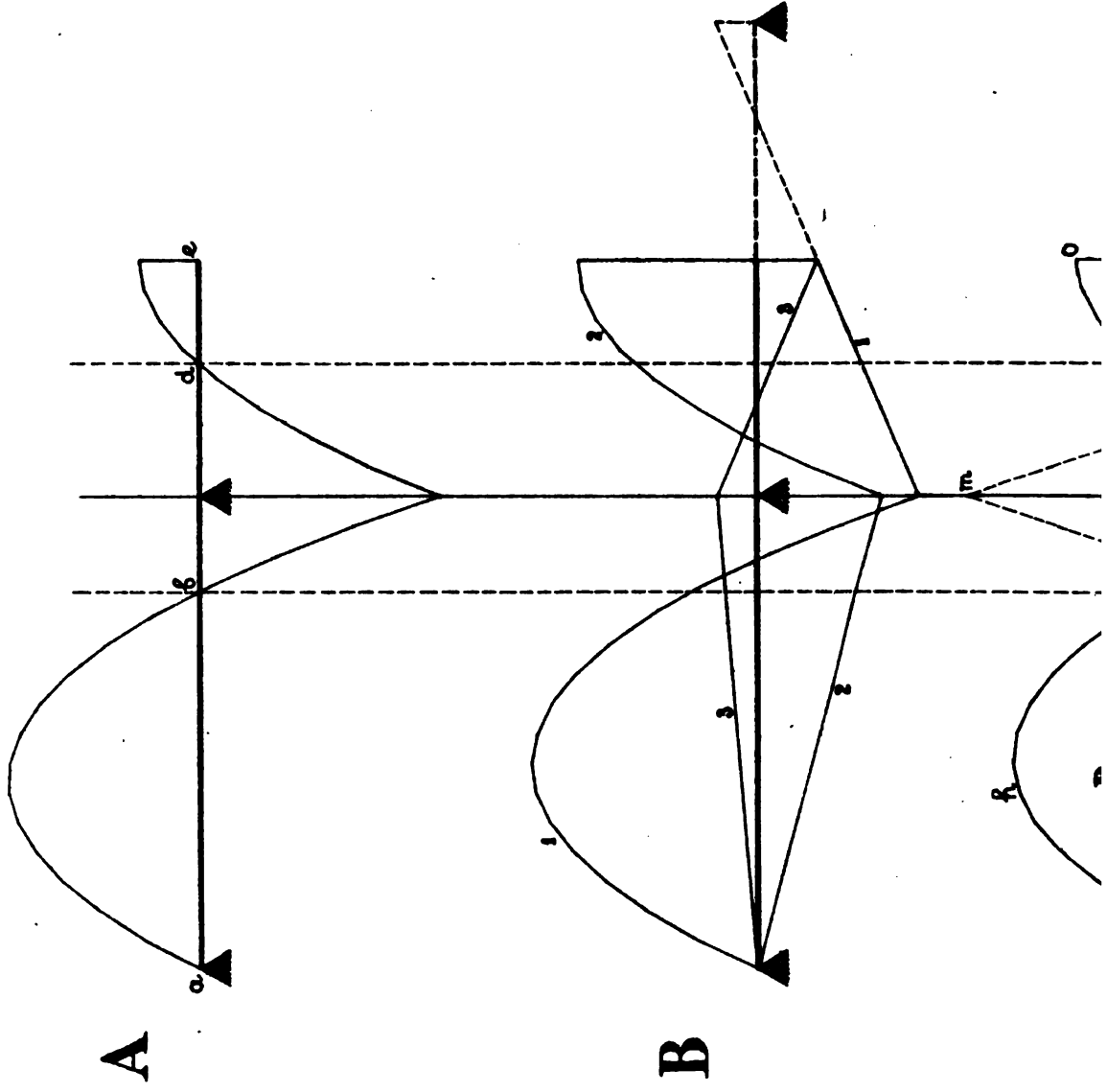
FIG. 2

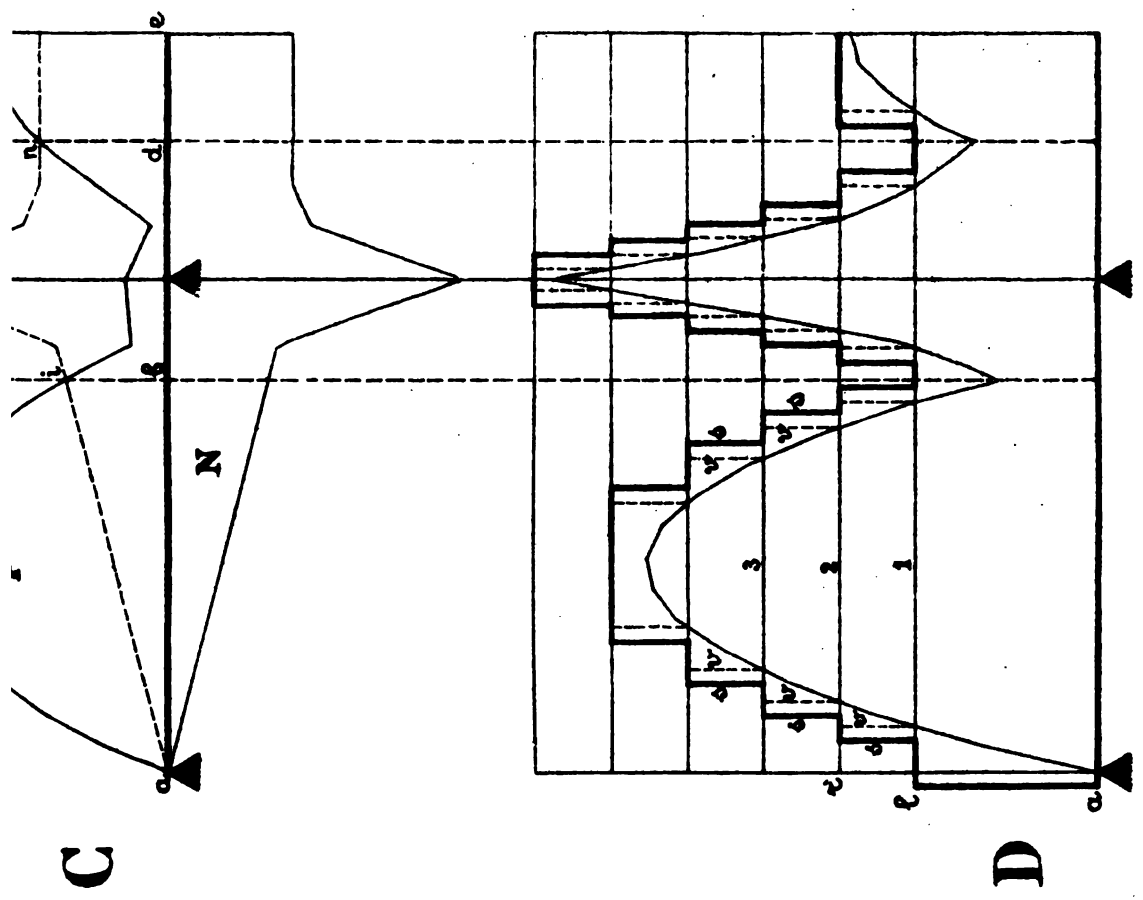


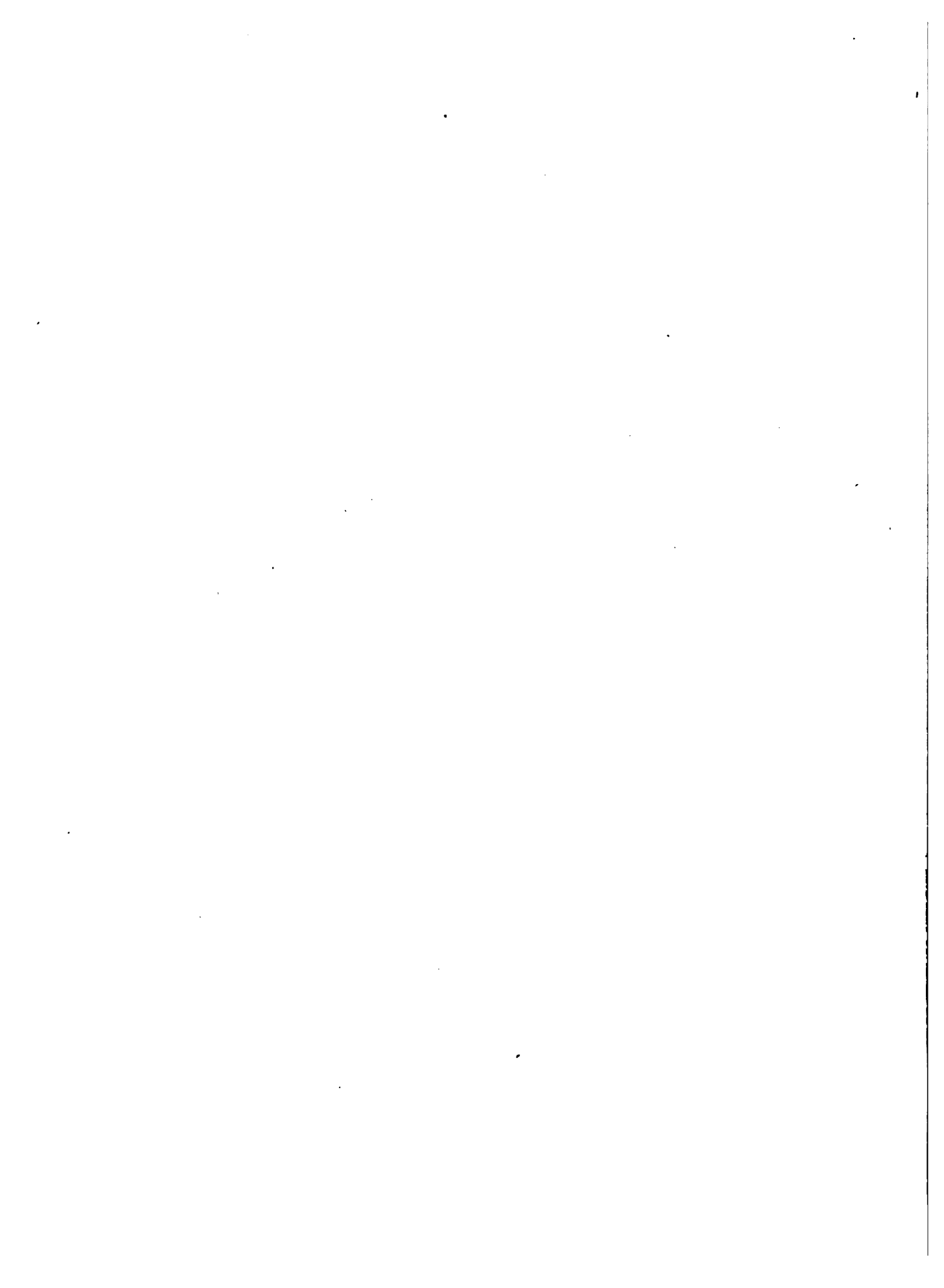


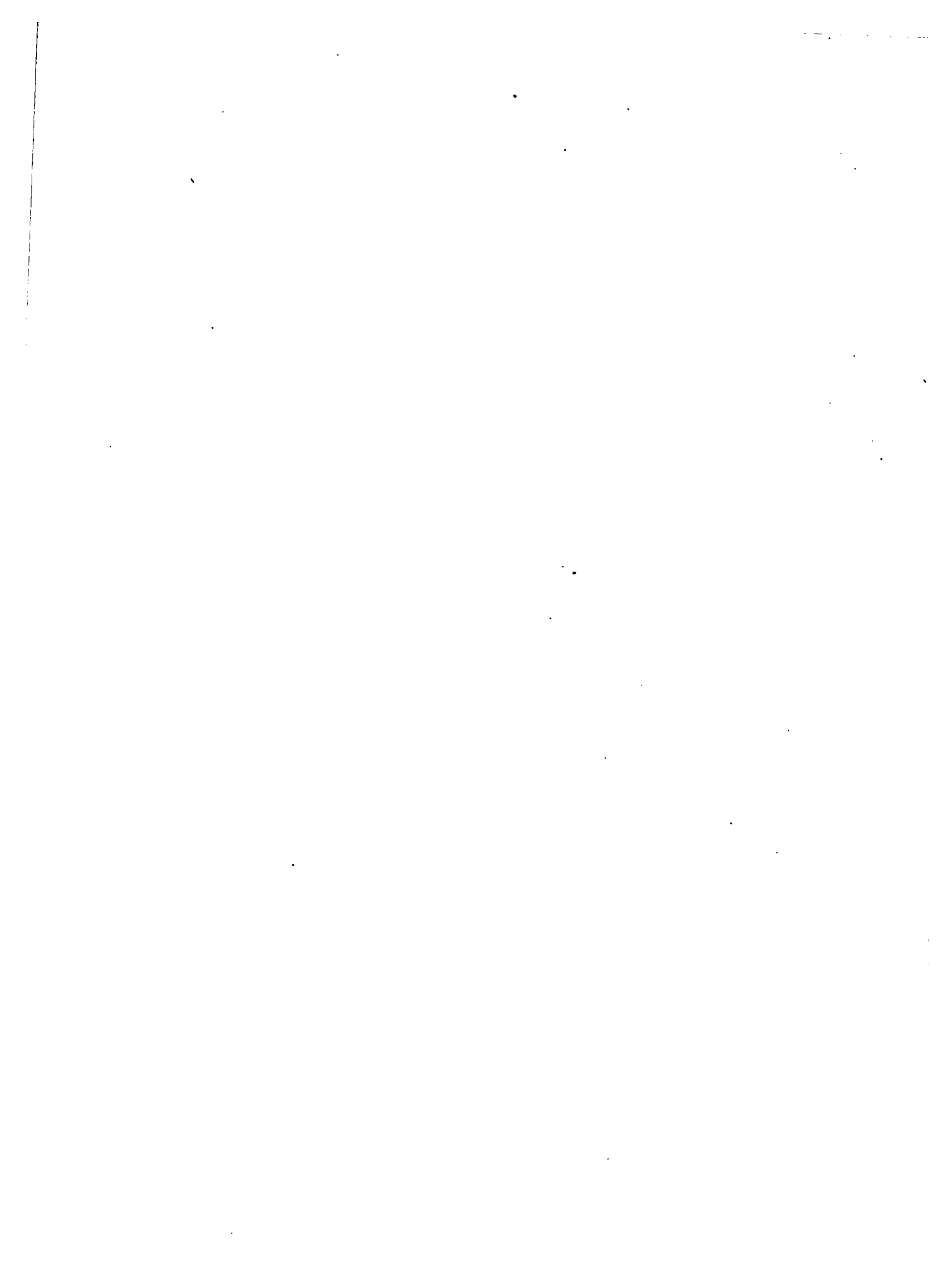


LIVRE II. PL. I

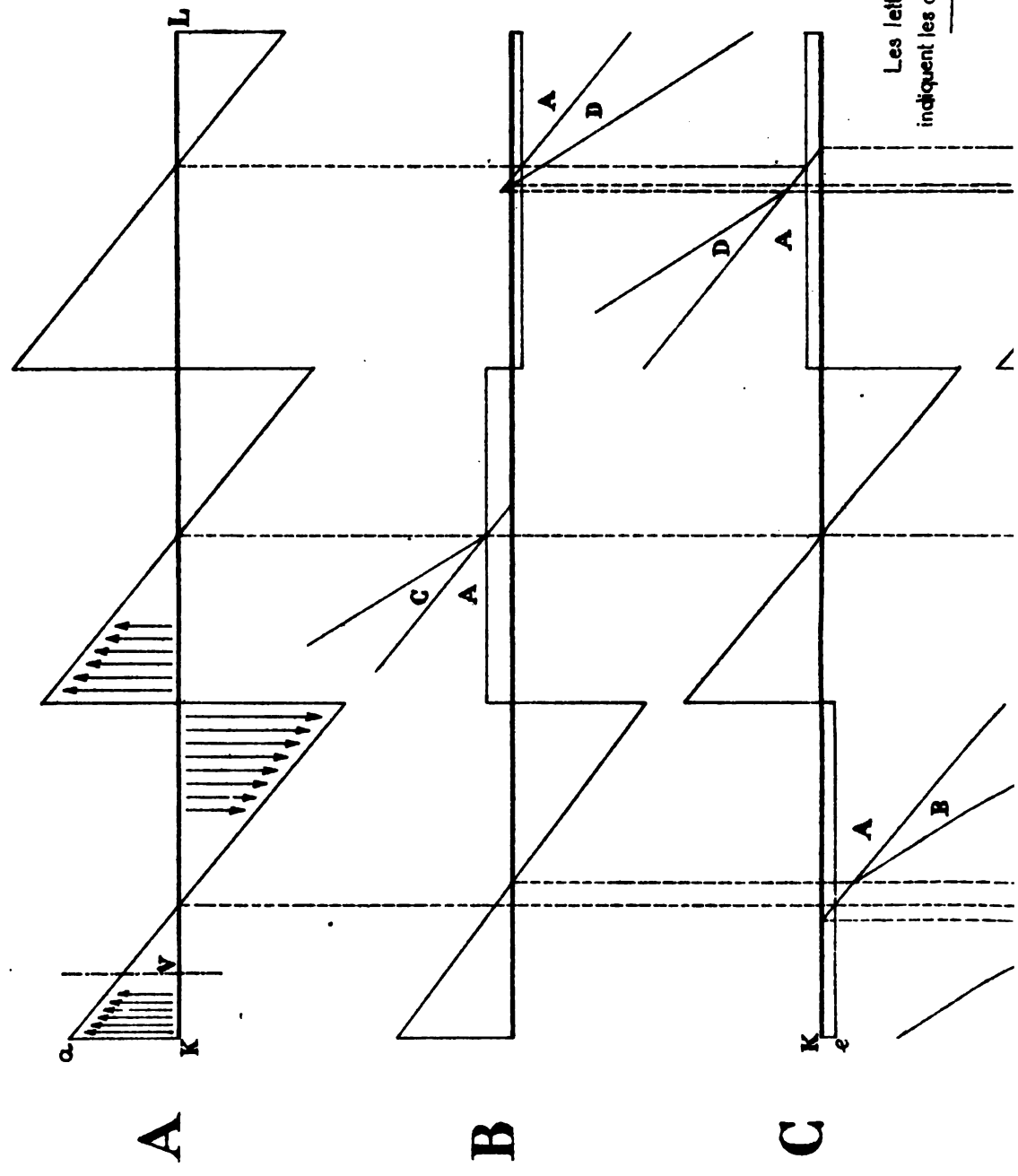




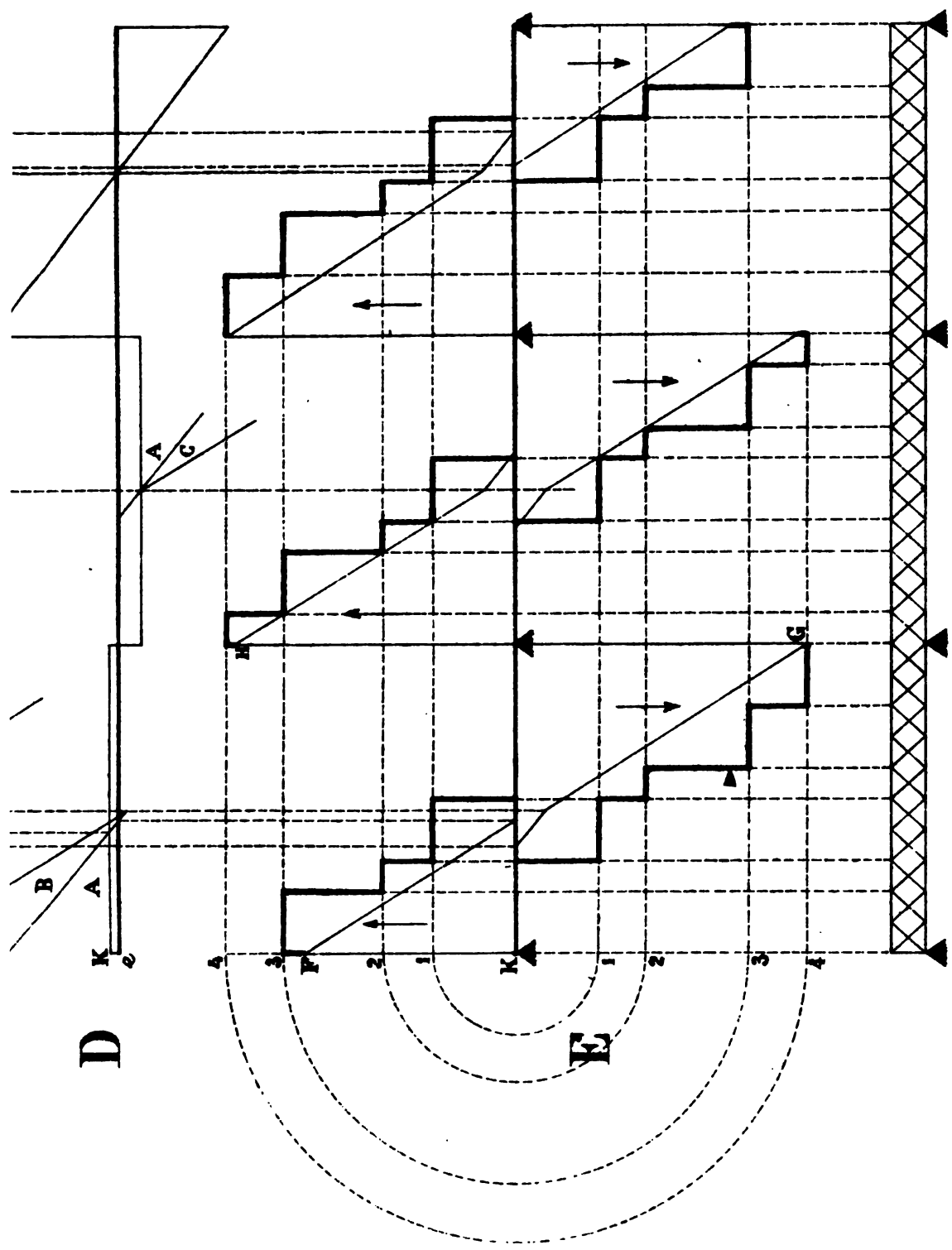


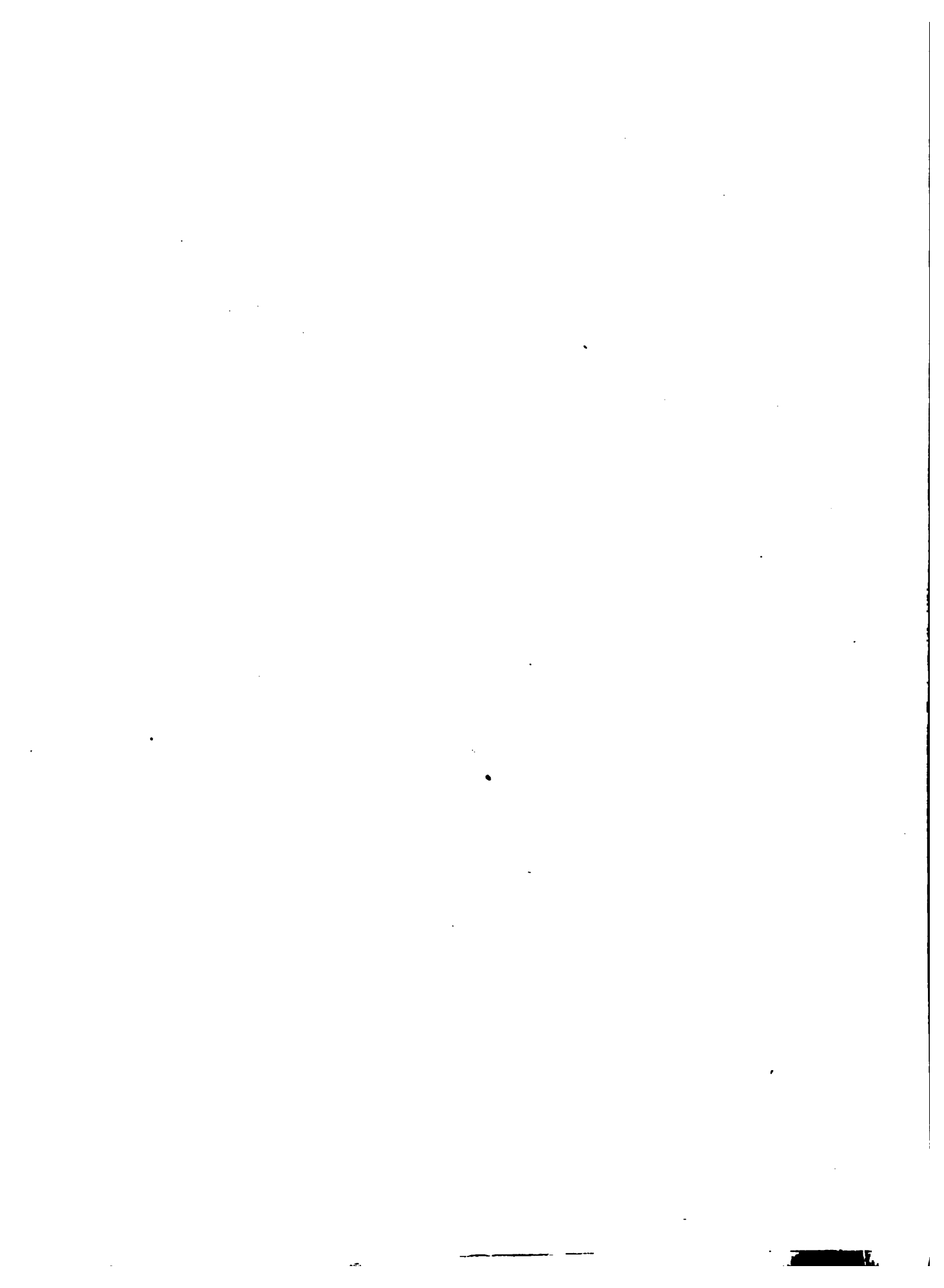


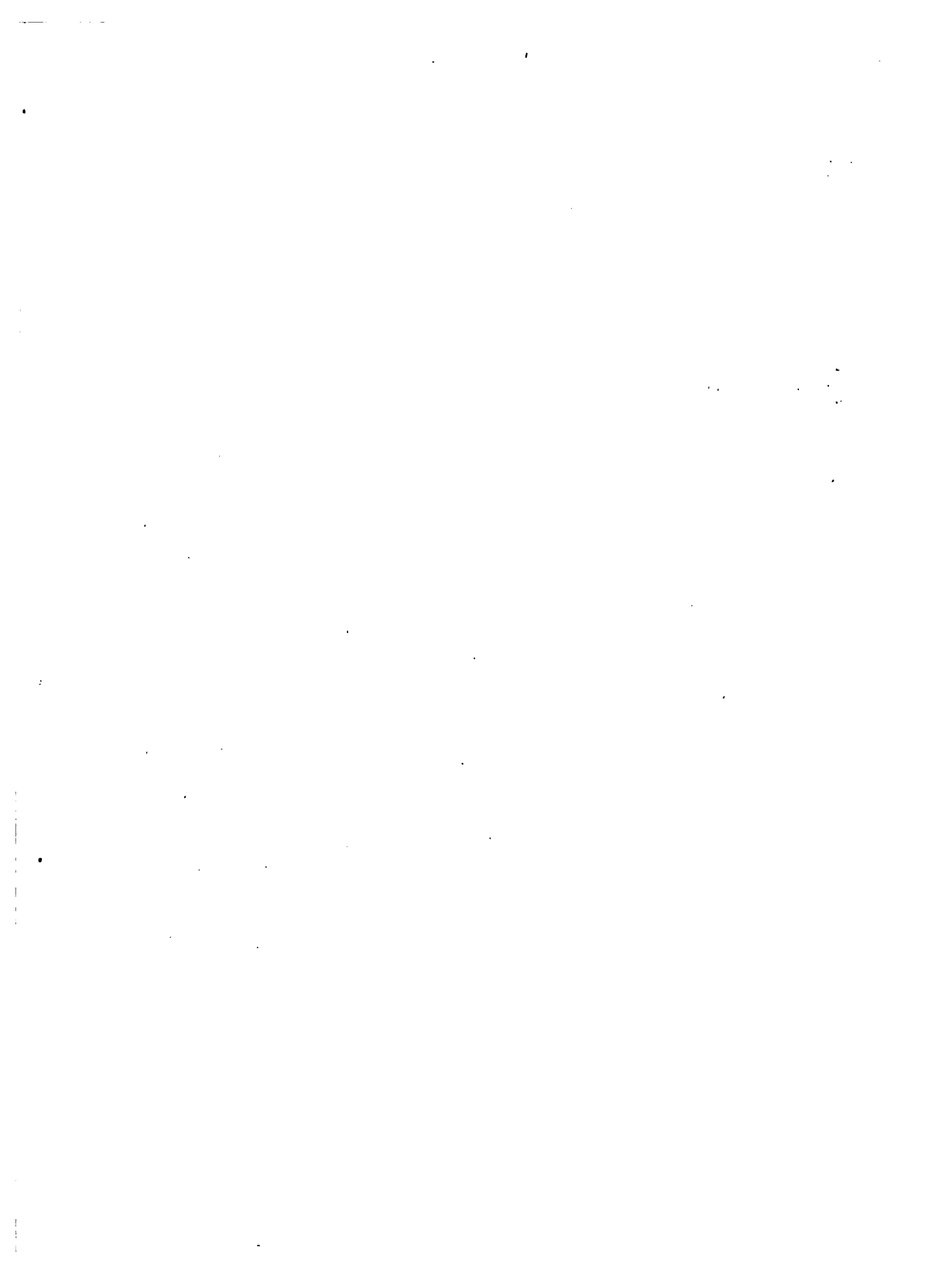
LIVRE II. PL. II



Les lettres dans les angles indiquent les diagrammes additionnés.







LIVRE II. PL. III

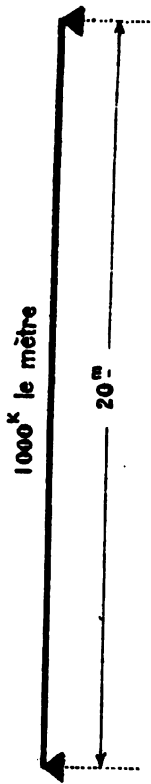


Fig. 26

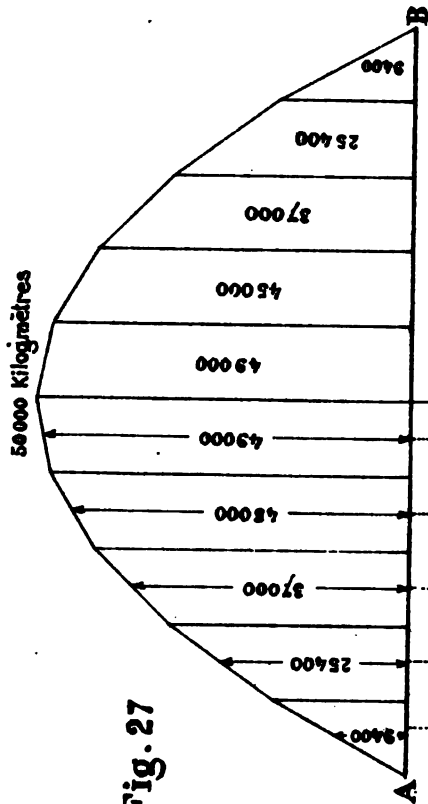


Fig. 27

Les traits interrompus sont les verticales des centres de gravité des trapèzes.

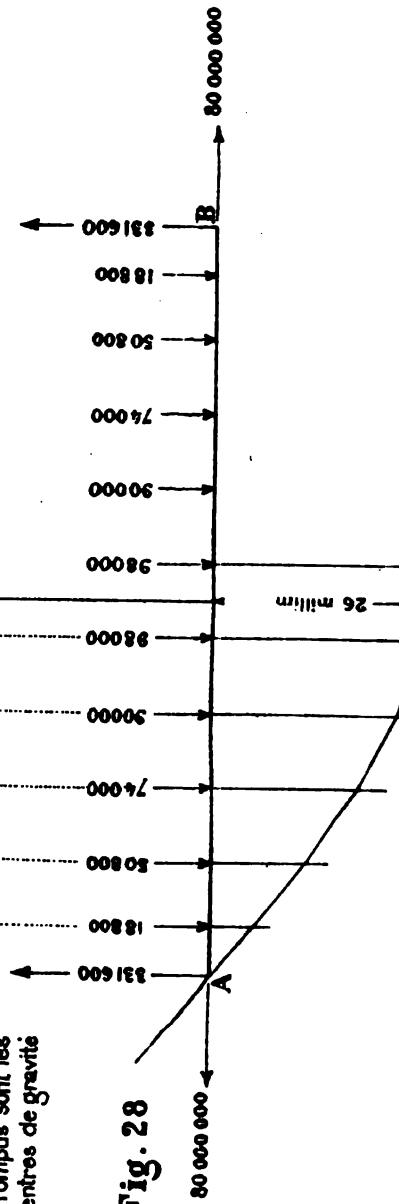


Fig. 28

Echelles :

des longueurs : $\frac{1}{200}$ soit 1 millim. pour 0.20
des moments : 1 millim. pour 1000 Kg mètres
des charges fictives : 1 millim. pour 3000
des EI : 1 millim. pour 3000 x 200

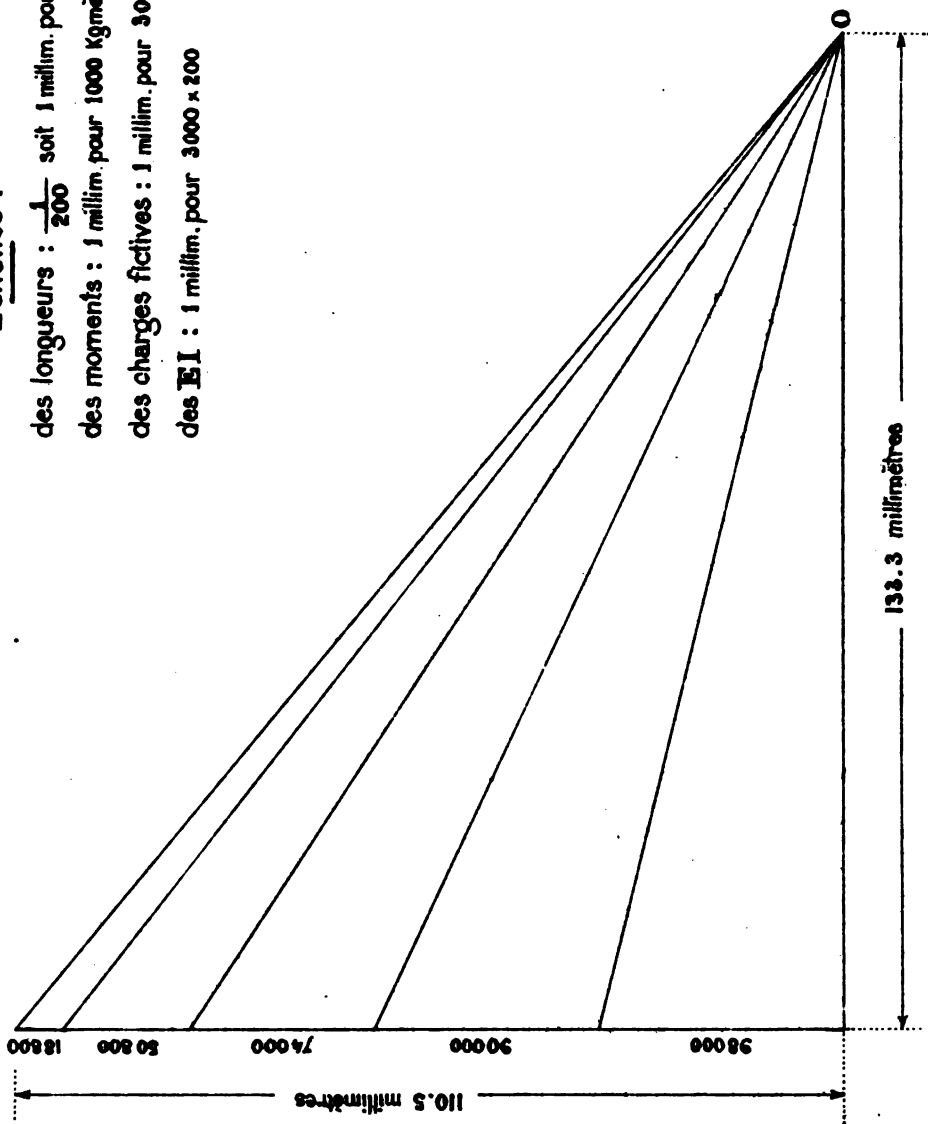
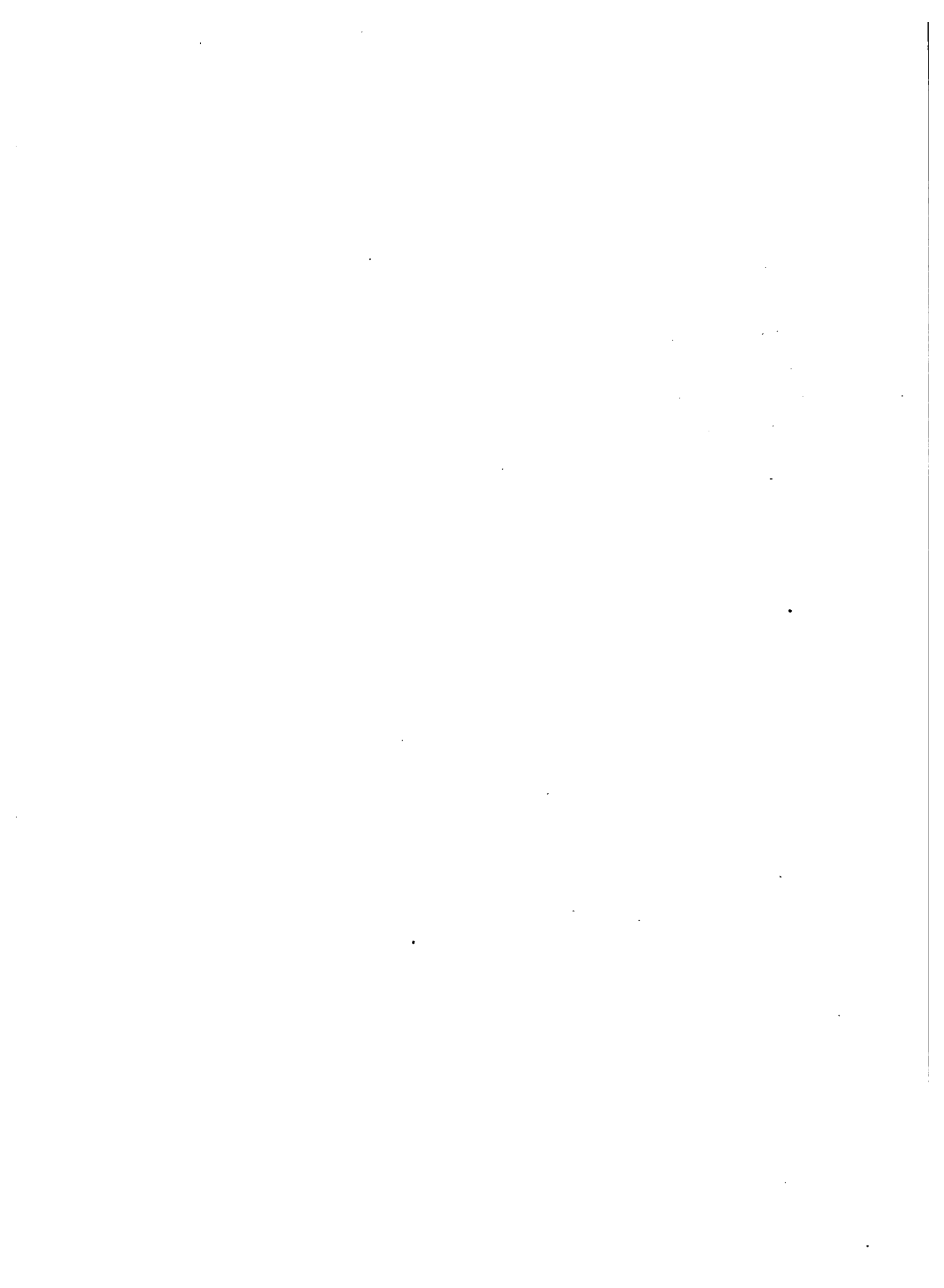


Fig. 29





LIVRE II. PL. IV

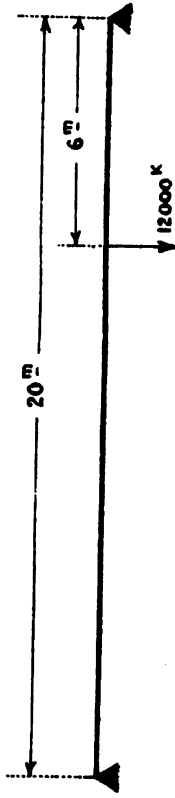


Fig. 30

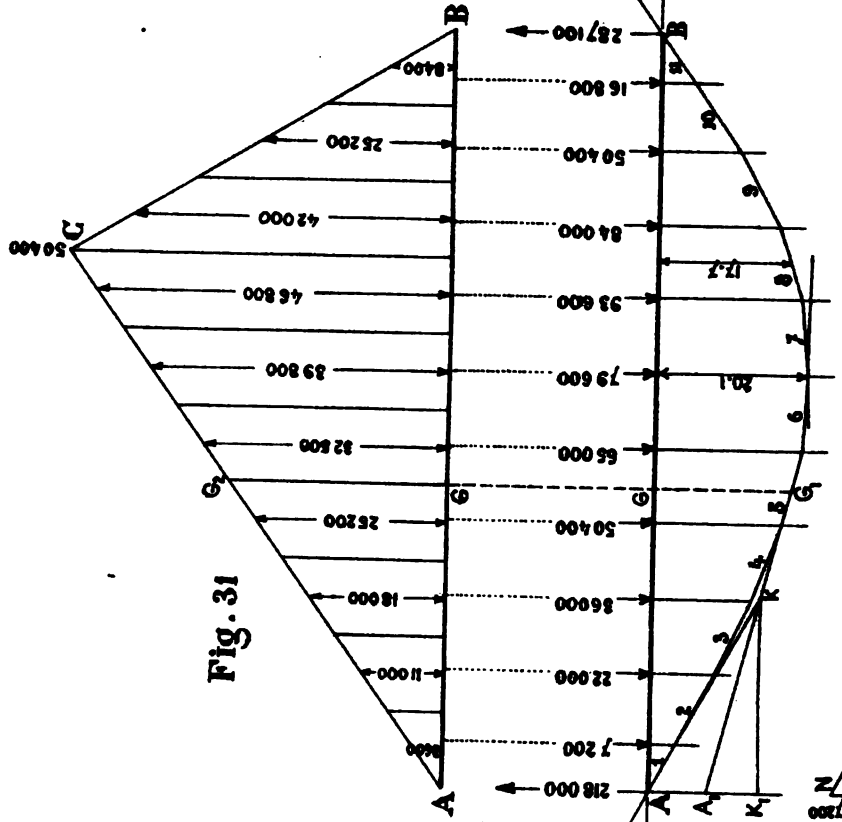


Fig. 31

Les traits interrompus sont les verticales des centres de gravité des trapèzes.

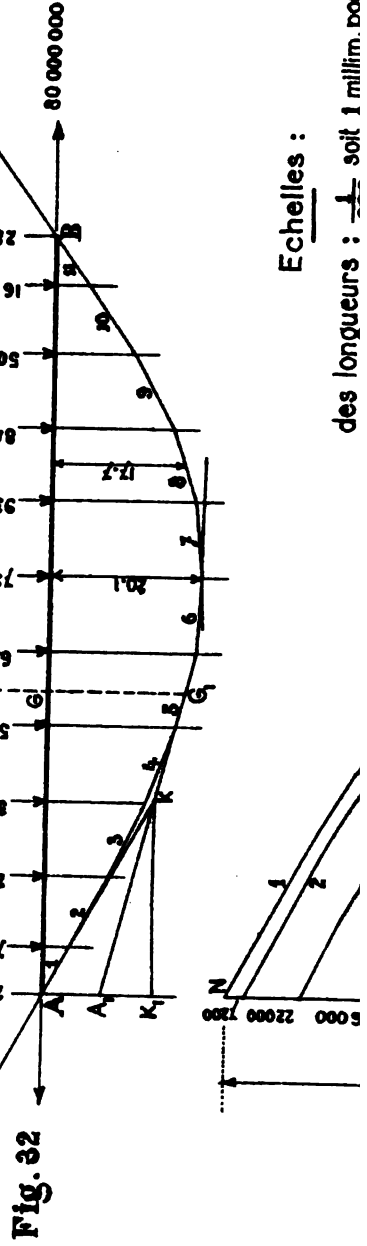
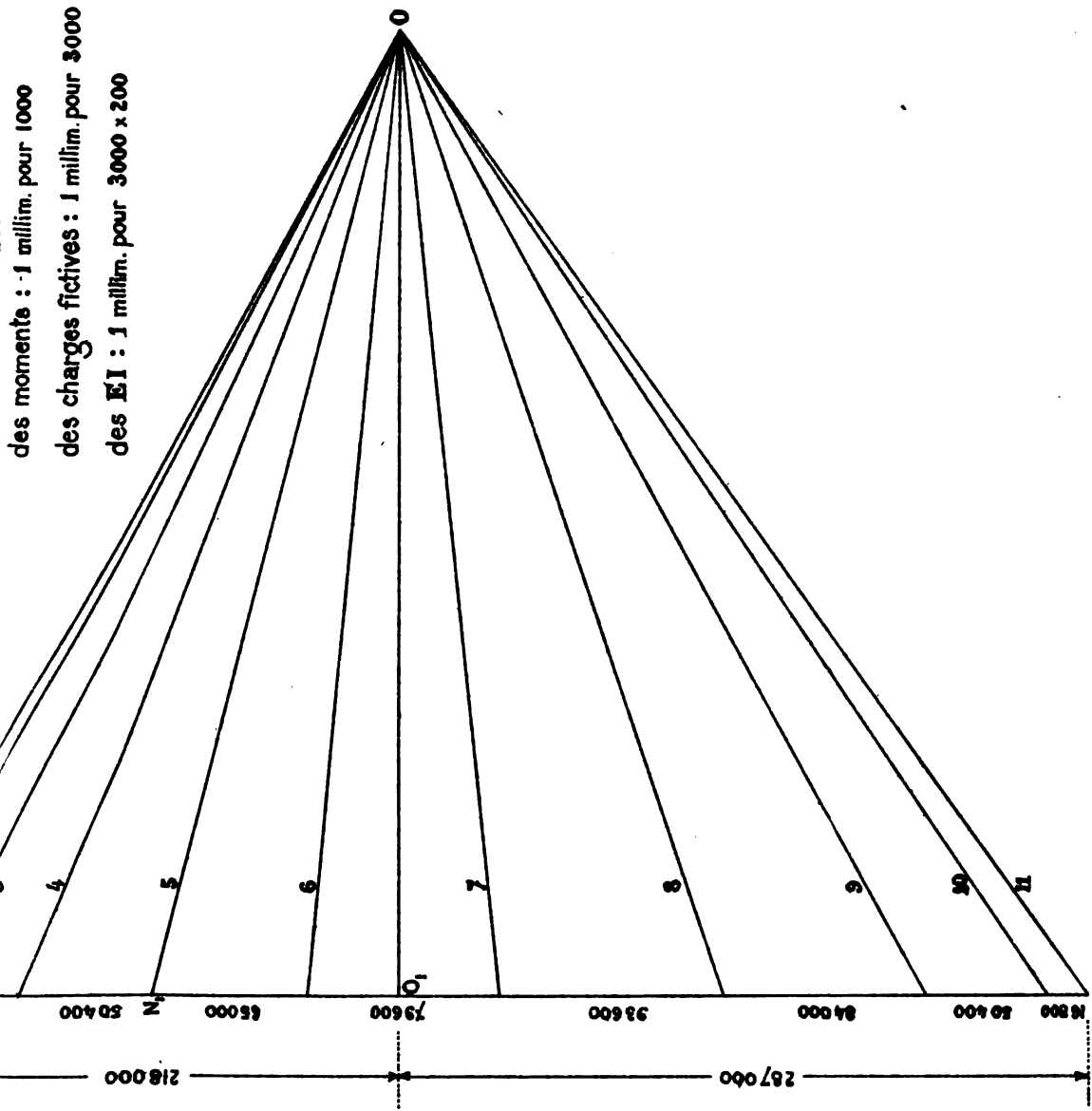


Fig. 32

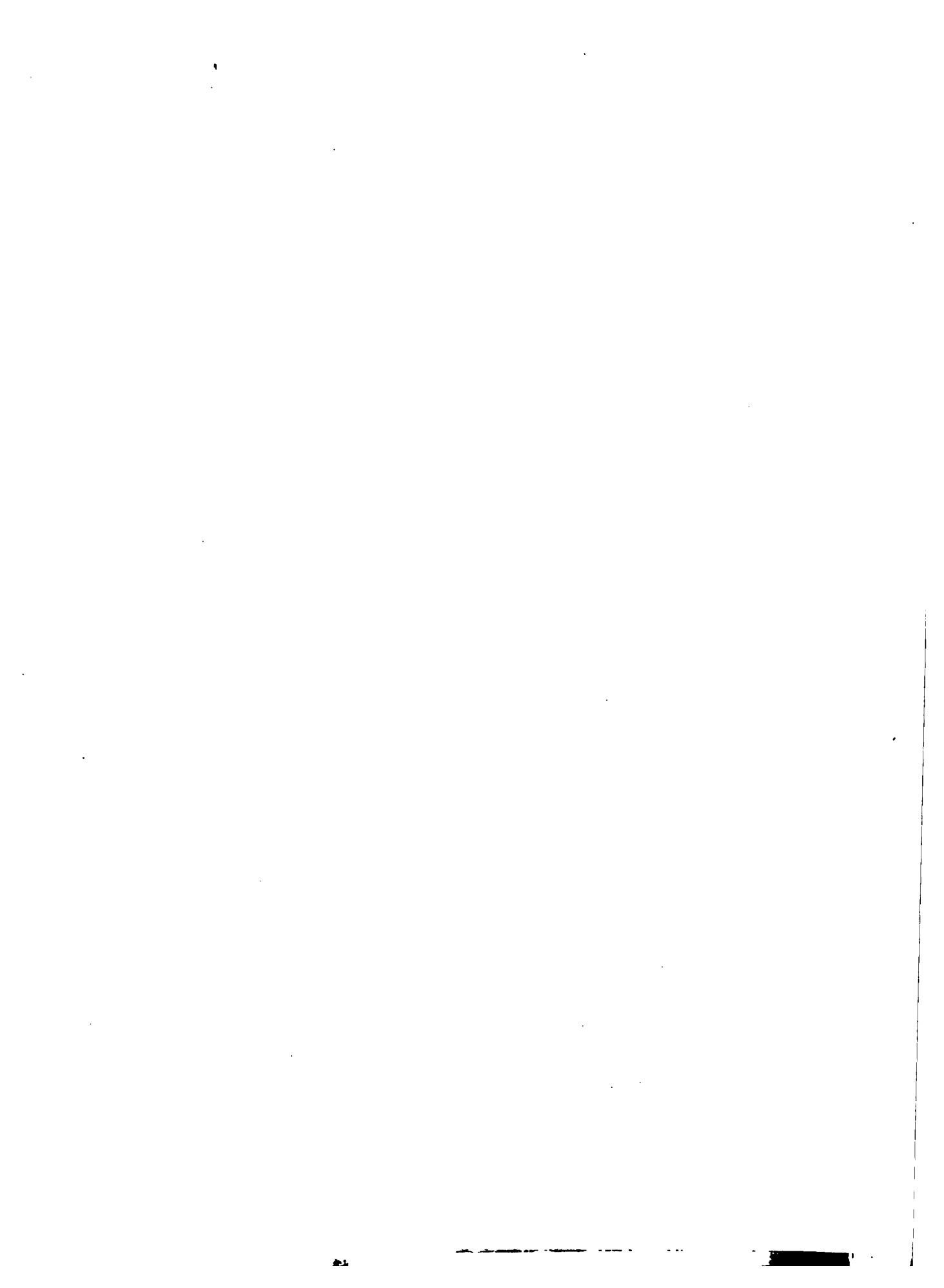
Echelles :

des longueurs : $\frac{1}{1000000}$ soit 1 millim. pour 0.20



des moments : 1 millim. pour 1000
 des charges fictives : 1 millim. pour 3000
 des EI : 1 millim. pour 3000 x 200

Fig. 33



LIVRE II. PL. V

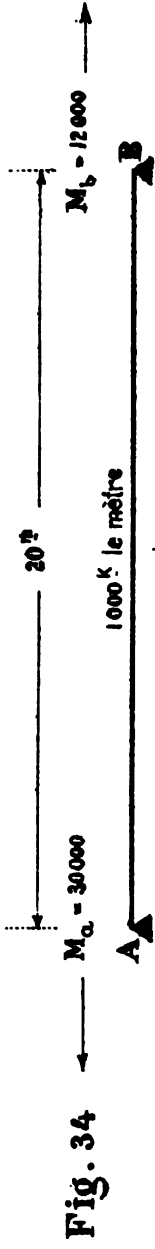


Fig. 35

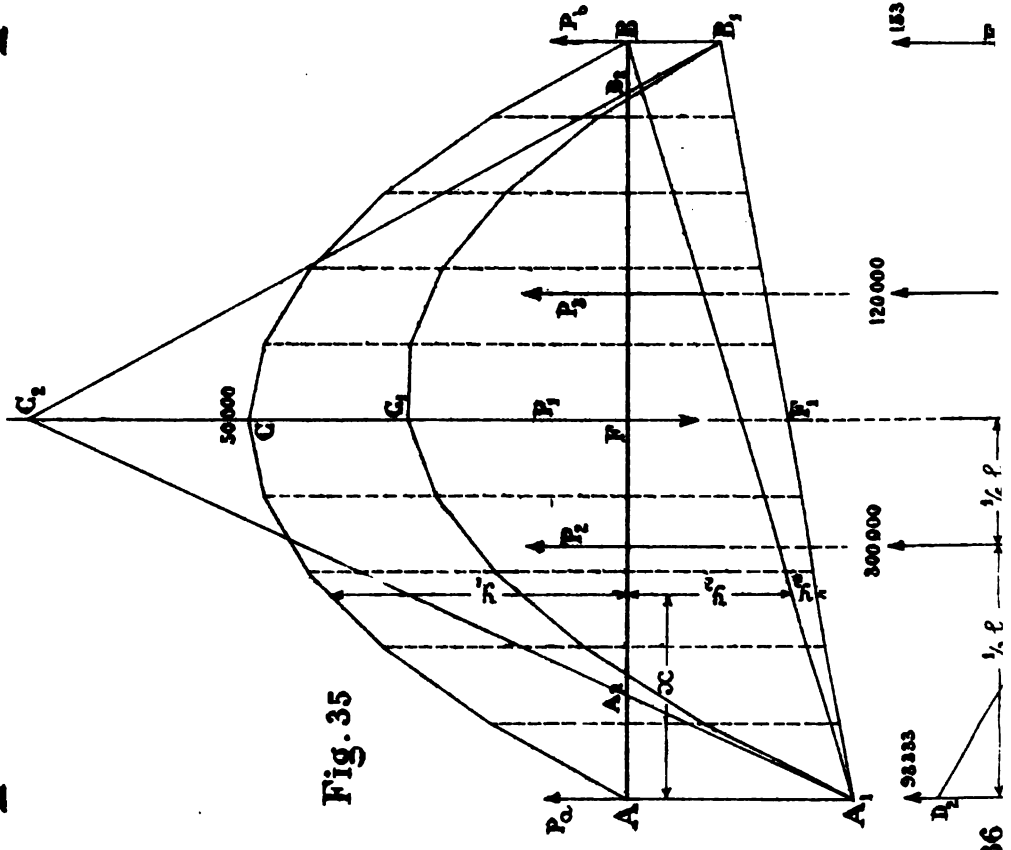
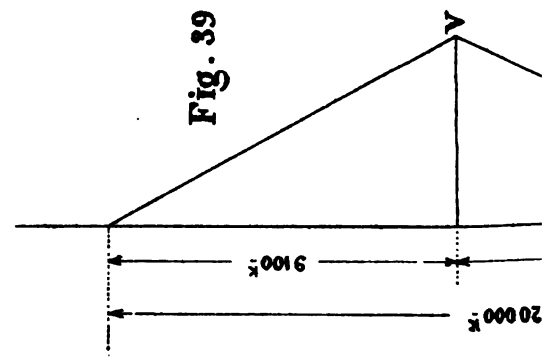


Fig. 36

Fig. 39



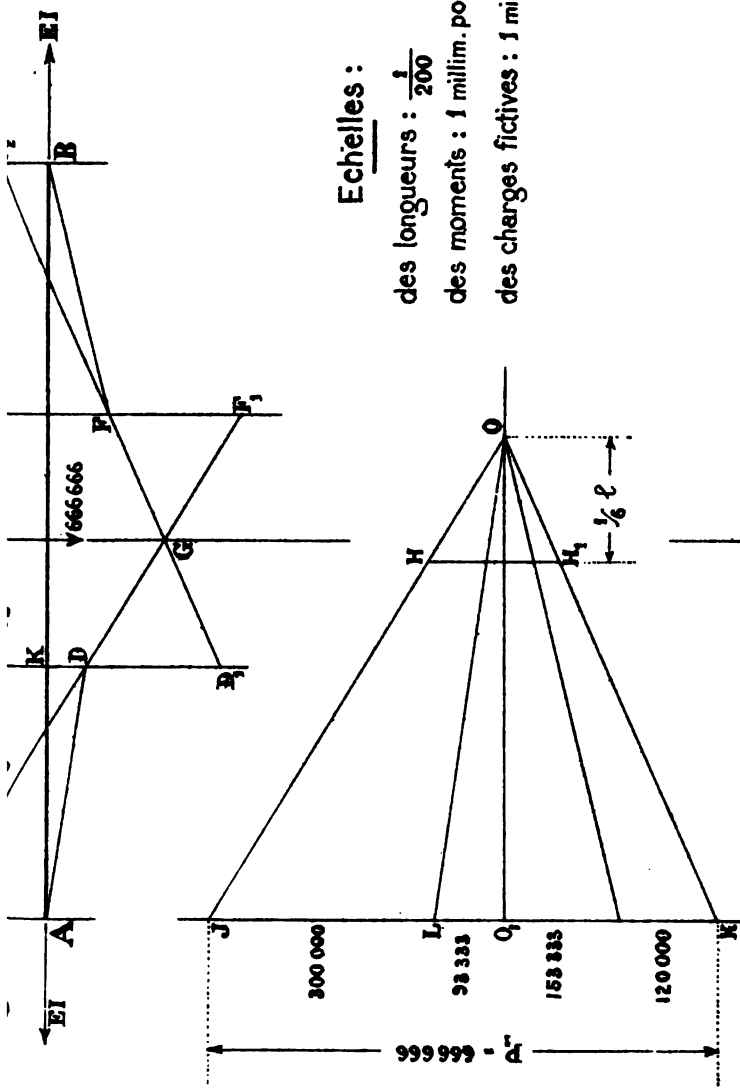


Fig. 37

Echelles :
 des longueurs : $\frac{1}{200}$
 des moments : $1 \text{ millim. pour } 1000$
 des charges fictives : $1 \text{ millim. pour } 10000$

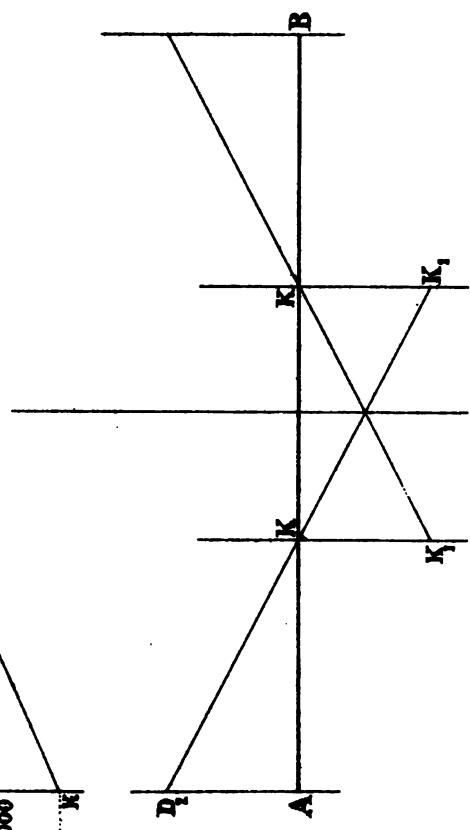
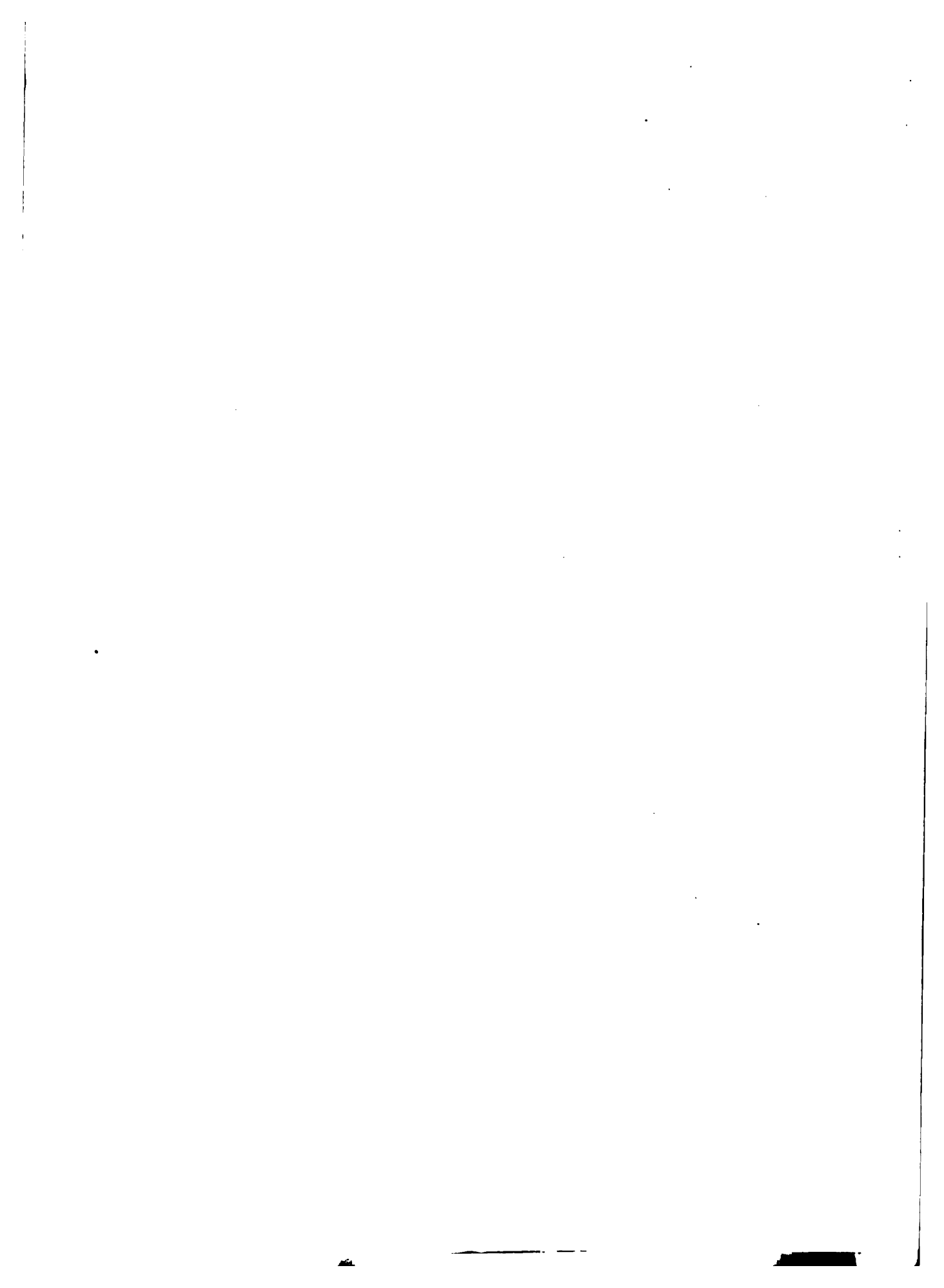
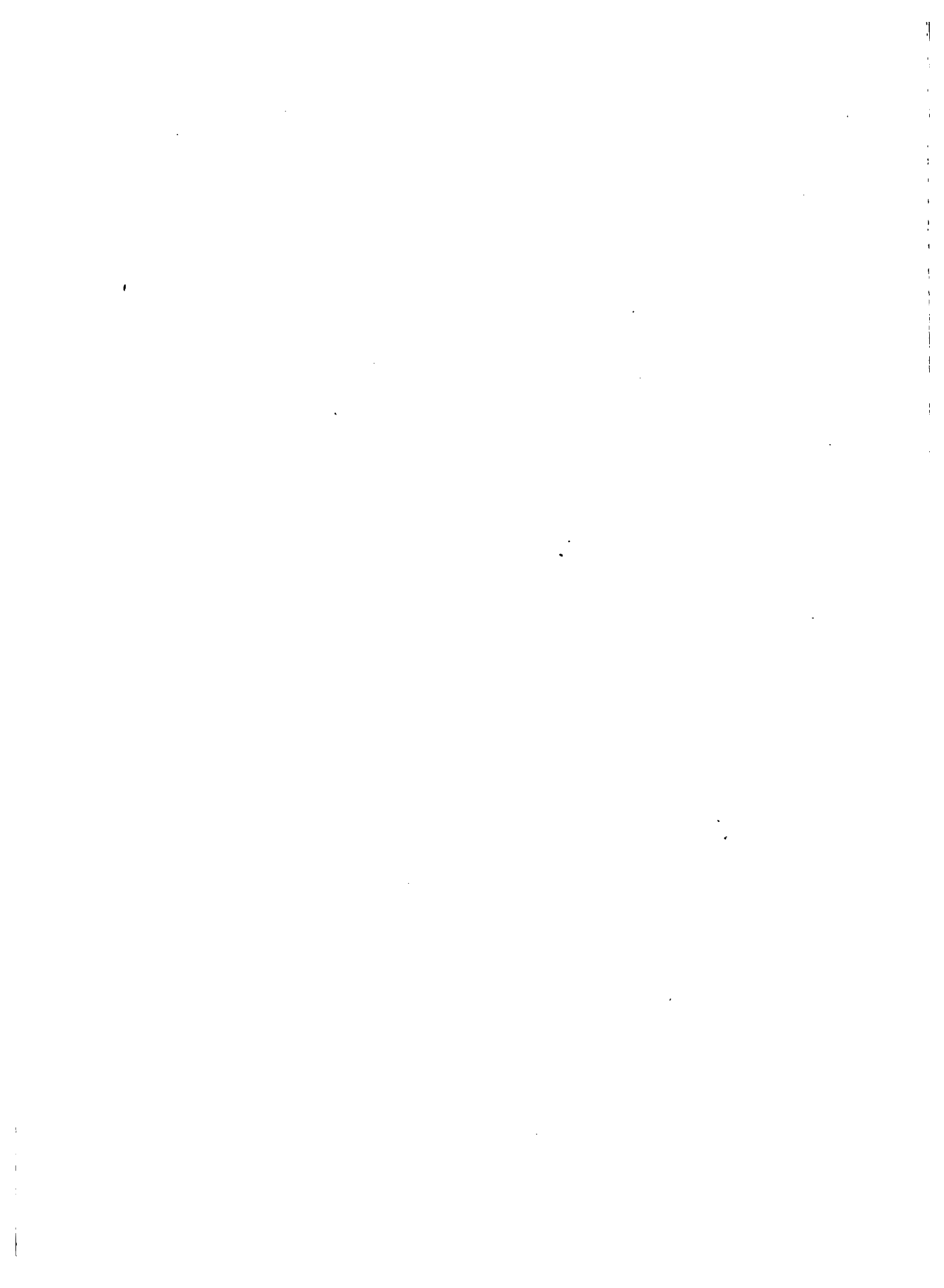


Fig. 38





LIVRE II. PL. VI

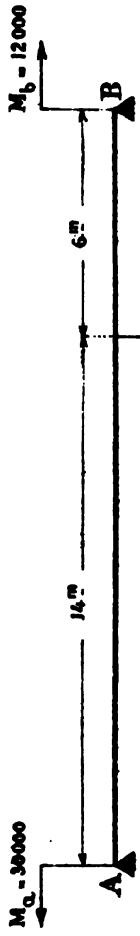


Fig. 40

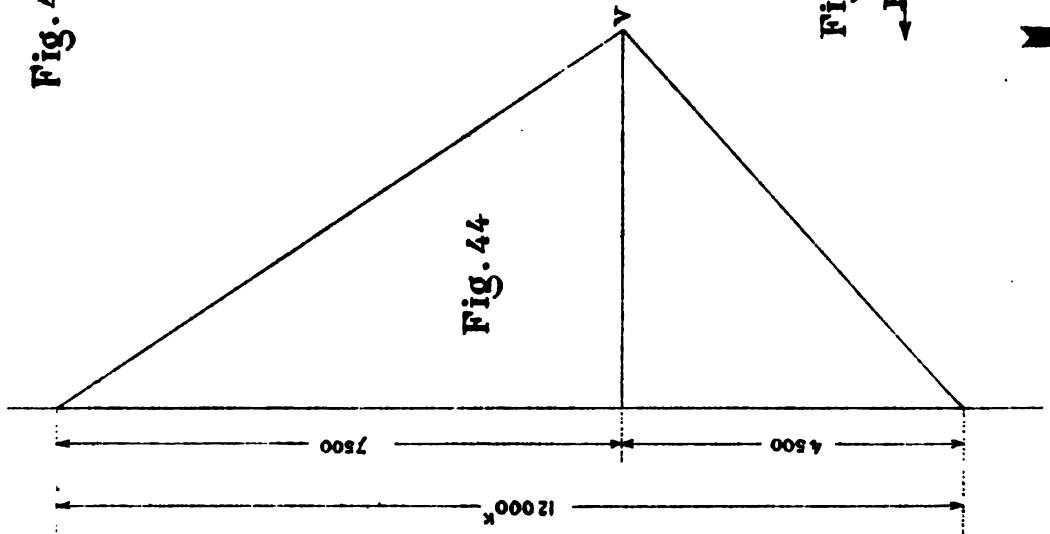


Fig. 44

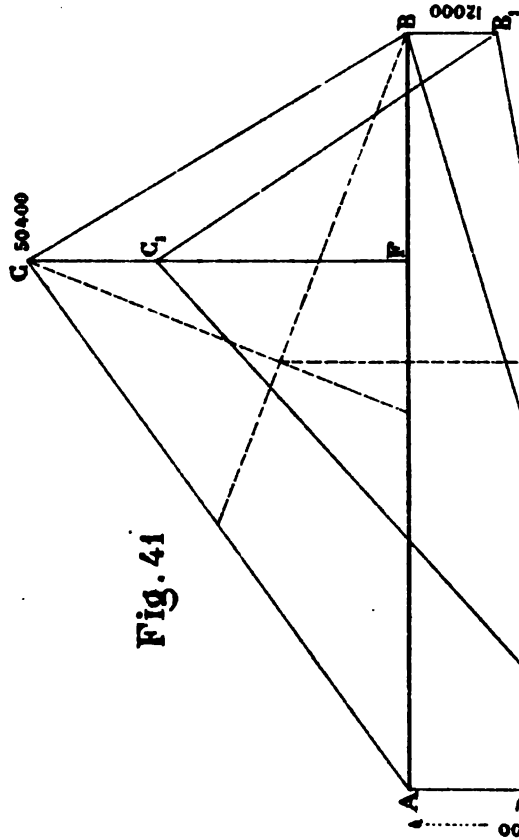


Fig. 41

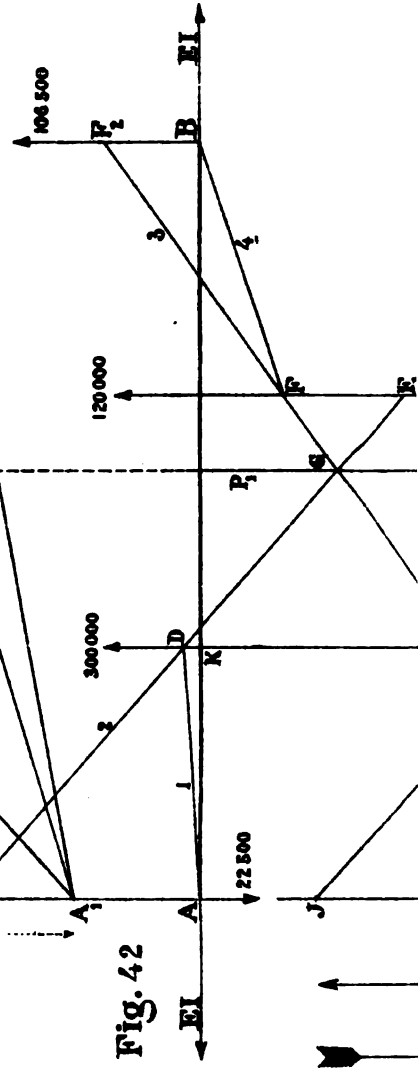


Fig. 42

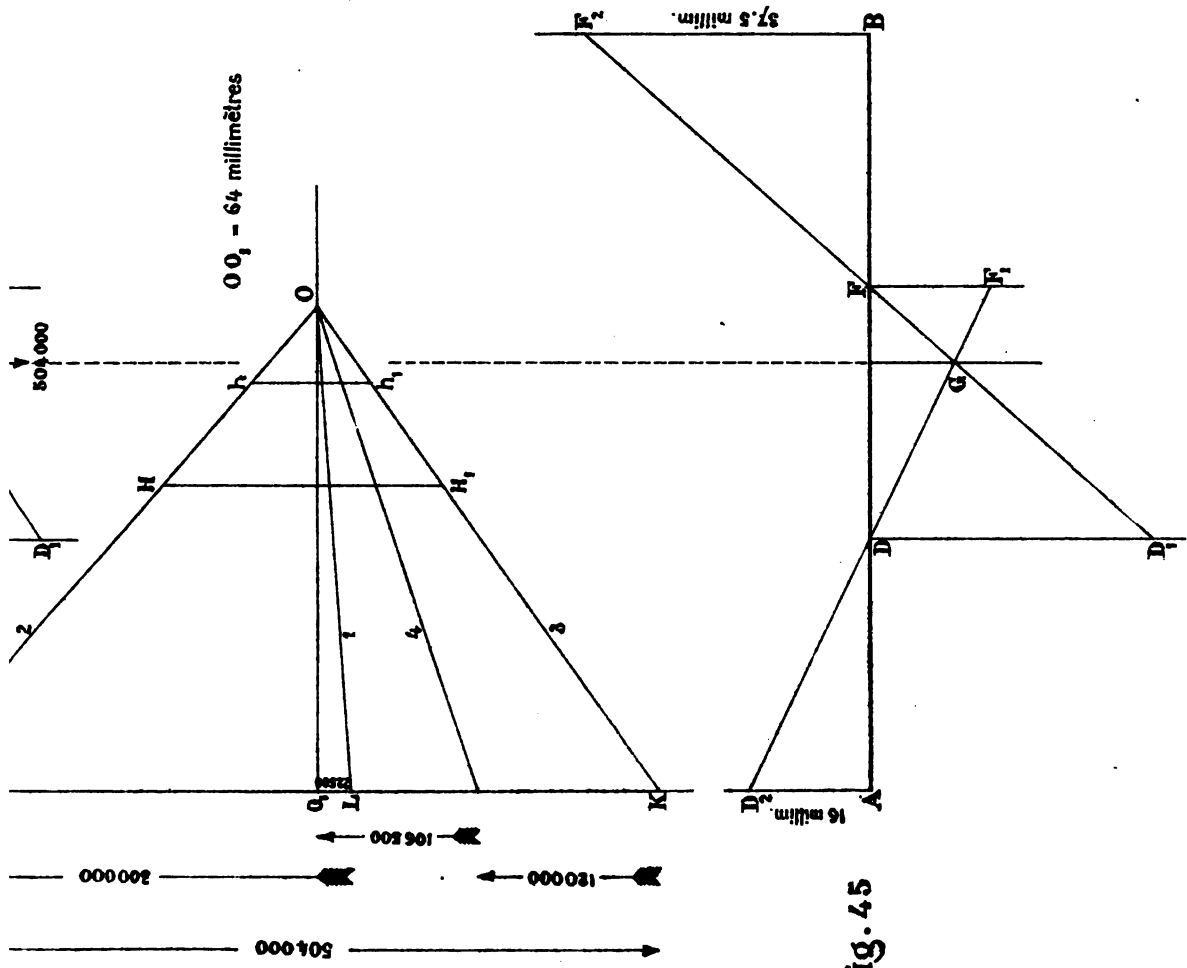
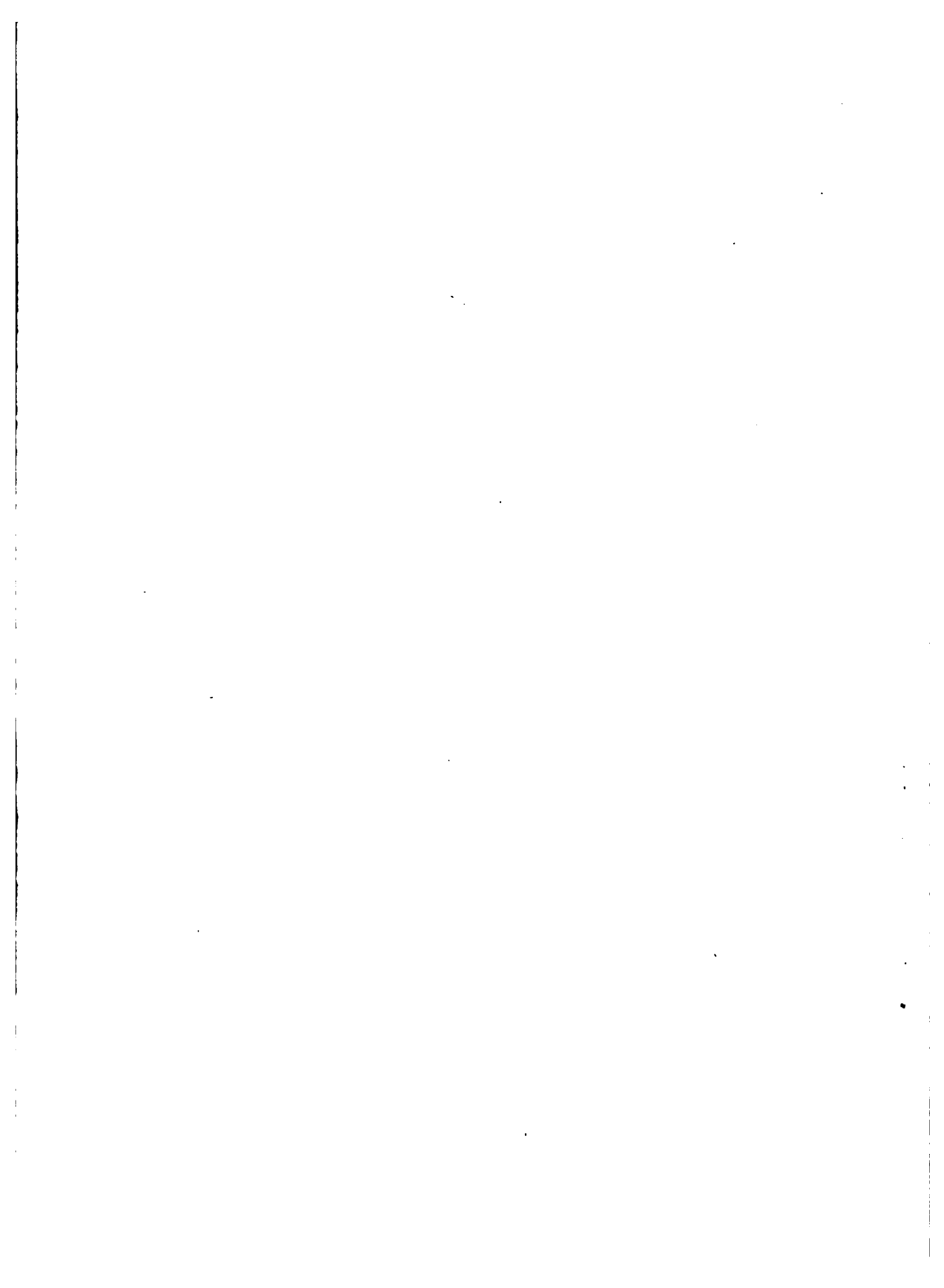


Fig. 43

Fig. 45



LIVRE II. PL. VII

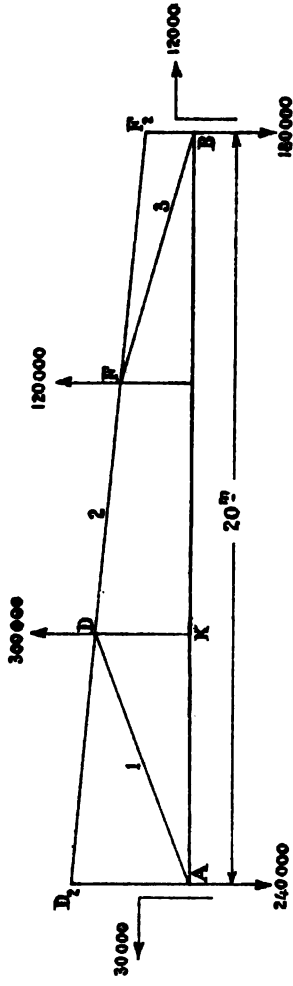


Fig. 46

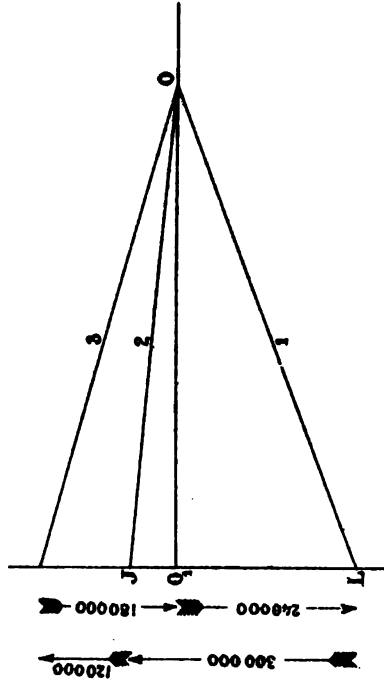


Fig. 47

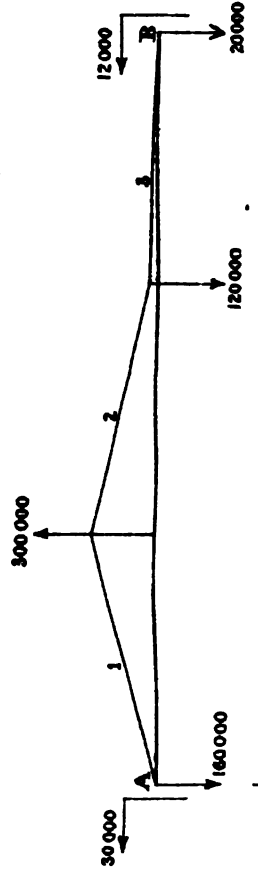


Fig. 48

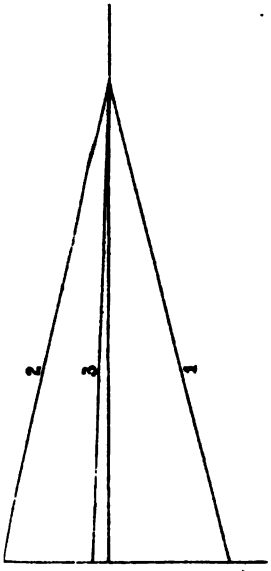


Fig. 49

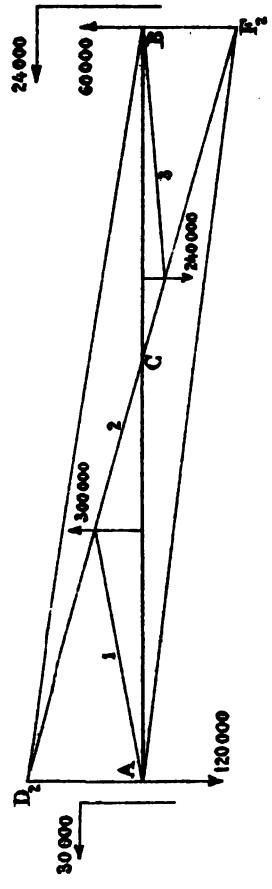


Fig. 50

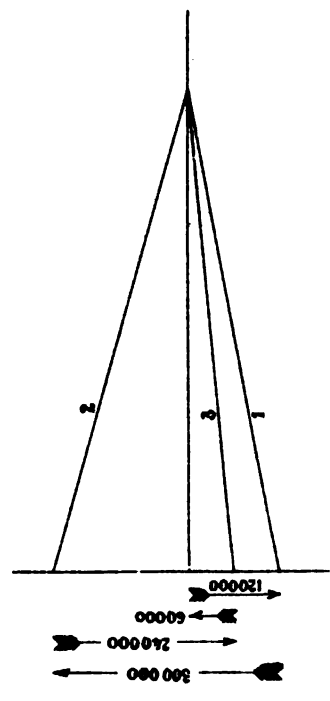
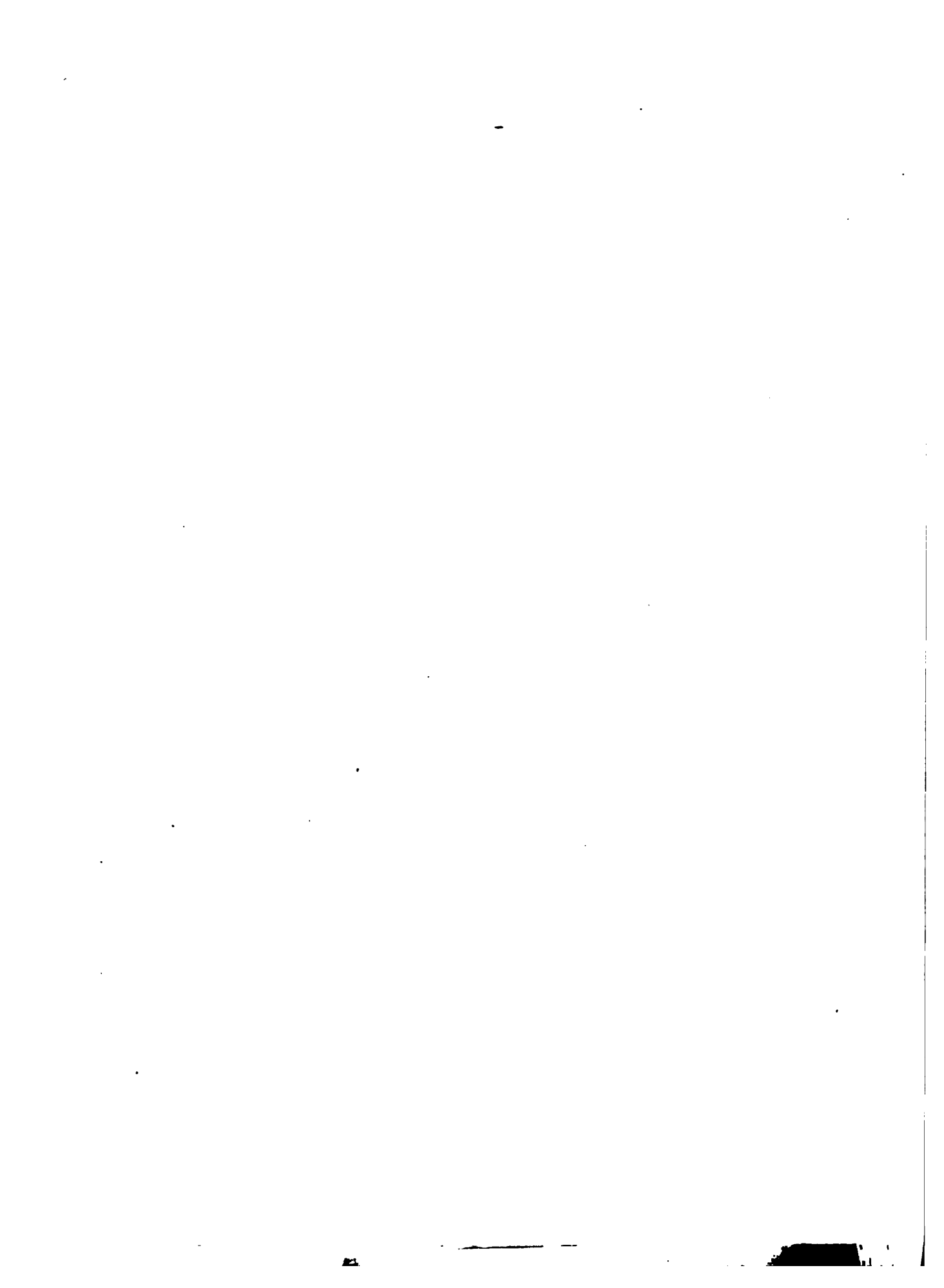


Fig. 51



LIVRE II. PL. VIII

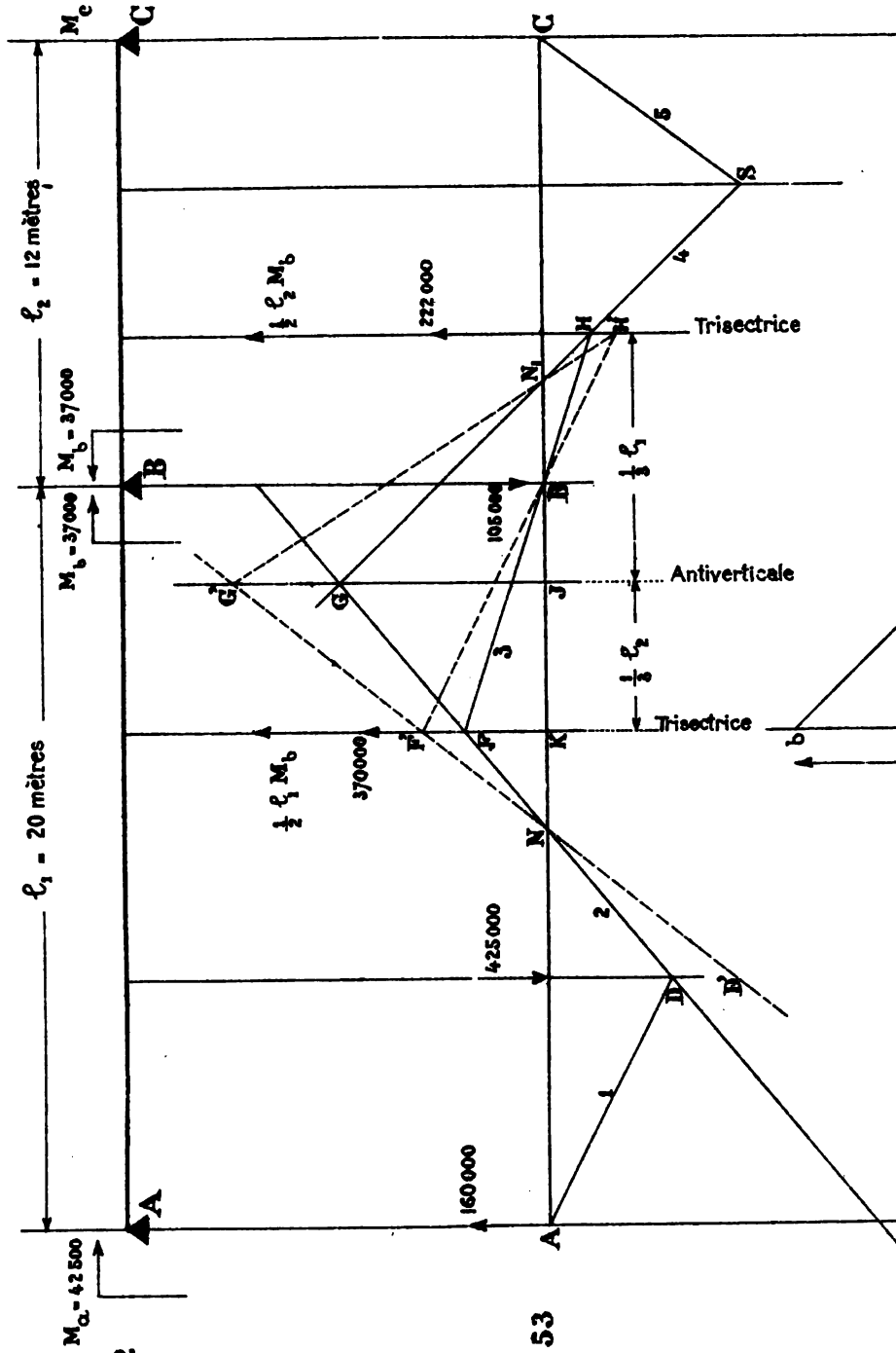


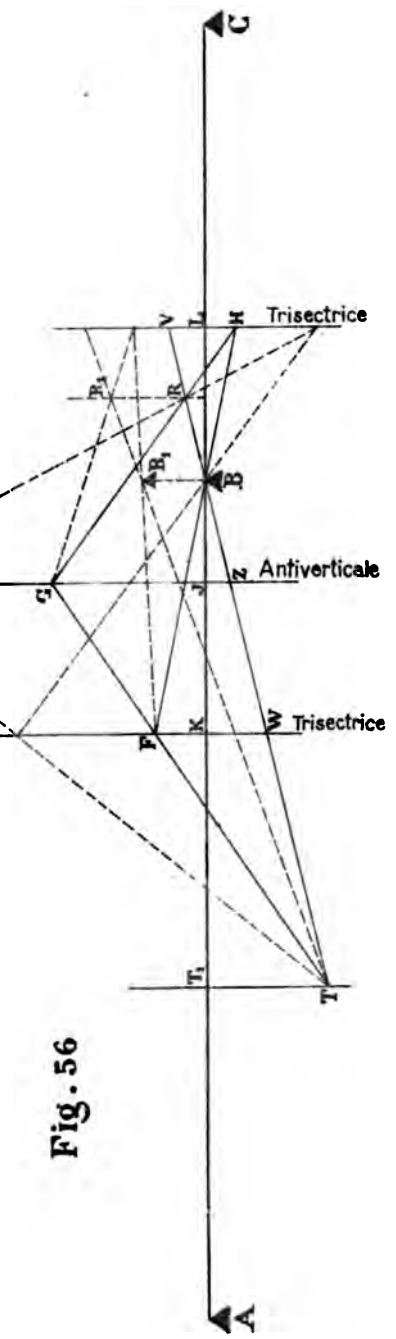
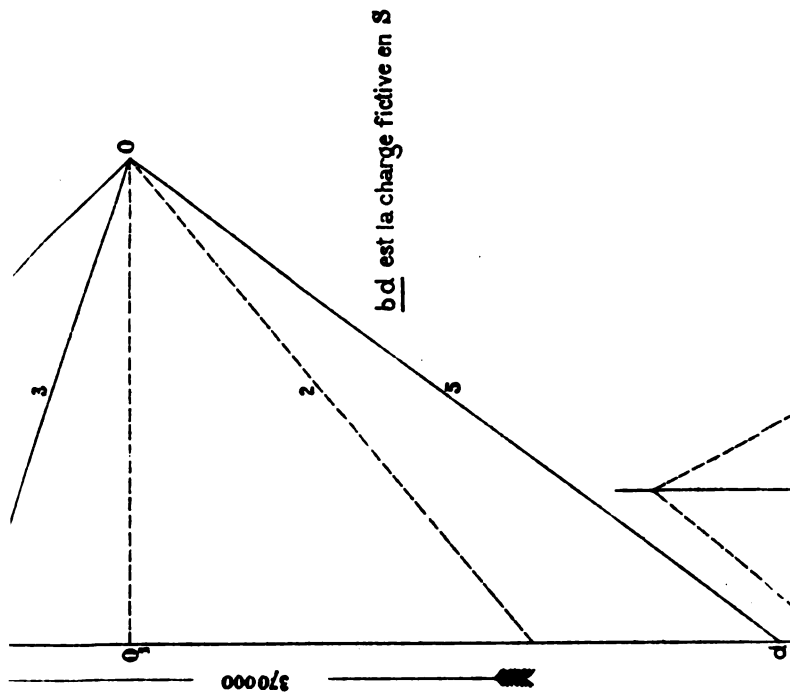
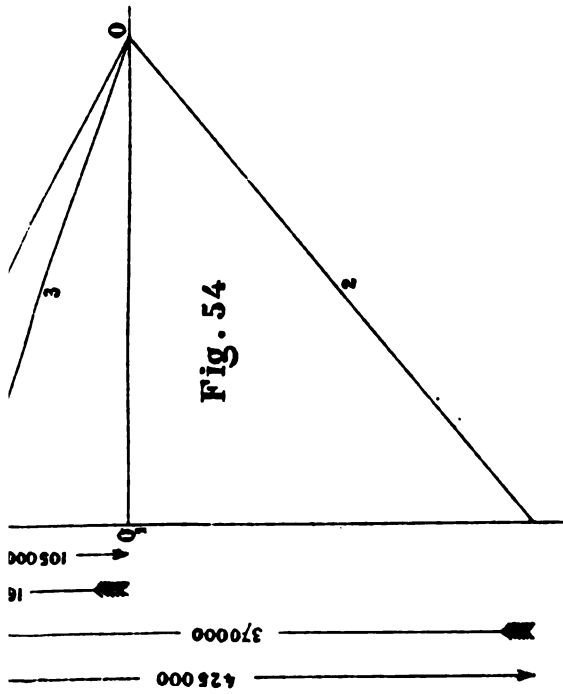
Fig. 52

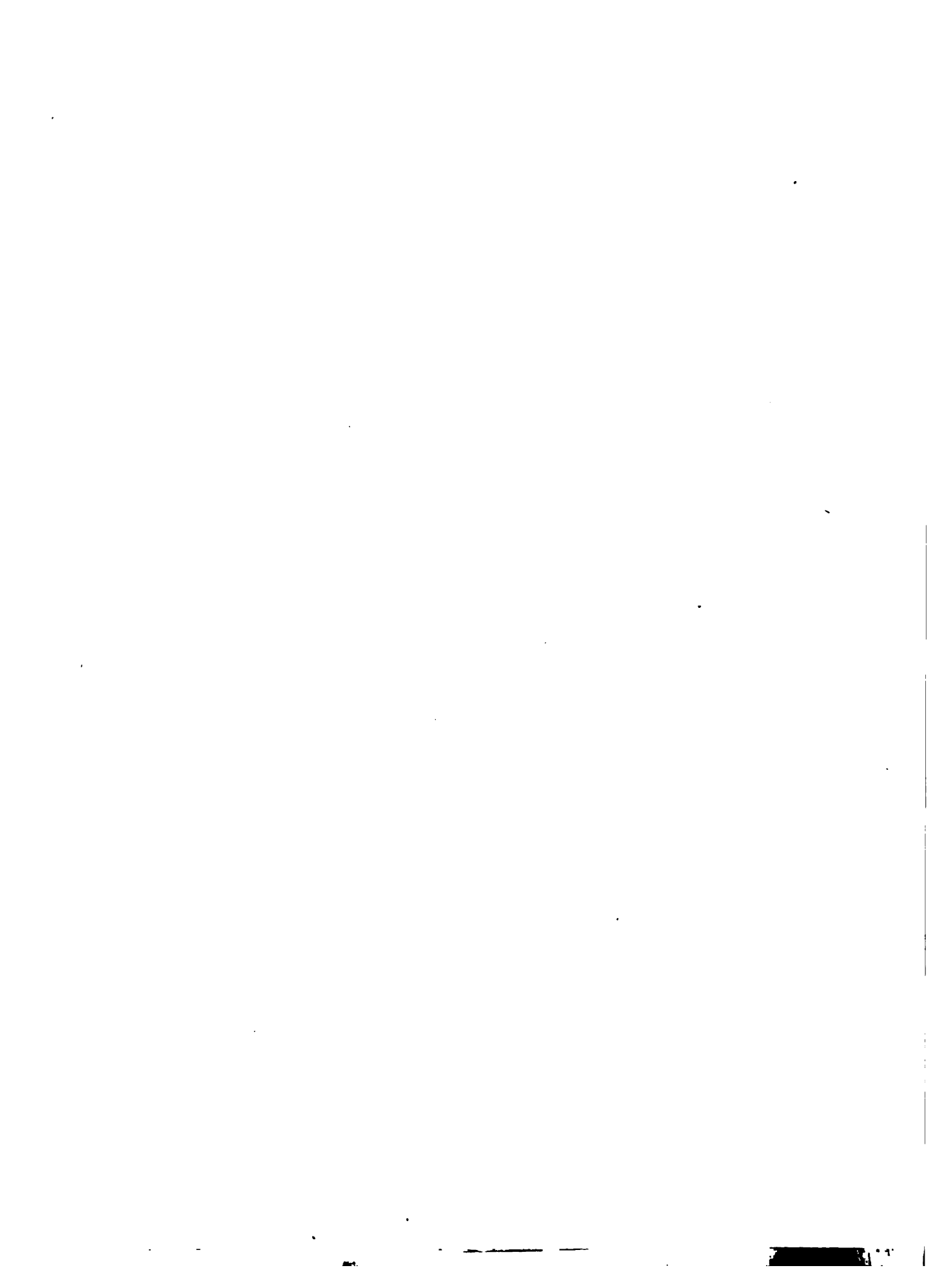
Fig. 53

Ech. des charges fictives :
1 millim. = 5000



Fig. 55





LIVRE II. PL. IX

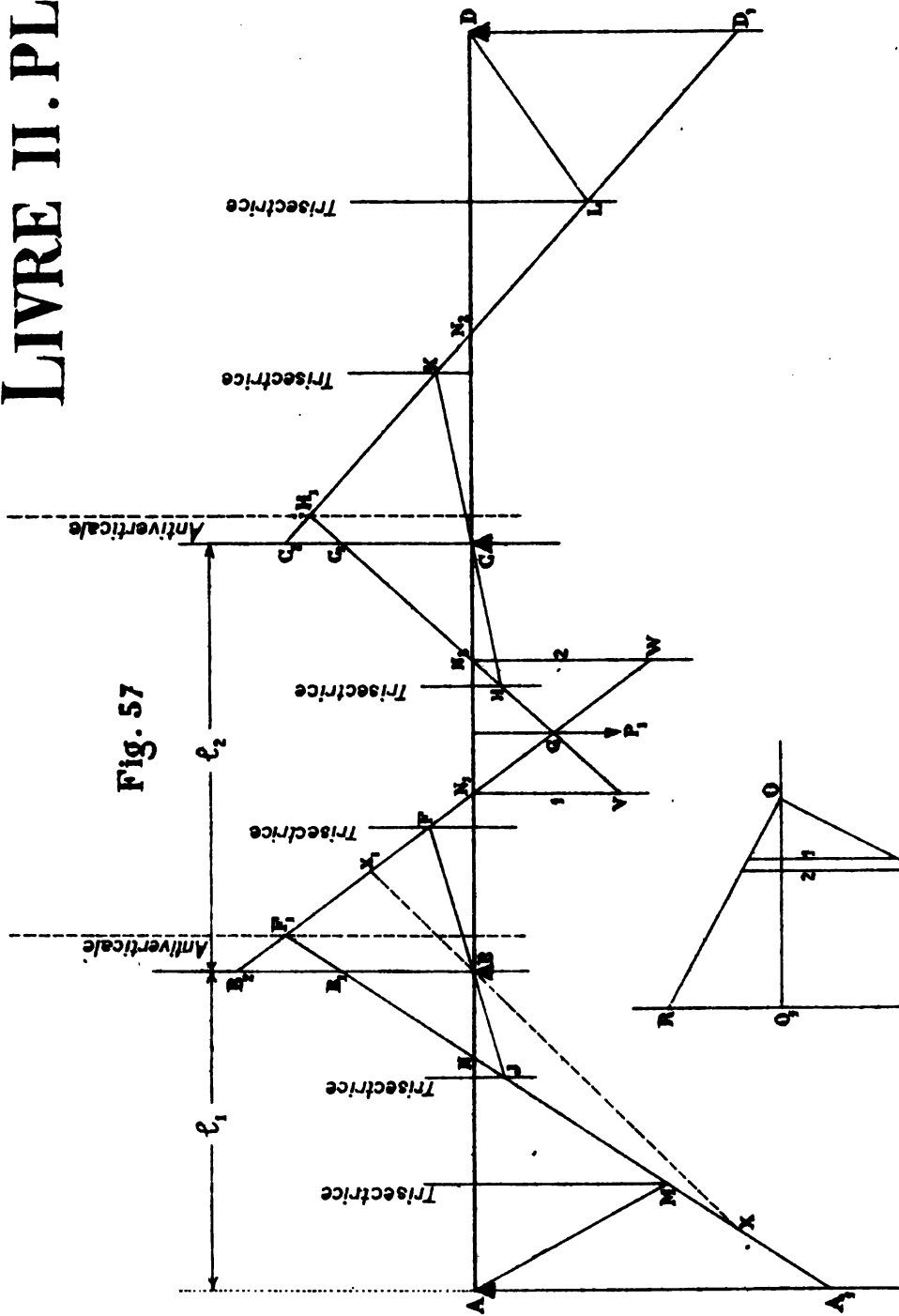


Fig. 57

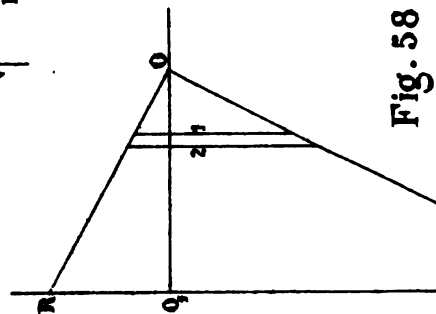
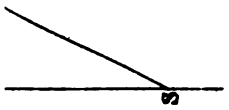
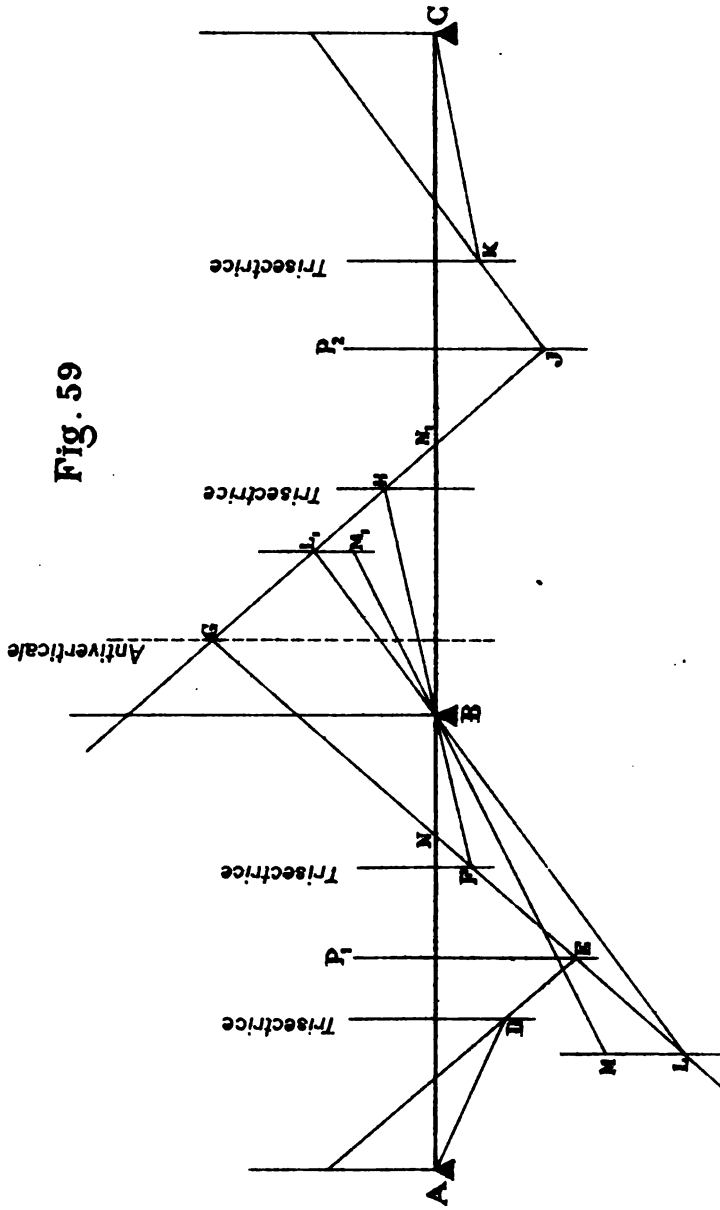
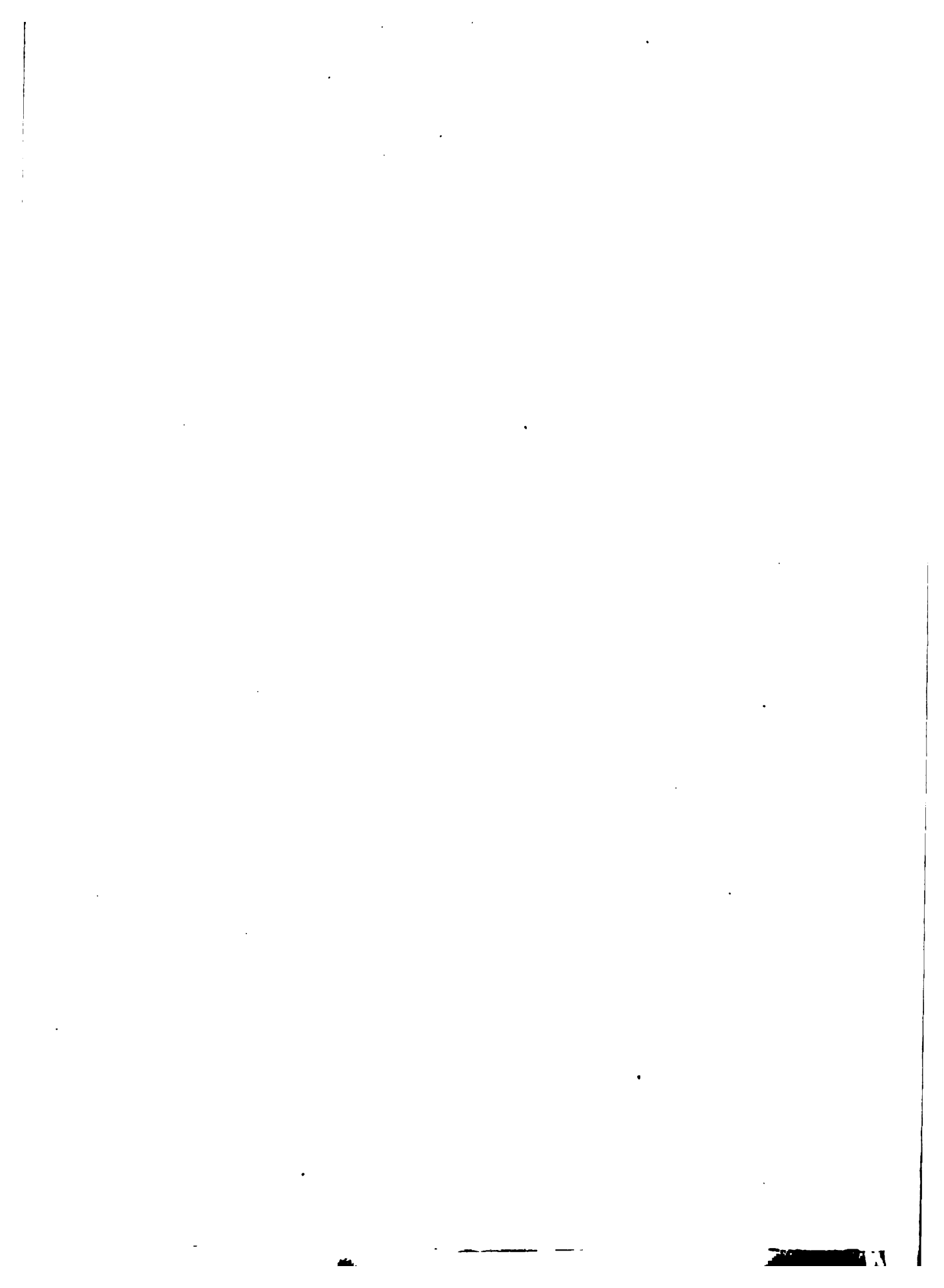
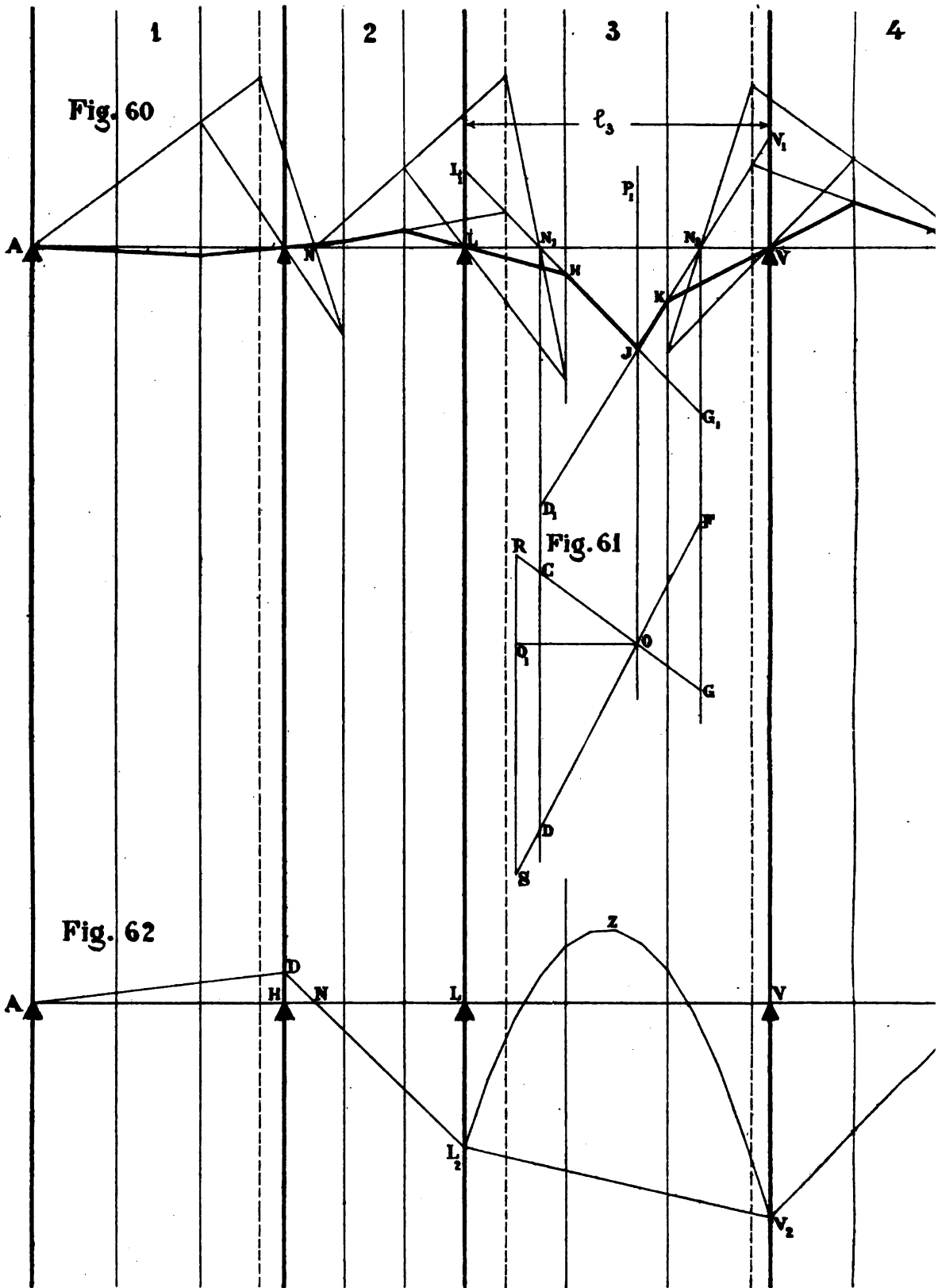


Fig. 58

Fig. 59

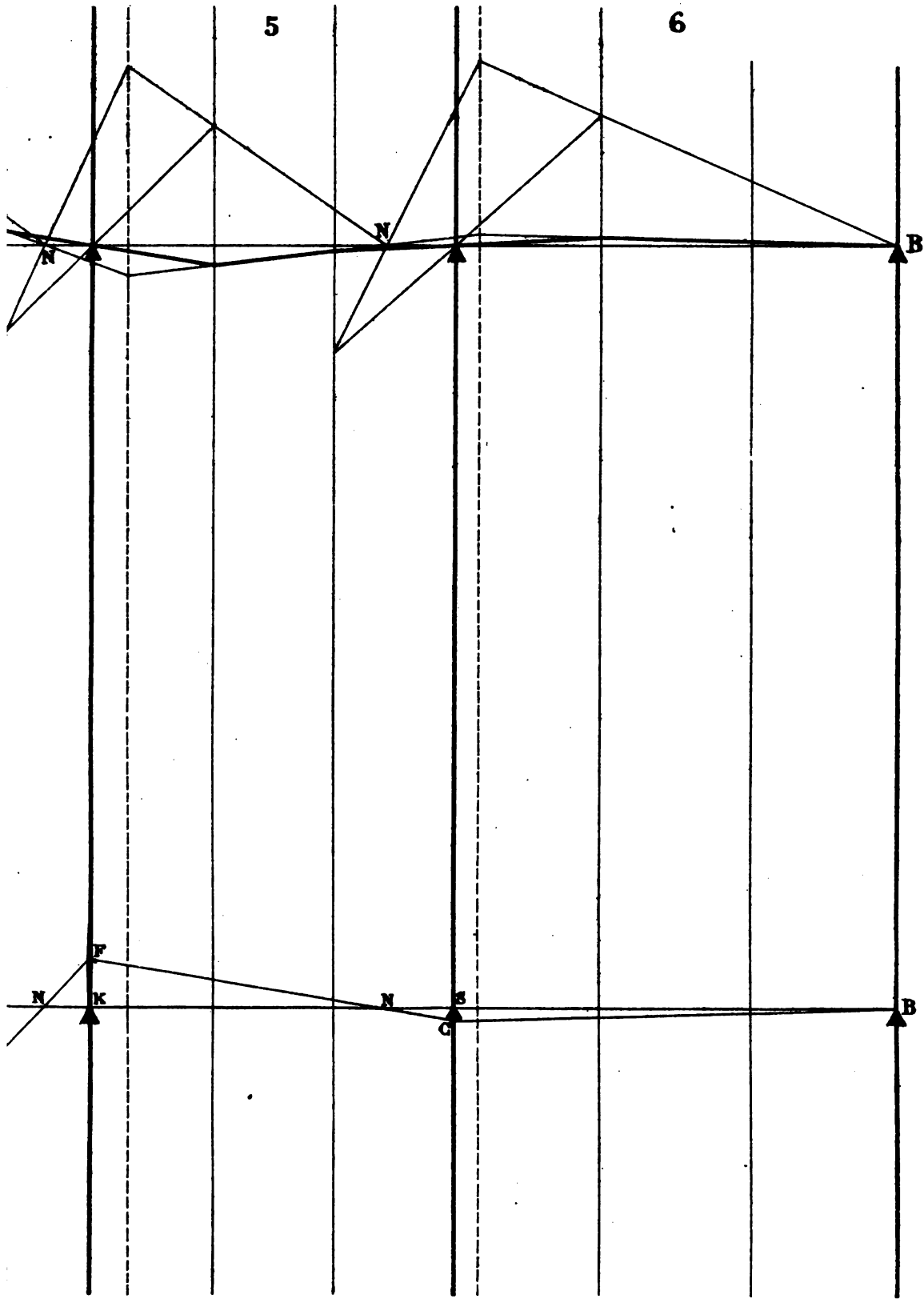




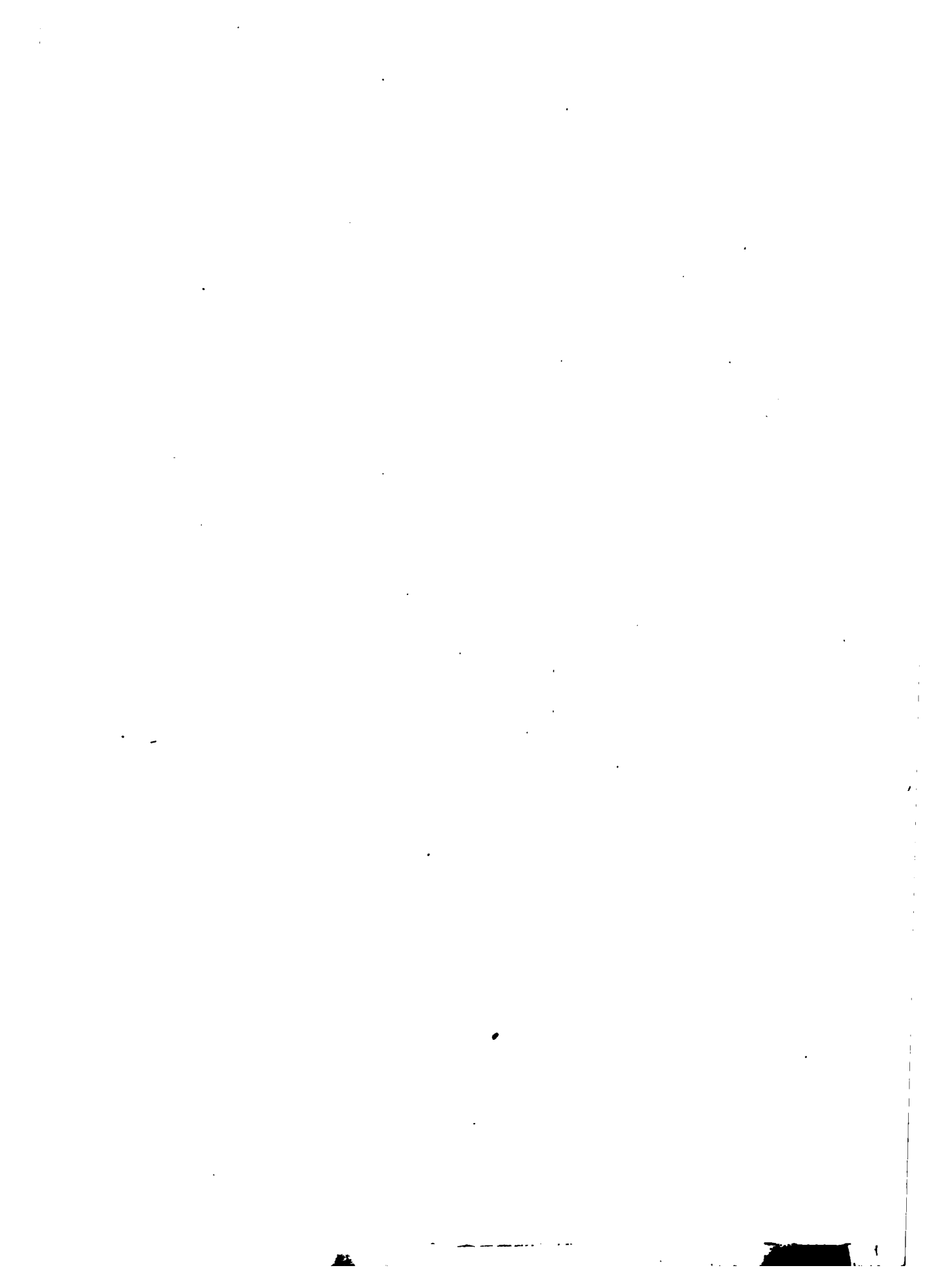


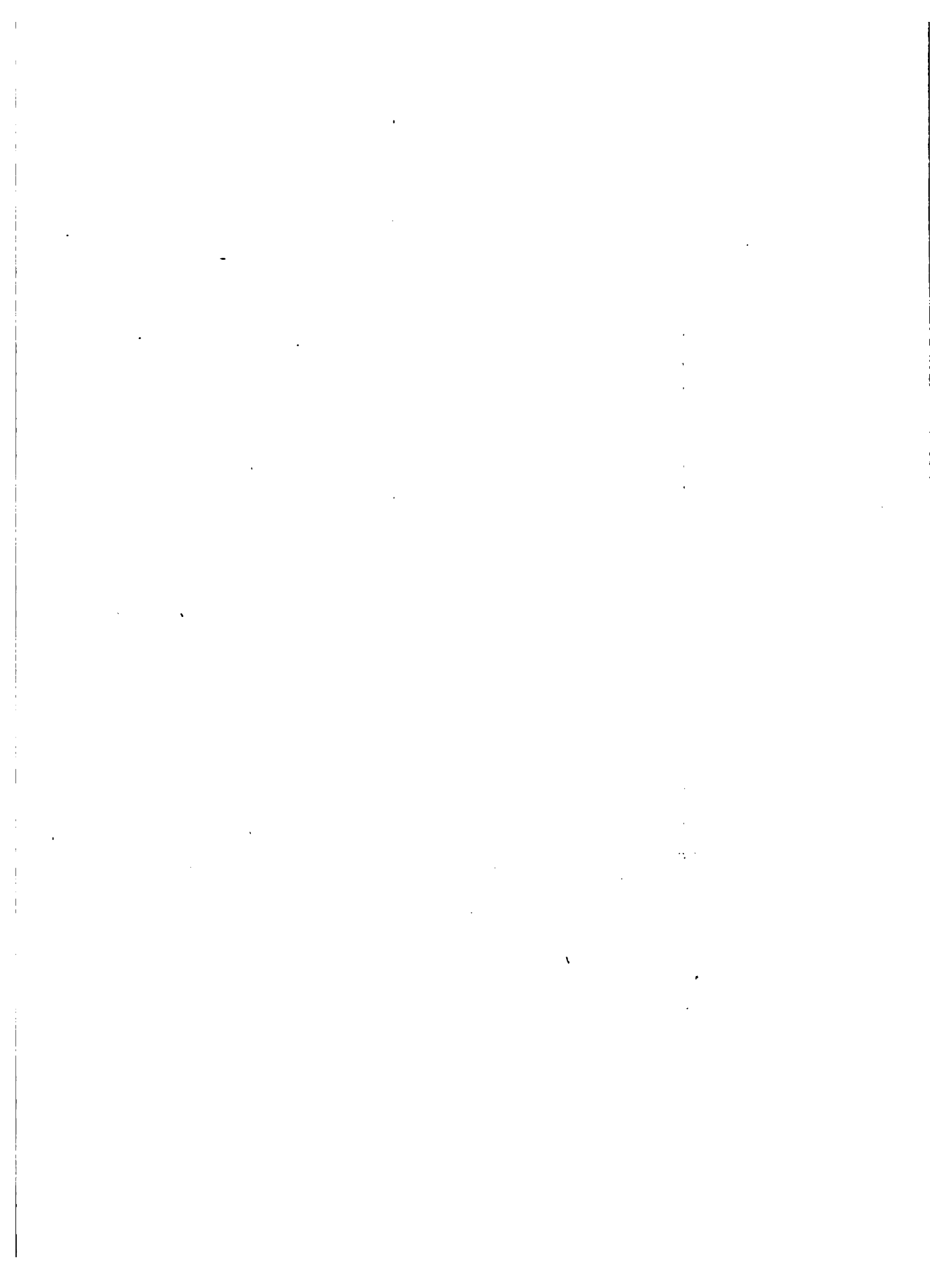
Les gros trai
 Les traits int
 Les traits fin

LIVRE II. PL. X



s sont les verticales des appuis.
 rompus, les antiverticales.
 sont les trisectrices.





1

2

Fig. 63

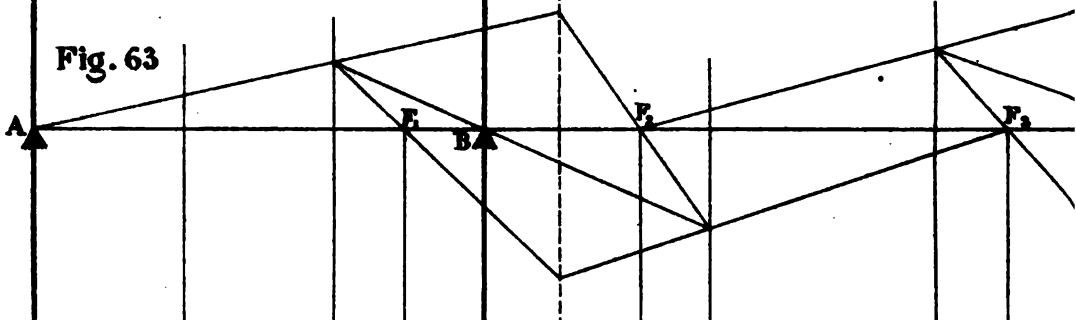


Fig. 64

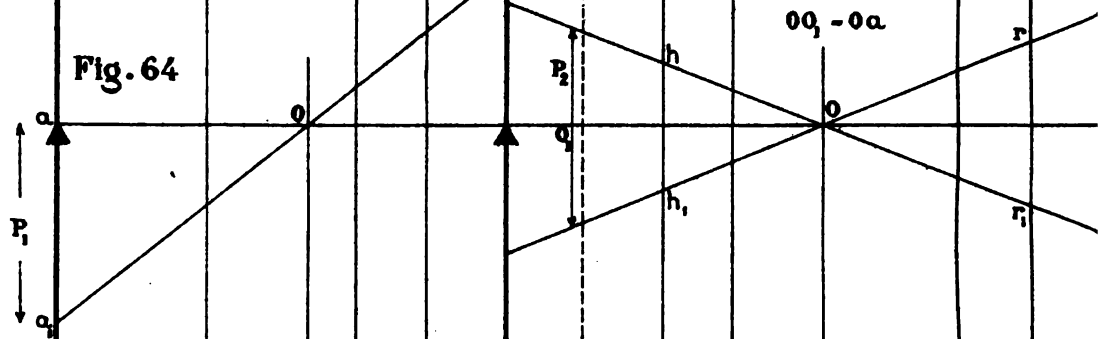
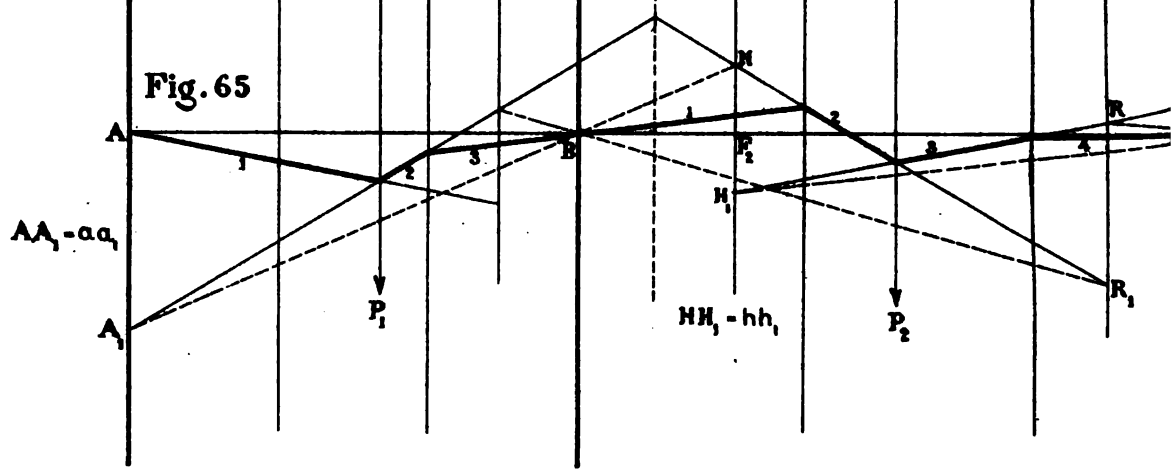
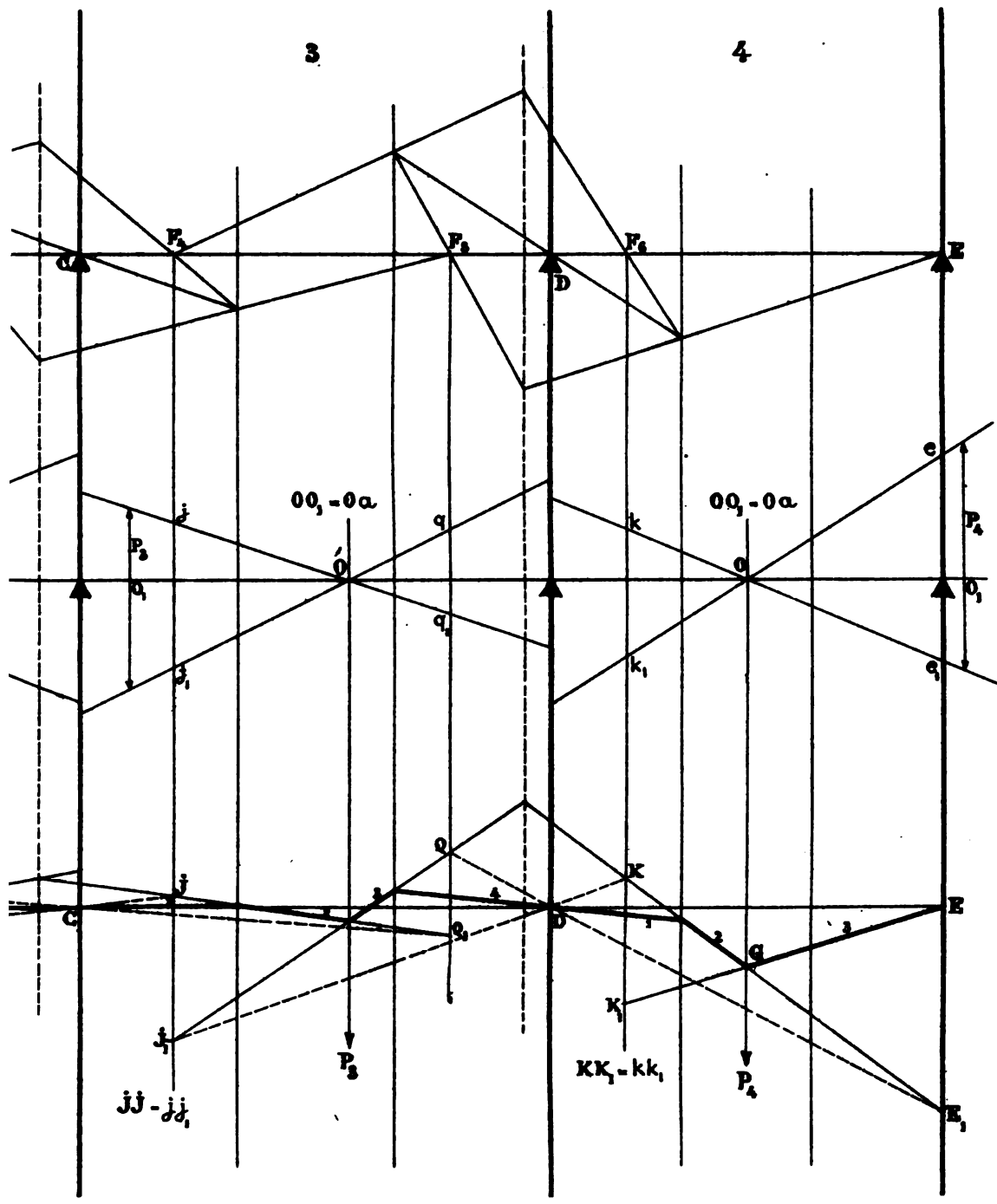
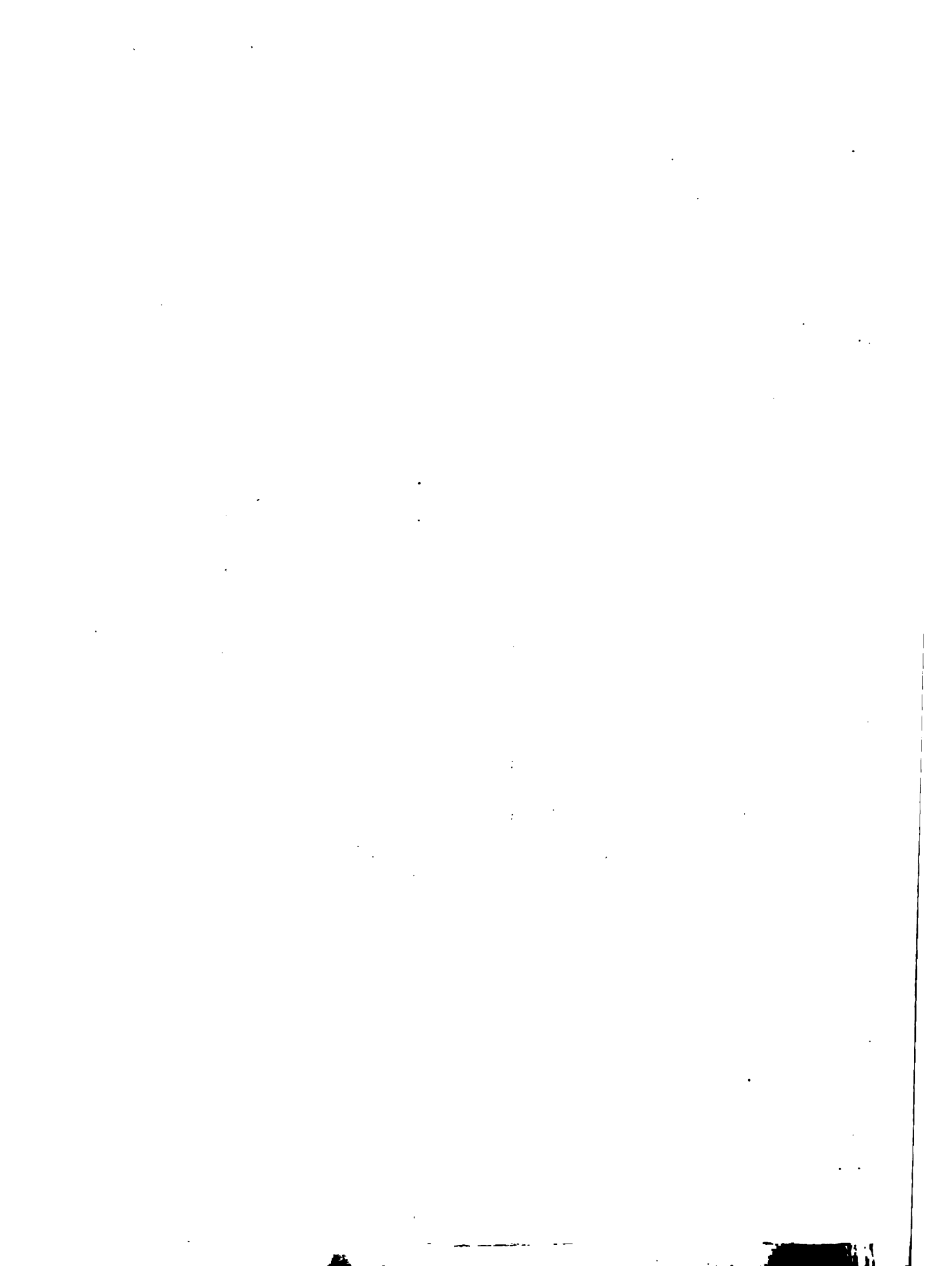


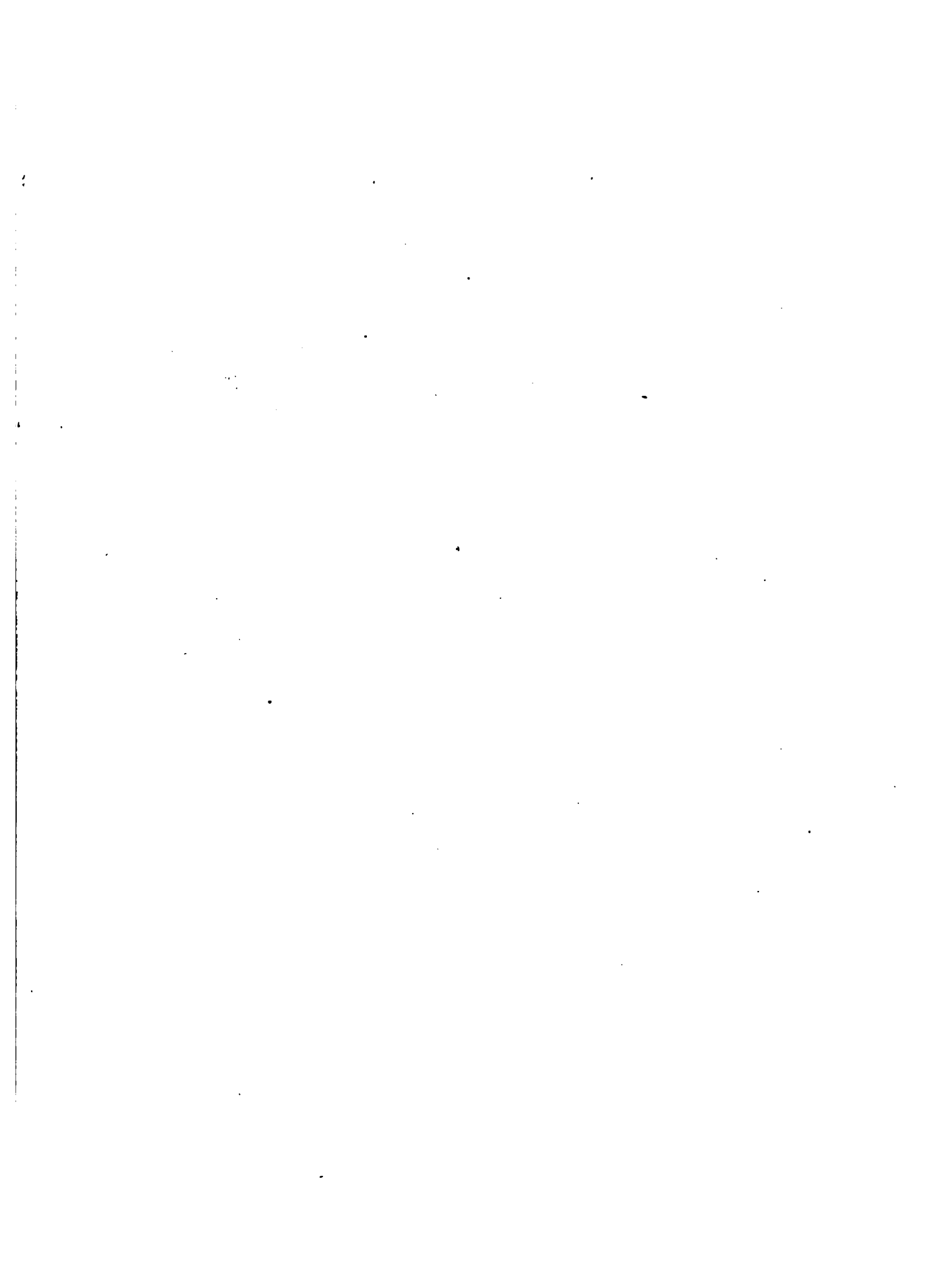
Fig. 65

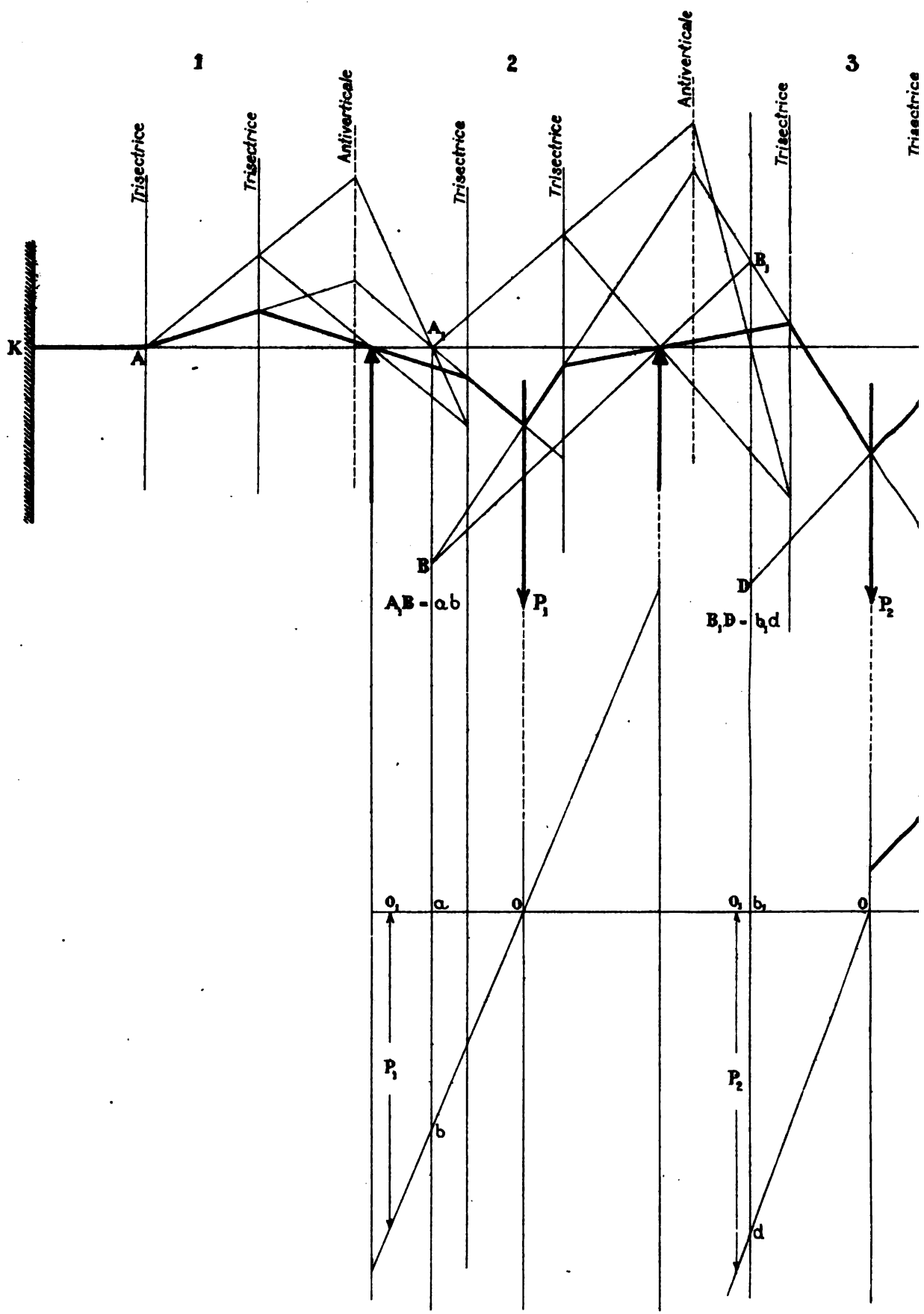


LIVRE II. PL. XI









1

2

3

Trisectrice

Trisectrice

Antivericale

Trisectrice

Trisectrice

Antivericale

Trisectrice

Trisectrice

K

A

A_1

B

$AB - ab$

P_1

D

$B_1D - bd$

P_2

o

c

o

o_1

b

o

P_1

b

P_2

d

Fig. 66

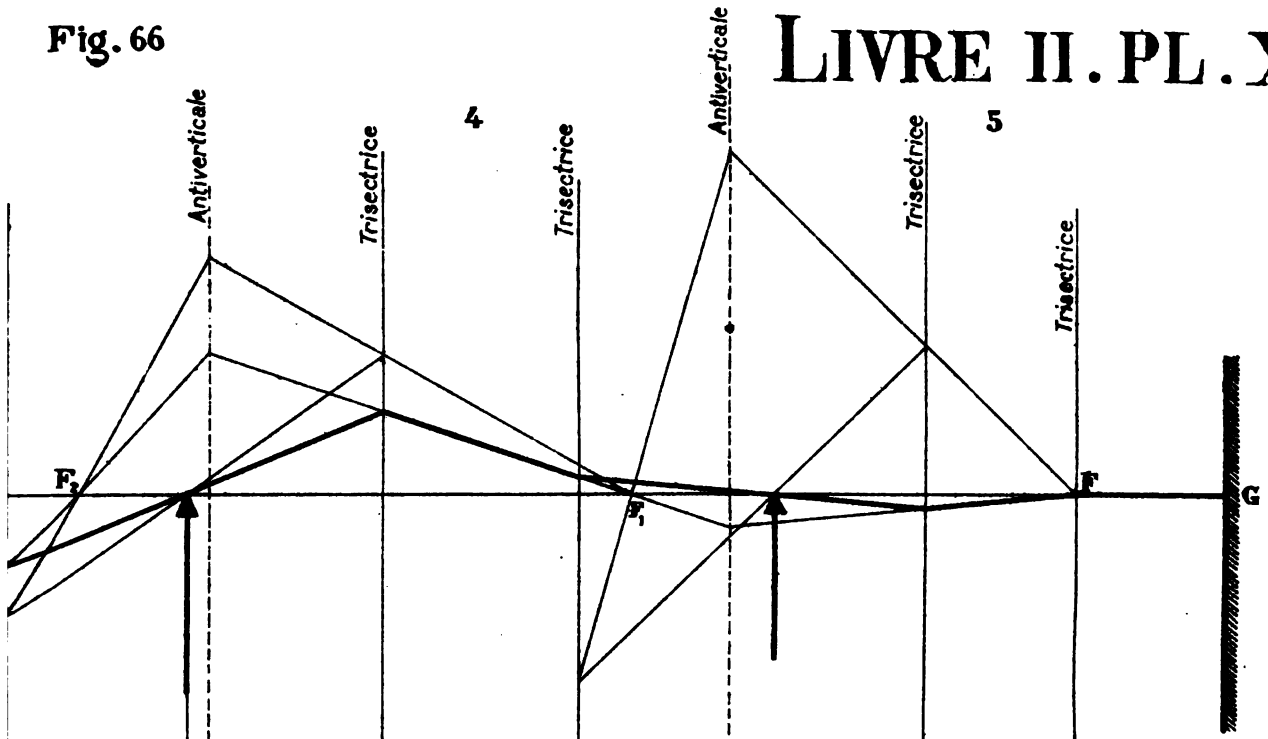
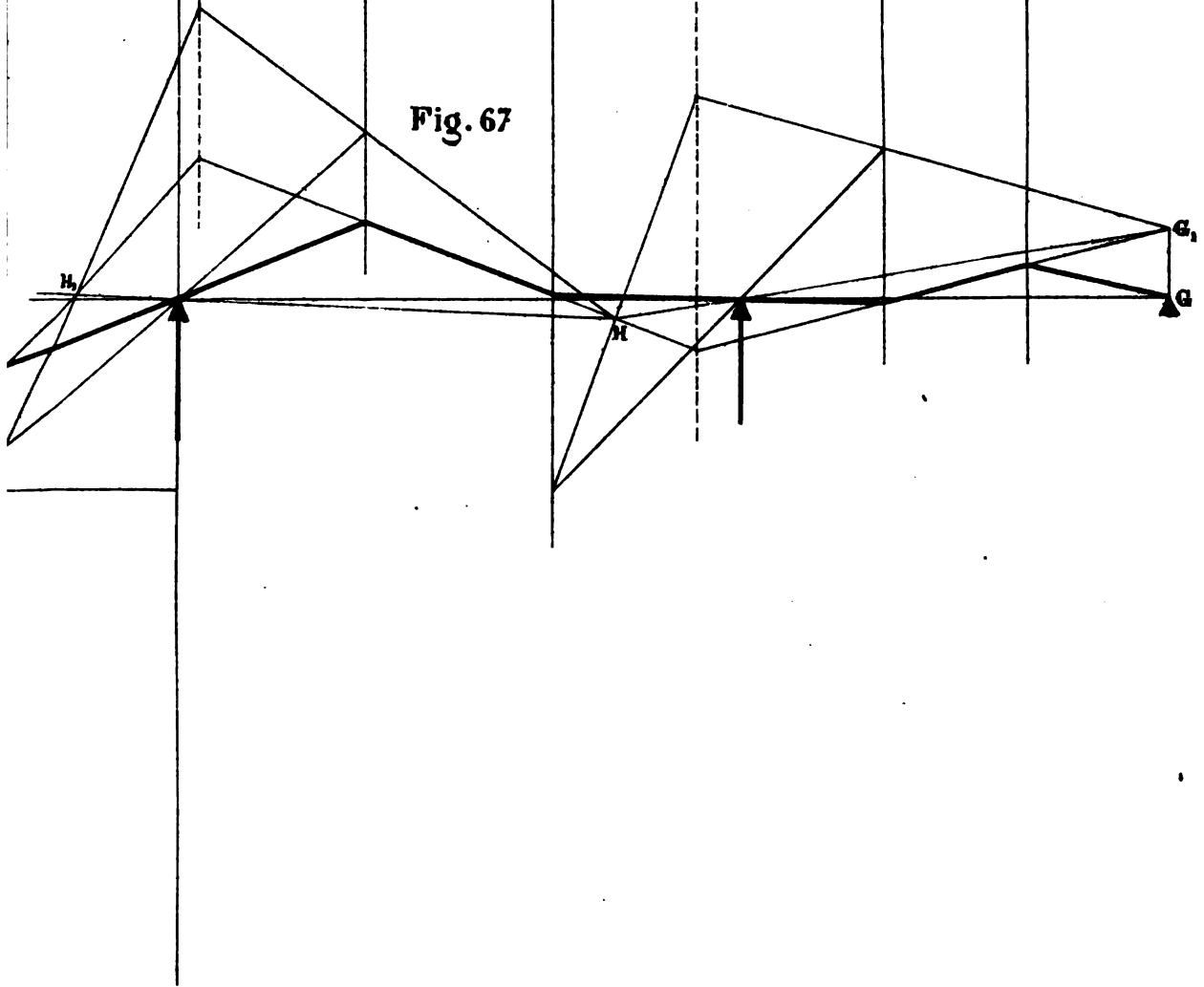
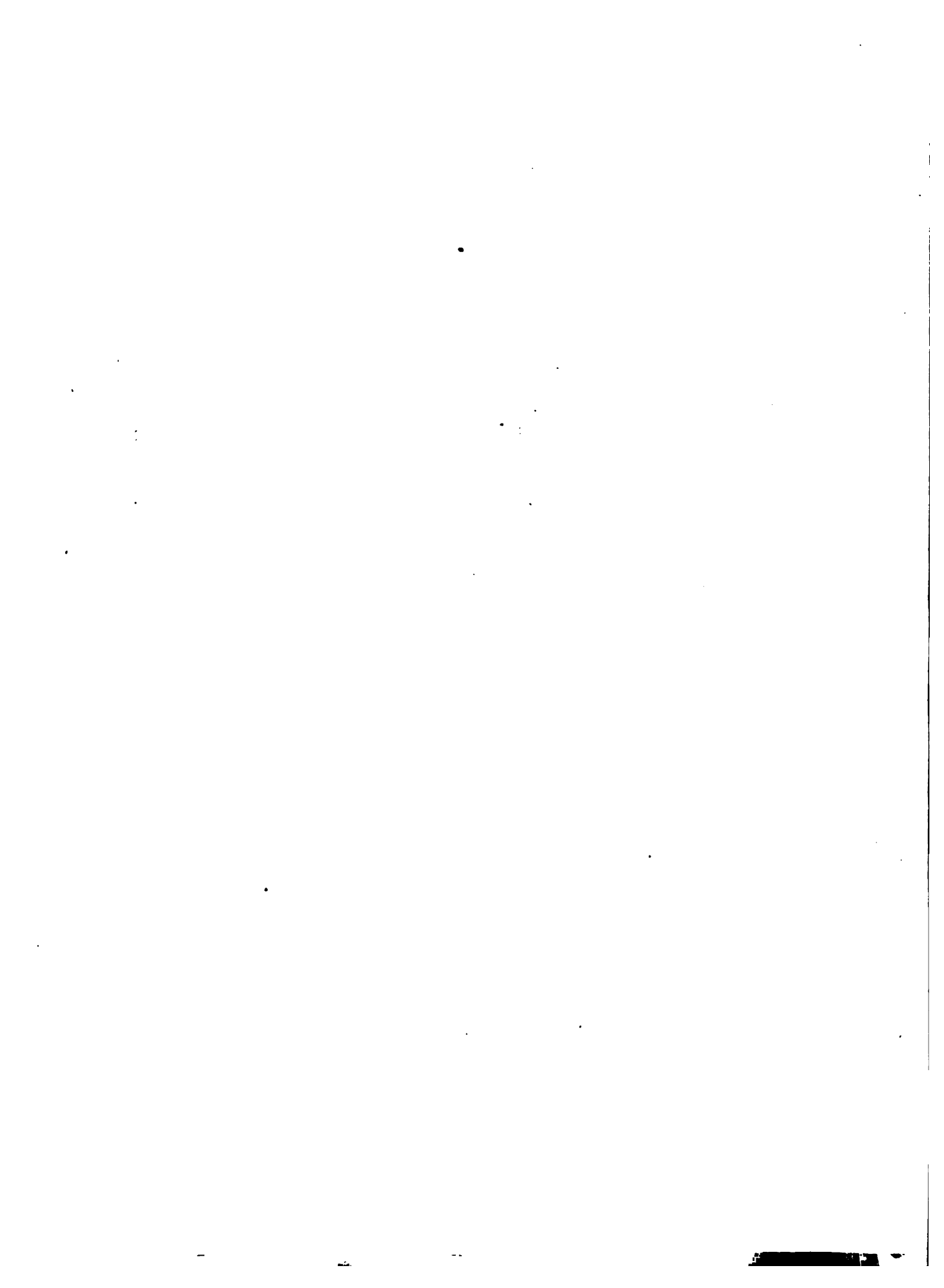


Fig. 67





LIVRE II. PL. XIII

Fig. 68

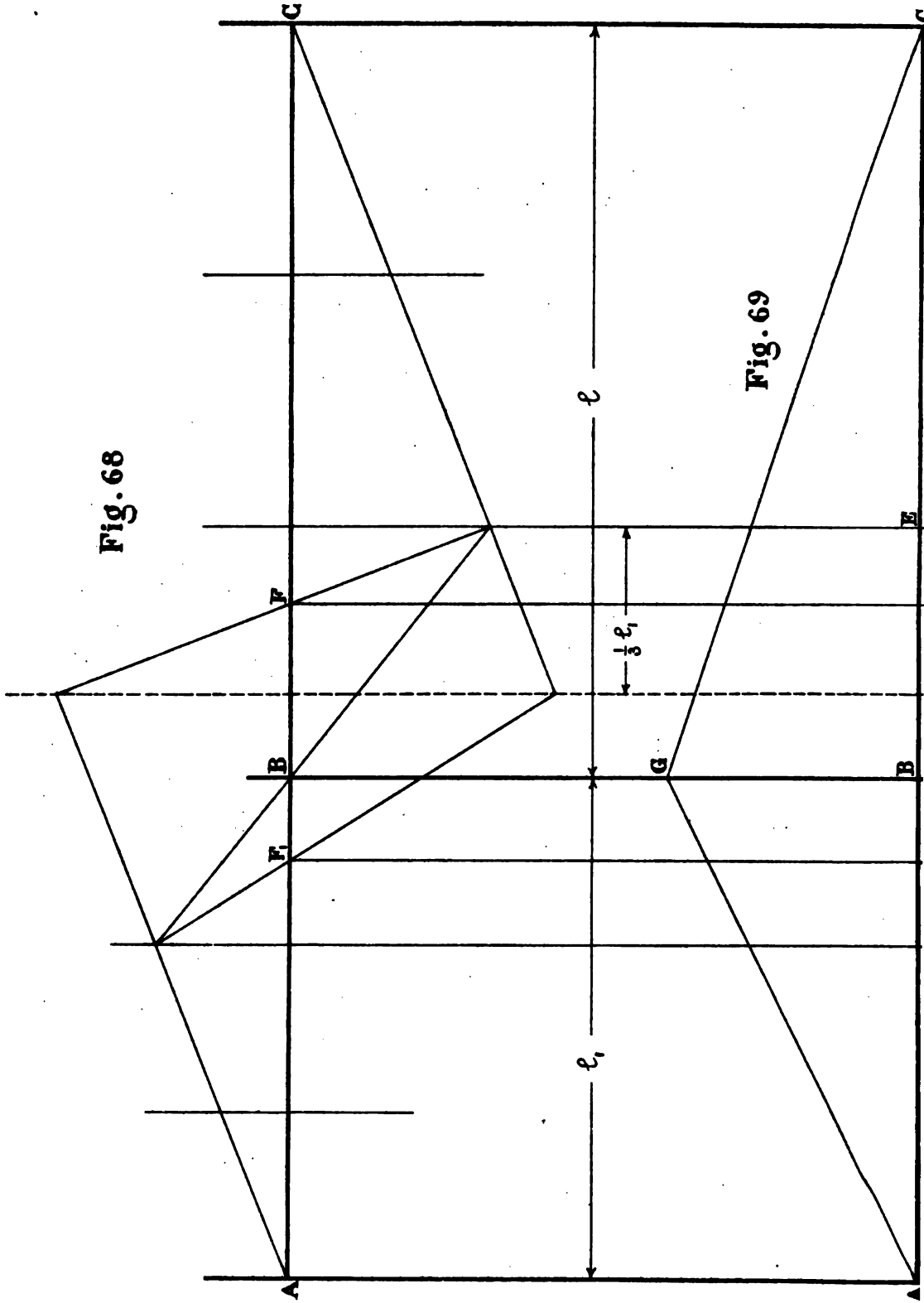


Fig. 69

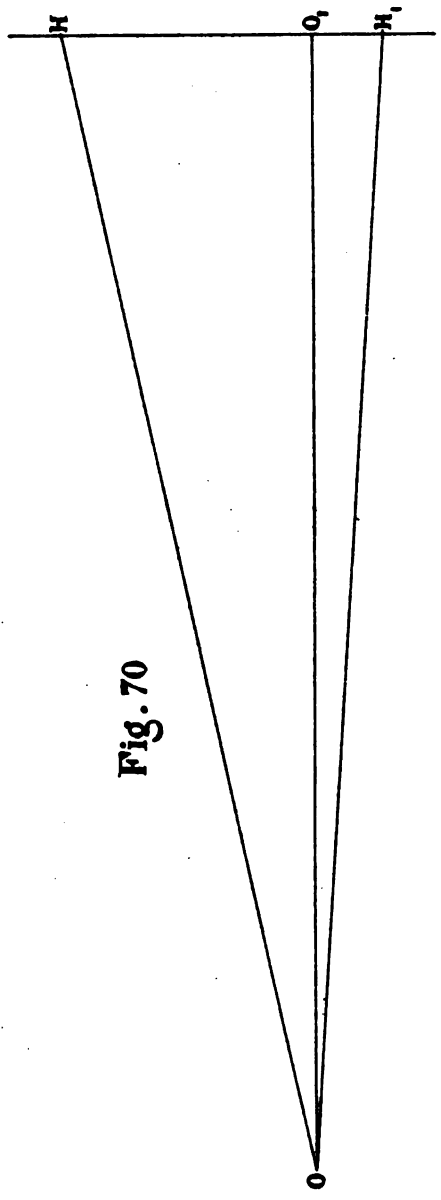
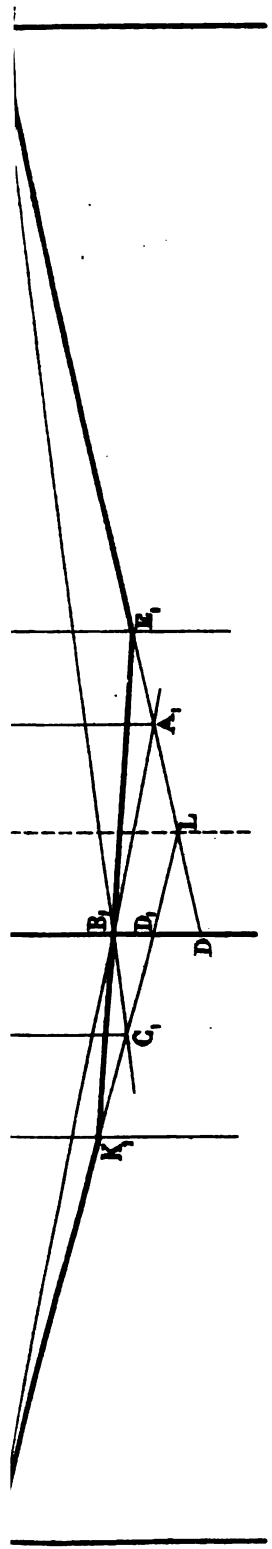


Fig. 70

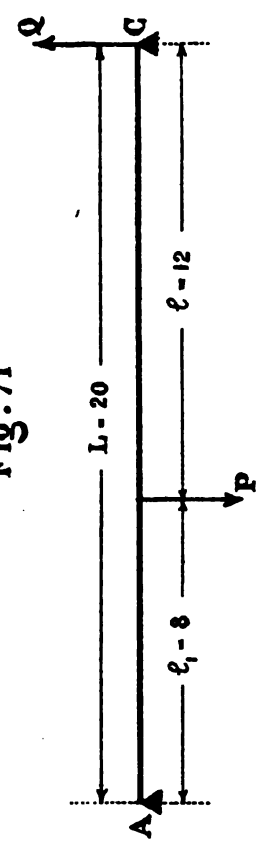
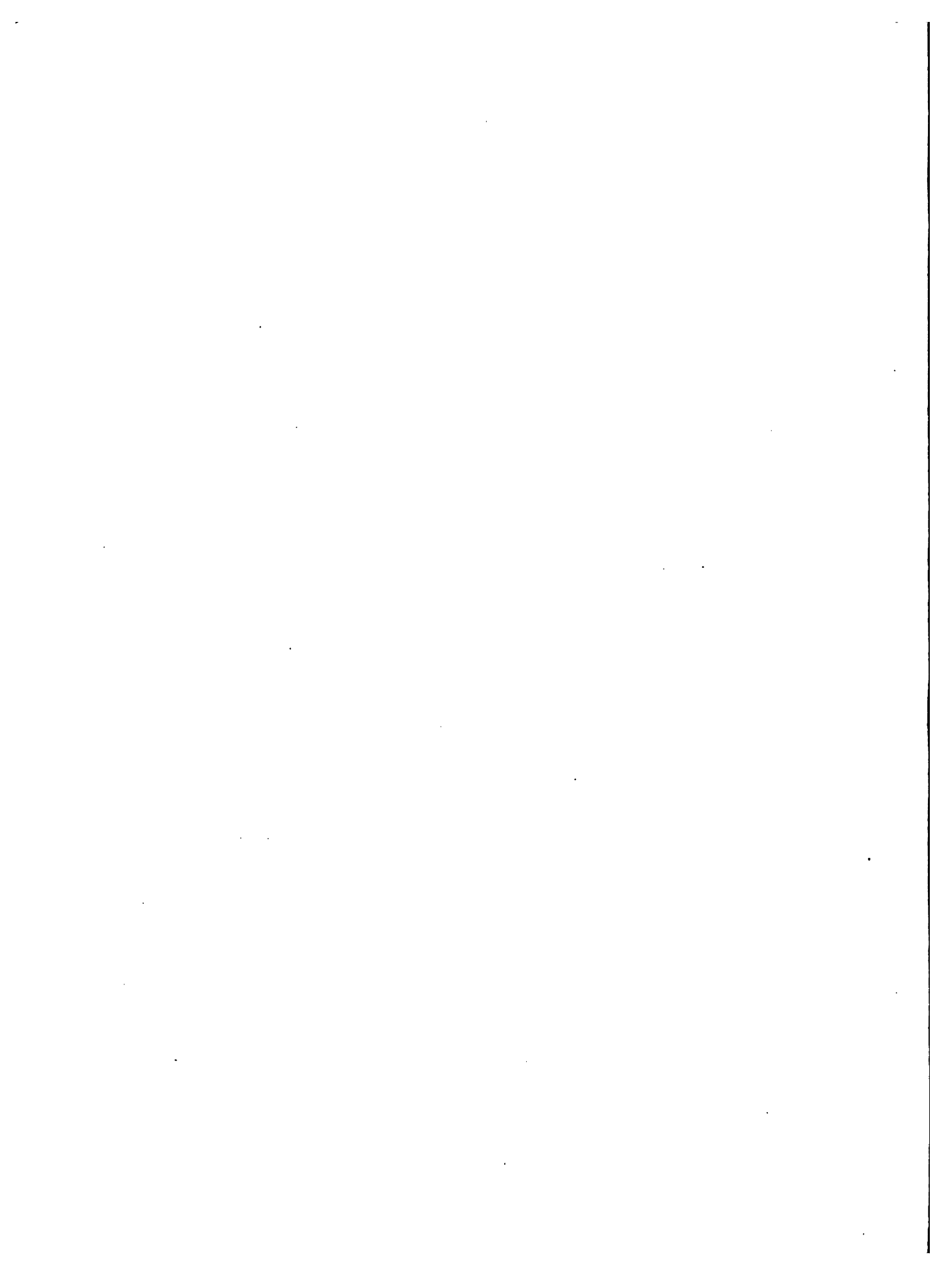
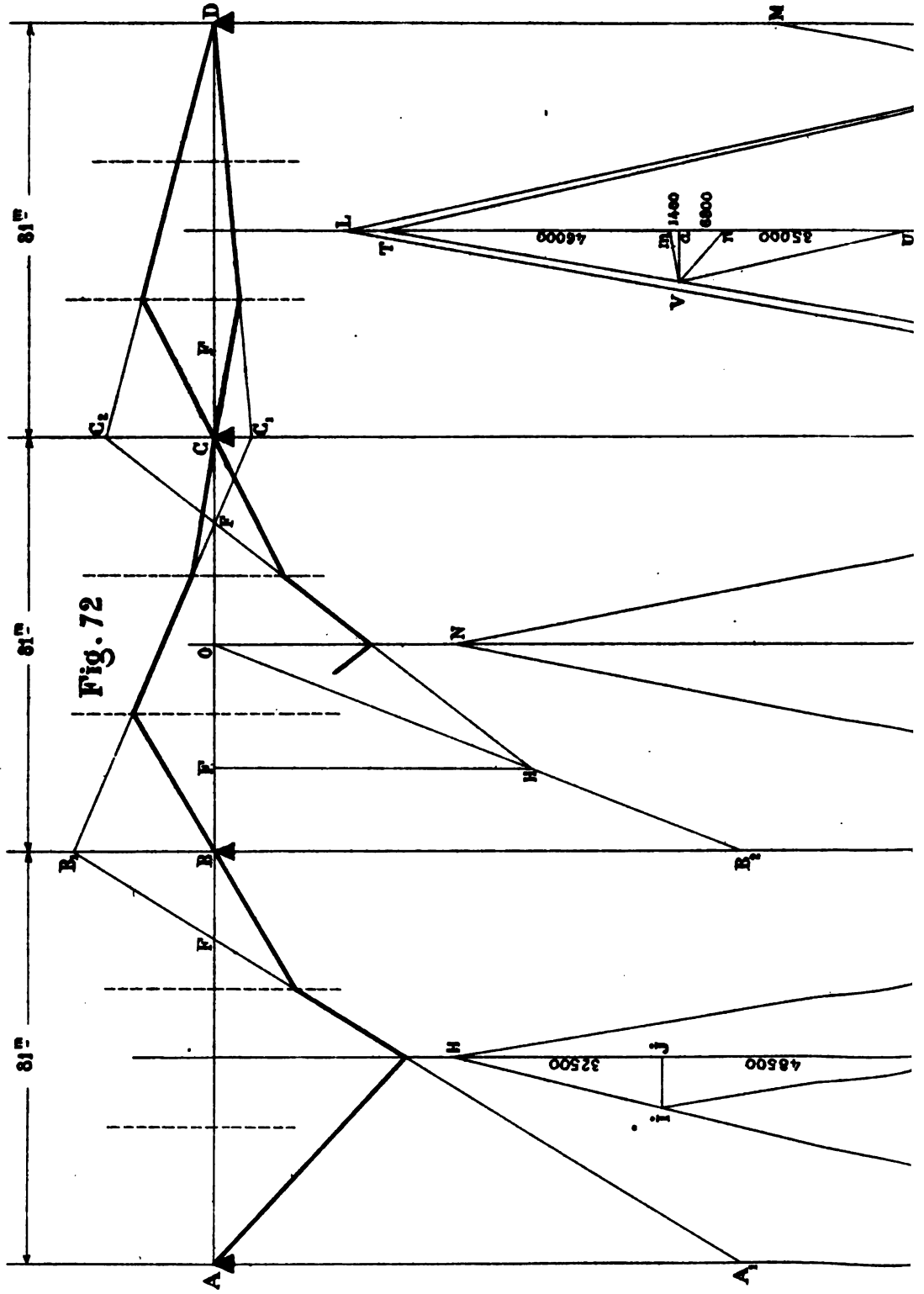


Fig. 71





LIVRE II. PL. XIV



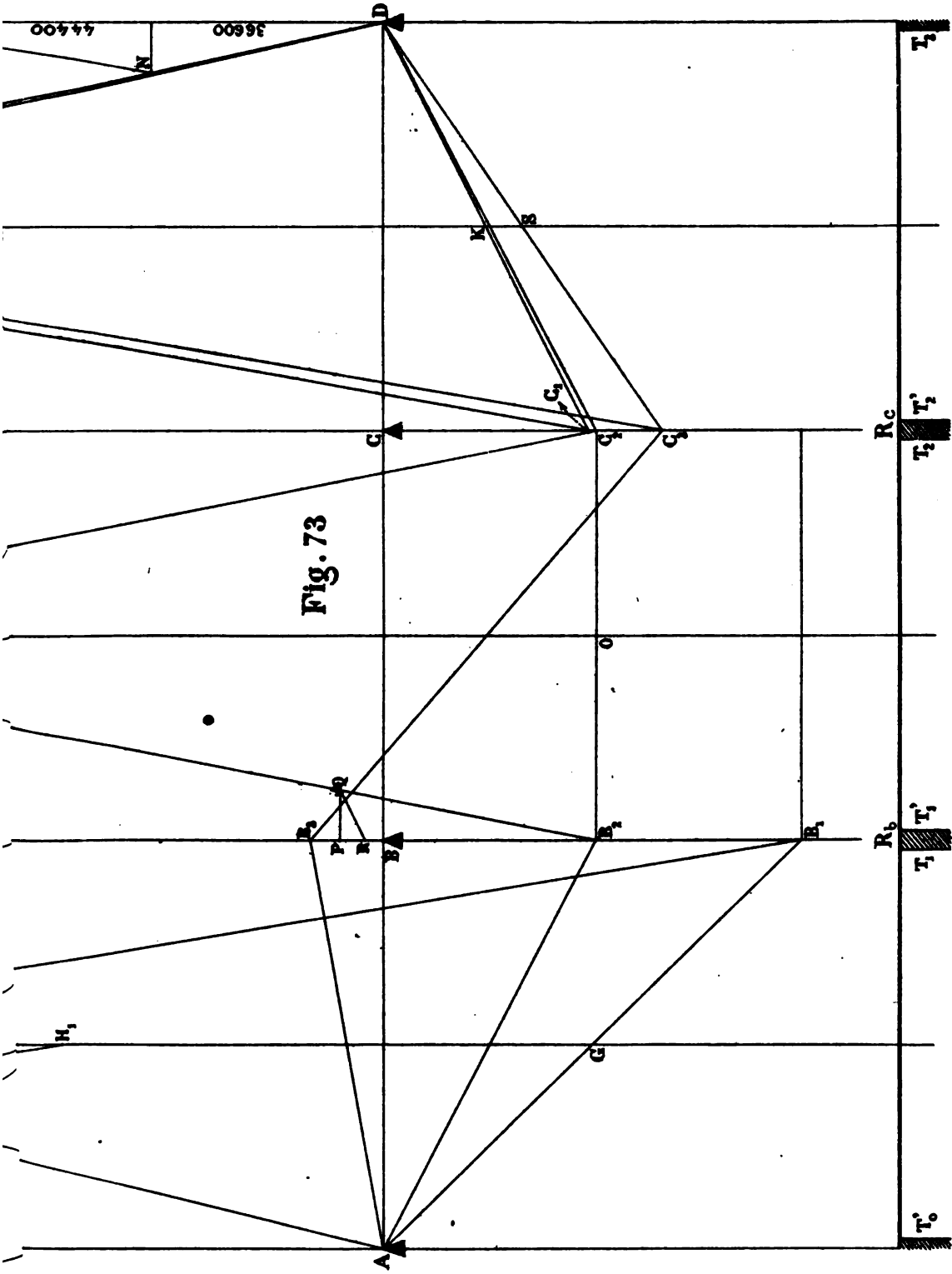


Fig. 73





LIVRE II. PL. XV

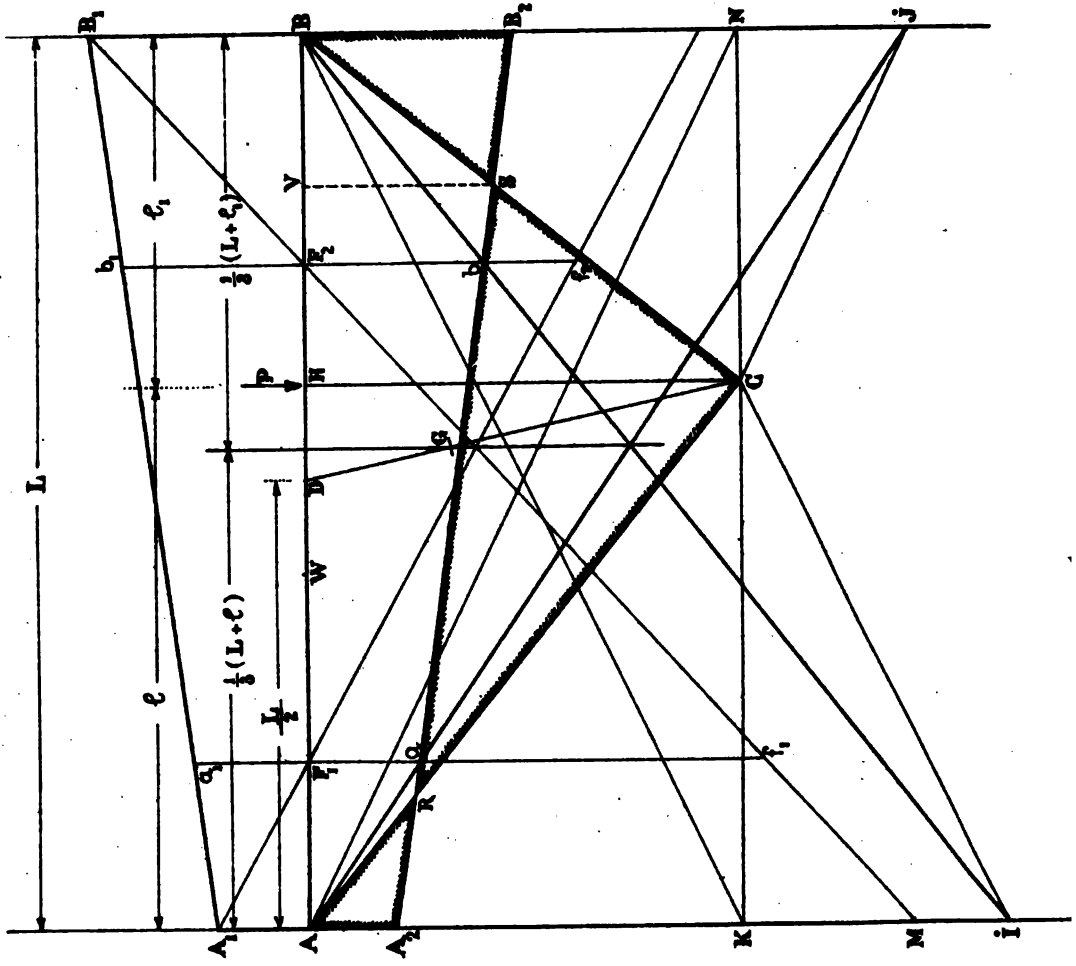
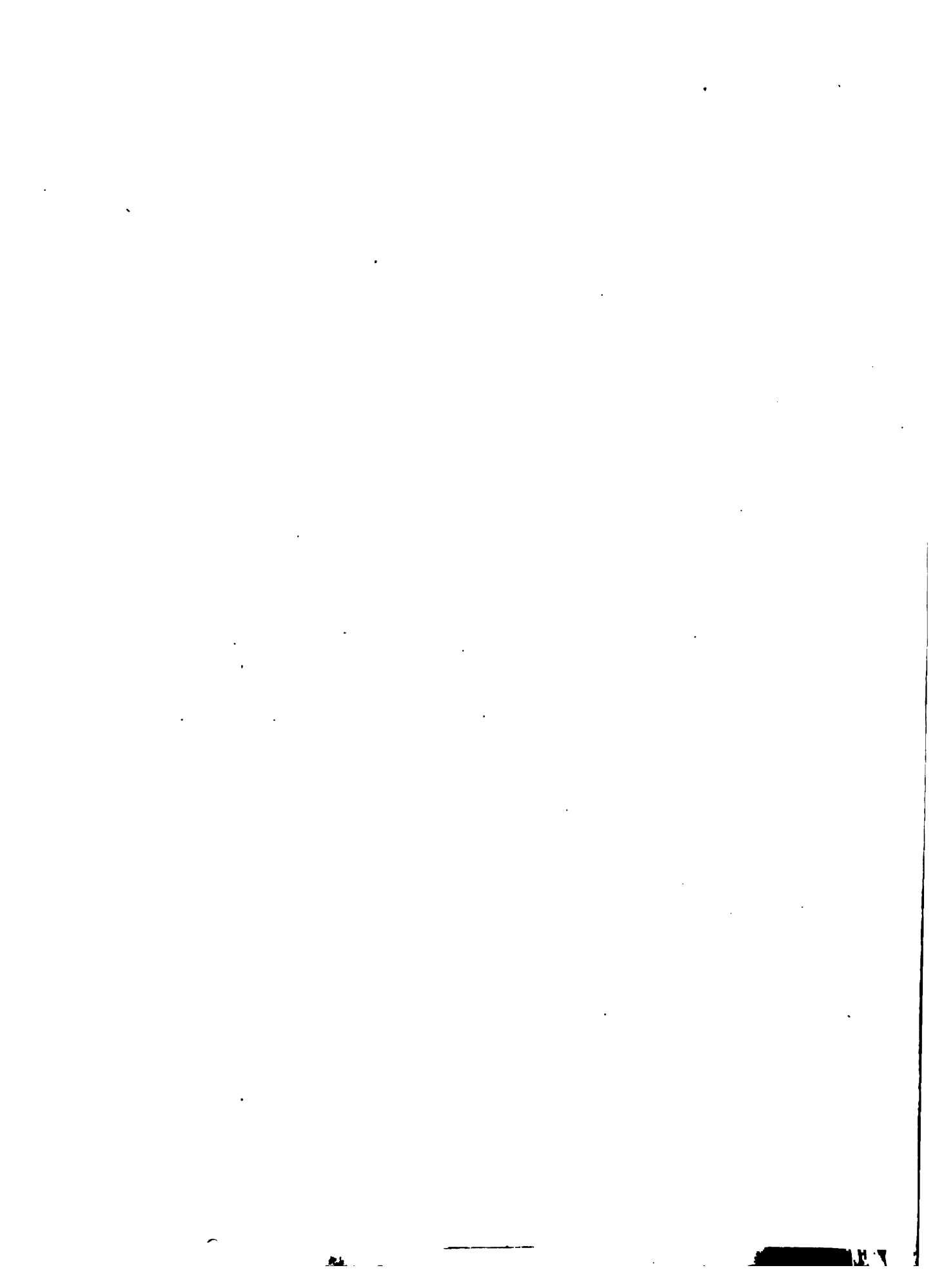


Fig. 74





LIVRE II, PL. XVI

Fig. 87

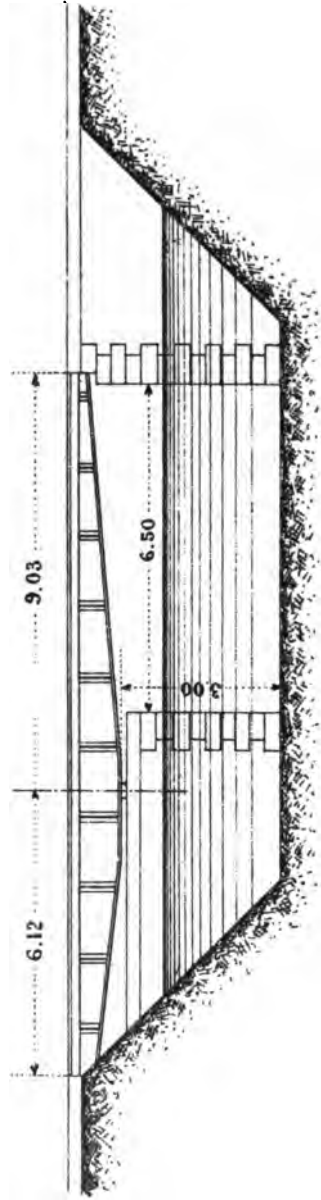
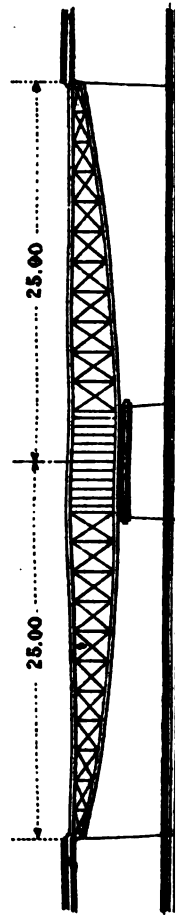


Fig. 88



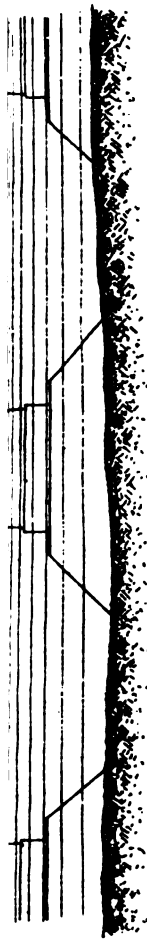
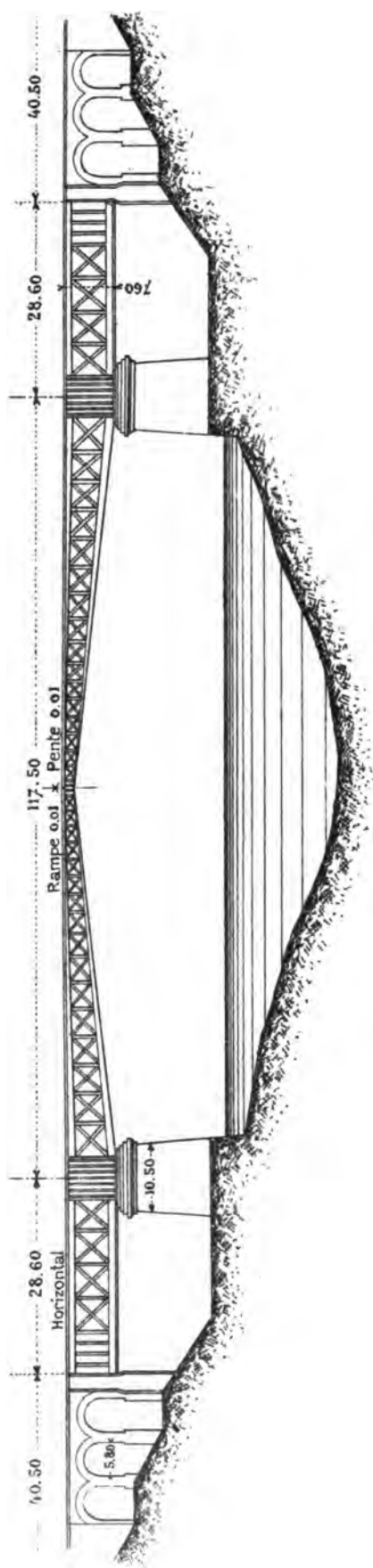
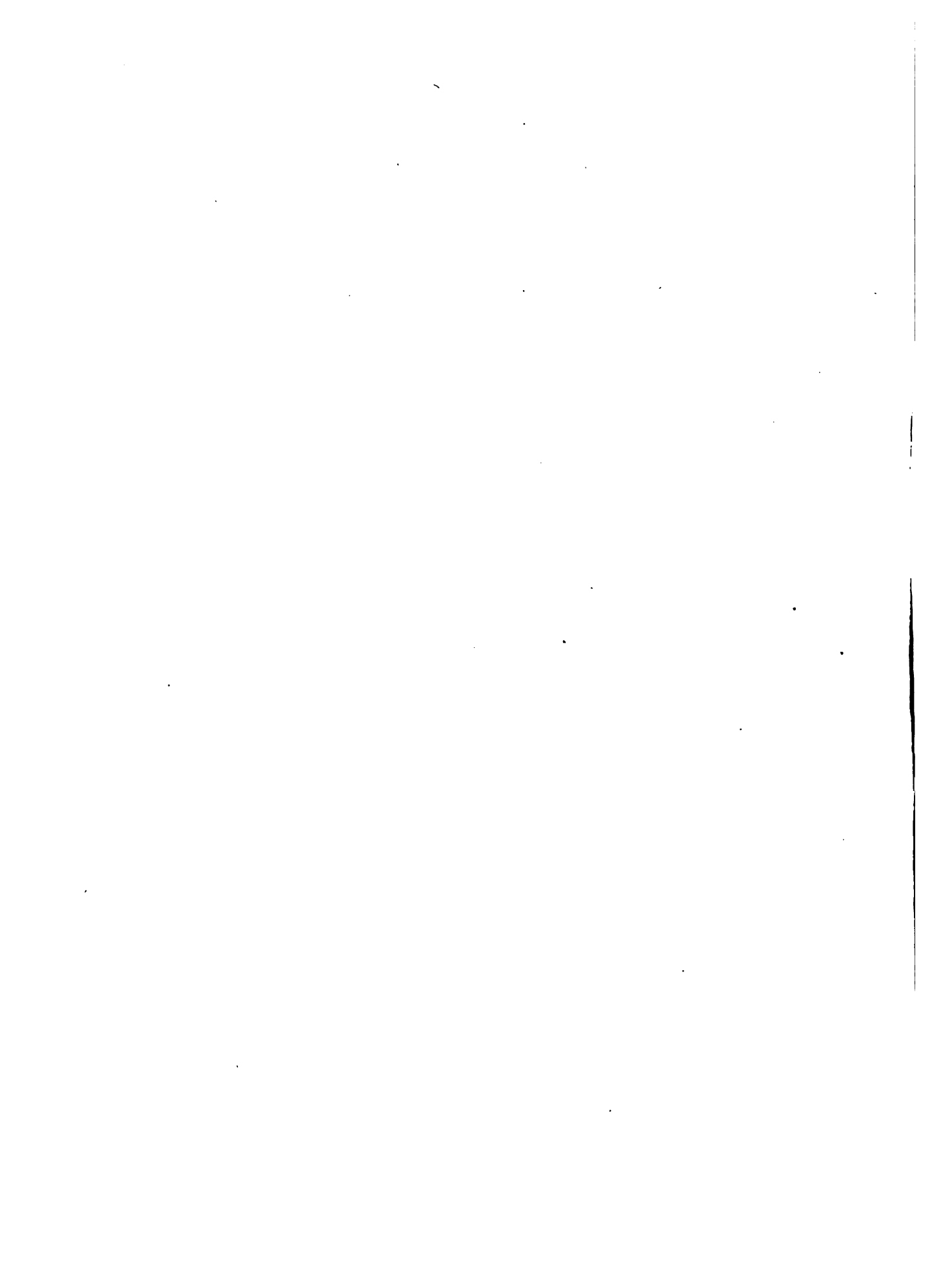


Fig. 89







LIVRE II. PL. XVII

Fig. 91

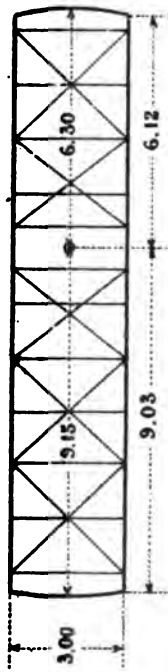


Fig. 92

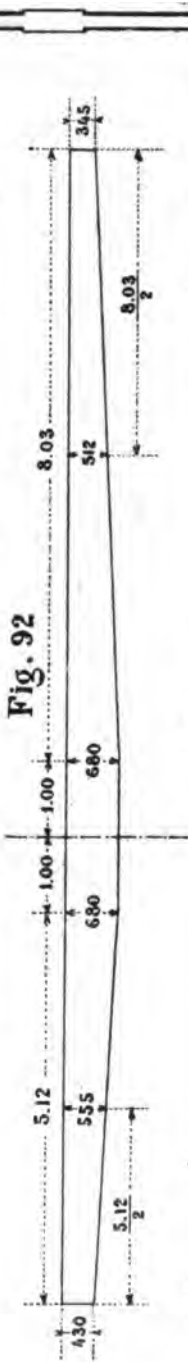


Fig. 90

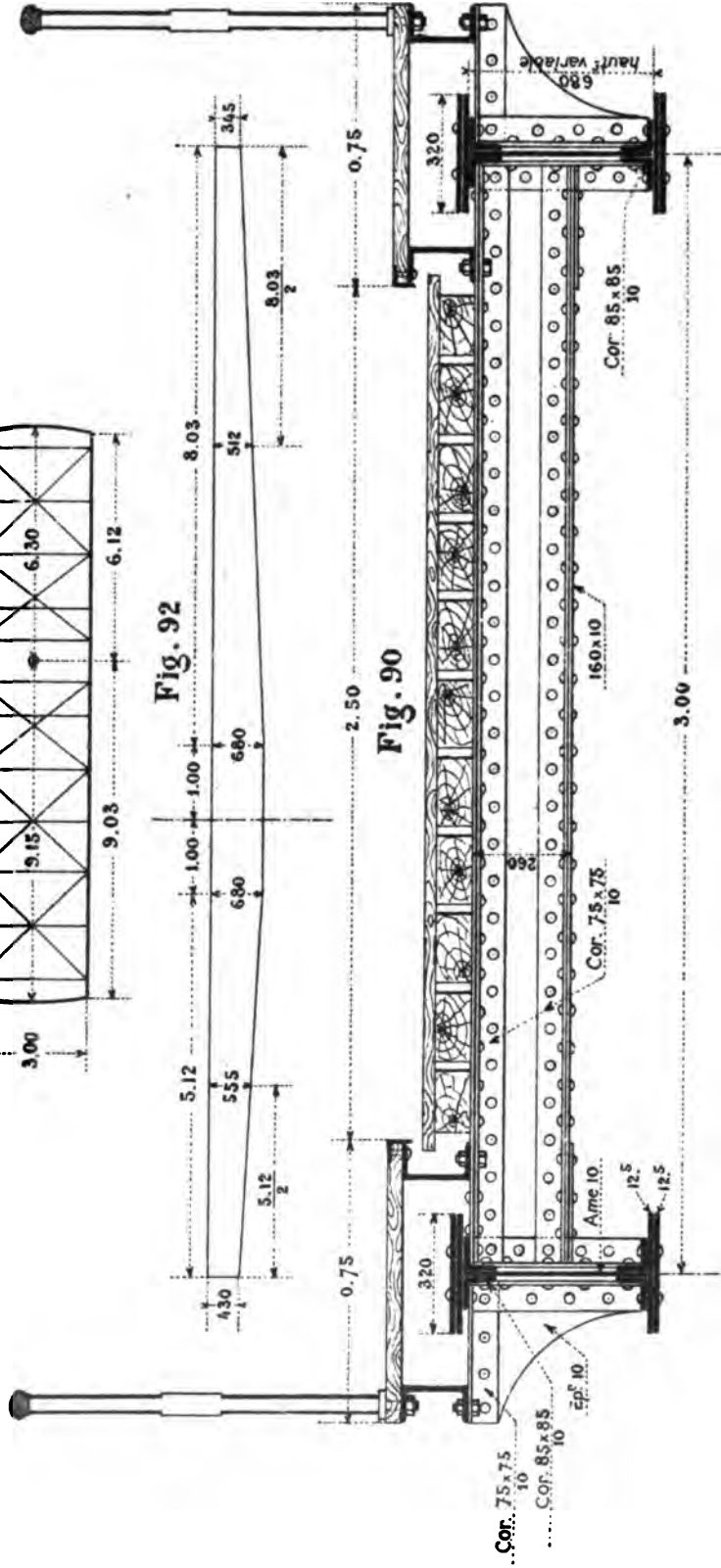
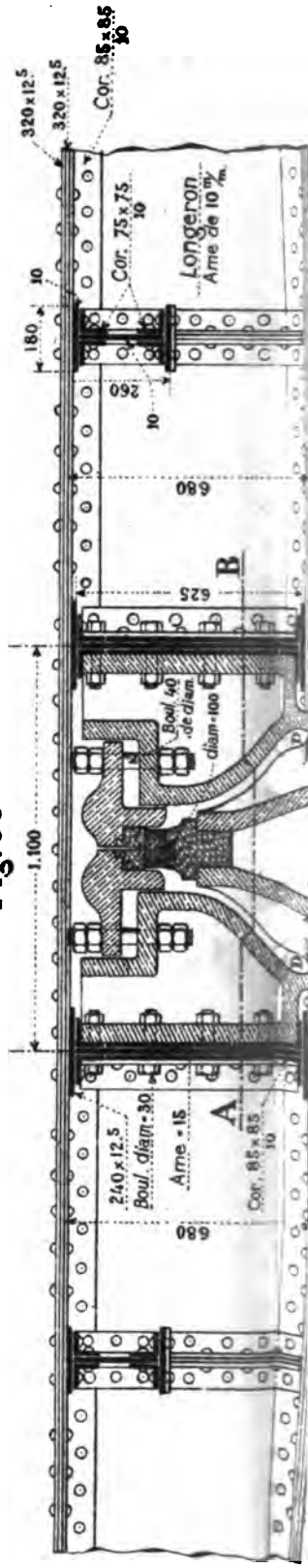


Fig. 93



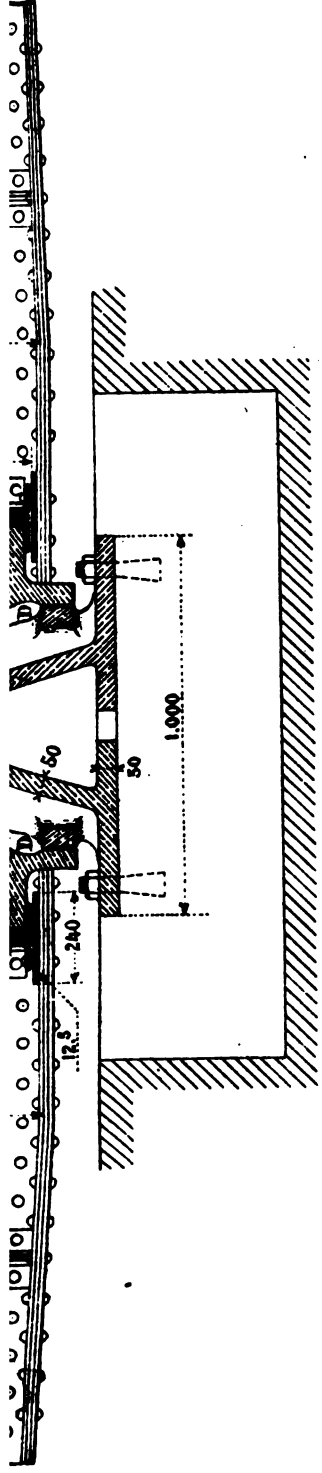
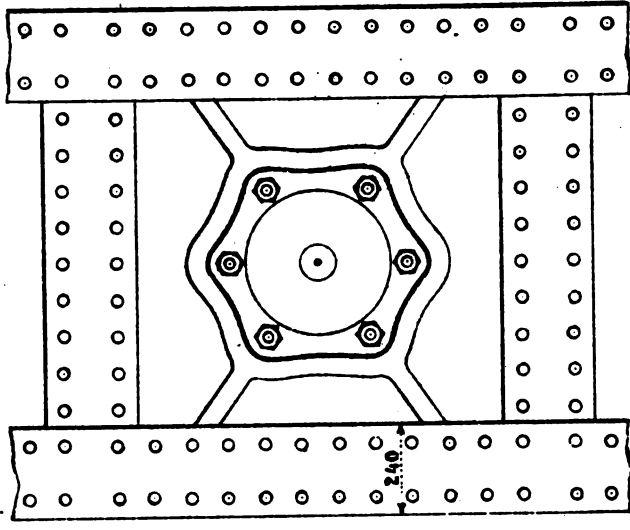
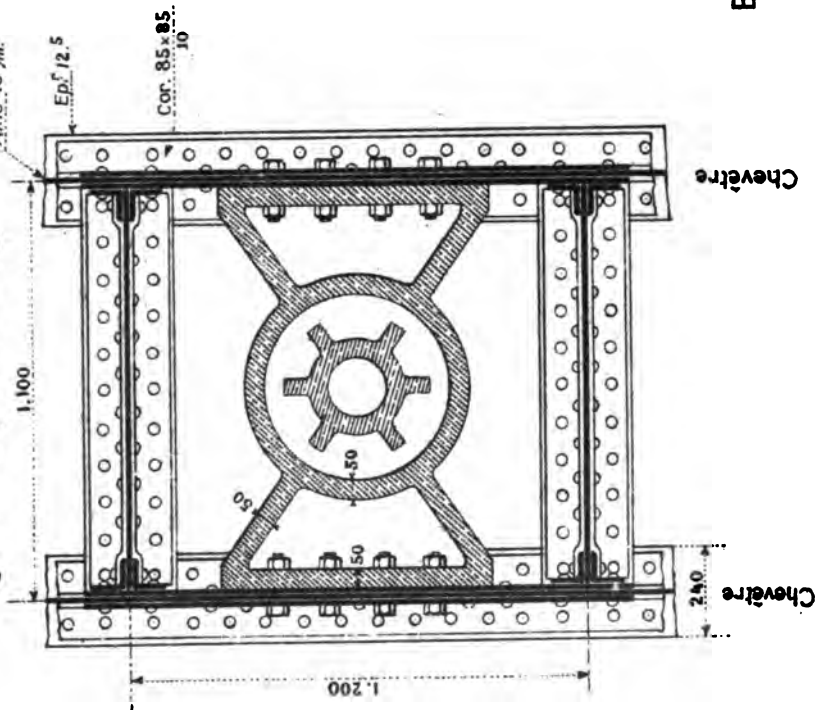
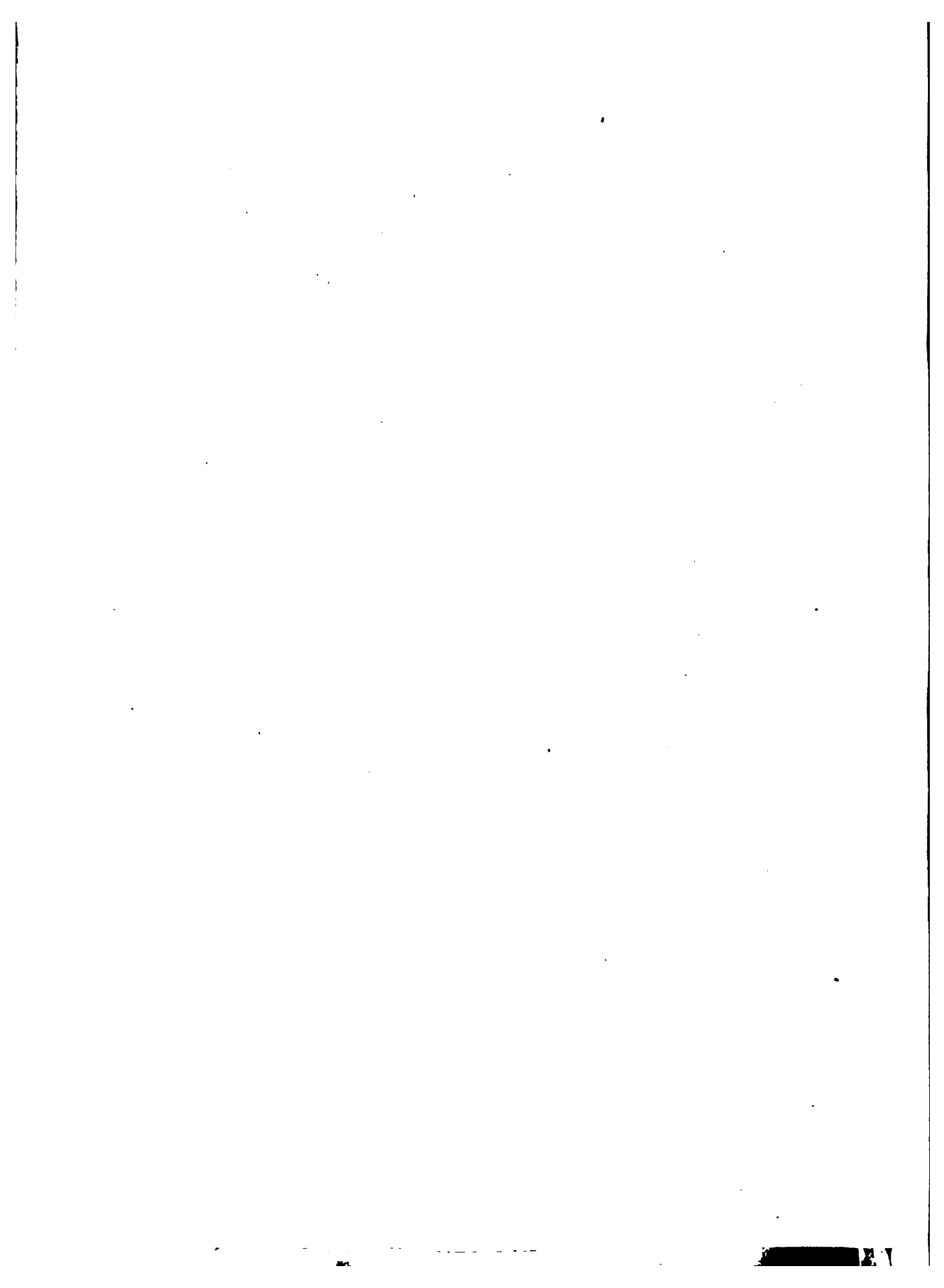


Fig. 94 - Coupe AB de la Fig. 93

Fig. 95 - Vue du dessus de la Fig. 93

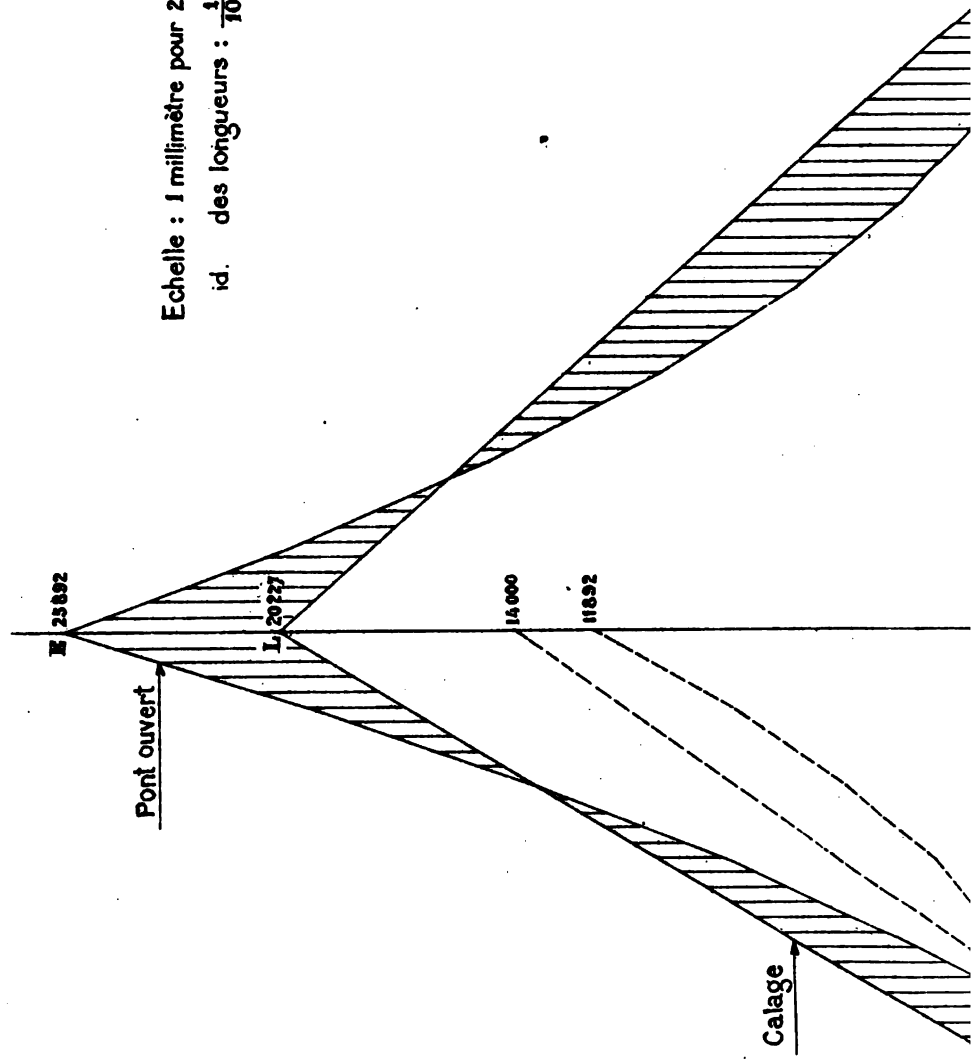


Echelle : $\frac{1}{20}$

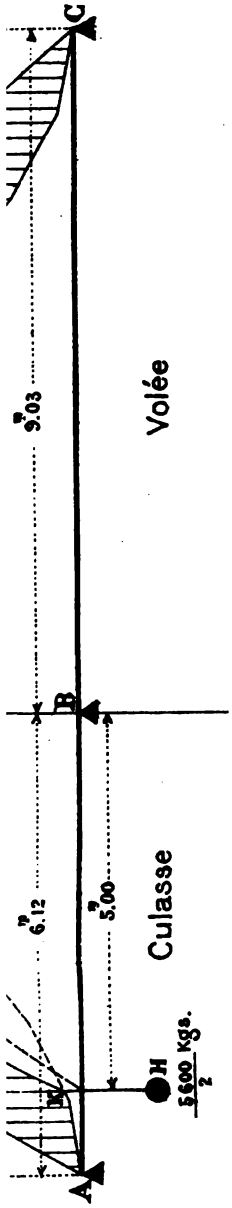




LIVRE II. PL. XVIII

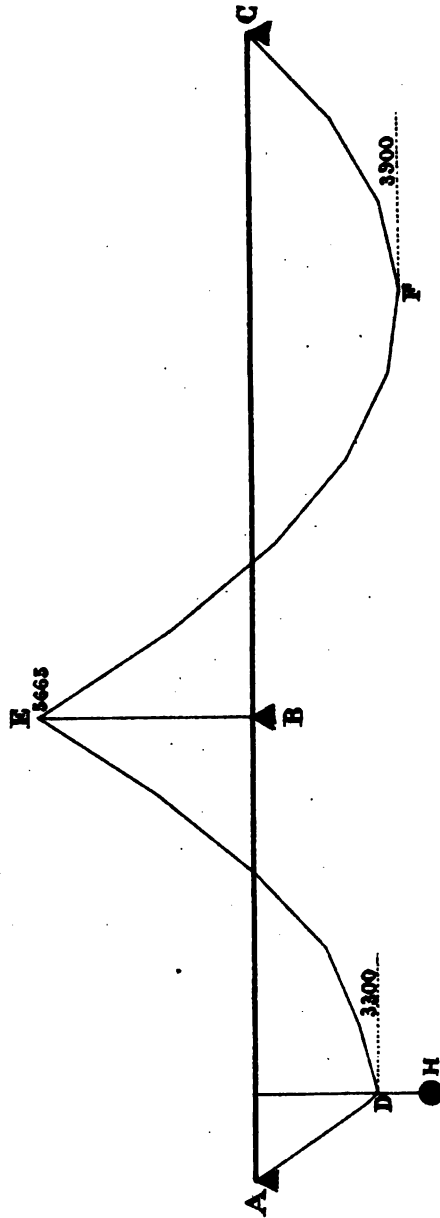


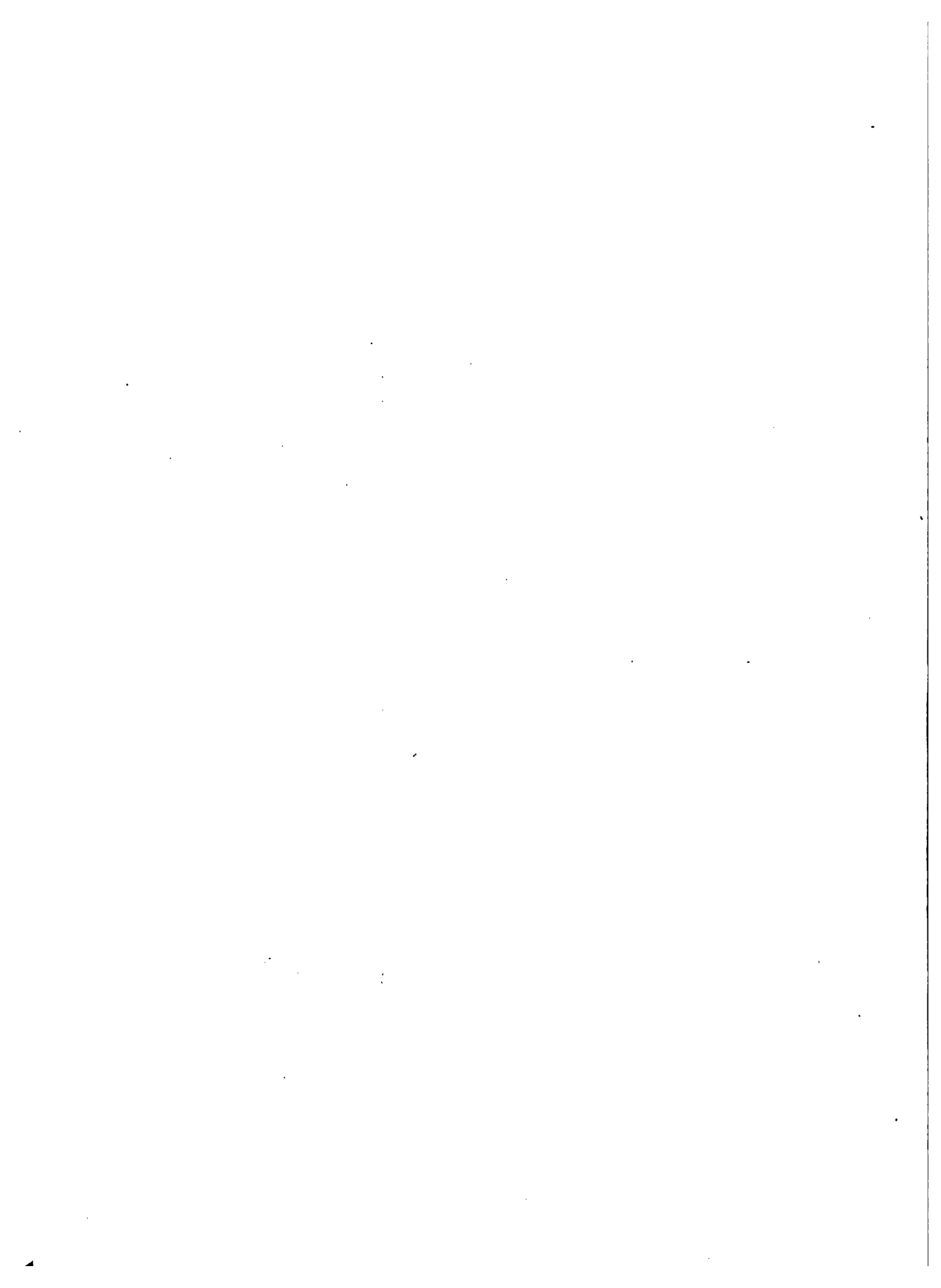
Echelle : 1 millimètre pour 200 Kilogrammètres.
id. des longueurs : $\frac{1}{100}$.



PONT FERMÉ

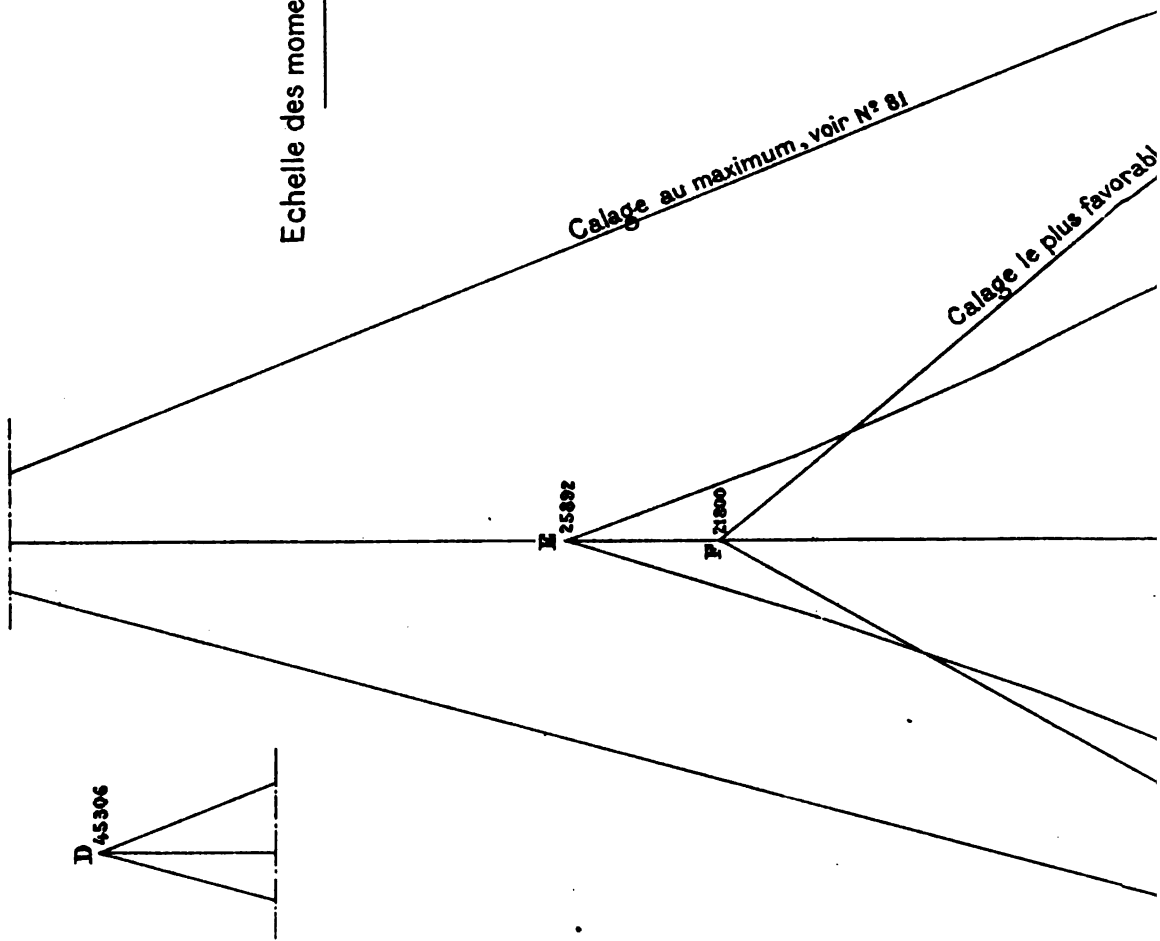
Charge morte.- Calage de niveau.

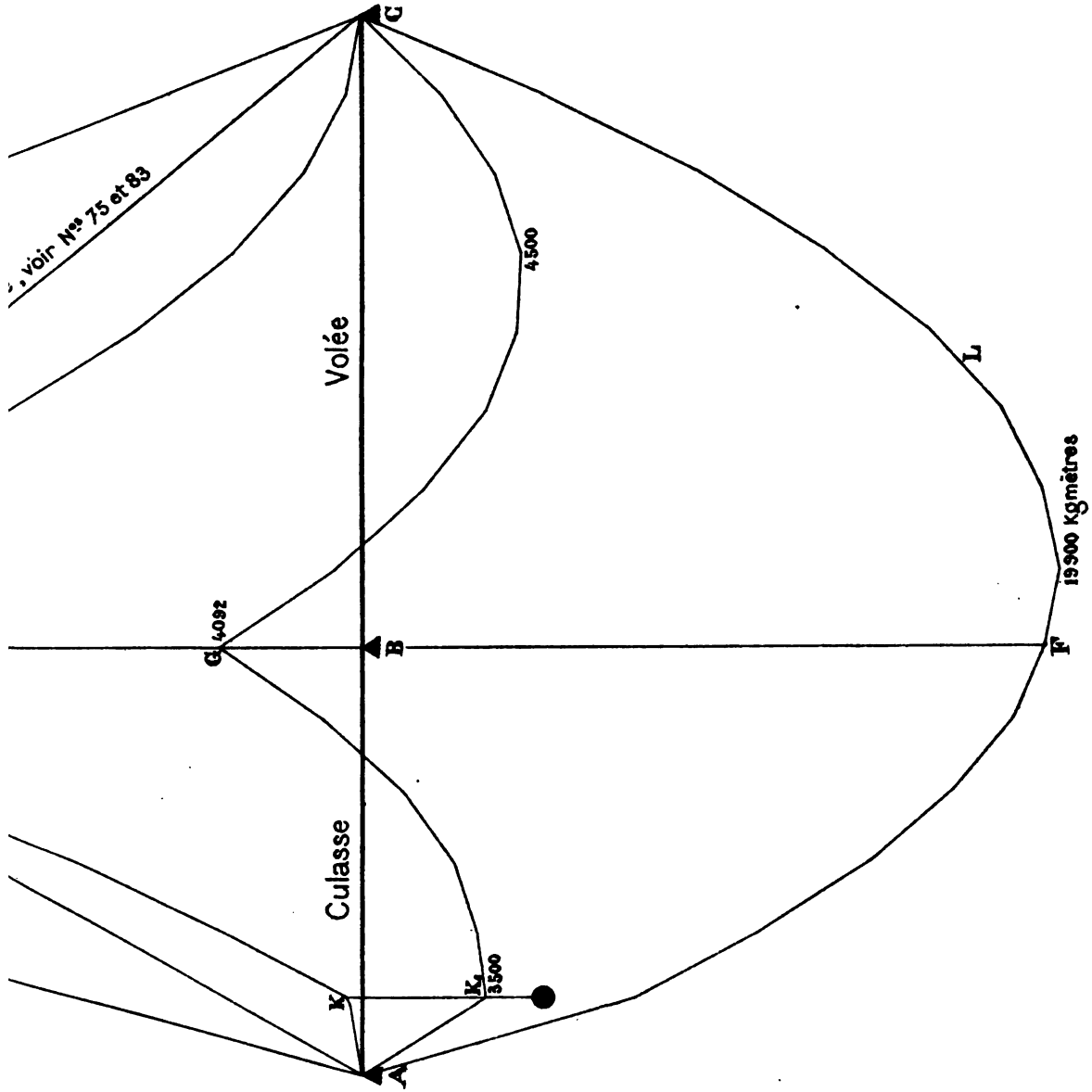


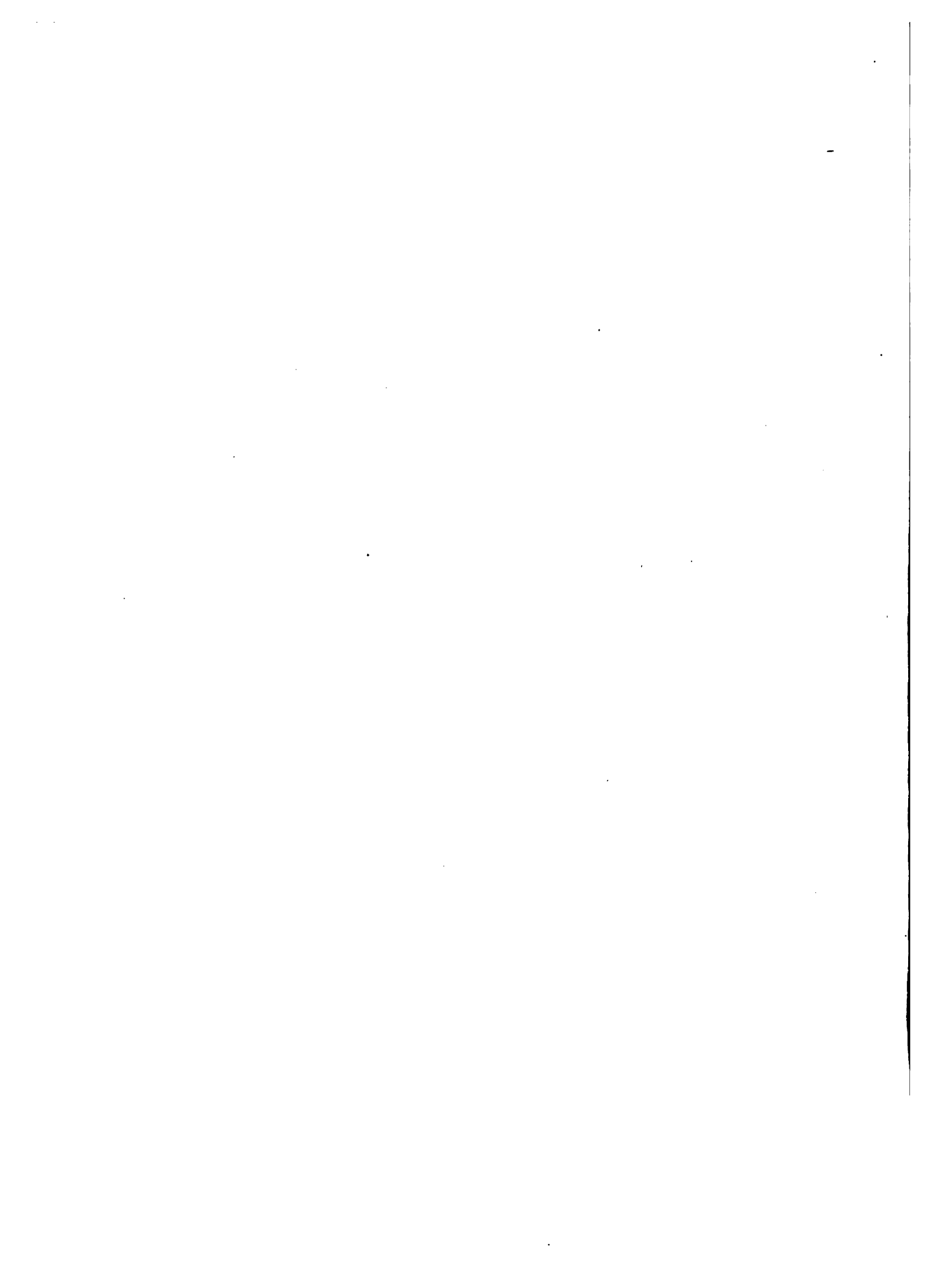


LIVRE II. PL. XIX

Echelle des moments : 1 millimètre pour 200 Kgmètres.

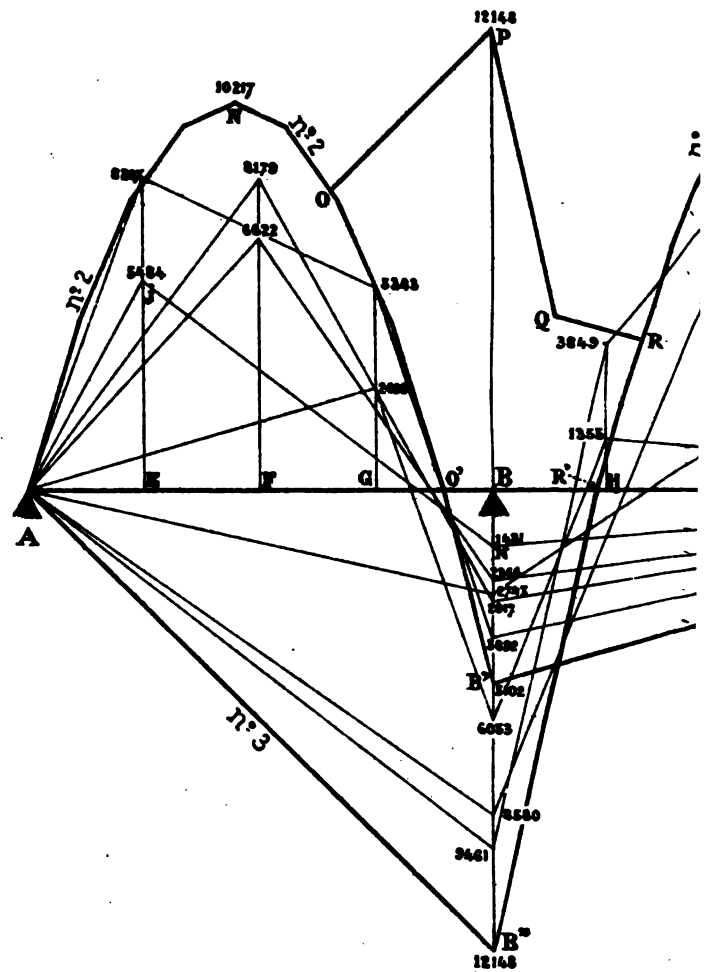






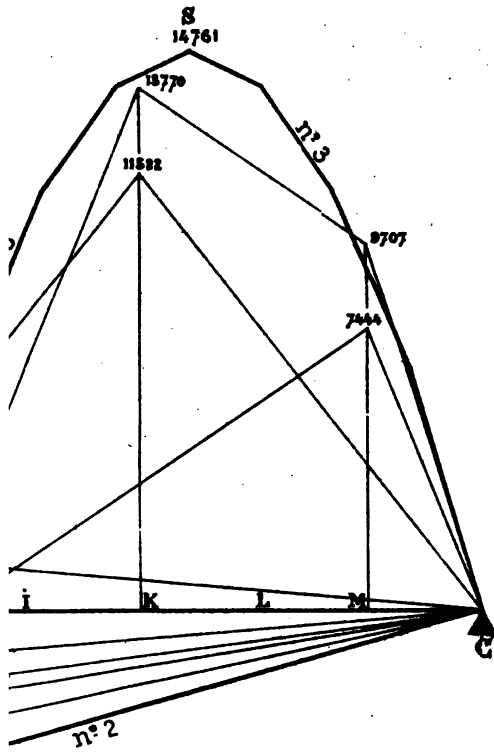


Diagrammes du chariot de

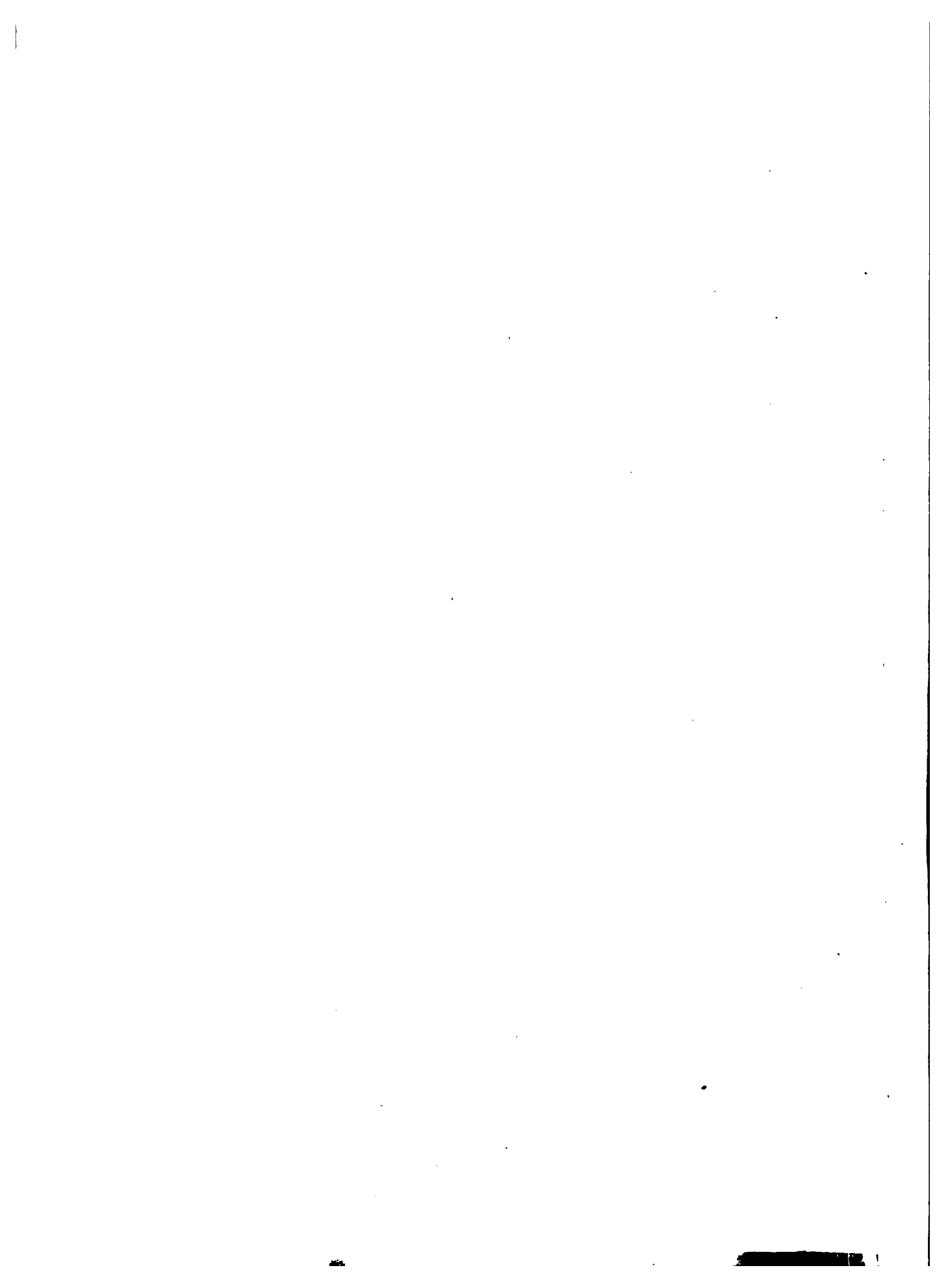


LIVRE II. PL. XX

18 tonnes



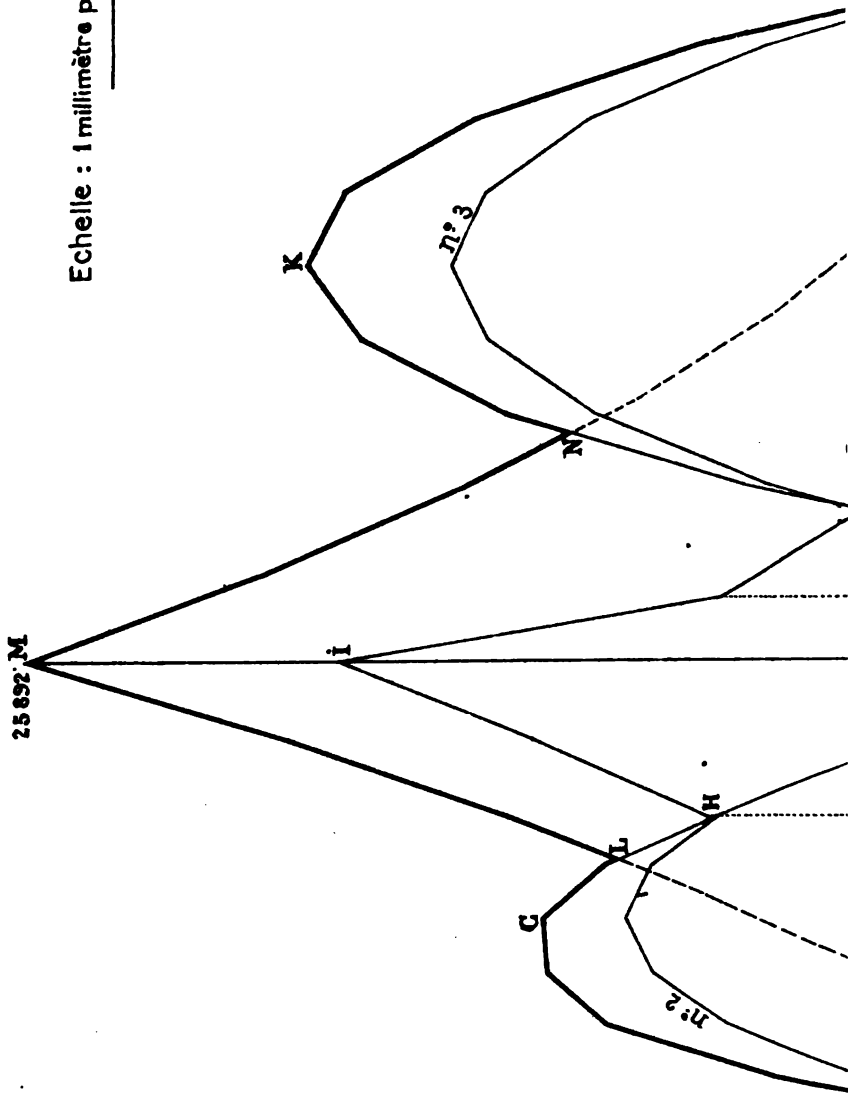
Echelle des moments : 1 millimètre pour 200 Kgmètres.



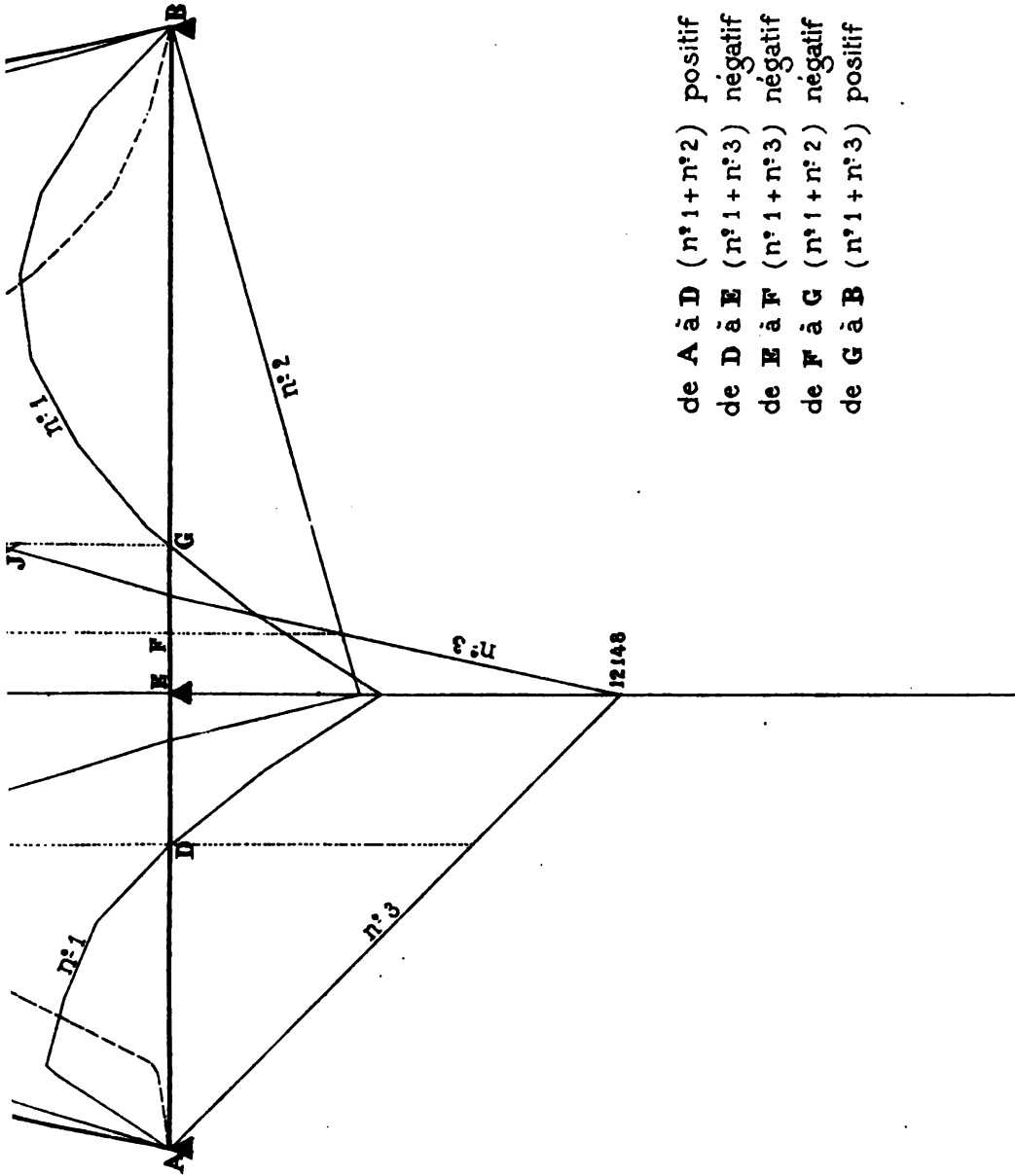


LIVRE II. PL. XXI

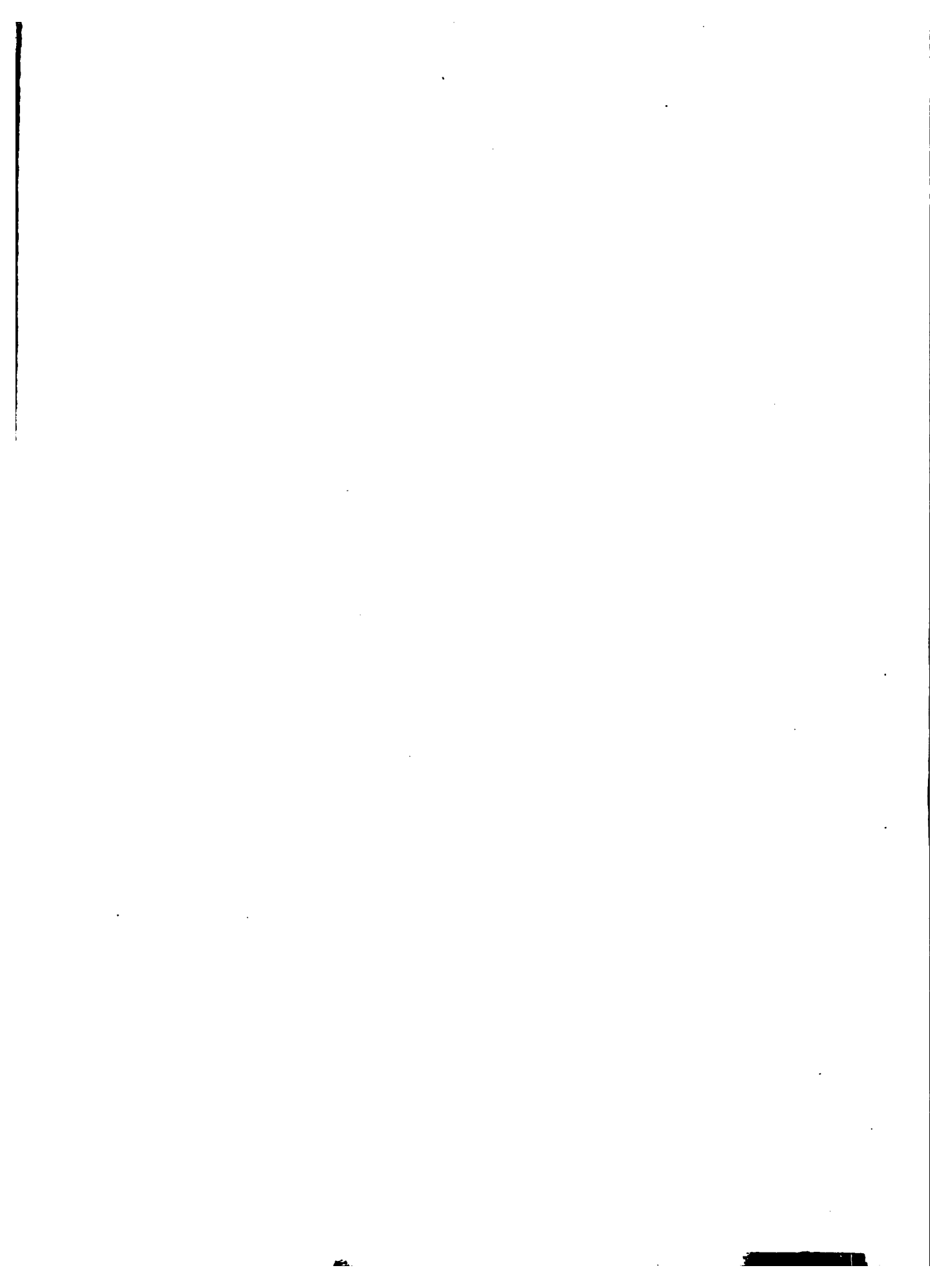
Diagramme des maxima pour le calage normal. (Voir Nos 80 et 83)



Echelle : 1 millimètre pour 200 Kilogrammetres.



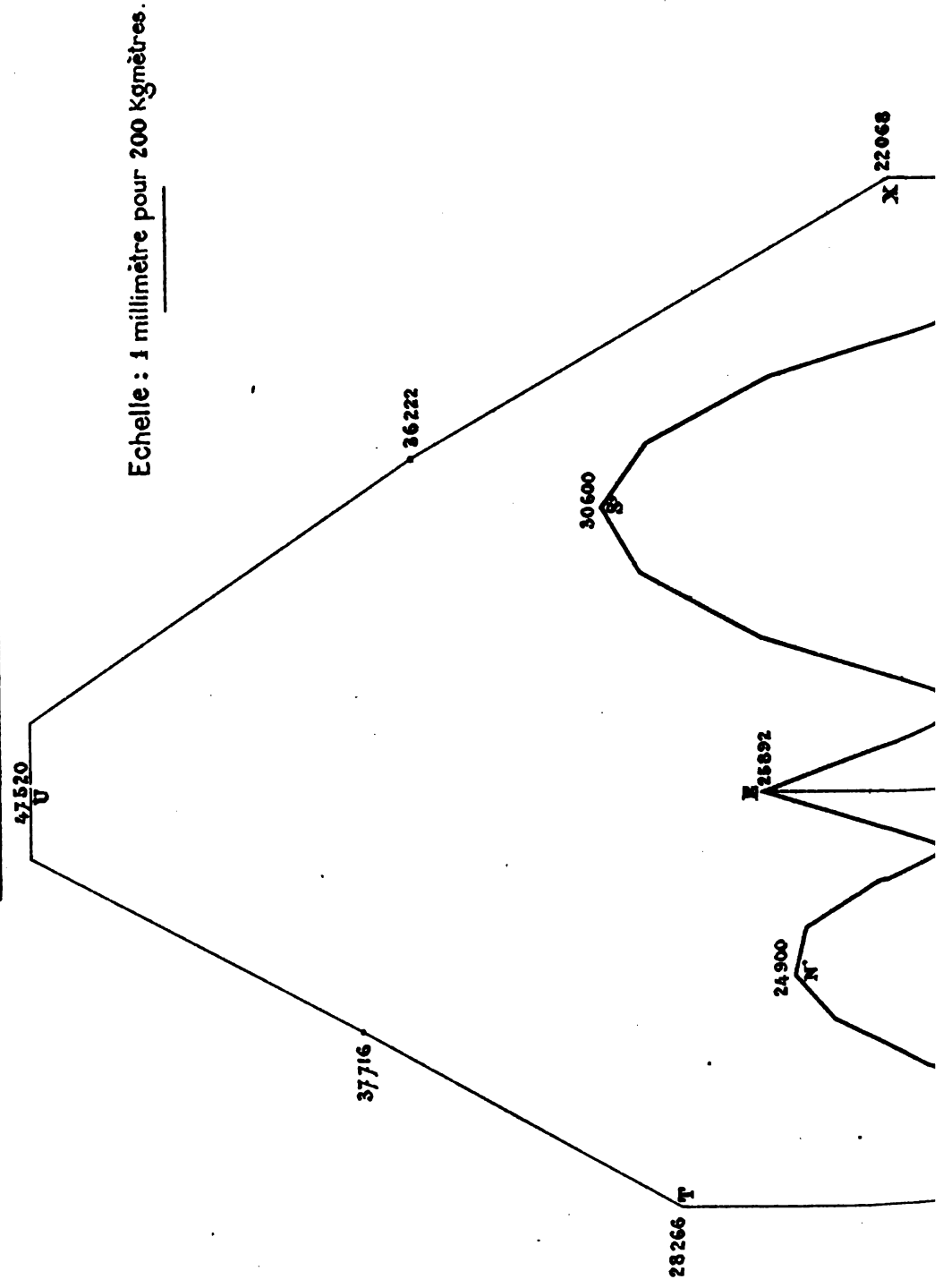
de A à D ($n^{\circ}1+n^{\circ}2$) positif
 de D à E ($n^{\circ}1+n^{\circ}3$) négatif
 de E à F ($n^{\circ}1+n^{\circ}3$) négatif
 de F à G ($n^{\circ}1+n^{\circ}2$) négatif
 de G à B ($n^{\circ}1+n^{\circ}3$) positif

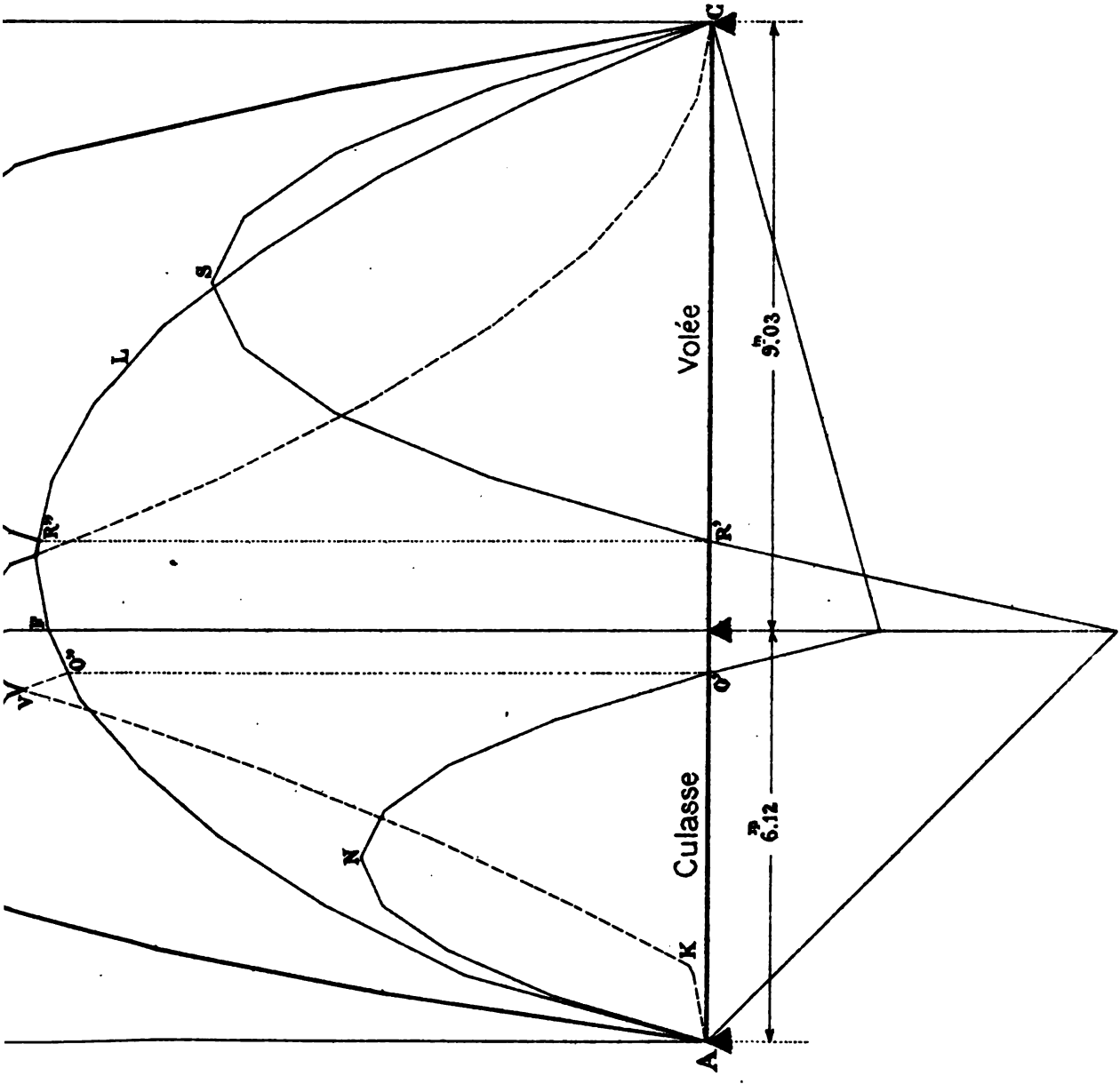




LIVRE II. PL. XXII

Diagramme des maxima pour le calage trop fort. (Voir N° 81)





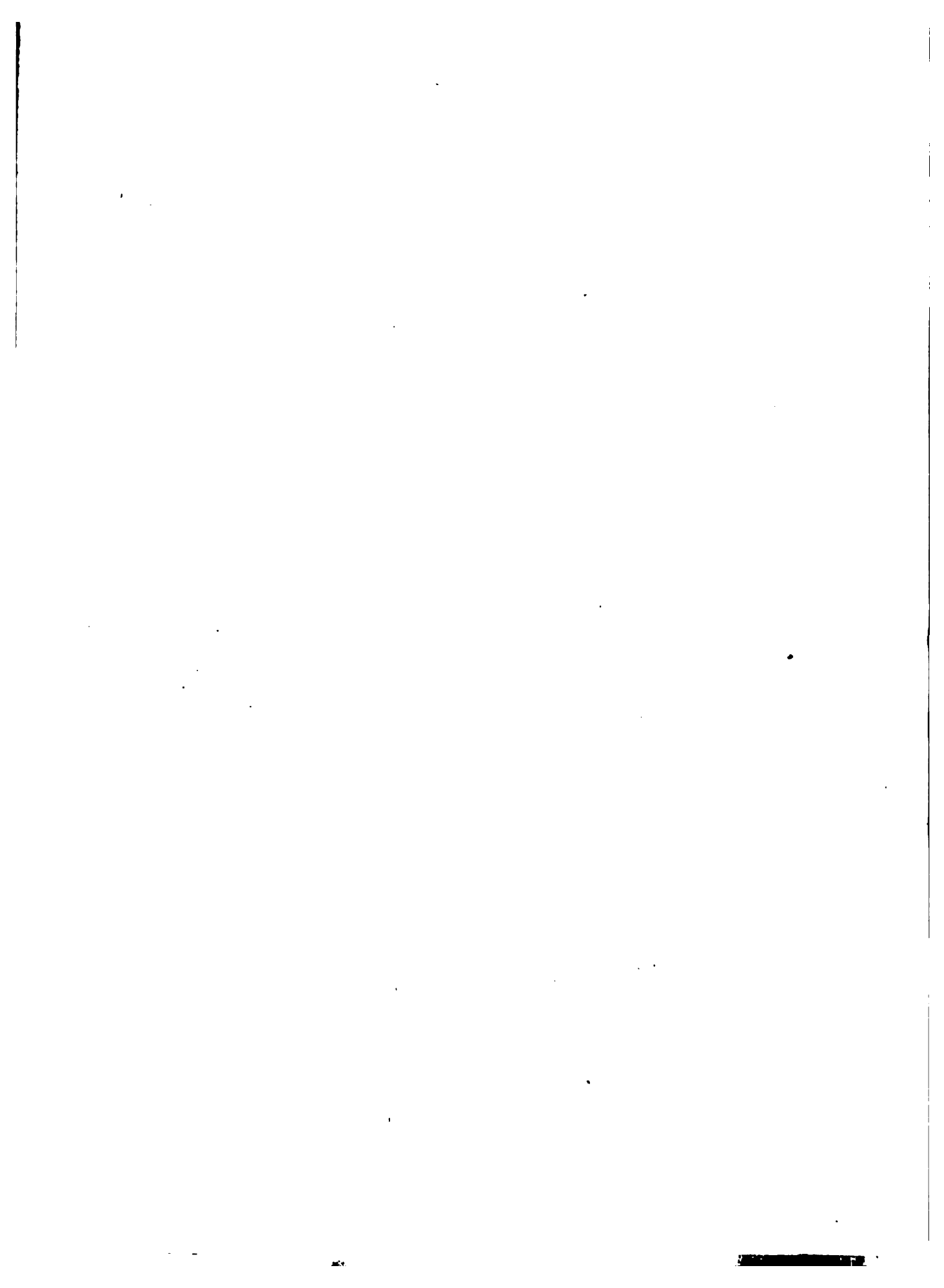
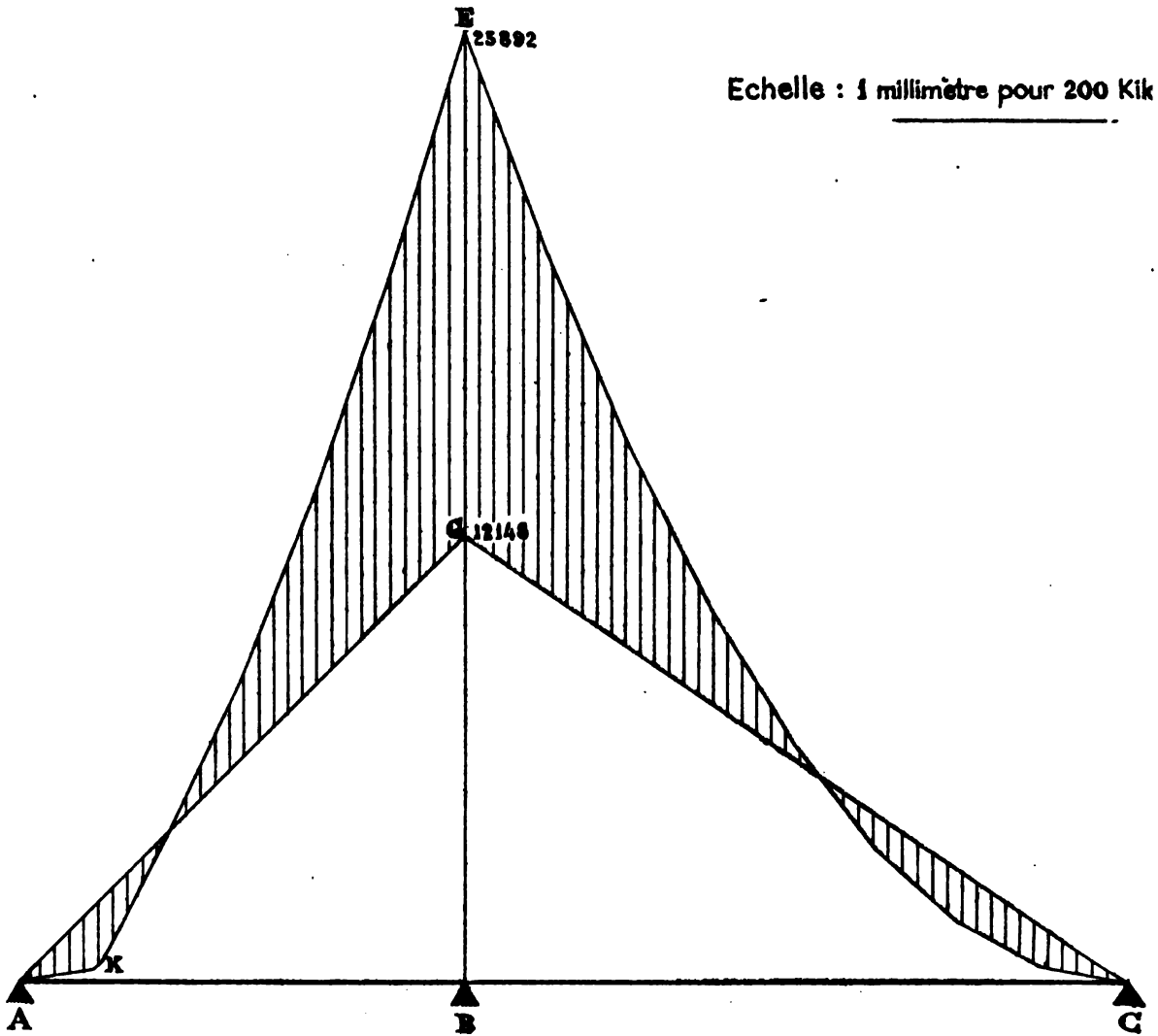




Diagramme des maxima pour le cal



Echelle : 1 millimètre pour 200 Kik

de A à D ($n^{\circ}1 + n^{\circ}2$) positif
de D à B ($n^{\circ}1 + n^{\circ}3$) négatif
de B à G ($n^{\circ}1 + n^{\circ}3$) négatif
de G à F ($n^{\circ}1 + n^{\circ}2$) négatif
de F à C ($n^{\circ}1 + n^{\circ}3$) positif

