Math. 320.

Math. 3.20

DIOPTRICAE

PARS SECVNDA,

CONTINENS

LIBRVM SECVNDVM,

DE

CONSTRVCTIONE

TELESCOPIORVM DIOPTRICORVM

CVM

APPENDICE

DE

CONSTRVCTIONE

TELESCOPIORVM CATOPTRICO-DIOPTRICORVM.

AVCTORE

LEONHARDO EVLERO

ACAD. SCIENT. BORVSSIAE DIRECTORE VICENNALI ET SOCIO

ACAD. PETROP. PARISIN. ET LOND.

PETROPOLI

Impensis Academiae Imperialis Scientiarum

1770.

INDEX CAPITVM.

In Tomo II. contentorum.

IN SECTIONE PRIMA.

De Telescopiis primi generis, quae lente oculari concaua instructa, obiecta situ erecto repraesentant.

IN SECTIONE SECVNDA.

De Teleſcopiis ſecundi generis, quae lente oculari conuexa inſtructa, obiecta ſitu inuerſo repraeſentant.

)o(

IN SECTIONE TERTIA.

De Teleſcopiis tertii generis, quibus obiecta iterum ſitu erecto repraeſentantur.

IN APPENDICE.

De Conſtructione Teleſcopiorum Catoptrico-Dioptricorum.

LIBRI

LIBRI SECVNDI.
DE
CONSTRVCTIONE TELESCOPIORVM
SECTIO PRIMA.
DE
TELESCOPIIS PRIMI GENERIS,
QVAE
LENTE OCVLARI CONCAUA INSTRVCTA
OBIECTA SITV ERECTO REPRAESENTANT.

CAPUT I.

DE TELESCOPIIS IN GENERE.

Definitio I.

1.

Telescopium est instrumentum dioptricum obiectis valde remotis spectandis inseruiens.

Coroll. I.

2. Cum ergo distantia obiecti sit valde magna, in calculo quantitatem a, qua distantia obiecti a lente obiectiua designatur, tanquam infinitam spectare licet, ideoque a denotabit distantiam focalem lentis obiectivae, neglecta scilicet eius crassitie.

 Co-

Coroll. 2.

3. Cum posuerimus $\alpha = \mathrm{A}a$, ob $a = \infty$ erit numerus A euanescens ideoque et $\mathrm{A} = 0$ et $\mathfrak{A} = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{A}+1} = 0$. Hinc ergo in formulis supra traditis litterae A et $\mathfrak{A}$ ita ex calculo eliminabuntur, vt loco $\mathrm{A}a$ et $\mathfrak{A}a$ scribatur α.

Definitio. 2.

4. In telescopiis campus apparens non ex ipsa obiecti conspicui quantitate aestimatur, sed ex angulo, sub quo haec pars conspicua nudo oculo cerneretur.

Corollarium.

5. Littera ergo Φ, quam supra in nostras formulas introduximus, denotabit semidiametrum campi adparentis vel potius eius tangentem; quia autem hic angulus plerumque est valde paruus, is ipse loco tangentis sine errore, praecipue si multiplicatio sit notabilis, usurpatur.

Definitio 3.

6. Multiplicatio in telescopiis ex ratione quantitatis per instrumentum visae, ad quantitatem, qua idem obiectum in eadem distantia remotum nudo oculo cerneretur, aestimari solet.

Co-

Coroll. 1.

7. Quia ergo supra in genere multiplicationem ad distantiam b retulimus; obiecti vero distantia posita est $=a$, erit quoque $b=a$.

Coroll. 2.

8. Exponens ergo multiplicationis $=m$ hoc casu indicat, quoties angulus, sub quo diametrum cuiuspiam obiecti per telescopium cernimus, maior sit angulo, sub quo idem obiectum nudis oculis cerneretur.

Scholion 1.

9. Hoc scilicet intelligendum est, quamdiu de angulis satis paruis est sermo; quando autem anguli sunt maiores, exponens multiplicationis m declarabit, non quoties ipse angulus, sub quo obiectum quodpiam per telescopium cernitur, sed quoties eius tangens maior sit tangente eius anguli, sub quo idem obiectum nudis oculis esset apparitum, ita ut etiamsi multiplicatio m foret infinita, tamen angulus visionis non ultra 90° excrescere posset, dum scilicet quantitas obiecti ab axe telescopii aestimatur.

Scholion 2.

10. His igitur obseruatis formulae supra erutae facile ad telescopia accomodantur eoque non nihil sim-

pliciores euadunt. Praeterea vero etsi pro varia oculi constitutione distantia iusta littera l designata sit maxime diuersa, tamen hic ista diuersitas seponi solet, quia telescopium ad unam oculi speciem accomodatum in praxi facile ad quosuis alios oculos accommodatur, et quia plerumque distantia iusta l satis est magna prae oculi distantia ab ultima lente, eaque adeo pro multis oculis in infinitum excrescit, commode statuemus $l=\infty$. Hinc si ultimae lentis distantiae determinatrices sint f et ζ post eamque locus oculi $=O$, ob $O=\zeta+l$, distantia ζ debebit esse infinita, scilicet $\zeta=O-l$, ita ut sit $\frac{\zeta}{l}=-1$; siue $\frac{l}{\zeta}=-1$ atque ob $\zeta=\infty$ euidens est, ultimae lentis distantiam focalem fore $=f$.

Problema 1.

11. Ex quotcunque lentibus telescopium fuerit compositum, elementa exponere, quibus supra vsi sumus, ad eius constructionem determinandam, simulque relationem eorum diuersorum elementorum inter se repraesentare.

Solutio.

Pro qualibet lente 1° considerauimus eius rationem refractionis pro radiis mediae naturae. 2° Eius binas distantias determinatrices cum numero arbitrario λ. 3° Nunc etiam cuiusque lentis distantiam focalem in in calculum introducemus. 4° Etiam introduximus rationes aperturarum pro singulis lentibus littera π indicatas. Quae elementa pro singulis lentibus sequenti modo ob oculos ponamus:

Lentes	Ratio refr.	Dist. det	Num. arb.	Dist. foc.	Rat. apert.
I^{ma}	$n : 1.$	$a, \alpha.$	λ	$p.$	0
II^{da}	$n' : 1$	$b, \beta.$	λ'	$q.$	π
III^{tia}	$n'' : 1.$	$c, \gamma.$	λ''	$r.$	π'
IV^{ta}	$n''' : 1.$	$d, \delta.$	λ'''	$s.$	π''
V^{ta}	$n'''' : 1.$	$e, \varepsilon.$	λ''''	$t.$	π'''
VI^{ta}	$n''''' : 1.$	$f, \zeta.$	λ^{V}	$u.$	π''''

etc.

deinde etiam posuimus $A = \frac{\alpha}{a}$; $B = \frac{\beta}{b}$; $C = \frac{\gamma}{c}$; $D = \frac{\delta}{d}$; $E = \frac{\varepsilon}{e}$; $F = \frac{\zeta}{f}$ etc. tum vero etiam $\mathfrak{A} = \frac{A}{A+1}$; $\mathfrak{B} = \frac{B}{B+1}$; $\mathfrak{C} = \frac{C}{C+1}$; $\mathfrak{D} = \frac{D}{D+1}$; $\mathfrak{E} = \frac{E}{E+1}$; $\mathfrak{F} = \frac{F}{F+1}$ etc.

His expositis modo ante vidimus ob $a = \infty$, fore $A = 0$ et $\mathfrak{A} = 0$, quibus valoribus ita est vtendum, vt sit $Aa = \alpha$ et $\mathfrak{A}a = p$ atque $p = \alpha$; pro sequentibus autem lentibus habebimus

$$q = \mathfrak{B}b;\ r = \mathfrak{C}c;\ s = \mathfrak{D}d;\ t = \mathfrak{E}e;\ u = \mathfrak{F}f.$$

etc.

unde viciffim per distantias focales erit

$$b = \frac{q}{\mathfrak{B}} = \frac{B+1}{B}q \text{ et } \beta = (B+1)q$$

$$c = \frac{r}{\mathfrak{C}} = \frac{C+1}{C}r. \text{ et } \gamma = (C+1).r$$

$$d = \frac{s}{\mathfrak{D}} = \frac{D+1}{D}s. \text{ et } \delta = (D+1).s$$

etc.

deinde

deinde pro rationibus aperturarum habuimus supra sequentes relationes: posita scilicet semidiametro campi apparentis $=\Phi$

$$1°.\quad \frac{\mathfrak{B}\pi-\Phi}{\Phi}=\frac{Aa}{b}=\frac{\alpha}{b} \text{ seu}$$

$$\frac{\mathfrak{B}\pi}{\Phi}=\frac{\alpha+b}{b} \text{ vel } \frac{\pi}{\Phi}=\frac{\alpha+b}{q}$$

$$2°.\quad \frac{\mathfrak{C}\pi'-\pi+\Phi}{\Phi}=\frac{AB.\alpha}{c}=\frac{B\alpha}{c}$$

$$3°.\quad \frac{\mathfrak{D}\pi''-\pi'+\pi-\Phi}{\Phi}=\frac{ABC.\alpha}{d}=\frac{BC.\alpha}{d}$$

$$4°.\quad \frac{\mathfrak{E}\pi'''-\pi''+\pi'-\pi+\Phi}{\Phi}=\frac{ABCD\alpha}{e}=\frac{BCD\alpha}{e}$$

etc.

atque hinc vicissim valores sequentes elicuimus:

$$a=\infty \qquad \alpha=p$$

$$b=\frac{p\Phi}{\mathfrak{B}\pi-\Phi} \qquad \beta=\frac{B.p\Phi}{\mathfrak{B}\pi-\Phi}$$

$$c=\frac{B.p\Phi}{\mathfrak{C}\pi'-\pi+\Phi} \qquad \gamma=\frac{BC.p\Phi}{\mathfrak{C}\pi'-\pi+\Phi}$$

$$d=\frac{BC.p\Phi}{\mathfrak{D}\pi''-\pi'+\pi-\Phi} \qquad \delta=\frac{BCD.p\Phi}{\mathfrak{D}\pi''-\pi'+\pi-\Phi}$$

$$e=\frac{BCD.p\Phi}{\mathfrak{E}\pi'''-\pi''+\pi'-\pi+\Phi} \qquad \varepsilon=\frac{BCDE.p\Phi}{\mathfrak{E}\pi'''-\pi''+\pi'-\pi+\Phi}$$

etc.

Coroll. I.

12. In superioribus iam satis ostensum est, quomodo ex binis distantiis determinatricibus singulas lentes construi oporteat; quem in finem valores litterarum ϱ, σ, τ, quibus etiam adiungimus ν et μ, recordari necesse est, qui sunt

$\varrho+$

$$\rho+\sigma=\frac{1}{n-1};\quad \sigma-\rho=\frac{2n+2}{n+2}$$

$$\tau=\frac{n\sqrt{(4n-1)}}{(n-1)(n+2)};\quad \mu=\frac{n(4n-1)}{4(n-1)^2(n+2)}$$

$$\text{et } \nu=\frac{4(n-1)^2}{4n-1};\quad \mu\nu=\frac{n}{2(n+2)}$$

Coroll. 2.

13. His valoribus pro quavis ratione refractionis cognitis pro distantiis determinatricibus a, α, cum numero arbitrario λ facies lentis sequenti modo definientur;

Radius faciei

anter.: $=\dfrac{a\alpha}{\rho a+\sigma\alpha\pm\tau(a+\alpha)\sqrt{(\lambda-1)}}$

poster.: $=\dfrac{a\alpha}{\rho\alpha+\sigma a\mp\tau(a+\alpha)\sqrt{(\lambda-1)}}$

ad quod exemplum omnes reliquae lentes sunt construendae.

Coroll. 3.

14. Cum confusio ex tali lente obtinenda fiat minima, sumto $\lambda=1$; operae pretium erit investigare, quantum numerum pro λ accipi oporteat, ut ambae lentis facies fiant inter se aequales; reperitur hunc in finem

$$\sqrt{(\lambda-1)}=\frac{a-\alpha}{a+\alpha}\cdot\frac{2(n+1)(n-1)}{n\sqrt{(4n-1)}}$$

hincque

$$\lambda=1+\frac{(a-\alpha)^2}{(a+\alpha)^2}\cdot\frac{4(nn-1)^2}{n^2(4n-1)}$$

 cum

cum iam sit $\frac{\overline{a-\alpha}^2}{\overline{a+\alpha}^2} = 1 - \frac{4a\alpha}{(a+\alpha)^2}$; erit

$$\lambda = 1 + \frac{4(nn-1)^2}{n^2(4n-1)} - \frac{16a\alpha(nn-1)^2}{(a+\alpha)^2 n^2(4n-1)}$$

quare si fuerit vel $a = \infty$ vel $\alpha = \infty$ erit

$$\lambda = 1 + \frac{4(nn-1)^2}{n^2(4n-1)}$$

Scholion.

15. Quo nostra investigatio latius pateat, singulis lentibus peculiares refractionis rationes tribuamus, quoniam nunc quidem compertum est, diuersas uitri species ratione refractionis inter se discrepare, ita tamen, vt ualor numeri n intra limites 1, 50 et 1, 60 contineatur, quamobrem pro praxi consultum erit, pro singulis ualoribus intra hos limites contentis ualores litterarum ϱ, σ, τ, μ, ν et $\mu\ \nu$ hic exhibere; quem in finem sequentem tabulam hic subiungemus. Quod uero ad differentialia numerorum n attinet, de iis nihil definio, si quidem experimenta Dollondi ueritati sunt consentanea, praeterquam, quod si $n = 1,53$ pro uitro coronario, $n' = 1,58$ pro chrystallino, sit per experimenta

$$dn : dn' = 2 : 3;\ \frac{dn}{n-1} : \frac{dn'}{n'-1} = 7 : 10.$$

$n.$	$\varrho.$	$\sigma.$	$\tau.$	$\mu.$	$\nu.$	$\mu\nu.$
1.50.	0.2858.	1.7143.	0.9583.	1.0714.	0.2000.	0.2143.
1.51.	0.2653.	1.6956.	0.9468.	1.0420.	0.2065.	0.2151.
1.52.	0.2456.	1.6776.	0.9358.	1.0140.	0.2129.	0.2159.
1.53.	0.2267.	1.6601.	0.9252.	0.9875.	0.2196.	0.2168.
1.54.	0.2083.	1.6434.	0.9149.	0.9622.	0.2260.	0.2176.
1.55.	0.1907.	1.6274.	0.9051.	0.9381.	0.2326.	0.2182.
1.56.	0.1737.	1.6119.	0.8956.	0.9151.	0.2393.	0.2192.
1.57.	0.1572.	1.5970.	0.8864.	0.8934.	0.2461.	0.2199.
1.58.	0.1414.	1.5827.	0.8775.	0.8724.	0.2529.	0.2206.
1.59.	0.1259.	1.5689.	0.8689.	0.8525.	0.2597.	0.2214.
1.60.	0.1111.	1.5555.	0.8607.	0.8333.	0.2666.	0.2221.

Problema 2.

16. Ex quotcunque lentibus telescopium fuerit compositum, definire conditiones, vt singularum lentium interualla fiant positiua.

Solutio.

Quomodocunque distantiae determinatrices lentium ratione signorum + et − sint adfectae, semper necesse est, vt quantitates $\alpha + b$; $\beta + c$; $\gamma + d$; $\delta + e$ etc., quibus distantiae lentium exprimuntur, fiant positiuae; quodsi ergo loco harum litterarum valores ante exhibiti substituantur, sequentibus conditionibus satisfieri oportet:

 $\alpha +$

$$\alpha + b = \frac{\mathfrak{B}\pi p}{\mathfrak{B}\pi - \Phi} > 0$$

$$\beta + c = \frac{B.\Phi p(\mathfrak{C}\pi' - (1-\mathfrak{B})\pi)}{(\mathfrak{B}\pi - \Phi)(\mathfrak{C}\pi' - \pi + \Phi)} > 0$$

$$\gamma + d = \frac{BC.\Phi p(\mathfrak{D}\pi'' - (1-\mathfrak{C})\pi')}{(\mathfrak{C}\pi' - \pi + \Phi)(\mathfrak{D}\pi'' - \pi' + \pi - \Phi)} > 0$$

$$\delta + e = \frac{BCD.\Phi p(\mathfrak{E}\pi''' - (1-\mathfrak{D})\pi'')}{(\mathfrak{D}\pi'' - \pi' + \pi - \Phi)(\mathfrak{E}\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \Phi)} > 0$$

etc.

circa quas distantias obseruari conuenit, quasdam earum etiam fieri posse $= 0$, quando scilicet duae pluresue lentes sibi inuicem immediate iunguntur, quemadmodum in lentibus obiectiuis euenire posse supra vidimus, nunquam autem vlla harum distantiarum fieri debet negatiua.

Coroll. 1.

17. Hinc manifestum est, si fuerit $\pi = 0$, tum distantiam inter lentem primam et secundam euanescere; ac si praeterea sit $\pi' = 0$, etiam tertia lens praecedentibus immediate iungetur, et quarta lens insuper iis adiungetur, si quoque fuerit $\pi'' = 0$, quod quidem euenit in lentibus obiectiuis compositis seu multiplicatis, vti supra iam est ostensum.

Coroll. 2.

18. Distantia autem inter lentem primam et secundam fiet maior nihilo, vel tribuendo ipsi π valorem positiuum, quoties scilicet fuerit $\frac{\mathfrak{B}p}{\mathfrak{B}\pi - \Phi}$ quantitas posi-

positiua uel tribuendo ipsi π ualorem negatiuum, quoties $\frac{\mathfrak{B}p}{\mathfrak{B}\pi-\Phi}$ fuerit quantitas negatiua.

Coroll. 3.

19. Quoniam $\alpha = p$ est quantitas positiua, casus notari merentur;

1°. $b = -p$; 2°. $b = 0$; 3°. $b > 0$.

Primo casu interuallum primum euanescit, ideoque erit uel $\pi = 0$ uel $\mathfrak{B} = 0$, quod autem fieri nequit, quia foret $B = 0$, ideoque $\frac{\beta}{b} = 0$, ac propterea $\beta = 0$, cuiusmodi autem lens non datur, nisi etiam sit $b = 0$; vnde in hoc primo casu necessario habebitur $\pi = 0$. Secundo casu, quo $b = 0$, lens secunda cadet in ipsam imaginem a prima lente proiectam fietque $\mathfrak{B}\pi - \Phi = \infty$, quia neque p neque Φ esse potest $= 0$, vnde prodibit pro hoc casu $\mathfrak{B} = \infty$ et $B = -1$. hoc est $\beta = -b = 0$, vnde patet, hoc casu ambas distantias determinatrices secundae lentis euanescere; nihilo uero minus eius distantiam focalem q ualorem quemcunque retinere posse, cum sit $q = \mathfrak{B}b$, ob $\mathfrak{B} = \infty$ et $b = 0$ Casu denique tertio, quo $b > 0$, fieri debet $\mathfrak{B}\pi - \Phi > 0$ seu $\mathfrak{B} > \frac{\Phi}{\pi}$.

Coroll. 4.

20. Quod hic de casu secundo notauimus, ualet quoque de qualibet alia lente, quae in locum imaginis a lente praecedente formatae constituitur; tum

 enim

enim eius distantiarum determinatricium anterior euanescit, vnde et posterior necessario euanescere debet; eueniat enim hoc in lente quarta, cuius distantiae determinatrices sunt d et δ, et distantia focalis s, et quia est $\frac{1}{s} = \frac{1}{d} + \frac{1}{\delta}$ si ergo sit $d = 0$, necessario quoque fiet $\delta = 0$, cum enim sit $\delta = \frac{sd}{d-s}$, posito $d = 0$, fiet utique $\delta = 0$ tum uero hinc etiam cognoscimus, fore $\frac{\delta}{d} = -1 = D$; ita, vt hoc quoque casu sit $D = -1$ et $\mathfrak{D} = \infty$.

Problema 3.

21. Si telescopium ex quotcunque lentibus fuerit compositum, definire aperturas singularum lentium, vt omnes radii ab obiecto per lentem obiectiuam ingressi simul per omnes lentes sequentes transmittantur.

Solutio.

Hic non obiectum quodcunque est intelligendum, sed tantum quod per telescopium conspici potest totum, ita, vt eius semidiameter adparens conueniat cum semidiametro campi apparentis, quam statuimus $= \Phi$. Quodsi iam lentis obiectiuae ponatur semidiameter aperturae $= x$, supra ostendimus, semidiametros aperturae singularum lentium sequentium sequenti modo determinari:

Semid.

Semid. apert.

Lentis II^{dae} $\frac{\mathfrak{B}\pi p \pm x}{\mathfrak{B}\pi - \Phi} \cdot \Phi$

. . . III^{tiae} $\frac{B\mathfrak{C}\pi' p \pm x}{\mathfrak{C}\pi' - \pi + \Phi} \cdot \Phi$

. . . IV^{tae} $\frac{BC\mathfrak{D}\pi''.p \pm x}{\mathfrak{D}\pi'' - \pi' + \pi - \Phi} \cdot \Phi$

. . . V^{tae} $\frac{BCD\mathfrak{E}\pi'''.p \pm x}{\mathfrak{E}\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \Phi} \cdot \Phi$

etc.

singulae hac expressiones constant duabus partibus, et signum ambiguum $\pm$ indicat, ambas partes capi debere positiuas, etiamsi forte ambae uel saltim altervtra fuerit negatiua. Nihil autem impedit, quominus hae aperturae capiantur maiores, etiamsi haec amplificatio omni vsu destituatur. Quin etiam sufficit, has semidiametros maiori tantum parti, quae plerumque est prior, aequales sumsisse, quia hinc nullum aliud incommodum est metuendum, nisi quod extremitates campi adparentis aliquanto obscurius repraesententur; atque vt lentes tantae aperturae sint capaces, pro litteris π, π', π'', π''' etc. tam exiguas fractiones sumi oportet, vti supra est expositum, ueluti $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ uel adhuc minores.

Coroll. 1.

22. Priores partes harum formularum multo concinnius exprimi possunt, si distantias focales in calculum

culum introducamus; tum enim eae sequenti modo exprimentur:

$$\pi q\,;\ \pi' r\,;\ \pi'' s\,;\ \pi''' t \text{ etc.}$$

quae expressiones immediate ex natura litterarum π, π', π'' etc. supra exposita sequuntur.

Coroll. 2.

23. Hinc etiam alterae partes illarum formularum concinnius exprimi poterunt, cum sit $\frac{\Phi}{\mathfrak{B}\pi-\Phi} = \frac{b}{\beta} = \frac{q}{\mathfrak{B}p}$; et $\frac{\Phi}{\mathfrak{C}\pi'-\pi+\Phi} = \frac{r}{\mathfrak{BC}q}$ et $\frac{\Phi}{\mathfrak{D}\pi''-\pi'+\pi-\Phi} = \frac{s}{\mathfrak{BC.D}r}$; vnde superiores formulae ita repraesentari possunt.

Semid. apert.
Lentis

$$\mathrm{I}^{mae.} = x$$

$$\mathrm{II}^{dae.} = \pi q \pm \frac{qx}{\mathfrak{B}.p}$$

$$\mathrm{III}^{tiae.} = \pi' r \pm \frac{rx}{\mathfrak{BC}.p}.$$

$$\mathrm{IV}^{tae.} = \pi'' s \pm \frac{sx}{\mathfrak{BC.D}.p}$$

$$\mathrm{V}^{tae.} = \pi''' t \pm \frac{tx}{\mathfrak{BCD.E}.p}$$

Coroll. 3.

24. Quodsi ergo eueniat, vt litterarum π, π', π'', π''' etc. quaepiam euanescat; tum pro lente re-

respondente semidiameter aperturae soli secundae parti aequalis sumi debet. Aliis uero casibus, quibus pars prima maior est secunda, sufficit aperturam ex sola prima parte definiri.

Scholion.

25. Casus iste, quo litterarum π, π', π'' etc. quaepiam fit $= 0$, tum habet locum, quando lens respondens in eiusmodi loco collocatur, quem supra pro idoneo loco oculi assignauimus, in quo scilicet radii ab extremitate obiecti per centrum lentis primae transmissi iterum uspiam cum axe concurrunt. In hoc enim loco lens constituta nulla alia apertura indigebit, nisi ea, quae ob aperturam lentis obiectiuae requiritur. Quare probe notandum est, quoties quaepiam lens in tali loco collocatur, pro ea ualorem ipsius π respondentis fore $= 0$. et uicissim. Quoniam igitur plerumque pars aperturae ab x pendens fit ualde parua, huiusmodi lentes commodissime loco diaphragmatum, quae uulgo in telescopiis adplicari solent, vsurpari poterunt, vt earum tam exigua apertura radii peregrini excludantur.

Problema 4.

26. Ex quotcunque lentibus telescopium fuerit compositum, definire rationem multiplicationis m, qua obiecta per id uisa aucta conspicientur.

Solutio.

Ex formulis, quas iam supra pro multiplicatione inuenimus, obtinebimus pro singulis lentium numeris sequentes formulas.

Pro num. lent.	Ratio Multiplicationis.
I.	$m = +1$ ob $\frac{\alpha}{l} = -1$.
II.	$m = -\frac{\alpha}{b}$ ob $\frac{\beta}{l} = -1$.
III.	$m = +\frac{\alpha\beta}{bc}$ ob $\frac{\gamma}{l} = -1$.
IV.	$m = -\frac{\alpha\beta\gamma}{bcd}$ ob $\frac{\delta}{l} = -1$.
V.	$m = +\frac{\alpha\beta\gamma\delta}{bcde}$ ob $\frac{\varepsilon}{l} = -1$.

etc.

hic scilicet notandum est, si pro m prodeat ualor positiuus, obiectum situ erecto, sin autem negatiuus, situ inuerso repraesentatum iri. Vicissim igitur si uelimus, vt telescopium v. gr. centies multiplicet, duo casus sunt euoluendi, alter, quo repraesentatio requiritur erecta, alter, quo inuersa, ac priori casu statuimus $m = +100$; posteriori uero $m = -100$, ita, vt tunc satis sit perspicuum, quomodo pro quouis lentium numero ualores litterarum α, b; β, c; γ, d etc. esse debeant comparati.

Co-

Coroll. 1.

27. Si litteras latinas maiusculas introducere uelimus, erit pro duabus lentibus $m = -\frac{\alpha}{b}$; pro tribus $m = +\frac{\alpha}{c}$. B. pro quatuor $m = -\frac{\alpha}{d}$ B C. pro quinque $m = +\frac{\alpha}{e}$ B C D. etc.

Coroll. 2.

28. Cum porro sit $\alpha = p =$ distantiae focali lentis obiectiuae, et littera latina minuscula in his formulis denotet distantiam focalem lentis vltimae, formulae istae pro multiplicatione concinnius hoc modo repraesentantur:

I. $m = +1$.
II. $m = -\frac{p}{q}$.
III. $m = +\frac{p}{r}$. B.
IV. $m = -\frac{p}{s}$ BC.
V. $m = +\frac{p}{t}$ BCD.

etc.

Scholion.

29. In hoc problemate pro casu vnius lentis inuenimus $m = +1$, quo indicatur, obiecta per vnicam lentem non aucta, sed naturali quantitate spectari; id quod per se est manifestum, quoniam distantiam oculi iustam l infinitam assumimus; tum enim

erit etiam $\alpha = p = \infty$ ideoque haec lens habebit suas facies inter se parallelas, per quam obiecta perinde cernuntur, ac nudis oculis; deinde pro casu duarum lentium inuenimus $m = \frac{-p}{q}$; quare cum p sit positiuum, si q fuerit negatiuum, telescopium referet obiecta situ erecto et aucta in ratione $p:q$, seu quoties distantia focalis lentis obiectiuae maior fuerit, quam distantia focalis lentis ocularis concauae; sin autem lens ocularis quoque fuerit conuexa seu q positiuum, obiecta cernentur situ inuerso ac toties aucta, quoties q continebitur in p. Tum uero hinc etiam liquet, ob $\alpha = p$ et $b = q$ distantiam inter has duas lentes $\alpha + b$ seu longitudinem telescopii fore aequalem quantitati $p + q$, vti satis constat. At si plures lentes adhibeantur, ratio multiplicationis non amplius per solas distantias focales lentium obiectiuae et ocularis determinatur, sed insuper ratio est habenda numerorum B, C, D etc. seu lentium intermediarum.

Problema 5.

30. Ex quotcunque lentibus telescopium fuerit compositum, definire locum oculi seu eius distantiam post vltimam lentem ocularem.

Solutio.

Hanc distantiam supra littera O indicauimus statimque uidimus pro casu vnicae lentis fore $O = o$.

Pro

Pro casu autem duarum lentium inuenimus $O = \frac{\mathfrak{B}b\pi}{\pi - \Phi}$, quae ob $\beta = \infty$ hincque $B = \infty$ et $\mathfrak{B} = 1$ abit in hanc $O = \frac{b\pi}{\pi - \Phi}$. Cum autem porro sit $b = \frac{p\Phi}{\pi - \Phi}$, ideoque $\pi - \Phi = \frac{p\Phi}{b}$; habebitur $O = \frac{b^2\pi}{p\Phi} = \frac{q^2\pi}{p\Phi}$ et ob $m = -\frac{p}{q}$ seu $p = -mq$ erit $O = \frac{-q\pi}{m.\Phi}$ et ob $\frac{\pi}{\Phi} = \frac{p+q}{q}$ habebitur etiam $O = -\frac{(p+q)}{m} = +\frac{m-1}{m}.q$

Pro casu trium lentium ob $\gamma = \infty$ ideoque $C = \infty$ et $\mathfrak{C} = 1$ habebimus $O = \frac{c\pi'}{\pi' - \pi + \Phi}$; est uero $c = r = \frac{Bb\Phi}{\pi' - \pi + \Phi}$ et $m = \frac{p}{r}$. B atque hinc p B $= mr$ adeoque $c = \frac{mr\Phi}{\pi' - \pi + \Phi}$; vnde erit $O = \frac{\pi'}{m\Phi}.r$

Pro casu quatuor lentium ob $\delta = \infty$ ideoque $D = \infty$ et $\mathfrak{D} = 1$ inuenimus $O = \frac{d\pi''}{\pi'' - \pi' + \pi - \Phi}$; at est $d = s = \frac{BCb\Phi}{\pi'' - \pi' + \pi - \Phi} = \frac{-ms\Phi}{\pi'' - \pi' + \pi - \Phi}$ hincque $\pi'' - \pi' + \pi - \Phi = -m\Phi$ adeoque $O = -\frac{\pi''}{m\Phi}.s$

Quo haec ad plures lentes accommodari queant, tabulam sequentem subiungam

Num. lent. Locus oculi

$$\text{I. } O = 0$$

$$\text{II. } O = \frac{b\pi}{\pi - \mathfrak{P}} = -\frac{\pi}{m\Phi}\cdot q$$

$$\text{III. } O = \frac{c\pi'}{\pi' - \pi + \Phi} = \frac{\pi'}{m\Phi}\cdot r$$

$$\text{IV. } O = \frac{d\pi''}{\pi'' - \pi' + \pi - \mathfrak{P}} = -\frac{\pi''}{m\Phi}\cdot s$$

$$\text{V. } O = \frac{e\pi'''}{\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \mathfrak{P}} = \frac{\pi'''}{m\Phi}\cdot t$$

etc.

Coroll. 1.

31. Ex superioribus hic repeti conueniet, si ualor ipsius O prodeat positiuus, tum pro oculo locum idoneum inueniri, ex quo totus campus adparens conspici queat; sin autem pro O prodeat ualor negatiuus, tum oculum lenti ultimae immediate adplicari debere hocque casu campum apparentem per aperturam pupillae determinari.

Coroll. 2.

32. Casu duarum lentium distantiam O concinnius exhibere licuit, cum esset $O = \frac{m-1}{m}\cdot q = (1 - \frac{1}{m})q$; vnde statim patet pro repraesentatione erecta, vbi q est quantitas negatiua, distantiam O pariter fore negatiuam ideoque oculum lenti oculari immediate adplicari debere. At si lens ocularis fuerit conuexa et repraesentatio inuersa, tum oculum in certa distantia post lentem ocularem collocari debere.

Pro-

Problema 6.

33. Ex quotcunque lentibus telescopium fuerit compositum, si distantia oculi post lentem ocularem prodierit positiua, definire campum apparentem seu eius semidiametrum Φ, quem conspicere licebit.

Solutio.

Cum sit $b = a$, ex formulis generalibus supra inuentis pro quouis lentium numero habebimus sequentes campi apparentis determinationes:

Num. lent.	Semid. campi apparentis
I.	$\Phi =$ indetermin.
II.	$\Phi = \frac{-\pi}{m-1}$
III.	$\Phi = \frac{-\pi+\pi'}{m-1}$
IV.	$\Phi = \frac{-\pi+\pi'-\pi''}{m-1}$
V.	$\Phi = \frac{-\pi+\pi'-\pi''+\pi'''}{m-1}$

etc.

Coroll. 1.

34. Si m denotat numerum positiuum, eo semper indicatur, repraesentationem obiectorum esse erectam; sin autem telescopium in situ inuerso repraesentet, tum semper m numero negatiuo est exprimendum, uti iam supra est monitum.

Co-

Coroll. 2.

35. Ex his formulis etiam patet, quo maior fuerit multiplicatio m, eo minorem fore, ceteris paribus, campum adparentem et cum litterae π, π', π'', π''' etc. denotare possint fractiones non maiores, quam $\frac{1}{4}$ uel $\frac{1}{5}$ siue positiuas, siue negatiuas, euidens est, augendo numerum lentium campum apparentem continuo magis augeri posse.

Scholion.

36. Hoc modo semidiameter campi apparentis per fractionem quandam reperietur expressus, quae tanquam pars radii seu sinus totius est spectanda. Quare cum arcus circuli radio aequalis contineat circiter $57^\circ\ 17'$ seu $3437'$, fractio pro Φ inuenta in minuta prima conuertetur, si ea multiplicetur per numerum 3437, hocque modo spatium in coelo, quod per telescopium quodcunque conspicitur, facillime in gradibus et minutis definietur, vbi insuper notari conuenit, angulum hunc Φ hic semper vt positiuum spectari; si enim prodeat negatiuus, id semper est indicio, rationem multiplicationis m quoque negatiue esse capiendam seu repraesentationem esse inuersam.

Problema 7.

37. Ex quotcunque lentibus telescopium fuerit compositum, si distantia oculi post lentem vltimam prodierit negatiua, definire campum apparentem seu eius semidiametrum Φ, quem conspicere licet.

So-

Solutio.

Si prodeat distantia O negatiua, ideoque oculus in hoc loco collocari nequeat, iam supra vidimus, tum oculum lenti vltimae immediate adplicari debere, quasi esset $O = 0$; hocque casu campum apparentem non amplius per aperturas lentium definiri, sed potissimum ab apertura pupillae pendere, cuius semidiametrum littera ω designauimus, quae ob insignem oculi variationem a parte vigesima digiti usque ad $\frac{1}{10}$ dig. augeri potest, quod euenire solet, si oculus in loco valde obscuro versetur. Pro hoc igitur casu ex supra traditis determinatio campi apparentis sequenti modo se habebit:

Pro casu duarum lentium ob $\mathfrak{B} = 1$ et $b = q$, erit primo $\pi q = \omega$; deinde $\Phi = \frac{\pi\omega}{\pi p + \omega}$, quae expressio ob $\pi = \frac{\omega}{q}$ abit in hanc, $\Phi = \frac{\omega}{\frac{p}{q}+1} = \frac{-q\omega}{(m-1)q}$; $= \frac{-\pi q}{m-1}$ ob $p = -mq$, quae expressio, quia hoc casu q negatiuum valorem obtinet, per se fit positiua.

Pro casu trium lentium primo ob $\mathfrak{C} = 1$ et $c = r$ erit $\pi' r = \omega$; tum vero fit $\frac{Bp\Phi\pi'}{\pi' - \pi + \Phi} = \omega$ seu $\frac{mr\Phi\pi'}{\pi' - \pi + \Phi} = \omega$; vnde inuenitur $\Phi = \frac{(\pi' - \pi)\omega}{mr\pi' - \omega} = \frac{(\pi' - \pi)\omega}{(m-1)\pi' r} = \frac{\pi' - \pi}{m-1}$.

Pro casu quatuor lentium ob $\mathfrak{D} = 1$ et $d = s$ erit primo $\pi'' s = \omega$, tum vero $\frac{BCp\pi''\Phi}{\pi'' - \pi' + \pi - \Phi} = \omega$ $= \frac{-ms\pi''\Phi}{\pi'' - \pi' + \pi - \Phi}$ vnde inuenitur $\Phi = \frac{(\pi'' - \pi' + \pi)\omega}{\omega - ms\pi''} = \frac{-(\pi'' - \pi' + \pi)\omega}{(m-1)\pi'' s}$ $= -\frac{(\pi'' - \pi' + \pi)}{m-1}$.

Quas determinationes in sequenti tabula repraesentemus:

Pro num. lent. erit et pro campo apparente.

II. $\pi = \frac{\omega}{q}$ $\Phi = \frac{-\omega}{(m-1)q} = \frac{-\pi}{m-1}$.

III. $\pi' = \frac{\omega}{r}$ $\Phi = \frac{-(\pi-\pi')\omega}{(m-1)\pi' r} = \frac{-\pi+\pi'}{m-1}$.

IV. $\pi'' = \frac{\omega}{s}$ $\Phi = \frac{-(\pi-\pi'+\pi'')\omega}{(m-1)\pi'' s} = \frac{-\pi+\pi'-\pi''}{m-1}$.

V. $\pi''' = \frac{\omega}{t}$ $\Phi = \frac{-(\pi-\pi'+\pi''-\pi''')\omega}{(m-1)\pi''' t} = \frac{-\pi+\pi'-\pi''+\pi'''}{m-1}$

etc.

Coroll. 1.

38. Hinc patet, formulas pro semidiametro campi apparentis Φ non discrepare a casu praecedente; verum autem discrimen in hoc consistit, quod casu praecedente vltima litterarum π, π', π'' etc. ab arbitrio nostro pendebat, dummodo intra limitem praescriptum $\frac{1}{4}$ vel $\frac{1}{3}$ contineretur, hic autem ea a constitutione pupillae determinari debeat.

Coroll. 2.

39. Eatenus ergo hoc casu campus apparens minor fit, quam casu praecedente, quatenus litterarum π, π', π'' etc. vltimae minor valor tribui debet, id quod fit, si fractiones $\frac{\omega}{q}$, $\frac{\omega}{r}$, $\frac{\omega}{s}$ etc. minores fuerint, quam limes ille $\frac{1}{4}$ uel $\frac{1}{3}$. Sin autem huic limiti pro-

dierint

dierint aequales, vtroque casu idem habebitur campus apparens.

Coroll. 3.

40. Hinc autem concludere non licet, si istae fractiones $\frac{\omega}{q}$, $\frac{\omega}{r}$, $\frac{\omega}{s}$ etc. maiores fiant limite praescripto, tum hoc posteriori casu campum adeo maiorem visum iri, propterea quod ipsa lentis postremae natura non permittit maiorem valorem litterae respondentis π. Atque ob hanc caussam nequidem conuenit tam exiguas lentes oculares admittere, vt valor vltimae litterae π limitem $\frac{1}{4}$ uel $\frac{1}{3}$ superans prodeat, quia tum ipsa huius lentis apertura minor capi deberet, quam pupilla.

Scholion.

41. Nihil autem obstat, quominus lenti oculari apertura maior tribuatur, quam pupillae, quandoquidem inde nullum aliud incommodum esset metuendum, nisi quod non omnes radii per hanc lentem transmissi in oculum ingrederentur; quod autem tantum abest, vt sit incommodum, vt potius insigne lucrum inde obtineri possit; tum enim pupilla successiue per totam lentis aperturam vagari poterit, quo id commodi consequemur, vt successiue alias atque alias obiecti partes conspiciamus. Id quod in telescopiis ad praecedentem casum pertinentibus locum habere nequit. Determinatio igitur vltimae litterarum π, π', π'' etc. in pro-

blemate exhibita ei tantum fini inseruit, vt inde magnitudo campi vno obtutu visi rite definiatur, cum adeo insigne lucrum exspectari queat, si lenti oculari multo maior apertura tribui queat; ex quo iam ratio multo clarius perspicitur, cur lentes oculares nimis paruas euitari conueniat.

Problema 8.

42. Si telescopium ex quotcunque lentibus fuerit compositum atque adeo singulae lentes ex diuersis vitri speciebus sint formatae, definire semidiametrum confusionis, qua repraesentatio obiectorum erit inquinata.

Solutio.

Iam in limine huius capitis cuilibet lenti peculiarem refractionis rationem tribuimus, huncque in finem litteras n, n', n'', n''' etc. in calculum introduximus. Quare tantum opus est, vt formulas in additamento postremo I^{mae} partis inuentas ad casum telescopiorum, quo fit $a = \infty$; $b = a$; hincque $A = o$ et $A a = \alpha = p$, transferamus; ad quod efficiendum ex denominatoribus singulorum membrorum factor A^3 cum factore communi coniungatur, vt fiat in eius denominatore $A^3. a a b = \alpha^3 = p^3$. Quo facto pro quolibet lentium numero semidiameter confusionis sequenti formula exprimetur:

$$\frac{m x^3}{4 p^3}\left\{\begin{array}{l} \mu\lambda + \frac{\mu'(B+1)(\lambda'(B+1)^2+\nu' B)\Phi}{B^3(\mathfrak{B}\pi-\Phi)} \\ \quad + \frac{\mu''(C+1)(\lambda''(C+1)^2+\nu'' C)\Phi}{B\cdot C\cdot(\mathfrak{C}\pi'-\pi+\Phi)} \\ \quad + \frac{\mu'''(D+1)(\lambda'''(D+1)^2+\nu''' D)\Phi}{B^3C\cdot D^3(\mathfrak{D}\pi''-\pi'+\pi-\Phi)} \end{array}\right.$$

etc.

quae, si singula membra in duas partes discerpantur, commodius exprimi poterit ob valores $\frac{B}{B+1} = \mathfrak{B}$; $\frac{C}{C+1} = \mathfrak{C}$ etc. Erit scilicet haec expressio:

$$\frac{m x^3}{4 p^3}\left\{\begin{array}{l} \mu\lambda + \frac{\mu'\Phi}{\mathfrak{B}(\mathfrak{B}\pi-\Phi)}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2}+\frac{\nu'}{B}\right) \\ \quad + \frac{\mu''\Phi}{B^3\mathfrak{C}(\mathfrak{C}\pi'-\pi+\Phi)}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^2}+\frac{\nu''}{C}\right) \\ \quad + \frac{\mu'''\Phi}{B^3C^3\mathfrak{D}(\mathfrak{D}\pi''-\pi'+\pi-\Phi)}\left(\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^2}+\frac{\nu'''}{D}\right) \end{array}\right.$$

etc.

quae porro, formulis §. 23 in subsidium vocatis ad hanc formam redigitur:

$$\frac{m x^3}{4 p^3}\left\{\begin{array}{l} \mu\lambda + \frac{\mu' q}{\mathfrak{B}^2\cdot p}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2}+\frac{\nu'}{B}\right) \\ \quad + \frac{\mu'' r}{B^4\mathfrak{C}^2 p}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^2}+\frac{\nu''}{C}\right) \\ \quad + \frac{\mu''' s}{B^4C^4\mathfrak{D}^2 p}\left(\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^2}+\frac{\nu'''}{D}\right) \end{array}\right.$$

etc.

atque hinc pro quouis lentium numero semidiameter confusionis sequenti modo exprimetur:

Pro duabus lentibus ob $B = \infty$; $b = q$; $\mathfrak{B} = 1$. erit semidiameter confusionis $= \frac{mx^3}{4p^3} (\mu \lambda + \frac{\mu' \lambda' . q}{p})$ quae forma ob $p = - m q$ reducitur ad hanc:

$$\frac{mx^3}{4p^3} (\mu \lambda - \frac{\mu' \lambda'}{m})$$

Pro tribus lentibus ob $C = \infty$ et $\mathfrak{C} = 1$ et $B . p = m . r$ erit semidiameter confusionis $=$

$$\frac{mx^3}{4p^3} \begin{cases} \mu \lambda + \frac{\mu' q}{\mathfrak{B} . p} (\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu'}{B}) \\ \qquad + \frac{\mu'' . \lambda''}{B . m} \end{cases}$$

Pro quatuor lentibus ob $D = \infty$ et $\mathfrak{D} = 1$ et $B \, C \, p = - m \, s$ erit semidiameter confusionis $=$

$$\frac{mx^3}{4p^3} \begin{cases} \mu \lambda + \frac{\mu' q}{\mathfrak{B} . p} [\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu'}{B}] \\ \qquad + \frac{\mu'' . r}{B . \mathfrak{C} . p} [\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^2} + \frac{\nu''}{C}] \\ \qquad - \frac{\mu''' \lambda'''}{B^3 C^3 . m} \end{cases}$$

Pro quinque lentibus ob $E = \infty$ et $\mathfrak{E} = 1$ et $B \, C \, D \, p = m \, t$ erit semidiameter confusionis $=$

$$\frac{mx^3}{4p^3} \begin{cases} \mu \lambda + \frac{\mu' q}{\mathfrak{B}^2 p} [\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu'}{B}] \\ \qquad + \frac{\mu'' . r}{B^4 \mathfrak{C} . p} [\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^2} + \frac{\nu''}{C}] \\ \qquad + \frac{\mu''' s}{B^4 C^4 \mathfrak{D}^2 . p} [\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^2} + \frac{\nu'''}{D}] \\ \qquad + \frac{\mu'''' \lambda''''}{B^3 C^3 D^3 . m} \end{cases}$$

etc.

Ce-

Coroll. 1.

43. His igitur formulis semidiameter confusionis per numerum seu fractionem quandam numericam expressa reperitur, quae fractio in gradus, minuta et secunda conuersa indicabit, sub quanto angulo singula obiectorum puncta per telescopium conspiciantur, quippe in quo effectus confusionis existit.

Coroll. 2.

44. Ne igitur haec confusio fiat intolerabilis, necesse est, vt semidiameter confusionis infra certum limitem subsistat; pro quo limite supra hanc formulam constituimus $\frac{1}{4k^3}$ existente $k = 40$ uel $k = 30$ circiter.

Coroll. 3.

45. Quodsi ergo in genere numeros in clausulis contentos ponamus $= N$, efficiendum est, vt $\frac{mx^3}{4p^3}$. N non excedat limitem $\frac{1}{4k^3}$; ex quo statui debebit $\frac{mx^3}{p^3}$. $N = \frac{1}{k^3}$, vnde quantitas p seu distantia focalis lentis obiectiuae determinatur. fiet scilicet $p = k\,x.\,\sqrt[3]{mN}$.

Coroll. 4.

46. Si porro gradus claritatis littera y indicetur, vt supra fecimus, vbi vidimus, capi debere $x = m\,y$ et vulgo statui $y = \frac{1}{50}$ dig., vnde satis notabilis

tabilis gradus claritatis oritur; aequatio modo inuenta erit $p = mky\sqrt[4]{(m.N)}$; vnde patet, caeteris paribus, distantiam focalem lentis obiectiuae p sequi rationem sesquitriplicatam multiplicationis m, vbi notandum quia $y = \frac{1}{10}$ dig. et $k = 40$. fore propemodum $ky = \frac{4}{1}$ dig. seu quasi 4 dig. plus uel minus secundum circumstantias.

Scholion 1.

47. Ne quem offendat, quod ex hac aequatione valorem ipsius p definiuimus, cum tamen haec quantitas iam insit in numero N; notandum est, hic non tam ipsam quantitatem p, quam eius rationem ad reliquas distantias focales q, r, s, etc. in numerum N ingredi quae rationes cum aliunde vt iam cognitae spectari possint, nostra aequatio vtique est idonea, ex qua valor absolutus ipsius p determinetur, id quod fit ex quantitate x, quae in digitis expressa habetur, cum sit $x = my$ et y in partibus digiti detur, seu capiatur $y = \frac{1}{10}$ dig. siue maior siue minor, prout maior uel minor claritatis gradus desideratur.

Scholion 2.

48. Cum maxime sit optandum, vt haec confusio penitus ad nihilum redigatur fiatque $N = 0$, si hoc successerit, ostendendum adhuc est, quomodo hinc distantia focalis lentis obiectiuae p definiri debeat, siquidem pro casu $N = 0$ nostra aequatio daret $p = 0$; quod

quod cum fieri nequeat, ad eius aperturam seu quantitatem x est respiciendum, quae quia ex gradu claritatis y cum multiplicatione m coniuncto est data, huic lenti necessario tantam distantiam focalem p tribui oportet, vt lens tantae aperturae fiat capax: ad minimum scilicet debet esse $p > 5x$ atque interdum adhuc maius, prout lentis facies magis prodeunt incuruatae. In genere autem obseruandum est, nihil impedire, quo minus maior statuatur quantitas p dummodo non fiat minor.

Problema 9.

49. Si telescopium quotcunque lentibus constet eiusque distantia post vltimam lentem inuenta fuerit positiua, definire lentium dispositionem, vt obiecta sine margine colorato conspiciantur.

Solutio.

Quoniam huic conditioni iam supra generatim satisfecimus, aequationem ibi inuentam ad casum praesentem telescopiorum accommodemus. ac videbimus, scopum obtineri, si huic aequationi satisfieri possit

$$0 = \frac{bdn'}{n'-1}\cdot\frac{\pi}{p\Phi} + \frac{cdn''}{n''-1}\cdot\frac{\pi'}{\mathfrak{B}\Phi} + \frac{d\,dn'''}{n'''-1}\cdot\frac{\pi''}{\mathfrak{BC}\Phi}$$

etc.

quam ad singulos lentium numeros applicemus.

Pro duabus lentibus ob $b = q$ erit

$$0 = \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{\pi q}{\Phi p} = -\frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{\pi}{m\Phi}$$

Pro tribus lentibus ob $c = r$ erit

$$0 = \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{\pi b}{\Phi p} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{\pi' r}{B\Phi p}$$

siue

$$0 = \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{\pi b}{\Phi p} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{\pi'}{m\Phi}$$

Pro quatuor lentibus ob $d = s$ et $BCp = -ms$ erit

$$0 = \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{\pi b}{\Phi p} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{\pi' c}{B\Phi p} - \frac{dn'''}{n'''-1} \cdot \frac{\pi''}{m\Phi}$$

Pro quinque lentibus ob $e = t$ et $BCDp = m t$ erit

$$0 = \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{\pi b}{\Phi p} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{\pi' c}{B\Phi p} + \frac{dn'''}{n'''-1} \cdot \frac{\pi'' d}{BC\Phi p} + \frac{dn''''}{n''''-1} \cdot \frac{\pi'''}{m\Phi}$$

Coroll. I.

50. Cum pro casu duarum lentium sit $\frac{\pi}{\Phi} = m - 1$, habebitur haec aequatio $0 = \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{m-1}{m}$ quod cum fieri non possit, manifestum est telescopia ex duabus lentibus composita a vitio marginis colorati liberari non posse.

Co-

Coroll. 2.

51. Si omnes lentes ex eadem vitri specie sint factae, aequationes nostras per factores differentiales diuidere licebit indeque eaedem formulae reperiuntur, quae pro hoc casu supra sunt datae.

Problema 10.

52. Si telescopium quotcunque constet lentibus oculique distantia post vltimam lentem inuenta fuerit negatiua, definire lentium dispositionem, vt obiecta sine margine colorato conspiciantur.

Solutio.

Ex superioribus pro quouis lentium numero sequentibus aequationibus erit satisfaciendum.

Pro duabus lentibus si superior aequatio per A multiplicetur, habebitur

$$0 = \frac{dn}{n-1} \cdot B \pi p,$$ quod ob $B = \infty$ fieri nequit.

Pro tribus lentibus multiplicando per A habebitur ob $C = \infty$

$$0 = \frac{dn}{n-1} \cdot B \pi' p + \frac{dn'}{n'-1} \cdot b \left((B+1)\pi' - \pi\right).$$

Pro quatuor lentibus ob $D = \infty$ habebitur

$$0 = \frac{dn}{n-1} \cdot BC \pi'' p + \frac{dn'}{n'-1} \cdot b \left([B+1] C \pi'' - \pi\right)$$
$$+ \frac{dn''}{n''-1} \cdot c \left(\frac{[C+1]\pi'' - \pi'}{B}\right)$$

Pro quinque lentibus bb. $E = \infty$

$$0 = \frac{dn}{n-1} \cdot BCD\pi''' p + \frac{dn'}{n'-1} b([B+1]CD\pi''' - \pi)$$

$$+ \frac{dn''}{n''-1} \cdot c\left(\frac{[C+1]D\pi''' - \pi'}{B}\right)$$

$$+ \frac{dn'''}{n'''-1} \cdot d\left(\frac{[D+1]\pi''' - \pi''}{BC}\right)$$

Problema II.

53. Si telescopium ex quotcunque lentibus sit compositum, eam definire lentium dispositionem, vt omnis confusio a diuersa radiorum refrangibilitate oriunda penitus tollatur.

Solutio.

Ex supra traditis pro omni lentium numero aequationem exhibere possumus, qua scopo proposito satisfiet, multiplicando enim per A^2 habebitur

$$0 = \frac{dn}{n-1} \cdot a + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{b}{B^2} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{c}{B^2C^2}$$

$$+ \frac{dn'''}{n'''-1} \cdot \frac{d}{B^2C^2D^2} + \frac{dn''''}{n''''-1} \cdot \frac{e}{B^2C^2D^2E^2}$$

etc.

quae ob $a = p$; $b = \frac{q}{B}$; $c = \frac{r}{C}$; $d = \frac{s}{D}$ etc. abit in hanc

$$0 = \frac{dn}{n-1} \cdot p + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{q}{B} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{r}{BC^2}$$

$$+ \frac{dn'''}{n'''-1} \cdot \frac{s}{BCD^2} + \frac{dn''''}{n''''-1} \cdot \frac{t}{BCDE^2}$$

etc.

 Hinc

Hinc ergo pro singulis lentium numeris nanciscimur sequentes aequationes adimplendas.

Pro duabus lentibus ob $\mathfrak{B} = 1$

$$0 = \frac{dn}{n-1} \cdot p + \frac{dn'}{n'-1} \cdot q$$

Pro tribus lentibus ob $\mathfrak{C} = 1$

$$0 = \frac{dn}{n-1} \cdot p + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{q}{\mathfrak{B}^2} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{r}{\mathfrak{B}^2}$$

Pro quatuor lentibus ob $\mathfrak{D} = 1$

$$0 = \frac{dn}{n-1} \cdot p + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{q}{\mathfrak{B}^2} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{r}{\mathfrak{B}^2 \mathfrak{C}^2}$$
$$+ \frac{dn'''}{n'''-1} \cdot \frac{s}{\mathfrak{B}^2 \mathfrak{C}^2}$$

Pro quinque lentibus ob $\mathfrak{E} = 1$

$$0 = \frac{dn}{n-1} \cdot p + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{q}{\mathfrak{B}^2} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{r}{\mathfrak{B}^2 \mathfrak{C}^2}$$
$$+ \frac{dn'''}{n'''-1} \cdot \frac{s}{\mathfrak{B}^2 \mathfrak{C}^2 \mathfrak{D}^2} + \frac{dn''''}{n''''-1} \cdot \frac{t}{\mathfrak{B}^2 \mathfrak{C}^2 \mathfrak{D}^2}.$$

Coroll. 1.

Cum sit $\mathfrak{B} = \frac{q}{p}$; $\mathfrak{C} = \frac{r}{q}$; $\mathfrak{D} = \frac{s}{r}$ etc. tum vero $B = \frac{\beta}{b}$; $C = \frac{\gamma}{c}$; $D = \frac{\delta}{d}$ etc. aequatio generalis per pp seu $\alpha\alpha$ divisa abibit in sequentem formam

$$0 = \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{1}{p} + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{bb}{\alpha\alpha} \cdot \frac{1}{q} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{bb \cdot cc}{\alpha\alpha \cdot \beta\beta} \cdot \frac{1}{r}$$
$$+ \frac{dn'''}{n'''-1} \cdot \frac{bb \cdot cc \cdot dd}{\alpha\alpha \cdot \beta\beta \cdot \gamma\gamma} \cdot \frac{1}{s} + \frac{dn''''}{n''''-1} \cdot \frac{b^2 \cdot c^2 \cdot d^2 \cdot e^2}{\alpha^2 \cdot \beta^2 \cdot \gamma^2 \cdot \delta^2} \cdot \frac{1}{t}$$

etc.

quae aequatio commodior videtur praecedente.

Coroll. 2.

55. Quod ad numerum horum terminorum attinet, perſpicuum eſt, eum eſſe numero lentium aequalem neque igitur opus eſt, vt hanc formulam ſeorſim ad quemlibet lentium numerum accommodemus.

Coroll. 3.

56. Si omnes lentes ex eadem vitri ſpecie eſſent confectae, tum haec aequatio per coëfficientes differentiales diuidi poſſet prodiretque

$$0 = \frac{1}{p} + \frac{b^2}{\alpha^2} \cdot \frac{1}{q} + \frac{b^2 c^2}{\alpha^2 \beta^2} \cdot \frac{1}{r} + \frac{b^2 c^2 d^2}{\alpha^2 \beta^2 \gamma^2} \cdot \frac{1}{s} \cdot \text{etc.}$$

cui autem nullo modo ſatisfieri poteſt.

Scholion 1.

57. Quod haec aequatio, quando omnes lentes ex eadem vitri ſpecie ſunt paratae, nullo modo ſubſiſtere queat; ſequenti modo oſtendi poteſt. Cum ſit $\frac{1}{p} = \frac{1}{\alpha}$; $\frac{1}{q} = \frac{1}{b} + \frac{1}{\beta}$; $\frac{1}{r} = \frac{1}{c} + \frac{1}{\gamma}$; $\frac{1}{s} = \frac{1}{d} + \frac{1}{\delta}$; ſi hi valores ſubſtituantur ſingulaque membra poſt primum in duas partes diſcerpantur, aequatio induet hanc formam:

$$0 = \frac{1}{\alpha} + \frac{b}{\alpha^2} + \frac{b^2 c}{\alpha^2 \beta^2} + \frac{b^2 c^2 d}{\alpha^2 \beta^2 \gamma^2}$$
$$+ \frac{b^2}{\alpha^2 \beta} + \frac{b^2 c^2}{\alpha^2 \beta^2 \gamma} + \frac{b^2 c^2 d^2}{\alpha^2 \beta^2 \gamma^2 \delta}$$
$$\text{etc.}$$

hic

hic iam iungantur iterum bini termini et aequatio prodiens ita erit comparata:

$$0 = \frac{a+b}{\alpha^2} + \frac{b^2(\beta+c)}{\alpha^2\beta^2} + \frac{b^2c^2(\gamma+d)}{\alpha^2\beta^2\gamma^2} + \frac{b^2c^2d^2}{\alpha^2\beta^2\gamma^2\delta}$$

quia nunc $a+b$; $\beta+c$; $\gamma+d$ vt lentium distantiae neceſſario ſunt poſitiuae, omnes plane termini usque ad vltimum neceſſario poſitiui ſunt; ultimus autem termintus $\frac{b^2c^2d^2}{\alpha^2\beta^2\gamma^2\delta}$ ob $\delta = \infty$ per ſe euaneſcit, ſcilicet pro caſu quatuor lentium, quem hic conſiderauimus.

Scholion 2.

58. His igitur praeparatis iam poſſemus ad diuerſa genera teleſcopiorum conſtituenda progredi, ſingularumque ſpecierum conſtructionem docere. Sed quoniam ea, quae ſupra de lentibus multiplicatis ſunt tradita, maximum vſum in perficiendis teleſcopiis habere poſſunt, dum ſcilicet loco lentium ſimplicium multiplicatae adhibentur, quae multo minorem confuſionem pariant, conſultum videtur, ea hic repetere et ad teleſcopia accommodare. Inprimis autem ex formula pro ſemidiametro confuſionis inuenta patet, lentem obiectiuam in ea praecipuas partes tenere; ſiquidem pro ea fuerit $\lambda = 1$, quare ſi eius loco lens multiplicata ſubſtituatur, pro qua valor numeri λ vehementer ſit minor vel adeo euaneſcat; ſtatim maximum inde commodum adipiſcimur, dum tota confuſio ad valde exiguum vel fortaſſe ad nihilum redigitur. Quo-

Quocirca in capite sequente praecipuas lentes compositas, quas in locum lentis obiectiuae substituere licebit, enumerabimus, et pro singulis valorem ipsius λ indicabimus, vt deinceps pro circumstantiis hinc depromi possint.

CAPVT

CAPVT II.

DE LENTIBUS OBIECTIUIS COMPOSITIS ATQUE PERFECTIS.

Problema 1.

59.

Constructionem lentis obiectiuae simplicis, quae minimam confusionem pariat, describere.

Solutio.

Cum lens simplex minorem confusionem parere nequeat, quam si fuerit $\lambda = 1$. statuamus statim $\lambda = 1$ et cum sit $a = \infty$, ex iis, quae supra sunt tradita, facile intelligitur, hanc lentem ita construi debere, vt sit

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anterioris} = \frac{\alpha}{\sigma} \\ \text{posterioris} = \frac{\alpha}{\varrho} \end{cases}$$

vbi numeri σ et ϱ ex ratione refractionis sunt sumendi secundum tabulam §. 15. exhibitam. Pro variis igitur vitri speciebus haec constructio ita se habebit; scilicet cum sit $\alpha = p$, erit radius faciei

pro n.	anterioris F.	posterioris G.
1. 50.	0. 58333. p.	3. 4989. p.
1. 51.	0. 58976. p.	3. 7693. p.
1. 52.	0. 59609. p.	4. 0717. p.
1. 53.	0. 60234. p.	4. 4111. p.
1. 54.	0. 60849. p.	4. 8008. p.
1. 55.	0. 61448. p.	5. 2489. p.
1. 56.	0. 62039. p.	5. 7571. p.
1. 57.	0. 62617. p.	6. 3573. p.
1. 58.	0. 63183. p.	7. 0722. p.
1. 59.	0. 63739. p.	7. 9428. p.
1. 60.	0. 64288. p.	9. 0009. p.

Coroll. 1.

60. Cum in expressione pro semidiametro confusionis λ multiplicetur per μ, ex §. 15. intelligitur, confusionem, ceteris paribus, eo fieri minorem, quo maior fuerit ratio refractionis n, ita, vt hoc respectu ea vitri species, quae maximam refractionem habet, reliquis sit anteferenda.

Coroll. 2.

61. Vulgo lentes obiectiuae vtrinque aequaliter conuexae confici solent, pro quo casu operae pretium erit, inuestigare, quanto numerus λ vnitatem sit superaturus; quia autem est $F = \frac{\alpha}{\sigma - \tau \cdot \sqrt{\lambda - 1}}$ et $G = \frac{\alpha}{\rho + \tau \cdot \sqrt{\lambda - 1}}$ posito $F = G$ erit $\sqrt{\lambda - 1} = \frac{\sigma - \rho}{2\tau} = \frac{2(nn+1)}{n\sqrt{(4n-1)}}$; tum vero habe-

habebitur $\frac{1}{F}+\frac{1}{G}=\frac{\rho+\sigma}{\alpha}=\frac{1}{(n-1)\alpha}=\frac{2}{F}$, seu $F=G=2[n-1]\alpha=2[n-1]p$. Quod autem ad λ attinet, pro casu $n=1,55$ erit $\sqrt{\lambda-1}=\frac{1,4367}{1,8102}=0,79367$, hincque $\lambda=1,62991$; vnde patet, quanto maiorem confusionem talis lens obiectiua pariat.

Coroll. 3.

62. Si lentem obiectiuam conuexo planum facere velimus, vt eius facies posterior fiat plana seu $G=\infty$, erit $\sqrt{\lambda-1}=\frac{\sigma+\rho}{\tau}$ et $F=\frac{\alpha}{\sigma+\rho}=[n-1]\alpha$; et pro casu, quo $n=1.55$, $\lambda=1,0443$, vnde confusio non nisi perparum superat illam, quae oritur ex casu $\lambda=1$.

Coroll. 4.

63. Sin autem eadem lens plano-conuexa inuertatur, vt sit $F=\infty$, ideoque $\sqrt{[\lambda-1]}=\frac{\sigma}{\tau}$ et $G=\frac{\alpha}{\rho+\sigma}=[n-1]\alpha$, erit pro casu $n=1,55$, $\lambda=4,2329$, ita, vt talis lens plus quam quadruplo maiorem pariat confusionem, quam nostra lens commendata.

Coroll. 5.

64. Patet ergo, si lens adhibeatur plano conuexa, quantum intersit, vtrum facies eius conuexa an plana versus obiectum dirigatur, cum posteriori casu confusio circiter quater maior fiat, quam priore.

Problema 2.

65. Constructionem lentis obiectiuae duplicatae, siquidem ambae lentes ex eadem vitri specie sint confectae, describere, quae minimam confusionem pariat.

Solutio.

Ex §. 113 libri sup., cum hic sit $\alpha = \infty$ et $\beta = p$, colligimus sequentem constructionem:

Pro lente priori

Radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = \frac{2p}{\sigma} \\ \text{posterioris} = \frac{2p}{\varrho} \end{cases}$

Pro lente posteriori

Radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = \frac{2p}{2\sigma - \varrho} \\ \text{posterioris} = \frac{2p}{2\varrho - \sigma} \end{cases}$

ac si haec lens duplicata loco lentis obiectiuae adhibeatur, pro ea erit $\lambda = \frac{1 - \nu}{4}$ quos valores pro praecipuis tantum vitri speciebus determinemus:

Contemplemur igitur primo vitrum coronarium, pro quo $n = 1,53$ et cum sit $\varrho = 0,2266$, $\sigma = 1,6602$, erit $2\sigma - \varrho = 3.0938$ et $2\varrho - \sigma = -1.2070$; tum vero ob $\nu = 0.2194$ prodit $\lambda = 0.1951$, atque habetur sequens constructio

Pro

Pro vitro coronario $n = 1, 53$.

Pro lente priori

radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = 1,\ 2047.\ p. \\ \text{posterioris} = 8,\ 8262.\ p. \end{cases}$

Pro lente posteriore

radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = 0,\ 6464.\ p. \\ \text{posterioris} = -1,\ 6570.\ p. \end{cases}$

et $\lambda = 0.\ 1951$.

Ponamus nunc $n = 1, 55$ pro vitro ordinario, eritque $\varrho = 0.\ 1907.\ \sigma = 1.6274$ et $2\sigma - \varrho = 3.0641$. $2\varrho - \sigma = -1.\ 2460.\ \nu = 0.\ 2326$; hinc $\lambda = 0.\ 1918$, vnde elicitur sequens constructio

Pro vitro communi $n = 1, 55$.

Pro lente priore

radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = 1,\ 2289.\ p. \\ \text{posterioris} = 10,\ 4876.\ p. \end{cases}$

Pro lente posteriore

radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = 0,\ 6527.\ p. \\ \text{posterioris} = -1,\ 6053.\ p. \end{cases}$

et $\lambda = 0.\ 1918$.

Ponamus porro $n = 1, 58$ pro vitro chrystallino, eritque $\varrho = 0.\ 1413,\ \sigma = 1.\ 5827,\ 2\sigma - \varrho = 3.\ 0241$;

$2\rho - \sigma = -1.3001$, $\nu = 0.2529$; hincque $\lambda = 0.1868$, vnde habetur ſequens conſtructio:

Pro vitro chryſtallino $n = 1,58$

Pro lente priori

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = +1.26366.\ p. \\ \text{poſter.} = +14.15421.\ p. \end{cases}$

Pro lente poſteriori

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = +0.66135.\ p. \\ \text{poſter.} = -1.53834.\ p. \end{cases}$

et $\lambda = 0.1868.$

Problema 3.

66. Conſtructionem lentis triplicatae, ſiquidem omnes tres lentes ex eadem vitri ſpecie ſint confectae, deſcribere, quae minimam confuſionem pariat.

Solutio.

Ex §. 135. libri ſup., cum hic ſit $a = \infty$ et $\gamma = p$ colligimus hanc conſtructionem:

Pro lente

prima, radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = \frac{3p}{\sigma} \\ \text{poſterioris} = \frac{3p}{\rho} \end{cases}$

ſecunda, radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = \frac{3p}{2\sigma - \rho} \\ \text{poſterioris} = \frac{3p}{2\rho - \sigma} \end{cases}$

tertia, radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = \frac{3p}{3\sigma - 2\rho} \\ \text{poſterioris} = \frac{p}{3\rho - 2\sigma} \end{cases}$

pro qua lente triplicata valor ipſius λ eſt $\lambda = \frac{7 - 8\nu}{8 \cdot 9}$.

Quare

Quare pro praecipuis vitri speciebus valores horum radiorum euoluamus.

Cum igitur sit pro vitro coronario $n = 1,53$, $\varrho = 0,2266$, $\sigma = 1,6602$ $2\sigma - \varrho = 3.0938$; $2\varrho - \sigma = -1.2070$ $3\sigma - 2\varrho = 4.5274$; $3\varrho - 2\sigma = -2.6406$, atque ob $\nu = 0.2194$ reperitur $\lambda = 0.0461$. atque sequens habetur constructio:

Pro vitro coronario, $n = 1,53$.

Pro lente prima

radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} \pm 1.8070.\ p. \\ \text{posterioris} \mp 13.2393.\ p. \end{cases}$

Pro lente secunda

radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = 0.9696.\ p. \\ \text{posterioris} = -2.4855.\ p. \end{cases}$

Pro lente tertia

radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = 0.6626.\ p. \\ \text{posterioris} = -1.1361.\ p. \end{cases}$

tum vero pro hac lente triplicata erit $\lambda = 0.0461$.

Pro vitro communi, $n = 1,55$.
cum sit $\varrho = 0.1907$; $\sigma = 1.6274$ $2\sigma - \varrho = 3.0641$; $2\varrho - \sigma = -1,2460$, $3\sigma - 2\varrho = 4.5008$, $3\varrho - 2\sigma = -2.6827$, erit:

Pro lente prima

radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = +1.8433.\ p. \\ \text{posterioris} = +15.7315.\ p. \end{cases}$

Pro

Pro lente secunda

radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = +0.9790.\ p. \\ \text{posterioris} = -2.4079.\ p. \end{cases}$

Pro lente tertia

radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = +0.6665.\ p. \\ \text{posterioris} = -1.1182.\ p. \end{cases}$

atque ob $\nu = 0.2326$ erit $\lambda = 0.0422$.

Pro vitro chrystallino, $n = 1, 58$.

$\varrho = 0, 1413$; $\sigma = 1.5827$. $2\sigma - \varrho = 3.0241$; $2\varrho - \sigma = -1.3001$. $3\sigma - 2\varrho = 4.4655$; $3\varrho - 2\sigma = -2.7415$.

Pro lente prima

radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = +1.8954.\ p. \\ \text{posterioris} = +21.2313.\ p. \end{cases}$

Pro lente secunda

radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = +0.9920.\ p. \\ \text{posterioris} = -2.3075.\ p. \end{cases}$

Pro lente tertia

radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = +0.6718.\ p. \\ \text{posterioris} = -1.0942.\ p. \end{cases}$

et quia est $\nu = 0.2529$, erit $\lambda = 0.0362$.

Co-

Coroll. 1.

67. Si ergo huiusmodi lens siue duplicata siue triplicata loco lentis obiectiuae adhibeatur, summus eius vsus in hoc consistit, vt semidiameter confusionis ob imminutum valorem ipsius λ multo minor reddatur, hincque distantia focalis lentis obiectiuae haud mediocriter minor sumi possit.

Coroll. 2.

68. Deinde etiam hinc patet, quo maior fuerit refractio seu numerus n, pro huiusmodi lente obiectiua, eo maius lucrum in constructionem telescopiorum redundare, quia tum non solum numerus λ prodit minor, sed etiam numerus μ, per quem λ multiplicari oportet.

Scholion.

69. Huiusmodi autem lentes duplicatae et triplicatae in obiectiuae lentis locum substituendae nihil plane conferunt ad alterum confusionis genus, quod ex diuersa radiorum refrangibilitate nascitur, diminuendum, sed aequationes in capite Imo datae pro hoc genere confusionis tollendo prorsus manent eaedem ac si lens obiectiua esset simplex; verum reliquae lentes duplicatae et triplicatae, quas supra in additamento commendauimus, primum etiam terminum in aequatione pro dispersione ante inuenta ad nihilum redi-

 gunt,

gunt, in quo praecipua pars huius confusionis continetur. Quocirca in hoc capite illas lentium tam duplicatarum, quam triplicatarum, species repeti conueniet.

Definitio 4.

70. Lens obiectiua perfecta est, quae non solum nullam parit confusionem ab apertura oriundam, sed etiam nullam plane radiorum dispersionem gignit.

Coroll. 1.

71. Si igitur talis lens adhibeatur, numerus λ penitus euanescet, vnde semidiameter confusionis multo fit minor, quam pro lentibus obiectiuis compositis hactenus explicatis.

Coroll. 2.

72. Ex superioribus etiam satis intelligitur, ad huiusmodi lentes perfectas construendas duas ad minimum diuersas vitri species requiri et quia experimenta circa alias vitri species adhuc desiderantur, alias species adhibere non licet, praeter vitrum coronarium et chrystallinum, quibus Clarissimus Dollondus est vsus.

Problema 4.

73. Lentem obiectiuam duplicatam, partim ex vitro coronario $n = 1,53$, partim ex chrystallino $n = 1,58$ compositam construere.

So-

Solutio.

In additamento ad calcem capitis III. partis praecedentis annexo duas huiusmodi lentes perfectas dedimus, quarum alterius lens prior ex vitro coronario, posterior vero ex vitro chrystallino erat confecta; alterius vero contra lens prior ex vitro chrystallino, posterior vero ex coronario; has duas lentium perfectarum species hic referamus.

I. Lens obiectiua perfecta duplicata

Pro lente priori, ex vitro coronario $n = 1,53$ parata

radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = +\ 0.\ 1807.\ \text{p.} \\ \text{posterioris} = +\ 1.\ 3239.\ \text{p.} \end{cases}$ Crown Glass.

Pro lente posteriori ex vitro chrystallino $n = 1,58$ parata

radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = -\ 0.\ 4770.\ \text{p.} \\ \text{posterioris} = -\ 0.\ 5191.\ \text{p.} \end{cases}$ Flint Glass.

quae capax est aperturae, cuius semidiameter est
$x = 0.\ 0452.$ p.

II. Lens obiectiua perfecta duplicata.

Pro lente priori, ex vitro chrystallino $n = 1,58$ parata

radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = -\ 2.\ 0545.\ \text{p.} \\ \text{posterioris} = -\ 0.\ 2828.\ \text{p.} \end{cases}$ Flint Glass.

Pro lente posteriori ex vitro coronario $n = 1,53$ parata

radius faciei $\left\{ \begin{array}{l} \text{anterioris} = + 0.4568.\ p. \\ \text{posterioris} = + 0.2438.\ p. \end{array} \right\}$ Crown Glass.

eritque semidiam. aperturae $x = 0.0609.\ p.$

vbi notandum est, p designare distantiam focalem ipsius lentis duplicatae.

Coroll. 1.

74. Cum igitur harum lentium posterior maiorem admittat aperturam, quam prior, haec illi sine dubio est anteferenda, quoniam, vt infra patebit, omnis telescopiorum perfectio eo redit, vt lens obiectiua quam maximam aperturam admittat.

Coroll. 2.

75. Obseruandum hic est, vtroque casu lentem ex vitro chrystallino parandam esse debere concauam, eam vero, quae ex vitro coronario conficitur, conuexam, prouti eae reuera a Dollondo parantur.

Scholion.

76. Ceterum hic non est reticendum, ambas has species summam artificis sollertiam requirere; si enim tantillum in earum constructione a mensuris hic praescriptis aberretur; fieri potest, vt eae minus valeant, quam

quum si lentes adeo simplices adhiberentur. Sequentes vero lentes triplicatae multo minorem sollertiam postulant, cum pro singulis lentibus simplicibus numerus λ vnitati aequetur, ideoque leues errores in constructione commissi non adeo sint pertimescendi.

Problema 5.

77. Lentem obiectiuam perfectam triplicatam, partim ex vitro coronario $n = 1,53$, partim ex chrystallino $n = 1,58$ construere.

Solutio.

Pro hoc lentium perfectarum genere supra quatuor dedimus species, quas hic referamus:

I. Lens obiectiua perfecta triplicata, cuius lens prima et tertia ex vitro chrystallino, media ex coronario est parata.

Pro lente.

prima, rad. faciei $\begin{cases} \text{anter.} = +\ 0.\ 5039.\ \text{p.} \\ \text{poster.} = +\ 5.\ 6450.\ \text{p.} \end{cases}$ Flint Glass.

secunda, rad. faciei $\begin{cases} \text{anter.} = +\ 0.\ 1364.\ \text{p.} \\ \text{poster.} = -\ 0.\ 9597.\ \text{p.} \end{cases}$ Crown Glass.

tertia, rad. faciei $\begin{cases} \text{anter.} = +\ 1.\ 0699.\ \text{p.} \\ \text{poster.} = -\ 0.\ 1404.\ \text{p.} \end{cases}$ Flint Glass.

quae lens capax est aperturae, cuius semidiameter $x = 0.0341.$ p.

II. Lens obiectiua perfecta triplicata, cuius lens prima et tertia ex vitro chryſtallino, media ex coronario eſt parata.

Pro lente

prima, rad. faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0.1762.\ p. \\ \text{poſter.} = -1.9741.\ p. \end{cases}$ Flint Glaſſ.

ſecunda, rad faciei $\begin{cases} \text{anter.} = +2.5349.\ p. \\ \text{poſter.} = +0.1696.\ p. \end{cases}$ Crown Glaſſ.

tertia, rad. faciei $\begin{cases} \text{anter.} = +0.6194.\ p. \\ \text{poſter.} = +1.8532.\ p. \end{cases}$ Flint Glaſſ.

quae lens capax eſt aperturae, cuius ſemidiameter $x = 0.0424.\ p.$

III. Lens obiectiua perfecta triplicata, cuius lens prima et tertia ex vitro coronario, media ex chryſtallino eſt parata.

Pro lente.

prima, rad. faciei $\begin{cases} \text{anter.} = +0.5004.\ p. \\ \text{poſter.} = +3.6665.\ p. \end{cases}$ Crown Glaſſ.

ſecunda, rad. faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0.5107.\ p. \\ \text{poſter.} = -0.4843.\ p. \end{cases}$ Flint Glaſſ.

tertia, rad. faciei $\begin{cases} \text{anter.} = +0.5219.\ p. \\ \text{poſter.} = +0.4757.\ p. \end{cases}$ Crown Glaſſ.

aperturae ſemidiametro $x = 0.1189.\ p.$

IV.

IV. Lens obiectiua perfecta triplicata, cuius lens prima et tertia ex vitro coronario, media ex chrystallino est parata.

Pro lente.

prima, rad. faciei $\left\{\begin{array}{l}\text{anter.} = +\,0.\,2829.\ p. \\ \text{poster.} = +\,2.\,0729.\ p.\end{array}\right\}$ Crown Glass.

secunda, rad. faciei $\left\{\begin{array}{l}\text{anter.} = -\,2.\,1459.\ p. \\ \text{poster.} = -\,0.\,2955.\ p.\end{array}\right\}$ Flint Glass.

tertia, rad. faciei $\left\{\begin{array}{l}\text{anter.} = +\,0.\,5938.\ p. \\ \text{poster.} = +\,2.\,5006.\ p.\end{array}\right\}$ Crown Glass.

semidiametro aperturae $x = 0.\,0707.\ p.$

In his formulis littera p denotat distantiam focalem cuiusque lentis perfectae.

Coroll. 1.

78. Inter has quatuor lentes tertia inprimis est notatu digna, quod maximam aperturam admittat.

Coroll. 2.

79. Si ergo eiusmodi lens perfecta in quodam telescopio loco lentis obiectiuae adhibeatur, in expressione pro semidiametro confusionis primus terminus $\mu\,\lambda$ prorsus euanescit; tum vero etiam in aequatione vltima pro dispersione destruenda terminus primus quoque ad nihilum redigitur.

Coroll. 3.

80. Huiusmodi igitur lentes perfectae etiam speculis, quibus in telescopiis catoptricis vtuntur, longe sunt anteferendae, cum specula tantum a dispersione radiorum sint immunia, neutiquam vero a priori confusionis genere, quod ab apertura oritur.

CAPVT III.

DE DISTRIBUTIONE TELESCOPIORUM IN TRIA GENERA PRAECIPUA.

Definitio I.

81.

Imago *vera* eſt, ad quam formandam radii reuera concurrunt indeque porro diffunduntur; dum contra eae imagines *fictae* vocantur, ad quas radii tantum conuergendo diriguntur neque vero ad eas actu formandas concurrunt; vel etiam, ab iis diuergendo vlterius diſcedunt neque tamen ab iis prodierunt.

Corollarium I.

82. Imago igitur vera hac gaudet proprietate, vt ſi in eius loco charta alba eſſet expanſa, ſuper ea effigies a radiis incidentibus exprimeretur, quod in imaginibus fictis vſu non venit.

Coroll. 2.

83. Imagines autem fictae duplicis sunt generis; vel enim radii inde diuergendo vlterius progrediuntur, cum tamen inde non discesserint, vel ad eas convergendo tendunt, neque tamen eo revera perveniunt, sed ante ab alia lente aliam directionem accipiunt.

Scholion.

Fig. 15. Tom. I. 84. Ad ea, quae hactenus sunt proposita, figuras ita repraesentauimus, quasi per singulas lentes imagines verae formarentur, ita, vt inter binas quasque lentes successiuas imago vera caderet, neque in his figuris vlla imago ficta est indicata. Imagines autem illas veras litteris $F\zeta$, $G\eta$, $H\vartheta$ etc. designauimus, quae omnes ita sunt comparatae, vt, si ibi charta alba expanderetur, super ea effigies obiecti reuera exprimeretur. Perspicuum autem est, imagines veras necessario oriri debere, si omnes distantiae, quas supra posuimus, determinatrices $aF = \alpha$, $FB = b$; $bG = \beta$; $GC = c$; $cH = \gamma$; $HD = d$ etc. fuerint positiuae; imagines autem tum erunt fictae, quando harum distantiarum quaedam sunt negatiuae, id quod in sequentibus theorematibus fusius explicabimus.

Theorema 1.

85. Si interualli inter binas lentes successiuas cuiuscunque v. gr. cD binae partes $cH = \gamma$, et

$HD = d$, ita vt sit $cD = \gamma + d$, fuerint positiuae: imago vera in puncto H exhibebitur, et contra.

Demonstratio.

Radii enim per lentem R R refracti ad imaginem H θ conformandam tendunt et, quia lens sequens S S vltra locum imaginis H est posita, ab his radiis imago vera in H repraesentabitur, ita, vt si per H θ charta alba esset expansa, ea istos radios revera exciperet super eaque effigies depingeretur; quod ergo necessario semper evenire debet, quoties binae partes huius intervalli γ et d fuerint positiuae. Ac si vicissim in H repraesentetur imago vera, manifestum est, hoc fieri non posse, nisi punctum H post lentem C cadat, quia alioquin radii eo non porrigerentur; tum vero etiam liquet, hanc imaginem efformari non posse, nisi sequens lens D post H cadat. Cum igitur esse debeat distantia $cH = \gamma$ positiua simulque distantia $cD = \gamma + d > \gamma$, euidens est, et distantiam d esse debere positiuam.

Corollarium.

86. Quoniam hactenus singula intervalla inter binas lentes successiuas tanquam ex duabus partibus composita sumus contemplati, inter lentem primam A et secundam B imago vera F ζ cadet, si ambae eius partes a et b fuerint positiuae; similique modo inter lentem secundam B et tertiam C imago vera reperie-

tur, si huius interualli B C ambae partes β et c fuerint positiuae et ita porro.

Theorema 2.

87. Si binarum partium aliquot, huiusmodi interuallum veluti c D constituentium alterutra fuerit negatiua; tum imago H θ lenti C respondens erit ficta (fieri enim nequit, vt ambae simul sint negatiuae.)

Demonstratio.

Cum interuallum c D binis partibus c H $= \gamma$, et H D $= d$ constet, sumamus primo distantiam γ esse negatiuam; tum igitur imago H θ ante lentem R R cadet et radii per hanc lentem transmissi ita refringentur, quasi ex ista imagine essent egressi, cum tamen inde non emanauerint; quamobrem ista imago non erit vera, sed ficta. Sin autem altera pars d fuerit negatiua, imago H θ demum post lentem S S caderet, quia autem radii per lentem R R transmissi ante quam eo pertingunt per lentem S S de nouo refringuntur, istam effigiem non reuera formabunt, ideoque haec imago erit ficta.

Ambae autem partes γ et d simul non possunt esse negatiuae, quia earum summa $\gamma + d$ ipsum interuallum c D exprimit, quod semper necessario est positiuum.

Co-

Coroll. 1.

88. Si ergo pro primo interuallo A B partium a et b altera fuerit negatiua, inter a et B nulla cadit imago vera; si praeterea etiam pro secundo interuallo b C partium β et c altera fuerit quoque negatiua, inter a et C nulla cadet imago vera, ac si insuper partium interualli c D, quae sunt γ et d, altera fuerit negatiua; tum ne quidem in spatio a D reperietur imago vera, sicque fieri potest, vt inter plurium lentium spatium nulla plane cadat imago vera.

Coroll. 2.

89. Neutiquam ergo numerus imaginum verarum a numero lentium pendet, cum aeque fieri possit, vt post quamlibet lentem imago vera repraesentetur atque vt pluribus lentibus nulla plane imago vera respondeat.

Coroll. 3.

90. Ex quotcunque igitur lentibus telescopium quodpiam fuerit compositum fieri potest, vt per totum eius spatium vel nulla plane imago vera reperiatur vel vnica tantum vel duae vel tres etc. nunquam tamen plures, quam sunt lentes, vltima demta.

Theorema 3.

91. Post quotcunque demum lentes in telescopio prima imago vera exhibetur, ea semper est inuersa.

Demonstratio.

Quando scilicet imago primae lentis statim est vera, perspicuum est, eam quoque esse inuersam; quod autem ea etiam futura sit inuersa, si demum post plures lentes occurrat, sequenti modo ostendi potest; consideretur radius ex centro obiecti E per superius lentis obiectiuae punctum M transiens atque iste radius per sequentes lentes transiens tamdiu supra axem versabitur, donec ad primam imaginem veram pertigerit; quia enim ex axis puncto E est egressus, vbicunque iterum in axem incideret, ibi existeret imago obiecti vera (hic enim ad aberrationem vel diffusionem radiorum non respicimus): ex quo manifestum est, hunc radium ante non ad axem esse peruenturum, quam ad primam imaginem veram pertigerit et quia ex regione superiori hic in axem incidit, ad regionem inferiorem progressurus, imago in hoc loco expressa erit inuersa, cum enim ex obiecto sursum sit progressus, nunc autem ex imagine deorsum dirigatur, partes obiecti sursum vergentes nunc deorsum sitae conspicientur.

Fig. 5. Tom. I.

Coroll. 1.

92. Simili modo intelligere licet, radios illos ex imagine progredientes tamdiu infra axem esse versaturos, donec iterum ad axem pertingant, quod fit in imagine vera secunda, vnde iterum in partes axis supe-

superiores transeunt vnde patet, secundam imaginem situm erectum tenere debere, sicque porro tertia imago vera denuo erit inuersa, quarta autem erecta et ita porro.

Coroll. 2.

93. Quotcunque ergo fuerint lentes, non tam ad imagines singulis lentibus respondentes erit respiciendum, quam ad imagines veras, cum alternatio situs erecti et inuersi pendeat tantum ab imaginibus veris, dum imagines fictae nihil in hoc ordine turbant.

Scholion.

94. Haec proprietas imaginum verarum tam essentialiter naturam telescopiorum afficit, vt eorum discrimen potissimum a numero imaginum verarum petendum esse videatur, nulla plane ratione habita imaginum fictarum, quippe quae in hoc negotio parui sunt momenti. Qui enim voluerit telescopia secundum lentium numerum in genera distribuere, maximis incommodis se implicabit, primo enim exigua illa telescopia vel potius perspicilla lente oculari concaua constantia et tubos astronomicos ad idem genus referre esset coactus; dum tamen sua natura maxime inter se discrepant, quandoquidem illis obiecta situ erecto, his vero situ inverso repraesentantur, praeterquam quod in loco oculi maxima vtrinque deprehenditur

ditur diuerſitas; deinde ſi cuipiam teleſcopio ſiue ad campum apparentem augendum ſiue ad maiorem diſtinctionis gradum ipſi conciliandum vnica lens inſuper adiungeretur, ſtatim ad longe aliud genus foret referendum, quod certe aeque incongruum videri debet; quibus probe perpenſis non dubito diuerſa teleſcopiorum genera ſecundum numerum imaginum verarum, quae in iis occurrunt, conſtituere, ita, vt primum genus complexurum ſit ea teleſcopia, in quibus nulla plane imago vera occurrit; ſecundum vero ea, in quibus vnica imago vera reperitur, tertium vero ea, quae duas imagines veras continent, ad quae tria genera omnia teleſcopia, quae adhuc excogitata ſunt et elaborata, erunt referenda, ac ſi vlterius progredi velimus, ad quartum genus reuocari conueniet ea teleſcopia, in quibus tres imagines verae deprehenduntur verum praecedentia iam tam late patent, vt iis omnes plane perfectiones, quae vnquam deſiderari queant, conciliari poſſint, ita, vt nulla plane ratio adſit, cur plures imagines veras ſtatuere velimus. Hanc igitur diuiſionem in ſequentibus problematibus diſtinctius euoluamus.

Problema I.

95. Teleſcopiorum ad primum genus relatorum, in quibus nulla ineſt imago vera, praecipuas proprietates recenſere.

Se-

Solutio.

Cum in his telescopiis, quotcunque etiam constent lentibus, nulla insit imago vera, singula interualla $aB = \alpha + b$; $bC = \beta + c$; $cD = \gamma + d$ etc., ita ex binis partibus definientur, vt alterutra earum sit negatiua, idque vsque ad vltimam lentem ocularem. Et quoniam haec eadem interualla necessario sunt positiua, facile patet, omnes istas fractiones $\frac{\alpha}{b}$; $\frac{\beta}{c}$; $\frac{\gamma}{d}$ etc. debere esse negatiuas, in quo character essentialis huius generis telescopiorum est constituendus. Vicissim enim si omnes hae fractiones fuerint negatiuae in toto telescopio nulla imago vera locum habebit, ideoque ad nostrum primum genus erit referendum. Alius autem character minus essentialis huius generis in hoc consistit, quod haec telescopia situ erecto obiecta repraesentent, quia ob nullam imaginem veram ipsa obiecta quasi immediate adspicimus.

Coroll. 1.

96. Simplicissima ergo species huius generis duabus constabit lentibus et cum sit $\frac{\alpha}{b}$ quantitas negatiua, fiet ratio multiplicationis $m = \frac{-\alpha}{b}$, vti situs erectus postulat, hinc necesse est, vt sit $\alpha > b$ ideoque α quantitas positiua et b negatiua. Cum autem porro esse debeat $\beta = \infty$, pro huius lentis ocularis distantia focali q habebimus ob $\frac{1}{q} = \frac{1}{b} + \frac{1}{\beta}$ valorem $q = b$ sicque lens ocularis erit concaua.

Coroll. 2.

97. Cum porro in genere sit $m = \pm \frac{\alpha}{b} \cdot \frac{\beta}{c} \cdot \frac{\gamma}{d}$ etc. cuius factores sunt nostrae fractiones, quae omnes esse debent negatiuae hinc manifestum est, cur supra signa + et − sint alternantia inuenta, vt scilicet pro quouis lentium numero multiplicatio m valorem positiuum consequatur.

Coroll. 3.

98. Ostendi etiam potest, nullam harum litterarum a, b, c, β, γ etc. sumi posse euanescentem. Si enim v. c. distantia b esset minima, quia altera litterarum α et b debet esse negatiua, earum summa vero $\alpha + b$ positiua et finita, necesse est, vt sit $\alpha > 0$; $b < 0$; sit igitur $b = -\omega$, quantitati scilicet euanescenti et quia est $\frac{1}{q} = \frac{1}{b} + \frac{1}{\beta}$ fiet $\beta = \frac{q\omega}{q+\omega} = \omega$ ideoque positiuum; foret ergo $c < 0$ hincque $\beta + c$ interuallum cB exprimere non posset; vnde patet huiusmodi casus locum habere non posse. Fieri autem potest, vt quaepiam harum quantitatum fiat $= \infty$; si enim fuerit v. gr. $\beta = \infty$, ob interuallum $\beta + c =$ finito puta $= k$, erit $c = -\infty + k = -\infty$ et $\frac{\beta}{c} = -1$; hoc autem non impedit, quominus sequens fractio $\frac{\gamma}{d}$ valorem obtineat quemcunque.

Scholion.

99. Notissimum est hoc telescopiorum genus, quippe quod primum ab artifice quodam inuentum, per-

hibetur, dum casu lentem conuexam cum concaua combinauerat, neque tamen eius essentia in hoc est statuenda, quod tantum duabus constet lentibus. Si enim loco lentis obiectiuae simplicis substituamus duplicatam vel adeo triplicatam; nemo certe putabit, ipsum eius genus mutatum esse, quoniam huiusmodi lentes multiplicatae vt simplices spectari solent, simili modo lens ocularis posset duplicari vel triplicari, ipso genere non mutato; cum autem nihilominus plures lentes simplices adhibeantur, manifestum est, ipsam generis indolem non a numero lentium pendere, censeri posse. In sequentibus autem inprimis operam dabimus, vt nouis lentibus addendis hoc genus ad maiorem perfectionem eueharnus.

Problema 2.

100. Telescopiorum ad secundum genus relatorum, in quibus vnica imago vera occurrit, praecipuas proprietates recensere.

Solutio.

Ex quotcunque lentibus tale telescopium fuerit compositum; euidens est, non omnes fractiones ex singulis lentium interuallis natas $\frac{\alpha}{b}$, $\frac{\beta}{c}$; $\frac{\gamma}{d}$ etc. negatiuas esse debere, quia alioquin nulla imago vera esset proditura; cum autem vnica adsit vera, necesse est, vt etiam vnica illarum fractionum fiat positiua, quae ſi fuerit v. c. $\frac{\gamma}{d}$, ambae litterae γ et d poſitiuae eſſe debebunt, dum reliquae fractiones omnes manent, vt ante negatiuae, atque perinde eſt, quaenam illarum fractionum valorem poſitiuum nanciſcatur, dummodo plus vna non ſit poſitiua, atque in hoc conſiſtit character eſſentialis huius generis teleſcopiorum, inter cuius proprietates haec inſuper inprimis eſt notanda, quod obiecta ſitu inuerſo repraeſentet, quandoquidem per huiusmodi teleſcopia non tam ipſa obiecta, quam eorum imaginem veram, quae eſt inuerſa, conſpicere ſumus cenſendi.

Coroll. 1.

101. Si ergo huiusmodi teleſcopium duabus tantum conſtet lentibus, quae ſine dubio ſimpliciſſima huius generis eſt ſpecies, ob vnicum interuallum a B vnica quoque habetur fractio $\frac{a}{b}$, quae propterea poſitiua eſſe debet ideoque etiam vtraque diſtantia a et b; quae cum ob $\alpha = \infty$ et $\beta = \infty$ praebeant diſtantiam focalem vtriusque lentis, manifeſtum eſt, vtramque lentem fore conuexam.

Coroll. 2.

102. Quia igitur huic generi repraeſentatio inuerſa eſt propria, exponens multiplicationis m, quae producto harum fractionum $\frac{a}{b}$. $\frac{\beta}{c}$ etc. aequalis eſt inuenta, valorem negatiuum obtinebit contrarium ſcilicet ei, qui caſu praecedenti prodierat.

Co-

Coroll. 3.

103. In hoc autem genere euenire poteſt, vt quaepiam quantitatum a, b etc. euaneſcat, quod fit, ſi in loco ipſius imaginis verae lens conſtituatur. Cadat enim imago vera in ipſam lentem tertiam C, erit $c = 0$, vel potius poſito $c = \omega$, ob $\frac{1}{r} = \frac{1}{c} + \frac{1}{\gamma}$ erit $\gamma = \frac{r\omega}{r-\omega} = -\omega$ ita, vt ambae quantitates c et γ euaneſcant vnde diſtantiae β et d debent eſſe poſitiuae ſicque patet, fractionum $\frac{\beta}{c}$ et $\frac{\gamma}{d}$ alteram fore poſitiuam, alteram negatiuam, prout voluerimus; quoniam enim imaginem in ipſam lentem RR cadere aſſumimus, perinde eſt, ſiue eam ad interuallum b C ſiue ad interuallum c D velimus referre, vtroque autem caſu etſi fractio $\frac{\beta}{c}$ fiat ∞, fractio vero $\frac{\gamma}{d} = 0$, productum ambarum ſemper eſt $= -\frac{\beta}{d}$.

Scholion.

104. Teleſcopia ad hoc genus pertinentia vocari ſolent aſtronomica, quoniam enim obiecta ſitu inuerſo repraeſentant, potiſſimum ad obſeruationes aſtronomicas adhibentur, vbi parum refert, ſiue obiecta in coelo ſitu erecto ſiue inuerſo conſpiciamus; id quod in obiectis terreſtribus ſecus ſe habet, ad quorum contemplationem quando teleſcopia primi generis non ſufficiunt, ad tertium genus recurrere ſolemus.

Problema 3.

105. Telescopiorum ad tertium genus relatorum, in quibus duae imagines verae occurrunt, praecipuas proprietates recensere.

Solutio.

Cum hic duae imagines verae occurrant, quotcunque lentes adhibeantur, inter fractiones inde natas $\frac{\alpha}{b}$; $\frac{\beta}{c}$ etc. duae necessario debent esse positiuae, reliquae vero omnes negatiuae, vnde cum duae ad minimum eiusmodi fractiones adesse debeant, adeoque etiam duo lentium interualla, euidens est, ad huiusmodi telescopia tres ad minimum lentes requiri, quo casu nullae tales fractiones negatiuae habebuntur; vnde fractiones negatiuae eatenus tantum occurrent, quatenus plures tribus lentes in vsum vocantur, atque in hoc essentialis character huius generis telescopiorum continetur; inter praecipuas autem proprietates haec inprimis est notanda, quod per telescopia obiecta in situ erecto conspiciantur.

Coroll. 1.

106. Si haec telescopia ex tribus lentibus formentur, omnes hae quatuor distantiae α, b, β, c esse debent positiuae et cum distantiae a et γ sint ∞ omnes tres lentes debent esse conuexae; si enim earum distantiae focales sint p, q et r habebitur 1° $p = \alpha$, 2° $q = \frac{b\beta}{b+\beta}$ et 3° $r = c$. quae omnes sunt positiuae.

Co-

Coroll. 2.

107. Quemadmodum praecedenti casu licuit in ipsum locum imaginis verae lentem constituere; ita etiam hic nulla ratio obstat, quominus in vtraque imagine vera lentes collocentur; tum autem ea, quae supra sunt de fractionibus modo in infinitum excrescentibus modo euanescentibus tradita, probe sunt obseruanda.

Scholion.

108. Hoc genus eum in finem est excogitatum, vt tubi astronomici ad obiecta terrestria situ erecto contemplanda accommodarentur; quod quidem tribus lentibus fieri posse iam annotauimus. Sed quoniam tribus tantum lentibus adhibendis campus apparens fere totus euanescit aliaque incommoda se insuper admiscent, statim quatuor lentes vsurpari sunt solitae. quae ita sunt iunctae, vt duos tubos astronomicos connexos referant et tres lentes posteriores nomine ocularium appellatae sunt, quibus etiam fere eadem distantia focalis tribui potest. Ad idem quoque genus referenda sunt noua illa telescopia anglica a Clariss. Dollondo nuper inuenta, in quibus praeter lentes obiectiuas duplicatas longe diuersa lentium ocularium dispositio cernitur. Interim vero haec dispositio infinitis modis variari potest, atque adeo debet, vt haec telescopia ad summum perfectionis gradum euehantur.

Problema 4

109. Telescopiorum ad quartum genus relatorum, in quibus tres imagines verae occurrunt, praecipuas proprietates enumerare. So-

Solutio.

In hoc ergo genere quotcunque lentes adhibeantur, inter fractiones iis respondentes $\frac{\alpha}{b}$, $\frac{\beta}{c}$ etc. tres debent esse positiuae, dum reliquae manent negatiuae, ex quo perspicuum est, ad hoc genus ad minimum opus esse quatuor lentibus, et quia vltima imago vera, quae quasi ab oculo spectatur, est inuersa, obiecta quoque per omnia telescopia huius generis inuersa conspicientur.

Scholion.

110. Quoniam nulla plane ratio suadet, vt repraesentationem praecedentis generis denuo inuertere velimus, atque vti videbimus, omnes perfectiones praecedentibus generibus conferri queunt; nihil aliud lucraremur nisi, vt telescopia multo fierent longiora, et numerum lentium sine vllo vsu multiplicaremus, vt taceam iacturam insignem radiorum lucidorum, quae ob tot lentes merito esset metuenda; atque hanc ob rationem non dubito, genus hoc quartum penitus rejicere, de quo etiam nullum superesit dubium, quando tria praecedentia genera ita pertractauerimus, vt omnibus momentis quibus perfectio telescopiorum innititur, satisfecerimus. Multo magis autem sequentia, quae constitui possent genera, nullam plane attentionem merebuntur.

CAPVT

CAPVT IV.

DE TELESCOPIIS PRIMI GENERIS, QVAE SCILICET IMAGINE VERA DESTITVVNTVR, ET OBIECTA SITV ERECTO REPRAESENTANT.

Problema 1.

111.

Si telescopium primi generis ex duabus tantum lentibus constet, obiectiua scilicet et oculari, eius constructionem euoluere et proprietates exponere.

Solutio.

Cum hic sit $\frac{a}{b}$ quantitas negatiua et $a+b$ positiua, si ratio multiplicationis ponatur $= m$, ob $m > 1$ distantia a, vt ante vidimus, debet esse positiua; altera vero b negatiua, vt sit $b = \frac{-a}{m}$ seu distantiis focalibus introductis $a = p$, et $q = \frac{-p}{m}$ et interuallum binarum lentium $a + b = (\frac{m-1}{m}).p$ vnde patet ex data multiplicatione m et distantia focali p omnia determinari. Verum haec distantia p tanta esse debet, vt lens obiectiua datam admittat aperturam, cuius, si claritatis gradus ponatur $= y$, semidiameter esse debet $x = m y$, vnde iam patet, distantiam p maiorem esse debere, quam $4 my$ vel $5. my$; vnde cum y in partibus digiti dari soleat veluti $y = \frac{1}{50}$. dig., vt sit $x = \frac{m}{50}$ et $p > \frac{m}{10}$ dig. verum hic inprimis spectari debet aequatio pro semidiametro confusionis, quae dat

$$\frac{mx^3}{4p^3}\left(\mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{m}\right) < \frac{1}{4k^3}$$

vnde colligitur $p = kx\sqrt[3]{m\left(\mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{m}\right)} = km.y\sqrt[3]{m\left(\mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{m}\right)}$, qui ergo valor, nisi forte minor sit, quam $5. my$, ipsi p tribui debet, vbi vt supra notauimus, numerus k poni potest vel 30 vel 40 vel 50 prout maior vel minor distinctionis gradus desideratur, atque iam ex datis valoribus λ et λ' cum vitri specie, vnde numeri μ et μ' pendent, ambae lentes construi hincque totum telescopium confici poterunt; ad cuius proprietates cognoscendas quaeramus primo locum oculi eiusue distantiam a lente oculari, inuenimusque.

$$O = \frac{m-1}{m}. q. \text{ §. } 30.$$

quae cum ob $q < 0$ sit negatiua oculum lenti oculari immediate applicari oportet; vnde colligitur semidiameter campi ex §. 37. $\Phi = \frac{-\pi}{m-1}$ et $\pi = \frac{\pm\omega}{q}$, denotante ω semidiametrum pupillae; quare ob $q = \frac{-p}{m}$ fiet $\Phi = \frac{\pm m}{m-1}. \frac{\omega}{p}$ vbi inprimis notandum est, lentem

ocula-

ocularem tantam sumi debere, vt aperturam admittat, cuius semidiameter sit $= \pi q = \omega$; ex quo necesse est, vt fiat $-q > 5\,\omega$ vel $4\,\omega$ hincque etiam $p > 4\,m.\,\omega$ vel $> 5.\,m\,\omega$. quae conditio iam in se complectitur primam ob $y < \omega$. Quod denique ad alteram confusionem attinet, cum destructio marginis colorati postulet, vt sit § 52.

$$o = \frac{dn}{n-1}.\ B\,\pi.\,p$$

quod cum fieri nequeat, nisi lens obiectiua fuerit perfecta, euidens est, marginem coloratum destrui non posse. Denique pro hac confusione penitus tollenda esse debet

$$o = \frac{dn}{n-1}.\ p + \frac{dn'}{n'-1}.\ q, \quad \text{siue}$$

$$\frac{dn}{n-1} = \frac{1}{m}.\ \frac{dn'}{n'-1}$$

cui casu adeo, quo lens obiectiua est perfecta, satisfieri nequit, ob primum terminum euanescentem; quia autem m est numerus satis magnus, alterum membrum per se fit satis paruum, vt haec confusio non sit metuenda.

Coroll. 1.

112. Cum distantia focalis p maior esse debeat, quam $5\,m\,\omega$, pro data multiplicatione m longitudo huius telescopii semper maior erit, quam $5\,(m-1)\omega$ et cum sit circiter $\omega = \frac{1}{20}$. dig. haec telescopii longitudo minor fieri non poterit quam $\frac{m-1}{4}$. dig. scili-

cet si velimus, vt sit $m = 50$, longitudo telescopii minor esse nequit, quam $12\frac{1}{4}$ dig. etiamsi formula $p = m k y \sqrt[3]{m \mu \lambda - \mu' \lambda'}$ multo minor reddi posset.

Coroll. 2.

113. Pro campo apparente inuenimus eius semidiametrum $\Phi = \frac{m}{m-1}, \frac{\omega}{p}$ vnde, cum sit $p > 5 m \omega$, valor ipsius Φ semper certe minor erit, quam $\frac{1}{5(m-1)}$ atque in minutis primis erit $\Phi < \frac{687}{m-1}$. minut. quo campo facile contenti esse possemus, nisi p deberet esse multo maius, quam $5 m \omega$.

Coroll. 3.

114. Quoniam margo coloratus tolli non potest, nisi lens obiectiua sit perfecta; hinc statim intelligimus, quanti sit momenti vsus lentium perfectarum, quas supra descripsimus; ita, vt earum beneficio his telescopiis insignis gradus perfectionis conciliari possit.

Scholion.

115. Solutio huius problematis ita est generalis, vt ad omnes vitri species ex quibus lentes parari possunt, pateat; quin etiam loco lentis obiectiuae non solum lentes simplices, sed etiam duplicatae vel triplicatae atque adeo perfectae substitui possunt: vnde plurimae species huius telescopii, quod tantum ex duabus

duabus lentibus compositum spectamus, exhiberi possunt; quarum praecipuas in subiunctis exemplis contemplemur:

Exemplum I.

116. Si ambae lentes fuerint simplices atque ex eadem vitri specie confectae, constructionem huius telescopii definire:

Pro hoc casu potissimum aequatio venit considerandа:

$$p = mky\sqrt[8]{\mu(m\lambda - \lambda')}$$

quae distantiam focalem primae lentis determinat, siquidem valor hinc prodiens maior fuerit, quam $5.m.\omega$. Videbimus autem statim atque multiplicatio m fuerit notabilis, eius valorem multum esse superaturum istum limitem $5.m\,\omega$ seu $\frac{1}{4}m$. dig. ita, vt maximi sit momenti hanc formulam tam paruam reddere, quam fieri potest; quare statim faciamus $\lambda = 1$, vt lens obiectiua secundum §. 59. elaborari debeat; quod vero ad lentem ocularem attinet, non convenit $\lambda' = 1$ ponere, sed potius e re erit, ipsi huic litterae maiorem valorem tribuere, inprimis autem vt haec lens maximae aperturae fiat capax, ea optime vtrinque aeque concava redditur, ex quo numerus $\lambda' = 1.6299$. (§. 61.) pro ea vitri specie, qua $n = 1,55$ et qua artifices plerumque vti solent. Pro aliis autem speciebus tantum non differet, vt operae pretium sit, differentiae rationem habere; praecipue cum litteras k et y tam adcurate definire non liceat. Sumamus ergo $y = \frac{1}{45}$. dig. vt satis magnam claritatem obtineamus, quae in hoc genere necessaria videtur; et $k = 40$, vt confusio satis reddatur exigua eritque ob $\lambda = 1$; $\lambda' = 1\frac{5}{8}$

$$p = m . \sqrt[3]{\mu (m - 1\tfrac{5}{8})}$$

vnde patet, hic eas vitri species praeferri debere, quibus maior refractio n respondet, quia tum littera μ minores nanciscitur valores. Cum autem perpetuo μ non multum differat ab vnitate eiusque propterea radix cubica multo minus discrepet, quacunque vitri specie vti velimus, tuto sumere licebit $p = m \sqrt[3]{(m - 1\frac{5}{8})}$ hoc autem casu circa marginem coloratum nihil efficere licet. Quare si hinc distantiam focalem lentis obiectiuae debite definiuerimus atque n denotet refractionem vitri, ex quo ambae lentes sint parandae, constructio telescopii sequenti modo se habebit:

I°. Lens obiectiua paranda est ex formulis §. 59.

II°. Lens ocularis vtrinque aeque concaua conficiatur, sumendo radium vtriusque faciei $= \frac{-2(n-1)p}{m}$ ob $q = \frac{-p}{m}$.

III°. Hae duae lentes ad distantiam $AB = \frac{m-1}{m} . p$ iungantur et tubo inferantur, vt oculus lenti concauae immediate adplicari possit.

IV°.

IV°. Hic tubus campum offeret cuius semidiameter erit $\Phi = \frac{m}{m-1} \cdot \frac{\omega}{p} = \frac{3437 \cdot m}{m-1} \cdot \frac{\omega}{p}$ min.

V°. Hoc telescopium a vitio marginis colorati liberari nequit.

Coroll. 1.

117. Quodsi multiplicatio tanta sit, vt fiat $m = 1\frac{5}{8}$, formula p definiens euanescit, nihilo vero minus sumi debet $p = 5 \cdot m\omega$ seu quasi $\frac{1}{4} \cdot m$. dig. hocque valore vti licet, etsi m aliquanto sit maius, dummodo illa formula non excedat $\frac{1}{4} \cdot m$. dig. quod euenit, quamdiu m non superat limitem $1\frac{41}{64}$ qui vix superat valorem $1\frac{5}{8}$; ex quo patet, statim atque multiplicatio m maior sit, quam $1\frac{5}{8}$, distantiam focalem p maiorem capi debere, quam $\frac{1}{4} \cdot m$. dig.

Coroll. 2.

118. Quare si verbi gratia debeat esse $m = 5$, capi oportet $p = 7\frac{1}{2}$ dig. et $q = -\frac{3}{2}$ vnde semidiameter campi apparentis prodit $\Phi = \frac{5}{4} \cdot \frac{2\omega}{15} = \frac{\omega}{6} = \frac{1}{120}$ ob $\omega = \frac{1}{20}$; siue $\Phi = \frac{3437}{120}$ min. $= 29$. min. Longitudo autem telescopii erit 6 digit.

Coroll. 3.

119. Si multiplicatio desideretur $m = 10$, reperitur $p = 5\sqrt[3]{67} = 20\frac{5}{16}$ dig. hincque $q = -2 \cdot \frac{1}{32}$ dig. ita, vt longitudo telescopii sit $18\frac{9}{32}$ dig. tum vero semidia-

midiameter campi apparentis, qui eſt $\frac{\omega}{p+q}$ fit $\Phi = \frac{32 \omega}{585}$ $= \frac{4}{2925}$ et in minutis $\Phi = 4' \, 42''$, qui campus iam tam eſt exiguus, vt nullo modo tolerari poſſit, quare haec ſpecies teleſcopiorum ne quidem ad multiplicationem $m = 10$ adplicari poteſt.

Exempl. II.

120. Si ambae lentes ex eadem vitri ſpecie parentur, obiectiua vero ſtatuatur duplicata ſec. §. 65. conſtruenda, vt ſit $\lambda = \frac{1-v}{4}$ ac ſi vitro communi, pro quo eſt $n = 1.55$, vtamur, erit $\lambda = 0.1918$; ſumtaque iterum vnitate pro $\sqrt[3]{\mu}$ et poſito, vt ante, $\lambda' = 1\frac{5}{8}$ vt lens ocularis fiat aequaliter concaua erit $p = m.\sqrt[3]{(0,1918.m - 1\frac{5}{8})}$ et vt ante, $q = \frac{-p}{m}$. hincque diſtantia lentium $= \frac{m-1}{m} p$ quare ſi inde pro data multiplicatione definiatur valor litterae p, conſtructio ita ſe habebit:

I°. Lens obiectiua paranda eſt ex formulis §. 59. pro $n = 1.55$.

II°. Lens ocularis vtrinque fiat aequaliter concaua, radio exiſtente $= -2(n-1) . \frac{p}{m} = -\frac{11}{10} . \frac{p}{m}$.

III°. Semidiameter campi apparentis erit, vt ante, $\Phi = \frac{m}{m-1} . \frac{\omega}{p} = \frac{170 . m}{m-1} . \frac{1}{p}$ min.

IV°. Aeque parum autem, ac ante, hoc caſu margini colorato remedium afferri poteſt.

Co-

Coroll. 1.

121. Quando autem formula illa praebet $p < \frac{1}{4} m$. dig. nihilo minus statui debet $p = \frac{1}{4} m$. dig. quod imprimis euenit, si sit $m = 8\frac{1}{2}$ circiter; vnde oritur $p = 0$ quare nisi multiplicatio maior desideretur, sumi poterit $p = \frac{1}{4} m$. dig. vnde fit $q = -\frac{1}{4}$. dig. et longitudo telescopii $\frac{1}{4}(m-1)$ dig. campique apparentis semidiameter $\Phi = \frac{688}{m-1}$. minut.

Coroll. 2.

122. Quando ergo multiplicatio proposita sit $m = 8\frac{1}{2}$, telescopium ita erit construendum. I°. ob $p = \frac{17}{8}$ dig. $= 2\frac{1}{8}$ dig. lens obiectiua paretur secundum praecepta data. II°. ob $q = -\frac{1}{4}$ dig. radius vtriusque faciei erit $= -\frac{1}{2}(n-1)$ dig. vnde longitudo telescopii fit $= 1\frac{7}{8}$ dig. campi vero apparentis semidiameter $= 1° 31'$. quod telescopium omni attentione dignum videtur non obstante margine colorato.

Coroll. 3.

123. Si desideretur multiplicatio $m = 15$. statim reperitur $p = 16, 15$. dig. hinc $q = -1,07$. dig. vnde longit. telescopii $= 15,08$. dig. et semidiameter campi apparentis erit $= \frac{172}{15,08}$. minut. $= 11' 24''$ vnde patet hoc telescopium tam ob nimis exiguum campum quam ob nimis magnam longitudinem merito esse reiiciendum, dum contra casus praecedens maxime commendandus videtur.

Exempl. III.

124. Si ambae lentes ex eadem vitri specie constent, obiectiua vero statuatur triplicata, sec §. 66. construenda, vt sit $\lambda = \frac{3-\nu}{3\nu}$; constructionem huius telescopii definire.

Vtamur vitro communi, pro quo est $n = 1,55$ eritque $\lambda = 0,0422$ et maneat $\lambda' = 1,629$, sumta iterum vnitate pro $\sqrt[3]{\mu}$. erit

$$p = m. \sqrt[3]{(0,0422\, m - 1,629)}$$

vnde reliqua, vt in casibus praecedentibus determinantur.

Inprimis autem hic notari meretur casus, quo fit $0,0422\, m = 1,629$ siue $m = 38\frac{3}{5}$ pro qua sumi debet lentis obiectiuae distantia focalis $p = 9\frac{13}{20}$ dig. manente $q = -\frac{1}{4}$ dig. hincque longitudo tubi $= 9\frac{2}{5}$ dig. ex qua semidiameter campi erit $= 18' 17''$ qui quidem campus satis est paruus, sed ob tam notabilem multiplicationem facile tolerari potest, nisi forte margo coloratus offendat.

Exempl. IV.

125. Si pro lente obiectiua capiatur lens perfecta, ocularis autem maneat simplex atque adeo vtrinque aequaliter concaua, constructionem telescopii describere.

Quo-

Quoniam supra huiusmodi lentes perfectas descripsimus partim ex vitro coronario, partim ex vitro chrystallino conficiendas hic ante omnia attendendum est, quantae aperturae quaelibet sit capax; cum enim pro multiplicatione m hic esse debeat $x = \frac{m}{40}$ dig. ante omnia videndum est, an lens perfecta hic adhibenda tantam aperturam admittat, quae cautela sedulo esset obseruanda, si valor ipsius p quopiam casu prodiret $= 0$; quo vt ante capi deberet $p = \frac{1}{4}.m$; ita, vt fieret $x = \frac{1}{10}.p$, quod tantum in tertia lente triplicata locum habet. Verum non opus est, vt de hoc simus solliciti, quia ex formula radicali superiori pro hoc casu nunquam prodire potest $p = 0$, quoniam enim lens est perfecta, erit per hypothesin $\lambda = 0$, ita vt fiat $p = m.\sqrt[3]{-1.629}$. vnde patet, semper adeo fore $p > m$, scilicet $p = 1,17.m$. quare statim sequitur hoc insigne incommodum, vt mox ac multiplicationi m modicus valor tribuatur, campus apparens tam paruus sit proditurus, vt telescopium fere omni vsu careat; cuius caussa cum sit valor $\lambda = 0$, optandum hic esset, vt lens perfecta etiam nunc confusionem quandam exiguam pareret, vt illa formula pro quapiam multiplicatione praeberet $p = 0$. Secundum praecepta autem supra data tales lentes non difficulter inueniri possent, quae dum nullam gignerent dispersionem, aliquam tamen confusionem producerent; verum eiusmodi inuestigatio commodius instituetur his telescopiis vel vnam vel duas lentes nouas adiungendo.

Scholion.

126. Ratio huius insignis paradoxi, quod lentes perfectae hic minus vtilitatis praestent, quam lentes duplicatae et triplicatae praecedentes in hoc manifesto est posita, quod hic non eiusmodi lente obiectiua egeamus, pro qua sit $\lambda = o$, sed potius tali, vt $\lambda m - \lambda'$ redigi possit ad nihilum. Supra autem facile fuisset eiusmodi lentes compositas inuenire, quae dum confusioni colorum mederentur, pro priori confusione datum valorem numeri λ habuissent; verum hic non opus est, vt illum laborem repetamus; sed potius alio modo hanc inuestigationem ad praesens institutum accommodari conueniet; duas scilicet pluresue lentes, quae vnitae lentem perfectam constituebant, hic tanquam disiunctas consideremus quo pacto id commodii assequemur, vt non solum vtraque confusio lentem etiam ocularem in calculo comprehendendo penitus tolli, sed etiam fortasse campus apparens vlterius extendi queat; quem in finem sequens problema praemitti oportet.

Problema 2.

127. Inter lentem obiectiuam et ocularem aliam insuper lentem inserere, vt telescopium eidem primo generi maneat accensendum.

Solu-

Solutio.

Ponamus ergo telescopium constare tribus lentibus PP, QQ, RR, ac primo quidem requiritur, vt hae fractiones $\frac{\alpha}{b}$, $\frac{\beta}{c}$ sint negatiuae; tum vero vt haec interualla $\alpha + b$; $\beta + c$ sint positiua; existente multiplicatione $m = \frac{\alpha}{b} \cdot \frac{\beta}{c}$ siue $m = \frac{\alpha}{c}$. B. ob $B = \frac{\beta}{b}$, quae proinde quantitas erit positiua. Introducamus nunc altera elementa, quae supra litteris B, C et indicibus aperturae π, π' cum semidiametro campi Φ continebantur, ac pro priori conditione habebimus

$$\frac{\alpha}{b} = \frac{\mathfrak{B}\pi - \Phi}{\Phi} < 0.$$

$$\frac{\beta}{c} = \frac{\mathfrak{C}\pi' - \pi + \Phi}{\mathfrak{B}\pi - \Phi} < 0.$$

vnde cum Φ ex rei natura semper sit positiuum, debet esse $\mathfrak{B}\pi - \Phi$ negatiuum, at vero $\mathfrak{C}\pi' - \pi + \Phi$ positiuum; et quia $\gamma = \infty$; ideoque $C = \infty$ et $\mathfrak{C} = 1$ vnde posterior conditio dat $\pi' - \pi + \Phi > 0$. Pro campo autem apparente inuenimus $\Phi = \frac{-\pi + \pi'}{m + 1}$, vnde cum Φ et $m - 1$ sint quantitates positiuae, debet esse $-\pi + \pi'$ quantitas positiua, qua praecedens etiam conditio sponte continetur. Vt autem praeterea interualla lentium fiant positiua, has duas conditiones adipiscimur ex §. 16.

$$1^{\circ}.\ \frac{\mathfrak{B}\pi p}{\mathfrak{B}\pi - \Phi} > 0.$$

vnde cum denominator sit negatiuus, etiam numerator debet esse negatiuus seu $\mathfrak{B}\pi p < 0$ prouti ergo

 quan-

quantitas p fuerit vel poſitiua vel negatiua, debet eſſe $\mathfrak{B}\pi$ vel negatiuum vel poſitiuum.

$$2^\circ.\ \frac{B\Phi p(\pi' - (1 - \mathfrak{B})\pi)}{(\mathfrak{B}\pi - \Phi)(\pi' - \pi + \Phi)} > 0$$

vbi cum Φ ſit poſitiuum, totus vero denominator negatiuus, etiam pro numeratore $Bp(\pi' - (1 - \mathfrak{B})\pi)$ debet eſſe < 0.

Ex his igitur conditionibus ſi loco Φ valorem inuentum ſubſtituamus, ſequentes concluſiones conſequemur

1°. $\pi' - \pi > 0$.

2°. ob $\mathfrak{B}\pi - \Phi < 0$, debet eſſe
$(m-1)\mathfrak{B}\pi - \pi' + \pi < 0$ ſeu $\pi' - \pi > (m-1)\mathfrak{B}\pi$ ſiue $\pi' > ((m-1)\mathfrak{B} + 1)\pi$

3°. $\mathfrak{B}\pi p < 0$

4°. $Bp(\pi' - (1 - \mathfrak{B})\pi) < 0$.

quia hic igitur formulae 3 et 4 ambae ſunt negatiuae, haec per illam diuiſa

$$\frac{B(\pi' - (1 - \mathfrak{B})\pi)}{\mathfrak{B}\pi} > 0$$

vnde ſi denominator fuerit poſitiuus etiam numerator debet eſſe poſitiuus et contra. Conſideremus nunc ambos caſus extremos, alterum, quo media lens lenti obiectiuae vnitur, alterum, quo ea lenti oculari vnitur. Priori caſu, quo ſcilicet $a + b = 0$, fit $\pi = 0$, quemadmodum ſupra iam notauimus pro lentibus quotcunque

cunque cum obiectiua lente coalescentibus. Posteriore casu, quo $\beta + c = 0$, debet $\pi' - (1 - \mathfrak{B})\pi = 0$ seu $\pi' = (1 - \mathfrak{B})\pi$, qui valor in conditione superiore secunda positus dabit $m\mathfrak{B}\pi < 0$ seu $\mathfrak{B}\pi < 0$. Cum autem campus apparens potissimum a lente oculari pendeat, cui respondet littera π', haec littera π' necessario est positiua quare vt campus ob lentem mediam non minuatur, sed potius augeatur, numerum π negatiuum esse oportet, ex quo superiores conditiones propius hoc modo definientur.

1^{mo}. scilicet $\pi' - \pi$ iam sponte fit > 0 ideoque omitti potest.

2^{da}. est $\pi' > ((m-1)\mathfrak{B} + 1)\pi$

ex 3^{tia}. autem sequitur $\mathfrak{B}p > 0$

et 4^{to}. $\frac{B(\pi' - (1 - \mathfrak{B})\pi)}{\mathfrak{B}\pi} > 0$.

Consideretur adhuc locus oculi, cuius distantia a lente oculari sit $O = \frac{\pi'}{m\Phi} \cdot r$ quae ob $\frac{\pi'}{m\Phi}$ positiuam fieret positiua, si modo r esset positiuum at cum sit $r = c$ ob $C = \infty$ et $\mathfrak{C} = 1$ erit $r = \frac{Bp\Phi}{\pi' - \pi + \Phi}$ cuius denominator cum sit positiuus examinandum est, vtrum Bp sit positiuum an negatiuum; at si Bp esset positiuum; distantia O quoque foret positiua, sin autem Bp esset negatiuum, foret quoque distantia O negatiua, oculusque lenti tertiae immediate applicari deberet, de quo casu praecepta supra data sunt obseruanda.

Co-

Coroll. 1.

128. Quia ſtatim ac multiplicatio m fit modicae quantitatis, Φ multo minus eſt, quam π, cum $\mathfrak{B}\pi - \Phi$ ſit negatiuum, quantitas $\mathfrak{B}\pi$ fiet quoque negatiua et ob $\pi < 0$ erit $\mathfrak{B}$ poſitiuum. Hinc pro tertia conditione $\mathfrak{B}\pi p < 0$ debebit eſſe p poſitiuum (excepto ſcilicet caſu, quo π quam minimum habet valorem ideoque p etiam negatiuum eſſe poſſet) et per tertiam et quartam conditionem coniunctim erit ob denominatorem negatiuum etiam numerator $B(\pi' - \pi + \mathfrak{B}\pi)$ negatiuus ſi ergo fuerit $\pi' - \pi + \mathfrak{B}\pi > 0$ erit $B < 0$; contra vero $B > 0$.

Coroll. 2.

129. Hae igitur conditiones impleri poſſunt pluribus modis, dum plura elementa manent indeterminata, ſtatim enim patet, quantitatem α ſeu p tam affirmatiuum, quam negatiuum valorem accipere poſſe; at quia $\mathfrak{B}p > 0$ ob $\pi < 0$, ſi p ſtatuamus poſitiuum, etiam $\mathfrak{B}$ debet eſſe poſitiuum; ſin autem p ſumatur negatiue, etiam $\mathfrak{B}$ debet eſſe negatiuum; interim tamen cum ſit $B = \frac{\mathfrak{B}}{1-\mathfrak{B}}$, etiamſi ſit $\mathfrak{B}$ poſitiuum, littera B etiam nunc eſſe poteſt tam poſitiua, quam negatiua; altero vero caſu, quo $\mathfrak{B}$ eſt negatiuum, ſemper etiam B fit negatiuum.

Scho-

Scholion.

130. Eodem modo, quo hoc problema reſoluimus, conditiones etiam inueniri poſſunt, quando duae pluresue lentes inter obiectiuam et ocularem inſeruntur ſeu quando huiusmodi teleſcopium ex quatuor pluribusue lentibus eſt compoſitum; ponamus enim quatuor id lentibus conſtare atque ſequentes ſex conditiones erunt adimplendae:

$$1^\circ.\ \frac{\alpha}{b} < 0; \quad 2^\circ.\ \frac{\beta}{c} < 0. \quad 3^\circ.\ \frac{\gamma}{d} < 0$$

$$4^\circ.\ a + b > 0; \quad 5^\circ.\ \beta + c > 0. \quad 6^\circ.\ \gamma + d > 0$$

exiſtente $\delta = \infty$ ideoque $D = \infty$ et $\mathfrak{D} = 1$. vnde ſi loco harum litterarum valores ſupra dati introducantur, hae ſex conditiones praebebunt ſequentes formulas, in quibus Φ ſemper vt poſitiuum ponitur

$$1^\circ.\ \mathfrak{B}\pi - \Phi < 0.$$

$$2^\circ.\ \frac{\mathfrak{C}\pi' - \pi + \Phi}{\mathfrak{B}\pi - \Phi} < 0.$$

$$3^\circ.\ \frac{\pi'' - \pi' + \pi - \Phi}{\mathfrak{C}\pi' - \pi + \Phi} < 0.$$

quae tres conditiones commodius ita referuntur.

$$1^\circ.\ \mathfrak{B}\pi - \Phi < 0$$

$$2^\circ.\ \mathfrak{C}\pi' - \pi + \Phi > 0$$

$$3^\circ.\ \pi'' - \pi' + \pi - \Phi < 0.$$

Pro tribus reliquis conditionibus, quia in ſingulis denominatores ſunt negatiui, etiam numeratores oportet

tet esse negatiuos vnde sequentes conditiones erunt adimplendae.

$4^o.\ \mathfrak{B}\pi p < 0.$

$5^o.\ \mathrm{B}p(\mathfrak{C}\pi' - (1-\mathfrak{B})\pi) < 0$

$6^o.\ \mathrm{B}\,\mathrm{C}p(\pi'' - (1-\mathfrak{C})\pi') < 0.$

quae prout p fuerit vel positiuum vel negatiuum duplici modo considerari poterunt; in hoc negotio autem inprimis consideranda est expressio pro campo apparente, quae est $\Phi = \frac{-\pi+\pi'-\pi''}{m-1}$ quae quia tam magna desiderari solet, quam fieri potest, curandum est, vt fractiones π et π'' obtineant valores negatiuos eosque maximos, qui tamen $\frac{1}{4}$ vel $\frac{1}{3}$ superare nequeunt, ac si forte hoc fieri nequeat, et alteruter debeat esse positiuus, tum vt is fiat quam minimus, erit efficiendum.

Scholion. 2.

131. His iam praemissis videamus, quo modo superiori incommodo, quo lentes perfectae pro hoc telescopiorum genere ineptae sunt deprehensae, remedium afferri possit. Considerabimus igitur telescopium vt tribus lentibus compositum, ac duas priores prorsus vniamus vt interuallum $a+b$ euanescat sicque lens obiectiua fiat duplicata, verum nunc singula elementa ita definiamus, vt non pro sola obiectiua vtraque confusio destruatur, sed pro toto telescopio.

Quo-

Quoniam vero ad hoc duplici vitri ſpecie opus eſt, adhibere cogimur binas illas ſpecies anglicas, ſcilicet vitrum coronarium et chryſtallinum. Vnde duo potiſſimum problemata naſcuntur, prout vel prima lens ex coronario, ſecunda vero ex chryſtallino, vel contra prior ex chryſtallino, ſecunda vero ex coronario fuerit paranda; de tertia autem lente oculari perinde fere erit, ſiue eam ex vitro coronario ſiue ex chryſtallino conficere velimus, dummodo ea vtrinque aeque concaua reddatur, quandoquidem ea hoc modo maximam aperturam admittit, a qua campus apparens dependet.

Problema 3.

132. Si teleſcopii lens obiectiua ſit duplicata ac prior quidem ex vitro coronario, poſterior vero ex chryſtallino parata, lens autem ocularis etiam ex vitro coronario; conſtructionem huius teleſcopii pro quauis multiplicatione m deſcribere.

Solutio.

Cum igitur hic ſit $\alpha + b = 0$; ſiue $\alpha = -b$; et $\frac{\alpha}{b} = -1$ erit multiplicatio $m = -\frac{\beta}{c}$ ſeu $c = -\frac{\beta}{m}$ vbi littera β exprimit diſtantiam focalem ipſius lentis obiectiuae duplicatae ideoque, vt ex probl. 1 patet, debet eſſe poſitiua; vnde lens ocularis erit concaua. Cum igitur ſit $b = \frac{\beta}{B}$; $q = \mathfrak{B}b = \frac{\mathfrak{B}\beta}{B} = \frac{\beta}{B+1}$ erit $\alpha = \frac{-\beta}{B}$

 et

et litterae μ et ν, vna cum μ'', ex refractione $n = 1,53$; litterae vero μ' et ν' ex refractione $n = 1,58$ sunt sumendae; vnde pro confusione ex apertura lentium destruenda habebimus hanc aequationem:

$$\mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\mu\lambda''}{mB^3} - \frac{\mu'\nu'}{\mathfrak{B}B} = 0$$

cum autem sit $\frac{dn}{n-1} : \frac{dn'}{n'-1} = 7 : 10$ atque $n'' = n$ ob valorem distantiae O negatiuum pro margine colorato tollendo nanciscimur hanc aequationem:

$$\pi'(3B + 10) = 10.\pi.$$

deinde vero pro hac confusione penitus tollenda satisfieri oportet huic aequationi:

$$0 = -7 + \frac{10(B+1)}{B} - \frac{7}{mB}$$

seu $0 = -7B + 10.(B+1) - \frac{7}{m}$

vnde reperitur $B = \frac{7-10.m}{3.m}$, $\mathfrak{B} = \frac{10m-7}{7m-7}$, ex qua littera B perfecte determinatur, ita, vt ex prima aequatione tantum litterae λ et λ' definiendae restent, quia ob lentem ocularem vtrinque aequalem, λ'' iam definitur. Inde igitur commodissime definitur numerus λ':

$$\lambda' = \frac{\mu\mathfrak{B}^3\lambda}{\mu'} + \frac{\mu\mathfrak{B}^3\lambda''}{m\mu'B^3} - \frac{\nu'\mathfrak{B}^2}{B}$$

in qua quidem aequatione λ pro lubitu accipi posset, sed ne λ' vnitatem nimis superet, conueniet sumi $\lambda = 1$ sicque omnia iam erunt determinata, ita, vt nihil amplius supersit, quod ex aequatione media posset determinari,

minari, quia ratio litterarum π et π' ex praemissis iam datur. Cum enim sit $b = \frac{\beta}{B} = \frac{p\Phi}{\mathfrak{B}\pi - \Phi} = \frac{-\beta\Phi}{B(\mathfrak{B}\pi - \Phi)}$ hincque $\pi = 0$, et cum pro campo apparente sit $\Phi = \frac{-\pi + \pi'}{m-1}$ erit $\pi' = (m-1)\Phi$ vnde pro secunda aequatione prodit

$$0 = (m-1)\Phi(3B + 10)$$

quod cum fieri nequeat, praeter casum $3B + 10 = 0$ seu $\frac{7 - 0.m}{m} + 10 = 0$ hincque $m = \infty$; margo coloratus tolli nequit, nisi multiplicatio sit maxima ideoque pro maioribus multiplicationibus erit insensibilis, ad quem casum cum haec telescopia accommodari conueniat, margo coloratus non erit metuendus, sufficietque, si primae et tertiae aequationi satisfecerimus. Inuentis igitur quantitatibus B, λ et λ' pro data multiplicatione m gradus claritatis y assumatur, quo contenti esse voluerimus; indeque habebitur semidiameter aperturae primae lentis x. Si deinde distantiam focalem totius lentis obiectiuae, quae est aequalis β, vt indefinitam spectemus; habebimus inde 1° distantiam focalem prioris lentis; $\alpha = \frac{-\beta}{B}$ et pro posteriore distantias determinatrices $b = \frac{\beta}{B}$ et β; ex quibus cum numeris λ et λ' vtramque lentem poterimus construere; in qua constructione notetur minimus radius siue conuexitatis siue concauitatis eiusque parti quintae vel etiam quartae aequetur $x = my$; vnde ipsa quantitas β in digitis determinabitur. Hinc porro colligimus

 distan-

distantiam focalem lentis ocularis $= c = \frac{-\beta}{m}$; ex qua si huic lenti vtrinque figura aequalis tribuatur, vt scilicet maximae aperturae fiat capax radius istius curuaturae erit $= -\frac{2(n-1)\beta}{m}$ vti supra iam ostendimus §. 61, vbi etiam inuenimus pro hac lente fore $V(\lambda'' - 1) = \frac{\sigma-\rho}{2\tau}$; vnde valor ipsius λ'' definitur.

Coroll. 1.

133. Cum hic distantia oculi post vltimam lentem O fiat negatiua; ideoque oculus huic lenti immediate adplicari debeat, in formula campum apparentem declarante $\Phi = \frac{-\pi+\pi'}{m-1}$ fractio π' sumi debet $= \frac{\omega}{c}$ vt scilicet campum inueniamus, quem vno obtutu conspicimus; expediet autem, aperturam istius lentis tantam fieri, quantam curuatura facierum admittit, sicque nihil obstat, quominus ipsi π' valor $= \frac{1}{4}$ vel $= \frac{1}{3}$ tribuatur.

Coroll. 2.

134. Quod hic de valore vltimae litterarum π, π', π'' etc. notauimus, latissime patet, vt scilicet ei semper valor $\frac{1}{3}$ vel $\frac{1}{4}$ tribui possit, dummodo in computo campi apparentis eius valor ad $\frac{\omega}{c}$ imminuatur, si quidem hic fuerit minor; quippe quo modo campus vno obtutu conspectus definitur. Quando autem apertura lentis ocularis maior fuerit pupilla, tum pupilla eam quasi peragrando successiue totum campum con-

conſpiciet, quem verus valor ipſius π' definit ſicque in poſterum hanc limitationem a pupilla petitam penitus omittere poterimus; dummodo notetur, caſu, quo π' maius, quam $\frac{\omega}{c}$, hunc campum non vno obtutu apparere.

Coroll. 3.

135. Hoc igitur pacto teleſcopium adipiſcimur primi generis, quod obiecta ſine vlla confuſione ſiue ab apertura lentium ſiue a diuerſa radiorum natura oriunda repraeſentabit, ita, vt in illo nihil amplius poſſit deſiderari, niſi quod campus apparens nimis ſit exiguus; quo tamen defectu omnia teleſcopia tam Newtoniana, quam Gregoriana aeque laborant.

Scholion. 1.

136. Si haec ad praxin accommodare velimus, inchoandum erit a valore litterae B, quem tertia aequatio ſuppeditat, ſcilicet $B = \frac{7-10m}{3m}$, qui ſtatim atque m ſit numerus modice magnus, abit in $B = -\frac{10}{3}$ quia autem hic valor $-\frac{7}{3}$ deriuatus eſt ex Dollondi experimentis, vnde rationem $\frac{dn}{n-1} \cdot \frac{dn'}{n'-1} = 7 : 10$ deduximus, nemo certe arbitrabitur, hanc rationem tam exacte veritati reſpondere, vt non ſatis notabiliter ab ea diſcrepare poſſit; quam ob cauſſam ridiculum plane foret, ſi circa valorem huius litterae B nimis ſcrupuloſi eſſe vellemus; neque etiam res ipſa tantam preciſionem exigere

gere

gere videtur, cum iam plurimum praestitisse is sit censendus, qui hanc confusionis speciem, quae hactenus nullo plane modo imminui posse est credita, plurimum imminuere potuerit, etiamsi ad nihilum non reduxerit, audacter igitur statuere poterimus, $B = -\frac{10}{3}$ pro quacunque multiplicatione, indeque tantum superest, vt formula pro λ' inuenta euoluatur; in quo nihil omnino negligere licebit; quoniam vt supra iam inuenimus solus terminus $\frac{\mu\mathfrak{B}^3\lambda''}{m\mu'.B^3}$ tanti erat momenti, vt a lente obiectiua perfecta optatus effectus exspectari non potuerit.

Scholion 2.

137. Quoniam in sequentibus plurimum intererit, vt lentibus ocularibus eiusmodi figura tribuatur, quae maximae aperturae sit capax, hocque manifesto eueniat, si ambae huius lentis facies reddantur aequales: pro huiusmodi lente valor litterae λ ita definietur, vt fiat $\sqrt{\lambda - 1} = \frac{\sigma - \rho}{2\tau}$ quem igitur pro praecipuis vitri speciebus hic exhibeamus.

$n.$	$\sqrt{\lambda - 1.}$	$\lambda.$
1. 53	0, 77464.	1. 60006.
1. 55	0, 79367.	1. 62991.
1. 58	0, 82125.	1. 67445.

Cum igitur nunc habeamus valorem $\lambda'' = 1,60006$, per ea, quae in problemate sunt constituta, habebimus

$\mu = 0.$

$\mu = 0.9875$; $\mu' = 0.8724$; $\nu = 0.2529$. sumto $B = -\frac{10}{9}$ et $\mathfrak{B} = +\frac{10}{9}$; aequatio prima resoluenda induet hanc formam:

$$\lambda' = 3,3001.\lambda - \frac{0.1428}{m} + 0.1548$$

ex qua ne valor ipsius λ' praeter necessitatem nimis magnus prodeat, statuamus $\lambda = 1$, fietque

$$\lambda' = 3,4549 - \frac{0.1426}{m}$$

cuius aequationis vsum in aliquot exemplis ostendamus.

Exempl. I.

138. Huiusmodi telescopium construere, quod obiecta vicies quinquies aucta repraesentet, seu sit $m = 25$. Cum sit $\lambda = 1$, erit $\lambda' = 3,4492$ et $\lambda' - 1 = 2,4492$ et $\sqrt{(\lambda' - 1)} = 1,5649$; atque hinc sequens singularum lentium constructio colligetur:

I. Pro lente prima ex vitro coronario facta

ob eius distantiam focalem $p = \alpha = +\frac{38}{10}$ et $\sqrt{(\lambda - 1)} = 0$ fiet

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = 0.1807.\beta \\ \text{poster.} = 1,3239.\beta \end{cases}$$

II. Pro secunda lente ex vitro chrystallino

cum sint distantiae determinatrices $b = \frac{\beta}{B} = -\frac{9}{10}\beta$, et litterae $\varrho = 0.1413$, $\sigma = 1,5827$, $\tau = 0,8775$ et et $\sqrt{(\lambda' - 1)} = 1,5649$ si pro radiis anterioris et posterioris faciei ponamus litteras F et G, habebimus

$$F = \frac{b\beta}{\rho\beta + \sigma b \pm \tau(b+\beta)\sqrt{(\lambda'-1)}}$$

$$G = \frac{b\beta}{\rho b + \sigma\beta \mp \tau(b+\beta)\sqrt{(\lambda'-1)}}$$

atque hinc

$$\frac{1}{F} = \frac{3\sigma - 10.\rho \mp 7.\tau\sqrt{(\lambda'-1)}}{3\beta}$$

$$\frac{1}{G} = \frac{3\rho - 10.\sigma \pm 7.\tau\sqrt{(\lambda'-1)}}{3\beta}$$

quibus euolutis prodit

$$\frac{1}{F} = \frac{3.3351 \mp 5.6124}{3\beta}$$

$$\frac{1}{G} = \frac{-15.4031 \pm 5.6124}{3\beta}$$

vt igitur radii non nimis fiant parui, vti oportet signis superioribus, vnde obtinebimus

$$\frac{1}{F} = \frac{-6.2773}{3\beta}; \; F = -0.4779.\beta$$

$$\frac{1}{G} = \frac{-5.7907}{3\beta}; \; G = -0.5180.\beta$$

III. Pro tertia lente oculari

ex vitro coronario paranda constructio est facillima, dum vtriusque faciei radius esse debet $= 2(n-1)r = 1,06.r$ $= -0,00424.\beta$.

Binae priores lentes sibi inuicem immediate iunguntur, vt vnam quasi lentem constituant, cuius aperturae semidiameter maior esse nequit, quam quarta circi-

circiter pars radii minimi quae est $= 0.0452\,\beta$, & habebimus $x = 0.0452\,\beta$. Debet autem esse $x = my$, denotante y gradum claritatis atque iam notauimus statui posse $y = \frac{1}{50}$. dig. ita, vt hoc casu habeamus $x = \frac{1}{2}$ dig, quo circa valor ipsius β ita determinabitur, vt sit $\beta = 11, 1$ dig. saltim β hoc limite non debet capi minus vnde superiores mensurae absolute innotescunt. Campi autem apparentis semidiameter ob $\pi = 0$ erit $\Phi = \frac{\pi'}{m-1} = \frac{\pi'}{24}$; sumtoque $\pi' = \frac{1}{4}$ erit in minutis primis $35\frac{3}{4}$ min. quem campum oculus vno obtutu cerneret, si semidiameter pupillae esset $\pi' r, = 0.1120$. Quanto autem est minor, tanto minorem quoque campum vno obtutu videbit. Longitudo autem huius telescopii erit $= 10\frac{3}{4}$ digit.

Scholion.

139. Hoc ergo telescopium ad praxin satis accommodatum videtur, cum eius longitudo minor sit vndecim digitis et tamen vicies quinquies obiecta augeat, campo apparente non adeo exiguo existente; hincque etiam patet quantum lens perfecta hic immutari debuerit, vt etiam confusionem a lente oculari oriundam tolleret. Verum hic notandum est, constructionem huius instrumenti summam artificis sollertiam requirere minimumque errorem commissum totum opus irritum reddere quare non nisi post plura tentamina successus sperari poterit. Multo maiore autem sollertia erit opus, si maiorem quoque multipli-

cationem desideremus, vti ex sequenti exemplo erit manifestum.

Exemplum II.

140. Huiusmodi telescopium conficere, quod obiecta quinquagies multiplicet seu sit $m = 50$.

Erit pro hoc casu $\lambda' = 3.4521$ et $\sqrt{(\lambda' - 1)} = 1.5659$ qui valor praecedentem superat $\frac{1}{1000}$ hoc est, sui parte $\frac{1}{1364}$, ita, vt superior formula $\sqrt{(\lambda' - 1)}$ per $1 + \frac{1}{1364}$ multiplicata praebeat praesentem valorem et cum reliqua elementa maneant, vt ante, erit

I. Pro prima lente

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = 0.1807.\ \beta \\ \text{poster.} = 1.3239.\ \beta \end{cases}$$

II. Pro secunda lente

habebimus

$$\frac{1}{F} = \frac{3.3351 \mp 9.6185}{3\beta}$$

$$\frac{1}{G} = \frac{-15.4031 \pm 5.6185}{3\beta}$$

sumtisque signis superioribus habebimus

$$\frac{1}{F} = \frac{-6.2834}{3\beta};\ F = -0.4774\ \beta$$

$$\frac{1}{G} = \frac{-5.7846}{3\beta};\ G = -0.5186.\ \beta$$

quae duae lentes iunctae aperturam admittent, cuius semidiameter $= 0.0452.\ \beta$; quo scilicet maior non debet

debet esse valor $x = my =$ 1. dig. quare capi debebit $\mathfrak{E}$ maius, quam 22, 1. dig.

III. Pro lente oculari,

cuius distantia focalis est $= \frac{\beta}{m} = \frac{\beta}{50}$ radius vtriusque faciei erit $= -\frac{2(n-1)\beta}{50} = -0,0212.$ $\mathfrak{E}$ sumto autem $\pi' = \frac{1}{4}$ erit aperturae eius semidiameter $x = +\frac{\beta}{200}$ $= 0,110.$ dig. vnde semidiameter campi apparentis fit $\Phi = \frac{\pi'}{m-1} = \frac{1}{196}$ siue angulus $\Phi = 17\frac{1}{2}$ min. prim. Longitudo denique huius telescopii erit $= \mathfrak{E} + r = 21,658$ siue $21\frac{2}{3}$ dig.

Scholion.

141. In hoc exemplo constructio lentis secundae vix discrepat a praecedente; vnde patet, quam adcurate mensurae inuentae obseruari debeant vt effectus voto respondeat facillimeque euenire posse, vt quae lens obiectiua datae cuidam multiplicationi destinatur, ea longe alii multiplicationi inseruiat; quare quantamcunque etiam sollertiam artifex adhibuerit, multiplicatio cui conuenit, explorari debet, dum scilicet ei successiue aliae atque aliae lentes oculares adiunguntur; tum enim pro certa quadam multiplicatione fieri poterit, vt telescopium egregium effectum producat, hanc ob caussam supersedeamus altero casu supra memorato, quo pro lente obiectiua lens prior ex vitro chrystallino, posterior ex coronario parari debebat, quoniam

 haec

haec quae euoluimus, sufficere videntur et multo magis expediet pro lente obiectiua lentem triplicatam exhibere eamque talem, cuius prima et tertia lens ex vitro chrystallino, media ex coronario sit confecta, quia iam supra hinc aptissima lens perfecta est nata.

Problema 3.

142. Si lens obiectiua telescopii sit triplicata, cuius prima et tertia lens ex vitro chrystallino, media vero ex coronario sit conficienda, lens autem ocularis etiam ex vitro coronario; huius telescopii constructionem describere, vt omni confusione careat.

Solutio.

Hoc igitur telescopium ex quatuor omnino lentibus constabit, pro quibus erit $n = 1,58$; $n' = 1,53$; $n'' = n$ et $n''' = n'$. et quia tres priores lentes in vnam quasi coalescere debent, erit $\alpha + b = 0$; et $\beta + c = 0$; siue $\frac{\alpha}{b} = -1$; et $\frac{\beta}{c} = -1$; quare cum sit multiplicatio $m = -\frac{\alpha}{b} \cdot \frac{\beta}{c} \cdot \frac{\gamma}{d}$ erit $m = \frac{-\gamma}{d}$ seu $d = \frac{-\gamma}{m}$ reliquae vero litterae simili modo per γ exprimi poterunt, scilicet $c = \frac{\gamma}{C}$; $\beta = \frac{-\gamma}{C}$; $b = \frac{-\gamma}{BC}$ et $\alpha = \frac{\gamma}{BC}$, ex quibus distantiae focales oriuntur

$$p = \frac{\gamma}{BC}; \quad q = \frac{-\mathfrak{B}\gamma}{BC}; \quad r = \frac{\mathfrak{C}\gamma}{C}; \quad s = \frac{-\gamma}{m}.$$

Quibus praemissis pro confusione ex apertura lentium orta destruenda habebimus hanc aequationem:

μλ-

$$\mu\lambda - \frac{\mu'}{\mathfrak{B}}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}} + \frac{\nu'}{B}\right) + \frac{\mu''}{\mathfrak{C}.B^3}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^2} + \frac{\nu''}{C}\right) - \frac{\mu'''\lambda'''}{B^3C^3.m} = 0$$

quae ob $\mu'' = \mu$; $\nu'' = \nu$ et $\mu''' = \mu'$ euoluta dabit:

$$0 = \begin{cases} \mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\mu\lambda''}{B^3\mathfrak{C}^3} - \frac{\mu'\lambda'''}{B^3C^3.m} \\ - \frac{\mu'\nu'}{B\mathfrak{B}} + \frac{\mu\nu}{B^3C\mathfrak{C}}. \end{cases}$$

Ne nimis rationi 7:10, qua ante vsi sumus, inhaereamus, ponamus in genere $\frac{dn}{n-1} = \zeta$, et $\frac{dn'}{n'-1} = \eta$, vt sit circiter $\zeta:\eta = 10:7$; deinde quia nostro casu sit $\pi = 0$ et $\pi' = 0$ pro margine colorato abolendo habebimus

$$0 = \zeta - \frac{\eta(B+1)}{B} + \frac{\zeta(C+1)}{BC}$$

siue

$$\zeta(1 + C + BC) = \eta(B+1)C$$

ex qua quid concludere liceat deinceps videbimus: Tertiam aequationem nobis praebet destructio tota huius confusionis, scilicet istam:

$$0 = BC + C + \frac{\zeta m - \eta}{(\zeta - \eta)m}$$

Ponatur breuitatis gratia $\frac{\zeta m - \eta}{(\zeta - \eta)m} = \vartheta$, eritque

$$0 = BC + C + \vartheta$$

vnde prodit $C = \frac{-\vartheta}{B+1}$

vel $B = -1 - \frac{\vartheta}{C}$

Cum autem secunda aequatio abeat in hanc formam:

BC-

$$BC + C + \frac{\zeta}{\zeta - \eta} = 0$$

ambabus simul satisfieri nequit, nisi sit $\vartheta = \frac{\zeta}{\zeta - \eta}$; hoc est nisi sit $\frac{\zeta m - \eta}{m} = \zeta$, siue $\zeta m - \zeta m = \eta = 0\, m$; siue $m = \infty$, prorsus vt in casu praecedente. Regrediemur igitur ad nostram aequationem primam, in qua siue loco B siue loco C valorem debitum substituamus. Cum autem rationem $\zeta : \eta$ non tam exacte nosse licet, sufficiet valores proximos sumsisse, hunc in finem, in tertia aequatione terminum per m diuisum negligamus et habebimus:

$$0 = BC + C + \frac{\zeta}{\zeta - \eta};\ \text{siue}$$

$$0 = BC + C + \tfrac{10}{3};\ \text{hincque}$$

$$C = \frac{-10}{3(B+1)}\ \text{et}$$

$$C + 1 = \frac{3B - 7}{3(B+1)}$$

quibus substitutis et diuisione facta per $(B+1)^2$ prodit

$$\begin{aligned} 0 = & -1000\,\mu\lambda\,\mathfrak{B}^3 + 1000\,\mu'\lambda' \\ & + \mu\lambda''(10\,\mathfrak{B} - 7)^2 - \frac{27\,\mu\,\lambda''}{m} \\ & + 1000\,\mu'\nu'\,\mathfrak{B}(1 - \mathfrak{B}) \\ & - 30\,\mu\nu(10\,\mathfrak{B} - 7)(1 - \mathfrak{B}) \end{aligned}$$

quae sumto $\lambda'' = \lambda$ fit aequatio quadratica, ex qua $\mathfrak{B}$ definitur.

Ex

Ex hac autem aequatione cognoscimus, huiusmodi substitutionem etiam in genere succedere; cum enim sit $B = \frac{\mathfrak{B}}{1-\mathfrak{B}}$ ob $B + 1 = \frac{1}{1-\mathfrak{B}}$ fiet $C = -\vartheta(1-\mathfrak{B})$ et $C + 1 = 1 - \vartheta + \vartheta\mathfrak{B}$ hincque $\mathfrak{C} = \frac{-\vartheta(1-\mathfrak{B})}{1-\vartheta+\vartheta\mathfrak{B}}$ et ipsa aequatio prima reducetur ad hanc formam, si scilicet per $\mathfrak{B}^3$ multiplicetur:

$$0 = \mu\lambda\mathfrak{B}^3 - \mu'\lambda' - \mu\lambda''\left(\mathfrak{B} - 1 + \frac{1}{\vartheta}\right)^3$$
$$+ \frac{\mu'\lambda'''}{m\vartheta^3} - \mu'\nu'\mathfrak{B}(1-\mathfrak{B})$$
$$+ \frac{\mu\nu(1-\mathfrak{B})(\mathfrak{B} - 1 + \frac{1}{\vartheta})}{\vartheta}$$

existente $\vartheta = \frac{\zeta m - \eta}{(\zeta - \eta)m}$; ac si ponatur $\vartheta = \frac{10}{3}$ praecedens aequatio sponte prodit.

Statuamus igitur $\lambda'' = \lambda$ et euolutio huius aequationis sequentem praebebit aequationem quadraticam secundum potestates litterae $\mathfrak{B}$ dispositam

$$\mathfrak{B}^2\left[3\mu\lambda\left[1-\frac{1}{\vartheta}\right] + \mu'\nu' - \frac{\mu\nu}{\vartheta}\right]$$
$$+ \mathfrak{B}\left[-3\mu\lambda\left[1-\frac{1}{\vartheta}\right]^2 - \mu''\nu' + \frac{\mu\nu}{\vartheta}\left[2-\frac{1}{\vartheta}\right]\right]$$
$$+ \mu\lambda\left[1-\frac{1}{\vartheta}\right]^3 - \mu''\lambda'' + \frac{\mu'\lambda'''}{m\vartheta^3} - \mu\nu\left[1-\frac{1}{\vartheta}\right] = 0.$$

ex qua $\mathfrak{B}$ definiri debet.

Nunc igitur statuamus $\vartheta = \frac{10}{3}$; tum vero $\lambda = \lambda' = \lambda'' = 1$. et pro lente oculari sit $\lambda''' = 1.60006$. tum vero $\mu = 0.8724$ et $\nu = 0.2529$ $\mu' = 0.9875$, $\nu' = 0$.

$\nu' = 0.2196$; vnde fit $l\mu\nu = 9.3436645$;
$l\mu'\nu' = 9.3361694$.

Pro termino $\mathfrak{B}^2$:

$$\mathfrak{B}^2 \left(\tfrac{21}{10}\mu + \mu'\nu' - \tfrac{1}{10}\mu\nu\right)$$

$$\mathfrak{B}^2 (+ 1.83204 - 0.06618)$$

$$\begin{array}{r} +\ 0.21685 \\ \hline 2.04889 \\ 0.06618 \\ \hline 1.98271 \end{array}$$

$$+1.98271\,\mathfrak{B}^2 - 1.38675\,\mathfrak{B} - 0.84271 + 0.\tfrac{04266}{m} = 0$$

quia diuisa per 1.98271 fiet

$$\mathfrak{B}^2 = 0.69942\,\mathfrak{B} + 0.42503 - \tfrac{0.02152}{m}$$

cuius resolutio suppeditat:

$$\mathfrak{B} = 0.34971 \pm \surd\left(0.54736 - 0.\tfrac{02152}{m}\right) \text{ vel}$$

$$\mathfrak{B} = 0.34971 \pm \left(0.73983 - 0.\tfrac{01454}{m}\right)$$

vnde bini ipsius $\mathfrak{B}$ valores erunt

I. $\mathfrak{B} = 1.08954 - 0.\tfrac{01454}{m}$

II. $\mathfrak{B} = -0.39012 + 0.\tfrac{01454}{m}$

Coroll. I.

143. Tribus igitur prioribus lentibus immediate coniunctis existit lens obiectiua triplicata, cuius distan-

tia

tia focalis erit aequalis γ, ex qua radios singularum facierum definire oportet, inter quos notetur minimus, qui sit $= i\gamma$, cuius pars quarta $= \frac{1}{4} i\gamma$ dabit semidiametrum aperturae, quam ista lens obiectiua admittit.

Coroll. 2.

144. Porro vero ex multiplicatione m data et gradu claritatis y definitur semidiameter aperturae lentis obiectiuae $x = my$ idque in digitis, sumendo v. gr. $y = \frac{1}{50}$ dig. vnde habebitur ista aequatio $my = \frac{1}{4} i.\gamma$, ex qua per mensuram absolutam colligitur $\gamma = \frac{4.my}{i}$.

Coroll. 3.

145. Cum autem lens ocularis debeat esse vtrinque aeque concaua, vt sit $\lambda''' = 1,60006$, erit eius distantia focalis $= d = \frac{-\gamma}{m}$; vnde radius vtriusque faciei statui debet $= -\frac{2(n'-1)}{m}.\gamma = \frac{-1,06}{m}\gamma$, cuius aperturae semidiameter sumi potest quater minor, vt sit $x = \frac{\gamma}{4m}$.

Exempl. I.

146. Posita multiplicatione $m = 25$ construere huiusmodi telescopium ex valore priore pro littera $\mathfrak{B}$ inuento.

Cum igitur sit $m = 25$, erit $\mathfrak{B} = +1,08896$ ex quo sequitur $B = \frac{\mathfrak{B}}{1-\mathfrak{B}} = -12,24100$ et log. $B = 1.0878169$. Porro $C = -\mathfrak{D}(1-\mathfrak{B}) = 0,2965$ hincque ob $BC + C + \mathfrak{D} = 0$ colligimus $BC = -C - \mathfrak{D} = +\mathfrak{D} - \mathfrak{D}\mathfrak{B} - \mathfrak{D} = -\mathfrak{D}\mathfrak{B} = -3,6298$ et $\mathfrak{C} = \frac{C}{C+1} = 0.22869$.

Sint nunc radii facierum primae lentis F et G; secundae F' et G' ac tertiae E'' et G'' ob distantias determinatrices

$$a = \infty;\; b = \frac{-\gamma}{BC};\; c = \frac{\gamma}{C}$$

$$\alpha = \frac{\gamma}{BC};\; \beta = \frac{-\gamma}{C};\; \gamma = \gamma$$

et numeros $\lambda = 1$; $\lambda' = 1$; $\lambda'' = 2$ erit

$$F = \frac{\alpha}{\sigma} = \frac{\gamma}{BC\sigma};\; G = \frac{\alpha}{\varrho} = \frac{\gamma}{BC\varrho}$$

$$F' = \frac{b\beta}{\varrho'\beta + \sigma' b} = \frac{-\gamma}{BC\varrho' + C\sigma'}$$

$$G' = \frac{b\beta}{\varrho' b + \sigma'\beta} = \frac{-\gamma}{BC\sigma' + C\varrho'}$$

$$E'' = \frac{c\gamma}{\varrho\gamma + \sigma c} = \frac{\gamma}{C\varrho + \sigma}$$

$$G'' = \frac{c\gamma}{\sigma\gamma + \varrho c} = \frac{\gamma}{C\sigma + \varrho}$$

Cum igitur sit $\varrho = 0,1413$, $\sigma = 1,5827$ et $\varrho' = 0,2266$; $\sigma' = 1,6602$ calculo instituto obtinebimus:

$$F = -0,1740\,\gamma;\; G = -1,9497\,\gamma$$
$$F' = +3,0276\,\gamma;\; G' = +0,1678\,\gamma$$
$$F'' = 0,6155\,\gamma;\; G'' = +1,6378\,\gamma$$

At pro lente oculari radius vtriusque faciei erit $= -0,0424\,\gamma$. Inter illos autem radios minimus est $0,1678\,\gamma$, cuius parti quartae $0,0419\,\gamma$ si aequetur $x = my = 25\,y = \frac{1}{2}$ dig. prodibit $\gamma = 12$ dig. Longitudo telescopii $\gamma(1 - \frac{1}{m}) = 11,52$ dig. et semidiameter campi apparentis ob $\pi = 0$ et $\pi' = 0$ fiet $\Phi = -\frac{\pi''}{m-1}$ et sumto $\pi'' = -\frac{1}{4}$ erit $\Phi = \frac{1}{96}$ in part. rad.

rad. vel $\Phi = 35\frac{3}{4}$ min. prim. quem oculus vno obtutu conspiceret, si semidiameter pupillae aequalis esset semidiametro aperturae lentis ocularis hoc est $= \frac{1}{4}\frac{y}{m} = \frac{y}{200} = \frac{3}{25}$ dig. alioquin si pupilla minor esset, in eadem ratione campus deberet imminui.

Exempl. II.

147. Posita multiplicatione $m = 50$ construere huiusmodi telescopium ex valore priore ipsius $\mathfrak{B}$.

Cum sit $m = 50$ erit $\mathfrak{B} = +1,08925$ ex quo sequitur $B = \frac{\mathfrak{B}}{1-\mathfrak{B}} = -12,2045$ et log. $B = 1.0865194$. Porro $C = 0.2975$ et $BC = -3,6308$. Cum igitur praecedentes formulae etiam nunc locum habeant, radii singularum facierum ita reperiuntur expressi:

$$F = -0.1740\, y;\quad G = -1.9493\, y;$$
$$F' = +3.0470\, y;\quad G' = +0.1677\, y;$$
$$F'' = 0,6155\, y;\quad G'' = +1.6337\, y.$$

Horum radiorum minimus est $0,1677$, cuius parti quartae $0,0419\, y$ aequalis statui debet semidiameter aperturae $x = my = 1$ dig. ex quo definitur $y = \frac{1}{0,0419} = 23,86$ dig. ita, vt statui possit $y = 24$ dig. Tum autem erit distantia focalis lentis ocularis $= \frac{y}{m} = \frac{12}{25}$ dig. radiusque vtriusque faciei $1,06 \cdot \frac{12}{25} = 0,508$ dig.

Longitudo ergo huius telescopii erit $= y\left(1 - \frac{1}{m}\right) = 23,04$ dig. et semidiameter campi apparentis $\Phi = \frac{\pi\nu}{40} = \frac{1}{196}$ et in minutis primis $\Phi = 17\frac{1}{2}$ minut.

Scholion.

148. Ad maiorem multiplicationem hunc calculum non prosequor, quia differentia prodiret tam exigua, vt ab artificibus vix videatur exsequenda; quare eadem exempla etiam ab altero valore pro $\mathfrak{B}$ inuento euoluamus.

Exempl. III.

149. Posita multiplicatione $m = 25$, construere huiusmodi telescopium ex valore posteriore ipsius $\mathfrak{B}$.

Cum sit $m = 25$, erit $\mathfrak{B} = -0,38954$ et $1 - \mathfrak{B} = 1,38954$, vnde fit $B = \frac{\mathfrak{B}}{1-\mathfrak{B}} = -0.280369$ et $\log. B = 9.4476810$; deinde fiet $C = -\mathfrak{D}(1-\mathfrak{B}) = -4.6318$ et $BC = +1,29850$.

Quia igitur formulae pro radiis facierum manent, vt supra, inueniemus eos, vt sequitur:

$F = 0.486585\,\gamma$; $G = 5,45024\,\gamma$.
$F' = +0.13521.\,\gamma$; $G' = -0.90400.\,\gamma$
$F'' = +1.07723.\,\gamma$; $G'' = -0.13909.\,\gamma$.

Inter hos radios minimus est $0,13521\,\gamma$ cuius parti quartae $0,03380.\,\gamma$ aequari debet semidiameter aperturae $x = my = \frac{1}{2}$ dig. vnde $\gamma = \frac{1}{0,06760} = 15$ dig.; ita vt telescopii longitudo $= \gamma(1 - \frac{1}{m}) = 14\frac{2}{5}$ dig. distantia autem focalis lentis ocularis erit $= -\frac{3}{5}$ dig. ita, vt radius faciei vtriusque $= 0.6360$ dig. et semidiameter campi apparentis erit vt supra, $\Phi = 35\frac{3}{4}$ min. qui ab oculo vno obtutu vel saltim successiue conspici poterit.

Exem-

Exempl. IV.

150. Posita multiplicatione $m = 50$ construere huiusmodi telescopium ex valore posteriore ipsius $\mathfrak{B}$.

Cum sit $m = 50$, erit $\mathfrak{B} = -0,38983$ et $1 - \mathfrak{B} = 1,38983$; vnde colligitur $C = -4,6328$ et $BC = +1,2995$.

Cum igitur formulae pro radiis facierum maneant eaedem, ex iis facto calculo nanciscemur:

$F = 0,48621 . \gamma$; $G = 5,44604 . \gamma$
$F' = 0,13519 . \gamma$; $G' = -0,90285 . \gamma$
$F'' = 1,07747 . \gamma$; $G'' = -0,13906 . \gamma$.

Inter quos radios minimus est $0,13519 . \gamma$ cuius parti quartae $0,03379 . \gamma$ aequari debet semidiameter aperturae $x = my = 1$ dig. vnde $\gamma = 29$ dig. et distantia focalis lentis ocularis $= -0,58$ dig. et radius vtriusque faciei $= 0,6148$. Longitudo ergo telescopii erit $= 28,42$ dig. et semidiameter campi $\Phi = 17\frac{1}{2}$ minut.

Scholion.

151. Etsi haec telescopia quatuor lentibus reuera constant, ea tamen quasi tantum ex duabus lentibus composita spectare licet, propterea quod tres priores lentes in vnam coaluerunt, vt lens obiectiua fieret triplicata et meliore successu loco lentium triplicatarum perfectarum supra traditarum vsurpanda; quandoquidem iam vidimus, lentibus illis perfectis solam ipsarum confusionem vtriusque generis annihilari,

lari, ita, vt confusio lentis ocularis etiam nunc tota subsisteret, quamobrem lentes triplicatas hic in vsum vocatas data opera ita instruximus, vt non essent perfectae sed vt iis etiam confusio lentis ocularis ad nihilum redigeretur, quae si modo artifex exactissime perficere posset, nihil amplius desiderari posse videretur. Verum duabus adhuc difficultatibus haec telescopia premuntur; altera est, quod tribus huiusmodi lentibus coniungendis crassities ita fiat modica, vt non amplius tanquam euanescens spectari possit, quemadmodum calculus noster postulat; vnde etiamsi artifex nostras mensuras exactissime exsequi valeret, neutiquam tamen perfectus consensus inter theoriam et praxin sperari posset; altera difficultas in angustia campi apparentis est posita, maximeque est optandum, vt campo maior amplitudo concilietur; quo igitur huic duplici incommodo consulamus, in sequenti capite hanc inuestigationem vlterius prosequamur, dum huius generis telescopiis reuera plures duabus lentes tribuemus, quae omnes a se inuicem certis interuallis sint disiunctae, vbi inprimis in hoc erit inquirendum, num hoc modo etiam vtriusque generis confusio aeque feliciter tolli possit; deinde vero num hoc modo campus apparens magis amplificari possit, ac si praeterea longitudo horum telescopiorum minor prodiret; tum certe iis summus perfectionis gradus conciliatus esset censendus.

CAPVT

CAPVT V.

DE VLTERIORE TELESCOPIORVM PRIMI GENERIS PERFECTIONE VNA PLVRIBVSVE LENTIBVS ADJICIENDIS.

Problema 1.

152.

Si huiusmodi telescopium primi generis ex tribus lentibus a se inuicem separatis sit conficiendum, inuestigare momenta, quibus ei maximus perfectionis gradus conciliari queat.

Solutio.

Manentibus perpetuo omnibus elementis vti in principio sunt constituta, consideremus primo aequationem $m = \frac{\alpha}{b} \cdot \frac{\beta}{c}$ in qua ambae fractiones $\frac{\alpha}{b}$ et $\frac{\beta}{c}$ debent esse negatiuae ac praeterea interualla $a + b$ ac $\beta + c$ positiua et quoniam nunc non debet esse $\frac{\alpha}{b} = -1$, ne binae priores lentes coalescant, statuamus $\frac{\alpha}{b} = -k$, vt fiat $m = -k \frac{\beta}{c}$ hincque $\mathfrak{b} = \frac{-mc}{k}$ siue $c = \frac{-\beta k}{m}$ et $\alpha = -bk$ vnde ob $\mathfrak{b} = \mathrm{B}b$ omnes hae distantiae per α sequenti modo determinantur, $b = -\frac{\alpha}{k}$; $\mathfrak{b} = -\frac{\mathrm{B}\alpha}{k}$

et $c = + \frac{Ba}{m}$ existente $\gamma = \infty$. Hinc igitur esse oportebit $\alpha\,(1 - \frac{1}{k}) > 0$; $\alpha\,B\,(\frac{1}{m} - \frac{1}{k}) > 0$. seu, quia m et k sunt positiua $\alpha\,(k - 1) > 0$ et $\alpha\,B\,(k - m) > 0$ adeoque etiam $\frac{B(k-m)}{k-1}$ debet esse > 0, quocirca duo casus erunt perpendendi, *prior Casus*, quo α est quantitas positiua, tum debet esse $k > 1$; tum vero vel $k > m$ si B sit positiuum vel $k < m$, si $B < 0$. *Altero casu*, quo α est negatiuum, debet esse $k < 1$; tum vero vel $k > m$, si B sit negatiuum vel $k < m$, si B sit positiuum, vbi ob $m > 1$ illa conditio $k > m$ sponte cadit. His igitur praemissis primo ad nihilum redigamus formulam pro semidiametro confusionis supra datam:

$$0 = \mu\lambda + \frac{\mu'.q}{\mathfrak{B}^2.p}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu'}{B}\right) + \frac{\mu''\lambda''}{B^3.m}.$$

siue ob $q = -\frac{\alpha\mathfrak{B}}{k}$ et $p = \alpha$

$$0 = \mu\lambda - \frac{\mu'}{\mathfrak{B}k}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu'}{B}\right) + \frac{\mu''\lambda''}{B^3.m}$$

quae redit ad hanc formam

$$0 = \mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{\mathfrak{B}^3.k} + \frac{\mu''\lambda''}{B^3.m} - \frac{\mu'\nu'}{\mathfrak{B}Bk}$$

Deinde vt margo coloratus tollatur ob $O = 0$ haec habetur aequatio

$$0 = \frac{dn}{n-1}\,B\,\pi'. - \frac{dn'}{n'-1}.\,\tfrac{1}{k}((B + 1)\,\pi' - \pi)$$

atque vt haec confusio penitus euertatur habetur ex §. 54.

$0 =$

$$o = \frac{dn}{n-1} \cdot \frac{a}{p} + \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{1}{k^2} \cdot \frac{a}{q} + \frac{dn''}{n''-1} \cdot \frac{1}{m^2} \cdot \frac{a}{r}$$

Ad has aequationes resoluendas primo ratio inter π et π' debet definiri, id quod facillime praestabitur per formulas fundamentales in ipso initio propositas: $\frac{\pi}{\Phi} = \frac{a+b}{q} = \frac{1-k}{\mathfrak{B}}$ et $\frac{(\pi'-\pi+\Phi)}{\Phi} = \frac{B\alpha}{c} = m$ ex quibus colligitur $\pi = \frac{(1-k)\Phi}{\mathfrak{B}}$ et $\pi' = (m-1)\Phi + \pi = \frac{1-k+(m-1)\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}}\Phi$ ita, vt sit $\pi : \pi' = 1-k : 1-k+(m-1)\mathfrak{B} = 1 : 1 + \frac{m-1}{1-k} \cdot \mathfrak{B}$. deinde breuitatis gratia statuamus

$$\frac{dn}{n-1} = N; \quad \frac{dn'}{n'-1} = N'; \quad \frac{dn''}{n''-1} = N''.$$

atque hinc IIda et IIItia aequatio transformabuntur in sequentes:

$$\text{II. } o = N.\,B(1-k+(m-1)\mathfrak{B})$$
$$-N'.\,\tfrac{1}{k}(B(1-k)+(B+1)(m-1)\mathfrak{B})$$

siue

$$o = (m-1)N\mathfrak{B} + (1-k)N - \frac{m-k}{k}N'.$$

$$\text{III. } o = N - \frac{N'}{k\mathfrak{B}} + \frac{N''}{mB}$$

Ex vtraque harum aequationum definiri potest valor ipsius $\mathfrak{B}$.

Ex IIda

$$\mathfrak{B} = \frac{m-k}{(m-1)k} \cdot \frac{N'}{N} - \frac{1-k}{m-1}$$

Ex IIItia vero sequitur

$$\mathfrak{B} = \frac{mN' - N''}{k(mN - N'')}$$

Videamus, an posterior valor ipsius $\mathfrak{B} = \frac{mN' - kN''}{k(mN - N'')}$ cum conditione ante inuenta $\frac{B(k - m)}{k - 1} > 0$ subsistere possit. Hunc in finem ob $B = \frac{\mathfrak{B}}{1 - \mathfrak{B}}$ quaeramus $1 - \mathfrak{B}$ fietque $1 - \mathfrak{B} = \frac{m(kN - N')}{k(mN - N'')}$ eritque $B = \frac{mN' - kN''}{m(kN - N')}$, vnde conditio nostra postulat, vt sit $\frac{(mN' - kN'')(k - m)}{m(kN - N')(k - 1)} > 0$ quae si esset $N = N' = N''$ abiret in hanc $\frac{-(k - m)^2}{m(k - 1)^2} > 0$ quod est impossibile, eatenus igitur tantum haec conditio locum habere poterit, quatenus litterae N, N', N'' sunt inaequales, id quod eueniet, si numerator prodeat positiuus, quod fit, si vterque eius factor vel fiat positiuus vel vterque negatiuus; priori casu $mN' - kN'' > 0$ adeoque $k < m \cdot \frac{N'}{N''}$ et $k > m$, quod fieri potest, si modo sit $\frac{N'}{N''} > 1$ siue $N' > N''$.

Pro altero vero casu, quo vterque factor est negatiuus, erit $k < m$ et $k > \frac{N'}{N''} \cdot m$, quod fieri potest, si modo sit $\frac{N'}{N''} < 1$ seu $N' < N''$; vnde patet pro vtroque casu litteras N' et N'' inaequales esse debere seu lentem IIdam et IIItiam ex diuersis vitri speciebus confici debere. In genere autem patet, k non multum ab m differre posse. Sequuntur haec si numerator statuatur positiuus; si vero numerator sit negatiuus, etiam denominatorem oportet esse negatiuum, pro quo etiam duos casus habemus. Pro priori casu si sit $k > 1$ debet esse $kN < N'$ adeoque $k < \frac{N'}{N}$ pro posteriori si $k < 1$ debet simul esse $k > \frac{N'}{N}$, pro quorum vtroque prima et secunda lens debent esse ex diuerso

uerso vitro formatae. Verum ex his quatuor casibus eum eligi conuenit, qui ambos valores pro $\mathfrak{B}$ inuentos proxime aequales reddat; denique autem postquam $\mathfrak{B}$ et k conuenienter definiuerimus, ex prima aequatione siue λ siue λ' quaeri debet, quia λ'' iam inde datur, quod lens ocularis debeat esse vtrinque aequaliter concaua.

Coroll. 1.

153. Quatuor illi casus pro determinatione litterae k facile ad duas sequentes conditiones reducuntur, nam,

vel 1° k sumi debet intra limites 1 et $\frac{N'}{N}$

vel 2° k sumi debet intra limites m et $\frac{N'}{N''}$. m

ita vt numerus iste k proxime vel vnitati vel multiplicationi m aequalis accipi debeat, quoniam fractiones $\frac{N'}{N}$ et $\frac{N'}{N''}$ parumper tantum ab vnitate differunt.

Coroll. 2.

154. Operae igitur pretium erit inuestigare, casus, quibus k ipsi alterutri limiti aequalis statuitur

1°. Si $k = 1$ foret: interuallum inter primam et secundam lentem $= 0$ et $\mathfrak{B} = \frac{mN'-N''}{mN-N''}$ et $B = \frac{mN'-N''}{m(N-N')}$ et inter 2 et 3tiam lentem $= B\alpha(\frac{1-m}{m})$ vnde colligitur vtrum α positiuum an negativum sumi debeat.

 2°. Si

2°. Si $k = \frac{N'}{N}$ fit interuallum inter primam et secundam lentem $= \frac{N'-N}{N}\alpha$ quod cum positivum esse debeat, patet, vtrum α positiue an negatiue sumi oporteat tum vero erit $\mathfrak{B} = 1$ et $B = \infty$ vnde $\beta + c$ seu distantia inter 2 et 3 lentem fieret $= \infty$.

3°. Si $k = m$ interuallum secundae et tertiae lentis euanescet fietque $\mathfrak{B} = \frac{N'-N''}{mN-N''}$; et $B = \frac{N'-N''}{mN-N'}$ interuallum vero inter 1 et 2 lentem $= \alpha(k-1) = \alpha(m-1)$, vbi manifesto α debet esse quantitas positiua.

4°. Si $k = \frac{N'}{N''}.m$, fiet $\mathfrak{B} = 0$ et $B = 0$; vnde fieret distantia inter 2 et 3 lentem $= 0$.

Cum igitur neque lentium distantias nullas neque infinitas admitti conueniat numerum k nulli limitum prorsus aequalis sumi poterit.

Coroll. 3.

155. Quod porro ad campum apparentem attinet, qui pendet a formula $\pi' - \pi$ quia inuenimus $\pi : \pi' = 1 : 1 + \frac{m}{1-k}\mathfrak{B}$ erit pro memoratis quatuor casibus

1°. Si $k = 1$ erit $\pi : \pi' = 1 : \infty$ hinc $\pi = 0$; ita, vt pro campo apparente haberetur $\Phi = \frac{\pi'}{m-1}$

2°. Si $k = \frac{N'}{N}$; fiet $\pi : \pi' = 1 : 1 + \frac{mN - N}{N - N'} = 1 : \frac{mN - N'}{N - N'}$, hincque $\pi = \frac{N - N'}{mN - N'} . \pi'$ et $\pi' - \pi = \frac{N(m-1)}{mN - N'} \pi'$ sicque pro campo apparente fiet $\Phi = \frac{N}{mN - N'} . \pi'$. sicque Φ maius euadet, si $\frac{N}{mN - N'} > \frac{1}{m-1}$ hoc est, si $N < N'$, quod ergo eueniet, si prima lens ex vitro coronario, secunda ex chrystallino paretur.

3°. Si $k = m$, erit $\pi : \pi' = 1 : \frac{mN - N'}{mN - N'}$ seu $\pi = \frac{mN - N'}{mN - N'} . \pi'$. Vnde colligitur campum apparentem maiorem fieri, quam in capite praecedente, si fuerit $\pi < 0$; quod cum hic fieri nequeat, in hoc casu campus maior non est exspectandus.

4°. Si $k = \frac{N'}{N''} m$ erit $\pi : \pi' = 1 : 1$, vnde $\pi = \pi'$ et $\pi' - \pi = 0$, quo ergo casu campus apparens plane euanesceret.

Coroll. 4.

156. Hinc ergo concludimus, vt maiorem campum obtineamus, quam ante, necessario requiri, vt sit $N' > N$ atque k capi debere intra limites 1 et $\frac{N'}{N}$, qui posterior limes cum sit vnitate maior, etiam k erit maius vnitate; ex quo sequitur distantiam α capi debere positiuam, quia $\alpha(k-1) > 0$.

Corol-

Coroll. 5.

157. Cum igitur ob eam caussam potissimum plures lentes adhibeamus, vt maiorem campum obtineamus, ex pluribus illis casibus, prout litterae N, N′, N″ inter se variare possunt, hic vnicus nobis relinquitur, quo $N' > N$ atque k inter limites 1 et $\frac{N'}{N}$ sumitur.

Scholion. 1.

158. In his corollariis vsi sumus eo valore ipsius 𝔅, quem ex tertia aequatione deduximus. Supra autem iam obseruauimus, hanc aequationem ita esse comparatam, vt de ea nunquam omnino certi esse queamus; cum enim valores litterarum N, N′, N″ etc. ex nulla theoria adhuc definiri possint, sed tantum per experimenta, qualia a Dollondo sunt instituta, concludantur; quantacunque cura et sollertia in iis adhibeatur, nunquam tamen tantum praecisionis gradum sperare licet, vt non error satis notabilis sit pertimescendus; quam ob caussam etiam valor ipsius 𝔅 inde deductus pro vero haberi non poterit; sed contentos nos esse oportet, si modo hunc valorem propemodum cognouerimus; id quod ipsa etiam rei natura confirmatur, quia enim aequatio nostra tertia spatium diffusionis, per quod imagines diuersicolores sunt diffusae, prorsus ad nihilum redigit; facile intelligitur, ad praxin sufficere, dummodo hoc spatium reddatur satis exi-

exiguum, praecipue poſtquam id praeſtiterimus, vt margo coloratus diſpareat inprimis igitur valor litterae $\mathfrak{B}$ ex ſecunda aequatione determinari debet, qui ſi ita fuerit comparatus, vt tantum praeterpropter tertiae aequationi ſatisfaciat, confuſio inde oriunda eo magis negligi poterit, quod etiam in teleſcopiis ex vna vitri ſpecie paratis non adeo nocere deprehenditur. Verum ex ſecunda aequatione valorem ipſius $\mathfrak{B}$ pro eo etiam caſu definire licet, quo omnes lentes ex eadem vitri ſpecie eſſent confectae, ita, vt foret $N = N' = N''$ tum enim concluderetur

$$\mathfrak{B} = \frac{m-k}{(m-1)k} - \frac{1-k}{m-1} = \frac{m-2k+k^2}{(m-1)k}$$

quo valore ſi velimus vti, vt conditio ſupra praeſcripta $B . \frac{k-m}{k-1} > 0$ adimpleatur, cum inde ſit

$$1 - \mathfrak{B} = \frac{mk-m+k-k^2}{(m-1)k} = \frac{(k-1)(m-k)}{(m-1)k}$$

erit $B = \frac{m-2k+k^2}{(k-1)(m-k)}$ hincque conditio $\frac{-m+1+2k-k^2}{(k-1)^2} > 0$; in qua cum denominator certe ſit poſitiuus, etiam numerator talis eſſe debet, adeoque $1-m-(k-1)^2 > 0$, quod fieri nequit. Ex quo perſpicuum eſt, hoc caſu marginem coloratum plane tolli non poſſe. Videamus igitur, ſi diuerſo vitro vtamur, num hoc vitium effugere queamus. Hunc in finem ponamus breuitatis gratia $\frac{N'}{N} = \xi$ vt ξ ſit numerus vnitatem vel tantillum ſuperans vel ab ea deficiens, et cum ſit

$$\mathfrak{B} = \frac{(m-k)\xi + k(k-1)}{(m-1)k} \text{ erit } B = \frac{(m-k)\xi + k(k-1)}{(m-k)(k-\xi)}$$

vnde conditio nostra postulat, vt sit $\frac{(k-m)\xi-k(k-1)}{(k-1)(k-\xi)} > 0$. Hic duo casus sunt considerandi.

I°. Si denominator sit positiuus, quod fit vel si $k > \xi$ et $k > 1$ vel si $k < \xi$ et $k < 1$. Tum enim esse debet $(k-m)\xi - k(k-1) > 0$

$$\text{siue } \frac{(1+\xi)^2}{4} - m\xi > (k - \tfrac{1}{2}(1+\xi))^2$$

quod cum m notabiliter superet vnitatem, ξ vero ab vnitate parum differat, manifesto fieri nequit.

II°. Si denominator sit negatiuus quod fit, si k continetur intra limites ξ et 1. Tum vero numerator debet etiam esse negatiuus seu $(k-m)\xi - k(k-1) < 0$

$$\text{siue } \frac{(1+\xi)^2}{4} - m\xi < (k - \tfrac{1}{2}(1+\xi))^2$$

quod sponte euenit, cum pars prior manifesto sit negatiua. Hic igitur casus, vt iam notauimus, solus est, qui attentionem meretur, cum hoc modo etiam tertiae aequationi saltim proxime satisfiat.

Scholion 2.

159. Quodsi ergo nobis propositum sit, marginem coloratum tollere, quae proprietas potissimum desiderari solet, primo tenendum est, hoc nullo modo lentibus ex vna vitri specie factis praestari posse, sed saltem primam et secundam lentem ex diuerso vitro constare debere, ita, vt posito $\frac{N'}{N} = \xi$ siue $N = 1$, $N' = \xi$, littera ξ ab vnitate differat, dum pro N'' siue

siue vnitas siue ξ pro lubitu accipi poterit, deinde vidimus, numerum k intra limites 1 et ξ sumi debere, quo facto erit $B = \frac{(m-k)\xi + k(k-1)}{(m-k)(k-\xi)}$ et $\mathfrak{B} = \frac{(m-k)\xi + k(k-1)}{(m-1)k}$; vnde distantiae determinatrices erunt

$$b = -\frac{\alpha}{k}$$

$$\beta = \frac{-(m-k)\xi - k(k-1)}{k(m-k)(k-\xi)}\,\alpha$$

$$c = \frac{(m-k)\xi + k(k-1)}{m(m-k)(k-\xi)} \cdot \alpha$$

hincque lentium interualla

$$\alpha + b = \alpha\left(\frac{k-1}{k}\right)$$

$$\beta + c = \frac{-(m-k)\xi - k(k-1)}{(m-k)(k-\xi)} \cdot \frac{m-k}{mk} \cdot \alpha$$

$$= \frac{+(m-k)\xi + k(k-1)}{mk(\xi-k)} \cdot \alpha$$

hincque tota telescopii longitudo erit

$$= \frac{m-1}{m}\left(\frac{\xi-k+1}{\xi-k}\right)\alpha$$

Porro maxime interest in campum apparentem inquirere, quod fit determinando valorem $\pi = \frac{\pi'}{1 + \frac{m-1}{1-k}\mathfrak{B}}$, qui abit in sequentem $\pi = \frac{k(1-k)}{(m-k)\xi} \cdot \pi'$. vnde adipiscimur $\Phi = \frac{\pi'-\pi}{m-1} = \frac{\pi'}{m-1}\left(1 + \frac{k(k-1)}{(m-k)\xi}\right)$. Cum igitur maxime intersit, campum, quantum fieri potest, augeri, hinc obtinemus istam conclusionem, numerum k vnitate maiorem esse debere, vnde cum k contineatur intra limites 1 et ξ, haec porro regula obseruetur, *litteram*

ξ *vnitate maiorem esse debere*; vnde sequitur, lentem secundam ex vitro chrystallino, primam vero ex communi esse parandam; quo pacto alter casus, quo fieret $\xi < 1$ penitus e praxi excluditur. Quare cum sit $k > 1$ distantia α, quae adhuc incerta est relicta, debet esse positiua.

Nunc demum consideremus aequationem tertiam, qua confusio colorum penitus tollitur, et videamus, quanta ea nunc sit proditura. Illa autem tertia aequatio nunc fit

$$0 = 1 - \frac{\xi}{k\mathfrak{B}} + \frac{N''}{mB}$$

quae nunc induet hanc formam:

$$0 = \frac{-m(k-1)(\xi-k) - (m-k)(\xi-k)\,''}{m([m-k]\xi + k[k-1])}$$

quae quantitas vtique non erit aequalis nihilo, sed cum k, ξ et N'' parum ab vnitate differant, semper erit valde parua, id quod clarius inde perspicitur, quod numerator habeat factorem minimum $\xi - k$, denominator autem semper sit satis magnus eoque maior, quo maior fuerit multiplicatio. Ex quo manifestum est hanc confusionem nunquam fore perceptibilem. Praeterea autem cum haec confusio plane euanesceret, si caperetur $\xi = k$, consultum quidem videtur numerum k limiti ξ propiorem capere, quam vnitati, quandoquidem ipsi limiti ξ aequari nequit, quia interuallum inter IIdam et IIItiam lentem fieret infinitum, vti et longitudo telescopii; quare ne

ea

ea nimis magna prodeat, contrarium potius ſuadendum eſt, vt littera k a limite ξ, quantum fieri poteſt remoueatur et vnitati propius capiatur. Conſequenter vnicus caſus, qui euolui meretur, in hoc conſiſtet, vt numero k valor vnitati proximus aſſignetur et exceſſus tam ſit exiguus, quam craſſities lentium admittere ſolet. Si enim k ipſi vnitati aequaretur, haberemus caſum praecedentis capitis, quo interuallum lentium plane nullum eſt poſitum, quod incommodum hic euitare conſtituimus.

Problema 2.

160. Si prima lens ex vitro coronario, ſecunda vero ex chryſtallino paretur, et inter eas interuallum tam exiguum ſtatuatur, quam craſſities lentium admittit, regulas determinare, quas in conſtructione huius teleſcopii obſeruare oportet.

Solutio.

Hic ergo ex Dollondi experimentis ſtatui debebit $\xi = \frac{10}{7}$ et quia k limiti 1 propius accipi conuenit, quam alteri limiti $\frac{10}{7}$, ſumamus $k = \frac{8}{7}$ et quae in praecedentibus ſcholiis ſunt tradita, ſequentes nobis ſuppeditant determinationes.

I. Pro diſtantiis determinatricibus.

$$b = -\tfrac{7}{8}.\,\alpha;\quad \beta = \frac{35(7m-8)+28}{8(7m-8)}\,\alpha.$$

$$\text{vel } \beta = \frac{7(35m-36)}{8(7m-8)}.\,\alpha$$

$$c = \frac{-35m+36}{m(7m-8)}.\,\alpha$$

II. Pro

II. Pro interuallis lentium.

$$\alpha + b = \tfrac{1}{8}\,\alpha$$

$$\mathfrak{b} + c = \tfrac{35m - 36}{8m}\cdot\alpha$$

et longitudo telescopii $= \frac{9(m-1)}{2m}\cdot\alpha$

Hic obseruandum est, cum α sit distantia focalis primae lentis eiusque semidiameter aperturae esse debeat $x = my = \frac{m}{50}$. dig. istam distantiam α minorem esse non posse, quam $5x$ seu $\frac{m}{10}$. dig. ita vt sit $\alpha > \frac{m}{10}$ dig. quare si capiatur verbi gratia $m = 50$, longitudo telescopii prodiret maior, quam $\frac{9\cdot 49}{20}$; maior quam 22 dig. et si fieri debeat $m = 100$, ea maior esse deberet, quam $\frac{9\cdot 99}{20}$. dig. maior quam 44 dig. quae distantia cum facile tolerari queat, manifestum est, haec telescopia etiam ad maiores multiplicationes adhiberi posse; pro minoribus autem multiplicationibus eximium certe vsum praestant, cum si statuatur $m = 5$, longitudo prodeat $> \frac{36}{20}$ dig. maior, quam $\frac{9}{5}$ dig., sumtoque $m = \frac{5}{2}$, ea prodeat $> \frac{27}{40}$ dig.

Pro campo autem apparente habebimus eius semidiametrum

$$\Phi = \frac{\pi'}{m-1}\left(1 + \frac{4}{5(7m-5)}\right)$$

ideoque aliquantum maior, quam casu praecedente, praesertim si multiplicatio fuerit exigua. Notentur etiam distantiae focales harum lentium p, q, r et cum sit

$$\mathfrak{B} = \frac{35m - 36}{28(m-1)} \text{ et } B = \frac{35m - 36}{-7m + 8}$$

erit $p = \alpha$; $q = -\frac{(35m - 36)\alpha}{32(m-1)}$; $r = \frac{-(35m - 36)\alpha}{m(7m - 8)}$

et femidiameter aperturae fecundae lentis ex §. 23

$$= \frac{m(35m - 36).\pi'}{400(m-1)(7m-8)} + \frac{14m(m-1)}{25}$$

Denique pro conftructione harum lentium numeri λ, λ' et λ'' ita accipi debent, vt fatisfiat primae noftrae aequationi, quae erat

$$0 = \mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{\mathfrak{B}^3 k} + \frac{\mu''\lambda''}{B^3 . m} - \frac{\mu'\nu'}{\mathfrak{B}Bk}$$

vbi notandum eft, vt lens ocularis vtrinque fiat aeque concaua, ftatui debere $\lambda'' = 1.60006$. fi haec lens fit ex vitro coronario ideoque $\mu'' = \mu$ fin autem fit ex vitro chryftallino ideoque $\mu'' = \mu'$, fore $\lambda'' = 1.67445$. haec autem aequatio non nifi cafibus particularibus pro data multiplicatione euolui poterit; vbi meminiffe iuuabit, fore,

$$\mu = 0.9875;\ \mu' = 0.8724.$$
$$\nu' = 0.2529;\ \mu'\nu' = 0.2206.$$

Exempl. I.

161. Si multiplicatio fit $m = \frac{5}{2}$, telefcopium huius generis ex tribus lentibus conftans defcribere.

Cum fit $m = \frac{5}{2}$, erunt diftantiae determinatrices

$b = -\frac{7}{8}.\alpha$; $\mathfrak{B} = \frac{721}{152}.\alpha$

$c = -\frac{206}{95}.\alpha$. $B = -\frac{103}{15}$

et

et interualla lentium

$$\alpha + b = \tfrac{1}{8}.\alpha;\ \mathfrak{b} + c = \tfrac{105}{40}.\alpha$$

et longitudo telescopii $= \frac{27}{10}.\alpha$ atque pro campo apparente fiet $\Phi = \frac{2\pi'}{3}(1 + \frac{8}{95})$ sumto $\pi' = \frac{1}{4}$ et multiplicando per 3437 minut. erit angulus $\Phi = 10^\circ\, 21'\, 2''$

Cum nunc sit $B = \frac{-105}{39}$ erit $\mathfrak{B} = \frac{105}{64}$

et habebimus

$$\text{Log.}(-B) = 0.7340836\,(-)$$

$$\text{et Log. } \mathfrak{B} = 0.0885580$$

aequatio autem pro confusione prima tollenda, si lentem ocularem ex vitro coronario faciamus, vt sit

$$\mu'' = \mu \text{ et } \lambda'' = 1.60006, \text{ erit}$$

$$0 = 0.9875.\lambda - 0.4140\,\lambda' - 0.00396$$
$$+ 0.02903$$

$$0 = 0.9875.\lambda - 0.4140\,\lambda' + 0.02507$$

vnde quaeratur λ', et habebitur

$$\lambda' = 2{,}3852.\,\lambda + 0.06055$$

Si ergo hic capiatur $\lambda = 1$, fiet

$$\lambda' = 2{,}4457$$

vnde fit $\lambda' - 1 = 1{,}4457$
et log. $\sqrt{(\lambda' - 1)} = 0.0800391$

vnde constructio singularum lentium sequenti modo se ſe habebit, ſiquidem radii facierum primae lentis ſint F et G; ſecundae F′ et G′ et tertiae F″ et G″.

I. Pro prima lente ex vitro coronario.

$$F = \frac{\alpha}{\sigma} = 0.6023.\ \alpha$$

$$G = \frac{\alpha}{\varrho} = 4.4131.\ \alpha$$

II. Pro ſecunda lente ex vitro chryſtallino.

$$\frac{1}{F'} = \frac{\varrho\beta + \sigma b \mp \tau.(b + \beta)\sqrt{\lambda' - 1}}{b\beta}$$

$$\frac{1}{G'} = \frac{\sigma\beta + \varrho b \pm \tau(b + \beta)\sqrt{\lambda' - 1}}{b\beta}$$

cum nunc ſit $\log. \frac{b}{\alpha} = \log. (-\frac{7}{8}) = 9.9420080 (-)$

et $\log. \frac{\beta}{\alpha} = 0.6760917.$

et $\log. \frac{(b+\beta)}{\alpha} = \log. \frac{147}{38} = 0.5875336.$

$\log. \sigma = 0.1993986.$

$\log. \varrho = 9.1501422.$

$\log. \tau = 9.9432471.$

Vnde inuenitur

$$\frac{1}{F'} = \frac{-0.7147 \mp 4.0815}{b\beta}.\ \alpha$$

$$\frac{1}{G'} = \frac{+7.3838 \pm 4.0815}{b\beta}.\ \alpha$$

Vt maiores numeri euitentur, ſumantur ſigna inferiora, fietque

$$F' = \frac{b\beta}{3.3668} = -1,2327.\ \alpha$$

$$G' = \frac{b\beta}{3.3023} = -1,2568.\ \alpha$$

Pro lente oculari ex vitro coronario paranda, cum ea vtrinque ſit aeque concaua, eiusque diſtantia focalis ſit $c = -\frac{206}{95}.\alpha$, radius concauitatis pro vtraque facie erit $= 2(n-1)c = -\frac{106.106}{95}\alpha = -2,2985.\alpha$.

Prima lens admittit aperturam, cuius ſemidiameter $x = 0.1506.\alpha$. Nunc vero claritas poſtulat, vt ſit $x = \frac{m}{50}$. dig. $= \frac{1}{20}$. dig. vnde α maius, quam $\frac{1}{3}$ dig. Sumatur ergo $\alpha = \frac{1}{3}$ dig. et conſtructio teleſcopii ita ſe habebit:

I. Pro lente prima

rad. faciei $\begin{cases} \text{anter.} = +0.3012. \text{dig.} \\ \text{poſter.} = +2,2065. \text{dig.} \end{cases}$ Crown Glaſſ.

II. Pro lente ſecunda

rad. faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0,6163. \text{dig.} \\ \text{poſter.} = -0,6284. \text{dig.} \end{cases}$ Flint Glaſſ.

III. Pro lente tertia

radius vtriusque faciei $= -1.1492.$ dig.
quae paratur ex Crown Glaſſ.

Tum interuallum ſtatuatur
Inter
I. et II. $= \frac{1}{16}$. dig. $= 0,0625$. dig.
II. et III. $= \frac{103}{80}$ dig. $= 1,2875$. dig.
ita, vt tota teleſcopii longitudo ſit futura
$= 1,3500$. dig. $= 1\frac{1}{3}$ dig.
ſpatii vero viſi ſemidiameter erit $= 10^\circ. 21' 2''$.

Exem-

Exemplum II.

162. Si multiplicatio $m = 5$. telescopium huius generis ex tribus lentibus constans describere.

Cum sit $m = 5$, erit $7m - 8 = 27$ et $35m - 36 = 139$, vnde distantiae determinatrices fient

$$b = -\tfrac{7}{8}.\,a = -0,8750.\,a$$

$$\beta = \tfrac{973}{216}\,a = +4,5046.\,a$$

$$c = \tfrac{-139}{5.27}\,a = -1,0296.\,a$$

Ex quibus fiunt interualla

$$a + b = \tfrac{1}{8}\,a;\ \beta + c = 3,4750.\,a$$

vnde telescopii longitudo $= 3,6.\,a$.

Pro campo autem apparente fiet $\Phi = \frac{\pi'}{4}\left(1 + \frac{4}{5.27}\right)$ sumtoque $\pi' = \frac{1}{4}$ et multiplicando per 3437 min. erit $\Phi = 3^\circ\, 41'$.

Cum iam sit $\mathfrak{B} = \frac{139}{112}$ et $B = \frac{-139}{27}$, sumtisque logarithmis

Log. $\mathfrak{B} = 0.0937968$

Log. $B = 0.7116510\ (-)$

et aequatio pro confusione prima tollenda, si lentem ocularem ex vitro coronario paremus, vt sit $\mu'' = \mu$ et $\lambda'' = 1.60006$, erit

$$0 = 0.9875.\,\lambda - 0.39933.\,\lambda' - 0.002316$$
$$+\,0.030211$$
$$\overline{+\,0.027895}$$

ex qua iterum quaeratur

$$\lambda' = 2,4729\,\lambda + 0.06985.$$

Hic non, vt ante sumamus $\lambda = 1$ sed, vt prima lens maximae aperturae fiat capax, ideoque distantia α minor accipi possit, capiatur $\lambda = 1,60006$, vt haec lens fiat vtrinque aequaliter conuexa, habebiturque

$$\lambda' = 4.0266 \text{ et } \lambda' - 1 = 3.0266.$$

$$\text{et Log. } \sqrt{(\lambda' - 1)} = 0.2404775.$$

atque hinc obtinebimus:

I. Pro prima lente ex vitro coronario:

radius vtriusque faciei $= 2(n-1).\,\alpha = 1,06\,\alpha$; quae aperturam admittit, cuius semidiameter $x = 0,26.\alpha$.

II. Pro secunda lente ex vitro chrystallino.

$$\text{ob Log. } \frac{(b+\beta)}{\alpha} = 0.5598588.$$

calculus ita se habebit:

$$\frac{1}{F'} = \frac{-0.7479 \pm 0.5409}{b\beta}.\,\alpha$$

$$\frac{1}{G'} = \frac{+7.0057 \mp 5.5406}{b\beta}.\,\alpha$$

valeant hic signa superiora eritque

$$F' = \frac{b\beta}{1.793\,\alpha} = -0.8223.\,\alpha$$

$$G' = \frac{b\beta}{1.4648\,\alpha} = -2.6908.\,\alpha$$

III. Pro

III. Pro tertia lente ex vitro coronario.

erit radius vtriusque faciei $= 2(n-1)c = 1,06\,c$ $= -1,0920.\ \alpha$.

Cum nunc ob claritatem esse debeat $x = \frac{m}{20}$ dig. $= \frac{1}{10}$ dig. fiet α maius, quam $\frac{1}{2}$ dig.

Sumi igitur poterit $\alpha = \frac{1}{2}$ dig. et constructio telescopii ita se habebit.

I. Pro lente prima Crown Glass.

rad. faciei vtriusque $= 0,5300$. dig.

II. Pro lente secunda Flint Glass.

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0.4111.\ \text{dig.} \\ \text{poster.} = +1.3454.\ \text{dig.} \end{cases}$

III. Pro lente tertia Crown Glass.

rad. vtriusque faciei $= -0,5460$. dig.

Tum vero statuatur interuallum

I. et II. $= \frac{1}{12}$ dig.

II. et III. $= 1,7375$. dig.

ita, vt tota longitudo fit $= 1,8$. dig. ideoque nondum duos adaequet digitos.

Spatii tandem visi semidiameter erit $= 3° 41'$.

Corollarium.

163. Teleſcopia igitur in his duobus exemplis conſtructa aptiſſima videntur ad vſum vulgarem quoniam ea facile quis ſecum gerere poteſt iisque in ſpectaculis praeſertim vti. Sequentia autem exempla ad maiores multiplicationes accommodemus.

Exempl. III.

164. Sit multiplicatio $m = 25$, teleſcopium huius generis tribus lentibus conſtans deſcribere.

Cum ſit $m = 25$, erit $7m - 8 = 167$ et $35m - 36 = 839$, eruntque diſtantiae determinatrices

$$b = -\tfrac{7}{8}.\,a = -0,875.\,a;$$

$$\beta = \tfrac{7.839}{8.167}.\,a = 4,3960.\,a;$$

$$\text{Log.}\ \tfrac{-b}{a} = 9.9420081\ (-)$$

$$\text{Log.}\ \tfrac{\beta}{a} = 0.6430535.$$

$$c = -\tfrac{839.a}{35.167} = -0.2009.\,a$$

$$b + \beta = 3.5210.\,a$$

$$\text{Log.}\ (b + \beta) = 0.5466660.$$

Hinc prodeunt lentium interualla

$$a + b = \tfrac{1}{8}\,a;\quad \beta + c = 4.1951.\,a$$

$$\text{et tota longitudo} = 4,3201.\,a$$

Pro

Pro campo autem apparente fiet $\Phi = \frac{\pi'}{24}(1 + \frac{4}{3.167})$ hincque angulus $\Phi = 36$ min. prim. circiter.

Cum iam porro sit $\mathfrak{B} = \frac{839}{28.24}$

et Log. $\mathfrak{B} = 0.0963927$

Log. $-B = 0.7010454\,(-)$

peruenietur ad sequentem aequationem

$$0 = 0{,}9875\,\lambda - 0.3922\,\lambda' - 0{,}0004984 + 0.03077$$

seu $0 = 0.9875\,\lambda - 0.3922\,\lambda' + 0{,}03028.$

Quoniam vidimus, valorem $\lambda = 1{,}60006$ longitudinem telescopii haud mediocriter diminuisse, statim ponamus $\lambda = 1{,}60006$ eritque

$$0 = 1{,}6103 - 0{,}3922\,\lambda'.$$

vnde prodit

$$\lambda' = 4{,}1057; \text{ et } \lambda' - 1 = 3.1057$$

et $\log. \sqrt{(\lambda' - 1)} = 0{,}2460797.$

vnde constructio singularum lentium ita se habebit:

I. Pro prima lente ex vitro coronario radius vtriusque faciei $= 1{,}06\,\alpha$ quae ergo aperturam admittit, cuius semidiameter $x = 0{,}265.\,\alpha.$

II. Pro secunda lente calculus ita se habebit

$$\frac{1}{F'} = \frac{-0.7633 \pm 5.4449}{b\beta}\,\alpha.$$

$$\frac{1}{G'} = \frac{6.8338 \mp 5.4449}{b\beta}\,\alpha.$$

Valeant

Valeant ſigna ſuperiora, eritque

$F' = \frac{b\beta}{4,58\,16\,\alpha} = -0,8216\,\alpha$

$G' = \frac{b\beta}{1,5889.\alpha} = -2,7694.\,\alpha$

III. Pro tertia lente ex vitro coronario.

radius vtriusque faciei $= 1\ 06.\,c = -0,21295.\,\alpha$

Claritas autem poſtulat $= x = \frac{m}{s\lambda}$ dig. $= \frac{1}{2}$ dig. vnde concluditur $\alpha > 1,88$ ſumatur ergo $\alpha = 2$ et conſtructio haec erit

I. Pro lente prima

rad. vtriusque faciei $= 2,12$ dig. Crown Glaſſ.

II. Pro lente ſecunda

rad. faciei { anter. $= -1,6432$ dig. / poſter. $= -5,5388$ dig. } Flint Glaſſ.

III. Pro lente tertia

radius vtriusque faciei $= -0,42590$ dig. Crown Gl.

Tum ſtatuatur interuallum lentium

I. et II. $= \frac{1}{4}$ dig.

II. et III. $= 8.3902.$ dig.

et tota longitudo $= 8.64.$ dig. campique apparentis ſemidiameter $x = 36'$. circiter.

Exem-

Exempl. IV.

165. Si m debeat esse $= 50$, erit $7m - 8 = 342$; $35m - 36 = 1714$ adeoque distantiae

$b = -\frac{7}{8}\alpha = -0,875.\alpha$

$\beta = 4,3852.\alpha$; $c = -0,10023.\alpha$

$\log.\frac{\beta}{\alpha} = 0.6419928$

$\log.\frac{-b}{\alpha} = 9.9420081\ (-)$

$\log.\frac{(b+\beta)}{\alpha} = 0.5453319.$

$\log.\frac{b\beta}{\alpha^2} = 0.5840009\ (-)$

Tum vero interualla lentium erunt

$\alpha + b = \frac{1}{8}\alpha = 0,125\ \alpha$

$\beta + c = 4,2850.\alpha$ hincque

tota longitudo $= 4,4100\ \alpha$.

Porro reperitur

Log. $-$ B $= 0,6999847$.

Log. $\mathfrak{B} = 0,0966567$.

Pro campo apparente reperitur $\Phi = \frac{\pi'}{49}(1 + \frac{4}{5.342})$ seu angulus $\Phi = 17\frac{1}{2}$ minut.

Pro confusione tollenda statuatur statim in aequatione inuenta $\lambda = 1,60006$ eritque

$$0 = 1,5801 - 0.3915.\lambda' - 0,00025 + 0,03083$$

 siue

fiue $0,3915\,\lambda' = 1,6107$

vnde $\lambda' = 4,1141$; hinc $\lambda' - 1 = 3.1141$ et

log. $\sqrt{(\lambda' - 1)} = 0.2466663$

vnde constructio singularum lentium ita se habebit.

I. Pro lente prima

radius vtriusque faciei $= 1,06\,\alpha$ quae ergo aperturam admittit, cuius semidiameter $= 0,265.\,\alpha$.

II. Pro lente secunda

$$\frac{1}{F'} = \frac{-0.7653 \pm 5.4355}{b\beta}\alpha$$

$$\frac{1}{G'} = \frac{+6.8169 \mp 5.4355}{b\beta}\alpha$$

Valeant ergo signa superiora eritque

$$F' = \frac{b\beta}{4.6702\,\alpha} = -0,8216.\,\alpha$$

$$G' = \frac{b\beta}{1.3814.\,\alpha} = -2,7776.\,\alpha$$

III. Pro lente tertia

erit radius vtriusque faciei $=$

$$2(n-1)c = 1,06.\,c = -0,10624.\,\alpha$$

Claritas autem postulat, $x = \frac{m}{53} = 1$ dig. vnde sequitur $\alpha > 3,8$, sumto ergo $\alpha = 4$, habebitur sequens telescopii constructio.

I. Pro lente prima: Crown Gl.

radius vtriusque faciei $= 4,24.$ dig.

II. Pro

II. Pro lente secunda

radius faciei $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = -3,2864 \\ \text{poster.} = -11,1104 \end{array} \right\}$ Flint Glaſſ.

III. Pro lente tertia

radius vtriusque faciei $= -0,42496$ Crown Glaſſ.

Tum vero ſtatui debet interuallum lentium

I. et II. $= 0,5$ dig.

II. et III. $= 17,1400$. dig.

adeoque teleſcopii longitudo $= 17,6400$. dig.

Campi denique viſi ſemidiameter inuentus eſt $17\frac{1}{2}$ min.

Scholion.

166. Cum in his ſolutionibus littera λ indeterminata ſit relicta, in tribus poſterioribus exemplis eius loco non vnitatem poſuimus, vt ante fecimus, ſed potius ei tribuimus illum valorem, quo ambae eius facies inter ſe aequales redderentur hocque modo inſigne commodum ſumus nacti, vt lens prima fere duplo maiorem aperturam admitteret hincque diſtantia α fere ad dimidium reduci poſſet. Vt autem in genere quaepiam lens cuius diſtantiae determinatrices ſunt a et α ambas ſuas facies obtineat aequales, ſupra vidimus, capi debere $\sqrt{(\lambda - 1)} = \frac{(\sigma - \rho)(a - \alpha)}{2\tau(a + \alpha)} = \frac{2(nn-1)}{n.\sqrt{(4n-1)}} \cdot \left(\frac{1-A}{1+A}\right)$

ob $\alpha = A a$, vnde fit $\lambda = 1 + \frac{4(nn-1)^2}{n^2(4n-1)} \cdot \frac{(1-A)^2}{(1+A)^2}$ quare ſi vel a vel α fuerit infinitum, vti fit tam in lente obiectiua, quam in lente oculari, habebitur $\lambda = 1 + \frac{4(nn-1)^2}{n^2(4n-1)}$. Sin autem velimus, vt alia quaepiam lens obtineat ambas ſuas facies inter ſe aequales; tum ob $\frac{(1-A)^2}{(1+A)^2} = 1 - \frac{4A}{(1+A)^2}$ capere debemus $\lambda = 1 + \frac{4(nn-1)^2}{n^2(4n-1)} - \frac{16(nn-1)^2 \cdot A}{n^2(4n-1)(1+A)^2}$. Cum autem in noſtra expreſſione pro ſemidiametro confuſionis tum occurrat talis forma $\lambda(A+1)^2 + \nu A$, valor iſtius formulae fiet $= (A+1)^2 + \frac{4(nn-1)^2(A+1)^2}{n^2(4n-1)} - \frac{16(nn-1)^2 \cdot A}{nn(4n-1)} + \frac{4(n-1)^2 \cdot A}{4n-1}$.

Commodius autem erit, hoc caſu valorem ipſius λ pro facilitate calculi ita exprimere $\lambda = 1 + \frac{(\sigma-\rho)^2(1-A)^2}{4\tau^2(1+A)^2}$.

Exempl. V.

167. Si multiplicatio m debeat eſſe valde magna vel ſaltim maior, quam 25, huius generis teleſcopia ex tribus lentibus conſtantia deſcribere. Hic ſtatim obſeruo, ſumta prima lente vtrinque aequaliter conuexa, fore radium vtriusque curuaturae, vt ante, $= 1,06 . a$, quae admittet aperturam, cuius ſemidiam. $= \frac{1}{4} . a = x$, cum autem ob claritatem ſumi debeat $x < \frac{m}{50}$. dig. hinc intelligimus, ſemper ſtatui poſſe $a = \frac{2m}{25} = 0,08 . m$. dig. et pro campo apparente $\Phi = \frac{\pi'}{m-1}$; ſumtoque $\pi' = \frac{1}{4}$, erit $\Phi = \frac{859}{m-1}$. min.

Nunc

Nunc autem ante, quam reliquas partes conſtructionis definiamus, contemplemur caſum, quo $m = \infty$ eritque

$$b = -\tfrac{7}{8}\,\alpha;\ \beta = \tfrac{35}{8}.\,\alpha;\ c = \tfrac{-5}{m}.\,\alpha;\ = -\tfrac{2}{3}.\ \text{dig.}$$

Diſtantiae porro lentium $\alpha + \beta = \frac{1}{8}\,\alpha.$

et $\beta + c = \left(\frac{35.\alpha}{8} - \frac{2}{3}\right)$ dig.

et $\mathfrak{B} = \frac{5}{4}$; $B = -5.$

Pro ſequente calculo ſtatim ſumamus $\lambda = 1,60006.$ et aequatio prodibit

$$0 = 1,5801 - 0.3908.\ \lambda' + 0.03088$$

vnde inuenitur

$$\lambda' = 4.1220.\ \text{et}\ \lambda' - 1 = 3.1220.$$

et $\log.\ \sqrt{(\lambda' - 1)} = 0.2472164$

Hinc ob $\text{Log.} -\frac{b}{\alpha} = 9.9420081\ (-)$

$\text{Log.}\ \frac{\beta}{\alpha} = 0.6409781.$

$\text{Log.}\ \frac{b+\beta}{\alpha} = 0.5440680.$

$\text{Log.}\ \frac{b\beta}{\alpha^2} = 0.5829862 -$

Ex quibus pro ſecunda lente habebimus

$$\frac{1}{F'} = \frac{-0.7662 \pm 5.4266}{b\beta}.\,\alpha$$

$$\frac{1}{G'} = \frac{+6.8006 \mp 5.4266}{b\beta}.\,\alpha$$

seu sumtis signis superioribus

$$F' = \frac{b\beta}{1,6604.\alpha} = -0.8214.\alpha$$

$$G' = \frac{b\beta}{1,3747.\alpha} = -2.7861.\alpha$$

qui valores pro multiplicatione infinita locum habent; at nunc pro multiplicatione quacunque m statuatur

$$F' = -(0.8214. + \frac{f}{m})\alpha$$

$$G' = -(2,7861 + \frac{g}{m})\alpha$$

vbi valores litterarum f et g ex casu praecedente $m = 50$ vel etiam, sed minus tuto, ex casu $m = 25$ erui debent, hocque modo reperitur $f = 0.01$ et $g = -0.4250$ ita, vt sit in genere

$$F' = -(0,8214 + \frac{0.01}{m})\alpha$$

$$G' = -(2,7861 - \frac{0.4250}{m})\alpha$$

Deinde cum supra iam inuenta sit distantia focalis lentis tertiae $= -\frac{2}{5}$ dig. pro $m = \infty$, statuamus pro quauis multiplicatione m esse $c = -\frac{2}{5} - \frac{h}{m}$ eritque

$$c = -(\frac{2}{5} + \frac{1.2480}{m})\text{ dig.}$$

cuius ergo radius vtriusque faciei erit

$$-(0.4240 + \frac{1.7228}{m})\text{ dig.}$$

Cum igitur sit $\alpha = 0.08\, m$. dig.

Con-

Constructio telescopii sequenti modo se habebit

I. Pro lente prima Crown Glass.

rad. faciei vtriusque $= 0.0848.\, m.$ dig.

II. Pro lente secunda Flint Glass.

rad. faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -(0.0657.\, m + 0.0008)\,\text{dig.} \\ \text{poster.} = -(0.2228.\, m - 0.0340)\,\text{dig.} \end{cases}$

III. Pro lente tertia Crown Glass.

radius vtriusque faciei $= -(0.4240 + \frac{1.7228}{m})$.

Tum vero interualla erunt

$\alpha + b = 0.01.\, m$;

$\beta + c = (0,35\, m - 0.36)$ dig.

hincque tota longitudo

$= (0,36\, m - 0.36)$ dig.

campique visi semidiameter $= \frac{859}{m-1}$. minut. prim.

Corollarium.

168. Si ergo telescopium desideretur, quod centies multiplicet, id ita se habebit

I. Pro lente prima. Crown Glass.

radius vtriusque faciei $= 8,48.$ dig.

II. Pro

II. Pro lente secunda. Flint Glass.

rad. faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -6.57.\ \text{dig.} \\ \text{poster.} = -22,24\ \text{dig.} \end{cases}$

III. Pro lente tertia.

radius vtriusque faciei $= -0.43$. dig.

Interuallum erit lentis

I. et II. $= 1$. dig.

II. et III. $= 34,64$. dig.

hincque longitudo telescopii

$= 35,64$. dig.

campique visi semidiameter

$= 8\frac{1}{2}$ min.

Problema 3.

169. Si huiusmodi telescopium primi generis ex quatuor lentibus a se inuicem separatis sit construendum, inuestigare momenta, quibus ei maximus perfectionis gradus conciliatur.

Solutio.

Hic igitur istarum trium fractionum $\frac{\alpha}{b}$; $\frac{\beta}{c}$; et $\frac{\gamma}{d}$ singulae debent esse negatiuae; ponamus ergo $\frac{\alpha}{b} = -k$ et $\frac{\beta}{c} = -k'$. et cum sit $m = -\frac{\alpha}{b} \cdot \frac{\beta}{c} \cdot \frac{\gamma}{d}$ habebimus

$b =$

$b = -\frac{\alpha}{k}$; $\beta = -\frac{B\alpha}{k}$; $c = -\frac{\beta}{k'} = +\frac{B\alpha}{k.k'}$ et $\gamma = +\frac{BC\alpha}{k.k'}$ et $m = \frac{-k.k'.\gamma}{d}$ hinc $d = -\frac{BC\alpha}{m}$; vnde interualla lentium $\alpha + b = \alpha(1 - \frac{1}{k})$ $\mathfrak{B} + c = B\alpha(\frac{1}{kk'} - \frac{1}{k})$ et $\gamma + d = BC\alpha(\frac{1}{kk'} - \frac{1}{m})$ quae cum debeant esse positiua aeque ac numeri k, k' et m, bina posteriora per primum diuisa dabunt has duas conditiones

$$1^\circ.\ \frac{B(1-k')}{k'(k-1)} > 0.$$

$$2^\circ.\ \frac{BC(m-kk')}{mk'(k-1)} > 0.$$

Iam consideremus aequationem, qua margo coloratus tollitur, pro casu, quo distantia O est negatiua: ponendo, vt ante $\frac{dn}{n-1} = N$; $\frac{dn'}{n'-1} = N'$, $\frac{dn''}{n''-1} = N''$. $\frac{dn'''}{n'''-1} = N'''$ eritque

$$0 = N.BC\pi''.\alpha + N'.b((B+1)C\pi'' - \pi) + N''.c(\frac{(C+1)\pi'' - \pi'}{B})$$

seu
$$0 = NBC\pi'' - \frac{N'}{k}((B+1)C\pi'' - \pi) + \frac{N''}{k.k'}((C+1)\pi'' - \pi')$$

quem in finem inuestigare oportet relationes inter litteras π, π', π'', est vero ex capite 1.

Imo. $\frac{\mathfrak{B}\pi - \Phi}{\Phi} = -k$

vnde $\pi = \frac{1-k}{\mathfrak{B}}.\ \Phi.$

IIdo. $\frac{\mathfrak{C}\pi' - \pi + \Phi}{\Phi} = \frac{B\alpha}{c} = kk'$

vnde $\pi' = (\frac{1}{B} - \frac{k}{\mathfrak{B}} + kk')\frac{\Phi}{\mathfrak{C}}.$

IIItio. $\frac{\mathfrak{D}\pi'' - \pi' + \pi - \Phi}{\Phi} = \frac{BC\alpha}{d} = -m$;

vnde ob $\mathfrak{D} = 1$ fiet

$$\pi'' = \left(-m + \frac{1}{BC} - \frac{k}{\mathfrak{B}C} + \frac{kk'}{\mathfrak{C}}\right)\Phi$$

vnde aequatio noſtra erit

$$0 = N\left(-BCm + 1 - \frac{Bk}{\mathfrak{B}} + \frac{BC.k.k'}{\mathfrak{C}}\right)$$
$$-\frac{N'}{k}\left(\frac{-BCm}{\mathfrak{B}} - \frac{Bk}{\mathfrak{B}} + \frac{BC.kk'}{\mathfrak{B}\mathfrak{C}}\right)$$
$$+\frac{CN''}{\mathfrak{C}kk'}(-m + kk');$$ vnde fit

$$C = N - N(B+1)k + NBkk' + N'(B+1) - N'(B+1)k'$$
$$-\frac{N''.m}{kk'} + N''$$

diuiſum per

$$NBm - NBkk' - \frac{N'(B+1)m}{k} + N'(B+1)k'$$
$$+\frac{N''m}{kk'} - N''$$

vel ſuccinctius

$$C = Nkk'(1 - k - Bk(1-k')) + N'kk'(B+1)(1-k')$$
$$-N''(m - kk')$$

diuiſum per

$$(m - kk')(Nkk'B - N'k'(B+1) + N'')$$

adeoque

$$1 + C = Nkk'(1 - k + B(m-k))$$
$$-N'(B+1)k'(m-k)$$

diui-

diuiſum per

$$(m - k k')(N k k' B - N' k'(B + 1) + N'')$$

atque hinc

$$\mathfrak{C} = N k k'(1 - k - B k(1 - k'))$$
$$+ N' k k'(B + 1)(1 - k') - N''(m - k k')$$

diuiſum per

$$N k k'(1 - k + B(m - k)) - N'(B + 1) k'(m - k)$$

ſed facile patet, hoc modo nobis vix vlterius progredi licere ob harum formularum complicationem, niſi pro k et k' et pro N, N′, N″ valores ſubſtituantur interim tamen haec methodus etiam ſucceſſura videtur, ſi eam ad plures adhuc lentes applicare vellémus, ceterum haud abs re erit hoc negotium etiam alio modo tentaſſe.

Ex praecedentibus ſcilicet aequationibus non litteras π, π', π'' quaeri, ſed potius his quaſi datis ſpectatis litteras $\mathfrak{B}$ et $\mathfrak{C}$ definiri conueniet; vnde ſtatim obtinemus

$$\mathfrak{B} = \frac{1 - k}{\pi} . \Phi; \quad \mathfrak{C} = \frac{(k k' - 1)\Phi + \pi}{\pi'}$$

ex tertia denique aequatione ob $\mathfrak{D} = 1$ colligitur

$$\Phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi''}{m - 1};$$

ita, vt et Φ quaſi datum ſpectari queat. Hinc cum ſit

$$B = \frac{\mathfrak{B}}{1-\mathfrak{B}} \text{ et } C = \frac{\mathfrak{C}}{1-\mathfrak{C}}$$

habebimus

$$B = \frac{(1-k)\Phi}{\pi-(1-k)\Phi}\,;\; C = \frac{(kk'-1)\Phi+\pi}{\pi'-\pi-(kk'-1)\Phi}.$$

Nunc cum prior conditio poſtulet, vt ſit $\frac{B(1-k')}{k'(k-1)} > 0$; altera vero per hanc diuiſa $\frac{C(m-kk')}{1-k'} > 0$ valoribus illis ſubſtitutis hae duae conditiones abibunt in ſequentes:

$$1^\circ.\ \frac{(k'-1)\Phi}{(\pi-(1-k)\Phi)k'} > 0$$

ſeu $\frac{(k'-1)\Phi}{\pi-(1-k)\Phi} > 0$

$$2^\circ.\ \frac{((kk'-1)\Phi+\pi)(m-kk')}{(1-k')(\pi'-\pi-(kk'-1)\Phi)} > 0$$

quae per illam multiplicata dat

$$\frac{-\Phi(m-kk')(\pi+(kk'-1)\Phi)}{(\pi-(1-k)\Phi)(\pi'-\pi-(kk'-1)\Phi)} > 0$$

ſi hic loco Φ eius valor ſubſtituatur, qui cum ſemper ſit poſitiuus ob $m-1$ etiam poſitiuum, dat primo

$$-\pi+\pi'-\pi'' > 0;$$

tum vero binae iſtae conditiones dabunt

$$1^\circ.\ \frac{k'-1}{(m-k)\pi+(k-1)\pi'-(k-1)\pi''} > 0$$

$$2^\circ.\ \frac{(m-kk')((m-kk')\pi+(kk'-1)\pi'-(kk'-1)\pi'')}{(k'-1)((m-kk')\pi-(m-kk')\pi'-(kk'-1)\pi''} > 0$$

tum vero B et C ita definientur:

$$B = \frac{(k-1)(\pi-\pi'+\pi'')}{(m-k)\pi+(k-1)\pi'-(k-1)\pi''}$$

$$C = \frac{(m-kk')\pi+(kk'-1)\pi'-(kk'-1)\pi''}{-(m-kk')\pi+(m-kk')\pi'+(kk'-1)\pi''}.$$

Verum

Verum si hos valores substituere vellemus siue in aequatione pro margine colorato vitando siue inprimis pro semidiametro confusionis ad nihilum redigendo in multo maiores ambages incideremus, quam priore methodo euenit; quocirca aliam adhuc methodum quaerere debemus; nulla autem alia nobis relinquitur, nisi vt ex superioribus aequationibus litteras k et k' inuestigemus; quo pacto nostra inuestigatio satis plana reddetur.

Hanc viam sequentes statim habemus $k = \frac{\Phi - \mathfrak{B}\pi}{\Phi}$ et $k k' = \frac{\Phi - \pi + \mathfrak{C}\pi'}{\Phi}$; existente $\Phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi''}{m-1}$ vnde cum k et k' sint numeri positiui, pariter atque angulus Φ habemus statim istas conditiones:

$$\Phi - \mathfrak{B}\pi > 0.$$

$$\Phi - \pi + \mathfrak{C}\pi' > 0.$$

$$-\pi + \pi' - \pi'' > 0.$$

Porro cum hinc interualla lentium fiant

1°. $\alpha + b = \frac{-\mathfrak{B}\pi}{\Phi - \mathfrak{B}\pi} \cdot a > 0$

2°. $\mathfrak{E} + c = \frac{(\mathfrak{B}\pi - B\mathfrak{C}\pi')\alpha\Phi}{(\Phi - \pi + \mathfrak{C}\pi')(\Phi - \mathfrak{B}\pi)} > 0$

3°. $\gamma + d = \frac{(m-1)\Phi + \pi - \mathfrak{C}\pi'}{m(\Phi - \pi + \mathfrak{C}\pi')} \cdot B C \alpha > 0.$

inde colligimus has nouas conditiones:

$$-\mathfrak{B}\pi . \alpha > 0.$$

$$(\mathfrak{B}\pi - B\mathfrak{C}\pi')\alpha > 0.$$

$$((m-1)\Phi + \pi - \mathfrak{C}\pi') B C \alpha > 0.$$

ideoque etiam harum quoti poſitiui eſſe debent

$$\frac{\mathfrak{B}\pi - B\mathfrak{C}\pi'}{-\mathfrak{B}\pi} > 0$$

$$\frac{((m-1)\Phi + \pi - \mathfrak{C}\pi')BC}{\mathfrak{B}\pi - B\mathfrak{C}\pi'} > 0$$

quae poſterior ob $(m-1)\Phi = -\pi + \pi' - \pi''$ abit in hanc

$$\frac{(\mathfrak{C}\pi' - C\pi'')B}{\mathfrak{B}\pi - B\mathfrak{C}\pi'} > 0.$$

ſicque quinque habentur conditiones ab α liberae, quibus ſatisfieri oportet. Nunc autem aequatio pro deſtruendo margine colorato ita ſe habebit:

$$0 = NBC\pi'' - \frac{N'\Phi}{\Phi - \mathfrak{B}\pi}((B+1)C\pi'' - \pi)$$
$$+ \frac{N''\Phi}{\Phi - \pi + \mathfrak{C}\pi'}((C+1)\pi'' - \pi')$$

His quomodocunque obſeruatis perpendatur aequatio vltima pro confuſione penitus deſtruenda

$$0 = N - \frac{N'}{k\mathfrak{B}} + \frac{N''}{kk'B\mathfrak{C}} - \frac{N'''}{m.BC.}$$

ob $p = \alpha, q = \mathfrak{B}b = -\frac{\mathfrak{B}\alpha}{k}$; $r = c = \frac{B\mathfrak{C}\alpha}{kk'}$

et $s = d = -\frac{BC\alpha}{m}$

num ei vel abſolute vel ſaltim proxime ſatisfieri queat.

Denique vt etiam confuſio prior tollatur ſatisfiat huic aequationi:

$$\mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{k\mathfrak{B}^3} + \frac{\mu''\lambda''}{kk'B^3\mathfrak{C}^3} - \frac{\mu'''\lambda'''}{B^3C^3m} - \frac{\mu'\nu'}{k\mathfrak{B}B} + \frac{\mu''\nu''}{kk'B^3C\mathfrak{C}} = 0.$$

Scho-

Scholion.

170. Cum hic in genere vix vlterius progredi liceat, ad casus particulares erit descendendum, et quia in capite praecedente lentes perfectae triplicatae ideo optatum vsum non praestiterant, quod confusio a lente oculari oriunda ab iis non destruebatur, hic lentem obiectiuam iterum triplicatam statuamus, vt bina priora interualla euanescant, eius vero tres lentes ita definiamus, vt iis etiam confusio a lente oculari oriunda destruatur; quo facto deinceps forte via patebit inter tres lentes priores exigua interualla statuendi. Semper enim in huiusmodi disquisitionibus arduis expedit a casibus facilioribus exordiri, quoniam inde ratio perspicitur difficultates superandi, quae primo intuitu inuincibiles erant visae.

Problema 4.

171. Si tres lentes priores inter se immediate iungantur, vt lentem obiectiuam triplicatam constituant, quarta vero lens sit ocularis, regulas pro constructione huiusmodi telescopii exponere.

Solutio.

Cum hic sint interualla tam $\alpha + b = 0$, quam $\mathfrak{C} + c = 0$ fiet statim $k = 1$ et $k' = 1$, vnde sequuntur distantiae

$b =$

$$b = -\alpha;\ \mathfrak{b} = -B\alpha;\ c = B\alpha,$$
$$\gamma = BC\alpha \text{ et } d = -\frac{BC\alpha}{m}$$

hincque interuallum

$$\gamma + d = BC\alpha\left(1 - \frac{1}{m}\right) = \frac{m-1}{m}.\, BC\alpha$$

quod debet esse positiuum. Pro litteris autem π, π', π'' habebimus

$$1^{\circ}.\ \pi = 0;\quad 2^{\circ}.\ \pi' = 0.$$
$$3^{\circ}.\ \pi'' = -(m-1)\,\Phi.$$

Atque hinc aequatio pro tollendo margine colorato erit

$$0 = NBC - N'(B+1)C + N''(C+1)$$

vnde elicimus

$$C = -\frac{N''}{NB - N'(B+1) + N''}$$

vnde interuallum $\gamma + d$ fit

$$= -\frac{(m-1)}{m}.\ \frac{N''.B\alpha}{NB - N'(B+1) + N''}.$$

quod cum esse debeat positiuum, duo casus sunt perpendendi.

Alter, quo $\alpha > 0$. tum esse debet

$$\frac{N''.B}{NB - N'(B+1) + N''} < 0.$$

ideoque

$$N - \frac{N'}{B}(B+1) + \frac{N''}{B} < 0.$$

siue

siue $N - N' + \frac{1}{B}(N'' - N') < 0.$

Altero casu, si $\alpha < 0$; contrarium euenire debet, scilicet

$$N - N' + \frac{1}{B}(N'' - N') > 0.$$

Consideretur nunc aequatio, qua ista confusio penitus tollitur, scilicet

$$0 = N - \frac{N'}{B} + \frac{N''}{BC} - \frac{N'''}{mBC}$$

ex qua per BC multiplicata, vt fit

$$0 = NBC - N'(B+1)C + N''(C+1) - \frac{N''}{m}$$

quoniam a praecedente aequatione non differt, nisi vltimo termino $\frac{N'''}{m}$ qui prae reliquis est valde paruus, concludimus, si illi fuerit satisfactum, simul quoque huic proxime satisfieri idque eo magis, quo maior fuerit multiplicatio m, quae conclusio nititur fundamento, quod numeri N, N', N'', N''' parum ab vnitate differunt.

Pro priore autem confusione tollenda insuper satisfieri debet huic aequationi

$$0 = \mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{B^3} + \frac{\mu''\lambda''}{B^3C^3} - \frac{\mu''\lambda'''}{mB^3C^3} - \frac{\mu'\nu'}{BB} + \frac{\mu''\nu''}{B^3CC}$$

in qua loco C eius valor supra inuentus

$$C = \frac{-N''}{B(N - N') - N' + N''}$$

substitui debet, id quod in genere ad formulam valde molestam deduceret, quare solutio non nisi casibus particularibus absolui poterit.

Coroll. 1.

172. Etsi conditiones pro littera B sunt datae, haec tamen littera prorsus indeterminata relinquitur, dummodo notetur

1°. si fuerit

$$N - N' + \tfrac{1}{B}(N'' - N') < 0$$

tum capi debere α positiuum.

2°. Sin autem fuerit

$$N - N' + \tfrac{1}{B}(N'' - N') > 0$$

tum capi debere α negatiuum.

Corollarium 1.

Cum inuenerimus $C = \frac{-N''}{B(N-N') - N' + N''}$

erit $1 + C = \frac{B(N-N') - N'}{B(N-N') - N' + N''}$

hincque $\mathfrak{C} = \frac{-N''}{B(N-N') - N'}$.

Coroll. 2.

173. Si velimus loco B introducere $\mathfrak{B}$ ponendo $B = \frac{\mathfrak{B}}{1-\mathfrak{B}}$; tunc consequemur

$$C = \frac{-N''(1-\mathfrak{B})}{(N-N'')\mathfrak{B} - N' + N''} \quad \text{et} \quad \mathfrak{C} = \frac{-N''(1-\mathfrak{B})}{N\mathfrak{B} - N'}$$

quibus obseruatis substitutio postrema facilius expedietur: fiet enim postrema aequatio

$$0 = \begin{cases} \mu\lambda\mathfrak{B}^3 - \mu'\lambda' - \mu'\nu'\mathfrak{B}(1-\mathfrak{B}) \\ - \frac{\mu''\lambda''(N\mathfrak{B}-N')^3}{(N'')^3} \\ + \frac{\mu''\nu''(1-\mathfrak{B})(N\mathfrak{B}-N')((N-N'')\mathfrak{B}-N'+N'')}{(N'')^2} \\ + \frac{\mu'''\lambda'''((N-N'')\mathfrak{B}-N'+N'')^3}{m(N'')^3}. \end{cases}$$

Coroll. 3.

174. Respectu campi apparentis cum sit $\pi'' = -(m-1)\Phi$, si statuamus, vt hactenus $\pi'' = -\frac{1}{4}$; prodibit semidiameter $\Phi = \frac{1}{4(m-1)}$ et in min. primis $\Phi = \frac{859}{m-1}$ min. prim. siquidem lens ocularis fiat vtrinque aequaliter concaua, quod vti ostendimus fiet si $\lambda''' = 1,60006$. hac scilicet lente ex vitro coronario parata. Sin autem eam ex vitro chrystallino parare velimus, poni debet $\lambda''' = 1,67445$.

Exemplum I.

175. Si prima et tertia lens fuerit ex vitro coronario, media ex chrystallino, ex hisque lens obiectiua constituatur, lens vero ocularis ex vitro coronario paretur, pro quauis data multiplicatione telescopium construere.

Hoc exemplum ideo affero, quod hic casus in capite praecedente est praetermissus, quem autem hic alio modo tractabo, vt longitudo minor prodeat.

Cum igitur hic ſit $n = 1.53$; $n' = 1.58$; $n'' = 1.53$; $n''' = 1.53$ erit, vti vidimus, $N = 7$, $N' = 10$; $N'' = 7$; $N''' = 7$ ita, vt ſit $\mu'' = \mu$; $\nu'' = \nu$; $\mu''' = \mu$. Ex his colligitur $C = +\frac{7}{3}(1-\mathfrak{B})$ $\mathfrak{C} = \frac{-7(1-\mathfrak{B})}{7\mathfrak{B}-10}$. Tantum ergo reſtat haec aequatio reſoluenda

$$0 = \begin{cases} \mu\lambda\mathfrak{B}^3 - \mu'\lambda' - \mu'\nu'\mathfrak{B}(1-\mathfrak{B}) \\ -\frac{\mu\lambda''(7\mathfrak{B}-10)^3}{7^3} \\ -\frac{3\mu\nu(1-\mathfrak{B})(7\mathfrak{B}-10)}{7^2} - \frac{27\cdot\mu\lambda'''}{7^3\cdot n} \end{cases}$$

quodſi ergo ſtatuamus $\lambda'' = \lambda$ et $\lambda''' = 1.60006$. haec aequatio induet hanc formam

$$\begin{aligned} &\mu\lambda\left(\tfrac{30}{7}\mathfrak{B}^2 - \tfrac{300}{49}\mathfrak{B} + \tfrac{1000}{343}\right) \\ &-\mu'\lambda' + \mu'\nu'(\mathfrak{B}^2 - \mathfrak{B}) \\ &+\mu\nu\left(\tfrac{3}{7}\mathfrak{B}^2 - \tfrac{51}{49}\mathfrak{B} + \tfrac{30}{49}\right) \\ &-\frac{27\cdot\mu\lambda'''}{343\cdot m} = 0. \end{aligned}$$

quae tantum eſt aequatio quadratica, ex qua valor ipſius $\mathfrak{B}$ erui debet; terminis igitur ſecundum poteſtates ipſius $\mathfrak{B}$ diſpoſitis habebitur:

$$\begin{aligned} &\mathfrak{B}^2\left(\tfrac{30}{7}\mu\lambda + \mu'\nu' + \tfrac{3}{7}\mu\nu\right) \\ &+\mathfrak{B}\left(-\tfrac{300}{49}\mu\lambda - \mu'\nu' - \tfrac{51}{49}\mu\nu\right) \\ &+\tfrac{1000}{343}\mu\lambda - \mu'\lambda' + \tfrac{30}{49}\mu\nu \\ &-\frac{27\cdot\mu\lambda'''}{343\cdot m} = 0. \end{aligned}$$

Reſo-

Resolutionem autem huius aequationis ita instituamus, vt lens obiectiua maiorem aperturam admittat, quem in finem, non vt ante, $\lambda = 1$, sed $\lambda = 1.60006$ statuamus, vt prima lens vtrinque sibi similis euadat; quare cum sit

$$\log. \mu = 9.9945371$$

$$\log. \mu\nu = 9.3360593. \quad \mathrm{l.}\, \mu' = 9.9407157$$

$$\log. \mu'\nu' = 9.3436055. \quad \mu'\nu' = 0.2206$$

$$\text{et } \mathrm{Log.}\, \lambda = \mathrm{Log.}\, \lambda''' = 0.2041363$$

at pro secunda lente ponatur non, vt ante, $\lambda = 1$, sed hanc litteram indeterminatam relinquamus; vnde nostra aequatio in numeris ita erit comparata:

$$0 = 7.0852\, \mathfrak{B}^2 - 10.1201\, \mathfrak{B} + 4.7393 - \mu'\lambda' - 0.\frac{12437}{m}.$$

quae reducitur ad hanc

$$\mathfrak{B}^2 = \frac{10{,}1201}{7{,}0852}\, \mathfrak{B} - \frac{4{,}7393}{7{,}0852} + \frac{\mu'\lambda'}{7{,}0852} + \frac{0{,}12437}{m \cdot 7{,}0852}$$

$$\mathfrak{B}^2 = 1.4283\, \mathfrak{B} - 0.6689 + 0.1231\, \lambda' + 0.\frac{01755}{m}.$$

Vnde inuenitur

$$\mathfrak{B} = 0.7142 \pm \sqrt{\left(-0.1589 + 0.1231\, \lambda' + \frac{0.01755}{m}\right)}$$

Vnde patet, λ' capi debere vnitate maius. Statuatur ergo $\lambda' = 1\frac{1}{2}$ eritque

$$\mathfrak{B} = 0.7142 \pm \sqrt{(0.0257 + \frac{0.01755}{m})}$$

hinc autem vlterius progredi non licet, nisi litterae m valores determinatos tribuendo; quem in finem sequentes casus adiungimus.

Casus I.

$$m = 10.$$

176. Erit hoc casu $\mathfrak{B} = 0.7142 \pm 0.1657$ sumtoque signo inferiore

$$\mathfrak{B} = 0.5485.$$

vel sumto superiore signo

$$\mathfrak{B} = 0.8799.$$

Sin autem velimus, vt pro $\mathfrak{B}$ vnicus valor $= 0.7142$ prodeat, capi deberet

$$\lambda' = \frac{0.1572}{0.1231} = 1\frac{341}{1231}$$

hocque casu hic vtamur.

Cum igitur sit $\lambda' = 1\frac{341}{1231}$ erit $\lambda' - 1 = \frac{341}{1231}$.

$$\text{Log.}\sqrt{\lambda' - 1} = 9.7208976$$

$$\text{Log.}(\lambda' - 1) = 9.4417952.$$

Cum nunc pro omni multiplicatione sit $\mathfrak{B} = 0.7142$, si quidem capiamus

$\lambda' =$

$$\lambda' = 1.2908 - \frac{0.1425}{m}$$

$$\lambda' - 1 = 0.2908 - \frac{0.1425}{m}$$

hincque erit $1 - \mathfrak{B} = 0.2857$

$$B = 2.4998. \quad C = 0.6666 = \tfrac{2}{3}.$$

Vnde obtinemus diſtantias

$$b = -\alpha; \; \beta = -2.4998.\, \alpha = -2\tfrac{1}{2}\, \alpha$$

$$c = +2.4998.\, \alpha.$$

$$\gamma = 1.6665.\, \alpha, \; d = -0.16665\, \alpha$$

Cum nunc ſit $\lambda = 1.60006.$

et $\lambda' = 1.2766$

$\lambda'' = 1.60006 = \lambda'''.$

erit

I. Pro Ima lente vtrinque aequaliter conuexa radius vtriusque faciei $= 1.06.\, \alpha.$

II. Pro IIda lente ex vitro chryſtallino

$$\frac{1}{F'} = \frac{\varrho\beta + \sigma b \mp \tau(b+\beta)\sqrt{\lambda' - 1}}{b\beta}$$

$$\frac{1}{G'} = \frac{\sigma\beta + \varrho b \pm \tau(b+\beta)\sqrt{\lambda' - 1}}{b\beta}$$

$$\frac{1}{F'} = \frac{-1.09360 \mp 1.6152}{b\beta}\, \alpha$$

$$\frac{1}{G'} = \frac{-4.01893 \pm 1.61521}{b\beta}\, \alpha$$

iumſumtisque ſignis ſuperioribus erit

$$F' = \frac{-b\beta}{3.5512.\alpha} = -0.7039\,\alpha$$

$$G' = \frac{-b\beta}{2.4828\,\alpha} = -1.0070\,\alpha.$$

III. Pro tertia lente ex vitro coronario.

Cum hic ſit $\tau.\sqrt{\lambda'' - 1} = \frac{\sigma - \varrho}{2}$

tum vero $c = 2\frac{1}{2}\alpha$. et $\gamma = 1.\frac{2}{3}\alpha$. erit $c + \gamma = 4\frac{1}{6}\alpha$.

$$\frac{1}{F'} = \frac{4.5280 \pm 2.0870}{c\gamma}\,\alpha$$

$$\frac{1}{G'} = \frac{3.3335 \mp 2.9870}{c\gamma}\,\alpha$$

et ex ſignis inferioribus

$$F' = \frac{c\gamma}{1.5410\,\alpha} = 2.7039.\,\alpha$$

$$G' = \frac{c\gamma}{6.3205\,\alpha} = 0.6592.\,\alpha.$$

Hae ergo tres lentes ſibi iunctae aperturam admittent, cuius ſemidiameter aeſtimari poteſt

$$x = 0.1648.\,\alpha. = \tfrac{1}{7}\,\alpha \text{ circiter.}$$

Cum autem ob claritatem eſſe debeat $x = \frac{m}{50}$ dig. $= \frac{1}{5}$ dig. capi debebit circiter $\alpha = \frac{7}{5}$ dig. vnde teleſcopii longitudo $= 1.4999\,\alpha = 1\frac{1}{2}\alpha = 2,1.$ dig.

IV. Pro quarta lente aequaliter vtrinque concaua. erit rad. vtriusque faciei $=$

$$1.06.\,d. = -1.06.(0.1666)\,\alpha$$

$$= -0.1766.\,\alpha$$

$$= -0.2472.\text{ dig.}$$

Co-

Corollarium 1.

177. Si ergo hoc modo valor ipsius λ' definiatur, praecedentes determinationes pro omnibus multiplicationibus valebunt, excepta sola lente secunda; tum autem pro quarta lente semidiameter vtriusque eius faciei capi debet $= -(1.06.) \cdot \frac{5}{3} \cdot \frac{\alpha}{m}$ siue $= -1.7666 \cdot \frac{\alpha}{m}$.

Coroll. 2.

178. Constructio autem secundae lentis a multiplicatione pendebit, quia valor litterae λ' multiplicationem inuoluit, cum sit $\lambda' = 1.2908 - \frac{0.1425}{m}$.

Scholion.

179. Haud difficile autem erit, pro quauis multiplicatione secundam lentem definire, postquam ea iam pro casu $m = 10$ est inuenta; statuatur enim $m = \infty$ erit $\lambda' = 1.2908$. hinc $\lambda' - 1 = 0.2908$. et Log. $\sqrt{(\lambda' - 1)} = 9.7317972$ vnde membrum ambiguum erit $= 1.6562\,\alpha$. vnde pro lente secunda erit

$$\frac{1}{F'} = \frac{-1.9360 \mp 1.6562}{b\beta} \cdot \alpha$$

$$\frac{1}{G'} = \frac{-4.0980 \pm 1.6562}{b\beta} \cdot \alpha$$

sumtis ergo signis superioribus

$$F' = \frac{-b\beta}{3.5922 \cdot \alpha} = -0.6959 \cdot \alpha$$

$$G' = \frac{-b\beta}{2.4418 \cdot \alpha} = -1.0239 \cdot \alpha$$

Nunc igitur ponamus pro multiplicatione quacunque m esse

$$F' = -\left(0.6959 + \frac{f}{m}\right)\alpha$$

$$G' = -\left(1.0239 + \frac{g}{m}\right)\alpha$$

et quia posito $m = 10$

$$0.6959 + \tfrac{f}{10} = 0.7039$$

et $$1.0239 + \tfrac{g}{10} = 1.0070$$

reperitur $f = 0.0800$

$$g = -0.1690$$

quibus inuentis adipiscimur sequentem telescopii constructionem.

I. Pro prima lente Crown Glass

radius vtriusque faciei $= +1.06\,\alpha$.

II. Pro secunda lente Flint Glass.

rad. faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -\left(0.6959 + \frac{0.0800}{m}\right)\alpha \\ \text{poster.} = -\left(1.0239 - \frac{0.1690}{m}\right)\alpha \end{cases}$

III. Pro tertia lente Crown Glass

rad. faciei $\begin{cases} \text{anter.} = +1.7039\,\alpha \\ \text{poster.} = +0.6592\,\alpha \end{cases}$

IV. Pro quarta lente Crown Glass.

rad. vtriusque faciei $= -1.7666 \cdot \frac{\alpha}{m}$

quibus

quibus lentibus paratis ternae priores sibi invicem iungantur, post quas tertia collocetur intervallo $= \frac{m-1}{m} \cdot \frac{5}{4} \cdot a$.

Cum porro sit $x = \frac{m}{50}$ dig. et invenerimus $x = 0{,}1648\, a$, hinc colligitur fore $a = \frac{m}{8{,}2400}$, ita, vt statui possit $a = \frac{4}{33} \cdot m$ seu $a = \frac{12}{100} \cdot m$. Quare habetur

Constructio telescopii primi generis:

I. Pro prima lente Crown Glass.

rad. fac. vtriusque $= 0{,}1272 \cdot m$.

II. Pro secunda lente Flint Glass

rad. fac. $\begin{cases} \text{anter.} = -0{,}0835 \cdot m - 0{,}0096 \\ \text{poster.} = -0{,}1229 \cdot m + 0{,}0202. \end{cases}$

III. Pro tertia lente Crown Glass.

rad. fac. $\begin{cases} \text{anter.} = 0{,}3244 \cdot m \\ \text{poster.} = 0{,}0791 \cdot m \end{cases}$

quibus tribus lentibus immediate iunctis postea intervallo $= \frac{1}{5}(m-1)$ dig. statuatur lens ocularis.

IV. Pro quarta lente. Crown Glass.

radius vtriusque faciei $= -0{,}2119$.

CASUS 2.

180. Cum pro omnibus multiplicationibus constructio telescopii sit tradita, solutionem exempli supra allati alio modo expediamus. Scilicet cum hic

 pro

pro $\mathfrak{B}$ valorem vnitate minorem ſimus conſecuti, qui ſupra vnitate maior prodierat, notatu dignus videtur caſus $\mathfrak{B} = 1$, quem hic euoluamus. Tum autem erit $B = \infty$ et quia diſtantiae determinatrices ſunt α; $b = -\alpha$; $\beta = -B\alpha$; $c = B\alpha$; $\gamma = BC\alpha$, $d = \frac{-BC\alpha}{m}$ neceſſe eſt, vt ſit BC quantitas finita ideoque $C = 0$ et $\mathfrak{C} = C = 0$. Quare ſtatuamus $BC = \vartheta$, vt fiat $\gamma = \vartheta\alpha$ et $d = \frac{-\vartheta\alpha}{m}$ hincque teleſcopii longitudo $= \frac{m-1}{m} \cdot \vartheta\alpha$. His poſitis aequatio pro margine colorato tollendo dabit ob $N = 7$, $N' = 10$, $N'' = N''' = 7$. et $\pi = 0$, $\pi' = 0$, $\pi'' = -(m-1)\Phi$.

$$0 = N\vartheta - N'\vartheta + N''$$

$$0 = 7\vartheta - 10\vartheta + 7; \text{ hincque } \vartheta = \tfrac{7}{3}.$$

Nunc autem aequatio pro confuſione primae ſpeciei tollenda fiet

$$0 = \mu\lambda - \mu'\lambda' + \frac{27\mu\lambda''}{343} - \frac{27\mu\lambda'''}{343 m}$$

quae per μ diviſa ob $\frac{\mu'}{\mu} = 0.8834$ abit in hanc

$$0 = \lambda - 0.8834\lambda' + 0.0787\lambda'' - \frac{0.0787.\lambda'''}{m}$$

facta autem lente oculari vtrinque aequali erit

$$\lambda''' = 1.60006 \text{ et}$$

$$0 = \lambda - 0.8834\lambda' + 0.0787.\lambda'' - \frac{0.1259}{m}$$

ex qua litteras λ ita definiri conuenit, vt vnitatem minimum ſuperent ſtatuamus ergo $\lambda = 1$ et $\lambda'' = 1$ erit

erit $0.8834\,\lambda' = 1.0787 - \frac{0.1259}{m}$

vnde colligitur

$$\lambda' = 1.2210 - \frac{0.1425}{m}$$

sola ergo lens secunda a multiplicatione m pendet, quam deinceps seorsim euoluamus:

Calculum ergo pro prima, tertia et quarta instituamus

Pro prima autem est

$$F = \frac{\alpha}{\sigma} = 0.6023.\,\alpha$$

$$G = \frac{\alpha}{\varrho} = 4.4111.\,\alpha$$

Pro tertia lente ob $\lambda'' = 1.$ et $c = \infty$

$$F = \frac{\gamma}{\sigma} = 1.4055.\,\alpha$$

$$G = \frac{\gamma}{\varrho} = 10.2925.\,\alpha$$

Pro quarta lente

radius vtriusque faciei $= 1.06.\,d$

$$= -\frac{2.4733.\,\alpha}{m}$$

et tota telescopii longitudo $= \frac{m-1}{m}.\,\frac{7}{5}.\,\alpha.$

Pro secunda autem lente cum in genere sit

$$F = \frac{b\beta}{\varrho\beta + \sigma b \pm \tau(b+\beta)\sqrt{\lambda - 1}}$$

$$G = \frac{b\beta}{\sigma\beta + \varrho b \mp \tau(b+\beta)\sqrt{\lambda - 1}}$$

ob $\beta = \infty$ et $b = -\alpha$ erit

$$F = \frac{-\alpha}{\varrho \pm \tau\sqrt{(\lambda - 1)}}$$

$$G = \frac{-\alpha}{\sigma + \tau\sqrt{(\lambda - 1)}}$$

pro quo duo casus sunt euoluendi alter, quo $m = 10$ et alter, quo $m = \infty$.

Priore erit ob $m = 10$

$\lambda' = 1.2068$; $\lambda' - 1 = 0.2068$.

$$\begin{aligned} \text{et Log.}\,\sqrt{(\lambda' - 1)} &= 9.6577753 \\ \text{Log.}\,\tau &= 9.9432471 \\ \hline &\, 9.6010224 \end{aligned}$$

cui logarithmo respondet 0.3990 ideoque

$$F = \frac{-\alpha}{0.1414 \pm 0.3990}$$

$$F = \frac{-\alpha}{0.5404} = -1.8505.\alpha$$

$$G = \frac{-\alpha}{1.5827 + 0.3990}$$

$$G = \frac{-\alpha}{1.1837} = -0.8467.\alpha$$

Altero casu ob $m = \infty$ erit

$\lambda' = 1.2210$ et $\lambda' - 1 = 0.2210$

$$\begin{aligned} \text{et Log.}\,\sqrt{(\lambda' - 1)} &= 9.6721961 \\ \text{Log.}\,\tau &= 9.9432471 \\ \hline &\, 9.6154432 \end{aligned}$$

hinc $\tau.\sqrt{\lambda' - 1} = 0.4125$.

Vnde

Vnde fit

$$F = \frac{-\alpha}{0.1414 \pm 0.4125} = \frac{-\alpha}{0.5539}$$

$$G = \frac{-\alpha}{1.6827 \mp 0.4126} = \frac{-\alpha}{1.1702}$$

hincque

$$F = -1.8054.\alpha$$

$$G = -0.8545.\alpha$$

quare statuamus pro multiplicatione quacunque m

$$F = -\left(1.8054 + \frac{f}{m}\right)\alpha$$

$$G = -\left(0.8545 + \frac{g}{m}\right)\alpha$$

et ex casu $m = 10$ elicimus

$$f = 0.4510;\ g = -0.0780$$

ita, vt sit

$$F = -\left(1.8054 + \frac{0.4510}{m}\right)\alpha$$

$$G = -\left(0.8545 - \frac{0.0780}{m}\right)\alpha$$

pro α autem definiendo consideretur radius minimus in lente hac obiectiua triplicata occurrens 0.6023α, cuius pars quarta $0.1506\,\alpha = \frac{m}{50}$; sicque prodibit $\alpha = \frac{m}{7.5300}$ dig. Sumatur ergo $\alpha = \frac{2m}{15}$ dig. et habetur sequens

Con-

Constructio Telescopii primi generis.

I. Pro prima lente Crown Gl.

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = +0.0803.m.\ \text{dig.} \\ \text{poster.} = +0.5882.m.\ \text{dig.} \end{cases}$

II. Pro secunda lente Flint Glass.

rad. fac. $\begin{cases} \text{anter.} = (-0.2407.m - 0.0601)\ \text{dig.} \\ \text{poster.} = (-0.1139.m + 0.0104)\ \text{dig.} \end{cases}$

III. Pro tertia lente Crown Glass.

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = +0.1874.m.\ \text{dig.} \\ \text{poster.} = +1.3723.m.\ \text{dig.} \end{cases}$

IV. Pro quarta lente Crown Glass.

radius vtriusque faciei $= 0.3298.$ dig.

Tribus prioribus lentibus inuicem iunctis quartae ab iis interuallum erit

$$= \frac{14}{45}(m-1)\ \text{dig.}$$

et campi apparentis semidiameter erit, vt hactenus, $\Phi = \frac{859}{m-1}$. min. prim.

Scholion.

181. Quia in hac solutione posuimus $\lambda = 1$ et $\lambda'' = 1$, consuluimus potissimum artifici, quia hoc casu errores in exsecutione commissi non admodum negotium turbant, sed longitudo horum telescopiorum prodiit aliquanto maior, propterea quod radius satis exi-

exiguus in determinatione lentis obiectiuae occurrebat, huic autem incommodo medelam afferemus, si pro prima et tertia lente statuamus $\lambda = 1.60006$, quo facto obtinebitur $\lambda' = 1.9536 - \frac{0.1425}{m}$ qui numerus tantum in secundam lentem influit, cuius constructionem deinceps inuestigemus.

Iam vero erit

Pro prima lente Crown Glass

radius vtriusque faciei $= 1.06.\ \alpha$.

Pro tertia lente Crown Glass

radius vtriusque faciei $= 1.06.\ \gamma$
$= 2.473\ \alpha$.

Pro quarta lente

radius vtriusque faciei $= - \frac{2.4733.\alpha}{m}$.

Restat igitur, vt secundam lentem euoluamus, vt ante.

Scilicet duos casus contemplabimur, alterum, quo $m = 10$, alterum, quo $m = \infty$.

Sit igitur primo $m = 10$ eritque $\lambda' = 1.93937$ et $\lambda' - 1 = 0.93937$ et $\tau. \sqrt{(\lambda' - 1)} = 0.85048$.

Quare

$$F = \frac{-\alpha}{0.1414 \pm 0.85048}.$$

$$G = \frac{-\alpha}{1.5827 \mp 0.85048}.$$

seu

$$F = \frac{-\alpha}{0.9919} = -1.0082.\ \alpha$$

$$G = \frac{-\alpha}{0.7322} = -1.3657.\ \alpha$$

Sit nunc $m = \infty$, erit

$$\lambda' = 1.9536$$

$$\tau \surd (\lambda' - 1) = 0.8569$$

hincque

$$F = \frac{-\alpha}{0.1414 \pm 0.8569}$$

$$G = \frac{-\alpha}{1.5827 \pm 0.8569}$$

$$F = \frac{-\alpha}{0.9983} = -1.0017.\ \alpha$$

$$G = \frac{-\alpha}{0.7258} = -1.3778.\ \alpha$$

Nunc pro multiplicatione quacunque m statuatur

$$F = -\left(1.0017 + \frac{f}{m}\right)\alpha$$

$$G = -\left(1.3778 + \frac{g}{m}\right)\alpha$$

et ex priore casu $m = 10$ colligitur

$$f = 0.065;\ g = -0.121$$

ita, vt sit pro lente secunda

$$\text{rad. fac.} \begin{cases} \text{anter.} = -\left(1.0017 + \frac{0.065}{m}\right)\alpha \\ \text{poster.} = -\left(1.3778 - \frac{0.121}{m}\right)\alpha \end{cases}$$

Hic

Hic iam tuto ſumi poteſt $x = \frac{1}{4} a = \frac{m}{30}$; hinc obtinetur $a = \frac{8}{100} \cdot m$.

Hinc ergo orietur ſequens

Teleſcopii primi generis Conſtructio:

I. Pro lente prima: Crown Glaſſ.

radius vtriusque faciei $= 0.0848 . m$. dig.

II. Pro lente ſecunda

rad. fac. $\begin{cases} \text{anter.} = (-0.08014 m. - 0.0052) \text{ dig.} \\ \text{poſter.} = (-0.110224 m. + 0.0097) \text{ dig.} \end{cases}$

III. Pro lente tertia Crown Glaſſ.

radius vtriusque faciei $= 0.19784 . m$. dig.

IV. Pro lente quarta.

radius vtriusque faciei $= - 0.19786$. dig.

Tribus lentibus prioribus ſibi immediate iunctis ad interuallum $= (0,187)(m-1)$ dig. collocetur lens quarta, cui oculus immediate adplicatus cernet campum, cuius ſemidiameter erit $\frac{859}{m-1}$. min. prim.

Scholion.

182. Hic caſus inprimis eſt omni attentione dignus, quoniam pro quauis multiplicatione huius generis teleſcopia breviſſima ſuppeditat: ſi enim multiplicationem adeo centuplam deſideremus, longitudo vix ſuperabit $18\frac{1}{2}$ digitos. Haec igitur methodus,

qua posuimus $\mathfrak{B} = 1$ vtique mereretur, vt etiam ad alias vitri species seu vbi pro lentibus alia combinatio vitri coronarii et chrystallini statueretur, seorsim adplicaretur. Sed quia ea etiam ad problema nostrum generale soluendum aeque felici successu in vsum vocari potest eiusque beneficio insignes difficultates supra commemoratae euanescunt, expediet sequens problema generalius tractasse.

Problema 5.

183. Si telescopium ex quatuor lentibus sit construendum, duae priores vero lentes ita debeant esse comparatae, vt radii per eas transmissi iterum inter se fiant paralleli, regulas pro constructione describere.

Solutio.

Cum igitur radii per secundam lentem refracti iterum fiant axi paralleli, erit $\beta = \infty$ ideoque $\frac{\beta}{b} = \mathrm{B} = \infty$ et $\mathfrak{B} = 1$, erunt distantiae determinatrices

$$b = -\frac{\alpha}{k};\ \beta = -\frac{\mathrm{B}\alpha}{k} = \infty$$

$$c = \frac{\mathrm{B}\alpha}{kk'};\ \gamma = \frac{\mathrm{BC}\alpha}{k.k'};\ d = -\frac{\mathrm{BC}\alpha}{m}.$$

hicque iam notari oportet, vt distantia inter primam et secundam lentem $\beta + c$ fiat finita, debere ob $\beta = \infty$ esse $c = -\infty$, vnde fit $k' = 1$.

Quo

Quo autem rem clarius explicemus, statuatur haec distantia $= \eta\alpha$, vt sit $B\alpha\left(\frac{1}{kk'} - \frac{1}{k}\right) = \eta\alpha$ vnde fit $k' = \frac{B}{B + \eta k}$, quae ob $B = \infty$ fit $k' = 1$; interim tamen conueniet, illam expressionem $k' = \frac{B}{B + \eta k}$ in vsum sequentem notasse.

Deinde quia $c = \infty$, γ vero finita quantitas, erit $\frac{\gamma}{c} = C = 0$, hincque etiam $\mathfrak{C} = \frac{C}{1 + C} = C = 0$; interim tamen productum $B\,C$ debet esse finitum. Sit igitur $BC = \vartheta$, vt fiat $\gamma = \frac{\theta\alpha}{k}$ et $d = \frac{-\theta\alpha}{m}$; cum illa autem aequatione coniungi debet ista, qua summo rigore est $C = \frac{\gamma}{c} = \frac{\theta}{B}$, hincque $\mathfrak{C} = \frac{\theta}{B + \theta}$. His notatis erunt interualla lentium

$$\alpha + b = \alpha\left(\frac{k-1}{k}\right)$$

$$\beta + c = \eta\alpha$$

$$\gamma + d = \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{m}\right)\vartheta.\alpha$$

$$= \frac{m-k}{km}.\vartheta\alpha.$$

Vnde hae fractiones $\frac{\eta k}{k-1}$ et $\frac{m-k}{m(k-1)}\vartheta$ debent esse positiuae, seu $\frac{\eta}{k-1} > 0$; $\frac{m-k}{k-1}.\vartheta > 0$ seu $\frac{m-k}{\eta}.\vartheta > 0$. Iam inquiramus in valores litterarum π, π' et π'', ex tribus sequentibus aequationibus definiendos

I. $\mathfrak{B}\pi - \Phi = -k\Phi$

II. $\mathfrak{C}\pi' - \pi + \Phi = kk'\Phi$

III. $(m-1)\Phi = -\pi + \pi' - \pi''$

quarum prima statim dat ob $\mathfrak{B} = 1$

$$\pi = (1 - k)\Phi = -(k - 1)\Phi$$

vnde vt hic valor campo augendo inseruiat, π numerus negatiuus esse debet ideoque $k > 1$.

Secunda autem aequatio ob $\mathfrak{C} = 0$ et $K' = 1$. daret $-\pi + \Phi = k\Phi$, vnde pro π' nihil concludere liceret, quare pro $\mathfrak{C}$ valores illos exactiores scribi oportebit fietque

$$\frac{\theta}{B+\theta}.\pi' - \pi + \Phi = \frac{Bk}{B+\eta k}\Phi$$

quae ob $\pi = -(k-1)\Phi$ abit in hanc

$$\frac{\theta}{B+\theta}.\pi' + k\Phi = \frac{Bk}{B+\eta k}\Phi$$

$$\text{seu } \frac{\theta}{B+\theta}\pi' = \frac{-\eta k^2}{B+\eta k}.\Phi$$

quae ergo ob $B = \infty$ dat

$$\pi' = \frac{-\eta k^2}{\theta}.\Phi$$

quia autem conuenit sumere $k > 1$ debet esse $\alpha > 0$ ideoque et $\eta > 0$, hic valor π' erit negatiuus, si fuerit $\vartheta > 0$; sin autem $\vartheta < 0$, is erit positiuus, vbi autem meminisse oportet esse debere $(m - k)\vartheta > 0$.

Tertia denique aequatio abit in hanc formam:

$$(m-1)\Phi = +(k-1)\Phi - \frac{\eta k^2}{\theta}\Phi - \pi''$$

$$\text{hincque } \pi'' = (k - m - \frac{\eta k^2}{\theta})\Phi$$

$$\text{siue } \pi'' = -(m - k + \frac{\eta k^2}{\theta})\Phi$$

quae

quae formula cum etiam inseruiat campo definiendo, si capiatur $\pi'' = -\frac{1}{4}$; reperitur

$$\Phi = \frac{859}{m - k + \frac{\eta k^2}{b}} \text{ minut.}$$

$$\Phi = \frac{859 \cdot b}{(m-k)b + \eta k^2}$$

quare curandum est, vt $\frac{\eta k^2}{b}$ quam minimum reddatur, quod facile praestatur faciendo interuallum secundae et tertiae lentis quam minimum adeoque euanescens, quo casu erit $\Phi = \frac{859}{m-k}$ qui eo maior fit, quo maior sumitur k. Nunc igitur aequationem pro margine colorato tollendo consideremus, quae erit

$$0 = N \vartheta \pi'' - \frac{N'}{k}(\vartheta \pi'' - \pi)$$
$$+ \frac{N''}{k}(\pi'' - \pi')$$

quae substitutis valoribus dat

$$0 = -N((m-k)\vartheta + \eta k^2)$$
$$+ \frac{N'}{k}((m-k)\vartheta + \eta k^2 - k + 1)$$
$$- \frac{N''}{k}(m-k)$$

ex qua aequatione ϑ commode definiri potest reperieturque:

$$\vartheta = \frac{-N\eta k^3 + N'\eta k^2 - N'(k-1) - N''(m-k)}{(m-k)(Nk - N')}$$

quia autem conuenit η quam minimum assumere ac praeterea non necesse est, vt isti aequationi summo rigore satisfiat, his terminis omissis habebimus

$\vartheta =$

$$\vartheta = \frac{-N'(k-1)-N''(m-k)}{(m-k)(Nk-N')}$$

vnde fit

$$(m-k)\,\vartheta = \frac{-N'(k-1)-N''(m-k)}{Nk-N'}$$

quae quantitas cum debeat esse positiua, numerator autem manifesto sit negatiuus, etiam denominatorem negatiuum esse oportet ideoque $N' > Nk$. Quodsi ergo N' maximum habeat valorem ex vitro scilicet chrystallino, N vero minimum ex vitro coronario, vt sit $N = 7$ et $N' = 10$; numerus k non amplius nostro arbitrio relinquitur, sed ita capi debet, vt fiat $7k < 10$; et $k < \frac{10}{7}$ seu contineri debet intra limites 1 et $\frac{10}{7}$. Notetur hic, si caperetur $k = 1$, casum praecedentem esse oriturum, neque campum hinc auctum iri; Sin autem capiatur $k = \frac{10}{7}$ foret $\vartheta = \infty$ et longitudo telescopii fieret infinita; vnde conueniet k propius vnitati; quam alteri limiti assumere. His probe perpensis statuamus $k = \frac{8}{7}$, $N = 7$: $N' = 10$. $N'' = 7$, quo ϑ obtineat valorem minorem. Vnde fiet $\vartheta = \frac{49m-46}{2(7m-8)}$ hincque $\frac{\eta k^2}{\vartheta}$ habebit hunc valorem $\frac{2 \cdot 8^2(7m-8)}{7^2(49m-46)} \cdot \eta$ qui sumto $m = \infty$ fit $= \frac{128}{343} \cdot \eta$ ex quo colligitur, si modo η non excedat $\frac{1}{10}$ campi diminutionem non fore sensibilem.

Denique pro semidiametro confusionis ad nihilum redigendo satisfiat huic aequationi:

$$0 = \mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{k} + \frac{\mu''\lambda''}{k\vartheta^2} - \frac{\mu'''\lambda'''}{m\vartheta^2}$$

ex

ex qua commodissime definiemus λ', qui erit ob $\mu' = \mu'' = \mu'''$

$$\lambda' = \frac{\mu}{\mu'}\left(k\lambda + \frac{\lambda''}{\theta} - \frac{k\lambda'''}{m\theta^3}\right)$$

sicque hoc problema feliciter est solutum.

Coroll. I.

184. Distantiae ergo determinatrices singularum lentium erunt

Pro prima: ∞ et α cum λ

Pro secunda: $b = \frac{-\alpha}{k}$; et $\beta = \infty$ cum λ'

Pro tertia: $c = \infty$ et $\gamma = \frac{\theta\alpha}{k}$ cum λ''

Pro quarta: $d = \frac{-\theta\alpha}{m}$; $\delta = \infty$ cum λ'''.

vbi notandum, primam, tertiam et quartam ex vitro coronario, secundam ex chrystallino esse parandam; tum vero fore interualla lentium

$$\alpha + b = \alpha\left(\frac{k-1}{k}\right) = \frac{1}{2}\alpha$$

$$\beta + c = \eta\alpha$$

de qua distantia notetur, eam statui debere quam minimam; ac denique

$$\gamma + d = \frac{m-k}{km}.\,\theta\alpha$$

vnde tota longitudo prodit

$$= \alpha\left(\frac{k-1}{k} + \eta + \frac{m-k}{km}.\,\theta\right).$$

Coroll. 2.

185. Pro litteris autem k et ϑ hos valores statuimus, $k = \frac{8}{7}$, $\vartheta = \frac{40m-16}{2(7m-8)}$; quae expressio cum adhuc m inuoluat, calculum non, vt ante, pro quauis multiplicatione in genere absoluere licebit, interim tamen simili modo, quo ante vsi sumus, postquam pro duabus tribusue multiplicationibus calculum absoluerimus, interpolando formulas generaliores pro omni multiplicatione concludere poterimus.

Scholion.

186. Haec telescopia iis, quae modo ante descripsimus, ideo erunt praeferenda, quod in his nullae lentes sibi immediate iunctae assumuntur, quippe quod in praxi locum habere nequit; tum vero etiam quod aliquod campi augmentum largiuntur. Ceterum haec telescopia aliquanto fiunt longiora, tam ob distantiam inter lentes primam et secundam, quam potissimum ob maiorem valorem ipsius ϑ, a quo interuallum tertiae et quartae lentis potissimum pendet. Interuallum autem medium $\eta\alpha$ hic merito negligimus. Quo tamen breuitati instrumenti quantum fieri licet, consulamus, expediet sine dubio, vt modo ante fecimus, tam primam et tertiam lentem, quam quartam vtrinque aequales formare, ita, vt sit $\lambda = \lambda'' = \lambda''' = 1.60006$; tum vero erit $\mu = 0.9875$; $\mu' = 0.8724$. vnde harum lentium constructio statim sequitur.

Erit

Erit ſcilicet radius vtriusque faciei.

I. Pro lente prima

$= 1.06\,\alpha.$

II. Pro lente tertia

$= 1.06.\frac{\vartheta\alpha}{k}.$

III. Pro lente quarta

$= -1.06.\frac{\vartheta\alpha}{m}.$

Nihil igitur aliud reſtat, niſi vt pro quibusdam multiplicationibus calculum expediamus; ac primo quidem conueniet, multiplicationem quandam exiguam $m = 5$ euoluere, vt pateat, quantum haec inueſtigatio in minimis teleſcopiis huius generis praeſtare poſſit; tum vero multiplicationem quandam maiorem veluti $m = 10$, indeque ſubito $m = \infty$ euoluamus, vt ex horum caſuum comparatione concluſionem pro quauis maiore multiplicatione formare queamus.

Exemplum I.

$m = 5.$

187. Teleſcopium pro multiplicatione $m = 5$ deſcribere.

Erit hoc caſu

$$\left.\begin{array}{r} \vartheta = \frac{199}{54} = 3.6852 \\ \text{Log.}\,\vartheta = 0.5664593 \end{array}\right\} \text{ et Log. } k = 0.0579920$$

hincque $b = -\frac{7}{8}\alpha$; $\beta = \infty$; $c = \infty$

$$\gamma = 3,2246.\alpha$$
$$d = -0,7370.\alpha$$

hincque

$$\alpha + b = \tfrac{1}{1}\alpha;\ \beta + c = \eta\,\alpha = \text{minimo}.$$
$$\gamma + d = 2.4876.\alpha$$

sicque longitudo tota telescopii erit $= 2.6126\alpha + \eta\alpha$.

Vnde tres lentes ex vitro coronario parandae ita se habebunt:

I. Pro prima lente

radius vtriusque faciei $= 1.06.\alpha$.

II. Pro tertia lente

radius vtriusque faciei $= 3.4181.\alpha$.

III. Pro quarta lente

radius vtriusque faciei $= -0.7812.\alpha$.

IV. Pro secunda lente. Flint Glass.

ante omnia quaeri debet numerus λ'. ex formula

$$\lambda' = 1.\frac{60006.\mu}{\mu'}\left(k + \frac{1}{\theta^3} - \frac{k}{m\theta^3}\right) \text{ vnde}$$

$$\lambda' = 2,0977;\ \text{ergo}\ \lambda' - 1 = 1,0977$$

hincque $\tau.\sqrt{(\lambda' - 1)} = 0.91936$.

Quare

Quare pro hac lente erit

$$F = \frac{b}{0.1414 \pm 0.51936} = \frac{b}{1.06081}$$

$$G = \frac{b}{1.5827 + 0.51936} = \frac{b}{0.6633}$$

$F = -0.8248.\ \alpha;\ G = -1.3192.\ \alpha$

Vnde fluit sequens

Constructio Telescopii

I. Pro lente prima Crown Glass

radius vtriusque faciei $= +1.06\ \alpha$

Interuallum $= 0.125\ \alpha$

II. Pro lente secunda Flint Glass

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0.8248\ \alpha \\ \text{poster.} = -1.3192.\ \alpha \end{cases}$

Interuallum minimum.

III. Pro lente tertia Crown Glass

radius faciei vtriusque $= 3.4181.\ \alpha$

Interuallum $= 2.4876.\ \alpha$

IV. Pro lente quarta Crown Glass.

radius vtriusque faciei $= -0.7812.\ \alpha$.

Lenti obiectiuae tribui potest apertura, cuius semidiameter $x = \frac{1}{4}\alpha$.

Cum autem ob claritatem statui debeat $x = \frac{m}{50}$. dig. $= \frac{1}{10}$ dig vnde $\alpha = \frac{2}{5}$ dig.

et telescopii longitudo $= 2.6126.\alpha + \eta\alpha$

et semidiameter campi $\Phi = 223$ min. $= 3^\circ 43'$.

Exempl. II.

188. Si multiplicatio $m = 10$ desideretur, telescopium huius generis describere.

Ob $m = 10$ erit $\vartheta = \frac{444}{124} = 3.5806$

Log. $\vartheta = 0.5539613$.

Log. $\frac{1}{\vartheta} = 9.4460386$,

vnde $b = -\frac{7}{8}\alpha = -0,875\,\alpha$

$\beta = \infty = c$; $\gamma = 3.1331.\alpha$

$d = -0.35806.\alpha$.

Nunc euoluatur numerus λ', qui reperitur

$\lambda' = 2.1049$; $\lambda' - 1 = 1.1049$

hinc $\tau.\sqrt{(\lambda' - 1)} = 0.92132$

Vnde radii facierum

$$F = \frac{b}{0.1414 \pm 0.9213} = \frac{b}{1.0627}$$

$$G = \frac{b}{1.5827 \mp 0.9213} = \frac{b}{0.6614}$$

seu $F = -0.8234\,\alpha$

$G = -1.3230\,\alpha$

Vnde colligitur sequens

Con-

Constructio Telescopii

I. Pro prima lente Crown Glass.

radius vtriusque faciei $= 1.06.\ \alpha$

Interuallum $= 0.125.\ \alpha$

II. Pro secunda lente Flint Glass.

rad. fac. $\begin{cases} \text{anter.} = -0.8234.\ \alpha \\ \text{poster.} = -1.3230.\ \alpha \end{cases}$

Interuallum minimum.

III. Pro lente tertia: Crown Glass.

radius vtriusque faciei $= 3.3211.\ \alpha$

Interuallum $= 2.7751.\ \alpha$

IV. Pro lente quarta Crown Glass.

radius vtriusque faciei $= -0.3796.\ \alpha$

Vnde fit tota longitudo $= 2.9001\ \alpha$. Lenti primae autem apertura tribui debet, cuius semidiameter $x = \frac{m}{58}$ $= \frac{1}{4}\alpha = \frac{1}{5}$ dig. Vnde sequitur $\alpha = \frac{4}{5}$ dig. siue maius. Campi autem visi semidiameter erit $\Phi = 94$ minut. $= 1^\circ\ 34'$.

Exempl. III.

189. Si multiplicatio m fuerit ∞, telescopium huius generis describere.

Ob $m = \infty$ erit $\vartheta = 3,5$.

et

et Log. $\vartheta = 0.5440680$

Log. $\frac{1}{\vartheta} = 9.4559319$

hincque $b = -0.875.\alpha$; $\beta = \infty = c$

$\gamma = 3.0625.\alpha$; $d = -3,5:\frac{\alpha}{m}$.

Pro lente autem fecunda inuenimus

$\lambda' = 2.1120$; $\lambda' - 1 = 1.1120$

et $\tau. \surd(\lambda' - 1) = 0,9253$.

Ex quibus colligitur

$$F = \frac{b}{0.1414 \pm 0.9253} = \frac{b}{1.0667}$$

$$G = \frac{b}{1.5827 \mp 0.9253} = \frac{b}{0.6574}$$

$F = -0.8205.\alpha$

$G = -1.3309.\alpha$

Vnde colligitur fequens

Conftructio Telefcopii

I. Pro prima lente Crown Glafs.

radius vtriusque faciei $= 1,06.\alpha$

Interuallum $= 0.125.\alpha$

II. Pro fecunda lente Flint Glafs.

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0.8205.\alpha \\ \text{pofter.} = -1.3309.\alpha \end{cases}$

Interuallum minimum.

III. Pro

III. Pro tertia lente Crown Glaſſ.

radius vtriusque faciei $= 3.2462.\,a$

Internallum $= (3.0625 - \frac{525}{m})\,\alpha$

IV. Pro quarta lente Crown Glaſſ.

radius vtriusque faciei $= -3.710.\,\frac{\alpha}{m}$

Hincque longitudo teleſcopii erit $= (3,1875 - \frac{525}{m}).\,a$

Lenti vero obiectiuae apertura tribuatur, cuius ſemidiameter $= \frac{1}{4}\,\alpha = \frac{m}{50}$ ita, vt capi poſſit

$\alpha = \frac{2}{25}.\,m.$ dig. $= \infty.$

Exempl. IV. generale.

190. Si multiplicatio fuerit quaecunque m, ſaltem denario maior, teleſcopium huius generis deſcribere.

Cum pro caſu $m = \infty$ inuenerimus $\vartheta = 3,5$ nunc in genere ponamus $\vartheta = 3,5 + \frac{e}{m}$ et quia pro $m = 10$ fuerat $\vartheta = 3,5806$, erit $e = 0.806$, ita vt ſit $\vartheta = 3,5 + \frac{0,806}{m}$ vnde diſtantiae ita ſe habebunt:

$b = -0.875.\,\alpha;\ \beta = \infty = c$

$\gamma = (3,0625 + \frac{0,7053}{m})\,\alpha$

$d = -(3,5 + \frac{0,8060}{m})\,\frac{\alpha}{m}$

Pro lente autem ſecunda ponatur

$$F = -\left(0.8205 + \frac{f}{m}\right)\alpha$$
$$G = -\left(1.3309 + \frac{g}{m}\right)\alpha$$

Comparatione igitur inſtituta cum caſu $m = 10$ erit $f = 0.0290$, $g = -0.0790$.

Conſtructio huius Teleſcopii

I. Pro prima lente. Crown Glaſſ.

radius vtriusque faciei $= 1.06.\ \alpha$.

Interuallum $= 0.125.\ \alpha$.

II. Pro ſecunda lente. Flint Glaſſ.

$$\text{rad. faciei} \begin{cases} \text{anter.} = -\left(0.8205 + \frac{0.0290}{m}\right)\alpha \\ \text{poſter.} = -\left(1.3309 - \frac{0.0790}{m}\right)\alpha \end{cases}$$

Interuallum minimum.

III. Pro tertia lente. Crown Glaſſ.

radius vtriusque faciei $= +\left(3,2462 + \frac{0.7476}{m}\right)\alpha$

Interuallum $= \left(3,0625 - \frac{2.7\ 47}{m} - \frac{0.3060}{m^2}\right)\alpha$.

IV. Pro quarta lente.

radius faciei vtriusque $= -\left(3,710 + \frac{0.8574}{m}\right)\frac{\alpha}{m}$

ſicque tota longitudo erit

$$= \left(3,1875 - \frac{2.7947}{m} - \frac{0.8060}{m^2}\right)\alpha$$

deinde lentis obiectiuae ſemidiameter aperturae debet eſſe $x = \frac{m}{30}$ dig. vnde α capi debebit $\alpha = \frac{2}{25} m.$ dig. ſiue maius, campique viſi ſemidiameter

$$= \Phi = \frac{859}{m - \frac{8}{7}} \text{ min. prim.}$$

Scho-

Scholion.

191. En ergo insignem multitudinem variorum primi generis telescopiorum, quae adhuc in infinitum multiplicari possent, si litteris B et C alios valores tribuere vel etiam pluribus lentibus vti vellemus. Verum huiusmodi inuestigatio prorsus superflua videtur, cum maior perfectionis gradus exspectari nequeat ac plures lentes claritati semper obsint, neque etiam maior campus sperari possit. Inprimis autem obseruandum est in his telescopiis marginem coloratum aliter destrui non potuisse, nisi diuersis vitri speciebus adhibendis, ita, vt iam affirmare possimus, ex eadem vitri specie huiusmodi telescopia confici non posse, quae non vitio marginis colorati laborent, cum tamen in sequentibus generibus, lentibus ex vna vitri specie factis talis margo feliciter tolli possit, etiamsi tunc ipsum diffusionis spatium ad nihilum redigere non liceat. Haec restrictio etiam in caussa erat, quod campum apparentem vix notabiliter augere licuerat; sin autem marginem coloratum negligere vellemus, campus haud mediocriter augeri posset. Tum enim in casu vltimi problematis litterae k et ϑ manerent arbitrio nostro relictae et cum semidiameter campi esset $\Phi = -\frac{\pi''}{m-k}$, posito $\eta = 0$, videtur is ad lubitum augeri posse, dum tantum k parum ab m deficiens assumatur atque adeo sumto $k = m$ in infinitum abiret; quod tamen nullo modo praestari posse experientia abunde testatur. Quare hoc dubium soluisse operae erit pre-

pretium; ad quod tantum recordari oportet, litteris π, π' et π'' certum praescriptum esse terminum veluti $\frac{1}{4}$ quem transgredi nunquam debent; quare etsi hoc casu valor $-\pi'' = \frac{1}{4}$ enormem magnitudinem pro Φ praebet, tamen hic etiam ad valorem ipsius π spectari conuenit, qui cum ante iam inuentus esset $\pi = -\Phi(k-1)$, ideoque $\pi = \frac{\pi''(k-1)}{m-k}$, maxime cauendum est, ne hinc prodeat $\pi > \pi''$. quamobrem litteram k iam non pro lubitu augere licebit, sed eo usque tantum, quoad fiat $k-1 = m-k$, siue $k = \frac{m+1}{2}$, quae positio campum duplo maiorem, quam ante, produceret, scilicet $\Phi = \frac{-\pi''}{m-k} = \frac{-2\pi''}{m-1}$, quem ergo obtinere possemus, si modo marginem coloratum despiciamus. Tum autem pro eodem casu vltimi problematis forent distantiae determinatrices $b = \frac{-2\alpha}{m+1}$; $\beta = \infty = c$ et $\gamma = \frac{+2\theta\alpha}{m+1}$ et $d = \frac{-\theta\alpha}{m}$; vnde fit postremum interuallum $\gamma + d = +\vartheta\alpha\left(\frac{2}{m+1} - \frac{1}{m}\right) = \frac{\theta\alpha(m-1)}{m(m+1)}$ vbi adhuc ϑ nostro arbitrio permittitur, dummodo positiue capiatur; verum quia hoc modo margo coloratus praemagnus esset proditurus; huiusmodi telescopia nullo modo commendari poterunt atque hoc praeceptum etiam in posterum obseruabimus, nullaque alia telescopia exceptis tantum simplicissimis proferemus, nisi quae saltem a margine colorato sint immunia, siquidem tota haec confusio non vitari queat.

LIBRI

LIBRI SECVNDI,
DE
CONSTRVCTIONE TELESCOPIORVM
SECTIO SECVNDA.
DE
TELESCOPIIS SECVNDI GENERIS,
QVAE
LENTE OCULARI CONUEXA INSTRVCTA,
OBIECTA SITU INUERSO REPRAESENTANT.

CAPVT I.

DE TELESCOPIIS SIMPLICIORIBVS SECVNDI GENERIS, EX VNICA VITRI SPECIE PARATIS.

Praeceptum generale.

192.

Cum in hac ſectione obiectorum repraeſentatio ſemper futura ſit inuerſa, hic ante omnia monendum eſt, in omnibus formulis generalibus ſupra traditis litteram m, qua multiplicatio indicatur, vbique negatiue capi debere, ita, vt in illis formulis, quoties m occurrit, eius loco $-m$ ſcribi oporteat.

Pro-

Problema I.

193. Simplicissimum huius generis telescopium ex duabus lentibus eademque vitri specie construere, quod obiecta secundum datam multiplicationem m aucta situque inuerso repraesentet.

Solutio.

Proposita multiplicatione m formulae nostrae generales statim praebent hanc determinationem: $m = \frac{a}{b}$ vbi manifestum est, a exprimere distantiam focalem lentis obiectiuae, b vero ocularis ob $\beta = \infty$. Cum igitur fractio $\frac{a}{b}$ hic sit positiua, simulque harum lentium distantia $a + b$, vtramque distantiam a et b, positiuam esse oportet, ita, vt ambae lentes futurae sint conuexae et imago realis in puncto F repraesentetur, quod simul est focus communis vtriusque lentis. Tum vero campi apparentis semidiameter erit $\Phi = \frac{\pi}{m+1}$, qui autem non conspicietur, nisi oculo in certo loco constituto cuius distantia post lentem ocularem est $O = \frac{\pi q}{m\Phi}$ denotante q distantiam focalem lentis ocularis, quam vidimus esse $= b$. Cum igitur sit $\pi = (m+1)\Phi$; erit haec distantia $O = \frac{m+1}{m} . q$ ideoque tantillo maior, quam q. Vt iam obiecta dato claritatis gradu adpareant, quem vocauimus $= y$, ita, vt y sit mensura semidiametro pupillae minor, ostensum est, aperturam lentis obiectiuae tantam esse debere, vt eius semidiameter sit $x = my$ vnde iam intelli-

Tab. III. Tom. I. Fig. 13.

telligitur, eius distantiam focalem p vel α certe minorem statui non posse, quam $4x$. Videamus nunc etiam quomodo hoc telescopium ratione marginis colorati futurum sit comparatum. Cum is prorsus tolli non possit, quia fieri nequit, vt sit $o = \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{\pi}{m\Phi} = \frac{dn'}{n'-1} \cdot \frac{m+1}{m}$; multo minus haec confusio penitus destrui potest, cum esse deberet $o = \frac{dn}{n-1} \cdot (p+q)$, quia $p+q$ est distantia lentium. Eo magis autem in id est incumbendum, vt confusio primae speciei ab apertura pendens insensibilis reddatur, seu vt semidiameter huius confusionis certum quendam limitem, quem littera k indicauimus, non superet. Quare ex superioribus colligetur haec conditio:

$$+\frac{m\mu x^3}{4p^3}\left(\lambda+\frac{\lambda'}{m}\right) < \frac{1}{4k^3}$$

$$\text{seu } \frac{x^3}{p^3}(\mu\lambda m+\mu\lambda') < \frac{1}{k^3}$$

vnde pro distantia focali lentis obiectiuae $p = \alpha$ hanc obtinemus conditionem; $p > kx\sqrt[3]{(\mu\lambda m+\mu\lambda')}$ et ob $x = my$, erit $p > kmy\sqrt[3]{(\mu\lambda m+\mu\lambda')}$ seu ad minimum p huic formulae aequalis capi poterit.

Coroll. I.

194. Hinc ergo statim apparet, quo maior requiratur multiplicatio, eo maiorem esse debere lentis obiectiuae distantiam focalem ideoque etiam longitudinem telescopii neque id in ratione tantum simplici,

ſed fere in ratione ſesquitriplicata multiplicationis, ſcilicet vt $m^{\frac{4}{3}}$, hincque iſta longitudo mox tanta euadit, vt neutiquam ſit verendum, ne quantitas p minor fiat, quam $4\,my$.

Coroll. 2.

195. Numerus μ ab indole vitri pendet, vnde ſequitur, quo minor is fuerit, eo magis longitudinem p imminui. Vidimus autem ſupra creſcente ratione refractionis n iſtum numerum μ diminui; ſed quia tum formula $\frac{dn}{n-1}$ creſcit, ideoque margo coloratus augetur, praeſtabit vitro vti communi.

Coroll. 3.

196. Hinc etiam intelligimus, quo maior gradus claritatis y deſideretur, eo magis quantitatem p augeri debere quod etiam vſu venit, ſi maior diſtinctio requiratur, quia tum litterae k maior valor tribui deberet.

Coroll. 4.

197. Ad longitudinem autem horum inſtrumentorum contrahendam plurimum intereſt, lentem obiectiuam ita conficere, vt fiat $\lambda = 1$. quippe qui huius litterae minimus eſt valor. Quare huic lenti eam formam tribui conueniet, quam ſupra in capite de lentibus obiectiuis deſcripſimus.

Co-

Coroll. 5.

198. Circa lentem autem ocularem parum lucraremur si et $\lambda' = 1$ capere vellemus, quoniam in maioribus multiplicationibus hic terminus prae primo euanescit; quin potius huic lenti eiusmodi figuram tribui necesse est, quae maximae aperturae sit capax; quoniam ab ea campus apparens potissimum pendet; quare haec sanciatur regula, vt lens ocularis vtrinque aequaliter conuexa conficiatur, quoniam tum demum littera π valorem $\frac{1}{2}$ vel etiam maiorem accipere potest. Tum vero erit

I. Pro vitro coronario seu $n = 1.53$

$\lambda' = 1.60006$.

II. Pro vitro communi seu $n = 1.55$

$\lambda' = 1.62991$.

III. Pro vitro denique chrystallino $n = 1.58$

$\lambda' = 1.67445$.

Scholion. 1.

199. Hugenius partim theoriae satis incompletae partim experimentis innixus distantiam focalem lentis obiectiuae quadrato multiplicationis proportionalem statuit, cui tantum abest, vt aduersari velim, vt potius in praxi eius praesertim temporis assentiar, nostra enim determinatio innititur huic rationi quod

facies lentium ad figuram sphaericam perfecte sint formatae, quam si artifex exacte efficere posset, nullum est dubium, quin nostra formula veritati sit consentanea, quod quidem nunc summorum artificum industriae concedendum videtur; sed quando figura lentium a sphaerica figura tantillum aberrat, notum est, vitium eo magis esse sensibile, quo maior fuerit distantia focalis lentis, cui propterea aliter occurri nequit, nisi distantiam focalem maiorem reddendo, quam secundum nostram regulam. Num autem praecise ratio duplicata inde exsurgat, neutiquam affirmare licet, sed prout quaeque lens feliciori successu fuerit elaborata eo minor distantia focalis sufficit eidem multiplicationi producendae, seu potius eadem lens maiori multiplicationi producendae erit apta, quod etsi perpetuo est obseruandum, tamen hic assumo, lentibus non solum sphaericas figuras, sed etiam secundum datos radios tribui posse.

Scholion 2.

200. His autem Hugenii obseruationibus praecipue vtemur, ad gradus tam claritatis, quam distinctionis definiendos, quibus astronomi contenti esse solent; etiamsi cuique liberum relinquatur, siue maiorem siue minorem gradum eligere. Quod igitur primo ad gradum claritatis attinet, Hugenius lenti obiectiuae, cuius distantia focalis $=$ 20 ped. siue 240 digit. assignat aperturam, cuius semidiameter $= 1.225$ digit.

digit. eamque ad multiplicationem $m = 89$ aptam iudicat; quam rationem etiam in reliquis lentibus obiectiuis obseruat; quare cum hic sit $x = 1.225$ dig. et $m = 89$ ob $x = my$, hinc colligimus $y = \frac{x}{m} = \frac{1,225}{89} = \frac{1}{73}$, quare cum supra passim assumserimus $y = \frac{1}{30}$, multo maiorem claritatis gradum illis instrumentis conciliauimus eumque adeo duplo maiorem.

Quod dein ad gradum distinctionis attinet littera k contentum, in allegato Hugenii exemplo perpendamus esse $p = 240$ dig. $m = 89$ et $y = \frac{1}{73}$ sumtoque $\mu = \frac{9}{10}$ et $\lambda = 1$. reiectoque altero termino in formula radicali hi valores in nostra formula substituti dabunt

$$240 = 89 \cdot \tfrac{1}{73} \cdot k \sqrt[3]{\tfrac{9}{10} \cdot 89}$$

$$\text{ergo } k = \frac{73 \cdot 240}{89 \cdot \sqrt[3]{80}}$$

quae fractio euoluta dat $k = 45$. Quare cum supra passim sumserimus $k = \frac{1}{30}$, maiorem distinctionis gradum, quam hinc oritur, sumus complexi. Cum igitur in nostra formula ky occurrat, secundum Hugenium sufficeret, statuere $ky = \frac{45}{73} = \frac{5}{8}$ circiter ex quo patet, si statuamus $ky = 1$ non solum claritatis, sed et distinctionis maiorem gradum obtineri, simul vero longitudinem telescopii multo maiorem esse proditurum, quam si poneremus $ky = \frac{5}{8}$.

 Scho-

Scholion 3.

201. Quoniam vitrum chryſtallinum ad huiusmodi teleſcopia ineptum eſt indicandum, ſiquidem margo coloratus augeretur, pro duabus vitri ſpeciebus, altera qua $n = 1.53$, altera qua $n = 1.55$ conſtructiones hic apponamus.

Conſtructio huiusmodi teleſcopii vtraque lente ex vitro coronario $n = 1,53.$ parata

I. Pro lente obiectiua

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0.6023.\,\alpha \\ \text{poſter.} = 4.4131.\,\alpha \end{cases}$

Interuallum $= \frac{m+1}{m}.\,\alpha.$

II. Pro lente oculari

radius vtriusque faciei $1,06.\,\frac{\alpha}{m}.$

Diſtantia oculi ab hac lente

$= \frac{m+1}{m}.\,\frac{\alpha}{m}.$

Semidiameter aperturae lentis obiectiuae $= m.y$;

lentis ocularis $= \frac{1}{4}\,\frac{\alpha}{m}$

Semidiameter campi $\Phi = \frac{850}{m+1}$ minut.

ſumendo $\alpha = k\,m\,y\,\sqrt[3]{(0.9875\,(m + 1,60006))}$

Con-

Constructio huiusmodi telescopii vtraque lente ex vitro communi $n = 1.55$ parata.

I. Pro lente obiectiua

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0.6145.\alpha \\ \text{poster.} = 5.2438.\alpha \end{cases}$

Semidiameter aperturae $= my$

Interuallum $= \frac{m+1}{m}.\alpha.$

II. Pro lente oculari

Radius vtriusque faciei $= 1,10.\frac{\alpha}{m}.$

Semidiameter aperturae $= \frac{1}{4}\frac{\alpha}{m}.$

Distantia oculi $= \frac{m+1}{m}.\frac{\alpha}{m}.$

Semidiam. campi appar. $\Phi = \frac{850}{m+1}.$ min.

sumendo $\alpha = kmy\sqrt[3]{0,9381\,(m+1,62991)}$

vbi quilibet gradum claritatis et distinctionis pro lubitu assumere potest.

Problema 2.

202. Si lens obiectiua fuerit duplicata eius generis, quod descripsimus, §. 65. constructionem telescopii describere.

Solutio.

Hic omnia, quae in praecedente problemate de multiplicatione, campo apparente et loco oculi definiuimus, vimus, manent eadem; tantum in expressione pro semidiametro confusionis inuenta numerus λ minorem adipiscitur valorem, vltra partem quintam vnitatis imminutum; vnde distantia focalis lentis obiectiuae etiam minorem valorem habere poterit; id quod sine dubio tanquam insigne lucrum est spectandum, cum hoc modo longitudo instrumenti haud mediocriter contrahatur. Hic autem ad vitri speciem, ex quo lentes parantur, inprimis est attendendum, quandoquidem numerus λ per eam definitur, vnde excluso vitro chrystallino ob rationes ante allegatas constructiones huiusmodi telescopiorum pro binis reliquis speciebus hic exhibeamus:

Constructio huiusmodi telescopii, vtraque lente ex vitro coronario, pro quo $n = 1,53$ parata.

I. Pro lente obiectiua duplicata.

Lentis prioris radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = +\,1.2047.\,\alpha \\ \text{poster.} = +\,8.8262.\,\alpha \end{cases}$

Lent. posterioris radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = +\,0,6464.\,\alpha \\ \text{poster.} = -\,1,6570.\,\alpha \end{cases}$

Semidiameter aperturae $x = my$

Interuallum vsque ad lentem ocularem $= \frac{m+1}{m}.\alpha.$

II. Pro lente oculari.

radius faciei vtriusque $= 1,06.\frac{\alpha}{m}$

Semidiameter aperturae $= \frac{1}{4}.\frac{\alpha}{m}.$

Distantia oculi post hanc lentem $O = \frac{m+1}{m}.\frac{k}{m}.$

Hic

Hic scilicet ipsa lens obiectiua duplicata vt simplex spectatur, cuius distantia focalis sit $=\alpha$, quae iam ita capi debet, vt fiat

$$\alpha \overset{>}{=} kmy\sqrt[3]{0,9875\,(0,1951.\,m+1,60006)}$$

Semidiameter vero campi apparentis est, vt ante, $\Phi=\frac{859}{m+1}$.

Constructio huiusmodi telescopii, vtraque lente ex vitro communi, $n=1,55$, parata.

I. Pro lente obiectiua duplicata.

Lentis prioris radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 1,2289.\,\alpha \\ \text{poster.} = 10,4876.\,\alpha \end{cases}$

Lentis poster. radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,6527.\,\alpha \\ \text{poster.} = -1,6053.\,\alpha \end{cases}$

Semidiameter aperturae $x=my$

Interuallum vsque ad lentem ocularem $=\frac{m+1}{m}.\alpha$.

II. Pro lente oculari

radius faciei vtriusque $=1,10.\frac{\alpha}{m}$

Semidiameter aperturae $=\frac{1}{4}.\frac{\alpha}{m}$

Distantia oculi post hanc lentem $O=\frac{m+1}{m}.\frac{\alpha}{m}$.

vbi cernetur campus, cuius semidiameter $=\frac{85}{m+1}$ minut.

At distantia focalis ipsius lentis obiectiuae duplicatae ita capi debet, vt sit

$$\alpha \overset{>}{=} kmy\sqrt[3]{0.9381\,(0,1918.\,m+1,6299)}.$$

Corollarium 1.

203. Si ergo multiplicatio tanta ſit, vt in valore ipſius α poſtremus terminus prae altero euaneſcat, hoc caſu diſtantia α minor erit, quam praecedente, in ratione circiter $\sqrt[3]{\frac{1}{5}} : 1$. vel $1 : \sqrt[3]{5}$ hoc eſt fere vt $10 : 17$.

Coroll. 2.

204. Cum iſtae lentes duplicatae ex principio minimi ſint deductae, eo magis ſunt ad praxin accommodatae, cum metuendum non ſit, vt exigui errores ab artifice commiſſi effectum perturbent, quod maxime eſſet metuendum, ſi reliquas lentes compoſitas, quae quidem perfectae ſunt vocatae, loco obiectiuae ſubſtituere vellemus.

Scholion.

205. Quo clarius appareat, quantum lucrum hinc ſit exſpectandum, accommodemus ambos caſus ad datam multiplicationem, puta, $m = 100$, vbi quidem ſolum vitrum commune conſideremus. Si igitur I.) lente obiectiua ſimplici vtamur, diſtantia focalis α ita accipi debet, vt ſit

$$\alpha = 100. ky \sqrt[3]{(0,9381. 101,6299.)}$$

$$\alpha = 100\, ky. 4,5684$$

vnde:

vnde si cum Hugenio capiatur

$ky = \frac{5}{8}$ dig. prodit

$\alpha = 285\frac{1}{8}$ dig. $=$ 23 ped. $9\frac{1}{8}$ dig.

si autem II) vtamur lente obiectiua duplicata, habebimus

$$\alpha = 100\,ky\sqrt[3]{0.9381\,(20,8099)}$$

$$\alpha = 100.\,ky.\,2,6926;$$

sumtoque iterum $ky = \frac{5}{8}$ dig. erit

$\alpha = 168\frac{1}{3}$ dig. $=$ 14 ped. $\frac{1}{3}$ dig.

haec certe contractio ante hac maximi momenti foret visa; nunc autem cum multo adhuc breuiora telescopia desideremus, non admodum notatu digna videbitur, quod etiam eueniet in casu sequentis problematis, vbi lentem obiectiuam triplicatam faciemus.

Problema 3.

206. Si lens obiectiua fuerit triplicata, quam §. 66. descripsimus, telescopii constructionem describere.

Solutio.

Omnia manent, vt ante, nisi quod pro hac lente triplicata futurum sit $\lambda = \frac{3-8v}{27}$; vnde considerando tantum vitrum commune, pro quo $n = 1.55$ lentis huius obiectiuae distantia focalis α ita definiri debet, vt fit $\alpha = k\,m\,y\,\sqrt[3]{0,9381\,(0,0422.\,m + 1.\,6299)}$ hinc igitur sequenti modo talia telescopia erunt construenda:

Constructio huiusmodi telescopii, vtraque lente ex vitro communi, pro quo $n = 1,55$ parata.

I. Pro lente obiectiua triplicata.

Lentis primae radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 1.\,8433.\,\alpha \\ \text{poster.} = 15.\,7315.\,\alpha \end{cases}$

Lentis secundae radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0.\,9790.\,\alpha \\ \text{poster.} = -2.\,4079.\,\alpha \end{cases}$

Lentis tertiae radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = +13.\,5024.\,\alpha \\ \text{poster.} = -8.\,0481.\,\alpha \end{cases}$

Eius aperturae semidiameter $x = my$. Interuallum usque ad lentem ocularem $= \frac{m+1}{m}.\,\alpha$.

II. Pro lente oculari

radius faciei vtriusque $= 1,10.\,\frac{\alpha}{m}$

eius aperturae semidiameter $= \frac{1}{4}.\,\frac{\alpha}{m}$

Distantia oculi $= \frac{m+1}{m}.\,\frac{\alpha}{m}$

campique apparentis semidiameter $\Phi = \frac{850}{m+1}$ minut.

Ipsa autem lentis obiectiuae distantia focalis tanta accipi debet, vt sit

$$\alpha = k\,m\,y\,\sqrt[3]{0,9381\,(0,0422\,m + 1.\,6299)}$$

Co-

Coroll. 1.

207. Si ergo multiplicatio statuatur $m = 100$, capi poterit

$$\alpha = 100\,ky\sqrt{0,9381}\,(5,8499)$$

siue $\alpha = 100.\,ky.\,1,7639$

sumtoque $ky = \frac{5}{8}$ dig.

$$\alpha = 110\tfrac{1}{4}\text{ dig.} = 9\text{ ped. }2\tfrac{1}{4}\text{ dig.}$$

sicque longitudo totius telescopii usque ad oculum prodibit

$$\left(\frac{m+1}{m}\right)^2.\,\alpha = 117,\tfrac{1}{2}\text{ dig.} = 9.\text{ ped. }4\tfrac{1}{2}\text{ dig.}$$

Coroll. 2.

208. Quod ad gradum claritatis y attinet, quoniam hic plures sunt lentes per quas radiis est transeundum, eorumque ideo maior iactura metuenda etiamsi maiorem claritatem non requiramus, quam Hugenius; tamen ipsi y maior valor tribui debet, quam $\frac{1}{75}$; quare retento valore k longitudo telescopii maior prodibit.

Scholion.

209. Haec vltima cautela maximi est momenti et semper probe obseruanda quoties maiore lentium numero vtemur, atque hac occasione haud abs re erit eorum telescopiorum ex Anglia allatorum, quae

quae nocturna ſunt appellata, mentionem facere; circa quae primum obſeruo, eorum vſum in ſummis tenebris plane fore nullum ſed tantum tempore crepuſculi vel lucente Luna ea adhiberi ſolere ad obiecta non nimis longinqua ſpectanda. Totum autem myſterium quod in his teleſcopiis plerique quaeſiuerunt, huc redit, vt iis ſummus claritatis gradus concilietur, ſeu vt litterae y ſemidiameter ipſius pupillae tribuatur, ſiue circiter ſtatuatur $y = \frac{1}{12}$ dig. ſiquidem tum claritas viſa tricies ſexies maior ſentietur, quam ſi ſumeretur $y = \frac{1}{73}$. Quare ne haec teleſcopia nimis fiant longa multo minori multiplicatione nos contentos eſſe oportet. Ad hunc autem ſcopum multiplicatio $m = 10$ plus quam ſufficiens eſſe ſolet. Si enim noctu obiecta longinqua quaſi nobis decuplo eſſent propiora eaque eodem claritatis gradu aſpicere licebit atque nudis oculis, plus certe deſiderari non poterit.

Problema 4.

210. Si denique lens obiectiua fuerit quadruplicata, ſecundum principia §. 154. libro ſuperiore tradita conſtructa, teleſcopii conſtructionem deſcribere.

Solutio.

Hic denuo omnia manent, vt ante, ſed quod hic inprimis notatu dignum occurrit, eſt quod in formula pro diſtantia focali α reſultante ſcilicet

$\alpha =$

$$\alpha = k\, m y \sqrt[3]{\mu \left(\tfrac{1-5\nu}{16} . m + \lambda''\right)}$$

valor numeri λ prodeat negatiuus ideoque certo casu tota confusio euanescere queat; qui casus maxime meretur, vt omni diligentia euoluatur. Sumamus igitur omnes istas lentes ex vitro communi pro quo $n = 1, 55$ esse confectas lentemque ocularem vtrinque vt hactenus, aeque conuexam formari atque habebimus $\lambda = \frac{1-5\nu}{16} = -0, 010216$ et $\lambda'' = 1, 6299$ vnde intelligitur semidiametrum confusionis prorsus in nihilum abire, si capiatur

$$m = \tfrac{1{,}6299}{0{,}010216} = 159 \tfrac{1}{2}.$$

Pro hoc ergo casu quantitas α non amplius ex hac formula sed vnice ex apertura, quam gradus claritatis postulat, determinabitur; si enim pro gradu claritatis in genere sumamus y, semidiameter aperturae debet esse $= my$, vnde distantia α tanta accipi debet, vt pro radiis singularum facierum tantam aperturam recipere possit. Quare si α etiam nunc vt quantitatem indefinitam spectemus, constructio Telescopii ita se habebit.

Constructio huiusmodi Telescopii lentibus ex vitro communi paratis.

I. Pro lente obiectiua quadruplicata.

Lentis Primae rad. fac. $\begin{cases} \text{anter.} = 2.4980.\ \alpha \\ \text{poster.} = 20.975.\ \alpha \end{cases}$

Secun-

Secundae rad. fac. $\begin{cases} \text{anter.} = 1.305.\alpha \\ \text{poster.} = -3.2108.\alpha \end{cases}$

Tertiae rad. fac. $\begin{cases} \text{anter.} = 0.8887.\alpha \\ \text{poster.} = -1.4917.\alpha \end{cases}$

Quartae rad. fac. $\begin{cases} \text{anter.} = 0.6733.\alpha \\ \text{poster.} = -0.9708.\alpha \end{cases}$

Semidiameter aperturae $x = my$.

Interuallum vsque ad lentem ocularem $= \frac{m+1}{m}.\alpha$.

II. Pro lente oculari.

Radius vtriusque faciei $= 1,10.\frac{\alpha}{m}$.

Semidiameter aperturae $= \frac{1}{4}.\frac{\alpha}{m}$.

Diſtantia oculi $= \frac{m+1}{m}.\frac{\alpha}{m}$.

Campique viſi Semidiam. $= \frac{150}{m+1}$ min.

Hic autem in genere capi deberet

$$\alpha \geq kmy\sqrt[3]{0.9381(-0.010216.m + 1.6299)}$$

niſi valor hinc prodiens minor fuerit, quam vt praeſcripta apertura $x = my$ locum habere poſſit, id quod potiſſimum pro $m = 159\frac{1}{2}$ eueniet.

Pro quo radii facierum modo exhibiti perpendi debent, inter quos minimus cum ſit $0,6733.\alpha$, huius pars quarta $0,1683.\alpha$, ſeu fere $\frac{1}{6}\alpha$ determinabit ſemidiametrum aperturae, qui cum ob $m = 159\frac{1}{2}$ ſit

159

$159\frac{1}{3}y$ capi debebit $\alpha > 6.\ 159\frac{1}{3}y$ seu $\alpha > 957.y$ si igitur sumamus $y = \frac{1}{50}$ dig. capi debebit $\alpha > 19\frac{7}{55}$ dig. quocirca statuamus $\alpha = 20.$ dig. Sumtaque multiplicatione $m = 160$ habebimus hanc specialissimam constructionem.

Constructio Telescopii pro multiplicatione $m = 160$, lentibus e vitro communi $n = 1,55$ confectis.

I. Pro lente obiectiua quadruplicata.

Lentis

Primae rad. fac. $\begin{cases} \text{anter.} = +\,49,16 \text{ dig.} \\ \text{poster.} = +\,419,50 \text{ dig.} \end{cases}$

Secundae rad. fac. $\begin{cases} \text{anter.} = 26,10. \text{ dig.} \\ \text{poster.} = -\,64,21 \text{ dig.} \end{cases}$

Tertiae rad. fac. $\begin{cases} \text{anter.} = 17,77. \text{ dig.} \\ \text{poster.} = -\,29,83. \text{ dig.} \end{cases}$

Quartae rad. fac. $\begin{cases} \text{anter.} = 13,47 \text{ dig.} \\ \text{poster.} = -\,19,42 \text{ dig.} \end{cases}$

Eius aperturae semidiameter $x = my = 3,2$ dig.
Interuallum vsque ad lentem ocularem $= 20\frac{1}{8}$ dig.

II. Pro lente oculari.

Radius vtriusque faciei $= 0,1375.$ dig.
eiusque semidiameter aperturae $= \frac{1}{32}$ dig.
distantia oculi $= 0,1258$ dig.
ita vt sit tota telescopii longitudo $= 20\frac{1}{4}$ dig.
campique visi semidiameter $= 5'\,21''$.

Coroll. 1.

211. Si multiplicationem minorem ſtatuiſſemus, longitudo teleſcopii maior prodiiſſet. Si enim ſtatuamus $m = 50$ litteraeque k etiam valorem 50 tribuamus, prodiret $\alpha = 50 \sqrt[3]{0,9381 . 1,1189}$. ſeu $\alpha > 50,81$ ideoque plusquam duplo maior, quam caſu $m = 160$ quod certe ingens eſt paradoxon.

Coroll. 2.

212. Si artifex in conſtructione lentis obiectiuae tantillum aberret, eius error valorem numeri λ tantum pauliſper augebit, quia ille valor $\lambda = -0,010216$ omnium eſt minimus, ſi enim ob hos errores λ particula $\frac{1}{1000}$ augeatur, prodit $\lambda = -0.000784$ ita, vt tum iſta lens quadruplicata ad maiorem multiplicationem producendam ſit apta; quod paradoxon priori non cedit.

Scholion 1.

213. Neque hic neque in praecedentibus definiuimus cuiusmodi menſuram digitorum intelligamus. An ſint Pariſini an Londinenſes, an Rhenani etc. Verum conſultum potius eſt, hanc menſuram prorſus indeterminatam relinquere. Quodſi enim cauſſam dubitandi habeamus, lentes ſecundum regulas praeſcriptas accurate eſſe elaboratas, maxime e re erit, maiorem menſuram pro digitis adhibere. Sin autem de exſecutione plane ſimus certi, menſura digitorum minore tuto

tuto vti poterimus. Semper autem praxi consulendo vtile erit, maiorem digitorum mensuram adhibere; atque adeo ipsa ratio, quae nos ad digitorum mensuram perduxit, hoc suadet; haec enim ratio ex apertura pupillae nobis est nata, quam in partibus digiti expressimus. Cum igitur ipsa pupilla tantopere sit mutabilis, vt nihil plane certi de ea statui possit, manifestum est, tantum abesse, vt nobis certa quaedam mensura sit praescripta, vt nobis potius liberum sit, eam siue augendo siue minuendo notabiliter immutare.

Scholion 2.

214. Hactenus ostendimus, quemadmodum lentibus compositis loco obiectiuae adhibendis haec telescopia non mediocriter contrahi queant. Verum hoc modo nullum plane augmentum campo apparenti inducitur. Iam dudum autem est obseruatum, campum quoque apparentem non mediocriter augeri posse, si etiam lens ocularis siue duplicetur, siue adeo triplicetur. Cum enim campus apparens inprimis ab apertura lentis ocularis pendeat, quam ob caussam etiam huic lenti figuram vtrinque aequalem tribuimus, vt maioris aperturae capax redderetur: euidens est, si hanc lentem ita instruere liceret, vt adhuc maiorem aperturam recipere posset, campum apparentem in eadem ratione auctum iri. Quo hoc clarius perspiciatur, ponamus lentis ocularis distantiam focalem esse vnius digiti, ita, vt aperturam admittat, cuius semi-

diameter $= \frac{1}{4}$ dig. Iam ſatis manifeſtum eſt, ſi eius loco binae lentes inter ſe iunctae quarum vtriusque diſtantia focalis $= 2$ dig. ſubſtituantur; tum iſtius lentis compoſitae diſtantiam focalem quoque fore vnius digiti, ſed hanc lentem compoſitam duplo maiorem aperturam eſſe admiſſuram, ſiquidem vtraque faciebus inter ſe aequalibus conſtet, ideoque aperturam admittat cuius ſemidiameter dimidii digiti atque hoc modo campus apparens duplicabitur. Simili modo ſi loco eius lentis ocularis ſimplicis ſubſtituantur ternae lentes, quarum ſingularum diſtantia focalis ſit trium digitorum, idem effectus ratione multiplicationis obtinebitur, ſed quia aperturam triplo maiorem admittunt, campus triplicabitur. Haec autem omnino digna ſunt, vt adcuratius ex noſtris principiis explicentur atque inprimis influxum huiusmodi lentium compoſitarum, quo confuſionem afficiunt, determinemus.

Problema 5.

215. Si lens ocularis duplicetur, vt ſemidiameter campi apparentis duplo maiorem valorem nanciſcatur, conſtructionem huiusmodi teleſcopii deſcribere.

Solutio.

Cum hic teleſcopium reuera tribus conſtet lentibus, quarum binae poſteriores ſibi immediate ſunt iunctae; haec inueſtigatio ex caſu trium lentium eſt

repe-

repetenda. Primo igitur pro multiplicatione habebimus $m = -\frac{\alpha}{b} \cdot \frac{\beta}{c}$ vbi cum esse debeat interuallum $\beta + c = 0$, erit $c = -\beta$ ideoque $\frac{\beta}{c} = -1$ vnde fit, vt hactenus, $m = \frac{\alpha}{b}$ seu $b = \frac{\alpha}{m}$; tum vero posuimus $\beta = \mathrm{B}\, b = \frac{\mathrm{B}\alpha}{m}$ ideoque etiam $c = -\frac{\mathrm{B}\alpha}{m}$, quae cum sit distantia focalis postremae lentis ob $\gamma = \infty$ si secunda lens ipsi iuncta parem haberet distantiam focalem foret $\frac{b\beta}{b+\beta} = c$, siue $\frac{\mathrm{B}\alpha}{m(1+\mathrm{B})} = \frac{-\mathrm{B}\alpha}{m}$, hincque $\mathrm{B} = -2$ sed praestat haec ex nostris principiis deducere; quia enim campi apparentis semidiameter nunc est $\Phi = \frac{\pi - \pi'}{m+1}$ vt hic duplo maior fiat, quam casu praecedente debet esse $-\pi = \pi'$, vt fiat $\Phi = \frac{2\pi}{m+1}$. Ex principiis autem superioribus colligimus $\frac{\mathfrak{B}\pi - \Phi}{\Phi} = \frac{\alpha}{b} = m$ vnde fit $\mathfrak{B}\pi = (m+1)\Phi$, ideoque $\mathfrak{B} = 2$ hincque $\mathrm{B} = -2$ ita, vt postremae lentes fiant inter se aequales. Hoc autem valore inuento pro semidiametro confusionis habebimus

$$\frac{m x^3}{4 p^3} \cdot \mu \left(\lambda + \frac{q}{\mathfrak{B} \cdot p}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu'}{\mathrm{B}}\right) - \frac{\lambda''}{\mathrm{B}^3 \cdot m}\right)$$

vbi est $p = \alpha$, $q = \mathfrak{B} b = \frac{2\alpha}{m}$ ita, vt haec expressio abeat in istam

$$\frac{\mu m x^3}{4 \alpha^3}\left(\lambda + \frac{1}{2m}\left(\frac{\lambda'}{4} - \frac{\nu'}{2}\right) + \frac{\lambda''}{8m}\right).$$

Nunc autem probe notandum est, has duas lentes posteriores assumtam aperturam vt fiat $\pi = \frac{1}{4}$ admittere non posse nisi vtraque sibi vtrinque reddatur aequalis. Ex qua conditione si quidem vitro communi vtamur, pro quo $n = 1,55$, pro lente tertia erit, vti vidimus, $\lambda'' = 1.6299$. Quemnam autem valorem numerus λ' sit habiturus, ex supra allatis definire poterimus, cum sit $\sqrt{\lambda' - 1} = \frac{\sigma - \rho}{2\tau} \cdot \frac{b - \beta}{b + \beta} = \frac{3(\sigma - \rho)}{2\tau}$ vnde fit $\lambda' = 1 + \frac{(\sigma - \rho)^2 \cdot 9}{4 \cdot \tau^2}$ quare cum fuerit $\lambda'' = 1 + \frac{(\sigma - \rho)^2}{4\tau^2} = 1.6299$ erit $\frac{(\sigma - \rho)^2}{4\tau^2} = 0.6299$ ideoque $\lambda' = 6,6691$. ex quo obtinemus $\frac{\lambda'}{4} - \frac{\nu}{2} = 1,5509$ hincque confusionis pars ex secunda lente orta fit $\frac{0.7754}{m}$ dum pars ex tertia lente orta est $\frac{0.2037}{m}$ sicque tota nostra lens ocularis duplicata producet in expressione confusionis partem $= \frac{0.9791}{m}$. Posito igitur illo semidiametro $= \frac{1}{4k^3}$ colligemus distantiam focalem lentis obiectiuae

$$a = kmy \sqrt[3]{0,9381 (\lambda m + 0,9791)}$$

ob $x = my$, vbi λ indefinitum relinquo, vt etiam lens obiectiua pro lubitu siue simplex siue duplicata siue triplicata siue etiam quadruplicata assumi queat. Binae autem lentes posteriores inter se aequales fient et vtrinque aeque conuexae, radio conuexitatis existente $= \frac{2 \cdot 20 \cdot \alpha}{m}$. Oculi vero distantia post hanc lentem reperitur $O = \frac{-\pi' r}{m \Phi} = \frac{\pi r}{m \Phi}$; quia nunc est $r = \frac{2\alpha}{m}$ et $\frac{\pi}{\Phi} = \frac{m+1}{2}$ erit $O = \frac{m+1}{m} \cdot \frac{\alpha}{m}$ prorsus vt ante; tum autem campi apparentis semidiameter erit $= \frac{1718}{m+1}$ minut.

Co-

Coroll. 1.

216. Hinc ergo patet, ſi lens ocularis hac ratione duplicetur, eius effectum in confuſione augenda minorem eſſe futurum, quam ſi haec lens eſſet ſimplex.

Coroll. 2.

217. Operae pretium erit pro hoc caſu in marginem coloratum inquirere pro quo diuiſione per $\frac{dn}{n-1}$ facta haec in ſuperioribus occurrit aequatio

$$0 = \frac{\pi b}{\Phi p} - \frac{\pi'}{m\Phi} = \frac{\pi}{\Phi} \cdot \frac{2}{m}$$

cum nunc ſit $\frac{\pi}{\Phi} = \frac{m \pm 1}{2}$ haec quantitas, quae euaneſcere deberet, fit $\frac{m \pm 1}{m}$ prorſus vt ante inuenimus pro lente oculari ſimplici, ita, vt hinc pro margine colorato nihil amplius ſit metuendum.

Coroll. 3.

218. Omnes igitur formulae ſupra allatae pro conſtructione teleſcopiorum ſiue lens obiectiua fuerit ſimplex ſiue multiplicata, etiam hic locum obtinere poſſunt, ſi modo loco lentis ocularis ſimplicis huiusmodi lens duplicata ſubſtituatur, cuius ſingulae facies ſecundum radium duplo maiorem ſunt elaborandae; tum vero etiam in valore diſtantiae α poſt ſignum radicale loco numeri 1,6299 ſcribatur hic numerus 0.9791 atque tum campi apparentis ſemidiameter duplo euadet maior. Vix autem opus eſt, in formula

la pro α iſtam correctionem facere, quia tantum de limite ſermo eſt, infra quem α accipi non oportet.

Scholion.

219. Hic autem inprimis conſiderari meretur caſus, quo lens obiectiua eſt quadruplicata ſiue $\lambda = -0{,}010216$ et multiplicatio tanta accipitur, vt confuſio penitus euaneſcat, quod fit ſi fuerit $m = \frac{0{,}791}{0{,}010216} = 95 +$, quare capi poteſt $m = 96$ et ſi pro gradu claritatis capiatur $y = \frac{1}{48}$ dig. ſemidiameter aperturae lentis obiectiuae debebit eſſe $= my = 2$ vnde α facile definitur; ſupra enim vidimus, hanc lentem quadruplicatam maiorem aperturam non admittere, quam cuius ſemidiameter ſit $\frac{1}{6}\alpha$, vnde poſito $\frac{1}{6}\alpha = 2$ dig. fiet $\alpha = 12$ dig. ex quo ſequens habebitur conſtructio.

Conſtructio Teleſcopii pro multiplicatione $m = 96$, lentibus ex vitro communi, pro quo $n = 1{,}55$ confectis.

I. Pro lente obiectiua quadruplicata.

Lentis

Primae rad. fac. $\begin{cases} \text{anter.} = 29{,}50 \text{ dig.} \\ \text{poſter.} = 251{,}70 \text{ dig.} \end{cases}$

Secundae rad. fac. $\begin{cases} \text{anter.} = 15{,}66 \text{ dig.} \\ \text{poſter.} = -38{,}53 \text{ dig.} \end{cases}$

Ter-

Tertiae rad. fac. $\begin{cases} \text{anter.} = 10,66. \text{ dig.} \\ \text{poster.} = -17,90. \text{ dig.} \end{cases}$

Quartae rad. fac. $\begin{cases} \text{anter.} = 8,08. \text{ dig.} \\ \text{poster.} = -11,65. \text{ dig.} \end{cases}$

Eius aperturae femidiameter $= 2$ dig.

Interuallum vsque ad lentem ocularem $= 12\frac{1}{10}$ dig.

II. Pro oculari duplicata

lentis vtriusque radius faciei vtriusque $= 0,275$ dig.

Eius aperturae femidiameter $= \frac{1}{12}$ dig.

Diftantia oculi $= 0,126$ dig.

ita, vt fiat longitudo tota $= 12,251$ dig.

campi autem apparentis femidiameter $= \frac{1710}{96}$ minut. $= 17$ min. 42 fec.

Problema 6.

220. Si lens ocularis fuerit triplicata, vt femidiameter campi reddatur triplo maior, telefcopii conftructionem defcribere.

Solutio.

Quia hic quatuor lentes funt confiderandae formula pro multiplicatione erit $m = \frac{\alpha}{b} \cdot \frac{\beta}{c} \cdot \frac{\gamma}{d}$ et quia ternae pofteriores fibi immediate iunguntur, fiet $\beta + c = 0$; et $\gamma + d = 0$, vnde fequentes prodeunt

 deter-

determinationes $b = \frac{\alpha}{m}$; $\beta = B\,b = \frac{B\alpha}{m}$, $c = -\frac{B\alpha}{m}$; $\gamma = C\,c = -\frac{BC\alpha}{m}$ et $d = \frac{BC\alpha}{m}$; formula autem pro campo apparente est $\Phi = \frac{\pi - \pi' + \pi''}{m+1}$, qui vt triplo fiat maior, quam fupra, ftatui debet $\pi' = -\pi$, et $\pi'' = \pi$; tum enim erit $\Phi = \frac{3\pi}{m+1}$, ita, vt fit

$$\pi = -\pi' = \pi'' = \frac{m+1}{3}\,\Phi$$

Pro his autem litteris formulae noftrae funt

$$\frac{\mathfrak{B}\pi - \Phi}{\Phi} = \frac{\alpha}{b} = m$$

$$\frac{\mathfrak{C}\pi' - \pi + \Phi}{\Phi} = \frac{B\beta}{c} = -m$$

vbi fubftitutis valoribus ipfius π et π' habebitur

$$\frac{\mathfrak{B}(m+1)}{3} - 1 = m \text{ et } \mathfrak{B} = 3 \text{ hincque } B = -\tfrac{3}{2}$$

Deinde $\frac{1}{3}\mathfrak{C} + \frac{1}{3} = 1$, et $\mathfrak{C} = 2$ hincque $C = -2$; ficque trium lentium poftremarum diftantiae focales erunt

IIdae. $\mathfrak{B}\,b = \frac{3\alpha}{m}$;

IIItiae. $\mathfrak{C}\,c = \frac{3\alpha}{m}$;

IVtae. $d = \frac{3\alpha}{m}$;

ita, vt hae tres lentes fiant inter fe aequales; diftantiae vero determinatrices erunt

$$b = \frac{\alpha}{m};\quad \beta = -\tfrac{3}{2}\,b = -\frac{3\alpha}{2m}$$

$$c = \frac{3\alpha}{2m}; \; \gamma = -2c = -\frac{3\alpha}{m}$$
$$d = \frac{3\alpha}{m}.$$

Subſtituamus hos valores in formula pro ſemidiametro confuſionis, quae fiet

$$\frac{\mu m x^3}{4p^3} \left\{ \begin{array}{l} \lambda + \frac{q}{\mathfrak{B}^3 . p}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu}{B}\right) \\ + \frac{q}{B^4 \mathfrak{C}^3 . p}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^2} + \frac{\nu}{C}\right) + \frac{\lambda'''}{B^3 C^3 . m}. \end{array} \right.$$

quae ob $p = \alpha$, $q = \frac{3\alpha}{2m} = r$ abit in hanc formam:

$$\frac{\mu m x^3}{4\alpha^3} \left\{ \begin{array}{l} \lambda + \frac{1}{2m}\left(\frac{\lambda'}{9} - \frac{2\nu}{3}\right) \\ + \frac{4}{27 m}\left(\frac{\lambda''}{4} - \frac{\nu}{2}\right) + \frac{\lambda'''}{27 m} \end{array} \right.$$

vbi pro λ', λ'', λ''' numeri idonei ſunt quaerendi. Quia autem volumus, vt quaeuis harum lentium maximam admittat aperturam, quod fit, ſi litteris π, π', π'' valor $= \frac{1}{2}$ tribui poſſit, neceſſe eſt, vt quaelibet earum ſit vtrinque aequaliter conuexa, id quod eueniet, ſi ſtatuatur

$$\surd(\lambda''' - 1) = \frac{\sigma - \rho}{2\tau}; \; \surd(\lambda'' - 1) = \frac{\sigma - \rho}{2\tau} . \frac{c - \gamma}{c + \gamma}$$

et $\surd(\lambda' - 1) = \frac{\sigma - \rho}{2\tau} . \frac{b - \beta}{b + \beta}$ ideoque

$$\surd(\lambda'' - 1) = + \frac{3}{1} . \frac{\sigma - \rho}{2\tau}$$
$$\surd(\lambda' - 1) = \frac{5}{1} . \frac{\sigma - \rho}{2\tau}$$

Cum igitur ſit, vt ſupra eſt oſtenſum,

$$\lambda''' = 1 + \left(\frac{\sigma - \rho}{2\tau}\right)^2 = 1,6299$$

erit $\left(\frac{\sigma - \rho}{2\tau}\right)^2 = 0,6299$, ex quo valore colligimus

$$\lambda'' = 1 + 9.(0,6299) = 6,6691;$$

$$\text{et } \lambda' = 1 + 25\,(0,6299)$$

$$\text{seu } \lambda' = 16,7477.$$

Cum iam pro vitri specie proposita pro qua $n = 1,55$, sit $\mu = 0.9381$ et $\nu = 0,2326$, nunc poterimus partem assignare, quam haec lens ocularis triplicata in formulam pro confusione infert, quippe in quo cardo rei versatur. Reperietur autem

$$\frac{\lambda'}{9} - \frac{2\nu}{3} = 1,7058; \text{ et}$$

$$\frac{1}{3m}\left(\frac{\lambda'}{9} - \frac{2\nu}{3}\right) = \frac{0.5686}{m}$$

$$\text{et } \frac{\lambda''}{4} - \frac{\nu}{2} = 1,5509$$

$$\text{et totus terminus} = \frac{0.2298}{m}$$

$$\text{et } \frac{\lambda'''}{27.m} = \frac{0.0602}{m}$$

vnde pars a tota lente oculari orta erit $= \frac{0.8586}{m}$

ita, vt sit tota expressio

$$\frac{\mu x^3}{4\alpha^3}\,(\lambda m + 0.8586)$$

sumto igitur $x = my$ positaque hac formula $= \frac{1}{k^3}$, determinabimus lentis obiectiuae distantiam focalem $= \alpha$, vt sit

$$\alpha = kmy\sqrt[3]{0.9381\,(\lambda m + 0,8586)}$$

siue maius.

Inter-

Interuallum porro inter lentem obiectiuam et ocularem est

$$a + b = \frac{m+1}{m} \cdot \alpha.$$

Et cum tres lentes ocularem constituentes sint inter se aequales et vtrinque aequaliter conuexae ob cuiuslibet distantiam focalem $= \frac{3\alpha}{m}$, radius singularum faciérum erit $= 3,30 \frac{\alpha}{m}$, ipsius huius lentis triplicatae distantia focali existente $= \frac{\alpha}{m}$ et semidiametro aperturae $= \frac{1}{4} \cdot \frac{\alpha}{m}$. Pro distantia oculi autem post hanc lentem reperitur $O = \frac{\pi'' s}{m \Phi}$, quae ob $\pi'' = \frac{m+1}{3} \Phi$ et $s = \frac{3\alpha}{m}$ fiet $O = \frac{m+1}{m} \cdot \frac{\alpha}{m}$ prorsus, vt ante, at campi apparentis semidiameter erit

$$\Phi = \frac{3.859}{m+1} \text{ minut} = \frac{2677}{m+1} \text{ min.}$$

Coroll. 1.

221. Circa lentem obiectiuam hic nihil definiuimus, et ea pro lubitu siue simplex, siue duplicata, siue triplicata, siue etiam quadruplicata statui potest, atque etiam regulae constructionis manent eaedem, vt ante; dummodo quantitas α ex formula hic data definiatur.

Coroll. 2.

222. Eodem etiam modo, quo ante, ostendi potest, haec telescopia non magis margini colorato esse obnoxia, quam praecedentia, neque enim duabus len-

tibus, ad quem casum omnia haec telescopia referre licet, margo coloratus tolli potest.

Scholion.

223. Simili modo etiam lens ocularis quadruplicari posset, ita, vt semidiameter campi quadruplo maior redderetur, at hanc inuestigationem non vlterius prosequor, quoniam si plures lentes adhibere velimus, iis insuper alia commoda telescopiis induci possunt, quemadmodum in sequentibus docebimus. Hic scilicet tantum simplicissimam horum telescopiorum speciem sumus contemplati, quae non nisi duabus lentibus, altera obiectiua, altera oculari, constare est censenda, etiamsi pro vtraque lentibus compositis vti liceat; quin etiam ambas has lentes ex eadem vitri specie factas assumsimus atque etiam in sequente capite vnicam vitri speciem adhibebimus vt intelligatur, ad quemnam perfectionis gradum haec telescopia euehi queant, ante quam vitri species diuersas in subsidium vocemus. Probe enim distinguendae sunt eae perfectiones, quae vnica vitri specie obtineri possunt, ab iis, quae diuersas species postulant; quo pacto ista tractatio magis perspicua reddetur. Hic autem adhuc meminisse oportet, qua ratione haec instrumenta ab alio insigni incommodo liberare conueniat, quod in eo consistit, quod saepenumero etiam radii peregrini, qui scilicet non ab obiecto spectando sunt profecti, in tubum intrent atque visionem non mediocriter perturbent.

bent. Quemadmodum igitur tales radii peregrini arceri debeant, in sequenti problemate ostendemus.

Problema 7.

224. Constructis his lentibus ac tubo insertis, radios peregrinos, qui per lentem obiectiuam in tubum ingrediuntur arcere, ne in oculum incidant et visionem turbent.

Solutio.

Hunc in finem quandoque solet tubus aliquantillum diuergens lenti obiectiuae praefigi, vt radii a lateribus aduenientes intercipiantur; simul vero haec diuergentia tanta esse debet, vt radiorum ab obiecto versus lentem obiectiuam emissorum nulli excludantur; id quod fit, si divergentia semidiametro campi fiat aequalis. Interim tamen hoc modo non omnes radii alieni ab introitu in obiectiuam arcentur; quare ne iis parietes tubi intus illuminentur, necesse est, vt tubi interna superficies vbique colore nigro obducatur, quod etiam de tubo praefixo est intelligendum. Neque tamen hoc prorsus sufficit, cum etiam color nigerrimus cuiuspiam illuminationis sit capax atque ob hanc caussam diaphragmata seu septa his tubis inseri solent, pertusa foraminibus, quae maiora esse non debent, quam transitus radiorum ad visionem necessariorum postulat, id quod commodissime fiet, in ipso loco imaginis $F\zeta$, vbi omnes isti radii in spatium arctissimum sunt redacti. In hoc ergo loco huiusmodi diaphragma seu orbis circularis pariter nigerrimus

mus constituatur, cuius foramen praecise sit aequale magnitudini imaginis, quam oculo cernere licet, hocque modo radiis peregrinis omnis accessus ad lentem ocularem praecludetur, et si qui forte eo pertingant non ita refringentur, vt in oculum ingredi possint.

Corollarium.

225. Ad quantitatem huius foraminis definiendam consideretur semidiameter campi apparentis Φ et cum semidiameter imaginis $F\zeta$ sit $= \alpha \Phi$ hic simul capiatur pro semidiametro foraminis.

Coroll. 2.

226. Quo maior ergo fuerit campus apparens, eo maiore opus erit foramine, quo diaphragma pertundatur. Ita in exemplo vltimo §. 219. allato cum sit $\alpha = 12$ dig. et $\Phi = 17$ min. 43 sec. seu in partibus radii $\Phi = \frac{1}{194}$ semidiameter istius foraminis debet esse $\frac{6}{97}$ dig. siue circiter $\frac{1}{16}$ dig. ita, vt eius diameter adaequet $\frac{1}{8}$ dig.

Scholion.

227. In tubis astronomicis ad hoc genus referendis hoc ipsum diaphragma etiam micrometro siue filis tenuissimis per hoc spatium dispositis, instrui solet, quae cum in ipso loco imaginis sint extensa, cum ea se quasi confundunt et oculo aeque distincte atque ipsa imago repraesentabuntur; vnde astronomi veram quantitatem obiecti distantiamque eius partium diiudicare solent.

SECTIO-

SECTIONIS SECVNDAE.

CAPVT II.

DE VLTERIORI HORUM TELESCOPIORUM PERFECTIONE, QUAM QUIDEM VNICAM VITRI SPECIEM ADHIBENDO ASSEQUI LICET.

Problema I.

228.

Si inter lentem obiectiuam et ocularem in ipso loco imaginis noua lens constituatur; inquirere in commoda, quae eius ope telescopio conciliare licet.

Solutio.

Quia igitur casum trium lentium habemus multiplicatio m statim praebet $m = -\frac{\alpha}{b}.\frac{\beta}{c}$ vbi cum esse debeat interuallum inter lentem primam et secundam $= \alpha$, fit $b = 0$, ideoque $\beta = \mathfrak{B}b = 0$ nisi forte $\mathfrak{B} = \infty$. Quo autem hinc valorem ipsius $\mathfrak{B}$ definire queamus, eius distantiam focalem in computum introducamus, quae ſit $= q$, ita, vt iam habeamus $q = \frac{b\beta}{b+\beta}$, ex qua aequatione colligemus $\beta = \frac{bq}{b-q} = 0$, vnde valorem litterae B conſequimur, ſcilicet $B = \frac{\beta}{b} = -1$ hincque $\mathfrak{B} = \infty$. Quoniam igitur tam b, quam $\beta = 0$, ita tamen, vt ſit $\frac{\beta}{b} = -1$ erit $m = \frac{\alpha}{c}$ ideoque $c = \frac{\alpha}{m}$, vbi c denotat diſtantiam focalem lentis ocularis. His notatis ſemidiameter confuſionis erit

$$\frac{\mu m x^3}{4 p^3} \left(\lambda + 0 + \frac{\lambda''}{m}\right)$$

ita, vt lens media nihil plane ad hanc confuſionem conferat, perindeque ſit, quaecunque figura huic lenti tribuatur. Deinde pro campo apparente habebimus eius ſemidiametrum $\Phi = \frac{\pi - \pi'}{m+1}$ vbi valor ipſius π per hanc formulam definitur $\frac{\mathfrak{B}\pi - \Phi}{\Phi} = \frac{\alpha}{b}$ ex qua vt aliquid concludi poſſit, loco b introducamus diſtantiam focalem ſecundae lentis q et cum ſit $q = \mathfrak{B}\, b$ erit $b = \frac{q}{\mathfrak{B}}$ qui valor nobis praebet hanc aequationem: $\frac{\mathfrak{B}\pi - \Phi}{\Phi} = \frac{\alpha\mathfrak{B}}{q}$; ſiue ob $\mathfrak{B} = \infty$, $\frac{\pi}{\Phi} = \frac{\alpha}{q}$ ſeu $\pi = \frac{\alpha\Phi}{q}$, vbi tantum eſt animaduertendum, valorem π quadrantem vnitatis ſuperare non debere. Hoc autem valore π admiſſo, pro campo apparente erit $\Phi = \frac{-\pi' q}{(m+1)q-\alpha}$ hincque $\pi = \frac{-\alpha\pi'}{(m+1)q-\alpha}$ quare ſi ponamus $-\pi' = \frac{1}{4}$, etiam $\pi = \frac{+\frac{1}{4}\alpha}{(m+1)q-\alpha}$ maior quam $\frac{1}{4}$ eſſe nequit; ſi igitur quoque ſumamus $\pi = \frac{1}{4}$, nouam hanc nanciſcimur determinationem

$1 = \frac{\alpha}{(m+1)q-\alpha}$ siue $(m+1)q = 2\alpha$ et $q = \frac{2\alpha}{m+1}$.
Sin autem in formula $\pi = \frac{-\alpha\pi'}{(m+1)q-\alpha}$ fractio $\frac{\alpha}{(m+1)q-\alpha}$ maior esset vnitate, tum pro $-\pi'$ minorem valorem, quam $\frac{1}{4}$ scribi oporteret, vt prodiret $\pi = \frac{1}{4}$; tum autem campus apparens minor esset proditurus, quam si etiam $-\pi'$ esset $\frac{1}{4}$. Vnde concludimus siue haec fractio $\frac{\alpha}{(m+1)q-\alpha}$ maior sit vnitate, siue minor, vtroque casu fore $\Phi < \frac{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}}{m+1}$ ac solo casu $\frac{\alpha}{(m+1)q-\alpha} = 1$ fieri posse $\Phi = \frac{1}{2(m+1)}$, qui valor duplo maior est, quam casu duarum lentium simplicium. Interim tamen de quantitate q nihil adhuc definiamus, sed potius videamus, num hoc modo margo coloratus destrui possit, quod eueniet, si fuerit $o = \frac{\pi b}{\Phi p} - \frac{\pi'}{m\Phi}$ siue $o = o + \frac{(m+1)q-\alpha}{mq}$ ex qua sequitur $q = \frac{\alpha}{m+1}$, vnde patet quantitatem q vtique ita assumi posse, vt margo coloratus penitus destruatur, quae determinatio praecedenti longe est anteferenda. Posito igitur $q = \frac{\alpha}{m+1}$, pro campo apparente foret $\pi = \infty . \pi'$ seu $\pi' = \frac{\pi}{\infty}$, quare cum π maius quam $\frac{1}{4}$ capi non possit, fiet $\pi' = o$, ita, vt hoc casu lens ocularis nihil plane ad campum conferat quippe qui vnice a lente media pendebit, eritque $\Phi = \frac{1}{4(m+1)}$ seu $\Phi = \frac{859}{m+1}$ minut. tum vero pro loco oculi prodibit eius distantia a lente oculari $O = \frac{\pi' . r}{m\Phi} = o$ seu oculum lenti oculari imme-

 diate

diate adplicari oportet. Conſtructio ergo huiusmodi teleſcopii ita ſe habebit.

Primo diſtantia focalis α ita eſt definienda, vt ſit $\alpha = k m y \sqrt[3]{\mu (\lambda m + \lambda'')}$ ſumto ſcilicet $x = m y$, et λ ex forma lentis obiectiuae, quaecunque fuerit ſiue ſimplex ſiue multiplicata, definitur, vt in capite praecedente eſt expoſitum. Circa lentem autem ſecundam tenendum eſt, quia ab ea totus campus pendet, eam vtrinque aeque conuexam formari debere, vt ſtatui poſſit $\pi = \frac{1}{2}$, quare cum pro ea ſit $q = \frac{\alpha}{m+1}$ radius vtriusque faciei erit $= 1, 10. \frac{\alpha}{m+1}$; pro tertia autem lente oculari quoniam eius apertura plane non in calculum ingreditur, perinde eſt, quaenam ipſi figura tribuatur, dummodo minimam aperturam recipere poſſit, quae ſaltim pupillae ſit aequalis. Conueniet igitur ſtatui $\lambda'' = 1$, vt diſtantia α minor capi poſſit, eiusque figura ſecundum praecepta ſupra data elaborari poterit.

Coroll. I.

229. Mirum videbitur, quod media lens in ipſo loco imaginis conſtituta nihil plane ad confuſionem conferat, cum tamen naturam teleſcopii tantopere immutet, vt oculum adeo lenti oculari immediate adplicari oporteat eiusque ope margo coloratus deſtrui poſſit. Quod eo magis adhuc eſt mirandum, quod haec lens nihil plane in imagine neque in eius loco vel quantitate immutet.

Co-

Coroll. 2.

230. In ipsa igitur hac lente media diaphragma ante memoratum constitui debebit, cuius foramen ipsi huius lentis aperturae aequale est capiendum, quin etiam super hac ipsa lente micrometrum statui poterit tenuissimis scilicet lineis super eius superficie ducendis.

Coroll. 3.

231. Videmus porro hanc lentem mediam tantillo minorem esse debere, quam lentem ocularem, cum eius distantia focalis sit $q = \frac{q}{m+1}$, huius vero $= \frac{q}{m}$; nihiloque minus campum apparentem manere eundem ac si simplici lente oculari, vt ante, vteremur.

Scholion 1.

232. Introductio huius lentis in ipso loco imaginis collocandae ideo est maximi momenti, quod margini colorato penitus tollendo inseruiat. Vsus autem huiusmodi lentis Astronomis ob aliam rationem iam dudum innotuit, siquidem hoc modo campum apparentem auxerunt simul autem ingens huius lentis incommodum obseruarunt, in eo constans, quod cum lentis huius quasi substantia se cum imagine permisceat omnes vel minimae inaequalitates vitri veluti bullulae vel striae a politura relictae cum imagine ipsa vniantur oculoque in pari ratione multipli-

catae repraesententur quod certe incommodum eo magis est vitandum, quod vix eiusmodi vitri frusta reperire liceat, quae nullis plane inaequalitatibus sint obnoxia. Interim tamen haud difficile erit, has vitri inaequalitates ab ipso obiecto distinguere tubum quodammodo conuertendo; tum enim mox apparebit, quid ad obiectum pertineat quidue ad lentem. Istud autem incommodum tantum locum habet, quando lens in ipso imaginis loco collocatur; simulatque ea tantillum inde remouetur, illud mox insensibile euadit. Ceterum hanc inuestigationem ab hoc casu sum exorsus, quod lens in loco imaginis constituta terminum quasi constituat lentium, quae vel propius ad obiectiuam vel ad ocularem collocabuntur; quas ideo distingui conuenit, quod illae magis ad obiectiuam, hae vero magis ad ocularem sint referendae, quemadmodum etiam his quotquot fuerint, commune nomen lentium ocularium tribui solet, quae appellatio illis lentibus, quae obiectiuae sunt propiores, vtiquam certe conueniet.

Scholion 2.

233. Si marginem coloratum non tantopere reformidemus, vt velimus tam insigne campi apparentis augmentum repudiare; casus in solutione memoratus omnem attentionem meretur. Ponamus igitur, vt ibi animaduertimus, $q = \frac{2a}{m+1}$ vt statui possit $\pi = -\pi' = \frac{1}{4}$ et campi apparentis semidiameter erit

$\Phi =$

$\Phi = \frac{1}{2(m+1)}$ siue $\Phi = \frac{1 m}{m+1}$ min. atque tam lentem secundam, quam tertiam vtrinque fieri oportebit aeque conuexam; hac facta positione pro margine colorato tollendo aequatio fiet $0 = \frac{m+1}{2m}$, quae cum duplo sit minor, quam ea, quae capite praecedente debebat ad nihilum redigi hic istud lucrum adipiscimur, vt margo coloratus, dum penitus tolli nequit, duplo tamen minor fiat ita, vt vix sensibilis euadat; quod si ergo vitro communi, pro quo $n = 1,55$ vtamur, limes distantiae focalis lentis obiectiuae erit

$$a > kmy \sqrt[3]{0,9381 (\lambda m + 1,6299)}$$

et pro loco oculi reperitur distantia $O = \frac{-\pi' r}{m \Phi}$, quae ob $\frac{-\pi'}{\Phi} = \frac{(m+1)q - a}{q} = \frac{m+1}{2}$ et $r = \frac{a}{m}$ abit in hanc $O = \frac{m+1}{2m} \cdot \frac{a}{m}$, ita, vt iam oculus duplo propius lenti oculari admoueri debeat, quam casu praecedentis capitis. Distantia autem huius lentis ab obiectiua est, vt ibi $= \frac{m+1}{m} \cdot a$. Vnde sequens oritur constructio:

Constructio Telescopii ex tribus lentibus compositi ex eadem vitri specie formatis, pro qua $n = 1,55$.

I. Lens obiectiua pro lubitu siue simplex, existente $\lambda = 1$; siue duplicata, pro $\lambda = 0.1918$; siue triplicata, pro $\lambda = 0.0422$ siue denique quadruplicata pro $\lambda = -0,0102$ eligatur, ita, vt in capite praecedente ex distantia focali a determinetur.

Istius

Istius lentis semidiameter aperturae esto $x = my$; interuallum vsque ad secundam lentem $= \alpha$.

II. Lentis secundae radius vtriusque faciei $= 1, 10 . \frac{2\alpha}{m+1}$. Eius aperturae semidiameter $= \frac{\alpha}{2(m+1)}$. Interuallum ad lentem ocularem $= \frac{\alpha}{m}$.

III. Lentis ocularis radius faciei vtriusque $= 1, 10 . \frac{\alpha}{m}$. Eius semidiameter aperturae $= \frac{1}{4} . \frac{\alpha}{m}$. Pro loco oculi eius distantia ab oculari $O = \frac{m+1}{2m} . \frac{\alpha}{m}$. Campi vero visi semidiameter $= \frac{1781}{m+1}$ minut.

et vt iam monitum quantitas α ita est definienda, vt sit

$$\alpha > kmy \sqrt[3]{0,9381 (\lambda m + 1,6299)}$$

nisi forte hic valor minor prodeat quam vt apertura praescripta locum habere possit; quo casu semper distantia focalis ex apertura definiri debet, vt hactenus fecimus.

Problema 2.

234. Inter lentem obiectiuam et imaginem realem eiusmodi lentem constituere, qua omnis confusio ab apertura lentium oriunda destruatur, simulque margo coloratus, si fieri queat, tollatur.

Solutio.

Cum hic iterum tres lentes in computum sint ducendae, formula pro multiplicatione dabit $m = -\frac{\alpha}{b} . \frac{\beta}{c}$

vbi

vbi cum inter primam et secundam lentem non detur imago realis, sed ea inter secundam et tertiam cadat, fractio $\frac{\alpha}{b}$ erit negatiua at fractio $\frac{\beta}{c}$ erit positiua. Ponamus ergo $\frac{\alpha}{b} = -k$ eritque $\frac{\beta}{c} = \frac{m}{k}$, vnde colligimus $b = -\frac{\alpha}{k}$; $\beta = \mathrm{B}\,b = \frac{-\mathrm{B}\alpha}{k}$ et $c = \frac{k\beta}{m} = \frac{-\mathrm{B}\alpha}{m}$. Interualla autem, quae debent esse positiua, erunt $\alpha + b = \frac{k-1}{k}\alpha$ ita, vt $(k-1)\alpha$ debeat esse positiuum, et $\beta + c = -\mathrm{B}\,\alpha\left(\frac{1}{k} + \frac{1}{m}\right)$ sicque $\mathrm{B}\,\alpha$ debet esse negatiuum hincque etiam $\frac{\mathrm{B}}{k-1} < 0$. His notatis consideremus formulas generales $\frac{\mathfrak{B}\pi - \Phi}{\Phi} = \frac{\alpha}{b} = -k$, ideoque $\pi = \frac{(1-k)\Phi}{\mathfrak{B}}$. Tum vero est $\Phi = \frac{\pi - \pi'}{m+1}$; vnde patet, vt valor π aliquid conferat ad campum augendum, debere esse $\pi > 0$ seu $\frac{1-k}{\mathfrak{B}} > 0$; at quia $\frac{\mathrm{B}}{k-1} < 0$ erit $-\frac{\mathrm{B}}{\mathfrak{B}} < 0$; ideoque $\frac{\mathrm{B}}{\mathfrak{B}} > 0$; hoc scilicet requiritur, si campum augere velimus. Nunc consideremus aequationem pro margine colorato tollendo $0 = \frac{\pi b}{\Phi p} - \frac{\pi'}{m\Phi}$ quae ob $p = \alpha$, $b = -\frac{\alpha}{k}$; $\frac{\pi}{\Phi} = \frac{1-k}{\mathfrak{B}}$ et $\frac{\pi'}{\Phi} = \frac{1-k}{\mathfrak{B}} - m - 1$ abit in hanc

$$0 = -\frac{(1-k)}{\mathfrak{B}}\left(\frac{1}{k} + \frac{1}{m}\right) + \frac{(m+1)}{m}$$

vnde inuenimus

$$\mathfrak{B} = \frac{(1-k)(m+k)}{k(m+1)} \text{ ideoque } \mathrm{B} = \frac{(1-k)(m+k)}{2km - m + k^2}$$

Ex his autem valoribus fit $\frac{\mathrm{B}}{\mathfrak{B}} = \frac{k(m+1)}{2km - m + k^2}$; vnde patet, vt etiam secunda lens campum augeat, esse debere $2km - m + k^2 > 0$ ad quod requiritur, vt sit

$k > \sqrt{(m^2 + m)} - m$ siue $k > \frac{1}{2}$; cum igitur esse debeat $(k-1)\alpha$ positiuum, duo hic casus sunt constituendi:

I. quo $\alpha > 0$; tum esse debet $k > 1$, vnde fit

$$\mathfrak{B} = \frac{-(k-1)(m+k)}{k(m+1)}, \text{ et } B = \frac{-(k-1)(m+k)}{2km - m + k^2}$$

Nunc igitur erit $\pi = \frac{-(k-1)\Phi}{\mathfrak{B}} = \frac{+k(m+1)\Phi}{m+k}$

et $\pi' = \frac{-m(m+1)\Phi}{m+k}$ et $\frac{\pi}{\pi'} = \frac{-k}{m}$ vnde patet, si ponatur $-\pi' = \frac{1}{4}$ fore $\pi = +\frac{1}{4} \cdot \frac{k}{m}$. Ambae ergo fractiones π et π' non aequales sumi poterunt, nisi sit $k = m$, quo casu statui poterit $\pi = \frac{1}{4}$ et $-\pi' = \frac{1}{4}$, ita, vt campus fiat maximus. Tum autem erit $b = -\frac{\alpha}{m}$ et $\beta = c = \frac{2(m-1)\alpha}{m(3m-1)}$ ob $\mathfrak{B} = -\frac{2(m-1)}{m+1}$ et $B = -\frac{2(m-1)}{3m-1}$; ita, vt nunc sit distantia focalis lentis secundae $\mathfrak{B}b = \frac{2(m-1)\alpha}{m(m+1)}$, et lentis tertiae $= c = \frac{2(m-1)\alpha}{m(3m-1)}$.

II. Sin autem sit $\alpha < 0$, debet esse $k < 1$ et tamen $k > \frac{1}{2}$ et litterae $\mathfrak{B}$ et B fiunt positiuae. Hincque habebitur $\frac{\pi}{\Phi} = \frac{k(m+1)}{m+k}$ et $\frac{\pi'}{\Phi} = \frac{k(m+1)}{m+k} - m - 1 = \frac{-m(m+1)}{m+k}$

ideoque $\frac{\pi}{\pi'} = \frac{-k}{m}$ ita, vt ob $k < 1$ littera π multo minor sit, quam $-\pi'$; ideoque campus apparens hoc casu vix vllum accipiat augmentum.

Nunc denique id, in quo cardo rei versatur, perpendamus, formulam scilicet pro semidiametro confusionis, quae est:

$\mu m x$

$$\frac{\mu m x^3}{4\alpha^3}\left(\lambda - \frac{1}{\mathfrak{B}k}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu}{B}\right) - \frac{\lambda''}{B^3 . m}\right)$$

quae vt ad nihilum redigi queat, neceſſe eſt, vt $\mathfrak{B}$ ſit quantitas poſitiua vnde caſus prior ante memoratus locum habere nequit, ex quo neceſſe eſt, vt ſit $k < 1$, ideoque etiam $\alpha < 0$ et $B > 0$; ex quo ſequitur capi debere $k > \frac{1}{2}$, ita, vt k intra limites $\frac{1}{2}$ et 1 contineri debeat; quare cum hoc caſu ſit $\frac{B}{\mathfrak{B}} > 0$, campus quoque augmentum quoddam accipiet, propterea quod ſit $\pi : -\pi' = k : m$ quod autem vix erit ſenſibile. Si itaque ſtatuatur ſemidiameter confuſionis $= 0$, habebitur $\lambda = \frac{1}{\mathfrak{B}k}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu}{B}\right) + \frac{\lambda''}{B^3 . m}$ vbi notandum eſt, litteras λ' et λ'' vnitate minores eſſe non poſſe.

Quo reſolutio huius aequationis clarius perſpiciatur, primum obſeruo, ſumi non poſſe $k = 1$; tum quia duae priores lentes fierent contiguae, tum vero quod prodiret $\mathfrak{B} = 0$ et $B = 0$; ſin autem poneretur $k = \frac{1}{2}$, fieret quidem $\mathfrak{B} = \frac{2m+1}{2(m+1)}$ et $B = 2m+1$; vnde noſtrae diſtantiae erunt

$$b = -2\alpha; \quad \beta = -2(2m+1)\alpha$$
$$c = \frac{-(2m+1)\alpha}{m}$$

ideoque interualla $\alpha + b = -\alpha$

et $\beta + c = -(2m+1)\alpha\left(2 + \frac{1}{m}\right) = -\frac{(2m+1)^2}{m}.\alpha$ quod poſterius in enormem longitudinem excreſceret, niſi $-\alpha$ perexiguum caperetur, quod autem fieri nequit, quia eius apertura ob claritatem per ſe definitur;

tur; ex quo manifeſtum eſt numerum k intra limites 1 et $\frac{1}{2}$ accipi debere.

Coroll. 1.

235. Hoc ergo modo duplicem perfectionem his teleſcopiis conciliare licet, alteram, qua margo coloratus prorſus deſtruitur; alteram vero, qua confuſio ab apertura oriunda ad nihilum redigitur. Neque vero campo apparenti vllum augmentum ſenſibile addi poteſt.

Coroll. 2.

236. Quod ad lentium harum aperturas attinet, pro prima quidem erit ſemidiameter $x = my$; pro ſecunda autem $\pi q \pm \frac{qx}{\mathfrak{P}p}$ (§. 23) ſiue

$$\frac{-(1-k)(m+k)\pi\alpha}{k^2(m+1)} + \frac{x}{k}$$

quia autem eſt $\pi = -\frac{k}{m}.\pi'$ capique poteſt $\pi' = -\frac{1}{4}$, ſiquidem lens ocularis fiat vtrinque aequaliter conuexa, erit $\pi = \frac{k}{4m}$, ideoque ſemidiameter aperturae ſecundae lentis

$$= \frac{-(1-k)(m+k)\alpha}{4mk(m+1)} + \frac{x}{k}$$

cuius pars prior prae poſteriore quaſi euaneſcit, ita, vt ſufficiat hunc ſemidiametrum ſtatuiſſe $= \frac{x}{k}$, qui vtique maior eſt, quam x ob $k < 1$.

Lens

Lens autem ocularis vtrinque aequaliter connexa esse debet, vnde cum eius distantia focalis sit

$$c = \frac{-(1-k)(m+k)\alpha}{m(2km-m+k^2)}$$

eius pars quarta dabit semidiametrum aperturae.

Coroll. 3.

237. Quod autem ad locum oculi attinet post lentem ocularem, eius distantia reperitur $O = -\frac{\pi' r}{m \Phi}$ quia autem est

$$-\frac{\pi'}{\Phi} = \frac{m(m+1)}{m+k} \text{ et } r = \frac{-(1-k)(m+k)\alpha}{m(2km-m+k^2)}$$

$$\text{erit } O = \frac{-(1-k)(m+1)\alpha}{m(2km-m+k^2)}$$

quae est quantitas positiua.

Scholion.

238. Labor certe esset maxime operosus si hos valores pro B et 𝔅 inuentos vellemus in vltima aequatione substituere indeque numeros λ et λ' inuestigare atque adeo coacti essemus pro quauis multiplicatione calculum de nouo suscipere, cui incommodo medela est quaerenda. Perpendamus igitur istos tam complicatos valores pro 𝔅 et B ex aequatione pro margine tollendo esse erutos vt scilicet illi aequationi summo rigore satisfieret; quoniam autem superfluum est, hanc aequationem perfectissime adimplere, propterea quod locus oculi ob aperturam pupillae haud me-

diocrem latitudinem patitur; exiguaque eius mutatione margo coloratus, ſi quis forte obſeruatur, facillime euitabitur; ſufficiet ei quam proxime ſatisfeciſſe, quare cum ſemper m denotet numerum ſatis magnum, k autem ſit vnitate minor, prae m facile licebit k negligere et m quaſi infinitum ſpectare; vnde nanciſcemur hos valores

$$\mathfrak{B} = \frac{(1-k)}{k}, \quad B = \frac{1-k}{2k-1}$$

quibus itaque in euolutione noſtri problematis vtemur; ex iis autem noſtra elementa ita ſimplicius exprimentur:

$$b = -\frac{\alpha}{k}; \quad \beta = \frac{-(1-k)\alpha}{k(2k-1)} \text{ et } c = \frac{-(1-k)\alpha}{m(2k-1)};$$

hinc interualla

$$\alpha + b = \frac{-(1-k)\alpha}{k} \text{ et}$$

$$\beta + c = \frac{-(1-k)}{2k-1}\left(\frac{1}{k} + \frac{1}{m}\right)\alpha$$

$$= \frac{-(1-k)(k+m)\alpha}{(2k-1)km}$$

et pro oculi loco

$$O = \frac{-(m+1)(1-k)}{m(2k-1)} \cdot \frac{\alpha}{m};$$

Lentium autem harum diſtantiae focales erunt

I°. $p = \alpha$; II°. $q = \frac{-(1-k)}{k^2} \cdot \alpha$

III. $r = c = \frac{-(1-k)\alpha}{m(2k-1)}$

earum-

earumque aperturae semidiametri

Imae. $x = my$. IIdae. $\frac{x}{k} = \frac{my}{k}$.

IIItiae. $= \frac{1}{4} r = \frac{-(1-k)\alpha}{4m(2k-1)}$.

Campi denique apparentis semidiameter erit

$$\Phi = \frac{\frac{1}{4}\left(1 + \frac{k}{m}\right)}{m + 1}$$

siue $\Phi = 859 \left(\frac{m+k}{m(m+1)}\right)$ min.

Nunc autem aequatio adhuc resoluenda erit

$$\lambda = \frac{1}{1-k}\left(\frac{\lambda' . k^2}{(1-k)^2} + \frac{\nu(2k-1)}{1-k}\right) + \frac{\lambda''(2k-1)^3}{(1-k)^3 . m}$$

seu

$$\lambda = \frac{1}{(1-k)^3}\left(\lambda' k^2 + \nu(1-k)(2k-1) + \frac{\lambda''(2k-1)^3}{m}\right)$$

Nihil aliud igitur superest, nisi vt pro quibusdam valoribus ipsius k hanc aequationem resoluamus, vbi notandum est, λ'' poni debere $= 1.6299$ siquidem vitro communi, pro quo est $n = 1,55$ vti velimus; quo casu etiam est $\nu = 0.2326$.

Exemplum I.

239. Statuamus $k = \frac{3}{4}$ vt intra limites suos 1 et $\frac{1}{2}$ medium teneat et aequatio nostra resoluenda induet hanc formam:

$$\lambda = 64\left(\frac{9\lambda'}{16} + \frac{1}{8}\nu + \frac{\lambda''}{8m}\right)$$

siue $\lambda = 36\lambda' + 8\nu + \frac{8\lambda''}{m}$.

λ =

$$\lambda = 36\lambda' + 1,8608 + \frac{13.0302}{m}$$

quia nunc λ' vnitate minus esse nequit, statuamus $\lambda' = 1$ fietque

$$\lambda = 37,8608 + \frac{13.0302}{m}$$

qui valor cum tam sit enormis, nunquam sperandum est, vllum artificem huiusmodi lentem parare posse; vnde hanc telescopiorum speciem praetermitti conueniet.

Exempl. II.

240. Vt tantos numeros euitemus, sumamus $k = \frac{3}{5}$, vt fiat $1 - k = \frac{2}{5}$ et $2k - 1 = \frac{1}{5}$ et aequatio nostra fiet

$$\lambda = \frac{125}{8}\left(\frac{9}{25}\lambda' + \frac{2}{25}\nu + \frac{\lambda''}{125.m}\right)$$

$$\lambda = \frac{45}{8}\lambda' + \frac{5}{14}\nu + \frac{\lambda''}{8m}$$

sumto igitur $\lambda' = 1$ erit

$$\lambda = 5,9157 + \frac{0.2037}{m}$$

qui valor etsi satis magnus tamen in praxi tolerari poterit. Interim conueniet, singula huic valori $k = \frac{3}{5}$ conuenienter definire

$$b = -\frac{5\alpha}{3};\ \beta = -\frac{10}{3}.\alpha;\ c = -\frac{2\alpha}{m}.$$

Hinc interualla

$$\alpha + b = -\frac{2}{3}\alpha \text{ et } \beta + c = -\alpha\left(\frac{10}{3} + \frac{2}{m}\right)$$

et

et pro aperturis lentium semidiameter primae $= x$, secundae $= \frac{5}{9} x$ et tertiae $= -\frac{\alpha}{2m}$ oculique post lentem distantia $O = -\frac{2(m+1)}{m} \cdot \frac{\alpha}{m}$.

Scholion.

241. Si huiusmodi casus pro variis multiplicationibus euoluere vellemus, ex superioribus intelligitur, duos tantum casus sufficere posse; vt inde formulae generales pro quauis multiplicatione elici queant, dum scilicet altero, pro m numerus modice magnus, veluti 20, assumatur, altero vero numerus quasi infinitus; quae investigatio cum omni attentione digna videatur, eam in sequente problemate instituamus.

Problema 3.

242. In casu praecedentis problematis si capiatur $k = \frac{5}{9}$ pro quacunque multiplicatione maiore m telescopium construere, in quo non solum margo coloratus prorsus euanescat, sed etiam confusio ex apertura oriunda ad nihilum redigatur.

Solutio.

Cum hic sit $k = \frac{5}{9}$ erit

$$\mathfrak{B} = \frac{4.(9m+5).9}{9.9.5(m+1)} = \frac{4(9m+5)}{45(m+1)}$$

$$B = \frac{4.(9m+5).9^2}{9.5(9m+25)} = \frac{4(9m+5)}{9m+25}.$$

Nunc igitur duos casus euoluamus, in quorum priore sit $m = 20$; in posteriore vero $m = \infty$.

I. Ob $m = 20$ erit $\mathfrak{B} = \frac{148}{189}$ et $B = \frac{148}{41}$; vnde nostra aequatio, quae est

$$\lambda = \frac{9\lambda'}{5\mathfrak{B}^3} + \frac{6\nu}{5\mathfrak{B}B} + \frac{\lambda''}{B^3 . m}.$$

si omnes lentes ex vitro communi pro quo $n = 1,55$ et $\nu = 0,2326$ lentem autem ocularem vtrinque aeque conuexam assumamus, vt sit $\lambda'' = 1,6299$, sequentem induet formam; in subsidium vocatis logarithmis

$$\text{Log.}\, \mathfrak{B} = 9.8937999$$

$$\text{Log.}\, B = 0.5574778$$

hincque

$$\text{Log.}\, \tfrac{1}{\mathfrak{B}} = 0.1062000$$

$$\text{Log.}\, \tfrac{1}{B} = 9.4425221$$

$$\text{et Log.}\, \tfrac{9}{5} = 0,2552725$$

$$\lambda = 3,7486\,\lambda' + 0,14812 + 0,00173.$$

$$\text{Log.}\, 3,7486\,\lambda' = 0,5738725 + \text{Log.}\, \lambda'.$$

Hic circa numerum λ' obseruasse iuvabit, quod cum lens secunda maximam aperturam habere debeat, cuius scilicet semidiameter sit $\frac{9}{5} x = \frac{9}{5} . my$ expediat hanc lentem vtrinque aeque conuexam reddere, quam ob caussam statui oportet

$\sqrt{(\lambda' - 1)}$

$$\sqrt{(\lambda' - 1)} = \frac{\sigma - \varrho}{2\tau} \cdot \frac{\beta - b}{\beta + b} = \frac{\sigma - \varrho}{2\tau} \cdot \frac{B - 1}{B + 1}.$$

hincque $\lambda' = 1 + \left(\frac{\sigma - \varrho}{2\tau}\right)^2 \cdot \left(\frac{B - 1}{B + 1}\right)^2$.

Cum autem constet esse $\left(\frac{\sigma - \varrho}{2\tau}\right)^2 = 0,6299$

erit $\lambda' = 1 + 0,6299 \cdot \left(\frac{107}{189}\right)^2$ seu

$\lambda' = 1,20189$; hincque

$$\lambda = 4,50544 + 0,14812 + 0,00173$$

$$\lambda = 4,65529.$$

Vnde fit $\lambda - 1 = 3,65529$ et $\tau\sqrt{\lambda - 1} = 1,7304$.

Pro formatione igitur primae lentis habebimus

$$F = \frac{\alpha}{\sigma - 1,7304} = \frac{\alpha}{-0,1030} = -9,7087 \cdot \alpha$$

$$G = \frac{\alpha}{\varrho + 1,7304} = \frac{\alpha}{+1,9211} = +0,52053 \cdot \alpha$$

cuius lentis aperturae semidiameter debet esse $x = my$
At interuallum secundae lentis ab hac est

$$\alpha + b = -0,8 \cdot \alpha.$$

Pro secunda autem lente, cum sit eius distantia focalis $q = \mathfrak{B} b = -\frac{9}{5} \mathfrak{B} \alpha = -1,4095\, \alpha$ erit radius vtriusque faciei $= 1,10 \cdot q = -1,5504\, \alpha$ eius aperturae semidiameter $= \frac{9}{5} x = \frac{9}{5} my$. Ab hac autem lente ad tertiam, interuallum est

$$\beta + c = -B\alpha\left(\frac{m + k}{mk}\right) = -6.4974\, \alpha$$

$$-3,6097 \cdot \frac{\alpha}{m} = -6,6780 \cdot \alpha$$

Pro lente tertia, cuius distantia focalis est

$$c = -\tfrac{148}{41} \cdot \tfrac{\alpha}{m} = 3,6097 \cdot \tfrac{\alpha}{m}$$

radius faciei vtriusque $= -1,1\,c = -3,9707 \cdot \frac{\alpha}{m}$;
hincque ad oculum vsque erit distantia

$$O = -\frac{(m+1) \cdot B\alpha}{(m+2) \cdot m} = -\frac{4,0772}{5,41} \cdot \frac{\alpha}{m} = -3,6878 \cdot \frac{\alpha}{m}.$$

II. Sit nunc $m = \infty$ erit $\mathfrak{B} = \frac{4}{5}$ $B = 4$ vnde nostra aequatio induet hanc formam:

$$\lambda = \tfrac{225}{64} \lambda' + \tfrac{9}{16} \nu$$

Hic iterum lentem secundam aequaliter conuexam reddamus et ob $\beta = B\,b = 4\,b$ erit

$$\sqrt{\lambda' - 1} = \frac{\sigma - \varrho}{2\tau} \cdot \frac{\beta - b}{\beta + b} = \frac{\sigma - \varrho}{2\tau} \cdot \frac{3}{5}$$

Hincque $\lambda' = 1 + 0,6299 \cdot \frac{9}{25}$, $\lambda' = 1,2267$.
ex quo colligimus

$$\lambda = 4,3126 + 0,1308 = 4,4434$$

hincque $\lambda - 1 = 3,4434$

et $\tau \sqrt{(\lambda - 1)} = 1,6796$; quare sequens habetur constructio:

I. Pro prima lente

$$F = \frac{\alpha}{\sigma \pm 1,6796} = \frac{\alpha}{-0,0522} = -19,1570 \cdot \alpha$$

$$G = \frac{\alpha}{\varrho + 1,6796} = \frac{\alpha}{+1,8703} = +0,5346.$$

Apertura est, vt ante, aeque ac distantia ad secundam lentem.

II. Pro

II. Pro secunda lente

Quum eius distantia focalis

$= -\frac{9}{5}\mathfrak{B}\alpha = -\frac{36}{25}.\alpha = -1.44\,\alpha$, fiet

radius vtriusque faciei $= -1,584.\alpha$

eiusque aperturae semidiameter $= \frac{9}{5}x$

at distantia ad lentem tertiam $= -7,2\,\alpha - 4.\frac{\alpha}{m}$.

III. Pro tertia lente

cuius distantia focalis $= -4\frac{\alpha}{m}$

radius vtriusque faciei $= -4,4.\frac{\alpha}{m}$

eiusque aperturae semidiameter $= -1,1\frac{\alpha}{m}$

Ab hac lente ad oculum vsque erit distantia

$O = -4.\frac{\alpha}{m}$.

His duobus casibus euolutis solutionem quaestionis nostrae generalis pro multiplicatione quacunque m maiore, quam 20, ita adstruamus:

I. Pro prima lente

statuamus

$$\text{radium faciei}\begin{cases}\text{anter.} = -(19,1570 + \frac{f}{m})\alpha\\ \text{poster.} = +(0,5346 + \frac{g}{m})\alpha\end{cases}$$

et adplicatione ad casum $m = 20$ facta reperietur

$19,1570 + \frac{f}{20} = 9,7087$

 vnde

vnde fit $f = -188,966$

porro $0,5346 + \frac{g}{20} = 0,5205$

hinc $g = -0,2820$.

II. Pro ſecunda lente

ſtatuatur

radius vtriusque faciei $= -(1,584 + \frac{b}{m})\alpha$

cumque eſſe debeat $1,584 + \frac{b}{20} = 1,5504$

erit $b = -0,6720$.

Eius diſtantia focali exiſtente $= -(1,440 - \frac{0,6100}{m})\alpha$

et aperturae ſemidiameter $= \frac{9}{5}x$.

Pro diſtantia ad tertiam lentem inueniemus

$$-(7,2 - \frac{14,0520}{m})\alpha - (4,00 - \frac{7,8060}{m})\frac{\alpha}{m}$$

ſiue $-7,200\,\alpha + 10,0520.\frac{\alpha}{m} + \frac{7,8060}{m^2}.\alpha$

ſiue $-(7,200 - \frac{10,0520}{m} - \frac{7,8060}{mm})\alpha$.

III. Pro tertia lente

cuius diſtantia focalis reperitur

$$= -(4,00 - \frac{7,8060}{m})\frac{\alpha}{m}$$

ſumi debet radius vtriusque faciei

$$= -(4,400 - \frac{8,5866}{m})\frac{\alpha}{m}$$

cuius parti quartae ſemidiameter aperturae aequalis ſtatui poteſt.

Diſtan-

Diſtantia denique oculi ab hac lente reperitur

$$O = -\left(4 - \frac{6,2120}{m^2}\right)\frac{\alpha}{m}$$

Campi vero apparentis ſemidiameter erit $\frac{850}{m+1}$ minut.

Coroll. 1.

243. Cum interuallum primae lentis et ſecundae ſit $= -0,8\,\alpha$, prodibit tota teleſcopii longitudo ab obiectiua vsque ad oculum

$$-\left(8 - \frac{6,0520}{m} - \frac{14,0480}{mm}\right)\alpha$$

ita, vt haec longitudo fere ſit octuplo maior, quam diſtantia focalis α qua circumſtantia haec teleſcopia non admodum commendari merentur.

Coroll. 2.

244. Cum primae lentis ſemidiameter aperturae debeat eſſe $x = my = \frac{m}{50}$ dig. qui autem maior eſſe nequit parte quarta radii minoris, quae eſt $0,1336.\alpha = \frac{1}{8}\alpha$ circiter; patet capi debere $-\alpha > \frac{16.m}{100}$ vel $\alpha > 0,16.m$.

Quia autem lentis ſecundae ſemidiameter aperturae eſſe debet $= \frac{9}{5}x = \frac{9m}{250}$ dig. hic quoque minor eſſe debet parte quarta radii, quae eſt $0,396.\alpha$; vnde eſſe debet $-\alpha > 0,0909.m$, qui limes cum minor ſit praecedente, illum obſeruari oportet.

Scho-

Scholion.

245. Cum igitur $-\alpha$ maius esse debeat, quam $0,16.m$ statuamus $-\alpha = \frac{2}{10}.m$ siue $\alpha = -0,2\,m$, atque sequentem constructionem pro Telescopiis huius speciei obtinebimus.

Constructio Telescopiorum
pro quacunque multiplicatione m, lentibus ex vitro communi confectis.

I. Pro lente obiectiua

rad. fac. $\begin{cases} \text{anter.} = +\,3,8314\,m - 37,7932 \text{ dig.} \\ \text{poster.} = -\,0,1069.\,m + 0,0564 \text{ dig.} \end{cases}$

Eius aperturae semidiameter $= \frac{m}{50}$ dig.

Interuallum ad lentem secundam $= 0,16.\,m$ dig.

II. Pro lente secunda, in digitis

distantia focalis $= +\,0,2880\,m. - 0,12.$

radius faciei vtriusque $= +\,0,3168\,m - 0,13.$

Eius aperturae semidiam. $= \frac{9}{250}.\,m = 0,036.\,m.$

Interuallum ad lentem tertiam

$= +\,1,4400\,m - 2,01 - \frac{1,56}{m}.$

III. Pro tertia lente in digitis

distantia focalis $= +\,0,800 - \frac{1,56}{m}.$

radius

radius vtriusque faciei $= +0,88 - \frac{1,72}{m}$
cuius pars quarta $= \frac{1}{5}$ dig. dat ſemidiametrum aperturae. Hinc ad oculum vsque diſtantia erit

$$O = 0,8 - \frac{1,24}{m} \text{ dig.}$$

Campi apparentis ſemidiameter $= \frac{850}{m+1}$ minut.
Tota autem Teleſcopii longitudo erit

$$= (-1,30 + 1,6.m - \frac{2,8}{m}) \text{ dig.}$$

Ita v. gr. pro $m = 100$ erit longitudo $= 158\frac{2}{3}$ dig. ſiue 13 ped. $2\frac{2}{3}$ dig.

Cum igitur ſupra tubo vnum pedem vix ſuperante fere tantam multiplicationem produxerimus, haec teleſcopiorum ſpecies nunc quidem erit repudianda, etſi reſpectu vulgarium tuborum aſtronomicorum maxime foret aeſtimanda, cum quod nullum marginem coloratum praebeat, tum vero etiam quia confuſio ab apertura oriunda prorſus ſit ſublata. Quamobrem nobis inquiri conueniet, num duabus lentibus inter obiectiuam et imaginem collocandis hoc incommodum euitari poſſit.

Problema 4.

246. Inter lentem obiectiuam et imaginem eiusmodi duas lentes interponere, vt non ſolum margo coloratus, ſed etiam confuſio ab apertura oriunda penitus deſtruatur.

Solutio.

Cum hic quatuor lentes ſint conſiderandae, multiplicatio dabit hanc formulam $m = \frac{\alpha}{b}.\frac{\beta}{c}.\frac{\gamma}{d}$, quarum trium fractionum binae priores negatiuae, tertia vero affirmatiua eſſe debebit. Statuatur ergo

$$\frac{\alpha}{b} = -k;\ \frac{\beta}{c} = -k' \text{ eritque } \frac{\gamma}{d} = \frac{m}{kk'}.$$

Vnde erit $b = -\frac{\alpha}{k}$; $c = -\frac{\beta}{k'}$; $d = \frac{\gamma kk'}{m}$

praeterea vero eſt $\beta = Bb$; $\gamma = Cc$ vnde omnia haec elementa ex α ita definientur:

$$b = -\frac{\alpha}{k};\ \beta = -\frac{B\alpha}{k};\ c = +\frac{B\alpha}{kk'}$$

$$\gamma = \frac{BC\alpha}{kk'};\ d = \frac{BC\alpha}{m}$$

hinc interualla lentium fient

1°. $\alpha + b = \frac{k-1}{k}.\alpha$.

2°. $\beta + c = \frac{B\alpha}{k}\left(\frac{1-k'}{k'}\right)$

3°. $\gamma + d = BC\alpha\left(\frac{1}{kk'} + \frac{1}{m}\right)$

vnde quia kk' et m ſunt per ſe numeri poſitiui, hae ſequuntur conditiones:

1°. $\alpha(k-1) > 0$; 2°. $B\alpha(1-k') > 0$;

3°. $BC\alpha > 0$;

quae

quae eliſo α reducuntur ad has duas

$$4^\circ.\ \frac{B(1-k')}{k-1} > 0;$$

$$5^\circ.\ \frac{C}{1-k'} > 0 \text{ ſeu } C(1-k') > 0.$$

Iam ex ſuperioribus vidimus, marginem coloratum deſtrui non poſſe, niſi ante fractiones π, π' et π'' definiantur quem in finem ſequentes aequationes conſiderari debent:

$$\frac{\mathfrak{B}\pi - \Phi}{\Phi} = \frac{a}{b} = -k$$

$$\frac{\mathfrak{C}\pi' - \pi + \Phi}{\Phi} = \frac{Ba}{c} = kk'.$$

$$\text{et } \Phi = \frac{\pi - \pi' + \pi''}{m+1}$$

ex quibus aſſequimur:

$$\frac{\pi}{\Phi} = \frac{1-k}{\mathfrak{B}};$$

$$\frac{\pi'}{\Phi} = \frac{1-k}{\mathfrak{B}\mathfrak{C}} + \frac{kk'-1}{\mathfrak{C}}$$

$$\frac{\pi''}{\Phi} = \frac{\pi'}{\Phi} - \frac{\pi}{\Phi} + m + 1$$

$$= \frac{1-k}{\mathfrak{B}C} + \frac{kk'-1}{\mathfrak{C}} + m + 1$$

quibus valoribus ſubſtitutis ad marginem coloratum tollendum requiritur haec aequatio, diuiſione per $\frac{dn}{n-1}$ facta,

$$0 = -\frac{\pi}{\Phi} \cdot \frac{1}{k} + \frac{\pi'}{\Phi} \cdot \frac{1}{kk'} + \frac{\pi''}{\Phi} \cdot \frac{1}{m}$$

 ſiue

ſiue

$$0 = \frac{k-1}{\mathfrak{B}k} + \frac{1-k}{\mathfrak{B}\mathfrak{C}kk'} + \frac{kk'-1}{\mathfrak{C}kk'}$$
$$+ \frac{1-k}{\mathfrak{B}Cm} + \frac{kk'-1}{\mathfrak{C}m} + \frac{m+1}{m}$$

ex qua aequatione vel $\mathfrak{B}$ vel $\mathfrak{C}$ definiri poteſt; tum vero vt ſemidiameter confuſionis ad nihilum redigatur, debet eſſe

$$0 = \lambda - \frac{1}{\mathfrak{B}k}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu}{B}\right)$$
$$+ \frac{1}{B^3\mathfrak{C}kk'}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^2} + \frac{\nu}{C}\right) + \frac{\lambda'''}{B^3C^3.m}$$

quae vt reſolui poſſit, littera $\mathfrak{B}$ debet eſſe poſitiua, vel ſi $\mathfrak{B}$ eſſet negatiuum ob B quoque negatiuum littera $\mathfrak{C}$ debet eſſe poſitiua.

Coroll. I.

247. Aequatio pro margine colorato tollendo ad hanc formam reducitur:

$$0 = \frac{1-k}{\mathfrak{B}\mathfrak{C}}\left(\frac{1}{kk'} + \frac{1}{m}\right) - \frac{1-k}{\mathfrak{B}}\left(\frac{1}{k} + \frac{1}{m}\right)$$
$$+ \frac{kk'-1}{\mathfrak{C}}\left(\frac{1}{kk'} + \frac{1}{m}\right) + \frac{m+1}{m}$$

ſeu ad hanc:

$$0 = \frac{1-k}{\mathfrak{B}}\left(\frac{1}{\mathfrak{C}}\left(\frac{1}{kk'} + \frac{1}{m}\right) - \frac{1}{k} - \frac{1}{m}\right)$$
$$+ \frac{kk'-1}{\mathfrak{C}}\left(\frac{1}{kk'} + \frac{1}{m}\right) + \frac{m+1}{m}$$

vnde

vnde reperitur

$$\frac{k-1}{\mathfrak{B}} = \frac{\frac{kk'-1}{\mathfrak{C}}\left(\frac{1}{kk'}+\frac{1}{m}\right)+\frac{m+1}{m}}{\frac{1}{\mathfrak{C}}\left(\frac{1}{kk'}+\frac{1}{m}\right)-\frac{1}{k}-\frac{1}{m}}$$

siue

$$\frac{k-1}{\mathfrak{B}} = \frac{(kk'-1)(m+kk')+(m+1)kk'\mathfrak{C}}{m+kk'-k'm\mathfrak{C}-kk'\mathfrak{C}}$$

$$\frac{k-1}{\mathfrak{B}} = \frac{(kk'-1)(m+kk')+\mathfrak{C}kk'(m+1)}{m+kk'-\mathfrak{C}k'(m+k)}$$

$$\frac{k-1}{\mathfrak{B}} = kk'-1+\frac{\mathfrak{C}k'(m(k-1)+kk'(k+m))}{m+kk'-\mathfrak{C}k'(m+k)}$$

Coroll. 2.

248. Si haec aequatio statim a fractionibus liberetur, habebitur

$$0 = (1-k)(m+kk') - \mathfrak{C}(1-k)k'(m+k)$$
$$+ \mathfrak{B}(kk'-1)(m+kk')$$
$$+ \mathfrak{B}\mathfrak{C}kk'(m+1)$$

vnde reperitur

$$\mathfrak{C} = \frac{(m+kk')(k-1+\mathfrak{B}(1-kk'))}{\mathfrak{B}kk'(m+1)+(k-1)k'(m+k)}$$

Scholion.

249. Inprimis autem notatu dignus est casus quo numerus B fit infinitus et numerus C = 0, quem supra iam alia occasione euoluimus; quae operatio cum supra difficilior sit visa, nunc sequenti modo planiore

 expe-

expediatur. Confiderabimus fcilicet numerum B vt praegrandem fitque $B = \frac{1}{\omega}$, denotante ω fractionem minimam, ita, vt ω loco B in calculum introducatur. Tum igitur erit $\mathfrak{B} = \frac{1}{1+\omega}$ iam ne fecundum interuallum $\beta + c$ nimis excrefcat, ftatuatur $\beta + c = \frac{\eta\alpha}{k}$

eritque $c = \frac{\eta\alpha}{k} - \beta$; $\frac{\beta}{c} = -k' = \frac{k\beta}{\eta\alpha - k\beta}$

et quia eft

$$\beta k = -B\alpha = -\frac{\alpha}{\omega};\text{ erit}$$

$$+k' = \frac{1}{\eta\omega + 1}\text{ et } 1 - k' = \frac{\eta\omega}{1+\eta\omega}$$

ita vt nunc loco litterae k' in calculum introducatur littera η; denique ne tertium interuallum nimis excrefcat ob $B = \frac{1}{\omega}$, ftatuamus $C = \vartheta\omega$, vt fiat $BC = \vartheta$; ita, vt hic loco litterae C, ϑ in calculum ingrediatur. Hinc erit $\mathfrak{C} = \frac{\theta\omega}{1+\theta\omega}$ atque hinc porro

$$\frac{\pi}{\Phi} = (1 - k) + \omega(1 - k)$$
$$\frac{\pi'}{\Phi} = \frac{1+\theta\omega}{(\eta\omega+1)\theta}((1 - k - \eta k) + \eta\omega(1 - k))$$
$$\frac{\pi'}{\Phi} = \frac{1+\theta\omega}{(1+\eta\omega)\theta}(1 - k - \eta k + \eta\omega(1 - k))$$

hincque pofito $\omega = 0$, erit

$$\frac{\pi}{\Phi} = 1 - k;\ \frac{\pi'}{\Phi} = \frac{1}{\theta}(1 - k - \eta k)$$

hincque

$$\frac{\pi''}{\Phi} = \frac{1 - k - \eta k}{\theta} + k + m.$$

Quare

Quare cum pro margine tollendo inuenta sit haec aequatio:

$$0 = -\frac{\pi}{\Phi} \cdot \frac{1}{k} + \frac{\pi'}{\Phi} \cdot \frac{1}{kk'} + \frac{\pi''}{\Phi} \cdot \frac{1}{m}$$

ob $k' = 1$, si illi valores substituantur, prodibit

$$0 = \frac{k-1}{k} + \frac{1-k-\eta k}{k\vartheta} + \frac{1-k-\eta k}{m\vartheta} + \frac{k+m}{m}$$

siue
$$\begin{aligned} 0 = m\vartheta(k-1) &+ m(1-k-\eta k) \\ &+ k(1-k-\eta k) \\ &+ k\vartheta(k+m) \end{aligned}$$

$$0 = \vartheta(k^2 + (2k-1)m) + (k+m)(1-k-\eta k)$$

hincque inuenietur

$$\vartheta = \frac{+(k+m)(k+\eta k-1)}{(2k-1)m+k^2}$$

hinc autem nostra elementa erunt

$$b = -\frac{\alpha}{k};\ \beta = \infty;\ c = \infty;$$

$$\gamma = \frac{\vartheta\alpha}{k};\ d = \frac{\vartheta\alpha}{m}$$

et interualla

$$a + b = \frac{k-1}{k} \cdot \alpha$$

$$\beta + c = \frac{\eta\alpha}{k}$$

$$\gamma + d = \vartheta\alpha\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{k}\right)$$

quae debent esse positiua; ideoque

$$\eta(k-1) > 0;\ \vartheta(k-1) > 0 \text{ et } \vartheta\eta > 0.$$

Pro

Pro loco oculi autem habebimus

$$O = \frac{\pi''}{m\Phi} d = \frac{1-k-\eta k}{mm} \cdot \alpha + \frac{(k+m)\theta x}{m^2}$$

et valore pro ϑ substituto

$$O = \frac{1-k-\eta k}{m^2} \cdot \alpha + \frac{(k+m)^2(k+\eta k-1)\alpha}{m^2((2k-1)m+k^2)}$$

$$O = \frac{m+1}{m} \cdot \frac{k+\eta k-1}{(2k-1)m+k^2} \cdot \alpha$$

his denique obseruatis resoluenda restat haec aequatio:

$$0 = \lambda - \frac{\lambda'}{k} + \frac{\lambda''}{\theta^3 k} + \frac{\lambda'''}{\theta^3 m}$$

quae cum secundum membrum per se sit negatiuum facile resolui poterit, id quod in sequente problemate ostendemus.

Problema 5.

250. In casu praecedentis problematis si binae priores lentes ita fuerint comparatae, vt radii iterum paralleli euadant, constructionem huiusmodi telescopiorum exponere.

Solutio.

Cum hoc casu fiat $B = \infty$ et $C = 0$ in scholio praecedente elementa iam sunt definita; vnde ea hic repetere superfluum foret; quo autem clarius solutionem euoluamus, duo sunt casus perpendendi; alter, quo distantia α est positiua; alter, quo ea est negatiua.

I. Sit

I. Sit igitur $a > 0$. debebitque esse $k > 1$; $\eta > 0$ et $\vartheta > 0$ quae vltima conditio sponte impletur; sitque etiam O positiuum, tum vero fiet $\frac{\pi}{\Phi} < 0$ et $\frac{\pi'}{\Phi} < 0$ nempe $\frac{\pi'}{\Phi} = \frac{1-k-\eta k}{\theta} = \frac{-(2k-1)m-k^2}{k+m}$.

Ex vltima igitur formula colligetur semidiameter campi visi

$$\Phi = \frac{\pi''.\theta}{1-k-\eta k+(k+m).\theta} \text{ seu}$$

$$\Phi = \frac{(m+k)\pi''}{m(m+1)}$$

substituto scilicet valore ϑ, si modo praecedentes formulae non praebeant campum minorem. Ad quod diiudicandum comparentur valores π et π' cum π''

et ob $\frac{\pi''}{\Phi} = \frac{m(m+1)}{m+k}$

erit $\frac{\pi}{\pi''} = \frac{(1-k)(m+k)}{m(m+1)}$

et $\frac{\pi'}{\pi''} = \frac{-(2k-1)m-k^2}{m(m+1)}$ hincque $\frac{\pi-\pi'}{\pi''} = \frac{k}{m}$;

at ex illis formulis patet tam π, quam π' minores esse, quam π'' dummodo sit k minus, quam $\frac{5}{11}m$ et cum sit

$$\Phi = \frac{\pi-\pi'+\pi''}{m+1} \text{ ob } \frac{\pi-\pi'}{\pi''} > 0$$

campus apparens hinc aliquod augmentum accipiet eritque $\Phi = \frac{k+m}{m(m+1)}\pi''$ qui vtique maior est quam simplex, scilicet $\Phi = \frac{\pi''}{m+1}$ idque in ratione $m+k : m$.

Iam porro aequatio resoluenda est, vt ante:

II. Sin autem α sit negatiuum fieri debet $k < 1$, $\eta < 0$; $\vartheta < 0$; ad quod necessarium est, vt sit $k > \frac{1}{8}$.

Quia nunc pro casu praecedente habuimus $\frac{\pi - \pi'}{\pi'} = \frac{k}{m}$, hinc campus apparens multo minus augmentum accipit in hoc casu, quam in illo, quod adeo vix erit sensibile, et pro loco oculi distantia O etiam hoc casu fit positiua; quam ob caussam casus prior huic posteriori anteferendus videtur.

Etsi autem priori casu campus apparens notabiliter augeri posse est inuentus, dum scilicet k vsque ad valorem $\frac{5}{18} m$ augetur, tamen resolutio nostrae aequationis hoc non permittit, quoniam numerus λ' nimis magnus accipi deberet, quocirca littera k vix vltra binarium vel ternarium ad summum crescere potest; vti in subiunctis exemplis magis fiet manifestum, quae ex casu priore deriuabimus, quoniam facile est praeuidere, posteriorem casum eo etiam vitio esse laboraturum, quod longitudo telescopii nimis excrescat.

Exemplum.

251. Statuamus $k = 2$ et multiplicationem $m = 50$, quandoquidem hic de tubis astronomicis agitur eritque

$$\vartheta = \frac{52 \cdot (1 + 2\eta)}{154} = \frac{26}{77}(1 + 2\eta)$$

qui

qui valor ne fiat nimis parvus; quia tum in nostra aequatione terminus $\frac{\lambda''}{\theta^3 k}$ fieret nimis magnus, ita, vt λ' enormem adipisceretur valorem, statuamus insuper $\eta = 1$, vt fiat $\vartheta = \frac{78}{77}$, hincque elementa nostra ita se habebunt

$$b = -\tfrac{\alpha}{2};\ \beta = \infty;\ c = -\infty;$$

$$\beta + c = \tfrac{\alpha}{2};\ \gamma = \tfrac{39}{77}.\ \alpha;\ d = \tfrac{35.\alpha}{25.77};$$

tum vero aequatio resoluenda ita est comparata;

$$o = \lambda - \tfrac{\lambda'}{2} + \frac{77^3.\lambda''}{78^3.2} + \frac{77^3.\lambda'''}{78^3.50}$$

hincque

$$\lambda' = 2\lambda + \frac{77^3.\lambda''}{78^3} + \frac{77^3.\lambda'''}{78^3.25}$$

Iam vt tam prima lens, quam vltima maximam admittat aperturam, ponamus $\lambda = \lambda''' = 1,6299$, dum scilicet omnes lentes ex vitro communi $n = 1,55$ factae assumuntur; at λ'' sit $= 1$. quibus positis colligemus

$$\lambda' = 3,2593 + 0,9620 + 0,0627$$

$$\lambda' = 4,2841;\ \text{hinc ergo}$$

$$\lambda' - 1 = 3,2841,\ \text{et}$$

$$\tau.\ V(\lambda' - 1) = 1,640231$$

quare constructio singularum lentium ita se habebit:

I. Pro prima lente

quae cum sit aeque vtrinque conuexa eiusque distantia

tia focalis $= \alpha$, erit radius vtriusque faciei $= 1,10.\alpha$ tum vero eius semidiameter aperturae $x = my = 1$ dig. ob $m = 50$ et $y = \frac{1}{50}$ dig. ,et interuallum ab hac lente ad secundam $= \frac{1}{2}.\alpha$.

II. Pro secunda lente

ob $\beta = \infty$, erit

$$F = \frac{b}{\varrho \pm 1.64025} = \frac{b}{1.8309}$$

$$G = \frac{b}{\sigma + 1.64025} = \frac{b}{-0.0128}$$

hinc $F = -0,2730.\alpha$

$$G = +39,0625.\alpha$$

tum vero semidiameter eius aperturae $= \frac{1}{2}$ dig. ex §. 23. et interuallum ad lentem sequentem $= \frac{1}{2}.\alpha$.

III. Pro tertia lente

ob $\varsigma = \infty$ et $\lambda'' = 1$. erit

$$F = \frac{\varphi}{\sigma} = 0,31123.\alpha$$

$$G = \frac{\gamma}{\varrho} = 2,6559.\alpha$$

tum vero aperturae semidiameter $= \frac{1}{2}$ dig. et interuallum ad sequentem lentem $= \frac{78.13}{77.23}\alpha$ seu $= \frac{1}{2}\alpha$ proxime.

IV. Pro quarta lente

radius vtriusque faciei $= 1,10.d$, existente $d = \frac{39}{25.77}.\alpha$, cuius pars quarta dat semidiametrum aperturae, hinc denique interuallum vsque ad oculum erit $= \frac{3.51}{50.154}.\alpha$

$$= \frac{1}{50}\alpha$$

$= \frac{1}{50}\,\alpha$ proxime. Quod ad diſtantiam α attinet, ſi ad ſolam primam lentem reſpiceremus, quia ea aperturam admittit, cuius ſemidiameter $= \frac{1}{4}\,\alpha$, ſumi poſſet $\alpha = 4$ dig. ſed ad ſecundam lentem reſpiciendo, cuius minor radius eſt circiter $\frac{1}{4}\,\alpha$, huius pars quarta $\frac{1}{16}\,\alpha$ ſemidiametro aperturae $\frac{1}{2}$ dig. aequalis poſita, dabit $\alpha = 8$ dig., quam menſuram etiam retinere oportet; vnde longitudo teleſcopii excederet 12 dig. Huius rei cauſſa eſt, quod primam lentem vtrinque aeque conuexam aſſumſimus. Adiungamus igitur aliam inſuper ſolutionem ſumendo $\lambda = 1$; vnde fit

$$\lambda' = 2 + 0,9620 + 0,0627$$

$$\lambda' = 3,0247;\quad \lambda' - 1 = 2,0247$$

$$\text{et } \tau\sqrt{(\lambda' - 1)} = 1,2878;$$

vnde haec ſequitur lentium conſtructio.

I. Pro prima lente

$$F = \frac{a}{\sigma} = 0,6145.\,\alpha$$

$$G = \frac{a}{\varrho} = 5,2439.\,\alpha$$

II. Pro ſecunda lente

$$F = \frac{b}{0,1507 \pm 1,2878} = \frac{-0,5.\alpha}{1,4785}$$

$$G = \frac{b}{1,6274 \mp 1,2878} = \frac{-0,5.\alpha}{0,3396}$$

$$F = -0,3382\,\alpha;\quad G = -1,4723.\,\alpha$$

Reli-

Reliqua manent, vt ante. Hic igitur ſtatim patet, ſecundam lentem debitam aperturam $\frac{1}{2}x$ recipere poſſe, ſi prima patiatur aperturam x. Primae autem radius minor, cum ſit circiter $\frac{6\alpha}{10}$, eius pars quarta $\frac{3}{20}\alpha$ ipſi $x = 1$ dig. aequata dat $\alpha = \frac{20}{3}$ dig. $= 6\frac{2}{3}$ dig. quin etiam tertia lens poſtulat, vt ſit $\frac{3\alpha}{40} = \frac{1}{2}$ dig. vnde α iterum $6\frac{2}{3}$ dig. ſicque tota teleſcopii longitudo vix ſuperabit 10 digit.

Quocirca notari merebitur ſequens

Conſtructio Teleſcopii quinquagies multiplicantis, lentibus ex vitro communi paratis.

I. Pro prima lente

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 4,10 \text{ dig.} \\ \text{poſter.} = 34,96 \text{ dig.} \end{cases}$

Aperturae ſemidiameter $= 1$ dig.

Interuallum ad ſecundam lentem $= 3\frac{1}{3}$ dig.

II. Pro ſecunda lente.

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -2,25. \text{ dig.} \\ \text{poſter.} = -9,82. \text{ dig.} \end{cases}$

Semidiameter aperturae $= \frac{1}{2}$ dig.

Interuallum ad tertiam lentem $= 3\frac{1}{3}$ dig.

III. Pro tertia lente

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 2,08 \text{ dig.} \\ \text{poſter.} = 17,71. \text{ dig.} \end{cases}$

Aper-

Aperturae ſemidiameter $= \frac{1}{2}$ dig.

Interuallum ad lentem ocularem $= 3\frac{1}{3}$ dig.

IV. Pro quarta lente

radius vtriusque faciei $= 0,15$ dig.

Semidiameter aperturae $= \frac{3}{16}$ dig.

et diſtantia oculi $= \frac{2}{15}$ dig. proxime

vnde tota longitudo $= 10\frac{2}{15}$ dig.

Campi vero viſi ſemidiameter, vt hactenus,

$= \frac{850}{51}$ min. $= 16$ min. 51 ſec.

Scholion.

252. Maiores multiplicationes calculo hic non ſubjicio, quia ab huiusmodi teleſcopiis etiam maior campus, quam vulgo, exſpectari ſolet. Quamobrem noſtram inueſtigationem ad campum apparentem augendum proſequamur, idque retentis commodis, quae ternae lentes priores nobis ſunt largitae. Hinc poſſemus valoribus hic aſſumtis vti, ſcilicet $k = 2$, $\eta = 1$ et $\vartheta = 1$ ſed quia hoc modo duo priora interualla ſatis fiunt magna, ſcilicet $\frac{1}{2}\alpha$; quo pacto tota longitudo non parum augetur, praeſtare videtur haec duo interualla multo minora efficere, ita, vt tantum non euaneſcant; neque lentes ſe immediate contingere debeant. Hunc in finem pro k numerus vnitatem vix ſuperans aſſumi debebit, vnde ſimul hoc lucrum nanciſci-

ciſcimur, vt pro λ' numerus binarium vix ſuperans reperiatur. Statuamus igitur $k = 1 + \omega$, denotante ω fractionem minimam, ita, vt ſit

$$b = -\frac{\alpha}{1+\omega} = -(1-\omega).\alpha;$$

$$\alpha + b = \omega\alpha;$$

ob eandemque rationem ſtatuatur etiam $\eta = \omega$, vt ſecundum interuallum etiam fiat $\omega\alpha$. Quod deinde ad litteram ϑ attinet, quae hic ex margine colorato eſt definita, factis his hypotheſibus multo minor vnitate eſſet proditura, ſcilicet $\vartheta = 2\omega$, qui valor maximis incommodis foret obnoxius; primo enim elementa γ et d euaneſcerent, niſi α in immenſum augeretur; deinde etiam valor ipſius λ' fieret enormis. Sed probe hic notandum eſt, has hypotheſes non caſui hic tractato, vbi vnica lens ocularis admittitur, deſtinari, ſed propoſitum nobis eſſe iis vti in ſequentibus, vbi duae pluresue lentes oculares conſiderabuntur, quibus cum nouae litterae in calculum introducantur, non amplius opus erit, ex aequatione marginem coloratum tollente, hanc litteram ϑ definire, ſed eam poterimus vt arbitrariam contemplari; ita, vt iam nihil obſtet, quominus ponatur $\vartheta = 1$. Quod autem hunc valorem elegerim, duae ſunt cauſſae; altera eſt, quod cum diſtantia γ hic ſit $\vartheta\alpha$, ſi ϑ vltra vnitatem augeretur, longitudo teleſcopii maior eſſet proditura; altera autem ſuadet, ne ϑ minus vnitate capiatur, quia tum

λ' mox

λ' mox enormem valorem esset obtenturum sit igitur ratum statuere

$$1^\circ.\; k = 1 + \omega;\quad 2^\circ.\; \eta = \omega;\quad 3^\circ.\; \vartheta = 1.$$

vnde quotcunque lentes adhibeantur, pro tribus primoribus semper erit

$$b = -(1-\omega)\alpha;\; \beta = \infty;\; c = -\infty$$

$$\beta + c = \omega\alpha;\; \varphi = \alpha.$$

Deinde pro litteris π et π' erit quoque semper

$$\frac{\pi}{\varphi} = -\omega;\; \frac{\pi'}{\varphi} = -2\omega;$$

ceterum notetur, esse $B = \infty$, $\mathfrak{B} = 1$, $C = \mathfrak{C} = 0$, et $BC = 1$. atque hinc aequatio pro margine tollendo semper his duobus terminis exordietur $+\omega - 2\omega$; ita, vt hi duo termini semper coalescant in $-\omega$. Denique etiam aequatio pro confusione tollenda semper incipiet ab his tribus terminis

$$0 = \lambda - \frac{\lambda'}{1+\vartheta} + \frac{\lambda''}{1+\omega} \ldots\ldots$$

vnde facile erit calculum pro quotuis lentibus ocularibus prosequi, vbi potissimum nobis erit propositum, campum apparentem multiplicare, idque quousque libuerit.

Problema 6.

253. Tribus lentibus prioribus ita ante imaginem realem dispositis, vti §. praec. est indicatum, si post imaginem duae lentes constituantur, efficere, vt campus apparens euadat maximus.

Solutio.

Cum hic habeantur quinque lentes, formula pro multiplicatione erit $m = -\frac{\alpha}{b} \cdot \frac{\beta}{c} \cdot \frac{\gamma}{d} \cdot \frac{\delta}{e}$ quarum fractionum ista $\frac{\gamma}{d}$ erit positiua, reliquae negatiuae. Cum igitur sit $\frac{\alpha}{b} = -1 - \omega$, $\frac{\beta}{c} = -1$. statuatur $\frac{\gamma}{d} = i$ et $\frac{\delta}{e} = -l$ habebimusque sequentia elementa:

$$b = \frac{-\alpha}{1+\omega};\ \beta = \infty;\ c = -\infty;\ \gamma = \alpha.$$

$$d = \frac{\alpha}{i};\ \delta = +\frac{D\alpha}{i};\ e = -\frac{D\alpha}{il}$$

existente $m = (1+\omega)\,i\,.\,l.$

Deinde distantiae focales

$$p = a;\ q = b;\ r = \gamma;\ s = \mathfrak{D}d \text{ et } t = e.$$

Porro internalla lentium

$$a + b = \omega a;\ \beta + c = \omega \alpha;$$

$$\gamma + d = \frac{1+i}{i}\alpha;\ \delta + e = D\left(\frac{l-1}{il}\right).\alpha,$$

quorum trium priora cum per se sint positiua, tantum superest, vt sit $D(l-1)$ positiuum.

Pro fractionibus π, π' etc. iam habemus:

$$\frac{\pi}{\Phi} = -\omega;\ \frac{\pi'}{\Phi} = -2\omega;\ \text{ideoque } \frac{\pi - \pi'}{\Phi} = \omega.$$

Pro binis reliquis vero habentur hae aequationes:

$$\frac{\mathfrak{D}\pi'' - \pi' + \pi - \Phi}{\Phi} = \frac{\alpha}{d} = i$$

$$\frac{\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \Phi}{\Phi} = \frac{D\alpha}{e} = -il = -m$$

Ex

Ex quibus elicitur

$$\frac{\pi''}{\Phi} = \frac{1+l-\omega}{\mathfrak{D}} = \frac{1+l}{\mathfrak{D}}$$

$$\frac{\pi'''}{\Phi} = \frac{1+l}{\mathfrak{D}} + \omega - 1 - m.$$

Vnde pro loco oculi statim habemus

$$O = -\frac{\pi'''}{m\Phi}.\,t = \left(\frac{1+l}{\mathfrak{D}} + \omega - 1 - m\right)\frac{D\alpha}{m^2}$$

$$\Theta = \left(\frac{1+l}{\mathfrak{D}} - 1 - m\right)\frac{D\alpha}{m^2}$$

quae vt fiat positiua, necesse est, vt D sit negativum, adeoque ob $D(l-1) > 0$ erit quoque $l < 1$. Quare cum distantia O facta sit positiua pro margine colorato tollendo habebitur haec aequatio:

$$0 = -\omega + \frac{\pi''}{\Phi}.\frac{1}{l} - \frac{\pi'''}{\Phi}.\frac{1}{m} \text{ seu}$$

$$0 = -\omega + \frac{1+l}{\mathfrak{D}l} - \frac{(1+l)}{\mathfrak{D}m} + \frac{1+m}{m}$$

seu reiectis ω

$$0 = \frac{1+l}{\mathfrak{D}}.\frac{l-1}{il} + \frac{1+m}{m} \text{ seu}$$

$$0 = \frac{(1+l)(l-1)}{\mathfrak{D}} + 1 + m \text{ hinc}$$

$$\mathfrak{D} = \frac{-(1+l)(l-1)}{m+1} = \frac{(1+l)(1-l)}{m+1} \text{ et } D = \frac{(1+l)(1-l)}{2m-i+l},$$

qui valor debet esse negativus ob $l < 1$, hincque esse oporteret $l < \frac{i}{2i+1}$ siue $l < \frac{1}{2}$ ita, vt, hinc esse debeat $i > 2m$, et $D = \frac{-(1+l)(1-l)}{i(1-2l)-l}$.

His circa valores D et l definitis examinemus campum apparentem, cuius semidiameter Φ duplici modo exprimitur

1°. $\Phi = \frac{D\pi''}{1+i} = \frac{(1-l)\pi'''}{m+1}$;

2°. $\Phi = \frac{D\pi''x}{(1+i)D-(m+1)}$, $\Phi = \frac{(1-l)\pi'''}{(m+1)l}$

quorum minor tantum locum habet, siquidem π'' et π''' maximum valorem, qui est circiter $\frac{1}{4}$, obtineant. Cum autem sit $\pi'' : \pi''' = 1 : l$, tantum sumi poterit $\pi'' = \frac{l}{4}$ fietque $\pi''' = \frac{1}{4}$ hincque campus prodiret $\Phi = \frac{1}{4} \cdot \frac{1-l}{m+1}$, ideoque minor, quam si lente oculari simplici vteremur, contra nostrum institutum; ita, vt hoc problema pro nostro scopo resolui nequeat.

Idem Problema praecedens.

254. Vbi ceteris manentibus omnibus, tantum quarta lens ante imaginem realem collocatur.

Solutio.

In solutione ergo etiam omnia manebunt, vt ante, nisi quod binarum quantitatum i et l signa sint mutanda. Primo ergo erunt elementa

$b = -\frac{a}{1+\omega}$; $\beta = a\omega$; $c = -a\omega$; $\gamma = \alpha$;

$d = -\frac{\alpha}{i}$; $\delta = -\frac{D\alpha}{i}$; $e = \frac{D\alpha}{il}$.

Distantiae focales.

$p = \alpha$; $q = -\alpha$; $r = \gamma = \alpha$;

$s = -\frac{D\alpha}{i}$; $t = -\frac{D\alpha}{il}$.

Lentium vero interualla

$$\alpha + b = \omega a; \ \beta + c = \omega a$$

$$\gamma + d = + \frac{(i-1)}{i} a;$$

$$\delta + e = \frac{-(l+1)}{il} . D a$$

vnde patet, esse debere D negatiuum, at $i > 1$; tum vero notetur esse $m = i l$.

Deinde inueniemus

$$\frac{\pi}{\Phi} = -\omega; \ \frac{\pi'}{\Phi} = -2\omega$$

$$\frac{\pi''}{\Phi} = -\frac{(i-1)}{\mathfrak{D}}; \ \frac{\pi'''}{\Phi} = -\frac{(i-1)}{\mathfrak{D}} - 1 - m$$

hincque pro loco oculi

$$O = \left(-\frac{(i-1)}{\mathfrak{D}} - 1 - m\right) \frac{D\alpha}{mm}$$

qui ergo valor est positiuus ob $D < 0$. Quare vt margo coloratus euanescat debet esse,

$$\mathfrak{D} = \frac{-(i-1)(1+l)}{m+1}$$

$$D = \frac{-(i-1)(1+l)}{2m+i-l}$$

qui valor cum sit negatiuus, conditionibus praecedentibus satisfit, si modo sit $i > 1$. atque his valoribus substitutis erit

$$b = -a; \ \beta = \omega; \ c = -\omega; \ \gamma = a; \ d = -\frac{a}{i}$$

$$\delta = \frac{(i-1)(i+l)\alpha}{(2m+i-l)i}; \ e = \frac{(i-1)(1+l)a}{(2m+i-l)il}$$

$$p = a; \ q = -a; \ r = a;$$

$$\varepsilon = \frac{(i-1)(1+l)\alpha}{(m+1)i};\ \zeta = \frac{(i-1)(1+l)\alpha}{(2m+1-l)il}$$

$$a + b = \omega\alpha;\ \beta + c = \omega\alpha;\ \gamma + d = \frac{i-1}{i}\alpha$$

$$\delta + e = \frac{(i-1)(1+l)^2\alpha}{(2m+1-l)il}$$

$$\frac{\pi}{\Phi} = -\omega;\ \frac{\pi'}{\Phi} = -2\omega$$

$$\frac{\pi''}{\Phi} = +\frac{m+1}{l+1}$$

$$\frac{\pi'''}{\Phi} = +\frac{m+1}{l+1} - 1 - m = -\frac{l(m+1)}{1+l}\ \text{hincque}$$

$$O = \frac{l(i-1)(m+1)}{2m+1-l} \cdot \frac{\alpha}{m^2}$$

Cum igitur fit $\pi'' : \pi''' = 1 : -l$ pro campo duo cafus funt perpendendi.

I. Si $l > 1$. tum poterit capi $\pi''' = -\frac{1}{4}$ vt fiat $\pi'' = \frac{1}{4l} < \frac{1}{4}$ hincque femidiameter campi

$$\Phi = \frac{1}{4}\frac{(1+l)}{m+1}.$$

II. Si $l < 1$, capi poterit $\pi'' = \frac{1}{4}$ vt fiat $\pi''' = -\frac{l}{4} < -\frac{1}{4}$ hincque $\Phi = \frac{1}{4} \cdot \frac{1+l}{m+1}$.

Vtroque ergo cafu campus maior erit, quam fi vnica adeffet lens ocularis, quo cafu inuenimus

$$\Phi = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{m+1}.$$

Maximus igitur campus obtinebitur fi capiatur $l = 1$. quo cafu ob $il = m$ fit $i = m$ tum vero

$$\Phi = \frac{1}{2(m+1)} = \frac{1718'}{m+1}\ \text{min.}$$

qui est duplo maior. Conueniet igitur sumi $l = 1$, si modo resolutio postremae aequationis id permittat, quae est

$$0 = \lambda - \frac{\lambda'}{1+\omega} + \frac{\lambda''}{1+\omega} - \frac{1}{\mathfrak{D}^3 i}\left(\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^2} + \frac{\nu}{D}\right) - \frac{\lambda''''}{D^3 . m}$$

vbi si capiatur $l = 1$, vt sit $i = m$ fit

$$\mathfrak{D} = -2 . \frac{m-1}{m+1};\ D = -2 . \frac{m-1}{3m-1}$$

quare si m sit numerus praemagnus, erit $\mathfrak{D} = -2$; $D = -\frac{2}{3}$; ex quo manifestum est resolutionem illius aequationis hoc modo non solum non impediri, sed et adiuvari, ita, vt haec positio $l = 1$ nostro scopo maxime conueniat. Hinc ergo consequimur

$$\lambda' = (1+\omega)\lambda + \lambda'' - \frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^5 m} - \frac{\lambda''''}{D^3 . m} - \frac{\nu}{\mathfrak{D} D m}$$

ad quam resoluendam primo notetur, quia duae postremae lentes maximam requirunt aperturam, eas vtrinque aeque conuexas capi debere; vnde pro vltima lente sumi debebit $\lambda'''' = 1,6299$; pro penultima vero habetur

$$\surd(\lambda''' - 1) = \frac{\sigma - \rho}{2\tau} . \frac{\delta - 1}{\delta + 1}$$

$$= \frac{\sigma - \rho}{2\tau} . \frac{-5m+1}{m+1}$$

Cum nunc sit $\left(\frac{\sigma+\rho}{2\tau}\right)^2 = 0,6299$

erit $\lambda''' = 1 + 0.6299 . \left(\frac{-5m+1}{m+1}\right)^2$

deinde vero sumamus $\lambda = 1$ et $\lambda'' = 1$. pro ω autem commode sumi posse videtur $\omega = \frac{2}{m}$, quoniam hac hoc modo internalla lentium priorum non fiunt nimis parva, quam vt in praxi locum habere queant.

Coroll. 1.

255. Quodsi ergo statuamus $l=1$, vt sit $i=m$, tum vero $\omega=\frac{1}{m}$, nostra elementa ita se habebunt:

$$b=-\frac{m\alpha}{m+1};\ \beta=\infty;\ c=\infty$$

$$\gamma=\alpha;\ d=-\frac{\alpha}{m};\ \delta=\frac{2(m-1)\alpha}{m(3m-1)};\ e=\frac{2(m-1)\alpha}{m(3m-1)};$$

ita, vt sit $\delta=e$ et imago realis inter binas lentes postremas media interiaceat.

Distantiae autem focales erunt.

$$p=\alpha;\ q=-\frac{m\alpha}{m+1};\ r=\alpha$$

$$s=\frac{2(m-1)\alpha}{m(m+1)};\ t=\frac{2(m-1)\alpha}{m(3m-1)}.$$

Internalla vero lentium

$$a+b=\frac{\alpha}{m};\ \beta+c=\frac{\alpha}{m};\ \gamma+d=\frac{m-1}{m}\alpha;$$

$$\delta+e=\frac{4(m-1)\alpha}{m(3m-1)}$$

$$\text{et } O=\frac{mm-1}{3m-1}\cdot\frac{\alpha}{mm}.$$

Coroll. 2.

256. Adiecta igitur vnica lente hoc insigne commodum feliciter sumus adepti quod amplitudo campi duplo maior sit facta, quam si vnica lente oculari vteremur, vbi probe notandum est, quod haec noua lens adiecta non post imaginem realem, sed ante eam debeat collocari.

Scho-

Scholion I.

257. Quo haec, quae inuenimus, commodissime ad praxin accommodemus, methodo iam supra tradita vtamur ac primo constructionem telescopii pro multiplicatione quapiam modica veluti $m = 25$ inuestigemus; deinde vero pro $m = \infty$; ex quorum casuum comparatione non difficulter pro qualibet multiplicatione media constructionem colligere licebit.

Exempl. I.

Pro $m = 25$.

258. Constructionem telescopii exhibere:

Cum hic sit $m = 25$, erit

$$\mathfrak{D} = -\tfrac{24}{13} = -1,84615$$

$$\dot{D} = -\tfrac{24}{37} = -0,64865$$

hinc erit $\frac{1-D}{1+D} = \frac{1,64865}{0,35134}$

hinc Log. $\left(\frac{1-D}{1+D}\right)^2 = 1,3428018$

vnde colligitur $\lambda''' = 14,8699$.

Iam cum sit

$$\text{Log.} -\mathfrak{D} = 0.2662669$$

$$\text{Log.} -D = 9.8120104$$

reperiemus

$$\lambda' = 1,04 + 1 + 0,094529 + 0,23888 - 0,00777$$

 $\lambda' =$

ciſcimur, vt pro λ' numerus binarium vix ſuperans reperiatur. Statuamus igitur $k = 1 + \omega$, denotante ω fractionem minimam, ita, vt ſit

$$b = -\frac{a}{1+\omega} = -(1-\omega).a;$$

$$a + b = \omega a;$$

ob eandemque rationem ſtatuatur etiam $\eta = \omega$, vt ſecundum interuallum etiam fiat ωa. Quod deinde ad litteram ϑ attinet, quae hic ex margine colorato eſt definita, factis his hypotheſibus multo minor vnitate eſſet proditura, ſcilicet $\vartheta = 2\omega$, qui valor maximis incommodis foret obnoxius; primo enim elementa γ et d euaneſcerent, niſi a in immenſum augeretur; deinde etiam valor ipſius λ' fieret enormis. Sed probe hic notandum eſt, has hypotheſes non caſui hic tractato, vbi vnica lens ocularis admittitur, deſtinari, ſed propoſitum nobis eſſe iis vti in ſequentibus, vbi duae pluresue lentes oculares conſiderabuntur, quibus cum nouae litterae in calculum introducantur, non amplius opus erit, ex aequatione marginem coloratum tollente, hanc litteram ϑ definire, ſed eam poterimus vt arbitrariam contemplari; ita, vt iam nihil obſtet, quominus ponatur $\vartheta = 1$. Quod autem hunc valorem elegerim, duae ſunt cauſſae; altera eſt, quod cum diſtantia γ hic ſit ϑa, ſi ϑ vltra vnitatem augeretur, longitudo teleſcopii maior eſſet proditura; altera autem ſuadet, ne ϑ minus vnitate capiatur, quia tum

λ' mox

λ' mox enormem valorem esset obtenturum sit igitur ratum statuere

$$1^{\circ}.\ k = 1 + \omega;\quad 2^{\circ}.\ \eta = \omega;\quad 3^{\circ}.\ \vartheta = 1.$$

vnde quotcunque lentes adhibeantur, pro tribus primoribus semper erit

$$b = -(1-\omega)\alpha;\ \beta = \infty;\ c = -\infty$$

$$\beta + c = \omega.\alpha;\ \gamma = \infty.$$

Deinde pro litteris π et π' erit quoque semper

$$\frac{\pi}{\Phi} = -\omega;\ \frac{\pi'}{\Phi} = -2\omega;$$

ceterum notetur, esse $B = \infty$, $\mathfrak{B} = 1$, $C = \mathfrak{C} = 0$, et $BC = 1$. atque hinc aequatio pro margine tollendo semper his duobus terminis exordietur $+\omega - 2\omega$; ita, vt hi duo termini semper coalescant in $-\omega$. Denique etiam aequatio pro confusione tollenda semper incipiet ab his tribus terminis

$$0 = \lambda - \frac{\lambda'}{1+\omega} + \frac{\lambda''}{1+\omega} \dots$$

vnde facile erit calculum pro quotuis lentibus ocularibus prosequi, vbi potissimum nobis erit propositum, campum apparentem multiplicare, idque quousque libuerit.

Problema 6.

253. Tribus lentibus prioribus ita ante imaginem realem dispositis, vti §. praec. est indicatum, si post imaginem duae lentes constituantur, efficere, vt campus apparens euadat maximus.

Solutio.

Cum hic habeantur quinque lentes, formula pro multiplicatione erit $m = -\frac{\alpha}{b} \cdot \frac{\beta}{c} \cdot \frac{\gamma}{d} \cdot \frac{\delta}{e}$ quarum fractionum ista $\frac{\gamma}{d}$ erit positiua, reliquae negatiuae. Cum igitur sit $\frac{\alpha}{b} = -1 - \omega$, $\frac{\beta}{c} = -1$, statuatur $\frac{\gamma}{d} = i$ et $\frac{\delta}{e} = -l$ habebimusque sequentia elementa:

$$b = \frac{-\alpha}{1+\omega};\; \beta = \infty;\; c = -\infty;\; \gamma = \alpha.$$

$$d = \frac{\alpha}{i};\; \delta = +\frac{D\alpha}{i};\; e = -\frac{D\alpha}{il}$$

existente $m = (1 + \omega)\, i \cdot l$.

Deinde distantiae focales

$$p = a;\; q = b;\; r = \gamma;\; s = Dd \text{ et } t = e.$$

Porro internalla lentium

$$\alpha + b = \omega\alpha;\; \beta + c = \omega\alpha;$$

$$\gamma + d = \frac{1+i}{i}\alpha;\; \delta + e = D\left(\frac{l-1}{il}\right) \cdot \alpha,$$

quorum trium priora cum per se sint positiua, tantum superest, vt sit $D(l-1)$ positiuum.

Pro fractionibus π, π' etc. iam habemus:

$$\frac{\pi}{\Phi} = -\omega;\; \frac{\pi'}{\Phi} = -2\omega;\; \text{ideoque } \frac{\pi - \pi'}{\Phi} = \omega.$$

Pro binis reliquis vero habentur hae aequationes:

$$\frac{D\pi'' - \pi' + \pi - \Phi}{\Phi} = \frac{\alpha}{d} = i$$

$$\frac{\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \Phi}{\Phi} = \frac{D\alpha}{e} = -il = -m$$

Ex

Ex quibus elicitur

$$\frac{\pi''}{\Phi} = \frac{1+i-\omega}{\mathfrak{D}} = \frac{1+i}{\mathfrak{D}}$$

$$\frac{\pi'''}{\Phi} = \frac{1+i}{\mathfrak{D}} + \omega - 1 - m.$$

Vnde pro loco oculi statim habemus

$$O = -\frac{\pi'''}{m\Phi} \cdot t = \left(\frac{1+i}{\mathfrak{D}} + \omega - 1 - m\right)\frac{D\alpha}{m^2}$$

$$O = \left(\frac{1+i}{\mathfrak{D}} - 1 - m\right)\frac{D\alpha}{m^2}$$

quae vt fiat positiua, necesse est, vt D sit negativum, adeoque ob $D(l-1) > 0$ erit quoque $l < 1$. Quare cum distantia O facta sit positiua pro margine colorato tollendo habebitur haec aequatio:

$$0 = -\omega + \frac{\pi''}{\Phi} \cdot \frac{1}{i} - \frac{\pi'''}{\Phi} \cdot \frac{1}{m} \text{ seu}$$

$$0 = -\omega + \frac{1+i}{\mathfrak{D}i} - \frac{(1+i)}{\mathfrak{D}m} + \frac{1+m}{m}$$

seu reiectis ω

$$0 = \frac{1+i}{\mathfrak{D}} \cdot \frac{l-1}{il} + \frac{1+m}{m} \text{ seu}$$

$$0 = \frac{(1+i)(l-1)}{\mathfrak{D}} + 1 + m \text{ hinc}$$

$$\mathfrak{D} = \frac{-(1+i)(l-1)}{m+1} = \frac{(1+i)(1-l)}{m+1} \text{ et } D = \frac{(1+i)(1-l)}{2m-i+1},$$

qui valor debet esse negativus ob $l < 1$, hincque esse oporteret $l < \frac{i}{2i+1}$ siue $l < \frac{1}{2}$ ita, vt hinc esse debeat $i > 2m$, et $D = \frac{-(1+i)(1-l)}{i(1-2l)-1}$.

His circa valores D et l definitis examinemus campum apparentem, cuius semidiameter Φ duplici modo exprimitur

$$1^{\circ}.\ \Phi = \frac{D\pi''}{1+i} = \frac{(1-l)\pi'''}{m+1};$$

$$2^{\circ}.\ \Phi = \frac{D\pi'''}{1+iD-(m+1)},\ \Phi = \frac{(1-l)\pi''}{(m+1)l}$$

quorum minor tantum locum habet, siquidem π'' et π''' maximum valorem, qui est circiter $\frac{1}{4}$, obtineant. Cum autem sit $\pi'' : \pi''' = 1 : l$, tantum sumi poterit $\pi'' = \frac{1}{4}$ fietque $\pi''' = \frac{l}{4}$ hincque campus prodiret $\Phi = \frac{1}{4} \cdot \frac{1-l}{m+1}$; ideoque minor, quam si lente oculari simplici vteremur, contra nostrum institutum; ita, vt hoc problema pro nostro scopo resolui nequeat.

Idem Problema praecedens.

254. Vbi ceteris manentibus omnibus, tantum quarta lens ante imaginem realem collocatur.

Solutio.

In solutione ergo etiam omnia manebunt, vt ante, nisi quod binarum quantitatum i et l signa sint mutanda. Primo ergo erunt elementa

$$b = -\frac{\alpha}{1+\omega};\ \beta = \alpha;\ c = -\alpha;\ \gamma = \alpha;$$
$$d = -\frac{\alpha}{i};\ \delta = -\frac{D\alpha}{i};\ e = \frac{D\alpha}{il}.$$

Distantiae focales.

$$p = \alpha;\ q = -\alpha;\ r = \gamma = \alpha;$$
$$s = -\frac{D\alpha}{i};\ t = -\frac{D\alpha}{il}.$$

Len-

Lentium vero interualla

$$\alpha + b = \omega \alpha;\ \beta + c = \omega \alpha$$

$$\gamma + d = + \frac{(i-1)}{i} \alpha;$$

$$\delta + e = \frac{-(l+1)}{il} . \mathrm{D} \alpha$$

vnde patet, esse debere D negativum, at $i > 1$; tum vero notetur esse $m = i\,l$.

Deinde inueniemus

$$\frac{\pi}{\Phi} = -\omega;\ \frac{\pi'}{\Phi} = -2\omega$$

$$\frac{\pi''}{\Phi} = -\frac{(i-1)}{\mathfrak{D}};\ \frac{\pi'''}{\Phi} = -\frac{(i-1)}{\mathfrak{D}} - 1 - m$$

hincque pro loco oculi

$$O = \left(-\frac{(i-1)}{\mathfrak{D}} - 1 - m\right) \frac{\mathrm{D}\alpha}{mm}$$

qui ergo valor est positiuus ob $\mathrm{D} < 0$. Quare vt margo coloratus euanescat debet esse,

$$\mathfrak{D} = \frac{-(i-1)(1+l)}{m+1}$$

$$\mathrm{D} = \frac{-(i-1)(1+l)}{2m+i-l}$$

qui valor cum sit negatiuus, conditionibus praecedentibus satisfit, si modo sit $i > 1$. atque his valoribus substitutis erit

$$b = -a;\ \beta = \omega;\ c = -\omega;\ \gamma = a;\ d = -\frac{a}{i}$$

$$\delta = \frac{(i-1)(i+l)a}{(2m+i-l)i};\ e = \frac{(i-1)(1+l)a}{(2m+i-l)il}$$

$$p = a;\ q = -a;\ r = a;$$

 $s =$

$c = \frac{(i-1)(1+l)a}{(m+1)il}$; $e = \frac{(i-1)(1+l)a}{(2m+1-l)il}$

$a + b = \omega\, a$; $\beta + c = \omega\, a$; $\gamma + d = \frac{i-1}{i}a$

$\delta + e = \frac{(i-1)(1+l)^2 a}{(2m+1-l)il}$

$\frac{\pi}{\Phi} = -\omega$; $\frac{\pi'}{\Phi} = -2\omega$

$\frac{\pi''}{\Phi} = +\frac{m+1}{l+1}$

$\frac{\pi'''}{\Phi} = +\frac{m+1}{l+1} - 1 - m = -\frac{l(m+1)}{1+l}$ hincque

$O = \frac{l(i-1)(m+1)}{2m+1-l} \cdot \frac{a}{m^2}$

Cum igitur ſit $\pi'' : \pi''' = 1 : -l$ pro campo duo caſus ſunt perpendendi.

I. Si $l > 1$. tum poterit capi $\pi''' = -\frac{1}{4}$ vt fiat $\pi'' = \frac{1}{4l} < \frac{1}{4}$ hincque ſemidiameter campi

$$\Phi = \frac{1}{4}\,\frac{(1+l)}{m+1}$$

II. Si $l < 1$, capi poterit $\pi'' = \frac{1}{4}$ vt fiat $\pi''' = -\frac{l}{4} < -\frac{1}{4}$ hincque $\Phi = \frac{1}{4} \cdot \frac{1+l}{m+1}$.

Vtroque ergo caſu campus maior erit, quam ſi vnica adeſſet lens ocularis, quo caſu inuenimus

$$\Phi = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{m+1}.$$

Maximus igitur campus obtinebitur ſi capiatur $l = 1$. quo caſu ob $il = m$ fit $i = m$ tum vero

$$\Phi = \frac{1}{2(m+1)} = \frac{1718}{m+1} \text{ min.}$$

qui

qui est duplo maior. Conueniet igitur sumi $l = 1$, si modo resolutio postremae aequationis id permittat, quae est

$$0 = \lambda - \frac{\lambda'}{1+\omega} + \frac{\lambda''}{1+\omega} - \frac{1}{\mathfrak{D}i}\left(\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^2} + \frac{\nu}{\mathfrak{D}}\right) - \frac{\lambda''''}{D^3 m}$$

vbi si capiatur $l = 1$, vt sit $i = m$ fit

$$\mathfrak{D} = -2 . \frac{m-1}{m+1};\quad D = -2 . \frac{m-1}{3m-1}$$

quare si m sit numerus praemagnus, erit $\mathfrak{D} = -2$; $D = -\frac{2}{3}$; ex quo manifestum est resolutionem illius aequationis hoc modo non solum non impediri, sed et adiuuari, ita, vt haec positio $l = 1$ nostro scopo maxime conueniat. Hinc ergo consequimur

$$\lambda' = (1+\omega)\lambda + \lambda'' - \frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^3 m} - \frac{\lambda''''}{D^3 . m} - \frac{\nu}{\mathfrak{D}D m}$$

ad quam resoluendam primo notetur, quia duae postremae lentes maximam requirunt aperturam, eas vtrinque aeque conuexas capi debere; vnde pro vltima lente sumi debebit $\lambda'''' = 1,6299$; pro penultima vero habetur

$$\sqrt{(\lambda''' - 1)} = \frac{\sigma - \rho}{2\tau} . \frac{\delta - 1}{\delta + 1}$$

$$= \frac{\sigma - \rho}{2\tau} . \frac{-5m+3}{m+1}$$

Cum nunc sit $\left(\frac{\sigma-\rho}{2\tau}\right)^2 = 0,6299$

erit $\lambda''' = 1 + 0.6299 . \left(\frac{-5m+3}{m+1}\right)^2$

deinde vero sumamus $\lambda = 1$ et $\lambda'' = 1$. pro ω autem commode sumi posse videtur $\omega = \frac{2}{m}$, quoniam

hoc

hoc modo interualla lentium priorum non fiunt nimis parva, quam vt in praxi locum habere queant.

Coroll. I.

255. Quodſi ergo ſtatuamus $l = 1$, vt ſit $i = m$, tum vero $\omega = \frac{1}{m}$, noſtra elementa ita ſe habebunt:

$$b = -\frac{m\alpha}{m+1};\ \beta = \infty;\ c = \infty$$

$$\gamma = \alpha;\ d = -\frac{\alpha}{m};\ \delta = \frac{2(m-1)\alpha}{m(3m-1)};\ e = \frac{2(m-1)\alpha}{m(3m-1)};$$

ita, vt ſit $\delta = e$ et imago realis inter binas lentes poſtremas media interiaceat.

Diſtantiae autem focales erunt.

$$p = \alpha;\ q = -\frac{m\alpha}{m+1};\ r = \alpha$$

$$s = \frac{2(m-1)\alpha}{m(m+1)};\ t = \frac{2(m-1)\alpha}{m(3m-1)}.$$

Interualla vero lentium

$$\alpha + b = \frac{\alpha}{m};\ \beta + c = \frac{\alpha}{m};\ \gamma + d = \frac{m-1}{m}\alpha$$

$$\delta + e = \frac{4(m-1)\alpha}{m(3m-1)}$$

$$\text{et } O = \frac{mm-1}{3m-1} \cdot \frac{\alpha}{mm}.$$

Coroll. 2.

256. Adiecta igitur vnica lente hoc inſigne commodum feliciter ſumus adepti quod amplitudo campi duplo maior ſit facta, quam ſi vnica lente oculari vteremur, vbi probe notandum eſt, quod haec noua lens adiecta non poſt imaginem realem, ſed ante eam debeat collocari.

Scho-

Scholion I.

257. Quo haec, quae inuenimus, commodissime ad praxin accommodemus, methodo iam supra tradita vtamur ac primo constructionem telescopii pro multiplicatione quapiam modica veluti $m = 25$ inuestigemus; deinde vero pro $m = \infty$; ex quorum casuum comparatione non difficulter pro qualibet multiplicatione media constructionem colligere licebit.

Exempl. I.

Pro $m = 25$.

258. Constructionem telescopii exhibere:

Cum hic sit $m = 25$, erit

$$\mathfrak{D} = -\tfrac{24}{13} = -1,84615$$

$$D = -\tfrac{24}{37} = -0,64865$$

hinc erit $\frac{1-D}{1+D} = \frac{1,64865}{0,35134}$

hinc Log. $(\frac{1-D}{1+D})^2 = 1,3428018$

vnde colligitur $\lambda''' = 14,8699$.

Iam cum sit

$$\text{Log.} -\mathfrak{D} = 0.2662669$$

$$\text{Log.} -D = 9.8120104$$

reperiemus

$$\lambda' = 1,04 + 1 + 0,094529 + 0,23888 - 0,00777$$

 $\lambda' =$

$\lambda' = 2,3656$

$\lambda' - 1 = 1,3656$ et

$\tau . \sqrt{(\lambda' - 1)} = 1,0577$

Constructio igitur lentium ita se habebit:

I. Pro prima lente.

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,6145 . \alpha \\ \text{poster.} = 5,2439 . \alpha \end{cases}$

Semidiameter aperturae $= \frac{25}{50}$ dig. $= \frac{1}{2}$ dig.

Interuall. ad lentem sequentem $= \frac{1}{25} . \alpha = 0,04\, \alpha$.

II. Pro secunda lente

calculus ita se habebit

$$F = \frac{b}{\varrho \pm 1,0577} = \frac{-0,96\, \alpha}{1,2484}$$

$$G = \frac{b}{\sigma + 1,0577} = \frac{-0,96 . \alpha}{0,5697}$$

seu $F = -0,7690 . \alpha$

$G = -1,6851 . \alpha$

Interuallum ad sequentem, vt ante, $= 0,04\, \alpha$

III. Pro tertia lente

cum eius distantia focalis sit reuera

$$\gamma = \frac{\alpha}{1 + \omega} = (1 - \omega)\, \alpha \text{ et } \lambda'' = 1,$$

ex

ex prima lente haec ita definitur

$$\text{radius faciei} \left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = 0,5900.\,\alpha \\ \text{poſter.} = 5,0342.\,\alpha \end{array} \right.$$

Interuallum ad quartam $= \alpha - \frac{2\alpha}{m} = 0,92.\,\alpha$

IV. Pro quarta lente

cuius diſtantia focalis eſt $1,84615.\,\frac{\alpha}{m}$

quia debet eſſe vtrinque aeque conuexa,

erit vtriusque faciei radius $= 2,03076.\,\frac{\alpha}{m}$

Semidiameter aperturae $= 0,50769.\,\frac{\alpha}{m}$

Interuallum ad ſequentem $= +\,1,29730\,\frac{\alpha}{m}$.

V. Pro quinta lente

cuius diſtantia focalis $= 0,64865.\,\frac{\alpha}{m}$

erit radius vtriusque faciei $= 0,71351.\,\frac{\alpha}{m}$

Semidiameter aperturae $= 0,17838.\,\frac{\alpha}{m}$

hinc interuallum ad oculum vsque erit $= 0,3872.\,\frac{\alpha}{m}$, exiſtente $m = 25$ et campi apparentis ſemidiameter erit $\Phi = \frac{1718}{26}$. minut. $= 66$ min. et longitudo totius inſtrumenti

$$= \alpha + 1,6345.\,\frac{\alpha}{m} = 1,06538.\,\alpha.$$

Exempl. II.

Si $m = \infty$.

259. Constructionem telescopii describere.

Erit igitur $\mathfrak{D} = -2$; $D = -\frac{2}{3}$

et $\omega = 0, \frac{1-D}{1+D} = 5$; vnde fit

$$\lambda''' = 1 + 0,6299.\,25 = 16,74$$

Hineque colligitur

$$\lambda' = 1 + 1 = 2;\ \lambda' - 1 = 1.\ \text{ideoque}$$

$$\tau.\,\sqrt{(\lambda' - 1)} = \tau = 0.905\,r.$$

Constructio igitur lentium ita se habebit

I. Pro prima lente

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,6145.\,a \\ \text{poster.} = 5,2439.\,a \end{cases}$

Semidiameter aperturae $= \frac{m}{50}$ dig.

Interuallum ad lentem sequentem $= \frac{a}{m}$.

II. Pro secunda lente

cuius distantia focalis $b = -a$ habebimus

$$F = \frac{b}{\varrho \pm 0,9051} = \frac{-a}{1,0958}$$

$$G = \frac{b}{\sigma + 0,9051} = \frac{-a}{0,7225}$$

Hinc $F = -0,91257.\,a$

$G = -1,38446.\,a$

Interuallum ad sequentem $= \frac{a}{m}$.

III. Pro

III. Pro tertia lente.

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,6145 \cdot a \\ \text{poster.} = 5,2439 \cdot a \end{cases}$

Interuallum ad sequentem lentem $= a - \frac{2a}{m}$.

IV. Pro quarta lente

cuius distantia focalis est $\mathfrak{D}\, d = + \frac{2a}{m}$,

erit radius vtriusque faciei $= 2,2 \frac{a}{m}$

Interuallum $= \frac{4}{3} \cdot \frac{a}{m} = 1,333 \cdot \frac{a}{m}$.

V. Pro quinta lente

cuius distantia focalis $= 0,666 \cdot \frac{a}{m}$

erit radius vtriusque faciei $= 0,7333 \cdot \frac{a}{m}$

Interuallum ad oculum $= \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{m}$.

Exempl. III.

260. Pro multiplicatione quacunque m constructionem huiusmodi telescopii describere.

Hic assumsi omnes lentes ex ea vitri specie parari, pro qua est $n = 1,55$. Ex praecedentibus autem sequens constructio concinnabitur

I. Pro prima lente

erit, vt hactenus,

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,6145 \cdot a \\ \text{poster.} = 5,2439 \cdot a \end{cases}$

Semidiameter aperturae $x = \frac{m}{50}$ dig.

Interuallum ad sequentem $= \frac{a}{m}$.

II. Pro secunda lente

ponatur

$$F = -(0,91257 + \tfrac{f}{m})a$$

$$G = -(1,38446 + \tfrac{g}{m})a$$

erit autem

$$0,91257 + \tfrac{f}{25} = 0,7690$$

$$1,38446 + \tfrac{g}{25} = 1,6852$$

vnde $f = -3,59$

$$g = +7,52$$

Interuallum $= \frac{a}{m}$.

III. Pro tertia lente

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,6145\,(1 - \frac{1}{m})\,a \\ \text{poster.} = 5,2439\,(1 - \frac{1}{m})\,a \end{cases}$

Interuallum ad sequentem $= a - \frac{2a}{m}$.

IV. Pro quarta lente

statuatur radius vtriusque faciei

$$= (2,2 + \tfrac{b}{m})\,\tfrac{a}{m}$$

eritque $2,2 + \frac{b}{25} = 2,03076$

hinc

hinc colligitur $b = -4,231$.

Interuallum ad sequentem $= (1,333 + \frac{k}{m}) \frac{\alpha}{m}$

hinc $k = -0,90$; adeoque interuallum erit

$(1,333 - \frac{0,90}{m}) \frac{\alpha}{m}$.

V. Pro quinta lente

cuius distantia focalis $= (0,666 - \frac{0,45}{m}) \frac{\alpha}{m}$

erit radius vtriusque faciei $= (0,7333 - \frac{0,495}{m}) \frac{\alpha}{m}$

Distantia ad oculum $= (\frac{1}{3} + \frac{l}{m}) \frac{\alpha}{m}$

vnde $l = 0,097$ adeoque haec distantia erit

$(0,333 + \frac{0,097}{m}) \frac{\alpha}{m}$

et tota telescopii longitudo $=$

$\alpha + (1,666 - \frac{0,803}{m}) \frac{\alpha}{m}$

vel $\alpha + 1,666 . \frac{\alpha}{m} - 0,803 . \frac{\alpha}{m^2}$

Perpendamus nunc quantum valorem ipsi α tribui conueniat et cum ternae priores lentes vt lens triplicata spectari queant, minimus radius est $0,6145 . \alpha$, cuius pars quarta $\frac{3}{20} . \alpha$ ipsi $x = \frac{m}{30}$ aequalis posita dat $\alpha = \frac{2m}{15}$. dig. $= \frac{4m}{35}$ dig. Ponamus igitur $\alpha = \frac{4}{30} m$ dig. et habebitur sequens

Constructio huiusmodi Telescopiorum.

Circa diaphragma his telescopiis inserendum videtur sequens Scholion 3.

Pro

Pro multiplicatione quacunque m, lentibus ex vitro $n = 1,55$, factis

I. Pro prima lente

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,08193.m. \text{ dig.} \\ \text{poster.} = 0,69918.m. \text{ dig.} \end{cases}$

Semidiameter aperturae $= \frac{m}{50}$ dig.

Interuallum $= \frac{2}{15}$ dig.

II. Pro secunda lente

rad. fac. $\begin{cases} \text{anter.} = (-0,1217.m + 0,478) \text{ dig.} \\ \text{poster.} = (-0,18459.m - 1,003) \text{ dig.} \end{cases}$

Interuallum $= \frac{2}{15}$ dig.

III. Pro tertia lente

rad. fac. $\begin{cases} \text{anter.} = (0,08193\,m - 0,0819) \text{ dig.} \\ \text{poster.} = (0,69918\,m - 0,699) \text{ dig.} \end{cases}$

Interuallum $= (\frac{2}{15}\,m - \frac{6}{15})$ dig.

IV. Pro quarta lente

radius vtriusque faciei $= (0,2933 - \frac{0,5641}{m})$ dig.

Interuallum $= (0,1777 - \frac{0,12}{m})$ dig.

V. Pro quinta lente

radius vtriusque faciei $= (0,098 - \frac{0,066}{m})$ dig.

Hinc interuallum ad oculum $= (0,044 - \frac{0,012}{m})$ dig.

Longitudo tota $= (\frac{2}{15}\,m - 0,11)$ dig.

ita,

ita, vt pro casu $m = 100$ haec longitudo fit $13\frac{1}{7}$ dig. campi denique apparentis semidiameter $= \frac{1718}{m+1}$ min. seu, quia etiam lentes priores aliquantillum ad campum augendum conferunt, $\Phi = \frac{1718}{m}$ min. ita, vt pro $m = 100$ fiat $\Phi = 17$ min. 10 sec.

Scholion 2.

261. Telescopia haec in suo genere ita omnibus numeris absoluta videntur, vt perfectiora vix desiderari queant, nisi diuersas vitri species adhibere velimus. Non solum enim confusionis ab apertura oriundae sunt expertia aeque ac marginis colorati, sed etiam campum apparentem duplo maiorem patefaciunt, quam simplicia ac praeterea tam sunt brevia, vt breuiora ne sperare quidem liceat. Deinde etiam in exsecutione insigne commodum inde obtineri potest, quod inter tres priores lentes interualla aliquantillum variari possunt; si enim forte eueniat, vt ob tantillum errorem in praxi commissum hae lentes non exactissime ad interualla hic praescripta sint accommodata, facile euenire potest, vt iis paulisper mutatis, egregium effectum sint praestaturae. Interim tamen semper consultum erit, secundam lentem concauam pluries elaborari, secundum easdem mensuras; cum enim semper aliquod discrimen deprehendatur, inter plures eiusmodi lentes optima facile eligi poterit. Nihilo minus vero conueniet nostram inuestigationem vlterius prosequi et in eiusmodi huius generis tele-

ſcopia inquirere, quorum campus adeo triplo vel quadruplo maior ſit prodíturus.

Scholion 3.

262. Quo haec teleſcopia meliorem effectum praeſtent, neceſſe eſt, vt in loco imaginis verae diaphragma ſiue ſeptum, quemadmodum ſupra iam eſt deſcriptum, cum foramine debitae magnitudinis conſtituatur. Cadit autem haec imago ob $\delta = e$ praeciſe in medium interualli quartae & quintae lentis, ideoque ad diſtantiam $= (0,0888 - \frac{0{,}06}{m})$ dig. Deinde cum foramen magnitudini huius imaginis debeat eſſe aequale et ſemidiameter imaginis ſit in genere $= \alpha\Phi . BCD = \alpha\Phi . D = -2 . \frac{m-1}{3m-1} . \alpha\Phi$; debet eſſe ſemidiameter foraminis $= -2 . \frac{m-1}{3m-1}\alpha\Phi$. Iam cum in noſtro exemplo euoluto ſit $\alpha = \frac{2}{15}m$ et $\Phi = \frac{1}{8m}$, colligitur iſte foraminis ſemidiameter $= \frac{1}{15} . \frac{2(m-1)}{3m-1}$ dig. $= (\frac{2}{45} - \frac{4}{135m})$ dig.

Ceterum etſi his teleſcopiis multo maiorem claritatis gradum conciliauimus quam vulgo fieri ſolet, dum ſumſimus $y = \frac{1}{50}$ dig., ex Hugenii regulis autem ſequitur $y = \frac{1}{35}$ dig. tamen ſi quis vereatur, ne hic ob multitudinem lentium claritas notabilem iacturam patiatur, huic incommodo facile medela afferetur, menſuras datas tantum quapiam ſui parte augendo ſeu, quod eodem redit, menſuram vnius digiti, quam hactenus indefinitam reliquimus, pro lubitu augendo.

Pro-

Problema 7.

263. Si praeter tres lentes priores, vti in praecedente problemate sunt constitutae, adhuc vna lens ante locum imaginis collocetur, post eam insuper duas lentes ita disponere, vt maximus campus obtineatur.

Solutio.

Cum hic occurrant sex lentes, erit

$$m = \frac{\alpha}{b} \cdot \frac{\beta}{c} \cdot \frac{\gamma}{d} \cdot \frac{\delta}{e} \cdot \frac{\varepsilon}{f}.$$

quarum fractionum tres priores sunt negatiuae, quarta positiua & quinta denuo negatiua. Pro prioribus iam sumsimus esse $\frac{\alpha}{b} = -1 - \omega$; $\frac{\beta}{c} = -1$. Pro posterioribus vero statuamus $\frac{\gamma}{d} = -k$; $\frac{\delta}{e} = i$ et $\frac{\varepsilon}{f} = -l$ vt sit $m = (1 + \omega) k l i$; vnde ob $B = \infty$, $C = 0$, et $BC = 1$ elementa nostra erunt

$$b = -\frac{\alpha}{1+\omega};\ \beta = \infty;\ c = -\infty;$$

$$\gamma = \frac{\alpha}{1+\omega};\ d = -\frac{\alpha}{k};\ \delta = -\frac{D\alpha}{k};$$

$$e = -\frac{D\alpha}{ki};\ \varepsilon = -\frac{DE\alpha}{ki};\ f = \frac{DE\alpha}{kil}.$$

Atque hinc distantiae focales reperientur:

$$p = \alpha;\ q = -(1-\omega)\alpha;\ r = \frac{\alpha}{1+\omega};$$

$$s = -\frac{\mathfrak{D}\alpha}{k};\ t = -\frac{\mathfrak{E}D\alpha}{ki};\ u = \frac{DE\alpha}{kil}.$$

 Tum

Tum vero interualla lentium

$$\alpha + b = \omega\alpha;\ \beta + c = \omega\alpha;\ \gamma + d = \frac{k-1}{k}\cdot\alpha$$

$$\delta + e = -\mathrm{D}\alpha.\frac{i+1}{ki};\ \varepsilon + f = \mathrm{DE}\alpha\frac{1-l}{kil}$$

quae vt prodeant positiua, debet esse

$$1^\circ.\ k > 1;\ 2^\circ.\ \mathrm{D} < 0;\ 3^\circ. + \mathrm{E}(l-1) > 0$$

Litterae π, π' etc. sequenti modo definientur:

$$\frac{\pi}{\Phi} = -\omega;\ \frac{\pi'}{\Phi} = -2\omega$$

et reliquae ex sequentibus formulis determinari debent

$$\frac{\mathfrak{D}\pi'' - \pi' + \pi - \Phi}{\Phi} = \frac{\mathrm{BC}\alpha}{d} = -k$$

$$\frac{\mathfrak{E}\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \Phi}{\Phi} = \frac{\mathrm{BCD}\alpha}{e} = -ki$$

$$\frac{\pi'''' - \pi''' + \pi'' - \pi' + \pi - \Phi}{\Phi} = m$$

hinc ergo colligimus

$$\frac{\pi''}{\Phi} = \frac{1-k}{\mathfrak{D}};\ \frac{\pi'''}{\Phi} = \frac{\pi''}{\mathfrak{E}\Phi} - \left(\frac{1+ki}{\mathfrak{E}}\right)$$

$$\text{et } \frac{\pi''''}{\Phi} = \frac{\pi'''}{\Phi} - \frac{\pi''}{\Phi} + m + 1$$

Nunc cum pro campo apparente sit

$$\Phi = \frac{\pi - \pi' + \pi'' - \pi''' + \pi''''}{m+1}$$

is fiet maximus, si sumatur $\pi'' = \frac{1}{4}$, $\pi''' = -\frac{1}{4}$, $\pi'''' = \frac{1}{4}$; inde enim fiet $\Phi = \frac{3}{4}.\frac{1}{m+1}$; vnde illae aequationes dabunt

$$\frac{m+1}{3} = \frac{1-k}{\mathfrak{D}};\ \frac{-m-1}{3} = \frac{m+1}{3\mathfrak{E}} - \left(\frac{1+ki}{\mathfrak{E}}\right)$$

et

et $\frac{m+1}{3} = \frac{-m-1}{3} - \frac{m-1}{3} + m + 1$

quae est, vti debet, identica.

Vnde pro loco oculi sequitur

$O = \frac{m+1}{3} \cdot \frac{\alpha}{m} = \frac{m+1}{3} \cdot \frac{DE\alpha}{kil.m}$

quae distantia vt fiat positiua ob $D < 0$ debet etiam esse $E < 0$ adeoque $l < 1$, siquidem assumamus α positiuum. Patet autem, si caperemus $l = 1$, binas postremas lentes sibi immediate iungi et prodire casum lentis ocularis duplicatae iam supra consideratum. Videamus autem ante quam aequationem pro margine colorato contemplemur, cuiusmodi valores litterae $\mathfrak{E}$ et $\mathfrak{D}$ ex binis aequationibus superioribus obtineant et ex priori quidem inuenitur $\mathfrak{D} = -\frac{3(k-i)}{m+1}$ qui cum sit negatiuus, etiam D fit negatiuum, vti oportet; et ex altera fit $\mathfrak{E} = \frac{3ki-m+2}{m+1}$ hincque $E = \frac{3ki-m+2}{2m-3ki-1}$; qui valor cum debeat esse negatiuus, duo casus sunt considerandi:

I. Si numerator negatiuus et denominator positiuus, erit $3ki + 2 < m$ et $m > \frac{3ki+1}{2}$ seu simpliciter $m > 3ki + 2$.

II. Sin autem numerator sit positiuus et denominator negatiuus, erit $m < 3ki + 2$ et $m < \frac{3ki+1}{2}$ seu simpliciter $m < \frac{3ki+1}{2}$.

Cum autem sit $m = kil$, ob $l < 1$ erit $m < ki$, vnde patet priorem casum locum habere non posse, thodus pro prioribus lentibus in vſum vocari poteſt, vbi autem notandum eſt, quia hae lentes quaſi ad obiectiuam conſtituendam concurrunt, ex earum litteris π et π' nihil vel perparum ad campum amplificandum redundare poſſe. Quocirca his litteris non vt ſequentibus valor $\frac{1}{4}$, ſed potius quam minimus, puta $\frac{1}{4}.\omega$ et $\frac{1}{4}.\omega'$ tribui debet, denotantibus ſcilicet ω et ω' fractiones quam minimas. Quare quo haec noua methodus clarius perſpiciatur, ea ad ſequens problema generale huc ſpectans ſoluendum veniur.

Problema 8.

265. Teleſcopium huius generis ex ſex lentibus conſtruere, quarum tres priores inſeruiant omni confuſioni tollendae tres autem poſteriores campo triplicando, dum ſcilicet lenti oculari ſimplici campum ſimplicem aſſignamus.

Solutio.

Hic igitur quinque ſequentes fractiones conſiderandae veniunt:

$$\frac{\alpha}{b}.\ \frac{\beta}{c}.\ \frac{\gamma}{d}.\ \frac{\delta}{e}.\ \frac{\varepsilon}{f}$$

quarum omnes praeter vnicam debent eſſe negatiuae. Quare ſi ſtatuamus:

$$\frac{\alpha}{b} = -P;\ \frac{\beta}{c} = -Q;\ \frac{\gamma}{d} = -R;$$
$$\frac{\delta}{e} = -S \text{ et } \frac{\varepsilon}{f} = -T.$$

evidens

euidens eſt, harum quinque litterarum P, Q, R, S, T vnicam fore negatiuam, reliquis exiſtentibus poſitiuis. Quaenam autem ſit negatiua, hic nondum opus eſt definire. Hoc poſito noſtra elementa aeque ac diſtantiae focales cum interuallis lentium ſequenti modo conſpectui repraeſententur:

Diſtant. determinat.		Diſt. focales	Interualla lentium
		$p = a$	
$b = \frac{-a}{P}$	$\beta = \frac{-Ba}{P}$	$q = \mathfrak{B} b$	$a + b = a(1 - \frac{1}{P}) > 0$
$c = \frac{Ba}{PQ}$	$\gamma = \frac{BCa}{PQ}$	$r = \mathfrak{C} c$	$\beta + c = \frac{-Ba}{P}(1 - \frac{1}{Q}) > 0$
$d = \frac{-BCa}{PQR}$	$\delta = \frac{-BCDa}{PQR}$	$s = \mathfrak{D} d$	$\gamma + d = \frac{BCa}{PQ}(1 - \frac{1}{R}) > 0$
$e = \frac{BCDa}{PQRS}$	$\varepsilon = \frac{BCDEa}{PQRS}$	$t = \mathfrak{E} e$	$\delta + e = \frac{-BCDa}{PQR}(1 - \frac{1}{S}) > 0$
$f = \frac{-BCDEa}{PQRST}$		$u = f$	$\varepsilon + f = \frac{BCDEa}{PQRS}(1 - \frac{1}{T}) > 0$

vbi cum productum $PQRST$ ſit negatiuum, pro multiplicatione erit $m = -PQRST$.

Deinde cum pro campo apparente habeatur

$$\Phi = \frac{\pi - \pi' + \pi'' - \pi''' + \pi''''}{m + 1}$$

ſit ξ maximus valor, quem hae litterae π, π' etc. recipere poſſunt et ſtatuamus $\pi = \omega\,\xi$; $\pi' = -\omega'\xi$; $\pi'' = \xi$; $\pi''' = -\xi$; $\pi'''' = \xi$; vt ſit $\Phi = \frac{\omega + \omega' + 3}{m + 1} . \xi$

Cum igitur hinc ſit $\frac{\pi''''}{\Phi} = \frac{m + 1}{\omega + \omega' + 3}$ pro diſtantia oculi habebimus

$$O = \frac{\pi''''}{\Phi} \cdot \frac{u}{m} = \frac{m+1}{\omega + \omega' + 3} \cdot \frac{-BCDE\alpha}{PQRST \cdot m}$$

seu $O = \frac{m+1}{\omega + \omega' + 3} \cdot \frac{BCDE \cdot \alpha}{u m}$.

Vt igitur O fiat positiuum, quia $\frac{\pi''''}{\Phi}$ est positiuum, debet esse $u > o$ ideoque vltima lens conuexa, quae conditio insuper est probe obseruanda.

Nunc igitur aequatio pro margine colorato tollendo ita se habebit:

$$o = \omega \cdot \frac{b}{\alpha} - \omega' \cdot \frac{c}{B\alpha} + \frac{d}{BC\alpha} - \frac{e}{BCD\alpha} + \frac{f}{BCDE\alpha}$$

quae reducitur ad hanc formam:

$$o = + \omega \cdot \frac{1}{P} + \omega' \cdot \frac{1}{PQ} + \frac{1}{PQR} + \frac{1}{PQRS} + \frac{1}{PQRST}$$

in qua duos priores terminos ob paruitatem negligere licet, ita, vt adhuc sit

$$o = 1 + \frac{1}{S} + \frac{1}{ST}$$

quae aequatio facile resoluitur, dummodo litterarum S et T altera sit negatiua; vnde patet, tres priores litteras P, Q, R necessario esse positiuas. Nunc ordo postulat, vt etiam litteras $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$ etc. ex aequationibus fundamentalibus determinemus

$$\frac{\mathfrak{B}\pi - \Phi}{\Phi} = - P;$$

$$\frac{\mathfrak{C}\pi' - \pi + \Phi}{\Phi} = PQ$$

$$\frac{\mathfrak{D}\pi'' - \pi' + \pi - \Phi}{\Phi} = - PQR$$

$$\frac{\mathfrak{E}\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \Phi}{\Phi} = PQRS.$$

ex

ex quibus, si breuitatis gratia ponamus, $\frac{\omega + \omega' + 1}{m + 1} = M$, colligimus:

$$\mathfrak{B} = \frac{(1 - P).M}{\omega} \qquad\qquad B = \frac{\mathfrak{B}}{1 - \mathfrak{B}}$$

$$\mathfrak{C} = \frac{(1 - PQ)M - \omega}{\omega'} \qquad\qquad C = \frac{\mathfrak{C}}{1 - \mathfrak{C}}$$

$$\mathfrak{D} = (1 - PQR)M - \omega' - \omega \qquad\qquad D = \frac{\mathfrak{D}}{1 - \mathfrak{D}}$$

$$\mathfrak{E} = (1 - PQRS)M - \omega' - \omega - 1 \qquad\qquad E = \frac{\mathfrak{E}}{1 - \mathfrak{E}}$$

adeoque

$$B = \frac{(1 - P)M}{\omega - (1 - P)M}$$

$$C = \frac{(1 - PQ)M - \omega}{\omega' + \omega - (1 - PQ)M}$$

$$D = \frac{(1 - PQR)M - \omega' - \omega}{1 + \omega + \omega' - (1 - PQR)M}$$

$$E = \frac{(1 - PQRS)M - \omega' - \omega - 1}{2 + \omega + \omega' - (1 - PQRS)M}$$

Nunc denique aequatio pro confusione aperturae tollenda considerari debet, quae est

$$\begin{aligned} 0 = \lambda &- \frac{1}{\mathfrak{B}^3 P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu}{B}\right) \\ &+ \frac{1}{B^3.\mathfrak{C}^3.PQ}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^2} + \frac{\nu}{C}\right) \\ &- \frac{1}{B^3.C^3.\mathfrak{D}^3.PQR}\left(\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^2} + \frac{\nu}{D}\right) \\ &+ \frac{1}{B^3C^3D^3.\mathfrak{E}^3.PQRS}\left(\frac{\lambda''''}{\mathfrak{E}^2} + \frac{\nu}{E}\right) \\ &- \frac{1}{B^3C^3D^3E^3.\mathfrak{F}^3.PQRST}\,\lambda''''' \end{aligned}$$

cui aequationi vt satisfieri queat, notandum est, terminos post tres priores sequentes admodum fieri par-

 uos.

nos. Cum enim ſit $PQRST = -m$, hoc eſt numero ingenti, primi autem factores P et Q vix ab vnitate diſcrepent, neceſſe eſt, vt productum RST numerum m fere totum producat; deinde quia inter S et T inuenimus aequationem: $0 = 1 + \frac{1}{S} + \frac{1}{ST}$, patet, numerum m neque in S neque in T contineri, ideoque factorem R maximam partem numerum m complecti. Quocirca huius aequationis membra quartum et ſequentia prae tribus prioribus quaſi euaneſcent ita, vt tria priora ſe mutuo propemodum deſtruere debeant, vnde proxime ſtatuendum erit

$$0 = \lambda - \frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3 P} + \frac{\lambda''}{B^3 \mathfrak{C}^3 . PQ}$$

ideoque

$$\lambda' = \mathfrak{B}^3 P . \lambda + \frac{\mathfrak{B}^3 \lambda''}{B^3 \mathfrak{C}^3 Q}$$

vbi pro felici exſecutione optandum eſſet, vt prodiret $\lambda = 1$; $\lambda' = 1$ et $\lambda'' = 1$. quia tum leues errores in praxi commiſſi minimi ſunt momenti. Quare cum ſequentes termini parui ſint poſitiui, neceſſe erit, vt ſit $1 > \mathfrak{B}^3 P + \frac{\mathfrak{B}^3}{B^3 \mathfrak{C}^3 . Q}$ vnde ſi eſſet $P = 1$ et $Q = 1$, et, vt ſupra, $B\mathfrak{C} = 1$ deberet eſſe $1 > 2\mathfrak{B}^3$ ſeu $\mathfrak{B} < \sqrt[3]{\frac{1}{2}}$ ſiue $\mathfrak{B} < \frac{4}{5}$; quod praeceptum in adplicatione attendi meretur.

Coroll. 1.

266. Cum igitur nunc certum ſit, quinque litteras $PQRST$ omnes eſſe poſitiuas, praeter S vel T, ſi

si sumamus distantiam α semper esse positiuam, ex primo interuallo concludimus esse $P > 1$; et quia hoc interuallum statuitur minimum, P parum tantum superabit vnitatem & quia etiam secundum interuallum sumitur minimum, littera Q parum quoque ab vnitate discrepabit. Deinde quia quoque F debet esse quantitas positiua, ideoque productum BCDE positiuum ob $\epsilon = -Tf$ vltimum interuallum fit $(1-T)f$ statimque hanc praebet conditionem $T < 1$ vnde si T sit positiuum, conditio postulat, vt sit $T < 1$; sin autem T sit negatiuum, nulla restrictione opus est.

Coroll. 2.

267. Quia in vltima aequatione omnia membra praeter secundum sunt positiua, ita, vt solum secundum, omnia reliqua destruere debeat, necesse est, vt $\mathfrak{B}$ sit positiuum et propemodum, vti notauimus, valorem habeat vnitate aliquantillum minorem. Quare cum inuentum sit $\mathfrak{B} = \frac{(1-P)M}{\omega}$; littera autem M semper sit positiua, at $1 - P$ negatiuum, sequitur, fore particulam ω negatiuam.

Coroll. 3.

268. Si igitur interuallum primum statuamus $= \eta\alpha$, pariterque secundum etiam $\eta\alpha$ existente η fractione minima, quoniam tantum hic illum casum euitare volumus, quo hae lentes quasi in vnam coalescere deberent, η tam paruum assumi conuenit, quam

exſecutio permittit; ad quod ſufficere videtur, ſi ſit $\eta = 0,03$; hinc igitur erit $1 - \frac{1}{P} = \eta$ adeoque $P = \frac{1}{1-\eta}$ et nunc ω propius definire poterimus, ſcilicet $\omega = \frac{-\eta M}{(1-\eta)\mathfrak{B}}$ et quia $M = \frac{1}{m+1}$ erit $\omega = \frac{-\eta}{(m+1)\mathfrak{B}}$ ſicque littera $\mathfrak{B}$ adhuc noſtro arbitrio relinquitur.

Coroll. 4.

269. Quia $\mathfrak{B} > 0$ et parumper minus vnitate erit B poſitiuum; vnde pro ſecundo interuallo habebimus $Q = \frac{B}{B+\eta P}$ ideoque $Q < 1$. ſiue $Q = \frac{(1-\eta)B}{(1-\eta)B+1}$ ſeu proxime $Q = 1 - \frac{\eta}{B}$; hincque definire licet ω' ſcilicet $\omega' = \frac{(1-PQ)M-\omega}{\mathfrak{C}}$ ſiue $\omega' = \frac{6\eta}{(m+1)B\mathfrak{C}}$, ita, vt etiam $\mathfrak{C}$ noſtro arbitrio relinquatur.

Scholion I.

270. Hinc caſus ſupra tractatus, quo erat $\mathfrak{B} = \infty$ et $\mathfrak{C} = 0$, facile deducitur tum enim erit $Q = 1$; manente $P = 1 + \eta$, $\omega = \frac{-3\eta}{m+1}$; $\omega' = \frac{+6\eta}{(m+1)B\mathfrak{C}}$ et quia tam $\beta = \infty$, quam $c = -\infty$ fiet γ diſtantia focalis tertiae lentis $r = \frac{B\mathfrak{C}\alpha}{PQ}$, vbi $B\mathfrak{C}$ ita definiri poterit, vt tertia lens primae perfecte euadat aequalis, quod ad praxin valde eſt conueniens; ſtatuatur nempe $B\mathfrak{C} = PQ = 1 + \eta$.

Quia autem tum fit $\mathfrak{B} = 1$, poſtremae conditioni ſatisfieri nequit; quae cum ſit maioris momenti, quam praecedens, ſtatuamus potius $\mathfrak{B} = \frac{4}{5}$ vt ſit $B = 4$

et

et sumto $\mathfrak{P} = 1,03$ reperitur, sumi debere $\mathfrak{C} > 0,2567$, quare sumatur $\mathfrak{C} = 0,257$. eritque

$$C = \frac{0,257}{0,744} = 0,34589$$

quod notasse sufficiat pro iis, qui tali resolutione vti velint.

Coroll. 5.

271. Quia nunc tam BC, quam PQ sunt numeri positiui; vt tertium quoque interuallum fiat positiuum, necesse est, vt sit $R > 1$, quae conditio sponte impletur, quoniam R erit numerus multo adhuc maior. Pro quarto interuallo $-\frac{BCD}{PQR}(1-\frac{1}{S})\alpha$ necesse est, vt $-D(1-\frac{1}{S})$ sit positiuum; ex praecedentibus autem patet, $\mathfrak{D}$ ideoque et D esse negatiuum; vnde fieri debet $1-\frac{1}{S} > 0$ quod fit, si fuerit vel S negatiuum vel $S > 1$, si sit positiuum. De quinto interuallo iam supra vidimus.

Scholion 2.

272. Hic ergo duo casus sunt considerandi, alter, quo S est numerus negatiuus, alter vero, quo T est negatiuum.

I. Sit $S < 0$ et ponatur $S = -K$ habebiturque ista aequatio $0 = 1 - \frac{1}{K} - \frac{1}{KT}$ eritque $K = 1 + \frac{1}{T}$ verum hic est $T < 1$, vti supra vidimus; vnde erit $K > 2$ et KT continetur intra limites 1 et 2; vnde cum sit $RKT = m$, continebitur R intra limites m et $\frac{1}{2}m$ hoc porro casu erit $\mathfrak{C} = (1 + RK)M - 1$; qui valor ob $RK > m$ et $M = \frac{1}{m+1}$ erit $\mathfrak{C} > \frac{3(m+1)}{m+1} - 1 > 2$;

ideo-

ideoque E semper negatiuum, vti reliqua conditio postulat, scilicet vt BCDE sit positiuum.

II. Sit iam $T < o$ et ponatur $T = -K$ eritque $o = 1 + \frac{1}{S} - \frac{1}{SK}$ ideoque $S = \frac{1}{K} - 1$, vbi quidem ratione vltimi interualli K pro lubitu accipi posset, nunc vero requiritur, vt sit $K < 1$. Cum igitur sit $RSK = m$, erit $RS = \frac{m}{K}$ adeoque $RS > m$ et littera $\mathfrak{E}$ manifesto fit negatiua ideoque etiam E; quibus notatis euolutio exemplorum nulla plane laborat difficultate; id tantum hic adhuc adiungere visum est, vt tres posteriores lentes maximam aperturam accipiant, eas vtrinque aeque conuexas confici debere; qua conditione numeri λ''', λ'''', λ''''' sequenti modo determinantur, vti quidem iam supra est ostensum, scilicet si pro indole vitri ponatur $\frac{\sigma - \rho}{2\tau} = N$, reperitur $\lambda''' = 1 + N^2 . (\frac{1 - D}{1 + D})^2$, quae forma ob $D = \frac{\mathfrak{D}}{1 - \mathfrak{D}}$ erit $\lambda''' = 1 + N^2 (1 - 2\mathfrak{D})^2$ similique modo $\lambda'''' = 1 + N^2 (1 - 2\mathfrak{E})^2$ $\lambda''''' = 1 + N^2$.

Superfluum autem iudico hanc inuestigationem exemplo illustrare, cum quia pro casu quinque lentium plurima exempla iam sunt allata, tum vero inprimis si quis campum maiorem desideraverit, consultum potius erit, duas vitri species adhibere, vt etiam vltima confusionis species penitus remoueatur. Quod argumentum in sequente adhuc capite fusius nobis explicandum restat.

CAPVT

CAPVT III.

DE VLTERIORI TELESCOPIORVM SECVNDI GENERIS PERFECTIONE, DIVERSAS VITRI SPECIES ADHIBENDO.

Problema I.

273.

Si telescopium ex tribus lentibus sit componendum, invenire momenta, ad eius perfectionem facientia.

Solutio.

Incipiendum igitur est a duabus fractionibus, quae methodo ante exposita ponantur $\frac{a}{b} = -P$; et $\frac{\beta}{c} = -Q$; ita vt litterarum P et Q altera sit positiua, altera vero negatiua, ita, vt sit $PQ = -m$. Tum igitur erunt distantiae determinatrices

$$b = -\frac{a}{P};\ \beta = -\frac{B\alpha}{P};\ c = \frac{B\alpha}{PQ}$$

distantiae focales

$$p = a;\ q = \frac{-B\alpha}{P};\ r = \frac{B\alpha}{PQ} = \frac{-B\alpha}{m}$$

et bina interualla

$$a + b = a\left(1 - \frac{1}{P}\right);\ \beta + c = -\frac{B\alpha}{P}\left(1 - \frac{1}{Q}\right)$$

 Deinde

Deinde cum sit pro campo $\Phi = \frac{\pi - \pi'}{m+1}$ et media lens parum confert, statuamus $\pi = \omega\, \xi$ et $\pi' = -\xi$, vt fiat $\Phi = \frac{\omega + 1}{m+1} . \xi$ vnde pro distantia oculi habetur

$$O = -\frac{\pi'}{\Phi} . \frac{r}{m} = -\frac{(m+1)}{\omega + 1} . \frac{B\alpha}{mm}$$
$$= -\frac{B\alpha}{m} . \frac{m+1}{m(1+\omega)}$$

ita, vt nunc $-B\alpha$ debeat esse positiuum; seu his tribus conditionibus erit satisfaciendum:

$$1^\circ.\ \alpha\left(1 - \frac{1}{P}\right) > 0$$
$$2^\circ.\ -\frac{B\alpha}{P}\left(1 - \frac{1}{Q}\right) > 0$$
$$3^\circ.\ -B\alpha > 0$$

hincque $\frac{1}{P}\left(1 - \frac{1}{Q}\right) > 0$

Porro autem fiet

$$\mathfrak{B}\,\omega = (1 - P)\,M;\ B = \frac{(1-P)M}{\omega - (1-P)M}$$

existente $M = \frac{\omega + 1}{m+1}$.

Iam pro margine colorato tollendo aequatio est, siquidem pro fractionibus $\frac{dn}{n-1}$; $\frac{dn'}{n'-1}$ et $\frac{dn''}{n''-1}$ litteras N, N′, N″ statuamus

$$0 = N'.\ \omega .\ \frac{1}{P} + N''.\ \frac{1}{PQ}\ \text{seu}$$
$$0 = N'\omega + N''.\ \frac{1}{Q};\ \text{vnde fit}\ Q = -\frac{N''}{N'\omega}.$$

Vt autem haec confusio penitus tollatur, requiritur, vt sit

$$0 = N.\alpha - \frac{N'.\alpha}{\mathfrak{B}P} + \frac{N''\alpha}{B\mathfrak{B}PQ}.$$

quae

quae loco Q valore ſubſtituto fit

$$0 = N - \frac{N'}{P}\left(\frac{1}{\mathfrak{B}} + \frac{\omega}{B}\right)$$

eſt vero $\omega = \frac{1-P}{(m+1)\mathfrak{B}+P-1}$

in qua ſi ponatur valor ipſius ω, erit

$$0 = N - \frac{N'}{P}\left(\frac{m+P}{(m+1)\mathfrak{B}+P-1}\right)$$

deinde aequatio pro Q inuenta ob $PQ = -m$ dabit quoque

$$m = \frac{N''.P((m+1)\mathfrak{B}+P-1)}{N'(1-P)}$$

ex qua ſi in praecedente aequatione pro $(m+1)\mathfrak{B}+P-1$ ſcribatur valor ipſius $\frac{N'.m(1-P)}{N''.P}$ orietur haec aequatio;

$$0 = NP((m+1)\mathfrak{B}+P-1) - N'(m+P)$$

$$0 = \frac{N.N'm(1-P)}{N''} - N'(m+P)$$

indeque porro

$P = \frac{m.(N-N'')}{Nm+N''}$ ideoque cum ſit

$\frac{mN'(1-P)}{N''P} = (m+1)\mathfrak{B}+P-1$, colligitur

$$\mathfrak{B} = \frac{N'}{N-N''} + \frac{N''}{Nm+N''} \text{ ſiue } \mathfrak{B} = \frac{NN'm+NN''+N'N''-N''N''}{(N-N'')(Nm+N'')}$$

hinc $1-\mathfrak{B} = \frac{NNm-NN'm-NN''m-N'N''}{(N-N'')(Nm+N'')}$

adeoque $B = \frac{NN'm+NN''+N'N''-N''N''}{NNm-NN'm-NN''m-N'N''}$

Iam videamus, quomodo hae determinationes cum ſuperioribus conditionibus ſubſiſtere queant et cum esse debeat $\frac{1}{P}(1-\frac{1}{Q})>0$; siue ob $Q=-\frac{m}{P}$, $\frac{1}{P}+\frac{1}{m}>0$ erit $\frac{N}{N-N''}>0$; et $N>N''$.

Primum autem interuallum $\alpha(1-\frac{1}{P})>0$ abit in hoc $\frac{-N''(m+\ )}{m(N-N'')}.\alpha$; ideoqure $\frac{-N''.\alpha}{N-N''}>0$. et quia denominator iam inuentus est positiuus, restat, vt sit $-N''.\alpha>0$. Conditio vero $-B\alpha>0$ dabit nunc $B>0$ vnde etiam fiet $\mathfrak{B}>0$, quare quum sit $N-N''>0$ erit quoque $\frac{NN'm+NN''+N'N''-N''N''}{Nm+N''}>0$, adeoque necesse est vt in hac fractione, tam numerator quam denominator simul sit aut positiuus aut negatiuus, poni autem nequit $Nm+N''<0$, quia tum foret $m<-\frac{N''}{N}$, neque $NN'm+NN''+N'N''-N''N''>0$ nam inde sequeretur esse $m<\frac{N''(N''-N-N')}{NN'}$, quod cum sit impossibile, etiam impossibile est, vt ope trium lentium haec duo commoda, quibus altera confusio penitus tollitur, obtineantur.

Scholion.

274. Hoc ergo problema resolui nequit siquidem posteriorem confusionem penitus tollere velimus. Omissa autem vltima aequatione, solutio facilis fuisset, sed tum plus non essemus consecuti, quam in praecedente capite, vbi vnica vitri specie sumus vsi. Quoniam igitur non conuenit, duas vitri species adhibere, ad telescopia conficienda, quae ex vnica specie aeque felici successu obtineri possunt: huic inuestigationi non immorabimur, sed tantum eiusmodi in medium

dium producere conabimur, quae praeter superiores qualitates etiam omni confusione, quae ibi erat relicta, destituantur. Caussa autem, cur ista inuestigatio hic non successit, in eo manifesto consistit, quod numerus litterarum indefinitarum erat nimis paruus, siquidem ad tres aequationes adimplendas tantum tres litterae praesto erant. Quare si plures lentes constituamus, plures etiam habebimus eiusmodi litteras, quibus non solum his tribus aequationibus, sed reliquis etiam conditionibus satisfieri poterit.

Problema 2.

275. Si Telescopium ex quatuor lentibus sit componendum determinare momenta, ad eius perfectionem facientia.

Solutio.

Tres fractiones hic considerandae ponantur

$$\frac{\alpha}{b} = -P; \ \frac{\beta}{c} = -Q; \ \frac{\gamma}{d} = -R.$$

ita, vt harum litterarum P, Q, R vna sit negatiua et $m = -PQR$, vnde erunt distantiae determinatrices:

$$b = -\frac{\alpha}{P}; \ \beta = -\frac{B\alpha}{P}; \ c = \frac{B\alpha}{PQ}$$

$$\gamma = \frac{BC\alpha}{PQ}; \ d = -\frac{BC\alpha}{PQR}.$$

distantiae autem focales

$$p = \alpha; \ q = \frac{-\mathfrak{B}\alpha}{P}; \ r = \frac{B\mathfrak{C}\alpha}{PQ}; \ s = \frac{-BC\alpha}{PQR}$$

 et

et interualla lentium

$$\alpha + b = \alpha\left(1 - \tfrac{1}{P}\right);\ \beta + c = -\tfrac{B\alpha}{P}\left(1 - \tfrac{1}{Q}\right)$$

$$\gamma + d = \tfrac{BC\alpha}{PQ}\left(1 - \tfrac{1}{R}\right)$$

Pro campo autem apparente $\Phi = \frac{\pi - \pi' + \pi''}{m+1}$, ſtatuatur $\pi = \omega\xi$; $\pi' = -i\xi$ et $\pi'' = \xi$, exiſtente ξ valore maximo, quem hae litterae accipere poſſunt, ſcilicet $\frac{1}{4}$; ita vt ſit $\Phi = \frac{\omega + i + 1}{m+1}.\xi$, ſiue $\Phi = M\xi$, poſito $M = \frac{\omega + i + 1}{m+1}$. Ex his igitur obtinemus

$$\mathfrak{B}\,\omega = (1 - P)\,M;\ \mathfrak{C}\,i = (1 - PQ)\,M - \omega.$$

Pro loco autem oculi erit

$$O = \frac{\pi''}{\Phi}.\frac{s}{m} = \frac{m+1}{m^2}.\frac{BC.\alpha}{\omega + i + 1} = \frac{BC.\alpha}{m^2.M};$$

quod vt fiat poſitiuum debet eſſe $BC\alpha > 0$.

His poſitis tribus ſequentibus aequationibus ſatisfieri debet

$$\text{I. } 0 = \frac{N'\omega}{P} + \frac{N''i}{PQ} + \frac{N'''}{PQR}$$

$$\text{II. } 0 = N - \frac{N'}{\mathfrak{B}P} + \frac{N''}{B\mathfrak{C}PQ} - \frac{N'''}{BCPQR}$$

$$\text{III. } 0 = \mu\lambda - \frac{\mu'}{\mathfrak{B}P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu'}{B}\right)$$
$$+ \frac{\mu''}{B^3\mathfrak{C}.PQ}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^2} + \frac{\nu''}{C}\right) - \frac{\mu'''.\lambda'''}{B^3C^3.PQR}$$

quae reſolutio quo facilius inſtitui poſſit, conſideremus primo caſum, quo duae priores lentes ſibi immediate iunguntur, vt ſupra de lentibus duplicatis aſſumſimus.

Primus

Primus casus, quo $\alpha + b = 0$ ideoque $P = 1$, et $\omega = 0$ tum littera $\mathfrak{B}$ manet indeterminata hincque etiam B; quo facto resolutio facile institui poterit.

Prima enim aequatio dat. $0 = N''i + \frac{N'''}{R}$ vnde sequitur $R = -\frac{N'''}{N''i}$, ita vt R sit quantitas negatiua, siquidem i sit positiuum, id quod ratio campi postulat. Hinc ergo cum sit

$$P = 1, \text{ erit } PQR = \frac{-QN'''}{N''.i} = -m$$

$$\text{ideoque } Q = \frac{N''m.i}{N'''}.$$

Secunda autem aequatio, in qua iam duo postremi termini euadunt valde parui, siquidem multiplicatio m sit magna, statim dat $0 = N - \frac{N'}{\mathfrak{B}}$, adeoque $\mathfrak{B} = \frac{N'}{N}$; et hinc fit $B = \frac{N'}{N - N'}$; vnde, si libuerit, valor ipsius $\mathfrak{B}$ adcuratius definiri poterit, habebitur nempe

$$\frac{1}{\mathfrak{B}} = \frac{N}{N'} + \frac{N'''(N - N')}{N'N'\mathfrak{C}.m.i} + \frac{N'''(N - N')}{N'N'.C.m.}$$

plerumque autem sufficit, his duabus aequationibus proxime satisfecisse.

Tertia autem adcurate resolui debet, cuius secundus terminus cum sit negatiuus, reliquis existentibus positiuis, vt mox videbimus, ille reliquis aequalis esse debet: erit enim $\mathfrak{C}i = \frac{N''' - N''mi}{N'''} \cdot \frac{i+1}{m+1}$ ideoque $\mathfrak{C}$ est negatiuum, simulque etiam C vnde conditiones supra memoratae sunt perpendendae.

Primum autem interuallum est per hypothesin $= 0$.

Secun-

Secundum fit $\beta + \epsilon = \frac{-N'(N''mi - N''')}{(N-N')N''mi} \cdot \alpha$ pro quo fi α fit positiuum, debet esse $-\frac{N'}{N-N'}$ positiuum, seu $N < N'$; contra autem si α fit negatiuum, debet esse $N > N'$.

Tertium porro interuallum est $\frac{N'C\alpha}{(N-N')Q}(1 + \frac{N''i}{N'''})$; quia hic Q est positiuum; C negatiuum requiritur, vt fit $-\frac{N'\alpha}{N-N'}$ positiuum vti pro secundo interuallo, ita, vt si secundum interuallum fuerit positiuum, tertium sponte euadat positiuum.

Denique formula pro loco oculi $O = \frac{BC\alpha}{m.M}$ etiam fit positiua sub conditionibus iisdem. Ex quibus sequitur, si lens prima fit ex vitro coronario, secunda vero ex chrystallino, siue $N' > N$, tunc debere esse α positiuum; seu $p > 0$; $q < 0$; $r > 0$; $s > 0$.

Sin autem primam lentem ex vitro chrystallino, secundam vero ex coronario faciamus, ita, vt fit $N' < N$ debebit esse α negatiuum ideoque $p < 0$; $q > 0$; $r > 0$; $s > 0$. quare pro vtroque casu facile erit tertiam aequationem resoluere. His conditionibus perpensis, quae etiam nunc locum habebunt, dummodo ω fit fractio quam minima, statuamus primum interuallum $\alpha(1 - \frac{1}{P}) = \eta\alpha$ existente η fractione minima, siue positiua, si $\alpha > 0$, siue negatiua, si $\alpha < 0$ eritque $P = \frac{1}{1-\eta}$; deinde maneat $\mathfrak{B}$ adhuc indefinita et quaeratur ω; eritque

$$\mathfrak{B}\,\omega = \frac{-\eta}{i(1-\eta)} \frac{(\omega + i + 1)}{(m+1)};$$

in

in quo postremo factore, ω tuto omittitur; ita, vt hinc fit $\omega = \frac{-\eta}{(1-\eta)} \cdot \frac{i+1}{(m+1)\mathfrak{B}}$ qui valor ob duplicem caussam diminuitur, 1°. enim η est valde paruum, deinde ea diuiditur per $m+1$ numerum satis magnum; porro vero tam $\mathfrak{B}$ quam $i+1$ ab vnitate parum discrepant; quam ob caussam valor ω recte pro euanescente haberi poterit; vnde prima aequatio nobis dabit, vt ante,

$$o = N'' i + \frac{N'''}{R}; \text{ et } R = \frac{-N'''}{N'' i};$$

quem valorem siquis adhuc accuratius desideret, erit,

$$-\frac{1}{R} = \frac{N'\omega Q}{N'''} + \frac{N'' i}{N'''};$$

ita, vt nunc P et R sint quantitates cognitae in primo termino vtpote minimo sufficit Q proxime nosse, quem adeo ex casu praecedente desumere licet quia ω iam est definitum et $\mathfrak{B}$ mox definietur. Hinc igitur $Q = \frac{-m}{PR}$. Secunda aequatio iterum, vt in casu praecedente, proxime dabit, vt ante, $\mathfrak{B} = \frac{N'}{N}$; si quis eum vero exactius desideret, erit ei hac aequatione vtendum:

$$\frac{N'}{\mathfrak{B}} = N P + \frac{N''}{B\mathfrak{C}Q} - \frac{N'''}{B\mathfrak{C}QR}$$

vbi pro B sufficit valorem prope verum nosse, nempe $B = \frac{N'}{N-N'}$. Tum vero habebitur

$$\mathfrak{C} i = (1 + \frac{m}{R})(\frac{\omega + i + 1}{m+1}) - \omega$$

quem valorem manifestum est propter valorem ipsius R esse negatiuum, ideoque etiam C. Quocirca conditioditiones praescriptae iisdem casibus implentur, vt in praecedente, vbi $\omega = 0$; ita, vt nunc tantum supersit, aequationem tertiam resoluere; si modo meminerimus, ob $\pi'' = \xi$ quartam lentem fieri debere aeque conuexam; quae forma etiam tertiae lenti tribui deberet, si esset $i = 1$. Verum si sumeretur $i = 1$ vnde haec lens fieret vtrinque aeque conuexa, ob $\mathfrak{C} = -1$ propemodum, pro hac lente statui deberet

$$\lambda'' = 1 + N^2 (1 - 2\,\mathfrak{C})^2 = 1 + N^2 . 9$$

vbi, vt ante sumsimus, est $N = \frac{\sigma - \rho}{27}$ sicque numerus λ'' satis magnum obtineret valorem; quod incommodum euitabimus, sumendo $i < 1$. et plerumque sufficiet statuere $i = \frac{1}{2}$.

Corollarium.

276. Hic ergo differentia refractionis vitri tantum in duabus prioribus lentibus in considerationem venit ideoque sufficiet, vnicam tantum lentem ex vitro chrystallino conficere, et reliquas omnes ex vitro coronario sicque duos tantum casus habebimus euoluendos; alterum, quo prima lens ex vitro chrystallino conficitur; alterum, quo secunda.

CASUS I.

277. Sit igitur prima lens chrystallina, reliquae omnes ex vitro coronario factae erit $n = 1,58$; et $n' = n'' = 1,53$ tum vero secundum Dollondi experimenta

rimenta $N = 10$, $N' = N'' = N''' = 7$. His positis et sumto $i = \frac{1}{2}$ erit α negatiuum ideoque etiam η. Sumatur autem $\eta = -0,03$ hinc ergo habebimus

$P = \frac{1}{1,03} = \frac{100}{103}$; et quia erit proxime

$\mathfrak{B} = \frac{7}{10}$ et $B = \frac{7}{3}$, inuenimus $\omega = \frac{45}{721(m+1)}$.

Deinde cum sit proxime $R = -2$; ideoque $Q = \frac{103.m}{200}$ adcuratius habebimus

$-\frac{1}{R} = \frac{1}{2} + \frac{127.m}{360.0(m+1)}$ seu

$R = \frac{-56050(m+1)}{18952m+18025}$

qui est valor correctus ipsius R, ex quo etiam adcuratius Q definiri poterit scilicet $Q = \frac{-m}{PR}$.

Vt nunc etiam $\mathfrak{B}$ adcuratius definiatur, erit

$\frac{1}{\mathfrak{B}} = \frac{10.P}{7} + \frac{3.200}{7.10{,}.m.\mathfrak{C}} + \frac{3.200}{7.1{,}03.m.C}$.

Est vero $\mathfrak{C} = (1 + \frac{m}{R})(\frac{3+2\omega}{m+1}) - 2\omega$ et $C = \frac{\mathfrak{C}}{1-\mathfrak{C}}$; vnde etiam B definiri potest.

His igitur valoribus definitis, tertia aequatio principalis resolui debet, statuendo $\lambda''' = 1 + (\frac{\sigma-\varrho}{2\tau})^2$, vt quarta lens aeque conuexa vtrinque reddatur. Pro tertia autem lente videtur statui posse $\lambda'' = 1$.

Denique inuentis singulis litteris λ etiam singularum lentium constructio habebitur. Vtemur autem methodo iam aliquoties vsitata, scilicet pro casu quodam determinato, puta $m = 25$, deinde pro casu $m = \infty$ euolutionem instituamus, indeque constructionem pro quacunque multiplicatione deriuemus.

Exempl. I.

278. Si prima lens ex vitro chryſtallino, tres ſequentes autem ex coronario ſint parandae, pro multiplicatione $m = 25$ conſtructionem teleſcopii inueſtigare.

Sumto igitur $\eta = -0,03$, vt interuallum duarum priorum lentium fiat $-\frac{3\alpha}{100}$ ob α negatiuum, habemus ſtatim $P = \frac{100}{103} = 0.97087$

$$\text{Log. } P = 9.9871628$$

hinc $\omega = 0,00240$

deinde $R = \frac{-36050.26}{18152.25 + 18025}$

ſeu $R = \frac{-36050.26}{491825} = -1,90576$

$$\text{Log. } R = 0,2800680.\ (-)$$

hincque $Q = 13,51160$

$$\text{Log. } Q = 1,1307092$$

nunc pro $\mathfrak{C}$ inueniendo notetur eſſe $PQ = 13,11810$

$$\text{Log. } PQ = 1,1178720$$

hincque erit

$$\mathfrak{C} = -12,1181 \frac{(1,00480)^2}{26} - 0,00480$$

ſeu $\mathfrak{C} = -1,40528.$

$$\text{Log. } \mathfrak{C} = 0,1477628\ (-)$$

hincque $C = -0,58425.$

$$\text{Log. } C = 9,7665972\ (-).$$

Nunc denique pro B inueniendo nulla approximatione vtamur, quia ob $\frac{1}{\mathfrak{B}} = \frac{1}{B} + 1$ accurate habemus

$$1 - \frac{1}{\mathfrak{C}\mathfrak{Q}} + \frac{1}{C\mathfrak{Q}\alpha} = (\tfrac{10}{7} P - 1) B \text{ siue}$$

$$1 + 0,05266 + 0,06647 = (1,38696 - 1) B$$

adeoque $1,11913 = 0,38696 . B.$

ideoque $B = 2,89210.$

$$\text{Log. } B = 0,4612145.$$

consequenter

$$\mathfrak{B} = \frac{2,89210}{3,89210} = 0,74307$$

$$\text{Log. } \mathfrak{B} = 9.8710305$$

His valoribus definitis primo quaeramus nostra elementa, ac reperiemus

$$b = -1,03000 . \alpha.$$

$$\text{Log. } \frac{b}{\alpha} = 0.0128371 \, (-)$$

$$\text{Log. } B = 0,4612145$$

$$\text{Log. } \frac{\beta}{\alpha} = 0,4740517 (-); \; \beta = -2,97887 \alpha$$

$$\text{Log. } Q = 1,1307092$$

$$\text{Log. } \frac{c}{\alpha} = 9,3433425; \; c = +0,22046 \alpha$$

$$\text{Log. } C = 9,7665972 (-)$$

$$\text{Log. } \frac{\gamma}{\alpha} = 9,1099397; \; \gamma = -0,12880 \alpha$$

$$\text{Log. } R = 0,2809680$$

$$\text{Log. } \frac{d}{\alpha} = 8.8298717; \; d = -0,06759 \alpha$$

 Hinc

Hinc porro etiam distantias focales

$$p = a;\; q = -0,76536 . a$$

$$\text{Log. } q = 9.8838677 \, (-)$$

$$r = -0,30982 \, a$$

$$\text{Log. } r = 9,4911053 \, (-)$$

$$s = -0,06759 . a$$

$$\text{Log. } s = 8,8298717.$$

Porro interualla lentium erunt.

$$a + b = -0,03000 . a.$$

$$\beta + c = -2,75841 . a.$$

$$\gamma + d = -0,19639 . a.$$

Distantia denique oculi ab vltima lente

$$O = -1,12480 . \frac{m+1}{mm} . a$$

ideoque interuallum inter primam et vltimam lentem $= -2,98480 . a.$

Tertiam iam consideremus aequationem, quae resoluta et per μ diuisa pro hoc casu dabit

$$0 = \lambda - \frac{\mu'}{\mu} . \frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3 P} + \frac{\mu'}{\mu} . \frac{\lambda''}{B^3 \mathfrak{C}^3 P Q}$$

$$- \frac{\mu'}{\mu} . \frac{\nu'}{B \mathfrak{B} P} + \frac{\mu'}{\mu} . \frac{\nu'}{B^3 C \mathfrak{C} P Q} - \frac{\mu'}{\mu} . \frac{\lambda'''}{B^3 . C^3 . R . Q . R}$$

vbi $\mu = 0,8724$, et $\mu' = 0,9875$ et $\nu' = 0,2196$, vnde habebitur haec aequatio ad numeros reducta

$0 = \lambda$

$$0 = \lambda - 2,84162\,\lambda' - 0,00128\,\lambda''$$
$$(\text{Log. } 7,1090175)$$
$$- 0,00938\,\lambda''' - 0,11913$$
$$(\text{Log. } 7,9724463) + 0,00095.$$

Vt nunc hanc aequationem resoluamus, primo notandum est, quartam lentem esse vtrinque aeque conuexam ideoque $\lambda''' = 1,60006$ vnde cum eius distantia focalis sit $s = -0,06759.\,\alpha$, erit radius vtriusque faciei $= 1,06.\ s = -0,07164.\,\alpha$. Pro tertia autem lente, cuius distantia focalis est $r = \mathfrak{C}c$, quia eius semidiameter aperturae esse debet $= \frac{1}{8}\mathfrak{C}c$ cui ergo quarta pars minoris radii aequalis esse debet; inde minor radius esse debet $\frac{1}{2}\mathfrak{C}c$, ex quo λ'' definiri oportet. Hunc in finem hanc lentem nunc definiamus. Eius autem radius anterioris faciei est

$$= \frac{c\gamma}{\rho\gamma + \sigma c \pm \tau(c+\gamma)\sqrt{(\lambda''-1)}}$$
$$= \frac{Cc}{\rho C + \sigma \mp \tau(1+C)\sqrt{\lambda''-1}}$$

et radius faciei posterioris

$$= \frac{Cc}{\sigma C + \rho \pm \tau(1+C)\sqrt{\lambda''-1}}.$$

ita, vt habeamus

$$\text{rad. fac.} \begin{cases} \text{anter.} = \dfrac{Cc}{1,5277 \mp 0,41575\,\tau\sqrt{\lambda''-1}} \\ \text{poster.} = \dfrac{Cc}{-0,7432 \pm 0,41575\,\tau\sqrt{\lambda''-1}} \end{cases}$$

vbi

vbi signa superiora valere debent; tum vero prior radius est minor; ideoque ponatur $= \frac{1}{8}\mathfrak{C}c$; vnde colligitur

$$\frac{c}{1.5277 - 0.41575\,\tau\sqrt{\lambda'' - 1}} = \frac{1}{8}\mathfrak{C}.$$

sicque erit $0,41575\,\tau\sqrt{\lambda'' - 1} = 0,6961$ adeoque

$$\text{rad. fac.} \begin{cases} \text{anter.} = \frac{\gamma}{0.836} = -0,15489.\,a \\ \text{poster.} = \frac{\gamma}{-0.0471} = +2,73475.\,a \end{cases}$$

cuius ergo lentis semidiameter aperturae erit $= 0,03872\,a$ at ex valore ipsius x colligemus $\sqrt{(\lambda''-1)} = 1,80969$; hincque $\lambda'' = 4,27497$.

Nunc revertamur ad nostram aequationem, quae erit

$$\lambda - 2,84162\,\lambda' - 0,00549 - 0,11818$$
$$- 0,01501$$

quia nunc λ' vnitate minus esse nequit, statuamus $\lambda' = 1$, eritque

$$\lambda = 2,98030;\ \lambda - 1 = 1,98030$$

$$\text{et } \tau\sqrt{\lambda - 1} = 1,23484;$$

ex quo prima lens ita erit construenda

$$F = \frac{a}{\sigma \pm 1.23484} = \frac{a}{0.3479} = 2,87439.\,a$$

$$G = \frac{a}{\rho \mp 1.23484} = \frac{a}{1.3762} = 0,72664.\,a$$

Tandem

Tandem pro secunda lente habemus

$$F = \frac{b\beta}{\varrho\beta + \sigma b} = \frac{Bb}{2,3157} = -1,28638.\alpha$$

$$G = \frac{b\beta}{\sigma\beta + \varrho b} = \frac{Bb}{5,0279} = -0,59247.\alpha$$

cuius minoris radii pars quarta seu $0,14812.\alpha$ dat semidiametrum aperturae tam pro lente prima, quam pro lente secunda. Quare hinc deducitur sequens

Constructio Telescopii

pro multiplicatione $m = 25$.

I. Pro lente prima. Flint Glass.

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 2,87439.\alpha \\ \text{poster.} = 0,72664.\alpha \end{cases}$

Semidiameter aperturae $= 0,14812.\alpha$

Interuallum ad secundam $= -0,03.\alpha$

II. Pro secunda lente. Crown Glass.

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -1,28638.\alpha \\ \text{poster.} = -0,59247.\alpha \end{cases}$

Semidiameter aperturae vt ante.

Interuallum $= -2,75841.\alpha$

III. Pro tertia lente. Crown Glass.

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -0,15489.\alpha \\ \text{poster.} = +2,73475.\alpha \end{cases}$

Semidiameter aperturae $= 0,03872\,\alpha$.

Interuallum $= -0,19639.\alpha$.

IV. Pro quarta lente. Crown Glaſſ.

radius vtriusque faciei $= -0,07164.\,a.$

Semidiameter aperturae $= 0,01791.\,\alpha.$

Diſtantia ad oculum $= -1,1248.\,\frac{m+1}{m^4}\,\alpha$

ſeu $O = -1,1248\,(1+\frac{1}{m}).\,\frac{\alpha}{m}$

$O = -0,04679.\,\alpha$

vbi notandum eſt, eſſe α negatiuum ac ſi ſemidiametrum aperturae ſumamus $= \frac{m}{50}$ dig. $= \frac{1}{2}$ dig. fiet $\alpha = -\frac{7}{2}$ dig. circiter vel maius, et longitudo teleſcopii $= 10\frac{1}{2}$ dig. Denique ſemidiameter campi erit $\Phi = 49\frac{1}{2}$ min. circiter.

Exempl. II.

279. Si prima lens ex vitro chryſtallino, reliquae ex coronario ſint parandae, pro multiplicatione maxima conſtructionem teleſcopii inueſtigare.

Sit iterum $\nu = -0,03$; habebimus

vt ante, $P = 0,97087$

Log. $P = 9.9871628$

tum vero $\omega = 0.$ et $R = -\frac{36050}{18952}$

ſeu $R = -1,90217$

Log. $R = 0,2792583\,(-)$

$Q = 0,54148.\,m$

Log. $\frac{Q}{m} = 9.7335868$

Porro

Porro $\mathfrak{C} = \frac{1}{R} = -1,57714$

Log. $\mathfrak{C} = 0.1978710 (-)$

et $C = -0,61197$.

Log. $C = 9,7867330 (-)$

Pro B autem inueniendo habetur haec aequatio

$$1 - \frac{1}{\mathfrak{C}Q} + \frac{1}{CQR} = (\tfrac{10}{7} P - 1) B$$

quae quia termini per Q diuisi euanescunt, abit in hanc $1 = 0,3869. B$

hinc $B = 2,58464$.

Log. $B = 0,4124012$

et $\mathfrak{B} = 0,72103$

Log. $\mathfrak{B} = 9.8579557$.

Hinc habebimus distantias determinatrices

$b = -1,03000. \alpha$; Log. $b = 0,0128371 (-)$

$\beta = -2,66218 \alpha$; Log $\beta = 0,4252383 (-)$

$c = +4,91645 \frac{\alpha}{m}$; Log. $c = 0,6916515$

$\gamma = -3,00874 \frac{\alpha}{m}$. Log. $\gamma = 0,4783845 (-)$

$d = -1,58173. \frac{\alpha}{m}$; Log. $d = 0,1991342 (-)$

atque interualla lentium

$\alpha + b = -0,03000. \alpha$

$\beta + c = -2,66218. \alpha - 4,91645. \frac{\alpha}{m}$

$\gamma + d = -4,59047. \frac{\alpha}{m}$

 et

et distantia oculi post vltimam lentem

$$O = -0,63269 . \frac{\alpha}{m}$$

tum vero distantias focales

$$p = \alpha; \; q = -0,74267 . \alpha;$$

$$r = -7,75394 . \frac{\alpha}{m}; \; s = -1,58173 . \frac{\alpha}{m}.$$

Nunc igitur consideremus aequationem tertiam

$$0 = \lambda - \frac{\mu'}{\mu} . \frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3 P} - \frac{\mu' \nu'}{\mu . \mathfrak{B} B P}$$

$$0 = \lambda - 3,11022 \lambda' - 0,13738$$

quae sumto, vt ante, $\lambda' = 1$, dat $\lambda = 3,24760$; hinc $\lambda - 1 = 2,24760$ et $\tau \sqrt{\lambda - 1} = 1,31555$; vnde lentium constructio sequenti modo expedietur.

I. Pro prima lente ex vitro chrystallino.

$$F = \frac{\alpha}{\sigma - 1,31555} = \frac{\alpha}{0,2672} = 3,74251 . \alpha$$

$$G = \frac{\alpha}{\varrho + 1,31555} = \frac{\alpha}{1,4569} = 0,68639 . \alpha$$

II. Pro secunda lente ex vitro Coronario

$$F = \frac{b\beta}{\varrho\beta + \sigma b} = \frac{\beta}{2,2461} = -1,18525 . \alpha$$

$$G = \frac{b\beta}{\sigma\beta + \varrho b} = \frac{\beta}{4,5175} = -0,58931 . \alpha$$

III. Pro tertia lente ex Crown Glass.

$$F = \frac{Cc}{C\varrho + \sigma \mp x}; \; G = \frac{Cc}{C\sigma + \varrho \pm x}$$

$$F = \frac{\gamma}{1,5214 \mp x}; \; G = \frac{\gamma}{-0,7892 \pm x}$$

Cum

Cum nunc, vt ante, radius faciei anterioris fiat minor, is femiſſi diſtantiae focalis $= \frac{1}{2}\mathfrak{C}c$ aequalis ponatur, eritque

$$1,5214 - x = \frac{2C}{\mathfrak{C}} = 2(C+1) \text{ ſeu } x = 0,7454$$

Vnde ſtatim habetur

$$F = -3,87697.\frac{\alpha}{m}$$

$$G = \frac{\gamma}{-0,0+38} = +68,69266.\frac{\alpha}{m}.$$

IV. Denique pro quarta lente,

cuius diſtantia focalis $s = -1,58173.\frac{\alpha}{m}$

radius vtriusque faciei erit

$$= 1,06.s = -1,67663.\frac{\alpha}{m}$$

ſicque omnia momenta pro hoc caſu ſunt definita.

Exempl. III.

280. Si prima lens ex vitro chryſtallino, reliquae ex coronario ſint parandae, pro multiplicatione quacunque conſtructionem teleſcopii exponere.

Solutio.

Ex comparatione duorum exemplorum praecedentium ſingula momenta methodo ſupra indicata facile definiemus. Primo pro diſtantiis determinatricibus erit

$b = -1,0300.\alpha$; pro reliquis autem ſtatuatur

$$\beta = -2,6622\,a - \beta'.\tfrac{a}{m};\ \text{erit}\ \beta' = 7,9150$$

$$c = +4,9164.\tfrac{a}{m} + \tfrac{c'}{m}.\tfrac{a}{m};\ c' = 14,8812$$

$$\gamma = -3,0087.\tfrac{a}{m} - \tfrac{\gamma'}{m}.\tfrac{a}{m};\ \gamma' = 5,281$$

$$d = -1,5817\,\tfrac{a}{m} - \tfrac{d'}{m}.\tfrac{a}{m};\ d' = -3,531$$

ſimili modo pro diſtantiis focalibus eſt $p = a$; pro reliquis ſtatuatur

$$q = -0,7427.\,a - \tfrac{q'}{m}.\,a;$$

$$r = -7,7539.\tfrac{a}{m} - \tfrac{r'}{m}.\tfrac{a}{m};$$

$$s = -1,5817.\tfrac{a}{m} + \tfrac{3,531}{m}.\tfrac{a}{m};$$

eritque $q' = 0,5665$; $r' = -0,2062$
vnde lentium interualla ſunt

$$\alpha + b = -0,0300.\,a$$

$$\beta + c = -2,6622.\,a - \tfrac{2,098}{m}.\,a + \tfrac{14,88}{m}.\tfrac{a}{m}$$

$$\gamma + d = -4,5904.\tfrac{a}{m} - \tfrac{1,750}{m}.\tfrac{a}{m}$$

Pro loco oculi ſtatuatur

$$O = -0,63269.\tfrac{a}{m} - \tfrac{O'}{m}.\tfrac{a}{m}$$

erit $O' = 13,431$.

I. Pro lente prima ſtatuatur radius faciei

anter. $= 3,7425.\,a + F'.\tfrac{a}{m}$;

poſter. $= 0,6864.\,a + G'.\tfrac{a}{m}$

erit $F' = -21,70$; $G' = 1,905$.

II. Pro

II. Pro lente ſecunda ſtatuatur

radius faciei

anter. $= - 1,1853 . \alpha - F' . \frac{\alpha}{m}$;

poſter. $= - 0,5893 . \alpha - G' \frac{\alpha}{m}$

erit $F' = 2,52$; $G' = 0,08$.

III. Pro lente tertia

radius faciei

anter. $= - 3,8769 . \frac{\alpha}{m} - \frac{F'}{m} . \frac{\alpha}{m}$

poſter. $= + 68,6926 . \frac{\alpha}{m} + \frac{G'}{m} . \frac{\alpha}{m}$

erit $F' = - 0,116$; $G' = - 8,096$.

IV. Denique pro quarta lente

radius vtriusque faciei $= - 1,6766 . \frac{\alpha}{m} - \frac{H}{m} . \frac{\alpha}{m}$

erit $H = + 2,862$: ex quibus conficitur ſequens.

Conſtructio Teleſcopii pro multiplicatione quacunque *m*.

I. Pro prima lente Chryſtall. Glaſſ.

radius faciei

anter. $= 3,7425 . \alpha - 21,70 . \frac{\alpha}{m}$

poſter. $= 0,6864 . \alpha + 1,005 . \frac{\alpha}{m}$

Eius diſtantia focalis $= \alpha$

Semidiameter aperturae $= \frac{m}{50}$ dig.

Interuallum ad lentem ſecundam $= - 0,03 . \alpha$.

II. Pro

II. Pro ſecunda lente. Crown Glaſſ.

radius faciei

anter $= -1,1853\,\alpha - 2,52\,\frac{\alpha}{m}$

poſter. $= -0,5893\,\alpha - 0,08.\,\frac{\alpha}{m}$

Diſtantia focalis $= -0,7427.\,\alpha - 0,\frac{5665\,\alpha}{m}$

Semidiameter aperturae quoque $= \frac{m}{35}$ dig.

Interuallum ad tertiam

$= -2,6622\,\alpha - 2,998.\,\frac{\alpha}{m} + \frac{14,88}{m}.\,\frac{\alpha}{m}.$

III. Pro tertia lente Crown Glaſſ.

radius faciei

anter. $= -3,8769\,\frac{\alpha}{m} + 0,116.\,\frac{\alpha}{mm}$

poſter. $= +68,6926.\,\frac{\alpha}{m} - 8,096.\,\frac{\alpha}{mm}$

Diſtantia focalis $= -7,7539.\,\frac{\alpha}{m} + 0,206.\,\frac{\alpha}{mm}$

cuius pars octaua dat ſemidiametrum aperturae

Interuallum ad quartam

$-4,5904.\,\frac{\alpha}{m} - 1,750.\,\frac{\alpha}{mm}$

At diſtantia imaginis realis poſt hanc lentem

$= \gamma = -3,0087.\,\frac{\alpha}{m} - 5,281.\,\frac{\alpha}{mm}.$

IV. Pro quarta lente Crown Glaſſ.

radius vtriusque faciei $= -1,6766\,\frac{\alpha}{m} - \frac{2,862\,\alpha}{mm}.$

Eius diſtantia focalis $= -1,5817.\,\frac{\alpha}{m} - \frac{3,57.\,\alpha}{mm},$

cuius pars quarta dat ſemidiametrum aperturae.

Et interuallum ad oculum

$O = -0,6326.\,\frac{\alpha}{m} - 13,43.\,\frac{\alpha}{mm}.$

Hinc

Hinc totius Telescopii longitudo erit

$$=-0,03\,\alpha-2,998\,\frac{\alpha}{m}+14,88\,\frac{\alpha}{mm}$$
$$-2,6622.\alpha-4,590\,\frac{\alpha}{m}-1,75\,\frac{\alpha}{mm}$$
$$-0,632\,\frac{\alpha}{m}-13,43\,\frac{\alpha}{mm}$$

$$=-2,6922.\alpha-8,220\,\frac{\alpha}{m}-0,30.\,\frac{\alpha}{mm}$$

Semidiameter vero campi apparentis erit $=\frac{1289}{m+1}$ min.

Hic vero notandum est, α esse negatiuum, cuius valor definietur ex radio posteriore lentis secundae, cuius pars quarta $0,1473.\,\alpha$ seu circiter $=\frac{1}{7}.\,\alpha$ ipsi $\frac{m}{50}$ aequalis posita dabit $\alpha=-\frac{7m}{50}$ statui igitur poterit $\alpha=-\frac{m}{7}$.

Corollarium.

281. Si igitur statuamus $\alpha=-\frac{m}{7}$, habebitur sequens

Constructio determinata telescopii in ratione $m:1$ multiplicantis:

I. Pro prima lente. Flint Glass.

radius faciei in digitis

anter. $=-0,5346.\,m+3,10$.
poster. $=-0,0981.\,m-0,14$.

Distantia focalis $=-\frac{m}{7}$.
Semidiameter aperturae $=\frac{m}{50}$
Interuallum $=0,0043.\,m$.

II. Pro secunda lente. Crown Glass.

radius faciei

anter. $= + 0,1693 . m + 0,36$.

poster. $= + 0,0842 . m + 0,01$.

Distantia focalis $= + 0,1061 . m + 0,080$.

Semidiameter aperturae $= \frac{m}{50}$ dig.

Interuallum $= + 0,3803 . m + 0,48 - \frac{2,12}{m}$.

III. Pro tertia lente. Crown Glass.

radius faciei

anter. $= + 0,55 - \frac{0,01}{m}$.

poster. $= - 9,81 + \frac{1,1}{m}$.

Distantia focalis $= + 1,11 - \frac{0,08}{m}$.

Interuallum $= 0,65 + \frac{0,3}{m}$.

Distantia imaginis realis post hanc lentem

$= 0,43 + \frac{0,7}{m}$.

IV. Pro quarta lente. Crown Glass.

radius vtriusque faciei $= + 0,24 - \frac{0,4}{m}$.

Distantia focalis $= 0,22 + \frac{0,5}{m}$.

Semidiameter aperturae $= 0,05 + \frac{0,1}{m}$.

Interuallum vsque ad oculum $= 0,09 - \frac{1,8}{m}$.

et

et tota telescopii longitudo

$$=0,3846.m+1,18+\frac{0,24}{m}.$$

et semidiameter campi $=\frac{1289}{m+1}$ min.

Scholion.

282. Haec itaque telescopia multo fiunt longiora, quam ea, quae praecedente capite sunt inuenta, pro eadem vtrinque multiplicatione. Hic enim pro multiplicatione $m=100$ prodit longitudo $=40$ dig., dum in praecedente capite sufficiebat longitudo $=13\frac{1}{3}$ dig. hoc est triplo minor. Hic igitur merito quaeritur, vtrum qualitas, qua etiam spatium diffusionis a diuersa radiorum refrangibilitate oriundae ad nihilum redigitur, tanti sit habenda, vt longitudo telescopii triplicetur, quae quaestio non nisi per praxin diiudicari poterit quae autem eo erit difficilior, quo minus accuratissimam exsecutionem horum praeceptorum exspectare licet. Quocirca nisi haec conditio praescripta felicissime succedat, semper praestabit, telescopia praecedentis capitis praeferre; ita, vt duplici vitri specie carere possimus. Ceterum in euolutione casus secundi huiusmodi euolutionibus numericis non immorabimur, cum quia methodus tales calculos tractandi iam satis est explicata, tum vero quia propositum est, huic operi singularem librum subiungere, in quo sola praecepta pro praxi dirigenda in gratiam artificum colligentur.

CASVS II.

283. Sit iam secunda lens ex vitro chrystallino, reliquae vero ex vitro coronario, ita, vt sit $n' = 1,58$ et $n = n'' = n''' = 1,53$, indeque etiam $N = N'' = N'''$ et ponatur $\frac{N'}{N} = \zeta$, vt sit secundum Dollondum $\zeta = \frac{10}{7}$. His positis et sumto $i = \frac{1}{2}$ erit α positiuum ideoque etiam η. Sumatur igitur $\eta = 0,03$, vnde habebimus $P = \frac{1}{1-\eta}$. Quia nunc, vt vidimus, est $\mathfrak{B} = \zeta$ proxime, erit

$$\omega = \frac{-\eta}{1-\eta} \cdot \frac{i+1}{(m+1)\zeta} = \frac{-9}{194 \cdot \zeta(m+1)}.$$

Deinde cum sit proxime $R = -2$, ideoque $Q = \frac{m}{2P}$, vbi $P = +\frac{100}{97}$; adcuratius habebimus ex prima aequatione, $0 = \zeta Q \omega + i + \frac{1}{R}$, quae abit in hanc

$$-\frac{1}{R} = \frac{1}{2} - \frac{9m}{388 \cdot P(m+1)} \text{ seu } -\frac{1}{R} = \frac{1}{2} - \frac{9m}{400(m+1)}$$

ex quo etiam Q adcuratius definiri potest, cum sit $Q = \frac{-m}{PR}$.

Vt nunc etiam $\mathfrak{B}$ adcuratius definiatur, colligimus ex aequatione secunda,

$$0 = 1 - \frac{\zeta}{\mathfrak{B}P} + \frac{1}{B\mathfrak{C}PQ} - \frac{1}{BCPQR}$$

quae ob $\frac{1}{\mathfrak{B}} = \frac{1}{B} + 1$ dabit

$$-B(\zeta - P) = \zeta - \frac{1}{\mathfrak{C}Q} + \frac{1}{CQR}.$$

Erat autem proxime $B = \frac{-\zeta}{\zeta - 1}$ ideoque negatiuum. Ex valore porro adcurato ipsius B erit $\mathfrak{B} = \frac{B}{B+1}$.

His

His igitur definitis tertia aequatio erit:

$$0 = \lambda - \frac{\mu'.\lambda'}{\mu \mathfrak{B}^3 P} + \frac{\lambda''}{B^3 \mathfrak{C}^3 PQ} - \frac{\lambda'''}{B^3 C^3 PQR}$$
$$- \frac{\mu' \nu'}{\mu B \mathfrak{B}^3 P} + \frac{\nu}{B^3 C \mathfrak{C} PQ}$$

Hic duo primi termini vtpote valde magni dabunt proxime $\lambda' = \frac{\mu}{\mu'} . \mathfrak{B}^3 P . \lambda$ vnde intelligere licet pro lente concaua eius valorem λ maiorem prodire, quam casu primo ita, vt casus primus ad praxin sit aptior iudicandus.

Vt nunc etiam de longitudine telescopii iudicare possimus, quia praecedente casu ea nimis magna prodierat, considerari debet eius pars praecipua, quae est littera β, cuius valor ante fuerat $= -2,6622 . \alpha$ circiter, qui autem nunc ob $\beta = \frac{-B\alpha}{P}$ et $B = \frac{-\zeta}{\zeta - 1}$ proxime seu $B = -\frac{10}{3}$ et $P = 1$ reperitur $\beta = \frac{10}{3} . \alpha = 3,33 . \alpha$, ita, vt telescopia hinc nata adhuc fiant longiora, quae propterea hic fusius euoluere operae non erit pretium.

Scholion.

284. Quia longitudo telescopii, quae hinc tanta resultat, perfectioni non parum obstat, disquirendum est, vtrum huic incommodo non aliquod remedium adferri possit, quod autem ex hypothesi hic facta, qua lens obiectiua quasi ex duabus lentibus constare est assumta, neutiquam sperare licet. Quamobrem lentem obiectiuam quasi ex tribus lentibus constantem assumi conueniet, quarum vel vna vel duae

ſint concauae et ex vitro chryſtallino formatae. Ne autem nouam inueſtigationem circa maiorem campum ſuſcipere cogamur, hic ſtatim quoque tres lentes quaſi oculares introducamus, vt hoc modo ſi negotium ſucceſſerit, non ſolum breuiora teleſcopia obtineantur, ſed etiam ſimul campus apparens notabile incrementum accipiat.

Problema 2.

285. Si tres lentes priores ad obiectiuam conſtituendam referantur, tum vero tres quaſi lentes oculares adiungantur, definire momenta, ad teleſcopii conſtructionem neceſſaria.

Solutio.

Cum igitur hic occurrant ſex lentes, ſtatuamus

$$\frac{\alpha}{b} = -P;\ \frac{\beta}{c} = -Q;\ \frac{\gamma}{d} = -R;\ \frac{\delta}{e} = -S;\ \frac{\epsilon}{f} = -T.$$

vt ſint noſtra elementa

$$b = -\frac{\alpha}{P};\ c = \frac{B\alpha}{PQ};\ d = \frac{-BC\alpha}{PQR};\ e = \frac{BCD\alpha}{PQRS}$$

$$\beta = \frac{-B\alpha}{P};\ \gamma = \frac{BC\alpha}{PQ};\ \delta = \frac{-BCD\alpha}{PQR};\ \epsilon = \frac{BCDE\alpha}{PQRS}$$

$$\text{et } f = \frac{-BCDE\alpha}{PQRST}$$

adeoque diſtantiae focales

$$p = \alpha;\ q = \frac{-B\alpha}{P};\ r = \frac{BC\alpha}{PQ};\ s = \frac{-BCD\alpha}{PQR};$$

$$t = \frac{BCDE\alpha}{PQRS};\ u = \frac{-BCDE\alpha}{PQRST};$$

exiſtente $m = -PQRST$.

Horum

Horum iam numerorum P, Q, R, S, T vnicus debet esse negatiuus; interualla autem lentium ita exprimentur

$$\alpha + b = \alpha\left(1 - \frac{1}{P}\right);\quad \beta + c = \frac{-B\alpha}{P}\left(1 - \frac{1}{Q}\right)$$

$$\gamma + d = \frac{BC\alpha}{PQ}\left(1 - \frac{1}{R}\right);\quad \delta + e = \frac{-BCD\alpha}{PQR}\left(1 - \frac{1}{S}\right)$$

et $\varepsilon + f = \frac{BCDE\alpha}{PQRS}\left(1 - \frac{1}{T}\right)$

quod vltimum interuallum ob $\varepsilon = -Tf$, etiam ita exhibetur $\varepsilon + f = f(1 - T)$; vnde quia f debet esse quantitas positiua, statim patet, esse debere $T < 1$.

Quia nunc tres priores lentes exiguis interuallis a se inuicem distare debent, statuamus vtrumque interuallum $= \eta\alpha$ hincque habebimus

$$P = \frac{1}{1 - \eta} \text{ et } Q = \frac{B}{B + \eta P}.$$

Nunc vero cum sit campi semidiameter

$$\Phi = \frac{\pi - \pi' + \pi'' - \pi''' + \pi''''}{m + 1}$$

statuamus $\pi = \omega\xi$; $\pi' = -\omega'\xi$; $\pi'' = i\xi$; $\pi''' = -\xi$ et $\pi'''' = \xi$, ita, vt sit

$$\Phi = \frac{\omega + \omega' + i + 2}{m + 1}\xi = M\xi, \text{ existente}$$

$$M = \frac{\omega + \omega' + i + 2}{m + 1} \text{ seu proxime } M = \frac{i + 2}{m + 1}$$

ob ω et ω' fractiones minimas, vt mox videbimus. Hincque ob $\frac{\pi''''}{\Phi} = \frac{1}{M}$, statim oritur distantia oculi

$$O = \frac{1}{M} \cdot \frac{i}{m} = \frac{m + i}{m(i + 2)}.$$

Porro

Porro conſiderari oportet ſequentes aequationes

$$\mathfrak{B}\omega = (1-P)M;\ \mathfrak{C}\omega' = (1-PQ)M - \omega$$

$$\mathfrak{D}i = (1-PQR)M - \omega' - \omega$$

$$\mathfrak{E} = (1-PQRS)M - \omega' - \omega - i.$$

Ex harum aequationum duabus primis quaerantur particulae ω et ω', ſcilicet

$$\omega = \frac{(1-P)M}{\mathfrak{B}} = \frac{-\eta M}{(1-\eta)\mathfrak{B}}$$

$$\omega' = \frac{(1-PQ)M-\omega}{\mathfrak{C}} \text{ ſeu}$$

$$\omega' = \frac{\eta(1-B)M}{(B+(1-B)\eta)\mathfrak{C}} + \frac{\eta M}{(1-\eta)B\mathfrak{C}} \text{ ſeu}$$

$$\omega' = \frac{\eta M}{\mathfrak{C}}\left(\frac{2B+\eta(1-B)}{(B+\eta(1-B))(1-\eta)B}\right)$$

quare cum η ſit fractio valde parua erit proxime

$$\omega = \frac{-\eta M}{\mathfrak{B}};\ \omega' = \frac{2\eta M}{B\mathfrak{C}}$$

atque litterae $\mathfrak{B}$ et $\mathfrak{C}$ etiamnum manent indeterminatae, dum ſequentes $\mathfrak{D}$ et $\mathfrak{E}$ per formulas hic allatas determinantur. Nunc igitur conſiderentur tres aequationes, quas adimpleri oportet

$$\text{I. } 0 = +\frac{N'\omega}{P} + \frac{N''\omega'}{PQ} + \frac{N'''i}{PQR} + \frac{N''''}{PQRS} + \frac{N'''''}{PQRST}$$

$$\text{II. } 0 = N - \frac{N'}{\mathfrak{B}P} + \frac{N''}{B\mathfrak{C}PQ} - \frac{N'''}{BC\mathfrak{D}PQR}$$

$$+ \frac{N''''}{BCD\mathfrak{E}PQRS} - \frac{N'''''}{BCDE\mathfrak{F}PQRST}$$

III. o =

$$\text{III. } 0 = \mu\lambda - \frac{\mu'}{\mathfrak{B}P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu'}{B}\right)$$
$$+ \frac{\mu''}{B^3\mathfrak{C}PQ}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^2} + \frac{\nu''}{C}\right)$$
$$- \frac{\mu'''}{B^3C^3\mathfrak{D}PQR}\left(\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^2} + \frac{\nu'''}{D}\right)$$
$$+ \frac{\mu''''}{B^3C^3D^3.\mathfrak{E}.PQRS}\left(\frac{\lambda''''}{\mathfrak{E}^2} + \frac{\nu''''}{E}\right)$$
$$- \frac{\mu'''''.\lambda'''''}{B^3C^3D^3E^3.PQRST}.$$

In prima autem aequatione duo membra priora prae ſequentibus manifeſto ſunt valde parua, dum etiam per m multiplicata adhuc multo minora manent ſequentibus. Iis omiſſis habebitur

$$0 = N'''i + \frac{N''''}{S} + \frac{N'''''}{ST}$$

vbi quia tres poſteriores lentes ex eadem vitri ſpecie fieri conuenit erit $0 = iST + T + 1$; vnde patet, vel S vel T eſſe debere quantitatem negatiuam. Hanc ob rem ſtatuatur, $S = -k$ vt vnica harum lentium ante imaginem realem cadat, vnde fiet $k = \frac{T+1}{iT}$; ante autem iam vidimus, eſſe $T < 1$ ideoque $K > 2$ ob $i < 1$ et ſi $i = \frac{1}{2}$ fiet adeo $K > 4$ ex quo erit

$$KT = \frac{1+T}{i} = -ST.$$

Iam ob P et Q vnitati proxime aequales erit quoque proxime $RST = -m$ ideoque $R = \frac{im}{1+T}$ adeoque numerus magnus. Ex his autem valoribus proximis facile erit valores adcuratos ex eadem aequatione prima deducere. Iam in aequatione ſecunda ſatis euidens eſt, tres terminos priores multo maiores eſſe ſequentibus.

His ergo omissis habebitur

$$o = N - \frac{N'}{\mathfrak{B}P} + \frac{N''}{B\mathfrak{C}PQ}$$

vnde ob P et Q proxime $= 1$, colligitur fore etiam proxime

$$o = N - \frac{N'}{\mathfrak{B}} + \frac{N''}{B\mathfrak{C}}$$

vnde colligitur

$$\mathfrak{C} = \frac{N''.\mathfrak{B}}{B(N' - N\mathfrak{B})} = \frac{N''(1-\mathfrak{B})}{N' - N\mathfrak{B}} \text{ hincque}$$

$$C = \frac{N''(1-\mathfrak{B})}{N' - N\mathfrak{B} - N'' + N''\mathfrak{B}}$$

$$C = \frac{N''(1-\mathfrak{B})}{N' - N'' + \mathfrak{B}(N'' - N)}$$

vbi littera $\mathfrak{B}$ adhuc arbitrio nostro permittitur.

Pro $\mathfrak{C}$ autem sequentes casus sunt notandi;

1°. Si $\mathfrak{B} > 1$ et $\mathfrak{B} < \frac{N'}{N}$; tunc erit $\mathfrak{C}$ negatiuum, adeoque etiam C negatiuum.

2°. Si $\mathfrak{B} > 1$ et $\mathfrak{B}$ simul $> \frac{N'}{N}$; tunc erit $\mathfrak{C}$ positiuum.

3°. Si fuerit $\mathfrak{B} < 1$ et $\mathfrak{B} < \frac{N'}{N}$; tunc erit $\mathfrak{C}$ positiuum.

4°. Si fuerit $\mathfrak{B} < 1$ et $\mathfrak{B} > \frac{N'}{N}$; tunc erit $\mathfrak{C}$ negatiuum; adeoque et C negatiuum.

Pro secundo autem casu erit C negatiuum, si $N' > N$. Sin autem fuerit $N' < N$, erit C positiuum. Pro casu tertio erit C positiuum, si sit $N' > N$; sin autem sit $N' < N$, erit C negatiuum.

Circa duas autem reliquas litteras $\mathfrak{D}$ et $\mathfrak{E}$ notandum est, fore $\mathfrak{D}$ negatiuum, ideoque et D, tum vero $\mathfrak{E}$ esse positiuum; fit enim proxime

$$\mathfrak{E} = \frac{i+2}{1} - i. \text{ ideoque}$$

$$E = \frac{\frac{i+2}{T} - i}{1 + i - \frac{i+2}{T}}; \text{ ideoque E negatiuum.}$$

Examinemus iam interualla lentium ac primo quidem cum sit $d < \gamma$ necesse est, vt sit γ positiuum ideoque debet esse $BC\alpha > 0$.

Est vero $BC = \frac{N''\mathfrak{B}}{N' - N'' + \mathfrak{B}(N'' - N)}$.

Cum igitur distantia γ maximam partem totius longitudinis contineat, $\mathfrak{B}$ ita accipi debet, vt quantitas BC vnitatem vix superet, quia ante hic coefficiens modo binarium tum vero et ternarium superaverat.

Statim autem ac γ reddita est quantitas positiua, erit d negatiuum et manifesto $\gamma + d > 0$.

Porro vero fit δ positiuum, nempe $\delta = \mathfrak{D}d$ atque etiam e positiuum; ita, vt sit $\delta + e$ positiuum.

Denique $\varepsilon = \mathfrak{E}e$ adeoque negatiuum et f positiuum; eritque etiam $\varepsilon + f > 0$ ob $T < 1$, vt iam ante notauimus; ex quo etiam distantia oculi fit positiua, sicque omnes conditiones sunt adimpletae.

Denique in tertia aequatione etiam manifestum est, tres tantum terminos priores potissimum in computum venire, vtpote prae reliquis multo maiores; vnde fit

$$0 = \mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\mu''\lambda''}{B^3\mathfrak{C}^3}$$

vbi efficiendum quoque eſt, vt nulla litterarum λ, λ', λ'' vnitatem notabiliter ſuperet. Quemadmodum igitur haec omnia commodiſſime praeſtentur, diuerſos caſus euolui oportet, prouti inter tres lentes priores vel vna vel duae chryſtallinae occurrant et quo loco.

CASVS I.

286. Quo prima lens chryſtallina, ſecunda et tertia vero ex vitro coronario eſt parata. Erit ergo $N = 10$, $N' = 7$, et $N'' = 7$. adeoque primo

$$\mathfrak{C} = \frac{7(1-\mathfrak{B})}{7-10\mathfrak{B}} \text{ et } C = \frac{-7(1-\mathfrak{B})}{3\mathfrak{B}} \text{ ideoque}$$

$$B\mathfrak{C} = \frac{7\mathfrak{B}}{7-10\mathfrak{B}} \text{ et } BC = -\tfrac{7}{3}$$

hinc ergo fit $\gamma = -\frac{7}{3}\alpha$; vnde euidens eſt, ſumi debere α negatiuum, qui valor cum non minor ſit, quam in problemate praecedente; hunc caſum vlterius non proſequimur.

CASVS II.

287. Quo lens ſecunda eſt chryſtallina; prima vero et tertia ex vitro coronario; erit $N = 7$, $N' = 10$; $N'' = 7$; atque hinc

$$C = \frac{7(1-\mathfrak{B})}{3} \text{ adeoque } BC = \tfrac{7}{3}\mathfrak{B}$$

$$\mathfrak{C} = \frac{7(1-\mathfrak{B})}{10-7\mathfrak{B}} \text{ et } B\mathfrak{C} = \frac{7\mathfrak{B}}{10-7\mathfrak{B}}$$

vnde

vnde fit $\gamma = \frac{7}{3}\mathfrak{B}.\alpha$. Quo igitur telescopium contrahatur, sumi debet $\mathfrak{B} < 1$; tum vero erit B positiuum; at ex tertia aequatione habebimus

$$0 = \mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\mu''\lambda''}{B\,\mathfrak{C}^3} \text{ siue}$$

$$0 = \mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\mu\lambda''(10-7\mathfrak{B})^3}{7^3.\mathfrak{B}^3} \text{ vnde fit}$$

$$\frac{\mu'\lambda'}{\mu} = \mathfrak{B}^3\lambda + \frac{(10-7\mathfrak{B})^3.\lambda''}{7^3}$$

hic ergo videamus, an litterae λ et λ' et λ'' possint ad vnitatem redigi; ad quod requiritur, vt sit

$$\frac{\mu'}{\mu} = \mathfrak{B}^3 + \left(\frac{10}{7} - \mathfrak{B}\right)^3$$

cuius euolutio ob $\frac{\mu'}{\mu}$ propemodum $= 1$ dat

$$\left(\frac{10}{7}\right)^3 - 3\left(\frac{10}{7}\right)^2\mathfrak{B} + 3\left(\frac{10}{7}\right)\mathfrak{B}^2 = 1$$

cuius radices sunt prior $\mathfrak{B} = 0,97$; qua autem hic nihil in longitudine lucramur; altera vero est $\mathfrak{B} = 0,46$. siue $\mathfrak{B} = \frac{5}{11}$ hocque modo fiet $\gamma = \frac{7}{9}\alpha$; quod insigne lucrum est qui ergo casus inprimis meretur, vt adcuratius euoluatur.

CASVS III.

288. Sit nunc tertia lens chrystallina, prima et secunda ex vitro coronario, vt sit $N = 7$, $N' = 7$, at $N'' = 10$. Hinc igitur, sequitur

$$\mathfrak{C} = \frac{10(1-\mathfrak{B})}{7-7\mathfrak{B}} = \frac{10}{7};\ C = -\frac{10}{3} \text{ indeque}$$

$$B\mathfrak{C} = \frac{10}{7}B;\ \text{et } BC = -\frac{10}{3}B$$

vnde fit $\gamma = -\frac{10}{3}B\alpha$. Deberet ergo esse $-B < 1$

 vel

vel $B > -1$. hinc $\mathfrak{B} < 1$. Hine ergo tertia aequatio vnitate loco cuiuslibet λ ſcripta erit

$$0 = 1 - \frac{1}{\mathfrak{B}^3} + \frac{343(1-\mathfrak{B})^3}{1000\,\mathfrak{B}^3} \text{ ſeu}$$

$$0 = \mathfrak{B}^3 - 1 + \frac{343}{1000}(1-\mathfrak{B})^3 \text{ ſeu}$$

$$0 = 657 - 1029\,\mathfrak{B} + 1029\,\mathfrak{B}^2 + 657\,\mathfrak{B}^3$$

qui ergo caſus etiam euolutione dignus videtur.

CASVS IV.

289. Si prima et ſecunda lens ſint chryſtallinae et tertia coronaria; erit

$$N' = N = 10; \text{ et } N'' = 7; \text{ hincque}$$

$$\mathfrak{C} = \frac{7(1-\mathfrak{B})}{10(1-\mathfrak{B})} = \frac{7}{10} \text{ et } C = \frac{7}{3} \text{ hincque } BC = \frac{7B}{3}.$$

Nunc quia eſt α negatiuum, γ autem poſitiuum, debet eſſe $\gamma = + \frac{7}{3} B\alpha$. Ponamus nunc $\frac{7}{3} B = -1$ erit $B = -\frac{3}{7}$ et $\mathfrak{B} = -\frac{3}{4}$ et $B\mathfrak{C} = -\frac{3}{10}$ vnde tertia aequatio fiet

$$0 = \lambda + \frac{\lambda' . 4^3}{3^3} - \frac{\mu''}{\mu} . \frac{\lambda'' . 10^3}{3^3}$$

ita, vt eſſe debeat

$$\lambda + \frac{64\lambda'}{27} = \frac{\mu''}{\mu} . \frac{1000\lambda''}{27} + \text{etc.}$$

quod cum fieri nequeat, niſi pro λ et λ' numeri maximi accipiantur, hic caſus nullo modo in praxi admitti poteſt.

CASVS V.

290. Sint prima et tertia lens chryſtallinae, ſecunda ex vitro coronario, erit $N = N'' = 10$

et

et $N' = 7$, adeoque

$$\mathfrak{C} = \frac{10(1-\mathfrak{B})}{7-10\mathfrak{B}} \text{ et } C = -\frac{10(1-\mathfrak{B})}{3} \text{ hinc}$$

$$BC = -\tfrac{10}{3}\mathfrak{B} \text{ et } \gamma = -\tfrac{10}{3}\mathfrak{B}\alpha.$$

Ponatur ergo $\frac{10}{3}\mathfrak{B} = 1$ eritque $\mathfrak{B} = \frac{3}{10}$ et $B = \frac{3}{7}$ et $B\mathfrak{C} = \frac{3}{4}$; vnde aequatio tertia dabit

$$0 = \lambda - \frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{\lambda' \cdot 1000}{27} + \frac{61\lambda''}{27} \text{ seu}$$

$$\lambda + \frac{61\lambda''}{27} = \frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{1000\lambda'}{27} + \text{etc.}$$

quae aeque parum ad praxin est idonea.

CASVS VI.

291. Sint secunda et tertia lens chrystallinae, prima ex vitro coronario confecta; erit $N = 7$, et $N' = N'' = 10$, vnde colligitur

$$\mathfrak{C} = \frac{10(1-\mathfrak{B})}{10-7\mathfrak{B}} \text{ et } C = \frac{10(1-\mathfrak{B})}{3\mathfrak{B}}; \text{ hincque}$$

$$BC = \tfrac{10}{3} \text{ et } \gamma = \tfrac{10}{3}\alpha,$$

qui ergo casus iam sponte cadit.

Evolutio vlterior casus secundi.

292. Quod ad valorem litterae η attinet, pro quauis multiplicatione m, quae lentis obiectiuae aperturam postulat, cuius semidiameter sit circiter $\frac{m}{50}$ dig. sumamus accipi $\alpha = \frac{m}{8}$ dig. quia lens plerumque fere est plano-conuexa; eritque huius lentis crassities circiter $\frac{1}{64}\alpha$; quare si interuallum binarum lentium priorum statuamus $\frac{1}{50}\alpha$; metuendum non est, ne duae lentes se mutuo tangant, sed satis relinquetur spatii, vt etiam

etiam quodammodo moueri possint. Ponamus ergo $\eta = \pm \frac{1}{50} = \pm 0,02$.

Quia nunc prima lens est ex vitro coronario, ideoque conuexa erit α positiuum et $\eta = + \frac{1}{50} = + 0,02$. Hinc reperimus statim $P = \frac{50}{49}$ et $Q = \frac{45 \cdot B}{49 B + 1}$, vbi de B infra dispiciemus. Hic notasse sufficiat, esse proxime $Q = 1$ et $P = 1$.

His praemissis sumta fractione $i = \frac{1}{2}$ et $\mathfrak{T} = \frac{1}{2}$, quandoquidem esse debet $T < 1$. prima aequatio nostra dabit $k = 6 = - S$ et ob $PQ = 1$ proxime $R = \frac{1}{3} m$; neque opus est, vt hic valor accuratius eruatur.

Secunda autem aequatio, cui pariter proxime tantum satisfecisse sufficit, quia hoc casu est $N = 7$, $N' = 10$, $N'' = N''' = N'''' = N''''' = 7$. nobis praebet

$$0 = 7 - \frac{10}{\mathfrak{B} P} + \frac{7}{B \mathfrak{C} P Q}$$

quae sumto $P = 1$ et $PQ = 1$ dat

$$\mathfrak{C} = \frac{-7(1 - \mathfrak{B})}{(7 \mathfrak{B} - 10)} = \frac{7(1 - \mathfrak{B})}{10 - 7 \mathfrak{B}} \text{ indeque}$$

$$C = \frac{7(1 - \mathfrak{B})}{3} \text{ et } B C = \frac{7 \cdot \mathfrak{B}}{3}.$$

Cum dein ex primis elementis sit $\gamma = \frac{BC\alpha}{PQ}$, quae distantia praecipuam partem totius longitudinis continet, faciamus $\gamma = \alpha$ siue proxime saltem $= \alpha$ adeoque $BC = 1$; vnde sequitur $\frac{7}{3} \mathfrak{B} = 1$ et $\mathfrak{B} = \frac{3}{7}$; vnde porro $B = \frac{3}{4}$; $\mathfrak{C} = \frac{4}{7}$ et $C = \frac{4}{3}$ ideoque $B \mathfrak{C} = \frac{3}{7}$.

Nunc

Nunc ex valore B inuento habebimus praeter $P = \frac{50}{49}$ etiam $Q = \frac{147}{151}$ et $P.Q = \frac{150}{151}$ ficque adcurate iam erit $R = \frac{151.m}{2.150}$.

Nunc igitur ad aequationem tertiam progrediamur:

$$0 = \lambda - \frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3 P} + \frac{\lambda''}{B^3 \mathfrak{C}^3 PQ}$$
$$- \frac{\mu' \nu'}{\mu} \cdot \frac{1}{B\mathfrak{B}P} + \frac{\nu}{B^3 C\mathfrak{C} PQ}$$
$$- \frac{\lambda'''}{B^3 C^3 \mathfrak{D}^3 PQR} + \frac{\lambda''''}{B^3 C^3 D^3 \mathfrak{E}^3 PQRS}$$
$$- \frac{\nu}{B^3 C^3 D\mathfrak{D} PQR} + \frac{\nu}{B^3 C^3 D^3 E\mathfrak{E} PQRS}$$
$$+ \frac{\lambda'''''}{B^3 C^3 D^3 E^3 . m}$$

quae vt in numeros euolui poffit, ante neceffe eft, valores litterarum D et E inueftigare, qui ex formulis fupra datis inueniuntur:

$$\frac{2}{5}\mathfrak{D} = (1 - PQR) M; \text{ feu}$$
$$\mathfrak{D} = (1 - \frac{1}{2} m) \frac{5}{m+1} = - \frac{5}{2}$$

ob m vt valde magnum affumtum praecipue cum $\mathfrak{D}$ tantum occurrat in numeris per fe minimis; adeoque $D = - \frac{5}{3}$. Simili modo erit

$$\mathfrak{E} = \frac{5(1 + 2m)}{2(m+1)} - \frac{1}{2} = \frac{9}{2} \text{ et } E = -\frac{2}{7}.$$

His igitur valoribus substitutis habebimus

$$0 = \lambda - 10,9985.\lambda' + 11,7884.\lambda''$$
$$(1,0413348) \quad (1,1068156)$$
$$- 0,68119 + 0,68775$$
$$(9,8332690) \quad (9,8374334)$$
$$+ \frac{0,64800.\lambda'''}{m} + \frac{0,02247.\lambda''''}{m}$$
$$(9,8115752) \quad (8,3516924)$$
$$- \frac{0,368245}{m} + \frac{0,07773}{m}$$
$$(9,8010248) \quad (8,8906053)$$
$$+ \frac{1,92720.\lambda'''''}{m}$$
$$(0,2849264)$$

ex qua aequatione si sumatur $\lambda = 1$ et $\lambda'' = 1$, colligitur

$$\lambda' = 0,09092 + 0,0589\lambda''' : m + \frac{0,0274}{m}$$
$$+ 1,16275 + 0,0040\lambda'''' : m$$
$$+ 0,00060 + 0,1752\lambda''''' : m.$$
$$1,25427$$

Circa litteras λ''', λ'''', λ''''' obseruandum est, quia binae postremae plenam aperturam admittere debent, esse debere

$$\lambda''''' = 1,60006 \text{ et } \lambda'''' = 1 + 0,60006.$$
$$\text{et } \lambda'''' = 1 + 0,60006(1 - 2\mathfrak{E})^2$$
$$= 1 + 0,60006.64$$

unde hae duae lentes statim computari possunt.

Pro

Pro quarta autem lente in ipso radiorum calculo valor numeri λ''' definiatur. Tum vero lens prima et tertia quoque per calculum determinantur. Quo facto quaeratur valor ipsius λ', qui cum etiam m inuoluat, primo pro valore determinato ipsius m. v. g. $m = 25$, deinde pro $m = \infty$ radii facierum huius lentis inuestigentur ex iisque pro multiplicatione quacunque eorum valores concludantur, vt iam supra aliquoties est factum.

Interualla autem lentium cum distantiis focalibus sequenti modo se habebunt:

$b = -0,98 . \alpha$

$\beta = -0,73500 . \alpha$. $\log . \beta = 9,8662874$;

$c = 0,75500 . \alpha$;

$\gamma = 1,00667 . \alpha$. $\log . \gamma = 0,0028856$

$d = -\frac{3\alpha}{m}$

$\delta = +\frac{1,875}{m} . \alpha$

$e = +\frac{0,31250 \alpha}{m}$

$\varepsilon = -\frac{0,40179 . \alpha}{m}$

$f = +\frac{0,80357 . \alpha}{m}$

et distantiae focales

$p = \alpha$; $q = -0,42000 . \alpha$; $r = 0,43144$

$s = \frac{5\alpha}{m}$; $t = +\frac{1,40625 . \alpha}{m}$; $u = \frac{0,80357}{m} . \alpha$

Hincque interualla lentium

$$\alpha + b = 0,02 . \alpha; \quad \beta + c = 0,0200 . \alpha$$

$$\gamma + d = 1,00667 . \alpha - \frac{3}{m} . \alpha$$

$$\delta + e = 2,1875 . \frac{\alpha}{m}; \quad \varepsilon + f = \frac{0,40178 . \alpha}{m}$$

et pro loco oculi $O = 0,5626 . \frac{\alpha}{m}$.

Constructio lentium.

Inuestigemus primo constructionem pro singulis lentibus ex vitro coronario parandis positisque pro quauis lente

radiis faciei $\begin{cases} \text{inter.} = F. \\ \text{poster.} = G. \end{cases}$

haec determinatio sequenti modo se habebit

I. Pro prima lente

ob $\lambda = 1$ reperietur

$$F = \frac{\alpha}{\sigma} = \frac{\alpha}{1,6601} = 0,60237 . \alpha$$

$$G = \frac{\alpha}{\varrho} = \frac{\alpha}{0,2267} = 4,41111 . \alpha$$

III. Pro tertia lente.

ob $\lambda'' = 1$ erit

$$F = \frac{c\gamma}{\gamma\varrho + c\sigma} = \frac{Cc}{C\varrho + \sigma} = \frac{\gamma}{C\varrho + \sigma}$$

$$G = \frac{c\gamma}{\gamma\sigma + c\varrho} = \frac{Cc}{C\sigma + \varrho} = \frac{\gamma}{C\sigma + \varrho}$$

$$F = \frac{\gamma}{1,9494} = 0,51298 . \alpha$$

$$G = \frac{\gamma}{2,4240} = 0,41255 . \alpha$$

IV.

IV. Pro quarta lente

ob λ''' etiamnunc incognitum ponatur breuitatis gratia

$$\tau(1+D)\sqrt{(\lambda'''-1)} = x \text{ eritque}$$

$$F = \frac{\delta}{D\varrho + \sigma \pm x};\ G = \frac{\delta}{\varrho + D\sigma \mp x}$$

adeoque

$$F = \frac{\delta}{1,5184 \pm x};\ G = \frac{\delta}{-0,8109 \mp x}.$$

Vt nunc haec lens aperturam $\frac{1}{2}\xi$ admittat, hoc eueniet, si posterior facies fuerit plana, seu denominator $= 0$; valeant igitur signa inferiora et ponatur

$$x = 0,8109 \text{ vnde fiet}$$

$$G = \infty \text{ et } F = \frac{\delta}{0,7378} \text{ seu } F = \frac{2,6850 \cdot \alpha}{m}$$

vti debet esse, quia $F = (n-1)5$. Cum igitur sit

$$\tau(1+D)\sqrt{(\lambda'''-1)} = 0,8109 \text{ erit}$$

$$\sqrt{\lambda''' - 1} = \frac{0,8109}{0,3469} \text{ hincque } \lambda''' = 6,4642.$$

V. Pro quinta lente

est $\lambda'''' = 39,40384$ et quia haec lens est vtrinque aeque conuexa erit

$$\text{radius faciei vtriusque} = 1,06.\ r = 1,4906.\ \frac{\alpha}{m}.$$

VI. Pro sexta lente

est, vti vidimus, $\lambda''''' = 1,60006$ ideoque

$$\text{radius vtriusque faciei} = 1,06.\ u = 0,8518.\ \frac{\alpha}{m}.$$

II. Pro secunda lente

reperietur nunc primo

$$\lambda' = 1,25427 + \frac{0,6894}{m}.$$

Statuamus nunc esse $m = 25$ eritque

$$\lambda' = 1,28184.$$

Quare cum pro secunda lente sit

$$F = \frac{\beta}{B\varrho' + \sigma' \pm \tau'(1 + B)\sqrt{(\lambda' - 1)}}$$

$$G = \frac{\beta}{B\sigma' + \varrho' \mp \tau'(1 + B)\sqrt{(\lambda' - 1)}}$$

erit $\tau'(1 + B)\sqrt{\lambda' - 1} = 0,81524$

vnde colligitur

$$F = \frac{\beta}{1,6886 \pm 0,81524} = \frac{\beta}{0,8733}$$

$$G = \frac{\beta}{1,3284 \mp 0,81524} = \frac{\beta}{2,1436}.$$

hinc $F = -0,84134.\alpha$

$G = -0,34286.\alpha$

sit nunc $m = \infty$ erit

$\lambda' = 1,25427$ et $\tau(1 + B)\sqrt{\lambda' - 1}$

$= 0,77434$, vnde radii facierum

$$F = \frac{\beta}{1,6888 \pm 0,7743} = \frac{\beta}{0,9145}$$

$$G = \frac{\beta}{1,3284 \mp 0,7743} = \frac{\beta}{2,1027}$$

hinc

hinc $F = -0,80373 \cdot \alpha$

$G = -0,34955 \cdot \alpha$

Ex his igitur duobus casibus pro multiplicatione qu acunque concludimus

$$F = -0,80373 \cdot \alpha - \frac{f}{m}$$

$$F = -0,80373 \cdot \alpha + 0,940 \frac{\alpha}{m}$$

$$\text{et } G = -0,34955\, \alpha - \frac{g}{m}$$

$$G = -0,34955\, \alpha + 0,167 \cdot \frac{\alpha}{m}$$

Denique semidiameter campi visi erit

$$\Phi = \frac{2147}{m+1} \text{ minut.}$$

Scholion.

293. Quia ternae lentes priores communem postulant aperturam, cuius semidiameter sit $\frac{m}{50}$ dig. hic ad radium minimum istarum lentium, qui est $0,343 \cdot \alpha$; respici debet, cuius pars quarta $0,086 \cdot \alpha$ est circiter $\frac{1}{12}\alpha$ ipsi $\frac{m}{50}$ dig. aequalis posita dabit $\alpha = \frac{6}{25} m$ siue $\alpha = \frac{1}{4} m$ cum ante licuisset statuere $\alpha = \frac{1}{7} m$ neque ergo voti nostri compotes sumus facti, dum longitudinem telescopii contrahere sumus conati, etsi enim hic longitudo telescopii minorem tenet rationem ad α, tamen ipsa quantitas α fere tanto maior hic prodiit. Ex quo intelligitur, si omnes plane perfectiones desideremus, necesse prorsus esse, maiorem longitudinem admittere. Interim tamen longitudo

hinc

hinc resultans aliquanto minor est, quam supra inuenta, sed probe hic est perpendendum, hoc casu elaborationem lentium multo maioribus difficultatibus esse obnoxiam, quam ante. Ita vt artifex non nisi post plurima tentamina scopum attingere possit. Quocirca his inuestigationibus non vlterius immoror, cum ex calculis allatis facile sit huiusmodi telescopiorum constructionem in vsum artificum depromere.

LIBRI

LIBRI SECVNDI,

DE

CONSTRVCTIONE TELESCOPIORVM

SECTIO TERTIA.

DE

TELESCOPIIS TERTII GENERIS,

QVIBVS

OBIECTA ITERVM SITV ERECTO

REPRAESENTANTVR.

CAPVT I.
DE TELESCOPIIS SIMPLICIORIBUS TERTII GENERIS EX VNICA VITRI SPECIE PARATIS.

Problema I.

294.

Telescopium simplicissimum huius generis, quod tribus tantum constat lentibus construere, quod obiecta secundum datam rationem aucta et situ erecto repraesentet.

Solutio.

Pro duobus interuallis, quae hic occurrunt, ponamus vt semper fractiones $\frac{a}{b} = -P$ et $\frac{\beta}{c} = -Q$ et quia hic duae imagines reales habentur, quarum altera in prius interuallum cadens est inuersa, altera vero in posterius interuallum cadens erecta, ita, vt sit semidiameter illius $= \alpha\Phi$, huius vero $= B\alpha\Phi$; ambae litterae P et Q debent esse negatiuae, vnde statuamus $-P = k$ et $-Q = k'$, vt sit multiplicatio $m = kk'$. Hinc elementa nostra ita se habebunt:

$$b = \frac{\alpha}{k};\ \beta = \frac{B\alpha}{k} \text{ et } c = \frac{B\alpha}{kk'}$$

et distantiae focales

$$p = \alpha;\ q = \frac{\mathfrak{B}\alpha}{k} \text{ et } r = \frac{\mathfrak{B}B\alpha}{kk'} = \frac{\mathfrak{B}B\alpha}{m};$$

tum vero bina interualla

$$\alpha + b = \alpha\left(1 + \frac{1}{k}\right);\ \beta + c = \frac{B\alpha}{k}\left(1 + \frac{1}{k'}\right)$$

quae per se sunt positiua, siquidem esse debet $B > 0$ ideoque et $\mathfrak{B}$. Pro campo vero apparente cum sit eius semidiameter $\Phi = \frac{-\pi + \pi'}{m - 1}$; ponamus $\pi = -i\xi$ et $\pi' = \xi$, denotante ξ maximum valorem, quem litterae π et π' recipere possunt et i fractionem vnitate minorem eritque $\Phi = \frac{i + 1}{m - 1}\cdot\xi$ atque hinc pro loco oculi fiet

$$O = \frac{\pi'}{\Phi}\cdot\frac{r}{m} = \frac{m - 1}{i + 1}\cdot\frac{\mathfrak{B}\alpha}{mm}$$

quae,

quae distantia etiam per se est positiua. His positis aequationes pro litteris π, π' supra datae dabunt

$$\frac{\mathfrak{B}\pi - \Phi}{\Phi} = \frac{a}{b} = k; \text{ seu}$$

$$\mathfrak{B}.\frac{-i(m-1)}{i+1} = k + 1 \text{ vnde}$$

$$i = \frac{-k-1}{k+1+(m-1)\mathfrak{B}}$$

qui valor debet esse vnitate minor. Cum igitur hinc valor ipsius i necessario sit negatiuus et vnitate minor, erit campi semidiameter

$$\Phi = \frac{\mathfrak{B}\xi}{k+1+(m-1)\mathfrak{B}}$$

qui certe eo minor est, quam $\frac{\xi}{k-1}$, quo k est maius et quo minus est $\mathfrak{B}$. Quo igitur campum maiorem obtineamus, in id est incumbendum, vt litterae k quam minimus, litterae $\mathfrak{B}$ vero quam maximus valor concilietur; at cum sit $B = \frac{\mathfrak{B}}{1-\mathfrak{B}}$ et debeat esse $B > 0$ hinc euidens est, $\mathfrak{B}$ non vltra vnitatem augeri posse. Casu autem quo fit $\mathfrak{B} = 1$ fit $\Phi = \frac{\xi}{k+m}$. Tum vero ob $B = \infty$ longitudo tubi fieret infinita. Diminutio vero numeri k quum parum conferat ad campum augendum; videamus nunc etiam an margo coloratus destrui possit; quem in finem esse deberet

$$0 = \frac{\pi}{\Phi}.\frac{b}{p} + \frac{\pi'}{\Phi}.\frac{c}{Bp}$$

$$0 = -i.\frac{1}{k} + \frac{1}{kk}$$

quae aequatio ob $i < 0$ nullo modo subsistere potest;

 vnde

vnde haec telescopiorum species vitio marginis colorati quam maxime laborabit. Ceterum pro semidiametro confusionis habebimus hanc aequationem

$$\frac{\mu m x^3}{a^3}\left(\lambda + \frac{1}{\mathfrak{B}k}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu}{B}\right) + \frac{\lambda''}{B^3 . m}\right) = \frac{1}{k^3}$$

vnde colligitur

$$a = k x \sqrt[3]{\mu m \left\{ \begin{array}{l} \lambda + \frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3 k} + \frac{\lambda''}{B^3 . m} \\ + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}k} \end{array} \right\}}$$

qui sumto $x = \frac{m}{50}$ dig. et $k = 50$ abit in hunc valorem

$$a = m \sqrt[3]{\mu m \left\{ \begin{array}{l} \lambda + \frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3 k} + \frac{\lambda''}{B^3 . m} \\ + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}k} \end{array} \right\}}$$

in qua expressione cum omnia membra sint positiua, nullum est dubium, quin distantia focalis a multo fiat maior, quam casu duarum lentium.

Coroll. 1.

295. Cum iam sit animaduersum, si $\mathfrak{B}$ caperetur $= 1$ longitudinem instrumenti in infinitum excrescere ideoque $\mathfrak{B}$ capi debere minus vnitate; secundum membrum in aequatione valde increscet pariter ac vltimum, ex quo distantia a augebitur.

Coroll. 2.

296. Sin autem huic incommodo mederi vellemus augendo numerum k, tunc campus apparens restringeretur.

Scho-

Scholion I.

297. Nullum igitur est dubium, quin haec prima istiusmodi telescopiorum species penitus sit repudianda, non solum quod nimis exiguum campum ostendat, tubusque fiat valde longus, sed eam ob caussam praecipue, quod repraesentatio margine colorato sit inquinata neque etiam reperimus huiusmodi telescopia vnquam vsu fuisse recepta. Interim tamen casum quendam in sequente exemplo proponamus.

Exemplum.

298. Si sumatur $\mathfrak{B} = \frac{4}{5}$ et $k = 2$. telescopium huius generis describere pro multiplicatione quacunque m.

Cum igitur hinc sit $B = 4$ erunt elementa

$$b = \tfrac{1}{2}\alpha;\ \beta = 2\alpha;\ c = \tfrac{4\alpha}{m}$$

et distantiae focales

$$p = \alpha;\ q = \tfrac{2}{3}\alpha;\ \text{et}\ r = \tfrac{4\xi}{m}\ \text{et}$$

$$\alpha + b = \tfrac{3}{2}\alpha;\ \beta + c = 2\alpha + \tfrac{4\alpha}{m}$$

quorum summa $\frac{7}{2}\alpha + \frac{4\alpha}{m}$ dat tubi longitudinem.

Tum vero reperitur $i = \frac{-15}{11+4m}$

et semidiameter campi $\Phi = \frac{4\xi}{11+4m}$

seu in mensura anguli $\Phi = \frac{3456}{11+4m}$. minut.

qui non multo est minor, quam campus ordinarius.

Pro

Pro loco oculi vero erit $O = \frac{4m-11}{mm} \cdot \alpha$

Denique vero pro distantia focali α habebimus

$$\alpha = m \sqrt[5]{\mu m \left(\lambda + \frac{\lambda' \cdot 125}{128} + \frac{\lambda''}{64 \cdot m} + \frac{5\nu}{8m}\right)}$$

vbi circiter est $\mu = 1$ et $\nu = \frac{1}{5}$, quare si litteris λ, λ', λ'' valor minimus scilicet 1 tribuatur; erit

$$\alpha = m \sqrt[5]{m \left(2 + \frac{1}{128} + \frac{1}{64 \cdot m}\right)}$$

$$\alpha = m \sqrt[5]{\left(\left(2 + \frac{1}{128}\right) m + \frac{1}{64}\right)} \text{ digit.}$$

hinc si esset $m = 25$, erit

$$\alpha = 25 \sqrt[5]{50 \cdot \frac{27}{128}} = 92,28 \text{ dig.}$$

hincque tota longitudo erit $= 340$ dig. $= 28$ ped. 4 dig. quae longitudo ratione multiplicationis vtique tam est magna, vt in praxi nullo modo admitti possit, etiamsi vitium marginis colorati non adesset.

Scholion 2.

299. Cum igitur hinc nihil in vsum practicum trahi possit, haecque species simplicissima penitus rejici debeat, ad species simpliciores progrediamur, quae scilicet oriuntur, si tribus lentibus insuper vna lens quarta adiungatur, ex quo variae species nascentur, prouti haec noua lens vel inter obiectiuam et priorem imaginem vel inter priorem et posteriorem, vel inter hanc posteriorem et lentem ocularem constituatur; quos ergo casus seorsim hic euolui conueniet.

Pro-

Problema 2.

300. Si inter lentem obiectiuam et primam imaginem noua lens ponatur, indolem horum telescopiorum indagare eorumque constructionem describere.

Solutio.

Cum hic quatuor lentes sint, statuantur ternae fractiones, vt semper, $\frac{\alpha}{b} = -P$; $\frac{\beta}{c} = -Q$ et $\frac{\gamma}{d} = -R$ et quia in primum interuallum nulla imago cadit retinebit P valorem positiuum, reliquae vero Q et R fient negatiuae.

Quare ponatur $Q = -k$ et $R = -k'$ vt fiat multiplicatio $m = Pkk'$ elementaque nostra sint

$$b = -\frac{\alpha}{P};\ c = -\frac{B\alpha}{Pk};\ d = -\frac{BC\alpha}{Pkk'} = -\frac{BC\alpha}{m}$$

$$\beta = -\frac{B\alpha}{P};\ \gamma = -\frac{BC\alpha}{Pk};$$

$$p = \alpha;\ q = -\frac{\mathfrak{B}\alpha}{P};\ r = -\frac{B\mathfrak{C}\alpha}{Pk};\ s = -\frac{BC\alpha}{m}$$

vnde prodeunt interualla

$$\alpha + b = \alpha\left(1 - \frac{1}{P}\right)$$

$$\beta + c = -\frac{B\alpha}{P}\left(1 + \frac{1}{k}\right)$$

$$\gamma + d = -\frac{BC\alpha}{Pk}\left(1 + \frac{1}{k'}\right)$$

sicque patet, $B\alpha$ esse debere negatiuum, vt et $BC\alpha$ ideoque C debet esse positiuum; vnde si $\alpha > 0$, debet esse $P > 1$; $B < 0$ et $C > 0$, sin autem $\alpha < 0$, debet esse $P < 1$, $B > 0$ et $C > 0$.

Nunc cum pro campo apparente sit

$$\Phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi''}{m - 1}$$ statuatur

$$\pi = -\omega\,\xi;\ \pi' = i\,\xi;\ \pi'' = -\xi$$ vt fit

$$\Phi = \frac{\omega + i + 1}{m - 1}.\ \xi = M\,\xi$$ existente $M = \frac{\omega + i + 1}{m - 1}$.

Atque statim pro loco oculi sequitur

$$O = -\frac{\pi''}{\Phi} \cdot \frac{s}{m} = -\frac{1}{M} \cdot \frac{BC\alpha}{mm}$$

quae distantia per conditiones superiores iam est positiua. Aequationes autem pro litteris π supra datae praebent:

$$\frac{\mathfrak{B}\pi - 1}{\Phi} = -\frac{\mathfrak{B}\omega - 1}{M} = -P;$$

$$\frac{\mathfrak{C}i}{M} + \frac{\omega}{M} + 1 = -Pk$$

vnde colligitur

$$\omega = \frac{(P - 1)(i + 1)}{\mathfrak{B}(m - 1) - P + 1}$$

vt maneat $\mathfrak{B}$ indefinitum; et

$$\mathfrak{C} = \frac{-(1 + Pk)M - \omega}{i}$$

quae quantitas cum debeat esse positiua, debet esse vel i negatiuum vel si esset i positiuum, deberet esse

$$-(1 + Pk)M - \omega > 0$$ siue

$$-(1 + Pk)\left(\frac{\omega + i + 1}{m - 1}\right) - \omega > 0$$ seu

$$-\omega(m + Pk) - (1 + Pk)(i + 1) > 0$$

vnde patet, fractionem ω negatiuam esse debere; ita, vt hinc campus apparens diminuatur.

Videa-

Videamus iam, an marginem coloratum tollere vel huic aequationi satisfacere possimus:

$$0 = +\omega . \frac{1}{P} - \frac{i}{kP} + \frac{1}{Pkk'}$$

vnde colligimus

$$0 = \omega - \frac{i}{k} + \frac{1}{kk'} \text{ adeoque}$$

$$k' = \frac{-1}{k\omega - i} = \frac{1}{i - k\omega}$$

qui valor debet esse positiuus adeoque $k\omega - i < 0$, de quo deinceps videbimus. Nunc adhuc aequationem pro confusione aperturae tollenda contemplemur, quae sequenti modo exhibebitur:

$$a = kx\sqrt[3]{\mu m}\left(\lambda - \frac{1}{\mathfrak{B}P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu}{B}\right) - \frac{1}{B^3\mathfrak{C}Pk}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^2} + \frac{\nu}{C}\right) - \frac{\lambda'''}{B^3C^3\mathfrak{m}}\right)$$

pro qua expressione hactenus sumsimus $x = \frac{m}{50}$ dig. et $k = 50$.

Coroll. I.

301. Pro dijudicandis litteris ω et i, vtrum valores habere queant positiuos an negatiuos, considerandae sunt hae duae formulae:

$$\text{I. } \mathfrak{C} = \frac{-(1 + Pk)M - \omega}{i}$$

$$\text{II. } k' = \frac{1}{i - k\omega}$$

ex quarum prima patet, ambas litteras i et ω simul positiuas esse non posse, quia alioquin $\mathfrak{C}$ foret negatiuum; quae littera tamen valorem positiuum habere debet. Ex secunda vero euidens est, fieri non posse, vt sit $\omega > 0$ et $i < 0$, quia alioquin k' prodiret negatiuum.

Coroll. 2.

302. Ex his duobus casibus sequitur litteram ω nunquam positiuam esse posse, quae conditio ita enunciari potest, vt secunda lens semper campum apparentem imminuere debeat.

Coroll. 3.

303. Cum igitur ω semper debeat esse negatiuum, ponatur $\omega = -\zeta$, vt sit $\mathfrak{B}\zeta = (1 - P) M$ et $M = \frac{1 + i - \zeta}{m - 1}$. Nostrae vero formulae, necessario positiuae, erunt

I. $\mathfrak{C} = \frac{-(1 + Pk) M + \zeta}{i}$

II. $k' = \frac{1}{i + k\zeta}$

vnde si sit i fractio positiua, debet esse $\zeta > (1 + Pk) M$.

Sin autem i sit fractio negatiua, puta $i = -y$, per primam debet esse $\zeta < (1 + Pk) M$ et simul $\zeta > \frac{y}{k}$.

Coroll. 4.

304. Praeterea etiam manifestum est, fractionem $\zeta = -\omega$ nunquam euanescere posse, si enim sit $i > 0$ debet esse $\zeta > (1 + Pk) M$. Sin autem sit $i < 0$ seu $i = -y$ debet esse $\zeta > \frac{y}{k}$.

Coroll.

Coroll. 5.

305. Quia casu $i = -y$, duplicem inuenimus conditionem, priorem $\zeta < (1 + Pk)M$ et posteriorem $\zeta > \frac{y}{k}$; ex earum comparatione necesse est, vt sit $(1 + Pk)M > \frac{y}{k}$ seu $y < (1 + Pk)kM$.

Scholion.

306. Tot autem casus diuersi ideo potissimum habent locum, quod in solutione problematis non definitur, vtrum lens obiectiua habeat suam distantiam focalem α positiuam an negatiuam. Vtrumque autem vsu venire potest, siquidem circa litteram P nihil aliud praecipitur, nisi quod sit positiua ideoque eius valor a ciphra vsque in infinitum augeri queat.

Quamdiu autem littera P intra limites o et 1 continetur, α valorem habere debet negatiuum seu lens obiectiua erit concaua, et littera B positiua ideoque et $\mathfrak{B}$; vnde fit $\zeta = \frac{(1-P)M}{\mathfrak{B}}$ adeoque positiuum. Sin autem statuatur $P = 1$, quo casu binae lentes priores sibi immediate iunguntur, fit $\zeta = o$, qui casus, vti vidimus, penitus excluditur, ita, vt lens obiectiua duplicata esse nequeat. At si sit P maior vnitate, necessario fit α positiuum seu lens obiectiua conuexa; vnde B fit negatiuum, neque vero hinc definitur $\mathfrak{B}$. At quia nouimus esse ω negatiuum seu ζ positiuum ob $\zeta = -\frac{(P-1)M}{\mathfrak{B}}$ patet, litteram $\mathfrak{B}$ negatiuam esse debere, hineque porro concluditur, $-B$ esse vnitate minus.

nus. Si denique P sit numerus infinitus, secunda lens in ipso loco prioris imaginis constituetur et ex eius distantia focali q concluditur

$$\mathfrak{B} = -P . \frac{q}{\alpha} = -\infty \text{ hincque } B = -1;$$

atque sic contemplati sumus obiter omnes casus pro littera P; qui autem nunc diligentius perpendi merentur. Ante omnia autem notari conuenit, sumi non posse $P = 0$, quia iam primum interuallum fieret infinitum, nisi distantia α esset infinite parua, quod autem foret aeque absurdum, quia prima lens aperturam definitam admittere debet.

I. Evolutio casus, quo $P < 1$.

307. Pro hoc casu iam animaduertimus, fore $\alpha < 0$, quae negatio ne turbet ponamus $\alpha = -a$ eritque

$$b = \frac{a}{P};\ c = \frac{Ba}{Pk};\ d = \frac{BCa}{m}$$
$$\beta = \frac{Ba}{P};\ \gamma = \frac{BCa}{Pk}$$

vnde patet, ambas litteras B et C debere esse positiuas; vnde litterae germanicae $\mathfrak{B}$ et $\mathfrak{C}$ non solum erunt quoque positiuae, sed etiam vnitate minores; quare cum sit $\mathfrak{B}\zeta = (1-P)M$, manifesto sequitur fore $\zeta > (1-P)M$. Deinde ob

$$\mathfrak{C} = \frac{-(1+Pk)M+\zeta}{i} \text{ et } k' = \frac{1}{1+k\zeta},$$

non solum esse debet

$$\frac{-(1+Pk)M+\zeta}{i} > 0, \text{ sed etiam } \frac{-(1+Pk)M+\zeta}{i} < 1.$$

quod

quod quo clarius explicetur, duos casus examinari conueniet

I. Si i sit positiuum

ex valore $\mathfrak{C}$ nanciscimur has conditiones

$$\zeta > (1 + Pk)M \text{ et } \zeta < (1 + Pk)M + i$$

conditio autem litterae k' sic sponte impletur. Quia autem iam inuenimus $\zeta > (1 - P)M$; nunc inde patet, esse debere $(1 + Pk)M + i > (1 - P)M$ ideoque $i > -P(k + 1)M$; id quod semper est verum, dummodo i sit positiuum, vti supponimus.

II. Si i sit negatiuum.

ponatur $i = -y$ eritque

$$\mathfrak{C} = \frac{(1 + Pk)M - \zeta}{y},\ k' = \frac{1}{k\zeta - y}.$$

Inde igitur sequuntur hae conditiones,

$$\zeta < (1 + Pk)M$$
$$\zeta > (1 + Pk)M - y;\text{ hinc vero } \zeta > \frac{y}{k};$$

at supra iam inuenimus, $\zeta > (1 - P)M$; vnde sequitur fore $(1 + Pk)M > \frac{y}{k}$ siue $y < (1 + Pk)kM$.

Isto igitur casu, quo $P < 1$, fractio i tam positiue capi poterit, quam negatiue, ac si positiue accipiatur, eius valorem nulla limitatione restringi. Quare cum i vnitatem superare nequeat, poterit sine haesitatione statim poni $i = 1$ ita, vt pro campo apparente fiat $\Phi = \frac{1-\zeta}{m-1} \cdot \zeta$, dummodo ζ non superet vnitatem. Nulla autem ratio suadet, capere i negatiuum, quia tum campus nimium diminueretur.

II. Euo-

II. Euolutio casus, quo $P > 1$.

308. Quia hic est α quantitas positiua ideoque b negatiua, debet esse B negatiuum, at C, vt ante, positiuum. Deinde etiam vidimus esse $\mathfrak{B}$ negatiuum ideoque $-B < 1$; vnde fit $\zeta = \frac{(1-P)M}{\mathfrak{B}}$ adeoque positiuum, vbi tantum notetur $\mathfrak{B}$ tam paruum accipi non debere, vt ζ superet vnitatem. Deinde habetur

$$\mathfrak{C} = \frac{-(1+Pk)M+\zeta}{i} \text{ et } k' = \frac{1}{i+k\zeta};$$

ex quibus formulis plane eadem sequuntur, quae in casu praecedente sunt allata; vnde videtur etiam statui posse $i = 1$; dummodo ex valore pro ζ ante dato sit $\frac{1-P}{\mathfrak{B}} > 1 + Pk$ siue $-\mathfrak{B} < \frac{P-1}{Pk+1}$ et

$$-\mathfrak{B} > \frac{(P-1)M}{(1+Pk)M+1}.$$

III. Euolutio casus, quo $P = \infty$.

309. Hoc ergo casu, vt iam supra notauimus, erit $B = -1$ et $\mathfrak{B} = -\frac{Pq}{\alpha}$.

Nunc autem euidens est, statui debere $k = 0$, ita tamen vt sit $Pk = \vartheta$ ex quo elementa erunt

$$b = 0;\ \beta = 0;\ c = \frac{\alpha}{\theta};\ \gamma = \frac{C\alpha}{\theta};\ d = \frac{C\alpha}{m}.$$

Deinde cum sit $\mathfrak{B}\zeta = (1-P)M$ habebitur nunc $\zeta = \frac{M\alpha}{q}$; vnde $q = \frac{M\alpha}{\zeta}$. Deinde binae nostrae formulae erunt $\mathfrak{C} = \frac{-(1+\theta)M+\zeta}{i}$ et $k' = \frac{1}{i}$, vbi cum nihil impediat, quominus ponatur $i = 1$, erit hoc casu $k' = 1$ et $Pk = \vartheta = m$ ita, vt sit $\mathfrak{C} = -(1+m)M+\zeta$;

ex

ex quo valore hi limites colliguntur: $\zeta > (1+m)M$; $\zeta < (1+m)M+1$, at vero est $M = \frac{2-\zeta}{m-1}$; ideoque $\zeta > \frac{(1+m)(2-\zeta)}{m-1}$ ideoque $\zeta > \frac{m+1}{m}$ qui valor etsi vnitatem superat, tamen in praxi locum habere potest, dummodo littera ζ in eadem ratione diminuatur; ita vt $\zeta\xi$ non superet valorem $\frac{1}{4}$, siquidem $\frac{1}{4}$ pro apertura maxima accipiatur. Sin autem sumsissemus $i = \frac{1}{2}$ prodiisset $k' = 2$, hincque $m = 2\vartheta$ seu $\vartheta = \frac{m}{2}$ sicque haberemus $\zeta > (1+\frac{1}{2}m)M$, et $\zeta < (1+\frac{1}{2}m)M+\frac{1}{2}$; quia autem est $M = \frac{3-2\zeta}{2(m-1)}$, prior conditio dat

$$\zeta > (1+\tfrac{1}{2}m)\left(\frac{3-2\zeta}{2(m-1)}\right) \text{ siue } \zeta > \frac{2+m}{2m};$$

ideoque multo magis $\zeta > \frac{1}{2}$. Ex quo patet, campum apparentem ob valorem ζ magis imminui, quam ob valorem i augeri, sicque eum semper aliquanto minorem fieri, quam in tubis astronomicis communibus. Supra iam obseruauimus, talem lentis locum in praxi vitari oportere.

IV. Euolutio casus prorsus singularis quo $i = 0$.

310. Cum sit $i = 0$ et $\mathfrak{C}$ vnitatem superare nequeat, ob

$$\mathfrak{C} i = -(1+Pk)M + \zeta \text{ erit}$$

$$\zeta = (1+Pk)M \text{ hincque } Pk = \frac{\zeta}{M} - 1;$$

at est $k' = \frac{1}{k\zeta}$, ob $Pkk' = m$ erit $Pk = mk\zeta$; ideoque $P = m\zeta$. Quare ille valor pro Pk inuentus huic aequalis positus dabit $mk\zeta = \frac{\zeta}{M} - 1$; hincque

 $k =$

$k = \frac{1}{Mm} - \frac{1}{m\zeta}$ ex quo porro habetur $k' = \frac{Mm}{\zeta - M}$ quia vero est $M = \frac{1-\zeta}{m-1}$, nascetur

$$k = \frac{m-1}{(1-\zeta)m} - \frac{1}{m\zeta} = \frac{m\zeta - 1}{m(1-\zeta)\zeta}$$

$$k' = \frac{m(1-\zeta)}{m\zeta - 1} \text{ et } P = m\zeta \text{ atque } Pk = \frac{m\zeta - 1}{1-\zeta},$$

qui valores cum neutiquam a $\mathfrak{C}$ pendeant, hoc insigne lucrum iam sumus adepti, vt littera C penitus arbitrio nostro relinquatur, sicque efficere poterimus, vt posteriores distantiae determinatrices ipsaeque lentes posteriores, quae hactenus plerumque nimis paruae sunt repertae, nunc datae magnitudinis fieri queant, in quo certe maximum commodum consistit; quod denique ad litteras $\mathfrak{B}$ et B attinet, duos casus considerari oportet, prouti $P = m\zeta$ fuerit vel vnitate minor vel vnitate maior.

I. Sit igitur $m\zeta < 1$, seu $\zeta < \frac{1}{m}$ et habebitur

$$\mathfrak{B} = \frac{(1-m\zeta)M}{\zeta} = \frac{(1-m\zeta)(1-\zeta)}{(m-1)\zeta};$$

ibi autem vidimus, $\mathfrak{B}$ esse debere positiuum et vnitate minus; quocirca hoc casu, quo $\zeta < \frac{1}{m}$ ob

$$\mathfrak{B} = \frac{(1-m\zeta)(1-\zeta)}{(m-1)\zeta} \text{ debet esse}$$

$$(1-m\zeta)(1-\zeta) < (m-1)\zeta \text{ seu}$$

$$m\zeta^2 - 2m\zeta + 1 < 0;$$

vnde colligitur, capi debere intra limites $\frac{1}{m}$ et $\frac{1}{2m}$.

Cum autem litterae k et k' necessario sint positiuae, ad hoc necessario requiritur, vt sit $m\zeta > 1$ seu

ſeu $\zeta > \frac{1}{m}$; ob quam conditionem caſus primus ſtatim excludi debuiſſet.

II. Sit igitur $P (= m\zeta) > 1$ ſeu $\zeta > \frac{1}{m}$, prouti valores k et k' poſtulant, atque ad caſum ſecundum recurrere debemus, pro quo cum iterum ſit

$$\mathfrak{B} = \frac{(1 - m\zeta)(1 - \zeta)}{(m - 1)\zeta}$$

ſimulque notetur $\mathfrak{B}$ eſſe debere negatiuum ſine vlla alia conditione, niſi quod eſſe debeat $\zeta < 1$, vti quidem ratio campi abſolute poſtulat; ita, vt iam contineatur intra limites 1 et $\frac{1}{m}$; manifeſtum autem eſt, expedire, vt ζ quam minime limitem $\frac{1}{m}$ ſuperet. Ex quo operae pretium videtur, duo exempla adiungere, in quorum altero ζ limiti priori $\frac{1}{m}$, in altero vero limiti poſteriori 1 propius accipiatur.

Exempl. I.

311. Pro caſu poſtremo, quo $i = 0$ ſi ſtatuatur $\zeta = \frac{2}{m}$, teleſcopium inde oriundum deſcribere.

Hoc igitur caſu habebimus

$$\mathfrak{B} = \frac{-(m-2)}{2(m-1)} \text{ et } B = \frac{-(m-2)}{3m-4}.$$

Porro $P = 2$; $k = \frac{m}{2(m-2)}$; $k' = m - 2$; $M = \frac{m-2}{m(m-1)}$ vnde diſtantiae noſtrae determinatrices ob α poſitiuum erunt

$$b = \frac{-\alpha}{2};\ c = \frac{(m-2)^2}{m(3m-4)} \cdot \alpha$$

$$\beta = \frac{m-2}{2(3m-4)} \cdot \alpha;\ \gamma = \frac{(m-2)^2}{m(3m-4)} C\alpha$$

 $d =$

$d = \frac{m-1}{m(3m-4)} \mathfrak{C} \alpha.$

et distantiae focales

$p = \alpha;\ q = \frac{m-2}{4(m-1)} \alpha;$

$r = \frac{(m-2)^2}{m(3m-4)} \mathfrak{C} \alpha;\ s = \frac{m-2}{m(3m-4)} \mathfrak{C} \alpha.$

Tum vero interualla lentium

$\alpha + b = \frac{1}{2} \alpha;\ \beta + c = \frac{(m-2)(3m-4)}{2m(3m-4)} \alpha = \frac{m-2}{2m} \cdot \alpha$

$\gamma + d = \frac{(m-1)(m-2)}{m(3m-4)} \mathfrak{C} \alpha$

et distantia oculi $O = \frac{m-1}{m(3m-4)} \mathfrak{C} \alpha$ et campi semidiameter $\Phi = \frac{m-2}{m(m-1)} \cdot \xi$. qui si in mensura angulorum desideretur sumi potest $\xi = 859$. min. ob $\xi = \frac{1}{4}$.

Distantia denique focalis lentis obiectiuae α definiri debet ex formula in problemate data, vbi notandum est, ipsius λ' coëfficientem circiter fore 4, et ipsius λ'' coëfficiens semper maior erit, quam 27, qui termini cum omnes sint positiui, euidens est, pro α semper ingentem valorem reperiri, ita, vt haec telescopia valde longa euadant.

Exempl. II.

312. Pro casu postremo, quo $i = 0$, si sumatur $\zeta = \frac{1}{2}$, telescopium inde oriundum describere.

Hoc igitur casu erit $\mathfrak{B} = \frac{-(m-2)}{2(m-1)}$ et $B = \frac{-(m-2)}{3m-4}$; $P = \frac{m}{2}$; $k = \frac{2(m-3)}{m}$; $k' = \frac{m}{-m+2}$; $M = \frac{1}{2(m-1)}$; vnde distan-

distantiae determinatrices

$$b = -\frac{2\alpha}{m};\; c = \frac{\alpha}{3m-4}$$

$$\beta = \frac{2(m-2)\alpha}{m(3m-4)};\; \gamma = \frac{\mathfrak{C}\alpha}{3m-4}$$

$$d = \frac{m-2}{(3m-4)m}\mathfrak{C}\alpha$$

et distantiae focales

$$p = \alpha;\; q = \frac{m-2}{m(m-1)}\alpha$$

$$r = \frac{\mathfrak{C}\alpha}{3m-4};\; s = \frac{m-2}{(3m-4)m}\mathfrak{C}\alpha$$

et interualla

$$\alpha + b = \frac{m-2}{m}\alpha;\; \beta + c = \frac{\alpha}{m}$$

$$\gamma + d = \frac{2(m-1)\mathfrak{C}\alpha}{m(3m-4)} \text{ et,}$$

$$O = \frac{2(m-1)(m-2)\mathfrak{C}\alpha}{mm(3m-4)}$$

nunc vero campi semidiameter erit tantum

$$\Phi = \frac{430}{m-1} \text{ minut.}$$

In formula autem pro distantia α definienda notandum est, coefficientem λ' fore $\frac{16}{m}$, ipsius vero $\lambda'' > \frac{27}{m\mathfrak{C}^3}$ siquidem multiplicatio sit praemagna; vnde patet, pro α valorem multo minorem prodire, ita vt hinc telescopia satis idonea obtinerentur, si modo campus non esset tam exiguus.

Coroll. 1.

313. Quia pro lente tertia sumsimus i, hincque et $\pi' = 0$, eius apertura ex formulis generalibus definiri

 debet,

debet, cuius semidiameter erit $= \frac{k\xi}{B\mathfrak{C}\alpha}$, qui ergo pro priori exemplo fit $\frac{m-2}{m}x$ pro secundo autem $\frac{x}{m-2}$ vnde si sumatur $x = \frac{m}{50}$ dig. hic semidiameter erit circiter $\frac{1}{50}$ dig. quae ergo lens commodissime locum diaphragmatis tenebit.

Coroll. 2.

314. Si quasi medium sumendo inter duo exempla allata statuatur $\zeta = \frac{1}{\sqrt{m}}$, erit $P = \sqrt{m}$ et $k = 1$ et $k' = \sqrt{m}$; porro $\mathfrak{B} = -\frac{(\sqrt{m}-1)}{\sqrt{m}+1}$; $B = \frac{-(\sqrt{m}-1)}{2\sqrt{m}}$; $M = \frac{1}{m+\sqrt{m}}$ atque hinc

$$b = -\frac{\alpha}{\sqrt{m}};\ \beta = \frac{+(\sqrt{m}-1)\alpha}{2m};\ c = \frac{\sqrt{m}-1}{2m}.\alpha$$

$$\gamma = \frac{\sqrt{m}-1}{2m}C\alpha;\ d = \frac{\sqrt{m}-1}{2m\sqrt{m}}C\alpha \text{ ergo}$$

$$\alpha + b = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{m}}\right)\alpha;\ \beta + c = \frac{\sqrt{m}-1}{m}\alpha$$

$$\gamma + d = \frac{\sqrt{m}-1}{2m}C\alpha\left(1 + \frac{1}{\sqrt{m}}\right) = \frac{m-1}{2m\sqrt{m}}C\alpha$$

et distantia oculi $O = +\frac{(m-1)}{2mm}.\alpha$

quare longitudo telescopii erit $\frac{m-1}{m}\left(1 + \frac{1+\sqrt{m}}{2m}C\right)\alpha$ ac denique semidiameter campi $\Phi = \frac{\xi}{m+\sqrt{m}} = \frac{859}{m+\sqrt{m}}$ min. et semidiam. apert. tertiae lentis $= \frac{x}{\sqrt{m}} = \frac{\sqrt{m}}{50}$ dig.

Scholion.

315. Simili modo, quo hic casum $i = 0$ expediuimus, etiam quaestio in genere pro quouis valore

lore ipsius i resolui potest; ex aequatione enim

$$\mathfrak{C}\,i = -(1 + P\,k)\,M + \zeta$$ quum deducatur

$$P\,k = \frac{\zeta - \mathfrak{C}\,i}{M} - 1$$ et quia est

$$M = \frac{1 + i - \zeta}{m - 1}$$ fiet $$P\,k = -\frac{\mathfrak{C}\,i(m-1) + m\zeta - i - 1}{1 + i - \zeta}.$$

Verum ob $k' = \frac{1}{i + k\zeta}$ erit etiam

$$P\,k = \frac{m}{k'} = m(i + k\,\zeta);$$

vnde colligimus

$$-\frac{\mathfrak{C}\,i}{M} + \frac{m\zeta - i - 1}{1 + i - \zeta} = m\,i + m\,k\,\zeta$$

hincque

$$k = -\frac{\mathfrak{C}\,i}{M.m\zeta} + \frac{m\zeta + m\,i\,\zeta - m\,i\,i - m\,i - i - 1}{(1 + i - \zeta)\,m\,\zeta}$$

et quia est

$$i + k\,\zeta = -\frac{\mathfrak{C}\,i}{M.m} + \frac{m\zeta - i - 1}{(1 + i - \zeta)\,m}$$ erit

$$k' = \frac{m(1 + i - \zeta)}{m\zeta - \mathfrak{C}\,i(m-1) - i - 1}$$ ideoque

$$P\,k = \frac{m\zeta - \mathfrak{C}\,i(m-1) - i - 1}{1 + i - \zeta}$$ et $P = \frac{m}{kk'}$;

quia nunc k' debet esse quantitas positiua, necesse est, vt sit $m\zeta > \mathfrak{C}\,i(m-1) + i + 1$; vnde facto calculo semper reperietur esse $P > 1$, ita, vt etiamsi non sit $i = 0$ tamen solus casus secundus supra memoratus locum habeat. Quia autem hypothesis $i = 0$ tam commodam et concinnam suppeditauit resolutionem; nulla plane est ratio, cur litteram i siue positiuam siue negatiuam assumere vellemus, cum pro commodo nullum inde lucrum sit exspectandum. Praeter

ter concinnitatem calculi autem duo commoda, quae nobis ista hypothesis $i = 0$ largitur, maximi sunt momenti quorum alterum, vti vidimus, in hoc consistit, vt litterae $\mathfrak{C}$ et $\mathfrak{C}$ arbitrio nostro permittantur, hocque modo nimia lentis ocularis paruitas euitari queat: alterum vero commodum huic nihil cedere est censendum, propterea quod tam exigua apertura lenti tertiae sine vllo siue campi siue claritatis detrimento tribui possit, vt omne lumen peregrinum tutius, quam per diaphragmata ordinaria excludatur.

Problema 3.

316. Si telescopium huius generis ita ex quatuor lentibus sit componendum, vt binae mediae ambae inter imaginem priorem et posteriorem constituantur, indolem eius indagare eiusque constructionem describere.

Solutio.

Positis igitur, vt ante, nostris fractionibus

$$\frac{\alpha}{b} = -P; \quad \frac{\beta}{c} = -Q; \quad \frac{\gamma}{d} = -R;$$

hic litterae P et R debent esse negatiuae manente Q positiua: quare si ponatur $P = -k$ et $R = -k'$, vt sit $m = Qkk'$ elementa nostra ita se habebunt:

$$b = \frac{\alpha}{k}; \quad \beta = \frac{B\alpha}{k}; \quad c = \frac{-B\alpha}{Qk};$$

$$\gamma = \frac{-BC\alpha}{Qk}; \quad d = \frac{BC\alpha}{Qkk'} = \frac{BC\alpha}{m}.$$

hincque

hincque interualla

$$\alpha + b = \alpha(1 + \tfrac{1}{k});\ \text{ideoque}\ \alpha > 0$$

$$\beta + c = \tfrac{B\alpha}{k}(1 - \tfrac{1}{Q});\ \text{hinc}\ B(1 - \tfrac{1}{Q}) > 0$$

$$\gamma + d = \tfrac{-BC\alpha}{Qk}(1 + \tfrac{1}{k'});\ \text{hinc}\ BC < 0$$

Pro campo apparente statuamus $\pi = -\omega\xi$; $\pi' = +i\xi$ et $\pi'' = -\xi$ vt fiat

$$\Phi = \tfrac{\omega + i + 1}{m - 1}.\ \xi = M\xi,\ \text{existente}\ M = \tfrac{\omega + i + 1}{m - 1}$$

atque hinc primo erit distantia oculi

$$O = \tfrac{-\pi''}{\Phi}.\ \tfrac{d}{m} = \tfrac{d}{Mm}$$

deinde margo coloratus euanescet, si fuerit

$$0 = \tfrac{\omega}{P} + \tfrac{i}{PQ} + \tfrac{1}{PQR}\ \text{seu}$$

$$0 = -\tfrac{\omega}{k} - \tfrac{i}{Qk} + \tfrac{1}{Qkk'}$$

vnde concludimus

$$k' = \tfrac{1}{i + Q\omega}\ \text{et}\ m = \tfrac{Qk}{i + Q\omega}$$

tum vero considerari oportet sequentes aequationes:

$$-\tfrac{\mathfrak{B}\omega}{M} = 1 + k;\ \tfrac{\mathfrak{C}i}{M} + \tfrac{\omega}{M} = -1 - Qk\ \text{seu}$$

$$\mathfrak{C}i = -(1 + Qk)M - \omega\ \text{et}$$

$$\mathfrak{B}\omega = -(1 + k)M$$

quarum euolutio commode generaliter institui non potest, sed casus magis particulares contemplari conueniet. Verum casus extremi duo habentur; alter,

 quo

quo lens in ipsam imaginem priorem, alter vero, quo in imaginem posteriorem cadit. Illo scilicet fit $Q=0$; hoc vero $Q=\infty$. Inter hos autem quasi medius quidam praecipue perpendi meretur oriundus ex valore $Q=1$, quos casus deinceps seorsim euoluamus. Hic igitur tantum superest formulam adiungere pro confusione destruenda; ex qua scilicet distantia α determinatur

$$\alpha=kx\sqrt[3]{\mu m\left(\lambda+\frac{1}{\mathfrak{B}k}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2}+\frac{\nu}{B}\right)-\frac{1}{B^3\mathfrak{C}QK}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^2}+\frac{\nu}{C}\right)-\frac{\lambda'''}{B^3C^3m}\right)}$$

Coroll. I.

317. Quoniam inuenimus $k'=\frac{1}{i+Q\omega}$, ob $Q>0$ euidens est, ambas litteras i et ω simul negatiuas esse non posse. Neque vero etiam ambae possunt esse positiuae, si enim ω esset positiuum, foret $\mathfrak{B}$ ideoque et B negatiuum; hincque ob $BC<0$ deberet esse C positiuum, ideoque et $\mathfrak{C}$ positiuum, ac proinde $\mathfrak{C}i$ positiuum, id quod fieri non posse ex valore pro $\mathfrak{C}i$ supra dato manifestum est.

Coroll. 2.

318. Cum igitur ambae litterae ω et i nec positiuae nec negatiuae esse queant; necesse est, alteram esse positiuam, alteram negatiuam. Si sit $\omega>0$, modo vidimus, esse debere $\mathfrak{B}<0$ et $B<0$ hincque $C>0$. Sin autem sit $\omega<0$, erit $\mathfrak{B}>0$; de B vero hinc nihil definitur. Ex altera vero aequatione po-

sito

sito $\omega = -\zeta$, erit $\mathfrak{C} i = -(1 + Qk)M + \zeta$ vnde intelligitur, si fuerit $\zeta > (1 + Qk)M$ fore $\mathfrak{C} > 0$; sin autem sit $\zeta < (1 + Qk)M$ fore $\mathfrak{C} < 0$. Prius autem euenit, si fuerit $1 + k > (1 + Qk)\mathfrak{B}$, seu $\mathfrak{B} < \frac{1+k}{1+Qk}$. Posterius vero si $\mathfrak{B} > \frac{1+k}{1+Qk}$; hoc ipso autem posteriori casu cum sint $\mathfrak{C}$ et C negatiua, debet esse B positiuum; ideoque $\mathfrak{B} < 1$ ex quo sequitur fore $Q > 1$.

Euolutio casus primi, quo $Q = 0$.

319. Quia est $Q = 0$ erit secundum interuallum $= -\frac{B\alpha}{Qk} = c$; ideoque $\beta = 0$. ergo vel $B = 0$ vel $k = \infty$. At prius fieri nequit, foret enim $\mathfrak{B} = 0$ et q seu distantia focalis secundae lentis $= 0$, quod est absurdum. Restat ergo, vt sit $k = \infty$ et cum sit $q = \frac{\mathfrak{B}\alpha}{k}$ erit $\mathfrak{B} = \frac{kq}{\alpha} = \infty$, atque hinc $B = -1$. Ex quo sequitur ob $BC < 0$ fore $C > 0$ et $\mathfrak{C} < 1$. Cum vero sit $Q = 0$ et $K = \infty$, productum QK debet esse finitum, quare statuatur $QK = l$, vt sit

$$b = 0;\ \beta = 0;\ c = \frac{+\alpha}{l};\ \gamma = \frac{C\alpha}{l};$$

$$d = \frac{C\alpha}{m};\ \text{porroque}\ O = \frac{C\alpha}{Mm^2}.$$

Destructio vero marginis colorati postulat $k' = i$; ita, vt iam i certe sit fractio positiua, et $m = \frac{l}{i}$. Ambae autem aequationes nostrae fundamentales dabunt, prior $\mathfrak{B}\omega = -kM$ siue $\frac{kq\omega}{\alpha} = -kM$; ideoque $\omega = -\frac{M\alpha}{q}$; posterior vero $\mathfrak{C} i = -(1 + l)M + \frac{M\alpha}{q}$;

 quod

quod cum debeat esse positiuum, oportet esse $\frac{\alpha}{q} > l + 1$; siue $q < \frac{\alpha}{1+l}$. Quia $\omega < 0$, scribatur $\omega = -\zeta$ et litteras i et ζ in calculo retineamus eritque $l = mi$; $q = \frac{M\alpha}{\zeta}$ ac proinde $\mathfrak{C}\, i = -(1 + mi)\, M + \zeta$. Vnde cum sit $\mathfrak{C} > 0$, simulque $\mathfrak{C} < 1$ nanciscimur hos limites:

$$1°.\ \zeta > (1 + mi)\, M; \quad 2°.\ \zeta < (1 + mi)\, M + i$$

cum iam sit $M = \frac{1+i-\zeta}{m-1}$, hoc valore substituto ex istis limitibus colliguntur sequentes

$$1°.\ \zeta > \frac{1+mi}{m} \text{ et } 2°.\ \zeta < \frac{1+mi}{m} + \frac{(m-1)i}{m(1+i)}$$

$$\text{siue } \zeta < \frac{1+2mi+mii}{m(1+i)}$$

ex quibus si littera i pro lubitu capiatur indeque ζ debite assumatur, omnia pro telescopio erunt determinata, quo autem melius de campo iudicare possimus, loco ζ seorsim vtrumque limitem substituamus ac prior quidem limes dabit $M = \frac{1}{m}$; alter vero limes minor $M = \frac{1}{m(1+i)}$; inter quos valores littera M ideoque et campus apparens continebitur.

Pro definienda autem distantia α formula superior hanc induet formam

$$\alpha = kx\sqrt[3]{\mu m\left(\lambda + * + \frac{1}{\mathfrak{C}i}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^2} + \frac{\nu}{C}\right) + \frac{\lambda'''}{C^3 m}\right)}.$$

De hoc autem casu iterum valet, quod supra commemorauimus, scilicet ob impuritates minimas lentis in in loco imaginis conſtitutae repraeſentationem obiectorum inquinari.

De cetero autem campus ſemper maior eſt ſemiſſi campi ſimplicis, quem vero defectum noua lente adjicienda facile ſupplere licet.

Euolutio caſus, quo $Q = \infty$.

320. Hoc ergo caſu fit ſecundum interuallum $\beta + c = \frac{B\alpha}{k}$; vnde ſequitur B poſitiuum ideoque C negatiuum. Tum vero quia $c = -\frac{\beta}{Q}$ erit $c = 0$ et $\gamma = 0$. Cum autem huius lentis diſtantia focalis ſit $r = \mathfrak{C} c$, erit $\mathfrak{C} = \infty$ hincque $C = -1$ et quia $B > 0$, fiet $\mathfrak{B} > 0$, at < 1.

Cum porro ſit $m = Q k k'$, neque vero $k = 0$, neceſſe eſt, vt ſit $k' = 0$, ex quo ponatur $Q k' = l$, vt fiat $m = k l$. Iam vero ex margine colorato habemus $k' = \frac{1}{1 + Q\omega} = \frac{l}{Q}$; vnde ſequitur $\omega = l$ hincque poſitiuum. Cum autem $\mathfrak{B}$ ſit poſitiuum, ex prima aequatione fundamentali ſequitur $\omega = \frac{-(1+k)M}{\mathfrak{B}}$ vnde oporteret eſſe ω quantitatem negatiuam, quod cum illi concluſioni aduerſetur, manifeſtum eſt, hunc caſum eſſe impoſſibilem ſeu potius hoc caſu marginem coloratum deſtrui non poſſe. Ceterum hoc caſu lens tertia in ipſo loco ſecundae imaginis foret conſtituta, quod cum contradictionem inuoluat, hinc facile intelligitur, tertiam lentem notabili interuallo ante imaginem poſteriorem conſtitutam eſſe debere.

Euolutio casus prorsus singularis, quo $Q = 1$ et radii per binas lentes priores transmissi iterum fiunt paralleli.

321. Hoc ergo casu telescopium erit quasi ex duobus tubis astronomicis compositum, certo quodam interuallo ab eodem axe a se inuicem remotis, ad quod genus vulgaria telescopia terrestria dicta, sunt referenda. Cum igitur sit $Q = 1$, ne interuallum secundum $\beta + c$ ob $\beta = -Qc$ euanescat, debet esse tam β, quam c, infinitum, id quod eueniret, tam si $k = 0$, quam si $B = \infty$. prius autem hic locum habere nequit, quia interuallum primum etiam fieret infinitum; ex quo necesse est, vt sit $B = \infty$ et $\mathfrak{B} = 1$. Ne autem tertium interuallum euadat $= \infty$; productum BC debet esse quantitas finita et negatiua; quare statuatur $BC = -\vartheta$; ideoque $C = -\frac{\vartheta}{B} = 0$. Vt autem interuallum medium valorem finitum, puta $= \eta\alpha$, obtineat, quantitas B non tanquam vere infinita, sed tantum praegrandis considerari debet, donec scilicet conditionibus praescriptis satisfecerimus, vnde etiam valor ipsius Q aliquantillum ab vnitate discrepare reperietur, quoniam enim esse debet

$$\frac{B\alpha}{k}\left(1 - \frac{1}{Q}\right) = \eta\alpha; \text{ inde fit}$$

$$Q = \frac{B}{B - \eta k} = 1 + \frac{\eta k}{B};$$

tum vero etiam erit

$$\mathfrak{B} = \frac{B}{1 + B} \text{ et } C = -\frac{\vartheta}{B} \text{ et } \mathfrak{C} = \frac{-\vartheta}{B - \vartheta} = \frac{-\vartheta}{B}.$$

His

His notatis nostrae aequationes fundamentales erunt

$$\omega = \frac{-(1+k)M(1+B)}{B} \text{ et}$$

$$+\frac{\theta i}{B} = +(1+k)M + \frac{\eta k^2 . M}{B} + \omega$$

in qua si loco ω ex priore substituatur valor inuentus obtinebitur

$$\frac{\theta i}{B} = \frac{\eta k^2 M - (1+k)M}{B} \text{ hincque } i = \frac{(\eta k^2 - k - 1)M}{\theta}$$

et nunc licebit ponere $B = \infty$, $\mathfrak{B} = 1$, $C = \mathfrak{C} = 0$, ita tamen, vt sit $BC = -\vartheta$. Destructio autem marginis colorati praebet $k' = \frac{1}{i+\omega}$ et ob $kk' = m$ colligetur $i + \omega = \frac{k}{m}$; quia deinde est $M = \frac{1+i+\omega}{m-1}$ fiet nunc $M = \frac{m+k}{m(m-1)}$ et si valores pro i et ω inuenti substituantur in formula $i + \omega = \frac{k}{m}$ orietur haec aequatio

$$\frac{k}{m} = \frac{(\eta k^2 - (1+k)(1+\theta))M}{\theta}$$

et pro M substituto valore

$$\vartheta(m-1)k = (\eta k^2 - (1+k)(1+\vartheta))(m+k)$$

vnde colligitur

$$\vartheta = \frac{(\eta k^2 - k - 1)(m+k)}{k^2 + 2mk + m}$$

et quia ϑ debet esse numerus positiuus necesse est, vt sit $\eta > \frac{k+1}{k^2}$ et quidem ita, vt ϑ non fiat nimis exiguum, quandoquidem nunc elementa nostra ita exprimentur

$b =$

$$b = \frac{\alpha}{k};\ \beta = \infty;\ c = \infty;\ \gamma = \frac{\theta\alpha}{k};\ d = \frac{\theta\alpha}{m};$$

$$\alpha + b = \alpha(1 + \frac{1}{k});\ \beta + c = \eta\alpha;\ \gamma + d = \theta\alpha(\frac{1}{k} + \frac{1}{m})$$

indeque distantia

$$O = \frac{\theta\alpha}{Mm^2} = \frac{(m-1)\theta\alpha}{m(m+k)}$$

atque distantiae focales

$$p = \alpha;\ q = \frac{\alpha}{k};\ r = \frac{\theta\alpha}{k};\ s = \frac{\theta\alpha}{m}.$$

Distantia autem α definiri debet ex aequatione sequente:

$$\alpha = k x \sqrt[3]{\mu m (\lambda + \frac{\lambda'}{k} + \frac{\lambda''}{\theta^3 k} + \frac{\lambda'''}{\theta^3 m})}$$

quare ne valor ipsius α nimis fiat magnus, conuenit k magnum assumi, tum vero ϑ non multo minus vnitate; quod ad prius attinet, etiam campus apparens suadet, litterae k quam maximum valorem dare, quia tum M continuo magis crescit; verum probe notandum est, in formula $\Phi = M\xi$ pro littera ξ eatenus tantum valorem $\frac{1}{4}$ assumi posse, quatenus litterae i et ω vnitatem non superant; ita, vt si vel i vel ω vnitatem superaret, tum ξ in eadem ratione diminui deberet. Quam ob caussam maximi momenti est, in eum valorem ipsius k inquirere, vnde prodeat $i = 1$. Posito autem $i = 1$ reperimus

$$1 + \omega = \frac{k}{m};\ \text{seu}\ m(m-2) = k^2 + 2mk$$

cuius aequationis resolutio praebet

$$k = -m + \sqrt{2m(m-1)}$$

Hic

Hic scilicet valor ipsius k nobis praebet $i = 1$ et

$$\omega = \frac{k-m}{m} = \frac{-2m+\sqrt{2m(m-1)}}{m}$$

qui valor est negatiuus et vnitate minor, vnde pro campo apparente habebitur

$$\Phi = \frac{\sqrt{2m(m-1)}}{m(m-1)} \cdot \xi = \sqrt{\frac{2}{m(m-1)}} \cdot \xi$$

Sin autem k adhuc maiorem adipisceretur valorem, prodiret quidem i maius vnitate, sed tum ξ ita sumi deberet, vt fieret $i\xi = \frac{1}{4}$ seu $\xi = \frac{1}{4i}$, sicque pro campo prodiret $\Phi = \frac{1+i+\omega}{m-1} \cdot \frac{1}{4i}$ vnde calculum instituenti innotescit campum continuo diminui eo magis quo valor ipsius k illum terminum superauerit. Maxime igitur hic casus lucrosus est, si capiatur

$$k = -m + \sqrt{2m(m-1)}; \text{ vnde fit}$$

$$k' = \frac{m+\sqrt{2m(m-1)}}{m-2}.$$

Scholion.

322. Quia in antecedente problemate casus maxime memorabilis est deductus, ponendo $i = 0$, suspicari quis posset, etiam hic talem positionem instituti conuenire. Quamobrem hic ostendamus, in hoc problemate neque positionem $i = 0$ neque $\omega = 0$ locum habere posse. Primo enim si esset $\omega = 0$, ob $k' = \frac{1}{i+Q\omega}$ deberet esse $i > 0$, at ob $\omega = 0$ prima aequatio $\mathfrak{B}\omega = -(1+k)M$ subsistere nequit, nisi sit $\mathfrak{B} = \infty$, ideoque $B = -1$; iam ob $BC < 0$ debet esse C positiuum ideoque $\mathfrak{C}$ etiam > 0, ex quo

 patet,

patet, alteram aequationem $\mathfrak{C}i = -(1 + Qk)M$ plane subsistere non posse; sicque euictum est, sumi non posse $\omega = 0$. Simili modo ostendetur, numerum i euanescere non posse; tum enim ob $k' = \frac{1}{1 + Q\omega}$ deberet esse $\omega > 0$ hincque posterior aequatio

$$\mathfrak{C}i = -(1 + Qk)M - \omega$$

subsistere nequit, nisi sit $\mathfrak{C}i$ quantitas finita negatiua ideoque $\mathfrak{C} = \infty$; vnde fit $C = -1$, et hinc ob $BC < 0$ fiet $B > 0$ simulque $\mathfrak{B} > 0$ id quod primae aequationi $\mathfrak{B}\omega = -(1 + k)M$ manifesto contradicit; ex quo perspicuum est, etiam numerum i non posse capi $= 0$. Neque ergo praeter tres casus hic commemoratos vllus alius hic perpendi meretur atque postremus adeo tantis commodis reliquos omnes antecedit, vt is solus dignus videatur, qui in praxin deducatur; non solum enim maximum campum aperit, sed etiam pro α valorem non nimis magnum largitur, quoniam in illa formula radicali cubica termini post λ sequentes omnes fiunt valde parui eoque minores, quo maior fuerit multiplicatio, quoniam proxime fit $k = m(\sqrt{2} - 1) = \frac{2}{5}m$. Tum vero hic etiam numerus ϑ arbitrio nostro permittitur, quo efficere possumus, vt lentes postremae non fiant nimis exiguae, sumto autem ϑ pro lubitu quantitas η sequenti aequatione definietur, quia enim supra inuenimus

$$\vartheta = \frac{(\eta k^2 - k - 1)(m + k)}{k^2 + 2mk + m} \text{ ob } m(m-2) = 2mk + k^2$$

et

et $m + k = \sqrt{2m(m-1)}$ erit

$\vartheta = \frac{(\eta k^2 - k - 1)\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{m(m-1)}}$ hincque

$\eta = \frac{k+1}{k^2} + \frac{\vartheta\sqrt{m(m-1)}}{k^2\sqrt{2}}$

ex quo valore interuallum secundae et tertiae lentis innotescit.

Problema 4.

323. Si telescopium huius generis ita ex quatuor lentibus sit componendum, vt vna lens inter imaginem secundam et ocularem constituatur, indolem eius indagare eiusque constructionem describere.

Solutio.

Quia igitur hic prima imago inter lentem primam et secundam, secunda vero imago inter lentem secundam et tertiam cadit, litterae P et Q erunt negatiuae, manente sola R positiua. Quare si statuatur $P = -k$ et $Q = -k'$ erunt elementa nostra

$b = \frac{\alpha}{k}$; $\beta = \frac{B\alpha}{k}$; $c = \frac{B\alpha}{kk'}$; $\gamma = \frac{BC\alpha}{kk'}$

et $d = \frac{-BC\alpha'}{kk'R} = \frac{-BC\alpha}{m}$.

Hincque interualla

$\alpha + b = \alpha(1 + \frac{1}{k})$; ideoque α positiuum

$\beta + c = \frac{B\alpha}{k}(1 + \frac{1}{k'})$

ergo $B > 0$. et $\mathfrak{B} > 0$ et simul $\mathfrak{B} < 1$

$\gamma + d = \frac{BC\alpha}{kk'}(1 - \frac{1}{R})$ ergo $C(1 - \frac{1}{R}) > 0$.

Pro

Pro loco autem oculi erit $O = \frac{d}{Mm}$ quae vt sit positiua debet esse $d > 0$, vnde haec noua resultat conditio, vt sit $C < 0$ quae conditio cum antecedente coniuncta dat $1 - \frac{1}{R} < 0$. ideoque $R < 1$. Quodsi iam ponamus $\pi = -\omega\xi$, $\pi' = i\xi$ et $\pi'' = -\xi$, vt fiat

$$\Phi = \frac{\omega + i + 1}{m - 1}\xi = M\xi; \text{ existente } M = \frac{\omega + i + 1}{m - 1};$$

aequationes nostrae fundamentales euunt $\mathfrak{B}\omega = -(1 + k)M$ et $\mathfrak{C}i = -(1 - kk')M - \omega$; ex quarum priore statim ob $\mathfrak{B} > 0$ liquet fore $\omega < 0$.

Destructio autem marginis colorati postulat, vt sit

$$0 = \frac{\omega}{P} + \frac{i}{PQ} + \frac{1}{PQR}; \text{ ideoque}$$

$$0 = -\frac{\omega}{k} + \frac{i}{kk'} + \frac{1}{kk'R} \text{ vnde } R = \frac{1}{\omega k' - i},$$

vt ergo R prodeat positiuum, i necessario debet esse numerus negatiuus. Statuamus ergo $\omega = -\zeta$ et $i = -y$, vt iam sit pro campo apparente $M = \frac{1 - y - \zeta}{m - 1}$ ideoque $y + \zeta < 1$. Cum igitur sit $R = \frac{1}{y - k'\zeta}$ atque hinc $m = \frac{kk'}{y - k'\zeta}$ notandum est, ob $R < 1$ et $R = \frac{m}{kk'}$ esse debere $kk' > m$; hinc quia est

$$y = k'\zeta + \frac{kk'}{m}; \text{ erit } y > 1,$$

ideoque multo magis $y + \zeta > 1$, quod cum sit absurdum patet, huius problematis casum locum habere non posse.

Scho-

Scholion.

324. Cum igitur hoc problema penitus sit excludendum, cum aeque parum conditioni marginis colorati satisfacere possit atque primum tribus tantum lentibus adhibitis, relinquuntur nobis tantum problema secundum ac tertium. Quia autem ex secundo casus prorsus singularis ibi annotatus maxime reliquis omnibus antecellit, quemadmodum etiam ex tertio casus vltimus prae ceteris maximam attentionem meretur, hinc constituemus duas praecipuas species telescopiorum tertii generis easque seorsim ita pertractabimus, vt primo ostendamus, quemadmodum vtraque vna vel pluribus lentibus ex eodem vitro adiiciendis, deinde etiam ex diuerso vitro ad maiorem perfectionis gradum euehi queant. Harum duarum vero specierum posterior ideo potissimum est notanda, quia telescopia communia terrestria dicta quasi in se complectitur, reuera enim ab iis differt plurimum, quatenus a vitiis, quibus haec instrumenta, vti vulgo fabricari solent, laborant, est liberata; vnde si etiam plures lentes in subsidium vocare nolimus, hinc regulae dari poterunt, haec telescopia terrestria ita perficiendi, vt maior perfectio exspectari nequeat. Prior autem species, quae longe aliam lentium ocularium dispositionem postulat, olim prorsus fuit ignota ac nuper demum a solertissimo Dollondo in praxin introduci est coepta. Quatenus scilicet lentibus minima apertura praeditis est vsus; neque tamen a sola experientia sum-

mus perfectionis gradus, cuius haec species est capax, sperari poterat. Hoc tamen facile est animaduersum, nisi insuper vna lens adiungatur, campum nimis fore paruum, quam vt ii acquiescere queamus. Vidimus enim campum semper aliquanto esse minorem, quam in tubis astronomicis vulgaribus, ad quod remedium etiam in sequentibus recurremus. Denique circa hanc speciem annotari conuenit, nos in posterum iis mensuris esse vsuros, quae in paragrapho § 314 sunt statutae, vbi scilicet posuimus $\zeta = \frac{1}{\sqrt{m}}$, cum inde aptissimae ad praxin determinationes obtineri videantur.

SECTIO-

SECTIONIS TERTIAE.

CAPVT II.

DE TELESCOPIIS TERRESTRIBVS COMMVNIBVS EORVMQVE PERFECTIONE.

Definitio.

325.

Character huiusmodi telescopiorum in hoc consistit, quod radii per duas priores lentes transmissi iterum inter se fiant paralleli, ita, vt haec telescopia ex duobus tubis astronomicis sint composita.

Coroll. I.

326. Cum haec telescopia ex quatuor lentibus constent, quarum tam binae priores, quam binae posteriores secundum rationem tuborum astronomicorum sibi sunt iunctae; multiplicatio telescopii est in ratione composita ambarum multiplicationum, quas ambo isti tubi astronomici producerent.

Coroll.

Coroll. 2.

327. Scilicet si lentis primae ponatur distantia focalis $= p$; secundae $= q$; tertiae $= r$ et quartae $= s$ binae priores lentes ad interuallum $= p + q$ dispositae multiplicationem praebent $= \frac{p}{q}$; binae posteriores vero ad interuallum $= r + s$ dispositae multiplicationem $= \frac{r}{s}$; telescopium compositum multiplicationem producet $= \frac{pr}{qs}$.

Scholion I.

328. Statim ab initio binae lentes posteriores inter se factae sunt aequales et quidem eiusdem distantiae focalis, ac lens secunda, quae tres lentes oculares vocari solent, ita, vt tum tubus posterior nullam plane multiplicationem producat ob $r = s = q$. Quanto autem interuallo hi duo tubi siue lentes secunda et tertia a se inuicem debeant esse remotae, auctores non satis definiunt; plerumque autem hoc spatium fieri iubent $= 2q$ ita, vt cum etiam sit $r = s = q$ tota longitudo futura sit $= p + 5q$. Deinde autem artifices obseruarunt, haec telescopia meliorem effectum producere, si tres lentes posteriores continuo certa ratione diminuantur, id quod egregie conuenit cum iis, quae supra de hoc telescopiorum genere annotauimus, vbi non solum multo maiorem campum, iis conciliauimus, quam vulgaris constructio suppeditat, sed etiam id inprimis effecimus, vt margo colo-

coloratus penitus euanesceret. Quocirca praecepta pro constructione ante inuenta hic ordine proponi conueniet:

Constructio Telescopiorum terrestrium ex quatuor lentibus compositorum pro quauis multiplicatione m.

Quanta statui debeat lentis obiectiuae distantia focalis deinceps definiemus, quando pro singulis lentibus sequentibus numeros λ, λ', λ'', λ''' assignauerimus.

I. Si igitur $p = a$ denotet distantiam focalem lentis obiectiuae, eius figuram vtique ex numero $\lambda = 1$ peti conueniet, ita, vt si ratio refractionis sit $n = 1,55$ habeatur

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = \frac{p}{\sigma} = 0,6144 . p. \\ \text{poster.} = \frac{p}{\varrho} = 5,2439 . p. \end{cases}$$

pro eius apertura semidiameter hactenus posita est $\frac{m}{50}$ dig. Sin autem vel maior claritas desideretur vel minor sufficiat, loco 50 vel numerus maior vel minor assumi poterit.

Interuallum lentis secundae a prima debet esse $= p + q$, vbi valor ipsius q mox indicabitur.

II. Pro lente secunda si eius distantia focalis ponatur $= q$, in superiore capite vidimus, sumi conuenire $q = \frac{p}{k}$ existente $k = -m + \sqrt{2m(m-1)}$ et quia pro eius apertura debet esse $\omega = \frac{-(1+k)(m+k)}{m(m-1)}$ qui valor pro maioribus multiplicationibus erit circiter $\omega = -\frac{r}{t}$, vnde cum haec apertura non fit maxima, etiam non opus est, vt haec lens fiat vtrinque aeque conuexa sed sufficiet, vt pro ea sumatur $\lambda' = 1$ vnde huius lentis constructio erit

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = \frac{q}{p} = 5,2439.\, q \\ \text{poster.} = \frac{q}{\sigma} = 0,6144.\, q \end{cases}$$

Et aperturae semidiameter si capiatur $= \frac{1}{4}\frac{q}{\sigma}$ conditioni praescriptae satisfaciet.

Distantia autem tertiae lentis a secunda, quae supra est posita $= \eta\, \alpha$, definita est

$$\eta = \frac{k+1}{k^2} + \frac{\vartheta \sqrt{m(m-1)}}{k^2 \sqrt{2}}$$

vbi numerus ϑ arbitrio nostro relinquitur, quem autem neque multo maiorem neque minorem vnitate sumi conueniet.

III. Pro tertia lente quoniam ea maximam aperturam recipere debet ob $i = 1$, ideoque vtrinque aeque conuexa confici debet, erit $\lambda'' = 1,6299$ et cum eius distantia focalis sit $r = \frac{\vartheta p}{k}$ erit radius vtriusque faciei $= 1,10\, r$ cuius pars quarta dabit semidiametrum aperturae.

Ab hac lente distantia ad quartam est

$$= r + s = \vartheta\, a \left(\frac{1}{k} + \frac{1}{m}\right).$$

IV. Quia quarta lens etiam maximam aperturam admittere ideoque etiam vtrinque aequaliter conuexa vexa esse debet, pro ea etiam erit $\lambda''' = 1,6299$; vnde cum eius distantia focalis sit $s = \frac{\theta\alpha}{m}$ erit radius vtriusque faciei $= 1,10.\ s$ et $\frac{1}{4}s$ dabit semidiametrum eius aperturae; tum vero distantia ab hac lente ad oculum erit

$$= \frac{s}{Mm} = \frac{s.\ m-1}{\sqrt{2m(m-1)}} = \frac{s\sqrt{m-1}}{\sqrt{2m}}.$$

V. Hocque telescopium campum ostendet, cuius semidiameter est $\Phi = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{m(m-1)}}.\ \xi$ seu in mensura angulorum $\Phi = \frac{1217}{\sqrt{m(m-1)}}$ min.

VI. Tota autem huius instrumenti longitudo ad oculum vsque erit

$$= \left(\frac{(k+1)^2}{k^2} + \frac{\theta.\ m-1.\ \sqrt{2(m-1)}}{k^2\sqrt{m}}\right)p.$$

VII. Pro distantia autem focali p, si desideretur claritas $y = \frac{1}{50}$ dig. et pro gradu distinctionis $k = 50$, vt sit $kx = m$ ob litteram μ parum ab vnitate deficientem debebit sumi in digitis

$$p = m\sqrt[3]{m}\left(1 + \frac{1}{k} + \frac{1,6299}{\theta^3}\left(\frac{1}{k} + \frac{1}{m}\right)\right)$$

ac si tam minore claritate, puta $y = \frac{1}{70}$ et minore gradu distinctionis puta $k = 35$ acquiescere velimus, iste valor ipsius p ad semissem redigi poterit.

Exemplum.

329. Si huiusmodi telescopium tantum nouies multiplicare debeat, vt sit $m = 9$, reperietur $k = 3$

hincque $q = \frac{p}{3}$; $r = \frac{4p}{3}$ et $s = \frac{4p}{9}$; vnde erit totius telescopii longitudo $= (\frac{16}{9} + \frac{32}{27}\vartheta)p$ et semidiameter campi $= 2^\circ\, 23'$.

Tum vero distantia focalis p ita assumi debebit

$$p = 9\sqrt[3]{9\left(1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{5} \cdot \frac{1,6299}{\vartheta^3}\right)}$$

sumto ergo $\vartheta = 1$, vt longitudo fiat $= \frac{80}{27}p$, seu propemodum $= 3p$ colligetur $p = 9\sqrt[3]{18,5196}$. seu propemodum $p = 24$ dig. vnde longitudo tota $= 72$ dig. $= 6$ ped.; quae longitudo, vti animaduertimus, ad semissem reduci posset.

Scholion 2.

330. Verum etiam longitudo trium pedum pro tam exigua multiplicatione enormis videbitur, praecipue cum vulgo eiusmodi telescopia circumferantur multo breuiora magisque amplificantia. At praecipua caussa huius longitudinis in campo apparente est sita, quem maximum producere sumus conati, qui sine dubio multo maior est, quam in vulgaribus eiusmodi instrumentis deprehenditur. Interim tamen destructio marginis colorati non parum ad longitudinem confert perinde ac insignis claritatis et distinctionis gradus, qui nobis erat propositus, ex quo instrumenta secundum haec praecepta parata plurimum antecellent iis, quae vulgo circumferuntur et quae plerumque tot tantisque vitiis laborant, vt in praxi vix tolerari queant. Non mediocriter autem eorum longitudo

gitudo diminui posset, si loco lentis obiectiuae siue lens duplicata siue etiam triplicata, quales supra ex principio minimi sunt inuentae, substituantur, siquidem tum valor ipsius λ priori casu ad $\frac{1}{5}$, posteriore vero ad $\frac{1}{24}$ reduceretur; ita, si in nostro exemplo λ fuisset $= \frac{1}{5}$ inuenissemus $p = 20$ dig. et telescopii longitudo adhuc ad 5 pedes excreuisset. Sin autem lente obiectiua triplicata vsi essemus, vt fuisset $\lambda = \frac{1}{24}$ prodiisset $p = 19\frac{1}{3}$ dig. vnde patet, a lentibus illis duplicatis et triplicatis, quales supra sunt descriptae atque adeo a lentibus perfectis, vbi foret $\lambda = 0$, haud notabile decrementum longitudinis exspectari posse, saltem pro minoribus multiplicationibus, vbi post signum radicale cubicum termini λ sequentes admodum sunt notabiles pro maioribus autem multiplicationibus maius lucrum esset futurum, quod vix tamen ad semissem redire posset. Quare pro hac specie telescopiorum praecipue in id est incumbendum, vt lens obiectiua ita duplicetur vel triplicetur vt non solum confusio ab ipsa oriunda, sed et ea, quae a sequentibus lentibus omnibus nascitur, ad nihilum redigatur, tum enim distantiam p maiorem statui non erit necesse, quam apertura ob claritatem requisita postulat; quem casum in sequente problemate ita euoluamus, vt exiguum spatium intra lentes priores admittamus.

Problema 2.

331. In hac telefcopiorum fpecie loco lentis obiectiuae eiusmodi binas lentes ex eodem vitro parandas fubftituere, vt omnis confufio etiam a reliquis lentibus oriunda ad nihilum redigatur, ficque his telefcopiis minima longitudo concilietur.

Solutio.

Cum igitur hic habeantur quinque lentes, ftatuamus noftras fractiones $\frac{\alpha}{b} = -P$; $\frac{\beta}{c} = -Q$; $\frac{\gamma}{d} = -R$ et $\frac{\delta}{e} = -S$. Quarum litterarum prima P proxime erit $= 1$; fecunda Q erit negatiua $= -k$; tertia R etiam erit $= 1$, fed ita tamen, vt interuallum tertium $\gamma + d$ fiat quantitas finita, fcilicet $\eta\,\alpha$; denique vero erit $S = -k'$, ita, vt noftra elementa futura fint

$$b = -\frac{\alpha}{P};\ c = -\frac{B\alpha}{Pk};\ d = \frac{BC\alpha}{PkR} = -\infty$$

$$\beta = -\frac{B\alpha}{P};\ \gamma = -\frac{BC\alpha}{Pk} = \infty;$$

$$\delta = \frac{BCD\alpha}{PkR};\ e = \frac{BCD\alpha}{PkRk'} = \frac{BCD\alpha}{m}.$$

Hincque interualla

1°. $\alpha + b = \alpha\left(1 - \frac{1}{P}\right) = \frac{\alpha}{50}$ vti fupra iam affumfimus, ita vt fit $P = 1\frac{1}{49}$.

2°. $\beta + c = -\frac{B\alpha}{P}\left(1 + \frac{1}{k}\right)$;

3° $\gamma + d = -\frac{BC\alpha}{Pk}\left(1 - \frac{1}{R}\right) = \eta\,\alpha$ vbi fcilicet eft $C = \infty$, hincque $\frac{1}{R} = 1 + \frac{\eta P k}{BC}$.

4°. quia

4°. quia erat $C = \infty$ debet esse D infinite parvum, ita, vt sit $CD = -\vartheta$ eritque hoc interuallum $\delta + \epsilon = -\frac{B\vartheta\alpha}{PkR}\left(1 + \frac{1}{k'}\right)$; existente multiplicatione $m = PkRk'$ seu proxime $m = kk'$. Quia autem fieri posset, vt distantiam α negatiuam capi expediret, statuamus primum interuallum $\alpha + b = \zeta\alpha$ fietque $P = \frac{1}{1-\zeta}$, vbi notandum, si α esset quantitas negatiua, tam ζ, quam η negatiue accipi debere, semper autem necesse erit, vt sit $-B\alpha > 0$ seu $B\alpha < 0$ et $\vartheta > 0$, vti initio iam assumsimus, vbi posuimus $CD = -\vartheta$. Cum nunc pro campo apparente sit $\Phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi'' + \pi'''}{m-1}$ statuamus $\pi = -v\xi$; $\pi' = \omega\xi$; $\pi'' = -\xi$ et $\pi''' = \xi$, vt sit $\Phi = \frac{v + \omega + 2}{m-1}\xi = M\xi$ existente $M = \frac{v + \omega + 2}{m-1}$; ex quibus pro loco oculi colligimus $O = \frac{\epsilon}{Mm}$; existente $\epsilon = \frac{-B\vartheta\alpha}{m}$; consideremus nunc nostras formulas fundamentales

1°. $\mathfrak{B}v = (P - 1)M$

2°. $\mathfrak{C}\omega = -(1 + Pk)M - v$

3°. $\mathfrak{D} = -(1 + PkR)M - v - \omega$

de quibus obseruari oportet fore primam $\mathfrak{B}v = \frac{\zeta}{1-\zeta}M$; sicque valor v ob duplicem caussam fiet quantitas minima, ita, vt etiam mv adhuc sit valde paruum. Pro secunda autem, quia est $C = \infty$ erit $\mathfrak{C} = \frac{C}{C+1} = 1 - \frac{1}{C}$; pro tertia autem, quia est $D = 0$ seu potius $D = -\frac{\vartheta}{C}$ erit $\mathfrak{D} = \frac{-\vartheta}{C-\vartheta} = \frac{-\vartheta}{C}$ deinde etiam hic recordari oportet esse

$R =$

$$\mathfrak{R} = \frac{BC}{BC + \eta Pk} = 1 - \frac{\eta Pk}{BC}$$

quia igitur ex secunda aequatione ob

$$\mathfrak{C} = \frac{C}{1 + C} \text{ eſt } \omega = -(1 + Pk)\, M\left(1 + \frac{1}{C}\right) - v\left(1 + \frac{1}{C}\right),$$

ſi hic valor in tertia aequatione ſubſtituatur, erit

$$-\frac{\theta}{C} = -(1 + Pk)\, M + \frac{\eta P^2 k^2 M}{BC}$$

$$-v + (1 + Pk)\, M\left(1 + \frac{1}{C}\right) + v\left(1 + \frac{1}{C}\right)$$

vbi cum termini finiti ſe mutuo deſtruant, ex infinite paruis concluditur fore

$$\vartheta = -\frac{\eta P^2 k^2 . M}{B} - (1 + Pk)\, M - v$$

vnde fit

$$\eta = -\frac{(1 + Pk)B}{P^2 k^2} - \frac{B\theta}{P^2 k^2 M} - \frac{Bv}{P^2 k^2 M}$$

vbi terminus vltimus tuto omitti poteſt.

Deſtructio porro marginis colorati poſtulat hanc aequationem

$$0 = \frac{v}{P} + \frac{\omega}{PQ} + \frac{1}{PQR} + \frac{1}{PQRS}$$

quae pro noſtro caſu fit

$$0 = v - \frac{\omega}{k} - \frac{1}{k} + \frac{1}{kk'}$$

vnde neglecto termino primo deducitur $k' = \frac{1}{\omega + 1}$; et ob $m = Pkk'$ erit $m = \frac{Pk}{\omega + 1}$.

Cum autem ſit $\omega = -(1 + Pk)\, M$ et $M = \frac{\omega + 2}{m - 1}$ neglecto termino v fiet $(m - 1)\omega = -(1 + Pk)(\omega + 2)$ hincque $\omega = \frac{-2(1 + Pk)}{m + Pk}$, atque $M = \frac{2}{m + Pk}$. Quare

cum

cum sit $\omega = \frac{Pk}{\omega+1}$ substituto valore ipsius ω obtinemus $m - \frac{2m(1+Pk)}{m+Pk} = Pk$; hincque

$$mm - 2m = P^2k^2 + 2Pkm,$$

quae m^2 vtrinque addito praebet

$$2m(m-1) = (Pk+m)^2 \text{ ideoque}$$

$$Pk = -m + \sqrt{2m(m-1)}.$$

Hoc ergo valore pro Pk assumto, pro campo apparente adipiscemur maximum valorem, qui erit $\Phi = \frac{2}{\sqrt{2m(m-1)}} \cdot \xi$ et in mensura angulorum ob $\xi = \frac{1}{4}$ erit $\Phi = \frac{1718}{\sqrt{2m(m-1)}}$ min. Nunc autem praecipuum opus superest in eo consistens, vt binae priores lentes ita definiantur, vt formula pro semidiametro confusionis inuenta penitus euanescat, vnde sequens aequatio erit resoluenda:

$$0 = \lambda - \frac{1}{\mathfrak{B}P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{B}\right) - \frac{\lambda''}{B^3Pk} - \frac{\lambda'''}{B^3\theta^3Pk} - \frac{\lambda''''}{B^3\theta^3m} \quad \text{seu}$$

$$0 = \lambda - \frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3P} - \frac{\lambda''}{B^3Pk} - \frac{\lambda'''}{B^3\theta^3Pk} - \frac{\lambda''''}{B^3\theta^3 m} - \frac{\nu}{\mathfrak{B}BP}$$

in qua aequatione vt ante iam vidimus sumi potest $\lambda'' = 1$ et quia duae postremae lentes debent esse vtrinque aequaliter conuexae, erit pro vitro communi $\lambda''' = \lambda'''' = 1,6299$. Ex hac vero aequatione vel λ vel λ' definiri debet, prouti coefficiens ipsius λ' maior est vnitate, siue minor. Ceterum notandum est, omnes quantitates hic praeter litteras B et $\mathfrak{B}$ satis esse determinatas; ita, vt in hoc negotio tantum litterae B et $\mathfrak{B}$ arbitrio nostro permittantur; in quo duo casus sunt perpendendi, alter, quo $\mathfrak{B}$ est fractio vnitate ma-

ior,

ior, puta $\frac{1+i}{i}$; alter vero, quo est vnitate minor, puta $= \frac{i}{1+i}$.

Primo sit $\mathfrak{B} = \frac{1+i}{i}$ erit $B = -1 - i$ ideoque numerus negatiuus, quo ergo casu α debet esse positiuum seu prima lens conuexa, secunda vero concaua, pro qua valor λ' determinari debet, et quidem ex hac aequatione

$$\lambda' = \frac{(1+i)^3 P\lambda}{i^3} + \frac{\lambda''}{i^3 k} + \frac{\lambda'''}{i^3 \theta^3 k} + \frac{P \lambda''''}{i^3 \theta^3 . m} + \frac{(1+i)\nu}{i^2}$$

vbi sumto $\lambda = 1$ euidens est λ' fieri vnitate maius.

At secundo si sit $\mathfrak{B} = \frac{i}{1+i}$ erit $B = i$ ideoque positiuum; vnde distantia α fiet negatiua siue prima lens concaua, secunda vero conuexa, quo casu numerus λ definiri oportet per hanc aequationem:

$$\lambda = \frac{(1+i)^3 \lambda'}{i^3 P} + \frac{\lambda''}{i^3 P k} + \frac{\lambda'''}{i^3 \theta^3 P k} + \frac{\lambda''''}{i^3 \theta^3 m} + \frac{(1+i)\nu}{i^2 P}$$

atque hic sumi poterit $\lambda' = 1$; λ vero vnitate maius fiet.

Perspicuum igitur est, simili fere modo, quo in priore casu λ' definitur, in secundo casu litteram λ definiri, propterea quod proxime est $P = 1$; quandoquidem inuenimus $P = \frac{1}{1-\zeta}$, vbi notetur priore casu, quo α est positiuum, sumi posse $\zeta = \frac{1}{50}$, vt sit $P = \frac{50}{49}$, eodemque modo etiam η erit positiuum, quemadmodum etiam nostra formula posito $B = -1 - i$ declarat, scilicet $\eta = \frac{(1+Pk)(1+i)}{P^2 k^2} + \frac{(1+i)\nu}{P^2 k^2 N}$.

Pro

Pro altero autem casu, quo a est quantitas negatiua, sumi debet $\zeta = -\frac{1}{30}$, vt fit $P = \frac{30}{31}$; ob eandemque rationem etiam η fiet negatiuum, scilicet

$$\eta = -\frac{\theta(1+Pk)}{P^2k^2} \mp \frac{\theta t}{P^2k^2M}.$$

Coroll. 1.

332. Cum tollendo marginem coloratum peruenerimus ad hanc aequationem

$$Pk = -m + \sqrt{2m(m-1)},$$

qua ob P datum, valor ipsius k determinatur, hinc habebimus

$$M = \frac{-(1+Pk)}{\sqrt{2m(m-1)}} \text{ et } \omega = \frac{-2(1+Pk)}{\sqrt{2m(m-1)}} \text{ atque hinc}$$

$$\eta = \frac{-(1+Pk)B}{P^2k^2} - \frac{B\theta\sqrt{2m(m-1)}}{2P^2k^2}.$$

Coroll. 2.

333. Cum sit $C = \infty$, $D = 0$ et $CD = -\vartheta$, fient nostra elementa

$$b = \frac{-a}{P};\ c = \frac{-B\alpha}{Pk};\ d = \infty;\ e = \frac{-B\theta\alpha}{m};$$

$$\beta = \frac{-B\alpha}{P};\ \gamma = \infty;\ \delta = \frac{-B\theta\alpha}{Pk};$$

hincque distantiae focales

$$p = a;\ q = \frac{-B\alpha}{P};\ r = \frac{-B\alpha}{Pk};\ s = \delta = \frac{-B\theta\alpha}{Pk};\ t = \frac{-B\theta\alpha}{m}$$

tum vero lentium interualla

$$a + b = a\left(1 - \frac{1}{P}\right) = \zeta a;\ \beta + c = -\frac{B\alpha}{P}\left(1 + \frac{1}{k}\right)$$

$$\gamma + d = \eta\alpha;\ \delta + e = -B\vartheta\alpha\left(\frac{1}{Pk} + \frac{1}{m}\right)$$

ac denique distantia oculi $O = \frac{[illegible]}{2m^2}$ vbi notetur, litteram $\mathfrak{D}$ arbitrio nostro permitti, quo caueri poterit, ne vltimae lentes fiant nimis paruae.

Coroll. 3.

334. Ex his perspicitur, quo maior capiatur littera B, eo maius prodire secundum interuallum cum sequentibus, hincque longitudinem telescopii eo magis augeri; at littera B eo maior euadit, quo propius littera $\mathfrak{B}$ ad vnitatem accedit; sine enim sit $B = \frac{1+i}{i}$ siue $\mathfrak{B} = \frac{i}{1+i}$, aucto numero i augetur numerus B; quare cum littera $\mathfrak{B}$ etiam nunc arbitrio nostro permittatur, neutiquam expediet, eam vnitati nimis propinquam statui, neque tamen etiam conueniet pro i numerum valde paruum assumi, veluti dimidium vel fractionem adhuc minorem; tum enim ex vltima aequatione numerus vel λ vel λ' prodiret nimis magnus, scilicet adeo maior, quam 27. Vnde concluditur, numerum i ad minimum vnitate maiorem capi debere.

Coroll. 4.

335. Hic igitur commodum cum incommodo compensatur; si enim i vnitate minus caperetur, obtineremus commodum breuitatis tubi; contra vero nimis magnus valor numeri λ vel λ' insigne esset incommodum; sin autem numerum i vnitate multo maio-

maiorem sumeremus; obtineremus quidem commodum, vt λ vel λ' parum vnitatem excederent, contra vero tubus fieret nimis longus.

Coroll. 5.

336. Sin autem optio detur inter valores $\frac{1+i}{i}$ et $\frac{i}{1+i}$ pro $\mathfrak{B}$ assumendos, retinente i in vtroque eundem valorem; tunc λ vel λ' eundem fere valorem nancisceretur. Verum priore casu cum fiat $B = -1 - i$ longitudo tubi maior prodiret, quam altero casu, quo esset $B = i$, quam ob rem semper consultius est, posteriorem casum eligere, quo lens prima est concaua et secunda conuexa; quam priorem, vbi vicissim lens prima esset conuexa, secunda vero concaua.

Scholion 1.

337. Quae quo clarius perspiciantur, ponamus $i = 2$ et $\mathfrak{B} = \frac{2}{3}$, vt fiat $B = 2$ tum igitur erit $P = \frac{50}{51}$ et elementa nostra sequenti modo se habebunt; existente a quantitate negatiua:

$$b = \frac{-51}{50} a;\ c = \frac{-2a}{Pk};\ d = -\infty;\ e = \frac{-2\theta a}{m};$$

$$\beta = \frac{-2a}{P} = \frac{-51.a}{25};\ \gamma = \infty;\ \delta = \frac{-2\theta a}{Pk}$$

existente $Pk = -m + \sqrt{2m(m-1)}$ tum vero distantiae focales erunt

$$p = a;\ q = \frac{-51.a}{56};\ r = \frac{-2a}{Pk};\ s = \frac{-2\theta a}{Pk} \text{ et } t = \frac{-2\theta a}{m}.$$

at internalla lentium

$$\alpha + b = -\tfrac{1}{50}\cdot a;\ \beta + c = -\tfrac{n}{27}\alpha - \tfrac{\theta\alpha}{Pk}$$

$$\gamma + d = \eta\alpha = \frac{-2(1+Pk)\alpha}{P^2k^2} - \frac{\theta\sqrt{2m(m-1)}}{P^2k^2}$$

$$\delta + e = \frac{-2\theta\alpha}{m} - \frac{2\theta\alpha}{Pk} = \frac{-2\theta\alpha}{Pkm}\sqrt{2m(m-1)}$$

et distantia oculi $O = \frac{-\theta\alpha\sqrt{2m(m-1)}}{mm}$ quibus factis campi semidiameter erit $\Phi = \frac{1718}{\sqrt{2m(m-1)}}$ min.

Pro apertura autem tertiae lentis notandum est, esse $\omega = \frac{-2(1+Pk)}{\sqrt{2m(m-1)}}$, ita, vt si m sit numerus satis magnus fiat $\omega = -\frac{20}{17}$; vnde cum haec lens non maximam aperturam, sed minorem, quae sit ad maximam, vt 10: 17, requirat, sufficiet pro hac lente sumsisse $\lambda'' = 1$; quare si et $\lambda' = 1$ at $\lambda''' = \lambda'''' = 1,6299$, pro lente obiectiua inueniemus

$$\lambda = \frac{27.51}{8.50} + \frac{1}{\theta Pk} + \frac{1,6299}{\theta\theta^3 Pk} + \frac{1,6290}{\theta\theta^3 m} + \frac{153\nu}{200},$$

existente $\nu = 0,2326$ pro refractione scilicet $n = 1,55$.

Hinc autem inuento numero λ, prima lens obiectiua concaua ita construi debet, vt fiat radius faciei anterioris $= \frac{a}{\sigma - \tau\sqrt{\lambda - 1}}$ posterioris vero $= \frac{a}{\varrho + \tau\sqrt{\lambda - 1}}$; existente $\varrho = 0,1907$. $\sigma = 1,6274$; $\tau = 0,9051$.

Pro secunda autem lente capi debebit radius faciei anter. $= \frac{2b}{2\varrho + \sigma}$ et posterioris $= \frac{2b}{2\sigma + \varrho}$; existente $b = -\frac{51}{50}\cdot a$.

Pro

Pro tertia lente erit radius faciei anterioris $= \frac{c}{\rho}$ et posterioris $= \frac{c}{\sigma}$, existente $\rho = \frac{-2\alpha}{Pk}$.

Pro quarta vero lente radius vtriusque faciei $= 1,10\, s$ et pro quinta lente radius faciei vtriusque $= 1,10\, t$.

Ad mensuras vero absolutas inueniendas consideretur in constructione lentium primae et secundae minimus radius, qui sit $= m\alpha$, cuius pars quarta $\frac{1}{4} m\alpha$ aequetur semidiametro aperturae ob claritatem requisitae, qui sit $\frac{m}{50}$ dig. hincque fit $\alpha = \frac{-2m}{25m}$ dig. quae mensura si forte det vltimas lentes nimis exiguas, vt supra vsu venit, tantum litterae ϑ tribuatur valor vnitate pro lubitu maior; cum hinc longitudo telescopii vix augeatur. Colligitur autem tota haec longitudo ad oculum vsque

$$= -\alpha\left(2\tfrac{3}{50} + \frac{2(1+2Pk)}{P^2k^2} + \frac{(m+Pk)^3\theta}{m^2P^2k^2}\right).$$

Exempl. I.

338. Si fuerit $m = 9$, erit $Pk = 3$ et $k = \frac{153}{50}$ ob $P = \frac{50}{51}$; vnde elementa telescopii erunt

$$b = -\tfrac{51}{50}\alpha;\ \beta = -\tfrac{51}{53}\cdot\alpha;\ c = -\tfrac{2\alpha}{3};$$

$$\gamma = \infty;\ d = -\infty;\ \delta = -\tfrac{25\alpha}{3};\ e = -\tfrac{25\alpha}{9};$$

et distantiae focales

$$p = \alpha;\ q = -\tfrac{27}{25}\alpha;\ r = -\tfrac{3}{9}\alpha;\ s = -\tfrac{25\alpha}{30};\ t = -\tfrac{25\alpha}{9}.$$

et

et interualla

$$\alpha + b = -\tfrac{[illegible]}{10}\,a;\quad \beta + c = -\tfrac{[illegible]}{[illegible]}\,a;$$

$$\gamma + d = -\tfrac{(8+12\theta)}{9}\,a;\quad \delta + e = -\tfrac{[illegible]\,a}{[illegible]}$$

et distantia Oculi $O = -\tfrac{[illegible]}{17}$.

Tum vero campi apparentis semidiameter

$$\Phi = 143 \text{ min.} = 2^{\circ}\, 23'.$$

Nunc vero habebimus

$$\lambda = 3,4425 + 0,04166 + \tfrac{0,00055}{[illegible]}$$
$$+ 0,1779$$
$$3,6204$$
$$0,0416$$
$$\lambda = 3,6620 + \tfrac{0,00055}{[illegible]}.$$

Sumamus nunc $\vartheta = 1$. vt fiat $\lambda = 3,75255$;

$$\lambda - 1 = 2,75255 \text{ et } \tau.\, \sqrt{\lambda - 1} = 1,50162$$

quare constructio lentis primae ita se habebit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = \frac{a}{0,1258} = 7,9491.\,a \\ \text{poster.} = \frac{a}{1,6923} = 0,5909.\,a \end{cases}$

Pro secunda autem lente erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = \frac{2b}{[illegible]} = -1,0155.\,a \\ \text{poster.} = \frac{2b}{1,4455} = -0,5920.\,a \end{cases}$

Pro tertia autem lente erit

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = \frac{c}{[illegible]} = -8,4999.\,a \\ \text{poster.} = \frac{c}{[illegible]} = -0,4097.\,a \end{cases}$

[illegible] Pro

Pro lente quarta

radius faciei vtriusque $= -0,7333.\alpha$

Pro lente denique quinta

radius faciei vtriusque $= -0,2444.\alpha$

Iam in duabus prioribus lentibus occurrit

radius minimus $= 0,5909\,\alpha$, vt fit

$m = 0,5909$, adeoque $\alpha = -\frac{72}{59,09}$ dig.

seu $\alpha = -1\frac{1}{4}$ dig.

Vnde sequens prodibit

Constructio huius Telescopii pro multiplicatione $m = 9$. lentibus ex vitro communi factis.

I. Pro prima lente

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -9,93 \text{ dig.} \\ \text{poster.} = -0,73 \text{ dig.} \end{cases}$

cuius distantia focalis $= -1\frac{1}{4}$ dig.

semidiameter aperturae $= 0,18$. dig.

distantia ad lentem secund. $= 0,025$. dig.

II. Pro secunda lente

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 1,27. \text{ dig.} \\ \text{poster.} = 0,74. \text{ dig.} \end{cases}$

cuius distantia focalis $= 0,85$ dig.

semidiameter aperturae vt ante $= 0,18$ dig.

distantia ad lentem tertiam $= 3,38$ dig.

III. Pro tertia lente

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 4,37 \text{ dig.} \\ \text{poster.} = 0,51 \text{ dig.} \end{cases}$

cuius distantia focalis $= + 0,83$ dig.

semidiameter aperturae $= 0,13$ dig.

distantia ad quartam $= 2,78$ dig.

IV. Pro quarta lente

radius vtriusque faciei $= 0,92$ dig.

cuius distantia focalis $= + 0,83$. dig.

semidiameter aperturae $= 0,23$ dig.

interuallum ad quintam $= 1,11$ dig.

V. Pro quinta lente

radius vtriusque faciei $= 0,30$ dig.

cuius distantia focalis $= 0,28$ dig.

semidiameter aperturae $= 0,07$ dig.

et distantia ad oculum $= 0,19$ dig.

sicque tota instrumenti longit. $= 7,49$ dig.

et semidiameter campi $= 2° 23'$.

Hac ergo perfectione adhibita telescopium, quod ante erat 6 ped. reductum est ad $7\frac{1}{2}$ dig.

Exeml. II.

Exempl. II.

339. Si multiplicatio ſit $m = 50$, erit $Pk = 20$ et $k = \frac{102}{5}$ vnde elementa noſtra erunt

$$b = -\tfrac{51}{50}\alpha;\ \beta = -\tfrac{51}{55}\alpha;\ c = -\tfrac{\alpha}{10};\ \gamma = \infty;$$
$$d = -\infty;\ \delta = -\tfrac{\theta\alpha}{10};\ e = -\tfrac{\theta\alpha}{55};$$

et diſtantiae focales

$$p = \alpha;\ q = -\tfrac{17}{55}\alpha;\ r = -\tfrac{\alpha}{10};\ s = -\tfrac{\theta\alpha}{10}\ \text{et}\ t = -\tfrac{\theta\alpha}{55};$$

et interualla lentium

$$\alpha + b = -\tfrac{1}{50}\alpha;\ \beta + c = -\tfrac{107}{50}\alpha;$$
$$\gamma + d = \tfrac{-(21+35\theta)\alpha}{200};\ \delta + e = \tfrac{-7\theta\alpha}{50};$$

atque diſtantia oculi $O = -\frac{7\theta\alpha}{250}$ et campi apparentis ſemidiameter erit $= 24\frac{1}{2}$ min.

Nunc vero prodibit

$$\lambda = 3,4425 + \tfrac{0,0149}{\theta^3}$$
$$+\,0,0063$$
$$0,1779$$
$$\lambda = 3,6267 + \tfrac{0,0149}{\theta^3}.$$

Sumatur nunc $\vartheta = 2$, eritque $\lambda = 3,6285$;

$$\lambda - 1 = 2,6285 \text{ et } \tau\sqrt{(\lambda - 1)} = 1,4674;$$

vnde fiet

I. Pro prima lente

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = \frac{\alpha}{0,1600} = 6,2500.\,\alpha. \\ \text{poſter.} = \frac{\alpha}{1,6581} = 0,6031.\,\alpha. \end{cases}$

II. Pro fecunda lente, vti ante

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -1,0155.\alpha \\ \text{pofter.} = -0,5921.\alpha \end{cases}$

III. Pro tertia lente

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = \frac{c}{0,1907} = -0,5244.\alpha \\ \text{pofter.} = \frac{c}{1,5274} = -0,0615.\alpha \end{cases}$

IV. Pro quarta lente

radius faciei vtriusque $= -0,2200.\alpha$

V. Pro quinta lente

radius faciei vtriusque $= -0,0880.\alpha$

Iam cum fit in duabus prioribus lentibus radius minimus $0,5921.\alpha$, erit

$m = 0,5921$, adeoque $\alpha = -\frac{400}{59,21}$ dig.

ita, vt capi poffet $= -7$ dig.

Vnde fequens prodibit

Conftructio huius Telefcopii pro multiplicatione $m = 50$.

I. Pro prima lente

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = -43,75 \text{ dig.} \\ \text{pofter.} = -4,22 \text{ dig.} \end{cases}$

cuius diftantia focalis $= -7$. dig.
femidiameter aperturae $= 1,05$. dig.
diftantia ad lentem fecundam $= 0,14$. dig.

II. Pro

II. Pro secunda lente

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 7,11. \text{ dig.} \\ \text{poster.} = 4,14. \text{ dig.} \end{cases}$

cuius distantia focalis est 4, 76 dig.

semidiameter aperturae, vt ante, = 1 dig.

interuallum ad tertiam lentem 14, 98 dig.

III. Pro tertia lente

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 3,67. \text{ dig.} \\ \text{poster.} = 0,43. \text{ dig.} \end{cases}$

distantia focalis est 0, 7. dig.

semidiameter aperturae = 0, 11 dig.

interuallum ad quartam = 3, 18 dig.

IV. Pro quarta lente

radius vtriusque faciei = 1, 54 dig.

cuius distantia focalis est 1, 40 dig.

semidiameter aperturae = 0, 38 dig.

interuallum ad quintam lentem = 1, 96 dig.

V. Pro quinta lente

radius vtriusque faciei = 0, 61 dig.

cuius distantia focalis = 0, 56 dig.

semidiameter aperturae = 0, 14 dig.

distantia ad oculum = 0, 39 dig.

 sicque

ſicque longitudo tota $= 20\frac{2}{7}$ dig. propemodum et ſemidiameter campi $= 24\frac{1}{2}$ min.

Scholion 2.

340. Hoc ergo etiam poſtremum teleſcopium facile per tubos ductitios ita parari poteſt, vt commode quis ſecum id portare poſſit, cum lente illa concaua omiſſa hoc teleſcopium vltra viginti pedes excreuiſſet. Circa tubos autem ductitios hic notari oportet, dum ductus ad oculum accommodatur, ſolam lentem ocularem mobilem eſſe debere, reliquas vero lentes omnes in locis hic aſſignatis perpetuo conſiſtere debere, id quod in perpetuum de omnibus teleſcopiis, quae hic tractantur, eſt tenendum ceterum non opus eſt, vt perfectioni quam variae vitri ſpecies largiuntur, caput peculiare tribuamus, vt hactenus fecimus, ſed ſolutio praecedentis problematis paucis mutandis ad hunc ſcopum accommodari poteſt, vti in problemate ſequente oſtendemus.

Problema 3.

341. Si prima lens obiectiua concaua ex vitro chryſtallino paretur, dum reliquae ex vitro coronario conficiuntur, conſtructionem teleſcopii deſcribere, in quo non margo ſolum coloratus, ſed etiam tota confuſio a diuerſa radiorum refrangibilitate oriunda penitus deſtruatur.

Solutio

Solutio.

Hoc problema, vt hactenus fecimus, ex principiis supra stabilitis si resoluere vellemus, omnia plane eodem modo se essent habitura, vti in problemate praecedente vsque ad eum locum, vbi marginem coloratum sustulimus, atque etiam haec ipsa aequatio non esset discrepatura ab ea, quam in praecedenti problemate tractauimus, quoniam in ea prima lens non in computum venit, ita, vt hinc etiam eaedem determinationes obtinerentur atque hucusque litterae $\mathfrak{B}$ et B etiam nunc mansurae essent indeterminatae; iam autem demum vltimae aequationis, qua confusio penitus e medio tollitur, ratio erit habenda et aequatio eo pertinens si pro prima lente formulam differentialem $\frac{du}{n-1}$ littera N, pro sequentibus autem lentibus litteris N′ denotemus per hasque aequationem diuidamus, habebimus

$$0 = \frac{N}{N'} - \frac{1}{\mathfrak{B}P} - \frac{1}{B\mathfrak{C}^3 Pk} - \frac{1}{BP\mathfrak{D}k} - \frac{1}{B\mathfrak{D}m}$$

in qua aequatione terminus tertius cum sequentibus prae duobus primis tam sunt exigui, vt sine errore negligi queant, praecipue cum vti iam saepius notauimus, natura rei non permittat, vt haec aequatio adcurate resoluatur, neque id etiam scopus noster postulet. Quare sumtis tantum duobus terminis prioribus colligemus $\mathfrak{B} = \frac{N'}{NP}$, scilicet ob hanc conditionem lentis primae e vitro chrystallino parandae totum discrimen in resolutione, in hoc tantum consistit, vt

nunc

nunc cum littera $\mathfrak{B}$ ante arbitrio nostro mansisset relicta, definiatur; quocirca quia ex Dollondi experimentis habemus $N : N' = 10 : 7$ ac praeterea sit $P = \frac{50}{77}$ consequimur nunc $\mathfrak{B} = \frac{357}{500}$ qui valor proxime reducitur ad hanc $\mathfrak{B} = \frac{5}{7}$; siue etiam $\mathfrak{B} = \frac{2}{3}$, qui est ipse valor, quem in praecedentibus iam exemplis ipsi $\mathfrak{B}$ tribuimus; quicunque autem valor ipsi $\mathfrak{B}$ tribuatur, in aequationem vltimam, ex qua numerus λ definitur, leue quoddam discrimen ingreditur, cum enim nunc primus terminus per μ, sequentes vero per μ' sint multiplicandi, diuisione per μ' facta haec aequatio fiet

$$\frac{\mu}{\mu'}\lambda = \frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3 P} + \frac{\lambda''}{B^3 Pk} + \frac{\lambda'''}{B^3 \theta^3 Pk} + \frac{\lambda''''}{B^3 \theta^3 . m} + \frac{\nu}{\mathfrak{B} BP}$$

vbi, vt ante, sumi potest $\lambda' = 1$ et $\lambda'' = 1$, at quia lentes posteriores ex vitro coronario, quo $n = 1,53$ conficiuntur, pro duabus postremis lentibus, quae vtrinque aequaliter conuexae esse debent, erit $\lambda''' = \lambda'''' = 1,60006$, litterae autem eo pertinentes erunt

$\mu' = 0,9875$; $\nu' = 0,2196$; $\varrho' = 0,2267$ et
$\sigma' = 1,6601$; $\tau' = 0,9252$.

Pro prima autem lente chrystallina erit

$\mu = 0,8724$; $\nu = 0,2529$; $\varrho = 0,1414$;
$\sigma = 1,5827$ et $\tau = 0,8775$.

Coroll. I.

342. Nunc igitur demum intelligitur, cur praestet, primam lentem ex vitro chrystallino parare, quam secun-

fecundam, fi enim prima eft chryftallina fit $\mathfrak{B} = \frac{5}{7}$ et $B = \frac{5}{2}$. Sin autem fecundam chryftallinam faceremus, foret $\mathfrak{B} = \frac{7}{5}$ et $B = -\frac{7}{2}$. Quare cum omnes fequentes diftantiae multiplicatae fint per B, eae ac propterea tota longitudo tubi prodiret pofteriore cafu maior, quam primo, idque in ratione 7 : 5.

Coroll. 2.

343. Si difcrimen difperfionis ambarum vitri fpecierum minus effet, quam hic fecundum Dollondi experimenta affumimus; tunc fractio pro $\mathfrak{B}$ affumenda propius ad vnitatem accederet, indeque B maiorem nancifceretur valorem ficque inftrumentum longius euaderet; ex quo ad praxin plurimum expedit, vt duae vitri fpecies ratione difperfionis maxime inter fe differentes eligantur fiquidem hoc modo telefcopia multo breuiora redderentur.

Scholion.

344. Quoniam igitur hic primam lentem ex vitro chryftallino, reliquas ex coronario fieri affumimus, experimentis Dollondianis innixi ftatuamus $\mathfrak{B} = \frac{5}{7}$, vt fit $B = \frac{5}{2}$ ac pofito $\vartheta = 2$, ne lens ocularis fiat nimis parua, elementa noftra fequenti modo fe habebunt:

$$b = -\tfrac{51}{30}\alpha;\quad c = -\tfrac{5\alpha}{2Pk};\quad d = -\infty;\quad e = -\tfrac{5\alpha}{m};$$

$$\beta = -\tfrac{51}{80}\alpha;\quad \gamma = \infty;\quad \delta = -\tfrac{5\alpha}{Pk};$$

et diſtantiae focales

$$p = \alpha;\ q = -\tfrac{51}{70}\alpha;\ r = -\tfrac{5\alpha}{2Pk};\ s = -\tfrac{5\alpha}{Pk};\ t = -\tfrac{5\alpha}{m};$$

hincque interualla

$$\alpha + b = -\tfrac{1}{50}\alpha;\ \beta + c = -\tfrac{51}{25}\alpha - \tfrac{5\alpha}{2Pk}$$

$$\gamma + d = \eta\alpha = -\tfrac{5(1+Pk)\alpha}{2P^2k^2} - \tfrac{5.\sqrt{2m(m-1)}\alpha}{2P^2k^2}$$

$$\delta + e = -\tfrac{5\alpha\sqrt{2m(m-1)}}{mPk}$$

et diſtantia oculi $O = -\frac{5\sqrt{2m(m-1)}}{2m^2}\alpha$

exiſtente $Pk = -m + \sqrt{2m(m-1)}$

tum autem ſemidiameter campi $\Phi = \frac{1718}{\sqrt{2m(m-1)}}$ min.

Vt igitur hinc conſtructionem pro quauis multiplicatione m inueſtigemus, methodo iam ſaepius adhibita vtentes primo euoluamus caſum, quo $m = 25$ tum vero caſum, quo $m = \infty$.

Exemplum I.

345. Sit multiplicatio $m = 25$ ac reperietur

$\sqrt{2m(m-1)} = 34,64101$; hincque

$Pk = 9,64101$; vnde interualla ita ſe habebunt;

$\alpha + b = -0,02\,\alpha$; $\beta + c = -2,80930.\,\alpha$

$\gamma + d = -1,21770.\,\alpha$; $\delta + e = -0,71860.\,\alpha$

et diſtantia Oculi $= -0,13844.\,\alpha$

His

His praemissis quaeratur λ ex aequatione supra data et inuenietur

$$\lambda = 3,16815 + 0,007514 + 0,001502 + 0,000579 + 0,14198 \text{ seu}$$

$$\lambda = 3,31972; \text{ vnde fit } \tau \sqrt{(\lambda - 1)} = 1,33648.$$

Hinc igitur si F et G denotent radios anterioris et posterioris faciei, habebimus

I. Pro prima lente chrystallina

$$F = \frac{\alpha}{\sigma - 1,3365} = \frac{\alpha}{0,2462} = 4,0617\,\alpha$$

$$G = \frac{\alpha}{\varrho + 1,3365} = \frac{\alpha}{1,4779} = 0,6766.\,\alpha$$

II. Pro secunda autem lente coronaria erit

$$F = \frac{5b}{5\varrho' + 2\sigma'} = \frac{5b}{4,4337} = -1,1451\,\alpha$$

$$G = \frac{5b}{5\sigma' + 2\varrho'} = \frac{5b}{8,7339} = -0,5826\,\alpha$$

quae constructio pro omni multiplicatione valet.

III. Pro tertia lente coronaria habebimus

$$F = \frac{c}{\varrho'} = \frac{c}{0,2207} = -\frac{11,0278.\alpha}{Pk} = -1,1438.\,\alpha$$

$$G = \frac{c}{\sigma'} = \frac{c}{1,6161} = -\frac{1,5059.\alpha}{Pk} = -0,1562.\,\alpha$$

vbi valores penultimi pro omni multiplicatione valent.

IV. Pro quarta lente itidem coronaria, cuius distantia focalis $= s = -\frac{s\alpha}{Pk}$, erit

$$F = G = 1,06.\,s = -\frac{5,30.\alpha}{Pk} = -0,5497.\,\alpha$$

vbi valor penultimus pro omni multiplicatione valet.

V. Pro quinta lente etiam coronaria cuius distantia focalis est $t = -\frac{5\alpha}{m}$, erit

$$F = G = 1,06.\, t = -\frac{5,3\alpha}{m} = -0,212.\,\alpha$$

vbi iterum forma penultima pro omni multiplicatione valet.

Exemplum II.

346. Si sit multiplicatio m infinita seu praegrandis, erit $\sqrt{2m(m-1)} = m\sqrt{2} = 1,41421.m$ hincque $Pk = 0,41421\, m$; vnde interualla erunt

$$\alpha + b = -0,02\,\alpha;$$

$$\beta + c = -2,55\,\alpha - 6,0356.\tfrac{\alpha}{m};$$

$$\gamma + d = -26,6425.\tfrac{\alpha}{m};\quad \delta + e = -17,0712.\tfrac{\alpha}{m};$$

et distantia oculi $O = -3,5355.\frac{\alpha}{m}$.

His praemissis quaeratur λ ex aequatione data et habebitur

$$\lambda = 3,16815 + 0,14198 = 3,31013$$

vnde fit $\tau\sqrt{(\lambda - 1)} = 1,3337$; quare habebitur

I. Pro prima lente

$$F = \frac{\alpha}{\sigma - 1,3337} = \frac{\alpha}{0,2490} = 4,0160.\,\alpha$$

$$G = \frac{\alpha}{\rho + 1,3337} = \frac{\alpha}{1,4751} = 0,6779.\,\alpha$$

II. Secunda lens conuenit cum exemplo praecedente.

III. Pro tertia lente erit

$$F = \frac{-11,0278.\alpha}{Pk} = -26,6237.\tfrac{\alpha}{m}$$

$$G = \frac{-1,5059.\alpha}{Pk} = -3,6357.\tfrac{\alpha}{m}$$

IV. Pro

IV. Pro quarta lente erit

$F = G = \frac{-5,3\,a}{Pk} = -12,7955 \cdot \frac{a}{m}$

V. Pro quinta denique lente

$F = G = -5,3 \cdot \frac{a}{m}$

Elementa autem sequenti modo se habebunt:

$b = -1,02\,a;\ c = -6,0355 \cdot \frac{a}{m};\ \delta = -12,0710 \cdot \frac{a}{m}$

$\beta = -2,55\,a;\ \gamma = \infty;\ d = -\infty;\ e = -5 \cdot \frac{a}{m}$

hincque distantiae focales

$p = a;\ q = -0,72857 \cdot a;\ r = -6,0355 \cdot \frac{a}{m}$

$s = -12,0710 \cdot \frac{a}{m};\ t = -5\,\frac{a}{m}.$

Exemplum III.

347. Ex collatione praecedentium exemplorum pro quauis multiplicatione maiore m constructionem huiusmodi telescopiorum describere.

Primo elementa sequenti modo expressa reperientur:

$b = -1,02\,a;\ \beta = -2,55 \cdot a;$

$c = -\left(6,0355 + \frac{11,1750}{m}\right)\frac{a}{m};\ \gamma = \infty;\ d = -\infty;$

$\delta = -\left(12,0710 + \frac{22,3500}{m}\right)\frac{a}{m};\ e = -5 \cdot \frac{a}{m};$

Hincque distantiae focales:

$p = a;\ q = -0,72857 \cdot a;\ r = -\left(6,0355 + \frac{11,1750}{m}\right)\frac{a}{m};$

$s = -\left(12,0710 + \frac{22,3500}{m}\right)\frac{a}{m};\ t = -5 \cdot \frac{a}{m};$

 et

et interualla lentium

$$\alpha+b=-0{,}02\,\alpha;\ \beta+c=-2{,}55\,\alpha-\left(6{,}0355+\frac{11{,}1500}{m}\right)\frac{\alpha}{m};$$

$$\gamma+d=-\left(26{,}6425+\frac{95}{m}\right)\frac{\alpha}{m};$$

$$\delta+e=-\left(17{,}0710+\frac{22{,}3500}{m}\right)\frac{\alpha}{m};$$

et diſtantia oculi $O=-\left(3{,}5355-\frac{1{,}0625}{m}\right)\frac{\alpha}{m}$;

et tandem ſemidiameter campi ſemper eſt

$$\Phi=\frac{1718}{\sqrt{2m(m-1)}}\ \text{min.}$$

Lentium vero conſtructio ipſa ita ſe habebit:

I. Pro prima lente chryſtallina

$$\text{radius faciei}\begin{cases}\text{anter.}=\left(4{,}0160+\frac{1{,}54}{m}\right)\alpha\\ \text{poſter.}=\left(0{,}6779-\frac{0{,}0525}{m}\right)\alpha\end{cases}$$

II. Pro ſecunda lente coronaria

$$\text{radius faciei}\begin{cases}\text{anter.}=-1{,}1451.\alpha\\ \text{poſter.}=-0{,}5826.\alpha\end{cases}$$

III. Pro tertia lente coronaria

$$\text{radius faciei}\begin{cases}\text{anter.}=-\left(26{,}6237+\frac{49{,}28}{m}\right)\frac{\alpha}{m}\\ \text{poſter.}=-\left(3{,}6357+\frac{6{,}77}{m}\right)\frac{\alpha}{m}\end{cases}$$

IV. Pro quarta lente coronaria

radius vtriusque faciei $=-\left(12{,}7953+\frac{23{,}68}{m}\right)\frac{\alpha}{m}$

V. Pro quinta lente coronaria

radius vtriusque faciei $=-5{,}30.\frac{\alpha}{m}$.

Nunc

Nunc denique iudicandum restat, quantum valorem ipsi α tribui conueniat. Hunc in finem consideretur duarum priorum lentium radius minimus, qui est $-0,5826.\alpha$ cuius pars quarta $-0,1456.\alpha$ ponatur aequalis semidiametro aperturae $\frac{m}{50}$; indeque reperietur $\alpha = -\frac{m}{7,28}$; quo quidem valore quantitas α minor accipi non debet; quocirca sumatur $\alpha = -\frac{m}{7}$; atque obtinebitur sequens

Constructio huiusmodi Telescopiorum pro quauis multiplicatione m.

Posita igitur distantia focali $\alpha = -\frac{m}{7}$ dig. impetrabimus pro constructione quaesita sequentes mensuras.

I. Pro prima lente chrystallina

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = (-0,5737.m - 0,16)\,\text{dig.} \\ \text{poster.} = (-0,0968\,m + 0,004)\,\text{dig.} \end{cases}$

cuius distantia focalis $= -\frac{m}{7}$ dig.

semidiameter aperturae $= \frac{m}{50}$ dig.

interuallum ad lentem secundam $= 0,00286.m$ dig.

II. Pro secunda lente coronaria

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0,1636.m\ \text{dig.} \\ \text{poster.} = 0,0832.m\ \text{dig.} \end{cases}$

cuius distantia focalis est $= 0,10408.m$ dig.

semidiameter aperturae $= \frac{m}{50}$ dig.

interuall. ad lentem tertiam $= (0,3643.m + 0,86 + \frac{1,6}{m})$ dig.

III. Pro

III. Pro tertia lente coronaria

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = (3,80 + \frac{7,04}{m})\ \text{dig.} \\ \text{poster.} = (0,52 + \frac{0,9}{m})\ \text{dig.} \end{cases}$

cuius distantia focalis est $(0,86 + \frac{1,6}{m})$ dig.

semidiameter aperturae $= 0,13$ dig.

interuallum ad quartam $= (3,80 + \frac{14}{m})$ dig.

IV. Pro quarta lente coronaria

radius faciei vtriusque $= (1,82 + \frac{3,4}{m})$ dig.

cuius distantia focalis est $(1,72 + \frac{3,2}{m})$ dig.

semidiameter aperturae $= 0,43$ dig.

interuallum ad quintam $= (2,44 + \frac{3,2}{m})$ dig

V. Pro quinta lente coronaria

radius vtriusque faciei $= 0,76$. dig.
cuius distantia focalis $= 0,71$. dig.
semidiameter aperturae $= 0,18$ dig.
interuallum ad oculum $= (0,50 - \frac{0,2}{m})$ dig.

VI. Tota ergo, telescopii longitudo inde colligitur haec: $(0,3672.\,m + 7,60 + \frac{18,6}{m})$ dig. vnde patet, si $m = 100$, longitudinem instrumenti non esse superaturam $44\frac{1}{2}$ dig.

VII. Semidiameter denique campi apparentis erit $\Phi = \frac{1918}{\sqrt{2m(m-1)}}$ min., qui ergo pro $m = 100$ fiet 12 minut.

Scho-

Scholion.

348. Haec ergo telescopia adhuc satis breuia forent, si modo in praxi lentes quam exactissime secundum mensuras praescriptas liceret elaborare et si etiam vtraque vitri species praecise eandem refractionem admitteret, quam hic supposuimus; perpetuo autem tenendum est, si vitri refractio discrepet ab ea, quam assumsimus, tunc totum calculum de nouo esse instituendum, qui scilicet ad formationem lentium spectat; deinde vero etiam haec regula probe est obseruanda, vt, quo minus felicissimum successum ab artifice exspectare queamus, mensurae hic praescriptae augeri atque adeo duplicari vel triplicari debeant; id quod commodissime fiet, si digiti mensuram multo maiorem accipiamus. Semper autem etiamsi artifex summam industriam adhibeat, vix vnquam sperandum erit, vt primum statim, quod produxerit, instrumentum voto respondeat; quin potius semper necesse erit, vt lentis primae concauae praesertim plura exempla elaborentur, vt ex iis optimum per experientiam eligi possit; quamuis enim eaedem mensurae retineantur; tamen semper vsu veniet, vt plura exempla omnia inter se aliquantillum discrepent. Quin etiam saepe consultum erit, ipsam mensuram pro constructione huius lentis aliquantillum immutare, ita tamen, vt eadem distantia focalis conseruetur, et pro quauis mensura aliquot exempla conficere, scilicet si ex theoria radii facierum anterioris et posterioris istius lentis in-

uenti fuerint F et G, hanc figuram saepe ita immutari conueniet, vt capiatur radius faciei anterioris $= F \mp F^2 \omega$ posterioris vero $= G \pm G^2 . \omega$, sumendo pro ω tantilla fractione, quae adhuc in praxi sentiri queat; tum enim in distantia focali nihil mutabitur. Denique etiam quaedam monenda restant circa diaphragmata in huiusmodi telescopiis vsurpanda, quia enim in iis duae imagines reales reperiuntur in vtriusque loco etiam diaphragma constitui poterit, cuius apertura ipsam illam imaginem capere debet. Primae autem imaginis semidiameter est

$$= \alpha \Phi B = B \alpha M \xi = \tfrac{1}{4} M B \alpha.$$

est vero M in nostro casu $= \frac{2}{\sqrt{2m(m-1)}}$ et $B = \frac{5}{8}$ adeoque iste semidiameter erit $= \frac{5\alpha}{4\sqrt{2m(m-1)}}$ sumtoque $\alpha = \frac{m}{7}$, vt ante, semidiameter iste erit

$$= \frac{5m}{28\sqrt{2m(m-1)}} = \frac{5}{28\sqrt{2}} = \tfrac{1}{8} \text{ dig.}$$

nisi m sit numerus paruus. Secundae autem imaginis semidiameter est $= \alpha \Phi . BCD = \alpha \Phi B \vartheta$; quarecum sumserimus $\vartheta = 2$ posterius diaphragma aperturam habere debet cuius semidiameter sit duplo maior, quam antecedens, scilicet $\frac{1}{4}$ dig. a quo vero nullus vsus exspectari poterit, cum postremae lentes ipsae multo minorem aperturam postulent, ita, vt solum diaphragma prius vtilitatem habere possit, cui etiam, si libuerit, micrometrum adplicari poterit.

SECTIO-

SECTIONIS TERTIAE.

CAPVT III.

DE
ALTERA TERTII GENERIS
TELESCOPIORVM SPECIE PRINCIPALI, EORVMQVE PERFECTIONE.

Definitio.

349.

Ad alteram hanc ſpeciem referimus ea teleſcopia, quae ſupra §. 310. et quidem ſpeciatim in ſubnexo Corollario 2. §. 314. ſunt explicata, in quibus ſcilicet lens ſecunda adhuc ante primam imaginem realem collocatur; tertia vero lens poſt hanc imaginem in eo loco, vbi lentis primae inſtar obiecti conſideratae imago per ſecundam lentem projiceretur, qui locus cum ante imaginem ſecundam cadat, lens quarta ocularis in debito loco conſtituitur. Speciatim autem ſi primae lentis diſtantia focalis ponatur $= a$, ſecunda lens ita ſtatuitur, vt ſit $b = -\frac{a}{\sqrt{m}}$ ſiue interuallum primae et ſecundae lentis $= a\left(1 - \frac{1}{\sqrt{m}}\right)$.

 Coroll.

Coroll. 1.

350. Cum igitur haec telescopia quatuor constent lentibus, pro iis elementa ita se habebunt:

$$b = \frac{-\alpha}{\sqrt{m}};\ \beta = \frac{\sqrt{m}-1}{2m}\alpha;\ c = \frac{\sqrt{m}-1}{2m}.\alpha;$$
$$\gamma = \frac{\sqrt{m}-1}{2m}C\alpha;\ d = \frac{\sqrt{m}-1}{2m\sqrt{m}}.C\alpha;$$

ita, vt sit $B = \frac{1-\sqrt{m}}{2\sqrt{m}}$; $\mathfrak{B} = \frac{1-\sqrt{m}}{1+\sqrt{m}}$; et C arbitrio nostro relinquatur.

Coroll. 2.

351. Ex his elementis erunt lentium distantiae focales

$$p = \alpha;\ q = \frac{\sqrt{m}-1}{(1+\sqrt{m})\sqrt{m}}.\alpha;\ r = \frac{\sqrt{m}-1}{2m}\mathfrak{C}\alpha;$$

et $s = \frac{\sqrt{m}-1}{2m\sqrt{m}}.C\alpha.$ et lentium interualla

$$\alpha + b = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{m}}\right)\alpha;\ \beta + c = \frac{\sqrt{m}-1}{m}.\alpha;\ \gamma + d = \frac{m-1}{2m\sqrt{m}}C\alpha$$

et distantia oculi $O = \frac{m-1}{2mm}.\alpha$; ita, vt tota longitudo futura sit $= \frac{m-1}{m}\left(1 + \frac{1+\sqrt{m}.C}{2m}\right).\alpha$ vbi tantum monendum est, pro C numerum positiuum accipi debere.

Coroll. 3.

352. Litterae autem maiusculae P, Q, R pro hac specie fient $P = \sqrt{m}$; $Q = -1$ et $R = -\sqrt{m}$ ita, vt hinc prodeat $PQR = m$, vti rei natura postulat.

Scho-

Scholion.

353. Hic autem inprimis rationem reddere oportet conditionis in definitione commemoratae, qua diximus, lentem tertiam ibi esse collocandam, vbi primae lentis instar obiecti consideratae imago per secundam lentem proiecta esset casura. Cum enim secundae lentis distantia focalis sit $q = \frac{\sqrt{m}-1}{(1+\sqrt{m})\sqrt{m}} \cdot \alpha$, eius autem distantia a prima lente $= (1 - \frac{1}{\sqrt{m}})\,\alpha$, quae vocetur y, si prima lens vti obiectum consideretur, eius imago post secundam lentem cadet ad distantiam $\zeta = \frac{yq}{y-q}$; est vero $y - q = \frac{\sqrt{m}-1}{\sqrt{m}+1}\,\alpha$ hincque $\zeta = \frac{\sqrt{m}-1}{m}\,\alpha$, cui praecise distantia tertiae lentis a secunda aequatur. Hanc autem conditionem ideo in definitionem introduximus, quoniam eius ope locus tertiae lentis facillime per praxin assignatur. Ceterum supra iam notauimus, semidiametrum campi apparentis fore $\Phi = \frac{859}{m+\sqrt{m}}$ min. qui vtique augmentatione indiget, cum has lentes perficere conabimur. Denique ibidem quoque est ostensum, semidiametrum aperturae tertiae lentis statui debere $= \frac{\sqrt{m}}{30}$ dig.

Pro secunda autem lente, quia posuimus, $\pi = \omega\xi$ et $\omega = -\zeta = -\frac{1}{\sqrt{m}}$, semidiameter eius aperturae esse debet $= \frac{q}{4\sqrt{m}} = \frac{\sqrt{m}-1}{4m(1+\sqrt{m})} \cdot \alpha$.

Problema I.

354. Inter binas postremas lentes huius telescopiorum speciei nouam lentem inserere, qua campus apparens magis amplificetur.

Solutio.

Cum igitur hic occurrant quinque lentes statuantur nostrae quaternae fractiones:

$$\frac{a}{b} = -P;\ \frac{\beta}{c} = -Q;\ \frac{\gamma}{d} = -R;\ \frac{\delta}{e} = -S.$$

quarum litterarum duae debent esse negatiuae, quarum prior erit Q statuaturque $Q = -k$; altera vero erit R vel S; vtram autem negatiuam statui conueniat, nondum definiamus. Hinc igitur elementa nostra erunt

$$b = \frac{-a}{P};\ c = \frac{-Ba}{Pk};\ d = \frac{BCa}{PkR};\ e = \frac{-BCDa}{PkRS};$$

$$\beta = \frac{-Ba}{P};\ \gamma = \frac{-BCa}{Pk};\ \delta = \frac{BCDa}{PkR};$$

distantiae autem focales:

$$p = a;\ q = \frac{-\mathfrak{B}a}{P};\ r = \frac{-B\mathfrak{C}a}{Pk};\ s = \frac{BC\mathfrak{D}a}{PkR};\ t = \frac{-BCDa}{PkRS};$$

hincque lentium interualla

$$a + b = a\left(1 - \frac{1}{P}\right);\ \beta + c = \frac{-Ba}{P}\left(1 + \frac{1}{k}\right)$$

$$\gamma + d = \frac{-BCa}{Pk}\left(1 - \frac{1}{R}\right);\ \delta + e = \frac{+BCDa}{PkR}\left(1 - \frac{1}{S}\right)$$

quae cum esse debeant positiua et a iam sit positiuum, necesse est, vt sit 1°. $P > 1$; 2°. $B < 0$; 3°. quod ad bina reliqua interualla attinet, duos casus distingui conuenit.

Casus prior, quo $R > 0$ et $S = -k'$, hocque casu debet esse $C\left(1 - \frac{1}{R}\right) > 0$ et $CD < 0$; quo ipso etiam fit e positiuum.

Casus posterior, quo $R < 0$ seu $R = -k'$ et $S > 0$. Hoc ergo casu esse debet $C > 0$ ideoque etiam

$\mathfrak{C} > 0$

$\mathfrak{C} > 0$, at < 1 et $D(1 - \frac{1}{S}) > 0$. Vt autem etiam fiat $e > 0$, debet esse $D < 0$, ideoque $S < 1$.

Nunc igitur consideremus campum apparentem, cuius semidiameter est $\Phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi'' + \pi'''}{m - 1}$ ac statuamus, vt hactenus, $\pi = -\omega \xi$; $\pi' = 0$ ex natura huius speciei; $\pi'' = -\xi$; et $\pi''' = \xi$ vt fiat

$$\Phi = \frac{\omega + 2}{m - 1} \xi = M \xi, \text{ existente } M = \frac{\omega + 2}{m - 1};$$

atque hinc iam statim pro loco oculi prodit

$$\Theta = \frac{e}{Mm} = \frac{(m-1)e}{m(\omega + 2)}.$$

Aequationes porro fundamentales erunt:

1°. $\frac{\mathfrak{B}\pi}{\Phi} = 1 - P$; seu $\mathfrak{B}\omega = -(1 - P)M$

2°. $0 = -(1 + Pk)M - \omega$.

3°. $\mathfrak{D} = -(1 + PkR)M - \omega$.

vbi cum ex prima sit $\omega = \frac{-(1-P)M}{\mathfrak{B}}$ hic valor in secunda substitutus dat $0 = (1 + Pk)\mathfrak{B} + P - 1$; vnde sequitur $\mathfrak{B} = -\frac{(P-1)}{1 + Pk}$; ita, vt $\mathfrak{B}$ ac proinde etiam B sit numerus negatiuus; fit autem $B = \frac{-(P-1)}{P(1+k)}$ et $\omega = -(1 + Pk)M$; tum vero ex tertia erit $\mathfrak{D} = Pk(1 - R)M$, litterae vero C et $\mathfrak{C}$ arbitrio nostro manent relictae. Pro binis ergo casibus memoratis erit

Pro priore, quo $S = -k'$, $\mathfrak{D} = Pk(1 - R)M$. Si ergo *fuerit* $R > 1$ debet esse $C > 0$ et $D < 0$ at cum fiat $\mathfrak{D} < 0$, sponte illa conditio $D < 0$ impletur. *Sin autem sit* $R < 1$ erit $\mathfrak{D} > 0$; debet

debet autem esse $C < 0$ et $D > 0$, consequenter $\mathfrak{D} < 1$, ideoque $Pk(1-R)M < 1$.

Pro posteriore casu, quo $R = -k'$, erit $\mathfrak{D} = Pk(1+k')M$ ideoque $\mathfrak{D} > 0$ ante autem vidimus, hoc casu esse debere $C > 0$ adeoque $\mathfrak{C} > 0$ et $\mathfrak{C} < 1$. Tum vero $D(1-\frac{1}{S}) > 0$. Quare cum esse debeat $S < 1$, erit $D < 0$ vnde ob $\mathfrak{D} > 0$ colligitur $\mathfrak{D} > 1$.

Nunc pro tollendo margine colorato habebitur haec aequatio:

$$0 = \frac{\omega}{P} - \frac{1}{PkR} - \frac{1}{PkRS};$$

ex qua colligitur

$$0 = \omega kRS - S - 1; \text{ seu } 0 = kRS(1+Pk)M + S + 1$$

vbi ergo binos nostros casus distingui oportet.

I. Si $S = -k'$, habebitur $0 = -kk'.R(1+Pk)M - k' + 1$ vnde fit $R = \frac{1-k'}{kk'(1+Pk)M}$; vnde patet, esse debere $k' < 1$. vnde si prodeat $R > 1$, debet esse $C > 0$ et $D < 0$. Sin autem prodeat $R < 1$ debet esse $D > 0$, $C < 0$, $\mathfrak{D} > 0$ et $\mathfrak{D} < 1$, adeoque $Pk(1-R)M < 1$.

II. Si $R = -k'$, erit $0 = -kk'S(1+Pk)M + S + 1$ vnde colligitur $k' = \frac{S+1}{kS(1+Pk)M}$ quae expressio per se est positiua. Hoc autem casu supra vidimus esse debere $C > 0$ adeoque $\mathfrak{C} < 0$ et $\mathfrak{C} < 1$ et $D < 0$, ita, vt hoc casu sumendum sit $S < 1$.

Deni-

Denique hic meminisse oportet, esse $PkRS = -m$, quae conditio secundum binos casus considerari debet.

I. casu, quo $S = -k'$, ob $R = \frac{m}{Pkk'}$ nostra aequatio dat $0 = -\frac{m}{P}(1 + Pk)M - k' + 1$ vnde colligitur $k' = 1 - \frac{m}{P}(1 + Pk)M$; ita, vt esse debeat $m(1 + Pk)M < P$ vbi notetur, si prodeat $R > 1$, esse debere $C > 0$ et $D < 0$; si autem prodeat $R < 1$, debere esse $C < 0$ et $D > 0$, $\mathfrak{D} > 0$ et $\mathfrak{D} < 1$.

II. casu, si $R = -k'$, vt sit $m = Pkk'S$, nostra aequatio dat $0 = -\frac{m}{P}(1 + Pk)M + S + 1$; vnde colligitur $S = \frac{m}{P}(1 + Pk)M - 1$ ita, vt esse debeat $m(1 + Pk)M > P$. Cum autem debeat esse $S < 1$, etiam esse debet $m(1 + Pk)M < 2P$; praeterea recordemur, esse debere $C > 0$, adeoque $\mathfrak{C} > 0$ et $\mathfrak{C} < 1$, et $D < 0$.

Tandem circa has formulas probe obseruandum est ob valorem ω inuentum litteram M per reliqua elementa commode exprimi posse. Cum enim sit

$\omega = -(1 + Pk)M$, aequatio $\frac{\omega + 2}{m - 1} = M$ dabit

$M = \frac{2}{m + Pk}$ et $\omega = \frac{-2(1 + Pk)}{m + Pk}$

ita, vt pro campo apparente prodeat

$\Phi = \frac{2}{m + Pk} \cdot \xi$ seu $\Phi = \frac{\text{[illegible]}59}{m + Pk}$ min.

Tum vero etiam pro loco oculi $O = \frac{e(m+Pk)}{2m}$.
Quibus obseruatis binos casus seorsim euoluamus.

I. Euolutio casus, quo $S = -k'$.

355. Hoc ergo casu elementa nostra ita se habebunt:

$$b = -\frac{\alpha}{P};\ c = \frac{-B\alpha}{Pk};\ d = \frac{BC\alpha}{PkR};\ e = \frac{BCD\alpha}{m};$$
$$\beta = \frac{-B\alpha}{P};\ \gamma = \frac{-BC\alpha}{Pk};\ \delta = \frac{BCD\alpha}{PkR};$$

hincque interualla

$$\alpha + b = \alpha\left(1 - \tfrac{1}{P}\right);\ \beta + c = -\frac{B\alpha}{P}\left(1 + \tfrac{1}{k}\right)$$
$$\gamma + d = -\frac{BC\alpha}{Pk}\left(1 - \tfrac{1}{R}\right);\ \delta + e = \frac{BCD\alpha}{PkR}\left(1 + \tfrac{1}{k'}\right)$$

vbi ergo esse debet $P > 1$, et $\mathfrak{B} = \frac{-(P-1)}{1+Pk}$ hincque $B = \frac{-(P-1)}{P(1+k)}$.

Tertium vero interuallum dat hanc conditionem $C\left(1 - \frac{1}{R}\right) > 0$ et vltimum $CD < 0$; est autem $\mathfrak{D} = Pk(1-R)M = \frac{2Pk(1-R)}{m+Pk}$ et $D = \frac{2Pk(1-R)}{m-Pk+2PkR}$.
Destructio autem marginis colorati postulat, vt sit

$$k' = 1 - \frac{m}{P}(1+Pk)M = 1 - \frac{2m(1+Pk)}{P(m+Pk)} \text{ et}$$
$$R = \frac{m(m+Pk)}{k(P(m+Pk)-2m(1+Pk))};$$

quamobrem debet esse $P(m+Pk) > 2m(1+Pk)$ ideoque $k < \frac{m(P-2)}{P(2m-P)}$; quare cum illa quantitas maior debeat esse, quam k, ob $2m > P$, debet esse $P > 2$; ex qua etiam conditione patet, semper esse debere

$R > 1$

$R > 1$ adeoque $C > 0$ et $D < 0$, vti ex valore ipsius D manifestum est. Quo his conditionibus satisfiat formulaeque euadant simpliciores, statuamus $Pk = \sqrt{m}$ vt fiat $M = \frac{2}{m+\sqrt{m}}$ ideoque $\Phi = \frac{2}{m+\sqrt{m}} \cdot \xi = \frac{1718}{m+\sqrt{m}}$ min. qui valor duplo maior est, quam ante. Tum vero erit $\omega = \frac{-2(1+\sqrt{m})}{m+\sqrt{m}}$; porro si capiatur $P = 4\sqrt{m}$, prodit $k = \frac{1}{4}$; $R = 2\sqrt{m}$ et $k' = \frac{1}{2}$ hincque $\mathfrak{D} = \frac{2(1-2\sqrt{m})}{1+\sqrt{m}}$ et $D = \frac{2(1-2\sqrt{m})}{5\sqrt{m}-1}$. Praeterea vero $\mathfrak{B} = -\frac{(4\sqrt{m}-1)}{1+\sqrt{m}}$ et $B = -\frac{(4\sqrt{m}-1)}{5\sqrt{m}}$; vnde omnia interualla prodibunt positiua, dummodo pro C sumatur quantitas positiua.

II. Euolutio casus, quo $R = -k'$.

356. Pro hoc ergo casu destructio marginis colorati praebet

$$0 = -\frac{2m(1+Pk)}{P(m+Pk)} + S + 1$$

vnde concluditur

$$S = \frac{2m(1+Pk)}{P(m+Pk)} - 1$$

ita, vt esse debeat

$$2m(1+Pk) > P(m+Pk)$$

tum vero ob $S < 1$, debet esse

$$2m(1+Pk) < 2P(m+Pk)$$

statuamus nunc iterum, vt ante, $Pk = \sqrt{m}$ fietque $S = \frac{2\sqrt{m}}{P} - 1$, ita, vt nunc capi debeat $P < 2\sqrt{m}$ et $P > \sqrt{m}$; littera autem k cadet intra limites 1 et $\frac{1}{2}$.

Tum vero ob $S = \frac{2\sqrt{m}}{P} - 1$ erit $k' = \frac{m}{S\sqrt{m}} = \frac{P\sqrt{m}}{2\sqrt{m} - P}$. Definito autem P erit

$$\mathfrak{B} = -\frac{(P-1)}{1+\sqrt{m}} \text{ et } B = -\frac{(P-1)}{P+\sqrt{m}} \text{ et}$$

$$\mathfrak{D} = \frac{2(1+k')}{1+\sqrt{m}} \text{ et } D = \frac{2(1+k')}{\sqrt{m}-2k'-1} \text{ ſiue}$$

$$\mathfrak{D} = \frac{2(2\sqrt{m}-P+P\sqrt{m})}{(1+\sqrt{m})(2\sqrt{m}-P)};$$

qui valor cum ſit poſitiuus et vnitate maior, littera D ſponte fit negatiua, quemadmodum conditiones poſtulant, dummodo C capiatur poſitiuum. Quo autem omnia plene determinentur, ſtatuamus inſuper $P = \frac{3}{2}\sqrt{m}$ ac fiet $k = \frac{2}{3}$; $k' = 3\sqrt{m}$, et $S = \frac{1}{3}$,

$$\mathfrak{B} = -\frac{(3\sqrt{m}-2)}{2(1+\sqrt{m})} \text{ et } B = -\frac{(3\sqrt{m}-2)}{5\sqrt{m}}$$

$$\mathfrak{D} = \frac{2(3\sqrt{m}+1)}{\sqrt{m}+1} \text{ et } D = \frac{-2(3\sqrt{m}+1)}{5\sqrt{m}+1}$$

quibus valoribus omnibus conditionibus ſatisfit.

Scholion.

357. En ergo duos caſus huiusmodi teleſcopiorum penitus determinatos pro data multiplicatione m, quorum effectus in praxi idem eſſe debet. Cum autem poſteriore caſu longitudo inſtrumenti minor euadat, quam priore, eum merito hic praeferimus; quam obrem operae pretium erit, in conſtructionem iſtorum Teleſcopiorum accuratius inquirere. Notatis igitur praecipuarum litterarum valoribus, ſcilicet

$$P = \tfrac{3}{2}\sqrt{m};\ k = \tfrac{2}{3};\ k' = 3\sqrt{m} = -R;\ S = \tfrac{1}{3};$$

$\mathfrak{B} =$

$$\mathfrak{B} = -\frac{(3\sqrt{m}-2)}{2(1+\sqrt{m})}; \quad B = -\frac{(3\sqrt{m}-2)}{5\sqrt{m}}$$

$$\mathfrak{D} = \frac{2(3\sqrt{m}+1)}{\sqrt{m}+1}; \quad D = -\frac{2(3\sqrt{m}+1)}{5\sqrt{m}+1};$$

et quia C debet eſſe poſitiuum, ponatur

I. $C = \vartheta$ vt ſit $\mathfrak{C} = \frac{\theta}{1+\theta}$;

elementa noſtra ita erunt expreſſa:

$$b = -\frac{2\alpha}{3\sqrt{m}}; \quad \beta = \frac{2(3\sqrt{m}-2)\alpha}{15m};$$

$$c = \frac{3\sqrt{m}-2}{5m}; \quad \gamma = \frac{\theta(3\sqrt{m}-2)}{5m};$$

$$d = \frac{\theta(3\sqrt{m}-2)}{15m\sqrt{m}}; \quad \delta = \frac{-2\theta(3\sqrt{m}-2)(3\sqrt{m}+1)}{15(5\sqrt{m}+1)m\sqrt{m}}\alpha;$$

$$e = \frac{2\theta(3\sqrt{m}-2)(3\sqrt{m}+1)}{5(5\sqrt{m}+1)m\sqrt{m}}\alpha;$$

hinc diſtantiae focales

$$p = \alpha; \quad q = \frac{3\sqrt{m}-2}{3(1+\sqrt{m})\sqrt{m}}\alpha; \quad r = \frac{\theta}{1+\theta} \cdot \frac{3\sqrt{m}-2}{5m}\alpha;$$

$$s = \frac{2\theta(3\sqrt{m}-2)(3\sqrt{m}+1)}{15(\sqrt{m}+1)m\sqrt{m}}\alpha \text{ et}$$

$$t = \frac{2\theta(3\sqrt{m}-2)(3\sqrt{m}+1)}{5(5\sqrt{m}+1)m\sqrt{m}};$$

et lentium interualla

$$\alpha + b = \alpha\left(1 - \frac{2}{3\sqrt{m}}\right); \quad \beta + c = \frac{3\sqrt{m}-2}{3m}\alpha;$$

$$\gamma + d = \frac{\theta(3\sqrt{m}-2)(3\sqrt{m}+1)}{15m\sqrt{m}}\alpha;$$

$$\delta + e = \frac{4\theta(3\sqrt{m}-2)(3\sqrt{m}+1)}{15(5\sqrt{m}+1)m\sqrt{m}}\alpha;$$

et diſtantia oculi

$$O = \frac{q(1+\sqrt{m})}{2\sqrt{m}} = \frac{\theta(1+\sqrt{m})(3\sqrt{m}-2)(3\sqrt{m}+1)}{5m^2(5\sqrt{m}+1)} \cdot \alpha$$

vnde tota oritur longitudo teleſcopii

$$= \alpha \cdot \left(\frac{(3\sqrt{m}-2)(1+\sqrt{m})}{3m} + \frac{\theta(\sqrt{m}+1)(3\sqrt{m}+1)(3\sqrt{m}-2)(5\sqrt{m}+3)}{15m^2(5\sqrt{m}+1)}\right)$$

ita, vt ſi m ſit numerus praemagnus, haec longitudo fiat $(1 + \frac{1}{8\sqrt{m}} + \frac{3\theta}{5\sqrt{m}})\alpha$ et quia hoc caſu fit $e = \frac{18\theta\alpha}{25m}$, ſi liceret capere $\alpha = \frac{m}{7}$ dig.; ſtatui conueniret $\vartheta = 5$, vt vltimae lentis diſtantia focalis fieret circiter $\frac{1}{2}$ dig.; quando autem α multo maiorem obtinet valorem, facile capi poterit $\vartheta = 1$.

II. Adcuratius etiam inquirere debemus, quantam aperturam cuique lenti tribui oporteat, ac pro prima quidem lente ſemper ſumi ſolet ſemidiameter aperturae $x = \frac{m}{50}$ dig. pro reliquis lentibus ex formulis ſupra expoſitis colligitur:

Semidiameter aperturae ſecundae lentis

$$= \pi q \pm \frac{qx}{\mathfrak{B}p} = \frac{1}{4}\omega q + \frac{qx}{\mathfrak{B}\alpha}$$

$$= \frac{1}{4} q \left(\frac{2}{\sqrt{m}} + \frac{8(1+\sqrt{m})}{3\sqrt{m}-2} \cdot \frac{x}{\alpha}\right)$$

Semidiameter aperturae tertiae lentis

$$= \frac{rx}{B\mathfrak{C}p} = \frac{x}{\sqrt{m}} = \frac{\sqrt{m}}{50} \text{ dig.}$$

Quarta autem et quinta lens maximam aperturam capere debent; vnde eas vtrinque conuexas effici oportet.

III. Quod nunc ad litteras λ attinet, pro prima lente ſemper ſumi conuenit $\lambda = 1$, qui valor etiam pro ſecunda lente ſumi poſſe videtur, ſiquidem numerus m non ſit admodum paruus, de quo autem quouis caſu ſeorſim erit diſpiciendum. Pro tertia enim lente ob minimam aperturam nullum eſt dubium, um, quin sumi possit $\lambda'' = 1$. Quoniam vero quarta lens debet esse vtrinque aequaliter conuexa, pro ea sumi debet

$$\lambda''' = 1 + \left(\frac{\sigma - \varrho}{2\tau}\right)^2 (1 + 2\mathfrak{D})^2$$
$$= 1 + \left(\frac{\sigma - \varrho}{2\tau}\right)^2 \left(\frac{11\sqrt{m} + 3}{\sqrt{m} + 1}\right)^2.$$

Pro quinta autem lente erit $\lambda'''' = 1 + \left(\frac{\sigma - \varrho}{2\tau}\right)^2$.

IV. His igitur valoribus pro λ, λ' ... stabilitis quantitas α ex sequente formula definiri debet:

$$\alpha = kx\sqrt[3]{\mu m}\left\{\begin{array}{l}\lambda - \frac{1}{\mathfrak{B}P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu}{B}\right) - \frac{1}{B^3\mathfrak{C}Pk}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^2} + \frac{\nu}{C}\right) \\ - \frac{1}{B^3C^3\mathfrak{D}Pkk'}\left(\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^2} + \frac{\nu}{D}\right) + \frac{\lambda''''}{B^3C^3D^3.m}\end{array}\right\}$$

vbi meminisse iuvabit sumi solere $x = \frac{m}{50}$ et $k = 50$, vt sit $kx = m$. Interim tamen si vel maiore claritatis vel distinctionis gradu contenti esse velimus, pro kx sumi poterit $\frac{1}{2}m$. Deinde etiam hinc euidens est, ob illum praegrandem valorem ipsius λ''', qui scilicet quadratum $(2\mathfrak{D} - 1)^2$ inuoluebat, terminum inde hic oriundum iterum satis fieri paruum, cum is diuisus sit per $\mathfrak{D}^3$; praeterquam quod eius denominator ob $Pkk' = 3m$ per se sit satis magnus. Denique adhuc notari debet, numerum λ'' multiplicari per quantitatem satis notabilem, cum sit $-\frac{1}{B^3}$ propemodum $\frac{125}{27}$ et $\frac{1}{\mathfrak{C}^3} > 1$; ideoque $-\frac{1}{B^3\mathfrak{C}^3}$ vltra 5 assurgat atque adeo ad 40 vsque, si sumeretur $\theta = 1$; ita vt $Pk = \sqrt{m}$ in denominatore, hunc terminum vix infra ſtra vnitatem diminuere poſſit. Cui incommodo remedium afferri poſſet, hanc lentem ſecundum praecepta in Libr. I. de lentibus compoſitis tradita duplicando. Hoc autem neceſſe non erit, quando ipſam lentem obiectiuam ita duplicabimus, vt omnis confuſio a reliquis etiam lentibus oriunda tollatur.

Exemplum.

358. Sumto $m = 25$, conſtructionem huiusmodi teleſcopii deſcribere.

I. Cum ſit $m = 25$, erit $\sqrt{m} = 5$, indeque

$$P = \tfrac{15}{2};\ k = \tfrac{2}{3};\ k' = 15;\ S = \tfrac{1}{3};$$

$$\mathfrak{B} = -\tfrac{13}{12};\ B = -\tfrac{13}{25};\ \mathfrak{D} = \tfrac{16}{3};\ D = -\tfrac{16}{13};$$

vnde elementa noſtra erunt

$$b = -\tfrac{2\alpha}{15};\ \beta = \tfrac{26\alpha}{375};\ c = \tfrac{13\theta\alpha}{125};\ \gamma = \tfrac{13\theta\alpha}{125};$$

$$d = \tfrac{13\theta\alpha}{1875};\ \delta = \tfrac{-16\theta}{1875}\alpha;\ e = \tfrac{16\theta\alpha}{625};$$

et diſtantiae focales

$$p = \alpha;\ q = \tfrac{13}{90}\cdot\alpha;\ r = \tfrac{\theta}{1+\theta}\cdot\tfrac{33}{625}\cdot\alpha;$$

$$s = \tfrac{208}{5625}\,\alpha \text{ et } t = \tfrac{16\theta}{625}\cdot\alpha;$$

et interualla lentium

$$\alpha + b = \tfrac{13}{15}\alpha;\ \beta + c = \tfrac{26}{75}\alpha;$$

$$\gamma + d = \tfrac{208\theta}{1875}\alpha;\ \delta + e = \tfrac{32\theta}{1875}\cdot\alpha;$$

ac diſtantia oculi $O = \tfrac{16\theta}{3125}\cdot\alpha$;

ita, vt tota longitudo futura ſit $\alpha\left(\tfrac{26}{25} + \tfrac{991\theta}{3125}\right)$

Campi

Campi autem apparentis femidiameter erit
$\frac{1718}{30}$ min. $= 57' \, 16''$.

II. Semidiameter aperturae lentis primae $= \frac{1}{2}$ dig.
- - - - fecundae $= \frac{1}{4} q \left(\frac{2}{3} + \frac{48}{13} \cdot \frac{x}{a} \right)$, vnde colligere licet, pro hac lente dimidiam aperturam fufficere.
- - - - tertiae $= \frac{1}{10}$ dig.

III. Deinde porro erit $\lambda = 1$; $\lambda' = 1$ fortaffe; $\lambda'' = 1$; $\lambda''' = 1 + \frac{841}{9} \left(\frac{\sigma - \rho}{2\tau} \right)^2$, vbi notandum, fi vitrum commune adhibeatur, quo $n = 1,55$ fore $\lambda''' = 1, + 0,6299 \cdot \frac{841}{9} = 59,702$ et $\lambda'''' = 1,6299$.

Ex aequatione pro a colligere licet, numerum fub figno radicali contentum circiter vltra 2 mill. excrefcere, vnde eius loco tuto fcribere poffumus 64 ficque obtinebimus $a = 100$. dig. $= 8 \frac{1}{3}$ ped.

Pro maioribus autem multiplicationibus haec quantitas in ratione $m \sqrt[3]{m}$ crefcet neque haec longitudo fatis magna imminui poterit, nifi formulam pro femidiametro confufionis ad nihilum redigamus, id quod vti ex fuperioribus liquet, facile praeftabitur, fi his quinque lentibus adhuc lentem concauam praefigamus, fiue ex eodem fiue ex vitro chryftallino parandam.

Problema 2.

359. Hanc telefcopiorum fpeciem ante primam lentem praefigendo lentem concauam ita perficere, vt

confusio penitus tollatur sicque haec telescopia breuissima reddantur, seruato campo ante inuento.

Solutio.

Cum igitur nunc sex habeamus lentes, quinque litterae erunt considerandae P, Q, R, S, T, ad lentium interualla relatae, quarum prima P debet dare interuallum minimum, quod ob α negatiuum statuamus $= -\frac{1}{50}.\alpha$, vt fiat $P = \frac{50}{51}$. Deinde cum sequentia interualla respondeant litteris Q, R, S, T, quae ante erant P, Q, R, S, nunc ponamus $R = -k$ et $S = -k'$, eruntque elementa

$$b = -\frac{\alpha}{P};\ c = \frac{B\alpha}{PQ};\ d = +\frac{BC\alpha}{PQk};\ e = \frac{BCD\alpha}{PQkk'};$$

$$\beta = -\frac{B\alpha}{P};\ \gamma = \frac{BC\alpha}{PQ};\ \delta = \frac{BCD\alpha}{PQk};\ \varepsilon = \frac{BCDE\alpha}{PQkk'}$$

$$\text{et } f = \frac{-BCDE\alpha}{PQkk'T} = \frac{-BCDE\alpha}{m};$$

vnde interualla colliguntur

1°. $\alpha + b = \alpha(1 - \frac{1}{P})$; quod fit sumto $P = \frac{50}{51}$.

2°. $\beta + c = -\frac{B\alpha}{P}(1 - \frac{1}{Q})$; vnde cum Q capi debeat > 1, debet esse B positiuum, ideoque $\mathfrak{B} > 0$ et < 1.

3°. $\gamma + d = \frac{BC\alpha}{PQ}(1 + \frac{1}{k})$; vnde C debet esse negatiuum.

4°. $\delta + e = \frac{BCD\alpha}{PQk}(1 + \frac{1}{k'})$; vnde D debet esse positiuum, ideoque $\mathfrak{D} > 0$ et $\mathfrak{D} < 1$.

5°. $\varepsilon + f = \frac{BCDE\alpha}{PQkk'}(1 - \frac{1}{T})$; vnde debet esse $\varepsilon(1 - \frac{1}{T})$ positiuum, sed cum et f debeat esse maius nihilo, debet esse E negatiuum, ergo $T < 1$.

Iam pro campo apparente ponamus

$\pi = -v\xi$; $\pi' = \omega\xi$; $\pi'' = 0$; $\pi''' = \xi$ et $\pi'''' = -\xi$ vt fiat $\Phi = \frac{v+\omega+2}{m-1}.\xi = M\xi$, existente $M = \frac{v+\omega+2}{m-1}$, vnde pro loco oculi fit $O = \frac{f}{Mm}$. Ex his autem formabuntur sequentes aequationes fundamentales:

1°. $\mathfrak{B}v = -(1 - P)M$.

2°. $\mathfrak{C}\omega = -(1 - PQ)M - v$.

3°. $\mathfrak{D}.0 = -(1 + PQk)M - v - \omega$.

4°. $\mathfrak{E} = -(1 - PQkk')M - v - \omega$.

Ex quarum tertia statim habemus

$v + \omega = -(1 + PQk)M$ est vero etiam

$v + \omega = (m - 1)M - 2$; vnde

$M = \frac{2}{m+PQk}$ sicque vicissim $v + \omega = \frac{-2(1+PQk)}{m+PQk}$.

Quia nunc prima aequatio dat

$v = \frac{-2(1-P)}{\mathfrak{B}(m+PQk)}$; secunda praebebit

$\mathfrak{C}\omega = \frac{-2(1-PQ)}{m+PQk} + \frac{2(1-P)}{\mathfrak{B}(m+PQk)}$

quare nunc fiet

$v + \omega = \frac{2(1-P)}{\mathfrak{B}\mathfrak{C}(m+PQk)} - \frac{2(1-PQ)}{\mathfrak{C}(m+PQk)} = \frac{-2(1+PQk)}{m+PQk}$

 quae

quae aequatio reducta dabit

$$(1-\mathfrak{B})(1-\mathfrak{C})-(1-\mathfrak{C})P+\mathfrak{B}PQ+\mathfrak{B}\mathfrak{C}PQk=0$$

quae ad formam hanc reducitur:

$$\frac{1-P}{BC}-\frac{P(1-Q)}{C}+PQ(1+k)=0$$

quae aequatio inseruit relationi inter litteras B et C definiendae. Littera autem D arbitrio nostro manet relicta, dummodo capiatur positiua. Tandem vero quarta aequatio dat

$$\mathfrak{C}=-\frac{2(1-PQkk')}{m+PQk}+\frac{2(1+PQk)}{m+PQk}=\frac{2PQk(1+k')}{m+PQk},$$

qui valor cum sit positiuus, debet esse

$$2PQk(1+k')>m+PQk \text{ siue } PQk(1+2k')>m$$

Denique destructio marginis colorati postulat hanc aequationem:

$$0=\frac{v}{P}+\frac{\omega}{PQ}-\frac{o}{PQk}+\frac{1}{PQkk'}+\frac{1}{PQkk'T}$$

quae substitutis pro v et ω valoribus abit in hanc:

$$0=\frac{-2(1-P)}{\mathfrak{B}(m+PQk)}-\frac{2(1-PQ)}{\mathfrak{C}(m+PQk)Q}+\frac{2(1-P)}{\mathfrak{B}\mathfrak{C}(m+PQk)Q}$$
$$+\frac{1}{Qkk'}+\frac{1}{Qkk'T}.$$

siue

$$0=\frac{2}{Q(m+PQk)}\left(\frac{(1-P)(1-Q)}{\mathfrak{B}}-1-PQk\right)$$
$$+\frac{1}{Qkk'}+\frac{1}{Qkk'T}$$

Vt huic aequationi commodissime satisfaciamus primo terminos factore $(1-P)$ adfectos ob summam paruitatem reiiciamus, quandoquidem non opus est, vt in hac

hac resolutione summum rigorem sequamur, et habebimus

$$\frac{2(1+PQk)}{m+PQk} = \frac{1}{kk'}\left(1+\frac{1}{T}\right)$$

vbi statim secundum naturam huius speciei telescopiorum supra stabilitam statuamus $PQk = \sqrt{m}$ et $T = \frac{1}{2}$; vnde fiet $\frac{4}{\sqrt{m}} = \frac{3}{kk'}$; hinc $kk' = \frac{3\sqrt{m}}{4}$. Quia nunc erit $kk'T = \frac{3\sqrt{m}}{8} = \frac{m}{PQ}$ ita, vt sit $PQ = \frac{8}{3}.\sqrt{m}$, ob P datum etiam Q definietur. Quia porro est $PQk = \sqrt{m}$, erit $k = \frac{3}{8}$, hincque $k' = 2\sqrt{m}$, sicque valores harum litterarum ita se habebunt:

$$P = \tfrac{50}{51};\ PQ = \tfrac{8}{3}\sqrt{m};\ k = \tfrac{3}{8};\ k' = 2\sqrt{m} \text{ et}$$
$$T = \tfrac{1}{2};\ \text{hincque } PQk = \sqrt{m};$$
$$PQkk' = 2m \text{ et } PQkk'T = m.$$

Quod nunc ad reliquas litteras B, C ... attinet, aequatio supra data, si etiam factor $1 - P$ reiiciatur, dabit:

$$-\frac{1+PQ}{C} + PQ(1+k) = 0$$

vnde inuenitur

$$C = \frac{1-PQ}{PQ(1+k)} = \frac{3-4\sqrt{m}}{7\sqrt{m}} \text{ et } \mathfrak{C} = \frac{3-4\sqrt{m}}{8(1+\sqrt{m})}.$$

Litterae autem B et $\mathfrak{B}$ arbitrio nostro permittuntur, ita, vt si prima lens concaua ex vitro chrystallino paretur, vt supra vidimus, poni conueniat $\mathfrak{B} = \frac{5}{7}$; porro vero litterae $\mathfrak{D}$ et D hinc plane non determinantur, nisi quod vtramque positiuam esse oportet, ex quo statuamus $D = \theta$, hincque $\mathfrak{D} = \frac{\theta}{1+\theta}$; denique vero erit

$$\mathfrak{E} = \frac{2(1+2\sqrt{m})}{1+\sqrt{m}}; \text{ hincque } E = \frac{-2(1+2\sqrt{m})}{1+3\sqrt{m}};$$

qui valores vni conspectui ita repraesentantur:

$$\mathfrak{B} = \tfrac{5}{7}; \quad \mathfrak{C} = \frac{3-4\sqrt{m}}{3(1+\sqrt{m})};$$

$$\mathfrak{D} = \frac{\theta}{1+\theta} \text{ et } \mathfrak{E} = \frac{2(1+2\sqrt{m})}{1+\sqrt{m}};$$

$$B = \tfrac{5}{2}; \quad C = \frac{3-4\sqrt{m}}{7\sqrt{m}}; \quad D = \mathfrak{D} \text{ et } E = \frac{-2(1+2\sqrt{m})}{1+3\sqrt{m}};$$

hincque

$$BC = \frac{5(3-4\sqrt{m})}{14\sqrt{m}}; \quad BCD = \frac{5\theta(3-4\sqrt{m})}{14\sqrt{m}};$$

$$BCDE = \frac{5\theta(4\sqrt{m}-3)(1+2\sqrt{m})}{7\sqrt{m}(1+3\sqrt{m})};$$

ex quibus elementa nostra penitus determinantur. Nihil igitur aliud superest, nisi vt semidiameter confusionis ad nihilum redigatur, id quod fit sequente aequatione:

$$\lambda = \frac{1}{P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}}\right) - \frac{1}{B^3PQ}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}}\right)$$
$$- \frac{1}{B^3C^3.PQk}\left(\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^3} + \frac{\nu}{D\mathfrak{D}}\right)$$
$$- \frac{1}{B^3C^3D^3PQkk'}\left(\frac{\lambda''''}{\mathfrak{E}^3} + \frac{\nu}{E\mathfrak{E}}\right) + \frac{\lambda'''''}{B^3C^3D^3E^3.m};$$

si scilicet omnes lentes ex eodem vitro sint factae. Sin autem prima lens sit chrystallina; reliquae vero coronariae, valor ipsius λ hinc inuentus insuper multiplicari debet per $\frac{9875}{8724}$, quae fractio est fere $\frac{17}{15}$, propius vero $\frac{163}{144}$.

Circa

Circa hanc vero aequationem obſeruandum eſt, ſumi debere $\lambda' = 1$; $\lambda'' = 1$; $\lambda''' = 1$. Pro quinta autem lente, vt vtrinque fiat aeque conuexa, ſumi debet

$$\lambda'''' = 1, + 0,60006.(1 - 2\mathfrak{E})^2 = 1 + \frac{0,60006(3 + 7\sqrt{m})^2}{(1 + \sqrt{m})^2}$$

Pro ſexta vero $\lambda''''' = 1,60006$.

Coroll. 1.

360. Pro his igitur teleſcopiis cum fiat $M = \frac{2}{m + \sqrt{m}}$ erit ſemidiameter campi apparentis $\Phi = \frac{1718}{m + \sqrt{m}}$. min.

Coroll. 2.

361. Semidiametri autem aperturae ſingularum lentium ita definiuntur: ex §. 21.

Pro prima $= x$.

Pro ſecunda $= \frac{x}{P}$.

Pro tertia $= \frac{r}{2\sqrt{m}} \pm \frac{x}{PQ}$.

Pro quarta $= 0\,s \pm \frac{x}{PQk}$.

Pro quinta $= \frac{t}{4} \pm \frac{x}{PQkk'}$.

Pro ſexta $= \frac{u}{4} \pm \frac{x}{PQkk'T} = \frac{u}{4} \pm \frac{x}{m}$.

Coroll. 3.

362. Si in locis imaginum realium velimus diaphragmata conſtituere, reperitur

Pro

Pro priori semidiameter aperturae $= \frac{2BC}{m+\sqrt{m}} \cdot \frac{\alpha}{4}$.

Pro posteriore vero $= \frac{2BCD}{m+\sqrt{m}} \cdot \frac{\alpha}{4}$.

Scholion.

363. En ergo duplicem perfectionem huius generis telescopiorum; altera scilicet spectat ad campum apparentem; quem fere duplo maiorem reddidimus; altera vero consistit in destructione confusionis, qua efficitur, vt non opus sit, quantitatem α maiorem accipere, quam apertura lentis obiectiuae ad claritatem requisita postulat, sicque longitudo telescopii tantopere contrahatur, quantum quidem fieri licet. Cum hic duae lentes post vltimam imaginem reperiantur, quibus campus duplo maior est factus, ita, si tres pluresue lentes adhibere velimus, campum, quousque voluerimus, amplificare licebit. Quod cum vix maiorem calculum postulet, quam praecedens problema, operae pretium vtique erit, hanc inuestigationem generatim ad quotcunque lentes extendere.

Problema 3.

364. Praefixa, vt ante, lente concaua, plures lentes post vltimam imaginem realem ita disponere, vt campus apparens quantum libuerit amplificetur.

Solutio.

Hic omnia prorsus manent vt in problemate antecedente, quod scilicet ad elementa, distantias focales et et interualla lentium attinet, hoc tantum discrimine, vt ambae series litterarum B, C, D etc. et P, Q, k, k', T etc. vlterius continuari debeant. Deinde littera M, qua campus apparens definitur, alium nanciscetur valorem a numero lentium post vltimam imaginem inserendarum. Sit igitur harum lentium numerus $= i$, eritque $M = \frac{v + \omega + i}{m - 1}$ tum vero aequationes fundamentales se habebunt, vt ante, nisi quod vlterius progrediantur, post tertiam autem, quamlibet sequentium ope tertiae definiamus, vti sequitur

$$1°.\ \mathfrak{B}v = -(1 - P)M$$

$$2°.\ \mathfrak{C}\omega = -(1 - PQ)M - v$$

$$3°.\ 0 = -(1 + PQk)M - v - \omega \text{ siue}$$

$$v + \omega = -(1 + PQk)M \text{ vnde}$$

$$M(m - 1) = -(1 + PQk)M + i \text{ et}$$

$$M = \frac{i}{m + PQk}.$$

$$4°.\ \mathfrak{E} = PQk(1 + k')M$$

$$5°.\ \mathfrak{F} = PQk(1 + k'T)M - 1$$

$$6°.\ \mathfrak{G} = PQk(1 + k'TU)M - 2$$

$$7°.\ \mathfrak{H} = PQk(1 + k'TUV)M - 3$$

etc.

ex primis autem formulis colligetur, vt ante,

$$\frac{1 - P}{BC} - \frac{P(1 - Q)}{C} + PQ(1 + k) = 0$$

vnde quia P proxime $= 1$, ideoque v pro nihilo haberi potest, erit satis exacte

$$\omega = -(1+PQk)M = -\frac{(1-PQ)M}{\mathfrak{C}}$$

vnde colligimus

$$\mathfrak{C} = m.\frac{1-PQ}{1+PQk} \text{ et } C = m.\frac{1-PQ}{PQ(1+k)}.$$

Hic autem sufficit hunc valorem vero proxime definiisse, quia aperturae lentium, vnde litterae v, ω etc. pendent, summam praecisionem respuunt. Quod cum etiam valeat in aequatione, qua margo coloratus destruitur, habebitur, loco M substituto valore,

$$\frac{i(1+PQk)}{m+PQk} = \frac{1}{kk'}\left(1 + \frac{1}{T} + \frac{1}{TU} + \frac{1}{TUV} \text{ etc.}\right)$$

quorum terminorum numerus cum sit i et singulae litterae T, U, V vnitate debeant esse minores, statuamus tam concinnitatis gratia, quam vt lentes postremae aequis fere interuallis distent,

$$T = \tfrac{1}{2};\ U = \tfrac{2}{3};\ V = \tfrac{3}{4};\ W = \tfrac{4}{5} \text{ etc.}$$

vt factor ipsius $\frac{1}{kk'}$ fiat

$$1 + 2 + 3 + 4 \ldots i = \frac{(1+i)i}{2}$$

deinde etiam, vt ante, ponamus $PQk = \sqrt{m}$, vt prodeat ista aequatio

$$\frac{1}{\sqrt{m}} = \frac{1}{kk'}.\frac{i(1+i)}{2} \text{ vnde elicitur } kk' = \frac{i(1+i)\sqrt{m}}{2}.$$

Productum vero reliquarum litterarum

$$TUV\ldots = \tfrac{1}{i}, \text{ erit } kk'\,TUV\ldots$$

$$= \frac{(1+i)\sqrt{m}}{2} = \frac{\sqrt{m}}{PQ}; \text{ hincque ergo deducitur}$$

$PQ = \frac{2}{1+i}$, ex quia P per se datur, hinc Q definietur.

Deni-

Denique ob $PQk = \sqrt{m}$; elicitur $k = \frac{1+i}{2i}$ et $k' = i\sqrt{m}$; hic ergo valores omnes sequenti modo se habent:

$$PQ = \frac{2i\sqrt{m}}{1+i};\quad k = \frac{1+i}{2i};\quad k' = i\sqrt{m};$$

$$T = \tfrac{1}{2};\quad U = \tfrac{2}{3};\quad V = \tfrac{3}{4};\quad W = \tfrac{4}{5} \text{ etc.}$$

$$PQk = \sqrt{m};\quad PQkk' = im;$$

$$PQkk'T = \tfrac{im}{2};\quad PQkk'TU = \tfrac{im}{3};\ \text{et}$$

$$PQkk'TUV\ldots = \tfrac{im}{i} = m.$$

Circa litteras $\mathfrak{B}\ \mathfrak{C}\ \mathfrak{D}$ etc. prima $\mathfrak{B}$ cum tertia $\mathfrak{D}$ hinc non definitur; iam vero ostendimus esse

$$\mathfrak{C} = \frac{1-PQ}{PQ(1+k)} = \frac{1+i-2i\sqrt{m}}{(1+3i)\sqrt{m}} \text{ et}$$

$$\mathfrak{E} = \frac{1-PQ}{1+PQk} = \frac{1+i-2i\sqrt{m}}{(1+i)(1+\sqrt{m})}$$

Ponamus igitur, vt ante, $\mathfrak{D} = \vartheta$ et $\mathfrak{D} = \frac{\vartheta}{1+\vartheta}$, sequentes vero erunt

$$\mathfrak{E} = \frac{i(1+1\sqrt{m})}{1+\sqrt{m}};\quad \mathfrak{F} = \frac{i(2+1\sqrt{m})}{2(1+\sqrt{m})} - 1;$$

$$\mathfrak{G} = \frac{i(3+i\sqrt{m})}{3(1+\sqrt{m})} - 2;\quad \mathfrak{H} = \frac{i(4+i\sqrt{m})}{4(1+\sqrt{m})} - 3;$$

quarum litterarum penultima erit

$$\frac{2(i-1)+(3i-2)\sqrt{m}}{(i-1)(1+\sqrt{m})} \text{ et vltima} = 0.$$

Has igitur quoque litteras hic coniunctim aspectui exponamus:

$$\mathfrak{B} = \tfrac{5}{7} \text{ circiter}$$
$$\mathfrak{C} = \frac{-(2i\sqrt{m} - i - 1)}{(1+i)(1+\sqrt{m})}$$
$$\mathfrak{D} = \frac{\theta}{1+\theta}$$
$$\mathfrak{E} = \frac{i + ii\sqrt{m}}{1+\sqrt{m}}$$
$$\mathfrak{F} = \frac{2(i-1) + (ii - 2.1)\sqrt{m}}{2(1+\sqrt{m})}$$
$$\mathfrak{G} = \frac{3(i-2) + (ii - 2.3)\sqrt{m}}{3(1+\sqrt{m})}$$
$$\mathfrak{H} = \frac{4(i-3) + (ii - 3.4)\sqrt{m}}{4(1+\sqrt{m})}$$

$$B = \tfrac{5}{4} \text{ vel circiter}$$
$$C = \frac{-(2i\sqrt{m} - i - 1)}{(1+3i)\sqrt{m}}$$
$$D = \vartheta$$
$$E = \frac{-(i + ii\sqrt{m})}{(i-1)(1+(i+1)\sqrt{m})}$$
$$F = \frac{-(2(i-1) + (ii - 1.2)\sqrt{m})}{(i-2)(2+(i+2)\sqrt{m})}$$
$$G = \frac{-(3(i-2) + (ii - 2.3)\sqrt{m})}{(i-3)(3+(i+3)\sqrt{m})}$$
$$H = \frac{-(4(i-3) + (ii - 3.4)\sqrt{m})}{(i-4)(4+(i+4)\sqrt{m})}$$

ex quibus valoribus omnia elementa ſecundum formulas ſatis cognitas definiri poſſunt. Deinde vero vt omnis confuſio tollatur, haec aequatio erit adimplenda:

$$\begin{aligned}
\lambda = {} & \frac{1}{P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{B\mathfrak{B}}\right) - \frac{1}{B^3PQ}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}}\right) \\
& - \frac{1}{B^3C^3PQk}\left(\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^3} + \frac{\nu}{D\mathfrak{D}}\right) \\
& - \frac{1}{B^3C^3D^3PQkk'}\left(\frac{\lambda''''}{\mathfrak{E}^3} + \frac{\nu}{E\mathfrak{E}}\right) \\
& + \frac{1}{B^3C^3D^3E^3PQkk'T}\left(\frac{\lambda'''''}{\mathfrak{F}^3} + \frac{\nu}{F\mathfrak{F}}\right) \\
& - \frac{1}{B^3C^3D^3E^3F^3PQkk'TU}\left(\frac{\lambda''''''}{\mathfrak{G}^3} + \frac{\nu}{G\mathfrak{G}}\right) \\
& + \text{etc.}
\end{aligned}$$

vbi, vt ante, notandum eſt, ſi lens prima concaua ex vitro chryſtallino paretur, reliquae autem omnes ex coronario; tum valorem hinc pro λ inuentum inſuper multiplicari debere per fractionem $\frac{9675}{8724}$; quo caſu ſiquidem ſtatuatur $\mathfrak{B} = \frac{5}{7}$, etiam omnis confuſio a diuerſa refrangibilitate radiorum oriunda tolli deberet,

ſci-

scilicet secundum Dollondi experimenta. Ceterum, vt iam monuimus, pro litteris λ', λ'' et λ''' vnitas poni poterit. Pro sequentibus vero lentibus, quae omnes vtrinque aeque conuexae esse debent, statui debet

$$\lambda'''' = 1 + 0,60006\,(2\mathfrak{E} - 1)^2;$$
$$\lambda''''' = 1 + 0,60006\,(2\mathfrak{F} - 1)^2;$$
$$\lambda'''''' = 1 + 0,60006\,(2\mathfrak{G} - 1)^2 \text{ etc.}$$

Coroll. 1.

365. Hoc igitur modo campi apparentis semidiameter erit

$$\Phi = \frac{i\xi}{m+\sqrt{m}} \text{ siue } \Phi = \frac{850.\xi}{m+\sqrt{m}} \text{ minut.}$$

ac si pro lente vltima fuerit distantia focalis $= \zeta$, pro loco oculi habebimus

$$O = \frac{\zeta}{Mm} = \frac{\zeta(m+\sqrt{m})}{im} = \frac{\zeta(1+\sqrt{m})}{i\sqrt{m}}$$

vnde si multiplicatio fuerit praemagna erit $O = \frac{\zeta}{i}$.

Coroll. 2.

366. Semidiametri aperturae singularum lentium ita definientur:

Pro Ima $= x$; IIda $= \frac{x}{B}$;

IIItia $= \frac{t}{\sqrt{m}} \cdot \frac{r}{p} \pm \frac{x(1+i)}{2i\sqrt{m}}$

IVta $= 0\,\frac{s}{p} \pm \frac{x}{\sqrt{m}}$

Vta $= \frac{t}{q} \pm \frac{1}{im} \cdot x$

VIta $= \frac{u}{q} \pm \frac{2}{im} \cdot x$

VIIta $= \frac{v}{q} \pm \frac{3}{im}\, x.$

Coroll. 3.

367. Circa diaphragmata eadem eſt ratio, vt in problemate praecedente: ſcilicet pro diaphragmate in loco prioris imaginis collocando debet eſſe radius foraminis $= \frac{sBC}{m+\nu\sqrt{m}} \cdot \frac{\alpha}{4}$; pro altero autem diaphragmate $= \frac{sBCD}{m+\nu\sqrt{m}} \cdot \frac{\alpha}{4}$ vnde patet, haec foramina eo maiora fieri debere, quo magis campus amplificetur.

Scholion.

368. Hoc igitur problemate totum huncce de teleſcopiis tractatum finimus, quoniam cuncta praecepta pro illorum conſtructione ſatis ſunt expoſita, neque hic conſtructiones generales commode exhiberi queant, propterea quod hic non ſolum quantitates duplicis generis, vt ante, vbi ſcilicet vel numeri abſoluti vel per multiplicationem *m* diuiſi occurrebant, ſed triplicis adeo generis ſcilicet praeter numeros abſolutos quantitates primo per $\sqrt{m}$, vel etiam per *m* diuiſae in computum ſunt ducendae, ita, vt ex comparatione duorum caſuum nulla concluſio generalis colligi queat. Nihil igitur aliud hic reſtat, niſi vt pro qualibet multiplicatione, quam quis poſtulat, atque etiam pro quantitate campi, ſeu valore numeri *i* calculus ab initio inſtituatur, quem pro quouis caſu oblato ſuſcepiſſe ob rei dignitatem ſine dubio operae erit pretium: In quo quidem negotio etiam littera ϑ, quae arbitrio noſtro hactenus eſt permiſſa, determinari debet,

debet, quam commode vnitati aequalem vel maiorem assumere licet. Videtur autem aptissime poni posse $\vartheta = 2$; vnde posteriora instrumenti interualla non nimis augentur, simul vero valor pro λ notabiliter minor prodit, quam si esset $\vartheta = 1$. Quo autem totus iste calculus facilius suscipi et absolui queat; aliquot exempla hic subiungamus.

Exemplum I.

369. Si $m = 49$, vt sit $\sqrt{m} = 7$ et pro campo apparente $i = 2$, ita, vt telescopium ex sex lentibus sit componendum et sumatur praeterea $\vartheta = 2$. Primo colligantur litterae P, Q etc. vt sequitur

$$P = \tfrac{50}{51};\quad PQ = \tfrac{28}{3};\quad k = \tfrac{3}{4};\quad k' = 14;\quad T = \tfrac{1}{2};$$

$$\text{Log.}\,\tfrac{1}{P} = 0,0086002;\quad \text{Log.}\,\tfrac{1}{PQ} = 9.0299632;$$
$$\text{Log.}\,\tfrac{1}{PQk} = 9.1549019;\quad \text{Log.}\,\tfrac{1}{PQkk'} = 8.0087738;$$
$$\text{Log.}\,\tfrac{1}{PQkk'T} = 8.3098038.$$

$\mathfrak{B} = \frac{5}{7}$; l.$\mathfrak{B} = 9,8538719$	$B = \frac{5}{2}$; l.$B = 0,3979399$
$\mathfrak{C} = -\frac{25}{24}$; l.$\mathfrak{C} = 0,0177287(-)$	$C = -\frac{25}{49}$; l.$C = 9,7077438(-)$
$\mathfrak{D} = \frac{2}{3}$; l.$\mathfrak{D} = 9,8239086$	$D = 2$; l.$D = 0,3010300$
$\mathfrak{E} = \frac{15}{4}$; l.$\mathfrak{E} = 0,5740313$	$E = -\frac{15}{11}$; l.$E = 0,1346984(-)$

ex his logarithmis formantur sequentes:

l.$BC = 0,1056837(-)$; l.$BCD = 0,4067137(-)$;
l.$BCDE = 0,5414121(+)$ l.$B\mathfrak{B} = 0,2518118(+)$
l.$C\mathfrak{C} = 9,7254725(+)$; l.$D\mathfrak{D} = 0,1249386(+)$
l.$E\mathfrak{E} = 0,7087297(-)$.

Hoc

Hoc quasi primo labore confecto colligamus nostra elementa, quae ita se habebunt:

$b = -1,02\,a$	$\beta = -2,55.\,a$	$q = -0,72857.\,a$ $\text{Log.}\,q = 9,8624713(-)$
$c = +0,26785\,a$	$\gamma = -0,13666.\,a$	$r = -0,27901.\,a$ $\text{Log.}\,r = 9,4456318(-)$
$d = -0,18221\,a$	$\delta = -0,36443\,a$	$s = -0,12148.\,a$ $\text{Log.}\,s = 9,0844942(-)$
$e = -0,02603\,a$	$\varepsilon = 0,03549.\,a$	$t = -0,09762\,a$ $\text{Log.}\,t = 8,9895188(-)$
$f = -0,07099\,a$		$u = -0,07099.\,a$

Pro oculo autem erit $O = \frac{4u}{7} = -0,04057.\,a$

III. Hinc iam lentium interualla cognoscuntur:

1°. $a + b = -0,02000.\,a$
2°. $\beta + c = -2,28215.\,a$
3°. $\gamma + d = -0,31887.\,a$
4°. $\delta + e = -0,39046.\,a$
5°. $\varepsilon + f = -0,03550.\,a$
6°. $O = -0,04057.\,a$

Tota longitudo $= -3,08755.\,a$

Deinde etiam diaphragmata ita definiuntur:

Prius post lentem tertiam ad distantiam

$\gamma = -0,13666.\,a$ ponitur,

Eius semidiameter foraminis $= 0,0569.\,a$

Poste-

Poſterius ponitur poſt quartam lentem ad diſtantian
$\delta = -0,36443.a$

Eius ſemidiameter foraminis $= 0,1138.a$

Porro vero ſemidiameter campi apparentis erit $30\frac{2}{3}$ min.

IV. Nunc ſingulas lentes examinari conueniet, quarum non ſolum conſtructio, ſed etiam momentum confuſionis, quod quaelibet ad valorem λ confert; eſt definiendum, vbi quidem prima lens vltimo loco, poſtquam ſcilicet valor λ fuerit inuentus, tractari debebit. Quoniam igitur ſequentes lentes omnes ex vitro coronario fieri ſumuntur, valores eo pertinentes erunt:

$\nu = 0,2196$; Log. $\nu = 9.3416323$
$\sigma = 1,6601$
$\varrho = 0,2267$

$\sigma - \varrho = 1,4334$; Log. $\sigma - \varrho = 0,1563674$
$\tau = 0,9252$;

Nunc igitur ſingulas lentes poſt primam ordine percurramus:

Pro lente ſecunda

$$1^{\circ}.\ \text{radius} \begin{cases} \text{anter.} & \dfrac{q}{\sigma - \mathfrak{B}(\sigma - \varrho) + \tau\sqrt{(\lambda' - 1)}} \\ \text{poſter.} & \dfrac{q}{\varrho + \mathfrak{B}(\sigma - \varrho) - \tau\sqrt{(\lambda' - 1)}} \end{cases}$$

quae formulae ex ſuperioribus facile eliciuntur. Hic vero eſt $\lambda' = 1$ et calculus ita inſtituatur

$l(\sigma-\varrho) = 0,1563674$	$\sigma = 1,6601$
$L.\mathfrak{B} = 9,8538719$	subtr. $1,0239$
$0,0102393$	$0,6362$ den. rad. ant.
	$\varrho = 0,2267$
$\mathfrak{B}(\sigma-\varrho) = 1,02386$	add. $1,0239$
	$1,2506$ den. rad. post.

$\log. q = 9,8624713\ (-)$	$9,8624713\ (-)$
$\log. den. = 9,8035937$	$0,0971184$
$0,0588776\ (-)$	$9,7653529\ (-)$
rad. anter. $= -1,14519.\alpha$	rad. post. $= -0,58257.\alpha$

2°. Semidiameter aperturae requiritur
$= \frac{51}{50}x = \frac{51}{50}\cdot\frac{m}{50}$ dig.

3°. Calculus pro momento confusionis:

$l.\frac{1}{p} = 0,0086002$	$l.\lambda' = 0,0000000$	$l.\nu = 9,3416323$
	$l.\mathfrak{B}' = 9,5616157$	$l.B\mathfrak{B} = 0,2518118$
	$0,4383843$	$9,0898205$
adde log. coëffic. =	$0,0086002$	$0,0086002$
	$0,4469845$	$9,0984207$

Ergo pars prior $= 2,79888$
posterior $= 0,12543$

Momentum confusionis $= 2,92431$

Pro lente tertia

1°. radius ant. $= \frac{r}{\sigma - \mathfrak{C}(\sigma-\varrho) + \tau\surd(\lambda''-1)}$

. . . poster. $= \frac{r}{\varrho + \mathfrak{C}(\sigma-\varrho) - \tau\surd(\lambda''-1)}$

vbi

vbi notetur, esse $\lambda'' = 1$.

$l.\ \sigma - \varrho = 0,1563674$	$\sigma = 1,6601$	$\varrho = 0,2267$
$l. - \mathfrak{C} = 0,0177287$	$+ 1,4931$	$- 1,4931$
$0,1740961$	$3,1532$	$- 1,2664$
$\mathfrak{C}(\sigma - \varrho) = - 1,49313$	denom. anter.	denom. poster.

$Log.\ r = 9,4456318\ (-)$	$9,4456318\ (-)$
$log.\ den. = 0,4987515\ (+)$	$0,1025709\ (-)$
$8,9468803\ (-)$	$9,3430609\ (+)$

Ergo

radius anter. $= - 0,08848.\ \alpha$;

radius poster. $= + 0,22032.\ \alpha$.

2°. Semidiameter aperturae requisita $= \frac{2}{7}.\ \frac{r}{4} + \frac{3}{28}.\ x$. siue $= 0,02\ \alpha + \frac{3}{28}\ x$. quam aperturam haec lens vtique sustinere potest.

3°. Calculus pro momento confusionis:

$l.\ \mathfrak{A} = 9,0299632$	$l.\ \lambda'' = 0,0000000$	$l.\ \nu = 9,3416323$
$2\ l.\ \mathfrak{B} = 1,1938197$	$3\ l.\ \mathfrak{C} = 0,0531861\ (-)$	$l.\ \mathfrak{C}\mathfrak{C} = 9,7254725$
$7,8361435$	$9,9468139$	$9,6161598$
	$7,8361435$	$7,8361435$
	$7,7829574\ (-)$	$7,4523033$

Ergo pars prior $+ 0,00606$

poster. $- 0,00283$

Momentum confus. $= 0,00323$

Pro lente quarta

1°. radius anter. $= \frac{s}{\sigma - \mathfrak{D}(\sigma-\varrho) + \tau\surd(\lambda'''-1)}$

poster. $= \frac{s}{\varrho + \mathfrak{D}(\sigma-\varrho) - \tau\surd(\lambda'''-1)}$

vbi iterum sumatur $\lambda''' = 1$.

$l.\sigma-\varrho = 0,1563674$	$\sigma = 1,6601$	$\varrho = 0,2267$
$l.\mathfrak{D} = 9,8239086$	$0,9556$	$0,9556$
$l.\mathfrak{D}(\sigma-\varrho) = 9,9802760$	$0,7045$	$1,1823$
$\mathfrak{D}(\sigma-\varrho) = 0,95560$	denom. anter.	denom. poster.

log. $s = 9,0844942\ (-)$;	$9,0844942\ (-)$
log. den. $= 9,8478810$	$0,0727277$
$9,2366132\ (-)$	$9,0117665\ (-)$

radius anter. $= -0,17243\ \alpha$;

radius poster. $= -0,10273.\ \alpha$;

2°. Semidiameter aperturae requisitus $= \frac{1}{7}.\ x$. quam aperturam lens commode sustinebit, si enim minor radius lentis secundae, qui est $0,58257.\ \alpha$, sustinet aperturam x; hic radius minor, qui est $0,10273.\alpha$, commode sustinebit aperturam $\frac{1}{7}\ x$.

3°. Calculus pro momento confusionis:

$l.\frac{1}{PQR} = 9,1549019$	$l.\lambda''' = 0,0000000$	$l.\ \nu = 9,3416323$
$3l.BC = 0,3170511(-)$	$3l.\mathfrak{D} = 9,4717258$	$l.\mathfrak{D}D = 0,1249386$
$8,8378508$	$0,5282742$	$9,2166937$
	$8,8378508$	$8,8378508$
	$9,3661250$	$8,0545445$

Ergo

Ergo pars prior 0, 23234
posier. 0, 01133

Mom. confuf. $= 0, 24367$

Pro lente quinta

1°. Quia haec lens vtrinque debet esse aeque convexa, ob eius distantiam focalem $t = -0, 09762. \alpha$ erit radius vtriusque faciei $= 1,06. t = -0, 10348. \alpha$ nunc vero erit $\lambda'''' = 1 + 0, 60006 (2 \mathfrak{E} - 1)^2$ at est $2 \mathfrak{E} - 1 = 6, 5$; ergo

$$\log (2 \mathfrak{E} - 1) = 0, 8129134; \text{ et}$$
$$\log. (2 \mathfrak{E} - 1)^2 = 1, 6258268$$
$$\log. 0, 60006 = 9, 7781947$$
$$\overline{1, 4040215}$$

adeoque $\lambda'''' = 26, 352.$

2°. Semidiameter aperturae hic per hypothesin est $\frac{1}{4} t. = -0, 02440. \alpha$; altera enim pars $\frac{1}{51} x$, quam haec lens facillime patitur.

3°. Calculus pro momento confusionis:

$l. \frac{1}{P.Qkk'} = 8,0087138$	$l. \lambda'''' = 1,4208136$	$l. \nu = 9,3416323$
$3 l BCD = 1,2201411$	$3 l. \mathfrak{E} = 1,7220939$	$l. E\mathfrak{E} = 0,7087297$
6,7886327	9,6987197	8,6329026
	6,7886327	6,7886327
	6,4873524	5,4215353

 Ergo

Ergo pars prior 0, 00031
posser. — 0, 00002

Momentum confus. $= 0,00029$

Pro lente sexta

1°. Quia per hypothesin haec lens vtrinque debet esse aeque conuexa, ob eius distantiam focalem

$u = -0,07099.\alpha$, erit

radius vtriusque faciei $= 1,06.u = -0,07525.\alpha$ tum vero erit $\lambda'''' = 1,60006$.

2°. Semidiameter aperturae $= \frac{1}{4}u = -0,01775.\alpha$

3°. Calculus pro momento confusionis:

l. $\frac{1}{PQkk'T} = 8,3098038$	l. λ''''' 0, 2041363
3.l. BCDE $= 1,6242363$	6, 6855675
6, 6855675	6, 8897038

Ergo momentum confus. $= 0,00077$.

His inuentis, colligantur omnia momenta confusionis in vnam summam, quae erit 3,17227. Nunc autem duo casus sunt considerandi, prout primam lentem concauam vel ex vitro coronario vel ex chrystallino parare voluerimus, quos seorsim euolui oportet.

I. Pro prima lente concaua ex vitro coronario paranda.

Pro hac ergo lente erit

$\lambda = 3,17227$ vnde $\lambda - 1 = 2,17227$;

hinc-

hincque fiat sequens calculus.

$$\begin{array}{r|c} \text{Log.}\,(\lambda-1) = 0,3369138 & \\ \hline \text{Log.}\,\sqrt{(\lambda-1)} = 0,1684569 & \text{ergo} \\ \text{Log}\;\tau = 9,9662356 & \tau\sqrt{(\lambda-1)} = 1,3636 \\ \hline 0,1346925 & \end{array}$$

Nunc cum sit pro hac lente

rad. anter. $= \frac{\alpha}{\sigma-\tau\sqrt{\lambda-1}}$; rad. poster. $= \frac{\alpha}{\varrho+\tau\sqrt{\lambda-1}}$

calculus ita se habebit:

$$\begin{array}{rr} \sigma = 1,6601; & \varrho = 0,2267 \\ \tau\sqrt{(\lambda-1)} = 1,3636 & 1,3636 \\ \hline 0,2965 & 1,5903 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|r} \text{l. } 0,2965 = 9,4720247 & \text{l. } 1,5903 = 0,2014791 \\ \hline \text{compl.} = 0,5279753 & \text{compl.} = 9,7985208 \end{array}$$

sicque prodit

radius anter. $= 3,37268.\alpha$; poster. $= 0,62881.\alpha$

semidiametro aperturae existente $x = \frac{m}{50}$ dig. $= 1$ dig.

II. Pro prima lente concaua ex vitro chryſtallino paranda.

Pro hac igitur lente erit $\lambda = \frac{9875}{8724}.3,17227$ seu $\lambda = 3,59080$; et quia pro vitro chrystallino est

$$\varrho = 0,1414;\; \sigma = 1,5827;\; \tau = 0,8775;$$

calculus ita se habebit.

Log.

$\text{Log.}\,(\lambda-1) = 0,4134339$	
$\text{Log.}\,\sqrt{(\lambda-1)} = 0,2067169$	ergo
$\text{Log.}\,\tau = 9,9432471$	$\tau\sqrt{(\lambda-1)} = 1,41242$
$0,1499640$	

$\sigma = 1,5827$;	$\varrho = 0,1414$
subtr. $1,4124$	add. $1,4124$
$0,1703$	$1,5538$
log. $9,2312146$	log. $0,1913951$
compl. $0,7687853$	compl. $9,8086048$

ſicque prodit

rad. anter. $= 5,87199.\,\alpha$; rad. poſt. $= 0,64358.\,\alpha$ ſemidiametro aperturae exiſtente $x = \frac{m}{50} = 1$ dig.

VI. Quia binae priores lentes coniunctim lentem obiectiuam conſtituunt, cuius ſemidiameter aperturae $= 1$ dig.; ſtatuatur earum minimus radius, qui eſt $-0,58257.\,\alpha > 4$ dig. hincque concludetur, ſumi debere $-\alpha > \frac{4}{0,58257}$ dig. hoc eſt $-\alpha > 7$ dig. vel ſaltim non minus, ita, vt, ſi optimus ſucceſſus ſperari poſſet, accipere liceret $-\alpha = 7$ dig. Sin autem aberratio quaedam ſit pertimeſcenda, tantum opus erit menſuram vnius digiti augere. Commoditatis autem gratia ſumamus $\alpha = -10$ dig.; vnde ſequens prodit.

Con-

Constructio huius telescopii determinata, pro multiplicatione $m = 49$.

I. Pro lente obiectiua,

quatenus ex vitro coronario paratur.

$$\text{rad. fac.} \left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = -33,73 \text{ dig.} \\ \text{poster.} = -6,29 \text{ dig.} \end{array} \right\} \text{Crown Glass.}$$

(I) Pro lente obiectiua,

quatenus ex vitro chrystallino paratur.

$$\text{rad. fac.} \left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = -58,72 \text{ dig.} \\ \text{poster.} = -6,43 \text{ dig.} \end{array} \right\} \text{Flint Glass.}$$

cuius distantia focalis pro vtroque casu $= -10$ dig.
semidiameter aperturae $= 1$ dig.
Interuallum ad secundam $= 0,2 = \frac{1}{5}$ dig.

II. Pro lente secunda

$$\text{rad. fac.} \left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = 11,45 \text{ dig.} \\ \text{poster} = 5,82 \text{ dig.} \end{array} \right\} \text{Crown Glass.}$$

cuius distantia focalis $= 7,28$ dig.
semidiameter aperturae $= 1$ dig.
Interuallum ad tertiam $= 22,82$ dig.

III. Pro lente tertia

$$\text{rad. fac.} \left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = 0,884 \text{ dig.} \\ \text{poster.} = -2,20 \text{ dig.} \end{array} \right\} \text{Crown Glass.}$$

cuius distantia focalis $= 2,79$ dig.
semidiameter aperturae $= 0,3$ dig.
Interuallum ad quartam $= 3,19$ dig.

IV. Pro lente quarta

rad. fac. $\left\{ \begin{array}{l} \text{anter.} = 1,72 \text{ dig.} \\ \text{poster.} = 1,03 \text{ dig.} \end{array} \right\}$ Crown Glass.

cuius distantia focalis 1, 21 dig.
semidiameter aperturae $= \frac{1}{7}$ dig.
Interuallum ad quintam $= 3, 90$ dig.

V. Pro lente quinta

radius vtriusque faciei $= 1, 03$ dig. Crown Glass.
cuius distantia focalis est 0, 97 dig.
semidiameter aperturae $= \frac{1}{4}$ dig.
Interuallum ad sextam $= 0, 35$ dig.

VI. Pro lente sexta

radius faciei vtriusque $= 0, 75$ dig. Crown Glass.
cuius distantia focalis $= 0, 70$ dig.
semidiameter aperturae $= 0, 18 = \frac{1}{6}$ dig.
Distantia ad oculum vsque $= 0, 40$ dig.

Huius igitur telescopii longitudo tota fiet
$= 30, 87$ dig. $= 2\frac{1}{2}$ ped.
et semidiameter campi apparentis $= 30\frac{2}{3}$ min.

APPEN-

APPENDIX
DE
CONSTRVCTIONE TELESCOPIORVM CATOPTRICO-DIOPTRICORVM.

Mmm 2

APPENDIX
DE
TELESCOPIIS CATOPTRICO DIOPTRICIS.

CAPVT I.
DE
IMAGINIBVS PER SPECVLA SPHAERICA FORMATIS EARVMQVE DIFFVSIONE.

Problema I.

§. 1.

Si a puncto lucido in axe speculi constituto radii axi proximi in speculum incidant, inuenire locum imaginis.

 Solu-

Solutio.

Tab. I. Fig. 1. Sit PAP speculum sphaericum probe politum centro O radio $OA = f$ descriptum, cuius axis sit recta AOE, in cuius puncto E constitutum sit punctum lucidum et ponatur eius distantia $EA = a$, vnde radii in totam speculi superficiem incidant, e quibus autem eos tantum hic consideramus, qui axi sint proximi seu qui in puncta a medio puncto speculi A proxima incidant, talis igitur radius incidens sit EA et ad punctum a ex centro O ducatur radius $Oa = f$ qui cum in speculum sit normalis, erit EaO angulus incidentiae, cui ab altera parte rectae Oa capiatur angulus aequalis OaF, eritque recta aF radius reflexus cum axe occurrens in puncto F, in quo puncto adeo omnes radii axi proximi e puncto E emissi concurrent, siquidem etiam radius EA secundum ipsum axem emissus in punctum F reflectitur, ita, vt punctum F sit imago puncti lucidi E per reflexionem formata, et cum a radiis axi proximis formetur, in hoc puncto erit imago principalis, vti eam in tractatu de lentibus vocauimus. Ad locum igitur istius puncti F inueniendum consideretur triangulum EaF, cuius angulus EaF bisectus est recta Oa, vnde notum theorema Geometricum praebet hanc proportionem $Ea : EO = Fa : FO$ deinde quia in triangulo EaO anguli ad E et ad a sunt infinite parui in triangulo autem OaF anguli ad O et a; erit $Ea = EO + f$; et $Fa = f - OF$. vnde

vnde illa proportio abit in hanc

$$EO + f : EO = f - OF : OF$$

et componendo

$$2EO + f : EO = f : OF$$

Cum iam sit $EO = EA - AO = a - f$ fiet

$$2a - f : a - f = f : OF$$

hincque $OF = \frac{(a-f)f}{2a-f}$

sicque locus puncti F innotescit, cuius distantia a puncto A erit $AF = f - FO = \frac{af}{2a-f}$. q. e. i.

Coroll. 1.

§. 2. Ex data ergo distantia puncti lucidi E a speculo $EA = a$, inuenimus distantiam imaginis principalis super axe AF, quam cum in lentibus littera α designauerimus, etiam hic eadem littera vtamur, ita, vt sit $\alpha = \frac{af}{2a-f}$.

Coroll. 2.

§. 3. Speculum hic tanquam concauum spectauimus, cuius radius esset $AO = f$. vnde valores positiui huius litterae f specula concaua; valores vero negatiui specula conuexa denotabunt. Tum vero etiam distantia α, quatenus valorem habet positiuum, distantiam imaginis ante speculum indicabit; sin autem prodeat negatiua, id indicio erit imaginem post specu-

ſpeculum cadere eamque fore fictam, cum praeſens ſit realis. Hinc autem intelligitur, imaginem fore realem, ſi fuerit $a > \frac{1}{2}f$, ſiquidem ſit $f > 0$; ſin autem ſit $f < 0$ ſeu ſpeculum conuexum; tum imago ſemper poſt ſpeculum cadet, eritque ficta, non realis.

Coroll. 3.

§. 4. Si puncti lucidi diſtantia $AE = a$ fuerit infinita; tum diſtantia imaginis principalis a ſpeculo erit $AF = \frac{1}{2}f$ ita, vt haec diſtantia $AF = \frac{1}{2}f$ pro diſtantia focali ſpeculi ſit habenda hinc ſi ſpeculi diſtantiam focalem ponamus $= p$, erit radius ſpeculi $f = 2p$. Tum vero in genere diſtantiae a et α ita a ſe inuicem pendebunt, vt ſit $\alpha = \frac{ap}{a-p}$ hincque $p = \frac{a\alpha}{a+\alpha}$ et $\frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}$ prorſus vti in lentibus vſu venire ſupra vidimus.

Scholion.

§. 5. Hic notatu inprimis dignum occurrit, quod tres iſtae diſtantiae a, α et p eodem prorſus modo a ſe inuicem pendent, vti in lentibus; ex quo euidens eſt ratione calculi ſpecula perinde tractari poſſe ac lentes, quae calculi conuenientia adhuc in ſequentibus magis illuſtrabitur. Hic tantum notaſſe iuuabit, lentibus conuexis reſpondere ſpecula concaua; vti enim lentibus conuexis diſtantias focales poſitiuas tribuimus, quippe quarum foci ſunt reales, ita etiam ſpecula concaua realem habent focum ibique aeque vi vrendi pollent

pollent atque lentes conuexae in suis focis; discrimen tamen in eo situm est, quod in speculis concauis focus ante ea cadat, cum in lentibus conuexis post eas formetur atque simili modo specula conuexa ad lentes concauas referentur dum in vtrisque focus tantum fictus datur, in quo scilicet radii non reuera congregentur. Quando ergo de speculis sermo erit, distantia focalis positiua semper speculum concauum; distantia vero focalis negatiua speculum conuexum indicabit, ac si distantia focalis euadat infinita, speculum erit planum, simili modo, quo lens distantiam focalem habens infinitam est plano plana. Praeterea vero etiam obseruasse iuuabit, si vti in Dioptrica fecimus, statuamus $\alpha = \mathrm{A}a$ et $\mathfrak{A} = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{A}+1}$, tum etiam fore $p = \mathfrak{A}a$.

Problema 2.

§. 6. Si non amplius lucidum punctum E sed obiectum E ε axi speculi perpendiculariter insistat eius imaginem, quae in puncto F situ inuerso repraesentabitur, definire.

Solutio.

Ponatur iterum distantia huius obiecti a speculo $\mathrm{EA} = a$, sitque eius magnitudo $\mathrm{E}\varepsilon = \zeta$, quippe qua denominatione supra de lentibus sumus vsi, ita, vt ζ semper sit quantitas valde parua respectu distantiae $\mathrm{EA} = a$, seu angulus $\mathrm{EA}\varepsilon$ quasi infinite paruus. Deinde sit vt ante radius speculi $\mathrm{OA} = f$, eius di- Tab. I. Fig 2.

 stantia

ſtantia focalis $= p$, ita, vt ſit $f = 2p$, et diſtantia imaginis principalis a ſpeculo $AF = \alpha$ ita, vt ſit $\alpha = \frac{ap}{a-p}$. His poſitis facile intelligitur, imaginem quaeſitam in punctum F incidere atque ad contrariam partem axis fore directam; ducta enim recta εA referet radium incidentem, cui conuenit radius reflexus $A\zeta$, qui ergo per imaginis extremitatem tranſire debebit; vnde ſi in puncto F normaliter ad axem ducatur recta $F\zeta$, ad radium reflexum $A\zeta$ terminata, haec recta $F\zeta$ imaginem principalem obiecti exhibebit, cuius ergo magnitudo ex ſimilitudine triangulorum $AE\varepsilon$ et $AF\zeta$ ita definietur, vt ſit

$$F\zeta = \frac{AF.E\varepsilon}{AE} = \frac{\alpha.\zeta}{a}$$

quod idem etiam hoc modo oſtendi poteſt. Ex puncto ε per centrum ſpeculi O ducatur etiam radius incidens $\varepsilon O \alpha$, qui cum ſit normalis, eius reflexus in ipſum cadet tranſibitque etiam per punctum ζ vnde ſimilitudo $\triangle$lorum $OE\varepsilon$ et $OF\zeta$ dabit $F\zeta = \frac{OF.E\varepsilon}{OE}$. Eſt vero $OF = f - \alpha$, et $OE = a - f$ ex quo fit $F\zeta = \frac{(f-\alpha)\zeta}{a-f}$. Cum ex ſuperiori problemate ſit

$$\alpha = \frac{af}{2a-f} \text{ hincque } f = \frac{2a\alpha}{a+\alpha} \text{ erit}$$

$$f - \alpha = \frac{(a-\alpha)\alpha}{a+\alpha} \text{ et } a - f = \frac{(a-\alpha)a}{a+\alpha};$$

hincque ſubſtitutis his valoribus, fiet $F\zeta = \frac{\alpha\zeta}{a}$, prorſus, vt ante quo ipſo confirmatur rectam $F\zeta$ axi recte normalem eſſe ductam.

Coroll.

Coroll. 1.

§. 7. Hic ergo etiam magnitudo imaginis principalis eodem plane modo ex obiecti magnitudine determinatur, quo in Dioptrica id fieri supra ostendimus vnde si vt ibi fecimus statuamus $\alpha = A\,a$, habebimus etiam hic $F\,\zeta = A\,\zeta$.

Coroll. 2.

§. 8. Quia nostra figura telescopium concauum refert, eius analogia cum lentibus conuexis etiam hic manifesto cernitur, quemadmodum enim lentes conuexae imagines inuersas post se repraesentant, ita specula concaua imagines itidem inuersas ante se referunt; iam enim obseruauimus, quae post lentes contingunt, cum iis comparari debere, quae ante specula contingunt.

Problema 3.

§. 9. Si a puncto lucido E in axe speculi sito radii incidant in extremitatem speculi P, eorum cum axe concursum in puncto ζ inuestigare, indeque spatium diffusionis determinare. Tab. I. Fig. 3.

Solutio.

Sit iterum distantia $E\,A = a$, radius speculi $O\,A = O\,P = f = 2\,p$, denotante p distantiam speculi focalem. Iam tantum sit speculum, vt sit angulus $A\,O\,P = \omega$ et cum perpendiculum $P\,X$ denotet semidiamidiametrum aperturae speculi, sit haec linea $PX = x$ eritque $x = f.$ sin. ω. Demisso iam ex puncto lucido E in radium PO productum perpendiculo ER ob $EO = a - f$ et angulum $EOR = \omega$ erit

$$ER = (a-f) \text{ fin. } \omega \text{ et } OR = (a-f) \text{ cof. } \omega$$
$$\text{hincque } PR = f + (a-f) \text{ cof. } \omega;$$

vnde inuenitur

$$EP = \sqrt{(PR^2 + ER^2)}$$
$$= \sqrt{(a^2 - 2af + 2f^2 + 2f(a-f) \text{ cof. } \omega)}$$

quae breuitatis gratia sit $= v$: atque hinc erit anguli incidentiae EPO, ideoque etiam anguli reflexionis

$$OPf \text{ finus } = \frac{ER}{EP} = \frac{(a-f) \text{ fin. } \omega}{v}$$

$$\text{et cofinus } = \frac{f + (a-f) \text{ cof. } \omega}{v}.$$

Cum iam in $\triangle$lo OPf detur angulus OPf vna cum angulo $POf = \omega$ et latere $OP = f$; si vocetur angulus $AfP = \psi$ ob $\psi = \omega + OPf$ erit

$$\text{fin. } \psi = \frac{f \text{ fin. } \omega + 2(a-f) \text{ fin. } \omega \text{ cof. } \omega}{v}$$

atque hinc ex natura trianguli erit

$$\text{fin. } \psi : OP = \text{fin. } OPf : Of,$$

ex qua analogia colligitur

$$Of = \frac{f(a-f)}{f + 2(a-f) \text{ cof. } \omega}$$

hinc-

hincque interuallum

$$A f = \frac{f^2 + f(a-f)(2\cos.\omega - 1)}{f + 2(a-f)\cos.\omega}$$

haecque est solutio generalis nostri problematis.

Cum autem in praxi angulus A O P nunquam tantus assumatur, vt non liceat potestates anguli ω quadratica altiores negligere, expressio inuenta commode ad formam simpliciorem sequenti modo reducetur. Cum sit

$$\cos.\omega = \sqrt{(1 - \sin\omega^2)} = 1 - \tfrac{1}{2}\sin.\omega^2.$$

$$\text{ob } \sin.\omega = \frac{x}{f} \text{ erit } \cos.\omega = 1 - \frac{x^2}{2f^2}.$$

hincque ille denominator

$$f + 2(a-f)\cos.\omega \text{ fiet } = 2a - f - \frac{(a-f)x^2}{f^2},$$

ex quo pariter proxime erit

$$\frac{1}{f + 2(a-f)\cos.\omega} = \frac{1}{2a - f - \frac{(a-f)x^2}{f^2}}$$

$$= \frac{1}{2a-f} + \frac{(a-f)x^2}{f^2(2a-f)^2}.$$

Vnde interuallum modo inuentum fit

$$O f = \frac{f(a-f)}{2a-f} + \frac{(a-f)^2 x^2}{f(2a-f)^2}$$

atque hinc interuallum quod potissimum quaerimus,

$$A f = \frac{af}{2a-f} - \frac{(a-f)^2 x^2}{f(2a-f)^2}.$$

Quare cum ante locum imaginis principalis F ita inuenissemus, vt esset

$$A F = \frac{af}{2a-f}$$

nunc innotefcit, fpatium diffufionis

$$Ff = \frac{(a-f)^2.x^2}{f(2a-f)^2}.$$

Praeterea cum etiam plurimum interfit angulum ψ noffe, quo radii reflexi Pf ad axem inclinantur, ex formula fupra inuenta colligemus itidem proxime $\psi = \frac{(2a-f)x}{af}$. Quoniam enim poteftates ipfius x quadrato maiores negligimus, numerator ibi inuentus fit $\frac{(2a-f)x}{f}$ et in denominatore, vbi iam ipfum quadratum x^2 negligere licet, fit fimpliciter $= a$.

Coroll. I.

§. 10. Quo haec ad formulas pro lentibus datas accommodemus, vbi tantum binas diftantias a et α in computum induximus, ob

$$\alpha = \frac{af}{2a-f} \text{ habebimus } f = \frac{2a\alpha}{a+\alpha};$$

vnde fit

$$a-f = \frac{(a-\alpha)a}{a+\alpha} \text{ et } 2a-f = \frac{2a^2}{a+\alpha};$$

atque hinc fpatium diffufionis erit

$$Ff = \frac{(a+\alpha)(a-\alpha)^2.x^2}{4a^3.\alpha.}$$

quod ergo perinde ac in lentibus vfu venit quadrato femidiametri aperturae x^2 eft proportionale; quin etiam ipfum hoc fpatium Ff in eundem fenfum cadit, ac in lentibus.

Coroll. 2.

§. 11. Simili modo poterimus etiam angulum obliquitatis ψ per ſolas diſtantias a et α itemque x exprimere, prodibit enim $\psi = \frac{x}{\alpha}$. Hunc autem angulum ſupra in calculo circa lentes inſtituto ſollicite definiuimus.

Scholion.

§. 12. Cum quaeſtio eſſet de lentibus earumque apertura maxima, quam capere poſſent, ſumſimus x aequale parti quartae radii curuaturae; quodſi ergo hic idem inſtitutum ſequamur, et ſumamus $x = \frac{1}{4}f$ hinc reperietur angulus $\omega = 14^\circ\ 30'$. ita, vt totus arcus P A P infra 30° capi debeat. Quando autem hoc ſpeculum locum lentis obiectiuae ſuſtinet, eius apertura longe aliam determinationem poſtulat, quam ſcilicet ex menſura confuſionis definiri oportet, vnde huius ſpeculi apertura ad multo pauciores gradus reducetur, vti in ſequentibus docebitur. Nunc autem etiam opus eſt, vt oſtendamus, quemadmodum radii a noſtro ſpeculo reflexi et imaginem diffuſam formantes porro ab alio ſpeculo denuo reflectantur et qualem imaginis diffuſionem tum ſint producturi. Hunc in finem bina ſequentia lemmata perpendi conueniet.

Lemma I.

§. 13. Si diſtantia obiecti a ſpeculo E A $= a$. particula minima da vlterius a ſpeculo remoueatur; tum

tum imago principalis, cuius diſtantia a ſpeculo erat $AF = \alpha$ ad ſpeculum propius accedet particula $d\alpha$, ita, vt ſit $d\alpha = \frac{-\alpha^2 . da}{a^2}$.

Demonſtratio.

Cum enim ſit $\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} = \frac{2}{f}$ atque radius f idem maneat, vtcunque diſtantiae a et α inter ſe varientur; differentiatio dabit

$$\frac{da}{a^2} + \frac{d\alpha}{\alpha^2} = 0 \text{ vnde } d\alpha = -\frac{\alpha^2 da}{a^2}.$$

Lemma 2.

§. 14. Si radii in ſpeculum incidentes ad axem ſint inclinati angulo $= \Phi$, inuenire angulum ψ, ſub quo radii reflexi ad axem ſpeculi erunt inclinati.

Solutio.

Tab. I. Fig. 3. Sit igitur angulus $AEP = \Phi$, quo radii incidentes EP ad axem ſpeculi inclinantur eritque proxime $\Phi = \frac{x}{a}$; ideoque $x = a\Phi$. Tum vero vidimus, angulum, quo radii reflexi ad eundem axem inclinantur, fore $\psi = \frac{x}{\alpha}$; quocirca erit $\psi = \frac{a\Phi}{\alpha}$ ſeu erit $\Phi : \psi = \alpha : a$. ſeu reciproce vt diſtantiae a ſpeculo.

Problema 3.

§. 15. Si radii poſtquam a primo ſpeculo reflexi imaginem diffuſam formauerunt in aliud ſpeculum ſuper eodem axe conſtitutum incidant, determinar mare tam imaginem principalem, quam eius diffusionem, quam radii a secundo speculo reflexi exhibebunt.

Solutio.

Cum F ζ sit imago principalis a primo speculo formata, quam inuenimus F $\zeta = \frac{\alpha\zeta}{a}$, sit eius distantia a secundo speculo F B $= b$ atque ipsum hoc speculum ita sit comparatum, vt ab eius reflexione imago principalis formetur G η sitque distantia B G $= \beta$ atque vti iam vidimus reperietur G$\eta = \frac{\beta}{b}$. F$\zeta = \frac{\alpha\beta}{ab}$. ζ quae imago iterum erit erecta atque a radiis axi proximis formata. Nunc etiam consideremus in spatio diffusionis dato extremitatem f, vnde radii emissi cum axe faciant angulum $= \psi = \frac{x}{\alpha}$; verum antequam huius obliquitatis rationem habeamus, fingamus punctum f etiam radios axi proximos emittere et cum id a speculo B longius sit remotum, quam F, eius radii concurrent in puncto huic speculo propiore γ; ad quod inueniendum referet hic $db =$ Ff et $d\beta = -$ G γ; vnde colligitur G $\gamma = \frac{\beta^2}{b^2}$. F$f$. Quare si in f obiectum verum esset constitutum, eius imago principalis caderet in γ, quatenus autem ex f nulli alii radii emittuntur, nisi qui cum axe faciant angulum $= \psi$, ii denuo reflexi incident in axem in puncto g ipsi speculo B adhuc propiore, quam γ, ita, vt hic casus similis sit praecedenti problemati, quo punctum f respondet puncto E; punctum γ puncto

Tab. II. Fig. 4.

F et punctum g puncto f, hoc solo discrimine, vt quod ibi erat a et α hic sit b et β: licebit enim vtique hic pro distantia Bf sumere BF $= b$; et pro distantia Bγ sumere β; hinc ergo per formulam supra inuentam si loco x hic scribatur y, fiet.

$$\gamma g = \frac{(b+\beta)(b-\beta)^2 . y^2}{8 b^3 \beta}.$$

Quid autem nunc sit y, ex angulo ψ facillime definitur. Ducto enim radio fQ sub angulo BfQ $= \psi = \frac{x}{\alpha}$; erit y semidiameter aperturae huius speculi QBQ ideoque $y =$ B$f . \psi = \frac{bx}{\alpha}$; quo valore substituto prodit:

$$\gamma g = \frac{(b+\beta)(b-\beta)^2 . x^2}{8 \alpha^2 b \beta}.$$

Quocirca totum spatium diffusionis iam erit:

$$Gg = \frac{\beta^2}{b^2} . Ff + \gamma g; \text{ seu}$$

$$Gg = \frac{\beta^2}{b^2} . \frac{(a+\alpha)(a-\alpha)^2 . x^2}{8 a^3 . \alpha} + \frac{(b+\beta)(b-\beta)^2 x^2}{8 \alpha^2 b \beta}.$$

Nunc autem post secundam reflexionem angulus, sub quo radii extremi ad axem erunt inclinati, colligitur ex Lemmate $z = \frac{b\psi}{\beta} = \frac{b}{\alpha\beta} . x$.

Scholion I.

§. 16. Cum igitur speculum, ad quod referuntur binae distantiae a et α et cuius semidiameter aperturae est $= x$, gignat spatium diffusionis.

$$Ff = \frac{(a+\alpha)(a-\alpha)^2 . x^2}{8 a^3 . \alpha}$$

com-

comparemus hoc ſpatium cum eo, quod lens ſub ſi-milibus circumſtantiis producit, atque in primo libro vidimus, pro tali lente eſſe ſpatium diffuſionis §. 49.

$$Ff = \frac{n(4n-1)\alpha^2 x^2}{8(n-1)^2(n+2)}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{\alpha}\right)\left(\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{\alpha}\right)^2+\frac{4(n-1)^2}{(4n-1)a\alpha}\right)$$

quod quidem iam eſt minimum, quod a lente ad has diſtantias a et α relata cum apertura, cuius ſemidiameter eſt x, generari poteſt. Quo autem facilius hanc comparationem inſtituere valeamus, ponamus vtrinque diſtantiam obiecti a eſſe infinitam atque e ſpeculo naſcetur ſpatium diffuſionis $Ff = \frac{x^2}{8\alpha}$ quod autem a lente naſcitur, erit

$$Ff = \frac{n(4n-1)x^2}{8(n-1)^2(n+2)\alpha} \text{ vbi } n:1$$

denotat rationem refractionis et ſumto $n = 1,55$, hoc ſpatium inuentum eſt $Ff = 0,938191.\frac{x^2}{\alpha}$

Vnde patet, a ſpeculo multo minorem diffuſionem oriri, quam a lente, quandoquidem illa erit ad hanc, vt $\frac{1}{8}$: 0,938191; hoc eſt propemodum vt 1:7,505528 ſeu vt 1: $7\frac{1}{2}$ quae ergo proportio cum proprie in ſpeculis vel lentibus obiectiuis locum habeat, hinc praecipua cauſſa innoteſcit, cur ſpecula loco lentium obiectiuarum ſubſtituta multo breuiora teleſcopia ſuppeditauerint, quandoquidem ob minorem confuſionem diſtantiam focalem minorem accipere licet, ad quod accedit, quod in his teleſcopiis catoptricis radii in ſpeculum obiectiuum incidentes primo ad alterum ſpeculum reflectantur, vnde denuo per eandem viam revertuntur antequam per lentes oculares transeunt, ita, vt distantia amborum speculorum bis sit computanda, sicque longitudo instrumenti denuo fere ad semissem reducatur. Hoc ergo commodum specula praestarent, etiam sine vllo respectu ad eorum qualitatem habito, qua radii diuersorum colorum a reflexione non dispergantur, vti fit in refractione. Verum tamen hic etiam insigne speculorum incommodum non est reticendum, in eo consistens, quod speculum etiam maxime politum semper multo pauciores radios reflectat, quam per lentem eiusdem magnitudinis transmittuntur. Atque haec caussa est, quod telescopia catoptrica plerumque multo minorem claritatis gradum largiantur.

Scholion 2.

§. 17. Quemadmodum hoc postremum problema resoluimus, atque etiam diffusionem imaginis a secundo speculo natam definiuimus, ita eadem inuestigatio ad plura specula accommodari posset, nisi ipsa rei natura speculorum vsum ad binarium restringeret. Quamobrem coacti sumus radios a secundo speculo reflexos ad lentes vitreas dirigere, per quas demum ad oculum propagentur atque ob hanc ipsam rationem ipsum speculum obiectiuum circa medium perforatum esse debet, vt radiis a secundo speculo reflexis transitus per hoc foramen concedatur, vbi simul a lentibus excipiantur. Quare cum hactenus speculum

lum

lum obiectiuum tanquam integrum fimus contemplati, nunc fupereft, vt etiam foraminis, quo illud eft pertufum, in calculo rationem habeamus, vbi fimul erit disquirendum, quomodo fpeculum fecundum refpectu huius foraminis comparatum effe debeat, ne fcilicet nimiam radiorum copiam intercipiat ac tamen fufficiat omnibus radiis a primo fpeculo reflexis excipiendis; haecque ergo momenta in fequenti problemate accuratius perpendemus.

Problema 4.

§. 18. Si in telefcopio loco lentis obiectiuae adhibeatur fpeculum concauum $P\pi A\pi P$ in medio pertufum foramine $\pi A \pi$, cuius centrum fit in axe AB in quo ad diftantiam quafi infinitam obiectum feu punctum lucidum concipiatur, ex quo radii axi paralleli in iftud fpeculum $P\pi\pi P$ incidant indeque reflexi ad fpeculum minus fuper eodem axe normaliter pofitum QBQ dirigantur, vnde porro ad lentem vitream prope foramen $\pi\pi$ itidem fuper eodem axe normaliter fitam reflectantur; determinare imagines, per duplicem reflexionem formatas earumque diffufionem. Tab. III. Fig. 5.

Solutio.

Sit femidiameter totius fpeculi obiectiui $AP = x$ et femidiameter foraminis $A\pi = y$, radius vero curvaturae fpeculi $= f$; ideoque diftantia focalis $p = \frac{1}{2}f$ tum vero fpeculi minoris QBQ fit diftantia focalis

 $= q$

$= q$ et diſtantia horum ſpeculorum $AB = k$. His poſitis cum obiectum in axe AB ad diſtantiam infinitam remotum concipiatur radii inde axi paralleli ad ſpeculum obiectiuum PP peruenient, qui ergo vt totam eius ſuperficiem reflectentem $P\pi$ quaquaverſus adimpleant, ſpeculum QBQ maius eſſe non debet, quam foramen $\pi\pi$ neque etiam id minus eſſe conveniet, quia alioquin radii ab obiecto directe in foramen lentemque ibi ſitam ingrederentur et repraeſentationem inquinarent, ex quo intelligitur, ſemidiametrum aperturae huius ſpeculi minoris eſſe debere $BQ = y$ vel ſaltem eo non multo maiorem. Quoniam igitur hic diſtantia obiecti, quae ſupra poſita eſt $= a$, noſtro caſu eſt infinita, ſi radii axi proximi in ſpeculum incidere poſſent, iis formaretur imago principalis in F ita, vt eſſet diſtantia $AF = \alpha = p$. Quia autem radii axi proximi excluduntur, nulla imago principalis formabitur. Prima ergo imago a radiis circa oram foraminis reflexis formabitur in Φ, ita, vt ſit interuallum $F\Phi = \frac{y^2}{8\alpha}$, quia hic eſt y, quod ſupra erat x et diſtantia obiecti $a = \infty$. Imago autem extrema a radiis circa oram ſpeculi Pp reflexis formetur in puncto f eritque interuallum $Ff = \frac{x^2}{8\alpha}$; quare cum ipſa imago principalis hic deſit, totum ſpatium diffuſionis hic tantum erit $\Phi f = \frac{x^2 - y^2}{8\alpha}$. Interim tamen haec puncta F, Φ, f inter ſe tam erunt propinqua, vt in calculo pro eodem haberi

queant.

queant. Cum ergo omnes radii a speculo maiore reflexi per punctum F transire sint censendi, vt in speculum Q B Q incidant eius semidiameter B Q tantus esse debet, vt sit:

$$A F : A P = B F : B Q \text{ vnde fit } B Q = \frac{k-\alpha}{\alpha} . x$$

qui cum ipsi y debeat esse aequalis, habebimus,

$$y = \frac{k-\alpha}{\alpha} . x . \text{ hincque } k = \frac{\alpha(y+x)}{x} .$$

Sin autem minus speculum intra A et F esset constitutum; reperiretur:

$$B Q = \frac{\alpha-k}{\alpha} x = y ; \text{ hincque } k = \frac{\alpha(x-y)}{x} ,$$

quae vero expressio in superiori contenta est censenda, propterea quod radium foraminis y tam positiue, quam negatiue capere licet. Cum igitur nunc primae imaginis F distantia a speculo secundo sit $k - \alpha = \frac{\alpha y}{x}$ quam supra vocauimus $= b$. ita, vt sit $b = \frac{\alpha y}{x}$, secunda imago a speculo Q B Q reflexa cadet in punctum G, ita, vt sit $B G = \beta = \frac{bq}{b-q}$; ita, vt radii a speculo Q B Q reflexi omnes per punctum hoc G transire sint censendi, siquidem hic animum a diffusione imaginis abstrahimus. Nunc igitur insuper efficiendum est, vt isti radii omnes in ipsum foramen π A π ingrediantur, id quod cum sit $B Q = A \pi$ eueniet, si modo punctum G propius versus A cadat, quam versus B. seu debebit esse $\beta > \frac{1}{2} k$. Inuenimus vero

$\beta =$

$$\beta = \frac{bq}{b-q} = \frac{\alpha yq}{\alpha y - qx} \text{ et } k = \frac{\alpha(y+x)}{x},$$

ita vt nunc esse debeat

$$\frac{\alpha yq}{\alpha y - qx} > \frac{\alpha(y+x)}{2x} \text{ vnde oritur } q > \frac{\alpha y(x+y)}{x(3y+x)}$$

ex qua ergo formula distantia focalis speculi minoris definiri poterit, quae ergo determinabitur per semidiametros foraminis et ipsius speculi maioris vna cum focali distantia speculi maioris $p = \alpha$ sin autem speculum minus constituatur intra F et A, iam vidimus fore $AB = k = \frac{\alpha(x-y)}{x}$ et cum nunc sit distantia $b = -\frac{\alpha y}{x}$ distantia $BG = \beta = \frac{\alpha yq}{\alpha y + xq}$ quae vt maior sit, quam $\frac{1}{2}k$, necesse est fiat $q > \frac{\alpha y(x-y)}{x(3y-x)}$ vnde si x sit $> 3y$, debebit esse q negatiuum, ita, vt sit

$$q > -\frac{\alpha y(x-y)}{x(x-3y)}$$

at si esset $x = 3y$, capi posset $q = \infty$, sicque speculum minus fieret planum. Quod denique ad diffusionem imaginis secundae in G repraesentatae attinet, ea iterum erit quasi truncata sua imagine principali, quod si litteris $G\Phi g$ repraesentetur ad similitudinem litterarum $F\Phi f$ totum spatium diffusionis tantum erit censendum $= \Phi g$, cuius quantitas ex formula praecedentis problematis reperietur, si loco x^2 scribatur $x^2 - y^2$, vnde ob $a = \infty$ erit hic

$$\Phi g = \frac{\beta^2}{b^2} \frac{(x^2-y^2)}{8 \cdot \alpha} + \frac{(b+\beta)(b-\beta)^2 (x^2-y^2)}{8\alpha^2 \cdot b \cdot \beta}$$

atque nunc radiorum in Φ concurrentium obliquitas ad axem erit $= \frac{b}{\alpha\beta} \cdot y$.; obliquitas vero radiorum in $g = \frac{b}{\alpha\beta} \cdot x$.

Coroll.

Coroll. 1.

§. 19. Si ergo minus speculum vltra locum imaginis F collocetur, eius distantia a primo speculo debet esse

$$AB = \frac{\alpha(x+y)}{x} = \alpha + \frac{y}{x}.\alpha$$

ita, vt sit $FB = \frac{\alpha y}{x}$ hocque ergo casu distantia AB maior erit, quam distantia focalis speculi principalis tum vero huius secundi speculi distantia focalis esse debet $q > \frac{\alpha y(x+y)}{x(x+3y)}$.

Coroll. 2.

§. 20. Hic autem manifesto supponitur, punctum G a puncto B versus A cadere, ita, vt distantia β euadat positiua; si enim esset $q > b$, punctum G ad alteram partem speculi QBQ caderet radiique GQ producti manifesto extra foramen praetergrederentur. Quare hic pro Q alterum limitem probe obseruari oportet, vt sit $q < b$. siue $q < \frac{\alpha y}{x}$, tum vero etiam $q > \frac{\alpha y(x+y)}{x(x+3y)}$.

Coroll. 3.

§. 21. Sin autem speculum QBQ intra focum F collocetur, oportebit esse distantiam Tab. II. Fig. 6.

$$AB = \frac{\alpha(x-y)}{x} = \alpha - \frac{y}{x}\alpha. \text{ ita, vt sit } FB = \frac{\alpha y}{x}$$

tantoque interuallo prima imago post secundum speculum cadat, fiatque $b = -\frac{\alpha y}{x}$; vnde deducitur, distantia $BG = \beta = \frac{\alpha y}{\alpha y + qx}$, quae distantia semper est positiua seu versus A dirigitur, nisi forte q sit quantitas negatiua; quae cum superare debeat $\frac{1}{2}k$, debet esse $2xyq > \alpha y(x-y) + x(x-y)q$ deberet ergo esse $2xy > x(x-y)$ seu $y > \frac{1}{3}x$. Quare si vt semper in praxi euenit sit $y < \frac{1}{3}x$, huic conditioni satisfieri nequit; si scilicet alterum speculum sit concauum.

Coroll. 4.

§. 22. Hoc ergo casu necesse est, vt minus speculum sit conuexum eiusque distantia focalis negatiua. Statuatur ergo $q = -\mathfrak{q}$, vt fiat $\beta = \frac{-b\mathfrak{q}}{b+\mathfrak{q}}$, qui valor ob $b = -\frac{\alpha y}{x}$ abit in hunc $\beta = \frac{\alpha y \mathfrak{q}}{\mathfrak{q}x - \alpha y}$, qui valor vt primo sit positiuus, debet esse $\mathfrak{q} > \frac{\alpha y}{x}$ deinde vt fiat $2\beta > k$ debet esse

$$2xy\mathfrak{q} > x(x-y)\mathfrak{q} - \alpha y(x-y);$$

ex qua fit

$$\alpha y(x-y) > x(x-3y)\mathfrak{q}$$

vnde pro $\mathfrak{q}$ elicitur alter limes

$$\mathfrak{q} < \frac{\alpha y(x-y)}{x(x-3y)}, \text{ altero existente } \mathfrak{q} > \frac{\alpha y}{x}.$$

Coroll. 5.

§. 23. Sin vero praeter consuetudinem foramen tantum fiat, vt sit $3y > x$, tum speculo minori concauo vti licebit dummodo eius distantia focalis sit $q > \frac{\alpha y(x-y)}{x(3y-x)}$, quemadmodum ex Coroll. 3 est manifestum,

festum, atque hoc casu quoniam littera q nulla alia conditione restringitur hoc speculum adeo planum fieri poterit.

Scholion.

§. 22. Haec duo specula ita hic sumus contemplati, quemadmodum in telescopiis Gregorianis vsurpari solent atque hic tantum ad obiecti punctum medium in axe tubi situm spectauimus vnde radii axi paralleli in speculum principale incidant; alterum vero speculum ita instruximus, vt omnes radios a priori reflexos recipiat eosque porro in foramen proiiciat. Cum autem etiam partes obiecti extra axem sitae visui offerri debeant, quoniam inde radii sub aliqua exigua obliquitate in speculum incidunt, tubum, in quo haec duo specula inseruntur, aliquantillum diuergentem confici oporteret vel quod eodem redit tubum aliquanto ampliorem effici conueniet quam est diameter speculi; deinde ob eandem rationem etiam speculum minus vltra limites ipsi assignatos extendi deberet, vt etiam istos radios obliquos post reflexionem recipere posset, sed quoniam parum interest, siue extremitates obiecti pari lumine conspiciantur atque eius medium, siue minore, hac amplificatione facile eo magis carere poterimus, quod tota haec obliquitas non vltra aliquot minuta in magnis praesertim multiplicationibus excrescat. Longe aliter autem se habitura esset huius rei tractatio, si etiam specula ad axem instrumenti oblique posita in vsum vocarentur, quemadmodum in ipso huius inuentionis principio a Newtono est tactum, sed quia reflexio radiorum oblique incidentium haud exiguam gignit confusionem, hoc argumentum hic neutiquam attingimus.

CAPVT

CAPVT II.

DE COMPVTO CONFVSIONIS, DVM PRAETER LENTES ETIAM SPECVLA AD INSTRVMENTA DIOPTRICA CONFICIENDA ADHIBENTVR.

Problema 1.

§. 23.

Si loco primae et secundae lentis specula vsurpentur, inuenire formulas, quae ob haec duo specula in expressionem supra in Libro I. inuentam, qua scilicet semidiameter confusionis est inuenta, introduci in calculum debent.

Solutio.

In primo libro §. 91. ostendimus a duabus lentibus oriri spatium diffusionis

$$Gg = \mu \beta^2 x^3 \left\{ \begin{array}{l} \frac{\alpha^2}{b^2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}\right)\left(\lambda\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}\right)^2 + \frac{\nu}{a\alpha}\right) \\ + \frac{b^2}{\alpha^2}\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{\beta}\right)\left(\lambda'\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{\beta}\right)^2 + \frac{\nu}{b\beta}\right) \end{array} \right.$$

 quae

quae expreſſio ponendo $\alpha = \mathrm{A}\,a$, $\beta = \mathrm{B}\,b$, tum vero etiam $\frac{\mathrm{A}}{1+\mathrm{A}} = \mathfrak{A}$ et $\frac{\mathrm{B}}{1+\mathrm{B}} = \mathfrak{B}$, abit in hanc:

$$Gg = \frac{\mu \mathrm{A}^2 \mathrm{B}^2 . x^2}{a} \left(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{\mathrm{A}\mathfrak{A}} + \frac{b}{\mathrm{A}^4 . a} \left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{\mathrm{B}\mathfrak{B}} \right) \right)$$

atque ſi hic porro, vti deinceps in tractatu de Teleſcopiis fecimus, ponamus $\frac{\alpha}{b} = \frac{\mathrm{A}\,a}{b} = -\mathrm{P}$, iſta expreſſio induet hanc formam

$$Gg = \frac{\mathrm{A}^2 \mathrm{B}^2 x^2}{a} \left(\mu \left(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{\mathrm{A}\mathfrak{A}} \right) - \frac{\mu}{\mathrm{A}^3 \mathrm{P}} \left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{\mathrm{B}\mathfrak{B}} \right) \right)$$

Si nunc loco duarum harum lentium duo ſubſtituantur ſpecula, ad quae litterae a, α; b, β cum x ſimiliter ſint relatae, in Probl. 3. Cap. praeced. §. 15. inuenimus fore ſpatium diffuſionis

$$Gg = \frac{\beta^2}{b^2} . \frac{(a+\alpha)(a-\alpha)^2 . x^2}{8 a^3 \alpha} + \frac{(b+\beta)(b-\beta)^2 . x^2}{8 \alpha^2 b \beta}$$

quae forma poſito $\alpha = \mathrm{A}\,a$; $\beta = \mathrm{B}\,b$ et $\frac{\alpha}{b} = -\mathrm{P}$ induet hanc formam

$$Gg = \frac{\mathrm{A}^2 \mathrm{B}^2 . x^2}{a} \left(\frac{(1+\mathrm{A})(1-\mathrm{A})^2}{8 \mathrm{A}^3} - \frac{(1+\mathrm{B})(1-\mathrm{B})^2}{8 \mathrm{A}^3 . \mathrm{B}^3 . \mathrm{P}} \right)$$

ex qua cum ſuperiori collata cognoſcimus, ſi loco primae lentis ſpeculum ſubſtituatur, tum in computo confuſionis loco formulae

$\mu \left(\frac{\lambda}{\mathfrak{A}^3} + \frac{\nu}{\mathrm{A}\mathfrak{A}} \right)$ ſcribi debere hanc $\frac{(1+\mathrm{A})(1-\mathrm{A})^2}{8 \mathrm{A}^3}$,

ac ſi etiam loco lentis ſecundae ſpeculum ſubſtituatur, tum ſimili modo loco formulae

$\mu \left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu}{\mathrm{B}\mathfrak{B}} \right)$ ſcribi debere hanc $\frac{(1+\mathrm{B})(1-\mathrm{B})^2}{8 \mathrm{B}^3}$;

ac si circumstantiae permitterent, vt etiam loco tertiae lentis speculum simile substitueretur, tum in computo confusionis loco formulae

$\mu\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}}\right)$ scribi deberet haec formula $\frac{(1+C)(1-C)^2}{8C^3}$

vnde satis superque intelligitur, quomodo quantitas confusionis aestimari debeat, quando loco lentium specula adhibentur.

Coroll. 1.

§. 24. Quatenus autem speculum obiectiuum foramine est pertusum, cuius radius $= y$, eatenus in factore communi loco x^2 scribi oportet $x^2 - y^2$ ita, vt iam expressio pro spatio diffusionis inuenta futura sit

$$Gg = \frac{A^2 B^2 (x^2 - y^2)}{a} \left(\frac{(1+A)(1-A)^2}{8A^3} - \frac{(1+B)(1-B)^2}{8A^3 B^3 P} \right)$$

vbi notandum est, formulam $x^2 - y^2$ proportionalem esse superficiei reflectenti in primo speculo, prorsus vti x^2 proportionale erat superficiei refringenti lentis obiectiuae.

Coroll. 2.

§. 25. Atque haec formula $x^2 - y^2$ etiam extenditur ad omnes lentes sequentes, quotquot binis speculis insuper adiunguntur; ita, ex gr. si duae lentes praeter specula adhibeantur, totum spatium diffusionis Ii ita exprimitur:

$Ii =$

$$Ii = \frac{A^2B^2C^2D^2(x^2-y^2)}{a}\left(\frac{(1+A)(1-A)^2}{8A^3} - \frac{(1+B)(1-B)^2}{8A^3B^3P}\right.$$
$$+ \frac{\mu}{A^3B^3PQ}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}}\right)$$
$$\left. - \frac{\mu}{A^3B^3C^3PQR}\left(\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^3} + \frac{\nu}{D\mathfrak{D}}\right)\right)$$

vnde patet, quid propter specula in nostris formulis generalibus immutari debeat.

Coroll. 3.

§. 26. Cum autem nostra specula tantum ad telescopia accommodari queant, vbi est $a = \infty$ $A = 0$ et $Aa = \alpha = p$, ex formulis vinculo inclusis denominator A^3 in factorem communem transfertur sicque pro spatio diffusionis a binis speculis et duabus lentibus orto habebitur haec expressio:

$$Ii = \frac{B^2C^2D^2(x^2-y^2)}{p}\left(\frac{1}{8} - \frac{(1+B)(1-B)^2}{8B^3P}\right.$$
$$+ \frac{\mu}{B^3PQ}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}}\right)$$
$$\left. - \frac{\mu}{B^3C^3PQR}\left(\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^3} + \frac{\nu}{D\mathfrak{D}}\right)\right)$$

Scholion I.

§. 27. Quoniam autem pro secundo speculo tam littera $B = \frac{\beta}{b}$, quam $P = -\frac{a}{b}$ non amplius ab isto nostro pendet, sed earum valores iam ante sunt definiti, videamus, quomodo isti valores in computum sint introducendi, atque hic duos casus euolui conuenit, prouti minus speculum siue vltra focum speculi principalis constituitur, siue citra. Quod quo ad nostras formas succinctius exprimi possit, ponamus in in genere $y = \epsilon x$ ita, vt fit $x^2 - y^2 = (1 - \epsilon^2) x^2$, vbi fcilicet ϵ denotat fractionem foraminis magnitudinem definientem.

I. Primo igitur quando diftantia minoris fpeculi AB maior eft, quam diftantia focalis p; tum vidimus (§. 19.) effe hanc diftantiam AB feu primum interuallum $= (1 + \epsilon) \alpha = (1 + \epsilon) p$, quod cum per formulas noftras generales fit $= \mathrm{A}\alpha (1 - \frac{b}{p}) = p(1 - \frac{b}{p})$ erit $\frac{b}{p} = -\epsilon$. Deinde vero etiam vidimus effe, $b = \epsilon p$ et porro fi diftantia focalis minoris fpeculi ponatur $= q$, erit $\mathfrak{C} = \frac{bq}{b-q}$ hincque $\frac{\beta}{b} = \mathrm{B} = \frac{q}{b-q} = \frac{q}{\epsilon p - q}$. At vero pro q hos dedimus limites: $q < \epsilon p$ et $q > \frac{\epsilon(1+\epsilon)p}{1+3\epsilon}$ quibus valoribus fubftitutis fpatium illud diffufionis Ii ita exprimetur: Tab. II. Fig. 5.

$$\mathrm{I}i = \frac{(1-\epsilon^2) \cdot \mathrm{C}^2 \mathrm{D}^2 q^2 x^2}{(\epsilon p - q)^2 \cdot p} \Big(\frac{a}{s} + \frac{\epsilon^4 (\epsilon p - \epsilon q)^4 \cdot p}{s q^3} - \frac{\mu \cdot \epsilon (\epsilon p - q)^3}{q^3 \cdot \mathrm{Q}} \Big(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{\mathfrak{C}\mathrm{C}} \Big) + \frac{\mu \cdot \epsilon (\epsilon p - q)^3}{\mathrm{C}^3 \cdot q^3 \mathrm{QR}} \Big(\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^3} + \frac{\nu}{\mathrm{D}\mathfrak{D}} \Big) \Big)$$

II. Sin autem diftantia fecundi fpeculi AB minor fuerit, quam p, tum primo erit haec ipfa diftantia $= (1 - \epsilon) p$, quae cum fit $p(1 - \frac{b}{p})$ erit $\frac{b}{p} = \epsilon$. Deinde erit diftantia $b = -\epsilon p$ et quia fecundum fpeculum debet effe conuexum, pofito $q = -\mathfrak{q}$ fiet $\frac{\beta}{b} = \mathrm{B} = \frac{-\mathfrak{q}}{\mathfrak{q} - \epsilon p}$ verum pro $\mathfrak{q}$ hos dedimus limites $\mathfrak{q} > \epsilon p$ et $\mathfrak{q} < \frac{\epsilon(1-\epsilon)p}{1-3\epsilon}$ quibus valoribus fubftitutis fpatium illud diffufionis ita exprimetur: Tab. II. Fig. 6.

$$\mathrm{I}\, i = \frac{(1-\varepsilon^2).C^2 D^2.q^2 x^2}{(q-\varepsilon p)^2.p}\Big(\frac{1}{8} - \frac{\varepsilon^2(2q-\varepsilon p)^2.p}{8q^3}$$

$$- \frac{\mu.\varepsilon(q-\varepsilon p)^3}{q^3.Q}\Big(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}}\Big)$$

$$+ \frac{\mu.\varepsilon.(q-\varepsilon p)^3}{q^3.C^3.QR}\Big(\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^3} + \frac{\nu}{D\mathfrak{D}}\Big)\Big)$$

Quodſi lens in ipſo foramine ſpeculi obiectivi conſtituatur, tum inſuper datur interuallum ſecundum, primo quippe aequale, ac primo quidem caſu erit $= (1+\varepsilon)p$. Quod cum per formulas generales ſit

$$= -\frac{ABa}{P}\Big(1 - \frac{1}{Q}\Big) = \frac{\varepsilon.pq}{\varepsilon p - q}\Big(1 - \frac{1}{Q}\Big);$$

hinc reperitur

$$\frac{1}{Q} = 1 - \frac{(\varepsilon p - q)(1+\varepsilon)}{\varepsilon q} \text{ ſeu } \frac{1}{Q} = \frac{(2\varepsilon+1)q - \varepsilon(1+\varepsilon)p}{\varepsilon q}$$

hincque $\frac{1}{PQ} = \frac{\varepsilon(1+\varepsilon)p - (2\varepsilon+1)q}{q}$

vbi notandum eſt, Q fieri non poſſe negatiuum; niſi q contineatur intra hos limites

$$q < \frac{\varepsilon(1+\varepsilon)p}{1+2\varepsilon} \text{ et } q > \frac{\varepsilon(1+\varepsilon)p}{1+3\varepsilon}.$$

Haec ſcilicet valent pro caſu priore; pro caſu vero poſteriore reperitur

$$\frac{1}{Q} = \frac{\varepsilon(1-\varepsilon)p - (1-2\varepsilon)q}{\varepsilon q} \text{ et } \frac{1}{PQ} = \frac{(2\varepsilon-1)q + \varepsilon(1-\varepsilon)p}{q}$$

vbi pariter notetur, Q fieri negatiuum, ſi q capiatur intra hos limites

$$q > \frac{\varepsilon(1-\varepsilon)p}{1-2\varepsilon} \text{ et } q < \frac{\varepsilon(1-\varepsilon)p}{1-3\varepsilon}.$$

at vero Q fieri poſitiuum, ſi capiatur intra hos limites: $q < \frac{\varepsilon(1-\varepsilon)p}{1-2\varepsilon}$ et $q > \varepsilon p$.

Scho-

Scholion. 2.

§. 27. Quae hic attulimus, ad ſpatia diffuſionis, ex ſpeculis et lentibus quotcunque ortae pertinent. Concluſio vero, quae in ſuperiore libro hinc ad ſemidiametrum confuſionis ipſam determinandam eſt deducta, etiam hic quandam mutationem patitur. Quoniam enim ſemidiametrum confuſionis ex vltimae imaginis diffuſione concluſimus, notandum eſt, etiam hoc vltimum ſpatium diffuſionis ſua imagine principali fore truncatum. Quoniam enim a primo ſpeculo nulla gignitur imago principalis ob defectum radiorum axi proximorum, etiam ſequentia ſpatia diffuſionis, quotcunque fuerint lentes imagine principali deſtituentur; vnde cum horum ſpatiorum vltimum minus ſit, propter ipſam hanc mutilationem, inde etiam minor confuſio in oculo orietur, quam ob cauſſam etiam ſemidiameter confuſionis prouti eum in primo libro definiuimus minorem valorem adipiſcetur, quam inueſtigationem ſequenti problemate ſuſcipiemus.

Problema 2.

§. 28. Data vltima imagine diffuſa, quae tam per bina ſpecula, quam omnes lentes ſequentes formatur, inuenire confuſionem in ipſo oculo inde oriundam, qua ſcilicet viſio immediate afficitur.

Solutio.

Repraeſentet $L\lambda l$ vltimum ſpatium diffuſionis tam per ſpecula, quam omnes ſequentes lentes forma- Tab. III. Fig. 7.

tum, quippe quod est obiectum immediatum visionis; vnde radii immediate in oculum ingrediuntur, in quo spatio punctum L denotet locum imaginis principalis, vbi radii axi proximi concurrerent, si speculum obiectiuum esset integrum ob foramen autem huius speculi, ista imago principalis plane deerit et imago diffusa demum in puncto λ incipiet, vbi radii circa oram foraminis reflexi et per omnes lentes transmissi concurrunt, alter vero terminus sit in l, vbi radii ab extremitate speculi obiectiui reflexi ac per lentes transmissi vniuntur. Quod nunc primo ad magnitudinem huius spatii λl attinet, supra vidimus, id esse proportionale formulae $xx - yy$, siue posito $y = \epsilon x$, huic $(1 - \epsilon\epsilon) xx$ vnde statuamus hoc spatium $\lambda l = V(1-\epsilon\epsilon)xx$. Deinde radiorum in termino λ cum axe concurrentium obliquitas, quam supra ipsi y proportionalem esse vidimus, ponatur $= \mathfrak{B} y = \epsilon \mathfrak{B} x$; obliquitas vero radiorum extremorum in puncto l concurrentium erit $= \mathfrak{B} x$, vbi litterae V et $\mathfrak{B}$ eosdem valores habent, quos in primo libro §. 168. assignauimus.

His praemissis quaeramus eum oculi locum, vnde haec imago diffusa minima cum confusione conspiciatur. Hunc in finem concipiamus punctum quoddam medium in imagine ζ, a quo oculus ad distantiam suam iustam $= l$ sit remotus, ita, vt sit $\zeta l = O$ radiique ex hoc puncto ζ emissi praecise in puncto retinae V congregentur. Hinc ergo puncta cis et vltra

vltra hoc punctum ζ vel λ vel l versus sita non in ipsa retina V, sed vel post eam in υ vel ante eam in v repraesentabuntur radiique in his punctis se decussantes in ipsa retina circellos siue maiores siue minores referent atque nunc totum negotium huc reducitur, vt hi circelli quam minimi euadant, quia hoc modo in oculo minima confusio producetur. Primum igitur videndum est, quanti huiusmodi circuli a punctis intra ζ et λ sitis in retina oriantur et quinam eorum futurus sit maximus, quoniam enim hi circelli partim a distantia a puncto ζ, partim a radiorum obliquitate pendent, quae a λ versus ζ progrediendo continuo crescit; facile intelligitur, ex puncto quodam medio, puta ω, maximum circellum oriri, quandoquidem tam ex ipso puncto L, vbi obliquitas est nulla, quam ex puncto ζ nullus talis circellus orietur. Deinde a ζ ad l regrediendo continuo maiores huiusmodi circelli oriuntur, ita, vt radii ex ipso puncto l emissi ab hac parte maximum circellum gignant; ex quo manifestum est, si punctum ζ ita fuerit assumtum, vt maximi modo dicti circelli ex punctis ω et l orti fiant inter se aequales; tum confusionem in ipsa visione natam omnium fore minimam. Si enim punctum ζ propius ad ω moueretur; tum circellus quidem ab hac parte ortus fieret minor, alter vero ex puncto l ortus tanto maior euaderet; atque contrarium eueniret, si punctum ζ propius versus l caperetur. Vt igitur nunc tam locum puncti ζ, quam ei respondentis puncti ω inuestigemus; totum spatium $L\,l$, etsi id nostro casu parte $L\,\lambda$ est truncatum, in computum ducamus ponamusque breuitatis gratia $L\,l = f$, eritque ex principiis supra expositis $f = V\,x^2$ et $L\,\lambda = V\,y^2 = \varepsilon^2\,V\,x^2$.; vnde fit, vti initio commemorauimus, $\lambda\,l = (1 - \varepsilon^2)\,V\,x^2$. Praeterea vero vocemus spatia $L\,\zeta = \zeta$, et $L\,\omega = \omega$, et quia radii ex hoc puncto ω egressi supra retina maximum circellum producere ponuntur, ad hunc inueniendum obliquitatem radiorum in puncto hoc ω nosse oportet. Quia autem obliquitas in L est nulla, in l vero $= \mathfrak{B}\,x$ et in $\lambda = \varepsilon.\,\mathfrak{B}\,x$ euidens est, obliquitatem crescere in ratione subduplicata distantiae a puncto L; vnde obliquitas radiorum in ω erit $= \mathfrak{B}\,x.\sqrt{\frac{\omega}{f}}$.

Radii igitur ex ω egressi concurrent post oculum in puncto υ, ita, vt sit per principia supra satis stabilita $V\,\upsilon = \frac{uu}{ll}\,\zeta\,\omega$, denotante u profunditatem oculi $O\,V$. Radiorum autem in hoc puncto υ concurrentium obliquitas ex iisdem principiis erit

$$= \frac{l}{u}.\,\mathfrak{B}\,x\sqrt{\frac{\omega}{f}};$$

ex quibus duobus momentis concluditur circelli in retina depicti radius $= \frac{u}{l}.\,\zeta\,\omega.\,\mathfrak{B}\,x\sqrt{\frac{\omega}{f}}$ et quia est $\zeta\,\omega = \zeta - \omega$, erit radius istius circelli

$$= \frac{u}{l}\,\mathfrak{B}\,x.(\zeta - \omega)\sqrt{\frac{\omega}{f}},$$

qui ergo vt maximus euadat, spatium ω ita assumi opor-

oportet, vt fiat $(\zeta - \omega)\sqrt{\omega} =$ maximo, quod euenit sumendo $\omega = \frac{1}{3}\zeta$; quocirca maximi huius circelli erit radius $= \frac{u}{l}\mathfrak{B}x \cdot \frac{2}{3}\zeta \cdot \sqrt{\frac{\zeta}{3f}}$. Nunc vero ex altera parte radii ex altero puncto l in oculum incidentes considerentur, qui ante retinam in puncto v colligentur, existente spatio $Vv = \frac{uu}{ll} \cdot \zeta l = \frac{uu}{ll}(f - \zeta)$ ibique radiorum obliquitas erit $= \frac{l}{u}\mathfrak{B}x$; vnde circelli super retina depicti radius erit $= \frac{u}{l}(f - \zeta)\mathfrak{B}x$ qui consequenter radio prioris circelli inuenti aequalis statui debet; ex quo obtinebitur haec aequatio $f - \zeta = \frac{2}{3}\zeta \sqrt{\frac{\zeta}{3f}}$ ex qua interuallum ζ definiri oportet. Sumtis autem quadratis habebimus

$$f^2 - 2f\zeta + \zeta^2 = \frac{4}{27} \cdot \frac{\zeta^3}{f} \text{ siue}$$

$$f^3 - 2f^2\zeta + f\zeta^2 - \frac{4}{27}\zeta^3 = 0.$$

quam perpendenti mox patebit divisibilem esse per $f - \frac{1}{3}\zeta$ divisione autem facta prodit

$$f^2 - \frac{5}{3}f\zeta + \frac{4}{9}\zeta^2 = 0.$$

quae denuo per $f - \frac{1}{3}\zeta$ diuisa praebet $f - \frac{4}{3}\zeta = 0$, quia vero bini priores factores hic locum habere nequeunt, quia absurdum foret esse $\zeta = 3f$, vltimus factor nobis verum praebet interuallum $L\zeta = \zeta = \frac{3}{4}f$, ita, vt sit $l\zeta = \frac{1}{4}f$ et $L\omega = \omega = \frac{1}{4}f$ his valoribus inuentis circelli minimi in oculo descripti radius erit $= \frac{u}{4l}f \cdot \mathfrak{B}x$ et cum sit $f = Vx^2$, erit iste radius $= \frac{u}{4l}V\mathfrak{B} \cdot x^3$ Iam vero si in coelo circulum conspiceremus, cuius

radius

radius apparens $= \Phi$, eius imago super retina etiam esset circulus, cuius radius $= x\Phi$ hoc ergo circulo illi aequali posito fit $\Phi = \frac{\mathfrak{B} x^3}{4l}$ et singula imaginis nostrae puncta ab oculo cernentur tanquam maculae circulares, quarum semidiameter apparens sit $= \frac{\mathfrak{B} x^3}{4l}$, quam expressionem supra nominauimus semidiametrum confusionis.

Coroll. 1.

§. 29. In hac solutione assumsimus, punctum ω intra λ et l cadere; si enim termino L propius esset, quam punctum λ, quoniam imago tantum per spatium Ll est diffusa, istud punctum ω prorsus non in computum venire posset, sed maximus circellus in oculo ex hac parte ab ipso puncto λ oriretur, atque pro hoc casu peculiaris solutio requiretur, quam mox sumus daturi.

Coroll. 2.

§. 30. Cum autem sit $L\omega = \frac{1}{3} Lf = \frac{1}{4} Ll$, pro termino autem λ sit $L\lambda = \varepsilon\varepsilon . Ll$, punctum ω intra terminos l et λ cadet, quoties fuerit $L\omega > L\lambda$ ideoque quoties fuerit $\varepsilon < \frac{1}{2}$, quamobrem, quia in praxi ε semper assumitur $< \frac{1}{2}$, solutio problematis ad praxin vtique est accommodata.

Coroll. 3.

§. 31. Quoties igitur fuerit $\varepsilon < \frac{1}{2}$, tum certo affirmare licet ob foramen, quo speculum est pertusum,

sum, confusionem nullo modo imminui, sed semper tantam esse, ac si speculum esset integrum, totaque sua superficie radios reflecteret, ideoque aequatio generalis supra inuenta pro semidiametro confusionis etiam pro speculis valebit, si modo, vt supra iam inuenimus, loco formularum ad specula pertinentium formulae ibi assignatae §. 23. substituantur.

Coroll. 4.

§. 32. Atque hinc etiam cognoscimus, si telescopium ex meris lentibus constet, confusionem neutiquam diminui, etiamsi lens obiectiua circa medium obtegatur, quemadmodum nonnulli auctores suaserunt, sed optimum remedium confusionem diminuendi certo in hoc constat, vt lens ocularis circa marginem obtegatur, quippe quo pacto ipse semidiameter confusionis x diminuitur, et confusio adeo in ratione triplicata minor redditur, cum e contrario, si lens circa medium obtegeretur, ne minima quidem confusionis diminutio sit exspectanda, nisi forte pars obtecta semissem totius lentis superet, quo pacto autem claritas niminum diminueretur.

Scholion.

§. 33. Sin autem semidiameter foraminis $y = \epsilon . x$ semissem totius aperturae x superet, ita, vt punctum ω inter L et λ cadat, problema nostrum aliam solutionem postulat. Cum enim nunc ex parte $\zeta\lambda$ maximus circellus in oculo ab ipso puncto λ oriatur sitque $L\lambda = \varepsilon\varepsilon . f$ ob $Ll = f$ hincque spatium $\zeta\lambda = \zeta - \varepsilon\varepsilon . f$; spatiolum post oculum fiet $V\upsilon = \frac{uu}{ll}(\zeta - \varepsilon\varepsilon . f)$ sibique radiorum obliquitas $= \frac{l}{u}\varepsilon . \mathfrak{B}x$, circelli hinc super retina formati erit radius $= \frac{u}{l} . \varepsilon(\zeta - \varepsilon\varepsilon . f)\mathfrak{B}x$. At ex altera parte a termino l nascitur in retina circellus, cuius radius $= \frac{u}{l}(f - \zeta)\mathfrak{B}x$ qui duo radii ob rationes ante allegatas inter se aequales sunt statuendi, ex quo consequimur $f - \zeta = \varepsilon\zeta - \varepsilon^3 f$ hincque $\zeta = \frac{f(1+\varepsilon^3)}{1+\varepsilon} = f(1 - \varepsilon + \varepsilon^2)$ hinc ergo erit $f - \zeta = \varepsilon(1 - \varepsilon)f$ sicque semidiameter circellorum in retina erit $= \frac{u}{l} . \varepsilon(1 - \varepsilon)f . \mathfrak{B}x = \frac{u}{l} . \varepsilon(1 - \varepsilon)V\mathfrak{B}x^2$ consequenter hoc casu, quo $\varepsilon > \frac{1}{2}$, semidiameter confusionis erit $= \frac{\varepsilon(1-\varepsilon)}{l}V\mathfrak{B}x^2$ qui casu praecedente, quo $\varepsilon < \frac{1}{2}$, erat $= \frac{V\mathfrak{B}}{4l} . x^2$; quamdiu ergo est $\varepsilon < \frac{1}{2}$ semper valet formula $\frac{V\mathfrak{B}}{4l}x^2$; quae etiamnum locum habet, si $\varepsilon = \frac{1}{2}$; verum statim ac fit $\varepsilon > \frac{1}{2}$, tum demum confusio diminui incipit, atque tandem prorsus euanescit, si fiat $\varepsilon = 1$. Quia autem claritas quoque diminuitur et tandem euanescit, hinc nullum plane lucrum in praxin redundare potest, siquis enim adhuc dubitet, vtrum loco lentis solidae, cuius radius sit p, non adhiberi posset limbus vitreus paris superficiei, cuius radius exterior sit $= q$ et interior $= \varepsilon q$, ita, vt sit $p^2 = q^2(1 - \varepsilon\varepsilon)$ atque confusio istius limbi minor euadat, hoc dubium nunc facile erit resoluere; a lente enim solida nascetur confusio vt $\frac{1}{4}p^2$;

ex

ex limbo autem vt $\varepsilon(1-\varepsilon)q^2$; vnde ob $p = q\sqrt{(1-\varepsilon\varepsilon)}$, erit confusio ex lente solida nata ad confusionem ex limbo oriundam, vti $(1+\varepsilon)\sqrt{(1-\varepsilon\varepsilon)} : 4\varepsilon$ quare cum sit per hypothesin $\varepsilon > \frac{1}{2}$ (quia altero casu $\varepsilon < \frac{1}{2}$ ne dubium quidem existere potest) posterius membrum 4ε manifesto erit maius, quam 2, at quia simul $\varepsilon < 1$, erit $1+\varepsilon < 2$ ideoque multo magis $(1+\varepsilon)\sqrt{(1-\varepsilon\varepsilon)} < 2$, ex quo perspicuum est, prius membrum semper esse multo minus posteriore, siue confusionem limbi multum excedere confusionem lentis solidae.

Scholion 2.

§. 34. Cum autem pro vsu practico tuto sumere queamus $\varepsilon < \frac{1}{10}$, quo casu speculum obiectiuum perforatum aeque magnam gignit confusionem, ac si esset integrum, si in formula generali supra pro telescopiis exhibita, qua semidiameter confusionis exprimitur, loco duarum priorum lentium nostra specula introducamus, aequatio hinc nata sequenti modo se habebit

$$\frac{1}{k^3} = \frac{m x^3}{p^3} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{8} - \frac{(1+B)(1-B)^2}{8 B^3 P} + \frac{\mu}{B^3 PQ}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}}\right) \\ - \frac{\mu}{B^3 C^3 PQR}\left(\frac{\lambda'''}{\mathfrak{D}^3} + \frac{\nu}{D\mathfrak{D}}\right) + \text{etc.} \end{array} \right.$$

vbi notari conuenit, si forte lentes post specula adhibitae ex vario vitro conficiantur; tum pro qualibet lente litteras μ et ν ex eo vitri genere sumi debere, ex quo lens fuerit facta.

Reliqua autem praecepta generalia pro constructione telescopiorum nullam mutationem ob specula requirent, exceptis iis tantum formulis, quibus tam margo coloratus tollitur, quam omnis confusio a diversa radiorum refrangibilitate oriunda ad nihilum redigitur. Cum enim in has formulas induxerimus pro singulis lentibus litteras N, N′, N″, N‴ etc. quae litterae proportionales sunt sumtae formulis differentialibus $\frac{dn}{n-1}$; $\frac{dn'}{n'-1}$ etc. si loco duarum priorum lentium specula substituantur, ob defectum refractionis istae binae litterae priores N et N′ nihilo aequales sunt censendae; quo obseruato omnibus illis formulis generalibus pro speculis perinde vti poterimus, atque in secundo libro est factum, dummodo quae circa distantias focales speculorum et circa duo interualla priora in capite praecedente sunt allata, probe obseruentur.

Scholion 3.

§. 35. Telescopia autem Catadioptrica huius generis sponte ad duo genera principalia reuocantur, siquidem supra vidimus, secundum speculum vel vltra focum primi constitui posse, vel intra eum, atque priori casu secundum speculum fore concauum, altero vero conuexum. Deinde cum pro priori casu hos limites pro secundi speculi distantia focali q inuenerimus

$$q < \varepsilon p \text{ et } q > \frac{\varepsilon(1+\varepsilon)p}{1+3\varepsilon}$$

exi-

existente primo internallo $=(1+\epsilon)p$ cui secundum debet esse aequale tum vero

$$b=\epsilon p \text{ et } \frac{\beta}{b}=\frac{q}{b-q}=\mathrm{B}$$

Quo hoc prius genus debite euoluamus, tres casus constitui conueniet; primo scilicet sumamus $q=\epsilon p$;

secundo $q=\frac{\epsilon(1+\epsilon)p}{1+2\epsilon}$ et tertio $q=\frac{\epsilon(1+\epsilon)}{1+3\epsilon}.p$.

Pro altero vero genere secundum speculum intra focum prioris collocabatur, ita, vt esset

$$b=-\epsilon p \text{ et } \frac{\beta}{b}=\frac{q}{b-q}=\frac{-q}{\epsilon p+q}=\mathrm{B}$$

ibique cum distantia focalis q hoc casu euadat negatiua posito $q=-\mathfrak{q}$; hos ibidem dedimus limites

$$\mathfrak{q}>\epsilon p \text{ et } \mathfrak{q}<\frac{\epsilon(1-\epsilon)}{1-3\epsilon}.p$$

vnde iterum tres casus euoluamus

Primo scilicet sumamus $q=-\epsilon p$,

Secundo $q=\frac{-\epsilon(1-\epsilon)}{1-2\epsilon}.p$,

Tertio $q=\frac{-\epsilon(1-\epsilon)}{1-3\epsilon}.p$.

hoc autem casu erit interuallum primum $=(1-\epsilon)p$, cui etiam secundum aequale esse debet. Ceterum in priori genere erat $\frac{\alpha}{p}=-\epsilon$ ita, vt in primo statim interuallo reperiatur imago realis; in altero vero genere erat $\frac{\alpha}{p}=\epsilon$, ita, vt in primo interuallo nulla occurrat imago realis praeterea vero, vti iam monuimus, sumimus hic semper $\epsilon<\frac{1}{3}$, vnde postremus adhuc casus considerari merebitur, quo scilicet fit $\epsilon=\frac{1}{3}$, quoniam tum secundum speculum planum accipere licebit; quocirca secundum hos septem casus haec telescopia Catadioptrica sumus pertractaturi.

CAPVT III.

DE TELESCOPIIS CATADIOPTRICIS MINORE SPECVLO CONCAVO INSTRVCTIS.

Problema 1.

§. 36.

Si ante speculum principale PP foramine $\pi\pi$ pertusum ad distantiam $AB = (1+\varepsilon)p$ constituatur minus speculum concauum QBQ, cuius distantia focalis $q = \varepsilon p$, definire binas lentes C et D, ita, vt quaeuis obiecta distincte repraesententur. Tab. III. Fig. 8.

Solutio.

Hic denotat p distantiam focalem maioris speculi, cuius semidiameter $AP = x$ eiusque foraminis $A\pi = y = \varepsilon x$, ita, vt radius curuaturae, huius speculi $= 2p$. Obiectorum igitur imago principalis ab hoc speculo repraesentabitur in F, vt sit $AF = \alpha = p$; cuius ergo distantia a minore speculo debet esse, vti ante est ostensum, $FB = \varepsilon p$ et semidiameter huius speculi $BQ = y = \varepsilon x$. Cum igitur distantia focalis huius speculi sit $= q = \varepsilon p = FB$ radii hinc reflexi inter se fient paralleli, donec in lentem C incidant;

pro

pro formulis ergo nostris generalibus erit $\frac{b}{p} = -\varepsilon$ et $FB = b = \varepsilon p$ vnde vtique ob $P = -\frac{a}{b}$ fit $P = -\frac{1}{\varepsilon}$. Deinde cum fiat $\beta = \frac{bq}{b+q} = \infty$, hincque $B = \frac{\beta}{b} = \infty$ iam quia interuallum secundum in genere est

$$= -\frac{ABa}{P}\left(1 - \frac{1}{Q}\right) = -\frac{Bp}{P}\left(1 - \frac{1}{Q}\right)$$

hocque primo interuallo aequale est ponendum, fiet $Q = 1$, sed ita tamen, vt fit $B\left(1 - \frac{1}{Q}\right) = \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon}$; per formulas autem generales hoc secundum interuallum

$= \beta + c = (1 + \varepsilon)p$; vnde ob $\beta = \infty$ fit

$$c = (1 + \varepsilon)p - \beta = -\infty \text{ ideoque}$$

$$C = \frac{\gamma}{c} = 0. \text{ et } \mathfrak{C} = 0,$$

Quare posita lentis in foramine constitutae distantia focali $= r$, erit $r = \frac{B\mathfrak{C}}{PQ}p = -\varepsilon B\mathfrak{C}.p$; vnde cum fit $B = \infty$ et $\mathfrak{C} = 0$, vicissim colligitur $B\mathfrak{C} = BC = \frac{-r}{\varepsilon p}$, atque hinc pro quarta lente SDS habebimus distantiam focalem $s = -\frac{r}{R}$, et interuallum $CD = r\left(1 - \frac{1}{R}\right)$. Vt ergo postrema lens fiat conuexa, littera R debet esse negatiua siue in interuallum CD incidit imago realis in puncto H atque ex data multiplicatione m formulae generales praebent $PQR = m$; quoniam ob binas imagines reales repraesentatio erit erecta. Hinc ergo fiet $R = \frac{m}{PQ} = -\varepsilon m$, ita, vt nunc fit $s = \frac{r}{\varepsilon m}$ et interuallum $CD = r\left(1 + \frac{1}{\varepsilon m}\right) = r + s$, quandoquidem hic fit ex natura rei $CH = r$ et $HD = s$. Contemplemur nunc campum apparentem et secundum

dum formulas nostras generales secundo speculo tribuamus litteram q, lenti C litteram r et lenti D litteram s et semidiameter campi apparentis erit

$$\Phi = \frac{q+r+s}{m-1}\xi, \text{ sumto } \xi \text{ pro fractione } \tfrac{1}{x},$$

litterae autem q, r et s ad summum vnitati aequales fieri possunt. Posuimus vero breuitatis gratia $\frac{q+r+s}{m-1} = M$, vt sit $\Phi = M\xi$ atque formulae nostrae generales has suppeditant aequationes:

$$\mathfrak{B}q = (P-1)M$$
$$\mathfrak{C}r = (PQ-1)M - q$$

quae ob valores iam inuentos $\mathfrak{B}=1$. et $\mathfrak{C}=0$. praebent ambae $q = (P-1)M = -(1+\frac{1}{\epsilon})M$. Hinc autem inuenimus distantiam oculi post lentem D, scilicet $DO = O = \frac{\epsilon s}{Mm}$ quae distantia cum sit positiua, quandoquidem nihil impedit quominus ipsi s valor positiuus detur isque vnitati aequalis; marginem coloratum tollemus, si ob $N' = 0$ et $N'' = N'''$ (quandoquidem nostrae duae lentes ex eodem vitro parantur) huic aequationi satisfaciamus:

$$0 = \frac{r}{PQ} + \frac{s}{PQR}$$

quae ergo reducitur ad hanc:

$$0 = r - \frac{s}{\epsilon m} \text{ vnde colligitur } r = \frac{s}{\epsilon m}$$

quare cum sit $q = -(1+\frac{1}{\epsilon})M$ erit

$$q + r + s = -(1+\tfrac{1}{\epsilon})M + \frac{s}{\epsilon m} + s = M(m-1);$$

vnde ſequitur $M = \frac{\theta}{m}$; ita, vt iam ſit ſemidiameter campi apparentis $\Phi = \frac{\theta}{m} \cdot \xi$. Num autem hic pro θ vnitas ſcribi queat, intelligemus ex lente C, cuius apertura nobis eſt praeſcripta et cuius ſemidiameter $= y = \epsilon\, x$. Iam per formulas noſtras hic ſemidiameter eſſe debet $\epsilon\, r\, \xi + \frac{x}{PQ} = \frac{\theta r}{\epsilon m}\, \xi + \epsilon\, x$, vbi ſufficit, maiori membro vti, ex quo ſequitur, eſſe debere $\frac{\theta r}{\epsilon m}\, \xi < \epsilon\, x$, vnde ſi ſtatuamus $\theta = 1$ et $\xi = \frac{1}{4}$, neceſſe eſt, vt ſit $r < 4\, \epsilon^2 \cdot m \cdot x$; ſi igitur velimus ſumere $r > 4\, \epsilon^2\, m\, x$; tum θ vnitate minus accipi debet, ex quo campus apparens in eadem ratione diminuetur. Hic autem inprimis quoque ad vltimam lentem attendi oportet, pro qua eſt $s = \frac{r}{\epsilon m}$, ita, vt eſſe debeat $s < 4\, \epsilon\, x$ ſiue $s < 4\, y$. vnde patet, foramen non nimis exiguum ſtatui poſſe. Totam autem confuſionem ex diuerſa radiorum refrangibilitate oriundam tolleremus ope huius aequationis:

$$0 = \frac{N''}{P^2 Q^2} \cdot \frac{1}{r} + \frac{N'''}{P^2 Q^2 R^2} \cdot \frac{1}{s}$$

quae abit in hanc

$$0 = N'' + \frac{N'''}{\epsilon m},$$

quod cum nullo modo fieri poſſit, etiamſi diuerſo vitro vti vellemus, hanc confuſionem, quae ſemper eſt valde exigua, tolerari oportet. His obſeruatis cardo rei verſabitur in ſemidiametro confuſionis, quem inſenſibilem reddi conuenit ope huius aequationis:

$$\frac{1}{k^3} = \frac{m x^3}{p^4} \left(\frac{1}{\epsilon} + \frac{\epsilon}{\epsilon} + \mu \cdot \frac{\epsilon^4 \cdot p^4}{r^4}\, \lambda'' + \frac{\mu \cdot \epsilon^3 \cdot p^4}{r^4 m}\, \lambda''' \right)$$

quae

quae aequatio abit in hanc formam:

$$p\sqrt[3]{\left(\frac{1}{k^3 m x^3} - \frac{\mu \varepsilon^4 \lambda''}{r^3} - \frac{\mu \varepsilon^3 . \lambda'''}{m r^3}\right)} = \frac{1}{8}\sqrt[3]{(1+\varepsilon)}$$

ex qua aequatione reperitur p: verum quantitatem x tantam assumi conuenit, vt inde sufficiens claritatis gradus obtineatur. In doctrina de telescopiis autem pro sufficiente claritatis gradu sumsimus $x = \frac{m}{50}$ dig. quod autem ibi erat x seu $\sqrt{x^2}$, hic nobis est $\sqrt{(1-\varepsilon^2)x^2}$, ita, vt hic habeamus

$$x\sqrt{(1-\varepsilon^2)} = \frac{m}{50} \text{ dig.}$$

siquidem eodem claritatis gradu frui velimus, vnde foret $x = \frac{m}{50 \sqrt{(1-\varepsilon^2)}}$. dig. ideoque $x > \frac{m}{50}$ dig. Quia vero specula non tantum radiorum reflectunt, quantum lentes transmittunt, ne hoc quidem modo tantum claritatis gradum adipiscemur, quam in telescopiis vulgaribus. Sin autem minori claritatis gradu contenti esse velimus atque statuamus $x = \frac{m}{50}$ dig. sumamusque vt ibi $k = 50$. aequatio nostra erit

$$p . \sqrt[3]{\left(\frac{1}{m^4} - \frac{\mu \varepsilon^4 \lambda''}{r^3} - \frac{\mu \varepsilon^3 \lambda'''}{m r^3}\right)} = \frac{1}{8}\sqrt[3]{(1+\varepsilon)}$$

vbi manifesto debet esse $\frac{\varepsilon^4}{r^3}$ multo minus, quam prius membrum $\frac{1}{m^4}$ siue $r^3 > \varepsilon^4 m^4$ ideoque r multo maius quam $\varepsilon m \sqrt[3]{\varepsilon m}$ supra vero vidimus, esse debere $r < 4\varepsilon^2 m x$; quod vt fieri possit debet esse $4\varepsilon^2 m x$ multo maius, quam

$$\varepsilon m \sqrt[3]{\varepsilon m}, \text{ siue } 4\varepsilon m > 50 . \sqrt[3]{\varepsilon m}$$

ideoque $s > \frac{4s}{m}$, quod in magnis multiplicationibus effici posset.

At si haec conditio non obseruetur effectus in eo consistet, vt non amplius sit $s = 1$. hincque campus apparens multo minor existat, quam

$$\Phi = \frac{\xi}{m} \text{ siue } \Phi = \frac{859}{m} \text{ min.}$$

Coroll. 1.

§. 37. Cum in telescopiis id semper inprimis sit efficiendum, vt eorum longitudo hincque praecipue distantia focalis p quam minima reddatur, in aequatione vltima confusio a lentibus oriunda tantopere diminui debet, vt prae confusione speculorum quasi euanescat, quare cum in ista formula ex primo speculo nascatur portio $\frac{1}{s}$; ex secundo vero $\frac{\varepsilon}{s}$ necesse est, vt portiones sequentes ex lentibus oriundae multo fiant minores, ex quo littera r multo maior esse debet quam $2\varepsilon p$, ideoque r vix minus capi poterit, quam p.

Coroll. 2.

§. 38. Quodsi igitur statuamus $r = p$, cum ε, vti vidimus, minus esse soleat, quam $\frac{1}{s}$, pro confusione definienda tuto vti licebit hac aequatione

$$\frac{1}{k^3} = \frac{m x^3 (1 + \varepsilon)}{8 p^3}; \text{ vnde colligimus}$$

$$p = \frac{kx}{2} \sqrt[3]{m (1 + \varepsilon)};$$

vnde

vnde ſi pro dato claritatis et diſtinctionis gradu capiatur

$$k x = m \text{ dig. erit } p = \tfrac{1}{2} m . \sqrt[3]{m(1+\varepsilon)}$$

quae quantitas circiter duplo minor eſt, quam in teleſcopiis dioptricis communibus, ita, vt hoc modo tota longitudo fere ad partem quartam reducatur.

Coroll. 3.

§. 39. Sumto autem $r = p$ pro campo definiendo littera δ maior accipi nequit, quam vt fiat

$$\frac{\delta p}{4 \varepsilon m} = \varepsilon x;$$

hinc ergo pro exemplo ſpeciali, quo

$$\varepsilon = \tfrac{1}{4} \text{ et } m = 100, \text{ colligetur}$$

$$\delta = \frac{\sqrt[3]{10000}}{100} = \tfrac{1}{5} \text{ circiter,}$$

ex quo patet, hoc caſu fore campum quinquies minorem, quam ſi capere liceret $\delta = 1$ ſicque in genere patet, hoc modo nimis exiguum campum obtineri.

Coroll. 4.

§. 40. Sumto autem $r = p$ pro conſtructione huiusmodi teleſcopii diſtantiae focales ſequenti modo ſe habebunt

$$p = \tfrac{1}{2} m \sqrt[3]{m(1+\varepsilon)}; \; q = \varepsilon p; \; r = p \text{ et } s = \frac{p}{\varepsilon m};$$

 tum

tum vero interualla lentium seu speculorum

$$AB = (1 + \epsilon) p. = BC.$$

$$CD = r + s. = p \left[1 + \frac{1}{\epsilon m} \right]$$

et distantia oculi $O = s = \frac{p}{\epsilon m}$

vnde patet tubum arcae, in qua specula continentur, adiungendum admodum fore longum.

Scholion.

§. 41. Praeter incommoda vero, quae hic iam commemorauimus, huiusmodi telescopia maximo vitio laborarent propterea quod radii in lentem C incidentes inter se sunt paralleli; tum enim radii peregrini qui ab obiectis vicinis directe in eandem lentem incidunt, quia etiam sunt paralleli inter se, in transitu per lentes simili modo refringentur ac radii proprii, ideoque cum iis simul ad oculum deferentur et quoniam hi radii peregrini multo sunt fortiores, quam proprii, siquidem hi duplicem refractionem iam sunt passi, in oculo impressionem istorum penitus extinguent. Interim tamen quia radii peregrini ad axem magis sunt obliqui, atque etiam in refractione maiorem obliquitatem conseruant, ab egressu in oculum excludi possent ope exigui foraminuli, cui oculus adplicatur; hoc autem modo non solum claritas nimium detrimentum pateretur, sed etiam campus insuper restringeretur, quam ob caussam in huiusmodi telescopiis

piis

piis inprimis cauendum est, ne radii peregrini, qui circa minus speculum praeterlabentes ab introitu in C arceri nullo modo possunt, cum radiis propriis similem refractionem patiantur. Quod praestari poterit, si modo radii proprii in lentem C incidentes fuerint vel diuergentes vel conuergentes, vt post refractionem in alio foco congregentur, ac peregrini, tum enim diaphragma debito foramine in isto foco constitutum facile radios peregrinos ab vlteriori progressu ad oculum excludet. Perspicuum autem est, quo hoc remedium certius succedat, illam siue convergentiam siue divergentiam satis notabilem esse debere, siue efficiendum est, vt per refractionem huius lentis C imago a radiis peregrinis formata multum distet ab imagine a radiis propriis formata, id quod in sequentibus casibus vsu veniet.

Problema 2.

§. 42. Si ante speculum principale P P, foramine $\pi\pi$ pertusum, ad distantiam $AB = [1 + \epsilon]p$ constituatur minus speculum concauum Q B Q, cuius distantia focalis $q = \frac{\epsilon(1+\epsilon)}{1+2\epsilon}.p$, definire binas lentes C et D, ita, vt quaeuis obiecta distincte repraesententur. Tab. III. Fig. 8.

Solutio.

Hic ergo, vt ante, est distantia $AF = \alpha = p$ et $FB = b = \epsilon p$, hincque $\frac{b}{p} = -\epsilon$ ob $AB = [1 + \epsilon]p$. Quia

Quia vero hic est

$$q = \frac{\varepsilon(1+\varepsilon)}{1+2\varepsilon}\cdot p, \text{ fiet } \frac{\beta}{b} = \frac{q}{b-q} = \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon} = B;$$

ita, vt iam sit $\beta = [1+\varepsilon]p$, quae distantia ipsi secundo interuallo BC est aequalis sicque secunda imago in ipsam lentem C incidet, vnde fiet $c = 0$; vnde cum posuerimus

$$\frac{\beta}{c} = -Q, \text{ fiet hic } Q = -\infty$$

tum vero pro tertia imagine erit

$$\gamma = \frac{cr}{c-r} = 0, \text{ ita, vt sit } C = -1 \text{ et } \mathfrak{C} = \infty.$$

Quare cum sit

$$r = \frac{B\mathfrak{C}}{PQ}\cdot p = -\frac{(1+\varepsilon)\mathfrak{C}}{Q}\cdot p$$

vicissim adparet, fore $\frac{\mathfrak{C}}{Q} = -\frac{r}{(1+\varepsilon)p}$.

His inuentis distantiae focales erunt

$$P = p;\ q = \frac{\varepsilon(1+\varepsilon)}{1+2\varepsilon}\cdot p;\ r = r; \text{ et}$$

$$s = \frac{B}{PQR}\cdot p = \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon m}\cdot p \text{ ob } PQR = m.$$

Interualla vero ita erunt expressa

$$AB = [1+\varepsilon]p = BC.$$

$$CD = \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon m}\cdot p = s,$$

vti rei natura postulat, quandoquidem vltima imago in ipsa lente C manet constituta. Ceterum patet, hic duas occurrere imagines reales; alteram in F, alteram in C, ideoque imagines situ erecto repraesentari et recte nos assumsisse $PQR = m$.

Pro

Pro campo diiudicando erit

$$M = \frac{\mathfrak{q}+\mathfrak{r}+\mathfrak{s}}{m-1} \text{ vnde fit } \Phi = M\xi;$$

tum vero esse debet

$$\mathfrak{B}\mathfrak{q} = (P-1)M. \text{ hinc}$$

$$\mathfrak{q} = -\frac{(1+2\varepsilon)}{\varepsilon}M \text{ et}$$

$$\mathfrak{C}\mathfrak{r} = (PQ-1)M - \mathfrak{q} \text{ hinc}$$

$$\mathfrak{r} = \left(\frac{PQ}{\mathfrak{C}} - \frac{1}{\mathfrak{C}}\right)M - \frac{\mathfrak{q}}{\mathfrak{C}}.$$

Quia vero

$$\mathfrak{C} = \infty \text{ et } \frac{\mathfrak{C}}{Q} = \frac{-r}{(1+\varepsilon)p} \text{ erit}$$

$$\mathfrak{r} = \frac{PQM}{\mathfrak{C}} = \frac{(1+\varepsilon)p}{\varepsilon r}.M$$

hinc ergo fit

$$\mathfrak{q}+\mathfrak{r}+\mathfrak{s} = \left(\frac{(1+\varepsilon)p}{\varepsilon r} - \frac{(1+2\varepsilon)}{\varepsilon}\right)M + \mathfrak{s} = (m-1)M;$$

vnde reperitur

$$M = \frac{\varepsilon r \mathfrak{s}}{m\varepsilon r - (1+\varepsilon)(p-r)}$$

circa $\mathfrak{s}$ autem nihil adhuc definitur, sed cum lentis C semidiameter aperturae reuera sit $= \varepsilon x$, per formulas autem nostras esse debeat

$$= \tfrac{1}{4}\mathfrak{r}r = \frac{(1+\varepsilon)p.M}{4\varepsilon}$$

siue ipso campo introducto hic semidiameter erit $= \frac{(1+\varepsilon)p\Phi}{\varepsilon}$, qui cum excedere nequeat εx, hoc non est verendum, nisi esset $\Phi = \frac{\varepsilon^2 x}{(1+\varepsilon)p}$ vel maius. Iam vt margo coloratus euanescat, debet esse

$$o = \frac{\mathfrak{r}}{PQ} + \frac{\theta}{PQR}; \text{ ideoque esse deberet } \frac{\theta}{m} = o.$$

vnde patet hoc modo marginem coloratum euitari non posse; sed tamen eum fore minimum et vix sensibilem ob denominatores PQ et PQR maximos.

Sumta porro littera θ, vti circumstantiae permittunt, pro loco oculi habebimus $O = \frac{\theta s}{Mm}$. Denique conditio confusionis tollendae praebet hanc aequationem

$$\frac{\mathfrak{r}}{k^3} = \frac{m x^3}{p^3}\left(\frac{1}{8} + \frac{(1+2\varepsilon)\varepsilon}{8(1+\varepsilon)^3}\right).$$

sequentibus partibus sponte euanescentibus, ita, vt statui possit

$$p = \tfrac{1}{2} m . \sqrt[3]{m\left(\frac{1+\varepsilon(1+2\varepsilon)}{(1+\varepsilon)^3}\right)} \text{ dig.}$$

Coroll. 1.

§. 43. Cum lentis in C positae semidiameter aperturae esse debeat $= \frac{1}{4}\mathfrak{r}.r$, is vero reuera sit $= \varepsilon x$; hinc colligitur $\mathfrak{r} = \frac{4\varepsilon x}{r}$. Verum ante inuenimus $\mathfrak{r} = \frac{(1+\varepsilon)p}{\varepsilon r}$. M his ergo duobus valoribus aequatis prodit $4\varepsilon^2 x = (1+\varepsilon)p.M$; vnde si esset $\mathfrak{r} = 1$ foret $r = 4\varepsilon x$; tum vero $r = \frac{M(1+\varepsilon)p}{\varepsilon}$; quia vero est

$$M = \frac{\varepsilon r.\theta}{m\varepsilon r - (1+\varepsilon)(p-r)}$$

habebimus nunc substituto pro r illo valore

$$M = \frac{4\varepsilon^2\theta x}{4m\varepsilon^2 x - (1+\varepsilon)(p - 4\varepsilon x)},$$

qui

qui valor in illa aequatione substitutus dabit

$$\delta = \frac{4m\varepsilon^2 x - (1+\varepsilon)(p - 4\varepsilon x)}{(1+\varepsilon)p}.$$

Coroll. 2.

§. 44. Quia autem δ vnitate maius esse nequit, hoc valore vnitati aequali posito prodibit

$$4m\varepsilon^2 x = 2(1+\varepsilon)p - 4\varepsilon(1+\varepsilon)x$$

hincque

$$m = \frac{(1+\varepsilon)p - 2\varepsilon(1+\varepsilon)x}{2\varepsilon^2 x}$$

quae aequatio subsistere nequit, nisi multiplicatio m aliquot millia excedat, quod in praxi nunquam locum habere potest.

Scholion.

§. 45. Huiusmodi vero telescopia duplici laborant defectu; primo enim quia lens C in ipso imaginis loco constituitur, nisi lens ex purissimo vitro sit confecta repraesentatio vehementer erit inquinata, vti iam saepius obseruauimus; deinde etiam haud exiguum vitium in eo consistit, quod marginem coloratum non licuit ad nihilum reducere, quam ob caussam haec telescopia superfluum foret vberius prosequi, sed potius eiusmodi casum euoluamus, in quo secunda imago post lentem C cadat simulque margo coloratus feliciter tolli queat, quare cum pro hoc praestando habeatur aequatio $0 = \frac{r}{PQ} + \frac{s}{PQR}$, necesse

 est,

est, vt fieri queat $\mathfrak{r} + \frac{\mathfrak{s}}{R} = 0$, quod commodissime fieri poterit, si fuerit $R = -1$, quia enim tum erit $\mathfrak{r} = \mathfrak{s}$, maximum campum adipisci poterimus, si sumere liceat $\mathfrak{r} = \mathfrak{s} = 1$ tum enim fiet $M = \frac{q+2}{m-1}$ et quamuis q sit fractio negatiua, tamen campus hinc orietur satis magnus; vt vero fiat R numerus negatiuus, secunda imago in interuallum C D adere debet, ita, vt Q maneat quantitas positiua et quia multiplicatio dat $m = PQR$ ob $P = -\frac{1}{\varepsilon}$, si sumamus $R = -1$ necesse est fiat $Q = \varepsilon m$, vnde cum sit

$$Q = -\frac{\beta}{c}, \text{ erit } c = -\frac{\beta}{\varepsilon m}$$

at vero secundum interuallum $BC = \beta + c$ quod cum primo $(1 + \varepsilon)p$ aequale esse debeat, elicimus.

$$\beta = (1 + \varepsilon)p - c = \frac{\varepsilon(1+\varepsilon)mp}{\varepsilon m - 1}.$$

Cum vero sit

$$\beta = \frac{ba}{b-a} \text{ et } b = \varepsilon p \text{ siue etiam } \frac{1}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{\beta};$$

hinc erit

$$\frac{1}{q} = \frac{1+2\varepsilon}{\varepsilon(1+\varepsilon)p} - \frac{1}{\varepsilon(1+\varepsilon)mp} \text{ tum vero erit}$$

$$B = \frac{\beta}{b} = \frac{(1+\varepsilon)m}{\varepsilon m - 1} \text{ hincque}$$

$$\mathfrak{B} = \frac{(1+\varepsilon)m}{(1+2\varepsilon)m - 1} \text{ vnde fit } q = \mathfrak{B} b.$$

Porro vero cum sit $r = \mathfrak{C} c$, erit

$$\mathfrak{C} = \frac{r}{c} = \frac{-(\varepsilon m - 1)r}{(1+\varepsilon)p} \text{ hincque}$$

$$C = \frac{-(\varepsilon m - 1)r}{(1+\varepsilon)p + (\varepsilon m - 1)r}.$$

Pro

Pro interuallo autem C D, quod est $\gamma + d = \gamma + s$, quia est

$$\gamma = \frac{cr}{c-r} = \frac{2(1+\varepsilon)pr}{(1+\varepsilon)p+(\varepsilon m-1)r},$$

quia vero etiam esse debet $R = -\frac{\gamma}{d} = -1$ hinc erit $s = \gamma$ sicque interuallum $CD = 2\gamma = 2.s$. Quia autem porro est

$M = \frac{q+2}{m-1}$, sumto scilicet $\varepsilon = \delta = 1$, erit

$$q = \frac{-((1+2\varepsilon)m-1)}{\varepsilon m}. M \text{ hincque}$$

$$q + 2 = \frac{-((1+2\varepsilon)m-1)M+2\varepsilon m}{\varepsilon m} = M(m-1);$$

vnde sequitur

$$M = \frac{2\varepsilon m}{\varepsilon m^2+(1+\varepsilon)m-1};$$

ex quo vicissim concludimus

$$q = \frac{-2((1+2\varepsilon)m-1)}{\varepsilon m^2+(1+\varepsilon)m-1}.$$

Praeterea vero adhuc habetur haec aequatio

$$\mathfrak{C} = (PQ-1)M - q$$

quae abit in hanc

$$\mathfrak{C} = -(m+1)M - q$$

seu substitutis valoribus

$$1-\frac{(\varepsilon m-1)r}{(1+\varepsilon)p} = \frac{-2\varepsilon m(m+1)+2(1+2\varepsilon)m-2}{\varepsilon m^2+(1+\varepsilon)m-1}$$
$$= \frac{-2\varepsilon m^2+2(1+\varepsilon)m-2}{\varepsilon m^2+(1+\varepsilon)m-1}$$

vnde concludimus fore

$$r = \frac{2(\varepsilon m^2-(1+\varepsilon)m+1)(1+\varepsilon)p}{(\varepsilon m-1)(\varepsilon m^2+(1+\varepsilon)m-1)}$$

$$r = \frac{2(m-1)(1+\varepsilon)}{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1} \cdot p$$

hinc cum fit $\frac{1}{\gamma} = \frac{1}{r} - \frac{1}{c}$, reperitur

$$\gamma = \frac{2(m-1)(1+\varepsilon)}{3\varepsilon m^2 - (1+\varepsilon)m + 1} p = s.$$

vnde porro concluditur diſtantia oculi

$$O = \frac{\mathfrak{B}s}{Mm} = \frac{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1}{2\varepsilon m^2} \cdot s$$

$$= \frac{1}{2} s \left(1 + \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon m} - \frac{1}{\varepsilon m^2}\right) = \frac{1}{2} s \text{ proxime.}$$

quod autem ad campum apparentem attinet, quoniam ſumſimus $\mathfrak{r} = \mathfrak{s} = 1$, diſpiciendum eſt, num etiam ponere liceat $\xi = \frac{1}{4}$. Hoc autem patebit ex lente C, cuius ſemidiameter aperturae $= \xi r$ excedere nequit εx, poſito igitur $\xi r = \varepsilon x$ colligitur

$$\xi = \frac{\varepsilon x(\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1)}{2(m-1)(1+\varepsilon)p}$$

qui valor ſi fuerit minor quam $\frac{1}{4}$, eo erit vtendum, ita, vt tum fit $\Phi = M\xi$; ſin autem ille valor prodeat maior, quam $\frac{1}{4}$ nihilominus ſumi debet $\xi = \frac{1}{4}$. Si tanquam exemplum ſumatur

$$\varepsilon = \frac{1}{4},\ m = 100,\ x = \frac{5}{12} \text{ dig. et } p = 25. \text{ dig.};$$

reuera prodit $\xi = \frac{1}{4}$, ita, vt haec poſitio $\xi = \frac{1}{4}$ parum a praxi diſcrepare videatur; vnde operae pretium erit has determinationes coniunctim ob oculos ponere.

Exemplum Teleſcopii Catadioptrici.

§ 46. Ex modo allatis prima elementa huius Teleſcopii ita ſe habebunt:

$a =$

$$a = \infty;\ b = \varepsilon p;\ c = \frac{-(1+\varepsilon)}{\varepsilon m - 1} p;\ d = \gamma$$

$$\alpha = p;\ \beta = \frac{\varepsilon(1+\varepsilon)mp}{\varepsilon m - 1};\ \gamma = \frac{2(m-1)(1+\varepsilon)}{3\varepsilon m^2 - (1+\varepsilon)m + 1} . p;\ \delta = \infty.$$

Ex quibus deducuntur sequentes valores

$$B = \frac{(1+\varepsilon)m}{\varepsilon m - 1};\ C = \frac{-2(m-1)(\varepsilon m - 1)}{3\varepsilon m^2 - (1+\varepsilon)m + 1};$$

$$\mathfrak{B} = \frac{(1+\varepsilon)m}{(1+2\varepsilon)m - 1};\ \mathfrak{C} = \frac{-2(m-1)(\varepsilon m - 1)}{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1};$$

$$P = -\frac{\alpha}{b} = -\frac{1}{\varepsilon};\ Q = -\frac{\beta}{c} = \varepsilon m;\ R = -\frac{\gamma}{d} = -1.$$

Ex his vero colliguntur distantiae focales

$$p = p;\ q = \mathfrak{B} b = \frac{\varepsilon(1+\varepsilon)m}{(1+2\varepsilon)m - 1} . p;$$

$$r = \mathfrak{C} c = \frac{2(m-1)(1+\varepsilon)}{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1} . p \text{ et } s = d = \gamma.$$

et pro earum aperturis

$$\mathfrak{q} = \frac{-2((1+2\varepsilon)m - 1)}{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1};\ \mathfrak{r} = 1;\ \mathfrak{s} = 1.$$

hincque

$$\mathfrak{q} + \mathfrak{r} + \mathfrak{s} = \frac{2\varepsilon m(m-1)}{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1} \text{ ideoque}$$

$$M = \frac{2\varepsilon m}{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1}.$$

ex quo elicitur semidiameter campi apparentis

$\Phi = M\xi$; ac si liceat sumere $\xi = \frac{1}{4}$; fiet

$$\Phi = \frac{1718 . \varepsilon m}{\varepsilon m^2 + (1+\varepsilon)m - 1} . \text{ minut.}$$

at pro loco oculi inuenimus

$$O = \frac{1}{3} s\left(1 + \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon m} - \frac{1}{\varepsilon m^2}\right)$$

Super-

Supereſt igitur, vt ex conditione confuſionis definiatur diſtantia focalis p, quae reperitur

$$p = k x. \sqrt[3]{m}.\Big(\tfrac{1}{8} + \frac{\varepsilon.(m+1)^2((1+2\varepsilon)m-1)}{4.(1+\varepsilon)^3 m^3}$$
$$+ \frac{\mu.(\varepsilon m^2+(1+\varepsilon)m-1)^3}{8 m^4 (m-1)^3 (1+\varepsilon)^3}.(\lambda'' + \nu\mathfrak{C}.(1-\mathfrak{C}))$$
$$+ \frac{\mu.(3\varepsilon m^2-(1+\varepsilon)m+1)^3.\lambda'''}{8 m^4 (m-1)^3 (1+\varepsilon)^3}\Big).$$

vbi ſi tantam claritatem deſideremus, qualem ſupra teleſcopiis tribuimus ſumi debet $x = \frac{m}{30}$ dig. et pro gradu diſtinctionis $k = 50$, vt ſit $k x = m$.

Sin autem minori claritatis gradu contenti eſſe velimus, fortaſſe ſufficiet ponere $x = \frac{m}{100}$ dig. vel adeo $x = \frac{m}{200}$ dig.

Conſtructio huiusmodi Teleſcopii pro multiplicatione $m = 100$. ſumto $\varepsilon = \frac{1}{4}$.

§. 47. Pro maiori ergo ſpeculo, cuius ſemidiameter ſit $= x$, foraminis ſemidiameter erit $= \frac{1}{4} x$. eius vero diſtantia focalis in genere ponatur $= p$; ex qua ſequentes diſtantiae focales ita definientur

$q = \frac{125}{596} p = 0,2097.p;$

$r = \frac{5.99}{5248} p = 0,0943.p.$

$s = \frac{5.99}{14752}.p = 0,03355.p.$

Interualla autem ſequenti modo definientur

1°. $AB = \frac{5}{4} p = 1,25\ p;$

2°. $BC = \frac{5}{4} p = 1,25.p;$

3°. C

3°. $CD = 2.\,s = 0,0671.\,p$;

4°. $O = 0,5248.\,s$.

Praeterea vti speculi maioris semidiameter aperturae est $= x$, ita minoris erit $= \frac{1}{4}x$. cui etiam aequatur apertura lentis C; lentis vero ocularis D semidiameter aperturae poterit sumi $= \frac{1}{4}.\,s$. vnde campi apparentis semidiameter erit circiter $\Phi = 16,368$. minut. qui campus locum habet, nisi sit $\frac{1}{4}x < \frac{1}{4}r$ seu $x < r$. hoc enim si euenerit, vt sit $x < r$, tum campus in eadem ratione diminuetur, atque in eadem ratione aperturam lentis D diminui conueniet. At vero pro definienda distantia focali p habetur ista aequatio

$$p = \frac{1}{2}kx\sqrt[3]{\left\{\begin{array}{l}100 + 19,45 + 0,0095\,\mu.\,(\lambda'' - 5\nu)\\ + 0,211.\,\mu.\,\lambda''\end{array}\right\}}$$

vbi partes ex binis lentibus oriundae vix ad dimidium accedant, tota haec quantitas radicalis certe non ad 5 exsurget, ita, vt tuto sumi possit $p = \frac{5}{2}.\,k\,x$; supra autem notauimus esse circiter $k = 50$.

Scholion.

§. 48. Quodsi hic statuamus $k = 50$ et $x = 2$ dig. distantia focalis speculi obiectiui ex hac formula prodit $p = 250$. dig. ideoque maius viginti pedibus, quod merito maxime mirum videbitur, cum talia telescopia circumferantur, in quibus p non superat 24. dig. atque x adeo duobus digitis maior reperitur, et quae nihilominus centies multiplicant; cuius ergo phaenomeni caussam scrutari oportet; primo autem manifestum est, eam non in hoc esse sitam, quod numerum k nimis magnum assumsimus; etsi enim pro microscopiis contenti esse soleamus valore $k = 20$, tamen fateri debemus, confusionem tum satis esse sensibilem, qualem tamen in his telescopiis non deprehendimus, et quamuis praeterea sumeremus $k = 20$, tamen adhuc prodiret $p = 100$. dig. Euidens ergo est, caussam necessario in eo sitam esse debere, quod post signum radicale cubicum binae priores partes ad specula relatae non solum multo sint minores, quam hic assumsimus sed adeo nihilo aequales poni debeant. Interim tamen certum est, si haec specula haberent figuram sphaericam, vti in calculo nostro assumsimus, partes inde in confusionem influentes minores non fore, quam hic sunt definitae; ex quo tuto concludere possumus, in his instrumentis specula non ad figuram sphaericam esse elaborata sed iis ab artifice figuram parabolicam esse inductam, in quo Cel. Schort gloriatur, se modum inuenisse specula ad figuram parabolicam elaborandi, cui inuento sine dubio exiguus valor litterae p tribui debet; quodsi enim post signum radicale binas priores partes omittamus; totus valor huius formulae radicalis sumto $\lambda''' = 1$. ob $\mu = \frac{9}{10}$ circiter reducetur infra $\frac{1}{3}$; sumto autem hoc valore sequitur fore $p = 30$. dig. prorsus fere, vti experientia testatur; facile enim licet k assumere minus, quam

50;

50; tum vero etiam aliae constructiones proferri possunt, in quibus haec duo membra posteriora adhuc minores sortirentur coefficientes. Quodsi ergo ambo nostra specula figuram habuerint parabolicam sumereque liceat $p = 30$ dig., existente $x = 2$ dig. erit $r = 2,829$ dig. eiusque aperturae semidiameter, quem scilicet foramen suppeditat $= \varepsilon x = \frac{1}{2}$ dig. vnde vtique sumi non licebit $\xi = \frac{1}{4}$, sed tantum $\xi = \frac{3}{17}$ et campus supra inuentus diminui debet in ratione $\frac{1}{4} : \frac{3}{17}$ siue $17 : 12$ siue suo triente propemodum, ita, vt adhuc sit eius semidiameter $\Phi = 11$. minut. Quodsi autem distantia focalis p maior assumi debeat, tum pro ξ adhuc minor valor reperietur.

Scholion 2.

§. 49. Telescopia autem vulgaria huius generis non mediocriter discrepant a mensuris supra descriptis; vnde operae pretium erit, mensuras talis telescopii, quod pro excellenti habetur, accuratius examinare. Erat autem speculi maioris distantia focalis duorum pedum seu $p = 24$. dig. semidiameter eius $x = 2\frac{1}{2}$ dig. foraminis vero semidiameter $y = \frac{1}{2}$ dig. vnde sequitur fractio $\varepsilon = \frac{1}{5}$. Verum minus speculum a maiore distabat interuallo $AB = 27\frac{1}{3}$ dig. vnde cum sit $AF = p = 24$ dig. sequitur distantia $FB = b = 3\frac{1}{3}$ dig. Quare cum posuerimus $b = \varepsilon p$; hinc non amplius fiet $\varepsilon = \frac{1}{5}$, sed tantum $\varepsilon = \frac{5}{36}$; ita, vt in praxi recepta minus speculum propius collocetur, Tab. II. Fig. 8.

 quam

quam ratio foraminis postulat. Verum rationes non desunt, a regula supra stabilita recedendi. Supra enim hoc speculum minus, quod etiam in praxi foramini aequabatur, ita constituimus, vt omnes radios axi parallelos, qui a maiore speculo reflectuntur, non solum reciperet, sed etiam ab iis quasi impleretur. Cum autem ob campum apparentem etiam radii ad axem obliqui a maiori speculo reflectantur, quorum plures in nostra constructione minus speculum praetergrederentur, vtique consultum erit, istud speculum aliquanto propius admouere, vt etiam hos radios recipere queat. Quamobrem conueniet litterae ε duplicem valorem tribui, alterum ex ratione foraminis petitum, alterum vero ex loco minoris speculi, quos ne inter se confundamus, in posterum statuamus $y = \delta x$ at vero $b = \varepsilon . p$; ita, vt hoc casu futurum sit $\delta = \frac{1}{3}$ et $\varepsilon = \frac{5}{16}$. Neque vero hinc in nostras formulas alia mutatio inferetur, nisi vt in locis, vbi formula εx seu y occurrit, eius loco scribamus δx, quod quidem tantum, vbi de quantitate foraminis et minoris speculi sermo est, occurrit; in reliquis vero omnibus formulis, vbi ε cum littera p coniungitur, nulla fit mutatio, ita, vt nostrae formulae generales etiam hic valeant. Verum vt ad istud telescopium reuertamur, distantia focalis speculi minoris erat $q = 3$ dig. vnde concluditur distantia $BG = \beta = \frac{bq}{b-q} = 30$. hincque $CG = 2\frac{2}{3}$. Hic autem probe notandum est, si vel leuissima mutatio in loco minoris speculi fiat,

tum

tum in hoc interuallo CG insignem mutationem oriri; si enim loco $3\frac{1}{3}$ sumatur FB $= b = 3\frac{1}{2}$, vt sit BC $= 27\frac{1}{2}$, reperietur BG $= \beta = 27$ hincque CG $= -\frac{1}{2}$. Quam ob caussam etiam minus speculum ita constitui solet, vt eius locus ope cochleae tantillum immutari possit. In isto autem exemplo speculum minus ita est constituendum, vt inde prodeat CG $= 1\frac{1}{3}$ dig. Vnde vicissim verus valor ipsius b definiri poterit; quia enim fit BG $= \frac{3b}{b-3}$, ob CB $= 24 + b$ erit CG $= \frac{3b}{b-3} - b - 24$; quae distantia vt fiat $= \frac{4}{3}$ dig. elicietur

$$b = \frac{\sqrt{1525} - 29}{3} = 3,35041.$$

qui valor assumtum $3\frac{1}{3}$ tantum superat particula $\frac{1}{[illegible]}$ ita, vt in reliquo calculo sumi possit $b = 3\frac{1}{3}$. Pergamus nunc in nostro examine et quia lentis in C distantia focalis erat $= 4$ dig. $= r$, ob $c = -\frac{4}{3}$ dig. fiet CH $= \gamma = 1$ dig. Deinde vero erat interuallum CD $= 3$ dig. et lentis ocularis D distantia focalis $s = 2$ dig. sicque prodibit distantia HD $= d = 2$ dig. ideoque $d = s$, vti natura telescopii postulat. Quocirca singula huius telescopii elementa ita se habebunt

$$a = 24;\ b = 3,35041;\ c = -1,33333;\ d = 2;$$
$$\beta = 28,68374;\ \gamma = 1.$$

et distantiae focales

$$p = 24;\ q = 8;\ r = 4,\ \text{et}\ s = 2.\ \text{dig.}$$

interualla vero

$$AB = BC = 27,35041.;\quad CD = 3. \text{ dig.}$$

Hinc vero reliquae nostrae litterae inuenientur

$$B = \frac{\beta}{b} = 8,5613;\quad \mathfrak{B} = 0,89541.$$

$$C = \frac{\gamma}{c} = -0,75.;\quad \mathfrak{C} = -3. \text{ et}$$

$$\mathfrak{r} = \frac{b}{p} = 0,13960. = \frac{1}{7,1633}$$

ac denique

$$P = -\frac{\alpha}{b} = -7,1633.$$

$$Q = -\frac{\beta}{c} = 21,51281.$$

$$R = -\frac{\gamma}{d} = -\frac{1}{2}.$$

His inuentis valoribus proprietates huius Telescopii sequenti modo definiri poterunt: quod

1°. ad multiplicationem attinet, quia est $m = PQR$, erit $m = 77,05$.

2°. vt nunc etiam campum apparentem definiamus, primo ex apertura lentis C, cuius semidiameter est $y = \frac{1}{2}$ dig. sumto $\xi = \frac{1}{4}$, erit $\frac{1}{4}\mathfrak{r}r = \frac{1}{2}$ dig. ideoque $\mathfrak{r} = \frac{1}{2}$ dig. tum vero est

$$q = \frac{(P-1)M}{\mathfrak{B}} = -9,1168.\ M.$$

similique modo

$$\mathfrak{C}\mathfrak{r} = (PQ-1)M - q = -145,98.\ M$$

hincque $\mathfrak{r} = 48,66.\ M.$

Cum

Cum igitur ante esset $v = \frac{1}{2}$ dig. hinc concluditur

$$M = \frac{1}{97,32} = \frac{q + r + s}{76,05}$$

vnde elicitur

$$s = \frac{8517}{9732} - 0,5 = 0,3751.$$

qui valor cum vnitate sit minor veritati erit consentaneus; si enim vnitate maior prodiisset, tum litterae r valorem semisse minorem tribuere debuissemus. Quocirca semidiameter campi apparentis erit

$$\Phi = M\xi = \frac{1}{4}M = 859. \text{ M. min.} = 8' \, 50''.$$

siue diameter campi erit $= 17' \, 40''$.

3°. Videamus, an per hoc telescopium etiam margo coloratus destruatur, quae conditio cum postulet

$$0 = \frac{r}{PQ} + \frac{s}{PQR} \text{ siue } r = 2s,$$

quod cum non multum a veritate discrepet, margo vtique debebit esse insensibilis; interim tamen perfectius margo coloratus tolleretur, si prodiisset exacte $r = 2s$; id quod quidem leuissima mutatione fieri posset. Tandem autem restabit, vt etiam inuestigemus, quam exacte aequatio semidiametrum confusionis complectens hic impleatur, siue cum hic iam cognoscamus litteras m; x; p; B; C; vna cum μ, ν et λ ex indole vitri et figura lentium, definiemus inde litteram k, quam nouimus vix infra 50 admitti posse

posse. Sumamus autem primo ambo specula ad figuram sphaericam esse elaborata, quoniam facile erit facto calculo duos terminos priores rejicere, quando nouerimus haec specula esse parabolica. Ex forma autem generali supra §. 34. data patet fore

$$\frac{1}{k} = 0,222.\sqrt[3]{\Big(1 + \frac{2(1+B)(1-B)^2}{B^3} - \frac{4\mu}{m.B^3\mathfrak{C}^3}(\lambda'' + \nu.\mathfrak{C}(1-\mathfrak{C})) + \frac{8\mu}{m.B^3C^3}.\lambda'''\Big)}$$

ob $\mathfrak{X} = \frac{5}{2}$; $p = 24$, et $m = 77,05$.

Deinde cum sit $\varepsilon = 0,1396$,

$B = 8,5613$, $\mathfrak{B} = 0,89541$.

$\mathfrak{C} = -3$, et $C = -\frac{5}{4}$,

singuli hi termini ita in numeris euoluentur.

$$\frac{1}{k} = 0,222.\sqrt[3]{\big(1 + 0,1216 + 0,000003.\mu.(\lambda'' - 12.\nu) + 0,00039.\mu.\lambda'''\big)}$$

hinc ergo colligimus, si primum speculum esset sphaericum, certe proditurum esse

$$\frac{1}{k} > 0,222; \text{ hoc est } \frac{1}{k} > \frac{2}{9} \text{ ideoque } k < \frac{9}{2},$$

vnde certe confusio enormis nasceretur; quod cum neutiquam fieri debet, necesse est, vt primum speculum sit parabolicum vel proxime saltem, vt primus terminus euanescat. Si porro speculum minus esset sphaericum, prodiret adhuc $\frac{1}{k} > 0,111$ seu $k < 9$. vnde confu-

confusio adhuc intolerabilis nasceretur, ex quo concludimus etiam a secundo speculo nullam confusionem nasci. Reiectis ergo binis prioribus terminis habebitur

$$\frac{1}{k} = 0,222.\sqrt[3]{(0,000008.\mu.(\lambda'' - 12.\nu) + 0,00039.\mu.\lambda''')}$$

vbi statim patet solum postremum membrum in computum venire, vnde ergo cum sumi possit $\mu\lambda''' = 1$. prodit

$$\frac{1}{k} = 0,222.0,073. = \frac{2}{9}.\frac{1}{13} \text{ siue } k = 59.$$

qui valor iam tantus est, vt nulla confusio sit metuenda atque hinc iam multo magis intelligimus, summam sollertiam ad huiusmodi telescopia conficienda requiri, quae si ab artifice exspectari potest, nullum est dubium, quin species telescopiorum a nobis ante exposita his, quae passim reperiuntur, longe sit anteferenda. In §pho igitur superiori 46. vt eum ad modo examinatum telescopium accommodemus, sumi poterit s quatenus ad p refertur $= \frac{1}{7}$, quatenus autem ad x refertur $= \frac{1}{2}$ vt fiat $y = \frac{1}{2}x$; vnde pro quauis multiplicatione huiusmodi telescopia formari poterunt, quae certe multo maiorem campum patefacient, simulque marginem coloratum perfectius tollent. Verum si speculum minus fiat conuexum, multo maiora commoda inde sperare licebit, vti in sequente Capite ostendemus. Casum enim, qui hic adhuc desiderari posset, quo imago realis in interuallum B C caderet, ne quidem attingemus, quoniam tam campum nimis paruum produceret, quam vitio marginis colorati vehementer laboraret. Cum enim tum esset $R > o$, aequatio pro margine tollendo $o = r + \frac{s}{R}$ subsistere non posset, nisi r foret negatiuum et quia q etiam est negatiuum, campus fere ad nihilum redigeretur.

CAPVT

CAPVT IV.

DE TELESCOPIIS CATADIOPTRICIS MINORE SPECVLO CONVEXO INSTRVCTIS.

Problema I.

§. 50.

Constructionem huiusmodi telescopiorum describere, quibus obiecta situ inuerso repraesententur, seu vbi vnica imago realis occurrat.

Solutio.

Cum in hoc genere distantia amborum speculorum sit $AB = (1 - \varepsilon)p$, ideoque $b = -\varepsilon . p$ ob $\alpha = p$ erit $P = -\frac{\alpha}{b} = +\frac{1}{\varepsilon}$, vbi ε designat fractionem aliquanto minorem, quam ratio foraminis ad speculum maius $\frac{y}{x}$ designat, ita, vt posito $y = \delta x$ sit $\varepsilon < \delta$, ob rationem ante allegatam §. 49. qua scilicet obtinetur, vt etiam radii obliqui a minore speculo excipiantur. Interim tamen semidiameter aperturae minoris speculi maneat $= \delta x = y$, ita, vt hoc speculum foramini aequetur, vti initio assumsimus. Nunc statim consideremus aequationem, qua margo colo-

coloratus destruitur, quae si praeter specula duae lentes adhibeantur, reducitur ad hanc formam: $o = \mathfrak{r} + \frac{\mathfrak{s}}{R}$, vnde vt ambae litterae $\mathfrak{r}$ et $\mathfrak{s}$ valores positiuos habere queant, vti ratio campi postulat, conueniet litterae R valorem tribui negatiuum et quidem vnitate non minorem, vt sumto $\mathfrak{s} = 1$ prior lens C, cuius apertura iam per foramen determinatur, campum non restringat. Ponamus igitur $R = -i$ et cum ex data multiplicatione m ob repraesentationem inuersam sit $PQR = -m$ fiet hinc $PQ = \frac{m}{i}$ et $Q = \frac{\varepsilon m}{i}$. Est vero $Q = -\frac{\beta}{c}$ et quia est

$$\beta + c = BC = AB = (1 - \varepsilon)p;$$

hinc colligimus

$$c = -\frac{i(1-\varepsilon)p}{\varepsilon m - i} \text{ et } \beta = \frac{m\varepsilon(1-\varepsilon)p}{\varepsilon m - i}$$

quare cum in genere sit $\frac{1}{q} = \frac{1}{b} + \frac{1}{\beta}$ erit

$$\frac{1}{q} = -\frac{(1-2\varepsilon)m + i}{m\varepsilon(1-\varepsilon)p} \text{ hincque } q = -\frac{m\varepsilon(1-\varepsilon)p}{(1-2\varepsilon)m + i}.$$

Porro ex valoribus b et β colligimus

$$B = \frac{\beta}{b} = \frac{-m(1-\varepsilon)}{\varepsilon m - i} \text{ et } \mathfrak{B} = \frac{+m(1-\varepsilon)}{(1-2\varepsilon)m + i}$$

Deinde cum sit $C = \frac{\gamma}{c}$ et $\mathfrak{C}c = r$ hinc inuenimus

$$\mathfrak{C} = \frac{r}{c} = -\frac{(\varepsilon m - i)r}{i(1-\varepsilon)p} \text{ ideoque}$$

$$C = \frac{-(\varepsilon m - i)r}{i(1-\varepsilon)p + (\varepsilon m - i)r} = \frac{\gamma}{c}$$

ex quo porro colligitur

$$\gamma = \frac{i(1-\varepsilon)pr}{i(1-\varepsilon)p + (\varepsilon m - i)r}.$$

Deni-

Denique cum fit $R = -\frac{\gamma}{d} = -\frac{\gamma}{s}$ ob $s = d$, erit

$$s = -\frac{\gamma}{R} = \frac{\gamma}{i} = \frac{(1-\varepsilon)pr}{i(1-\varepsilon)p + (\varepsilon m - i)r}$$

hincque tertium interuallum

$$CD = \gamma + s = \frac{(1+i)(1-\varepsilon)pr}{i(1-\varepsilon)p + (\varepsilon m - i)r}.$$

Nunc autem aperturae praebent has aequationes

1°. $\mathfrak{B}\mathfrak{q} = (P-1)M$, vnde fit

$$\mathfrak{q} = \frac{((1-2\varepsilon)m + i)M}{\varepsilon m};$$

2°. $\mathfrak{C}\mathfrak{r} = (PQ-1)M - \mathfrak{q} = \frac{\varepsilon m^2 - (1-\varepsilon)im - i^2}{\varepsilon im}M$

seu $\mathfrak{C}\mathfrak{r} = \frac{(m+i)(\varepsilon m - i)}{\varepsilon im}.M$

vnde elicitur $\mathfrak{r} = -\frac{(m+i)(1-\varepsilon)p}{\varepsilon mr}.M$.

vnde cum fit $\mathfrak{s} = i\mathfrak{r}$ ideoque $\mathfrak{r} + \mathfrak{s} = (1+i)\mathfrak{r}$, erit

$$\mathfrak{q} + \mathfrak{r} + \mathfrak{s} = \frac{(1-2\varepsilon)mr + ir - (1+i)(m+i)(1-\varepsilon)p}{\varepsilon mr}.M$$

$= M(m-1)$, ficque facta diuifione per M inueniemus

$$r = \frac{-(m+i)(1+i)(1-\varepsilon)p}{\varepsilon m^2 - (1-\varepsilon)m - i}$$

qui valor cum fit negatiuus, ex eo etiam prodibit interuallum CD negatiuum, vnde patet hunc valorem in praxi locum habere non poſſe.

Verum cum faepenumero problemata duas pluresue folutiones admittant, idem etiam hic vſu venit, hocque problema praeter folutionem hic inuentam infuper aliam complectitur, quam per diuifionem ex calculo expulimus. Quod quod facilius appareat, calculum ita inftituamus; cum primo fit

$$\mathfrak{q} = \frac{(1-2\varepsilon)m+i}{\varepsilon m}.\,M \text{ deinde } \mathfrak{s} = i\,\mathfrak{r}, \text{ erit}$$

$$\mathfrak{q}+\mathfrak{r}+\mathfrak{s} = \frac{(1-2\varepsilon)m+i}{\varepsilon m}M+(i+1)\mathfrak{r} = M(m-1)$$

vnde colligitur

$$M = \frac{\varepsilon m(1+i)\mathfrak{r}}{\varepsilon m^2-(1-\varepsilon)m-i} \text{ ideoque}$$

$$\mathfrak{q} = \frac{(1+i)((1-2\varepsilon)m+i)\mathfrak{r}}{\varepsilon m^2-(1-\varepsilon)m-i}$$

altera vero aequatio dabit

$$\mathfrak{C}\,\mathfrak{r} = \frac{(m-i)\varepsilon m(1+i)\mathfrak{r}-i(1+i)((1-2\varepsilon)m+i)\mathfrak{r}}{\varepsilon i m^2-(1-\varepsilon)im-i^2}$$

vnde fit

$$\mathfrak{C} = \frac{(1+i)(m+i)(\varepsilon m-i)}{i(\varepsilon m^2-(1-\varepsilon)m-i)}$$

fupra vero iam inuenimus

$$\mathfrak{C} = \frac{-(\varepsilon m-i)r}{i(1-\varepsilon)p}$$

vnde patet aequalitatem horum duorum valorum duplici modo obtineri poffe 1°. fcilicet, fi fuerit $i=\varepsilon m$, quo quippe vterque valor euanefcit; 2°. autem, quo facta diuifione per

$$\varepsilon m - i \text{ fit } \frac{(1+i)(m+i)}{\varepsilon m^2-(1-\varepsilon)m-i} = \frac{-r}{(1-\varepsilon)p}$$

haecque eft folutio incongrua ante inuenta. Statuamus igitur nunc $i=\varepsilon m$ fietque $\mathfrak{C}=0$, littera vero r hinc

r hinc plane non determinatur, et nostra solutio sequenti modo se habebit:

$$a = p;\ b = -\epsilon p.;\ c = -\infty;\ d = \frac{r}{\epsilon m};$$
$$\beta = \infty;\quad \gamma = r;$$

vbi notetur, fore $\beta + c = (1 - \epsilon)p$.

Hinc porro erit

$$\mathfrak{B} = \infty;\ \mathfrak{B} = 1.\ C = 0;\ \mathfrak{C} = 0.$$

tum vero

$$P = \frac{1}{\epsilon};\ Q = 1;\ R = -\epsilon m;$$

ita, vt sit $PQR = -m$.

Quia vero $B = \infty$ et $C = \mathfrak{C} = 0$, productum in se manet indefinitum; verum cum sit

$$r = \frac{B\mathfrak{C}}{PQ}.p = \epsilon B\mathfrak{C}.p, \text{ hinc vicissim erit } B\mathfrak{C} = \frac{r}{\epsilon p}.$$

Praeterea vero erunt distantiae focales

$$q = -\epsilon p; \text{ et } s = d = \frac{r}{\epsilon m}$$

atque interualla

$$AB = BC = (1-\epsilon)p \text{ et } CD = r\left(1 + \frac{1}{\epsilon m}\right)$$

Denique cum sit

$$\mathfrak{q} = \frac{(1+\epsilon m)(1-\epsilon)\xi}{\epsilon m - 1} \text{ et } \mathfrak{s} = \epsilon m \xi \text{ erit}$$
$$M = \frac{\epsilon(\epsilon m + 1)\xi}{\epsilon m - 1} = \frac{(\epsilon m + 1)\xi}{m(\epsilon m - 1)}.$$

ideoque semidiameter campi apparentis

$$\Phi = \frac{1}{4}.\frac{(\epsilon m + 1)\xi}{m(\epsilon m - 1)} = 859.\frac{(\epsilon m + 1)\xi}{m(\epsilon m - 1)} \text{ minut.}$$

vbi

vbi ſumere licebit $\theta = 1$, ſi modo lens ocularis vtrinque fiat aeque conuexa. Oculi vero poſt hanc lentem diſtantia reperitur

$$O = \frac{\theta s}{M m} = \frac{\varepsilon m - 1}{\varepsilon m + 1} \cdot s.$$

Quia autem lentis C ſemidiameter aperturae maior eſſe nequit, quam $y = \delta x$, ponamus $\frac{1}{4} \theta r = \delta x$ ſiue $\frac{\theta r}{4 \varepsilon m} = \delta x$; vnde, ſumto $\theta = 1$, definitur $r = 4 \delta \varepsilon m x$ hincque $s = 4 \delta x$. Verum etiam ad aperturam minoris ſpeculi eſt attendendum, cuius ſemidiameter reuera eſt $= \delta x$ et qui ob campum eſſe deberet $= \frac{1}{4} q q$; quam ob cauſſam neceſſe eſt ſit

$$\frac{(1 - \varepsilon)(\varepsilon m + 1) \theta p}{4 m (\varepsilon m - 1)} < \delta x \text{ ideoque } \theta < \frac{4 m (\varepsilon m - 1) \delta x}{(1 - \varepsilon)(\varepsilon m + 1) p}.$$

Tuto igitur ſumere licebit $\theta = 1$, ſi modo fuerit

$$4 m (\varepsilon m - 1) \delta x > (1 - \varepsilon)(\varepsilon m + 1) p.$$

Contra vero θ vnitate minus accipi deberet. Tantum igitur ſupereſt, vt ex formula ſemidiametri confuſionis definiamus diſtantiam focalem ſpeculi principalis p, quae ita reperitur expreſſa

$$p = k x \sqrt[3]{m \left(\frac{1 - \varepsilon}{\theta} + \mu \cdot \frac{\varepsilon^4 p^3}{r^3} \cdot \lambda'' + \mu \cdot \frac{\varepsilon^3 p^3}{m r^3} \lambda''' \right)}$$

ſiquidem ambobus ſpeculis figura ſphaerica inducatur, at ſi ambo habeant figuram parabolicam, debebit eſſe

$$r = k \varepsilon x \sqrt[3]{\mu m \left(\varepsilon \lambda'' + \frac{\lambda'''}{m} \right)}$$

ita, vt iam aliter non definiatur, niſi ex quantitate ſpeculi, cum ſine dubio ſemper eſſe debeat p multo maius

maius, quam x. Quia vero iam ante definiuimus, $r = 4\,\delta\,\epsilon\,m\,x$, habebitur nunc

$$4\,\delta\,m = k\sqrt[3]{\mu\,m}\,(\epsilon\,\lambda'' + \frac{\lambda'''}{m})$$

Cum nunc sit proxime $\mu = 1$. sumique possit $\lambda'' = 1$. et λ''' binario sit minus, k vero infra 50 capi non debeat, valorem ipsius ϵ aestimare poterimus; tantus enim esse debet, vt numerus $\frac{4\,\delta\,m}{\sqrt[3]{(\epsilon\,m+2)}}$ non minor prodeat, quam 50; vnde patet pro ϵ sumi debere fractionem valde paruam, si enim esset $\delta = \frac{1}{4}$ et $m = 100$, colligitur circiter $\epsilon = \frac{1}{50}$.

Exemplum.

§. 51. Ponamus $m = 100$, $x = 2$ dig. $y = \frac{1}{2}$ dig. ideoque $\delta = \frac{1}{4}$ et vt $\frac{4\,\delta\,m}{\sqrt[3]{(\epsilon\,m+2)}}$ satis magnum obtineat valorem, sumamus $\epsilon = \frac{1}{20}$ sic enim prodit $k = \frac{100}{\sqrt[3]{7}}$ seu $k > 50$ hinc ergo erit $r = 10$. dig. et $s = 2$ dig. Deinde cum pro speculo minore debeat esse

$$8000 > 57 \cdot p. \text{ erit } p < \frac{8000}{57}.$$

Vnde tuto sumi poterit $p = 25$. dig. sicque erit $q = -\frac{5}{4}$ dig. et interuallum $AB = BC = 23\frac{3}{4}$ dig. et $CD = 12$. dig. Oculi vero distantia $O = \frac{4}{9}$ dig. at campi apparentis semidiameter $\Phi = 12'\,53''$, vbi probe notandum, hic amto specula assumi perfecte parabolica.

Scholion.

§. 52. Quamuis autem haec constructio perfecte succedat, tamen tale telescopium tam insigni vitio erit praeditum, vt omni vsu destituatur; cum enim radii a minore speculo reflexi iterum fiant inter se paralleli, radii peregrini circa hoc speculum transeuntes et in lentem C incidentes cum illis refractionem communem patientur, simulque cum iis in oculum deferentur, ita, vt verum obiectum cum vicinis prorsus permixtum visioni repraesentetur neque vllo modo separari poterunt. Cum igitur huius vitii caussa in eo sit sita, quod radii a minore speculo reflexi fiant paralleli seu interuallum $\beta = \infty$, ne hoc fiat, diligenter erit cauendum; quod fiet, si distantia β minor fuerit interuallo B C, ita, vt in hoc interuallum imago realis incidat litteraque Q negatiuum obtineat valorem. Praeterea vero quia etiam R negatiuum valorem habere debet ob marginem coloratum, duae iam habebuntur imagines reales et obiecta situ erecto cernentur. Neque vero duabus tantum lentibus adhibendis scopo nostro satisfacere poterimus, sed tertiam insuper lentem in subsidium vocari oportebit, quae commodissime ita instrui poterit, vt aperturam quam minimam requirat, siquidem hoc modo segregatio radiorum peregrinorum felicissime succedet, quemadmodum in sequente problemate ostendemus.

Pro-

Problema 2.

§. 52. Huiusmodi telescopium cum speculo minore conuexo et tribus lentibus vitreis construere, quod obiecta situ erecto distincte repraesentet.

Solutio.

Maneat, vt ante, $y = \delta x$ et interuallum speculorum $AB = (1-\varepsilon)p = BC$. vt sit $b = -\varepsilon p$. Iam cum debeat esse $\beta < (1-\varepsilon)p$ et tamen superare debeat eius semissem $\frac{1}{2}(1-\varepsilon)p$, statuamus $\beta = \zeta(1-\varepsilon)p$, ita, vt ζ inter limites 1 et $\frac{1}{2}$ contineatur, hinc ergo fiet Tab. III. Fig. 9.

$$q = \frac{\zeta\varepsilon(1-\varepsilon)}{\varepsilon-\zeta(1-\varepsilon)}\cdot p = \frac{-\zeta\varepsilon(1-\varepsilon)}{\zeta-\varepsilon(\zeta+1)}\cdot p$$

Tum vero erit

$$B = \frac{\beta}{b} = \frac{-\zeta(1-\varepsilon)}{\varepsilon} \text{ et } \mathfrak{B} = \frac{\zeta(1-\varepsilon)}{\zeta-\varepsilon(\zeta+1)}.$$

Porro vero erit $c = (1-\varepsilon)(1-\zeta)p$ sicque habebimus

$$P = \frac{1}{\varepsilon};\; Q = \frac{-\beta}{c} = \frac{-\zeta}{1-\zeta}.$$

Statuatur igitur praeterea $R = -k$ fiatque

$$PQRS = m = \frac{\zeta k}{\varepsilon(1-\zeta)}\cdot S,$$

vnde reliquae distantiae focales erunt

$$r = (1-\varepsilon)(1-\zeta)\mathfrak{C}\cdot p;$$
$$s = \frac{(1-\varepsilon)(1-\zeta)C\mathfrak{D}}{k}\cdot p \text{ et}$$
$$t = \frac{-\zeta(1-\varepsilon)\cdot CD}{\varepsilon m}\cdot p.$$

 reli-

reliquaque interualla

$$CD = (1-\varepsilon)(1-\zeta)(1+\tfrac{1}{k})\,\mathfrak{C}.\,p$$
$$DE = (1-\varepsilon)(1-\zeta)(1-\tfrac{1}{S})\,\mathfrak{C}\,\mathfrak{D}.\,p.$$

vnde intelligimus esse debere $\mathfrak{C} > 0$ ideoque $\mathfrak{C} < 1$; et $(1-\frac{1}{S})\mathfrak{D} > 0$. Vt vero fiat $t > 0$, debet esse $\mathfrak{D} < 0$ ideoque $S < 1$. Consideretur nunc aequatio pro margine colorato tollendo, quae est

$$0 = \mathfrak{r} + \frac{\mathfrak{s}}{k} + \frac{\mathfrak{t}}{kS} \text{ siue } \mathfrak{r} = \frac{\mathfrak{s}}{k} + \frac{\mathfrak{t}}{kS};$$

vt iam secunda lens nulla apertura indigeat, statuatur

$$\mathfrak{s} = 0 \text{ eritque } \mathfrak{r} = \frac{\mathfrak{t}}{kS}$$

aequationes autem pro litteris $\mathfrak{r}$, $\mathfrak{s}$, $\mathfrak{t}$ posito

$$M = \frac{\mathfrak{q}+\mathfrak{r}+\mathfrak{s}+\mathfrak{t}}{m-1} = \frac{\mathfrak{q}+(1+kS)\mathfrak{r}}{m-1}, \text{ sunt}$$

$$1^\circ.\ \mathfrak{B}\,\mathfrak{q} = \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}.\,M$$
$$2^\circ.\ \mathfrak{C}\,\mathfrak{r} = \frac{-((1-\varepsilon)\zeta+\varepsilon)}{\varepsilon(1-\zeta)}\,M - \mathfrak{q}$$
$$3^\circ.\ 0 = \frac{\zeta(\varepsilon+k)-\varepsilon}{\varepsilon(1-\zeta)}.\,M - \mathfrak{q} - \mathfrak{r}.$$

Ex prima autem habetur

$$\mathfrak{q} = \frac{\zeta-\varepsilon(\zeta+1)}{\varepsilon\zeta}.\,M$$

Ex tertia autem fit

$$\mathfrak{q} = \frac{\zeta(\varepsilon+k)-\varepsilon}{\varepsilon(1-\zeta)}\,M - \mathfrak{r}$$

qui duo valores inter se aequati dant

$$M = \frac{\varepsilon\zeta(1-\zeta)\mathfrak{r}}{\zeta^2(1+k)-\zeta(1+\varepsilon)+\varepsilon} \text{ hincque}$$
$$\mathfrak{q} = \frac{(1-\zeta)(\zeta-\varepsilon(1+\zeta))\mathfrak{r}}{\zeta^2(1+k)-\zeta(1+\varepsilon)+\varepsilon}.$$

Tum

Tum vero ob $M = \frac{q + r(1 + kS)}{m - 1}$ reperietur etiam

$$M = \frac{kS\varepsilon}{m - 1 - \frac{\zeta(\varepsilon + k) + \varepsilon}{\varepsilon(1 - \zeta)}}$$

ex quorum valorum aequalitate ob $m = \frac{\zeta k}{\varepsilon(1 - \zeta)}$. S reperitur tandem

$$\zeta(\zeta kS - \varepsilon(1 - \zeta) - \zeta(\varepsilon + k) + \varepsilon) = kS(\zeta^2(1 + k) - \zeta(1 + \varepsilon) + \varepsilon) \text{ seu}$$
$$\zeta^2 = S(\zeta(1 + \varepsilon) - k\zeta^2 - \varepsilon)$$

vnde concludimus esse debere

$$\zeta(1 + \varepsilon) > k\zeta^2 + \varepsilon \text{ siue } k < \frac{\zeta(1 + \varepsilon) - \varepsilon}{\zeta^2}.$$

Praeterea vero vt ex secunda aequatione pro $\mathfrak{C}$ prodeat valor positiuus, necesse est, vt sit $q < 0$. ideoque etiam $\mathfrak{B} < 0$. vnde speculum minus foret concauum; verum vt fiat $\mathfrak{B} < 0$, debet esse $\zeta < \varepsilon(\zeta + 1)$ seu $\varepsilon > \frac{\zeta}{\zeta + 1}$. Hoc vero non sufficit, sed insuper necesse est, vt sit

$$-q > \frac{(1 - \varepsilon)\zeta + \varepsilon}{\varepsilon(1 - \zeta)} . M \text{ seu } \frac{-\zeta + \varepsilon(\zeta + 1)}{\zeta} > \frac{(1 - \varepsilon)\zeta + \varepsilon}{(1 - \zeta)}$$

vnde sequitur $\varepsilon > \frac{\zeta}{1 - \zeta}$, quod cum nullo modo fieri queat, quia ζ intra limites 1 et $\frac{1}{2}$ continetur et ε vnitate minus esse debet, nunc demum intelligimus, hunc casum locum habere non posse.

Alia Solutio.

§. 53. Quoniam igitur hoc incommodum inde nascitur, quod sumsimus R negatiuum, consideremus

 alte-

alterum casum, quo S fit negatiuum, manente R positiuo, et quoniam Q positum est negatiuum, ponamus $Q = -i$ et $S = -k$, vt fit

$$PQRS = \frac{iRk}{\varepsilon} = m;$$

calculus autem commodior euadet, si littera i retineatur, et cum sit $i = \frac{\beta}{c}$ et $\beta + c = (1 - \varepsilon)p$, euidens est, capi debere $i > 1$, eritque

$$\beta = \frac{i(1-\varepsilon)}{1+i}p \text{ et } c = \frac{1-\varepsilon}{1+i}p. \text{ vnde fit}$$

$$B = + \frac{\beta}{b} = - \frac{i(1-\varepsilon)}{\varepsilon(1+i)} \text{ et}$$

$$\mathfrak{B} = + \frac{i(1-\varepsilon)}{i(1-2\varepsilon)-\varepsilon}; \text{ hincque } q = - \frac{i\varepsilon(1-\varepsilon)}{i(1-2\varepsilon)-\varepsilon}.p.$$

Reliquae vero distantiae focales erunt

$$r = + \frac{(1-\varepsilon).\mathfrak{C}}{(1+i)}.p; \quad s = - \frac{(1-\varepsilon).C\mathfrak{D}}{(1+i)R}.p \text{ et}$$

$$t = - \frac{(1-\varepsilon)CD}{(1+i)Rk}.p,$$

et duo reliqua interualla erunt

$$CD = + \frac{(1-\varepsilon)C}{1+i}\left(1 - \frac{1}{R}\right)p;$$

$$DE = - \frac{(1-\varepsilon)C.D}{(1+i)R}\left(1 + \frac{1}{k}\right)p.$$

Vt igitur fiat $t > 0$, debet esse CD negatiuum, quo ipso etiam vltimum interuallum fit positiuum. Vt vero et penultimum fiat positiuum, debet esse $C\left(1 - \frac{1}{R}\right)$ positiuum. Conditio porro marginis colorati sumto $\vartheta = 0$. praebet $\mathfrak{r} = \frac{t}{Rk}$ siue $t = Rk.\mathfrak{r}$. et cum sit

$$M = \frac{q + \mathfrak{r} + t}{m - 1} = \frac{q + (1 + Rk)\mathfrak{r}}{m - 1}$$

satis-

ſatisfieri oportet his tribus aequationibus

$$1^{\circ}.\ \mathfrak{B}\,q = \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}.\,M$$

$$2^{\circ}.\ \mathfrak{C}\,r = -\frac{(i+\varepsilon)}{\varepsilon}\,M - q$$

$$3^{\circ}.\ 0 = +\frac{(iR+\varepsilon)}{\varepsilon}\,M + q + r.$$

Ex tertia ergo fit

$$q + r = -\frac{(iR+\varepsilon)}{\varepsilon}\,M;$$ hincque

$$q + r(1+Rk) = -\frac{(iR+\varepsilon)}{\varepsilon}\,M + Rkr = M(m-1)$$

vnde colligitur

$$M = \frac{Rk.\,r}{m + \frac{iR}{\varepsilon}},$$ ſimulque

$$q = -\frac{Rk(iR+\varepsilon)}{m\varepsilon+iR}\,r - r = -\frac{(kiR^2+R(i+k\varepsilon)+m\varepsilon)}{m\varepsilon+iR}.\,r.$$

ex quo valor ipſius q prodit negatiuus, qui cum ex prima forma prodeat poſitiuus, ſiquidem eſt $\mathfrak{B} > 0$, patet, etiam hanc ſolutionem locum habere non poſſe, ſiquidem ſecundum ſpeculum eſt conuexum, vti aſſumſimus.

Tertia Solutio.

§. 54. Pro repraeſentatione igitur erecta vnicus tantum caſus ſupereſt, quo ſumto Q poſitiuo ambae litterae R et S negatiuos obtinent valores. Statuamus igitur $Q = +i$; $R = -k$ et $S = -k'$, vt fit

$$PQRS = m = \frac{ikk'}{\varepsilon}$$ hincque $$k' = \frac{\varepsilon m}{ik}.$$

Porro

Porro erit

$$\mathfrak{C} = \frac{i(1-\epsilon)}{i-1}.p;\ c = -\frac{(1-\epsilon)}{i-1}.p;$$ vnde fit

$$B = \frac{-i(1-\epsilon)}{\epsilon(i-1)} \text{ et } \mathfrak{B} = \frac{i(1-\epsilon)}{i(1-2\epsilon)-\epsilon}$$

quare diſtantiae focales ſequenti modo ſe habebunt:

$$q = \frac{-\epsilon i(1-\epsilon)}{i(1-2\epsilon)+\epsilon}.p;\ r = \frac{-(1-\epsilon)\mathfrak{C}}{i-1}.p;$$

$$s = \frac{-(1-\epsilon)C\mathfrak{D}}{(i-1)k}.p. \text{ et } t = \frac{-(1-\epsilon)CD}{(i-1)kk'}.p.$$

$$= \frac{-i(1-\epsilon).CD}{\epsilon(i-1)m}.p.$$

Interualla vero lentium erunt

$$CD = \frac{-(1-\epsilon)C}{i-1}(1+\tfrac{1}{k})p.$$

$$DE = \frac{-(1-\epsilon)CD}{(i-1)k}(1+\tfrac{1}{k'})p.$$

vnde intelligimus, eſſe debere $C < 0$ et $D > 0$. ideoque $\mathfrak{D} < 1$. et $\mathfrak{D} > 0$. Nunc autem conditio marginis colorati dabit $0 = r + \frac{t}{kk'}$, vnde patet, eſſe debere $r < 0$. ſeu ob lentem C campum diminui. Ponamus ergo hic $r = -\omega$, vt fiat $t = \omega.kk' = \frac{\epsilon m}{i}\omega$. quandoquidem etiam hic aſſumſimus $s = 0$; pro campo ergo apparente erit

$$M = \frac{iq+\omega(\epsilon m - i)}{i(m-1)}$$

cui ſequentes tres aequationes ſunt adiungendae:

1°. $\mathfrak{B}q = \frac{1-\epsilon}{\epsilon}.M.$

2°. $-\mathfrak{C}\omega = \frac{i-\epsilon}{\epsilon}M - q.$

3°. $0 = -\frac{(ik+\epsilon)}{\epsilon}M - q + \omega.$

Ex

Ex hac vltima ergo concludimus

$$q = \omega - \frac{(ik+\varepsilon)}{\varepsilon} . M.$$

addatur vtrinque $\omega\left(\frac{\varepsilon m}{i} - 1\right)$, eritque

$$q + \omega\left(\frac{\varepsilon m}{i} - 1\right) = \frac{\varepsilon m}{i}\omega - \frac{(ik+\varepsilon)}{\varepsilon} M = M(m-1)$$

ex quo colligitur

$$M = \frac{\varepsilon^2 m \omega}{i(m\varepsilon + ik)}; \text{ vnde viciſſim}$$

$$q = \frac{\varepsilon m(i - ik - \varepsilon) + i^2 k}{i(\varepsilon m + ik)} . \omega.$$

Ex prima vero aequatione fit

$$q = \frac{(\varepsilon i(1 - 2\varepsilon) + \varepsilon^2) m\omega}{i^2(m\varepsilon + ik)}$$

quorum valorum aequalitas ſuppeditat hanc aequationem

$$\varepsilon i m(i - ik - \varepsilon) + i^2 k = \varepsilon m(i(1 - 2\varepsilon) + \varepsilon)$$

ſeu

$$\varepsilon m(i^2(1 - k) - i(1 - \varepsilon) - \varepsilon) + i^2 k = 0.$$

ex qua aequatione inuenimus

$$k = \frac{\varepsilon m(i^2 - i(1-\varepsilon) - \varepsilon)}{i^2(\varepsilon m - i)} \text{ ſeu } k = \frac{\varepsilon m(i+\varepsilon)(i-1)}{i^2(\varepsilon m - i)}$$

qui valor debet eſſe poſitiuus; quem in finem ſumi debet $i > 1$ et $i < \varepsilon m$. Iam ſubſtituto valore ipſius k reperitur

$$M = \frac{\varepsilon(\varepsilon m - i)\omega}{\varepsilon i m - i(1-\varepsilon) - \varepsilon}.$$

Ex ſecunda denique aequatione colligimus

$$\mathfrak{E} = -\frac{k(\varepsilon m - i)}{\varepsilon m + ik}$$

Secunda vero aequatio dat

$$\mathfrak{C} = -\frac{\varepsilon m(i+\varepsilon)(i-1)}{i^2(\varepsilon m+ik)}$$

qui valor ergo eſt negatiuus, ideoque et $C < 0$, vti ſupra iam requirebatur. Litterae autem $\mathfrak{D}$ et D arbitrio noſtro manent permiſſae, dummodo D poſitiue capiatur; quod tandem ad ipſam quantitatem p attinet, eam ex confuſione definiri conuenit ope formulae notae, vbi inprimis diſpiciendum erit, vtrum ſpeculis figura ſphaerica inducta ſit an parabolica.

Coroll. I.

§. 55. Si ergo littera t in calculum introducatur, quam licebit vnitati aequalem ſumere, pro campo apparente habebimus

$$M = \frac{i(\varepsilon m - i)}{m(\varepsilon i m - i(1-\varepsilon)-\varepsilon)} \cdot t$$

quippe qui valor per 859 min. multiplicatus dat ſemidiametrum campi Φ. Vidimus autem, litteram i intra limites 1 et εm capi debere.

Coroll. 2.

§. 56. Si caperetur $i = 1$, foret $\mathfrak{B} = \infty$ et radii a ſpeculo minore reflexi fierent inter ſe paralleli, vnde vitium ſupra memoratum oriretur, quod ſcilicet radii peregrini ita cum propriis permiſcerentur, vt nullo modo ſeparari poſſent, qui caſus cum ſit ſollicite euitandus, litteram i vnitate multo maiorem accipi conueniet, neque tamen alteri limiti εm aequalis

lis aſſumi poteſt, quia alioquin campus prorſus euaneſceret.

Coroll. 3.

§. 57. Calculum inſtituenti facile patebit, maximum in hac expreſſione M locum non habere et eius valorem eo magis diminutum iri, quo maior littera i accipiatur. Quare cum eſſe debeat $i > 1$, ſi ſumamus $i = 2$, erit

$$M = \frac{2(\varepsilon m - 2)t}{m(2\varepsilon m + \varepsilon - 2)}$$

ſicque pro magnis multiplicationibus $M = \frac{2}{m}.t$ qui valor etiam prodit, ſi capiatur $i = 3$ vel 4 etc. dummodo i ſit multo minus, quam εm, qui campus ſimplex cenſeri ſolet. Sin autem medium inter limites ſumendo capiatur

$$i = \frac{\varepsilon m + 1}{2} \text{ fiet } M = \frac{(\varepsilon m + 1)t}{2m(\varepsilon m + \varepsilon + 1)}$$

et pro magnis multiplicationibus campus ad dimidium redigetur.

Coroll. 4.

§. 58. Idem etiam patet ex primitiuo valore ipſius M, qui eſt

$$M = \frac{q + r + t}{m - 1}, \text{ pro quo } r = -\omega = -\frac{it}{\varepsilon m}.$$

Etſi autem q addi debet, tamen ex ſuperioribus patet, eſſe $q < \omega$; erat enim ex tertia aequatione

$$q = \omega - \frac{(ik + \varepsilon)}{\varepsilon} M.$$

 Scho-

Scholion.

§. 59. Circa campum autem inprimis est inquirendum, an loco t scribere liceat vnitatem, quod iudicium ex prima lente C est petendum, cuius semidiameter aperturae reuera est $= \delta x$ ob campum autem esse debet $= \frac{1}{4}.\mathfrak{r}\, r$. Cum igitur sit $\mathfrak{r} = -\frac{it}{\varepsilon m}$ et

$$r = \frac{-(1-\varepsilon)\mathfrak{C}}{t-1}.\, p \text{ seu } r = \frac{\varepsilon m(1-\varepsilon)(i+\varepsilon)}{i^2(\varepsilon m+ik)}.\, p.$$

Iam supra autem inuenimus esse

$$\varepsilon m + ik = \frac{\varepsilon m(i\varepsilon m+\varepsilon-i)-\varepsilon)}{i(\varepsilon m-i)} = \frac{\varepsilon m(\varepsilon i m-i(1-\varepsilon)-\varepsilon)}{i(\varepsilon m-i)}$$

Quocirca erit

$$r = \frac{(\varepsilon m-i)(1-\varepsilon)(i+\varepsilon)}{i(\varepsilon i m-i(1-\varepsilon)-\varepsilon)}\, p$$

vnde, nisi fuerit

$$\frac{(\varepsilon m-i)(1-\varepsilon)(i+\varepsilon)}{\varepsilon m(\varepsilon i m-i(1-\varepsilon)-\varepsilon)}.\, p > 4\delta x$$

tum sumere licebit $t = 1$. Contra vero t tanto minus vnitate capi debebit, vbi notasse iuuabit, esse $\delta > \varepsilon$. Quoniam autem hae formulae nimis sunt complicatae, quam vt in genere omnia momenta pro constructione telescopii commode exprimi queant: statuamus $i = \frac{1}{2}(\varepsilon m + 1)$ vt interuallum CD minus euadat, etsi campus ad semissem redigitur; deinde enim videbimus, quomodo campus amplificari possit. Posito autem

$$i = \frac{\varepsilon m+1}{2} \text{ erit } k = \frac{2\varepsilon m(\varepsilon m+2\varepsilon+1)}{(\varepsilon m+1)^2},$$

qui valor abit in $k = 2$ pro magnis multiplicationibus;

Dein-

Deinde vero

$$\mathfrak{C} = \frac{-(\varepsilon m + 2\varepsilon + 1)(\varepsilon m - 1)^2}{2(\varepsilon m + 1)((\varepsilon m + 1)(\varepsilon m + \varepsilon - 1) - 2\varepsilon)}$$

vnde C reperitur.

Scholion 2.

§. 60. Quia vero valor $i = \frac{\varepsilon m + 1}{2}$ merito nimis magnus videri poteſt, pro i potius medium geometricum ſumamus ſitque $i = \sqrt{\varepsilon m}$ ac primo pro campo apparente fiet

$$M = \frac{\varepsilon}{\varepsilon m + \sqrt{\varepsilon m} + \varepsilon} \cdot t:$$

Deinde vero habebimus $k = \frac{\varepsilon + \sqrt{\varepsilon m}}{\sqrt{\varepsilon m}}$ hincque

$$B = \frac{-(1-\varepsilon)\sqrt{\varepsilon m}}{\varepsilon(\sqrt{\varepsilon m} - 1)} \text{ et } \mathfrak{B} = \frac{(1-\varepsilon)\sqrt{\varepsilon m}}{(1-2\varepsilon)\sqrt{\varepsilon m} + \varepsilon}.$$

$$\mathfrak{C} = \frac{-(\varepsilon + \sqrt{\varepsilon m})(\sqrt{\varepsilon m} - 1)}{\varepsilon m + \sqrt{\varepsilon m} + \varepsilon} \text{ et } C = \frac{-(\varepsilon + \sqrt{\varepsilon m})(\sqrt{\varepsilon m} - 1)}{2\varepsilon m + \varepsilon\sqrt{\varepsilon m}}$$

Ex his ſi ponamus $D = \vartheta$, vt ſit $\mathfrak{D} = \frac{\theta}{1+\theta}$ reperientur diſtantiae focales:

$$p = p;\ q = \frac{-\varepsilon(1-\varepsilon)\sqrt{\varepsilon m}}{(1-2\varepsilon)\sqrt{\varepsilon m} + \varepsilon} \cdot p.$$

$$r = \frac{(1-\varepsilon)(\varepsilon + \sqrt{\varepsilon m})}{\varepsilon m + \sqrt{\varepsilon m} + \varepsilon} \cdot p.$$

$$s = \frac{\theta}{1+\theta} \cdot \frac{(1-\varepsilon)}{2\sqrt{\varepsilon m} + \varepsilon} \cdot p.$$

$$t = \frac{\theta(1-\varepsilon)(\varepsilon + \sqrt{\varepsilon m})}{\varepsilon m(\varepsilon + 2\sqrt{\varepsilon m})} \cdot p.$$

Interualla vero lentium erunt

$$AB = BC = (1 - \varepsilon)p.$$

$$CD = \frac{(1-\varepsilon)(\varepsilon + 2\sqrt{\varepsilon m})}{2\varepsilon m + \varepsilon\sqrt{\varepsilon m}} \cdot p$$

$$DE = \frac{\theta(1-\varepsilon)(\varepsilon m + \sqrt{\varepsilon m} + \varepsilon)}{\varepsilon m(\varepsilon + 2\sqrt{\varepsilon m})} \cdot p.$$

Pro loco autem oculi erit

$$O = \frac{t.t}{Mm} = \frac{\varepsilon m + \surd\varepsilon m + \varepsilon}{\varepsilon m} . t. = t\left(1 + \frac{1}{\surd\varepsilon m} + \frac{1}{m}\right).$$

Pro aperturis autem inuenimus

$$q = \frac{(1 - 2\varepsilon)\surd\varepsilon m + \varepsilon}{(\varepsilon m + \surd\varepsilon m + \varepsilon)\surd\varepsilon m} . t$$

$$r = -\frac{t}{\surd\varepsilon m}; \text{ et } s = 0.$$

Licebit autem sumere $t = 1$, nisi prodeat

$$\frac{(1-\varepsilon)(\varepsilon + \surd\varepsilon m)}{(\varepsilon m + \surd\varepsilon m + \varepsilon)\surd\varepsilon m} . p > 4\delta x.$$

Lenti autem in D, pro qua est $s = 0$, apertura tribui debet, cuius semidiameter sit $= \frac{x}{PQR} = \frac{\varepsilon x}{\varepsilon + \surd\varepsilon m}$ ita, vt huius lentis apertura sit tam exigua, vt ad radios peregrinos arcendos apprime sit accommodata. Interim tamen quia campus apparens hic nimis est exiguus, vtique operae erit pretium, huic generi telescopiorum maiorem campum procurare, quod in sequente problemate praestabimus.

Problema 3.

§. 61. Telescopiorum generi in problemate praecedente descripto nouum gradum perfectionis addere, dum eius campus apparens amplificatur.

Solutio.

Fit hoc additione nouae lentis, ita, vt nunc telescopium ex duobus speculis et quatuor lentibus componatur. Maneat autem, vt ante,

$$P = \frac{1}{i}; \ Q = i; \ R = -k \text{ et } S = -k';$$

quibus

quibus accedente littera T fit, $\frac{ikk'T}{\varepsilon} = m$ deinde fit etiam, vt ante,

$$B = \frac{-i(1-\varepsilon)}{\varepsilon(i-1)} \text{ hincque } \mathfrak{B} = \frac{i(1-\varepsilon)}{i(1-2\varepsilon)+\varepsilon};$$

ex quibus distantiae focales ita formabuntur;

$$q = -\frac{\mathfrak{B}}{P}p = -\varepsilon\mathfrak{B}p; \quad r = \frac{B\mathfrak{C}}{PQ}p = \frac{\varepsilon B\mathfrak{C}}{i}p;$$

$$s = \frac{\varepsilon.BC\mathfrak{D}.}{ik}p; \quad t = \frac{\varepsilon.BCD.\mathfrak{E}}{ikk'}.p; \text{ et}$$

$$u = -\frac{\varepsilon BCDE}{ikk'T}.p = -\frac{BCDE}{m}.p;$$

et interualla

$$AB = BC = (1-\varepsilon)p; \quad CD = \frac{\varepsilon BC}{i}\left(1+\frac{1}{k}\right)p;$$

$$DE = +\frac{\varepsilon BCD}{ik}.\left(1+\frac{1}{k'}\right)p., \text{ et}$$

$$EF = \frac{\varepsilon BCDE}{ikk'}\left(1-\frac{1}{T}\right)p.$$

vbi cum sit $B < 0$, debet esse $C < 0$; deinde $D > 0$. Porro vt fiat u positiuum, debet esse $E < 0$ hincque ob vltimum interuallum $T < 1$. Nunc statuatur etiam $\mathfrak{r} = -\omega$; $\mathfrak{s} = 0$; et vt campus maximus euadat, $u = t$, vt sit $M = \frac{q-\omega+2t}{m-1}$. Vt vero margo coloratus euanescat, debet esse

$$\omega = \frac{t}{kk'} + \frac{u}{kk'T} = \frac{t}{kk'}\left(1+\frac{1}{T}\right)$$

et quia debet esse $T < 1$, sumatur statim $T = \frac{1}{2}$ vt fit $m = \frac{ikk'}{2\varepsilon}$; hincque $kk' = \frac{2\varepsilon m}{i}$ tum igitur erit $\omega = \frac{3i}{2\varepsilon m}.t$, ac vicissim $t = \frac{2\varepsilon m\omega}{3i}$; vnde fit

$$M = \frac{q+\omega\left(\frac{4\varepsilon m}{3i}-1\right)}{m-1}.$$

Nunc

Nunc autem confiderari oportet fequentes quatuor aequationes:

$$\text{I}^\circ.\ \mathfrak{B}\,q = \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}.\,M$$

$$\text{II}^\circ.\ -\mathfrak{C}\,\omega = \frac{i-\varepsilon}{\varepsilon}\,M - q$$

$$\text{III}^\circ.\ 0 = -\left(\frac{ik+\varepsilon}{\varepsilon}\right)M - q + \omega$$

$$\text{IV}^\circ.\ \mathfrak{C}\,t = \frac{ikk'-\varepsilon}{\varepsilon}\,M - q + \omega$$

Ex tertia igitur habemus

$$q - \omega = -\left(\frac{ik+\varepsilon}{\varepsilon}\right)M$$

addatur vtrinque $\frac{4\varepsilon m\omega}{3i}$, ac prodibit

$$M(m-1) = \frac{4\varepsilon m\omega}{3i} - \left(\frac{ik+\varepsilon}{\varepsilon}\right)M$$

vnde inuenitur

$$M = \frac{4\varepsilon m\omega}{m + \frac{ik}{\varepsilon}} = \frac{4\varepsilon^2 m\omega}{3i(m\varepsilon+ik)}$$

feu fubftituto valore ipfius ω

$$M = \frac{2\varepsilon}{m\varepsilon+ik}.\,t;$$

atque infuper ex eadem aequatione erit

$$q = \frac{3i(m\varepsilon+ik) - 4\varepsilon m(ik+\varepsilon)}{3i(m\varepsilon+ik)}.\,\omega$$

at vero prima aequatio dat

$$q = \frac{4(1-\varepsilon)\varepsilon.m\omega}{3i(m\varepsilon+ik)\mathfrak{B}},$$

quorum valorum aequalitas praebet

$$3i(m\varepsilon+ik) - 4\varepsilon m(ik+\varepsilon) = \frac{4\varepsilon(1-\varepsilon)m}{\mathfrak{B}} = \frac{4\varepsilon m(i(1-2\varepsilon)+\varepsilon)}{i}$$

vnde

vnde fit

$$ik(4\varepsilon m - 3i) = \varepsilon m(3i - 4\varepsilon) - \frac{4\varepsilon m(i(1-2\varepsilon)+\varepsilon)}{i}$$

$$= \frac{\varepsilon m}{i}(3i^2 - 4i(1-\varepsilon) - 4\varepsilon) \text{ seu}$$

$$ik = \frac{\varepsilon m(3i^2 - 4i(1-\varepsilon) - 4\varepsilon)}{i(4\varepsilon m - 3i)}$$

qui valor, vt fit positiuus, debet esse $i < \frac{4}{3}\varepsilon m$ simulque

$$i > \tfrac{2}{3}(1 - \varepsilon + \sqrt{1 + \varepsilon + \varepsilon^2})$$

Hinc autem valore ipsius k definito secunda aequatio dabit

$$\mathfrak{E} = \frac{-4\varepsilon m(i^2 - i(1-\varepsilon) - \varepsilon)}{3i^2(m\varepsilon + ik)} = \frac{-4\varepsilon m(i-1)(i+\varepsilon)}{3i^2(m\varepsilon + ik)}$$

siue ex altero valore ipsius q

$$\mathfrak{E} = \frac{-\varepsilon m(1+4k)+4mik}{3(m\varepsilon + ik)}.$$

erit ergo ob $\mathfrak{E} < 0$ etiam $\mathfrak{C} < 0$ vti requiritur, ex quorum valorum aequalitate idem valor pro k, qui ante, prodit. Notetur autem hic esse

$$\varepsilon m + ik = \frac{4\varepsilon m(\varepsilon im - i(1-\varepsilon) - \varepsilon)}{i(4\varepsilon m - 3i)}$$

vnde fit

$$M = \frac{i(4\varepsilon m - 3i).f.}{4m(\varepsilon im - i(1-\varepsilon) - \varepsilon)}.$$

Deinde vero littera D arbitrio nostro permittitur, dummodo sumatur positiua.

Quarta denique aequatio nobis praebet valorem litterae

$$\mathfrak{E} = \frac{4\varepsilon i m - 2 i(1-\varepsilon) - 2\varepsilon}{i(m\varepsilon + ik)}$$

quare vt E prodeat negatiuum, oportet esse $\mathfrak{E} > 1$ siue

$$4\varepsilon i m - 2 i (1 - \varepsilon) - 2\varepsilon > i(\varepsilon m + ik)$$

et valore ipsius $\varepsilon m + ik$ substituto

$$(4\varepsilon m - 3i)(4\varepsilon i m - 2i(1-\varepsilon) - 2\varepsilon) \\ > 4\varepsilon m(\varepsilon i m - i(1-\varepsilon) - \varepsilon)$$

quod vt fiat necesse est sit

$$6.\varepsilon^2 i m^2 - 2\varepsilon m(3i^2 + i(1-\varepsilon) + \varepsilon) \\ + 3i^2(1-\varepsilon) + 3\varepsilon i > 0.$$

quod sponte euenit, cum certo sit $i < \varepsilon m$.

Tandem pro loco oculi habebimus

$$O = \frac{fu}{M.m} = \frac{2(\varepsilon i m - i(1-\varepsilon) - \varepsilon)}{i(4\varepsilon m - 3i)}.u \text{ siue}$$

$$O = \tfrac{1}{2} u \left(1 + \frac{3i^2 - 4i(1-\varepsilon) - 4\varepsilon}{i(4\varepsilon m - 3i)}\right)$$

Superest porro, vt diiudicemus, an pro t vnitas accipi queat, quod licebit, si fuerit

$$r < \frac{4\delta x}{\omega} \text{ seu } r < \frac{8\delta\varepsilon m x}{3i}.$$

Contra vero accipi debet $t = \frac{8\delta\varepsilon m x}{3ir}$ quo casu campus in eadem ratione diminuetur, in qua t ab vnitate deficit. Quod autem ad quantitatem p attinet,

ea

ea ex aequatione nota definiri debet, speculorum ratione habita, vtrum sint sphaerica an parabolica.

Corollarium.

§. 62. Quia lens in D, quam minimo foraminulo pertundi sufficit, a lente C distat internallo

$$CD = \frac{\epsilon \cdot BC}{i}\left(1 + \frac{1}{k}\right)p$$

radii autem peregrini in lentem C incidentes post eam colliguntur ad distantiam $r = \frac{\epsilon \cdot B\mathfrak{C}}{i}p$; vt hi radii excludantur, necesse est, vt hae duae distantiae a se inuicem discrepent, seu notabilis differentia esse debet inter has quantitates $C\left(1 + \frac{1}{k}\right)$ et $\mathfrak{C}$, hoc est inter $1 + \frac{1}{k}$ et $1 - \mathfrak{C}$ seu inter $\frac{1}{k}$ et $-\mathfrak{C}$. Est vero

$$\frac{1}{k} = \frac{i^2(4\epsilon m - 3i)}{\epsilon m(3i^2 - 4i(1-\epsilon) - 4\epsilon)} \text{ et}$$

$$-\mathfrak{C} = \frac{(4\epsilon m - 3i)(i-1)(i+\epsilon)}{3i(\epsilon i m - i(1-\epsilon) - \epsilon)}$$

quare cum ratio inter has quantitates debeat esse admodum inaequalis, haec fractio

$$\frac{3i^3(\epsilon i m - i(1-\epsilon) - \epsilon)}{\epsilon m(i-1)(i+\epsilon)(3i^2 - 4i(1-\epsilon) - 4\epsilon)}$$

plurimum ab vnitate discrepare debet; at differentia inter numeratorem et denominatorem satis est magna, vt aequalitas non sit metuenda.

Coroll. 2.

§. 63. Quodsi autem sumamus $i = 2$, fractio illa ab vnitate diuersa euadet $= \frac{6(2\epsilon m + \epsilon - 2)}{\epsilon m(1+\epsilon)(2+\epsilon)}$, quae

 vtique

vtique satis ab vnitate discrepat, vt transitus radiorum peregrinorum neutiquam sit metuendus. Campi autem ratio maxime exigit, vt ipsi i tam paruum valorem tribuamus, quam circumstantiae permittunt. Ceterum multo magis ille transitus euitabitur, si capiatur $i > 2$.

Exemplum I.

§. 64. Pro multiplicatione $m = 50$. Ponamus hic $\delta = \frac{1}{4}$; $\varepsilon = \frac{1}{5}$, et quia haec multiplicatio postulat $x = 1$. dig. erit $y = \frac{1}{4}$ dig. Deinde statuamus

$i = 3$. erit

$(i + \varepsilon)(i - 1) = 6,4$

$3i^2 - 4i(1 - \varepsilon) - 4\varepsilon = 16,6$.

$\varepsilon m = 10$;

$4\varepsilon m - 3i = 31$.

$B = -6$; $\mathfrak{B} = \frac{6}{5}$; $k = \frac{166}{93} = 1,785$.

$\varepsilon m + ik = 15,355$;

$\mathfrak{C} = -0,6175$; $C = -0,3817$.

$\mathfrak{E} = 2,4921$; $E = -1,6702$

vnde elementa primitiua sequenti modo definientur, ponendo ϑ loco D, vt sit $\mathfrak{D} = \frac{\vartheta}{1+\vartheta}$.

$\alpha = p$; $\beta = 1,2.p$; $\gamma = 0,1526.p$;

$b = -\frac{1}{6}\beta = -0,2.p$; $c = -0,4.p$; $d = 0,0855.p$;

$\delta = 0$,

$d = 0,0855.\,\vartheta.\,p$; $e = 0,0229.\,\vartheta\,p$.

$\varepsilon = -\,0,0382.\,\vartheta\,p$; $f = 0,0764.\,\vartheta.\,p$.

ex quibus interualla colliguntur

$AB = BC = 0,8.\,p$; $CD = 0,2381.\,p$;

$DE = 0,1084.\,\vartheta\,p$; $EF = 0,0382.\,\vartheta\,p$;

sicque tubus foramini speculi annectendus erit circiter $= \frac{1}{2}.\,p$.

Distantiae vero focales erunt

$q = \mathfrak{B}\,b = -\,0,24.\,p$;

$r = \mathfrak{C}\,c = 0,247.\,p$;

$s = \mathfrak{D}\,d = 0,0855.\,\frac{\vartheta}{1+\vartheta}.\,p$;

$t = \mathfrak{E}\,e = 0,0571.\,\vartheta.\,p$;

$u = f = 0,0764.\,\vartheta.\,p$.

Praeterea pro hoc casu habebimus

$$M = \frac{93}{2740}\,t = 0,0339.\,t$$
$$(8,5307323)$$

Tum vero $q = 0,113.\,t$.

$$k = -\,q = -\,0,45.\,k.$$

Nunc igitur videamus, an pro t sumi possit vnitas, nec ne? quem in finem consideremus valorem

$$r\,r = 4\,\delta\,x;\ \text{seu}\ 0,111.\,p.\,t = 1\ \text{dig.}$$

vnde fit $t = \frac{1}{0,111.\,p} = \frac{9}{p}$ vnde apparet, si p fuerit

 nouem

nouem digitorum vel minus, tum ſumi poſſe $s = 1$. ſin autem fuerit $p > 9$ dig. tum ſumi debet $s = \frac{9}{p}$ et campus tanto fiet minor. Circa locum oculi vero notandum eſt, eſſe $O = \frac{1}{2} u \left(1 + \frac{16}{95}\right) = 0,58 . u$. Nunc vero reſtat praecipua inueſtigatio diſtantiae focalis p, quae ex menſura confuſionis colligitur

$$p = k x \sqrt[3]{50 \left(0,125 - 0,0283 \right.} \\ + 0,00131 . \mu (\lambda + \nu . \mathfrak{C} . 1 - \mathfrak{C}) \\ + 0,0031 . \mu \left(\frac{(1+\theta)^3 \lambda'}{\theta^3} + \frac{\nu(1+\theta)}{\theta^2}\right) \\ + \frac{0,00005 . \mu}{\theta^3} (\lambda'' + \nu . \mathfrak{C} . 1 - \mathfrak{C}) \\ \left. + \frac{0,00036 . \mu}{\theta^3} . \lambda''' \right)$$

Circa hanc expreſſionem vero ſequentia obſeruemus:

1°. Si ſpeculum principale ſit parabolicum; primum membrum poſt ſignum radicale 0, 125 omitti debet; ac ſi etiam minus ſpeculum eſſet parabolicum; tum quoque ſecundum terminum omittere liceret. Conſultius autem videtur ſolum primum ſpeculum parabolicum efficere; alteri vero figuram ſphaericam perfectam inducere, tum enim ſequentia membra ita inſtrui, ſiue litterae λ, λ', λ'' cum littera ϑ ita aſſumi poterunt, vt iſta membra a ſecundo, quod eſt negatiuum, perfecte tollantur; ſicque tota confuſio ad nihilum redigatur. Quod ſi ſucceſſerit, ſufficiet litteram

p ex

p ex ſola apertura definire, ſumendo ſcilicet $p = 4x$ vel $6x$ vel $7x$, prouti viſum fuerit. Hoc ergo caſu ob $x = 1$ dig. diſtantia focalis p tuto minor, quam 9 dig. accipi poterit.

II°. Cum igitur ſumi poſſit $p < 9$. dig. ponere licebit $t = 1$. et campi apparentis ſemidiameter erit $= 859$. M. minut. $= 29$. minut. Tum autem binas poſtremas lentes vtrinque aeque conuexas confici oportet, vnde ſi lentes ex vitro communi pro quo eſt $n = 1,55$ parentur, erit $\lambda''' = 1 + (\frac{\sigma - \rho}{2\tau})^2 = 1,6299$. At $\lambda'' = 1 + 0,6299.(1 - 2\mathfrak{C}) = 10,9991$.

III°. Quia adeo capere liceret $p = 4$ dig. ne diſtantia focalis vltimae lentis fiat nimis parua, ſufficiet ſtatuere $\vartheta = 1$. atque hinc erit vltimum membrum noſtrae formulae $= 0,00055$. Pro penultimo membro erit

$\nu. \mathfrak{C}. 1 - \mathfrak{C} = -0,8649$; ideoque

$\lambda'' + \nu. \mathfrak{C}\ 1 - \mathfrak{C} = 10,1342$,

ac propterea totum membrum $= 0,00047$. Quocirca ambo poſtrema membra iunctim ſumta dabunt $0,00102$.

IV°. Pro prima autem lente erit

$\nu. \mathfrak{C}. 1 - \mathfrak{C} = -0,2323$;

vnde

vnde totum membrum inde natum fiet

$$=0,00123.\lambda-0,00028.$$

Pro fecunda autem lente erit

$$\frac{(1+\theta)^3}{\theta^3}\lambda'+\frac{\nu(1+\theta)}{\theta^2}=8.\lambda'+2\nu$$

hincque totum membrum erit

$$=0,0232.\lambda'+0,00135.$$

V°. His ergo inuentis litteras λ et λ' ita definiri oportet, vt fiat

$$0,0283=0,00123.\lambda+0,0232.\lambda'+0,00209$$

fiue

$$0,0262=0,00123.\lambda+0,0232.\lambda'$$

vbi notandum litteras λ et λ' vnitate minores esse non posse statuamus ergo $\lambda'=1$; et esse debebit $0,0030=0,00123\,\lambda$; hincque $\lambda=\frac{0,00300}{0,00123}=\frac{300}{123}=2,44$.

Hinc igitur consequimur sequentem constructionem:

Telescopium Catadioptricum pro multiplicatione $m=50$.

§. 65. Ex iis, quae modo euoluimus, obtinemus sequentes determinationes:

I°. Pro speculo principali, quod exactissime secundum figuram parabolicam elaboratur debet, distan-

distantia focalis accipi posset $p = 4$ dig. Interim tamen litteram p quasi indeterminatam in calculo retineamus.

Semidiameter aperturae huius speculi $x = 1$. dig. et semidiameter foraminis $y = \delta\, x = \frac{1}{4}$ dig. Ante hoc speculum ad interuallum $= 0,8.p$ constituatur speculum Secundum Q B Q.

II°. Pro quo debet esse distantia focalis $q = -0,24.p$, ita, vt hoc speculum debeat esse conuexum et ad figuram sphaericam exacte elaboratum. Eius aperturae semidiameter $= \frac{1}{4}$ dig. Post hoc speculum in ipso foramine speculi maioris ad distantiam $BC = \frac{4}{5}.p = 0,8.p$. constituitur.

III°. Lens prima, ex vitro communi $n = 1,55$ paranda, cuius distantia focalis sit $r = 0,247.p$ capiendo

$$\text{rad. fac.} \begin{cases} \text{ant.} = \dfrac{r}{\sigma - \mathfrak{C}(\sigma - \varrho) \mp \tau\sqrt{(\lambda - 1)}} = \dfrac{r}{1,4283} = 0,1729.p \\ \text{poster.} = \dfrac{r}{\varrho + \mathfrak{C}(\sigma - \varrho) \pm \tau\sqrt{\lambda - 1}} = \dfrac{r}{0,3896} = 0,6339.p \end{cases}$$

Semidiameter aperturae $= \frac{1}{4}$ dig; vt foraminis, et interuallum vsque ad lentem secundam

$= 0,2381.p = CD.$

IV°. Pro secunda lente S D S, cuius distantia focalis $s = 0,0427.p$ ob $\mathfrak{D} = \frac{1}{5}$ et $\lambda' = 1$ capiatur

$$\text{rad. fac.}\begin{cases}\text{anter.} = \dfrac{s}{\sigma - \frac{1}{2}(\sigma - \varrho)} = \frac{s}{0,9990} = 0,04697\,p.\\[2ex] \text{poster.} = \dfrac{s}{\varrho + \frac{1}{2}(\sigma - \varrho)} = \frac{s}{0,9990} = 0,04697\,p\end{cases}$$

Eius aperturae semidiameter:

$$= \frac{x}{P\surd R} = \frac{1}{24,771} = 0,\,037.\ \text{dig.}$$

et interuallum ad tertiam lentem

$$DE = 0,\,1084.\,p.$$

V°. Pro tertia lente, cuius distantia focalis $t = 0,0571.\,p$, capiatur radius vtriusque faciei $= 0,0628.\,p$. eius aperturae semidiam. $= \frac{1}{4}t = 0,0142.\,p$. et interuallum ad quartam lentem $= 0,0382.\,p$.

VI°. Pro quarta lente, cuius distantia focalis $u = 0,\,0764.\,p$, capiatur radius vtriusque faciei $= 0,\,0840.\,p$. eius aperturae semidiam. $= \frac{1}{4}u = 0,0191.\,p$. et interuallum ad oculum

$$= 0,\,58.\,u = 0,\,0445.\,p.$$

VII°. Tubi ergo anterioris ambo specula continentis longitudo aliquanto maior est, quam $0,8\ p$. Tubi vero posterioris lentes continentis longitudo erit $= 0,\,4292.\,p$. sicque totius instrumenti

menti longitudo erit circiter $= 1,4292. p.$ ita, vt sumto $p = 5.$ dig.; haec longitudo futura sit 7. dig.

VIII°. Campi autem apparentis semidiameter iam supra indicatus est $= 29.$ minut., qui pro multiplicatione $m = 50$ satis est notabilis.

IX°. Diaphragmatis siue septis in locis imaginum realium collocandis hic plano non erit opus, cum secunda lens tam exiguam habeat aperturam, quae radios peregrinos omnes excludat. Interim tamen si in loco primae imaginis realis, quae post primam lentem cadit ad interuallum $\gamma = 0, 1526. p$ collocetur diaphragma, eius foraminis semidiameter sumi debet $= 0, 127. p$ hoc vero diaphragmate vix erit opus, cum radiorum peregrinorum in lentem primam incidentium imago cadat post hanc lentem ad distantiam $r = 0, 247 p$, dum ea radiorum propriorum cadit ad distantiam $\gamma = 0, 1526. p$, quod discrimen satis est notabile.

X°. Si quis metuat, ne a tam exiguo speculo, cuius semidiameter est $= 1$ dig. quodque adeo foramine est pertusum, nimis exigua luminis copia ad oculum transmittatur, is tantum mensuram digitorum pro lubitu augeat nihil enim impedit, quominus mensura digiti adeo duplicetur. Hoc enim modo claritas ad lubitum augeri poterit neque tamen instrumenti longitudo, quae per se est parua, ob hanc caussam enormis euadet.

Exemplum II.

Pro multiplicatione $m = 100$.

§. 66. Statuamus hic $\delta = \frac{1}{4}$ et $\varepsilon = \frac{1}{5}$ vt sit $\varepsilon m = 20$. Tum vero sumamus $i = 4$, quo tubus breuior euadat, atque habebimus

$$P = \frac{1}{\varepsilon} = 5;\ Q = i = 4;$$

$$R = -k = -\frac{43}{68} = -0,63235 \text{ ob}$$

$$3i^2 - 4i(1-\varepsilon) - 4\varepsilon = 34\tfrac{2}{5} \text{ et } 4\varepsilon m - 3i = 68$$

porro

$$S = -k' = -\frac{680}{43} = -15,814 \text{ et } T = \frac{1}{2} = 0,5.$$

Vnde fit

$$PQ = 20;\ PQR = -12,647;$$

$$PQRS = 200 \text{ et } PQRST = 100.$$

Reliquae vero litterae reperientur

$$\mathfrak{B} = \frac{16}{13} = 1,231.$$

$$B = -\frac{16}{3} = -5,333.$$

$$\mathfrak{C} = -\frac{17\cdot 21}{383} = -0,93211$$

$$(9,9694694)$$

C =

$\mathrm{C} = -\frac{357}{740} = -0,4824$
$(9,6834398)$

et

$\mathfrak{D} = \frac{\theta}{1+\theta}$; $\mathfrak{E} = \frac{17,783}{5,3383} = 3,4755$
$(0,5410119)$

$\mathrm{D} = \vartheta$; $\mathrm{E} = -\frac{5,4755}{2,4755} = -1,4039$
$(0,1473490)$

Vnde colligimus

log. $\mathrm{B}\mathfrak{C} = 0,6964410$; log. $\mathrm{B}\,\mathrm{C}\,\mathfrak{E} = 0,9514233$;
log. $\mathrm{BC} = 0,4104114$; log $\mathrm{BCE} = 0,5577604\,(-)$

His praemissis elementa nostra erunt

$a = p$; $b = -\frac{a}{p} = -\frac{1}{5}.a = -0,2.p$
$\beta = \mathrm{B}\,b = 1,0666.p$; $c = -0,2666.p$
$\gamma = \mathrm{C}\,c = 0,1286.p$; $d = 0,20344.p$
$\delta = \mathrm{D}\,d = 0,20344.\vartheta.p$; $e = 0,01286.\vartheta.p$
$\varepsilon = \mathrm{E}\,e = -0,01806.\vartheta.p$; $f = 0,03612.\vartheta.p$

vnde statim obtinemus interualla

$\mathrm{AB} = 0,8.p$; $\mathrm{BC} = 0,8.p$; $\mathrm{CD} = 0,3320.p$
$\mathrm{DE} = 0,2163.\vartheta.p$; $\mathrm{EF} = 0,01806.\vartheta.p$

Distantiae vero focales ita se habebunt:

$q = \mathfrak{B}\,b = -0,246.p$; $r = \mathfrak{C}\,c = 0,2485.p$
$s = 0,2034.\frac{\theta}{1+\theta}.p$; $t = \mathfrak{E}\,e = 0,0447.\vartheta.p$
$u = f = 0,0361.\vartheta.p$

 Prae-

Praeterea vero erit $\omega = 0,3.\, \iota = -\mathfrak{r}$ vnde aequatio $\mathfrak{r}r = 4\delta x$ abit in hanc $t\; 0,06455\, t.\, p = x$; quare si sumatur $x = 2$ dig.; hinc fiet $t = \frac{2}{0,06455.p}$. Dummodo igitur fuerit $p < 30$ dig. capere licebit $t = 1$. binasque vltimas lentes vtrinque aeque conuexas fieri oportet. Verum si etiam hic liceat totam confusionem ad nihilum redigere, ob $x = 2$. dig. sumi adeo posset $p = 8$. dig. etiamsi praestet ipsi p maiorem valorem tribuere; vnde patet tuto assumi posse $\vartheta = 1$.

Praeterea vero pro campo apparente habebitur $M = \frac{34}{1915}.\, t$; quare si capi poterit $t = 1$. semidiameter campi apparentis erit $\Phi = \frac{85\prime 434}{1915}$. min $= 15\frac{1}{4}$ min. et pro loco oculi habebimus

$$O = 0,563.\, u. = 0,02037.\, p.$$

Denique vt tota confusio euanescat, primum speculum perfecte parabolicum confici necesse est, atque tum esse debebit

$$\frac{1(1+B)(1-B)^2}{4B^3} = \frac{\mu}{B^3\mathfrak{C}^3PQ}(\lambda + \nu.\,\mathfrak{C}.\,1-\mathfrak{C})$$
$$- \frac{\mu}{B^3C^3PQR}(8.\,\lambda' + 2\nu)$$
$$+ \frac{\mu}{B^3C^3\mathfrak{E}^3PQRS}(\lambda'' + \nu.\,\mathfrak{E}.\,1-\mathfrak{E})$$
$$- \frac{\mu}{B^3C^3.E^3.m}\,\lambda'''.$$

vbi vt ante si refractio vitri sit

$n = 1,55$. erit $\lambda''' = 1,6299$ et

$\lambda'' = 1 + 0,6299.\,(1-2\mathfrak{E})^2 = 23,3081.$

vnde

vnde aequatio nostra praebebit

$$\begin{aligned}0,02864 = 0,000382.\,\lambda &- 0,00016\\ + 0,034843.\,\lambda' &+ 0,00200\\ &- 0,00001\\ &+ 0,00015\\ &+ 0,00032\end{aligned}$$

siue $0,02634 = 0,000382.\,\lambda + 0,03484.\,\lambda'$

quae aequalitas quia λ et λ' vnitate minores esse nequeunt, subsistere non potest. Quamobrem coacti sumus ipsi ϑ maiorem valorem tribuere; sit ergo $\vartheta = 2$, et nostra aequatio fiet

$$\begin{aligned}0,02809 = 0,000382.\,\lambda &- 0,00016\\ + 0,01143.\,\lambda' &+ 0,00075\\ &- 0,00001\\ &+ 0,00092\\ &+ 0,00004\end{aligned}$$

siue $0,02744 = 0,000382.\,\lambda + 0,01143.\,\lambda'$

Ne hinc valor ipsius λ prodeat nimis magnus, sumamus $\lambda' = 2$ eritque $0,00458 = 0,000382.\,\lambda$, hincque $\lambda = \frac{4580}{382} = 12$. Sin autem sumsissemus $\lambda' = 2\frac{1}{3}$ obtinuissemus $\lambda = \frac{770}{382} = 2$.

Vtamur ergo his postremis valoribus $\lambda = 2$; et $\lambda' = 2\frac{1}{3}$, existente $\vartheta = 2$; hincque $\mathfrak{D} = \frac{2}{3}$; vnde colligitur sequens

Con-

Constructio Telescopii Catadioptrici pro $m = 100$.

§. 67. Haec ergo constructio constabit sequentibus determinationibus.

I°. Primum speculum perfecte secundum figuram parabolicam elaboretur, cuius distantia focalis sit $= p$, quam ad minimum 8 dig. statui oportet; eius aperturae semid. $= x = 2$. dig. foraminis autem semidiam. $= \frac{1}{2}$ dig. et distantia a speculo minore $AB = 0,8.p$.

II°. Minus speculum figuram sphaericam habeto, cuius distantia focalis sit $q = -0,246.p$; et semidiamet. aperturae $= \frac{1}{2}$ dig. indeque distantia ad primam lentem $BC = 0,8.p$.

III°. Pro prima lente, cuius distantia focalis

$r = 0,2485.p$, numeri vero

$\mathfrak{C} = -0,9321$ et $\lambda = 2$,

capiatur radius faciei

anter. $= \dfrac{r}{\sigma - \mathfrak{C}(\sigma - \rho) \pm \tau\sqrt{\lambda - 1}} = \dfrac{r}{2,5666 - 0,9051} = 0,1205.p$.

poster. $= \dfrac{r}{\rho + \mathfrak{C}(\sigma - \rho) \mp \tau\sqrt{\lambda - 1}} = \dfrac{r}{-1,1485 + 0,9051} = -1,0210.p$.

Semidiam. apert. foramini aequalis $= \frac{1}{2}$ dig.

et distantia ad lentem secund. $CD = 0,3320.p$.

IV°. Pro

IV°. Pro secunda lente, cuius distantia focalis $s = 0,1356.p$ et numeri $\mathfrak{D} = \frac{2}{3}$ et $\lambda' = 2,3333$. capiatur radius faciei

anter. $= \frac{s}{\sigma - \mathfrak{D}(\sigma - \rho) \pm \tau\sqrt{(\lambda' - 1)}} = \frac{s}{1,7147} = 0,0791.p.$

poster. $= \frac{s}{\rho + \mathfrak{D}(\sigma - \rho) \mp \tau\sqrt{(\lambda' - 1)}} = \frac{s}{0,1034} = 1,3114.p.$

Eius aperturae semidiam. $= \frac{x}{PQR} = 0,16.$ dig. et distantia a lente tertia $DE = 0,4326.p.$

V°. Pro lente tertia, cuius dist. focal. $t = 0,0894.p.$ capiatur radius vtriusque faciei $= 0,0983.p.$ eius aperturae semid. $= \frac{1}{4}t = 0,0246.p.$ et distantia ad lentem quartam $EF = 0,03612.p.$

VI°. Pro lente quarta, cuius dist. foc. $u = 0,0722.p.$ capiatur radius vtriusque faciei $= 0,0794.p.$ eius aperturae semidiam. $= \frac{1}{4}u = 0,0198.p.$ et distantia oculi $O = 0,563.u = 0,0204.p.$

VII°. Longitudo ergo tubi prioris aliquanto maior erit, quam $0,8.p.$ tubi autem affixi longitudo $= 0,8211.p$; hincque totius instrumenti circiter $= 1,6211.p.$

VIII°. Campi apparentis semidiameter $= 15\frac{1}{4}$ min. et quae supra obseruauimus praeterea, etiam hic locum habent.

Exempl. III.

Pro multiplicatione $m = 150$.

§. 68. Maneant, vt ante, $\delta = \frac{1}{4}$ et $\varepsilon = \frac{1}{5}$ vt fit $\varepsilon m = 30$. fumatur autem $i = 5$ et vt claritate fufficiente fruamur, fit $x = 3$. dig. vt fit $y = \frac{3}{4}$ dig. et hinc colligimus

$$P = 5;\ Q = 5;\ R = -k = -0,6652.$$

$$S = -k' = -1,8040;\ \text{et}\ T = \tfrac{1}{2}.\ \text{hinc}$$

$$PQ = 25;\ PQR = -16,63;$$

$$PQRS = 300\ \text{et}\ PQRST = 150.$$

inde vero reliquae litterae reperientur:

$$\mathfrak{B} = \tfrac{5}{4} = 1,25;\ B = -5;$$

$$\mathfrak{C} = -\tfrac{33,28}{33,328} = -0,9986$$
$$(9,9994001)$$

$$C = -\tfrac{0,9986}{1,9986} = -0,49966.$$
$$(9,6986742)$$

$$\mathfrak{D} = \frac{\delta}{1+\delta};\ D = \delta;$$

$$\mathfrak{E} = \tfrac{118,32}{33,328} = 3,5504.$$
$$(0,5502750)$$

$$E = -\tfrac{3,5504}{2,5504} = -1,3921.$$
$$(0,1436667)$$

vnde colligimus

$$\log.\ B\,\mathfrak{C} = 0,6983701;$$

log.

$\log. BC = 0,3976442;$

$\log. BC\mathfrak{C} = 0,9479193;$

$\log. BCE = 0,5413109\,(-)$

His praemissis elementa nostra erunt

$\alpha = p;\ b = -0,2.p;\ \beta = p;\ c = -0,2.p.$

$\gamma = 0,099932.p;\ d = 0,15023.p.$

$\delta = 0,15023.\vartheta.p;\ e = 0,00833.\vartheta.p.$

$\varepsilon = -0,01159.\vartheta.p;\ f = +0,02318.\vartheta.p.$

vnde colligimus interualla

$AB = 0,8.p = BC;\ CD = 0,25016.p.$

$DE = 0,15856.\vartheta.p;\ EF = 0,01159.\vartheta.p.$

Distantiae vero focales ita se habebunt:

$q = -0,25.p.;\ r = 0,19972.p;$

$s = 0,15023.\frac{\vartheta}{1+\vartheta}.p;\ t = 0,02956.\vartheta.p;$ et

$u = 0,02318.\vartheta.p.$

Porro est $\omega = \frac{1}{4}t = -\mathfrak{r}$; vnde aequatio $\mathfrak{r}\,r = 4\delta x$ dabit

$$i = \frac{12}{0,19572\,p} = \frac{60}{p}$$

proxime dum ergo p fit < 60, tuto sumere licebit $i = 1$. et quia tum erit $M = \frac{2}{155,550}$; hincque semidiameter campi $\Phi = 10\frac{1}{3}$ min. et pro loco oculi

$O = 0,555.u = 0,01285.\vartheta.p.$

Denique si primum speculum conficiatur parabolicum, omnis confusio tolletur huic aequationi satisfaciendo

$$0,0288 = 0,00030144 \cdot \lambda - 0,00013994 + 0,0036177 \cdot \frac{\lambda' \cdot (1+\theta)^3}{\theta^3} + 0,00084146 \cdot \frac{1+\theta}{\theta^2} + \frac{0,0001001}{\theta^3} + \frac{0,00024176}{\theta^3}$$

siue

$$0,0289399 = 0,00030144 \cdot \lambda + 0,0036177 \cdot \frac{(1+\theta)^3}{\theta^3} \lambda' + 0,00084146 \cdot \frac{1+\theta}{\theta^2} + \frac{0,0003419}{\theta^3}$$

Hic patet statim, sumi non posse $\vartheta = 1$. tentetur ergo positio $\vartheta = \frac{3}{2}$ eritque

$$0,0289399 = 0,00030144 \cdot \lambda + 0,0167487 \cdot \lambda' + 0,00093495 + 0,0001013.$$

siue

$$0,0279037 = 0,00030144 \cdot \lambda + 0,0167487 \cdot \lambda'$$

quare si hic statuatur $\lambda' = 1$; fiet

$$\lambda = \frac{0,0111550}{0,00030144} = \frac{11155}{301} = 37.$$

sin autem sumamus $\lambda = 1$. fiet

$$\lambda' = \frac{0,0276023}{0,0167487} = \frac{276023}{167487} = 1,648.$$

Sin autem λ statueretur 2 vel 3, valor ipsius λ' vix inde mutaretur vnde pro vsu practico praestare videtur, si ipsi λ' certus quidam valor tribuatur quia

quia enim tum ob leuissimos errores λ multum variare potest, plures lentes pro variis valoribus λ parari poterunt; ex quibus aptissimam experientia declarabit. Statuamus ergo $\lambda' = \frac{5}{8}$ ac reperietur

$$\lambda = \frac{0,0027807}{0,0003014} = \frac{27807}{3014} = 9.$$

vnde in praxi ternae lentes parari poterunt ex valoribus $\lambda = 8; = 9; = 10.$

Posito ergo $\vartheta = \frac{5}{3}$; vt sit $\mathfrak{D} = \frac{5}{3}$ sumatur $\lambda' = \frac{5}{8}$ et $\lambda = 9.$ vnde colligitur sequens:

Constructio Telescopii Catadioptrici pro $m = 150.$

§. 69. Haec constructio sequentibus determinationibus continetur:

I°. Speculum obiectiuum accuratissime secundum figuram parabolicam elaboretur; cuius distantia focalis minor non sit duodecim digitis; quam hic littera p designemus. Eius aperturae semidiameter vero sit $x = 3.$ dig. foraminis vero semidiameter $= \frac{3}{4}$ dig. et distantia ad speculum minus $AB = 0,8.\,p.$

II°. Speculum minus exactissime ad figuram sphaericam elaboretur, cuius distantia focalis sit $q = -0,25.\,p.$ quippe quod est conuexum. Eius aperturae semidiameter $= \frac{3}{4}$ dig. et distantia ad primam lentem $BC = 0,8.\,p.$

III°. Pro prima lente, cuius distantia focalis est $r = 0,19972.p$. numerique $\mathfrak{C} = -0,9986$ et $\lambda = 9$. capiatur radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{r}{\sigma - \mathfrak{C}(\sigma - \rho) \pm \tau\sqrt{8}.} = \frac{r}{0,5021} = 0,39777.p.$$

$$\text{poster.} = \frac{r}{\rho + \mathfrak{C}(\sigma - \rho) \mp \tau.\sqrt{8}.} = \frac{r}{1,3160} = 0,15176.p.$$

Sin autem sumeretur $\lambda = 10$, prodiret radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{r}{0,3468} = 0,57589.p.$$

$$\text{poster.} = \frac{r}{1,4747} = 0,13543.p.$$

vnde concludimus in genere sumi posse radium faciei

$$\text{anter.} = (0,39777 \mp 0,17812.\omega)p.$$

$$\text{poster.} = (0,15176 \pm 0,01633.\omega)p.$$

vbi ω per experientiam definiri conueniet. Huius autem lentis semidiameter aperturae $= \frac{1}{2}$ dig et distantia ad lentem secundam

$$CD = 0,25016.p.$$

IV°. Pro secunda lente, cuius distantia focalis $s = 0,090138.p$. et numeri $\mathfrak{D} = \frac{1}{2}$ et $\lambda' = 1,5$ capiatur radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{s}{\sigma - \mathfrak{D}(\sigma - \rho) \pm \tau\sqrt{0,5}} = \frac{s}{0,1251} = 0,72046.p.$$

$$\text{poster.} = \frac{s}{\rho + \mathfrak{D}(\sigma - \rho) \mp \tau\sqrt{0,5}} = -\frac{s}{0,0312} = -2,8864.p.$$

Eius

Eius aperturae semidiameter

$= \frac{x}{PQR} = \frac{2}{11}$ dig. $= 0,18$. dig.

et distantia ad lentem tertiam

$DE = 0,23784.p.$

V°. Pro tertia lente, cuius distantia focalis

$t = 0,04434.p.$

sumatur radius faciei vtriusque $= 0,048774.p.$

eius aperturae semidiameter $= 0,01108.p.$

et distantia ad lentem quartam $EF = 0,01738.p.$

VI°. Pro lente quarta, cuius distantia focalis

$u = 0,03477.p.$

capiatur radius vtriusque faciei $= 0,03824.p.$

eius aperturae semidiameter $= \frac{1}{4}u = 0,00869.p.$

et distantia ad oculum

$O = 0,555.u = 0,01927.p.$

VII°. Longitudo ergo tubi prioris specula continentis aliquantum superabit $0,8.p$; posterioris vero erit $= 0,52465.p.$ ita, vt totius instrumenti longitudo sit circiter $= 1,32465.p.$ Tum vero semidiameter campi apparentis erit $= 10\frac{1}{3}$ minut.

Scholion.

§. 70. Remedium in subsidium praxeos, quod hic pro prima lente attulimus, etiam facile ad exempla prae-

praecedentia accommodatur. Ponamus enim pro hac lente inuentos esse radios facierum f et g, et nunc quaestio eo redit, quomodo hos radios variari oporteat, vt distantia focalis maneat eadem. Ponatur prior $= f + x$; posterior $= g - y$, et necesse est, vt fiat $\frac{fg}{f+g} = \frac{(f+x)(g-y)}{f+g+x-y}$ vnde sumto x pro lubitu siue negatiue siue positiue capi debebit $y = \frac{g^2.x}{f^2+(f+g)x}$; quare cum x et y sint satis parua erit $y = \frac{g^2x}{f^2}$, siue $x:y = f^2:g^2$, ita, vt posito $x = f^2\omega$ futurum sit $y = g^2.\omega$. Pro lente ergo prima, cuius radii supra inuenti sint f et g, alias successiue substitui conueniet, quarum radii sint $f \pm f^2.\omega$ et $g \mp g^2.\omega$. Deinde hic etiam notasse iuuabit, pro lente prima minorem aperturam sufficere posse, quam hic assignauimus foramini aequalem. Sufficiet enim apertura, cuius semidiameter $= \frac{1}{4} r r. = \frac{1}{16}. r = 0{,}01248.p.$ vnde si $p = 12$ dig. iste semidiameter foret $= 0{,}1497$. dig. $= \frac{1}{7}$ dig. circiter; ac si adeo esset $p = 20$. dig.; foret iste semidiameter $= \frac{1}{4}$ dig. ex quo concludimus, sufficere, si huic lenti apertura tribuatur, cuius semidiameter sit $\frac{1}{4}$ dig. quo pacto ingentem copiam radiorum peregrinorum ab introitu arcebimus, sicque reliqui eo felicius a secunda lente excludentur; etsi eius apertura non tam est exigua, vt in praecedentibus exemplis, cuius rei ratio est, quod litteram i in multo minore ratione auximus, quam multiplicationem m; quam ob caussam in sequente exemplo litterae i multo maiorem valo-

valorem tribuemus, quia inde nihil aliud est metuendum, nisi exigua diminutio campi.

Exemplum 4.
pro multiplicatione $m = 200$.

§. 71. Manentibus litteris $\delta = \frac{1}{4}$ et $\varepsilon = \frac{1}{5}$, capiatur $i = 10$ et vt sufficiens claritatis gradus obtineatur, sumamus $x = 5$. dig. vt sit semidiameter foraminis $= \delta x = \frac{5}{4}$ dig. et $\varepsilon m = 40$. Hinc ergo colliguntur valores

$P = 5$; $Q = 10$; $R = -k = -0,8221$;
$S = -k' = -9,7312$ et $T = \frac{1}{2}$; hincque
$PQ = 50$; $PQR = -41,105$;
$PQRS = 400$ et $PQRST = 200$.

reliquae vero litterae ita determinabuntur

$\mathfrak{B} = \frac{40}{31} = 1,2903$; $B = -\frac{40}{9} = -4,4444$.
$\mathfrak{C} = -1,0153$; $C = -0,50381$.
$(0,0066052)(-)$; $(9,7022655)(-)$
$\mathfrak{E} = 3,2841$; $E = -1,4377$.
$(0,5164093)$ $(0,1576942)$

vnde colliguntur sequentes logarithmi

log. $B\mathfrak{C} = 0,6544183$; l. $BC = 0,3500786$.
log. $BC\mathfrak{E} = 0,8664879$; l. $BCE = 0,5077728 -$

hinc elementa sequenti modo definientur:

$a = p$; $b = -0,2.p$; $\beta = 0,8889.p$;

$c = -0,0889.p$; $-\gamma = 0,04478$;

$d = 0,054473.p$; $\delta = 0,054473.\vartheta.p$;

$e = 0,005598.\vartheta.p$; $\varepsilon = -0,007798.\vartheta.p$;

et $f = 0,015596.\vartheta.p$.

ex quibus colliguntur interualla

$AB = 0,8.p = BC$; $CD = 0,09925.p$;

$DE = 0,060071.\vartheta.p$; $EF = 0,007798.\vartheta.p$.

Distantiae vero focales

$q = -0,2581.p$; $r = 0,09025.p$;

$s = 0,05447\frac{\theta}{1+\theta}.p$; $t = 0,01838.\vartheta.p$;

et $u = 0,015596.\vartheta.p$.

Porro est $\omega = -\varepsilon = \frac{3}{8}t$; vnde aequatio $\varepsilon r = 4\delta x$ dabit $t = \frac{160}{p}$. dig.; vnde patet, dummodo p minor sit, quam 160. dig. tuto sumi posse $t = 1$; at si liceat confusionem ad nihilum redigere, adeo sumere licebit $p = 20$. dig. tum autem fiet $M = \frac{1}{120}$; vnde semidiameter campi erit $\frac{859}{120}$ min. $= 7\frac{1}{6}$ min. Praeterea vero pro loco oculi habebitur $O = 0,6.u$. Tantum igitur superest, vt confusionem ad nihilum redigamus, quod fiet hac aequatione:

0,029

$$0,029074 = 0,00020418.\lambda - 0,0000972.$$
$$+ 0,0020329.\frac{(\theta+1)^3}{\theta^3}\lambda'$$
$$+ 0,00047286.\frac{1+\theta}{\theta^2}.$$
$$+ \frac{0,000111}{\theta^3}.$$
$$+ \frac{0,00000116}{\theta^3}.$$

siue

$$0,029171 = 0,00020418.\lambda$$
$$+ 0,0020329.\frac{(1+\theta)^3}{\theta^3}.\lambda'$$
$$+ 0,0004729.\frac{1+\theta}{\theta^2}.$$
$$+ \frac{0,0001122}{\theta^3}.$$

vbi iam nihil obstat, quominus statuatur $\vartheta = 1$. hincque habebimus

$$0,028113 = 0,0002042.\lambda + 0,016264.\lambda'.$$

Ne igitur hinc valor ipsius λ prodeat nimis magnus, commode statui poterit $\lambda' = 1\frac{1}{2}$, atque reperietur $\lambda = \frac{3717}{204} = 18.$ proxime. Commodius vero erit sumere $\lambda' = 1\frac{2}{3}$; vnde fiet $\lambda = \frac{1006}{204} = 5$. Retineamus igitur valores $\vartheta = 1$; $\lambda' = 1\frac{2}{3}$, vt fiat $\lambda = 5$, cui adiungere poterimus valores finitimos $\lambda = 4$ et $\lambda = 6$. quo praxi melius consulatur; atque hinc colligetur sequens

Constructio Telescopii Catadioptrici pro multiplicatione $m = 200$.

§. 72. Statuamus hic, vt hactenus, distantiam focalem speculi principalis $= p$, quum, vt vidimus,

 mino-

minorem quam 20 dig. assumi non conuenit. Praestabit autem eam haud mediocriter maiorem assumere.

I°. Speculum igitur primum adcuratissime forma parabolica elaboretur, cuius distantia focalis sit $= p$;
Eius aperturae semidiameter $x = 5$. dig.
et semidiameter foraminis $y = 1\frac{1}{4}$ dig.
Distantia vero ad speculum minus $AB = 0,8.p$.

II°. Pro secundo speculo minore conuexo eius figura accuratissime sphaerice elaboretur, vt sit eius distantia focalis $q = -0,2581.p$.
Eius aperturae semidiameter $= 1\frac{1}{4}$ dig.
et distantia ad primam lentem in foramine $= BC = 0,8.p$.

III°. Pro lente prima, cuius distantia focalis $r = 0,09025.p$. et numeri $\mathfrak{C} = -1,0153$. et $\lambda = 5$, capiatur radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{r}{\sigma - \mathfrak{C}(\sigma - \rho) \mp \tau\sqrt{4}} = \frac{r}{3,0861 \mp 1,8102}$$

$$\text{poster.} = \frac{r}{\rho + \mathfrak{C}(\sigma - \rho) \pm \tau\sqrt{4}} = \frac{r}{-1,2680 + 1,8102}$$

hinc radius faciei

anter. $= 0,070734.p.$

poster. $= 0,16645.p.$

Sin

Sin autem sumeremus $\lambda = 4$, prodiret radius faciei

anter. $= \frac{r}{3,0861 \pm 1,5677} = 0,05944 . p.$

poster. $= \frac{r}{-1,2680 \pm 1,5677} = 0,30113 . p.$

At si sumeretur $\lambda = 6$. foret radius faciei

anter. $= \frac{r}{3,0861 \pm 2,0239} = 0,08496 . p.$

poster. $= \frac{r}{-1,2680 \pm 2,0239} = 0,11940 . p.$

ex quibus casibus deducimus in subsidium praxeos sequentes conclusiones:

Prior: Si $\lambda = 5 - \omega$, denotante ω fractionem arbitrariam, erit radius faciei

anter. $= (0,07073 - 0,01129 . \omega) p$

poster. $= (0,16645 + 0,13468 . \omega) . p.$

Poster: Sin autem $\lambda = 5 + \omega$, erit radius faciei

anter. $= (0,07078 + 0,01423 . \omega) \, p.$

poster. $= (0,16645 - 0,04705 . \omega) . p.$

Eius aperturae semidiameter $= 1\frac{1}{4}$ dig.

et distantia ad lentem secundam

$CD = 0,09925 . p.$

IV°. Pro secunda lente, cuius distantia focalis est $s = 0,02723 . p.$ et numeri $\mathfrak{D} = \frac{1}{2}$ et

 $\lambda' =$

$\lambda' = 1,6667$. capiatur radius faciei

$$\text{anter.} = \frac{s}{\frac{1}{2}(\sigma + \varrho) + \tau\sqrt{0,6667}} = \frac{s}{0,9090 + 0,7350}$$

$$\text{poster.} = \frac{s}{\frac{1}{2}(\sigma + \varrho) \pm \tau\sqrt{0,6667}} = \frac{s}{0,5050 \pm 0,7590}$$

seu anter. $= 0,01652 . p$.

poster. $= 0,16018 . p$.

eius aperturae semidiam. $= \frac{x}{PQR} = \frac{1}{8}$ dig.

et distantia a lente tertia $DE = 0,06007 . p$.

V°. Pro lente tertia, cuius distantia focalis

$t = 0,01838 . p$.

capiatur radius faciei vtriusque $= 0,02022 . p$.

Eius apert. semidiam. $= \frac{1}{4} t = 0,00459 . p$.

et distantia a lente quarta $EF = 0,007798 . p$.

VI°. Pro lente quarta, cuius distantia focalis

$u = 0,015596 . p$.

capiatur radius faciei vtriusque $= 0,01715 . p$.

Eius aperturae semid. $= \frac{1}{4} u = 0,0039 . p$.

et distantia ad oculum $= 0,6 . u = 0,00936 . p$.

VII°. Hinc ergo longitudo tubi prioris erit quasi $= p$, quia maior esse debet, quam $\frac{4}{5} . p$.
posterioris vero lentes continentis $= 0,17648 . p$.

ita,

ita, vt tota longitudo futura ſit circiter

$= 1,17648 . p.$

Campi vero apparentis ſemidiameter erit

$= 7 \frac{1}{8}$ minut.

VIII°. Si pro lente prima tantum ad claritatem ſpectemus, eius aperturae ſemidiameter deberet eſſe $= \frac{x}{PQ} = \frac{1}{10}$ dig. ſin autem ad campum ſpectemus, hic ſemidiameter eſſe debet

$$= \tfrac{1}{4} \mathfrak{r} r = \tfrac{1}{32} . r = 0,00846 . p.$$

qui, ſi adeo eſſet $p = 40$ dig. fieret

$0,3384$ dig. $= \frac{1}{3}$ dig.

Quare cum ſemidiameter foraminis $= 1 \frac{1}{4}$ dig. tuto oram huius lentis obtegere licebit, donec eius aperturae ſemidiameter fiat $= \frac{1}{3}$ dig. quo pacto radii peregrini iam maximam partem excludentur.

IX°. Cum igitur ne opus quidem ſit tantam magnitudinem primae lenti tribuere, ipſum foramen maioris ſpeculi multo minus ſtatuere licebit, quam $1 \frac{1}{4}$ dig. hocque modo dum ipſum hoc ſpeculum maiorem ſuperficiem adipiſcetur, etiam claritatis gradus augebitur, neque vero ideo neceſſe erit, et minoris ſpeculi magnitudinem imminuere, cum ſufficiens radio-diorum copia in ſpeculum cadere poſſit. Radii peregrini colliguntur poſt lentem C in diſtantia $r = 0,09025.p.$ radii vero proprii in diſtantia $\gamma = 0,0448.p.$

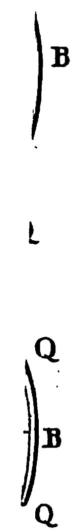
X°. Cum deinde prima imago realis poſt lentem primam cadat ad diſtantiam $\gamma = 0,0448.p.$ radii autem peregrini in hanc lentem incidentes ſuam imaginem forment ad diſtantiam $r = 0,09025.p$; quae cum illa plus quam duplo ſit maior, neutiquam metuendum erit, ne radii peregrini ad oculum vsque propagentur.

diorum copia in ſpeculum cadere poſſit. Radii peregrini colliguntur poſt lentem C in diſtantia $r = 0,09025.p$. radii vero proprii in diſtantia $\gamma = 0,0448.p$.

X°. Cum deinde prima imago realis poſt lentem primam cadat ad diſtantiam $\gamma = 0,0448.p$. radii autem peregrini in hanc lentem incidentes ſuam imaginem forment ad diſtantiam $r = 0,09025.p$; quae cum illa plus quam duplo ſit maior, neutiquam metuendum erit, ne radii peregrini ad oculum vsque propagentur.

ıb.II.

i



III.